TRİGONOMETRİ KONUSUNDA ÖĞRENCİLERİN SAHİP OLDUĞU ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİNİN VE KAVRAM YANILGILARININ TESPİT EDİLMESİ

Halit GÜNTEKİN

Yüksek Lisans Tezi

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi
Anabilim Dalı
Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN

2010

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TRİGONOMETRİ KONUSUNDA ÖĞRENCİLERİN SAHİP OLDUĞU ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİNİN VE KAVRAM YANILGILARININ TESPİT EDİLMESİ

Halit GÜNTEKİN

ORTA ÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

ERZURUM
2010

Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN danışmanlığında, Halit GÜNTEKİN tarafından hazırlanan bu çalışma 04/02/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Yrd.Doç. Dr. Levent AKGÜN İmza:

Üye : Yrd.Doç. Dr. Hükmi KIZILTUNÇ İmza:

Üye : Yrd.Doç. Dr. Enver TATAR İmza:

Yukarıdaki sonucu onaylarım

(İmza)

Prof. Dr. Ömer AKBULUT

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

TRİGONOMETRİ KONUSUNDA ÖĞRENCİLERİN SAHİP OLDUĞU ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİNİN VE KAVRAM YANILGILARININ TESPİT EDİLMESİ

Halit GÜNTEKİN

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN

Bu çalışmanın amacı ortaöğretim 10.sınıf düzeyinde öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanılgılarının tespit edilmesidir.

Araştırmanın örneklemini, Erzurum il merkezinde küme örnekleme yöntemiyle belirlenen 205 (Kız=96, Erkek=109) ortaöğretim 10. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma 2006 Haziran ayında Erzurum il merkezindeki Mecidiye Anadolu Lisesi, Erzurum Anadolu Lisesi, Mehmet Akif Ersoy Anadolu Lisesi, Erzurum Lisesi ve Nevzat Karabağ Anadolu Öğretmen Lisesi' nde gerçekleştirilmiştir. Araştırma modeli olarak betimsel tarama modeli seçilmiştir. Araştırmanın verileri, 'Trigonometri bilgilerini kullanabilme ve öğrenci yanılgıları' adlı çoktan seçmeli sorulardan oluşan Teşhis Testi-1 ve açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 bilgi testlerinden elde edilmiştir. Trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerini ve kavram yanılgılarını tespit etme aşamasında SPSS 12.0 istatistik programı, yüzde ve frekans kullanılmıştır. Öğrencilerin teşhis testlerindeki sorulara verdikleri cevapların dağılımı, öğrenci toplamına ve cinsiyete göre grafiklerle sunulmuştur. Elde edilen verilerin değerlendirilmesi sonucunda; açıların radyan cinsinden ifadesinde, birim çemberde trigonometrik fonksiyonların eksenlerle eşlenmesi ve değerlerinin hesaplanması noktasında, trigonometrik fonksiyonların periyodunu bulmada ve grafiklerini oluşturmada, trigonometrik denklemlerin çözümünde ve geometrik şekillerde trigonometrik bağıntıların uygulanmasında güçlükler yaşanmaktadır. Öğrencilerin, trigonometrik fonksiyonun tersi bulunurken fonksiyonun çarpımsal tersini alma ve lineer dönüşümlerde geçerli olan bağıntıları trigonometrik fonksiyonlar için de uygulama yanılgılarına sahip oldukları tespit edilmiştir.

2010, 121 sayfa

Anahtar Kelimeler: Birim çember, trigonometri, öğrenme güçlüğü, kavram yanılgısı

ABSTRACT

Master Thesis
IDENTIFICATION OF LEARNING DIFFICULTIES AND MISCONCEPTIONS OF STUDENTS IN TRIGONOMETRY

Halit GÜNTEKİN

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Secondary School Science and Mathematics Education

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Levent AKGÜN

The purpose of this study is the identification of the learning difficulties and misconceptions of the students at the level of 10th grade.

The sample of the study consists of 205 (Female: 96, Male: 109) 10th grade high school students selected by clustering method. The research was conducted in Mecidiye Anatolian High School, Erzurum Anatolian High School, Mehmet Akif Ersoy Anatolian High School, Erzurum High School, and Nevzat Karabağ Anatolian Teachers' High School in the city centre of Erzurum in June 2006. As the research model, a descriptive design was used. The data of the study were obtained through a test titled "Ability to use knowledge of trigonometry and learners' misconceptions" which was composed of Diagnosis Test-1 consisting of multiple-choice questions and Diagnosis Test-2 consisting of multiple-choice questions. In determining the learning difficulties and misconceptions of the students in trigonometry, percentages and frequencies were calculated using SPSS 12.0 statistical program. Distribution of student responses to the questions in the tests of diagnosis according to total number of the students and their genders were presented in graphs. After the evaluation of the data, it was seen that, while expressing angles as radians, students experience difficulties with matching trigonomtric functions with axis in a unit circumference and calculating their values, with finding the period of trigonomtric functions and forming their graphs, and with solving trigonometric equations and with applying trigonomtric correlations in geometric figures. It was also found that students have misconceptions of taking the inversed multiplied functions of applying while finding inversed functions and applying the correlations valid in linear transformations for also trigonometric functions.

2010, 121 pages

Keywords: Unit circle, trigonometry, learning difficulty, misconception

TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın hazırlanmasında değerli düşüncelerini ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN'e en içten şükranlarımı sunarım.

Yüksek lisans tez çalışmamın yazımında yardımcı olan, bana her zaman vakit ayıran arkadaşım Sayın Yrd. Doç. Dr. Savaş Yeşilyurt'a ve değerli meslektaşım Sayın Hüseyin Murat Yavuz'a teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca aldığım kararlarda yanımda olan aileme ve çalışmalarım sırasında bana destek olan eşime saygı ve sevgilerimi sunarım.

Halit GÜNTEKİN
Ocak 2010

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Batı'da 1960 lı, ülkemizde ise 1990 lı yıllardan itibaren matematik dünyasında bir çok araştırmacı tarafından öğrenci güçlükleri ve kavram yanılgıları araştırılmakta ve tartışılmaktadır. Matematik biliminin önemli yapıtaşlarından biri olan "Trigonometri" konusu gerek tarihsel gelişimi gerekse günümüzdeki etkin rolü sebebiyle her zaman araştırmacıların ilgisini çekmiştir. Ülkemizde trigonometri öğretimi, trigonometri konusundaki öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları üzerine yapılan çalışmalar ülke dışında yapılan çalışmalara nazaran daha az sayıdadır . Ortaöğretim 10.sınıf düzeyinde başlayan trigonometri öğretimi, ortaöğretimin üst sınıflarında ve yükseköğretim sınıflarında analizin temel kavramlarından olan fonksiyon, süreklilik ve türev konularını temellendirmede ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin anlaşılmasında önemli rol oynamaktadır. Öğrencilerin genelde matematik dersine özelde ise trigonometri konusuna karşı olan tutumları, öğretmenlerin ders işleme metotları ve öğrenme ortamları öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanılgılarının ortaya çıkmasında belirleyici olmaktadır.

Trigonometrinin tarihsel gelişimi ve trigonometri öğretimi öncesinde; matematik nedir?, neden matematik öğreniriz?, matematiğin güçlüğü, matematik öğretimi, matematiğin dil olarak önemi ve kavramsal bilgi başlıkları sunulmuştur.

1.1. Matematik nedir?

Reys vd tarafından matematik, diziliş ve iç uyum ile karakterize edilen bir sanat olarak tanımlanmaktadır. Matematik eğitimi gerçekleştirilirken sayıların güzelliği, estetiği unutulmamalıdır. Matematikteki intizam ve uyumun resim ve müzikteki estetiğe benzer olduğunu öğrencilerin görmeleri sağlanmalıdır (Pesen 2003).

Matematik yalnızca, okulda öğrendiğiniz ve yetişkin olur olmaz unuttuğunuz birkaç aritmetik oyundan oluşmamaktadır. Matematiğin insan uygarlığının gelişimi ile paralel, kesintisiz bir gelişim tarihi vardır ve bu tarih en azından beş bin yıllıktır. Üstelik bu tarih sanat tarihinin gelişimi gibi x'in belli açılardan y'yi etkilemesi biçiminde değil, y'nin beş bin yıldan bu yana doğrudan x'in üzerine eklenmesi ile oluşmuştur. Matematik, yer ve zaman sınırlarını aşan üstün yetenekli bir avuç insanın bütüncül etkileri ile gerçekleşmiştir ve ortaya dünyanın harikalarından biri çıkmıştır (Mankiewicz 2002).

Matematik, psikolojik olarak merak uyandıran ve ilgi çeken bir bilimdir. Olaylar arasındaki ilişkilerin gözlemlenmesi, sezinlenmesi ve bulunması kuralı belli mantıksal çıkarsamaya indirgenemez. Bu sebeple, ilişkiyi gözleme, sezinleme ve bulma psikolojik bir süreçtir. Keşfedilen ve bulunan ilişkilerin matematiksel olarak ifade edilmesi mantıksal bir süreçtir. Genel olarak öğrenme ve öğretme psikolojik bir süreçtir (MEB 2005).

Matematik, anlaşılmaz sembollerden oluşmaz. Matematik düşüncelerle ilgilidir: uzaya, zamana, sayılara ve ilişkilere dayalı düşünceler. Matematik, insanlığın bilgi peşindeki serüven yolunu çizen nicel ilişkiler bilimidir. Ve tüm düşünceler bir görüden doğar. Bilişim gücünün gelişmesiyle, matematik görsel bir bilim olarak yeniden doğmuştur. Kaotik ve karmaşık sistemlerde ortaya çıkan sıra yapıları sembollerin yabanıl ormanını kaldırarak, herkese matematiğin büyüleyici manzarasını açar. Havada yeni bir estetik akım esmektedir; ki bu esinti matematiksel kesinliği, sanatçının duyarlığıyla birleştiren bir esintidir (Mankiewicz 2002).

Matematik binlerce yıldan beri var olan beşeri bir faaliyettir. Matematik niceliklerin ve uzayın bilimidir. Bu tanımı biraz genişleterek matematiğin aynı zamanda nicelik ve zamanla ilgili sembolizm ile de ilgilendiği eklenebilir (David and Hersh 1981). MEB (1976) tarafından matematikle ilgili olarak: "matematik, soyut bir bilimdir" veya "matematik bir soyutlama bilimidir" veya "matematik, bilimlerin anasıdır" gibi yargılarla sık karşılaşılır. Matematik; "düşüncenin tümdengelimli bir iletişim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar gibi soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel ad şeklinde tanımlanmaktadır." Matematik "yaşamın soyutlanmış biçimidir." Matematik biliminin oluşmasıyla ilgili iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi, matematiği, insanın kendisinin icat ettiği; ikincisi ise, matematiğin evrende var olduğu, insanın onu zaman içinde fark ettiğidir (Altun 2005).

İnsanlık tarihi kadar eski olan matematik tarihi için çok çeşitli tanımlar ortaya konmuştur. Reys ve arkadaşları (1998) tarafından matematik aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

1. Matematik yapıların ve ilişkilerin bir çalışmasıdır. Matematikte her bir konu daha önce gelen konu ile ilişkili olduğundan matematiksel düşünceler ve bunlar arasındaki ilişkiler müfredat programının bütünlüğünü sağlar. Matematikteki yapılar arasındaki ilişkiler soyutlamanın ön şart ilişkileridir. Daha alt seviyedeki ön şart ilişkisine bağlı kavramlar anlaşılmadıkça herhangi bir matematiksel kavram anlaşılmaz. Bu yüzden öğrenciler matematiksel düşünceleri bunlar arasındaki ilişkiyi fark etmelidirler.

2. Matematik bir düşünme yoludur. Matematik, stratejilerle verileri analiz, organize ve sentez etmeyi sağlar.

3. Matematik diziliş ve iç uyumla kategorize edilen bir sanattır.

4. Matematik, tanımlanmış olan terim ve sembolleri dikkatli bir şekilde kullanan bir dildir. Terim ve semboller bilimde, gerçek yaşam olaylarında ve matematiğin kendi içinde iletişim kurabilmemizi sağlar. Matematik, bireye tahmin ve açıklama yapma gücü sağlayan eşsiz bir iletişim aracıdır. Matematikte kullanılan semboller matematikteki ön şart ilişkisinin üstesinden gelmeyi sağlar.

5. Matematik bir alettir. Matematik, sosyal hayattaki uğraş alanlarına göre her bireyin ihtiyaç duyduğu vazgeçilmez bir alettir. Bilim, ticaret ve endüstri gibi her türlü sosyal

etkinliklerde, kısacası, hayatın her alanında ve anında bu alete ihtiyacımız vardır (Pesen 2003).

Matematiğin konusu sentetiktir. Yani matematikte her eleman, kendinden daha yalın olan tanımlanmış elemanlar veya tanımsız elemanlar yardımıyla tanımlanır. Böylece matematiğin konusu oluşur. Öyleyse öğrencilerin her kavramı çok iyi bilmeleri, matematik bilgilerinin sağlamlığının koşuludur. Bir kavramın iyi anlaşılması ve unutulmaması için her fırsatta öğrencileri sıkmadan değişik biçimlerde tekrarlanmalıdır. Bu amaca ulaşmada, her öğrencinin ana kavramları bilip bilmediğini kontrol etmekte etkili bir önlemdir (Gözen 2006).

Matematikte, öğrenme ve öğretme yaşam boyu devam eden bir süreçtir (Hacısalihoğlu vd 2004). "Matematik nedir?" sorusunun cevabı, Australion Council for Educational Research (1972) tarafından insanların matematiğe başvurmadaki amaçlarına, belli bir amaç için kullandıkları matematik konularına, matematikteki tecrübelerine ve matematiğe olan ilgilerine göre değişmektedir şeklinde belirtilmiştir. Günümüzde matematik, ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler (yapılar) ve bağıntılardan (ilişkilerden) oluşturulan bir sistem olarak görülmektedir (Baykul 2004).

Matematik insanlar için şüphesiz bir çok anlam ifade etmektedir: Örgütlenmiş bir bilgi topluluğu, soyut bir fikirler sistemi, faydalı bir araç, dünyayı anlamada bir anahtar, bir düşünme biçimi, tümdengelim sistemi, entelektüel bir meydan okuma, bir dil, mümkün olan en saf mantık, estetik bir deneyim (Orton 1996).

1.2. Neden matematik öğreniriz?

Aslında matematikte yapılmak istenen, çok hızlı değişen büyük bir resmin derinliklerinde, matematiğin o zengin ve renkli dünyasını gençlerle buluşturmak ve onlara kendi kendine yetme becerileri kazandırmaktır (MEB 2005). Erken dönem ortaçağ ve batı matematiğinin birbirinden yalıtılmışlığına karşılık matematik bugün birleşmiştir. En üst düzeyde ve paylaşıma açık bir bilgi olarak çalışmakta ve iletilmektedir. Rönesans ve Barok matematikçileri tarafından uygulanan türde bir kişisel ketumluğa hemen hemen hiç rastlanmaz. Geniş bir uluslar arası yayın ağı vardır, ulusal ve uluslararası düzeyde açık toplantılar, akademisyen ve öğrenci değişimi mevcuttur (David and Hersh 1981).

Başlangıçtan günümüze matematik, her türlü insan etkinliğinin en önemli boyutunu oluşturmuştur. Ticaret, tarım, din, savaş tüm bunlar matematiğin etkisini hissetmiş ve karşılığında da matematikçilerin ilgi alanlarını belirlemişlerdir. Öte yandan matematiğin tarihi, kültürel değerlendirmeler yapılırken fazla bir yer kaplamaz.. Oysa dünya tarihinde, bilimin, felsefenin ve matematiğin gelişimi, savaşların ve liderlerin tarihinden çok daha önemlidir (Mankiewicz 2002).

Matematik eğitimi, matematiği öğrenme- öğretme sürecindeki çalışmaları kapsar. Bu süreçteki bütün etkinlikler, zihinsel becerilerin kazandırılmasına dayalıdır. Öğrencilerin matematiksel tutum ve becerilerini kazanmaları; matematiksel kavram ve kavramsal yapıları zihinde yapılandırmalarına bağlıdır. Bireylere fiziksel dünyayı ve sosyal etkileşimleri anlamaya yardımcı olacak geniş bir bilgi ve donanımı sağlar; bireylere çeşitli deneyimlerini analiz edebilecekleri, açıklayabilecekleri, tahminde bulunabilecekleri ve problem çözebilecekleri bir dil ve sistematik kazandırır; buluşçu düşünmeyi kolaylaştırır ve kişilerin estetik gelişimini sağlar. Bunun yanı sıra, bireylerin akıl yürütme becerilerinin gelişmesini hızlandırır (MEB 2005).

Matematik öğretiminde amaç; matematiksel düşünce sistemini öğrenmek ve öğretmektir. Diğer bir deyişle matematik öğretiminde amaç temel matematiksel becerileri (problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme, iletişim kurma, duyuşsal ve psikomotor gelişim) kazandırmak ve bu becerileri gerçek hayat problemlerine uygulamalarını sağlamaktır (MEB 2005).

Vande Wella (1989) tarafından matematiğin yapısına uygun bir öğretimin şu üç amaca yönelik olması gerektiği belirtilmiştir.

1. Öğrencilerin matematikle ilgili kavramları anlamalarına
2. Matematikle ilgili işlemleri anlamalarına
3. Kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurmalarına yardımcı olmak

Bu üç amaç ilişkisel anlama (relational understanding) olarak adlandırılmaktadır (Baykul 2004).

Matematiğin kişisel tutum, beceri ve anlama gücünün gelişimine yardımcı olacak şekilde öğretilmesi mümkündür. Oluşturulabilecek belli başlı kişisel tutumlar;

- Kendine saygı (öz saygı) ile ilgili olanlar
- Sorumluluk alma gönüllülüğünü de içeren öz güvenle ilgili olanlar
- Öz disipline (kendini disipline etmeye) yardımcı olanlar
- Başkalarını düşünme ve başkalarıyla işbirliği yapma yeteneği ile ilgili olanlar
- Bilhassa bir problemin çözümünü aramadaki sabırla ilgili olanlar

Aşılanan (kazandırılan) bazı beceriler şunlardır:

- Gözlem
- Yorum
- İletişim

Beslenecek anlama becerileri şunlardır:

- Bazı matematiksel ispatların güzelliği ve şıklığını anlama
- Matematiğin yaşamla ilişkisini anlama

Matematik ayrıca çoğunun bu yaratıcılığını kendisine yeni olan soyut kavramların keşfinde kullanılmasına olanak sağlayacak doğal yaratıcılığını ortaya çıkarır (Morris 1981).

Başka birçok yazarda örneğin Wain (1989)'e göre matematiğin öğrenme nedenlerinin temel kategorileri üzerinde kendi varyasyonları aşağıdaki gibi belirlenmiştir. Buradaki en kayda değer nokta bütün kategoriler arasındaki birçok ortak yöne dikkat etmektir. Bunlardan beş tanesi aşağıda listelenmiştir:

1. Matematik yararlıdır.
2. Matematik hayatımızda büyük önem taşır ve yerinin anlaşılması gerekir.
3. Matematik zihni eğitir.
4. Matematik güçlü iletişim aracıdır.
5. Matematik eğlencelidir ve estetik bir değeri vardır (Orton 1996).

1.3. Matematiğin güçlüğü

Geleneksel matematik eğitimi; çağımızın değişen ihtiyaçlarına cevap verememektedir. Daha önce işlem yapma, hesap yapabilme becerileri ön plandayken, artık problem çözme, akıl yürütme, tahminde bulunma, desen arama (resimleme) gibi beceriler ön plana çıkmıştır (Baki 1998).

Recorde (1551) tarafından “The Pathway to Knowledge” (Bilgiye giden Yol) dizelerde, tarih boyunca matematiğin kullanımına ilişkin iki karşıt görüşün izlerinin var olduğu belirtilmektedir; gündelik yaşamı kolaylaştıran bir araç olarak matematik ve estetik bir çalışma alanı olarak matematik (Mankiewicz 2002). Matematik, akıp giden insanlığın ortak zekasının anıtsal abidesidir. Yeter ki akıp giden bu enerjiyi iyi algılayabilelim ve anlayabilelim (MEB 2005).

Matematik öğretimde konuların oldukça soyut olması, sadece işlem becerisine dayalı konu anlatımları ve derslerin öğretmen odaklı olup öğrencilerin derse aktif olarak katılımının sağlanmaması gibi sorunlar matematik dersini monoton, sıkıcı ve anlamsız bir şekle getirmektedir (Çetin vd 2002).

Bloom’un tam öğrenme modelinde açıkladığı gibi, öğrenme başarısındaki değişkenliğin yaklaşık dörtte biri öğrencilerin duyuşsal özelliklerinden gelir. Bu özellikler arasında tutum, ilgi, alana olan değer yargısı ve benlik kavramı önemli bir yer tutar. Öğrencileri başarılarından haberdar etmek, hem matematiğe olan ilgilerini artırıcı, hem matematiğe olan tutumlarını olumlu hale getirici, hem de benlik kavramlarını geliştirici bir yaklaşım olur. Bu bakımdan, izleme testlerinin sonuçlarını öğrencilere duyurmak; Öğrenme eksikliklerini tamamlayarak yapılacak bir öğretimle öğrencideki gelişmeden onu haberdar etmek matematik öğretiminde öğrencinin başarısını artırıcı olur. Daha da önemlisi, öğrencilerin "Ben bu işi yapamam", "Matematik benim başarabileceğim bir ders değildir." Duygusuna kapılıp kendileri hakkında matematiğe karşı olumsuz bir öz kavram geliştirmelerini önleyici olur (Baykul 2004).

Matematik öğretimindeki en önemli amaçlardan biri her zaman çok değer verilen problem çözme yeteneğini kazandırmak olmuştur. Yapılan çalışmalar sınıfların problem çözme eğitiminde en uygun ortamları sunmadığını göstermektedir. Çocukların matematiksel donanımın daha yoğun olarak kullanıldığı ortamlarda bulunmalıdırlar. Bu tür öğrenmeler zaman alır fakat tecrübeler göstermiştir ki bu tür öğrenmeler sonucunda çocuklardaki matematiksel düşünce daha hızlı gelişir. Bu tür öğrenmelerin matematikten zevk almayı artırmaya ve matematiği geçmişte birçok insanı fiziksel ve psikolojik olarak günlük hayatta ortaya çıkan durumlara uygulamaktan vazgeçiren korkunun ortadan kaldırılmasına yardım ettiğine dair bazı deliller de vardır (Morris 1981).

Günlük hayatımızda günlük bilgilerimiz doğrudan çevremizden öğrenilir ve bunlarla ilgili kavramlar çok soyut değildir. Matematiğin (kendine has) problemi aynı zamanda da gücü onun yüksek derecedeki soyutluğunda ve genelliğinde yatar. Bu soyutluk ve genellik, her birisi zeki olan daha önceki kuşakların soyutlamaları veya genelleştirmeleri ile oluşturulmuştur. Günümüz öğrencisi ham veriyi değil var olan matematiğin veri işleme sistemlerini uygulamak (işlemek) zorundadır. Bu sadece, yetenekli bir öğrencinin geliştirilmesi için yüzyıllar boyunca emek sarf edilen fikirleri birkaç yıl içerisinde edinebildiği sınırsız bir avantaj değildir. Aynı zamanda öğrenen kişiyi belli bir riskle de karşı karşıya bırakır. Matematik günlük çevremizden doğrudan öğrenilemez, kişinin kendi düşünsel zekası ile diğer matematikçilerden dolaylı şekilde öğrenir. Bu en iyi ihtimalle kişiyi öğretmenine bağımlı hale getirir (matematik ders kitapları yazan herkes dahil). En kötü ihtimalle de kişiyi ömür boyu matematik korkusu ve nefreti edinme ihtimaliyle (tehlikesiyle) baş başa bırakır (Skemp 1993).

1.4. Matematik öğretimi

İçinde yaşadığımız yüzyıl insanlara düşünmeyi, öğrenmeyi, öğretmeyi ve ezberleme yeteneği kazandırmaya yönelik eğitimin ötesine geçip, zengin ve renkli entelektüel dünyada daha derin daha yoğun ve daha kararlı bir yolculuğa yönelerek yalnızca içeriğe değil, aynı zamanda sunuş biçimine de emek harcamasını önermektedir (MEB 2005).

Değişen dünyamızda matematikten anlayan ve matematikle ilgilenenler geleceği şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Böyle bir süreçte;

- Matematik gençlere nasıl öğretilmelidir?
- Öğretim teorilerindeki yeni yaklaşımlar, matematik öğretimine nasıl yansıtılmalıdır?

Matematik derslerinin anlatımı genel olarak Tanım–Teorem–İspat–Uygulamalar ve Test biçiminde geleneksel yolla yapıldığından, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, matematiksel düşünme becerileri kazanma yerine, belirli sayıdaki kuralları ezberlemeyi, bu kurallara dayalı anlamını bilmeden semboller üzerinde işlem yapmayı tercih etmelerine yöneltmiştir. Klasik öğrenme yaklaşımı, yalnız sıkıcı olarak kalmayıp yapılan çalışmaların anlamsızlığını ortaya koymuş ve beraberinde zorluğu getirmiştir. Bu sebeple, matematik öğretimindeki yeni yaklaşımlar, kontrol edilemeyen kurallar yerine kavramsal öğrenmeye dayalı, Problem–Keşfetme–Hipotez Kurma–Doğrulama–Genelleme–İlişkilendirme yaklaşımını öne çıkarmıştır. Bu kavramsal öğrenme süreci, bireyin keşfederek algıladığı bilginin algoritmik düzen içinde zihinde yapılandığını kabul eder. Bu sürece her bir öğrencinin aktif olarak katılma zorunluluğu vardır (MEB 2005).

Bilgisayarın gelişmesiyle, bilim adamları çok daha karmaşık denklemlerle uğraşmaya başlamıştır. Matematik o güne dek düz denklemlerle uğraşmış ve bunlar sayesinde büyük başarılar elde etmiş olsa da, bilgisayarın gündeme gelmesiyle yaşanılan kısıtlılık da daha iyi anlaşılmıştır. Son derece hızlı ve güçlü bilgisayarlar sayesinde, artık bilim adamlarının ellerinin altında olağanüstü dijital laboratuarlar bulunmaktadır. Daha önceki dönemlerde birbirlerinden bağımsız olduğu düşünülen değişkenler, bilgisayarların sağladığı veriler sonucu birbirleriyle ilişkilendirilir hale gelmiştir (Mankiewicz 2002).

Bilgisayar nümerik analiz çalışmalarının yoğunlaşmasını ve matris kuramının elli yıllık uykusundan uyandırılmasını sağlamıştır. Lineer programlama ve hesaplama karmaşıklığı gibi yeni disiplinlerin yaratılmasına yol açmıştır (David and Hersh 1981).

Matematiğe dair; günümüzde matematik, ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak değiştirilen fikirler ve bağıntılardan oluşan bir sistem olarak görülmektedir. Dikkati çeken üç husus vardır. İlki; matematiğin bir sistem olduğu, diğeri yapılardan ve bağıntılardan oluştuğu, üçüncüsü de bu yapıları ardışık soyutlamalar genellemeler süreci ile oluşturduğudur. O halde matematik insan tarafından zihinsel olarak oluşturulan bir sistemdir (Baki 1998). Matematiksel çalışmaların esasları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Mantıksal ilişkileri bulmak ve bu ilişkileri anlamak
- Bulunan bu ilişkileri sınıflandırmak ve bu ilişkilerin doğruluğunu kanıtlamak
- Doğruluğu kanıtlanan bu ilişkileri genellemek ve hayata taşıyıp uygulayabilmek (MEB 2005).

Öğretimin planlanması yapılırken, öğretmenler tipik olarak; içeriğin seçimi ve düzenlenmesi, öğretim metodu ve öğretim materyallerine odaklaşırlar. Kuşkusuz bunlar öğretimi planlamanın önemli unsurlarındandır. Tüm bu aşamaların daha nitelikli bir şekilde planlanabilmesi için öğretim hedeflerine odaklaşmak gerekir (Tan ve Erdoğan 2004).

Benimsenen kavramsal yaklaşımla; öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (MEB 2005).

Eğitimde görsel ve işitsel araçlar, öğrenmenin kalıcı izli olmasını sağlama açısından çok önemli görülmektedir. Bir öğretme etkinliği ne kadar çok duyu organına hitap ederse öğrenme olayı da o kadar iyi ve kalıcı izli olmakta, unutma da o kadar geç olmaktadır. ABD Texas Üniversitesinde Kinder (1973)'e göre Philips tarafından yapılan araştırma sonuçlarına göre, zaman faktörü sabit tutulduğunda hatırlama şu yüzdelerle olmaktadır. Okuduklarının %10'unu, duyduklarının %20'sini, gördüklerinin %30'unu, hem görüp hem duyduklarının %50'sini; görüp işittikleri ve söylediklerinin %80'ini; görüp, işitip, dokunup söylediklerinin %90'ını hatırlamaktadırlar. Öğrencilerin öğrendiklerini daha çok hatırlayabilmeleri için sınıf içinde çok ortamlı (multimedia) öğretme durumunun düzenlenmesi önemli görülmektedir (Demirel 2004).

Baki (1996) tarafından geleneksel ölçme değerlendirme anlayışımızın bir sonucu olarak çoğu basit yanılgılar öğrencinin başarısızlıkları olarak değerlendirilmektedir. Yanılgıların teşhis edilerek öğrenciye gerekli dönütler verilmediği için öğrencinin yanlış anlamaları sistem içerisinde ortaya çıkmamakta ve dolayısıyla öğrenci de yanlışlarını düzeltme fırsatı bulamamaktadır (Baki 2006).

Bu nedenle değerlendirme çalışmaları öğrencilerin başarısızlıklarına odaklanan ölçme işlemlerinden önce öğrencilerin eksiklerini ve yanlış anlamalarını belirleyici nitelikteki tanı koyucu ölçme işlemlerini dikkate almalıdır. Böyle yapılırsa öğrencinin herhangi bir konu ile ilgili daha önce oluşturduğu kökü derinlere varan yanlış anlamaları ortaya çıkarılmış olur. Arkasından, konuyla ilgili belirlenen hedef davranışların kazanılma düzeyleri ile öğrencinin anlama düzeyleri arasındaki boşluğu (bazen bu bir uçurum gibi de olabilir) kapatmak için öğretmen bireysel ihtiyaçlara göre öğretim yapma fırsatı bulmuş olur (Baki 2006).

Hatfield (1997) tarafından matematik eğitimi işinin, alan bilgisindeki gelişmesine bağlı olarak her zaman var olacağı ve değişimini sürdüreceği belirtilmiştir. Matematik eğitimindeki yeni değişimler anlaşıldıkça ve bunların farkına varıldıkça gelişmeler sürecektir. Etkin yöntemler ve yeni teknolojiler geliştikçe, eski ve yeni prensiplerin öğretim yolu değişecektir (Hacısalihoğlu vd 2004).

Sylwester (1995) tarafından günümüzdeki eğitim sisteminde Piaget'in daha önce tanımladığı yapılandırmacı görüş süreci üzerindeki araştırmaların devam ettiği belirtilmiştir. Özellikle öğrenme sürecinde beyinde yapılan araştırmalarda elde edilen yeni buluşlar, Piaget'in yapılandırmacı görüşüne güvenilirlilik kazandırmıştır. Bu araştırma öğrencilerin kendi matematiksel bilgilerinin çoğunu keşfetmelerini ve yapılandırmalarını önermektedir. Bu araştırmaya göre problem çözmeye dayalı öğrenmede, problem çözme sürecinin üst bilişsel elemanlarının, öğrencide farkına varmayı hızlandırdığı belirlenmiştir (Hacısalihoğlu vd 2004).

Hacısalihoğlu vd (2004)'e göre işbirliğine dayalı öğrenme, öğrencilerin öğrenme ve araştırma grupları içinde birlikte etkinlik yapma esasına dayalı interaktif bir öğrenme–öğretme yöntemi olarak tanımlanmaktadır.

Yapılandırmacı ilkelerin kabul edilmesi açıkça öğrencilere kendileri için kendi matematiklerini oluşturacakları fırsatlar sağlanması gerektiği anlamına gelmektedir. Kamii (1985, 1989) tarafından çocukların aritmetiği kendileri için yeniden icat ettikleri kaydedilmektedir. Öğrencilerin sayı kurallarını yeniden oluşturması yoluyla anlamanın artırılmasına yönelik bu yaklaşımın kaynağının Piaget'ten ve çocukların matematiksel bilgiyi kendilerine dışarıdan empoze edilen kuralları içselleştirerek değil kendi doğal düşünme kabiliyetleri ile içten edindikleri inancı oluşturmaktadır. Hata yapıldığı zaman bu hataların çocukların dikkatsiz olmasından değil o an düşünüyor olmalarından kaynaklandığı söylenmektedir. Bu yüzden öğretmenin görevi hataları dışarıdan düzeltmek değil çocukların ister istemez kendilerini düzeltecekleri bir ortam oluşturmaktır. Bununla birlikte kullanılan metotların dayanağının en iyi şekilde sosyo yapılandırmacılık olarak tanımlandığına ilişkin güçlü belirtiler vardır. Çocukların kendi fikirlerini bir grup veya hatta bütün sınıf içerisinde savunmaya teşvik edildiklerinde daha sağlam matematiksel bilgi oluşturdukları iddia edilmektedir. Edinilen bilgi grubun kabul edilmesinde fikir birliğine vardığı bilgidir (Orton 1996).

1.5. Matematiğin dil olarak önemi

Matematik, ele alınan bilgiyi ya da problemlerin çözümlerini içeren yolları buluşçu düşünceye dayalı sistematik bilgi olarak ifade etmemizi sağlayan bir evrensel dil, evrensel kültür ve bir teknolojidir. Matematik aslında bizi en kesin ve en hızlı biçimde sonuca götüren etkin bir yazılım teknolojisi, diğer bir şekli ile bir programlama dilidir (MEB 2005).

Geleneksel matematik öğretiminde, öğrencilerin ne metin okumalarına ne de konuşmalarına fırsat verilmektedir. Oysa NCTM (National Council Teaching Mathematics) (1989) tarafından ortaya konulan raporda yer alan, matematik eğitimi ile ilgili genel amaçlardan biri de 'öğrenci matematiksel konuşmayı öğrenmelidir.' Öğrenciler sınıf içi diyaloglarda matematiksel dili kullanmalı, bir problemin oluşturulması ve çözümü ile ilgili konuşmalara ve tartışmalara katılmalıdır (Çalıkoğlu 2002).

Dil bir iletişim aracıdır. Matematik her geçen gün artan bir şekilde fikirlerin aktarıldığı çok önemli bir araç haline gelmiştir ve bu yüzden bazıları matematiğin bir dil olduğunu iddia etmiştir. Birçok insan matematik bir dil olduğu için matematiğin bu yönünün matematik öğretimindeki en önemli hatta tek önemli neden olduğunu iddia etmektedir. HMI (Her Majesty's Inspector(s)) (1985) tarafından şöyle yazılmıştır, " Matematik öğretiminin başlıca sebebi onun bilgi ve fikirlerin analizi ve iletişimdeki önemidir." Cockcroft (1982) tarafından aynı şekilde matematiğin önemli bir iletişim aracı olduğu açıkça ifade edilmektedir. Sıkça vurgulanan bir husus matematiğin tüm dünyaca kabul edilen semboller ve cümle yapısına sahip sosyal, kültürel ve dil engellerini aşan eşsiz evrensel bir dil olduğudur (Orton 1996).

Matematik işlemlerinin ifade edilmesinde farklı öğretmenler değişik tanımlar, cümleler kullanmışlardır. Örnek: 12:3 işlemi için 6 çeşit ifade kullanılmıştır.

1. 12 nin 3 ile bölünmesi

2. 12 de 3
3. 12 de kaç tane 3 vardır
4. 12 bölü 3
5. 12 nin 3 parçaya bölünmesi
6. 12 elmanın 3 çocuk arasında paylaştırılması

Bütün deliller bir işlem probleminin zorluk derecesinin sadece matematiksel içerikli değil aynı zamanda onun dilsel biçimi ve anlamsal yapısı ile ilgili olduğu görüşünü desteklemektedir (Gibbs and Orton 1996).

1.6. Kavramsal bilgi

Matematiksel öğrenme; öğrencilerin formülleri bilmesi, hesaplamaları doğru yapması değil, kavramları, işlemleri anımsamasına ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır.Yani matematiksel öğrenme işlemsel değil, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşmelidir. İşlemsel bilgi gelişiminde çocukların sezgisel ve informal bilgilerine yer vermeden bir an önce formal tanımlar verilmeye çalışılmaktadır. Kavramın ne olduğundan kısaca bahsettikten sonra, o konu ya da kavramla ilgili algoritma ya da prosedürlerin geliştirilmesine çalışılmaktadır. Öğrencinin katılımı, kendi çözüm yollarını ve stratejilerini sunma hemen hemen hiç yoktur (Baki 1998).

Gerçekten matematiksel kavramlar üst düzeyde düşünme becerileri ister. Matematikte, başlangıç kavramlarının zihinde iyi yapılanması, daha sonraki üst düzeydeki kavramların da zihinde yapılanmasını kolaylaştıracaktır. Böylece zihinde oluşacak kavramsal yapılar, kavramsal analizi ve doğru sonuç çıkarmayı hızlandıracaktır (MEB 2005).

İnsan zihninde bulunan bilgi; kavramlar, kavramlar arasındaki ilişkiler bu kavramların ilişkileriyle birlikte bir araya gelmesiyle oluşan kurallardan oluşmaktadır. Novak (1983) tarafından olaylarda, süreçlerde ve cisimlerde algılanan bütünlük “kavram” olarak tanımlanmıştır (Demirel 2004).

Baykul (2004)’a göre kavramların bilgisi matematiksel kavramların kendilerini ve bunlar arasındaki ilişkileri kapsar. Diğer bir deyişle matematiksel kavramların kendileri birer ilişkidirler, bu ilişkiler başka kavramlarla ilişkilidirler. İşlemlerin bilgisi ise Van de Walle (1989) tarafından Hiebert ve Lefevre’ye dayanarak, matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken başvurulan işlemlerin bilgisi olarak tanımlanmıştır (Baykul 2004).

Plant (1994) tarafından bir şeyin nasıl olduğu bilgisi işlemsel bilgi olarak tanımlanırken, bir şeyin ne olduğu bilgisi kavramsal bilgi olarak tanımlanmıştır. Bu tür kavramsal bilgi bize nasılı bilmek ile niçini bilmenin farkını açıklama olanağı verir. Kavramsal bilgi diğer taraftan bilginin parçaları arasındaki ilişkilerle ilgilidir. Öğrenciler bu bağları tanımlayabildiklerinde kavramsal anlamaya sahip olduklarını söyleyebiliriz. Goff (1988) tarafından bilişsel psikologların işlemsel ve açıklayıcı bilginin yanı sıra ayrıca stratejik bilgiyi de kullandıkları belirtilmiştir (McCormick 1997).

Kavram yanılgılarının teşhis edilmesi, bir kişinin bir konuyu veya problemi kendisine mantıklı gelecek şekilde kavraması fakat bu alandaki uzman bir kişinin kavramsal anlamasıyla çelişmesine kısaca kavram yanılgısı diyebiliriz. Yanılgılar bireyin yanlış inanışları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlardır. Yeni şeyler öğrenirken bunları önceki bilgilerimiz üzerine inşa ederiz. Bazen bu ön bilgiler yeni kavramların öğrenilmesini zorlaştırır ve yanlış anlamalara, yanlış anlamlaştırmalara yol açar. Bazen bir problemin çözümü veya bir işlemin yürütülmesi öğrencinin mantığına, önceki deneyimlerine uygun düşebilir ve yaptıklarının matematiksel geçerliliğinin olmadığının farkında olmayabilir. İşte bu durumda kavram ve işlem yanılgılarının gelişmesi söz konusu olabilir. Kavram yanılgıları ile ilgili yapılan araştırmalar; ondalık kesir sayıları, cebir, fonksiyonlar, türev gibi konularda öğrencilerin sahip olabileceği çeşitli kavram yanılgılarını ortaya çıkarmıştır (Baki 2006).

Coştu vd (2002) tarafından fen bilimleri alanındaki derslerde işlenen konuların öğrenciler tarafından iyi bir şekilde anlaşılması ve ayrıca öğrenme ortamına gelmeden zihinlerinde oluşturdukları kavram yanılgılarının bertaraf edilmesinin oldukça önemli olduğu vurgulanmıştır. Kavram yanılgılarının öğrencilerin öğrenmesini olumsuz yönde etkilediğini ve öğretmenin dersini sunmasından sonra bile bu yanılgıların onların zihinlerinde varlığını sürdürdüğünü belirtmektedirler. Kavram yanılgılarının öğrencilerin zihinlerinde yapılanması ve soyut bir etmen olması nedeniyle bunların tespit edilmesi ve bertaraf edilmesi amacıyla öğretim stratejileri geliştirilmesinin uzmanlık gerektiren bir alan olduğu belirtilmektedir. Kavram yanılgılarının önlenmesine ilişkin olarak literatürde analoji, kavramsal değişim metinleri, benzeşim, kavram haritaları ve bilgisayar destekli öğretim gibi birçok yöntemin kullanıldığı bilinmektedir.

Bağıntı, fonksiyonun tanımı, bire- bir fonksiyon ve örten fonksiyon konularında kavram yanılgılarının tespiti üzerine yapılan araştırmada öğrencilerin; her bağıntıyı fonksiyon, birebirlik ve örtenlik arasında bir ilişki olduğunu zannetme gibi kavram yanılgılarına düştükleri tespit edilmiştir (Güveli ve Güveli 2002).

Mutlak değer kavramındaki öğrenme hataları ve kavram yanılgıları üzerine yapılan araştırmada ortaya çıkan kavramsal yanılgıların en önemli nedenlerinin mutlak değerin tanımının ve geometrik yorumunun anlaşılmaması olduğu görülmüştür (Şandır vd 2002).

1.7. Trigonometrinin Tarihsel Gelişimi

Trigonometri terimi, yunanca üçgen anlamına gelen trigos ve ölçüm anlamına gelen metron kelimelerinin birleşiminden meydana gelmiştir (Larson and Hostetler 1997). 17.yüzyılda cebirsel gösterimlerle matematiğe giren trigonometrinin başlangıcı oldukça eskidir, ilk kullanıldığı yer de güneş saatiyle başlamıştır denilebilir (Dönmez 2002). Matematik tarihiyle ilgili bazı eserlerde,trigonometriye ait temel bilgilerin,ilk defa Grek matematikçisi HİPPARCHUS (M.Ö.160-125), bazı kaynaklarda da, Alman matematikçisi ve astronom Johann MÜLLER (Regiomontanis adıyla da tanınır, Konsberk 1436-Roma 1476) tarafından ortaya konduğu belirtilmektedir (Göker 1997). Eğer trigonometri üçgenleri ölçümü şeklinde ifade edilirse,bu bilimin geçmişi M.Ö. ikinci ve üçüncü bin yıllarına kadar uzanmaktadır. Bu da Mısır ve Babil'de kullanılan trigonometridir. Fakat bizim amacımıza uygun trigonometrinin kökeni Hipparchus'un (M.Ö. 140) çalışmalarında görülür. Mısırlıların ve Babillilerin trigonometrik hesaplamaları M.Ö. 3000 yıllarına kadar gider. Mısır'da bulunan Ahmes'in (M.Ö.1550) papirüsünde piramitlerin ölçümüyle ilgili 5 problem vardır. Ahmes trigonometrinin sözünü etmez ama ölçümler ve hesaplamalar trigonometrik oranlardan başka bir şey değildir. Bu trigonometrik oranlar güneş saatinde, arazi ölçümlerinde, piramitlerde ve yapılarda kullanılmıştır (Dönmez 2002).

Çinliler dik açılı üçgeni uzaklık, yükseklik, derinlik ve kenar oranları için kullanıyorlardı. Chou-pei Suan-king (M.Ö. 1105) isimli kitapta; ispatsız Pisagor teoremi, güneş saati, gölge ve gölge bilgisi, ilkel düzlemsel trigonometri bilgileri vardı. Thales M.Ö. 600, Mısır ve Mezapotamya'yı dolaşarak piramitler,gölge saatleri ve bu ülkelerin hesaplarını öğrendikten sonra Ege bölgesine gelir. Burada öğrendiklerini çevresine yayar, bunlar Thales teoremleridir (Dönmez 2002).

Yunanistan'da düzlemsel trigonometriden başka birde küresel trigonometri kullanılmıştır. Aslında Yunan trigonometrisi küresel olarak Menelaus'la (100) başlamıştır. Gökyüzü bir yarım küre, yine bazı Yunanlı düşünürlere göre yeryüzü de küre biçimindedir. Hipparchus'un düzlemsel ve küresel trigonometrisi Menelaus tarafından geliştirilmiş ve Ptolemy (85-165) kadar gelmiştir. Ptolemy, kendinden önce gelen yazarların kitaplarından derlediği bilgileri "Almagest" adlı tam 13 kitaplık bir seride toplamıştır (Dönmez 2002).

İçinde bulduğumuz yüzyılın araştırmaları, Hint dünyasının özellikle 6.,7.,9.,ve 12. yüzyıllarda matematik ve astronomide bilimsel bakımdan üstün düzeyde ilginç çalışmaların varlığını ortaya çıkarmıştır. Hintlerin oluşturduğu astronomiyi 400 yıllarında Surya Sidd Hanta olarak ortaya çıkmıştır. Ptolemy kaynaklı olan bu kitapta çok sayıda trigonometrik bağlılıklar yer alır (Dönmez 2002). Hintli matematikçiler, trigonometri konusundaki bilgileri, müspet şekilde zenginleştirmişlerdir. Mezopotamya kaynaklı olan bu bilgiler, zamanın bilim dili olan Sanskritçe ve Pevlevice'den tercümeler yoluyla, 8.yüzyıl ortalarından itibaren İslam Dünyasına intikal etmiştir. Trigonometriye ait temel bilgiler, 8. ile 16.yüzyıl Türk İslam Dünyası matematikçileri tarafından ortaya konulmuş ve belli bir noktaya kadarda geliştirilmiştir. 8.ile16. yüzyılları arası Türk-İslam Dünyasının ünlü matematik ve astronomi bilgilerinin hazırladıkları; Mıcıstı Ziyc ve şerhlerdeki mevcut temel trigonometri bilgileri tarih sırasına göre şöyle sıralanmaktadır:

Sabit Bin KURRA (821-Bağdat 901); İslam dünyasının önde gelen matematikçilerinden Sabit bin Kurra Batlamyus'un ünlü eserini zamanın bilim dili olan Arapça'ya Almagesti adıyla şerh (yorumlu açıklama) eder. Sabit bin Kurra bu şerh işini yaparken, Batlamyus'un eserinde bulunan bilgilerin yanında, kendi görüşü ve zamanı için yeni olan bir kısım trigonometri ve astronomi bilgisini de eklemiştir (Göker 1997).

El-BATTANİ (Harran 858-Bağdat 929); El-Battani, trigonometride temel kavramlardan olan sinüs ve cosinüs ile bunların fonksiyonu tangent ve cotengent kavramlarını ortaya koyar. El-Battani'yi, bugünkü trigonometrinin ilk kurucularından saymak, gerçeğin tam ifadesi olur. Kendisine Bağdat'ın Ptolemy'si ünvanı verilmişti. Yıldızların Hareketleri isimli kitabı yazmıştır.Güneşin yüksekliğini gerçek hiçbir küresel trigonometri bilgisi olmadan hesaplamıştır (Göker 1997; Dönmez 2002).

Ebü'l VEFA Buzcan 940-Bağdat 998); trigonometrik kavram, tanım, teorem ve formüllerin birçoğunu trigonometriye ilk kazandıranların başında Ebü'l Vefa'nın da adını belirtmek gerekir. Özellikle küresel trigonometride sinüs konusunu bilimsel bir düşünce içinde ilk inceleyen Ebü'l Vefa'dır. Tangent çizgileri düzenlediği gibi trigonometriye secant ve cosekant tanım ve kavramlarını da sokmuş, aynı zamanda trigonometrinin altı esas eğrisi arasındaki oranları da ilk kez belirtmiştir. Bu oranlar, bugün trigonometride, grafiklerin tanımında aynen kullanılmaktadır. Ebul vefa, yarım açı formüllerini trigonometriye sokmuştur (Göker 1997; Dönmez 2002).

İbn'i YUNUS (Sedef 950-Kahire 1009); Bilim tarihinde, Aben Jonis, ülkemizde İbn'i Yunus olarak tanınan bu bilgin; matematik ve astronomi konularında hazırladığı eserleri ile adını zamanımıza kadar ulaştırmıştır. Kahire'de Manatham dağında kurduğu Manatham Rasathanesi'nde yaptığı gözlemler sonucu hazırladığı Hakim Ziyci adlı eserinde, kendisinden sonra gelenlere; birçok, astronomi, trigonometri ve fizik bilgisi bırakmıştır. İbn'i Yunus bugünkü dönüşüm formüllerini bulmuştur (Göker 1997).

BEYRUNİ (Ket 973-Gazne 1052); bugünkü düzlem trigonometride, cosinüs teoremi ile ilgili formüller, Beyruni'nin adını taşır. Cabir Bin EFLAH (ölümü,140-1150), Nasirüddin TUSİ (Tus 1201-Bağdat 1274), Gıyasüddin CEMŞİD (Semerkant 1429) ve çağdaşları trigonometri üzerinde yaptıkları çalışmalarla hem doğu matematikçilerine hem de batı matematikçilerine öncülük eden ve kaynak oluşturan Türk-İslam matematikçileridir (Göker 1997).

Fibonacci (1202), Müslümanların trigonometrisi ile eğitilmiş biridir. Uygulamalı yer ölçülmesi üzerine yazdığı "Practica Geometriae" isimli kitabında trigonometriyi çok iyi uygulamıştır. 14. yy da, İngilizler Müslümanların trigonometrisini biliyorlardı. Bu bilgilerin ışığında 15. yy da Peurbach (1460) isimli bir matematikçi yetişti ve yeni bir sinüs tablosu yaptı. Onun öğrencisi olan Johann MÜLLER (Regiomontanus (1464)) bu tabloları tamamladı ve artık Avrupalılar trigonometri üzerine söz sahibi oldu (Dönmez 2002).

Batı'da trigonometrik bilgilerin gelişimini ve yayılmasını Johann MÜLLER sağlamıştır. Johann MÜLLER zamanı veya kendisinden önceki yılların ünlü mütercimleri, 8. ile 15.yüzyıl Doğu bilim dünyasının ünlü yazma eserleri ile zengin bir kataloga sahip olan başta Vatikan ile diğer Avrupa kütüphanelerinde mevcut, Doğu Bilim Dünyası'ndan intikal etmiş matematik ve astronomi ile ilgili eserlerin bir kısmını Latinceye tercüme etmişlerdir. Johann MÜLLER'in bu tercüme eserleri görmemiş olması düşünülemez. Bu çalışmaların sonunda De Triangulis Amnimüdis Libri V. adlı bir kitap yayınlamışlardır. Bu kitap, düzlem ve küresel trigonometri konularını kapsayan Latince bir eserdir. Johann MÜLLER'in bu eseri de, ölümünden 57 yıl sonra, yani 1533 yılında Nurnberg'de yayınlanmıştır. 1533 tarihi Avrupa'da trigonometrinin doğuş tarihi olarak kabul edilmiştir (Göker 1997).

Rhaeticus, altı trigonometrik fonksiyonda yay yerine açının fonksiyonunu alarak bu konudaki ilk kitabı 1551 yılında Leibzig'de yayınladı (Dönmez 2002). Bartholomeo Pitiscus (1561-1613) 'Trigonomatriae Sive, de Dimensione Triangulus, Liber' (trigonometri kitabı, üçgenlerin ölçülmesi) kitabında trigonometri ismini ilk kez kullanmıştır (Vance 1962; MEB 2007). Vieta (1580), trigonometriyi biraz daha analitik yolla inceledi. Sin1' olan değeri on üçüncü basamağa kadar hesapladı ve tablonun geri kalanlarını buna göre tamamladı. Albert Girard (1590-1623), 1626 yılında küresel üçgenin alanının bulunmasını içeren çok değerli bir çalışma olan cebir kitabını yayınlamıştır. Avrupa'da temeli atılan trigonometri daha sonra; Cavalieri (1632), Napier (1614), Oughtred (1657), Euler (1750), John Newton (1622-1678), Newton ve Gellibrand (1658), John Wallis (1616-1703), Sir Isaac Newton (1642-1727), Leibniz (1682), Thomas Fantet de Langny (1710), Jean Bernoulli (1702), Cotes (1722), De Moivre (1707), Lambert (1728-1777), Vincenzo Riccati (1757), Wallece (1810), Kastner (1759) vd tarafından bugünkü modern hale getirildi ve halen kullanılmaktadır (Dönmez 2002).

1.8. Trigonometri Öğretimi

Trigonometrinin kaynağı tarihin ilk zamanlarına kadar gitmektedir. Bu güneşin, ayın ve yıldızların hareket ettiği kabul edilen göksel alanın çalışılmasına ve açılar aracılığıyla gökyüzündeki cisimlerin yerlerini tahmin etmeye yönelik çalışmanın bir parçasıdır (Vance 1962). Trigonometri ilk başta üçgenlerin kenar ve açıları arasındaki ilişkilerle ilgilenmekteydi. 17. yy da ortaya çıkan astronomi, gemicilik , araştırma, yön bulma ve keşif biliminin geliştirilmesinde kullanılmaktaydı (Vance 1962; Webber 1985; Larson and Hostetler 1997; Dönmez 2002). Bu iki bin veya hatta dört yüz yıl öncesi için geçerli bir durum olabilir ama günümüz için değildir (Vance 1962). 17. yy dan sonra analitik hale dönüştürülen trigonometri, matematiğin hemen hemen tüm dallarında, fende ve mühendislikte çok yaygın olarak kullanılmaya başlandı. Sonuç olarak trigonometrinin kullanım alanları rotasyon ve titreşimle ilgili çok sayıda fiziksel olguyu içerecek şekilde genişletildi. Bu olgular ses dalgaları, ışık ışınları, gezegenlere ait yörüngeler, titreşimli teller, sarkıtlar ve atom parçacıkları yörüngelerini içermektedir (Vance 1962; Larson and Hostetler 1997).

Trigonometrinin gelişmesiyle birlikte, genel dairesel fonksiyon çalışmaları da gelişme göstermiştir. Aslında günümüzde trigonometri matematiğin, dairesel veya trigonometrik fonksiyonların uygulanışı ve öğeleri ile ilgilenen bir dal olarak tanımlanmaktadır. Dairesel fonksiyonlar, fonksiyonların alanı ve dağılımının gerçek sayılar olacağı şeklinde tanımlanacaktır. Görüleceği gibi böyle bir genel tanımlama yöntemi bu fonksiyonların birçok uygulamasında büyük avantajlara sahiptir. Dairesel fonksiyonlar uygulamasının genel türü bilimin günümüzde uğraştığı birçok problemin çözümünün yapı olarak periyodik olduğu gerçeğinden kaynaklanır. Bu tür çözümü olan problemler astronomide ve mekanikte ve ışık, ses, elektrik olgularının ele alınmasında bulunur (Vance 1962).

Buradan hareketle trigonometri matematiğin çok faydalı (kullanışlı) bir dalıdır. Ayrıca analiz ve yüksek matematikte de kayda değer öneme sahiptir. Trigonometriye iki temel yaklaşım vardır. Yaklaşımlardan biri trigonometrik fonksiyonları bir üçgendeki açıların fonksiyonları diye tanımlar. İkincisi ise onları bir çember üzerindeki noktaların koordinatlarının fonksiyonları olarak tanımlar. Her iki yaklaşımda yararlı olup birbirine eşdeğerdir. Trigonometrik fonksiyonlar birçok eşsiz özelliklere sahiptir (Webber 1985; Kendal and Stacey 1997).

Açıların derece olarak ölçülmesi analizin amaçlarına uygun değildir. Bu uygun olmamaya en basit gerekçe, derece cinsinden olan değerleri sayı doğrusu üzerine yerleştiremememizdir. Onun için analizin amacına uygun gelecek bir ölçü birimi bulmamız gerekir. Bu da radyandır (Orhun 2001; Kadıoğlu ve Kamali 2005). Bir merkez açının radyan ölçüsü, gördüğü yayın uzunluğunun, çemberin yarı çapına oranı ile bulunur. Birim çember yardımı ile dar açıların dışındaki açılarında trigonometrik oranları bulunabilir. Keyfi bir açının trigonometrik oranları yazılırken, birinci bölgedeki dar açıların trigonometrik oranlarından istifade edilir. Açıların radyan cinsinden ölçüsünün bir reel sayı olduğu düşünüldüğünde, her reel sayının sinüs ve kosinüs cinsinden trigonometrik oranı yazılabilir (Kadıoğlu ve Kamali 2005).

Trigonometri öğretiminin amacı öğrenmenin kolaylaştırılması, iletişim ve rasyonalizm yeteneklerinin geliştirilmesidir (Orhun 2001). Düzlemsel trigonometrinin yanı sıra düzlem yerine küre yüzeyinin altlık olarak alındığı küresel trigonometri, trigonometrinin bir dalı olarak karşımıza çıkmaktadır. Yer küresi ve gök küresi ile ilgili bilimler küresel trigonometriden yararlanır. Özellikle coğrafya, kartoğrafya, jeodezi ve astronomi bilim dallarında küresel trigonometrinin geniş bir uygulama alanı vardır (Yaşayan ve Hekimoğlu 1982).

1.9. Araştırmanın önemi

Matematiksel kavramların etkin öğretimi ve dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlamayı gerçekleştirmelerine yardımcı olabilmek için, öğretmenlerin öğrenci zorluk ve yanılgıları hakkında ciddi bilgi sahibi olmaları gerekir (Özmantar vd 2008). Ortaöğretim 10.sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanılgılarının tespit edilmesi bu açıdan önem taşır.

Sınırlı bir zamanda, kompleks olan yeni fikirleri benimsemek öğrenme güçlüklerinin başında gelir. Matematik öğretiminde ön şartlılık ilkesi oldukça önemlidir. Öğrencilerin trigonometrik bilgileri çok iyi öğrenmeden ve polinomlarda çok fazla işlem yapmadan analiz öğrenmeye başlamaları cebirdeki rutin işlemlerin uzun süreli olmasını engellemektedir (Duru 2006).

Trigonometrinin teoremlerini ve kavramlarını öğretmek, öğrencilerin; yaratıcı, mantıklı ve analitik düşünebilme yeteneklerini geliştirmesi, ileri düzeydeki kavramların anlaşılması ve matematik dilinin oluşması açısından önemlidir.

Öğrenmeye karşı bakış açısı aynı zamanda "kavram yanılgısı " ile basit anlamda "hatanın" da karıştırılmasına, birinin yerine diğerinin kullanılmasına sebep olabilmektedir. Smith, diSessa ve Roschelle (1993) tarafından hata (error), kavram yanılgısının bir sonucu olarak ve kavram yanılgısı ise sistemli bir biçimde hata üreten algı biçimi olarak tarif edilmektedir. Öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarından haberdar olmak ve bunları iyi analiz edebilmek bir öğretmen için ne kadar gerekli bir meziyetse bu kavram yanılgılarını fark ettikten sonra öğretimde bir avantaja çevirmek de o kadar önemli bir meziyettir (Zembat 2008).

Kavram yanılgılarına sebebiyet veren güçlükleri ve öğrenci algılarını derinlemesine incelemek; gerekli çıkarımları yaptıktan sonra öğrencilere faydalı olabilecek yönde geliştirmek, öğretmenlerin bu sorun karşısında ne tarz bir öğretim metodunu benimsemeleri gerektiğine karar vermeleri ve öğretmen ile öğrenci arasında çift yönlü bir iletişime geçebilmeleri açısından önemlidir.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Bu bölümde trigonometri öğretimi, trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları ile ilgili ülkemizde ve yurtdışında yapılan bazı araştırmalar incelenmiştir.

Blackett and Tall (1991), "Cinsiyet ve Bilgisayar Yazılımı Kullanarak Trigonometrinin Çok Amaçlı Öğretimi" (Gender and The Versatile Learning of Trigonometry Using Computer Software) adlı çalışma, interaktif bilgisayar grafiklerini kullanarak çoklu trigonometri öğretiminin erkeklerden çok kızların performansında daha büyük bir gelişmeye yol açtığıyla ilgili hipotezleri test etmiştir. Çalışma giriş standartları karşılaştırılan iki okuldaki on beş yaşındaki öğrencilerle yürütülmüştür. Her biri kabiliyetlerine göre 4 denk karışık cinsiyet grubuna ayrılmıştır. Her durumda, deney grubundaki erkekler kontrol grubundaki erkeklerden daha fazla gelişme göstermiştir ve bu durumun aynısının kızlar içinde geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna rağmen kontrol grubu kızları kontrol grubu erkeklerinden performans olarak daha geriye gitmişlerdir, deney grubu kızlarının performanslarının ise deney grubu erkeklerinin performanslarından daha iyi olduğu görülmüştür.

Kendal and Stacey (1997), "Trigonometri Öğretimi" (Teaching Trigonometry) adlı çalışmasında, Avustralya Victorian okullarında kullanılan iki metotla ; 1. Oran Metodu, 2. Birim Çember Metodu ile trigonometri öğretimi gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada, temel trigonometri öğretiminde kullanılan iki metot karşılaştırılarak bir araştırma çalışması yürütülmüştür. Yapılan araştırmada kullanılan bu metotların, temel kavramları daha iyi anlamayı sağladığı görülmek istenmiştir. Burada trigonometrinin giriş aşamasındaki temel becerilerle; bilinen kenarlar ve açılardan, dik açılı üçgenlerin kenar ve açılarını hesaplamakla ilgilenilmiştir.

Barnes (1999), "Trigonometride Yaratıcı Yazma" (Creative Writing in Trigonometry) adlı çalışmada, ilginç trigonometri problemleri saptanarak öğrencilerin korkularını yatıştıran onların başarılı yazma değerlendirmeleri rapor edilmiştir. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini kurmalarına yer verilmiştir ve öğrenciler birbirlerine sözlü olarak aynen fikirlerini açıklamışlardır.

Orhun (2000), "Trigonometrinin öğretiminde öğrencilerin hataları ve kavram yanılgıları" (Students' Mistakes and Misconceptions on Teaching of Trigonometry) isimli çalışmasında trigonometri konusunun öğrenilme seviyelerini ve trigonometri ile ilgili hata ve kavram yanılgılarını araştırmayı amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları Eskişehir'deki bir okulun 10. sınıfta olan 77 öğrencisinden oluşmaktadır.Araştırmadaki 4 soru için öğrenci performanslarının analizine göre trigonometri, açı ile dik üçgenin kenarları arasındaki ilişkiler olarak anlaşıldığı belirtilmiştir. Bu nedenle öğrenciler açıların trigonometrisi ile ilgili sorularda başarılı olmuşlardır. Trigonometride öğretilen başlıkların bilindiği ancak bu konuların nasıl öğretileceğinin, sınıfta nasıl sunulacağının problem teşkil ettiği belirtilmiştir. Bulgulara göre öğrencilerin hatalarının sistematik olduğu, trigonometrinin genel olarak öğretmen aktif metotla, hazır bilginin ezberlenmesi ve tekrar edilmesi yoluyla öğretildiği/ öğrenildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bir açının derece cinsinden ölçümü genel tanım ve kavramlarla çelişki gösterdiği bu nedenle açı kavramının ve radyan cinsinden açı ölçümünün öğrenciler için geliştirilmesi gerekliliği ifade edilmiştir.

Doğan (2001), Genel liselerde okutulan trigonometri konuların öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma" isimli doktora tez çalışmasında Konya ilini evren olarak seçmiştir. İlçe merkezlerindeki genel liselerin 2. sınıf öğrencilerinden toplam 1316 öğrenciye; araştırmacı tarafından çoktan seçmeli olarak geliştirilmiş olan, "Trigonometri Düşünceler Anketi, Trigonometri Bilgi Formu ve Trigonometri Teşhis Testi" olmak üzere 3 ayrı test uygulanmıştır. Elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin; trigonometri konularını mecbur oldukları için okudukları, hayatta bir işlerine yaramayacağı, okutulmasının bile anlamsız olduğu gibi kaygı verici saplantılar içinde oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin trigonometrik kavramları karıştırdıkları, trigonometrik denklemlerin çözümünde, özdeşliklerin kullanılmasında, birim çemberin kullanılmasında, trigonometrik fonksiyon değeri ile açının ölçüsünü ayırmada ciddi güçlükler içinde oldukları tespit edilmiştir. Geometrik şekillere dayalı trigonometri sorularında öğrencilerin başarısız oldukları, formüllere uygulayabilecekleri soruları daha kolay yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Demetgül (2001), lise 2. sınıf öğrencilerinin Trigonometri konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarını tespit etmek ve tanı koyucu test geliştirmek amacıyla bir yüksek lisans tez çalışması planlamıştır. Çalışma lise-2 matematik müfredatında yer alan trigonometri konusunda; Derecik Lisesi'nde araştırmacı öğretmen yöntemi ile sınıf içi gözlemlerinden ve diğer okullarda görev yapan 6 matematik öğretmeni ile mülakat yapıldıktan sonra geliştirilen tanı koyucu Teşhis Testlerinin 7 lisede toplam 280 lise-2 öğrencisine uygulanmasıyla gerçekleştirilmiştir. Yapılan değerlendirme sonucunda öğrencilerin trigonometri konusunda bir çok kavram yanılgısına sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin sahip olduğu en önemli kavram yanılgıları; trigonometrik fonksiyonların terslerini bulurken, birim çember üzerinde trigonometrik fonksiyonların açı değerlerini gösterirken kavram yanılgısına düşmüşlerdir. Öğrenciler; verilen açının trigonometrik fonksiyonlardaki değerini reel sayıya karşılık getirmemişlerdir. π sayısını 180 dereceye eşit düşünüp işlemlerde bu şekilde uygulamışlardır. Bu çalışmada; geçerlik ve güvenirlik testlerinin yapıldığı, geliştirilerek son şeklinin verildiği, iki aşamalı tanı koyucu testlerin okullarda öğretmenler tarafından kullanılabileceği belirtilmiştir.

Oprukçu ve Gönülateş (2002), "Farklılaştırılmış eğitimin Trigonometri konusu üzerine bir uygulaması" yaptıkları çalışmada, matematik müfredatında yer alan trigonometri ile farklılaştırılmış eğitim yaklaşımını temel alan bir örnek oluşturulmuştur. Öğrencilerin trigonometri konusuna karşı tutumlarında farklılaştırılmış eğitim uygulaması sonucunda bir gelişme öngörülmüştür. Çalışmanın sonucunda; farklılaştırılmış eğitim yöntemleri kullanılarak trigonometri işlenilen sınıflardaki öğrencilerin, klasik eğitim anlayışı ile trigonometri işlenilenlere göre trigonometri konusuna karşı tutumlarının yüksek çıkacağı öngörülmüştür.

Kong (2003), “Trigonometri Öğretimi İçin Yeni Bir Yöntem” (A New Way to Teach Trigonometric Function) adlı araştırma, 2003 Ekimde “Ortaokul Matematik Çalışması” dersini alan birçok matematik öğretmen adayı ile yapılmıştır. Bu öğretmenlerin trigonometrik fonksiyonları doğru bir şekilde anlamadıkları, örneğin; onların “y=sinx” tanımını doğru bir şekilde açıklayamadıkları ve “y=sinx” deki x in açının çokluğunu temsil eden değişken olarak düşündükleri, onun birimini ihmal ettikleri fakat “y=sinx” fonksiyonunun periyodik hareketlerde uygulanabildiği (ses dalga hareketi gibi) belirtilmiştir. Öğretmen adayları, araştırmacı bu çalışmanın sonucunda önerilen yolu tekrar öğrettikten sonra trigonometrik fonksiyonların doğasını ve kavramlarını anlayabilmişlerdir. Yapılan bu çalışma, kolej seviyesinde trigonometrik fonksiyonları görmeyen kolej öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonları nasıl anladıklarını araştırmıştır ve trigonometrik fonksiyonlarla ilgili tartışılabilir yeni bir öğretim yöntemi önermiştir.

Weber (2005), “Öğrencilerin Trigonometrik Fonksiyonları Anlamaları” (Students’ Understanding of Trigonometrik Functions) adlı çalışmasında, iki kolej trigonometri dersinin içeriğinde öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları anlamalarını araştırmıştır. İlk ders, öğretmen merkezli bir derste bir profesör (çalışmadan bağımsız) tarafından öğretilmiştir. İkinci ders, Gray and Tall (1994)’ın deneysel öğretim paradigması kullanılarak öğretilmiştir. Veriler; mülakatlar ve kağıt- kalem testi ile toplanmıştır. Yapılan araştırmada; öğretmen merkezli derste öğretilen öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarla ilgili çok sınırlı bilgilere sahip olduğu buna karşın deneysel öğretim alan öğrencilerin daha detaylı bilgilere sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Martinez and Sierra (2005), “Trigonometriden Analize geçişte: Okullarda trigonometrik fonksiyonların yapılandırılmasında kavramsal kırılma durumu” (On the transit from Trigonometry to Calculus: The case of the conceptual breaks in the construction of the Trigonometric Functions in schoool) isimli çalışma, matematiksel kabul ve mantıksal söylemin işlemleri (yöntemleri) diye adlandırılan, kavramsal matematik sistemleri söylemindeki günümüz yöntemler çalışmasından elde edilen bilgilerin inşası üzerindeki bir araştırmanın sonuçlarını vermiştir. Özel olarak; temel analiz kavramlarına sahip trigonometri kavramları ve cebir söylemi üzerine yoğunlaşılmıştır. Araştırma 15 ve 18 yaş arasındaki öğrencilerde trigonometrik fonksiyonların kurulmasındaki kavramsal engellerin farkında olunması için planlanmıştır. Araştırmanın sonucunda kavramsal engeller iki açık kavramla sunulmuştur: (1) Radyanın kullanımı (açısal ölçü gibi), (2) 360 dereceden daha büyük açılar ve negatif açılar.

Brown (2006), "Trigonometrik İlişki: Öğrencilerin sinüs ve cosinüs ü anlamaları" (The Trigonometric Connection: Students' understanding of sine and cosine) adlı çalışmasında, öğrencilerin dik üçgenlerden koordinat düzlemine ilerleyen trigonometrinin fonksiyonlar olarak sinüs ve cosinüs bölümüyle ilgilenmiş ve bu konuyu anlamalarını araştırmıştır. Çalışmanın teorik çatısı Schoenfeld, Smith and Arcavi (1993) tarafından geliştirilen modele dayandırılmıştır. Bu araştırmacılar özel bir konunun mikrogenetik analizleri için dört sıralı bir yapı ortaya koymuşlardır. Bu yapıların ikisi: (1) Temel kavramlar ve (2) İçerikle ilgili konular, bunların tutarlı bir anlamayı inşa etmek için önemli görüşler içerdiği belirtilmiştir. Yapılan araştırmada, koordinat trigonometrinin dik üçgenlerden koordinat düzlemine ilerleyen bölümü için esas bir çatı geliştirilmiş ve daha sonra bu konuyla ilgili çalışmanın sonunda bir grup öğrenciyle bir case- study (durum çalışması) yapılmıştır. Sonuçlar; öğrencilerin sinüs ve cosinüs ü anlamalarıyla ilgili bir model oluşturmak ve ayrıca esas bir çatı geliştirmek için kullanılmıştır. Çatının parçası olarak; koordinat trigonometrinin altında yatan temel kavramların bir kümesi ileri bir küme olarak belirtilmiş ve bu fikirler " Trigonometrik İlişki " diye adlandırılmıştır. Yapılan durum çalışması 120 öğrenciyle yürütülmüştür, veri kaynağı olarak yazılı bir test kullanılmıştır ve daha sonra 7 öğrenciyle mülakat yapılmıştır. Test skorları hem nitel hem de nicel metotlarla analiz edilmiştir. Bu çalışma, çoğu öğrencinin sinüs ve cosinüs ile ilgili görüşlerinin eksik ve parçalanmış üç temel görüşe sahip olduğunu ortaya koymuştur. Bu görüşler: Birim çember üzerindeki bir noktanın koordinatları olarak; bu koordinatların grafiksel gerekleri olan yatay ve düşey mesafeler olarak; ve referans bir üçgenin kenarlarının oranları olarak belirtilmiştir. Ayrıca, birçok bilişsel engel tanımlanmıştır. Bunlar özel konuları içeren, daha temel konuları içeren ve içerikle ilgili zorluklar olarak belirtilmiştir. Trigonometri çalışması ile ilgili özel konular; dönme açısı ve birim gibi kırılgan kavramlar içerdiği ve birim çember üzerindeki bir dönme (rotasyon) ile cosinüs ve sinüs fonksiyonunun üzerindeki bir noktayı ilişkilendirmekteki başarısızlık, bu bilişsel engellerden bazıları olarak ifade edilmiştir. Diğer engellerin daha temel konuları içerdiği: örneğin; bir grafik üzerindeki bir noktanın koordinatları eksenlerle onu ilişkilendiren yatay ve düşey parçaları ilişkilendirmekteki yetersizlik; içerikle ilgili bir zorluk ise hem oranlar hem de sayılar olarak sinüs ve cosinüs ün doğası olarak ifade edilmiştir.

Cos Fi (2006), "Okul trigonometrisi alanındaki matematiksel esneklik: kofonksiyonlar" (Mathematical Flexibility in the domain of school trigonometry: cofunctions) isimli çalışma, modern ortaokul öğretmen adaylarının trigonometriyle ilgili bilgilerini araştıran bir çalışmanın sonuçlarını rapor etmiştir. Sonuçlar; öğretmen adaylarının kofonksiyonla ilgili bilgisinin ve diğer trigonometrik fikirlerinin yeterince güçlü olmadığını ortaya koymuştur. Bu çalışma; toplanmış verileri ve öğretmen bilgi teorilerini esas alarak yapılmıştır (Örneğin; Ball et al. 2004). Çalışmanın 1. aşaması, emic (CM1) ve etic (CM2) perspektiflerinden iki kavram haritasını tamamlayan Orta Batı Amerikada'ki büyük bir üniversitedeki 14 modern öğretmen adaylarıyla yürütülmüştür. 2. aşamada 14 öğretmenin 5' i ile iki yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Araştırmaya katılanların trigonometrik fonksiyonlarla ilgili bilgi düzeyleri analiz edilmiştir. Ne kavram haritaları ne de mülakat göstermiştir ki; araştırmaya katılanlar kofonksiyon çiftlerinin bütünleyici doğası için "co" önekinin kullanımının ve bağıntıların farkında olmadıkları, katılımcıların karşıt fonksiyonlarla kofonksiyonları ve ters fonksiyonları karıştırdıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Gündüz (2006- 2007), "Ortaöğretimde Dinamik Modelleme Kullanarak Bilgisayar Destekli Trigonometri Öğretimi" (Computer Aided Teaching Trigonometry Using Dynamic Modelling in High School) adlı çalışmada dinamik modelleme kullanarak bilgisayar destekli öğretimin trigonometride lise öğrencilerinin akademik başarıları üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Araştırma 2006- 2007 akademik yılında Selçuklu Anadolu Lisesindeki 10. Sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. 128 kişiden oluşan örneklemde deney ve kontrol grubu rasgele seçilmiştir. Çalışmanın başında her bir gruba 20 soru içeren bir ön- test uygulanmıştır. Bilgisayar destekli öğretim için öğretim materyalleri ve dinamik modeller tasarlanmış ve deney gruplarına uygulanmıştır.

Trigonometrinin temel kavramları her bir haftada 4 saat olmak üzere 4 haftalık bir sürede kontrol grubuna geleneksel metotla öğretilmiştir. Deneysel çalışmanın sonunda, gruplara son- test uygulanmıştır. Veriler ön- test ve son- testten toplanmış ve istatistiki metotlarla değerlendirilmiştir. Deney ve kontrol grupları arasındaki farkları karşılaştırmak için aritmetik ortalama, standart sapma ve t testi kullanılmıştır. Veriler SPSS 10.0 analiz edilmiş $P<0.05$ anlamlılık düzeyi kullanılmıştır.Materyal değerlendirme formu uygulanmış ve materyal hakkında öğrenci yorumları toplanmıştır. Yapılan çalışmanın sonucunda; deneysel grupların akademik başarısı, kontrol grupların akademik başarısından daha yüksek çıkmıştır. Deneysel gruplarda kullanılan materyaller, öğrenciler tarafından ilginç ve tümevarımsal olarak bulunmuştur. Bu çalışma, dinamik modellemeyi kullanarak bilgisayar destekli trigonometri öğretiminin lise öğrencilerinin akademik başarısını pozitif yönde artırdığını ortaya koymuştur.

Örnek (2007), "Trigonometrik kavramların canlandırma yöntemiyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarısına etkisi" adlı yüksek lisans tez çalışmasında, trigonometrik kavramların canlandırma (dramatizasyon) yöntemiyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarılarını, öğrenilen bilgilerin kalıcılığını, matematik tutumu ve matematik kaygısına etkileri araştırılmıştır. Araştırmanın örneklemini 2005- 2006 eğitim öğretim yılında İstanbul ili Anadolu Yakasındaki bir ilköğretim okulunun 8. sınıflarında okuyan 69 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada ön- test son- test kontrol gruplu model kullanılmıştır. Çalışma süresince trigonometri konusu deney grubunda canlandırma yöntemiyle kontrol grubunda ise geleneksel öğretim metodu ile işlenmiştir. Çalışmanın sonucunda; canlandırma etkileri kullanılarak işlenen trigonometri konusunun ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarını, konunun akılda kalıcılık düzeyini ve öğrencilerinin matematiğe karşı tutumunu manidar olarak olumlu yönde artırdığı görülmüştür.

Tarhan (2007), "Lise 2. sınıfta oluşturmacı yaklaşımla sunulan Trigonometri öğretiminin öğrencilerin tutum ve başarılarına etkisi" isimli yüksek lisans tez çalışmasında, lise 2. sınıfta oluşturmacı yaklaşım anlayışıyla sunulan trigonometri öğretiminin öğrencilerin tutum ve başarılarına etkisi araştırılmıştır. Çalışma grubunu, Denizli ili Lütfi Ege Anadolu Öğretmen Lisesinde okuyan öğrencilerin lise 2. sınıflarından random yöntemiyle seçilen 50 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen, "Başarı Testi ve Tutum Ölçeği" aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda; oluşturmacılık yaklaşımı ile sunulan matematik dersinin trigonometri ünitesi ile ilgili derslerinin öğrenciler açısından bilişsel ve duyuşsal bakımdan bir farklılık oluşturmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerin merakla ve heyecanla bakan aktif gözlerle öğrendikleri, kontrol grubunda ise pasif kalmayı tercih eden hazır öğrencilerin gözlemlendiği belirtilmiştir.

Akkoç (2008), "Öğretmen adaylarının radyanla ilgili kavram hayelleri" (Pre-service mathematics teachers concept imajes of radian) adlı çalışma matematik öğretmen adaylarının radyanla ilgili kavram hayallerini ve böyle hayallerin olası kaynaklarını araştırmıştır. Çalışmada 42 matematik öğretmen adayı onların radyanı anlamalarını ölçmeyi hedefleyen bir anketi tamamlamışlardır. Öğretmen adaylarının 6 sı mülakat için seçilmiştir.Veriler göstermiştir ki; katılımcıların radyanla ilgili kavram hayalleri, onların dereceyle ilgili kavram hayalleri ile domine edilmiştir. Yapılan çalışmada, veri olarak gösterilmiştir ki; matematik öğretmen adayları reel sayıların girdileri olarak trigonometrik fonksiyonları kabullenmede isteksizdirler fakat bundan ziyade onlar derecelerdeki değeri kullanırlar. Daha da ilginç olanı, öğretmen adayları π ile ilgili farklı kavram hayaline sahiptirler: (1) Radyandaki bir açı olarak π, (2) Irrasyonel bir sayı olarak π.

Moore (2009) "Analize Giriş Öğrencilerinin Açı Ölçümü ve Trigonometrik Fonksiyonlarla ilgili anlayışları üzerine bir araştırma" (An investigation into Precalculus Students' Conceptions of Angle Measure and Trigonometric Functions) adlı çalışmada, açı ölçümü, radyan (ölçümün bir birimi olarak), ve trigonometrik fonksiyonlarla ilgili analize giriş öğrencilerinin anlayışları araştırılmıştır. Araştırma verileri çoklu öğretim deneyleri ve kişisel araştırmacı mülakatlardan elde edilmiştir.Bu materyaller ve mülakatlar öğrencilerin anlamaları ile ilgili edindikleri görüşler üzerine yoğunlaşmıştır. Çalışmanın denekleri öğrencilerin nicel ve değişkensel muhakeme yeteneklerinin gelişimine odaklı, analize giriş dersine kayıtlı lisans seviyesindeki öğrenciler olarak belirlenmiştir. İfade edilen mantıksal yetenekler; değişken fikrini, değişim oranını ve fonksiyonu anlamak için tanımlanmıştır. Araştırmanın sonuçları; açı ölçüm fikri ve ölçümün bir birimi olarak radyanın, trigonometrinin çeşitli içeriklerinin karşısında trigonometrik fonksiyonları anlamak için bir temel teşkil ettiğini ortaya koymuştur.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın amacı, problem ve araştırma soruları, araştırmanın deseni, araştırmanın örneklemi, veri toplama araçları, uygulama, araştırmanın kabul ve sınırlılıkları incelenmiştir.

3.1. Araştırmanın amacı

Trigonometri, analiz dersinin ön hazırlık konularından biridir. Trigonometri konusunun alt öğrenme alanları, kazanımları ve 44 saatlik (%31 lik oran) ders saati dikkate alındığında ortaöğretim matematik müfredatının en önemli konularının başında gelir. Ortaöğretim 10. sınıftan itibaren öğrencinin öğrenim hayatına girer ve sonraki yıllarda bu birliktelik devam eder. Trigonometrik fonksiyonlar, ters trigonometrik fonksiyonlar, trigonometrik denklem; sonraki sınıflarda trigonometrik fonksiyonların limiti, trigonometrik fonksiyonların türevi ve trigonometrik fonksiyonların integrali konuları birikimli olarak öğrencinin karşısına çıkacaktır. Trigonometri, aritmetik ve geometri konularını kaynak olarak kullanır. Trigonometri öğretiminin amacı öğrenmenin kolaylaştırılması, iletişim ve rasyonalizm yeteneklerinin geliştirilmesidir. Yaratıcılık ve onun temellerinin anlaşılması trigonometri ile ilgili kavram ve metotların geliştirilmesi açısından önemlidir.

Trigonometri konusunda, ülkemizde yapılan yüksek lisans ve doktora tez çalışmaları bir elin parmaklarını geçmeyecek kadar az sayıdadır. Trigonometri konusunda öğrenme güçlüğü ve kavram yanılgıları üzerine daha önce ülkemizde yapılan çalışmalar genel lise türünde okuyan öğrencilerle yapılmıştır. Bu çalışma ise ortaöğretim kurumlarına öğrenci seçme sınavıyla yerleşmiş, Anadolu Lisesi ve Anadolu Öğretmen Lisesi türünde okuyan öğrencilerle yapılmıştır. Bu öğrencilerin genel lisede okuyan öğrencilere göre belli bir matematik alt yapılarının olduğu ve bilgi düzeylerinin daha iyi olduğu düşünülürse araştırmanın bulguları ve sonuçları bu açıdan önem arz etmektedir.

Bu çalışma Erzurum ili örnekleminde ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin Trigonometri konusunda sahip oldukları öğrenme güçlüklerinin ve buna bağlı olarak geliştirdikleri kavram yanılgılarının tespit edilmesi amacıyla planlanmıştır. Matematiksel kavramların etkin öğretimi ve dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlamayı gerçekleştirmelerine yardımcı olabilmek için öğretmenlerin öğrenci güçlük ve yanılgıları hakkında ciddi bilgi sahibi olmaları gerekir. Bu doğrultuda Trigonometri konusunda kavram yanılgılarının ortaya çıkmasının engellenmesi, ortaya çıkan yanılgıların giderilmesi ve kavram yanılgılarına sebebiyet veren öğrenme güçlüklerini ve öğrenci algılarını analiz ederek gerekli çıkarımları yaptıktan sonra eğitim öğretim açısından avantaja çevrilmesi amaçlanmıştır.

3.2. Araştırma problemi

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

3.2.1. Araştırma soruları

1. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin yönlü açılar, birim çember, trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonlar arasındaki bağıntılar ile ilgili sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

2. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik denklemler, trigonometrik fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

3. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin toplam ve fark formülleri, trigonometrik fonksiyonlar arasındaki bağıntılar ile ilgili sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

4. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin ters trigonometrik fonksiyonlar konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

5. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin periyodik fonksiyonlar konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

6. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonların grafiklerini oluşturmada sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

7. Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin üçgende trigonometrik bağıntılar konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?

3.3. Araştırma deseni

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını tespit etmeye yönelik bu çalışmada betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel tarama modeli verilen bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlar (Büyüköztürk vd 2008). Bu çalışmadaki veriler, belirlenen araştırma sorularına uygun olarak hazırlanan testlere öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar ve öğrenci cevaplarından tarayıcı kullanılarak yapılan alıntılar analiz edilerek elde edilmiştir. Çalışmada kanaatlerimizi belirtirken, dönem içerisinde eğitim-öğretim sürecinde öğrencilerimizle yaptığımız ders etkinliklerinin gözlemleri belirleyici olmuştur.

3.4. Araştırmanın örneklemi

Araştırmanın örneklemini, Erzurum il merkezinde küme örnekleme yöntemiyle belirlenen 205 (Kız=96, Erkek=109) ortaöğretim 10. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma 2006 Haziran ayında Erzurum il merkezindeki Mecidiye Anadolu Lisesi, Erzurum Anadolu Lisesi, Mehmet Akif Ersoy Anadolu Lisesi, Erzurum Lisesi ve Nevzat Karabağ Anadolu Öğretmen Lisesi'nde gerçekleştirilmiştir.

Teşhis Testi-1 (EK 2) ve Teşhis Testi-2 (EK 3) nin uygulandığı Erzurum ili örneklemindeki liseler ve bu liselerdeki uygulamaya katılan kız ve erkek öğrenci sayılarını gösteren veriler aşağıda sunulmuştur.

Çizelge 3.1. Erzurum ili örnekleminde uygulamaya katılan öğrencilerin okullara göre frekans dağılımı

<table>
<tr><th>Liseler</th><th colspan="2">Teşhis Testi-1</th><th colspan="2">Teşhis Testi-2</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Mecidiye Anadolu Lisesi</td><td>K</td><td>19</td><td>K</td><td>19</td></tr>
<tr><td>E</td><td>29</td><td>E</td><td>29</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Merkez Anadolu Lisesi</td><td>K</td><td>14</td><td>K</td><td>16</td></tr>
<tr><td>E</td><td>15</td><td>E</td><td>19</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Mehmet Akif Ersoy Lisesi</td><td>K</td><td>25</td><td>K</td><td>21</td></tr>
<tr><td>E</td><td>25</td><td>E</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Erzurum Lisesi</td><td>K</td><td>22</td><td>K</td><td>22</td></tr>
<tr><td>E</td><td>25</td><td>E</td><td>24</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Nevzat Karabağ Anadolu Öğretmen Lisesi</td><td>K</td><td>16</td><td>K</td><td>16</td></tr>
<tr><td>E</td><td>15</td><td>E</td><td>15</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Toplam</td><td>K</td><td>96</td><td>K</td><td>94</td></tr>
<tr><td>E</td><td>109</td><td>E</td><td>107</td></tr>
<tr><td>Genel Toplam</td><td colspan="2">205</td><td colspan="2">201</td></tr>
</table>

3.5. Veri toplama araçları

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla " Trigonometri bilgilerini kullanabilme ve öğrenci yanılgıları " konulu 18 sorudan oluşan çoktan seçmeli Teşhis Testi-1 ve 12 sorudan oluşan açık uçlu Teşhis Testi-2 testleri uygulanmıştır.

Araştırmada kullanılan teşhis testleri hazırlanırken daha önce yapılmış olan, Doğan (2001) doktora tez çalışması, Demetgül (2001) yüksek lisans tez çalışması bilgi ve teşhis testlerinin soruları ve Milli Eğitim Bakanlığı (2005) matematik dersi öğretim programı ve kılavuzunun (EK 4 ve EK 5) ölçme- değerlendirme soruları kullanılmıştır. Yararlanılan çalışmalardaki testlerin geçerlilik ve güvenirlik analizleri yapılmıştır. Doğan (2001) bilgi testlerinin güvenirlik katsayıları (0.89- 0.87), Demetgül (2001) teşhis testlerinin güvenirlik katsayıları (0.72- 0.81) olarak çıkmıştır.

3.6. Uygulama

Bu araştırma, 2006 Haziran ayında Erzurum il merkezindeki Mecidiye Anadolu Lisesi, Erzurum Anadolu Lisesi, Mehmet Akif Ersoy Anadolu Lisesi, Erzurum Lisesi ve Nevzat Karabağ Anadolu Öğretmen Lisesi'nde öğrenim görmekte olan 205 (Kız=96, Erkek=109) 10. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Araştırma yapılan tüm okullar 10. sınıf trigonometri konusunun öğretimini eğitim- öğretim yılının 1. döneminde tamamlamıştır. Teşhis testlerinin uygulanması öncesinde araştırmanın yapılacağı liselerde görev yapan matematik öğretmenleri ile araştırmanın amacı ve konusu hakkında ön görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın uygulanmasında bu okullarda görevli matematik öğretmenlerinden yardım alınmıştır. Uygulanan "Trigonometri bilgilerini kullanabilme ve öğrenci yanılgıları" konulu Teşhis Testi-1 ve Teşhis Testi-2 için öğrencilere 60 dakika süre verilmiştir. Araştırmanın yürütüleceği ortaöğretim okulları için İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izin alınmıştır (EK 1).

Araştırma sonuçlarının, öğrencilere ve okullara hiçbir şekilde olumlu ya da olumsuz etkisinin olmayacağı uygulama öncesinde belirtilmiş, sadece araştırma amaçlı kullanılacağı vurgulanarak öğrencilerin rahat olmaları sağlanmaya çalışılmıştır.

3.7. Verilerin analizi

Ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını tespit etmeyi amaçlayan çalışmada verileri analiz etmek için SPSS 12.0 istatistik programı, yüzde ve frekans hesapları kullanılmıştır. Çoktan seçmeli 18 sorudan oluşan Teşhis Testi-1 deki sorulara verilen cevapların öğrenci toplamına ve de cinsiyete göre dağılım grafikleri çizelgeler halinde araştırma bulguları ve tartışma bölümünde sunulmuştur. Açık uçlu 12 sorudan oluşan Teşhis Testi-2 deki sorulara verilen cevaplar: 1, 2, 6, 7, 8 ve 12'nci sorular için boş, doğru ve yanlış; 3, 4, 5, 9, 10, ve 11' inci sorular için boş, tam doğru, yanlış ve eksik cevap olarak sınıflandırılmış ve her biri için verilen cevapların, öğrenci toplamına ve de cinsiyete göre dağılım grafikleri ve yüzde hesapları çizelgeler halinde araştırma bulguları bölümünde sunulmuştur. Öğrencilerin sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını gösteren cevaplar taranarak bilgisayar ortamına alınmıştır. Öğrencilerin tümünün vermiş olduğu cevapları bu bölümde vermek imkansız olduğundan özellikle kavram yanılgısına sahip olduğu düşünülen öğrenci cevapları isim belirtilmeksizin sunulmuştur.

Doğru- tam doğru: Soru ile ilgili bilimsel fikirlerin tamamını ihtiva eden cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.
Eksik cevap: Soru ile ilgili bilimsel fikirlerin bir kısmını ihtiva eden cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.
Yanlış: Soru ile ilgili tamamen yanlış olan cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.
Boş: Soru ile ilgili boş bırakılan veya sorunun aynen ya da kısmen tekrarlandığı cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

3.8. Araştırmanın kabulleri ve sınırlılıkları

Bu araştırmadaki kabuller ve sınırlılıklar aşağıdaki gibidir:

3.8.1. Araştırmanın kabulleri

1. Uygulanan teşhis testleri öğrencilerin trigonometri konusunda sahip olduğu öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını tespit edebilecek niteliktedir.

2. Öğrenciler veri toplama araçlarındaki sorulara samimi bir şekilde cevap vermişlerdir.

3.8.2. Araştırmanın sınırlılıkları

1. Araştırmada incelenen öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları sosyolojik ve psikolojik etkenlerden ziyade bilişsel boyutlarda incelenecektir.

2. Araştırma ortaöğretim 10. sınıf matematik dersinin trigonometri konusu ile sınırlı tutulmuştur.

3. Araştırmanı örneklemi 2006 haziran ayında Erzurum il merkezindeki Mecidiye Anadolu Lisesi, Erzurum Anadolu Lisesi, Mehmet Akif Ersoy Anadolu Lisesi, Erzurum Lisesi ve Nevzat Karabağ Anadolu Öğretmen Lisesi'nde öğrenim görmekte olan 205 (Kız=96, Erkek=109) 10. sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.

4. Araştırmanın uygulama süresi bir dönem, 60 dakikalık uygulama ile sınırlıdır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırma problemlerinin incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular ve bu bulgular ile ilgili tartışmalar verilmiştir. Bulgularda, araştırma desenine uygun olarak öğrenci cevaplarından alıntılar yapılmıştır.

Teşhis Testi-1 deki çoktan seçmeli sorulara verilen cevapların dağılımı (öğrenci sayısına göre) çizelge halinde verilmiştir. Her sorunun doğru cevabı, seçeneğin üzerine (*) işareti konularak belirtilmiştir. Ayrıca her soru için doğru cevap yüzdesi belirtilmiştir. Uygulamaya 109'u erkek, 96'sı kız öğrenci olmak üzere toplam 205 öğrenci katılmıştır.

Çizelge 4.1. Teşhis Testi –1 deki sorulara verilen cevapların frekans ve yüzde dağılımı

Sorular	A	B	C	D	E	Boş	Doğru Cevap %	Toplam
1	1	3	1	1	**199***	-	**97,07**	205
2	52	47	12	**65***	20	9	**31,71**	205
3	21	35	**130***	11	6	2	**63,41**	205
4	**101***	80	11	1	5	7	**49,27**	205
5	57	**111***	8	14	3	12	**54,15**	205
6	24	**139***	4	19	9	10	**67,80**	205
7	**58***	57	15	34	17	24	**28,29**	205
8	19	**150***	18	1	13	4	**73,17**	205
9	16	26	**85***	23	12	43	**41,46**	205
10	7	20	3	33	**136***	6	**66,34**	205
11	27	**67***	18	32	32	29	**32,68**	205
12	2	10	3	**171***	12	7	**83,41**	205
13	**146***	18	8	6	13	14	**71,22**	205
14	61	52	35	6	**18***	33	**8,78**	205
15	**113***	34	17	7	6	28	**55,12**	205
16	10	18	19	**140***	7	11	**68,29**	205
17	18	85	29	16	**33***	24	**16,10**	205
18	4	**107***	29	41	8	16	**52,20**	205

Açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki sorulara 107’ si erkek, 94’ ü kız olmak üzere toplam 201 öğrenci cevap vermiştir.

Çizelge 4.2. Teşhis Testi –2 deki sorulara verilen cevapların frekans ve yüzde dağılımı

Sorular	Boş	Doğru	Yanlış	Eksik Cevap	Doğru Cevap (%)	Toplam
1.a	29	**111**	61	-	**55,22**	201
1.b	44	**110**	47	-	**54,73**	201
2.a	14	**171**	16	-	**85,07**	201
2.b	25	**95**	81	-	**47,26**	201
2.c	23	**140**	38	-	**69,65**	201
3	87	**60**	21	33	**29,85**	201
4	41	**61**	42	57	**30,35**	201
5	107	**23**	56	15	**11,44**	201
6.a	53	**88**	60	-	**43,78**	201
6.b	61	**91**	49	-	**45,27**	201
6.c	66	**119**	16	-	**59,20**	201
7	31	**4**	166	-	**1,99**	201
8	79	**12**	110	-	**5,97**	201
9	35	**111**	23	32	**55,22**	201
10	94	**29**	56	22	**14,43**	201
11	104	**37**	23	37	**18,41**	201
12.a	121	**52**	28	-	**25,87**	201
12.b	127	**22**	51	-	**11**	201
12.c	128	**53**	20	-	**26,37**	201

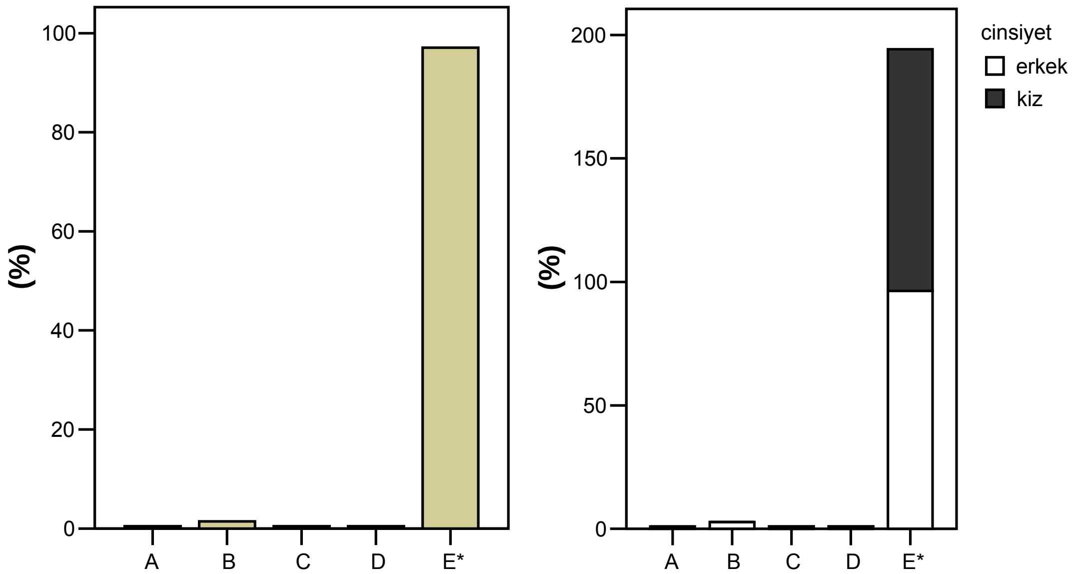
4.1. Birinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında birinci araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin yönlü açılar, birim çember, trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonlar arasındaki bağıntılar ile ilgili sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?' sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin çoktan seçmeli sorulardan oluşan Teşhis Testi-1 deki 1-2-3-4-7-11-12 numaralı sorulara ve açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki 1-2-3-7-8 numaralı sorulara verdikleri cevaplar incelenmiştir.

T-1.1. $\sin 300^\circ, \cos 400^\circ, \tan 140^\circ, \cot(-150^\circ)$ nin işaretleri sırasıyla hangisidir?

A) -,+,+,- **B)** +,-,+,- **C)** -,-,+,+ **D)** -,+,+,+ **E) -,+,-,+**

Çizelge 4.3. Teşhis Testi–1 deki 1. soruya verilen cevapların dağılım grafiği



	A	B	C	D	E*	Boş
Erkek	0,92	2,75	0,00	0,00	**96,33**	0,00
Kız	0,00	0,00	1,04	1,04	**97,92**	0,00
Toplam	0,49	1,46	0,49	0,49	**97,07**	0,00

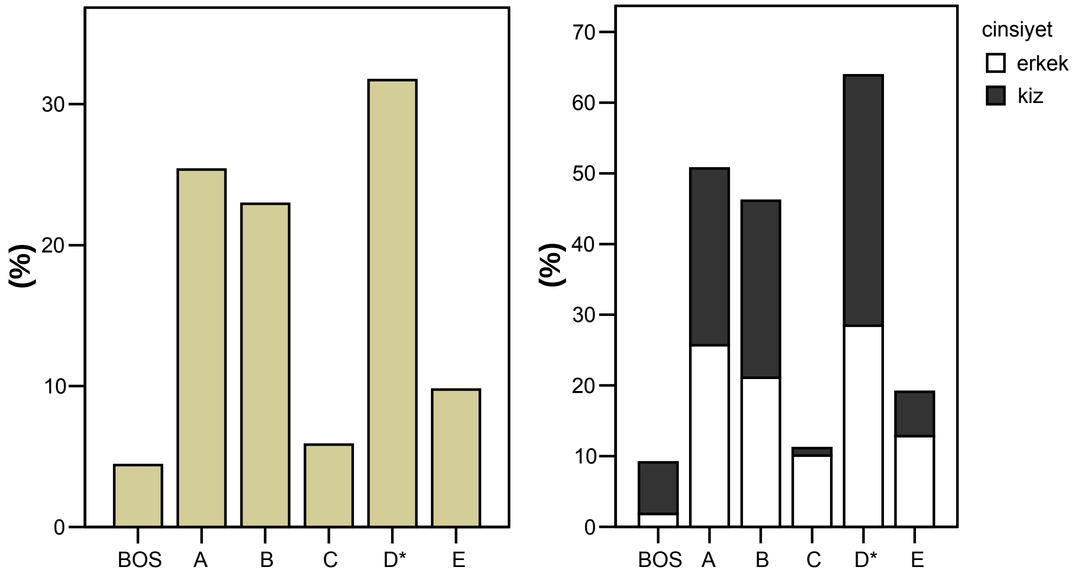
Öğrencilerin %97,07'si (199 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Sadece 6 öğrenci yanlış cevap vermiştir. Bu da sınav heyecanından veya dikkatsizlikten kaynaklanmış olabilir. Öğrencilerin; trigonometrik fonksiyonların işaret incelemesini çoğunlukla doğru yapabildikleri görülmektedir. Soruyu doğru cevaplayan kızların oranı ile erkeklerin oranı örtüşmektedir.

T-1.2. $\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$ koşulu ile aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\sin x < \sin y$ **B)** $\cos x < \cos y$ **C)** $\tan x > \tan y$

D) $\cot x > \cot y$ **E)** $\sin x < \cos y$

Çizelge 4.4. Teşhis Test –1 deki 2. soruya verilen cevapların dağılım grafiği



	A	B	C	D*	E	Boş
Erkek	25,69	21,10	10,09	**28,44**	12,84	1,83
Kız	25,00	25,00	1,04	**35,42**	6,25	7,29
Toplam	25,37	22,93	5,85	**31,71**	9,76	4,39

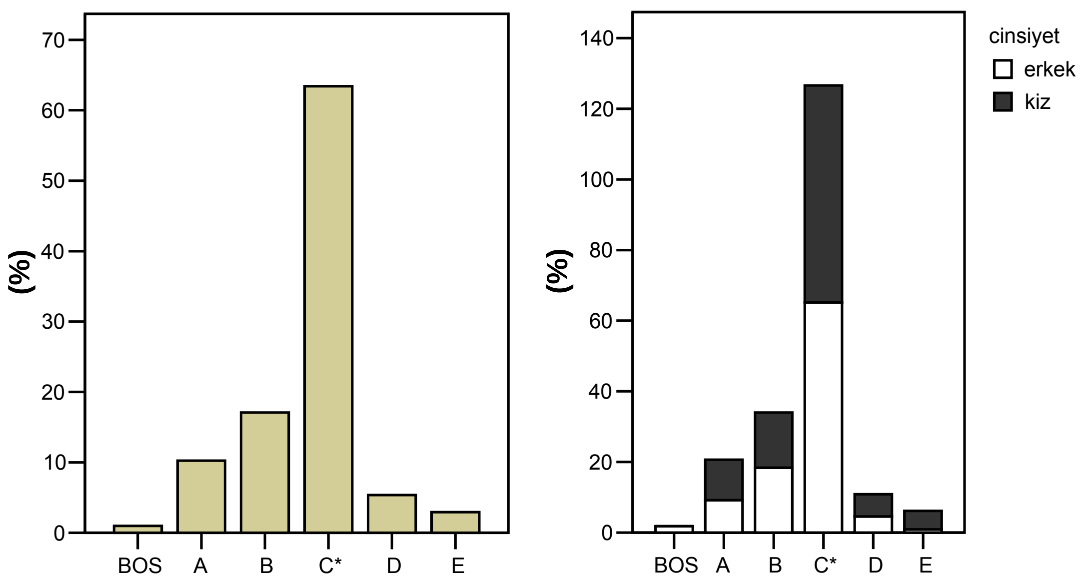
Öğrencilerin %31,71'i (65 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin bir kısmı ; trigonometrik fonksiyon değerini düşünmeden, açıların büyüklük sırasını dikkate almış

A ve B seçeneklerini doğru diye işaretlemiştir. Bunların oranı %48,3'tür. Öğrencilerin %5,85'i C seçeneğini; %9,76'sı E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu soruyu %4,39 oranında öğrenci boş bırakmıştır. Soruyu doğru cevaplayabilenlerin oranı azdır. Yanlış cevaplayanlar %63,9 (erkeklerde %69,73; kızlarda %57,29) oranındadır. Soruyu doğru cevaplayan kızların oranı erkeklerin oranına göre %6,98 fazladır. Öğrenciler, trigonometrik fonksiyon değerleri arasında ilişki kuramamakta ve bu konuda yorum yapma güçlüğü çekmektedir. Trigonometrik fonksiyonların ilgili bölgede artanlığı ya da azalanlığı konusunda kesin bir yargıya varamamaktadırlar. Bu durum; konuların öğrenilmesi sürecinde sebep-sonuç ilişkisini düşünmeden, formüllerin ezberlenmesi yoluyla öğrenmenin oluşabileceği kanaati ile yapılan geleneksel öğretim çalışmalarından kaynaklanabileceği gibi, birim çemberin yeterince kavranamamasından da kaynaklanabilir.

T-1.3. Aşağıdakilerden hangisi $\sin 40^\circ$ ye eşittir?

A) $\sin 220^\circ$ **B)** $\cos 130^\circ$ **C)** $\cos(-50^\circ)$ **D)** $\sin(-40^\circ)$ **E)** $\sin 50^\circ$

Çizelge 4.5. Teşhis Testi–1 deki 3. soruya verilen cevapların dağılım grafiği



	A	B	C*	D	E	Boş
Erkek	9,17	18,35	**65,14**	4,59	0,92	1,83
Kız	11,46	15,63	**61,46**	6,25	5,21	0,00
Toplam	10,24	17,07	**63,41**	5,37	2,93	0,98

Öğrencilerin %63,41'i (130 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %17,07'si B seçeneğini, %10,24'ü de A seçeneğini işaretlemişlerdir. Bu öğrenciler trigonometrik fonksiyonların 2. ve 3. bölgedeki değerlerinin negatif olmasını dikkate almamışlardır. Öğrencilerin %5,37'si D seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrencilerin sinüs fonksiyonun tek fonksiyon olduğu bilgisine sahip olmada veya negatif yönlü bir açıyı birim çemberde yorumlamada yetersiz oldukları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin %2,93'ü E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrencilerin tümler açıların trigonometrik oranları ilişkisini bilmedikleri söylenebilir. Bu soruyu boş bırakanların oranı %0,98' dir. Soruyu doğru cevaplayan erkeklerin oranı kızların oranına göre %3,68 fazladır.

T-1.4. a, b, c üçüncü bölgede üç açı olmak üzere,

$\cos a = -0,3$

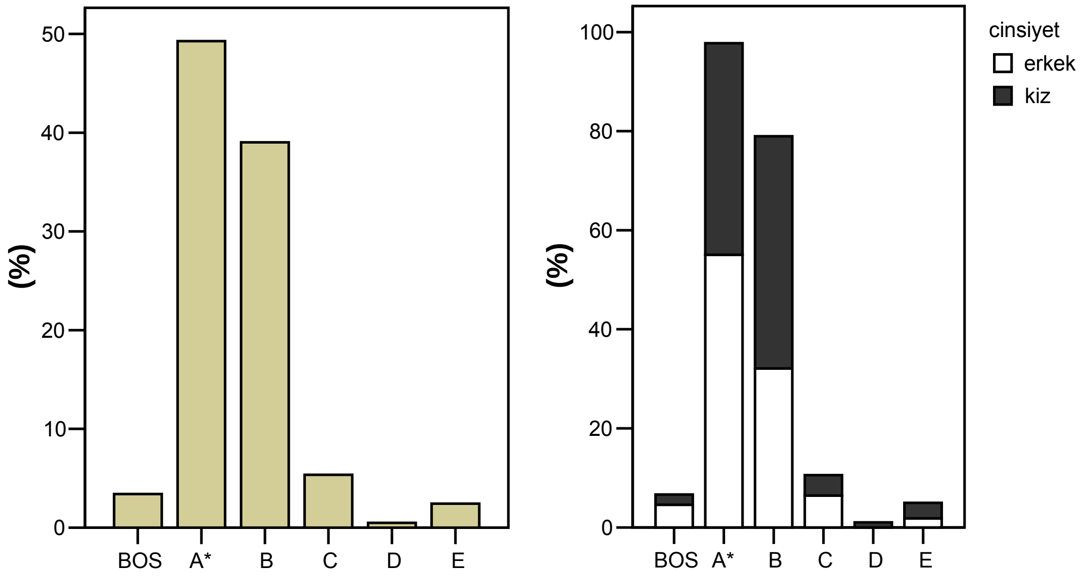
$\cos b = -0,7$

$\cos c = -0,2$

ise aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $b<a<c$ **B)** $c<a<b$ **C)** a$<c<b$ **D)** c$<b<a$ **E)** $b<c<a$

Çizelge 4.6. Teşhis Testi–1 deki 4. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



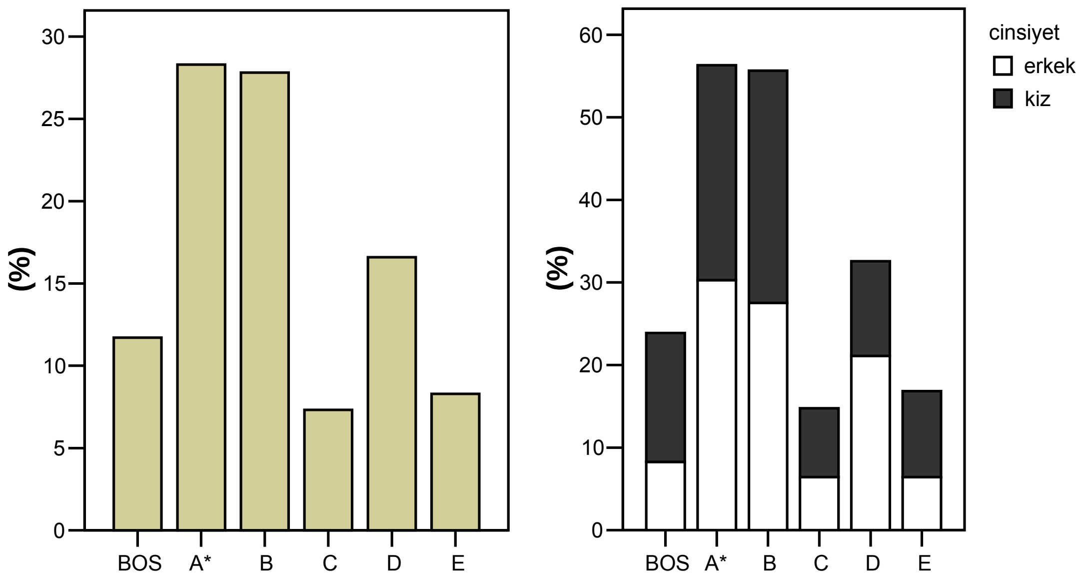
	A*	B	C	D	E	Boş
Erkek	**55,05**	32,11	6,42	0,00	1,83	4,59
Kız	**42,71**	46,88	4,17	1,04	3,13	2,08
Toplam	**49,27**	39,02	5,37	0,49	2,44	3,41

Bu soruda 3. bölgedeki açıların trigonometrik oranları verilerek açıların sıralanması istenmiştir. Öğrencilerin %49,27'si (101 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin % 39,02'si B seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler negatif sayıları x eksenine yerleştirirken hata yapıp açıların sıralamalarını yanlış yapmış olabilirler. Burada trigonometri öğretiminde birim çember metodunun (1960 ların başında bazı eğitimciler Trende (1962) and Willis (1967) tarafından alternatif modern bir metot olarak savunuldu, bu yaklaşım cosinüs ve sinüsü birim çember üzerindeki bir noktanın koordinatları olarak tanımlar (Kendal and Stacey 1997).) kavramsal olarak öğretiminin önemi açığa çıkıyor. Öğrencilerin %5,37'si C seçeneğini; %0,49'u D seçeneğini, %2,44'ü de E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu soruyu boş bırakanların oranı %3,41' dir. Soruya doğru cevap veren erkeklerin oranı kızların oranına göre %12,34 fazladır.

T-1.7. θ değeri bir açının esas ölçüsü olup k bir tamsayıdır. Aşağıdakilerden hangisi birim çemberin herhangi bir çapının her iki ucunu da temsil eder?

A) $\theta + k\pi$ **B)** $\theta + 2k\pi$ **C)** $\theta - 2k\pi$ **D)** $\theta + \frac{k\pi}{2}$ **E)** $\theta - \frac{k\pi}{2}$

Çizelge 4.7. Teşhis Testi – 1 deki 7. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



	A*	B	C	D	E	Boş
Erkek	**30,28**	27,52	6,42	21,10	6,42	8,26
Kız	**26,04**	28,13	8,33	11,46	10,42	15,63
Toplam	**28,29**	27,80	7,32	16,59	8,29	11,71

Öğrencilerin %28,29’u (58 öğrenci) doğru cevaplamıştır. %27,80 oranında önemli bir kesim, θ değerini esas ölçü kabul eden açıları düşünerek $\theta + 2k\pi$ cevabını vermiştir. Öğrencilerin %7,32’si $\theta - 2k\pi$ cevabını doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler, sorulan ölçü ile esas ölçüyü karıştırmış olabilirler. %16,59 oranında öğrenci D seçeneğini, %8,29 oranında öğrencide E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler θ açısına $\frac{\pi}{2}$’ nin katlarını ekleyerek birim çember üzerinde diğer dört temel noktayı bulmuşlardır. Soruyu boş bırakan öğrencilerin oranı %11,71 dir. Soruyu boş bırakan kızların oranı erkeklerin oranına göre %7,37 daha fazladır. Soruya doğru cevap verme noktasında erkeklerin daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz, bu oran % 4,24 erkeklerin lehinedir. Sonuçta öğrencilerin; kavramları karıştırdıkları ve yorum yapma noktasında zorlandıkları görülmektedir.

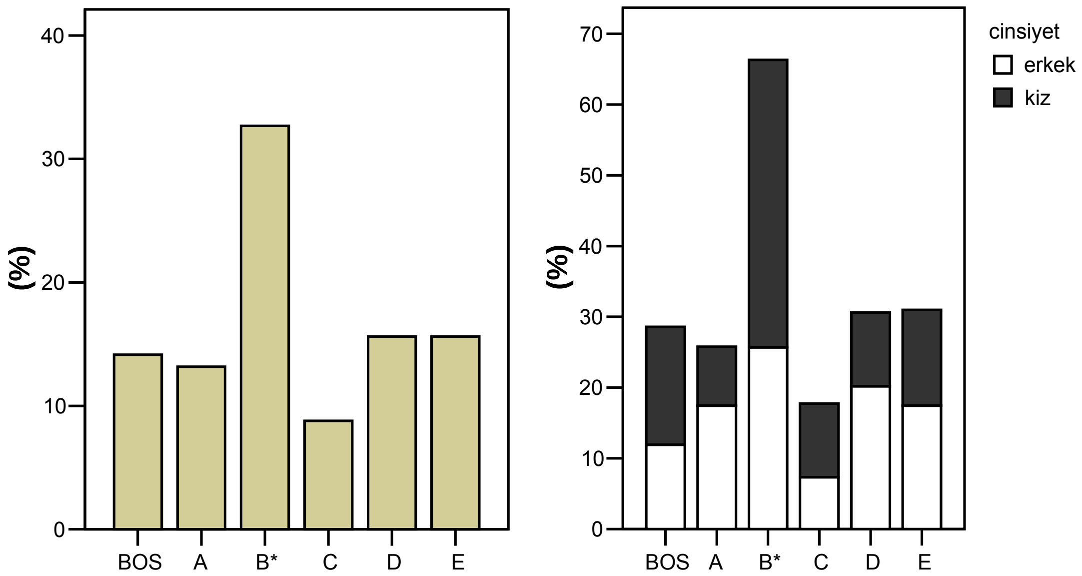
T-1.11. k bir tek sayı olduğuna göre,

$$\cos\left[\left(k+\frac{1}{2}\right).\pi+(-1)^k.\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right]$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos x$ **B)** $-\cos x$ **C)** $\sin x$ **D)** $-\sin x$ **E)** 1

Çizelge 4.8. Teşhis Testi–1 deki 11. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



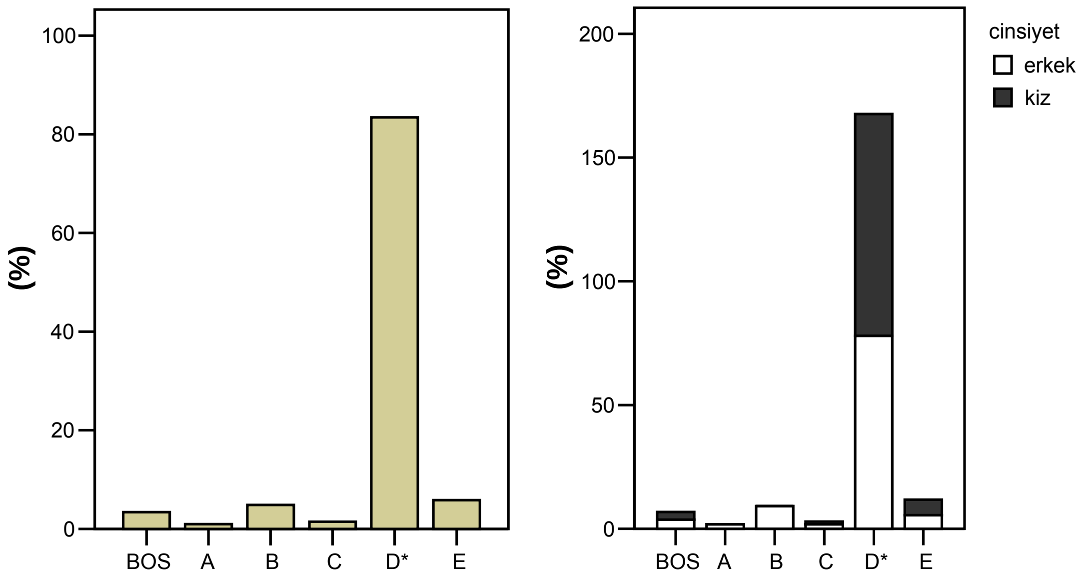
	A	B*	C	D	E	Boş
Erkek	17,43	**25,69**	7,34	20,18	17,43	11,93
Kız	8,33	**40,63**	10,42	10,42	13,54	16,67
Toplam	13,17	**32,68**	8,78	15,61	15,61	14,15

Bu soruyu öğrencilerin %32.68'i (67 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Burada öğrencilerin k=1 için cos(π-x) = -cosx sonucuna ulaşmaları beklenmiştir. Öğrencilerin %53,17'si bu soruya yanlış cevap vermiştir. Burada işlemsel becerilerin eksikliğinden, bütünler açıların trigonometrik oranlarının birbiri cinsinden yazılamamasından, aynı şekilde 3. ve 4. bölgedeki açıların trigonometrik oranlarını 1. bölgedeki açıların trigonometrik oranlarına dönüştürememe güçlüklerinden söz edebiliriz. %14,15 (%16,67 kızlarda, %11,93 erkeklerde) oranında öğrenci bu soruyu boş bırakmıştır. Soruyu doğru cevaplayan kızların oranı erkeklerin oranından %14,94 daha fazladır. Bu soruda kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.

T-1.12. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\tan x = \frac{5}{12}$ olduğuna göre, $\sin x - \cos x$ kaçtır?

A) $\frac{7}{16}$ **B)** $\frac{7}{15}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{7}{13}$ **E)** $\frac{7}{12}$

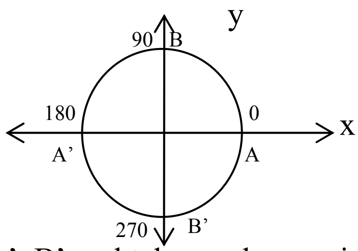
Çizelge 4.9. Teşhis Testi–1 deki 12. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



	A	B	C	D*	E	Boş
Erkek	1,83	9,17	1,83	**77,98**	5,50	3,67
Kız	0,00	0,00	1,04	**89,58**	6,25	3,13
Toplam	0,98	4,88	1,46	**83,41**	5,85	3,41

Bu soru; bir açının trigonometrik oranlarından birisi verildiğinde diğer trigonometrik oranların bulunuşunda bağıntıların doğru kullanılıp kullanılmadığını görmek ve taslak dik üçgenin kullanışında bir yanılgının olup olmadığını tespit etmek için sorulmuştur. Bu soruya öğrencilerin %83,41'i (171 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %13,18'i yanlış %3,41'i boş cevap vermiştir. Bu öğrenciler ; taslak dik üçgeni kullanırken, ya yanlış kenarların oranını kullanmış yada trigonometrik oranı verilen açıyı her zaman dik üçgenin açılarından birisi olarak seçme yanılgısı içindedir. Böylece bütün trigonometrik oranları pozitif olarak bulmaktadırlar. Halbuki verilen açının 3. bölgede olması halinde; taslak olarak kullandıkları dik üçgenin iç açısı olmayacağını, ancak dik üçgenin bir dış açısı olabileceğini düşünememektedirler. Soruya doğru cevap veren kızların oranı erkeklerin oranından %11,6 daha fazladır. Bu soruda kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz. Soruyu boş bırakma noktasında kızlarla erkekler arasında bir fark yoktur.

T-2.1.

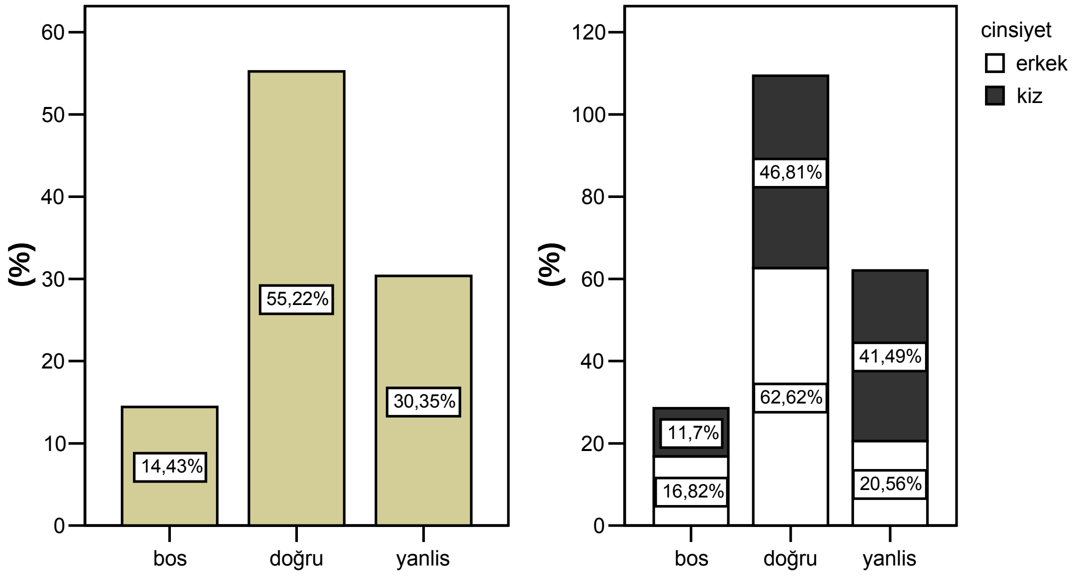


A, B, A', B' noktalarına derece cinsinden eşleme yapılmıştır. Sizde bu noktalara;

a. Radyan cinsinden,

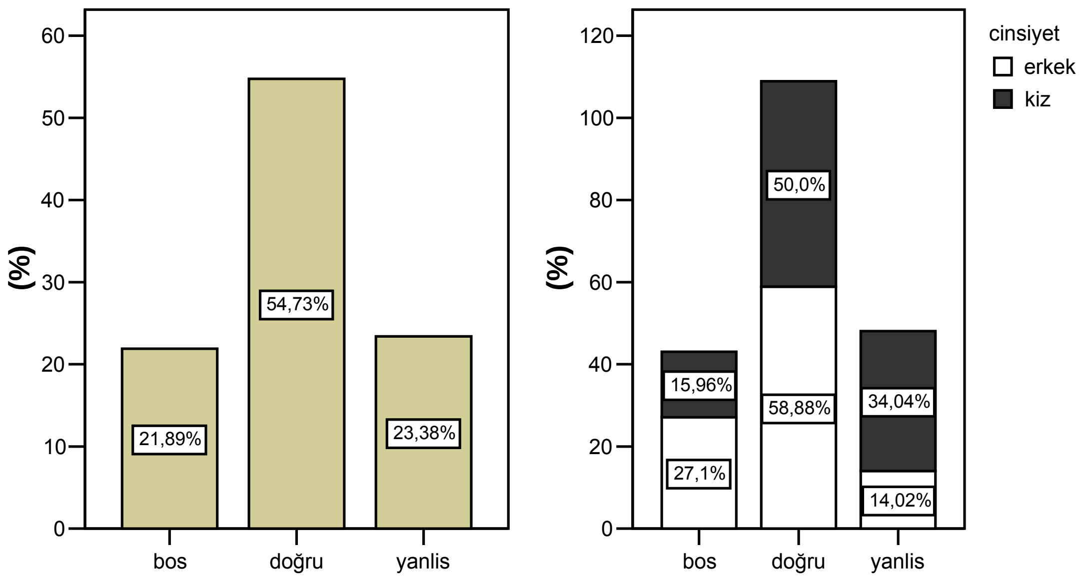
b. Grad cinsinden eşlemeler yapınız.

Çizelge 4.10. Teşhis Testi–2 deki 1. sorunun a şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.

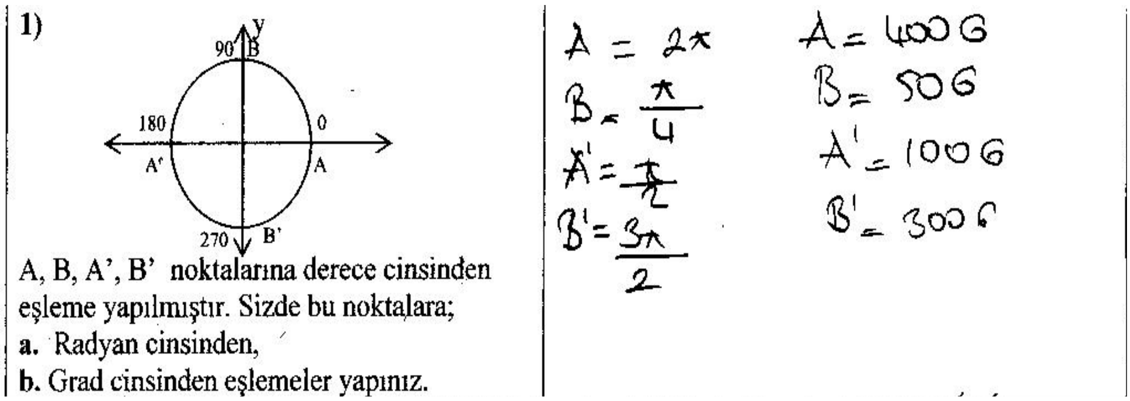


Bu şıkkı öğrencilerin %55,22'si (111 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin 30,35'i (61 öğrenci) bu eşlemeleri doğru yapamamışlardır. Soruda öğrenciden beklenen; bir tam açının ölçüsünü derece, radyan ve grad cinsinden ifade edip bunlar arasındaki bağıntıyı kullanarak verilen noktalara istenen eşlemeleri yapmalarıdır. Öğrenciler; $\frac{D}{360}=\frac{R}{2\pi}=\frac{G}{400}$ bağıntısını bilmekte ancak her bir nokta için ilgili bağıntıyı tekrar tekrar kullanarak sorunun içinde boğulmaktadırlar (Şekil 4.2.). Oysa ki kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği öğrenciler 2π radyanın $\frac{1}{4}$'ini bularak ilgili noktalara gerekli oranlarda eşleme yapmıştır (Şekil 4.2.). Öğrencilerin bir kısmı açı ölçüsü birimleri arasındaki bağıntıyı bilmekte ama bu bağıntıyı kullanmada güçlük çekmektedirler. Bu yüzden verilen noktalara istenen eşlemeyi yapamamaktadırlar. a şıkkını boş bırakan öğrencilerin oranı %14,43'tür (29 öğrenci). Şıkkı doğru cevaplayan erkeklerin oranı kızların oranından %15,81 daha fazladır.

Çizelge 4.11. Teşhis Testi–2 deki 1. sorunun b şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.

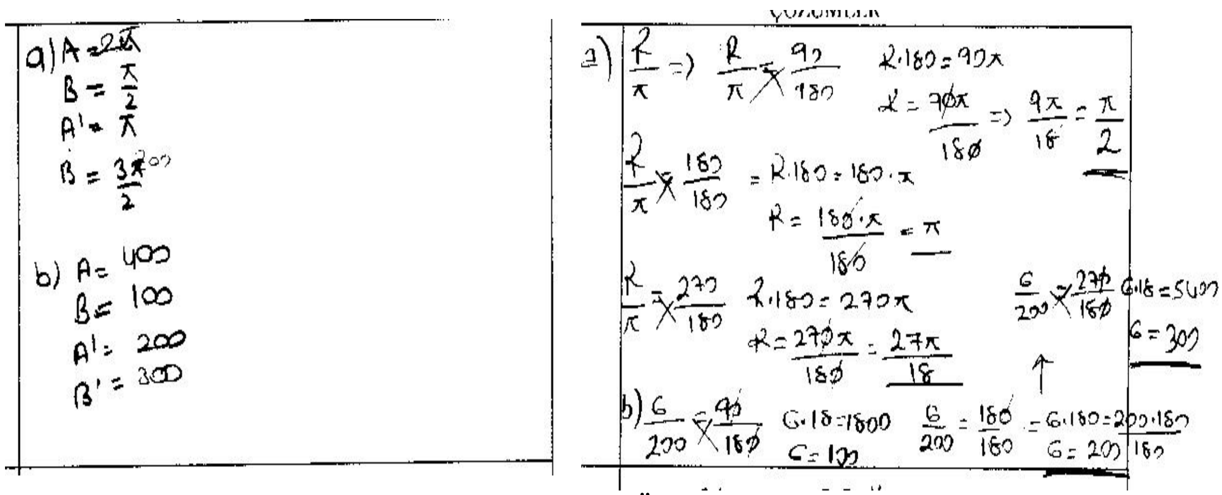


Bu şıkkı %54,73 (110 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin %23,38'i (47 öğrenci) doğru eşleme yapamamışlardır. Bir kısım öğrenci tam açıyı 600^G olarak düşünmüşlerdir. Bazı öğrenciler ise B' noktasına $\frac{2\pi}{3}$ veya $\frac{\pi}{3}$ radyan eşlemeleri yapmışlardır. Ayrıca açı ölçüsü birimleri arasındaki bağıntı kullanarak işlem hatası sonucu doğru eşlemeyi yapamayan öğrenciler de mevcuttur. Bu şıkta da öğrencilerin her bir nokta için ilgili bağıntıyı tekrar tekrar kullanarak sorunun içinde boğulduklarını söyleyebiliriz (Şekil 4.2.). Kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği öğrenciler 400^G ın $\frac{1}{4}$'ini bularak ilgili noktalara gerekli oranlarda eşleme yapmışlardır (Şekil 4.2.). Şıkkı boş bırakan öğrencilerin oranı %21,99'dur (44 öğrenci). Şıkkı boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %11,14 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında %8,88 oranında erkekler lehine bir sonuç söz konusudur. Bu sonuçlara göre açı ölçüsü birimlerini birbirlerine dönüştürme noktasında erkeklerin daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 4.1. Teşhis Testi-2'nin 1.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Bu çözümü yapan öğrenciler; kavramlar bilgisi ile işlemler bilgisini birleştirememektedir. İlgili oranları bulurken tam açının $\frac{1}{4}$'ü yerine $\frac{1}{8}$'ini almışlardır.



Şekil 4.2. Teşhis Testi-2'nin 1.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

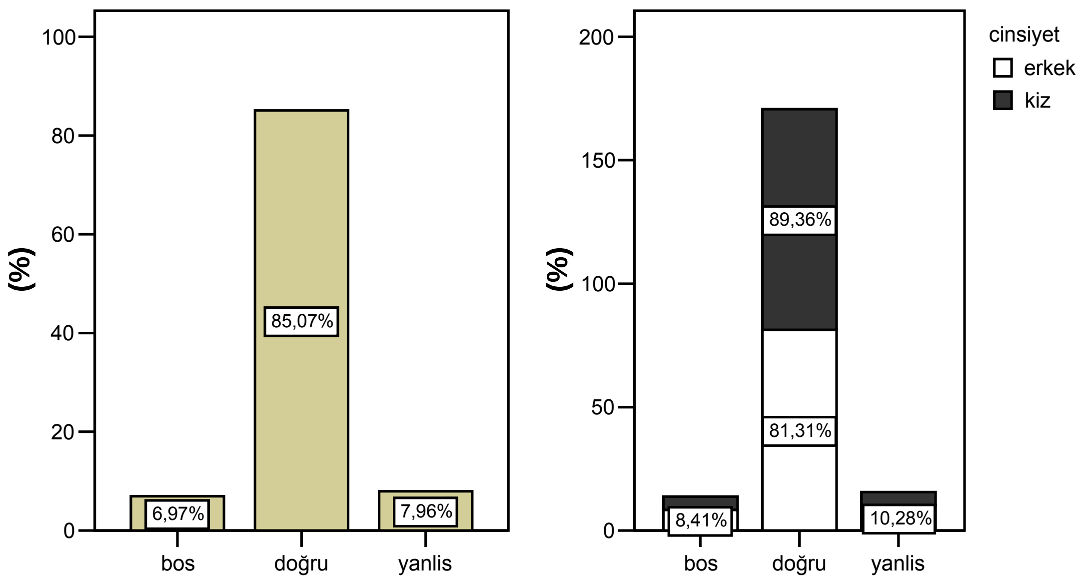
Şekil 4.2. deki çözümü yapan öğrenciler; kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği öğrencilerdir. Burada öğrenciler 2π radyanın ve 400^G ın $\frac{1}{4}$'ünü bularak ilgili noktalara gerekli oranlarda eşleme yapmıştır. Şekil 4.2.deki çözümü yapan öğrencilerin; her bir nokta için ilgili bağıntıyı tekrar tekrar kullanarak sorunun içinde boğulduklarını söyleyebiliriz.

T-2.2.

Açının Ölçüsü	7320°	$\frac{75\pi}{8}$	-970°
Açının Esas Ölçüsü			

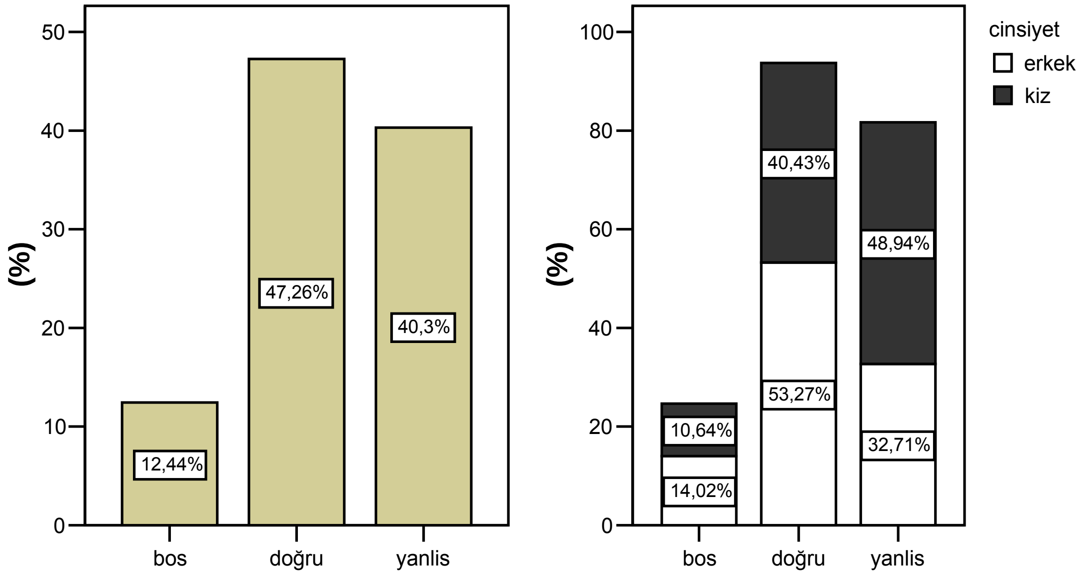
Yandaki tabloda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

Çizelge 4.12. Teşhis Testi–2 deki 2. soruda derece cinsinden verilen pozitif bir açının esas ölçüsünün bulunmasıyla ilgili cevapların dağılım grafiği.



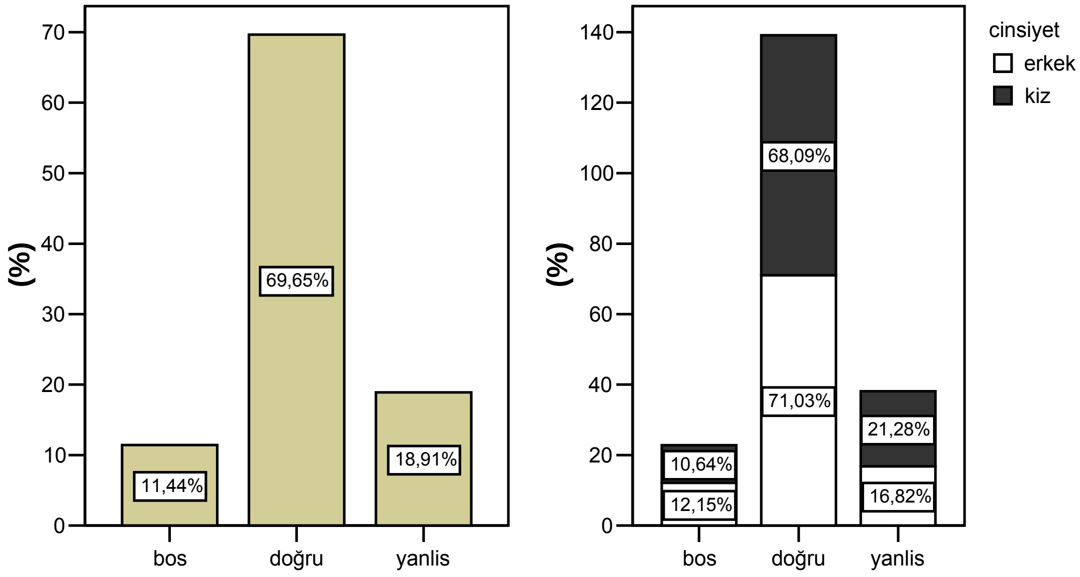
Bu şıkka %85,07 (171 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. %7,96 (16 öğrenci) oranında öğrenci bu şıkka yanlış cevap vermiştir. Soruda derece cinsinden verilen pozitif bir açının esas ölçüsü istenmektedir. Burada öğrenciden beklenen esas ölçünün tanımlı olduğu $[0,360^0)$ aralığının farkında olup sarmal fonksiyonun birim çember üzerinde aynı noktaya eşlediği açıyı bulmalarıdır. Birkaç öğrenci bölünen ile bölen sayılarındaki sıfırları sadeleştirme yanılgısı içindedirler (Şekil 4.2.). Sonucu 120^0 bulacakları yerde 12^0 bulmuşlardır. Az sayıda öğrenci de buldukları bölümü esas ölçü olarak düşünmüştür . Burada esas ölçü bulunurken bölünen ile bölen arasında sadeleştirme yapılmaması gerektiği vurgulanmalıdır. Şıkkı boş bırakan öğrencilerin oranı % 6,97'dir (14 öğrenci). Şıkkı doğru cevaplayan kızların oranı erkeklerin oranından % 8,05 daha fazladır.

Çizelge 4.13. Teşhis Testi–2 deki 2. soruda radyan cinsinden verilen pozitif bir açının esas ölçüsünün bulunmasıyla ilgili cevapların dağılım grafiği.

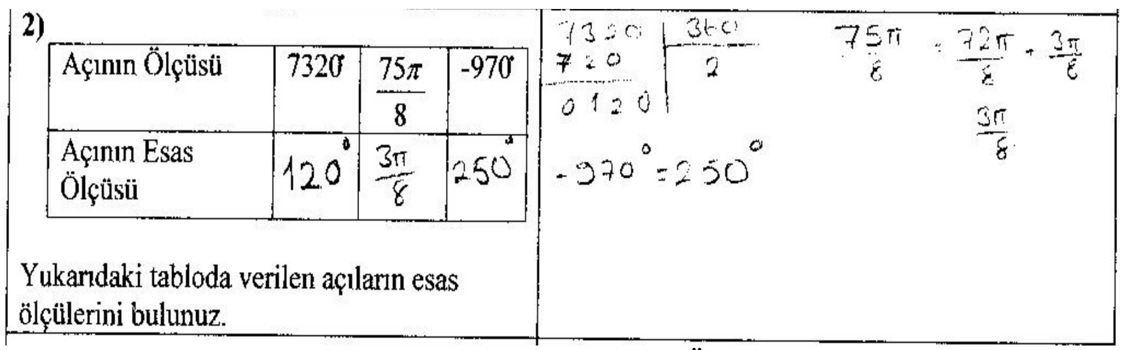


Bu şıkka %47,26 (95 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %40,3 (81 öğrenci) gibi önemli bir kısmı ise yanlış cevap vermiştir. Soruda radyan cinsinden verilen pozitif bir açının esas ölçüsü istenmektedir. Burada bulunan sonucun $[0,2\pi)$ aralığında olmasının bilgisi öğrenciden beklenmektedir (Şekil 4.2.). Bu şıkta öğrencilerin önemli bir kısmı, payı paydanın iki katına bölerek bulduğu kalanı esas ölçünün payı olarak almaktadır. Paydayı ise verilen açının paydasını aynen alarak belirlemektedir. Öğrencilerin bu yaklaşımı ezberci bir yaklaşımdır, çünkü payı paydanın niçin iki katına böldükleri hususunda bir fikir sahibi olmadıklarını söyleyebiliriz. Ayrıca yapılan bu bölme işleminde bölümü esas ölçünün payı olarak düşünenler bu durumu karıştırmaktadırlar (Şekil 4.2.). Bir kısım öğrenci ise 75'i 8'e bölüp 3 kalanını esas ölçünün payı olarak yazma yanılgısı içindedirler (Şekil 4.2.). Şıkkı boş bırakan öğrencilerin oranı %12,44'tür (25 öğrenci). Şıkkı boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %3,38 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında erkeklerin lehine %12,84'lük bir oran söz konusudur.

Çizelge 4.14. Teşhis Testi–2 deki 2. soruda derece cinsinden verilen negatif bir açının esas ölçüsünün bulunmasıyla ilgili cevapların dağılım grafiği.



Bu şıkka %69,65 (140 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %18,91'i (38 öğrenci) ise bu şıkka yanlış cevap vermiştir. Bu öğrenciler -970^0 yi 360'a bölmüşler bölümü 2, kalanı da 250^0 bulmuşlardır (Şekil 4.3.). Burada öğrenci; bulduğu açının -250^0 olduğu ve bu açıya mod olan 360^0 yi eklemesi gerektiğini bilmemektedir. Negatif bir ölçünün esas ölçü olmayacağı kavramsal bilgisini edinememiştir. Ayrıca bölme işlemlerinde işlemsel hatalardan kaynaklanan yanlış cevaplarda mevcuttur. Öğrencilerin %11,44'ü (23 öğrenci) bu şıkkı boş bırakmışlardır. Şıkkı boş bırakan erkeklerin oranı kızlardan %1,51 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında erkekler lehine %2,94'lük bir oran söz konusudur.



2)

Açının Ölçüsü	7320^0	$\frac{75\pi}{8}$	-970^0
Açının Esas Ölçüsü	120^0	$\frac{3\pi}{8}$	250^0

Yukarıdaki tabloda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

$7320 \mid 360$, 720, 2, 0120

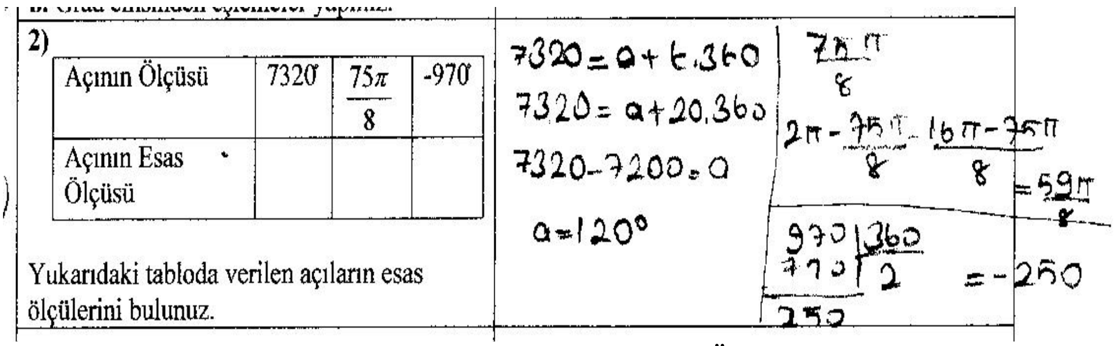
$\frac{75\pi}{8} = \frac{72\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}$

$\frac{3\pi}{8}$

$-970^0 = 250^0$

Şekil 4.3. Teşhis Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Bu çözümü yapan öğrenciler; radyan cinsinden verilen açının esas ölçüsünü bulurken 75'i 8'e bölüp 3 kalanını esas ölçünün payı olarak düşünmüşlerdir. Oysa ki 75π 'nin 8 ile bölümünden elde edilen 9π bölümü modül olan 2π 'nin tam katı değildir. Burada tam öğrenmenin gerçekleşmediğini söyleyebiliriz.


2)

Açının Ölçüsü	7320°	$\frac{75\pi}{8}$	-970°
Açının Esas Ölçüsü			

Yukarıdaki tabloda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

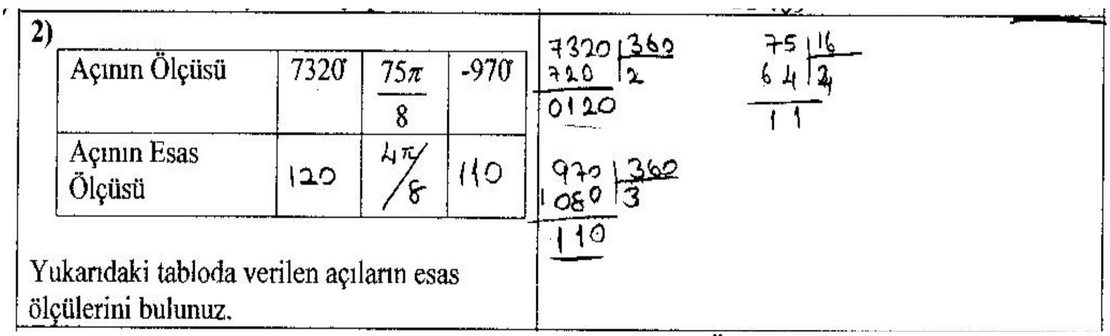
$7320 = a + k.360$
$7320 = a + 20.360$
$7320 - 7200 = a$
$a = 120°$

$\frac{75\pi}{8}$
$2\pi - \frac{75\pi}{8} = \frac{16\pi - 75\pi}{8} = \frac{59\pi}{8}$

970 | 360
$= -250$

Şekil 4.4. Teşhis Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Burada; $\frac{59\pi}{8}$ ölçüsü $[0, 2\pi)$ aralığında değildir. Ayrıca -250^0 de $[0, 360^0)$ aralığında değildir. Bu cevabı veren öğrencilere; esas ölçü ile ilgili kavram bilgisi kazandırılamamıştır.


2)

Açının Ölçüsü	7320°	$\frac{75\pi}{8}$	-970°
Açının Esas Ölçüsü	120	$\frac{4\pi}{8}$	110

Yukarıdaki tabloda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

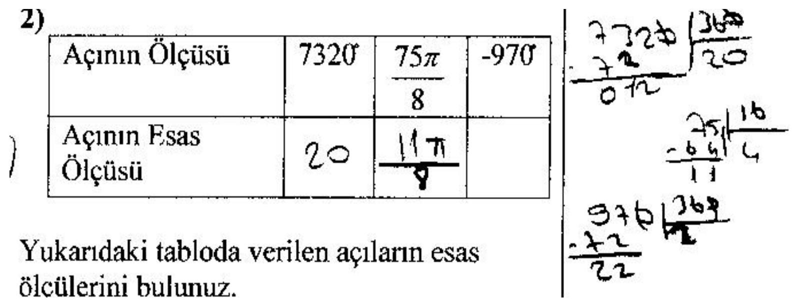
7320 | 360
7320 | 2
0120

75 | 16
64 | 4
11

970 | 360
1080 | 3
110

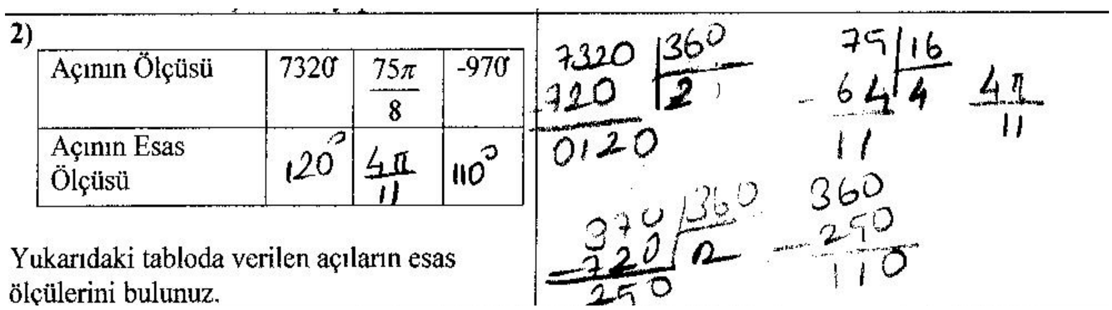
Şekil 4.5. Teşhis Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Bu çözümü yapan öğrenciler; radyan cinsinden verilen açının esas ölçüsünü bulurken bölme işleminde kalanı mı yoksa bölümü mü kullanacağı ikilemini yaşamaktadırlar. Bu da öğrencinin sadece işlemsel bilgi edindiğini, ezberci bir yaklaşım sergilediğini göstermektedir.



Şekil 4.6. Teşhis Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Bu çözümü yapan bir kısım öğrenci; bir bölme işleminde, bölünen ile bölen sadeleştirildiğinde kalanın değişmeyeceği yanılgısına sahiptirler.

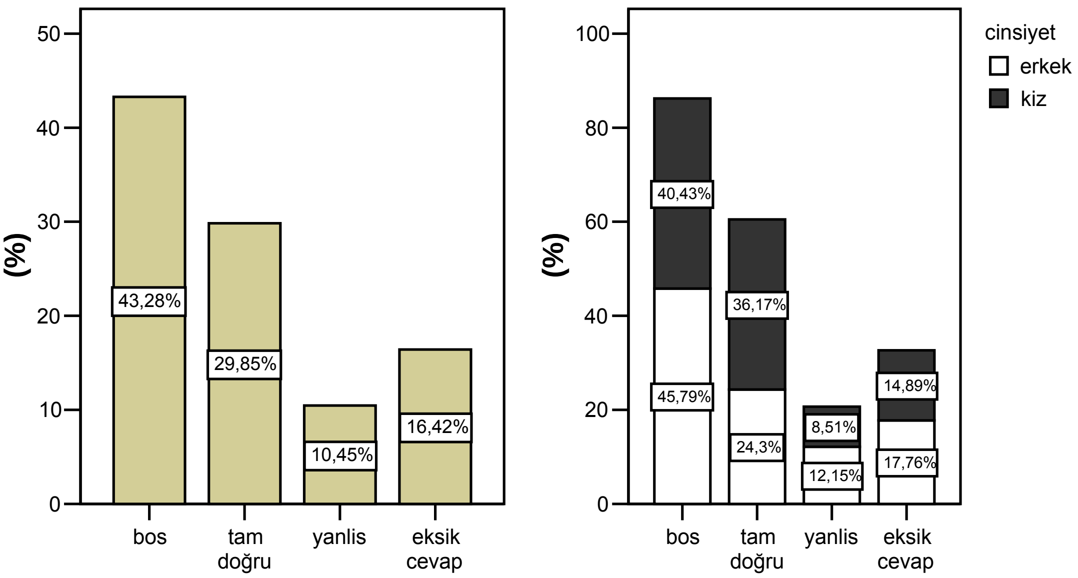


Şekil 4.7. Teşhis Testi-2'nin 2.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

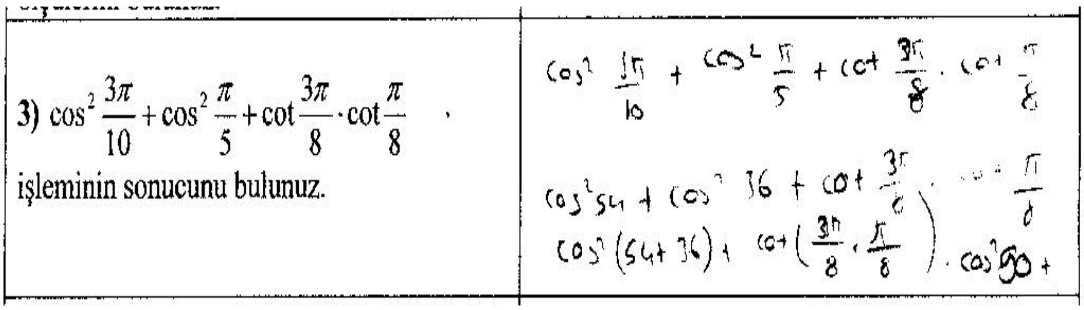
Burada da öğrenciler; radyan cinsinden verilen açının esas ölçüsünü bulurken yaptıkları bölme işleminde, esas ölçünün pay ve paydasını belirlerken, bölen-bölüm ve kalan terimlerini doğru seçememişler ve de karıştırmışlardır.

T-2.3. $\cos^2 \dfrac{3\pi}{10} + \cos^2 \dfrac{\pi}{5} + \cot\dfrac{3\pi}{8} \cdot \cot\dfrac{\pi}{8}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çizelge 4.15. Teşhis Testi–2 deki 3. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.

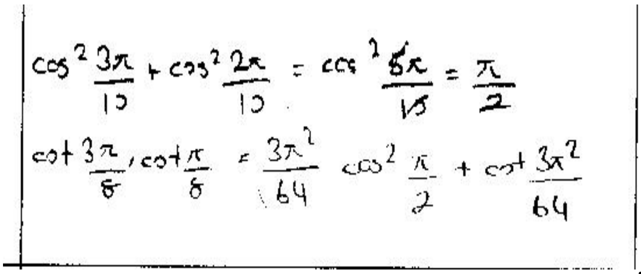


Bu soruya öğrencilerin %29,85'i (60 öğrenci) tam cevap vermiştir. %16,42 (33 öğrenci) kısmen doğru cevap vermiştir. %10,45 (21 öğrenci) oranında öğrenci ise soruya yanlış cevap vermiştir. Bu soruda; öğrencilerin trigonometrik özdeşlikleri ne ölçüde bildikleri, uygulama noktasındaki başarıları ve dikkatleri tespit edilmek istenmiştir. Ancak çoğu öğrenci verilen açıların tümler açılar olduğunu fark edememişlerdir. Öğrenciler tümler açıların trigonometrik oranlarını birbiri cinsinden yazmakta güçlük çekmektedir. Ayrıca özdeşliklerin ifadesini bilip de yerinde fark edemeyen, yorumlayamayan öğrenciler mevcuttur. Bazı öğrencilerde trigonometrik fonksiyonların toplamını açılar toplamı, trigonometrik fonksiyonların çarpımını da açıların çarpımı olarak düşünme yanılgısı içindedirler (Şekil 4.8.). Öğrencilerde radyan cinsinden verilen açıyı dereceye çevirme eğilimi vardır. Açıları radyan cinsinden düşünememektedirler. Burada birim çember üzerinde buluş yoluyla öğrenme metoduna göre $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ özdeşliğinin pisagor teoreminin kullanımıyla öğretilmesinin önemi açığa çıkmaktadır. %43,28 (87 öğrenci) oranında öğrenci soruyu boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan erkeklerin oranı kızlardan %5,36 daha fazladır. Yanlış cevap veren erkeklerin oranı kızların oranından %3,64 daha fazladır. Tam doğru cevap veren kızların oranı erkeklerin oranından %11,87 daha fazladır. Bu soruda kızların daha başarılı olduklarını söyleyebiliriz.



3) $\cos^2\frac{3\pi}{10}+\cos^2\frac{\pi}{5}+\cot\frac{3\pi}{8}\cdot\cot\frac{\pi}{8}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Şekil 4.8. Teşhis Testi-2'nin 3.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

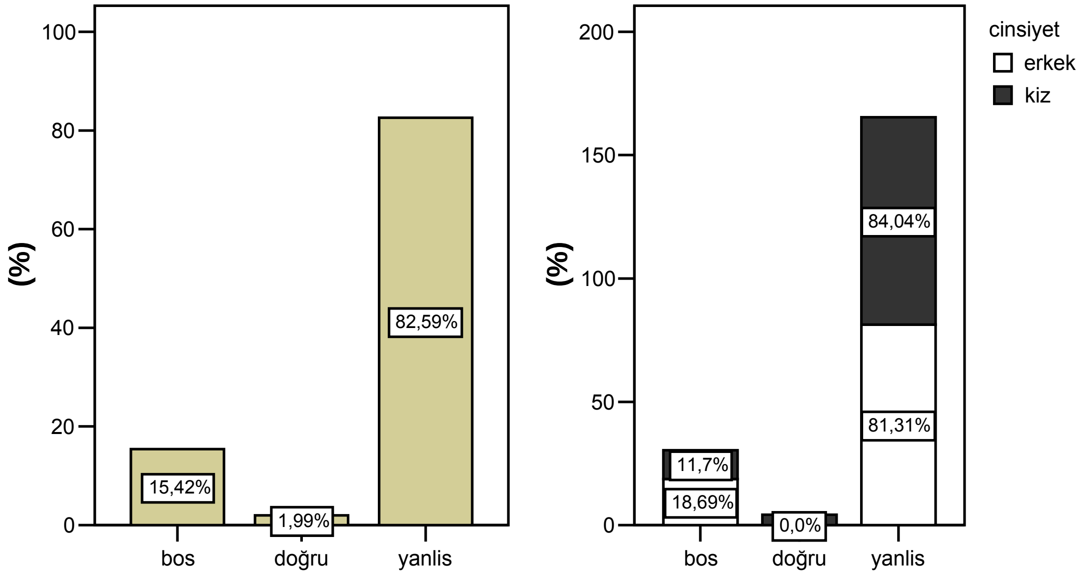


Şekil 4.9. Teşhis Testi-2'nin 3.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

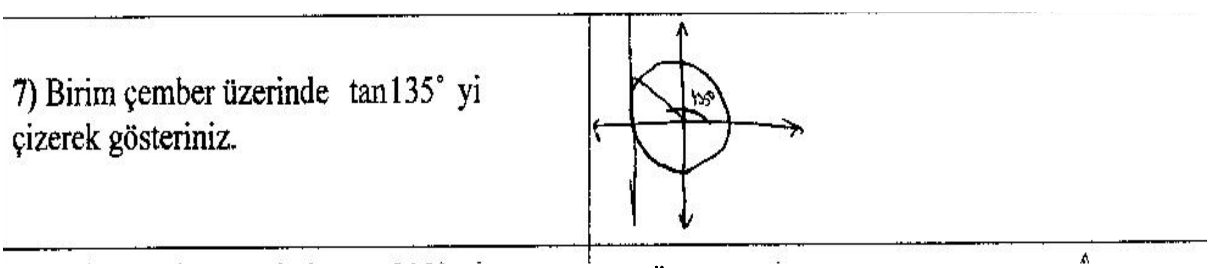
Bu çözümü yapan öğrenciler; trigonometrik fonksiyonların toplamını açılar toplamı, trigonometrik fonksiyonların çarpımını da açıların çarpımı olarak yazma yanılgısı içindedirler. Öğrenciler farkında olmadan, lineer dönüşüm fonksiyonlarındaki özellikleri $\left[f\left(ax+by\right)=a.f\left(x\right)+b.f\left(y\right)\right]$, trigonometrik fonksiyonlara da uygulamaktadırlar.

T-2.7. Birim çember üzerinde $\tan 135^\circ$ yi çizerek gösteriniz.

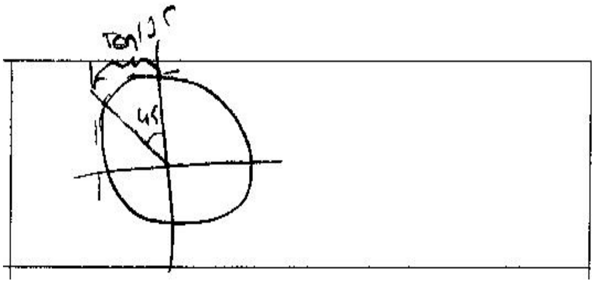
Çizelge 4.16. Teşhis Testi–2 deki 7. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



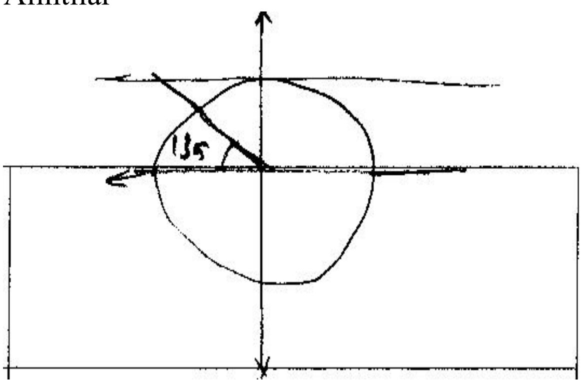
Bu soruyu sadece %1,99 (4 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %82,59 (166 öğrenci) oranında öğrenci ise yanlış cevaplandırmıştır. Soruda öğrencilerden; x=1 doğrusunu tanjant ekseni olarak alıp, 135^0 nin bitim kenarının uzantısının tanjant eksenini kestiği noktanın ordinatını göstermesi beklenmektedir. Öğrencilerin bir kısmı x=-1 doğrusunu tanjant ekseni olarak seçme yanılgısı içindedirler (Şekil 4.10.). y=1 doğrusunu tanjant ekseni olarak seçen öğrenciler de mevcuttur (Şekil 4.12.). Bazı öğrenciler de; 135^0 nin bitim kenarının birim çemberi kestiği noktadan, x eksenine dikme indirerek oluşan dik üçgende $\tan 135^0$ yi ifade etmektedirler. Soruyu %15,42 (31 öğrenci) oranında öğrenci boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %6,99 daha fazladır.



Şekil 4.10. Teşhis Testi-2’nin 7.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.11. Teşhis Testi-2'nin 7.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

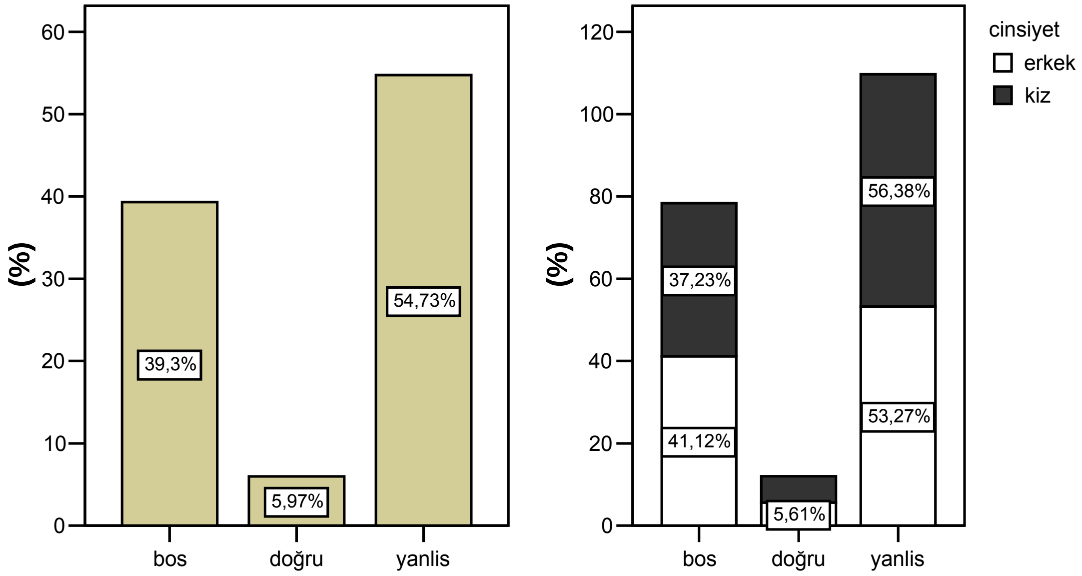


Şekil 4.12. Teşhis Testi-2'nin 7.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

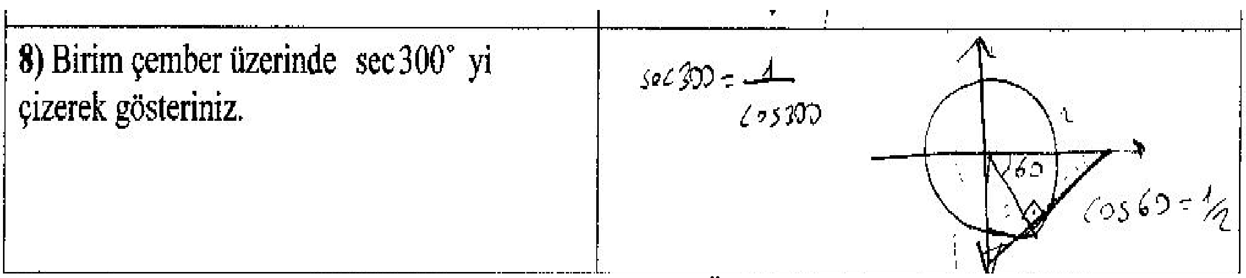
Bu sorunun çözümünde x=-1, y=1 doğrularını tanjant ekseni olarak seçen öğrenci yanılgıları söz konusudur. Ayrıca Şekil 4.11.deki çözümde 135^0 nin bitim kenarının x=-1 doğrusunu kestiği noktanın apsisi alınmıştır.

T-2.8. Birim çember üzerinde $\sec 300^\circ$ yi çizerek gösteriniz.

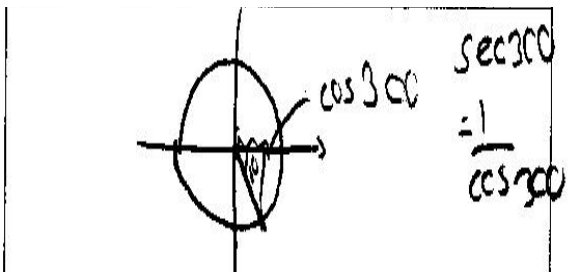
Çizelge 4.17. Teşhis Testi–2 deki 8. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



Bu soruya da sadece %5,97 (12 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %54,73'ü (110 öğrenci) soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Soruda öğrencilerden; 300^0 nin bitim kenarının birim çemberi kestiği noktadan, birim çembere çizilen teğetin, kosinüs eksenini kestiği noktanın apsisini göstermesi beklenmektedir (Şekil 4.13.). Bu noktada; trigonometrinin birim çember metodu ile öğretiminde ciddi aksaklıklar görülmektedir. Öğrenciler; birim çember üzerinde trigonometrik fonksiyonların eşleneceği eksenleri tanımada güçlük çekmektedirler (Şekil 4.14.). Ayrıca kavramsal öğrenmenin gerçekleşmediği ve öğrencilerin yorum yapamadıkları görülmektedir. Soruyu %39,3 (79 öğrenci) oranında öğrenci boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan erkeklerin oranı kızlardan %3,89 daha fazladır.



Şekil 4.13. Teşhis Testi-2'nin 8.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.14. Teşhis Testi-2'nin 8.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Şekil 4.13. deki çözümü yapan öğrencilerde; tam öğrenme gerçekleşmiştir. Şekil 4.14. deki çözümde; öğrencilerin, trigonometrik fonksiyonların birim çember metodu ile öğretiminde ciddi sıkıntılar yaşadığı görülmektedir.

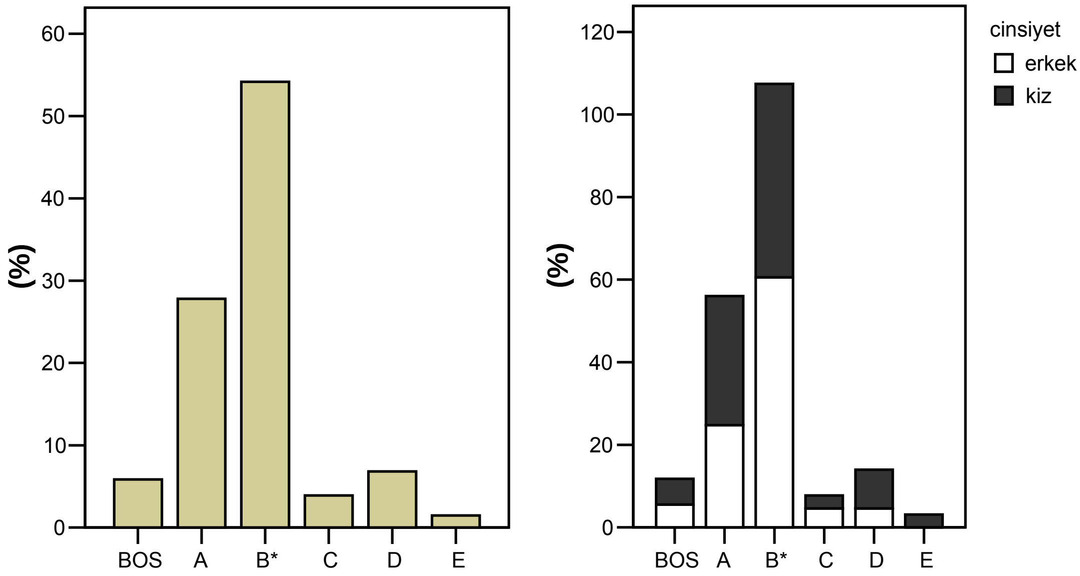
4.1. İkinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında ikinci araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik denklemler, trigonometrik fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?' sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin çoktan seçmeli sorulardan oluşan Teşhis Testi-1 deki 5-6-9-13-14 numaralı sorulara verdikleri cevaplar incelenmiştir.

T-1.5. $\sin 3x = 3$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir? (k , bir tamsayıdır.)

A) $90^\circ + 2k\pi$ **B)** Ø **C)** $45^\circ + 3\pi$ **D)** $k\pi$ **E)** $\{60^\circ, 90^\circ\}$

Çizelge 4.18. Teşhis Testi–1 deki 5. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



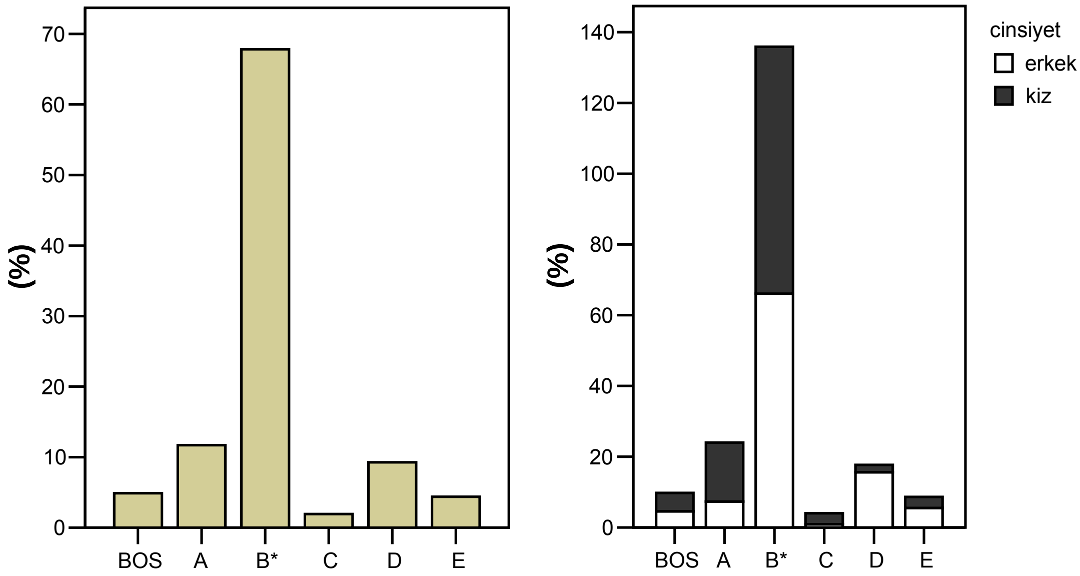
	A	B*	C	D	E	Boş
Erkek	24,77	**60,55**	4,59	4,59	0,00	5,50
Kız	31,25	**46,88**	3,13	9,38	3,13	6,25
Toplam	27,80	**54,15**	3,90	6,83	1,46	5,85

Bu soruyu %54,15 (111 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %27,80 oranında öğrenci de $90^\circ + 2k\pi$ cevabını vermiştir. Bu cevabı veren öğrenciler $\sin 3x = 3$ eşitliğinde , iki tarafı da 3 ile sadeleştirip $\sin x = 1$ yazarak x= $90^\circ + 2k\pi$ çözümünü yapmışlardır. Öğrencilerin %3,90'nı C seçeneğini; %6,83'ü D seçeneğini, %1,46'sı E seçeneğini doğru kabul etmiştir.Bu soruyu boş bırakanların oranı %5,85 tir. Soruyu doğru cevaplayan erkeklerin oranı kızların oranına göre %13,67 daha fazladır. Öğrencilerin %45,85'inin; sinüs fonksiyonunun [-1,1] aralığında sınırlı bir fonksiyon olduğu bilgisini bu soruda kullanamadıklarını, dolayısıyla hiçbir açının sinüs değerinin 3 olmayacağı yorumunu yapamadıklarını söyleyebiliriz.

T-1.6. $0^\circ < x < 90^\circ$ ise $\tan 3x = \sqrt{3}$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?

A) $\{30^\circ\}$ **B)** $\{20^\circ, 80^\circ\}$ **C)** $\{40^\circ, 60^\circ\}$ **D)** $\{45^\circ\}$ **E)** $\{60^\circ, 80^\circ\}$

Çizelge 4.19. Teşhis Testi–1 deki 6. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



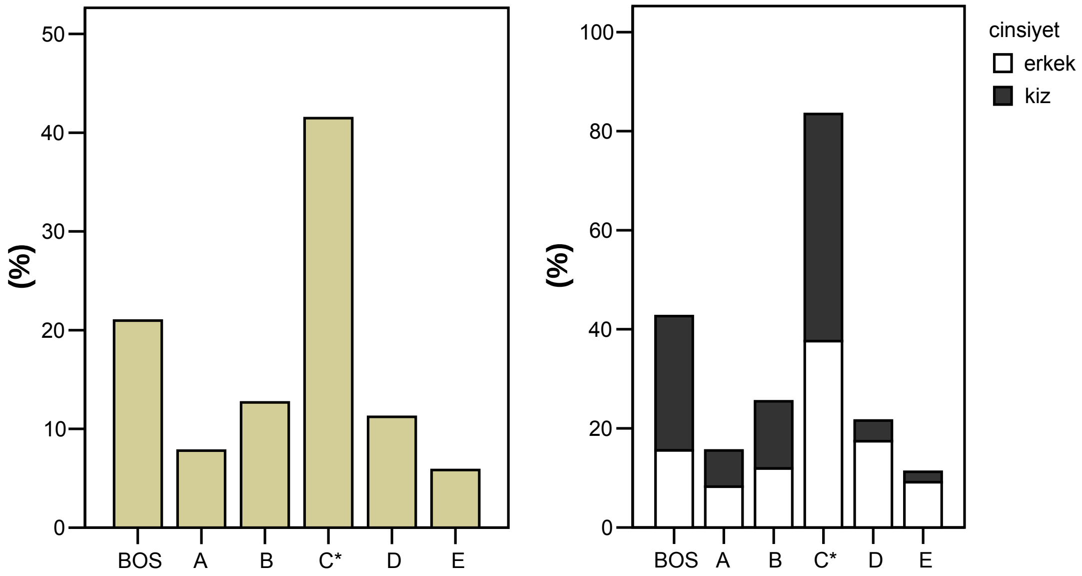
	A	B*	C	D	E	Boş
Erkek	7,34	**66,06**	0,92	15,60	5,50	4,59
Kız	16,67	**69,79**	3,13	2,08	3,13	5,21
Toplam	11,71	**67,80**	1,95	9,27	4,39	4,88

Bu soruya %67,80 (139 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Bazı öğrenciler; açı ile eşitliğin ikinci tarafındaki sayıyı sadeleştirme yanılgısı içinde cevabı $\{30^\circ\}$ bulmuştur. Bunların oranı %11,71 dir. Öğrencilerin bir kısmı da; belirli açıların trigonometrik oranlarını yanlış hatırladıklarından ve işlem hatalarından dolayı cevabı yanlış bulmuşlardır. Öğrencilerin %1,95'i C seçeneğini; %9,27'si D seçeneğini, %4,39'u da E seçeneğini doğru kabul etmişlerdir.Soruyu boş bırakanların oranı %4,88 dir. Soruya doğru cevap veren kızların oranı erkeklerin oranına göre %3,73 daha fazladır. Bu sonuca göre öğrencilerin %32,2'si basit trigonometrik denklemin genel çözümünü yazmakta ve istenen aralıktaki kökleri bulmakta güçlük çekmektedir.

T-1.9. $2t - 3\sin x = 1$ olduğuna göre, t parametresinin tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1,1]$ **B)** $\left[-\frac{1}{3},1\right]$ **C)** $[-1,2]$ **D)** $(-1,2)$ **E)** $(-1,1)$

Çizelge 4.20. Teşhis Testi–1 deki 9. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



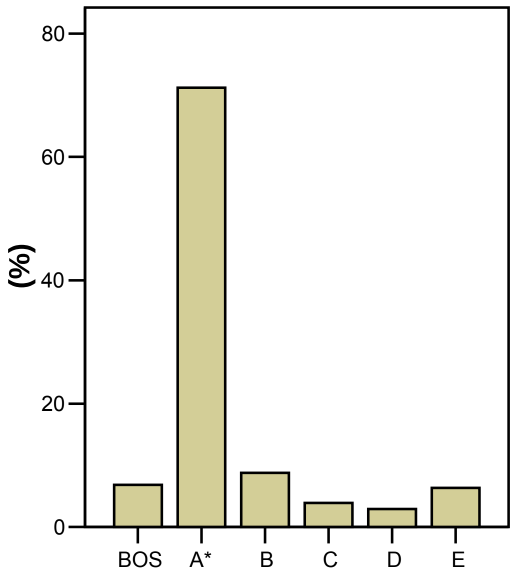
	A	B	C*	D	E	Boş
Erkek	8,26	11,93	**37,61**	17,43	9,17	15,60
Kız	7,29	13,54	**45,83**	4,17	2,08	27,08
Toplam	7,80	12,68	**41,46**	11,22	5,85	20,98

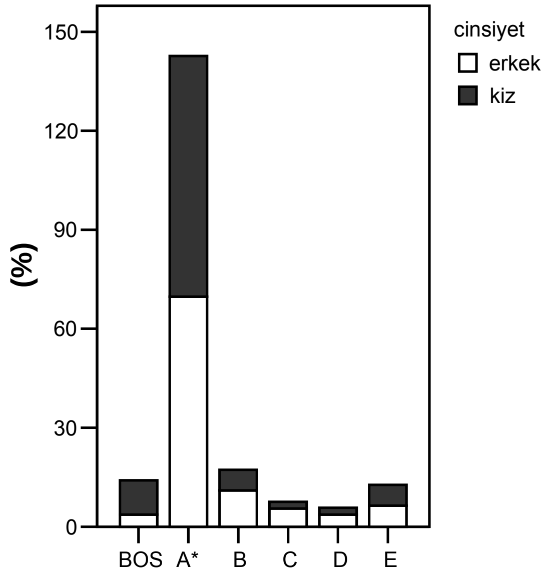
Bu soruyu öğrencilerin %41,46'sı (85 öğrenci) doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin %11,22'si D seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler sinüs fonksiyonunun sınırlı olduğu [-1,1] kapalı aralığını açık aralık olarak düşünmüş olabilirler veya bu kavramları karıştırmışlardır. Öğrencilerin %7,80'ni A seçeneğini; %12,68'i B seçeneğini, %5,85'i de E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler işlemsel ve de kavramsal bilgi yönünden yanılgılara sahiptir. Öğrencilerin önemli bir kısmı bu soruyu boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan kızların oranı erkeklerin oranından %11,48 daha fazladır. Doğru cevap verme noktasında kızların lehine %8,22 lik bir oran söz konusudur. Bu durumda kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz. Sonuçta bu soruyu yanlış işaretleyen öğrenciler %37,56 (erkeklerde %46,79; kızlarda %27,09) oranındadır. Bu da sinüs fonksiyonunun değer aldığı aralık bilgisi ve bu bilginin transfer edilememesi problemini ortaya koymaktadır.

T-1.13. $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ ise $\sin x.\cos x = \cos x$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?

A) $\{90^\circ, 270^\circ\}$ **B)** $\{0^\circ, 180^\circ\}$ **C)** $\{270^\circ\}$ **D)** $\{20^\circ, 80^\circ\}$ **E)** $\{0^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$

Çizelge 4.21. Teşhis Testi – 1 deki 13. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.





	A*	B	C	D	E	Boş
Erkek	**69,72**	11,01	5,50	3,67	6,42	3,67
Kız	**72,92**	6,25	2,08	2,08	6,25	10,42
Toplam	**71,22**	8,78	3,90	2,93	6,34	6,83

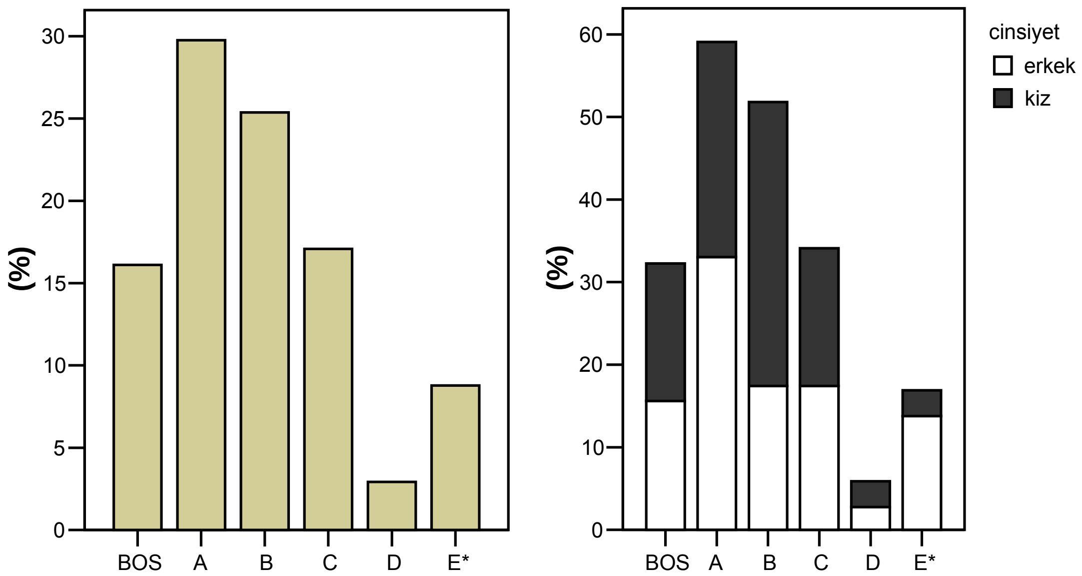
Bu soruyu %71,22 (146 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %3,90 oranında öğrenci C seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu tip denklemlerde öğrenciler denklemi çözerken; her iki tarafı, "değerini bilmedikleri halde" cosx ile sadeleştirerek, farkında olmadan denklemin bazı köklerini yok etmektedirler. Öğrenciler en çok bu tür sadeleştirme hatasını yapmaktadırlar. C seçeneğini işaretleyen öğrenciler denklemin diğer kökünü dikkate almamışlardır. %8,78 oranında öğrenci B seçeneğini; %2,93'ü D seçeneğini, %6,34'ü de E seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu yanlış cevaplamalar; kavramsal bilgi eksikliğinden, dikkatsiz çözüm yapmaktan veya işlem hatalarından oluşabilir. Bu soruyu öğrencilerin %6,83'ü boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan kızların oranı erkeklerden %6,75 daha fazladır. Soruyu doğru cevaplama noktasında kızlar %3,2 oranında daha başarılıdır. Sonuçta trigonometrik denklem çözümlerinde tam öğrenmenin oluşmadığını, denklem çözümlerinin öğrenilebilmesi için gerekli ön bilgilerin kazandırılamadığını söyleyebiliriz.

T-1.14. $\sqrt{\dfrac{\left(1-\sin 140^\circ\right)^2}{1-\left(\sin 140^\circ\right)^2}} = ?$

A) 1 **B)** $\sec 140^\circ - \tan 140^\circ$ **C)** 0

D) $\sin 140^\circ$ **E)** $\tan 140^\circ - \sec 140^\circ$

Çizelge 4.22. Teşhis Testi – 1 deki 14. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



	A	B	C	D	E*	Boş
Erkek	33,03	17,43	17,43	2,75	**13,76**	15,60
Kız	26,04	34,38	16,67	3,13	**3,13**	16,67
Toplam	29,76	25,37	17,07	2,93	**8,78**	16,10

Bu soruya öğrencilerin sadece %8,78'i (18 öğrenci) doğru cevap verebilmiştir. %29,76 oranında önemli bir orandaki öğrenci A seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler tam kare farkı ile iki kare farkı özdeşliklerini karıştırmaktadırlar. $(x-y)^2 = x^2 - y^2$

yanılgısı içinde oldukları için cevabı 1 olarak bulmuşlardır. Öğrencilerin % 25,37'si B seçeneğini işaretlemiştir. Bu öğrenciler $\forall x \in R$ için $\sqrt{x^2} = x$ yanılgısı içinde olabilirler veya cos140 değerini pozitif olarak düşünmüşlerdir. Öğrencilerin %17,07'si C seçeneğini, %2,93'ü de D seçeneğini işaretlemiştir. Bu öğrenciler hem karekök bulma işleminde, hem de sadeleştirme işleminde hata yapmışlardır. %16,10 oranında öğrenci soruyu boş bırakmıştır. Soruya doğru cevap veren erkeklerin oranı kızların oranından %10,63 daha fazladır. Bu soruda erkeklerin daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz. Burada; %91,22 (%86,24 erkeklerde, %96,87 kızlarda) oranında öğrenci bu soruya doğru cevap verememiştir. Bu durum; öğrencilerin ön bilgilerindeki eksikliklerin tamamlanmamış olması, geçmiş konulardaki yanılgılarının devam etmesi ve yorum yapabilme becerisi kazanmamış olmalarından kaynaklanmaktadır.

4.3. Üçüncü Araştırma Sorusuna Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında üçüncü araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin toplam ve fark formülleri, trigonometrik fonksiyonlar arasındaki bağıntılar ile ilgili sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?'sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin çoktan seçmeli sorulardan oluşan Teşhis Testi-1 deki 8-10-15-16 numaralı sorulara ve açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki 4. soruya verdikleri cevaplar incelenmiştir.

T-1.8. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğrudur?

A) $\dfrac{\sin(30.x)}{x} = \sin 30$

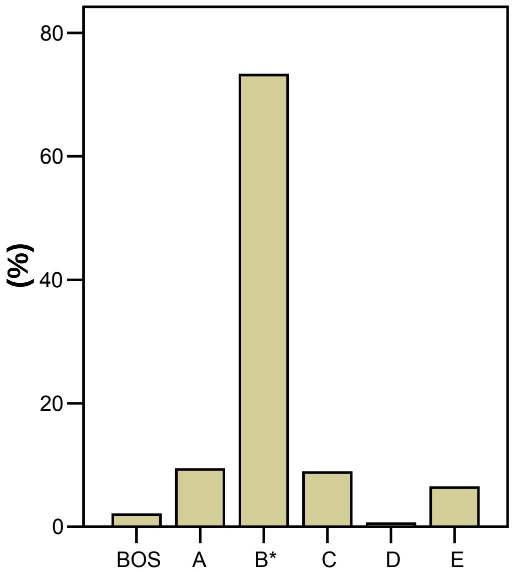
B) $-\sin(-x) = \sin x$

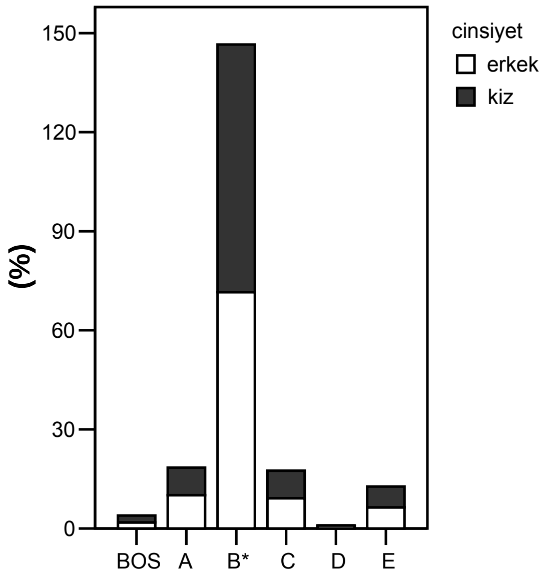
C) $2\sin 5 = \sin 10$

D) $\sin 40 - \sin 10 = \sin 30$

E) Hepsi doğrudur.

Çizelge 4.23. Teşhis Testi – 1 deki 8. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.





	A	B*	C	D	E	Boş
Erkek	10,09	**71,56**	9,17	0,92	6,42	1,83
Kız	8,33	**75,00**	8,33	0,00	6,25	2,08
Toplam	9,27	**73,17**	8,78	0,49	6,34	1,95

Bu soruya öğrencilerin %73,17'si (150 öğrenci) doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %9,27'si sinüs fonksiyonunun bölenini, açı fonksiyonunun böleni gibi algılama yanılgısı yaparak $\frac{\sin(30.x)}{x}$ işleminde x değerlerini sadeleştirmektedir. %8,78 oranında öğrenci; sinüs fonksiyonunun çarpanını açının çarpanı gibi yazılabileceği yanılgısında olup $2\sin 5 = \sin(2.5) = \sin 10$ işlemini yapmaktadır. Öğrencilerin %6,34'ünün E seçeneğini doğru kabul ederek hem sinüs fonksiyonunun çarpanı veya böleni durumundaki sayının, açı ile doğrudan işleme alınabileceği hem de $\sin(\theta - \alpha) = \sin\theta - \sin\alpha$ yanılgısına sahip olduğunu söyleyebiliriz. %1,95 oranında öğrenci bu soruyu boş bırakmıştır. Soruyu doğru cevaplayan kızların oranı erkeklerin oranına göre %3,44 daha fazladır.

T-1.10. Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $\sin 2x = 2\sin x.\cos x$

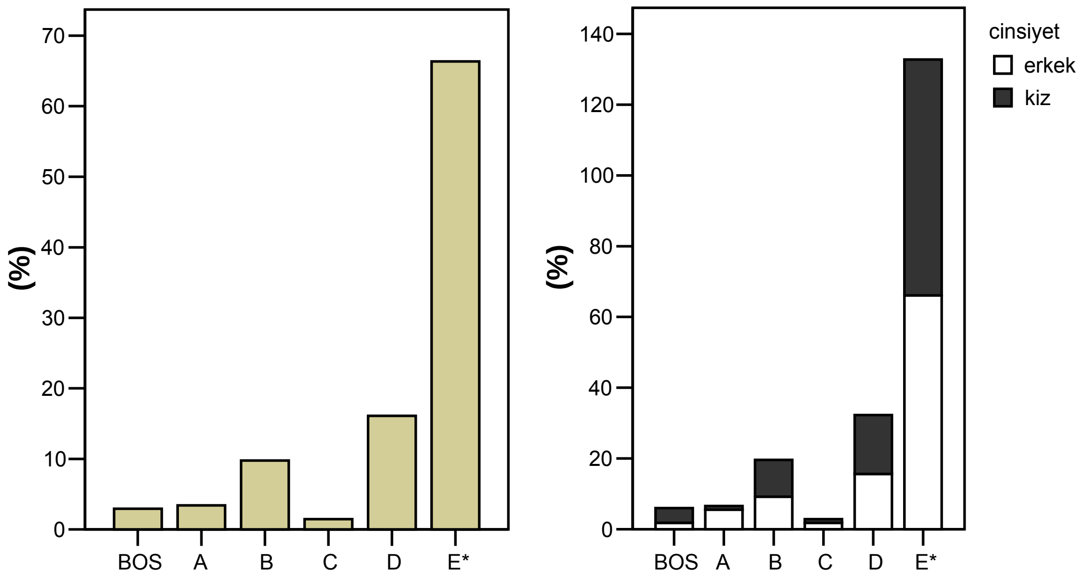
B) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

C) $\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x.\tan y}$

D) $\cos x + \cos y = 2\cos\left(\dfrac{x+y}{2}\right).\cos\left(\dfrac{x-y}{2}\right)$

E) $\cos(-x) = -\cos x$

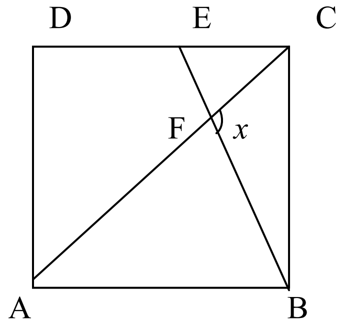
Çizelge 4.24. Teşhis Testi – 1 deki 10. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



	A	B	C	D	E*	Boş
Erkek	5,50	9,17	1,83	15,60	**66,06**	1,83
Kız	1,04	10,42	1,04	16,67	**66,67**	4,17
Toplam	3,41	9,76	1,46	16,10	**66,34**	2,93

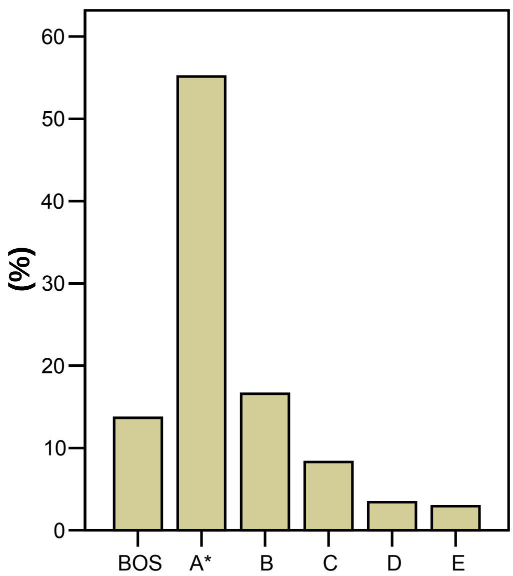
Bu soruya öğrencilerin %66,34'ü (136 öğrenci) doğru cevap vermiştir. %3,41 oranında öğrenci A seçeneğini; %9,76 oranında öğrenci B seçeneğini, %1,46 oranında öğrenci de C seçeneğini yanlış kabul etmiştir. Bu öğrencilerin iki açının toplamının trigonometrik oranını bu açıların trigonometrik oranları cinsinden yazmayı, toplam formüllerini, bilmediklerini söyleyebiliriz. Toplam–fark formüllerini; yarım açı ve dönüşüm formüllerini oluşturmakta kullanamadıklarını söyleyebiliriz. %16,10 oranında öğrenci de D seçeneğini yanlış kabul etmiştir. Bu öğrencilerde de bilgi eksikliğinden kaynaklanan, bağıntılardan emin olamama durumu söz konusudur. Öğrencilerin %33,66'sının kosinüs fonksiyonunun çift fonksiyon olduğu bilgisini bilmediğini söyleyebiliriz. %2,93 (%4,17 kızlarda, %1,83 erkeklerde) oranında öğrenci bu soruyu boş bırakmıştır. Soruyu doğru cevaplama noktasında kızlarla erkekler arasında fark yoktur.

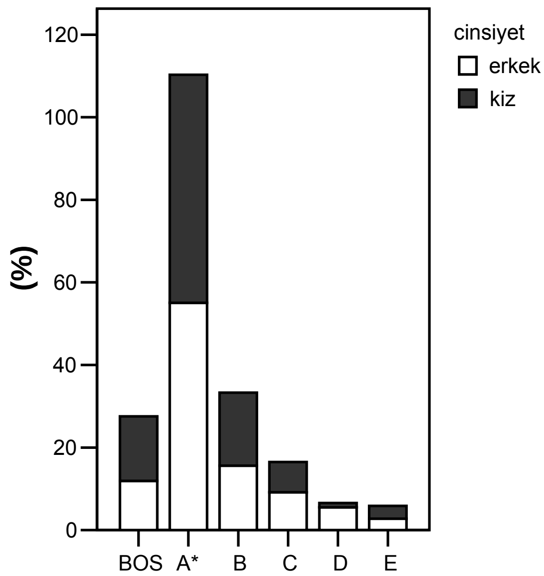
T-1.15. Şekilde ABCD kare, $|DE|=3|EC|$, $m(C\hat{F}B)=x$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?



A) $-\frac{5}{3}$ **B)** $-\frac{4}{3}$ **C)** 1 **D)** $-\frac{2}{3}$ **E)** $-\frac{1}{3}$

Çizelge 4.25. Teşhis Testi –1 deki 15. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.





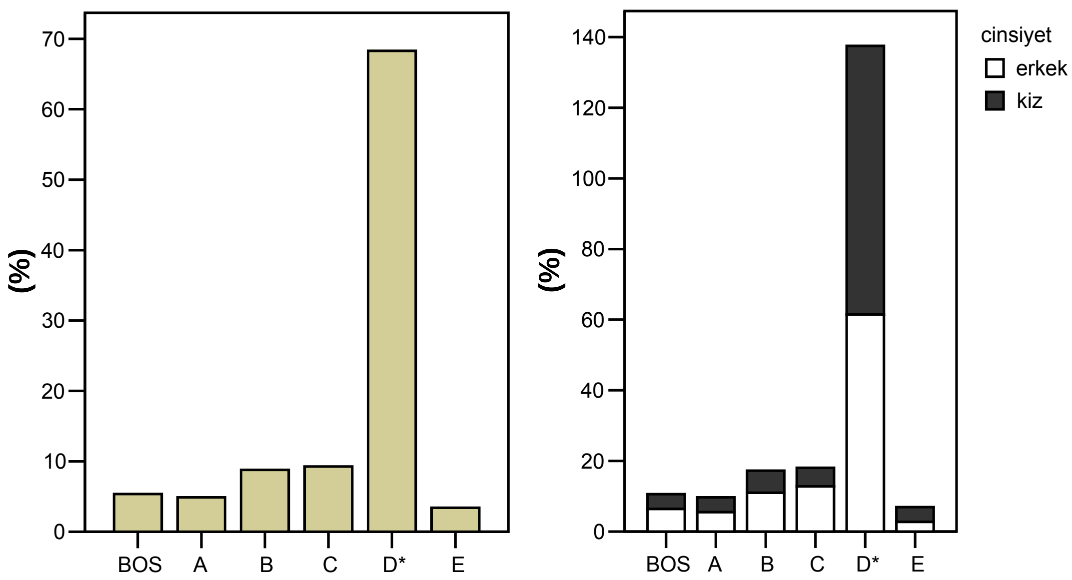
	A*	B	C	D	E	Boş
Erkek	**55,05**	15,60	9,17	5,50	2,75	11,93
Kız	**55,21**	17,71	7,29	1,04	3,13	15,63
Toplam	**55,12**	16,59	8,29	3,41	2,93	13,66

Bu soruya %55,12 (113 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Bu soruda öğrencilerden trigonometri bilgilerini geometrik şekiller üzerinde kullanabilmeleri beklenmiştir. Trigonometrik oranı istenen açıyı dik üçgene taşıyabiliyor mu? toplam-fark formüllerini kullanabiliyor mu? gibi sorular araştırılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin %16,59'u B seçeneğini; %8,29'u C seçeneğini, %3,41'i D seçeneğini, %2,93'ü de E seneğini doğru kabul etmiştir. Geometrik şekillerde öğrencilerin kalıp olarak ezberledikleri dik üçgenler vardır. Örneğin; 3-4-5 dik üçgeni gibi. Öğrenci bir dik üçgende kenarlardan birini bu uzunluklar olarak gördüğünde diğer kenarları rasgele, ezberindeki sayılar olarak yerleştirmektedir. Ayrıca 9. sınıfta geometri dersi görmemeleri; geometrideki aksiyom, tanım, teorem bilgisinden kaynaklanan eksiklikler bu sorudaki başarıyı olumsuz etkilemektedir. Soruyu boş bırakan öğrencilerin oranı %13,66 (erkeklerde %11,93; kızlarda %15,63) dır. Burada da erkeklerin soruları işaretleme eğiliminin kızlardan fazla olduğunu görmekteyiz. Bu soru için başarı noktasında erkeklerle kızlar arasında bir fark yoktur.

T-1.16. $\dfrac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x + \tan 5x + \tan 9x$ **B)** $\tan 15x$ **C)** 1 **D)** $\tan 5x$ **E)** $\cot 5x$

Çizelge 4.26. Teşhis Testi – 1 deki 16. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.

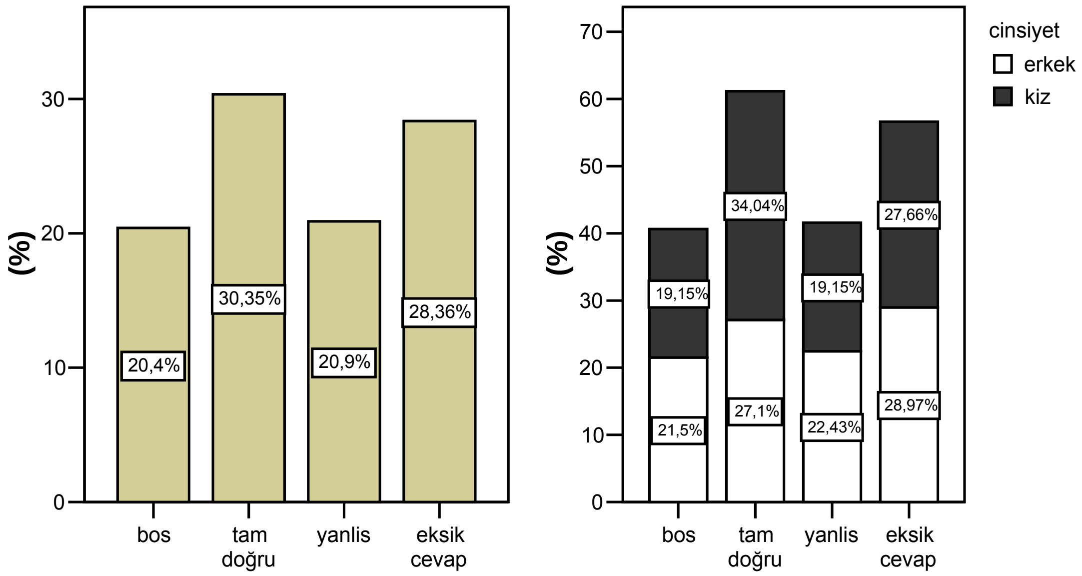


	A	B	C	D*	E	Boş
Erkek	5,50	11,01	12,84	**61,47**	2,75	6,42
Kız	4,17	6,25	5,21	**76,04**	4,17	4,17
Toplam	4,88	8,78	9,27	**68,29**	3,41	5,37

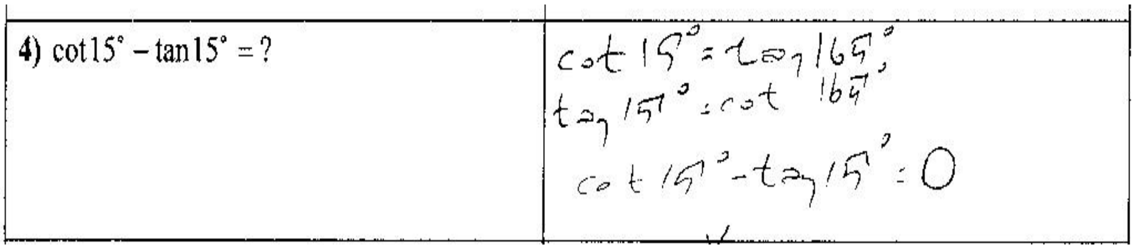
Bu soruya %68,29 (140 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Soruda öğrencilerin; sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının toplamları üzerinde dönüşüm bağıntılarını uygulayıp sadeleştirme yapması beklenmektedir. Ancak bir kısım öğrenci alt alta gelen terimlerin oranını alarak bunların toplamının onları bir sonuca götüreceğini düşünmüştür. Bunların oranı %4,88'dir. Bir kısım öğrenci ise trigonometrik fonksiyonların toplamlarını bulurken, açılar toplamının yeterli olacağı yanılgısına sahiptirler. Bunların oranı %8,78'dir. %9,27 oranında öğrenci C seçeneğini işaretlemiştir. Bunlarda da rasyonel ifadelerdeki işlem yanılgılarının devam ettiğini görebiliriz. %3,41 oranında öğrenci E seçeneğini seçmiştir. Bu öğrenciler dönüşüm bağıntılarını karıştırmışlardır. Soruyu boş bırakanların oranı %5,37'dir (erkeklerde %6,42; kızlarda %4,17). Soruyu doğru cevaplayan kızların oranı erkeklerin oranından %14,57 daha fazladır. Soruyu boş bırakan kızların oranı daha az bunun yanı sıra doğru cevaplama oranı daha fazla olduğundan daha başarılı olduklarını söyleyebiliriz.

T-2.4. $\cot 15^{\circ} - \tan 15^{\circ} = ?$

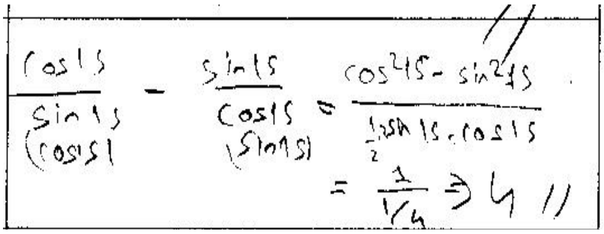
Çizelge 4.27. Teşhis Testi – 2 deki 4. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



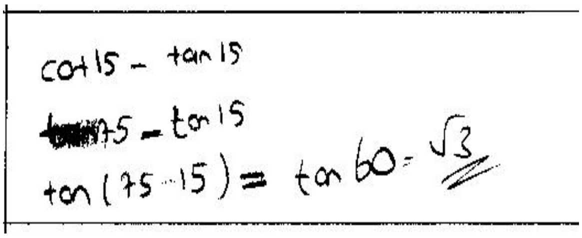
Bu soruya tam doğru cevap veren öğrencilerin oranı %30,35'tir (61 öğrenci). Öğrencilerin %28,36'sı soruya kısmen doğru cevap vermiştir. %20,9 (42 öğrenci) oranında öğrenci ise soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Bu soruda öğrencilerden; yarım açı bağıntılarını sorunun çözümünde kullanmaları beklenmektedir. Soruyu doğru cevaplandıran bir kısım öğrencide tam öğrenmenin gerçekleşmesi sonucunda; taslak dik üçgende (30-60-90 dik üçgeni) 30^0 lik açının bulunduğu dik kenarı hipotenüs kadar uzatarak 15^0 derecenin trigonometrik oranlarını bulup sorunun çözümünü yapmışlardır. Bunun yanı sıra bazı öğrenciler; tanjant ve kotanjant fonksiyonlarını, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının oranı cinsinden yazıp rasyonel ifadelerde payda eşitledikten sonra yarım açı bağıntılarını fark etmede veya kullanmada güçlük çekmektedirler. Öğrencilerin bir kısmı ise $\cos^2 15 - \sin^2 15 = 1$ olduğu yanılgısına sahiptirler (Şekil 4.16.ve Şekil 4.18.). %41,3 oranındaki önemli sayıda öğrenci bu soruyu ya boş bırakmış veya yanlış cevaplandırmıştır. Buna göre; öğrencilerin trigonometrik kavramlarla ilgili bilgi eksikliğine sahip oldukları, yorum yapamadıkları ve dikkatsiz çözüm yaptıkları söylenebilir. Soruyu doğru cevaplama noktasında kızların lehine %6,94'lük bir oran söz konusudur. Bu soruda kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.



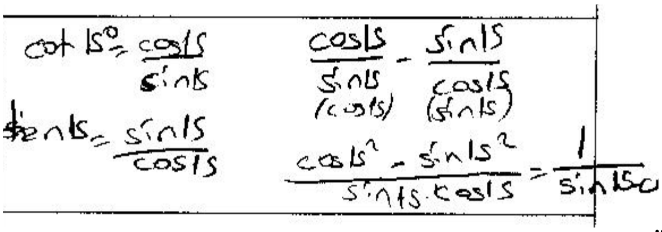
Şekil 4.15. Teşhis Testi-2'nin 4.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.16. Teşhis Testi-2'nin 4.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.17. Teşhis Testi-2'nin 4.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.18. Teşhis Testi-2'nin 4.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Şekil 4.15. deki çözümü yapan öğrenciler bütünler açıların trigonometrik oranlarının ilişkisini karıştırmaktadırlar. 15^0 nin tan ve cot değerlerinin birbirine eşit olduğunu iddia etmişlerdir. (15-75-90) dik üçgeninde 15^0 nin komşu dik kenarı ile karşı dik kenarının birbirlerine oranlarının eşit olması düşünülemez. Şekil 4.16. ve Şekil 4.18.

deki çözümü yapan öğrenciler; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ trigonometrik özdeşliğini, trigonometrik fonksiyonların kareleri farkı için yazabilecekleri yanılgısına sahiptirler. Şekil 4.17. deki çözümü yapan öğrenciler; 3. soruda görülen yanılgıyı bu soruda yapmışlardır. Trigonometrik fonksiyonların farkını açılar farkının trigonometrik oranını alarak hatalı çözüm yapmışlardır.

4.4. Dördüncü Araştırma Problemine Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında dördüncü araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin ters trigonometrik fonksiyonlar konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?' sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin çoktan seçmeli sorulardan oluşan Teşhis Testi-1 deki 17-18 numaralı sorulara ve açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki 6. soruya verdikleri cevaplar incelenmiştir.

T-1.17. Aşağıdaki önermelerin hangisi doğrudur?

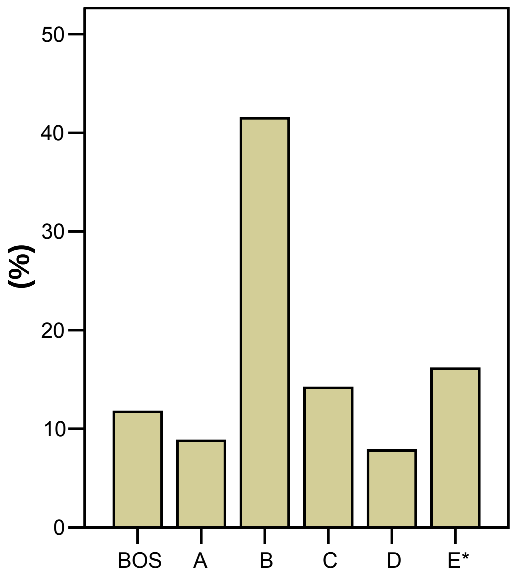
A) $\arcsin(x) = -\sin(x)$

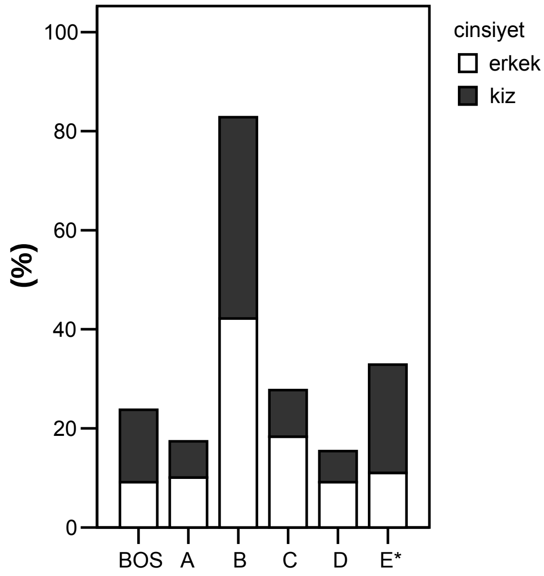
B) $\sin^{-1}(x) = \dfrac{1}{\sin(x)}$

C) $\sin^{-1}(x) = [\sin(x)]^{-1}$

D) $\arccos(\cos x) = \dfrac{1}{x}$ **E)** $\cos^{-1}(x) = \theta \Rightarrow x = \cos\theta$

Çizelge 4.28. Teşhis Testi – 1 deki 17. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.





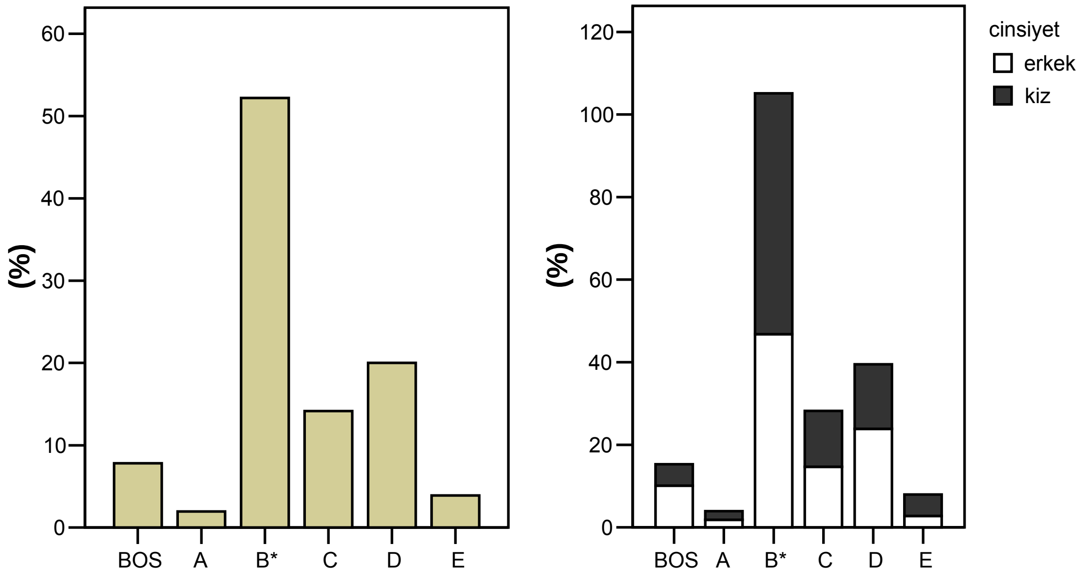
	A	**B**	**C**	**D**	**E***	**Boş**
Erkek	10,09	42,20	18,35	9,17	**11,01**	9,17
Kız	7,29	40,63	9,38	6,25	**21,88**	14,58
Toplam	8,78	41,46	14,15	7,80	**16,10**	11,71

Bu soruyu doğru cevaplayan öğrencilerin oranı sadece %16,10'dur (33 öğrenci). Soruda; öğrencilerin ters trigonometrik fonksiyonları ne derece tanıdıklarını görmek hem ters trigonometrik fonksiyonların yazılışında, hem de ters fonksiyon kavramında yanılgıları belirlemek için sorulmuştur. Verilen seçenekleri yorumlayan öğrenciden; herhangi bir f fonksiyonu için $f^{-1} \neq \frac{1}{f}$ olduğunu hatırlayıp trigonometrik fonksiyonlarda da -1'inci kuvvetin ters trigonometrik fonksiyonu işaret ettiğini görmesi beklenir. %8,78 oranında öğrenci A seçeneğini işaretlemiştir. Bu öğrenciler; ters trigonometrik fonksiyon kavramını, trigonometrik fonksiyonun ters işaretlisi olarak algılamaktadır. %41,46 oranında önemli bir çoğunluk B seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler; trigonometrik fonksiyonun -1'inci kuvvetini, fonksiyon değerinin çarpımsal tersi olarak algılamaktadır. Sinüs fonksiyonunu f olarak isimlendirdiğimizde; $f^{-1} = \sin^{-1}$ ve $f^{-1}(x) = \sin^{-1}(x)$ olduğunu bilmekteyiz. Bazı öğrenciler; $f^{-1}(x) \neq \dfrac{1}{f(x)}$ olduğunu bildikleri halde trigonometrik fonksiyonlarda bu kavramı karıştırmakta ve $\sin^{-1}(x) = \dfrac{1}{\sin(x)}$ yazmaktadırlar. Burada öğrencilerin bilgi transferi yapamadıkları görülmektedir. Bazı öğrenciler de; trigonometrik fonksiyonlardaki pozitif kuvvet özelliklerini, negatif kuvvetlerde de uygulama yanılgısına sahiptirler. Bu öğrenciler; $\sin^2 x = (\sin x)^2$ yazılabildiği için, $\sin^{-1} x = (\sin x)^{-1}$ olarak yazılabileceğini düşünmüşlerdir. Bu öğrencilerin oranı %14,15 tir. D seçeneğini işaretleyen öğrencilerin oranı %7,80 dir. Bu öğrencilerde, ters trigonometrik fonksiyon kavramı hiç oluşmamıştır. Ayrıca; bir fonksiyonun tersi ile kendisinin bileşkesi birim (etkisiz) fonksiyonu oluşturduğu halde, öğrenciler bu durumu görememektedirler. Soruyu boş bırakan öğrencilerin oranı %11,71 (erkeklerde %9,17; kızlarda %14,58) dir. Soruya doğru cevap verme noktasında kızların lehine %10,87'lik bir oran söz konusudur. Sonuçta % 83,9 oranında öğrenci, ki önemli bir oran, bu soruyu doğru cevaplandıramamıştır. Bu da kavramsal bilginin verilmeyişini, tam öğrenmenin oluşmadığını, öğrencilerin yorum yapamadıklarını göstermektedir.

T-1.18. $f(x) = \tan x$ biçiminde veriliyor. Bu fonksiyonun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1}{\cot x}$ **B)** $\arctan x$ **C)** $\text{arccot}\, x$ **D)** $\dfrac{1}{\tan x}$ **E)** $\dfrac{\sin x}{\cos x}$

Çizelge 4.29. Teşhis Testi – 1 deki 18. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



	A	B*	C	D	E	Boş
Erkek	1,83	**46,79**	14,68	23,85	2,75	10,09
Kız	2,08	**58,33**	13,54	15,63	5,21	5,21
Toplam	1,95	**52,20**	14,15	20,00	3,90	7,80

Bu soruyu %52,20 (107 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevaplamıştır. %1,95 oranında öğrenci A seçeneğini doğru kabul etmiştir. Bu öğrenciler ters fonksiyondan fonksiyonun çarpımsal tersini anlamışlar ve bunu iki defa uygulayarak esasında tanx fonksiyonunun kendisini bulmuşlar ancak bunu da fark edememişlerdir. %14,15 oranında öğrenci C seçeneğini; %20,00 oranında önemli bir kısım öğrenci D seçeneğini, %3,90 oranında öğrenci de E seçeneğini doğru kabul etmiştir. E seçeneğini doğru kabul eden öğrenciler; tanjant fonksiyonunu, sinüs ve cosinüs fonksiyonlarının oranı cinsinden ifade etme noktasında bilgi eksikliğine sahiptirler. Soruyu %7,80 oranında öğrenci boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %4,88 daha fazladır. Doğru cevap verme noktasında kızların lehine %11,54'lük bir oran söz konusudur.

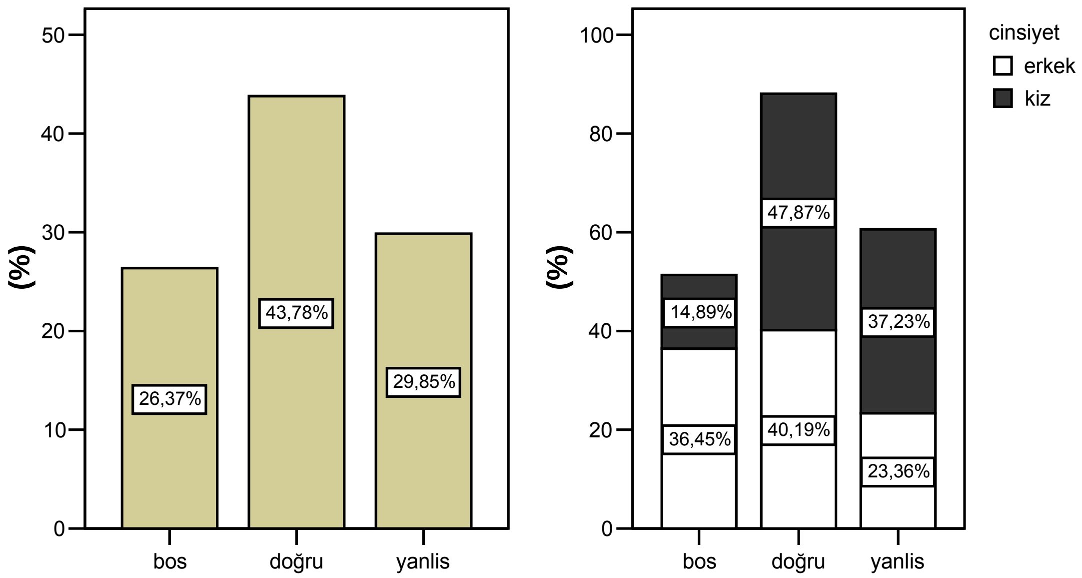
T-2.6. Aşağıdaki ifadelerde istenen değerleri bulunuz.

a. $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right) = \alpha$, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

b. $arc\cot x = 135^\circ$

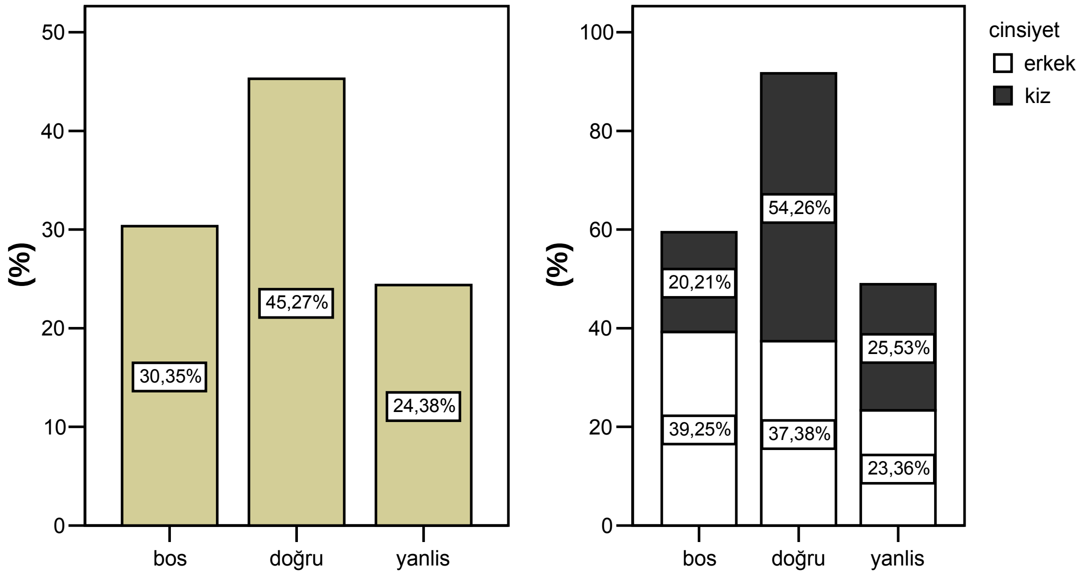
c. $\arctan x = 60^\circ$

Çizelge 4.30. Teşhis Testi – 2 deki 6. sorunun a şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.



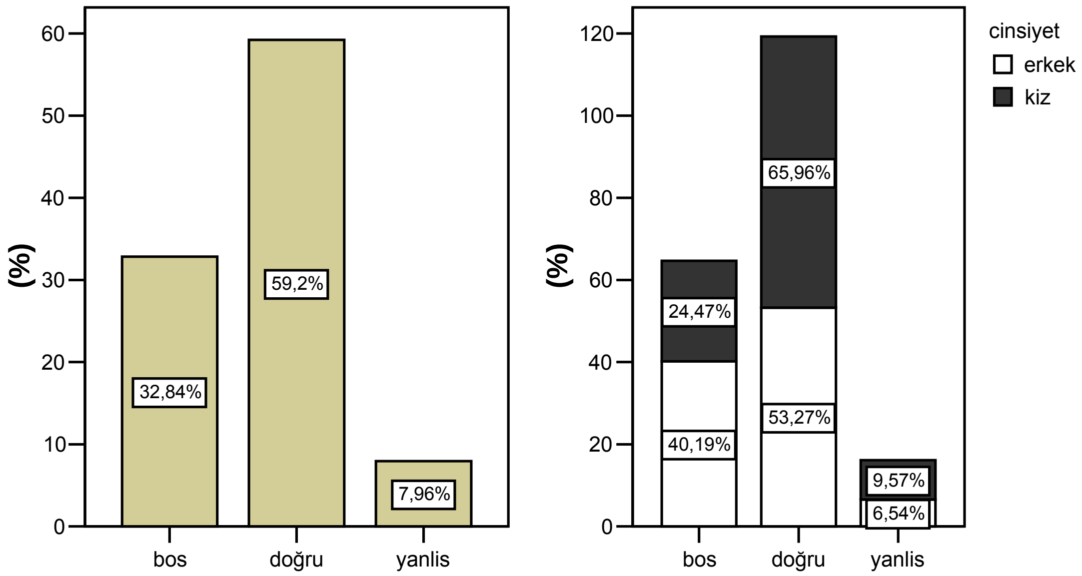
Bu şıkka %43,78 (88 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. %29,85 (60 öğrenci) oranında öğrenci ise soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Bu öğrencilerin bazıları ters trigonometrik fonksiyonun görüntüsünü (istenen açıyı) uygun aralıkta bulamamışlardır (Şekil 4.19.). Bir kısım öğrenci cevabı 150^0 olarak bulmuştur (Şekil 4.19.). Bu öğrencilerin dikkatsizlikten veya trigonometrik oranları karıştırdıklarından bu sonuca varmış olabileceği kanısındayız. Bazı öğrenciler ise -120^0 ve 240^0 cevaplarını vermişlerdir (Şekil 4.20 ve Şekil 4.21.). Bu açılarda istenen aralıkta değildirler. Şıkkı %26,37 (53 öğrenci) oranında öğrenci boş bırakmıştır. Şıkkı boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %21,56 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %7,68'lik bir oran söz konusudur. Bu şık için kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.

Çizelge 4.31. Teşhis Testi – 2 deki 6. sorunun b şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.



Bu şıkka %45,27 (91 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. %24,38 (49 öğrenci) oranında öğrenci de yanlış cevap vermiştir. Burada ters trigonometrik fonksiyon kavramı gelişmiş olan öğrencilerden beklenen $\cot 135^0$ nin değerini bulmalarıdır. Öğrencilerde fonksiyon bilgisinin transfer edilememesi sıkıntısı söz konusudur. Sorunun çözümünde; $x = 1, x = \frac{\sqrt{2}}{2}, x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ gibi yanlış cevaplar karşımıza çıkmaktadır. Burada 45^0 nin trigonometrik oranları karıştırılmaktadır. Bazı öğrencilerin; 135^0 nin 2. bölgede olduğu ve kotanjant fonksiyonunun bu bölgede negatif değer alacağı bilgisini dikkatten kaçırdıkları görülmektedir (Şekil 4.20.). Sorunun bu şıkkını boş bırakan öğrencilerin oranı %30,35'tir (61 öğrenci). Şıkkı boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %19,04 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %16,88'lik bir oran söz konusudur. Bu şık için de kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.

Çizelge 4.32. Teşhis Testi – 2 deki 6. sorunun c şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.



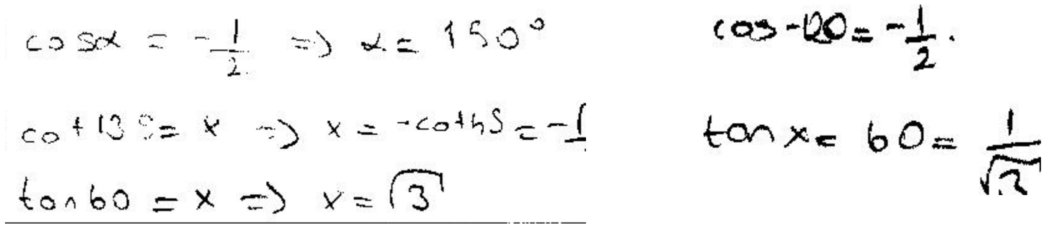
Sorunun bu şıkkına %59,2 (119 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %7,96'sı (16 öğrenci) ise bu şıkka yanlış cevap vermiştir. Öğrencilerden ters trigonometrik fonksiyon ve fonksiyon kavramı bilgilerini kullanarak $x = \tan 60^0$ trigonometrik oranını yazmaları beklenmektedir. Bu oranı $\frac{\sqrt{3}}{3}$ olarak karıştıran öğrenciler vardır (Şekil 4.19 ve Şekil 4.21.). Bu öğrenciler taslak dik üçgen kullanmayı tercih etmemişlerdir. %32,84 (66 öğrenci) oranında öğrenci bu şıkkı boş bırakmıştır. Şıkkı boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %15,72 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %12,69'luk bir oran söz konusudur. Ters trigonometrik fonksiyon bilgisini tespit için sorulan bu sorunun; üç şıkkında da kızların lehine sonuçlar çıkmıştır.

S.6) Aşağıdaki ifadelerde istenen değerleri bulunuz.

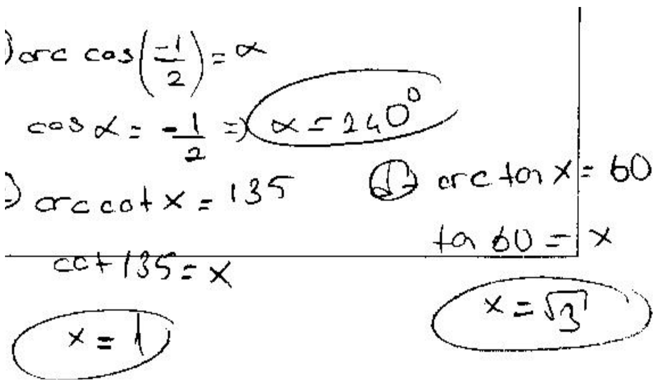
a. $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right) = \alpha$, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

b. $arc\cot x = 135^\circ$

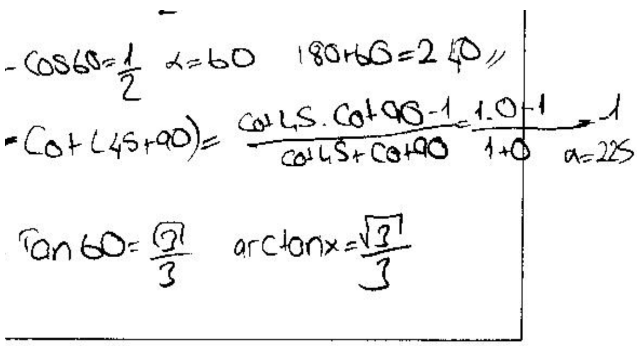
c. $\arctan x = 60^\circ$



Şekil 4.19. Teşhis Testi-2’nin 6.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.20. Teşhis Testi-2’nin 6.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.21. Teşhis Testi-2’nin 6.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Şekil 4.19. deki çözümü yapan öğrenciler; açının 2. bölgede olması gerektiğini hissetmiş ancak dar açının trigonometrik oranını 2. bölgedeki açının trigonometrik oranı cinsinden yazarken kullanması gereken trigonometrik fonksiyonu karıştırmıştır. Şekil

4.19. deki çözümde; $-\frac{1}{2}$ değeri, öğrencide -120 çağrışımını yapmıştır. Ancak -120 $,\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ aralığında değildir. Ayrıca 60^0 nin trigonometrik oranları karıştırılmaktadır. Şekil 4.20. deki çözümde; 240^0 derece $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ aralığında değildir. Burada öğrencilerin dikkatsizliği söz konusudur. 135^0 lik geniş bir açının trigonometrik oranlarının pozitif olması düşünülemez. Şekil 4.21. deki çözümü yapan öğrenciler de; Şekil 4.19 ve Şekil 4.20 deki yanılgıları ve yanlış çözümleri yapmışlardır.

4.5. Beşinci Araştırma Problemine Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında beşinci araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin periyodik fonksiyonlar konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?' sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki 12. soruya verdikleri cevaplar incelenmiştir.

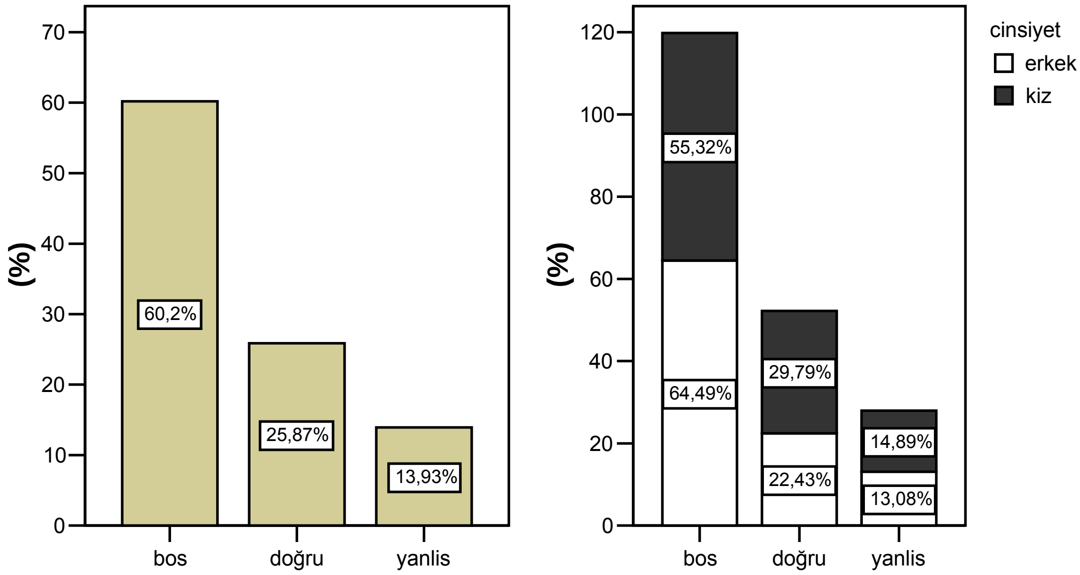
T-2.12. Aşağıdaki fonksiyonların periyodunu bulunuz.

a. $f(x) = \cos 2x$

b. $f(x) = \cos 3x + \sin x$

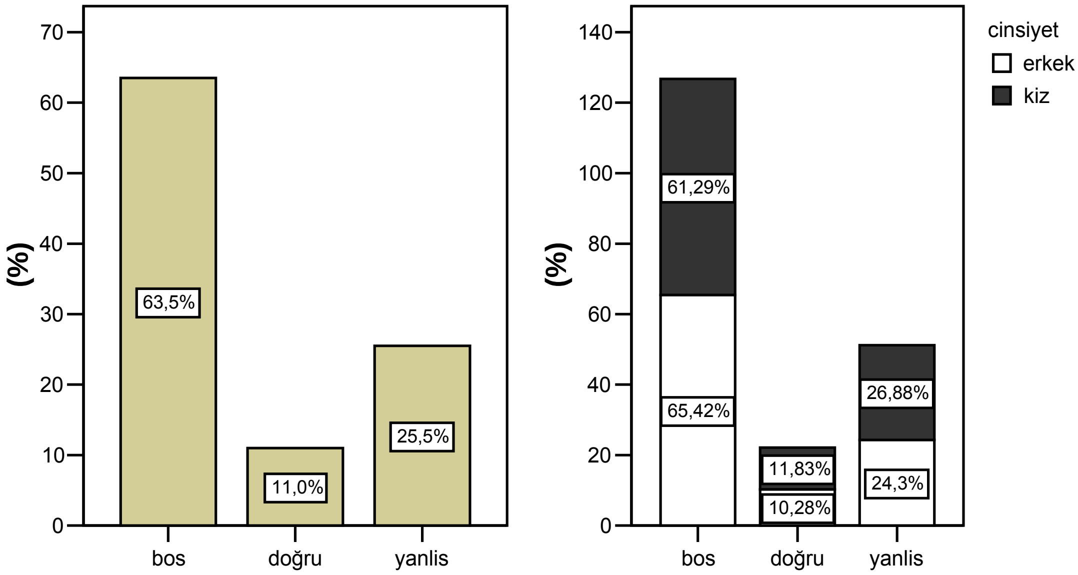
c. $f(x) = \sin^2 x$

Çizelge 4.33. Teşhis Testi – 2 deki 12. sorunun a şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.



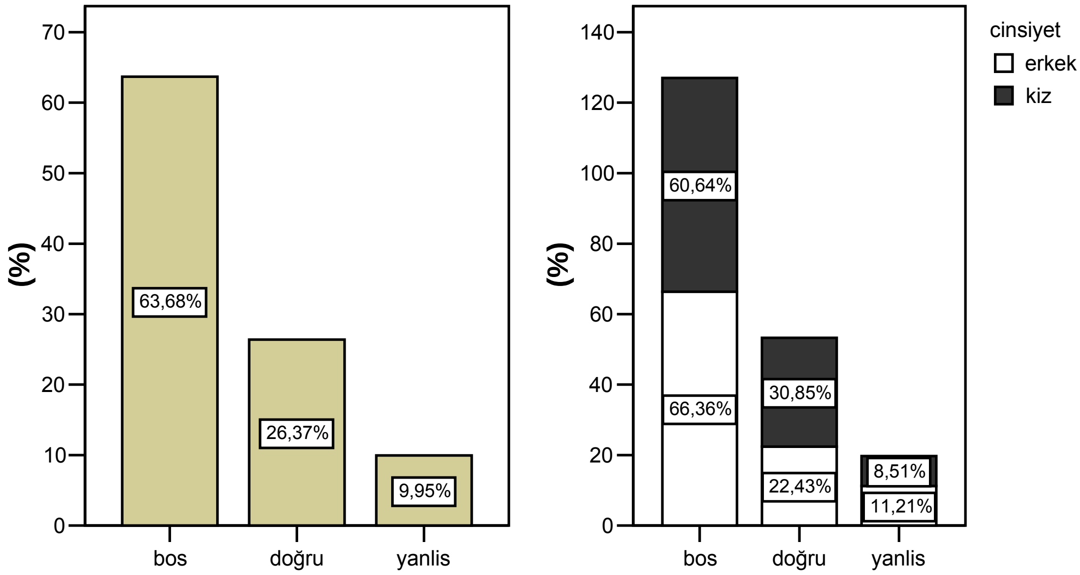
Sorunun bu şıkkına %25,87 (52 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. %60,2 (121 öğrenci) oranında öğrenci bu şıkkı boş bırakmıştır. %13,93 (28 öğrenci) oranında öğrenci ise şıkkı yanlış cevaplandırmıştır. Öğrencide; trigonometrik fonksiyonun periyodunu bulurken, periyot kavramı ile ilgili kavramsal bir öğrenmenin gerçekleşmediği görülmektedir. Trigonometrik fonksiyonun derecesinin tek yada çift oluşuyla ilgili işlemsel bir bilgi söz konusudur. Bu bilgide öğrenci tarafından karıştırılmaktadır (Şekil 4.5.1.). Sorunun bu şıkkını boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %9,17 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %7,36'lık bir oran söz konusudur.

Çizelge 4.34. Teşhis Testi – 2 deki 12. sorunun b şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.

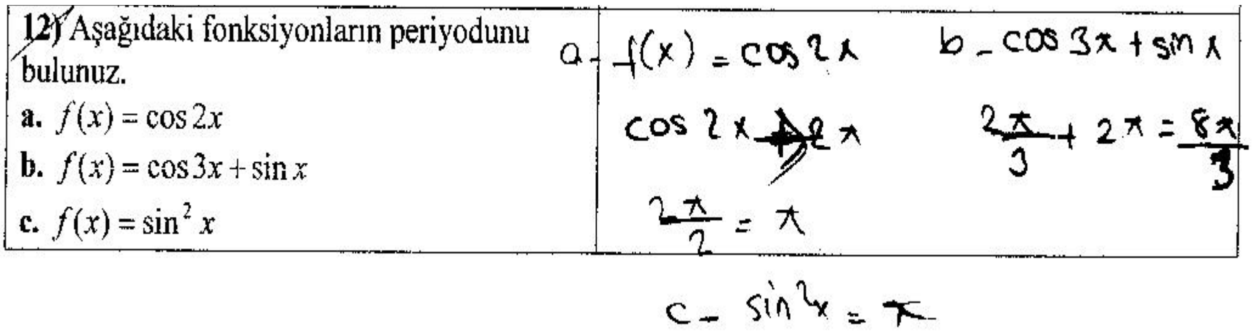


Sorunun bu şıkkına %11,0 (22 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %63,5'lik (127 öğrenci) bir çoğunluğu bu şıkkı boş bırakmıştır. %25,5 (51 öğrenci) oranında öğrenci ise yanlış cevap vermiştir. Öğrencilerde; trigonometrik fonksiyonların toplamının periyodunu bulurken, toplanan fonksiyonların periyotlarının okek'ini alma yerine, periyotları toplama yanılgısı görülmektedir (Şekil 4.22.). Sorunun bu şıkkını boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %4,13 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %1,55'lik küçük bir oran söz konusudur.

Çizelge 4.35. Teşhis Testi – 2 deki 12. sorunun c şıkkına verilen cevapların dağılım grafiği.



Sorunun bu şıkkına %26,37 (53 öğrenci) oranında öğrenci doğru cevap vermiştir. Bu şıkkı boş bırakan öğrencilerin oranı %63,68'dir (128 öğrenci). Bu sonuç manidardır. %9,95 (20 öğrenci) oranında öğrenci ise bu şıkkı yanlış cevaplandırmıştır. Soruda; trigonometrik fonksiyonun derecesinin tekliği-çiftliği ile değişkenin katsayısının tek sayı yada çift sayı olması, öğrencilerin edinmiş oldukları işlemsel bilgiyi karıştırmalarına neden olmuştur (Şekil 4.23.). Sorunun bu şıkkını boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %5,72 daha fazladır. Erkekler çoktan seçmeli sorularda işaretleme yapmalarına karşın klasik sorularda cevap vermemeyi tercih etmektedirler. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %8,42'lik bir oran söz konusudur.


12) Aşağıdaki fonksiyonların periyodunu bulunuz.
a. $f(x)=\cos 2x$
b. $f(x)=\cos 3x+\sin x$
c. $f(x)=\sin^2 x$

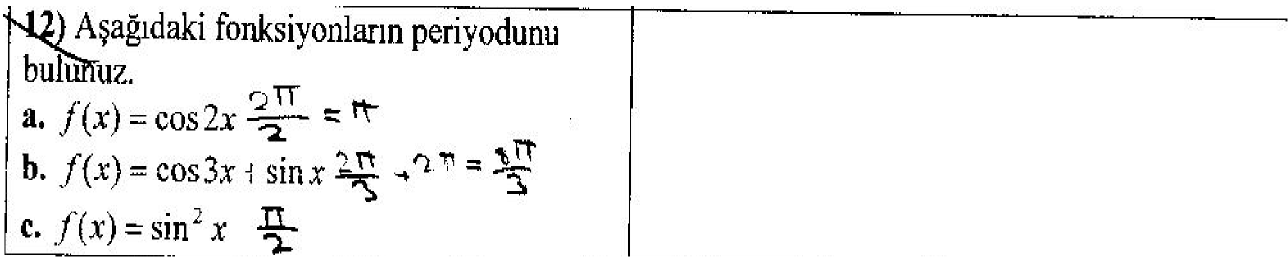
a- $f(x)=\cos 2x$
$\cos 2x$ 2π
$\frac{2\pi}{2}=\pi$

b- $\cos 3x+\sin x$
$\frac{2\pi}{3}+2\pi=\frac{8\pi}{3}$

c- $\sin^2 x=\pi$

Şekil 4.22. Teşhis Testi-2'nin 12. Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

(b) şıkkının çözümünde; öğrenciler, trigonometrik fonksiyonların toplamının periyodunu bulurken, toplanan fonksiyonların periyotlarının okek'i yerine periyotların toplamını almışlardır.


12) Aşağıdaki fonksiyonların periyodunu bulunuz.
a. $f(x)=\cos 2x$ $\frac{2\pi}{2}=\pi$
b. $f(x)=\cos 3x+\sin x$ $\frac{2\pi}{3}+2\pi=\frac{8\pi}{3}$
c. $f(x)=\sin^2 x$ $\frac{\pi}{2}$

Şekil 4.23. Teşhis Testi-2'nin 12. Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

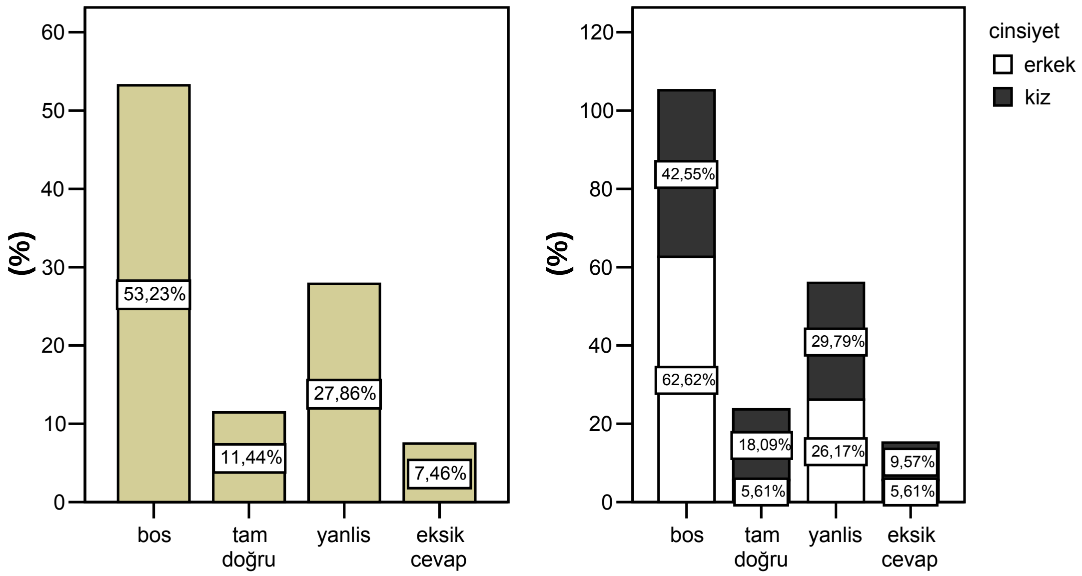
(c) şıkkında öğrenciler; $\sin^n(ax+b)$, (n tek sayı) fonksiyonunun periyodunu bulurken, $T=\frac{\pi}{|a|}$ bağıntısında n ile a ifadelerinin seçimini karıştırmışlardır. Ayrıca bazı öğrenciler de; trigonometrik fonksiyonun kuvvetinin tekliği-çiftliği ile değişkenin katsayısının tekliğini çiftliğini karıştırmışlardır.

4.6. Altıncı Araştırma Problemine Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında altıncı araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonların grafiklerini oluşturmada sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?' sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki 5. soruya verdikleri cevaplar incelenmiştir.

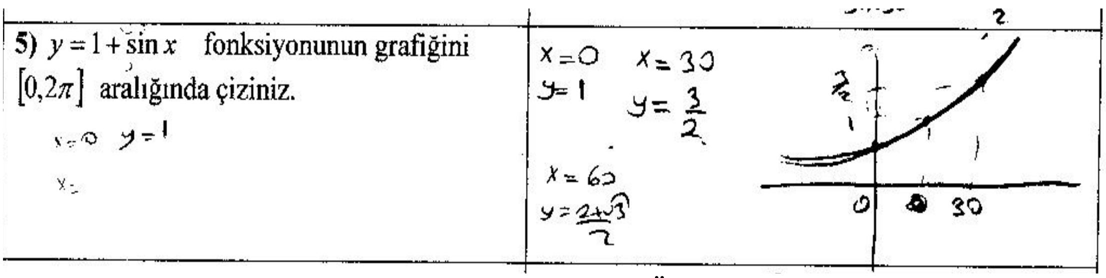
T-2.5. $y = 1 + \sin x$ fonksiyonunun grafiğini $[0, 2\pi]$ aralığında çiziniz.

Çizelge 4.36. Teşhis Testi – 2 deki 5. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.

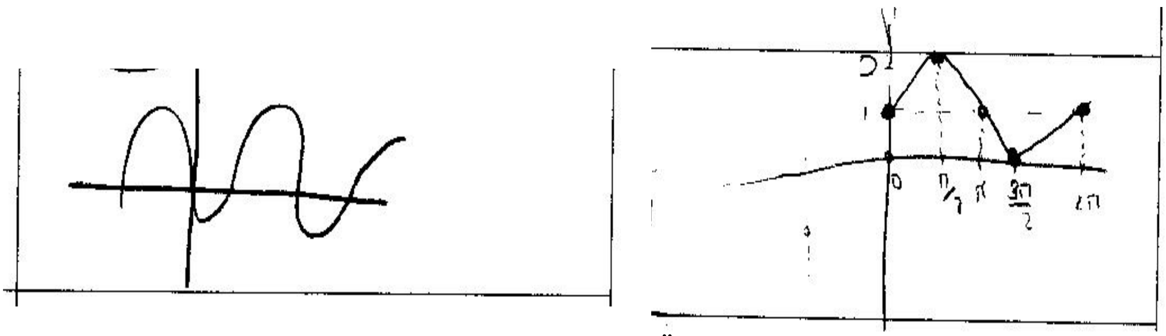


Bu soruya tam doğru cevap veren öğrencilerin oranı %11,44'tür (23 öğrenci). % 7,46 oranında öğrenci kısmen doğru cevap vermiştir. %27,86 (56 öğrenci) oranında öğrenci ise grafiği yanlış çizmiştir. Soruda; öğrencilerden zorluk derecesi düşük olan bir fonksiyonun istenen aralıkta grafiğinin çizimi beklenmektedir. Burada öğrencilerin çok ciddi sıkıntılar yaşadığı görülmektedir. Bu sıkıntılar; eksenlerin seçiminde, sinüs fonksiyonunun [-1,1] aralığında değer alabileceği bilgisinde ve grafik için gerekli sayıda nokta bulunmasında ortaya çıkmaktadır. Bazı öğrenciler grafiğe ait buldukları noktaları düz çizgilerle birleştirme yanılgısı içindedirler (Şekil 4.25.). Grafiğin ilgili aralıklardaki çukurluğunun yönünü dikkate almamaktadırlar (Şekil 4.24.).

Öğrencilerin %53,23'ü (107 öğrenci) soruya hiç dokunmamıştır. Buda; öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafiğinde yorum yapamadıklarını göstermektedir. Soruyu boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %20,07 daha fazladır. Erkekler çoktan seçmeli sorularda işaretleme yapmalarına karşın klasik sorularda cevap vermemeyi tercih etmektedirler. Tam doğru cevap veren kızların oranı erkeklerin oranından %12,48 daha fazladır. Bu soruda kızların daha başarılı olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 4.24. Teşhis Testi-2'nin 5.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



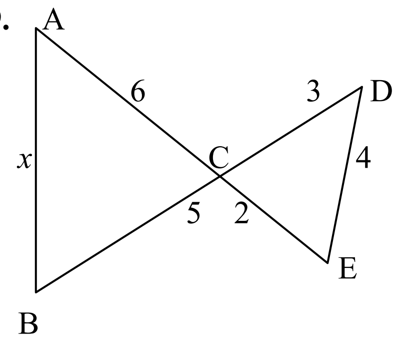
Şekil 4.25. Teşhis Testi-2'nin 5.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Şekil 4.24. deki çözümü yapan öğrenciler; $y = e^x$ fonksiyonunun grafiğini çizmiştir (her zaman artan bir fonksiyon ve de sınırsız bir fonksiyon grafiği çizmiştir). Oysa ki sinx fonksiyonu [-1,1] aralığında sınırlı bir fonksiyondur. Şekil 4.25. deki çözümde; fonksiyonun grafiğini öğrenci hissetmiş ancak apsis ve ordinat değerlerini yerleştirememiştir. Şekil 4.25. deki çözümde; öğrenci bulduğu noktaları düz çizgilerle birleştirme hatasını yapmıştır.

4.7. Yedinci Araştırma Problemine Ait Bulgular ve Tartışma

Bu başlık altında yedinci araştırma problemi olan 'Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin üçgende trigonometrik bağıntılar konusunda sahip oldukları öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?' sorusuna cevap aranmak üzere öğrencilerin açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 deki 9-10-11 numaralı sorulara verdikleri cevaplar incelenmiştir.

T-2.9.

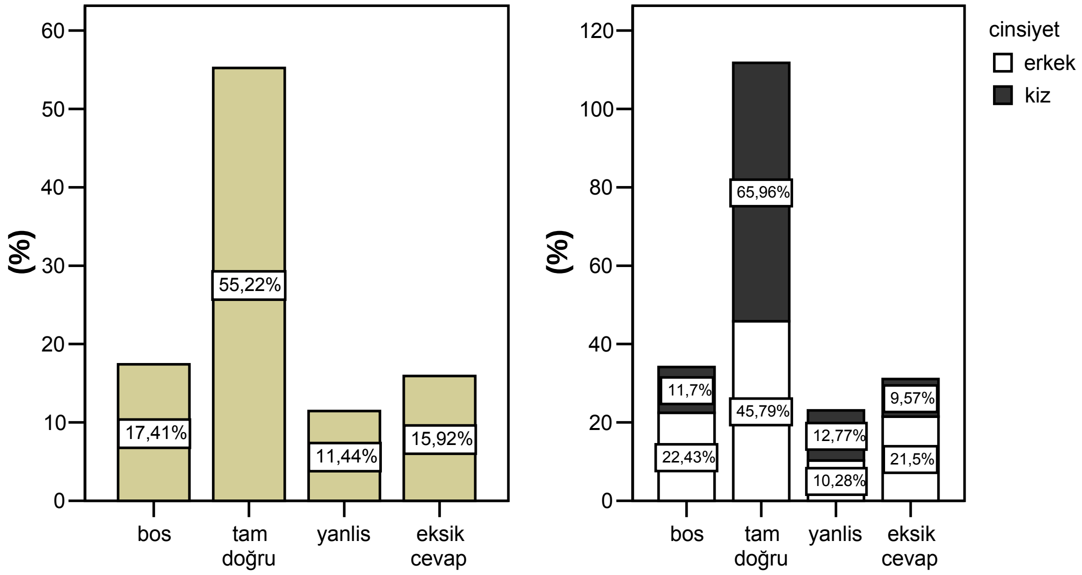


$|AC| = 6$, $|BC| = 5$, $|DE| = 4$

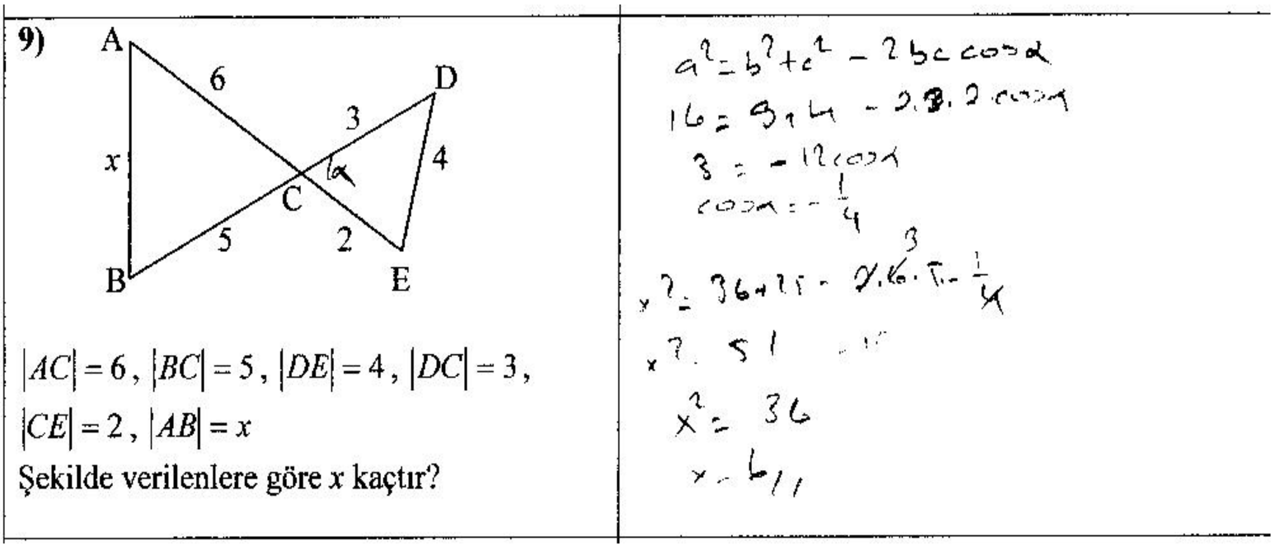
$|DC| = 3$, $|CE| = 2$, $|AB| = x$

Şekilde verilenlere göre x kaçtır?

Çizelge 4.37. Teşhis Testi – 2 deki 9. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.

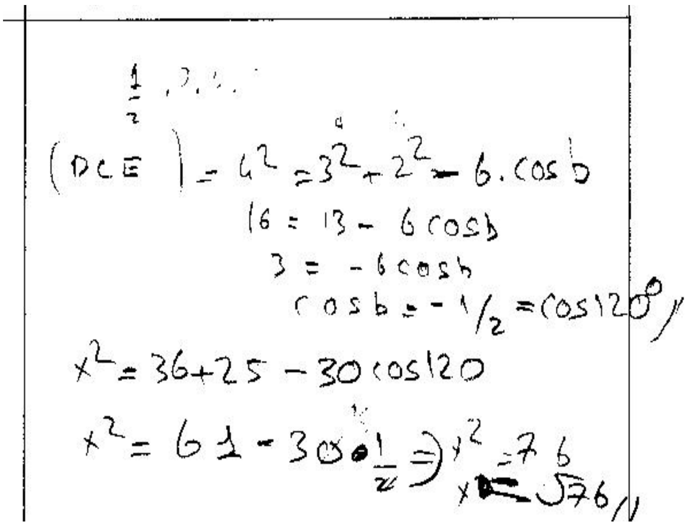


Bu soruya %55,22 (111 öğrenci) oranında öğrenci tam doğru cevap vermiştir. %15,92 (32 öğrenci) oranında öğrenci ise kısmen doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %11,44'ü (23 öğrenci) soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Soruda öğrencilerden; CDE üçgeninde kosinüs teoremini kullanarak, C açısını bulmaları ve ABC üçgeninde de yine kosinüs teoremini kullanarak x uzunluğunu bulmaları beklenmektedir. Bu soruda bazı öğrenciler; [AB] ve [DE] nin paralel olduğuna dair hipotez olmamasına karşın, üçgenlerin benzerliğini iddia ederek, kenarların oranını yazıp bu orantıdan x uzunluğunu bulma yanılgısı içindedirler. Bir kısım öğrenci ise kosinüs teoreminin ifadesindeki ($a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$) '2' çarpanını almamaktadır (Şekil 4.27.). Öğrencilerden bazıları da $\cos C$ nin değerini negatif bulmalarına karşın işlem hatası yapmaktadırlar. Sonucu; $\sqrt{76}$ bulmaları gerekirken $(- \cdot - = +)$ işlemini gözden kaçırdıkları için $\sqrt{46}$ veya 6 bulmuşlardır (Şekil 4.26.). Öğrencilerin %17,41'i (35 öğrenci) soruyu boş bırakmıştır. Soruyu boş bırakan erkeklerin oranı kızların oranından %10,73 daha fazladır. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %20,17'lik önemli bir oran söz konusudur. Bu soruda kızların daha başarılı olduğu görülmektedir.



Şekil 4.26. Teşhis Testi-2'nin 9.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

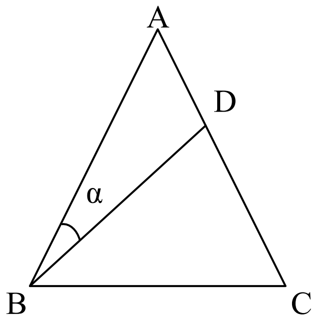
Bu çözümü yapan öğrenciler; cosC nin değerini negatif bulmalarına karşın işlem hatası yapmışlardır.



Şekil 4.27. Teşhis Testi-2'nin 9.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Bu çözümde; öğrenciler, kosinüs teoreminin ifadesindeki $\left(a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A\right)$ “2” çarpanını almamışlardır.

T-2.10.

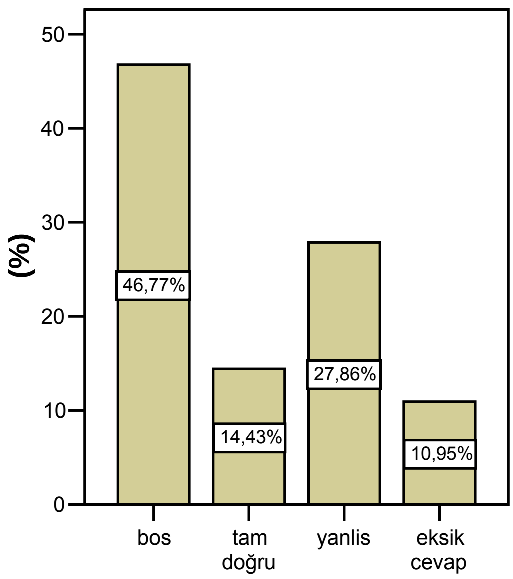


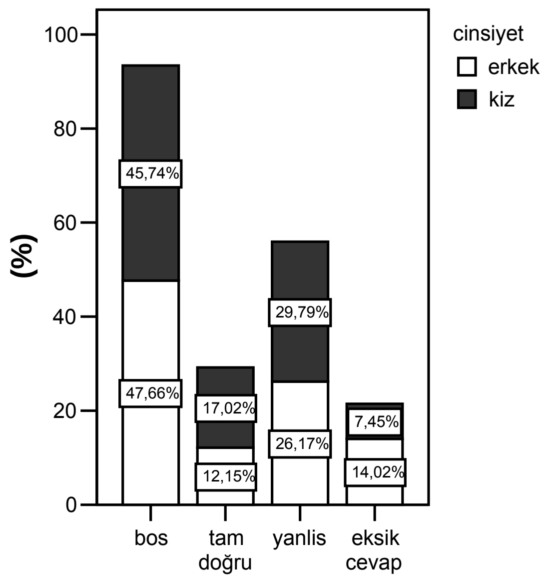
Yandaki şekilde ABC üçgeni eşkenardır.

$m(A\hat{B}D) = \alpha$ ve $\dfrac{|AD|}{|DC|} = \dfrac{2}{3}$ olduğuna göre,

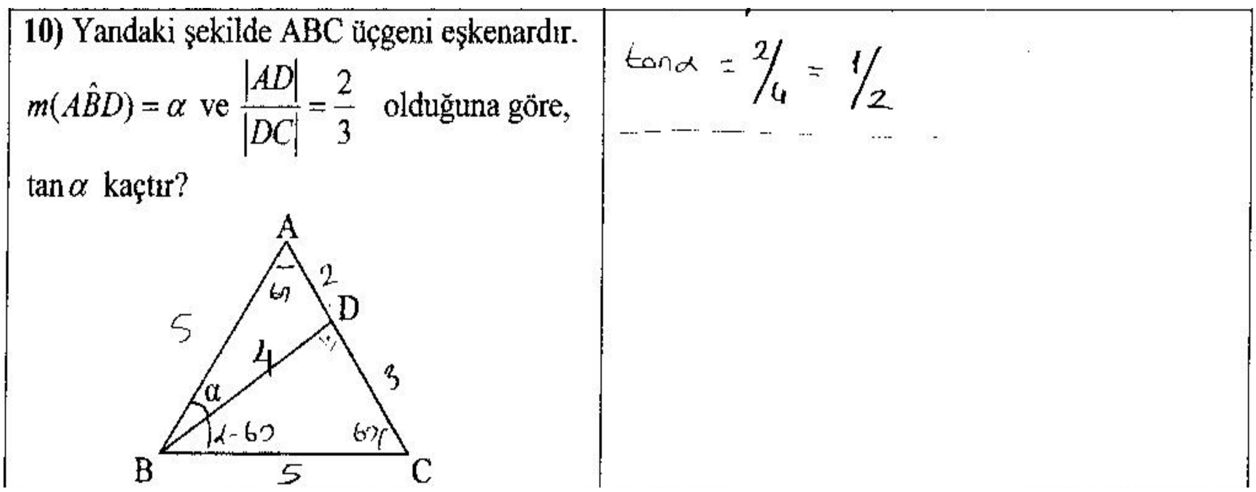
$\tan\alpha$ kaçtır?

Çizelge 4.38. Teşhis Testi – 2 deki 10. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.



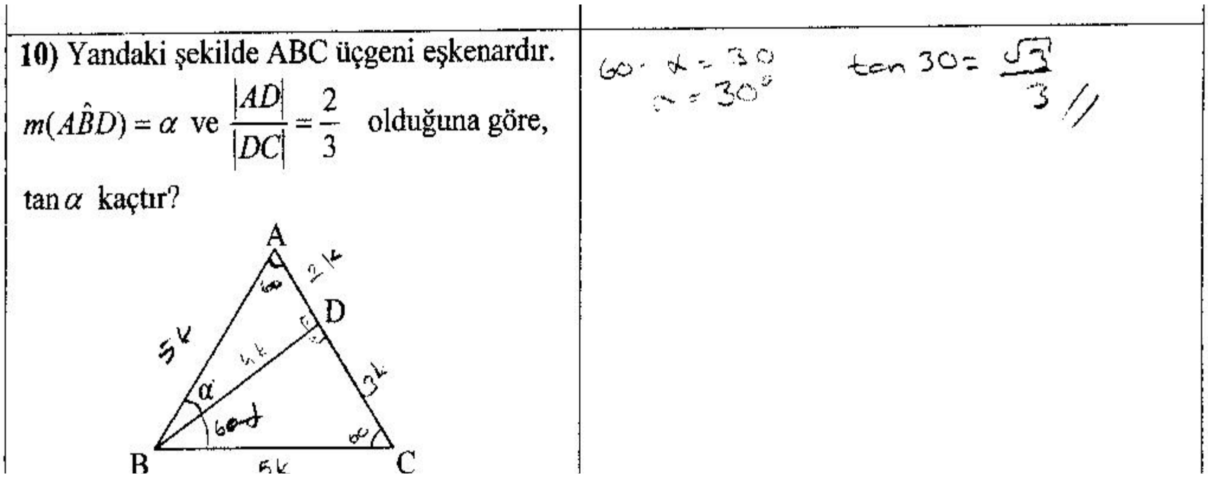


Bu soruya %14,43 (29 öğrenci) tam doğru cevap vermiştir. %10,95 oranında öğrenci ise kısmen doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %27,86’sı (56 öğrenci) soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Soruda öğrencilerden; geometri bilgileri ile trigonometri bilgilerini sentezleyerek yorum yapmaları beklenmektedir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu; verilen hipotezde [BD] nin kenarortay olmamasına rağmen ısrarla [BD] yi yükseklik olarak düşünme yanılgısı içindedirler (Şekil 4.28.). Burada eşkenar üçgenle ilgili bilgi eksikliği söz konusudur. Öğrenciler, eşkenar üçgende yardımcı elemanların çakışık olduğu bilgisini bilmemektedirler. 9. sınıfta geometri dersi almamalarının bu yanılgıya düşmelerinde etken olduğu kanaatindeyiz. Öğrencilerin büyük bir kısmı α'yı dar açı kabul eden bir dik üçgen oluşturmaya gayret göstermişlerdir. Burada öğrenciler; D noktasından [AB] kenarına dikme indirerek (30-60-90) dik üçgeninde kenarların oranını kullanarak $\tan\alpha$ değerini bulabilirlerdi. Soruyu boş bırakan öğrencilerin oranı %46,77'dir (94 öğrenci). Soruyu boş bırakan erkeklerle kızlar arasında bir fark yoktur. Doğru cevaplama noktasında kızların lehine %4,87'lik bir oran söz konusudur.


10) Yandaki şekilde ABC üçgeni eşkenardır. $m(A\hat{B}D) = \alpha$ ve $\frac{|AD|}{|DC|} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

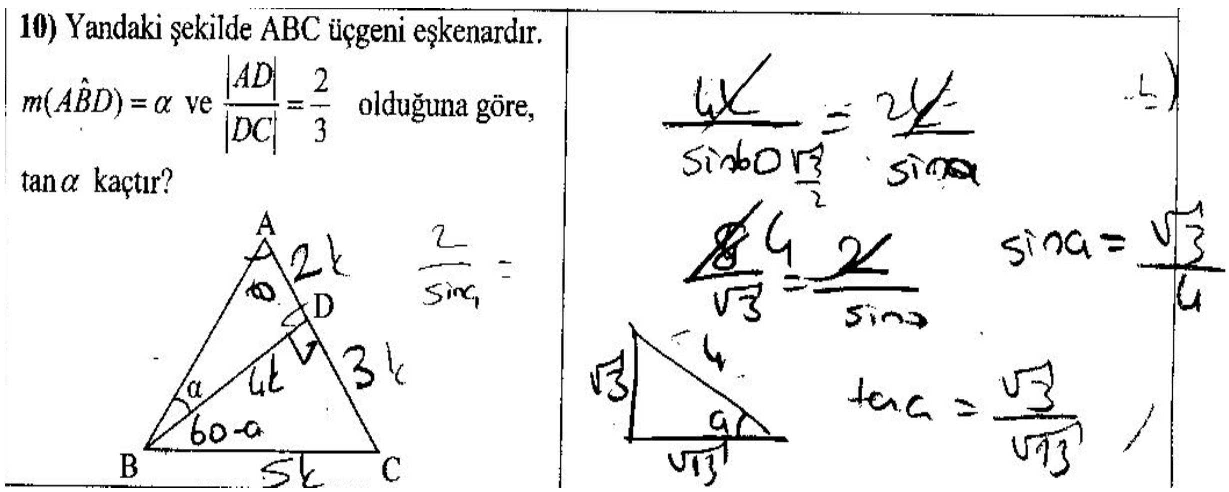
$\tan\alpha = 2/4 = 1/2$

Şekil 4.28. Teşhis Testi-2'nin 10.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar



Şekil 4.29. Teşhis Testi-2'nin 10.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

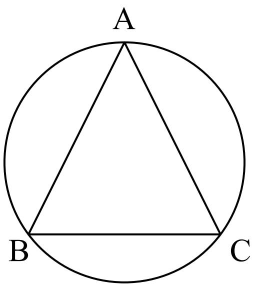
Şekil 4.28. deki çözümde; öğrenciler, [BD] nin kenarortay olmamasına karşın [BD] yi yükseklik olarak alma yanılgısı içindedirler. Şekil 4.29. deki çözümde; öğrenciler, [BD] yi aynı zamanda açıortay düşünerek hatalı çözüm yapmışlardır. Bu soruda öğrenciler geometri bilgileri ile trigonometri bilgilerini sentezleyememişlerdir. Yorum yapmakta güçlük çekmişlerdir.



Şekil 4.30. Teşhis Testi-2'nin 10.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

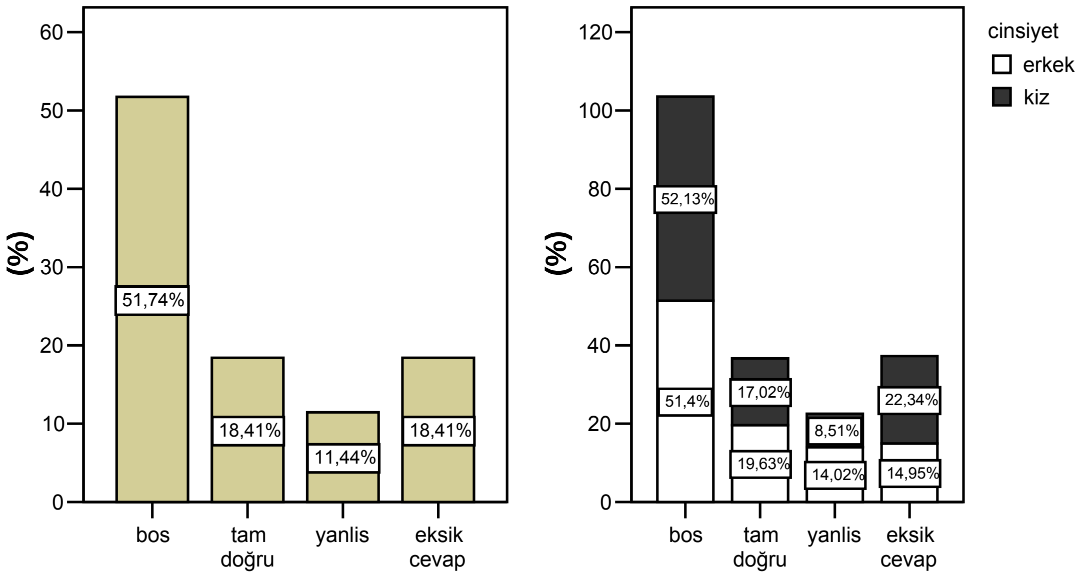
Bu çözümde; öğrenci, [BD] yi yükseklik olarak düşünüp, sinüs teoremini uygulamıştır.

T-2.11.

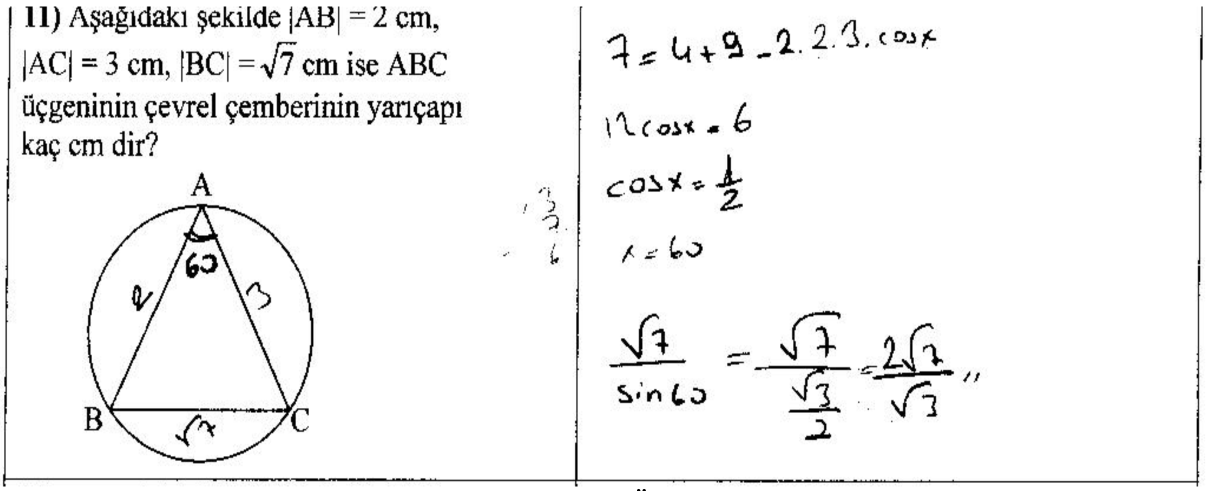


Aşağıdaki şekilde |AB| = 2 cm, |AC| = 3 cm, |BC| = $\sqrt{7}$ cm ise ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

Çizelge 4.39. Teşhis Testi – 2 deki 11. soruya verilen cevapların dağılım grafiği.

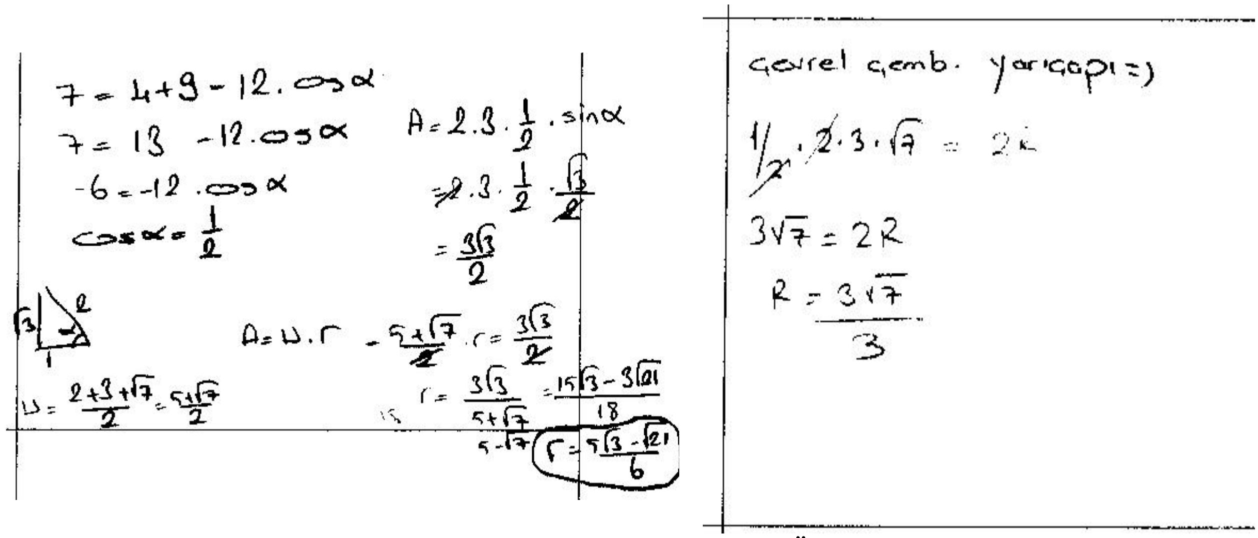


Bu soruya %18,41 (37 öğrenci) oranında öğrenci tam doğru cevap vermiştir. Aynı oranda öğrenci ise kısmen doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin %11,44'ü (23 öğrenci) soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Soruda kenar uzunlukları verilen üçgende; kosinüs teoremi kullanılarak herhangi bir açının bulunup, sonra da sinüs teoremi kullanılarak, çevrel çemberin yarıçapının bulunması beklenmektedir. Öğrencilerin, sinüs teoreminin ifadesi olan 'bir üçgende herhangi bir kenar ile o kenarı gören açının sinüs değerinin oranı sabittir ve bu sabit çevrel çemberin çapıdır' kavramsal bilgisini edinmediğini söyleyebiliriz (Şekil 4.7.3.i.ve iii.). % 51,74 (104 öğrenci) oranında öğrencinin soruyu boş bırakması tam öğrenmenin gerçekleşmediğini göstermektedir. Öğrenciler; Alan = $\frac{1}{2}ac\sin B = \frac{abc}{4R} = ur$ $(\frac{b}{\sin B} = 2R)$ bağıntılarını, içteğet çemberin yarıçapı ile çevrel çemberin yarıçapını karıştırmaktadırlar (Şekil 4.31.). R nin çap mı? yarıçap mı? olduğu hususunda ise tereddüt etmektedirler. Soruyu boş bırakan kızlarla erkekler arasında fark yoktur. Doğru cevaplama noktasında erkeklerin lehine %2,61'lik bir oran söz konusudur.



Şekil 4.31. Teşhis Testi-2'nin 11.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Bu çözümde; öğrenci, kavram bilgisinden yoksun, bir oran yazmış ancak orantı sabiti hakkında yeterince bilgi olmadığı anlaşılmaktadır.



Şekil 4.32. Teşhis Testi-2’nin 11.Sorusuna Verilen Öğrenci Cevaplarından Yapılan Alıntılar

Şekil 4.32. deki çözümü yapan öğrenciler; çevrel çemberin yarıçapı ile iç teğet çemberin yarıçapını karıştırmışlardır. Şekil 4.32. deki çözümü yapan öğrenciler; üçgenin alan bilgisi ile çevrel çemberin yarıçapını yanlış ilişkilendirmişlerdir.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Öğrencilerin büyük çoğunluğu, geçmişte olduğu gibi günümüzde de belirli sayıdaki kuralları ezberleyerek, bu kurallara dayalı semboller üzerinde anlamını bilmeden işlem yapma yolunu seçer. Bu durum hem sıkıcı hem de yapılan çalışmanın anlamsızlığını da ortaya koymuştur. Bu süreç beraberinde zorluğu getirmiştir. Çünkü kontrol edilemeyen kuralları hatırlamanın, bütünleştirilmiş kavramsal yapılardan daha zor olduğunu yapılan çalışmalar doğrulamıştır (MEB 2005).

Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında cebir öğretiminde; çoğu öğrencinin cebirsel bilgilerinde kavram ve işlemsel bilgilerinin dengeli olmadığı, işlemsel bilgisinin ağırlıklı olduğu ortaya çıkmıştır. Kavramsal bilgiye sahip öğrencilerin işlemsel bilgilerinin de gelişmiş olduğu, buna karşın kavram bilgisine sahip olmayan öğrencilerde işlem bilgisinin olmadığı görülmüştür. Buradan öğrencilerin cebirsel bilgilerinin doğasının işlemsel öğrenmeye dayandığının sonucuna varılmıştır (Baki 1998). Bu araştırmada elde edilen bulgularda bu bilgiyle benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin genelde matematik dersine, özelde trigonometri konusuna olan olumsuz tutumları beraberinde öğrenme güçlüklerini ve başarı noktasındaki performans düşüklüğünü getirmiştir. Öğrenciler, kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi kuramamaktadırlar. Öğrencilerin büyük çoğunluğu trigonometrik kavramları öğrenme güçlüğü içindedirler. Yapılandırmacı yaklaşıma uygun, öğrenci merkezli bir öğretim ortamının sağlanamadığı görülmektedir.

Trigonometri konuları öğrenirken öğrencilerin çoğunluğunda; üçgenler, çokgenler, analitik düzlem, çemberin analitiği ve temel fonksiyon bilgilerinin eksikliği görülmektedir. Sayılarla ilgili, köklü ifadelerin tanım kümesi ve mutlak değer kavramının iyi anlaşılmamış olması trigonometrik işlemlerde yanlışlıklara neden olmaktadır.

Trigonometrik formüllerin bağımsız olarak uygulandığı sorulara doğru cevap verenlerin oranı, yorumlama sorularına veya ön şart bilgilerinin kullanılacağı sorulara doğru cevap verenlerin oranından fazladır.

Trigonometrik fonksiyonların işaret incelemesini, öğrencilerin çoğunlukla doğru yapabildikleri görülmektedir. Trigonometrik fonksiyon değerlerinin sıralanışı, artan ve azalan fonksiyon kavramı ile ilgili olarak; öğrenciler, trigonometrik fonksiyon değerleri arasında ilişki kuramamakta ve yorum yapma güçlüğü çekmektedir. Tümler açıların trigonometrik oranlarının ilişkisi, tek ve çift fonksiyon kavramı ve ilgili bölgede trigonometrik oranları verilen açıların sıralanışı konularında öğrencilerin birim çemberi iyi öğrenemedikleri ve birim çember üzerinde işlem yapamadıkları görülmektedir.

Trigonometrik kavramlarla ilgili bilgi eksiklikleri, trigonometrik denklem çözümlerinde öğrencileri başarısız yapmaktadır. Öğrencilerde, trigonometrik denklem çözme becerisinin yeterince gelişmediği görülmektedir.

Öğrencilerin kavramları karıştırdıkları ve yorum yapma noktasında zorlandıkları görülmektedir. Açı ölçüsü ile trigonometrik değeri sadeleştirme yanılgısı içindedirler. Sinüs fonksiyonunun bölenini, açı fonksiyonunun böleni gibi ve sinüs fonksiyonunun çarpanını, açının çarpanı gibi algılama yanılgısı içindedirler.

Toplam-fark formüllerini, yarım açı ve dönüşüm formüllerini oluşturmakta güçlük çekmektedirler. Sadeleştirme hataları, işlemsel bilgi eksiklikleri, ön bilgilerindeki eksiklik ve geçmiş konulara ait yanılgıları trigonometri konusunda hata yapmalarına ve yorum yapamamalarına neden olmaktadır.

Bir açının trigonometrik oranlarından birisi bilindiğinde, diğer trigonometrik oranlarının bulunması konusunda öğrencilerin büyük bir kısmı, taslak dik üçgen kullanarak doğru cevap vermiştir. Soruyu yanlış cevaplandıran öğrenciler, verilen açının hangi bölgede olduğuna dikkat etmediklerinden söz konusu açıyı her zaman taslak dik üçgenin dar açılarından birisi olarak düşünmektedirler.

Geometrik şekil üzerinde yorum yapmada, üçgende trigonometrik bağıntıları uygulamada öğrenme güçlüğü söz konusudur. Öğrenciler; üçgenin alanı, çevrel çemberin yarıçapı ve iç teğet çemberin yarıçapı ile ilgili bağıntıları karıştırmaktadırlar.

Geometrik şekillerde öğrencilerin kalıp olarak ezberledikleri dik üçgenler vardır (3-4-5 dik üçgeni gibi). Öğrenci bir dik üçgende kenarlardan birini bu uzunluklar olarak gördüğünde diğer kenarları rasgele, ezberindeki sayılar olarak yerleştirmektedir. Ayrıca 9. sınıfta geometri dersi görmemeleri (2009-2010 eğitim öğretim yılında geometri dersi programı yenilenerek 9. sınıflara geometri dersi konmuştur.); geometrideki aksiyom, tanım, teorem bilgisinden kaynaklanan eksiklikler bu sorulardaki başarıyı olumsuz yönde etkilemektedir. Öğrencilerin bir kısmı ise geometrik şeklin görünüşüne göre ölçüler hakkında karar vermekte ve ezberledikleri geometrik kavramları rasgele kullanmaktadırlar. Üçgenlerin ilgili kenarları arasında paralellik olmamasına karşın üçgenlerin benzerliği iddia edilmektedir. Geometri bilgileri ile trigonometri bilgilerini sentezlemede güçlük çekmektedirler.

Öğrenciler, ters trigonometrik fonksiyonu, fonksiyonun çarpımsal tersi olarak algılama yanılgısı içindedirler. Bazı öğrenciler de; trigonometrik fonksiyonlardaki pozitif kuvvet özelliklerini, negatif kuvvetlerde de uygulama yanılgısına sahiptirler. Bu öğrenciler; $\sin^2 x = (\sin x)^2$ yazılabildiği için, $\sin^{-1} x = (\sin x)^{-1}$ olarak yazılabileceğini düşünmektedirler. Bazı öğrenciler ise $\arcsin(x) = -\sin(x)$ yanılgısı içindedir. $f(x) = \tan x$ fonksiyonunun tersi olarak %14,15 oranında öğrenci arccot x cevabını, %20 oranında öğrenci ise $\dfrac{1}{\tan x}$ cevabını vermiştir. Ters trigonometrik fonksiyonun görüntüsünün bulunmasında istenen açıyı (reel sayıyı) uygun aralıkta bulamamışlardır.

Açı ölçü birimlerinin birbirlerine dönüştürülmesi ve radyan cinsinden bir açının esas ölçüsünün bulunması noktasında öğrenme güçlükleri söz konusudur. Az sayıda öğrenci, verilen bir açının esas ölçüsü bulunurken, bölünen ile bölen arasında sadeleştirme yapılabileceği yanılgısı içindedirler.

Öğrencilerde; trigonometrik özdeşlikleri fark etmede ve yorumlamada güçlükler, trigonometrik fonksiyonların toplamını açılar toplamı, trigonometrik fonksiyonların çarpımını da açılar çarpımı olarak yazma yanılgısı söz konusudur. Lineer dönüşüm fonksiyonlarındaki özellikleri, trigonometrik fonksiyonlara da uygulamaktadırlar ($f(ax+by)=af(x)+bf(y)$) . Ayrıca $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ trigonometrik özdeşliğini, trigonometrik fonksiyonların kareleri farkı için yazmışlardır ($\cos^2 x-\sin^2 x=1$).

Trigonometrik fonksiyonların, analitik düzlemde, birim çember yardımıyla değerlerinin hesaplanmasında ve birim çemberde trigonometrik fonksiyonların eşleneceği eksenleri tanımada güçlük çekilmektedir.

Trigonometrik fonksiyonların periyodunun bulunması ile ilgili, trigonometrik fonksiyonun derecesinin tekliği-çiftliği ile değişkenin katsayısının tek sayı yada çift sayı olması, öğrencilerin edinmiş oldukları işlemsel bilgiyi karıştırmalarına neden olmuştur. Öğrencilerde; trigonometrik fonksiyonların toplamının periyodunu bulurken, toplanan fonksiyonların periyotlarının okek'ini alma yerine, periyotları toplama yanılgısı görülmektedir. Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini oluşturmada öğrenme güçlükleri ve yanılgılar söz konusudur.

Çoktan seçmeli soruların yer aldığı T-1 için soruların %55,55'inde doğru cevaplama oranı %55'in üzerindedir. Bunun yanı sıra açık uçlu soruların yer aldığı T-2 için soruların sadece %31,57'sinde doğru cevaplama oranı %55'in üzerindedir. Buna göre; öğrencilerin milli eğitimin uyguladığı sınav sistemine uygun, üreten ve yorum yapan değil de şıklar arasından seçen öğrenci modelinin sonucu ile bir kez daha karşı karşıyayız.

Yeni kavramların öğrenilmesinde; eğer bireyler kendi bilişsel yapılarını kullanarak mantıksal ilişkilendirme yapabiliyor ise öğrenme süreci gerçekleşmiş olur. Aksi durumda, var olan bilişsel yapı içinde yeni kavramlar özümlenemez. Bunun için bireyin yeni zihinsel sürece girip bilgiyi yapılandırması gerekir. Bu süreçte öğretmen, öğrencilerin kavramları deneyimsel olarak keşfedip geliştirebileceği ortamı hazırlamalı ve rehberlik yapmalıdır. Öğrencilerin bu süreçte, üst düzeyde becerilerini geliştirebilecekleri biçimde, aktif katılımı sağlanmalı ve inisiyatif alabilmelerine fırsat verilmelidir (MEB 2005).

Bir başka ifadeyle, öğrencilerin kendi bireysel anlamalarını sağlayabilecek ortamlar oluşturulmalıdır. Sınıf içi tartışmalar, ortak matematiksel doğruları ve anlamları oluşturmak için kullanılmalıdır. Bu nedenle öğretmen, sınıfa iyi yapılandırılmış etkinlikler planlayarak gelmelidir. Yapılacak etkinlikler, öğrencilerin analiz, sentez, değerlendirme, ilişkilendirme, sınıflandırma, genelleme ve sonuç çıkarma gibi yüksek seviyede matematiksel düşünme becerileri kazanmalarına yönelik olmalıdır (MEB 2005).

Etkin matematik öğretimi için MEB (2005)'e göre aşağıda sıralanan adımlar dikkate alınmalıdır:
1. Öğretim somut deneyimlerle başlamalıdır.
2. Anlamlı öğrenme amaçlanmalıdır.
3. Öğrenciler matematik bilgileriyle iletişim kurmalıdır.
4. İlişkilendirme önemsenmelidir.
5. Öğrenci motivasyonu dikkate alınmalıdır.
6. Teknoloji etkin kullanılmalıdır.

Temel trigonometrik kavramlar çok iyi açıklanmalı, birim çember üzerindeki uygulamalara ağırlık verilmelidir.

Bir açının esas ölçüsünün bulunuşunda; bölünen ile bölenin sadeleştirilemeyeceği izah edilmelidir. Tümler açıların trigonometrik oranlarının birbirine dönüşümü ile ilgili soruların çözümleri ve trigonometrik fonksiyon değerlerinin sıralanışları üzerinde durulmalıdır. Trigonometrik özdeşliklerin uygulamaları, trigonometrik işlemlerde sadeleştirmeler, iki açının toplamının açıların trigonometrik oranlarına bağlı yazılışları üzerinde bol örnek çözümü yapılmalıdır. Lineer dönüşüm fonksiyonlarındaki özelliklerin trigonometrik fonksiyonlarda geçersiz olduğu açıklanmalıdır.

Sınırlı trigonometrik fonksiyonların tanım ve değer kümeleri açıklanmalı, bunlarla ilgili basit denklemlerin çözüm kümeleri izah edilmelidir. Trigonometrik oranlarından biri bilinen bir geniş açının diğer trigonometrik oranlarının bulunuşu üzerinde çok yönlü durulmalıdır. Taslak dik üçgenin kullanılışı iyi öğretilmelidir.

Trigonometrik özdeşliklerle ilgili karışık uygulamalarda; özellikle sayılara ve köklü işlemlere dayalı yanılgılar vardır. Öğrencilerin, ön-şart bilgilerindeki eksiklikleri tamamlanmalıdır. Bunun için; trigonometri konularının öğretimine başlamadan, öğrencilerin daha önce öğrenmiş olmaları gereken bilgi ve becerilerini kontrol etmek ve ön öğrenmelerdeki eksiklikleri tespit etmek gerekmektedir.

Geometrik şekiller üzerinde, trigonometri problemlerinin uygulaması ile ilgili alıştırmalar yapılmalı ve bu uygulamalara yönelik kolay çözülebilir, ödevler verilmelidir.

Toplam-fark, dönüşüm ve ters dönüşüm bağıntılarının uygulamaları üzerinde fazlaca durulmalıdır. Bu konu ile ilgili uygulamalarda; öğrenciye pratik yol adı altında birtakım sonuçlar yazdırmak yerine, öğrencinin yapılan işlemleri kavramasına yönelik yapılandırmacı yaklaşıma uygun buluş yolu ile öğretim, problem çözme yolu ile öğretim, proje tabanlı öğretim ve kavram eksenli öğretim modelleri uygulanmalıdır.

Trigonometrik fonksiyon kavramı; 9. sınıfta görülen temel fonksiyon bilgileri hatırlatılarak anlatılmalı, trigonometrik fonksiyonlarda tanım kümesi ve görüntü kümesi kavramları üzerinde durulmalıdır.

Trigonometrik fonksiyonların pozitif kuvvetleri ile negatif kuvvetleri arasındaki farklılıklar açıklanmalı, fonksiyonun kuvveti ile görüntünün kuvveti arasındaki ilişkiler iyice izah edilmelidir. Ters trigonometrik fonksiyonların yazılışları çok yönlü izah edilmeli, görüntünün negatif kuvveti ile fonksiyonun negatif kuvvetinin farkı açıklanmalıdır.

Öğrencilere; Trigonometrik denklem çözümlerinde birim çemberi kullanma alışkanlığı kazandırılmalı, değerinin sıfır olup olmadığı bilinmeyen çarpanlar arasında sadeleştirme yapılamayacağı açıklanmalıdır. Ayrıca; bulunan sonuçların denklemi doğrulayıp doğrulamadığının kontrolünü yapmaları gerektiği izah edilmeli ve bu kontrolleri yapma alışkanlığı kazanmaları sağlanmalıdır.

Herhangi bir açının trigonometrik fonksiyonunun yazılışında; fonksiyon ifadesiyle açının, çarpım anlamında olmadığı izah edilmelidir. Buna bağlı olarak da; trigonometrik fonksiyonlar isimleri arasında sadeleştirme yapılamayacağı açıklanmalıdır.

Trigonometri öğretiminde grup çalışmasına önem verilmelidir. Öğrenme, okul ortamındaki insanların kolektif işidir. Derslerin işlenişi sırasında, öğretmenin mutlak hakimiyetinden vazgeçilerek öğrencinin keşfedici yönünü gösterebileceği, karşılıklı etkileşime dayalı, kolektif öğrenme ortamı hazırlanmalıdır. Okul ve sınıf ortamı, öğretmenler için öğrettikleri kadar da öğrendikleri bir ortam olduğundan, okullarda bireysel öğrenme ortamı değil birlikte öğrenme ortamı oluşturulmalıdır. Böylece; öğrencilerin konuyu daha kolay anlaması sağlanacak, öğrenme hızı artacak ve ilişkisel öğrenme gücü gelişecektir.

Trigonometri öğretiminde, öğrencilerin önce trigonometrik kavramları tam olarak öğrenmelerini, sonra trigonometrik algoritmaları ve ötesindeki düşünceleri fark ederek yorumlayabilmelerini, sonra da trigonometrik işlemler ile bu düşünceleri birleştirerek öğrenmeyi tamamlayıcı etkinlikler yapmalarını sağlayacak öğretim metotları geliştirilmelidir.

Trigonometri konularının öğretiminde; kavramsal bilgisi fazla önemsenmeden, sadece işlemler bilgisi ile çok sayıda benzer problemlerin çözümünü yaparak öğrenmenin oluşacağını düşünmek büyük bir yanılgıdır. Bu durumda öğrenciler, sadece belirli tip soruların çözümünü belirli kalıplar içinde ezberlemiş olacaklarından kalıcı öğrenme oluşturulamaz. Bu tür öğrenme-öğretme ortamında yetişen öğrenciler; mekanik işlemleri yapabildikleri halde problem çözmede başarısız olmaktan kurtulamazlar, ezberledikleri formülleri nasıl kullanacaklarını bilemezler, yorum yapamazlar, düşüncelerini genelleştiremezler.

Bilgi teknolojisinin sunduğu imkanları kullanarak öğrenmeyi kolaylaştırıcı öğretim yöntemleri geliştirilmeli, öğrenci çevresinde oluşan olaylar trigonometriye uygun olarak matematikleştirilmeli, uygun, somut ve nitelikli ders araç ve gereçleri kullanılarak kavramların daha iyi anlaşılması sağlanmalı, bilgi transferini oluşturacak öğrenci etkinlikleri ile öğrencilerin iletişim gücü artırılmalıdır.

Milli Eğitim Bakanlığının matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu eğitimciler tarafından iyi incelenmelidir. Buradaki etkinlikler sınıf ortamında muhakkak gerçekleştirilmelidir. Öğretmenlerin matematik programını eğitim öğretim süresinde tamamlama kaygıları bu etkinliklere yeterince zaman ayrılmaması sonucunu ortaya koymuştur. Ölçme ve değerlendirme sonucunda öğrencilerin öğrenmeleri ile ilgili elde edilen bilgileri yine öğrencilerin gelişimleri ile ilgili kullanmak gerekir. Elde edilen bilgiler öğretimin iyileştirilmesi yoluyla öğrenciye doğrudan ya da dolaylı olarak yansıtılır.

Öğrencileri yargılamak yerine onlara faydalı olmak, öğrencilerin öğrenme güçlüklerini aşmalarına yardımcı olunması, kavram yanılgılarının ortaya çıkmasının engellenmesi ve ortaya çıkan yanılgıların giderilmesi gerekmektedir.

KAYNAKLAR

Akkoç, H., 2008. Pre-service mathematics teachers' concept imajes of radian, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 39 (7), 857 – 878.

Altun, M., 2005. Matematik Öğretimi (2005 İlköğretim Matematik Programına Göre), Erkam Matbaacılık, Bursa.

Baki, A., 1998. Matematik Öğretiminde İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi, Atatürk Üniversitesi. 40. Kuruluş Yılı Matematik Sempozyumu, 20-22 Mayıs, Erzurum.

Baki, A., 2006. Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi, Harf Eğitim Yayıncılık, Ankara.

Barnes, J. A., 1999. Creative writing in trigonometry. Mathematics Teacher, 92 (6), 498-503.

Baykul, Y., 2004. İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. sınıflar için. 2.baskı. Pegem Yayıncılık, Ankara.

Blackett, N. And Tall, D., 1991. Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. Fifteenth PME Conference, June 29-July 4, Italy.

Brown, S. A., 2006. The trigonometric connection students' understanding of sine and cosine, PME Conference, 30(1), pages :1-228, Great Britain.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak E.K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel F., 2009. Bilimsel Araştırma Yöntemleri, Pegem Akademi, 4. baskı, Ankara.

Cos Fi, 2006. Mathematical flexibility in the domain of school trigonometry: cofunctions, Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Volume 1, July 16-21, p.1-388, Prague, Czech Republic.

Coştu, B., Çepni, S. ve Yeşilyurt, M., 2002. Kavram yanılgılarının giderilmesinde bilgisayar destekli rehber materyallerinin kullanılması. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, 325-329, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Çalıkoğlu Bali, G., 2002. Matematik öğretiminde dil. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, 218-222, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Çetin, Y., Ersoy, Y. Ve Çakıroğlu, E., 2002. KULE: keşfederek, uygulayarak logaritma öğretimi etkinlikleri. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, 853-859, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

David, P. J. and Hersh, R.,1981. Matematiğin Seyir Defteri (çev: Ender Abadoğlu, 2002 basım). Doruk Yayımcılık, 494 s, İstanbul.

Demetgül, Z., 2001. Trigonometri konusundaki kavram yanılgılarının tespit edilmesi. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Demirel, Ö., 2004. Öğretimde planlama ve değerlendirme öğretme sanatı. 7.baskı. Pegem A yayıncılık, Ankara.

Doğan, A., 2001. Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma. Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Dönmez, A., 2002. Matematiğin öyküsü ve serüveni: Dünya matematik tarihi ansiklopedisi (1.cilt). Toplumsal dönüşüm yayınları, 365-380, İstanbul.

Duru, A., 2006. Bir fonksiyon ve onun türevi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaşılan zorluklar. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Gibbs, W. And Orton, J., 1996. Language and Mathematics. Issues in Teaching Mathematics, Ed: Anthony Orton and Geoffrey Wain. Cassell, London, 101-102.

Göker, L., 1997. Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçilerinin Yeri, 84-105, İstanbul.

Gözen, Ş., 2006. Matematik ve Öğretimi. Sistem Matbaacılık, İstanbul.

Gündüz, Ş., 2006. Computer aided teaching trigonometry using dynamic modelling in high school.

Güveli, H. ve Güveli, E., 2002. Bağıntı, fonksiyonun tanımı, bire-bir fonksiyon ve örten fonksiyon konularında lise-1 düzeyinde kavram yanılgılarının tespiti. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, 1019-1023, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Hacısalihoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A., 2004. Matematikte işbirliğine dayalı yapılandırıcı öğrenme ve öğretme ilköğretim 6-8 matematik öğretimi. 1.baskı. Asil Yayın Dağıtım, Ankara.

Kadıoğlu, E. ve Kamali, M., 2005. Genel Matematik. 4.baskı. Atatürk Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Erzurum.

Kendal, M., ve Stacey, K., 1997. Teaching trigonometry staff.edfac.unimelb.edu.au/~kayecs/publications/1997/KendalStacey-Trig.pdf web adresi (08.10.2006).

Kong, O. K., 2003. A new way to teach trigonometric functions. www.icme-organisers.dk/tsg09/okkikong.doc (13.08.2009).

Larson, R. E. and Hostetler, R. P., 1997. Algebra and Trigonometry. Fourth Edition. Houghton Mifflin Company, Boston.

Mankiewicz, R., 2002. Matematiğin Tarihi (çev Gökçen Ezber). Güncel Yayıncılık, 275 s, İstanbul.

Martinez-Sierra, G.,2005. On the transit from trigonometry to calculus: The case of the Conceptual breaks in the construction of the trigonometric functions in school. 11 th International Congress on Mathematical Education, Mexico.

McCormick, R., 1997. Conceptual and Procedural Knowledge. International Journal of Technology and Design Education 7: 141-159. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2005. Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (9-12. sınıflar), Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı, 2007. Ortaöğretim Matematik 10. sınıf. 2.baskı. Rotamat Basım, İstanbul.

Moore, K., 2009. An investigation into precalculus students' conceptions of angle measure and trigonometric functions. www.allacademic.com/meta/p-mla-apa-research-citetion/3/7/7/9/2/p 377 923-index.html (13.08.2009).

Morris, R. W., 1981. Studies in mathematics education. Unesco, Teaching of basic sciences, Mathematics, Paris.

Oprukçu, F. Ve Gönülateş, E., 2002. Farklılaştırılmış eğitimin trigonometri konusu Üzerine bir uygulaması. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Orhun, N., 2001. Student's Mistakes and Misconceptions on Teaching of Trigonometry. Mathematics Education Into The 21st Century Project Proceedings of the International Conference New Ideas in Mathematics Education, 19-24 August 2001, Australia.

Orton, A., 1996a. The Aims of Teaching Mathematics. Issues in Teaching Mathematics, Ed: Anthony Orton and Geoffrey Wain. Cassell, London, p.11-17.

Orton, A., 1996b. Learning Mathematics: Implications for teaching. Issues in Teaching Mathematics, Ed: Anthony Orton and Geoffrey Wain. Cassell, London, p.43.

Örnek, S., 2007. Trigonometrik kavramların canlandırma yöntemiyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarısına etkisi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., 2008. Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri. 1.baskı, A Pegem Akademi, Ankara.

Pesen, C., 2003. Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi. 1.baskı. Nobel Dağıtım, Ankara.

Skemp, R. R., 1993. The Psychology of Learning Mathematics. Second Edition. Penguin Books, England.

Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z., 2002. Ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramındaki öğrenme hataları ve kavram yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, 1107-1112, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Tan, Ş. ve Erdoğan, A., 2004. Öğretimi Planlama ve Değerlendirme. 6.baskı. Pegem A Yayıncılık, Ankara.

Tarhan, V., 2007. Lise 2. sınıfta oluşturmacı yaklaşımla sunulan trigonometri öğretiminin öğrencilerin tutum ve başarısına etkisi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Vance, E. P., 1962. Modern Algebra and Trigonometry. Yayınlayan: Reading, Mass., Addison-Wesley Pub.co. 374 p.

Webber, R. P.,1985. College Algebra and Trigonometry. Yayınlayan: Monterey, Calif. Brooks/Cole Pub.co., 610 p.

Weber, K., 2005. Students' understanding of trigonometric functions. Mathematics Education Research Journal, vol.17, No:3, 91-12.

Yaşayan, A. ve Hekimoğlu, Ş., 1982. Küresel Trigonometry. Karadeniz Teknik Üniversitesi Yer Bilimleri Fakültesi Yayınları, 143/22, 403 s, Trabzon.

Zembat, İ. Ö., 2008. Kavram yanılgısı nedir?. Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri, Ed: Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., A Pegem Akademi, Ankara, 1-8.

EKLER

EK 1. Erzurum Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

T.C
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.25.01.05
Konu : Teşhis testi Uygulaması.

20519 07.06.06

İL MAKAMINA
ERZURUM

İlimiz Mecidiye Anadolu Lisesi Müdürlüğü'nün 05.06.2006 tarih ve 478 sayılı yazıları ile; Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Orta Öğretim Fen- Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimini sürdürmekte olan Halit GÜNTEKİN'in "Trigonometri Bilgilerini Kullanabilme ve Öğrenci Yanılgıları " konulu teşhis testi uygulanmasını İlimiz Anadolu Liselerinde yapılması teklif edilmekte olup Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınca da uygun görüldüğü takdirde; Olurlarınıza arz ederim.

Fevzi BUDAK
Milli Eğitim Müdürü

O L U R
06/ 0 6/ 2006
Mustafa DALKILIÇ
Vali a.
Vali Yardımcısı

EK 2. Trigonometri bilgilerini kullanabilme ve öğrenci yanılgıları için teşhis testi-1

Adı ve Soyadı		Cinsiyeti	E ( ) K ( )
Okulu		Sınıfı	

Sevgili öğrenciler,
Bu çalışma trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerini ve kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla hazırlanmıştır. Sorulara verdiğiniz cevaplar bilimsel bir araştırmada kaynak olarak kullanılacak olup, sizi değerlendirmek amacıyla kesinlikle kullanılmayacaktır.Soruları dikkatli bir şekilde okuyarak, çözüme ulaşmak için yapacağınız bütün işlemleri boş bırakılan yerlere açıkça yazınız.

İlginiz için teşekkür eder, çalışmalarınızda başarılar dilerim.

Halit GÜNTEKİN
Matematik Öğretmeni

1) $\sin 300^\circ$, $\cos 400^\circ$, $\tan 140^\circ$, $\cot(-150^\circ)$ nin işaretleri sırasıyla hangisidir?

A) -,+,+,- **B)** +,-,+,- **C)** -,-,+,+ **D)** -,+,+,+ **E) -,+,-,+**

2) $\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$ koşulu ile aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\sin x < \sin y$ **B)** $\cos x < \cos y$ **C)** $\tan x > \tan y$ **D)** $\cot x > \cot y$ **E)** $\sin x < \cos y$

3) Aşağıdakilerden hangisi $\sin 40^\circ$ ye eşittir?

A) $\sin 220^\circ$ **B)** $\cos 130^\circ$ **C)** $\cos(-50^\circ)$ **D)** $\sin(-40^\circ)$ **E)** $\sin 50^\circ$

4) a, b, c üçüncü bölgede üç açı olmak üzere,
$\cos a = -0,3$
$\cos b = -0,7$
$\cos c = -0,2$
ise aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) *b<a<c* **B)** *c<a<b* **C)** a<*c*<*b* **D)** c<*b*<*a* **E)** *b*<*c*<*a*

5) $\sin 3x = 3$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir? (k , bir tamsayıdır.)

A) $90^\circ + 2k\pi$ **B)** Ø **C)** $45^\circ + 3\pi$ **D)** $k\pi$ **E)** $\{60^\circ, 90^\circ\}$

6) $0^\circ < x < 90^\circ$ ise $\tan 3x = \sqrt{3}$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?

A) $\{30^\circ\}$ **B)** $\{20^\circ, 80^\circ\}$ **C)** $\{40^\circ, 60^\circ\}$ **D)** $\{45^\circ\}$ **E)** $\{60^\circ, 80^\circ\}$

7) θ değeri bir açının esas ölçüsü olup k bir tamsayıdır. Aşağıdakilerden hangisi birim çemberin her hangi bir çapının her iki ucunu da temsil eder?

A) $\theta + k\pi$ **B)** $\theta + 2k\pi$ **C)** $\theta - 2k\pi$ **D)** $\theta + \frac{k\pi}{2}$ **E)** $\theta - \frac{k\pi}{2}$

8) Aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğrudur?

A) $\frac{\sin(30.x)}{x} = \sin 30$ **B)** $-\sin(-x) = \sin x$

C) $2\sin 5 = \sin 10$ **D)** $\sin 40 - \sin 10 = \sin 30$ **E)** Hepsi doğrudur.

9) $2t - 3\sin x = 1$ olduğuna göre, t parametresinin tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1,1]$ **B)** $\left[-\frac{1}{3},1\right]$ **C)** $[-1,2]$ **D)** $(-1,2)$ **E)** $(-1,1)$

10) Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $\sin 2x = 2\sin x.\cos x$ **B)** $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

C) $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x.\tan y}$ **D)** $\cos x + \cos y = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right).\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$

E) $\cos(-x) = -\cos x$

11) k bir tek sayı olduğuna göre, $\cos\left[\left(k+\frac{1}{2}\right).\pi + (-1)^k.\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right]$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos x$ **B)** $-\cos x$ **C)** $\sin x$ **D)** $-\sin x$ **E)** 1

12) $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\tan x = \frac{5}{12}$ olduğuna göre, $\sin x - \cos x$ kaçtır?

A) $\frac{7}{16}$ **B)** $\frac{7}{15}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{7}{13}$ **E)** $\frac{7}{12}$

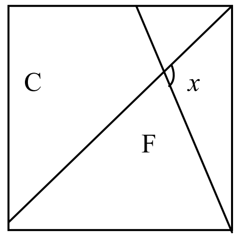
13) $0^\circ \le x \le 360^\circ$ ise $\sin x.\cos x = \cos x$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?

A) $\{90^\circ, 270^\circ\}$ **B)** $\{0^\circ, 180^\circ\}$ **C)** $\{270^\circ\}$ **D)** $\{20^\circ, 80^\circ\}$ **E)** $\{0^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$

14) $\sqrt{\frac{(1-\sin 140^\circ)^2}{1-(\sin 140^\circ)^2}} = ?$

A) 1 **B)** $\sec 140^\circ - \tan 140^\circ$ **C)** 0 **D)** $\sin 140^\circ$ **E)** $\tan 140^\circ - \sec 140^\circ$

15) Şekilde



ABCD kare,
|DE|=3|EC|,
$m(C\hat{F}B) = x$
olduğuna göre,
$\tan x$ kaçtır?

A) $-\frac{5}{3}$ **B)** $-\frac{4}{3}$ **C)** 1 **D)** $-\frac{2}{3}$ **E)** $-\frac{1}{3}$

16) $\dfrac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x + \tan 5x + \tan 9x$ **B)** $\tan 15x$ **C)** 1 **D)** $\tan 5x$ **E)** $\cot 5x$

17) Aşağıdaki önermelerin hangisi doğrudur?

A) $\arcsin(x) = -\sin(x)$ **B)** $\sin^{-1}(x) = \dfrac{1}{\sin(x)}$

C) $\sin^{-1}(x) = [\sin(x)]^{-1}$ **D)** $\arccos(\cos x) = \dfrac{1}{x}$ **E)** $\cos^{-1}(x) = \theta \Rightarrow x = \cos\theta$

18) $f(x) = \tan x$ biçiminde veriliyor. Bu fonksiyonun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1}{\cot x}$ **B)** $\arctan x$ **C)** $\operatorname{arccot} x$ **D)** $\dfrac{1}{\tan x}$ **E)** $\dfrac{\sin x}{\cos x}$

EK 3. Trigonometri bilgilerini kullanabilme ve öğrenci yanılgıları için teşhis testi-2

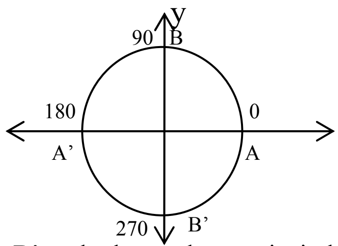
Adı ve Soyadı		Cinsiyeti	E ( ) K ( )
Okulu		Sınıfı	

Sevgili öğrenciler,
Bu çalışma trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerini ve kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla hazırlanmıştır. Sorulara verdiğiniz cevaplar bilimsel bir araştırmada kaynak olarak kullanılacak olup, sizi değerlendirmek amacıyla kesinlikle kullanılmayacaktır.Soruları dikkatli bir şekilde okuyarak, çözüme ulaşmak için yapacağınız bütün işlemleri boş bırakılan yerlere açıkça yazınız.

İlginiz için teşekkür eder, çalışmalarınızda başarılar dilerim.

Halit GÜNTEKİN
Matematik Öğretmeni

1)



A, B, A', B' noktalarına derece cinsinden eşleme yapılmıştır. Sizde bu noktalara;
a. Radyan cinsinden,
b. Grad cinsinden eşlemeler yapınız.

2)

Açının Ölçüsü	7320^o	$\frac{75\pi}{8}$	-970^o
Açının Esas Ölçüsü			

Yukarıdaki tabloda verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

3) $\cos^2\frac{3\pi}{10} + \cos^2\frac{\pi}{5} + \cot\frac{3\pi}{8}\cdot\cot\frac{\pi}{8}$ işleminin sonucunu bulunuz.

4) $\cot 15^\circ - \tan 15^\circ = ?$

5) $y = 1 + \sin x$ fonksiyonunun grafiğini $[0,2\pi]$ aralığında çiziniz.

6) Aşağıdaki ifadelerde istenen değerleri bulunuz.

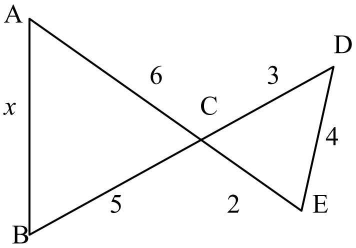
a. $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right) = \alpha$, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

b. $arc\cot x = 135^\circ$ **c.** $\arctan x = 60^\circ$

7) Birim çember üzerinde $\tan 135^\circ$ yi çizerek gösteriniz.

8) Birim çember üzerinde $\sec 300^\circ$ yi çizerek gösteriniz.

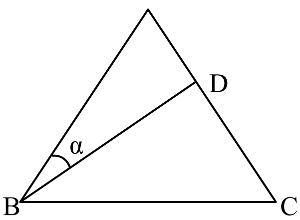
9)



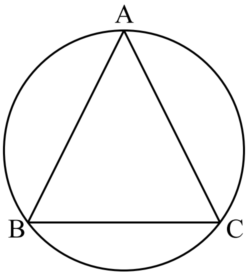
$|AC| = 6$, $|BC| = 5$, $|DE| = 4$, $|DC| = 3$, $|CE| = 2$, $|AB| = x$

Şekilde verilenlere göre x kaçtır?

10) Yandaki şekilde ABC üçgeni eşkenardır. $m(A\hat{B}D) = \alpha$ ve $\frac{|AD|}{|DC|} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?



11) Aşağıdaki şekilde |AB| = 2 cm, |AC| = 3 cm, |BC| = $\sqrt{7}$ cm ise ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?



12) Aşağıdaki fonksiyonların periyodunu bulunuz.

a. $f(x) = \cos 2x$

b. $f(x) = \cos 3x + \sin x$

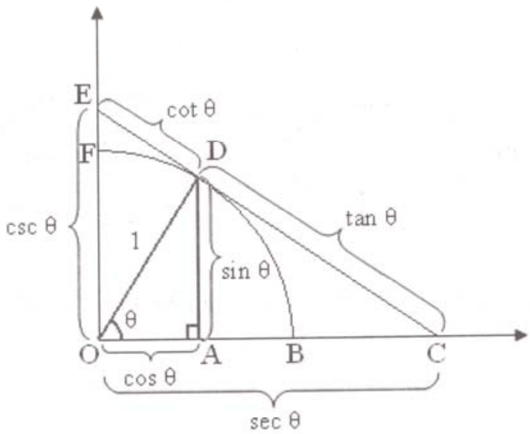
c. $f(x) = \sin^2 x$

EK 4. Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzundan (MEB 2005)

Trigonometri Öğrenme Alanı Etkinlik Örneği

Ders: Matematik
Sınıf: 10
Öğrenme Alanı: Trigonometri
Alt Öğrenme Alanı: Trigonometrik Fonksiyonlar
Beceriler: Akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözme.
Kazanımlar: Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla ifade eder, tanım ve görüntü kümelerini belirler, trigonometrik özdeşlikleri gösterir.
Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını belirtir.
Araç ve Gereçler

ÖĞRENME VE ÖĞRETME SÜRECİ



Şekle göre O noktası, 1 birim yarıçaplı çemberin merkezi, $A\hat{O}D$ dar açısının ölçüsü θ ve çemberin D noktasındaki teğeti $[EC]$ dir. Buna göre,

1. Aşağıdakilerin neden doğru olduğu açıklatılır.

   a. $\sin\theta = |AD|$ c. $\tan\theta = |DC|$ e. $\sec\theta = |OC|$
   b. $\cos\theta = |OA|$ d. $\cot\theta = |DE|$ f. $\csc\theta = |OE|$

2. θ dar açısının $90°$ ye yaklaştıkça aşağıdaki trigonometrik fonksiyonların alacakları değerler yorumlatılır.

   a. $\sin\theta$ c. $\tan\theta$ e. $\sec\theta$
   b. $\cos\theta$ d. $\cot\theta$ f. $\csc\theta$

3. θ dar açısının $0°$ ye yaklaştıkça aşağıdaki trigonometrik fonksiyonların alacakları değerler yorumlatılır.

   a. $\sin\theta$ c. $\tan\theta$ e. $\sec\theta$
   b. $\cos\theta$ d. $\cot\theta$ f. $\csc\theta$

EK 5: MEB (2005), Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu (9-12. sınıflar)

TRİGONOMETRİ	
ALT ÖĞRENME ALANLARI VE KAZANIMLAR	**ALT ÖĞRENME ALANLARI VE KAZANIMLAR**
Yönlü Açılar 1. Yönlü açı ve yönlü yay kavramını açıklar. 2. Birim çemberi belirtir ve denklemini yazar. 3. Açı ölçü birimlerini belirtir ve birbirine çevirir. 4. Açının esas ölçüsünü açıklar. **Trigonometrik Fonksiyonlar** 1.Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla ifade eder, tanım ve görüntü kümelerini belirler, trigonometrik özdeşlikleri gösterir. 2. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını belirtir. 3. Tümler açıların trigonometrik oranları arasındaki ilişkiyi belirtir. 4. Dik üçgen yardımıyla 30^o, 45^o ve 60^o lik açıların trigonometrik oranlarını hesaplar. 5. Trigonometrik fonksiyonları birbirleri cinsinden bulur. 6. $k \in Z$ olmak üzere, $\frac{k\pi}{2} \mp \theta$ sayılarının trigonometrik oranlarını θ sayısının trigonometrik oranı cinsinden yazar.	7.Bir açının trigonometrik oranını trigonometrik değerler tablosunda bulur. **Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri** 1. Periyodu ve periyodik fonksiyonu açıklar, trigonometrik fonksiyonların periyotlarını bulur. 2. Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizer. **Ters Trigonometrik Fonksiyonlar** 1. Ters trigonometrik fonksiyonları açıklar. **Üçgende Trigonometrik Bağıntılar** 1 .Sinüs, kosinüs, teoremlerini belirtir, gösterir ve üçgenin alan formüllerini bulur. **Toplam ve Fark Formülleri** 1. İki sayının toplam ve farkının trigonometrik oranlarını bulur. 2. Yarım açı formüllerini bulur. 3. Dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerini bulur. **Trigonometrik Denklemler** 1. Trigonometrik denklemi ifade eder ve sinx=a, cosx=a, tanx=a, cotx=a biçimindeki denklemlerin çözüm kümesini bulur. 2. acosx + bsinx=c biçimindeki trigonometrik denklemlerin çözüm kümelerini bulur.

Öğrenme Alanı	Bölüm	Alt Öğrenme Alanları	Kazanım Sayıları	Süre\Ders Saati	Oranı(%)
TRİGONOMETRİ	TRİGONOMETRİ	1.Yönlü açılar	4	2	1
		2.Trigonometrik Fonksiyonlar	7	14	11
		3. Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri	2	6	4
		4.Ters Trigonometrik Fonksiyonlar	1	2	1
		5.Üçgende Trigonometrik Bağıntılar	1	6	4
		6.Toplam ve Fark Formülleri	3	8	6
		7.Trigonometrik Denklemler	2	6	4
		Toplam	20	44	31

ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Erzurum ili Horasan ilçesinde doğdu. İlk ve ortaöğrenimini Erzurum'da tamamladı. 1997 yılında Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği bölümünü kazandı ve bu bölümden 2001 yılında mezun oldu. 2001-2007 yılları arasında Erzurum ili ilk ve ortaöğretim okullarında matematik öğretmeni olarak görev yaptı. 2003 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Anabilim Dalında yüksek lisans programına başladı. 2005 yılında yedek subay öğretmen olarak askerlik görevini tamamladı. 2007 yılından itibaren İstanbul ilinde bir ortaöğretim kurumunda matematik öğretmeni olarak çalışmaktadır. Evli ve iki çocuk babasıdır.