

**ÇORUH HAVZASI'NDAKİ AYLİK NEHİR
AKIMLARININ STOKASTİK MODELLEMESİ**

Hilal ERDEM

**Y. Lisans Tezi
İnşaat Anabilim Dalı
Yrd. Doç Dr. İbrahim CAN
2010
Her hakkı saklıdır**

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Y. LİSANS TEZİ

**ÇORUH HAVZASI'NDAKİ AYLIK NEHİR AKIMLARININ
STOKASTİK MODELLEMESİ**

Hilal ERDEM


İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI


ERZURUM


2010

Her hakkı saklıdır

Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN danışmanlığında Hilal ERDEM tarafından hazırlanan bu çalışma 29/01/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : ...Doç. Dr. Resat ACAR imza : 

Üye : Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN imza : 

Üye : Yrd. Doç. Dr. Vahidettin Tosunsoy imza : 

Üye : imza :

Üye : imza :

Yukarıdaki sonucu onaylım

Prof. Dr. Ömer AKBULUT

Enstitü Müdürü

ÖZET

Y. Lisans Tezi

ÇORUH HAVZASI'NDAKİ AYLIK NEHİR AKIMLARININ STOKASTİK MODELLEMESİ

Hilal ERDEM

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN

Bu çalışmada, Çoruh Havzası'nda bulunan 2304, 2305, 2315, 2316, 2320, 2321, 2322, 2323 ve 2325 nolu 9 adet akım gözlem istasyonunda ölçülen aylık nehir akımlarının stokastik modelleri otoregresif-hareketli ortalama (ARMA) yöntemi ile elde edilmiştir. Modellerin elde edilmesinde, Elektrik İşleri Etüt İdaresi (EİE) Akım Gözlem Yıllıklarındaki veriler kullanılmıştır. Çalışma kapsamında aylık akımların otoregresif-hareketli ortalama (ARMA) modellerinin metodolojisi ayrıntılı bir şekilde verilerek belirtilen modellerle modellemeleri gerçekleştirilmiştir.

Yapılan analizler sonucu 2304 nolu istasyon için ARMA(1,0), diğer 8 istasyon için ARMA(1,2) modeli en uygun model olarak seçilmiştir. Optimum modelin seçimi sırasında parametrelerin istatistiki olarak anlamlılığına dikkat edilerek Akaike Bilgi Kriteri (AIC) testi uygulanmıştır. Seçilen modellere Port Monteau testi uygulanarak artık serilerin içsel bağımlılığının olmadığı gösterilmiştir. Elde edilen modeller kullanılarak tarihi seriler ile aynı uzunlukta 100 adet sentetik seri türetilmiştir. Türetilen sentetik serilerin tarihi akım serilerine ait istatistiksel karakteristikleri (aylık ortalama, aylık standart sapma, korelogram) %95 güven sınırları dahilinde muhafaza ettiği gösterilmiştir. Bu nedenle, elde edilen modellerden Çoruh Havzası'ndaki su kaynakları sistemlerinin planlanması ve işletilmesi çalışmalarında yararlanılabilecektir.

2010, 107 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Çoruh Havzası, aylık akımlar, otoregresif model, otoregresif-hareketli ortalama modeli, Stokastik Model

ABSTRACT

MS Thesis

STOCHASTIC MODELING OF MONTHLY STREAMFLOWS IN ÇORUH BASIN

Hilal ERDEM

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Civil Engineering

Supervisor : Asst. Prof. Dr. İbrahim CAN

In this study, stochastic models were obtained by applying autoregressive-moving average (ARMA) using monthly streamflow observations named 2304, 2305, 2315, 2316, 2320, 2321, 2322, 2323 and 2325 numbers at 9 stations located in Çoruh Basin. Studies were carried out by using data from the water yearbooks published by EİE. The modeling procedure for monthly streamflows with autoregressive-moving average (ARMA) models were given in detail and indicated models are constructed.

Analysis at 2304 gauging station, showed that ARMA(1,0) model is the most appropriate model among the competing models and at other 8 gauging stations showed that ARMA(1,2) model is the most appropriate model among the competing models. While selecting the most efficient model statistically confidence intervals of the parameters considered that the Akaike Information Criterion (AIC) test was applied. Port Manteau and autocorrelation tests showed that residuals are white noise series. By using these models, 100 synthetic streamflow series were generated each being same long as historic time series. Generated synthetic series; historic time series were found to have the same statistical parameters (monthly mean, monthly standard deviation, autocorrelation) as the generated time series within 95% confidence intervals.

2010, 107 Pages

Keywords: Çoruh Basin, monthly streamflows, autoregressive model, autoregressive-moving average model, stochastic model

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum bu alıŐma süresince her türlü yardım ve desteğini esirgemeyen tez danıŐmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. İbrahim CAN'a içtenlikle teşekkür ederim.

107Y162 numaralı ve oruh Havzası'ndaki Nehir Akımlarının Stokastik Modellenmesi, Basit Bir hidroklimatolojik Analiz isimli projede çalıŐmama imkan sağlayan TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman ve her konuda bana destek olan aileme Őükranlarımı sunarım.

Hilal ERDEM

Ocak 2010

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	7
3.1 Stokastik Proses ve Zaman Serileri.....	7
3.1.1 Zaman serisi modelleri.....	8
3.1.2 Zaman serisi modellemesi.....	9
3.1.3 Hidrolojide zaman serisi modellemesinin fiziksel temelleri.....	9
3.2 Otoregresif Modelleme.....	11
3.2.1 Sabit parametrelili AR modellerinin matematiksel formülasyonu.....	12
3.2.2 Sabit parametrelili AR modellerinin özellikleri.....	13
3.2.3 Sabit parametrelili periyodik AR modelleri.....	14
3.2.4 Sabit parametrelili periyodik AR modellerinin metodolojisi.....	16
3.2.4.a Ön analiz.....	16
3.2.4.b Parametre tahmini.....	22
3.2.4.c Model parametrelerinin güvenilirliği.....	24
3.2.4.d Seçilen modelin uygunluk testi.....	25
3.2.4.e Modele ait ilave testler.....	26
3.3 Otoregresif-Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri.....	30
3.3.1 ARMA modellerinin matematiksel formülasyonu.....	31
3.3.2 ARMA modellerinin özellikleri.....	32
3.3.2.a MA(q) modellerinin özellikleri.....	32
3.3.2.b MA(1) modelinin elemanter özellikleri.....	33
3.3.2.c Parametrelerin sağlanması gereken şartlar.....	34
3.3.2.d MA prosesinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu.....	35
3.3.3 ARMA(p,q) modellerinin genel özellikleri.....	35
3.3.3.a Parametrelerin sağlanması gereken şartlar.....	37
3.3.3.b ARMA(1,1) modelinin elemanter özellikleri.....	37
3.3.4 Sabit parametrelili periyodik zaman serilerinin ARMA modellerinin metodolojisi.....	40
3.3.4.a Ön analiz.....	41
3.3.4.b Parametre tahmini.....	42
3.3.4.c Model parametrelerinin güvenilirliği.....	44
3.3.4.d Seçilen modelin uygunluk testi.....	45
3.3.4.e Modele ait ilave testler.....	45
4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	48
4.1 Aylık Akımların Sabit Katsayılı Periyodik ARMA Modellemesi.....	51
4.1.1 Ön analiz.....	51
4.1.2 Parametre tahmini.....	57

4.1.3 Model parametrelerinin güvenilirliği.....	59
4.1.4 Modele ait ilave testler.....	60
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	104
KAYNAKLAR.....	106
ÖZGEÇMİŞ.....	108

SİMGELER DİZİNİ

C_s	Kurtosis değeri
ϵ_t, ξ_t	Stokastik bileşen ya da bağımsız seri
γ	Çarpıklık katsayısı
θ	Hareketli ortalama katsayısı
$\phi_k(k)$	Kısmi otokorelasyon fonksiyonu
ϕ	Otoregresif katsayı
α	Önem derecesi
N	Örnek sayısı
p	AR sürecinin derecesi
q	MA sürecinin derecesi
$r_k, r_k(x), r_{k,\tau}$	Örnek otokorelasyon fonksiyonu
$\rho_k, \rho_k(x), \rho_{k,\tau}$	Popülasyon otokorelasyon fonksiyonu
σ, s	Standart sapma
X, x	Tarihi (orijinal) data
X_t	Çok değişkenli seri
\bar{x}, \bar{y}	Ortalama
$\text{Var}_x, \sigma_x^2, s^2$	Varyans
Y, y	Normal dağılıma uyan data
Z, z	Standardize olmuş data

Kısaltmalar

AIC	Akaike Bilgi Kriteri
ANN	Artificial Neural Network
AR	Otoregresif Model
ARMA	Otoregresif-Hareketli Ortalama Model
YSA	Yapay Sinir Ağları

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 Yağış-Akım Prosesinin Kuramsal Gösterimi.....	11
Şekil 4.1 Çoruh Havzası ve Çalışmada Kullanılacak Akım Gözlem İstasyonları.....	50
Şekil 4.2 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	52
Şekil 4.3 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	54
Şekil 4.4 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	56
Şekil 4.5 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu	57
Şekil 4.6 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,0) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	60
Şekil 4.7 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	61
Şekil 4.8 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	62
Şekil 4.9 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	62
Şekil 4.10 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	63
Şekil 4.11 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	63
Şekil 4.12 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	64

Şekil 4.13 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	64
Şekil 4.14 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	66
Şekil 4.15 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	66
Şekil 4.16 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	67
Şekil 4.17 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	67
Şekil 4.18 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	68
Şekil 4.19 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	68
Şekil 4.20 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	69
Şekil 4.21 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	69
Şekil 4.22 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	71
Şekil 4.23 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	71
Şekil 4.24 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	72

Şekil 4.25 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	72
Şekil 4.26 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	73
Şekil 4.27 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	73
Şekil 4.28 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	74
Şekil 4.29 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	74
Şekil 4.30 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	76
Şekil 4.31 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	76
Şekil 4.32 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	77
Şekil 4.33 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	77
Şekil 4.34 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	78
Şekil 4.35 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	78
Şekil 4.36 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	79
Şekil 4.37 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	79

Şekil 4.38 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	81
Şekil 4.39 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	81
Şekil 4.40 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	82
Şekil 4.41 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	82
Şekil 4.42 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	83
Şekil 4.43 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	83
Şekil 4.44 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	84
Şekil 4.45 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	84
Şekil 4.46 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	86
Şekil 4.47 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	86
Şekil 4.48 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	87
Şekil 4.49 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	87

Şekil 4.50 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	88
Şekil 4.51 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	88
Şekil 4.52 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	89
Şekil 4.53 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	89
Şekil 4.54 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	91
Şekil 4.55 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	91
Şekil 4.56 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	92
Şekil 4.57 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	92
Şekil 4.58 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	93
Şekil 4.59 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	93
Şekil 4.60 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	94
Şekil 4.61 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	94
Şekil 4.62 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	96

Şekil 4.63 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	96
Şekil 4.64 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	97
Şekil 4.65 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	97
Şekil 4.66 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler.....	98
Şekil 4.67 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler.....	98
Şekil 4.68 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı.....	99
Şekil 4.69 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu.....	99
Şekil 4.70 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Periyodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı.....	101
Şekil 4.71 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları.....	101
Şekil 4.72 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları.....	102
Şekil 4.73 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları.....	102

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1 Akım Gözlem İstasyonlarına Ait Özet Bilgi.....	51
Çizelge 4.2 Aylık akımlara Ait Özet İstatistik Parametreler.....	51
Çizelge 4.3 2304 Nolu İstasyonun $y_{v,\tau}$ Serisine Ait Periyodik Ortalamalar (μ_τ) ve Periyodik Standart Sapmalar (σ_τ).....	53
Çizelge 4.4 2304 Nolu İstasyonun $z_{v,\tau}$ Serisine Ait Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları.....	54
Çizelge 4.5 z_t Serisinin Otokorelasyon Değerleri.....	55
Çizelge 4.6 z_t Serisinin Kısmi Otokorelasyon Değerleri.....	56
Çizelge 4.7 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ Katsayıları.....	58
Çizelge 4.8 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama debiler için potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	59
Çizelge 4.9 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	65
Çizelge 4.10 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	65
Çizelge 4.11 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	70
Çizelge 4.12 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	70
Çizelge 4.13 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	75
Çizelge 4.14 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	75
Çizelge 4.15 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	80
Çizelge 4.16 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	80

Çizelge 4.17 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	85
Çizelge 4.18 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	85
Çizelge 4.19 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	90
Çizelge 4.20 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	90
Çizelge 4.21 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	95
Çizelge 4.22 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	95
Çizelge 4.23 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Orta Debilerin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları.....	100
Çizelge 4.24 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları.....	100
Çizelge 4.25 Çoruh Havzası'ndaki AGİ'lerinin Aylık Akımları İçin Muhtemel ARMA Modelleri.....	103
Çizelge 4.26 Aylık Akımlara Ait Tek Değişkenli ARMA Modelleri İle Türetilen Sentetik Serilerin Çarpıklık Katsayılarının %95 Güven Aralıkları.....	103

1.GİRİŞ

Bazı hidrolojik olaylar çok karmaşıktır ve ancak olasılık açısından araştırılıp incelenirler. Hidrolojik olayların doğada kesinliği yoktur ve hidrolojik olaylar rastgele olayların temelinde yattığı yöntemlerin sonucudur. Bu araştırma yöntemlerinde kullanılacak ön bilgiler hidrolojik gözlem kayıtlarında mevcuttur. İşte hidrolojide istatistiksel analizlerin amacı; gözlemsel verilerin miktarını azaltmak ve yorumlamak, incelenen olayın temelinde yatan karakteristikleri belirlemek ve gelecekte oluşabilecek davranışları hakkında tahmin yürütmektir.

Mühendislik açısından, su yapılarının gelecekte oluşabilecek olan hidrolojik olaylara göre tasarlanması gerekmektedir. Bu yüzden mühendis, akım veya herhangi diğer bir hidrolojik olay için kritik değeri ve bunların meydana gelme olasılığını araştırmak zorundadır. Su yapıları projelerinin ekonomik ve sosyal gelişimi açısından bu olasılıklar son derecede önemlidir.

Su yapılarının boyutlarının belirlenmesinde ve işletilmesinde yaşanan karar verme problemleri sentez ve simulasyon gibi matematiksel yaklaşımlara ihtiyaç doğurmuştur. Simulasyon, bir su kaynağı sisteminin belli bir periyod boyunca davranışının matematiksel tarzda ifadesi olarak tanımlanabilir. Örnek olarak, simulasyon yağışa bağlı olarak günlük, aylık ya da mevsimlik akımların hesabı; bilinen ya da varsayılan bir hidrografın debisinin belirlenmesi; ya da bir akım kaydındaki eksik verilerin tamamlanması işlerinde kullanılabilir (Viessman 1989).

Akım serilerinin içsel bağımlılığını ifade eden bir model ile incelenmesi özellikle biriktirme haznelerinin hacimlerinin hesabı açısından önem taşımaktadır. Özellikle büyük barajların arkasındaki haznelerin hacimlerinin güvenilir bir şekilde belirlenebilmesi için elde yeterli uzunlukta akış kayıtlarının bulunması gerekmektedir. Bu kayıtlar akarsuda hazne hacmini en kritik şekilde etkileyebilecek akış dizilerini ortaya çıkarabilecek kadar uzun olmalıdırlar. Uzun süreli dengelemeler için kullanılan

büyük haznelerin hesabında eldeki gözlem serileri birçok hallerde yeterli olmamaktadır. Bu gibi durumlarda hazne hacmi hesabında gözlenmiş serilerle yetinilemeyeceği için 'sentetik' akış serileri elde edilmesi yoluna gidilmiştir (Bayazıt 1973).

Pek çok tipteki su projelerinin analizinde ve işletilmesinde, ilgilenilen akarsudaki akım miktarıyla ilgili bilgilere ihtiyaç duyulur. Çoğu akarsularda, sürekli olarak ölçüm yapılmasına rağmen, araştırmacılar zaman zaman eldeki kayıtların az ya da kullanılmaz olması durumuyla karşılaşmaktadırlar. Bu durumda, araştırmacılar sentez ve simulasyon metotları ile, analizlerde kullanmak üzere sentetik akım serileri üretmektedirler. Stokastik modeller genellikle sentetik serilerin üretilmesi (generation) ve geleceğe yönelik tahmin (forecasting) amacıyla kullanılırlar. Akım sentezi, günlük, aylık, sezonluk ya da yıllık akımların sentetik olarak üretilmesi anlamına gelmektedir. Nehir akımlarının sentezi, rezervuar dizaynında ve işletilmesinde yaygın olarak uygulanmaktadır. Bununla beraber, aynı teknik, çeşitli simulasyon modellerine girdi (input) sağlamak amacıyla yağış serilerinin sentetik olarak üretilmesinde de kullanılabilir. Sentetik akım serileri, hidrolojistlere, gelecekteki muhtemel varyasyonları izleme ve pek çok alternatifi değerlendirerek üstlenilen riski azaltma imkanı vermektedir. Üretilen serilerin tarihi seriye ait istatistiksel karakteristikleri muhafaza etmesi gerekmektedir. Bu karakteristikler genellikle ortalama, standart sapma ve serinin otokorelasyon yapısıdır (Karabörk 1997).

Bu çalışmada, nehir akımlarının modellenmesinde yaygın olarak kullanılan otoregresif-hareketli ortalama (ARMA) modeli ele alınarak modelin kurulma aşamaları verilmiştir. Metodolojik yaklaşımlar için Applied Modelling of Hydrologic Time Series (Salas *et al.* 1980) ve Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems (Hipel *et al.* 1994) kaynakları referans alınmıştır. Bu çalışmada yapılan istatistiksel ve matematiksel hesaplar Matlab programı ile yapılmıştır.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Yevjevich (1964) Dünya'nın değişik yerlerinden ve kuzey Amerika'dan derlemiş olduğu yüzden fazla yıllık nehir akımlarını autoregressive (AR) modeliyle modellemiştir. Önemli sayılabacak miktarda yer altı suyunun katkısı olduğu yerlerde, yıllık nehir akımları için değişik modeller arasından birinci veya ikinci mertebeden AR modellerinin en iyi uyumu gösterdiğini belirlemiştir.

Quimpo (1967) Kuzey Amerika'dan 17 adet nehrin günlük akımlarını AR modelini kullanarak modellemiştir. Araştırmacı günlük akımlardaki periyodikliği giderdikten sonra elde ettiği serilere ikinci dereceden AR modelinin uygun olduğunu göstermiştir.

Bayazıt (1973) Yıllık ortalama akış serilerinin zaman içindeki bağımlılığını ifade eden stokastik karakterlerini korelasyon, spektral ve runs analizleriyle çalışmış, korelasyon analizinin hesap kolaylığı bakımından üstün tutulması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca Markov zinciri modelinin bazı akarsularda kuvvetli olan uzun süreli bağımlılıklarını benzeştirmekte yeterli olmadığını göstermiştir.

Salas and Smith (1981) ARMA modelleriyle yıllık nehir akımı zaman serilerini ifade etmiş, bu zaman serilerinin seçiminde Thomas ve Fiering kavramsal havza modelinden yararlanmışlardır. Bu çalışma sonunda ARMA modelinin seçimi yağış sürecinin tipine bağlı olduğunu anlamışlardır.

Noakes *et al.* (1985) Kuzey ve Güney Amerika'daki 30 nehirden alınan ortalama aylık akım değerlerini kullanarak mevsimsel autoregressive integrated moving average (ARIMA), mevsimsel olmayan ARMA ve PAR modelleri ile modelleyerek sonuçları kıyaslamış, PAR modellerinin belli başlı tiplerinin kullanılmasını tavsiye etmişlerdir.

Mujumdor and Kumar (1990) Güney Hindistan'ın 3 ayrı nehri üzerinde bulunan akım gözlem istasyonundan alınan aylık ve on günlük akımlar için AR ve ARMA modelleri uygulamış ve AR(1) modelinin bütün durumlar için tavsiye edilebileceğini göstermişlerdir.

McLeod (1993) Mevsimsel nehir akımı tahmininde ARMA ve mevsimsel ARMA modellerinin uygunluğunu araştırmıştır.

Guang-Te and Singh (1994) Çin'deki sarı nehir üzerinde bulunan 3 adet akım gözlem istasyonundan elde ettikleri aylık nehir akımlarına Yule-Walker denklemlerini ve AR modelini uygulamışlar ve AR modeliyle elde edilen sonuçların tarihi akım serileriyle daha çok benzerlik gösterdiğini belirtmişlerdir.

Merzi ve Usul (1995) Çoruh Havzası'ndaki 2323 numaralı akım gözlem istasyonundan alınan aylık akım değerlerini ARMA metodu ile modellemiş, muhtemel modeller arasında en iyi modeli AIC (Akaike Information Criterion) kriterine göre belirlemişlerdir.

Raman and Sunilkumar (1995) Hindistan'ın Mangalam ve Pothundy haznelerinden elde edilen aylık akım verileri ile yapay sinir ağı modeli ve çok değişkenli AR modellerini kurmuşlar ve yapay sinir ağı metoduyla elde edilen sonuçların AR modeliyle elde edilenler ile yakın olduğunu ifade etmişlerdir.

Karabörk (1997) Seyhan Havzası Göksu Nehri üzerindeki yıllık ve aylık nehir akımlarını AR, PAR, ARMA ve PARMA metotlarıyla modellemiş, uygun model seçimini AIC kriterine göre belirlemiştir.

Sharma *et al.* (1997) Utah eyaletinin Beaver nehrindeki aylık akımlara Kernel yaklaşımını uygulamıştır.

Karabörk ve Kahya (1998) Sakarya Havzası'ndaki 12 adet akım gözlem istasyonundan elde edilen aylık akım değerlerini çok değişkenli PAR ve PARMA metotlarıyla modellemişlerdir. Modelleme işlemine çok değişkenli ARMA metotlarıyla devam edip, ARMA(1,1) modelinin tarihi serilerin hem ayrı ayrı istatistiksel momentlerini hem de istasyonlar arası çapraz korelasyon yapısını muhafaza ettiğini görünce Sakarya Havzası için geçerli bir model olduğuna karar vermişlerdir.

Kothyari and Singh (1999) Hindistan'ın Narmada nehrine ait günlük yağış ve akış değerlerini kullanarak, lineer olmayan model ile belli yıllardaki muson taşkın olayları boyunca günlük yağışların akıma dönüştürülmesi işlemini yapmışlar ve modelin hem kalibrasyon hem de doğrulama periyotlarında çok iyi sonuçlar verdiğini görmüşlerdir.

Porporato and Ridolfi (2001) İtalya'daki Dora Baltea nehrinde gözlemlenen günlük ortalama akım değerlerini kullanarak lineer olmayan metodun (Nonlinear Prediction = NLP) günlük nehir akımlarının tahmininde kullanılabilirliğini araştırmışlardır. Çok değişkenli formdaki NLP modeli ile nehir akımları tahmini için güven verici sonuçlar ortaya koymuşlardır. Farklı taşkın olayları için gözlenen değerlerle bu metotla tahmin edilen değerler arasında çok iyi bir uyum gözlendiğini ifade etmişlerdir.

Yürekli vd (2005) Kelkit çayına ait 5 ayrı ölçüm istasyonundan alınan aylık akımların modellemesini Box-Jenkins ve ARIMA modelleri ile yapmışlardır. Seçilen modellerin kısmı otokorelasyon (PACF) ve otokorelasyon (ACF) değerlerine göre tanımlayıcı kontrolleri yapılmış ve bu tanımlayıcı kontrollerden sonra minimum Schwarz Bayesian kriterine (SBC) sahip olan model en uygun model olarak belirlenmiştir. Sonuçlar göstermiştir ki üretilen yeni veriler gözlenen verilerin ana istatistiksel özelliklerini korumaktadır. Bu da ARIMA modellemesinden seçilen en iyi modelin akımların tahmininde, küçük su projelerinin tasarımında, su tesislerinin tasarımında, sulama sistemlerinde, uzun süreli kuraklık etkilerinin belirlenmesinde kullanılabileceği sonucunu ortaya çıkarmışlardır.

Baran ve Bacanlı (2006) Ceyhan Havzası'ndaki 2 adet akım gözlem istasyonunda ölçülen yıllık ortalama akım değerlerini AR ve ARMA metotları ile modellemiş, uygun model seçimini AIC kriterine göre belirlemişlerdir.

Can (2006) Yukarı Fırat havzasındaki Karasu'nun aylık akımlarının stokastik modelini YSA ile elde etmiş ve modelin tarihi serinin istatistikî karakteristiklerini koruduğunu göstermiştir.

Mondal and Wasimi (2006) Ganj nehrinin aylık akımlarını periyodik AR modeli ile modelleyerek sentetik akım serileri üretmişlerdir. Araştırmacılar periyodik AR modelinin performansının ARMA modellerinden daha iyi olduğunu belirlemişlerdir.

Keskin ve Taylan (2007) Orta Akdeniz Havzası'ndaki 3 ayrı akım gözlem istasyonuna ait aylık akım verilerinden yararlanarak AR metodu ve yapay sinir ağı (YSA) metodu ile matematiksel model kurmuşlardır. Araştırmacılar, her iki modele ait sonuçları ölçülmüş değerlerle karşılaştırdıklarında, AR modellerinin daha uygun sonuçlar verdiğini belirlemişlerdir.

Şarlak ve Şorman (2007) Gamma dağılımı için geliştirilen AR modellerini Kızılırmak Havzası'nda yer alan iki akım gözlem istasyonundan aldıkları aylık akım verilerine uygulamışlardır. Gamma hata terimli AR modelinden elde edilen sonuçların AR modelinden elde edilen sonuçlardan daha iyi olduğunu tespit etmişlerdir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Stokastik Proses ve Zaman Serileri

X ile ifade edilen bir değişkeni göz önüne alalım. Eğer X değişkeninin gelecekte alacağı değeri kesin olarak önceden bilmek mümkün ise bu deterministik bir değişkendir. Başka bir değişle, oluşturulan bir modelde tam ve kesin hesaplamalar mümkün oluyorsa bu model deterministiktir. Öte yandan X değişkeninin değerini önceden bilmek mümkün olmuyorsa, X rastgele bir değişkendir. Bununla beraber X değişkeninin alacağı değeri belli bir güven aralığının içinde hesaplamaya yönelik olarak bir model oluşturmak mümkündür. Bu tür modeller olasılık modelleri ya da stokastik proses olarak adlandırılır (Box and Jenkins 1970). Bu ikinci durumda X değişkeninin alacağı değer olasılık yaklaşımlarıyla açıklanabilir ya da başka bir değişle X'in değerini olasılık kuralları tayin eder. Şimdi X değişkenine ait X_1, X_2, \dots değerlerinin sırayla gözlemlendiğini ve indislerin zaman aralığını ifade ettiğini düşünelim. Böyle ardışık değerler seri olarak adlandırılır. Eğer indisler zamanı gösteriyorsa söz konusu seriye, zaman serisi adı verilir. Bu çalışmada seri terimi zaman serisi manasında kullanılacaktır. X'in deterministik bir değişken olduğu durumlarda X_1, X_2, \dots değerleri deterministik bir seri olur. Ayrıca deterministik oluşu mekanizması ya da kanunlarıyla ilişkili $\{X_t\}$ değişken seti de deterministik proses olarak adlandırılır. Benzer şekilde X'in rastgele değişken olduğu durumlarda X_1, X_2, \dots değerleri olasılık serisi ya da genel olarak stokastik seri adını alır. İlave olarak, kendi olasılık dağılımına bağlı olarak şekillenen $\{X_t\}$ değişken seti de olasılık prosesi ya da genel olarak stokastik proses adını alır.

Hidrolojik çalışmalara konu olan seriler genellikle yıllık, mevsimlik, aylık ve haftalık olurlar. Bu serilerden yıllık seriler hariç diğerlerine aynı zamanda periyodik seri de denilir. Çünkü bir yıldan küçük zaman dilimleriyle çalışılması durumunda tutulan hidrolojik kayıtlar mevsimlik değişimlerden etkilenir. Her mevsimde hidrolojik olayın istatistiksel karakteristikleri değişir ve bu durum her sene tekrarlanır. Bunun sonucunda periyodiklik ortaya çıkar. Periyodik bir serinin grafiğinin çizilmesi durumunda yıl içi

salınımlar net olarak izlenebilir. Yıllık serilerde ise yukarıda bahsedilen manada bir periyodiklik olmamakla birlikte geçici trendler ve salınımlar olabilir. Bu durum çalışmamızın kapsamı dışında tutulmuştur.

3.1.1. Zaman serisi modelleri

Stokastik prosesi temsil eden matematiksel modellere stokastik model ya da zaman serisi modeli adı verilir. Bu modeller kesin bir matematiksel forma ve parametre setlerine sahiptir. Örnek olarak, eğer X_t ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan normal dağılmış bir değişken ise zaman serisi modeli aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$X_t = \mu + \sigma \varepsilon_t \quad , \quad t = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

Yukarıda ε_t ortalaması sıfır ve varyansı bir olan normal dağılmış bir değişkendir ve $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ terimleri birbirinden bağımsızdır. Modelin parametreleri μ ve σ olup bu parametreler sabit olduğu için model kararlıdır. Kararlılık deyimi, istatistiksel özelliklerin zamanla değişmemesi anlamına gelmektedir. X_t değişkeni sadece bağımsız ε_t değişkeninin bir fonksiyonu olduğu için modelin yapısı basittir ve böylece X_t de bağımsız bir değişkendir.

Bağımlı yapıda bir zaman serisi modeli ise aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$\varepsilon_t = \phi \varepsilon_{t-1} + \xi_t \quad (3.2)$$

ξ_t , ortalaması sıfır ve varyansı $(1-\phi^2)$ olan bağımsız bir seridir. ϕ modelin parametresidir. ε_t, ξ_t 'nin fonksiyonu olması yanı sıra ε_{t-1} 'in fonksiyonu olduğu için bağımlı bir seridir. Denklem (3.1) deki ε_t , denklem (3.2) deki ε_t ile ifade edilirse X_t bağımlı bir model olur. Bu durumda X_t modelinin parametreleri μ, σ ve ϕ 'dir.

3.1.2. Zaman serisi modellemesi

N adet elemandan oluşan X_1, X_2, \dots, X_N zaman serisine sahip olduğumuzu düşünelim. Bu seriyi temsil eden bir matematiksel model kurmak isteyelim. İşte böyle bir modeli kurmak için başvurulan tekniklere ve işlemlere zaman serisi modellemesi adı verilir.

Zaman seri modellemesi mevcut serinin karakteristiklerine bağlı olarak basit ya da kompleks olabilen bir işlemdir. Örnek olarak istatistiksel karakteristikleri zamanla değişmeyen yani kararlı bir serinin modellenmesi, istatistiksel karakteristikleri zamanla değişen yani kararsız serilerin modellenmesine nazaran daha kolaydır. Zaman serilerini temsil etmekte kullanılan çeşitli tiplerde modeller mevcuttur (otoregresif modeller, Markov modelleri, hareketli ortalama modelleri vs.). Belirli tipteki bir model içinde parametre tahmininde kullanılan çeşitli metotlar bulunmaktadır. Bunların seçimi araştırmacının teorik bilgisine ve pratik tecrübesine bağlıdır.

Genel olarak, zaman serisi modellemesi aşağıdaki aşamalardan oluşur (Box and Jenkins 1970):

1. Model tipinin seçimi
2. Modelin derecesinin tanımlanması
3. Model parametrelerinin tahmini
4. Modelin güvenilirliğinin kontrolü

Zaman serisi modellemesi genel olarak, yukarıdaki aşamalar arasında karşılıklı etkileşim olan ve zaman zaman geriye dönüşü gerektiren bir işlemdir.

3.1.3. Hidrolojide zaman serisi modellemesinin fiziksel temelleri

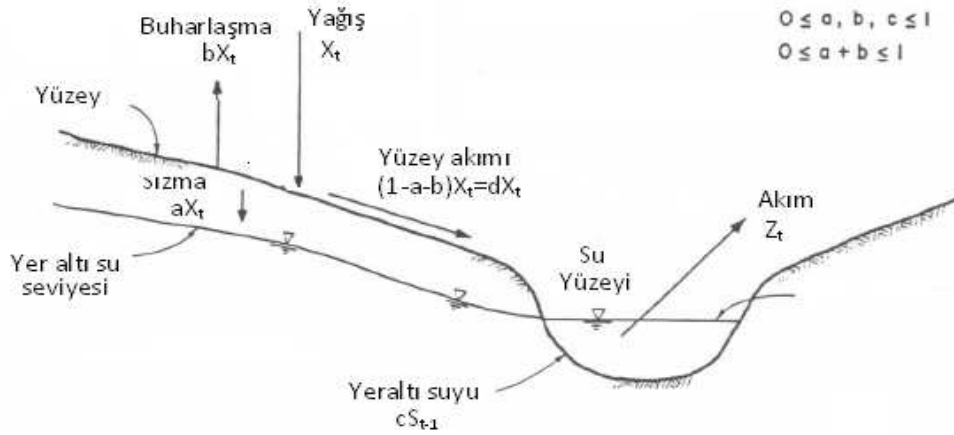
Gerçek ve tahmin edilen modeller ile bu modellerin parametreleri arasında farklılıklar her zaman bulunmaktadır. Bu farklar modellemenin belirsizliğini ifade etmektedir. Bu

belirsizliği azaltmanın yollarından biri de sistemin fiziksel gerçeklerini temsil edebilen bir model seçmektir. Bazen eldeki hidrolojik serinin karşılığı olan stokastik modelin matematiksel ifadesinin ne olacağı hususunda olayın fiziksel temellerini kullanmak yararlı olabilir.

Deterministik ve stokastik proseslerin taraftarları arasında nehir akımlarının modellenmesi hususunda çeşitli tartışmalar ve eleştiriler ortaya çıkmıştır. Bununla beraber 1960'lı yıllarda Yevjevich, Thomas ve Fiering gibi araştırmacılar en azından otoregresif modeller için stokastik modellemenin fiziksel temellerini oluşturmayı denemişlerdir. 1972'li yıllarda ise deterministik ve stokastik yaklaşımlar arasında bir bağ ve ortaklık gözlemlenmeye başlanmıştır. Diğer yandan, deterministik yaklaşım yağışı rastgele bir değişken olarak ele alıp, bu rastgele olayı kendi deterministik çatısını koruyarak nehir akımına dönüştürürken; stokastik modellerin fiziksel izahı sadece operasyonel amaçla değil, aynı zamanda stokastik hidrolojinin tartışmaya açık bölümlerine bir açıklama getirmek amacıyla da ilgili olmuştur.

Fiziksel ve istatistiksel analizlerin arasındaki ilişkiye bir örnek olarak, nehir akımının zamana bağlı azalmasının $Q_t = Q_0 \exp(-Kt)$ şeklinde basit bir eksponansiyel fonksiyonla ifade edildiği durumu göz önüne alalım. Burada, Q_0 yılın başındaki akım miktarını, K ise azalma sabitini göstermektedir. Zaman bağımlılığı olan yıllık yüzey akımının ise birinci dereceden otoregresif AR(1) modeli ile yani $Y_i - \bar{Y} = \phi(Y_{i-1} - \bar{Y}) + \epsilon_i$ şeklinde ifade edildiğini dşunelim. Burada da \bar{Y} , Y_i değerlerinin ortalamasını, ϕ otoregresyon katsayısını, ϵ_i ise zamandan bağımsız stokastik bileşeni göstermektedir. Bu kabullerden hareketle azalma katsayısı K ile otoregresif parametrenin $\phi = \exp(-K)$ şeklinde ilişkili olduğu gösterilebilir. Bununla beraber, AR(1) modelinin gerçek durumu ne derece iyi yansıtığı, eksponansiyel akım azalmasının ne derece doğru bir kabul olduğuna bağlıdır. Yıllık akımların simulasyonunda kullanılan otoregresif-hareketli ortalama ARMA modellerinin fiziksel açıklamasına bir örnek olarak şekil 3.1'de verilen havza sistemini göz önüne alalım. Burada verilen değerkenler yıllık değerlerdir. z_t ile gösterilen yıllık akım, cS_{t-1} ile gösterilen yer altı suyu katkısının ve dX_t ile gösterilen yüzeysel akımın

bileşimidir. Yani $z_t = cS_{t-1} + dX_t$ 'dir. Öte yandan yer altı suyu depolaması S_t için yazılan süreklilik denklemi sonucu $S_t = (1-c)S_{t-1} + aX_t$ ifadesi elde edilir. Bu iki ifadeyi birleştirmek suretiyle $z_t = (1-c)z_{t-1} + dX_t - [d(1-c) - ac]X_{t-1}$ ifadesi elde edilir. Yıllık yağış bağımsız bir seri olarak düşündüğümüz zaman elde edilen son ifadenin ARMA(1,1) modelini temsil ettiği görülmektedir. ARMA(p,q) modellerinin genel formu için de, yukarıda anlatılan biçimde, modele fiziksel açıklama getiren çalışmalar yapılmıştır.



Şekil 3.1 Yağış-Akım Prosesinin Kuramsal Gösterimi

3.2. Otoregresif Modelleme

Otoregresif (AR) modeller 1960'lı yılların başlarından itibaren yıllık ve periyodik zaman serilerinin modellenmesi amacıyla hidrolojide ve su kaynakları problemlerinde yaygın olarak uygulanmışlardır. Hidrolojide bu modellerin kullanımı başlıca aşağıdaki iki sebebe dayanmaktadır:

- 1- Otoregresif modellerin zaman bağımlılığını gerektiren bir yapıya sahip olması,
- 2- Basit bir modelleme şekli olması,

Otoregresif modeller sabit parametrelere ya da zamanla değişen parametrelere sahip

olabileceği gibi bunların kombinasyonuna da sahip olabilirler. Birinci tip modeller yıllık değerlerin modellenmesi için kullanılırken diğer iki tip model yıl içine ait zaman dilimleri için kullanılır.

3.2.1. Sabit parametrelili AR modellerinin matematiksel formülasyonu

Zaman bağımlılığı gösteren, normal dağılmış, ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan kararlı (stasyoner) bir y_t zaman serisini düşünelim (Bundan sonra ' y_t ' notasyonu ile normal dağılmış değişkenler ifade edilecektir). AR(p) ile gösterilen p derecesinden otoregresif bir model, y_t 'yi ifade için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y_t = \mu + \phi_1 (y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \quad (3.3a)$$

$$y_t = \mu + \sum_{j=1}^p \phi_j (y_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t \quad (3.3b)$$

Yukarıda y_t zaman bağımlılığı olan bir değişken iken ε_t zamandan bağımsız ortalaması sıfır, varyansı ise σ_ε^2 olan ve normal dağılıma uyan bir değişkendir. ϕ_1, \dots, ϕ_p katsayıları ise otoregresif katsayılarıdır. Yukarıda verilen otoregresif zaman serisi modeline ait parametre seti ise $\{\mu, \sigma^2, \phi_1, \dots, \phi_p, \sigma_\varepsilon^2\}$ şeklinde verilebilir. Bu parametreler eldeki tarihi seriden tahmin edilir.

AR(1) modeli denklem (3.3)'de sadece bir adet otoregresif terimi göz önüne almak suretiyle oluşturulan bir modeldir. Yani $p=1$ için denklem (3.3) aşağıdaki hale gelir:

$$y_t = \mu + \phi_1 (y_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Bu model birinci dereceden otoregresif ya da birinci derece Markov modeli olarak adlandırılır. Çünkü t anındaki y değeri rastgele bir değişkene ilave edilen t-1 anındaki y

değeri ile ifade edilebilmektedir ve sadece t-1 anındaki bu değer bir fonksiyonudur. Bu modelin parametreleri μ , σ^2 , ϕ_1 ve σ_ε^2 'dir. Benzer şekilde AR(2) modeli de p=2 alınarak kurulabilir.

3.2.2. Sabit parametrelili AR modellerinin özellikleri

Bu bölümde ele alınacak olan özellikler beklenen değerler ve varyanslarla ilgilidir. Otoregresif modellerin otokorelasyon, kısmi otokorelasyon ve parametrelerin kararlılık şartları ile ilgili özellikleri konunun daha iyi anlaşılmasını sağlamak amacıyla Bölüm 3.2.4'te ele alınacaktır.

(3.3) genel denklemleri ile verilen bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait olan AR modellerinin beklenen değerlerine ve varsayılanına ait özellikler özetle aşağıdaki şekildedir.

$$E(y_t) = \mu \quad (3.5)$$

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad (3.6)$$

$$\text{Var}(y_t) = \sigma^2 \quad (3.7)$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.8)$$

İlerideki bölümlerde de ele alınacağı üzere, yukarıdaki μ , σ^2 ve σ_ε^2 parametreleri elde edilen tarihten itibaren momentler ya da maksimum olabilirlik yöntemiyle elde edilir. σ^2 ve σ_ε^2 parametreleri, momentler yöntemiyle tahmin edilmeleri durumunda aşağıda verilen şekilde birbirleriyle ilişkilidir.

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2 \left(1 - \sum_{j=1}^p \phi_j \rho_j \right) \quad (3.9)$$

Yukarıdaki ϕ_j , j. otoregresif katsayısı ve ρ_j de j gecikmesindeki (ötelemesindeki) otokorelasyon katsayısını göstermektedir. Bu terimlere ilişki ayrıntılı açıklamalar Bölüm 3.2.4'te verilecektir.

AR(1) modeli için denklem (3.9) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2(1 - \phi_1^2) \quad (3.10)$$

Benzer şekilde AR(2) modeli için

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2 \frac{(1 + \phi_2)}{(1 - \phi_2)} [(1 - \phi_2)^2 - \phi_1^2] \quad (3.11)$$

şeklinde yazılır.

3.2.3. Sabit parametrelili periyodik AR modelleri

Periyodik zaman serileri bir yıldan daha küçük, yani yıl içi zaman dilimlerine ait kayıtları içeren serilerdir. Periyodik hidrolojik seriler mevsimlik, aylık, haftalık ya da günlük olabilirler. Hidrolojik değişkenler yılın değişik dönemlerinde değişik değerler alırlar ve bu değerler her yıl birbirine benzer şekilde gidişat gösterir. Sözelimi herhangi bir yılda, o yılın belli bir döneminde, belli bir bölgedeki akış miktarı ertesi yıl yine benzer bir değer alır. Aynı bölgede yılın herhangi bir dönemine ait yağış miktarı ise mevsimin etkisi yüzünden diğer dönemlerdeki yağış miktarından çok farklı olur. Başka bir deyişle, bu değişkenler farklı popülasyonlardan gelmektedir. Bu anlatılan olaya periyodiklik adı verilir. Periyodik bir seride, yılın herhangi bir bölümüne ait olanlardan oldukça farklı olurlar. Yani periyodik serilere ait ortalama ve standart sapma gibi karakteristiklerde periyodiklik gösterir.

$x_{v,\tau}$ zaman serisini göz önüne alalım. Burada “v” indisi yılı, “ τ ”=(1, 2, ..., w) indisi ise zaman dilimini göstermektedir, “w” değeri aylık seriler için 12, mevsimlik seriler için ise 4 olur. $x_{v,\tau}$ normal ya da normale çevrilmiş bir dağılıma sahip olsun. Bu durumda normale çevrilmiş seriyi aşağıdaki

$$y_{v,\tau} = g(x_{v,\tau}) \quad (3.12)$$

ifadesi ile gösterebiliriz. Ayrıca, periyodik ve normal dağılmış olan $y_{v,\tau}$ serisi aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$y_{v,\tau} = \mu_\tau + \sigma_\tau Z_{v,\tau} \quad (3.13)$$

Yukarıda μ_τ ve σ_τ sırasıyla periyodik ortalama ve periyodik standart sapmayı göstermektedir. $z_{v,\tau}$ ise ortalaması sıfır, varyansı ise bir olan ve aynı zamanda zaman bağımlılığı bulunan bir seriyi temsil etmektedir.

$z_{v,\tau}$ serisi sabit ya da periyodik otoregresif katsayılarla modellenebilir. Denklem (3.13)’de $z_{v,\tau}$ ifadesi, $t=(v-1)w+\tau$ olmak üzere z_t ile gösterilecek olursa sabit parametrelili ve p. dereceden bir AR modelini kullanarak z_t serisi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.14)$$

AR(1) modelinin

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.15a)$$

AR(2) modelinin

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.15b)$$

olduğu gösterilebilir.

Bu çalışmada elde edilen modeller ve katsayıları Matlab programının armax fonksiyonu kullanılarak elde edilmiştir.

3.2.4. Sabit parametrelili periyodik AR modellerinin metodolojisi

Bu bölümde periyodik zaman serilerinin modellenmesi beş aşamada ele alınacak ve yeri geldikçe karşılaşılan yeni kavramlar açıklanacaktır.

- 1-n analiz
- 2-Parametre tahmini
- 3-Model parametrelerinin güvenilirliği
- 4-Seçilen modelin uygunluğunun testi
- 5-Modele ait ilave testler

Genel olarak yukarıda belirtilen bütün aşamaların uygulanması tavsiye edilmesine rağmen araştırmacı kendi inisiyatifini kullanarak bazı aşamaları atlayabilir.

3.2.4.a. n analiz

Adım (1a). Hidrolojik çalışmalara ve özellikle zaman serisi analizine uygulanan çoğu olasılık teorileri ve istatistiksel teknikler geliştirilirken değişkenlerin normal dağıldıkları kabul edilmiştir. Bu varsayım gereğince ilk olarak tarihi (orijinal) zaman serisinin normal dağılıp dağılmadığı kontrol edilmelidir. Bu test arpıklık katsayısı testini (skewness test) kullanarak yapılabileceği gibi Kolmogorov-Simirnov testi uygulanarak veya normal dağılım olasılık kağdını kullanarak grafiksel olarak da yapılabilir. Bir başka seçenek olarak da Ki-kare (Chi-square) testi uygulanabilir.

Bu çalışmada bir değişkenin normal dağılıma uyup uymadığının kontrolü için Kolmogorov-Smirnov testi uygulanmıştır. Bu test ile ilgili daha fazla bilgi için Mühendisler İçin İstatistik (Bayazıt ve Usul 1994) kitabına başvurulabilir.

Adım (1b). Çarpık dağılmış olan tarihi $x_{v,\tau}$ serisi uygun bir transformasyon ile normal dağılmış hale dönüştürülür. Daha gerçekçi olmak için her τ zaman dilimi için ayrı bir transformasyon uygulanabileceği gibi, tek bir transformasyonu tüm seriye uygulamak da mümkündür. Buna dayanarak normal dağılmamış tarihi seriye aşağıdaki dönüştürme fonksiyonu uygulanabilir:

$$y = \log(x) \quad (3.16)$$

Bu durumda,

$$y = \frac{\log(x) - \mu_y}{\sigma_y} \quad (3.17)$$

formülü ile ortalaması sıfır ve standart sapması bir olan standart normal seriyi elde etmek de mümkündür.

(3.16) denklemi ile bulunan dönüştürülmüş değerlerin normal dağılıp dağılmadığı yeniden kontrol edilir. Dağılım normal ise sonraki adıma geçilir.

Adım (1c). Aşağıdaki (3.18) ve (3.19) nolu formüller kullanılarak periyodik $y_{v,\tau}$ serisine ait periyodik ortalamalar (μ_τ) ve standart sapmalar (s_τ) hesaplanır.

$$\mu_\tau = \bar{y}_\tau = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N y_{v,\tau} \quad , \quad \tau=1, \dots, w \quad (3.18)$$

$$\sigma_{\tau} = s_{\tau} = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{v=1}^N \left(y_{v,\tau} - \bar{y}_{\tau} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \tau=1, \dots, w \quad (3.19)$$

Periyodik $y_{v,\tau}$ serisine ait periyodik karakteristikler seriden uzaklaştırılarak standardize $z_{v,\tau}$ serisi elde edilir. Bunun için aşağıdaki denklem kullanılır.

$$z_{v,\tau} = \frac{y_{v,\tau} - \mu_{\tau}}{\sigma_{\tau}}, \quad v=1, \dots, N; \quad \tau=1, \dots, w \quad (3.20)$$

Bu adımdan sonra periyodikliği ortadan kaldırılan $z_{v,\tau}$ serisi, tıpkı yıllık tek bir seri gibi ele alınacaktır.

Adım (1d). Seriyeye ait otokorelasyon katsayıları hesaplanır. Bu işlem için

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} \left(z_t - \bar{z} \right) \left(z_{t+k} - \bar{z} \right)}{\sum_{t=1}^N \left(z_t - \bar{z} \right)^2} \quad (3.21)$$

kapalı seri varsayımına dayalı (3.21) formülü kullanılabilir. Burada r_k otokorelasyon katsayısıdır. r_k 'nın k gecikmesine göre değişimini gösteren grafiğe ise korelogram denir.

Hesaplanan r_k değerlerinin %95 olasılık seviyesindeki öneminin anlaşılması için Anderson aşağıdaki limitleri önermiştir:

$$r_k (\%95) = \frac{-1 \pm 1.96 \sqrt{N-k-1}}{N-k} \quad (3.22)$$

Yukarıdaki formülde N örnekteki eleman sayısı veya örnek büyüklüğüdür. Otokorelasyon katsayıları, bir zaman serisine ait terimlerin birbirine göre bağımlılığını ifade eder. Söz gelimi r_1 değerinin bu çalışmada kullanılan %95 olasılık seviyesine ait limitlerin dışına çıkması durumunda, serideki ardışık terimlerin alacağı değerlerin birbirine bağımlı olduğu sonucuna varılır. Yine aynı şekilde r_k değerinin istatistiksel açıdan önemli çıkması durumunda seride birbirleri arasında k kadar gecikme olan terimlerin birbirlerine bağımlı oldukları sonucuna varılır.

Otokorelasyon fonksiyonuna ait %95 güven aralığı belirlenirken, söz konusu aralığa ait sınırlar (3.22) denklemi ile belirlenebileceği gibi yaklaşık olarak aşağıdaki denklem ile de belirlenebilirler.

$$r_k (\%95) = \pm \frac{2}{\sqrt{N}} \quad (3.22a)$$

Adım (1e). Seriyeye ait kısmi otokorelasyon katsayıları hesaplanır ve kısmi korelogram çizilir. Seride N adet eleman varsa $L=0.3N$ olacak şekilde ϕ_1, \dots, ϕ_L terimlerinin hesaplanması korelogramın çizilmesi için yeterli olur. k 'inci dereceden bir $AR(k)$ prosesindeki kısmi otokorelasyon katsayısı $\phi_k(k), \rho_j$ ve ρ_{j-k} terimleri arasındaki lineer ilişkinin bir ölçüsüdür. Bir $AR(k)$ modeli için aşağıdaki farklar denklemini yazmak mümkündür.

$$\rho_j = \phi_1(k)\rho_{j-1} + \phi_2(k)\rho_{j-2} + \dots + \phi_k(k)\rho_{j-k} \quad , \quad j=1, \dots, k \quad (3.23)$$

Yukarıdaki farklar denkleminde faydalanmak suretiyle bir zaman serisinin kısmi otokorelasyon fonksiyonuna ait k . gecikme derecesindeki $\phi_k(k)$ terimini elde etmek için aşağıdaki lineer denklem takımı oluşturulabilir.

$$\phi_1(k)\rho_0 + \phi_2(k)\rho_1 + \dots + \phi_k(k)\rho_{k-1} = \rho_1$$

$$\begin{aligned}
\phi_1(k)\rho_1 + \phi_2(k)\rho_0 + \dots + \phi_k(k)\rho_{k-2} &= \rho_2 \\
\phi_1(k)\rho_2 + \phi_2(k)\rho_1 + \dots + \phi_k(k)\rho_{k-3} &= \rho_3 \\
\cdot & \cdot \cdot \cdot \\
\cdot & \cdot \cdot \cdot \\
\phi_1(k)\rho_{k-1} + \phi_2(k)\rho_{k-2} + \dots + \phi_k(k)\rho_0 &= \rho_k
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Bu denklemleri matris formunda yazarsak,

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1(k) \\ \phi_2(k) \\ \phi_3(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_k(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_k \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Elde edilir. Yani

$$[P_k][\phi_k] = [\rho_k] \text{ 'dır.}$$

Yukarıdaki ifadelerden faydalanarak ϕ_k vektörünü elde etmek için aşağıdaki eşitlik kullanılır.

$$[\phi_k] = [P_k]^{-1}[\rho_k] \tag{3.26}$$

Yukarıda verilen (3.24), (3.25) ve (3.26) ifadeleri ile hesaplanan $\phi_j(k)$, ($j=1, \dots, k$), terimlerinden yalnızca $\phi_k(k)$ ile gösterilen terim seriye ait kısmi otokorelasyon fonksiyonunun bir elemanıdır. Bu yüzden bir seriye ait kısmi otokorelasyon

fonksiyonunu elde etmek için her k gecikme derecesinde ($k=1, \dots, L$) (3.25) ifadesi ile verilen matrisleri oluşturup çözmek gerekmektedir. Bu suretle otokorelasyon fonksiyonunun bütün terimleri hesaplanmış olur. Alternatif olarak kısmi otokorelasyon katsayıları aşağıda verilen Durbin formülleri ile de hesaplanabilir.

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(1) &= r_1 \quad ; \quad \phi_2(2) = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad ; \quad \phi_2(1) = \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - r_1^2} \\ \phi_{k+1}(k+1) &= \left[r_{k+1} - \sum_{j=1}^k \phi_k(j) * r_{k+1-j} \right] / \left[1 - \sum_{j=1}^k \phi_k(j) * r_j \right] \\ \phi_{k+1}(k+1) &= \phi_k(j) - \phi_{k+1}(k+1) * \phi_k(k-j+1) \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Yukarıdaki denklemlerde kısmi otokorelasyon katsayıları olarak kabul edeceğimiz esas değerler $\phi_{k+1}(k+1)$ notasyonu ile gösterilen değerlerdir. Alt indis ile parantez içindeki rakam aynı olduğu zaman kısmi otokorelasyon katsayıları olarak kullanılacak esas değerler elde edilmektedir. Durbin formülleri ile kısmi otokorelasyon fonksiyonu elde etmek için ilk olarak $\phi_1(1)$ ve $\phi_2(2)$ terimleri hesaplanır.

Daha sonra $\phi_{k+1}(k+1)$ ($k=2, \dots, L-1$) terimlerini elde etmek için gerekli olan yardımcı değerler ilgili formüllerle hesaplanarak $\phi_{k+1}(k+1)$ terimlerini veren formülde yerine konulur. İşleme bu şekilde belirli bir sırada devam edilir. Bu anlatılan algoritma bilgisayar programına çevrildiği takdirde kısmi otokorelasyon fonksiyonunun hesabı çok kolay olmaktadır.

Prosesin AR(p) modeli olduğu hipotezi ile $k > p$ için tahmin edilen (örnekten hesaplanan) $\phi_k(k)$; sıfır ortalaması ve $1/N$ olan varyansı ile asimptotik olarak normal dağılıma uyar. Böylece sıfır kısmi otokorelasyon için $(1-\alpha)$ güven limitleri aşağıdaki (3.24) ifadesi ile hesaplanır.

$$\left\{ -u_{1-\alpha/2} / \sqrt{N}; u_{1-\alpha/2} / \sqrt{N} \right\} \quad (3.28)$$

Burada, N örnekteki eleman sayısı, α ise seçilen önem seviyesidir. $u_{1-\alpha/2}$ ise $1-\alpha/2$ olasılığındaki standart normal değişkendir.

$\phi_k(k)$ değerlerinin k gecikme derecesine göre değişimini veren korelogramın çizilmesinden sonra (3.28) ifadesi ile hesaplanan güven limitleri de aynı grafik üzerinde işaretlenir. Güven limitlerinden daha büyük değerler alan $\phi_k(k)$ terimlerinin istatistiksel açıdan önemli olduğu sonucuna varılır. Bir başka deyişle, bu limitler belli bir gecikme (lag) değerinin ilerisindeki değerler için teorik kısmi otokorelasyon fonksiyonunun pratik olarak sıfır olduğu izlenimini verir.

Adım (1f). Adım (1c), (1d) ve (1e) deki incelemelerin ışığında modelin derecesi seçilir. Bu seçim sırasında Adım (1e) deki sonuçlar oldukça önemlidir. Çizilen kısmi korelogramdaki ϕ_k değerlerinin güven seviyesi limitlerini hangi gecikme derecelerinde kestikleri dikkate alınarak seçim yapılabilir. Söz gelimi ϕ_1 ve ϕ_2 değerleri güven limitlerini kesiyorsa AR(2), sadece ϕ_1 terimi kesiyorsa AR(1) modelleri düşünülebilir. Eğer incelemelerde fikir verecek bir durum görülemiyorsa AR(0) yani $p=0$ modeli de seçilebilir.

3.2.4.b. Parametre tahmini

Bu bölümün esas amacı öngörülen modele ait parametreleri tahmin etmek ve bu parametrelerin kararlılık şartlarını kontrol etmektir.

Adım (2a). Aşağıda verilen (3.29) denklemi yardımıyla seçilen AR(p) modeline ait $\phi_j, j=1, \dots, p$, otoregresif parametreleri hesaplanır.

$$r_k = \phi_1 r_{k-1} + \phi_2 r_{k-2} + \dots + \phi_p r_{k-p} \quad , \quad k > 0 \quad (3.29)$$

Yukarıdaki denklemde r_1, r_2, \dots, r_{k-p} terimleri denklem (3.21) ile hesaplanırlar. Eşitliğin sağ tarafındaki terimlerin sayısının seçilen AR(p) modelinin p derecesine eşit olması gerektiğine dikkat edilmelidir. Bu ifadeden faydalanılarak tıpkı (3.25) denklemi ile verilen şekilde seçilen modelin derecesiyle uyumlu bir matris oluşturulur ve yine aynı şekilde çözülür. Özel olarak, AR(1) modeli seçilmiş ise $\phi_1 = r_1$ eşitliği kullanılabilir.

Eğer AR(2) modeli seçilmiş ise

$$\phi_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2} \quad \text{ve} \quad \phi_2 = \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2} \quad (3.30)$$

eşitlikleri kullanılır.

Adım (2b). Artık seri (white noise) varyansı olan σ_ε^2 değeri aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{N\sigma^2}{(N-p)} \left(1 - \sum_{j=1}^p \phi_j r_j \right) \quad (3.31)$$

Adım (2c). Elde edilen ϕ_1, \dots, ϕ_p otoregresif parametrelerinin kararlılık şartları aşağıda verilen karakteristik denklemin kökleri aracılığı ile kontrol edilir.

$$u^p - \phi_1 u^{p-1} - \phi_2 u^{p-2} - \dots - \phi_p = 0 \quad (3.32)$$

Eğer (3.32) denkleminin köklerinin mutlak değerleri birden küçükse yani $|u_i| < 1$ ($i=1, \dots, p$) ise kararlılık şartları sağlanmış demektir.

Özel olarak AR(1) modeli için denklem (3.32) aşağıdaki

$$-1 < \phi_1 < 1 \quad (3.33)$$

şartını verir. AR(2) modeli içinse aşağıdaki

$$\left. \begin{array}{l} \phi_1 + \phi_2 < 1 \\ \phi_2 - \phi_1 < 1 \\ -1 < \phi_1 < 1 \end{array} \right\} \quad (3.34)$$

şartlarını verir. Yani AR(1) ve AR(2) modelleri için (3.32) denklemini çözmeden pratik olarak (3.33) ve (3.34) ifadeleri ile parametrelerin kararlılık şartları kontrol edilebilir.

3.2.4.c. Model parametrelerinin güvenilirliği

Adım (3). Model parametrelerinin istatistiksel olarak anlamlılığına dikkat edilmelidir. Tahmin edilen parametreler sıfırdan belirli bir önem seviyesinden farklı olmalıdırlar. Tahmin edilen parametreler bu şartı sağlamıyorlarsa model derecesi düşürülerek model basitleştirilmelidir. Örneğin bir AR(2) modelinin ikinci dereceden katsayısı istatistiksel olarak sıfırdan farklı değilse modelimizi bir derece düşürerek AR(1) modeli kurmak daha güvenilir bir model kurmamızı sağlayacaktır. Otoregresif katsayıların istatistiki anlamlılığı parametrelerin takribi varyansı ile değerlendirilebilir. AR(1) modeli için tahmin edilen birinci dereceden otoregresif katsayı ϕ_1 normal dağılmış ve varyansı

$$\text{AR}(1) \Rightarrow \text{var}(\phi_1) = \frac{(1 - \phi_1^2)}{N} \quad (N : \text{Zaman serisinin uzunluğu}) \quad (3.35)$$

olmak üzere; ϕ_1 in %95 güven aralığında alacağı değerler

$$\phi_1 \pm 1.96\sqrt{\text{var}(\phi_1)} \quad (3.36)$$

ile hesaplanır. Aynı şekilde daha yüksek dereceden AR modelleri için parametrelerin güven sınırlarının hesabında kullanılacak formüller mevcuttur (bkz. Anderson 1975). Buna göre otoregresif parametrelerin güven sınırları içinde standart sapmaları ile karşılaştırılması ve parametrelerin istatistiki olarak sıfırdan farklı olduğu kontrol edilmelidir.

3.2.4.d. Seçilen modelin uygunluk testi

Adım (4a). Aşağıda verilen (3.37) denklemini yardımıyla ε_t artık serileri hesaplanır.

$$\varepsilon_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} - \phi_2 z_{t-2} - \dots - \phi_p z_{t-p} \quad (3.37)$$

(3.37) denkleminde başlangıçtaki $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$ değerlerini hesaplayabilmek için $z_0, z_1, \dots, z_{-p+1}$ değerlerini bilmeye ihtiyaç vardır ama bu değerler bilinmemektedir. Bu z değerlerini elde etmek için geriye doğru bir tahmin metodu önerilmiştir. Fakat yıllık hidrolojik p derecesi genellikle düşük olduğu için ilk p teriminin ihmal bir problem meydana getirmez. Örnek olarak AR(1) modeli durumunda ε_1 hesaplanmaz ve $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_N$ değerlerinin hesaplanmasıyla yetinilir. Daha sonra hesaplanan ε_t değerleri bağımsızlık testinden geçirilir. Eğer seçilen modelin derecesi $p=0$ ise $\varepsilon_t=z_t$ olduğuna dikkat edilmelidir.

Adım (4b). Hesaplanan ε_t artık serilerinin bağımsızlık testi yapılmalıdır. Bu, Box-Pierce Port Monteau testi ile yapılabilir. Bunun için aşağıdaki denklem kullanılarak Q istatistiği hesaplanır.

$$Q = N(N+2) \sum_{k=1}^L \frac{r_k^2}{(N-k)} \quad (3.38)$$

Bu denklemde N örneğin eleman sayısı, r_k ise artık serilerin (3.22) denklemi ile hesaplanan otokorelasyon katsayılarıdır. L ise göz önüne alınan en büyük gecikme değeridir ve $L=0.1N\sim 0.3N$ alınabilir. Hesaplanan Q değeri $(L-p)$ serbestlik derecesindeki ve istenilen olasılıktaki χ^2 (ki-kare) değeri ile kıyaslanır. Olasılık seviyesi olarak $1-\alpha=0.95$ almak yeterli olur. Q değerinin χ^2 değerinden küçük olması durumunda artık serilerin bağımsız olduğu sonucuna varılır. Bu durumda adım (3c) ile devam edilir. aksi taktirde modelin derecesi değiştirilir ($p=p+1$ alınabilir) ve Adım (2a)'ya geri dönülür. ε_t artık serilerinin normal dağılıp dağılmadığı da kontrol edilmelidir.

Adım (4c). Seçilen modelin derecesinin uygunluğunu araştırmak için Akaike tarafından Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion; AIC) teklif edilmiştir. Bunun için eğer seçtiğimiz model $AR(p)$ modeli ise $AR(p-1)$, $AR(p)$ ve $AR(p+1)$ modelleri arasında AIC değerlerine göre bir kıyaslama yapılır ve aşağıdaki denklem kullanılır.

$$AIC(p)=N*\ln(\sigma_\varepsilon^2)+2p \quad (3.39)$$

Yukarıdaki σ_ε^2 , (3.30) denklemi ile hesaplanan artık seri varyansıdır. $AR(p+1)$ ve $AR(p-1)$ modellerine ait σ_ε^2 değerleri ayrıca hesaplandıktan sonra (3.39) ifadesindeki yerine konmalı ve $AR(p-1)$, $AR(p)$ ve $AR(p+1)$ modellerine karşılık gelen $AIC(p-1)$, $AIC(p)$ ve $AIC(p+1)$ değerleri hesaplanmalıdır. Minimum AIC değerini veren model en uygun modeldir. Eğer seçtiğimiz modele ait AIC değeri minimum ise Adım (5a) ile devam edilir. Aksi halde bu adımda bulunan minimum AIC değerini veren model seçilerek Adım (2a)'ya geri dönülür.

3.2.4.e. Modele ait ilave testler

Bu bölümde, sentetik seriler üretilecek ve üretilen serilerle tarihi serinin istatistiksel karakteristikleri karşılaştırılacaktır. Çünkü model kullanıcısı genellikle tarihi seriye ait istatistiksel parametreleri üreten bir model kurmayı arzu eder. Bunlar tarihi ortalama,

standart sapma, korelogram, ortalamasının dağılımı ve ortalama uzunluğu (mean run) gibi karakteristikler olabilir.

Adım (5a). Kurulan AR(p) modeli kullanılarak tarihi seri ile aynı N uzunluğuna sahip sözgelimi 100 adet seri üretilir. Bu işlem için (3.40a) ve (3.40b) denklemleri kullanılır.

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.40a)$$

ε_t zamansal bağımsızlığı olan ve normal dağılıma uyan ortalaması sıfır ve varyansı σ_ε^2 olan bir değişken olduğundan (white noise denilir) standart normal değişken haline aşağıdaki gibi dönüştürülür.

$$\xi_t = \frac{\varepsilon_t - \mu_t}{\sigma_\varepsilon} = \frac{\varepsilon_t - 0}{\sigma_\varepsilon}$$

Buradan $\varepsilon_t = \sigma_\varepsilon \xi_t$ eşitliği elde edilerek z_t için verilen (3.40a) denklemi

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \sigma_\varepsilon \xi_t \quad (3.40b)$$

şeklinde ifade olunur. Burada ξ_t standart normal rastgele bir sayıdır.

N_g yıllık sentetik seri üretimi için aşağıdaki adımlar izlenir.

1- ξ_1 standart normal rastgele sayısı üretilir ve (3.40b) denkleminde yerine konularak z_1 terimi elde edilir. Bu esnada önceki $z_0, z_{-1}, z_1, \dots, z_{-p+1}$ terimlerinin sıfır olduğu kabul edilir veya eksik data tarihi z_t serisinin son değerleri konularak tamamlanır. Aynı şekilde yeni ξ_2 sayısı üretilir ve bir önce hesaplanan z_1 terimini de kullanarak z_2 terimi hesaplanır. Bu esnada da $z_0, z_{-1}, z_1, \dots, z_{-p+1}$ terimleri sıfır kabul edilir veya eksik data tarihi z_t serisinin son değerleri konularak tamamlanır.

Bu prosedür seriye ait z_1, z_2, \dots, z_N terimleri elde edilinceye kadar devam eder. $N^1 = N_g + N_w$ 'dır. N_g üretilecek serinin uzunluğudur. N_w ise $z_{-1}, z_1, \dots, z_{-p+1}$ terimlerinin sıfır kabul edilmesi ile veya tarihi seriye ait son değerler olmasından ötürü oluşan başlangıç şartlarının etkisini ortadan kaldırmak için gerekli olan zaman uzunluğudur ve bu aralığın 20~100 arasında olması uygun olur (Bayazıt 1981).

2- Seriyeye ait ilk N_w adet terim atılır ve böylece geriye N_g uzunluğunda bir sentetik seri kalır.

3- Boyutsuz ve standardize haldeki sentetik z_t serisinden hareketle periyodik seriyi elde etmek için aşağıdaki (3.41) nolu denklemden faydalanılır.

$$y_{v,\tau} = \mu_\tau + \sigma_\tau * z_{v,\tau} \quad (3.41)$$

Yukarıda $z_{v,\tau}$ şeklinde verilen ifade aslında sentetik olarak üretilen z_t serisinin kendisidir ancak aylık datalarla çalışıldığı için z_t serisini $z_{1,1}=z_1, z_{1,7}=z_7, z_{2,10}=z_{22}, \dots, z_{12,42}=z_{504}$ şeklinde $z_{v,\tau}$ serisine dönüştürmek gerekmektedir. Böylece (3.41) nolu denklemden hareketle

$$y_{1,1} = \mu_1 + \sigma_1 * z_{1,1}$$

$$y_{1,2} = \mu_2 + \sigma_2 * z_{1,2}$$

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$y_{1,12} = \mu_{12} + \sigma_{12} * z_{1,12}$$

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$y_{2,3} = \mu_3 + \sigma_3 * z_{2,3}$$

şeklinde oluşturulan formüller yardımı ile periyodik sentetik zaman serisini elde etmek mümkündür. Daha sonra Adım (1b)'de uygulanan transformasyon fonksiyonunun tersini sentetik $y_{v,\tau}$ serisine uygulamak suretiyle

$$x_{v,\tau} = g^{-1}(y_{v,\tau}) \quad (3.42)$$

denklemini yardımı ile sentetik seri değerleri elde edilir.

Adım (5b). Adım (5a)'da tarif edilen şekilde farklı standart normal sayılar üretilerek sözcüğü 100 adet değişik sentetik seri üretilir. Bu belirtilen söz gelimi 100 adet sentetik serinin her birinin, her τ zaman dilimi için ayrı ayrı olmak üzere, korelogramı, periyodik ortalamaları ve periyodik standart sapmaları hesaplanır. Tarihi $x_{v,\tau}$ serisine ait aynı istatistiksel karakteristikler de hesaplanır. Ayrıca ele alınmak istenen bir karakteristik varsa o değer de hesaplanır. Daha sonra hesaplanan bu karakteristikler tarihi $x_{v,\tau}$ serisine ait karakteristiklerle mukayese edilir ve kurulan modelin tarihi seriye ait karakteristikleri muhafaza edip etmediği kontrol edilir.

Örnek olarak korelogramların mukayesesi aşağıdaki şekilde yapılır.

1- r_k 'ların (k. otokorelasyon katsayısının) örnek ortalaması olan \bar{r}_k aşağıdaki (3.43) denklemini ile hesaplanır (100 adet seri üretildiği varsayılmıştır). Her bir gecikme derecesi (k) için bu işlem yapılmalıdır.

$$\bar{r}_k = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} r_k(i) \quad , \quad i=1, \dots, 100 \quad (3.43)$$

2- r_k değerlerinin örnek standart sapması olan $s(r_k)$ aşağıdaki (3.44) denklemini ile hesaplanır.

$$s(r_k) = \left[\frac{1}{99} \sum_{i=1}^{100} (r_k(i) - \bar{r}_k)^2 \right]^{1/2} \quad (3.44)$$

3-Her bir k gecikmesine ait r_k için güven aralığı (3.45) ifadesi ile hesaplanır.

$$\left[\bar{r}_k - c * s(r_k); \bar{r}_k + c * s(r_k) \right] \quad (3.45)$$

Yukarıdaki ifade de c katsayısı testin hangi önem derecesinde yapıldığına bağlı olarak 1, 1.5 ya da 2 olarak alınabilir. Örnek olarak %10 önem seviyesi için bu seviyeye karşılık gelen standart normal değişkenin değeri olan 1.64 alınabilir. Bu çalışmada %5 önem seviyesine karşılık gelen 1.96 değeri seçilmiştir.

Yukarıda r_k için verilen metot diğer istatistiki karakteristiklerin mukayesesi için de kullanılabilir. Bu kontrollerin sonucunda eğer bazı karakteristikler hesaplanan güven aralığının dışına düşerse modelin kabulü ya da reddi konusundaki karar sonuçların ne derece önemli bulunduğuna bağlı olarak araştırmacının bilgi ve inisiyatifine kalır.

3.3 Otoregresif-Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri

ARMA modelleri uzun dönemli bağımlılığı bulunan zaman serilerinin modellenmesinde kullanılabilir. Kurak sezonların düşük akımları (low flows) yer altı suyunun sızıntısından meydana gelmektedir. Bunların varyasyonları nispeten düşüktür. Akım miktarlarının düşük olduğu zamanlarda belli bir andaki akım geçmiş akımların bir oranıdır ki bu durum otoregresif bir yaklaşımla açıklanabilir. Yüksek akım miktarları ise esas olarak yoğun yağmurun, kar erimesinin veya bu ikisinin bir sonucudur. Bu karışık davranış otoregresif bileşene bir hareketli ortalama (moving average) bileşeni ilave ederek ifade edilebilir. Bu sayede, ARMA (Autoregressive-moving average)

modellerini kullanmak suretiyle, yüksek dereceli AR modellerinin gerektiğinden daha az parametre ile modeli oluşturmak mümkün olmaktadır.

Son yıllarda bir havzanın hidrolojik parametrelerinin zaman içerisindeki değişimlerinin ve nehir akımlarındaki yer altı suyu ya da yağış katkısının önem derecesinin incelenmesi konularında da ARMA modellerinden yararlanılmaktadır (Merzi vd 1995).

3.3.1. ARMA modellerinin matematiksel formülasyonu

ARMA prosesi ile modellenecek olan serilerin kararlı ve yaklaşık olarak normal dağılmış olduğu kabul edilir. Eğer normal dağılmış değilse uygun bir transformasyon ile bu şart sağlanır ve normal dağılmış seri y_t ile gösterilir. y_t serisinin ortalamasından olan sapmalar $z_t = y_t - \mu$ ve $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ bu yeni serinin bağımsız rastgele değişkenleri olmak üzere, otoregresif mertebesi p ve hareketli ortalama mertebesi q olan (ARMA) modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.46)$$

Yukarıdaki denklemi başka şekilde yazmak da mümkündür.

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t - \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad ; \quad \theta_0 = -1 \quad (3.47)$$

veya

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (3.48)$$

Yukarıda model parametreleri $\mu, \sigma_\varepsilon^2, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ olup bu $p+q+2$ adet parametre eldeki datalardan elde edilir.

3.3.2. ARMA modellerinin özellikleri

AR modellerinin özellikleri daha önceki bölümlerde verilmişti. Bu nedenle önce MA (Moving Average-Hareketli Ortalama) modelinin özellikleri ele alınacak ve daha sonra ARMA modellerine geçilecektir.

3.3.2.a. MA(q) modellerinin özellikleri

z_t prosesinin ortalaması aşağıdaki şekildedir.

$$E[z_t]=0 \quad (3.49)$$

$z_t z_{t-k}$ çarpımını yapıp terim terim beklenen değerlerini alırsak otokovaryans $\theta_0 = -1$ olacak şekilde aşağıdaki gibi bulunur:

$$\left. \begin{aligned} \text{Cov}[z_t z_{t-k}] = \gamma_k &= \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^{q-k} \theta_j \theta_{j+k} & ; & \quad k \leq q \\ \gamma_k &= 0 & ; & \quad k > q \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

$k=0$ için varyans;

$$\text{Var}[z_t] = \gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2 \quad (3.51)$$

Otokorelasyon fonksiyonu (3.50) denkleminin (3.51) denklemine oranı olup aşağıdaki şekilde ifade edilir ($\theta_0=1$).

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{j=0}^{q-k} \theta_j \theta_{j+k}}{\sum_{j=0}^q \theta_j^2} \quad ; \quad k \leq q$$

$$\rho_k = 0 \quad ; \quad k > q$$
(3.52)

Denklem (3.52)'den görüldüğü üzere otokorelasyon q ötelemeye kesilmekte olup bu durum sınırlı hafızanın varlığını ima eder.

3.3.2.b. MA(1) modelinin elemanter özellikleri

MA(1) prosesi aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (3.53)$$

Bu prosese ait $q=1$ 'deki otokovaryans fonksiyonu denklem (3.55)'den elde edilir.

$$\gamma_1 = -\theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.54)$$

Varyans denklem (3.51)'den aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2) \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.55)$$

$k=1$ 'deki otokorelasyon katsayısı model parametreleri cinsinden aşağıdaki şekilde verilir.

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad (3.56)$$

$k > 1$ için $\gamma_k = 0$ olduğundan dolayı hafızanın yalnızca bir adım uzunluğunda olduğu görülmektedir.

3.3.2.c. Parametrelerin sağlanması gereken şartlar

MA(1) modelini aşağıdaki şekilde yazmak da mümkündür.

$$\varepsilon_t = z_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Bu denklemin ardışık uygulamaları sonucunda; $\varepsilon_{t-1} = z_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-2}$ ve böylece $\varepsilon_t = z_t + \theta_1 z_{t-1} + \theta_1^2 \varepsilon_{t-2}$ elde edilir. Genel olarak; $\varepsilon_t = z_t + \theta_1 z_{t-1} + \theta_1^2 \varepsilon_{t-2} + \theta_1^3 z_{t-3} + \dots$ elde edilir ki bu seri $|\theta_1| < 1$ olunca yakınsar. Yukarıdaki ifadede z_t yalnız bırakılırsa

$$z_t = -\theta_1 z_{t-1} - \theta_1^2 z_{t-2} - \dots + \varepsilon_t \quad (3.57)$$

ifadesi elde edilir. Bu denklem MA(1) prosesinin sonsuz dereceden bir AR prosesine tersyüz edilmesidir yani dönmesidir. Burada $|\theta_1| < 1$ veya eşdeğer olarak $r - \theta_1 = 0$ denkleminin kökünün birim daire içinde kalması şartı vardır. Bu şarta invertibilite şartı (invertibility condition) denir. MA(1) prosesi için gösterilen bu şart herhangi bir q . dereceden MA prosesi için genelleştirilebilir. Bu durumda;

$$r^q - \theta_1 r^{q-1} - \theta_2 r^{q-2} - \dots - \theta_q = 0 \quad (3.58)$$

polinomunun kökleri birim daire içine düşmelidir.

3.3.2.d. MA prosesinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu

Bir MA modelinin sonsuz dereceden bir AR prosesine eşdeğer olmasından dolayı bu otoregresif katsayılar belli bir değerde kesilmektense gittikçe azalan bir davranış göstereceklerdir. Bu yüzden kısmi otokorelasyon fonksiyonu sonsuz bir uzantıya sahiptir. Bir AR prosesinin otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu, bir MA prosesinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu gibi davranır.

3.3.3. ARMA(p,q) modellerinin genel özellikleri

ARMA(p,q) modellerinin genel özellikleri z ve ε değerlerinin arasındaki karşılıklı kovaryans (cross covariance) cinsinden verilmektedir:

$$\gamma_{z\varepsilon}(k) = \text{Cov}[z_{t-k}\varepsilon_t]$$

Yukarıdaki ifadede z sadece ε_t değişkeninin önceki değerlerine bağlıdır ve aynı ifade $k \leq 0$ iken sıfırdan farklı, aksi takdirde sıfıra eşittir. $\theta_0 = -1$ kabul ederek $z_t z_{t-k}$ çarpımını oluşturup terim terim beklenen değerlerini almak suretiyle ARMA(p,q) modeline ait otokovaryans aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_k &= \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma_{k-i} - \sum_{i=0}^q \theta_i \gamma_{z\varepsilon}(k-i) & k < q+1 \\ \gamma_k &= \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma_{k-i} & k \geq q+1 \end{aligned} \right\} \quad (3.59)$$

$k=0$ iken varyans;

$$\text{Var}[z_t] = \sigma_\varepsilon^2 + \sum_{i=1}^p \phi_i \gamma_i - \sum_{i=1}^q \theta_i \gamma_{z\varepsilon}(-i) \quad (3.60)$$

denklemleri ile hesaplanır. Otokorelasyon fonksiyonu ise;

$$\rho_k = \sum_{i=1}^p \phi_i \rho_{k-i}, \quad k \geq q+1 \quad (3.61)$$

denklemleri ile hesaplanır.

Otokorelasyon katsayılarının ilk q adet ötelemeye kadar (ρ_1, \dots, ρ_q) hem otoregresif hem de hareketli ortalama parametrelerine bağlı olduğu, daha yüksek dereceden ötelemeler içinse ($\rho_{q+1}, \rho_{q+2}, \dots, \rho_{q+p+1}$) sadece otoregresif parametrelere bağlı olduğu görülmektedir. Bu yüzden $\rho_q, \rho_{q-1}, \dots, \rho_{q-p+1}$ değerleri denklem (3.61)'i oluşturmak için gerekli olan başlangıç değerlerini sağlar ve $q-p \geq 0$ iken otokorelasyon fonksiyonuna ait $q-p+1$ adet başlangıç değeri düzensizdir. Öte yandan izleyen değerler azalan dalgalı veya eksponansiyel şekilde düşüş gösteren bir gidişat verir. $q-p < 0$ iken otokorelasyon fonksiyonu azalan dalgalı veya eksponansiyel düşen bir eğri verir.

Kısmi otokorelasyon verilen seriye AR prosesini uygulayarak elde edilir:

$$z_t = \phi_1(k)z_{t-1} + \phi_2(k)z_{t-2} + \dots + \phi_j(k)z_{t-j} + \dots + \phi_k(k)z_{t-k}$$

Yukarıda $\phi_j(k)$ terimi k . dereceden bir AR prosesine ait j . otoregresif katsayıyı göstermektedir.

Bu yüzden p . dereceden bir otoregresif proseste, kısmi otokorelasyon p ötelemede kesilir. Hareketli ortalama prosesi ise sonsuz dereceden bir otoregresif modele eşdeğer

olduğundan bu prosese ait kısmi otokorelasyon sönümlenen dalgali veya eksponansiyel azalan bir davranış gösteren sonsuz bir uzantıya sahiptir. Bu iki prosesin toplamı olan ARMA modellerinde de hem otokorelasyon hem de kısmi otokorelasyon fonksiyonları hareketli ortalama prosesindeki gibi davranır.

3.3.3.a. Parametrelerin sağlanması gereken şartlar

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ parametrelerinin kararlılığı için Bölüm 3.2.4.b'de verilen (3.32) nolu karakteristik denklemin kökleri birim daire içine düşmelidir. Benzer şekilde $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ parametreleri de invertibilite şartlarını sağlamalıdır. Bunun içinse (3.58) nolu karakteristik denklemin köklerinin içine düşmesi gerekmektedir.

3.3.3.b. ARMA(1,1) modelinin elemanter özellikleri

Hidrolojideki yaygın kullanımından ve basit bir proses olmasından dolayı ARMA(1,1) modeli bu bölümde ayrıca ele alınacaktır. Model aşağıda verilmiştir:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Bu modeli aşağıdaki şekilde yazmak da mümkündür:

$$\begin{aligned} z_t &= \phi_1^2 z_{t-2} + \varepsilon_t + (\phi_1 - \theta_1) \varepsilon_{t-1} - \phi_1 \theta_1 \varepsilon_{t-2} \\ &= \phi_1^3 z_{t-3} + \varepsilon_t + (\phi_1 - \theta_1) \varepsilon_{t-1} + \phi_1 (\phi_1 - \theta_1) \varepsilon_{t-2} + \phi_1^2 \theta_1 \varepsilon_{t-3} \\ &= \varepsilon_t + (\phi_1 - \theta_1) \varepsilon_{t-1} + \phi_1 (\phi_1 - \theta_1) \varepsilon_{t-2} + \phi_1^2 (\phi_1 - \theta_1) \varepsilon_{t-3} + \dots \end{aligned}$$

Yukarıdaki ifade aynı zamanda sonsuz dereceden bir hareketli ortalama prosesidir. ε_t 'lerin katsayıları (3.58) denkleminin Ψ ağırlıklarıdır. Benzer şekilde ARMA(1,1) prosesi sonsuz dereceden bir otoregresif proses olarak yeniden yazılabilir:

$$\varepsilon_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad \text{ve}$$

$$\varepsilon_{t-1} = z_{t-1} - \phi_1 z_{t-2} + \theta_1 \varepsilon_{t-2}$$

Bu denklemlerden hareketle;

$$z_t = (\phi_1 - \theta_1) z_{t-1} + \theta_1 \phi_1 z_{t-2} - \theta_1^2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

ve bu iterasyona devam edilirse

$$z_t = (\phi_1 - \theta_1) z_{t-1} + \theta_1 (\phi_1 - \theta_1) z_{t-2} + \theta_1^2 (\phi_1 - \theta_1) z_{t-3} + \dots + \varepsilon_t \quad (3.62)$$

elde edilir.

Yukarıdaki ifadenin sağ tarafındaki z 'lerin değerlerinin gittikçe küçülmesi ve bunun sonucunda sağ taraftaki toplamın yakınsak olması veya kısaca $|\theta_1| < 1$ olması invertibilite şartının gereğidir. Ayrıca yukarıdaki denklemden yer alan ϕ ve θ parametreleri için kabul aralığı $-1 < \phi_1 < 1$ ve $-1 < \theta_1 < 1$ şeklindedir. Tipik hidroloji problemlerinde $0 < \phi_1 < 1$, $0 < \theta_1 < 1$ ve $\phi_1 > \theta_1$ 'dir.

Prosesine ait varyans, ilk $\gamma_{zc}(-1)$ değerini oluşturarak;

$$z_t \varepsilon_{t-1} = \phi_1 z_{t-1} \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad \text{ve}$$

$$E[z_t \varepsilon_{t-1}] = \phi_1 E[z_{t-1} \varepsilon_{t-1}] + E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}] - \theta_1 E[\varepsilon_{t-1}^2]$$

böylece

$$\gamma_{z\varepsilon}(-1) = \phi_1 \sigma_\varepsilon^2 - \theta_1 \sigma_\varepsilon^2$$

elde edilir. Böylece denklem (3.60) aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \sigma_\varepsilon^2 - \theta_1 (\phi_1 - \theta_1) \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.63)$$

Benzer şekilde $\gamma_{z\varepsilon}(0) = \sigma_\varepsilon^2$ 'dir ve otokovaryans (3.59) denkleminde hareketle aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 - \theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.64)$$

Daha yüksek öteleme değerleri için;

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} \quad , \quad k \geq 2 \quad (3.65)$$

elde edilir. Denklem (3.64) ve (3.65)'yi γ_0 ve γ_1 değerlerini model parametreleri cinsinden verecek şekilde çözersek;

$$\gamma_0 = \frac{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1}{1 - \phi_1^2} \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.66)$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 - \phi_1^2} \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.67)$$

elde edilir. Otokorelasyon katsayıları ise aşağıdaki denklemlerle hesaplanır.

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1} \quad (3.68)$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} \quad , \quad k \geq 2 \quad (3.69)$$

Böylece ρ_k değerleri, ρ_1 'den itibaren ϕ_1 ile kontrol edilen bir miktarda eksponansiyel olarak azalır. ϕ_1 'in negatif olması durumunda, ρ_k değerleri pozitif ve negatif değerler alan bir salınım gösterir.

3.3.4. Sabit parametrelili periyodik zaman serilerinin ARMA modellerinin metodolojisi

Bu bölümde yıllık ARMA modellerinin kurulma aşamaları, periyodik AR modellerine benzer bir tarzda ele alınacak ve gerektiği durumlarda Bölüm 3.2.4'te verilen prosedüre atıfta bulunulacaktır.

Periyodik $x_{v,\tau}$ serisini göz önüne alalım. Burada v ile yıl, $\tau(\tau=1, \dots, w)$ ile zaman dilimi, w ile zaman dilimlerinin sayısı ifade edilmektedir. Eğer $x_{v,\tau}$ serisi çarpık dağılmış ise uygun bir transformasyonla normal dağılmış $y_{v,\tau}$ serisi elde edilir. Periyodik $y_{v,\tau}$ serisi için periyodik ARMA modeli aşağıdaki şekilde yazılır.

$$y_{v,\tau} = \mu_\tau + \sigma_\tau z_{v,\tau} \quad (3.70)$$

Yukarıda μ_τ ve σ_τ periyodik ortalamayı ve periyodik standart sapmayı göstermektedir. (3.67) denklemindeki $z_{v,\tau}$ sabit ya da periyodik parametrelili bir ARMA modeli ile ifade

edilebilir. Sabit parametrelili ARMA(p,q) modelini aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür.

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.71)$$

Yukarıda ϕ ve θ modelin parametreleri, ε_t ise bağımsız normal değişkendir. Bu model Bölüm 3.3.1’de verilen (3.47) ifadesi ile aynıdır.

3.3.4.a. n analiz

Adım (1a). Serinin normal dağılıp dağılmadığı kontrol edilir. Seri normal dağılmamış ise uygun bir transformasyon işlemi uygulanarak yaklaşık olarak normal dağılmış hale dönüştürülür (Bkz. Bölüm 3.2.4.a.).

Adım (1b). Serinin periyodik karakteristiklerini seriden uzaklaştırıp seriyi kararlı bir yapıya kavuşturmak için standardizasyon işlemi gerçekleştirilir. Bu amaçla periyodik serinin periyodik ortalamaları (μ_τ) ve periyodik standart sapmaları (σ_τ) hesaplanır ve denklem (3.20) yardımı ile standardizasyon gerçekleştirilir (Bkz. Bölüm 3.2.4.a.).

Adım (1c). Bölüm 3.2.4.a’de anlatıldığı şekilde, z_t serisinin trend analizi yapılır ve seriye ait otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları elde edilerek grafikleri zilir. Her iki fonksiyona ait %95 güven seviyeleri elde edilir. Otokorelasyon fonksiyonuna ait %95 güven aralığı belirlenirken, söz konusu aralığa ait sınırlar (3.22) denklemi ile elde edilir.

Adım (1d). Yukarıdaki adımların ışığında model için bir n belirleme yoluna gidilir. ARMA modeline ait otokorelasyon fonksiyonu AR modeline nazaran sıfıra daha yavaş yakınsamaktadır. Bu nedenle zilen otokorelasyon grafiğinin sıfıra hemen birkaç

değerden sonra yakınsamaması bir hareketli ortalama bileşenine dolayısıyla ARMA modeline işaret eder. Eğer herhangi bir q gecikme derecesinden sonraki bütün otokorelasyon değerleri güven sınırlarının içine düşüyorsa, bu durum q derecesinden bir hareketli ortalama prosesine işaret eder (Salas *et al.* 1980). Hareketli ortalama bileşeninin derecesi olarak akla gelen ilk derece $q=1$ dir.

Kısmi otokorelasyon fonksiyonunun güven seviyesine ait sınırları kestiği noktalar otoregresif bileşenin derecesini seçmek için önemli bir ipucu verir. Sözgelimi $k=1$ gecikme derecesinde güven limitleri aşıyorsa $p=1$, $k=2$ değerinde aşıyorsa $p=2$ dereceleri alınabilir. Böylece ARMA(p,q) modeline ait p ve q dereceleri için bir ön seçim yapılmış olur.

3.3.4.b. Parametre tahmini

Adım (2). Öngörülen modele ait ϕ ve θ parametrelerinin hesabı için artık serilerin karelerinin toplamını minimum yapan ϕ ve θ parametrelerinin bulunması gerekmektedir. Literatürde bunun için ilk olarak bu parametreler ait bir ön saptama yapılması ve daha sonra bu değerlerin komşuluğundaki çeşitli kombinasyonlar için artık serilerin karelerinin toplamının hesaplanarak, minimum değeri veren kombinasyonun kesin parametreler olarak seçilmesi önerilmektedir. Salas *et al.* (1980), parametrelerin ön saptaması için gerekli olan formülasyonu vermiştir. Box ve Jenkins (1970), ARMA(1,1) modeli için ρ_1 ve ρ_2 değerlerinden hareketle ϕ ve θ parametrelerini pratik olarak bulmaya yarayan bir abak vermiştir. Artık serilerin karelerinin toplamı aşağıdaki ifade ile formülize edilebilir.

$$S = \sum_{t=1}^N \epsilon_t^2 \quad (3.72)$$

Sonuçta minimum S değerini veren $[\phi, \theta]$ çifti kesin parametreler olarak kabul edilmektedir. Bu çalışmada ise klasik yaklaşımdan ayrı olarak parametrelere ait bir ön saptama yapmadan Matlab bilgisayar yazılımının optimizasyon özelliğini kullanmak suretiyle minimum S değerini veren $[\phi, \theta]$ çifti hesaplanacaktır. Bu metoda göre, bilgisayar ϕ ve θ parametrelerini $[-1, 1]$ aralığında değiştirecek şekilde programlanmakta ve bu aralıkta minimum S değerini veren kombinasyona yakınsaması sağlanmaktadır. Bu metot daha hızlı ve rahat bir şekilde sonuca gitmeyi sağlamaktadır.

Yukarıdaki (3.72) ifadesindeki ε_t artık serileri ARMA(p,q) modelleri için aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\varepsilon_t = z_t - \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3.73)$$

Yukarıdaki ifade ile ε_t değerleri hesaplanırken ilk ε_t değerleri (başlangıç değerleri), p ya da q'nun hangisi büyükse o değere kadar sıfır alınır. Yani

$$\varepsilon_j = 0 \quad ; \quad j=1, \dots, \text{maksimum}(p,q)$$

(3.73) ifadesi ARMA(1,0) modeli için

$$\varepsilon_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} \quad (3.74)$$

şekline dönüşür. ARMA(1,2) modeli içinse

$$\varepsilon_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \quad (3.75)$$

şekline dönüşür.

Optimizasyon yoluyla, seçilen modele ait parametreleri hesaplariken $[\phi, \theta]$ parametre çiftini $[-1, +1]$ aralığında değiştirecek şekilde programlanır ve S toplamını minimum yapan değerlere yakınsama sağlanır. Bu işlem sonucunda ϕ_i ($i=1, \dots, p$), θ_j ($j=1, \dots, q$) ve S değerleri bulunur. Bulunan ϕ_i değerlerinin (3.32), (3.33) ve (3.34) formülleri ile verilen kararlılık şartlarını, θ_j değerlerinin ise (3.58) denklemi ile belirtilen invertibilite şartlarını sağlaması gerekir. Bilgisayarın kararlılık ve invertibilite şartlarını sağlamayan değerlere yakınsamasını önlemek için bu kısıtlamaları programa ilave ederek optimizasyonu yapmak yararlı olur. Böylece hesaplanan parametreleri sonradan kontrol etme mecburiyeti de ortadan kalkar.

3.3.4.c. Model parametrelerinin güvenilirliği

Adım (3). Model parametrelerinin istatistiksel olarak anlamlılığına dikkat edilmelidir. Tahmin edilen parametreler sıfırdan belirli bir önem seviyesinde farklı olmalıdırlar (Bkz. Bölüm 3.2.4.c).

Otoregresif ve hareketli ortalama katsayılarının istatistiki anlamlılığı parametrelerin takribi varyansları ile değerlendirilebilir. ϕ ve θ nın 95% güven aralığında alacağı değerler sırasıyla

$$\begin{aligned} \phi \pm 1,96\sqrt{\text{var}(\phi)} \\ \theta \pm 1,96\sqrt{\text{var}(\theta)} \end{aligned} \quad (3.76)$$

ile hesaplanır. Buna göre parametrelerin güven sınırları içinde standart sapmaları ile karşılaştırılması ve parametrelerin istatistiki olarak sıfırdan farklı olduğu kontrol edilmelidir.

3.3.4.d. Seçilen modelin uygunluk testi

Adım (4a). Burada Adım (2)'de minimum S değerini veren ϕ ve θ parametrelerini kullanarak elde edilen ε_t artık serilerinin önemli bir içsel bağımlılığın olup olmadığı araştırılır. Bunun için artık serilere otokorelogram hesaplanarak $r_k(\varepsilon_t)$ değerleri elde edilir. Daha sonra Bölüm 3.2.4.4'te anlatıldığı şekilde Port Monteau testi kullanılarak (3.38) formülü ile Q istatistiği hesaplanır. Bulunan Q değerinin $\alpha=0.05$ anlamlılık seviyesinde ve $L-p-q$ serbestlik derecesinde bulunan χ^2 değerinden küçük olması gerekmektedir. Aksi takdirde modelin parametresi değiştirilmelidir. L değeri en azından $L=N/10 + p + q$ olarak alınmalıdır.

ε_t artık serileri normalite kontrolünden de geçirilmelidir. Bu konuda Bölüm 3.2.4.d'e müracaat edilmelidir.

Adım (4b). Öngörülen modelin bir üst ve alt dereceli modeli ile AIC kriterini kullanarak mukayesesinin yapılması yerinde olur.

$$AIC(p) = N \cdot \ln(\sigma_\varepsilon^2) + 2(p + q) \quad (3.77)$$

Yukarıdaki formülde σ_ε^2 değeri aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{S}{N - n} \quad (3.78)$$

Sonuçta minimum AIC değerini veren model en iyi model olarak seçilir.

3.3.4.e. Modele ait ilave testler

Adım (5a). Aşağıdaki genel formül yardımıyla sentetik z_t değerleri elde edilir.

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (3.79)$$

Yukarıdaki formülde ε_t değeri

$$\varepsilon_t = \sigma_\varepsilon * \xi_t \quad (3.80)$$

ifadesi ile hesaplanır. $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\sigma_\varepsilon^2}$ olduğuna dikkat edilmelidir.

Yukarıdaki algoritmayı başlatmak için z_t ve ε_t terimlerinin başlangıç değerlerini bilmek gerekmektedir. Bu değerler bilinmediği için tarihi z_t serisine ait son değerler z_t terimlerini başlangıç değerleri olarak alınabilir. ε_t terimlerinin başlangıç değerleri olarak ise Adım (2c)'de yapılan optimizasyon sırasında elde edilen ε_t serisinin son terimleri alınabilir. Böylece, Bölüm 3.2.4.e Adım (5a)'da anlatılan prosedüre benzer şekilde hareket ederek $N+(20\sim 100)$ adet sentetik z_t terimi üretilir ve ilk (20~100) adeti atılarak geriye N uzunluğunda bir seri kalır.

Adım (5b). z_t serisine ait trend analizi yapılmış ise trend analizinin geri dönüşüm formülü uygulanır. Daha sonra aylık datalarla çalışıldığı için sentetik z_t serisini $z_{1,1}=z_1$, $z_{1,7}=z_7$, $z_{2,10}=z_{22}$, ... , $z_{12,42}=z_{504}$ olacak şekilde $z_{v,\tau}$ serisine dönüştürmek gerekmektedir.

Boyutsuz ve standardize haldeki sentetik $z_{v,\tau}$ serisinden hareketle periyodik seriyi elde etmek için $y_{v,\tau} = \mu_\tau + \sigma_\tau * z_{v,\tau}$ formülü ile $y_{v,\tau}$ değerleri elde edilir. Daha sonra seriyi normal dağılmış hale getirmek için kullanılan transformasyonun ters fonksiyonu uygulanarak orijinal $x_{v,\tau}$ debi değerleri elde edilir.

Adım (5c). Adım (5a) ve (5b)'de anlatılan işlemler tekrar edilmek suretiyle sözgelimi 100 adet sentetik seri üretilir. Üretilen sentetik serilerin ortalamaları, standart sapmaları ve korelogramları tarihi serinin özelliklerini taşımalıdır.

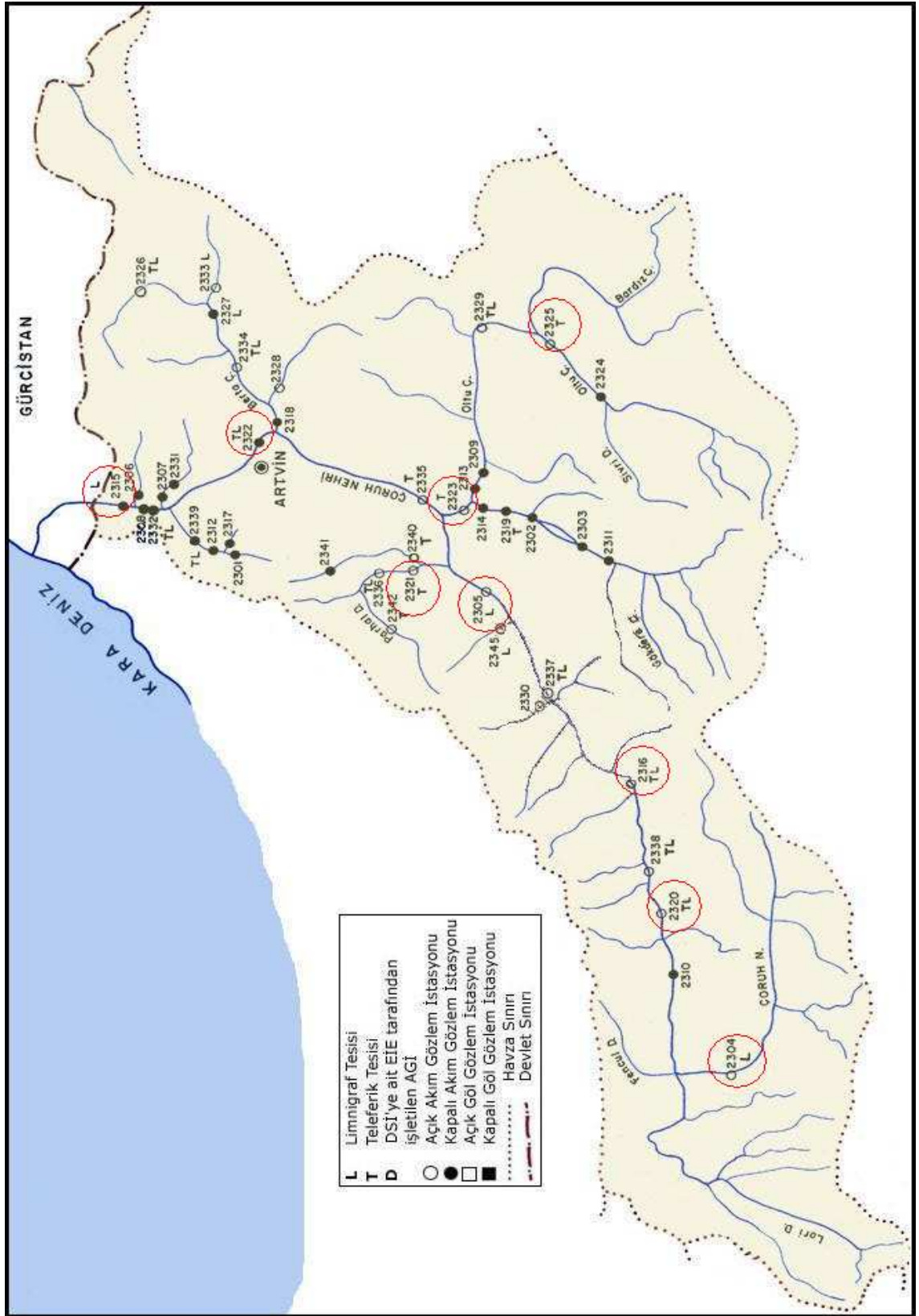
Adım (5d). Adım (5c)'de her bir sentetik seri için hesaplanan istatistiksel karakteristiklerden faydalanılarak bu karakteristiklere ait %95 güven seviyesindeki sınırlar, Bölüm 3.2.4.e Adım (5c)'de anlatılan şekilde tespit edilir ve tarihi seriye ait karakteristiklerin bu aralığa düşüp düşmediği kontrol edilir. Bu kontrol sonucunda modelin geçerliliği tatmin edici bulunmazsa modelin derecesi değiştirilerek yeni bir model kurulur.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Artvin ilimizle özdeşleşmiş olan Çoruh Nehri, yıllık ortalama 6,3 milyar m³ lük akış hacmine sahip olup, nehrin toplam uzunluğu 431 km'dir. Çoruh Nehri'nin 410 km'lik kısmı ülkemiz sınırları içerisinde, 21 km'lik kısmı ise Gürcistan sınırları içerisinde. Bayburt ilindeki Mescit dağlarından doğup Gürcistan'ın Batum ilinden Karadeniz'e dökülen Çoruh Nehri, yılda 5,8 milyar m³ rusubat taşımaktadır. Türkiye'de en fazla erozyona maruz kalan havzalardan biridir. Enerji üretilebilecek toplam düşü 1.420 m. olup, ülkemizin en hızlı akan nehridir. Türkiye'nin geleceği için çok önemli projeler demetini oluşturan “ÇORUH VADİSİ” ana kolu üzerinde, EİE tarafından 1962 yılında başlayan etüt çalışmaları sonucu, 10 adet baraj ve yan kollar üzerinde 17 adet baraj ve nehir tipi HES tesisleri inşaatı planlanmış olup, toplam 27 adet tesisten yılda 10,3 milyar Kwh yıllık enerji üretimi gerçekleştirilecektir. Bu da Türkiye'de üretilen toplam enerjinin (151 milyar Kwh) %7'si, hidroelektrik enerjinin ise (2004 yılı üretimi 47 milyar Kwh) % 22' sidir.

Bu bölümde, Çoruh Havzası'nda Elektrik İşleri Etüt İdaresi (EİE) tarafından işletilen 9 adet akım gözlem istasyonunda (Şekil 4.1) ölçülen aylık nehir akımlarının tek değişkenli stokastik modelleri, tarihi akım serilerinin istatistikî özelliklerini koruyacak şekilde otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modeli ile elde edilmiştir. Akım kayıtları, EİE Akım Gözlem Yıllıklarından alınmıştır. Çoruh havzasındaki Akım Gözlem İstasyonlarından (AGİ) 2304, 2320, 2323 ve 2325 nolu Akım Gözlem İstasyonlarında (AGİ) eksik akım verisi bulunmaktadır. Eksik akım verilerinin tahmin edilmesi işlemi “Taşkın Heyelan ve Dere Yataklarının Korunması Konferansı” bildiri referans alınarak yapılmıştır. Bu bölümde 2304 nolu Akım Gözlem İstasyonunun modelleme aşamaları anlatılmıştır. Diğer 8 istasyonun hesaplanan değerleri ise tablolar ve şekiller olarak verilmiştir. Adı geçen istasyonların özellikleri Çizelge 4.1'de verilmiştir. Elde edilecek modelleri kullanarak her bir akım gözlem istasyonu için sentetik akım serileri aylık bazda türetilmiştir. Bu sentetik serilerle hidrolojik süreçlerdeki daha değişik ve dolayısıyla daha kritik olabilecek gidişleri (daha kurak veya yağışlı dönemleri) göz önüne almak mümkün olabileceğinden, bu gibi uzatılmış

kayıtlardan özellikle oruh Havzası'ndaki su kaynaklarının planlama ve işletilmesinde yararlanılacaktır.



Şekil 4.1 Çoruh Havzası ve Çalışmada Kullanılacak Akım Gözlem İstasyonları

Çizelge 4.1 Akım Gözlem İstasyonlarına Ait Özet Bilgi

AGİ No.	Yağış Alanı (km ²)	Yaklaşık Kot (m)
2304	1734	1545
2320	4759,2	1365
2316	5505,2	1170
2325	1762	1129
2321	586	705
2305	7272	654
2323	7069,8	580
2322	18753,3	201
2315	20127	57

4.1. Aylık Akımların Sabit Katsayılı Periyodik ARMA Modellemesi

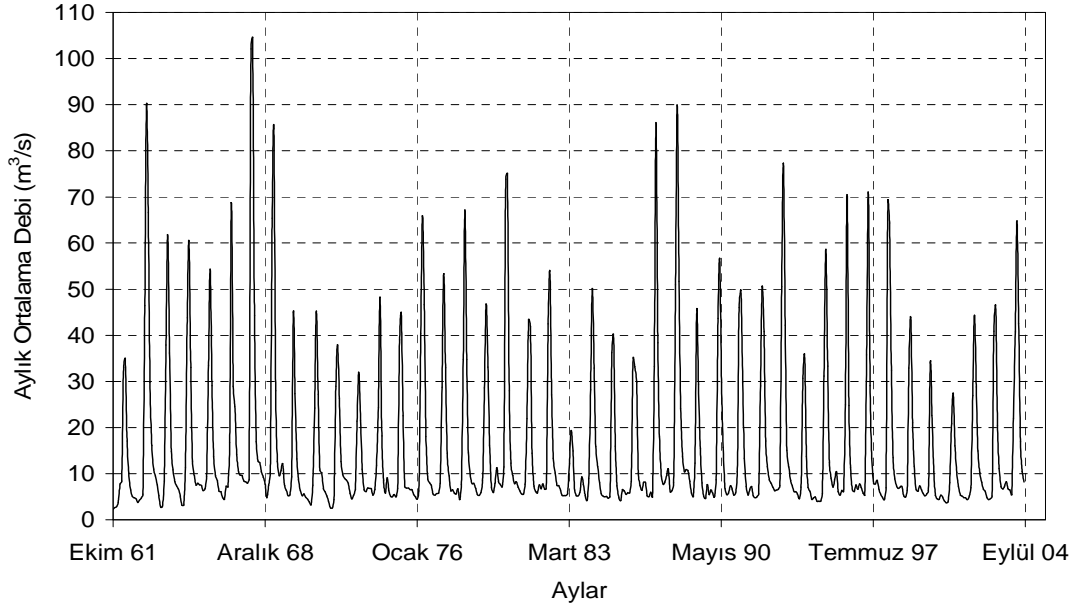
4.1.1. Ön analiz

Adım (1a). 2304 nolu Akım Gözlem İstasyonunda ölçülen aylık ortalama akımlar Çizelge 4.2’de verilmiştir. İlk olarak tarihi zaman serisinin her istasyon için çarpıklık katsayısı matlab programı yardımı ile hesaplanmıştır. Sonuçlar diğer istatistiksel karakteristiklerle beraber Çizelge 4.2’de verilmiştir. Çizelge 4.2’de görülen çarpıklık değerlerinin yüksek olması serinin normal dağılmadığını gösterir.

Çizelge 4.2 Aylık Akımlara Ait Özet İstatistik Parametreler

AGİ No.	Ortalama (m ³ /s)	Standart sapma (m ³ /s)	Medyan (m ³ /s)	Çarpıklık Katsayısı
2304	15,03	16,32	7,76	2,29
2305	69,08	73,41	31,02	1,72
2315	206,91	187,35	123,42	1,87
2316	38,43	43,12	16,47	1,83
2320	28,57	32,66	12,30	1,94
2321	13,76	13,04	7,36	1,32
2322	158,63	159,05	77,40	1,73
2323	33,25	35,32	18,31	2,75
2325	7,00	8,39	3,92	2,75

Ayrıca aylık debilerin normal dağılmadığı Şekil 4.2’de verilen grafiklerde de görülmektedir.



Şekil 4.2 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler

Adım (1b). Bu durumda $y_{v,\tau} = \log_e(x_{v,\tau})$ transformasyonu ile tarihi serinin çarpıklığı azaltma yoluna gidilmiştir. Matlab programının mean ve std komutları kullanılarak periyodik ortalamalar (μ_τ) ve periyodik standart sapmalar (σ_τ) hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 4.3’de verilmiştir.

Çizelge 4.3 2304 nolu istasyonun $y_{v,\tau}$ serisine ait periyodik ortalamalar (μ_τ) ve periyodik standart sapmalar (σ_τ)

İSTATİSTİKLER/ AYLAR	EKİM	KASIM	ARALIK	OCAK	ŞUBAT	MART
Ortalama	1.9415	1.8949	1.7514	1.6241	1.6462	2.0260
Standart sapma	0.2781	0.2732	0.2521	0.2487	0.2558	0.3004
İSTATİSTİKLER/ AYLAR	NİSAN	MAYIS	HAZİRAN	TEMMUZ	AĞUSTOS	EYLÜL
Ortalama	3.5587	3.9240	3.3108	2.5330	2.1202	1.9471
Standart sapma	0.3913	0.3871	0.4023	0.3564	0.3008	0.2647

Dönüştürülmüş periyodik $y_{v,\tau}$ serisi $z_{v,\tau}=(y_{v,\tau}-\mu_\tau) / \sigma_\tau$ standardizasyonu ile boyutsuz hale getirilerek periyodiklik ortadan kaldırılmıştır. Örnek olarak:

$$z_1 = (y_{1,1} - \mu_1) / \sigma_1 = (0.7719 - 1.9415) / 0.2781 = -4.2056$$

$$z_2 = (y_{1,2} - \mu_2) / \sigma_2 = (0.9647 - 1.8949) / 0.2732 = -3.4048$$

· · ·
· · ·
· · ·

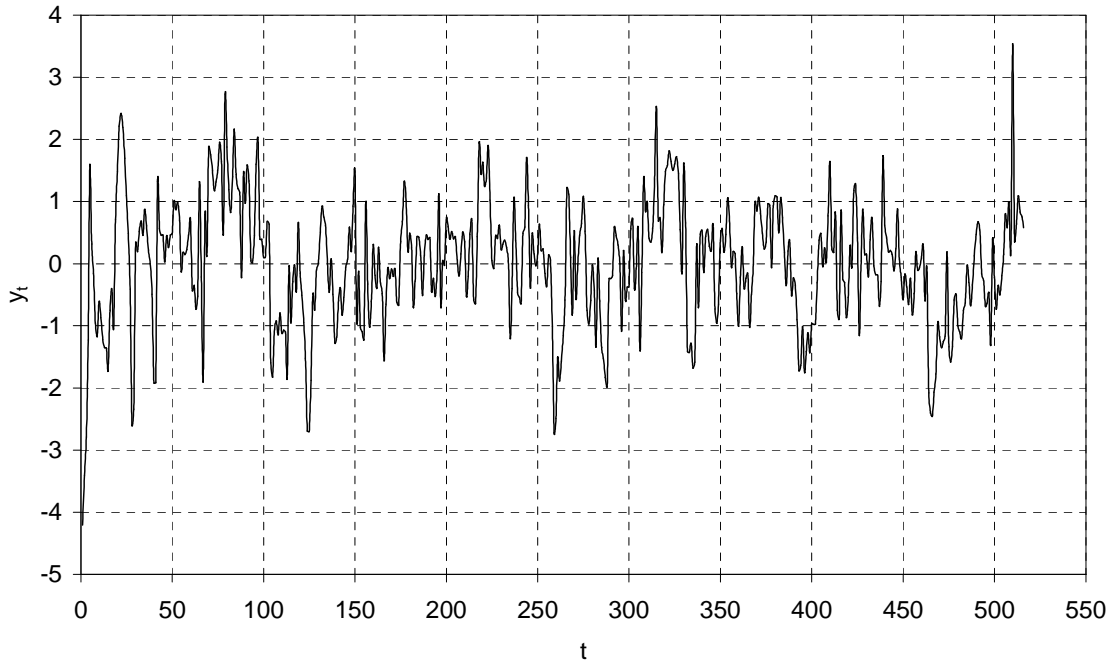
$$z_{516} = (y_{43,12} - \mu_{12}) / \sigma_{12} = (2.1008 - 1.9471) / 0.2706 = 0.5679$$

Elde edilen seriye Kolmogorov-Simirnov testi uygulanmış ve serinin normal dağıldığı KS test değerinin kritik değerden küçük olmasıyla gösterilmiştir.

Çizelge 4.4 2304 Nolu İstasyonun $z_{v,\tau}$ Serisine Ait Kolmogorov-Simirnov Testi Sonuçları

AGİ	KS Test değeri	Kritik Değer	Çarpıklık Katsayısı
2304	0.0430	0.0595	-0.3022
2305	0.0456	0.0602	0.3003
2315	0.0271	0.0641	0.1854
2316	0.0352	0.0616	0.2167
2320	0.0584	0.0668	-0.2365
2321	0.0226	0.0678	-0.0122
2322	0.0416	0.0723	0.2499
2323	0.0286	0.0616	-0.0956
2325	0.0462	0.0700	-0.4090

z_t serisinin grafiği Şekil 4.3’de verilmiştir.

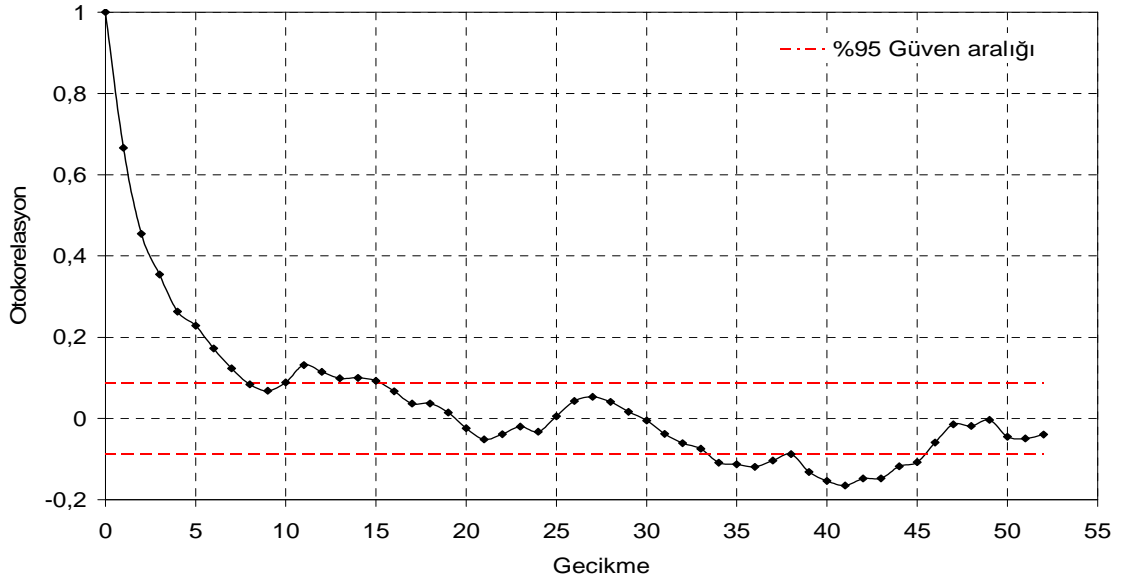


Şekil 4.3 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler

Adım (1c). Elde edilen orijinal z_t serisinin korelogram ve kısmi korelogramları %95 güven sınırları dahilinde matlab programı ile hesaplanmış ve çizilmiştir.

Çizelge 4.5 z_t serisinin otokorelasyon değerleri

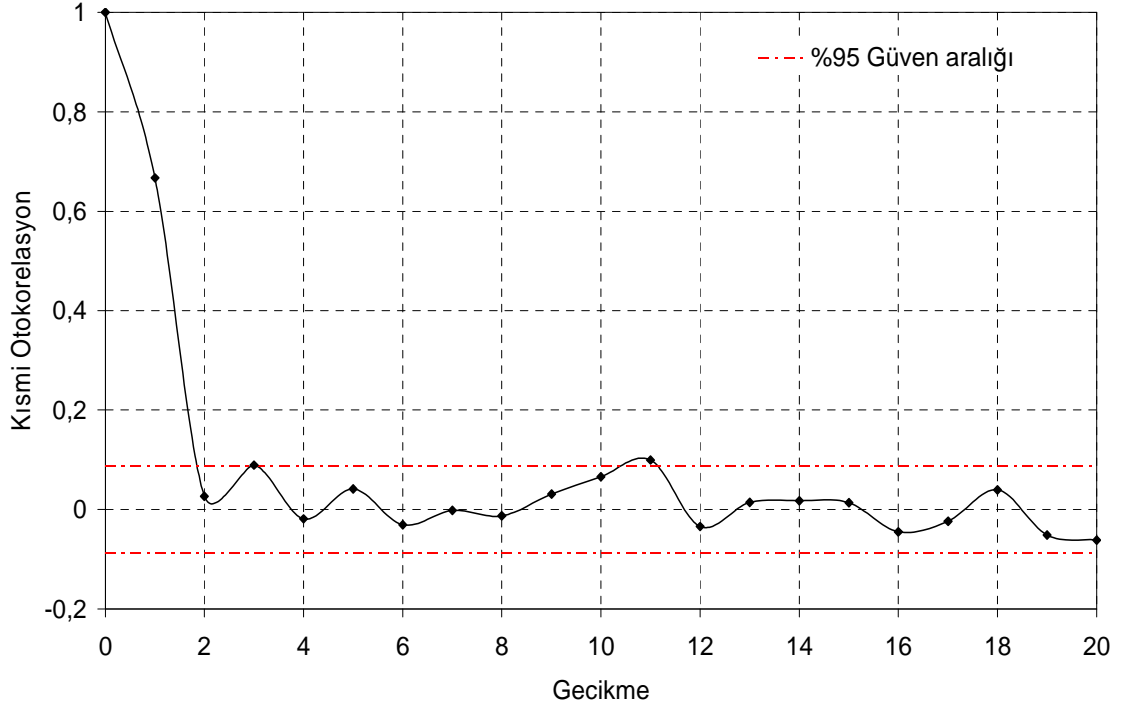
Gecikme (k)	Otokorelasyon	Gecikme (k)	Otokorelasyon	Alt Sınır (%95)	Üst Sınır (%95)
0	1	27	0,0529	-0,088	0,088
1	0,6664	28	0,0408	-0,088	0,088
2	0,4546	29	0,0164	-0,088	0,088
3	0,3546	30	-0,005	-0,088	0,088
4	0,2631	31	-0,0379	-0,088	0,088
5	0,2286	32	-0,0608	-0,088	0,088
6	0,1726	33	-0,0744	-0,088	0,088
7	0,1235	34	-0,1087	-0,088	0,088
8	0,084	35	-0,1126	-0,088	0,088
9	0,0681	36	-0,119	-0,088	0,088
10	0,0887	37	-0,1036	-0,088	0,088
11	0,1316	38	-0,088	-0,088	0,088
12	0,1149	39	-0,1317	-0,088	0,088
13	0,099	40	-0,1534	-0,088	0,088
14	0,1001	41	-0,1648	-0,088	0,088
15	0,093	42	-0,1475	-0,088	0,088
16	0,0667	43	-0,1472	-0,088	0,088
17	0,0364	44	-0,1178	-0,088	0,088
18	0,0369	45	-0,1075	-0,088	0,088
19	0,0146	46	-0,0592	-0,088	0,088
20	-0,024	47	-0,0147	-0,088	0,088
21	-0,0516	48	-0,0185	-0,088	0,088
22	-0,0387	49	-0,0038	-0,088	0,088
23	-0,02	50	-0,0451	-0,088	0,088
24	-0,0328	51	-0,0492	-0,088	0,088
25	0,0054	52	-0,0396	-0,088	0,088
26	0,0427			-0,088	0,088



Şekil 4.4 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin korelogramı

Çizelge 4.6 z_t serisinin kısmi otokorelasyon değerleri

Gecikme (k)	Kısmi Otokorelasyon	Gecikme (k)	Kısmi Otokorelasyon	Alt Sınır (%95)	Üst Sınır (%95)
0	1	11	0,0997	-0,088	0,088
1	0,6668	12	-0,0342	-0,088	0,088
2	0,0267	13	0,0144	-0,088	0,088
3	0,0893	14	0,0173	-0,088	0,088
4	-0,0188	15	0,0136	-0,088	0,088
5	0,041	16	-0,0448	-0,088	0,088
6	-0,0306	17	-0,0236	-0,088	0,088
7	-0,0018	18	0,0396	-0,088	0,088
8	-0,0128	19	-0,0515	-0,088	0,088
9	0,031	20	-0,0615	-0,088	0,088
10	0,066			-0,088	0,088



Şekil 4.5 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debilerin kısmi otokorelasyon fonksiyonu

Korelogramın eksponansiyel olarak azalarak sifıra yaklaşması bir hareketli ortalama bileşenine işaret etmektedir. Kısmi korelogramın ise $k=1$ derecesinde büyük bir değer alması $p=1$ derecesinden bir otoregresif bileşene işaret etmektedir.

4.1.2. Parametre tahmini

Adım (2). Box-Pierce Port Manteau testi istatistiği Q değerini minimum yapan (ϕ, θ) çifti Matlab bilgisayar yazılımı ile hesaplanmıştır. Bunun için ilk olarak (3.74) formülü

ARMA(1,0) için $\varepsilon_t = z_t - \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$ şeklinde yazılmış, daha sonra bilgisayar

ϕ ve θ değerlerini 3'e kadar $[-1; +1]$ aralığında arayacak şekilde programlanmıştır.

Bulunan parametreler ve ilgili parametrelerin %95 güven aralığında aldığı değerler Matlab programının present komutu kullanılarak hesaplanıp Çizelge 4.7'da verilmiştir.

$$\phi_1 \pm 1.96 \times (0.03181) \left. \begin{array}{l} \vphantom{\phi_1} \\ \vphantom{\pm} \\ \vphantom{\times} \\ \vphantom{(0.03181)} \\ \vphantom{\phi_1} \\ \vphantom{\pm} \\ \vphantom{\times} \\ \vphantom{(0.03181)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0.6176 \\ 0.7423 \end{array}$$

Çizelge 4.7 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ Katsayıları

	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)	ARMA(1,3)
ϕ_1	0.68 (0.62;0.74)	0.78 (0.69;0.87)	0.85 (0.75;0.94)	-
θ_1	-	-0.08 (-0.21;0.04)	-0.13 (-0.27;0.00)	-
θ_2	-	-	-0.11 (-0.23;0.01)	-
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)	ARMA(2,3)
ϕ_1	0.66 (0.57;0.74)	1.30 (0.59;2.00)	0.18 (-0.33;0.70)	0.07 (-0.60;0.75)
ϕ_2	0.03 (-0.06;0.11)	-0.38 (-0.92;0.16)	0.52 (0.14;0.90)	0.63 (0.03;1.23)
θ_1	-	-0.61 (-1.28;0.06)	0.53 (0.01;1.05)	0.64 (-0.05;1.32)
θ_2	-	-	-0.16 (-0.29;-0.03)	-0.21 (-0.43;0.02)
θ_3	-	-	-	-0.04 (-0.23;0.14)
	ARMA(3,0)	ARMA(3,1)	ARMA(3,2)	ARMA(3,3)
ϕ_1	-	0.02 (-0.45;0.50)	0.33 (-0.43;1.09)	1.28 (0.72;1.84)
ϕ_2	-	0.47 (0.09;0.85)	0.58 (0.05;1.11)	0.17 (-0.80;1.14)
ϕ_3	-	0.11 (0.01;0.21)	-0.13 (-0.70;0.44)	-0.45 (-0.87;-0.03)
θ_1	-	0.69 (0.21;1.17)	0.38 (-0.36;1.13)	-0.58 (-1.14;-0.03)
θ_2	-	-	-0.34 (-1.08;0.41)	-0.60 (-1.14;-0.06)
θ_3	-	-	-	0.19 (0.06;0.31)

4.1.3. Model parametrelerinin güvenilirliği

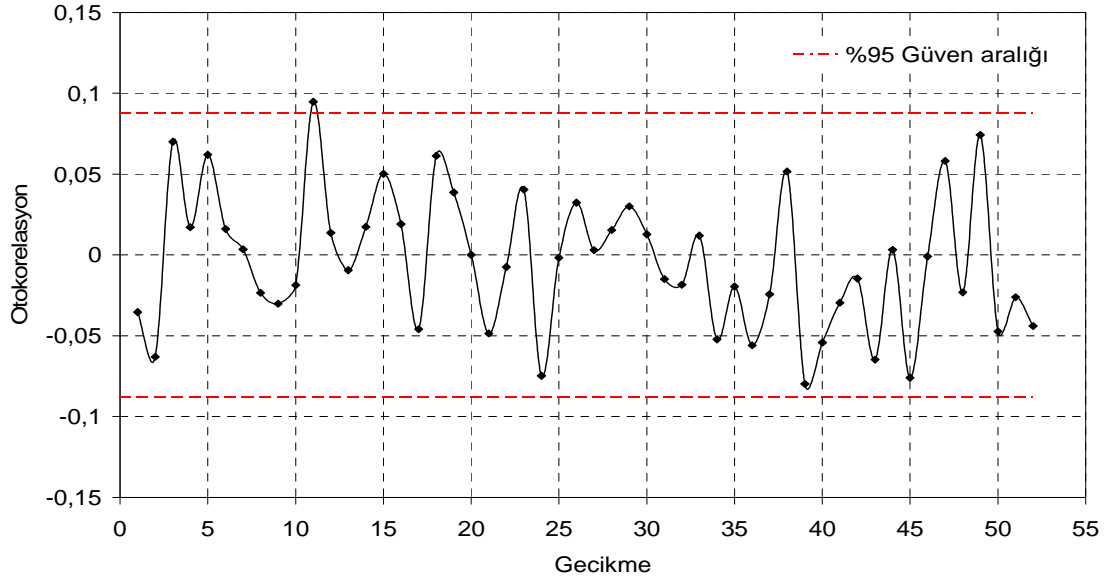
Adım (3). Seçilecek modelin derecesinin uygunluğunu araştırmak için denklem (3.77) ile ifade edilen Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion; AIC) değerleri Matlab programı yardımı ile hesaplanır ve en küçük AIC değerini veren model en uygun model olarak seçilir.

$AIC(1,0) = 516 * \ln(0.5094) + 2(1+0) = -345.96$ bulunur.

Box-Pierce portmanto testindeki Q istatistiği ve kritik değer (KD) Tablo 4.8’de verilmiştir. Bu tabloda ayrıca matlab programında yazdığımız bir program ile hesaplanan otokorelasyon katsayısı sayısı (OS), bu otokorelasyon katsayılarından %95 düzeyindeki güven aralığını aşanların sayısı (AS) ve bunların birbirine oranı (AS/OS) da verilmiştir. Ayrıca ARMA modelinin rastgele bileşeni (artık terim) ε nin içsel bağımlılığı artık terimlerin korelogramları çizilerek Şekil 4.6’de verilmiştir.

Çizelge 4.8 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

	AIC	σ_ε^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-345.96	0.51	48.00	68.67	1	52	0.019
ARMA(1,1)	-338.84	0.51	51.58	67.50	2	52	0.039
ARMA(1,2)	-339.73	0.51	47.20	66.34	0	52	0
ARMA(2,0)	-345.02	0.51	47.24	67.50	1	52	0.019
ARMA(2,1)	-339.51	0.51	48.63	66.34	1	52	0.019
ARMA(2,2)	-340.25	0.51	44.94	65.17	0	52	0
ARMA(2,3)	-340.22	0.51	44.05	64.00	0	52	0
ARMA(3,1)	-340.90	0.51	46.10	65.17	1	52	0.019
ARMA(3,2)	-340.23	0.51	44.16	64.00	0	52	0
ARMA(3,3)	-343.08	0.50	45.65	62.83	0	52	0



Şekil 4.6 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki logaritması alınmış ve periyodikliği giderilmiş aylık ortalama debiler için ARMA(1,0) modelinin artık terimlerinin korelogramı

4.1.4. Modele ait ilave testler

Adım (4a). Bu adımda oluşturulan $z_t=0.68*z_{t-1}+\varepsilon_t$ modeli yardımıyla Bölüm 3.2.4.e’de anlatılan metot izlenerek 43 yıllık 100 adet sentetik seri Matlab programı ile türetilmiştir.

$(43*12) +96=612$ adet standart normal rastgele sayı ($\xi_{1,2,\dots,612}$) içeren seri oluşturulur. z_1 başlangıç değerinin bulunması için gerekli z_0 değeri tarihi z_t serisinin son elemanı olan $z_{516}=0.5679$ alınarak ilgili prosedür uygulanıp sırayla (3.40b) denkleminde yerine konularak sentetik z_1, z_2, \dots, z_{516} terimleri elde edilir.

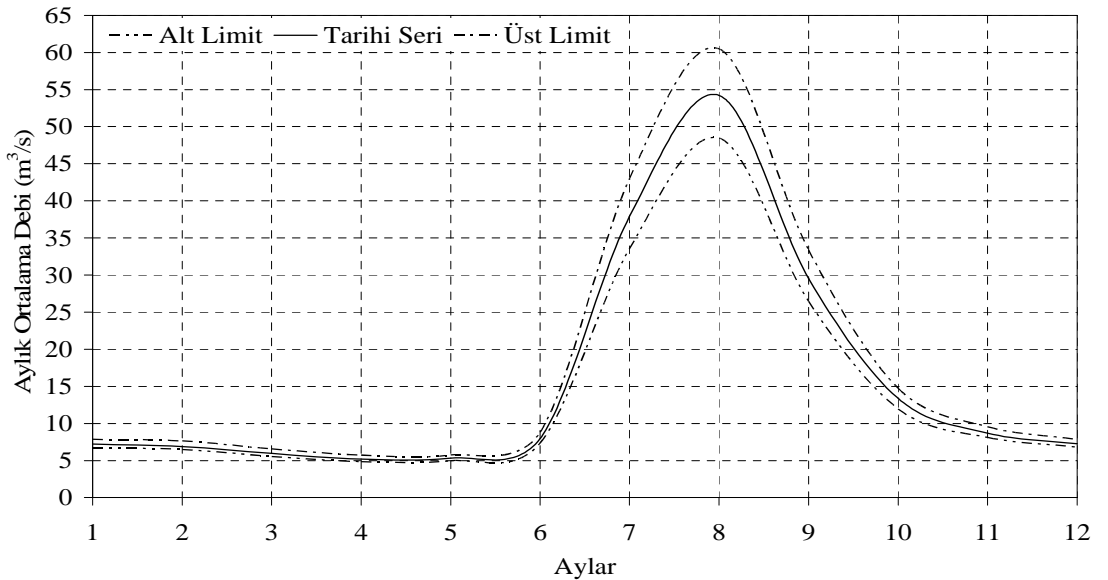
Prosedür gereği sentetik z_0 teriminin tarihi serinin son elemanı olarak kabul edilmesi ile oluşan başlangıç şartlarının etkisini ortadan kaldırmak için $N' = N_g + N_w$ formülünce ilk $N_w=96$ adet terimi atılır. 96 adet alınmasının sebebi 12’nin katı olarak almak içindir. Böylece geriye $N_g=516$ uzunluğunda bir sentetik seri kalır.

Boyutsuz ve standardize haldeki sentetik z_t serisinden hareketle sentetik $y_{v,\tau}$ periyodik serisini elde etmek için (3.41) nolu denklem kullanılır. Daha sonra üretilen sentetik serilere $x_{v,\tau} = e^{y_{v,\tau}}$ ters transformasyon fonksiyonu uygulanarak sentetik debi değerleri elde edilir.

Adım (5b). İlk olarak tarihi $x_{v,\tau}$ serisine ait istatistiki karakteristiklerden otokorelasyon katsayıları ($r_k(x_{v,\tau})$), periyodik ortalamalar (μ_τ) ve periyodik standart sapmalar (σ_τ) hesaplanmıştır. Daha sonra her bir sentetik seri için ayrı karakteristikler hesaplanarak Bölüm 3.2.4.e’de anlatılan şekilde %95 güven aralığı hesaplanmıştır.

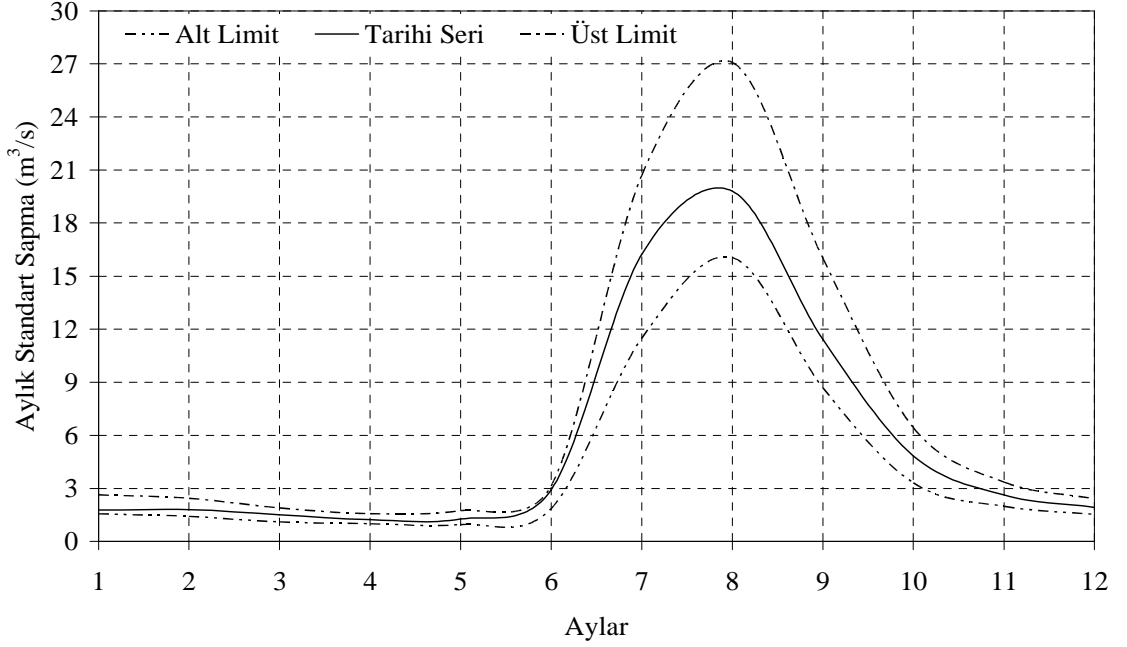
Yapılan kontrollerin sonucunda ARMA(1,0) modelinin geçerli olduğu sonucuna varılmıştır (Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9).

i) Ortalamaların kontrolü



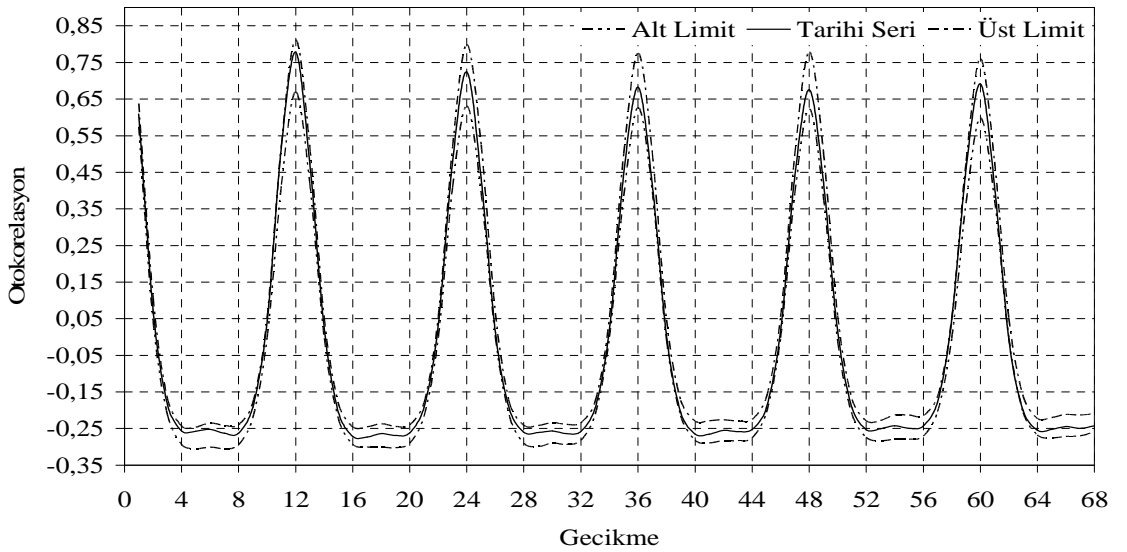
Şekil 4.7 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Üretilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

ii)Standart sapmaların kontrolü



Şekil 4.8 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

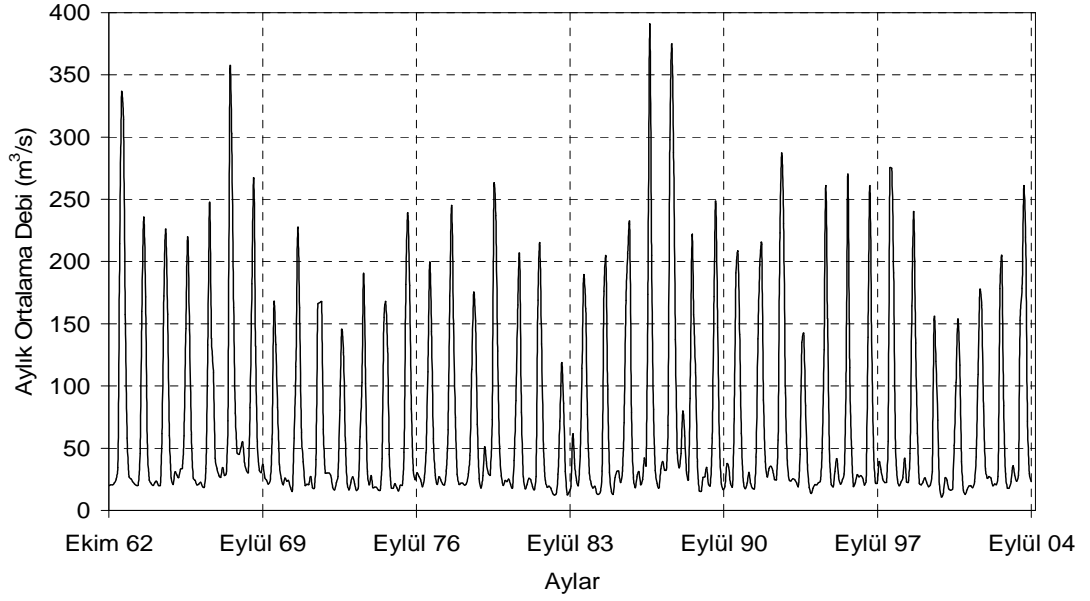
iii)Korelogramın kontrolü



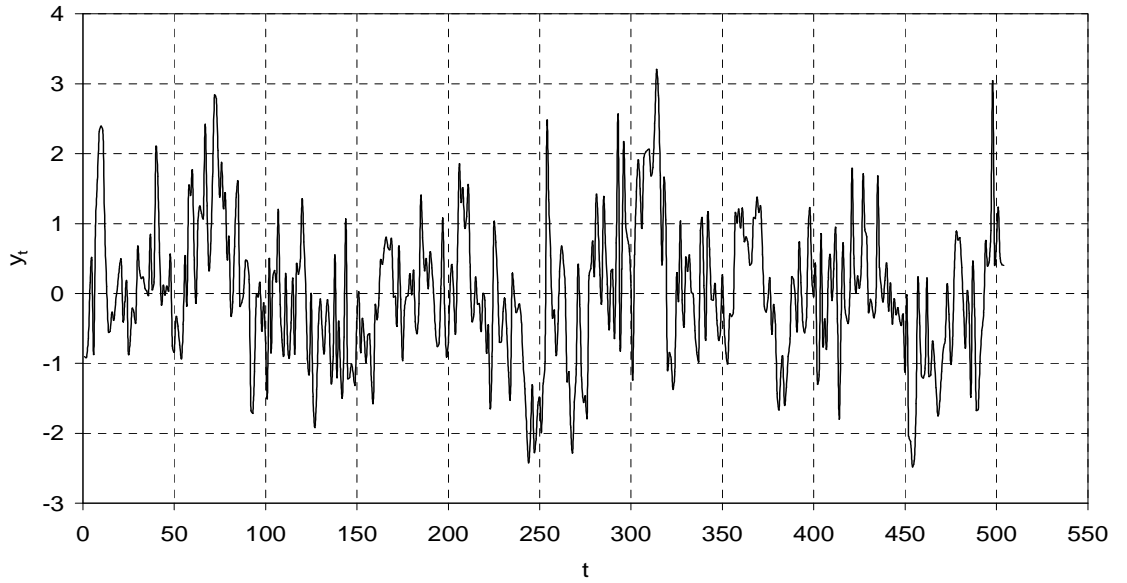
Şekil 4.9 2304 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

Diğer 8 adet akım gözlem istasyonlarının grafikleri ve tabloları;

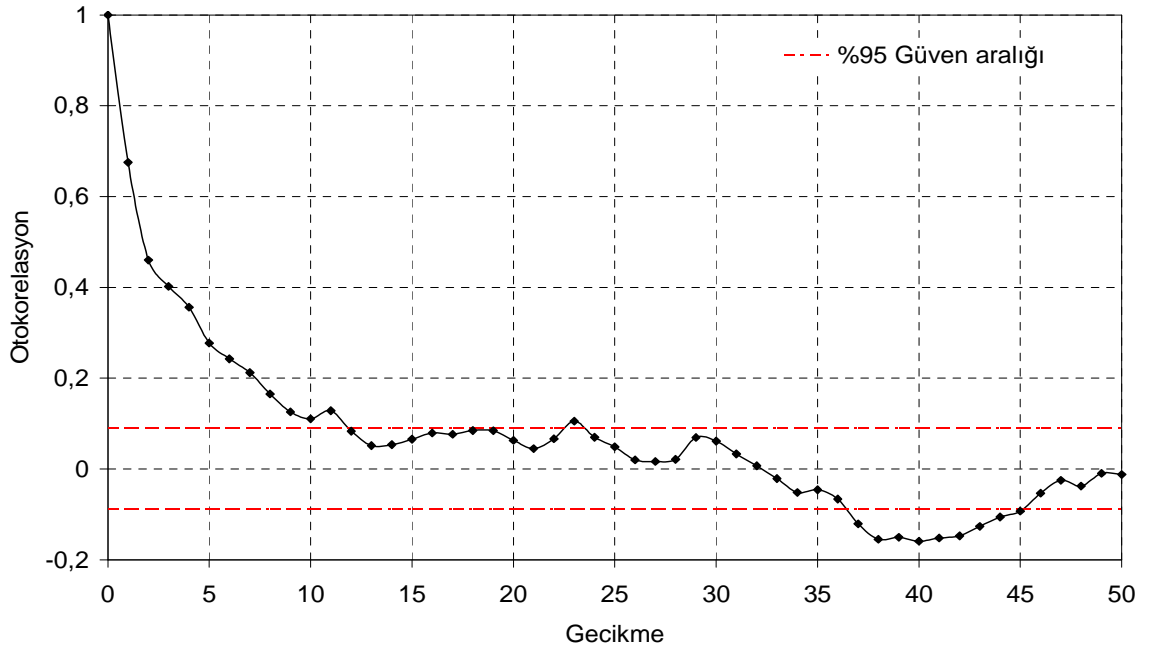
2305 numaralı istasyon için;



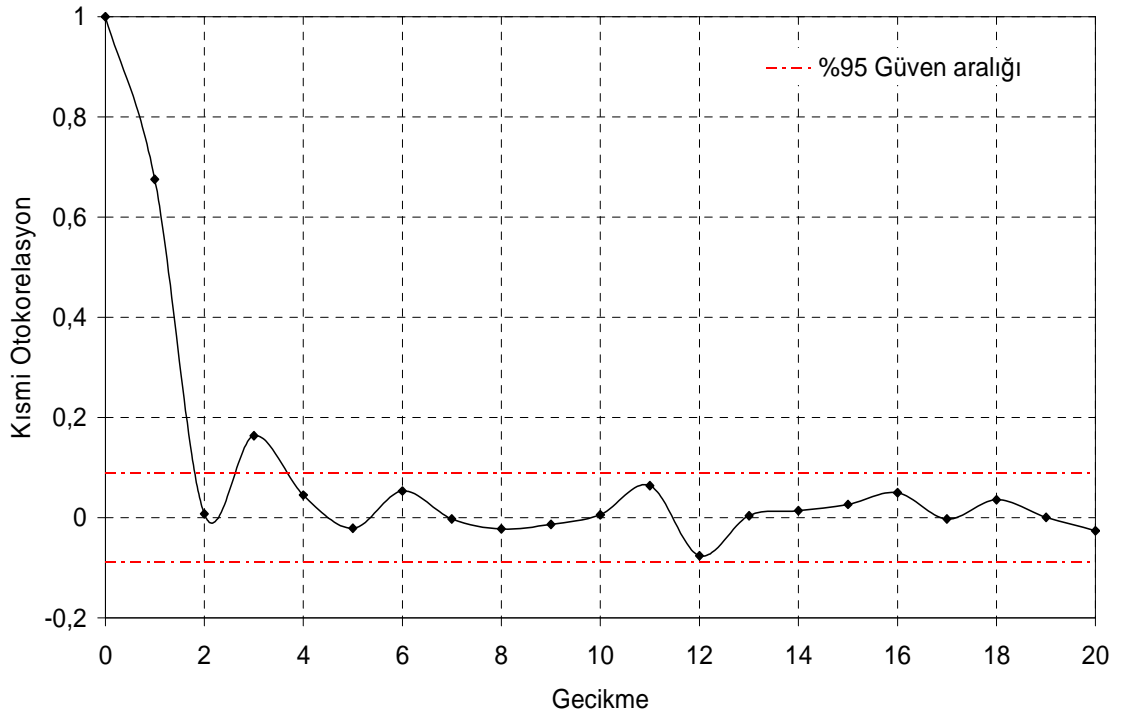
Şekil 4.10 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.11 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.12 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



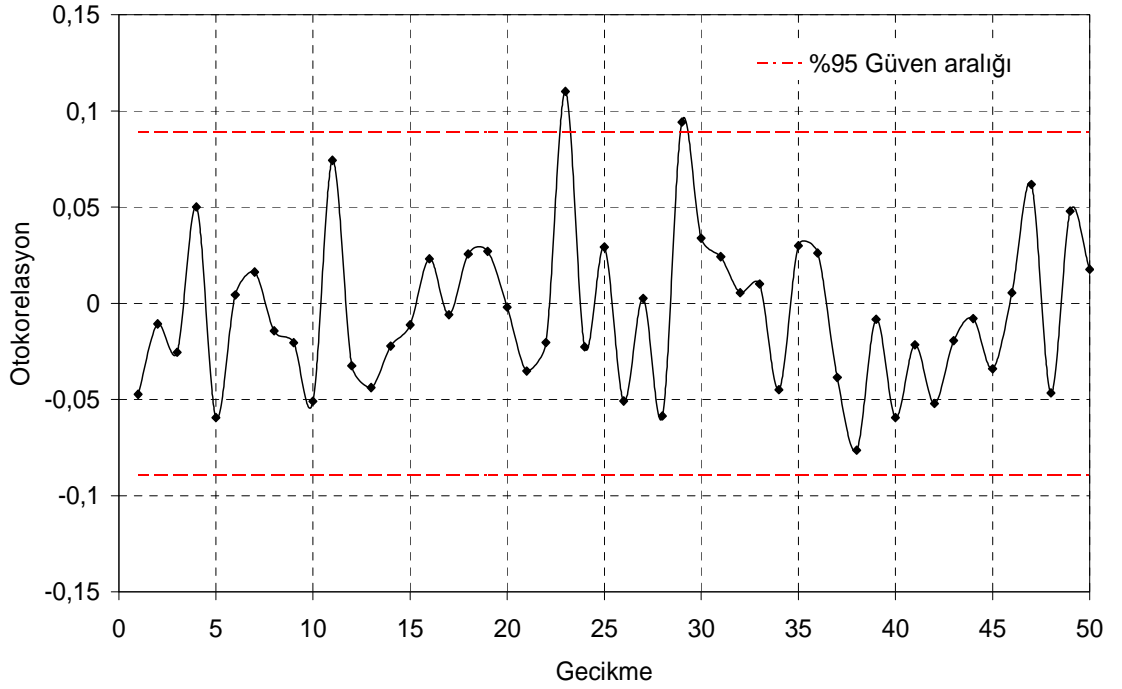
Şekil 4.13 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.9 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

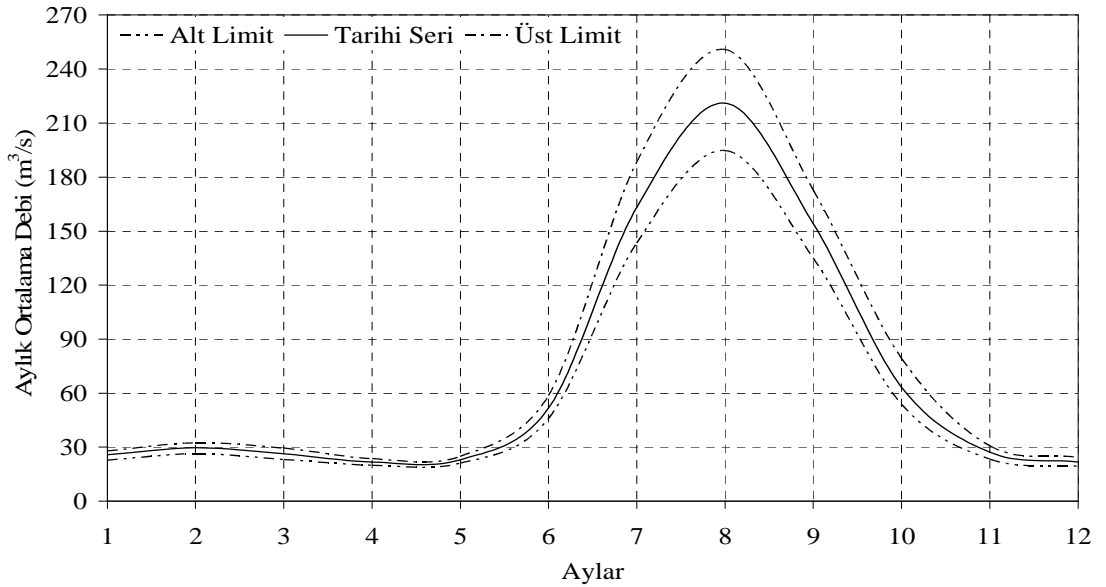
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)
ϕ_1	0.68 (0.61;0.74)	0.70 (0.60;0.80)	0.88 (0.79;0.97)
θ_1	-	0.04 (-0.09;0.17)	-0.17 (-0.31;-0.03)
θ_2	-	-	-0.23 (-0.35;-0.11)
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)
ϕ_1	0.67 (0.58;0.76)	1.51 (1.22;1.79)	1.12 (0.67;1.58)
ϕ_2	0.01 (-0.08;0.10)	-0.53 (-0.77;-0.30)	-0.20 (-0.57;0.18)
θ_1	-	-0.84 (-1.09;-0.60)	-0.40 (-0.84;0.04)
θ_2	-	-	-0.21 (-0.35;-0.07)

Çizelge 4.10 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

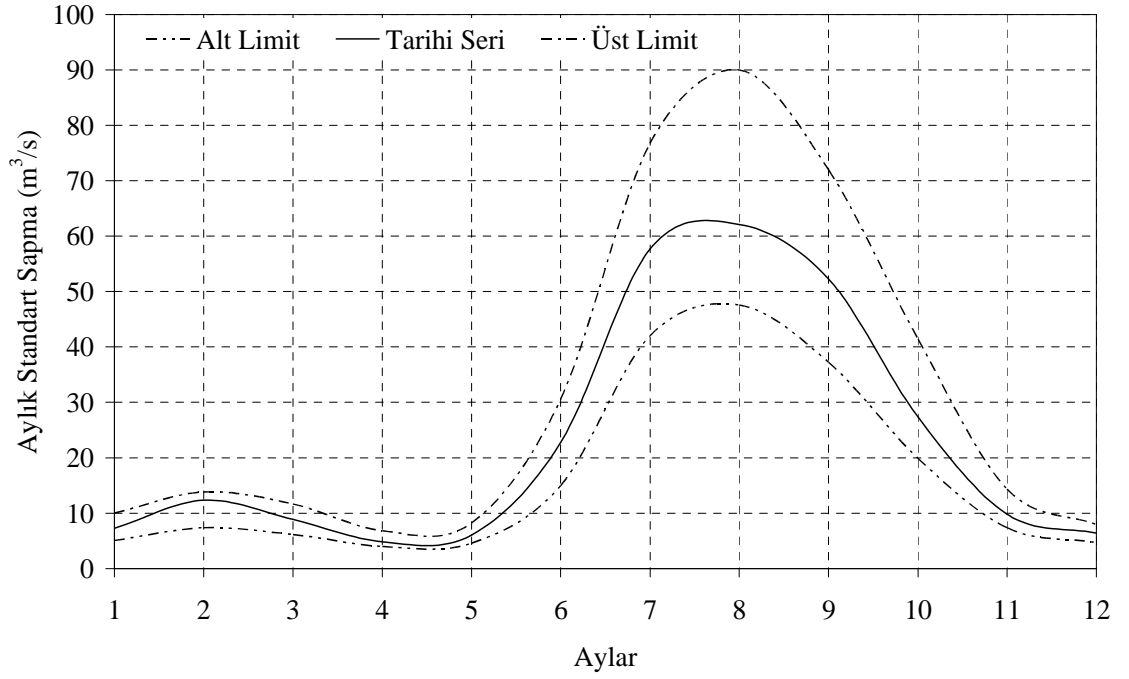
	AIC	σ_ϵ^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-317.86	0.53	55.04	66.34	4	50	0.080
ARMA(1,1)	-313.70	0.53	56.47	65.17	4	50	0.080
ARMA(1,2)	-325.32	0.52	42.07	64.00	2	50	0.040
ARMA(2,0)	-316.07	0.53	54.59	65.17	4	50	0.080
ARMA(2,1)	-319.00	0.52	51.39	64.00	2	50	0.040
ARMA(2,2)	-321.72	0.52	44.34	62.83	2	50	0.040



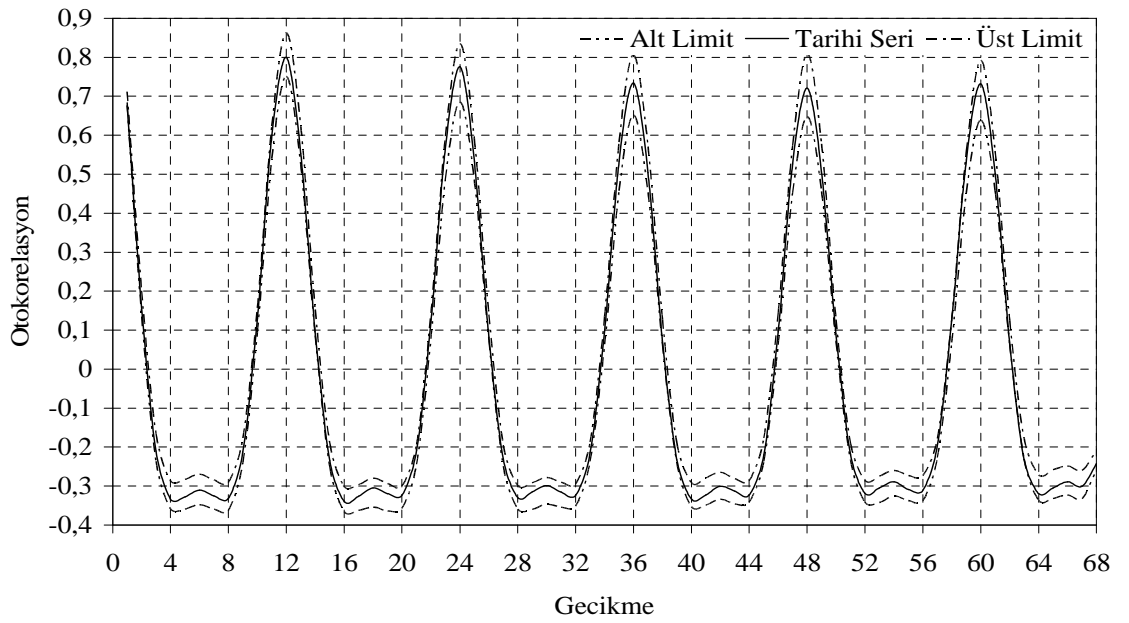
Şekil 4.14 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.15 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

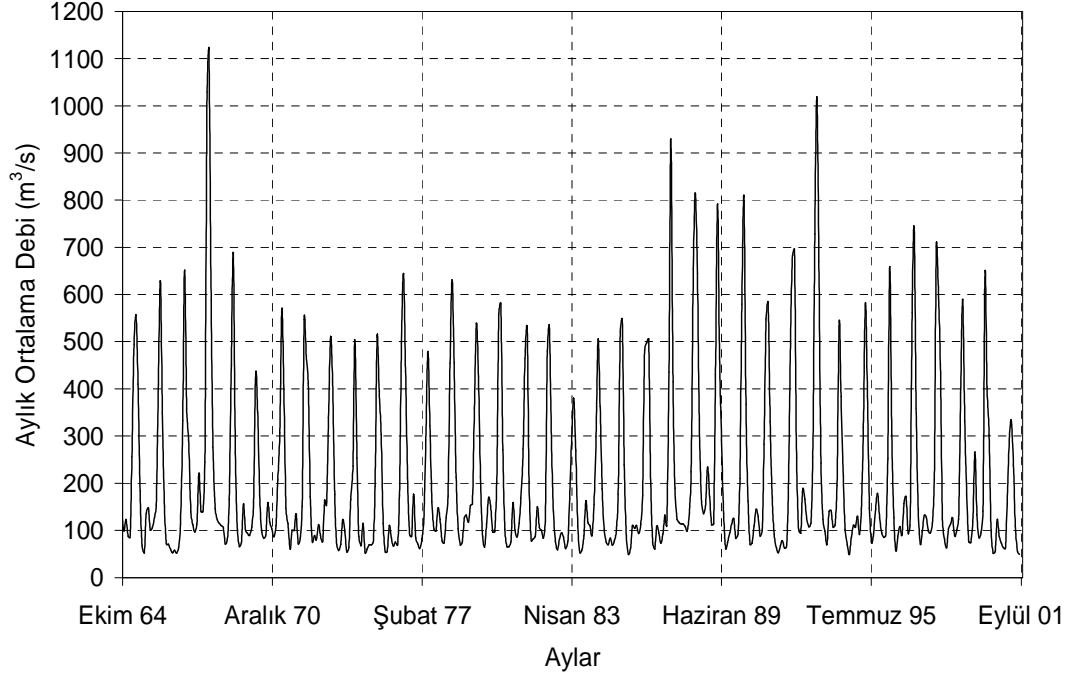


Şekil 4.16 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

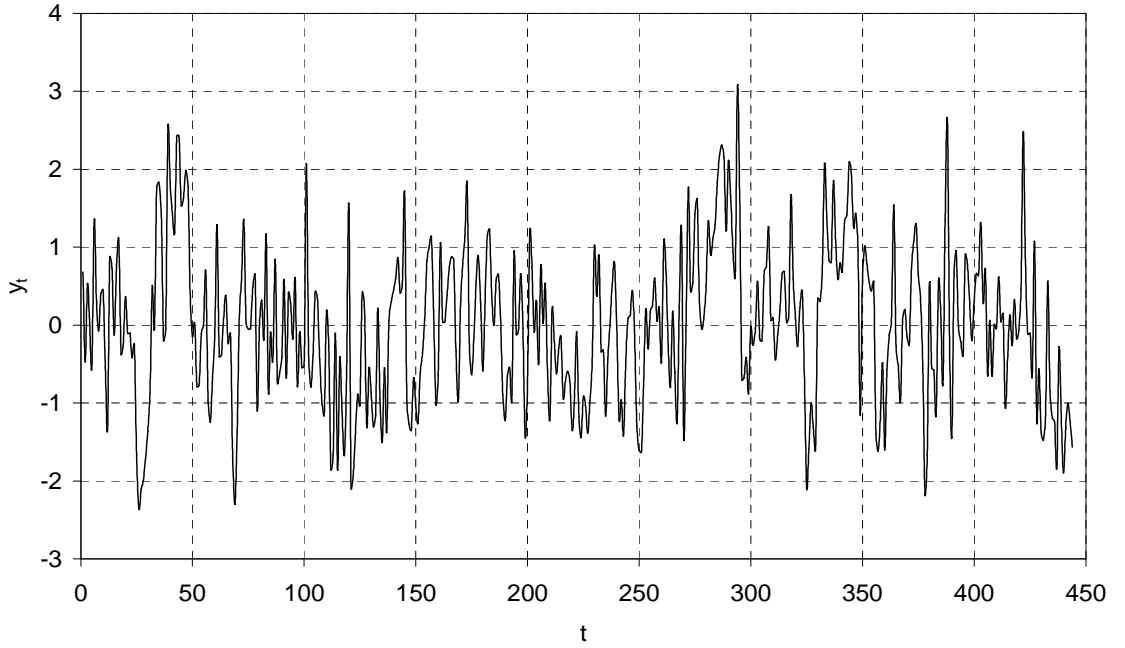


Şekil 4.17 2305 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

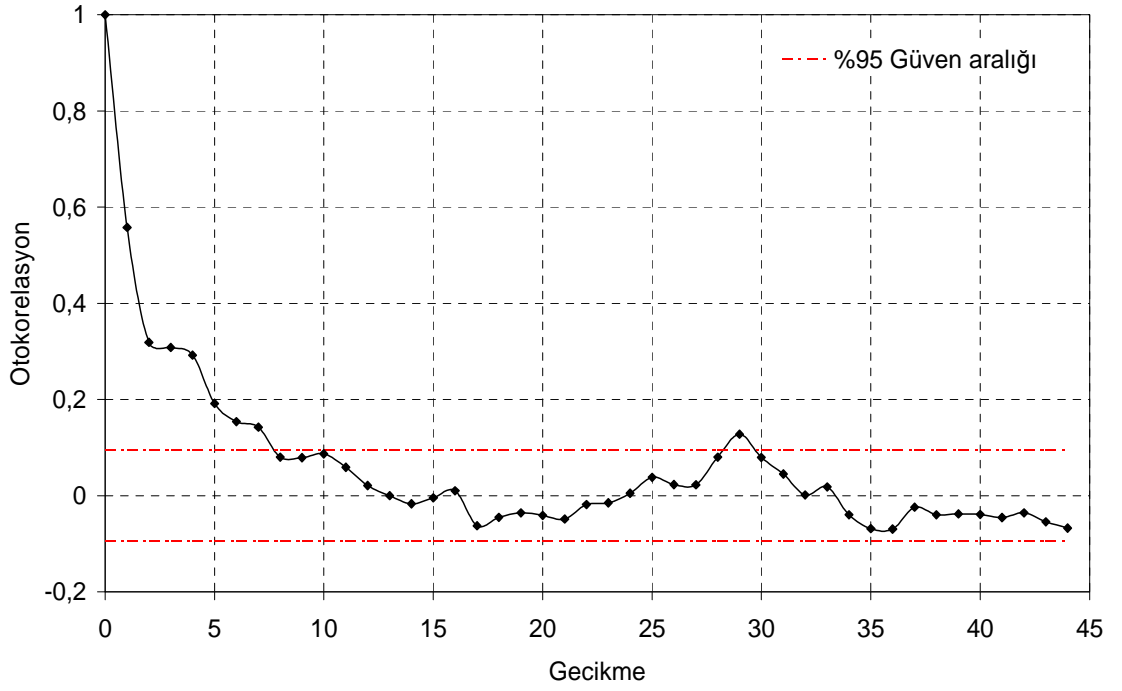
2315 numaralı istasyon için;



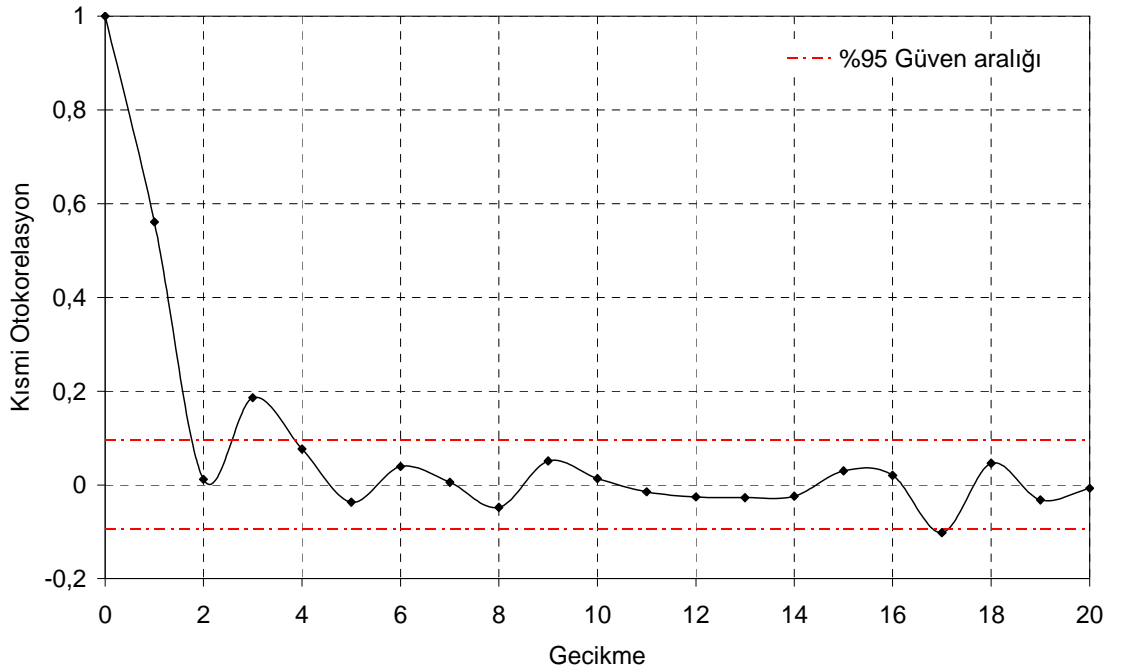
Şekil 4.18 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.19 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.20 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



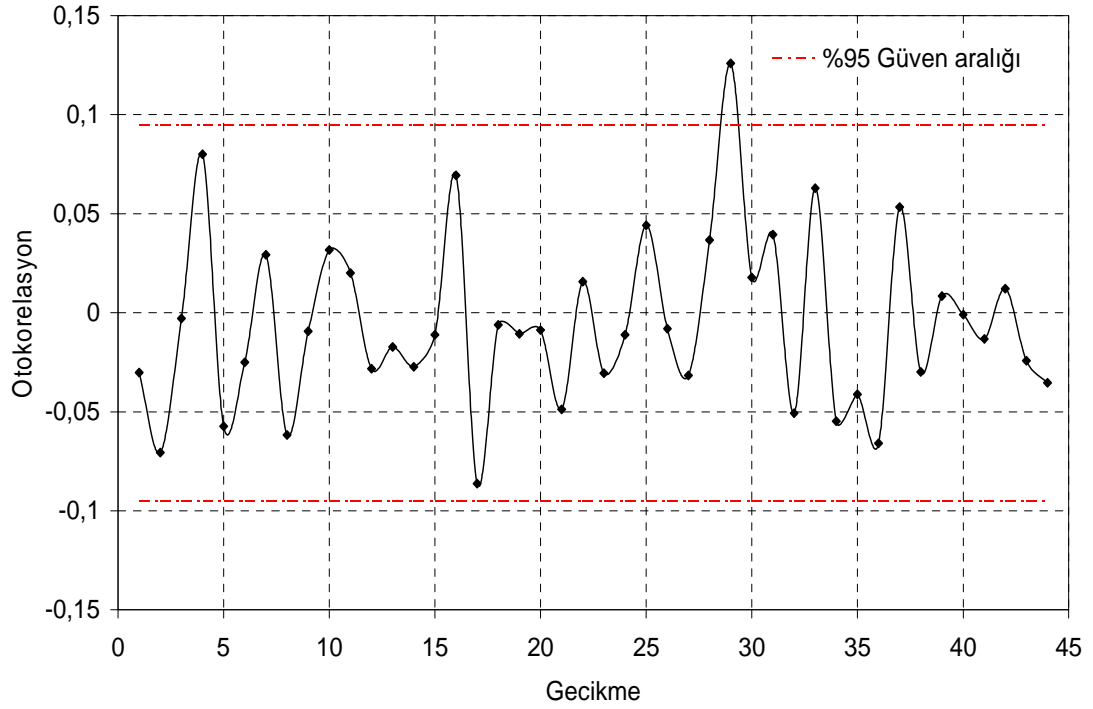
Şekil 4.21 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.11 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

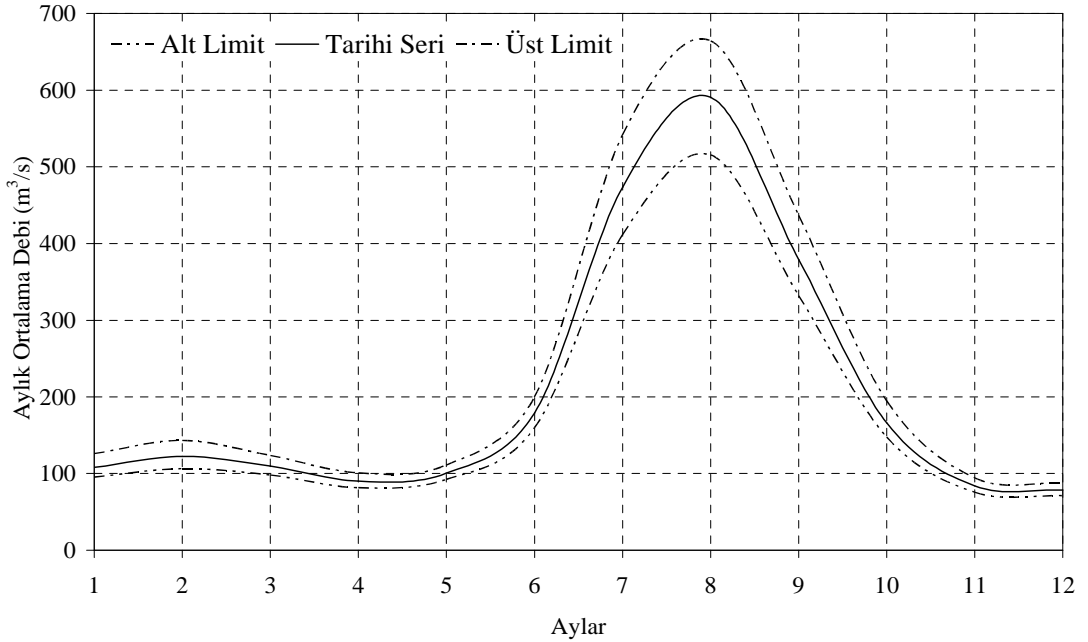
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)	ARMA(1,3)
ϕ_1	0.56 (0.48;0.64)	0.65 (0.52;0.78)	0.87 (0.77;0.98)	-
θ_1	-	-0.06 (-0.22;0.11)	-0.30 (-0.45;-0.14)	-
θ_2	-	-	-0.21 (-0.33;-0.08)	-
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)	ARMA(2,3)
ϕ_1	0.55 (0.46;0.65)	1.31 (0.92;1.70)	0.94 (0.33;1.54)	1.89 (1.79;1.99)
ϕ_2	0.01 (-0.08;0.11)	-0.38 (-0.66;-0.10)	-0.05 (-0.53;0.42)	-0.89 (-0.99;-0.79)
θ_1	-	-0.75 (-1.10;-0.40)	-0.36 (-0.96;0.24)	-1.32 (-1.47;-1.17)
θ_2	-	-	-0.19 (-0.39;0.01)	0.10 (-0.06;0.26)
θ_3	-	-	-	0.22 (0.09;0.34)

Çizelge 4.12 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

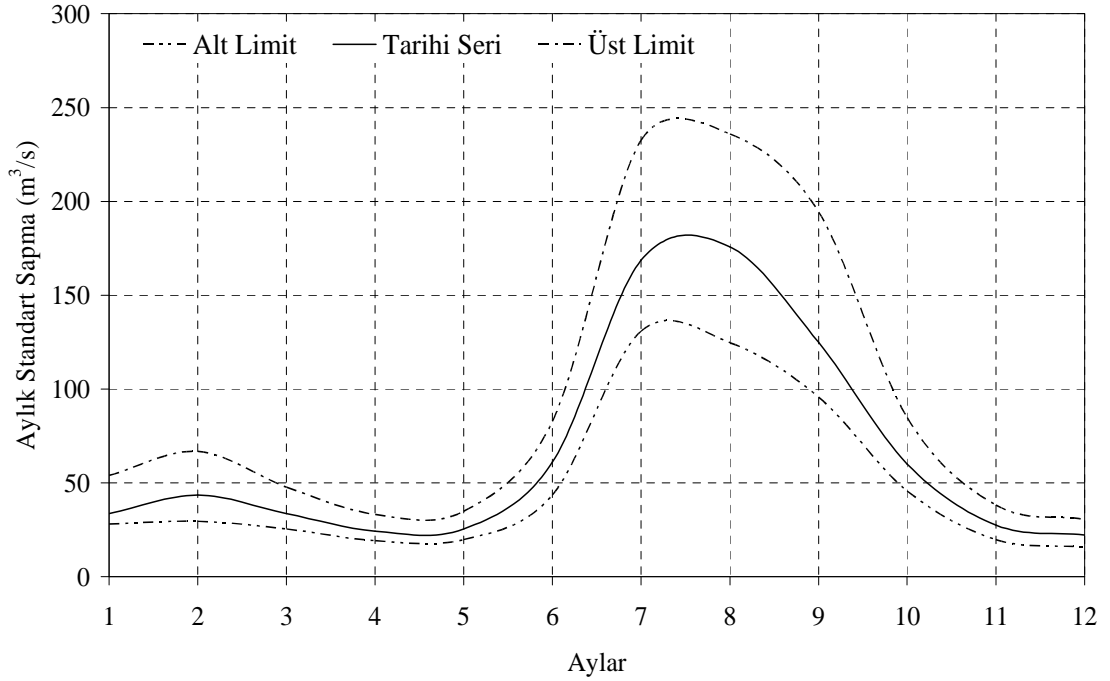
	AIC	σ_ϵ^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-176.28	0.67	47.92	59.30	3	44	0.068
ARMA(1,1)	-172.56	0.67	50.94	58.12	3	44	0.068
ARMA(1,2)	-185.79	0.65	37.35	56.94	1	44	0.023
ARMA(2,0)	-175.43	0.67	48.77	58.12	3	44	0.068
ARMA(2,1)	-177.27	0.66	45.61	56.94	3	44	0.068
ARMA(2,2)	-183.26	0.65	37.73	55.76	1	44	0.023
ARMA(2,3)	-185.83	0.64	37.34	54.57	1	44	0.023



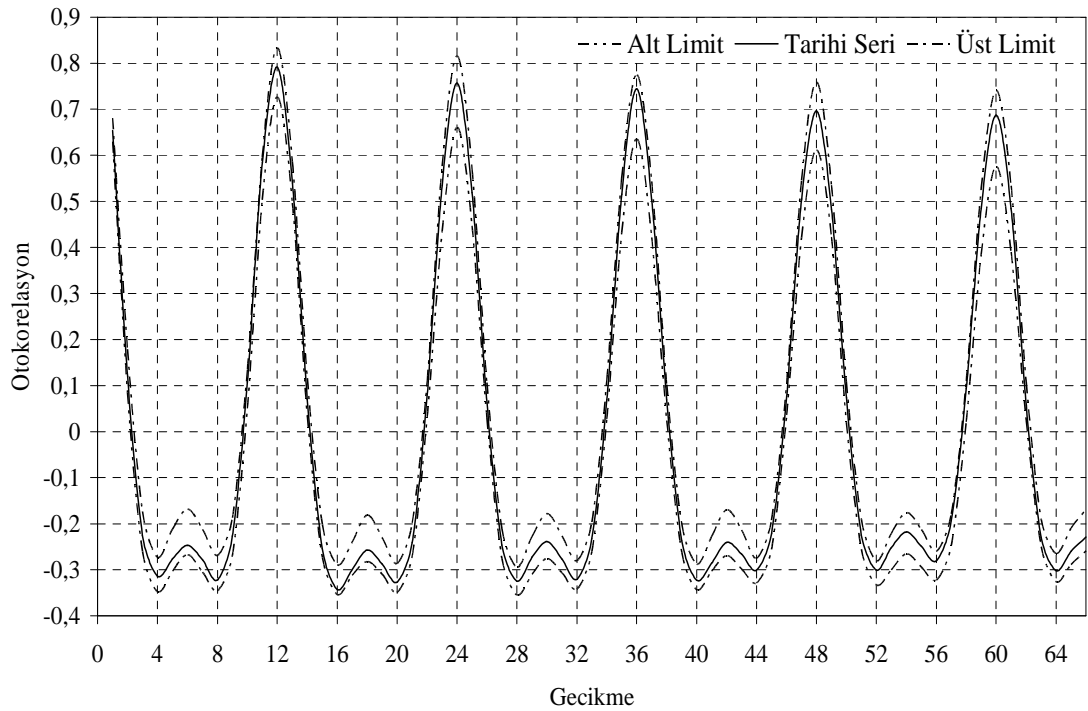
Şekil 4.22 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.23 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

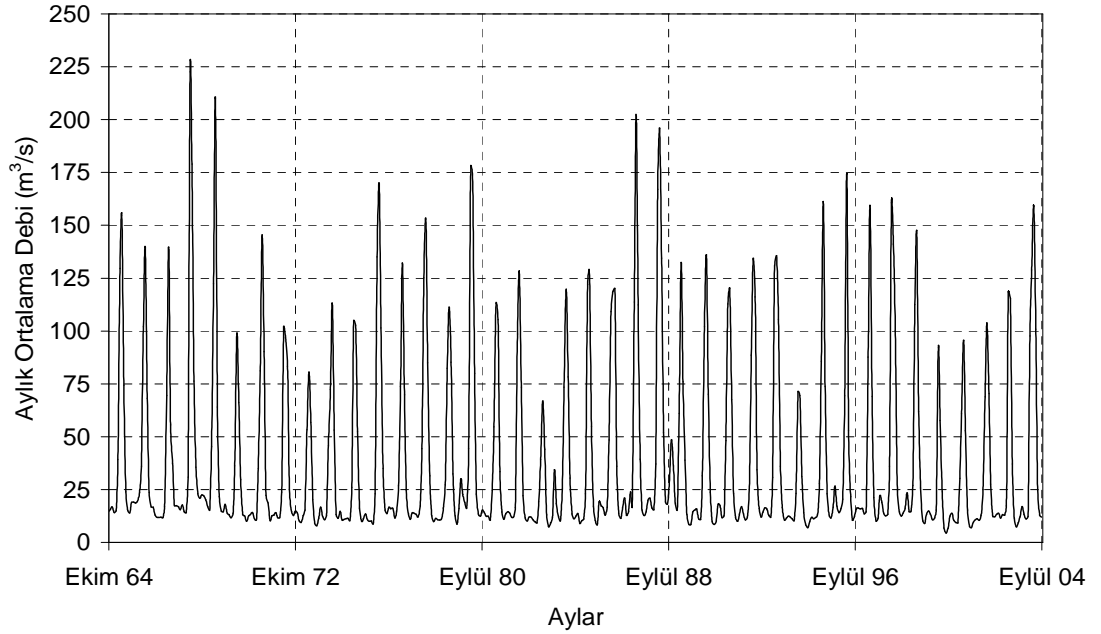


Şekil 4.24 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

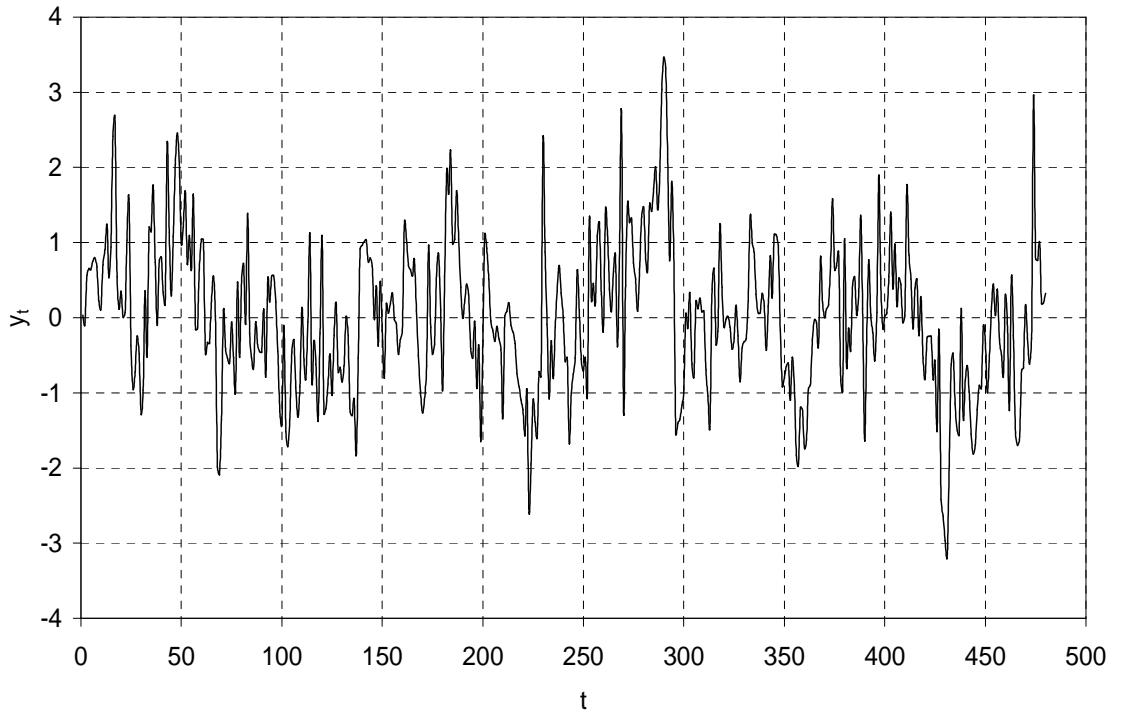


Şekil 4.25 2315 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

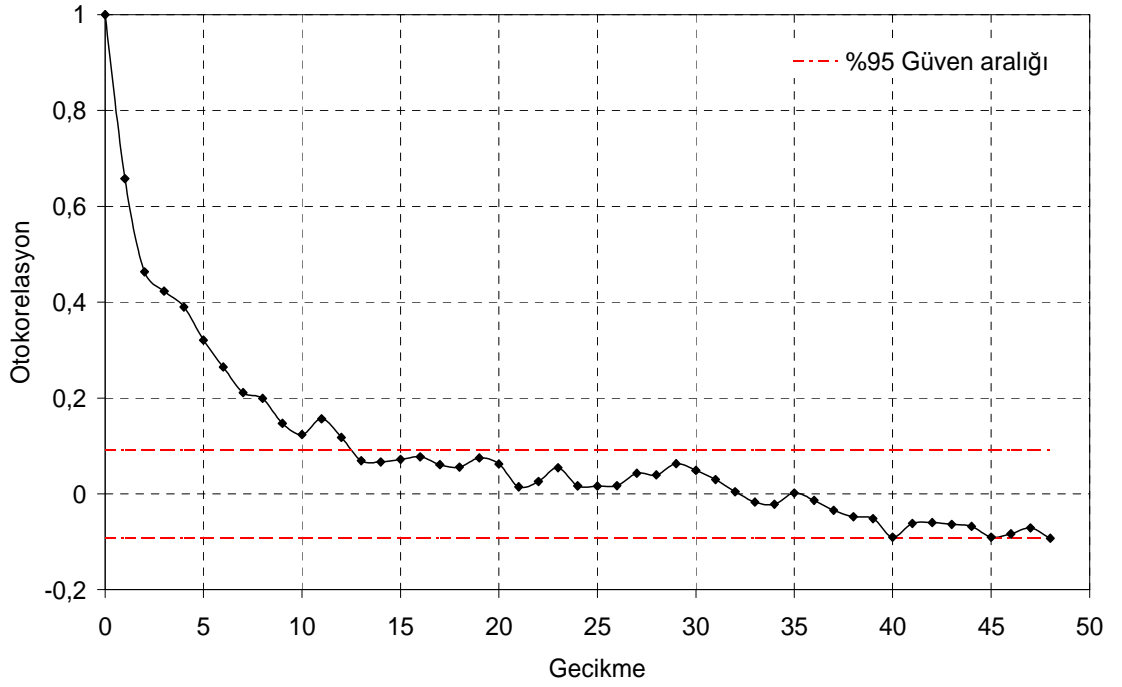
2316 numaralı istasyon için;



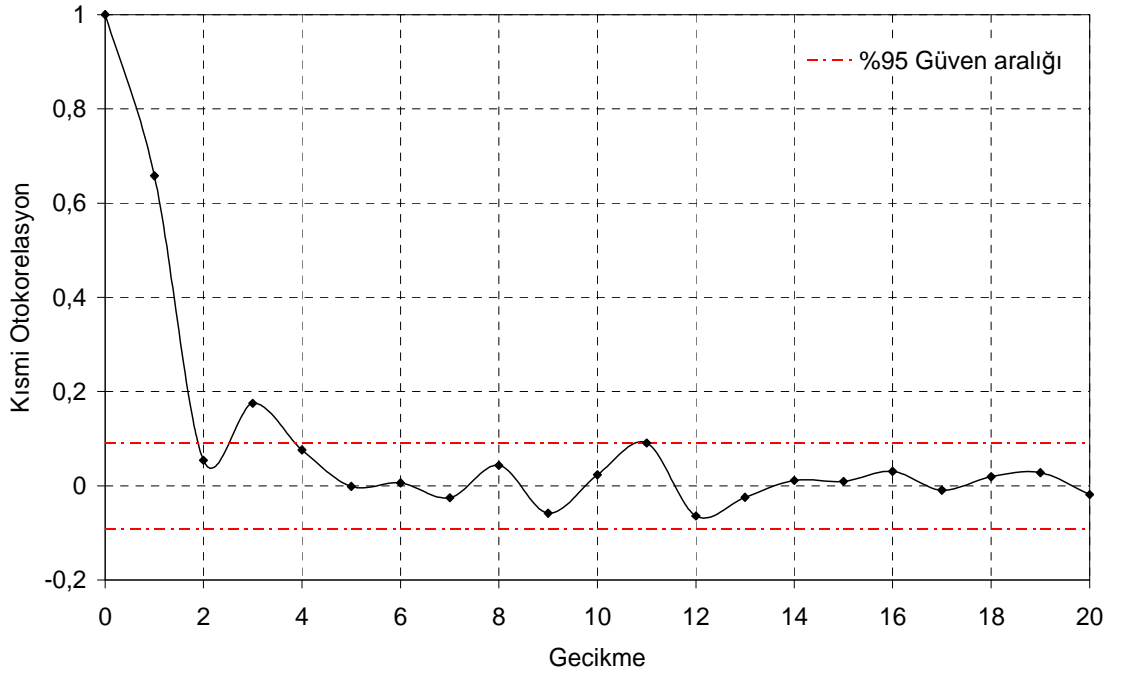
Şekil 4.26 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.27 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.28 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



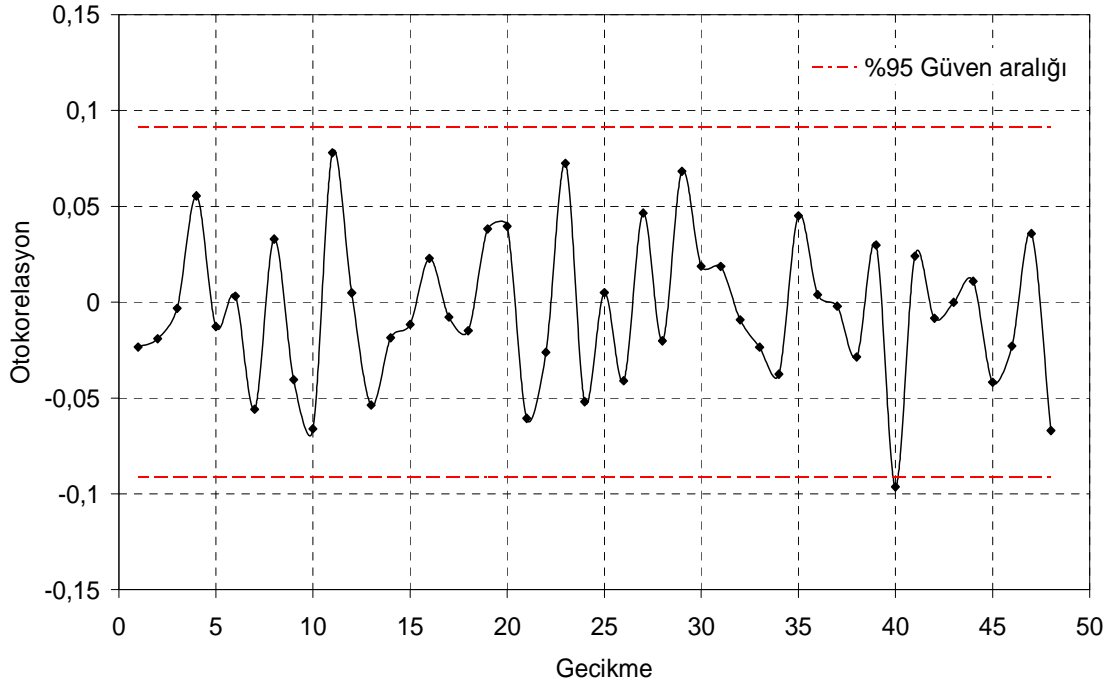
Şekil 4.29 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.13 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

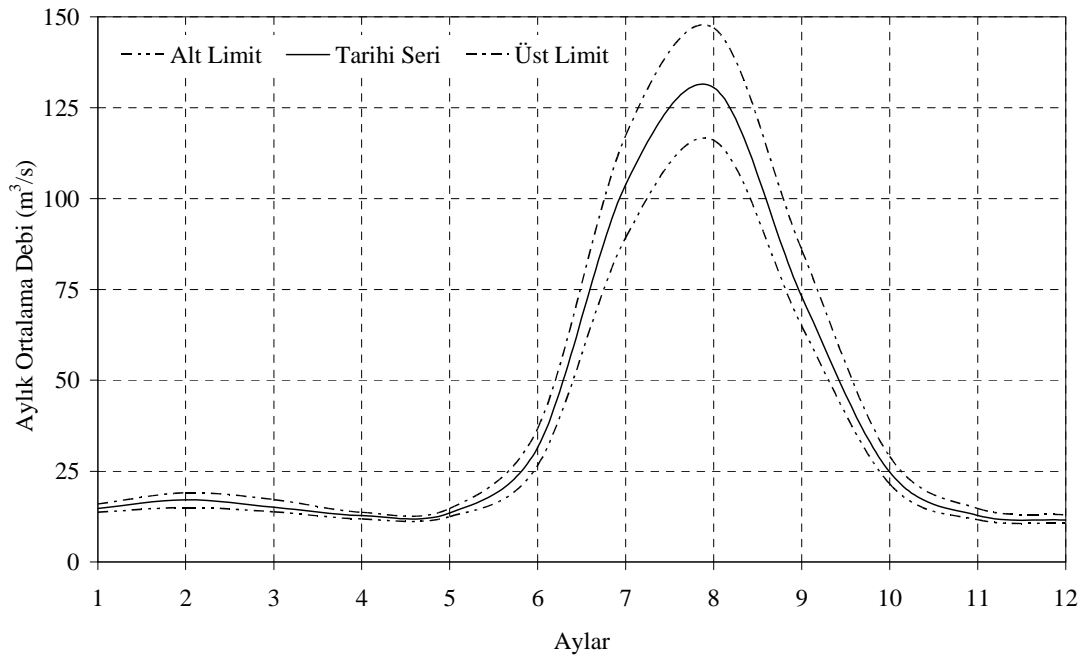
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)
ϕ_1	0.66 (0.59;0.73)	0.76 (0.66;0.85)	0.89 (0.81;0.97)
θ_1	-	-0.15 (-0.29;-0.01)	-0.26 (-0.39;-0.13)
θ_2	-	-	-0.21 (-0.33;-0.09)
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)
ϕ_1	0.62 (0.53;0.71)	1.39 (1.13;1.64)	1.04 (0.51;1.57)
ϕ_2	0.05 (-0.04;0.14)	-0.43 (-0.63;-0.22)	-0.12 (-0.56;0.31)
θ_1	-	-0.79 (-1.00;-0.58)	-0.41 (-0.93;0.11)
θ_2	-	-	-0.18 (-0.36;0.01)

Çizelge 4.14 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

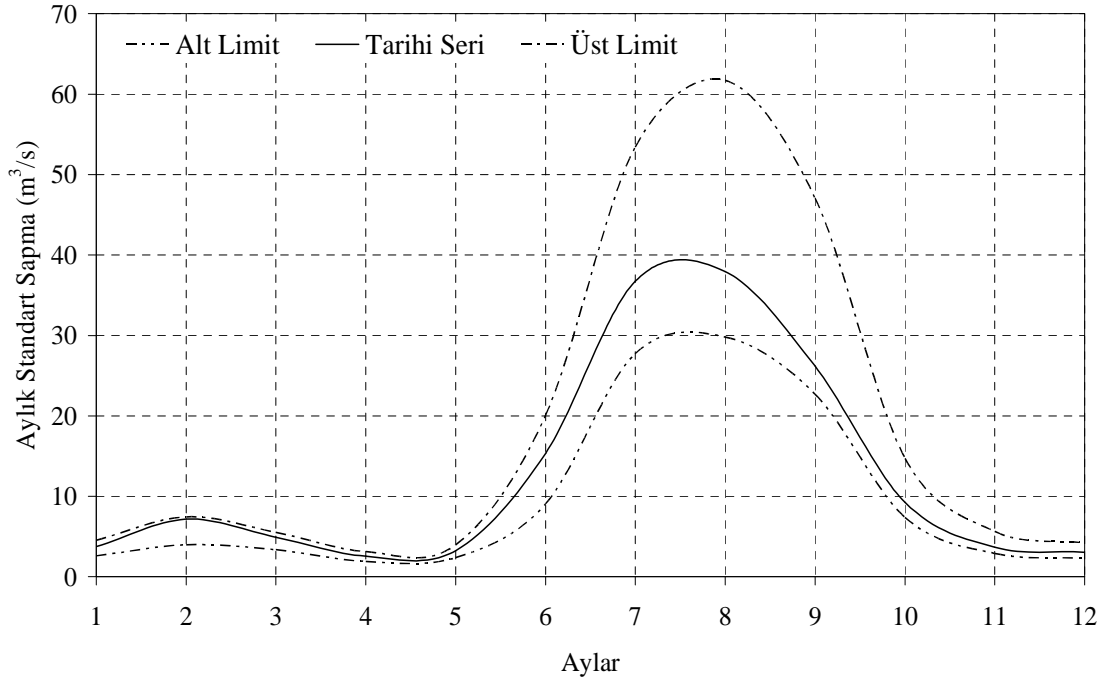
	AIC	σ_ϵ^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-281.24	0.55	54.53	64.00	3	48	0.063
ARMA(1,1)	-282.00	0.55	51.14	62.83	4	48	0.083
ARMA(1,2)	-294.11	0.54	35.28	61.66	1	48	0.021
ARMA(2,0)	-280.69	0.55	52.49	62.83	4	48	0.083
ARMA(2,1)	-288.26	0.54	42.20	61.66	2	48	0.042
ARMA(2,2)	-291.18	0.54	36.74	60.48	1	48	0.021



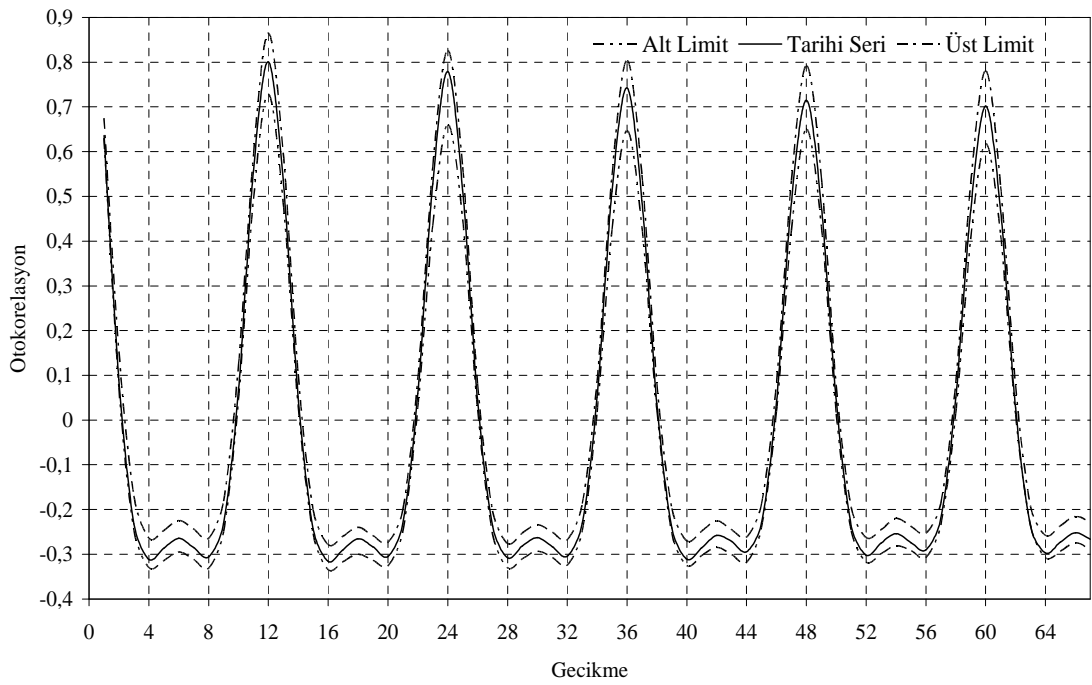
Şekil 4.30 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.31 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

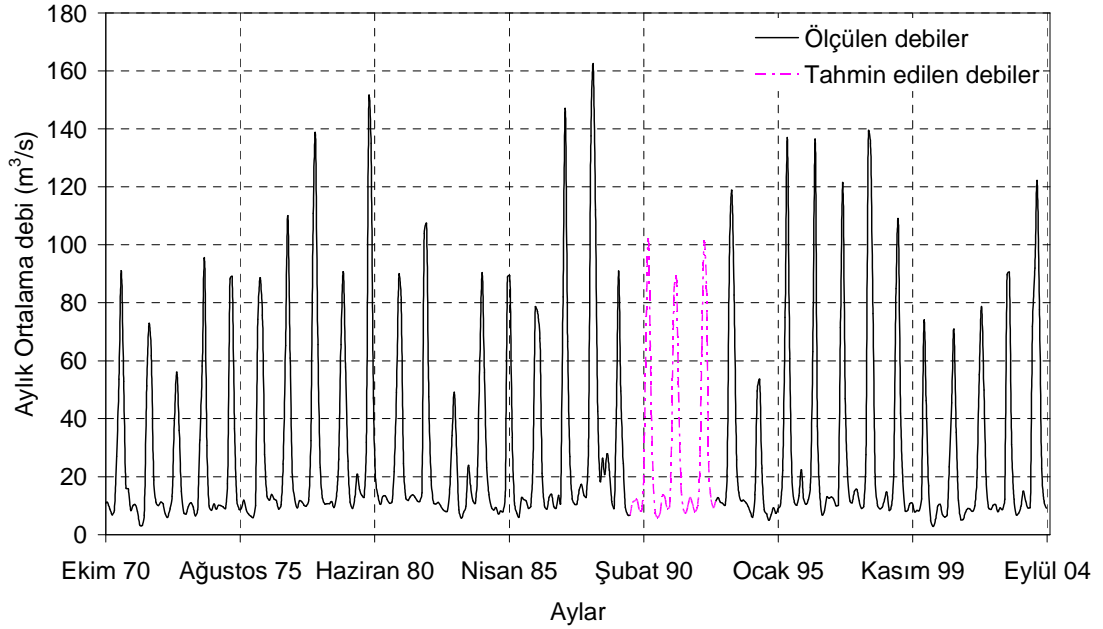


Şekil 4.32 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

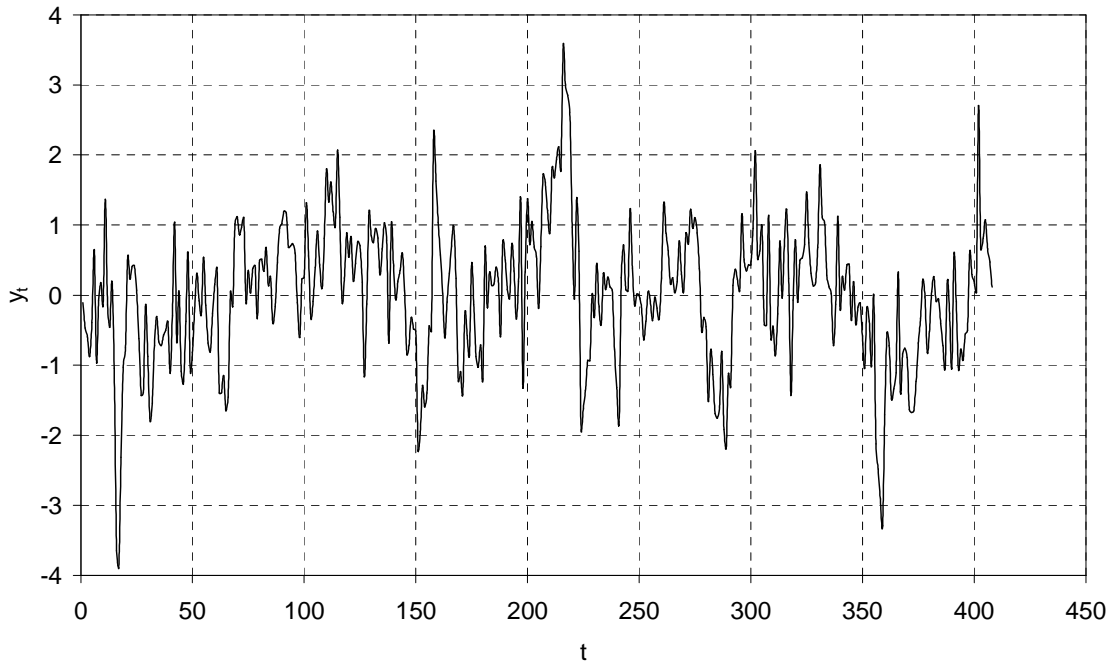


Şekil 4.33 2316 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

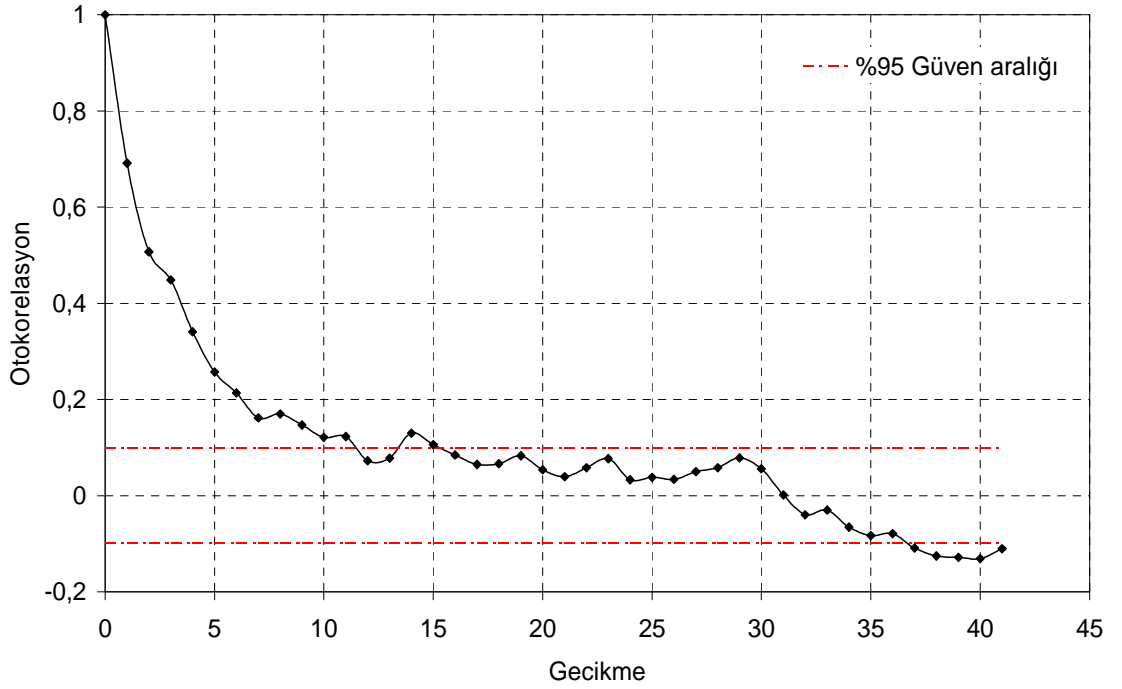
2320 numaralı istasyon için;



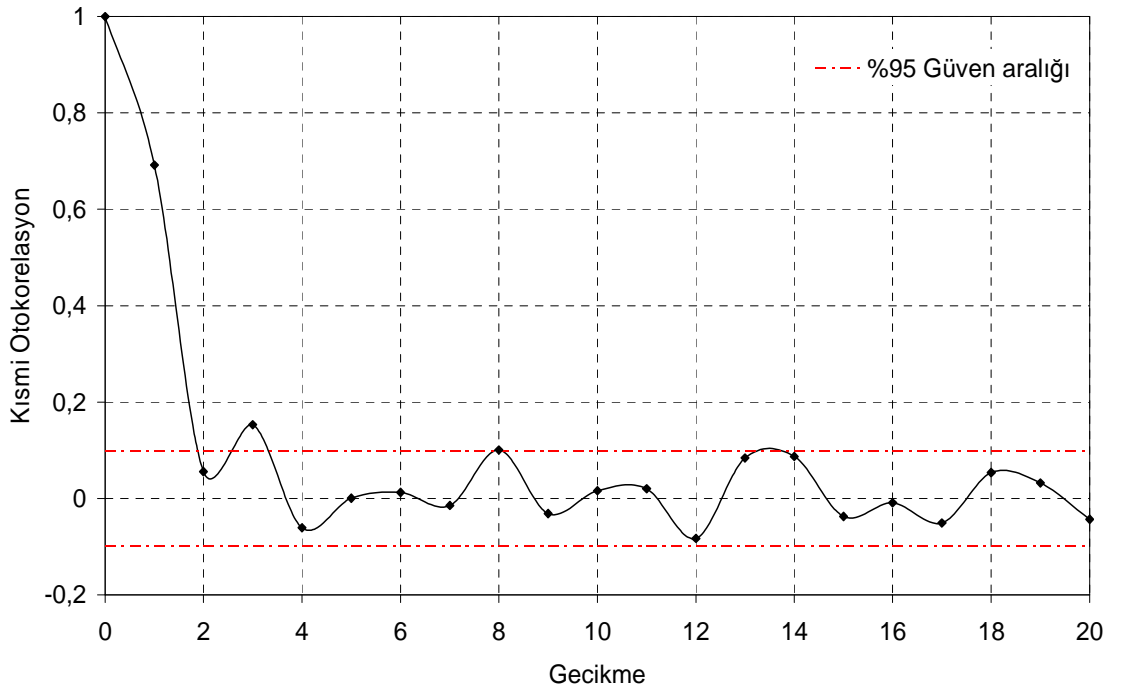
Şekil 4.34 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.35 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.36 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



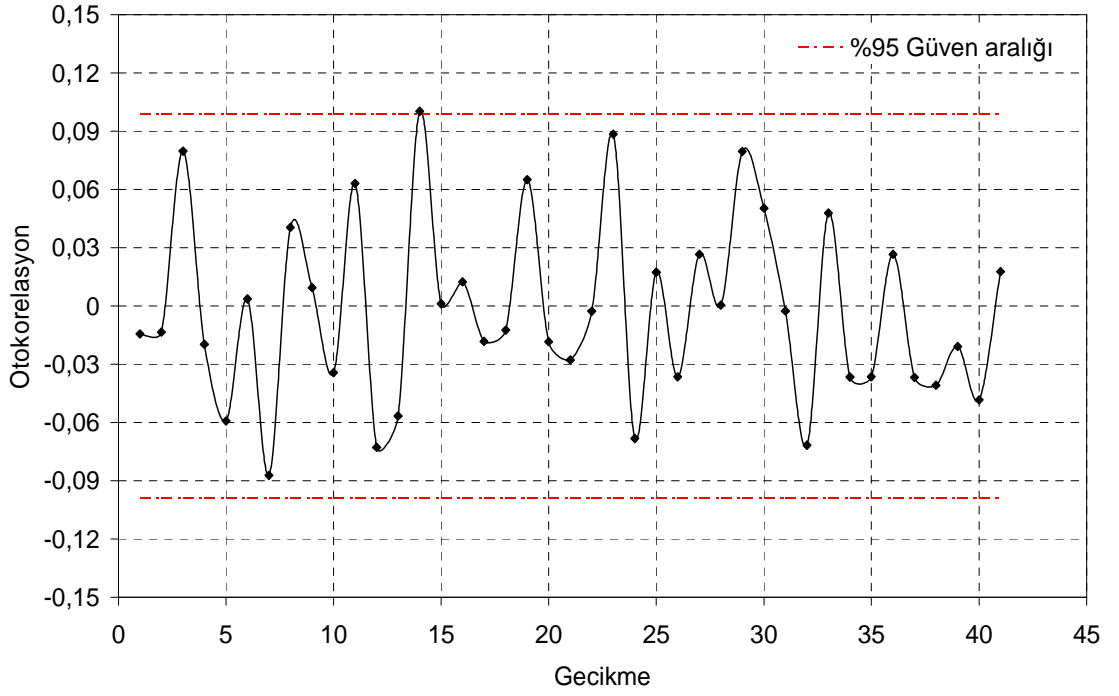
Şekil 4.37 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.15 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

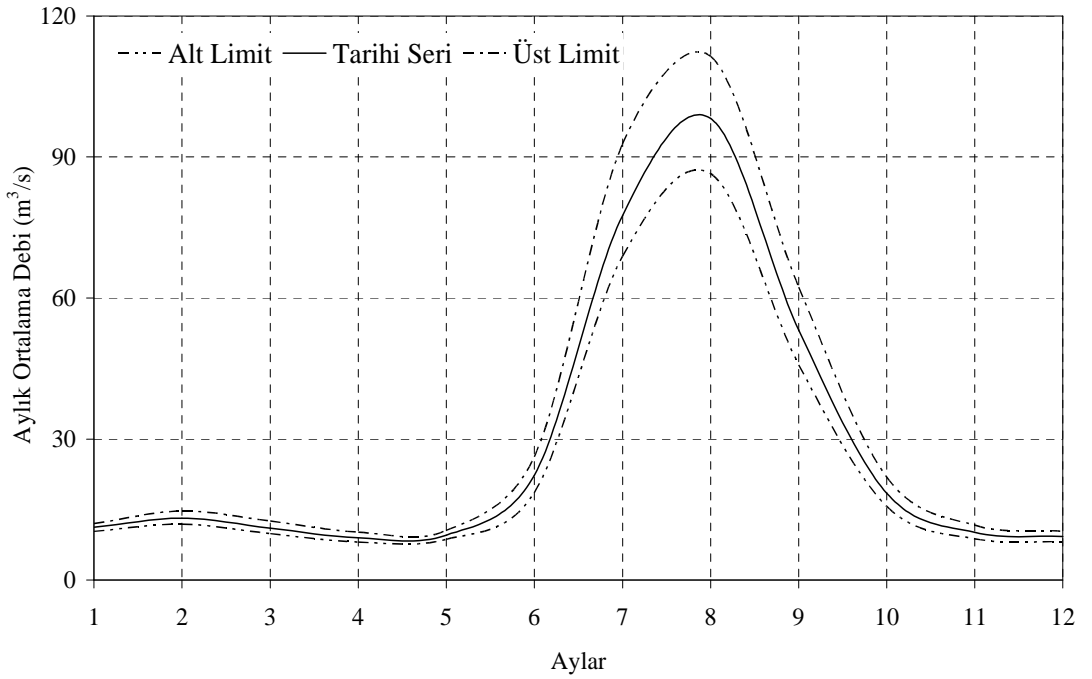
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)	ARMA(1,3)
ϕ_1	0.69 (0.62;0.76)	0.73 (0.63;0.84)	0.85 (0.74;0.96)	-
θ_1	-	-0.08 (-0.24;0.07)	-0.18 (-0.35;-0.02)	-
θ_2	-	-	-0.17 (-0.30;-0.03)	-
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)	ARMA(2,3)
ϕ_1	0.65 (0.56;0.75)	1.45 (1.10;1.80)	0.46 (-0.24;1.16)	0.45 (-1.03;1.93)
ϕ_2	0.06 (-0.04;0.15)	-0.49 (-0.77;-0.21)	0.31 (-0.21;0.82)	0.32 (-0.97;1.61)
θ_1	-	-0.81 (-1.11;-0.50)	0.21 (-0.49;0.90)	0.21 (-1.26;1.69)
θ_2	-	-	-0.21 (-0.35;-0.06)	-0.20 (-0.54;0.13)
θ_3	-	-	-	0.01 (-0.28;0.30)

Çizelge 4.16 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

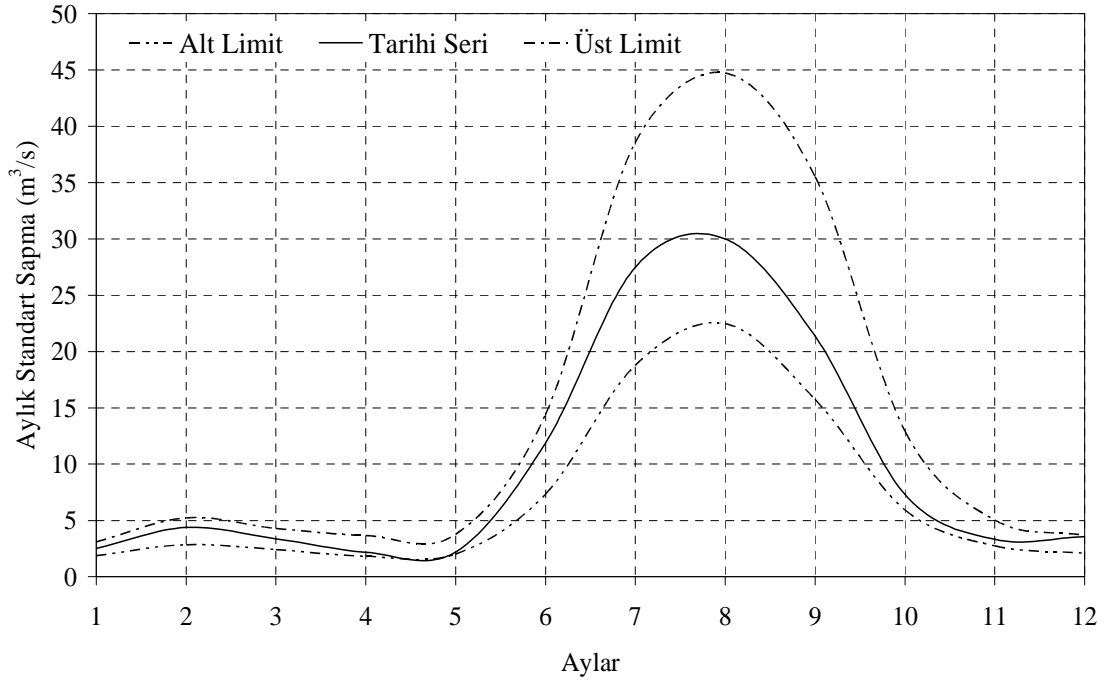
	AIC	σ_ϵ^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-274.72	0.51	49.03	55.76	2	41	0.049
ARMA(1,1)	-274.56	0.51	45.66	54.57	3	41	0.073
ARMA(1,2)	-279.60	0.50	36.85	53.38	1	41	0.024
ARMA(2,0)	-274.29	0.51	46.03	54.57	3	41	0.073
ARMA(2,1)	-275.02	0.50	42.93	53.38	1	41	0.024
ARMA(2,2)	-279.34	0.49	34.48	52.19	1	41	0.024
ARMA(2,3)	-277.30	0.49	35.22	51.00	0	41	0



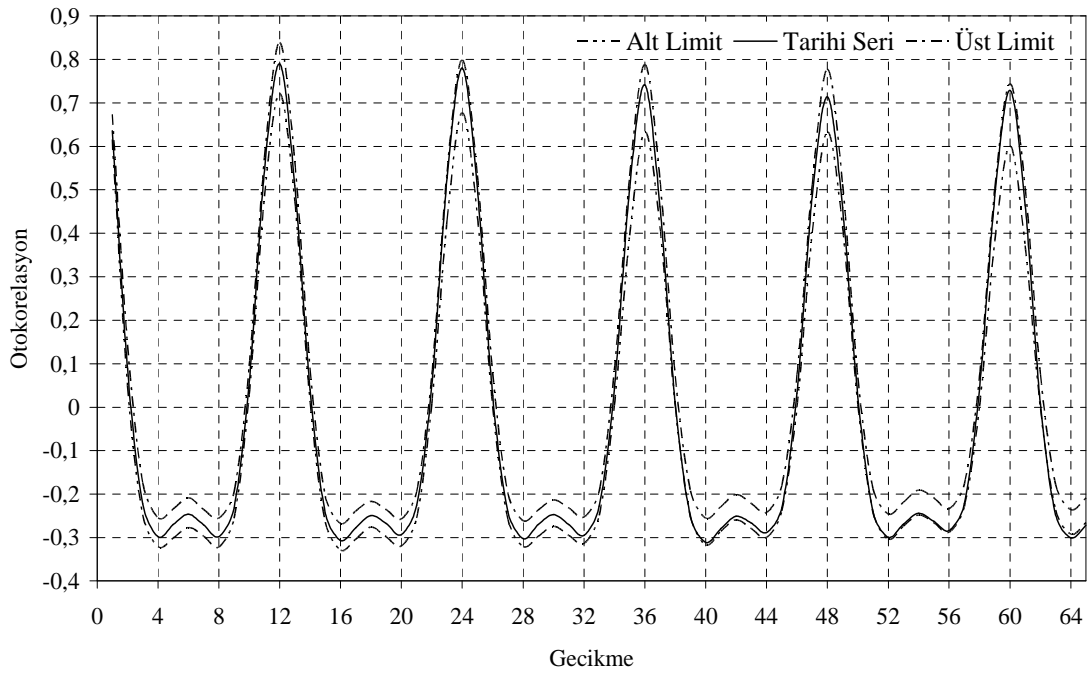
Şekil 4.38 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.39 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

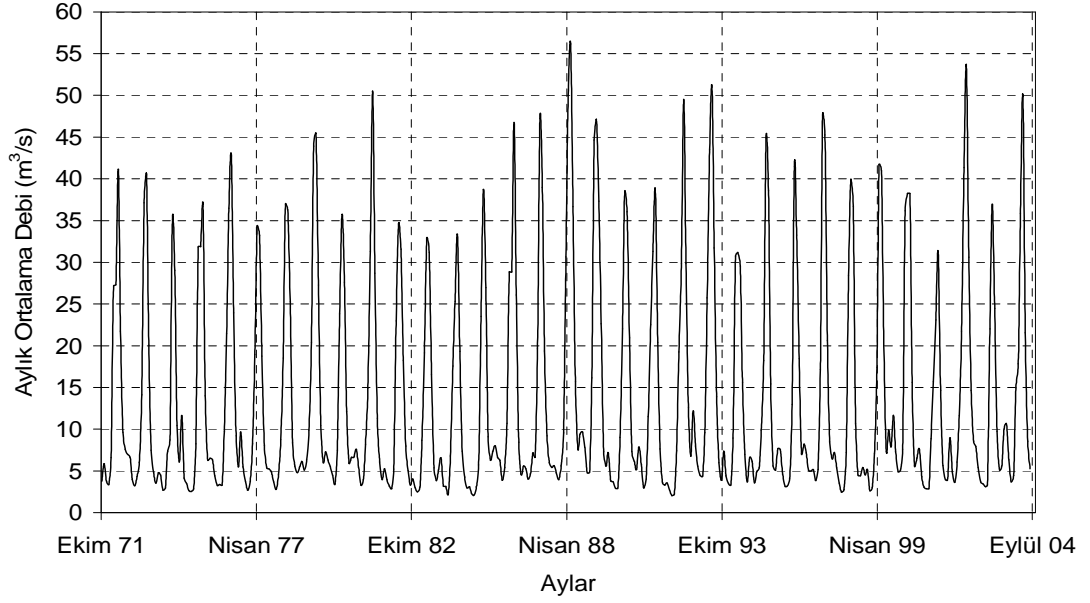


Şekil 4.40 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

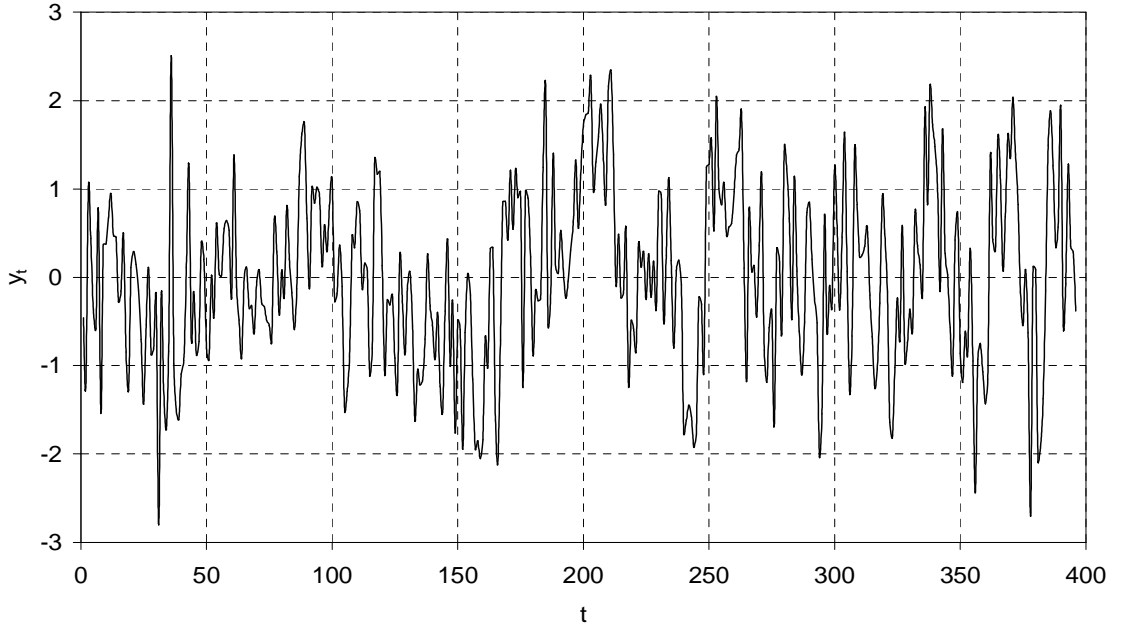


Şekil 4.41 2320 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

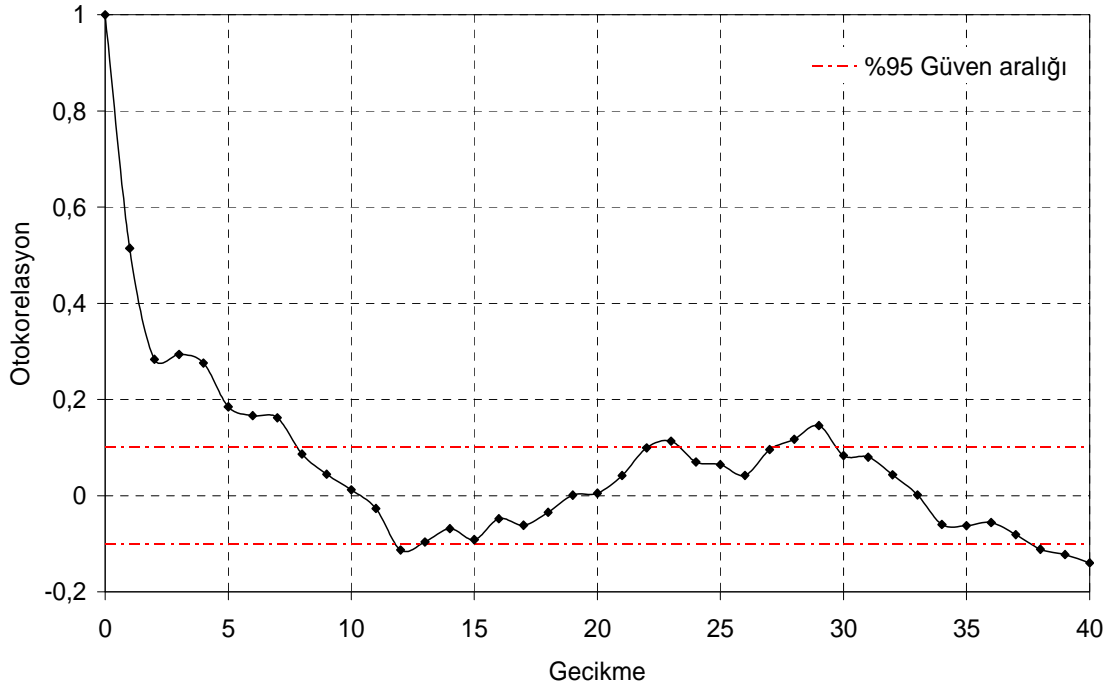
2321 numaralı istasyon için;



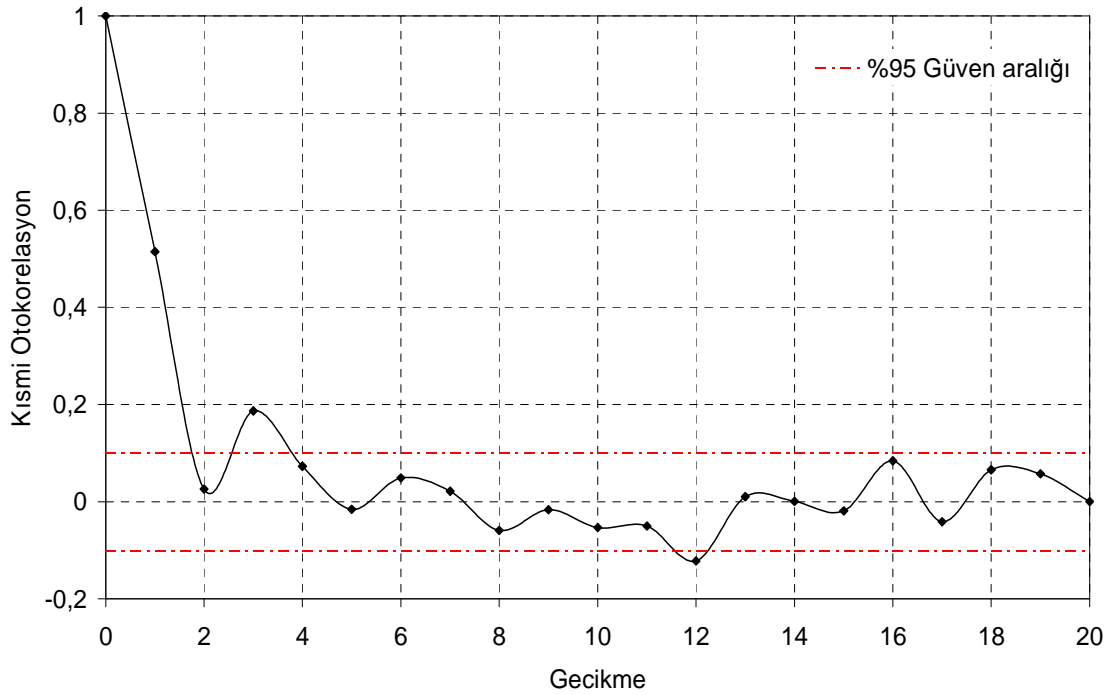
Şekil 4.42 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.43 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.44 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



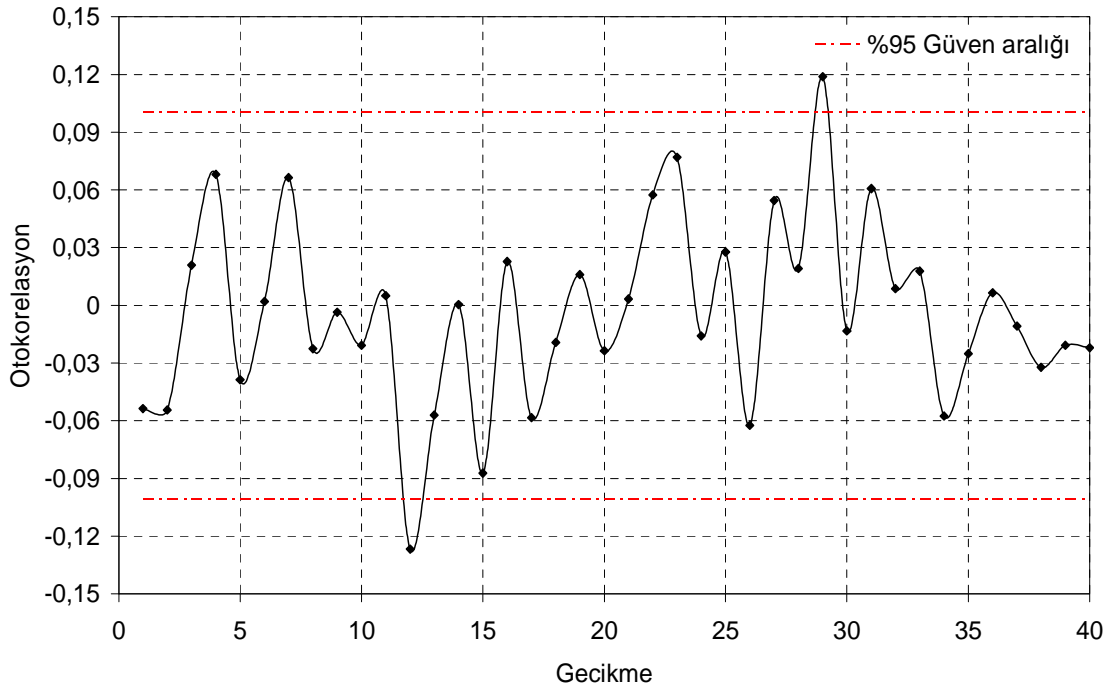
Şekil 4.45 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.17 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

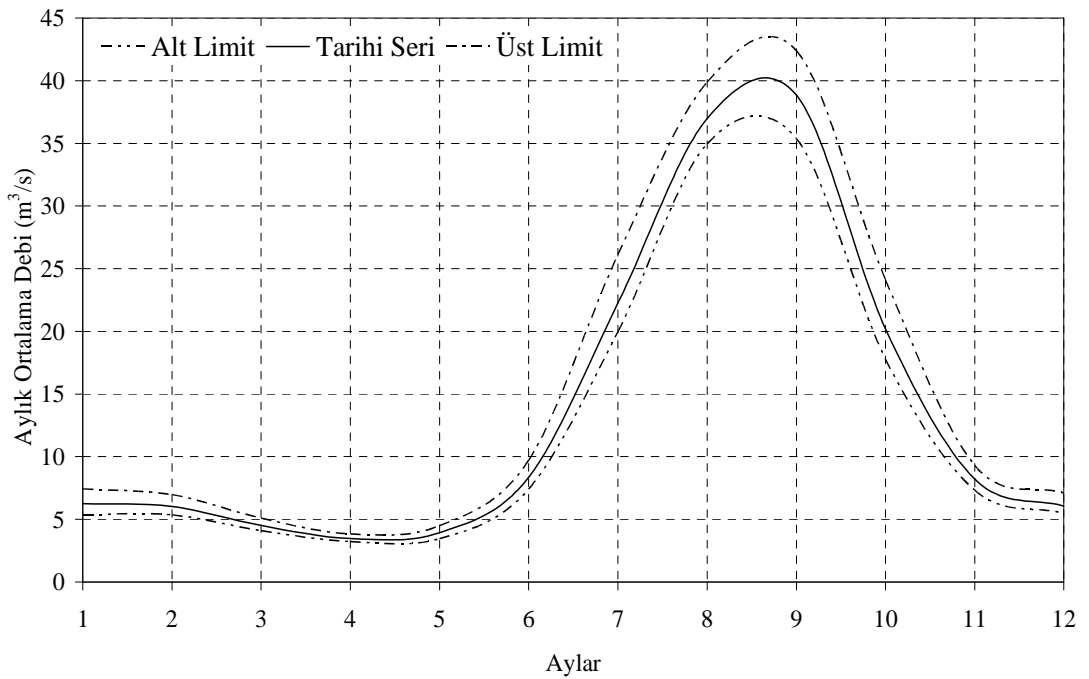
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)	ARMA(1,3)
ϕ_1	0.51 (0.43;0.60)	0.62 (0.47;0.77)	0.87 (0.73;1.00)	0.86 (0.71;1.01)
θ_1	-	-0.06 (-0.24;0.13)	-0.32 (-0.50;-0.14)	-0.31 (-0.49;-0.13)
θ_2	-	-	-0.22 (-0.36;-0.08)	-0.22 (-0.36;-0.08)
θ_3	-	-	-	0.02 (-0.10;0.14)
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)	ARMA(2,3)
ϕ_1	0.50 (0.40;0.60)	1.24 (0.79;1.69)	0.78 (0.15;1.40)	-
ϕ_2	0.03 (-0.07;0.12)	-0.32 (-0.63;-0.02)	0.06 (-0.40;0.53)	-
θ_1	-	-0.72 (-1.13;-0.31)	-0.23 (-0.85;0.38)	-
θ_2	-	-	-0.24 (-0.44;-0.04)	-

Çizelge 4.18 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

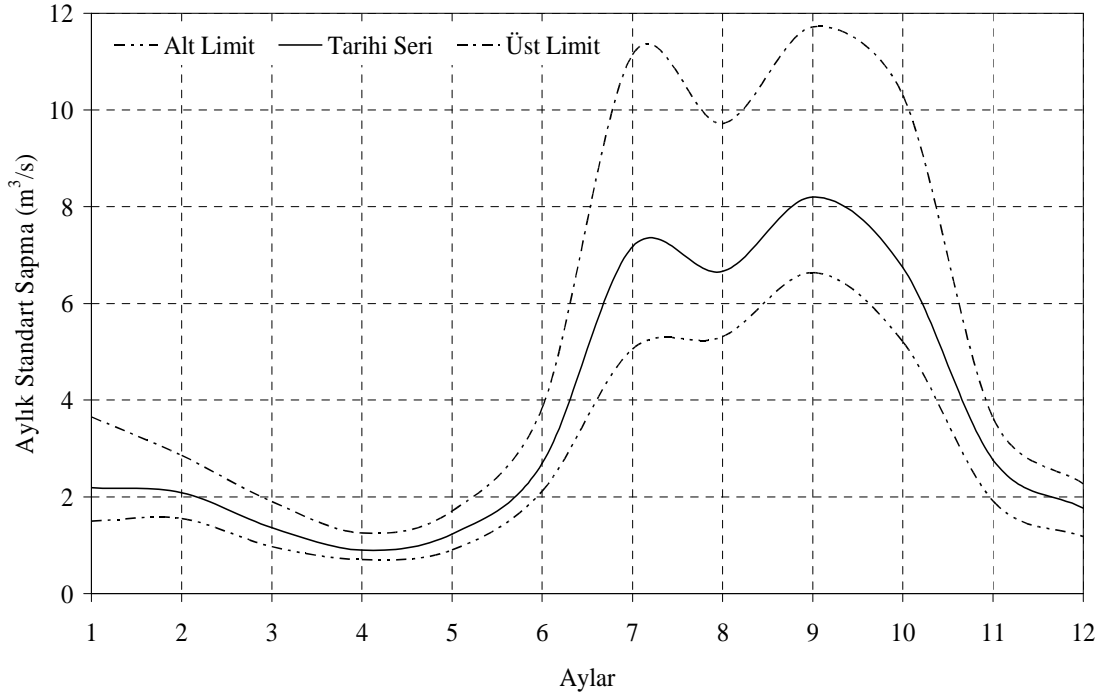
	AIC	σ_ε^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-131.41	0.71	45.73	54.57	4	40	0.100
ARMA(1,1)	-127.86	0.72	44.80	53.38	4	40	0.100
ARMA(1,2)	-139.13	0.69	36.33	52.19	2	40	0.050
ARMA(1,3)	-142.19	0.68	33.37	51.00	2	40	0.050
ARMA(2,0)	-131.11	0.71	43.54	53.38	3	40	0.075
ARMA(2,1)	-132.60	0.70	41.42	52.19	3	40	0.075
ARMA(2,2)	-137.97	0.69	35.58	51.00	2	40	0.050



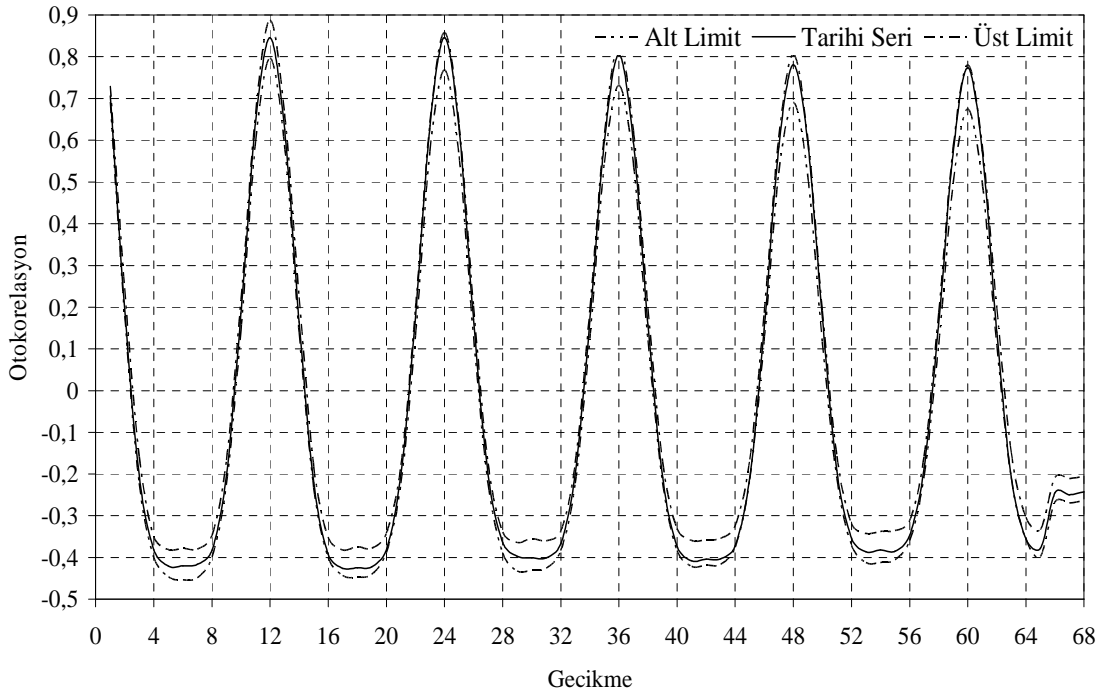
Şekil 4.46 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.47 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

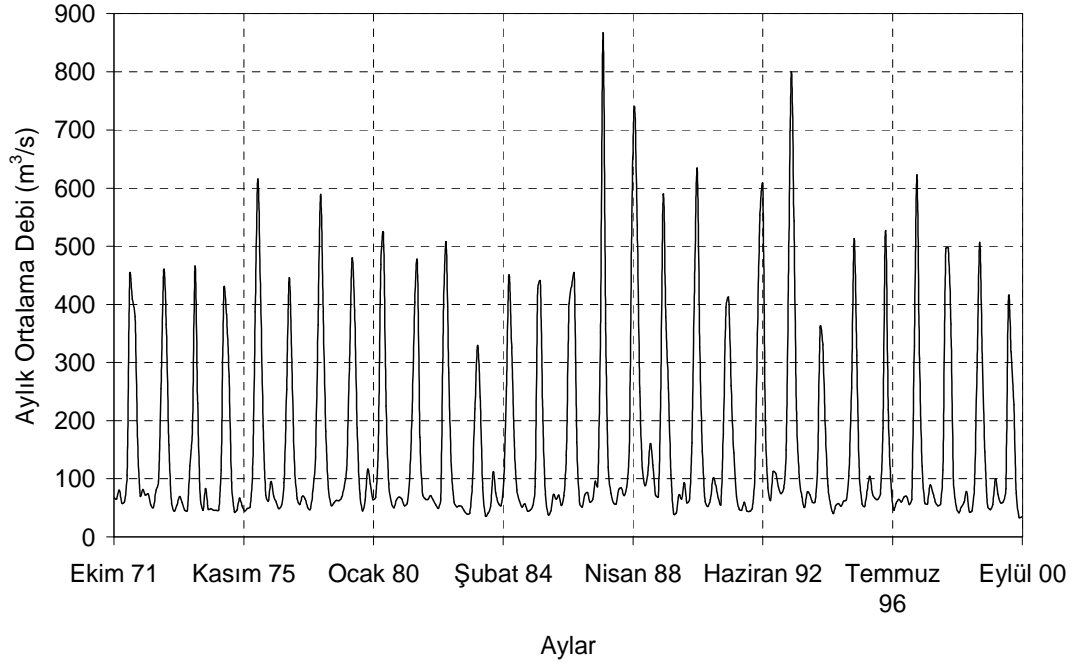


Şekil 4.48 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

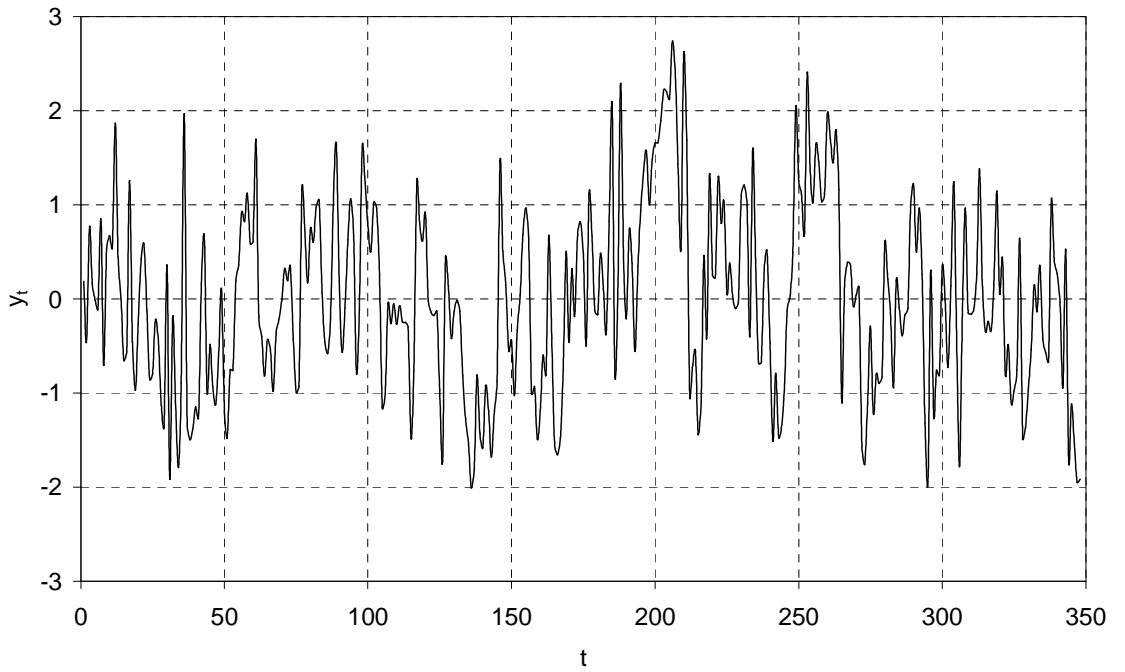


Şekil 4.49 2321 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

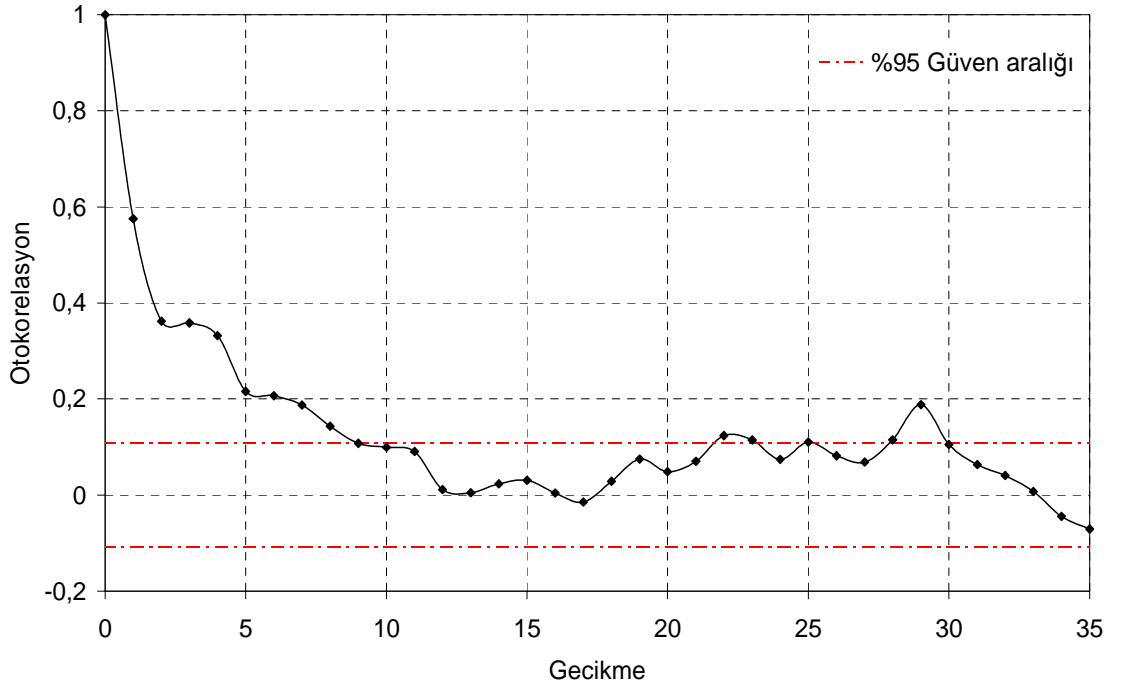
2322 numaralı istasyon için;



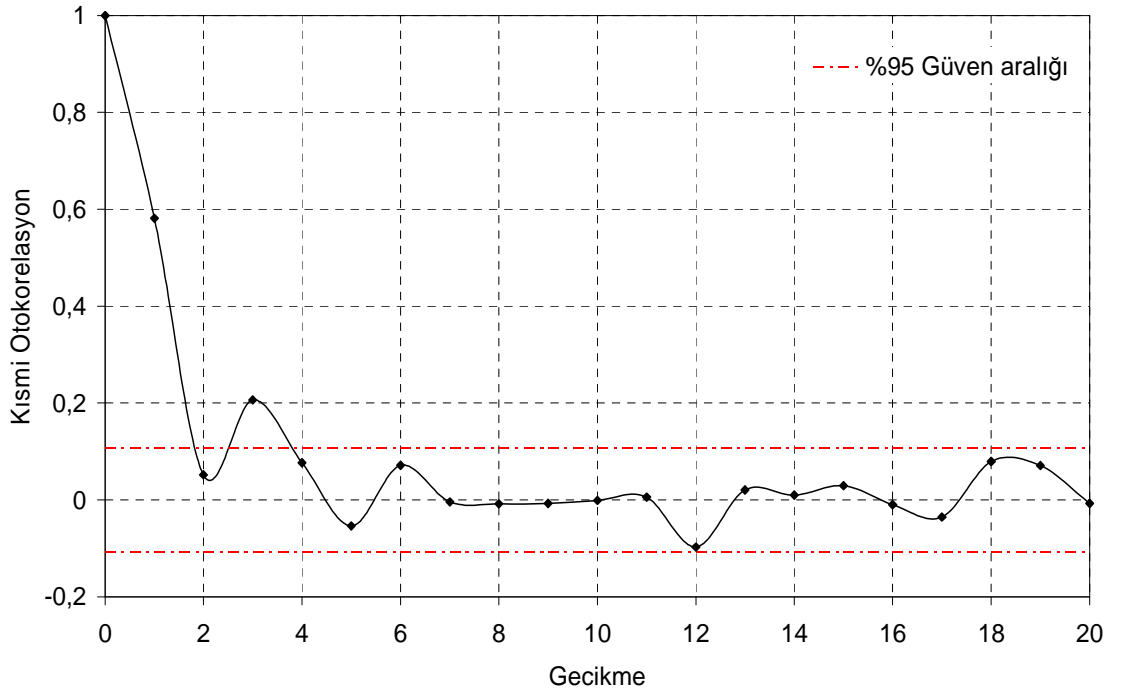
Şekil 4.50 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.51 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.52 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



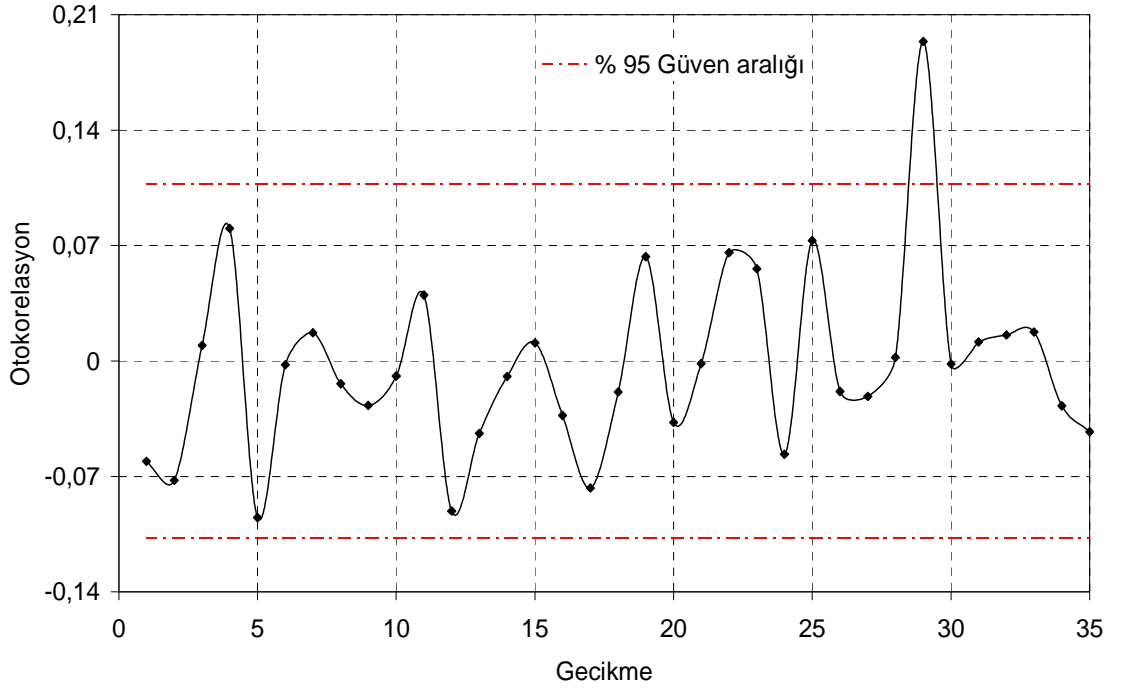
Şekil 4.53 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.19 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

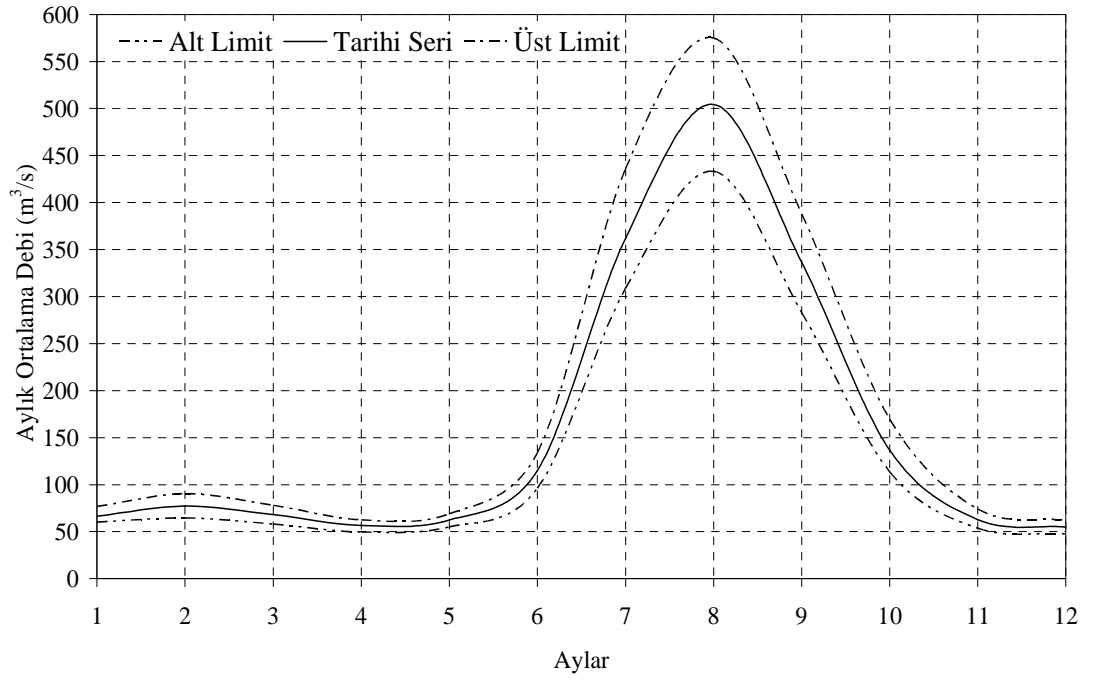
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)	ARMA(1,3)
ϕ_1	0.58 (0.49;0.66)	0.77 (0.65;0.89)	0.91 (0.81;1.01)	0.91 (0.80;1.02)
θ_1	-	-0.21 (-0.38;-0.03)	-0.31 (-0.47;-0.16)	-0.31 (-0.46;-0.15)
θ_2	-	-	-0.21 (-0.34;-0.07)	-0.21 (-0.34;-0.07)
θ_3	-	-	-	-0.01 (-0.13;0.12)
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)	ARMA(2,3)
ϕ_1	0.55 (0.44;0.65)	1.31 (0.96;1.66)	0.94 (0.28;1.60)	-
ϕ_2	0.05 (-0.05;0.16)	-0.36 (-0.64;-0.09)	-0.03 (-0.58;0.53)	-
θ_1	-	-0.75 (-1.05;-0.44)	-0.34 (-0.99;0.32)	-
θ_2	-	-	-0.20 (-0.42;0.03)	-

Çizelge 4.20 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

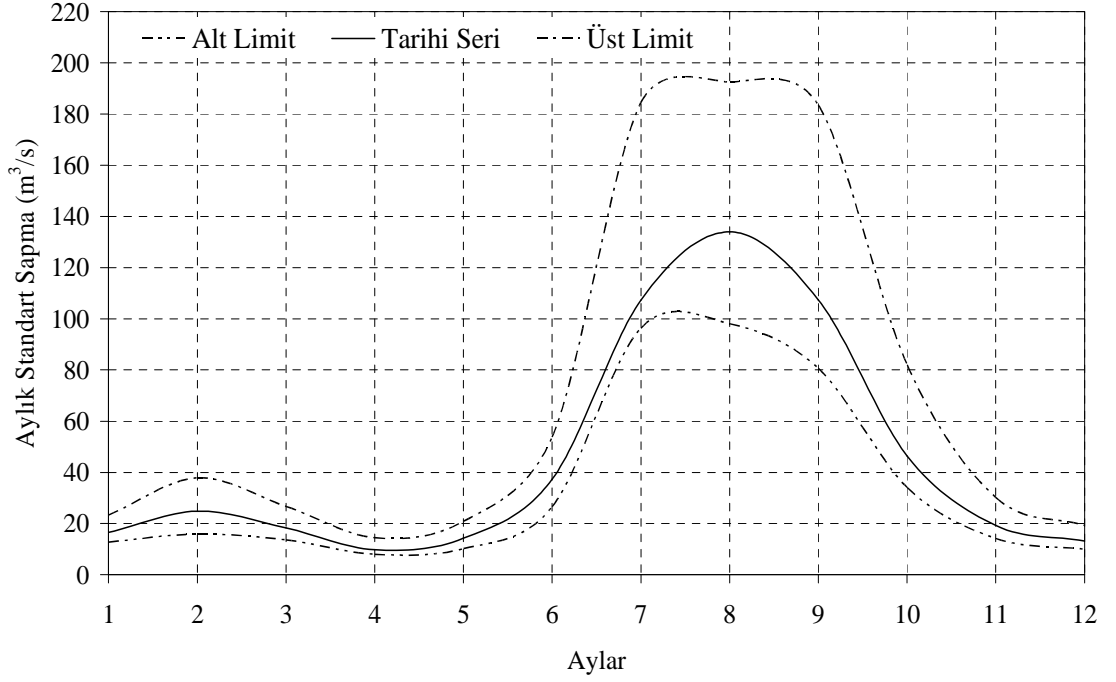
	AIC	σ_ϵ^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-150.85	0.64	50.21	48.60	3	35	0.086
ARMA(1,1)	-149.44	0.64	52.61	47.40	3	35	0.086
ARMA(1,2)	-158.31	0.62	37.66	46.19	1	35	0.029
ARMA(1,3)	-157.53	0.62	37.29	44.99	1	35	0.029
ARMA(2,0)	-150.25	0.64	49.75	47.40	3	35	0.086
ARMA(2,1)	-153.67	0.63	46.00	46.19	2	35	0.057
ARMA(2,2)	-156.17	0.62	38.02	44.99	1	35	0.029



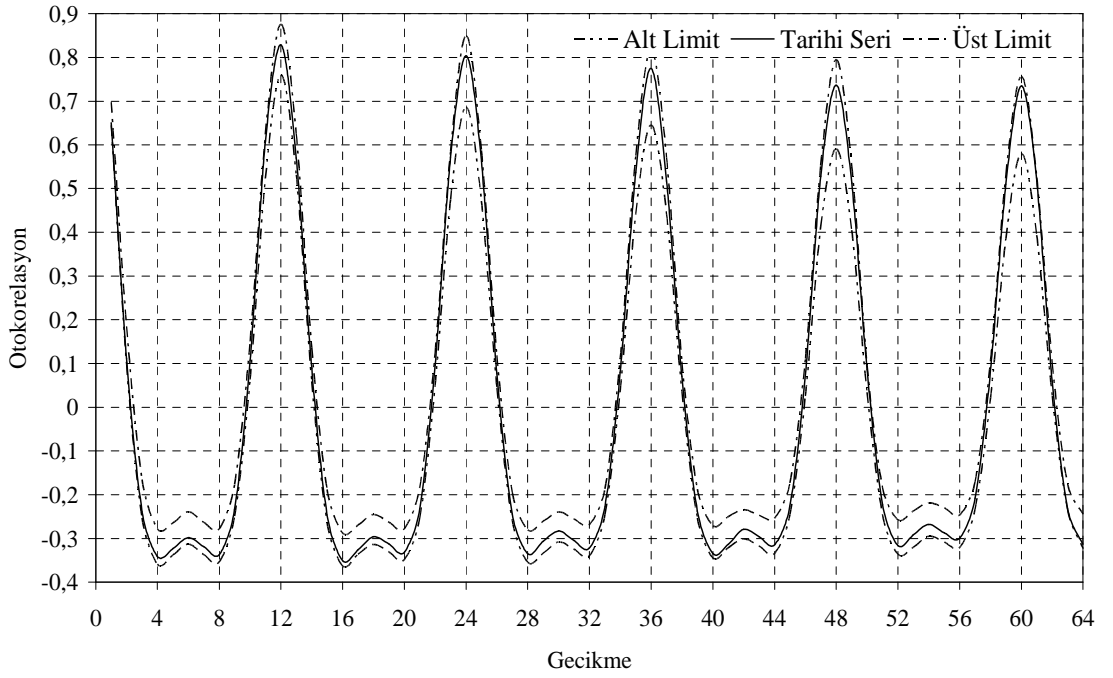
Şekil 4.54 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.55 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

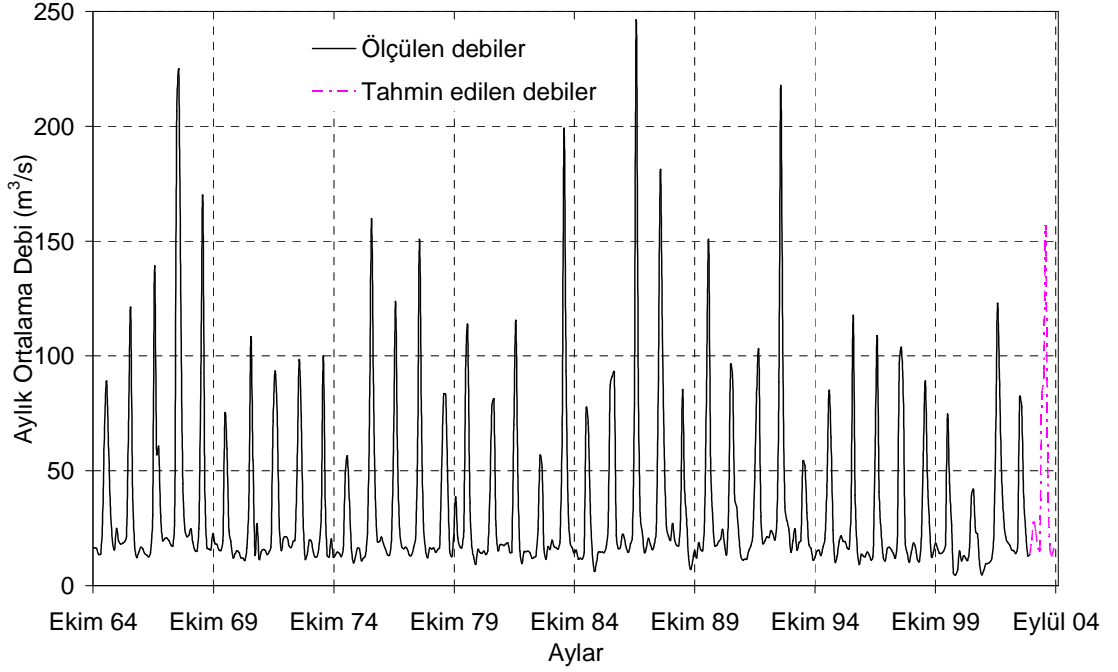


Şekil 4.56 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

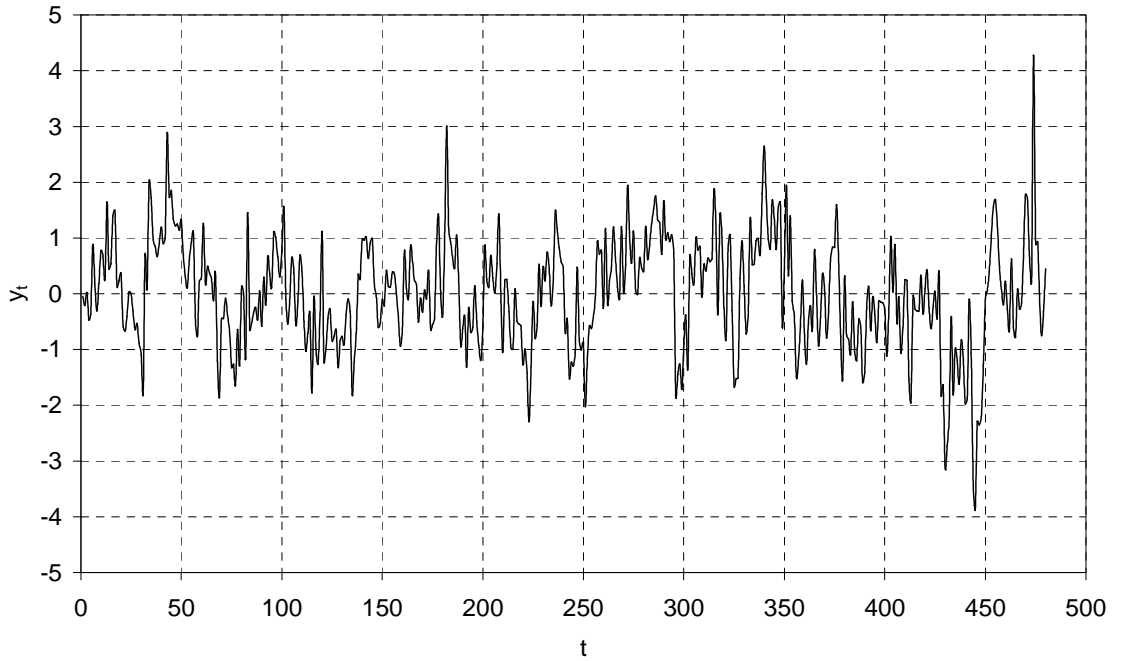


Şekil 4.57 2322 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

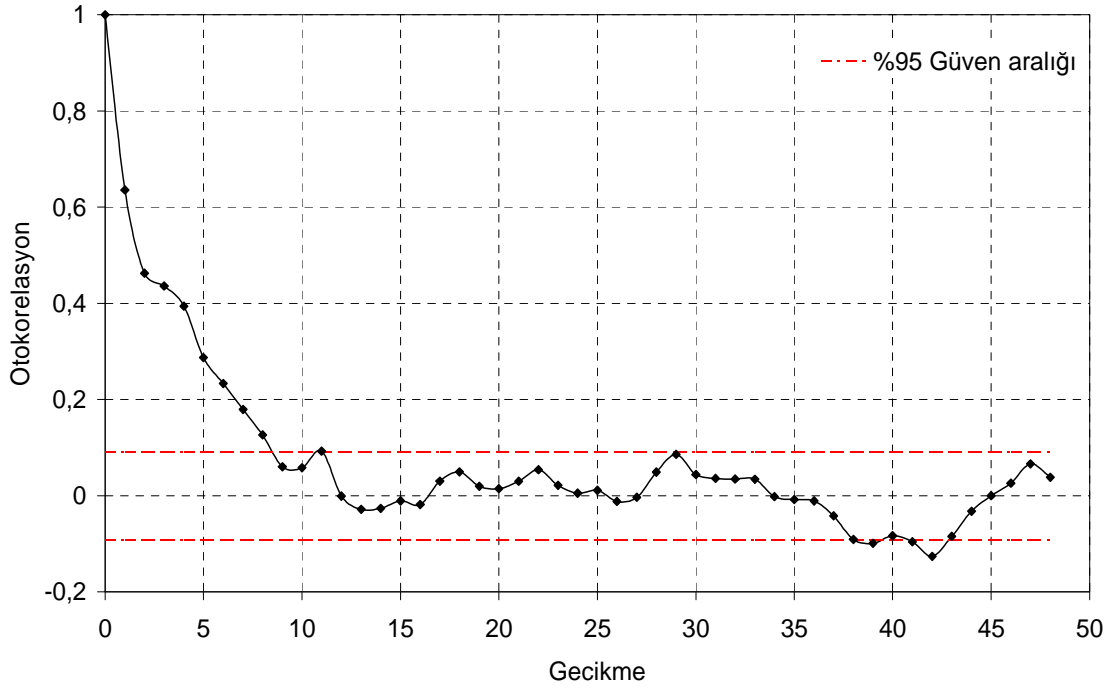
2323 numaralı istasyon için;



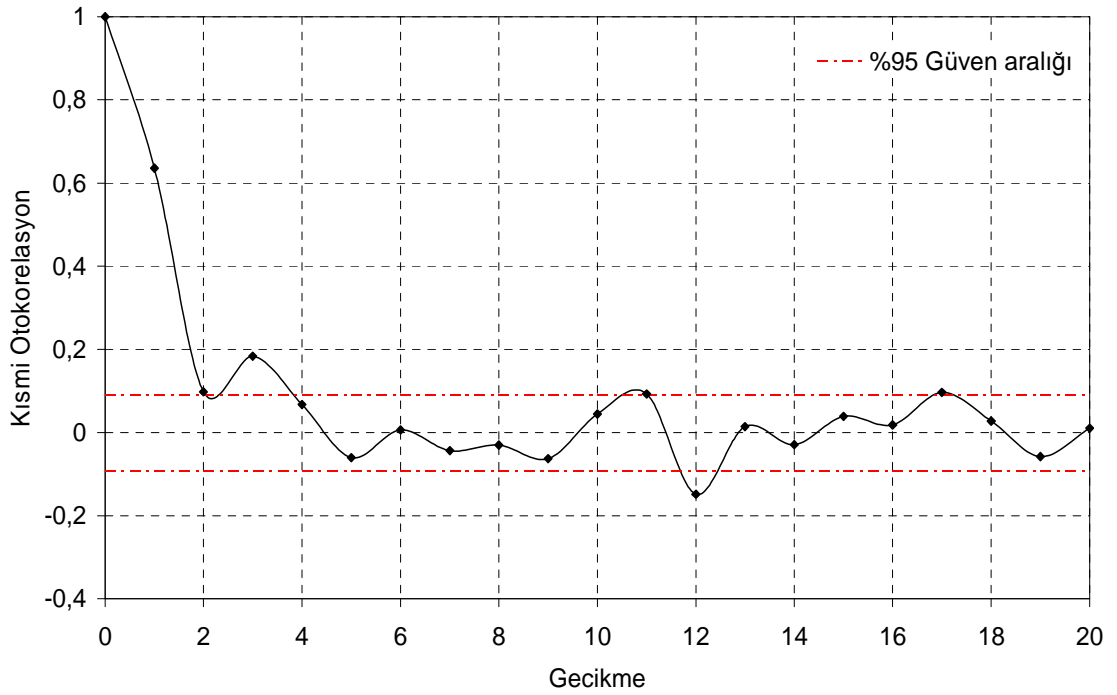
Şekil 4.58 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.59 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.60 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



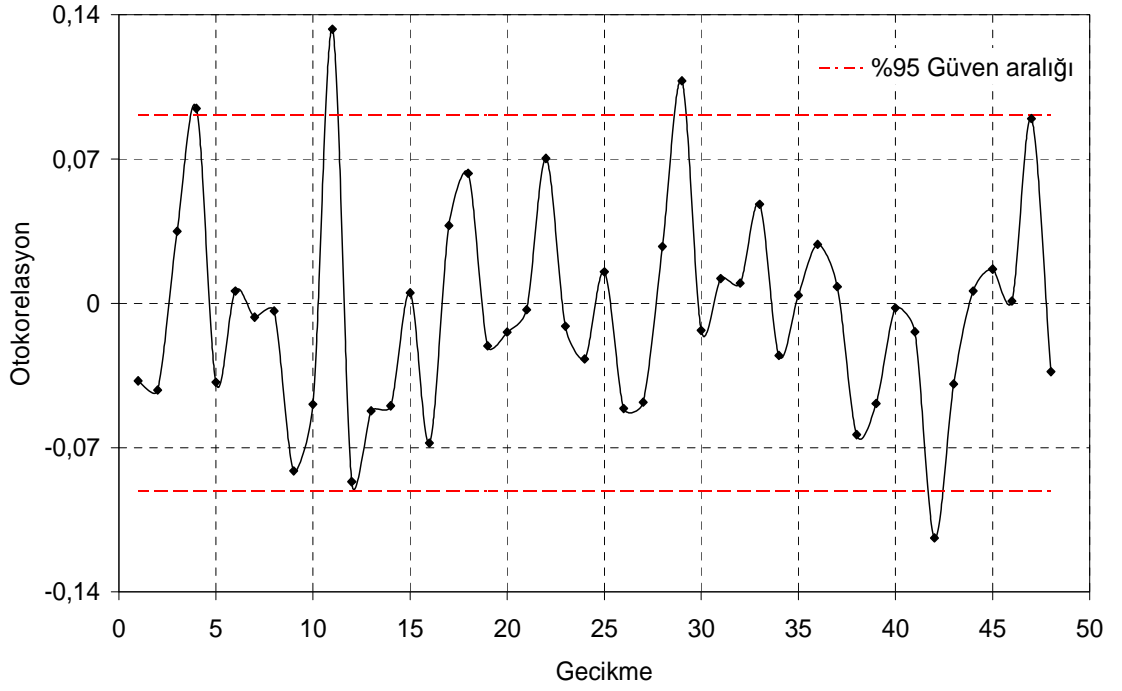
Şekil 4.61 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.21 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

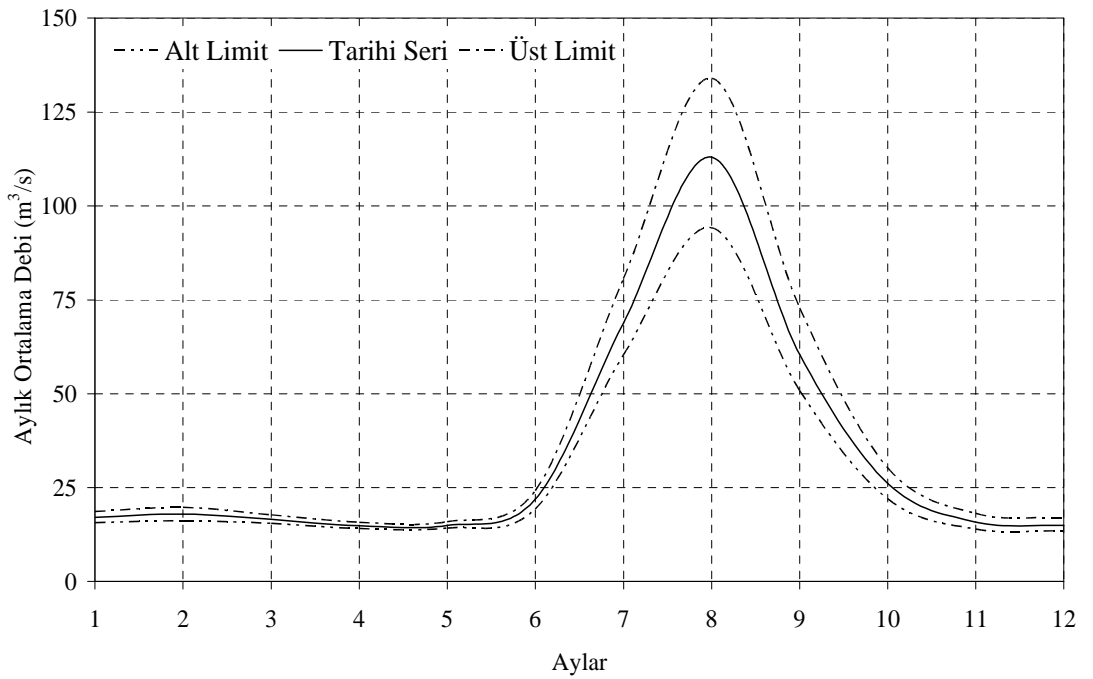
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)
ϕ_1	0.64 (0.57;0.70)	0.79 (0.70;0.88)	0.86 (0.77;0.96)
θ_1	-	-0.27 (-0.41;-0.12)	-0.28 (-0.41;-0.14)
θ_2	-	-	-0.15 (-0.27;-0.03)
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)
ϕ_1	0.57 (0.48;0.66)	1.06 (0.62;1.49)	0.55 (-0.14;1.24)
ϕ_2	0.10 (0.01;0.19)	-0.18 (-0.49;0.13)	0.26 (-0.28;0.81)
θ_1	-	-0.52 (-0.92;-0.11)	0.03 (-0.65;0.70)
θ_2	-	-	-0.23 (-0.42;-0.04)

Çizelge 4.22 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

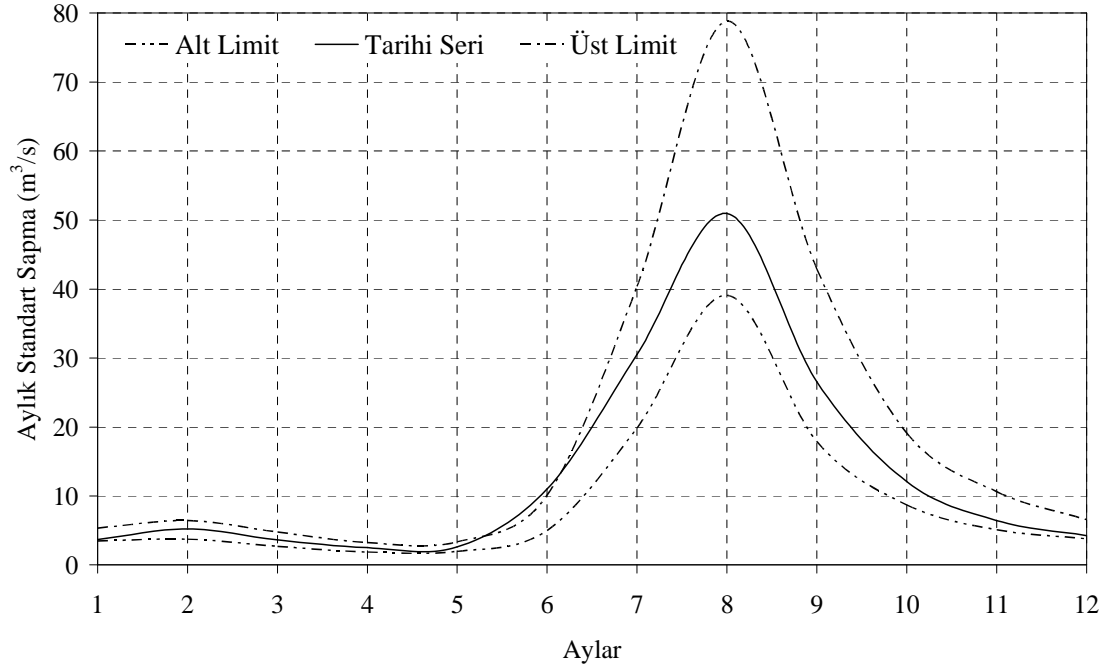
	AIC	σ_ε^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-257.71	0.58	72.30	64.00	5	48	0.104
ARMA(1,1)	-265.44	0.57	70.48	62.83	5	48	0.104
ARMA(1,2)	-271.17	0.56	59.11	61.66	4	48	0.083
ARMA(2,0)	-260.39	0.58	73.97	62.83	5	48	0.104
ARMA(2,1)	-267.82	0.57	65.08	61.66	5	48	0.104
ARMA(2,2)	-269.84	0.56	58.72	60.48	4	48	0.083



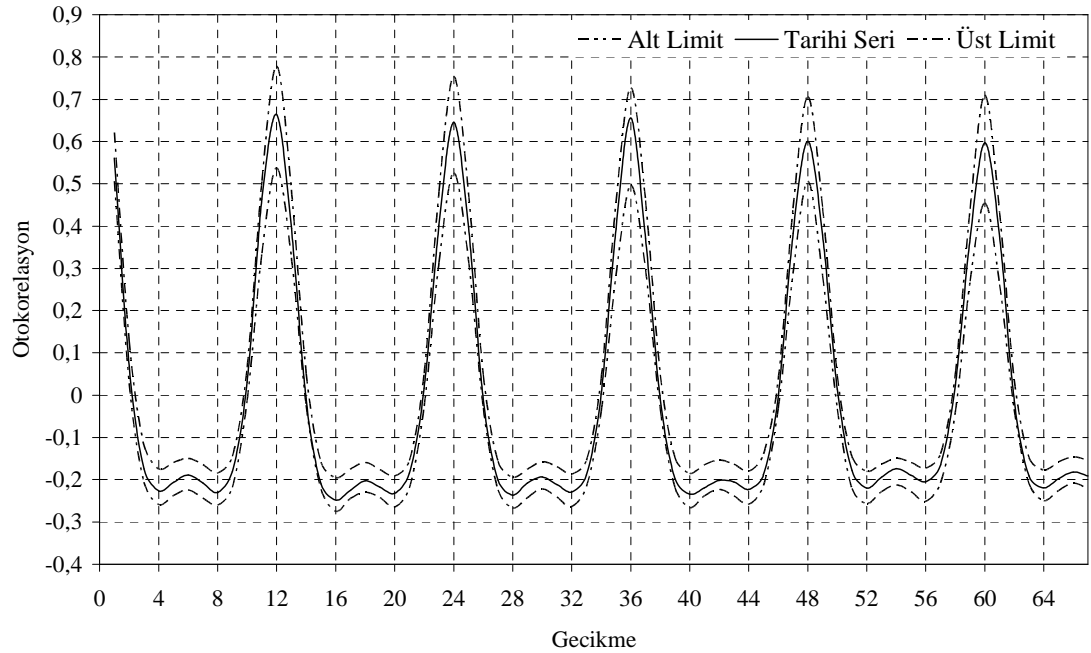
Şekil 4.62 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.63 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları

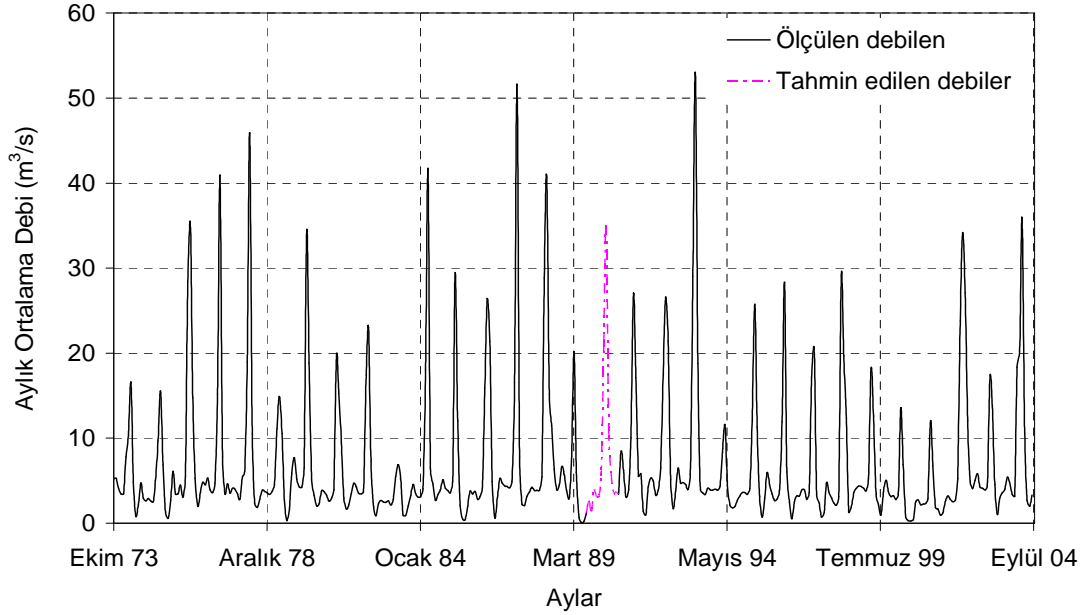


Şekil 4.64 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları

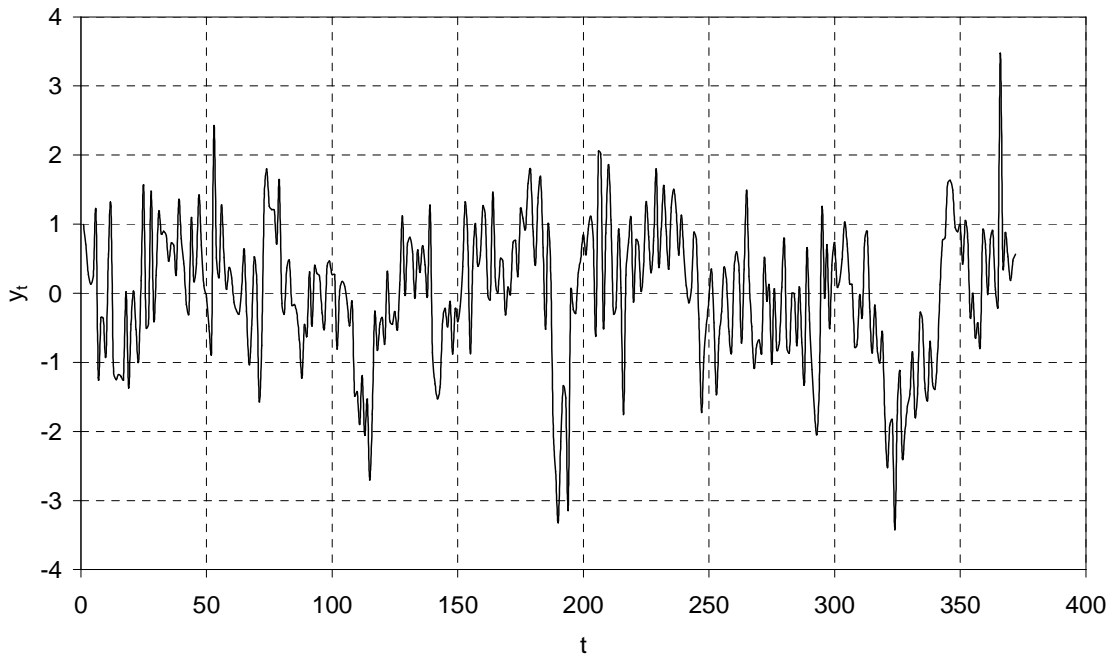


Şekil 4.65 2323 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

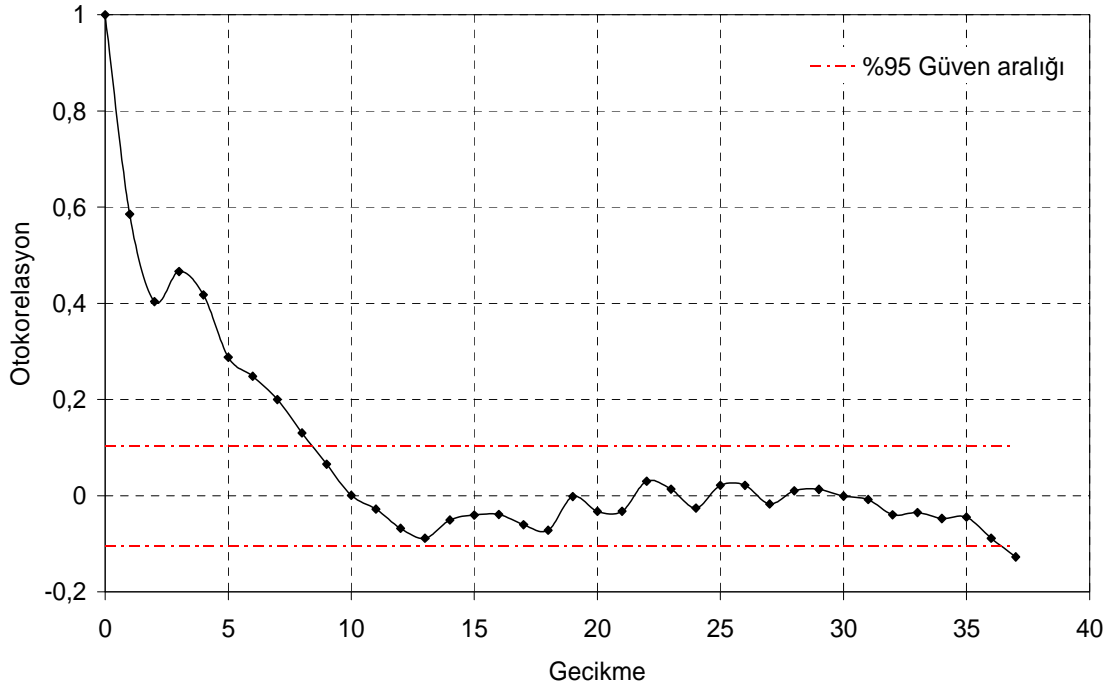
2325 numaralı istasyon için;



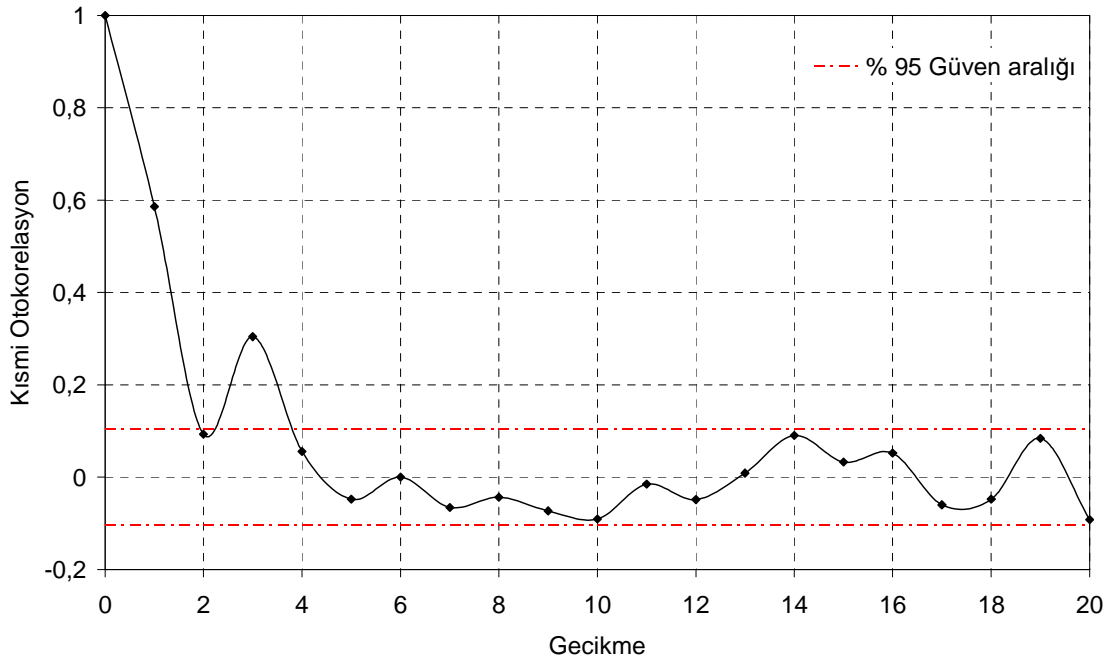
Şekil 4.66 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.67 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler



Şekil 4.68 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Korelogramı



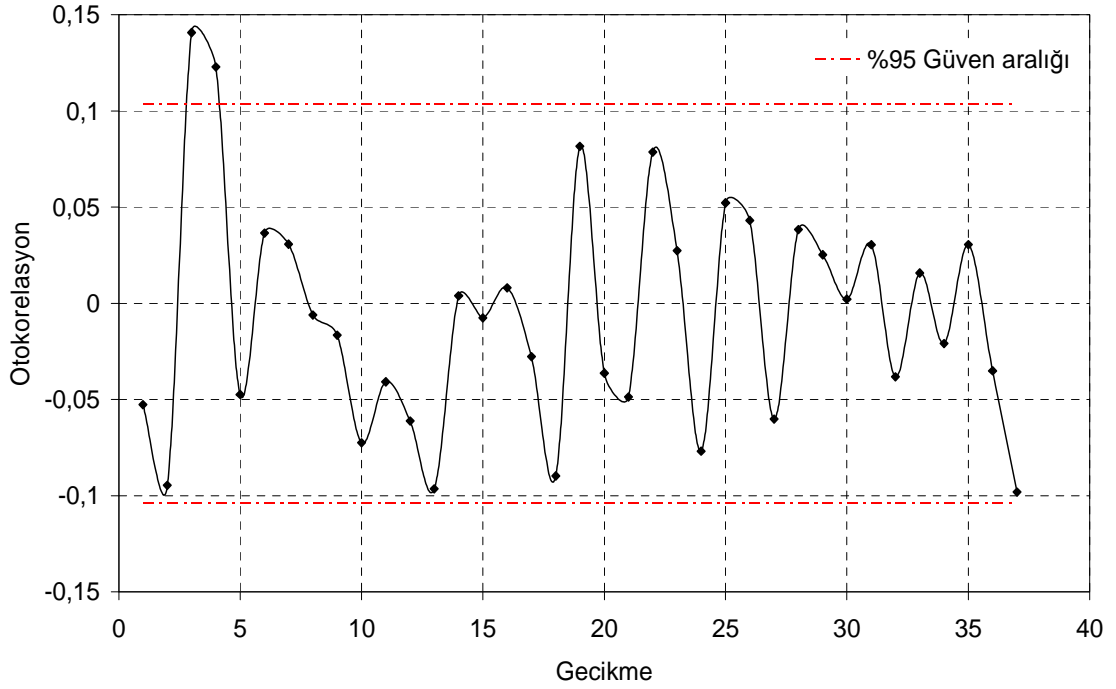
Şekil 4.69 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debilerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Çizelge 4.23 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debilerin Potansiyel ARMA Modellerinin ϕ ve θ katsayıları

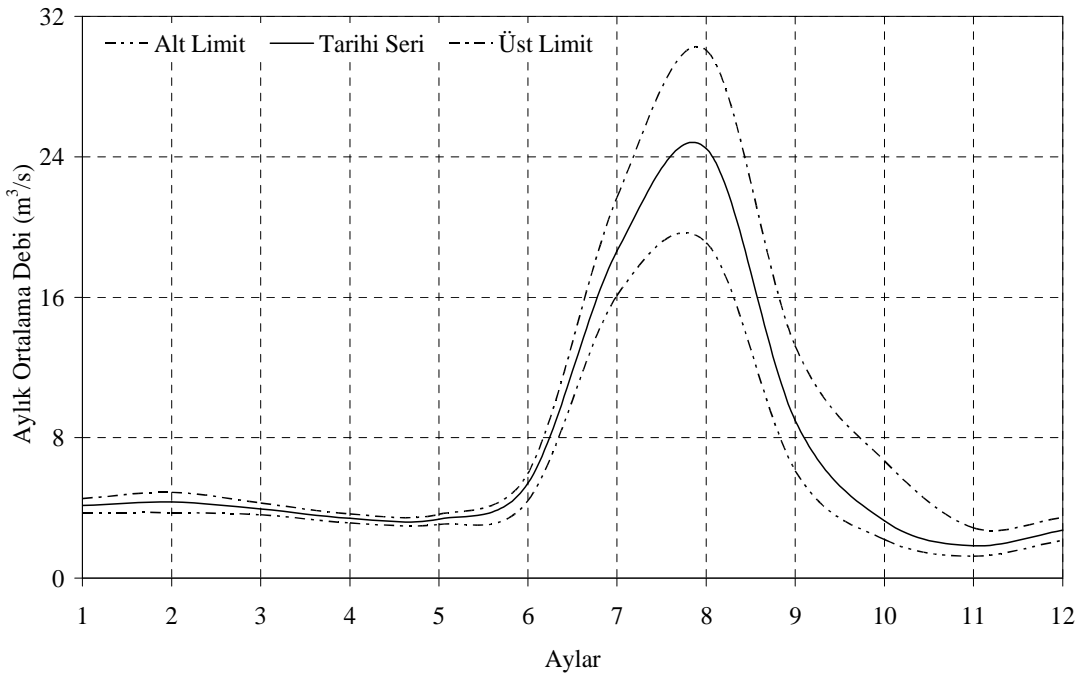
	ARMA(1,0)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)
ϕ_1	0.59 (0.50;0.67)	0.85 (0.76;0.94)	0.88 (0.78;0.98)
θ_1	-	-0.42 (-0.57;-0.26)	-0.33 (-0.48;-0.17)
θ_2	-	-	-0.18 (-0.31;-0.05)
	ARMA(2,0)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)
ϕ_1	0.53 (0.43;0.63)	1.05 (0.68;1.42)	0.50 (-0.03;1.04)
ϕ_2	0.09 (-0.01;0.19)	-0.16 (-0.42;0.11)	0.33 (-0.09;0.76)
θ_1	-	-0.57 (-0.91;-0.23)	0.01 (-0.50;0.53)
θ_2	-	-	-0.33 (-0.52;-0.14)

Çizelge 4.24 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Ortalama Debiler İçin Potansiyel ARMA Modellerinin Test Sonuçları

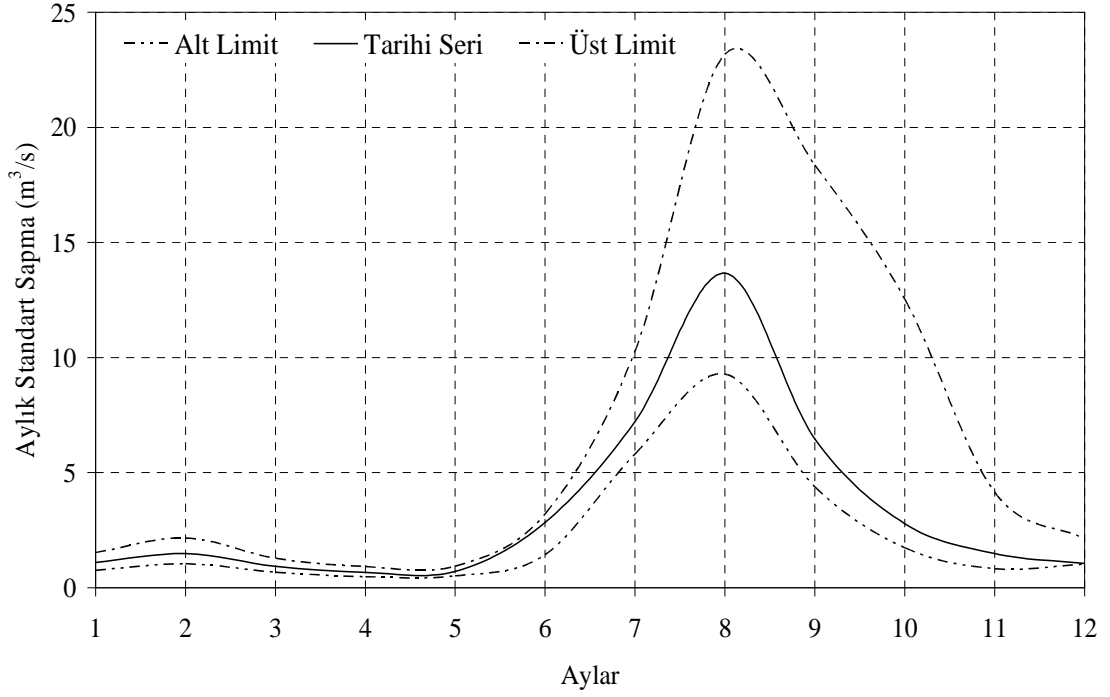
	AIC	σ_ϵ^2	Q	KD	AS	OS	p=AS/OS
ARMA(1,0)	-167.03	0.63	67.01	51.00	3	37	0.081
ARMA(1,1)	-179.34	0.61	58.03	49.80	4	37	0.108
ARMA(1,2)	-186.51	0.60	47.90	48.60	2	37	0.054
ARMA(2,0)	-168.31	0.63	67.49	49.80	4	37	0.108
ARMA(2,1)	-181.13	0.60	55.80	48.60	4	37	0.108
ARMA(2,2)	-189.93	0.59	39.70	47.40	1	37	0.027



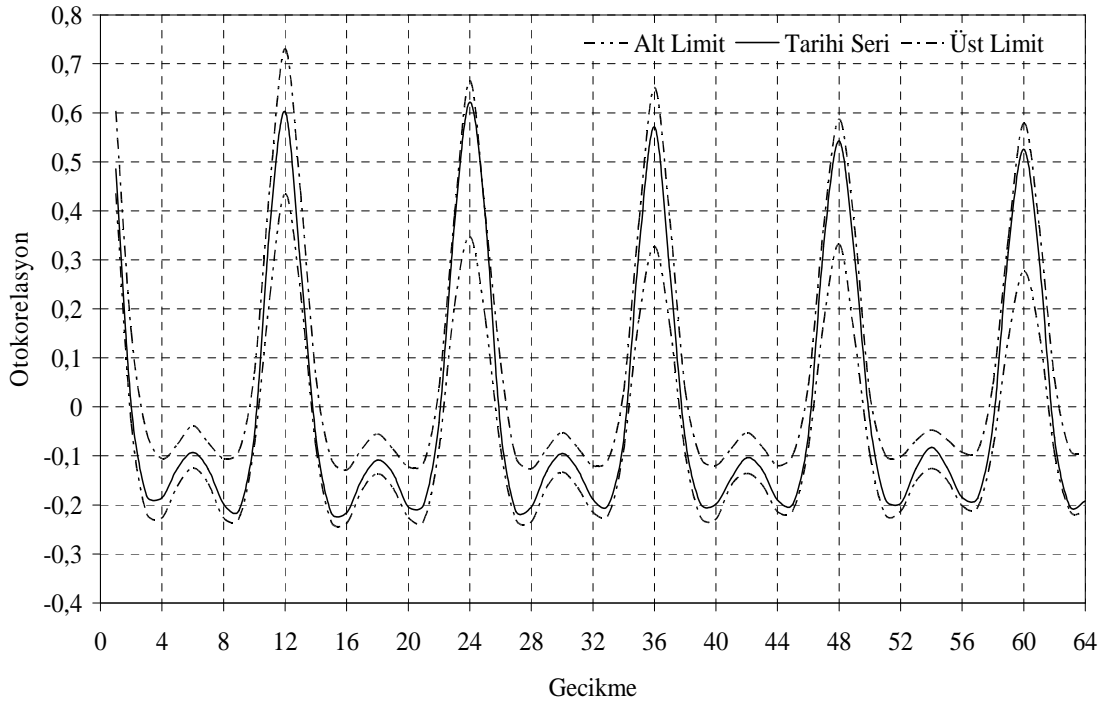
Şekil 4.70 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonundaki Logaritması Alınmış ve Peryodikliği Giderilmiş Aylık Ortalama Debiler İçin ARMA(1,2) Modelinin Artık Terimlerinin Korelogramı



Şekil 4.71 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Ortalamalarının %95 Güven Aralıkları



Şekil 4.72 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Standart Sapmalarının %95 Güven Aralıkları



Şekil 4.73 2325 Nolu Akım Gözlem İstasyonuna Ait Aylık Akımların Tek Değişkenli ARMA Modeli İle Türetilen Sentetik Serilerin Korelogramlarının %95 Güven Aralıkları

Çizelge 4.25 Çoruh Havzası'ndaki AGİ'lerinin Aylık Akımları İçin Muhtemel ARMA Modelleri

AGİ No	Model
2304	ARMA(1,0)
2305	ARMA(1,2)
2315	ARMA(1,2)
2316	ARMA(1,2)
2320	ARMA(1,2)
2321	ARMA(1,2)
2322	ARMA(1,2)
2323	ARMA(1,2)
2325	ARMA(1,2)

Çizelge 4.26 Aylık Akımlara Ait Tek Değişkenli ARMA Modelleri İle Türetilen Sentetik Serilerin Çarpıklık Katsayılarının %95 Güven Aralıkları

AGİ No	Alt Limit	Tarihi Seri	Üst Limit
2304	1.93	2.29	3.09
2305	1.55	1.72	2.13
2315	1.59	1.87	2.28
2316	1.71	1.83	2.37
2320	1.75	1.94	2.68
2321	1.22	1.32	1.52
2322	1.53	1.73	2.31
2323	2.35	2.75	4.26
2325	2.44	2.75	4.66

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, Çoruh Havzası'nda Elektrik İşleri Etüt İdaresi (EİE) tarafından işletilen 9 adet akım gözlem istasyonunda ölçülen aylık nehir akımlarının tek değişkenli stokastik modelleri, tarihi akım serilerinin istatistiki özelliklerini koruyacak şekilde ARMA modeli ile elde edilmiştir.

Bu çalışma kapsamında stokastik modeller ve hidrolojide kullanıldıkları yerler hakkında yapılan genel açıklamalardan sonra, stokastik modeller arasında özellikle nehir akımlarının modellenmesi hususunda yaygın bir kullanım alanına sahip olan ARMA(p,q) modeli tanıtılarak metodolojileri ayrıntılı bir şekilde verilmiştir. ARMA(p,q) modeli kullanmak suretiyle Çoruh Havzası üzerindeki dokuz akım gözlem istasyonunda ölçülen aylık akımların ARMA(p,q) modelleri ile stokastik modelleri kurularak sentetik seriler üretilmiş ve kurulan modellerin tarihi serilere ait karakteristikleri muhafaza ettiği grafiklerle gösterilmiştir. Yapılan analizlerin sonucunda, 2304 numaralı istasyon için ARMA(1,0) diğer sekiz istasyon için ARMA(1,2) modeli en uygun model olarak belirlenmiştir. Bununla beraber ϕ ve θ parametrelerinin güven aralıkları belirlenip Çizelge 3.2, Çizelge 3.4, Çizelge 3.6, Çizelge 3.8, Çizelge 3.10, Çizelge 3.12, Çizelge 3.14, Çizelge 3.16 ve Çizelge 3.18'da verilmiştir.

Kurulan modeller üzerinde yapılan testler sonucu modellerin geçerliliği belirlenmiştir. Bunun belirlenmesi için AIC testinin sonuçlarına bakmak mümkündür. Bütün istasyonlar için bulunan olası modellere ait AIC değerleri Çizelge 4.7, Çizelge 4.9, Çizelge 4.11, Çizelge 4.13, Çizelge 4.15, Çizelge 4.17, Çizelge 4.19, Çizelge 4.21 ve Çizelge 4.23'de verilmiştir.

Hidrolojide özellikle nehir akımlarının modellenmesi hususunda yaygın bir kullanıma sahip olan ARMA(p,q) modeli, bu çalışma kapsamında muhtemel modeller arasında ele

alınmış ve AIC testi sonucunda 2304 numaralı istasyon için ARMA(1,0), diğer sekiz istasyon için ARMA(1,2) modeli en uygun model olarak seçilmiştir.

Seçilen modellere Port Monteau testi uygulanmış ve artık serilerin içsel bağımlılığının olmadığı gösterilmiştir. Elde edilen modeller kullanılarak tarihi seriler ile aynı uzunlukta 100 adet sentetik seri türetilmiştir. Türetilen sentetik serilerin tarihi akım serilerine ait istatistiksel karakteristikleri (aylık ortalama, aylık standart sapma, korelogram) %95 güven sınırları dahilinde muhafaza ettiği gösterilmiştir. Bu nedenle, elde edilen modellerden Çoruh Havzası'ndaki su kaynakları sistemlerinin planlanması ve işletilmesi çalışmalarında yararlanılabilecektir.

KAYNAKLAR

- Anonim, 2008. "Su Akımları Aylık Ortalamaları", Elektrik İşleri Etüt İdaresi Genel Müdürlüğü, Ankara
- Bacanlı, Ü. G. ve Baran, T., 2006. Uygun Stokastik Model Seçim Ölçütlerinin Değerlendirilmesi, İMO Teknik Dergi, Yazı 264, 3987-4002.
- Bayazıt, M., 1973. Yıllık Ortalama Akış Serilerinin İstatistik Analizi, Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, MAG-307, İstanbul.
- Bayazıt, M., 1981. Hidrolojide İstatistik Yöntemler, İTÜ Yayınları, İstanbul.
- Bayazıt, M. ve Oğuz, B., 1994. Mühendisler İçin İstatistik, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- Bayazıt, M., 1996. İnşaat Mühendisliğinde Olasılık Yöntemleri, İTÜ Yayınları, İstanbul.
- Baykan, N. O., 1983. Kısa Süreli Aylık Akış Dizilerinin Stokastik Bileşen Otokovaryans Yapısının İyileştirilmesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, İzmir.
- Can, İ., 2006. Karasu'nun Aylık Akımlarının Yapay Sinir Ağları İle Zaman Serisi Modeli, 7. Uluslararası İnşaat Mühendisliğinde Gelişmeler Kongresi, İstanbul.
- Can, İ., 2008. Çoruh Havzası'ndaki Nehir Akımlarının Stokastik Modellenmesi 1. Faaliyet Raporu
- Can, İ., 2008. Çoruh Havzası'ndaki Nehir Akımlarının Stokastik Modellenmesi 2. Faaliyet Raporu
- Can, İ., 2009. Çoruh Havzası'ndaki Nehir Akımlarının Stokastik Modellenmesi 3. Faaliyet Raporu
- Can, İ., Yerdelen, C. ve Kahya, E., 2008. Taşkın, Heyelan ve Dere Yataklarının Korunması Konferansı, 5. Dünya Su Forumu Türkiye Bölgesel Hazırlık Toplantısı, Trabzon.
- Devlet Su İşleri Genel Müdürlüğü, <http://dsi.gov.tr>
- Dibike, Y. B. and Solomatine, D. P., 2001. River Flow Forecasting Using Artificial Neural Networks, Phys.Chem.Earth , 26(1), 1-7
- Guang-Te, W., Singh, V. P., 1994. An Autocorrelation Function Method for Estimation of Parameters of Autoregressive Models, Water Resources Management, 8, 33-56.
- Hipel, K.W. and McLeod A.I., 1994. Time Series Modeling of Water Resources and Environmental Systems, Elsevier, Amsterdam.
- Karabörk, M. Ç., 1997. Yıllık ve Aylık Akımların Stokastik Modellemesi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Konya.
- Karabörk, M.Ç. ve Kahya, E., 1998. Sakarya Havzasındaki Aylık Akımların Çok Değişkenli Stokastik Modellemesi, Tr. J. of Engineering and Environmental Science 23, 133-147.
- Keskin, E.M. ve Taylan, D.E., 2007. Orta Akdeniz Havzasındaki Akımların Stokastik Modellemesi, İMO Teknik Dergi, 282, 4271-4291.
- Kothyari, U.C. and Singh, V.P., 1999. A multiple-input single-output model for flow forecasting, Journal of Hydrology 220, 12-26
- McLeod, A. I., 1993. Parsimony, model adequacy and periodic correlation in time series

- forecasting, The International Statistical Review, vol. 61, No. 3.
- Merzi, N., Usul, N. ve Usul, G., 1995. Çoruh Havzası'nda Oltu Nehrinin (2323 Numaralı İstasyon) Aylık Akımların Stokastik Modellemesi, İMO Teknik Dergi, Yazı 80, 1049-1058.
- Mondal, M. S. and Wasimi S. A., 2006. Generating and Forecasting Monthly Flows of the Ganjes River With PAR Model, Journal of Hydrology, 232, 41-56.
- Mujumdar, P. P. and Kumar D. N., 1990. "Stochastic Models of Streamflow: Some Case Studies", Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques
- Noakes, D.J, McLeod, A.İ. and Hipel, K.W., 1985. Forecasting Monthly RiverFlow Time Series, International Journal of Forecasting, 179-190
- Porporato, A. and Ridolfi, L., 2001. Multivariate nonlinear prediction of river flows, Journal of Hydrology 248(2001) 109-122
- Quimpo, R. G., 1967. Stochastic Model of Daily River Flow Sequences, Hydrology Paper 18, Colorado State University, Fort Collins.
- Raman, H. and Sunilkumar, N., 1995. Multivariate modelling of water resources time series using artificial neural networks, Hydrological Sciences, 40, 2
- Salas, J. D., Delleur, J.W., Yevjevich, V. and Lane, W.L., 1980. Applied Modeling of Hydrologic Time Series, Water Resources Publications, Littleton, Co.
- Salas, J. D. and R. A. SMITH Physical Basis of Stochastic of Annual Flows (1981) Water Resources Research 17(2) 428-430
- Sharma, A., Tarboton, D. G., Lall, U., 1997. Streamflow simulation: an nonparametric approach, Water Resources Research, Vol. 33, No. 2, 291-308.
- Şarlak, N. ve Şorman, A. Ü., 2007. Gamma Otoregresif Modeller ve Kızılırmak Havzasına Uygulama, İMO Teknik Dergi, Yazı 278, 4219-4227
- Yevjevich, V., 1964. Fluctuations of Wet and Dry Years, Part II, Analysis of Serial Correlation, Hydrology Paper 4, Colorado State University, Fort Collins.
- Yürekli K., Kurunc, A. ve Ozturk, F., 2005. Application of linear stochastic models to monthly flow data of Kelkit Stream, Ecological Modelling, 183, 67-75

ÖZGEÇMİŞ

1984 yılında Erzincan'da doğdu. İlk, orta ve lise tahsilini Erzincan'da tamamladı. 2003 yılında girdiği Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 2007 yılında mezun oldu. Aynı yıl Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Yüksek Lisans öğrenimine başladı.