T. C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ FAKÜLTESİ

İKİ ORTALAMA ARASINDAKİ FARKIN ÖNEMLİLİK TESTİNDE KULLANILAN t TESTİNİN GÜCÜ ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA

Bioistatistik Programı

Bilim Uzmanlığı Tezi

Ergun KARAAOĞLU

Ankara, 1979

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ FAKÜLTESİ

İKİ ORTALAMA ARASINDAKİ FARKIN ÖNEMLİLİK TESTİNDE KULLANILAN t TESTİNİN GÜCÜ ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA

Bioistatistik Bilim Uzmanlığı

Tezi

Ergun KARAAOĞLU

Rehber Öğretim Üyesi

Doç. Dr. Kadir SÜMBÜLOĞLU

Ankara, 1979

İÇİNDEKİLER

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

İKİNCİ BÖLÜM

GENEL BİLGİLER

	Sayfa No
2.1. Hipotez Testleri	4
2.2. Bir İstatistiksel Testin Gücü	7
2.2.1. Seçenek Hipotezin Testin Gücüne Etkisi	8
2.2.2. Seçilen α Anlamlılık Seviyesi ve Testin Tek Yönlü Ya da Çift Yönlü Olması	10
2.2.3. Testte Kullanılan Örneklem Genişliği	12

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE TARTIŞMA

3.1. Yöntem	13
3.2. Bulgular ve Tartışma	20

Sayfa No

3.3. Kesin Olmayan Hipotezlerin Testi 32

3.4. t Dağılımına Dayanan Testlerin Gücü 38

3.5. Sonuç 44

ÖZET 45

SUMMARY 46

KAYNAKLAR 47

EK I

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

İstatistiksel güç analizleri bir araştırmanın gerek planlama ve gerekse sonuç evrelerinde önemli bir yer tutar. Ancak çoğu araştırmada bu konuya gereken önemin verilmemesi bu çalışmanın ortaya çıkmasına ışık tutmuştur.

Kitleden örneklem çeken bir kişi, örneklem bilgilerinin ışığı altında kitle hakkında bir fikir edinme ya da karar verme çabasındadır. Burada başvurulacak istatistik teknik de hipotez testleri ya da önemlilik testleridir. Önemlilik testlerinden elde edilen sonuçlara göre bazı kararlara varıldığı için önemlilik testlerinin doğru ve uygun olarak seçilmesi, bilinçli olarak kullanılması ve yorumlanması gerekir. Önemlilik testleri bir hipotezi test etmek için yapılır. Burada, yokluk hipotezini kabul ya da red ettiğimizde tamamen doğru bir sonuca vardığımız söylenemez. Hipotezi kabul ya da red etmede belirli bir yanılma payı olacaktır. Hipotezlerden herhangi birini doğru olarak kabul etmek sadece ve sadece böyle bir karardaki yanılma olasılığı bilinebiliyorsa anlam taşır. Böylece, doğru karar verme olasılığı ya da yanlış olan yokluk hipotezini red edip seçenek hipotezi kabul etme olasılığı olan istatistiksel testin gücü kavramı bu noktada önem kazanır.

Verilerden bir karara varabilmek için karşılaşılan problemlerden biri de amacımız için uygun istatistiğin seçimidir. Bazı kitle karakteristikleri hakkında bir sonuca varabilme örneklemdeki bilginin doğru ve etkili kullanılmasını gerektirir ve değişik istatistikler araştırıcıyı kitle hakkında farklı yorumlara götürebilir. Araştırmada esas olan sonuçların doğruluğu ve güvenirliğidir. Uygun olmayan istatistik teknikler sonucun hatalı olmasına yol açabilir. Özellikle önemlilik testlerinde yanlış teknik kullanmak testin gücünü azaltır ve sonuçları geçersiz kılabilir. Araştırıcı aynı tür veriye birden çok test uygulayabiliyorsa bu durumda baş vuracağı en önemli etken testin gücü olacaktır.

Araştırmanın planlanması aşamasında belirli bir gücü elde edebilmek için kullanılacak denek sayısının saptanması ya da araştırma sonunda istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar elde etme olasılığının belirlenmesi kullanılan testin gücü ile ilgilidir. Yani, güç hesaplamaları deneme yapıldıktan ve test uygulandıktan sonra ne kadar güçlü bir test elde edildiğini saptamak amacıyla kullanılabileceği gibi deneme yapılmadan önce de yapılabilir.Böylece bu bilgi deneyin planlanmasında kullanılabilir. Aksi halde deneyi yapan kişi ya da araştırıcı, önce bilgiyi toplar, sonradan gücü hesaplarsa harcanan emeğin boşa gittiğini görebilir. Genellikle güç istenilen bir düzeye örneklemi yeterli derecede büyüterek getirilebilir. Deneyi düzenleyen kişi, parametrenin belirli bir değeri için istenen gücü belirleyerek kendisini bu sonuca götürecek örneklem genişliğini bulmaya çalışır. Örneklem genişliğinin uygun büyüklükte seçimi ya da σ^2 nin kontrol altında tutulabilmesi olası doğru seçenekler için testin gücünü istenen oranda büyük tutabilecektir. Red bölgesi olarak kullanılacak alan ya da alanların seçimi için de güç bir ölçüt olarak kullanılabilir. Öyle ki, red bölgesi testin gücünü en fazla yapacak şekilde seçilir.

İKİNCİ BÖLÜM

GENEL BİLGİLER

2.1. Hipotez Testleri

Hipotez testleri, elde edilen değer ya da değerlerin istatistiksel olarak bir önem taşıyıp taşımadığı ya da anlamlı olup olmadığını anlamak için baş vurulan tekniklerdir.

Elde edilen veriler üzerinde yapılan analizler iki grupta toplanabilir. Bunlar, "Nicel analiz" ve "Nitel analiz" lerdir. İstatistiksel yöntemlerin kullanıldığı nicel analizler iki şekilde yapılır :

a) Değişkenlere ilişkin bazı hipotezler test edilir.

b) Değişkenler arasında neden-sonuç ilişkileri aranır.

Hipotezlerin testi, genel olarak iki değer arasındaki farkın yalnız raslantı ile açıklanıp açıklanamayacağının araştırılmasıdır. Bu iki değer, örneklemden elde edilen iki tahmin ya da biri örnekleme ile elde edilen tahmin diğeri de hipotez ile belirlenen değişmez bir sayı olabilir. Örneğin, " Türkiye'de ölüm oranı 0.016 dır." şeklinde bir hipotez ortaya atılabilir. Örneklemden elde edilen tahmin t ise, $t - 0.016$ değerinin yalnız raslantı sonucu ortaya çıkıp çıkmadığının araştırılması, ileri sürülen hipotezin testi olur. Eğer aradaki farkın ortaya çıkması olasılığı çok küçük ise, bu fark istatistiksel yönden anlamlıdır denir.

Aksi halde bu farkın istatistiksel yönden anlamsız olduğu söylenir. En çok karşılaşılan hipotez, iki değer arasındaki farkın sıfır olması şeklindedir (İnal ve Günay, 1978: S. 302).

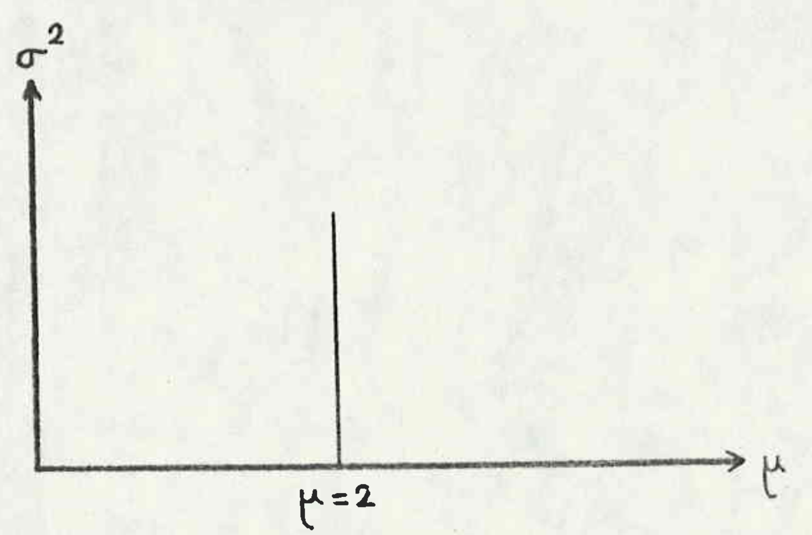
Hipotezler basit ve bileşik olarak ikiye ayrılır. Yokluk hipotezinde sadece ortalamanın bilinmesi dağılımın şeklini belirleyemeyeceğinden dağılımın şeklinin belirlenmesi için σ^2 değerine gereksinim duyulur.

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ dağılımına sahip bir kitleden n genişliğinde bir örneklem alarak ,

$H_0 : \mu = 2$

$H_S : \mu \neq 2$

hipotezini test etmek isteyelim. Burada ilk bakışta basit bir hipotez bileşik bir seçenek hipotezine karşı test ediliyormuş gibi görülür. H_S in bileşik bir hipotez olduğu açık olmasına karşın, H_0 ın basit ya da bileşik oluşu ise kitle varyansı, σ^2 nin değerinin bilinip bilinmemesine bağlıdır. $\sigma^2 = \sigma_0^2$ bilindiğinde H_0 basit hipotez aksi halde bileşik bir hipotezdir.



$\mu = 2$ değerine karşılık gelen doğru üzerinde sonsuz σ^2 değeri vardır. Sadece $\mu = 2$ olduğunu bilmek dağılımın şeklini belirleyemez. Basit hipotezler olasılık yoğunluk dağılımının kesin şeklini belirleyen hipotezler olduğundan, σ^2 bilindiğinde X normal dağılıma uyduğu için $\mu = 2$ dağılımın kesin şeklini belirler.(Korum, 1971: S. 265).

Verilen örneklem bilgilerine dayanarak bir istatistiksel hipotezin kabul ya da red edilmesi söz konusu olduğunda çoğu kez yanlış yorumlar yapılır. Örneğin, H_0 hipotezi doğru iken H_S hipotezi kabul edilir ya da H_S doğru olduğunda H_0 hipotezi kabul edilir. Bu yanılgılardan ilkine birinci tür yanılgı denir ve α ile gösterilir, ikincisine de ikinci tür yanılgı denir ve β ile gösterilir. Bu yanılgılar şu şekilde gösterilebilir (İnal ve Günay, 1978: S. 306) :

	H_0 Doğru	H_S Doğru
H_0 Kabul	Doğru Yorum $(1-\alpha)$	II. tür yanılgı (β)
H_S Kabul	I. tür yanılgı (α)	Doğru Yorum $(1-\beta)$ = Güç

Riski hesaplarken, yanılgı olasılıklarını en küçük yapan testleri seçmek en akla uygun yoldur. Uygulanması gereken yol ise, örneklem genişliği veri olarak elimizde bulunduğunda, yanılgılardan herhangi biri için belli bir olasılık saptamak ve diğer tür yanılgıyı en küçük yapan testi seçmektir. Örneğin $\alpha = 0.05$ olarak alınacak ise bu koşulu sağlayan testler arasından β yı en küçük yapan seçilecektir (Rao, 1965: S. 383)

2.2. Bir İstatistiksel Testin Gücü

En genel tanımı ile bir testin gücü, bu testin istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar vermesi olasılığıdır. Bu tanımı biraz daha değiştirip matematiksel olarak belirtebileceğimiz şekle sokacak olursak : Bir testin gücü, yokluk hipotezinin red edilmesi olasılığıdır ve ikinci tür yanılgı olasılığı olarak adlandırılan, yanlış olan yokluk hipotezini doğru kabul etme olasılığı olan β yı 1 den çıkartarak bulunur. Buna göre,

$$\text{Güç} = 1 - \beta$$

dır.

Doğru bir H_S seçenek hipotezi belirlendiğinde β bulunabilir. Benzer şekilde $1-\beta$ olasılığı, H_S in doğru olduğu bilindiğinde, H_0 ın red edilme olasılığı da hesaplanabilir (Hays, 1973: S. 357).

Bir testin gücünü etkileyen bazı etkenler vardır. Daha güçlü testler elde edebilmek için bunların kontrol altında tutulması gerekir. Bir testin gücü üç parametreye bağlıdır. Bunlar a) Seçenek hipotez ya da yokluk hipotezinin gerçek durumdan ayrılış derecesi, b) Seçilen α anlamlılık seviyesi ve testin tek yönlü ya da çift yönlü olması, c) Testte kullanılan örneklem genişliğidir (Cohen, 1969: S. 4).

Şimdi, testin gücüne etki eden bu üç etkeni daha geniş bir şekilde inceleyelim.

2.2.1. Seçenek Hipotezin Testin Gücüne Etkisi

COHEN(1969), bunu etki genişliği (effect size) olarak adlandırmış ve yokluk hipotezinin yanlış olma derecesi ya da araştırılan olayın kitlede ne derece var olduğu şeklinde tanımlamıştır. Yokluk hipotezi daima etki genişliğinin sıfır olduğunu belirtir. Örneğin, belirli bir hastalığın görülmesinde cinsiyet farkının araştırıldığını düşünelim. Araştırıcı bu hastalığa yakalanan kişiler arasından bir örneklem alıp erkeklerin oranını belirler. Burada test edilen hipotez (yokluk hipotezi) erkeklerin oranının 0.50 olduğu hipotezidir. Yani, bu hastalığa yakalanmada cinsiyetin etkisi yoktur. Yokluk hipotezi yanlış ise belli bir dereceye kadar yanlıştır. Dolayısıyla da etki genişliği kitlede belirli bir değerdir. Bu değer büyüdükçe incelenen olayın ortaya çıkma dereceside büyüyecektir.

Etki genişliği, iki kitle parametresi arasındaki farklılık olarak ya da bir kitle parametresinin belirli bir değişmezden ayrılışı olarak belirtilebilir. Her iki durumda da etki genişliği yokluk hipotezi doğru olduğunda sıfır değerini alan ve yokluk hipotezi yanlış olduğunda da sıfırdan farklı herhangi belirli bir değer alan bir parametre olarak düşünülebilir (Cohen, 1969: S. 10).

Tanımından da anlaşılacağı gibi, etki genişliğinin güç hesaplamalarında kullanılabilmesi için bir genelleştirmeye gitmek gerekir. Kullanılacak her teste, veriye ve istatistiksel modele uygun bir biçimde kullanılabilmesi için etki genişliğinin, belirli bir biçimde ölçülebilmesi zorunludur yani standartlaştırılması gerekmektedir.

COHEN(1969), bu standartlaştırmayı etki genişliği indeksi olarak tanımlamıştır. Örneğin iki ortalama arasındaki farklılık araştırılıyorsa etki genişliği indeksi, ortalamaların farkı, kitle standart sapması ile bölünerek standartlaştırılır. Artık burada etki genişliği direkt olarak ortalamaların farkı değilde z standart ölçümlerinin farkıdır.

Bu çalışmada, güç hesaplamaları merkezi olmayan t dağılımı yoluyla yapıldığından bu standartlaştırma merkezi olmayışlık parametresi (Non-cetrality parameter) ile yapılmıştır. Bununla ilgili daha geniş bilgi ÜÇÜNCÜ BÖLÜM'de verilecektir.

2.2.2. Seçilen α Anlamlılık Seviyesi ve Testin Tek Yönlü ya da Çift Yönlü Olması

α Anlamlılık seviyesi, yokluk hipotezinin kritik alanını gösterir yani yokluk hipotezini yanlışlıkla red etmenin maksimum riskini ifade eder. I. tür yanılgı olasılığı olarak da adlandırılan α, doğru olan yokluk hipotezini red etme oranı olduğundan oldukça küçük bir değer olarak alınır. Yerine göre daha büyük ya da daha küçük değerler kullanılabileceği gibi α nın değeri genellikle 0.01 ve 0.05 olarak kullanılır. H_0 hipotezi testte uygulanan örneklem dağılımını belirler. H_S seçenek hipotezi örneklem dağılımının hangi ucunun H_0 için red bölgesini içerdiğini gösterir. Red bölgesi olarak kullanılacak alan ya da alanların seçimi için bir ölçüt daha vardır ki bu da testin gücü kavramı ile açıklanır. Öyle ki red bölgesi testin gücünü en fazla yapacak şekilde seçilir (Hays, 1973: S. 356).

Yeni bir ilacın insanlarüzerinde bir yan etkisinin olup olmadığının incelendiğini varsayalım. Bu durumda, ilaç gerçekte insanların büyük bir çoğunluğunda yan etki gösteriyorsa, ilacın güvenilir olduğuna karar vermek önlenmesi gereken bir hatadır. Dolayısıyla ilacın güvenilir olmadığı hipotezi, yani H_0 hipotezi için α değeri çok küçük bir değer seçilmelidir. Araştırıcı I. tür yanılgı olasılığı üzerinde tam bir kontrola sahiptir. Bundan ötürü de, gerçekte H_0 ya da "ilaç güvenilir değildir" hipotezi doğru olduğunda H_S ya da "ilaç güvenilebilir bir ilaçtır" hipotezini çok küçük bir olasılıkla kabul edebileceğinden emindir. Diğer taraftan, araştırıcı β nın ya da testin gücünün üzerinde direkt bir kontrola sahip değildir. Testin gücünü etkileyen etkenlerin seçimi, olası doğru seçenekler için β nın değerini istenen oranda küçük ya da testin gücünü istenilen oranda büyük tutabilecektir.

I. tür yanılgı olasılığının seçiminde tam bir serbestiye sahip olan araştırıcı II. tür yanılgıda aynı serbestiye sahip değildir. Güç, örneklem genişliği ve testin diğer özellikleri cinsinden elde edilmelidir. Güç, verilen herhangi bir seçeneğe karşı, belirli bir maliyetle yükseltilebilir. Gereksiz derecede küçük α değeri, güçlü testler elde etmeyi zorlaştırır. Fakat, yukarıda verilen örnekte olduğu gibi bir ilacın testinde ya da bunun gibi önemli konularda α nın oldukça küçük seçimi uygun bir davranış olur (Owen, 1965).

α nın aksine güç her zaman bir tek sayı olarak belirtilemez. Eğer, H_S seçenek hipotezi basit bir hipotez ise, H_S in doğru olduğu varsayımı altında bir olasılık yoğunluk fonksyonuna gerek duyulacaktır. Böylece H_0 ı red etme olasılığı da bir tane değer ya da kritik bölgede bir nokta olacaktır. Bunun için de H_S basit bir hipotez olduğunda $1-\beta$ bir tek değerdir. Eğer H_S bileşik hipotez ise H_S hipotezi altında her bir olasılık fonksyonu $1-\beta$ için farklı değerlere sahip olacaktır (Shapiro, Wılk ve Chen, 1968).

2.2.3. Testte Kullanılan Örneklem Genişliği

Kitle değeri genellikle bilinmediğinden, örneklem değeri zorunlu olarak tahmini değer olarak kullanılır. Örneklem genişliği büyültülerek, diğer durumlar aynı kalmak koşulu altında hata küçültülür ve sonuçların güvenilirliği arttırılır. Sonuçların güvenilirliği artınca testteki var olan durumları belirleme olasılığı da artar. Böylece, örneklem genişliğini arttırmak istatistiksel gücüde arttırır.

Gücü belirlemede, örneklem genişliğini değişmez bir etken olarak görmek araştırıcıyı, kendi kontrolu altında olan deney birimlerinin de gücü etkileyeceği gerçeğinden uzaklaştırabilir. Ölçme hataları, gözlem yaparken ortaya çıkabilecek dikkatsizlikler, gözlemlerin değişkenliğini arttıracağından örneklem sonuçlarının güvenilirliğini dolayısıyla da gücü azaltacaktır (Lee ve Gurland, 1975).

Standart sapması σ olarak verilen bir kitle düşünelim. Ortalamanın standart hatası örneklem genişliği, n ile ters orantılı olduğundan yani

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

olduğundan, n büyüdükçe standart hata küçülecektir. $1-\beta > \alpha$ olduğunda, örneklem genişliğini arttırmak doğru H_S seçenek hipotezine karşılık H_0 ın testinin gücünü arttırır (Hays, 1973: S. 360).

Yukarıda değinilen, güce etki eden etkenlerin güçle bağıntıları ÜÇÜNCÜ BÖLÜM'de ayrıntılı olarak incelenecektir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR ve TARTIŞMA

3.1. Yöntem

Bu bölümde, bir istatistiksel testin gücü önce normal dağılım için, sonra da t dağılımına dayanan testler için incelenecektir.

Bazı durumlarda, aynı kitleye ilişkin iki hipotez kurulup, bunlardan birine karar vermek gerekebilir. Örneğin, standart sapması önceden 20 olarak bilinen bir kitleye ilişkin şu iki hipotez kurulmuş olsun :

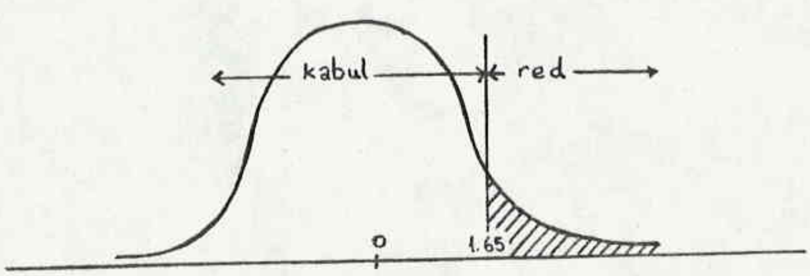
H_0 : $\mu = 138$

H_S : $\mu = 142$

Bunun için 100 deneklik bir örneklem çekilmiştir. Bu büyüklükteki bir örneklemin, ortalamanın dağılımına normal yaklaşım kullanmak için yeterli olacağı düşünülmektedir.

Bu test için şu kuralı kullanalım : Örneklem sonucu, normal dağılımda ortalamaların en yüksek % 5 i arasına düşerse H_0 red edilecek aksi halde H_S red edilecektir.

H_0 için red bölgesi aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil (3-1). H_0 için red bölgesi

Önceki bölümde de belirtildiği gibi bu noktada yapılabilecek iki tür yanılgı vardır. Bunlar α ve β yanılgılarıdır.

İki kesin (exact) hipotez olması durumunda her iki olasılıkta bilinebileceğinden, H_O lehinde bir karar verebilme ancak o zaman anlam taşır. Yukarıda söylendiği gibi $\alpha = 0.05$ olarak saptanmıştı. α yanılgı olasılığına 0.05 gibi bir değerin verilmesi otomatik olarak β yanılgı olasılığını da belirler. H_O ın doğru olduğu verildiğinde red bölgesi bir Z_M değeri ile sınırlandırılmalıdır. Tablodan bu Z_M değerinin 1.65 olduğu görülür. Örneklem ortalaması cinsinden

$$Z_M = \frac{M - 138}{\sigma_M}$$

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{100}} = 2$$

$$Z_M = \frac{M - 138}{2}$$

dir. Böylece M nin kritik değeri

$$M = 138 + 1.65\ (2)$$
$$= 141.3$$

olarak bulunur. Fakat, eğer H_S doğru olsaydı bu kritik M değeri için Z_M ne olacaktı ?

$$Z_M = \frac{141.3 - 138}{2}$$

$$= - 0.35$$

dir. Normal dağılımda F(-0.35) = 0.36 olarak bulunur. Bu değer β yanılgı olasılığıdır. Böylece iki tür yanılgı olasılığı

$$\alpha = 0.05$$

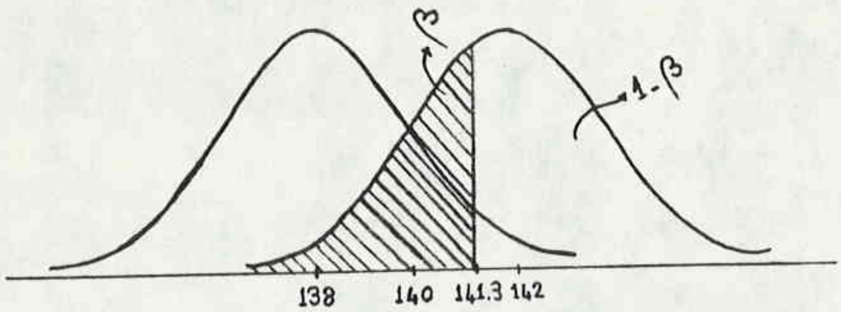
ve

$$\beta = 0.36$$

dır. Kısaca ikinci tür hata yapma olasılığı, birinci tür yanılgı olasılığından çok daha büyüktür. Bu örnekte, H_0 doğru olduğunda H_S lehinde pek karar verilemeyecek fakat H_S doğru olduğunda H_0 üzerine karar verme olasılığı oldukça fazla olacaktır.

Bunun yanında rasgele olarak örneklem çekilip ortalama hesaplanır ve eğer örneklem ortalaması 138 +1.65(σ_M) değerinden daha büyük bir değer ise H_S in doğru olduğuna, aksi halde H_0 ın doğru olduğuna ilişkin bir karar verilebilirdi. Bazı kayıp, kazanç unsurları işin içine girecek olursa, keyfi karar kurallarının uygulanması pek uygun olmaz. Yanılma olasılıklarının seçiminde daha titiz davranmak gerekir.

Yukarıda verilen örnekte test edilen hipotez $H_0 : \mu = 138$ hipotezi idi. Doğru durumun $H_S : \mu = 142$ ile gösterildiğini düşünelim. Kullanılan kural ile örneklem ortalaması 141.3 ü aştığında H_0 red edilecektir. Bu, eğer H_S doğru ise aşağıdaki şekilde taralı alan ile gösterilen β yanılgı olasılığını verir.



Şekil (3-2). H_S in Doğru Olması Durumunda II. Tür Yanılgı Olasılığı.

Eğri altındaki taralı olmayan alan $1-\beta$ ya da testin gücüdür. Yukarıda $\beta = 0.36$ olarak bulunmuştu. Bundan ötürü testin gücü 0.64 tür. Başka türlü söylemek istenirse, doğru karar vererek H_0 ı red etme olasılığı 0.64 tür.

Herhangi verilen bir doğru seçeneğe karşılık t testi için gücün belirlenmesi normal dağılım için anlatılandan biraz daha karmaşıktır. Bununda nedeni, yokluk hipotezi yanlış olduğunda hesaplanan her t oranının

$$t = \frac{(M_1 - M_2) - E(M_1 - M_2)}{\hat{\sigma}_{fark}}$$

yokluk hipotezinde verilen E(M) ya da $E(M_1 - M_2)$ değerini içermesidir. Eğer, bu beklenen değerin gerçek, doğru değeri her t oranında hesaplanabilirse bunun dağılımı t dağılımına uyar. Fakat H_0 yanlış olduğunda, her t değeri hatalı beklenen değeri içerdiğinden sonuçta farklı bir dağılım elde edilir. Bu merkezi olmayan t dağılımıdır (Hays, 1973: S. 411).

Çeşitli t değerleri için olasılıkların hesaplanabilmesi için ν (serbestlik derecesi) ile δ (merkezi olmayışlık parametresi-noncentrality parameter) nın değerlerinin bilinmesi gerekir. δ şöyle tanımlanır. :

$$\delta = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma_M}$$

δ parametresi gerçek beklenti değeri μ ile yokluk hipotezinde verilen μ_0 değeri arasındaki farkın σ_M cinsinden ifadesidir. İki ortalama arasındaki farklılığa ilişkin hipotezlerde

$$\delta = \frac{(\mu_1 - \mu_2) - (\mu_{01} - \mu_{02})}{\sigma_{fark}}$$

olur (Hays, 1973: S. 411).

Merkezi olmayan t dağılımının biçimi t dağılımından farklı olacağından bu çalışmada, Scheffeé tarafından verilen merkezi olmayan t dağılımının normal dağılıma yaklaşımı güç hesaplamaları için temel olarak alınmıştır. Burada güç hesaplamalarının daha duyarlı ve daha pratik yapılabilmesi için ν ve δ parametrelerinin her bir çifti için tablolar geliştirilmiştir. Normal dağılıma yaklaşım kullanılarak t' değişkeninin bir t değerinden küçük ya da t değerine eşit olması olasılıkları bulunabilir. Bunu şu şekilde bulabiliriz :

$$Pr\left\{ t'_{(\nu,\delta)} \leq t \right\} = Pr\left\{ Z \leq (t-\delta)\left(1+\frac{t^2}{2\nu}\right)^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

Bu olasılık II. tür yanılgı olasılığı olan β yı verir (Scheffé, 1959: S. 415).

EK I, Tablo I de $\alpha = 0.05$ için çeşitli serbestlik derecelerini ve δ değerlerine göre tek yönlü t testi için güç tabloları yukarıda verilen yaklaşım ile elde edilmiştir.

Tabloların kullanımını bir örnekle açıklayalım: Normal dağılıma sahip kitleden iki rasgele örneklemin çekildiğini düşünelim. Örneklem genişlikleri eşit ve her grupta 25'er birim olsun. Yokluk hipotezi "örneklem ortalamaları arasında fark yoktur" şeklindedir. Şimdi bu testin $\mu_1 - \mu_2 = 5$ seçenek hipotezine karşılık gücünü bulalım. Örneklem sonuçları şöyle bulunmuştur:

$\bar{x}_1 = 23.18$ $\quad\quad$ $\bar{x}_2 = 19.06$

$s_1^2 = 122.667$ $\quad\quad$ $s_2^2 = 116.244$

$$\begin{aligned} \nu &= n_1 + n_2 - 2 \\ &= 25 + 25 - 2 \\ &= 48 \end{aligned}$$

serbestlik derecesini 48 olarak elde ettikten sonra EK I, Tablo I de 48 serbestlik derecesi ile ilgili tabloyu buluruz. Bundan sonra δ değerini hesaplamak gerekir. İki ortalamaya ilişkin testlerde

$$\delta = \frac{(\mu_1 - \mu_2) - (\mu_{01} - \mu_{02})}{\sigma_{fark}}$$

olarak tanımlanmıştı.

$$\sigma_{fark} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{(24)(122.667) + (24)(116.244)}{25 + 25 - 2}\left(\frac{1}{25} + \frac{1}{25}\right)}$$

$$= \sqrt{9.55}$$

$$= 3.09$$

$$\delta = \frac{5}{3.09}$$

$$= 1.62$$

48 serbestlik derecesine ilişkin tabloda $\delta = 1.6$ değerine karşılık gelen güç değeri 0.4721 olarak bulunur.

Bu çalışmanın esas amacı, iki ortalama arasındaki farklılığın araştırılmasında kullanılan t testinin gücü için kolay kullanılabilen tablolar geliştirmektir. Bunun için serbestlik derecesinin 1 - 100 arasında, δ değerinin de 0.1 - 10.0 arasında alabileceği değerler için bilgisayar yardımı ile güç tabloları oluşturulmuştur. δ değeri çok uç durumlar dışında verilen aralıkta değişecektir. Serbestlik derecesinin 100 ü aştığı durumlarda da yukarıda belirtilen yolla ya da bilgisayar yardımıyla ilgili güç değerleri bulunabilir.

3.2. Bulgular ve Tartışma

Genel Bilgiler Bölümünde bir testin gücüne etki eden etkenler sıralanmıştı. Bu bölümde ise bu etkenlerin gücü nasıl etkiledikleri gösterilmek istenmiştir.

Yokluk hipotezinin red edilmesi olasılığı olarak tanımlanan gücü burada bir oranın testinde örnekle açıklayalım :

$$H_0 : P \leqslant 0.50$$

yokluk hipotezine karşılık

$$H_S : P > 0.50$$

seçenek hipotezi kurulmuş olsun. P burada herhangi bir olayın oluş yüzdesini göstermektedir. Örneklem genişliğinin, 20 olarak saptandığını ve X inde 0 ve 1 değerlerini alabilen binom dağılımına sahip bir rasgele değişken olduğunu varsayalım. Örneklem sonuçlarına bakıp, eğer

$$\sum_{i=1}^{20} X_i > 17$$

olursa H_0 ın red, aksi halde kabul edileceği şeklinde bir kararın kullanıldığını düşünelim. Buna göre testin gücü ;

$$Pr = \sum_{x=18}^{20} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \qquad (3.1)$$

olur. Gerçekte kitle oranı, P nin 0.50 ile 1.00 arasındaki değerleri için, doğru işlem H_0 ın red edilmesidir. O halde $0.50 \leqslant P \leqslant 1.00$ arasındaki çeşitli P değerleri için yanlış olan yokluk hipotezini red etme olasılığı ya da bu testin gücü nedir ? Burada bileşik hipotez söz konusu olduğundan tek bir değer değil, fakat P nin çeşitli değerleri için farklı değerler elde edilir. (3.1) eşitliğinde P nin olası değerleri yerine koyularak işlemler yürütülür.

P	Pr (H_0 hipotezinin red edilmesi)
0.50	$Pr = \sum_{x=18}^{20} \binom{20}{x}(0.50)^x (0.50)^{20-x} = 0.0002$
0.60	$Pr = \sum_{x=18}^{20} \binom{20}{x}(0.60)^x (0.40)^{20-x} = 0.0036$
0.70	$Pr = \sum_{x=18}^{20} \binom{20}{x}(0.70)^x (0.30)^{20-x} = 0.0355$
0.80	$Pr = \sum_{x=18}^{20} \binom{20}{x}(0.80)^x (0.20)^{20-x} = 0.2061$
0.90	$Pr = \sum_{x=18}^{20} \binom{20}{x}(0.90)^x (0.10)^{20-x} = 0.6769$

Görüldüğü gibi seçenek hipotezinde kullanılan değer H_0 , yokluk hipotezinden farklılaştıkça güç artmaktadır.

Yukarıda kullanılan karar ölçütü değiştirildiğinde, örneğin

$$\sum_{i=1}^{20} X_i \geqslant 15$$

olduğunda H_0 hipotezinin red, aksi halde kubul edildiğini düşünelim. Bu koşul altında elde edilen güç değerleri, bir önceki durumla karşılaştırmalı olarak aşağıda verilmiştir. Bu durumda, olası doğru seçeneklere karşı testin gücü,

$$Pr = \sum_{x=15}^{20} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

olur.

P	Pr (H_0 hipotezinin red edilmesi)
0.50	$Pr = \sum_{x=15}^{20} \binom{20}{x}(0.50)^x (0.50)^{20-x} = 0.0207$
0.60	$Pr = \sum_{x=15}^{20} \binom{20}{x}(0.60)^x (0.40)^{20-x} = 0.1257$
0.70	$Pr = \sum_{x=15}^{20} \binom{20}{x}(0.70)^x (0.30)^{20-x} = 0.4164$
0.80	$Pr = \sum_{x=15}^{20} \binom{20}{x}(0.80)^x (0.20)^{20-x} = 0.8042$
0.90	$Pr = \sum_{x=15}^{20} \binom{20}{x}(0.90)^x (0.10)^{20-x} = 0.9887$

Kullanılan karar kuralı değiştirildiğinde bir önceki teste oranla P nin olası değerleri için daha güçlü testler elde edilmiştir.

Normal dağılıma dayanan testler için de kullanılan doğru seçeneklere karşılık testin gücü incelenebilir. Örneğin test edilecek hipotez :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

buna karşın doğru hipotez

$$H_S : \mu = \mu_1$$

olsun. Burada, μ_0 ve μ_1 farklı iki sayısal değeri göstermektedir. Her iki hipotez altında da ortalamanın örneklem dağılımının bilinen σ değeri ile normal olacağı varsayılmaktadır. α yanılgı olasılığı 0.05 olarak saptanmıştır. Karar kuralı, M nin kritik değerinin (H_0 ın reddine yol açan en küçük M değeri) $\mu_0 + 1.65\ \sigma_M$ olduğu şeklindedir. Böylece, testin gücü her doğru olası H_S değeri için çıkartılabilir.

Öncelikle μ_1 in gerçekte $\mu_0 + \sigma_M$ olduğunu düşünelim. Bu durumda M nin kritik değeri,

$$Z_M = \frac{M - \mu_1}{\sigma_M}$$

şeklinde verilen bir Z değerine sahiptir.

$$Z_M = \frac{(\mu_0 + 1.65\ \sigma_M) - (\mu_0 + \sigma_M)}{\sigma_M}$$

$$= 0.65$$

Normal dağılım tablosundan örneklemin, H_0 için red bölgesine düşmesi olasılığı 0.26 olarak bulunur. Bu olasılık 1- β ya da testin gücüdür.

Eğer, başka bir seçenek hipotez doğru olsaydı, diyelim ki

$$H_S : \mu_1 = \mu_0 + 2\,\sigma_M$$

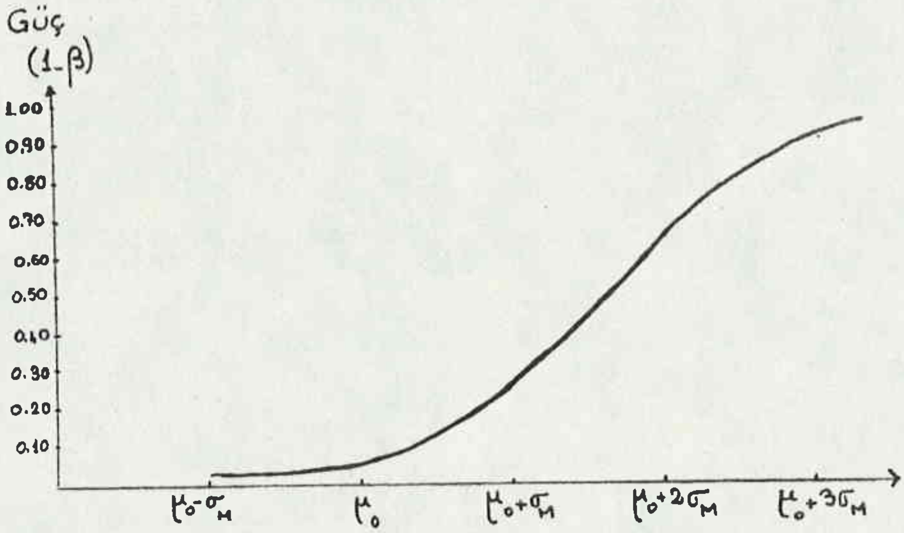
olsaydı, gerçek ortalamaya yani $\mu_0 + 2\ \sigma_M$ e dayalı olan örneklem dağılımında M nin kritik değeri şöyle bir Z_M değerine sahip olacaktı.

$$Z_M = \frac{(\mu_0 + 1.65\ \sigma_M) - (\mu_0 + 2\ \sigma_M)}{\sigma_M}$$

$$= -\ 0.35$$

Normal dağılım tablosundan - 0.35 e karşılık gelen Z değerinin üzerinde örneklem ortalamalarının 0.64 ünün bulunacağı görülür. Dolayısıyla güç 0.64 tür.

Her gerçek μ_1 değeri için testin gücü aynı yolla bulunabilir. $\mu_1 = \mu_0 + 3\,\sigma_M$ için de gücün 0.91 e eşit olduğu görülür. Gücün, μ_1 in gerçek değerlerine olan bağıntısını göstermek için güç eğrileri çizilir. Böyle bir eğri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. Yatay eksende , μ_1 in gerçek değerleri μ_0 ve σ_M cinsinden ve dikey eksende de bu seçeneklere karşılık gelen 1- β , güç değerleri yer almaktadır. Böyle bir karar kuralı için, güç eğrisi artan μ_1 değerleri için yükselmekte ve çok büyük değerler için 1.00 a yaklaşmaktadır. $\mu_1 = \mu_0$ olduğunda güç değeri değerine eşit olur.



μ nün gerçek değerleri

Şekil (3-3). α = 0.05 te Çeşitli Doğru Seçeneklere Karşı Bir Ortalamanın Tek Yönlü Testi İçin Güç Eğrisi.

Yukarıda da görüldüğü gibi H_0 , doğru durum olan H_S den ne kadar çok farklılaşırsa, diğer durumlar aynı kalmak koşulu altında daha güçlü testler elde edilir. Başka bir şekilde söylenecek olursa, etki genişliği arttıkça diğer etkenler, anlamlılık seviyesi ve örneklem genişliği değişmez kalmak koşulu altında testin gücü de artar.

t dağılımına dayanan testler içinde bunun doğru olduğu gösterilebilir. Şöyle ki, merkezi olmayışlık parametresi paydada farkın standart hatasını içerdiğinden, ileri araştırma teknikleri ve deney düzenleme teknikleri aracılığı ile değişkenliğin kaynağı kontrol altında tutulabildiği sürece etki genişliği büyür, dolayısıyla güç artar.

Seçilen anlamlılık seviyesi ve testin tek yönlü ya da çift yönlü olması da gücü etkiler. Bunu gösterebilmek için $\alpha = 0.05$ de ve $\alpha = 0.10$ da çeşitli μ_1 değerlerine karşılık elde edilecek güç değerlerini bulalım :

$\alpha = 0.05$ için güç değerleri yukarıda,

$\mu_1 = \mu_0$	için güç	0.05,
$\mu_1 = \mu_0 + \sigma_M$	" "	0.26,
$\mu_1 = \mu_0 + 2\ \sigma_M$	" "	0.64,
$\mu_1 = \mu_0 + 3\ \sigma_M$	" "	0.91

olarak bulunmuştu.

$\alpha = 0.10$ olarak alındığında aynı seçeneklere karşı güçteki değişim görülebilir. M nin kritik değeri yani H_0 ın reddine yol açan en küçük M değeri $\mu_0 + 1.28\ \sigma_M$ şeklindedir.

$$\mu_1 = \mu_0 - \sigma_M$$

olsun.

$$Z_M = \frac{(\mu_0 + 1.28\ \sigma_M) - (\mu_0 - \sigma_M)}{\sigma_M}$$

$$= 2.28$$

dir. Tablodan bu değerin H_0 için red bölgesine düşmesi olasılığı 0.02 olarak bulunur. Bu değer testin gücünü gösterir.

$$\mu_1 = \mu_0$$

olduğunda,

$$Z_M = \frac{(\mu_0 + 1.28\ \sigma_M) - \mu_0}{\sigma_M}$$

$$= 1.28$$

dir. Bu seçeneğe karşılık testin gücü 0.10 dur.

Benzer şekilde ilerleyerek,

$\mu_1 = \mu_0 + \sigma_M$ için güç 0.28,

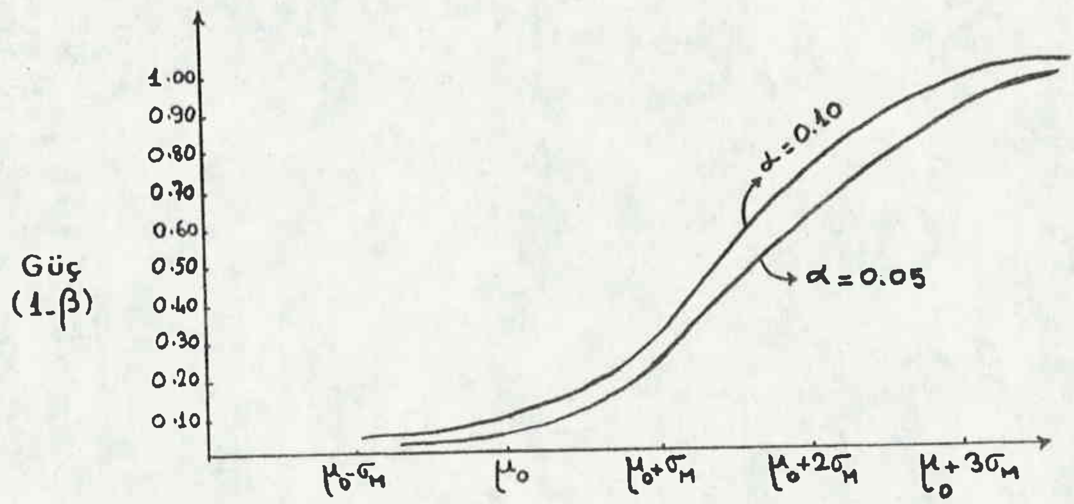
$\mu_1 = \mu_0 + 2\ \sigma_M$ için güç 0.76

ve

$\mu_1 = \mu_0 + 3\ \sigma_M$ için güç 0.96

olarak bulunur.

Görüldüğü gibi aynı seçeneğe karşılık $\alpha = 0.10$ olarak alındığında daha güçlü testler elde edilir. Bunu aşağıdaki şekil üzerinde görebiliriz.

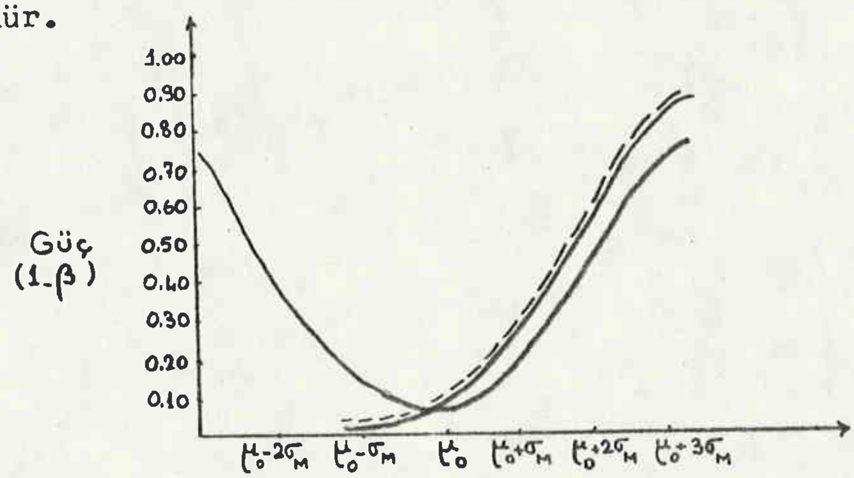


μ nün gerçek değerleri

Şekil (3-4). Farklı α Değerlerine Sahip İki Test İçin Güç Eğrileri.

Büyük α değeri için β küçük olduğundan α yı büyük tutmak daha güçlü testler elde etme olanağı sağlar.

Anlamlılık bölgesinin yönüde istatistiksel testin gücü üzerinde önemli bir rol oynar. Yokluk hipotezi her iki yönde de red edilebiliyorsa bu test, örneklem sonuçlarının kestirilen yönde olması koşulu altında aynı α seviyesindeki tek yönlü testten daha az güce sahip olur. Başka bir deyişle, eğer tek yönlü bir test kullanılıyorsa ve doğru seçenek red bölgesi yönünde ise, μ nün her doğru olası değeri için tek yönlü test çift yönlü testten daha güçlüdür.



μ nün gerçek değerleri

Şekil (3-5). $\alpha = 0.05$ te Bir Ortalamanın Tek Yönlü ve Çift Yönlü Testleri İçin Güç Eğrileri.

Deneysel sonuçlar kestirilen yönde olduklarında diğer durumlar aynı kalmak koşulu altında α seviyesindeki tek yönlü bir test, 2α seviyesindeki çift yönlü bir testle eşit güce sahip olur. Örneğin, ortalamaları M_A ve M_B olan A ve

B gibi iki farklı kitlenin ortalamaları arasındaki farkı test etmek isteyelim. $\alpha = 0.05$ seviyesinde test çift yönlü olsun. Yani, farklılığın her iki yönde de olabileceği durumla ilgilenelim. Verilen bu koşullar altında test belirli bir güce sahip olur. Eğer, bunun yerine M_A nın M_B den büyük olacağının önceden bilinmesi ile $\alpha = 0.05$ de tek yönlü test uygulansaydı, bu test, gerçekten M_A, M_B den büyük ise $\alpha = 0.10$ daki iki yönlü testle aynı güce sahip olurdu. Dolayısıyla da $\alpha = 0.05$ deki iki yönlü testten daha büyük güce erişilirdi.

Ortalamanın standart hatası örneklem genişliği ile ters orantılı olduğundan, n arttıkça standart hatanın küçüleceği ve doğru H_S seçenek hipotezine karşılık H_O ın testinin gücünün artacağı İKİNCİ BÖLÜM'de verilmişti.

Örneğin,

$$H_O \; : \; \mu = 50$$

$$H_S \; : \; \mu = 60$$

olması durumunu düşünelim. $\sigma = 20$ olsun. Eğer örneklem genişliği 25 olarak alınmışsa

$$\sigma_M = \frac{20}{5}$$

$$= 4$$

tür. Bu test için $\alpha = 0.01$ olarak belirlenmiş ise M nin kritik değeri

$$M = \mu_O + 2.33 \quad \sigma_M$$

$$= 50 + 2.33(4)$$
$$= 59.32$$

dir. H_S altındaki örneklem dağılımında bu değer

$$Z_M = \frac{59.32 - 60}{4}$$
$$= -0.17$$

değerine karşılık gelir. Bu da, örneklem ortalamalarının 0.57 sinin H_0 için red bölgesine düşeceğini gösterir. Dolayısıyla güç 0.57 olarak elde edilir. Şimdi örneklem genişliğinin 100 e çıkartıldığını düşünelim. Bu ortalamanın standart hatasını değiştirecektir.

$$\sigma_M = \frac{20}{\sqrt{100}}$$
$$= 2$$

ve M nin kritik değeri de

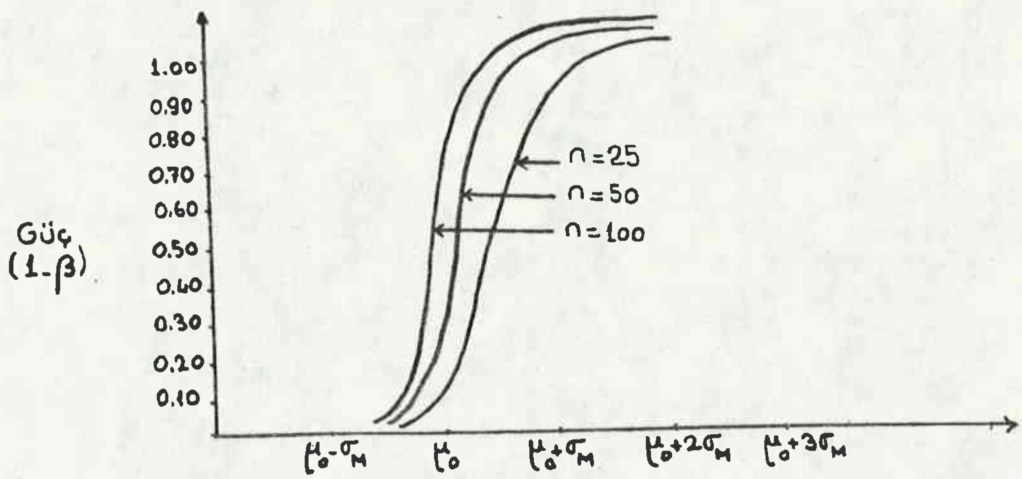
$$M = \mu_0 + 2.33\ \sigma_M$$
$$= 50 + 2.33(2)$$
$$= 54.66$$

olacaktır. $\mu = 60$ olduğunda buna karşılık gelen Z değeri

$$Z_M = \frac{54.66 - 60}{2}$$
$$= -2.67$$

dir. Bu sonuç da gücün 0.99 un üzerine çıktığını gösterir. α için seçilen değere bakılmaksızın ve diğer etkenler aynı kalma koşulu altında H_S seçenek hipotezine karşılık bir test, örneklem genişliğini büyülterek daha güçlü yapılabilir.

Bunları bir şekil üzerinde görmek istersek σ ve α yı değişmez tutup çeşitli doğru seçeneklere karşı, örneğin $\mu_1 = \mu_0$, $\mu_1 = \mu_0 + \sigma$, $\mu_1 = \mu_0 + 2\sigma$ ve $\mu_1 = \mu_0 + 3\sigma$ seçeneklerine karşı $n = 25$, $n = 50$ ve $n = 100$ için güç eğrilerini çizebiliriz



μ nün gerçek değerleri

Şekil (3-6). Farklı Örnek Büyüklükleri İçin Güç Eğrileri.

3.3. Kesin Olmayan Hipotezlerin Testi

Çoğu durumlarda, bundan önceki kesimlerde tartışılan iki kesin hipotez arasında karar vermek durumuyla değilde, her biri olası gerçek değerlerin bir genişliğini içeren kesin olmayan hipotezler içinden bir karar verebilme durumuyla karşılaşılır. Örneğin

$$H_0 : \mu \leqslant 100$$

$$H_S : \mu > 100$$

olsun. Karar kuralını belirlerken $\alpha = 0.01$ olarak düşünülmüş olsun. 100 birimden yüksek bir sonuç H_S lehine olacağından red bölgesi olarak Z değerleri 2.33 e eşit ya da 2.33 ten daha büyük bölge alınacaktır.

Burada gerçekte test edilen hipotez nedir ? Yukarıda yazıldığı gibi H_0 hipotezi kesin değildir, çünkü μ için olası tüm değerlerin bir bölgesini göstermektedir. Bir tek kesin hipotez belirlenmiştir. O da $\mu = 100$ dür. Bundan ötürü gerçekte test edilen hipotez, 100 den büyük belirlenmemiş herhangi bir seçeneğe karşı $\mu = 100$ hipotezinin testidir. Böylece karar kuralı şöyle açıklanabilir.

		Doğru Durum	
		$\mu = 100$	$\mu > 100$
Kabul	$\mu = 100$	0.99	(β)
	$\mu > 100$	0.01	$(1 - \beta)$

α yanılgı olasılığı 0.01 gibi herhangi bir düzeyde belirlenebilir. Fakat β yanılgı olasılığı ve güç bilinmemektedir. Yukarıdaki hipotezde $\mu = 100$ olup olmadığı hakkında gerçek bir bilgi yoktur. Fakat, eğer $\alpha = 0.01$ de $\mu = 100$ hipotezi red edilebiliyorsa $\mu < 100$ şeklindeki herhangi bir hipotez $\alpha < 0.01$ ile red edilebilir. Bunu başka bir şekilde söylemek istersek ; bu karar kuralı ile eğer gerçekte test edilen hipotezi red ederken bir hata yapılmadığından emin olunabiliyorsa, H_0 ile kapsanan diğer herhangi bir hipotezi red ederken hata yapılmadığından daha da emin olunabilir.

H_S in kapsadığı μ_1 , gerçek ortalama verilmiş olsun. $\mu = 100$ hipotezinin testinin gücü, belirlenen α seviyesinde H_0 ile kapsanan diğer herhangi bir hipotezin testinin gücünden daha az olacaktır.

Eğer H_0 içinde kesin bir hipotez seçilseydi, örneğin $\mu = 90$ gibi, ne α ne de β , $\mu = 100$ için olan değerleri aşamayacaktı.

Şimdi 200 birimlik bir örneklemin ortalamasının 103.5 olarak bulunduğunu varsayalım. Ortalamanın standart hatası

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= \frac{15}{\sqrt{200}}$$

$$= 1.06$$

olarak elde edilir. Bu örneklem ortalamasına karşılık gelen

Z değeri

$$Z_M = \frac{103.5 - 100}{1.06}$$

$$= 3.30$$

bulunur. Bulunan bu Z değeri, kritik değer olan 2.33 ü aştığından $\mu = 100$ hipotezi $\alpha < 0.01$ ile red edilecektir. H_0 ın içerdiği diğer herhangi bir hipotezde 0.01 den daha küçük bir α değeri ile red edilebilecektir. Eğer gerçek ortalamanın 100 den büyük olduğuna karar verilirse bu kararda yanılmış olunabilir, fakat böyle bir hatanın olasılığı 0.01 den küçük olur.

Diğer taraftan örneklem ortalamasının 102 olarak bulunduğunu düşünelim. Burada Z_M değeri

$$Z_M = \frac{102 - 100}{1.06}$$

$$= 1.89$$

olarak bulunacaktır. Bu da, eğer $\alpha = 0.01$ alınıyorsa H_0 için örneklemin red bölgesine düşmesine yetmeyecektir. Fakat $\alpha = 0.05$ şeklinde bir karar kuralı koyulsaydı bu red edilecekti.

Örneklem genişliğine dayalı olarak aynı problemi şu şekilde ortaya koyabiliriz : Eğer ortalamanın en az 103 olması bekleniyorsa ve μ en az 103 olduğunda 0.95 lik bir güç elde edebilmek için çalışılacaksa seçilen örneklem genişliği ve red bölgesi bu nitelikleri karşılayabilecekmidir ?

n = 200 için standart hata 1.06 olarak bulunmuştu. Buna göre ortalamanın kritik değeri

$$\text{Kritik } M = 100 + 2.33(1.06)$$
$$= 102.47$$

olacaktır. Eğer ortalamanın gerçek değeri 103 ise, μ nün gerçek değeri altındaki örneklem dağılımında M nin kritik değeri

$$Z_M = \frac{102.47 - 103}{1.06}$$
$$= -0.5$$

değerine karşılık gelecektir. Normal dağılımda olayların 0.69 u bu değerin üzerinde kalmaktadır. Dolayısıyla, $\mu = 103$ gerçek seçenek hipotezine karşılık bu testin gücü sadece 0.69 dur. Eğer güç 0.95 e çıkarılmak istenirse daha büyük örneklem alma durumuyla karşılaşılır. Bu da şöyle elde edilir :

$$-1.65 = \frac{M - 103}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$2.33 = \frac{M - 100}{\sigma / \sqrt{n}}$$

n için çözüm yapılarak gerekli örneklem genişliği 396 olarak bulunur. Bu örneklem genişliği için aşağıdaki doğru karar verme ve yanılgı olasılıklarını buluruz.

Doğru Durum

		$\mu \leq 100$	$100 < \mu < 103$	$\mu \geq 103$
Kabul	H_0	$1-\alpha \geq 0.99$	$0.99 > \beta > 0.05$	$0.05 \geq \beta$
	H_S	$\alpha \leq 0.01$	$0.01 < 1-\beta < 0.95$	$0.95 \leq 1-\beta$

μ nün olası değerlerinin böyle bir aralıkta bulunduğu durumlarda, örneklem genişliği ya da α, ya da her ikisi birden böyle seçeneklere karşı gücü mümkün olduğu kadar büyütecek şekilde ayarlanmalıdır.

Anlamlı olmayan ya da H_0 ın red edilemediği bir sonuç elde edildiğinde bir kararsızlık durumu ortaya çıkacaktır. H_0 ı doğru olarak kabul etmek şeklinde bir karar, sadece ve sadece böyle bir karardaki yanılgı olasılığı biliniyorsa anlam taşır. İki kesin hipotez arasında seçim yapılacaksa her iki tür yanılgı olasılığı da hesaplanabilir, ve böylece de H_0 ı doğru olarak kabul etme riski bilinebilir. Yukarıdaki durumda β türü yanılgı olasılığı bilinmemektedir. Bunu ancak μ nün doğru olduğunu varsaydığımız bir değerini koyarak bulabiliriz.

Anlamlı sonuç elde edememe durumunda şu önerilebilir ; Örneklem sonucu H_S ile gösterilen yönde ise fakat H_0 ın red edilmesini sağlayacak kadar H_0 dan yeterli derecede farklı değilse (aradaki fark çok azsa) örneklem genişliğinin büyütülmesi araştırıcıya H_0 ı red etme olanağı sağlayabilir.

Her iki hipotezde kesin olmadığında H_0 ı kabul ederken risk ne olacaktır ? Yukarıda $H_S : \mu > 100$ hipotezine karşılık $H_0 : \mu \leq 100$ hipotezinin testinde örneklem ortalamasının 98 olarak bulunduğunu varsayalım. $\mu = 100$ doğru olduğu bilindiğinde örneklem sonucu

$$Z_M = \frac{98 - 100}{1.06}$$

$$= - 1.89$$

değerine karşılık gelecektir. Bu sonuç red bölgesinden oldukça uzağa düşmektedir. Böylece H_S doğru olarak kabul edilemeyecektir. Gerçekte μ nün en iyi tahmini değeri 100 değil 98 dir. Bu değer H_S hipotezinde içerilmemektedir. H_S de içerilen μ nün her bir olası değeri 100 den büyüktür. ve H_S deki her μ değeri için Z_M değeri $- 1.89$ dan küçüktür. Bulgular sonucunda $H_0 : \mu \leq 100$ hipotezinin kabul edildiğini düşünelim. Bu durumda ne kadarlık bir risk altına girilecektir ? Normal dağılımda $- 1.89$ değerine 0.03 karşılık gelir. Böylece H_S in içerdiği bir değerin doğru olması durumunda bulgular sonucu H_0 ın doğru olduğunu söylemede yanılgıya düşme olasılığı 0.03 den küçüktür.

3.4. t Dağılımına Dayanan Testlerin Gücü

t dağılımına dayanan testlerin gücü içinde yukarıda sayılan genel varsayımlar yapılabilir, yani :

a) Örneklem genişliği arttıkça,

b) Bir ortalamanın ya da bir farkın gerçek değeri ile yokluk hipotezindeki değeri arasındaki farklılık arttıkça,

c) Kitle varyansının gerçek değerinde herhangi bir azalma olduğunda,

d) α nın değeri arttığında

güç de artar.

EK I de verilen tablolara bakarken serbestlik derecesinden yararlanılacağından iki örnek genişliğinin eşit olması gerekmez. Yalnız, aşağıdaki tablolarda da görülebileceği gibi en yüksek güç örneklem genişlikleri her iki grupda da eşitse elde edilebilir. Bu nokta göz önünde bulundurularak araştırıcının iki grup genişliğini mümkün olduğu kadar eşit tutması önerilir. Aksi halde denek sayısı çok fazla olmasına karşın, bunlar gruplaraeşit dağılmışsa güçte oldukça fazla kayıp ortaya çıkacaktır. Burada deneysel olarak şu gösterilebilir :

Ortalamaları, $\mu_1 = 25$ ve $\mu_2 = 20$; varyansları eşit ve $\sigma^2 = 120$ olan normal dağılıma uyan iki kitleden çeşitli genişliklerde örneklemler çekilmiş ve güce etki eden faktörler bu örneklemlerden yararlanılarak incelenmiştir. Varyansların homojenlik kontrolu yapılmış ve incelemeye varyansları homojen örneklemler alınmıştır. Öncelikle aynı genişliklerde örneklemler çekilmiş ve

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_S : \mu_1 - \mu_2 = 5$$

hipotezinin testi için güç hesaplanmıştır. Bundan sonra iki örnek genişliği birbirinden gittikçe artan bir şekilde farklılaştırılarak aynı seçenek hipoteze ilişkin güç değerleri elde edilmiştir. Serbestlik derecesinin değişmez kalması koşulu altında örneklem genişliklerinin eşit olmamasının güç üzerine etkisi gösterilmek istenmiştir. Aynı zamanda, elimizde iki grup olduğundan toplanmış varyansın (S^2) güce etkisi de tablolarda görülübilir.

Tablo (3-1). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
10	10	18	115.464	119.287	117.375	0.2514
10	10	18	123.183	121.182	122.180	0.2451
10	10	18	128.008	129.000	128.504	0.2358
8	12	18	117.374	117.355	117.350	0.2451
8	12	18	134.593	121.014	126.290	0.2327
8	12	18	131.982	124.378	127.355	0.2320
6	14	18	108.098	120.239	116.860	0.2251
6	14	18	125.856	120.239	121.799	0.2206
6	14	18	130.796	129.908	130.155	0.2119

Yukarıdaki tablodan da görüleceği gibi en yüksek güç örneklem genişlikleri eşit olduğunda elde edilebiliyor. Fakat örneklem genişlikleri arasındaki fark arttıkça, toplanmış varyans aynı olduğunda güç azalıyor. Bu nedenle iki ortalamaya ilişkin testlerde örnek genişliklerini mümkün olduğu kadar eşit tutmaya çalışmak önerilir. Toplanmış varyanstaki her türlü azalma gücü arttırmıştır.

Tablo (3-2). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
15	15	28	117.994	117.109	117.448	0.3336
15	15	28	122.784	122.543	122.660	0.3264
15	15	28	124.703	124.667	124.685	0.3228
12	18	28	114.311	110.296	111.870	0.3372
12	18	28	124.571	123.963	124.200	0.3156
12	18	28	129.453	129.610	129.550	0.3050
10	20	28	123.406	120.988	121.760	0.3030
10	20	28	123.183	122.770	122.900	0.3050
10	20	28	126.233	126.747	126.580	0.2946

Tablo (3-1) e oranla serbestlik derecesinin büyümesinden ötürü daha güçlü testler elde edilmiştir. Bundan sonraki tablolarda da bu değişimler gözlenebilir.

Tablo (3-3). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
20	20	38	116.269	120.988	118.630	0.4090
20	20	38	132.525	131.789	132.153	0.3783
15	25	38	117.787	116.244	116.810	0.3955
15	25	38	122.784	121.489	121.960	0.3859
10	30	38	123.183	119.017	120.000	0.3336
10	30	38	123.406	123.563	123.530	0.3264

Tablo (3-2) de her iki grupta da 15 denek olması durumunda (30 denek kullanılarak) 0.3264 lük güç elde edilmişti. Yukarıdaki tabloda aynı hipotezin testi için bir gruptan 10, diğer gruptan 30 denek (toplam 40 denek) kullanıldığında aynı güç elde edilmiştir. Araştırıcı, birinci durumda yokluk hipotezini 0.3264 olasılıkla red edebilmek için 30 deneğe gereksinim duyarken, ikinci durumda aynı hipotezi aynı olasılıkla red edebilmesi için 40 denek kullanmak zorunda kalacaktır.

Tablo (3-4). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
25	25	48	122.667	116.244	119.455	0.4761
25	25	48	122.198	121.489	121.843	0.4681
20	30	48	116.269	119.017	118.120	0.4681
20	30	48	124.450	119.335	121.360	0.4582
15	35	48	117.787	120.302	119.568	0.4227
15	35	48	122.784	120.938	121.470	0.4188
10	40	48	119.464	119.950	119.850	0.3520
10	40	48	125.619	125.913	125.860	0.3409

Tablo (3-5). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
30	30	58	124.351	119.335	121.843	0.5319
30	30	58	123.157	123.563	123.377	0.5279
25	35	58	122.198	120.302	121.080	0.5239
25	35	58	123.252	122.945	123.070	0.5182
20	40	58	125.470	119.950	121.120	0.4960
20	40	58	132.552	119.950	124.060	0.4880
10	50	58	123.183	119.756	120.280	0.3632
10	50	58	123.406	123.161	123.199	0.3580

Tablo (3-6). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
35	35	68	119.679	120.302	119.990	0.5930
35	35	68	125.680	122.145	123.910	0.5820
30	40	68	120.351	119.950	120.120	0.5845
30	40	68	120.351	125.913	123.540	0.5753
20	50	68	118.269	119.756	119.	0.5239
20	50	68	125.470	123.161	123.800	0.5150

Tablo (3-7). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
40	40	78	120.410	119.950	120.180	0.6443
40	40	78	122.701	125.913	124.307	0.6222
30	50	78	121.157	119.756	120.270	0.6179
30	50	78	124.351	123.161	123.600	0.6085
10	70	78	125.619	119.275	120.007	0.3783
10	70	78	123.183	124.026	123.930	0.3688

Tablo (3-8). Serbestlik Derecesi Aynı Kaldığında Farklı Örneklem Genişliklerinden Elde Edilen Güç Değerleri.

n_1	n_2	SD	s_1^2	s_2^2	S^2	Güç
50	50	98	118.328	123.161	120.740	0.7291
50	50	98	123.405	124.756	124.080	0.7190
30	70	98	121.157	119.275	119.830	0.6650
30	70	98	126.351	124.026	124.700	0.6501

Bir testin gerekli varsayımlarının sağlanamamasının etkileri testi hatalı kılmasıdır. Parametrik testlerin varsayımlarının bozulması test istatistiğinin dağılımını değiştirir ve birinci tür yanılgı olasılığı ile ikinci tür yanılgı olasılıkları da değişime uğrar. Örneğin, nasıl büyük örneklem çekerek normal olmayışlığın etkisi ortadan kaldırılabiliyorsa, iki örneklemli t testide diğer varsayımlar sağlandığında, eğer her iki örneklem eşit sayıda birim içeriyorsa varyansların heterojenliğinden etkilenmez (Scheffé, 1959 : S. 335). Varyanslığın heterojenliği test sonucu belirlenmiş ise her iki örnekleminde eşit sayıda denek içermesine dikkat etmek gerekir.

3.5. Sonuç

İstatistiksel güç analizleri üzerinde en geniş çalışma COHEN(1969) tarafından yapılmıştır. Cohen'in çalışmasında güç değerleri etki genişliği ve örneklem hacmının bir fonksyonu olarak verilmiştir. Etki genişliği ile yapılan standartlaştırmada iki kitle varyansının birbirine eşit olması gerekmektedir ve bu varyanslar kitle varyansı olarak kullanılmaktadır. Oysa bu değer genellikle bilinmez. Bu çalışmada ise, standartlaştırma farkın standart hatası ile yapıldığından örneklem değerleri kullanılacaktır. Gene Cohen'in çalışmasında tablolara bakabilmek için iki örnekleminde genişliklerinin eşit olması gerekmektedir. Bu çalışmada ise tablolara serbestlik derecesi yardımıyla bakıldığından böyle bir koşula gerek duyulmayacaktır.

ÖZET

Bu çalışmada, iki ortalama arasındaki farkın önem kontrolunda kullanılan t testinin gücü incelenmiş ve kolay kullanılabilen güç tabloları oluşturulmuştur.

İkinci Bölüm'de, hipotez testlerine ve güce etki eden etkenlere ilişkin genel bilgiler verilmiştir.

Üçüncü Bölüm'de, Genel Bilgiler Bölümünde incelenen güce etki eden etkenlerin gücü nasıl etkiledikleri sayısal örneklerle gösterilmiştir. Daha güçlü testler elde edebilmek için nelere dikkat edilmesi gerektiği açıklanmıştır. Serbestlik derecesine ve merkezi olmayışlık parametresine bağlı olarak tek yönlü t testi için güç tabloları, merkezi olmayan t dağılımının normal dağılıma yaklaşımı ile oluşturulmuştur. Bu tablolar yardımı ile araştırıcıya kolaylıkla doğru karar verme olasılıklarını bulabilme olanağı sağlanmıştır.

SUMMARY

In this study, the power of the t test which is used in testing the significance of the difference between two means is explained and for easy use power tables are provided.

In the second chapter, information about hypothesis testing and factors which effect the power of a test are explained.

In the third chapter, the factors which were mentioned in the previous chapter are studied by means of numerical examples, and shown how they effect the power of a test. Care is taken how to obtain more powerful tests. Power tables are given for one-sided t test at 0.05 significance level as a function of degrees of freedom and non-centrality parameter. This, enables the experimenter to know how much he is wrong in his decision.

KAYNAKLAR

1. COHEN, C. (1969): Statistical Power Analysis for The Behavioral Sciences, Academic Press, New-York.
2. HAYS, W. L. (1973):Statistics for The Social Sciences, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New-York.
3. İNAL, C., ve GÜNAY, S. (1978): Olasılık ve Matematiksel İstatistik, H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi, Ankara.
4. KORUM, U. (1971): Matematiksel İstatistiğe Giriş, A.Ü. Basımevi, Ankara.
5. LEE, A. F. S. ve GURLAND J. (1975): Size and Power of Tests for Equality of Means of Two Normal Populations with Unequal Variances, JASA, 70: 933-941.
6. OWEN, D. B. (1965): The Power of Student's t Test , JASA, 60: 320-333.
7. RAO, C. R. (1965): Linear Statistical Inference and its Applications, John Wiley, New-York.
8. SCHEFFÈ, H. (1959): The Analysis of Variance, John Wiley, New-York.
9. SHAPIRO, S. S. ve WILK, M. B. ve CHEN, H. J. (1968): A Comparative Study of Various Tests for Normality, JASA, 63: 1343-1372.
10. SÜMBÜLOĞLU, K. (1978): Sağlık Bilimlerinde Araştırma Teknikleri ve İstatistik, Çağ Matbaası, Ankara.

EK I

$\alpha = 0.05$ de Tek Yönlü t Testi

İçin Güç Tabloları

SD	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 10	0.		.057	.068	.080	.097	.113	.131	.156	.176	.200
	1.	.227	.258	.288	.319	.352	.390	.425	.460	.496	.532
	2.	.568	.603	.637	.674	.705	.736	.767	.794	.819	.841
	3.	.864	.883	.900	.915	.929	.941	.951	.959	.967	.973
	4.	.978	.983	.986	.989	.992	.994	.995	.996	.997	.998
	5.	.998	.999	.999	.999	*					
SD = 11	0.		.057	.068	.082	.097	.113	.134	.154	.176	.203
	1.	.230	.261	.291	.323	.359	.394	.429	.468	.500	.536
	2.	.575	.610	.644	.681	.712	.742	.773	.800	.824	.849
	3.	.869	.887	.905	.919	.932	.944	.954	.962	.969	.975
	4.	.980	.984	.988	.990	.993	.994	.996	.997	.997	.998
	5.	.999	.999	.999	*						
SD = 12	0.		.057	.069	.082	.099	.115	.134	.156	.179	.206
	1.	.233	.261	.295	.326	.363	.397	.433	.472	.504	.544
	2.	.579	.614	.652	.684	.719	.749	.776	.805	.829	.853
	3.	.873	.890	.908	.922	.936	.946	.955	.964	.971	.977
	4.	.981	.985	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998
	5.	.999	.999	.999	*						
SD = 13	0.		.058	.069	.084	.099	.115	.136	.156	.181	.206
	1.	.236	.264	.298	.330	.363	.401	.436	.476	.508	.549
	2.	.583	.621	.655	.688	.722	.752	.782	.808	.834	.855
	3.	.877	.894	.910	.925	.937	.948	.957	.966	.972	.978
	4.	.982	.986	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998
	5.	.999	.999	.999	*						
SD = 14	0.		.058	.069	.084	.099	.117	.136	.159	.181	.209
	1.	.236	.268	.298	.334	.367	.405	.440	.480	.512	.552
	2.	.587	.626	.659	.695	.726	.758	.785	.813	.837	.860
	3.	.879	.898	.913	.928	.939	.951	.959	.966	.973	.978
	4.	.983	.986	.990	.992	.994	.995	.996	.997	.998	.999
	5.	.999	.999	.999	*						

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

SD	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 15	0.		.058	.071	.084	.100	.117	.138	.159	.184	.209
	1.	.239	.268	.302	.334	.371	.405	.444	.480	.516	.556
	2.	.591	.629	.663	.699	.729	.761	.788	.816	.839	.862
	3.	.881	.900	.915	.929	.941	.952	.960	.968	.974	.979
	4.	.984	.987	.990	.992	.994	.996	.997	.997	.998	.999
	5.	.999	.999	*							
SD = 16	0.		.058	.071	.084	.100	.117	.138	.161	.184	.212
	1.	.239	.271	.302	.337	.371	.409	.448	.484	.520	.556
	2.	.595	.629	.666	.699	.732	.764	.791	.819	.841	.864
	3.	.883	.902	.916	.931	.943	.953	.962	.969	.975	.980
	4.	.984	.988	.990	.993	.994	.996	.997	.998	.998	.999
	5.	.999	.999	*							
SD = 17	0.		.058	.071	.085	.100	.119	.138	.161	.184	.212
	1.	.242	.271	.305	.337	.375	.413	.448	.488	.520	.560
	2.	.595	.633	.670	.702	.736	.764	.794	.819	.844	.867
	3.	.885	.903	.918	.932	.944	.954	.963	.969	.976	.980
	4.	.985	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999
	5.	.999	.999	*							
SD = 18	0.		.059	.071	.085	.100	.119	.140	.161	.187	.212
	1.	.242	.274	.305	.341	.375	.413	.451	.488	.524	.560
	2.	.599	.637	.670	.705	.736	.767	.797	.821	.846	.869
	3.	.887	.905	.919	.932	.945	.955	.963	.970	.976	.981
	4.	.985	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999
	5.	.999	.999	*							
SD = 19	0.		.059	.071	.085	.102	.119	.140	.161	.187	.215
	1.	.242	.274	.309	.341	.378	.413	.451	.492	.524	.564
	2.	.603	.637	.674	.705	.739	.770	.797	.824	.849	.869
	3.	.889	.907	.921	.935	.945	.955	.964	.971	.977	.982
	4.	.985	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999
	5.	.999	.999	*							

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

SD	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 20	0.		.059	.071	.085	.102	.119	.140	.164	.187	.215
	1.	.245	.274	.309	.341	.378	.417	.451	.492	.528	.564
	2.	.603	.641	.674	.709	.742	.770	.800	.826	.849	.871
	3.	.891	.907	.922	.935	.946	.956	.964	.971	.977	.982
	4.	.986	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999
	5.	.999	.999	*							
SD = 21	0.		.059	.071	.085	.102	.119	.140	.164	.187	.215
	1.	.245	.274	.309	.345	.378	.417	.456	.492	.528	.568
	2.	.603	.641	.677	.709	.742	.773	.800	.826	.851	.871
	3.	.891	.908	.922	.936	.947	.956	.965	.972	.977	.982
	4.	.986	.989	.992	.994	.995	.996	.997	.998	.999	.999
	5.	.999	.999	*							
SD = 22	0.		.059	.072	.085	.102	.121	.140	.164	.189	.215
	1.	.245	.278	.309	.345	.382	.417	.456	.496	.532	.568
	2.	.606	.644	.677	.712	.745	.773	.802	.829	.851	.873
	3.	.893	.908	.924	.937	.947	.957	.966	.972	.978	.983
	4.	.986	.989	.992	.994	.995	.996	.997	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 23	0.		.059	.072	.085	.102	.121	.140	.164	.189	.218
	1.	.245	.278	.313	.345	.382	.421	.456	.496	.532	.571
	2.	.606	.644	.681	.712	.745	.776	.802	.829	.853	.873
	3.	.893	.910	.925	.937	.948	.958	.966	.973	.978	.983
	4.	.986	.990	.992	.994	.995	.996	.997	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 24	0.		.059	.072	.087	.102	.121	.142	.164	.189	.218
	1.	.245	.278	.312	.348	.382	.421	.460	.496	.532	.571
	2.	.610	.644	.681	.716	.745	.776	.805	.832	.853	.875
	3.	.894	.910	.925	.938	.948	.958	.966	.973	.978	.983
	4.	.987	.990	.992	.994	.996	.996	.997	.998	.999	.999
	5.	.999	*								

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

SD	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 25	0.		.059	.072	.087	.102	.121	.142	.166	.189	.218
	1.	.248	.278	.312	.348	.386	.421	.460	.500	.532	.571
	2.	.610	.648	.681	.716	.749	.776	.805	.832	.855	.875
	3.	.894	.912	.927	.938	.950	.959	.966	.973	.979	.983
	4.	.986	.990	.992	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 26	0.		.059	.072	.087	.102	.121	.142	.166	.189	.218
	1.	.248	.281	.312	.348	.386	.421	.460	.500	.536	.571
	2.	.610	.648	.684	.716	.749	.779	.805	.832	.855	.877
	3.	.894	.912	.927	.939	.950	.959	.967	.974	.979	.983
	4.	.987	.990	.992	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 27	0.		.059	.072	.087	.104	.121	.142	.166	.192	.218
	1.	.248	.281	.312	.348	.386	.425	.460	.500	.536	.575
	2.	.610	.648	.684	.719	.749	.779	.808	.834	.855	.877
	3.	.896	.913	.927	.939	.951	.960	.967	.974	.979	.984
	4.	.987	.990	.993	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 28	0.		.059	.072	.087	.104	.121	.142	.166	.192	.218
	1.	.248	.281	.316	.348	.386	.425	.464	.500	.536	.575
	2.	.614	.648	.684	.719	.752	.779	.808	.834	.858	.877
	3.	.896	.913	.928	.939	.951	.960	.968	.974	.979	.984
	4.	.988	.990	.993	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 29	0.		.059	.072	.087	.104	.121	.142	.166	.192	.221
	1.	.248	.281	.316	.352	.386	.425	.464	.500	.536	.575
	2.	.614	.652	.684	.719	.752	.782	.808	.834	.858	.879
	3.	.896	.913	.928	.941	.952	.960	.968	.974	.980	.984
	4.	.986	.990	.993	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 30	0.		.059	.072	.087	.104	.123	.142	.166	.192	.221
	1.	.248	.281	.316	.352	.386	.425	.464	.500	.540	.575
	2.	.614	.652	.688	.719	.752	.782	.811	.834	.858	.879
	3.	.898	.914	.928	.941	.952	.961	.968	.974	.980	.984
	4.	.988	.990	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 32	0.		.061	.072	.087	.104	.123	.142	.166	.192	.221
	1.	.251	.281	.316	.352	.390	.425	.464	.500	.540	.579
	2.	.614	.652	.688	.722	.755	.782	.811	.837	.860	.879
	3.	.898	.915	.929	.942	.952	.961	.969	.975	.980	.984
	4.	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 34	0.		.061	.072	.087	.104	.123	.145	.166	.192	.221
	1.	.251	.284	.316	.352	.390	.429	.468	.500	.540	.579
	2.	.618	.652	.688	.722	.755	.785	.811	.837	.860	.881
	3.	.900	.915	.929	.942	.953	.962	.969	.975	.980	.985
	4.	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 36	0.		.061	.072	.087	.104	.123	.145	.166	.192	.221
	1.	.251	.284	.319	.352	.390	.429	.468	.504	.540	.579
	2.	.618	.655	.692	.722	.755	.785	.813	.839	.860	.881
	3.	.900	.916	.931	.942	.953	.962	.969	.976	.981	.985
	4.	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 38	0.		.061	.074	.087	.104	.123	.145	.169	.192	.221
	1.	.251	.284	.319	.356	.390	.429	.468	.504	.544	.579
	2.	.618	.655	.692	.726	.758	.785	.813	.839	.862	.883
	3.	.900	.916	.931	.943	.954	.963	.969	.976	.981	.985
	4.	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.998	.999	.999
	5.	.999	*								

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 40	0.		.061	.074	.087	.104	.123	.145	.169	.195	.221
	1.	.251	.284	.319	.356	.394	.429	.468	.504	.544	.583
	2.	.622	.655	.692	.726	.758	.788	.816	.839	.862	.883
	3.	.902	.918	.931	.943	.954	.963	.970	.976	.981	.985
	4.	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	.999	*								
SD= 42	0.		.061	.074	.089	.104	.123	.145	.169	.195	.224
	1.	.251	.284	.319	.356	.394	.433	.468	.504	.544	.583
	2.	.622	.659	.692	.726	.758	.788	.816	.841	.862	.883
	3.	.902	.918	.932	.944	.954	.963	.970	.976	.981	.985
	4.	.988	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 44	0.		.061	.074	.089	.104	.123	.145	.169	.195	.224
	1.	.251	.284	.319	.356	.394	.433	.468	.504	.544	.583
	2.	.622	.659	.695	.726	.758	.788	.816	.841	.864	.883
	3.	.902	.918	.932	.944	.955	.963	.970	.976	.981	.985
	4.	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 46	0.		.061	.074	.089	.104	.123	.145	.169	.195	.224
	1.	.255	.284	.319	.356	.394	.433	.472	.504	.544	.583
	2.	.622	.659	.695	.729	.758	.788	.816	.841	.864	.885
	3.	.903	.918	.932	.944	.955	.963	.971	.976	.981	.985
	4.	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	.999	*								
SD = 48	0.		.061	.074	.089	.104	.123	.145	.169	.195	.224
	1.	.255	.284	.319	.356	.394	.433	.472	.508	.544	.583
	2.	.622	.659	.695	.729	.761	.788	.816	.841	.864	.885
	3.	.903	.919	.932	.944	.955	.963	.971	.977	.982	.985
	4.	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	.999	*								

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 50	0.		.061	.074	.089	.106	.123	.145	.169	.195	.224
	1.	.255	.288	.319	.356	.394	.433	.472	.508	.549	.583
	2.	.622	.659	.695	.729	.761	.791	.816	.841	.864	.885
	3.	.903	.919	.933	.945	.955	.963	.971	.977	.982	.986
	4.	.989	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 55	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.169	.195	.224
	1.	.255	.288	.323	.359	.394	.433	.472	.508	.549	.587
	2.	.626	.663	.695	.729	.761	.791	.819	.844	.867	.887
	3.	.903	.919	.933	.945	.955	.964	.971	.977	.982	.986
	4.	.989	.992	.994	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 60	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.195	.224
	1.	.255	.288	.323	.359	.397	.436	.472	.508	.549	.587
	2.	.626	.663	.699	.732	.764	.791	.819	.844	.867	.887
	3.	.905	.921	.935	.946	.955	.965	.971	.977	.982	.986
	4.	.989	.992	.994	.995	.996	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 65	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.195	.224
	1.	.255	.288	.323	.359	.397	.436	.476	.508	.549	.587
	2.	.626	.663	.699	.732	.764	.794	.821	.844	.867	.887
	3.	.905	.921	.935	.946	.956	.965	.971	.977	.982	.986
	4.	.989	.992	.994	.995	.997	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 70	0.		.061	.074	.089	.106	..125	.147	.171	.195	.224
	1.	.255	.288	.323	.359	.397	.436	.476	.512	.549	.587
	2.	.626	.663	.699	.732	.764	.794	.821	.846	.869	.887
	3.	.905	.921	.935	.946	.956	.965	.972	.978	.983	.986
	4.	.989	.992	.994	.995	.997	.997	.998	.999	.999	..999
	5.	*									

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.

	DELTA	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
SD = 75	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.198	.224
	1.	.255	.288	.323	.359	.397	.436	.476	.512	.552	.591
	2.	.626	.663	.699	.732	.764	.794	.821	.846	.869	.889
	3.	.907	.921	.935	.946	.956	.965	.972	.978	.983	.986
	4.	.990	.992	.994	.995	.997	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 80	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.198	.224
	1.	.255	.288	.323	.359	.397	.436	.476	.512	.552	.591
	2.	.629	.663	.699	.732	.764	.794	.821	.946	.869	.889
	3.	.907	.922	.936	.946	.956	.965	.972	.978	.983	.986
	4.	.990	.992	.994	.996	.997	.997	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 85	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.198	.227
	1.	.255	.288	.323	.359	.397	.436	.476	.512	.552	.591
	2.	.629	.666	.702	.732	.764	.794	.821	.846	.869	.889
	3.	.907	.922	.936	.947	.957	.965	.972	.978	.983	.986
	4.	.990	.992	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 90	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.198	.227
	1.	.258	.288	.323	.359	.397	.436	.476	.512	.552	.591
	2.	.629	.666	.702	.736	.764	.794	.821	.846	.869	.889
	3.	.907	.922	.936	.947	.957	.966	.973	.978	.983	.986
	4.	.990	.992	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999	.999
	5.	*									
SD = 95	0.		.061	.074	.089	.106	.125	.147	.171	.198	.227
	1.	.258	.291	.323	.359	.397	.436	.476	.512	.552	.591
	2.	.629	.666	.702	.736	.767	.797	.821	.846	.869	.889
	3.	.907	.922	.936	.947	.957	.966	.973	.978	.983	.987
	4.	.990	.992	.994	.996	.997	.998	.998	.999	.999	.999
	5.	*									

(*) dan sonraki değerler 0.999 dan daha büyüktür.