ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KESİKLİ SIRALI MEDIAN PROBLEMİ ve SEZGİSEL BİR ÇÖZÜM ÖNERİSİ

Mustafa Serdar TOKSOY

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ERZURUM
2010

Yrd. Doç. Dr. Vecihi YİĞİT danışmanlığında, Mustafa Serdar TOKSOY tarafından hazırlanan bu çalışma 28/12/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Yrd. Doç. Dr. Vecihi YİĞİT *İmza* :

Üye: Yrd. Doç. Dr. Selçuk Kürşat İŞLEYEN *İmza* :

Üye : Yrd. Doç. Dr. Birol SOYSAL *İmza* :

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Ömer AKBULUT

Enstitü Müdürü

ÖZET

Y. Lisans Tezi

KESİKLİ SIRALI MEDIAN PROBLEMİ ve
SEZGİSEL BİR ÇÖZÜM ÖNERİSİ

Mustafa Serdar TOKSOY

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Vecihi YİĞİT

Kesikli yerleşim problemleri, pratik uygulamalardaki öneminden dolayı yıllarca araştırmacılar tarafından çalışılmış ve çalışılmaya devam eden problemlerdendir. Klasik kesikli tesis yerleşim problemlerinin bir genellemesi olan Kesikli Sıralı Median Problemi (K.S.M.P.), ilk olarak Nickel (2001) ve daha sonra Boland ve arkadaşları (2003) tarafından geliştirilmiş olup, temel tesis yerleşim problemlerinden olan median, center ve centdian yerleşim problemlerinin amaç fonksiyonlarını genelleştirmektedir. Yerleşim-atama problemleri olarak da bilinen bu problemler NP-hard yapıya sahip olduklarından, çözüm için sezgisel metotların kullanılması kaçınılmazdır.

Çalışmada K.S.M.P.'nin çözümüne yönelik geliştirilen Tavlama Benzetimi Sezgiseli algoritmasının performansı literatürde bilinen OR-LIB'den alınmış 40 test problemi Beasley (1985) kullanılmış, sonuç ve öneriler konu ile ilgili başka çalışmalar için sunulmuştur.

2010, 88 sayfa

Anahtar Kelimeler: Kesikli yerleşim teorisi, kesikli sıralı median problemi, center, centdian, tavlama benzetimi, sezgisel yaklaşımlar

ABSTRACT

MS Thesis

DISCRETE ORDERED MEDIAN PROBLEM and
A HEURISTIC SOLUTION SUGGESTION

Mustafa Serdar TOKSOY

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Industrial Engineering

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Vecihi YİĞİT

Discrete location problems have always been studied by researchers for a long time because of their importance in practice. Discrete Ordered Median Problem (D.O.M.P.), which is a generalization of discrete facility location problems is generated firstly by Nickel (2001) and then by Boland *et al.* (2003). D.O.M.P. generalizes the objective functions of the median, center and centdian location problems that are main facility location problems. As these problems, which are also known as the problems of location- allocation, have NP-hard structure, it is inevitable to use heuristic methods for solution. In this study, a heuristic algorithmic suggestion will be put forward by examining D.O.M.P. in order to find solution.

In this study, 40 common test problems Beasley (1985) known in literature provided by OR-LIB have been used in order to test Simulated Annealing Heuristic algorithmic performance that developed for D.O.M.P. solution. Conclusion and suggestions have been presented for other related studies.

2010, 88 pages

Keywords: Discrete location, discrete ordered median problem, center, centdian, simulated annealing, heuristic approach

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans çalışmam süresince danışmanlığımı üstlenen, yardım ve desteğini esirgemeyen değerli danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Vecihi YİĞİT'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yazılım çalışmalarım boyunca değerli bilgilerini benimle paylaşan Sayın Yrd. Doç. Dr. Recep ÖZ ve Sayın Öğr. Gör. İsmail AKGÜL'e teşekkür ederim.

Mustafa Serdar TOKSOY
Ekim 2010

İÇİNDEKİLER

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

c	Maliyet
d	Uzaklık
$f(x)$	Çözüm fonksiyonu
Λ	Vektör
M	Tesis sayısı
M_{tb}	Her sıcaklıkta aranacak komsu çözüm sayısı
N	Komşuluk yapısı
p	Aday tesis sayısı
u	Rassal sayı
T	Sıcaklık
T_0	Başlangıç sıcaklığı
$T(t)$	*t*. iterasyonda sıcaklık değeri
x_0	Başlangıç çözüm
x	Komşu çözüm
w	Ağırlık

Kısaltmalar

Ç.K.K.V.	Çoklu Kriterli Karar Verme
İ.D.A.P.	İkinci Dereceden Atama Problemleri
K.S.M.P.	Kesikli Sıralı Median Problemi
K.K.T.Y.P.	Kapasite Kısıtsız Tesis Yerleşim Problemi
K.Y.T.	Kesikli Yerleşim Teorisi
T.B.	Tavlama Benzetimi
Y.K.V.P.	Yerleşim Kararı Verme Problemi

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Hiç şüphe yok ki insanlar daha ilk mağaraya yerleştiği andan itibaren yerleşimle ilgili verdikleri kararların etkinliği üzerine kafa yormaktadır. Bu bağlamda “tesis” terimi oldukça fazla kullanılmaktadır. Yani, hava ve deniz limanları, imalathaneler, depolar, perakende satış yerleri, okullar, hastaneler, çocuk bakım merkezleri, otobüs durakları, metro istasyonları, elektronik santral merkezleri, bilgisayar terminalleri, plüviyometreler, acil durum uyarıcı sirenleri ve uydular gibi öğeleri içeren geniş bir anlam kastedilmektedir. Ancak bu öğelerden pek azı araştırmalarda incelenmiştir (Drezner and Hamacher 2002).

Yerleşim Kararı Verme Probleminin (Y.K.V.P.) aynı anda yöneylem araştırması ve yönetim bilimi gibi pek çok alanla ilişkin olması ile yerleşim analizleri ve modellemeleri büyük ilgi görmüştür. Yerleşim araştırmalarının uzun ve geniş kapsamlı geçmişi, pek çok farklı etkenden oluşmaktadır. İlk olarak, yerleşim kararları, bireylerden ve ailelerden firmalara, yönetim birimlerine ve hatta uluslararası örgütlenmelere kadar insan topluluklarının her alanında sıklıkla gerçekleşmektedir. İkinci olarak, böylesi kararlar, doğası gereği genellikle stratejiktir. Yani, geniş ölçekli sermaye kaynaklarını içerirlerken, ekonomik etkileri uzun vadede gerçekleşir. Bu kararların özel sektör firmalarının pazarda rekabet edebilme yetenekleri üzerinde büyük etkileri vardır. Kamu sektöründe ise yetki mercilerinin kamu hizmetlerini karşılamadaki etkinliliğini ve bu mercilerin diğer ekonomik faaliyetlerini etkilemektedir. Üçüncü olarak, bu tip kararlar, genellikle dış ekonomiye vurgu yapmaktadır. Burada dış ekonomiden kasıt; çevre kirliliği, trafik sıkışıklığı, ekonomik gelişme gibi öğelerdir.

Dördüncü olarak da, yerleşim modellerinin çözümü ya da en azından ideal olana yaklaşması genelde çok zordur. Geniş ölçekli problem örnekleri için en basit modeller dahi sayısal olarak kolay elde edilmez. Aslında, yerleşim modellerinin sayısal açıdan karmaşıklığı, böylesi modelleri formülize etmek ve uygulamaya geçirme konusunda

yaygın eğilime sebep olmaktadır. Bu tarz modeller yüksek hızda çalışan dijital bilgisayarların geliştirilmesine kadar ortaya çıkmamıştır.
Yerleşim modelleri, her seferinde kendine has uygulamaları gerektirir. Yani, yapısal şekilleri (amaçları, kısıtları ve değişkenleri) üzerinde çalışılan yerleşim problemine göre belirlenir. Teorik uygulamada bir yerleşim probleminin çözümü arandığında aşağıdaki safhalar göz önünde bulundurulmalıdır (Mirchandani and Francis 1990):

- Problemin tanımı,
- Alan kısıtlarının belirlenmesi,
- Doğru amaç fonksiyonun seçimi,
- Veri toplaması,
- Veri analizi (veri madenciliği),
- Optimizasyon (gerçek çözünürlük),
- Çözümlerin görüntülenmesi,
- Problemin çözümü ya da safhaların tekrar başlaması gerektiğinde konu ile ilgili görüşme.

Çoğu gerçek Y.K.V.P.'nin uygunluk analizleri; önceki bazı analizler aracılığı ile seçilmiş ve sadece bazı sınırlı olası alanlarda yerleşimi amaçlamış olan, kesikli uzaydaki bazı problemlerin formülasyonlarının temeli olmuştur. Sınırlı yerleşim kümesinin önemi, içsel bölünmezliklerin yerleşim amaçlarını karakterize etmesindedir ve bu yüzden yerleşim problemlerinin kesikli ya da kombinasyonel yapısı 1950'li yıllara kadar tam olarak tanıtılmamıştır. Buna bağlı olarak, kesikli optimizasyon çalışması içerisinde ilerlemiş olan Kesikli Yerleşim Teorisi (K.Y.T.), yaklaşık otuz yıla yayılmış olan bir gelişim periyodunu kapsar.

Literatür buna rağmen hızlı bir şekilde büyümekte ve gelişmektedir. K.Y.T.'n de göz önünde bulundurulan pek çok yerleşim problemi arasında özellikle, p-median problemi, p-center problemi, Kapasite Kısıtsız Tesis Yerleşim Problemi (K.K.T.Y.P.) ve İkinci Dereceden Atama Problemlerini (İ.D.A.P.) içeren sadece 4 problem türü baskın rolleri üstlenmiştir. Bu modeller, yerleşim problemlerinin çeşitlendirilmesinde önemli bir paya sahiptir ve onların yansımaları basit gözükmesine rağmen, önemli ve nicel temelli çeşitli uygulamalı Y.K.V.P.'ni sağlamışlardır (Mirchandani and Francis 1990).

Kesikli Yerleşim Teorisi alanında başlıca dört problemi oluşturan bu modeller, tesis yerleşim seçiminde ve talep noktalarının tekli ya da çoklu tesislere atanmasında kullanılır. Bu sebepten dolayı, daha çok yerleşim-atama problemleri olarak adlandırılırlar.

Bu çalışmaya konu olan yerleşim teorisi literatüründe ki en iyi bilinen yerleşim-atama problemlerinden birisi olan p-median problemi; Hakimi tarafından orijinal olarak 1964 ve 1965 yıllarında tanımlanmış ve tüm talebi karşılamaya yönelik toplam ağırlıklandırılmış/veya ağırlıklandırılmamış mesafenin en küçüklendiği bir şebeke üzerinde ki p kadar tesisin seçimini içermektedir. Talep noktaları ile tesis arasındaki toplam mesafeyi dikkate alan bu modele yönelik bazı çözüm metotları üzerine yapılan bir takım çalışmalar 1995 yılından itibaren yayınlanmaya başlanmıştır. Devam eden 10 yıl içinde, çözüm metotları üzerine yapılan araştırmalarda artış gözlenmiştir (Reese 2005).

Bir diğer yerleşim problemi olan p-center probleminde ise amaç, tüm talebi karşılamaya yönelik olarak toplam ağırlıklandırılmış/veya ağırlıklandırılmamış maksimun uzaklığın en küçüklendiği bir şebeke üzerinde ki p kadar tesisin seçilmesidir. İfadeden de anlaşılacağı gibi p-median problemi minisum yani talep noktaları ile tesisler arasındaki toplam uzaklığın en küçüklenmesi ile ilgilenirken, p-center problemi minimax yani talep noktaları ile tesisler arasındaki büyük uzaklığın en küçüklenmesi ile ilgilenmektedir.

Tüm bu modellerin ayrı ayrı ele alınıp incelenmesine rağmen literatürde tüm olası ve var olan uygulamalar için geçerli genel bir yerleşim modelinin olmayışı bir dezavantajdır. Tez çalışmasında incelediğimiz model olan Kesikli Sıralı Median Problemi (K.S.M.P.), klasik kesikli tesis yerleşim problemlerinin bir genelleştirilmiş hali olup bahsedilen bu eksikliği bazı temel modeller için gidermiştir. K.S.M.P.'nin çözümü, diğer kesikli yerleşim problemlerinde olduğu gibi tesislerin yerleşebileceği noktaları ve talepleri bu tesislerden karşılanacak olan müşterilerin sonlu bir kümesini içermektedir.

K.S.M.P. ilk olarak Nickel (2001) tarafından ve daha sonra Boland *ve* arkadaşları (2003) tarafından incelenmiştir. K.S.M.P.'nin amaç fonksiyonu bilinen tesis yerleşim problemlerinden olan median, center ve bu iki problemin karışımı olan centdian problemlerinin fonksiyonlarını genelleştirmektedir. Ancak bu genelleme sadece bu problemlerle de sınırlı değildir. Bu çalışmanın takip eden bölümlerinde detaylı bir şekilde incelenecek olan K.S.M.P. formülasyonun içinde bulunan değişik Λ katsayıları ve sıralama faktörü (ordered) değişik amaç fonksiyonlarının sonuçlarının elde edilmesini sağlamaktadır. Bu nedenle K.S.M.P. bu pratik uygulaması ile bir formülasyonda birden çok yerleşim problemi çözebilmesi ve bahsedilen faktörlerin problemlere uygulanmasındaki sadelik nedeni ile çok önemlidir (Boland *et al.* 2003).

Çoğu yerleşim probleminde olduğu gibi, K.S.M.P.'de NP-hard (Hakimi 1965) olduğundan, birerleme (enumaration) metodu ile çözüme ulaşılan küçük boyutlu problemler dışında, erişilemez (intractable), zor, yani en iyi çözümü makul zamanlarda elde edilemez yapıdadır. Bu yüzden çözüm için genellikle sezgisel metotlar kullanılmaktadır. Son yıllarda, çözüm uzayını etkin bir şekilde aramayı sağlayacak temel sezgisel yöntemleri birleştirmeye çabalayan yeni yaklaşık yöntemlerin geliştirildiği görülmektedir. Bu yöntemler arama uzayının yüksek kaliteli çözümlerini kapsayan bölgelerinde aramayı gerçekleştirmek için probleme özgü sezgisellere rehberlik etmek amacıyla tasarlanan genel amaçlı sezgisel yöntemler olan "metasezgiseller" olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışmada, p-median, p-center ve bu iki problemin konveks kombinasyonu olan p-centdian problemlerinin K.S.M.P. içerisinde çözümü araştırılmaktadır ve bu amaçla çözüm için bir meta-sezgisel yöntem olan Tavlama Benzetimi (Simulated Anneling) yaklaşımı önerilmektedir.

Tavlama Benzetimi zor kombinasyonel optimizasyon problemlerini çözen yerel bir optimizasyon metodudur. Bu konu ile ilgili çalışmalar katıların tavlama prosesisin benzetiminin yapılmasını bir model olarak gösterilmiş (Kirkpatrick *et al.* 1983; Cerny 1985) ve optimizasyon problemleri için kullanılabileceği önerilmiştir (Metropolis *et al.* 1953). O zamandan beri, atölye çizelgeleme problemleri, yerleşimsel analiz, moleküler fizik ve kimya, görüntü işleme gibi alanlarda bir çok optimizasyon problemi için kullanılmıştır.

Çalışmada kullanmış olduğumuz Tavlama Benzetimi meta-sezgiseli büyük ölçekli örnekler (gerçek hayat problemi ölçeğine yakın) için, kabul edilebilir hesaplama zamanı içinde optimal sonuçlara yakın çözümler sağlamaktadır.

Uygulama için Beasley (1985) OR-LIB'den alınmış 100–900 düğüm aralığında ki 40 test problemi kullanılmış, sonuç ve öneriler konu ile ilgili başka çalışmalar için sunulmuştur.

1.1. Tesis Yerleşim Modelleri

Modern yerleşim teorisinin 90 yıldan fazla biliniyor olmasına rağmen, araştırmacıların ilgilendiği nokta problem odaklılık olmuştur. İlk analitik yaklaşımlardan beri bu yönde büyük ilerlemeler yaşanmıştır. Bilgisayar bilimi, hesaplanabilir geometri ve kombinasyonel optimizasyondan kaynaklı günümüzün alışılagelmiş araçları problem çözümlerinde uygulanmaya başlanmıştır. Bununla beraber, bazı araştırmacılar, yerleşim teorisi ile ilgili birçok çalışma ve kitap olmasına rağmen, istisnalar dışında ortak bir teorinin hala olmadığını fark etmişlerdir. Bu sorunu ilginç ve çözülmesi zor olarak değerlendirmişlerdir. Bu nedenle, araştırmacılar 1996'lı yıllarda birleştirilmiş bir çatı altında çalışmışlardır (Andreas 2003).

Genellikle yerleşim teorisi üzerine çalışan araştırmacılar, belirli bir problemin çözünürlüğü (optimizasyon safhası) üzerine çok fazla dikkat çekmektedirler. Problem çeşidi ve bir ölçüde yer alan kısıtları da yerleşim teorisinde ki klasik çalışmalardan hareketle geliştirilmiştir. Araştırmacılar daima sürekli (şebeke) ve kesikli yerleşim problemlerini ayırmışlardır.

Tesis yerleşim modelleri genel olarak aşağıdaki özelliklere göre sınıflandırılabilir (Andreas 2003):

- Sırasıyla, şebeke yerleşim modelleri, kesikli yerleşim modelleri ve karışık-tamsayılı programlama modelleri gibi uzaklıkların metrik değerlerinin kullanılarak hesaplandığı düzlemsel modellere yön veren olası yerleşim kümesinin şekli ya da tomografik özellikleri önemlidir.

- Amaç fonksiyonları talep noktaları ile tesisler arasındaki toplam uzaklığın ya da maksimum uzaklığın en küçüklenmesini dikkate almalıdır.

- Modeller kapasite kısıtlamaları olmadan talep tahsisini kısıtlamaz. Talebin dikkatli bir şekilde atanması için olası yerleşim kümeleri için kapasite kısıtları uygun olmalıdır.

- Tek aşamalı modeller açık bir şekilde yalnız bir aşamayı kapsayan dağıtım sistemleri üzerine odaklanırlar. Çok aşamalı modeller de ise değişik hiyerarşik aşamaları kapsayan ürün akışları incelenmelidir.

- Tek-ürün modelleri, homojen tek bir ürün için bir arada toplanabilen çeşitli ürünlere yönelik talep, maliyet ve kapasite durumlarına göre sınıflandırılırlar.

- Genellikle, talebin elastik olmadığı varsayımına dayalı olan yerleşim modellerinde, talep yerleşim kararlarından bağımsızdır. Talebin elastik olduğu durumda ise uzaklık ve talep arasındaki ilişki açık bir şekilde dikkate alınmalıdır.

- Statik modeller belirli bir periyot için sistem performansını test ederler. Dinamik modeller ise belirli bir plan çerçevesinde zaman içinde değişebilen maliyet, talep ve kapasite verilerini yansıtır.

- Uygulamada, model girdisi genelde kesin olarak bilinmez. Veriler tahminlere dayalı olup belirsiz olabilir. Bu yüzden, hem verinin belirli olduğu (yada varsayıldığı) hem de girdinin belirsiz olduğu olasılıklı modeller vardır.

- Klasik modellerde talep atamasının niteliği, tedarik ve talep noktalarının her bir çifti için ayrı ölçülür. Eğer talep teslimat turları sayesinde karşılanıyorsa, teslimat maliyeti, tedarik ve talep noktalarının her bir çifti için ayrı ayrı hesaplanamaz.

Tesis Yerleşim Modelleri genel olarak iki ana başlık altında incelenebilir. Bunlar Sürekli Yerleşim Modelleri ve Kesikli Şebeke Yerleşim Modelleridir (Andreas 2003).

1.1.1. Sürekli yerleşim modelleri

Sürekli yerleşim modelleri (düzlem üzerinde bulunan) iki temel özelliğe göre sınıflandırılabilir:

- Çözüm uzayı sürekli olduğunda düzlem üzerindeki her bir nokta üzerine tesisleri yerleştirmek mümkündür.

- Mesafe uygun bir metrik sistem sistem yani dik açılı uzaklık metriği, Öklid-düz çizgi uzaklık metriği ya da l_p-uzaklık metriği ile ölçülür.

Sürekli yerleşim modelleri kurulacak tesislerin $l_p(x, y) \in \mathbb{R}^p x\, \mathbb{R}^p$ koordinatları hesaplamak için gereklidir. Amaçlanan belirli talep noktaları ile tesisler arasındaki uzaklıkların toplamını minimize etmektir.

Weber probleminde amaçlanan ise (a_k, b_k) noktalarında yerleştirilmiş olan $k \in K$ talep noktaları minimize eden (ağırlıklandırılmış) $w_k d_k(x, y)$ uzaklıklarının toplamını veren $l_p(x, y) \in \mathbb{R}\, x\, \mathbb{R}$ koordinatlarını belirlemektir. İlgili optimizasyon problemi aşağıdaki gibidir.

$$\boldsymbol{d_k(x,y) = \sqrt{(x-a_k)^2 + (y-b_k)^2}} \qquad \text{olmak üzere} \tag{1.1}$$

$$\boldsymbol{v(SWP) = min \textstyle\sum_{(x,y)} w_k d_k(x,y)} \tag{1.2}$$

Problem iterasyon mantığı etkili bir şekilde çözümlenebilir. Bu çözümü sağlayan gradient-like metodu ilk defa Weisfeld (1937) ve daha sonra Miehle (1958) tarafından geliştirilmiştir. Bu basit problem |K|=3 talep noktaları olduğu durum için çözümlenir ve problem Weber (1909) problemi olarak bilinir. Weber probleminin tarihi Wesolowsky (1993) tarafından ayrıntılı olarak dökümante edilmiştir.

Problemin genişletilmiş versiyonun da seçilmiş tesislere talepleri dağıtmak için ($1<p<|K|$) p tesislerinin yerleştirilmiş olmasına ihtiyaç duyulur. NP-hard yapıya sahip olan çok-kaynaklı Weber problem (MWP) lineer olmayan karışık tamsayılı olarak modellenebilir.

$$\boldsymbol{v(MWP) = min \sum_{k\in K} \sum_{j=1}^{p} (w_k d_k(x_j, y_j)) z_{kj}} \tag{1.3}$$

$$\boldsymbol{\sum_{j=1}^{p} z_{kj} = 1 \qquad \forall k \in K,} \tag{1.4}$$

$$\boldsymbol{z_{kj} \in \mathbb{R}, \qquad \forall k \in K, \ \ j = 1, \dots, p, x, y \in \mathbb{R}^p,} \tag{1.5}$$

k talep noktasının *j* tesisine atanırsa $\mathbb{R} = \{0,1\}$ ve z_{kj}=1 eşitliği sağlanır. Kesin çözüm yaklaşımı modeli Rosing (1992) ve Merle *et al.* (1999) tarafından yapılan çalışmada sütun oluşturma yöntemiyle çözülebilen LP-gevşetmesi ile küme bölümleme probleminde olduğu gibi yeniden formülize edilmiştir. Hızlı sezgisel algoritmalar Taillard (1996); Hansen *et al.* (1998); Brimberg *et al.* (2000) tarafından önerilmiştir. 2 tesisli median problemi için Ostresh (1973); Drezner (1984); Rosing (1992b); Chen *et al.* (1998) tarafından çalışmalar yapılmıştır (Andreas 2003).

Sürekli yerleşim problemlerine dair birtakım değişiklikler ve uzantılar literatürde çalışılmıştır (Hamacher and Nickel 1994; Kafer and Nickel 2001; Klamroth 2001). Melachrinoudis (1988); Erkut and Neuman (1989); Brimberg and Mehrez (1994) istenilmeyen tesislerin yerleşimi minimum uzaklıkların maksimize edilmesini gerektirdiğini ifade etmişlerdir. İstenilen ve istenilmeyen tesislerin her ikisinin bir arada bulunduğu yerleşim modelleri Chen *et al.* (1992) tarafından incelenmiştir. Minimax yerleşim modelleri (Krarup and Pruzan (1979); Love *et al.* (1988); Francis *et al.* (1992)) tarafından çalışılmıştır.

1.1.2. Kesikli şebeke yerleşim modelleri

Şebeke yerleşim modellerinde uzaklıklar bir graf üzerinde en kısa yollar bulunarak hesaplanmıştır. Düğümler düğümlerin bir alt kümesine ve arklar üzerindeki noktalara uygun olan talep noktaları ve olası tesisleri göstermektedir (Andreas 2003).

Sürekli çok kaynaklı Weber modele uygun olan şebeke yerleşim modeli p-median problemi olarak isimlendirilir. P-median probleminde graf üzerinde düğümler arasında ki uzaklıkların toplamı minimize edecek p kadar tesis kurulması amaçlanır. Hakimi (1964, 1965) konkav uzaklık fonksiyonları durumunda olası düğüm kümesi için olası yerleşim noktaları kümesini sınırlamanın yeterli olduğunu göstermiştir. P-median ve p-center problemleri bu tez çalışmasının konusu olduğu için takip eden bölümlerde anlatılacaktır.

Yakın geçmişte Boland *et al.* (2003); Dominguez-Marin *et al.* (2003) p-median ve p-center problemlerinin özel durumlarını kapsayan "Kesikli Sıralı Median Problemi" olarak adlandırılan K.S.M.P. problemi üzerinde çalışmışlardır.

1.2. Kesikli Sıralı Median Problemi (K.S.M.P.)

P-median, p-center ve p-centdian problemleri pratik uygulamalardaki önemlerinden dolayı Daskin (1995); Drezner and Hamacher (2002); Mirchandani and Francis (1990) gibi bilim adamları tarafından detaylı bir şekilde çalışılmıştır. Bu çalışmalarda tipik olarak yerleşimi sağlanabilecek tesis alanları için sonlu bir küme ve bu tesislerden talepleri sağlayabilecek müşterilere ait sonlu bir küme içermektedir (Dominguez-Marin *et al.* 2003). K.S.M.P.; p-median, p-center ve p-centdian gibi klasik kesikli yerleşim problemlerinin genelleştirilmiş bir halidir

Literatürde çok sayıda alternatif çözümün önerildiği bu problemlerde üzerine odaklanılan durum; herhangi bir müşterinin yalnız tek bir tesisten hizmet alabileceği belirli bir aday kümesi içinde ki alanlarda yerleştirilmiş olması gereken sabit sayıdaki tesislerdir. Her bir müşteri tesis çifti için, belirlenen alanda yerleşik olan bir tesisten müşteri talebinin karşılanması için verilen bir maliyet vardır.

K.Y.P.'nin dikkat çekici özelliği, dikkate alınan amaç fonksiyonlarının çeşitliliğidir. *Median* probleminde amaç, tüm seçilmiş alanlar içinde ki tesislerden hizmet almakta olan tüm müşterilerin tedarik yani hizmet alma maliyetlerinin toplamının minimize edilmesidir. Center probleminin amacı, tüm müşterileri kapsayan seçilmiş olan alanlar arasından bir müşterinin maksimum hizmet alma maliyetini minimize etmektir. Centdian probleminin amacı ise median ve center problemlerinin konveks bir kombinasyonudur. Böylece, hem toplam maliyetin hem de en yüksek maliyetin düşük tutulması sağlanır. Bunlar literatürde en sık karşılaşılan üç amaç fonksiyonudur. Her problem için kendine ait çözüm metodu ve algoritma yaklaşımı mevcuttur (Dominguez-Marin *et al.* 2003).

Kalcsics *et al.* (1999) Stratejik "Tedarik Zinciri Yönetimi" planlamaları için kesikli yerleşim modellerine gereksinimi belirtmiş ve bu durum ile ilgili yeni ve esnek yerleşim modelleri gerekliliğini sunmuşlardır. Bu amaçla Nickel (2001), kesikli yerleşim teorisinde sıklıkla yer alan problemlerin amaç fonksiyonlarını genelleştiren kesikli sıralı

Weber problemini tanıtmıştır. Bu problemin amaç fonksiyonu, diğer müşterilerin hizmet alma maliyetleri ile ilgili olan maliyet durumuna bağlı bir müşteriye ait hizmet alma maliyetine bir yaptırım uygulanmasını içermektedir. Örneğin, farklı bir yaptırım, müşteriye ait hizmet alma maliyetinin 2. en yüksek olandan ziyade 5. en yüksek olduğu durumda uygulanabilir. Bu durum üzerinde çalışılan modele formülasyonu ve çözümü daha ilginç hale getiren bir ”sıralama” problemi eklenmiştir.

Sıralama faktörünü de içine alan genelleştirilmiş bu model, düzlemsel ve şebeke tipi yerleşim problemleri için geniş ölçekli çalışılmıştır (Puerto and Fernandez 1995; Nickel and Puerto 1999; Francis *et al.* 2000; Rodriguez-Chia *et al*. 2000; Kalcsics *et al.* 2003). Bu değişik çalışmalar sonunda kesikli durumların belirli bir formülasyonu olan K.S.M.P. literatüre girmiştir (Nickel 2001).

K.S.M.P.'nin çözümüne yönelik çalışmalar ise Nickel (2001) ve Boland *et al.* (2003) tarafından önerilmiştir. Ancak bu kesin metotlar gerçek hayat problemleri olmaktan çok uzak ölçekli örnekleri çözebilmektedir.

Büyük boyutlu problemleri çözebilmek için geliştirilmiş olan sezgisel çalışmalar mevcuttur. Bunlara örnek olarak, optimizasyon problemlerini çözmek için güçlü bir araç olan ve ilk olarak Holland (1975) tarafından araştırılmış olan genetik algoritmalara dayalı “Evrim Programı (Evolution Program)” verilebilir (Davis 1987; Goldberg 1989). Bu algoritma, basit bir yaklaşımı takip ederek, kabul edilebilir hesaplama zamanı içerisinde K.S.M.P. için uygun çözümler vermektedir. Bir diğer sezgisel metot ise kombinasyonel problemleri çözen İlk olarak Mladenovic (1995); Mladenovic and Hansen (1997) tarafından önerilmiş bir meta-sezgisel yöntem olan “Değişen Komşuluklu Arama”dır. Bu yöntem, kesikli tesis yerleşim problemlerini çözmek için sık sık kullanılan çok iyi bilinen bir tekniktir. Bu metot genellikle yüksek kaliteli çözümler verir (Boland *et al.* 2003).

1.3. Temel Kesikli Tesis Yerleşim Modelleri

Kesikli yerleşim teorisinde yer alan temel tesis yerleşim problemi modellerine örnek olarak; kapasite kısıtsız tesis yerleşim problemleri, p-median problemleri, p-center problemleri, p-centdian problemleri, küme kapsama problemleri, p-ayrılma problemleri, maksimal kapsama problemleri, hub (merkez) problemleri verilebilir (Drezner and Hamacher 2002).

Bu modellerin hepsinde, aday tesislerden hizmet almakta olan talep yerleşimleri temel şebeke üzerinde verilmektedir. Genel problem değişik amaçları optimize edecek yeni tesislerin kurulmasıdır. Uzaklık ya da bazı ölçümlerin uzaklık (dolaşım süresi yada maliyeti, talep memnuniyeti) ile ilgili olarak daha fazla yada daha az fonksiyonel olması Bu tür problemler için önemlidir.

Sonuç olarak, bu problemler uzaklık kavramı dikkate alınarak sınıflandırılmaktadır. Aşağıdaki tablo tesis yerleşim problemlerine yönelik bazı uygulama alanları aşağıdaki gibi özetlenebilir (Drezner and Hamacher 2002).

Çizelge 1.1. Kesikli yerleşim modellerinin bazı uygulama alanları Hamacher (2002)

Bazı Uygulama Alanları	
Havayolu Merkezi	Kırsal Alandaki Sağlık Çalışanları
Havalimanları	Bayilik Acentaları
Oto Emisyon Test İstasyonları	Tehlikeli Atık Boşaltım Yerleri
Kan Bankası	Tahıl Ambarları
Bira Fabrikası Depoları	Kamuya Açık Yüzme Havuzları
Otobüs Durakları	Demir Yolu Barınma Hatları
Kömür İşletme Tesisleri	Bölgesel Sağlık Merkezleri
Bilgisayar Toplama Merkezleri	Uydu İstasyonları
Bilgisayar Servis Merkezleri	Uydu Yörüngeleri
Çocuk Bakım Merkezleri	Okullar

Çizelge 1.1. (devam)

Acil Durum Sağlık Merkezleri	Güneş Enerjisi Sistem Tasarımı
Elektrik Enerjisi Üreten Santraller	Sosyal Hizmet Merkezleri
Petrol Sızıntısı için Acil Durum Merkezi	Katı Atık Toplama Merkezleri
Önemli Hava Hizmetleri	Telekomünikasyon Santralleri
Fast-food Restoranları	Kamyon Terminalleri
İtfaiye İstasyonları	Orman Hasat Toplama Yerleri

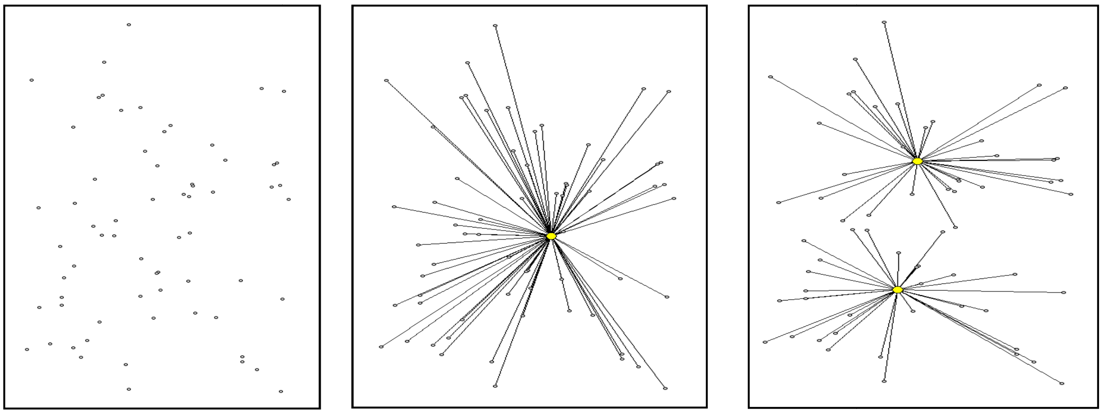
1.3.1. P-median problemi

Bir yerleşim-atama problemi olan *p-median* problemi literatürde yoğun bir şekilde çalışılmıştır. Bazı çözüm metotları üzerine yapılan bir takım çalışmalar Daskin (1995) tarafından yayınlanmaya başlanmıştır. Devam eden 10 yıl içinde, çözüm metotları üzerine yapılan araştırmalarda artış gözlenmiştir.

P-median problemi talep noktaları ile tesis arasındaki ortalama (toplam) mesafeyi dikkate alan bir yerleşim-atama problemi olup yerleşim teorisinin temel konularından biridir. Uzaysal dağılım ve belirli bir servis ya da tesis için talep bilindiğinde, talep noktalarından en yakın tesise ağırlıklandırılmış dolaşım faktörleri (süre-maliyet-mesafe) minimize edilirse tesis yerleşimleri için optimallık sağlanır. P-median problemi orijinal olarak Hakimi (1964) tarafından tanımlanarak, bir şebekenin düğümlerindeki optimal çözüm olarak ispatlanmıştır. ReVelle and Swain (1970) *p-median* problemini bir tamsayılı programlama problemi şeklinde göstermiştir. Carbone (1974) çok sayıda kullanıcının tıbbi ya da günlük bakım merkezleri gibi sabit kamu tesislerine olan dolaşım mesafesini minimize etmeyi amaçlayan bir deterministlik model geliştirmiştir. P-median yada diğer bilinen adı ile minisum problemi, p-median probleminin genişletilme çalışmalarının nedeni, p-median problemine yönelik bölgesel kısıtlamaları açıklayabilmedir. Bunun için, her bir bölge, tesislerin alt ve üst sınırları arasında kabul edilmektedir. Bu durum politik alt bölümlerin nedenini açıklamaktadır. Chardaire and Lutton (1993) her biri birbirine bağlı olan telekomünikasyon terminalleri gibi birbirini etkileyen yerleştirilmiş tesislerin farlı tiplerini açıklamak için p-median problemini genişletmişlerdir. Densham and Rushton (1996) her bir tesisin minimum iş yüküne ihtiyaç duyduğu bir p-median problemi üzerinde çalışmalar yapmıştır (Reese 2005).

Daha önce belirtildiği gibi p-median problemlerine bu kadar ilginin nedeni çeşitli planlama problemlerinde pratik uygulamalara sahip olmasındandır. Bu problemler düğümlerle noktalar arasındaki maksimum mesafeyi minimize etmeyi amaçlayan minimax yerleşim-atama problemlerinde (p-center problemleri) olduğu gibi düğümler arasındaki merkezleri bulma hedefinden farklı olarak, mevcut düğümler arasında ki median noktaları bulmayı amaçlamaktadır. Fermat and Weber (1990) tarafından oluşturulan toplamın en küçüklenmesi problemleri ile belirli bir üçgende (düzlem üzerinde üç nokta) her bir talep noktasından median noktasına olan uzaklıkların toplamını minimize edecek bir median bulunmasıyla sağlanır. 20. yüzyılın başlarında, Alfred Weber müşteri talebini simüle etmek için üç noktanın her biri üzerindeki ağırlıkların ilave edildiği aynı problemi sunmuştur. Burada, median noktasını bulma, noktalardaki talepleri karşılamak için en iyi yerleşimi sağlayan tesisi bulmaya yönelik uygun bir yaklaşımdır. Bu problem genellikle ilk yerleşim-atama problemi olarak kabul edilmektedir. Bu problem daha sonra düzlem üzerinde bulunan çok sayıda noktanın arasındaki $p>1$ medianlarının durumunu genelleştiren çok tesisli Weber problemi için düzlemde bulunan $n \geq 3$ noktalarının ortancasını bulmak için genelleştirilmiştir (Reese 2005).

Aşağıda Şekil 1.1’de ağırlıklandırılmamış $p=1$ ve $p=2$ için p-median problem örneklerinin yansıması görülmektedir.



Şekil 1.1. 1-median ve 2-median temsili gösterimi

Weber problemi öklid düzleminde bulunan sürekli yerleşimlerdeki medianları (tesisleri) konumlandırmaktadır. 1960'lı yılların başında, Hâkimi (1965) bir şebeke ya da grafikler üzerinde medianları bulmak için benzer problemler geliştirmiştir. Bu median problemi Weber'in ağırlıklandırılmış problemine benzemektedir. Hakimi, mutlak medianı (ortancayı) grafiğin tepeleri ve noktaları arasındaki ağırlıklandırılmış mesafelerin toplamını en küçükleyen grafik üzerindeki bir nokta olarak tanımladı. Hâkimi bu çalışmasında en küçükleyen noktanın grafiğin kenarları boyunca herhangi bir yerde yer almasını sağlamış ve grafiğin tepesinde her zaman varolan bir mutlak median olduğunu ispatlamıştır. Yinede bu çalışmada, sürekli bir problemin kesikli gösterimi olabileceği gösterilmiş ve bu çalışmada ağırlıklandırılmış mesafelerin toplamını minimize etmek için bir grafik üzerinde *p* kadar medianı bulmak üzere mutlak medianı (ortancayı) genelleştirilmiştir. Yine bu çalışmada *p* tepe noktalarından oluşan çözümler, grafiğin p-medianları olarak isimlendirilmiştir. P-median problemi, Weber probleminden V aday kümesinden medianları seçmek için imkân verilebilinmesi ve kesikli yapısından dolayı farklılık gösterir. Ayrıca, p-median problemi bir grafik ya da şebeke üzerinde tanımlanmasına rağmen düzlem üzerinde tanımlanamaz (Mirchandani and Francis 1990).

Hakimi bir iletişim şebekesinde ki iletişim santrallerinin optimal yerleşimini bulmak için mutlak median ve p-median modellerini önermiştir. Hâkimi'nin bu çalışmasından sonra, p-median problemi en yaygın tesis yerleşim modellerinden biri olarak, yerleşim teorisinin ayrılmaz bir konusu haline gelmiştir.

Daha öncede belirtildiği gibi, p-median probleminin NP-hard yapıya sahip olması nedeni ile problemin çözümüne yönelik sezgisel metotlar geliştirilmiştir. P-median probleminin gelişiminde ki köşe taşlarını şöyle sıralayabiliriz;

- Tietz and Bart (1968) tarafından önerilen sezgisel çözüm prosedürünün geliştirilmesi,

- Gevşetilmiş Lineer Programlama probleminin çoğu durumda çözüm sağladığı tamsayılı çözümler ile ReVelle and Swain (1970) tarafından geliştirilen Tamsayılı Lineer Programlama olarak problemin formülasyonu,

- Cornuejols *et al.* (1977); Narula *et al.* (1977); Marinov and Serra (2002) tarafından p-median probleminin Lagranj Gevşetmesi çözümü vasıtasıyla optimal çözümü her zaman elde eden ve doğrulayan etkin prosedürlerin geliştirilmesi,

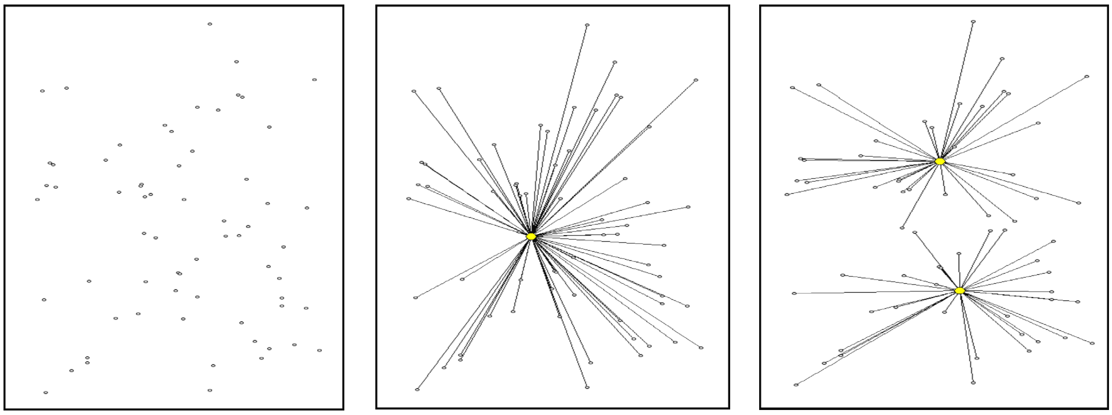
P-median probleminde büyük problemler için optimal çözümler elde etmek zordur. Problem boyutu bilgisayar ve kodlama ikilisinin kapasitesini aşabilmektedir. Bu nedenle, bu problemlerin çözümüne yönelik sezgisel metotların kullanılması kaçınılmazdır. Klasik p-median probleminin çözümü için önerilen ilk sezgiseller, Teitz ve Bart (1968) tarafından önerilen (Greedy) “Açgözlü Sezgisel” metottur. P-median problemi için önerilen diğer sezgisellere; “Hızlı Değiş Tokuş Etme Sezgiseli” (Whitaker 1981), “Tabu Arama Metotu” (Rolland *et.al.* 1996), “Değişen Komşuluklu Arama Sezgiseli” (Hansen and Mladenovic 1997), “Genetik Algoritmalar” ve “Hibrit Sezgisel Metotları” (Resende and Werneck 2004) örnek gösterilebilir.

1.3.2. P-center problemi

Tesis yerleşimi hem özel hem de kamu sektöründe da üzerinde önemle durulan temel konulardan biridir. Müşterilere hizmet sağlama fonksiyonu müşteriler ve tesisler arasındaki uzaklığa bağlıdır. Müşteriyi en yakın tesise atama her zaman mümkün olmayabilir. Tesis&müşteri arasındaki mesafenin kritik değeri aştığı durum Kapsama problemi şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Küme Kapsama Problemi, tüm müşterilere hizmet sağlayabilecek değişik yerleşimlerdeki faklı tesislerin tahsis edilmesi ile ilgilidir. Bu problemin amacı her bir müşterinin en azından tek bir tesisten hizmet almasını sağlayacak minimum maliyetli minimum sayıda ki tesis sayısını bulmaktır. Fakat pratikte bu mümkün olamamaktadır. Çünkü tüm talep noktalarının kapsaması istenilen tesis sayısının yüksek çıkma ihtimali bulunmaktadır. Bu problemi çözmek için maksimal kapsama modeli geliştirilmiştir. Bu problemde, maksimum sayıdaki talebin karşılanması amacıyla sabit sayıdaki tesisler için belirlenen yerleşimler kurulmuştur. Bu model iki amaç fonksiyonundan meydana gelmektedir. Birinci fonksiyon tesisten herhangi bir talep noktasına ulaşmak için gerekli olan ortalama süreyi minimize edecek örneğin *p* kadar tesisi kurup böylece müşterilere hizmet sağlamak için gerekli süre minimize edilmiş olur. Bu problem p-median problemi olarak bilinir. Diğer fonksiyon ise talep noktası ile bu noktanın bağlı olduğu tesis arasındaki kapsama mesafesini minimize etmeyi amaçlayan p-center problemidir (Drezner 2002).

Hakimi (1964-1965) tarafından k-center problemi olarak tanıtılan p-center probleminde amaç diğer yerleşim problemlerinde olduğu gibi tüm taleplerin karşılanması (kapsanması) gerekliliğidir. Center problemi; kamu kurumları, okullar ve acil servislerin yerleşimlerinde olduğu gibi hiçbir müşterinin çok fazla uzağa gitmediği (ya da makul bir zaman içerisinde ulaşabileceği) bir sistemi tasarlamak için genel olarak belirlenmiş bir amacı gösterir.

Aşağıda verilen Şekil 1.2’de ağırlıklandırılmamış p=1 ve p=2 için p-center problem örneklerinin yansıması görülmektedir.



Şekil 1.2. 1-center ve 2-center temsili gösterimi

Böylece, p-center problemi, çok yönlü tesislerin atanması olup bir bakıma her bir merkez noktası maksimum sayıdaki talep noktalarını kapsayabilme ve tüm merkez noktaların uzaklığı minimize edilebilme özelliğine sahiptir. Verilen şebeke de tepe noktasında ve yay üzerinde ki herhangi bir yerde tesisin kurulması ya da sadece şebekenin düğümleri üzerinde tesis kurulması gibi iki problemden oluşur. Şebeke üzerinde herhangi bir yerde kurulabilecek tesislerin olduğu problem mutlak center problemi olarak bilinir. Tesislerin sadece şebeke üzerindeki düğümlerde kurulduğu durum ise tepe noktası (vertex) center problemi olarak bilinir. Tepe noktası (vertex) center problemi p-center problemi olarak adlandırılmaktadır. Mutlak center problemi kolayca çözülebilmesine rağmen tepe noktası center problemi NP-hard yapıya sahip olduğu için optimal çözümlere ulaşmak kolay değildir (Caruso *et al.* 2002).

Yukarıda açıklanan her iki problemde ağırlıklandırılmış ya da ağırlıklandırılmış olabilir. Ağırlıklandırılmamış problemde, tüm talep noktaları eşit seviyede işlem görür. Ağırlıklandırılmış modelde ise talep noktaları ve tesisler arsındaki uzaklıklar talep noktası ile ilişkilendirilmiş bir ağırlıkla çarpılır. Bu ağırlık o noktanın önem düzeyi olabileceği gibi daha ziyade o noktaya ait talep seviyesini gösterir (Burkard 2002).

Kısaca minimax problemi şeklinde de ifade edebileceğimiz bu yerleşim-atama modellerinden olan problem birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. NP-hard yapıya sahip olan p-center problemin çözünü için değişik yaklaşımlar önerilmiştir. Bu yaklaşımlardan biride sezgisel yaklaşımlardır. Sezgisel yaklaşımlar iyi çözümler sağlayabilen ama optimal çözümü her zaman garanti etmeyen tekniklerdir. P-center problemin çözümü için değişik sezgisel algoritmalar geliştirilmiştir (Caruso *et al.* 2002).

1-center problemi ilk defa Sylvester (1857) tarafından araştırılmıştır. 1909 yılında ise 1-center problemi Weber (1909) tarafından çalışılarak Weber Problemi olarak tanınmıştır. 1-center problemi amacı tek bir tesise ait en iyi yerleşimi bulmak olup amaç fonksiyon tüm talep noktalarından tesise olan ortalama uzaklığı (mesafeyi) azaltmaktır. Eğer 1'den fazla tesisin kurulması gerekiyorsa bu durum p-center problem olarak adlandırılmaktadır. P'nin küçük değerlere sahip olduğu p-center problemini çözmek için parametrik programlama faydalı bir araç olarak kabul edilmektedir. Parametrik programlama talep noktaları kümesinin *p* kadar tesis tarafından kapsanıp kapsanmadığını bulmak için kullanılmaktadır. 1-problemi için ilk algoritma Elzinga and Hearn (1972) tarafından önerilmiştir. Shamos and Hoey (1975); Preparata (1977); Shamos (1978) daha geliştirilmiş bir algoritma sunmuşlardır. Aynı problemi çözmek için Megiddo (1983) "Dal Budama" (Search/Pruning) tekniğini kullanan bir algoritma geliştirmiştir. Kim (2000) 2-center problemi için etkili bir algoritma önermiştir. Bhattacharya and Ben-Moshe (2006) 2-center problemi için doğrusal (lineer) zaman algoritmasını önermiştir.

Bu çalışmaların haricinde, sezgisel yaklaşımların p-center problemin çözümünün sağlanması için kullanılabildiği çalışmalarda vardır. Gonzales (1985) greedy (açgözlü) algoritması yaklaşımını p-center problemin çözümü için kullanmıştır. Shmoys (1995) p-center problemi için bir karar modeli tanımlamıştır. Bu modelde, problemin çözümünde Hochbaum and Shmoys (1986) tarafından parametrik olarak adlandırılan yeni teknik kullanılmıştır. Bu tekniğin amacı S çözüm uzayındaki tepe noktalarını budayan (pruned) minimum baskın kümeyi bulmaktır. Jurij and Borut (2002) baskın küme problemlerini çözmek için yeni bir sezgisel algoritma geliştirmiş ve iyi sonuçlar aldıklarını belirtmişlerdir.

P’nin sabit değerleri için tepe noktası (vertex) p-center problemi her bir olası aday yerleşim kümesinin birerleme (enumaration) metodu ile çözebildiği $O(N^p)$ süresinde çözülebilmektedir. Fakat, *N* ve *p*’nin orta derece değerleri için böyle bir birerleme metodu gerçekçi değildir ve daha karmaşık yaklaşımlar gereklidir. *P*’nin değişik değerleri için problem NP-hard’dır (Garey and Johnson 1979). P-center problemin çözümü için değişik bir çözüm tekniği de Mladenovic (2000) tarafından “Tabu Arama”, “Değişen Komşuluklu Arama” ve değişik “Açgözlü (greedy) Metotlar” kullanılmıştır.

Ağırlıklandırılmamış tepe noktası (vertex) yada mutlak (absolute) p-center problemi ikili arama yaklaşımıyla çözülmektedir (Handler and Mirchandani 1979). Aynı problem her bir merkezin kapsama alanı için küme kapsama problemine dönüşmektedir. Küme kapsama problemi çözümü *p*’ye eşit olduğunda ilgili minimum kapsama uzaklığı p-center probleminin çözümü olacaktır. Daskin (2000) p-center probleminin çözümünde maksimal kapsama probleminin etkili bir şekilde nasıl kullanılabileceğini göstermiştir (Caruso *et al.* 2002).

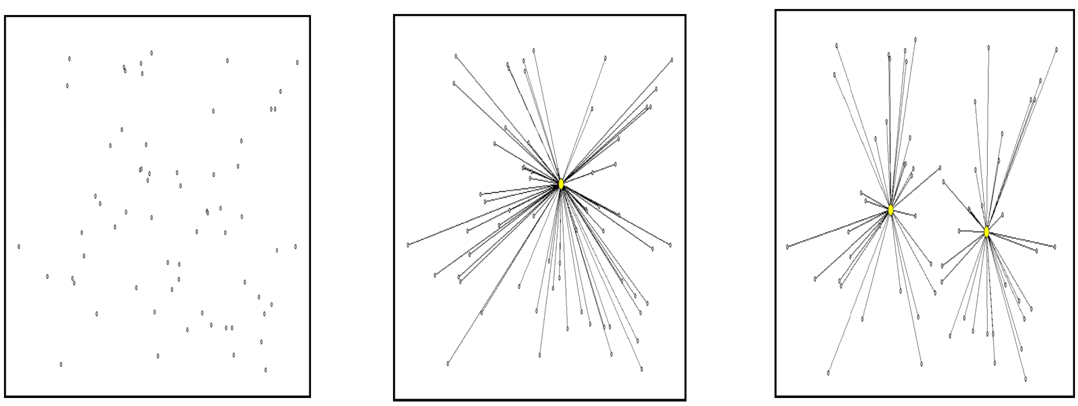
1.3.3. P-centdian problemi

Bilindiği gibi yerleşim teorisinde çalışılan en temel ve yaygın problemler median ve center modellere dayanmaktadır. Her iki modelde de vurgulanan temel varsayım hizmet birimlerinin özdeş ve kapasite kısıtsız olmasıdır. Ayrıca ortak olarak her bir müşterinin en yakın hizmet biriminden hizmet aldığı varsayılmaktadır. Median model, ortalama mesafenin minimize edilmesi açısından rutin hizmet sağlayan bir tesis yerleşimi için uygunken, center model, merkeze mümkün olan en uzak kullanıcılara sahip olma amacını güden acil servis gibi tesisler için uygundur (Brito and Perez 1997).

Birçok gerçek hayat problemindeki amaç fonksiyonu, kalabalık nüfuslu bölgelere mümkün olan en yakın tesisi yerleştirmek ya da hizmet birimine iletilen bir çağrının olası en uzak kaynağına olan seyahat süresini minimize etmeyi mümkün kılan şartlarda bir hizmet tesisi kurmak gibi çok farklı amaçları da kapsayıcı özelliklere sahiptir. Bu yüzden çözülmesi gereken problem her iki amaç fonksiyonunu da kapsamalıdır. Bu amaç, center ve median problemlerin amaç fonksiyonlarının konveks bir kombinasyonu olan yeni bir amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi şeklinde matematiksel olarak ifade edilebilir. Bir Şebeke üzerine tesis yerleştirmeyi hedefleyen bu çok amaçlı yaklaşım, ilk olarak center ve median problemlerinin konveks kombinasyonlarını en küçükleyen noktalar için cent-dian terimini ortaya çıkaran Halperin (1976) tarafından önerilmiştir.

Hakimi'nin (1964) yılındaki çalışmasından itibaren yapılan tüm çalışmalar, şebekeyi baştan başa geçen yolu içeren yerleşim teorisi, belirli bir yerleşim probleminin tüm örnekleri için optimal çözümler sunan şebekenin sonlu bir altkümesinin tanımlanmış şekline odaklanmıştır. Bu tarz sonuçlar için Hooker *et al.* (1991) çalışmaları incelenebilir. Hakimi'den (1964) beri, düğümler kümesinin p-median problemi için sonlu baskın(dominant) bir küme olduğu bilinmektedir. Moreno'ya (1985) göre, düğümler kümesi ve lokal merkezler (yayların üzerinde eşit uzaklıkta ve düğümlerle dengelenmiş noktalar) ise p-center problemi için sonlu baskın bir kümedir. Brito ve arkadaşlarının (1997) çalışmalarından hareketle düğüm kümeleri, lokal merkezler ve şebekenin tepe (uç) noktalarının p-centdian probleminin sonlu baskın bir kümesi olduğu söylenebilir.

Aşağıda verilen Şekil 1.3'de ağırlıklandırılmamış p=1 ve p=2 için p-centdian problem örneklerinin yansıması görülmektedir.



Şekil 1.3. 1-centdian ve 2-centdian temsili gösterimi

Şebeke üzerinde genelleştirilmiş p-centdian probleminde, maksimum ve ortalama mesafede bulunan w_i ağırlığı he iki fonksiyon için eşit değildir. Halpern (1976) modelinde, w_i ağırlığının bulunmadığı görülmektedir. Karakteristik uygulamalarda bu ağırlık uygun tepe noktasında yerleşmiş olan müşteri sayısını göstermektedir. Böyle değişik ağırlıklar, tesis noktalarından düzenli hizmet talep eden bir müşteri kümesine ve ayrıca aynı noktalardan talep edilen acil bir tıbbi yardım hizmeti verilmesi gerektiğinde ortaya çıkar.

1.4. Kesikli Yerleşim Teorisinde Karşılaşılan Konular

Kesikli uzaysal içerikte seçim kavramında, en gerçekçi Y.K.V.P.'nin çeşitli temel özelliklerin irdelenmesi ve bu tür problemlerin etkili bir şekilde operasyonel modellere nasıl uyarlanabileceği üzerinde durulmaktadır. Bu kritik irdelemeler analitik ve kombinasyonel açılardan değerlendirildiğinde önemli rol oynamaktadır (Mirchandani and Francis 1990).

Normal modellerin sınıflandırılmasında birçok yol vardır. Modellerin amaçlarına göre sınıflandırma yapabilmek için önem arz eden anahtar kelimeler; tekli kriter (yerleşime dair bir karar ile ilgili toplam maliyetin en küçüklenmesi gibi), çoklu kriter (maksimum uzaklığı ve toplam uzaklık maliyetini en küçüklemede olduğu gibi ya da çeşitli ölçülemeyen amaçların eşzamanlı optimizasyonu gibi) ve vektör optimizasyonu (çok kriterli bir probleme uygulanan dominant olmayan çözümlerin belirlenmesi gibi) ifade edilebilir.

İlaveten, belirli rotalar boyunca taşınabilen birim sayılarının üst sınırları ya da her bir zaman aralığı başına her bir tesisin üretim ve taşıma yapabileceği birim sayılarının üst sınırlarından bahsederken kapasite kısıtsız durumuma karşıt olarak kapasite sınırlaması olan durumlara göre sınıflandırma yapabiliriz. Ayrıca zaman zaman farklı ürünlerin birbirinin yerine kullanılabilen, kümelenmiş ürünler olarak sunulabileceği tek-ürün modelleri ve uygun bir şekilde kümelenmiş olmayabilen belirli ortak tesisler tarafından üretilebilen çoklu-ürün modelleri arasında da sınıflandırma yapılabilir. Modeller, zaman unsuru açık bir şekilde gösterildiğinde çoklu periyotlu ve dinamik olarak sınıflandırılabilir ki böyle modeller yalnızca tesislerin yerleşimi ve ölçeği değil aynı zamanda tesislerin ne zaman kurulacağın önemi göz önünde bulundurulduğu gerçek hayata dair karar verme problemlerinin analiz edilmesinde kullanılabilir. Modeller ayrıca bazı parametre değerlerinin olasılık dağılımlarıyla verildiği zaman deterministlik duruma karşıt olarak skotastik model olarak tanımlanabilir. Tez çalışmasında sürekli ve düzlemsel karşıt durumları kapsayan modellerden ziyade kesikli modeller üzerine odaklanmaktayız.

Yukarıda bahsetmiş olduğumuz anahtar kelimeleri temel alarak, şimdiye kadar sunulmuş tüm modeller; tekli-kriter, kapasite kısıtsız, tekli-ürün, statik, deterministlik ve kesikli optimizasyon problemleri olarak karakterize edilmiştir (Mirchandani and Francis 1990).

K.Y.T.'n de üzerinde durulması gereken genel konular (sorunlar) tarafından aşağıda anlatılmaktadır (Mirchandani and Francis 1990).

Genel anlamda, Y.K.V.P. taktiksel konuların yanında stratejik konularla da ilgilidir. Y.K.V.P., fabrikalardan depolara ve perakende alışveriş merkezlerine günlük dağıtımların nasıl sevk edileceği ya da okul servislerinin rotasının belirleneceği durumların dışında; fabrikaların ve okulların yerleşimlerinin nerede olacağına odaklanır. Yani esas üzerinde durulması gereken operasyonel problemlerden ziyade planlama ve tasarım üzerinedir.

Yerleşim kararları ve teknolojisinin seçimine dair organizasyonel gelişme, stratejik pazar planları ve uzun süreli genel planlama gibi diğer kararlar arasındaki arabirimlerin (arayüzlerin), yerleşim karar modellerinin bağlamı içinde tamamlanması nadirdir. Bunun yerine, bu tür modellerin analiz sonuçlarının tamamıyla bu şekilde değerlendirmenin yerleşim karar modeline dıştan uygulandığı diğer stratejik analizlerin sonuçlarıyla birlikte değerlendirildiği varsayılmalıdır.

Çoğu yerleşim karar problemlerinin stratejik doğasından kaynaklanan yansıma, örnek formüllerinde kullanılan amaç fonksiyonların uygun olup olmadığı düşüncesine yol açar. Günümüzde özellikle halka açık tesislerin yerleşimi ile ilgili kararlarda daha karmaşık kriterlerin ele alınmasını için artan bir ilgi vardır.
Dahası, yakınlık faktörü yani tesislerin güvenilir bir şekilde yerleşimi de dikkat çekici bir özellik olarak görülmüştür. Elbette ki Yerleşim Teorisi'nde (Y.T.) tesis ile ona en yakın müşteri arasındaki minimum uzaklığı maksimize etmeyi amaçlayan yani kurulması istenilmeyen tesislerin yerleşimi gibi karşıt durumlar olabilir. Örneğin ekonomik fayda sağlayanlar dışında kimse arka bahçesinde nükleer santral istemez.

Yerleşim problemlerinde sunulan modellerin çoğu minisum ya da minimax kriterini kullanmaktadır. Bununla birlikte, bu kriterlerin hiçbirisi tek başına hem bir tesisten uzakta yer alan müşterilere sağlanan servisin hem de müşterilere sağlanan servisin toplam maliyetini düşünmenin önemli olduğu bir yerleşim probleminde bütün gerekli öğelerine hakim olamaz. Minisum kriteri tek başına uzak bir noktada yerleşmiş olan müşteriler için hizmet seviyesi açısından kabul edilemez olan çözümlerle sonuçlanabilir. Öte yandan, eğer tek başına kullanılırsa minimax kriteri çok pahalı servis sistemlerine yol açabilir.

Yukarıda anlatılan istenilmeyen durumları hafifletebilmek için minisum ve minimax kriterlerini kapsayan "bicriteria" (ikili kriter) modelleri kullanılarak bazı çalışmalar yapılmıştır. Bir şebekenin "cent-dian" ya da "medi-center" terimler tanımlamak için algoritmaların geliştirilmesi bilinen bir örnektir. Bir şebekede bu terim, center ve median kriterlerin dış bukey kombinasyonunu minimize eden yerleşim modeline karşılık gelmektedir.

Diğer bir örnek ise aşağıda belirtilen bir melez (hibrid) probleminin incelenmesi için tasarlanan bir algoritmik modül takımıdır.

Kapasite Kısıtsız Tesis Yerleşim Problemi= K.K.T.Y.P. (1.6)

p-CP=p-center (1.7)

p-MP=p-median (1.8)

p-CDP=p-centdian (1.9)

problemi olmak üzere λ ($0\leq\lambda\leq1$) parametresinin seçilmiş değerleri ve önceden belirlenmiş $p'\leq p\leq p''$ menzili içindeki bütün p değerleri için, her müşteri bunlardan birine atanacağı p kadar tesisin yerleşimi belirler. Öyle ki;

λ(K.K.T.Y.P.'nin minisum kriteri)+(1-λ)(p-CP'nin minimax kriteri)

dış bukey kombinasyonu minimize edilir. Bu hibrid modelin özel durumları aşağıdaki denklikleri içerir;

p-MP: $\boldsymbol{\lambda}$=1, $\mathbf{p'= p''=p}$ tüm sabit maliyetler (1.10)

p-CP: $\boldsymbol{\lambda}$=0, $\mathbf{p'= p''=p}$ (1.11)

K.K.T.Y.P.: $\boldsymbol{\lambda}$=1, $\mathbf{p'=1, p''=n}$ (1.12)

p-K.K.T.Y.P.: $\boldsymbol{\lambda}$=1, $\mathbf{p'= p''=p}$ (1.13)

Bu tarz örnek modeller için tekli yerleştirme modeli göz önünde bulundurulur. Performans ölçümleri bağlamında, TKM modellerinden, Çoklu Kriterli Karar Verme (Ç.K.K.V.) modellerine atılan birçok adımdan herhangi biri olarak görülebilir. Böyle modeller, bu kriterlerin miktarlarının belirlenebildiği (örneğin maliyetler ve fiziksel uzaklık) ya da belirlenemediği (örneğin estetik değer) gibi çok boyutlu kriter alanındaki karar vericilerin tercih analizine katkı sağlar. İçerilen kriterler sıklıkla çelişkili olma eğilimindedir. Bir hedefin gelişmesi (ilerlemesi) yalnızca diğerinin pahasına başarılabilir. Örneğin, birbirleri arasındaki uzaklık verilen iki yerleşim alanına tek bir hastanenin hizmet vereceğini düşünelim. Hastane nereye yerleştirilmelidir? Formülüze edilmiş p-MP açısından, optimal çözüm (1-median) hastaneyi daha kalabalık olan bir alana yerleştirilerek sağlanır. Bununla birlikte minimax (1-center) bakış açısından optimal çözüm iki alan arasındaki orta yere yerleştirmektir. Bu çözümlerin ikisi de her iki kritere göre optimal değildir. O zaman hangisi karar verici tarafından seçilmelidir?

Bu ve benzer konular Ç.K.K.V.'nin doğasında vardır. Bu tür sorulara cevap vermedeki zorluğun özü, optimalite kavramının iki ya da daha fazla kriterleri içeren modeller için önemini kaybetmesidir.

Gerçek bir yerleşim karar verme probleminin, $i=1,\ldots,k$ olmak üzere $f_i(x)$'in belirli kısıtlamaları amaçladığı k gerçek-değerli kriter fonksiyonlarının minimize edilmesi açısından modellendiğini varsayalım. İdeal olarak, vektörel $[f_1(x),\ldots,f_k(x)]$ fonksiyonunu minimize eden makul bir x çözümü aranır.

Bu örnek modellerde kullanılan minisum ve minimax kriterleri sezgisel olarak ilgi çekicidir. Bununla beraber, pratikte bu kriterler ya kullanılan modellerin sınırları içerisinde ya da modelin dışında düşünülen ek bilgi formunda, ek kriterler tarafından sıklıkla desteklenmek zorundadır.

Sonuç olarak, etkileşimli bir şekilde kullanılan çoklu kriter modellerinin gelecekte yerleşim kararları vermede daha etkin bir rol oynamasının muhtemel olduğu görülmektedir.

Yerleşim kararları ile ilgili bir görüş bildirirken tesisler genellikle kapasiteleri, alanları, tasarımları, üretim etkinlikleri, üretilen ürün maliyeti, kullanılan teknolojiler v.b. ile karakterize edilirler. Bu tarz özellikler pek çok yerleşim karar modelinde sadece temel anlamda hesaba katılırlar.

Örneğin, literatürde çalışılmış olan pek çok formülasyonda tesis büyüklüğü kavramı genel anlamda ihmal edilir ve tesisler yerleşimlerin yer alabileceği çözüm uzayı noktaları olarak varsayılırlar.

Tesisler ve müşteriler arasındaki "uzaklık" kavramı yukarıda anlatılan tesis ve müşterilerin büyüklüğü kavramı ile yakından ilişkilidir. Gelende, tesis yerleşimi üzerine anlatılan tüm kitaplarda ki örnek formülasyonlarda, her bir olası tesis-tesis çifti arasındaki uzaysal etkileşimin olduğu yerde ve her bir olası tesis-müşteri çifti arasında ki gibi tüm ilgili noktalar arasında ki en kısa yollar anlatılır.

Bir düzlem üzerindeki kesikli noktalar için uygun en kısa uzaklıklar Öklid ve doğrusal metrik örnekleri gibi noktaların koordinatları ve verilen metrik üzerinde hesaplanabilir. Noktalar arasındaki uzaklıkların bir metriğe dayalı basit formülasyon kullanımı vasıtasıyla hesaplanabildiği zaman, önemli oranda bilgisayara yükleme gereksinimi ihtiyacı doğar.

Tek ürün varsayımı, değişik ürünler için üretim ve ulaştırma süreçlerinin önemli oranda farklı olduğu ve stratejik bakış açısının dominant olduğunda kabul edilebilir uygun bir yapıya sahip olur. Bununla beraber, bir çoklu ürün formülasyonu kullanılmış olabilir sonucuna varmadan önce bile bu tür durumlarda uzun dönemde var olan ürün ve teknolojilerin yerlerinin değişip değişmediğine dikkat edilmelidir. Çoklu ürün yaklaşımını işaret edebilen yapısal bakış açılarının varlığına rağmen belirsizlikler burada tek ürün formülasyonunun seçimine sebep olabilir.

Çoğu kesikli yerleşim modeli hangi müşteriye hangi tesis tarafından hizmet götürüleceği belirlemek için basit kurallar varsayarlar. Örneğin tesislerin kapasitelerindeki yada ulaştırma şebekesindeki kısıtlamaların varlığını önceden tahmin edemeyen formüllerde, tek atama kuralları olarak da adlandırılan müşterilere genellikle onlara en yakında (uzaklık, zaman ve maliyet açısından) bulunan tesis tarafından servis edileceği düşünülür. Aslında, tek atama özelliği aşırı basitleştirme olabilir ve daha fazla karmaşık diğer kuralların neden göz önüne alınmasını gerektiğini belirten birçok neden olabilir. Bunun bir nedeni az önce anlatılan tek, bir araya toplanmış ürün kavramı ile yakından ilgilidir. Eğer elimizdeki problem çeşitli ürünler ve tedarik edilmiş çeşitli hizmet çeşitlerini içeriyorsa ve tüm ürün ve hizmetlerin her bir tesis (örneğin, ekonomik skalanın ya da var olan tesisin tasarımından dolayı avantaj elde etmek) için geçerli değilse, bu durumda tek atama varsayımı korunamayabilir. İlaveten, bu tür tüm ürün/hizmetlerin her bir tesis için elde edilebilir olduğu varsayılsa bile, ekonomik dağıtım düşüncesi müşterilerin çeşitli tesislere atanmasına yol gösterebilir. Diğer sebepler, pazar düşüncesi ile (örneğin, spesifik tesis ve müşteriler arasındaki geleneksel bağlar) ve ya yasalar ve sözleşmeler ile ilgili olabilir (örneğin işçi anlaşmaları, yasaları).

Şimdiye kadar tartışılan çoğu model, tek bir tesis ya da temsilcinin tesislerin yerleşimini sağladığını ve ya müşteri maliyeti ya da müşteriye hizmet sağlama maliyeti ile ilgili olarak maliyet minimizasyonu ile ilgilendiğini varsaymaktadır. Bununla beraber, birçok durumda rekabetçi firmalar bu tesislerin yerleşimini sağlamaktadır. Son zamanlarda rekabetçi tesisler için yerleşim kararları için önemli modelleme çabaları harcanmıştır.

Yerleşim analizi üzerine yapılan çoğu çalışma dinamik yada çoklu periyot ya da statik ve olasılıklı formülasyonlardan ziyade deterministlik formülasyonlara vurgu yapar.

Bu durum ister istemez ya yerleşim analistleri ya da karar vericiler arasında yerleşim kararlarının doğası zaman içinde bazı küçük değişikliklere bağlı kaldığı ve dataların belirsizliklerin ihmalini kabul edilebilir hale getirmek için güvenilir olduğuna dair bir inanç doğurur. Karşıt durum da doğrudur. Bununla beraber, skotastik ve dinamik unsurları doğrudan tanıtma girişimi, kullanılan diğer soyutlama derecelerini aşan ve mevcut datalarla desteklenemeyebilen bir arıtım (ayırma) aşamasına yol gösterebilir.

Çoğu Y.K.V.P.'lerin kabul edilebilir gerçek analizleri kesikli uzayda bu tür problemlerin formülasyonlarına yol göstermektedir. "kabul edilebilir analiz" ifadesi problem formülasyonunun tam olarak anlaşılmasında çok önemlidir. Bu sebeple, aşağıdaki sorunun cevabı bu kavramın önemini anlamada yararlı olacaktır: ne zaman kesikli formülasyon, sürekli formülasyondan daha uygun gözükür? Her iki opsiyon da mantıklı gözükmekle beraber karar verme aşamasında aşağıda belirtilen konular önemli hale gelir;

- Belirli bir bölgede çok gelişmiş ve engellerden uzak olduğu düşünülen bir ulaştırma şebekesi ile ilgili olarak sürekli formülasyon kabul edilebilir mi?

- Kesikli formülasyonun kabul edilebilir olduğun nispeten küçük belirlenebilir tesis alanları kümesi var mıdır?

- Sürekli formülasyonların optimal çözümleri değerlendirmede kullanılacak performans ölçümlerinde ciddi hatalara yol açmadan olası tesislerin kümesine kolay bir şekilde transfer edilebildiği optimal çözümler var mıdır?

- Sürekli veya kesikli formülasyonlar vasıtasıyla elde edilebilir ciddi kombinasyonel basitleştirmeler var mıdır?

Böyle sorunların çözümleri ikilemli ve analistlerin seçimlerinde esneklik payları olsa da, uygulamalardan elde edilen deneyimler göz önüne alındığında bu çözümlerin çoğunlukla kesikli çözümlerin tercih edildi görülür. Bunun temel sebebi karar vericilerin çoğu durumda problem çözümünde kesikli çözümlerin daha gerçekçi ve hassas olduğunu düşünmeleri ve sürekli çözümlerin nispeten daha zor olarak görüldüğünden kaynaklanmaktadır. Bazı durumlarda yeterli olmasına rağmen kesikli formülasyonlar için kullanılan deneme-test algoritma verilerine karşın basit sürekli yerleşim problem çeşitleri için uygun iyi dökumante edilmiş operasyonel deneme-test algoritmaları yeterli değildir. Sürekli problemleri çözerken karşılaşılan en büyük problem uzaklık kavramıdır. Amaçlanan durumların çözüm uzayında herhangi bir yere yerleştirilebileceği gerçeği, iteratif süreçlerin bir noktada birleşeceği ve iyi sınırların çeşitli araştırma tekniklerine yol göstermede kullanılamayacağını göstermenin ne kadar zor olduğunu nitelendirmektedir.

Değişik birçok ve kavramsal olarak basit modellere bakıp, yerleşim analizine dair birçok önemli bileşenin ele alınmasında ki temel amaçlardan biri Y.K.V.P. için mükemmel bir model oluşmasını sağlayacak problem formülasyonunun sağlanmasıdır.

Sonuç olarak, Y.K.V.P.'nin alternatif formülasyonlarının uygunluğunun sağlandığı durumlara göre bir standart belirlenmesi oldukça zordur. Davranışsal bakış açısından bakıldığında, genelde, modelin bir gerçeğin "makul" veya "doğru" yansıması olmasını isteriz. Böylece bu durumun, yöneticiler, politikacılar ve genelde fikirlerini bir modele dayandıran karar vericiler tarafından gerçekçi bulunduğu düşünülebilir.

Bu bölümde kesikli sıralı medyan problemlerinin literatür taraması, tanımı, niçin önemli olduğu irdelenmeye çalışılmıştır. Takip eden bölümde kuramsal temeller verilerek, daha sonraki bölümde, bu problemin çözümü için önerilecek materyal ve metot verilecektir.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. K.S.M.P.'nin Formülasyonu

A; $A = \{1, \dots, M\}$ olmak üzere i,...,M tamsayılarıyla tanımlanmış, M konumlarının belirli bir kümesini göstersin. $C = (c_{kj})_{k,j=1,\dots M}$ c_{kj} müşteri k'nın toplam talebinin j konumundaki bir tesisten karşılanması maliyetini gösterdiği, negatif olmayan $M\ x\ M$ boyutlu bir maliyet matrisi olsun.

Genel olarak kesikli tesis yerleşim problemleri (K.T.Y.P.)'n de, genelleme yapmadan aday tesislerin sayısının müşteri sayına benzer (yakın) olduğu varsayılır. P $\leq M$, aday tesislerden yerleştirilecek tesis sayısı olsun. Tesis yerleşim problemine dair bir çözüm $|X| =$ P olmak üzere N adayın bir $X \subseteq A$ kümesi tarafından verilmiş olsun. Burada her bir yeni tesisin sınırsız kapasiteye sahip olduğunu varsayılmaktadır. Böylece, her k müşterisi mevcut talebini karşılamak üzere en az maliyetle X çözüm kümesinin j konumunda olan bir tesisten hizmet alması aşağıdaki gibi formüle edilebilir:

$$\boldsymbol{c_{kj} = c_k(x) = \min_{i \in X} c_{kj}} \tag{2.1}$$

Bu problemin klasik kapasite kısıtsız *p-median* probleminden farkını amaç fonksiyonu sağlar. Bu fonksiyonu elde etmek için, müşterilere hizmet verme maliyetleri olan' $(c_1(X), \dots, c_M(X)$'ler azalmayan bir düzende sıralanmaktadır. $\boldsymbol{\acute{o}_X}$ '*i*aşağıdaki eşitsizlikler için {1,...,M }üzerinde bir permütasyon olarak tanımlanmaktadır.

$$\boldsymbol{c_{\sigma_x(1)}(X) \leq c_{\sigma_x(2)}(X) \leq \cdots \leq c_{\sigma_x(M)}(X)} \tag{2.2}$$

Böylece yukarıdaki gibi herhangi bir permütasyon, X için geçerli bir permütasyon olarak aranır. Aşağıda kısaca, *X'in* belirli bir kümesi ile ilişkilendirilmiş maliyet vektörü ve ilgili sıralanmış maliyet vektörü verilmiştir:

$$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{X}) = (\boldsymbol{c_1}(\boldsymbol{X}), \dots, \boldsymbol{c_M}(\boldsymbol{X})) \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{c}_{\leq}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{\sigma_x(1)}}(\boldsymbol{X}) \leq \cdots \leq \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{\sigma_x(M)}}(\boldsymbol{X}) \tag{2.4}$$

Daha sonra, amaç fonksiyonu $\lambda_1 \geq 0$ ile her bir *i=1,...,M* için müşteri $c_{\sigma_x(i)}(X)$'in *i*. en düşük servis alma maliyeti için doğrusal bir maliyet faktörünü kullanır. Varsayalım ki, $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)$; $\lambda_i \geq 0$, *i=1,...,M* ile model farklı kesikli tesis yerleşim problemleri için gerekli olacak belirli bir vektör olsun.

Tüm bu anlatılan bilgiler dahilinde tez çalışmamızda p-median, p-center ve p-centdian problemlerinin amaç fonksiyonlarını genelleştiren Kesikli Sıralı Median Probleminin genel formülasyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\min_{X \subseteq A, |X| = P} \boldsymbol{F_\Lambda}(\boldsymbol{X}) = (\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{c}_{\leq}(\boldsymbol{X})) = \sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{\lambda_i} \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{\sigma_x(i)}}(\boldsymbol{X}) \tag{2.5}$$

Yukarıdaki formül bileşenleri göz önüne alınarak K.S.M.P.'nin yapısı aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{P/D/\bullet/\bullet/}\sum\nolimits_{\boldsymbol{ord}} \tag{2.6}$$

P aday tesis sayısını, D tesisler arasındaki uzaklığı, "ord" ifadesi de sıralama faktörünü temsil etmektedir.

Aşağıdaki λ değişkeninin (0-1) arası değerleri için K.S.M.P.'den elde edilen değişik kesikli problem sonuçları, Hamacher and Nickel (1994) tarafından önerilen yerleşim problemleri sınıflandırma şemasında görülmektedir.

Çizelge 2.1. Yerleşim problemleri sınıflandırma şeması

$P/D/\Lambda = (1,1,...1,1)/\bullet/\sum_{ord}$	p-median problemi ile sonuçlanır.
$P/D/\Lambda = (0,0,...0,1)/\bullet/\sum_{ord}$	p-center problemi ile sonuçlanır.
$P/D/\Lambda = (\lambda,\lambda,...\lambda,1)/\bullet/\sum_{ord}$	$0<\lambda<1$ için p-centdian problemini sağlar.

Giriş bölümünde verilen K.S.M.P.'nin tanımı, klasik tesis yerleşim problemlerine model kurma imkânı tanımaktadır. Ayrıca, yeni tesis yerleşim problemleri de kolay bir şekilde türetilebilinir. Böylece, bu problemin incelenmesi sadece dikkate değer teorik bir bakış açısından (klasik tesisi yerleşim problemlerin birleştirilmesi) değil, aynı zamanda gerçek hayat problemlerinden dolayı farklı Λ vektörü seçimleri için değişik tipte amaç fonksiyonları elde edilebilir.

Aşağıdaki teoremde klasik tesis yerleşim problemlerinin K.S.M.P.' nin belirli durumları olduğu gösterilmektedir. Her bir problem ve K.S.M.P. arasındaki eşdeğerliliğin ispatı, kendi amaç fonksiyonlarını minimize eden p kadar yeni tesis kümesi için tüm problem araştırmalarından dolayı her iki amaç fonksiyonunun kesiştiğini göstermek için azaltılabilir.

Teorem: Λ vektörünün aşağıdaki seçimleri literatürde iyi bilinen amaç fonksiyonlarının farklı çeşitlerini sağlar:

- $\mathrm{P} / \mathrm{D} / \Lambda = (1,1,...1,1)/\bullet \sum_{ord}$ P-median problemi ile sonuçlanır. Burada $P/\mathrm{D}/\bullet/\bullet/\sum_{ord}$ her bir müşterinin toplam talebini karşılama maliyetlerinin toplamını minimize etme problemin,

- $\mathrm{P} / \mathrm{D} / \Lambda = (0,0, \ldots 0,1)/\bullet \sum_{ord}$ P-center problemi ile sonuçlanır. Burada $\mathrm{P}/\mathrm{D}/\bullet/\bullet/\max$ müşteriler arasında toplam talebi karşılamanın en pahalı maliyetinin minimize edilmesi problemini,

- $\mathrm{P} / \mathrm{D} / \Lambda = (\mu, \mu, \ldots, \mu, 1)/\bullet \sum_{ord}$ $0 < \mu < 1$ için μ-centdian problemini sağlar, $\mathrm{P/D/\bullet/\bullet/CD_{\mu}}$, *i*se median ve center amaç fonksiyonlarının konveks bir kombinasyonu göstermektedir. Bu teoremi geçerli kılan ispatlar ise aşağıda verilmiştir:

<u>İspat 1:</u>

$\Lambda = (1,1, \ldots, 1,1)$

$$\boldsymbol{F_{\Lambda}(X) = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i c_{\sigma_x(i)}(X) = \sum_{i=1}^{M} c_{\sigma_x(i)}(X) = \sum_{i=1}^{M} c_i(X) = F_M(X)} \qquad (2.7)$$

<u>İspat 2:</u>

$\Lambda = (0,0, \ldots, 0,1)$

$$\boldsymbol{F_{\Lambda}(X) = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i c_{\sigma_x(i)}(X) = \sum_{i=1}^{M} c_{\sigma_x(M)}(X) = \max_{1 \le i \le M} c_i(X) = F_C(X)} \qquad (2.8)$$

<u>İspat 3:</u>

$\Lambda = (\mu, \mu, \ldots, \mu, 1)$

$$\boldsymbol{F_{\Lambda}(X) = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i c_{\sigma_x(i)}(X) = \sum_{i=1}^{M\ 1} \mu c_{\sigma_x(i)}(X) + c_{\sigma_x(M)}(X)}$$

$$= \mu \sum_{i=1}^{M\ 1} \boldsymbol{c_{\sigma_x(i)}(X)} + (\mu + \mathbf{1} - \mu)\boldsymbol{c_{\sigma_x(M)}(X)}$$

$$= \mu \sum_{i=1}^{M\ \ 1} \boldsymbol{c_{(i)}(X)} + (\mathbf{1} - \mu)\, \max_{\mathbf{1 \le i \le M}} \boldsymbol{c_i(X)} = \mu \boldsymbol{F_M(X)} + (\mathbf{1} - \mu)\boldsymbol{F_C(X)} \tag{2.9}$$

K.S.M.P.'nin NP-hard yapısı kesikli p-median probleminin sonucudur. Dolayısıyla, açık bir şekilde K.S.M.P. NP-hard yapıya sahiptir. Daha önce bahsedildiği gibi, değişik birçok problem K.S.M.P. ile beraber kolay bir şekilde formülüze edilebilir. Aşağıda bazı örnekler sunulmuştur:

- $\Lambda = (0, \dots, 0,1, \dots 1)$ ilk M-k girişlerinin sıfır olduğu ve en son $k(k \geq 1)$ girişlerinin bir olduğu yerde, k-centra ile sonuçlanır. $P/D/\bullet/\bullet/\sum_k$ en pahalı k müşterilerinin maliyetinin toplamını en küçükleyen problemdir.

- $\Lambda = (0, \dots, 0,1, \dots 1,0, \dots, 0)$, ilk k_i ve son $k_1, (k_2 \geq 1)$ girişleri sıfır, ortadaki M-k_1-k_2 sıfır olup, k_1'in en düşük maliyeti ve k_2' nin yüksek maliyetini ihmal eden bir problemi ortaya çıkarır. Orta bölümün toplamı minimize edilir. Bu problem kullanışlı sağlam bir istatistik olan k_1+k_2-trimmed mean problemi (Jaeckel) olarak adlandırılan problem ile aynı zamana rastlaşır. $P/D/\bullet/\bullet/\sum_{k_1+k_2}$ olarak sınıflandırılır.

- $\Lambda = (1, \dots, 1,0, \dots 0,1, \dots, 1)$ ilk $k(k \geq 1)$ girişlerinin bir, sonraki $M - k_1 - k_2$'nin sıfır ve son $k_2, (k_2 \geq 1)$ girişlerinin sıfır olduğu, k_1'in düşük ve k_2'nin yüksek maliyetlerinin toplamını minimize eden problemi ortaya çıkarır. İlişkili K.S.M.P. birbirlerine çok yakın ya da çok uzak olan müşteriler için ortalama maliyeti minimize eden p tesislerinin kümesini araştırır.

- $\Lambda = (2,0, \dots, 0,1)$ en yüksek ve en düşük (iki kez sayılan) maliyetin toplamını minimize eden bir problem ortaya çıkarmakla beraber diğer maliyetler ile ilgilenmez.

2.2. K.S.M.P. Örnek Problemi

A={1,...,5} aday tesis kümesi olsun ve bunlardan hangi p=2 tanesinin açılacağı kararının verileceğini varsayalım. Bu tesisler ve bu tesislerden hizmet/servis alacak müşteriler ile ilgili maliyet matrisinin de aşağıda verildiği gibi olduğunu varsayalım.

C=	2	20	2	20	20
	20	2	20	2	5
	4	20	3	20	20
	20	5	20	4	5
	6	20	20	11	5

Şekil 2.1. Örnek problem matrisi Domínguez-Marín (2003)

Λ vektörünün seçimine bağlı olarak, farklı amaç fonksiyonu değerleri yani farklı optimal çözümler elde edilir. En küçüklenecek amaç fonksiyonunun değeri aday tesislerden açılacak olanlara göre belirlenir. Bu nedenle, söz konusu örnek problem, 2-median, 2-center ve 2-centdian *problemleri* için en iyi yerleşimleri bulma amaçlı çözülecektir.

Problem küçük boyutlu olduğundan, bütün alternatif çözümlerin incelenmesi için Tam Birerleme Metodu (complete enumaration) yöntemi ile çözüm sağlanacaktır. M=5 ve P=2 olmak üzere; C(M,P)=10 farklı çözüm kümesi mevcuttur. Çözümler aşağıdaki gibidir:

$x_1 = (1,2)$ $x_2 = (1,3)$ $x_3 = (1,4)$ $x_4 = (1,5)$

$x_5 = (2,3)$ $x_6 = (2,4)$ $x_7 = (2,5)$

$x_8 = (3,4)$ $x_9 = (3,5)$

$x_{10} = (4,5)$

$\boldsymbol{c_{kj} = c_k(x) = \min_{i \in X} c_{kj}}$ (2.1) denklemi çözüm için uygulandığında,

$c_1(x_1) = 2$ $c_2(x_1) = 2$ $c_3(x_1) = 4$ $c_4(x_1) = 5$ $c_5(x_1) = 6$

$c_1(x_2) = 2$ $c_2(x_2) = 20$ $c_3(x_2) = 3$ $c_4(x_2) = 20$ $c_5(x_2) = 6$

$c_1(x_3) = 2$ $c_2(x_3) = 2$ $c_3(x_3) = 4$ $c_4(x_3) = 4$ $c_5(x_3) = 6$

$c_1(x_4) = 2$ $c_2(x_4) = 5$ $c_3(x_4) = 4$ $c_4(x_4) = 5$ $c_5(x_4) = 5$

$c_1(x_5) = 2$ $c_2(x_5) = 2$ $c_3(x_5) = 3$ $c_4(x_5) = 5$ $c_5(x_5) = 20$

$c_1(x_6) = 20$ $c_2(x_6) = 2$ $c_3(x_6) = 20$ $c_4(x_6) = 4$ $c_5(x_6) = 11$

$c_1(x_7) = 20$ $c_2(x_7) = 2$ $c_3(x_7) = 20$ $c_4(x_7) = 5$ $c_5(x_7) = 5$

$c_1(x_8) = 2$ $c_2(x_8) = 2$ $c_3(x_8) = 3$ $c_4(x_8) = 4$ $c_5(x_8) = 11$

$c_1(x_9) = 2$ $c_2(x_9) = 5$ $c_3(x_9) = 3$ $c_4(x_9) = 5$ $c_5(x_9) = 5$

$c_1(x_9) = 20$ $c_2(x_9) = 2$ $c_3(x_9) = 20$ $c_4(x_9) = 4$ $c_5(x_9) = 5$

Problemin çözümüne devam edilirse;

$$\boldsymbol{c_{\sigma_x(1)}(X) \leq c_{\sigma_x(2)}(X) \leq \cdots \leq c_{\sigma_x(M)}(X)} \quad (2.2)$$

$$\boldsymbol{c(X) = \left(c_1(X), \ldots, c_M(X)\right)} \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{c_{\leq}(X) = c_{\sigma_x(1)}(X) \leq \cdots \leq c_{\sigma_x(M)}(X)} \quad (2.4)$$

(2.2), (2.3) ve (2.4) nolu denklemler çözüme uygulandığında;

X(1,2)için

$$c_{\sigma_{(1,2)}(1)}(1,2) \leq c_{\sigma_{(1,2)}(2)}(1,2) \leq \cdots \leq c_{\sigma_{(1,2)}(5)}(1,2)$$

$c(1,2) = \left(c_1(1,2), \dots, c_5(1,2)\right)$

$c_{\leq}(1,2) = c_{\sigma_{(1,2)}(1)}(1,2) \leq \cdots \leq c_{\sigma_{(1,2)}(5)}(1,2)$

$X(1,2) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(1,2) = (2,2,4,5,6)$

$X(1,3) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(1,3) = (2,3,6,20,20)$

$X(1,4) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(1,4) = (2,2,4,4,6)$

$X(1,5) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(1,5) = (2,4,5,5,5)$

$X(2,3) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(2,3) = (2,2,3,5,20)$

$X(2,4) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(2,4) = (2,4,11,20,20)$

$X(2,5) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(2,5) = (2,5,5,20,20)$

$X(3,4) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(3,4) = (2,2,3,4,11)$

$X(3,5) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(3,5) = (2,3,5,5,5)$

$X(4,5) \quad \Rightarrow \quad c_{\leq}(4,5) = (2,4,5,20,20)$

p-median (2-median) çözümde, $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)$ vektörü ispattan da görüleceği $\Lambda = (1,1,1,1,1)$ alınır. (2.5) nolu denklem probleme uyguladığında;

$$\min_{X \subseteq A, |X| = P} \boldsymbol{F_{\Lambda}(X) = (\Lambda, c_{\leq}(X)) = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i c_{\sigma_x(i)}(X)} \tag{2.5}$$

$X(1,2) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(1,2) = (\Lambda, c_{\leq}(1,2)) = (1,1,1,1,1) * (2,2,4,5,6) = 19$

$X(1,3) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(1,3) = (\Lambda, c_{\leq}(1,3)) = (1,1,1,1,1) * (2,3,6,20,20) = 51$

$X(1,4) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(1,4) = (\Lambda, c_{\leq}(1,4)) = (1,1,1,1,1) * (2,2,4,4,6) = 18$

$X(1,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(1,5) = (\Lambda, c_{\leq}(1,5)) = (1,1,1,1,1) * (2,4,5,5,5) = 21$

$X(2,3) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(2,3) = (\Lambda, c_{\leq}(2,3)) = (1,1,1,1,1) * (2,2,3,5,20) = 32$

$X(2,4) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(2,4) = (\Lambda, c_{\leq}(2,4)) = (1,1,1,1,1) * (2,4,11,20,20) = 57$

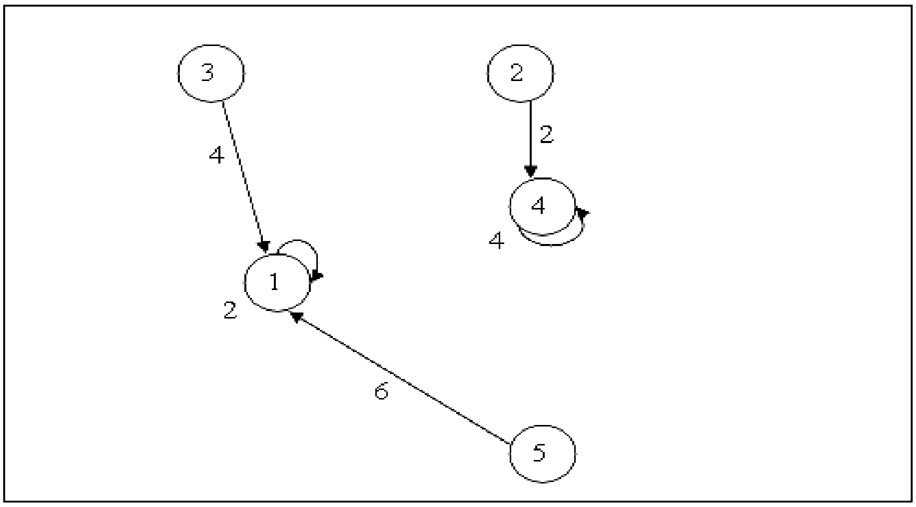
$X(2,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(2,5) = (\Lambda, c_{\leq}(2,5)) = (1,1,1,1,1) * (2,2,4,5,6) = 19$

$X(3,4) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(3,4) = (\Lambda, c_{\leq}(3,4)) = (1,1,1,1,1) * (2,2,3,4,11) = 22$

$X(3,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(3,5) = (\Lambda, c_{\leq}(3,5)) = (1,1,1,1,1) * (2,3,5,5,5) = 20$

$X(4,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(4,5) = (\Lambda, c_{\leq}(4,5)) = (1,1,1,1,1) * (2,4,5,20,20) = 51$

Minimum değer alındığı için çözümün *X(1,4)* ve amaç fonksiyonun değerinin 18 olduğu anlaşılır. Grafik gösterim aşağıdaki gibidir. Grafikten anlaşılacağı üzere, 2 ve 4 nolu tesisler kendileri tarafından, 3 ve 5 nolu tesisler kendilerine en yakın çözüm tesisi olan 1 numaralı tesisten, 2 numaralı tesiste kendisine en yakın çözüm tesisi olan 4 numaralı tesisten hizmet alacaktır.



Şekil 2.2. 2-median grafik gösterimi

$\Lambda = (0,0,0,0,1)$ olmak üzere aynı problemin çözümü *2-center* problemi için uyarlandığında,

$X(1,2) \quad \Rightarrow \quad \min_{X \subseteq A, |X| = P} F_{\Lambda}(1,2) = (\Lambda, c_{\leq}(1,2)) = (0,0,0,0,1) * (2,2,4,5,6) = 6$

$X(1,3) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,3) = (\Lambda, c_{\leq}(1,3)) = (0,0,0,0,1) * (2,3,6,20,20) = 20$

$X(1,4) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,4) = (\Lambda, c_{\leq}(1,4)) = (0,0,0,0,1) * (2,2,4,4,6) = 6$

$X(1,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,5) = (\Lambda, c_{\leq}(1,5)) = (0,0,0,0,1) * (2,4,5,5,5) = 5$

$X(2,3) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(2,3) = (\Lambda, c_{\leq}(2,3)) = (0,0,0,0,1) * (2,2,3,5,20) = 20$

$X(2,4) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(2,4) = (\Lambda, c_{\leq}(2,4)) = (0,0,0,0,1) * (2,4,11,20,20) = 20$

$X(2,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(2,5) = (\Lambda, c_{\leq}(2,5)) = (0,0,0,0,1) * (2,2,4,5,6) = 6$

$X(3,4) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(3,4) = (\Lambda, c_{\leq}(3,4)) = (0,0,0,0,1) * (2,2,3,4,11) = 11$

$X(3,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(3,5) = (\Lambda, c_{\leq}(3,5)) = (0,0,0,0,1) * (2,3,5,5,5) = 5$

$X(4,5) \quad \Rightarrow \quad \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(4,5) = (\Lambda, c_{\leq}(4,5)) = (0,0,0,0,1) * (2,4,5,20,20) = 20$

Minimum değer alındığı için çözümün *X(1,5)* ve X(3,5) numaralı tesisler ve amaç fonksiyonun değerinin 5 olduğu anlaşılır.

Aynı problem 2-centdian problemi için çözümü $\Lambda = (1/2,\ 1/2,\ 1/2,\ 1/2,\ 1)$ için, (2.5) nolu denkleme uygulandığında,

$$\min_{X\subseteq A,|X|=P} \boldsymbol{F_{\Lambda}(X) = (\Lambda, c_{\leq}(X) = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i c_{\sigma_x(i)}(X)} \tag{2.5}$$

$X(1,2) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,2) = (\Lambda, c_{\leq}(1,2)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2,2,4,5,6) = 12{,}5$

$X(1,3) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,3) = (\Lambda, c_{\leq}(1,3)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2,3,6,20,20 = 35{,}5$

$X(1,4) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,4) = (\Lambda, c_{\leq}(1,4)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2,2,4,4,6) = 12$

$X(1,5) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(1,5) = (\Lambda, c_{\leq}(1,5)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2,4,5,5,5) = 13$

$X(2,3) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(2,3) = (\Lambda, c_{\leq}(2,3)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2,2,3,5,20) = 26$

$X(2,4) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(2,4) = (\Lambda, c_{\leq}(2,4)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2,4,11,20,20 = 38{,}5$

$X(2{,}5) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(2{,}5) = (\Lambda, c_{\leq}(2{,}5)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2{,}2{,}4{,}5{,}6) = 12{,}5$

$X(3{,}4) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(3{,}4) = (\Lambda, c_{\leq}(3{,}4)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2{,}2{,}3{,}4{,}11) = 16{,}5$

$X(3{,}5) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(3{,}5) = (\Lambda, c_{\leq}(3{,}5)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2{,}3{,}5{,}5{,}5) = 12{,}5$

$X(4{,}5) \quad \Rightarrow \min_{X\subseteq A,|X|=P} F_{\Lambda}(4{,}5) = (\Lambda, c_{\leq}(4{,}5)) = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1) * (2{,}4{,}5{,}20{,}20) = 35{,}5$

Minimum değer alındığı için çözümün *X(1,4)* numaralı tesis ve amaç fonksiyonun değerinin 12 olduğu anlaşılır.

Burada elde edilen sonuçlara dikkat edecek olursak, aynı çözümün p-median, p-center ve p-centdian çözümlerde tesadüfsel olarak elde edilebileceği fakat formülasyonlarda kullanılan $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)$ vektörünün problemlere özgü yapısından dolayı amaç fonksiyonu değerlerinin farklı olduğu görülmektedir.

2.3. P-median Problemi Formülasyonu

Belirli bir $G = (M, E)$ şebekesi ya da grafiği verilsin, $A=\{1,\dots,M\}$ olmak üzere i,...,M tamsayılarıyla tanımlanmış, M konumlarının belirli bir kümesini göstersin. P' in değişken ya da sabit olabileceği ve A kümesi içindeki herhangi bir aday çözüm $|X_p|$ olmak üzere, $\{M / X\}$ deki en yakın tepe noktasından onlara en yakın x deki zirveye en kısa mesafelerin toplamının minimize edildiği yerdeki, $|X| =$ p için $X \subseteq M$'yi bulur.

$G = (M, E)$ M'nin talep noktaları kümesi olduğu ve E'nin bu düğümlerin bağlı olduğu yayların (kenarların) kümesi olduğu yerdeki tam, ağırlıklandırılmış ve yönlendirilmemiş grafik olsun. Metrik c'ye $m_i \; ve \; m_j$ arasındaki en kıssa mesafe olduğu $c(m_i, m_j)$ ağırlığı ile her bir kenarı ilişkilendirin. $mxm \quad c_{ij} = |c(m_i, m_j|$ matrisi en kısa mesafe matrisidir. Her bir m_i düğümü bir w_i ağırlığına atanır ve ağırlıklandırılmış mesafe matrisi, $W_{ij} = w_i c_{ij}$ olur.

Bu matris her bir i ve j için $w_i = w_j$ sağlanmadıkça, genellikle simetrik değildir. Metrik p-median problemi ağırlıklandırılmış mesafeyi bir metrik olması için sınırlandıran bir değişimdir. P-median problemi genelde bir şebekede tanımlanır ve bu durumda ağırlığı şebeke üzerindeki düğümler arasında en kısa mesafe olan bir yay (kenar) ile düğümlerin bağlanması vasıtasıyla oluşturulabilir.

Hâkimi, G üzerindeki her bir m_j noktası için, G'nin mutlak bir medianı olarak bir k noktası tanımladı.

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_i c(m_i, k)} \leq \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_i c(m_i, m_j)} \tag{2.10}$$

Hakimi daha sonra bu konsepti günümüzün bilinen P-medianı olarak genelleştirdi. X'i, G üzerinde ki p noktalarının bir kümesi ve $c(m_i, X)$ ve $c(m_j, k)$ ve m_i zirvesinden sırasıyla $X\ ve\ X^*$'deki onun en yakın unsuruna en yakın uzaklıklar olsun. Yukarıdaki Hakimi (1965) tanımına göre: G üzerindeki her bir X için, X^* noktalarının bir kümesi G'nin bir p-medianıdır.

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_i c(m_i, X^*)} \leq \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_i c(m_i, X)} \tag{2.11}$$

Bu genelleme altında, mutlak median grafiğin 1-medianıdır. P-median terimi X tepe noktaları kümesini işaret etmektedir. X deki tepe noktaları (düğümler) p-median tepe noktaları olarak adlandırılır. P-median her bir p-median k_j zirvesi için diğer herhangi p-median zirvesinden o zirveye daha yakın olan tepe noktaları kümesinin varlığından dolayı bir grafiği doğal olarak ayırır. En yakın komşu, $1 \leq j \leq p$ için P_j hücrelerini aşağıdaki gibi ayırır.

$$\boldsymbol{P_j = \{m_i : c(m_i, k_j) \leq c(m_i, k_k), \quad i = 1, 2, \dots, 1 \leq k \leq p\}} \tag{2.12}$$

Eğer $c(m_i, k_j) = c(m_i, k_k)$ ise, m_i zirvesi genellikle daha küçük bir indeks ile p-median zirvesine atanır. Toplam ağırlıklandırılmış mesafe aşağıdaki gibi olur.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{m\in P_j} w_j c(m_i, m_j) \tag{2.13}$$

Ağırlıklandırma durumu olmadığında p-median probleminin genel modeli aşağıdaki gibidir.

$$\boldsymbol{min}\sum_{i\in M} \min_{j\in J} c_{ij} \qquad J \subseteq X \text{ ve } |J| = p \tag{2.14}$$

2.4. *P-center* Problemi Formülasyonu

W = talep noktası ve kendisine tahsis edilmiş olan tesis arasındaki maksimum uzaklık olmak üzere,

$$\boldsymbol{Maksimun\ W} \tag{2.15}$$

$$x_{ij} = \begin{Bmatrix} 1 & \text{eğer i talep noktası j'de bulunan tesise atanırsa} \\ 0 & \text{değilse} \end{Bmatrix}$$

$$\sum_{j\in J} x_j = p \tag{2.16}$$

$$\sum_{j\in J} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in I \tag{2.17}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \qquad \forall i \in I, j \in J \tag{2.18}$$

$$W - \sum_{j\in J} h_i d_{ij} y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i \in I \tag{2.19}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in J \tag{2.20}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J \tag{2.21}$$

(2.15)’de ki amaç fonksiyonu her bir talep noktası ve ona en yakın tesis arasındaki maksimum (talep-ağırlık) uzaklığını minimize etmektir. (2.16) kısıtı toplam p kadar tesisin kurulabileceğini gösterir. (2.17) kısıtı her bir talep noktasının yalnızca bir tesisten hizmet alabileceğini gösterir. (2.18) kısıtı talep noktası atamalarını ancak açık tesislere olabileceğini belirtmektedir. (2.19) kısıtı minimize edilmiş olan maksimum (talep-ağırlık)uzaklığı üzerindeki alt seviyeyi belirtmektedir. (2.20) kısıtı yerleşmiş olan karar değişkenini binary (ikili) olarak kurmaktadır. (2.21) kısıtı bir düğümdeki (noktadaki) talebin sadece tek bir tesise atanabileceğini göstermektedir. Aynı kısıt $y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I; j \in J$ koşulu ile yer değişebilir. Çünkü (2.17) kısıtının $y_{ij} \leq 1$ koşulunu garanti etmektedir. y_{ij}’nin kesirli olduğu durumda, basit bir şekilde i düğümünü ona en yakın açık tesise atarız.

Grafik olarak ele alındığında, A={1,...,M} olmak üzere i,...,M tamsayılarıyla tanımlanmış, M konumlarının belirli bir kümesini göstersin. $G(M, E)$ yönlendirilmemiş bir tam grafik ve p, $|M|$’den büyük olmayan positif bir tamsayı olsun. X aday herhangi bir aday çözüm olmak üzere, herhangi bir $X \leq M$ kümesi ve tepe noktası $m \in M$ için m’den X’de ki herhangi bir tepe noktası arasındaki en kısa yayın uzunluğu $c(m, X)$ olarak tanımlansın. Problemin amacı $|X| \leq p$ olduğu $X \leq M$ kümesini bulmak olup aşağıdaki denklemi sağlamaktır.

$$\mathbf{min}\ \left(\max_{\boldsymbol{m} \in \boldsymbol{M}} \boldsymbol{c}(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{X})\right) \tag{2.22}$$

2.5. P-centdian Problemi Formülasyonu

M={M_1,…,M_n}bir düğüm kümesi ve E={e_1,…,e_m} bir yay kümesi olmak üzere, G=(V,E) bir yönlendirilmemiş bir şebeke olsun. Her bir yay positif bir uzunluğa sahip olduğu ve bu uzunluğun değiştirilebileceği varsayılsın. İşaret edilen noktalar, yayın iki düğümü boyunca aralarındaki uzaklıklarla ilgili olarak bir yay üzerindeki iç noktalardır. Yay üzerindeki bir iç nokta, sırasıyla böyle bir noktadan tepe noktasına olan uzunluğa sahip iki alt yaya bölmektedir. P(G), G’nin yayları üzerindeki bölünmez bir nokta kümesini göstersin. Yay uzunlukları P(G) üzerinde bir $c(.,.)$ mesafe fonksiyonuna neden olurlar. $i\ ve\ j$ tepe noktaları arasındaki yol, $i\ ve\ j$'yi birleştiren N yayının minimal bir sırasıdır. $x\ ve\ y$ noktaları arasındaki yol, bu noktaları birleştiren ilave iki alt yay (alternatif yay) ile beraber iki tepe noktası arasındaki bir yoldur. Bir yolun uzunluğu o yola ait yay ve alt yayların uzunluklularının toplamıdır. Herhangi bir nokta $x\ ve\ y \in P(G)$ nokta çifti için $c(x,y)$bu noktalar arasındaki minimum yolu göstersin. Ayrıca, herhangi bir $X \subset P(G)$ altkümesi için, $m_i \in M$ verildiğinde;

$$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{m_i}) = \boldsymbol{min_{x\in X}}\ \boldsymbol{d}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{m_i}) \tag{2.23}$$

eşitliği sağlanır. P(N) mesafe fonksiyonu ile ilgili metrik uzay alanıdır. Her bir $m_i \in M$ düğümünün, uygun tepe noktasında yerleştirilmiş olan tipik uygulamalarda müşteri sayısını gösteren negatif olmayan $(w_i, w_i^{'})$ düğüm çifti ile ilişkilendirilmiş olduğunu varsayınız. Yukarıdaki denklem kullanarak p-center, p-median ve p-centdian problemlerini tanımlayabiliriz.

M düğüm kümesinin bu tür problemlerde müşteri kümesi olarak tanımlandığına dikkat ediniz. Median problemi, popülasyon ihtiyaçları doğrultusunda kurulmuş olan tesislere olan ortalama seyahat (dolaşım) süresinin minimize edecek tesis kümesinin yerleşimlerinin belirlenmesinden oluşmaktadır. Belirli bir p≥1 değeri için p-median şeklinde isimlendirilmiş probleminde amaç her bir müşterilerinin taleplerinin karşılanacağı ve böylece toplam maliyetlerin miminize edilebileceği p *kadar* olası yerleşimde p kadar tesis kurmaktır. P-center probleminde ise amaç herhangi bir açık tesisten herhangi bir müşteri arasındaki maksimum mesafeyi minimum kılacak p kadar tesisi açıp her bir müşterinin bu tesislerden hizmet tam anlamıyla hizmet almasını sağlamaktır.

Tüm müşterilerin hizmet aldığı Belirli G=(M,E) şebekesi ve U tepe noktası düğümleri kümesinde, w_i kadar ağırlıklandırılmış p-median problemi $|X^*| =$ p koşulu ile aşağıdaki amaç fonksiyonunu minimize edecek $X^* \subset P(G)$ kümesini bulmayı hedefler.

$$\boldsymbol{f_{median}}(\boldsymbol{U};\boldsymbol{X}) = \sum_{\boldsymbol{m_i}\in \boldsymbol{U}} \boldsymbol{w_i}\ \boldsymbol{c}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{m_i}) \tag{2.24}$$

Aynı koşullar altında w_i kadar ağırlıklandırılmış p-center problemi probleminde ise bu durum aşağıdaki gibidir.

$$\boldsymbol{f_{center}(U;X) = max_{m_i \in U}\, w_i'\, c(X, m_i)} \tag{2.25}$$

Erişilebilirlikle ilgili olan bu şekil farklılığı (ambülânslar, itfaiye birimleri, polis araçları) gibi acil hizmet durumundaki uzakta bulunan müşteriler üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Sonuç olarak, karar verici kötü bir şekilde hizmet almış olan kullanıcılar üzerine odaklanan bir kriter üzerine odaklanmak isteyebilir.

Belirli bir λ (0≤λ≤1) değeri için, genelleştirilmiş λ-centdian probleminde amaçlanan aşağıda tanımlanmış olan amaç fonksiyonunu minimize eden yerleşimi bulmaktır. $f_\lambda = \lambda. f_c + (1-\lambda). f_m$ formülünde belirtilen f_c ve f_m sırasıyla center ve median problemlerine ait amaç fonksiyonlarıdır. λ değeri, median problemi ile ilgili center fonksiyonuna bağlı ağırlığı yansıtmaktadır. λ=0 olduğunda, genelleştirilmiş λ-centdian problemi p-median problemine ve λ=1 olduğunda ise center problemine dönüşmektedir.

0<λ<1 koşulu için problem etkinlik ve eşitlik kriterlerinin her ikisinin de sağlanmış olduğu yerleşim problemi olarak algılanabilir. Genelleştirilmiş λ-centdian problemi ayrıca kullanıcı birimlerin bulunduğu müşteri noktalarına olan maksimum ve ortalama mesafelerin (uzaklıkların) doğrusal bir kombinasyonunu minimize eden bir yerleşim olarak görülmelidir.

Belirli bir G şebekesi ve U kullanıcı müşterilere ait tepe noktaları kümesi için tek tesisli genelleştirilmiş λ-centdian problemi aşağıdaki formülden de görüldüğü gibi $x^* \in P(G)$ noktasını bulmadan ibarettir.

$$\boldsymbol{f_\lambda(U;\{x^*\}) = min_{x \in P(N)}\, f_\lambda(U;\{x\})} \tag{2.26}$$

Genelleştirilmiş p-λ-centdian problemi $|X^{*}| = p$ koşulunda $x^{*} \in P(G)$ kümesinin bulunmasından oluşmaktadır. Böylece aşağıda görülen amaç fonksiyonu minimize edilmiş olur.

$$\boldsymbol{f_{\lambda}(U;X) = \lambda . f_{c}(U;X) + (1-\lambda) . f_{m}(U;X)} \qquad (2.27)$$

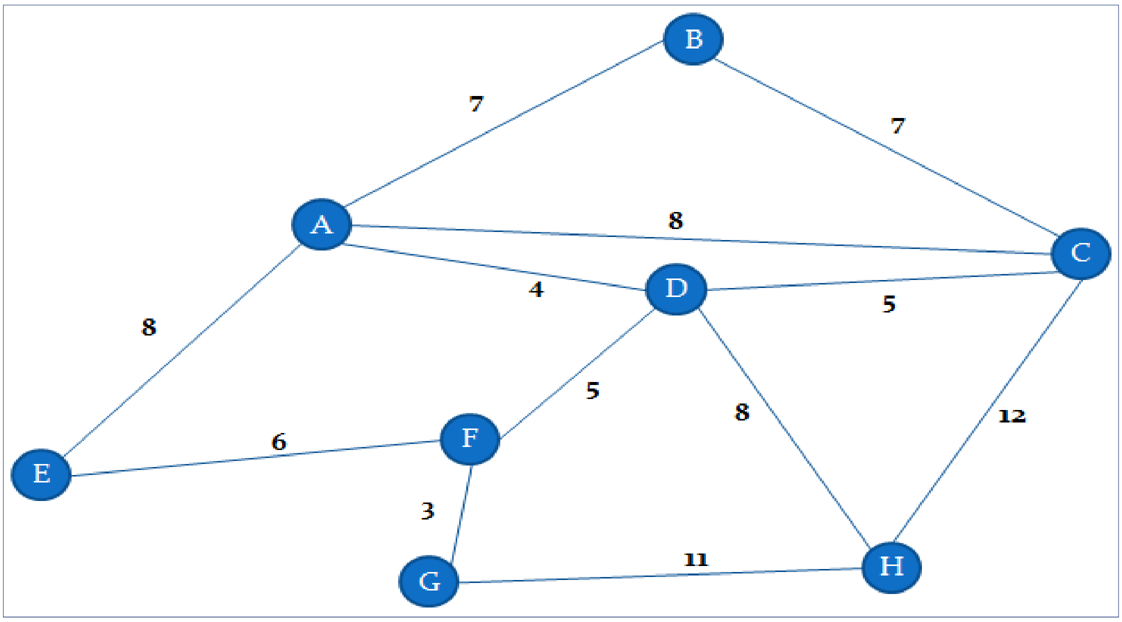
Böylece $|X^{*}| = p$ olmak üzere,

$$\boldsymbol{f_{\lambda}(U;X^{*}) \leq \lambda . (U;X), \forall X \subset P(N)} \qquad (2.28)$$

temel eşitliği sağlanır.

2.6. Örnek Problem

Problemde, aşağıda verilen yönlendirilmemiş şebekede ((c(A,B)=c(B,A)). 2-median, 2-center ve 2-centdian çözümler aranmaktadır.



Şekil 2.3. Yönlendirilmemiş yerleşim şebekesi Mirchandani and Francis (1990)

Şebekede görüleceği üzere 8 düğüm ve 12 yay bulunmaktadır. Dolayısıyla Şekil 2.3'teki veriler Floyd Algoritması kullanılarak düğümler arası en kısa yollar elde edilecek şekilde 8x8 simetrik maliyet matrisine ulaşılır.

Problem boyutu küçük olduğundan birebirlere metodu ile çözüm sağlanabilir. 8 müşteri için iki aday tesis arandığında; c(8,2)= 28 farklı çözüm mevcuttur.

Çizelge 2.2. 8x8 Simetrik maliyet matrisi

8x8	***A***	***B***	***C***	***D***	***E***	***F***	***G***	***H***
A	0	7	8	4	8	9	12	12
B	7	0	7	11	15	16	19	19
C	8	7	0	5	16	10	13	12
D	4	11	5	0	11	5	8	8
E	8	15	16	11	0	6	9	19
F	9	16	10	5	6	0	3	13
G	12	19	13	8	9	3	0	11
H	12	19	12	8	19	13	11	0

Çizelge 2.3. Tüm olası çözümler tablosu

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**Aday Tesis Çiftleri Minimum Değerleri**								**mini sum**	**mini max**	**cent dian**
AB	0 7	7 0	8 7	4 11	8 15	9 16	12 19	12 19	0	0	7	4	8	9	12	12	**52**	**12**	**32**
AC	0 8	7 7	8 0	4 5	8 16	9 10	12 13	12 12	0	7	0	4	8	9	12	12	**52**	**12**	**32**
AD	0 4	7 11	8 5	4 0	8 11	9 5	12 8	12 8	0	7	5	0	8	5	8	8	**41**	**8**	**24,5**
AE	0 8	7 15	8 16	4 11	8 0	9 6	12 9	12 19	0	7	8	4	0	6	9	12	**46**	**12**	**29**
AF	0 9	7 16	8 10	4 5	8 6	9 0	12 3	12 13	0	7	8	4	6	0	3	12	**40**	**12**	**26**
AG	0 12	7 19	8 13	4 8	8 9	9 3	12 0	12 11	0	7	8	4	8	3	0	11	**41**	**11**	**26**
AH	0 12	7 19	8 12	4 8	8 19	9 13	12 11	12 0	0	7	8	4	8	9	11	0	**47**	**11**	**29**
BC	7 8	0 7	7 0	11 5	15 16	16 10	19 13	19 12	7	0	0	5	15	10	13	12	**62**	**15**	**38,5**
BD	7 4	0 11	7 5	11 0	15 11	16 5	19 8	19 8	4	0	5	0	11	5	8	8	**41**	**11**	**26**
BE	7 8	0 15	7 16	11 11	15 0	16 6	19 9	19 19	7	0	7	11	0	6	9	19	**59**	**19**	**39**
BD	7 4	0 11	7 5	11 0	15 11	16 5	19 8	19 8	4	0	5	0	11	5	8	8	**41**	**11**	**26**
BG	7 12	0 19	7 13	11 8	15 9	16 3	19 0	19 11	7	0	7	8	9	3	0	11	**45**	**11**	**28**
BH	7 12	0 19	7 12	11 8	15 19	16 13	19 11	19 0	7	0	7	8	15	13	11	0	**61**	**15**	**38**
CD	8 4	7 11	0 5	5 0	16 11	10 5	13 8	12 8	4	7	0	0	11	5	8	8	**43**	**11**	**27**
CE	8 8	7 15	0 16	5 11	16 0	10 6	13 9	12 19	8	7	0	5	0	6	9	12	**47**	**12**	**29,5**
CF	8 9	7 16	0 10	5 5	16 6	10 0	13 3	12 13	8	7	0	5	6	0	3	12	**41**	**12**	**26,5**

Çizelge 2.3. (devam)

	A	B	C	D	E	F	G	H	**Aday Tesis Çiftleri Minimum Değerleri**								**Median**	**Center**	**Cent-dian**
CG	8	7	0	5	16	10	13	12	8	7	0	5	9	3	0	11	**43**	**11**	**27**
	12	19	13	8	9	3	0	11											
CH	8	7	0	5	16	10	13	12	8	7	0	5	16	10	11	0	**57**	**16**	**36,5**
	12	19	12	8	19	13	11	0											
DE	4	11	5	0	11	5	8	8	4	11	5	0	0	5	8	8	**41**	**11**	**26**
	8	15	16	11	0	6	9	19											
DF	4	11	5	0	11	5	8	8	4	11	5	0	6	0	3	8	**37**	**11**	**24**
	9	16	10	5	6	0	3	13											
DG	4	11	5	0	11	5	8	8	4	11	5	0	9	3	0	8	**40**	**11**	**25,5**
	12	19	13	8	9	3	0	11											
DH	4	11	5	0	11	5	8	8	4	11	5	0	11	5	8	0	**44**	**11**	**27,5**
	12	19	12	8	19	13	11	0											
EF	8	15	16	11	0	6	9	19	8	15	10	5	0	0	3	13	**54**	**15**	**34,5**
	9	16	10	5	6	0	3	13											
EG	8	15	16	11	0	6	9	19	8	15	13	8	0	3	0	11	**58**	**15**	**36,5**
	12	19	13	8	9	3	0	11											
EH	8	15	16	11	0	6	9	19	8	15	12	8	0	6	9	0	**58**	**15**	**36,5**
	12	19	12	8	19	13	11	0											
FG	9	16	10	5	6	0	3	13	9	16	10	5	6	0	0	11	**57**	**16**	**36,5**
	12	19	13	8	9	3	0	11											
FH	9	16	10	5	6	0	3	13	9	16	10	5	6	0	3	0	**49**	**16**	**32,5**
	12	19	12	8	19	13	11	0											
GH	12	19	13	8	9	3	0	11	12	19	12	8	9	3	0	0	**63**	**19**	**41**
	12	19	12	8	19	13	11	0											

İkili çözüm çiftlerinden elde edilen aday tesis çiftleri minimum değerleri incelendiğinde; 2-median probleminin çözümü için minisum mantığı ile aday tesis çiftleri minimum değerlerlerinin toplamları arasından minimum olan değer arandığından çözüm noktaları (D,F)=37 bulunur. 2-center probleminin çözümü için minimax mantığı ile aday tesis çiftleri minimum değerlerlerinin maksimun olanları arasından minimum olan değer incelendiğinde çözüm noktaları (A,D)=8 bulunur. 2-centdian probleminin çözümü için (λ=0,5 olduğunu varsayalım) $f_{\lambda} = f_c + (1-\lambda).f_m$ formülüne bağlı kalarak ilgili değerler incelendiğinde çözüm noktaları (D,F)=24 bulunur.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Çalışmamızda, NP-hard yapıya sahip olan K.S.M.P.'nin çözümüne yönelik Tavlama Benzetimi Sezgiseli önerilmektedir. Bu amaçla MATLAB dilinde bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen bu algoritmanın performansı ise, literatürde bilinen yerleşim problemlerine dair OR-LIB'den elektronik ortamda elde edilen örnek problemler (Beasley 1985) çözülerek test edilmiştir. Algoritmanın oluşturulması ve KMSP' nin çözüm aşamaları aşağıda verilmektedir.

3.1. Tavlama Benzetimi (T.B.) Sezgiseli

Tavlama Benzetimi (T.B.), kombinatoryal eniyileme problemleri için iyi çözümler veren stokastik arama yöntemidir. Tavlama Benzetimi ismi, katıların fiziksel tavlanma süreci ile olan benzerlikten ileri gelmektedir. T.B. algoritması, birbirlerinden bağımsız olarak, Kirkpatrick *et al.* (1985); Cerny (1985) tarafından ortaya konmuştur (Al-khedhairi 2008).

T.B., gezgin satıcı problemi, çizelgeleme, karesel atama problemi, şebeke tasarımı gibi bir çok kombinatoryal eniyileme probleminin çözümünde kullanılmıştır. Kontrol parametresi sıcaklıktır ve minimizasyon problemleri için çözümün daha iyi bir çözüme ulaşmasının kabulu olasılığını değerlendirir. "Tavlama Benzetimi" ismi, katıların fiziksel tavlanma süreci ile olan benzerlikten ileri gelmektedir (Yiğit 2004). Fizik biliminde tavlama, bir katının ısı banyosunda düşük enerji durumlarının elde edilmesi için bir ısıl süreç olarak tanımlanmaktadır. Bu süreç, aşağıda belirtilen iki adımı içermektedir (Ayyüce 2010).

- Isı banyosunun sıcaklığının katının eriyebileceği en yüksek değere yükseltilmesi.

- Düşük enerjili durum elde edilinceye kadar ısı banyosunun sıcaklığının kontrollü bir şekilde azaltılması.

Sıvı safhada atomlar kimyasal bağları kırmak için gerekli enerjiyi kazanırlar ve hareket etme serbestliğine sahip olurlar. Metal uygun şekilde soğutulduğunda, atomların kafes seklindeki uygun kristal yapıyı kazanma şansı artar. Bu durumda, katinin serbest enerjisi en azlanmış olacaktır. Uygun kristal yapı, ancak metali eritme sıcaklığı yeteri kadar yüksek ve soğutma da yeteri kadar yavaş yapılmış ise elde edilir. Aksi halde metal, istenilen kristal yapıya sahip olmayacaktır. Yani, kusurlu bir kristal yapı elde edilecektir.

Fiziksel tavlama süreci, bilgisayar benzetim metotları kullanılarak başarıyla modellenebilir. Metropolis *et al.* (1953), bir katının ısı banyosunda, "ısıl dengeye (thermal equilibrium)" kadar olan gelişiminin benzetimini yapmak için basit bir algoritma sunmuşlardır. Bu algoritma Monte Carlo tekniğine dayalıdır ve ısıtılan katının soğutulması aşamasındaki durumların bir sırasını üretir. (Aarst and Korst 1989).

Metropolis ve arkadaşlarının ileri sürdüğü yöntemde; mevcut durumu s_i ve enerjisi E_i olan katının, mevcut durumu bir hareket mekanizması kullanılarak bir sonraki s_j durumuna küçük bir değişiklikle dönüştürülür. Bu durumda, E_j yeni durumun enerjisidir (Ayyüce 2010).

$$\mathbf{\Delta E = E_j - E_i} \tag{2.1}$$

$\mathbf{\Delta E \leq 0}$ ise $\mathbf{x_j}$ durumu yeni mevcut çözüm olarak kabul edilir**.** (2.2)

$\mathbf{\Delta E \geq 0}$ ise $\mathbf{x_j}$ durumu aşağıda verilen eşitlik kullanılarak belirli bir olasılıkla kabul edilir. (2.3)

Bu eşitlikte

T : ısı banyosunun sıcaklığını

K_B : "Boltzmann sabiti" olarak bilinen fiziksel bir sabiti ifade etmektedir.

$$\textbf{Kabul olasılığı} \rightarrow \mathbf{P(accept)} = \mathbf{e}^{-\left(\frac{\Delta E}{K_B}\right)} \tag{2.4}$$

Tavlama süreci ile kombinatoryal optimizasyon problemleri arasındaki benzerlik şöyle açıklanabilir:

Çizelge 3.1. T.B. ile kombinatoryal optimizasyon problemleri arasındaki benzerlikler Ayyüce (2010)

Termodinamik Benzetimi	**Kombinatoryal Eniyileme**
Sistemin durumları	Uygun çözümler
Enerji	Amaç fonksiyonu değeri
Durumun değişimi	Komsu çözüm
Sıcaklık	Parametre
Kristalleşme	Sezgisel çözüm

Tavlama Benzetimi (T.B.), bir katının minimum enerji durumu elde edilene kadar yavaş yavaş soğutulduğu fiziksel tavlama sürecini taklit eden stokastik arama yöntemidir. Bu yöntem ile üretilen çözümler sırasının amaç fonksiyon değerleri genel bir azalma eğilimindedir. Ancak, bazı durumlarda amaç fonksiyonu değerleri yüksek olan çözümler de kabul edilebilmektedir. Bu tür kötü çözümlerin kabul edilmesindeki amaç, bir yerel en iyi etrafında yapılan aramadan çıkıp global en iyi için aramaya devam etmektir. T.B.' nin kombinatoryal eniyileme problemleri için en iyi çözüme yakın çözümler üreten bir yöntem olduğu çeşitli çalışmalarda gösterilmiştir.

3.1.1. T.B. algoritması

T.B., komşu arama yöntemine dayalı algoritmalardan birisidir. Komşu aramanın basit bir şekli olan "İniş (descent) algoritması", keyfi olarak seçilen bir başlangıç çözümü ile aramaya başlar. Uygun bir hareket mekanizması ile bu çözümün bir komşusu üretilir ve maliyetteki değişim hesaplanır. Eğer maliyette azalma söz konusuysa, komşu çözüm yeni mevcut çözüm olarak kabul edilir, aksi halde mevcut çözüm değişmez. Bu süreç mevcut çözümün hiçbir komşusu maliyette iyileştirme sağlayamayana kadar devam eder ve iniş algoritması yerel bir en iyi ile sonlanır (Yiğit and Türkmen 2003). İniş algoritması aşağıdaki gibidir;

Bir başlangıç çözümü seç:

$$\mathbf{x_o} \in \mathbf{X}; \tag{2.5}$$

Amaç fonksiyonunu $f(x_o)$ hesapla;

$$\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x_o}, \qquad \mathbf{f}(\mathbf{x}) \leftarrow \mathbf{f}(\mathbf{x_o}); \tag{2.6}$$

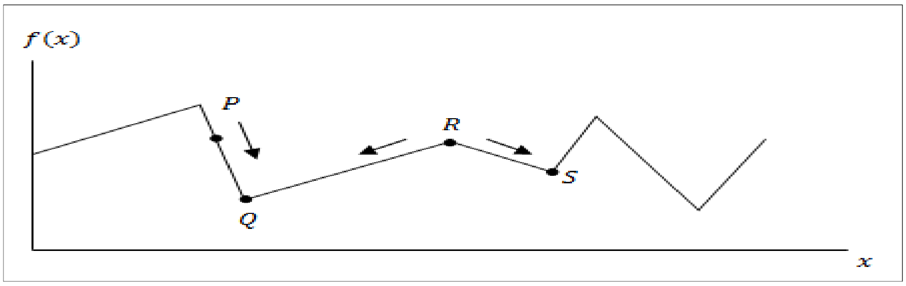
Repeat

$f(x') < f(x)$ şartını sağlayan x'nin en iyi çözümü olan, x' çözümü üret;

$$\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'; \tag{2.7}$$

Until

$$\text{Tüm } \mathbf{x}' \in \mathbf{N}(\mathbf{x}) \text{ için } \mathbf{f}(\mathbf{x}') > \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{2.8}$$



Şekil 3.1. İniş algoritması gösterimi Ayyüce (2010)

İniş algoritmasında elde edilen çözümün kalitesi başlangıç çözümüne dayalıdır. (Başlangıç çözüme P ise, iniş algoritması yerel en iyi çözüm olan Q ile sonlanır. Başlangıç çözümü R ise, iniş algoritması yerel en iyi çözümler olan Q yada S ile sonlanır). İyi bir sezgisel yöntem, başlangıç çözümüne bağlı olmamalıdır. Başlangıç çözümüne bağımlılığı azaltmak için kontrollü bir şekilde kotu çözümlerinde kabul edilmesine izin verilmelidir.

İniş algoritmasının bu dezavantajını ortadan kaldırmak amacıyla T.B. algoritmasında, maliyette yükselmeye yol açan komşu hareketler de bazen kabul edilerek, yerel en iyi tuzaklardan kurtulmaya çalışılır. Maliyette yükselmeye yol açan bir hareketin kabul edilip edilmemesi, kontrollü şekilde rassal olarak belirlenmektedir. Maliyet fonksiyonunda Δ kadar bir yükselmeye yol açan hareketin kabul edilme olasılığını veren fonksiyon kabul fonksiyonu olarak adlandırılır. Aşağıda verilen kabul fonksiyonunda T, fiziksel tavlamadaki sıcaklığa karşılık gelen bir kontrol parametresidir.

$$\mathbf{P(accept)} = \mathbf{e}^{-\left(\frac{\Delta}{T}\right)} \tag{2.9}$$

Kabul fonksiyonuna göre, amaç fonksiyonunda meydana gelen küçük artışların kabul edilme olasılığı, büyük artışların kabul edilme olasılığından daha fazladır. Ayrıca, T yüksek olduğunda hareketlerin çoğu kabul edilecektir, T sıfıra yaklaştıkça ise, amaç fonksiyonunda artışa yol açan hareketlerin çoğu reddedilecektir. Bu nedenle T.B. algoritmasında, yerel en iyi çözüm tuzaklarına düşülmesini engellemek için göreceli olarak yüksek bir T değeri ile aramaya başlanır. T.B. algoritması, bir taraftan sıcaklık yavaş yavaş azaltılırken, her sıcaklık değerinde belli sayıda hareket deneyerek arama işlemini sürdürür.

Algoritmanın genel şekli aşağıda görüldüğü gibidir;

Bir başlangıç çözümünü seç: $x_o \in X$ ve amaç fonksiyonu $f(x_o)$ hesapla;
Bir başlangıç sıcaklığını belirle: $T > 0$;
Sıcaklık değişim sayacını sıfırla: $t \leftarrow 0$;

$$\boldsymbol{x \leftarrow x_o, \qquad f(x) \leftarrow f(x_o);} \tag{2.10}$$

$$\boldsymbol{x_{iyi} \leftarrow x_o, \qquad f(x_{iyi}) \leftarrow f(x_o);} \tag{2.11}$$

Çizelge 3.2. Genel T.B. algoritması

Repeat

$n \leftarrow 0$;

Repeat

x'nin bir komşusu olan x′ çözümünü ($x' \in N(x)$) rassal olarak üret;

$\Delta \leftarrow f(x') - f(x)$;

$\Delta \leq 0$ ise $x \leftarrow x'$;

değilse (0,1) aralığında düzgün dağılımdan bir rassal sayı üret (u) ve

$u < \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)$ ise $x \leftarrow x'$;

$f(x') < f(x_{iyi})$ ise $x_{iyi} \leftarrow x'$;

$n \leftarrow n + 1$;

Until $n > M_{tb}$

$t \leftarrow t + 1$;

$T = T(t)$;

Until (durdurma koşulu sağlanana kadar)

x_{iyi} : problem için bulunan sezgisel çözüm

M_{tb} : her sıcaklıkta aranacak komsu çözüm sayısı (hareket sayısı)

$T(t)$: t. iterasyonda sıcaklık değeri

T.B. algoritmasının global en iyi çözüme yakınsama hızı, M ve $T(t)$, $\boldsymbol{t}$ = 0, 1, 2, ... parametreleri tarafından belirlenmektedir.

Algoritmada çözülecek problem için "tavlama" veya "soğutma planı" belirlenmesi gerekir. Soğutma planının seçimi, algoritmanın performansı üzerinde çok önemli bir etkiye sahiptir.

3.1.2. T.B. sezgiselinin uygulama aşamaları

T.B. metodunun uygulanması genel kararlar ve probleme özgü kararlar olmak üzere iki aşamada değerlendirilir. Genel Kararlar aşağıdaki aşamalardan oluşmaktadır;

- Başlangıç sıcaklığı, T_0
- Soğutma planı, (tekrar sayısı ve sıcaklık düşürme oranı)
- Durdurma koşulu

Başlangıç sıcaklığı, başlangıçta kotu çözümleri kabul edecek ve elde edilen son çözümün başlangıç çözümünden bağımsız olmasını sağlayacak kadar yüksek sıcaklık olmalıdır. Başlangıç sıcaklığı, algoritmanın ilk adımlarında mevcut çözümü iyileştiren ve iyileştirmeyen çözümlerin belirli bir oranını (%90) kabul edecek kadar yüksek olmalıdır. Yani, maddenin sıvı safhaya ulaştığında tüm atomlarının rassal olarak düzenlenmesini taklit etmek için, başlangıç sıcaklık değeri, denenen tüm hareketlerin büyük bir kimsi kabul edilecek kadar yüksek seçilmelidir (Ayyüce 2010).

Mevcut sıcaklıkta, sistem denge dağılımına yaklaşmalıdır (her bir sıcaklıkta aranacak çözüm sayısı). Algoritmanın sonlarına doğru sıcaklık, kötü çözümleri kabul etme olasılığı sıfıra yaklaşacak şekilde azaltılmalıdır. Bu iki özelliği gerçekleştirmek için iki yol vardır:

- Az sayıda sıcaklıkta büyük sayıda çözüm noktası aramak
- Çok sayıda sıcaklıkta az sayıda çözüm noktası aramak

İlk durum için genel soğutma çizelgesi geometrik soğutmadır. $o < \alpha < 1$ olmak şartıyla $T(t+1) = \alpha T(t)$ olmak üzere, sıcaklığın yavaş soğutulması önerilir. Bu nedenle α değeri genellikle 0.8-0.99 arasında seçilir. Sıcaklık parametresinin her değerinde gerçekleştirilen M_{tb} tekrar sayısı, 0 sıcaklıkta sistemin denge dağılımına ulaşmasına yetecek kadar yüksek seçilmektedir. M degeri, komsularin sayısına orantılı olarak seçilmelidir. Algoritmanın sonlarına doğru derinlemesine aramayı gerçekleştirmek için sıcaklık düşerken M_{tb} degeri (her sıcaklıkta aranan çözüm sayısı) arttırılabilir.

Hajek (1988), sıcaklık parametresinin her değerinde sistemin denge dağılımına yaklaştırılması yerine, soğutmanın gerektiği kadar yavaş yapılmasının, algoritmanın en iyi çözümler kümesine yakınsaması için yeterli olduğunu göstermiştir. Sıcaklığın yavaş azaltılıp kısa Markov zincirlerinin kullanılması ile sıcaklığın daha hızlı azaltılıp uzun Markov zincirlerinin kullanılması arasında bir tercih yapılması gerekmektedir.

İkinci durum için soğutma çizelgesinde her sıcaklıkta bir nokta aranır (Lundy and Mess 1986). B sabitinin kullanıldığı bu sıcaklık fonksiyonu ile, yavaş bir soğutma sağlanmaktadır.

$$\boldsymbol{T(t+1) = \frac{T(t)}{1} + BT(t)} \qquad (2.12)$$

Soğutma oranı, algoritmanın performansında kullanılan soğutma tipine (geometrik, logaritmik, vb) çok daha önemlidir. Soğutma çizelgesi, başlangıçta çözüm uzayında aramayı çok iyi gerçekleştirirken (kotu çözümlerin kabul edilme olasılığı yüksek), algoritmanın sonlarına doğru mevcut çözümün etrafında derinlemesine aramayı çok iyi gerçekleştirecek şekilde belirlenmelidir.

Durdurma Koşulu; sıcaklık 0^0'ye yaklaşırken, kötü çözümlerinde kabul edilme olasılığı sıfıra yaklaşmaktadır. T.B. algoritması;

- Belirlenen bir iterasyon sayısına ulaşınca,
- Belirlenen sayıda çözüm arandığında,
- Bulunan iyi çözüm, belirli sayıda ardıl sıcaklık değişimlerinde iyileşmiyorsa
- Global en iyi çözümden $\in$ kadar uzaklıktaki bir çözümü θ olasılığı ile kabul edecek şekilde belirlenen son sıcaklığa ulaşınca

$$\boldsymbol{t} \leq \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{\boldsymbol{ln}[(|\boldsymbol{S}| - \mathbf{1})/\boldsymbol{\theta}]} \tag{2.13}$$

olmak üzere durdurma koşulu sağlanır.

Probleme özgü kararlar alınırken, hesaplama zamanı, etkin bir şekilde kullanılmalı, T.B. ile elde edilen çözüm, global en iyi çözüme yakin olmalıdır. Bu karar kriterlerine etki eden faktörler aşağıdaki gibidir;

- Komşuluk yapısı
- Çözüm uzayı
- Başlangıç çözümü
- Maliyet fonksiyonu

Komşuluk yapısı**,** birkaç iterasyonda yeteri kadar araştırılabilecek kadar küçük olmalı, komşuluk kümesindeki her bir çözüme ayni kümedeki her bir çözümden basit hareketler ile ulaşılabilmeli, çözüm zamanının etkin bir şekilde kullanımı için, komsu çözümün rassal olarak üretimi hızlı bir şekilde gerçekleştirilebilmeli, mevcut çözüm ile üretilen komsu çözüm arasındaki amaç fonksiyonu açısından farklılığın kolay hesaplanabileceği bir komşuluk yapısı seçilmelidir.

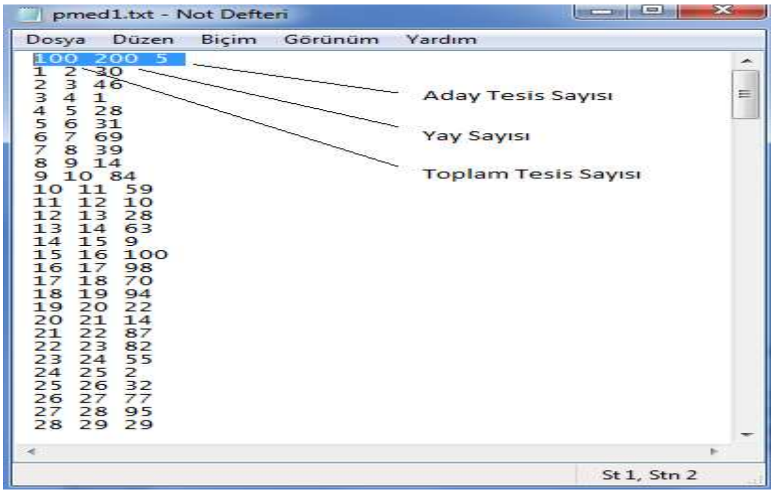
Çözüm uzayı eğer kısıtlı bir problem söz konusuysa, sadece kısıtları sağlayan çözümler ile sınırlandırılmalıdır veya kısıtları bozan çözümler uygun bir ceza fonksiyonu dikkate alınarak çözüm uzayına dahil edilmelidir.

T.B.'de kullanılan başlangıç ve son sıcaklık, soğutma oranı, her bir sıcaklıkta aranacak çözüm şayisi (M_{tb}), kullanılacak hareket mekanizması gibi parametreleri incelenirken, en iyi parametre kombinasyonu deneysel bir çalışma ile belirlenebilir. Bu deneysel çalışmada farklı parametre kombinasyonları için geliştirilen T.B.' nin iyi çözümlere yakınsaması grafiksel olarak incelenebilir.

3.2. T.B. Sezgiseli İle Çözümü

3.2.1. T.B. algoritmasında kullanılacak test problemleri

Çalışmamızda kullanacağımız test problemleri 40 adet olup 5-90 arası aday çözümün arandığı 100-900 arası düğümden oluşmaktadır (Beasley 1985). Problemin temel görünüşü aşağıdaki gibidir. Burada ilk satırda belirtilen 100 rakamı toplam tesis sayısını, 200 rakamı bu tesisler arası yay (bağlantı) sayısını, 5 rakamı da aday tesis sayısını belirtmektedir.



Şekil 3.2. Test probleminin yapısı (Pmed1)

Yukarıda belirtilen yapıda olan test problemleri tez çalışmamız için gerekli algoritmanın uygulanabilmesi için simetrik maliyet matrisine dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu amaçla test problemleri Floyd algoritması yardımı ile simetrik maliyet matrislerine dönüştürülmüştür. Çalışmada kullanılan MATLAB dilinde yazılmış Floyd algoritması kodları EK-1'de görülmektedir.

3.2.2. T.B. algoritmasında kullanılan parametreler

K.S.M.P. modelinin T.B.'ye uyarlanmasındaki genel kararlar aşağıda belirtilen şekilde belirlenmiştir;

$\boldsymbol{T_0}$ değeri test problemlerinin değişik ölçütlerine göre 100^0 - 1000^0 arası,

$\boldsymbol{M_{tb}}$ değeri 1-4 arası,

$\boldsymbol{\alpha} = 0{,}999$,

$\boldsymbol{T}$ değeri $0{,}1^0$ (algoritma durdurma koşulu).

Probleme özgü kararlardan olan komşuluk yapısı ve başlangıç çözüm seçimi aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

Komşuluk yapısı için çalışma boyunca 5 farklı komşuluk türü kullanılmıştır. Bunlar;

N(I); $f(x)$ fonksiyonunu maksimun kılan iki aday tesisin çözümden çıkarılıp yerlerine çözümde olmayan rassal iki aday tesisin çözüme girmesi,

N(II); Çözümden rassal bir tesisin çıkarılıp yerine çözümde olmayan rassal bir tesisin çözüme girmesi,

N(III); $f(x)$ fonksiyonunu maksimun kılan tek aday tesisin çözümden çıkarılıp yerine çözümde olmayan rassal tek aday tesisin çözüme girmesi,

N(IV); $f(x)$ fonksiyonunu minimum kılan tek aday tesisin çözümden çıkarılıp yerine çözümde olmayan rassal tek aday tesisin çözüme girmesi,

N(V); $f(x)$ fonksiyonunu minimum kılan iki aday tesisin çözümden çıkarılıp yerlerine çözümde olmayan rassal iki aday tesisin çözüme girmesi şeklinde incelenmiştir.

Çalışmada *M*=toplam tesis sayısı ve *p*= aday tesis sayısı olmak üzere 3 farklı başlangıç çözüm kullanılmıştır. Bunlar;

$\boldsymbol{x_0(I)}$; toplamları M olan her bir tesisin diğer tesislere olan uzaklıklarının toplamına göre küçükten büyüğe doğru sıralandığı x_0 başlangıç çözümü,

$\boldsymbol{x_0(II)}$; aday tesislerin $x_0(I)$ başlangıç çözümünde elde edilen toplamı p kadar tesis için *p-median* değeri bulunurken, çözümdeki her bir tesisin diğer tüm tesislere olan en küçük uzaklıklarının seçilme sayısına göre küçükten büyüğe doğru sıralandığı x_0 başlangıç çözümü,

$\boldsymbol{x_0(III)}$; rastgele p kadar tesisin seçildiği x_0 başlangıç çözümünden oluşmaktadır.

Bütün bu parametreler ve veriler ışığında K.S.M.P. modeli T.B. sezgiseli kullanılarak MATLAB dilinde T.B. bir algoritma geliştirilmiştir. Çalışmaya ilişkin algoritma kodları EK-2’de görülmektedir. Test problemlerinin sonuçları ve değerlendirmeleri Araştırma Sonuçları ve Bulgular bölümünde görülmektedir.

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI ve BULGULAR

Çalışmada, NP-hard yapıya sahip olan K.S.M.P.'nin çözümüne yönelik MATLAB dilinde geliştirilen algoritmanın performansı test problemleri (Beasley 1985) çözülerek test edilmiştir. İşlemler 2.00 GB Ram ve 2.00 GHz İşlemcili PC ortamında yapılmıştır.

OR-LIB'de bulunan ve bu çalışmada geliştirilen algoritmanın çözüm gücünü araştırmada yararlanılacak olan test problemlerinden pmed1 adlı problem baz alınmış p-center ve p-centdian çözümleri de sağladığından p-median çözümler esas alınarak; geliştirilen algoritmanın parametrelerinin hangi seviyelerde kullanılması gerektiği incelenmiştir. Bu amaçla yapmış olduğumuz çalışmaları şöyle özetleyebiliriz:

İlk olarak 3.2.2. de önermiş olduğumuz komşuluk yapılarının etkinliğinin nasıl olduğu ön çalışmalarla incelenmiştir. Bu amaçla komşuluk durumları her bir komşuluk yapısının %100 etkin olduğu ve birbirlerine eşit olduğu durumlar gözlenmiştir.

Daha sonra, T.B.'nin genel mantığı içerisinde yer alan kötü çözümün geçici olarak kabul edilmesi koşulundan Tepe Tırmanma Sezgiseli kullanılarak orantılı olarak uzaklaşılmaya çalışılmış ve sonuçlar incelenmiştir.

Üçüncü olarak ise, aynı sıcaklıkta aday çözümden kaç komşu çözüme gidileceği (M_{tb} değerleri) ön çalışmalardan sonra 1-4 arasında değiştirilerek M_{tb} parametresinin etkinliği incelenmiştir.

Nihai adım olarak da başlangıç ve bitiş sıcaklıkları ile sıcaklık değerleri (T_0 değerleri) aynı koşullar altında 100^0-1000^0 arasında değiştirilerek T_0 parametresinin etkinliği incelenmiştir.

Komşuluk yapıları incelenirken T_0=100^0, $\alpha = 0{,}999$ ve M_{tb}=1 alınarak 15'er kez deneme yapılmıştır. Deneme sonuçları Çizelge 4.1'de görülmektedir.

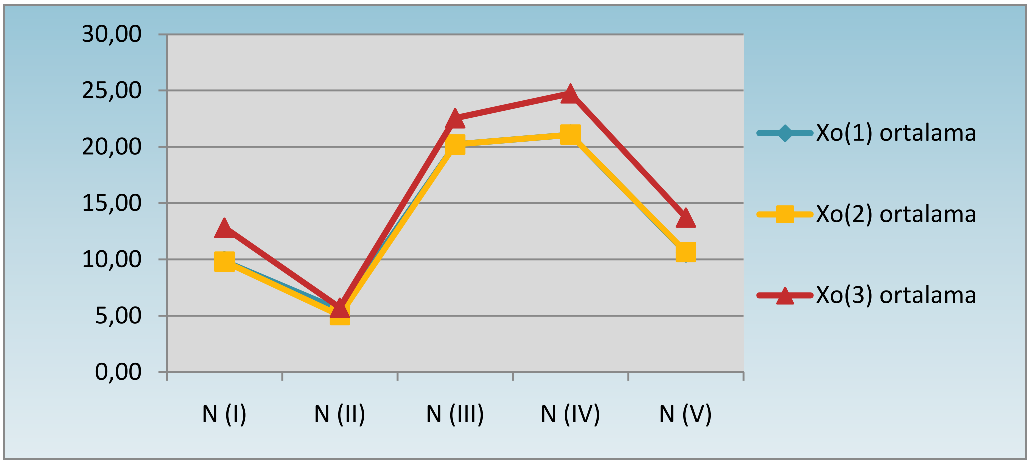
Çizelge 4.1. Komşuluk oranları ve başlangıç çözüm parametre sonuçları

x_0	N	N (I) (%100 etkin)		N (II) (%100 etkin)		N (III) (%100 etkin)		N (IV) (%100 etkin)		N (V) (%100 etkin)		Eşit komşuluk	
		pmed1	sapma (%)	pmed1	sapma (%)	pmed1	sapma (%)	pmed1	sapma (%)	pmed1	sapma (%)	pmed1	sapma (%)
$x_0(I)$	ort	6393	9,86	6141	5,53	6995	20,21	7046	21,09	6437	10,62	6171	6,05
	min	6389	9,8	5925	1,82	6995	20,21	7046	21,09	6436	10,6	6001	3,13
	mak	6407	10,1	6334	8,85	6995	20,21	7046	21,09	6453	10,9	6252	7,44
$x_0(II)$	ort	6390	9,82	6113	5,05	6995	20,21	7046	21,09	6439	10,66	6127	5,29
	min	6389	9,8	5925	1,82	6995	20,21	7046	21,09	6436	10,6	5900	1,39
	mak	6407	10,1	6270	7,75	6995	20,21	7046	21,09	6453	10,9	6235	7,15
$x_0(III)$	ort	6566	12,83	6152	5,73	7132	22,56	7259	24,75	6618	13,73	6137	5,46
	min	6255	7,49	6014	3,34	6812	17,06	6811	17,04	6373	9,52	5953	2,29
	mak	6914	18,81	6296	8,19	7620	30,94	7888	35,55	6929	19,07	6282	7,95

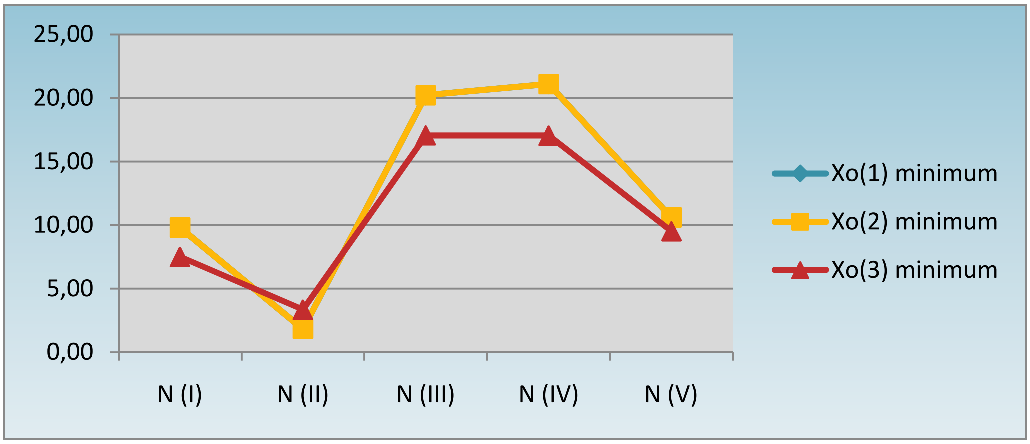
İlgili değerleri iki durum halinde inceleyebiliriz. Durum I, tüm komşulukların tek tek $u = 0 - 1$ değerini alıp %100 etkin olduğu durum. Durum II, tüm komşulukların tek tek %100 etkin olduğu ve $u = 0 - 0.2$ değerini alıp eşit etkinlikte olduğu (%20) durumlar.

Çizelge 4.2. Komşuluk oranları ve başlangıç çözüm parametre durumları

Başlangıç çözümler	I. DURUM (5 komşuluk)	ort	min	mak	II. DURUM (5 komşuluk + eşit komşuluk)	ort	min	mak
		Pmed1	süre (sn)	sapma (%)		Pmed1	süre (sn)	sapma (%)
$x_0(I)$		12,22	5,53	21,09		13,46	5,53	21,09
		11,11	1,82	21,09		12,70	1,82	21,09
		13,10	7,44	21,09		14,23	8,85	21,09
$x_0(II)$		12,02	5,05	21,09		13,37	5,05	21,09
		10,82	1,39	21,09		12,70	1,82	21,09
		12,87	7,15	21,09		14,01	7,75	21,09
$x_0(III)$		14,18	5,46	24,75		15,92	5,73	24,75
		9,46	2,29	17,06		10,89	3,34	17,06
		20,08	7,95	35,55		22,51	8,19	35,55



Şekil 4.1. Ortalama komşuluk oranları ve başlangıç çözüm parametre sonuçları

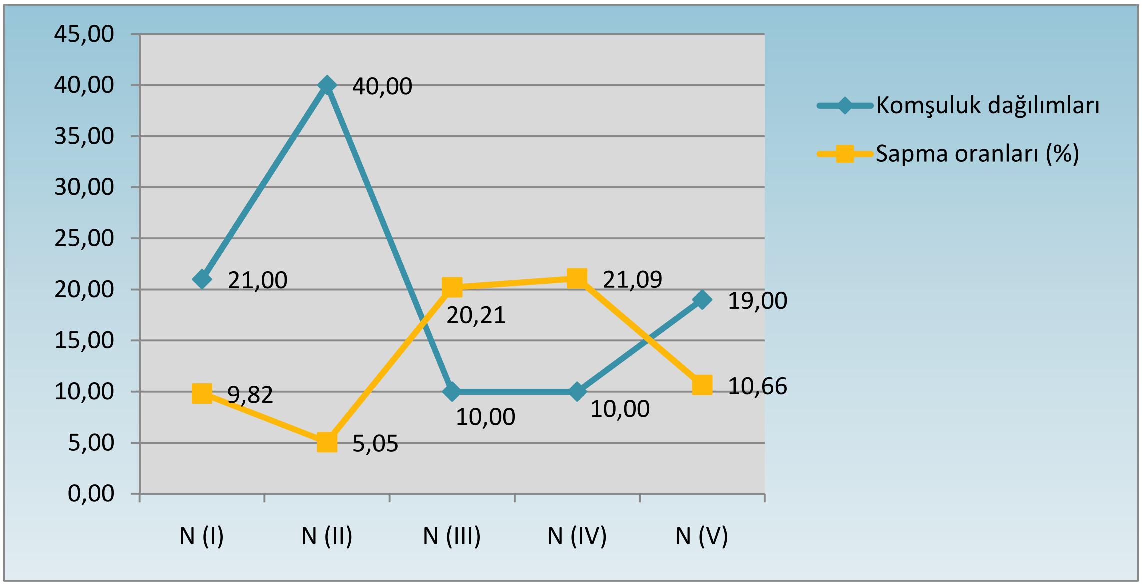


Şekil 4.2. Minimum komşuluk oranları ve başlangıç çözüm parametre sonuçları

Sonuçlar ve ilgili şekiller değerlendirildiğinde her iki durum içinde optimal değerlerin $x_0(II)$'de (aday tesislerin $x_0(I)$ başlangıç çözümünde elde edilen toplamı p kadar tesis için p-median değeri bulunurken, çözümdeki her bir tesisin diğer tüm tesislere olan en küçük uzaklıklarının seçilme sayısına göre küçükten büyüğe doğru sıralandığı başlangıç çözüm) olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.3. Komşuluk durumları etkinlilik değerleri

Komşuluk Durumları	**N (I)**	**N (II)**	**N (III)**	**N (IV)**	**N (V)**
Sapma oranları (%)	9,82	5,05	20,21	21,09	10,66
Yüze tamamlanmış sapma oranları	14,69	7,56	30,24	31,55	15,95
Ters oranlar (%)	2,15	4,17	1,04	1,00	1,98
Yüze tamamlanmış ters oranları	20,77	40,34	10,09	9,67	19,13
Yuvarlanmış değerler	21,00	40,00	10,00	10,00	19,00
u **değerleri**	0 - 0,21	0,21 - 0,61	0,61 - 0,71	0,71 - 0,81	0,81 - 1,00



Şekil 4.3. Komşuluk dağılımları ve sapma oranları

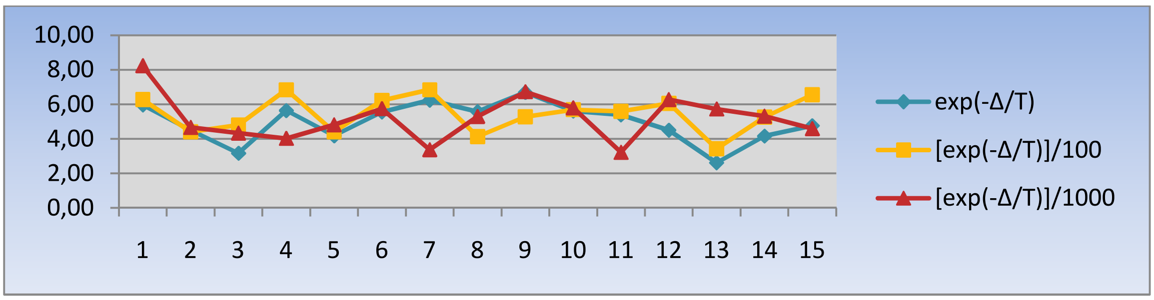
Yukarıdaki çizelge ve şekilde de görülebileceği gibi diğer iki başlangıç çözümü ile karşılaştırıldığında bize daha iyi sonuçlar veren $x_0(II)$ başlangıç çözümünde komşuluk yapılarının almış olduğu değerler incelendiğinde; sapma oranı en az N(II)’de en çokta N(IV)’de görülmektedir. Kullanacağımız algoritmada bu komşulukların alacağı oranlar sapma oranları ile ters orantılı olacaktır. Dolayısı ile çalışmada en az sapmanın olduğu komşuluk olan N(II) en fazla, en fazla sapmanın oranın olduğu komşuluk N(IV) ise en az oranda temsil edilecektir.

Sonraki aşamada T.B.’nin genel mantığı içerisinde yer alan kötü çözümün geçici olarak kabul edilmesi koşulundan orantılı olarak uzaklaşılmaya çalışılmış ve sonuçlar incelenmiştir.

Bu amaçla ($u < \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)$ $ise \;\; x \leftarrow x'$) ifadesinde ki $\exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)$ şartı sırası ile 100-1000 değerlerine bölünerek geçici kötü çözümü kabul etme olasılığı azaltılarak çözümün doğrusal olarak azalması amaçlanmış yani algoritma Tepe Tırmanma Sezgiseline dönüştürülmesine çalışılmıştır. İlgili sonuçlar Çizelge 4.4 ve Şekil 4.4’de görülmektedir.

Çizelge 4.4. Alternatif algoritma ile çözümüm karşılaştırılması

No	pmed1	süre (sn)	sapma (%)	pmed1	süre (sn)	sapma (sn)	pmed1	süre (sn)	sapma (%)
	$\exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)$			$[\exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)]/100$			$[\exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)]/1000$		
ort	6108	8,43	4,97	6136	8,56	5,45	6122	8,39	5,20
min	5971	8,27	2,61	6018	8,40	3,42	6006	8,30	3,21
mak	6208	8,65	6,68	6217	9,02	6,84	6298	8,65	8,23



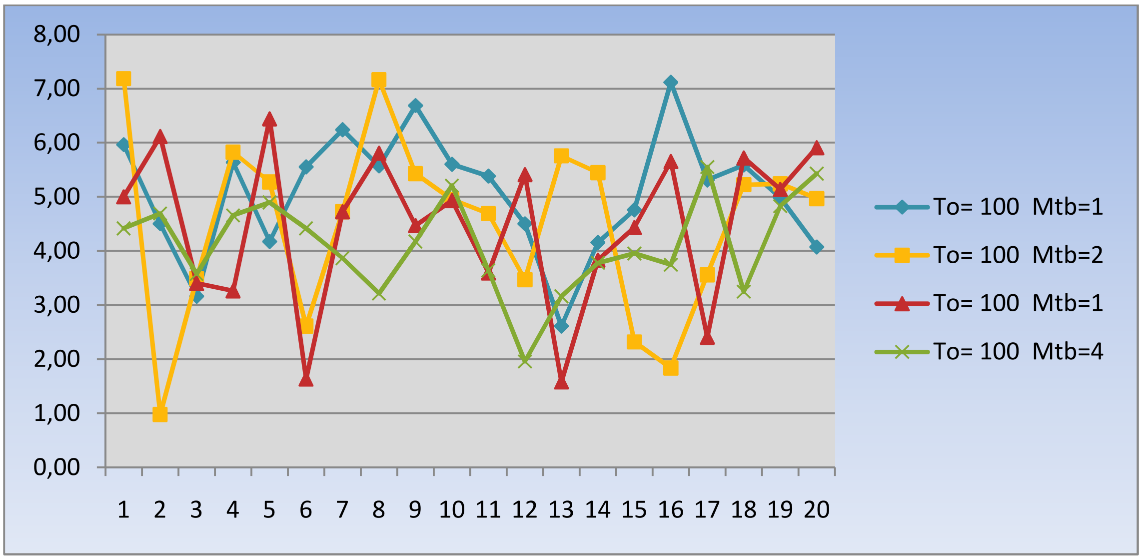
Şekil 4.4. Alternatif algoritma ile çözümüm karşılaştırılması

Sonuçlar incelendiğinde, en iyi ortalama (4,97) ve minimum (2,61) değerler normal döngüde ($\exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right)$) ortaya çıkmaktadır. Dolayısı ile geçici kötü çözüm kabulü 15'er denemede rassal olarak optimum çözüme gitmede doğrusal azalan yönteme göre daha iyi sonuçlar vermektedir.

Üçüncü aşamada, aynı koşullar altında M_{tb} değerleri 1 - 4 arasında değiştirilerek M_{tb} parametresinin etkinliği incelenmiştir. Deneysel sonuçlar aşağıda Çizelge 4.5 ve Şekil 4.5'de verilmektedir.

Çizelge 4.5. Aynı sıcaklıkta döngü sayısı parametresi etkinliği

No	pmed1	time (sn)	sapma (%)	pmed1	time (sn)	sapma (%)	pmed1	time (sn)	sapma (%)	pmed1	time (sn)	sapma (%)
	(M_{tb} =1) (T_0 =100)			(M_{tb}=2) (T_0 =100)			(M_{tb} =3) (T_0 =100)			(M_{tb} =4) (T_0 =100)		
ort	6115	8,41	5,08	6081	36,44	4,51	6079	81,20	4,47	6059	97,87	4,12
min	5971	8,27	2,61	5876	35,67	0,98	5911	80,15	1,58	5933	95,27	1,96
mak	6233	8,65	7,11	6237	48,16	7,18	6194	85,31	6,44	6142	100,16	5,55



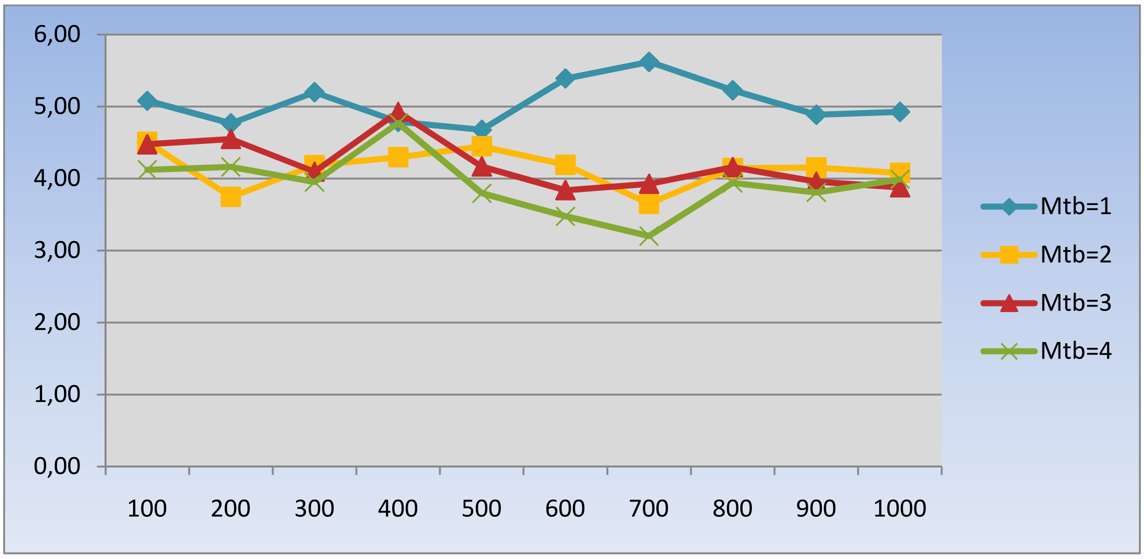
Şekil 4.5. Aynı sıcaklıkta döngü sayısı parametresi etkinliği

20’şer deneme sonuçlarında elde edilen değerler incelendiğinde ortalama sapma oranı aynı sıcaklıkta döngü sayısı arttıkça doğrusal olarak azalmaktadır (5,08-4,51-4,47-4,12). Minimum değerler incelendiğinde minimum sapma (M_{tb}=2) (T_0 =100) durumunda görülmekte olup (0,98) doğrusallık kaybolmaktadır. Dikkat edilecek diğer bir husus ise aynı sıcaklıkta döngü sayısı arttıkça sürede doğal olarak artmaktadır.

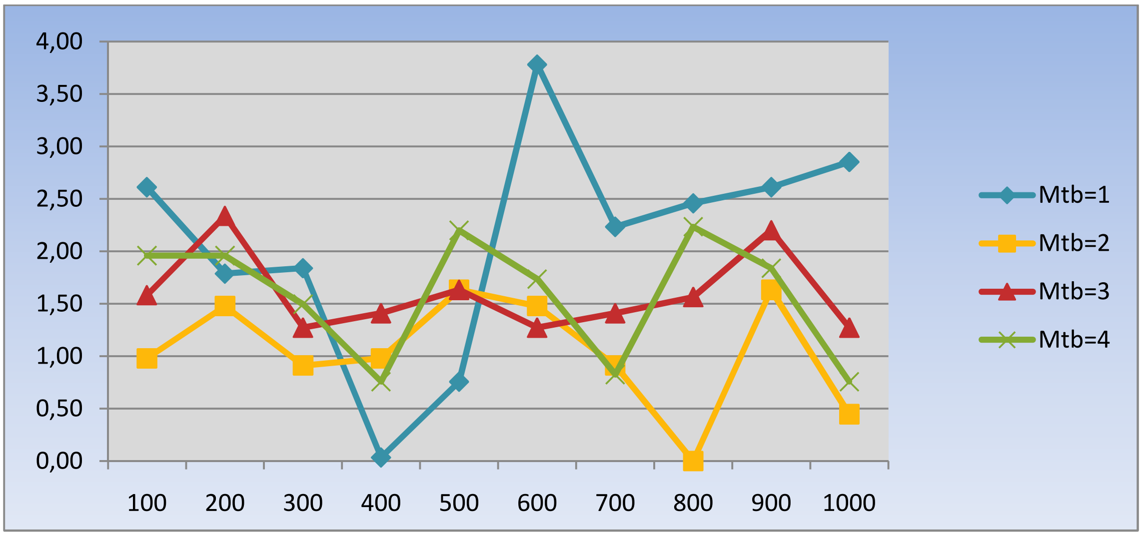
Son aşamada, aynı koşullar altında T_0 değerleri 100^0 - 1000^0 arasında değiştirilerek T_0 parametresinin etkinliği incelenmiştir. Deneysel sonuçlar aşağıdaki çizelge ve şekilde verilmektedir.

Çizelge 4.6. Başlangıç sıcaklığı parametresi etkinliği

M_{tb}	Sıcaklılar	pmed1	süre (sn)	sapma (%)	pmed1	süre (sn)	sapma (%)	pmed1	süre (sn)	sapma (%)	pmed1	süre (sn)	sapma (%)	pmed1	süre (sn)	sapma (%)
		$T_0 = 100$			$T_0 = 200$			$T_0 = 300$			$T_0 = 400$			$T_0 = 500$		
1	ort	6128	8,34	5,30	6106	9,92	4,92	6148	10,90	5,65	6046	11,19	3,90	6111	12,20	5,02
	min	6056	8,27	4,07	6034	9,58	3,69	5953	10,51	2,30	5821	11,03	0,03	6052	11,75	4,00
	mak	6233	8,43	7,11	6182	10,49	6,24	6290	11,96	8,09	6184	11,47	6,27	6167	12,65	5,98
2	ort	6081	36,44	4,51	6037	42,18	3,74	6063	45,73	4,18	6069	49,68	4,30	6078	50,93	4,45
	min	5876	35,67	0,98	5905	41,56	1,48	5872	45,17	0,91	5876	48,13	0,98	5914	50,19	1,63
	mak	6237	48,16	7,18	6175	44,55	6,12	6200	46,43	6,55	6237	58,40	7,18	6238	52,77	7,20
3	ort	6079	81,20	4,47	6084	101,43	4,55	6056	102,94	4,06	6095	110,92	4,74	6090	111,81	4,65
	min	5911	80,15	1,58	6025	95,08	3,54	6012	102,42	3,32	6043	110,39	3,85	6025	110,84	3,54
	mak	6194	85,31	6,44	6112	110,31	5,04	6083	104,11	4,54	6138	111,42	5,48	6136	113,58	5,45
4	ort	6059	97,87	4,12	6061	111,55	4,16	6049	120,52	3,95	6048	127,81	4,77	6040	133,26	3,80
	min	5933	95,27	1,96	5933	109,73	1,96	5906	120,08	1,50	5863	126,85	0,76	5947	132,32	2,20
	mak	6142	100,16	5,55	6155	128,38	5,77	6155	122,22	5,77	6163	132,48	21,00	6184	135,38	6,27
		$T_0 = 600$			$T_0 = 700$			$T_0 = 800$			$T_0 = 900$			$T_0 = 1000$		
1	ort	6158	12,77	5,82	6116	13,18	5,11	6134	13,06	5,42	6118	13,41	5,14	6082	13,64	4,51
	min	6091	12,42	4,67	5949	12,49	2,23	6062	12,77	4,18	6006	13,12	3,21	6016	13,49	3,39
	mak	6230	13,55	7,06	6202	13,77	6,58	6182	13,60	6,24	6210	13,63	6,72	6173	13,91	6,08
2	ort	6063	55,18	4,19	6031	56,10	3,65	6060	57,23	4,14	6061	59,16	4,15	6056	60,25	4,08
	min	5905	52,16	1,48	5872	53,02	0,91	5819	54,29	0,00	5914	57,92	1,63	5845	58,65	0,45
	mak	6219	62,52	6,87	6193	76,77	6,43	6242	83,23	7,27	6238	64,71	7,20	6180	65,99	6,20
3	ort	6051	115,22	3,99	6022	125,21	3,48	6014	128,00	3,35	6003	124,74	3,17	6031	127,51	3,64
	min	5982	114,54	2,80	5914	124,54	1,63	5910	126,92	1,56	5962	123,81	2,46	5901	126,64	1,41
	mak	6135	116,64	5,43	6102	126,65	4,86	6147	129,57	5,64	6035	126,60	3,71	6131	129,43	5,36
4	ort	6021	137,67	3,47	6005	141,71	3,20	6048	145,38	3,94	6041	148,85	3,81	6051	151,60	3,99
	min	5920	137,10	1,74	5867	140,95	0,82	5949	144,45	2,23	5926	147,05	1,84	5863	150,18	0,76
	mak	6126	140,69	5,28	6167	144,02	5,98	6157	147,51	5,81	6138	153,18	5,48	6163	156,53	5,91



Şekil 4.6. Başlangıç sıcaklığı parametresi etkinliği (ortalama değerler)



Şekil 4.7. Başlangıç sıcaklığı parametresi etkinliği (minimum değerler)

Çizelge 4.6 ve Şekil 4.6-4.7 incelendiğinde en iyi ortalama değer olan 3,02 $M_{tb} = 4$ ve $T_0 = 700^0$ koşullarında elde edilmiştir. En iyi minimum değer incelendiğinde ise $M_{tb} = 2$ ve $T_0 = 600^0$ koşullarında 0 sapma ile optimum çözüme ulaşılmıştır.

M_{tb} ve T_0 parametrelerin etkinlikleri genel olarak incelendiğinde parametre değerleri büyüdükçe çözümün iye doğru gittiği görülmekle beraber, algoritmanın çözümündeki rassallıktan dolayı her zaman doğrusal olarak daha iyi sonuçlar almak mümkün değildir.

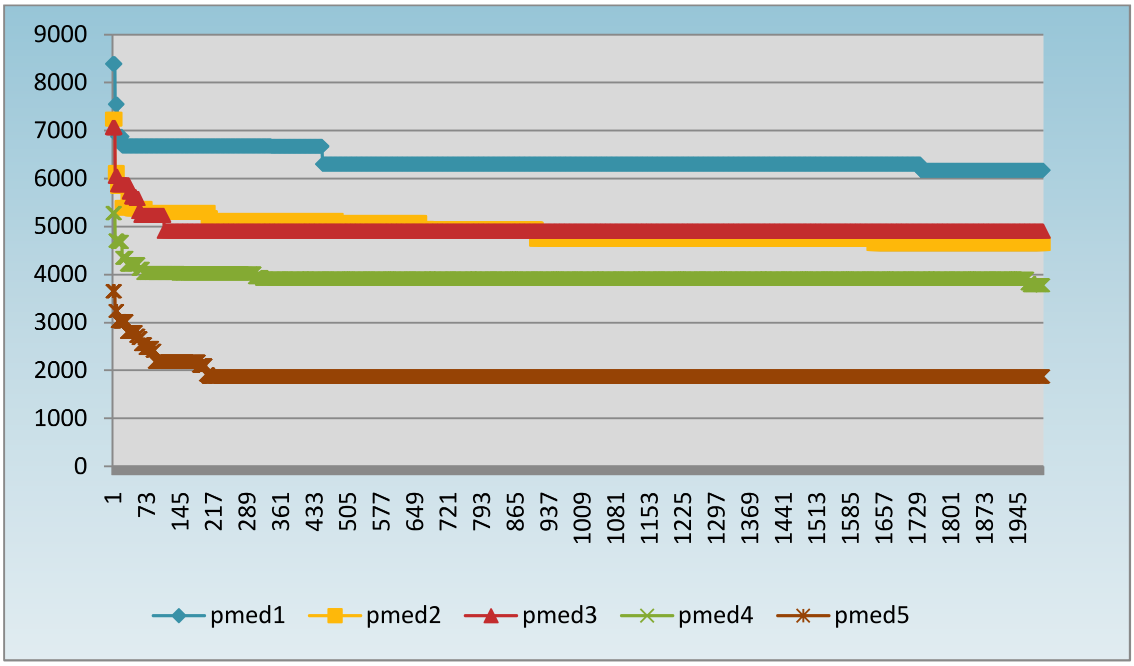
Tüm bu deneysel çalışmaların ışığı altında tüm test problemlerinin çözümüne yönelik olarak algoritmada önermiş olduğumuz parametre koşulları Çizelge 4.7'de görülmektedir.

Çizelge 4.7. Önerilmekte olan parametre koşulları

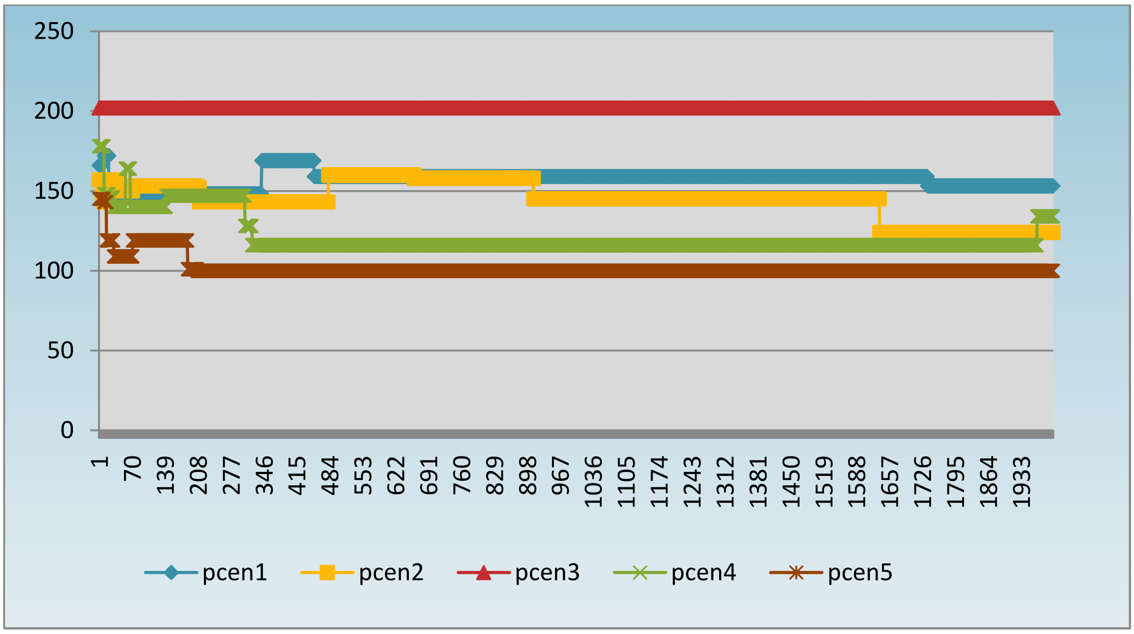
Komşuluk oranları		Başlangıç çözüm	Aynı sıcaklıkta komşu çözüm sayısı	Başlangıç sıcaklığı	Bitiş sıcaklığı
N(I)	% 0- 0,21				
N(II)	% 0,21 - 0,61				
N(III)	% 0,61 - 0,71	$\boldsymbol{x_0(II)}$	$M_{tb} = 2$	T_0= 800^0	T= $0{,}1^0$
N(IV)	% 0,71 - 0,81				
N(V)	% 0,81 - 1				

Tüm test problemlerinin sonuçlarına yönelik tablolar aşağıdaki Çizelge 4.8 ve Çizelge 4.9'da verilmektedir. Çalışmada her problem için 20 deneme yapılıştır. Çizelge 4.8'de ilgili literatürde yer alan K.S.M.P. modeli çözülmüş p-median problemlerine ait sonuçlar karşılaştırılmıştır (Dominguez-Marin *et al.* 2003).

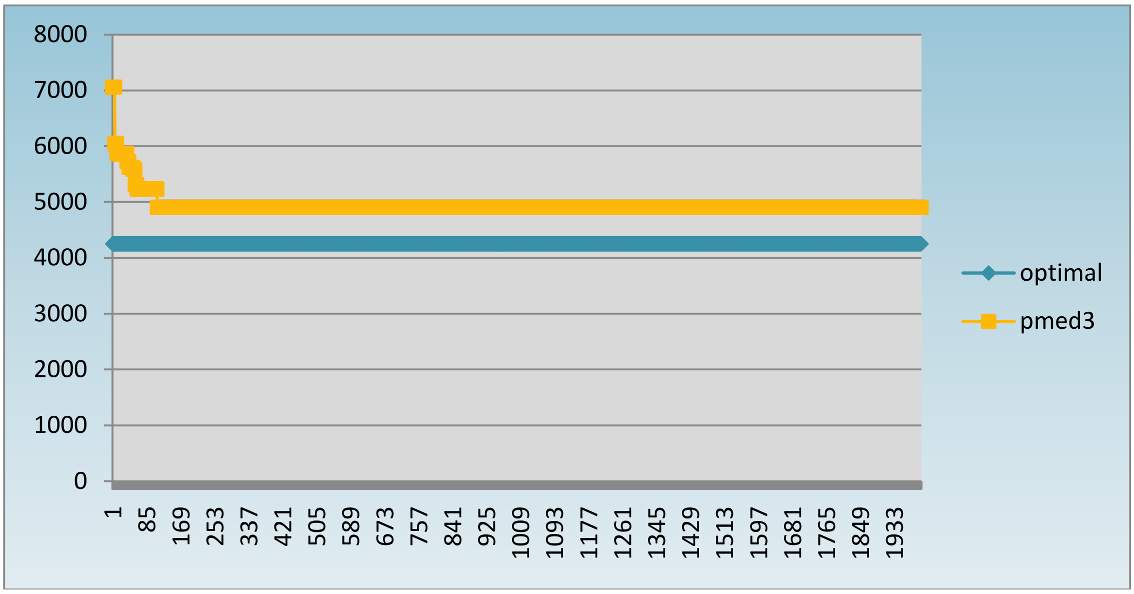
Aşağıda örnek olarak verilen çalışmalarda; ilk 5 test problemine yönelik sonuçlar incelenmiş olup 2000 iterasyon sonrası sonuçları göstermektedir.



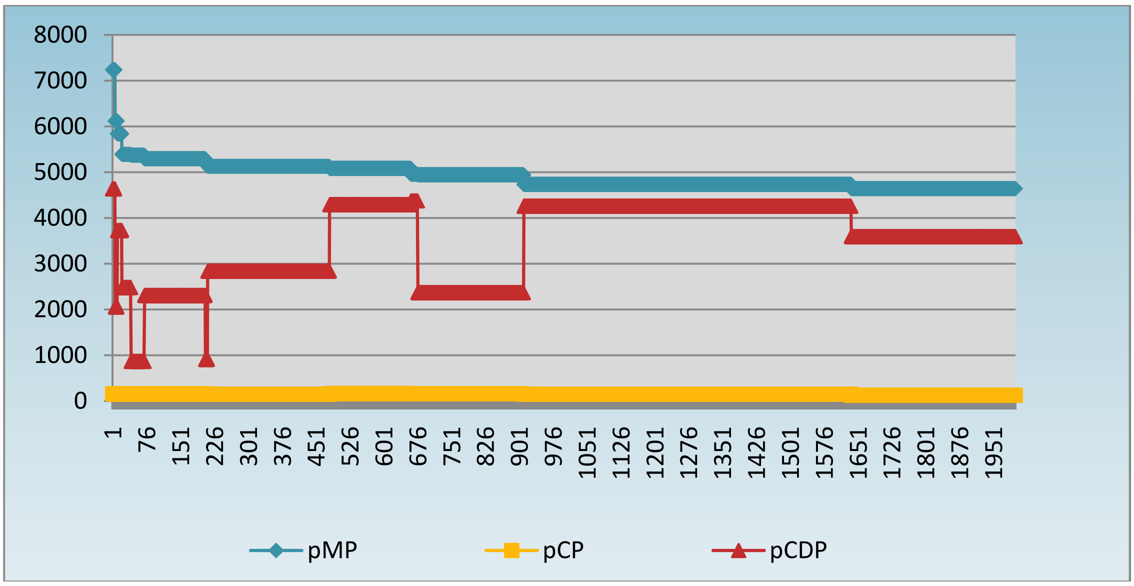
Şekil 4.8. 1. İlk 5 test probleminin p-median değerlerinin grafik gösterimi



Şekil 4.9. İlk 5 test probleminin p-center değerlerinin grafik gösterimi



Şekil 4.10. 3. Test probleminin p-median ve optimal değer grafik gösterimi



Şekil 4.11. 2. Test probleminin p-median, p-center ve p-centdian sonuçları grafik gösterimi

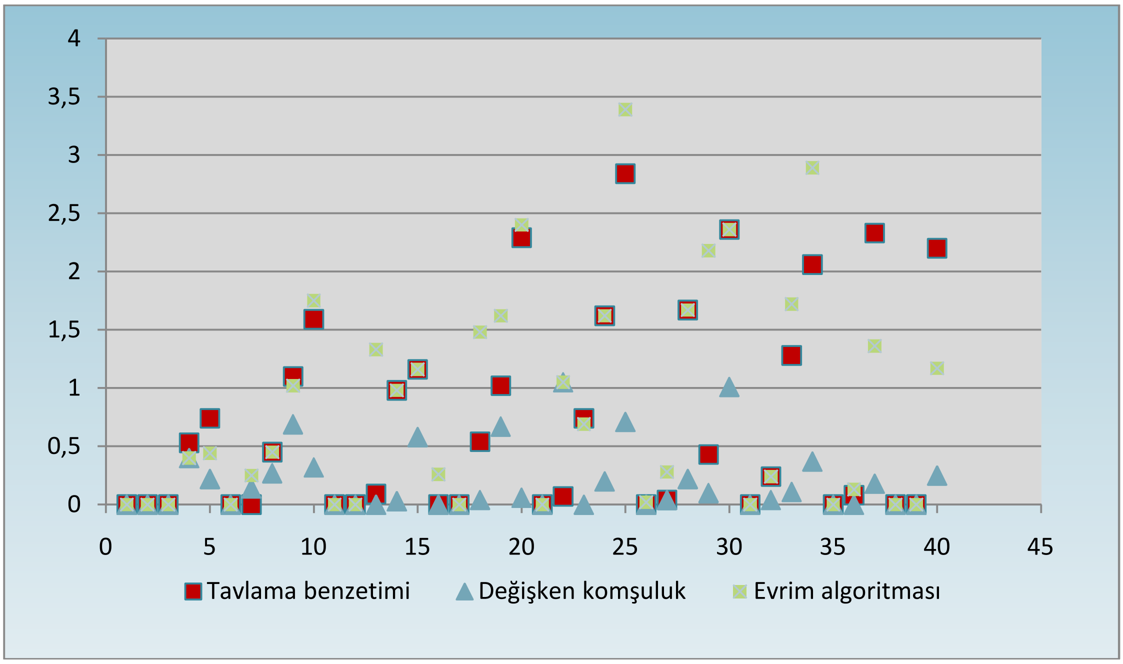
Çizelge 4.8. Test Problemlerinin karşılaştırmalı p-median sonuçları

Örnek	M	p	Optimal değerler	Tavlama Benzetimi Sezgiseli				Değişen Komşuluklu Arama Sezgiseli			Evrim Programı		
				Ortalama	En iyi	sapma (%)	süre (sn)	En iyi	sapma (%)	süre (sn)	En iyi	sapma (%)	süre (sn)
Pmed1	100	5	5819	6060	5819	0,00	55,96	5819	0,00	1,19	581	0,00	25,42
Pmed2		10	4093	4260	4093	0,00	82,61	4093	0,00	2,97	409	0,00	37,55
Pmed3		10	4250	4428	4250	0,00	83,34	4250	0,00	3.00	425	0,00	37,88
Pmed4		20	3034	3172	3050	0,53	135,26	3046	0,40	5.98	304	0,40	61,48
Pmed5		33	1355	1418	1365	0,74	205,09	1358	0,22	6.81	136	0,44	93,22
Pmed6	200	5	7824	8138	7824	0,00	79,79	7824	0,00	7.95	782	0,00	36,25
Pmed7		10	5631	5844	5631	0,00	121,93	5639	0,14	12.72	564	0,25	55,39
Pmed8		20	4445	4630	4465	0,45	202,09	4457	0,27	21.05	446	0,45	91,81
Pmed9		40	2734	2878	2764	1,10	374,76	2753	0,69	41.98	276	1,02	170,25
Pmed10		67	1255	1318	1275	1,59	64,71	1259	0,32	72.22	127	1,75	290,53
Pmed11	300	5	7696	8005	7696	0,00	96,01	7696	0,00	12.52	769	0,00	47,98
Pmed12		10	6634	6809	6634	0,00	166,48	6634	0,00	26.02	663	0,00	75,63
Pmed13		30	4374	4560	4378	0,09	425,32	4374	0,00	87.92	443	1,33	193,22
Pmed14		60	2968	3120	2997	0,98	791,51	2969	0,03	241.95	299	0,98	359,58
Pmed15		10	1729	1825	1749	1,16	1278,8	1739	0,58	363.39	174	1,16	580,98
Pmed16	400	5	8162	8300	8162	0,00	125,22	8162	0,00	24.36	818	0,26	56,89
Pmed17		10	6999	7189	6999	0,00	208,95	6999	0,00	47.30	699	0,00	95,08
Pmed18		40	4804	5010	4830	0,54	704,08	4811	0,04	275.69	488	1,48	320,38
Pmed19		80	2845	2996	2874	1,02	1328,1	2864	0,67	469.30	289	1,62	604,36
Pmed20		13	1789	1906	1830	2,29	2116,4	1790	0,06	915.17	183	2,40	963,44
Pmed21	500	5	9138	9416	9138	0,00	154,05	9138	0,00	27.39	913	0,00	70,14
Pmed22		10	8579	8741	8585	0,07	256,08	8669	1,05	64.25	866	1,05	116,59
Pmed23		50	4619	4746	4653	0,74	1067,6	4619	0,00	443.23	465	0,69	486,08
Pmed24		10	2961	3114	3009	1,62	2030,9	2967	0,20	1382.84	300	1,62	924,66
Pmed25		16	1828	1950	1880	2,84	3261,3	1841	0,71	2297.25	189	3,39	1484,1
Pmed26	600	5	9917	10228	9917	0,00	185,34	9917	0,00	48.45	991	0,02	84,34
Pmed27		10	8307	8554	8310	0,04	300,04	8310	0,04	127.63	833	0,28	136,53
Pmed28		60	4498	4722	4573	1,67	1479,6	4508	0,22	965.48	457	1,67	673,30
Pmed29		12	3033	3170	3046	0,43	2787,7	3036	0,10	2758.56	309	2,18	1268,8
Pmed30		20	1989	2120	2036	2,36	3980,2	2009	1,01	3002.34	203	2,36	2043,3
Pmed31	700	5	10086	10304	1008	0,00	180,51	1008	0,00	56.02	100	0,00	92,67
Pmed32		10	9297	9505	9319	0,24	304,84	9301	0,04	165.27	931	0,24	156,50
Pmed33		70	4700	4950	4760	1,28	1741,7	4705	0,11	2311.03	478	1,72	894,19
Pmed34		14	3013	3202	3075	2,06	3381,2	3024	0,37	5384.19	310	2,89	1762,6
Pmed35	800	5	10400	10231	1040	0,00	210,82	1040	0,00	88.50	104	0,00	109,86
Pmed36		10	9934	10254	9942	0,08	349,38	9934	0,00	200.97	994	0,13	182,06
Pmed37		80	5057	5369	5175	2,33	2284,1	5066	0,18	2830.30	512	1,36	1190,2
Pmed38	900	5	11060	11318	1106	0,00	230,54	1106	0,00	150.53	110	0,00	120,14
Pmed39		10	9423	9613	9423	0,00	398,66	9423	0,00	200.73	942	0,00	207,75
Pmed40		90	5128	5428	5241	2,20	2863,0	5141	0,25	4774.38	518	1,17	1492,5

Çizelge 4.9. Test problemlerinin p-center ve p-centdian sonuçları

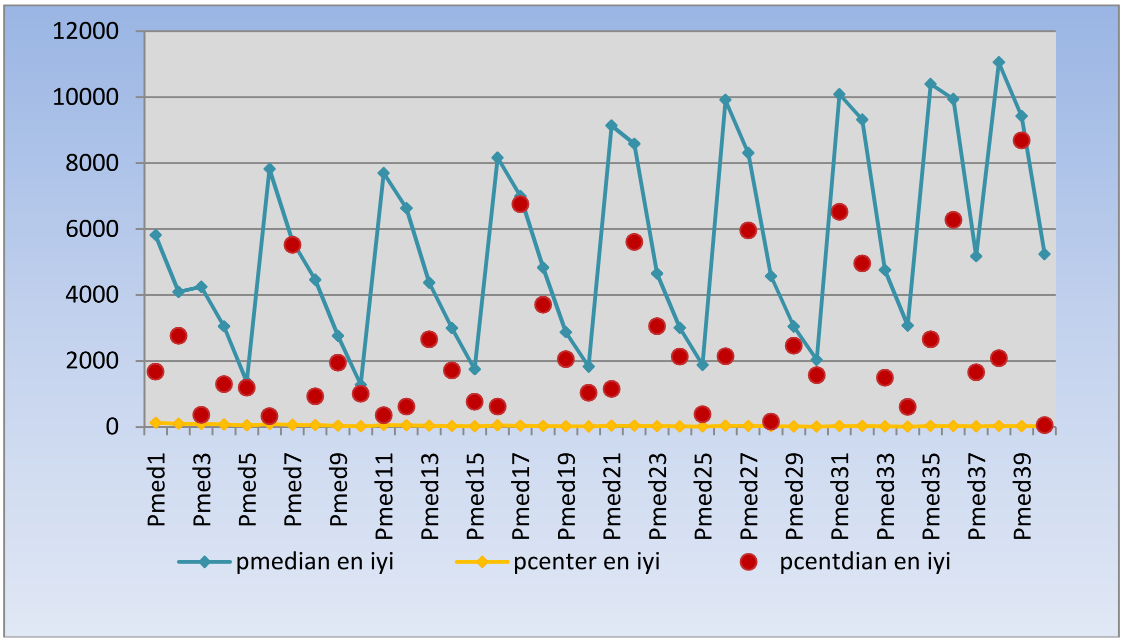
Örnek	M	*p*	Tavlama Benzetimi Sezgiseli							
			p-median		p-center			p-centdian		süre (sn)
			Optimal	En iyi	Optimal	En iyi değer	Sapma (%)	λ=0,5	En iyi	
Pmed1	100	5	5819	5819	127	127	0,00	2973,00	1680	55,96
Pmed2		10	4093	4093	98	98	0,00	2095,50	2770	82,61
Pmed3		10	4250	4250	93	93	0,00	2171,50	366	83,34
Pmed4		20	3034	3050	74	74	0,00	1554,00	1303	135,26
Pmed5		33	1355	1365	48	49	2,08	701,50	1192	205,09
Pmed6	200	5	7824	7824	84	84	0,00	3954,00	328	79,79
Pmed7		10	5631	5631	64	64	0,00	2847,50	5527	121,93
Pmed8		20	4445	4465	55	55	0,00	2250,00	927	202,09
Pmed9		40	2734	2764	37	38	2,70	1385,50	1945	374,76
Pmed10		67	1255	1275	20	20	0,00	637,50	1010	64,71
Pmed11	300	5	7696	7696	59	59	0,00	3877,50	361	96,01
Pmed12		10	6634	6634	51	51	0,00	3342,50	620	166,48
Pmed13		30	4374	4378	36	36	0,00	2205,00	2659	425,32
Pmed14		60	2968	2997	26	27	3,85	1497,00	1712	791,51
Pmed15		100	1729	1749	18	18	0,00	873,50	769	1278,85
Pmed16	400	5	8162	8162	47	47	0,00	4104,50	619	125,22
Pmed17		10	6999	6999	39	40	2,56	3519,00	6754	208,95
Pmed18		40	4804	4830	28	28	0,00	2416,00	3707	704,08
Pmed19		80	2845	2874	18	18	0,00	1431,50	2055	1328,16
Pmed20		133	1789	1830	13	13	0,00	901,00	1032	2116,48
Pmed21	500	5	9138	9138	40	40	0,00	4589,00	1150	154,05
Pmed22		10	8579	8585	38	38	0,00	4308,50	5610	256,08
Pmed23		50	4619	4653	22	22	0,00	2320,50	3057	1067,61
Pmed24		100	2961	3009	15	15	0,00	1488,00	2132	2030,90
Pmed25		167	1828	1880	11	12	9,09	919,50	382	3261,35
Pmed26	600	5	9917	9917	38	38	0,00	4977,50	2148	185,34
Pmed27		10	8307	8310	32	32	0,00	4169,50	5956	300,04
Pmed28		60	4498	4573	18	19	5,56	2258,00	158	1479,63
Pmed29		120	3033	3046	13	13	0,00	1523,00	2468	2787,76
Pmed30		200	1989	2036	9	9	0,00	999,00	1575	3980,23
Pmed31	700	5	10086	10086	30	30	0,00	5058,00	6525	180,51
Pmed32		10	9297	9319	29	29	0,00	4663,00	4957	304,84
Pmed33		70	4700	4760	15	15	0,00	2357,50	1489	1741,77
Pmed34		140	3013	3075	11	11	0,00	1512,00	606	3381,28
Pmed35	800	5	10400	10400	30	30	0,00	5215,00	2663	210,82
Pmed36		10	9934	9942	27	27	0,00	4980,50	6285	349,38
Pmed37		80	5057	5175	15	15	0,00	2536,00	1662	2284,12
Pmed38	900	5	11060	11060	29	30	3,45	5544,50	2084	230,54
Pmed39		10	9423	9423	23	23	0,00	4723,00	8692	398,66
Pmed40		90	5128	5241	13	13	0,00	2570,50	60	2863,05

Çizelge 4.8 ve Çizelge 4.9 incelendiğinde; geliştirilen algoritmadan elde edilen en iyi p-median sonuçlar literatürde konu ile ilgili K.S.M.P. modeli ile çözülmüş Değişen Komşuluklu Arama Sezgiseli ve Evrim Programı sonuçları ile (Dominguez-Marin *et al.* 2003) karşılaştırıldığında oldukça iyi sonuçların alındığı gözlenmektedir. T.B. algoritması sonuçları incelendiğinde 15 test probleminde optimal sonuç bulunmuş olduğu diğerlerinde ise genellikle optimale yakın ve diğer iki yöntem sonuçlarının arasında olduğu görülmektedir. Aynı tesis sayılarında değişen ve doğrusal olarak artan *p* değerlerine bağlı olarak sapma oranlarının arttığı da izlenmektedir.

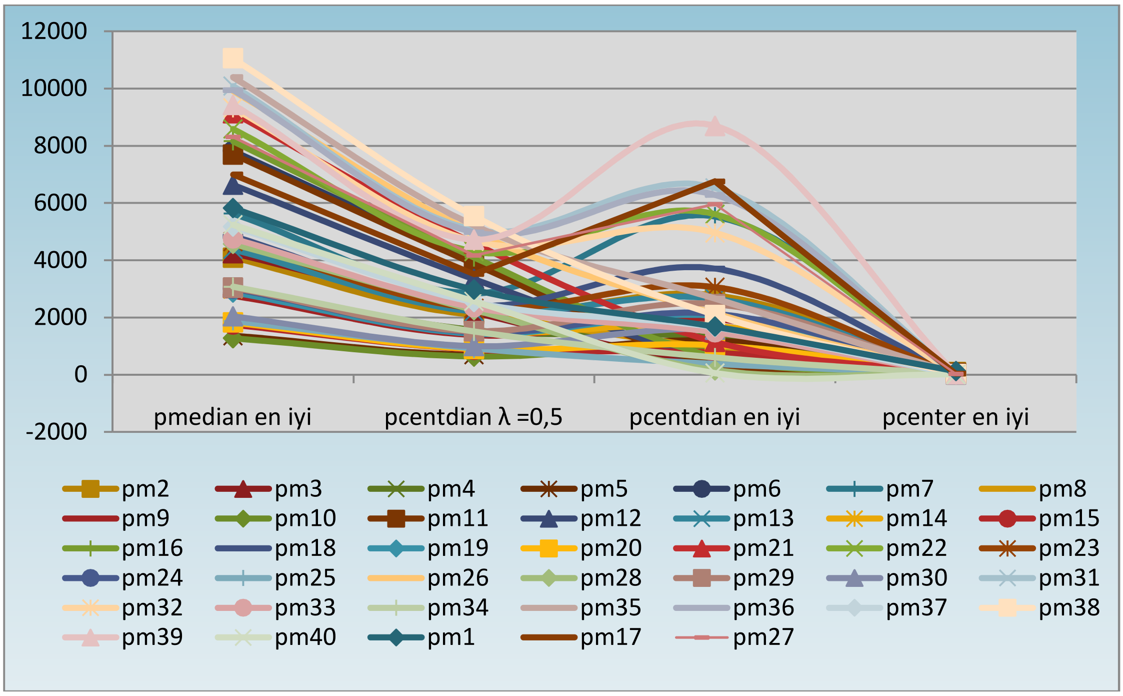


Şekil 4.12. Karşılaştırmalı p-median sapma sonuçları

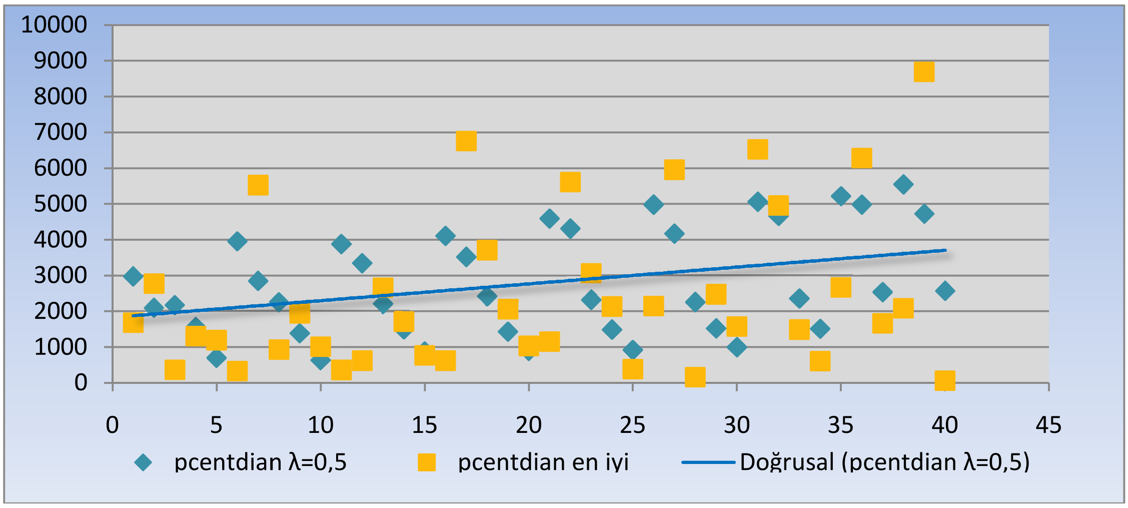
Aynı şekilde Çizelge 4.9'da elde edilen değerler incelendiğinde, p-center sonuçların oldukça iyi olduğu görülmektedir. Sonuçlar genelde optimal sonuca ulaşmış ya da optimal sonuca yakındır. P-median ve p-center problemlerinin konveks kombinasyonu olan p-centdian probleminde elde edilen sonuçların en iyi p-median ve p-center problemleri sonuçlarının arasında olduğu ve bu değerleri aşmadığı konveks durum ispatlanmıştır (Şekil 4.13 ve Şekil 4.15). λ=0,5 için optimal değerlerle karşılaştırılmış, böylece elde edilen değerlerin median amaç fonksiyonuna mı yoksa center amaç fonksiyonuna mı yaklaştığı görülebilmiştir.



Şekil 4.13. P-centdian problemi dağılım grafiği

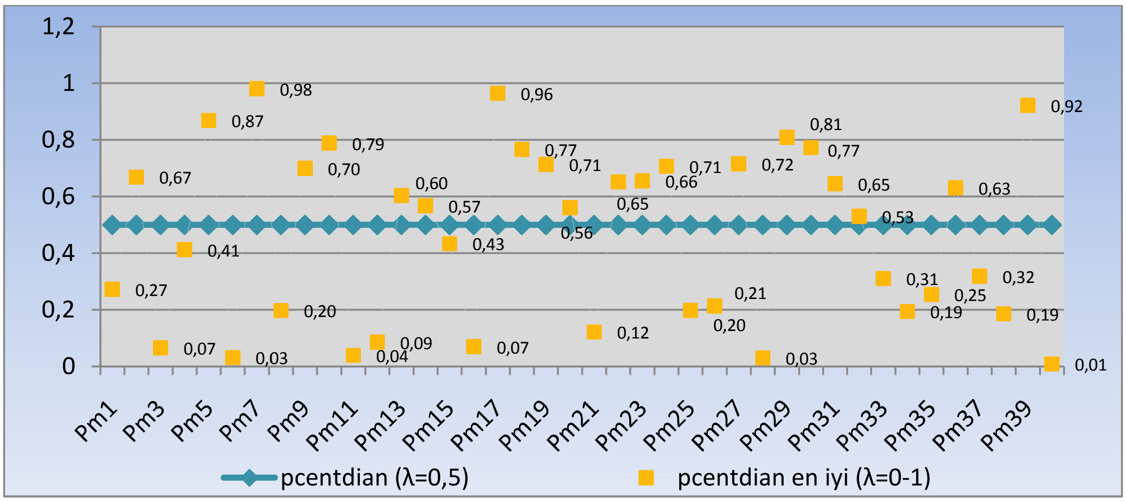


Şekil 4.14. 3 probleme ait en iyi sonuçların şematik gösterimi

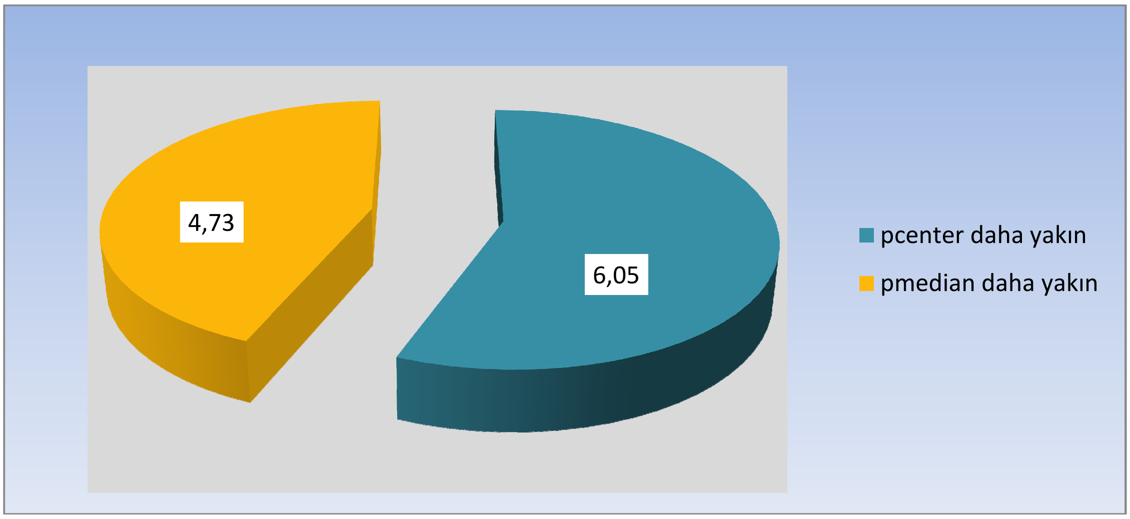


Şekil 4.15. P-centdian sonuçların λ değerlerine göre nokta dağılımı (λ=0,5 ve λ=0-1)

Elde edilen en iyi sonuçlara ait λ değerleri Şekil 4.16.'da görülmektedir. Bu değerler ışığında p-centdian değerlerin % 6,5 p-center çözüme, % 4,73 p-median çözüme yaklaştığı Şekil 4.17'de görülebilmektedir. P-centdian çözümün p-median ya da p-center sonucun herhangi birine yaklaşmış olması tamamen tesadüfî rassal bir durumdur.



Şekil 4.16. En iyi p-centdian sonuçlara ait λ değerleri



Şekil 4.17. En iyi p-centdian sonuç λ değerleri yakınlık durumları

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmanın temelini oluşturan yerleşim teorisi ve özellikle kesikli yerleşim problemlerinin, günümüze kadar araştırmacılar tarafından bir hayli çalışıldığı ve farklı çalışmaların artarak devam edeceği görülmektedir. Bununla birlikte, yerleşim problemlerine genel olarak bakıldığında, farklı yerleşim problemlerinin amaç fonksiyonlarının farklı olması, bu problemlerin formülasyonlarının farklılığına neden olmaktadır. Dolayısıyla, tüm bu problemlerin ortak çözümüne yönelik bir formülasyon geliştirme ihtiyacı araştırmacıların ilgisini çekmektedir.

Bu çalışmada incelenen K.S.M.P. tek bir formülasyon içinde bu tarz problemlerin etkili ve hızlı bir şekilde çözülmesini sağlamaya çalışmakta ve bu ihtiyacı önemli ölçüde gidermektedir. Zaten K.S.M.P.'nin çözümüne yönelik çalışmalar oldukça yenidir ve az sayıdadır. Yine bu çalışmada incelenen p-centdian problemi de literatürde fazla çalışılmış bir konu değildir.

Bu Yüksek Lisans Tez Çalışmasında; K.S.M.P. probleminin çözümüne yönelik olarak literatürde denenmemiş olan Tavlama Benzetimi Sezgisel Metodu önerilmektedir. Önerilen bu metotla geliştirilen algoritmanın belirlenen performans değerleriyle K.S.M.P. için literatürde p-median problemler için olan problemler çözülmüş ve sonuçlar bölüm 4'te tartışılmıştır. Sonuçlar incelendiğinde önerilen algoritmanın etkin sonuçlar verdiği gözlenmektedir.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, test problemlerinin boyutu büyüdükçe, geliştirilen algoritma ile elde edilen sonuçların literatürde bilinen en iyi sonuçlardan sapma oranının arttığı gözlenmektedir. Çözüm süresi açısından baktığımızda ise, geliştirilen algoritmanın MATLAB programlama dilinde kodlanmış olmasından dolayı literatürdeki çalışmalarda verilen çözüm sürelerinden yüksek olduğu söylenebilir. Zaten önerilen algoritma ile üç farklı yerleşim problemi birlikte çözülmeye çalışılmaktadır. Genel olarak literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırıldığında iyi sonuçlar alındığı görülmektedir.

Bu çalışmada geliştirilen algoritma Tesis Yerleşim Problemlerinden; p-median, p-center ve p-centdian problemleri için çözümler üretmektedir. Bununla birlikte, literatürde konu ile ilgili yapılan çalışmalar dikkate alındığında, bu yüksek lisans çalışmamızın çoklu tesis yerleşim problemlerini çözmeye teşebbüs eden yeni bir çalışma olduğu söylenebilir.

Bu Yüksek Lisans Tez çalışmasının literatüre önemli bir katkı sağlayacağını umut etmekteyiz. Gelecekte yapılabilecek çalışmalar söyle özetlenebilir;

- Algoritmanın performansı geliştirilebilir.
- Problemler birleştirilerek çok amaçlı karar verme problemi şekline dönüştürülebilir.
- Farklı uygulama alanları için geliştirilebilecek yeni modellere uyarlanabilir.

KAYNAKLAR

Ayyüce, A., 2010. Tavlama Benzetimi Ders Notları. Başkent Üniversitesi, http://www.baskent.edu.tr/~ayyuce/END407%20Ders4.pdf (05.09.2010).

Al-khedhairi, A., 2008. Simulated Annealing Metaheuristic for Solving P-Median Problem. Int. J. Contemp. Math. Sciences, Vol. 3, no. 28, 1357 – 1365.

Andreas, K. and Andreas, D., 2003. Facility Location Models for Distribution System Design, European Journal of Operational Research, 1-26.

Beasley, J. E., 1985. A Note on Solving Large P-median problems, European Journal of Operational Research, 21, 270-273.

Beasley, J.E.,1990. Or-library: Distributing test problems by electronic mail. Journal of the Operational Research Society, 41(11),1069‑1072.

Bhattacharya B. and Ben-Moshe B., 2008. Joint Cluster Analysis of Attribute Data and Relationship Data: the Connected k-Center Problem. Algorithms and Applications, ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data, Vol. 2, no. 2.

Boland, N., Dominguez-Marin, P., Nickel, S., and J. Puerto, J., 2003. Exact Procedures for Solving the Discrete Ordered Median Problem. ITWM Bericht 47, Fraunhofer Institut fur Techno und Wirtschaftsmathematik (ITWM), Kaiserslautern, Germany.

Brimberg, J. and Mehrez, A., 1994. Multi-facility Location Using a Maximin Criterion and Rectangular Distances. Location Science 2, 11–19.

Brimberg, J., Hansen, P., Mladenovic, N., and Taillard, E., 2000. Improvements and Comparison of Heuristics for Solving the Multisource Weber problem. Operations Research 48 (3), 444–460.

Cappanera, P., 1999. A Survey on Obnoxious Facility Location Problems, Technical Report, Dipartimento di Informatica, Universita di Pisa.

Carbone, R., 1974, Public Facility Location Under Stochastic Demand, INFOR, 12.

Caruso, C. and Colorni, A., 2002. Dominant, an Algorithm for the P-center Problem. Environmental Business Unit, via Rubattino, 54 Milan, Italy.

Cerny, V., 1985. A Thermodinamical Approach to the Traveling Salesman Problem: An Efficient Simulated Algorithm, J. Optimiz. Theory Appl.,45, 41-55.

Chardaire, P. and Lutton, J.L., 1993. Using Simulated Annealing to Solve Concentrator Location Problems in Telecommunication Networks. Applied Simulated Annealing, Springer, Berlin, 175-199.

Chen, P.C., Hansen, P., Jaumard, B. and Tuy, H., 1992. Weber's Problem with Attraction and Repulsion. Journal of Regional Science 32 (4), 467–486.

Chen, B., Guignard, M., 1998. Polyhedral Analysis and Decompositions for Capacitated Plant Location-type Problems. Discrete Applied Mathematics 82, 79–91.

Cornuejols, G., Fisher, M.L. and Nemhauser, G.L., 1977. Location of Bank Accounts to Optimize Float, An Analytical Study of Exact and Approximate Algorithms. Management Science, 23, 789–810

Daskin, M.S., 1995. Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Daskin. M.S., 2000. A New Approach to Solving the Vertex P-center Problem to Optimality: Computational Results, Communications of the Japanese OR society, 9, 428-436.

Davis, L., 1987. Genetic Algorithms and Simulated Annealing. Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, CA.

Densham, P.J. and Rushton, G., 1992b. A More Efficient Heuristic for Solving Large P-median Problems. Papers in Regional Science, 171, 307-29.

Dominguez-Marin, P., Hansen, P., Mladenovic, N., and Nickel, S., 2003. Heuristic Procedures for Solving the Discrete Ordered Median Problem. Technical Report, Institut Techno und Wirtschaftsmathematik, Kaiserslautern, Germany.

Drezner, Z., 1984. The Planar Two-center and Two-median Problems. Transportation Science 18, 351–361.

Drezner, Z. and Hamacher, H.W., 2002 . Facility Location: Applications and Theory.Springer Berlin Heidelberg New York.

Erkut, E. and Neuman, S., 1989. Analytical Models for Locating Undesirable Facilities. European Journal of Operational Research 40, 275–291.

Francis, R.L., McGinnis, Jr., L.F. and White, J.A., 1992. Facility Layout and Location: An Analytical Approach, second ed. Prentice-Hall International Series in Industrial and Systems Engineering. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Francis, R.L, Lowe, T.J., and Tamir, A., 2000. Aggregation Error Bounds for a Class of Location Models. Operations Research, 48, 294–307.

Garey, M.R. and Johnson, D., 1979. Computer and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness, WH Freeman, NewYork.

Goldberg, D.E., 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison Wesley, MA.

Hakimi, S.L., 1965. Optimum Distribution of Switching Centers in a Communication Network and Some Related Graph Theoretic Problems. Operations Research 13, 462–475.

Halpern, J., 1976. The Location of a Centdian Convex Combination on an Undirected Tree. Journal of Regional Science, 16, 237-245.

Hamacher, H.W. and Nickel, S., 1994. Combinatorial Algorithms for Some 1-facility Median Problems in the Plane. European Journal of Operational Research 79, 340–351.

Handler, G.Y. and Mirchandani, P.B., 1979. Location on Networks, M.I.T. Press, Cambridge, MA.

Hansen, P. and Mladenovic, N., 1997. Variable Neighborhood Search for the P-median. Location Science, 5(4), 207–226.

Hansen, P., Mladenovic, N. and Taillard, E., 1998. Heuristic Solution of the Multisource Weber Problem as a P-median Problem. Operations Research Letters 22, 55–62.

Hochbaum, D. and Shmoys, D.B., 1986. A Unified Approach to Approximation Algorithms for Bottleneck problems. Journal of theACM, 33, 33–50.

Holland, J.H.,1975. Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Hooker, J.N., Garinkel, R.S. and Chen, C.K., 1991. Finite Dominating Sets For Network Location Problems. Operation Research 39, 100-118.

Jurij, M, and Borut, R., 2002. Approximation Algorithms for the k-center Problem: an experimental evaluation.Faculty of Computer and Information Science University of Ljubljana, Ljubljana, Slovenia.

Kafer, B. And Nickel, S., 2001. Error Bounds for the Approximate Solution of Restricted Planar Location Problems. European Journal of Operational Research 135, 67–85.

Kalcsics, J., Melo, T., Nickel, S. and V. Schmid-Lutz, V.,2000. Facility Location Decisions in Supply Chain Management. In K. Inderfurth, G. Schwodiauer, G., Domschke, W., Juhnke, F.,

Kalcsics, J., Nickel, S. and Puerto, J., 2003. Multifacility Ordered Median Problems on Networks: a Further Analysis. Networks, 41(1):1–12.

Kirkpatrick, S., Gelatt C. and Vecchi M., 1983, Optimization by Simulated Annealing, Science, 220, 67 l-680.

Kleinschmidt, P. and Wascher, G. Operations Research Proceedings, Springer, 467–472.

Krarup, J. and Pruzan, P.M., 1979. Selected families of location problems. Annals of Discrete Mathematics 5, 327–387.

Love, R.F., Morris, J.G. and Wesolowsky, G.O., 1988. Facilities Location: Models & Methods. Publications in Operations Research Series, vol. 7. North-Holland, Amsterdam.

Marianov, V. and Serra, D., 2002. Location Problems in the Public Sector, Drezner, Z., and Hamacher, H. W. (ed.), *Facility Location: Applications and Theory*, Springer, Berlin, 119-150.

Melachrinoudis, E., 1988. An Efficient Computational Procedure for the Rectilinear Maximin Location Problem. Transportation Science 22, 217–223.

Merle, O., Villeneuve, D., Desrosiers, J. and Hansen, P., 1999. Stabilized Column Generation. Discrete Mathematics 194, 229–237.

Metropolis, N., Rosenbluth A. W., Teller A. H. and Teller E., 1953. Equation of State Calculation by Fast Computing Methods, Journal of Chemical Physics, 21, 1087-1091.

Miehle, W., 1958. Link-length Minimization in networks. Operations Research, 6, 232–243.

Mirchandani, P.B. and Francis. R.L., 1990. Discrete Location Theory. Wiley, New York.

Mladenovic, N., 1995. A Variable Neighborhood Algorithm - A New Metaheuristic for Combinatorial Optimization. Abstracts of papers presented at Optimization Days, Montreal, 112.

Mladenovic, N. and Hansen. P., 1997. Variable Neighbourhood Search. Computers and Operations Research, 24,1097–1100.

Moreno Perez, J.A., 1985. A Correction to the definition of Local Center. European Journal of Operational Research 20, 382-385.

Nickel, S. and J. Puerto.J., 1999. A Unified Approach to Network Location Problems. Networks, 34, 283–290.

Nickel, S., 2001. Discrete Ordered Weber problems. Operations Research Proceedings, Fleischmann, B., Lasch, R., Derigs, U., Domschke, W. and Rieder, U. Springer, 71–76.

Ostresh, L.M., 1973. TWAIN—Exact Solutions to the two-source Location-allocation Problem. Department of Geography, University of Iowa, 15–28.

Perez-Brito, D., Moreno Perez, J.A. and Rodriguez-Martin, I., 1997. Finite Dominating Set for the P-Facility Cent-dian Network Location Problem. Studies in Location Analysis, Issue 11, 27-40.

Puerto, J. and Fernandez, F.R, 1995. The Symmetrical Single Facility Location Problem. Technical Report, Faculty of Mathematics, University of Sevilla.

Reese, J., 2005. Methods for Solving the p-Median Problem: An Annotated Bibliography, Department of Mathematics, Trinity University.

Resende, M.G.C. and Werneck, R.F., 2003. On the Implementation of a Swap-based Local Search Procedure for the P-median Problem. R. Ladner, R., ALENEX ’03: Proceedings of the Fifth Workshop on Algorithm Engineering and Experiments, Philadelphia, 119–127.

ReVelle, C. and Swain, R., 1970. Central Facilities Location. Geographical Analysis, 2, 30–42.

Rodriguez-Chia, A., Nickel, S., Puerto, J. and Fernandez, F.R., 2000. A Flexible Approach to Location Problems. Mathematical Methods of Operations Research, 51, 69–89.

Rosing, K.E., 1992b. An Optimal Method for Solving the (generalized) multi-Weber problem. European Journal of Operational Research 58 (3), 414–426.

Sylvester, J.J., 1857. A Question in the Geometry of Situation. Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics, 79.

Taillard, E., 1996. Heuristic Methods for Large Multi-source Weber problems. Technical Report, IDSIA, Lugano, 96-96.

Teitz, M.B. and Bart, P., 1968. Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph. Operations Research, 16(5), 955–961.

Yiğit, V. and Türkbey, O., 2003. Tesis yerleşim Problemlerine Sezgisel Metotlarla Yaklaşım. Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der., 18(5), 45-56.

Yiğit, V., 2004. Kapasite kısıtsız Tesis Yerleşim Problemleri için Evrimsel Yaklaşımlı Tavlama Benzetimi Algoritması. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Weber, A., 1909. Uber den Standort der Industrien. 1. Teil: Reine Theorie des Standorts. Verlag J.C. B. Mohr, Tubingen.

Weiszfeld, E., 1937. Sur le point pour lequel la somme des distances den points donnes est minimum. Tohoku Mathematical Journal 43, 355–386.

Wesolowsky, G.O., 1993. The Weber Problem: History and Perspectives. Location Science 1 (1), 5–23.

Whitaker, R.A., 1981. A Tight Bound Drop Exchange Algorithm for Solving the P-median Problem. Environment and Planning A, 13, 669–680.

EKLER

EK- 1: Matlab dilinde yazılmış floyd algoritması kodları

```
dosya=input('Dosya Adını Giriniz:','s');
dosyaac = fopen(dosya);
sirala = fscanf(dosyaac,'%d');
uzunluk=length(sirala);
A=zeros(sirala(1),sirala(1)); i=4;
while(i<=uzunluk)
    a1=sirala(i);
    a2=sirala(i+1);
    a3=sirala(i+2);
    A(a1,a2)=a3;
    A(a2,a1)=a3;
    i=i+3;
end
fclose('all');
n=length(A);
for  i=1:n
   for  j=1:n
        if  i == j
            D(i,j) = Inf;
        else
            D(i,j) = A(i,j);
        end
   end
end
for  i=1:n
   for  j=1:n
       if  D(i,j) == 0
            D(i,j) = max;
        end
   end
end
for  k=1:n
     for  i=1:n
          for  j=1:n
              if i==j
                    D(i,j)=0;
              elseif  D(i,k)+D(k,j)< D(i,j)
                    D(i,j)=D(i,k)+D(k,j);
                    D(i,j)
              end
          end
     end
end
```

EK- 2: Matlab dilinde yazılmış T.B. algoritması kodları

```
    dosya=input('Dosya Adını Giriniz:','s');
switch lower(dosya)
    case  'pmed1.csv'
    Tesis_Sayisi=100;
    Aday_Tesis_Sayisi=5;

            *
            *
            *
            *
    case  'pmed40.csv'
    Tesis_Sayisi=900;
    Aday_Tesis_Sayisi=90;
end
N = Tesis_Sayisi;
COZUM = zeros(N, N,'int32');
COZUM = xlsread (dosya,1);
    T=100;
    t=0.01;
    r=0.999;
    iterasyon=0;
    roo=rand;
tic

              *
              *
              *
              *
              *
              *
if (pMEDIAN - Pmedian < 0)
        Pmedian=pMEDIAN;

    else
        serdar=exp(-((pMEDIAN-Pmedian)))/T;
        roo=rand;
        if  (serdar>roo)
            Pmedian=pMEDIAN;
        end
    end
end

if (pCENTER - Pcenter < 0)
        Pcenter=pCENTER;
    else
        serdar=exp(-(pCENTER-Pcenter))/T;
        roo=rand;
        if  (serdar>roo)
            Pcenter=pCENTER;
        end
    end
end
```

```
if (pCENTDIAN - Pcentdian < 0)
        Pcentdian=pCENTDIAN;
    else
        serdar=exp(-(pCENTDIAN-Pcentdian))/T;
        roo=rand;
        if  (serdar>roo)
            Pcentdian=pCENTDIAN;
        end
    end
end

T=T*r;
end
toc

Pmedian
Pcenter
Pcentdian
```

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Erzurum'da doğdu. İlköğrenimini Sabahattin SOLAKOĞLU İlkokulu, orta öğrenimi Erzurum Anadolu Lisesinde tamamladı. 2000 yılında Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Endüstri Mühendisliği bölümünde lisans öğrenimine başladı. 2007 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans programına kayıt yaptırdı. 2001-2007 yılları arası kamu ve özel sektörde çalıştı. Evli ve bir çocuk babası olan araştırmacı, 2008 yılından beri Erzincan Üniversitesi'nde uzman olarak görev yapmaktadır.