

**UNIVERSITE GALATASARAY
INSTITUT DES SCIENCES SOCIALES
DÉPARTEMENT DE PHILOSOPHIE**

**LES FONDEMENTS DE L'ARITHMÉTIQUES
CHEZ FREGE**

Hakan Soyalp

Directeur de recherche : Yrd. Doç. Dr. Tarık Necati ILCIGIOĞLU

Memoire pour l'obtention du DEA "Philosophie"

Mars, 2006

INTRODUCTION

À partir de la quiddité du nombre, l'arithmétique est traitée en philosophie comme une question problématique. Relever la nature des nombres est important pour la compréhension du point de vue de la relation du nombre avec ce qui existe. Est-ce que le nombre est une propriété de ce qui existe, ou existe-t-il lui-même ? Est-il opportun de parler d'une chose en le considérant comme un nombre ? Si oui, à partir d'où quelle limite peut on en parler ? Que veut dire la possibilité de compter les choses, quelle est la possibilité de pouvoir être compté ? Les sujets traités avec toutes ces questions portent l'objectif de relever ce qu'est ce qui est appelé nombre et de rechercher le sens de la propriété d'avoir une quantité.

Les philosophes de l'antiquité ont pensé en général au nombre ensemble avec la cosmologie. Il n'est pas tellement possible de voir la différence actuelle entre l'ontologie et les mathématiques dans la philosophie antique qui a mis en évidence le fait que les principes par rapport au nombre sont en même temps les principes de l'être. Archytas of Tarentum un scientifique grec, philosophe, et mathématicien principal de Pythagorean. Platon, dans un ami étroit, s'est servi de son travail les mathématiques, et évidemment l'Euclide emprunté à lui pour le traitement de la théorie de nombre en livre VIII de ses éléments. Dans les fragments de Diogenes Laertes on peut visage les idées de cette Pythagorean sur l'âme.

« ...Mais puisque le moteur contient les forces qui sont individuellement contraires, ceux des corps simples, et car les contraires ont besoin d'un principe les harmonisant et unifiant, elle doit nécessairement recevoir ses vertus et proportions efficaces des nombres, et de tous ce qui sont manifestés sous les nombres et les formes géométriques; vertus et proportions capables de lier et d'unir dans la forme les contraires qui existent dans la substance des choses. Pour, par elle-même, la substance est informe; seulement qu'après avoir été déplacé vers la forme il devient la forme, et reçoivent les relations raisonnables de l'ordre... »

« 3c. Pythagoras dit que l'âme humaine était un tétragone avec des angles droits. Archytas, au contraire, au lieu de définir l'âme par le tétragone, a fait ainsi par un cercle, parce que l'âme est un individu-moteur, et par conséquent, le moteur; mais ceci [est] un cercle ou une sphère. »

Alors qu'avant Socrate, les nombres avaient considérée comme le principe des choses, et penser les nombres était une activité à la direction des éminences et à la purification de l'âme, après Socrate, certains penseurs ont considéré les nombres comme étant des éléments de corps simple. Cependant, à partir du Moyen Age, les nombres ont été considérés plus aptes à résoudre des problèmes concrets, et ont toujours rendu des services à d'autres sciences. Par exemple, l'arithmétique de Boethius était bien connue et était les moyens par lesquels les disciples médiévaux ont appris de la théorie de nombre de Pythagorean. Pendant la vie monastique il a suffi pour savoir calculer avec les numéros romains. L'application principale de l'arithmétique était une méthode pour déterminer la date de Pâques, qui a été basé sur le cycle lunaire de 19 années solaires et du cycle 28-year solaire.

Avec le développement de la symbolisation dans l'arithmétique, la relation des nombres avec les choses a commencé à être négligée. Dans l'introduction aux fondements de l'arithmétique, Frege commence à partir de ce point. L'arrêt du questionnement sur la nature du nombre et dans toutes les sortes d'activités scientifiques le traitement du nombre comme étant très superflu, a entraîné les scientifiques, en particulier les mathématiciens, dans une situation humiliante. Selon Frege, pour que les mathématiques ne restent pas au niveau des symboles, et se mettent en évidence en tant que science, il doit d'abord questionner la nature de l'objet dont il est issu et pouvoir rendre des comptes sur le langage qu'il utilise. Derrière l'approche logique de Frege et son effort pour symboliser les mathématiques sur une base légitime, apparaît la pensée que le nombre n'est pas une chose empirique, et il ne doit aussi pas être traité comme un symbole sans signification. Pour que les problématiques relatives à l'arithmétique puissent être traitées, il est nécessaire de faire des recherches sur les possibilités de la pensée séparée de ce qui est empirique, et ça pour c'est que dans ses travaux de l'arithmétique, Frege a travaillé à mettre leurs fondements seulement sur le langage et sur logique.

Frege a traité les problématiques de la philosophie à travers l'analyse de son langage, gagnant ainsi une approche qui lui est propre à ces problèmes. Sa philosophie analytique a été un temps l'un des points de référence ayant influencé de nombreux penseurs en Angleterre et aux Etats-Unis. Bien que d'un côté l'on se rappelle de lui en tant que fondateur de l'école analytique avec ses articles rédigés au sujet de la logique et du langage, d'un autre côté il a subi de lourdes critiques de nombreux penseurs progressifs de cette école à cause de l'idée selon laquelle cette approche ressemblerait à celle de Kant et de Platon.¹ Cependant il faut dire que, quelles que soient les critiques émises, des concepts utilisés par de nombreuses penseurs, prend sa source dans les travaux effectués par Frege. Frege a évité les approches de l'ontologie classique dans les sujets qu'il a traité et a fait l'effort de les résoudre dans le cadre de la logique et du langage et en conséquence il est devenu une source d'inspiration pour les philosophes qui pensent que les problèmes relatifs au sens puissent être résolus à travers le langage analytique. Pour identifier la thèse fondatrice de la philosophie analytique on peut partir d'une phrase de Dummett qu'on peut prendre comme une caractérisation générale.

« Ce qui distingue la philosophie analytique en ses divers aspects d'autres courants philosophiques, c'est en premier lieu la conviction qu'une analyse philosophique du langage peut conduire à une explication philosophique de la pensée et, en second lieu, la conviction que c'est là la seule façon de parvenir à une explication globale »²

¹ "If our interpretation of the traditional doctrine of intension and extension is fair to Frege and Carnap, then the whole psychologism/Platonism issue appears somewhat a tempest in a teapot, as far as meaning-theory is concerned. (Of course, it is a very important issue as far as general philosophy of mathematics is concerned.) For even if meanings are 'Platonic' entities rather than 'mental' entities on the Frege-Carnap view, 'grasping' those entities is presumably a psychological state (in the narrow sense). Moreover, the psychological state uniquely determines the 'Platonic' entity. So whether one takes the 'Platonic' entity or the psychological state as the 'meaning' would appear to be somewhat matter of convention. And taking the psychological state to be the meaning would hardly have the consequence that Frege feared, that meanings would cease to be public. For psychological states are 'public' in the sense that different people (and even people in different epochs) can be in the same psychological state. Indeed, Frege's argument against psychologism) is only an argument against identifying concepts with mental particulars, not with mental entities in general."
H. Putnam. *The meaning of meaning*. In H. Putnam, editor, *Mind, Language, and Reality*. Cambridge University Press, London, 1975. 4 pp 222

² Michael Dummett, *Les Origines de la philosophie analytique*, traduit de l'allemand par Marie-Anne Lescourret, Gallimard, 1991, p. 13.

Ce qui distingue la philosophie analytique, c'est en premier lieu la conviction qu'une analyse philosophique du langage peut conduire à une explication philosophique de la pensée. Cette vision introduit une rupture avec la philosophie classique qui considère que le langage n'est qu'une traduction de la pensée. Aristote, en particulier, estime que le langage n'est alors qu'un reflet de la pensée. Donc, il n'est pas question de l'étudier en tant que tel, il faut l'étudier pour accéder à la pensée. Dans la philosophie analytique, il y a une préséance du langage sur la pensée.

Il faut dire que cependant, Frege n'est pas à la poursuite de résolutions aussi courtes et pratiques. Le fait de tenir l'unité de la pensée par une expression du langage et de dessiner les limites et les possibilités de l'expression de cette analytique et de la pensée peut être évalué comme étant le point commun entre Frege et ceux qui viennent après lui. Cependant, le discernement de la pensée à fonction de la vérité constitue un point d'appui dans ses analyses sur le langage. L'essence de cet appui est la conception du sujet de la pensée par un acte de jugement. Selon Frege, la possibilité de pouvoir atteindre les objets de la pensée à travers le jugement, rend aux expressions du langage la légitimité d'une activité scientifique. Tandis que l'école de philosophie analytique venant après Frege n'a pas pu concevoir la nature du rôle du jugement, et l'ont évalué comme étant une structure syntaxique qui consiste en sujet et prédicat. De là le point d'appui de Frege a été mis en dehors de la philosophie.

Dans la période où la tradition de philosophie analytique rencontrait du succès, les explications faites au sujet de concepts fondamentaux comme l'âme, l'éternité, et l'existence qui sont exprimées comme étant "incompréhensible" ou "incertain" par la métaphysique classique, ont montré ces concepts comme étant des problèmes de langage et a essayé de démontrer qu'une analyse effectuée dans le cadre de la logique du langage peut faire sortir les personnes de l'incompréhension et de l'incertitude. Dans Les Fondements de l'Arithmétique de Frege, l'essai d'explication du lien entre le nombre et les concepts comme une corrélation a été évalué comme étant à ce sujet une alternative aux approches métaphysiques de la philosophie classique. Frege a commencé à ses études dans un certain sens du même point que la philosophie classique en demandant ce que c'est "Un", et pourtant il a joué un rôle important dans le surgissement de la philosophie analytique en essayant d'expliquer que le nombre est compris dans les possibilités du jugement plutôt que de le raconter comme s'appuyant sur l'essence de la cosmologie. Aujourd'hui la situation de la

pensée de la cosmologie est complètement séparée des mathématiques. Il ne faut cependant pas oublier que la philosophie analytique qui a contribué à l'évolution des mathématiques jusqu'à son état actuel, a éliminé le jugement chez Frege, pour continuer sur un chemin complètement différent. Russel, le continuateur proche de Frege, a essayé de faire appel à des éléments métaphysiques qu'il a avancé être objectifs et séparés de ceux empiriques au lieu du "Sinn" de Frege.³ Mais il n'a pas rencontré autant de succès qu'au sujet de ses travaux sur la logique symbolique. Après Russel, Saul Kripke et Hilary Putnam qui ont complètement éliminé les éléments métaphysiques entre ce qui existe et les expressions du langage, ont proposé une correspondance directe des symboles de la langue et des objets sensibles et dans un certain sens englobant ont annulé les problèmes mentionnés par Frege.

Le tournant linguistique jouait un rôle épistémologique central. L'idée de l'analyse logique et linguistique n'est pas de tout réduire à la logique, dans une sorte de logicisme extrême, parce que cela contredirait l'opposition à une systématique philosophique unifiée. Ce qui est ici en jeu ne semble pas pouvoir être réduit aux relations formelles entre des propositions appartenant à une méthodologie d'argumentation mais s'étend aussi à l'usage d'une telle méthodologie en tant qu'instrument permettant de gagner des connaissances au sein d'une science. L'idée que ce tournant linguistique doit être introduit dans le contexte de ce que des philosophes tels que Bolzano, Frege, Brentano, Husserl, dans le sillage de Kant, entendaient par « jugement », c'est-à-dire la relation entre des propositions — ou *Gedanke* dans le vocabulaire frégéen — au sujet épistémique. C'est par cette relation que le sujet acquiert de nouvelles connaissances, et c'est elle qui détermine le concept même de science. Mais Carnap, en élève de Frege, a retenu les leçons antipsychologiste de son maître, et propose un mouvement post-frégéen qui élimine une des théories les plus importantes de Frege : la théorie du jugement. Il semble que Carnap ait pensé, lors de la séparation entre les aspects socio-psychologiques et les aspects logiques, laisser de côté l'acte du sujet épistémique pour se concentrer sur le résultat linguistique de cet acte — plutôt que d'accepter les « *Gedanken* » platoniciens de Frege.

³ "For all knowledge of truths, as we shall show, demands acquaintance with things which are of an essentially different character from sense-data, the things which are sometimes called 'abstract ideas', but which we shall call 'universals'. We have therefore to consider acquaintance with other things besides sense-data if we are to obtain any tolerably adequate analysis of our knowledge." Bertrand Russell, *The Problems of Philosophy*, Home University Library, 1912, pp 48

Bien que les approches radicales et pratiques au sujet de la métaphysique de la philosophie analytique continue toujours à avoir certaines répercussions, il est possible de dire que de nos jours, la métaphysique connaît un regain. Je pense qu'au moins il n'est pas faux de dire que les philosophes analytiques, au lieu de refuser la métaphysique, font un effort d'une certaine façon pour vivre avec. L'intérêt envers Frege a augmenté avec cette considération, car il constitue un pont dans l'histoire de la philosophie entre Kant, qui a consacré tous ses travaux à approfondir sa critique de la mataphysique, et la philosophie analytique qui a tenté de rester loin des sujets de la métaphysique, difficile à comprendre dans la philosophie classique. En particulier, compte tenu des critiques apportées à la philosophie analytique, il est très important du point de vue de la logique de reprendre avec les éléments de métaphysiques abrités chez Frege.

Nous avons donné dans notre thèse une place majeure au sujet du jugement qui constitue la base des avis de Frege relatifs à l'arithmétique, et avons essayé de montrer l'importance des sujets rendus stériles par leur traduction de la philosophie analytique aux structures syntaxiques. Avec cela, dans la mesure où cela a été expliqué chez Frege, nous avons demandé à partir de quelle façon les symboles du langage pouvaient constituer une expression de la pensée. Derrière la déclaration de Frege au sujet de l'objet nous avons relevé qu'il cherchait les possibilités de l'objet dans le jugement. Cependant, lorsque nous examinons ces pensées à ce sujet, nous avons eu la conviction que Frege n'a pas pu expliquer comment l'objet en soi peut se donner tant que l'objet et ses aspects ne se différencient pas, et en conséquence, son explication par rapport à l'unité du jugement est restée insuffisante. En essayant dans notre thèse d'approfondir ses pensées à ce sujet, au contraire de Frege, nous avons essayé de dire que l'unité de l'objet est le principe de l'unité du jugement.

Gottlob Frege, l'un des fondateurs de la logique contemporaine, a construit le calcul d'attribut, a développé une nouvelle analyse des propositions de base et quantification, formalisée la notion d'une preuve. Il n'y a aucun doute que nous sommes redevables à Frege des notions centrales comme l'analyse de la prédication et des énoncés quantifiés. Une grande partie des idées sémantiques de Frege est exposée dans trois courts essais des années 1891-1892, *Fonction et Concept, Sens et Dénotation, Concept et Objet*.

Frege expose une différence critique entre concept et objet. Ces deux concepts, ayant beaucoup de fécondité pour penser plus loin, constitue les éléments fondamentaux dans la recherche du nombre. Il propose le concept et l'objet pour la constitution du jugement et il faut remarquer que ces éléments ne peuvent être considérés dans un pur ontologique point de vue. En effet, il est très difficile à trouver des justifications ontologiques. En revanche, Frege, semble-t il déployer un effort afin d'assurer ces concepts sur un fondement logique. C'est parce qu'on trouve la constitution d'une langage formel au milieu de ses idées.

Le symbolisme idéographique reçoit sa précision de l'effort d'exprimer la pensée sans laisser aucune ambiguïté. La découverte de la pensée et sa symbolisation universelle est la motivation principale derrière Begriffsschrift. Dans ce travail Frege présenté pour la première fois ce que nous identifierions aujourd'hui comme système logique avec la négation, implication, quantification universelle, essentiellement l'idée des tables de vérité. Il a énoncé dans la préface au travail qu'il a voulu prouver les vérités de base de l'arithmétique "au moyen de logique pure". Bientôt ensuite, Frege a commencé à travailler à sa tentative de dériver les lois fondamentales de l'arithmétique dans sa langue logique. Pour expliquer nombres il suggère l'usage de la extensionnalité des concepts et pour l'ordre des nombres, il suggère l'ordre de l'inférence. Son but de s'éloigner mathématiques de l'expérience et à la réduire à la logique se manifeste elle-même dans Les Fondements d'Arithmétique. Les Fondements était un travail non technique, écrit sans symbolisme et avec seulement des croquis des preuves, que Frege a essayé de définir un cadre logique précis dans lequel les concepts de l'arithmétique sont installés.

Cette livre pose la question du nombre comme un problème d'attribution. Qu'est-ce que ça veut dire attribuer un nombre à un sujet et quelles sont les possibilités de constituer un jugement arithmétique ? Ces questions implicitement nous conduisent au sphère de méthodologie et c'est qu'il essaie de répondre aux questions qui concernent non seulement arithmétique mais aussi logique. Le jugement et le concept joue un rôle central dans la problématisation du nombre dont le cadre et le langage on voie aux essais des années 1891-1892.

Notre mémoire prend quelques thèmes de *Les Fondements De L'Arithmétique* et essaie de les évaluer par rapport à leur intégration au but et au contexte donné par Frege. Parmi ces thèmes on peut trouver le jugement et le concept du nombre comme des idées noyaux autour desquelles les plus primordiales notions de l'arithmétique sont fondées.

Notre mémoire sur Les Fondements d'Arithmétique de Frege consiste en deux chapitres principales ; jugement et nombre. Dans le premier chapitre nous allons considérer sur quelle base Frege pose la question d'arithmétique et quel est le rôle de jugement dans ses efforts de y répondre. Nous allons examiner les possibilités de jugement comme il est posé par Frege et nous allons chercher la justification et le raisonnement pour les avoir mis au milieu de son recherche. A la fin du premier chapitre nous allons parler de la pluralité en générale et nous allons passer au deuxième chapitre où on fait une élucidation des jugements arithmétiques. Au deuxième chapitre une considération d'extension du concept précédera la discussion du nombre. Dans cette partie de notre mémoire nous allons aussi parler de l'unité dans la façon elle est engagée à la question du nombre.

PREMIERE PARTIE

LE JUGEMENT

Chapitre I

La distinction des sphères

A fin de comprendre Frege plus net il faut qu'on fasse une classification des choses qu'ils sont faites sujet. A l'extérieur région, il se trouve le langage que nous utilisons pour exprimer nos pensées. Sans distinguer la sphère de la langue de celle de la pensée il n'est pas possible de préciser pour quoi le prédicat est affirmé ou nié. Il est certes que les deux sphères ont leurs propres propriétés. Avant de commencer une recherche logique il faut s'éloigner des problèmes qu'on peut rencontre par se mélanger ce qui appartient à la sphère du langage avec ce qui appartient à la celle de la pensée.

Les éléments de ces deux sphères différents se manifestes-ils mêmes dans les conditions dont ils dépendre. La différence vient des principes que ces éléments sont soumis et de la manière qu'ils sont combinés. Selon Frege le langage est une série de symboles ordonné par certaines règles. Ces règles qu'on nomme comme grammaire se différencient de celles de la pensée. Alors on ne peut pas dire que toutes les phrases bien constituées soient un énoncé de la pensée. Parce que la constitution d'un phrase ne fait preuve la constitution d'une pensée.

Pour le langage on peut discerner deux espaces ; l'un des symboles et l'autre de la signification où ces symboles désigne des choses. Dans l'article *Sens et Dénotation* la considération de signification est traitée dans deux sections ; la signification du nom propre et la signification de la phrase. Selon Frege le nom propre a deux propriétés sémantiques: le sens et la dénotation.

« Un nom propre (mot, signe, combinaison de signes, expression) exprime son sens, dénote ou désigne sa dénotation. Avec le signe, on exprime le sens du nom propre et on en désigne la dénotation. »⁴

Le nom propre est premièrement un terme capable de dénotation (Bedeutung) qui se réfère à un objet. Le sens, c'est le mode par lequel l'objet est donné par le nom. Deux expressions différentes peuvent avoir la même dénotation, mais chacune des expressions présente sa dénotation, d'une manière différente, qui est son sens.

La dénotation d'une phrase correspond à la fonction des dénotations de ses parties. Cette fonction, comme on verra plus après, nous conduit à la vérité qui est pris comme la dénotation de la phrase.

« Toute proposition affirmative, quand on considère la dénotation des mots qui la constituent, doit donc être pris comme un nom propre ; sa dénotation si elle existe, est le vrai et le faux. »⁵

Avant de constater les éléments de la pensée nous devons éclairer la distinction des éléments de la grammaire et ceux de la pensée. Le prédicat et le sujet d'une phrase se sont distingués de ceux de la pensée. Frege nomme le prédicat d'une phrase comme un concept-mot (Begriffswort) et il prétend que un concept-mot désigne le prédicat de la pensée ; le concept. Et parallèlement, le sujet d'une phrase demeure au lieu du sujet de la pensée. C'est très important de remarquer que, ce n'est pas le concept-mot qui est affirmé pour le sujet de la phrase. C'est le prédicat de la pensée dont l'affirmation qu'il s'agit. En plus, ce n'est pas le sujet de la phrase pour qui le prédicat est affirmé. Dans la condition que les éléments de la phrase ont des dénotations direct, c'est toujours le sujet de la pensée que le prédicat est affirmé.

⁴ G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp.107
 "Ein Eigenname (Wort, Zeichen, Zeichenverbindung, Ausdruck) drückt aus seinen Sinn, bedeutet oder bezeichnet seine Bedeutung. Wir drücken mit einem Zeichen dessen Sinn aus und bezeichnen mit ihm dessen Bedeutung."

⁵ Ibid, pp110

"Jeder Behauptungssatz, in dem es auf die Bedeutung der Wörter ankommt, ist also als Eigenname aufzufassen, und zwar ist seine Bedeutung, falls sie vorhanden ist, entweder das Wahre oder das Falsche."

De l'autre côté les pensées ne doivent pas être conçues comme des entités subjectives, mais comme des entités objectives. Selon Frege, la pensée n'appartient pas au contenu de la conscience. La saisie d'une pensée est un acte psychique par lequel la conscience appréhende une chose qui lui est extérieure. La représentation (Vorstellung), en revanche, demeure essentiellement dans le contenu de la conscience. On peut communiquer à un autre, la pensée que je saisis (fassen), parce que, la pensée n'a besoin d'un porteur pour exister. De ce fait, une pensée ne peut appartenir à la conscience au sens où une représentation l'appartient. Du point de vue de Frege les pensées demeurent-ils dans un « troisième monde » et ils existent indépendamment. Il y a manque de clarté sur ce troisième monde. A la citation ci-dessous il en parle à la fois comme une partie du Innenwelt et comme une partie du Außenwelt.

« Comment agit une pensée ? Par cela même qu'elle est saisie et tenue pour vrai. C'est un événement dans le monde intérieur d'un être pensant, il peut avoir quelques effets dans ce monde intérieur, et ceux-ci, pénétrant la volonté, se manifesteront dans le monde extérieur... On fait part d'une pensée. Comment donc ? En produisant des modifications dans le monde extérieur commun ; perçues par autrui, elles lui donnent occasion de saisir une pensée et de la tenir pour vrai... Lorsqu'on communique une pensée, celle-ci n'abandonne pas le domaine de puissance de celui qui la communique, car l'homme n'a au fond aucune puissance sur elle. Quand on saisit une pensée, elle produit des modifications dans le seul monde intérieur de qui la saisit, et demeure, au cœur de son être, inchangé. Car les modifications subies concernant seulement ses propriétés inessentiels.»⁶

⁶ -G.Frege, "Der Gedanke. Eine logische Untersuchung", Wittgenstein Studien, 2/97, 24-2-97, pp. 77 „Wir wirkt ein Gedanke ? Dadurch, daß er gefaßt und für wahr gehalten wird. Das ist ein Vorgang in der Innenwelt eines Denkenden, der weitere Folgen in dieser Innenwelt haben kann, die, auf das Gebiet des Willens übergreifend, sich auch in der Außenwelt bemerkbar machen... Man teilt einen Gedanken mit. Wie geschieht das ? Man bewirkt Veränderung in der gemeinsamen Außenwelt, die, von dem Andern wahrgenommen, ihn veranlassen sollen, einen Gedanken zu fassen und ihn für wahr zu halten... Der Gedanke verläßt bei der Mitteilung das Machtgebiet des Mitteilenden nicht; denn im Grunde hat der Mensch keine Macht über ihn. Imdem der Gedanke gefaßt wird, bewirkt er Veränderungen zunächst nur in der Innenwelt des Fassenden; doch bleibt er selbst im Kerne seines Wesens davon unberührt, da die Veränderungen, die er erfährt, nur unwesentliche Eigenschaften betreffen.“

Chez Frege, nous avons constaté quatre sphères ontologiques. Le monde extérieur, le monde intérieur, l'espace de la pensée et l'espace du symbole. Les choses sensibles demeurent dans le monde extérieur, les contenus de la conscience appartiennent au monde intérieur. Malgré la faute de clarté on peut encore dire que la pensée n'est dans le premier ni dans le deuxième, elle existe dans un terrain tout différent, et les symboles, comme symboles, bien qu'ils soient sensibles, ils constituent une différente sphère. Puisqu'il Frege n'est pas clair sur cette tableau et il n'a pas la tendance de les discuter d'une point de vue de ontologique, nous essayerons de nous concentrer sur les distinctions logiques; le langage, la pensée et le jugement. Alors à l'extérieur région nous allons parler du langage et à l'intérieur région de notre mémoire nous allons examiner la pensée, l'objet et le concept étant donné qu'ils constituent l'aspect purement logique.

Chapitre II

Le Langage Formel

Langage habituel que nous utilisons, n'est pas parfait, et donc les énonciations permette les erreurs d'interprétation G. Frege écrit dans son article « Que la science justifie le recours à une idéographie » (1882) :

« Les sciences abstraites ont besoin, et ce besoin est ressenti de plus en plus vivement, d'un moyen d'expression qui permette à la fois de prévenir les erreurs d'interprétation et d'empêcher les fautes de raisonnement. Les unes et les autres ont leur cause dans l'imperfection du langage. »⁷

Pour prévenir les erreurs d'interprétation, la logique doit prendre la forme d'une idéographie qui peut refléter les lois de la pensée. Et Frege décrit un système de signes parfaits : « Dans un système de signes parfaits, un sens déterminé devrait correspondre à chaque expression. Mais les langues vulgaires sont loin de satisfaire à cette exigence. » (*Sens et Dénotation*)

Ce n'est pas seulement le résultat d'une exige d'améliorer le langage de l'arithmétique, mais tout d'abord, éviter les fautes de pensée qui peut être à l'origine d'un langage imprécis. Les méthodes mathématiques ont connu un grand bouleversement à partir du XIXème siècle. Une volonté de rigueur, de perfection dans la formulation des mathématiques est apparue. Les langues naturelles ne sont pas adaptées pour la recherche d'une telle précision dans l'énoncé des principes. Elles sont beaucoup trop compliquées. Elles se prêtent mal aux méthodes logiques, parce que si l'on veut respecter les usages, il n'est pas possible de donner des règles à la fois simples, universellement appliquées et valides. Pour tenter de préciser quelles sont les conséquences valides et les déductions acceptables, il fallut disposer d'un langage formel dans lequel les énoncés de l'arithmétique sont exprimés d'une façon logique.

⁷G. Frege, *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971, p. 63

« Les mérites des signes ne sont pas épuisés en ces quelques remarques. Qu'il me suffise d'avoir montré qu'ils sont indispensables. Toutefois, le langage se révèle défectueux lorsqu'il s'agit de prévenir les fautes de pensée. Il ne satisfait pas à la condition ici primordial, celle d'univocité. Les cas les plus dangereux sont ceux où les significations des mots diffèrent très peu, où les variations sont légères bien que non-équivalentes. Parmi des nombreux exemples on citera un cas typique fort commun : c'est le même mot qui sert à désigner un concept et un objet particulier tombant sous ce concept ; de manière générale aucune différence n'est marquée entre le concept et l'objet particulier. 'Le cheval' peut désigner un individu mais tout aussi bien l'espèce, comme dans la proposition 'ceci est un cheval'. La langue n'est pas régie par des lois logiques telles que l'observance de la grammaire puisse suffire à garantir la rigueur formelle du cours de la pensée. »⁸

On peut ajouter que l'usage de la langue naturel prête le moyen de vérification à la vie pratique. Sans se servir des règles de la logique, locuteurs peuvent bien comprendre l'un à l'autre par avoir recours des choses non-linguistique. Mais un langage formel énonce la pensée indépendamment des circonstances extérieures.

« Si dans la pratique de la vie et de la science nous nous y retrouvons fort bien, nous le devons aux multiples moyens de vérification qui sont la plupart du temps à notre disposition. L'expérience, l'intuition spatiale nous garde de nombreuses fautes. A l'inverse, les règles logiques offrent une faible protection, comme l'attestent les exemples que l'on peut emprunter à des domaines où les moyens de vérification commencent à se dérober. »⁹

L'imperfection du langage naturel permet la formation d'expressions anormales, qui ont un sens mais pas de dénotation, comme 'le corps céleste le plus éloigné'. Dans un langage parfait cela ne devrait pas être possible: on ne pourrait pas introduire ou former de signe sans lui garantir une dénotation. La langue naturelle ne contient ni un sémantique et ni un environnement d'objets qui sont mis sous la relation de

⁸ G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp 64

⁹ G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp 66

désignation unique et irréductible. Pour cela il serait requis d'un métalangage par laquelle les objets dénotés sont introduits à la langue naturelle. Sinon, la langue serait obligée de parler sur elle-même afin de relier ses symboles aux objets non linguistiques, ce qui la conduirait une impasse. Frege, ayant une place de la côte de ceux qui veulent fonder mathématiques sur logique, dirige ses travaux vers le but de constituer un langage formel pour mathématiques.

L'interprétation du langage demande la définition d'un domaine d'interprétation constitué d'un ensemble non vide de symboles faisant référence à des entités que l'on pourra appeler objets de l'environnement. Ainsi, l'interprétation des constantes dans le calcul des prédicats fournit le lien entre chaque symbole de constante et un objet de l'environnement. Les entités du domaine d'interprétation sont aussi des symboles. S'ils n'étaient pas susceptible d'être défini dans les conditions et possibilités du langage formel il serait impossible de décrire une relation de correspondance entre les symboles du langage et les entités du domaine d'interprétation et donc il n'y aurait pas d'une interprétation. C'est pour ça qu'on peut dire que le sémantique d'un langage formel n'est pas en mesure de dépasser le terrain défini par le langage qu'il fonctionne.

On peut lire les travaux de Frege de deux points de vue. Il est incontestable qu'il entretient un formalisme, un langage constitué d'une grammaire formelle, des mots qui sont déduits d'un certain alphabet et d'une sémantique par laquelle des mots et des phrases sont interprétés. Quoique l'emploi d'un langage formel fournisse les référents plus précis, l'interprétation des symboles par autres symboles n'a pas la finalité d'expliquer quelque chose au-delà des symboles. Or compte tenu de la stérilité du formalisme, Frege préfère de l'utiliser au-dessus des fondements d'une analyse de la pensée qui le rend un instrument d'énoncer ses donnés. Donc langage formel de Frege est à l'origine du vœu de développer la capacité de rechercher ce qui n'est pas sensible et il n'a rien à construire un system de symboles tout enclos en lui-même. Autrement dit, c'est tout autre chose de construire un fondement logique sous ce qui concerne la pensée et de construire un langage formel pour l'énoncer qu'à jouer un jeu qui commence des symboles et aboutit aux symboles.

Nous croyons que, d'une second point de vue, la principale réussite de Frege se trouve dans l'analyse de la pensée. Le langage formel qu'il se servit n'est pas établi

au hasard. Au contraire, il est bien construit de telle manière qu'on peut voir les propriétés de la fonction et de l'objet. Plus, il est approprié d'envisager les caractéristiques de second ordre prédicat logique et la quantification qui sont contribué beaucoup par Frege. La grammaire formelle est constituée de sorte qu'elle manifeste les relations entre les parties de la pensée et elle est privée des complications de la langue naturelle par satisfaisant les exigences de la logique. Contre les langues naturelles, les mots qui sont pris comme prédicat et objet se sont distingué l'un à l'autre à la fois dans leur sémantiques et même dans leur écriture. Ce faisant, Frege essaye d'empêcher la confusion des éléments de la pensée qui ont des natures tout à fait différentes.

Chapitre III

La pensée

Frege, dans ses recherches effectuées au sujet des bases de l'arithmétique, s'est questionné en général sur la nature des conditions et des possibilités grâce auxquelles nos jugements relatifs au nombre sont donnés. Du point de vue de Frege, il faut questionner les conditions requises pour que la pensée soit vraie pour pouvoir questionner les possibilités du jugement. Avant de décider si la pensée est vraie ou non, il faut relever ce qu'elle est. En effet, dire d'une chose qu'elle est vraie avant de l'avoir définie ne constitue pas une preuve scientifique.

Frege, dans son article au sujet de la pensée, considère l'expression "vrai" qui rend la pensée unique et inexplicable, comme étant une chose confirmée par lui. Selon cela, le fait de dire d'une phrase qu'elle est vraie, équivaut à dire que la pensée qu'elle exprime est vraie. La possibilité que la pensée soit vraie ou fautive dépend de la façon de l'exprimer la plus claire, nette et universelle. De cette façon Frege déclare qu'avancer qu'une pensée exprimée est vraie n'ajoute rien à cette pensée. Il faut séparer avec cette considération, les expressions du langage utilisées pour insister d'autres choses qui sont en dehors, des expressions de la pensée qui sont le sujet d'activités scientifiques, en effectuant la déclaration de la vérité.

Le fait qu'une pensée soit exprimée de la façon la plus claire, qu'elle soit vraie, sans laisser de place à aucune imprécision, est liée à son approbation. Par exemple les expressions du langage comme "moi", "toi", "aujourd'hui", "demain" ou "là-bas" ont des significations qui changent selon celui qui le dit ou le temps ou le lieu. Avant de les approuver, il faut remplacer ces pronoms par des mots argumentant une chose précise pour qu'ils ne puissent être évalués qu'en tant qu'expression d'une seule pensée. De la même façon, il n'est pas possible d'avancer que les expressions contenant des mots qui argumentent plus d'une chose sont vraies. Nous pouvons parler d'une expression la plus claire possible d'une pensée lorsqu'il s'agit d'une chose certaine approuvant une chose certaine. De la sorte, avec la considération de Frege pensant que la vérité est ce qui est confirmé à son sujet, il n'est pas faux de dire qu'il y a une liaison entre les éléments de la phrase et les objets. Cependant,

Frege n'a pas dit ce qu'était cette liaison et en prétendant que la vérité était inexplicable, il n'a laissé ce champ ouvert à la discussion. Il défend l'idée de l'inexplicabilité de la vérité par sa situation de cercle vicieux. Selon cela, pour expliquer la vérité, il faut aussi que ce que les choses que nous allons dire soit vrais.

« Pourtant ne pourrait-on pas poser qu'il y a vérité quand l'accord a lieu sous un certain point de vue? Mais lequel? Que faudrait-il pour décider si quelque chose est vrai? Il faudrait chercher s'il est vrai que, par exemple, une représentation et un objet réel s'accordent sous le point de vue en question. On serait affronté de nouveau à une question du même genre que la précédente, et le jeu pourrait recommencer. Ainsi échoue-t-on à tenter d'expliquer la vérité comme un accord. Mais toute autre tentative pour définir l'être vrai échoue également. Une définition proposerait certains traits caractéristiques du vrai et dans une application particulière il s'agirait toujours de savoir s'il est vrai que les traits caractéristiques sont constatés. On tourne un cercle. Il est donc vraisemblable que le contenu du mot « vrai » est unique en son genre et indéfinissable. »¹⁰

Lorsque nous avançons une idée quelconque en tant que sens vrai d'une pensée, elle surgit non pas en tant que pensée vrai intrinsèque, mais en tant que propriété. En conséquence selon Frege ce que nous considérons être vrai n'est pas une chose qui peut être attrapé par la pensée.

Dans son article sur la pensée, Frege dit qu'en comparant les représentations composant le contenu d'un savoir et les choses du monde extérieur, les autres propriétés qui sont en dehors de la vérité de la pensée ressortent également. Selon Frege, une représentation existe toujours en rapport à un savoir, et n'a pas

¹⁰ G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp.172-173
 "Kann man nicht festsetzen, daß Wahrheit bestehe, wenn die Übereinstimmung in einer gewissen Hinsicht stattfindet? Aber in welcher? Was müßten wir dann aber tun, um zu entscheiden, ob etwas wahr wäre? Wir müßten untersuchen, ob es wahr wäre, daß — etwa eine Vorstellung und ein Wirkliches — in der festgesetzten Hinsicht übereinstimmen. Und damit ständen wir wieder vor einer Frage derselben Art, und das Spiel könnte von neuem beginnen. So scheidet dieser Versuch, die Wahrheit als eine Übereinstimmung zu erklären. So scheidet aber auch jeder andere Versuch, das Wahrsein zu definieren. Denn in einer Definition gäbe man gewisse Merkmale an. Und bei der Anwendung auf einen besonderen Fall käme es dann immer darauf an, ob es wahr wäre, daß diese Merkmale zuträfen. So drehte man sich im Kreise. Hiernach ist es wahrscheinlich, daß der Inhalt des Wortes „wahr“ ganz einzigartig und undefinierbar ist."

d'existence séparée d'un savoir. Cela signifie donc qu'il ne peut y avoir la même représentation dans deux savoirs différents. Si cela avait été le contraire, nous aurions été en demeure d'accepter que cette représentation fasse partie de deux savoirs ou que la représentation soit dans un champ différent du savoir. Il est nié dans la première que la représentation soit unique, et dans la deuxième avec des mouvements sur le fait que la représentation ne puisse être séparée du savoir. Frege avec cette considération exprime qu'une représentation est subjective, et qu'à partir du moment où les choses du monde extérieur sont séparées du savoir, elles sont objectives. Si la pensée avait été subjective comme la représentation, il ne resterait plus rien en commun entre les êtres qui pensent et il ne serait plus possible de parler d'une particularité universelle. L'autre différence que Frege pointe entre les choses du monde extérieur et les représentations sont l'odeur, le goût, la dureté, etc des choses du monde extérieur, qui sont empiriques, contrairement aux représentations. La pensée également du point de vue de l'absence de propriétés empiriques, ressemble aux représentations. En conséquence nous ne pouvons ni nier ni approuver pour la pensée ce que nous avons dit pour ceux qui sont empiriques. En effet, la pensée n'a ni forme ni grandeur, nous ne pouvons dire qu'elle soit dans l'espace et le temps. Tout de même, la pensée n'a pas la même incidence sur nous que les choses empiriques et n'est pas mouvementée comme eux.

La séparation de la pensée d'avec les choses sensibles joue un rôle important chez Frege. Selon Frege, les argumentations en particulier qui s'appuient sur la perception d'un nombre de choses empiriques, donc sur l'expérience pour trouver ce qui est vrai, ont moins de valeur par rapport aux argumentations universelles qui ne s'appuient en aucune façon sur l'expérience pour trouver ce qui est vrai. Bien que cette considération soit provisoire comme les choses du monde extérieur, les pensées qui complètement séparées de cela et la vérité qu'elles amènent forme une place essentielle dans les recherches de Frege. Nous pouvons dire qu'une pensée peut contenir un concept apporté par l'expérience, mais si la preuve qu'il soit vrai ne s'appuie que sur les possibilités de la pensée, la construction des bases qui se fait avec des mouvements dans cette pensée est selon Frege assise sur des fondements plus solides. Relever dans quelles conditions et possibilités la pensée dans son propre cadre est vrai, sépare les pensées vrais de celles qui sont fausses, et légitime les démonstrations qui s'appuient sur la vérité des pensées qui sont valables. Lorsque l'on examine cela, l'expression *objet* ("Gegenstand") auquel l'on fait appel pour

relever la vérité de la pensée, il ne faut pas le prendre dans le sens empirique. Reste que Frege n'appelle pas objet les choses du monde extérieur (*“Dinge der Aussenwelt”*). Nous avons la conviction qu'il est plus convenable d'évaluer cette expression comme étant l'opposé de la pensée, en le laissant avoir sa signification d'objet, comme un sujet logique par rapport à son union avec la fonction.

Une pensée peut être vraie ou fausse. Si nous acceptons que le vrai et le faux constituent des opposés, nous pouvons dire qu'à chaque valeur vrai d'une pensée existe un opposé. Cependant il y a une différence entre l'assertion d'une pensée comme étant vraie, et le fait qu'elle soit vraie ou non. Selon Frege, pour avancer l'assertion d'une pensée comme étant vraie, il faut d'abord définir ce qu'est la vérité d'une pensée. Une pensée nous dit que nous ne pouvons décider du sujet de cette pensée en y faisant seulement appel, par exemple lorsque nous disons que Socrate est un être humain, nous pouvons décider en dehors de la pensée de Socrate en nous penchant sur ce qu'argumente le nom de Socrate pour dire si c'est un objet ou un concept. Si c'est ainsi, ce qui est appelé objet n'est pas dans la pensée, car en effet si c'était le cas, il ne nous serait pas nécessaire de faire appel à autre chose.

Ce que Frege comprend du jugement, est la définition de la vérité de la pensée. Lorsqu'il est dans la pensée, il est attrapé par le verbe. Cependant pour que sa vérité soit relevée, il faut établir le lien avec l'objet et cela dépasse le verbe. C'est à ce point donc, ainsi que le dit Frege, le acte du jugement qui établit le lien entre la pensée et l'objet entre en action.

« La pensée ne détermine pas d'elle-même ce qu'il faut prendre pour sujet. Quand on dit : « le sujet de ce jugement », un désigne un élément précis dans le seul cas où l'on indique en même temps un mode précis d'analyse. Dans la plupart des cas, on parle sujet en se référant à une certaine formulation de la pensée. Mais il ne faut pas oublier que des propositions différentes peuvent exprimer la même pensée. »¹¹

¹¹ G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp.172-173
 “Durch den Gedanken selbst ist noch nicht bestimmt, was als Subject aufzufassen ist. Wenn man sagt: „das Subject dieses Urtheils“, so bezeichnet man nur dann etwas Bestimmtes, wenn man zugleich auf eine bestimmte Art der Zerlegung hinweist. Meist thut man dies mit Beziehung auf einen bestimmten Wortlaut. Man darf aber nie vergessen, dass verschiedene Sätze denselben Gedanken ausdrücken können.“

Ce qui est traité là est uniquement la définition de la vérité d'une pensée, tant que l'objet n'est pas contenu dans la pensée il doit être exprimé avec un autre acte. Frege, dans les exemples donnés dans ses articles, a essayé de le mettre le doigt sur les différences entre l'objet et la pensée. Cependant, comme il n'a pas séparé nommément la pensée et le jugement, il n'est pas clair dans quelles possibilités doivent être tenues les choses attrapées dans les verbes. En général, il n'est pas expliqué la qualité de l'objet ni de la pensée dans les lignes de Frege. En conséquence il n'est pas clair à quoi se référait Frege en les séparant.

Le chemin suivi par Frege dans la construction des bases de l'arithmétique est d'abord de traiter le concept de jugement en général et après cela, d'essayer d'expliquer les jugements relatifs à l'arithmétique. En général, l'analyse entre ce qui est vrai et ce qui ne l'est pas, n'est pas autre chose que l'expression du jugement. En effet, seul le verbe du jugement disperse les pensées de leur direction de vérité. A nouveau, le traitement de ce qui est vrai par l'arithmétique est la recherche du jugement relatif à un sujet précis. Avant de venir aux jugements relatifs à l'arithmétique, nous allons essayer de traiter en général ce que Frege comprenait du jugement.

Chapitre IV

Le Jugement

Le jugement se trouve dans le cœur des travaux de Frege. D'un certain point de vue, ses recherches logiques et tous les problèmes qu'il accueillit se réfèrent au jugement. Si on veut citer quelques raisons principales derrière cette opinion, on peut dire que, en premier lieu, le jugement est le point de commencement dont l'interrogation du nombre se départ. Dans l'article «Gedanke» Frege nous adresse au contexte du jugement afin de répondre à la question de la vérité. Parce qu'on affirme la vérité par le jugement. Cela veut dire que la vérité s'apparaît comme la valeur de la pensée et de là on a accès. D'un certain point de vue, la recherche de la vérité n'est que la recherche des possibilités du jugement.

« Sans vouloir donner une définition, j'appelle pensée ce dont on peut demander s'il est vrai ou faux. Je compte donc parmi les pensées ce qui est faux, tout comme ce qui est vrai. Je dirai : la pensée est le sens d'une proposition, sans affirmer pour autant que le sens de toute proposition soit une pensée. La pensée, en elle-même inaccessible au sens, revêt l'habit sensible de la proposition et devient ainsi plus saisissable. »¹²

Le jugement peut être considéré comme une activité désignant la relation entre la valeur de vérité et la pensée. Cependant il faut d'abord répondre à comment il est possible de rendre la vérité d'une pensée. Nous allons d'abord essayer de relever à cette étape le sujet confirmé par le prédicat. Nous allons rechercher comment nous comprenons ce que nous pensons, et quel sens a pour Frege ce qui est pensé. Nous allons ensuite essayer de comprendre ce que signifie le sujet exprimé dans le prédicat.

¹²G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp.173

“Ohne damit eine Definition geben zu wollen, nenne ich Gedanken etwas, bei dem überhaupt Wahrheit in Frage kommen kann. Was [61] falsch ist, rechne ich also ebenso zu den Gedanken, wie das, was wahr ist. (1) Demnach kann ich sagen: der Gedanke ist der Sinn eines Satzes, ohne damit behaupten zu wollen, daß der Sinn jedes Satzes ein Gedanke sei. Der an sich unsinnliche Gedanke kleidet sich in das sinnliche Gewand des Satzes und wird uns damit faßbarer.”

Nous avons dit en parlant de la pensée, que l'objet d'un nom dépasse dans un certain sens la pensée, que cependant à procurer la vérité de la pensée, il faut qu'on fait appel à l'objet.

« Mais on peut d'ores et déjà tenir pour évident au moins ceci que, dans tout jugement — même s'il s'agit d'un jugement qui va de soi —, le pas est franchi qui nous fait passer du niveau des pensées au niveau des dénotations (de l'objectif). »¹³

Le rôle essentiel de l'acte de jugement chez Frege est de faire concevoir le objet sous un concept précis et de le faire séparer de la pensée qui n'est pas vrai. En conséquence nous pouvons dire que le sujet pensé a sa place dans le jugement. Dans cette partie de notre mémoire, nous allons essayer de traiter les avis de Frege par rapport au jugement.

Commençons la discussion par dire que dans un jugement le sujet est toujours objet et que dans le prédicat il y a toujours un concept Bien que Frege ait dit que le prédicat et le sujet sont des parties de la pensée, il n'a expliqué nulle part l'objet qui est fait sujet ou le concept qui est affirmé comme étant des parties composants une pensée. En un certain sens, ce que nous pensons n'est pas une partie de ce qui constitue cette pensée. Si cela avait été le cas, nous aurions pu dire que l'objet est sans aucun doute une partie précise de la pensée. Cependant l'objet n'est pas une partie d'aucune pensée, et n'est relevé que dans le jugement. Car les conditions et les dépendances d'une chose pensée sont différentes de cette chose. En conséquence, il est nécessaire d'évaluer dans le jugement où leur vérité est relevée, l'objet et le concept de la pensée.

L'expression d'objet a un usage spécial chez Frege. Si nous évaluons l'objet comme étant une chose en soi, ou bien, comme une chose qui n'est pas nécessaire dans un autre sujet, nous aurions séparé le fait qu'il soit un objet et les possibilités qu'il soit conçu (en tant que possibilité de conception si nous acceptons qu'il soit celui du sujet, celui qui n'a aucun sujet, à part soi, ne peut être conçu par aucun autre sujet). A

¹³ G. Frege, *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971. pp.110
 „Aber soviel möchte doch schon hier klar sein, daß in jedem Urteile (7) — und sei es noch so selbstverständlich — schon der Schritt von der Stufe der Gedanken zur Stufe der Bedeutungen (des Objektiven) geschehen ist.“

ce moment nous n'aurions pas pu prétendre que le résultat surgi de la conception soit vrai. Dans ce cas, l'existence d'un objet dans un jugement avancé comme étant vrai et l'objet en tant que partie de ce jugement est la même chose. Autrement dit, la place de l'objet, est le jugement avancé de vérité au sujet de cet objet. Nous avons traité ce qui appelé objet en tant que sujet confirmé par le prédicat et nous avons dit qu'il était dans le jugement. A parler de l'objet en dehors du jugement, considéré les lignes de Frege, ne mentionnent pas d'objet.

Le concept selon Frege, contrairement à l'objet, présente des manques, bien qu'il désire être un tout avec son argument. Le discours métaphorique de Frege semble nous raconter des choses qui nous sont très familiers. Cependant une attention doit être portée au fait que Frege ne parle du concept qu'en prenant en considération le jugement. Le jugement est la chose argumentée avec un prédicat grammatical dans un énoncé, l'objet par contre est une chose qui est argumentée par un sujet grammatical. Pour que ces choses puissent être expliquées, il faut d'abord expliquer comment est formé le tout appelé jugement. Frege, en ne faisant pas cette explication, s'est limité dans les possibilités de son propre langage en exprimant ses idées. Les exemples donnés dans ses articles sont des exemples qui désignent bon gré mal gré des expressions du langage et peuvent provoquer des quiproquos. Il faut en particulier préciser que, chaque énoncé suivant les règles d'un langage naturel ou d'un langage formel, n'est pas forcément un jugement. De nouveau avec cela, le lien qu'a un prédicat avec ses parties n'explique pas le lien qu'a un jugement avec ses parties. En outre, le fait que les expressions du langage soient des choses empiriques, qu'elles aient une nature divisible contenant pour cette raison, ne démontre pas que le jugement soit une chose divisible. En pensant avec cette considération au sujet du jugement, il ne faut pas transmettre les propriétés qui sont intrinsèques aux symboles utilisés pour l'exprimer. Bien que le discours de l'objet et du concept soit l'indice d'un morcellement dans le jugement en considérant les expressions du langage, il faut d'abord prôner les parties du jugement comme étant un tout d'encre. Alors que le jugement précède ses parties contenues, en effet sans le jugement, selon Frege, le discours au sujet de ses parties n'est pas valable.

Les choses que Frege appelle objet et concept ne peuvent pas être évaluées dans le langage naturel comme un nom propre ou un concept qui ont un sens et un usage qui leur est propre et donc des choses à elles seules ayant des mouvements. Dans les

exemples donnés également, bien que Frege dise qu'un nom argumente un objet, il ne faut cependant pas oublier que cela n'est que dans le cadre d'un jugement valable. Le fait que le sujet soit toujours un objet, et le prédicat toujours un concept, vient de leurs liens entre eux dans le cadre d'un jugement. Autrement dit, le sujet d'un jugement est toujours objet et son prédicat est toujours un concept. L'objet et le concept sont une séparation effectuée par le mouvement des rôles pris du jugement. En dehors de cela, séparer l'objet et le concept des choses de leurs propres mouvements auraient signifié sortir des textes de Frege.

Nous avons dit que l'objet et le concept sont tant qu'ils sont dans le jugement. Pour développer ceci, il faut expliquer comment le jugement est possible. Dans la partie suivante de notre thèse, nous allons traiter en général d'objet et ses fonctions relatives, et nous allons essayer de questionner les possibilités de former un tout de cela.

Dans une fonction ayant un argument unique, de nombreux objets peuvent être des arguments de la fonction. Par exemple, en tant qu'argument nous pouvons mettre dans la fonction $2x + 1$ un chiffre naturel, 1 au lieu de x , et au lieu du chiffre 2, n'importe quel chiffre naturel que nous voulons. Cependant, nous ne pouvons mettre n'importe lequel des deux arguments en même temps. Si nous modifions un peu l'exemple, sous le concept de x est un être humain, tombe Socrate, et Platon également, mais les deux ne tombent pas en même temps. Une fonction à argument unique n'a qu'un argument. Frege insiste là-dessus, cet argument n'est pas quelque chose d'imprécis ou exprimant les choses de façon imprécise. Selon Frege, le x n'est pas une partie d'une fonction ou d'un argument mais montre la place de l'argument dans la fonction. L'argument de la fonction est toujours une chose précise. En nous joignant à Frege au sujet de l'expression du x qui n'est pas une partie de la fonction, nous avons la conviction que la fonction joue un rôle déterminant sur l'argument. La fonction recouvre l'argument en tant que particulier. Tandis que la particularité ne peut être désignée que sous une généralité précisée au préalable. Frege mentionne une partie de ce sujet bon gré mal gré, en parlant des différences et des similitudes de la mesure dans la partie de la Résolution des Difficultés des Fondements de l'Arithmétique.

« Comment concilier l'identité et la distinction des unités, la réponse est maintenant facile. Le mot « unité » est employé ici en un double sens. D'une part, les unités sont identiques au sens que nous avons expliqué ci-dessus. Dans la proposition « Jupiter a quatre lunes », l'unité est : « lune de Jupiter ». Sous ce concept tombent le satellite I, le II, le III et le IV. On peut donc dire : l'unité à laquelle on rapporte I est identique à celle à laquelle on rapporte II, etc.. Là est l'identité. Quand d'autre part on parle de la distinction des unités, on entend alors par là celle des choses comptées. »¹⁴

Frege relève que les choses dénombrables sont en un sens similaires et en un sens différents, et dit qu'un concept assure la similitude et la différence entre les choses qui sont confirmées par lui. Selon cela, un concept réunit sous une généralité tous les objets qui s'y réfèrent, et attrape en même ceux-là sous leur forme individuelle. Cependant, comme le sujet d'indivisibilité des concepts n'étant pas tenu à une dispersion, il y a eu ici un certain quiproquo au sujet de plusieurs choses. La première, les différents concepts prenant place dans un concept ne se développent pas d'eux-mêmes, la deuxième, les liens qui n'attrapent pas l'argument en tant que particulier ne sont pas des fonctions, et en conséquence, la nature de certains prédicats grammaticaux est incertaine, la troisième et la plus importante, la fonction expliquée par Frege n'est pas l'objet en soi mais attrapé l'une de ses aspects. En conséquence il n'est pas expliqué comment l'objet en soi est donné.

Ans le jugement "Socrate est un être humain" l'objet qui attrape la fonction d'être humain doit être uniquement tenu comme la particularité de cette fonction. L'objet argumenté par le nom de Socrate peut être en même temps une personne ayant du savoir grammatical, cependant pour cela, il est besoin d'autres jugements. Outre tous les jugements que nous pouvons porter sur Socrate, qui est musicien, en même temps possesseur de savoir grammatical, en même temps le maître de Platon, tout ce que

¹⁴ G. Frege, (1884). Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau: M. & H. Marcus. pp 66-670

"Nun beantworten wir leicht die Frage, wie die Gleichheit mit der Unterscheidbarkeit der Einheiten zu versöhnen sei. Das Wort „Einheit“ ist hier in doppeltem Sinne gebraucht. Gleich sind die Einheiten in der oben erklärten Bedeutung dieses Worts. In dem Satze: „Jupiter hat vier Monde“ ist die Einheit „Jupitersmond“. Unter diesen Begriff fällt sowohl I als auch II, als auch III, als auch IV. Daher kann man sagen: die Einheit, auf die I bezogen wird, ist gleich der Einheit, auf die II bezogen wird u. s. f. Da haben wir die Gleichheit. Wenn man aber die Unterscheidbarkeit der Einheiten behauptet, so versteht man darunter die der gezählten Dinge."

nous ne connaissons pas de lui et que nous ne connaissons peut être jamais sont un sujet. Nous avons dit que l'objet est toujours dans le jugement. Dans ce cas, dans quel jugement peut être attrapé Socrate, qui a toutes ces propriétés ? Le fait qu'il soit un être humain, même s'il n'est qu'un manifeste à deux pieds, présentera de toute évidence des propriétés que nous ne rencontrerons pas chez d'autres. Selon Frege, nous ne pouvons jamais obtenir un savoir complet au sujet de l'objet. Cependant la question est: comment celui qui n'a pas de savoir peut tenir uni le savoir des parties? Dit de façon plus simple, Comment pouvons savoir que le Socrate musicien est le même que le Socrate sachant la grammaire. Dans chaque jugement que j'ai avancé au sujet de Socrate, une seule partie de Socrate est retenue, et ce n'est que lorsqu'elles sont réunies que Socrate peut être considéré comme étant un et la somme de toutes ces parties de savoir. Dans le cas contraire, la seule relation entre ces jugements le fait que le sujet grammatical soit le même mot.

Le jugement "Socrate est un être humain" n'est pas seulement un jugement qui rend Socrate lui-même, lorsque nous le considérons isolément, c'est un jugement qui attrape partialement Socrate. Quant à la partie qui est attrapée, il s'agit en particulier ce qui est exprimé dans le prédicat. Si ce particulier n'est pas donné comme étant une partie de Socrate, le jugement ne va pas outre l'indication d'un particulier sous la généralité d'être humain. Ce particulier n'est pas comme celui de Socrate lui-même, mais seulement valable sous la généralité d'être humain. Comme Frege n'a pas dispersé les sujets, la particularité de Socrate en soi n'est pas séparable de la particularité de ses parties. En conséquence, selon Frege la particularité du concept de l'être humain et celui qui confirme leur qualité d'être humain est la même. Cette situation provoque la désignation d'une multitude de conceptions d'êtres humains générées parmi ceux qui prennent place dans le concept d'être humain. Alors que la multitude de l'extension de ce concept, est relative à celle des sujets prônés comme étant de nombreux êtres humains. La particularité du concept d'être humain n'est pas comprise dans cette multitude, en effet, cette particularité n'est autre chose qu'une conception à dimension unique.

Les prédicats dont les arguments n'ont pas été attrapés en tant que particulier, et leurs relations ne peuvent être traités de la façon racontée par Frege en tant que concept. Car dans des liens de ce genre, le sujet auquel est relié un prédicat n'est pas considéré comme un particulier d'une généralité quelconque. Lorsque nous disons

que Socrate est blanc, celui qui est attrapé comme étant blanc n'est pas Socrate lui-même. En effet, dans aucune partie du sujet argumenté par le nom de Socrate ne surgit la particularité de généralité sous la forme dite blanche. Si le contraire avait été vrai, nous aurions pu confirmer pour la particularité du blanc, le prédicat que nous avons confirmé au sujet du blanc, alors qu'une telle confirmation aurait eu comme résultat absurde q par exemple que le blanc est une couleur alors Socrate est une couleur. Comme il n'y a pas de particularité au blanc de Socrate, il nous faut déclarer par conséquent que le blanc n'est pas un concept, et que cette conséquence ne constitue pas un jugement.

Frege sépare l'objet et le concept dans un jugement selon leur relation l'une avec l'autre. Selon cela, lorsque le concept remplaçant le prédicat dans un jugement devient le sujet d'un autre jugement, il peut être l'objet d'un autre concept. Cela ne signifie pas que ce concept est un objet. Frege insiste sur le fait que les natures du objet et du concept sont différentes. Il ne met pas en évidence cependant en quoi consiste leur différence. Dans son article au sujet de la Fonction et du Concept, il dit pour séparer l'objet de la fonction, il doit avoir son tout fermé sur lui-même (*abgeschlossenes Ganzes*). En conséquence nous pouvons dire que selon Frege le jugement est un tout fermé sur lui-même, et lorsqu'il n'est pas un tel tout, il est constitué de deux parties ayant un manque. Il est nécessaire de regarder les rôles joués dans le cadre du jugement pour mieux concevoir ce que sont ces deux parties qui sont en un sens opposées l'une à l'autre. La partie qui a un manque en général se trouve dans le prédicat et l'objet ne passe jamais seul à la place du prédicat. Si nous commentons le fait que l'objet soit fermé et constitue complètement un tout ayant des propriétés qui lui sont propres, il devient dans une certaine mesure compréhensible que l'objet ne remplace pas le prédicat. Selon cela, si un objet était chargé à un autre objet, il y aurait eu un résultat absurde selon lequel ces deux auraient eu des propriétés qui sont propres à chacun d'entre eux et en même temps que ces propriétés auraient été les mêmes. En conséquence, le fait que les objets aient des propriétés qui leur soient propres les rends différents et en même temps démontre le motif pour lequel ils ne tomberont pas dans la situation de prédicat. Dans les Bases de l'Arithmétique, Frege défend la thèse selon laquelle les propriétés empiriques de l'objet comme la couleur, le poids, la dureté ne peut pas le rendre restreint à lui-même. En effet, ce genre de propriétés peut en tant que possibilité se retrouver également dans d'autres objets. Frege dit que la perception des objets et de leurs

propriétés objectives ne donne pas à un objet des propriétés qui lui sont propres, et exprime le fait que seuls l'existence et l'union rendent différents les objets. Cependant il n'a pas expliqué les liens entre l'existence et l'union qu'il a mis en avant en tant que propriété du concept, et les objets qui prennent place dans l'extension de ce concept. En conséquence, il n'est pas clair comment les objets qui sont différents les uns des autres sont réunis sous un concept et comment ce concept les rend différents.

Nous avons dit que la fonction a saisi l'argument comme une particularité. Si la particularité saisie est comme le pense Frege l'objet lui-même, un objet ayant lus d'une fonction serait différent pour chacun d'entre eux et son tout serait éliminé. Autrement dit, un objet ne peut être saisi en tant que particularité que sous forme de concept, si il a été saisi en tant que particularité sous un deuxième concept, nous aurions été en demeure d'accepter que ces deux concepts ne font qu'un, ou que l'objet est deux. En effet, ce qui est un ne peut être un à cause de deux motifs différents. Alors que la prise de la particularité de l'argument du concept de musicien et la particularité de Socrate lui-même sont différents. La chose argumentée par le nom de Socrate, doit être une particularité réunissant sous elle toutes les fonctions des particularités. Une telle particularité ne peut être saisie sous des concepts comme *être humain, musicien* ou *Maître de Platon*.

Frege dit qu'il y a une opposition entre le concept et l'objet à cause de la non dispersion de l'objet en soi avec sa direction, et en considération de cette opposition, l'union du jugement assuré est responsable. Frege fait subir un tri aux jugements de la façon suivante. Les jugements qui tombent sous un concept, sous un objet, les jugements qui sont subordonnés d'un concept à un autre concept, et les jugements d'un concept qui tombe sous un autre concept. Compte tenu que l'objet a des propriétés restreintes, il ne peut être placé comme étant un opposé du concept car les concepts aussi ont des propriétés qui leurs sont propres. Compte tenu des propriétés propres à un concept, lorsqu'il est le sujet d'un jugement, il devient l'objet d'un autre concept. Cependant il faut distinguer la particularité de l'objet de la particularité du concept. En effet, si ces deux avaient été similaires, les jugements d'un concept qui tombe sous un autre concept n'auraient plus de différence des jugements d'un concept qui tombe sous un objet. Nous avons dit que la particularité d'un objet par une quelconque de ses fonctions. Si nous nous souvenons de l'exemple donné, être

un être humain ne nous donne pas Socrate en soi, ce n'est qu'une seule de ses parties. Il doit y avoir une fonction qui donne la particularité de l'objet. Cette fonction devrait être faite de sorte que les possessions des particularités des objets sous elle en tant que fonction d'aucun autre objet. De cette façon, cette fonction nous donnera la possibilité de distinguer ce qui objet de ce qui le l'est pas. En effet, l'argument tenu de la particularité d'une pareille fonction, ne sera pas une partie de l'objet, mais l'objet lui-même, et l'objet saisi en tant que lui-même ne pourra être la fonction d'une autre chose. En tenant compte du fait que chaque objet est différent de l'autre, il faut dire que cette fonction ne pourra saisir avec la même particularité ses arguments. En effet, chaque objet qui prendra sa place sous cela doit posséder une particularité restreinte. A nouveau, la multitude de l'extension du concept d'être humain qui prend place dans le jugement "Socrate est un être humain" ne peut être qu'une multitude qui provient d'une telle fonction saisissant un par un tous les objets. Frege ne fait pas de discours au sujet d'une telle fonction car l'objet ne se disperse pas avec sa direction et à cause de cela, et il reste insuffisant lorsqu'il analyse le revêtement des concepts en disant que la multitude des objets provient des fonctions qui saisissent les parties des objets.

Dans la fonction assurée par la multitude des objets, l'opposition entre l'argument et la fonction est désignée comme la possibilité d'être la fonction d'un sujet. Selon cela, étant considéré que l'objet ne peut être la fonction d'un autre objet, il ne se charge pas à un autre sujet, tandis que le concept possède la possibilité de se charger à un autre objet. L'opposition entre l'objet que Frege a désigné comme étant divisible et sa fonction, peut être englobée à tous les autres jugements. Alors qu'une fonction saisissant une partie d'un objet, peut être chargée également aux autres objets, autrement dit peut se diviser, aucune des particularités saisies sous cette fonction ne peut se charger aux autres, en conséquence il est dit que ces derniers sont indivisibles. Par exemple nous pouvons dire que Socrate et Platon sont des êtres humains mais nous ne pouvons cependant charger la particularité de l'un à l'autre. Lorsque l'objet de Frege est pris isolément, il insiste sur le fait qu'il ne peut jamais être chargé à un autre objet. Cependant, pour qu'il puisse mettre clairement en évidence l'opposition entre l'objet et le concept, il faut d'abord qu'il explique la fonction qui prend place dans les objets eux-mêmes. Car l'opposition dans le jugement qui a saisi une partie de l'objet n'est considérée dans le jugement que lorsqu'il est exprimé. L'englobement de cette opposition, est possible avec

l'opposition du jugement qui conçoit l'objet lui-même. Cette opposition peut être vue également par l'union, nous allons cependant essayer de la traiter en parlant du nombre.

En résumant ce que nous avons dit, nous fermons ici le sujet du jugement dans notre thèse. Pour distinguer la pensée vraie de celle qui est fautive, nous avons dit qu'il est nécessaire de concevoir l'objet qui est le sujet de la pensée et que cela est le verbe du jugement. Cependant Frege ne distingue pas l'objet en soi de ses parties. En conséquence de cause, il n'a pas expliqué comment l'objet en soi est donné, et n'a pas fait non plus une analyse satisfaisante de la multitude qui prend place dans l'extension du concept. Comme la conception de l'objet en soi n'est pas expliquée, il n'est pas clair comment la conception des parties est liée à l'objet. La façon dont il a relevé la vérité de la pensée par la conception des parties n'est pas claire non plus. De nouveau, la distinction effectuée entre le concept et l'objet est une distinction de considération, et en conséquence le sujet qui est considéré comme étant indivisible par le jugement peut être divisible par un autre jugement, tandis que les sujets qui sont indivisibles en considération à tous les jugements possibles doivent être dispersés de ceux qui ne peuvent être divisibles en considération uniquement du jugement dans lequel ils se trouvent, afin qu'il puisse y avoir une base en général de l'opposition entre l'objet et le concept.

DEUXIEME PARTIE

LE NOMBRE

Chapitre I

L'affirmation Du Nombre

Frege commence sa recherche du nombre à partir d'une analyse du mot « un ». Il fait des remarques que malgré tout le progrès effectué dans l'usage de l'arithmétique il y a encore des controverses et des ambiguïtés à l'emploi du sens et de la dénotation de ce mot. Il n'est pas encore précisé ce que c'est le sujet d'autant des attributions dans les énoncés et dans les dérivations de science. Le franchissement de ce fait embarrassant, est le premier et la primordiale responsabilité de l'arithmétique. Afin de fonder les mathématiques sur un itinéraire solide il faut qu'on y connaisse le sujet principal ; le nombre. Selon Frege pour trancher la question relative à la nature des nombres, il faut et il suffit de définir ce que signifie une proposition faisant référence à des nombres.

Le discours sur le nombre que Frege a essayé de faire dans *Les Fondements de l'Arithmétique* apporte une lumière aux jugements qui sont mentionnés. Nous allons d'abord essayer ce que sont les jugements mentionnés dans le discours du nombre, et quel rôle ils jouent dans *Les Fondements*. Nous allons ensuite traiter la façon avec laquelle Frege a essayé d'expliquer le nombre en l'appuyant à ces jugements.

Les jugements dont nous allons traiter ne sont pas formés avec un langage formel comme $2+1=3$. Il est nécessaire pour ces jugements de donner le calcul du langage formel de l'arithmétique. Les jugements dont nous allons traiter ici sont les expressions du langage naturel mentionné dans le discours du nombre du « *Zahlangaben* » dit par Frege. Par exemple, des jugements comme "Il y a une douzaine de crayons sur la table" ou "le monde n'a qu'un satellite". Nous allons commencer en posant la question de comment devons-nous comprendre ces jugements. Lorsque nous disons qu'il y a une douzaine de crayons sur la table, quelle

est la qualité de ce qui est exprimé avec “une douzaine”? Quelle est la relation entre la qualité et la chose? Nous allons essayer d’expliquer comment Frege a répondu à ces questions, puis nous allons faire une élucidation de sa réponse.

Chapitre II

Le Sujet

Dans la prédication du nombre, il faut d'abord relever le sujet affirmé du nombre. Frege dit dans *Les Fondements De L'Arithmétique* que le nombre n'est pas attribué à l'objet, et que le nombre n'est pas une propriété de l'objet. En conséquence, être une douzaine n'est pas une propriété d'aucun objet se trouvant sur la table. L'exemple le plus frappant de cela est le nombre zéro. Si les nombres avaient été affirmés directement pour les objets eux-mêmes, nous n'aurions pas trouvé un sujet pour qu'on affirme le nombre zéro. Lorsque nous disons "Il n'y a pas de crayon du tout sur la table", cela n'est pas un jugement qui peut être exprimé en tant que propriété de quelconque objet.

Même si le nombre n'est pas dit directement pour les objets eux-mêmes, il regarde d'une certaine façon les objets. En effet, le nombre se change selon le fait qu'il y ait des objets ou non. Frege dit que le nombre est affirmé pour fonctions qui tiennent les objets sous une généralité. En conséquence, être une douzaine est une propriété en relation avec le concept "Les crayons qui sont sur la table". En disant que cela est une douzaine, nous exprimons que 12 objets se trouvent dans l'extension de ce concept. Et lorsque nous disons "Il n'y a aucun crayon sur la table" nous disons que l'extension de ce concept est vide, qu'il ne contient aucun objet.

Lorsque Frege dit que la prédication du nombre est un concept, il veut dire que le nombre est un objet qui appartient à ce concept. En premier, compte tenu du fait que chaque nombre a des propriétés qui lui sont propres, nous devons dire qu'ils sont traités en tant qu'objet. En conséquence, le nombre 12 est un objet, et donc, il n'y a pas deux exemplaires du nombre 12. Ce que l'on entend par appartenir à un concept est qu'être en une propriété. Frege ici distingue les propriétés d'un objet qui tombe sous un concept et les propriétés qui sont affirmées pour le concept lui-même. Par exemple, être vivant n'est pas une propriété du concept de l'être humain. Nous affirmons être vivants pour ce qu'on affirme être humain, de ce point de vue, être vivant est une propriété de l'être humain. Lorsque nous parlons au sujet de l'extension d'un concept, nous exprimons la propriété qui appartient à un concept.

Lorsque nous disons qu'il y a 12 crayons sur la table, nous nous trouvons à avoir dit une chose au sujet de l'extension du concept "les crayons qui sont sur la table".

En résumant ce que nous avons dit jusque là; nous pouvons dire que le sujet de la prédication du nombre est l'extension du concept. Nous allons maintenant traiter le prédicat de cette attribution.

Chapitre III

Le Prédicat

Frege divise les jugements en deux groupes selon leur signification de copule; le groupe des prédications lorsqu'un concept est affirmé pour un sujet, et le groupe des équations lorsque deux sens qui appartiennent à un objet. Dans les équations, il y a un nom d'objet dans le prédicat et dans le sujet. Comme les équations sont réversibles, il n'est pas important du point de vue grammatical, quel nom prendra quelle place. Lorsque nous disons que l'étoile du soir est l'étoile du matin, nous nous trouvons avoir lié deux sens qui ont leur équivalent la même objet. La base de la prédication du nombre s'appuie sur une sorte d'équation que Frege appelle comme « *Gleichzahlig* ». Selon cela, lorsque je dis qu'il y a 12 crayons sur la table, le 12 qui appartient au concept *les crayons qui sont sur la table* et le 12 qui appartient au concept de *les livres de la bibliothèque* sont les mêmes. Nous ne disons pas ici que le nombre 12 tombe sous ces deux concepts, ce que nous voulons dire est que les extensions de ces deux concepts ont la même propriété.

Sans faire appel au nombre, Frege a voulu expliquer la relation entre les extensions de deux différents concepts. Les extensions des concepts dans lesquelles il est trouvé 12 objets doivent être tenus sous un concept d'un niveau supérieur. Cela est tenté par la considération de la relation *Gleichzahlig* entre les extensions des concepts. Cependant il faut d'abord expliquer grâce à quelle fonction on peut faire une généralisation des différents concepts qui ont 12 objets dans leurs extensions.

L'expression *Gleichzahlig* veut dire dans sa signification en Allemand ; être au même nombre. La pensée de Frege s'appuie sur une correspondance relevant ceux qui sont au même nombre. Frege dit que pour une correspondance il n'est pas nécessaire que nous connaissions le nombre des choses. Lorsque nous associons chaque crayon se trouvant sur la table avec chaque livre se trouvant dans la bibliothèque, si aucun objet ne reste seul suite à ce correspondance, nous pouvons dire le nombre des crayons sur la table est le même que celui des livres dans la bibliothèque (*Gleichzahlig*). Si nous mettons cela sous une généralité de concept comme *être du même nombre que les livres de la table*, il devient possible de parler

d'une propriété commune appartenant à tous les concepts d'un nombre égal de livres sur la table.

Frege dit qu'en fait, que chaque égalité peut être relevée par un principe de substitution. Selon cette pensée qu'il attribue à Leibniz, les choses qui sont avancées comme étant égales peuvent être substituées l'une par l'autre. Par exemple lorsque nous disons que l'étoile du soir est l'étoile du matin, en dehors des situations faisant référence aux sens de ces noms, nous substituons *l'étoile du matin* dans tous les jugements où elle est mentionnée par *étoile du soir*, et cela ne change la valeur de vérité. Il doit y avoir également une chose similaire entre les crayons qui sont sur la table et les livres de la bibliothèque, pour qu'en un certain sens, l'un puisse être substitué par l'autre. Il y doit être un aspect dans lequel les extensions de ces concepts soient les mêmes de telle sorte que lorsque les extensions prennent la place l'une de l'autre aucune différence se produit. L'idée de *Gleichzahlig* de Frege comme une égalité entre deux multitudes différentes se repose sur telle égalité. L'aspect selon lequel les crayons qui sont sur la table sont la même que les livres qui sont dans la bibliothèque leur donne en même temps la possibilité de se jumeler. Si je ne associe pas un crayon à deux livres, mais seulement à un livre, et que dans ce correspondance le choix du crayon de la table et du livre de la bibliothèque n'a aucune importance, il y a une chose qui est similaire dans un livre et un crayon, mis de côté le fait qu'ils soient un crayon et un livre.

Pour relever la similitude contenue dans de différentes multitudes, Frege fait appel au concept dit de la mesure ($\mu\nu\nu\alpha\sigma$, Einheit). Selon cela, lorsque sont mis de côté les différences d'un crayon et d'un livre relatifs au fait d'être un crayon et un livre, il leur reste la mesure de la quantité qui est la même. Il est possible à associer les crayons et les livres par rapport à leur mesures et s'il y a un correspondance qui concorde parfaitement, il peut être dit de ces extensions de concept qu'elles ont possèdent la même quantité de la mesure. En conséquence, en considération à la mesure de la quantité, les extensions de ces concepts peuvent être substituées l'une par l'autre. Le nombre dit 12 également est la quantité de la mesure qu'elles possèdent. Donc, nous avons la conviction que Frege désigne le nombre comme étant l'extension d'un concept d'un deuxième niveau qui saisi sous une généralité leurs extensions.

Chapitre IV

Le Mesure

L'explication de la mesure est un sujet qui constitue un moment clé de l'arithmétique. La désignation du nombre en tant que mesure de la quantité est une voie suivie non seulement par Frege, mais aussi par les penseurs prédécesseurs qui ont fait des recherches sur le nombre. Frege, en parlant de la mesure de la quantité, discute de relever les différences et les similitudes des objets tombant sous un concept. Le fait de raconter cette problématique par le biais de la différence et de la similitude peut en fait être traité comme étant l'explication d'une extension de concept ou de tenir des objets différents sous une généralité.

Lorsque nous disons que Socrate et Platon sont tous deux des êtres humains, il est évident que ce qui est similaire chez ceux-là est d'être des êtres humains. Sous le concept d'être humain, Socrate comme Platon prennent place en tant qu'êtres humains. Cependant si ces deux particularités, ne sont pas tenues séparés sous le concept d'être humain, nous ne pouvons pas dire que les noms de Socrate et de Platon se réfèrent à des différents objets. En conséquence, il est nécessaire de distinguer les particularités des humains les uns des autres. Frege dit que le concept n'assure pas uniquement la similitude mais en même temps la différence aussi.

« Seul un concept qui délimite précisément les éléments qu'il subsume et n'admet aucune autre division de ces éléments peut constituer une unité pour un nombre cardinal fini. »¹⁵

Il dit que lorsqu'il saisi des objets tombés sous le concept, en tant que membres isolés et n'acceptant pas la moindre division, cela constitue la mesure en proportion à un nombre ayant une fin. Selon cela, le concept *les lettres de mot trois* saisi les lettres "t", "r", "o", "i", et "s" qui tombent sous le concept, en tant que membres isolés et indivisibles et cela est fait en proportion à un nombre fini. Proportionner à un nombre fini, n'est pas selon notre conviction autre chose que l'association de la mesure. Ici

¹⁵ G. Frege, (1884). Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau: M. & H. Marcus. pp 66

“Einheit in Bezug auf eine endliche Anzahl kann nur ein solcher Begriff sein, der das unter ihn Fallende bestimmt abgrenzt und keine beliebige Zertheilung gestattet „

également il s'agit de membres tombant sous un concept sont soumis à un correspondance avec la mesure de la quantité d'un nombre fini, qui sont saisis en tant que particularités différentes les unes des autres. Cependant, pour qu'une telle correspondance soit valable, il faut d'abord avoir au nombre lui-même dont il est question, nous pensons que l'explication de la mesure par rapport au nombre provoque un cercle vicieux.

En parlant du jugement, nous avons dit que la fonction qui saisi partiellement l'objet ne peut pas former la multitude. Pour qu'un concept puisse saisir une multitude, il faut qu'il assure la similitude et la différence des objets qui tombent sous lui. Cela est possible lorsque chaque objet est conçu d'une façon particulier. Cependant, les sujets des fonctions partielles ne sont pas dispersés, au contraire telles fonctions les saisissent toujours de la même façon. *Les lettres de mot trois* est un exemple conséquent, en effet, si l'on prend les symboles "t" et "o" en tant que membres d'un alphabet précis, avec le concept *Les lettres de mot trois*, ce qui sera saisi ne sera pas les parties mais elles-mêmes. Néanmoins, si l'on ajoute à cela que la lettre, outre le fait d'être un symbole, est aussi une chose empirique, il faut qu'elles soient saisies en tant que choses empiriques différentes les unes des autres, ce qui dépasse les bornes du concept *Les lettres de trois mots*. Lorsque vous dites *les crayons sur la table, les livres dans la bibliothèque* les situation est également la même. Ils ne rendent pas différents les objets qui tombent sous ces concepts. En outre comme ils ne contiennent pas la conception en général des objets, ils ne saisissent pas ces membres en tant d'indivisibles. Tandis que si une fonction dite *objet empirique* avait été définie, cette fonction aurait pu concevoir tous les objets empiriques tombant sous elle comme étant différents les uns des autres et ne pouvant être des fonctions d'aucune autre chose, et donc en tant que membres indivisibles.

L'explication de la mesure nécessite d'abord la définition d'une fonction assurant les objets en tant qu'objet, autrement dit, conçus de façon à ne pas pouvoir être la fonction d'aucune autre chose. A nouveau, une telle fonction, saisissant tous les objets tombant sous elle avec leur propre particularité, elle assurera en même temps que ces objets soient des membres différents les uns des autres. En conséquence, ils vont former la base d'une multitude dont nous pouvons affirmer qu'ils sont chacun des objets différents. Et c'est en proportion de cette multitude que les extensions des fonctions ayant saisi partiellement des objets peuvent être soumises à une

correspondance. Alors que Frege ayant évité d'entrer dans le champ de l'ontologie, est resté insuffisant dans son explication du rôle essentiel de la mesure dans la construction des fondements de l'arithmétique.

Avant de parler de multitude pour l'extension d'un concept, il faut d'abord expliquer les objets de la multitude sous un concept conçu par eux. Comme nous avons dit en parlant de jugement, la particularité d'un concept qui saisit partiellement un objet ne constitue pas une multitude. Selon cela, pour que nous puissions parler d'une multitude des humains sous le concept de *cet humain*, il faut que ce concept prenne la multitude en tant qu'argument. Ainsi que le dit Frege, pour qu'un concept saisissant ses membres isolés et indivisibles, il faut que l'argument fasse l'inclusion de la multitude en tant que possibilité dans la fonction. Cependant Frege ne fait pas de discours relatif aux possibilités dont il est question. S'il faut parler en général, nous pouvons dire que Frege n'a pas pu expliquer la multitude, et qu'il n'a pas pu donner en conséquence une explication suffisante à propos des extensions de concept.

CONCLUSION

Frege est entré dans la voie de l'explication au sujet des extensions de concepts des énoncés du langage naturel qui mentionnent le nombre. En prenant le jugement dans le centre de ses recherches dans cette affaire, il a traité la relation entre un concept et l'objet qui tombe sous lui. Dans le travail que nous avons effectué, nous avons vu que Frege a essayé de résoudre les problématiques qu'il a mises en avant dans un cadre de pensée. Nous avons la conviction également qu'il y a eu l'objectif d'exprimer les pensées de façon à ne pas laisser place à l'incertitude dans la base de langage formel. L'importance que Frege donne à la pensée provient de ce qu'elle parle de la vérité d'un sujet. En conséquence la mise en avant des possibilités d'une pensée est une possession très importante du point de vue de la philosophie comme du point de vue scientifique.

Le rôle essentiel du jugement dans les travaux de Frege assure la définition de la vérité d'une pensée en permettant l'union de l'objet et du concept. Cette union peut être également considérée comme la conception de l'objet. Frege prend l'essence du verbe du jugement pour relever la vérité de la pensée et en même temps pour fonder le langage formel sur une base légitime et considère comme un appui la conception de l'objet qui constitue le sujet de cela. Cependant, en ne traitant le jugement que par rapport à la logique, il n'a pas évalué son interprétation du point de vue de l'âme. En conséquence, il n'y a pas d'explication apportée chez Frege comme chez Kant au sujet des activités de conception de l'objet. Son approche logique des problématiques regardant l'union du jugement est donc privée d'une clarté suffisante.

Frege a essayé d'instaurer un objet et sa liaison à l'intérieur du jugement. Pour pouvoir parler d'un objet quelconque il faut toujours traiter cet objet dans un jugement dont il est le sujet. Cependant comment pouvons-nous parler de l'union du jugement lorsque l'objet lui-même n'est pas donné? Lorsque Frege traite les jugements saisissant partiellement les objets dans les exemples qu'il donne, il bouge en fait à partir du fait dissimulé que l'objet en lui-même est une donnée. Pour pouvoir dire que l'étoile du soir est l'étoile du matin, il faut que l'objet dit Vénus soit donné. Il faut cependant expliquer avec quel jugement cela est possible. Lorsque nous disons que Vénus est une planète, nous n'en saisissons qu'une partie. En dehors

de cela, la définition de Venus ou la conjonction des jugements possibles ne le saisit en tant qu'objet isolé et indivisible. La première ne saisit pas une particularité qui ne pourra jamais être la fonction d'une autre chose, et l'autre ne saisit jamais une union. Nous avons essayé de dire dans notre thèse qu'avec le mouvement de la pensée de Frege, cela n'est possible qu'un concept comprenne différemment chaque particularité. Nous avons aussi distingué ce concept des concepts saisissant les particularités comme ils sont. Nous avons discuté du fait qu'un objet ne puisse être saisi, lui-même, isolément, de façon à ne pas être la fonction d'un autre objet, qu'avec un tel concept. Nous avons pensé que l'objet de l'acte du jugement assurant l'union de la particularité étant partiellement saisie avec ce concept constitue une base à tous les autres jugements parce que la multitude de l'objet est possible avec ce jugement.

La base de l'analyse de l'extension du concept qui constitue le fondement de l'arithmétique peut montrer certains problèmes à causes des affaires que nous avons essayé d'expliquer. Le fait de parler en tant que multitude des extensions de concepts ayant saisi partiellement l'objet sans avoir expliqué comment l'objet lui-même est donné, a provoqué des problèmes dans la logique des concepts partiels. En effet, les concepts partiels doivent être tenus sous une union par rapport au concept assurant la multitude des objets. En cas contraire, il peut être question de concepts transférant une contradiction logique dans le saisissement d'un objet à travers les possibilités de ce qui peut être pensé. Frege donne comme seule condition les possibilités du concept dans la mise en place dans l'extension de ce concept, tandis que le fait d'être l'objet d'un concept quelconque devrait désigner dans son essence ce qui est isolé et indivisible pour tous les concepts.

L'aptitude de la mesure à désigner les objets tombant sous un concept selon leur similitude et leur différence, s'appuie sur le concept donné aux objets eux-mêmes. Comme Frege a essayé de fonder la mesure sur les concepts saisissant tel quel les objets, il a avancé que la différence comme la similitude font partie du concept lui-même. Cependant il n'a pas pu être expliqué comment sont assurées les différences des membres tombés sous les concepts partiels. En conséquence le discours de l'extension du concept *lettres de trois mots* en tant que multitude n'est pas clair. Nous avons la conviction que nous ne pouvons avancer qu'un concept fonde une multitude tant que nous n'avons pas dit comment ce concept analyse des lettres "e" et "o" comme isolés et indivisible.

En conclusion, nous avons la conviction que Frege, qui a essayé de construire les fondements de l'arithmétique en partant de la pensée et du langage, a touché dans ses travaux le sujet de la multitude qui est une problématique critique du point de vue arithmétique comme du point de vue de l'ontologie, cependant il n'a pas réussi à apporter la lumière sur ce sujet, parce qu'il n'a pas traité l'acte du jugement dans le cadre des possibilités de l'âme, et parce qu'il a évité de ce qui était isolé et indivisible du point de vue de l'ontologie. Le fait de considérer les nombres seulement comme les expressions d'un langage formel, et avancer qu'ils sont fictifs ou fondés, n'apporte aucune lumière sur rien, au contraire, n'est pas autre chose que de la négligence envers des sujets dont il doit être rendu des comptes du point de vue des mathématiques comme de celui de la philosophie. Les sujets que Frege nous a conduit dans les fondements de l'arithmétique doivent être traités du point de vue philosophique sans être emprisonnés dans le langage formel.

BIBLIOGRAPHIE

A) OUVRAGES GENERAUX

FREGE, G. (1884). Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau: M. & H. Marcus.

FREGE, G., *Ecrits Logiques et Philosophiques*, tr. fr. C. Imbert, Le Seuil, Paris 1971.

FREGE, G., (1884), *Les Fondements De L'Arithmétique*, recherche logico-mathématique sur le concept de nombre, trad. & intro. CL, Imbert, L'ordre philosophique, Seuil, Paris, 1969.

FREGE, G., *Logische Untersuchungen*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1986.

FREGE, G., *Funktion, Begriff, Bedeutung Fünf logische Studien*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1986.

PUTNAM, H. *The meaning of meaning*. In H. Putnam, editor, *Mind, Language, and Reality*. Cambridge University Press, London, 1975.

DUMMETT, M, *Les Origines de la philosophie analytique*, traduit de l'allemand par Marie-Anne Lescourret, Gallimard, 1991,

B) PERIODIQUES

a) Articles

G. Frege : « Concept et Objet », « Fonction et Begriff », « Sens et Dénotation » et « La Pensée dans *Ecrits logiques et philosophiques*, tr. fr. C. Imbert ,Editions du Seuil,1971.