

**ÇORUH HAVZASINDAKİ AYLIK NEHİR  
AKIMLARININ ÇOK DEĞİŞKENLİ  
STOKASTİK  
MODELLEMESİ**

**Fatih TOSUNOĞLU**

**Y. Lisans Tezi  
İnşaat Anabilim Dalı  
Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN  
2009  
Her hakkı saklıdır**

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ÇORUH HAVZASI'NDAKİ AYLIK NEHİR AKIMLARININ  
ÇOK DEĞİŞKENLİ  
STOKASTİK MODELLEMESİ**

**Fatih TOSUNOĞLU**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**ERZURUM  
2009**

**Her hakkı saklıdır**

Yrd.Doç. Dr. İbrahim CAN danışmanlığında, Fatih TOSUNOĞLU tarafından hazırlanan bu çalışma 24/08/2009 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Y. Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç.Dr. Reşat ACAR

İmza: 

Üye : Yrd.Doç.Dr. Abdrurrahim BÖLÜKBAŞI

İmza: 

Üye : Yrd.Doç.Dr. İbrahim CAN

İmza: 

**Yukarıdaki sonucu onaylarım**

Prof. Dr. Ömer AKBULUT

**Enstitü Müdürü**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### ÇORUH HAVZASI'NDAKİ AYLIK NEHİR AKIMLARININ ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK MODELLEMESİ

Fatih TOSUNOĞLU

Atatürk Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN

Bu çalışmada, ilk olarak sabit parametrelili çok değişkenli otoregressif (AR) ve sabit parametrelili çok değişkenli otoregressif-hareketli ortalama (ARMA) modellerinin metodolojisi ayrıntılı bir şekilde anlatılmış, daha sonra da bu modeller kullanılarak Çoruh Havzası'ndaki 9 adet akım gözlem istasyonuna (2304, 2305, 2315, 2316, 2320, 2321, 2322, 2323, 2325) ait aylık nehir akımlarının çok değişkenli stokastik modelleri elde edilmiştir. Çalışmada kullanılan aylık veriler Elektrik İşleri Etüt İdaresi (EİE) Akım Gözlem Yıllıklarındaki kayıtlardan alınmıştır. Modellerin kurulmasında Box-Jenkins metodolojisi takip edilmiştir.

Çalışma kapsamında çok değişkenli AR(1), AR(2), ARMA(1,1) ve ARMA(1,2) modelleri kurulmuştur. En iyi modelin seçim aşamasında ise Akaike Bilgi Kriterine (AIC) başvurulmuş ve AIC değeri en küçük olan çok değişkenli AR(1) modelinin aylık akımlar için en iyi model olduğuna karar verilmiştir. Bu çok değişkenli AR(1) modeli kullanılarak tarihi seriyle aynı uzunlukta 100 adet sentetik seri türetilmiştir. Bu türetilen serilerin tarihi serinin parametrelerini (ortalama, standart sapma ve otokorelasyon) %95 güven aralığında muhafaza ettiği görülmüştür.

**2009, 104 sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Çok değişkenli otoregressif model, çok değişkenli otoregressif-hareketli ortalama modeli, Çoruh Havzası, nehir akımı, Akaike Bilgi Kriteri

## ABSTRACT

Ms Thesis

# MULTIVARIATE STOCHASTIC MODELING OF MONTHLY STREAMFLOW OF RIVERS IN THE ÇORUH BASIN

Fatih TOSUNOĞLU

Atatürk University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Civil Engineering

Supervisor: Asst.Prof. Dr. İbrahim CAN

In this study, firstly methodology of multivariate autoregressive (AR) models with constant parameter and multivariate autoregressive-moving average (ARMA) models with constant parameter were comprehensively presented. Afterwards, by using these multivariate stochastic models were obtained for streamflow observations of nine stations (2304, 2305, 2315, 2316, 2320, 2321, 2322, 2323, 2325) located in Çoruh Basin, Turkey. Studies were carried out by using data from the water years published by EIE. Box Jenkins methodology was followed to construct models.

Within the scope of this study, four multivariate autoregressive models were constructed such as AR(1), AR(2), ARMA(1,1) and ARMA(1,2). The Akaike Information Criterion (AIC) test was applied while selecting the most efficient model and multivariate AR(1) model whose AIC value is the lowest was found as the best model for monthly streamflows. By using the AR(1) model, 100 synthetic streamflow series were generated, each being the same long as historic time series. These generated streamflow series were found to have the same statistical parameters (monthly mean, monthly standard deviation and autocorrelation) as the historic time series within %95 confidence intervals.

**2009, 104 pages**

**Keywords:** Multivariate autoregressive model, multivariate autoregressive-moving average model, Çoruh Basin, streamflow, Akaike Information Criterion

## TEŞEKKÜR

Bu çalıőmanın her aşamasında destek, öneri, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen tez danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN'a içtenlikle teşekkürlerimi sunarım.

Çalıőmalarım sırasında 107Y162 nolu proje kapsamında beni maddi açıdan destekleyen TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca İnşaat Mühendisliği'nde görev yapmakta olan ve her türlü yardım ve desteklerini esirgemeyen Sayın Öğretim Üyelerine, Araştırma Görevlisi arkadaşlarıma, yüksek lisans dönem arkadaşlarıma ve ismini sayamadığım, çalışmada emeği geçen herkese teşekkür ederim.

Her zaman ve her konuda yanımda olan, desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme őükranlarımı sunarım.

Fatih TOSUNOĞLU

Ağustos 2009

## İÇİNDEKİLER

|  |     |
|--|-----|
| ÖZET .....   | i   |
| ABSTRACT .....   | ii  |
| TEŞEKKÜR .....   | iii |
| SİMGELER DİZİNİ .....  | vi  |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....  | vii |
| ÇİZELGELER DİZİNİ .....  | xii |
| <b>1. GİRİŞ</b> .....  | 1   |
| <b>2. KAYNAK ÖZETLERİ</b> .....  | 4   |
| <b>3. MATERYAL ve YÖNTEM</b> .....   | 8   |
| 3.1. Stokastik Proses ve Zaman Serileri .....                              | 8   |
| 3.1.1. Zaman serisi modelleri.....   | 9   |
| 3.1.2. Zaman serisi modellemesi.....                                       | 10  |
| 3.1.3. Hidrolojide zaman serisi modellemesi.....                           | 11  |
| 3.2. Tek Değişkenli Otoregressif-Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri ..... | 14  |
| 3.2.1. ARMA(p,q) modelinin genel matematik ifadesi.....                    | 14  |
| 3.3. Akım Serilerinin Çok Değişkenli Modellenmesi .....                    | 15  |
| 3.3.1. Çok değişkenli zaman serilerinin karakteristikleri .....            | 15  |
| 3.3.2. Hidrolojik zaman serilerinin çok değişkenli modellenmesi.....       | 16  |
| 3.3.3. Çok değişkenli otoregresif modellerin genel yapısı .....            | 17  |
| 3.3.4. Periyodik zaman serilerinin çok değişkenli modellenmesi.....        | 19  |
| 3.3.4.a. Sabit parametrelili çok değişkenli AR modelleri.....              | 19  |
| 3.3.4.b. Sabit parametrelili çok değişkenli ARMA modelleri .....           | 24  |
| 3.3.5. En uygun modelin seçimi.....  | 26  |
| 3.3.6. Seçilen modelin uygunluk testleri .....                             | 27  |
| 3.3.7. Çok değişkenli periyodik modellemenin sınırları .....               | 30  |
| <b>4. ARAŞTIRMA BULGULARI</b> .....  | 31  |
| 4.1. Çalışma Alanının Tanıtımı.....  | 31  |
| 4.2. Çoruh Havzasındaki Aylık Akımların Çok Değişkenli Modellemesi .....   | 34  |
| 4.2.1. Ön analiz .....   | 34  |

|  |            |
|--|------------|
| 4.2.2. Model kurma işlemleri ve parametrelerin tahminleri .....            | 63         |
| 4.2.2.a. Çok değişkenli AR(1) modeli ve parametrelerinin tahmini .....     | 63         |
| 4.2.2.b. Çok değişkenli AR(2) modeli ve parametrelerinin tahmini .....     | 67         |
| 4.2.2.c. Çok değişkenli ARMA(1,1) modeli ve parametrelerinin tahmini ..... | 70         |
| 4.2.2.d. Çok değişkenli ARMA(1,2) modeli ve parametrelerinin tahmini ..... | 72         |
| 4.2.2.e. En uygun modelin seçilmesi .....                                  | 74         |
| 4.2.3. Çok değişkenli AR(1) modelinin uygunluğunun kontrolü .....          | 75         |
| 4.2.4. Çok değişkenli AR(1) modeli ile sentetik seri türetilmesi .....     | 85         |
| <b>5. TARTIŞMA ve SONUÇ .....</b>  | <b>87</b>  |
| <b>KAYNAKLAR .....</b>   | <b>88</b>  |
| <b>EKLER .....</b>   | <b>91</b>  |
| EK-1 .....   | 91         |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>  | <b>105</b> |



## SİMGELER DİZİNİ

|                        |   |
|------------------------|---|
| $p$                    | AR sürecinin derecesi                             |
| $q$                    | MA sürecinin derecesi                             |
| $\Delta_\alpha$        | Ks test kritik değeri                             |
| $\theta$               | Hareketli ortalama katsayısı                      |
| $y_{v,\tau}^{(i)}$     | Normal dağılıma uyan seri                         |
| $\mu_\tau^{(i)}$       | Periyodik ortalama                                |
| $\sigma_\tau^{(i)}$    | Periyodik standart sapma                          |
| $\phi$                 | Otoregressif katsayı                              |
| $\alpha$               | Önem derecesi                                     |
| $N$                    | Örnek sayısı                                      |
| $Z_t$                  | Standardize olmuş data                            |
| $\varepsilon_t, \xi_t$ | Stokastik bileşen yada bağımsız seri (artık seri) |
| $X, x$                 | Tarihi (orijinal) data                            |

### Kısaltmalar

|      |                                       |
|------|---------------------------------------|
| AIC  | Akaike Bilgi Kriteri                  |
| AR   | Otoregressif Model                    |
| MA   | Hareketli Ortalama Model              |
| ARMA | Otoregressif-Hareketli Ortalama Model |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|  |    |
|--|----|
| Şekil 3.1. Hidrolojik zaman serisi modellemesine sistematik yaklaşım.....  | 12 |
| Şekil 3.2. Bir ötelemeli çok değişkenli otoregresif modellere ait<br>korelasyon yapısının şematik gösterimi (Salas <i>et al.</i> 1980).....                        | 18 |
| Şekil 4.1. Çoruh havzası ve çalışmada kullanılacak akım gözlem istasyonları .....  | 33 |
| Şekil 4.2. 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....   | 36 |
| Şekil 4.3. 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....                                    | 36 |
| Şekil 4.4. 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama<br>debilerin normal dağılım olasılık grafiği .....   | 37 |
| Şekil 4.5. 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....    | 37 |
| Şekil 4.6. 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                      | 38 |
| Şekil 4.7. 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu..... | 38 |
| Şekil 4.8. 2305 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ort. debiler.....   | 39 |
| Şekil 4.9. 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler.....                                     | 39 |
| Şekil 4.10.2305 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....  | 40 |
| Şekil 4.11. 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....   | 40 |
| Şekil 4.12. 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                     | 41 |

|  |    |
|--|----|
| Şekil 4.13. 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu ..... | 41 |
| Şekil 4.14. 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....  | 42 |
| Şekil 4.15. 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....                                 | 42 |
| Şekil 4.16. 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....   | 43 |
| Şekil 4.17. 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği..... | 43 |
| Şekil 4.18. 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                   | 44 |
| Şekil 4.19. 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu ..... | 44 |
| Şekil 4.20. 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....  | 45 |
| Şekil 4.21. 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....                                 | 45 |
| Şekil 4.22. 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....   | 46 |
| Şekil 4.23. 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği..... | 46 |
| Şekil 4.24. 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                   | 47 |
| Şekil 4.25. 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu ..... | 47 |

|   |    |
|---|----|
| Şekil 4.26. 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....   | 48 |
| Şekil 4.27. 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....  | 48 |
| Şekil 4.28. 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....  | 49 |
| Şekil 4.29. 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....                | 49 |
| Şekil 4.30. 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                                  | 50 |
| Şekil 4.31. 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu .....                | 50 |
| Şekil 4.32. 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....   | 51 |
| Şekil 4.33. 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....  | 51 |
| Şekil 4.34. 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....  | 52 |
| Şekil 4.35. 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin normal dağılım<br>normal dağılım olasılık grafiği..... | 52 |
| Şekil 4.36. 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                                  | 53 |
| Şekil 4.37. 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu.....                 | 53 |
| Şekil 4.38. 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....   | 54 |
| Şekil 4.39. 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....  | 54 |
| Şekil 4.40. 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....  | 55 |

|  |    |
|--|----|
| Şekil 4.41. 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....     | 55 |
| Şekil 4.42. 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı.....                        | 56 |
| Şekil 4.43. 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu .....        | 56 |
| Şekil 4.44. 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....  | 57 |
| Şekil 4.45. 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....                                     | 57 |
| Şekil 4.46. 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği.....   | 58 |
| Şekil 4.47. 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği..... | 58 |
| Şekil 4.48. 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                       | 59 |
| Şekil 4.49. 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ort. debilerin<br>kısmi otokorelasyon fonksiyonu .....     | 59 |
| Şekil 4.50. 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler.....  | 60 |
| Şekil 4.51. 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve<br>periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler .....                                     | 60 |
| Şekil 4.52. 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin<br>normal dağılımolasılık grafiği.....  | 61 |
| Şekil 4.53. 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin<br>normal dağılım olasılık grafiği..... | 61 |
| Şekil 4.54. 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış<br>ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı .....                       | 62 |

|  |    |
|--|----|
| Şekil 4.55. 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu .....                                   | 62 |
| Şekil 4.56. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 77 |
| Şekil 4.57. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 77 |
| Şekil 4.58. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 78 |
| Şekil 4.59. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 78 |
| Şekil 4.60. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 79 |
| Şekil 4.61. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 79 |
| Şekil 4.62. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 80 |
| Şekil 4.63. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 80 |
| Şekil 4.64. Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı ..... | 81 |

## ÇİZELGELER DİZİNİ

|  |    |
|--|----|
| Çizelge 4.1. Akım gözlem istasyonlarına ait özet bilgi .....   | 32 |
| Çizelge 4.2. Serilerin çarpıklık katsayısı ve KS testi sınır değerleri .....   | 35 |
| Çizelge 4.3. Çok değişkenli AR(1) modelindeki A matrisinin elemanları .....  | 65 |
| Çizelge 4.4. Çok değişkenli AR(1) modelindeki B matrisinin elemanları .....  | 66 |
| Çizelge 4.5. Çok değişkenli AR(2) modelindeki $A_1$ matrisinin elemanları.....   | 68 |
| Çizelge 4.6. Çok değişkenli AR(2) modelindeki C matrisinin elemanları .....  | 69 |
| Çizelge 4.7. Çok değişkenli AR(2) modelindeki B matrisinin elemanları .....  | 69 |
| Çizelge 4.8. Tek değişkenli ARMA(1,1) modellerinin $\theta$ , $\Phi$ ve $\sigma_\epsilon$ değerleri .....  | 70 |
| Çizelge 4.9. Çok değişkenli ARMA(1,1) modelindeki B matrisinin elemanları ....   | 71 |
| Çizelge 4.10. Çok değişkenli ARMA(1,2) modellerinin $\theta$ , $\Phi$ ve $\sigma_\epsilon$ değerleri.....  | 72 |
| Çizelge 4.11. Çok değişkenli ARMA(2) modelindeki B matrisinin elemanları ....  | 73 |
| Çizelge 4.12. Çok değişkenli AR(1) modelinin artık serilerinin<br>çapraz korelasyon matrisi .....  | 75 |
| Çizelge 4.13. Çok değişkenli AR(1) modeline ait artık serilerin<br>Ks test değerleri.....  | 82 |
| Çizelge 4.14. Tarihi seriye ait $M_0$ çapraz korelasyon matrisi .....  | 83 |
| Çizelge 4.15. Çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen serilerin<br>$M_0$ çapraz korelasyon matrisinin alt sınır değerleri .....                      | 83 |
| Çizelge 4.16. Çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen serilerin<br>$M_0$ çapraz korelasyon matrisinin üst sınır değerleri .....                      | 84 |
| Çizelge 4.17. Aylık akımlara ait çok değişkenli AR(1) modeli ile<br>türetilen sentetik serilerin çarpıklık katsayılarının<br>%95 güven aralıkları..... | 86 |

## 1. GİRİŞ

Sınırlı su kaynaklarından giderek artan nüfusun yeterince yararlanabilmesi için, bu kaynaklar daha etkin biçimde değerlendirmelidir. Su niceliğinin su ekonomisi sistemlerince insanlığın hizmetine sokulması söz konusu olduğuna göre, olanaklı olduğunca iyi kestirilmesi gerekmektedir.

Hidroloji içinde bulunduğumuz yüzyılın başından bu yana, bu yönde hızlı değişme ve gelişme göstermiştir. 1950'lerden başlayarak günümüze dek süren dönem kuramsal hidroloji dönemi olarak adlandırılmaktadır. Bu dönemde hidrolojik olayların matematiksel yöntemlerle belirlenmesi için kuramsal anlatılar ortaya koyulmuş, giderek iç bağımlılık yapısı karmaşık ve parametre sayısı çok modellerin kullanılmasına başlanmıştır (Bayazıt 1979). Bu modellerin zaman içindeki gelişimi Chow(1978) tarafından özetlenmiştir. Özellikle bilgiişlem olanaklarının hızlı artmasından kaynaklanan bu durum, hidrolojik olayların benzetiminde kullanılmak üzere geliştirilmekte olan matematik modellerin yapısını karmaşık, anlaşılması ve uygulaması güç bir hale sokmaya başlamıştır. Bilgiişlem makineleri karşısında giderek doğadan kopan model kuramcılarını, aşırıktan kaçınmaya çağrılmaktadır (Fiering 1976). Çünkü hidrolojik süreçlerin içyapısını yansıtmada kullanılan parametrelerin kısa örneklerden yapılan tahminlerin, gerçekten güvenilir olup olmadıkları açık bir konudur (Bayazıt 1979).

Su ekonomisi sistemlerinin ana hidrolojik öğeleri, temelde yağış, akış, buharlaşma ve sızmadır. Ancak amaca ulaşmada en kestirme yol, akışların ele alınıp incelenmeleridir. Nitekim son yirmi yıldır bu konu üzerinde yoğun bir biçimde çalışmalar yapılmış ve yapılmaktadır.

Su yapılarının projelendirilmesi için akarsu akımları ve havzaya ait hidrometrik ölçümlere ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat genel olarak sadece gözlemlenmiş deterministik değerler yeterli olmaz. Su yapılarının ekonomik maliyetinin büyük ve risklerin önemli olması bu yapıların projelendirilmesi esnasında gözlemlenmiş verilerin dışında



gelebileceği tahmin edilen akım değerlerinin de dikkate alınması gerekmektedir. Akım miktarının gelecekte bir tarihte ne olacağının tahmini, taşkın kontrol amaçlı haznelerin işletilmesinde, akarsudaki su potansiyelinin belirlenmesinde, bir hidroelektrik santral için kurak dönemlerde üretim etkileneneğinin bilinmesinde, içme ve sulama suyunun dağıtımında ve akarsulardaki ulaşımın planlanmasında önem taşımaktadır. Gözlenmemiş olan bu veriler sonuçta probabilistik yani olması muhtemel değerlerdir. Bu değerler gözlenmiş olan veriler yardımıyla bulunurlar.

Probabilistik akım değerlerini elde etmek için öncelikle akımların stokastik özelliklerinin bilinmesi gerekir. Akarsularda akımlar arasında birbirini etkileyen bir i bağımlılık mevcuttur. Bu bağımlılığı bir önceki akımın bir sonraki akımı etkilemesi şeklinde açıklayabiliriz. Akarsulardaki akımlar arasındaki ilişkileri belirleyen bu özelliklerin tümüne stokastik özellikler denir. Stokastik zellikler ise gözlenmiş akımların ortalama, varyans, standart sapma gibi istatistiksel parametrelerinin, olasılık yoğunluk fonksiyonundan olasılık dağılımının ve akımlar arası katsayılarının bulunması neticesinde belirlenmektedir.

Stokastik zellikleri belirlenen akımların genel gidişini gösteren matematiksel ifade belirlenir ki, bu ifadeye matematiksel model denir.

Akımlar arasındaki bağımlılığa göre oluşturulan matematiksel modeller kullanılarak gelecekte gelebilecek akımlar tahmin edilebilir. Bu modeller rastgele değişkenin hem ihtimal dağılımına, hem de stokastik karakterine uyacak nitelik olmalıdır. Bu matematiksel modeller kullanılarak gözlenmiş olan akım serilerinin belli başlı istatistik parametrelerine uyan, ancak daha uzun süreli oldukları için daha kritik periyotların gözlenmesine imkan veren sentetik seriler türetilmektedir.

Bu çalışmada aylık nehir akımlarının modellenmesinde yaygın olarak kullanılan otoregressif (AR) ve otoregressif-hareketli ortalama (ARMA) modellerinin çok değişkenli yapısı ele alınmış ve bu çok değişkenli modellerin kurulum aşamaları ayrıntılı bir şekilde verilmiştir. Metolojik yaklaşımlar için genellikle Applied Modelling of Hydrologic Time Series (Salas *et al.* 1980) ve Time Series Modeling of Water Resources and Environmental Systems” (Hipel ve McLeod 1994) referansı takip edilmiştir. Bu çok değişkenli modeller Çoruh Havzasındaki 9 adet akım gözlem istasyonunun (AGİ) aylık ortalama akımları için kurulmuş ve bu modeller yardımıyla tarihi serinin özelliklerini koruyan sentetik seriler üretilmiştir. Bu çalışmadaki bütün hesaplamalarda Matlab (istatistik ve system identification toolbox ) kullanılmıştır.

## 2. KAYNAK ÖZETLERİ

Su kaynaklarının planlama ve işletme çalışmalarında yaşanan karar verme süreçlerinde sentez ve simülasyon gibi matematiksel yaklaşımlara ihtiyaç duyulmaktadır. Stokastik süreçlerin modellenmesi ile ilgili çalışmalar, hızlı nüfus artışı, kirlenme ve küresel ısınma tehdidi altında bulunan su kaynaklarının planlanması ve işletilmesi açısından özellikle önemlidir.

Mevcut örnekler (gözlenmiş veriler), genellikle sürece ait toplumu tam olarak yansıtamadığından, daha güvenilir kararlar alabilmek için eldeki sürecin modellenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Daha sonra bu modeller, planlama ve tasarım için veri üretmek ya da süreçlerin gelecekteki değerlerinin tahmini için kullanılmaktadır.

Hidrolojik süreçlere yönelik olarak yurt içinde onlarca ve yurt dışında yüzlerce modelleme çalışması yapılmıştır. Hidrolojik süreçlere yönelik ilk modelleme çalışması, gözlenmiş akımların sırasını değiştirerek sentetik seriler elde etme düşüncesini ortaya atan Hazen (1914)'in çalışması kadar eskidir (Lawrance and Kottegoda 1977; Baykan 1983). Ancak bu konudaki esas gelişmeler 1960'lı yılların başlarından itibaren hız kazanmış ve günümüzde de halen devam etmektedir. Stokastik süreci tanımlayabilecek doğru model seçimiyle, geleceğe yönelik daha gerçekçi ve güvenilir senaryolar üretip, daha doğru karar vermek mümkün olmaktadır (Bacanlı ve Baran 2004).

Box and Jenkins (1970) otoregresif (AR) modellerle hareketli ortalama (MA) modellerinin karışımı olan ve ARMA adıyla anılan bir model sınıfının temellerini atmışlardır. 1971 yılında Unesco tarafından Varşova'da düzenlenen "Mathematical models in hydrology" adlı sempozyumda nehir akımlarının modellenmesi ile ilgili yüzden fazla bildiri sunulmuş ve bu bildiriler daha sonraki çalışmalara referans olmuşlardır.

Stokastik hidrolojik süreçlerin tek ve çok değişkenli lineer modellenmesi konusundaki en önemli kaynakların başında “Applied Modeling of Hydrological Time Series” (Salas *et al.* 1980), “Time Series Modeling of Water Resources and Environmental Systems” (Hipel and McLeod 1994) ve “New Introduction Multiple Time Series Analysis” (Lütkepohl 2005) gelmektedir. Yıllık akımların modellenmesinde çoğunlukla otoregresif (AR) modeller kullanılmaktadır (Salas *et al.* 1980; Hipel and McLeod 1994). Yıllık nehir akımlarına önemli bir yeraltı suyu katkısı yoksa bu akımlarda genellikle içsel bağımlılık gözlenmemektedir (Öziş 1975).

Yevjevich (1964), dünyanın değişik yerlerinden ve kuzey Amerika’dan derlemiş olduğu yüzden fazla yıllık nehir akımlarını AR modeliyle modellemiştir. Önemli sayılacak miktarda yeraltı suyunun katkısı olduğu yerlerde, yıllık nehir akımları için değişik modeller arasından birinci veya ikinci mertebeden AR modellerinin en iyi uyumu gösterdiğini belirlemiştir. Salas and Smith (1981a) yapmış oldukları çalışmada, yıllık akımların stokastik modelinin hidrolojik çevrimdeki fiziksel anlamını araştırmışlardır.

Aylık nehir akımlarının modellenmesinde genellikle AR ve ARMA modelleri kullanılmaktadır. (Salas *et al.* 1980; Hipel and McLeod 1994). Salas *et al.* (1981b) otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları yardımıyla, ARMA modellerinin mertebelerinin nasıl belirleneceğini göstermişlerdir. Güncel bir çalışmada, Mondal ve Wasimi (2006) Ganj nehrinin aylık akımlarını periyodik AR modeli ile modelleyerek sentetik akım serileri üretmişlerdir. Araştırmacılar periyodik AR modelinin performansının ARMA modellerinden daha iyi olduğunu belirlemişlerdir.

Can ve Yerdelen (2005) Susurluk Havzası’nda M. Kemal Paşa Çayı’nın aylık akımlarının ARMA(1,1) modeline uyduğunu belirlemişlerdir. Akarçay Havzasına ait aylık ortalama akım ve aylık yağış verilerini kullanarak akım modellenmesi de İçağa (2003) tarafından yapılmıştır. Yürekli ve Öztürk (2003) Kelkit Deresi günlük ekstrem akımlarının stokastik modellenmesini yaptığı çalışmasında, günlük minimum akım kayıtları için korelogram ve kısmi korelogramlardan tüm diagnostik kontroller yapılarak dört ARMA modeli belirlemişlerdir.

Çoruh havzasına ait 2323 nolu istasyonun 1965–1987 yılları arasında ölçülmüş aylık akım verilerinin stokastik modellenmesi Merzi vd (1995) tarafından yapılmış ve bu istasyon için denenen modeller arasından ARMA(1,1) modeli en uygun model olarak seçilmiştir. Benzer olarak ülkemizdeki ARMA modellerinin nehir akımı ile ilgili diğer başarılı uygulamalarına ait örnekler: Karabörk ve Kahya (1998a), Büyükyıldız (2004) ve Yürekli vd (2005). Aylık nehir akımlarının ARMA modellemesiyle ilişkin son dönemlerdeki çalışmalara örnek olarak; Can vd (2009) verilebilir.

Literatürde, nehir akımlarının çok değişkenli modellenmesi ile ilgili çalışmalara tek değişkenli modellemeye nazaran daha az rastlanmaktadır.

Çok değişkenli modellemenin temelleri 1960'lara kadar dayanmaktadır. Matalas (1967) sabit parametrelili çok değişkenli 1.dereceli markov modeli ileri sürmüştür. Daha sonra Young and Pisano (1968) Matlas'ın modelini kullanarak işletimsel hidrolojiye basit bir yaklaşım ortaya koymuştur. Pegram and James (1972) Matalas modelini geliştirerek sabit parametrelili çok değişkenli durumları ele almıştır.

O'Connel (1971) bu modeli sabit parametrelili ve çok değişkenli ARMA(1,1) modeline kadar geliştirmiştir. Matalas and Wallis (1971) çok değişkenli kesikli gaussian gürültü modelinin istatistiksel özelliklerini belirlemiş ve bu modeli hidrolojik serilerin çok değişkenli modellemesinde kullanmıştır. Mejia (1971) çok değişkenli kırık çizgi modeli kullanmıştır. Valencia and Schaake (1973) seri üretiminde yıllık ve mevsimlik kovaryans özelliklerini koruyan çok değişkenli bir model ortaya çıkarmışlardır.

Pinkayan and Khaleel (1971) Tayland'daki Me Ping Nehri'nin aylık akımlarını çok değişkenli AR(1) modeli ile modellemişler ve bu modelin korelogramının tarihi seriyi iyi temsil ettiğini ortaya koymuşlardır. Nachazel (1971) değişik mertebeli markov modellerinin uzun süreli serilerdeki etkinliğini incelemiş ve yüksek mertebeli çok değişkenli markov modellerinin düşük mertebelilere göre su biriktirme haznelerinin tasarımında daha ekonomik sonuçlar verdiğini söylemiştir.

Salas *et al.* (1988) çok değişkenli ARMA(1,1) modelinin yapısını ve özelliklerini inceleyen bir çalışma yapmışlardır. Çok değişkenli ARMA modellerinin yapısı ilgili diğer bir çalışma; Cooper and Wood (1982). Porporato and Ridolfi (2001) kuzey İtalya'daki Dora Beltea nehrinin günlük akımların çok değişkenli NLP(nonlinear prediction) modellemesini yapmıştır. Bu modeli kullanarak elde edilen sentetik serilerle tarihi seri değerleri arasında iyi bir uyum olduğunu ortaya koymuşlardır. Neumaier ve arkadaşları (2005) çok değişkenli AR(p) modellerinin parametrelerinin tahmini ve çok değişkenli modeller arasından en iyi modelinin seçilmesinde Akaike Bilgi Kriterinin önemini vurgulayan bir çalışma yapmışlardır.

Ülkemizde ise Karabörk ve Kahya (1998) Sakarya havzasındaki aylık akımların çok değişkenli stokastik modellemesini incelemişler ve ARMA(1,1) modelinin tarihi serilerin hem ayrı ayrı istatistiksel momentlerini hem de istasyonlar arası çapraz korelasyon yapısını muhafaza etmesi sebebiyle Sakarya havzası için geçerli bir model olduğunu vurgulamışlardır.

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

#### 3.1. Stokastik Proses ve Zaman Serileri

X ile ifade edilen bir değişkeni göz önüne alalım. Eğer X değişkeninin gelecekte alacağı değeri kesin olarak önceden bilmek mümkün ise bu deterministik bir değişkendir. Başka bir deyişle, oluşturulan bir modelde tam ve kesin hesaplamalar mümkün oluyorsa bu model deterministiktir. Öte yandan X değişkeninin gelecekte alacağı değeri önceden bilmek mümkün olmuyorsa, X rastgele bir değişkendir. Bununla beraber, X değişkeninin alacağı değeri belli bir güven aralığının içinde hesaplamaya yönelik olarak bir model oluşturmak mümkündür. Bu tür modeller olasılık modelleri ya da stokastik proses olarak adlandırılır (Box and Jenkins 1970). Bu ikinci durumda X değişkeninin alacağı değer olasılık yaklaşımlarıyla açıklanabilir ya da başka bir deyişle X'in değerini olasılık kuralları tayin eder. Şimdi X değişkenine ait  $X_1, X_2, X_3, \dots$  değerlerinin sırayla gözlemlendiğini ve indislerin zaman aralığını ifade ettiğini düşünelim. Böyle ardışık değerler seri olarak adlandırılır. Eğer indisler zamanı gösteriyorsa söz konusu seriye, zaman serisi adı verilir. Bu çalışmada seri terimi zaman serisi manasında kullanılacaktır. X'in deterministik bir değişken olduğu durumlarda  $X_1, X_2, X_3, \dots$  değerleri deterministik bir seri olur. Ayrıca deterministik oluşum mekanizması ya da kanunlarıyla ilişkili  $\{X_t\}$  değişken seti de deterministik proses olarak adlandırılır. Benzer şekilde X'in rastgele değişken olduğu durumlarda  $X_1, X_2, X_3, \dots$  değerleri olasılık serisi ya da genel olarak stokastik seri adını alır. İlave olarak, kendi olasılık dağılımına bağlı olarak şekillenen  $\{X_t\}$  değişken seti de olasılık prosesi ya da genel olarak stokastik proses adını alır (Salas *et al.* 1980).

Hidrolojik çalışmalara konu olan seriler genellikle yıllık, mevsimlik, aylık ve haftalık olurlar. Bu serilerden yıllık seriler hariç diğerlerine aynı zamanda periyodik seri de denilir. Çünkü bir yıldan küçük zaman dilimleriyle çalışılması durumunda tutulan hidrolojik kayıtlar mevsimlik değişimlerden etkilenir. Her mevsimde hidrolojik olayın istatistiksel karakteristikleri değişir ve bu durum her sene tekrarlanır. Bunun sonucunda periyodiklik ortaya çıkar. Periyodik bir serinin grafiğinin çizilmesi durumunda yıl içi

salınımlar net olarak izlenebilir. Yıllık serilerde ise yukarıda bahsedilen manada bir periyodiklik olmamakla birlikte geçici trendler ve salınımlar olabilir.

1960'lı yılların başlarından itibaren hidrolojik olaylara ait ölçümlerden oluşan stokastik süreçlerin modellenmesi ile ilgili çalışmalar artarak devam etmektedir. Bu çalışmalar, hızlı nüfus artışı, kirlenme ve küresel ısınma tehdidinde bulunan su kaynaklarının planlanması ve işletilmesi açısından özellikle önemlidir. Su kaynaklarının planlama ve işletme çalışmalarında yaşanan karar verme süreçleri sentez ve simülasyon gibi matematiksel yaklaşımlara ihtiyaç duymaktadır. Mevcut veriler genellikle sürecin toplumunu tam olarak yansıtmadığından, daha güvenilir kararlar alabilmek için sürecin modellenmesi gerekmektedir.

### 3.1.1. Zaman Serisi Modelleri

Stokastik süreci temsil eden matematiksel modellere stokastik model ya da zaman serisi modeli adı verilir. Bu modeller belirli bir matematiksel forma ve parametre setlerine sahiptir. Örnek olarak, eğer  $X_t$  ortalaması  $\mu$  ve varyansı  $\sigma^2$  olan normal dağılmış bir değişken ise zaman serisi modeli aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$X_t = \mu + \sigma \varepsilon_t \quad (3.1)$$

Yukarıda  $\varepsilon_t$  ortalaması sıfır ve varyansı bir olan normal dağılmış bir değişkendir ve  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$  terimleri birbirinden bağımsızdır. Modelin parametreleri  $\mu$  ve  $\sigma$  olup bu parametreler sabit olduğu için model kararlıdır (stationary). Kararlılık deyimi, istatistiksel özelliklerin zamanla değişmemesi anlamına gelmektedir.  $X_t$  değişkeni sadece bağımsız  $\varepsilon_t$  değişkeninin bir fonksiyonu olduğu için modelin yapısı basittir ve böylece  $X_t$  de bağımsız bir değişkendir.



Bağımlı yapıda bir zaman serisi modeli ise aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$\varepsilon_t = \phi\varepsilon_{t-1} + \xi_t \quad (3.2)$$

$\xi_t$ , ortalaması sıfır ve varyansı  $(1-\phi^2)$  olan bağımsız bir seridir.  $\phi$  modelin parametresidir.  $\varepsilon_t$ ,  $\xi_t$ 'nin fonksiyonu olmasının yanı sıra  $\varepsilon_{t-1}$ 'in fonksiyonu olduğu için bağımlı bir seridir. Denklem (3.1)'deki  $\varepsilon_t$ , denklem (3.2)'deki  $\varepsilon_t$  ile ifade edilirse  $X_t$  bağımlı bir model olur. Bu durumda  $X_t$  modelinin parametreleri  $\mu$ ,  $\sigma$  ve  $\phi$ 'dir (Salas *et al.* 1980).

### 3.1.2. Zaman serisi modellemesi

N adet elemandan oluşan  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$  zaman serisine sahip olduğumuzu düşünelim. Bu seriyi temsil eden bir matematiksel model kurmak isteyelim. İşte böyle bir modeli kurmak için başvurulan tekniklere ve işlemlere zaman serisi modellemesi adı verilir.

Zaman serisi modellemesi mevcut serinin karakteristiklerine bağlı olarak basit ya da karmaşık olabilen bir işlemdir. Örnek olarak istatistiksel karakteristikleri zamanla değişmeyen yani kararlı bir serinin modellenmesi, istatistiksel karakteristikleri zamanla değişen yani kararsız serilerin modellenmesine nazaran daha kolaydır. Zaman serilerini temsil etmekte kullanılan çeşitli tiplerde modeller mevcuttur (otoregressif modeller, Markov modelleri, hareketli ortalama modelleri vs). Belirli tipteki bir model için de parametre tahmininde kullanılan çeşitli metotlar bulunmaktadır. Bunların seçimi araştırmacının teorik bilgisine ve pratik tecrübesine bağlıdır (Karabörk 1997).

Genel olarak, zaman serisi modellemesi aşağıdaki aşamalardan oluşur (Box and Jenkins 1970).

- 1- Model tipinin seçimi
- 2- Modelin derecesinin tanımlanması
- 3- Model parametrelerinin tahmini
- 4- Modelin güvenilirliğinin kontrolü

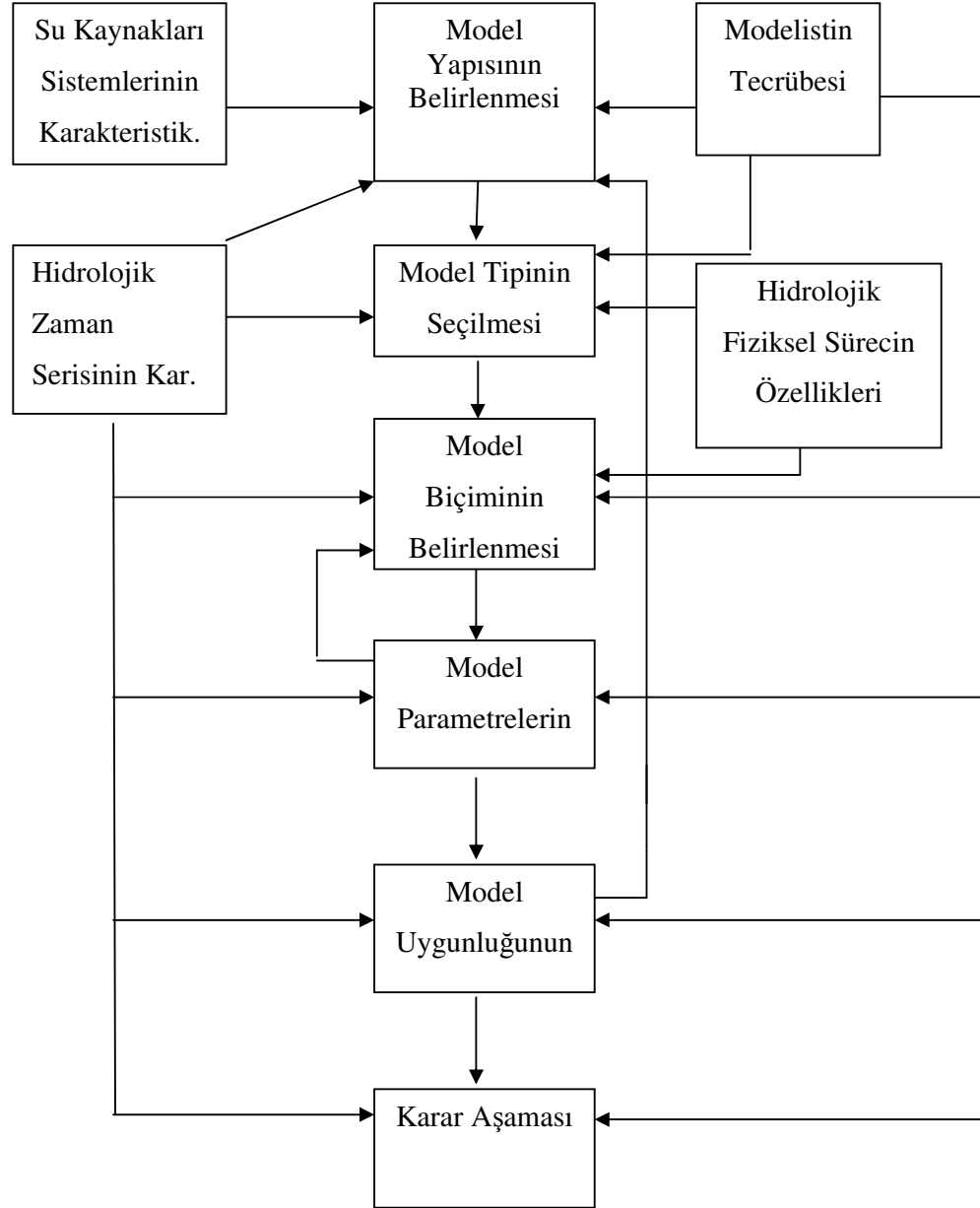
Zaman serisi modellemesi genel olarak, yukarıdaki aşamalar arasında karşılıklı etkileşim olan ve zaman zaman geriye dōnüşü gerektiren bir işlemdir.

### **3.1.3. Hidrolojide zaman serisi modellemesi**

Hidrolojik zaman serilerinin tam olarak matematiksel modelleri bilinmemektedir. Kullanılan modeller sadece yaklaşımlardan ibarettir. Kurulan modellerin parametreleri de tam olarak bilinmemektedir. Çünkü bu parametreler genellikle sınırlı sayıda verilerden elde edilmektedir. Bu sınırlı veriler kullanılarak kurulan modellerin ve parametrelerin belirlenmesi işlemi literatürde zaman serisi modellemesi veya hidrolojik serilerin stokastik modellemesi olarak ifade edilir. Zaman serisi modellemesi son zamanlarda gelişim göstermesine rağmen, ne yazık ki pratikteki çoğu zaman serisi modellemesi hala basit metotlara dayanmaktadır. Hidrolojik zaman serisi modellemesine sistematik bir yaklaşımla bakmak istersek, 6 ana safhadan oluştuğunu söyleyebiliriz ( Salas and Simit 1980b).

- 1-Model bileşimin (yapısının) belirlenmesi
- 2-Model tipinin seçimi
- 3-Model biçiminin belirlenmesi
- 4-Model parametrelerinin belirlenmesi
- 5-Modelin uygunluğunun test edilmesi
- 6-Kararsızlıkların değerlendirilmesi ve karar verme (karar aşaması)

Bu 6 sayfanın grafik şeklinde ifadesi ve birbirleriyle olan bağlantıları Şekil 3.2’de verilmiştir.



Şekil 3.1. Hidrolojik zaman serisi modellemesine sistematik yaklaşım

Genel olarak hidrolojik zaman serilerinin herhangi bir modellenmesi yapılırken ilk olarak modelin tek değişkenlimi yoksa çok değişkenlimi olduğuna karar verilmelidir. Bu ilk aşama modelin yapısının belirlenmesi konusuyula alakalıdır. Bu yapının belirlenmesi işlemleri genellikle su kaynakları sistemlerinin özellikleri, hidrolojik zaman serisinin özellikleri ve modelistin girdileriyle (veriler) alakalıdır.

Modelist tarafından modelin yapısı belirlendikten sonra modelin tipinin seçilmesi gerekir. Modelist şu modeller arasında birine karar vermek zorundadır; AR (otoregresif), ARMA (otoregresif hareketli ortalama), ARIMA (otoregresif karma hareketli ortalama), FGN (kademeli gauss ses), BL (kırık çizgi) ya da stokastik hidrolojide kullanılan herhangi bir model.

Modelin tipi seçildikten sonra, üçüncü aşama olan modelin biçiminin belirlenmesi işlemine geçilir. Örnek olarak bir ARMA (p,q) modeli seçilmiş ise bu modelin p ve q mertebelerinin ne olduğunun belirlenmesi işlemidir. Model belirlendikten sonra 4. bölümde modelin tarihsel hidrolojik zaman serisine uygunluğunun araştırılması işlemi yapılır. Bu safhada genellikle modelin artık serilerinin normallik ve bağımsızlıklarının kontrolü yapılmaktadır ve bu kontrollerle modelin uygunluğu test edilmiş olunur. Buna ek olarak korelogramların (modelin ve tarihi serinin) uygunluğuna bakılabilir.

Modelin uygunluğu da kontrol edildikten sonra geriye son aşama olan kararsızlıkların değerlendirilmesine geçilir.

Yukarıdaki aşamalardan geçen model, modelist tarafından en uygun model olarak belirlenir ve artık su kaynakları sistemleri için önemli olan sentetik seri üretimine kullanılabilir durumdadır (Salas *et al.* 1980).

### 3.2. Tek Değişkenli Otoregressif-Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri

Çalışma kapsamında amaçlanan Çoruh Havzası'ndaki aylık nehir akımlarının çok değişkenli ARMA(p,q) modellerinin kurulma aşamasında öncelikle aylık akımların tek değişkenli ARMA(p,q) modelleri kurulacaktır. Bu nedenle bu bölümde tek değişkenli ARMA modellerine genel olarak değinilecektir.

Kurak sezonların düşük akımları (low flows) yeraltı suyunun sızıntısından meydana gelmektedir. Bunların varyasyonları nispeten düşüktür. Akım miktarının düşük olduğu zamanlarda belli bir andaki akım geçmiş akımların bir oranıdır ki bu durum otoregressif bir yaklaşımla açıklanabilir. Yüksek akım miktarları ise esas olarak yoğun yağmurun, kar erimesinin veya bu ikisinin bir sonucudur. Bu karışık davranış otoregressif bileşene bir hareketli ortalama (moving average) bileşeni ilave ederek ifade, edilebilir. Bu sayede, ARMA (Autoregressive-moving average) modellerini kullanmak suretiyle, yüksek dereceli AR modellerinin gerektirdiğinden daha az parametre ile modeli oluşturmak mümkün olmaktadır.

Son yıllarda bir havzanın hidrolojik parametrelerinin zaman içerisindeki değişimlerinin ve nehir akımlarındaki yeraltı suyu ya da yağış katkısının önem derecesinin incelenmesi konularında da ARMA modellerinden yararlanılmaktadır (Merzi vd 1995).

#### 3.2.1. ARMA(p,q) modelinin genel matematik ifadesi

ARMA modeli otoregresif modelle (AR modeli), hareketli ortalama modelinin (MA) karşımıdır.

$$y_i = \phi_1 y_{i-1} + \phi_2 y_{i-2} + \dots + \phi_p y_{i-p} + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \theta_2 \varepsilon_{i-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{i-q} \quad (3.3)$$

En basit ARMA modeli olan ARMA(1,1) modeli;

$$y_i = \phi_1 y_{i-1} + \varepsilon_i - \theta_1 \varepsilon_{i-1} \quad (3.4)$$

şeklindedir.

### 3.3. Akım Serilerinin Çok Değişkenli Modellenmesi

#### 3.3.1. Çok değişkenli zaman serilerinin karakteristikleri

Bir çizgi boyunca ya da alan boyunca gözlenmiş değişkenler, çoklu zaman serilerini ya da genel bir ifadeyle çok değişkenli serileri ifade ederler. Her bir zaman serisinin istatistiksel analizini serileri ayrı ayrı ele alarak yapmak mümkündür (Box and Jenkins 1970; Salas vd 1980; Karabörk ve Kahya 1998). Bununla beraber, genellikle bu n adet serinin stokastik (rastgele) bileşenleri, ortak bağımlılıkları bulunan rastgele değişkenlerdir. Diğer bir deyişle, bu serinin stokastik bileşenleri, kendi aralarında bağımlı n adet zaman serisini ifade etmektedirler. Çeşitli noktalara (gözlem istasyonlarına) ait sentetik serileri, yukarıda bahsedilen bağımlılık yapısını muhafaza ederek üretmek amaçlandığı zaman, sadece n adet zaman serisinin ayrı ayrı istatistiksel karakteristiklerini değil; aynı zamanda bu serilerin ortak bağımlılıklarını da korumak gerekir.

N adet zaman serisindeki bağımlılık yapısı k gecikmeli seriler arası çapraz korelasyon yapısıyla gösterilebilir. Örnek olarak  $x_t^{(i)}$  ve  $x_{t+k}^{(j)}$  gibi iki seri düşünelim, bu seriler arasındaki k gecikmeli korelasyon katsayısı;

$$r_k^{(ij)} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t^{(i)} - \bar{x}_t^{(i)}) \cdot (x_{t+k}^{(j)} - \bar{x}_{t+k}^{(j)})}{\left[ \sum_{t=1}^{N-k} (x_t^{(i)} - \bar{x}_t^{(i)})^2 \cdot \sum_{t=1}^{N-k} (x_{t+k}^{(j)} - \bar{x}_{t+k}^{(j)})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.7)$$

Burada  $\bar{x}_t^{(i)}$  i serisinin N-k değerinin ortalaması,  $\bar{x}_{t+k}^{(j)}$  j serisinin N-k değerinin ortalamasıdır. N adet zaman serisi için seriler arasındaki korelasyon yapısı aşağıdaki şekilde olmaktadır (Salas *et al.* 1980).

$$M_k = \begin{bmatrix} r_k^{11} & r_k^{12} & \dots & \dots & \dots & r_k^{1n} \\ r_k^{21} & r_k^{22} & \dots & \dots & \dots & r_k^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_k^{n1} & r_k^{n2} & \dots & \dots & \dots & r_k^{nn} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

### 3.3.2. Hidrolojik zaman serilerinin çok değişkenli modellenmesi

1960 yılının başlarından itibaren hidrolojik zaman serilerini analiz etmeye yönelik metotların geliştirilmesi ve tek değişkenli hidrolojik serileri için modelleme çalışmaları ile ilgili kapsamla çalışmalar yapılmaktadır. Su kaynaklarının tasarımı, işletilmesi, planlanması genellikle hidrolojik zaman serilerini kapsadığı için çok değişkenli stokastik modelleme ve çok değişkenli stokastik analizler önemli duruma gelmektedir.

Periyodik zaman serilerinin (mevsimsel, aylık, haftalık ve günlük seriler gibi) belli bir periyodikliğe ve stokastik özelliklere sahip oldukları bilinmektedir. Stokastik özellikler sabit veya periyodik otokorelasyon katsayıları ile gösterilebiliyor iken, periyodik özellikler genellikle periyodik ortalama, periyodik standart sapma ve periyodik çarpıklığın formlarında verilmektedir. Yıllık seriler için otokorelasyon katsayısının sabit olduğu düşünölmektedir, ama periyodik serilerde otokorelasyonun genellikle zamanla değişmesi durumu olduğu için bu durum söz konusu değildir (Salas *et al.* 1980).

### 3.3.3. Çok değişkenli otoregresif modellerin genel yapısı

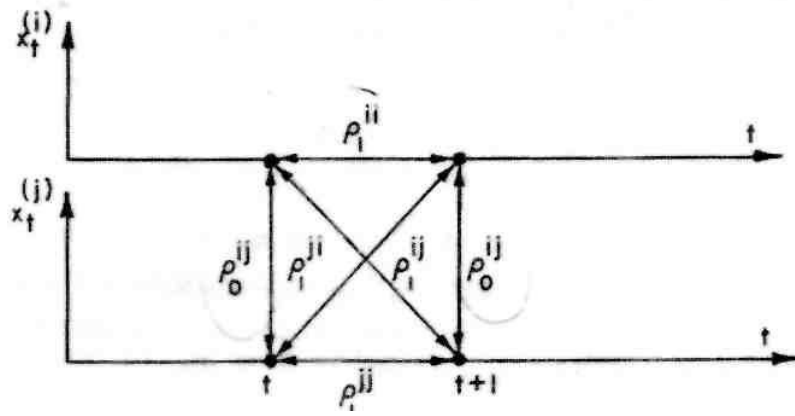
Kararlı yapıdaki çok değişkenli  $z_t^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, n$  serisini göz önüne alalım.  $z_t^{(i)}$  serisinin normal dağıldığını ya da normal dağılıma uygun hale getirildiğini kabul edelim.  $z_t^{(i)}$  serisinin AR(1) modeli (bir ötelemeli çok değişkenli otoregresif model) matris formunda aşağıdaki şekilde verilebilir. (İleriki bölümlerde bu modeller geniş bir şekilde ele alınacaktır.)

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + B \underline{\varepsilon}_t \quad (3.9)$$

Yukarıda  $Z_t$ ,  $z_t^{(i)}$  serisinin elemanlarından oluşan  $(n \times 1)$  boyutunda bir vektör,  $A_1$  ve  $B$   $(n \times n)$  boyutlarında matris parametreler ve  $\underline{\varepsilon}_t$  ise  $(n \times 1)$  boyutunda bağımsız, normal dağılıma uyan, ortalaması sıfır ve varyansı bir olan rastgele değişkenlerden oluşan vektördür.  $\underline{\varepsilon}_t$  vektörünün zaman ve uzay bağımlılığı olmadığı kabul edilir. (3.9) denklemini açık olarak aşağıdaki gibi yazılır. (3.9) ve (3.10) ifadelerindeki  $Z_t$ ' nin bağımlılık yapısı uzayda sıfır ve bir ötelemedeki çapraz korelasyona ve zamanda birinci ötelemedeki serisel korelasyona işaret eder. Bu tipteki bağımlılık yapısı Şekil 3.3'de verilmiştir. Şekildeki yatay oklar birinci ötelemedeki otokorelasyon katsayıları  $\rho_1^{ii}$  ve  $\rho_1^{jj}$  değerlerini, diyağonal oklar birinci ötelemedeki çapraz korelasyon katsayıları olan  $\rho_1^{ij}$  ve  $\rho_1^{ji}$  değerlerini, dikey oklar ise sıfır ötelemedeki çapraz korelasyon katsayıları olan  $\rho_0^{ij}$  değerlerini ifade etmektedir. Bu korelasyon yapısının sabit olduğu kabul edilirse  $\rho$  katsayıları  $(t, t+1, t+2 \dots)$  aynı olur (Karabörk vd 1998).

$$\begin{bmatrix} Z_t^{(1)} \\ Z_t^{(2)} \\ \dots \\ Z_t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^{11} & a^{12} & \dots & a^{1n} \\ a^{21} & a^{22} & \dots & a^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a^{n1} & a^{n2} & \dots & a^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{(t-1)}^{(1)} \\ Z_{(t-1)}^{(2)} \\ \dots \\ Z_{(t-1)}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b^{11} & b^{12} & \dots & b^{1n} \\ b^{21} & b^{22} & \dots & b^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b^{n1} & b^{n2} & \dots & b^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \dots \\ \varepsilon_t^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$





**Şekil 3.2.** Bir ötelemeli çok değişkenli otoregresif modellere (AR(1)) ait korelasyon yapısının şematik gösterimi (Salas *et al.* 1980).

Benzer şekilde AR(2) çok değişkenli otoregresif model aşağıdaki gibi yazılır.

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + C_1 Z_{t-2} + B \underline{\varepsilon}_t \quad (3.11)$$

Yukarıdaki ifadede  $t$  anındaki  $Z$  vektör değerleri,  $t-1$  ve  $t-2$  anlarındaki  $Z$  vektör değerlerine ve  $\underline{\varepsilon}_t$  rastgele vektörüne bağlıdır. Model parametreleri ( $n \times n$ ) boyutundaki  $A_1$ ,  $C_1$ ,  $B$  matrislerinin elemanlarıdır.

### 3.3.4. Periyodik zaman serilerinin çok değişkenli modellenmesi

Bu bölümde iki çeşit model tipi ele alınacaktır. Birincisi sabit parametrelili çok değişkenli periyodik AR modelleri ve sabit parametrelili çok değişkenli periyodik ARMA modelleridir.

#### 3.3.4.a. Sabit parametrelili çok değişkenli AR modelleri

##### Matematik modelleri

Bir bölgede n tane noktada bulunan istasyonlara ait periyodik hidrolojik serilerin olduğunu düşünelim ve bu serilerin normal dağıldığını veya bir takım dönüşümlerle normal dağıldıklarını farz edelim. Bu serilerin genel model şekli aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned}
 y_{v,\tau}^{(1)} &= \mu_{\tau}^{(1)} + \sigma_{\tau}^{(1)} \times z_{v,\tau}^{(1)} \\
 y_{v,\tau}^{(2)} &= \mu_{\tau}^{(2)} + \sigma_{\tau}^{(2)} \times z_{v,\tau}^{(2)} \\
 \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots \\
 \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots \\
 y_{v,\tau}^{(n)} &= \mu_{\tau}^{(n)} + \sigma_{\tau}^{(n)} \times z_{v,\tau}^{(n)}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Bu denklemde  $y_{v,\tau}^{(i)}$   $\tau$  zaman aralığı ve v yılındaki i istasyonundaki orijinal periyodik hidrolojik seriyi göstermekte  $\mu_{\tau}^{(i)}$  ve  $\sigma_{\tau}^{(i)}$  ise i istasyonundaki zaman aralığındaki periyodik ortalama ve standart sapmadır ve  $z_{v,\tau}^{(i)}$  ise  $y_{v,\tau}^{(i)}$ 'nin standart hale getirilmiş halidir. Ayrıca  $\tau=1,2,\dots,w$  bir yıldaki zaman aralıklarının sayısıdır.(aylık olarak  $w=12$ )  $v=1,2,\dots,N$  yıl sayısını göstermektedir( $i=1,2,\dots,n$ ) (Salas *et al.* 1980).

Yukarıdaki denklem matris formunda yazılırsa;

$$Y_{v,\tau} = \underline{\mu}_\tau + \underline{\sigma}_\tau \times Z_{v,\tau} \quad (3.13)$$

Burada  $Y_{v,\tau}$   $n \times 1$  şeklinde  $y_{v,\tau}^{(i)}$  vektörünün,  $\underline{\mu}_\tau$   $n \times 1$  şeklindeki  $\mu_\tau^{(i)}$  vektörünün,  $\underline{\sigma}_\tau$  ise  $n \times n$  şeklindeki diagonal matrisin elemanları ve son olarak  $Z_{v,\tau}$  de  $n \times 1$  şeklindeki  $z_{v,\tau}^{(i)}$  nin elemanları olarak ifade edilmektedir. Buradaki  $z_{v,\tau}^{(i)}$  serisini sabit ve değişken parametrelerle ifade etmek mümkündür. Bu bölümde değişken parametrelili modellere değinilmeyecektir.

### **Sabit parametrelili çok değişkenli AR(1) ve AR(2) modelleri**

Sabit parametrelili otoregresif modeller için  $z_{v,\tau}^{(i)}$  serisi  $t=(v-1)w+\tau$  ve  $w=1,\dots,12$  olmak üzere AR(1) modeli;

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + B \underline{\varepsilon}_t \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilir.  $A_1$  ve  $B$  bölüm 3.3.3 de ifade edildiği gibi  $(n \times n)$  boyutunda matris parametrelerini göstermektedir.

$\underline{\varepsilon}_t$  ise normal dağılıma uyan bağımsız stokastik bileşendir.

Benzer şekilde AR(2) modeli yazarsak;

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + C_1 Z_{t-2} + B \underline{\varepsilon}_t \quad (3.15)$$

şeklinde dir.

### Model parametrelerinin tahmini

Ölçülmüş değerleri  $x_{v,\tau}^{(i)}$  olan N yıllık bir data serisi düşünelim  $v=1,2,\dots,N$ ;  $\tau=1,2,\dots,w$ ; ve  $i=1,\dots,n$  şeklinde ifade edilsin. Dataların normal dağıldığı veya bazı dönüşümlerle normale dönüştürülmüş olsun,  $y_{v,\tau}^{(i)}$  normal veya normale dönüştürülmüş seriyi ifade etmek üzere;

$$y_{v,\tau}^{(i)} = [y_{1,\tau}^{(i)}, y_{2,\tau}^{(i)}, \dots, y_{N,\tau}^{(i)}] \quad \tau=1,\dots,w \quad i=1,\dots,n \quad (3.16)$$

Denklem 3.16'daki periyodik matris parametrelerinin (ortalama ve standart sapmanın) hesaplanması;

$$\mu_{(\tau)}^{(i)} = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{v=1}^N y_{v,\tau}^{(i)} \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.17)$$

$$\sigma_{\tau}^{(i)} = \left\{ \left(\frac{1}{N-1}\right) \times \sum_{v=1}^N [y_{v,\tau}^{(i)} - \mu_{v,\tau}^{(i)}]^2 \right\}^{1/2} \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.18)$$

denklemlerinden elde edilir. Standart hale getirilmiş değişkenler ise

$$z_{v,\tau}^{(i)} = \frac{y_{v,\tau}^{(i)} - \mu_{\tau}^{(i)}}{\sigma_{\tau}^{(i)}} \quad i=1,\dots,n \quad (3.19)$$

şeklinde elde edilir.

### Sabit parametrelili çok değişkenli AR(1) ve AR(2) modellerin parametrelerinin belirlenmesi

Sabit parametrelili AR(1) modelinin  $A_1$  matrisi eşitlik aşığıdaki 3.20 nolu eşitliğinin çözümlünden B matrisi de 3.21 nolu eşitliğin çözümlüsinden elde edilir. Aynı şekilde AR(2) modelindeki  $A_1$  ve  $C_1$  matrisleri 3.22 ve 3.23 eşitliklerinin çözümlünden, B matrisi de 3.24 eşitliğinin çözümlüsinden elde edilmektedir.

$$A_1 = M_1 M_0^{-1} \quad (3.20)$$

ve

$$B B^T = M_0 - A_1 M_1^T \quad (3.21)$$

$$A_1 = [M_1 - M_2 M_0^{-1} M_1^T] [M_0 - M_1 M_0^{-1} M_1^T]^{-1} \quad (3.22)$$

$$C_1 = [M_2 - M_1 M_0^{-1} M_1] [M_0 - M_1^T M_0^{-1} M_1]^{-1} \quad (3.23)$$

$$B B^T = M_0 - [A_1 M_1^T + C_1 M_2^T] \quad (3.24)$$

Bu denklemlerdeki  $M_0$ ,  $M_1$  ve  $M_2$  standardize edilmiş ve normalleştirilmiş akımların sıfır, bir ve iki ötelemeli korelasyon matrislerdir (Salas *et al.* 1980).

### Sabit parametrelı çok değişkenli AR modelleri ile sentetik seri üretimi

Periyodik hidrolojik serilerin sentetik üretiminde çok değişkenli otoregresif modellerin tahmin edilen parametreleri kullanılarak yapılmaktadır. Periyodik serinin türetilen değerleri  $x_{v,\tau}^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, n$

$$x_{v,\tau}^{(i)} = g_{\tau}^{-1(i)} \times (y_{v,\tau}^{(i)}) \quad i=1, \dots, n \quad (3.25)$$

$$y_{v,\tau}^{(i)} = \mu_{\tau}^{(i)} + \sigma_{\tau}^{(i)} \times z_{v,\tau}^{(i)} \quad i=1, \dots, n \quad (3.26)$$

denklemlerinin geri dönüşüm olarak kullanılmasıyla elde edilmektedir. Burada  $g_{\tau}^{-1(i)}$  eğer model kurulmadan önce serinin değerleri normalleştirmiş ise (logaritmaları alınarak) ters dönüşüm işleminin  $\exp$ 'i göstermektedir. Örnek olarak eğer  $z_{v,\tau}^{(i)}$  serisi sabit parametrelı AR(1) modeliyle modellendiğini düşünürsek, bu modellerin genel şekli aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} z_t^{(1)} &= a^{11} z_{t-1}^{(1)} + \dots a^{1n} z_{t-1}^{(n)} + b^{11} \epsilon_t^{(1)} + \dots \dots + b^{1n} \epsilon_t^{(n)} \\ z_t^{(2)} &= a^{21} z_{t-1}^{(1)} + \dots a^{2n} z_{t-1}^{(n)} + b^{21} \epsilon_t^{(1)} + \dots \dots + b^{2n} \epsilon_t^{(n)} \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ z_t^{(n)} &= a^{n1} z_{t-1}^{(1)} + \dots a^{nn} z_{t-1}^{(n)} + b^{n1} \epsilon_t^{(1)} + \dots \dots + b^{nn} \epsilon_t^{(n)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Buradaki a ve b katsayıları daha önceki bölümlerde anlatıldığı gibi  $A_1$  ve B matrislerinin elemanlarıdır. N yıllık sentetik seri üretmek istediğimizi farz edersek, şu aşamalar uygulanmalıdır;

1-  $\epsilon_1^{(1)}, \dots, \epsilon_1^{(n)}$  şeklinde n adet standart normal dağılmış rastgele sayı üretilir.

2- Denklem 3.27'de ki  $z_1^{(1)}, \dots, z_1^{(n)}$  değerleri  $z_0^{(1)}, \dots, z_0^{(n)}$  değerleri sıfır kabul edilerek hesaplanır ve bu hesaplanan değerlerle standart bağımsız rastgele sayılar başlangıç değerleri olarak kullanılır.  $z_1^{(1)}, \dots, z_1^{(n)}$  değerleri ve  $\epsilon_2^{(1)}, \dots, \epsilon_2^{(n)}$  rastgele sayılar kullanılarak  $z_2^{(1)}, \dots, z_2^{(n)}$  değerleri hesaplanır. Bu prosedür  $z_N^{(1)}, \dots, z_N^{(n)}$  e kadar devam ettirilir. Buradaki N sayısı türetilmek istenen sentetik seri miktarı ve başlangıçtaki alınan değerlerin etkisini ortadan kaldırmak için fazladan türetilen sayı miktarıdır (ki bu miktarı genellikle 50 alınır). Bu etkiyi ortadan kaldırmak için türetilen sentetik seri miktarından bu sayı çıkarılır. Böylece istenilen miktarda sentetik seri türetilmiş olur. Ayrıca bu yöntemle aynı prosedürde sentetik serinin başlangıç değerleri tarihi serinin son değeri olarak alınarak da sentetik seri türetimi yapılabilir.

3- Z'ler (sentetik seriler) türetildikten sonra 3.26 eşitliği kullanılarak yeni  $y_{v,\tau}^{(i)}$  serileri elde edilir. En son olarak da herhangi bir dönüşüm varsa (logaritmik) ters işlem yapılarak gerçek akım değerlerine yakın N adet sentetik seri türetilmiş olunur (Salas *et al.* 1980).

### 3.3.4.b. Sabit parametrelili çok değişkenli ARMA modelleri

#### Matematik Modelleri

Sabit parametrelili periyodik otoregresif-hareketli ortalama ARMA((p,q)) modelleri serilerin zamanda içsel bağımlılığını, uzayda ise sıfır ötelemede çapraz korelasyonunu göz önüne alan bir yaklaşımdır. Bu ilk olarak çok değişkenli serinin ARMA(p,q) modeli ile zamansal korelasyonun modellenmesi, daha sonra zamandan bağımsız artık serilerin uzaysal korelasyonunun modellenmesi şeklinde yapılmaktadır.

N adet sabit parametrelili periyodik hidrolojik seriyi ele alalım. Bu serilerin normal dağıldığını veya normal dağılıma dönüştürüldüğünü kabul edelim. Genel sabit parametrelili çok değişkenli model

$$Y_{v,t} = \underline{\mu}_{\tau} + \underline{\sigma}_{\tau} \times Z_{v,\tau} \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer sabit parametrelili ARMA(p,q) modelinin genel halini göstermek istersek;  $t=(v-1)w+\tau$  olmak üzere

$$z_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{p(i)} \phi_j^{(i)} \cdot z_{t-j}^{(i)} + \varepsilon_t^{(i)} - \sum_{j=1}^{q(i)} \theta_j^{(i)} \cdot \varepsilon_{t-j}^{(i)} \quad i=1, \dots, n \quad (3.29)$$

Bu formülde  $z_t^{(i)}$ ; ARMA (p(i), q(i)) sürecine uyan bağımlı değişken,  $\varepsilon_{(t)}^{(i)}$ ; ortalaması sıfır, varyansı  $\sigma_{\varepsilon}^2$  olan zamanda bağımlı ama uzayda bağımsız değişken (artık seri),  $\phi_t^{(i)}$   $\phi_1^{(i)}, \dots, \theta_{p(i)}^{(i)}$  otoregresif parametre seti,  $\theta^{(i)} : \theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{q(i)}^{(i)}$  hareketli ortalama parametre seti, p(i) ve q(i) sırasıyla otoregresif ve hareketli ortalama bileşenlerinin dereceleri, (i) ise alt serilerdir.

Bununla birlikte modelin uzaysal bağımlılığını oluşturmak için her bir i serisi için artık seriler  $\varepsilon_{(t)}^{(i)}$  bulunur. Bu çapraz seri bağımlılığı aşağıdaki  $\varepsilon_{(t)}^{(i)}$  standart serisinin  $M_0$  korelasyon matrisiyle ifade edilmektedir (Salas *et al.* 1980).

$$\varepsilon_{(t)}^{(i)} = \frac{\varepsilon_{(t)}^{(i)}}{\sigma_{\varepsilon}^{(i)}} \quad i=1, \dots, n \quad (3.30)$$



### Model Parametrelerinin Tahmini

Eşitlik 3.16 daki gibi her bir seriye ait N yıllık  $y_{v,\tau}^{(i)}$  şeklindeki gözlenmiş dataların olduğunu düşünelim.  $\mu_{\tau}^{(i)}$  ve  $\sigma_{\tau}^{(i)}$  değerlerinin tahmin 3.17 ve 3.18 eşitliklerinin çözümünden elde edilmektedir. Benzer şekilde standart hale getirilmiş  $z_{v,\tau}^{(i)}$  değerleri de 3.19 eşitliğinden elde edilir.

3.29 nolu eşitlikteki ARMA(p,q) modellerinin parametrelerinin tahmininde öncelikle her bir seri tek değişkenli olarak ele alınır ve her bir seri için  $\theta_p, \Phi_q$  parametre değerleri hesaplanır. Son olarak da 3.27 eşitliğindeki B matrisinin elemanları ;

$$BB^T = M_0 \quad (3.30)$$

denklemden elde edilir.

Bu denklemden  $M_0 : \varepsilon_{(t)}^{(i)}$  serisinin sıfır gecikmeli korelasyon matrisidir.

### 3.3.5. En uygun modelin seçimi

Çok değişkenli AR(p) ve ARMA(p,q) modellerinden süreci en iyi temsil eden modeli belirlemede Akaike Bilgi Kriteri (AIC) kullanılır. En düşük AIC değerine sahip modelin süreci en iyi temsil eden model olduğuna karar verilir. Çok değişkenli modellerde AIC derleri aşağıdaki eşitlikten hesaplanır (Lütkepohl 2005).

$$AIC_{(m)} = \ln |\Sigma_u(m)| + 2 * K / T \quad (3.31)$$

Buradaki  $|\Sigma_u(m)|$ ; artık terimlerin kovaryans matrisinin determinanı, K; hesaplanan parametre sayısı ve T ise, veri sayısının göstermektedir.

Sırasıyla AR(1), AR(2) ve ARMA(p,q) modellerinin artık serileri aşağıdaki formüllerden hesaplanır;

$$\underline{\varepsilon}_t = \bar{B}^{-1} (Z_t - \bar{A}_1 Z_{t-1}) \quad (3.32)$$

$$\underline{\varepsilon}_t = \bar{B}^{-1} (Z_t - \bar{A}_1 Z_{t-1} - \bar{A}_2 Z_{t-2}) \quad (3.33)$$

$$\xi_t = \bar{B}^{-1} \varepsilon'_{(t)} \quad (3.34)$$

### 3.3.6. Seçilen modelin uygunluk testleri

Çok değişkenli modellerin uygunluğu şu aşamalar izlenerek yapılır;

#### 1- Çok değişkenli artık serilerin uzayda ve zamanda bağımsızlık testleri

Çok değişkenli modelin tipine göre yukarıda hesaplanan artık serilerin uzayda bağımlılığı test edilirken bu artık serilerin çapraz korelasyon  $M_0$  matrisi bulunur ve bu matristeki elemanların istatistiksel açıdan önemli olup olmadıklarına bakılır. Eğer bu değerler istatistiksel açıdan önemsiz ise (yani bu elemanlar sıfıra yakınsıyorsa) artık serilerin uzayda bağımsız olduğu kabul edilir.

Artık serilerin zamanda bağımsızlık testinde ise bu terimlere ait otokorelasyon katsayılarının belli bir gecikmeden sonra bu değerlere ait güven aralığına giriyorsa artık serilerin zamanda bağımsız olduğu kabul edilir.

## 2- Artık serilerinin normal dağıldığının kontrolü

Bu aşamada artık seriler normallik testine geçilir ve normallik testlerinden herhangi biri seçilerek yapılır. Bu çalışmada normallik testlerinde Kolmogrov-Smirnov Testi kullanılmıştır (Benjamin *et al* 1970; Kottegoda *et al* 1980).

Kolmogrov-Smirnov testi gözlenen verilerin eklenik frekans dağılımının teorik bir dağılıma uygunluğunun kontrolünde kullanılan bir testtir. Kolmogrov-Smirnov testinde kullanılan istatistik:

$$\Delta = \max |F(x_i) - F^*(x_i)| \quad (3.35)$$

Burada  $F^*(x_i)$  gözlenen düzenlenmiş örnekten  $F^*(x_i) = i/N$  formülüyle hesaplanan eklenik frekans dağılımı ordinatlarıdır.  $F(x_i)$  ise seçilen teorik eklenik dağılım fonksiyonunun aynı  $x_i$ 'lere karşılık gelen ordinatlarıdır. Buna göre  $\Delta$  istatistiği gözlenen ve teorik eklenik farkların en büyüğüdür.  $\Delta$  istatistiğinin dağılımı rastgele değişkenin dağılımdan bağımsız olup sadece örnekteki  $N$  eleman sayısına bağlıdır.  $N$ 'in 50 ye kadar olan değerleri için  $\Delta_\alpha$  değerini veren çizelgeler hazırlanmıştır.  $N$ 'in 50 den büyük değerleri için  $\Delta_\alpha = 1,36 / \sqrt{N}$  eşitliğinden elde edilir. Buna göre hesaplanan  $\Delta$  değeri  $\Delta_\alpha$  değerinden küçük ise uygunluk hipotezi  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde kabul edilir aksi takdirde reddedilir (Bayazit vd 1998).

## 3-Tarihi serinin korelasyon matrisi ile kurulan modelle üretilen sentetik serilerin korelasyon matrisinin karşılaştırılması

Örnek olarak eğer AR(1) modeli seçilmiş ise karşılaştırma tarihi serinin sıfır gecikmeli korelasyon matrisi  $\bar{M}_0$  veya  $\bar{M}_1$  ile model kurarak aynı büyüklükte elde edilen sentetik serilerin  $M_0$  veya  $M_1$  matrislerinin karşılaştırılması ile yapılır. Buna karşın eğer herhangi bir ARMA modeli kullanılmışsa sadece  $M_0$  matrislerinin karşılaştırılması yeterli olabilir (Salas *et al* 1980).

Bu karşılaştırma işlemi; türetilen her bir sentetik seri için  $M_0$  veya  $M_1$  matrisleri elde edildikten sonra bu matrislerin elemanlarının alt ve üst sınır limitleri %90 veya %95 güven aralığında bulunarak tarihi serinin  $M_0$  veya  $M_1$  matrisinin elemanlarının bu sınır limitleri arasında olup olmadığının kontrolü edilmesi şeklinde yapılmaktadır.

#### **4- Modelin koruması gereken parametrelerin test edilmesi**

Modelin koruması gereken parametrelerin (ortalama, standart sapma, otokorelasyon katsayıları gibi) gerçekten korunup korunmadığının test edilmesi gibi kontrollerin yapılmasıyla mümkün olmaktadır. Kurulan çok değişkenli model yardımıyla türetilen sentetik serilere elde edilen bu parametreler elimizde tarihi serinin parametreleriyle karşılaştırılır. Eğer %95 (veya %90) güven aralığında türetilen sentetik serinin alt ve üst sınırları tarihi seriyi kapsıyorsa model uygunluğu onaylanmış olur.

### 3.3.7. Çok değişkenli periyodik modellemenin sınırları

Hidrolojik zaman serilerinin özellikleri karmaşık yapıda olduğundan bunları modelleme işlemleri de karışık ve karmaşıktır. Bunun sonucu olarak çeşitli sınırların bilinmesi ve dikkate alınması gerekir. Öncelikle aynı zamanlı çeşitli seriler modellendiğinde aynı seri içindeki bağımlılığın yanı sıra seriler arası bağımlılığında göz önüne alınması gerekir. Periyodik serilerle çalışıldığı zaman korelasyon katsayıları da periyodik olabilir bu durumda çok değişkenli modellerin yukarıda bahsedilen bağımlılık özelliklerini temsil eden elemanlara sahip olmalıdır. Genellikle böyle modeller parametre sayısının çok olduğu karmaşık modellerdir.

Periyodik veya sabit parametrelili periyodik serilerin modellenmesiyle ilgili şimdiye kadar çeşitli alternatif modeller ortaya koyulmuştur. Bunlardan en önemli olanları AR veya ARMA modelleridir. Bu modellerin hem ortak sınırları hem de bazı özel sınırları(kısıtlamaları) vardır.

Örnek olarak, AR modelleri kısa süreli bağımlılık yapısı içeren seriler için geçerlidir. Sabit parametrelili çok değişkenli AR modellerin de modelin mertebesi arttıkça modelin parametrelerini sayısının tahmini zorlaşmaktadır ve bu nedenle genellikle çok mertebeli AR modellerinin kullanımından kaçınılmaktadır.

Bu tür kısıtlamaların üstesinden gelmek için ARMA modelleri kullanılabilir. Bununla birlikte ARMA modelleri uzun zamanlı bağımlılık yapısını iyi temsil eden modeller olmasına rağmen uzay bağımlılığı sıfır ötelemeli çapraz korelasyonla sınırlıdır.

Çok değişkenli periyodik serilerin modellenmesi genellikle periyodik uzay-zaman bağımlılık yapısının korunması için birçok parametreyi içermektedir. Hidrolojide parametreler genellikle küçük örneklerden elde edilmektedir. Bu nedenle seçilen modeller arasında en uygunun hangisi olduğuna karar verileceği zaman cimri (parsimonious) olan çok değişkenli modeller tercih edilmektedir. Yani bunun anlamı parametre sayısı az olan modelin tercih edilmesi demektir (Salas *et al* 1980).

## 4. ARAŞTIRMA BULGULARI

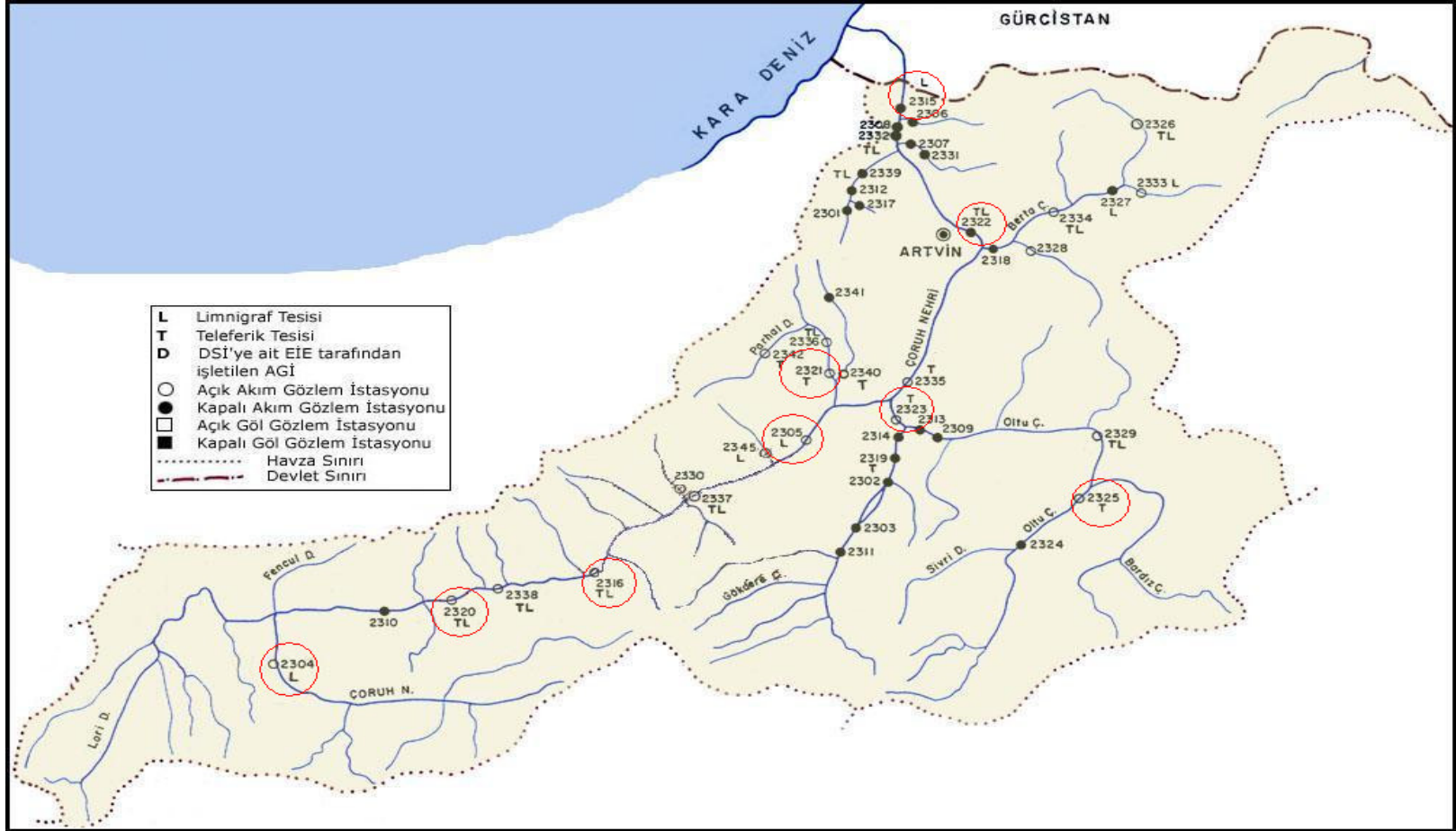
### 4.1. Çalışma alanının tanıtımı

Çoruh Nehri Havzası (Şekil 4.1) Türkiye'nin kuzeydoğusunda yer almaktadır. Havza 19.748 km<sup>2</sup> lik yüzölçümü ile Türkiye yüzölçümünün %2,53' ünü kaplar. Çoruh Nehri yağış alanı içinde; Artvin Erzurum ve Gümüşhane illerinin büyük bölümü ile Kars ve Erzincan'ın küçük bölümleri yer alır. Havzayı kuzeyden Doğu Karadeniz Dağları batıdan Giresun Dağları güneyden Otlukbeli, Dumlu Kargapazarı, Güllü, Allahüekber Dağları doğudan ise Yalnızçam Dağları ve Gürcistan sınırlar. Toplam uzunluğu 431 km olan Çoruh ülkemizin en hızlı akan nehridir. Türkiye sınırlarını terk etmeden önceki ortalama debisi 192 m<sup>3</sup>/sn'dir. Çoruh Nehri'nin 410 km' lik kısmı ülkemiz; 21 km' lik kısmı ise Gürcistan sınırları içerisindedir. Bayburt ilindeki Mescit Dağları'ndan doğan ve Gürcistan'ın Batum ilinden Karadeniz'e dökülen Çoruh Nehri, yılda 5,8 milyon m<sup>3</sup> rusubat taşımaktadır. Bu havza Türkiye'de en fazla erozyona maruz kalan havzalardan biridir. Çoruh havzası, havza bazında Türkiye'de 18 inci sırada yer almaktadır (Güney vd 2009).

Bu çalışmada Çoruh Havzasında bulunan 9 adet akım gözlem istasyonu (AGİ) kullanılmıştır. Bu AGİ'lerin bazı istatistiksel özelliklerine ve konumlarına ait bilgiler Çizelge 4.1 ve Şekil 4.1 verilmiştir.

**Çizelge 4.1.** Akım gözlem istasyonlarına ait özet bilgi

| <b>AGİ No.</b> | <b>Yağış Alanı<br/>(km<sup>2</sup>)</b> | <b>Yaklaşık<br/>Kot<br/>(m)</b> | <b>Gözlem<br/>Süresi</b> | <b>Ortalama<br/>(m<sup>3</sup>/s)</b> | <b>Standart<br/>Sapma<br/>(m<sup>3</sup>/s)</b> | <b>Çarpıklık<br/>Katsayısı</b> |
|----------------|---|---------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|--------------------------------|
| <b>2304</b>    | 1734                                    | 1545                            | 1974–2000                | 15,57                                 | 16,76   | 2,05                           |
| <b>2320</b>    | 4759,2                                  | 1365                            | 1974–2000                | 29,62                                 | 33,70   | 1,87                           |
| <b>2316</b>    | 5505,2                                  | 1170                            | 1974–2000                | 38,66                                 | 43,17   | 1,73                           |
| <b>2325</b>    | 1762                                    | 1129                            | 1974–2004                | 7,01                                  | 8,45  | 2,79                           |
| <b>2321</b>    | 586                                     | 705                             | 1974–2000                | 13,82                                 | 13,14   | 1,28                           |
| <b>2305</b>    | 7272                                    | 654                             | 1974–2000                | 68,38                                 | 73,33   | 1,73                           |
| <b>2323</b>    | 7069,8                                  | 580                             | 1974–2000                | 32,92                                 | 34,74   | 2,74                           |
| <b>2322</b>    | 18753,3                                 | 201                             | 1974–2000                | 158,78                                | 160,40  | 1,74                           |
| <b>2315</b>    | 20127                                   | 57                              | 1974–2000                | 208,16                                | 186,47  | 1,71                           |



Şekil 4.1. Çoruh Havzası ve çalışmada kullanılacak akım gözlem istasyonları



## 4.2. Çoruh Havzasındaki Aylık Akımların Çok Değişkenli Stokastik Modellemesi

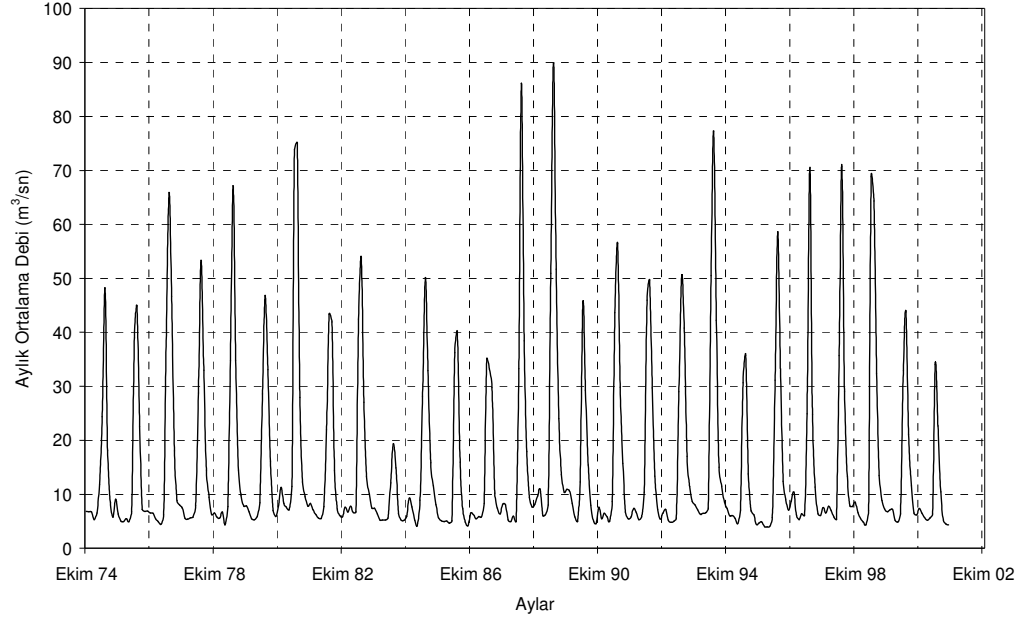
### 4.2.1. Ön Analiz

Çoruh havzasındaki 9 istasyona ait aylık akımlarının çok değişkenli modellenmesi işlemine geçmeden önce bu istasyonlarda ortak olan gözlem süresinin 27 yıl (1974–2000 arası) olduğu saptanmıştır. Bu istasyonlardan 2320 için 1990-1992 yılları arası ve 2325 nolu istasyon için 1990 yılı akım verileri eksiktir ve bu akım verileri Can vd. (2008) tarafından tahmin edilmiştir. Bu çalışmada bu tahmin edilen akım değerleri kullanılmıştır. Öncelikle her bir istasyona ait verilerin dağılımları çarpıklık katsayıları hesaplanarak kontrol edilmiştir. Bu çarpıklık katsayılarından yola çıkarak bu aylık akım değerlerinin normal dağılıma uymadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte her bir seriye ait aylık akımların periyodikliği olduğu gözlenmiştir. Bu durumda başlangıç olarak her bir istasyona ait seriye  $y_{v,\tau} = \log_e(x_{v,\tau})$  transformasyonu uygulanmış ve periyodikliği bulunan aylık akımlar  $z_{v,\tau} = (y_{v,\tau} - \mu_\tau) / \sigma_\tau$  standardizasyonu ile boyutsuz hale getirilerek (her bir istasyon için) bu suretle periyodiklik ortadan kaldırılmıştır. Böylece hem serilerin çarpıklığı azaltılmış hem de periyodiklik ortadan kaldırılmıştır. Bu transformasyon ve dönüşüm sonucunda elde edilen serilere Kolmornov-Simornov testi uygulanarak serilerin normalliği kontrol edilmiş ve her bir istasyona için hesaplanan  $\Delta_\alpha$  değerlerinin Kolmornov-Simornov testi kritik değerden ( $\Delta$ ) küçük olduğu gözlenmiştir. Bu kontrol sonucunda her bir istasyona ait verilerin normal dağıldığı kabul edilmiştir (Çizelge 4.2).

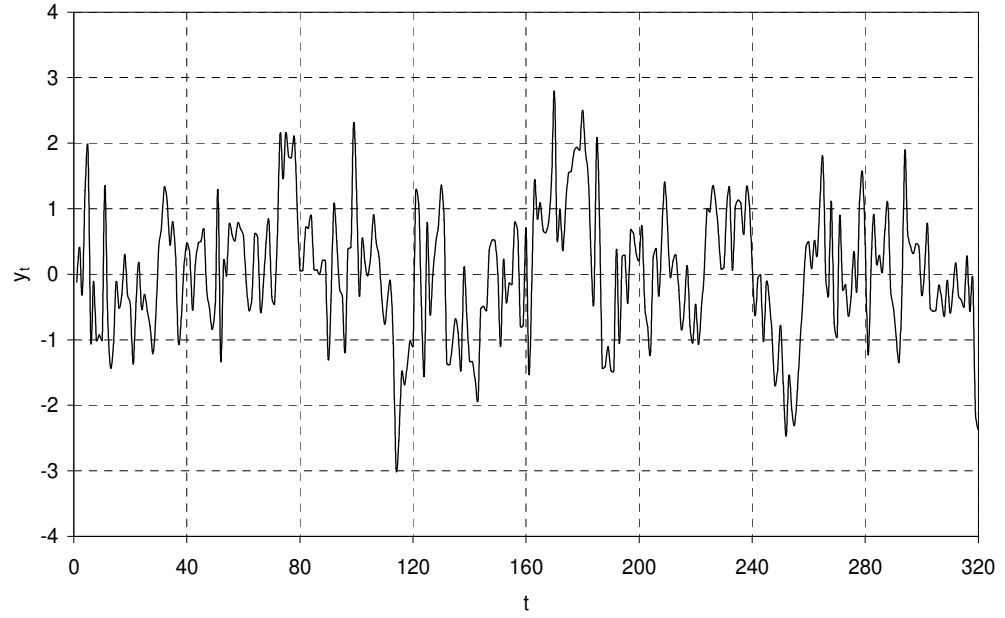
**Çizelge 4.2.** Serilerin çarpıklık katsayısı ve KS testi değerleri

| AGİ No      | Tarihi Serinin Çarpıklık Katsayısı (Norm.Önce) | Tarihi Serinin Çarpıklık Katsayısı (Norm.sonra) | Kolmogrov-Simornov Testi Hesaplanan Değerler( $\Delta_a$ ) | Kolmogrov-Simornov Testi Kritik Değerler ( $\Delta$ ) |
|-------------|--|---|--|---|
| <b>2304</b> | 2,05   | -0,057  | 0,035  | 0,075   |
| <b>2305</b> | 1,73   | 0,123   | 0,041  | 0,075   |
| <b>2315</b> | 1,71   | 0,158   | 0,036  | 0,075   |
| <b>2316</b> | 1,73   | 0,067   | 0,038  | 0,075   |
| <b>2320</b> | 1,87   | -0,155  | 0,054  | 0,075   |
| <b>2321</b> | 1,28   | 0,057   | 0,030  | 0,075   |
| <b>2322</b> | 1,74   | 0,256   | 0,041  | 0,075   |
| <b>2323</b> | 2,74   | -0,069  | 0,028  | 0,075   |
| <b>2325</b> | 2,79   | -0,049  | 0,043  | 0,075   |

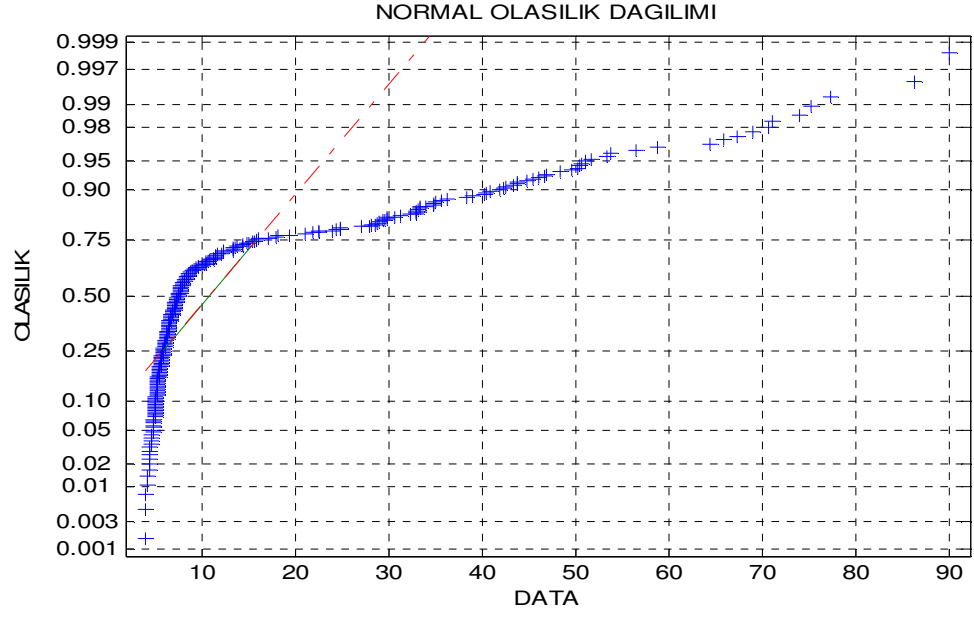
Çoruh Havzası'ndaki 9 adet AİG istasyonuna ait aylık ortalama akım grafikleri, standardize edilmiş ve normalleştirilmiş aylık akım grafikleri, tarihi serisinin normal olasılık dağılımı (normalleştirmeden ve standardize etmeden önceki ve sonraki) grafikleri ve son olarak ta standardize edilmiş ve normale dönüştürülmüş akımların otokorelasyon, kısmi otokorelasyon grafikleri Şekil 4.2-4.55'de gösterilmiştir.



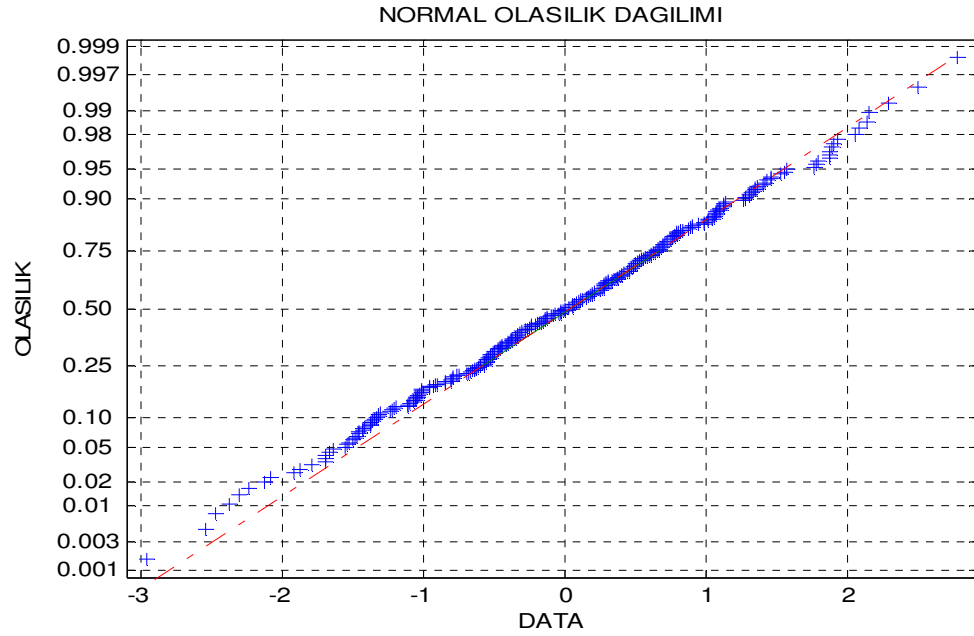
**Şekil 4.2.** 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



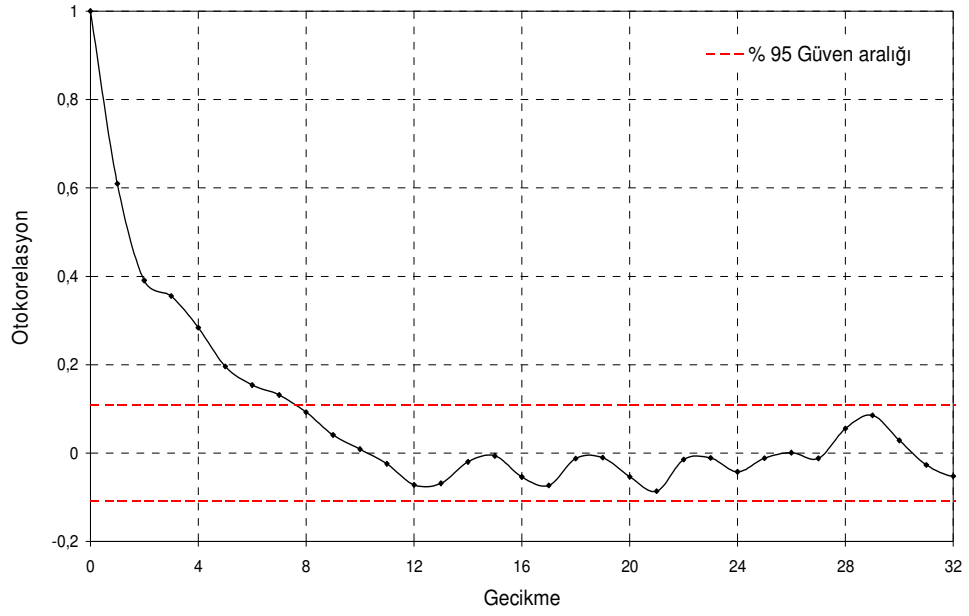
**Şekil 4.3.** 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



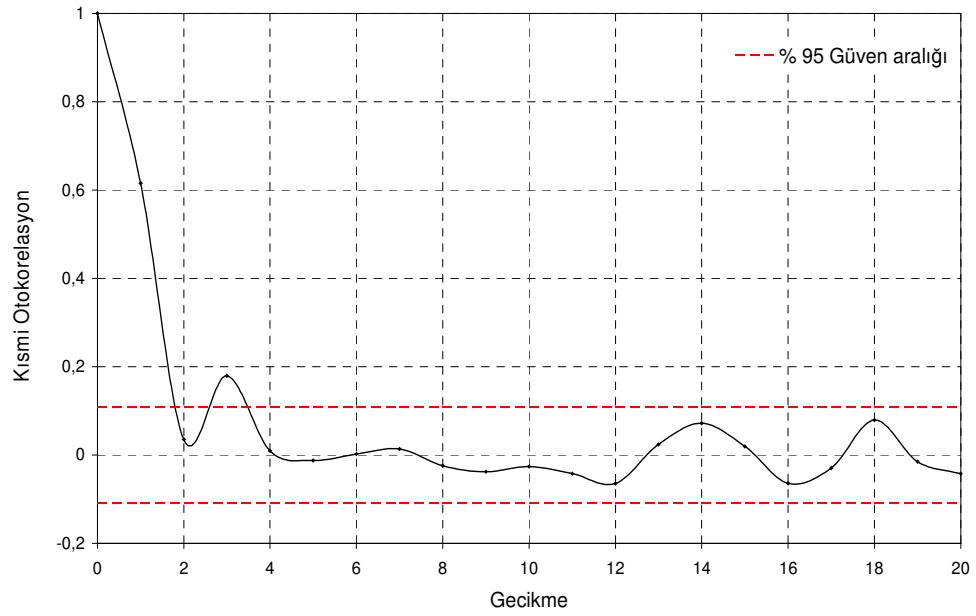
**Şekil 4.4.** 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



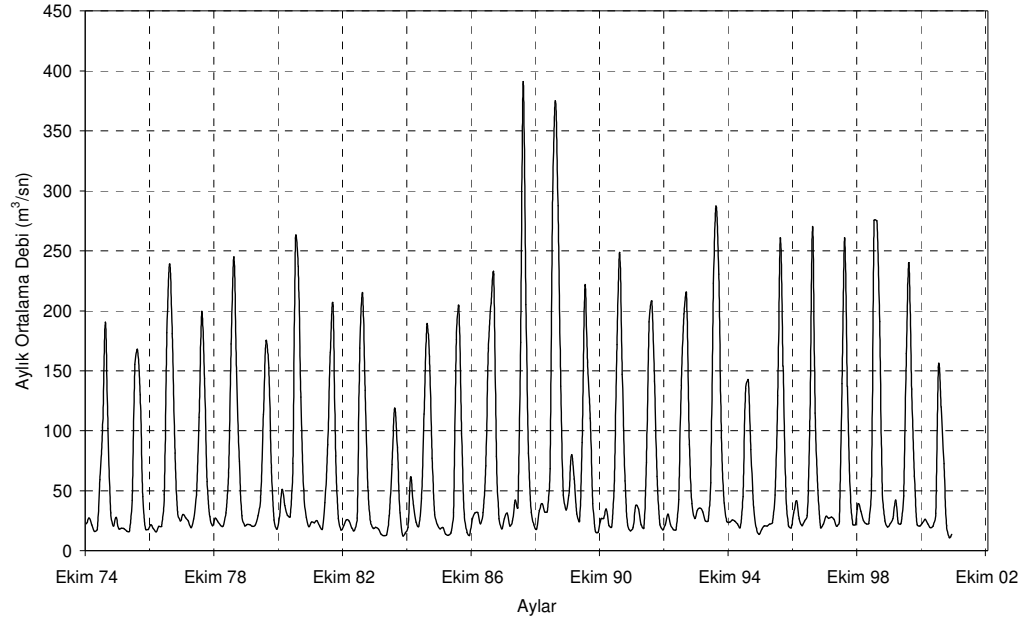
**Şekil 4.5.** 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



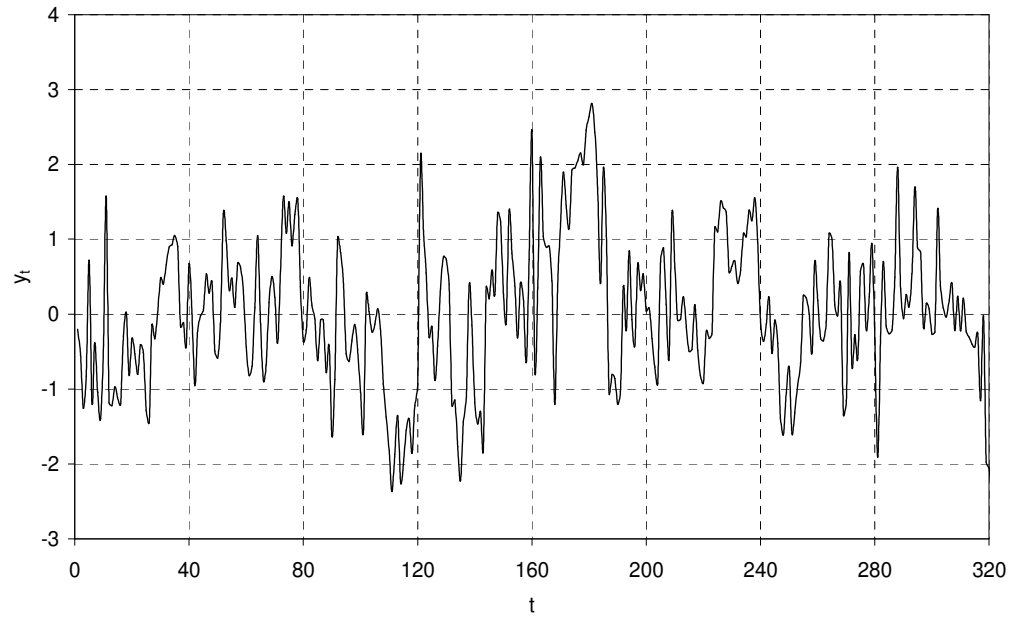
**Şekil 4.6.** 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



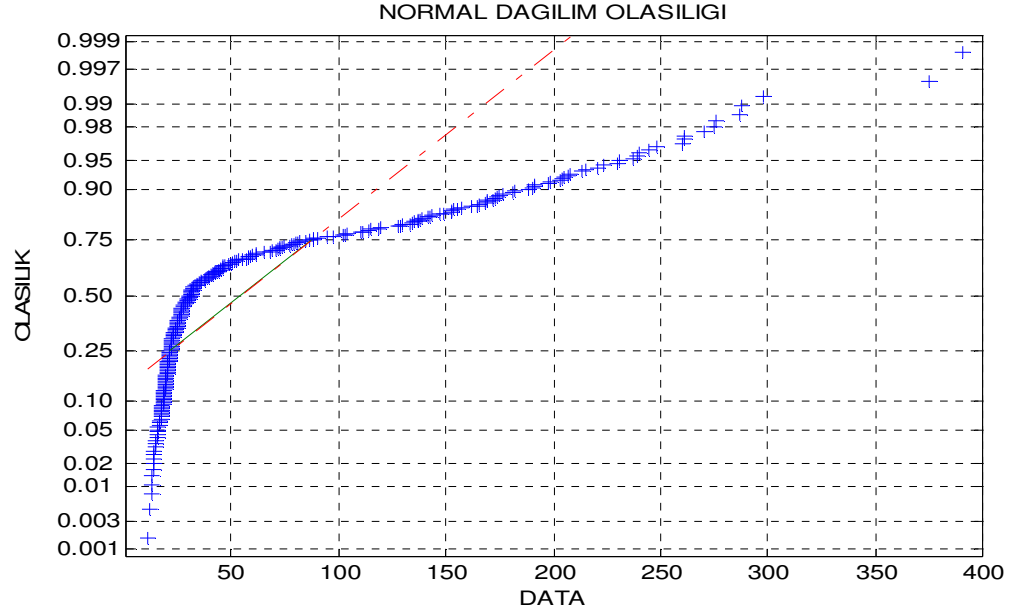
**Şekil 4.7.** 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu



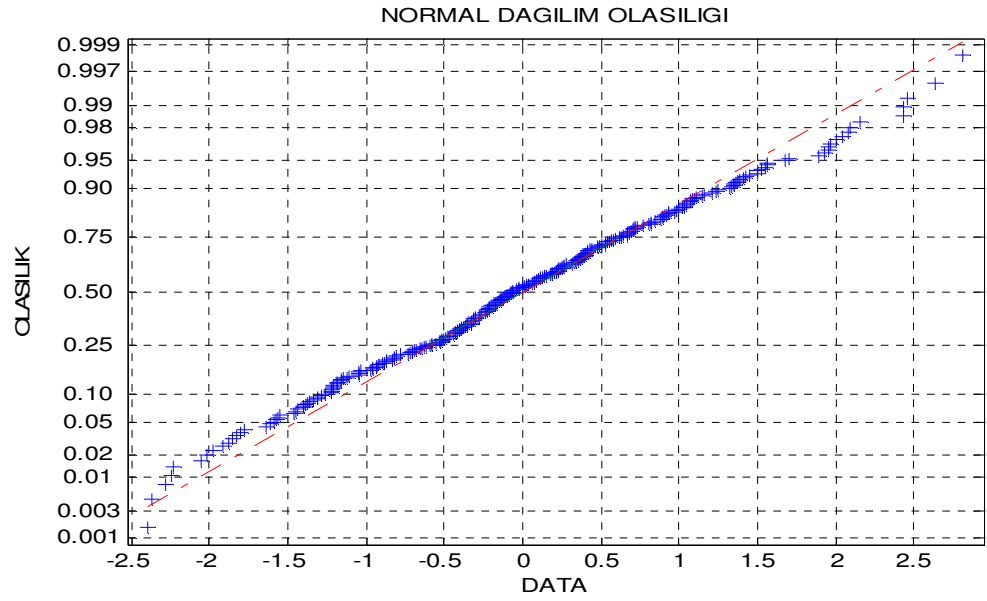
**Şekil 4.8.** 2305 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



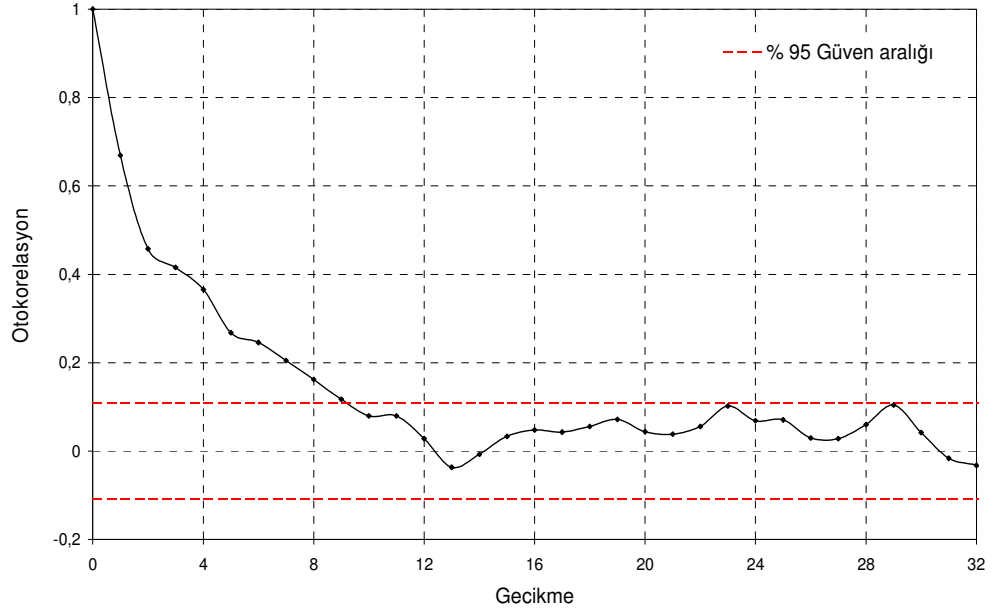
**Şekil 4.9.** 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



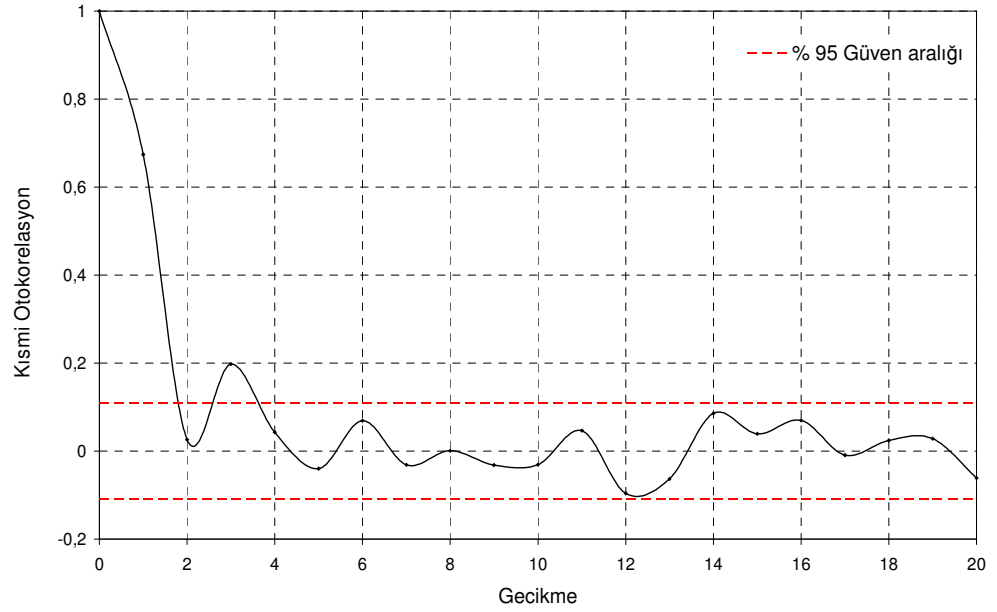
**Şekil 4.10.** 2305 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



**Şekil 4.11.** 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği

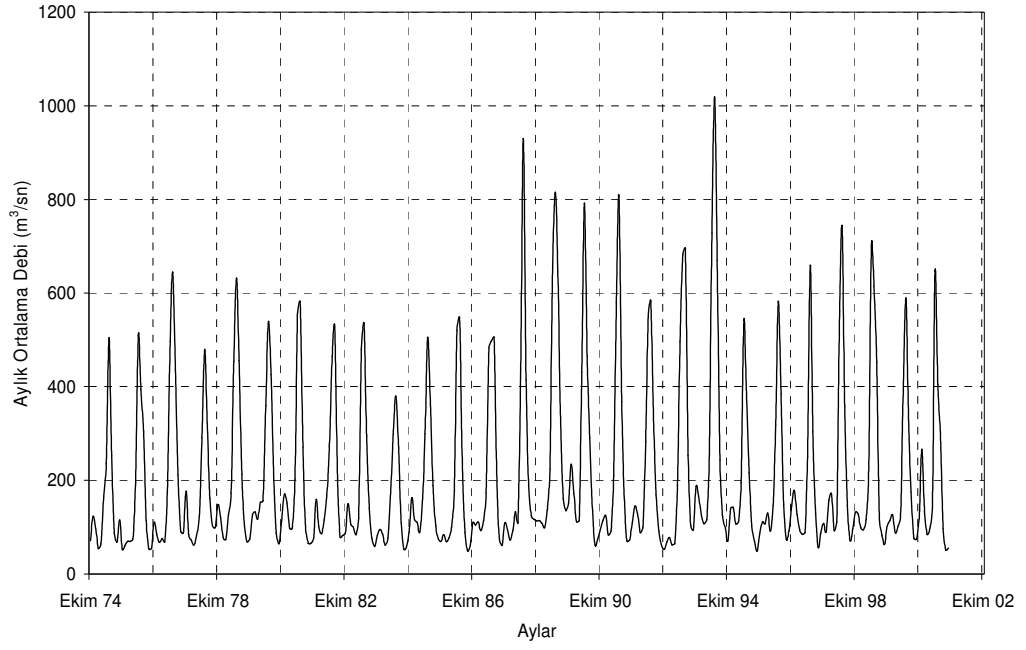


**Şekil 4.12.** 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı

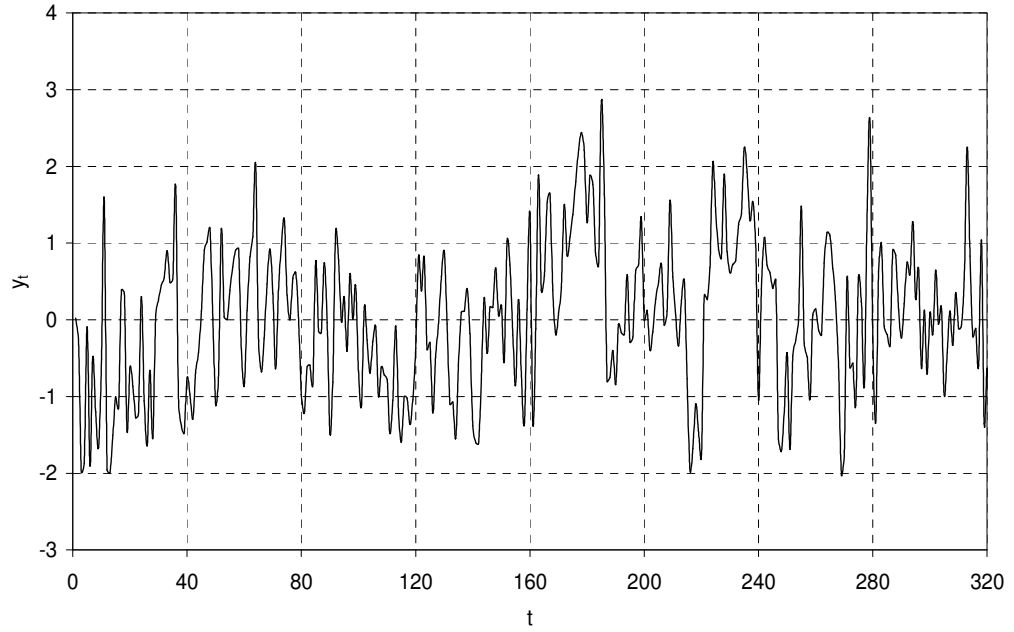


**Şekil 4.13.** 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyon

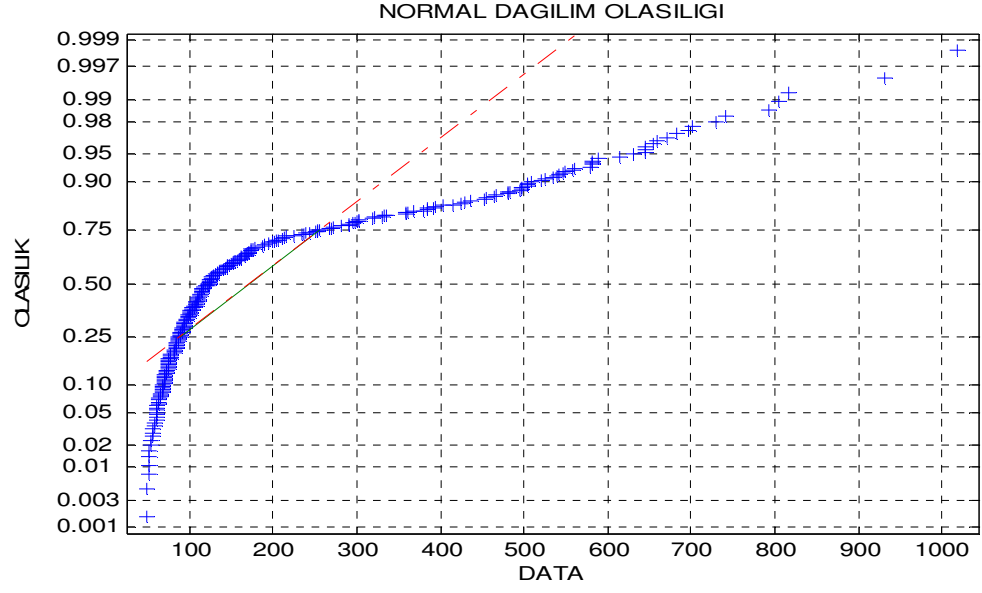




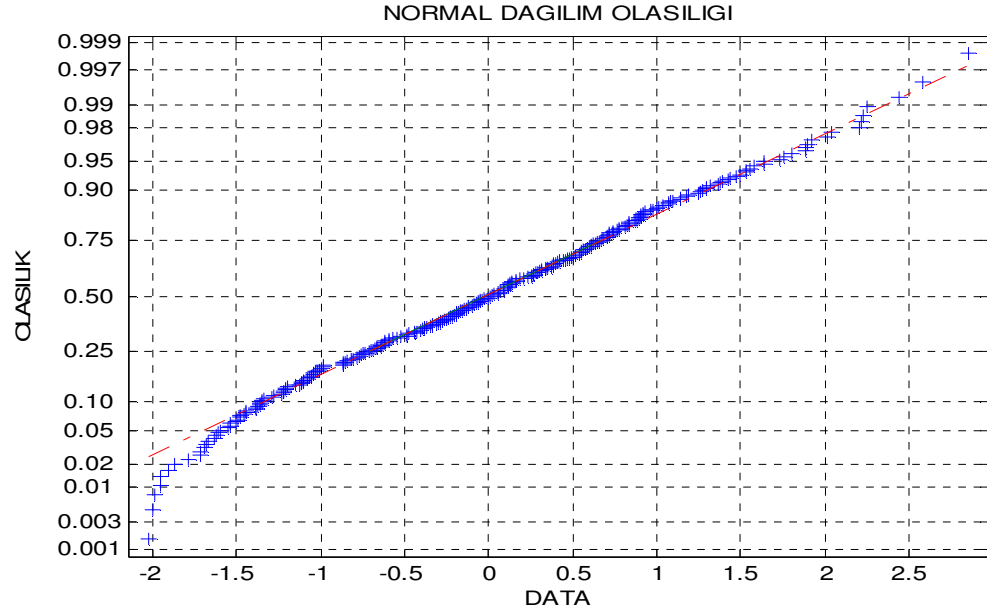
**Şekil 4.14.** 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



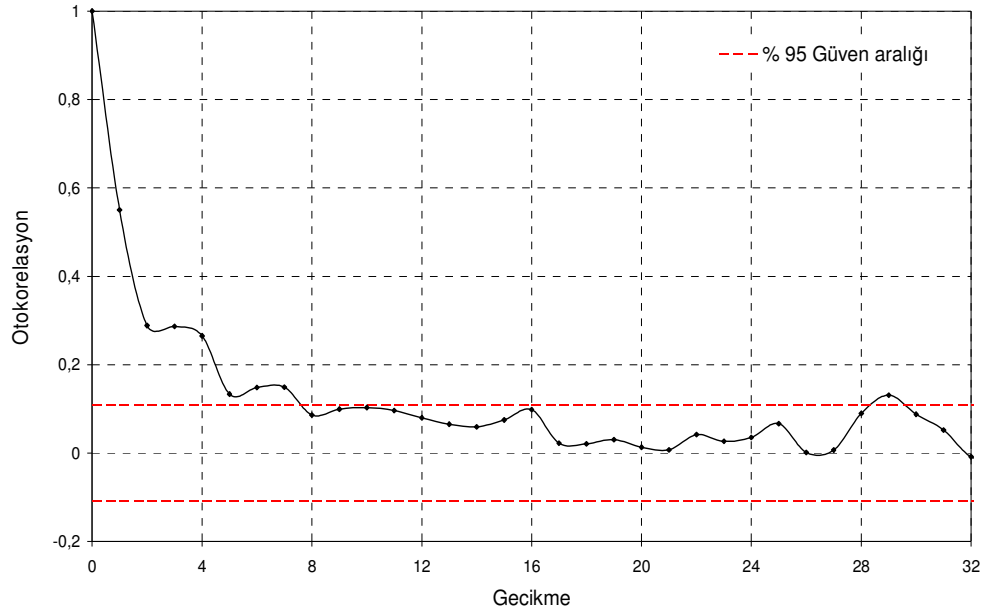
**Şekil 4.15.** 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



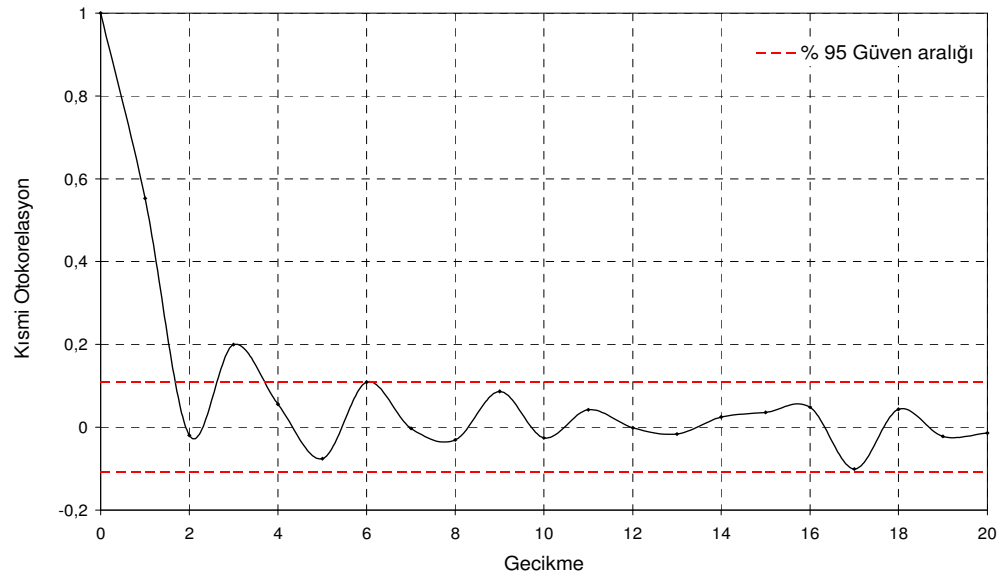
**Şekil 4.16.** 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



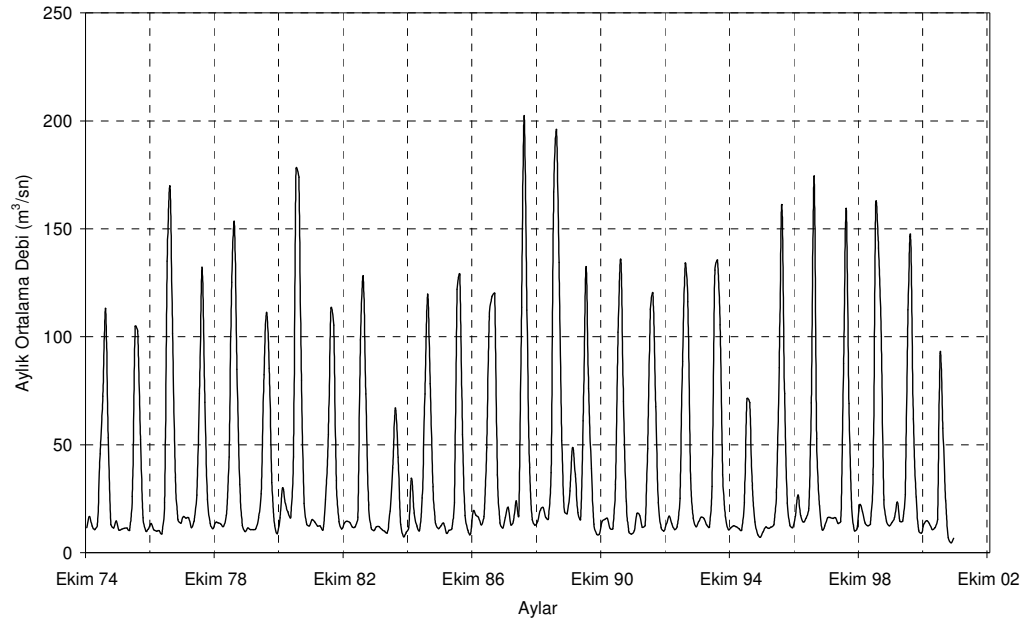
**Şekil 4.17.** 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



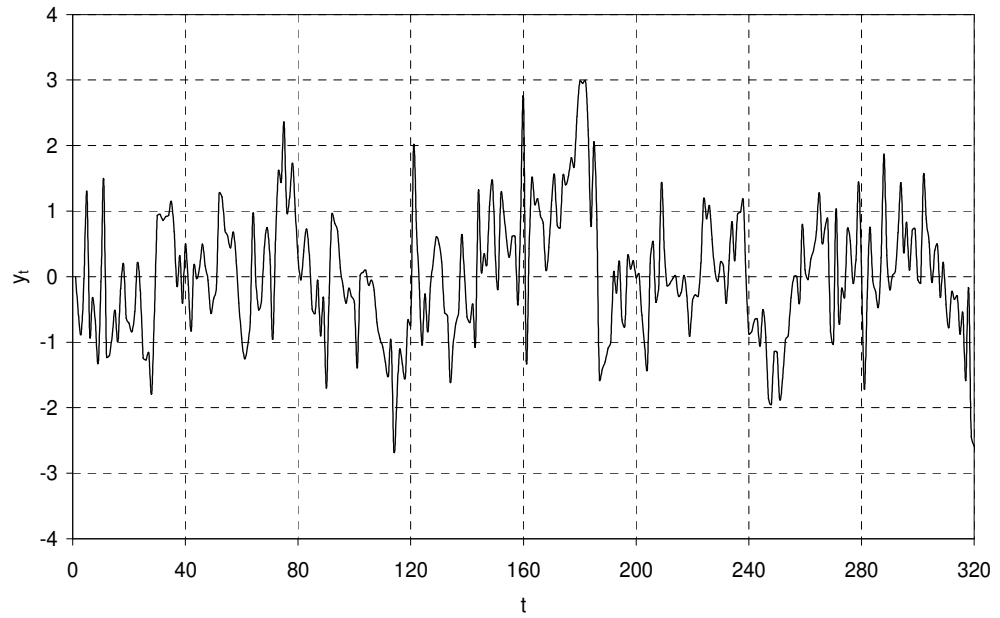
**Şekil 4.18.** 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



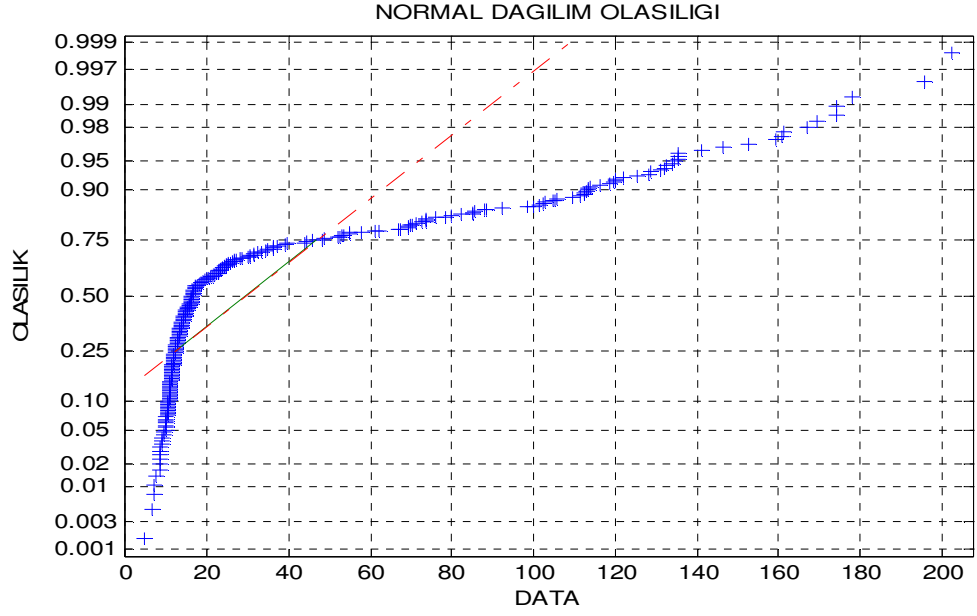
**Şekil 4.19.** 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu



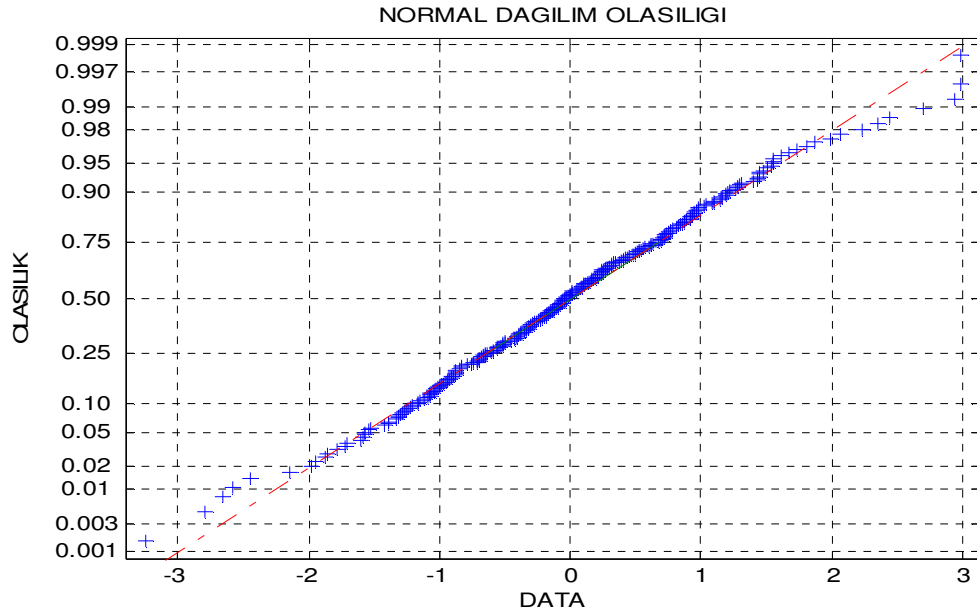
**Şekil 4.20.** 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



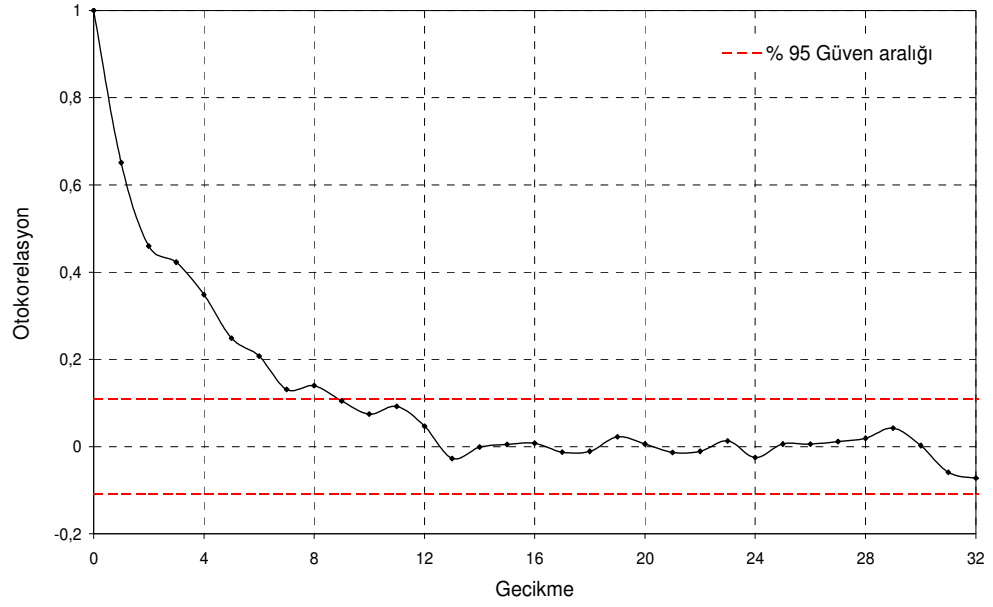
**Şekil 4.21.** 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



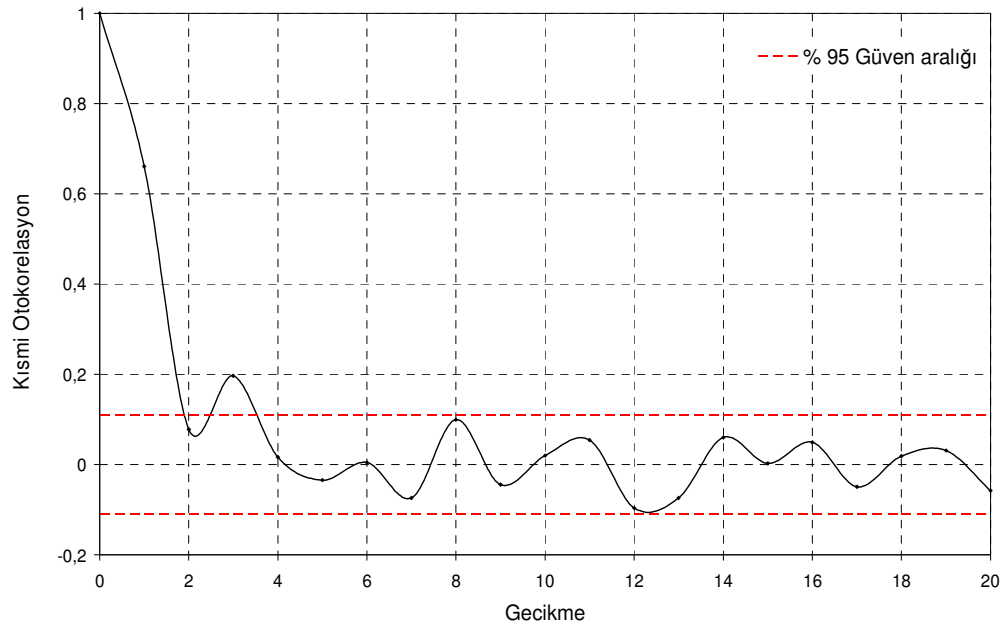
**Şekil 4.22.** 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



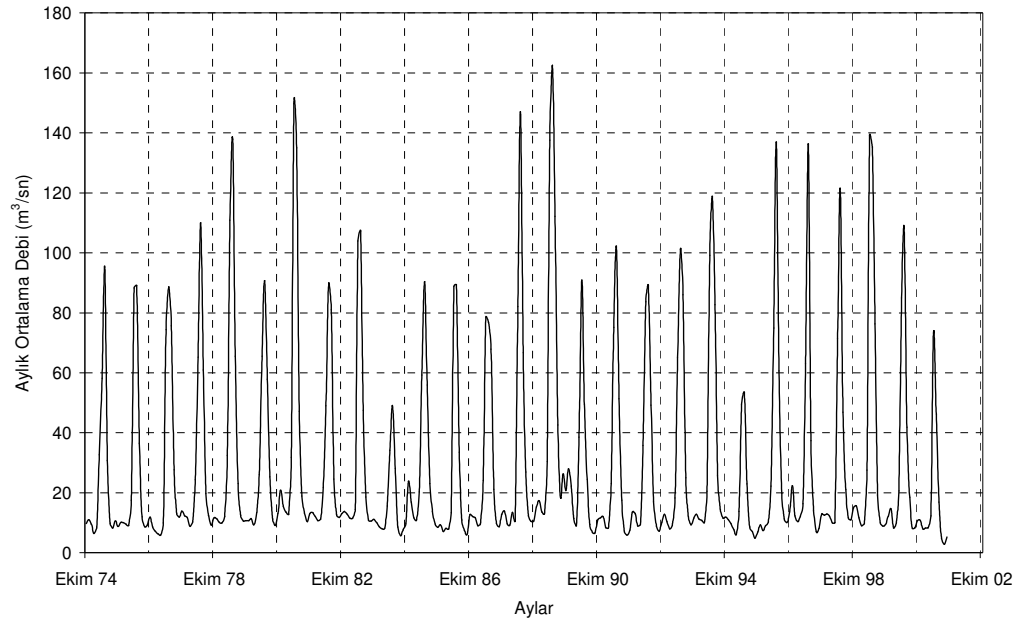
**Şekil 4.23.** 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



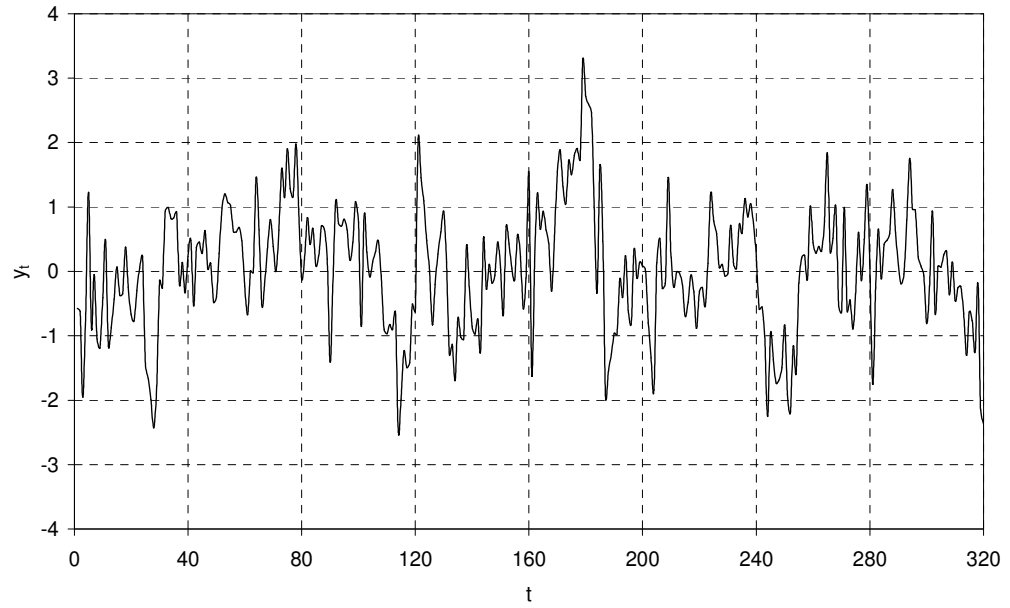
**Şekil 4.24.** 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



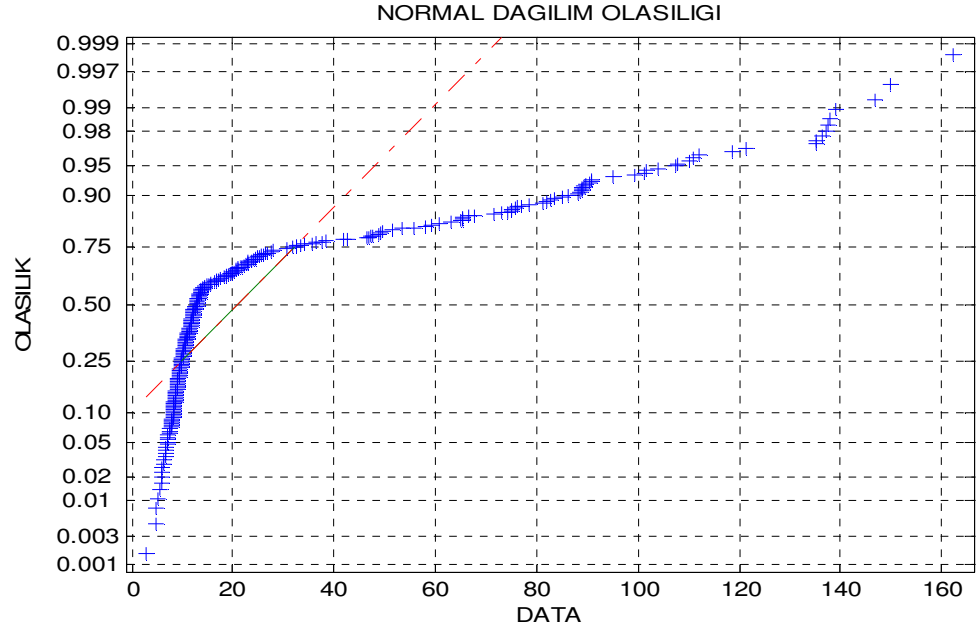
**Şekil 4.25.** 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu



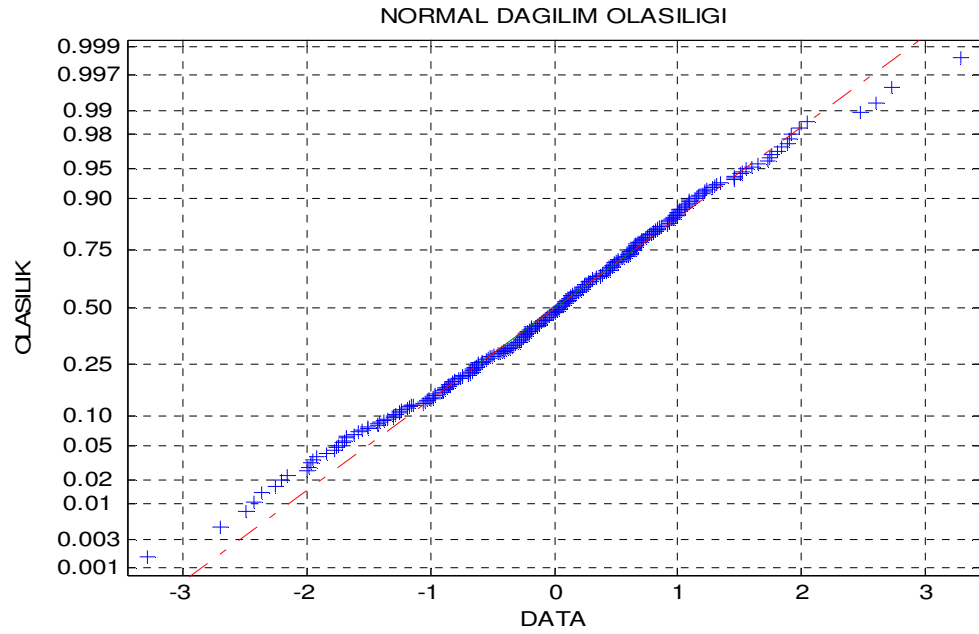
**Şekil 4.26.** 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



**Şekil 4.27.** 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler

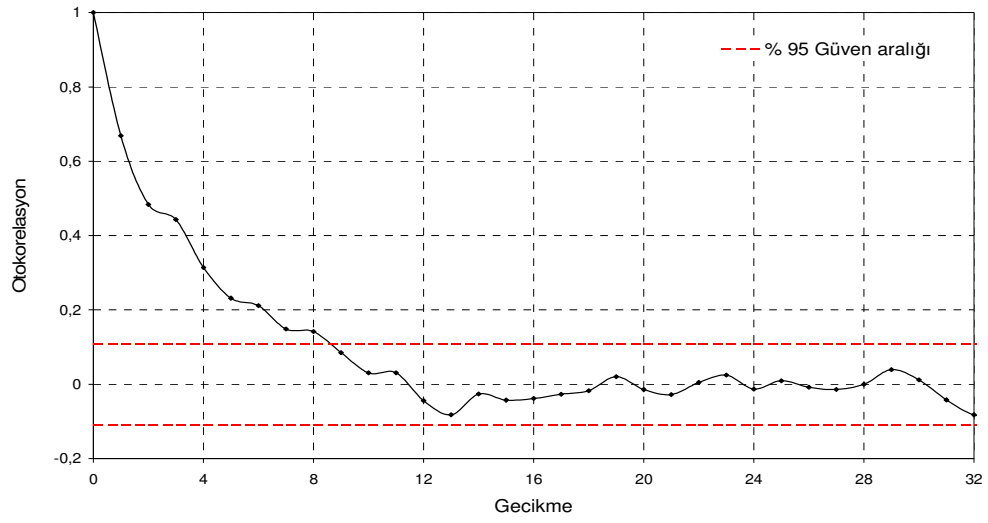


**Şekil 4.28.** 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği

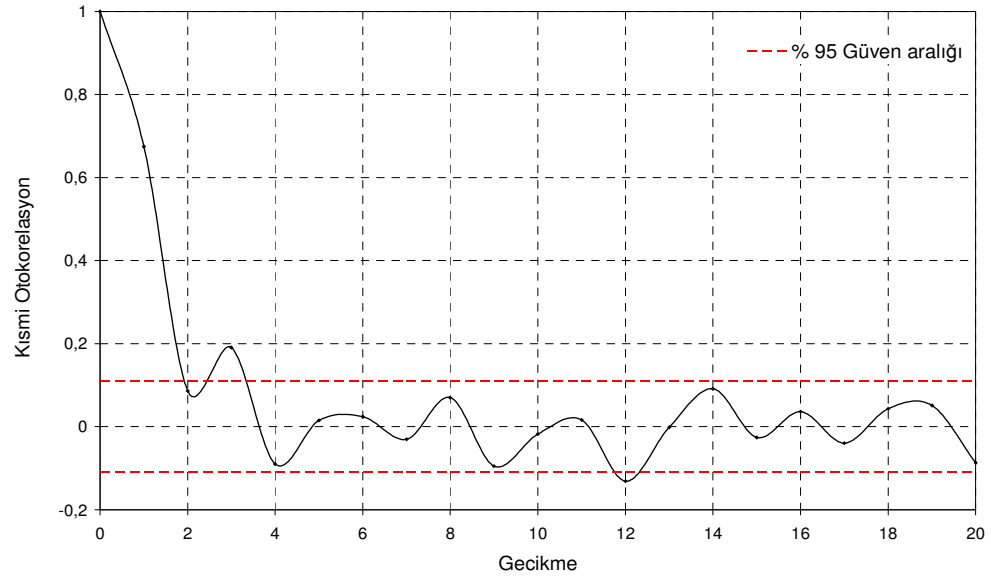


**Şekil 4.29.** 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği

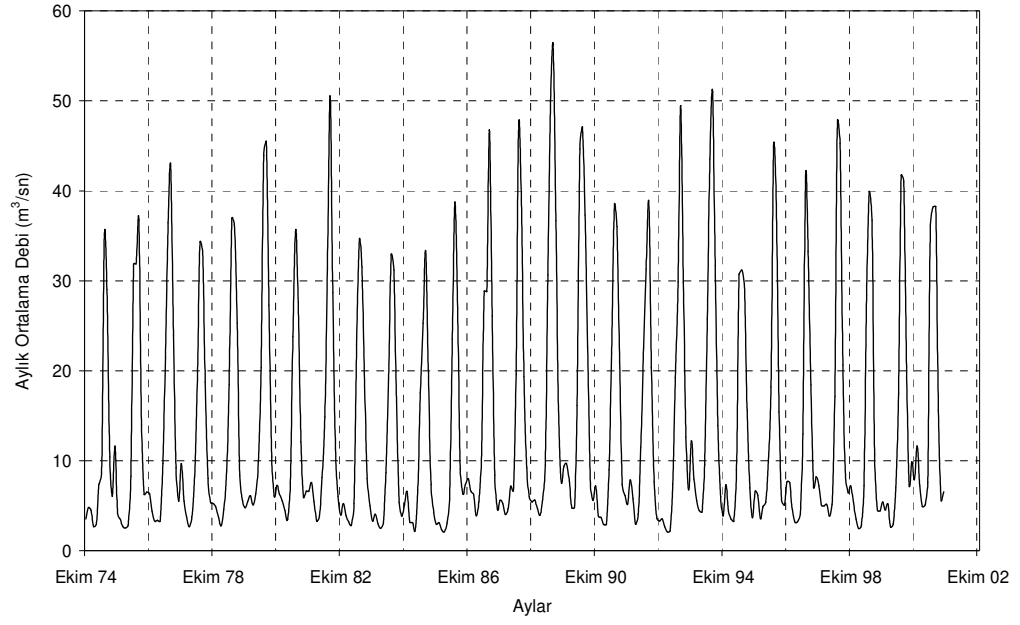




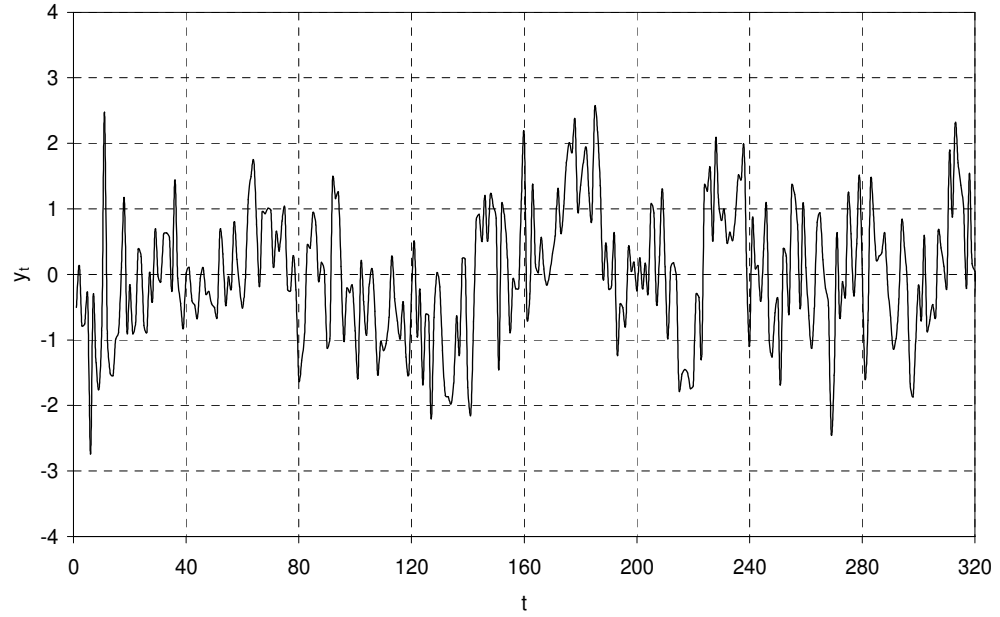
**Şekil 4.30.** 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



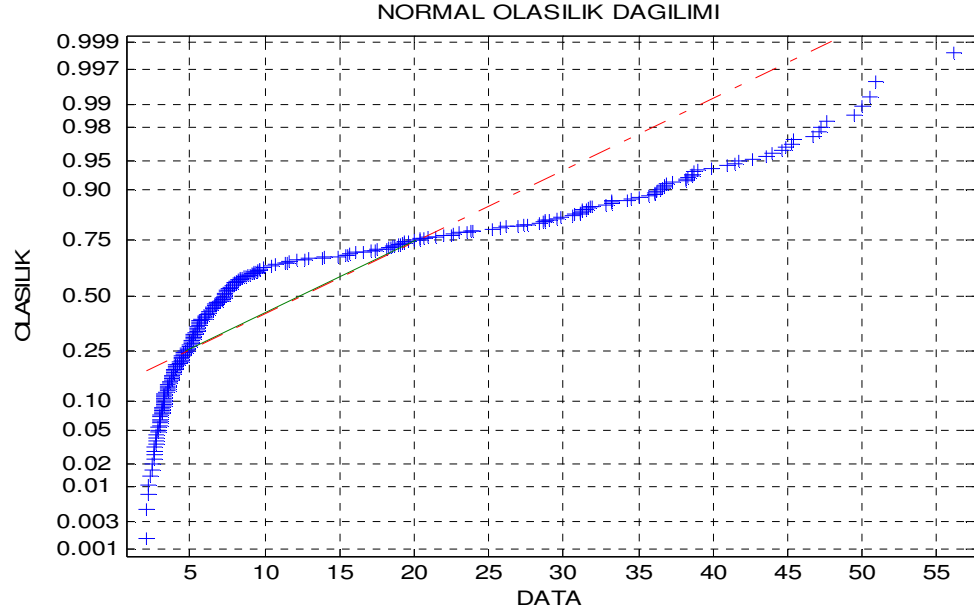
**Şekil 4.31.** 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu



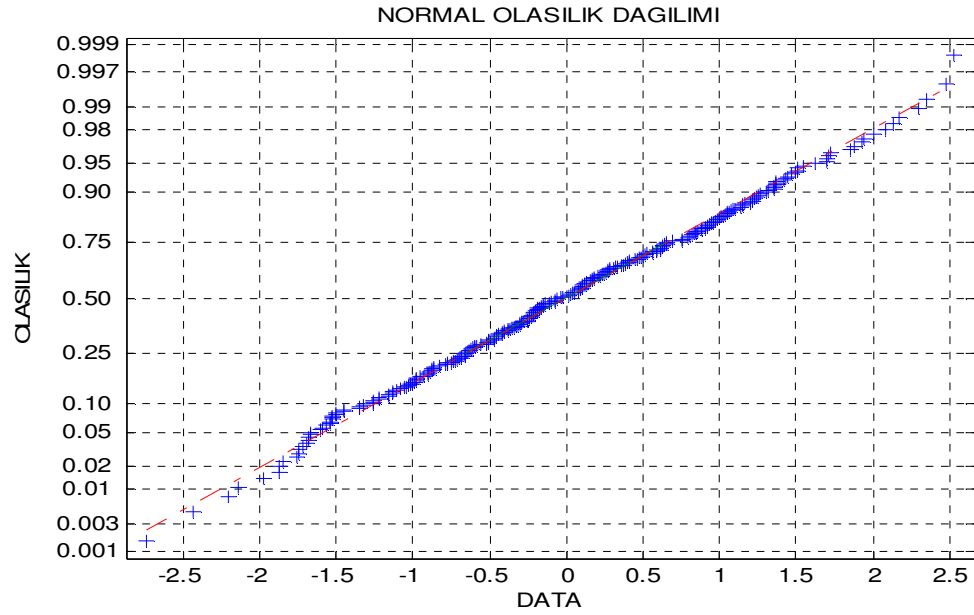
**Şekil 4.32.** 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



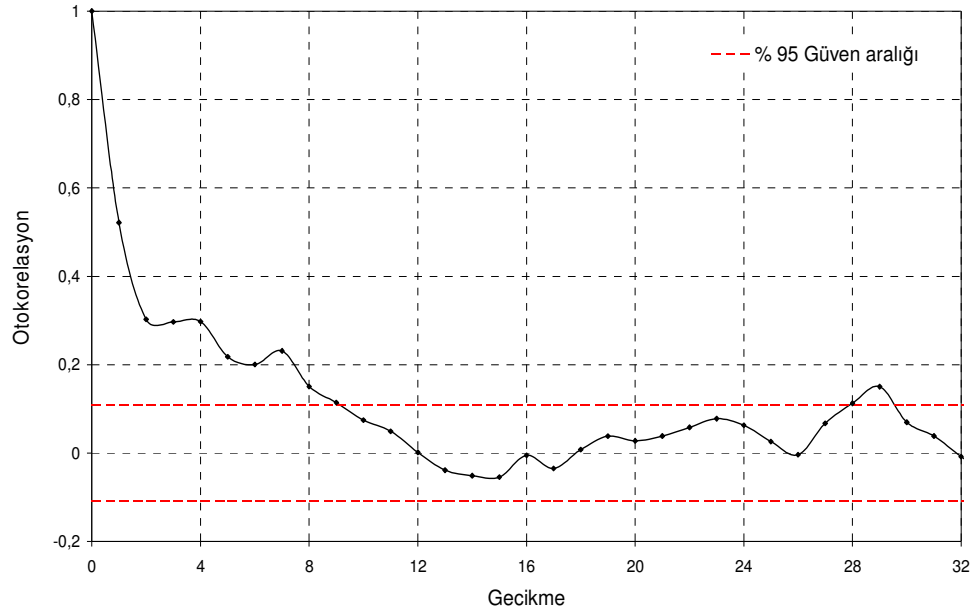
**Şekil 4.33.** 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



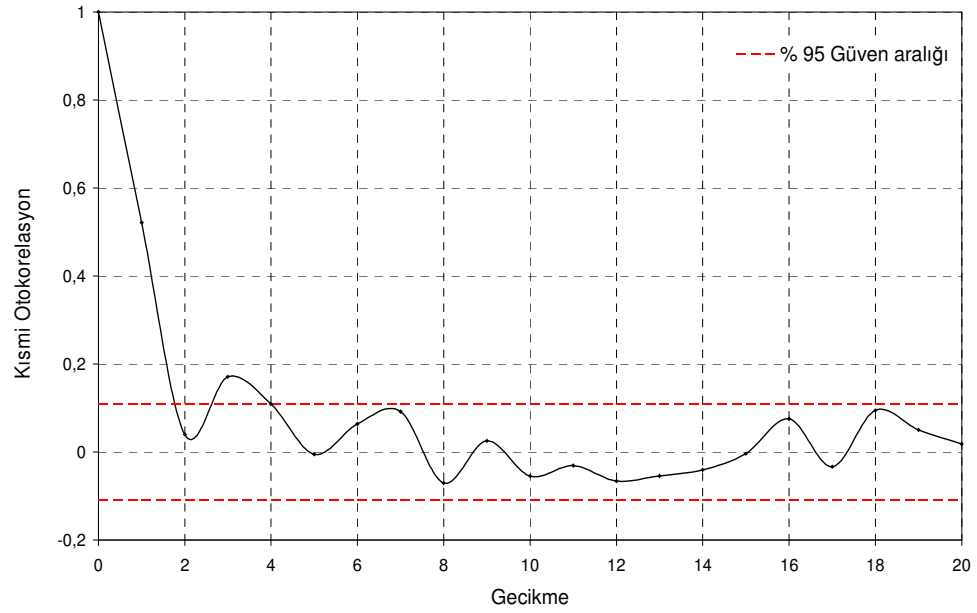
**Şekil 4.34.** 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



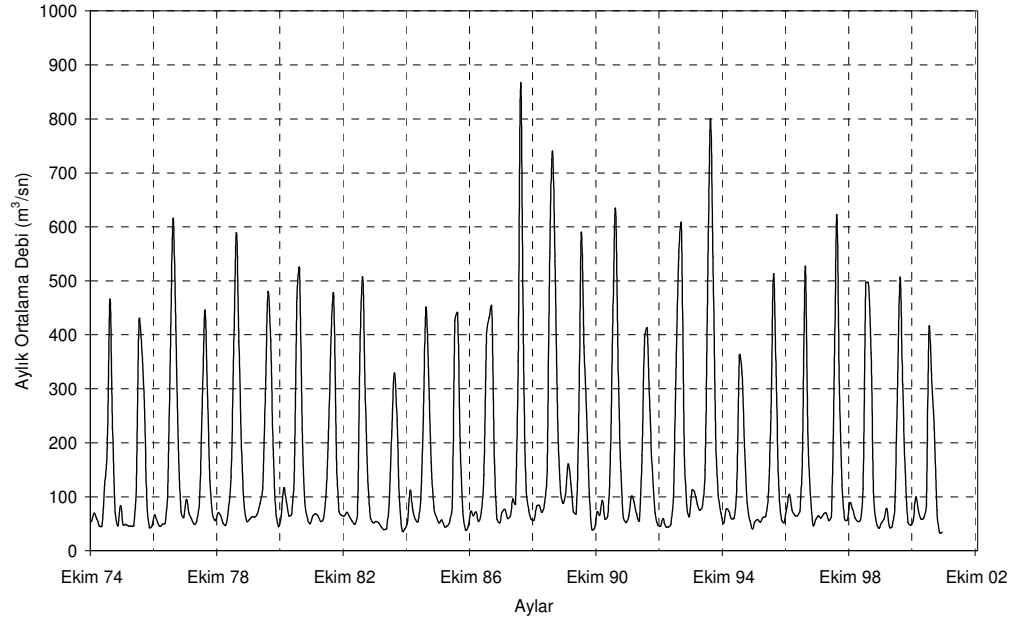
**Şekil 4.35.** 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



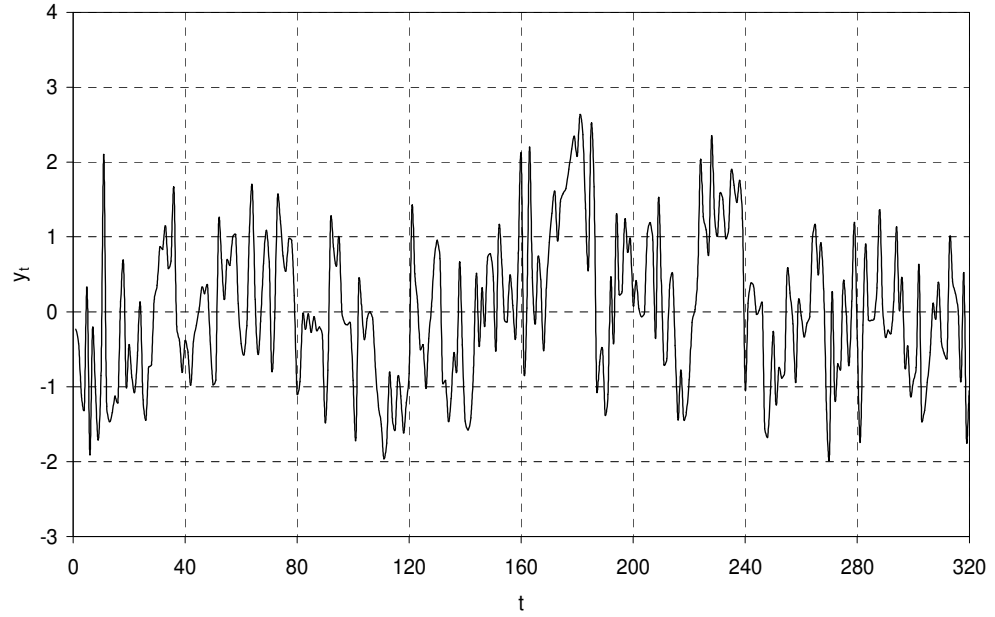
**Şekil 4.36.** 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



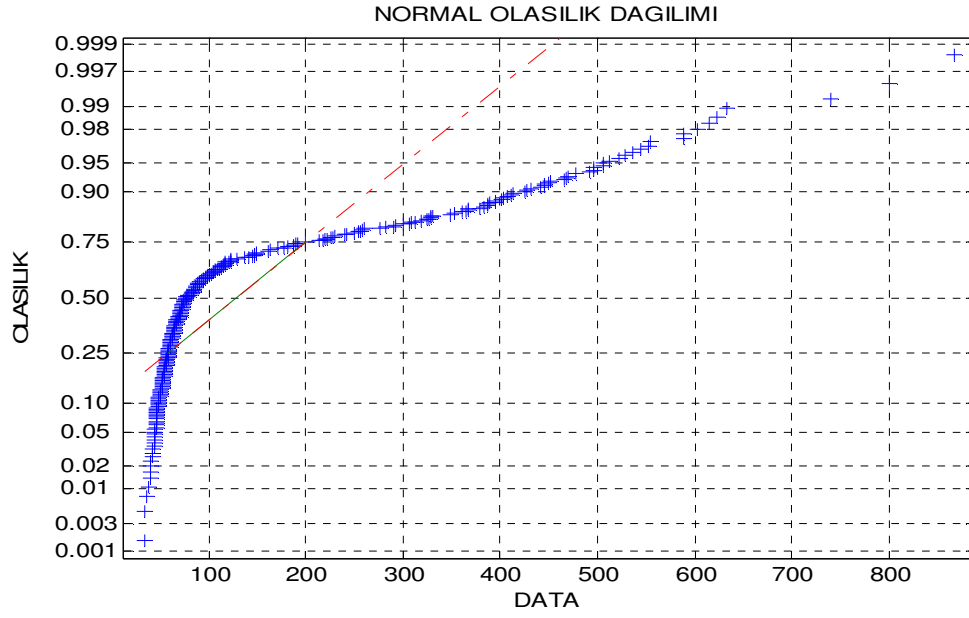
**Şekil 4.37.** 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu



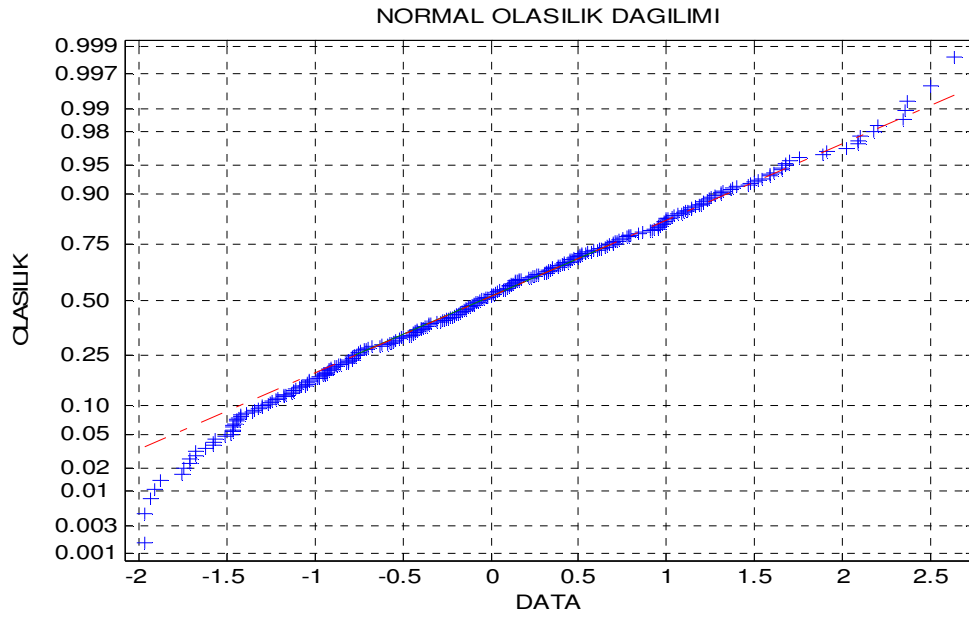
**Şekil 4.38.** 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



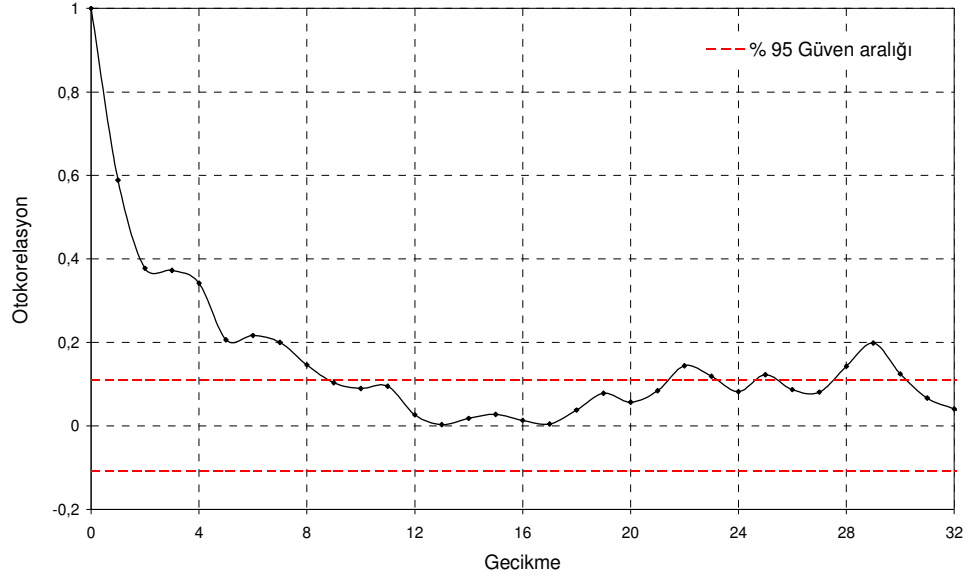
**Şekil 4.39.** 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



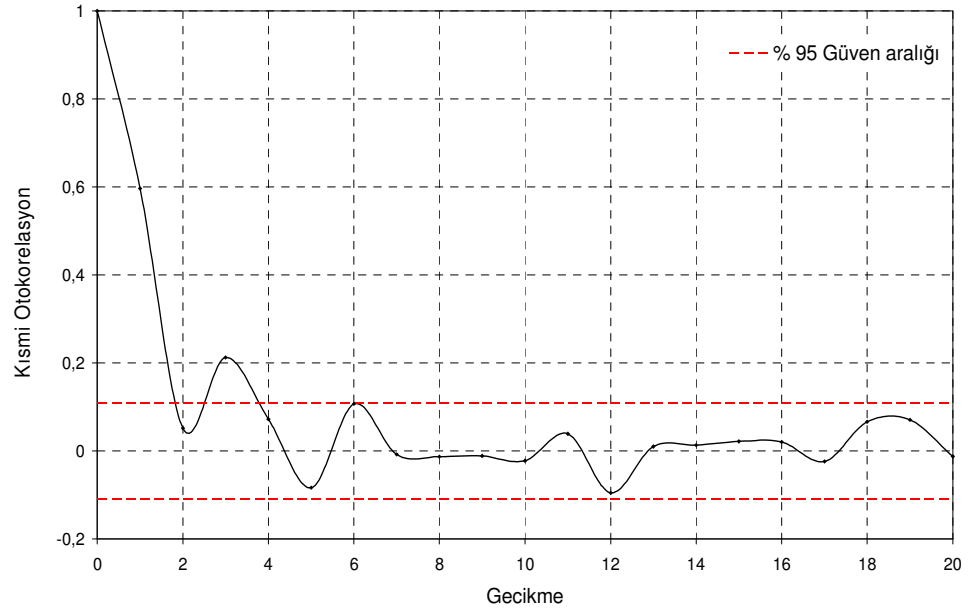
**Şekil 4.40.** 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



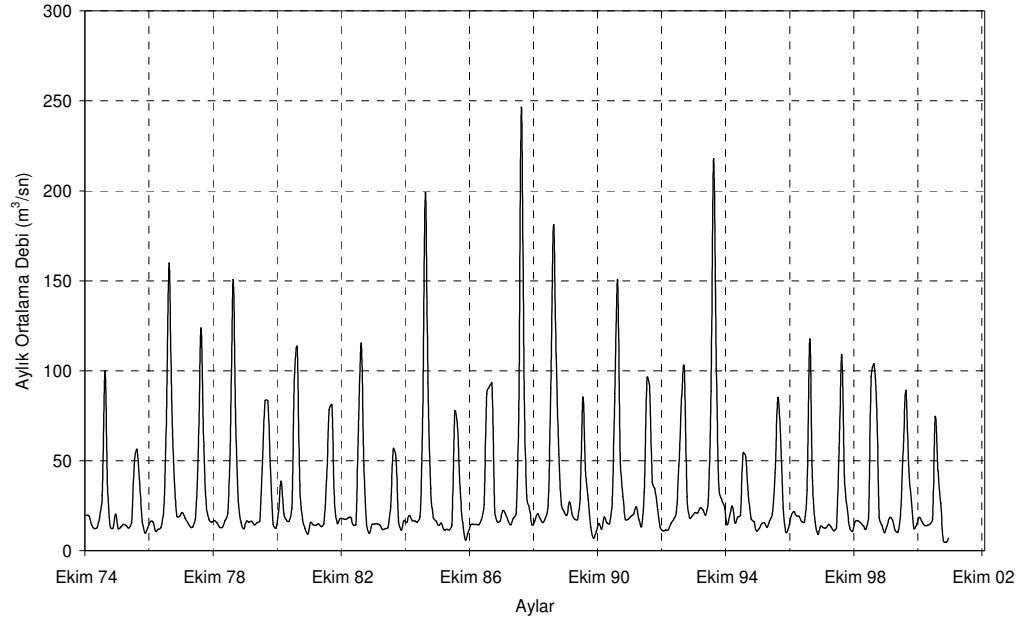
**Şekil 4.41.** 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



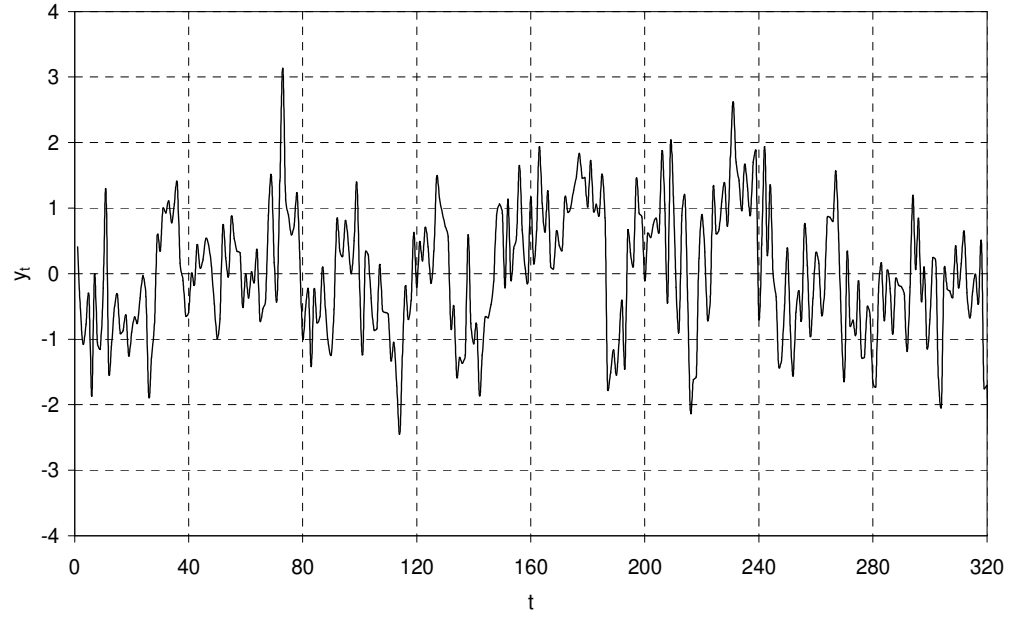
**Şekil 4.42.** 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



**Şekil 4.43.** 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu

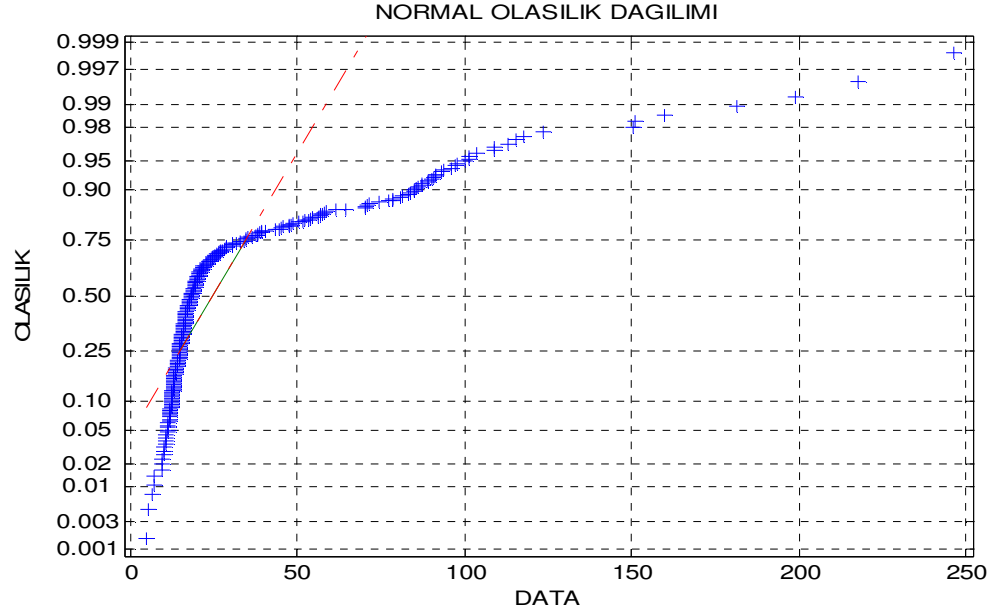


**Şekil 4.44.** 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler

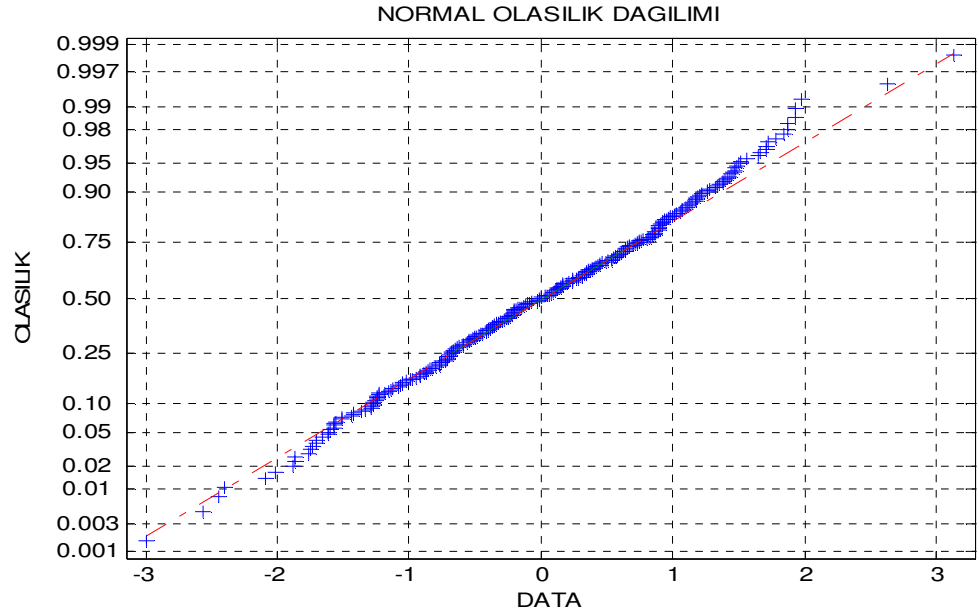


**Şekil 4.45.** 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler

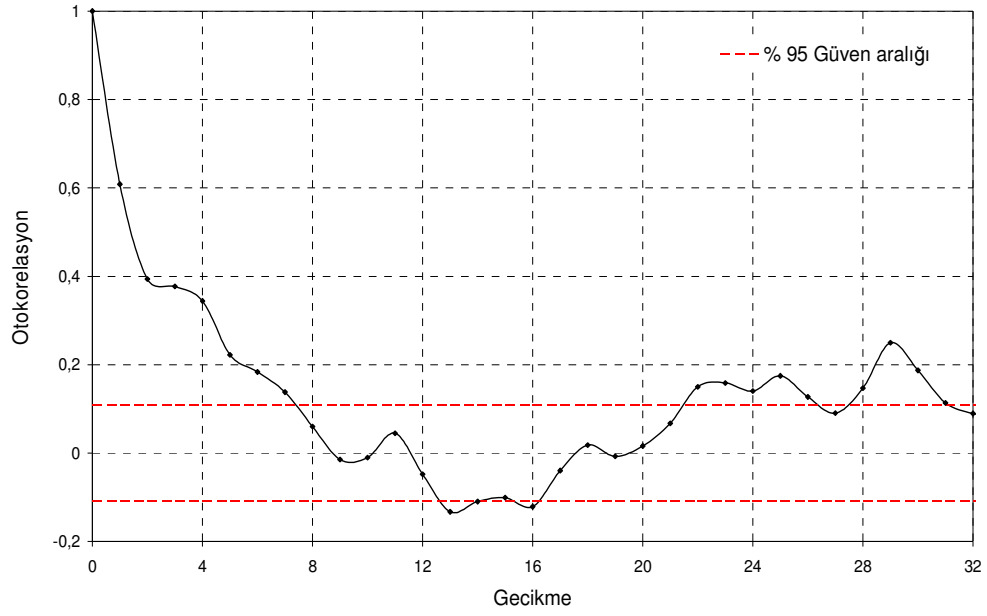




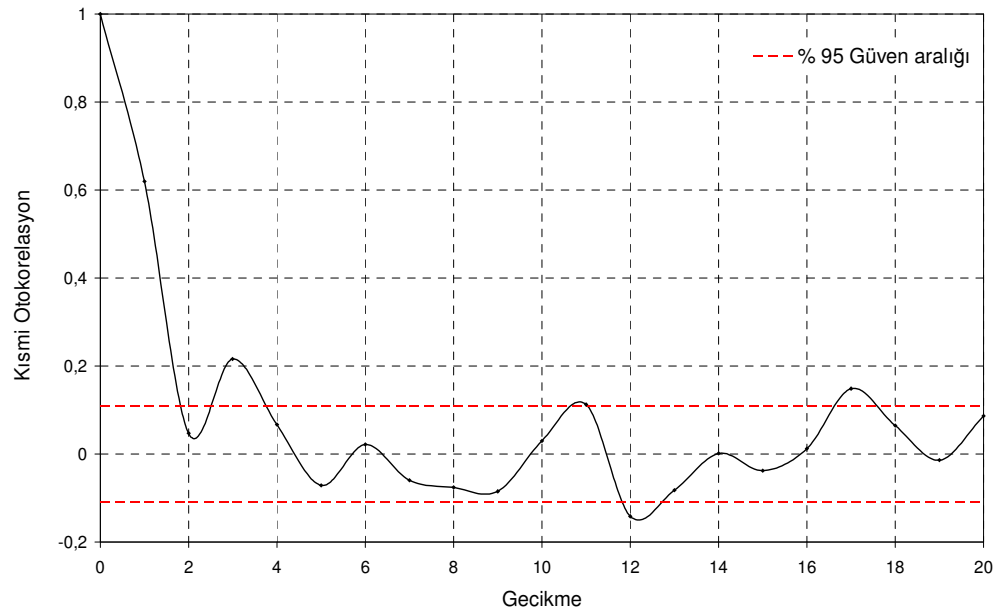
**Şekil 4.46.** 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



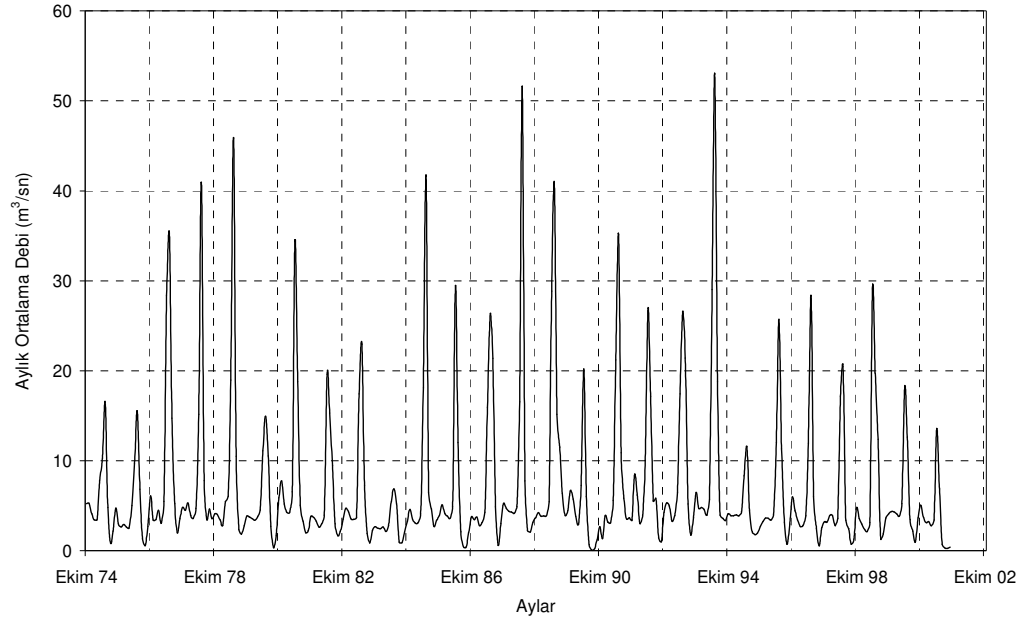
**Şekil 4.47.** 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



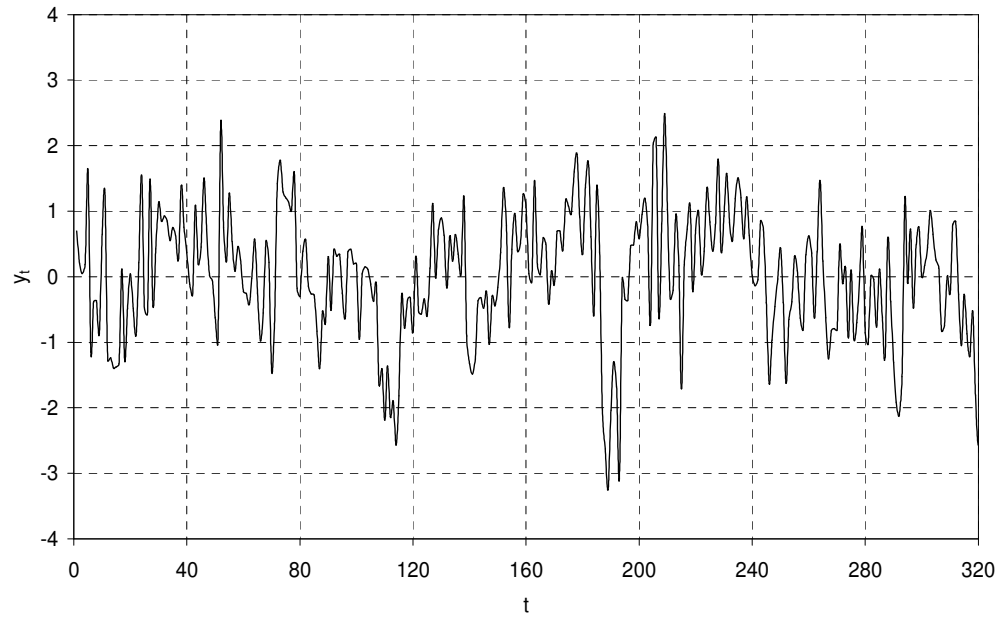
**Şekil 4.48.** 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



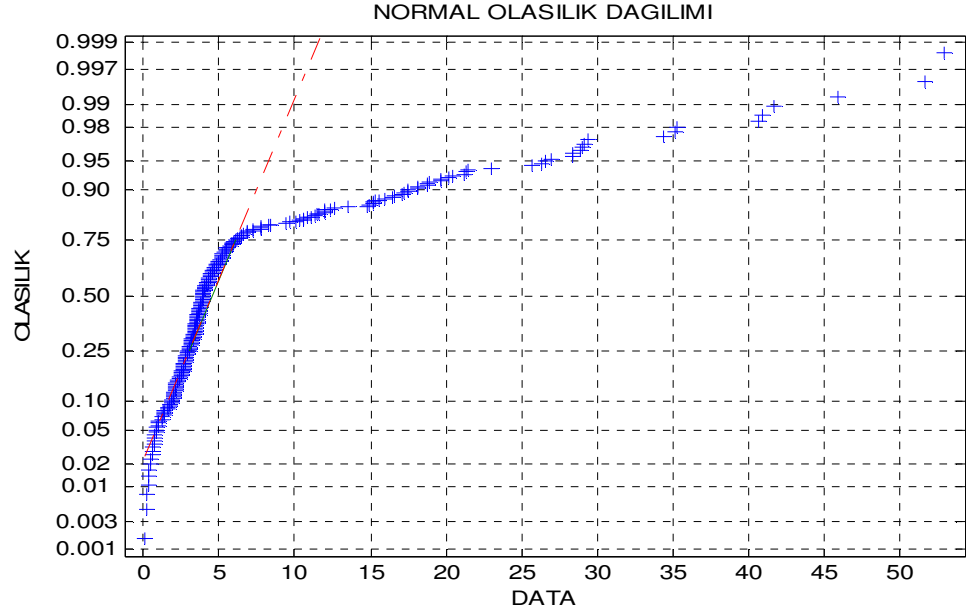
**Şekil 4.49.** 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu



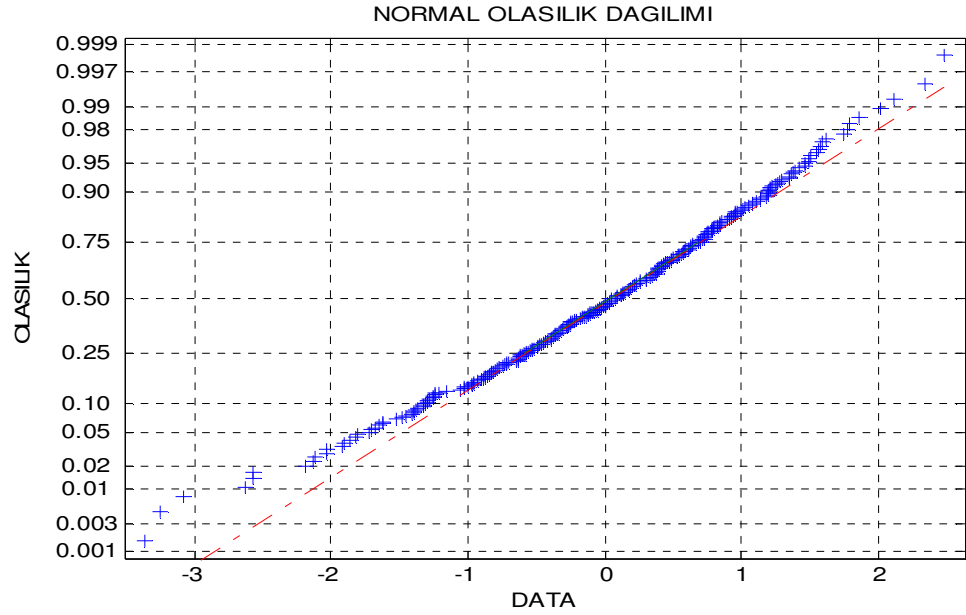
**Şekil 4.50.** 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debiler



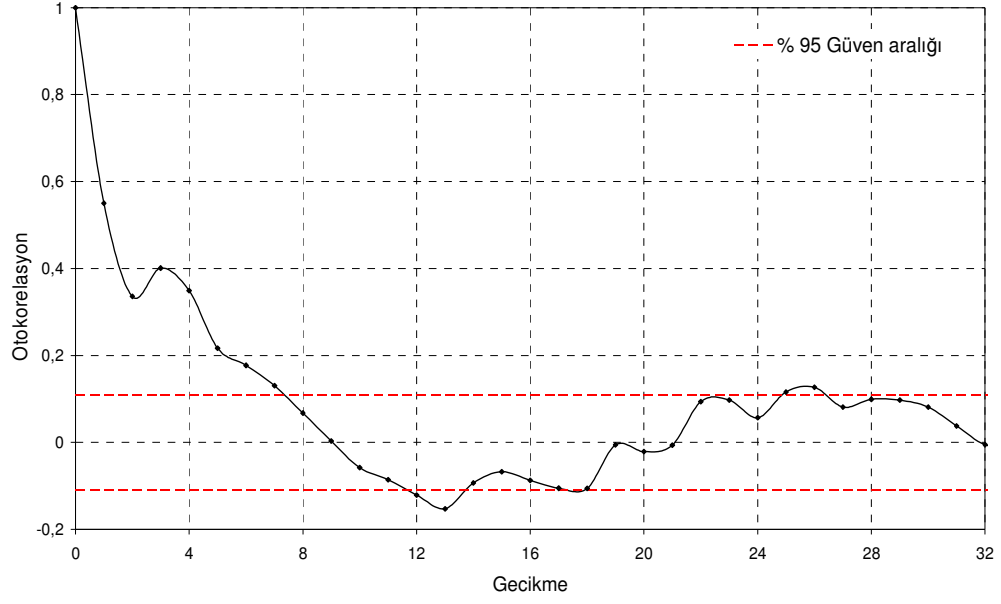
**Şekil 4.51.** 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve peryodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler



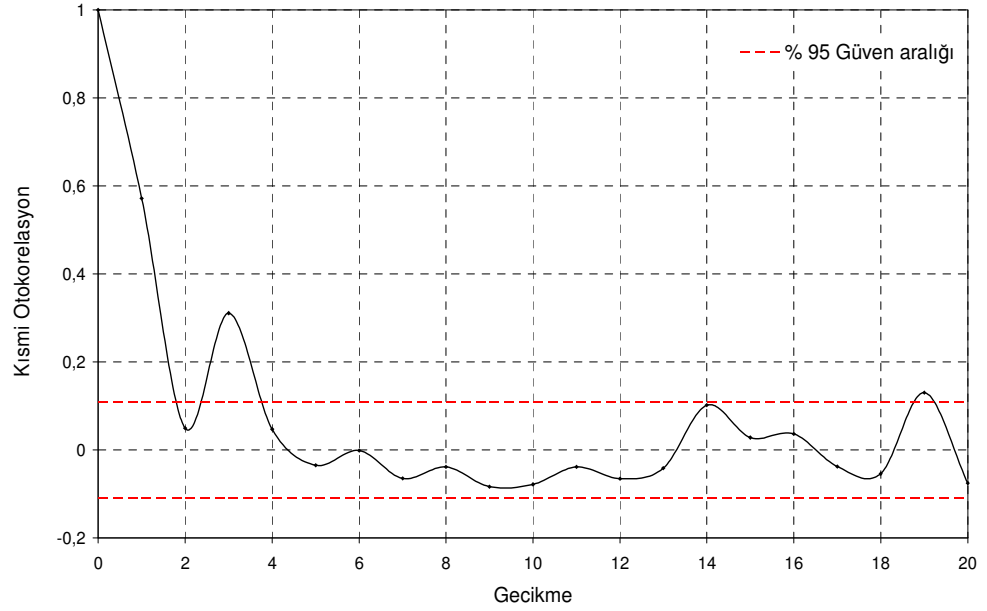
**Şekil 4.52.** 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



**Şekil 4.53.** 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin normal dağılım olasılık grafiği



**Şekil 4.54.** 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliğı giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı



**Şekil 4.55.** 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliğı giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu

#### 4.2.2. Model kurma işlemleri ve parametrelerin tahminleri

Bu bölümde Çoruh Havzası'ndaki 9 adet AGİ'nunda ortak gözlem yıllarındaki aylık akımları kullanarak akım serileri arasındaki karşılıklı bağımlılıkları da göz önüne alan çok değişkenli AR(p) ve ARMA(p,q) modelleri kurulacaktır. Modelleme işlemlerinde çok değişkenli modeller arasından sırasıyla AR(1), AR(2), ARMA(1,1) ve ARMA(1,2) modelleri kullanılmıştır.

##### 4.2.2.a Çok değişkenli AR(1) modeli ve parametrelerinin tahmini

Her bir istasyona ait akımların çok değişkenli AR(1) modelinin genel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\left. \begin{array}{l} y_t^{(1)} = a_{11}y_{t-1}^{(1)} + a_{12}y_{t-1}^{(2)} + \dots + a_{19}y_{t-1}^{(9)} + b_{11}\epsilon_t^{(1)} + \dots + b_{19}\epsilon_t^{(9)} \\ y_t^{(2)} = a_{21}y_{t-1}^{(1)} + a_{22}y_{t-1}^{(2)} + \dots + a_{29}y_{t-1}^{(9)} + b_{21}\epsilon_t^{(1)} + \dots + b_{29}\epsilon_t^{(9)} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ y_t^{(9)} = a_{91}y_{t-1}^{(1)} + a_{92}y_{t-1}^{(2)} + \dots + a_{99}y_{t-1}^{(9)} + b_{91}\epsilon_t^{(1)} + \dots + b_{99}\epsilon_t^{(9)} \end{array} \right\} \quad (4.2)$$

Bu denklemleri matris formunda yazarsak;

$$\begin{bmatrix} y_t^{(1)} \\ y_t^{(2)} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ y_t^{(9)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{19} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{91} & a_{92} & \dots & \dots & a_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{(t-1)}^{(1)} \\ y_{(t-1)}^{(2)} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ y_{(t-1)}^{(9)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & \dots & b_{19} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & \dots & b_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{91} & b_{92} & \dots & \dots & b_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_t^{(1)} \\ \epsilon_t^{(2)} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \epsilon_t^{(9)} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

şeklinde ifade edilir.

Yukarıdaki A matrisinin elemanlarının bulunmasında kullanılan sıfır ötelemeli  $M_0$  ve bir ötelemeli  $M_1$  korelasyon matrisleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır. Bu matrislerin elde edilmesinde aşağıdaki genel ifadesi kullanılmıştır.

$$M_k = \begin{bmatrix} r_k^{11} & r_k^{12} & \dots & \dots & \dots & r_k^{1n} \\ r_k^{21} & r_k^{22} & \dots & \dots & \dots & r_k^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_k^{n1} & r_k^{n2} & \dots & \dots & \dots & r_k^{nn} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$[M_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0,76 & 0,59 & 0,77 & 0,82 & 0,44 & 0,68 & 0,62 & 0,56 \\ 0,76 & 1 & 0,77 & 0,91 & 0,84 & 0,65 & 0,89 & 0,71 & 0,62 \\ 0,59 & 0,77 & 1 & 0,68 & 0,65 & 0,75 & 0,88 & 0,66 & 0,50 \\ 0,77 & 0,91 & 0,68 & 1 & 0,89 & 0,52 & 0,79 & 0,63 & 0,60 \\ 0,82 & 0,84 & 0,65 & 1 & 1 & 0,47 & 0,75 & 0,62 & 0,53 \\ 0,44 & 0,65 & 0,75 & 0,89 & 0,47 & 1 & 0,75 & 0,47 & 0,33 \\ 0,68 & 0,89 & 0,88 & 0,52 & 0,75 & 0,75 & 1 & 0,79 & 0,59 \\ 0,62 & 0,71 & 0,66 & 0,79 & 0,62 & 0,47 & 0,79 & 1 & 0,65 \\ 0,56 & 0,62 & 0,50 & 0,63 & 0,53 & 0,33 & 0,59 & 0,65 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$[M_1] = \begin{bmatrix} 0,61 & 0,50 & 0,37 & 0,49 & 0,53 & 0,22 & 0,43 & 0,38 & 0,36 \\ 0,52 & 0,67 & 0,47 & 0,60 & 0,58 & 0,37 & 0,57 & 0,50 & 0,38 \\ 0,41 & 0,52 & 0,55 & 0,43 & 0,43 & 0,46 & 0,56 & 0,41 & 0,22 \\ 0,54 & 0,62 & 0,40 & 0,66 & 0,61 & 0,28 & 0,50 & 0,42 & 0,37 \\ 0,56 & 0,56 & 0,39 & 0,58 & 0,67 & 0,24 & 0,47 & 0,41 & 0,32 \\ 0,24 & 0,38 & 0,37 & 0,27 & 0,26 & 0,52 & 0,44 & 0,31 & 0,09 \\ 0,45 & 0,56 & 0,48 & 0,48 & 0,47 & 0,41 & 0,59 & 0,48 & 0,29 \\ 0,48 & 0,50 & 0,45 & 0,45 & 0,45 & 0,28 & 0,54 & 0,62 & 0,40 \\ 0,43 & 0,45 & 0,34 & 0,43 & 0,37 & 0,22 & 0,43 & 0,48 & 0,56 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$A_1 = M_1 M_0^{-1}$  ve  $B B^T = M_0 - A_1 M_1^T$  eşitliği yardımıyla çok değişkenli AR(1) modelindeki A ve B matrislerinin elemanları hesaplanmıştır. Bu denklemlerden B matrisi için elde edilecek çözüm tek değerli değildir ancak bu matrisin alt üçgen olduğu kabul ederek çözüm belirlenebilmiştir (Bayazıt 1996).

Hesaplanan A ve B matrislerinin elemanları Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4’de verilmiştir.

**Çizelge 4.3.** Çok değişkenli AR(1) modelindeki  $A_1$  matrisinin elemanları

|   | 1     | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8    | 9     |
|---|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| 1 | 0,41  | 0,07 | 0,15  | 0,09  | 0,09  | -0,09 | -0,26 | 0,17 | 0,07  |
| 2 | -0,04 | 0,80 | 0,18  | 0,04  | -0,04 | -0,08 | -0,32 | 0,12 | 0,03  |
| 3 | 0,01  | 0,36 | 0,64  | -0,15 | 0,01  | -0,03 | -0,46 | 0,22 | 0,02  |
| 4 | -0,06 | 0,20 | 0,14  | 0,62  | 0,00  | -0,11 | -0,31 | 0,14 | 0,03  |
| 5 | -0,06 | 0,18 | 0,13  | 0,08  | 0,60  | -0,09 | -0,31 | 0,15 | -0,03 |
| 6 | -0,05 | 0,23 | 0,29  | -0,05 | -0,09 | 0,45  | -0,31 | 0,07 | 0,02  |
| 7 | -0,04 | 0,25 | 0,20  | -0,03 | -0,02 | -0,01 | 0,09  | 0,18 | 0,06  |
| 8 | -0,10 | 0,43 | 0,02  | -0,16 | 0,06  | 0,04  | -0,33 | 0,59 | 0,13  |
| 9 | 0,09  | 0,24 | -0,03 | 0,10  | -0,15 | -0,15 | -0,21 | 0,15 | 0,48  |



**Çizelge 4.4.** Çok değişkenli AR(1) modelindeki B matrisinin elemanları

|   | 1    | 2    | 3    | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    |
|---|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 1 | 0,76 | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 0,51 | 0,52 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 3 | 0,41 | 0,43 | 0,55 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 4 | 0,51 | 0,43 | 0,00 | 0,31  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 5 | 0,55 | 0,31 | 0,01 | 0,16  | 0,32  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 6 | 0,39 | 0,41 | 0,29 | -0,06 | -0,03 | 0,54  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 7 | 0,49 | 0,48 | 0,25 | -0,01 | 0,02  | 0,06  | 0,28 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | 0,40 | 0,28 | 0,14 | -0,03 | 0,05  | -0,07 | 0,27 | 0,50 | 0,00 |
| 9 | 0,36 | 0,30 | 0,06 | 0,01  | 0,00  | -0,04 | 0,09 | 0,18 | 0,62 |

#### 4.2.2.b. Çok değişkenli AR(2) modeli ve parametrelerinin tahmini

Her bir istasyona ait akımların çok değişkenli AR(2) modelinin genel ifadesi;

$$\left. \begin{aligned} y_t^{(1)} &= a_{11}y_{t-1}^{(1)} + a_{12}y_{t-1}^{(2)} + \dots + a_{19}y_{t-1}^{(9)} + c_{11}y_{t-2}^{(1)} + c_{12}y_{t-2}^{(2)} + \dots + c_{19}y_{t-2}^{(9)} + b_{11}\varepsilon_t^{(1)} + \dots + b_{19}\varepsilon_t^{(9)} \\ y_t^{(2)} &= a_{21}y_{t-1}^{(1)} + a_{22}y_{t-1}^{(2)} + \dots + a_{29}y_{t-1}^{(9)} + c_{21}y_{t-2}^{(1)} + c_{22}y_{t-2}^{(2)} + \dots + c_{29}y_{t-2}^{(9)} + b_{21}\varepsilon_t^{(1)} + \dots + b_{29}\varepsilon_t^{(9)} \\ &\vdots \\ y_t^{(9)} &= a_{91}y_{t-1}^{(1)} + a_{92}y_{t-1}^{(2)} + \dots + a_{99}y_{t-1}^{(9)} + c_{91}y_{t-2}^{(1)} + c_{92}y_{t-2}^{(2)} + \dots + c_{99}y_{t-2}^{(9)} + b_{91}\varepsilon_t^{(1)} + \dots + b_{99}\varepsilon_t^{(9)} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Bu ifadeyi matris formatında yazarsak;

$$\begin{bmatrix} y_t^{(1)} \\ y_t^{(2)} \\ \dots \\ y_t^{(9)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{19} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{91} & a_{92} & \dots & a_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1}^{(1)} \\ y_{t-1}^{(2)} \\ \dots \\ y_{t-1}^{(9)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{19} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{91} & c_{92} & \dots & c_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-2}^{(1)} \\ y_{t-2}^{(2)} \\ \dots \\ y_{t-2}^{(9)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{19} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{91} & b_{92} & \dots & b_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \dots \\ \varepsilon_t^{(9)} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

şeklinde olur.

AR(1) modelinde olduğu gibi denklem 4.4 yardımıyla  $M_2$  korelasyon matrisi aşığıdaki gibi hesaplanmıştır.  $M_0$  ve  $M_1$  matrisleri bir önceki bölümde hesaplandığı için bu bölümde tekrar verilmeyecektir.

$$[M_2] = \begin{bmatrix} 0,39 & 0,37 & 0,27 & 0,38 & 0,39 & 0,15 & 0,32 & 0,35 & 0,30 \\ 0,34 & 0,46 & 0,31 & 0,44 & 0,39 & 0,24 & 0,38 & 0,37 & 0,30 \\ 0,25 & 0,32 & 0,29 & 0,25 & 0,27 & 0,24 & 0,30 & 0,31 & 0,21 \\ 0,34 & 0,44 & 0,25 & 0,47 & 0,42 & 0,15 & 0,32 & 0,34 & 0,32 \\ 0,37 & 0,43 & 0,27 & 0,46 & 0,50 & 0,16 & 0,33 & 0,32 & 0,24 \\ 0,11 & 0,20 & 0,24 & 0,13 & 0,11 & 0,30 & 0,23 & 0,20 & 0,12 \\ 0,29 & 0,39 & 0,32 & 0,32 & 0,31 & 0,28 & 0,38 & 0,37 & 0,28 \\ 0,28 & 0,40 & 0,29 & 0,32 & 0,30 & 0,22 & 0,38 & 0,40 & 0,32 \\ 0,22 & 0,27 & 0,12 & 0,25 & 0,22 & 0,01 & 0,22 & 0,31 & 0,34 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Çok değişkenli AR(2) modelindeki  $A_1$ ,  $C_1$  ve  $B$  matrislerinin elemanları

$$A_1 = [M_1 - M_2 M_0^{-1} M_1^T] [M_0 - M_1 M_0^{-1} M_1^T]^{-1},$$

$$C_1 = [M_2 - M_1 M_0^{-1} M_1] [M_0 - M_1^T M_0^{-1} M_1]^{-1} \text{ ve } B B^T = M_0 - [A_1 M_1^T + C_1 M_2^T]$$

denklemleri yardımıyla bulunmuş ve Çizelge 4.5’de verilmiştir.

**Çizelge 4.5.** Çok değişkenli AR(2) modelindeki  $A_1$  matrisinin elemanları

|   | 1     | 2    | 3    | 4     | 5     | 6     | 7     | 8    | 9     |
|---|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| 1 | 0,41  | 0,10 | 0,19 | 0,14  | 0,08  | -0,07 | -0,41 | 0,20 | 0,09  |
| 2 | -0,02 | 0,92 | 0,32 | -0,01 | -0,06 | -0,09 | -0,50 | 0,10 | 0,06  |
| 3 | 0,02  | 0,35 | 0,77 | -0,06 | -0,05 | -0,07 | -0,59 | 0,20 | 0,06  |
| 4 | -0,02 | 0,22 | 0,23 | 0,56  | -0,04 | -0,08 | -0,37 | 0,12 | 0,03  |
| 5 | -0,03 | 0,23 | 0,25 | 0,06  | 0,52  | -0,07 | -0,46 | 0,19 | -0,01 |
| 6 | -0,05 | 0,30 | 0,40 | 0,00  | -0,10 | 0,38  | -0,43 | 0,02 | 0,06  |
| 7 | -0,04 | 0,25 | 0,33 | 0,02  | -0,01 | -0,02 | -0,08 | 0,17 | 0,09  |
| 8 | -0,11 | 0,25 | 0,11 | -0,02 | 0,10  | 0,12  | -0,59 | 0,64 | 0,18  |
| 9 | 0,12  | 0,22 | 0,07 | 0,15  | -0,11 | -0,03 | -0,50 | 0,13 | 0,50  |

**Çizelge 4.6.** Çok değişkenli AR(2) modelindeki  $C_1$  matrisinin elemanları

|   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7    | 8     | 9     |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| 1 | 0,01  | -0,07 | -0,06 | -0,06 | 0,02  | -0,01 | 0,25 | -0,04 | -0,05 |
| 2 | -0,03 | -0,22 | -0,29 | 0,13  | 0,01  | 0,07  | 0,35 | 0,04  | -0,07 |
| 3 | 0,00  | 0,01  | -0,27 | -0,13 | 0,09  | 0,11  | 0,27 | 0,01  | -0,08 |
| 4 | -0,08 | -0,02 | -0,21 | 0,09  | 0,08  | 0,02  | 0,14 | 0,03  | -0,02 |
| 5 | -0,05 | -0,14 | -0,23 | 0,08  | 0,11  | 0,01  | 0,33 | -0,08 | -0,04 |
| 6 | 0,00  | -0,13 | -0,26 | -0,06 | 0,02  | 0,16  | 0,22 | 0,09  | -0,04 |
| 7 | 0,03  | -0,03 | -0,27 | -0,07 | -0,02 | 0,07  | 0,35 | 0,00  | -0,07 |
| 8 | 0,04  | 0,20  | -0,16 | -0,22 | -0,07 | -0,13 | 0,57 | -0,14 | -0,08 |
| 9 | -0,10 | 0,05  | -0,20 | -0,14 | -0,02 | -0,17 | 0,54 | 0,04  | -0,05 |

**Çizelge 4.7.** Çok değişkenli AR(2) modelindeki B matrisinin elemanları

|   | 1    | 2    | 3    | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    |
|---|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 1 | 0,76 | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 0,50 | 0,51 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 3 | 0,40 | 0,43 | 0,54 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 4 | 0,51 | 0,42 | 0,00 | 0,30  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 5 | 0,55 | 0,30 | 0,01 | 0,15  | 0,31  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 6 | 0,38 | 0,40 | 0,29 | -0,05 | -0,02 | 0,54  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 7 | 0,48 | 0,47 | 0,24 | -0,01 | 0,03  | 0,06  | 0,28 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | 0,39 | 0,28 | 0,13 | -0,03 | 0,04  | -0,06 | 0,25 | 0,48 | 0,00 |
| 9 | 0,34 | 0,29 | 0,06 | 0,01  | 0,00  | -0,04 | 0,08 | 0,16 | 0,61 |

#### 4.2.2.c. Çok değişkenli ARMA(1,1) modeli ve parametrelerinin tahmini

Aylık akımların çok değişkenli ARMA(1,1) modeli kurulmasında önce her bir istasyona ait aylık akımların tek değişkenli ARMA(1,1) modeli kurulmuş ve her bir istasyon için  $\theta$  ve  $\Phi$  değerleri ile artık serilere ait standart sapma ( $\sigma_\varepsilon$ ) değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.8’de sunulmuştur

**Çizelge 4.8.** Tek değişkenli ARMA(1,1) modellerinin  $\theta$ ,  $\Phi$  ve  $\sigma_\varepsilon$  değerleri

| İstasyon No | $\Theta_1$ | $\Phi_1$ | $\sigma_\varepsilon$ |
|-------------|------------|----------|----------------------|
| 2304        | 0,771      | -0,156   | 0,778                |
| 2305        | 0,784      | -0,073   | 0,731                |
| 2315        | 0,604      | 0,010    | 0,820                |
| 2316        | 0,817      | -0,235   | 0,736                |
| 2320        | 0,789      | -0,180   | 0,723                |
| 2321        | 0,634      | -0,092   | 0,835                |
| 2322        | 0,808      | -0,219   | 0,792                |
| 2323        | 0,804      | -0,288   | 0,772                |
| 2325        | 0,821      | -0,382   | 0,804                |

Çok değişkenli ARMA(1,1) modelinin 9 istasyondaki aylık akımlar için genel ifade şekli aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned}
 y_{(t)}^1 &= \Theta_1 y_{(t-1)}^1 - \Phi_1 \varepsilon_{(t-1)}^1 + b_{11} \varepsilon_{(t)}^1 + b_{12} \varepsilon_{(t)}^2 \dots\dots\dots + b_{19} \varepsilon_{(t)}^9 \\
 y_{(t)}^2 &= \Theta_1 y_{(t-1)}^2 - \Phi_1 \varepsilon_{(t-1)}^2 + b_{21} \varepsilon_{(t)}^1 + b_{22} \varepsilon_{(t)}^2 \dots\dots\dots + b_{29} \varepsilon_{(t)}^9 \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 y_{(t)}^9 &= \Theta_1 y_{(t-1)}^9 - \Phi_1 \varepsilon_{(t-1)}^9 + b_{91} \varepsilon_{(t)}^1 + b_{92} \varepsilon_{(t)}^2 \dots\dots\dots + b_{99} \varepsilon_{(t)}^9
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

ARMA(1,1) modeliyle her bir istasyona ait  $\varepsilon_t^{(i)}$  ( $i=1, \dots$ ) artık seriler hesaplanmış ve yukarıdaki  $\sigma_\varepsilon$  değerleriyle çarpılarak standart  $\underline{\varepsilon}_t^{(i)}$  değerleri bulunmuştur. Bu standart serilere ait sıfır ötelemedeki çapraz korelasyon matrisi ( $M_0(\underline{\varepsilon}_t^{(i)})$ ) oluşturulmuştur.  $B^*B^T=(M_0(\underline{\varepsilon}_t^{(i)}))$  eşitliğinden hareketle B matrisi elde edilmiştir. Bu  $M_0$  korelasyon matrisi ile B matrisinin elemanları aşağıda verilmiştir.

$$[M_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0,69 & 0,50 & 0,70 & 0,76 & 0,48 & 0,62 & 0,51 & 0,44 \\ 0,69 & 1 & 0,73 & 0,90 & 0,83 & 0,68 & 0,87 & 0,60 & 0,57 \\ 0,50 & 0,73 & 1 & 0,66 & 0,62 & 0,72 & 0,84 & 0,58 & 0,49 \\ 0,70 & 0,90 & 0,66 & 1 & 0,87 & 0,60 & 0,79 & 0,55 & 0,54 \\ 0,76 & 0,83 & 0,62 & 0,87 & 1 & 0,55 & 0,75 & 0,56 & 0,53 \\ 0,48 & 0,68 & 0,72 & 0,60 & 0,55 & 1 & 0,75 & 0,43 & 0,39 \\ 0,62 & 0,87 & 0,84 & 0,79 & 0,75 & 0,75 & 1 & 0,71 & 0,56 \\ 0,51 & 0,60 & 0,58 & 0,55 & 0,56 & 0,43 & 0,71 & 1 & 0,53 \\ 0,44 & 0,57 & 0,49 & 0,54 & 0,53 & 0,39 & 0,56 & 0,53 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

**Çizelge 4.9.** Çok değişkenli ARMA(1,1) modelindeki B matrisinin elemanları

|   | 1    | 2    | 3    | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    |
|---|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 1 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 0,69 | 0,72 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 3 | 0,50 | 0,53 | 0,69 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 4 | 0,7  | 0,57 | 0,02 | 0,43  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 5 | 0,76 | 0,42 | 0,03 | 0,21  | 0,44  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 6 | 0,48 | 0,49 | 0,32 | -0,05 | -0,04 | 0,65  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 7 | 0,62 | 0,61 | 0,31 | 0,01  | 0,02  | 0,10  | 0,38 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | 0,51 | 0,34 | 0,22 | -0,01 | 0,07  | -0,07 | 0,33 | 0,68 | 0,00 |
| 9 | 0,44 | 0,37 | 0,11 | 0,03  | 0,02  | -0,05 | 0,07 | 0,19 | 0,78 |

#### 4.2.2.d. Çok değişkenli ARMA(1,2) modeli ve parametrelerinin tahmini

Çok değişkenli ARMA(1,1) modelindeki prosedüre benzer şekilde tek değişkenli olarak her bir istasyon için hesaplanan  $\theta$  ve  $\Phi$  parametrelerin değerleri ve  $\sigma_\varepsilon$  (artık serilerin standart sapması) değerleri Çizelge 4.10'da verilmiştir.

**Çizelge 4.10.** Tek değişkenli ARMA(1,2) modellerinin  $\theta$ ,  $\Phi$  ve  $\sigma_\varepsilon$  değerleri

| İstasyon No | $\Theta_1$ | $\Phi_1$ | $\Phi_2$ | $\sigma_\varepsilon$ |
|-------------|------------|----------|----------|----------------------|
| 2304        | 0,843      | -0,212   | -0,156   | 0,768                |
| 2305        | 0,899      | -0,209   | -0,197   | 0,718                |
| 2315        | 0,848      | -0,256   | -0,212   | 0,805                |
| 2316        | 0,868      | -0,229   | -0,161   | 0,728                |
| 2320        | 0,856      | -0,199   | -0,165   | 0,717                |
| 2321        | 0,905      | -0,359   | -0,247   | 0,822                |
| 2322        | 0,903      | -0,289   | -0,191   | 0,778                |
| 2323        | 0,879      | -0,292   | -0,168   | 0,760                |
| 2325        | 0,874      | -0,312   | 0,202    | 0,789                |

ARMA(1,1) modeline benzer şekilde ARMA(1,2) modelinin genel ifadesini yazarsak;

$$\begin{aligned}
 y_{(t)}^1 &= \Theta_1 y_{(t-1)}^1 - \Phi_1 \varepsilon_{(t-1)}^1 - \Phi_2 \varepsilon_{(t-2)}^1 + b_{11} \varepsilon_{(t)}^1 + b_{12} \varepsilon_{(t)}^2 \dots \dots \dots + b_{19} \varepsilon_{(t)}^9 \\
 y_{(t)}^2 &= \Theta_1 y_{(t-1)}^2 - \Phi_1 \varepsilon_{(t-1)}^2 - \Phi_2 \varepsilon_{(t-2)}^2 + b_{21} \varepsilon_{(t)}^1 + b_{22} \varepsilon_{(t)}^2 \dots \dots \dots + b_{29} \varepsilon_{(t)}^9 \\
 &\dots \dots \dots \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{(t)}^9 &= \Theta_1 y_{(t-1)}^9 - \Phi_1 \varepsilon_{(t-1)}^9 - \Phi_2 \varepsilon_{(t-2)}^9 + b_{91} \varepsilon_{(t)}^9 + b_{92} \varepsilon_{(t)}^9 \dots \dots \dots + b_{99} \varepsilon_{(t)}^9
 \end{aligned}$$

şeklinde olur. Yine aynı şekilde  $M_0$  korelasyon matrisi ve B matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$[M_o] = \begin{bmatrix} 1 & 0,68 & 0,50 & 0,69 & 0,75 & 0,50 & 0,61 & 0,50 & 0,41 \\ 0,68 & 1 & 0,72 & 0,90 & 0,83 & 0,68 & 0,87 & 0,60 & 0,56 \\ 0,50 & 0,72 & 1 & 0,66 & 0,62 & 0,72 & 0,85 & 0,59 & 0,49 \\ 0,69 & 0,90 & 0,66 & 1 & 0,87 & 0,59 & 0,78 & 0,55 & 0,53 \\ 0,75 & 0,83 & 0,62 & 0,87 & 1 & 0,54 & 0,74 & 0,56 & 0,50 \\ 0,50 & 0,68 & 0,72 & 0,59 & 0,54 & 1 & 0,75 & 0,43 & 0,39 \\ 0,61 & 0,87 & 0,85 & 0,78 & 0,74 & 0,75 & 1 & 0,71 & 0,55 \\ 0,50 & 0,60 & 0,59 & 0,55 & 0,56 & 0,43 & 0,71 & 1 & 0,52 \\ 0,41 & 0,56 & 0,49 & 0,53 & 0,50 & 0,39 & 0,55 & 0,52 & 1 \end{bmatrix}$$

**Çizelge 4.11.** Çok değişkenli ARMA(1,2) modelindeki B matrisinin elemanları

|   | 1    | 2    | 3    | 4     | 5     | 6     | 7    | 8    | 9    |
|---|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 1 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 0,68 | 0,73 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 3 | 0,50 | 0,52 | 0,69 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 4 | 0,69 | 0,59 | 0,02 | 0,42  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 5 | 0,75 | 0,44 | 0,02 | 0,21  | 0,45  | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 6 | 0,47 | 0,49 | 0,33 | -0,08 | -0,04 | 0,65  | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 7 | 0,61 | 0,62 | 0,32 | -0,01 | 0,02  | 0,09  | 0,37 | 0,00 | 0,00 |
| 8 | 0,50 | 0,36 | 0,22 | -0,02 | 0,05  | -0,07 | 0,33 | 0,67 | 0,00 |
| 9 | 0,42 | 0,37 | 0,12 | 0,04  | 0,01  | -0,05 | 0,07 | 0,19 | 0,79 |



#### 4.2.2.e En uygun modelin seçilmesi

Çalışma kapsamında denenen çok değişkenli AR(1), AR(2), ARMA(1,1) ve ARMA(1,2) modelleri arasından en uygun modeli seçme aşamasında Akaike Bilgi Kriterinden (AIC) yararlanılmıştır. Her bir model için AIC değerleri

$$AIC_{(m)} = \ln|\Sigma_u(m)| + 2 * K / T$$

eşitliği yardımıyla hesaplanmış ve aşağıda verilmiştir.

$$AR(1) \quad \Rightarrow \quad AIC = -13,582$$

$$AR(2) \quad \Rightarrow \quad AIC = -13,406$$

$$ARMA(1,1) \Rightarrow AIC = -13,263$$

$$ARMA(1,2) \Rightarrow AIC = -13,495$$

Her modele ait hesaplanan AIC değerlerinin karşılaştırılması sonucu AIC değeri en küçük olan modelin AR(1) olduğu görülmüştür. Bu nedenle AIC değeri en küçük olan AR(1) modeli en iyi model olarak seçilmiştir. Bundan sonraki bölümde AR(1) modelinin uygunluğu test edilecektir.

### 4.2.3. Çok değişkenli AR(1) modelinin uygunluğunun kontrolü

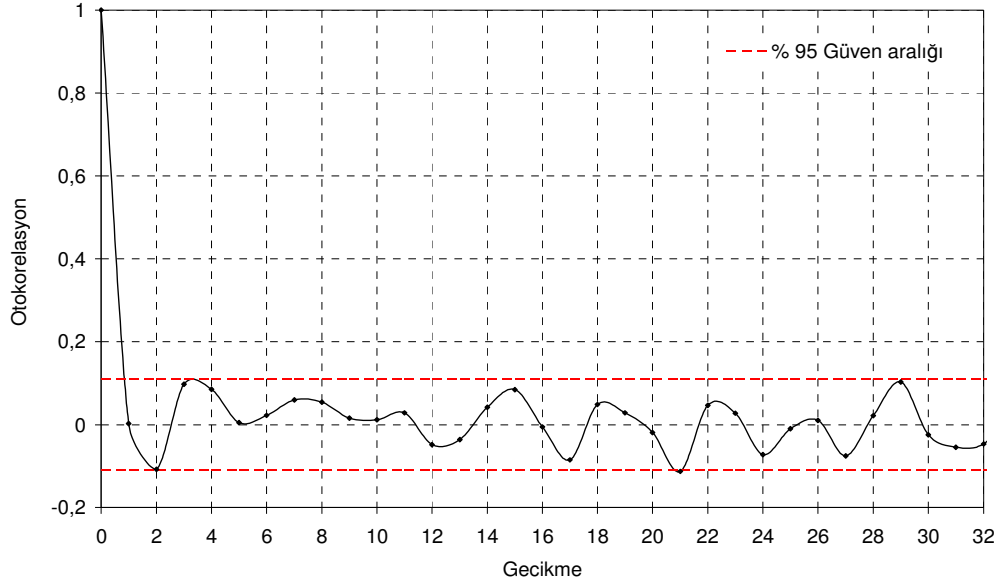
#### Kontrol (1). Artık serilerin içsel bağımlılığının ve uzaysal bağımlılığının kontrolü

Çok değişkenli AR(1) modelinin uygunluğunun kontrolünde her bir istasyon için artık seriler  $\underline{\varepsilon}_t = \bar{B}^{-1}(Z_t - \bar{A}_{1,\tau}Z_{t-1})$  denklemi yardımıyla hesaplanmış, artık serilerin uzaysal bağımlılığının ve içsel bağımlılığının olup olmadığının kontrolü yapılmıştır. Uzaysal bağımlılık kontrolü için ilk olarak çok değişkenli AR(1) modeli için bulunan artık serilerin sıfır ötelemedeki çapraz korelasyon matrisleri hesaplanmış ve aşağıdaki Çizelge 4.12’de gösterilmiştir. Bu matrislerdeki birden farklı elemanların, sıfıra gerçekten çok yakın oldukları görölmektedir ve bu değerler istatistiksel açıdan önemli olmadıklarından artık terimlerin uzaysal bağımlılığının olmadığı görölmüştür

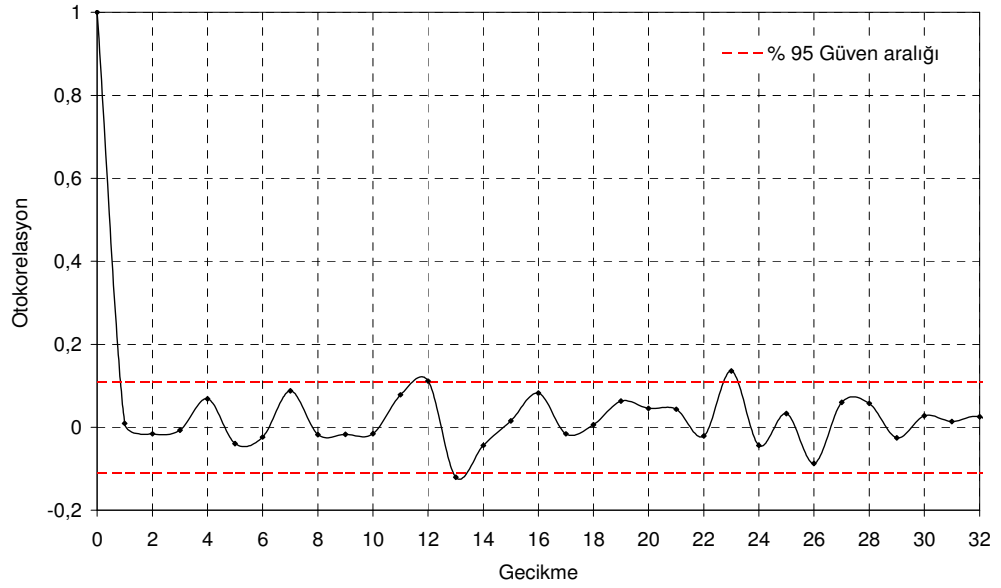
**Çizelge 4.12.** Çok değişkenli AR(1) modelinin artık serilerinin çapraz korelasyon matrisi

|   | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 1,000  | -0,001 | 0,000  | -0,002 | 0,001  | 0,005  | -0,004 | 0,005  | -0,002 |
| 2 | -0,001 | 1,000  | -0,002 | 0,000  | -0,002 | 0,000  | 0,001  | 0,005  | 0,001  |
| 3 | 0,000  | -0,002 | 1,000  | -0,010 | -0,002 | -0,008 | 0,002  | 0,013  | 0,006  |
| 4 | -0,002 | 0,000  | -0,010 | 1,000  | 0,001  | -0,005 | -0,007 | 0,014  | 0,002  |
| 5 | 0,001  | -0,002 | -0,002 | 0,001  | 1,000  | -0,004 | 0,001  | 0,001  | 0,000  |
| 6 | 0,005  | 0,000  | -0,008 | -0,005 | -0,004 | 1,000  | 0,006  | 0,012  | 0,011  |
| 7 | -0,004 | 0,001  | 0,002  | -0,007 | 0,001  | 0,006  | 1,000  | 0,001  | -0,005 |
| 8 | 0,005  | 0,005  | 0,013  | 0,014  | 0,001  | 0,012  | 0,001  | 1,000  | -0,008 |
| 9 | -0,002 | 0,001  | 0,006  | 0,002  | 0,000  | 0,011  | -0,005 | -0,008 | 1,000  |

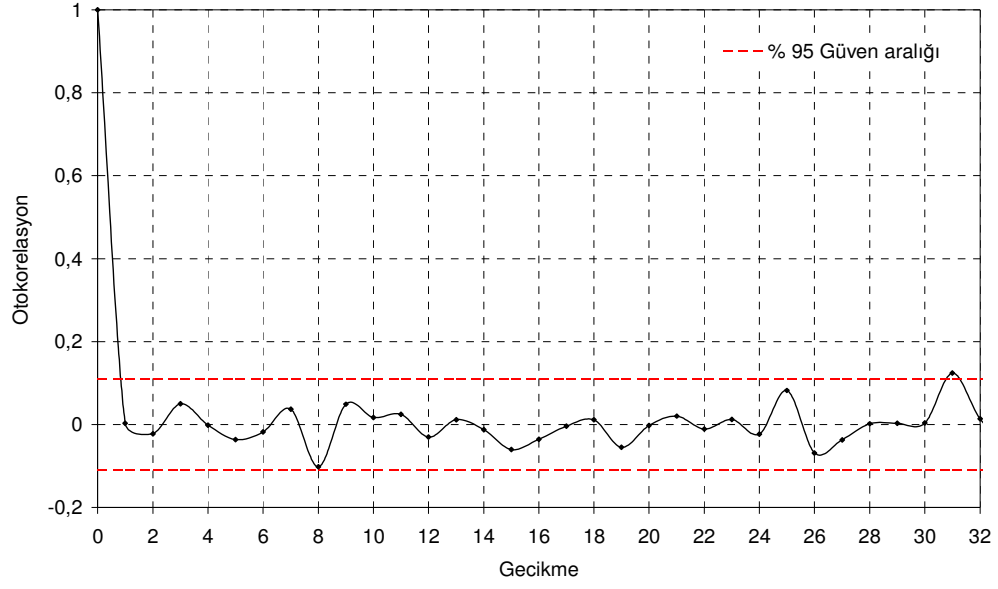
Çok değişkenli AR(1) modeli için hesaplanan artık serilerin içsel bağımlılık kontrolünde ise artık serilere ait (her bir istasyon için) otokorelasyon katsayıları ve bu değerlere ait güven aralıkları da hesaplanarak bu modelin artık terimlerinin korelogramları aşağıda Şekil 4.56-4.64 de verilmiştir. Bu şekillerden de görüldüğü üzere artık serilerin otokorelasyon katsayıları belli bir gecikmeden sonra güven aralığı içine girmektedir, bu da çok değişkenli AR(1) modeli için artık serilerin içsel bağımlılığının da olmadığını göstermektedir.



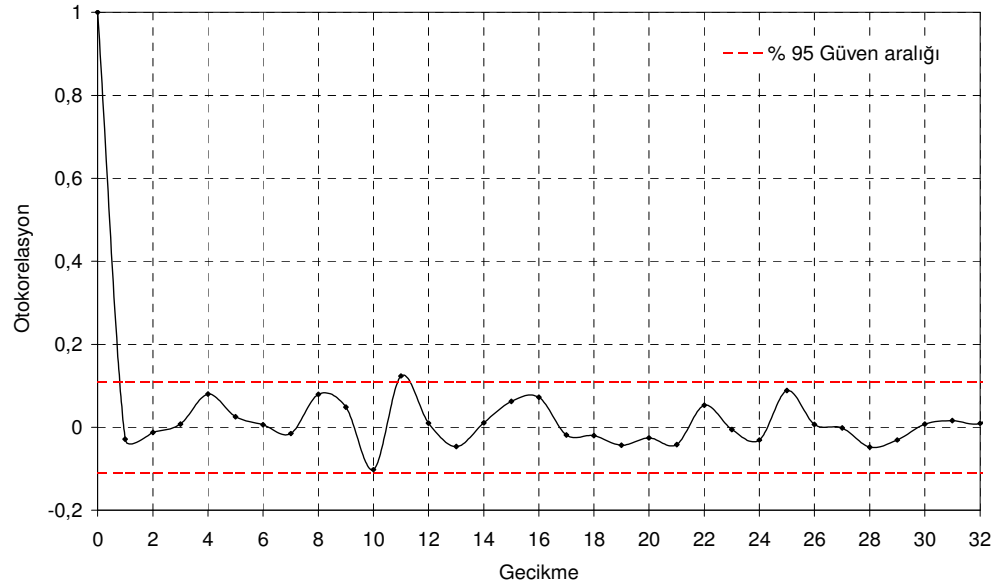
**Şekil 4.56.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2304 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



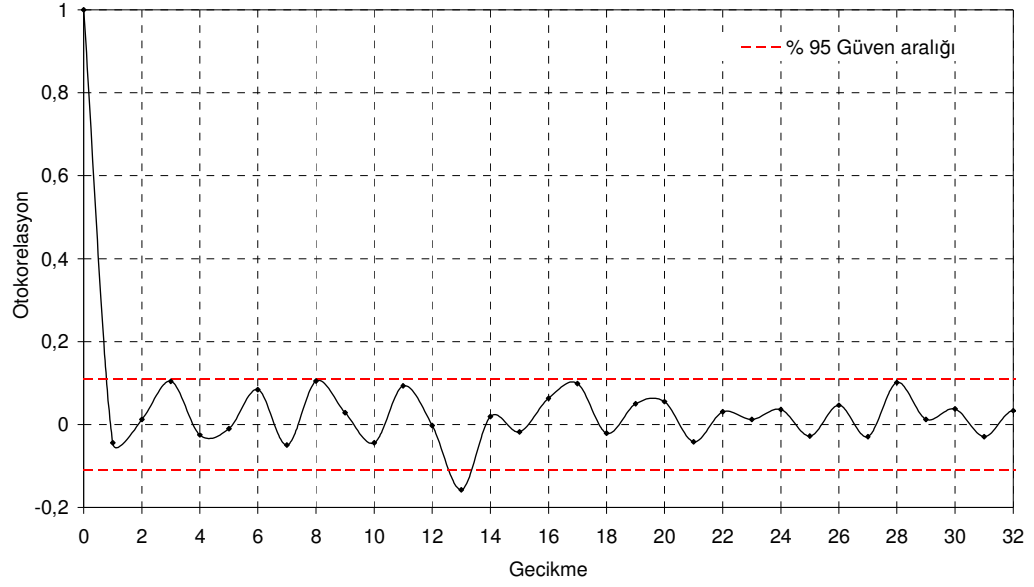
**Şekil 4.57.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2305 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



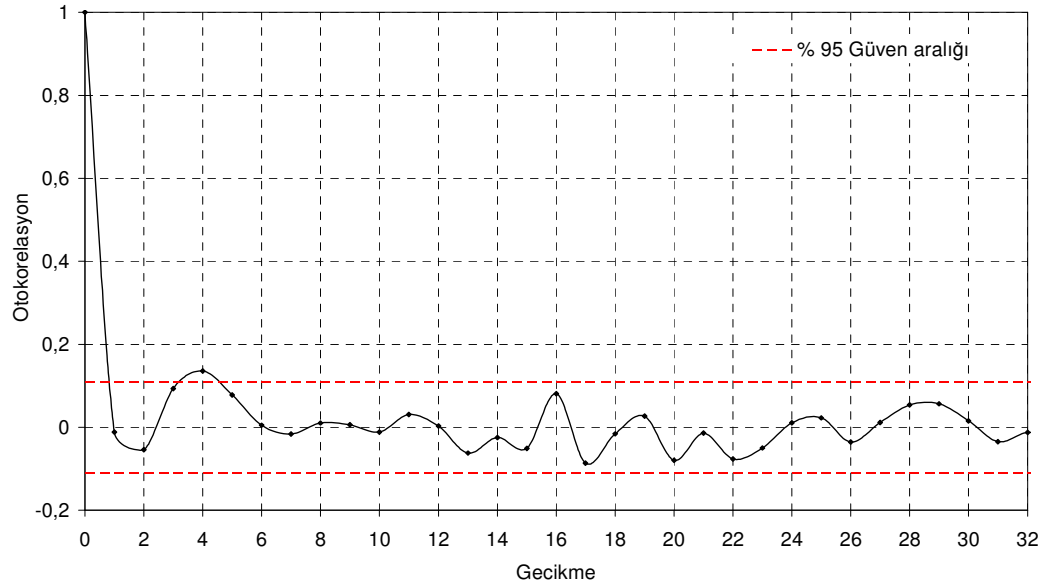
**Şekil 4.58.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2315 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



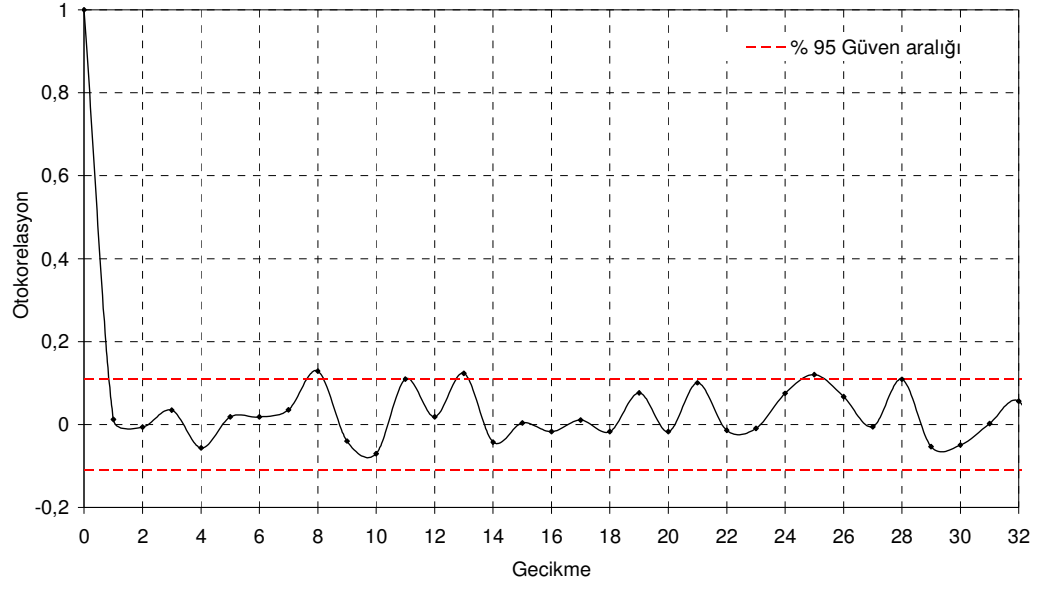
**Şekil 4.59.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2316 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



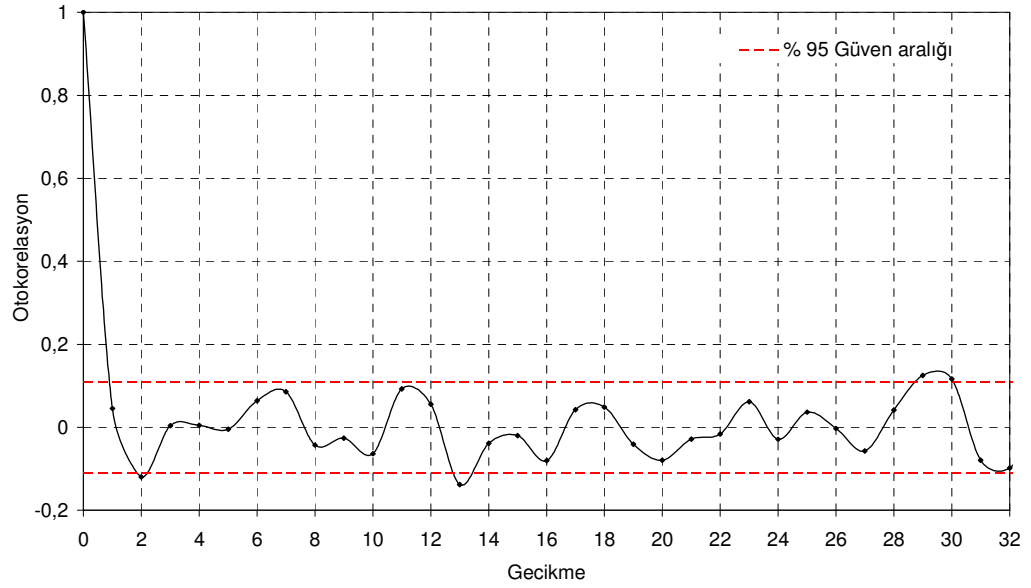
**Şekil 4.60.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2320 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



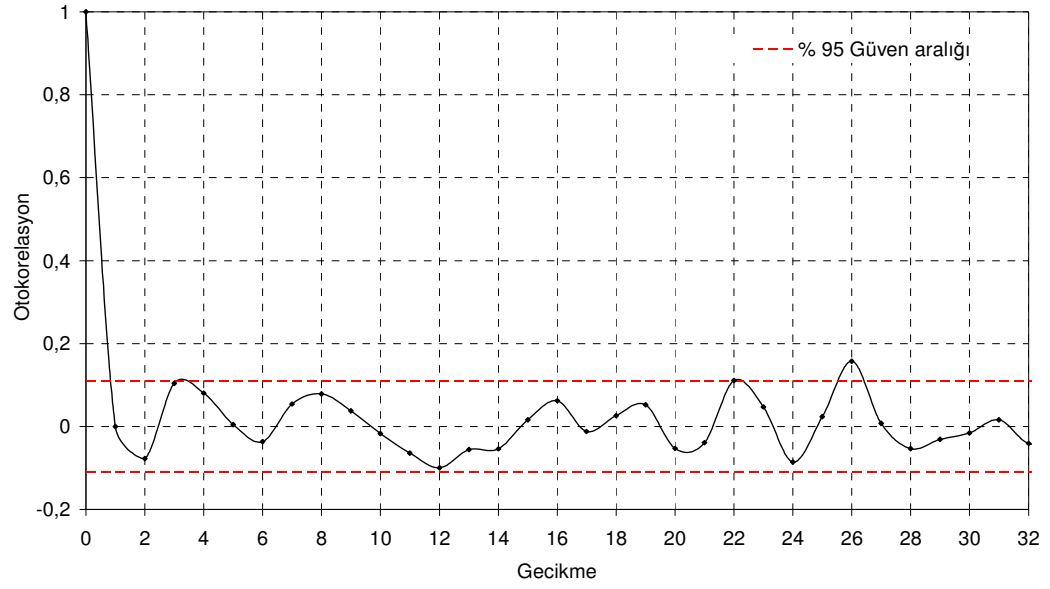
**Şekil 4.61.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2321 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



**Şekil 4.62.** Logaritması alınmış ve periyodikliğı giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2322 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



**Şekil 4.63.** Logaritması alınmış ve periyodikliğı giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2323 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



**Şekil 4.64.** Logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için çok değişkenli AR(1) modelinin 2325 nolu akım gözlem istasyonundaki artık terimlerinin korelogramı



### **Kontrol (2). Artık serilerin normal dağılıdığının kontrolü**

Öncelikle her bir istasyon için kurulan çok değişkenli AR(1) modelinin artık serilerine ait için Ks test değerleri( $\Delta_\alpha$ ) hesaplanmış ve daha sonrada bu  $\Delta_\alpha$  değerleri Ks test kritik değerlerle( $\Delta$ ) karşılaştırılmıştır. Bu  $\Delta_\alpha$  değerleri  $\Delta$  (kritik) değerlerinden küçük olduklarından dolayı artık serilerin normal dağıldığı kabul edilmiştir (Çizelge 4.13).

**Çizelge 4.13.** Çok değişkenli AR(1) modeline ait artık serilerin Ks test değerleri

| <b>AGİ No</b> | <b>Kolmogrov-Simornov Testi Hesaplanan Değerleri(<math>\Delta_\alpha</math>)</b> | <b>Kolmogrov-Simornov Testi Kritik Değer(<math>\Delta</math>)</b> |
|---------------|--|---|
| <b>2304</b>   | 0,027  | 0,075   |
| <b>2305</b>   | 0,060  | 0,075   |
| <b>2315</b>   | 0,051  | 0,075   |
| <b>2316</b>   | 0,028  | 0,075   |
| <b>2320</b>   | 0,044  | 0,075   |
| <b>2321</b>   | 0,035  | 0,075   |
| <b>2322</b>   | 0,049  | 0,075   |
| <b>2323</b>   | 0,030  | 0,075   |
| <b>2325</b>   | 0,039  | 0,075   |

### **Kontrol (3). Tarihi seri ile türetilen sentetik serilerin korelasyon matrislerinin karşılaştırılması**

Seçilen çok değişkenli AR(1) modelinin uygunluğunun kontrolü aşamasında ise tarihi  $Z_t$  serisine ait  $M_0$  çapraz korelasyon matrisi daha sonrada her bir sentetik seri için  $M_0$  çapraz korelasyon matrisleri hesaplanmış ve sentetik serilere ait  $M_0$  matrisinin alt ve üst sınırları oluşturulmuştur. Tarihi  $Z_t$  serisine ait  $M_0$  matrisi ile AR(1) modeliyle türetilen sentetik serilerin  $M_0$  matrislerinin alt ve üst sınırlarını gösteren matrisler Çizelge 4.14-4.16'da verilmiştir. Bu matrislerden de görüldüğü üzere seçilen çok değişkenli AR(1) modeli tarihi serinin yapısını korumaktadır.

**Çizelge 4.14.** Tarihi seriye ait  $M_0$  çapraz korelasyon matrisi

|   | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | 6            | 7            | 8            | 9            |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | <b>1,000</b> | 0,755        | 0,589        | 0,766        | 0,815        | 0,438        | 0,683        | 0,615        | 0,557        |
| 2 | 0,755        | <b>1,000</b> | 0,772        | 0,913        | 0,844        | 0,646        | 0,885        | 0,708        | 0,622        |
| 3 | 0,589        | 0,772        | <b>1,000</b> | 0,679        | 0,648        | 0,746        | 0,880        | 0,661        | 0,496        |
| 4 | 0,766        | 0,913        | 0,679        | <b>1,000</b> | 0,888        | 0,523        | 0,786        | 0,630        | 0,600        |
| 5 | 0,815        | 0,844        | 0,648        | 0,888        | <b>1,000</b> | 0,469        | 0,746        | 0,624        | 0,530        |
| 6 | 0,438        | 0,646        | 0,746        | 0,523        | 0,469        | <b>1,000</b> | 0,754        | 0,469        | 0,332        |
| 7 | 0,683        | 0,885        | 0,880        | 0,786        | 0,746        | 0,754        | <b>1,000</b> | 0,785        | 0,589        |
| 8 | 0,615        | 0,708        | 0,661        | 0,630        | 0,624        | 0,469        | 0,785        | <b>1,000</b> | 0,645        |
| 9 | 0,557        | 0,622        | 0,496        | 0,600        | 0,530        | 0,332        | 0,589        | 0,645        | <b>1,000</b> |

**Çizelge 4.15.** Çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen serilerin  $M_0$  çapraz korelasyon matrisinin alt sınır değerleri

|   | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | 6            | 7            | 8            | 9            |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | <b>1,000</b> | 0,692        | 0,495        | 0,702        | 0,766        | 0,327        | 0,607        | 0,523        | 0,466        |
| 2 | 0,692        | <b>1,000</b> | 0,712        | 0,886        | 0,799        | 0,553        | 0,855        | 0,634        | 0,528        |
| 3 | 0,495        | 0,712        | <b>1,000</b> | 0,596        | 0,561        | 0,685        | 0,848        | 0,585        | 0,381        |
| 4 | 0,702        | 0,886        | 0,596        | <b>1,000</b> | 0,854        | 0,406        | 0,732        | 0,554        | 0,510        |
| 5 | 0,766        | 0,799        | 0,561        | 0,854        | <b>1,000</b> | 0,349        | 0,676        | 0,537        | 0,425        |
| 6 | 0,327        | 0,553        | 0,685        | 0,406        | 0,349        | <b>1,000</b> | 0,685        | 0,356        | 0,206        |
| 7 | 0,607        | 0,855        | 0,848        | 0,732        | 0,676        | 0,685        | <b>1,000</b> | 0,734        | 0,501        |
| 8 | 0,523        | 0,634        | 0,585        | 0,554        | 0,537        | 0,356        | 0,734        | <b>1,000</b> | 0,562        |
| 9 | 0,466        | 0,528        | 0,381        | 0,510        | 0,425        | 0,206        | 0,501        | 0,562        | <b>1,000</b> |

**Çizelge 4.16.** Çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen serilerin  $M_0$  çapraz korelasyon matrisinin üst sınır değerleri

|          | <b>1</b>     | <b>2</b>     | <b>3</b>     | <b>4</b>     | <b>5</b>     | <b>6</b>     | <b>7</b>     | <b>8</b>     | <b>9</b>     |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>1</b> | <b>1,000</b> | 0,823        | 0,678        | 0,839        | 0,869        | 0,548        | 0,763        | 0,711        | 0,668        |
| <b>2</b> | 0,823        | <b>1,000</b> | 0,829        | 0,939        | 0,894        | 0,736        | 0,916        | 0,786        | 0,728        |
| <b>3</b> | 0,678        | 0,829        | <b>1,000</b> | 0,748        | 0,726        | 0,807        | 0,910        | 0,754        | 0,627        |
| <b>4</b> | 0,839        | 0,939        | 0,748        | <b>1,000</b> | 0,924        | 0,626        | 0,838        | 0,717        | 0,716        |
| <b>5</b> | 0,869        | 0,894        | 0,726        | 0,924        | <b>1,000</b> | 0,583        | 0,816        | 0,722        | 0,663        |
| <b>6</b> | 0,548        | 0,736        | 0,807        | 0,626        | 0,583        | <b>1,000</b> | 0,816        | 0,600        | 0,470        |
| <b>7</b> | 0,763        | 0,916        | 0,910        | 0,838        | 0,816        | 0,816        | <b>1,000</b> | 0,848        | 0,701        |
| <b>8</b> | 0,711        | 0,786        | 0,754        | 0,717        | 0,722        | 0,600        | 0,848        | <b>1,000</b> | 0,726        |
| <b>9</b> | 0,668        | 0,728        | 0,627        | 0,716        | 0,663        | 0,470        | 0,701        | 0,726        | <b>1,000</b> |

#### 4.2.4. Çok Değişkenli AR(1) Model ile Sentetik Seri Türetilmesi

Çok değişkenli AR(1) modeli model uygunluk testlerini başarıyla geçmiş ve son aşama olarak sentetik seri türetme işlemine geçilmiştir.

Aylık akımlar için elde edilen çok değişkenli AR(1) modeli kullanılarak her bir akım gözlem istasyonundaki tarihi seri ile aynı uzunlukta 100 adet sentetik seri türetilmiştir. Bu sentetik türetme işleminde genel olarak şu adımlar izlenmiştir;

1- İlk önce matlab programı yardımıyla gerekli olan sayıda normal dağılmış standart rastgele sayılar türetilmiştir.

2- Sentetik serinin ilk serisi elimizdeki tarihi serinin son serisi olarak alınmıştır.

3- Bu rastgele sayılar ve serinin ilk değeri belirlendikten sonra elde edilen modelin denklemine göre diğer seriler türetilmiştir.

4- Seri uzunluğuna göre tarihi serinin uzunluğundan yaklaşık 50 (bu değer tarihi serinin uzunluna göre değişir) tane fazla seri türetilmiş ve başlangıçta tarihi seriden alınan değerlerin türetilen sentetik serilere olan etkisinin ortadan kaldırılması için bu değer sonradan çıkarılmıştır, böylece tarihi seriye eşit uzunlukta sentetik seriler türetilmiştir.

5- Son olarak da  $y_{v,\tau} = z_{v,\tau} * \sigma_{\tau} + \mu_{\tau}$  dönüşümü ile  $y_{v,\tau}$  değerleri elde edilmiştir. Daha sonra türetilen bu serilere  $x_{v,\tau} = 10^{y_{v,\tau}}$  ters transformasyonu uygulamak suretiyle sentetik orijinal debiler elde edilmiştir ve türetilen bu sentetik serilerin ortalama, standart sapma, otokorelasyon katsayısı ve çarpıklık katsayısının %95 güven aralıkları belirlenmiştir.

Aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalama, standart sapma, otokorelasyon katsayısının %95 güven aralıkları tarihi serinin aynı parametreleri ile birlikte EK-1’de verilmiştir. Ayrıca, Çizelge 4.17’de aylık akımlara ait çok değişkenli AR(1) ile türetilen sentetik serilerin çarpıklık katsayılarının %95 güven aralıkları verilmiştir. EK-1’deki şekillerden ve çizelgelerden de görüldüğü gibi, aylık akımlar için elde edilen çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik seriler tarihi serinin ortalama, standart sapma, otokorelasyon katsayısı ve çarpıklık katsayısını % 95 güven aralığında korumaktadır.

**Çizelge 4.17.** Aylık akımlara ait çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin çarpıklık katsayılarının %95 güven aralıkları

| <b>AGİ No</b> | <b>Alt Limit</b> | <b>Tarihi Seri</b> | <b>Üst Limit</b> |
|---------------|------------------|--------------------|------------------|
| <b>2304</b>   | 1,83             | 2,05               | 3,15             |
| <b>2305</b>   | 1,47             | 1,73               | 2,26             |
| <b>2315</b>   | 1,51             | 1,71               | 2,17             |
| <b>2316</b>   | 1,67             | 1,73               | 2,68             |
| <b>2320</b>   | 1,70             | 1,87               | 2,76             |
| <b>2321</b>   | 1,17             | 1,28               | 1,41             |
| <b>2322</b>   | 1,50             | 1,74               | 2,03             |
| <b>2323</b>   | 2,15             | 2,74               | 4,00             |
| <b>2325</b>   | 2,33             | 2,79               | 4,56             |

## 5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışma kapsamında öncelikle stokastik modeller ve hidrolojide kullanıldığı yerler hakkında bilgi verilmiş, daha sonrada çok değişkenli stokastik modellerden nehir akımlarının modellenmesinde sıkça kullanılan çok değişkenli AR(p) ve ARMA(p,q) modellerine ayrıntılı bir şekilde değinilmiştir. Uygulama olarak Çoruh Havzası'nda bulunan 9 adet akım gözlem istasyonuna ait aylık ortalama akımların çok değişkenli AR(p) ve ARMA(p,q) modelleri kurulmuştur.

Çok değişkenli AR(p) modellerinden AR(1), AR(2) modelleri, çok değişkenli ARMA(p,q) modelleri arasından da ARMA(1,1), ARMA(1,2), modelleri denenmiştir. Bu çok değişkenli modeller arasından en iyi modelin belirlenmesi aşamasında bu modellerin AIC(akaïke bilgi kriteri) değerleri karşılaştırılmış ve süreci en iyi temsil eden modelin AR(1) modeli olduğuna karar verilmiştir.

Ayrıca çok değişkenli AR(1) modelinin uygunluğunun test edilmesi aşamasında artık serilerin hem içsel hem de uzaysal bağımlılığının olmadığı gözlemiştir. Son olarak da bu çok değişkenli AR(1) modeli kullanılarak tarihi seriyle aynı uzunlukta 100 adet sentetik seri türetilmiş ve bu sentetik serilerin tarihi serilerin istatistiksel parametrelerini (ortalama, standart sapma, otokorelasyon katsayısı ve çarpıklık katsayısı) %95 güven aralığında koruduğu gösterilmiştir.

Sonuç olarak türetilen sentetik seriler bütün istasyonların tarihi serilerinin ortalama, standart sapma, otokorelasyon, çarpıklık gibi istatistiksel karakteristiklerini, çapraz korelasyon yapısını ve içsel bağımlılık yapısını tam olarak koruduğu için elde edilen çok değişkenli AR(1) modeli başarılı bulunmuştur. Bu nedenle bu model, Çoruh Havzası'nda yapılacak olan su yapılarının planlama, projelendirme ve işletme aşamalarında gerek duyulacak sentetik serilerin türetilmesi için kullanılabilir.

**KAYNAKLAR**

- Bacanlı, Ü. G. ve Baran, T., 2004. Stokastik Modellerde Yıllık Akım Verilerinde Uygunluk Kriterlerinin Değerlendirilmesi, IV. Ulusal Hidroloji Kongresi, 23-25 Haziran, İstanbul, Türkiye, 215- 225.
- Bayazıt, M., 1973. A Model for Annual Flow Series. Boğaziçi Üniv. Mühendislik Dergisi. 1(1-6)
- Bayazıt, M., 1979. Sentetik Hidrolojiye Eleştirici Bir Bakış. I.Ulusal Hidroloji Kongresi, İstanbul. 1-17
- Bayazıt, M., 1981. Hidrolojide İstatistik Yöntemler, İTÜ Yayınları, İstanbul.
- Bayazıt, M., 1996. İnşaat Mühendisliğinde Olasılık Yöntemleri, İTÜ Yayınları, İstanbul.
- Bayazıt M., Oğuz B.,1998. Mühendisler İçin İstatistik. İstanbul.
- Baykan, N. O., 1983. Kısa Süreli Aylık Akış Dizilerinin Stokastik Bileşen Otokovaryans Yapısının İyileştirilmesi, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Benjamin, J.R., and Cornell, C.A., (1970). Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill.
- Box, G. E. P. ve Jenkins, G., 1970. Time Series Analysis, Forecasting and Control, San Francisco, Holden-Day.
- Büyükyıldız, M., 2004. Orta Anadolu Kapalı Havzası'nın Yıllık Ortalama Akımlarının Stokastik Modellemesi, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 19 (1), 13-27.
- Can, İ. ve Yerdelen, C., 2005. Susurluk Havzası'nda M. Kemal Paşa Çayı'nın Aylık Akımlarının Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modeli, Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 20 (3), 25-34.
- Can İ., Kahya E., Yerdelen C., 2008. Çoruh Havza'sındaki Eksik Akım Verilerin Yapay Sinir Ağları Metodu ile Tahmin Edilmesi, Taşkın, Heyelan ve Dere Yataklarının Korunması Konferansı 29-40
- Can İ., Kahya E., Yerdelen C., Tosunoğlu F., Erdem H., 2009. Çoruh Havzasındaki Aylık Nehir Akımlarının Arma ve Yapay Sinir Ağlarıyla Stokastik Modellemesi, IV. Ulusal Su Mühendisliği Sempozyumu. 389-400.
- Chow V. T., 1978. Evolution of Stochastic Hydrology. Application of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics and Water Resources.
- Cooper M.D., ve Wood F.E., 1982.İdentification of Multivariate Time Series and Multivariate Input-Output Models, Water Resources Resarch, 18(4), 937-946
- Fiering M., B., 1976. Reservoir Planning and Operation. Stochastic Approaches to Water Resources.
- Güney, C., Ş., Akyüz, İ., Yılmaz, F.M., Erdik, T., Kahya, E., 2009 Doğu Karadeniz ve Çoruh Havzalarının Hidrolojik Verilerinde Kuzey Atlantik Salınımının Sinyallerinin Aranması, Taşkın, Heyelan ve Dere Yataklarının Korunması Konferansı, 41-51
- Hipel, K.W. ve McLeod A.I., 1994. Time Series Modeling of Water Resources and Environmental Systems, Elsevier, Amsterdam.
- İçağa, Y., 2003. Akarçay Havzası Yağış-Akış İlişkilerinin Modellenmesi, I. Ulusal Su Mühendisliği Sempozyumu, 22-26 Eylül, İzmir, Türkiye, 203-214.
- Karabörk M.Ç., 1997, "Yıllık ve Aylık Akımların Stokastik Modellemesi" İnşaat Müh. Master Tezi, Selçuk Üniv. Fen Bil. Enst.
- Karabörk, M.Ç. ve Kahya, E., 1998. Sakarya Havzasındaki Aylık Akımların Çok Değişkenli Stokastik Modellemesi, Tr. J. Of Engineering and Environmental Science 23, 133-147.

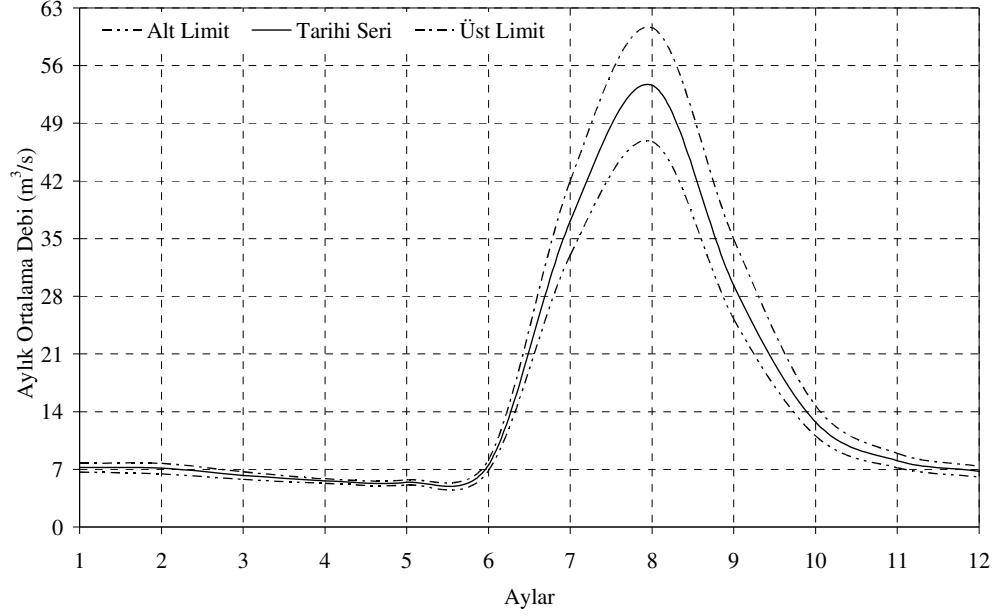
- Karabörk, M.Ç. ve Kahya, E., 1998a. Göksu Nehri'nin Yıllık ve Aylık Akımlarının Stokastik Modellenmesi, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 13 (1), 23-36.
- Kottegoda, N.T., (1980). Stochastic Water Resources Technology. The McMillian Press Ltd.
- Lawrance, A. J. ve Kottegoda, N. T., 1977. Stochastic Modelling of Riverflow Time Series, J. R. Statist. Soc. A, 140, 1-47.
- Lütkepohl, H., 2005. New Introduction Multiple Time Series Analysis.
- Matalas, N. C., 1967. Mathematical assessment of synthetic hydrology. Journal Water Resour. Res.,3, 4, pp.937-945
- Matalas, N. C., and Wallis, J. R., 1971. Statistical properties of multivariate fractional noise proceses. Journal Water Resour. Res. 1460-1468
- Merzi,N., Usul, N., Usul G., 1995, Çoruh Havzasında Oltu Nehri'nin Aylık Akımlarının Stokastik Modellemesi, İMO Teknik Dergi 6: 1049-1058
- Mejia, J. M., 1971. On the generation of multivariate sequences exhibiting the Hurst phenomenon and some flood frequency analyses. Phd dissertation ,Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Mondal, M. S. ve Wasimi S. A., 2006. Generating and Forecasting Monthly Flows of the Ganjes River With PAR Model, Journal of Hydrology, 232, 41-56.
- Nachazel, K., 1971. Multiple Markov Processes in Hydrology and Their Importance for Stochastic Analysis of Water Accumulation Problems, Mathematical Models in Hydrology, Warsaw Symposium. 401-408
- Neumaier A. and Schneider T., 2001. Estimation of parameters and eigenmodes of multivariate autoregressive models. ACM Transactions on Mathematical Software, 27(1). 27-57.
- O'Connell, P. E., 1971. A Simple Stochastic Modelling of Hurst's Law. Mathematical Models in Hydrology, Warsaw Symposium 169-187
- Öziş, Ü., 1975. Mathematical Simulation Models of Hydrological Processes in Turkey, Application of Mathematical Models in Hydrology and Water Resources Systems; Proceedings of the Bratislava Symposium September 1975, International Association of Hydrological Sciences Publication No. 115, 185-191.
- Pegram, G. G. S. and James W., 1972. Multilag Multivariate Autoregressive Model for The Generation of Operational Hydrology. Journal Water Resour. Res. 8(4), 1074-1076.
- Pinkaya, S. and Khaleel R.,(1971), A Multivariate Mathematical Model of Monthly River Flow. Mathematical Models in Hydrology, Warsaw Symposium 279-289
- Porporato, A. and Ridolfi, L. 2001. Multivariate Nonlinear Prediction of River Flows. Journal of Hydrology. 248(2001) 109-122.
- Salas, J. D., Delleur, J.W., Yevjevich, V. ve Lane, W.L., 1980. Applied Modeling of Hydrologic Time Series, Water Resources Publications, Littleton,
- Salas, J. D. ve Smith R.A., 1980a Physical Basis of Stochastic Models of Annual Models, Water Resources Research.
- Salas, J. D. ve Smith R.A., 1980b Uncertainties in Hydrologic Time Series Analysis, Water Resources Research
- Salas, J. D. ve Smith R.A., 1981a. Physical Basis of Stochastic-Models of Annual Flows, Water Resources Research, 17 (2), 428-430.
- Salas, J. D., Obeysekera, J. T. B. ve Smith, R. A., 1981b. Identification of Streamflow Stochastic-Models Journal of The Hydraulics Division-ASCE, 107(7), 853-866.
- Salas, J. D., and Obeysekera, J. T. B. 1988. Multivariate Periyodik ARMA(1,1) Processes. Water Resources Research. 24(8), 1237-1246.



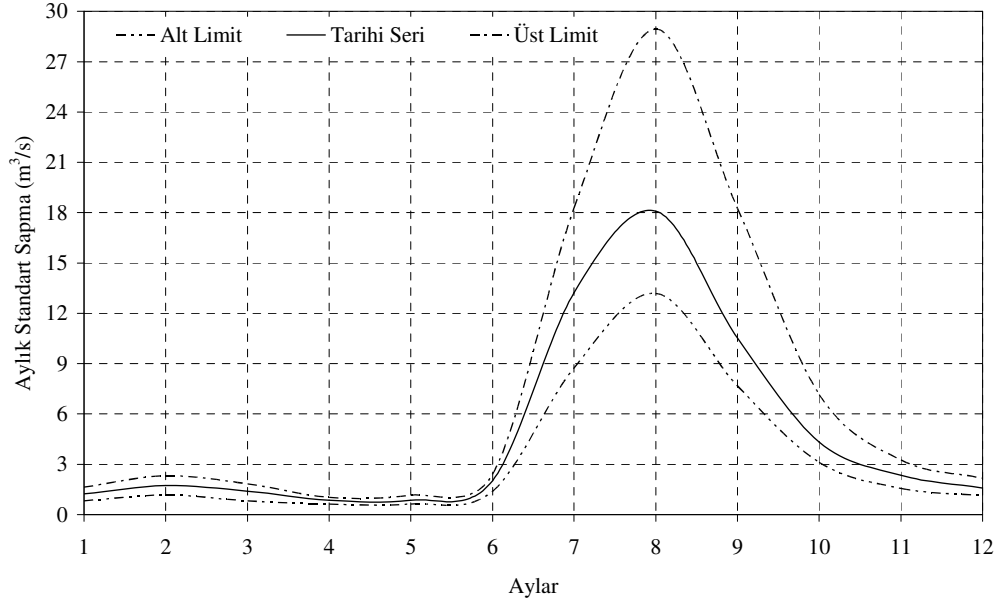
- Sepetçioğlu, Y. M.,1995. Akarsularda Akımların Stokastik Özellikleri ve Akım Serilerinin İstatistiksel Modellemesi- İnşaat Müh.Mater Tezi, Harran Üniversitesi. Fen Bil. Enst.
- Şengül, S. 2005. Fırat Havzasın'da 1254 Numaralı Akım Gözlem İstasyonunun Aylık Akımlarının Stokastik Modellenmesi- İnşaat Müh.Master Tezi, Atatürk Üniv. Fen Bil. Enst.
- Te, W. G., and Singh, V. P., 1994, An Autocorrelation function method for estimation parameters of autoregressive models, *Water Resources Management* 32: 33-56.
- Unesco, 1971. *Mathematical Models in Hydrology*, Proceedings of the Warsaw Symposium July 1971, pp 1377.
- Valencia, D. and Schaake, J. C., 1973. Disagregation processes in stochastic hydrology. *Journal Water Resour. Res.*,580-585
- Yevjevich, V., 1964. Fluctuations of Wet and Dry Years, Part II, Analysis of Serial Correlation, *Hydrology Paper 4*, Colorado State University, Fort Collins.
- Young, G. D. and Pisano, W. C.,1968. Operational hydrology using residuals.
- Yürekli, K. ve Öztürk, F., 2003. Stochastic Modeling of Annual Maximum and Minimum Streamflow of Kelkit Stream, *Water International* 28 (4), 433-441.
- Yürekli, K., Kurunc, A. ve Ozturk, F., 2005. Application of Linear Stochastic Models to Montly Flow Data of Kelkit Stream, *Ecological Modelling* ,183, 67-75.

## EKLER

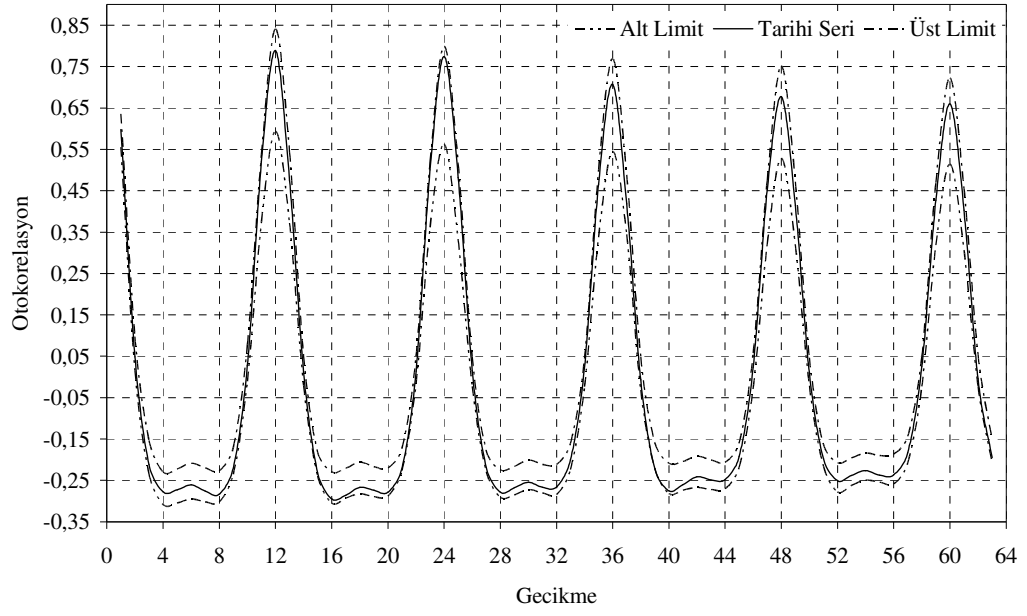
## EK-1. Çok değişkenli AR(1) modeli ile Türetilen Sentetik Serilere Ait Grafikler



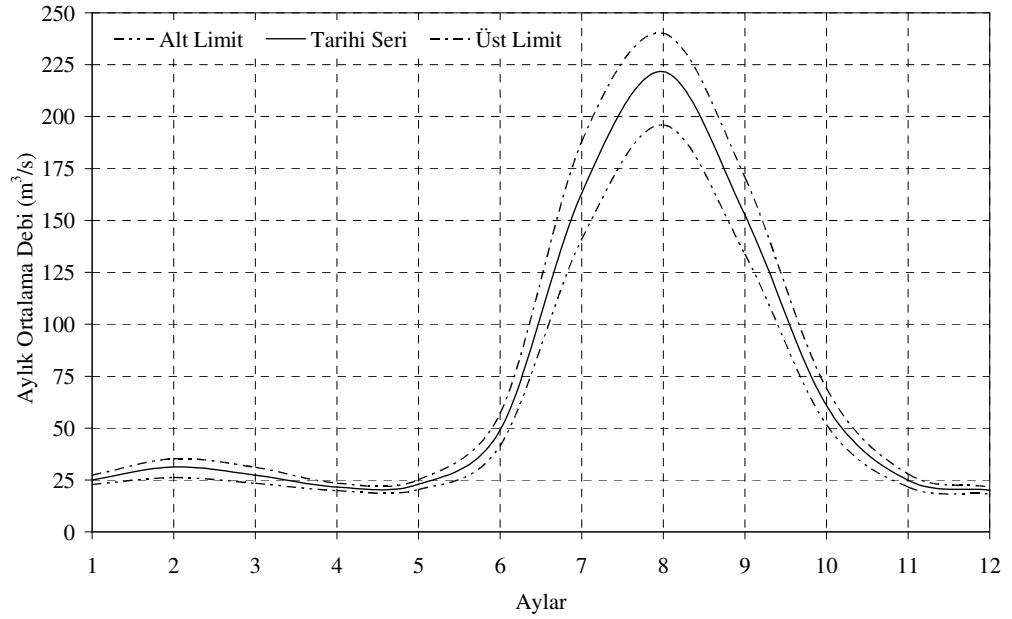
**Şekil 1.** 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



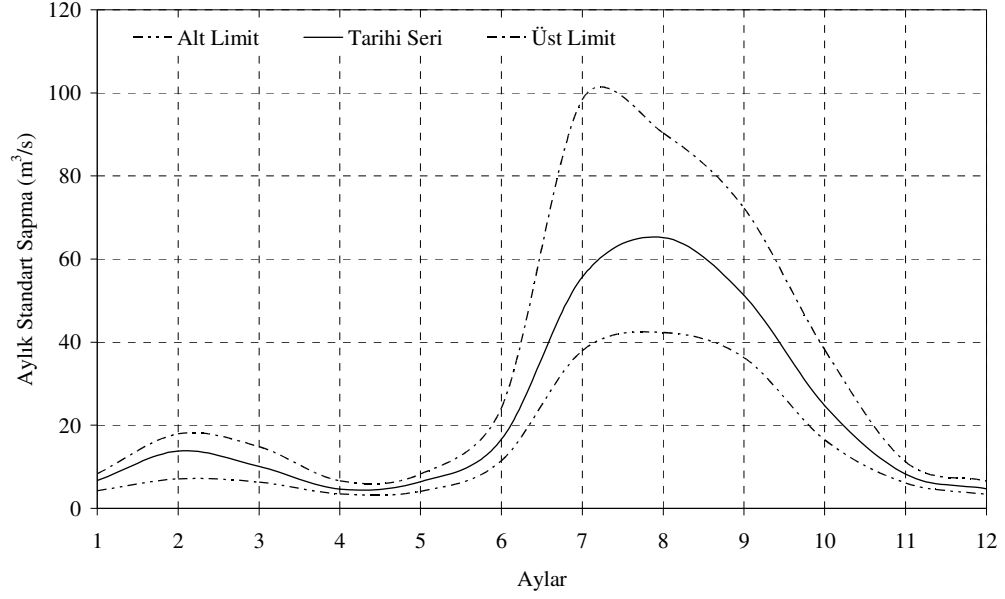
**Şekil 2.** 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



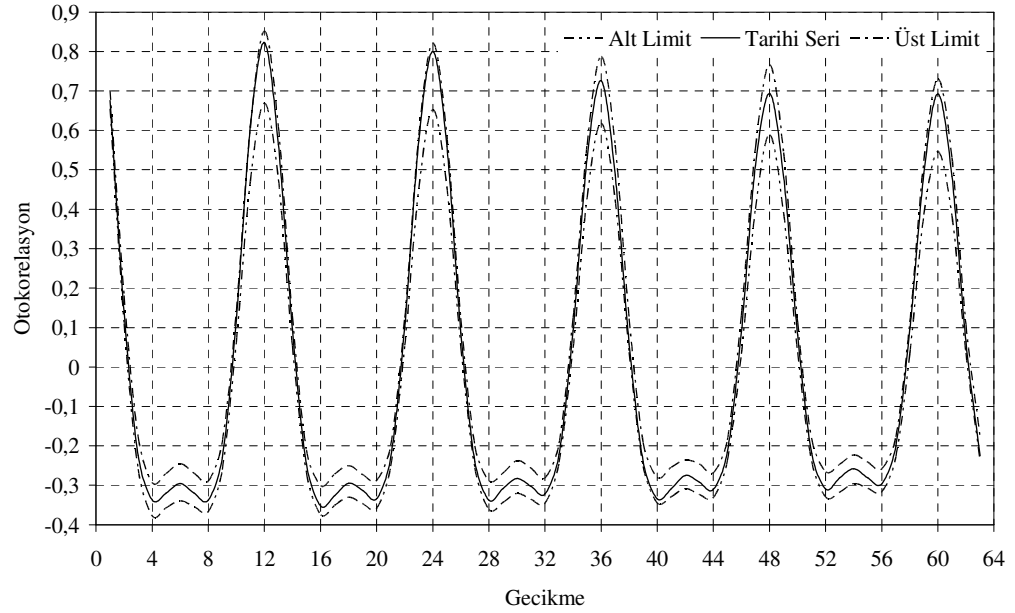
**Şekil 3.** 2304 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



**Şekil 4.** 2305 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



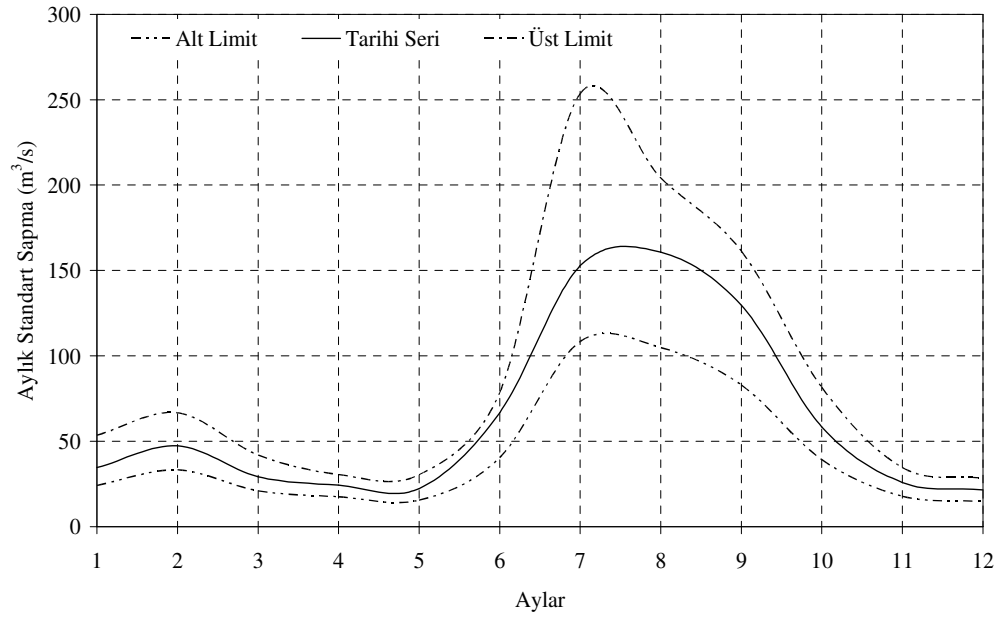
**Şekil 5.** 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Çok Değişkenli AR(1) Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları



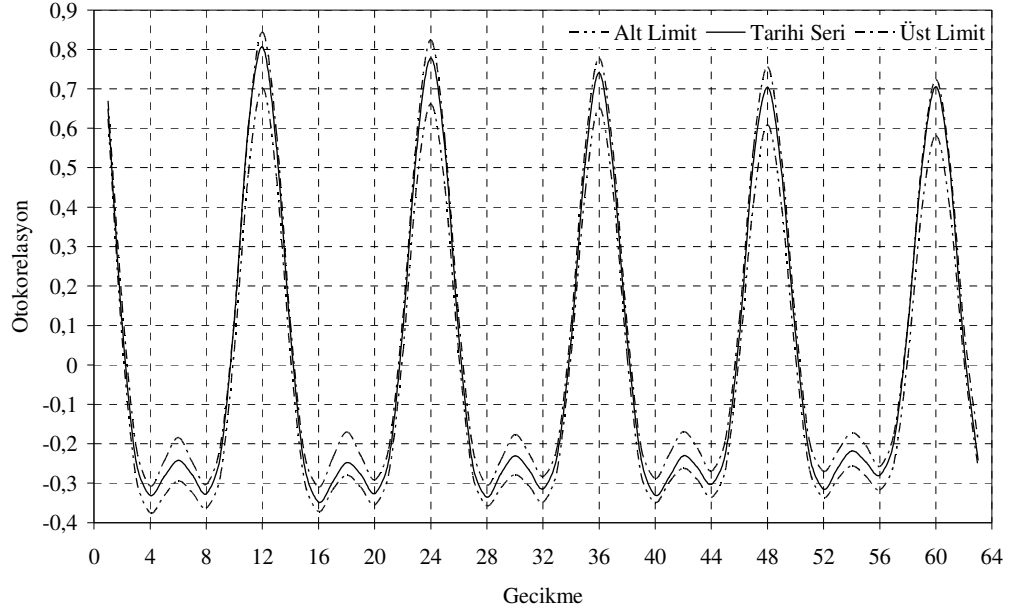
**Şekil 6.** 2305 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



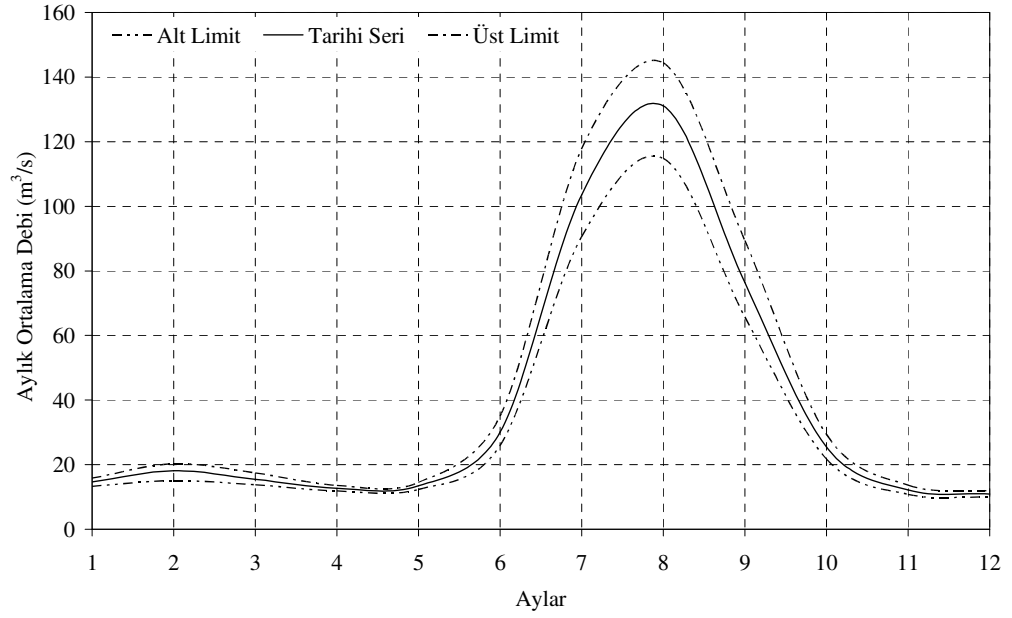
**Şekil 7.** 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR (1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



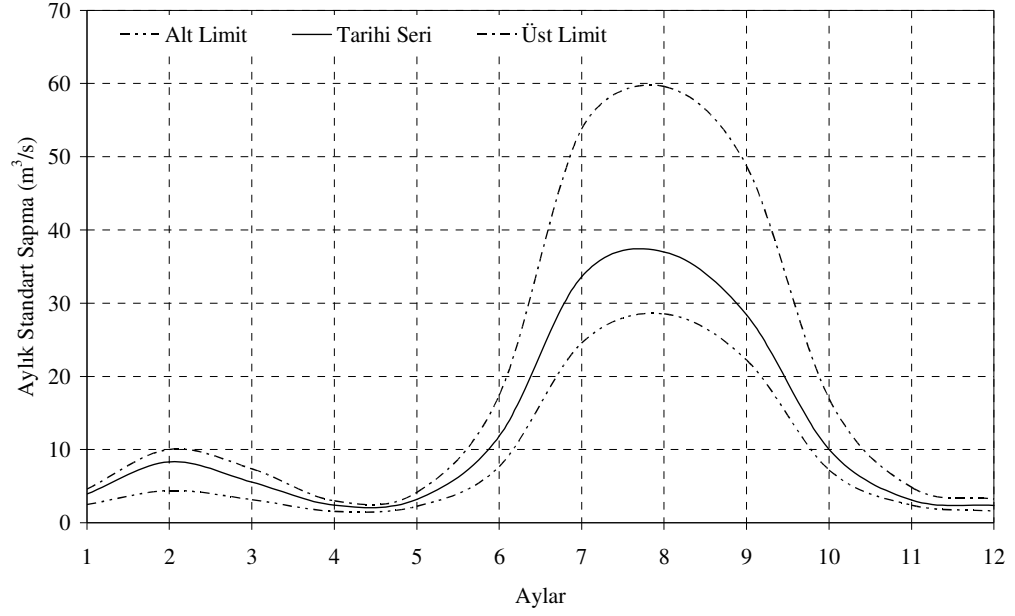
**Şekil 8.** 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



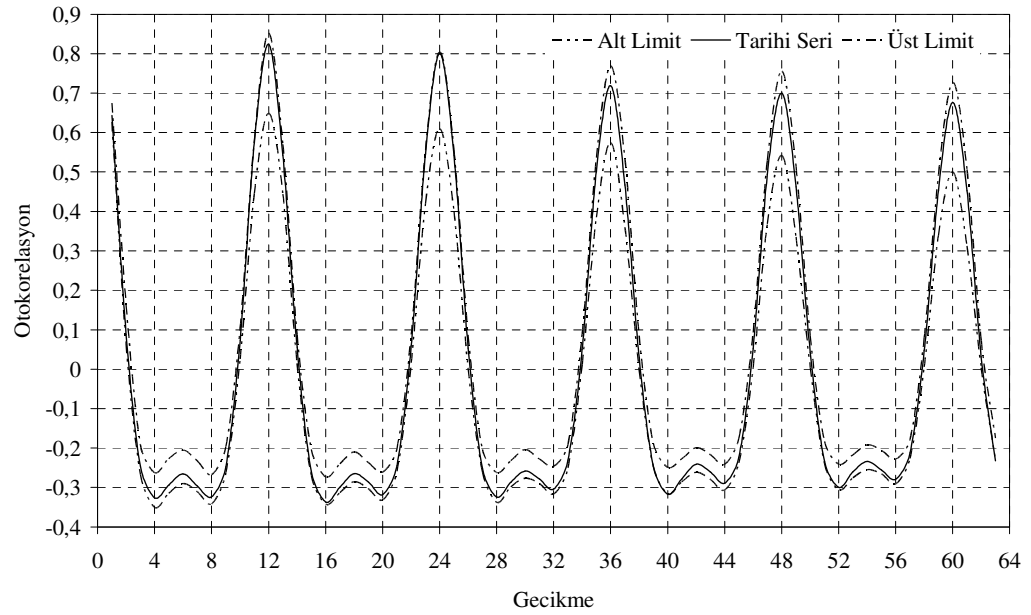
**Şekil 9.** 2315 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



**Şekil 10.** 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



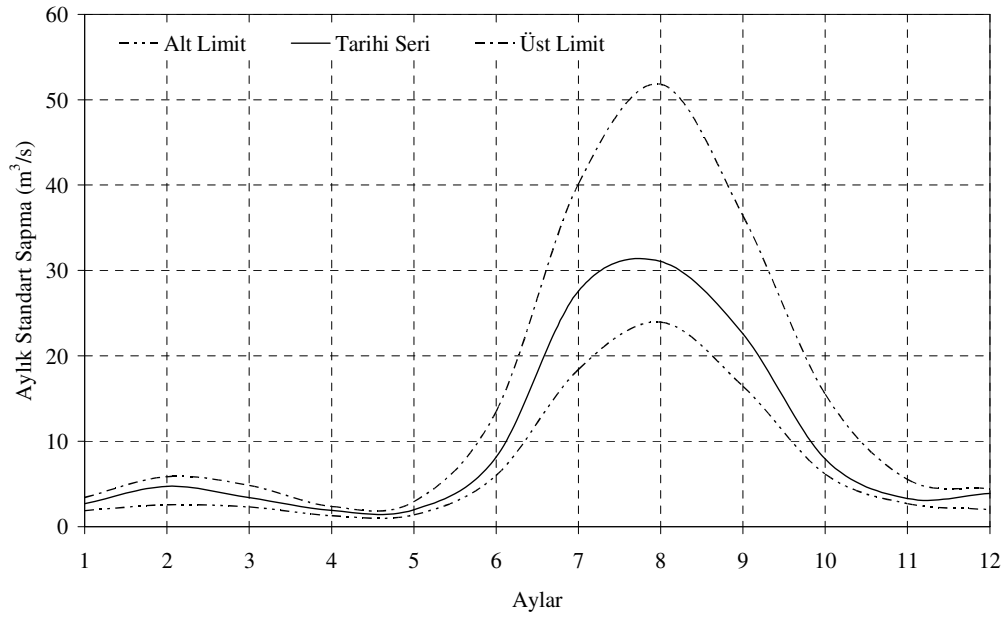
**Şekil 11.** 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



**Şekil 12.** 2316 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları

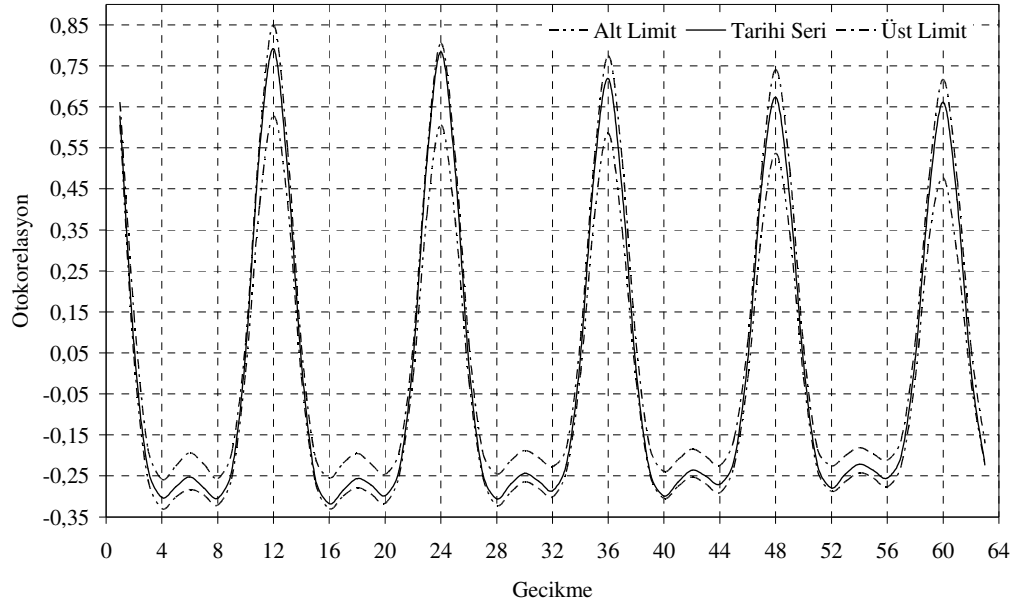


**Şekil 13.** 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları

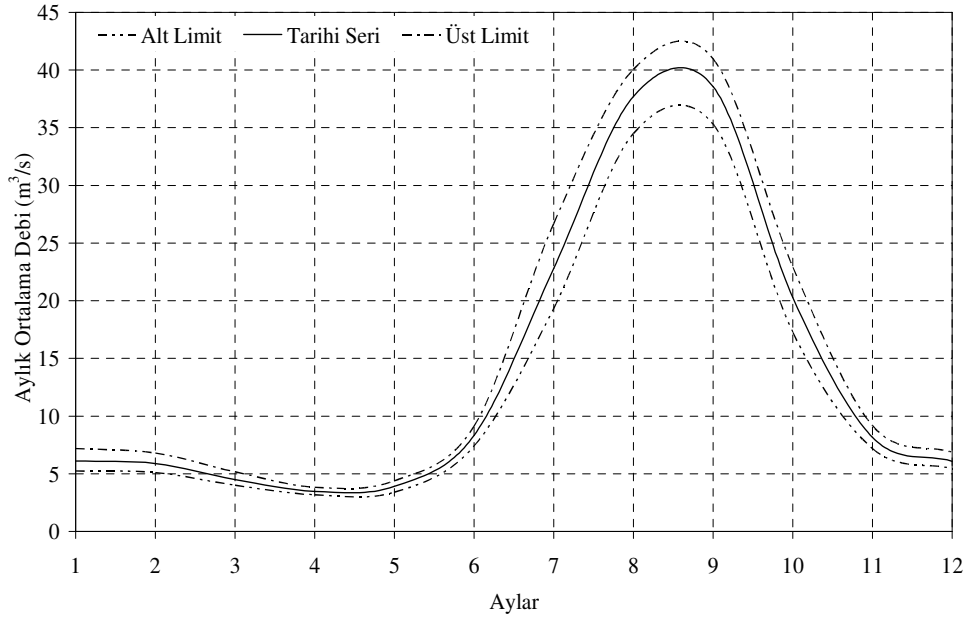


**Şekil 14.** 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları

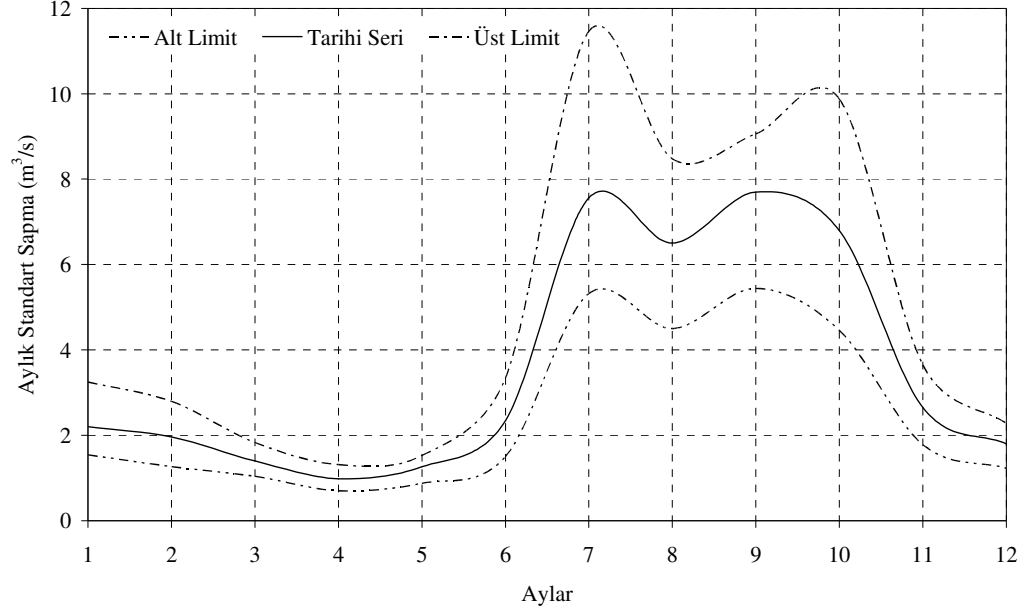




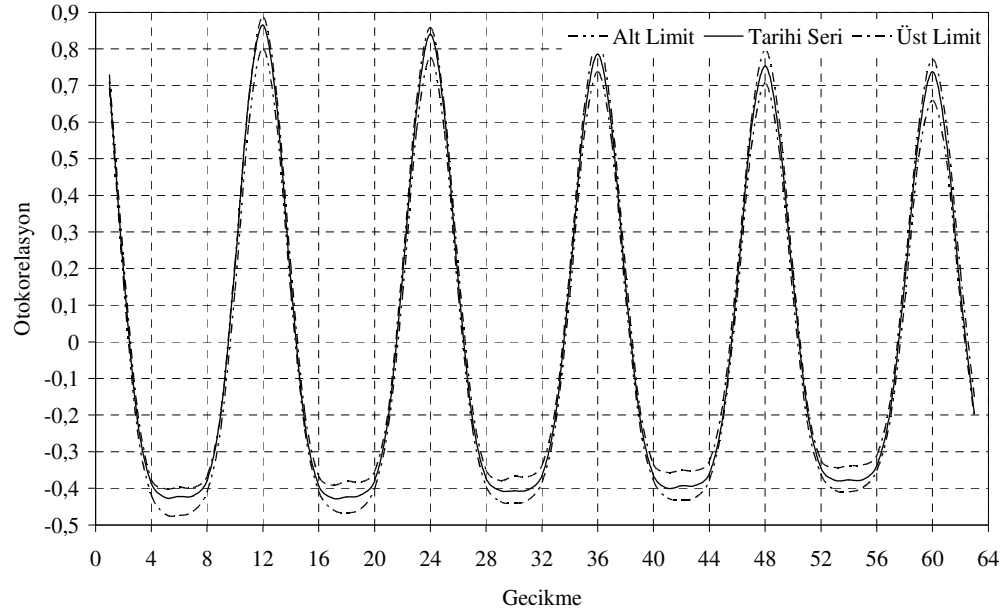
**Şekil 15.** 2320 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



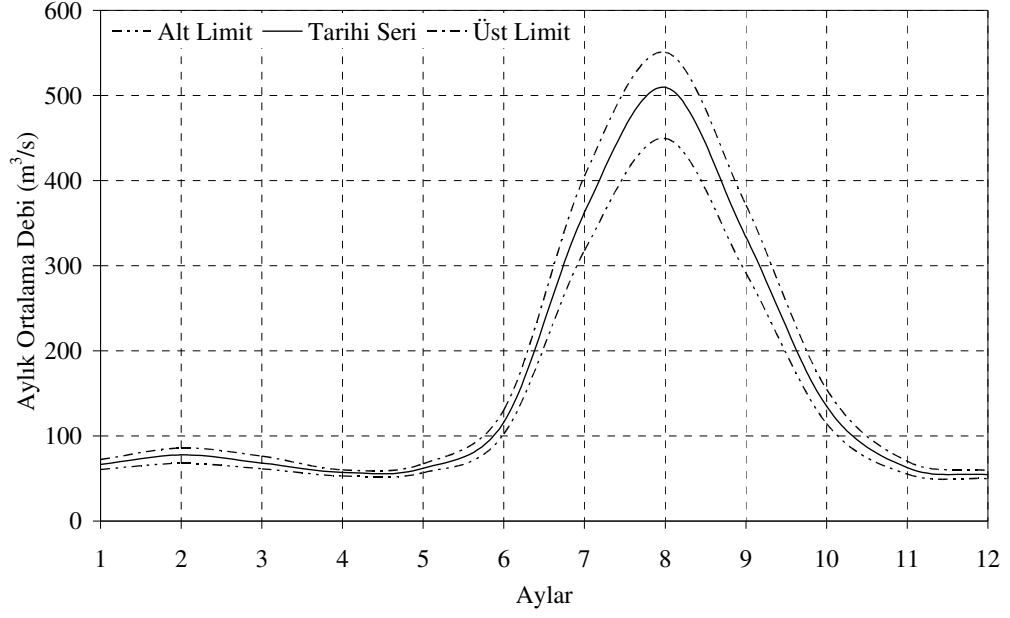
**Şekil 16.** 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



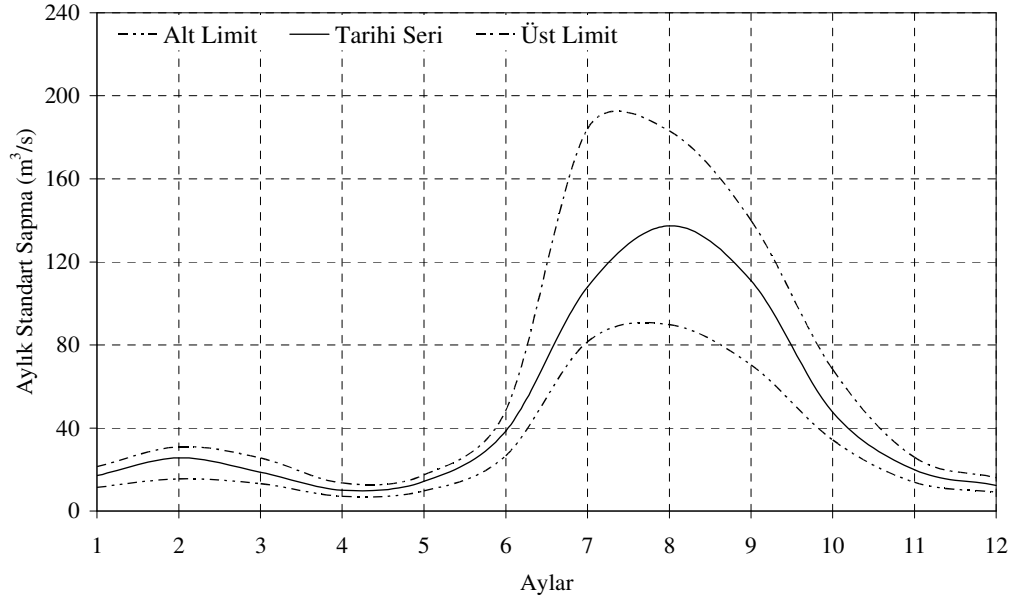
**Şekil 17.** 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



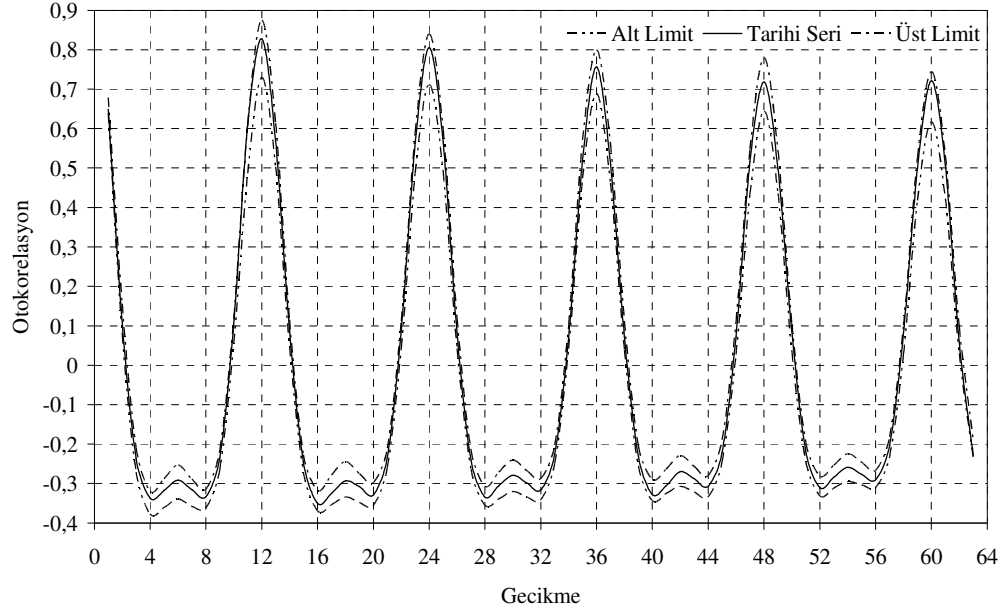
**Şekil 18.** 2321 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



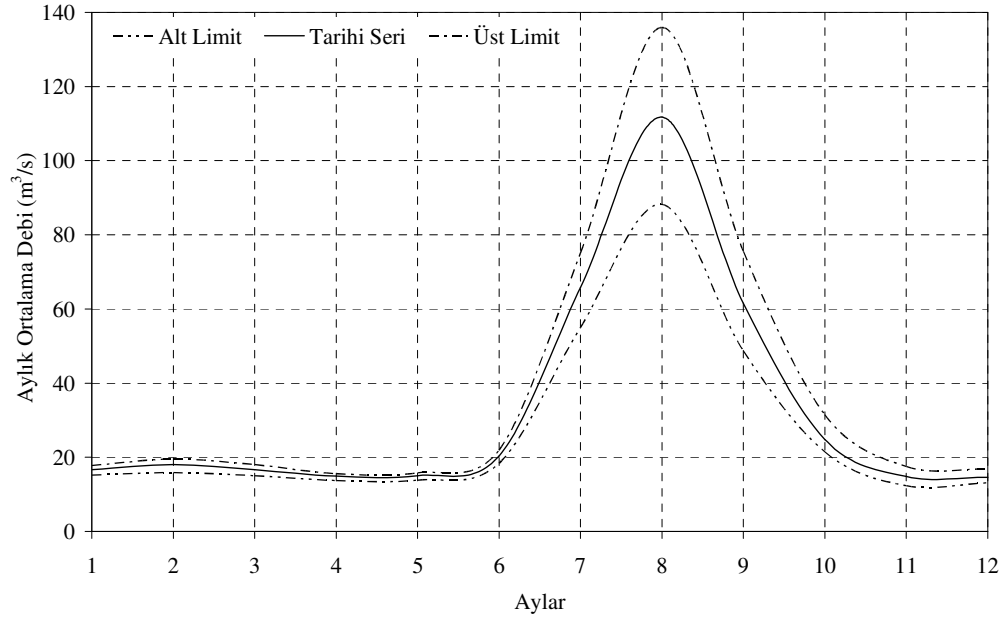
**Şekil 19.** 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



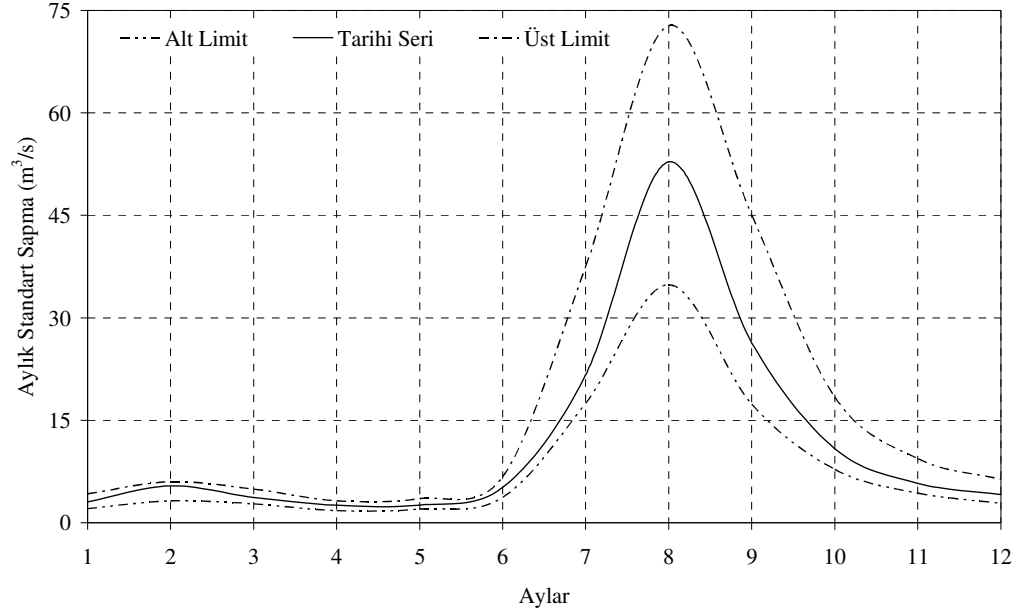
**Şekil 20.** 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



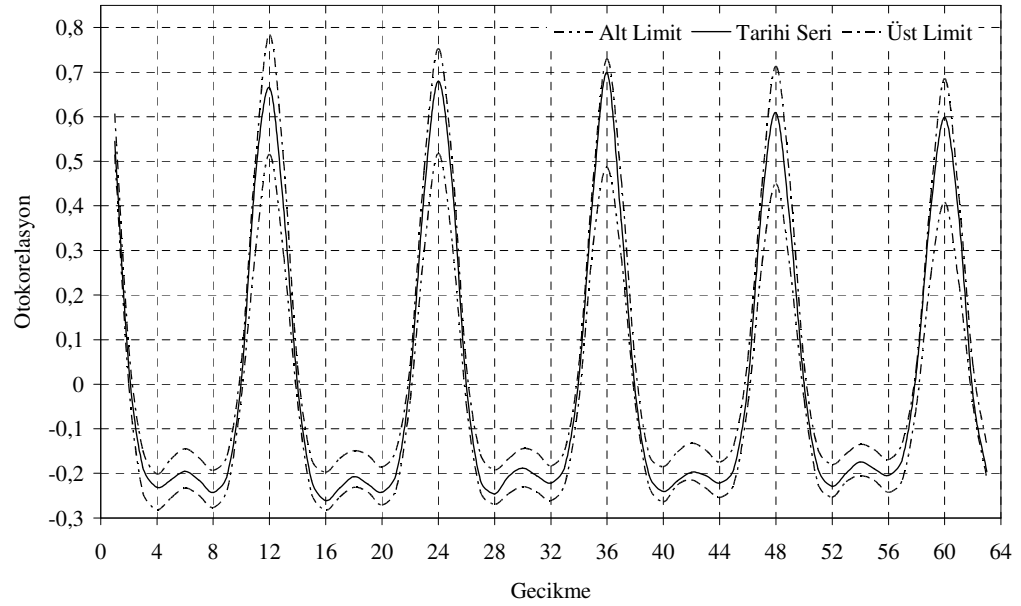
**Şekil 21.** 2322 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



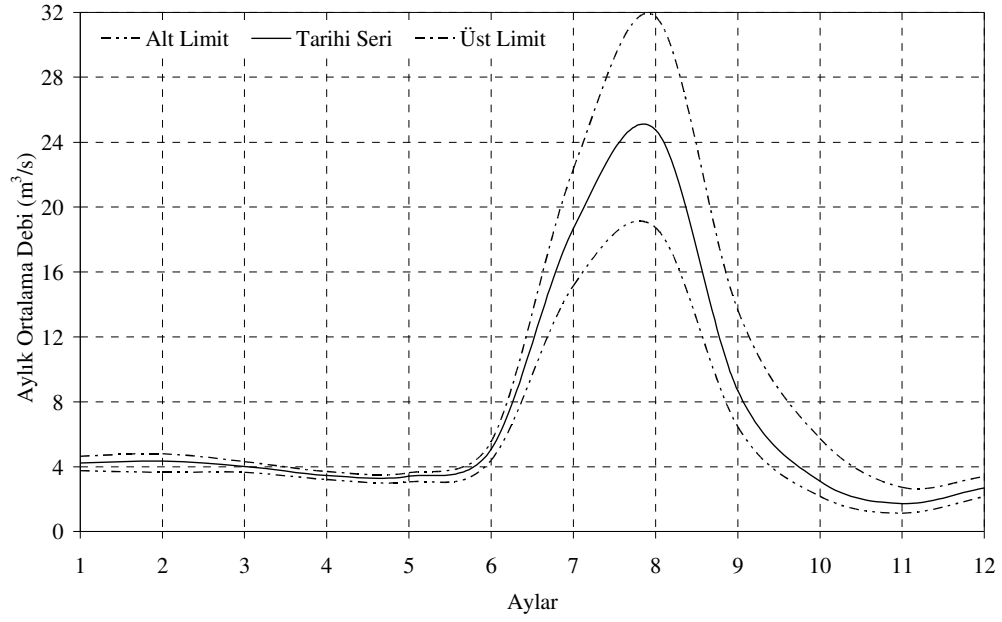
**Şekil 22.** 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



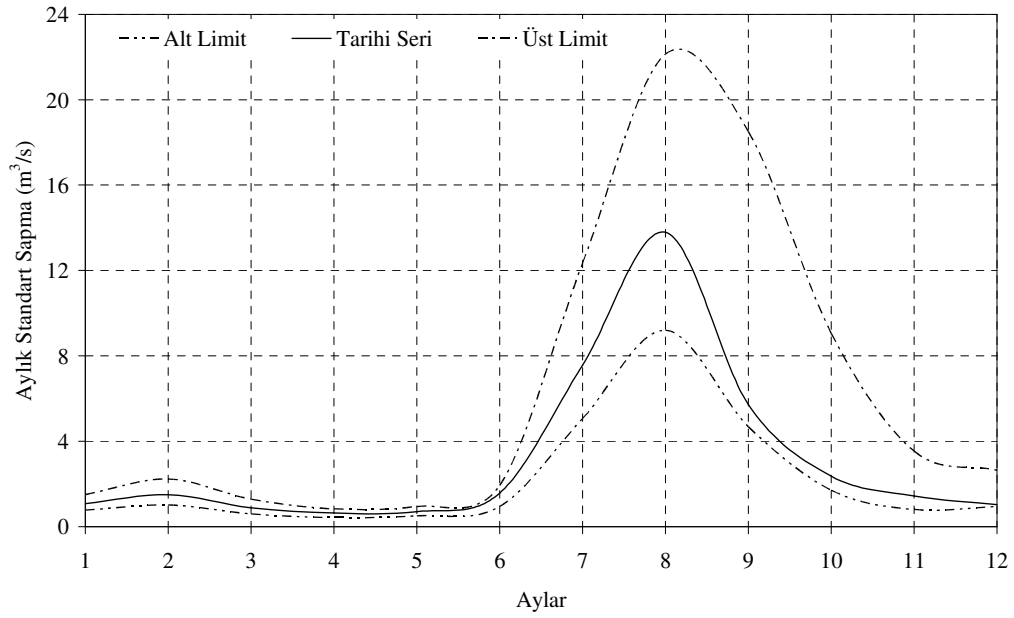
**Şekil 23.** 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



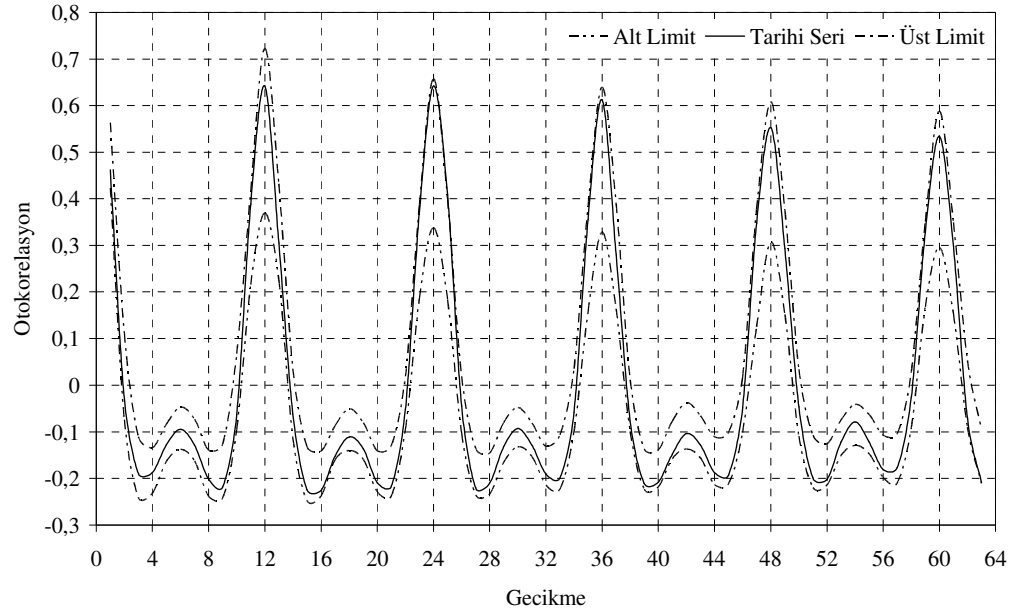
**Şekil 24.** 2323 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları



**Şekil 25.** 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin ortalamalarının %95 güven aralıkları



**Şekil 26.** 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin standart sapmalarının %95 güven aralıkları



**Şekil 27.** 2325 nolu akım gözlem istasyonuna ait aylık akımların çok değişkenli AR(1) modeli ile türetilen sentetik serilerin korelogramlarının %95 güven aralıkları

## ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında Erzurum'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Erzurum'da tamamladı.1998 yılında girdiği Atatürk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 2003 yılında mezun oldu. 2004-2006 yılları arasında Londra'da yabancı dil eğitimi aldı. 2007 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Y.Lisans öğrenimine başladı.