

**T.C.  
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**Dişli Benzeri Parçaların  
İleri Ekstrüzyonunda  
Teorik Kuvvet Analizi**

**Mak. Müh. Önder AYER**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı  
Tez Yöneticisi: Yrd.Doç. Dr. Tahir ALTINBALIK  
EDİRNE-2006**

T.C.  
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Dişli Benzeri Parçaların İleri Ekstrüzyonunda  
Teorik Kuvvet Analizi

Mak. Müh. Önder AYER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Tez Yöneticisi: Yrd. Doç. Dr. Tahir ALTINBALIK

T.C.  
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Dişli Benzeri Parçaların İleri Ekstrüzyonunda  
Teorik Kuvvet Analizi

Mak. Müh. Önder AYER  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Bu tez ..../..../..... tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir

Prof. Dr. H. Erol AKATA

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Ertan ARDA

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Tahir ALTINBALIK

Jüri Üyesi-Tez Danışmanı

# İÇİNDEKİLER

## 1. GİRİŞ

1.1. Üretim	1
1.2. Üretim Yöntemleri ve Sınıflandırılması	1
1.2.1. Üretim yöntemi Grupları	2
1.3. Üretim Yöntemi Olarak Plastik Şekil Verme	4

## 2. EKSTRÜZYON

7

## 3. DİŞLİ ÇARKLAR VE ÜRETİM YÖNTEMLERİ

11

3.1. Dişli Üretim Prosesleri	11
3.1.1. Talaşlı Şekil Verme Yöntemleri	12
3.1.2. Çapaksız Yöntemler	13
3.2. Ekstrüzyonla Dişli Ve Benzeri Parçaların Üretimi	14

## 4. KONU İLE İLGİLİ ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

15

## 5. ÜST SINIR METODU (UPPER BOUND ANALYSIS)

19

5.1. Giriş	19
5.2. Üst Sınır Metodunun Formülasyonu	20
5.2.1. İdeal Deformasyon Enerjisi	21
5.2.2. Kayma Enerjisi	23
5.2.3. Sürtünme Kayıpları	24
5.2.4. Toplam Enerji Dağılımı	24

<b>6.YONCA (CLOVER) BİÇİMLİ BİR PARÇANIN MATEMATİK MODELİ</b>	<b>26</b>
6.1. Giriş	26
6.2.Tanımlanan Yarıçap Fonksiyonu Ve Hız Alanları	27
6.3. İç Deformasyon İçin Enerji İhtiyacı	32
6.4. Sürtünmeden Dolayı Enerji İhtiyacı	33
6.5. Kovandaki Sürtünme	33
<b>7. SONUÇLAR ve İRDELEME</b>	<b>34</b>
<b>8. ÖNERİLER</b>	<b>41</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>42</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b>	<b>45</b>

## ÖNSÖZ

Hazırlanan bu Yüksek Lisans tezinde, yonca şeklindeki profillerin hem bir dişli çarkın ön şekli olması açısından ve hem de kama ve dış dişli pompaların trochoidal dişlilerinde kullanılması bakımından önemli olmasından dolayı yonca şekilli parçaların ekstrüzyonunda uygun bir yarıçap fonksiyonu yardımıyla yeni bir hız alanı tanımlamak amaçlanmıştır.

Bu tezin yapımında engin bilgi birikimi ve pratik zekasıyla bu tezin hazırlanmasına katkıda bulunan değerli hocam, Prof. Dr. Sayın H. Erol AKATA ‘ya tecrübeleriyle bana fikir veren değerli hocam, Yrd. Doç. Dr. Sayın Yılmaz ÇAN’a ve tezin her bölümünde beni yönlendiren ve tez süresince bana bilgi ve fikirlerini esirgemedi sunan, fikirlerine çok önem verdiğim tez danışmanım değerli hocam, Yrd. Doç. Dr. Sayın M.M. Tahir ALTINBALIK’a teşekkürlerimi sunmayı büyük bir görev biliyorum.

1999 girişli dönem arkadaşlarıma , dostlarıma, Edirne’ye bana verdiklerinden dolayı sevgilerimi sunuyorum.

Ayrıca bugüne kadar bana maddi, manevi her türlü desteği karşılıksız veren, bana karşı sevgilerini hiçbir zaman esirgemeyen canım anneme, babama ve kardeşime onlara olan borcumu az da olsa ödeyebilecek olmanın sevinciyle bu Yüksek Lisans Tezi’ni onlara armağan ediyorum.

Ve daha genciz; gidilecek çok yol, görülecek çok şey var...

**OCAK 2006**

**Önder AYER**

## ÖZET

Plastik şekil verme metotlarından biri olan ekstrüzyon çok değişik alanlarda kullanılan basit ve karmaşık şekilli parçaların üretilmesinde kullanılan bir üretim metodudur. Ekstrüzyon kalıplarının imalatında giderek gelişen CNC talaşlı imalat teknolojileri ile daha karmaşık şekilli kalıplar rahatlıkla işlenebilmektedir.

Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda hazırlanan bu tez bir plastik şekil verme metodu olan ekstrüzyon prosesinde dişli benzeri bir parçanın elde edilmesini ve üst sınır yöntemi ile analizini içermektedir.

Malzeme akışı, ekstrüzyon prosesinde elde edilmiş ürünün mekanik özelliklerini kontrol etmeye yarayan önemli bir faktördür. Ancak bununla beraber üç boyutlu ekstrüzyon prosesinde karmaşık kesitli parçalarda kalıp yüzeyinin geometrisini ve buna uygun hız alanlarının belirlenmesinde ki zorluktan dolayı malzeme akışını tahmin etmek güç bir iş haline dönüşür. Bu tezde kalıp yüzeyi bir analitik fonksiyon ile tanımlanarak genelleştirilmiş üç boyutlu akış için kinematik olarak kabul edilebilir hız alanı türetilmiştir. Elde edilen bu hız alanlarında üst sınır analizi yöntemini uygulayarak ekstrüzyon basıncı ve kuvveti hesaplanmıştır. Örnek kesit olarak yonca biçimli bir parça seçilmiş ve silindirik hammadde göz önüne alınmıştır. Hesaplamalar, pekleşen malzeme olması açısından alüminyum için yapılmıştır. Analizlerde sürtünme şartları da incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Clover(Yonca biçimli) Kesitler, Ekstrüzyon, Üst Sınır Analizi

## ABSTRACT

Study of extrusion process has been of interest for long time due to its industrial importance. Die profile used in extrusion process has a significant importance about load and energy requirement, surface quality of product, heat generation and dead zone formation. Development of CNC machines and its technology provides manufacturing of complex shaped parts such as gear or gear-like profiles or else.

The metal flow in the extrusion process is an important factor in controlling the mechanical property of the extruded products. It is, however, difficult to predict the metal flow in three-dimensional extrusion of complicated sections due to the difficulty in representing the geometry of the die surface and in expressing the corresponding velocity field. In this study a new kinematically admissible velocity field for a generalized three-dimensional flow is derived, in which the flow is bounded by the die surface expressed by an analytic function. Then, by applying the upper-bound method to the derived velocity field, the flow pattern as well as the upper-bound extrusion pressure and load are obtained. As a computational example, extrusion of clover sections from round billets is chosen. A new method of die surface representation is proposed by which there is a smooth transition of die contour from the die entrance to the die exit. Computation is carried out by aluminum due to its work-hardening material. Frictional conditions have been also investigated.

**Keywords:** Clover Sections, Extrusion, Upper Bound Analysis



## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 İleri Ekstrüzyon	7
Şekil 2.2 Geriye Ekstrüzyon	8
Şekil 2.3 Ekstrüzyon Basıncının İstampa Kursu İle Değişimi	9
Şekil 6.1 Ekstrüzyon Kalıbının Gösterimi ve Çıkan Ürün	26
Şekil 6.2 Ürün Boyutları	26
Şekil 6.3 Koordinat Ekseni Tanımı	27
Şekil 7.1. Ortalama Akma Sınırının Bulunması	34
Şekil 7.2 Deformasyon Kuvvetinin Zimba Stroğuna Bağlı Değişimi ( $m=0.2$ )	35
Şekil 7.3 Kovandaki Sürtünme Kuvvetinin Strokla Değişimi ( $m=0.2$ )	36
Şekil 7.4 Matristeki Sürtünme Kuvvetinin Ürün Boyu ile Değişimi ( $m=0.2$ )	37
Şekil 7.5 Toplam Kuvvetin Zimba Stroğuna Bağlı Değişimi ( $m=0.2$ )	38
Şekil 7.6 Farklı Sürtünme Katsayıları için Toplam Kuvvetin Zimba Stroğuna Bağlı Değişimi,	39
Şekil 7.7 Relatif Ekstrüzyon Basıncı-Zimba Stroğu Grafiği ( $m=0.2$ )	40

**TABLO LİSTESİ**

Tablo 1.1 Plastik Şekil Verme Yöntemlerinin Gruplandırılması	5
Tablo 3.1 Dişli Üretim Proseslerinin Sınıflandırılması	12

## SEMBOLLER

$e, q$	: Optimizasyon parametreleri
$f_1(z), f_2(z)$	: Kalıp geometrisine göre kesiti tanımlayan sürekli fonksiyonlar
$d_0$	: Numune çapı
$L$	: Matris uzunluğu
$r, \theta, z$	: Silindirik koordinatlar
$R(\theta, z)$	: Kalıp kesiti fonksiyonu
$\Omega$	: Hızları tanımlamaya yarayan sürekli fonksiyondur
$m$	: Kalıp ile malzeme arasındaki sürtünme sürtünme faktörü
$V_m$	: Ortalama hız
$V_0$	: Giriş Hızı
$V_r, V_\theta, V_z$	: Silindirik koordinatlardaki hız bileşenleri
$\Delta V$	: Hız süreksizliği
$W_i$	: Deformasyon işi
$W_f$	: Sürtünme işi
$W_s$	: Kayma enerjisi işi
$\sigma_0$	: Malzemenin akma gerilmesi
$\sigma_m$	: Ortalama akma gerilmesi
$\tau$	: Kayma gerilmesi
$S_{ij}$	: Gerilme deviatör tensörü
$\delta_{ij}$	: Birim tensör
$\varepsilon$	: Genleme
$\dot{\varepsilon}$	: Genleme hızı
$\dot{\omega}$	: İş oranı
$\sigma_{ij}$	: Gerilme tensörü
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	: Genleme hızı tensörü
$J_2$	: Gerilme deviatörü invaryantı
$k$	: Basit kaymada akma sınırı
$V$	: Deformasyon bölgesinin hacmi
$J^*$	: Toplam enerji

$E^p$	: Dışarıdan verilen toplam enerji
$\mu$	: Sürtünme katsayısı
$F$	: Deformasyon için dışarıdan uygulanan kuvvet
$F_{sür}$	: Kovanla numune arasındaki sürtünme
$P$	: Sürtünmeye maruz kalan yüzey basıncı

## 1. GİRİŞ

### 1.2. Üretim

Sanayi anlamı olarak üretim, eldeki hammaddenin işlenerek istenilen özellik ve biçimdeki bitmiş ürün haline getirilmesinde hammadde, proses ve üründen oluşan bir süreç olarak tanımlanır.

Üretim çok geniş bir disiplin olduğundan detaylı olarak anlaşılması sadece makine veya imalat mühendislerine değil, amaçları insan ihtiyaçlarını karşılamak olan diğer mühendislik dallarına da yardımcı olur. Üretime başlangıç olarak enerji, zaman ve insan kaynakları konusunda yeterli fizibilite çalışması yapıldığı takdirde proses aşamasına geçilebilir. Proses aşamasında ilk sırayı dizayn alır. Dizayn temel hareket noktası seçilerek değişik planlar gerçekleştirilir ve bunlar proses aşamasının işleme kısmında yerine konur. Kaynakların ve prosesin doğru yönetilmesi verimlilik ve üretkenliğin artırılması bakımından önemlidir. Pazarlama konusu da ürünün en iyi ve karlı şekilde alıcıya ulaşmasında etkin bir rol üstlenmektedir. Son aşama yani sonuç aşamasında ürünün alıcıya ulaştırılması, bu ürünün ürün ile ilintili diğer ürünler ile desteklenmesi ve ürünün kullanılması konusundaki diğer bilgiler ile kullanım karmaşıklığındaki pürüzlülüklerin ortadan kaldırılması amaçlanmaktadır.

### 1.2. Üretim Yöntemleri ve Sınıflandırılması

İlerleyen teknoloji beraberinde yüksek kaliteli ürünlerin tasarımı ile bunların seri ve ucuz olarak üretimini sağlayan yöntemlerin geliştirilmesini getirmiştir. İnsanların yaşam standardı değişmiş ve insanlar sürekli daha iyiyi daha kaliteliyi arar olmuşlardır. Bu sebepten dolayı insanları daha da memnun etmek görevi mühendislere ve onların yaratma güdülerine bırakılmış durumdadır. Mühendisler her bir üretim yönteminin imkanlarını, üstünlüklerini ve sınırlarını tanıyarak amaçladıkları tasarıma en ucuz ve doğru olarak ulaşmak için gerekli bilgileri edinmek zorundadırlar. Mühendislik

disiplini içinde üretim yöntemlerini iç ve dış dönüşümler olarak iki gruba ayırmak mümkündür. İç dönüşümler cevherlerin indirgenmesi, arıtılması ve ısıl işlemleri olarak sıralanırken dış dönüşümler malzemelerin biçimlendirilmesi olarak söylenebilir. Bu kategoride de 4 ana üretim yöntemi olan *döküm, kaynak, talaşlı şekil verme ve plastik şekil verme* yer alır.

Yukarıda bahsedilen üretim yöntemlerinin genel bir sınıflandırmasını yapmak istediğimizde ise 6 grup söz konusudur (Lange,K., 1985). Bu grupları şu şekilde sıralayabiliriz.

### **1.2.1. Üretim yöntemi grupları**

- Bağ oluşturma

Grup 1. Birincil Biçimlendirme

- Bağın arttırılması

Grup 2. Şekil Değiştirme

- Bağın Kopartılması

Grup 3. Ayırma

- Bağın Büyütülmesi

Grup 4. Birleştirme

Grup 5. Kaplama

Grup 6. Malzeme Özelliklerinin Değiştirilmesi yani partiküllerin

- ilavesi

- uzaklaştırılması

- düzenlenmesi

*Grup 1. Birincil Biçimlendirme* : Belirli herhangi bir şekle sahip olmayan katı parçacıklardan birincil şeklin yaratılması veya parçacıklar arasında bağıntılar oluşturulması ile ilgili üretim yöntemleri bu grup içinde yer almaktadır. Döküm ve toz metalurjisi bu gruba dahil edilebilir.

*Grup 2. Şekil Değiştirme* : Bir katı cismin kütesini veya bileşimini değiştirmeden şeklini başka bir şekle dönüştürmeye yada bağın artırılması ile ilgili üretim anlaşılır. Plastik şekil verme yöntemleri bu grupta yer alır.

*Grup 3. Ayırma:* Bağın kopartılarak talaşlı biçimlendirme ile malzemenin ana küteden kopartılması ile ilgili üretim yöntemi anlaşılır. Talaşlı şekil verme ve taşlama bu grupta yer alır.

*Grup 4. Birleştirme* : Birbirinden ayrı parçalar arasında bağlantı oluşturarak başka elemanlar meydana getirmeyle ilgili üretim yöntemleri anlaşılır. Kaynak, lehim ve yapıştırma bu gruba dahil edilebilir.

*Grup 5. Kaplama* : Gerek iş parçasının ömrünü uzatmak, gerekse şekil bütünlüğü sağlamak açısından iş parçası ile kaplama malzemesi arasında bağ oluşturmak söz konusudur. Boyama, galvaniz çekme ve plastik tabakalar kaplama bu gruba dahil edilebilir.

*Grup 6. Malzeme Özelliklerinin Değiştirilmesi* : İş parçasında optimum özellikler elde etmek amacıyla malzeme özelliklerinin değiştirilmesi anlaşılır. Burada malzemedan parçacıklar çıkarmak, parçacıklar ilave etmek veya parçacıkların yeniden düzenlenmesi ile ilgili işlemler söz konusudur.

### 1.3. Üretim Yöntemi Olarak Plastik Şekil Verme

Bir katı cismin şeklini başka bir şekle dönüştürmek amacıyla uygulanan ve bu işlem sırasında cismin malzemesinde kütle ve bileşim değişikliğine yol açmayan üretim yöntemlerine plastik şekil verme yöntemleri denir.

Karbonlu ve alaşımlı çelikler, alüminyum, çinko, bakır ve bunların alaşımları gibi demir dışı malzemeler plastik şekil verme yöntemi ile şekillendirilebilmektedir. Plastik şekil verme ile üretilen iş parçalarının uygulama alanları mutfak aletlerinden otomobil ve havacılık sanayiine kadar çok geniş bir alandır.

Plastik şekil verme yöntemi, malzemelere yüksek mekanik özellikler sağlamaktadır. Ayrıca karmaşık şekilli parçaların üretilmesinde avantajları olduğu gibi, iyi yüzey kalitesi, dar tolerans aralıkları, yüksek üretim hızı ve düşük parça başı maliyetleri nedeniyle de daha çok tercih edilen üretim yöntemlerinin başında gelmektedir. AKATA (1987)

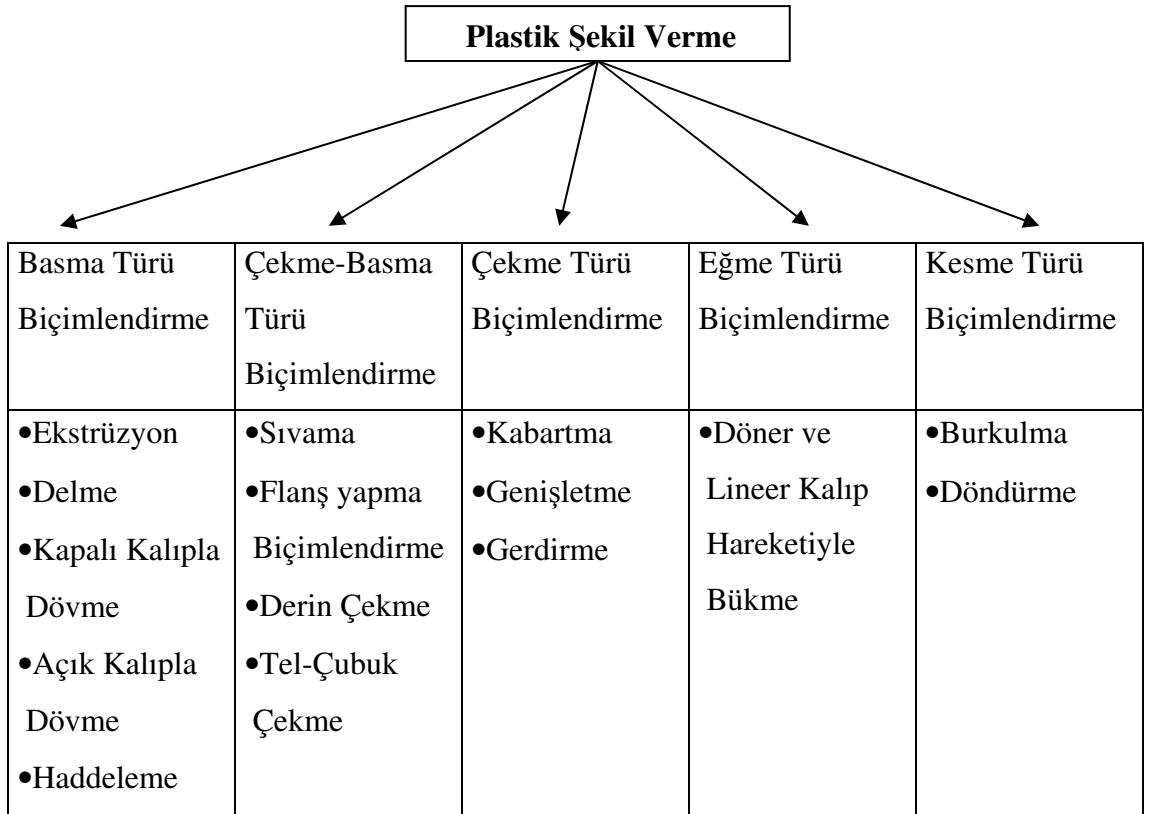
Plastik şekil verme yöntemlerinin karakteristikleri üretilecek parçanın boyutlarına ve malzemesine göre farklılıklar gösterebilir. Şekil değiştirme için gerekli gerilme ve kuvvet değerleri çok büyüktür. Bu değerlerin büyük olmasının sebebi iş parçasının tümünün veya büyük bir bölümünün deformasyona maruz kalmasıdır. Parçaların çoğu farklı bir biçim alır. Genellikle takımlar ağır, büyük ve pahalıdır. Bunun sebebi büyük kuvvetler ile çalışılmasıdır. Kalıp üretimindeki tolerans aralığının darlığından dolayı, kalıpların üretimi için kalifiye elemana ve yeterli donanımlar ile desteklenmiş bir atölyeye ihtiyaç vardır. Üretilecek parça sayısının fazla olması gereklidir, çünkü, kalıpların pahalı olması nedeniyle belli bir değer üzerindeki üretim için avantajlı duruma geçilebilir.

Plastik şekil verme işlemlerini başlıca iki grupta sıralayabiliriz: Bunlar saç şekillendirme ve kütle biçimlendirme işlemleridir. Saç şekillendirmede, saç parçalar eşit



cidar kalınlıklarında içi boş parçaların üretiminde kullanılır. Kütle biçimlendirme de ise iş parçası genellikle bütün doğrultularda ve büyük miktarda şekil değiştirerek büyük kesit değişiklikleri ortaya çıkar. Kütle biçimlendirme işlemlerinde karşılaşılan kuvvetler saç şekillendirme işlemlerinde karşılaşılan kuvvetlere nazaran daha büyüktür. Çünkü kütle biçimlendirme işlemleri çok eksenli basma yükleri ile karakterize edilebilir.

Plastik şekil verme yöntemlerinin etkin gerilme türünün esas alındığı bir gruplandırma ile sınıflandırılması gerekirse, 5 etkin gerilme haline göre hazırlanan gruplandırma şekli, Şekil 1.1.'de gösterilmektedir.



Tablo 1.1. Plastik Şekil Verme Yöntemlerinin Gruplandırılması (Altınbalık, T., 2000)

1) Basma Türü Biçimlendirme İşlemleri: İş parçası veya hammaddenin esas olarak tek veya çok eksenli basma gerilmelerinin etkisi altında şekil değiştirdiği biçimlendirmelerdir.

2) Birleşik Çekme ve Basma Türü Biçimlendirme İşlemleri: İş parçasının şekil değişiminin esas olarak birleşik tek veya çok eksenli çekme ve basma gerilmelerinin etkisiyle sağlandığı biçimlendirmelerdir.

3) Çekme Türü Biçimlendirme İşlemleri: İş parçasının şekil değişiminin tek veya çok eksenli çekme gerilmeleri etkisinde olduğu biçimlendirmelerdir.

4) Eğme Türü Biçimlendirme İşlemleri: İş parçasının eğilme gerilmeleri ile şekil değiştirdiği işlemler ile biçimlendirmelerdir.

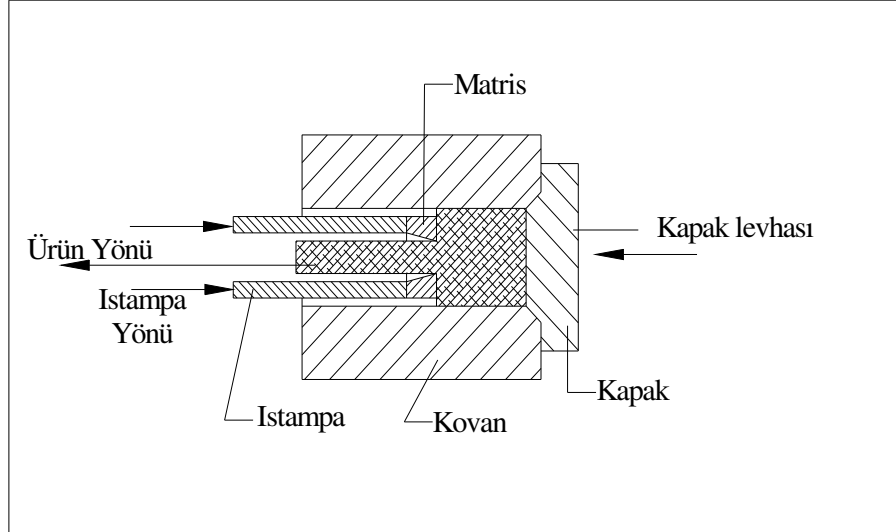
5) Kesme Türü Biçimlendirme İşlemleri: Şekillenen iş parçalarında kayma ve kesme gerilmelerinin daha etkin olmasından kaynaklanan biçimlendirmelerdir.

Üretim yöntemleri içinde plastik şekil vermenin öneminin ve ana hatlarının kısaca açıklandığı bu bölüm yapılan tezin çalışma alanını kısmen de olsa belirlemiş olmaktadır.

Yapılan çalışma etkin gerilme türüne göre plastik şekil verme yöntemlerinin sınıflandırılmasında basma türü biçimlendirme grubundan ekstrüzyon ile ilgilidir. Bu nedenle takip eden bölümde ekstrüzyon yöntemi açıklanmaktadır.



Geriye ekstrüzyonda matris ıstampanın ucuna tespit edilmiştir (Şekil 2.2.). Bu yöntemde ıstampanın içi deliktir. Böylece, ıstampanın alıcı içine doğru hareketinde basılan çubuk matris ve ıstampa deliğine girer. İleri ekstrüzyonda, matris deliğinden geçen ürünle ıstampanın hareket yönü aynı, geriye ekstrüzyonda ise terstir. Geriye ekstrüzyonda kuvvet direk ekstrüzyona kıyasla daha küçüktür. Çünkü, ileri ekstrüzyonda takoz alıcıya göre hareket ettiği için ikisi arasında bir sürtünme söz konusudur. Geriye ekstrüzyonda ise takoz ile alıcı ara yüzeyinde malzeme hareketi yoktur, dolayısıyla sürtünme söz konusu değildir. Fakat geriye ekstrüzyon gerekli tezgahın karmaşıklığı nedeniyle, sınırlı bir uygulama alanına sahiptir (L. Çapan, 1999).

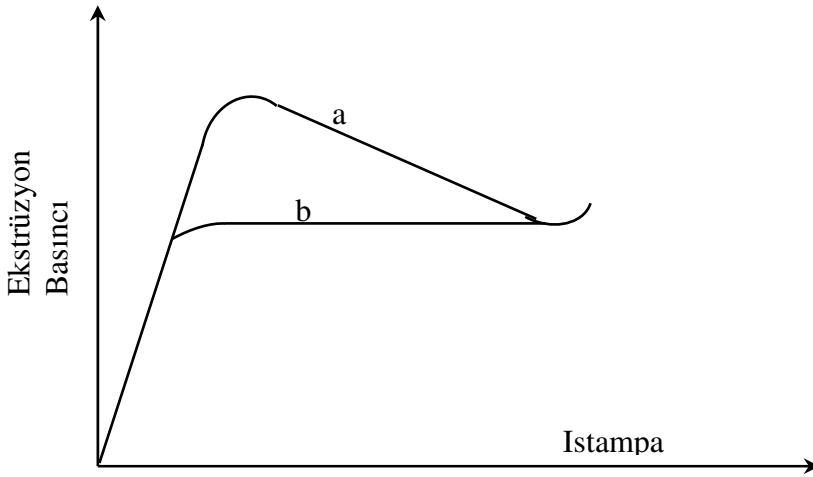


Şekil 2.2. Geriye Ekstrüzyon (C. Mısırlı, 2002)

Direk ekstrüzyonda alıcı içinde kalan malzeme miktarı takoz ağırlığının %18-%20'si, endirek ekstrüzyonda ise %5-6'sı arasındadır. Ayrıca endirek ekstrüzyon için gerekli kuvvet direk ekstrüzyona göre %25-30 daha küçüktür. Bu üstünlüklerine rağmen gerekli tezgahların karmaşıklığı nedeniyle sınırlı bir uygulama alanına sahiptir.

Ekstrüzyon soğuk ve sıcak olarak uygulanabilen bir yöntemdir. Sıcak ekstrüzyonda takozlar alıcı içine konmadan önce ekstrüzyon sıcaklığına kadar fırında ısıtıldığı gibi ayrıca, düşük ekstrüzyon hızlarında alıcıların da ısıtılması gerekir. Ekstrüzyonun sürekli bir işlem olmadığı açık olmakla beraber büyük takozlarla çok uzun ürünler elde edilebilmektedir.

Ekstrüzyon basıncının ıstampaya kursu ile değişimi Şekil 2.3.te verilmektedir. Başlangıçta, takozun alıcıyı tamamen doldurması için ıstampaya tarafından sıkıştırılması basıncın hızla artmasına sebep olur. Basınç maksimum değerini aldığı anda ekstrüzyon başlar yani malzeme matris içinde akmaya başlar. Direk ekstrüzyonda alıcı içindeki takoz uzunluğu azaldıkça sürtünme kuvvetinin de azalması ekstrüzyon basıncının maksimum değerini aldıktan sonra düşmesine yol açar. Endirek ekstrüzyonda ise takozla alıcı arasında sürtünme olmadığı için ekstrüzyon basıncı ıstampaya kursuna bağlı değildir. Dolayısıyla, endirek ekstrüzyonda basınç malzemenin matriste şekil değiştirmesi için gerekli olan değere yükseldikten sonra sabit kalır. Takozun alıcı içinde kalan uzunluğu küçüldükçe direk ekstrüzyon basıncı giderek endirek ekstrüzyon basıncına yaklaşır. İşlemin sonuna doğru gerek direk gerekse endirek ekstrüzyonda basınç yeniden artmaya başlar. Bunun nedeni alıcı içinde takozdan arta kalan ince bir disk şeklindeki malzemenin ıstampaya tarafından matrise sokulmak istenmesidir. Ancak bu safhadan sonra üretim kusuru olduğu için takozun bu kısmı ekstrüzyona dahil edilmez ve üründen kesilerek atılır.



Şekil 2.3. Ekstrüzyon Basıncının Istampaya Kursu İle Değişimi

a)Direk Ekstrüzyon

b)Endirek Ekstrüzyon

Direk ve endirek ekstrüzyonun alt uygulamaları olarak aşağıdaki prosesleri sınıflandırmak mümkündür.

- Hidrostatik ekstrüzyon
- Boru ekstrüzyonu
- Konik ve kademeli ekstrüzyon
- Darbeli ekstrüzyon
- Soğuk ekstrüzyon

Ekstrüzyon işleminin soğuk yapıldığında sağladığı bazı avantajları şu şekilde sıralamak mümkündür:

- a) Plastik şekil değişimiyle sürtünmenin açığa çıkardığı ısı malzemenin yeniden kristalleşmesine yol açmadığı takdirde pekleşme nedeniyle mekanik özellikler yükselir ve bu amaçla uygulanan ısı işlemlere gerek duyulmaz.
- b) Boyut toleranslarının küçük olması nedeniyle (0.025-0.125) taşlama veya diğer talaş kaldırma işlemlerine hemen hemen hiç gerek kalmamasını sağlar.
- c) İyi bir yağlama ile düzgün yüzeyler elde edilir.
- d) Oksitlenme yoktur.

Bu çalışmada dişli benzeri bir parçanın soğuk ekstrüzyonu ile ilgili teorik kuvvet ve malzeme akışının modellenmesi yapılmıştır. Bu sebeple takip eden bölümde dişli çarklar ve üretim prosesleri hakkında kısaca bilgi verilecek ve sonrasında da konu ile ilgili önceki çalışmalar özetlenecektir.

### **3. DİŞLİ ÇARKLAR VE ÜRETİM YÖNTEMLERİ**

Dişli çark mekanizmaları şekil bağı mekanizmalar olup, kuvvet bağı makinelerden hem daha az yer kaplarlar hem de senkron bir hız iletimine imkan verirler. Dişliler hızı arttırmada yada azaltmada kullanılan en yaygın mekanik güç iletim elemanlarıdır. Dişli dizaynı hayli kompleks bir iştir ve dizaynda tüm dişli ve ünitesinin göz önünde bulundurulması gerekir.

Dişli üretiminde diğer pek çok üretim yöntemini kıyaslayabilmek için üretim proseslerinden haberdar olmak gerekir. Dişlilerin karmaşık doğasından dolayı, hem boyutsal hassasiyetin tam sağlanma zorunluluğu ve hem de dişlerin şeklinin mükemmel olması gerekliliği dişli üretim prosesini özel bir konuma getirmektedir. Maksimum performansın gelişen teknoloji ile birlikte artması sanıldığı üzere yalnızca havacılık sektörünü değil otomobil sektörünü de ilgilendirmektedir. Görünen odur ki, uzay teknolojisi ve diğer kritik uygulamalar için dişli teknolojisinde artık daha ucuz, daha küçük, daha hafif ve daha dayanıklı dişli imal etme gereği vardır.

#### **3.1. DİŞLİ ÜRETİM PROSESLERİ**

Dişli üretim teknolojisinde pek çok değişik proses kullanılıyor olmasına rağmen aslında iki temel yol vardır: Talaşlı ve talaşsız şekil verme. Bu iki yöntem dişlinin hem ön şeklini elde etmek ve hem de bitirme işlemini yapmak üzere kullanılabilirken, bir yöntemle ön şekil verilmiş parça diğer yöntemle bitirme işlemine tabi tutulabilir. Örneğin ekstrüzyonla ön şekli verilmiş bir dişli parçaya raspalama ve traşlama işlemi ile son şekli verilebilir.

Tablo 3.1. Dişli Üretim Proseslerinin Sınıflandırılması

<b>TALAŞLI ŞEKİL VERME YÖNTEMLERİ</b>	<b>ÇAPAKSIZ YÖNTEMLER</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Azdırma çakısı ile imalat</li> <li>• Modül freze ile imalat</li> <li>• Yüzey Frezeleme</li> <li>• Form Frezeleme</li> <li>• Form Taşlama</li> <li>• Traşlama (Raspalama)</li> <li>• Broşlama</li> <li>• Elektroerozyon ve Tel Erozyonu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Haddeme</li> <li>• Toz Metalürjisi</li> <li>• Döküm</li> <li>• Kaba ve Hassas Dövme</li> <li>• Ekstrüzyon</li> </ul>

### 3.1.1. TALAŞLI ŞEKİL VERME YÖNTEMLERİ

Kesici takımlarla fazla malzemenin uzaklaştırılarak dişli üretim prensibine dayanan prosesler bu gruba girer. Bu tip proseslerde kesici takım veya dişli taslağı sürekli döner. Dişli dişlerinin karmaşık konturda olması ve yüksek boyutsal hassasiyet gereksinimi, dişliler kesilirken doğal olarak işleme zamanını arttırmakta ve maliyet yukarı tırmanmaktadır. Ayrıca talaşlı şekil verme prensibiyle çalışan proseslerde malzeme kaybı bir diğer problemdir. Çok sayıda kesme ağızına sahip takımlarla yapılan talaşlı imalat genel olarak frezeleme olarak adlandırılır. Frezelemede, bıçak adı verilen takımın üzerinde bulunan çok sayıda dişten sırasıyla her biri kısa bir süre parçayı keser ve sonra boş döner. Frezeleme sayesinde birçok işlem yapılabilmektedir. Bütün bu işlemler bıçakların değiştirilmesiyle gerçekleştirilmektedir. Bu adı geçen bıçaklardan modül-vals bıçaklarla dişli çarklar imal edilmektedir. Ayrıca yine bıçakların değiştirilmesiyle yüzey frezeleme ve form frezeleme yapılmaktadır.

Yine dişli çark üretiminde talaşlı kullanılan yöntemlerden birtanesi olan ve bir eksen boyunca hareket eden bir veya daha çok ağızlı kesme takımı yardımıyla iş parçalarının iç veya dış yüzeylerinde düz veya çeşitli profillerde işleme yapılan işleme yöntemine broşlama adı verilir. Broşlama işleminde yüksek çalışma verimi elde edilir, takımın bir hareketiyle çok işlem yapılır. Bütün bu özelliklere rağmen broşlama işleminde de çok fazla miktarda malzeme kaybı söz konusudur. Bu sorunları gidermek



amacıyla özellikle son yıllarda alternatif olarak çapaksız şekillendirme teknikleri geliştirilmektedir.

### 3.1.2. ÇAPAKSIZ YÖNTEMLER

Tarihin eski çağlarından uzanarak günümüze kadar gelmiş ve modern anlamda bilinen ilk üretim yöntemi olan dökümle şekillendirme çapaksız üretim yöntemlerinden birisidir. Metal dökümü, istenen katı şekilleri elde etmek amacıyla metalleri eritme ve kalıp adı verilen boşluklara dökerek katılaştırma işlemidir. Üretilmek istenen parçanın şekli kalıbın şekli ile belirlenir. Yarı mamul ve mamul parçaların üretiminde bazı durumlarda yalnızca döküm yoluyla şekillendirme yeterli olmasına rağmen çoğu zaman dayanım ön plana çıktığında başka yöntemlere başvurulur.

Diğer bir çapaksız üretim yöntemleri olan haddeleme işlemi de metalik malzemelerin merdane adı verilen ve eksenleri etrafında dönen silindirlere arasından geçirilerek plastik olarak şekillendirilmesine denmektedir. Haddeleme en fazla kullanılan şekillendirme usullerinden bir tanesidir.

Sinterleme yöntemi de geliştirilen diğer bir çapaksız imalat yöntemidir. Sinterleme işleminde, soğukta toz halden belirli bir şekil verilerek preslenmiş parçacıklar uygun sıcaklık ve sürede fırında tavlınır. Tek bileşenli toz sistemlerinde sinterleme sıcaklığı erime sıcaklığının  $2/3$  veya  $4/5$  i kadardır. Eğer birden fazla bileşen içeriyorsa sinterleme işlemi erime sıcaklığı en düşük sıcaklıkta ki bileşenin sıcaklığı üzerinden gerçekleştirilir.

Çapaksız yöntemler başlığı altına yer alan prosesler içinde klasik kapalı kalıpla dövme oldukça eski olmakla birlikte enjeksiyon yığıma yöntemi ve ekstrüzyon ile net yada nete yakın dişli parçaları elde edilmesi oldukça yeni konular olarak göze çarpmaktadır.

Son birkaç on yılda, talaşlı şekil vermeye göre maliyetleri önemli ölçüde düşürdüğü için dişli üretiminde dövme prosesinin kullanımı artmaktadır. Sağlanan ekonomik avantajlar, yüksek üretkenlik, malzeme tasarrufu ve artan mekanik özellikler (özellikle aşınma ve yorulma dayanımı) olarak sıralanabilir. Bununla beraber, net yada nete yakın ölçülerde ve dar boyut toleranslarıyla dişli üretimi bir hayli zordur. Bu yüzden kapalı kalıpla dişli dövülmesi için kalıp dizaynı araştırmacıları bir hayli uğraştırmaktadır. Bu konudaki en büyük sıkıntı dişlinin evolvent profilinin ve bazı durumlarda oldukça keskin olan uç kısmının kalıpta doldurulma güçlüğüdür. Bilindiği gibi, yüksek şekillendirme kuvvetleri yalnızca parça kalitesi ile ilgili değil aynı zamanda kalıp ömrü ile de yakından ilişkili bir kavramdır. Bu yüzden dişli ve benzeri parçaların üretilmesinde, dövme proseslerine bir alternatif olarak yine bir plastik şekillendirme prosesi olan ekstrüzyon prosesinin kullanılması düşünülebilir.

### **3.2. EKSTRÜZYONLA DIŞLİ VE BENZERİ PARÇALARIN ÜRETİMİ**

Ekstrüzyonla üretimde ürünün kalitesi, optimum kalıp geometrisi ve bu geometriye bağlı malzeme akışı ile yakından ilişkilidir. Yağlayıcı kullanılarak gerçekleştirilen soğuk ekstrüzyon işlemi, yüksek dayanımlı parçaların iyi yüzey kalitesiyle eldesinde, basit simetrik parçalardan dişli gibi kompleks parçalara kadar oldukça geniş bir uygulama sahasına sahiptir. Örneğin otomobil starterlerinin pinyon dişlileri ekstrüzyon yöntemi ile üretilmektedir. Böylesi bir üretim yönteminde kalıp dizaynı ile ilgili en önemli parametre kabul edilebilir bir yük altında diş profilinin tamamen oluşturulabilmesidir. Pekçok durumda diş geometrisi malzemenin deformasyon davranışını ve ekstrüzyon kuvvetini önemli ölçüde etkiler.

Sunulan tezde hem dişli benzeri bir parça olması nedeniyle, hem de kama ve dış dişli pompaların trochoidal dişlilerinde kullanılması bakımından clover (yonca biçimli) bir form tercih edilmiştir. Dişli ve benzeri parçaların ekstrüzyonu ile ilgili olarak literatürde çalışmalar mevcuttur ve bunlar takip eden bölümde ayrıntılarıyla anlatılacaktır.

#### 4. KONU İLE İLGİLİ ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Onuh (2003) çalışmasında kalıp redüksiyon oranlarının, kalıp açılarının ve şekillendirme için gerekli olan yükleme oranlarının ekstrüzyon ürününün kalitesine ve malzeme akım çizgilerine olan etkilerini dört simetrik numune üzerinden incelemiştir. Ekstrüzyon basıncı üzerine etkileyen parametrelerin belirlenmesi amacıyla kullanılan ampirik ifadelerini yetersiz olduğunu belirten Onuh, sertlik değişimleri için akım çizgilerinin değişik geometrilere ekstrüzyon ürününün kalitesine olan etkilerinin belirlemiştir. Elde edilen sonuçlarda ortalama sertlik değerlerinin kalıp redüksiyonundaki artışla beraber önemli bir şekilde arttığı görülmektedir.

Karabay (2003) AA-6063 alüminyumun direk ekstrüzyonunda ekstrüzyon oranının mekanik özellikler üzerine olan etkisini incelemiştir. Bu çalışmada homojenize edilerek hızlı soğutulmuş ve döküm halden yavaş soğutulmuş ve bu sayede iki farklı iç yapıya sahip numuneler için ekstrüzyon oranının etkilerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Yapılan deneyler sonucunda ekstrüzyon oranının artmasıyla her iki hal için de maksimum çekme gerilmesi ve sertlik artmakta yüzde kopma uzaması düşmektedir. Koç hızının sabit tutulması koşuluyla ekstrüzyon oranının artmasının ürünün ekstrüzyon kalıbından çıkış hızını da arttırdığı gözlenmiştir.

Airod (2003) ticari saflıktaki alüminyumun oda sıcaklığındaki deformasyonunu tanımlayan denklemlerin oluşturulması için yaptığı çalışmada ticari saflıktaki alüminyumu bilgisayar kontrollü servo-hidrolik pres yardımıyla basma testine tabi tutmuştur. Airod deneylerini değişik yağlama koşulları için gerçekleştirmiştir. Elde edilen sonuçlarda genleme oranının 0.05'ten daha büyük olduğu durumlarda gerilme genleme eğrilerinin eksponansiyel bir karakterde olduğu ortaya konmuştur.

Byon (2003) soğuk ve sıcak ekstrüzyonda uygun kalıp şekli tasarımı için yaptığı çalışmasında, şekillendirme prosesini karakterize eden iş parçasının ve ürünün şekli, işlem basamakları, kalıplarının ve iş parçalarının şekilleri, sürtünme, sıcaklık, şekillendirme hızı, iş parçasının ve kalıpların malzeme özellikleri gibi çeşitli parametrelerin kontrol değişkeni olarak almış ve bu yönde tasarım yapmıştır. Sıcak ve

soğuk şekillendirmede uygun kalıp tasarımı prosesi için Euler sonlu elemanlar metodu tabanlı bir yaklaşım kullanan Byon işlem hızı yüksek bilgisayarlar kullanılarak tasarımcının deneyimine ve sezgisine bağlı kalmaksızın efektif bir tasarım prosesi üretilmeyi amaçlamıştır.

Alüminyum ekstrüzyonunda malzeme akışı ve kalıp deformasyonunu sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplamak amacıyla yapılan diğer bir çalışmada Mooi (1999) sonlu elemanlar yöntemini kullanarak karmaşık alüminyum ekstrüzyonlarını modellemiştir. İki boyutlu akış hesaplamalarının gerçek üç boyutlu gerilme bölgesi ve deformasyonlarına yaklaşık sonuçlar verdiği bu çalışmada gösterilmiştir.

Giveia (1998) Lagrange ve Euler-Lagrange formülasyonları kullanılarak ileri soğuk ekstrüzyon prosesini sonlu elemanlar metoduyla modellenmeye çalışmıştır. Simülasyondan elde edilen nümerik sonuçlar, çelik numunelerle yapılan deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve plastik şekil değiştirmiş bölgede akım çizgileriyle ve genleme dağılımlarıyla mükemmel bir uygunluk gösterdiği görülmüştür.

Sharfy (1989) ekstrüzyon prosesi için üç boyutlu kalıpların bilgisayar destekli tasarım ve imalat sürecini araştırmak için bir çalışma yapmıştır. Çalışmada prosesi simüle etmek için üst sınır analizi yöntemi kullanılmıştır. Karmaşık şekilli parçaların uygun ekstrüzyonu için üretilen kalıplarında kalıp yüzeyinin, ürünün kalitesine olan etkisini inceleyen Sharfy, kinematik olarak kabul edilebilir hız alanını üç boyutlu bir akış için elde etmiştir. Ekstrüzyon kuvveti ve ekstrüzyon basıncı için teorik sonuçlar elde edilmiş ve deneysel verilerle karşılaştırılmıştır. Çalışmada ayrıca, aynı redüksiyon, aynı numune çapı ve aynı kalıp uzunluğu için ekstrüzyon basıncının şekil zorluk faktörünün artmasıyla birlikte arttığı görülmüştür. Çalışmada aynı şekil zorluk faktörüne sahip farklı profildeki ekstrüzyon ürünlerinin benzer ekstrüzyon kuvvetleriyle üretildiği de gözlenmiştir.

Yang (1986) çeşitli profildeki rastgele seçilmiş üç boyutlu ürünlerin ekstrüzyonunda genelleştirilmiş bir yöntem önermeyi amaçlayan çalışmasında, ekstrüzyon prosesini etkileyen çeşitli parametreleri irdelenmiş, uygun bir kalıp yüzeyi

oluşturmaya çalışmıştır. Kesit azalmasının etkisi, ürünün şekil zorluk derecesi, kalıp uzunluğu ve sürtünme şartlarının ekstrüzyon basıncıyla ve ekstrüzyon ürünündeki efektif genleme ve akım çizgileriyle olan ilişkisinin irdelendiği çalışmada, prosesin simülasyonu üst sınır analizi yöntemi kullanılmıştır. Deneylede ürünün çıkış kesiti dikdörtgen ve elips biçimindedir. Oda sıcaklığında gerçekleştirilen deneylede, AA2024 alüminyum alaşımlı sahip dairesel kesitli numuneler kullanılmıştır. Ekstrüzyon kuvveti için elde edilen teorik sonuçlar deneysel ölçümlerle iyi bir uygunluk göstermiştir.

Sofuoğlu (2004) üç boyutlu ekstrüzyon prosesinin fiziksel ve nümerik analizini araştırmak amacıyla gerçekleştirdiği çalışmasında elastik-plastik modelin tanımlanması için plastisin kullanmıştır. Bu yöntem sayesinde olayın fiziksel modeliyle, sonlu elemanlar tabanlı nümerik sonuçların bulunması amaçlanmıştır. Belirtilen yöntem yardımıyla oluşturulan teorik sonuçlar özellikle ekstrüzyon kuvveti için deneysel değerlerle büyük bir uyum göstermektedir.

Song (2004) dişli parçaların ileri ekstrüzyonu için ana tasarım parametrelerinin belirlenmesi amacıyla bir çalışma yapmıştır. Dişli parçalarının göbek boşluklu veya boşluksuz ileri soğuk ekstrüzyonunda, sonlu elemanlar yardımıyla ana tasarım parametreleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre; malzemenin dişli profilindeki kalıp boşluğunu doldurabilmesinde karşımıza çıkan en önemli parametreler üretilmek istenen geometrik şekil ve boşluk oluşturmak amacıyla kullanılan mandrelin yarıçapıdır. Tasarımdaki bir diğer önemli parametre olan ekstrüzyon oranının 2.6'dan küçük olması durumunda malzemenin kalıp boşluğunu istenen oranda dolduramama riskinin ortaya çıkması olarak ortaya konmuştur.

Lee (1991) genel yüzey modeli kullanılarak dişli profilli şekiller için uygun kalıp tasarımını araştırdığı bir çalışmada, üst sınır analizi metodu kullanılarak minimum ekstrüzyon basıncını elde edilmeyi amaçlamıştır. Bu amaçla uygun bir hız alanı tanımlanmış ve bu hız alanı gerekli sınır şartlarını sağlayacak şekilde belirlenmiştir. Tasarım ve üretimin bir bütün olduğu kabul edilerek, elde edilen sonuçlar bu doğrultuda yorumlanmıştır. Çalışmada kalıp uzunluğunun sadece sürtünme kuvvetini değil malzeme akışını da etkilediği hesaplarla bir kez daha ortaya konmuştur.

Sheu (1991) değişik profildeki üç boyutlu parçaların ekstrüzyonunda uygun kalıp yüzeyi tasarımını araştıran bir çalışmada, dişli, yonca, poligonal ve T-L kesitli numunelerin tasarım ve analizlerinde tüm bu kesitlerde analiz yapabilecek tek bir yaklaşım geliştirmeyi amaçlamıştır. Böylece her kesit için analitik fonksiyonlar bulma gereği ortadan kalkmıştır. Çalışmada kalıp geometrisinin malzeme akışının giriş ve çıkışı arasında yumuşak bir geçişi sağlayabilecek biçimde olması gerektiği açıklanmıştır. Sheu, geliştirdiği optimizasyon metoduyla elde edilen uygun kalıp yüzeyinin en düşük deformasyon kuvvetini verecek şekilde olmasını amaçlamıştır. Modelleme amacıyla üst sınır analizi yöntemini kullanan yazar, deneysel ve teorik sonuçların uyumlu olduğunu grafiklerle açıklamıştır.

Sunulan tezin teorik çalışmalarına esin kaynağı olan çalışmada Han (1986), yonca şeklindeki profillerin ekstrüzyonunda yeni bir hız alanı tanımlamayı amaçlamıştır. Böylesi profiller hem bir dişli çarkın ön şekli olması açısından ve hem de kama ve dış dişli pompaların trochoidal dişlilerinde kullanılması bakımından önemlidir. Han bu amaçla yarıçapı tanımlayacak bir fonksiyon öne sürmüştür. Takip eden bölümde ayrıntılarıyla anlatılacak olan üst sınır analiz yönteminde temel amaç numuneyi çeşitli geometrik parçalara bölmek ve her parçayı kendi içinde incelemek esasına dayanır. Yarıçap fonksiyonunun işlevi ise, deforme olan parçayı geometrik bölgelere bölmeden tüm hız alanlarının sınır şartlarını sağlamasına olanak verecek şekilde bir üst sınır analiz yönteminin uygulanabilme kolaylığıdır. Han böylesi bir yarıçap fonksiyonu yazarak yonca biçimli bir parçanın şekil karmaşıklığına, yağlama koşullarına, ekstrüzyon oranına araştırmış ve yaptığı deneylerle teorik olarak elde ettiği kuvvet sonuçlarını karşılaştırmıştır. Deney numunesi olarak AISI 1015 çeliği kullanılmıştır.

## 5. ÜST SINIR METODU (UPPER BOUND ANALYSIS)

### 5.1. Giriş

Metal biçimlendirmenin karakteristiği oldukça karmaşıktır. Bu yüzden üç boyutlu gerçek biçimlendirme prosesleri için tam bir matematiksel sonuç elde etmek zor olur. Eğer deformasyon hacminde gerilme ve genleme oranı bulunabilirse bir metal biçimlendirme prosesi için tam bir çözüm elde edilebilir. Bunun için bazı araştırmacılar tarafından metal biçimlendirme problemlerini çözmek için bazı analitik ve nümerik metotlar kullanılmış ve böylece metal şekillendirmenin hesabı için gerilme ve genleme alanlarını ve metal akışı tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bilim adamları ve mühendisler tarafından tercih edilen metotlar, dilim metodu, kayma çizgileri metodu, sınır analizi, sonlu eleman analizi, sonlu farklar ve sınır elemanı metotlarıdır. Dilim metodu; metal akış yönüne dik olan bu dilim ölçülmeyecek kadar küçük bir doğru içinde veya eğride metal deformasyonlarını göz önünde tutar. Etkiyen kuvvetler dilim üstüne yerleştirilir ve bu sonuçlar statik dengenin farklı bir denklemi içindedir. Doğruluk çok yüksek değilse de, metot hızlı hesap elde etmeye yarar. Kayma çizgileri metodu metal biçimlendirme prosesleri için gerilme ve genleme dağılımını bulur. Fakat bu sadece düzlem genleme için uygundur. Bu metotta, plastik akış, kayma çizgisi diye adlandırılan çizgiler ile sunulan düzlemler boyunca kayma deformasyonu ile temsil edilir. Kayma çizgisi analizi düzlem genleme problemleri için bile çok uzun ve yorucudur. Sonlu farklar metodu genellikle sıcaklık dağılımını hesaplamak için kullanılabilir. Sonlu elemanlar metodu nümerik bir metottur ve metal biçimlendirmeye çok uygun olmadığı prosesler mevcuttur. Bilgisayar sistemlerindeki ve nümerik metotlardaki gelişmeler; daha doğru sonuçları vermeleri açısından bu yöntemler önem kazandılar. Metal biçimlendirmenin sonlu eleman analizi daha doğru gerilme ve genleme dağılımını bulurken, bilgisayar zamanı ise uzundur. Ayrıca sonlu elemanların hassasiyeti verilen dataların da hassasiyetine oldukça bağlıdır.

Limit analizi alt sınır ve üst sınır olmak üzere ikiye ayrılır. İlk önce Prager ve Hodge (Y. Çan, 1998) tarafından tanıtılan Üst Sınır Metodu, plastik olarak deforme olan hacimdeki hız alanları ile giderilmesi gerekli şartların önemini ihtiva eder. Plastik

bölgede malzemenin hareketinin matematik sunumu olan kinematik olarak kabul edilebilir hız alanı önemli bir fikir meydana getirir. Öyle ki, plastik olarak deforme olacak kısım içerisinde deformasyonu sağlayabilmek için dış kuvvetlerde yapılan iş, iç enerji ihtiyacına eşit olmalıdır.

Kinematik olarak kabul edilebilir hız alanı bileşenleri ve onların birinci türevleri kayma yüzeylerinin dışında sürekli olmalı ve sınır şartlarını sağlamalıdır.

Kinematik olarak kabul edilebilir hız alanları boyunca, gerçekleşen deformasyon sırasında güç dağılımı küçüktür. Eğer gerçek hız alanı hesaplanabilirse, enerji doğru olarak tahmin edilebilir. Kinematik olarak yapılan tahmin için makul hız alanı çeşitli metal biçimlendirme problemlerinin çözümünde Üst Sınır Metodunun farklı geometrisini kullanan çoğu araştırmacı için gerilme alanından daha kolaydır.

## 5.2. Üst Sınır Metodunun Formülasyonu

Üst sınır metodunu ifade etmede sıra ile aşağıdaki kabuller yapılır,

- Malzeme izotropik ve sıkıştırılmazdır.
- Elastik deformasyon ve atalet kuvvetleri yoktur.
- Malzeme Levy-Mises ve von Mises kriterlerini sağlamaktadır.
- Malzeme pekleşmeyen rijit plastiktir.
- Malzemenin akma sınırı sabittir.

Toplam güç, ideal deformasyon, sürtünme direncini yenme ve iç kaymaya sebep olmak için gerekli güç ihtiyacının toplamı olarak kabul edilebilir. Eğer proste tel çekmede olduğu gibi bir geri çekme varsa bu sebeple geri çekme için uygulanan güç, toplam güçten çıkartılmalıdır.



### 5.2.1. İdeal deformasyon enerjisi

Von Misses malzemesi için iş oranı şöyle yazılabilir,

$$\dot{\omega} = \sigma_{11}\dot{\epsilon}_{11} + \sigma_{22}\dot{\epsilon}_{22} + \sigma_{33}\dot{\epsilon}_{33} + 2(\sigma_{12}\dot{\epsilon}_{12} + \sigma_{23}\dot{\epsilon}_{23} + \sigma_{31}\dot{\epsilon}_{31}) \quad (5.1)$$

bu tensör notasyonunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{\omega} = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} \quad (5.2)$$

Gerilme tensörü keza gerilme deviatörü ve hidrostatik gerilme şeklinde yazılabilir.

$$\dot{\omega} = (S_{ij} + S \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_{ij} \quad (5.3)$$

$S_{ij}$  gerilme deviatör tensörü

$\dot{\epsilon}_{ij}$  genleme hızı tensörü

$\delta_{ij}$  birim tensör. Böylece (3.3) denklemini aşağıdaki şekilde genişletilebilir.

$$\dot{\omega} = (S_{11} + S)\dot{\epsilon}_{11} + (S_{22} + S)\dot{\epsilon}_{22} + (S_{33} + S)\dot{\epsilon}_{33} + 2(S_{12}\dot{\epsilon}_{12} + S_{23}\dot{\epsilon}_{23} + S_{31}\dot{\epsilon}_{31}) \quad (5.4)$$

$$\dot{\omega} = S_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} + S \dot{\epsilon}_{ij} \quad (5.5)$$

Plastik deformasyonda hacim sabitliği denklem (5.6) daki gibi tanımlanabilir.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{33} = 0 \quad (5.6)$$

Böylece (5.4) eşitliği aşağıdaki hali alır.

$$\dot{\omega} = (S_{11})\dot{\epsilon}_{11} + (S_{22})\dot{\epsilon}_{22} + (S_{33})\dot{\epsilon}_{33} + 2(S_{12}\dot{\epsilon}_{12} + S_{23}\dot{\epsilon}_{23} + S_{31}\dot{\epsilon}_{31}) \quad (5.7)$$

Son eşitlik tensör notasyonuna göre,

$$\dot{\omega} = S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (5.8)$$

halini alır. Von Mises akma kriterine göre gerilme deviatörünün ikinci inveryantı belirli bir değere ulaştığında, yani malzemenin basit kaymada akma sınırı olan  $k$  değerine ulaştığında akma başlayacağından, genleme hızı bileşenleri yerine konarak,

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = k^2 \quad (5.9)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{kl} \dot{\epsilon}_{kl}}}{k} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (5.10)$$

böylece,

$$\dot{\omega} = \frac{1}{k} S_{ij} S_{ij} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (5.11)$$

denklem (5.9) daki von Mises akma koşulu yerine konduğunda,

$$\dot{\omega} = 2k \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (5.12)$$

$$k = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} \quad (5.13)$$

$$\dot{\omega} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (5.14)$$

$\sigma_o$  malzemenin akma gerilmesidir.

Temas alanı altında metalde iç enerji ihtiyacı (5.14) eşitliğinin deformasyon hacmi üzerinden integrasyonu ile elde edilir.

$$\dot{W}_i = \int_V \dot{\omega} dV \quad (5.15)$$

V deformasyon bölgesinin hacmidir.

$$\dot{W}_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV \quad (5.16)$$

### 5.2.2. Kayma enerjisi

Tüm deformasyon bölgesi için hız alanı için tek bir matematiksel ifade kullanmak ya mümkün değil yada çok zordur. Bu zorluğu gidermek için deformasyon bölgesini çeşitli bölgelere bölmek avantajlı olabilir. Her bir bölgede, hız alanı ve türevi sürekli olmalıdır. Yüzeye paralel, hız süreksizleri mevcut olabilir. Bunun yanında yapılan çalışmada hız süreksizliği giriş ve çıkış kesitlerinde farklılık olmamasından dolayı kayma enerjisinin olmadığı görülmüştür.

Teğetsel bileşenler arasındaki fark hız süreksizliği diye adlandırılır.

$$|\Delta V| = v_{t1} - v_{t2} \quad (5.17)$$

Yüzey boyunca hız süreksizliği şekil değiştirmiş malzeme içinde kayma artışına yol açar. Malzemenin müsaade edebileceği kaymaya karşı maksimum dayanım,

$$\tau = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} \quad (5.18)$$

kayma sınırları üzerindeki maksimum enerji ihtiyacı,

$$\dot{W}_s = \int_{\Gamma} \tau |\Delta v| dS \quad (5.19)$$

### 5.2.3. Sürtünme kayıpları

Her zaman takımlar ve nesneler arasındaki temasta, bağlı bir hareket vardır. Bu hareket için sürtünme diye adlandırılan bir mukavemet vardır. Sürtünmenin mekanizması karışıktır. Sürtünme mukavemeti  $\tau$  ile gösterilir. Sürtünmenin matematiksel ifadesi çok fazla olmasına rağmen iki tanım diğerlerine kıyasla çok fazla kullanılmaktadır. Coulomb katsayısı ve kayma katsayısı sabit plastisitede en çok kullanılanlardır. Coulomb Sürtünme Yasası kabul edildiğinde;

$$\tau = \mu p \quad (5.20)$$

Fakat, bilim adamları aşağıdaki denklemi tercih etmektedirler.

$$\tau = m \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} \quad (5.21)$$

$m$ , takım ve metal arasındaki sürtünme faktörüdür ki , sürtünme meydana geldiğinde 0'dan 1'e değişir. Takım ile malzeme arasındaki relatif hareketten dolayı sürtünme direncini yenmek için gerekli enerji;

$$\dot{W}_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \int_s \sigma_o \Delta V ds \quad (5.22)$$

olarak verilir. Burada;  $\Delta V$ , takım malzeme ara yüzüne paralel yönde hız süreksizliğidir.

### 5.2.4. Toplam enerji dağılımı

Toplam güç aşağıdaki gibi elde edilir.

$$J^* = \dot{W}_d + \dot{W}_s + \dot{W}_f \quad (5.24)$$

(5.16), (5.19), (5.22) denklemleri (5.23) denklemleri içerisinde yerine konduğunda,

$$J^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dv + \int_{\Gamma} \tau |\Delta v| ds + \frac{m}{\sqrt{3}} \int_S \sigma_o \Delta V ds \quad (5.24)$$

dışarıdan verilen toplam enerji,

$$E_t = F \cdot v \quad (5.25)$$

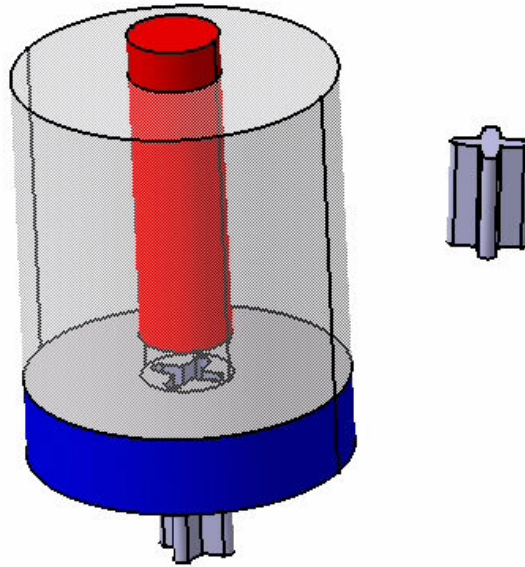
burada ; F, deformasyon için dışarıdan uygulanan kuvveti, v, takım hızını gösterir.

Böylelikle toplam güç hesaplanabilir ve minimum enerji gereksinimi toplam enerji minimize edilerek bulunabilir. Denklem (5.25) de tüm güç terimleri bütün metal şekillendirme işlemleri için mevcut olmayabilir veya ihmal edilecek kadar etkisi zayıf olabilir. Bu da araştırmacılara kolaylık sağlar.

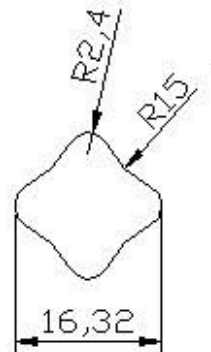
## 6.YONCA (CLOVER) BİÇİMLİ BİR PARÇANIN MATEMATİK MODELİ

### 6.1. Giriş

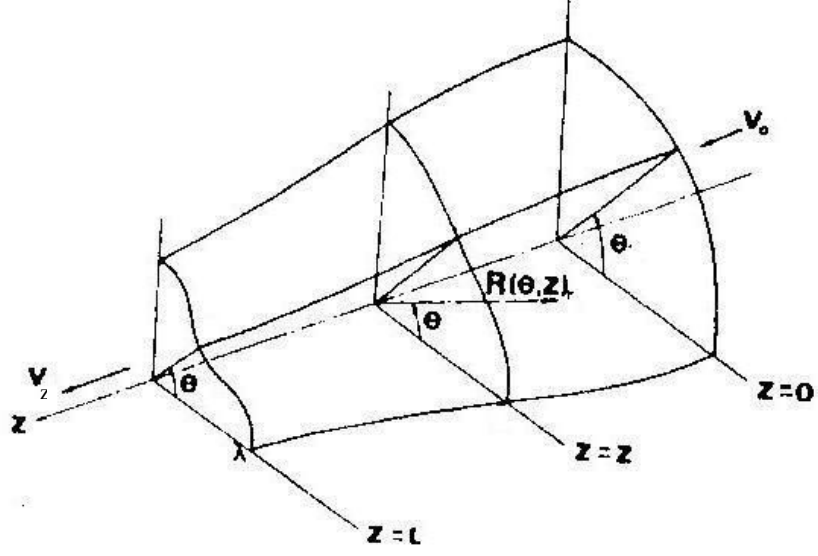
Sunulan tezde matematiksel modellemenin yapılması amacıyla silindirik  $(r,\theta,z)$  koordinat sistemi kullanılmıştır. Seçilen eksen takımının orijini hammaddenin alt yüzeyinin merkezi ile çakışmakta ve dişey eksen, z eksen, hammaddenin ve deliğın eksenı ile çakışmakta ve yukarı doğrudur.



Şekil 6.1. Ekstrüzyon Kalıbı ve Ürün



Şekil 6.2 Ürün Boyutları (R=3.675)



Şekil 6.3 Koordinat Ekseni Tanımı

## 6.2. Tanımlanan Yarıçap Fonksiyonu ve Hız Alanları

Hız alanlarını tanımlamak için gerekli olan yarıçap fonksiyonu  $f_1(z)$  ve  $f_2(z)$  yardımcı fonksiyonları uyarınca hesaplanmıştır. Tahmin edilen yarıçap fonksiyonu denklem (6.1) olarak tanımlanmıştır. Bu denklem (6.2) ve (6.3) fonksiyonları yardımıyla oluşturulmuştur.

$$R(\theta, z) = \frac{1}{2} [(f_1(z) + f_2(z)) + (f_1(z) - f_2(z) \cos(4\theta))] \quad (6.1)$$

$$f_1(z) = \frac{d_0}{2} + \left[ 2.4657 \frac{e}{L^2} + \frac{3e}{L^2} \right] z^2 - \left[ \frac{2e}{L^3} + \frac{4.9314e}{L^3} \right] z^3 + 2.4657e \quad (6.2)$$

$$f_2(z) = \frac{-d_0}{2} + \left[ 2.4657 \frac{e}{L^2} + \frac{3e}{L^2} \right] z^2 - \left[ \frac{2e}{L^3} + \frac{4.9314e}{L^3} \right] z^3 + 2.4657e \quad (6.3)$$

6.3 fonksiyonu düzenlenmiş olarak ele alındığında;

$$f_1(z) = \frac{d_0}{2} + \left[ 5.4657 \frac{ez^2}{L^2} \right] - \left[ 6.9314 \frac{ez^3}{L^3} \right] + 2.4657e \quad (6.4)$$

$$f_2(z) = \frac{-d_0}{2} + \left[ 5.4657 \frac{ez^2}{L^2} \right] - \left[ 6.9314 \frac{ez^3}{L^3} \right] + 2.4657e \quad (6.5)$$

verilen formüller ile yarıçap fonksiyonu yazıldığında;

$$R(\theta, z) = \left[ \left( 5.4657 \frac{ez^2}{L^2} \right) - \left( 6.9314 \frac{ez^3}{L^3} \right) + 2.4657e + 0.05d_0 \cos(4\theta) \right] \quad (6.6)$$

yarıçap fonksiyonu ortaya çıkmaktadır.

$$V_m = \frac{4V_0}{(f_1(z) + f_2(z))^2 + \frac{1}{2}(f_1(z) - f_2(z))^2} \quad (6.7)$$

ortalama hız ifadesi silindirik koordinatlarda  $V_z$  ifadesine eşit olduğu kabul edilirse;

$V_m = V_z$  ve denklemde  $f_1$  ve  $f_2$  yerine yazılırsa;

$$V_z(r, \theta, z) = \frac{4V_0}{\left[ 10.9314 \frac{ez^2}{L^2} - 13.8628 \frac{ez^3}{L^3} + 4.9314e \right]^2 + \left[ 0.5d_0^2 \right]} \quad (6.8)$$

$$V_r(r, \theta, z) = \frac{-r}{2} V_m' - \frac{r}{q+1} \frac{\partial \Omega(\theta, z)}{\partial \theta} \quad (6.9)$$

$$\Omega(\theta, z) = -\frac{q+1}{2R(\theta, z)^{q+1}} \int_0^\theta \frac{\partial}{\partial z} \left[ R(\theta, z)^2 V_m(z) \right] d\theta \quad (6.10)$$

$\Omega(\theta, z)$  düzenlenmiş olarak verildiğinde;

$$\Omega(\theta, z) = \frac{q+1}{128R(\theta, z)^{q+1}} (f_1 f_2' - f_2 f_1') V_m^2 \left[ (f_1^2 - f_2^2) \sin(8\theta) + 2(f_1^2 + 6f_1 f_2 + f_2^2) \sin(4\theta) \right] \quad (6.11)$$

6.11 denklemden hareketle  $V_r$  açık halde yazılmak istendiğinde;



$$V_r(r, \theta, z) = 4rV_0 \left[ \begin{array}{l} 10.9314 \frac{e(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3})x(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3})^2}{L(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3})^2} \\ 13.8628 \frac{e(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3})x(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3})}{L(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3})_3} + \\ 4.9314e(2.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3}) \end{array} \right] \left( \begin{array}{l} 16r \left( \frac{1}{128} (q+1) R(\theta, z)^q + 1 \right) \left( -10.9314 \frac{ez}{L^2} + 20.7942 \right) \\ d_0 V_m^2 e z^2 \cos(8\theta) (-5.4657L + 6.9314z) \\ \frac{((q+1)L^3) + \frac{3}{1250}}{\left( \begin{array}{l} 5.4657ez^2L + \\ 6.9314ez^3 - \\ 0.5d_0L^3 \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} 5.4657ez^2L + \\ 6.9314ez^3 + \\ 0.5d_0L^3 \end{array} \right) \cos(4\theta)} \\ \left( \left( \left( 10.9314 \frac{ez^2}{L^2} - 13.8628 \frac{ez^3}{L^3} + 4.9314e \right)^2 + 0.5d_0^2 \right)^2 \right) \end{array} \right) \quad (6.12)$$

$$V_\theta(r, \theta, z) = r^q \Omega(\theta, z) \quad (6.13)$$

$$V_{\theta}(r, \theta, z) = - \left[ \left( \frac{2 \sin(8\theta)r(0.078125(q+1)R(\theta, z) + 1) \left( -10.9314 \frac{ez}{L^2} + 20.7924 \right) d_0 V_m^2 ez^2 (-5.4657L + 6.9314z)}{\left( (q+1)L^3 \right) + 0.0006 \sin(4\theta)} + \frac{\begin{pmatrix} 5.4657 ez^2 L + \\ 6.9314 ez^3 - \\ 0.5d_0 L^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5.4657 ez^2 L + \\ 6.9314 ez^3 + \\ 0.5d_0 L^3 \end{pmatrix}}{L^6} \right) V_0 \right] r +$$

$$\left[ \frac{10.9314 \frac{e \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right) x \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^2}{L \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^2} - 13.8628 \frac{e \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right) x \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^3}{L \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^3} + 4.9314 e \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right) \right] \left( \left( 10.9314 \frac{ez^2}{L^2} - 13.8628 \frac{ez^3}{L^3} + 4.9314 e \right)^2 + 0.5d_0 \right)^2$$

$$\left[ \begin{array}{l}
8 \sin(8\theta) r V_0 \left[ \begin{array}{l}
10.9314 \frac{e \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right) x \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^2}{L \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^2} - 13.8628 \frac{e \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right) z \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^3}{L \left( \frac{7157 ez}{2500 L^2} - \frac{103971 ez^2}{2500 L^3} \right)^3} + \\
4.9314 e \left( \frac{7157 ex}{2500 L^2} - \frac{103971 ex^2}{2500 L^3} \right)
\end{array} \right] \\
(0.078125(q+1)R(\theta, z)^q + 1) \left( -10.9314 \frac{ez}{L^2} + 20.7942 \right) d_0 V_m^2 ez^2 (-5.4657L + 6.9314z) \\
\left( \left( \left( 10.9314 \frac{ez^2}{L^2} - 13.8628 \frac{ez^3}{L^3} + 4.9314e \right)^2 + 0.5d_0^2 \right)^2 (q+1)L^3 \right) \\
-8 \frac{V_0 \left( \left( 10.9314 \frac{ez^2}{L^2} - 13.8628 \frac{ez^3}{L^3} + 4.9314e \right)^2 + 0.5d_0^2 \right) \left( 21.8628 \frac{ez}{L^2} - 41.5884 \frac{ez^2}{L^3} \right) \theta}{\left( \left( 10.9314 \frac{ez^2}{L^2} - 13.8628 \frac{ez^3}{L^3} + 4.9314e \right)^2 + 0.5d_0^2 \right)^2}
\end{array} \right] r \quad (6.14)$$

olarak elde edilir.

Genel olarak genleme denklemleri 6.15 ile 6.20 arasında verilmiştir.

$$\dot{\epsilon}_{rr}(r, \theta, z) = \frac{\partial V_r}{\partial r} \quad (6.15)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta}(r, \theta, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \quad (6.16)$$

$$\dot{\epsilon}_{zz}(r, \theta, z) = \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (6.17)$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta}(r, \theta, z) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} \right) \quad (6.18)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta z}(r, \theta, z) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \right) \quad (6.19)$$

$$\dot{\epsilon}_{rz}(r, \theta, z) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \quad (6.20)$$

$$\epsilon_{eff} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} (\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{zz}) + \epsilon_{r\theta} + \epsilon_{rz} + \epsilon_{\theta z}} \quad (6.21)$$

### 6.3. İç deformasyon için enerji ihtiyacı

İdeal deformasyon enerjisi denklem 6.22 de verilmiştir,

$$\dot{W}_d = \int_v \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dv \quad (6.22)$$

açık halde yazılırsa deformasyon için gerekli iş 6.23 ve detaylı olarak 6.24'te verilmiştir;

$$\dot{W}_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m \int_0^L \int_0^{2\pi R(\theta, z)} \int_0^R \left( \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \right)^{1/2} r dr d\theta dz \quad (6.23)$$

$$W_d = \bar{\sigma}_m \int_0^L \int_0^{2\pi R(\theta,z)} \int_0^{\left( \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2}(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + \varepsilon_{r\theta} + \varepsilon_{rz} + \varepsilon_{\theta z}} \right)} r dr d\theta dz \quad (6.24)$$

Deformasyon için gerekli iş 6.24 denkleminin çözümüyle elde edilmektedir,

#### 6.4.Sürtünmeden dolayı enerji ihtiyacı

$$\Delta V = \left[ V_r^2 + V_\theta^2 + V_z^2 \right]_{r=R(\theta,z)}^{1/2} \quad (6.25)$$

Ortaya çıkan hız alanları yardımıyla gerekli iş hesaplanmıştır.

Deforme edilen parçasının üst ve alt temas yüzeylerinde sürtünmeden dolayı enerji dağılımı daha önce üçüncü bölümde de açıklandığı gibi denklem (4.17) ile verilir.

$$W_f = \int_S \tau |\Delta V| dS \quad (6.26)$$

$\tau$  yerine  $m.\sigma/\sqrt{3}$  koyduğumuzda “m” yüzeyler arası sürtünme faktörü ve  $\sigma$  malzeme akma gerilmesi ile ortaya çıkan sürtünme için harcanan toplam enerji,

$$W_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m \int_0^{2\pi L} \left[ V_r^2 + V_\theta^2 + V_z^2 \right]_{r=R(\theta,z)}^{1/2} \left[ 1 + \frac{1}{R(\theta,z)^2} \left( \frac{\partial R}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} R(\theta,z) d\theta dz \quad (6.27)$$

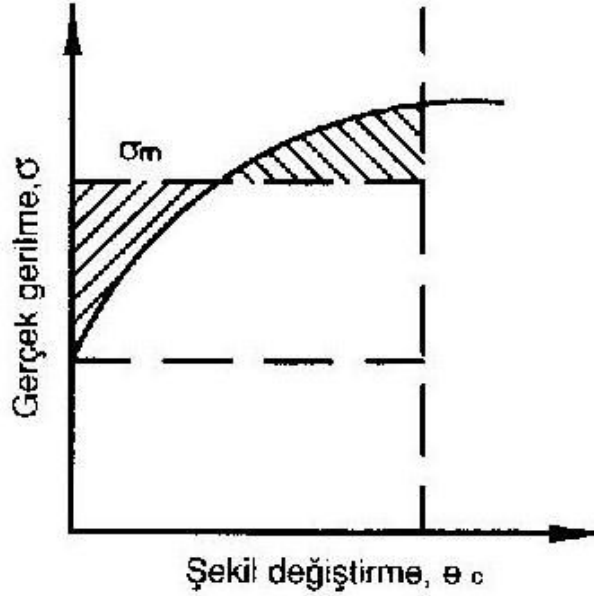
#### 6.5. Kovandaki Sürtünme

Jooybari (2002) yaptığı çalışmasında kovanla numune arasındaki sürtünme kuvvetini aşağıdaki gibi tanımlamıştır. Sunulan tezde de bu yaklaşım kullanılmıştır.

$$F_{sür} = \tau \pi d_0 L \quad (6.28)$$

## 7. SONUÇLAR ve İRDELEME

Bu çalışmada üst sınır analiz yöntemine bağlı olarak ilk defa geliştirilen bir kinematik kabul edilebilir hız alanı sunulmaktadır. Bu hız alanlarının belirlenmesi ile ilgili olarak parçayı daha önceki pekçok literatür çalışmasında yapıldığı gibi geometrik bölgelere bölmek yerine yarıçap fonksiyonu tanımlanarak denklemlerin daha kolay elde edilmesi yoluna gidilmiştir. Sunulan tezde ekstrüzyon prosesi için seçilen malzeme AA2024 olup bilindiği üzere pekleşen bir malzemedir. Bu sebeple gerilme-genleme arasındaki ilişki  $\sigma=K\varepsilon^n$  şeklinde verilmektedir. Gerçek gerilmenin şekil değişimi ile birlikte artması, hesaplama kolaylığı açısından bir ortalama akma sınırı ( $\sigma_m$ ) tarif edilmesi ihtiyacını doğurmuştur (Şekil 7.1 Çapan, L., 2004). Bu doğrultuda, literatür değerleri ve prostedeki genleme miktarları da gözönüne alınarak malzemenin ortalama akma gerilmesi  $\sigma_m=400$  MPa olarak belirlenmiş ve denklem programı çözümlerken bu değer kullanılmıştır.

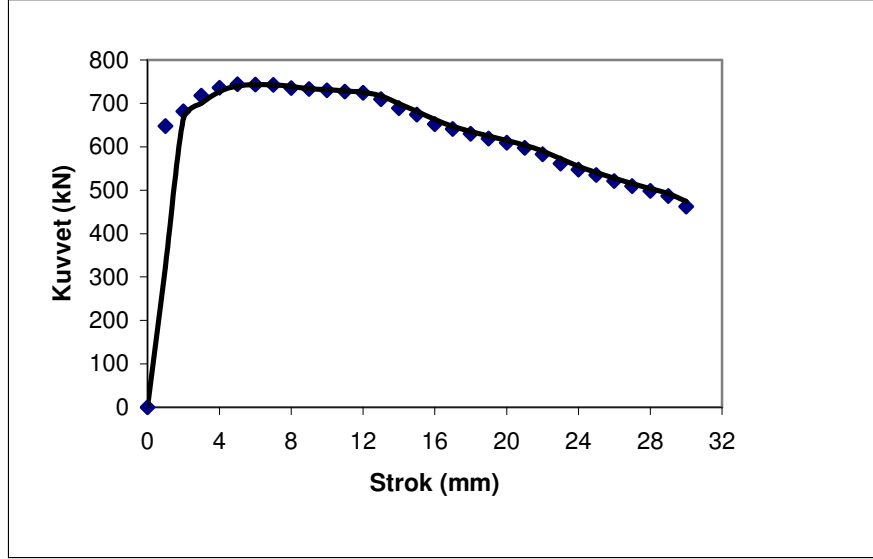


Şekil 7.1. Ortalama Akma Sınırının Bulunması  
(Taralı alanlar eşittir)

5. bölümde teorik bilgileri verilen üst sınır analizi yöntemine bağlı kalınarak 6. bölümde önerilen yarıçap fonksiyonuna göre denklemler elde edilmiş ve buna bağlı hız alanları ortaya çıkarılmıştır. Bu denklemle arasında hız süreksizliği enerjisi için gerekli

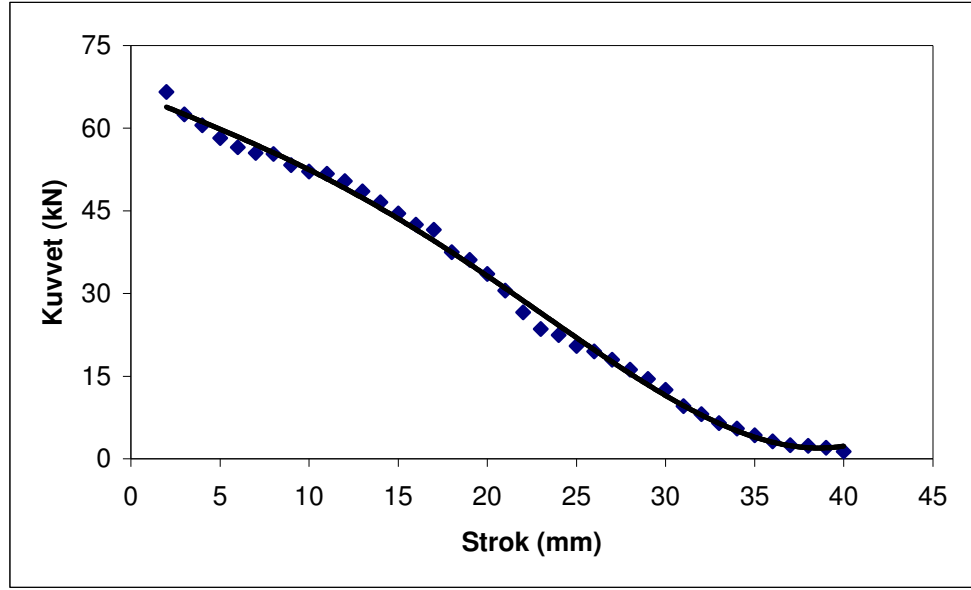
denklemler yer almamaktadır. Bunun sebebi, matris giriş açısının  $180^0$  olması ve ölü bölge olarak kabul edilen bölgenin kalıp duvarı olarak yer almasıdır.

Bu hız alanları kullanılarak denklemler çözülmüş ve sunulan dişli benzeri yonca biçimli parça için elde edilen grafikler Şekil 7.2-7.7 arasında verilmektedir.



Şekil 7.2 Deformasyon Kuvvetinin Zımba Stroğuna Bağlı Değişimi (m=0.2)

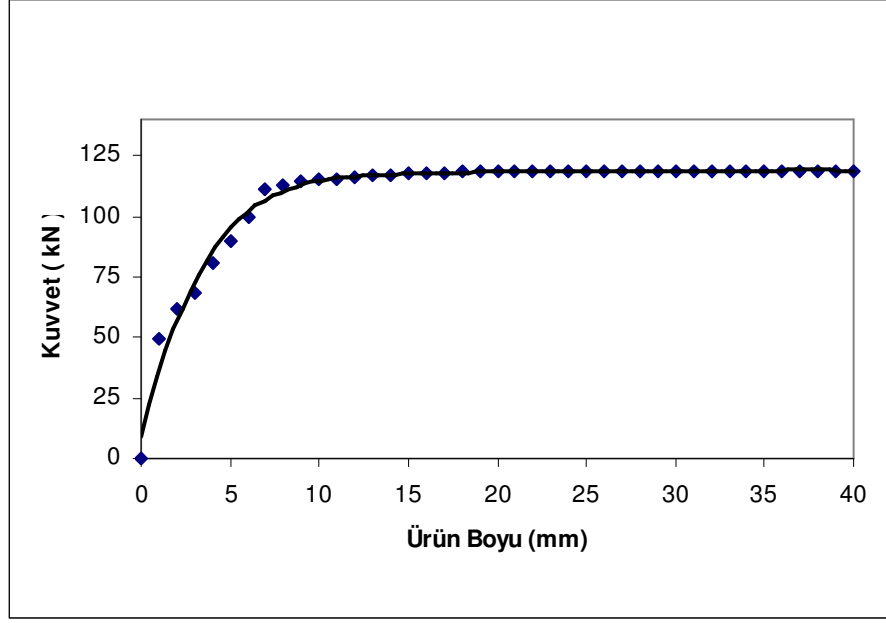
5. bölümde toplam ekstrüzyon kuvvetinin, deformasyon kuvveti, kovandaki sürtünme kuvveti ve matristeki sürtünme kuvveti olarak üç kısma ayrıldığı ayrıntılı olarak açıklamıştı. Şekil 7.2 'de zımba stroğuna bağlı olarak deformasyon kuvveti için gerekli yük ihtiyacı verilmektedir. Burada deformasyon kuvveti beklendiği gibi belli bir değere kadar artmaktadır. Zımba stroğu çıkan ürünün boyu gözönüne alınarak 40 mm. olarak belirlenmiştir. Önerilen hız denklemlerine ve bu denklemlerdeki değişken parametrelere bağlı olarak yaklaşık 15 mm.lik zımba stroğu boyunca artan yönde değişen deformasyon kuvveti bu andan itibaren azalan bir eğilim göstermektedir. Proses boyunca deformasyon kuvveti toplam şekil değişimi içinde en büyük bileşendir. Değişen yarıçap fonksiyonu denklemlerinin bu grafiğin karakterini de değiştireceği açıktır.



Şekil 7.3 Kovadaki Sürtünme Kuvvetinin Strokle Değişimi ( $m=0.2$ )

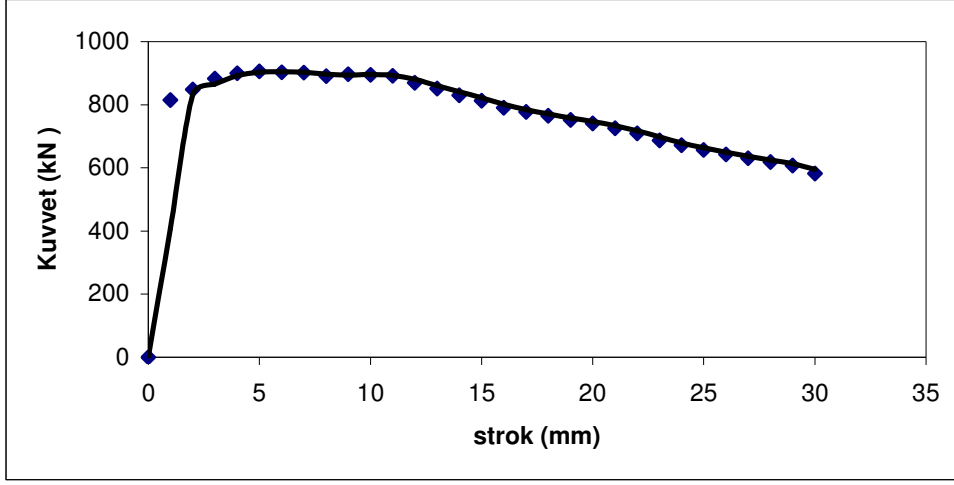
Şekil 7.3.'te yine literatürdeki formüllerin Jooybari (2002) çözümü sonucu elde edilen kovadaki sürtünme kuvveti ile zımba stroğu arasındaki değişim verilmektedir. Direk ekstrüzyon proseslerinde ekstrüzyon kuvvetinin düşmesine sebep olan temel olgunun kovadaki sürtünme kuvvetinin azalması olduğu bilinmektedir. Bu diyagramda ekstrüzyonun başladığı andan itibaren hızla yükselmiş olan sürtünme kuvvetinin artan strok ile düştüğü görülmektedir. Prosesin başlarında kovadaki sürtünme kuvvetinin değeri 6.5 ton mertebelerinde olup toplam şekil değişim içindeki oranı %25 iken prosesin ortalarında bu oran %5'e işlem tamamlandığı sırada ise %1'lere düşmektedir.





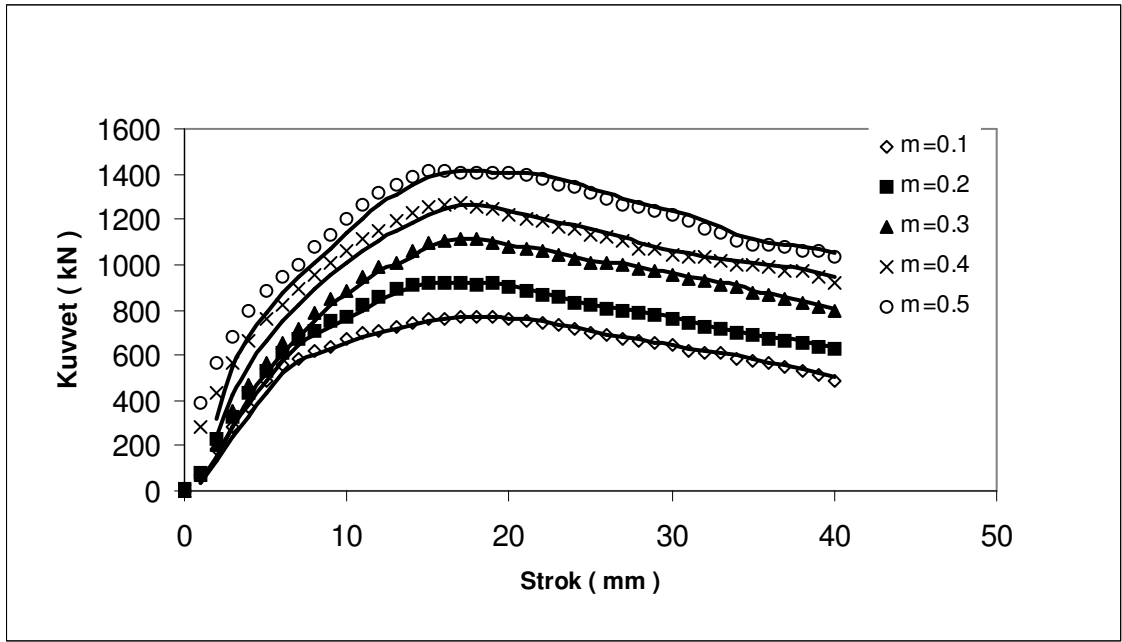
Şekil 7.4 Matristeki Sürtünme Kuvvetinin Ürün Boyu ile Değişimi (m=0.2)

Şekil 7.4.'te  $m=0.2$  için ürün boyu ile matristeki sürtünme kuvveti arasındaki ilişki gösterilmektedir. Şekil 6.2. de ölçüleri verilen matrisin yüksekliği 15 mm.dir. Matrise malzeme girdiği andan itibaren artan temas yüzeyi neticesinde sürtünme kuvveti de giderek artmaktadır. Bu artış matris yüksekliği olan 15 mm.ye kadar devam etmekte ve bu değerden sonra sürtünme kuvveti değerinde pek bir artış olmamaktadır. Örneğin 2 mm. zımba stroğu için gerekli matris sürtünme kuvveti 6 ton mertebelerinde iken bu değer ürün matristen tam çıktığında yaklaşık iki katına çıkmaktadır. Şekil 7.4. ürün boyuna göre verildiği için sürtünen yüzey alanındaki artış oransal olarak düştüğünden dolayı sürtünme kuvvetindeki artışın eğimi düşmektedir. Ürün boyu olarak öngörülen 100 mm. uzunluğa kadar önemli bir değişiklik olmaması sebebiyle diyagram 40 mm.de kesilmiştir. Buradaki sonuçlar da literatürle ve prosesle uyumlu olduğundan önerilen hız alanlarının doğru ve kullanılabilir olduğu söylenebilir.



Şekil 7.5 Toplam Kuvvetin Zımba Stroğuna Bağlı Değışimi (m=0.2)

Şekil 7.5.'te prosesin gerçekleştirilebilmesi için toplam şekil değıştirme kuvveti  $m=0.2$  değeri için sunulmaktadır. Kovan sürtünme kuvvetindeki hızlı azalışa karşılık matristeki kuvvetin azalan yönde olmaması ve deformasyon kuvvetinin de nispeten yüksek zımba stroklarında düşme eğilimine girmesi sebebiyle topla şekil değıştirme kuvveti de deformasyon işi için gerekli kuvvet diyagramına benzer bir profil göstermektedir. Ayrıca toplam kuvvet içinde en yüksek paya sahip olan bileşen de deformasyon bileşenidir. Ayrıca üst sınır analiz yardımıyla elde edilen sonuçlar literatürde benzer parçaların sonuçlarıyla da uyum göstermektedir.



Şekil 7.6 Farklı Sürtünme Katsayıları için Toplam Kuvvetin Zımba Stroğuna Bağlı Değişimi

Alüminyum ekstrüzyonu ile ilgili olarak literatürde yapılan çalışmalarda elde edilen gerek deneysel ve gerekse teorik sürtünme katsayısı değerleri geniş bir yelpaze sergilemektedir. Literatürde halka basma deneyi sonuçlarına göre, kullanılan takım, yüzey kalitesi ve yağlama koşullarına bağlı olarak değişik sürtünme katsayıları değerleri verilmektedir. Bu amaçla her ne kadar hesaplamalar en sık rastlanan sürtünme katsayısı değeri olan  $m=0.2$  için yapıldıysa da değişik sürtünme katsayıları ile toplam kuvvetin zımba strokuna göre değişiminin verildiği grafikler Şekil 7.6.'da gösterilmektedir. Beklendiği gibi artan sürtünme katsayısı ile birlikte kuvvet değerleri de artış göstermektedir. Sürtünme katsayısındaki iki kat artış toplam deformasyon kuvvetinde de yaklaşık %50 oranında bir artışı beraberinde getirmektedir.



## 8. ÖNERİLER

Bu çalışmada dairesel kesitli bir numuneden dişli benzeri bir kesitin ekstrüzyonu ile ilgili olarak üst sınır analizi yöntemi kullanılarak matematiksel modelleme yapılmıştır. Matematiksel model oluşturulurken denklemlerin sınır şartlarını ve sıkıştırılamazlığı sağlayan denklemler olması gerekmektedir. Yapılan bu çalışmada elde edilen sonuçlar ışığında farklı geometriler için sınır şartlarını ve sıkıştırılamazlık şartlarını sağlayan farkı denklemler oluşturularak denenmesi amaçlanmaktadır. Teorik olarak yapılan bu çalışmaların sonuçlarının ileri ki çalışmalarda deneysel sonuçlara desteklenmesi planlanmaktadır. Nihai amaç evolvent profile sahip ve ek işlem gerektirmeyen düz dişli çark elde edebilmektir.

**KAYNAKLAR**

AKATA H. E. (1987), 'Çeliğin Dövülmesinde Kuvvet ve Malzeme Akışına Etkiyen Faktörlerin İncelenmesi', Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü

Onuh S. O., Ekoja M., Adeyemi M.B. (2003) ; Effects of Die Geometry and Extrusion Speed on the Cold Extrusion of Aluminium and Lead Alloys, Journal of Materials Processing Technology vol. 132 pp. 274-285

Karabay S., Zeren M., Yılmaz M., (2003) Investigation Extrusion Ratio Effect On Mechanical Behaviour of Extruded Alloy AA-6063, Journal of Materials Processing Technology vol. 135 pp. 101-108

Airod A., Vandekinderen H., Barros J., Colas R., Houbaert Y.,(2003) Constitutive Equations for the Room Temperature Deformation of Commercial Purity Aluminium, Journal of Materials Processing Technology vol. 134 pp. 398-404

Byon S.M., Hwang S.M., (2003) Die Shape Optimal Design in Cold and Hot Extrusion, Journal of Materials Processing Technology vol. 138 pp. 316-324

Mooi H.G., Koenis P.T.G., Huetink J.,(1999) An effective Split of flow and die deformation calculations of aluminium extrusion, Journal of Materials Processing Technology vol. 88 pp. 67-76

Gouveia B.P.P.A., Rodrigues J.M.C., Martins P.A.F., (1998); Finite Element modelling of cold forward extrusion using updated Lagrangian combined Eulerian-lagrangian formulations, Journal of Materials Processing Technology 80-81 pp. 647-652

Shafry D.,Tirosh J., Ber A., (1989) American society of mechanical engineers

Sheu J.J., Lee R.S.,(1991) Optimum die design of general three-dimensional section extrusions by using a surface model with tension parameter, *Int. J. Mach. Tools Manufact.* Vol.31 No.4 pp 521-537

Yang D.Y., Han C.H., Kim M.U., (1986) A generalized method for analysis of three-dimensional extrusion of arbitrarily-shaped sections, *Int. J. Mach. Sci.* Vol.28 No.8 pp 517-534

Sofuoğlu H.,Gedikli H., (2004) physical and numerical analysis of three dimensional extrusion process, *Computational materials science* vol.31 pp 113-124

Song J.H., Im Y.T., (2004) Determination of a major design parameter for forward extrusion of spur gears, *Journal of manufacturing science and engineering* vol.126 pp 255-263

Lee R.S., Sheu J.J., Gau Y.J., (1991) Optimum die-surface design of gear spline extrusions using a general surface model, *journal of materials processing technology* vol.28, pp.365-382

Han C.H., Yang D.Y., Kiuchi M., (1986) A new formulation for three-dimensional extrusion and its application to extrusion of clover sections, *Int. J. Mech.* Vol.28, no. 4, pp.201-218

M.Bakhshi – Jooybari (2002) A theoretical and experimental study of friction in metal forming by the use of the forward extrusion process

Vickery, J., and Monaghan J., (1994) “An Investigation of the Early Stages of a Forging/Extrusion Process” *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol:43, pp:37-50

Prager, W., and Hodge, P.G., (1951) “Theory of perfectly plastic solids” John Wiley, Newyork.

Brayden, L., and Monaghan J., (1991) “An Analysis of Closed Die Extrusion Forging” *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol:26, pp:141-157

Çapan L.,(2004) Dövme Teknolojisi TMMOB Yayın No:128 2.Baskı

Çapan L.,(1999) Metallere Plastik Şekil Verme, Çağlayan Kitabevi,Üçüncü Baskı

Çan Y., (1998) ‘Incremental Metal Forming and Analysis of Tube Spinning,  
PhD. Thesis, University of Bath

Mısırlı C., (2002), Ekstrüzyon Tipi Dövme Proseslerinin Analizi’, Yüksek Lisans Tezi,  
T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü



## ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 1999 yılında girdiği Trakya Üniversitesi Mühendislik – Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nü 2003 yılında fakülte ve bölüm birincisi olarak bitirdikten sonra aynı yıl Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimine başladı. 2004 yılının Ocak ayında Araştırma Görevlisi Kadrosuna atandı. Halen bu görevine devam etmekte olan Önder AYER İngilizce bilmektedir.