

**EDDY AKIMI KAYIPLARININ
SONLU ELEMANLAR METODU
İLE MODELLENMESİ**

Ahmet YILDIZ

Y. Lisans Tezi

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Doç. Dr. Ahmet CANSIZ

2007

Her hakkı saklıdır

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EDDY AKIMI KAYIPLARININ
SONLU ELEMANLAR METODU İLE MODELLENMESİ

Ahmet YILDIZ

ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ERZURUM

2007

Her hakkı saklıdır

Doç. Dr. Ahmet CANSIZ danışmanlığında, Ahmet YILDIZ tarafından hazırlanan bu çalışma 12.09.2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Y. Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Ahmet CANSIZ

İmza:

Üye : Yrd.Doç.Dr. Köksal ERENTÜRK

İmza:

Üye : Yrd.Doç.Dr. Ömer GÜNDOĞDU

İmza:

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Mehmet Ertuğrul

Enstitü Müdürü

ÖZET

Y. Lisans Tezi

EDDY AKIMI KAYIPLARININ SONLU ELEMANLAR METODU İLE MODELLENMESİ

Ahmet YILDIZ

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Ahmet CANSIZ

Günümüze kadar olan ve gelecekte de olacak teknolojik gelişmelerde hedef, yaşam standardını yükseltecek ve kolaylaştıracak değişik seçenekleri ortaya koymaktır. Bu seçenekler ile ilgili cihaz ve sistemlerin gelişiminde elektrik enerjisi üretimi, dağıtımı, denetimi ve işlenmesinin yanı sıra malzeme teknolojisindeki gelişmelerin ne denli bir öneme sahip olduğu yadsınamaz bir gerçektir. Buna ek olarak enerjinin daha verimli kullanımının sağlanması için kayıpların neler olduğu ve nasıl meydana geldiği günümüzde önemli bir araştırma konusu olmuş bu konu üzerinde değişik çalışmalarla kayıplar kategorize edilmiştir.

Tez konusu olarak transformatör ve elektrik motorlarda kullanılan nüve ve bobinlerdeki Eddy akımı kayıplarının modellenmesi MATLAB programlamasına dayalı sonlu elemanlar tekniğini kullanan FEMLAB’de üretilmiştir. Bu çalışmada, Kuramsal Temeller, Materyal ve Yöntemler ana başlıkları altında verilen sonlu elemanlar metodu kullanılarak kayıplar görülmeye çalışılmış; Araştırma Bulguları ve Tartışma ana başlığı altında FEMLAB’de simüle edilen bir silindir içindeki bobinin meydana getirdiği Eddy akımı kaybı hesaplanmıştır. Tezin sonuç kısmında ise farklı madde bileşenlerinde nasıl bir manyetik akımın meydana geleceği ve bunun kaybı nasıl düşürebileceği ele alınarak çözüm sunulacaktır.

Bu çalışmadaki amaç enerji kayıplarını minimize etmenin başarılabilmesi için kayıpların modellenmesini yapmak ve bunun tabii sonucu olarak da enerjideki verimi artırmak olarak düşünülebilir.

2007, 87 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Sonlu Elemanlar Yöntemi, Manyetik Alan, Histerisiz Kaybı, Eddy Akımı Kayıpları

ABSTRACT

MS. Thesis

MODELLING THE EDDY CURRENT LOSSES WITH FINITE ELEMENT METHOD

Ahmet YILDIZ

Ataturk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical & Electronics Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Ahmet CANSIZ

The reality of the necessity that all the scientific disciplines should be in dynamism made the technological developments became fast. The target about developments from past to the future is to put forward diverse options to be able to increase the life standards and make it easy. As for the developments of appliances and systems related to these options, in addition to the production, distribution, control, and operation of electrical energy, the developments about the material technology are also highly important. Moreover, that the types of the energy loss and how they occur have become one of the important research fields, and on this subject, this loss has been categorized through different studies.

As the subject of the thesis the energy loss investigation on the core used in transformers and electrical engines was chosen. With FEMLAB which use the modeling of Eddy currents losses based MATLAB program was produced. This study, Using Finite Elements Method which is given under main titles of Theoretical Fundamentals, Material and Methods, losses were investigated; under main titles of Research Inventions and Discussion, Eddy current loss created by the coil in cylinder that simulated by FEMLAB program was calculated. In Conclusion part of the Thesis, in different matter components how a magnetic flux occurs and how the losses were handled to present solution.

The aim of this study is considered to make modeling of losses to achieve of minimizing of energy losses and natural result of these to improve efficiency of energy.

2007, 87 pages

Keywords: Finite Element Method, Magnetic Domain Vectors, Hysteresis Losses, Eddy Current Losses

TEŞEKKÜR

“Edyy Akımı Kayıplarının Sonlu Elemanlar Metodu İle Modellenmesi” araştırma konusunun belirlenmesi ve yapılandırılması aşamalarında yardımlarını esirgemeyen danışmanım Sayın Doç. Dr. Ahmet CANSIZ’a teşekkür ederim.

Araştırmanın bütün aşamalarında yakın ilgi, destek ve teşviklerini esirgemeyen eşime ve aileme teşekkür eder, şükranlarımı sunarım. Araştırmada ortaya konulan bulgu ve sonuçların, hedef kitlelere faydalı olacağını ümit ediyorum.

Ahmet YILDIZ

Ağustos 2007

SİMGELER DİZİNİ

E	Elektrik Alan Şiddeti
B	Manyetik İndüksiyon
D	Deplasman Akımı
H	Manyetik Alan Şiddeti
J	Akım Yoğunluğu
σ	Özgül iletkenlik
μ	Manyetik geçirgenlik
V	Sargı gerilimi
R	Sargı direnci
A	Çekirdeğin kesiti
N	Sarım sayısı
l_0	Çekirdeğin boyu
μ_0	Boşluğun manyetik geçirgenliği
ω	Açısal frekans
ρ	Yük yoğunluğu
J_0	Akım yoğunluğu
J_{s0}	Yüzey akımı

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGE DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER.....	5
2.1. Demir Çekirdekdeki Girdap Akımı ve Kayıplarının Analitik Olarak İncelenmesi.....	5
2.1.1. Manyetik alan ve alan denklemleri.....	5
2.1.2. Manyetik alan vektörü.....	6
2.1.3. Alan vektörlerinin matematiksel ifadeleri.....	7
2.1.4. Demir kayıpları.....	12
2.1.5. Girdap akımları.....	14
2.1.6. Sonlu elemanlara ayrıştırılacak olan çalışma bölgesinin belirlenmesi.....	15
2.1.7. Sınır koşulları.....	16
2.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi.....	19
2.2.1. Ağırlıklı rezidü yöntemi.....	20
2.2.2. Galerkin yöntemi.....	23
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	26
3.1. Materyal.....	26
3.1.1. Girdap Akımı Kayıplarının Sonlu Elemanlar Galerkin Yöntemi ile İncelenmesi.....	26
3.1.2. Galerkin formülasyonu.....	26
3.1.3. Girdap akımı kayıplarının sayısal olarak elde edilmesi.....	32
3.1.4. B-H karakteristiğinin matematiksel modeli.....	33
4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	34
4.1. Çelik Nüvelerdeki Eddy Akımı Kayıplarının Sonlu Elemanlar Metodu ile Modellenmesi.....	34
4.1.1. Elektrik makinelerinde kayıplar.....	37
4.1.2. Ferromagnetizma.....	37
4.1.3. Manyetik devre.....	38
4.1.4. Güç kayıpları.....	40
4.1.5. Teorik tasarım.....	42
4.1.6. Nüve seçimi ve tasarımı.....	44
4.1.7. Sayısal yaklaşımlar.....	47
4.1.8. Eddy akımlarının yönleri.....	48
4.1.8.a. Sinüzoidal alan.....	50

4.1.8.b. Üçgensel alan.....	50
4.1.8.c. Deri kalınlığı.....	50
4.2. Eddy Akımı Kayıplarının FEMLAB’te Model Oluşturarak Modellenmesi ve Kayıpların Analizi.....	51
4.2.1. Elektromanyetik modül ve Eddy akımları.....	51
4.2.2. Modelin tanımı.....	52
4.2.3. Yüzey etkisiz bobin	52
4.2.4. Model kılavuzu.....	52
4.2.5. Seçenekler ve ayarlar.....	53
4.2.6. Geometrinin modellenmesi.....	55
4.2.7. Fiziksel parametre ayarları.....	56
4.2.8. Sınır koşulları.....	57
4.2.9. Subdomain ayarları.....	58
4.2.10. Alan duvarlarının oluşturulması.....	59
4.2.11. Çözümün elde edilmesi.....	60
4.2.12. Yüzey etkili bobin.....	60
5. SONUÇ ve TARTIŞMA.....	69
KAYNAKLAR.....	75
EKLER.....	78
EK 1.....	78
EK 2.....	81
EK 3.....	84
ÖZGEÇMİŞ.....	88

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Girdap akımları.....	2
Şekil 2.1. Demir çekirdek ve bobin kesiti üzerindeki akım ve alan yönleri.....	15
Şekil 2.2. Çekirdeğin çalışma bölgesi olarak kullanılacak kısmı.....	16
Şekil 2.3. S1 Sınırında manyetik alan çizgilerinin değişmesi.....	17
Şekil 2.4. Üzerinde N sarımlı bobin bulunan demir çekirdek.....	17
Şekil 2.5. Çalışma bölgesi ve sınır koşulları.....	19
Şekil 2.6. R çözüm bölgesindeki n. üçgen eleman ve i, j, k köşe noktaları.....	24
Şekil 4.1. Bir manyetik malzemenin mıknatıs olarak kullanılabilirliğine ilişkin özelliklerini gösteren histerisiz eğrisi.....	38
Şekil 4.2. Manyetik akının kollara ayrılması (a) Seri manyetik devre ve (b) paralel manyetik devre.....	39
Şekil 4.3. Manyetik malzemededen oluşan kayıpların frekansa bağıllığı.....	41
Şekil 4.4. Manyetik bölge yapısı.....	41
Şekil 4.5. Bölgesel Eddy akımları.....	49
Şekil 4.6. Dairesel Eddy akımları.....	49
Şekil 4.7. FEMLAB programındaki model navigatorü.....	53
Şekil 4.8. FEMLAB programında Axes/Grid değerlerinin girildiği diyalog kutusu..	54
Şekil 4.9. Modelin sabit değerleri.....	55
Şekil 4.10. Modelin sınırları.....	56
Şekil 4.11. Skalere değerlerinin girildiği diyalog kutusu.....	56
Şekil 4.12. Sınır koşulları diyalog kutusu.....	57
Şekil 4.13. Alan duvarlarına bölünmüş (meshli) model.....	59
Şekil 4.14. Modelin toplam akım yoğunluğu.....	61
Şekil 4.15. Çelik nüveli 50 Hz 10 A ve J0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	64

Şekil 4.16. Çelik nüveli 5000 Hz 10 A ve J0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	65
Şekil 4.17. Çelik nüveli 50 Hz 10 A ve Js0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	65
Şekil 4.18. Çelik nüveli 5000 Hz 10 A ve Js0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	66
Şekil 4.19. Demir nüveli 50 Hz 10 A ve J0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	66
Şekil 4.20. Demir nüveli 5000 Hz 10 A ve J0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	67
Şekil 4.21. Demir nüveli 50 Hz 10 A ve Js0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	67
Şekil 4.22. Demir nüveli 5000 Hz 10 A ve Js0'daki manyetik akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.....	68
Şekil 5.1. Çelik veya demir nüveli modellerin 10 A'lik bobin akımına göre yüzey akımına bağlı olan Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması.....	71
Şekil 5.2. Çelik veya demir nüveli modellerin 10 A'lik bobin akımına göre akım yoğunluğuna bağlı olan Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması	72
Şekil 5.3. Demir nüveli modellerin 10 A'lik bobin akımına göre akım yoğunluğuna ve yüzey akımına bağlı olarak Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması.....	72
Şekil 5.4. Çelik nüveli modellerin 10 A'lik bobin akımına göre yüzey akım yoğunluğu ve yüzey akımının meydana getirdiği Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması	73

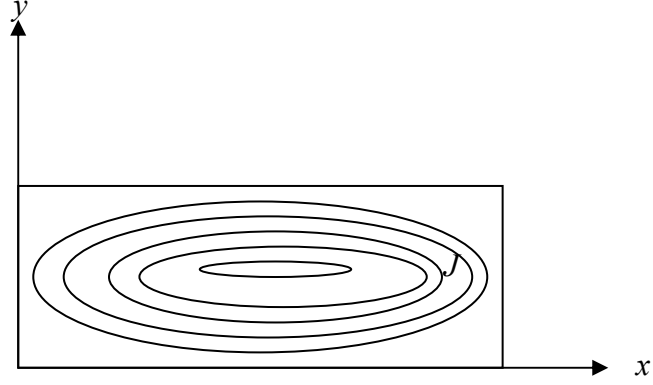
ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Frekansa göre deri kalınlığı değişimi.....	51
Çizelge 4.2. Silindir ve bobinle ilgili tanımlamalar.....	54
Çizelge 4.3. Sınır koşulları.....	57
Çizelge 4.4. Sınır değer ifadeleri.....	58
Çizelge 4.5. Alan özellikleri tablosu.....	58
Çizelge 4.6. Silindir çelik, bobin bakır $\sigma = 0$ $J^e_{\phi} = J_0$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi	61
Çizelge 4.7. Silindir çelik, bobin bakır $\sigma=0$ $J^e_{\phi} = J_{s0}$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi.....	62
Çizelge 4.8. Silindir demir, bobin bakır $\sigma=0$ $J^e_{\phi} = J_0$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi.....	63
Çizelge 4.9. Silindir demir, bobin bakır $\sigma=0$ $J^e_{\phi} = J_{s0}$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi.....	63

1. GİRİŞ

Elektrik makinelerinin verimli çalışması için demir nüvelerde meydana gelen kayıpların çok iyi şekilde bilinmesi gerekmektedir. Bunun bilinebilmesi için imalat öncesinde model tasarımlara ihtiyaç vardır. Günümüze kadar demir kayıplarının hesabı için birçok analitik ve sayısal çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Literatürde sayısal çözüm yöntemi olarak sonlu fark denklemlerinin kullanılmasına rağmen, son yıllarda, yetmişli yılların başından buyana sonlu elemanlar yöntemi oldukça geniş yer tutmaya başlamıştır, McConell (1953), Zakrzewski (1971), Stoll (1974) ve Jufer'in (1976), Burais (1982), Chari ve diğerleri (1982), Vecchio (1982), Brauer (1982), Kamar (1983), Weiss ve diğerleri (1983), Ikeuchi ve diğerleri (1983), ile Garg ve diğerleri (1986) makaleleri bu konuda yapılan geniş çaplı araştırmalara örnek olarak gösterilebilir.

Değişken manyetik alanlar teknolojide birçok fayda sağlamaktadır. En önemli faydalarından biri elektrik üretiminin temelini teşkil etmektedir. Değişken elektrik ve manyetik alanlar elektrik enerjisinin taşınmasında da önemli rol oynamaktadır. Değişken manyetik alan içinde bulunan maddelerde Faraday'ın indüksiyon kanununa göre akım meydana gelir. Manyetik alan etkisindeki nüvelerde akının değişmesiyle, akı etrafındaki girdaplarda yayılan ikincil akımların oluşması şeklinde görülür. İletken içinde akımın izleyeceği yol, akım geçen bir telde olduğu gibi izleyeceği yol belirli olmadığından, akım en küçük direnci gösteren yol veya yollar üzerinden devresini tamamlar. Böyle akımların izledikleri yollar şekil olarak girdaba benzedikleri için Şekil 1.1'de görüldüğü gibi bu akımlar "Girdap Akımları" veya "Eddy Akımları" olarak isimlendirilirler. Tez içinde konunun duyarlılığına göre bazen Eddy bazen de Girdap akımı kullanılmaktadır.



Şekil 1.1 Girdap akımları.

Girdap akımlarının oluştuğu demir veya benzeri maddelerden yapılmış nüvelerde iletken tel benzeri kapalı devrelerin direnci R ve bu kapalı devrede voltaj düşmesi V ise (yani malzeme içinden)

$$I = \frac{V}{R} \quad (1.1)$$

akımı akar. Manyetik akı zamana göre sinüs şeklinde değişiyorsa Faraday'ın indüksiyon kanununa göre $\varphi = \phi \sin \omega t$ yazılabilen,

$$V = -\frac{d\varphi}{dt} = -\omega\phi \cos \omega t \quad (1.2)$$

ifadesinden yararlanılarak ve (1.1) eşitliğindeki akım

$$I = -\omega\phi \cos \frac{\omega t}{R} \quad (1.3)$$

olarak yazılabilir. Bu akım malzeme içerisinde Joule Yasasından dolayı,

$$P = i^2 R = \left(\frac{w^2 \phi^2}{R} \right) \cos^2 wt \quad (1.4)$$

şeklinde güç kayıpları meydana getirerek bu kayıplar ısı enerjisine dönüşüp malzemeyi ısıtır. Bu kayıplar, malzeme içinde meydana gelen toplam kayıpların yanında demir kayıplarının “Girdap Akımı Kayıpları” adını alan kısmıdır. Demir kayıplarının diğer bir kısmını da “Histerisiz Kayıpları” meydana getirmektedir.

Yukarıda ifade edilen (1.4) eşitliği incelendiğinde girdap akımı kayıplarının frekansın karesiyle ve malzeme direnci ile değiştiği görülür. Yani, malzeme direncinin büyük olması halinde güç kayıplarının az olacağı anlaşılır. Dolayısıyla malzeme direncini artırmak için bazı işlemlere başvurulur. Bunlardan en önemlilerinden biri de nüve olarak kullanılacak olan demir veya benzeri alaşımın bir kütle gibi tek parça halinde değil de araları yalıtılan levhalara bölünerek kullanılmasıdır. Bu işlem sonucu girdap akımlarının çizmiş olduğu daire şeklindeki girdaplar küçülerek neden olduğu kayıplar da azaltılmış olur. Ayrıca kullanılan malzemedeki Silisyum oranı güç kaybını etkiler. Literatürde verilen çalışmalara göre elektrik makinelerinde kullanılan demir nüvelerdeki Silisyum oranının %3 olması halinde güç kayıplarının düşük olacağını belirtmektedir, Stanbury'nin (1985).

Girdap akımları teknolojiye birçok uygulama alanı bulmaktadır. Girdap akımları zararlı olduğu gibi yararlı olduğu haller de vardır. Bu tezde girdap akımlarının zarar ya da yararlarını tartışmak bu konunun dışında olduğundan dolayı üzerinde durulmayacaktır. Bu tezde amaç Galerkin yöntemine dayalı Sonlu Elemanları kullanarak girdap akımı kayıplarını hesaplamak olup, özellikle analitik çözümün olduğu geometriler üzerinde durulacaktır. Son olarak daha karmaşık geometri için sayısal yöntemeye dayalı sonlu elemanlar Galerkin yönteminden bahsedilecektir.

Galerkin yaklaşımının kullanıldığı sonlu elemanlar yönteminin seçilmesi, bu yöntemin non-lineer (doğrusal olmayan) problemlere uygulanabilme özelliğine sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Kararsız alan problemleri gibi varyasyonel formları bulunmayan

problemlerde ya sınırlı varyasyonel formlar ya da ağırlıklı rezidüle vasıtasıyla sonlu elemanlar metodu kullanılır. Varyasyonel forma sahip olmayan ya da varyasyonel formda ifade edilemeyen alan problemlerinin çözümünde kullanılabilmesi, ağırlıklı rezidülerin özel bir durumu olan Galerkin yönteminin uygulanma alanlarının çoğaltılmasına ve tercih edilmesine neden olmaktadır. Doğrusal olmayan özelliğe sahip kısmi türevli diferansiyel denklem çözümünde daha kesin sonuç verdiği için, burada da Galerkin yöntemine dayalı sonlu elemanlar yöntemi kullanılacaktır. Galerkin ve varyasyonel yöntemlerin tercih edildikleri durumlar, Aral (1974), Zienkiewicz (1977) ve Altaş (1988) tarafından ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. Demir Çekirdekdeki Girdap Akımı ve Kayıplarının Analitik Olarak İncelenmesi

Kayıpların üretim öncesinden bilinmesine duyulan ihtiyaç sonucu teorik hesap yöntemlerinin yanı sıra pratik hesap ve ölçme yöntemleri de geliştirilmiştir. Elektrik makinelerinin verimli çalışacak şekilde tasarlanıp üretilmeleri için, kayıpların üretim öncesinden bilinmesi ihtiyacı söz konusudur. Bu konu araştırmacıları çalışmaya yöneltirken, manyetik malzeme üretim firmaları tarafından da ürettikleri malzemelerin manyetik alan etkisinde bulunmaları halinde bu malzemelerde meydana gelecek kayıpların önceden belirlemelerine ihtiyaç duyulmaktadır.

Literatürde kayıpların modellenmesi için analitik ve sayısal çalışmalar bulunmaktadır. Teorik hesap yöntemleri analitik olabileceği gibi sayısal da olabilir. Günümüzde geliştirilmiş olan sayısal çözüm yöntemleri ile analitik çözüme çok yakın sonuçlar elde edilebilmektedir. Karmaşık geometrili durumlarda sayısal yöntemler daha ağırlıklı kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar Galerkin yönteminin uygulandığı problemlerde de gerçek çözüme çok yakın değerlerin elde edilmesi bu yöntemin son yıllarda çok uygulanmasına neden olmuştur. Galerkin yönteminin seçilmesinin bir diğer nedeni, daha öncede belirtildiği gibi, doğrusal olmayan problemlere uygulanmaya yatkınlığıdır.

2.1.1. Manyetik alan ve alan denklemleri

Mıknatısı, içinde manyetik kuvvetler bulunan bölge diye tanımlayabiliriz. Hareketli ve elektriksel olarak yüklü parçacıklar, manyetik alan etkisiyle eğrisel yörüngeler izler. Manyetik alan bu bölgede yer alan iletkenlerden geçen elektrik akımına bir kuvvet uygular; elektrik motorlarının çalışmasını sağlayan da bu tür kuvvetlerdir.

Bir daimi mıknatısın ya da içinden büyüklüğü ve yönü değişmeyen elektrik akımı geçen bir iletkenin çevresinde oluşan manyetik alan durgun bir alan olup manyetostatik alan olarak adlandırılır. Böyle bir alanın herhangi bir noktadaki şiddeti ve yönü değişmeden kalır. Alternatif akım ya da dalgalı doğru akım çevresinde oluşan manyetik alanın şiddeti ve yönü ise sürekli olarak değişir. Bu yaklaşım mıknatısın yapısı veya etkisi hakkında bilgi vermektedir. Her iki durum için de kuvvet çizgileri konfigürasyonu geçerlidir. Kuvvet çizgilerinin yoğunluğu manyetik alanın şiddetini gösterir; örneğin bir mıknatısın kutuplarında manyetik alan şiddeti büyüktür, bu nedenle kuvvet çizgileri kutuplarda daha sıkışık, yani daha yoğundur. Kutuplardan uzaklaştıkça alan şiddeti azalır, kuvvet çizgileri de birbirinden uzaklaşarak seyrekleşir. Düzgün manyetik alanlar kuvvet çizgilerinin eşit aralıklı paralel doğru biçimde olduğu alanlardır. Akı çizgileri sürekli çizgilerdir ve bunlar kapalı eğriler oluştururlar.

2.1.2. Manyetik alan vektörü

Manyetik alan matematiksel olarak yönü ve büyüklüğü olan vektörlerle gösterilir. Genel olarak bir manyetik alan olgusu iki farklı vektör ile gösterilmektedir. Manyetik akı yoğunluğu ya da manyetik indüksiyon olarak adlandırılan vektör **B** simgesiyle manyetik alan şiddeti vektörü ise **H** simgesi ile gösterilir. **H** ile gösterilen manyetik alan iletkenlerden akan elektrik akımının oluşturduğu alan olarak, **B** ile gösterilen manyetik alan ise manyetik alanda yer alan malzemenin manyetik özelliklerinden kaynaklanan katkıyı da içerecek biçimde toplam manyetik alan olarak tanımlanabilir.

Manyetik alan şiddeti ile manyetik akı yoğunluğu malzemelerin manyetik davranışları incelenirken daha çok ön plana çıkmaktadır. Yumuşak demirden bir silindir üzerine sarılmış bir iletkenin elektrik akımı geçirildiğinde mıknatıslayıcı alanın **H** olmasına karşılık demirin içinde oluşan manyetik alan **B** bundan binlerce kat daha güçlü olabilir. Bunun nedeni demirdeki pek çok sayıdaki küçük atomik mıknatısın alan doğrultusunda yönlendirilerek **B**'yi önemli ölçüde artırmasıdır. Başka bir şekilde ifade etmek gerekirse mıknatıslanmış bir cismin içindeki manyetik akı yoğunluğunun büyüklüğü **B**,

mıknatıslayan kuvvetin yani mıknatıslanmaya yol açan kuvvetin manyetik alanın büyüklüğünü ise **H** gösterir.

2.1.3. Alan vektörlerinin matematiksel ifadeleri

Manyetik alan şiddeti ve manyetik akı yoğunluğu veya indüksiyonu olarak ifade edilen iki nicelik arasındaki bağıntı,

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada μ , malzemenin mıknatıslanmasının bir ölçüsüdür ve bir cismin içindeki manyetik alanın bu cismin içinde bulunduğu mıknatıslayıcı alana oranla ne ölçüde arttığını ya da azaldığını gösteren bir niceliktir. Bir cismin manyetik geçirgenliği bu cismin içinde oluşan manyetik alan yoğunluğu **B** ile mıknatıslayıcı alan şiddeti **H** arasındaki orana eşittir. Boşlukta manyetik akı yoğunluğu ile mıknatıslayıcı alan şiddeti birbirine eşittir; çünkü ortada manyetik alanı etkileyip alanda değişmeye sebep olacak bir cisim yoktur. μ_0 ile gösterilen boşluğun manyetik geçirgenliği $4\pi 10^{-7}$ weber/amper-metre'ye eşittir.

Değişken manyetik alan içinde bulunan demir nüvelerde meydana gelen kayıplar genellikle kararlı değildir ve zamanla değişir. Manyetik malzemedeki doğrusal olmayan özellik histerisiz olaylara neden olduğu için bu malzemelerle ilgili alan problemlerinin analizini güçleştirir. Dolayısıyla manyetik alanlar ve bu alanların neden oldukları akım problemleri diferansiyel integral denklemleri ile ifade edilirler.

Bir elektromanyetik alan başlıca dört vektörle ifade edilir. Bunlar **E**, **B**, **D** ve **H** vektörleri olup,

E: Elektrik Alan Şiddeti

B: Manyetik İndüksiyon

D: Deplasman Akımı

H: Manyetik Alan Şiddeti

şeklinde isimlendirilir. Bunların dışında,

J: Akım Yoğunluğu

σ : Özgül iletkenlik

μ : Manyetik geçirgenlik

ρ : Yük yoğunluğu

nicelikleri de manyetik alanla ilgili denklemlerde bulunan diğer büyüklüklerdir.

Yukarıda verilen alan vektörleri arasındaki ilişkiler Maxwell denklemleri ile açıklanır.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (2.5)$$

Deplasman akımı \mathbf{D} iletken ortamlarda önemsiz olduğundan dolayı ihmal edilebilir. Bu nedenle (2.2) bağıntısını,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.6)$$

olarak yazmak yeterlidir. Yukarıdaki bağıntılara ek olarak manyetik akı yoğunluğu \mathbf{B} ile manyetik alan şiddeti \mathbf{H} arasındaki ilişki, manyetik geçirgenlik de manyetik alan şiddetinin skaler bir fonksiyonu olmak üzere,

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H})\mathbf{H} \quad (2.7)$$

şeklinde yazılabilir. Ohm yasasından yararlanılarak elektrik alan şiddeti \mathbf{E} ile akım yoğunluğu \mathbf{J} arasında σ iletkenliğine bağlı olarak,

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Yukarıdaki ilk dört denklem, Maxwell denklemlerinin diferansiyel olarak yazılmış biçimleri olup, bunların integral biçimleri, Diverjans, Gauss ve Stokes teoremlerinin uygulanmasıyla türetilir. Yukarıdaki denklemlerden,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J} = \nabla \times (\sigma\mathbf{E}) \quad (2.9)$$

denklemini elde edilir. Vektörel işlemlerden yararlanarak ve

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (2.10)$$

bağıntısı kullanılarak σ iletkenliği skaler bir fonksiyon olmak üzere,

$$\nabla \times (\sigma\mathbf{E}) = \sigma\nabla \times \mathbf{E} + (\nabla\sigma) \times \mathbf{E} \quad (2.11)$$

eşitlikleri yardımıyla (2.8) denklemini

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = \sigma\nabla \times \mathbf{E} + (\nabla\sigma) \times \mathbf{E} \quad (2.12)$$

olarak yazılabilir. Yine yukarıdaki denklemlerden,

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot [\mu(\mathbf{H})\mathbf{H}] = 0 \quad (2.13)$$

elde edilir. Skaler bir fonksiyonun diverjansı aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\nabla \cdot [\mu(H)\mathbf{H}] = \mu(H)\nabla \cdot \mathbf{H} + \mathbf{H} \cdot \nabla \mu(H) = 0 \quad (2.14)$$

buradan da,

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\frac{1}{\mu(H)} \mathbf{H} \cdot \nabla \mu(H) \quad (2.15)$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \nabla \times \mathbf{E} + (\nabla \sigma) \times \mathbf{E} \quad (2.16)$$

elde edilir. Böylece (2.9) denklemi,

$$\nabla \left[-\frac{\mathbf{H}}{\mu(\mathbf{H})} \nabla \mu(\mathbf{H}) \right] - \nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \nabla \times \mathbf{E} + (\nabla \sigma) \times \mathbf{E} \quad (2.17)$$

olur. Yukarıdaki denklemi tekrar düzenlendiğinde,

$$\nabla^2 \mathbf{H} = -\nabla \left[\frac{\mathbf{H}}{\mu(H)} \nabla \mu(H) \right] - \sigma \nabla \times \mathbf{E} - (\nabla \sigma) \times \mathbf{E} \quad (2.18)$$

şeklini alır. (2.2) denkleminde,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.19)$$

ve

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{J} = \frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.20)$$

alınarak yerine konursa,

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \nabla \left[\frac{\mathbf{H}}{\mu(H)} \nabla \mu(H) \right] + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} - (\nabla \sigma) \times \left[\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} \right] \quad (2.21)$$

olarak bulunur. Malzemenin σ iletkenliği ile μ manyetik geçirgenliğinin malzeme boyutlarına bağlı olmadığı ve bunların kartezyen koordinatlarındaki kısmi türevlerinin sıfır olacağı düşünülürse (2.21) denklemini aşağıdaki gibi ifade etmek mümkün olur. $\nabla \sigma \cong 0$ ve $\nabla \mu \cong 0$ olarak alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \frac{d\mathbf{B}}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.22)$$

Bu denklemdeki $\frac{d\mathbf{B}}{dH}$ terimi, manyetik geçirgenliğinin diferansiyel tanımı olup,

$$\frac{d\mathbf{B}}{dH} = \boldsymbol{\mu}(H) \quad (2.23)$$

şeklinde yazılabilir. (2.23) ifadesi (2.22)'de yerine yazılırsa,

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \boldsymbol{\mu}(H) \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.24)$$

denklemini elde edilir.

2.1.4. Demir kayıpları

Demir kayıpları bir noktadaki ani güç akışı yoğunluğu olan Poynting vektörünün ifadesiyle hesaplanır. Toplam ortalama demir kayıpları için,

$$P = -\frac{1}{T} \int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s} dt \quad (2.25)$$

veya Diverjans teoremi vasıtasıyla

$$P = -\frac{1}{T} \int \nabla \cdot \mathbf{S} dv dt \quad (2.26)$$

yazılır. Poynting vektörü

$$\mathbf{S}_p = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2.27)$$

olduğundan ve aşağıdaki bağıntılar vasıtasıyla,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.28)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.30)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{S}_p = \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \quad (2.31)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{S}_p = \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.32)$$

elde edilir. Denklem (2.2), (2.5) ve (2.7)'nin kullanılmasıyla,

$$\nabla \cdot \mathbf{S}_p = -\mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{B}}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (2.33)$$

denklemini düzenlenirse,

$$\nabla \cdot \mathbf{S}_p = \mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{B}}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma} \quad (2.34)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \mu(H) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.35)$$

olur. Bu ifade (2.20) da yerine konursa

$$P = \frac{1}{T} \int [\mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{B}}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma}] dv dt \quad (2.36)$$

yazılır. Bu denklem iki parçaya ayrıştırılarak,

$$P = \frac{1}{T} \int H dB dv + \frac{1}{T} \int \frac{J^2}{\sigma} dv dt \quad (2.37)$$

şeklinde demir kayıplarına ilişkin denklem elde edilir. Bu denklemden demir kayıpları matematiksel olarak iki bileşenden meydana geldiği görülmektedir. Bu bileşenler ayrı ayrı yazılırsa,

$$P_g = \frac{1}{T} \int \frac{J^2}{\sigma} dv dt \quad (2.38)$$

$$P_h = \frac{1}{T} \int HdBdv \quad (2.39)$$

olmak üzere (2.37) denklemi,

$$P = P_g + P_h \quad (2.40)$$

şeklinde olur. Burada,

P_g : Girdap akımı kayıplarını ve

P_h : Histerisiz kayıpları göstermektedir.

2.1.5. Girdap akımları

Doğrusal olmayan problemlerde doğrusal olmayan denklemlerin çözümü her zaman adımı için her noktadaki \mathbf{H} manyetik alanını, \mathbf{J} girdap akımını ve bu akımın sebep olduğu kayıpları verir.

Burada sadece adından söz edilecek olan histerisiz kayıpları ise deri etkisi nedeniyle yaprak merkezine doğru azalan histerisiz çevrim yüzeyinin ifadesiyle hesaplanabilir, Zakrzewski (1971).

Doğrusal olmayan bir yapıya sahip olan (2.35) denkleminin zamana bağlı çözümü, her noktadaki manyetik alanı, girdap akımını ve dolayısıyla girdap akımı kayıplarını verdiği için bu denklemin çözümü yeterli olacaktır. Burada konu yalnızca girdap akımı kayıplarının hesabını kapsadığından histerisiz kayıplarla ilgilenilmeyecektir.

Denklem (2.17)'nin çözülmesiyle bulunacak olan \mathbf{H} manyetik alanına ilişkin değerler kullanılarak,

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.41)$$

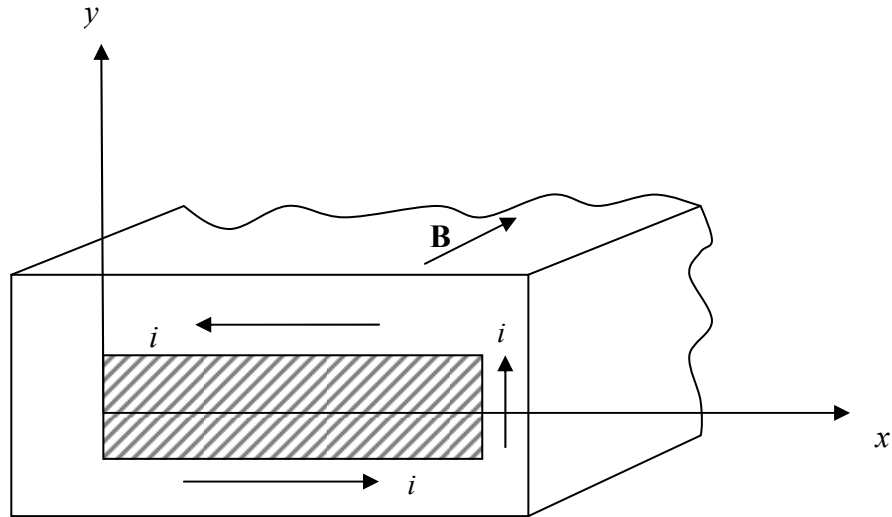
bağıntısı yardımıyla \mathbf{J} akım yoğunluğu bulunur. İntegral biçiminde yazılmış olan (2.24) denklemi aşağıdaki gibi de kullanılabilir.

$$P_g = \sum \frac{1}{\sigma} J^2 \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.42)$$

Burada, manyetik alan şiddeti \mathbf{H} , yalnızca z ekseninde bir bileşene sahiptir.

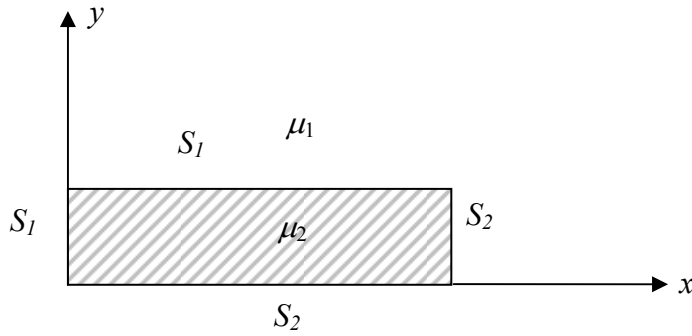
2.1.6. Sonlu elemanlara ayrıştırılacak olan çalışma bölgesinin belirlenmesi

Burada, \mathbf{B} - \mathbf{H} karakteristiği doğrusal olmayan manyetik malzemeden imal edilmiş bir demir nüvede meydana gelen girdap akımı kayıpları incelenecektir. Üzerine bobin sarılı çekirdeğin Şekil 2.1'deki yapıya sahip olduğu, yani boyunun eni ve kalınlığına göre oldukça uzun olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 2.1 Demir nüve ve bobin kesiti üzerindeki akım ve alan yönleri.

Şekil 2.1'deki gibi gösterilebilen demir nüveye sarılı bobinden akan kaynak akımının yönüne göre manyetik alan şiddetinin yönü sağ el kuralı ile belirlenebilir. Buna göre akım x, y düzleminde akarsa manyetik alan şiddetinin yönü z eksenine yönünde olur. Çekirdeğin uzunluğu genişlik ve kalınlık yanında çok uzun alınırsa manyetik alan \mathbf{H} ve akı yoğunluğu \mathbf{B} yalnızca z eksenine yönünde değiştiği için, problem enine olarak $x-y$ düzleminde incelenebilir. Ayrıca simetrik olma özelliğinden yararlanılarak, problem bölgesi Şekil 2.2'deki gibi temsil edilebilir.



Şekil 2.2 Çekirdeğin çalışma bölgesi olarak kullanılacak kısmı.

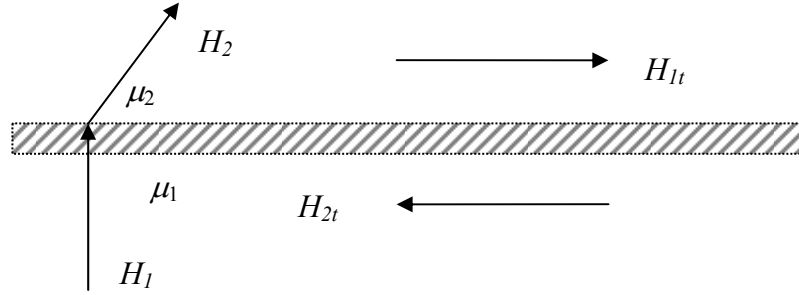
Problemin temsili şekli incelenirse, çalışma bölgesini sınırlayan dörtkenardan ikisinin çekirdeğin bobinle temas halindeki kenarları, ikisinin ise kesit kenarları olduğu görülür. Bu durum sınır koşullarına etki etmektedir. Ancak bütün bir yüzey yerine dörtte birlik bölümünün çalışma bölgesi olarak alınması ile gereksiz işlem kalabalığından kaçınılmış olur.

2.1.7. Sınır koşulları

Demir nüveye sarılı bobine Şekil 2.1'deki yönde bir i akımı uygulanırsa meydana gelecek olan manyetik alan ve indüksiyon çizgi yönleri sağ el kuralı ile belirlenebilir.

Şekil 2.2'den anlaşıldığı gibi burada iki tür sınır koşulu söz konusudur. Bunlar S_1 , demir çekirdeğin dış yüzey sınırını, S_2 ise çekirdeğin kesit yüzeyi sınırını temsil eder.

S_1 sınırında manyetik alan çizgileri μ_1 ortamından μ_2 ortamına geçerken kırılarak bir değişikliğe uğrarlar. Bu durum aşağıda verilen Şekil 2.3 ile daha iyi açıklanabilir.



Şekil 2.3. S_1 sınırında manyetik alan çizgilerinin değişmesi.

Bu şekilde kenarları sınır yüzeyine dik olan Δh yüksekliğinde bir çerçeve ile alınmıştır. Çerçevenin yan kenarlarındaki manyetik akı ihmal edilirse şekildeki yön için çerçeveye Amper kanunu uygulandığında,

$$H_{1t} \Delta a - H_{2t} \Delta a = 0 \quad (2.43)$$

yazılabilir. Buradan

$$H_{1t} = H_{2t} \quad (2.44)$$

elde edilir. Yani sınır yüzeyin iki tarafındaki alan şiddetlerinin teğetsel bileşenleri birbirine eşittir. Dolayısıyla S_1 sınırında homojen olmayan Dirichlet sınır koşulu geçerli olur. Bu koşula göre S_1 sınırında,

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \quad (2.45)$$

Homojen olmayan Dirichlet sınır koşulu alınabilir. Burada,

$$\mathbf{H}_0 = \frac{Ni}{l_0} \quad (2.46)$$

olup, N sarım sayısını, l_0 nüvenin ortalama uzunluğunu, i ise mıknatıslanma akımını temsil etmektedir. Bunlardan N ile l_0 değerleri bilinen değerlerdir. Ancak mıknatıslanma akımı i 'nin değeri hesaplanmak zorundadır. Bu devrenin denklemi,

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + M \frac{di_m}{dt} \quad (2.47)$$

olarak yazılır. Bu denklemde,

$$i_m = i \quad (2.48)$$

$$M = f(H) = \frac{AN^2}{I_0} m(H) \quad (2.49)$$

olarak alınıp yerlerine yazılırsa,

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{AN^2}{I_0} m(H) \frac{di}{dt} \quad (2.50)$$

$$V = Ri + \left[L + \frac{AN^2}{I_0} \mu(H) \right] \frac{di}{dt} \quad (2.51)$$

şeklinde elde edilir. Burada V sargıya uygulanan gerilim, R sargı direnci, L sargı kaçak endüktansı, A nüve kesiti, N sarım sayısı, l_0 nüve boyu, $\mu(H)$ ise mıknatıslanma eğrisinden \mathbf{H} manyetik alanına bağlı olarak elde edilen diferansiyel manyetik geçirgenliktir. (2.51) denklemi çözülüp i akımına ait değerler bulunabilir. Bulunacak i değerlerinin,

$$\mathbf{H}_0 = \frac{N.i}{I_0} \quad (2.52)$$

bağıntısında kullanılması ile S_1 sınırında geçerli olan \mathbf{H} manyetik alan şiddetin değeri bulunmuş olur.

S_2 sınırına ilişkin koşulları belirlemek için, bütün demir yüzeyin S_2 tarafından iki alt bölgeye bölündüğü düşüncesinden hareket edilir ve bu iki bölgeye ait kapalı yüzey integrallerinin birbirine eşit oldukları kabul edilerek malzeme içi yüzeyinde geçerli olan kesit yüzey sınır koşulu,

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad (2.53)$$

olarak alınabilir. Bu koşul homojen Neuman sınır koşulu olup, S_2 sınırında geçerli olan koşuldur.

2.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sayısal bir hesaplama türü olan sonlu elemanlar yöntemi (Finite Element Method) çalışma bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi sebebiyle bu ismi almaktadır. Söz konusu elemanlar değişik yapı ve geometriye sahip olabilirler. Sonlu elemanlar yöntemi aşağıdaki işlemlerin yapılmasıyla elde edilir, Altaş (1988). Öncelikle, probleme ait diferansiyel denklem integral denklem haline dönüştürülür, ikinci adımda çözüm bölgesi sonlu elemanlara bölünür, üçüncü adımda her eleman için çalışma bölgesinde tanımlanan integrallere ait yaklaşık çözüm matrisleri çıkarılır, dördüncü adımda her eleman için elde edilen matrisler çözüm bölgesi için birleştirilir ve son olarak denklem takımları çözülür.

Problemi temsil eden kısmi türevli diferansiyel denklemin integral denklem haline dönüştürülmesi işlemi, varyasyonel veya ağırlıklı rezidüleri ait hesap yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilir. Bu tezin konusu sonlu elemanlar yöntemini incelemek değil, girdap akımı kayıplarının hesabında Galerkin yöntemine dayalı sonlu elemanlar yönteminden yararlanılarak FEMLAB’te modelinin oluşturulmasını sağlamaktır, (Comsol). Bu nedenle burada Galerkin yönteminin açıklanmasından önce, bu yöntemi özel bir durum olarak kapsayan ağırlıklı rezidü yöntemlerinden bahsedilecek, sonrada problemin çözülmesi için Galerkin yöntemine dayalı sonlu elemanlar yöntemi açıklanacaktır.

2.2.1. Ağırlıklı rezidü yöntemi

Ağırlıklı rezidü yöntemlerinde fonksiyona uygun bir fonksiyonel bulmak yerine, fonksiyonun doğrudan minimize edileceği durumlar araştırılır. “Ağırlıklı Rezidü” adı ise, asıl fonksiyonun, ağırlık fonksiyonu adı verilen başka bir fonksiyonla çarpılmasından ileri gelmektedir. Fonksiyon, ağırlık fonksiyonu ile çarpıldıktan sonra integrali minimize edilir. Ağırlık fonksiyonunun seçilme biçimine göre değişik metotlar meydana gelir. Bu yöntemler yerel nokta yöntemi, iç bölge yöntemi, en küçük kareler yöntemi ve Galerkin yöntemi şeklinde sıralanmaktadır, Zienkiewicz (1972).

Ağırlıklı rezidü yöntemlerini daha iyi anlamak için örnek olarak daha önce bulunmuş olan denklem $T = \sigma\mu(H)$ olmak üzere bir formülasyon verilmiştir.

$$\nabla^2 \mathbf{H} = T \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.54)$$

T fonksiyonu R bölgesinde geçerli olsun ve S_1 sınırında

$$\mathbf{H} = g(s) \quad (2.55)$$

S_2 sınırında,

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n} + \sigma(s)\mathbf{H} = h(s) \quad (2.56)$$

sınır koşullarını sağlamış olsun. (2.56) denklemin rezidü olarak,

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = A(\mathbf{H}) \quad (2.57)$$

şeklinde yazılabilir. Gerçek denklemin,

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.58)$$

olduğu görülür. Dolayısıyla (2.57)'de verilen $A(\mathbf{H})$ terimi doğru çözümde

$$A(\mathbf{H}) = 0 \quad (2.59)$$

olmalıdır. Bunu sağlamak için uygulanan ağırlıklı rezidü metodunda (2.59) ile verilen rezidü fonksiyonu herhangi bir W_j ağırlık fonksiyonu ile çarpılıp, fonksiyonun geçerli olduğu alan üzerindeki integrali ortalama olarak sıfıra eşitlenir. Bu durum aşağıdaki gibi denklemlerle de ifade edilebilir.

$$\frac{\int_R (\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}) W_j dR}{\int_R W_j dR} = 0 \quad (2.60)$$

Bu denklem düzenlenirse,

$$\int_R (\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}) W_j dR = 0 \quad (2.61)$$

elde edilebilir. Burada W_j ağırlıklı fonksiyonu olarak isimlendirilir.

Asıl fonksiyona benzer şekilde sınır koşullarına ait denklemleri için de rezidü fonksiyonları S_I sınırında,

$$C(H) = H - g(s) = 0 \quad (2.62)$$

S_I sınırında,

$$D(H) = \frac{\partial H}{\partial n} + \sigma(s) - h(s) = 0 \quad (2.63)$$

şeklinde yazılabilir. (2.63) denklemini için yapılan işlemler bu son iki denklem için de yapılırsa, sınır koşulları için

$$\int_{S_1} (H - g(s))W_j dS_1 = 0 \quad (2.64)$$

$$\int_{S_2} \left(\frac{\partial H}{\partial n} + \sigma(s) - h(s) \right) W_j dS_2 = 0 \quad (2.65)$$

olarak ağırlıklı rezidü denklemleri elde edilir. (2.63), (2.64) ve (2.65) denklemlerinin üçü de sıfıra eşit olduğundan, bunların toplamları da sıfıra eşit olur. Dolayısıyla bu üç denklem kısaca

$$\int_R A(H)W_j dR + \int_{S_1} C(H)W_j dS_1 + \int_{S_2} D(H)W_j dS_2 = 0 \quad (2.66)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem verilen fonksiyon ve sınır koşullarına göre elde edilen ağırlıklı rezidü denklemleridir.

$$H(x, y) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y)H_i(t) \quad (2.67)$$

şeklinde bir deneme fonksiyonu seçilir. Üçgen elemanlar kullanılırsa, $n = 3$ için,

$$H(x, y) = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y)H_i(t) = N_1H_1 + N_2H_2 + N_3H_3 \quad (2.68)$$

Şeklinde olan deneme fonksiyonu yerlerine yazılarak N şekil fonksiyonlarına ve üçgen elemanın köşe noktalarındaki H_i değerlerine bağlı bir fonksiyon olması sağlanır. Bu işlemler yapılırsa,

$$\int_R A(H_i)W_j dR + \int_{S_1} C(H_i)W_j dS_1 + \int_{S_2} D(H_i)W_j dS_2 = 0 \quad (2.69)$$

olarak yazılabilir. Bu denklemdeki W_j ağırlık fonksiyonunun değeri, yerel nokta, iç bölge, en küçük kareler ve Galerkin yöntemleri için değişik seçilir.

2.2.2. Galerkin yöntemi

Galerkin yönteminde, ağırlık fonksiyonu ile çarpılan rezidü integrali sifira eşitlenir. Bu yöntemde ağırlık fonksiyonu,

$$W_j = N_j \quad (2.70)$$

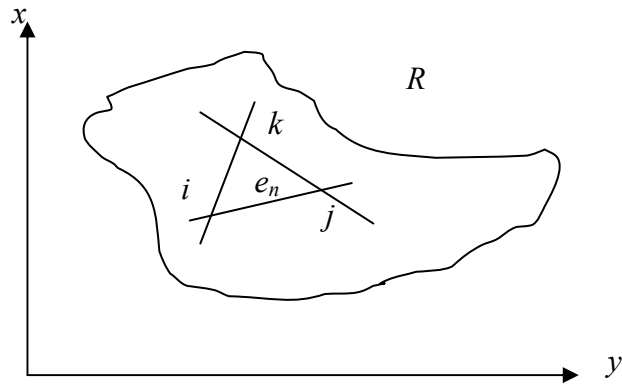
şeklinde alınır. Yani ağırlıklı rezidü yöntemlerine ait olan ve (2.52) ile verilen genel çözüm denkleminde $W_j=N_j$ alınarak çözüm yapılır.

Galerkin yöntemi malzeme ve yöntem bölümünde problemin formülasyonu yapılırken daha açık bir şekilde anlatıldığından dolayı burada üzerinde fazla durulmayacaktır. Sonlu elemanlar yönteminde, problemin çözüm bölgesi sonlu elemanlara bölünerek çözüm yapılır. Problem boyutuna bağlı olarak bu sonlu elemanlar; bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu olurlar.

Bir boyutlu problemlerde çözüm bölgesi belirli miktarda bölünebilir. Burada her elemanın iki uç noktasına iki şekil noktasına göre iki şekil fonksiyonu elde edilir. Dolayısıyla toplam şekil fonksiyonlarının sayısı, eleman sayısının iki katı olur.

İki boyutlu problemlerde çalışma bölgesi dörtgen ya da üçgen elemanlara bölünür. Burada iki boyutlu sonlu eleman daha avantajlı olduğundan kullanılmıştır.

Şekil 2.4.'de üçgen elemanlara bölünmüş bir çalışma bölgesi görülmektedir. Verilen bu üçgen eleman doğrusal bir eleman olup, bunun dışında her kenarının ikiye bölündüğü ikinci dereceden, üçe bölündüğü üçüncü dereceden ve bölünme sayısına göre daha yüksek dereceden üçgen elemanlarda kullanılırlar, Ziekiewich (1977), Mitchell ve diğerleri (1977).



Şekil 2.4. R çözüm bölgesindeki n . üçgen eleman ve i, j, k köşe noktaları.

Üçgen eleman ailesi ve alan koordinatları ile ilgili olarak yukarıda verilen referanslarda oldukça geniş bilgiler sunulmuş ve şekil fonksiyonları, alan koordinatlarından hareketle bulunmuştur. Burada ise şekil fonksiyonlarının bulunması deneme fonksiyonlarından yola çıkılarak elde edilir.

Şekil 2.4.'deki gibi iki boyutlu bir problemde n . üçgen elemanın i, j ve k köşelerinde bu n . elemana ilişkin deneme fonksiyonları belirlenir. Bu denklem sistemi matris biçiminde yazılıp, Cramer yöntemiyle çözümlenerek işlemler yapılırsa, Aral (1974), deneme fonksiyonu olarak kullanılabilen polinom ifadesi elde edilir. Verilen üçgen eleman alanına ilişkin bağıntılar yazılabilir ve buna benzer şekilde deneme fonksiyonları olarak katsayıları veren denklemler ifade edilebilir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Materyal

Araştırmanın ana veri kaynağı; Galerkin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile girdap akımı kayıplarının hesaplanmasını araştırma konusu olarak alan bilimsel çalışma, kitap, rapor, dergi ve çeşitli yayınlardan sağlanmıştır.

3.1.1. Girdap akımı kayıplarının sonlu elemanlar Galerkin yöntemi ile sayısal olarak incelenmesi

Bu bölümde manyetik alan içerisinde bulunan demir nüvede meydana gelecek girdap akımı kayıpları sayısal bir yöntemle incelenecektir. Daha önceki bölümlerde sık sık bahsedildiği gibi sayısal yöntem olarak sonlu elemanlar Galerkin yöntemi kullanılacaktır. Varyasyonel hesap yönteminin ancak belirli özellikteki problemlere uygulanabilir olması ağırlıklı rezidü yöntemlerinin içinde ise Galerkin yöntemi gerçeğe en yakın değeri veren çözümü sağladığından tercih edilir. Gerçeğe en yakın değerleri verdiği ve doğrusal olmayan problemlere uygulanabildiği için burada da Galerkin yönteminin kullanılmasına karar verilmiştir. Daha ileriki bölümlerde de görüleceği gibi bu yöntem FEMLAB yazılımında da kullanılmaktadır.

3.1.2. Galerkin formülasyonu

Bu bölümde, daha önce alan denklemlerinde elde edilen,

$$\nabla^2 H = \sigma\mu(H) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.1)$$

şekildeki denklem sonlu elemanlar Galerkin yöntemine göre sayısal olarak formüle edilecektir. (3.1) bağıntısı iki boyutlu olarak,

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \sigma\mu(H) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denkleme ilişkin rezidü,

$$A(H) = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - \sigma\mu(H) \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.3)$$

olarak çözüm bölgesi R 'de geçerli olmak üzere ifade edilir. Sınır koşullarına ilişkin rezidü ise, S_1 sınır koşulunu veren

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \quad (3.4)$$

bağıntısından S_1 sınırı için,

$$C(\mathbf{H}) = \mathbf{H} - \mathbf{H}_0 = 0 \quad (3.5)$$

ve S_2 sınır koşulunu veren

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n} = 0 \quad (3.6)$$

bağıntısından S_2 sınır için,

$$D(\mathbf{H}) = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n} = 0 \quad (3.7)$$

olarak belirlenirler. Bu durumda ağırlıklı rezidü integralleri,

$$\int_R A(\mathbf{H})WdR + \int_{S_1} C(\mathbf{H})WdS_1 + \int_{S_2} D(\mathbf{H})WS_2 = 0 \quad (3.8)$$

olur. Galerkin yönteminde ağırlık fonksiyonu W , şekil fonksiyonu N 'e eşit olduğu için (3.8) denkleminde,

$$W = N \quad (3.9)$$

yazmak suretiyle ağırlıklı residüal integralleri Galerkin integrallerine dönüştürülür. Böylece Galerkin integralleri,

$$\int_R A(\mathbf{H})NdR + \int_{S_1} C(\mathbf{H})NdS_1 + \int_{S_2} D(\mathbf{H})NS_2 = 0 \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde N şekil fonksiyonunun yerine n . üçgen elemanın i, j ve k noktalarına ilişkin şekil fonksiyonları sıra ile yazılırsa,

$$\int_R A(\mathbf{H})N_i^{e_n} dR + \int_{S_1} C(\mathbf{H})N_i^{e_n} dS_1 + \int_{S_2} D(\mathbf{H})N_i^{e_n} S_2 = 0 \quad (3.11)$$

$$\int_R A(\mathbf{H})N_j^{e_n} dR + \int_{S_1} C(\mathbf{H})N_j^{e_n} dS_1 + \int_{S_2} D(\mathbf{H})N_j^{e_n} S_2 = 0 \quad (3.12)$$

$$\int_R A(\mathbf{H})N_k^{e_n} dR + \int_{S_1} C(\mathbf{H})N_k^{e_n} dS_1 + \int_{S_2} D(\mathbf{H})N_k^{e_n} S_2 = 0 \quad (3.13)$$

olarak bir üçgen eleman için üç denklem elde edilmiş olur. (3.11) denkleminde Galerkin formülasyonunu uygulanarak, $A(\mathbf{H})$, $C(\mathbf{H})$ ve $D(\mathbf{H})$ açık şekilde yazılırsa,

$$\int \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} - \sigma \mu(\mathbf{H}) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) N_i dR + \int_{S_1} (\mathbf{H} - \mathbf{H}_0) N_i dS_1 + \int_{S_2} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n} N_i dS_2 = 0 \quad (3.14)$$

denkleme dönüşür. Buradan,

$$\int_R \nabla^2 \mathbf{H} N_i dR - \int_R \sigma \mu(\mathbf{H}) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} N_i dR + \int_{S_1} (\mathbf{H} - \mathbf{H}_0) N_i dS_1 + \int_{S_2} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n} N_i dS_2 = 0 \quad (3.15)$$

yazılarak gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\int_R \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dR + \int_R \sigma \mu(\mathbf{H}) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} N_i dR = 0 \quad (3.16)$$

denkleme bulunur. Bu denklemden \mathbf{H} yerine üçgen elemanın i , j ve k köşe noktalarındaki \mathbf{H}_i değeriyle N şekil fonksiyonlarına bağlı olan deneme fonksiyonuna ilişkin bağıntı konulursa ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$S_{ij}^{e_n} = \iint_R \left(\frac{\partial N_i^{e_n}}{\partial x} \frac{\partial N_j^{e_n}}{\partial x} + \frac{\partial N_i^{e_n}}{\partial y} \frac{\partial N_j^{e_n}}{\partial y} \right) dx dy \quad (3.17)$$

$$K_{ij}^{e_n} = \iint_R N_i^{e_n} N_j^{e_n} dx dy \quad (3.18)$$

ve

$$\mathbf{H}_i = \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial t} \quad (3.19)$$

kısaltmaları yapılırsa,

$$(S_{ii}^{e_n} \mathbf{H}_i + S_{ij}^{e_n} \mathbf{H}_j + S_{ik}^{e_n} \mathbf{H}_k) + \sigma \mu(\mathbf{H}) [K_{ij}^{e_n} \dot{\mathbf{H}}_i + K_{ij}^{e_n} \dot{\mathbf{H}}_j + K_{ik}^{e_n} \dot{\mathbf{H}}_k] = 0 \quad (3.20)$$

şeklinde sade bir denklem elde edilir.

Bu denklem bileşenleri ile birlikte matris biçiminde,

$$\begin{bmatrix} S_{ii}^{e_n} & S_{ij}^{e_n} & S_{ik}^{e_n} \\ S_{jk}^{e_n} & S_{jj}^{e_n} & S_{jk}^{e_n} \\ S_{ki}^{e_n} & S_{kj}^{e_n} & S_{kk}^{e_n} \end{bmatrix} = \sigma \mu(H) \begin{bmatrix} K_{ii}^{e_n} & K_{ij}^{e_n} & K_{ik}^{e_n} \\ K_{ji}^{e_n} & K_{jk}^{e_n} & K_{jk}^{e_n} \\ K_{ki}^{e_n} & K_{kj}^{e_n} & K_{kk}^{e_n} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.21)$$

yazılarak,

$$[S][H] + s m(H) [K][dH / dt] = 0 \quad (3.22)$$

şeklinde kısaltılabilir. Burada,

[**H**]: Üçgen elemanların köşe noktalarına ait manyetik alan değerleri olup, t zamanına bağlıdır

σ : Malzemenin iletkenliği

$\mu(H)$: H manyetik alanının değerlerine bağlı manyetik geçirgenlik (permaabilite)

[**K**]: Yapı özellikleri bakımından S matrisi ile aynı olup, sadece değerleri değişiktir.

$\left[\frac{dH}{dt} \right]$: $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ olarak manyetik alan şiddetinin zaman göre kısmi türevidir. Buradaki

H manyetik alan şiddetleri de üçgen eleman köşelerindeki değerlerdir.

Elde edilen (3.20) denklem sistemindeki birinci derecen diferansiyel denklem takımının çözümü sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılabilir. Bunun için denklem (3.20)'de $[H]$ yerine $H_{t+\Delta t}$ zamanlarındaki ortalamaları,

$$[H] = \left[\frac{H_{t+\Delta t} + H_t}{2} \right] \quad (3.23)$$

ve $\left[\dot{H} \right]$ fonksiyonunun zaman bağlı türevi ileri farklarla

$$\left[\dot{H} \right] = \left[\frac{\partial H}{\partial t} \right] = \left[\frac{H_{t+\Delta t} - H_t}{\Delta t} \right] \quad (3.24)$$

yazılıp yerlerine konulursa,

$$[S] \left[\frac{H_{t+\Delta t} + H_t}{2} \right] + \sigma \mu(H) [K] \left[\frac{H_{t+\Delta t} - H_t}{\Delta t} \right] = 0 \quad (3.25)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklem gerekli işlemlerden sonra aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta t [S] [H_{t+\Delta t} + H_t] + 2\sigma \mu(H) [K] [H_{t+\Delta t} - H_t] = 0 \quad (3.26)$$

Buradan da,

$$\left\{ \Delta t [S] + 2\sigma \mu(H) [K] \right\} [H_{t+\Delta t}] = \left\{ 2\sigma \mu(H) [K] - \Delta t [S] \right\} [H_t] \quad (3.27)$$

yazılarak genel çözüm denklemi,

$$\left\{ [S] + \frac{2\sigma\mu(H)[K]}{\Delta t} \right\} [H_{t+\Delta t}] = \left\{ \frac{2\sigma\mu(H)}{\Delta t} [K] - [S] \right\} [H_t] \quad (3.28)$$

olur. Bu denklem sisteminde [S] ve [K] matrisleri elde edilirler. [H_t] matrisi başlangıç değerlerini içeren matris olup, bu metrisle [S] ve [K] matrisleri kullanılarak [H_{t+Δt}] değerleri hesaplanır. Bir sonraki zaman adımı t₂=t₁+2Δt anındaki H değeri olan [H_{t+2Δt}] değerlerini hesaplamak için yukarıdaki denklemde [H_t] yerine ilk adımda hesaplanan [H_{t+Δt}] değeri kullanılır. Daha sonraki zaman artımları için de benzer iterasyon işlemleri yapılarak belirli bir t zamanına kadar zamana bağlı olarak integre edilmiş olur.

3.1.3. Girdap akımı kayıplarının sayısal olarak elde edilmesi

Girdap akımı kayıpları (3.42) denkleminin ileri yön sonlu farklar cinsinden ifadesinin

$$J = \left[\frac{H_n - H_{n-1}}{Dy} \right] i - \left[\frac{H_n - H_{n-1}}{Dx} \right] j \quad (3.29)$$

şeklinde yazılmasıyla elde edilir. Bu denklemde,

$$J_x = \frac{H_n - H_{n-1}}{Dy} \quad (3.30)$$

$$J_y = \frac{H_n - H_{n-1}}{Dx} \quad (3.31)$$

olup, burada H_n, y_n ve x_n noktalarındaki **H** değerleri, H_{n-1} değeri ise, y_{n-1} ve x_{n-1} noktalarındaki **H** değeridir. Girdap akımları ifadesi,

$$\mathbf{J} = J_x \mathbf{i} - J_y \mathbf{j} \quad (3.32)$$

şeklinde vektörel olarak elde edilir.

3.1.4. **B-H karakteristiğinin matematiksel modeli**

Manyetik malzemelerde histerisiz olaylarına neden olan manyetik etki, bu malzemelerle ilgili alan problemlerinin çözümünü güçleştirir. Dolayısıyla manyetik akı dağılımı **B** ile manyetik alan şiddeti **H** arasındaki ilişkiyi sağlayan uygun bir fonksiyona ihtiyaç duyulur. Bu amaçla bugüne kadar **B-H** karakteristiğini temsil edebilen birçok fonksiyon geliştirilmiştir. Bunlardan en çok tanınanı,

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (3.33)$$

ile verilen bağıntıdır. Bu bağıntıda geçirgenliği ne kadar doğru bir değere sahip olursa **B** manyetik akı dağılımı da o oranda doğru bir değere sahip olacaktır. Bu nedenle **B-H** karakteristiğinin matematiksel modeli yapılırken asıl güçlük manyetik geçirgenliğinin temsil edilebilme durumundan kaynaklanmaktadır.

4. ARAŞTIRMA ve BULGULAR

4.1. Çelik Nüvelerdeki Eddy Akımı Kayıplarının Sonlu Elemanlar Metodu İle Modellenmesi

Manyetik maddelerdeki kayıplar geniş bir çalışma konusu teşkil eder. Manyetik malzemelerdeki elektriksel kayıplar çalışılırken genel Eddy akımı problemleri sınıflandırılması yapılarak mevcut problemlere daha çözümcül yaklaşımlar elde edilir. Transformatör nüvelerindeki en önemli kayıplardan birisi de yüksek frekans mıknatıslanmasıyla dönel manyetik alanların ilişkisinden kaynaklanan kayıplardır. Bu kayıplar dönen manyetik madde üzerinde AC alan ilişkileri ile analiz edilebilir.

Eddy akımı problemleri hareketsiz ve hareketli olmak üzere iki türlü malzeme yapılarında ortaya çıkmaktadır. Manyetostatik problemlerinde enerji kayıpları kuvvet hesaplamaları vasıtasıyla problemin doğasına göre analitik ve nümerik yöntemlerle yapılmaktadır. Eddy akımı problemlerinin sayısal analizi birçok durumda lineer olmayan analiz gerektirir. Eddy akımı problemleriyle çalışırken deri etkisi (Skin effect) de göz ardı edilmemektedir.

Eddy akımı kayıpları yanında histerisiz kayıpları da önemli bir çalışma alanı oluşturmaktadır. Bu yüzden histerisiz ve Eddy akımı kayıplarının ayrılması gerekmektedir. Histerisiz kayıpları çalışılırken dinamik histerisiz modellemesi, histerisiz ve Eddy akımlarının ferromanyetik laminelerde makroskopik alan etkileri, trafo nüvelerinin performans parametrelerini etkilemektedir. Deneysel açıdan kare dalga uyarımları altında elektriksel çeliklerdeki kayıplar, ferromanyetik histerisizde demanyetizasyon, majör ve minör histerisiz halkaları, kayıplar için histerisiz modellemesi, Epstein çerçeveleriyle alan ve kayıp ölçümleri, kayıpların frekansa bağımlılıkları ve alan duvarlarının hareketleri inceleme konusu teşkil etmektedir. Şimdiye kadar yapılan ön plana çıkmış bazı çalışmalara aşağıda değinilmiştir.

Emson 83: Eddy akımı hesapları için yeni bir formülasyon ortaya konmuştur. Bu metot minimum serbestlik derecesini gerekli kılmayı ve sayısal olarak da durağan olacak şekilde öngörür. Manyetik vektör potansiyeli iletim bölgeleri içerisinde kullanılır. Bu formülasyonda potansiyel açık değildir. İletken olmayan bölgeler manyetik skaler büyüklükler olarak kullanılmaktadır. Vektör ve skaler potansiyeli iki vektörün arasındaki yüzeyde eşlenirler. Yüzey üzerinde sıfır akıma işaret eden bölge süreklilik koşullarında iki bölge arasında yüzeyde eşleştirilmiştir. Bilgisayar sonuçları düzlemsel bir alanda geçiren bir kürenin analitik bir çözümü ile bu ölçümlerin yeni değişken alandaki değişken bir blok üzerindeki ölçümleri ile karşılaştırılmaktadır.

Emson 85: Aktif alan duvarlarının sayısı ile orantılı olmak için düşünülen deneysel olarak türetilen bir parametreyi tanımlayarak poli-kristalin ve biçimsiz yumuşak manyetik malzemelerde frekans ve Eddy akım kayıplarının akı yoğunluk bağımlılığını anlamak için yeni bir yaklaşım sunmuştur.

Eddy akım kayıpları, frekans, akı yoğunluğu ve yeni parametreler arasındaki ilişkiyi basit formüllerle tanımlar ve bu formüllerle türetilen sonuçlar Pry ve Bean eşitliği ile aynı niteliktedir ve mekanizma yönetmeli Eddy akım kaybını değerlendirmek için etkili bir yol belirtmektedir, Pry ve Bean (1958).

Emson 85: Eddy akımı problemini çözmek için serbestlik derecesi sayısı açısından en uygun çözüm ortaya konmuştur. Bu formülasyona dayanan çözüm geliştirildiğinden bu yana test sonuçları için bazı sonuçlar ortaya konmuştur. Çözümlerin muhtemel uygulamalarının bir göstergesi olarak test durumları sonuç olarak sunulmuştur. İletim bölgesinde gerekli olan serbestlik derecesi sayısını düşürebilecek ve içerisinde öyle bir formülasyonun detaylarını beraber verildiği muhtemel uygulamalara ait çalışmalar yer almaktadır.

Sato 88: Kare dalga voltajı altındaki Eddy akımı kaybı teorik ve deneysel olarak tartışılmıştır. Kare dalga voltajı uyarımı altındaki Eddy akımı kaybı sinüzoidal gerilimin

pik indüksiyon B_m ile aynı olduğu sinüzoidal voltaj uyarımından daha küçük olduğu gözlenmiştir.

Biro 90: Bu çalışmada çeşitli manyetik ve elektrik potansiyeli üç boyutlu Eddy akımı sorularının formülasyonu ele alınmıştır. Diferansiyel denklemler ve sınır koşulları gerekli ölçüm koşullarını içerecek ve böylelikle potansiyellerin özeliğini sağlayacak şekilde formüle edilmiştir. Farklı potansiyeller farklı alt bölgelerde kullanılarak, böylelikle çeşitli problemlerin giderilmesinde ekonomiklik sağlamıştır. Yenilik olarak iletken bölgeleri bir elektrik vektörü ve bir manyetik skaler potansiyeli Eddy akımı serbestlik bölgesini manyetik potansiyeli bağlama şekli tanımlanmaktadır. Birçok Eddy akımı sorunlarına sonlu eleman çözümleri sunmuştur.

Bryant 90: Değiştirilmiş vektör potansiyeli kullanarak birçok problem için hesapsal çözüm olarak kabul edilebilir bir formülasyon sağlamıştır. Ancak dış iletken yüzeyleri frekans iletimini sağlar sınırlı olan problemle baş emek için mücadele eder. Bu çalışma değiştirilmiş manyetik vektör potansiyel formülasyonu tarafından rastlanan sorunları giderici olarak Lorentz ölçümlerinin kullanımını incelemiştir.

Fukumota 93: Manyetik olarak havaya kaldırılmış araçların süper iletken mıknatıs damarları üzerine indüklenen Eddy akımları analiz edilmiştir. İnce kabuk tahmini ile bir sonlu elemanlar metoduna dayanan üç boyutlu Eddy akımı analiz metodu geliştiriliş ve deney ile doğrulanmıştır.

Meerovich 94: Düşük sıcaklıktaki düzenli olmayan değişik bir manyetik alana yerleştirilmiş iletken plaklar içerisindeki Eddy akımı kayıpları sıcaklığa bağımlı olan dirençli ısı kapasitörleri ve ısı transfer katsayısı dikkate alınarak hesaplanmıştır. Hesaplama metodu yarı durağan manyetik problem çözümüne ve durağan olamayan durum denklemine dayanır. Bunun basitleştirilmesi Eddy akım reaksiyonu ve serbest bölge şarjını yok sayarak yapılmıştır. Böyle bir durum problemi iki aşamada çözülür:

1- Elektromanyetik Alanın hesaplanması

2- Tabakalardaki sıcaklık dağılımının tespiti

Sıcaklık durum denklemi için ilk koşul olarak tabakanın köşelerinde meydana gelen sıcaklık transferi sıfıra eşit olarak düşünülür. İkinci koşul ise tabakalar arasındaki enerji birikimi yasasını tanımlayan integral denkleminin çözümü olarak tespit edilmiştir. Lineer olmayan iki boyutlu sıcaklık durum denklemi koordinatların parçalarını dolaylı fark tahminlerini ve değiştirilmiş Thomas algoritması kullanılarak çözülmüştür. Sayısal sonuçları termal işlemleri göz önünde bulundurulmaması yüzde oranında büyük hatalara götürürken düşük sıcaklık aygıtının deneysel modeli yönüyle elde edilen verilerle örtüşen bir durum teşkil etmektedir.

4.1.1. Elektrik makinelerinde kayıplar

Transformatör ve motorların bir parçası olan nüve ve bobinlerin üzerinde meydana gelen kayıplardan en önemlisi Eddy akımı kaybıdır. Eddy akımı kayıpları nüvede meydana getirdiği ısınma neticesinde ortaya çıkmaktadır. Eddy akımı kayıplarını incelerken manyetik alanın durumuna göre nasıl değişeceği gözlenip farklı malzeme bileşenlerinde bu kayıpların en asgari düzeye nasıl indirileceği analitik incelemeleri öncelikle yapılacaktır.

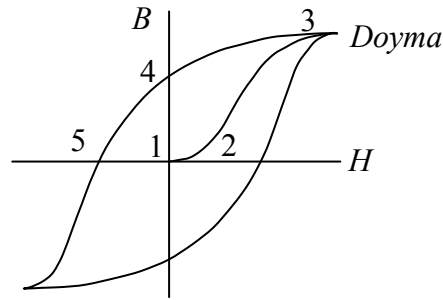
Çalışmanın ilk bölümlerinde verilen sonlu elemanlar metodu kullanılarak kayıplar görülmeye çalışılacak ve FEMLAB'de simüle edilen bir silindir içinde bir bobinin meydana getirdiği Eddy akımı kaybı hesaplanacaktır. Bunla birlikte farklı bileşenlerde nasıl bir manyetik akının meydana geleceği ve bunun kaybı nasıl düşürebileceği ele alınarak çözüm sunulacaktır. Değişik nüve malzemeleri için hesaplamalara bakılacaktır.

4.1.2. Ferrromagnetizma

Ferromanyetizma, bazı maddelerin elektrik yükü bulunmamasına karşın başka maddeleri kuvvetle çekmesi biçiminde ortaya çıkan bir fiziksel olgudur. Ferromıknatıslarda ferro önekinin demir anlamına gelmesine karşın ferro-manyetik

maddelerin çoğu demir içermeyebilir. Bu şekilde kendiliğinden bir mıknatıslanmanın varlığı ve bunun neden olduğu çekme kuvveti ferro-mıknatısları tanımlamak için uzun süre yeterli olmuştur. Ama özellikle 1950'den bu yana ferro-manyetik metaller, alaşımlar, yarı-iletkenler ve yalıtkanlar üzerinde yürütülen araştırmalar atomlara ilişkin manyetik momentlerin çok çeşitli düzenler içinde bulunabileceğini ortaya koymuş ve bu yüzden de değişik türden ferro-mıknatıslara ilişkin yeni sınıflamalar yapılması gerekmiştir.

Bütün ferromanyetik cisimler histerisiz özelliği gösterir. Histeresiz, malzemedeki mıknatıslanmanın bu mıknatıslanmaya yol açan manyetik alandaki değişmelere göre zaman gecikmesiyle oluşması durumudur. Bu gecikmenin nedeni malzemedeki iç sürtünmelerden kaynaklanan enerji kayıplarıdır. Manyetik alan şiddetinin değeri değiştirilerek oluşturulan manyetik akı yoğunluğu değerleri ölçülür ve sonuçlar bir grafikte gösterilirse çizimde görülen ve histerisiz halkası olarak adlandırılan eğri elde edilir. Şekil 4.1'de de görüldüğü gibi **B** değerleri **H** artarken izlediği eğri birbirinden farklıdır. Yine şekilden de anlaşılabilceği gibi bir malzemenin mıknatıs olarak kullanılabilirliğine ilişkin özellikleri histerisiz eğrisi yardımıyla belirlenebilir.



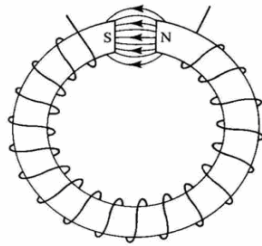
Şekil 4.1. Bir manyetik malzemenin mıknatıs olarak kullanılabilirliğine ilişkin özelliklerini gösteren histerisiz eğrisi.

4.1.3. Manyetik Devre

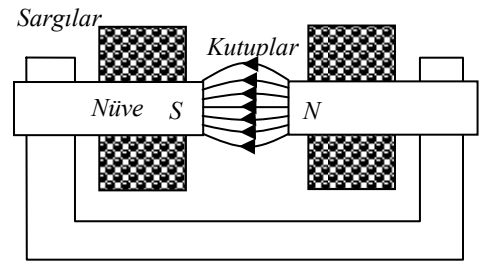
Manyetik devredeki manyetik akı ile elektrik devresindeki elektrik akımı arasında birçok açıdan benzeşim vardır. Manyetik devre manyetik alanı oluşturan manyetik akı

çizgilerinin izlediği kapalı yol olarak tanımlanabilir. Öte yandan bir elektrik devresinde elektrik yükleri sürekli akış halinde bulunarak devrenin tamamlanmasını sağlar. Buna karşılık manyetik devrede ise yol alan veya akan herhangi bir fiziksel varlık ya da taşıyıcı olmayıp bölgelerin yönelimi söz konusudur.

Dar bir hava aralığı içeren halka biçimli bir elektromıknatısta manyetik alan hemen hemen tümüyle metal çekirdeğin ve hava aralığının içinde kalır. Böyle bir tasarımda manyetik devre metal nüve veya nüve ile hava aralığından oluşur. Elektrik motorunda ise manyetik alan kutup başlıkları rotor arasındaki hava aralığı ile metal gövdeden oluşan manyetik devre içinde kalır. Her manyetik kuvvet çizgisi kesiksiz kapalı bir yol izler. Burada kuvvet çizgileri manyetik akıyı oluşturur. Manyetik akı, bir kısmı aygıtın bir bölümünden geri kalanı da başka bir bölümünden geçecek biçimde ikiye ayrılıyorsa manyetik devre paralel demektir. Paralel devreler birden fazla faz içeren trafoların nüvelerinde daha çok yaygın olarak kullanılmaktadır. Akının tümü çizimde görülen halka biçimli elektromıknatıs örneğindeki gibi tek bir kapalı yol içinde kalıyorsa böyle bir devre seri manyetik devre olarak tanımlanır.



(a)



(b)

Şekil 4.2 Manyetik akının kollara ayrılması (a) Seri manyetik devre, (b) Paralel manyetik devre.

4.1.4. Güç kayıpları

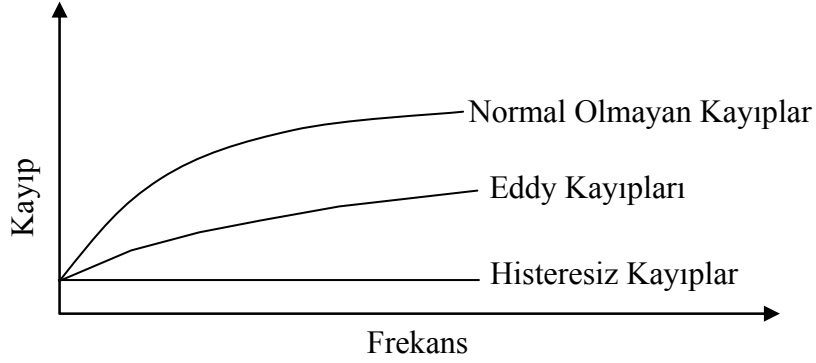
Bir çelik parçası veya transformatör nüvesi manyetik alan içine yerleştirildiği zaman manyetik alanın yönü her değiştiğinde çelik de bu alanla birlikte demanyetize olur. Yani manyetik alan içinde bulunan çelik öncelikle manyetik olmak veya mıknatıslanmak için bir enerji çeker daha sonra manyetik alanın yönü değiştiği zaman aldığı enerjiyi tekrar bulunduğu ortama geri verir. Manyetizma ve demanyetizma olaylarında enerji kullanımının arttığı yani giriş ve çıkış arasında enerji kaybının olduğu görülmektedir. Bu enerji kaybı ise malzemenin ısınması şeklinde ortaya çıkmaktadır.

Elektrik ile çalışan pek çok cihazda malzeme olarak çelik nüve kullanılmaktadır. Bunun nedeni bu tür malzemelerde yoğun manyetik alan oluşması olarak ifade edilebilir. Bu çalışmadaki amaç enerji kayıplarını minimize etmenin başarılabilmesi için kayıpların modellenmesini yapmak ve bunun tabii sonucu olarak da enerjideki verimi artırmak olarak düşünülebilir.

Verimi arttırılacak cihazın çok ısınması ve işlev bozukluğunun da gerekli önlemler alınarak önlenmesi gerekmektedir. Cihaz tasarımı yapılırken ne kadar güç harcadığı bilinmesi gerekir. Bu durumda soğutma sistemi de buna göre tasarlanabilir. Güç kaybının hesaplanması kayıpların modellenmesini gerektirmektedir. Güç kayıpları nüve ağırlığı, manyetik alan ve frekans değerleri ile orantılıdır.

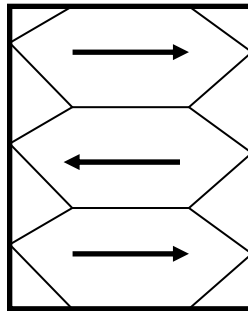
Kayıp manyetizmasını klasik bakışla özetlersek iki bileşeni vardır. Bu bileşenleri frekanstan bağımsız olarak değerlendirirsek bunlardan biri enerji kaybına bağlı olan *statik* bileşenidir. Statik bileşeni sıfıra yakın frekanslarda ölçülebilen ve histerisiz kayıp olarak adlandırdığımız enerji kaybıdır. Pek çok ferromanyetik madde için deneysel olarak kaybın $B^{1.6}$ ile orantılı olduğunu görülmektedir. İkinci bileşen ise malzemenin dairesel veya girdap şeklinde ısınmasıyla da kendini gösteren Eddy (girdap) akımına bağlı olarak meydana gelen güç kaybı bileşenidir. Bu da *daireysel* bileşen olarak adlandırılmaktadır. Bu bileşenler akının değişimi ile çeliğin içinde indüklenir. Bununla ilgili bağıntı Maxwell denklemlerinden çıkarılabilir. Bu enerji kaybı her akı dolaşımdaki

B^2 ve açısal frekans w ile orantılıdır. Bununla birlikte frekansa bağımlı ve lineer olmayan, güç kaybının üçüncü bileşeni de bulunmaktadır. Ancak bu bileşen diğer bileşenlere göre % 50'ye varan oranda güç kayıplarında pay sahibidir. Bu durum Şekil 4. 3'de görülmektedir.



Şekil 4.3. Manyetik malzemede oluşan kayıpların frekansa bağılılığı.

Güç kayıpları konusunda ilk çalışma 1907 yılında Weiss tarafından yapılmıştır, Pierre-Ernest Weiss (1865–1940). Weiss günümüzde uluslararası kabul görmüş olan “Manyetik Bölge Teorisini” (Magnetic Domain) geliştirmiştir. Doyuma ulaşmak için her malzemeyi küçük bölgelere ayırmıştır. Manyetik maddenin yapısını incelediğinde manyetik bölge olarak tanımladığı duvarların manyetik yönelimlerinin aynı olmadığını görmüş daha sonra onlarca yapılan deneylerle de bu kanıtlanmıştır.



Şekil 4.4. Manyetik bölge yapısı.

1932 yılında Bloch, mıknatıslanma sırasında bölge duvarlarındaki hareketi teorik olarak geliştirmiştir. 1950 yıllarda ise Williams, Shockley ve Kittel normal olmayan kayıpların mekanizmasını geliştirmiştir. 1958 yılında Pry ve Bean tarafından bir çelik parçasının duvar modeli kullanılarak üzerinde meydana gelen kayıpların modeli teorik olarak yapılmıştır. Bu modelde anormal kayıplar tahmini olarak değerlendirilmiş, yani akı kayıpları ile birlikte anormal kayıplar olduğu sınırlı sayıda gözlemle tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu da kötü bir tahmin oluşturmuştur. Bunun nedeni şu şekilde açıklanabilir; pratikte duvar yapısı karmaşık olması nedeniyle modellenmesi aşırı derecede zordur. Pry ve Bean'in daha sonra yaptıkları araştırmaları geliştirmesi ile normal olmayan kayıplar matematiksel olarak ifade edilmeye başlanmıştır.

4.1.5. Teorik tasarım

Faraday yasasından yararlanılarak manyetik alan içinde bulunan bir bobindeki akıyı bulmak için aşağıdaki eşitlik kullanılır.

$$V = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (4.1)$$

Yukarıdaki eşitlikte, V ile bobine indüklenen gerilimi, N ile bobinin tur sayısı ve ϕ ile de bobindeki akı kesmesi ifade edilmektedir. Bu eşitliği tekrar düzenleyecek olursak,

$$\frac{dB}{dt} = - \frac{V}{NA} \quad (4.2)$$

şeklini alır. Burada A bobinin kesit alanı olarak ifade edilmektedir. Yukarıdaki bağıntıdan kolayca görüldüğü gibi gerilim ölçülerek akı bulunabilir. Burada N ve A 'nın sabit olduğu düşünülmesi gerekmektedir. Yani bobini manyetik alanın içine koyup manyetik alanın değişmediği farz edilmektedir. Akıdaki değişme yüksek frekanslarda sağlıklı olarak ölçülemediğinden dolayı genellikle düşük frekansta ölçüm yapılması gerekir. Böylece deri kalınlığı düşük frekansta hesaplanabilir. Teorik hesaplama yaparken ise yüksek frekanslarda akıdaki değişme gözlenebilmektedir.

Bobindeki manyetik alanın bulunması için Amper yasası kullanılır.

$$\int Bdl = \mu_0 \mu_r I \quad (4.3)$$

Yukarıdaki denklemde, B bobin çevresindeki akı yoğunluğunu, I bobinden geçen akımı ve μ_r de bobin içindeki malzemenin bağıl geçirgenliğini ifade etmektedir. Bu formülü kullanırken çelik örneğinin şekli iyi belirlenmesi gerekmektedir. Yani, kaçak akıdan kurtulma amacıyla örnek genellikle kapalı çevrim şeklinde olmalıdır. Bu yüzden Şekil 4.2'de de görüldüğü gibi örneğin dairesel halka şeklinde seçilmesi işi daha kolaylaştırır. Akı yoğunluğu ile manyetik alan arasındaki bağıntı manyetik geçirgenliğe bağlı olarak aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$H = \mu_0 \mu_r B \quad (4.4)$$

Bu denklemin tümlevi alınarak,

$$H = \frac{NI}{2\pi R} \quad (4.5)$$

denklemini elde edilir. Burada, ortalama halkanın çapına (R) bağlı olarak I akımı ölçülerek manyetik alan şiddetinin değeri belirlenebilir.

Açısal frekansı ω olan sinüzoidal manyetik akı için eşitlik 4.3 üzerinde değişiklik yapıldığında aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$B = \frac{V}{NA\omega} \quad (4.6)$$

Yukarıdaki eşitlikle görüldüğü gibi manyetik akı yoğunluğu gerilimle doğru, frekans ile de ters orantılıdır. 4.5 eşitliğinde ise manyetik alan akım ile doğru orantılı, dalga formundan ise bağımsızdır.

Üçgensel akı için 4.1 eşitliğindeki formül uygulandığında açısal frekansa bağlı manyetik akı için ise aşağıdaki bağıntı bulunur.

$$B = \frac{\pi V}{NA\omega} \quad (4.7)$$

Burada, yukarıda da olduğu gibi manyetik alan şiddeti dalga formundan bağımsızdır.

4.1.6. Nüve seçimi ve tasarımı

Nüve tasarımı için uygun boyutlar seçilir. Bu seçim fiziksel açıdan genellikle uygulama alanı bulunan aygıtın özelliklerine bağlıdır. Yüksek miktarda silikon içeriğe sahip bir çeliği içeren transformatör nüveleri düşük kayıplı yapılmaktadır. Yani, verimin yüksek olması kullanılan nüveye birinci dereceden bağlıdır.

Kaçak akı

Kaçak akı manyetik alanın bir kısmının ana yapıda tutulamadığı zamanlarda oluşur. Kaçak akı etkin yüzeyi artırır ve böylece de manyetik nüvenin etkin yol uzunluğunu azaltır. Sonuç olarak düşük geçirgenlikli bir nüvede ölçülen endüktans her zaman hesaplanan endüktanstan yüksektir. Tüm transformatör ve indüktörlerde bir miktar kaçak akı olabilir ama düşük geçirgenlikli malzemelerde görülen kaçak akı yüksek geçirgenlikli malzemelerden fazladır. Yüksek geçirgenlikli ferrit malzemedeki doymayı önlemek için çoğunlukla hava aralığı bırakılır.

Nüve seçim işlemi

Nüve tasarımı uygulamasında sadece iki parametrenin bilinmesi gerekir: Gerekli endüktans ile beraber DC manyetik kuvvet ve DC akımı. Nüve boyunu ve tur sayısını bulmak için belli bir işlem sırası izlenir: Öncelikle L indüktans olmak üzere I^2L hesaplanır.

Basit geometriler için analitik olarak hesaplanabilen Eddy akımları güç kayıplarının önemli bir kısmını teşkil eder. Eddy akımı kayıpları normal olarak tam yüklü transformatörlerde nominal kayıpların %10'u kadardır, ancak kayıplar harmonik akımların karesi ile artar. Pratikte bilgisayar sistemlerini besleyen tam yüklü transformatörde; toplam transformatör kayıpları aynı eşdeğer lineer yüktekinin iki katı olur. Bunun sonucunda yüksek işletme sıcaklıkları ve transformatör ömründe azalma meydana gelir. Öngörülen şartlar altında transformatörün 40 yıl olan işletme ömrü 40 güne düşebilir. Transformatörün gücü kullanım gücünün %30–40 fazlası için seçilen tesislerde aşırı ısınma gözlenmeyebilir. Ancak üçüncü harmonik akımlarının büyüklüğü ve etkisi yeni yapılacak tesislerde göz önüne alınmalıdır.

Saf bir sinüzoidal voltaj AC Jeneratör tarafından üretilen, düzenli bir manyetik alan içinde iyi dağılmış stator ve dönel alan sargıları ile meydana gelir. Ne dönel alan ne de manyetik alan AC makinelerde düzenlidir. Üretim noktasında meydana gelen sapmalar %1 ile %2 arasındadır. Sapmalar gerilimin dalga şeklindedir ve bu sapmalar değişik frekanslarda harmonikler içerir.

Bir sinüzoidal voltaj belirlenmiş yüke uygulandığı durumunu ele alalım. Yükün çektiği akım, gerilim ve empedans ile orantılıdır ve gerilimin dalga şekli zarfını izler. Bu yükler lineer yükler olarak bahsedilirler. Yani voltaj ve akımda herhangi bir sapma olmayan yükler olarak bilinir. Lineer doğrusal olan yüklere örnek olarak ısıtıcılar, akkor lambalar, sabit hızlı ve senkronize motorları örnek olarak gösterebiliriz.

Buna mukabil bazı yükler ise her yarım çevrim esnasında gerilimin orantısızca değişmesi nedeniyle akıma sebep olur. Bu yükler doğrusal olmayan yükler olarak sınıflandırılırlar. Normal 50 Hz sinüs dalga frekansında çok sık meydana gelirler. 50 Hz sinüzoidal dalga frekansının şekli üzerinde birçok dalga şekli mevcuttur. Bu sayede sapmalar meydana gelmektedir. Bu dalga şekilleri ise sinüzoidal olmayan dalga şekilleridir.

Normal olarak akım sapmaları sonucu gerilimde bozulmalar meydana gelir. Yeterli bir güç kaynağı olduğu zaman akım sapmaları sonucu gerilimde herhangi bir bozulma olmayacaktır. Çünkü üzerinde düşük empedans bileşenleri yoktur.

Doğrusal olmayan yük örnekleri olarak pil tabakaları, elektronik ballast, frekans sürücüler ve anahtarlama güç kaynaklarını verebiliriz. Bir elektrik tesisinde doğrusal olmayan akım iletim hattı boyunca aktığı gibi voltajdaki sapmayı da impedans bileşeni yönünde meydana getirmektedir.

Motorlar

Endüstriyel sistemlerde kullanılan araçlara güç sağlayan motorlar, değişken frekanslı gerilim ve akım harmonik bileşeni olarak zengindir. Motorun nüvesindeki gerilim ile meydana gelen manyetik alan neticesinde motor gövdesinde demir kayıpları oluşur. Histerisiz ve Eddy akımı kayıpları bu demir kayıplarının bir parçasıdır. Histerisiz kayıpları frekans ile orantılıdır. Eddy akımı kayıpları ise frekansın karesi ile değişmektedir. Bu yüzden daha yüksek frekanslarda gerilim bileşeni AC motor çekirdeğindeki ekstra kayıpları artırır. Çekirdeğin ve çekirdeği çevreleyen sargıların işlev sıcaklığı artar. Motorlara harmonik olmayan gerilim uygulanması sonucu ise yine harmonik akım bileşenleri meydana getirir. Deri etkisi yüzünden gerçek kayıplar hesaplanmış değerlerden biraz farklı olur. Sonuç olarak Eddy akımı kayıpları yüksek frekans ile meydana gelirken rotor ve stator yüzey kayıplarını içeren motor kayıpları, dış titreşim kayıpları ise harmonik gerilim ve akımlar dolayısıyla meydana gelir.

Harmonikler pozitif, negatif ve sıfır olmak üzere arda arda gelen bileşenler olarak gruplandırılırlar. Pozitif arda arda gelen harmonik bileşenleri (1, 4, 7, 10, 13, . . .) frekans harmoniği olarak aynı yönde dönen manyetik alanlar ve akımlar meydana getirmektedir. Negatif arda arda gelen harmonik bileşenleri (2, 5, 8, 11, 14, . . .) pozitif frekansı meydana getirmek için zıt yönde manyetik alanlar ve akımlar meydana getirmektedir. Sıfır sıra harmonikleri, (3, 9, 15, 21, . . .) kullanılabilir torku geliştirmez fakat makinede ekstra kayıplar meydana getirmektedir. Pozitif ve negatif harmonik bileşenlerinin meydana getirmiş olduğu manyetik alan ve akımların etkileşimi

sonucunda motor şaftının bükülmesini meydana getirir. Bu salınım titreşime neden olur. Eğer bu salınım frekansı motor şaftının doğal mekanik frekansı ile çakışırsa titreşim yükselir ve motorun zarar görmesi kaçınılmaz hale gelir. Bundan dolayı da harmonikler önemlidir.

Dönüştürücülere sinüs dalga formu olmayan uyarım geriliminin uygulanması motorlarda demir kayıplarını artırmaktadır. Dönüştürücülerde meydana gelen harmonikler nedeniyle sarımda Eddy akımı kayıpları artar. Eddy akımı kayıpları sızıntı manyetik akılarca meydana getirilen önemli bir bileşendir. Eddy akımı kayıpları toplamda yani bobin kollarında sızan manyetik akı neticesinde sargı sonlarında yüksek değere ulaşır. Bu nedenle harmonikler dönüştürücülerin çalışma sıcaklığında önemli etkiye sahip olduğundan dönüştürücülerde Eddy akımı kayıplarını artırmaktadır. Eddy akımı kayıpları iletkendeki akım ve frekansın karesi ile artmaktadır.

Elektrik makinelerinin verimli çalışacak şekilde tasarlanıp üretilmeleri için, kayıpların üretim öncesinden bilinmesi gerekmektedir. Kayıpların üretim öncesinden bilinmesi ihtiyacından dolayı yukarıda bahsedilen harmonikler için teorik hesap yöntemlerinin yanı sıra pratik hesap ve ölçme yöntemlerinin de geliştirilmesine ihtiyaç vardır.

4.1.7. Sayısal yaklaşımlar

Genel Eddy akımlarını hesaplarken genişliği l ve kalınlığı $2a$ olan bir çelik çubukla başlayacağız. Hesaplama için uzunluğu l ve yüksekliği $2x$ olan ve \mathbf{B} manyetik alan yoğunluğunda düzenli akı yoğunluğu bulunan Eddy akımı çevriminin olduğunu düşüneceğiz. Bu çevrimdeki Eddy akım kayıpları tarafından meydana gelen dirençsel ısınmadan dolayı her bir parçada meydana gelen ani güç kaybı,

$$dW = \frac{V^2}{R} \quad (4.8)$$

olarak ifade edilir. V çevrimde indüklenen gerilimi, R çevrimdeki direnci ifade etmektedir ve

$$R = \frac{2rl}{dx}$$

ile verilir. Son olarak σ çelik çubuğun öz direncidir. İndüklenen gerilim Faraday'ın kanunundan bulunur. 4.1 ve 4.8 denklemleri birleştirilecek olursa,

$$dW = \frac{(2lx)^2 dx E^2}{2\rho l} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \quad (4.9)$$

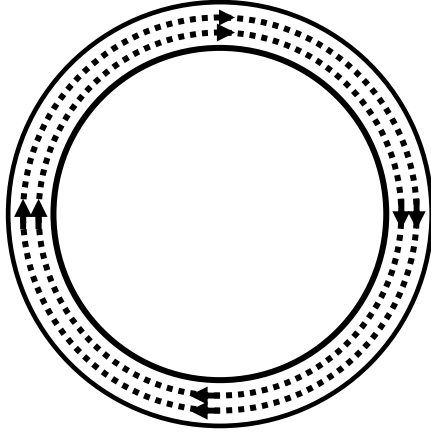
elde edilir. Seçilen örnekte manyetik akı düzgün olduğu farz edilir ve deri olayından dolayı pratikte bu mümkün olmamasına rağmen $\frac{dB}{dt}$ oranı x değişkeninden bağımsızdır. 4.9 numaralı formülünün tümlevi alınır aşağıdaki denklem elde edilir.

$$W = \frac{(2lx)^2 E^2}{3\rho l} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \quad (4.10)$$

Yukarıdaki denklem her uzunluk için Eddy akım kayıpları için genel analitik sonuçtur. Yukarıdaki çözümü üçgensel alan ve sinüzoidal alan içinde bundan sonraki kısımda bulunacaktır.

4.1.8. Eddy akımlarının yönleri

Malzeme içinde meydana gelen Eddy akımlarının bölgesel ve dairesel olmak üzere mümkün olabilen iki yönü Şekil 4.5 ve 4.6'de görülmektedir. Bölgesel Eddy akımları halkanın dairesel çevresinde dolaşan akıdan dolayı yüksektir. Bu akı büyük olacağı muhtemel olduğundan bölgesel akımlar güç kaybının büyük bileşeni şeklindedir. Dairesel Eddy akımları merkezinde bir akının meydana geldiği numune dairesi etrafında bir tur atarken sürücü bobinin görünmesinden dolayı yükselecektir. Ancak bu bileşen oldukça küçük olabilir.

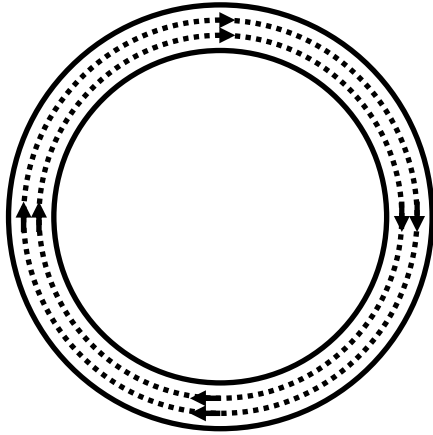


Akı Yolları

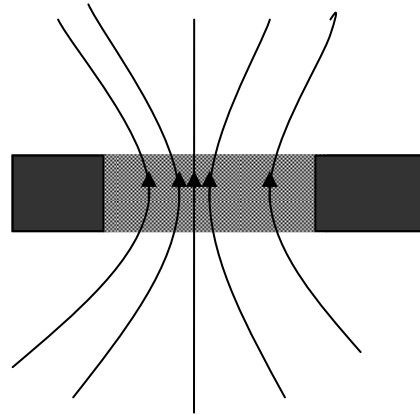


Eddy Akımları

Şekil 4.5. Bölgesel Eddy akımları.



Eddy Akımları



Akı Yolları

Şekil 4.6. Dairesel Eddy akımları.

4.1.8.a. Sinüzoidal alan

Sinüzoidal akı $\mathbf{B} = \mathbf{B}_m \sin \omega t$ ve bu akının zamanla değişimi $\frac{d\mathbf{B}}{dt} = -\omega \mathbf{B}_m \cos \omega t$ ile gösterilir. 4.10 eşitliğinde yerine konulup ikinci ve üçüncü eşitliklerin zaman ortalaması alınırsa aşağıdaki eşitliğe ulaşırız.

$$W = \frac{la^3 \omega^2 B_m^2}{3\rho} \quad (4.11)$$

4.1.8.b. Üçgensel alan

Üçgensel akı $\frac{dB}{dt} = \pm 2B_m \omega$ ifadesinde verilen $\frac{d\mathbf{B}}{dt}$ eşitliğinden çıkarılır. 4.11 nolu eşitlikte yerine koyulduğunda ve ortalaması alındığında aşağıdaki eşitliğe ulaşılır.

$$W = \frac{la^3 \omega^2 B_m^2}{3\pi^2 \rho} \quad (4.12)$$

Sinüzoidal akı ve üçgensel akı eşitliklerinden farkın π^2 olduğunu görülmektedir.

4.1.8.c. Deri kalınlığı

Deri kalınlığı (δ) manyetik alanın malzeme yüzeyindeki değerinin malzeme içinde 1/e çarpanı kadar düşürüldüğü kalınlık olarak tanımlanır ve aşağıdaki formül ile verilir.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu_r \mu_0}} \quad (4.13)$$

Hesaplanan öz direnç değeri ile yumuşak çeliğin geçirgenliği olarak 2200 alınarak deri kalınlığının değeri frekansa göre ve manyetik permabilitenin değerine göre aşağıdaki tablodaki gibi bulunur.

Çizelge 4.1. Frekansa göre deri kalınlığının değişimi.

Frekans / Hz	Deri Kalınlığı /mm
1	3.63
5	1.62
10	1.14
50	0.51
100	0.36

4.2. Eddy Akımı Kayıplarının FEMLAB’de Model Oluşturarak Modellenmesi ve Kayıpların Analizi

Sonlu elemanlar yöntemi ile ilgili bugüne kadar birçok program geliştirilip uygulanmıştır. Özellikle Elektrik Elektronik Mühendisliği araştırma konusu içerisinde yer alan Elektromanyetik Alanlar ile ilgi olarak geliştirilmiş bir program olan FEMLAB Eddy akımı kayıplarının modellenmesinde bize son derece yardımcı olmuştur.

4.2.1. Elektromanyetik modül ve Eddy akımları

FEMLAB Programının alt bölümlerinden biri de Eddy akımı modülüdür. Bu bölümde çalışmamızda kullandığımız bir metal silindiri çevreleyen bir AC bobini ile modelleme yapılmıştır. Burada kullanılan AC bobin silindirde Eddy akımına sebep olmaktadır. Bu model birçok farklı yaklaşımdan yararlanılarak bir sistemin nasıl inceleneceği hakkında bize bilgi vermektedir. İncelemelerde yüzey etkili veya yüzey etkisi olmadan modellemeler yapılmıştır. Modelin son halinde yüzey etkisi dahil edilmiştir. Burada ayrıca akım kaynağının değişkenliğinin yüzey etkisinin derinleştiğini göstermektedir.

4.2.2. Modelin tanımı

Bu modeli oluşturmak için asimetrik quasi-statik (durgunsu), azimuthal akım uygulama modu ve bir zaman uyumu formasyonu ile çalışma yapılmıştır. Bu modelde silindirik bir kare olarak, bobin ise bir çember olarak gösterilmektedir. Model düzlemi r - z düzlemi olarak seçilmiştir. Yatay eksen r eksenini simgeler ve düzey düzlemde r - z düzlemdir.

4.2.3. Yüzeysel bobin

Bu çalışmaya herhangi bir yüzeysel etkisi olmadan akım taşıyan bir bobini modelleyerek başladık. Modelimizin denklem takımı olarak,

$$(j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r)A_\varphi + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times A_\varphi \right) - \sigma \nabla \times (\nabla \times A_\varphi) = \sigma V_{loop} / 2\pi r + J_\varphi^e \quad (4.14)$$

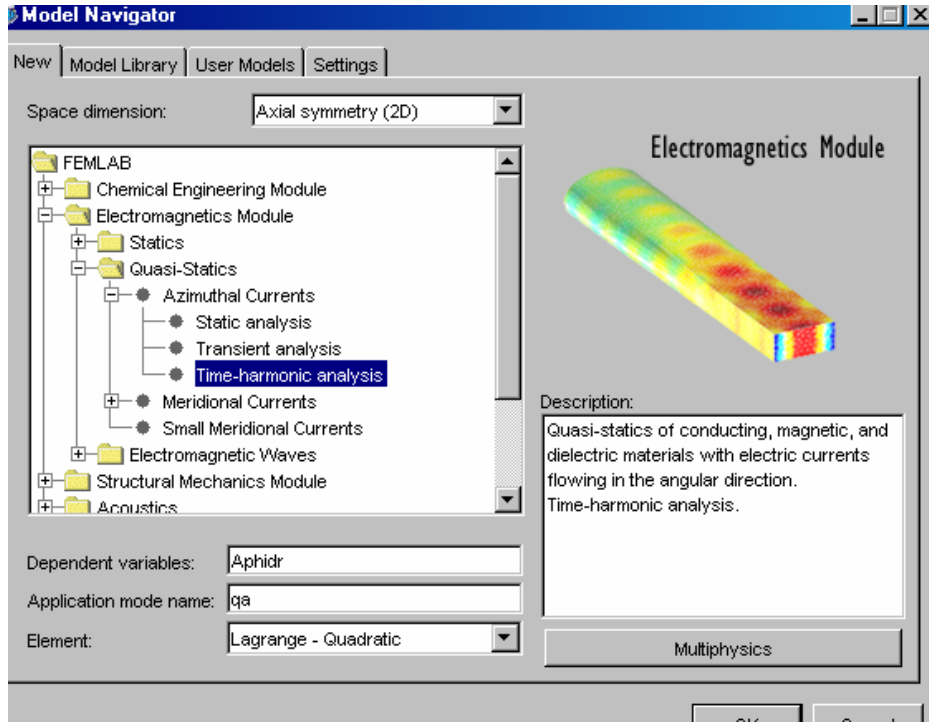
kullanılmaktadır. Bu denklemi daha sade şekli ile

$$(j\omega\sigma - \omega^2 \varepsilon)A_\varphi + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A_\varphi \right) = J_\varphi^e \quad (4.15)$$

elde ederiz.

4.2.4. Model kılavuzu

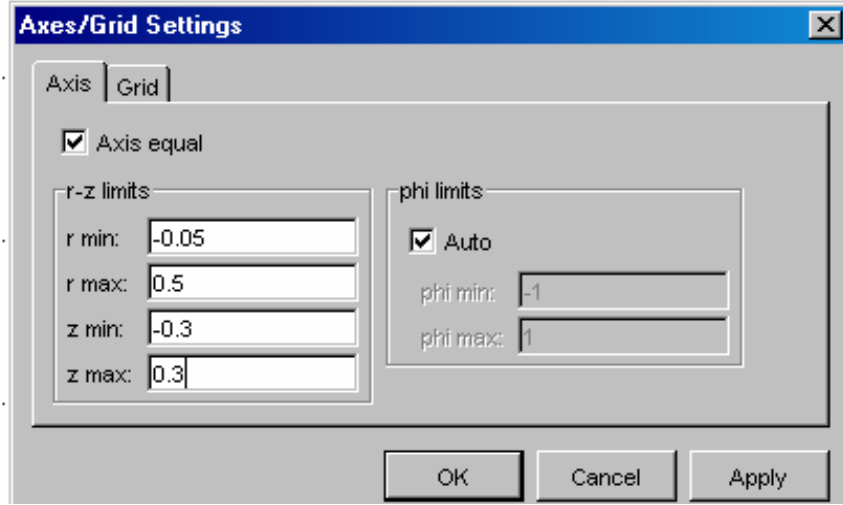
Bir **Model Navigator** açarak yeni bir FEMLAB oturumu başlatılır. Yeni sayfasından **Axial simetri** 2D boyutlu olarak seçilir. Elektromanyetik modül seçilip **Quasi-statik** açılmalı ve en sonunda da zaman uyumlu analizi seçilir. Şekil 4.7’de model navigatorünü görülmektedir.



Şekil 4.7. FEMLAB programındaki model navigatorü.

4.2.5. Seçenekler ve ayarlar

Model oturumuna, GUI ana eksen alanını, çizmeyi planladığımız geometriyi ayarlama ile başlanır. Simülasyonu tanımlarken değişkenler daha sonraki bir kullanım için tanımlanır. Bunun için seçenekler menüsünden **Axes/Grid** ayarları seçilir ve **Axes/Grid** ayarları diyalog kutusu açılır. Eksen sayfasında r_{\min} -0.05'e r_{\max} ise 0.5'e ayarlanır. Daha sonra z eksenindeki parametreleri -0.3 ve 0.3'e ayarlanır. Yeni grid değerleri elle ayarlamak için önce Grid tabı tıklanır ve daha sonra auto kutucuğundaki etkin değer ifadesi kaldırılır. **r spacing** edit alanındaki değer 0.05'e ayarlanır, **Extra r** edit alanındaki değer 0.03 olarak girilir. **z spacing** edit alanındaki değeri 0.05'e ve **Extra z** edit alanına -0.01 0.01 yazarak iki değer atanır.



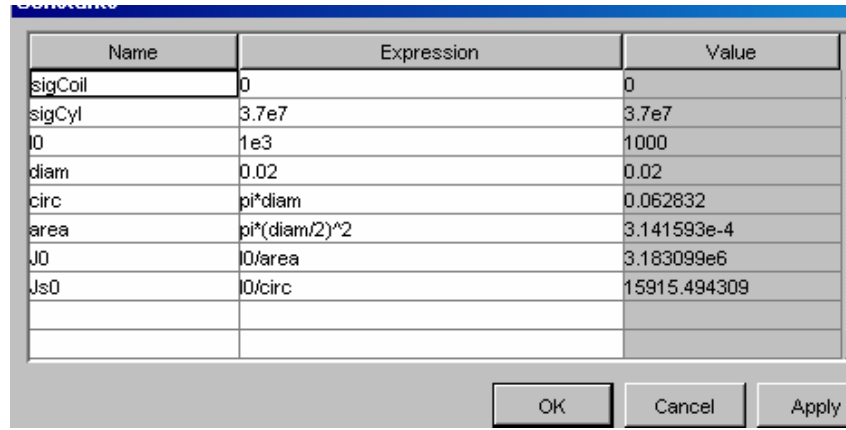
Şekil 4.8. FEMLAB programında Axes/Grid değerlerinin girildiği diyalog kutusu.

Modelin sabitlerini oluşturmak için seçenekler menüsünden Constant seçilerek ifadeler Çizelge 4.2’de ifade edildiği gibi girilir.

Çizelge 4.2 Silindir ve Bobin ile ilgili tanımlamalar.

İSİM	İFADE	TANIM
SigCoil	0	Bobinin İletkenliği (S/m)
SigCyl	3.7×10^7	Silindirin İletkenliği (S/m)
I0	1×10^3	Akım (A)
Çap	0.02	Bobinin çapı (m)
Çevre	$\pi \cdot \text{çap}$	Bobinin çevresi (m)
Alan	$\pi \cdot (\text{çap}/2)^2$	Bobinin alanı (m ²)
J0	$I0/\text{Alan}$	Bobindeki akım yoğunluğu (A/m ²)
Js0	$I0/\text{çevre}$	Bobinin Yüzey akımı (A/m)

Yukarıdaki Çizelge 4.2’de verilen tabloya göre isim ve ifade alanları için değerleri girilmiştir. Modelde kullanılan sayısal değerler Şekil 4.9’daki diyalog kutusunda görüldükten sonra onaylanır.



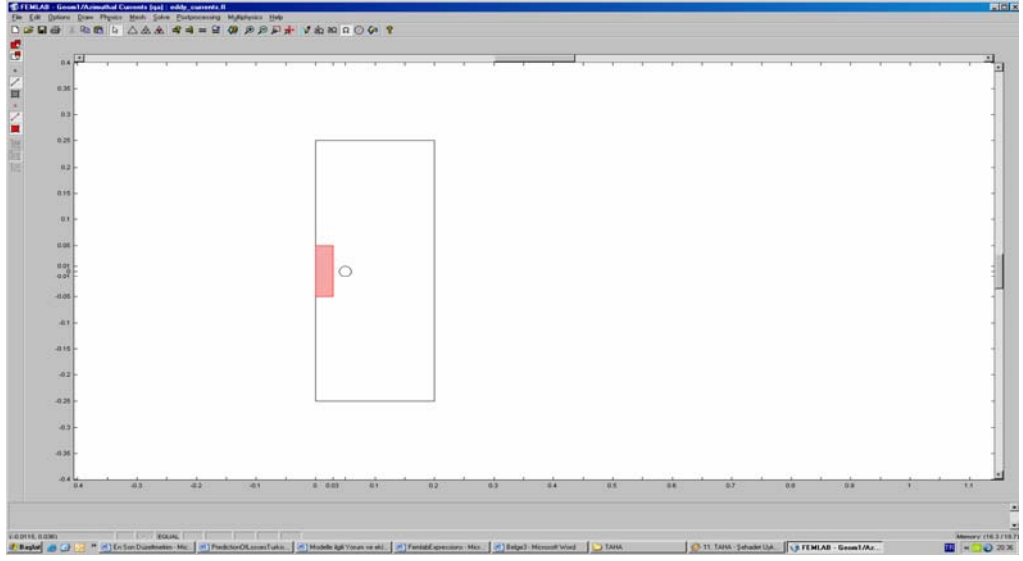
Name	Expression	Value
sigCoil	0	0
sigCyl	3.7e7	3.7e7
I0	1e3	1000
diam	0.02	0.02
circ	pi*diam	0.062832
area	pi*(diam/2)^2	3.141593e-4
J0	I0/area	3.183099e6
Js0	I0/circ	15915.494309

Şekil 4.9. Modelin sabit değerleri.

4.2.6. Geometrinin modellenmesi

FEMLAB’deki CAD araçları kullanarak yapının geometrisi tanımlanmıştır. Bobini simgeleyen bir daire çizerek işlem başlatılmıştır. Bunun için Draw menüsünden Draw Objects sonrada Ellipse Circle (Centred) seçilmiştir. Main axes bölümünün sol tarafındaki Draw toolbar (araç çubuğu)'na girilerek Draw Centred Elipse (Ortala) düğmesi kullanılarak daire şeklindeki telin kesiti çizilmiştir.

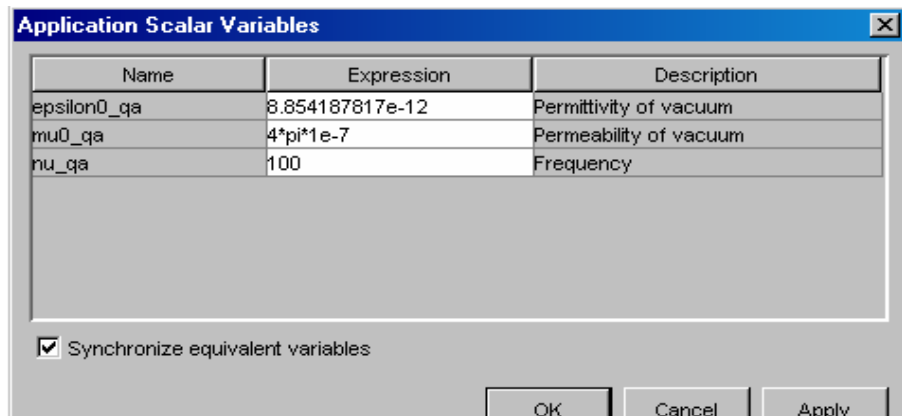
Draw araç çubuğundan Draw Rectangle (dikdörtgen çiz) seçilerek 0, -0.25 ve 0.2, 0.25’de zıt köşeli bir dikdörtgen çizilmiştir. Draw Rectangle tekrar tıklanarak 0, 0.05’den 0.03, 0.05’e Şekil 4.10’da görüldüğü gibi yeni bir dikdörtgen çizilmiştir.



Şekil 4.10. Modelin sınırları.

4.2.7. Fiziksel parametre ayarları

Skaler değişkenleri yani aktif uygulama moduna özel önceden belirlenmiş değişkenler ayarlanmıştır. Bunlara uygulama skaler değişkenleri adı verilmektedir. Global değişkenlerle yapabildiğimiz gibi fiziksel miktarlar, sınır koşulları veya ara işlem için herhangi bir ifadede de kullanabiliriz. Fizik menüsünden skaler değişkenler seçilerek diyalog kutusu açılmıştır.

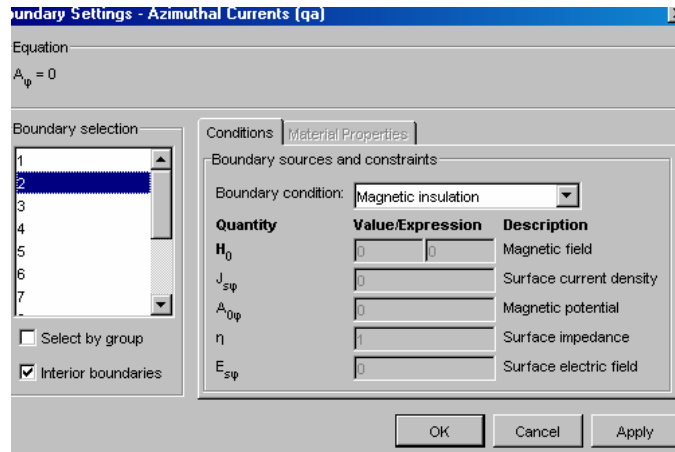


Şekil 4.11. Skaler değerlerin girildiği diyalog kutusu.

Akımın sıklığı uyguladığımız frekans değerlerine göre değişmektedir. Buraya gireceğimiz değere göre modelimizin vakum geçirgenliğinin ve izin verilebilirliğin varsayılan değerleri kullanılmaktadır. Bu yüzden bu alanlar boş bırakılmıştır.

4.2.8. Sınır koşulları

Fizik menüsünden sınır ayarlarını seçerek diyalog kutusu Şekil 4.12'deki gibi açılmıştır.



Şekil 4.12. Sınır koşullarının diyalog kutusu.

Aşağıda verilen Çizelge 4.3'de sınır koşulları girilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken alan seçim listesi kutusundan veya main axes bölümünden seçilebilir. Aynı anda birden fazla sınır seçmek için shift ve ctrl tuşları kullanılmaktadır. Değerler aşağıdaki Çizelge 4.4 deki ifadeleri kapsayacak şekilde onaylanır.

Çizelge 4.3 Sınır koşulları.

BOUNDARY	1 3 5	2 7 9
Boundary condition	Axial symmetry	Magnetic insulation

Çizelge 4.4. Sınır değer ifadeleri

Sınırlar	İfadeler
1	$r=0$
2	$A\varphi=0$
3	$r=0$
4	$n_x(H_1-H_2)=0$
5	$r=0$
6	$n_x(H_1-H_2)=0$
7	$A\varphi=0$
8	$n_x(H_1-H_2)=0$
9	$A\varphi=0$
10	$n_x(H_1-H_2)=J_s\varphi$
11	$n_x(H_1-H_2)=J_s\varphi$
12	$n_x(H_1-H_2)=J_s\varphi$
13	$n_x(H_1-H_2)=J_s\varphi$

1, 3 ve 5 sınırları z -ekseni boyunca dikey sınırı oluştururlar ve aksenal simetri sınır koşulu çözümün eksen etrafında simetri olmasını sağlar. Diğer üç sınırdaki sınır koşulu manyetik potansiyel ($A\varphi$) belirleyip sınır boyunca sıfırdır.

4.2.9. Subdomain ayarları

Fizik menüsünden subdomain ayarları seçilir. Bu model için alan özellikleri Çizelge 4.5'de verilmektedir. Verilmeyen özellikler için varsayılan değerler kullanılmıştır.

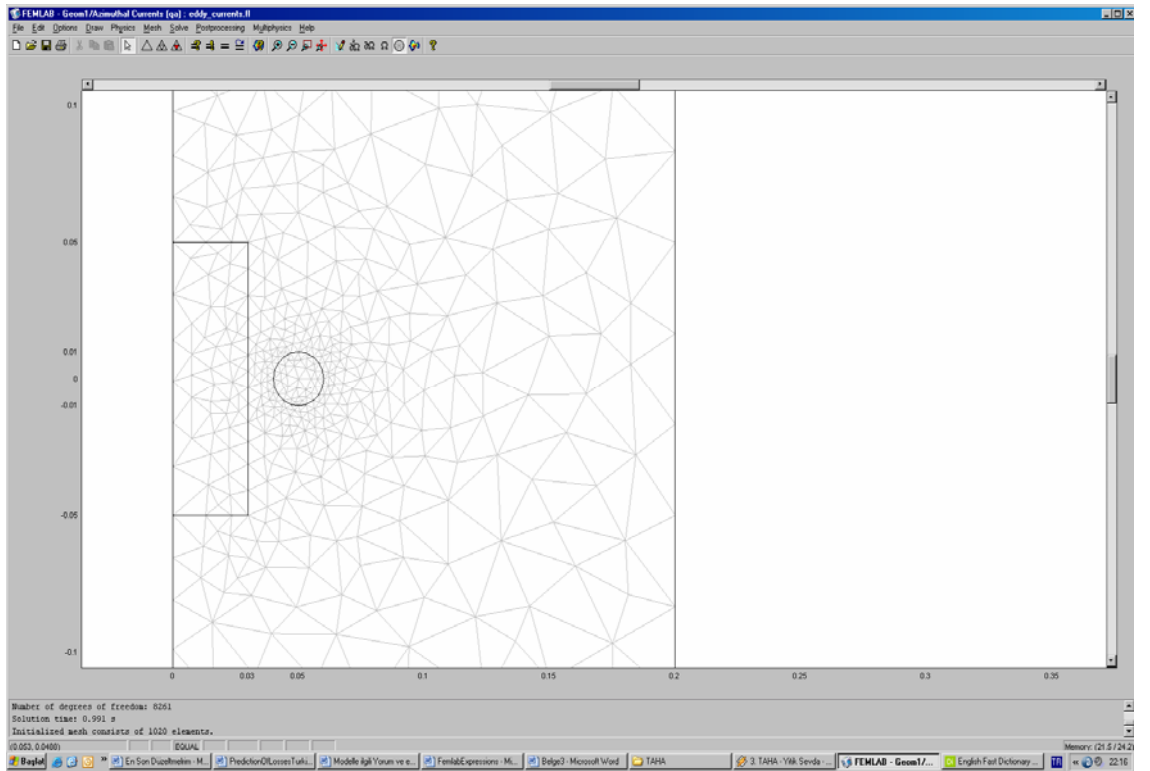
Çizelge 4.5. Alan özellikleri tablosu.

SUBDOMAIN	1	2	3
σ	0	SigCyl	SigCoil
J^e	0	0	J0

4.2.10. Alan duvarlarının oluşturulması

Elektromanyetikte ilgili tüm modellerde olduğu gibi bu modelde de materyaller arasındaki ara yüzeylere yakın alanlar üzerindeki etkiler önemlidir. Doğru sonuçlar alabilmek için bu bölgelerde çok iyi alan duvarlarının oluşturulması gerekmektedir.

Alan duvarlarını oluşturmak için mesh menüsünden mesh başlat seçilir. Main axes bölümü üstündeki ana araç çubuğuna karşı gelen düğme kullanılmaktadır. Mesh'i daha iyi görebilmemiz için seçenekler menüsünden zoom window seçilir. Şekil 4.13'deki gibi daha iyi bir görünüm elde etmek için bobin ve silindir etrafında dikdörtgen bir pencere çizebiliriz.



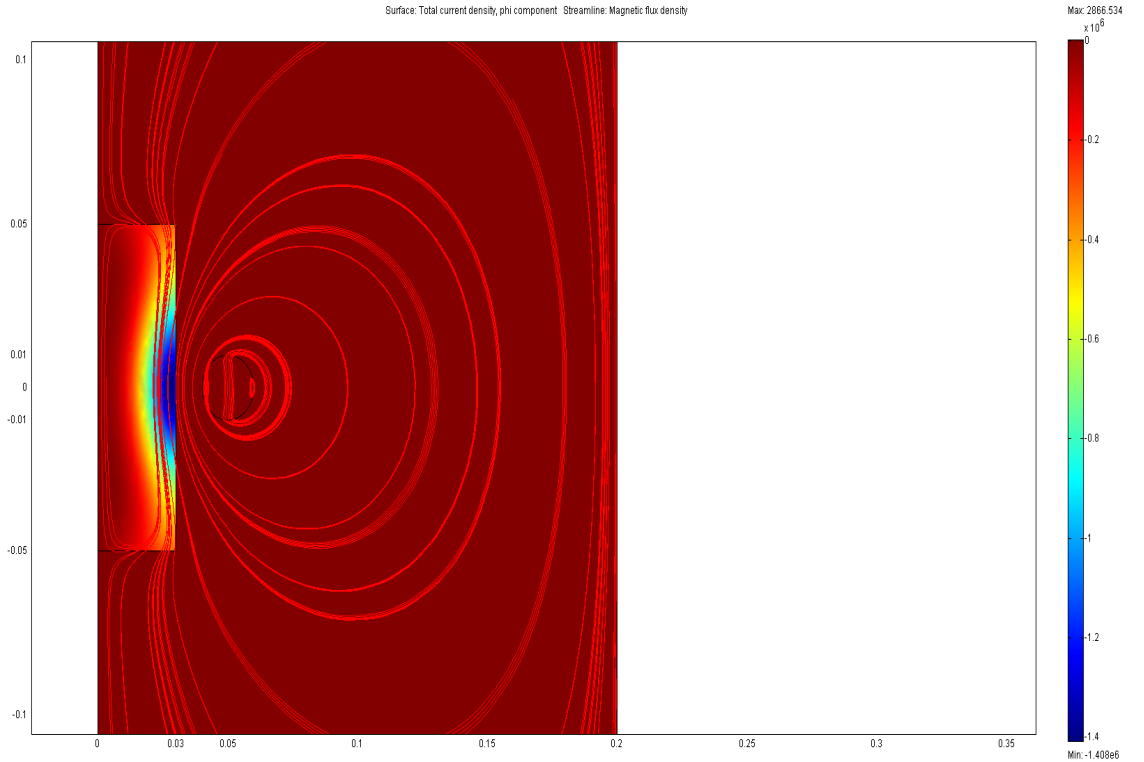
Şekil 4.13. Alan duvarlarına bölünmüş (meshli) model.

4.2.11. Çözümün elde edilmesi

Solve (çöz) menüsünden problemin çözümü başlatılmış olur. Problem çözüldükten sonra program otomatik olarak bağımlı değişken için yani bu işlem manyetik vektör potansiyeli için bir yüzey şekli gösterir.

4.2.12. Yüzey etkili bobin

Eğer akım taşıyan bobin homojen ise yüzey etkisi vardır ve etkiyi modellemek kolay olur. Bobinde iletkenliğin sıfır olduğu önceki örneğimizde akım yoğunluğunu belirlemiştik. Burada akım taşıyan bobinin iletkenliğinin bulunması gerekmektedir. Burada seçenekler menüsünden değişkenler listesinden SigCoil seçilerek ifade bölümüne $3.7e7$ girilerek onaylanmıştır. Bobindeki yüzey etkisi Şekil 4.14'de görülmektedir.



Şekil 4.14. Modelin toplam akım yoğunluğu.

Bu model çalışmasında farklı frekanslar uygulanarak elde edilen grafik ve çizelgeler karşılaştırılmıştır. Özellikle logaritmik bir veri grafiği elde edilmesi için frekans aralığı olarak 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 2000, 5000 Hz olarak seçilmiştir. Model parametrelerinden I_0 akımı 10, 100, 1000 A değerlerine göre bobinin yüzey etkisi $J_{e\phi}$ değeri için J_0 ve J_{s0} parametreleri kullanılarak toplam akım yoğunluğunun değişimi gözlenmiştir.

İlk olarak FEMLAB programında nüve yerine düşünülen silindir çelik, sargı yerine düşünülen bobin ise bakır olarak materyal yüklemesi programda yapılmıştır. Burada bobinin sınır koşulları olarak program diyalog kutusundan 10, 11, 12, 13 sınır değerlerine $\sigma = 0$ $J_{\phi}^c = J_0$ girilmiştir. Bu parametreler 10, 100, 1000 A bobinden geçirilerek toplam akım yoğunluğu değişim grafiği Çizelge 4.6'da görüldüğü gibi çıkarılmıştır. Çizelge 4.6'da da görüleceği üzere Eddy akımı kayıpları toplam akım yoğunluğunun karesi ile doğru orantılı olduğu için ölçülen değerlerin karesi alınmıştır.

Çizelge 4.6. Silindir çelik bobin bakır $\sigma = 0$ $J_{\phi}^c = J_0$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi.

Frekans Hz	10 A	Karesi	100 A	Karesi	1000 A	Karesi
1	3,04E+01	9,27E+02	-3,05E+02	9,29E+04	-3,04E+03	9,27E+06
5	7,61E+02	5,79E+05	-7,61E+03	5,79E+07	-7,61E+04	5,79E+09
10	-3,04E+03	9,24E+06	-3,04E+04	9,24E+08	-3,04E+05	9,24E+10
50	-7,33E+04	5,37E+09	-7,33E+05	5,37E+11	-7,33E+06	5,36703E+13
100	-2,64E+05	6,95E+10	-2,64E+06	6,95E+12	-2,64E+07	6,95377E+14
500	-1,84E+06	3,39E+12	-1,84E+07	3,39E+14	-1,84E+08	3,39296E+16
1000	-3,01E+06	9,05E+12	-3,01E+07	9,05E+14	-3,01E+08	9,04806E+16
2000	-4,76E+06	2,27E+13	-4,76E+07	2,27E+15	-4,76E+08	2,26671E+17
5000	-8,63E+06	7,45E+13	-8,63E+07	7,45E+15	-8,63E+08	7,44942E+17

İkinci adım olarak FEMLAB programında nüve yerine düşünülen silindir çelik, sargı yerine düşünülen bobin ise tekrar bakır olarak materyal yüklemesi programda yapılmıştır. Burada bobinin sınır koşulları olarak program diyalog kutusundan 10, 11, 12, 13 sınır değerlerinde $\sigma=0$ $J_{\varphi}^e = J_{s0}$ girilmiştir. Bu parametreler 10, 100, 1000 A bobinden geçirilerek toplam akım yoğunluğu değişim grafiği Çizelge 4.7’de görüldüğü gibi çıkarılmıştır.

Çizelge 4.7. Silindir çelik bobin bakır $\sigma=0$ $J_{\varphi}^e = J_{s0}$ parametreleri için 10, 100, 1000 A’deki toplam akım yoğunluğu değişimi.

Frekans Hz	10 A	Karesi	100 A	Karesi	1000 A	Karesi
1	-1,53E-01	2,34E-02	-1,53E+00	2,34E+00	-1,53E+01	2,34E+02
5	-3,82E+00	1,46E+01	-3,82E+01	1,46E+03	-3,82E+02	1,46E+05
10	-1,53E+01	2,33E+02	-1,53E+02	2,33E+04	-1,53E+03	2,33E+06
50	-3,68E+02	1,36E+05	-3,68E+03	1,36E+07	-3,68E+04	1,36E+09
100	-1,32E+03	1,76E+06	-1,32E+04	1,76E+08	-1,32E+05	1,76E+10
500	-9,25E+03	8,57E+07	-9,25E+04	8,57E+09	-9,25E+05	8,57E+11
1000	-1,51E+04	2,28E+08	-1,51E+05	2,28E+10	-1,51E+06	2,28E+12
2000	-2,39E+04	5,72E+08	-2,39E+05	5,72E+10	-2,39E+06	5,72E+12
5000	-4,34E+04	1,88E+09	-4,34E+05	1,88E+11	-4,34E+06	1,88E+13

Üçüncü adım olarak FEMLAB programında nüve yerine düşünülen silindir demir, sargı yerine düşünülen bobin ise tekrar bakır olarak materyal yüklemesi programda yapılmıştır. Burada bobinin sınır koşulları olarak program diyalog kutusundan 10, 11, 12, 13 sınır değerlerine $\sigma=0$ $J_{\varphi}^e = J_0$ girilmiştir. Bu parametreler 10, 100, 1000 A bobinden geçirilerek toplam akım yoğunluğu değişim grafiği Çizelge 4.8’de görüldüğü gibi çıkarılmıştır.

Çizelge 4.8. Silindir demir bobin bakır $\sigma=0$ $J_{\phi}^c = J_0$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi.

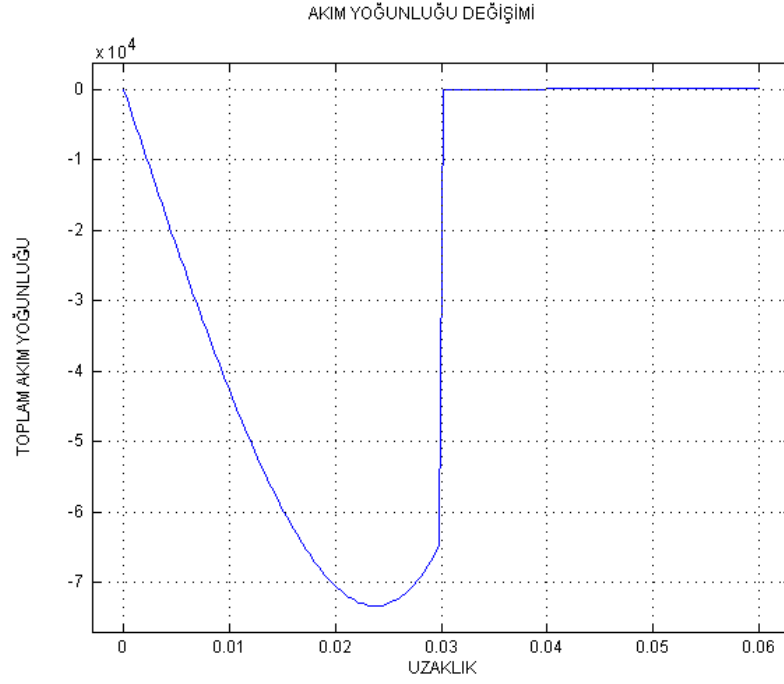
Frekans Hz	10 A	Karesi	100 A	Karesi	1000 A	Karesi
1	-5,727E+04	3,280E+09	-5,727E+05	3,280E+11	-5,727E+06	3,280E+13
5	-2,446E+05	5,983E+10	-2,446E+06	5,983E+12	-2,446E+07	5,983E+14
10	-4,402E+05	1,938E+11	-4,402E+06	1,938E+13	-4,402E+07	1,938E+15
50	-1,459E+06	2,129E+12	-1,459E+07	2,129E+14	-1,459E+08	2,129E+16
100	-5,190E+06	2,694E+13	-5,190E+07	2,694E+15	-5,190E+08	2,694E+17
500	-3,260E+07	1,063E+15	-3,260E+08	1,063E+17	-3,260E+09	1,063E+19
1000	-4,679E+07	2,189E+15	-4,679E+08	2,189E+17	-4,679E+09	2,189E+19
2000	-6,115E+07	3,739E+15	-6,115E+08	3,739E+17	-6,115E+09	3,739E+19
5000	-8,251E+07	6,808E+15	-8,251E+08	6,808E+17	-8,251E+09	6,808E+19

Dördüncü adım olarak FEMLAB programında nüve yerine düşünülen silindir demir, sargı yerine düşünülen bobin ise tekrar bakır olarak materyal yüklemesi programda yapılmıştır. Burada bobinin sınır koşulları olarak 10, 11, 12, 13 sınır değerlerine $\sigma=0$ $J_{\phi}^c = J_{s0}$ program diyalog kutusundan girilmiştir. Bu parametreler 10, 100, 1000 A bobinden geçirilerek toplam akım yoğunluğu değişim grafiği Çizelge 4.9'da görüldüğü gibi çıkarılmıştır.

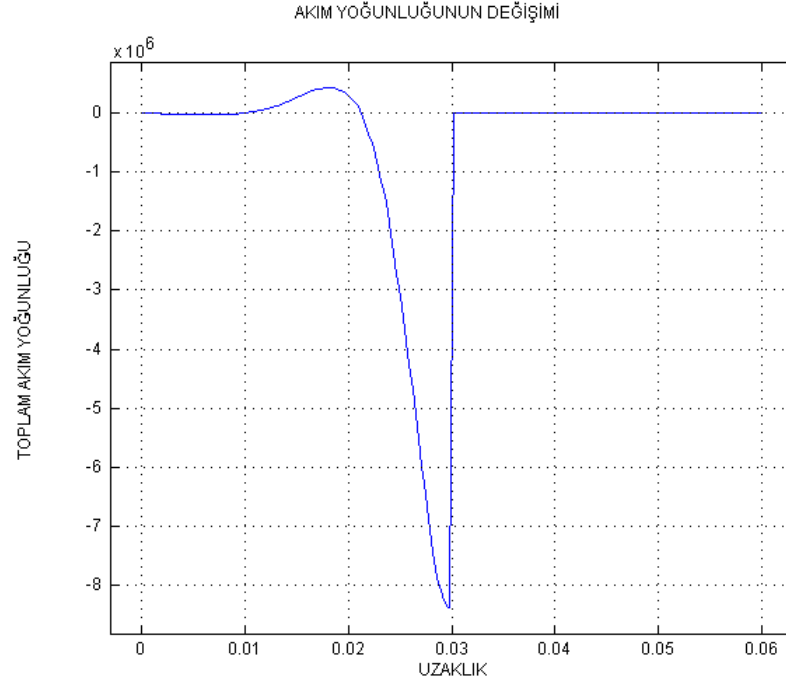
Çizelge 4.9. Silindir demir bobin bakır $\sigma=0$ $J_{\phi}^c = J_{s0}$ parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki toplam akım yoğunluğu değişimi.

Frekans Hz	10 A	Karesi	100 A	Karesi	1000 A	Karesi
1	-2,878E+02	8,281E+04	-2,878E+03	8,281E+06	-2,878E+04	8,281E+08
5	-1,229E+03	1,511E+06	-1,229E+04	1,511E+08	-1,229E+05	1,511E+10
10	-2,212E+03	4,894E+06	-2,212E+04	4,894E+08	-2,212E+05	4,894E+10
50	-7,330E+03	5,372E+07	-7,330E+04	5,372E+09	-7,330E+05	5,372E+11
100	-2,608E+04	6,802E+08	-2,608E+05	6,802E+10	-2,608E+06	6,802E+12
500	-1,638E+05	2,683E+10	-1,638E+06	2,683E+12	-1,638E+07	2,683E+14
1000	-2,351E+05	5,527E+10	-2,351E+06	5,527E+12	-2,351E+07	5,527E+14
2000	-3,073E+05	9,443E+10	-3,073E+06	9,443E+12	-3,073E+07	9,443E+14
5000	-4,146E+05	1,719E+11	-4,146E+06	1,719E+13	-4,146E+07	1,719E+15

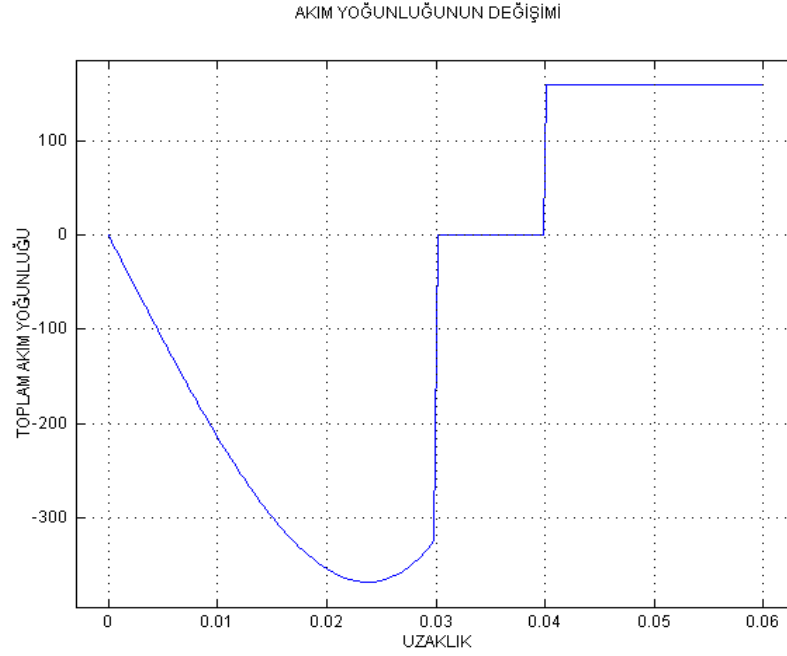
Bobinden 10 A'lık akım geçirilerek 50 ve 5000 Hz frekanslarda Çelik ve Demir nüveli model için J_0 ve J_{s0} parametreleri kullanılarak toplam akım yoğunluğu değişimi Şekil 4.15, Şekil 4.16, Şekil 4.17, Şekil 4.18, Şekil 4.19, Şekil 4.20, Şekil 4.21 ve Şekil 4.21.'deki gibi çıkartılmıştır.



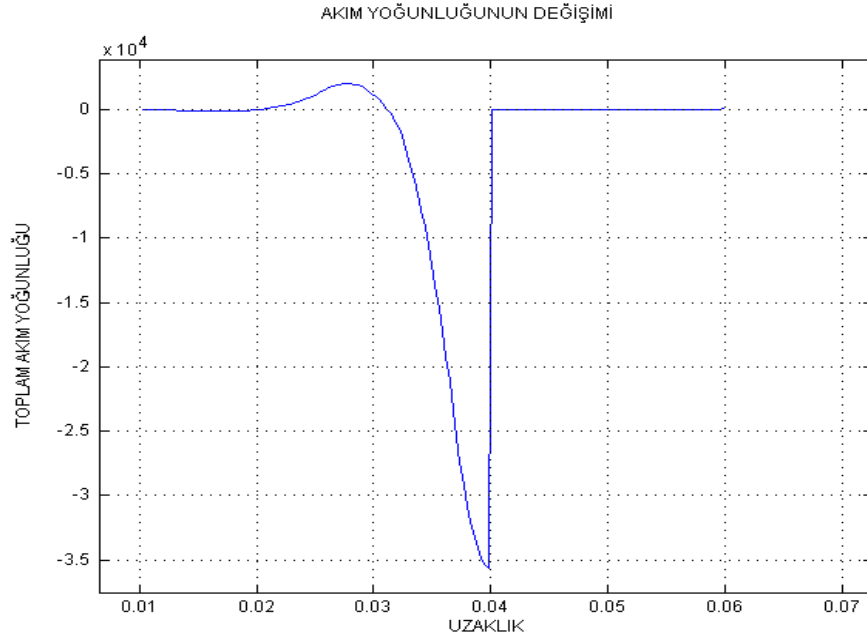
Şekil 4.15. Çelik nüveli 50 Hz 10 A ve J_0 'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



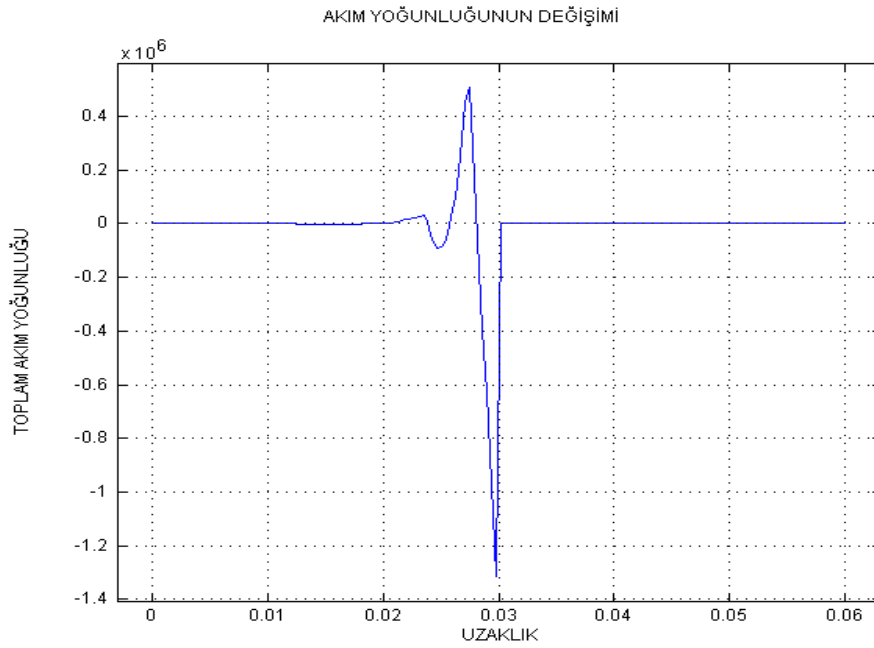
Şekil 4.16. Çelik nüveli modelin 5000 Hz 10 A ve J0'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



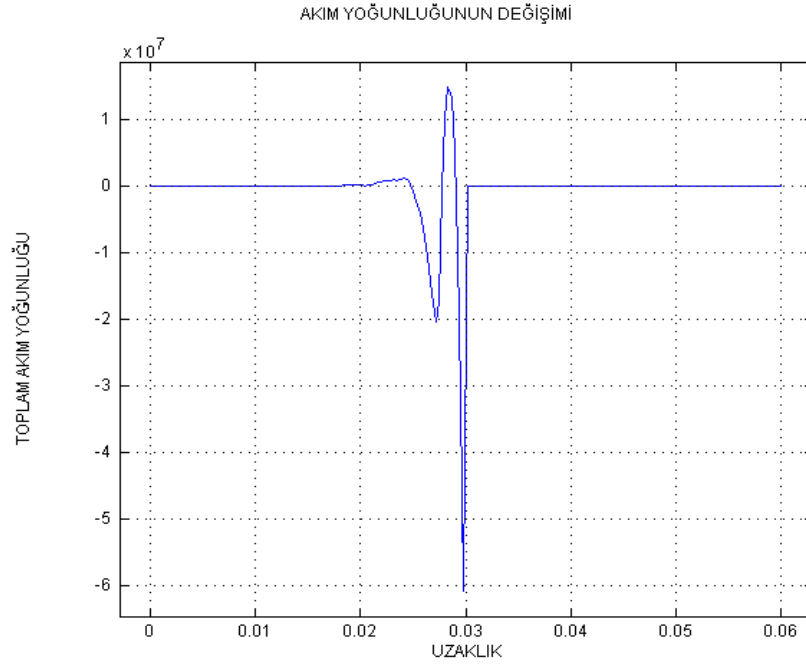
Şekil 4.17. Çelik nüveli modelin 50 Hz 10 A ve Js0'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



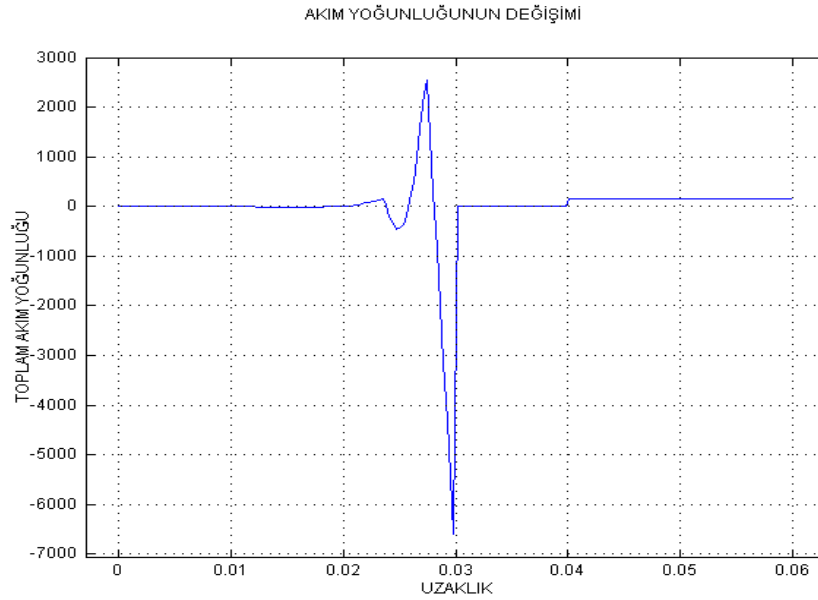
Şekil 4.18. Çelik nüveli modelin 5000 Hz 10 A ve Js0'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



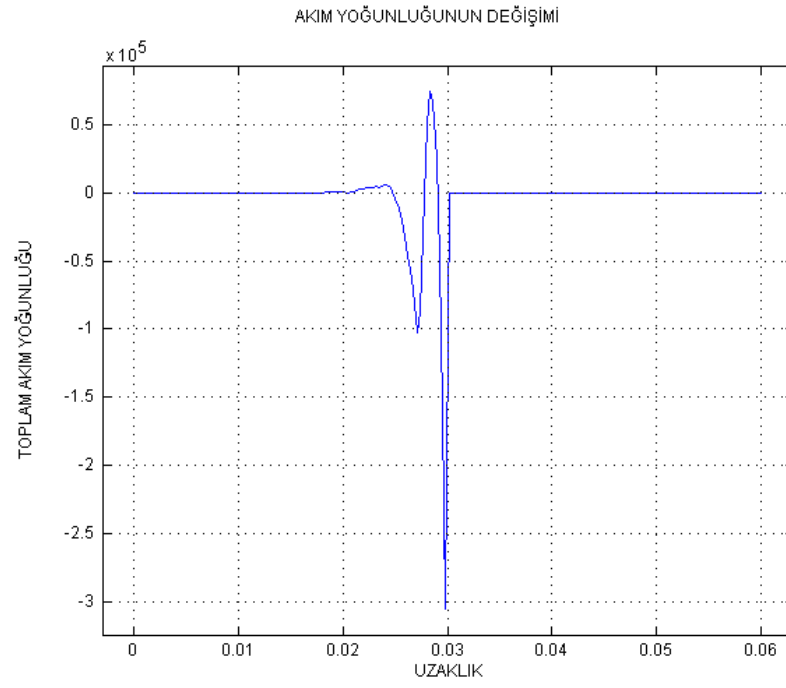
Şekil 4.19. Demir nüveli modelin 50 Hz 10 A ve J0'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



Şekil 4.20. Demir nüveli modelin 5000 Hz 10 A ve J0'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



Şekil 4.21. Demir nüveli modelin 50 Hz 10 A ve Js0'daki toplam akım yoğunluğunun uzaklığa göre değişimi.



Őekil 4.22. Demir nűveli modelin 5000 Hz 10 A ve J_{s0} 'daki toplam akım yoĐunluĐunun uzaklıĐa gűre deĐiŐimi.

5. SONUÇ ve TARTIŞMA

Transformatör nüvelerinde nüve köşelerinde manyetik alanda değişiklikler olması nedeniyle klasik hesap yöntemlerinde bu değişikliklerin hesaba katılması zor olmaktadır. Fakat sonlu elemanlar yöntemi uygulanarak nüvenin her tarafındaki alan şiddetleri ve manyetik akı dağılımları hesaplanabilir.

Ayrıca büyük güçlü transformatörlerde, manyetik indüksiyonun nüve dışına taşıp, girdap akımları meydana getirerek kayıplara neden olmasını önlemek için kullanılan manyetik devrelerdeki alan şiddetleri, manyetik akı dağılımları ve demir kayıpları da sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanabilir.

FEMLAB programının kullanılması sonucu elde edilen çözüme ilişkin modelleme daha önceki bölümde verilmişti. FEMLAB programı ile elektrik makinelerinde kullanılan nüvelerde meydana gelen kayıplar üretim öncesinde belirlenebilir. Kullanılan program ve algoritma ile malzeme içerisinde her noktada meydana gelen manyetik alan şiddetleri ve buna bağlı olarak ta girdap akımları hesaplandığına göre bu büyüklüklere bağlı olarak başka büyüklükler de hesaplanabilir. Örneğin her noktadaki güç kaybı yoğunluğu, manyetik indüksiyonun nüve içindeki etki derinliği belirlenebilir. Kuramsal yöntemler bölümünde verilen genel çözüm denkleminin daha sonraki bölümlerde açıklanan Galerkin yaklaşımına dayalı sonlu elemanlar yönteminin uygulanmasıyla çözüm gerçekleştirilmiştir. FEMLAB'te kullanılan Eddy akımı kaybının modeli ile Eddy akımı kayıplarının frekans ile artışı gözlenmiştir. Bu sonuçta daha önceki bölümlerde ifade edilen Eddy akım kayıplarının frekansın karesi ile doğru orantılı olduğu ilkesini desteklemektedir. Burada Eddy akımı kayıplarının bulunması için modellenmesi yapılan sistemde 1 Hz ile başlayarak 5000 Hz frekansa kadar değişik frekanslarda ölçüm yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Modelin 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 2000, 5000 Hz frekans değerlerinde silindirin çelikden veya demirden ve bobinin ise bakır maddesinden oluşmasına göre toplam akım yoğunluğunu nasıl değiştiğine göre modelimizdeki 10, 11, 12, 13 yüzey sınır değerinin $\sigma=0$ $J_\phi^e = J_0$ ve $J_\phi^e = J_{s0}$

parametreleri için 10, 100, 1000 A'deki değerlerin değişimi KGRAPH programında çıkartılarak grafikler karşılaştırılmıştır. Özellikle modelimizdeki bobinden 10 A'lık akım geçirildiği zaman silindir bileşeninin çelik veya demir olmasına göre 10, 11, 12, 13 sınır koşullarının $\sigma = 0$ ve J_0 , J_s0 parametreleri ayrı ayrı uygulanarak Şekil 5.1., Şekil 5.2., Şekil 5.3., Şekil 5.4.'de gösterilen şekilde Eddy akımı kayıpları elde edilmiştir. Bununla birlikte tez ekinde verilen;

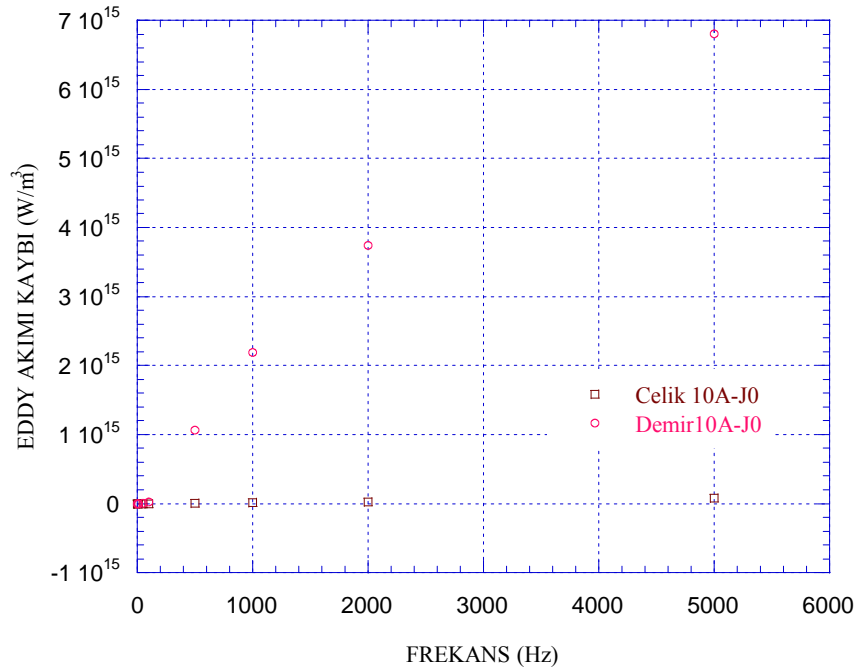
EK 1: Demir nüveli modelin bobininden geçen 10, 100, 1000 A akım değerlerine göre J_s0 , bobinden geçen yüzey akıma bağlı Eddy akımı kayıplarının ve J_0 akım yoğunluğuna bağlı olarak meydana gelen Eddy akımı kayıplarının model grafikleri KGRAPH programında çizilmiştir. Demir nüveli modelde bobinden geçen akım artışına bağlı olarak Eddy akımı kaybı artmaktadır. Aynı zamanda akım yoğunluğunun meydana getirdiği Eddy akımı kaybı bobinden geçen yüzey akımının meydana getirdiği Eddy akımı kayıplarından fazla olduğu görülmektedir.

EK 2: Çelik nüveli modelin bobinden geçen 10, 100, 1000 A akım değerine göre J_s0 , bobinden geçen yüzey akımına bağlı Eddy akımı kayıplarının ve J_0 akım yoğunluğuna bağlı olarak meydana gelen Eddy akımı kayıplarının model grafikleri KGRAPH programında çizilmiştir. Çelik nüveli modelde akım artışına bağlı olarak Eddy akımı kaybı artmaktadır. Aynı zamanda akım yoğunluğunun meydana getirdiği Eddy akımı kaybı bobinden geçen yüzey akımının meydana getirdiği Eddy akımı kayıplarından fazla olduğu görülmektedir.

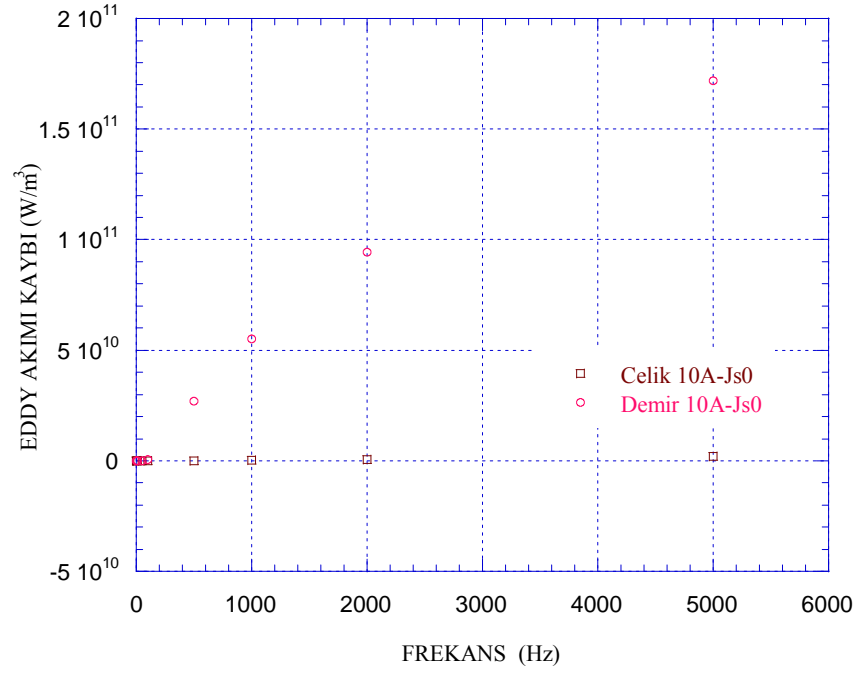
EK 3: Demir ve çelik nüveli modellerin bobinlerinden geçen 10, 100, 1000 A akımının değişimine göre J_s0 , bobinden geçen yüzey akıma bağlı Eddy akımı kayıplarının ve J_0 akım yoğunluğuna bağlı olarak meydana gelen Eddy akımı kayıpları karşılaştırmalı olarak KGRAPH programında grafikleri çizilmiştir. Demir nüveli ve yüzey akımı akan bobin ile demir nüveli ve akım yoğunluğuna sahip bobin modelleri karşılaştırılmıştır. Burada akım yoğunluğuna sahip modelin yüzey akımına sahip modele göre Eddy akımı kayıplarının fazla olduğu görülmektedir. Akımın her 10 kat artan değerine karşılık Eddy akımı kaybı da karesel olarak artmaktadır.

EK 4: Demir ve çelik nüveli modellerin bobinden geçen 10, 100, 1000 A akımının değişimine göre J_s0 , bobinden geçen yüzey akıma bağlı Eddy akımı kayıplarının ve J_0 akım yoğunluğuna bağlı olarak meydana gelen Eddy akımı kayıpları karşılaştırmalı olarak KGRAPH programında grafikleri çizilmiştir. Çelik ve demir nüveli ve akım yoğunluğuna ve yüzey akımına sahip bobin modelleri karşılaştırılmıştır. Akım yoğunluğuna sahip bobinin meydana getirmiş olduğu Eddy akımı kayıpların yüzey akımının meydana getirdiği Eddy akımı kayıplarından fazla olduğu görülmüş olup demir bileşenli nüvenin meydana getirdiği Eddy akımı kaybının çeliğe göre fazla olduğu gözlenmiştir. Aynı zaman akımın 10 kat artan değerine karşılık Eddy akımı kaybı da dairesel olarak artmaktadır.

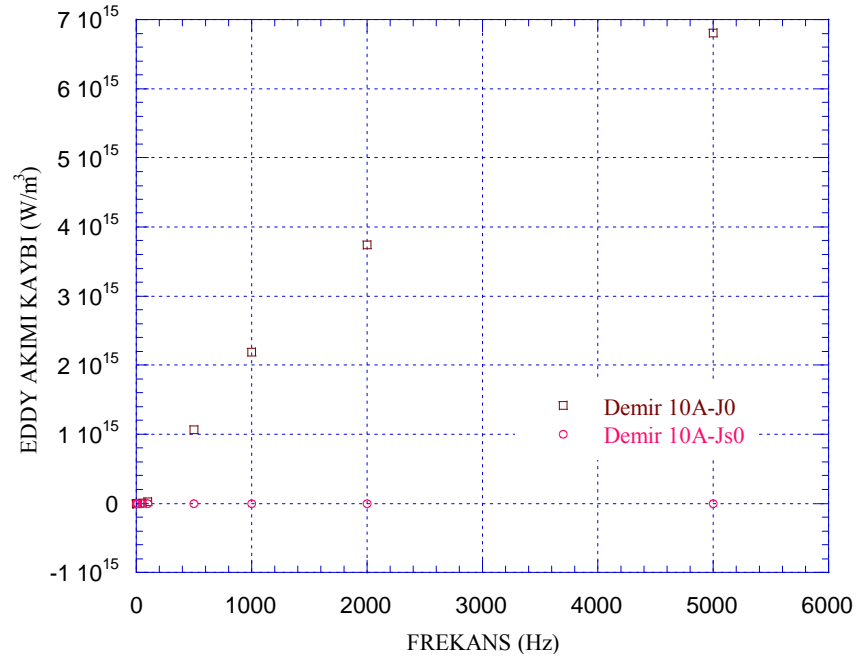
Aşağıdaki Şekil 5.1. ve Şekil 5.2.'ye dikkat edilecek olursa demir nüveli modelde kayıpların çelik nüveli modele göre daha fazla olduğu görülmektedir. Bobinden geçen yüzey akıma bağlı olarak meydana gelen Eddy akımı kayıpları akım yoğunluğuna bağlı olarak meydana gelen Eddy akımı kayıplarında daha düşük seviyelerde seyretmektedir



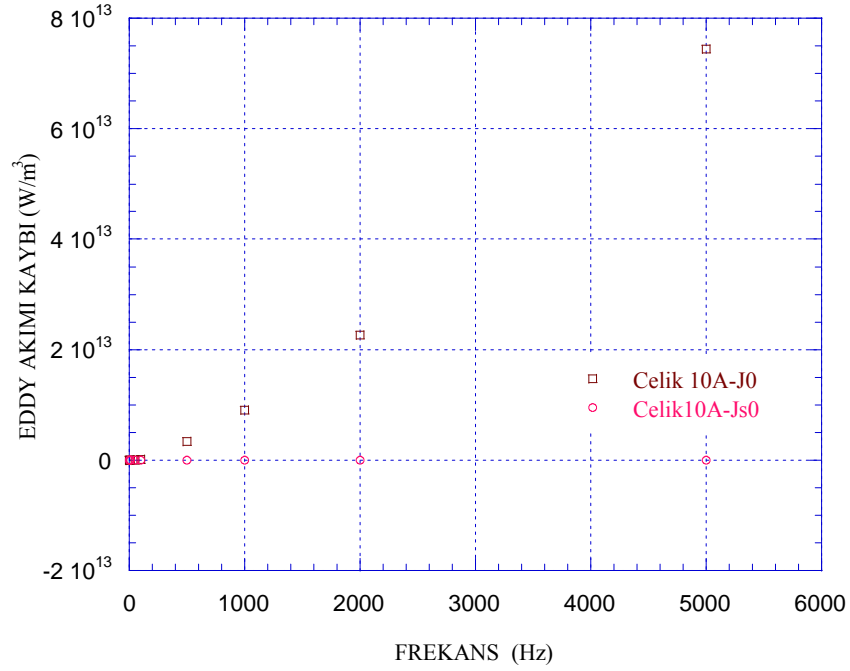
Şekil 5.1. Çelik ve demir nüveli modellerin 10 A'lık bobin akımına göre yüzey akımına bağlı olan Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması.



Şekil 5.2. Çelik ve demir nüveli modellerin 10 A'lık bobin akımına göre akım yoğunluğuna bağlı olan Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması.



Şekil 5.3. Demir nüveli modelin 10 A'lık bobin akımına göre akım yoğunluğuna ve bobinden geçen akıma bağlı olarak Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması.



Şekil 5.4. Çelik nüveli modelin 10 A'lik bobin akımına göre yüzey akım yoğunluğu ve bobinden geçen akımına bağlı olarak Eddy akımı kayıplarının karşılaştırması.

Yukarıdaki Şekil 5.3. ve Şekil 5.4.'de demir nüveli model çelik nüveli modele göre Eddy akımı kaybının daha fazla olduğu her iki şekilde de akım yoğunluğuna bağlı olan Eddy akımı kaybının bobinden geçen yüzey akıma bağlı olan Eddy akımı kaybindan fazla olduğu gözlenmiştir.

Tez ekinde verilen ekler incelendiğinde parametrelerin değiştiği her durumda silindirin demir bileşenli olması Eddy akımı kayıplarını artırmaktadır. Eddy akımı kaybı I^2 ile orantılı olacak şekilde artmaktadır. Tezin eklerinde akımın artan değerleri için Eddy akımı kayıpları akımın karesi ile arttığını doğrulamaktadır. Modelimizdeki bobinin sınır değerlerine uygulanan J0 ve Js0 parametreleri Eddy akımı kaybını etkilemektedir. J0'daki, akım yoğunluğu bağlı Eddy akımı kaybı her durumda Js0'dan, bobinden geçen yüzey akıma bağlı Eddy akımı kaybindan, kat kat daha büyüktür. Bunun sebebini: J0 akım yoğunluğu (A/m^2) yani bobinin yüzeyinde meydana gelen akım yoğunluğunun meydana getirmiş olduğu Eddy akımı kaybı; Js0 bobinin çevresinde (A/m) meydana gelen akımının meydana getirmiş olduğu Eddy akımı kaybindan daha büyüktür. Bunu

ise daha önce Araştırma ve Bulgular bölümünde vermiş olduğumuz Eddy akımı kayıplarını iki farklı çeşidi olan bölgesel ve dairesel Eddy akımı kayıplarından birisi olduğu bize göstermektedir.

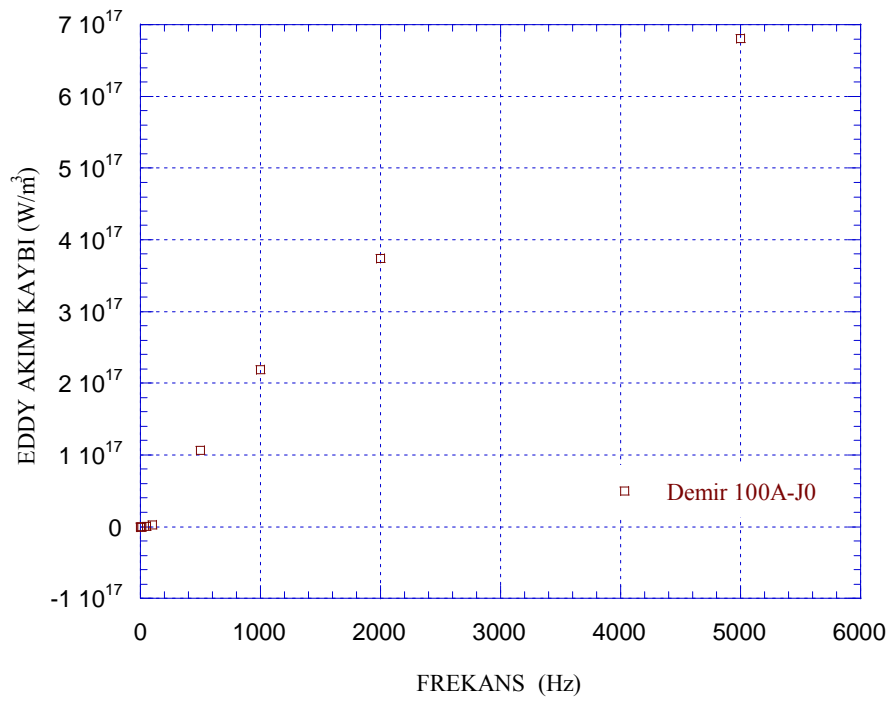
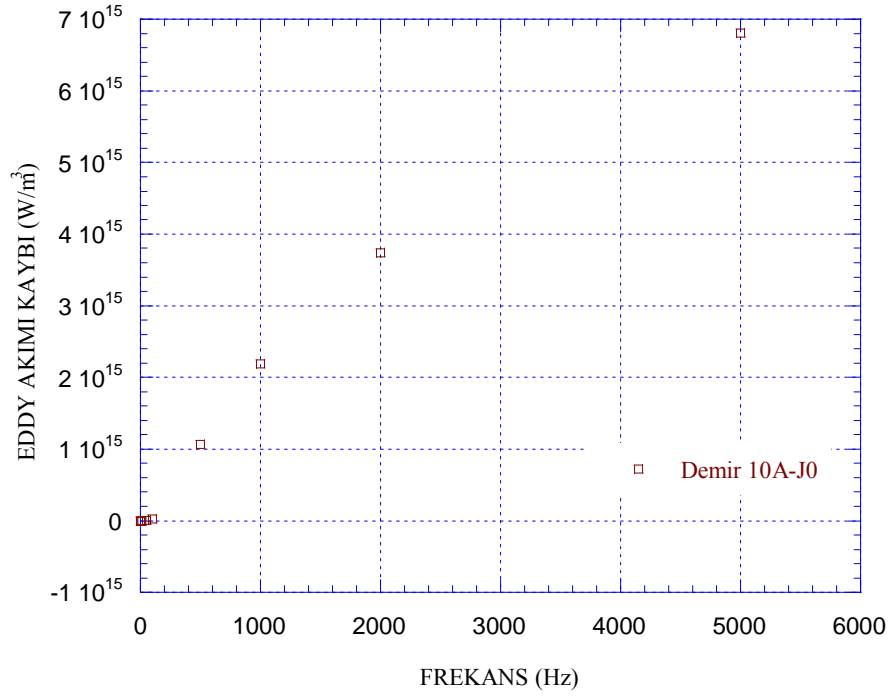
Harmoniklerin de Eddy akımı kayıplarının sebebi olarak açıklanmıştı. Sisteme bağlı harmonik yük çeken bileşenler Eddy akım kayıplarını da üretmektedir. Günümüzde enerjinin sağlıklı olarak en verimli nasıl kullanılacağı yönünde çalışmaların sayısı fazladır. Özellikle enerjinin iletim ve dağıtımını yapan firmalar sistemde bozucu etki yapan harmonik bileşenleri ayırmak için kompanzasyonlar yapmaktadırlar. Bunun gibi bilimsel faaliyetler gün geçtikçe enerjinin daha verimli kullanımının önünü açacaktır.

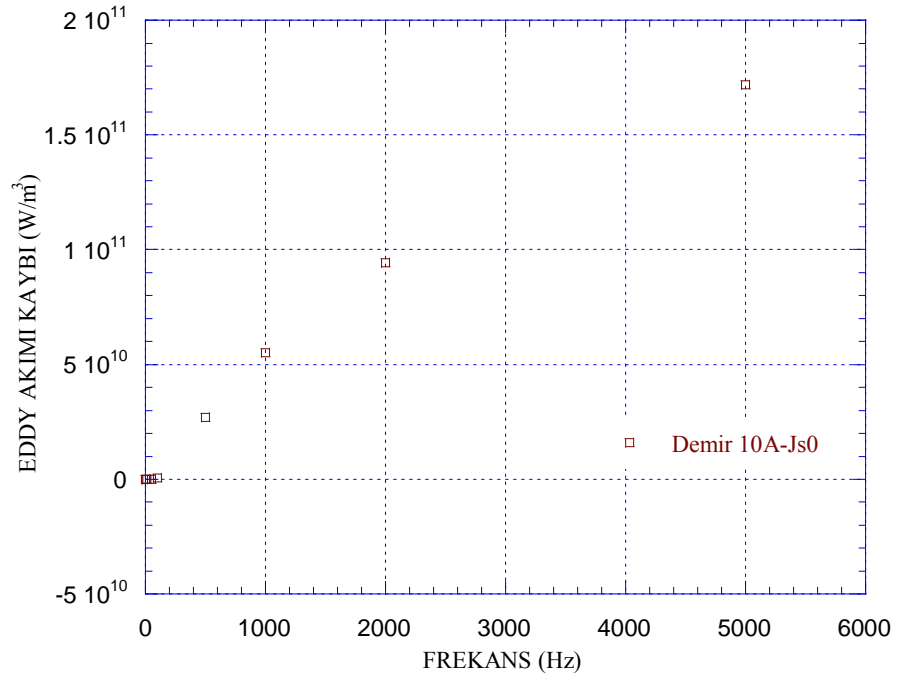
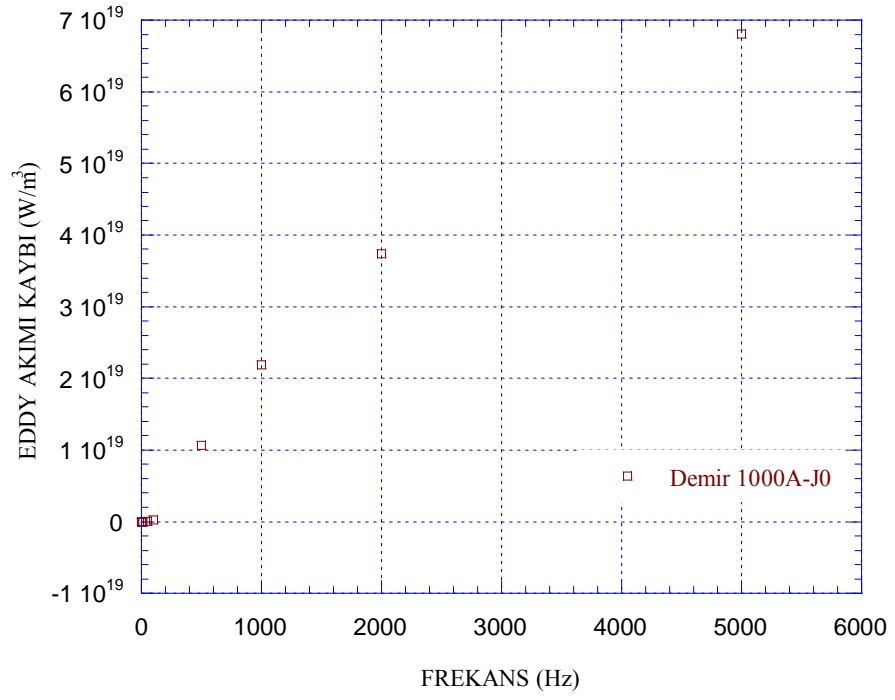
KAYNAKLAR

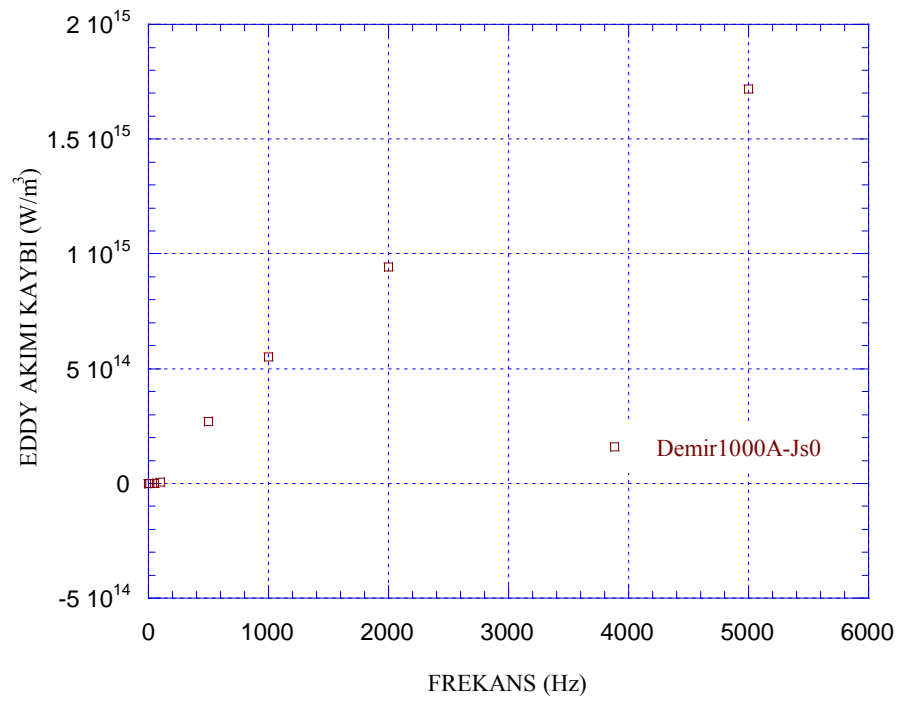
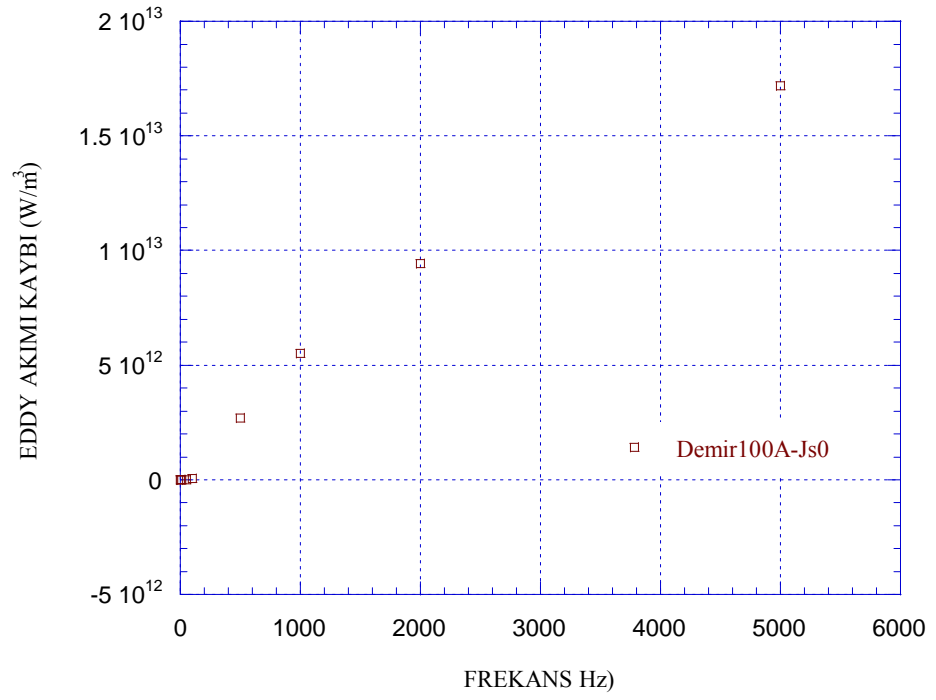
- Akpınar, S. (1978) Transient and Ferroresonance in Transformers, First Year Report, Department Of Electrical Engineer of Strathclyde, 63.
- Altaş, İ.H. (1988) Doğrusal Olmayan Özelliği Hesaba Katarak Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Girdap Akımı Kayıplarının hesabı.
- Aral, M.M. (1974). Finite Element Solitions of Selected Partical Differential Equatonas – Femac Computer Program, Middle East Technical University Ankara, 99.
- Aral, M.M. (1976). Konveksiyon Difizyon Probleminin Sonlu Elemanlar metodu ile Analizi, TÜBİTAK Araştırma Projesi, Proje No: TBAG-196 93.
- ASTM A343 “Alternating Current Magnetic Properties of Materials at Power Frequencies Using the Wattmeter Ammeter Voltmeter Method and 25 cm Epstein test frame”
- Bloch F., Z. Phys. 74, 295 (1932).
- Boll, R. (1979) Soft Magnetic Materials, Thevacuumschmelze Handbook , Siemens Aktiengesellschaft-Heyden and Son LTD. 353.
- Brauer, J.R. (1982). Finite Element Calculation of Eddy Currents and Skin Effects, İEEE Transaction on Manetics, vol.mag.18, No.2, March, 504-509.
- Brissonneau P.; D. Lebouc “Core Losses With Trapezoidal Wave Form Induction”, İEEE Trans. Mag., vol. 20, (5), pp.1484-86,1984.
- Burais, N and G. Grellet (1982). Numerical Modelling of Iron Losses in Ferromanyetik Steel Plate, İEEE Transaction on Magnetics, vol.mag. 18. no.2, March, 558-562.
- Chari, M.V.K. and P.P. Silvester (1980). Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems, John Wiley and Sons LTD. 219.
- Chari, M.V.K. and A. Konrad, M.A. Palmo and J.D. Angelo (1982) Three Dimensial Vector Potantial Analysis for Machine Field Problems, İEEE Transactions on Magnetics, vol.mag.18, No: 2, March, 436-446.
- Cullity B. D., “Introduction to Magnetic Materials”, Addison Wesley, 1972.
- IEC 404-2 “Methods of Measurement of Magnetic Electrical and Physical Propertiesof Magnetic Sheet and Strip”
- Lavers J.D. (1977). et al “Estimation of Core Losses When The Flux Waveform Contains the Fundamental Plus a Single Odd Harmonic Component”, İEEE Trans. Mag.,vol 13, (5), pp.1128-1130,

- Lancarotte M.S., A.A.Penteado Jr. (1999) "Prediction of core losses increase under sinusoidal and non-sinusoidal induction", 6 TH International Conference - Modelling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems" Lisboa, Portugal,
- Mitcheel, A.R. and R. Wait (1978). The Finite Element Method in Partial Differential Equations, John Wiley and Sons LTD. 198.
- Norrie, D.H. and G. Vries (1978). An Introduction to Finite Element Analysis, Academic Press, New York, 301.
- Poleysey, R. and R.E.Collin (1961). Principles and Applications of Electromagnetics Fields, Mc Graw Hill Book Company.
- Pry, R. H. and Bean, C. P., Journal of Applied Physics, 29, 532 (1958).
- Purcell, E.M. (1979). Elektrik ve Mıknatıslık, Çev. Rauf Nasuhoğlu, Sanem Matbaası, Ankara, 369.
- Remson, I., G.M. Hornberger and F.J. Molz (1971). Numerical Methods in Subsurface Hydrology With An Introduction To The Finite Elements Method, Wiley Inter Science, New York, 389.
- Silvester, P.P. and R.L. Ferrari (1983). Finite Element For Electrical Engineers, Cambridge University Press, 209.
- Simpson, R.R. R.D. Slater and W.S. Wood (1973). Representation of Magnetisation Curves by Exponential Series, IEEE proc. Vol.120, Aug. no.8, 902-904.
- Stanbury, H.Y. (1985). An Industry Based Standards System for the Measurement of Power Loss and Apparent Power of Electrical Sheet Steel, IEE proceedings, vol. 132, Pt. A., No: 3, May, 129-132.
- Stoll, R.L. (1974). The Analysis of Eddy Currents, Oxford University Press, 128.
- Stratton, J.A. (1941). Elektromagnetic Theory, McGraw Hill Book Company.
- Swift, G.W. (1971). Power Transformer Core Behavior Under Transient Conditions, IEEE Transactions, Pas. 90, 2206-2210.
- Vecchio, R.M.D. (1982). The Inclusion of Hysteresis Processes in a Special Class of Electromagnetics Finite Element Calculations, IEEE Transactions on magnetic, vol.mag.19, no.5, September, 275-284.
- Weiss, J, V.K. Garg and E. Strenheim (1983). Eddy Current Loss Calculation in Multiconduktor Systems, IEEE Transactions on magnetics, vol.mag.19, no:5, September, 2207-2209.

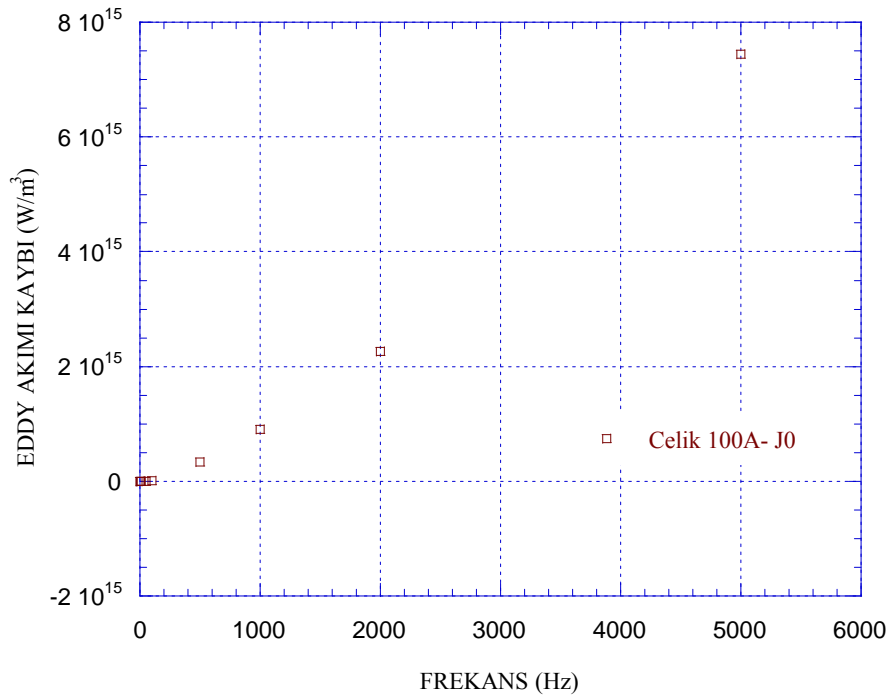
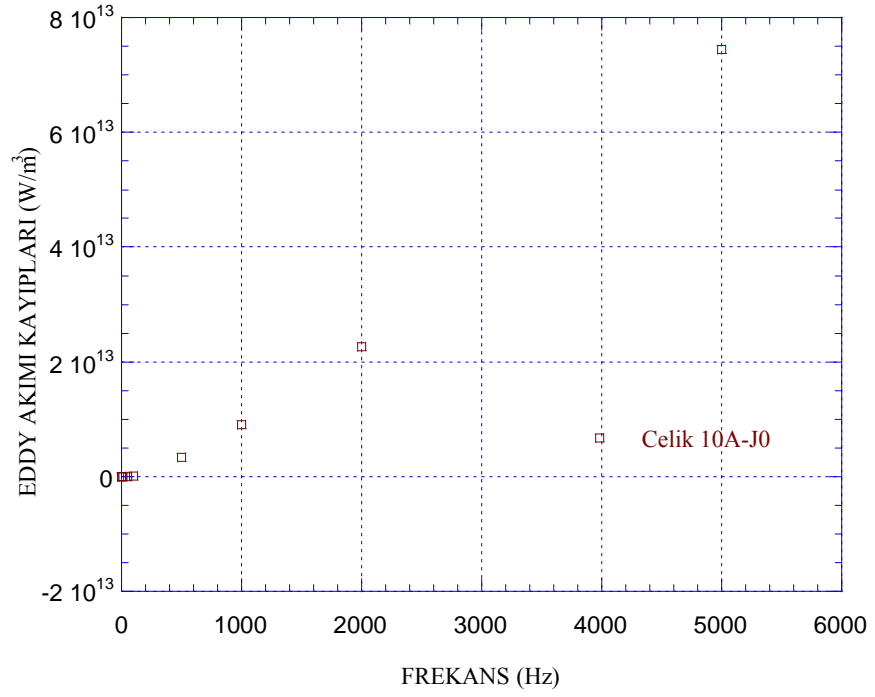
- Widger, G.F.T. (1969). Representation of the Magnetisation Curves Over Extensive Range by Rational Fraction Approximation, IEEE vol.118, no:11, November, 1979-1985.
- Williams H.J. et al. "Studies of the Propagation Velocity of a Ferromagnetic Domain Boundary", Phys.Rev, vol 80, 1090-1094, 1950
- Williams H. J., W. Shockley, and C. Kittel, Phys. Rev. 80, 1090 - 1094 (1950).
- Zakenkiewich, O.C. (1972). Introductory Lectures On The Finite Element Method, Courses and Lectures, No.130, International Centre for Mechanical Sciences, Udine.
- Zakenkiewich, O.C. (1977). The Finite Element Method, McGraw Hill Book Company, London, 787.
- www.comsol.com

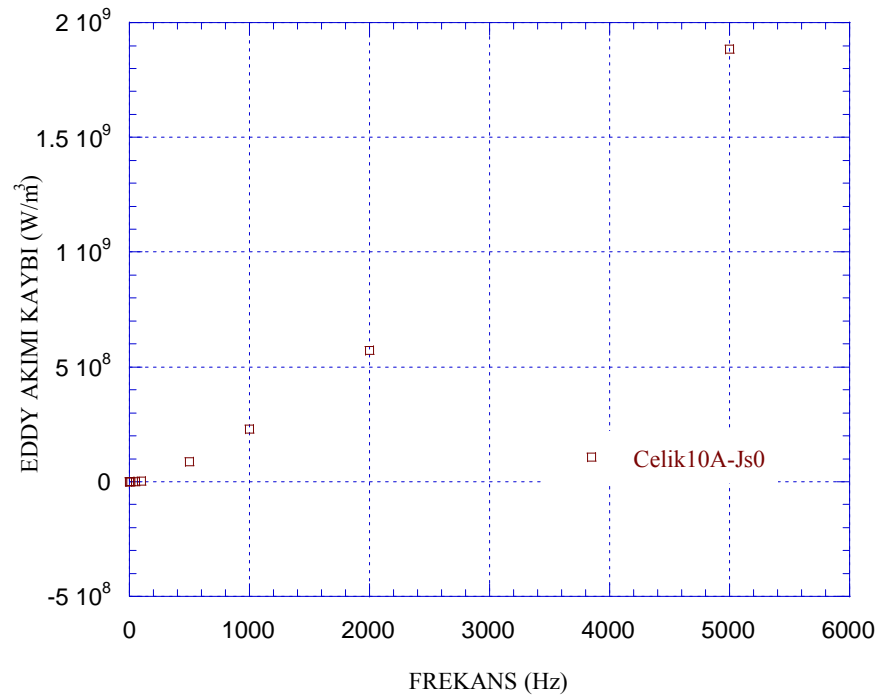
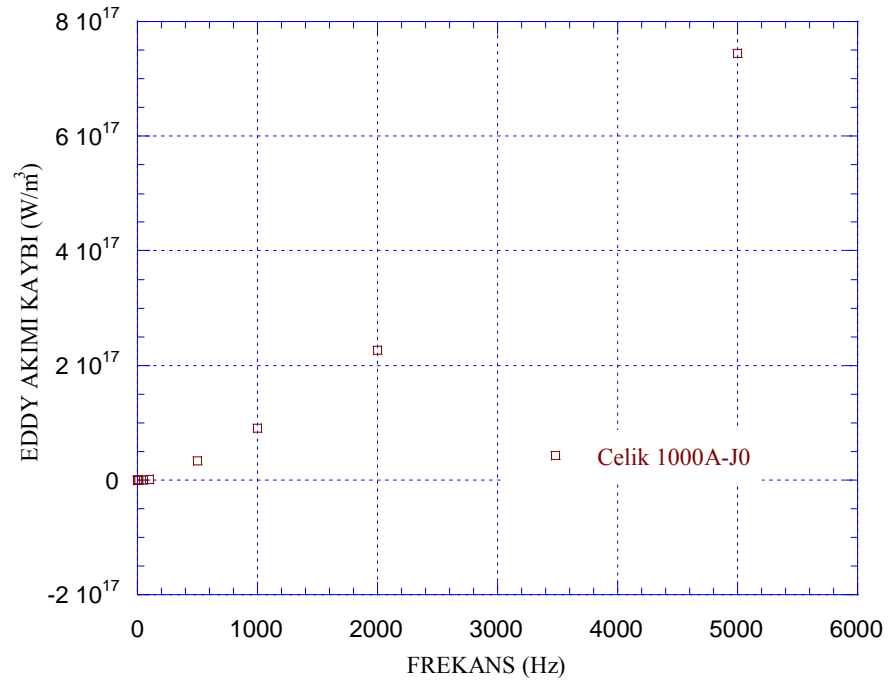
EKLER**EK 1**

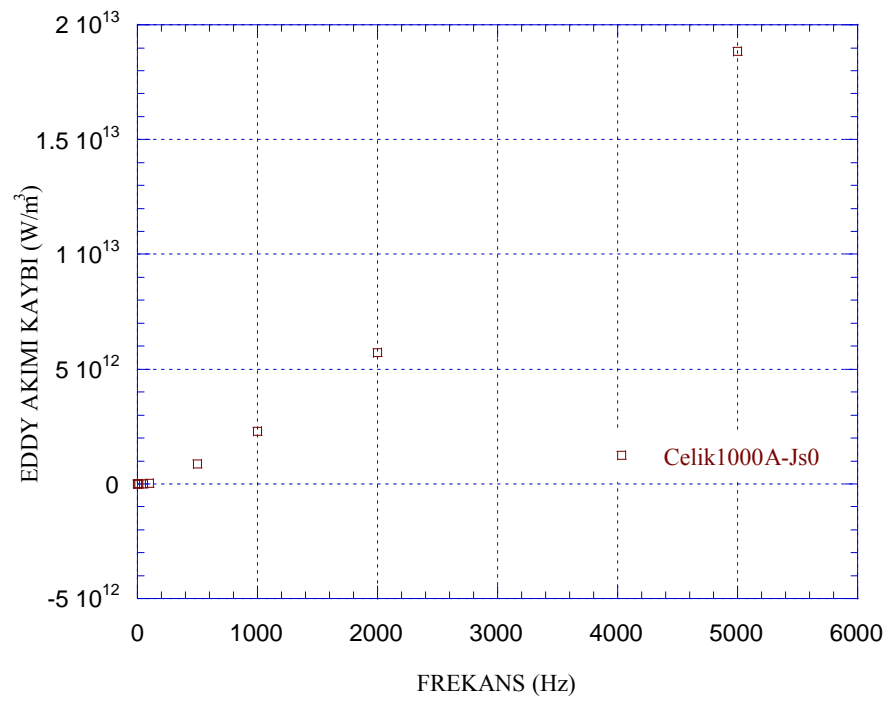
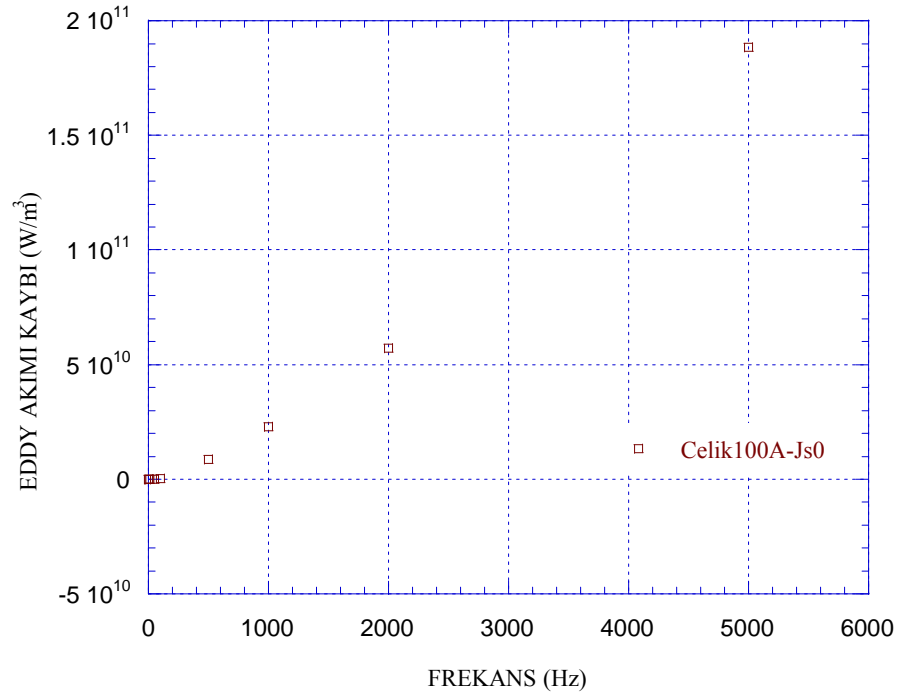




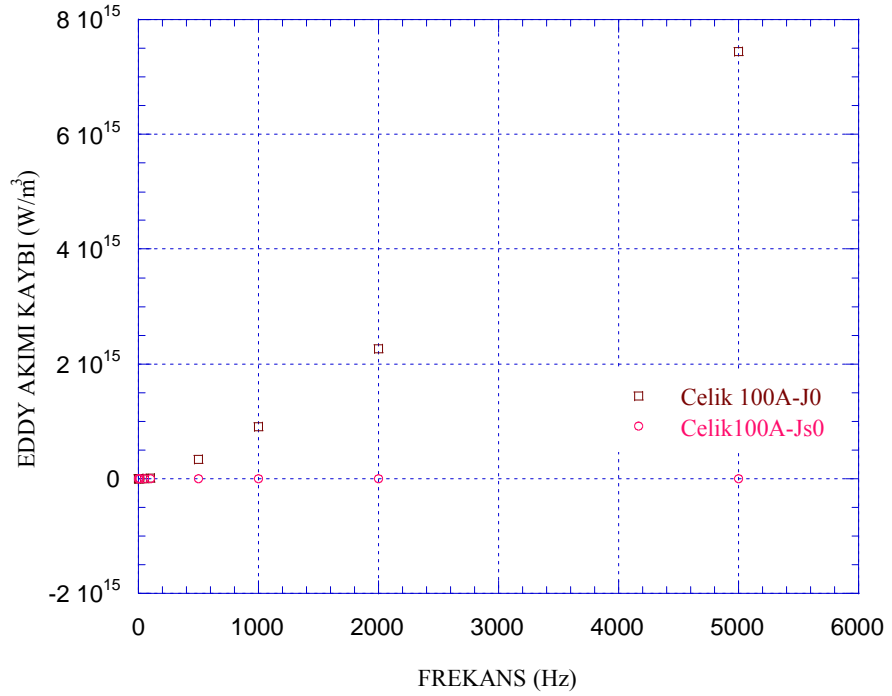
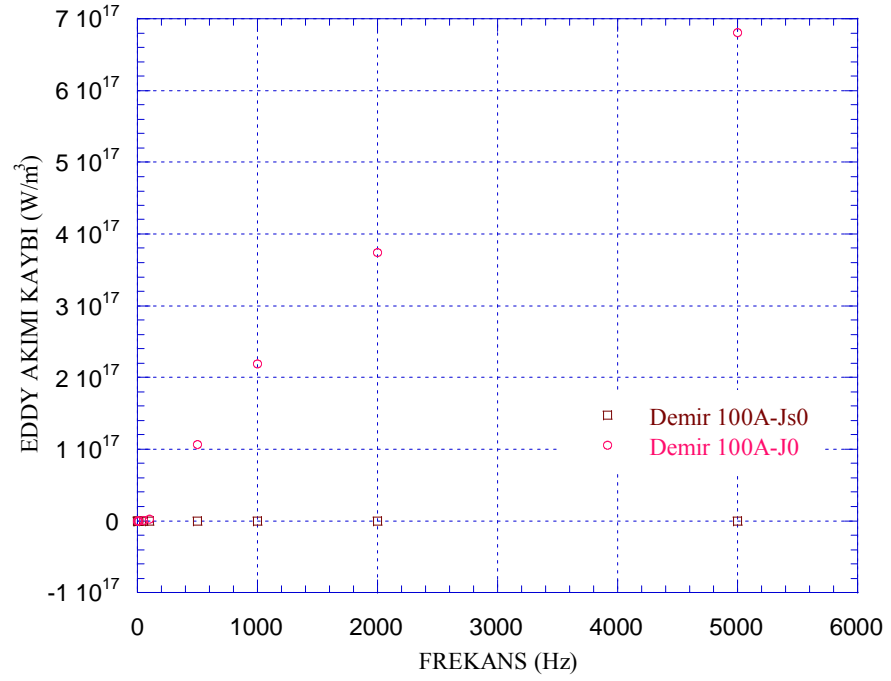
EK 2

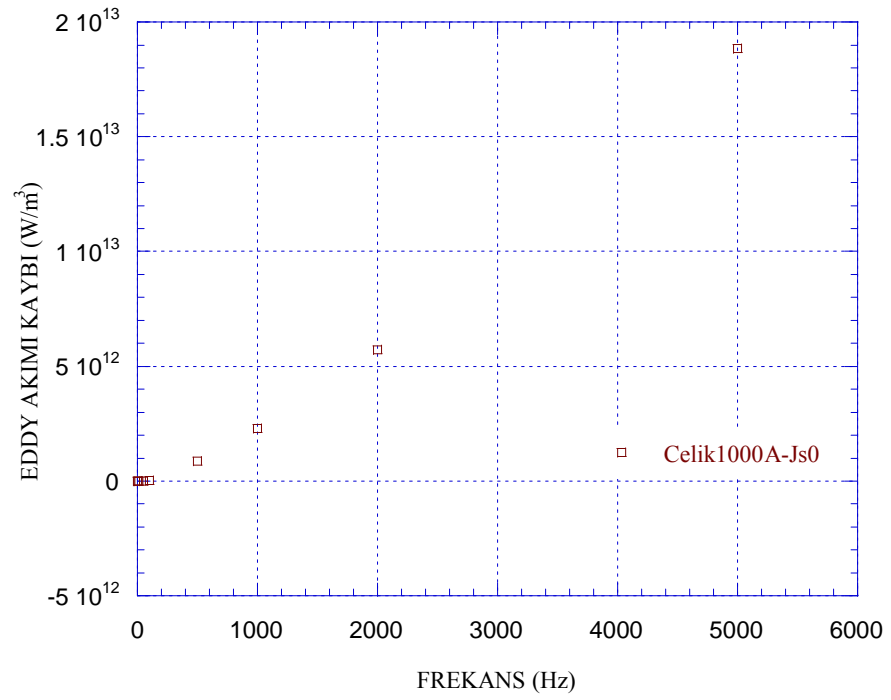
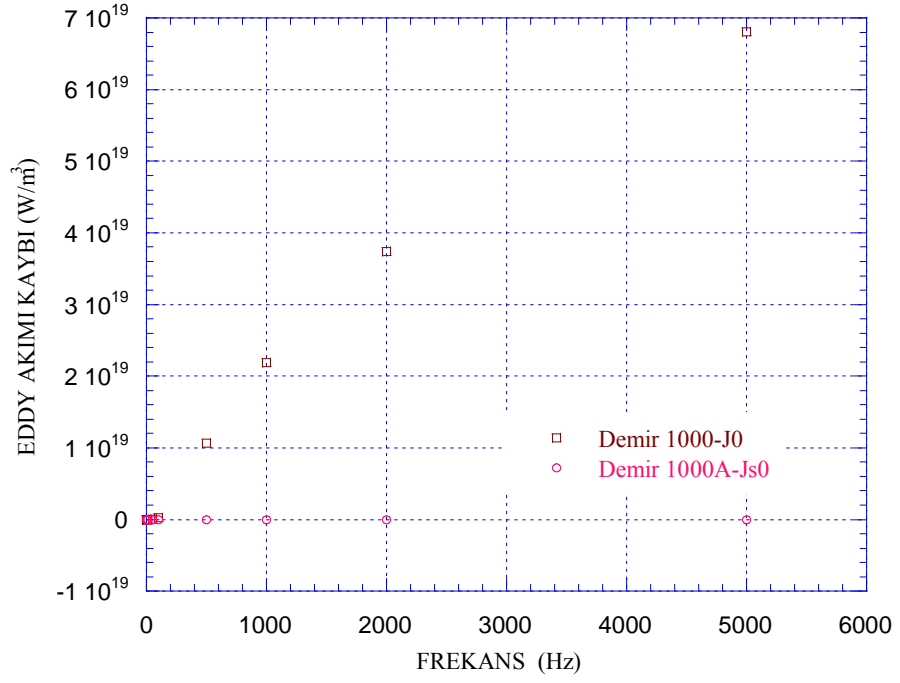




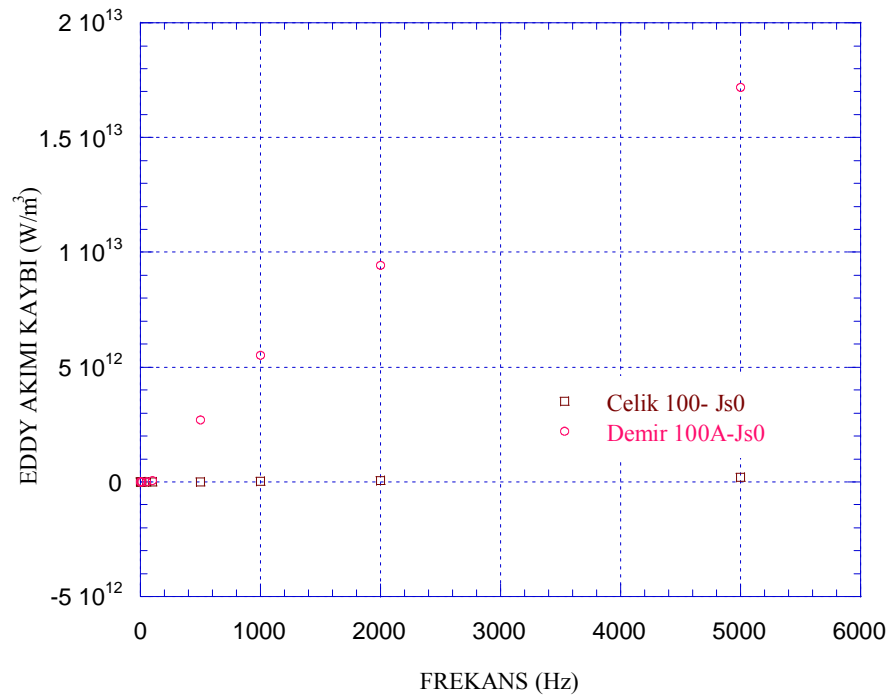
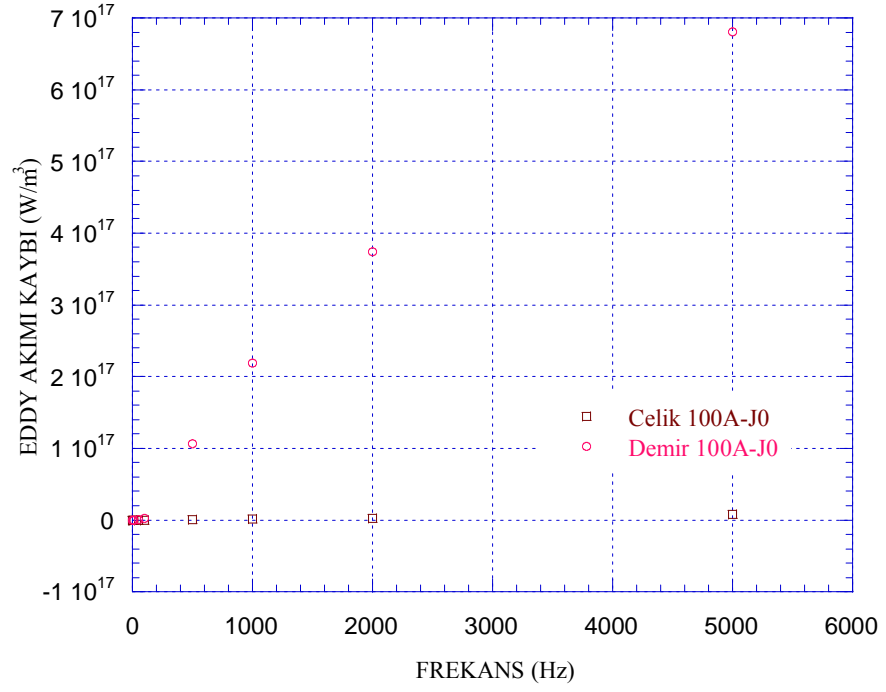


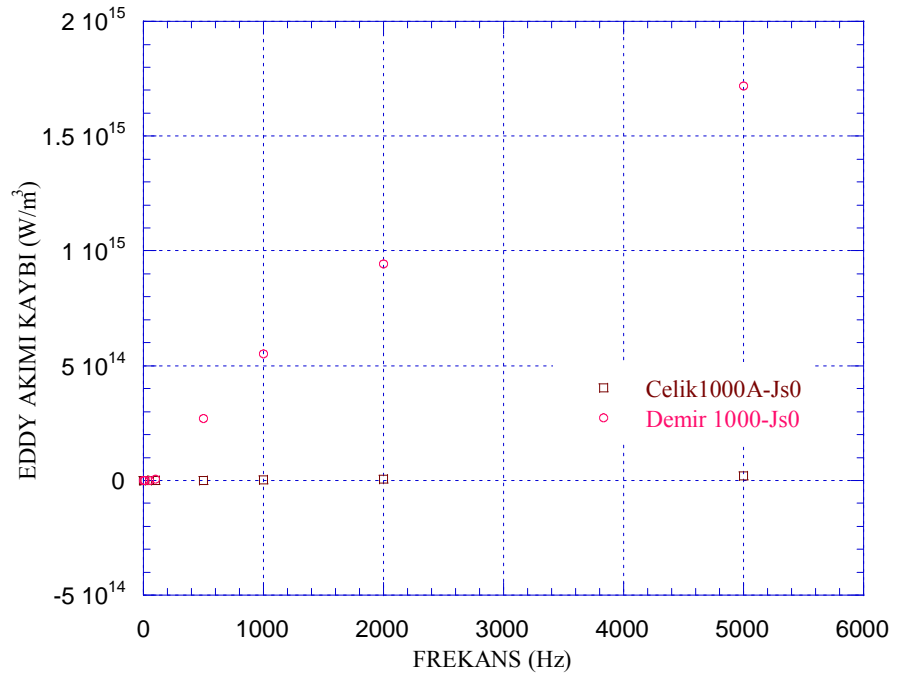
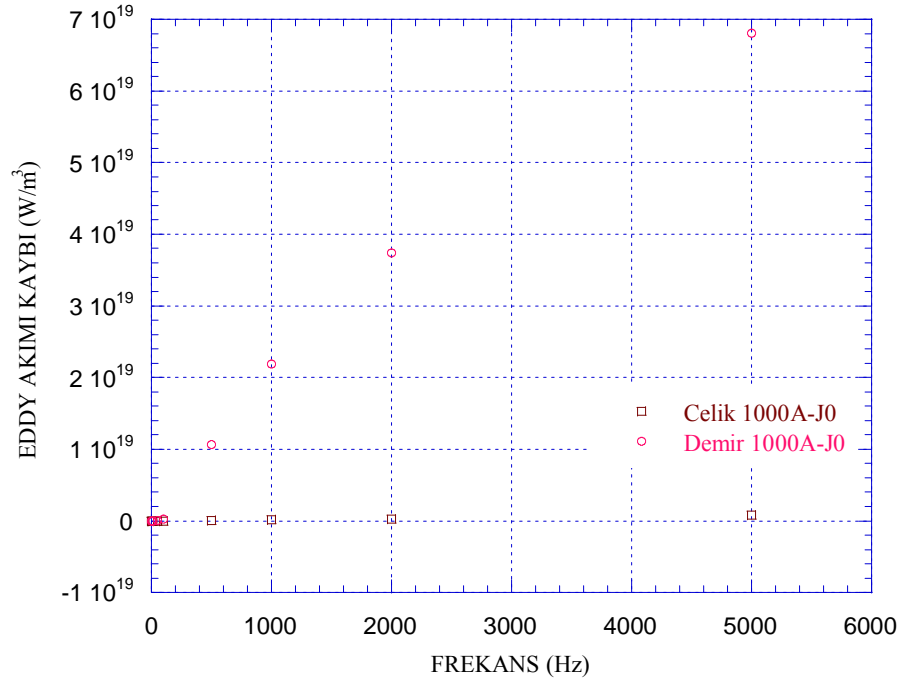
EK 3





EK 4





ÖZGEÇMİŞ

1976 yılında Erzurum'da doğan Ahmet YILDIZ, ilk, orta ve lise öğrenimini Erzurum'da tamamladıktan sonra 1995 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü'nü kazandı ve 2000 yılında aynı bölümden mezun oldu. Aynı yıl ELTEM-TEK A.Ş'i adına Erzurum Kuzgun Hidroelektrik Santrali Arıza ve Bakım servisinde Elektrik ve Elektronik Mühendisi olarak göreve başladı. Daha sonra açılan sınav sonucuna göre 2003 yılında TEDAŞ Erzincan İl Müdürlüğünde kamu görevine başladı. Sırası ile Müşteriler servisinde Elektrik Abone Kontrol Mühendisliği, Tercan İşletme Başmühendisliği ve Erzurum, ARAS Elektrik Dağıtım A.Ş'inde Sistem İşletme ve Proje Tesis Müdürlüğü, Proje ve Tesis servisinde Elektrik ve Elektronik Mühendisi olarak görev yaptı. Halen ARAS Elektrik Dağıtım A.Ş'inde görevine devam etmekte olup TMMOB Elektrik Mühendisleri Odası Ankara üyesidir. 2004 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisansa başladı. 2007 yılında yüksek lisans tez çalışmasını bitirdi.

