

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İÇ-İÇE TASARIMLARDA DAYANIKLI ANALİZ VE UYGULAMALARI

İklim GEDİK

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2010**

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İÇ-İÇE TASARIMLARDA DAYANIKLI ANALİZ VE UYGULAMALARI

İklim GEDİK

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Birdal ŞENOĞLU

İç-içe varyans analizi (ANOVA) ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların birçoğunda modeldeki hataların normal dağıldığı varsayılmaktadır. Ancak, uygulamada normal olmayan dağılımlar daha yaygındır. Çalışmanın amacı, hata terimlerinin dağılımı normal dağılıma uygun olmadığı durumda uyarlanmış en çok olabilirlik (UEÇO) metodunu kullanarak model parametrelerini tahmin etmektir.

Bu tez çalışmasında biri simetrik diğeri çarpık dağılımı temsil etmek üzere iki ayrı dağılım kullanılmıştır. Bunlar, uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılımlardır. Ele alınan modeldeki parametrelerin tahmin edicilerini bulmak için UEÇO tahmin yöntemini kullanılmıştır. Simülasyon çalışması yapılarak, UEÇO tahmin edicilerinin en küçük kareler EKK tahmin edicilerine göre daha dayanıklı ve etkin oldukları gösterilmiştir. Bununla beraber, UEÇO tahmin edicilerine dayanan test istatistikleri geliştirilmiştir ve Monte Carlo simülasyonu yardımıyla UEÇO yöntemiyle elde edilen test istatistiklerinin daha güçlü ve dayanıklı oldukları gösterilmiştir. Ayrıca, uygulama çalışması olarak, literatürde, hata terimlerinin normal dağıldığı varsayılarak ve EKK yöntemi kullanılarak yapılan iki örnek üzerinde UEÇO yöntemi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar ile literatürdeki sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Ocak 2010, 84 Sayfa

Anahtar Kelimeler: İç-içe tasarımlar, dayanıklılık, etkinlik, uyarlanmış en çok olabilirlik.

ABSTRACT

Master of Science Thesis

ROBUST ANALYSIS IN NESTED DESIGNS AND APPLICATIONS

İklim GEDİK

Ankara University
Graduate School of Sciences
Statistics Program

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU

There is an extensive literature on analyzing nested classified data. Most of studies hinges on the normality assumption of the error distribution. However, in practice, non-normal distribution is more common. The aim of this study is to estimate model parameters when the error distribution is non-normal by using the methodology known as modified maximum likelihood (MML).

In this thesis two distinctive distributions are considered: Long Tailed Symmetric (LTS) and Generalized Logistic. The method of MML is used to estimate model parameters for each distribution. A simulation study is performed to show that MML estimators are more efficient and robust than the traditional least square (LS) estimators. Moreover, test statistics are developed by using the MML estimators. Monte Carlo simulation studies show that test statistics which are obtained by using the method of MML are more powerful and robust. Real life examples are given.

January 2010, 84 pages

Key Words: Nested designs, non-normality, robustness, efficiency, method of modified likelihood.

TEŞEKKÜR

Çalışmamın her aşamasında benimle büyük bir sabır ve titizlikle ilgilenen, hiçbir sorumu yanıtı bırakmayan, ihtiyacım olduğu her an ulaşabildiğim, değerli bilgileriyle bana ışık tutan, manevi desteğini hiçbir koşulda esirgemeyen, danışman hocam Doç. Dr. Birdal ŞENOĞLU' na (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Anabilim Dalı) yürekten teşekkür ediyorum.

Değerli hocalarım Doç. Dr. İnci BATMAZ'a (Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Anabilim Dalı) ve Yrd. Doç. Dr. İhsan KARABULUT'a (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Anabilim Dalı) çalışmama katkılarından dolayı çok teşekkür ediyorum

Yoğun çalışma programının arasında en zorlandığım anlarda yardımına koşan ve bilgilerini benimle paylaşan arkadaşım Araş. Gör. Şükrü Acıtaş' a çok teşekkür ediyorum.

Hem bilgilerini hem sevgilerini benimle paylaşarak moralimi yüksek tutmamı sağlayan arkadaşlarım Araş. Gör. Pelin Kasap ve Araş. Gör. Nuri Çelik'e çok teşekkür ediyorum.

Beni anlayıp, her zaman yanımda olan ve beni her koşulda destekleyen canım aileme sonsuz teşekkür ediyorum.

İklim GEDİK

Ankara, Ocak 2010

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ	vii
1.GİRİŞ	1
1.1 İç-içe Tasarımlar	1
1.1.1 İki aşamalı iç-içe tasarımlar	2
1.1.1.1 Veri yapısı	3
1.1.1.2 Parametre tahmini	4
1.1.1.3 Varyans analizi	6
1.1.1.4 ANOVA tablosu ve hipotez testleri.....	7
1.1.2 Üç aşamalı iç-içe tasarımlar	8
1.1.2.1 Parametre tahmini	9
1.1.2.2 Varyans analizi	11
1.1.2.3 ANOVA tablosu ve hipotez testleri.....	12
1.1.3 Genelleştirilmiş (q – aşamalı) iç-içe tasarımlar	13
1.1.3.1 Parametre tahmini	13
1.1.3.2 Varyans analizi	15
1.1.3.3 ANOVA tablosu ve hipotez testleri.....	16
2. UZUN KUYRUKLU SİMETRİK DAĞILIM	18
2.1. Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (UEÇO) Yöntemi.....	19
2.2 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi.....	19
2.2.1 Parametre tahmini	19
2.2.2 Varyans analizi	22
2.2.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri	23
2.3 Üç Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi.....	25
2.3.1 Parametre tahmini	25
2.3.2 Varyans analizi	27
2.3.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri	27

2.4 Genelleştirilmiş (q – aşamalı) İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi.....	28
2.4.1 Parametre tahmini	28
2.4.2 Varyans analizi	31
2.4.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri	32
2.5 Simülasyon Çalışması	33
3. GENELLEŞTİRİLMİŞ LOJİSTİK DAĞILIM	36
3.1 UEÇO Yöntemi	37
3.2 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi.....	38
3.2.1 Parametre tahmini	38
3.2.2 Varyans analizi	40
3.2.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri	41
3.3 Üç Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi.....	42
3.3.1 Parametre tahmini	43
3.3.2 Varyans analizi	45
3.4 Genelleştirilmiş (q – aşamalı) İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi.....	46
3.4.1 Parametre tahmini	46
3.4.2 Varyans analizi	48
3.5 Simülasyon Çalışması	50
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI VE SONUÇLARI	52
4.1 Hata Terimlerinin Dağılımının LTS Olması Durumunda Testin Gücü	52
4.2 Hata Terimlerinin Dağılımının GL Olması Durumunda Testin Gücü.....	56
4.3 Dayanıklılık (Robustness)	59
5. UYGULAMA.....	70
6. SONUÇ.....	78
KAYNAKLAR	80
ÖZGEÇMİŞ.....	84

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 5.1 Q-Q grafiği (Normal Dağılım).....	72
Şekil 5.2 Q-Q grafiği (LTS ($p = 3.5$) Dağılım)	72
Şekil 5.3 Q-Q grafiği (Normal Dağılım).....	75
Şekil 5.4 Q-Q grafiği (GL ($b = 4$) Dağılım).....	76

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlar için Veri Yapısı.....	4
Çizelge 1.2 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlarda ANOVA Tablosu	7
Çizelge 1.3 Üç Aşamalı İç-içe Tasarımlarda ANOVA Tablosu.....	12
Çizelge 1.4 Genelleştirilmiş İç-içe Tasarımlarda ANOVA Tablosu	17
Çizelge 2.1 LTS Dağılımında Farklı p Değerlerine Göre Basıklık Değerleri.....	18
Çizelge 2.2 F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ Testlerinin I. Tip Hataları	27
Çizelge 2.3 Genelleştirilmiş İç-içe Tasarımlarda UEÇO yöntemi kullanılarak oluşturulan ANOVA tablosu.....	32
Çizelge 2.4 μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri.....	34
Çizelge 3.1 GL dağılımında basıklık ve çarpıklık katsayıları.....	37
Çizelge 3.2 GL Dağılımında F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ Testlerinin I. Tip Hataları.....	42
Çizelge 3.3 μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri.....	50
Çizelge 4.1 F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri.....	53
Çizelge 4.2 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri.....	54
Çizelge 4.3 F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri.....	57
Çizelge 4.4 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri	58
Çizelge 4.5 Model I-II-III-IV-V 'de μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri	60
Çizelge 4.6 Model I-II-III-IV-V'te F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri	61
Çizelge 4.7 Model I-II-III-IV-V'te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri	62
Çizelge 4.8 Model VI-VII-VIII-IX-X 'de μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri ..	65
Çizelge 4.9 Model VI-VII-VIII-IX-X' te F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri.....	66
Çizelge 4.10 Model VI-VII-VIII-IX-X' te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri.....	67
Çizelge 5.1 Uygulama 1'e Ait Veri Seti	71

Çizelge 5.2 Uygulama 1’de EKK ve UEÇO Tahmin Edicileri.....	71
Çizelge 5.3 Uygulama 1 için ANOVA Tablosu	73
Çizelge 5.4 Uygulama 2’ye Ait Veri Seti	74
Çizelge 5.5 Uygulama 2’de EKK ve UEÇO Tahmin Edicileri.....	75
Çizelge 5.6 Uygulama 2 için ANOVA Tablosu	76

1. GİRİŞ

Çalışmanın ilk bölümünde birçok alanda sıklıkla kullanılan iç-içe tasarımlar iki aşamalı, üç aşamalı ve genelleştirilmiş iç-içe tasarımlar alt başlıkları halinde ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Ayrıca bu bölümde iç-içe tasarımlarda en küçük kareler (EKK) yönteminden bahsedilmiştir.

İkinci ve üçüncü bölümlerde sırasıyla uzun kuyruklu simetrik dağılımın (LTS) ve genelleştirilmiş lojistik dağılımın (GL) genel özellikleri ve iç-içe tasarım modelindeki hata terimleri bu dağılımlara sahip olduğu durumda uyarlanmış en çok olasılık yöntemi (UEÇO) ele alınmıştır.

Dördüncü bölümde EKK ve UEÇO tahmin edicilerine dayalı test istatistiklerinin güçlerini LTS ve GL dağılımları altında incelemek amacıyla yapılan simülasyon çalışması sonuçları sunulmaktadır.

Çalışmanın beşinci bölümünde literatürde klasik EKK yöntemi uygulanan iki veri kümesine UEÇO yöntemi uygulanmıştır ve iki yöntemle ait sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Altıncı bölümde, çalışmanın genel sonuçları sunulmaktadır ve ilerleyen zamanlarda yapılması planlanan çalışmalar anlatılmaktadır.

1.1 İç-içe Tasarımlar

Deneyde bulunan faktörlerin iç içe yer aldığı ve bu faktörlerin her bir düzeyinde içteki faktöre ait farklı düzeylerin bulunduğu çok faktörlü deney tasarımına *iç-içe* veya *hiyerarşik* deney tasarımı denir.

İç-içe tasarımlardan birçok alanda faydalanılmaktadır. Biyolojide, canların tür, cins ve aileye göre sınıflandırılmasına dayalı çalışmalarda iç içe tasarımlara sıklıkla rastlanmaktadır. Bununla birlikte, psikoloji alanındaki birçok çalışma, fizik,

istatistiksel mekanik ve endüstriyel araştırmalar iç-içe tasarımların kullanıldığı alanlar arasındadırlar (Arabie vd. 1996).

İç-içe tasarımlarda yapılan çalışmalar Preece (1967) tarafından başlatılmıştır. Federer (1972), varyasyon kaynağı çok olan bir veri setinde klasik blok tasarımı uygulanamadığı durumda farklı bir deney tasarımı yöntemi olan iç-içe tasarım tekniğini kullanmıştır. Preece ve Federer' in çalışmaları Kageyman ve Miao (1997) tarafından devam ettirilmiştir. Bahsedilen çalışmalarla birlikte iç-içe tasarımlarda analiz yöntemlerinin önemli çalışmaları Calinski ve Kageyman (1996) ve Morgan (1996)' nın çalışmalarında mevcuttur (Kageyman ve Miao 2001).

İç-içe deney tasarımı için verilerin analizinde genellikle EKK yöntemi kullanılır. EKK tekniğı ile parametre tahminlerinin yapılabilmesi için temel bazı varsayımlar vardır. Bu varsayımlar genel olarak hata terimleri ile ilgilidir. Yani EKK tekniğinin varsayımları hata terimlerinin dağılımı hakkındadır. Varsayımlara göre, Hata terimleri $e_{k(ij)}$ bağımsızdır ve normal $N(0, \sigma_e^2)$ olarak dağılır (David 1981).

İç-içe tasarımlar, iki aşamalı, üç aşamalı olarak özelleştirilebildikleri gibi “ k ” aşamalı iç-içe tasarımlar olarak genelleştirilebilirler. İlerleyen bölümlerde iç-içe tasarımların özel halleri ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır.

1.1.1 İki aşamalı iç-içe tasarımlar

Bir deneyin, sırasıyla a ve b düzeyli, A ve B faktörleri içerdiği, B faktörünün her düzeyinin A faktörünün yalnız bir düzeyinde yer aldığı ve B faktörünün her düzeyinde n gözlem olduğu düşünölsün. Böyle bir düzenek için matematiksel model,

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1.1)$$

şeklindedir. Toplam gözlem sayısı,

$$N = a \times b \times n \quad (1.2)$$

tanedir. Burada, y_{ijk} , A faktörünün i 'nci düzeyinde, A faktörünün i 'nci düzeyi ile iç içe olan B faktörünün j 'nci düzeyinde k 'nci gözleme karşılık gelen bağımlı değişken değeridir. μ , bütün gözlemlere ait genel ortalama, α_i , A faktörünün i -nci düzey etkisi $\beta_{j(i)}$, A faktörünün i -nci düzeyindeki B 'nin j -nci düzey etkisi ve $\varepsilon_{k(ij)}$ hata terimini göstermektedir.

B faktörünün farklı düzeyleri, A faktörünün farklı düzeyleri için aynı olmadığından iç-içe modelde B faktörü için temel etkiler kaybolmaktadır. Dahası, B faktörünün her düzeyi A faktörünün her düzeyinde görülmediğinden dolayı, modelde A ve B faktörleri arasındaki etkileşimin etkisi yoktur.

Model için temel varsayımlar, bir önceki bölümde bahsedildiği gibi, hata terimleri bağımsızdır ve normal dağılırlar. Bu varsayımlara, modelin sabit, rastgele ya da karma olmasına bağlı olarak yeni varsayımlar eklenmektedir. Bu çalışmada sabit etkili model ele alınacaktır.

Sabit etkili model: Model içindeki faktörler özel seçilmiş ise, yani sabit ise model “sabit etkili model (fixed effects model)” olarak adlandırılır. Bu modelde, A

faktörünün etkileri toplamı sıfır $\left(\sum_{i=1}^a \alpha_i = 0 \right)$ ve A 'nın her düzeyindeki B faktörünün

etkileri toplamı sıfırdır $\left(\sum_{j=1}^b B_{j(i)} = 0 \right)$, (Searle, 1971).

1.1.1.1 Veri yapısı

İki aşamalı iç-içe tasarımlarda veri yapısını açıklamak için aşağıdaki örnek verilebilir. A şehriden a adet ilçe, her bir ilçeden b adet ilköğretim okulu ve her bir okuldan n öğrenci seçilsin. Bu öğrencilerin LGS puanları değerlendirilmek istensin. Bu deney tasarımında, A faktörü ilçeleri, B faktörü ilköğretim okullarını göstermektedir.

Böyle bir tasarımda veri yapısı,

Çizelge 1.1 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlar için Veri Yapısı

A_1				A_2				...	A_a			
B_{11}	B_{12}	...	B_{1b}	B_{21}	B_{22}	...	B_{2b}	...	B_{a1}	B_{a2}	...	B_{ab}
y_{111}	y_{121}	...	y_{1b1}	y_{211}	y_{221}	...	y_{2b1}	...	y_{a11}	y_{a21}	...	y_{ab1}
y_{112}	y_{122}	...	y_{1b2}	y_{212}	y_{222}	...	y_{2b2}	...	y_{a12}	y_{a22}	...	y_{ab2}
•	•		•	•			•		•			•
•	•		•	•			•		•			•
•	•		•	•			•		•			•
y_{11n}	y_{12n}	...	y_{1bn}	y_{21n}	y_{22n}	...	y_{2bn}	...	y_{a1n}	y_{a2n}	...	y_{abn}

şeklinde. Burada y_{ijk} 'lar öğrencilerin LGS sınavından aldıkları puanı göstermektedir. İlerideki bölümlerde, Çizelge 1.1' de gösterilen veri yapısına ait varyans analizi yöntemi ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

1.1.1.2 Parametre tahmini

İç-içe tasarımda parametre tahmin yöntemi olarak, hata terimleri ε_{ijk} lar beklenen değeri sıfır, varyansı σ_ε^2 olan normal dağılıma sahip bağımsız rastgele değişkenleri gösterdiği varsayımı yapıldığı durumda EKK sıklıkla kullanılır. İki aşamalı iç-içe tasarımlara ilişkin matematiksel model bölüm 1.1.1'de (1.1) eşitliğinde verilmiştir. Bu modelde μ, α_i ve $\beta_{j(i)}$ parametreler olup, amaç hata karelerini en küçük yapacak şekilde bu parametreleri tahmin etmektir. Bu nedenle,

$$Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)}) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \varepsilon_{ijk}^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)})^2 \quad (1.3)$$

değeri,

$$\left(\sum_{i=1}^a \alpha_i = \sum_{j=1}^b \beta_{j(i)} = 0 \right) \quad (1.4)$$

kısıtı altında minimize edilir ve “ $Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)})$ ” değerini minimum yapan μ, α_i ve $\beta_{j(i)}$ değerleri bulunur (Ageel 1996). Hataları en küçük yapan değerlere ulaşmak için $Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)})$ fonksiyonunun parametrelere göre türevleri alınır ve elde edilen fonksiyonlar sıfıra eşitlenir. $Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)})$ fonksiyonunun türevi alındığında;

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \mu} &= -2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} &= -2 \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta_{j(i)}} &= -2 \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)}) = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

eşitlikleri elde edilir.

(1.5)’te verilen eşitlikler çözüldüğünde iç-içe tasarımda EKK tahmin edicileri,

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{...}, \quad \hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2}{ab(n-1)} \quad (1.6)$$

şeklinde elde edilir.

Burada,

$$\bar{y}_{...} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}}{abn}, \quad \bar{y}_{i..} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}}{bn} \quad \text{ve} \quad \bar{y}_{ij.} = \frac{\sum_{k=1}^n y_{ijk}}{n}$$

dir.

1.1.1.3 Varyans analizi

İki aşamalı iç-içe sınıflandırılmış veriler için varyans analizi aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

Adım 1: Serbestlik dereceleri (sd) belirlenir.

$$\begin{aligned}sd_A &= a - 1 \\sd_{B(A)} &= a(b - 1) \\sd_{Hata} &= ab(n - 1) \\sd_{Toplam} &= abn - 1\end{aligned}$$

Adım 2: Kareler toplamları (KT) bulunur. Kareler toplamları için hesaplama formülleri genel kareler toplamı yardımıyla aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$y_{ijk} - \bar{y}_{...} = (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.ij.} - \bar{y}_{i..}) + (y_{ijk} - \bar{y}_{.ij.}) \quad (1.7)$$

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 = bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.ij.} - \bar{y}_{i..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{.ij.})^2 \quad (1.8)$$

Yukarıdaki eşitliğin sol tarafı genel kareler toplamını, sağ taraflar ise her faktöre ait kareler toplamlarını vermektedir. Basit olarak bu eşitlik

$$KT_T = KT_A + KT_{B(A)} + KT_{Hata}$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$KT_A = bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2, \quad KT_{B(A)} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.ij.} - \bar{y}_{i..})^2, \quad KT_H = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{.ij.})^2$$

ve

$$y_{...} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}, \quad y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}, \quad y_{ij.} = \sum_{k=1}^n y_{ijk}$$

dır.

Adım 3: Kareler ortalamaları (KO) hesaplanır. Kareler ortalamaları kareler toplamlarının serbestlik derecelerine bölünmesiyle elde edilir.

$$\begin{aligned} KO_A &= KT_A / (a-1) \\ KO_{B(A)} &= KT_{B(A)} / a(b-1) \\ KO_{Hata} &= KT_{Hata} / ab(n-1) \end{aligned}$$

Adım 4: Test edilecek hipotezler oluşturulur ve test istatistikleri hesaplanır.

Adım 5: Varyans analizi tabloları oluşturulur. Varyans analizi tabloları bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak incelenmiştir.

1.1.1.4 ANOVA tablosu ve hipotez testleri

İki aşamalı iç-içe tasarımlarda sabit etkili modeller için varyans analizi aşağıdaki çizelge kullanılarak yapılmaktadır.

Çizelge 1.2 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlarda ANOVA Tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması
<i>A</i>	$a-1$	KT_A	$KO_A = KT_A / (a-1)$
<i>B(A)</i>	$a(b-1)$	$KT_{B(A)}$	$KO_{B(A)} = KT_{B(A)} / a(b-1)$
<i>Hata</i>	$ab(n-1)$	KT_H	$KO_H = KT_H / ab(n-1)$
<i>Toplam</i>	$abn-1$	KT_T	

Düzeyleri özel seçilmiş faktörler için sıfır hipotezi, bu faktörün düzey etkilerinin sıfıra eşit olması şeklinde kurulur. Bu durumda, *A* faktörünün ve *A* faktörü içindeki

B faktörünün düzeylerinin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini test edecek hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} H_0^A : \forall \alpha_i = 0 & & H_0^B : \forall \beta_{j(i)} = 0 \\ H_1^A : \exists \alpha_i \neq 0 & & H_1^B : \exists \beta_{j(i)} \neq 0 \end{aligned}$$

A faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_A = \frac{KO_A}{KO_H} \sim F_{v_1, v_2} \quad (1.9)$$

olup serbestlik derecesi $v_1 = a - 1$ ve $v_2 = ab(n - 1)$ olarak alınır.

Benzer şekilde, B faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_{B(A)} = \frac{KO_{B(A)}}{KO_H} \sim F_{v_1, v_2} \quad (1.10)$$

olup, burada $v_1 = a(b - 1)$ ve $v_2 = ab(n - 1)$ dir.

Hesaplanan F değerleri, α anlam düzeyinde, F_{v_1, v_2} tablo değerlerinden büyük ise, H_0 hipotezi reddedilir.

1.1.2 Üç aşamalı iç-içe tasarımlar

Üç aşamalı iç-içe deney tasarımında iki aşamalı iç-içe deney tasarımından farklı olarak iç-içe iki faktör yerine üç faktör bulunmaktadır. Başka bir deyişle, “ c ” düzeyli C faktörünün “ b ” düzeyli B faktörünün içinde, B faktörünün de “ a ” düzeyli A faktörünün içinde bulunduğu bir deney tasarımıdır. Böyle bir düzenekte C nin her düzeyinden “ n ” gözlem seçildiği durumda matematiksel model,

$$y_{ijkm} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \lambda_{k(ij)} + \varepsilon_{m(ijk)}, \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, c \\ m = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (1.11)$$

şeklindedir. Burada, y_{ijkm} , A faktörünün i 'nci düzeyinde, A faktörünün i 'nci düzeyi ile iç içe olan B faktörünün j 'nci düzeyinde, B faktörünün j 'nci düzeyi ile iç içe olan C faktörünün k 'nci düzeyinde m 'inci gözleme karşılık gelen bağımlı değişken değeridir. Bu modelde iki aşamalı iç-içe tasarım modelinden farklı olarak, $\lambda_{k(ij)}$, A faktörünün i -nci düzeyindeki B faktörünün j -inci düzeyindeki C faktörünün k -inci düzey etkisini göstermektedir.

İki aşamalı iç-içe tasarımlarla benzer nedenlerden dolayı faktörler arasındaki etkileşimin etkisi modelde yer almaz.

1.1.2.1 Parametre tahmini

Üç aşamalı iç-içe tasarımlarda iki aşamalı iç-içe varsayımlarda geçerli olan tüm varsayımlar geçerlidir. Bahsedilen varsayımlara ek olarak üç aşamalı iç-içe sınıflandırmada B faktörünün her düzeyindeki C faktörünün etkileri toplamı sıfırdır

$\left(\sum_{k=1}^c \lambda_{k(ij)} = 0 \right)$ varsayımı kabul edilir. Bu durumda, EKK tahmin edicileri,

$$Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)}, \lambda_{k(ij)}) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \varepsilon_{ijkm}^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijkm} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)})^2 \quad (1.12)$$

değeri,

$$\left(\sum_{i=1}^a \alpha_i = \sum_{j=1}^b \beta_{j(i)} = \sum_{k=1}^c \lambda_{k(ij)} = 0 \right)$$

kısıtı altında minimize edilerek elde edilir.

Hataları en küçük yapan değerlere ulaşmak için $Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)}, \lambda_{k(ij)})$ fonksiyonunun parametrelere göre türevleri alınır ve elde edilen fonksiyonlar sıfıra eşitlenir. $Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)}, \lambda_{k(ij)})$ fonksiyonunun türevi alındığında;

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q}{\partial \mu} &= -2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)}) = 0 \\
\frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} &= -2 \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)}) = 0 \\
\frac{\partial Q}{\partial \beta_{j(i)}} &= -2 \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)}) = 0 \\
\frac{\partial Q}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= -2 \sum_{m=1}^n (y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)}) = 0
\end{aligned} \tag{1.13}$$

eşitlikleri elde edilir. (1.11)'de verilen eşitlikler çözüldüğünde iç-içe tasarımda EKK tahmin edicileri,

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{\dots}, \quad \hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\dots}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{i\dots}, \quad \hat{\lambda}_{k(ij)} = \bar{y}_{ijk.} - \bar{y}_{ij..}$$

$$\text{ve } \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijkm} - \bar{y}_{ijk.})^2}{abc(n-1)}$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\bar{y}_{\dots} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n y_{ijkm}}{abcn}, \quad \bar{y}_{i\dots} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n y_{ijkm}}{bcn}, \quad \bar{y}_{ij..} = \frac{\sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n y_{ijkm}}{cn}$$

$$\text{ve } \bar{y}_{ijk.} = \frac{\sum_{m=1}^n y_{ijkm}}{n}$$

dir.

1.1.2.2 Varyans analizi

Üç aşamalı iç-içe sınıflandırılmış veriler için varyans analizi aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

Adım 1: Serbestli dereceleri (sd) belirlenir.

$$\begin{aligned}sd_A &= a - 1 \\sd_{B(A)} &= a(b - 1) \\sd_{C(B)} &= ab(c - 1) \\sd_{Hata} &= abc(n - 1) \\sd_{Toplam} &= abc n - 1\end{aligned}$$

Adım 2: Kareler toplamları (KT) bulunur. Üç aşamalı iç-içe tasarımlarda varyans analizinin temel denklemi,

$$KT_T = KT_A + KT_{B(A)} + KT_{C(B)} + KT_{(E)}$$

şeklindedir. Burada,

$$KT_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijkm} - \bar{y}_{\dots})^2, \quad KT_A = bcn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\dots})^2,$$

$$KT_{B(A)} = cn \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij\dots} - \bar{y}_{i\dots})^2, \quad KT_{C(B)} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c (\bar{y}_{ijk\dots} - \bar{y}_{ij\dots})^2,$$

$$KT_E = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijkm} - \bar{y}_{ijk\dots})^2 \text{ ve}$$

$$y_{ijk\dots} = \sum_{m=1}^n y_{ijkm}, \quad \bar{y}_{ijk\dots} = y_{ijk\dots}/n, \quad \bar{y}_{ij\dots} = \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n y_{ijkm}, \quad \bar{y}_{ij\dots} = y_{ij\dots}/cn$$

$$y_{i\dots} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n y_{ijkm}, \quad \bar{y}_{i\dots} = y_{i\dots}/bcn, \quad y_{\dots} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n y_{ijkm}, \quad \bar{y}_{\dots} = y_{\dots}/abcn$$

dir.

Adım 3: Kareler ortalamaları (KO) hesaplanır. Kareler ortalamaları kareler toplamlarının serbestlik derecelerine bölünmesiyle elde edilir.

$$\begin{aligned} KO_A &= KT_A / (a - 1) \\ KO_{B(A)} &= KT_{B(A)} / a(b - 1) \\ KO_{C(B)} &= KT_{C(B)} / ab(c - 1) \\ KO_{Hata} &= KT_{Hata} / abc(n - 1) \end{aligned}$$

Adım 4: Test edilecek hipotezler oluşturulur ve test istatistikleri hesaplanır.

Adım 5: Varyans analizi tabloları oluşturulur. Varyans analizi tabloları bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak incelenmiştir.

1.1.2.3 ANOVA tablosu ve hipotez testleri

Üç aşamalı iç-içe tasarımlarda sabit etkili modeller için varyans analizi aşağıdaki çizelge kullanılarak yapılmaktadır.

Çizelge 1.3 Üç Aşamalı İç-içe Tasarımlarda ANOVA Tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması
<i>A</i>	$a - 1$	KT_A	$KT_A / (a - 1)$
<i>B(A)</i>	$a(b - 1)$	$KT_{B(A)}$	$KT_{B(A)} / a(b - 1)$
<i>C(B)</i>	$ab(c - 1)$	$KT_{C(B)}$	$KT_{C(B)} / ab(c - 1)$
<i>Hata</i>	$abc(n - 1)$	KT_E	$KT_E / abc(n - 1)$
<i>Toplam</i>	$abcn - 1$	KT_T	

Üç aşamalı iç-içe tasarımlarda, iki aşamalı iç-içe tasarımdakinden farklı olarak *C(B)* faktörünün düzeylerinin bağımlı değişkene etkisini test edecek hipotez aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} H_0^A &: \forall \lambda_{k(ij)} = 0 \\ H_1^A &: \exists \lambda_{k(ij)} \neq 0 \end{aligned}$$

Yukarıdaki hipoteze ait test istatistiği,

$$F_{C(B)} = \frac{KO_{C(B)}}{KO_H} \sim F_{v_1, v_2}$$

olup burada $v_1 = ab(c-1)$ ve $v_2 = abc(n-1)$ dir.

Hesaplanan F değerleri, α anlam düzeyinde, F_{v_1, v_2} tablo değerlerinden büyük ise, H_0 hipotezi reddedilir.

1.1.3 Genelleştirilmiş (q -aşamalı) iç-içe tasarımlar

İki aşamalı ve üç aşamalı iç-içe tasarımlarda izlenen adımlar ve elde edilen sonuçlar q -aşamalı iç-içe tasarımlar başlığı altında genelleştirilebilir. q -aşamalı iç-içe tasarımlarda model,

$$y_{ijk\dots pq} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \lambda_{k(ij)} + \dots + \delta_{q(ijk\dots p)} + \varepsilon_{r(ijk\dots pq)} \quad \left. \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, c \\ \dots \\ r = 1, 2, \dots, n \end{array} \right\} \quad (1.12)$$

Burada, $\delta_{q(ijk\dots p)}$, A faktörünün i -nci düzeyindeki, B faktörünün j -inci düzeyinde bulunan, C faktörünün k -ıncı düzeyindeki, \dots , Q faktörünün q -uncu düzey etkisini gösterir.

1.1.3.1 Parametre tahmini

Genelleştirilmiş iç-içe tasarımlarda iki aşamalı ve üç aşamalı iç-içe tasarımlarda bahsedilen genel varsayımlar geçerlidir. Bu varsayımlara ek olarak tasarımda yer alan tüm faktörlerin etkilerinin toplamlarının sıfır olduğu varsayılır ve bu varsayım

$\left(\sum_{i=1}^a \alpha_i = \sum_{j=1}^b B_{j(i)} = \sum_{k=1}^c \lambda_{k(ij)} \dots = \sum_{q=1}^z \delta_{q(ijk\dots p)} = 0 \right)$ şeklinde ifade edilir. Bu durumda,

EKK tahmin edicileri,

$$Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)}, \lambda_{k(ij)}, \dots, \delta_{q(ijk\dots p)}) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)})^2$$

değeri,

$$\left(\sum_{i=1}^a \alpha_i = \sum_{j=1}^b B_{j(i)} = \sum_{k=1}^c \lambda_{k(ij)} \dots = \sum_{q=1}^z \delta_{q(ijk\dots p)} = 0 \right)$$

kısıtı altında minimize edilerek elde edilir.

Hataları en küçük yapan değerlere ulaşmak için $Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)})$ fonksiyonunun parametrelere göre türevleri alınır ve elde edilen fonksiyonlar sıfıra eşitlenir.

$Q(\mu, \alpha_i, \beta_{j(i)})$ fonksiyonunun türevi alındığında;

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \mu} &= -2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} &= -2 \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta_{j(i)}} &= -2 \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= -2 \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta_{q(ijk\dots p)}} &= -2 \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}) = 0 \end{aligned} \tag{1.13}$$

eşitlikleri elde edilir. (1.13)'de verilen eşitlikler çözüldüğünde iç-içe tasarımda EKK tahmin edicileri,

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{\dots\dots\dots}, \quad \hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i\dots\dots\dots} - \bar{y}_{\dots\dots\dots}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \bar{y}_{ij\dots\dots} - \bar{y}_{i\dots\dots\dots}, \quad \lambda_{k(ij)} = \bar{y}_{ijk\dots\dots} - \bar{y}_{ij\dots\dots\dots}, \dots,$$

$$\hat{\delta}_{q(ijk\dots p)} = \bar{y}_{ijk\dots q.} - \bar{y}_{ijk\dots p..} \text{ ve } \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots qr} - \bar{y}_{ijk\dots q})^2}{abc\dots n}$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\bar{y}_{\dots\dots\dots} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{abc\dots n}, \quad \bar{y}_{i\dots\dots\dots} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{bc\dots n}, \quad \bar{y}_{ij\dots\dots} = \frac{\sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{c\dots n},$$

$$\bar{y}_{ijk\dots} = \frac{\sum_{l=1}^s \dots \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{s\dots n}, \quad \bar{y}_{ijk\dots q.} = \frac{\sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{n}, \quad \bar{y}_{ijk\dots p..} = \frac{\sum_{q=1}^t \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{tn}$$

dir.

1.1.3.2 Varyans analizi

Genelleştirilmiş iç-içe sınıflandırılmış veriler için varyans analizi aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

Adım 1: Serbestli dereceleri (sd) belirlenir.

$$\begin{aligned} sd_A &= a - 1 \\ sd_{B(A)} &= a(b - 1) \\ sd_{C(B)} &= ab(c - 1) \\ &\dots\dots\dots \\ sd_{Q(P)} &= abc\dots p(q - 1) \\ sd_{Hata} &= abc\dots q(n - 1) \\ sd_{Toplam} &= abc\dots n - 1 \end{aligned}$$

Adım 2: Kareler toplamları (KT) bulunur. Genelleştirilmiş iç-içe tasarımlarda varyans analizinin temel denklemi,

$$KT_T = KT_A + KT_{B(A)} + KT_{C(B)} + \dots + KT_{Q(P)} + KT_{(E)}$$

şeklindedir. Burada,

$$KT_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots r} - \bar{y}_{i\dots})^2, KT_A = bc\dots n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\dots})^2,$$

$$KT_{B(A)} = c\dots n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij\dots} - \bar{y}_{i\dots})^2, KT_{C(B)} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c (\bar{y}_{ijk\dots} - \bar{y}_{ij\dots})^2$$

$$KT_E = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots r} - \bar{y}_{ijk\dots})^2, KT_{Q(P)} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{i=1}^q (\bar{y}_{ijk\dots q.} - \bar{y}_{ijk\dots p..})^2$$

dir.

Adım 3: Kareler ortalamaları (KO) hesaplanır. Kareler ortalamaları kareler toplamlarının serbestlik derecelerine bölünmesiyle elde edilir.

$$KO_A = KT_A / (a - 1)$$

$$KO_{B(A)} = KT_{B(A)} / a(b - 1)$$

$$KO_{C(B)} = KT_{C(B)} / ab(c - 1)$$

.....

$$KO_{Q(P)} = KT_{Q(P)} / ab\dots p(q - 1)$$

$$KO_{Hata} = KT_{Hata} / abc\dots q(n - 1)$$

Adım 4: Test edilecek hipotezler oluşturulur ve test istatistikleri hesaplanır.

Adım 5: Varyans analizi tabloları oluşturulur. Varyans analizi tabloları bir sonraki bölümde incelenmiştir.

1.1.3.3 ANOVA tablosu ve hipotez testleri

Genelleştirilmiş iç-içe tasarımlarda sabit etkili modeller için varyans analizi aşağıdaki çizelge 1.4 kullanılarak yapılmaktadır.

Çizelge 1.4 Genelleştirilmiş İç-içe Tasarımlarda ANOVA Tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması
A	$a - 1$	KT_A	$KT_A / (a - 1)$
$B(A)$	$a(b - 1)$	$KT_{B(A)}$	$KT_{B(A)} / a(b - 1)$
$C(B)$	$ab(c - 1)$	$KT_{C(B)}$	$KT_{C(B)} / ab(c - 1)$
...
$Q(P)$	$ab...p(q - 1)$	$KT_{Q(P)}$	$KT_{Q(P)} / ab...p(q - 1)$
<i>Hata</i>	$abc...q(n - 1)$	KT_E	$KT_E / abc...q(n - 1)$
<i>Toplam</i>	$abc...n - 1$	KT_T	

Genelleştirilmiş iç-içe tasarımlarda, modeldeki tüm faktörlerinin etkisinin sıfıra eşit olup olmadığı test edilir. Bu hipoteze ait test istatistiği iki ve üç aşamalı iç-içe tasarımlardaki test istatistikleriyle benzer olarak faktöre ait kareler ortalamasının hata kareler ortalamasına bölünmesiyle elde edilir. Hesaplanan test istatistiği (F değeri), alfa anlam düzeyinde, F_{v_1, v_2} tablo değerlerinden büyük ise, H_0 hipotezi reddedilir. Burada “ v_1 ” faktöre ait serbestlik derecesi, “ v_2 ” hata serbestlik derecesi olarak alınır.

Deney tasarımındaki modellerinin analizinde klasik varsayımlar sağlandığı durumlarda genellikle EKK yönteminin kullanıldığından bahsedilmiştir. Ancak hata terimlerinin dağılımı normal dağılımdan sapmalar gösterdiğinde veya gözlemler aykırı değer içerdiğinde UEÇO yöntemi kullanarak EKK'ya göre daha etkin tahmin ediciler ve istatistiksel olarak dayanıklı test istatistikleri geliştirildiği birçok çalışmada görülmüştür (İslam ve Tiku 2004, Akkaya ve Tiku 2008, Şenoğlu ve Tiku, 2001).

Bu nedenle, bu çalışmada iç-içe tasarımdaki model parametrelerini elde ederken normal dağılımdan sapmalara ve aykırı değerlere karşı duyarsız olan UEÇO tahmin edicileri elde edilecek ve bu tahmin edicilere dayanan test istatistikleri geliştirilecektir.

2. UZUN KUYRUKLU SİMETRİK DAĞILIM

Uzun kuyruklu simetrik (LTS) dağılımlar ailesi,

$$f(e) \propto \frac{1}{\sigma} \left\{ 1 + \frac{e^2}{k\sigma^2} \right\}^{-p}, \quad -\infty < e < \infty \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada, $(y - \mu)/\sigma = e/\sigma = z$ olup, $k = 2p - 3$ dür. Dağılımın beklenen değeri ve varyansı (2.2) eşitliğinde gösterilmiştir.

$$E(y) = \mu, \quad Var(y) = \sigma^2 \quad (2.2)$$

LTS dağılımında, hatanın beklenen değeri sıfır $E(e) = 0$ varyansı ise $Var(e) = \sigma^2$, dir. Bu dağılımda basıklık,

$$\frac{\mu_4}{\mu_2^2} = \frac{3(p-3)/2}{(p-5)/2} \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. p 'nin çeşitli değerleri için basıklık değerlerini aldığı değerler çizelge 2.1' de sunulmuştur.

Çizelge 2.1 LTS Dağılımında Farklı p Değerlerine Göre Basıklık Değerleri

p	2.5	3	3.5	4.0	5.0	6.0	10.0	∞
Basıklık	-	9	6	5	4.2	3.86	3.4	3.0

$\sqrt{\frac{v}{k} \left(\frac{y - \mu}{\sigma} \right)}$, nın dağılımı $v = 2p - 1$ serbestlik dereceli Student t dağılımıdır. LTS

p 'ye bağlı olarak birçok simetrik dağılıma yakınsayabilir.

Basıklık katsayısı daima 3'ten büyüktür. Basıklık katsayısının 3 olduğu $p = \infty$ durumunda dağılım normal dağılıma yakınsamaktadır. LTS dağılımlar ailesi,

içerisinde aykırı değer bulunan örneklemeleri modellemek için uygundur (Tiku ve Akkaya 2004).

Bu bölümde, hata terimlerinin LTS dağılımına sahip olduğu durumda UEÇO yöntemiyle parametre tahmini yapılmıştır. Bu tahmin edicilere dayalı test istatistikleri geliştirilmiştir. Aynı zamanda EKK ve UEÇO yöntemleriyle elde edilen tahmin edicilerin etkinliklerini karşılaştırmak amacıyla Monte Carlo simülasyonu yapılmıştır. Sonuçlar çizelge 2.4' te sunulmuştur ve yorumlanmıştır.

2.1 Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (UEÇO) Yöntemi

UEÇO yöntemi ilk olarak Tiku (1967) tarafından önerilmiştir. Bu yöntem, normallik varsayımı sağlanmadığı ve gözlemler aykırı değer içerdiği durumlarda birçok deney tasarım modeli üzerinde uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar klasik yöntemlerden (EKK, En çok olabilirlik v.b.) elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında UEÇO yöntemiyle daha etkin tahmin ediciler ve daha güçlü test istatistikleri geliştirildiği görülmüştür Puthenpuna ve Sinha (1986). Bu çalışmalardan bazıları şunlardır: Tiku (1968), Tiku (1972), Tan (1985), Puthenpuna ve Sinha (1986), Vaughan (1992), Vaughan (2002), Şenoğlu (2005), Oral (2006), Kantar ve Şenoğlu (2008), Tiku ve Sürücü (2008).

2.2 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi

Bu bölümde iki aşamalı iç-içe tasarım modelinde hata terimlerinin LTS dağılımına sahip olması durumunda UEÇO yöntemi kullanılarak parametre tahminlerinin yapılması ve test istatistiklerinin geliştirilmesi incelenmiştir.

2.2.1 Parametre tahmini

$y_{ij(k)}$ rastgele değişkenlerin sıralı bir dizisi olmak üzere,

$$z_{ij(k)} = \frac{(y_{ij(k)} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)})^2}{\sigma}$$

şeklindeki sıralı değişkenler olarak tanımlansın.

LTS dağılımında olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L &= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^n f(e_{ijk}) = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{e_{ijk}^2}{k\sigma^2} \right)^{-p} \\ &= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{(y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)})^2}{k\sigma^2} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

şeklinindedir. Yukarıdaki fonksiyonun logaritmasının parametrelere göre türevi alındığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n g(z_{ijk}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n g(z_{ij(k)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{k=1}^n g(z_{ij(k)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{N}{\sigma} + \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n g(z_{ij(k)}) z_{ij(k)} = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Tiku ve Suresh (1992) ve Vaughan (1992)'de bahsedildiği gibi (2.5)'de verilen denklemler $g(z_{ij(k)})$ 'lar lineer olmadığından dolayı çözülemez. Bu nedenle, $g(z_{ij(k)})$ fonksiyonu Taylor serisinin ilk iki terimi etrafında açılarak,

$$\begin{aligned} g(z_{ij(k)}) &= g(t_{(i)}) + [z_{ij(k)} - t_{(i)}] \left\{ \frac{d}{dz} g(z_{ij(k)}) \right\}_{z=t_{(i)}} \\ &= \alpha_{ijk} + \beta_{ijk} z_{ij(k)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklinde lineer hale getirilir. Burada,

$$\alpha_{ijk} = \frac{(2/k)t_{(i)}^3}{[1 + (1/k)t_{(i)}^2]^2} \text{ ve } \beta_{ijk} = \frac{1 - (1/k)t_{(i)}^2}{[1 + (1/k)t_{(i)}^2]^2} \quad (2.7)$$

dir. ($1 \leq i \leq n$) ve $n \leq 20$ olduğu durumda $t_{(i)}$ değerleri Tiku ve Kurma (1981)'de verilmektedir. $n \geq 20$ için $t_{(i)}$ değerleri,

$$\frac{1}{\sqrt{k}\beta(1/2, p-1/2)} \int_{-\infty}^{t_{(i)}} \left(1 + \frac{z^2}{k}\right)^{-p} dz = \frac{i}{n+1} \quad (2.8)$$

eşitliği kullanılarak elde edilir (Tiku ve Suresh 1992), (Şenoğlu ve Tiku 2001). UEÇÖ eşitlikleri, (2.6) ve (2.7)'de verilen ifadeler (2.5)'te yerlerine konularak,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \mu} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (\alpha_{ijk} + \beta_{ijk} z_{ij(k)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \alpha_i} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (\alpha_{ijk} + \beta_{ijk} z_{ij(k)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{k=1}^n (\alpha_{ijk} + \beta_{ijk} z_{ij(k)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} &= -\frac{N}{\sigma} + \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (\alpha_{ijk} + \beta_{ijk} z_{ij(k)}) z_{ij(k)} = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

şeklinde elde edilir. Yukarıdaki eşitliklerin çözümü sonucunda iki aşamalı iç-içe tasarımlar için UEÇÖ tahmin edicileri elde edilir. Bu tahmin ediciler,

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_{i..} - \hat{\mu}_{...}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \hat{\mu}_{ij.} - \hat{\mu}_{i..} \text{ ve } \hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2\sqrt{A(A-ab)}} \quad (2.10)$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\mu}_{...} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} y_{ijk}}{abm}, \quad \mu_{i..} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} y_{ijk}}{bm}, \quad \mu_{ij.} = \frac{\sum_{k=1}^n \beta_{ijk} y_{ijk}}{m}, \quad \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} = m$$

ve

$$A = abn, \quad B = \frac{2p}{k} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \alpha_{ijk} (y_{ijk} - \mu_{ij.}) \right], \quad C = \frac{2p}{k} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} (y_{ijk} - \mu_{ij.})^2 \right]$$

dir.

Teorem 2.2.1: $\hat{\alpha}_i$, UEÇO tahmin edicisi asimptotik olarak, α_i ortalamalı ve $\frac{k\sigma^2}{2pbm}$ varyanslı normal dağılıma sahiptir.

Kanıt: Kendall ve Stuart, (1979)' da ifade edildiği gibi,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} \cong \frac{\partial \ln L^*}{\partial \alpha_i} = \frac{2pbm}{k\sigma^2} (\hat{\alpha}_i - \alpha_i)$$

şeklinde yazılabileceğinden Teorem 2.1.1 kanıtlanmış olur.

Teorem 2.2.2: $\hat{\beta}_i$, UEÇO tahmin edicisi asimptotik olarak, β_i ortalamalı ve $\frac{k\sigma^2}{2pm}$ varyanslı normal dağılıma sahiptir.

Kanıt: Teorem 2.1.1 ile benzer şekilde,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} \cong \frac{\partial \ln L^*}{\partial \beta_{j(i)}} = \frac{2pm}{k\sigma^2} (\hat{\beta}_{j(i)} - \beta_{j(i)})$$

şeklinde yazılabileceğinden Teorem 2.1.2 kanıtlanmış olur.

2.2.2 Varyans analizi

İki aşamalı iç-içe sınıflandırılmış veriler için UEÇO yöntemi kullanılarak varyans analizi bölüm 1.1.1.3'te anlatılan adımlar izlenerek yapılır. UEÇO yöntemi kullanılarak yapılan varyans analizinde farklı olarak KT 'ler ve KT 'lere bağlı olarak KO 'lar değişmektedir. KT 'ler,

$$\begin{aligned}
KT_A^* &= \frac{2p}{k} bm \sum_{i=1}^a (\hat{\mu}_{i..} - \hat{\mu})^2 \\
KT_{B(A)}^* &= \frac{2p}{k} m \sum_{i=1}^a \sum_{jk=1}^b (\hat{\mu}_{ij.} - \hat{\mu}_{i..})^2 \\
KT_H^* &= ab(n-1)\hat{\sigma}^2
\end{aligned} \tag{2.11}$$

olarak hesaplanırken, KO^* 'lar KT^* 'ların serbestlik derecelerine bölünmesiyle,

$$\begin{aligned}
KO_A^* &= KT_A^* / (a-1) \\
KO_{B(A)}^* &= KT_{B(A)}^* / a(b-1) \\
KO_H^* &= KT_H^* / ab(n-1)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. ANOVA tablosu çizelge 1.2' deki gibi oluşturulur.

2.2.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri

Bu bölümde hata terimlerinin dağılımı LTS olduğu durumda iki aşamalı iç-içe tasarımlarda UEÇO yöntemi kullanılarak hipotez testlerinin oluşturulma ve test istatistikleri geliştirme süreci anlatılmaktadır. Ayrıca, UEÇO yöntemiyle elde edilen test istatistiklerinin dağılımının F dağılımı olduğunu göstermek amacıyla iki aşamalı iç-içe tasarım modelinde bulunan A ve $B(A)$ faktörlerine ilişkin test istatistiklerinin I. tip hata olasılıkları $\alpha = 0.05$ olmak üzere simülasyon ile hesaplanmıştır. Simülasyon sonuçları çizelge 2.2'de verilmektedir.

Sabit etkili bir modelde, sıfır hipotezi, bu faktörün düzey etkilerinin sıfıra eşit olması şeklinde kurulur. Bu durumda test edilecek hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
H_0^A : \forall \alpha_i &= 0 & H_0^B : \forall \beta_{j(i)} &= 0 \\
H_1^A : \exists \alpha_i &\neq 0 & H_1^B : \exists \beta_{j(i)} &\neq 0
\end{aligned}$$

A faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_A^* = \frac{KO_A^*}{KO_H^*} = \frac{\frac{2p}{k} bm \sum_{i=1}^a (\hat{\mu}_{i..} - \hat{\mu})^2 / (a-1)}{\hat{\sigma}^2} \sim F_{v_1, v_2}$$

ve benzer şekilde, $B(A)$ faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_{B(A)}^* = \frac{KO_{B(A)}^*}{KO_H^*} = \frac{\frac{2p}{k} m \sum_{i=1}^a \sum_{jk=1}^b (\hat{\mu}_{ij.} - \hat{\mu}_{i..})^2 / a(b-1)}{\hat{\sigma}^2} \sim F_{v_2, v_2}$$

şeklinde önerilir. Serbestlik derecesi $v_1 = a - 1$, $v_2 = a(b - 1)$ ve $v_z = ab(n - 1)$ olarak alınır.

Test İstatistiklerinin I. Tip Hataları

UEÇO yöntemiyle geliştirilen test istatistiklerinin I. tip hataları Monte Carlo simülasyonu yardımıyla, şekil parametresi p , 2, 2.5, 3.5, 5 ve 10 olduğu durumda örneklem genişliği $n = 5, 10, 15$ ve 20 alınarak hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 2.2' de sunulmaktadır.

Çizelge 2.2 F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ Testlerinin I. Tip Hataları

n	$p =$	2	2.5	3.5	5	10
5	F_A^*	0.040	0.042	0.042	0.042	0.046
	$F_{B(A)}^*$	0.041	0.044	0.047	0.039	0.044
10	F_A^*	0.041	0.044	0.042	0.045	0.045
	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.044	0.048	0.040	0.047
15	F_A^*	0.049	0.042	0.048	0.045	0.049
	$F_{B(A)}^*$	0.051	0.040	0.047	0.042	0.050
20	F_A^*	0.053	0.044	0.044	0.045	0.048
	$F_{B(A)}^*$	0.051	0.044	0.040	0.041	0.048

Çizelge 2.2'de, hataların LTS dağılımı durumunda test istatistiklerinin I. tip hataları belirlenen $\alpha = 0.05$ civarında olduğu görülmektedir. Bu durumda test istatistiklerinin F dağılımına sahip oldukları söylenebilir.

2.3 Üç Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi

Bu bölümde üç aşamalı iç-içe tasarım modelinde hata terimlerinin LTS dağılımına sahip olması durumunda UEÇO yöntemi kullanılarak tahmin edicilerin elde edilmesi ve test istatistiklerinin geliştirilmesi anlatılmaktadır.

2.3.1 Parametre tahmini

$y_{ijk(m)}$ rastgele değişkenlerin sıralı bir dizisi olmak üzere,

$$z_{ijk(m)} = \frac{(y_{ijk(m)} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)})^2}{\sigma}$$

şeklindeki sıralanmış değişkenler olarak tanımlansın.

LTS dağılımında olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L &= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^n f(e_{ijk(m)}) = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{e_{ijk(m)}^2}{k\sigma^2} \right)^{-p} \\ &= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{(y_{ijk(m)} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)})^2}{k\sigma^2} \right)^{-p} \end{aligned} \quad (2.12)$$

şeklindedir. Yukarıdaki fonksiyonun logaritmasının parametrelere göre türevi alındığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{m=1}^n g(z_{ijk(m)}) = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijk(m)}) z_{ijk(m)} = 0$$

Yukarıdaki eşitliklerde, iki aşamalı iç-içe tasarımlarda bahsedildiği gibi $g(z_{ijk(m)})$, lineer olmadığı için çözülemediğinden Taylor serisinin ilk iki terimi etrafında açılarak lineerleştirilir. $g(z_{ijk(m)})$, α_{ijkm} ve β_{ijkm} , (2.6) ve (2.7)'deki gibi elde edilir. Elde edilen bu değerler, (2.13)'de yerine konulduğunda,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \mu} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (\alpha_{ijkm} + \beta_{ijkm} z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \alpha_i} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (\alpha_{ijkm} + \beta_{ijkm} z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (\alpha_{ijkm} + \beta_{ijkm} z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{m=1}^n (\alpha_{ijkm} + \beta_{ijkm} z_{ijk(m)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} &= -\frac{N}{\sigma} + \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (\alpha_{ijkm} + \beta_{ijkm} z_{ijk(m)}) z_{ijk(m)} = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitlikler çözüldüğünde üç aşamalı iç-içe tasarımlar için UEÇÖ tahmin edicileri,

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_{i\dots} - \hat{\mu}, \hat{\beta}_{j(i)} = \hat{\mu}_{ij\dots} - \hat{\mu}_{i\dots}, \hat{\lambda}_{k(ij)} = \hat{\mu}_{ijk\dots} - \hat{\mu}_{ij\dots} \text{ ve } \hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2\sqrt{A(A - abc)}}$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\hat{\mu}_{\dots} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{abcm}, \quad \hat{\mu}_{i\dots} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{bcm}, \quad \hat{\mu}_{ij\dots} = \frac{\sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{cm},$$

$$\hat{\mu}_{ijk\dots} = \frac{\sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{m}, \quad \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} = m \text{ ve}$$

$$A = abn, \quad B = \frac{2p}{k} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \alpha_{ijkm} (y_{ijkm} - \mu_{ij..}) \right], \quad C = \frac{2p}{k} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} (y_{ijkm} - \mu_{ij..})^2 \right]$$

dir.

2.3.2 Varyans analizi

Üç aşamalı iç-içe sınıflandırılmış veriler için UEÇO varyans analizinde izlenen adımlar bölüm 1.1.2.2.'de ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. UEÇO yöntemi kullanılarak yapılan varyans analizinde KT^* ' lar,

$$KT_A^* = \frac{2p}{k} bcm \sum_{i=1}^a (\hat{\mu}_{i..} - \hat{\mu})^2, \quad KT_{B(A)}^* = \frac{2p}{k} cm \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\hat{\mu}_{ij..} - \hat{\mu}_{i..})^2$$

$$KT_{C(B)}^* = \frac{2p}{k} m \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c (\hat{\mu}_{ijk.} - \hat{\mu}_{ij..})^2, \quad KT_H^* = abc(n-1)\hat{\sigma}^2$$

ve KT^* ' lere bağlı olarak KO^* ' lar

$$KO_A^* = KT_A^* / (a-1)$$

$$KO_{B(A)}^* = KT_{B(A)}^* / a(b-1)$$

$$KO_{C(B)}^* = KT_{C(B)}^* / ab(c-1)$$

$$KO_H^* = KT_H^* / abc(n-1)$$

şeklinde hesaplanır.

2.3.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri

Sabit etkili modeller için sıfır hipotezi, bu faktörün düzey etkilerinin sıfıra eşit olması şeklinde kurulur. Bu durumda üç aşamalı iç-içe tasarım modeli için test edilecek hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{array}{lll}
H_0^A : \forall \alpha_i = 0 & H_0^B : \forall \beta_{j(i)} = 0 & H_0^C : \forall \lambda_{k(ij)} = 0 \\
H_1^A : \exists \alpha_i \neq 0 & H_1^B : \exists \beta_{j(i)} \neq 0 & H_1^C : \exists \lambda_{k(ij)} \neq 0
\end{array}$$

A faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_A^* = \frac{KO_A^*}{KO_H^*} \sim F_{v_1, v_z}$$

$B(A)$ faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_{B(A)}^* = \frac{KO_{B(A)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_2, v_z}$$

ve $C(B)$ faktörüne ait test istatistiği,

$$F_{C(B)}^* = \frac{KO_{C(B)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_3, v_z}$$

olarak önerilir. Burada $v_1 = a - 1$, $v_2 = a(b - 1)$, $v_3 = ab(c - 1)$ ve $v_z = abc(n - 1)$ dir.

Hesaplanan F^* değerleri, alfa anlam düzeyinde, F tablo değerlerinden büyük ise, H_0 hipotezi reddedilir.

2.4 Genelleştirilmiş (q – aşamalı) İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi

Bu bölümde önceki bölümlerde bahsedilen iki ve üç aşamalı iç-içe tasarım modellerinin genelleştirilmiş hali olan (q – aşamalı) iç-içe tasarım modelinde hata terimlerinin LTS dağılımına sahip olması durumunda UEÇO yöntemiyle tahmin edicilerin elde edilmesi ve test istatistiklerinin geliştirilmesi anlatılmaktadır.

2.4.1 Parametre tahmini

$y_{ijk\dots pq(r)}$ rastgele değişkenlerin sıralı bir dizisi olmak üzere,

$$z_{ijk...pq(r)} = \frac{(y_{ijk...pq(r)} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk...p)})^2}{\sigma}$$

şeklindeki sıralanmış değişkenler olarak tanımlansın.

LTS dağılımda olabilirlik fonksiyonu;

$$L = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^d \dots \prod_{r=1}^n f(e_{ijk...pqr}) = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^d \dots \prod_{r=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{e_{ijk...pqr}^2}{k\sigma^2} \right)^{-p} \dots (2.15)$$

$$= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^b \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^d \dots \prod_{r=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{(y_{ijk...pq(r)} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk...p)})^2}{k\sigma^2} \right)^{-p}$$

Yukarıdaki fonksiyonun logaritmasının parametrelere göre türevi alındığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk...pq(r)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk...pq(r)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk...pq(r)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk...pq(r)}) = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{N}{\sigma} + \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c g(z_{ijk...pq(r)}) z_{ijk...pq(r)} = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Yukarıdaki eşitlikler iki ve üç aşamalı iç-içe tasarımlarla benzer şekilde çözümlenip, $g(z_{ijk...pqr})$, $\alpha_{ijk...pqr}$ ve $\beta_{ijk...pqr}$ ifadeleri yukarıdaki eşitlikte yerine konulduğunda UEÇÖ eşitlikleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \mu} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (\alpha_{ijk...pqr} + \beta_{ijk...pqr} z_{ijk...pq(r)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \alpha_i} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (\alpha_{ijk...pqr} + \beta_{ijk...pqr} z_{ijk...pq(r)}) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln L^*}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (\alpha_{ijk\dots pqr} + \beta_{ijk\dots pqr} z_{ijk\dots pq(r)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= \frac{2p}{k\sigma} \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n (\alpha_{ijk\dots pqr} + \beta_{ijk\dots pqr} z_{ijk\dots pq(r)}) = 0\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{2p}{k\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c (\alpha_{ijk\dots pqr} + \beta_{ijk\dots pqr} z_{ijk\dots pq(r)}) z_{ijk\dots pq(r)} = 0$$

şeklinde elde edilir. (2.17)'deki eşitlikler çözüldüğünde genelleştirilmiş iç-içe tasarımlar için UEÇO tahmin edicileri elde edilir. Bu tahmin ediciler,

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_{i\dots\dots} - \hat{\mu}_{\dots\dots}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \hat{\mu}_{ij\dots\dots} - \hat{\mu}_{i\dots\dots}, \quad \hat{\lambda}_{k(ij)} = \hat{\mu}_{ijk\dots\dots} - \hat{\mu}_{ij\dots\dots}, \dots,$$

$$\hat{\delta}_{q(ijk\dots p)} = \hat{\mu}_{ijk\dots q\dots} - \hat{\mu}_{ijk\dots p\dots} \text{ ve } \hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2\sqrt{A(A - abcd\dots m)}}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\mu}_{\dots\dots} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots qr} y_{ijk\dots qr}}{abcd\dots m}, \quad \hat{\mu}_{i\dots\dots} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots r} y_{ijk\dots r}}{bc\dots m}$$

$$\hat{\mu}_{ij\dots\dots} = \frac{\sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots r} y_{ijk\dots r}}{c\dots m}, \quad \hat{\mu}_{ijk\dots\dots} = \frac{\sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{d\dots m}, \quad \hat{\mu}_{ijk\dots q\dots} = \frac{\sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{m},$$

$$\hat{\mu}_{ijk\dots p\dots} = \frac{\sum_{q=1}^t \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{tm}, \quad \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots qr} = m \text{ ve}$$

$$A = abc\dots n, \quad B = \frac{2p}{k} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \alpha_{ijk\dots qr} (y_{ijk\dots qr} - \mu_{ij\dots\dots}) \right],$$

$$C = \frac{2p}{k} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots qr} (y_{ijk\dots qr} - \mu_{ij\dots\dots})^2 \right]$$

dir.

2.4.2 Varyans analizi

Daha önceki bölümlerde iç-içe tasarım modellerinin iki özel hali olan iki ve üç aşamalı iç-içe tasarım modelleri için varyans analizinden bahsedilmiştir. Bu bölümde iç-içe tasarımlarda UEÇO yöntemiyle varyans analizi yapılırken izlenecek adımlar genelleştirilmiştir.

Adım 1: Serbestli dereceleri (sd) belirlenir.

$$\begin{aligned}
 sd_A &= a - 1 \\
 sd_{B(A)} &= a(b - 1) \\
 sd_{C(B)} &= ab(c - 1) \\
 &\dots\dots\dots \\
 sd_{Q(P)} &= abc\dots p(q - 1) \\
 sd_{Hata} &= abc\dots q(n - 1) \\
 sd_{Toplam} &= abc\dots n - 1
 \end{aligned}$$

Adım 2: KT^* lar aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
 KT_A^* &= \frac{2p}{k} bc\dots m \sum_{i=1}^a (\hat{\mu}_{i\dots} - \hat{\mu})^2, & KT_{B(A)}^* &= \frac{2p}{k} c\dots m \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\hat{\mu}_{ij\dots} - \hat{\mu}_{i\dots})^2 \\
 KT_{C(B)}^* &= \frac{2p}{k} m \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c (\hat{\mu}_{ijk\dots} - \hat{\mu}_{ij\dots})^2, & KT_{Q(P)}^* &= \frac{2p}{k} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{l=1}^q (\bar{y}_{ijk\dots q} - \bar{y}_{ijk\dots p\dots})^2 \\
 KT_H^* &= abc\dots q(n - 1)\hat{\sigma}^2
 \end{aligned}$$

Adım 3: KO^* lar hesaplanır. Kareler ortalamaları kareler toplamlarının serbestlik derecelerine bölünmesiyle elde edilir.

$$\begin{aligned}
 KO_A^* &= KT_A^* / (a - 1) \\
 KO_{B(A)}^* &= KT_{B(A)}^* / a(b - 1)
 \end{aligned}$$

$$KO_{C(B)}^* = KT_{C(B)}^* / ab(c-1)$$

$$KO_{Q(P)}^* = KT_{Q(P)}^* / ab...p(q-1)$$

$$KO_H^* = KT_H^* / abc...q(n-1)$$

Adım 4: ANOVA tablosu oluşturulur.

Çizelge 2.3: Genelleştirilmiş İç-içe Tasarımlarda UEÇÖ yöntemi kullanılarak oluşturulan ANOVA tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması
<i>A</i>	$a - 1$	KT_A^*	$KT_A^* / (a - 1)$
<i>B(A)</i>	$a(b - 1)$	$KT_{B(A)}^*$	$KT_{B(A)}^* / a(b - 1)$
<i>C(B)</i>	$ab(c - 1)$	$KT_{C(B)}^*$	$KT_{C(B)}^* / ab(c - 1)$
...
<i>Q(P)</i>	$ab...p(q - 1)$	$KT_{Q(P)}^*$	$KT_{Q(P)}^* / ab...p(q - 1)$
<i>Hata</i>	$abc...q(n - 1)$	KT_H^*	$KT_H^* / abc...q(n - 1)$
<i>Toplam</i>	$abc...n - 1$		

Adım 5: Test edilecek hipotezler oluşturulur ve test istatistikleri hesaplanır. Hipotez testleri ve önerilen test istatistikleri bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak incelenmiştir.

2.4.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri

Düzeyleri özel seçilmiş faktörler için sıfır hipotezi, bu faktörün düzey etkilerinin sıfıra eşit olması şeklinde kurulur. Bu durumda test edilecek hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
H_0^A : \forall \alpha_i = 0 & & H_0^{B(A)} : \forall \beta_{j(i)} = 0 & \dots & H_0^{Q(P)} : \forall \alpha_i = 0 \\
H_1^A : \exists \alpha_i \neq 0 & & H_1^{B(A)} : \exists \beta_{j(i)} \neq 0 & \dots & H_1^{Q(P)} : \exists \alpha_i \neq 0
\end{aligned}$$

Yukarıdaki hipotezlere ait test istatistikleri sırasıyla,

$$F_A^* = \frac{KO_A^*}{KO_H^*} \sim F_{v_1, v_2}, \quad F_{B(A)}^* = \frac{KO_{B(A)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_2, v_2}, \dots, \quad F_{Q(P)}^* = \frac{KO_{Q(P)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_q, v_2}$$

şeklinde önerilirler. Serbestlik derecesi $v_1 = a - 1$, $v_2 = a(b - 1), \dots$, $v_q = abc \dots p(q - 1)$ olarak alınır.

Hesaplanan F değerleri, alfa anlam düzeyinde, F tablo değerlerinden büyük ise, H_0 hipotezi reddedilir.

2.5 Simlasyon Çalışması

Hata terimlerinin dağılımı LTS olduğu durumda, EKK tahmin edicilerinin ve UEÇO tahmin edicilerinin etkinliklerini karşılaştırmak amacıyla,

- örneklem genişliği $n = 10, 15, 20$ alınarak
- $[100.000/n]$ kadar Monte Carlo simülasyonu yapıldı.
- Simülasyon çalışması sonucunda, tahmin edicilerin, ortalamaları, hata kareler ortalamaları (MSE) ve görelî etkinlikleri (RE) hesaplanmıştır.

RE, UEÇO tahmin edicisinin EKK tahmin edicisine göre yüzde kaç etkin olduğunu gösterir ve

$$RE = \frac{MSE_{UEÇO}}{MSE_{EKK}} \times 100$$

şeklinde hesaplanır.

- Modeldeki diğer $\hat{\alpha}_i$ ve $\hat{\beta}_{j(i)}$ değerleri benzer olduğundan, çizelge 2.4’ te sadece $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\beta}_{1(1)}$ ve $\hat{\sigma}$ için bulunan sonuçlar verilmektedir.

Çizelge 2.4 μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇÖ ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri

n		$\hat{\mu}$			$\hat{\alpha}_1$			$\hat{\beta}_{1(1)}$			$\hat{\sigma}$		
		Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE
p=2													
10	EKK	0.0001	0.0838	59	0.0033	0.1719	58	0.0029	0.7657	58	0.9571	0.082	99
	UEÇÖ	0.0006	0.0493		0.0023	0.0998		0.0014	0.442		1.1861	0.0818	
15	EKK	-0.0009	0.0834	56	0.0026	0.1642	56	0.0021	0.7366	56	0.9692	0.0531	68
	UEÇÖ	-0.0013	0.0468		0.0018	0.0923		0.0012	0.4138		1.1325	0.0363	
20	EKK	-0.0003	0.083	56	0.0031	0.1691	55	0.004	0.7474	55	0.9733	0.0510	44
	UEÇÖ	-0.0003	0.0464		0.0021	0.0934		0.002	0.4102		1.1022	0.0228	
p=2.5													
10	EKK	-0.0014	0.083	89	0.0024	0.1699	89	0.0017	0.7476	89	0.994	0.0101	124
	UEÇÖ	-0.0017	0.074		0.0028	0.1504		0.0029	0.6644		1.0623	0.0125	
15	EKK	0.0012	0.0851	87	0.0001	0.1638	88	0.0002	0.7437	88	0.9953	0.0066	106
	UEÇÖ	0.001	0.074		0.0005	0.1434		0.0011	0.6532		1.0434	0.007	
20	EKK	-0.0002	0.081	74	0.0011	0.1677	76	0.0032	0.7341	75	0.9927	0.0134	97
	UEÇÖ	-0.0006	0.0602		0.0009	0.1268		0.0028	0.5491		1.0798	0.013	
p=3.5													
10	EKK	-0.0014	0.083	89	0.0024	0.1699	89	0.0017	0.7476	89	0.994	0.0101	124
	UEÇÖ	-0.0017	0.074		0.0028	0.1504		0.0029	0.6644		1.0623	0.0125	
15	EKK	0.0012	0.0851	87	0.0001	0.1638	88	0.0002	0.7437	88	0.9953	0.0066	106
	UEÇÖ	0.001	0.074		0.0005	0.1434		0.0011	0.6532		1.0434	0.007	
20	EKK	-0.0004	0.0839	87	0.0009	0.1658	87	0.0022	0.7407	88	0.9974	0.0049	97
	UEÇÖ	-0.0006	0.0728		0.0009	0.1447		0.0018	0.6482		1.034	0.0048	
p=5													
10	EKK	-0.0008	0.0857	95	0.0007	0.1662	96	0.0001	0.7568	95	0.9976	0.0069	129
	UEÇÖ	-0.0009	0.0815		0.0006	0.1589		0.0004	0.7226		1.0448	0.0089	
15	EKK	-0.0003	0.0817	95	0.0007	0.1657	94	0.0057	0.7485	95	0.9977	0.0046	118
	UEÇÖ	-0.0002	0.0774		0.0009	0.1562		0.0051	0.7119		1.0323	0.0054	
20	EKK	0.0009	0.0832	95	0.0005	0.1671	94	0.0005	0.7498	95	0.998	0.0035	111
	UEÇÖ	0.0009	0.0787		0.0002	0.1575		-0	0.7109		1.0254	0.0039	
p=10													
10	EKK	-0.0012	0.0835	99	0.0007	0.1671	99	0.0011	0.753	99	0.9973	0.0055	110
	UEÇÖ	-0.0011	0.0825		0.0007	0.1655		0.0006	0.7458		1.0197	0.006	
15	EKK	0.0004	0.0826	99	0.0008	0.167	99	0.0005	0.7512	99	0.9974	0.0035	107
	UEÇÖ	0.0003	0.0816		0.0008	0.1652		0.0006	0.7439		1.0144	0.0037	
20	EKK	-0	0.0827	98	0.0013	0.1693	98	0.002	0.7527	99	0.998	0.0026	105
	UEÇÖ	-0	0.0816		0.0014	0.1666		0.0014	0.745		1.0117	0.0027	

Çizelge 2.4’te sunulan sonuçlara göre, μ , α_1 ve $\beta_{1(1)}$ parametrelerine ait UEÇÖ tahmin ediciler örneklem genişliği n ’in ve şekil parametresi p ’nin tüm değerleri için

EKK tahmin edicilerine göre daha etkindirler. σ 'nın UEÇO tahmin edicisinin ise $p=5, 10$ olduğu durumda ve n 'in küçük değerleri dışında EKK tahmin edicisine göre daha etkin olduğu gözlemlenmiştir.

3. GENELLEŞTİRİLMİŞ LOJİSTİK DAĞILIM

$b > 0$ ve $\sigma > 0$ olmak üzere GL dağılım ailesinin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(e) = \frac{b}{\sigma} \frac{\exp(-e/\sigma)}{\{1 + \exp(-e/\sigma)\}^{b+1}} \quad (-\infty < e < \infty) \quad (3.1)$$

şeklindedir (Balakrishnan ve Leung 1988). Burada, b ve σ şekil ve ölçek parametreleridir. GL dağılım $GL(b, \sigma)$ şeklinde ifade edilir.

GL dağılımda, $b = 1$ olduğu durumda $GL(b, \sigma)$ normal dağılıma yakınlığı nedeniyle birçok çalışmada kullanılan lojistik dağılıma yakınsar ve simetriktir. GL dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu, $(e < \sigma \ln b)$ olduğu durumda artan bir fonksiyon iken, $(e > \sigma \ln b)$ olduğu durumda azalan bir fonksiyondur. Ayrıca, $GL(b, \sigma)$ 'nin $b > 1$ iken pozitif çarpık, $0 > b > 1$ iken negatif çarpık olduğu gözlenmektedir, (Sazak, 2003).

$Z = e/\sigma$ olduğu durumda moment çıkaran fonksiyon:

$$M_\theta(Z) = E(e^{\theta z}) = b\Gamma(1 - \theta)\Gamma(b + \theta)/\Gamma(b + 1), \quad (-b < \theta < 1) \quad (3.2)$$

şeklindedir. Z 'nin r -inci momentini,

$$\mu_r' = \left\{ \frac{d^r}{d\theta^r} M_\theta(z) \right\}_{\theta=0} \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilir. GL dağılımda momentler, formülü aşağıda verilen $\Gamma(x)$ 'in türevi kullanılarak elde edilir. $\Gamma(x)$ 'in k -inci türevi,

$$\psi^{(k)}(x) = \frac{d^k}{dx^k} \Gamma(x) \quad (3.4)$$

şeklindedir. $\psi^{(k)}(x)$ ile ilgili matematiksel detaylar Abromawitz ve Stegun (1985)'de ayrıntılı olarak incelenmiştir. Örneğin, $\psi^{(k)}(b)$ ve $\psi^{(k)}(b+1)$ arasındaki ilişkiyi gösteren eşitlik yaygın olarak kullanılmaktadır ve

$$\psi^{(k)}(b+1) = \psi^{(k)}(b) + (-1)^{(k)} k! / b^{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

şeklinde gösterilir. Z değişkeninin beklenen değeri

$$E(Z) = \psi(b) - \psi(1) \quad (3.6)$$

varyansı,

$$V(Z) = \psi'(b) + \psi'(1) \quad (3.7)$$

şeklindedir. GL dağılımında basıklık ve çarpıklık katsayıları,

Çizelge 3.1 GL dağılımında basıklık ve çarpıklık katsayıları

$b =$	0.5	1	2	4	6
$\sqrt{\beta_1}$	-0.86	0	0.33	0.75	0.92
β_2	5.40	3.29	4.33	4.76	4.95

şeklindedir (Şenoğlu 2000).

3.1 UEÇO Yöntemi

Önceki bölümde hata terimleri simetrik bir dağılım olan LTS dağılımına sahip olduğu durumda UEÇO yöntemi ele alınmıştır ve UEÇO tahmin edicilerinin EKK tahmin edicilerine göre daha etkin oldukları gözlenmiştir. Bu bölümde iç-içe tasarım modellerinde hata terimlerinin çarpık bir dağılım olan GL dağılımına sahip olması durumunda UEÇO yöntemi iki aşamalı, üç aşamalı ve genelleştirilmiş iç içe tasarım modellerine uygulanarak incelenmiştir.

3.2 İki Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi

Bu bölümde iki aşamalı iç-içe tasarım modelinde hata terimlerinin GL dağılımına sahip olması durumunda UEÇO yöntemi kullanılarak parametre tahmini yapılması ve test istatistikleri geliştirilmesi ele alınmıştır.

3.2.1 Parametre tahmini

$y_{ij(k)}$ rastgele değişkenlerin sıralı bir dizisi olmak üzere,

$$z_{ijk} = \frac{(y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)})^2}{\sigma}$$

şeklindeki sıralı değişkenler olarak tanımlansın.

GL dağılımın olabirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L &= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^n f(e_{ijk}) = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^n \frac{b}{\sigma} \frac{\exp(-e_{ijk}/\sigma)}{\left\{1 + \exp(-e_{ijk}/\sigma)\right\}^{b+1}} \quad (3.8) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^N \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^n \left[\exp\left(-\frac{y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)}}{\sigma}\right) / \left\{1 + \exp\left(-\frac{y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)}}{\sigma}\right)\right\}^{b+1} \right] \end{aligned}$$

şeklinindedir. Yukarıdaki fonksiyonun logaritmasının parametrelere göre türevi alındığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{N}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n g(z_{ijk}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} &= \frac{tn}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n g(z_{ijk}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{n}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{k=1}^n g(z_{ijk}) = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n z_{ijk} + \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n g(z_{ijk}) z_{ijk} = 0$$

Yukarıdaki eşitliklerde,

$$g(z_{ijk}) = (\alpha_{ijk} - \beta_{ijk} z_{ijk}) \quad (3.10)$$

dir. Burada, $t = t_{(i)} = -\ln(q_i^{-1/b} - 1)$ ve $q_i = i/(n+1)$ olmak üzere,

$$\alpha_{ijk} = (1 + e^t + te^t)/(1 + e^t)^2 \quad \text{ve} \quad \beta_{ijk} = e^t/(1 + e^t)^2$$

dır. Bölüm 2’de belirtildiği gibi $t_{(i)}$ değerleri Tiku ve Kurma (1985)’ de bulunmaktadır. (3.9)’deki eşitlikler çözüldüğünde iki aşamalı iç-içe tasarımlar için

UEÇO tahmin edicileri elde edilir. Bu tahmin ediciler, $\sum_{k=1}^n \beta_{ijk} = m$ olmak üzere,

$$\hat{\mu} = \hat{\mu}_{...} - \frac{\Delta}{m} \hat{\sigma}, \quad \hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_{i..} - \mu_{...}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \hat{\mu}_{ij.} - \hat{\mu}_{i..} \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2\sqrt{at(n-1)}}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\mu}_{...} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} y_{ij(k)}}{atm}, \quad \mu_{i..} = \frac{\sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} y_{ijk}}{bm}, \quad \mu_{ij.} = \frac{\sum_{k=1}^n \beta_{ijk} y_{ijk}}{m}$$

$$\Delta_k = (\alpha_{ijk} - (b+1)^{-1}), \quad \Delta = \sum_{k=1}^n \Delta_k \quad \text{ve}$$

$$A = N = atn, \quad B = (b+1) \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \mu_{ij.}) \Delta_k \right], \quad C = (b+1) \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n \beta_{ijk} (y_{ijk} - \mu_{ij.})^2 \right]$$

dir.

Teorem 3.1.1:

- i. $\hat{\alpha}_i$, UEÇO tahmin edicisi asimptotik olarak, α_i ortalamalı ve $\frac{\sigma^2}{(b+1)tm}$ varyanslı normal dağılıma sahiptir.
- ii. $\hat{\beta}_{j(i)}$, UEÇO tahmin edicisi asimptotik olarak, $\beta_{j(i)}$ ortalamalı ve $\frac{\sigma^2}{(b+1)tm}$ varyanslı normal dağılıma sahiptir.

Kanıt: Teorem 2.2.1 ve Teorem 2.2.2 ile benzer şekilde,

i.
$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} \cong \frac{\partial \ln L^*}{\partial \alpha_i} = \frac{(b+1)tm}{\sigma^2} (\hat{\alpha}_i - \alpha_i)$$

ii.
$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} \cong \frac{\partial \ln L^*}{\partial \beta_{j(i)}} = \frac{(b+1)m}{\sigma^2} (\hat{\beta}_{j(i)} - \beta_{j(i)})$$

şeklinde yazılabileceğinden, Teorem 3.1.1, (i) ve (ii) için kanıtlanmış olur.

3.2.2 Varyans analizi

İki aşamalı iç-içe sınıflandırılmış veriler için UEÇO yöntemi kullanılarak varyans analizi bölüm 1.1.1.3' te anlatılan adımlar izlenerek yapılır. Hata terimleri GL dağılımına sahip olduğu durumda UEÇO yöntemi kullanılarak yapılan varyans analizinde KT 'ler,

$$\begin{aligned} KT_A^* &= (b+1)tm \sum_{i=1}^a \hat{\alpha}_i^2 \\ KT_{B(A)}^* &= (b+1)m \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^t \hat{\beta}_{ij}^2 \\ KT_H^* &= at(n-1)\hat{\sigma}^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

olarak hesaplanırken, KO^* 'lar KT^* 'ların serbestlik derecelerine bölünmesiyle,

$$\begin{aligned}
KO_A^* &= KT_A^* / (a-1) \\
KO_{B(A)}^* &= KT_{B(A)}^* / a(b-1) \\
KO_H^* &= KT_H^* / ab(n-1)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. ANOVA tablosu çizelge 1.2'deki gibi oluşturulur.

3.2.2 Hipotez testleri ve test istatistikleri

Düzeyleri özel seçilmiş faktörler için sıfır hipotezi, bu faktörün düzey etkilerinin sıfıra eşit olması şeklinde kurulur. Bu durumda test edilecek hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
H_0^A : \forall \alpha_i = 0 & & H_0^B : \forall \beta_{j(i)} = 0 \\
H_1^A : \exists \alpha_i \neq 0 & & H_1^B : \exists \beta_{j(i)} \neq 0
\end{aligned}$$

A faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_A^* = \frac{KO_A^*}{KO_H^*} \sim F_{v_1, v_2}$$

olup serbestlik derecesi $v_1 = a - 1$ ve $v_2 = ab(n - 1)$ olarak alınır.

Benzer şekilde, B faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_{B(A)}^* = \frac{KO_{B(A)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_1, v_2}$$

olup, burada $v_1 = a(b - 1)$ ve $v_2 = ab(n - 1)$ dir.

Test İstatistiklerinin I. Tip Hataları

UEÇO yöntemiyle geliştirilen test istatistiklerinin I. tip hataları Monte Carlo simülasyonu yardımıyla, şekil parametresi b , 0.5, 1, 4 ve 6 olduğu durumda örneklem genişliği $n = 5, 10, 15$ ve 20 alınarak hesaplanmıştır. Sonuçlar çizelge 3.2’de sunulmaktadır.

Çizelge 3.2 GL Dağılımında F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ Testlerinin I. Tip Hataları

n	$b =$	0.5	1.0	4.0	6.0
5	F_A^{**}	0.049	0.045	0.045	0.042
	$F_{B(A)}^*$	0.050	0.045	0.045	0.043
10	F_A^{**}	0.052	0.046	0.047	0.045
	$F_{B(A)}^*$	0.052	0.047	0.046	0.044
15	F_A^{**}	0.052	0.048	0.050	0.046
	$F_{B(A)}^*$	0.053	0.050	0.047	0.050
20	F_A^{**}	0.054	0.049	0.052	0.047
	$F_{B(A)}^*$	0.055	0.051	0.048	0.051

Simülasyon çalışmasının sonucunda hata terimlerinin GL dağılımına sahip olduğu durumda UEÇO yöntemi kullanılarak geliştirilen test istatistiklerinin I. tip hatalarının belirlenen $\alpha = 0.05$ civarında olduğu çizelge 3.2’de görülmektedir. Bu durumda F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ test istatistiklerinin F dağılımına sahip oldukları söylenebilir.

3.3 Üç Aşamalı İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi

Bölüm 2.1.3’de bahsedildiği gibi üç aşamalı iç içe tasarımlarda iki aşamalı tasarımlardan farklı olarak B faktörüyle iç-içe C faktörü vardır. Bundan dolayı üç aşamalı iç-içe tasarım modelinde dört parametre bulunmaktadır. Bu bölümde üç aşamalı iç-içe tasarım modelinde hata terimlerinin GL dağılımına sahip olması durumunda yöntemi kullanılarak parametre tahminlerinin yapılması ve test istatistiklerinin geliştirilmesi ele alınmıştır.

3.3.1 Parametre tahmini

$y_{ijk(m)}$ rastgele değişkenlerin sıralı bir dizisi olmak üzere,

$$z_{ijkm} = \frac{(y_{ijkm} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)})^2}{\sigma}$$

şeklindeki sıralanmış değişkenler olarak tanımlansın.

GL dağılımının olabilirlik fonksiyonu;

$$L = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^n f(e_{ijkm}) = \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^n \frac{b}{\sigma} \frac{\exp(-e_{ijkm}/\sigma)}{\{1 + \exp(-e_{ijkm}/\sigma)\}^{b+1}} = \left(\frac{1}{\sigma}\right)^N \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^n f(e_{ijkm}) \quad (3.12)$$

$$= \left[\exp\left(-\frac{y_{ijkm} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)}}{\sigma}\right) \right] / \left\{ 1 + \exp\left(-\frac{y_{ijkm} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)}}{\sigma}\right) \right\}^{b+1}$$

şeklinindedir. Yukarıdaki fonksiyonun logaritmasının parametrelere göre türevi alındığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{N}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijkm}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} &= \frac{tcn}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijkm}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{cn}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijkm}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= \frac{n}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{m=1}^n g(z_{ijkm}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{N}{\sigma} + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n z_{ijkm} + \frac{(b+1)}{\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n g(z_{ijkm}) z_{ijkm} = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Yukarıdaki eşitliklerde,

$$g(z_{ijkm}) = (\alpha_{ijkm} - \beta_{ijkm} z_{ijkm}) \quad (3.14)$$

dir. Burada, $t = t_{(i)} = -\ln(q_i^{-1/b} - 1)$ ve $q_i = i/(n+1)$ olmak üzere,

$$\alpha_{ijkm} = (1 + e^t + te^t)/(1 + e^t)^2 \text{ ve } \beta_{ijkm} = e^t/(1 + e^t)^2$$

dır.

(3.6)'daki eşitlikler çözüldüğünde üç aşamalı iç-içe tasarımlarda UEÇO tahmin

edicileri elde edilir. Bu tahmin ediciler, $\sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} = m$ olmak üzere,

$$\hat{\mu} = \hat{\mu}_{\dots} - \frac{\Delta}{m} \hat{\sigma}, \quad \hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_{i\dots} - \mu_{\dots}, \quad \hat{\beta}_{j(i)} = \hat{\mu}_{ij..} - \hat{\mu}_{i\dots}, \quad \hat{\lambda}_{k(ij)} = \hat{\mu}_{ijk.} - \hat{\mu}_{ij..} \quad \text{ve}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2\sqrt{A(A-at)}}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\mu}_{\dots} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{atcm}, \quad \mu_{i\dots} = \frac{\sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{tcm}, \quad \mu_{ij..} = \frac{\sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{cm},$$

$$\mu_{ijk.} = \frac{\sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} y_{ijkm}}{m}, \quad \Delta_m = (\alpha_{ijkm} - (b+1)^{-1}), \quad \Delta = \sum_{m=1}^n \Delta_m \text{ ve}$$

$$A = N = atcn$$

$$B = (b+1) \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n (y_{ijkm} - \mu_{ij.}) \Delta_m \right]$$

$$C = (b+1) \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^n \beta_{ijkm} (y_{ijkm} - \mu_{ij.})^2 \right]$$

dir.

3.3.2 Varyans analizi

Üç aşamalı iç-içe sınıflandırılmış veriler için UEÇO varyans analizinde izlenen adımlar bölüm 1.1.2.2.'de ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. UEÇO yöntemi kullanılarak yapılan varyans analizinde KT^* ' lar,

$$KT_A^* = (b+1)tc m \sum_{i=1}^a \hat{\alpha}_i^2, \quad KT_{B(A)}^* = (b+1)cm \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \hat{\beta}_{j(i)}^2$$

$$KT_{C(B)}^* = (b+1)m \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \hat{\lambda}_{k(ij)}, \quad KT_H^* = atc(n-1)\hat{\sigma}^2$$

ve KT^* ' lere bağlı olarak KO^* ' lar

$$KO_A^* = KT_A^* / (a-1)$$

$$KO_{B(A)}^* = KT_{B(A)}^* / a(b-1)$$

$$KO_{C(B)}^* = KT_{C(B)}^* / ab(c-1)$$

$$KO_H^* = KT_H^* / abc(n-1)$$

şeklinde hesaplanır.

3.3.3 Hipotez testleri ve test istatistikleri

Sabit etkili modeller için sıfır hipotezi, bu faktörün düzey etkilerinin sıfıra eşit olması şeklinde kurulur. Bu durumda üç aşamalı iç-içe tasarım modeli için test edilecek hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$H_0^A : \forall \alpha_i = 0 \quad H_0^B : \forall \beta_{j(i)} = 0 \quad H_0^C : \forall \lambda_{k(ij)} = 0$$

$$H_1^A : \exists \alpha_i \neq 0 \quad H_1^B : \exists \beta_{j(i)} \neq 0 \quad H_1^C : \exists \lambda_{k(ij)} \neq 0$$

A faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_A^* = \frac{KO_A^*}{KO_H^*} \sim F_{v_1, v_2}$$

$B(A)$ faktörüne ait hipotez testi için test istatistiği,

$$F_{B(A)}^* = \frac{KO_{B(A)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_2, v_z}$$

ve $C(B)$ faktörüne ait test istatistiği,

$$F_{C(B)}^* = \frac{KO_{C(B)}^*}{KO_H^*} \sim F_{v_3, v_z}$$

olarak önerilmiştir. Burada $v_1 = a - 1$, $v_2 = a(b - 1)$, $v_3 = ab(c - 1)$ ve $v_z = abc(n - 1)$ dir.

Hesaplanan F^* değerleri, alfa anlam düzeyinde, F tablo değerlerinden büyük ise, H_0 hipotezi reddedilir.

3.4 Genelleştirilmiş (q – aşamalı) İç-içe Tasarımlarda UEÇO Yöntemi

Bu bölümde önceki bölümlerde bahsedilen iki ve üç aşamalı iç-içe tasarım modellerinin genelleştirilmiş hali olan (q – aşamalı) iç-içe tasarım modelinde hata terimlerinin GL dağılımına sahip olması durumunda UEÇO yöntemiyle tahmin edicilerin elde edilmesi ve test istatistiklerinin geliştirilmesi anlatılmaktadır.

3.4.1 Parametre tahmini

$y_{ijk\dots pq(r)}$ rastgele değişkenlerin sıralı bir dizisi olmak üzere,

$$z_{ijk\dots pqr} = \frac{(y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)})^2}{\sigma}$$

şeklindeki sıralanmış değişkenler olarak tanımlansın.

GL dağılımının olabirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned}
L &= \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^d \dots \prod_{r=1}^n f(e_{ijk\dots pqr}) = \frac{b}{\sigma} \frac{\exp(-e_{ijk\dots pqr}/\sigma)}{\left\{1 + \exp(-e_{ijk\dots pqr}/\sigma)\right\}^{b+1}} \quad (3.15) \\
&= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^N \prod_{i=1}^a \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^c \prod_{m=1}^d \dots \prod_{r=1}^n f(e_{ijk\dots pqr}) \\
&= \frac{\exp\left(-\frac{y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}}{\sigma}\right)}{\left\{1 + \exp\left(-\frac{y_{ijk\dots pqr} - \mu - \alpha_i - \beta_{j(i)} - \lambda_{k(ij)} - \dots - \delta_{q(ijk\dots p)}}{\sigma}\right)\right\}^{b+1}}
\end{aligned}$$

şeklinindedir. Yukarıdaki fonksiyonun logaritmasının parametrelere göre türevi alındığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{N}{\sigma} - \frac{b+1}{\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk\dots pqr}) = 0 \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} &= \frac{tcd\dots n}{\sigma} - \frac{b+1}{\sigma} \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk\dots pqr}) = 0 \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_{j(i)}} &= \frac{cd\dots n}{\sigma} - \frac{b+1}{\sigma} \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk\dots pqr}) = 0 \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_{k(ij)}} &= \frac{d\dots n}{\sigma} - \frac{b+1}{\sigma} \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk\dots pqr}) = 0 \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= \frac{tcd\dots n}{\sigma} - \frac{b+1}{\sigma} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n g(z_{ijk\dots pqr}) z_{ijk\dots pqr} = 0
\end{aligned} \quad (3.16)$$

Yukarıdaki eşitliklerde,

$$g(z_{ijk\dots pqr}) = (\alpha_{ijk\dots pqr} - \beta_{ijk\dots pqr} z_{ijk\dots pqr}) \quad (3.17)$$

dir. Burada, $t = t_{(i)} = -\ln(q_i^{-1/b} - 1)$ ve $q_i = i/(n+1)$ olmak üzere,

$$\alpha_{ijk\dots pqr} = (1 + e^t + te^t)/(1 + e^t)^2 \text{ ve } \beta_{ijk\dots pqr} = e^t/(1 + e^t)^2$$

dır.

(3.16)'daki eşitlikler çözüldüğünde genelleştirilmiş iç-içe tasarımlar için UEÇO

tahmin edicileri elde edilir. Bu tahmin ediciler, $\sum_{m=1}^n \beta_{ijk...pqr} = m$ olmak üzere,

$$\hat{\mu} = \hat{\mu}_{\dots} - \frac{\Delta}{m} \hat{\sigma}, \hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_{i\dots} - \mu_{\dots}, \hat{\beta}_{j(i)} = \hat{\mu}_{ij\dots} - \hat{\mu}_{i\dots}, \hat{\lambda}_{k(ij)} = \hat{\mu}_{ijk\dots} - \hat{\mu}_{ij\dots},$$

$$\hat{\delta}_{q(ijk\dots p)} = \hat{\mu}_{ijk\dots q} - \hat{\mu}_{ijk\dots p..} \text{ ve } \hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2\sqrt{A(A-at)}}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\mu}_{\dots} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots r} y_{ijk\dots r}}{atc\dots m}, \hat{\mu}_{i\dots} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots r} y_{ijk\dots r}}{bc\dots m},$$

$$\hat{\mu}_{ijk\dots} = \frac{\sum_{m=1}^d \dots \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{d\dots m}, \hat{\mu}_{ijk\dots q} = \frac{\sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{m}, \hat{\mu}_{ijk\dots p..} = \frac{\sum_{q=1}^t \sum_{r=1}^n y_{ijk\dots r}}{tm}$$

$$\Delta_r = (\alpha_{ijk\dots pqr} - (b+1)^{-1}), \Delta = \sum_{r=1}^n \Delta_r \text{ ve}$$

$$A = N = atc\dots n$$

$$B = (b+1) \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n (y_{ijk\dots qr} - \mu_{ij\dots}) \Delta_r \right]$$

$$C = (b+1) \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \dots \sum_{r=1}^n \beta_{ijk\dots qr} (y_{ijk\dots qr} - \mu_{ij\dots})^2 \right]$$

dir.

3.4.2 Varyans analizi

Genelleştirilmiş iç-içe tasarımlarda UEÇO yöntemi kullanılarak varyans analizi aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

Adım 1: Serbestli dereceleri (sd) belirlenir.

$$\begin{aligned}
sd_A &= a - 1 \\
sd_{B(A)} &= a(b - 1) \\
sd_{C(B)} &= ab(c - 1) \\
&\dots\dots\dots \\
sd_{Q(P)} &= abc\dots p(q - 1) \\
sd_{Hata} &= abc\dots q(n - 1) \\
sd_{Toplam} &= abc\dots n - 1
\end{aligned}$$

Adım 2: KT ' ler,

$$\begin{aligned}
KT_A^* &= (b + 1)tc\dots m \sum_{i=1}^a \hat{\alpha}_i^2, & KT_{B(A)}^* &= (b + 1)c\dots m \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \hat{\beta}_{j(i)}^2 \\
KT_{C(B)}^* &= (b + 1)m \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \hat{\lambda}_{k(ij)}^2, & KT_{Q(P)}^* &= (b + 1) \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^c \dots \sum_{l=1}^q \hat{\delta}_{q(ijk\dots p)}^2 \\
KT_H^* &= abc\dots q(n - 1)\hat{\sigma}^2
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Adım 3: Kareler ortalamaları (KO) hesaplanır. Kareler ortalamaları kareler toplamlarının serbestlik derecelerine bölünmesiyle elde edilir.

$$\begin{aligned}
KO_A^* &= KT_A^* / (a - 1) \\
KO_{B(A)}^* &= KT_{B(A)}^* / a(b - 1) \\
KO_{C(B)}^* &= KT_{C(B)}^* / ab(c - 1) \\
&\dots\dots\dots \\
KO_{Q(P)}^* &= KT_{Q(P)}^* / ab\dots p(q - 1) \\
KO_H^* &= KT_H^* / abc\dots q(n - 1)
\end{aligned}$$

Adım 4: ANOVA tablosu çizelge 2.3' teki gibi oluşturulur.

Adım 5: Hipotez testleri ve test istatistikleri bölüm 2.4.3'teki gibidir.

3.5 Simlasyon Çalışması

Hata terimlerinin dağılımı GL olduğu durumda, EKK tahmin edicilerinin ve UEÇO tahmin edicilerinin etkinliklerini karşılaştırmak amacıyla,

- örneklem genişliği $n = 5, 10, 15, 20$ alınarak,
- şekil parametresi $b = 0.5, 1, 4, 6$ olduğu durumlar için,
- $[100.000/n]$ kadar Monte Carlo simülasyonu yapıldı.
- Simülasyon çalışması sonucunda, tahmin edicilerin, ortalamaları, MSE ve RE değerleri hesaplanmıştır.
- Modeldeki diğer $\hat{\alpha}_i$ ve $\hat{\beta}_{j(i)}$ değerleri benzer olduğundan, çizelge 3.3' te çizelge 2.4' te olduğu gibi sadece $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\beta}_{1(i)}$ ve $\hat{\sigma}$ için bulunan sonuçlar verilmektedir.

Çizelge 3.3 μ , α_1 , $\beta_{1(i)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri

n		$\hat{\mu}$			$\hat{\alpha}_1$			$\hat{\beta}_{1(i)}$			$\hat{\sigma}$		
		Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE
b=0.5													
5	EKK	0.0029	0.5468	91	0.0041	1.1129	82	0.0021	4.9961	83	0.9919	0.6306	26
	UEÇO	0.0790	0.4957		0.0042	0.9087		0.0019	4.1495		1.1172	0.1667	
10	EKK	0.0039	0.5596	82	0.0012	1.1119	80	0.0086	4.9395	80	0.9961	0.6278	19
	UEÇO	0.0237	0.4597		-0.001	0.8895		0.0073	3.9474		1.0605	0.1185	
15	EKK	0.0005	0.5425	81	0.0004	1.1094	77	0.0018	4.8124	79	0.9967	0.6059	16
	UEÇO	0.0152	0.4399		0.0018	0.8511		0.0014	3.8039		1.0389	0.0959	
20	EKK	0.0021	0.5413	80	0.0001	1.0934	75	0.0022	4.9865	78	0.9964	0.598	14
	UEÇO	0.0099	0.4317		0.0002	0.86		0.0018	3.9227		1.0277	0.0857	
b=1													
5	EKK	0.0005	0.278	97	0.0003	0.5597	96	0.0058	2.4401	96	0.9915	0.2462	62
	UEÇO	0.0009	0.2684		0.0009	0.5399		0.0074	2.3562		1.1108	0.1522	
10	EKK	-0	0.2771	95	0.0012	0.5575	94	0.0025	2.459	94	0.9956	0.231	48
	UEÇO	-0	0.2643		0.0014	0.5265		0.0023	2.3048		1.0603	0.1104	
15	EKK	0.0005	0.2715	92	0.0006	0.553	93	0.0022	2.4739	93	0.9976	0.2267	41
	UEÇO	0.0008	0.2506		0.0012	0.5158		0.0026	2.2916		1.041	0.0933	
20	EKK	0.0011	0.2751	91	0.0025	0.5536	92	-0.003	2.4327	92	0.9986	0.2265	37
	UEÇO	0.0012	0.2508		0.0026	0.509		-0.002	2.2656		1.0309	0.0848	

Çizelge 3.3 (Devamı) μ , α_1 , $\beta_{1(i)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri

n		$\hat{\mu}$			$\hat{\alpha}_1$			$\hat{\beta}_{1(i)}$			$\hat{\sigma}$		
		Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE
b=4													
5	EKK	0.0004	0.1567	82	0.0041	0.328	83	0.002	1.4599	82	0.9923	0.1642	54
	UEÇO	0.067	0.1286		0.0037	0.2727		0.0018	1.1933		1.0518	0.0892	
10	EKK	0.0016	0.1566	61	0.0031	0.3239	79	0.0026	1.4337	80	0.9963	0.1542	46
	UEÇO	0.0323	0.0959		0.0029	0.2559		-0.002	1.147		1.0289	0.0715	
15	EKK	0.0023	0.1602	53	0.0021	0.3232	78	0.0044	1.4568	79	0.9976	0.1539	43
	UEÇO	0.0282	0.0851		0.0014	0.2532		0.0031	1.1446		1.02	0.0667	
20	EKK	0.0016	0.1604	46	0.0007	0.3248	78	0.002	1.4358	78	0.9974	0.1535	41
	UEÇO	0.0117	0.0732		0.0008	0.2558		0.0019	1.1454		1.0142	0.0622	

Hata terimleri GL dağılımına sahip olduğu durumda, çizelge 3.3'te modeldeki tüm parametrelerin UEÇO tahmin edicilerinin etkinliklerinin EKK tahmin edicilerine göre daha yüksek oldukları gözlenmektedir.

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI VE SONUÇLARI

Bu bölümde, EKK ve UEÇO tahmin edicilerinin istatistiksel dayanıklılıklarını ve bu tahmin edicilere dayanan test istatistiklerinin güçlerini ve dayanıklılıklarını karşılaştırmak amacıyla çeşitli örneklem genişliklerinde $[100.000/n]$ kadar Monte Carlo simülasyonu yapıldı.

4.1 Hata Terimlerinin Dağılımının LTS Olması Durumunda Testin Gücü

Bölüm 1’de verilen (1.1) modelinde hata terimlerinin dağılımının LTS olduğu durumda $n=5, 10, 15, 20$ alınarak simülasyon çalışması yapılarak önerilen F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ istatistiklerinin güçleri gözlemlenmiştir. Simülasyon çalışmasında kullanılan model üç düzeye sahip A faktörüne yuvalanmış dört düzeyli $B(A)$ faktöründen oluşan bir iki aşamalı iç-içe tasarım modelidir. Bu çalışmada şekil parametresi $p, 2, 2.5, 3.5, 5$ ve 10 olarak alınmıştır.

Bir istatistiksel testin gücü, alternatif hipotez (H_1) doğru olduğunda sıfır hipotezini (H_0) reddetme olasılığıdır. Bu çalışmada,

- F_A^* istatistiğinin gücünü hesaplamak için, A faktörünün birinci düzeyindeki her bir gözleme “ d ” eklenip, üçüncü düzeyindeki her gözlemden “ d ” çıkartılmıştır.
- $F_{B(A)}^*$ istatistiğinin gücünü hesaplamak için, A faktörünün her bir düzeyine yuvalanmış $B(A)$ faktörünün birinci düzeyindeki gözlemlere “ d ” eklenip, A faktörünün her bir düzeyine yuvalanmış $B(A)$ faktörünün ikinci düzeyindeki gözlemlerden “ d ” çıkartılmıştır.
- H_0 hipotezinin reddedilme olasılığı A ve $B(A)$ faktörleri için simülasyon yapılarak hesaplanmıştır. Sonuçlar çizelge 4.1-4.2’de sunulmaktadır.
- Çizelge 4.1-4.2’de görülmektedir ki UEÇO yöntemi kullanılarak elde edilen F testleri klasik EKK yöntemiyle elde edilen test istatistiklerinden daha güçlüdür.

Çizelge 4.1 F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri

		p=2							
n	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	
5	F_A^*	0.030	0.05	0.12	0.26	0.46	0.67	0.98	
	F_A	0.046	0.06	0.14	0.26	0.44	0.61	0.96	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.225	0.30	0.375	0.45
10	F_A^*	0.044	0.09	0.30	0.61	0.77	0.87	0.99	
	F_A	0.049	0.08	0.23	0.47	0.72	0.85	0.95	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.050	0.15	0.49	0.84	0.90	0.96	1	
	F_A	0.045	0.11	0.34	0.63	0.86	0.95	0.99	
		d=	0.0	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
20	F_A^*	0.059	0.21	0.64	0.74	0.89	0.95	1	
	F_A	0.049	0.14	0.42	0.73	0.83	0.93	0.99	
		p=2.5							
		d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
5	F_A^*	0.032	0.24	0.40	0.65	0.76	0.89	0.99	
	F_A	0.044	0.26	0.43	0.60	0.69	0.86	0.98	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.225	0.3	0.375	0.45
10	F_A^*	0.044	0.08	0.23	0.47	0.74	0.92	0.98	
	F_A	0.042	0.08	0.22	0.42	0.67	0.85	0.98	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.042	0.11	0.36	0.70	0.88	0.95	0.99	
	F_A	0.045	0.10	0.30	0.60	0.85	0.90	0.98	
		d=	0.0	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
20	F_A^*	0.043	0.14	0.47	0.73	0.83	0.93	1	
	F_A	0.045	0.13	0.38	0.72	0.82	0.90	0.99	
		p=3.5							
		d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
5	F_A^*	0.033	0.08	0.17	0.32	0.53	0.71	0.99	
	F_A	0.046	0.06	0.15	0.32	0.53	0.69	0.98	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.225	0.3	0.375	0.45
10	F_A^*	0.042	0.07	0.19	0.42	0.68	0.87	0.96	
	F_A	0.044	0.08	0.19	0.41	0.66	0.86	0.94	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.041	0.10	0.30	0.61	0.87	0.97	1	
	F_A	0.047	0.10	0.29	0.58	0.84	0.96	0.99	
		d=	0.0	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
20	F_A^*	0.045	0.12	0.39	0.67	0.85	0.90	0.99	
	F_A	0.045	0.12	0.37	0.63	0.83	0.89	0.98	

Çizelge 4.1 (Devamı): F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri

		p=5							
		d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
5	F_A^*	0.035	0.10	0.19	0.41	0.62	0.75	0.99	
	F_A	0.047	0.10	0.15	0.38	0.59	0.73	0.99	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.225	0.3	0.375	0.45
10	F_A^*	0.044	0.08	0.08	0.41	0.66	0.86	0.96	
	F_A	0.043	0.08	0.08	0.41	0.66	0.85	0.95	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.046	0.09	0.29	0.60	0.85	0.93	0.99	
	F_A	0.049	0.09	0.29	0.59	0.83	0.90	0.98	
		d=	0.0	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
20	F_A^*	0.044	0.12	0.38	0.53	0.74	0.89	0.99	
	F_A	0.044	0.12	0.37	0.52	0.73	0.89	0.98	
		p=10							
		d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
5	F_A^*	0.043	0.05	0.21	0.42	0.67	0.86	0.99	
	F_A	0.047	0.07	0.19	0.39	0.65	0.86	0.99	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.225	0.3	0.375	0.45
10	F_A^*	0.047	0.04	0.19	0.41	0.65	0.85	0.95	
	F_A	0.048	0.04	0.20	0.41	0.65	0.85	0.95	
		d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.049	0.10	0.29	0.58	0.84	0.96	0.99	
	F_A	0.049	0.10	0.29	0.58	0.84	0.96	0.99	
		d=	0.0	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
20	F_A^*	0.048	0.11	0.38	0.72	0.94	0.97	0.99	
	F_A	0.051	0.11	0.38	0.72	0.93	0.95	0.99	

Çizelge 4.2 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri

		p=2							
n	d=	0.0	0.25	0.50	0.75	1.0	1.25	1.50	
5	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.07	0.24	0.51	0.72	0.85	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.039	0.06	0.22	0.50	0.69	0.82	0.99	
		d=	0.0	0.22	0.44	0.66	0.88	1.1	1.33
10	$F_{B(A)}^*$	0.048	0.09	0.29	0.65	0.92	0.98	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.047	0.08	0.23	0.49	0.83	0.92	0.98	
		d=	0.0	0.20	0.40	0.60	0.80	1.0	1.20
15	$F_{B(A)}^*$	0.051	0.15	0.24	0.43	0.65	0.85	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.045	0.10	0.21	0.39	0.62	0.79	0.98	

Çizelge 4.2 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

		p=2.5							
	d=	0.0	0.22	0.44	0.66	0.88	1.1	1.33	
5	$F_{B(A)}^*$	0.040	0.08	0.27	0.55	0.77	0.88	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.039	0.06	0.26	0.49	0.73	0.86	0.99	
	d=	0.0	0.20	0.40	0.60	0.80	1.0	1.20	
10	$F_{B(A)}^*$	0.044	0.08	0.21	0.48	0.79	0.96	1	
	$F_{B(A)}$	0.044	0.07	0.19	0.44	0.73	0.91	0.98	
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08	
15	$F_{B(A)}^*$	0.045	0.09	0.35	0.56	0.77	0.89	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.048	0.09	0.30	0.54	0.71	0.88	0.98	
	d=	0.0	0.13	0.26	0.39	0.52	0.65	0.78	
20	$F_{B(A)}^*$	0.044	0.13	0.43	0.55	0.79	0.85	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.041	0.11	0.42	0.52	0.77	0.83	0.98	
		p=3.5							
	d=	0.0	0.22	0.44	0.66	0.88	1.1	1.32	
5	$F_{B(A)}^*$	0.044	0.10	0.30	0.57	0.80	0.90	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.040	0.08	0.28	0.52	0.76	0.88	0.99	
	d=	0.0	0.20	0.40	0.60	0.80	1	1.20	
10	$F_{B(A)}^*$	0.040	0.06	0.17	0.44	0.72	0.93	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.050	0.07	0.18	0.43	0.71	0.92	0.98	
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	1.0	
15	$F_{B(A)}^*$	0.048	0.08	0.28	0.46	0.63	0.83	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.053	0.09	0.28	0.44	0.61	0.81	0.99	
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9	
20	$F_{B(A)}^*$	0.043	0.11	0.21	0.43	0.63	0.78	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.045	0.11	0.20	0.42	0.59	0.77	0.99	
		p=5							
	d=	0.0	0.21	0.42	0.63	0.84	1.05	1.26	
5	$F_{B(A)}^*$	0.045	0.12	0.34	0.61	0.82	0.93	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.043	0.08	0.26	0.55	0.78	0.86	0.98	
	d=	0.0	0.20	0.40	0.60	0.80	1	1.20	
10	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.07	0.18	0.40	0.71	0.91	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.049	0.08	0.19	0.41	0.71	0.91	0.99	
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08	
15	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.09	0.29	0.51	0.75	0.94	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.046	0.09	0.29	0.49	0.71	0.90	0.99	

Çizelge 4.2 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.15	0.32	0.43	0.88	0.98	0.99
	$F_{B(A)}$	0.048	0.13	0.28	0.40	0.85	0.95	0.99
p=10								
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.20
5	$F_{B(A)}^*$	0.048	0.06	0.19	0.43	0.73	0.93	0.99
	$F_{B(A)}$	0.050	0.06	0.19	0.44	0.73	0.93	0.98
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08
10	$F_{B(A)}^*$	0.044	0.07	0.18	0.43	0.72	0.91	0.99
	$F_{B(A)}$	0.045	0.07	0.18	0.43	0.72	0.91	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9
15	$F_{B(A)}^*$	0.047	0.09	0.28	0.64	0.90	0.95	0.99
	$F_{B(A)}$	0.051	0.09	0.28	0.64	0.90	0.94	0.98
	d=	0.0	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72
20	$F_{B(A)}^*$	0.050	0.10	0.39	0.81	0.94	0.97	0.99
	$F_{B(A)}$	0.050	0.10	0.39	0.80	0.92	0.95	0.98

4.2 Hata Terimlerinin Dağılımının GL Olması Durumunda Testin Gücü

Bölüm 1’de verilen (1.1) modelinde hata terimlerinin dağılımının GL olduğu durumda $n=5, 10, 15, 20$ alınarak simülasyon çalışması yapılarak önerilen F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ istatistiklerinin güçleri gözlemlenmiştir. Simülasyon çalışmasında bir önceki bölümde olduğu gibi, üç düzeye sahip A faktörüne yuvalanmış dört düzeyli $B(A)$ faktöründen oluşan bir iki aşamalı iç-içe tasarım modeli ele alınmıştır. Bu çalışmada şekil parametresi b , 0.5, 1, 4 ve 6 olarak alınmıştır.

Simülasyon çalışmasında,

- F_A^* ve $F_{B(A)}^*$ istatistiklerinin gücünü hesaplamak için, bir önceki bölümde bahsedildiği şekilde gözlem değerlerinden “ d ” sabiti eklenip çıkartılmıştır.
- H_0 hipotezinin reddedilme olasılığı A ve $B(A)$ faktörleri için simülasyon yapılarak hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 4.3-4.4’de sunulmaktadır.

- UEÇO yöntemi kullanılarak önerilen F^* testlerinin klasik EKK yöntemiyle elde edilen test istatistiklerinden daha güçlü oldukları çizelge 4.3-4.4'te görülmektedir.

Çizelge 4.3 F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri

		b=0.5						
n	d=	0.0	0.35	0.7	1.05	1.4	1.75	2.1
5	F_A^*	0.05	0.12	0.35	0.70	0.91	0.98	0.99
	F_A	0.04	0.11	0.31	0.61	0.86	0.96	0.98
10	F_A^*	0.05	0.14	0.43	0.78	0.96	0.98	0.99
	F_A	0.05	0.11	0.34	0.68	0.90	0.97	0.98
15	F_A^*	0.05	0.12	0.39	0.74	0.94	0.98	0.99
	F_A	0.05	0.10	0.31	0.62	0.86	0.97	0.98
20	F_A^*	0.0495	0.11	0.30	0.60	0.85	0.97	0.99
	F_A	0.0479	0.09	0.24	0.52	0.76	0.92	0.98
		b=1						
5	F_A^*	0.048	0.13	0.38	0.73	0.93	0.98	0.99
	F_A	0.048	0.13	0.38	0.73	0.93	0.98	0.99
10	F_A^*	0.05	0.10	0.24	0.51	0.77	0.93	0.99
	F_A	0.05	0.09	0.23	0.49	0.75	0.92	0.98
15	F_A^*	0.049	0.11	0.31	0.65	0.88	0.98	0.99
	F_A	0.049	0.11	0.30	0.62	0.86	0.97	0.98
20	F_A^*	0.050	0.11	0.32	0.63	0.87	0.97	0.99
	F_A	0.049	0.10	0.30	0.61	0.85	0.96	0.99
		b=4						
5	F_A^*	0.046	0.12	0.42	0.72	0.94	0.99	1
	F_A	0.046	0.11	0.39	0.70	0.92	0.98	0.99
10	F_A^*	0.048	0.11	0.31	0.61	0.87	0.97	0.99
	F_A	0.048	0.10	0.28	0.57	0.79	0.93	0.9

Çizelge 4.3 F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

15	F_A^*	0.050	0.13	0.39	0.73	0.94	0.98	0.99
	F_A	0.049	0.11	0.32	0.63	0.88	0.97	0.99
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
20	F_A^*	0.051	0.13	0.42	0.78	0.86	0.90	0.99
	F_A	0.048	0.12	0.35	0.75	0.82	0.87	0.98

Çizelge 4.4 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri

		b=0.5							
n	d=	0.0	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2	
5	$F_{B(A)}^*$	0.053	0.07	0.19	0.44	0.74	0.92	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.046	0.06	0.16	0.37	0.65	0.85	0.96	
	d=	0.0	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	
10	$F_{B(A)}^*$	0.0554	0.11	0.33	0.71	0.87	0.90	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.0503	0.09	0.27	0.59	0.76	0.88	0.98	
	d=	0.0	0.4	0.8	1.2	1.6	2	2.4	
15	$F_{B(A)}^*$	0.053	0.09	0.22	0.51	0.72	0.86	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.049	0.07	0.18	0.41	0.70	0.84	0.98	
	d=	0.0	0.35	0.7	1.05	1.4	1.75	2.1	
20	$F_{B(A)}^*$	0.053	0.09	0.24	0.53	0.73	0.87	0.98	
	$F_{B(A)}$	0.048	0.08	0.19	0.41	0.70	0.85	0.97	
	d=	0.0	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	
5	$F_{B(A)}^*$	0.045	0.08	0.24	0.54	0.74	0.87	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.045	0.08	0.24	0.54	0.73	0.87	0.98	
	d=	0.0	0.4	0.8	1.2	1.6	2	2.4	
10	$F_{B(A)}^*$	0.047	0.08	0.24	0.54	0.73	0.87	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.047	0.08	0.23	0.53	0.72	0.86	0.98	
	d=	0.0	0.35	0.7	1.05	1.4	1.75	2.1	
15	$F_{B(A)}^*$	0.051	0.10	0.2859	0.64	0.76	0.88	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.051	0.09	0.2685	0.61	0.75	0.86	0.99	
	d=	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	
20	$F_{B(A)}^*$	0.052	0.10	0.29	0.63	0.76	0.88	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.050	0.09	0.27	0.59	0.75	0.86	0.98	
	d=	0.0	0.35	0.7	1.05	1.4	1.75	2.1	
5	$F_{B(A)}^*$	0.048	0.06	0.15	0.33	0.62	0.84	0.99	
	$F_{B(A)}$	0.043	0.06	0.15	0.31	0.56	0.77	0.99	

Çizelge 4.4 $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

	d=	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
10	$F_{B(A)}^*$	0.049	0.085	0.25	0.58	0.78	0.88	0.99
	$F_{B(A)}$	0.046	0.081	0.22	0.49	0.67	0.85	0.98
	d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
15	$F_{B(A)}^*$	0.046	0.09	0.28	0.64	0.87	0.92	0.99
	$F_{B(A)}$	0.045	0.09	0.24	0.54	0.84	0.91	0.98
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
20	$F_{B(A)}^*$	0.052	0.09	0.25	0.56	0.76	0.88	0.99
	$F_{B(A)}$	0.051	0.08	0.21	0.47	0.75	0.84	0.99

4.3 Dayanıklılık (Robustness)

Pratikte, varsayılan dağılımdan sapma çok sık görülen bir problemdir ve bu problem dayanıklılık (robustness) konusunu gündeme getirir.

- Varsayılan dağılım altında tam etkin ve varsayılan dağılımın makul alternatifleri altında yüksek etkinliğe sahip olan tahmin edicilere dayanıklı “robust” tahmin ediciler denir.
- Bir test istatistiğinin I. Tip hatası varsayılan modelin makul alternatiflerinde belirlenen anlam düzeyine yaklaşık bir değer ise ve test istatistiğinin gücü varsayılan modele ve modelin makul alternatiflerine göre yüksek ise bu test istatistiğine istatistiksel olarak sağlamdır denir.

UEÇO yöntemi kullanılarak elde edilen tahmin edicilerin ve test istatistiklerinin sağlamlığını test edebilmek için gerçek dağılımın şekil parametresi $p = 3.5$ olan LTS olduğu varsayılmıştır. Bu dağılımın makul alternatifleri aşağıdaki olup her bir durum için tahmin edicilerin ortalamaları varyansları hata kareler ortalamaları, göreceli etkinlikleri, test istatistiklerinin I. tip hata olasılıkları ve güçleri $n = 10, 15, 20$ için hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 4.5-4.6-4.7’de sunulmuştur.

Model I: $LTS(2, \sigma)$

Model I: $LTS(2.5, \sigma)$

Model III: Dixon's Aykırı Değer Modeli

$$r = [0.5 + 0.1n] \text{ olmak üzere; } (n-1)LTS(3.5, \sigma) + rLTS(3.5, 4\sigma)$$

Bu modelde, $(n-1)$ tane gözlem $LTS(3.5, \sigma)$ dağılımından, r tane gözlem ise $LTS(3.5, 4\sigma)$ dağılımından gelmektedir.

Model IV: Karma Model

$$0.90LTS(3.5, \sigma) + 0.10LTS(3.5, 4\sigma)$$

Model V: Bulaşık Model

$$0.90LTS(3.5, \sigma) + 0.10U(-0.5, 0.5)$$

Çizelge 4.5 Model I-II-III-IV-V 'de μ , α_1 , $\beta_{1(i)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri

n		$\hat{\mu}$			$\hat{\alpha}_1$			$\hat{\beta}_{1(i)}$			$\hat{\sigma}$		
		Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE
MODEL I													
10	EKK	0.0006	0.0830	60	0	0.1751	58	-0.0027	0.7865	60	0.9625	0.0904	42
	UEÇO	0.0009	0.0499		0.0004	0.1013		-0.0008	0.4694		0.9572	0.0383	
15	EKK	0.0001	0.0816	58	0.0014	0.1685	57	0.0004	0.7339	59	0.9698	0.0589	32
	UEÇO	0.0001	0.0475		0.0015	0.0956		0.0008	0.4373		0.9167	0.0194	
20	EKK	0.0016	0.0837	55	0.0001	0.1616	56	0.0017	0.8437	51	0.9751	0.0573	30
	UEÇO	0.0008	0.0468		0.0001	0.0906		0.0001	0.4304		0.8914	0.0177	
MODEL II													
10	EKK	0.0004	0.0841	96	0.0005	0.1684	95	0.0005	0.7543	95	0.9975	0.007	199
	UEÇO	0.0005	0.0803		0.0005	0.1611		0.0011	0.7179		1.082	0.014	
15	EKK	0.0010	0.0812	95	0.0007	0.1703	94	0.0009	0.753	94	0.9976	0.0046	195
	UEÇO	0.0009	0.0772		0.0009	0.1606		0.0014	0.7108		1.0665	0.0090	
20	EKK	0.0008	0.0825	94	0.0008	0.1671	94	-0.0021	0.7312	94	0.9973	0.0034	194
	UEÇO	0.0005	0.0782		0.0009	0.1582		-0.0029	0.692		1.0573	0.0066	
MODEL III													
10	EKK	0.0001	0.1322	76	0.0010	0.2720	77	-0.0018	1.2029	77	1.2565	0.0884	123
	UEÇO	0.0003	0.1009		0.0004	0.2078		-0.0013	0.9321		1.3044	0.1085	
15	EKK	0.0004	0.1112	76	0.0036	0.2333	76	0.0051	1.0547	76	1.1793	0.0455	100
	UEÇO	0.0005	0.0846		0.0035	0.1798		0.0039	0.8070		1.1957	0.0459	

Çizelge 4.5 Model I-II-III-IV-V 'de μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri (Devam)

		$\hat{\mu}$			$\hat{\alpha}_1$			$\hat{\beta}_{1(1)}$			$\hat{\sigma}$		
		Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE
20	EKK	0.0009	0.1184	75	0.0006	0.2431	75	0.0015	1.0808	75	1.2002	0.0515	84
	UEÇO	0.0010	0.0886		0.0004	0.1832		0.0017	0.8127		1.1952	0.0436	
MODEL IV													
10	EKK	0.0002	0.108	81	0.0011	0.2161	80	0	0.9847	80	1.1312	0.0358	134
	UEÇO	0.0004	0.0875		-0.001	0.1746		0.0007	0.7959		1.1859	0.0482	
15	EKK	0.0003	0.1076	79	0.0015	0.2178	79	0	0.9564	79	1.1329	0.0301	107
	UEÇO	0.0004	0.0859		0.0013	0.1732		0.0003	0.7583		1.1573	0.0324	
20	EKK	0.0001	0.1071	78	0.0008	0.2143	78	-	0.9694	78	1.135	0.0279	91
	UEÇO	0	0.0836		0.0008	0.1671		0.0007	0.7592		1.1423	0.0256	
MODEL V													
10	EKK	0.0002	0.0835	93	0.0004	0.1684	93	0.0015	0.7433	93	0.9961	0.0091	148
	UEÇO	0.0003	0.0775		0.0004	0.1562		0.0012	0.6917		1.0739	0.0134	
15	EKK	0.0004	0.0835	92	0.0015	0.1668	92	0	0.7567	92	0.9979	0.0061	131
	UEÇO	0.0004	0.0773		0.0012	0.154		0	0.6998		1.0571	0.008	
20	EKK	0.0001	0.0831	91	0.0007	0.165	91	-0.001	0.7495	91	0.9985	0.0047	118
	UEÇO	0	0.0763		0.0005	0.1513		-0.001	0.6876		1.0475	0.0056	

Çizelge 4.6 Model I-II-III-IV-V'te F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri

MODEL I									
n	d=	0.0	0.075	0.15	0.225	0.3	0.375	0.45	
10	F_A^*	0.026	0.06	0.23	0.51	0.77	0.93	0.99	
	F_A	0.045	0.08	0.23	0.48	0.70	0.86	0.95	
15	F_A^*	0.025	0.10	0.37	0.74	0.94	0.96	0.99	
	F_A	0.045	0.11	0.34	0.64	0.86	0.95	0.98	
20	F_A^*	0.030	0.09	0.35	0.70	0.84	0.93	0.99	
	F_A	0.040	0.11	0.32	0.69	0.81	0.90	0.98	
MODEL II									
10	F_A^*	0.044	0.10	0.29	0.2865	0.59	0.97	0.99	
	F_A	0.04	0.10	0.29	0.2874	0.58	0.96	0.98	
15	F_A^*	0.046	0.10	0.30	0.59	0.85	0.96	0.99	
	F_A	0.049	0.10	0.30	0.58	0.84	0.95	0.98	

Çizelge 4.6 Model I-II-III-IV-V'te F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
20	F_A^*	0.048	0.12	0.39	0.73	0.84	0.91	0.99
	F_A	0.049	0.12	0.38	0.71	0.83	0.90	0.98
MODEL III								
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
10	F_A^*	0.032	0.08	0.28	0.60	0.87	0.94	0.99
	F_A	0.046	0.10	0.28	0.57	0.83	0.90	0.98
	d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.037	0.11	0.39	0.77	0.86	0.91	0.99
	F_A	0.047	0.11	0.36	0.70	0.81	0.90	0.98
	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
20	F_A^*	0.035	0.08	0.2788	0.58	0.84	0.90	0.99
	F_A	0.043	0.09	0.2679	0.52	0.77	0.88	0.98
MODEL IV								
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
10	F_A^*	0.031	0.11	0.34	0.70	0.83	0.90	0.99
	F_A	0.043	0.11	0.34	0.66	0.80	0.85	0.98
	d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.038	0.09	0.27	0.84	0.84	0.96	0.99
	F_A	0.052	0.09	0.26	0.79	0.79	0.93	0.98
	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
20	F_A^*	0.038	0.09	0.27	0.58	0.84	0.90	0.99
	F_A	0.048	0.09	0.25	0.52	0.78	0.88	0.98
MODEL V								
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
10	F_A^*	0.045	0.11	0.33	0.66	0.81	0.90	0.99
	F_A	0.051	0.11	0.34	0.65	0.79	0.87	0.98
	d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.043	0.10	0.25	0.54	0.81	0.94	0.99
	F_A	0.046	0.10	0.25	0.52	0.79	0.93	0.98
	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
20	F_A^*	0.045	0.0937	0.25	0.54	0.80	0.95	0.99
	F_A	0.049	0.0962	0.25	0.52	0.78	0.93	0.99

Çizelge 4.7 Model I-II-III-IV-V'te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri

		MODEL I						
n	d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.50
10	$F_{B(A)}^*$	0.014	0.05	0.29	0.72	0.85	0.90	0.99
	$F_{B(A)}$	0.043	0.10	0.35	0.72	0.82	0.89	0.98

Çizelge 4.7 Model I-II-III-IV-V'te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
15	$F_{B(A)}^*$	0.023	0.04	0.15	0.45	0.78	0.95	0.99
	$F_{B(A)}$	0.042	0.07	0.18	0.42	0.70	0.88	0.96
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$	0.027	0.05	0.25	0.66	0.74	0.85	0.99
	$F_{B(A)}$	0.044	0.08	0.25	0.56	0.72	0.83	0.98
MODEL II								
	d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.50
10	$F_{B(A)}^*$	0.055	0.11	0.33	0.70	0.83	0.90	0.99
	$F_{B(A)}$	0.047	0.09	0.30	0.66	0.82	0.89	0.98
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
15	$F_{B(A)}^*$	0.064	0.12	0.34	0.70	0.84	0.90	0.99
	$F_{B(A)}$	0.053	0.10	0.29	0.64	0.81	0.88	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$	0.07	0.11	0.27	0.58	0.78	0.85	0.99
	$F_{B(A)}$	0.05	0.09	0.22	0.50	0.76	0.83	0.98
MODEL III								
	d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.50
10	$F_{B(A)}^*$	0.213	0.05	0.19	0.55	0.76	0.88	0.99
	$F_{B(A)}$	0.041	0.08	0.24	0.56	0.74	0.86	0.98
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
15	$F_{B(A)}^*$	0.025	0.06	0.27	0.68	0.85	0.90	0.99
	$F_{B(A)}$	0.046	0.09	0.29	0.64	0.81	0.87	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$	0.031	0.07	0.21	0.54	0.75	0.88	0.99
	$F_{B(A)}$	0.047	0.08	0.22	0.51	0.70	0.85	0.98
MODEL IV								
	d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.50
10	$F_{B(A)}^*$	0.027	0.07	0.27	0.66	0.73	0.89	0.99
	$F_{B(A)}$	0.046	0.09	0.30	0.66	0.71	0.88	0.98
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
15	$F_{B(A)}^*$	0.030	0.07	0.29	0.68	0.74	0.85	0.99
	$F_{B(A)}$	0.045	0.09	0.30	0.64	0.71	0.83	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$	0.032	0.07	0.22	0.53	0.76	0.88	0.99
	$F_{B(A)}$	0.047	0.08	0.22	0.51	0.70	0.85	0.98

Çizelge 4.7 Model I-II-III-IV-V'te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri (Devam)

		MODEL V							
		d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.50
10	$F_{B(A)}^*$		0.040	0.08	0.27	0.64	0.72	0.92	0.99
	$F_{B(A)}$		0.050	0.09	0.29	0.65	0.72	0.89	0.98
		d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
15	$F_{B(A)}^*$		0.040	0.08	0.30	0.65	0.72	0.89	0.99
	$F_{B(A)}$		0.046	0.09	0.30	0.64	0.71	0.85	0.98
		d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$		0.047	0.08	0.23	0.52	0.72	0.87	0.99
	$F_{B(A)}$		0.046	0.08	0.22	0.50	0.70	0.86	0.98

UEÇO yöntemi kullanılarak elde edilen tahmin edicilerin ve test istatistiklerinin dayanıklılığını test edebilmek için gerçek dağılımın şekil parametresi $b = 1$ olan GL olduğu varsayılmıştır. Bu dağılımın makul alternatifleri aşağıda olup her bir durum için tahmin edicilerin ortalamaları, varyansları hata kareler ortalamaları, görelî etkinlikleri, test istatistiklerinin güçleri $n = 5, 10, 15, 20$ için hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 4.8-4.9-4.20'da sunulmuştur.

Model VI: $GL(0.5, \sigma)$

Model VII: $GL(4, \sigma)$

Model VIII: Dixon's Aykırı Değer Modeli

$$r = [0.5 + 0.1n] , (n-1)GL(4, \sigma) + rGL(4, 4\sigma)$$

Model IX: Karma Model

$$0.90GL(4, \sigma) + 0.10GL(4, 4\sigma)$$

Model X: Bulaşık Model

$$0.90GL(4, \sigma) + 0.10U(-1, 1)$$

Çizelge 4.8 Model VI-VII-VIII-IX-X 'de μ , α_1 , $\beta_{1(1)}$ ve σ Parametrelerinin UEÇO ve EKK Tahmin Edicilerinin Ortalama, nxMSE ve RE Değerleri

n		$\hat{\mu}$			$\hat{\alpha}_1$			$\hat{\beta}_{1(1)}$			$\hat{\sigma}$		
		Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	RE	Ort	nxMSE	
MODEL VI													
5	EKK	0.0029	0.5468	90	0.0041	1.1129	82	0.0021	4.9961	83	0.9919	0.6309	26
	UEÇO	-0.079	0.4957		0.0042	0.9087		0.0019	4.1495		1.1172	0.1667	
10	EKK	0.0039	0.5596	82	0.0012	1.1119	80	0.0086	4.9395	80	0.9961	0.6278	19
	UEÇO	0.0237	0.4597		-0.001	0.8895		0.0073	3.9474		1.0605	0.1185	
15	EKK	0.0005	0.5425	81	0.0004	1.1094	77	0.0018	4.8124	79	0.9967	0.6059	16
	UEÇO	0.0152	0.4399		0.0018	0.8511		0.0014	3.8039		1.0389	0.0959	
20	EKK	0.0021	0.5413	79	0.0001	1.0934	76	0.0022	4.9865	78	0.9964	0.598	14
	UEÇO	0.0099	0.4317		0.0002	0.86		0.0018	3.9227		1.0277	0.0857	
MODEL VII													
5	EKK	0.0005	0.278	97	0.0003	0.5597	96	0.0058	2.4401	97	0.9915	0.2462	62
	UEÇO	0.0009	0.2684		0.0009	0.5399		0.0074	2.3562		1.1108	0.1522	
10	EKK	-0	0.2771	95	0.0012	0.5575	94	0.0025	2.459	94	0.9956	0.231	48
	UEÇO	-0	0.2643		0.0014	0.5265		0.0023	2.3048		1.0603	0.1104	
15	EKK	0.0005	0.2715	92	0.0006	0.553	93	0.0022	2.4739	93	0.9976	0.2267	41
	UEÇO	0.0008	0.2506		0.0012	0.5158		0.0026	2.2916		1.041	0.0933	
20	EKK	0.0011	0.2751	92	0.0025	0.5536	92	-0.003	2.4327	93	0.9986	0.2265	37
	UEÇO	0.0012	0.2548		0.0026	0.509		-0.002	2.2656		1.0309	0.0848	
MODEL VIII													
5	EKK	0.001	0.5855	89	0.0015	1.2179	89	0.0069	5.3053	90	1.4656	1.8181	123
	UEÇO	0.0009	0.5227		0.0011	1.0881		0.0056	4.7578		1.6306	2.2484	
10	EKK	0.0017	0.4372	83	0.0007	0.8903	84	0.007	3.8802	83	1.259	1.2239	94
	UEÇO	0.0011	0.367		0.0003	0.747		0.0059	3.2204		1.3152	1.1454	
15	EKK	0.0009	0.3806	83	0.0001	0.7634	83	0.0009	3.3928	82	1.179	0.9614	77
	UEÇO	0.0014	0.3188		0.0001	0.6307		0.0003	2.8514		1.2039	0.7398	
20	EKK	0.0001	0.3561	83	0.0026	0.7242	83	0.0038	3.1398	82	1.1377	0.7923	69
	UEÇO	0.0002	0.2994		0.0019	0.6073		0.0038	2.6444		1.1497	0.544	
MODEL IX													
5	EKK	0.0004	0.3537	93	0.0013	0.6922	93	0.0106	3.2273	92	1.1283	0.5484	91
	UEÇO	0.0007	0.3279		0.0018	0.6431		0.0103	2.9836		1.2588	0.5	
10	EKK	-0.001	0.3523	88	0.0001	0.7062	87	0.0029	3.2443	87	1.1363	0.646	78
	UEÇO	0.0006	0.3086		0.0005	0.6162		0.0016	2.8367		1.1945	0.5065	
15	EKK	0.0012	0.3601	86	0.0006	0.7001	86	0.0058	3.1914	85	1.1353	0.7431	70
	UEÇO	0.0006	0.3098		0.0002	0.5994		0.0062	2.7136		1.1646	0.5229	
20	EKK	0.0006	0.3604	84	0.0032	0.7115	84	0.0035	3.2027	84	1.1369	0.8392	66
	UEÇO	0.0007	0.3041		0.0036	0.6001		0.0033	2.6882		1.1501	0.5593	
MODEL X													
5	EKK	0.0005	0.2512	94	0.0028	0.5017	94	0.0093	2.2504	94	0.9474	0.2622	42
	UEÇO	0.0002	0.2385		0.0024	0.473		0.0104	2.1338		1.0591	0.109	
10	EKK	0.0012	0.247	90	0.0009	0.5019	90	0.0047	2.2033	90	0.9503	0.2562	28
	UEÇO	0.001	0.2229		0.0013	0.4526		0.0048	2.0028		1.0057	0.0729	
15	EKK	0.0008	0.2503	89	-0.001	0.4866	89	0.0025	2.2061	89	0.9509	0.2877	28
	UEÇO	0.0008	0.2233		0.0001	0.4341		0.0016	1.9594		0.9845	0.0693	
20	EKK	0.0025	0.2529	88	0.0003	0.4898	88	0.0025	2.2258	88	0.9523	0.2668	28
	UEÇO	0.0025	0.2233		0.0002	0.431		0.0023	1.9582		0.9741	0.0765	

Çizelge 4.9 Model VI-VII-VIII-IX-X' te F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri

MODEL VI								
n	d=	0.0	0.13	0.26	0.39	0.52	0.65	0.78
5	F_A^*	0.045	0.09	0.29	0.59	0.83	0.95	0.99
	F_A	0.044	0.09	0.28	0.58	0.82	0.95	0.99
10	d=	0.0	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48
	F_A^*	0.0475	0.09	0.24	0.49	0.75	0.92	0.98
15	F_A	0.0503	0.09	0.23	0.46	0.72	0.89	0.97
	d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
20	F_A^*	0.046	0.10	0.27	0.56	0.82	0.96	0.99
	F_A	0.047	0.10	0.26	0.52	0.78	0.94	0.98
20	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
	F_A^*	0.045	0.09	0.27	0.55	0.82	0.95	0.99
20	F_A	0.046	0.09	0.25	0.51	0.78	0.93	0.98
	MODEL VII							
5	d=	0.0	0.13	0.26	0.39	0.52	0.65	0.78
	F_A^*	0.047	0.10	0.28	0.58	0.82	0.96	0.99
10	F_A	0.045	0.10	0.28	0.57	0.82	0.95	0.99
	d=	0.0	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.54
15	F_A^*	0.047	0.11	0.30	0.58	0.83	0.96	0.99
	F_A	0.047	0.10	0.28	0.56	0.81	0.95	0.99
20	d=	0.0	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48
	F_A^*	0.055	0.12	0.34	0.67	0.90	0.94	0.99
20	F_A	0.054	0.11	0.32	0.64	0.88	0.92	0.98
	d=	0.0	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
20	F_A^*	0.053	0.10	0.27	0.55	0.81	0.95	0.99
	F_A	0.051	0.09	0.26	0.52	0.78	0.93	0.98
MODEL VIII								
5	d=	0.0	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48
	F_A^*	0.050	0.09	0.27	0.55	0.82	0.95	0.99
10	F_A	0.045	0.09	0.25	0.50	0.75	0.91	0.98
	d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.047	0.10	0.25	0.49	0.85	0.93	0.99
	F_A	0.044	0.09	0.24	0.46	0.83	0.90	0.98
20	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
	F_A^*	0.051	0.09	0.29	0.53	0.88	0.96	0.99
20	F_A	0.049	0.09	0.26	0.50	0.84	0.95	0.98
	d=	0.0	0.05	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30
20	F_A^*	0.049	0.10	0.31	0.57	0.86	0.94	0.99
	F_A	0.047	0.09	0.30	0.54	0.83	0.92	0.98

Çizelge 4.9 Model VI-VII-VIII-IX-X' te F_A^* ve F_A İstatistiklerinin Güçleri
(Devam)

MODEL IX								
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
5	F_A^*	0.046	0.12	0.3807	0.72	0.93	0.98	0.99
	F_A	0.050	0.12	0.3816	0.71	0.92	0.98	0.99
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
10	F_A^*	0.044	0.12	0.35	0.69	0.92	0.98	0.99
	F_A	0.046	0.12	0.34	0.66	0.89	0.98	0.99
	d=	0.0	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42
15	F_A^*	0.044	0.09	0.27	0.57	0.83	0.96	0.99
	F_A	0.051	0.09	0.26	0.53	0.79	0.93	0.99
	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
20	F_A^*	0.043	0.10	0.27	0.57	0.83	0.95	0.99
	F_A	0.040	0.09	0.25	0.52	0.77	0.93	0.98
MODEL X								
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
5	F_A^*	0.053	0.12	0.36	0.70	0.92	0.95	0.99
	F_A	0.053	0.12	0.35	0.69	0.91	0.93	0.99
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
10	F_A^*	0.049	0.12	0.34	0.67	0.90	0.96	0.99
	F_A	0.049	0.11	0.33	0.64	0.88	0.94	0.99
	d=	0.0	0.075	0.15	0.225	0.3	0.375	0.45
15	F_A^*	0.050	0.11	0.30	0.60	0.86	0.97	0.99
	F_A	0.048	0.10	0.29	0.57	0.83	0.95	0.99
	d=	0.0	0.060	0.12	0.18	0.24	0.3	0.36
20	F_A^*	0.054	0.10	0.26	0.54	0.80	0.96	0.99
	F_A	0.053	0.10	0.24	0.50	0.76	0.93	0.98

Çizelge 4.10 Model VI-VII-VIII-IX-X' te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri

MODEL VI								
n	d=	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.50
5	$F_{B(A)}^*$	0.027	0.07	0.27	0.66	0.73	0.89	0.99
	$F_{B(A)}$	0.040	0.09	0.30	0.66	0.71	0.88	0.98
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
10	$F_{B(A)}^*$	0.035	0.08	0.30	0.65	0.72	0.89	0.99
	$F_{B(A)}$	0.043	0.09	0.30	0.64	0.71	0.85	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
15	$F_{B(A)}^*$	0.040	0.08	0.23	0.52	0.76	0.87	0.99
	$F_{B(A)}$	0.046	0.08	0.22	0.50	0.73	0.86	0.98

Çizelge 4.10 Model VI-VII-VIII-IX-X' te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri(Devam)

	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
20	$F_{B(A)}^*$	0.040	0.16	0.35	0.75	0.92	0.98	0.99
	$F_{B(A)}$	0.045	0.16	0.34	0.75	0.89	0.98	0.99
MODEL VII								
	d=	0.0	0.21	0.42	0.63	0.84	1.05	1.26
5	$F_{B(A)}^*$	0.046	0.15	0.34	0.62	0.82	0.93	0.99
	$F_{B(A)}$	0.044	0.13	0.26	0.56	0.77	0.86	0.98
	d=	0.0	0.20	0.40	0.60	0.80	1	1.20
10	$F_{B(A)}^*$	0.044	0.07	0.21	0.43	0.71	0.91	0.99
	$F_{B(A)}$	0.048	0.08	0.19	0.41	0.71	0.91	0.99
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08
15	$F_{B(A)}^*$	0.043	0.11	0.27	0.50	0.76	0.94	0.99
	$F_{B(A)}$	0.048	0.10	0.27	0.48	0.72	0.91	0.99
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9
20	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.15	0.32	0.43	0.88	0.98	0.99
	$F_{B(A)}$	0.048	0.13	0.28	0.40	0.85	0.95	0.99
MODEL VIII								
	d=	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.20
5	$F_{B(A)}^*$	0.045	0.08	0.16	0.46	0.75	0.95	0.99
	$F_{B(A)}$	0.0470	0.08	0.16	0.44	0.73	0.93	0.98
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08
10	$F_{B(A)}^*$	0.043	0.10	0.17	0.42	0.74	0.93	0.99
	$F_{B(A)}$	0.045	0.10	0.17	0.42	0.72	0.92	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9
15	$F_{B(A)}^*$	0.045	0.09	0.22	0.62	0.87	0.90	0.99
	$F_{B(A)}$	0.048	0.09	0.20	0.60	0.85	0.87	0.99
	d=	0.0	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72
20	$F_{B(A)}^*$	0.046	0.11	0.30	0.74	0.83	0.92	0.99
	$F_{B(A)}$	0.047	0.09	0.28	0.72	0.80	0.90	0.98
MODEL IX								
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08
5	$F_{B(A)}^*$	0.040	0.12	0.28	0.62	0.71	0.82	0.99
	$F_{B(A)}$	0.043	0.11	0.25	0.61	0.70	0.81	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9
10	$F_{B(A)}^*$	0.042	0.11	0.30	0.53	0.72	0.82	0.99
	$F_{B(A)}$	0.040	0.11	0.28	0.51	0.71	0.80	0.98

Çizelge 4.10 Model VI-VII-VIII-IX-X' te $F_{B(A)}^*$ ve $F_{B(A)}$ İstatistiklerinin Güçleri
(Devam)

	d=	0.0	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72
15	$F_{B(A)}^*$	0.049	0.10	0.29	0.59	0.78	0.86	0.99
	$F_{B(A)}$	0.047	0.09	0.28	0.55	0.74	0.85	0.98
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
20	$F_{B(A)}^*$	0.046	0.10	0.33	0.56	0.72	0.87	0.99
	$F_{B(A)}$	0.043	0.10	0.30	0.55	0.71	0.85	0.98
MODEL X								
	d=	0.0	0.18	0.36	0.54	0.72	0.90	1.08
5	$F_{B(A)}^*$	0.049	0.10	0.24	0.55	0.80	0.98	0.99
	$F_{B(A)}$	0.047	0.09	0.23	0.51	0.78	0.96	0.98
	d=	0.0	0.15	0.3	0.45	0.60	0.75	0.9
10	$F_{B(A)}^*$	0.049	0.09	0.32	0.58	0.90	0.95	0.99
	$F_{B(A)}$	0.048	0.09	0.28	0.56	0.86	0.92	0.98
	d=	0.0	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72
15	$F_{B(A)}^*$	0.046	0.10	0.29	0.56	0.88	0.94	0.99
	$F_{B(A)}$	0.044	0.09	0.27	0.54	0.85	0.92	0.98
	d=	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
20	$F_{B(A)}^*$	0.049	0.09	0.26	0.51	0.72	0.83	0.99
	$F_{B(A)}$	0.045	0.08	0.23	0.47	0.69	0.82	0.98

Çizelge 4.5-4.6-4.7-4.8-4.9-4.10'da sunulan sonuçlara göre aşağıdaki yorumlar yapılır.

- UEÇO tahmin edicilerinin etkinliklerinin EKK tahmin edicilerine göre daha yüksek olduğunu göstermektedir Dolayısıyla UEÇO tahmin edicileri dayanıklı “robust” tahmin edicilerdir.
- UEÇO yöntemiyle elde edilen test istatistiklerinin güçlerinin EKK yöntemiyle elde edilen test istatistiklerine göre daha yüksek oldukları gözlemlenmektedir. Bu durumda UEÇO test istatistikleri daha dayanıklıdır denebilir.

5. UYGULAMA

Bu bölümde ilk olarak, Hicks ve Turner (1999)'da daha sonra Montgomery (1997)'de normallik varsayımı altında çözülen iki aşamalı iç-içe tasarım modeline ait iki problem ele alınmıştır. Problemler UEÇO yöntemiyle çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar EKK yöntemi kullanarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Uygulama 1:

Bir fabrika içi eğitim kursunda, kursa katılanlara bir bitirme projesi verilmiştir. Kursa katılanların arasından bir mühendis, her birinde dört başlık bulunan beş makinedeki cam katod desteklerin gerilme derecesine makinelerin ve başlıkların etkisini 0.10 önem düzeyinde test etmek istemektedir. Her bir makinede bulunan dört farklı başlıktan alınan dört adet örneğin dayanıklılıkları araştırmacılar tarafından ölçülmüştür. Örneğe ait veri seti çizelge 5.1 verilmektedir ve bu veri seti,

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + e_{ijk} \quad i = 1,2,\dots,5; \quad j = 1,2,\dots,4, \quad k = 1,2,\dots,4 \quad , \quad (5.1)$$

şeklinde modellenmektedir. Modelde, y_{ijk} ; i-nci makinede bulunan j-nci başlık tarafından üretilen örnekler arasından alınan k-nci örneğe ait dayanıklılık ölçümünü, μ ; genel ortalamayı, α_i ; i-nci makinenin dayanıklılık üzerine etkisini, $\beta_{j(i)}$; i-nci makinede bulunan j-nci başlığın dayanıklılık üzerine etkisini ve e_{ijk} ; hata terimini göstermektedir

Çizelge 5.1 Uygulama 1'e Ait Veri Seti

Başlık	Makine				
	A	B	C	D	E
1	6	10	0	11	1
	2	9	0	0	4
	0	7	5	6	7
	8	12	5	4	9
2	13	2	10	5	6
	3	1	11	10	7
	9	1	6	8	0
	8	10	7	3	3
3	1	4	8	1	3
	10	1	5	8	0
	0	7	0	9	2
	6	9	7	4	2
4	7	0	7	0	3
	4	3	2	8	7
	7	4	5	6	4
	9	1	4	5	0

Uygulama 1'e ait uygulama çalışması aşağıdaki adımlar izlenerek yapılmıştır.

Adım 1: Hata terimlerinin normal dağıldığı varsayılarak çizelge 5.2'de verilen EKK tahmin edicileri bulunmuştur ve hata terimleri elde edilmiştir. Elde edilen hata terimlerinin normal dağılıma uygunluğunu test etmek amacıyla Q-Q grafiği çizilmiştir. Çizilen grafik şekil 5.1'de sunulmaktadır.

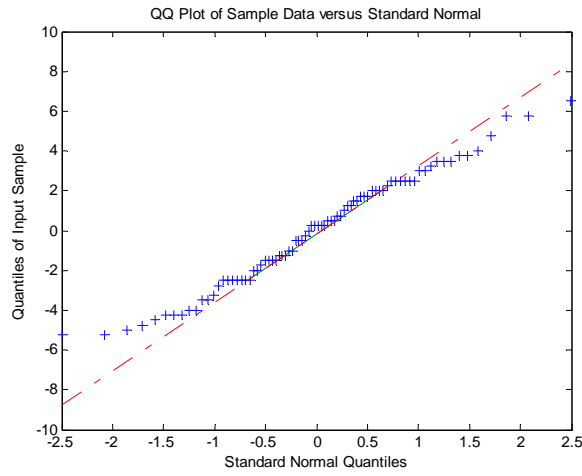
Çizelge 5.2 Uygulama 1'de EKK ve UEÇO Tahmin Edicileri

	EKK	UEÇO		EKK	UEÇO
$\hat{\mu}$	5.025	5.035	$\hat{\beta}_{24}$	-3.062	-2.976
$\hat{\alpha}_1$	0.787	0.765	$\hat{\beta}_{31}$	-2.625	-2.674
$\hat{\alpha}_2$	0.037	-0.058	$\hat{\beta}_{32}$	3.375	3.325
$\hat{\alpha}_3$	0.110	0.139	$\hat{\beta}_{33}$	-0.125	0.022
$\hat{\alpha}_4$	0.475	0.514	$\hat{\beta}_{34}$	-0.625	-0.674
$\hat{\alpha}_5$	-1.400	-1.361	$\hat{\beta}_{41}$	-0.250	-0.348
$\hat{\beta}_{11}$	-1.832	-1.800	$\hat{\beta}_{42}$	0.100	0.950
$\hat{\beta}_{12}$	2.437	2.499	$\hat{\beta}_{43}$	0	0.049
$\hat{\beta}_{13}$	-1.562	-1.697	$\hat{\beta}_{44}$	-0.750	-0.651
$\hat{\beta}_{14}$	0.937	0.999	$\hat{\beta}_{51}$	1.625	1.625
$\hat{\beta}_{21}$	4.437	4.523	$\hat{\beta}_{52}$	0.375	0.424

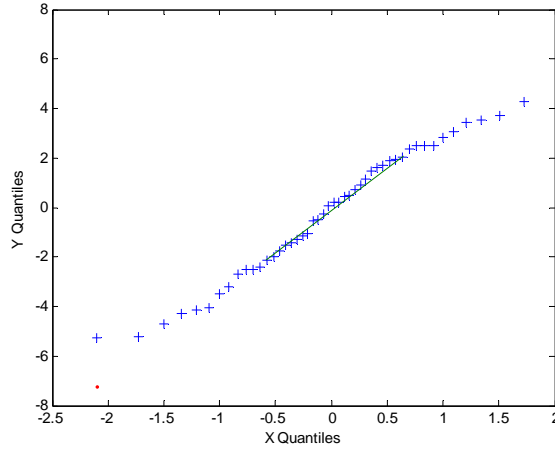
Çizelge 5.2 Uygulama 1’de EKK ve UEÇO Tahmin Edicileri (Devam)

	<i>EKK</i>	<i>UEÇO</i>		<i>EKK</i>	<i>UEÇO</i>
$\hat{\beta}_{22}$	-1.562	-1.869	$\hat{\beta}_{53}$	1.875	-1.875
$\hat{\beta}_{23}$	0.187	0.322	$\hat{\beta}_{54}$	0.125	-0.174

Adım 2: Şekil 5.2 ve şekil 5.1’de verilen Q-Q grafikleri karşılaştırılarak hata terimlerinin LTS ($p = 3.5$) dağılımına daha uygun olduğu gözlemlenmiştir. Daha sonra bölüm 2.2.1’de anlatıldığı şekilde UEÇO tahmin edicileri elde edilmiştir.



Şekil 5.1 Q-Q grafiği (Normal Dağılım)



Şekil 5.2 Q-Q grafiği (LTS ($p = 3.5$) Dağılım)

Adım 3: Adım 2’de elde ettiğimiz UEÇO tahmin edicileri kullanılarak ve çizelge 2.2’ye uygun olarak ANOVA tablosu oluşturulmuştur.

Adım 4: Makinelerin ve başlıkların dayanıklılığa etkisini test edecek hipotezler,

$$\begin{aligned} H_0 : \alpha_i &= 0 & \beta_{j(i)} &= 0 \\ H_1 : \alpha_i &\neq 0 & \beta_{j(i)} &\neq 0 \end{aligned}$$

şeklinde kurulmuştur. Bu hipotezlere ait test istatistikleri bölüm 2.3.3'te verilen formüller kullanılarak elde edilmiştir. Test istatistikleri ve adım 3'de oluşturulan ANOVA tablosu çizelge 5.3'de gösterilmektedir.

Çizelge 5.3 Uygulama 1 için ANOVA Tablosu

Kaynak	EKK				UEÇO			
	SS	df	MS	F	SS	df	MS	F
Makine	45.08	4	11.27	0.60	50.32	4	12.58	1.46
Başlık	282.88	15	18.86	1.76*	336.07	15	22.40	2.60*
Hata	642.00	60	10.70		516.75	60	8.61	
Toplam	969.95	79			903.16	79		

Adım 5: (Hicks ve Turner 1999)'da EKK yöntemi kullanılarak elde edilen tahmin ediciler yardımıyla oluşturulan test istatistikleri ve ANOVA tablosu çizelge 5.3'te sunulmaktadır. Çizelge 5.3'teki sonuçlar karşılaştırıldığında her iki yöntem kullanıldığında da 0.1 önem düzeyinde, makinelerin dayanıklılık üzerindeki etkilerinin önemsiz olduğu ($F_H = 1.46 < F_T = 2.04$), başlıkların etkisinin ise dayanıklılık üzerinde etkili olduğu ($F_H = 2.60 > F_T = 1.6034$) görülmektedir. Ancak, UEÇO yöntemi kullanıldığında MS_E daha küçük olduğundan bu yöntemin EKK yöntemine göre daha güvenilir olduğunu söylemek mümkündür.

Uygulama 2:

Bir üretim mühendisi, her birinde iki çeşit iğne bulunan üç çeşit makinede üretilen özel bir parçanın boyutsal değişimini araştırıyor. Her iğneden üretilen parçalardan dört adet seçiliyor ve ölçüm yapılıyor. Ölçüm sonuçları çizelge 5.4'te verilmektedir. Örnek,

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + e_{ijk} \quad i = 1,2,\dots,5; \quad j = 1,2,\dots,4, \quad k = 1,2,\dots,4 \quad (5.2)$$

şeklinde modellenmektedir. Modelde, y_{ijk} ; i-nci makinede bulunan j-nci iğne kullanılarak üretilen parçalar arasından alınan k-ıncı parçaya ait dayanıklılık ölçümünü, μ ; genel ortalamayı, α_i ; i-nci makinenin boyutsal değişim üzerine etkisini, $\beta_{j(i)}$; i-nci makinede bulunan j-nci iğnenin boyutsal değişim üzerine etkisini ve e_{ijk} ; hata terimini göstermektedir.

Çizelge 5.4 Uygulama 2'ye Ait Veri Seti

Makine			
Başlık	A	B	C
1	12	14	14
	9	15	10
	11	13	12
	12	14	11
2	8	12	16
	9	10	15
	10	11	15
	8	13	14

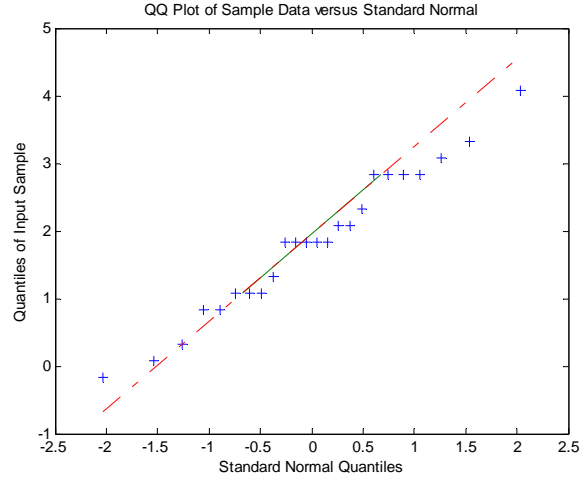
Yukarıda anlatılan örneğe ait uygulama çalışması uygulama 1 ile benzer adımlar izlenerek yapılmıştır.

Adım 1: Verilerin normal dağıldığı varsayılarak çizelge 4.5'de verilen EKK tahmin edicileri bulunmuştur ve hata terimleri elde edilmiştir. Elde edilen hata terimlerinin normal dağılıma uygunluğunu test etmek amacıyla Q-Q grafiği çizilmiştir çizilen grafik şekil 5.3'de sunulmaktadır.

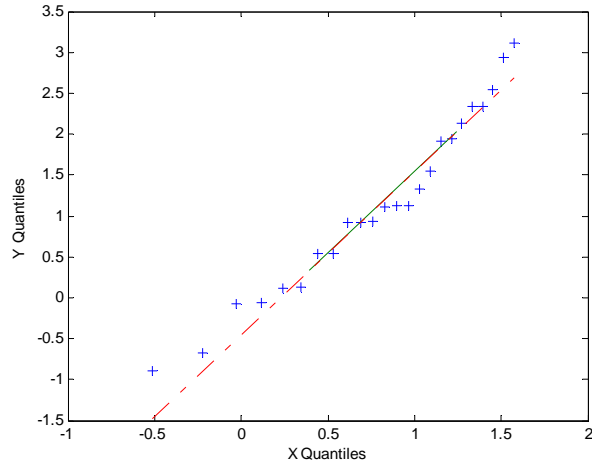
Çizelge 5.5: Uygulama 2’de EKK ve UEÇO Tahmin Edicileri

	<i>EKK</i>	<i>UEÇO</i>		<i>EKK</i>	<i>UEÇO</i>
$\hat{\mu}$	12	11.832	$\hat{\beta}_{2(1)}$	-1.125	-1.106
$\hat{\alpha}_1$	-2.125	-2.276	$\hat{\beta}_{1(2)}$	1.250	1.404
$\hat{\alpha}_2$	0.750	0.629	$\hat{\beta}_{2(2)}$	-1.25	-1.404
$\hat{\alpha}_3$	1.375	1.646	$\hat{\beta}_{1(3)}$	-1.625	-1.596
$\hat{\beta}_{1(1)}$	1.125	1.106	$\hat{\beta}_{2(3)}$	1.625	1.596

Adım 2: $b = 0.5, 1, 4, 6$ değerleri için ayrı ayrı Q-Q grafiği çizilerek hata terimlerinin dağılımının $b = 4$ iken GL dağılıma daha uygun olduğu gözlenmiştir. UEÇO tahmin edicileri bölüm 3.2.1’de anlatıldığı şekilde elde edilmiştir.



Şekil 5.3 Q-Q grafiği (Normal Dağılım)



Şekil 5.4 Q-Q grafiği (GL ($b = 4$) Dağılım)

Adım 3: Adım 2’de elde ettiğimiz UEÇÖ tahmin edicileri kullanılarak ve çizelge (3.2)’ye uygun olarak ANOVA tablosu oluşturulmuştur.

Adım 4: Makinelerin ve başlıkların dayanıklılığa etkisini test edecek hipotezler,

$$\begin{aligned}
 H_0 : \alpha_i &= 0 & \beta_{j(i)} &= 0 \\
 H_1 : \alpha_i &\neq 0 & \beta_{j(i)} &\neq 0
 \end{aligned}$$

şeklinde kurulmuştur. Bu hipotezlere ait test istatistikleri bölüm 3.2.3’te verilen formüller kullanılarak elde edilmiştir. Test istatistikleri ve adım 3’de oluşturulan ANOVA tablosu çizelge (5.6)’da gösterilmektedir.

Çizelge 5.6 Uygulama 2 için ANOVA Tablosu

	<i>EKK</i>				<i>UEÇÖ</i>			
Kaynak	SS	df	MS	F	SS	df	MS	F
Makine	55.75	2	27.87	12.66*	358.67	2	179.33	166.39*
İğne	43.75	13	14.58	6.73*	124.28	13	41.42	38.43*
Hata	39.01	18	2.17		19.10	18	1.08	
Toplam		23			502.05	23		

Adım 5: Çizelge 5.6’ daki sonuçlar karşılaştırıldığında her iki yöntem kullanıldığında da 0.5 anlam düzeyinde

$(F_T = 3.55 < F_H = 166.39)$, $(F_T = 3.55 < F_H = 12.66)$, $(F_T = 3.16 < F_H = 38.43)$,
 $(F_T = 3.16 < F_H = 6.73)$ olduğundan makinelerin ve iğnelerin boyutsal çeşitlilik üzerindeki etkilerinin önemli olduğu görülmektedir. Ancak, UEÇO yöntemi kullanıldığında MS_E daha küçük olduğundan bu yöntemin EKK yöntemine göre daha güvenilir sonuç verdiğini söylemek mümkündür.

6. SONUÇ

Bu çalışmada iki-aşamalı, üç-aşamalı ve genelleştirilmiş (q – aşamalı) iç-içe tasarımlarda parametre tahmin yöntemleri, tahmin edicilere dayalı test istatistiklerinden bahsedilmiştir.

Bilimsel çalışmalarda, gerçek veriler kullanılırken en büyük sıkıntı verilerin dağılımının normal dağılıma uymamasıdır. Bu nedenle, daha dayanıklı alternatif yöntemlere ihtiyaç duyulur. Çünkü EKK yönteminin varsayımlarından birisi de hata terimlerinin dağılımının normal olmasıdır. Bu çalışmada bahsedilen varsayımlar sağlanmadığı durumlarda EKK yöntemine göre dayanıklı bir alternatif olan UEÇO yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmada, hata terimleri LTS ve GL dağılımlarına sahip iki aşamalı iç-içe tasarım modeline, EKK ve UEÇO tahmin edicileri Monte Carlo simülasyonu yoluyla karşılaştırılmıştır. Çalışmanın uygulama kısmında literatürde bulunan LTS ve GL dağılımlarına uygun örneklere her iki yöntem uygulanarak önerilen ve klasik test istatistiklerinin etkinlik ve dayanıklılıkları karşılaştırılmıştır.

Çalışmada, hata terimleri normallik varsayımını sağlamadığı durumlarda UEÇO tahmin edicilerinin EKK tahmin edicilerine göre etkinliklerinin daha yüksek olduğu gözlenmiştir. UEÇO tahmin edicilerine dayalı test istatistiklerinin F dağılımına sahip oldukları kanıtlanmış ve bu istatistiklerinin EKK' ya dayalı istatistiklere göre daha güçlü istatistikler oldukları gösterilmiştir.

Modelin asıl modelden farklı belirlendiği durumlarda veya gözlemler aykırı değer içerdiği durumda, EKK tahmin edicilerinin etkinliklerinin azaldığı ve UEÇO tahmin edicilerine göre EKK tahmin edicilerinin etkinliklerinin daha düşük olduğu gözlenmiştir. Ayrıca, UEÇO' ya dayalı test istatistiklerinin klasik test istatistiklerinden daha sağlam oldukları ispatlanmıştır.

Tez çalışmasında iki aşamalı iç-içe tasarım modeli üzerinde simülasyon çalışması ve uygulamalar yapılmıştır. İlerleyen çalışmalarda ikiden fazla aşamalı iç-içe tasarım modelleri için analiz yapılacaktır.

Bu çalışmada yalnızca sabit etkili model göz önüne alınmıştır. İlerleyen çalışmalarda rastgele etkili ve karma etkili modeller üzerinde durulacaktır.

KAYNAKLAR

Abramowitz, M. and Stegun, I. A. 1985. *Handbook of Mathematical Functions*.
New York: Dover.

Ageel, M.I. and Sahai, H. 1996. The Analysis of Variance: Fixed, Random and Mixed
Models, *Birchauser, Boston*.

Akkaya, A.D and Tiku, M.L. 2008. Robust estimation in multiple linear regression
model with non-Gaussian noise. *Automatica* 44, 407-414.

Akkaya, A.D. and Tiku, M.L. 2004. *Robust Estimation and Hypothesis Testing*. New
Age International (P) Publishers.

Arabie, P., Hubert, L.J. and De Soete, G. 1996. *Classification and Clustering*.
New York: World Publishing.

Balakrishnan, N. and Leung, M.Y. 1988. Order statistics from the Type I generalized
Logistic Distribution. *Communications in Statistics – Simulation and
Computation* 17, 25-50.

Calinski, T. and Kageyama, S. 1996. Block designs: Their combinatorial and statistical
properties. *Handbook of Statistics* 13, 809-873.

David, H.A. 1981. *Order Statistics*. New York: John Willey.

Federer, W.T. 1972. Construction of classes of experimental designs using transversa
in Latin squares and Hedayat's sum composition method. *Statistical Papers in
Honor of George W. Snedecor, Iowa State Univ. Pres* 19, 91-114..

Hicks, C.R. and Turner, K.V. 1999. *Fundamental Concepts in the Design of
Experiments*. Oxford University Pres.

- Islam, M. Q. and Tiku, M.L. 2004. Multiple linear regression model under nonnormality. *Commun. Statistics* 33, 2443-2467.
- Kageyama, S and Miao, Y. 2001. Existence of nested designs with block size five. *Journal of Statistical Planning Inference* 94, 249-254.
- Kageyama, S and Miao, Y. 1997. Nested designs with block size five and sub-block size two. *Journal of Statistical Planning Inference* 64, 125-139.
- Kantar, Y.M. and Şenoğlu, B. 2008. A comparative study for the location and scale parameters of the Weibull distribution with given shape parameter. *Computer & Geosciences* 34, 1900-1909.
- Kendall, M.G. and Stuart, A. 1979. *The Advanced Theory of Statistics*, Charles Griffin: London.
- Montgomery, D.C. 1997. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley, New York
- Morgan, B.J.T. 1996. *Statistics in Toxicology*. Oxford University Pres, Oxford.
- Oral, E. 2006. Binary regression with stochastic covariates. *Comm. Statist. Theory Method* 35, 1429-1447.
- Preece, D.A. 1967. Nested balanced incomplete block designs. *Biometrika* 35, 1429-1447.
- Puthenpura, S. and Sinha, N.K. 1986. Modified maximum likelihood method for the robust estimation of system parameters from very noisy data. *Automatica* 22, 231-235.
- Sazak, H.S. 2003. *Estimation and Hypothesis Testing in Stochastic Regression*. Ph.D. Thesis: Middle East Technical University, Ankara.

Searle, S. R. 1971. Topics in variance components estimation. *Biometrics* 27, 1-76.

Şenoglu, B. 2000. *Experimental Design under Nonnormality*.

Ph.D. Thesis: Middle East Technical University, Ankara.

Şenoglu, B. 2005. Robust 2k factorial design with Weibull error distributions.

Journal of Applied Statistics 32, 1051-1066.

Şenoglu, B. and Tiku, M. L. 2001 Analysis of variance in experimental design with nonnormal error distributions, *Commun. Statist.-Theor. Meth* 30, 1335-1352.

Şenoğlu, B. and Tiku, M.L. 2009. Estimation and hypothesis testing in BIB design and robustness. *Computational Statistics & Data Analysis* 53, 3439-3451.

Tan, W.Y. 1985. On Tiku's robust procedure- A Bayesian insight.

Journal of Statistical Planning Inference 11, 329-340.

Tiku, M.L. 1967 Estimating the mean and standard deviation from a censored normal sample, *Biometrika* 54, 155-165.

Tiku, M.L. 1968. Estimating the parameters of normal and logistic distributions from censored samples. *Aust. J. Stat* 10, 64-74.

Tiku, M.L. 1972. Tables of the Power of the F-test. *J.Amer. Stat. Assoc* 62, 525-539.

Tiku, M.L. and Akkaya, A.D. 2004. *Robust Estimation and Hypothesis Testing*.

New Age International Publishers, New Delhi, Also, Oscar Publications.

Tiku, M.L. and Kumra, S. 1981. Expected values and variance and covariances of order statistics for a family of symmetric distributions (Student's t). In: Selected Tables in Mathematical Statistics. *Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island* 8, 141-270.

Tiku, M.L. and Suresh, R.P. 1992. A new method of estimation for location and scale parameters. *J. Statist. Plann. Inference* 30, 281-292.

Tiku, M.L. and Sürücü, B. 2008. MMLs are as good as M-estimators or better. *Statistics and Probability Letters* 79, 984-989.

Vaughan, D.C. 1992. On the Tiku-Suresh method of estimation. *Comm. Statist. Theory Methods* 21, 451-469.

Vaughan, D.C. 2002. The generalized secant hyperbolic distribution and its properties. *Comm. Statist. Theory Methods* 31, 219-238.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : İklim GEDİK

Doğum Yeri : ANKARA

Doğum Tarihi : 06.10.1982

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Ayrancı Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi (Haziran, 2000)

Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü
(Haziran, 2004)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim
Dalı