

**DAİRESEL PLAKLARIN
BURKULMA ANALİZİ**

Muhammet Fatih BİNGÖL

Y. Lisans Tezi

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Prof. Dr. Hamit AKBULUT

2011

Her Hakkı Saklıdır

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Y. LİSANS TEZİ

DAİRESEL PLAKLARIN BURKULMA ANALİZİ

Muhammet Fatih BİNGÖL

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ERZURUM
2011**

Her hakkı saklıdır



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



TEZ ONAY FORMU

DAİRESEL PLAKLARIN BURKULMA ANALİZİ

Prof. Dr. Hamit AKBULUT danışmanlığında, Muhammet Fatih BİNGÖL tarafından hazırlanan bu çalışma 31/10/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak **oybirliği/oyçokluğu** (.../...) ile kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Hamit AKBULUT

İmza

Üye : Prof. Dr. Adnan ÖZEL

İmza

Üye : Doç. Dr. Murat Demir AYDIN

İmza

Yukarıdaki sonucu onaylıyorum
Enstitü Müdürü
Prof. Dr. Ömer AKBULUT

Bu çalışma BAP projeleri kapsamında desteklenmiştir.
Proje No:BAP-2009/274

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaklardan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

Y. Lisans Tezi

DAİRESEL PLAKLARIN BURKULMA ANALİZİ

Muhammet Fatih BİNGÖL

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Hamit AKBULUT

Burkulma, mekanikte karşılaşılan önemli problemlerden biri olup, narin yapılı çubuklar, plaklar, kabuklar vs. gibi makine veya yapı elemanları basınç yüklerine maruz kaldıklarında burkularak hasara uğrayabilirler. Bu nedenle burkulma mühendislikte karşılaşılan önemli bir konudur. Bu çalışmada, dairesel plakların burkulma davranışları deneysel ve teorik olarak araştırılmaktadır. Çalışmanın deneysel kısmında, radyal basınç yükü oluşturmak amacıyla, dairesel plaklar için bir burkulma aparatı (DAPBA) tasarlanmıştır. Bu aparat çekme cihazına bağlanarak burkulma deneyleri gerçekleştirilmektedir. Çalışmanın teorik kısmında ise Sonlu Elemanlar Metodu (SEM)'nu esas alan ANSYS paket programı kullanılmıştır. Çalışma kapsamında alüminyum plakların ve kompozit plakların kritik burkulma yükleri belirlenmiştir. Ayrıca bazı plakların ortalarında dairesel delik açılmıştır. Deneysel ve teorik çalışmalarda sonuçların tutarlılığı belirlenerek, levha kalınlığı, delik boyutu, tabaka sayısı, malzeme modül oranları gibi parametrelerin burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar tablolar ve grafiklerle gösterilip değerlendirilmiştir.

2011, 110 sayfa

Anahtar Kelimeler: Dairesel plakların burkulması, Dairesel plaklar için bir burkulma aparatı (DAPBA), Sonlu elemanlar metodu, ANSYS

ABSTRACT

Master Thesis

BUCKLING ANALYSIS OF CIRCULAR PLATES

Muhammet Fatih BİNGÖL

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Hamit AKBULUT

Buckling is one of the major problems encountered in mechanics. Mechanical or structural components such as slender rods, plates, shells, etc. may be damaged, when they are subjected to pressure loads. Therefore, buckling is an important issue encountered in engineering. Although there are many works on the buckling of square or rectangular-shaped plates, there are few researches about those of circular plates. Any experimental study related to buckling of circular plates has not been, also, found. In this study, the buckling behavior of the circular plates has been investigated experimentally and theoretically. For the experimental part of the study, a buckling apparatus for circular plates (BACIP) is designed to generate apply radial compression. By being connected this apparatus to a tension machine, experiments are carried out. In the theoretical part of the study, ANSYS program based on Finite Element Method (FEM) package has been used. Within the scope of the study, critical buckling loads for both aluminum and composite plates have been determined. In addition, the circular cutout has been opened in the middle of some plates. Determining the consistency of the results of experimental and theoretical studies, the effects of the parameters such as plate thickness, hole size, number of layers, material modulus ratio on the buckling loads have been investigated. The obtained results are shown in the tabular and graphical forms and are evaluated.

2011, 110 pages

Key words: Buckling of circular plates, Buckling apparatus for circular plates (BUCIP), Finite element method, ANSYS

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimin her safhasında yardım ve ilgisini esirgemeyen, yönlendirici ve bilgilendirici desteklerinden dolayı çok değerli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Hamit AKBULUT'a teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca benden yardımlarını esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Adnan ÖZEL'e, Sayın Doç. Dr. Şemsettin TEMİZ'e teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında bana yardımcı olan ve yol gösteren, Sayın Makine Mühendisi Selçuk DUMLU'ya ve Sayın Makine Mühendisi Serkan KARADAYI'ya, Atatürk Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümüne ve Dokuz Eylül Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümüne şükranlarımı sunarım.

Bana her zaman maddi ve manevi destek ve her konuda yanımda olan aileme teşekkür ederim.

Tez çalışmamı BAP-2009/274 nolu projeler ile maddi olarak destekleyen Atatürk Üniversitesi Rektörlüğü Bilimsel Araştırma Projeleri Birimine de teşekkür ederim.

Muhammet Fatih BİNGÖL

Eylül 2011

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Amaç	2
2. KAYNAK ÖZETLERİ	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	13
3.1. Kompozit Malzemeler	13
3.2. Elyaf Malzemeler	13
3.3. Matris Malzemeler	14
3.4. Kompozit malzemelerin avantajları	14
3.5. Kompozit malzemelerin dezavantajları	15
3.6. Kompozit Malzemelerin Kullanım Alanları.....	15
3.7. Kompozit Malzemelerde Hooke Sabitlerinin Bulunması	16
3.7.1. E_1 'in bulunması	17
3.7.2. E_2 'in bulunması.....	18
3.7.3. ν_{12} 'in bulunması.....	20
3.7.4. G_{12} 'in bulunması.....	21
3.8. Tabakalı Kompozit Plakların Mekanik Analizi.....	23
3.8.1. Anizotropik Malzemeler için Hooke Kanunları	24
3.9. Plak Teorileri	26
3.9.1. Plak Teorilerinin Tarihi Gelişimi	30
3.9.2. Plakların genel davranışları	33
3.10. Tabakalı Kompozit Plaklar.....	40
3.10.1. Tabakalı plakların genel özellikleri.....	40

3.10.2. Tabakalı kompozit plakların gerilme-şekil değiştirme davranışı	42
3.10.3. Orta yüzey eğilme ve şekil değiştirmelere bağlı olarak oluşan kuvvetler ve momentler	45
3.11. Plakların Burkulması	48
3.11.1. Plakların denge teorisiyle ilgili genel varsayımlar	48
3.12. Dairesel Plaklar	54
3.12.1. Kutupsal koordinatlarda dairesel kompozit tabakalı plağın yapısal denklemleri	54
3.12.2. Dairesel tabakanın temel denklemleri	56
3.12.3. Kutupsal koordinatlarda dairesel plakları çözen denklemlerin gösterimi	57
3.13. Dairesel Plakların Burkulması.....	58
3.14. Dairesel Plaklar için Burkulma Aparatı (DAPBA) Tasarımı	67
3.14.1. DAPBA teknik bilgi ve parçaları	68
3.14.2. Aparatın kuvvet analizi	69
3.14.3. Deneyleerin yapılışı	73
3.15. Sonlu Elemanlar Metodu (SEM).....	81
3.15.1. Sonlu elemanlar metodunda takip edilen çözüm yöntemi.....	83
3.15.2. ANSYS yazılım programı	84
4. ARAşTIRMA BULGULARI ve TARTIşMA.....	87
4.1. Problemin Tanımı.....	87
4.1.1. Sınır şartları	88
4.2. Sonuçların Karşılaştırılması	90
4.3. Burkulma Yüküne Etkiyen Faktörler	92
4.3.1. Plak Kalınlığının Burkulmaya Etkisi	92
4.3.2. Delik apının Burkulmaya Etkisi	94
4.3.3. Elastisite Oranlarının Burkulmaya Etkisi.....	96
4.3.4. Tabaka Sayısının Burkulmaya Etkisi	97
4.3.5. Takviye Açısının Burkulmaya Etkisi	99
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	102
KAYNAKLAR	104
EKLER.....	109
EK-1	109

EK-2.....	110
ÖZGEÇMİŞ	111

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

λ_i	Özdeğer
C	Rijitlik sabiti
C_{ijkl}	Rijitlik matrisi
D	Plak dış çapı
d	Plak iç çapı
D	Eğilme rijitliği
$\{\phi_i\}$	Özvektör
F_p	Pandül kuvveti
F_R	Plak kuvveti
F_t	Toplam tablaya etki eden kuvvet
h	Plak kalınlığı
κ	Eğrilik
L_ζ	Çenenin plağa temas uzunluğu
$[M]$	Gerilme matrisi
N_{kr}	Kritik burkulma yükü
N_r	Bası kuvveti
S	Gevşeklik sabiti
Q	Kayma kuvveti
$[Q]$	Rijitlik matrisi

Kısaltmalar

BUCIP	Buckling apparatus for circular plates
CTP	Cam elyaf Takviyeli Polyester
DAPBA	Dairesel plaklar için burkulma aparatı
FEM	Finite Element Method
SEM	Sonlu Elemanlar Metodu

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1	Kompozit elemanın takviye doğrultusunda çekilmesi.....	17
Şekil 3.2	Kompozit elemanın takviye doğrultusuna dik yönde çekilmesi.....	19
Şekil 3.3	Kompozit elemana kayma gerilmesinin uygulanması.....	20
Şekil 3.4	Kompozit elemanda toplam kayma deformasyonunun gösterilişi	22
Şekil 3.5	Tabakalı kompozit elemanda elyaf ve matris malzemelerin görünümü.....	23
Şekil 3.6	Sürekli bir ortamın bir noktadaki gerilme durumu.....	24
Şekil 3.7	İnce bir plak ve plağa etkiyen kuvvetler.....	26
Şekil 3.8	Çeşitli plak uygulamaları.....	27
Şekil 3.9	Plak orta düzlemine deformasyonun etkisi.....	29
Şekil 3.10	Tek yönlü takviye edilmiş tabaka.....	35
Şekil 3.11	Koordinat eksenleri ile asal eksenler arasındaki ilişki.....	37
Şekil 3.12	Tabakalı malzemenin takviye açıları	42
Şekil 3.13	Tabaka x - z düzleminde deformasyon	43
Şekil 3.14	Tabaka kalınlığı boyunca gerilme ve şekil değiştirmeler	45
Şekil 3.15	Plak elemandaki katmanların koordinat yerleşimi	45
Şekil 3.16	Delikli dairesel bir kompozit plak ve silindirik koordinat sistem	55
Şekil 3.17	Kartezyen ve kutupsal koordinatlarda dairesel plağın gösterimi.....	57
Şekil 3.18	Dairesel plak elemanındaki iç kuvvetler.....	59
Şekil 3.19	Üniform radyal bası yükleri altında dairesel bir plağın burkulması.....	61
Şekil 3.20	Delikli dairesel plak için k faktörü grafiği.....	67
Şekil 3.21	Aparat genel görünüşü.....	68
Şekil 3.22	Burkulma aparatının çekme cihazındaki görünüşü.....	68
Şekil 3.23	Burkulma aparatının parçaları	69
Şekil 3.24	Burkulma aparatı çekme kuvveti.....	70
Şekil 3.25	Aparatın üst tablasının serbest cisim diyagramı	70
Şekil 3.26	Pandülün serbest cisim diyagramı	71
Şekil 3.27	Kolun serbest cisim diyagramı	71
Şekil 3.28	Plağa etki eden F_R kuvveti.....	72
Şekil 3.29	Çekme cihazı ve deney aparatı fotoğraf görüntüsü	74

Şekil 3.30 Deney sırasında burkulan dairesel plak	74
Şekil 3.31 Deney sonunda deformasyona uğramış alüminyum dairesel plak görüntüsü	75
Şekil 3.32 Deney sonunda deformasyona uğramış kompozit dairesel plak görüntüsü.	75
Şekil 3.33 Alüminyum numunelerin deneysel F_t kuvvetleri	77
Şekil 3.34 Kompozit numunelerin deneysel F_t kuvvetleri.....	77
Şekil 3.35 1,0 mm kalınlığındaki delikli alüminyum numunelerin deneysel F_t kuvvetleri.....	78
Şekil 3.36 1,5 mm kalınlığındaki delikli alüminyum plağın deneysel F_t kuvvetleri...	78
Şekil 3.37 2,0 mm kalınlığındaki delikli alüminyum plağın deneysel F_t kuvvetleri...	79
Şekil 3.38 1,6 mm kalınlığındaki delikli kompozit plağın deneysel F_t kuvvetleri	79
Şekil 3.39 2,1 mm kalınlığındaki delikli kompozit plağın deneysel F_t kuvvetleri	80
Şekil 3.40 1 mm kalınlığındaki alüminyum deliksiz dairesel plağın F_t kuvvetinin tespiti	80
Şekil 3.41 SEM modelinde düğüm noktaları ve elemanları	82
Şekil 3.42 ANSYS SEM için kullanılan elemanlar	86
Şekil 4.1 Radyal dış basınca maruz deliksiz dairesel plak.....	87
Şekil 4.2 Radyal dış basınca maruz ortasında dairesel delik bulunan plak	88
Şekil 4.3 Dairesel plağın sonlu eleman modeli.....	89
Şekil 4.4 Dairesel plağın SEM modeli ve sınır şartları.....	89
Şekil 4.5 Deliksiz alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi	93
Şekil 4.6 50 mm delik çaplı alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi	93
Şekil 4.7 100 mm delik çaplı alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi	94
Şekil 4.8 150 mm delik çaplı alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi	94
Şekil 4.9 Alüminyum plaklarda delik çapının kritik burkulma yüküne etkisi.....	95
Şekil 4.10 Kompozit plaklarda delik çapının kritik burkulma yüküne etkisi	95

Şekil 4.11 Simetrik plakta E_1/E_2 oranının kritik burkulma yüküne etkisi.....	96
Şekil 4.12 Antisimetrik plakta E_1/E_2 oranının kritik burkulma yüküne etkisi	97
Şekil 4.13 $h=1$ mm için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne etkisi.....	98
Şekil 4.14 $h=1,5$ mm için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne etkisi.....	98
Şekil 4.15 $h=2$ mm için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne etkisi.....	99
Şekil 4.16 $h=1$ mm kalınlığında kompozit plaklarda takviye açısının burkulmaya etkisi	100
Şekil 4.17 $h=1,5$ mm kalınlığında kompozit plaklarda takviye açısının burkulmaya etkisi	100
Şekil 4.18 $h=2$ mm kalınlığında kompozit plaklarda takviye açısının burkulmaya etkisi	101

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1 Çalışmada kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri.....	76
Çizelge 3.2 Deneylerde kullanılan numune boyutları.....	76
Çizelge 4.1 Analitik ve nümerik çözümlerin karşılaştırılması.....	90
Çizelge 4.2 Deliksiz alüminyum plak için bulunan kritik burkulma yükü değerleri....	91
Çizelge 4.3 Dairesel delikli alüminyum plakların kritik burkulma yükleri	91
Çizelge 4.4 Deliksiz kompozit plakların kritik burkulma yükleri	91
Çizelge 4.5 Dairesel delikli kompozit plakların kritik burkulma yükleri	92

1. GİRİŞ

Makine ve yapı elemanlarının boyutlandırılmasında üç temel karakteristik bulunmaktadır. Bunlar gerilme (akma veya kırılma), şekil değiştirme (rijitlik) ve stabilite (burkulma) problemleridir. Mekanizmalarda ve yapılarda gerilme değerleri akma ve kopma gerilme değerlerine yaklaştığında sistemin emniyeti kaybolur. Bu tip problemlere gerilme problemi denir. Bazen de sistemde gerilme problemi olmadığı halde büyük oranda elastik şekil değişiklikler (deformasyonlar) olabilir ki bu durumda sistem işlevini yerine getiremeyebilir. Bu tür problemlere rijitlik problemi denir. Eğer denge konumu kararlı değilse, sistemde doğabilecek en küçük bir farklılık sistemde çok büyük şekil değiştirmelere yol açabilir ve sistemin tekrar eski konumuna dönmesi imkânsızlaşır. Bu tip problemlere stabilite problemi denir. Burkulma da bir stabilite problemi olup narin yapılu çubuk, plak, kabuk türü elemanlarda söz konusu olabilmektedir.

Burkulma olayına birçok makine ve yapısal elemanda rastlamak mümkündür. Örneğin çekme kuvvetine karşı oldukça dayanıklı olan ince plakalar basınç naklederken oldukça zayıftırlar. Yine aynı şekilde yanal olarak takviye edilmemiş ince veya çapı küçük olan çubuklar yana doğru eğilerek, uygulanan aksenal kuvvetin tesiri altında burkularak kırılabilirler. Denizaltı gemileri, vakum tankları, yer altına döşenen borular, kafes yapıları gibi mühendislik sistemleri uygun şekilde tasarlanmazlarsa burkulurlar ve kullanılmaz hale gelirler. Uygun şekilde tasarlanmayan ince cidarlı bir tüp dış basınç veya vakum altında burkulur ve bir kâğıt gibi buruşabilir. İnşaat sektöründe kolonlar, duvarlar uygun şekilde tasarlanmazlarsa burkulup kırılabilirler. Bu örnekleri daha da arttırmak mümkündür.

Burkulmada karşılaştırma kriteri kritik burkulma yüküdür. Kritik burkulma yükü; levha çubuk gibi elemanların kritik dengelerinin kaybolduğu andaki yük değerine denir. Kritik yük aşıldığında şekil değiştirmeler sonsuza gitmekte ve sistemin yeniden dengeye dönmesi mümkün olmamaktadır ve sistem göçmektedir.

1.1. Amaç

Makine ve yapı elemanları yüklere maruz kaldıklarında, kullanılan malzemenin geometrik şekline ve cinsine bağlı olarak, ya tehlikeli gerilmeler meydana gelir, ya aşırı şekil değiştirmeler oluşur ya da stabilite (burkulma) problemi ortaya çıkar. Mesela yeterince kısa bir çubuk aksenal bası yüküne maruz bırakıldığında, burkulma oluşmadan, çubuk boyunda kısalma meydana gelir ve çubuk fiçi şeklini alır. Bu tehlikelerden dolayı burkulma problemi özellikle ince yapılı levha, ince kolon, çubuk gibi elemanlarda son derece önemlidir. Bundan dolayı konuyla ilgili çok sayıda çalışma olmakla birlikte, araştırmalar değişik yönleriyle artarak devam etmektedir.

Bu çalışmada, çevre boyunca basit mesnetli dairesel plakların burkulma yüklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışma deneysel ve teorik olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Deneysel kısım için, üretimleri gerçekleştirilen kompozit plaklardan dairesel numuneler elde edilmiştir. Deneylerin yapılabilmesi için, dairesel plaklar için bir burkulma aparatı (DAPBA) tasarlanmıştır. Bu aparat çekme cihazına bağlanarak dairesel plaklarda radyal bası yükü oluşturulmuş ve kritik burkulma yükleri belirlenmiştir.

Çalışmanın teorik kısmında, deneysel çalışmada kullanılan dairesel plaklar ANSYS 11.0 sonlu elemanlar paket programı ile Sonlu Elemanlar modellemesi yapılarak kritik burkulma yüklerinin teorik olarak bulunması ve deneysel/teorik sonuçların karşılaştırılarak sonuçların tutarlılığının belirlenmesi hedeflenmiştir. Çalışmanın son aşamasında ise, plak kalınlığı, tabaka sayısı, rijitlik oranları gibi faktörlerin kritik burkulma yükü üzerindeki etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Burkulma konusu üzerinde şimdiye kadar birçok çalışma yapılmıştır. Shclack (1964) dikdörtgen levhaların stabilitesini analitik metot ve deneysel çalışmalarla, Whitney (1970-1973) analitik metotlarla levhaların burkulmasını incelemiştir.

Stavsky and Friedland (1971), radyal yönde bası uygulanmış izotropik ve ortotropik tabakalardan oluşan ince elastik dairesel plaklar için aksel simetrik linear olmayan burkulma denklemler geliştirmişlerdir. Lineer öz değer problemini çevresel olarak ankastre ve basit mesnetlenmiş heterojen izotropik dairesel plaklar için kapalı şekilde çözmüşler. Sabit burkulma parametrelerini optimizasyon sağlayarak elde etmişler ve birkaç sayısal örnekle göstermişlerdir.

Przemieniecki (1973) ince levhaların, takviyelendirilmiş panellerin ve ince katlı levhalardan yapılmış kesite sahip ince kesitli kolonlar için lokal burkulma gerilmelerinin tespit edilmesinde sonlu elemanlar analiz metodunu, Ritchie and Rhodes (1975) ise delikli levhaların uniform gerilme ve şekil değiştirmeler ile burkulma davranışlarını Rayleigh-Ritz metodunu kullanarak incelemiştir.

Stavsky (1975), r ve termal alanlara ($T=T(r,z)$) bağlı olan mekanik yüklere maruz kalan polar ortotropik tabakalardan oluşan dairesel plaklar için aksi-simetrik denge ve termal burkulma denklemlerini kurmuştur. Birleştirilmiş iki diferansiyel denklemi ya radyal yer değiştirme u ya da Ψ gerilme fonksiyonunu β eğimi cinsinden alternatif dördüncü dereceden sistemler olarak öne sürmüştür. Öz değer problemi, yarı heterojen kompozit plaklar için formülize etmiş ve kapalı-tip çözümü birinci türü ve kısmi mertebeden Bessel fonksiyonunu şeklinde termal-burkulma problemlerini vermiştir. Burkulma yük sınırını aşan dairesel kompozit plakların laminasyonunu çok sayıda örneklerle ortaya koymuştur.

Cohen (1982) anizotropik levhalarda dik kesme deformasyonunun burkulmaya etkisini, Libove (1983) basit mesnetlenmiş ortotropik levhalarda iki yönde basma durumunda burkulma yüklerini incelemiştir. Think *et al.* (1984) değişik sınır şartlarında kompozit dikdörtgen levhaların eğilme ve basma gerilmeleri altında burkulma davranışlarını araştırmıştır. Vanden Brink and Kamat (1985) ortotropik, tabakalanmış ve ortasında dairesel delikli olan kompozit dikdörtgen levhaların burkulmasını incelemiştir.

Yettram and Brawn (1986) iki yönlü yükleme altında dikdörtgen levhaların burkulmasını, Tung and Surderas (1987) analitik metotlarla ortotropik dikdörtgen levhanın iki yönlü yükleme altında burkulmasını, Chen and Yang (1987) sonlu elemanlar metodunu kullanarak simetrik olarak tabakalanmış levhaların statik ve dinamik burkulma davranışlarını incelemiştir.

Simitses and Frostig (1988), tabaka elyaflarının genel oryantasyonu ile simetrik tabakalanmış tam ve dairesel halka plakaların burkulmasıyla ilgilenmişler. Plak, düzlem içi, simetrik ve denge bozucu yüke maruz bırakılmış ve tam dairesel plak için yükü dış kenarlara, halka plak için iç ve dış kenara uygulamışlardır. Plaklar, sınırları boyunca çeşitli şekillerde mesnetlenmişlerdir.

Lin and Kuo (1989) ortasında dairesel delik bulunan tabakalanmış kompozit dikdörtgen levhaların statik yüklemeler altında burkulma analizini yapmışlardır. Yapılan çalışmalarda delik çapının, levha kalınlığının, malzeme özelliklerinin, tabaka takviye açılarının, yükleme tiplerinin ve sınır şartlarının kritik burkulma yüklerini nasıl etkilediği incelenmiş ve sonuçlar literatürle kıyaslanarak grafikler halinde göstermişlerdir.

Zhou and Liu (1991) çalışmalarında, ortagonal anizotropik ince cidarlı konik kabuğun uniform dış basınç altında burkulma yüklerini araştırmışlardır. Birman and Simitses (1991), silindirik-ortotropik halka ve dairesel plakaların burkulmasını ve eğilmesini incelemiştir. Çözümleri keyfi sınır koşulları için kapalı bir formda elde etmişlerdir.

Çalışmalarında, izotropik plakalar için elde edilen nümerik sonuçların literatürde bulunan sonuçlara uyumluluk gösterdiği görülmüştür.

Lee (1992) ortotropik levhalarda burkulma analizini sonlu elemanlar metodu ile yer değiştirme fonksiyonlarını kullanarak incelemiştir. Li and Reid (1992) aksenal olarak basmaya maruz kare tüplerde plastik burkulma analizi yapmışlardır. Pegg (1992), kalın bileziklerde ani yüklemeler altında dinamik burkulma davranışlarını analitik ve nümerik olarak incelemiştir.

Kardomateus (1993), dış basınca maruz ortotropik silindirik tabakalarda burkulma probleminin üç boyutlu elastik çözümünü yapmıştır. Inoue (1993), tek yönlü basınç altında levhalarda burkulma durumunda plastik şekil değişimini, yine Inoue (1994) çelik levhaların plastik burkulma analizini, (1996) diğer bir çalışmasında Tresca akma kriterine göre, yumuşak çelik levhaların plastik burkulma gerilmelerini analitik ve deneysel olarak elde edip karşılaştırmış ve iyi bir yaklaşım elde etmiştir. Jaehong *et al.* (1995), çok ince tabakalardan meydana gelmiş kompozit levhaların burkulma sonrası davranışlarının sonlu elemanlar metodu kullanarak incelemiştir.

Hong *et al.* (1993), dairesel kompozit plakların elastik burkulması üzerinde ön burkulma deformasyonunun etkisini incelemiştir. Trefftz başlangıç gerilme teorisini baz alan, fonksiyonel enerjiyi değişkenler hesabıyla türetilen denge diferansiyel denklemden yola çıkarak elde etmiştir. Kalınlık yarıçap oranının büyüklüğüne bağlı olarak dairesel kompozit plaklar için ön burkulma deformasyonu gözönünde tutularak basit mesnetli plaklardan daha çok ankastre mesnetli plakların kritik yükünü etkilediğini söylemişlerdir. Bunun burkulma öncesi daha yüksek yüklere uğramaları yani ön burkulma deformasyonundan dolayı ankastre mesnetli plaklarda, daha büyük çıktığı göstermişlerdir.

George *et al.* (1994) tabakalı plaklarda çökmelerin büyüklüğüne bakılmaksızın tabakalar arası kayma gerilmelerini dengelemek için membran gerilmelerinin her bir

tabakada mevcut olduğunu söylemişler. Membran gerilmelerinin davranışı ve tabakalı dairesel plakların çökmeleri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

Naganarayana and Atluri (1995), çalışmalarında çok tabakalı bir kompozit levhanın burkulma yükünü, herhangi bir alt tabaka kenarına ait lokal burkulmasından hareketle nümerik olarak tespit etmişlerdir.

Kim (1996), aksenal yükleme altındaki tabakalı plak ve kabukların burkulma analizlerini SEM kullanarak incelemiştir. Burkulma davranışlarını tespit edebilmek için geliştirilmiş Lagrangian metodu kullanılarak geometrik nonlinear kompozit kabuk elemanın formülünü elde etmiştir.

Xiang (1996), paralel iki kenarı basit mesnetlenmiş diğer iki kenarı serbest, basit ve ankastre mesnetlenmiş çapraz tabakalı dikdörtgen levhalarda elastik burkulma davranışını incelemiştir. Wang (1996) düşük maliyetli kompozit çubukların kaynaklı yapılarda kullanılmaları durumunda rijitliklerinin artırılması için burkulma kriterlerini dikkate almıştır.

Sayman (1998), SEM kullanarak tabakalı plaklarda elasto-plastik gerilme analizini incelemiştir. Lee *et al.* (1996) çalışmalarında, delaminasyonlu dairesel tabakalı dairesel kompozit plakların burkulma ve burkulma sonrası analizlerini SEM kullanarak yapmışlardır. Kosel and Jin (1997), yaptıkları çalışmalarında, sabit kalınlıktaki ince halka plağın elastik stabilitesini Kompleks Fourier serileri kullanmışlar, dış sınırından karşılıklı iki noktadan mesnetlenmiş ve bu mesnetli iki noktaların çevresine lokal olarak etkiyen karşılıklı iki basınca maruz delikli dairesel bir plağın asimetric burkulması ile uğraşmışlardır. Salim *et al.* (1998), malzeme özellikleri gelişigüzel seçilmiş tabakalı dikdörtgen ortotropik kompozit plaklarda burkulma yükleri üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada klasik plak teorisi kullanılmıştır.

Wang *et al.* (1998) çalışmalarında, dairesel plakların burkulma yükleri, Reddy (üçüncü derece kayma deformasyonu) plak teorisi ve Kirchoff plak teorisi arasında ilişki kurarak

belirlemiştir. Gu and Chattopadhyay (1999), tabakalı kompozit plakların burkulmasını ve burkulma sonrası davranışlarını deneysel çalışmalarla incelemişler ve genel olarak kompozit plakların burkulmadan sonra da eski yük taşıma özelliklerini muhafaza edebildiklerini gözlemlemişlerdir. Yine Gu and Chattopadhyay (2000) kompozit plakların burkulması ile ilgili üç boyutlu elastik çözüm üzerinde çalışmışlardır.

Sekine and Kouchakzadeh (2000) dikdörtgen tabakalı kompozit plakların burkulma analizini SEM yardımıyla incelemişlerdir. Zhu *et al.* (2000), referans-yüzey elemanı olarak adlandırılan yeni bir kabuk eleman kullanmak suretiyle, tabakalı kompozit levha ve kabukların burkulma davranışlarını SEM yardımıyla incelemişlerdir. Midlin varsayımındaki uygunluk şartlarından hareketle, kompozit levha ve kabuk elemanların analizlerinin, levha ve kabuk eleman gibi yapılmasına olanak sağlayan referans-yüzey elemanını formülize etmişlerdir.

Ferreira and Barbosa (2000), ortotropik davranışa sahip olduğu kabul edilen bir kompozit kabuğa, çok katlı Marguerre kabuk eleman formülasyonu uygulamak suretiyle, kompozit kabukların geometrik nonlineer analizini yapmışlardır. SEM Lagrangian yer değiştirme formülasyonunu ve Newton-Raphson metodunu kullanarak sonuçlara ulaşmışlar ve kompozit kabuğun burkulma davranışını, kullanılan malzeme türünün ve tabaka sayısının birer fonksiyonu olarak bulmuşlardır.

Chen *et al.* (2001), Von Karman plak teorisine dayanan, enine kayma deformasyon etkisini dikkate alarak, eliptik delemasyonlu aksi-simetrik tabakalı dairesel plakaların ön burkulma yüklerini bulmak için denklemler türetmişlerdir. Najafizadeh and Eslami (2001), fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme seçerek, radyal yüklemeye maruz dairesel bir plağın burkulma analizini yapmışlar. Plak kenarları basit ya da ankastre olarak mesnetlenmiştir.

Akbulut and Sayman (2001), merkezide dikdörtgen şeklinde delik bulunan tabakalı kompozit plaklarda burkulma yüklerini SEM kullanarak araştırmışlardır. Çalışmalarında, plak kalınlığının, takviye açılarının, tek yönlü veya çift yönlü yükleme

durumunun, basit veya ankastre mesnet sınır şartlarının, tabakaların simetrik veya anti simetrik oluşunun kritik burkulma yüküne etkilerini araştırmışlardır. Kritik burkulma yükünün tek yönlü yükleme durumunda süratli bir değişim gösterdiğini, çift yönlü yükleme durumunda ise değişimin daha yavaş olduğunu, kritik burkulma yükündeki azalışın basit mesnetli ve ince tabakalarda ankastre mesnetli tabakalara oranla daha hassas bir değişim gösterdiğini ve burkulmaya karşı en iyi direnci gösteren levhanın tek yönlü yüklenmiş ($45^\circ/-45^\circ$) takviye açısına sahip antisimetrik tabakalı levha olduğunu tespit etmişlerdir.

Wang *et al.* (2001), dikdörtgen ve dairesel yapıdaki kalın plakların elastik/plastik burkulmasıyla ilgilenmişler. Elastik/plastik davranışı bulmak için, plastiklik artış teorisi (IT) (incremental theory-with the Prandtl-Reuss temel bağıntılarıyla) ve plastik deformasyon teorisi (DT) (Hencky temel bağıntılarıyla) karşılaştırmalı olarak göz önüne almışlardır. Uniform düzlem içi yükle yüklenmiş basit ve ankastre mesnetli dairesel plaklar için analitik elastik/plastik denge kriteri türemişler. DT ve IT'den elde edilen sonuçları karşılaştırmışlar ve sadece DT'de burkulma gerilme faktöründe sürekli olarak çok küçük düşüş olduğunu fakat her iki teoride de plak kalınlığı arttıkça E/σ_0 değerlerinin ve malzeme özelliği ile ilgili olan c değeri sonuçlarının birbirinden uzaklaştığını görmüşlerdir. Bunun sonucunda her iki teoride alınan burkulma sonuçları ve kalın plakların her birinden kaynaklanan farklılıklar ve bu kalın plaklar için burkulma yüklerinin teorilerden hangisinin doğruluğunun kesin olduğunu kestirmek için deneysel test dizaynından yararlanılabileceği kanısına varmışlardır.

Ram and Babu (2002), enine yüklere maruz tabakalı kompozit kabukların burkulmasını incelemişlerdir. Yüksek mertebeden kesme deformasyon teorisini temel alan sonlu elemanlar metodu kullanılarak geometrik nonlinear analiz yapılmış ve her düğüm noktasında 9 serbestlik derecesi olan 8 düğüm noktalı izoparametrik kabuk eleman kullanılarak çözüme ulaşımlar. Üniform normal basınç kuvvetine maruz simetrik ve antisimetrik tabakalanmış tabakalı küresel kabukların basit mesnetli halleri için, model geometrisine bağımlı olarak çökme basınçları ve nonlinear geometrik davranışlarını incelemişlerdir.

Bremec *et al.* (2003), lineer elastik sertleştirilmiş bir malzemeden yapılmış dairesel halka plakların burkulma yüklerini hesaplamışlar. Üç farklı yükleme durumu için burkulma yüklerini kenarları basit mesnetli halka bir plak için ortaya koymuşlar. Sonuçların ($0 \leq f \leq 1$) malzeme sertlik katsayısının farklı değerlerinin burkulma yükü üzerindeki etkilerini göstermişlerdir. Aynı zamanda plastik akma teorisi burkulma yüklerini deformasyon teorisi burkulma yüklerinden biraz daha büyük olduğunu göstermişlerdir.

Kosel and Bremec (2004) sundukları bu çalışmalarında, iç ve dış kenarı uniform aksenal simetrik düzlem içi yüklü ve çeşitli aksenal simetrik sınır şartlarına sahip dairesel halka plağın burkulması elastoplastik burkulmasıyla ele almışlardır. Aksenal simetrik ve asimetrik burkulma şekil modları için elastoplastik burkulma yüklerini hesaplamışlar ve her iki plastisite teorisi ile karşılaştırmışlardır. Tek bir durum için, bir deney yapmışlar ve sonuçları teorik öngörülerle karşılaştırılmışlardır.

Su and Spearing (2004), ince elastik dairesel plağın düzlem içi etkiyen radyal basınç kuvveti altında lineer olmayan burkulmasını incelemişlerdir. Halka plağın burkulma yüklerini çeşitli sınır şartları için hesaplamışlar ve ön burkulma davranışlarını incelemişlerdir. Dairesel halka plağın burkulması kritik üstü çatallanma sergilediğini gözlemlemişler. Bu nedenle, ön burkulma davranışları stabil olduğunu ve çok aşırı bir şekilde çökmenin olmayacağını ileri sürmüşlerdir.

Ding *et al.* (2005) çalışmalarında, çift-harmonik potansiyel fonksiyon kurmuşlardır Love çözümünü, kenarları mesnetlenmiş iki farklı tip uniform yüklenmiş plağın analitik çözümlerini elde etmek için kullanmışlardır. Ankastre mesnet sınır şartı davranışı, her iki tip için de çözümleri ince plaklar teorisiyle hesaplamışlar ve SEM sonuçlarıyla karşılaştırmışlardır.

Aung and Wang (2005), ortasında ve kenarlarında radyal yüklere maruz dairesel plakların elastik burkulma problemleri ile ilgili çalışmışlardır. Denge kriterini transandantal denklem biçiminde ara yük kenar yükü büyüklüğünün oranı ve ara yükün

konumunun bir fonksiyonu olarak türetmişlerdir. Örnek burkulma sonuçlarını bu yeni burkulma kriterine göre sunmuşlardır.

Baltacı *et al.* (2006), dairesel delik bulunan radyal üniform yüke maruz tabakalı dairesel kompozit plakların burkulma analizini 8 düğümlü Sonlu Elemanlar Metodunu kullanarak incelemişlerdir. Kritik burkulma yükü üzerinde; delik boyutunun, deliğin konumunun, plak kalınlığının, sınır şartlarının etkileri araştırılmıştır.

Ma *et al.* (2006), klasik doğrusal olmayan plak teorisine dayanan, fonksiyonel derecelendirilmiş dairesel bir plağın aksi-simetrik ön burkulma davranışını araştırmışlardır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin termal ve mekanik özelliklerinin devamlı olarak kalınlıkla beraber değiştiğini varsaymışlar ve ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş plakların kritik burkulma yükü ve ön burkulma davranışları üzerinde sınır şartlarının ve malzeme özelliklerinin değişim etkileri etkilerini göstermişlerdir. Sayısal sonuçlarla fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın ön burkulma davranışının homojen plaktan farklı olduğunu ve sınır şartlarının ve malzeme özelliklerinin değişiminin fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli plakların ön burkulma davranışı analizinde önemli rol oynadığını göstermişlerdir.

Bremec and Kosel (2006) çalışmalarında, dairesel halka şeklinde plağın kalınlık optimizasyonu ile ilgili çalışma yapmışlardır. Radyal yönde değişken kalınlıkta dairesel halka bir plağın elastoplastik burkulma probleminin çözen bir metot kullanmışlardır. Plağı iç ve dış kenarları düzlem içi yüklü, üniform, aksiyel simetrik yüklerle yüklemişler. Elastik materyal özellikler için optimizasyon sonuçları olarak, diğer yerlerde plak hacmi sabit tutularak azaltılır ve kenarlarda kalınlık artırılırsa burkulma yüklerinde çok önemli bir artışın olduğunu göstermişlerdir.

Akbulut and Ural (2007), dört bir kenarına dairesel çentik açılmış olan kompozit levhaların burkulma davranışlarını incelemişlerdir. Çentikli bir levhada; çentik yarıçapının, yükleme durumunun, levha kalınlığının, takviye açılarının, tabaka sayısının ve elastisite modülü oranlarının burkulmayı nasıl etkilediğini sonlu elemanlar metodu

yardımıyla araştırmışlardır. Levhanın kenarlarına açılan çentiklerin levhanın burkulma dayanımını artırdığını, çift yönlü yükleme durumunda kritik burkulma değerinin düştüğünü tespit etmişlerdir.

Baba (2007) çalışmasında, dış kenarı değişik şekillerde kesilmiş dikdörtgen plağın burkulma yükleri üzerinde sınır şartlarının, uzunluk/kalınlık oranı ve tabaka oryantasyonunun etkisini incelemiştir. Düzlem içi bası yükleri altındaki E-glass/epoksi kompozit plağın sınır şartları, dış kenarın kesme şekilleri, uzunluk/kalınlık oranları ve tabaka oryantasyonunun burkulma davranışı üzerindeki etkileri araştırmak için nümerik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır. Tabakalı kompozitin burkulma analizini sonlu elemanlar metodunu baz alan ANSYS programını kullanarak gerçekleştirmiştir. Deneyle, farklı sınır şartlarında dış kenarı dairesel ve yarım dairesel kesilmiş tabakalı kompozit kullanarak gerçekleştirmiş ve sonlu elemanlar analizine dayanan hesaplamalar ile deney sonuçlarını karşılaştırmıştır. Sonuçları, plak ortotropisi ve sınır şartları arasında çeşitli unsurlara bağlı bir etkileşimin olduğunu göstermiştir.

Hur *et al.* (2008), dış hidrostatik basınç altında kompozit silindirlerin burkulmasını hem deneysel olarak hem de sonlu elemanlar metodunu kullanarak araştırmışlardır. Sayısal çözümleri elde etmek için ACOSwin programını kullanmışlar ve deneylerle %15'lik bir hata payı ile aynı sonuçları yakalamışlardır.

Li *et al.* (2008) çalışmalarında, enine aksi-simetrik q_{rk} yüküne maruz kalınlık boyunca fonksiyonel derecelendirilmiş izotropik dairesel plak için elastik çözümler sunmuşlardır. Ayrıca gerilme fonksiyon yöntemini kullanarak kenarı basit ve ankastre mesnetli kalınlık boyunca fonksiyonel derecelendirilmiş izotropik dairesel plağın problemi üzerinde çalışmışlardır. Son kısımda da iki sayısal örnekle, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli plakların malzeme homojensizliğinin elastik alan üzerindeki etkisini göstermişlerdir.

Farhatnial and Golshah (2010) çalışmalarında, değişken kalınlıkta ortotropik dairesel ve halka plakların simetrik burkulmalarını incelemiştir. Plağın dış kenarlarına uniform

bası yükü uygulamışlar. Plak kalınlığının radyal yön boyunca doğrusal olarak değiştirmiş, iç kenar serbest buna karşın dış kenarı ankastre, dönmeye karşı elastik olarak tutulması gibi farklı sınır şartları kullanmışlardır. Burkulma yükü faktörü üzerinde yarıçapın değişimi, kalınlığın, farklı sınır şartlarının, radyal elastisite modülünün çevresel elastisite modülüne oranının ve dairesel plağın iç yarıçapın dış yarıçapa oranı gibi etkilerini araştırmışlardır. Aynı kalınlıktaki plaklar için dış yarıçapın artması burkulma yükü faktörünü azalttığını görmüşler ve aynı zamanda plak kalınlığının artmasıyla burkulma yükü faktörünün de arttığını gözlemlemişlerdir.

Seifi *et al.* (2011), üniform iç ve dış radyal kenar yükleri altında kompozit halka plakların burkulmasını enerji metodunu kullanarak incelemişlerdir. Çalışmalarında $(90/0)_{2s}$, $(90/0_2/90)_s$ ve $(90_2/0_2)_s$ olan üç tip tabakalanmanın burkulma davranışını çalışmışlardır. Burkulma yükleri ve modları üzerinde, kalınlık, tabaka dizilimi, mesnet tipleri ve tabaka yarıçapının delik yarıçapına oranı gibi bazı parametrelerin etkisini araştırmışlar. Enerji metodunun sonuçlarını nümerik metodun sonuçları ile karşılaştırmışlar ve bu sonuçlara dayanarak, diğer sınır şartlarının aksine sınır şartı ankastre mesnetli olan plaklarda, simetrik burkulma varsayımının tam olarak karşılanmadığı sonucuna varmışlardır.

Jam *et al.* (2011), CNTs (karbon nanotüpler) ile takviyelendirilmiş ve çeşitli eksenel simetri sınır şartlarındaki bası ve burulma yüklerine maruz kalan dairesel halka şeklindeki plağın burkulma analizi üzerinde çalışmışlardır. Kritik burkulma yükleri üzerinde, CNTs oryantasyon açılarının, sınır şartlarının, plağın geometrik oranının ve düz rastgele yönlenmiş CNTs yığılmalarının etkilerini incelenmişlerdir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Kompozit Malzemeler

Genel olarak kompozit malzeme, fiziksel ve kimyasal özellikleri farklı olan iki veya daha fazla malzemenin bir araya gelerek oluşturduğu daha uygun özelliklerini tek malzemede toplayarak veya yeni bir özellik çıkarmak amacıyla makro düzeyde birleştirilmesi sonucu oluşturulan malzemedir. Kompozit malzemenin yapısını elyaflar ve matris oluşturur. En çok kullanılan şekliyle, matris malzeme içerisine daha farklı bir malzemenin elyaf veya parçacık olarak konması ve tek bir yapı oluşturmasıdır. Bu bileşenler birbirleri içinde çözülmezler veya karışmazlar. Kompozit malzemelerin tercih edilmesinin sebebi ağırlık olarak %25'lere ulaşan miktarda tasarruf sağlamalarıdır. Tüm bu faydalarına rağmen kompozitlerin tamamıyla metalin yerine geçmemesinin üç ana sebebi vardır;

- 1) Titanyum ve çelik gibi metallerin bazı uygulamalarda ihtiyaç duyulan kritik düzeyde ısı, mekanik özellikleri günümüz kompozitleri karşılayamamaktadır.
- 2) Bazı karmaşık biçimler düşük maliyetler çerçevesinde üretilememektedir.
- 3) Kompozitlerin birim üretim maliyet rakamları metallerden (alüminyum) daha yüksektir.

3.2. Elyaf Malzemeler

Matris malzeme içerisinde yer alan elyaf takviyeler kompozit yapının temel mukavemet elemanlarıdır. Düşük yoğunluklarının yanı sıra yüksek elastik modüle ve sertliğe sahip olan elyaflar kimyasal korozyona da dirençlidirler. Bilinen en çok elyaf malzemeleri; cam elyafı (E-camı, S-camı, C-camı), asbest elyaf, çelik teller, karbon elyaf, aramid elyaf (kevlar 29 ve kevlar 49) , bor elyafı ve silisyum karbür elyaflarıdır.

3.3. Matris Malzemeler

Bir kompozit yapıda matrisin görevi yapıştırıcı ve tutucu özelliğiyle elyafları bir arada tutmak, yükü elyaflara aktarmak ve kompozit yapıyı dış etkenlerden korumaktır. Reçineler kimyasal özelliklerine göre en genel anlamda termoset ve termoplastikler olmak üzere ikiye ayrılır. Aralarındaki en büyük fark termoplastik reçinelerin tekrar kullanım özelliğine sahip olmalarıdır. En çok kullanılan matris malzemeleri; epoksi reçine, polyester reçine, vinylester reçine, fenolik reçine, silikon reçine ve metal matrislerdir. Yüksek mukavemet göstermeyen durumlarda en çok kullanılan matris malzemesi polyester reçinesidir. Gelişmiş kompozitlerin üretiminde ise genellikle epoksi reçinesi kullanılmaktadır.

3.4. Kompozit malzemelerin avantajları

- Aynı ağırlıktaki mukavemetleri metallere oranla çok yüksektir,
- Aynı yönlü aramid ve karbon elyaf takviyeli epoksi kompozit malzemeler, çelik ve alüminyumdan yaklaşık 4-6 kat daha yüksek özellikli çekme dayanımına sahiptir,
- Aynı yönlü grafit takviyeli epoksi, çelik ve alüminyumdan yaklaşık 3,5-5 kat daha yüksek özellikli çekme dayanımına sahiptir,
- Yorulma dayanma limitleri metallere oranla çok fazladır,
- Titreşim sönümleme özelliği metalik malzemelere göre çok yüksektir,
- Elyaf takviyeli kompozitler çok yönlü kullanım kolaylıkları sağlar,
- Korozyona dayanım mükemmeldir,
- Darbeyi soğurma enerjileri metallere oranla önemli ölçüde fazladır,
- Düşük ısı iletkenliğine sahiptirler,
- Aşınmaya karşı dirençlidirler (bu özelliğinden dolayı özellikle frenlerde kullanılırlar)
- İyi bir görünüme sahiptir ve yeni tasarım esneklikleri sunar,
- Farklı mekanik özellikler elde etmek için farklı katmanlardan ve farklı birleşimlerle kompozit malzeme inşa edilebilir,
- Kolay imal edilebilir ve yüksek üretim miktarlarına ulaşabilir,
- Çok iyi fiziksel özelliklerinin yanında, çok iyi kimyasal özelliklere de sahiptir,

- Bu özelliklerden dolayı uzun ömre ve iyi bir performansa sahiptirler.

3.5. Kompozit malzemelerin dezavantajları

- Kompoziti oluşturan her bir bileşenin olumlu olumsuz tüm özellikleri nihai parçaya yansır (anizotropik),
- Ham malzemesi pahalıdır. Ancak bağlantı elemanları sayısında ve ağırlıkta azalma olması dikkate alındığında, toplam maliyette bir düşme söz konusu olur,
- Kompozitler kırılma (gevrek) malzeme olmalarından dolayı kolaylıkla zarar görürler ve onarımları yeni problemler oluşabilir,
- Tasarım parametrelerinin yetersiz olması, imalat açısından yüksek verimliliğe ulaşmayı engellemektedir,
- Yanma ve duman çıkarma özellikleri dezavantaj olarak değerlendirilmektedir,
- Uzman personel gerektirmektedir,
- Malzemenin kalitesi üretim yönteminin kalitesine bağlıdır,
- Sınırlı raf ömürleri vardır. Özel şartlarda korunmaları gerekir.

3.6. Kompozit Malzemelerin Kullanım Alanları

Kompozit malzemeler artık gittikçe artan oranlarda ve yeni sektörlerde kullanılmaya başlanmıştır. Uzun zaman uçak sanayisindeki ihtiyaçların yönlendirdiği kompozit malzeme gelişimleri son dönemde yeni birçok sektörde birçok farklı amaç için kullanılmaktadır.

- Havacılık ve Uzay Sektörü
- Denizcilik Sanayi
- Otomotiv
- Sağlık
- Şehircilik
- Müzik Aletleri ve Spor Araçları

- Ev aletleri
- İnşaat Sektörü
- Tarım Sektörü
- Mobilya Sanayi
- İş Makinaları
- Elektrik ve Elektronik Sanayi

3.7. Kompozit Malzemelerde Hooke Sabitlerinin Bulunması

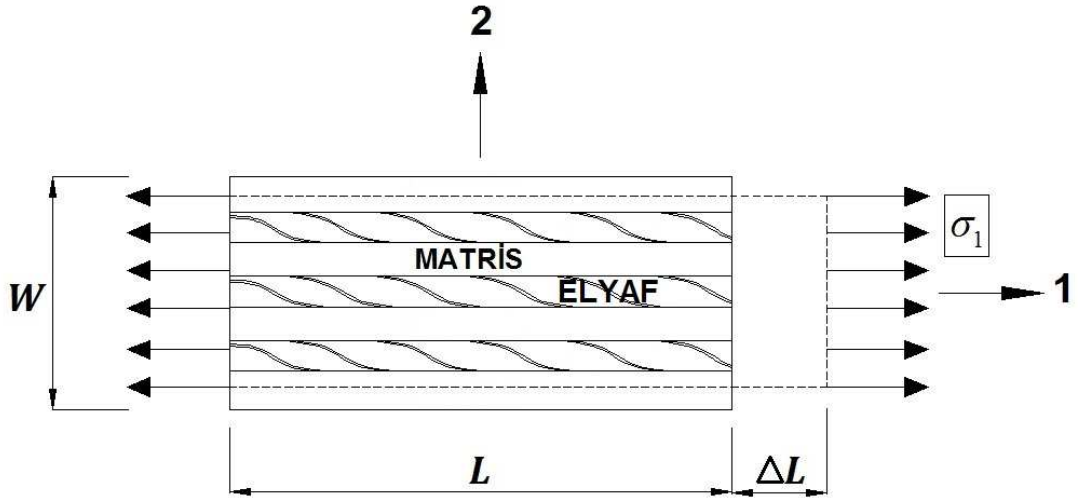
Herhangi bir malzemedeki; kayma modülü ' G ', elastiklik (Young) modülü ' E ', Poisson oranı ' ν ' malzemelerin mühendislik sabitleri olarak adlandırılırlar. Bu sabitler tek eksenli gerilme ve tam kayma testleri gibi testlerle bulunurlar. Böylece rijitlik matrisi elemanları matematiksel olarak ifade edildikleri değerden kurtulup, daha açık ve fiziksel anlam taşıyan mühendislik sabitleri ile ifade edilebilirler.

Ortotropik elastik malzemeye ait mühendislik sabitlerinin bulunabilmesi için, bilinen bir yük veya gerilme yardımıyla gerçekleştirilen basit çekme ve kayma testleri yapılır. Yapılan deneylerin sonuçları değerlendirildiğinde malzemenin elastisite modülleri E_1 ve E_2 , kayma modülü ' G_{12} ' ve Poisson oranı ' ν_{12} ' tespit edilerek rijitlik matrisi elemanları bunlar yardımıyla belirlenmiş olur.

Herhangi bir kompozit malzemenin mukavemet değerleri ve mühendislik sabitleri, malzemeyi oluşturan matris ve elyaf fazların mühendislik sabitleri ve konsantrasyonları ile kompozit malzemenin takviye istikametinde ve bu istikamete dik doğrultuda mekanik özellikleri ve buna bağlı olarak rijitlik matrisi elemanları mikromekanik ile yaklaşık olarak hesap edilebilir.

3.7.1. E_1 'in bulunması

Eğer malzeme Şekil 3.1'de görüldüğü gibi takviye doğrultusunda bir σ_1 gerilmesinin etkisinde kalıyorsa hem lifler hem de matris malzeme aynı miktarda ΔL kadar uzuyor kabul edilir. Bu durumda,



Şekil 3.1 Kompozit elemanın takviye doğrultusunda çekilmesi

$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1$, $\sigma_f = E_f \varepsilon_f$, $\sigma_m = E_m \varepsilon_m$ yazılabilir. Malzeme kesit alanının " A " ve bu alan içindeki elyaf alanının " A_f ", matris alanının ise " A_m " olduğu düşünülürse F çekme kuvveti aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{E_1 \varepsilon_1}{A_1} = \frac{E_f \varepsilon_f}{A_f} = \frac{E_m \varepsilon_m}{A_m} \quad (3.1)$$

Denklemden (3.6) yı kullanarak

$$E_1 \varepsilon_1 A = E_f \varepsilon_1 A_f = E_m \varepsilon_1 A_m \quad (3.2)$$

elde edilir.

Hacimsel konsantrasyonlar,

$$V_f = \frac{A_f}{A} \quad V_m = \frac{A_m}{A} \quad V_f + V_m = 1 \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanarak

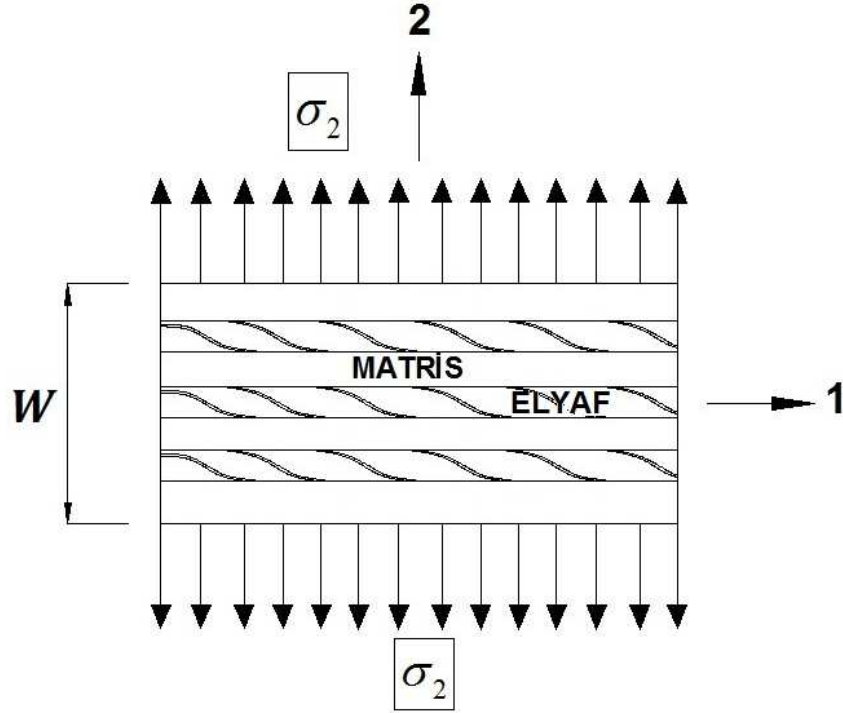
$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (3.4)$$

sonucu elde edilir.

3.7.2. E_2 'in bulunması

Eğer malzeme Şekil 3.2'deki yüklenirse, elyaf ve matriste σ_2 gerilmesi meydana gelir.

Bu takdirde



Şekil 3.2 Kompozit elemanın takviye doğrultusuna dik yönde çekilmesi

$$\sigma_m = E_m \varepsilon_m, \quad \sigma_f = E_f \varepsilon_m \quad (3.5)$$

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2, \quad \sigma_2 = \sigma_f = \sigma_m$$

yazılabilir. Malzemenin kalınlığı w ise, $V_f w$ kadarını elyaf, $V_m w$ kadarını da matris oluşturuyor demektir.

$$\varepsilon_2 w = V_f w \varepsilon_f + V_m w \varepsilon_m \quad (3.6)$$

bağıntısı malzemenin gerinme miktarını verir. Buradan

$$\varepsilon_2 = V_f \varepsilon_f + V_m \varepsilon_m \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{V_f \sigma_f}{E_f} + \frac{V_m \sigma_m}{E_m} \quad (3.8)$$

ifadeleri elde edilir. Bu ifadelerden

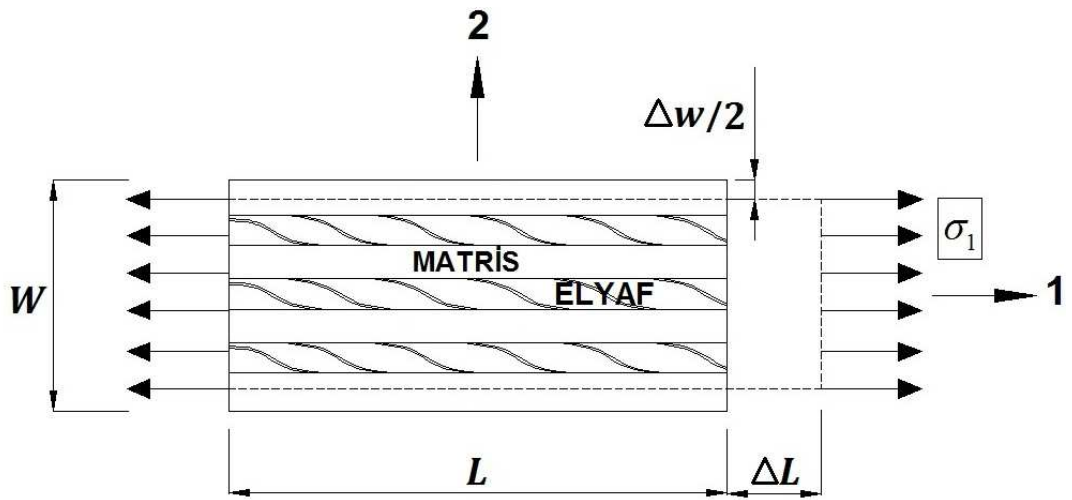
$$\sigma_2 = E_f \varepsilon_2 = E_2 \left(\frac{V_f \sigma_2}{E_f} + \frac{V_m \sigma_2}{E_m} \right) \quad (3.9)$$

$$E_2 = \frac{E_f E}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (3.10)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (3.11)$$

3.7.3. ν_{12} 'in bulunması



Şekil 3.3 Kompozit elemana kayma gerilmesinin uygulanması

Şekil 3.3'den

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (3.12)$$

$$\Delta w = -V_m \varepsilon_2 = w \nu_{12} \varepsilon_1 \quad (3.13)$$

$$\Delta w = \Delta w_m + \Delta w_f \quad (3.14)$$

yazılabilir. Yukarıdaki bağıntının sağ tarafındaki ifadeler

$$\Delta W_m = V_m w \nu_m \varepsilon_1 \quad (3.15)$$

$$\Delta W_f = V_f w \nu_f \varepsilon_f \quad (3.16)$$

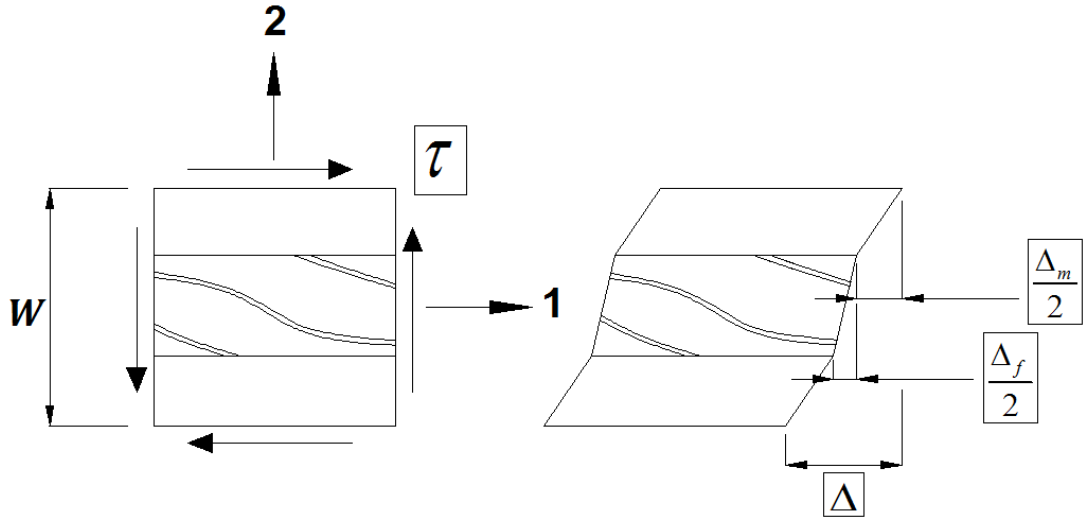
eşitlikleriyle tespit edilirler. Buradan da

$$\nu_{12} = \nu_m \nu_m + \nu_f \nu_f \quad (3.17)$$

sonucu elde edilir. Eğer $\nu_m = \nu_f$ olursa, $\nu_{12} = \nu_m = \nu_f$ olur.

3.7.4. G_{12} 'in bulunması

Malzeme yukarıdaki şekildeki gibi yüklendiğinde,



Şekil 3.4 Kompozit elemenda toplam kayma deformasyonunun gösterilişi

$$\gamma_m = \frac{\tau}{G_m} \quad (3.18)$$

$$\gamma_f = \frac{\tau}{G_f} \quad (3.19)$$

bağıntısı yazılabilir (Ural 2002). Malzemede oluşan deformasyonlar Şekil 3.4'de görülmektedir. Toplam kayma deformasyonu

$$\Delta = \gamma w \quad (3.20)$$

ile bulunur. Matris ve elyaf için de

$$\Delta_m = V_m w \gamma_m \quad (3.21)$$

$$\Delta_f = V_f w \gamma_f \quad (3.22)$$

bağıntıları yazılabilir. $\Delta = \Delta_m + \Delta_f$ eşitliğinden yararlanılarak

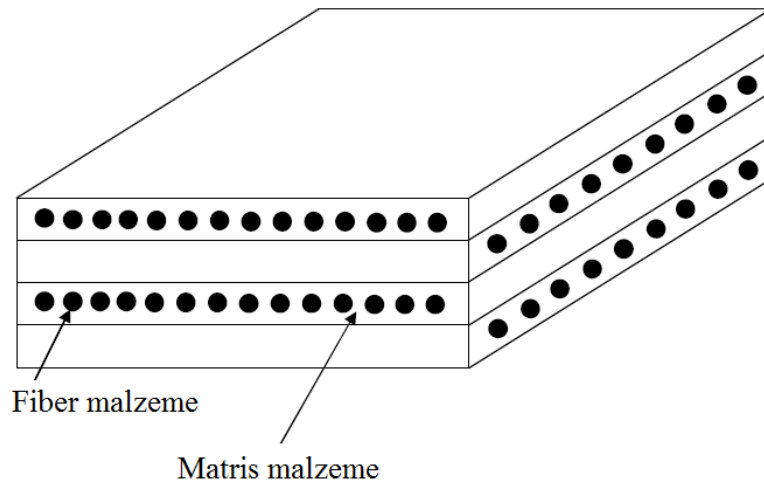
$$\gamma = \frac{\tau}{G_{12}} = \frac{V_m \tau}{G_m} + \frac{V_f \tau}{G_f} \quad (3.23)$$

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (3.24)$$

bağıntısı elde edilir (Ural 2002).

3.8. Tabakalı Kompozit Plakların Mekanik Analizi

Yapılar genellikle tek tabakalı bloklardan meydana gelir, bundan dolayı, bu tek tabakalı yapıların mekanik analizini anlamak, çok tabakalılarından önce gelir.



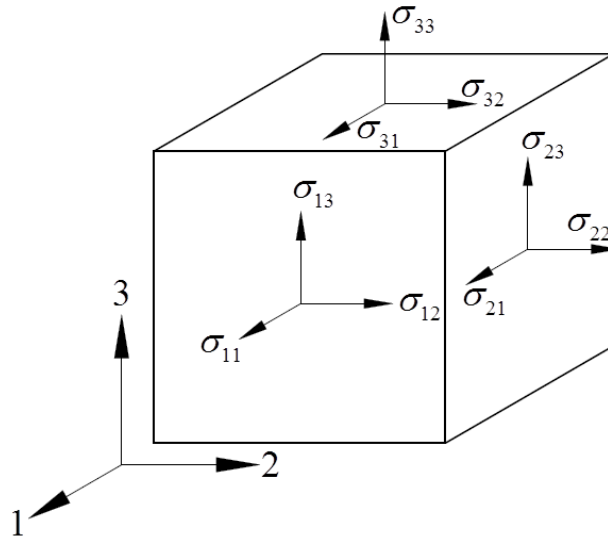
Şekil 3.5 Tabakalı kompozit elemanda elyaf ve matris malzemelerin görünümü

3.8.1. Anizotropik Malzemeler için Hooke Kanunları

Lineer olarak elastik ve izotropik olmayan üç boyutlu bir kütle için, 1-2-3 ortogonal koordinat sistemindeki Şekil 3.6'da görülen en genel bir anizotropik malzemeyi karakterize etmek için gerilme-şekil değiştirme ilişkisi denklemi indis formatında

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{ij} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (3.25)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.



Şekil 3.6 Sürekli bir ortamın bir noktadaki gerilme durumu

Dolayısıyla bu tür malzemenin toplam 81 adet bağımsız elastik sabiti vardır. Fakat gerilme ve şekil değiştirmeye bağlı sabitler farklı malzemelere göre sayıca değişmektedir. Bununla birlikte gerilme ve şekil değiştirme tensörlerinin de simetri olduğundan, 81 bağımsız elastik sabit 36 ya indirgenir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Böylece, anizotropik cisim için kısaltılmış notasyonlarda bağıntıları aşağıdaki gibi olur:

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j, \quad \varepsilon_i = S_{ij}\sigma_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (3.27)$$

Bu çalışmada da özellik bakımından izotropik ve ortotropik tabaka kullanıldığı için kısaca bu malzemelerden bahsedilmiştir.

Eğer malzeme, karşılıklı olarak birbirine dik üç adet malzeme simetri düzlemine sahipse bu tip malzemelere ortotropik malzemeler denir. Bu tip malzemeler 9 adet bağımsız elastik sabite sahiptir. Ortotropik malzemeler için rijitlik matrisleri aşağıdaki gibidir.

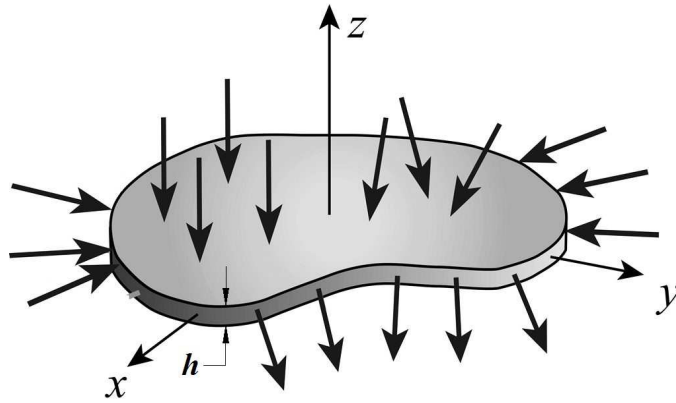
$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Eğer ortotropik bir elemanda bütün yüzeyler özdeşse, bu tip malzemelere izotropik malzemeler denir. İzotropik malzemeler iki adet bağımsız elastik sabite sahiptir. İzotropik malzemeler için rijitlik ve esneklik matrisleri aşağıdaki gibidir.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.9. Plak Teorileri

İnce plaklar başlangıçta iki paralel plaka tarafından sınırlandırılan yüz adı verilen düz yapısal elemanlara ve kenar veya sınır olarak adlandırılan silindirik yüzeylere sahiptirler. Silindirik yüzeyin oluşturucuları düzlem yüzlerine diktir. Düzlem yüzleri arasındaki mesafe, plağın kalınlığı olarak (h) adlandırılır. Plak kalınlığının diğer karakteristik uzunluklarla (uzunluk, genişlik, çap, vs.) karşılaştırıldığında küçük olduğu varsayılır. Geometrik olarak, plaklar düz ve eğimli sınırlar tarafından sınırlandırılırlar. Plaklar tarafından taşınan Şekil 3.7' deki gibi statik veya dinamik yükler ağırlıklı olarak plak yüzüne diktir (Ventsel and Krauthammer 2001).

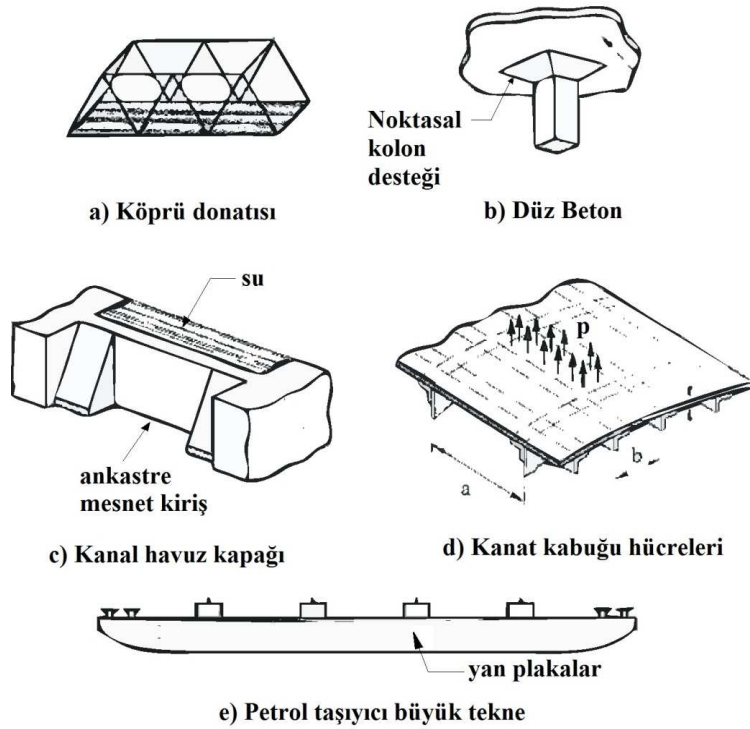


Şekil 3.7 İnce bir plak ve plağa etkiyen kuvvetler

Plağın yük taşıma faaliyeti kesin bir ölçüye, kirişlere veya kablolarına benzerdir, bu nedenle plaklar yapının eğilme sertliğine bağlı olarak sonsuz sayıda kablonun şebeke oluşturması veya sonsuz sayıda kablonun ağ oluşturması gibi düşünülebilir. Plakların bu iki boyutlu yapısal hareketleri gemi yapılarında meydana gelmektedir ve bu yüzden

birçok ekonomik avantaj sağlamaktadır. Orijinali düz olan plak, enine yükleri direnir, kayma kuvvetleri gelişir ve eğilme ve burulma momentlerini oluşturur. Yüklerin her iki yönde de taşınmasından ve izotropik plaklarda burulma rijitliğinin oldukça önemli olmasından dolayı plak, karşılaştırılabilir gerilme ve kalınlığı olan kirişten çok daha fazla rijittir. Yani, ince plaklar hafif ağırlığı ve biçim verimliliği, yüksek yük taşıma kapasitesi, ekonomi ve teknolojik etkiler ile birleştirilmiştir (Ventsel and Krauthammer 2001).

Yukarıda tartışılan değişik avantajlardan dolayı, ince plaklar mühendisliğin her alanında yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Plaklar mimari yapıda, köprülerde, hidrolik yapılarda, kaldırımlarda, konteynırlarda, uçaklarda, füzelerde, enstrümanlarda, makine bölümlerinde, vs. kullanılmaktadır (Şekil 3.8).



Şekil 3.8 Çeşitli plak uygulamaları (Ventsel and Krauthammer 2001)

Kalınlığını (h) yüzlerine paralel düzlemlerle eşit iki parçaya böldüğümüz bir plâğı göz önünde bulundurursak, bu düzleme plâğın orta düzlemi (veya aradüzlem) denilmektedir.

Enine yüklere maruz kalındığında, başlangıçta düz bir plak deforme olur ve orta düzlem eğri haldeki yüzeyi geçer ve orta yüzey olarak adlandırılır. Sabit kalınlıktaki plakları göz önünde bulundurduk. Böyle plaklar için, plağın şekli orta düzleminin geometrisinin tanımlanmasıyla yeterli olarak açıklanabilir. Orta düzlemin şekline bağlı olarak, dikdörtgen, dairesel, eliptik, vs. plak olduğunu ayırt edebiliriz.

Plak, özellikle eğilme anlamında enine yüklere direnir. Plağın eğilme özellikleri diğer uzunluklarla karşılaştırıldığında büyük ölçüde plağın kalınlığına bağlıdır. Plakları a/h (a düzlemdeki plağın karakteristik ölçüsü ve h plak kalınlığı) oranlarına göre üç guruba ayırabiliriz. Bunlar:

Birinci grup $a/h \leq 8-10$ sahip ince plaklar olarak ileri sürülmektedir. Bu hacimlerin analizleri, üç boyutlu esnekliğin genel denklemini kullanan katı hacimler için gerilmelerin, şekil değiştirmelerin, yer değiştirmenin tüm bileşenlerini içerir.

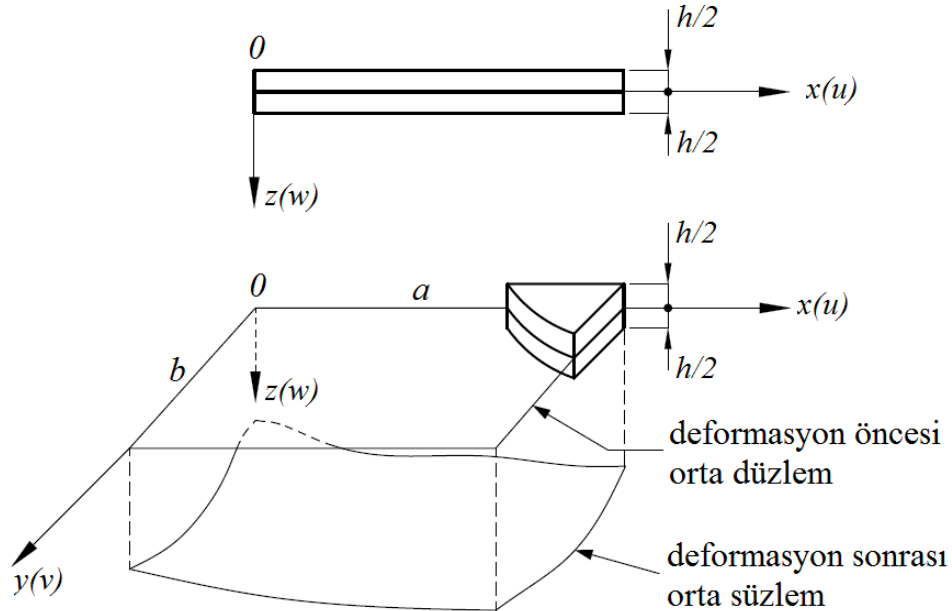
İkinci grup a/h oranı $\geq 80-100$ olanlardır. Bu plaklar membran olarak adlandırılırlar ve eğilme rijitliğinden yoksundurlar. Membranlar, plaka orta yüzeyi üzerinde etkileyen aksenal kuvvetler ile yanal yükleri taşırlar. Bu kuvvetler membran kuvvetleri olarak adlandırılırlar; dikey ekseninde bir çıkıntı oluştururlar ve böylece plak membranına etkileyen aksenal yükü dengelerler.

En yaygın ise $8 \dots 10 < a/h < 80 \dots 100$ ölçülerinde gösterilen ince plak olarak adlandırılan guruptur. w/h oranının değerine bağlı olarak, kalınlığına göre maksimum sapma oranı, eğilme ve membran kuvvetleri farklı olabilir. Bu nedenle, bu grup, sırayla, iki farklı alt sınıfa bölünmüştür (Ventsel and Krauthammer 2001).

a. Rijit plaklar: w/h oranı 0.2'nin altında olan plaklar bu guruba dahil olabilirler. Sert plaklar, eğilmez ince plaklardır. Genellikle iç eğilme ve burulma momentleri ve ters kayma kuvvetleri ile yükleri iki boyutta taşırlar. Ara düzlem deformasyonları ve membran kuvvetleri ihmal edilir. Mühendislik uygulamasında, plak terimi aksi belirtilmediği sürece sert plak anlamına gelmektedir. Sert plak kavramı sonradan

tartışılan birçok ciddi sadeleştirmeyi tanıtmaktadır. Sert plakların temel özelliği, plak elemanı için statik denge denklemi plağın deformasyonun olmadığı durum için kurulmuş olmasıdır (Ventsel and Krauthammer 2001).

b. Elastik plaklar: eğer plak eğilmeleri belli bir düzeyin ötesinde ise, w/h değeri 0.3'ten büyük veya 0.3'e eşit ise, aksenal eğilmelere orta yüzey gerilmesi de eşlik eder. Bu plaklar esnek plak olarak adlandırılırlar. Bu plaklar sert plak ve membranların birleşiminden oluşur ve dış yükleri iç momentlerin, kayma kuvvetlerinin, membran (eksen) kuvvetlerinin oluşturduğu bileşke hareketle taşır. Bu plaklar uygun ağırlık-yük oranından dolayı genellikle havacılık ve uzay endüstrilerinde kullanılırlar. Maksimum eğilmenin plak kalınlığından fazla olduğu zamanlar, membran hareketleri baskındır. Yani, eğer $w/h > 5$ ise, eğilme şiddeti membran şiddetiyle karşılaştırılırsa ihmal edilebilir. Bu nedenle, böyle plakların yük taşıma mekanizmaları membran tipini oluşturmaktadır yani, gerilme plak kalınlığı üzerinde uniform olarak dağılmıştır (Ventsel and Krauthammer 2001).



Şekil 3.9 Plak orta düzlemine deformasyonun etkisi (Ventsel and Krauthammer 2001)

Bu sınıflandırma, analizin doğruluğuna, yükleme şekline, sınır şartlarına, vs. gibi etkilere bağlıdır.

3.9.1. Plak Teorilerinin Tarihi Gelişimi

Plak problemlerinin matematiksel ifadelerine hız kazandıran ilk olay Euler tarafından 1776 yılında yapılan plak problemlerinin serbest titreşim analizidir (Ventsel and Krauthammer 2001).

Alman fizikçi Chladni, serbest titreşimlerin birçok çeşidini keşfetmiştir. J. Bernoulli bu akustik deneyleri teorik olarak kanıtlamak için girişimde bulunmuştur. Bernoulli'nin çözümü daha önce Euler'in- D. Bernoulli'nin eğilen kiriş teorisinin aldığı sonuçları esas almıştır. J. Bernoulli plağı dik açılarda birbirine karşılıklı olarak dik çizgilerin olduğu ve her çizginin kiriş gibi görev yaptığı bir sistem gibi sunmuştur. Fransız matematikçi Germain eğilme terimlerinden yoksun bir plak diferansiyel denklemi geliştirmiştir, ve ödül almıştır. Bu çalışmanın eleştirilenlerinden biri olan Lagrange, unutulmuş terimleri ekleyerek 1813'de Germain'in sonucunu düzeltmiştir, böylece, genel plak denklemini düzgünce sunabilen ilk kişi olmuştur (Ventsel and Krauthammer 2001).

Cauchy ve Poisson ilk olarak esneklik teorisini baz alarak plak eğilmesini formüle etmişlerdir. 1829'da Poisson, Germain-Lagrange plak denklemini statik yük altındaki plak çözümüne uyarlamıştır. Bu çözümde, ancak, plak eğilme rijitliği D sabit bir terime eşitlenmiştir. Ayrıca, Poisson serbest sınırlı bir yerde her nokta için üç tane sınır oluşturmayı önermiştir. Poisson tarafından elde edilen bu sınır şartları ve bu şartların sayısı hakkındaki soru ve bu şartların özelliği, daha tartışmalı bir konuya ve daha fazla araştırma gerektiren bir konuya dönüşmüştür (Ventsel and Krauthammer 2001).

Plakların eğilmeleriyle ilgili olarak ilk tatmin edici teori, plak kalınlığını genel plak denkleminde rijitliğin (D) fonksiyonu olarak kabul eden Navier ile anılmaktadır. Fourier trigonometrik serileri ile diferansiyelin cebirsel ifadeye dönüştürülebildiği kesin bir metot getirmiştir (Ventsel and Krauthammer 2001).

1850’de Kirchoff ince plaklar hakkında çok önemli bir tez yayınlamıştır. Bu tezde, Kirchoff, plak-eğilme teorisinde kabul edilen ve ‘‘Kirchoff’un hipotezleri’’ olarak bilinen iki tane birbirinden bağımsız varsayım yayınlamıştır. Bu varsayımları kullanarak, Kirchoff, eğilen plaklar için 3 boyutlu esneklik teorisinin enerji fonksiyonlarını basitleştirmiştir. Plak kenarında sadece iki sınır şartı olduğunu da belirtmiştir. Kirchoff’un diğer önemli katkıları, plakların frekans denkleminin keşfedilmesi ve plak problemlerinin çözümünde sanal yer değiştirme metotlarına yapılan giriştir. Kirchoff’un teorisi plak eğilme teorisinin duruluğuna (kanıtlanmasına, sağlamaştırılmasına) katkıda bulunmuştur ve uygulamada yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır (Ventsel and Krauthammer 2001).

Lord Kelvin (Thomson) ve Tait plağın kenarı boyunca eğilme momentlerini kayma kuvvetlerine çevirerek sınır şartlarına bağlı ek bir kavram sağlamışlardır. Böylece, kenarlar, kayma ve moment kuvvetlerinden oluşan iki kuvvete maruz kalmışlardır (Ventsel and Krauthammer 2001).

19. yüzyılın sonlarında, 20. yüzyılın başlarında gemi üreticileri odunun yerine organik çelik kullanarak inşa metotlarını değiştirmişlerdir. Yapısal maddelerdeki bu değişik çeşitli plak teorilerinin gelişiminde çok yararlı olmuştur. Rusya’lı bilim adamları eski ticaret gelenekleri ile katı matematik teorilerini değiştirerek deniz mimarisine önemli katkıda bulunmuşlardır. Kyrlov ve öğrencisi Bubnov ince plaklar teorisine, eğilme ve genişleme sertlikleri ile büyük ölçüde katkıda bulunmuşlardır. Bubnov, esneklik diferansiyel denklemleri için yeni integral metodu önermiştir ve pek çok çeşitli özellikte plak için maksimum çökme, maksimum eğilme tabloları oluşturmuştur. Sonradan, Galerkin bu metodu geliştirmiştir ve plak eğilme analizlerine uygulamıştır (Ventsel and Krauthammer 2001).

Timoshenko, teori ve plak eğilme analizinin uygulanması için önemli katkılar sağlamıştır. Timoshenko’nun önemli katkıları arasında, büyük çökmelerin gözlemlendiği dairesel plakların çözümü ve elastik denge problemlerin formülize edilmesi de vardır.

Plak çökme teorisi çevresinde kapsamlı çalışmalar ve pek çok uygulama, Hencky, Huber, von-Karman, Nadai, Föppl gibi bilim adamları tarafından yürütülmüştür. Hencky ince plaklarda büyük deformasyonlara ve genel elastik denge teorisine katkıda bulunmuştur. Nadai, Kirchoff'un plak teorisinin doğruluğunun kontrolü için teorik ve deneysel olarak kapsamlı araştırmalar yapmıştır.

Çok ince plakların büyük çökmeleri için genel denklemleri, plağın orta düzlemindeki gerilme fonksiyonunu kullanan Föppl tarafından basitleştirilmiştir. Büyük çökme teorisinin diferansiyel denkleminin son hali von-Karman tarafından geliştirilmiştir. Ayrıca plakların ön burkulma davranışlarını da incelemiştir (Ventsel and Krauthammer 2001).

Modern uçak sanayisinin gelişmesi, plak problemlerinin analitik araştırmalarını hızlandırmış ve güçlü bir etki oluşturmuştur. Düzlemlerdeki kuvvetlere bağlı plaklar, ön burkulma davranışı ve titreşim problemleri (kanat sarsıntısı), sertleştirilmiş plaklar vs. pek çok bilim adamı ve mühendis tarafından analiz edilmiştir. E. Reissner, enine kayma kuvvetleriyle oluşan deformasyonları dikkate alarak çok sert bir plak geliştirmiştir. Eski Sovyet Birliğinde Volmir ve Panov'un çalışmaları doğrusal olmayan plakların eğilme problemlerine bağlı olmuştur (Ventsel and Krauthammer 2001).

Doğrudan basınç kuvvetine (N_x) maruz ince dikdörtgensel plakları yöneten denklem, ilk defa Navier tarafından türetilmiştir. Bir ve iki yönlerinde etkiyen direkt ve sabit basınç kuvvetlerine maruz basit mesnetli plak için burkulma problemini ilk olarak, enerji metodunu kullanarak Bryan çözmüştür. Dinnik, Nadai, Meissner, vs. tarafından dairesel sıkıştırılmış plaklar için burkulma problemlerinin çözümlerini ortaya koymuşlar ve Cox, Hartmann gibi bilim adamları, ince dikdörtgen plakları sıkıştırmada yaşanan burkulma problemleri için pek çok çözüm üretmişlerdir. Basit mesnetli dikdörtgen plağın burkulmasında direkt kayma kuvvetlerinin etkisi ilk olarak Southwell ve Skan tarafından incelenmiştir. Uniform olmayan direkt basınç kuvvetleri altındaki dikdörtgen plağın burkulma davranışları ilk olarak Timoshenko, Gere ve Bubnov tarafından incelenmiştir. Çeşitli şekiller de plakların ön burkulma davranışları, Karman ve

arkadaşları, Levy, Marguerre gibi bilim adamları tarafından analiz edilmiştir. Mühendislik dizaynlarında kullanılan kritik kuvvetler ve burkulma modları için kullanılabilir dikkate değer sonuçları gösterdikleri gibi çeşitli şekillerde ve değişik tip yükler altındaki ince plaklar için doğrusal ve doğrusal olmayan burkulma problemlerinin kapsamlı analizleri Timoshenko ve Gere, Gerard ve Becker, Volmir, Cox gibi bilim adamlar tarafından ortaya konmuştur (Ventsel and Krauthammer 2001).

Plak teorilerinin gelişmesinde son günlerdeki eğilim, modern yüksek hızlı bilgisayarlar ve bilgisayar odaklı sayısal yöntemlerin gelişmesine bağlıdır, bunun yanı sıra çeşitli fiziksel etkilere, yük çeşitlerine, vs. dayanan daha hassas teorilerde ortaya çıkmıştır.

3.9.2. Plakların genel davranışları

Şekil 3.9'daki gösterilen serbest yüklü plağı göz önünde bulundurursak xy düzleminin plağın orta düzlemiyle kesiştiğini ve z düzlemi buna dik olduğunu, aşağı doğru yönlendiğini görmüş oluruz. İnce plaklar için eğilme teorisinin doğrusal, esnek, küçük-dönme özellikleri için temel varsayımlar şunlardır:

- a. Plak materyali elastik, homojen ve izotropik ya da ortotropiktir.
- b. Plak başlangıçta düzdür.
- c. Orta düzlemin çökmesi (yer değiştirme vektörünün normal bileşeni) plağın kalınlığına göre çok küçüktür. Çöken yüzeyin eğimi çok küçüktür ve bu yüzden eğimin karesi bütünüyle karşılaştırıldığında ihmal edilebilir bir değerdir.
- d. Düz çizgiler başlangıçta, eğilme öncesi ara düzleme dik, düz kalırlar ve deformasyon anında da ara düzleme diktirler ve bu elemanların uzunluğu değişmez. Bu kayma birim şekil değiştirmesi γ_{xz} ve γ_{yz} ihmal edilir ve aynı zamanda normal birim şekil değiştirme

ε_z 'de ihmal edilebilir anlamına gelmektedir. Bu varsayım “düz normaller hipotezi” olarak bilinir.

e. Orta düzlemin normal gerilmesi σ_z diğer gerilme bileşenleriyle karşılaştırıldığında küçüktür ve gerilme-şekil değiştirme bağıntılarında ihmal edilebilir.

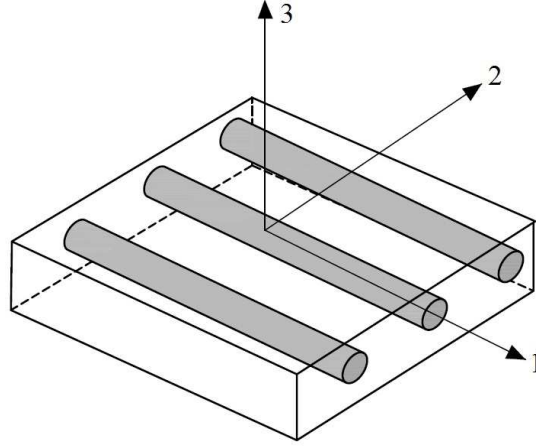
f. Plağın yer değiştirmeleri küçük olduğundan, ara yüzey eğilmeden sonra şekil değiştirmemiş olduğu varsayılır (Ventsel and Krauthammer 2001).

Kirchoff hipotezi olarak bilinen bu varsayımların çoğu, kirişlerin basit eğilme teorisi ile benzerdir. Bu varsayımlar üç boyutlu plak probleminin iki boyutluya indirgenmesini sağlamıştır. Sonuç olarak, plak denklemleri basit ve özlü bir tutum ile düzenlenmiştir. Yukarıdaki varsayımları temel alan plak eğilme teorisi, klasik veya Kirchoff'un plak teorisi olarak adlandırılır. Bu çalışma boyunca da Kirchoff'un plak teorisinin geçerliliği kabul edilmiştir.

Kirchoff hipotezi ile ince tabakalar için düşey doğrultudaki deplasmanın sıfır olduğu ve düşey gerilmenin diğer gerilmeler yanında ihmal edilecek kadar küçük olduğu kabul edilir ve bu durumun bir sonucu olarak, 6x6 boyutundaki rijitlik ve esneklik matrisleri 3x3 boyutuna iner (Ventsel and Krauthammer 2001).

Ortotropik malzemeler için, şekil değiştirme-gerilme bağıntısı şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$



Şekil 3.10 Tek yönlü takviye edilmiş tabaka

Şekil 3.10'de görülen bir tabaka için düzlem gerilme hali şu şekilde ifade edilir.

$$\sigma_3 = 0, \tau_{23} = 0, \tau_{31} = 0$$

Düzlem gerilme hali için ε_3 , γ_{23} ve γ_{31} ise denklem 3.30'dan şu şekilde ifade edilir.

$$\varepsilon_3 = S_{13}\sigma_1 + S_{23}\sigma_2, \quad \gamma_{23} = \gamma_{31} = 0$$

Tek yönde elyaf takviyeli ortotropik kompozit levhalarda denklem 3.30 düzlem gerilme hali aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Denklem 3.31'in tersi, gerilme-şekil değişirme ilişkisini aşağıdaki şekilde verir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

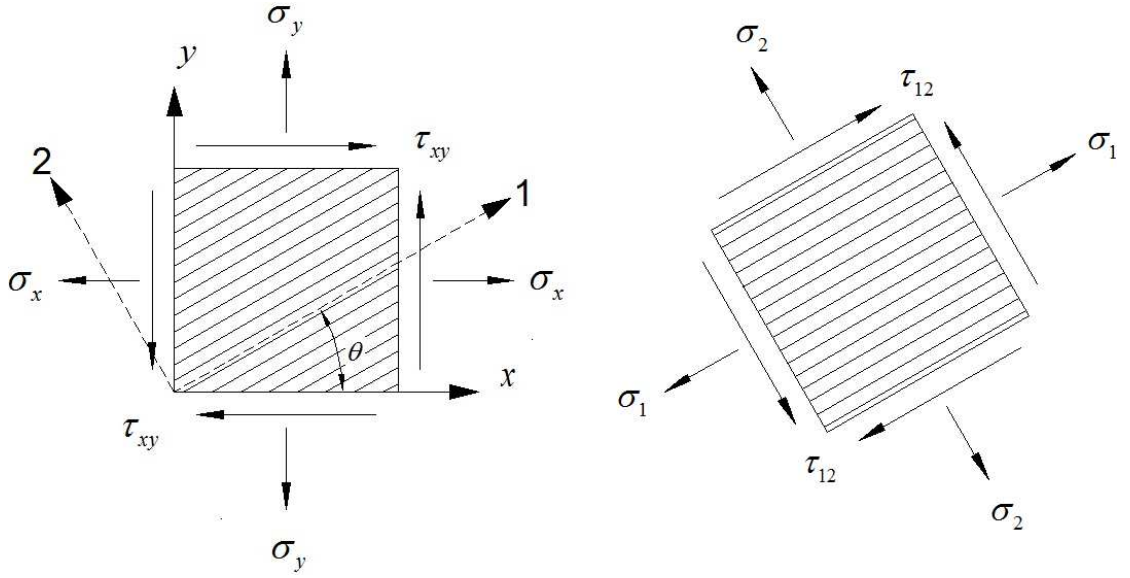
$[Q]$ rijitlik matrisi olup elemanları aşağıdaki gibidir.

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_1}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

Tek doğrultulu tabakalarda, enine doğrultudaki düşük mukavemet özellikleri ve düşük rijitlikler sebebiyle, tabakalanma genellikle sadece tek doğrultulu tabakalardan meydana gelmez. Bundan dolayı bazı tabakalar belirli açılarla tabakalanma içerisinde yer alır. Bu durumun bir sonucu olarak açılı tabakalarda gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin geliştirilmesi gerekmektedir (Yağcı 2007).

Açılı tabakalar için verilen koordinat sistemi Şekil 3.11'de görülmektedir. 1-2 koordinat sistemi malzeme asal eksenleridir. 1 doğrultusu elyafa paraleldir ve 2 doğrultusu ise diktir. Bazı kaynaklarda 1 doğrultusu boylamasına (longitudinal) doğrultu (L) ve 2 doğrultusu enine (transverse) doğrultu (T) olarak tanımlanır. x-y koordinat sistemi global eksen takımı olarak isimlendirilir. İki koordinat sistemi arasında takviye açısı olarak adlandırılan θ açısı olup malzemenin mekaniği bu açığa bağlıdır (Yağcı 2007).



Şekil 3.11 Koordinat eksenleri ile asal eksenler arasındaki ilişki

İkinci dereceden tensörlerin dönüşümü, 1-2 deki özellikler biliniyor x-y deki elde edilmek isteniyor ise veya x-y deki özellikler biliniyor 1-2 deki elde edilmek istenildiğinde,

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (3.33)$$

$$\tau_{12} = \sigma_x (\sin \theta \cos \theta) - \sigma_y (\sin \theta \cos \theta) + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (3.34)$$

şeklinde bulunur. (3.34) denkleminde

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \theta \quad (3.35)$$

kullanılırsa σ_2 gerilmesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma_2 = \sigma_y \cos^2 \theta + \sigma_x \sin^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (3.36)$$

(3.33), (3.34) ve (3.36) deki denklemler aşağıdaki gibi matris formatında da yazılabilirler. Aynı işlemler gerilme denklemleri içinde yapılabilir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

burada $[T]$ transformasyon matrisi olarak adlandırılır ve aşağıdaki şekilde adlandırılır.

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$c = \cos \theta$$

$$s = \sin \theta$$

(3.37) deki denklem kullanılarak herhangi bir $x-y$ düzlemindeki gerilme-şekil değiştirme bağıntıları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kullanılarak

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

yazılabilir. Şekil değiştirmeler transformasyon matrisi ile birbirlerine bağlanırlar.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} / 2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} / 2 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Yukarıdaki denklemi şu şekilde yazabiliriz.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [R][T][R]^{-1} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Burada $[R]$, Reuter matristir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Denklem (3.43) (3.41) de yerine koyulursa

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q][R][T][R]^{-1} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklem daha açık şekilde yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

olur. Burada $[\bar{Q}]$ transformasyona uğramış elemanın rijitlik matrisi olarak adlandırılır.

$[\bar{Q}]$ matrisinin elemanları

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}c^4 + Q_{22}s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2 + Q_{12}(c^4 + s^4) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})c^3s - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})s^3c \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})cs^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})c^3s \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{66}(s^4 + c^4) \end{aligned} \quad (3.47)$$

şeklinde yazılmaktadır (Yağcı 2007).

3.10. Tabakalı Kompozit Plaklar

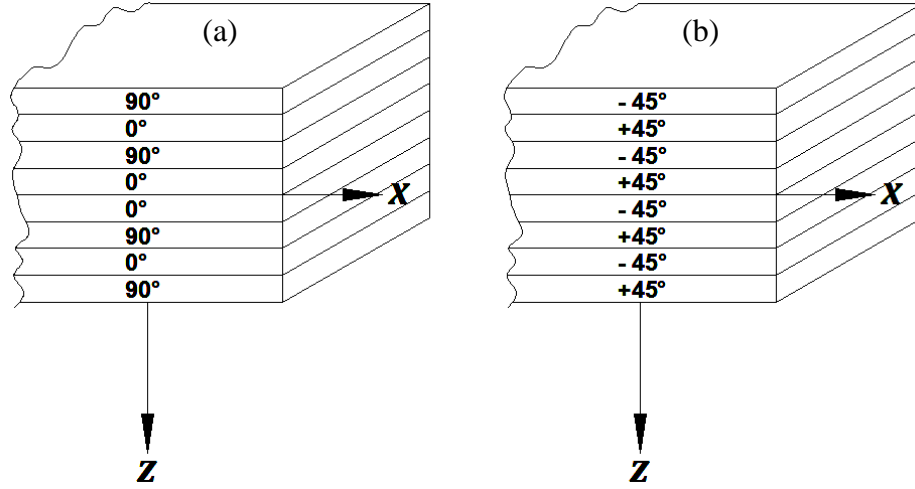
3.10.1. Tabakalı plakların genel özellikleri

Tabakalı kompozit, iki veya daha fazla sayıda tabakanın tek ve bütün bir eleman gibi rol alacak şekilde birbirine yapıştırılması ile oluşturulmuştur. Diğer bir ifadeyle tabakalı malzemeye bütünüyle plak diyebiliriz. Tabakalı kompozitler de, tabakaların birbirine tam olarak yapıştığı varsayılır. Tabakalar, matris içerisine rasgele yönelmiş elyaflar, tek yönlü elyaflar veya farklı elyaf takviyeli tabakadan oluşabilir.

Elyaf takviyeli kompozit malzemeler, geniş özelliklerine bağlı olarak tek veya çok katlı tabakalı malzemeler olarak ta sınıflandırılabilir. Tek katlı kompozitler birkaç farklı tabakadan yapılabilir, her tabaka aynı yönelme ve özelliklere sahip, sonuçta tüm lamina tek katlı tabakalı kompozit olarak düşünülebilir. Kesikli elyaf takviye içeren kalıpta üretilen kompozitler de de elyaf dağılımı kalınlık boyunca uniform olmamasına rağmen farklı lamina mevcut olmaz ve bu nedenle malzeme tek katlı kompozitler olarak sınıflandırılabilir.

Bu çalışmada "simetrik ve antisimetrik" tabakalı kompozit plaklar kullanılmıştır. Simetrik tabakalı kompozitler simetri eksenini olan orta yüzeylerine göre her iki yana doğru hem geometrik olarak hem de malzeme özellikleri açısından simetriklik gösterir. Yani orta yüzeye $+z$ kadar uzaklıktaki bir tabakanın kalınlığı, takviye açısı ve malzeme özellikleri ile $-z$ uzaklığındaki tabakanın kalınlığı, takviye açısı ve malzeme özellikleri aynıdır (Şekil 3.12(a)).

Tabakalı kompozitlerin uygulanmasında dizayn ihtiyacını karşılamak için antisimetrik tabakalara ihtiyaç duyulur. Örneğin, bir tabakanın ısıya karşı koruyucu bir plaka görevi yapması istenirse antisimetrik tabaka seçilir. Çünkü ısı sadece bir taraftan gelecektir. Antisimetrik tabakalı kompozitler de ise; simetri eksenini olan orta yüzeylerine göre $+z$ ve $-z$ yönlerinde aynı malzeme özelliklerine ve eşit kalınlıklara sahip tabakalar mevcut olmakla beraber, takviye açıları antisimetriktir. Antisimetrik olmalarının anlamı takviye açılarını birbirlerine göre zıt yönlü olmasıdır. Yani $+z$ uzaklığındaki tabakanın takviye açısı $+\theta$ ise, $-z$ uzaklığındaki tabakanın takviye açısı $-\theta$ olmalıdır (Şekil 3.12(b)).



Şekil 3.12 Tabakalı malzemenin takviye açıları

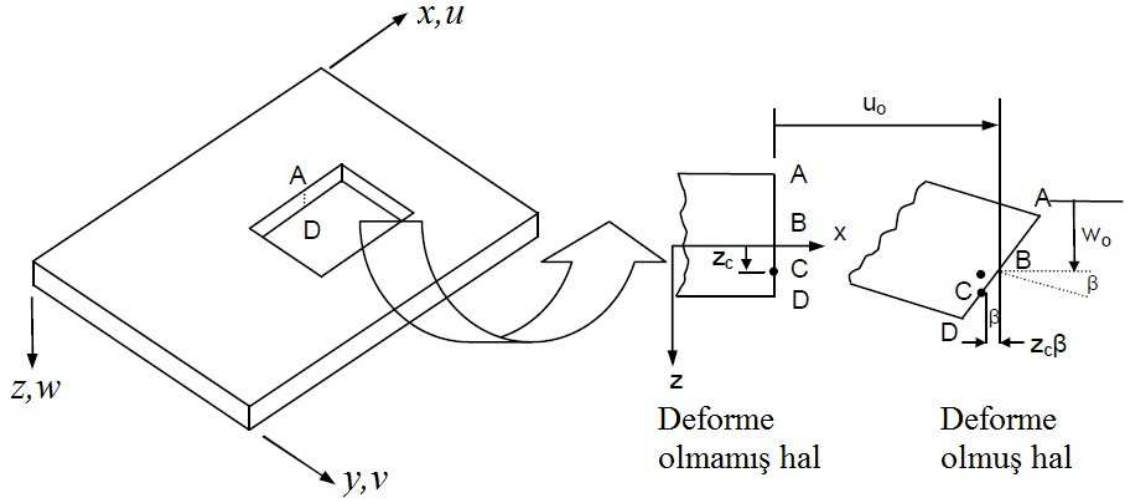
*a) Simetrik tabakalı b) Antisimetrik tabakalı

3.10.2. Tabakalı kompozit plakların gerilme-şekil değiştirme davranışı

Düzlem gerilmeye maruz bir ortotropik malzemenin bir tabakanın asal malzeme koordinatlarındaki gerilme-şekil değiştirme bağıntıları denklem 3.32’de verilmiştir. Denklem 3.46’da ise keyfi koordinatlarda gerilme-şekil değiştirme bağıntıları verilmiştir. Hem denklem 3.32 hem de denklem 3.46, çok tabakalı kompozitin k. tabakası için gerilme-şekil değiştirme bağıntısı olarak düşünülebilir. Böylece denklem 3.46 şu şekilde yazılabilir.

$$\sigma_k = [\bar{Q}]_k \varepsilon_k \quad (3.48)$$

Bir tabakanın yer değiştirmeleri Kirchoff-Love hipotezi ile bulunur. Tabakanın x , y , z yönlerindeki yer değiştirmeleri sırasıyla u , v , w olsun. Şekil 3.13’de tabakalı kompozit plakanın ABCD kenarı incelenmektedir. Tabaka deformasyona uğramadan önce ABCD düz bir çizgi halindedir. x ekseninden z kadar mesafede olan C noktası için;



Şekil 3.13 Tabaka x - z düzleminde deformasyon

$$u_c = u_0 - z_c \beta \quad (3.49)$$

Kalınlık boyunca herhangi bir nokta için u , v yer değiştirmesi,

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x}, \quad v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (3.50)$$

Kirchoff hipotezine $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ 'dır. ε_x , ε_y ve γ_{xy} ise sıfırdan farklıdır. Şekil değiştirmeler açısından deplasmanlar aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.51)$$

Böylece, u ve v yer değiştirmelerini elde etmek için, şekil değiştirmeler,

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (3.52)$$

veya

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

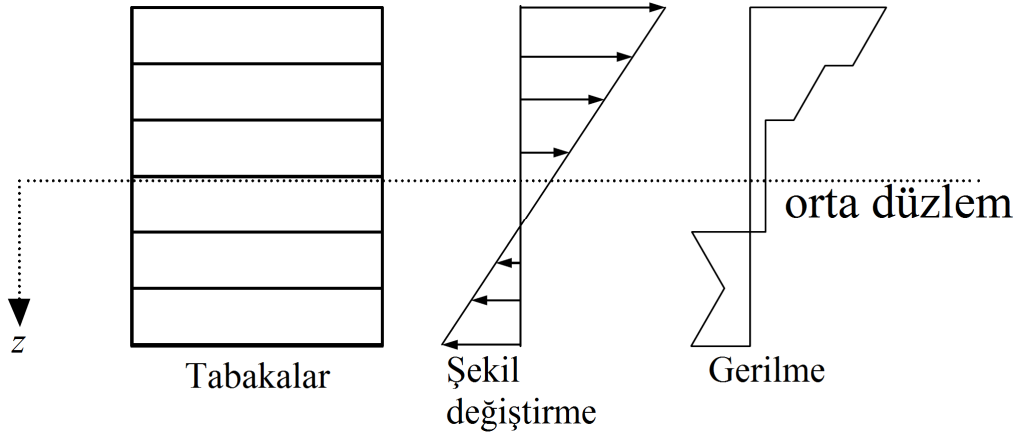
Burada, orta yüzeydeki şekil değiştirmeler ve orta yüzey eğriliği sırasıyla şu şekildedir:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

Tabakalı bir kompozitin k. tabakasındaki gerilmeler, orta düzlemdeki şekil değiştirmeler, tabaka eğilmeleri ve z koordinatı açısından aşağıdaki şekilde belirtilebilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \right\}_k \quad (3.55)$$

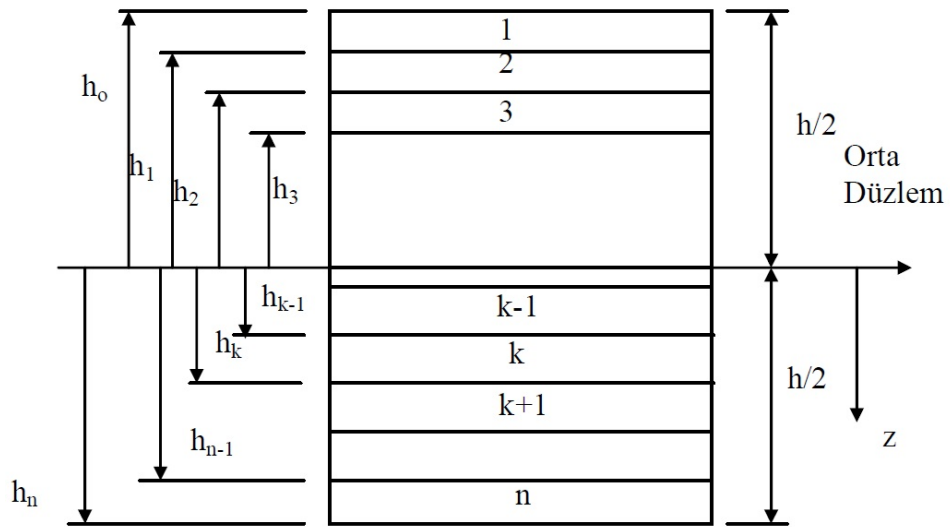
Tabaka kalınlığı boyunca, şekil değiştirmeler lineer olmasına rağmen gerilmeler lineer olmak zorunda değildir. Çünkü, transformasyona uğramış rijitlik matrisi $[\bar{Q}]$ tabakalanma içerisinde, her bir tabaka için farklı olabilir. Bu durum Şekil 3.14'de görülmektedir.



Şekil 3.14 Tabaka kalınlığı boyunca gerilme ve şekil değiştirmeler

3.10.3. Orta yüzey eğilme ve şekil değiştirmelere bağlı olarak oluşan kuvvetler ve momentler

Fakat denklem 3.55 her bir tabakadaki gerilmeleri vermektedir. Her bir tabakadaki gerilmeler, tabaka kalınlığı sayesinde, kuvvetleri ve momentleri elde etmek için kullanılır. Şekil 3.15’de gösterilen ‘ n ’ adet tabakaya sahip bir plâğı göz önüne alalım. Burada her bir tabaka ‘ t ’ kalınlığına sahiptir. Tabakalı elamanın kalınlığı ise ‘ h ’ ve orta yüzey, plâğın alt veya üst yüzeyinden $h/2$ mesafesindedir.



Şekil 3.15 Plak elemandaki katmanların koordinat yerleşimi (Baltacı 2006)

$$h = \sum_{k=1}^n t_k \quad (3.56)$$

Tabaka kalınlığı boyunca bulunan gerilmelerin integrasyonunun sonucunda tabaka üzerindeki kuvvetler ve momentler elde edilir.

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y dz, \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} dz \quad (3.57)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} z dz \quad (3.58)$$

Kuvvet ve momentler matris formunda şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{cases} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{cases} = \int_{-h/2}^{+h/2} \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases}_k dz \quad (3.59)$$

$$\begin{cases} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{cases} = \int_{-h/2}^{+h/2} \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases}_k z dz$$

Denklem 3.55 denklem 3.59'de yerine yazılırsa, orta düzlemdeki eğilme ve şekil değiştirmeler açısından kuvvetler ve momentler aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^n \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[\int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z dz \right] \right) \\
\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^n \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[\int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right] \right)
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Bildiği gibi k. tabakanın alt ve üst koordinatlarının integralleri

$$\int_{h_{k-1}}^{h_k} dz = (h_k - h_{k-1}), \quad \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz = \frac{1}{2}(h_k - h_{k-1}), \quad \int_{h_{k-1}}^{h_k} z^2 dz = \frac{1}{3}(h_k - h_{k-1}) \tag{3.61}$$

şeklinde yazılırsa

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_k - z_{k-1}) \\
B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\
D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_k^3 - z_{k-1}^3)
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Böylece denklem 3.60'daki bulunan integraller alınarak, kuvvet ve momentler aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \\
\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.63}$$

Yukarıdaki ifadelerde $[A]$, uzama rijitlik matrisi, $[B]$ eğilme-uzama arasındaki bağlanma rijitlik matrisi, $[D]$ eğilme rijitlik matrisidir.

3.11. Plakların Burkulması

Plığın ara düzleminde normal basınç ve kayma yüklerine maruz kalan (düzlem içi yükler) çeşitli şekillerdeki ince plaklar denizcilik ve havacılık yapılarında sık sık kullanılmaktadır. Belli şartlarda, bazı yükler plak burkulmasına neden olabilir. Plakların burkulması veya elastik dengesizliği pratikte büyük önem taşımaktadır. Burkulma yükü plak kalınlığına bağlıdır: plak inceldikçe burkulma yükü azalır. Birçok durumda, ince plak elementlerindeki bir hata plığın dayanıklılık eksikliğiyle ilgili değil onların elastik dengesizliğinden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, plak burkulma analizi, genel analiz yapısının ayrılmaz bir parçasıdır. Bu çalışmada plak burkulması, plak parametreleri ve kritik yükler arasındaki kullanılan bazı bağıntılar incelenmiştir (Ventsel and Krauthammer 2001).

3.11.1. Plakların denge teorisiyle ilgili genel varsayımlar

İdeal incelikte, başlangıçta tam olarak plığın orta düzleminde hareket eden kayma kuvvetleri ve tamamen düz, dış düzlem basıncına maruz kalan, elastik bir plak varsayılır. Bu plığın deformasyonu çökmelerin olmayışı ve sonuç olarak, enine kayma kuvvetlerinin yanı sıra eğilme ve burulma momentleriyle karakterize edilebilir. Böyle bir plığın düzlem gerilmesi, düzlem içi bileşke gerilmesine karşılık dıştan uygulanan

yükler arasındaki denge şartının olduğu varsayılarak başlangıç ya da düz denge yapısı ile ilgilidir (Ventsel and Krauthammer 2001).

Esasen uygulanan iç düzlem içi yüklerinin değerine bağlı olarak, plağın dengesinin düz denge yapısı kararlı veya kararsız olabilir. Elastik denge yapısı başlangıçta stabildir, eğer ki çok küçük bir kuvvetle (küçük yanal kuvvet) bu denge halini değiştirmeye çalışırsak, kuvveti yok ettiğimiz anda eğilen plak eski haline dönecektir. Başlangıçta sözü edilen denge yapısı dengesiz ise, plağın küçük bir yanal yük ile denge pozisyonunda yer değiştirildiğinde kuvvet kaldırıldığında hala denge pozisyonu yer değiştirme devam etme eğiliminde olacaktır. Dengesiz plak için, başlangıç denge yapısına yakın yada uzak olabilen yeni bir denge durumları bulunabilir. Eğer ki plak, yükü kaldırdığımız zaman yer değiştirdiği pozisyonda kalıyor ise buna tarafsız (nötr) denge denir, bu nedenle, nötr dengedeki plak kararlı yada kararsız değildir (Ventsel and Krauthammer 2001).

Plağın dengesinin kararlı yapıdan kararsız yapıya geçişi burkulma ya da yapısal kararsızlık olarak adlandırılır. Burkulmayı sağlayan en küçük yük değeri kritik ya da burkulma yükü olarak adlandırılır.

Burkulmanın önemi, kritik yük değerinin üstüne çıktıkça yüklerin hızlı bir şekilde büyük yanal çökmelere neden olan çökme dağılımının başlangıcının olmasıdır. Bu nedenle, büyük eğime gerilmelerine neden olur ve bu nedenle plak bütününde hasarlara yol açar.

Burkulmada önemli olan, bir plak kararlı durumdan kararsız duruma geçerken her zaman nötr denge durumundan geçer. Nötr denge, kararlı denge ve kararsız denge arasında bir sınır oluşturur. Elastik denge problemlerinin matematiksel formülasyonun da, nötr denge, deformasyonda çatallanmanın olmasıyla gösterilir. Bu formülasyona göre, kritik yük denge durumlarının çatallaştığı yerlere göre tanımlanmaktadır veya başka bir deyişle, kritik yük hem plağın ilk dengesinin hem de çok az eğilmiş

durumdaki dengesinin aynı olması için uygulanan en küçük yüküdür (Ventsel and Krauthammer 2001).

Burkulma analizlerinin amacı, plağın kritik burkulma yükünün ve burkulma durumundaki dengesini tespit etmektir. Plakların burkulma analizlerinin aşağıdaki varsayımlara dayalı olduğu düşünülmektedir:

- a. Yükleme öncesi, plak düzdür ve tüm uygulanan dış yükler plağın orta düzlemine etki eder.
- b. Gerilmenin durumu doğrusal düzlem elastisite denklemleriyle açıklanır. Plak ölçülerindeki herhangi bir değişiklikte burkulma ihmal edilir.
- c. Eğer plak deforme olduğunda uygulanan yüklerin büyüklükleri veya yönleri değişmiyorsa, plağa uygulanan yüklerin hepsi etkisiz yüküdür.
- d. Plak burkulması, Kirchoff'un eğilme teorisiyle açıklanmaktadır.

Plakların doğrusal burkulma analizleri bu varsayımlara dayanır ve kritik yüklerin kesin olarak bulunmasına katkı sağlar, ince plakların stabilite analizleri pratikte çok önemlidir. Ancak, bu analizler plakların burkulmadan sonra nasıl davrandıkları hakkında hiçbir bilgi vermemektedir. Plakların ön burkulma analizleri genelde zordur çünkü bunlar basit mesnetli doğrusal olmayan problemlerdir. Burkulma problemleri denge metodu, enerji metodu, dinamik ya da kinematik metotlar kullanılarak formülize edilebilirler (Ventsel and Krauthammer 2001).

a. Denge metodu

Başlangıçta plağın orta düzlemine etkiyen çevresel yüklere maruz bir plağın denge durumunu ele alalım. Plakta düzlem içi yüklerin N_x , N_y ve N_{xy} olduğunu varsayalım. Bu

yükler, iç düzleme dışsal yükleme ve verilen plak geometrisi için düzlem gerilime probleminin çözümünden bulunabilirler. Ancak, karışık plak geometrisi ve karışık iç düzlem yük yapısı için problem yeteri kadar zor olabilir. Bu çalışmada, burkulma analizini plak geometrisi ile sınırlandırdık. Dış kuvvetleri sabit olarak kabul edersek, plak hafif bir eğilme gösterir. Denge yapısında çok az bir eğilmeden sonra gösterilen bu yakın durumun dengesinin diferansiyel denklemini şöyle formülize edebiliriz. Böylece, doğrusal burkulma analizi için elde edilen diferansiyel denklemi $p=0$ alınarak

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.64)$$

N_x , N_y ve N_{xy} orta yüzeyde etkiyen iç kuvvetler iken uygulanan düzlem içi yüklere bağlıdır. 3.64 denkleminde eşitliğin sağ tarafını plağın çok az bir eğilme göstermesi ile meydana gelen içsel düzlem içi kuvvetlerinin normal yansıması ile oluşan hayali enine yüzey p_f yükü olarak düşünebiliriz.

Denklem 3.64, homojen, parçalı diferansiyel denklemdir. Bu denklemi çözmek için gerekli olan, uygun sınır şartlarıdır. Genellikle, bu gibi problemlerin başlangıç ve düz denge yapılarıyla ilgili önemsiz sonuçları vardır ($w = 0$). Ancak, elde edilen denklemin kat sayıları, gerilme bileşkesinin büyüklüğüne bağlı olarak, bu yüklerin değerini ve iç düzleme uygulanan dışsal kuvvetlerle bağlantılı bu yüklerin değerini bulabiliriz. Bu yüklerin en küçük değeri kritik yüküdür.

Denge metodunun daha genel bir formülü, denge problemini öz değer problemine çevirmektedir. Bu amaçla, yük parametresi λ ile gerilme bileşkesinin referans değerlerini çarparız;

$$N_x = -\lambda \bar{N}_x, \quad N_y = -\lambda \bar{N}_y, \quad N_{xy} = -\lambda \bar{N}_{xy}. \quad (3.65)$$

Denklem 3.65'i denklem 3.64'da yerine koyarsak, plak burkulma problemlerinin diferansiyel denklemini çözen alternatif bir biçim elde ederiz.

$$\partial^4 w + \frac{\lambda}{D} \left(\bar{N}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0 \quad (3.66)$$

Bu denklemin çözümü $w(x, y)$, ön görülen sınır şartlarına bağlı kalarak bazı analitik ve nümerik metotlardan elde edilir. Bu nedenle, denklem 3.66 lineer cebirsel homojen bir sisteme indirgenir. Sistemin önemli bir sonucun oluşması için, determinantının sıfıra eşit olması gerekmektedir. Bu sonuçlar, ilgili λ karakteristik denkleminde bulunmaktadır. Bu karakteristik denklem çözümü için bazı özel değerler $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ve öz değer fonksiyonlar ya da karakteristik fonksiyonlar olarak adlandırılan sıfır olmayan çözümlerle ilgili bazı değerleri elde edebiliriz. Öz değerlerin en küçüğü, kritik değer olan λ_{kr} ve bu burkulma modları olan öz fonksiyonlar sıfıra eşit olmamalıdır. Öyleyse, kritik yük, λ_{kr} ve referans yük değerinin çarpımının değeri ile hesaplanabilir (Ventsel and Krauthammer 2001).

b. Enerji metodu

Enerji metodu, şekil değiştirme enerjisinin genel teoremlerine ve denge prensibine dayanmaktadır. Sistemin potansiyel enerjisi dengede iken en yüksek sınır değerindedir. Bu yargıdan yola çıkarak, daha önce elde edilmiş olan denge ve dengesizlik kavramları yeniden formülize edebiliriz. Potansiyel enerji minimum değeri aldığında denge sabit, eğer potansiyel enerji maksimum olursa kararsız ve dengedeki potansiyel enerji minimum yada maksimum değilse nötr olacaktır.

Bu potansiyel enerji kriterlerini plakların burkulma analizlerine uygulayabiliriz. Plağın iki durumu da göz önünde bulundurulursa, verilen düzlem içi kenar yükleri altında başlangıç dengesi (orta düzlemin düz kaldığı durum) ve buna yakın bir durum, plağa uygulanan küçük hayali yer değiştirmelerle orta düzlemin hafif eğildiği durumdur. Π ve Π_0 'ı düz dengedeki ve ona yakın durumdaki potansiyel enerjiler olarak varsayalım. Denge, muhtemel tüm çökmeler için $\Pi_0 < \Pi$ ise kararlı denge, $\Pi_0 > \Pi$ ise kararsız denge ve $\Pi_0 = \Pi$ ise nötr denge olacaktır.

Dışsal düzlem içi kenar yükleriyle yüklenmiş plağın, başlangıçtaki denge durumundan yukarıda bahsedilen yakın duruma geçişinden sonraki toplam potansiyel enerjideki artış aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\Delta\Pi = \Pi - \Pi_0 = \Delta U_0 + U_b + \Delta\Omega_T \quad (3.67)$$

ΔU_0 , burkulmada plak orta yüzeyinin şekil değiştirme enerjisindeki artış, U_b eğilen ve burulan plağın şekil değiştirme enerjisi ve $\Delta\Omega_T$ plağa uygulanan dışsal iç düzlem kenar yüklerinin potansiyeldeki artışıdır. Başlangıç denge yapısının çatalanması (nötr denge ile ilgilidir) $\Delta\Pi = 0$ olduğunda meydana gelir. Bu, plakların burkulma analizleri için genel enerji kriteridir. Kritik yükler, yük parametresi olan λ 'nın minimum olması gibi ek koşullarda bu kıstastan belirlenebilir (Ventsel and Krauthammer 2001).

c. Dinamik veya kinematik metot

Bu metot, denge hareketinin matematiksel problemleriyle bağdaştırılan en genel ve evrensel metottur. Dışsal düzlem içi kenar yüklerine maruz kalan ince bir plağın enine salınımlarını incelemesini temel alan metottur. Birim zamandaki bu salınımların genliğinin sınırsız büyüme sonucundaki yükün en küçük değeri uygulanan yüklerin kritik değeri olarak bilinmektedir (Ventsel and Krauthammer 2001).

3.12. Dairesel Plaklar

Dairesel plaklar basınçlı kapların uç kapakları, pompa diyaframları, türbin diskleri, uçak ve denizaltı bölmeleri gibi çoğu yapıda karşımıza çıkabilir. Bazı ölçüm aletlerinde dairesele plakalar, yanal basınçtaki bir değişikliğe tepki gösteren hassas elemanlar olarak kullanılırlar. Bu elemanlar bazı durumlarda, montaj işlemleri ve sıcaklık değişiklikleri gibi, bitişik destek bir yapıdan gelen radyal bası kuvvetlerinin etkisiyle karşı karşıya kalırlar. Bu bası kuvvetleriyle dairesele plağın burkulması meydana gelmektedir. Dairesel plakların analizini, polar koordinatlarda ifade etmek doğru olur. Dikdörtgen plaklar için sunulan yöntemler, yani yanal çökmelerin basit bağıntılarının türetilmesini baz alan yaklaşım dairesele plaklar içinde kullanılabilir (Ventsel and Krauthammer 2001).

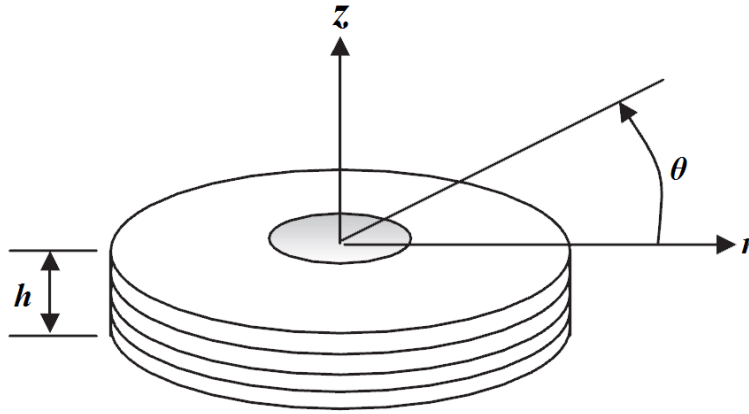
3.12.1. Kutupsal koordinatlarda dairesele kompozit tabakalı plağın yapısal denklemleri

Kutupsal koordinatlarda birim sekil değıştirme-gerilme ilişkileri

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{\theta r}}{E_\theta} & -\frac{\nu_{zr}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{r\theta}}{E_r} & \frac{1}{E_\theta} & -\frac{\nu_{r\theta}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{rz}}{E_r} & -\frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\theta z}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{rz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{r\theta}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

şeklinde verilmektedir. Burada E_r, E_θ, E_z sırasıyla radyal, çevresel ve kalınlık doğrultusunda Young modüllerini, ν_{ij} Poisson oranlarını, σ_{ij} ise kayma modüllerini göstermektedir (Baltacı ve Sarıkanat 2006).

Genelde, geometri ve yüklemde aksenal simetriye sahip yapılarda, silindirik koordinatlar (r, θ, z) kartezyen koordinatlara (x, y, z) göre daha fazla tercih edilir. Buna göre, dairesel plaklarda, silindirik koordinat sistemi tercih edilmiş (Şekil 3.16).



Şekil 3.16 Delikli dairesel bir kompozit plak ve silindirik koordinat sistem (Baltacı ve Sarıkanat 2006)

Silindirik koordinatlarda Kirchoff varsayımına göre (u, v, w) yer değiştirmeleri

$$\begin{aligned}
 u(r, \theta, z, t) &= u_0(r, \theta, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial r} \\
 v(r, \theta, z, t) &= v_0(r, \theta, t) - z \frac{\partial w_0}{r \partial \theta} \\
 w(r, \theta, z, t) &= w_0(r, \theta, t)
 \end{aligned}
 \tag{3.69}$$

şeklinde yazılabilir. Burada (u_0, v_0, w_0) , orta düzlemdeki yer değiştirmeler olarak bilinmektedir. Küçük birim şekil değiştirmeler için birim şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{rL}^0 &= \frac{\partial u}{\partial r} & \kappa_{rL} &= -z \frac{\partial w_0}{\partial r} \\
\varepsilon_{r\theta L}^0 &= \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} & \kappa_{\theta L} &= -\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} - \frac{\partial v}{r \partial r} \\
\varepsilon_{r\theta L}^0 &= \frac{\partial v}{r \partial \theta} + \frac{u}{r} & \kappa_{r\theta L} &= -2 \frac{\partial^2 w}{r \partial r \partial \theta} - \frac{\partial w}{r^2 \partial \theta}
\end{aligned} \tag{3.70}$$

olur. Bütün birim sekil değiştirmeler, tabaka kalınlığına bağlı olarak lineer bir şekilde değişir ve malzeme değişkenlerinden kalınlık boyunca bağımsızdır (Baltacı ve Sarıkanat 2006).

3.12.2. Dairesel tabakanın temel denklemleri

Tabaka temel denklemleri, kuvvet ve moment bileşenleri ile birim şekil değiştirmeler arasında ilişki kurur. Kuvvet bileşenleri;

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ N_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 + z\kappa_r \\ \varepsilon_\theta^0 + z\kappa_\theta \\ \varepsilon_{r\theta}^0 + z\kappa_{r\theta} \end{Bmatrix} dz \\
\begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ N_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{r\theta}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_r \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{r\theta} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.71}$$

ile verilir. Moment bileşenleri;

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 + z\kappa_r \\ \varepsilon_\theta^0 + z\kappa_\theta \\ \varepsilon_{r\theta}^0 + z\kappa_{r\theta} \end{Bmatrix} z dz \\
\begin{Bmatrix} M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{r\theta}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_r \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{r\theta} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.72}$$

3.12.3. Kutupsal koordinatlarda dairesel plakları çözen denklemlerin gösterimi

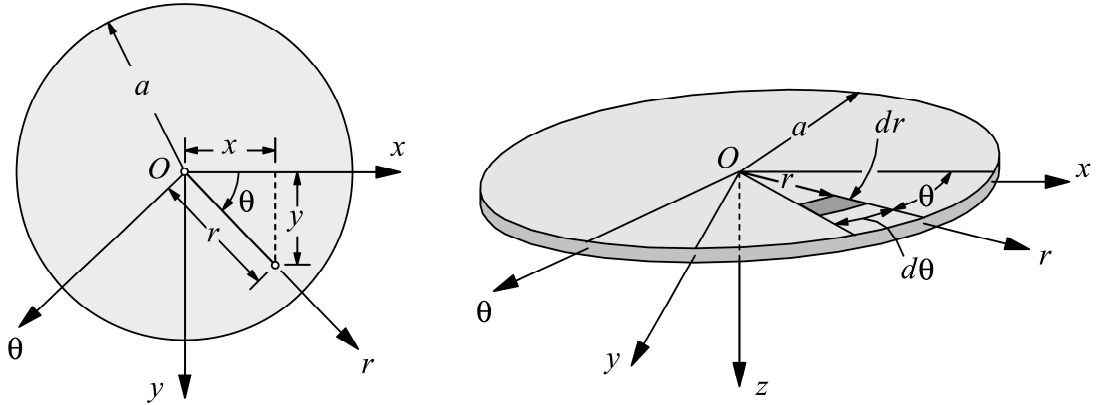
Dairesel plakalar tanımlayan denklemler dikdörtgen Kartezyen koordinatları (x, y) ve kutupsal koordinatlar (r, θ) arasında dönüşüm ilişkileri $(x = r \cos \theta, y = r \sin \theta)$ geçiş bağıntıları kullanılarak elde edilebilir (Şekil 3.17).

Düzlemi içi basınca maruz olan bir plağın burkulmasını tanımlayan denklem

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{N}_{xx} \frac{\partial w}{\partial x} + \hat{N}_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\hat{N}_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} + \hat{N}_{yy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.73)$$

Bu kutupsal koordinat geçiş bağıntıları yardımıyla dairesel bir plağın burkulmasını tanımlayan 3.73 denge denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r Q_r) + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} \left(r \hat{N}_{rr} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\hat{N}_{\theta\theta} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \right] = 0 \quad (3.74)$$



Şekil 3.17 Kartezyen ve kutupsal koordinatlarda dairesel plağın gösterimi (Wang *et al.* 2005).

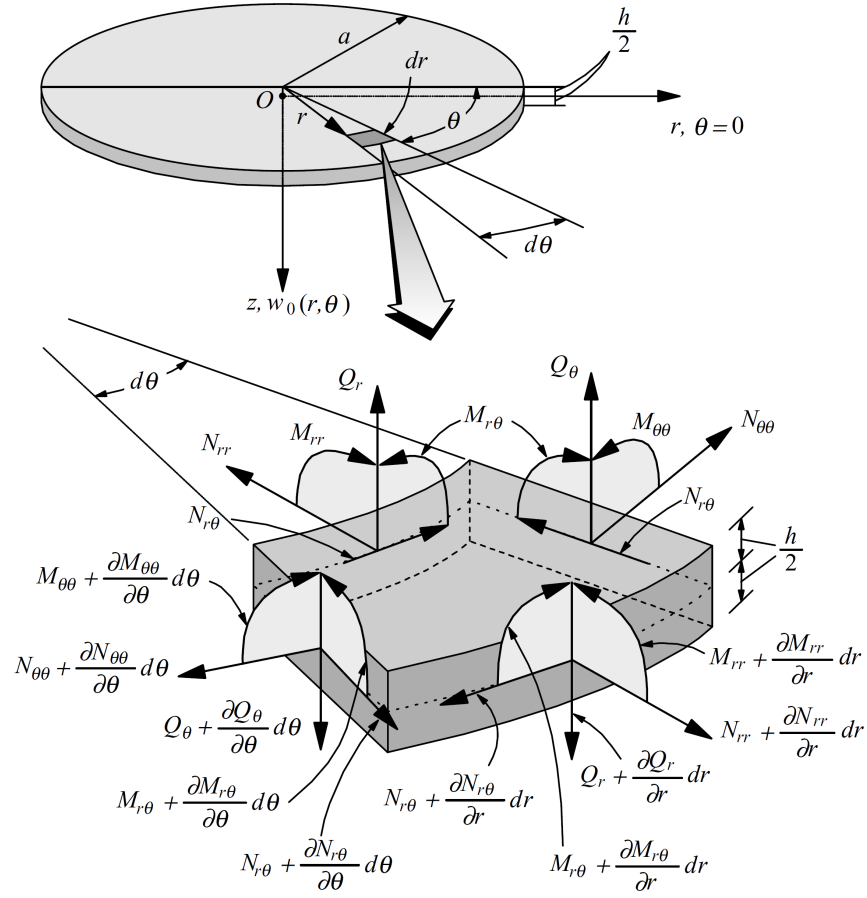
3.13. Dairesel Plakların Burkulması

Şekil 3.18’de bir plak elemanındaki iç kuvvetler görülmektedir. Burada Q_r, Q_θ enine kesme kuvvetleri, M_r, M_θ eğilme momentleri, $M_{r\theta}$ burulma momentini ve $\hat{N}_{rr}, \hat{N}_{\theta\theta}$ düzlem içi normal kuvvet, $\hat{N}_{r\theta}$ ise düzlem içi kesme kuvvetleridir.

$$\begin{aligned} Q_r &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rM_{rr}) + \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta} - M_{\theta\theta} \right] \\ Q_\theta &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rM_{r\theta}) + \frac{\partial M_{\theta\theta}}{\partial \theta} - M_{r\theta} \right] \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} M_{rr} &= - \left[D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + D_{12} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \\ M_{\theta\theta} &= - \left[D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + D_{22} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \\ M_{r\theta} &= -2D_{66} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (3.76)$$

denklemlerinde görüldüğü gibi momentler w çökme ifadesi ile bağıntılıdır (Wang *et al.* 2005).



Şekil 3.18 Dairesel plak elemanındaki iç kuvvetler (Wang *et al.* 2005).

İzotropik plaklar için $D_{11} = D_{22} = D$, $D_{12} = \nu D$ ve $2D_{66} = (1 - \nu)D$ bağıntısı kurulur ve eğilme momenti-çökme bağıntıları;

$$\begin{aligned}
 M_{rr} &= -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \\
 M_{\theta\theta} &= -D \left[\nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \\
 M_{r\theta} &= -(1 - \nu)D \frac{1}{r} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right]
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

şeklinde indirgenebilir.

Eksenel simetri durum için denge denklemi

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rQ_r) + \frac{1}{r} \frac{d}{d\theta r} \left(r\hat{N}_{rr} \frac{dw}{dr} \right) = 0 \quad (3.78)$$

olarak denklem 3.76' dan yazılabilir.

Dairesel plakaların eksenel burkulması için, tüm değişkenler θ açısız koordinatından bağımsız ve sadece radyal koordinat r 'nin bir fonksiyonudur. Bu nedenle, eksenel simetri durumunu tanımlayan denklemler özelleştirildiğinde θ ile ilgili diferansiyel terimler atlanabilir. İlk olarak, eksenel simetri durumunda moment-çökme bağıntıları

$$M_{rr} = - \left(D_{11} \frac{d^2 w}{dr^2} + D_{12} \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \quad (3.79)$$

$$M_{\theta\theta} = - \left(D_{12} \frac{d^2 w}{dr^2} + D_{22} \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right)$$

$$Q_r = -D_{11} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d^2 w}{dr^2} \right) + D_{22} \frac{1}{r^2} \frac{dw}{dr} \quad (3.80)$$

İzotropik plaklar için $[D_{11} = D_{22} = D]$, denklem 3.79 ve 3.80

$$M_{rr} = -D \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \nu \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \quad (3.81)$$

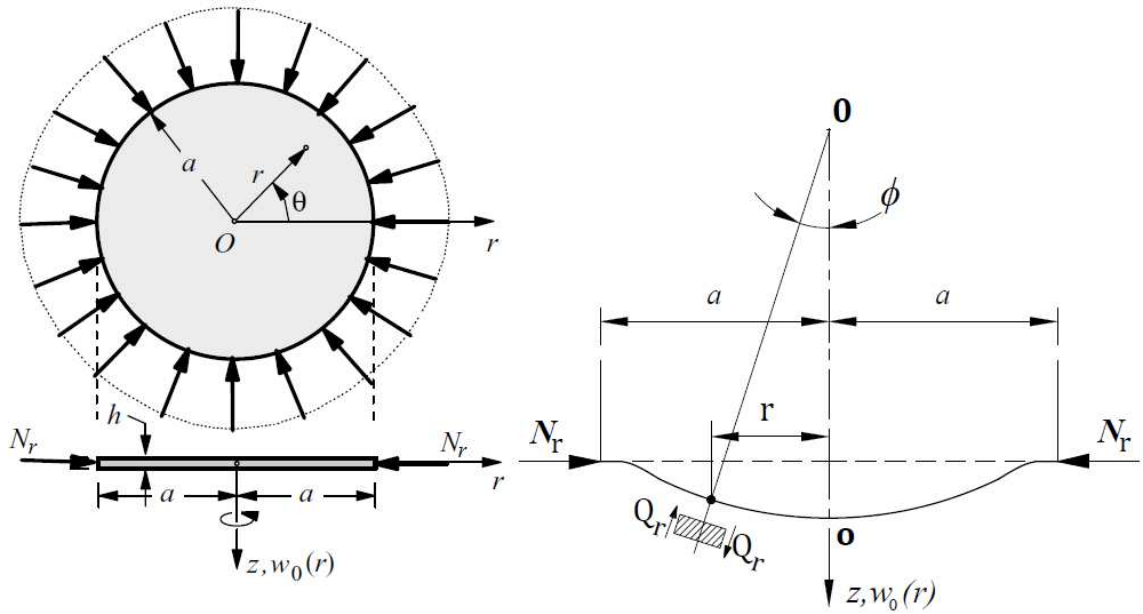
$$M_{\theta\theta} = -D \left(\nu \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right)$$

$$Q_r = -D \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) \right] \quad (3.82)$$

olur.

Dairesel bir plağın burkulma durumu Şekil 3.19'daki gibidir. Plağın dış kenar çevresine üniform bir şekilde dağılmış N_r bası kuvvetinin kritik değerini belirlemek için, plağın yüzey çökme diferansiyel denklemleri kullanılır ve burkulmanın çok küçük değerlerde meydana geldiği kabul edilir (Timoshenko and Gere 1961).

Yüzey çökmesi plağın herhangi bir normali veya çökme eksenindeki açı ϕ olarak gösterilir ve bir çökme yüzeyidir (Timoshenko and Gere 1961).



Şekil 3.19 Üniform radyal bası yükleri altında dairesel bir plağın burkulması

Denklem 3.75 kayma kuvveti-çökme bağıntısı dikkate alınırsa:

$$Q_r = -D_{11} \frac{d^2 w}{dr^2} - D_{11} \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + D_{22} \frac{1}{r^2} \frac{dw}{dr} \quad (3.83)$$

Şekil 3.26’da gösterilen herhangi bir noktanın normal çökmesini ve plağın merkezi eksenini arasındaki açı $\phi = (dw/dr)$ denklemde yerine yazabiliriz (Wang *et al.* 2005).

$$Q_r = -D_{11} \frac{d^2 \phi}{dr^2} - D_{11} \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} + D_{22} \frac{1}{r^2} \frac{d\phi}{dr} \quad (3.84)$$

Her bir birim uzunluktaki \hat{N}_{rr} üniform radyal bası kuvvetlerinin etkisindeki dairesel bir plak için herhangi bir noktadaki kayma kuvveti denklem 3.78’in aksenal simetri modu için $r = 0$ da $Q_r = 0$ tanımlaması sonucunda

$$Q_r = \hat{N}_{rr} \frac{dw}{dr} = \hat{N}_{rr} \phi \quad (3.85)$$

şeklinde belirlenmesi için 3.78 denge denklemi

$$-D_{11} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi}{dr} \right) + \frac{D_{22}}{r^2} \phi = \hat{N}_{rr} \phi \quad (3.86)$$

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi}{dr} \right) + \frac{D_{22}}{D_{11}} \frac{1}{r^2} \phi = \frac{\hat{N}_{rr} \phi}{D_{11}} \\ & -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi}{dr} \right) + \frac{D_{22}}{D_{11}} \frac{1}{r^2} \phi - \frac{\hat{N}_{rr} \phi}{D_{11}} = 0 \\ & r \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi}{dr} \right) - \frac{D_{22}}{D_{11}} \phi + r^2 \frac{\hat{N}_{rr} \phi}{D_{11}} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.87)$$

biçimlerinde yazılabilir ve denklem 3.87

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi}{dr} \right) + \left(\frac{\hat{N}_{rr}}{D_{11}} r^2 - \frac{D_{22}}{D_{11}} \right) \phi = 0 \quad (3.88)$$

şeklinde yazılabilir.

Denklem 3.88

$$n^2 = \frac{D_{22}}{D_{11}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\hat{N}_{rr}}{D_{11}}}, \quad \bar{r} = r\alpha, \quad (3.89)$$

geçiş ifadelerinin değişik şekliyle alternatif bir şekilde yeniden değiştirirsek Bessel diferansiyel denklemini olarak bilinen

$$\bar{r} \frac{d}{d\bar{r}} \left(\bar{r} \frac{d\phi}{d\bar{r}} \right) + (\bar{r}^2 - n^2) \phi = 0 \quad (3.90)$$

şekline gelmektedir.

Bessel diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdaki ifadedir.

$$\phi(\bar{r}) = C_1 J_n(\bar{r}) + C_2 Y_n(\bar{r}) \quad (3.91)$$

J_n n. mertebeden birinci türünün Bessel fonksiyonu, Y_n n. mertebeden ikinci türünün Bessel fonksiyonu ve C_1 ve C_2 sınır şartları olarak belirlenen sabitlerdir. Burkulma durumunda, bu sabitlerin gerçek değerini bulamayız fakat denge kriterini belirleyebiliriz. Farklı sınır şartlarına göre denklemin durumunu göz önüne alabiliriz (Wang *et al.* 2005).

a. Ankastre mesnetli izotropik bir plak için burkulma yükü

Yarıçapı a olan ankastre mesnetli bir plak için sınır şartları ($r = 0, a$ da dw/dr sıfırdır)

$$\phi(0) = 0, \quad \phi(a) = 0$$

İzotropik ($n = 1$) bir plak için 3.91 genel çözümü kullanılarak

$$C_1 J_1(0) + C_2 Y_1(0) = 0, \quad C_1 J_1(\alpha a) + C_2 Y_1(\alpha a) = 0, \quad \alpha^2 = \frac{\hat{N}_{rr}}{D} \quad (3.92)$$

sonucu elde edilir.

$Y_1(0)$ sonsuz olduğu için $C_2 = 0$ olmalıdır. $J_1(0) = 0$ olması denge kriterinin oluşması için tek bir şartı denklem 3.86'daki iki eşitliği (değersiz olmayan bir çözüm için $C_1 \neq 0$ olduğu için)

$$J_1(\alpha a) = 0 \quad (3.93)$$

haline getirir (Wang *et al.* 2005).

Denklem 3.93 Bessel fonksiyonunu 1. türünün 1. mertebesidir. Yani 3.87 denklemini sıfır yapan αa değeri (Bessel fonksiyon grafiğinde x eksenini kestiği ilk değer) baktığımızda eğri x eksenini sonsuz değerde keser. Fakat tek yönlü burkulma modu için tek çökme eğrisi olması gerektiği için ekseni kesen 1. değer veya en küçük kök $\alpha a = 3,8317$ olarak bulunur. Böylece ankastre mesnetli durumdaki dairesel bir plağın burkulma yükünü

$$\hat{N}_{kr} = 14,682 \frac{D}{a^2} \quad (3.94)$$

olarak elde ederiz (Wang *et al.* 2005).

b. Basit mesnetli izotropik bir plak için burkulma yükü

Basit mesnetli bir plak için sınır şartları ($r = 0$ da dw/dr sıfırdır ve $r = a$ da $M_r = 0$)

$$\phi(0) = 0, \quad \left[D_{11} \frac{d\phi}{dr} + D_{12} \frac{1}{r} \phi \right]_{r=a} = 0 \quad (3.95)$$

İkinci sınır şartı

$$\left[D_{11} \frac{d\phi}{d\bar{r}} + D_{12} \frac{1}{\bar{r}} \phi \right]_{\bar{r}=\alpha a} = 0 \quad (3.96)$$

\bar{r} 'nin şartlarında yazabiliriz.

İzotropik bir plak için 3.85 genel çözümü kullanılarak

$$\begin{aligned} C_1 J_1(0) + C_2 Y_1(0) &= 0 \\ C_1 J_1'(\alpha a) + C_2 Y_1'(\alpha a) + \frac{V}{\alpha a} [C_1 J_1(\alpha a) + C_2 Y_1(\alpha a)] &= 0 \end{aligned} \quad (3.97)$$

sonucu elde edilir (Wang *et al.* 2005).

Birinci eşitlik $C_2 = 0$ olarak belirlenir ve ikinci denklem $C_2 = 0$ olduğundan dolayı ve

$$\frac{dJ_n}{d\bar{r}} = J_{n-1}(\bar{r}) - \frac{1}{\bar{r}} J_n(\bar{r}) \quad (3.98)$$

$$\alpha a J_0(\alpha a) - (1-\nu) J_1(\alpha a) = 0 \quad (3.99)$$

şeklinde denge kriteri olarak belirlenir.

$\nu = 0,3$ için 3.99 geçiş denkleminin en küçük kökü $\alpha a = 2,05$ olur. Bu yüzden basit mesnetli dairesel plağın burkulma yükü

$$\hat{N}_{kr} = 4,198 \frac{D}{a^2} \quad (3.100)$$

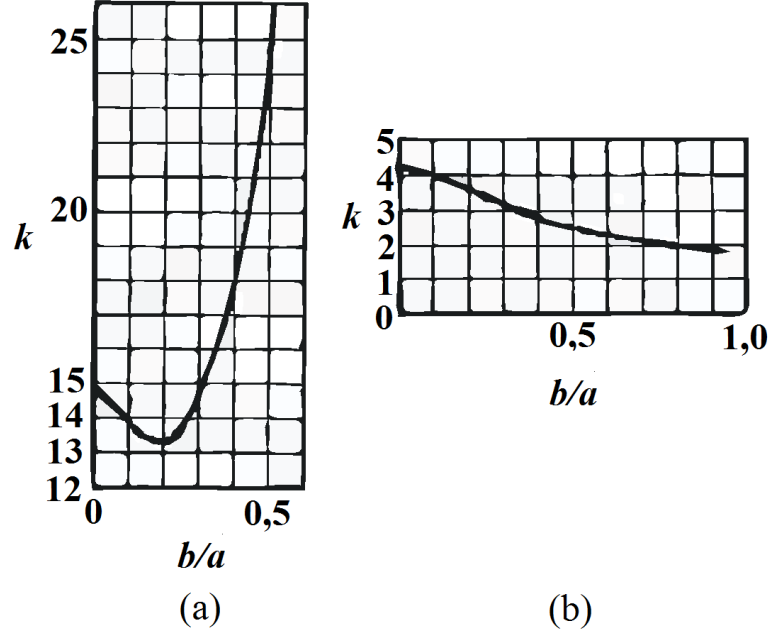
olarak bulunur (Wang *et al.* 2005).

Bu durumda kritik bası gerilmeleri ankastre mesnetli bir plağın durumundan yaklaşık 3 ile 3.5 kez daha küçüktür. Merkezinde bir delik bulunan bir plağın yapısında, plağın dış sınırı boyunca uniform bir şekilde dağılmış N_r kuvvetlerinin oluşturduğu bası gerilmeleri, daha fazla sabite sahip ve Lamé's formülü olarak bilinen formül tarafından belirlenebilir. Merkezine göre simetrik olan plak burkulması düşünülürse, plağın yüzey çökme diferansiyel denklemi Bessel fonksiyonuyla tekrar integre edilebilir ve kritik burkulma yükü

$$\hat{N}_{kr} = k \frac{D}{a^2} \quad (3.101)$$

şeklinindedir. Sayısal bir faktör olan k , b/a oranına bağlı bir büyüklüktür ve b ortasında delik bulunan dairesel plağın delik yarıçapıdır. b/a oranının değişik değerleri için k 'nın değeri ankastre mesnet için Şekil 3.20-a ve basit mesnet için Şekil 3.20-b'deki gibi bir grafikten elde edilebilir. Delik sınırının her iki dış sınır şartı durumunda da kuvvetlerden

bağımsız olduğu varsayılır. Ancak burada dikkat edilmesi gereken şey plağın merkezine göre simetrik burkulmasında kabul edilir (Timoshenko and Gere 1961).

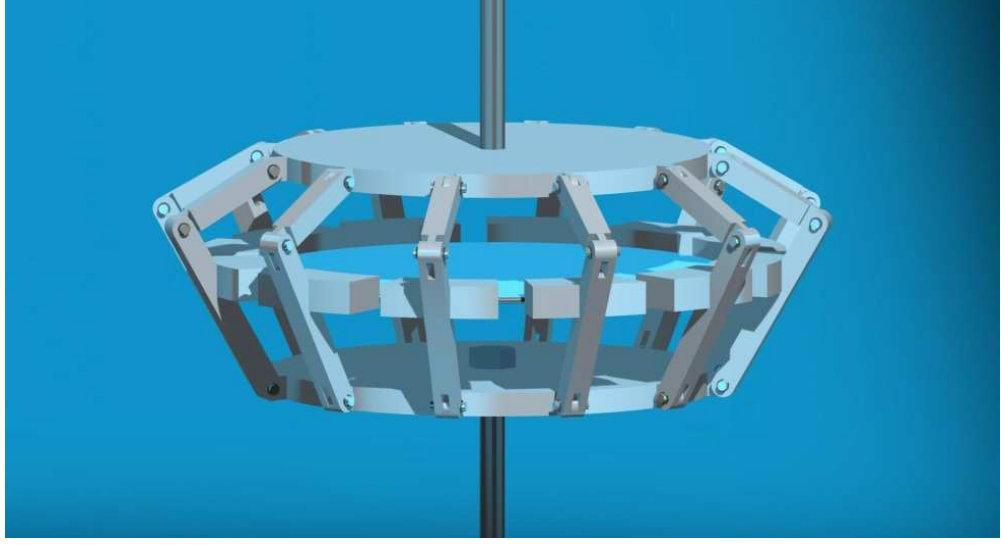


Şekil 3.20 Delikli dairesel plak için k faktörü grafiği (Timoshenko and Gere 1961)

3.14. Dairesel Plaklar için Burkulma Aparatı (DAPBA) Tasarımı

Malzemelerin test edilmesi amacıyla değişik deney aparatları bulunmaktadır. Ancak dairesel plakların burkulma deneyleri için bir deney aparatının varlığı bilinmemektedir.

Bu çalışmada dairesel plaklar için burkulma aparatı (DAPBA) tasarlanmıştır. Aparat çekme test makinesine bağlanarak kullanılmaktadır. Bu aparatla dairesel plaklarda radyal bası yükü oluşturulmakta ve burkulma gerçekleştirilmektedir. Aparat Şekil 3.21 ve Şekil 3.22'de görülmektedir. Cihazın alt çenesi sabit tutulurken üst çeneye ise y-ekseninde hareket verilerek bası yükü uygulanmıştır. Deney sırasında levhaların yük-yer değiştirme grafikleri çizilerek doğrusallığın bozulduğu nokta kritik yük değeri olarak tespit edilmiştir (Solmaz vd 2009). Bulunan bu yük değerlerinden deneysel kritik burkulma yükleri hesaplanmıştır.



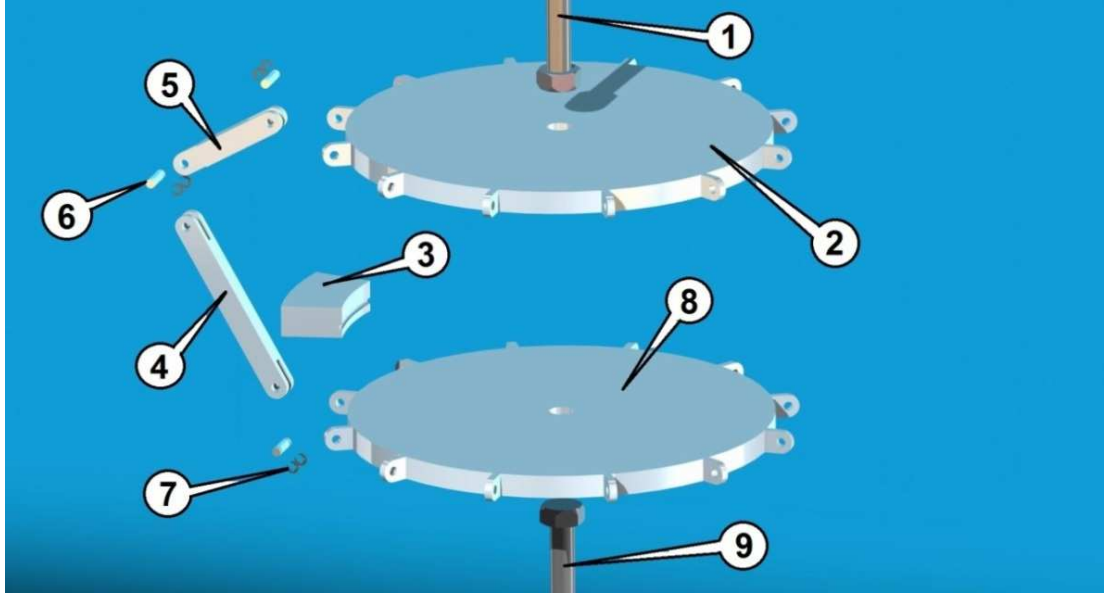
Şekil 3.21 Aparat genel görünüşü



Şekil 3.22 Burkulma aparatının çekme cihazındaki görünüşü

3.14.1. DAPBA teknik bilgi ve parçaları

Şekil 3.23’de burkulma aparatının parçaları görülmektedir.



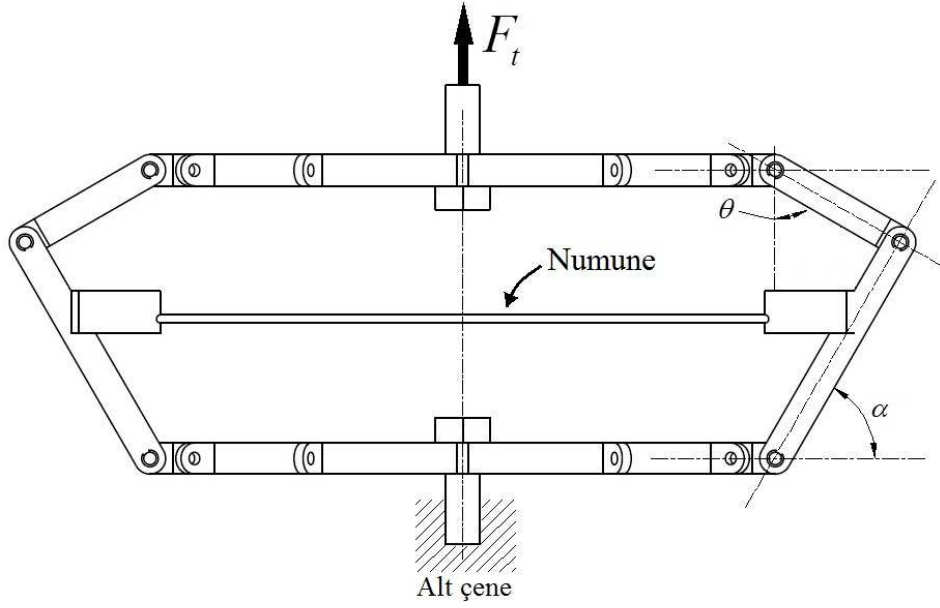
Şekil 3.23 Burkulma aparatının parçaları

Burkulma aparatı (DAPBA) aşağıdaki parçalardan oluşmaktadır;

- 1- Üst perno : Test cihazının üst çenesi tarafından tutulur.
- 2- Üst tabla : Üst çekme vidalarının bağlandığı parçadır.
- 3- Çene : Dairesel plağa bası oluşturan parça
- 4- Kol : Çeneler bu kollara kaynaklı bağlantılı (12 adet)
- 5- Pandül : Üst tabla ile kolun arasın iletimi sağlayan parça (12 adet)
- 6- Silindirik pim : Bütün mafsallar birbirine bağlayan parça
- 7- Yarım ay segman : Pimlerin sabitlenmesi için
- 8- Alt tabla : Alt çekme vidalarının bağlandığı parçadır.
- 9- Alt perno : Test cihazının alt çenesi tarafından tutulur.

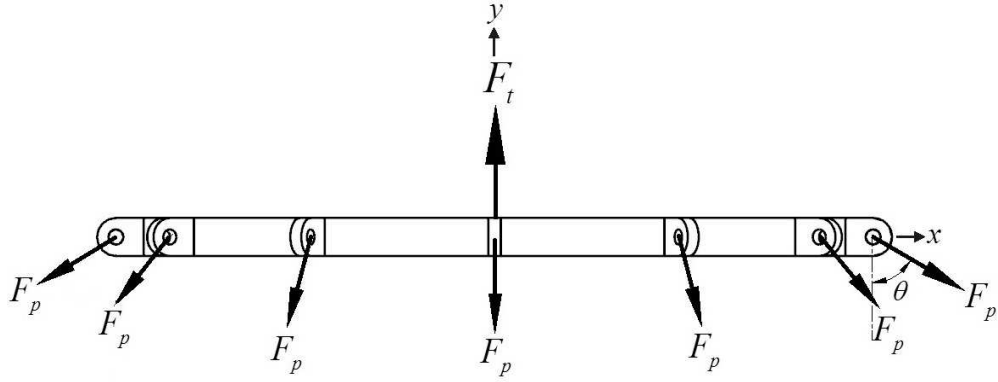
3.14.2. Aparatın kuvvet analizi

Aparatın alt tabla pernosu, çekme cihazının sabit alt çenesine bağlanıp, üst tablasına bağlı olan çekme pernosu cihazının üst hareketli çenesine bağlanarak çekilmesiyle, 12 adet kol yardımıyla dairesel plağa bası kuvvetleri iletilmektedir. Bu nedenle aşağıdaki şekilde de görüldüğü gibi toplam kuvvet olan F_t kuvveti 12 eşit değere bölünmektedir.



Şekil 3.24 Burkulma aparatı çekme kuvveti

Pandüllere gelen aksenal kuvvetler, üst tablanın serbest cisim diyagramından elde edilen denge denkleminde bulunur:

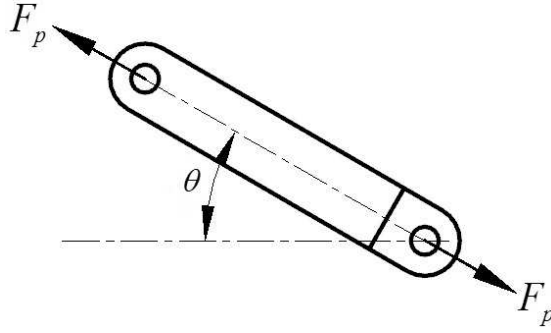


Şekil 3.25 Aparatın üst tablasının serbest cisim diyagramı

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_t = 12F_p \cos \theta \Rightarrow \quad (3.102)$$

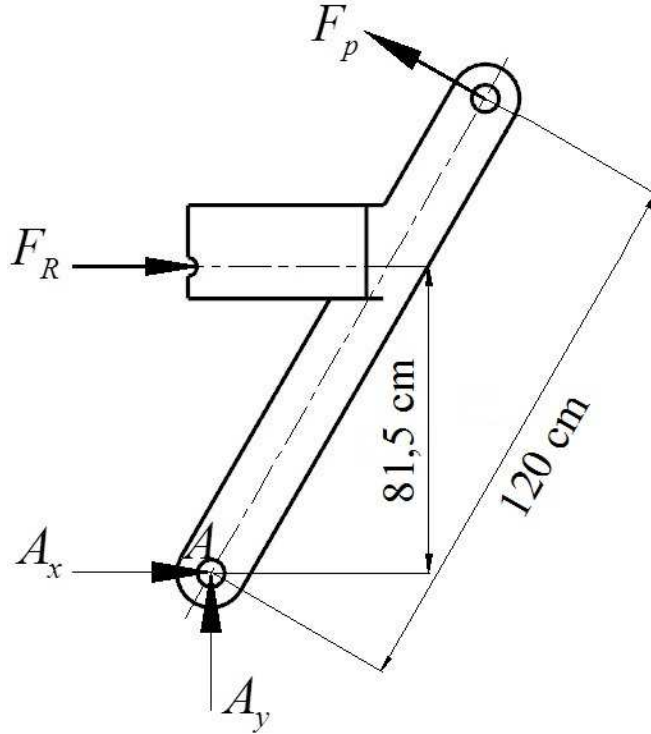
$$F_p = \frac{F_t}{12 \cos \theta} \quad (3.103)$$

F_p pandüle gelen kuvvettir (Şekil 3.26).



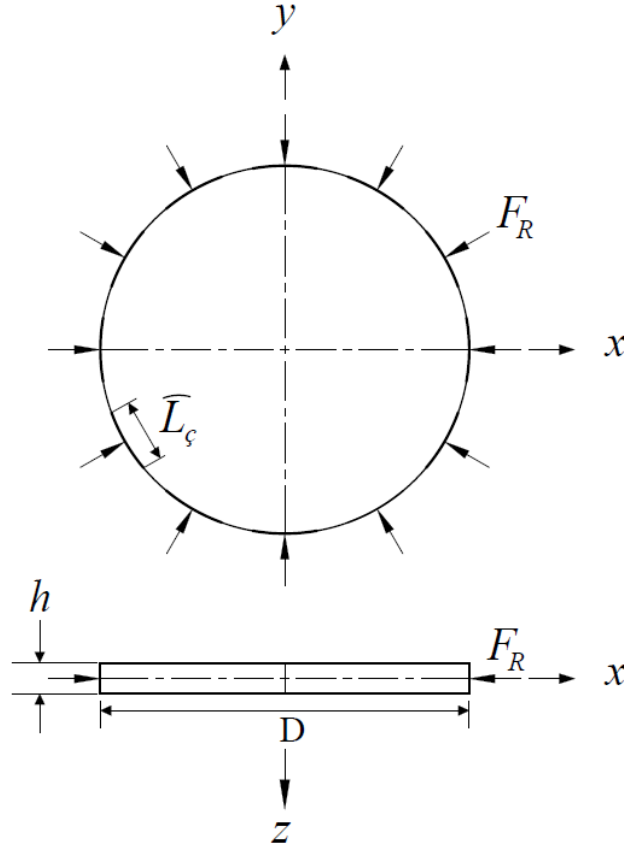
Şekil 3.26 Pandülün serbest cisim diyagramı

Dairesel plağa etkiyen radyal bası kuvvetleri ise, kolun serbest cisim diyagramı çizilmesiyle ve A noktasına göre moment denge denklemi yazılarak bulunur (Şekil 3.27).



Şekil 3.27 Kolun serbest cisim diyagramı

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_p \cdot 120 - F_R \cdot 81,5 = 0 \quad F_R = \frac{120 \cdot F_p}{81,5} \quad (3.104)$$



Şekil 3.28 Plağa etki eden F_R kuvveti

(3.103), (3.104)'de yerine koyulursa bir çeneden dairesel plağa gelen radyal bası yükü aşağıdaki gibi bulunur:

$$F_R = \frac{120 \cdot F_t}{81,5 \cdot 12 \cdot \cos \theta} \quad (3.105)$$

Dairesel plağa etkiyen toplam radyal bası yükü, 12 adet çene olduğundan F_R kuvveti 12 ile çarpılarak bulunur. Dairesel plağa çevre boyunca etkiyen radyal yayılı yük (N_{kr}) ise, plağın çevre uzunluğuna bölünerek aşağıdaki gibi bulunur:

$$N_{kr} = \frac{12.F_R}{\pi D} \quad (3.106)$$

Burada D plağın dış çapıdır. Bir çenenin plağa temas ettiği uzunluk $L_\zeta = 60,31$ mm olup toplam temas uzunluğu $\sum L_\zeta = 12.60,31 = 723,72$ mm'dir. Yani (3.106) nolu denklemde payda değeri πD yerine $\sum L_\zeta$ alınabilir.

3.14.3. Deneilerin yapılışı

Dairesel plağın kritik burkulma yükü; kritik dengenin kaybolduğu andaki yük değeridir. Kritik yük aşıldığında plağın dengesi kaybolmakta ve şekil değiştirmeler fazlaca artmaktadır. Deney sonucunda levhaların yük-yer değiştirme grafikleri çizilerek grafikte doğrusal hattın bozulduğu noktadaki kuvvet tespit edilmiştir. Bulunan bu kuvvet değerleri (3.102-106) denklemleri yardımıyla hesaplanmış ve bulunan kuvvetler deneysel kritik burkulma yükleri olarak kabul edilmiştir.

Farklı malzemeler kullanılarak, kalınlık ve delik çapı değiştirilerek toplam 110 numunenin deneyi yapılmıştır. Deneyler çekme test cihazında gerçekleştirilmiştir. Deney test cihazı ve aparatın bağlantısı ve deney numunesinin deney bittikten sonraki burkulmuş fotoğraf görüntüsü Şekil 29 ve Şekil 30'da görülmektedir.



Şekil 3.29 Çekme cihazı ve deney aparatı fotoğraf görüntüsü

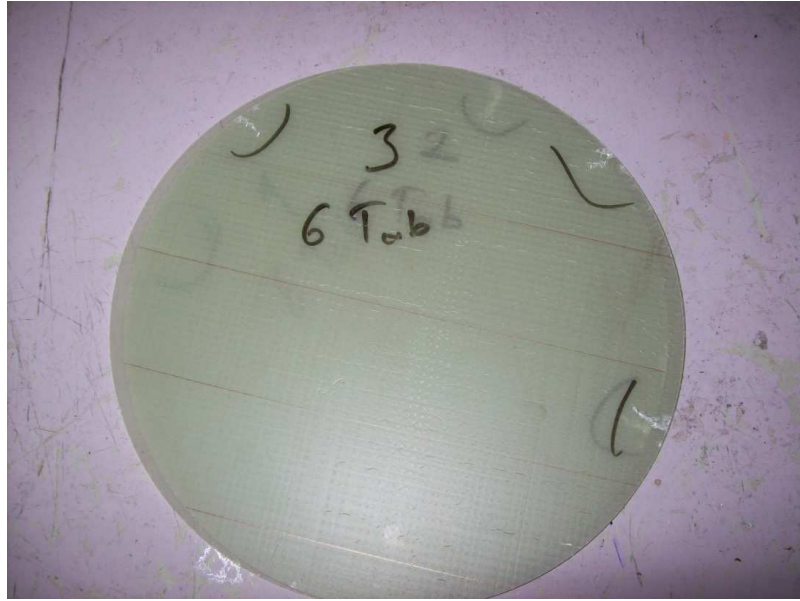


Şekil 3.30 Deney sırasında burkulunan dairesel plak

Burkulma deneyi sonucunda oluşan alüminyum plaktaki çökmeler ve radyal bası yüklerini ileten çenelerin izleri Şekil 3.31’de görülmektedir. Şekil 3.32’de ise kompozit plağın burkulma sonrasında plak dış sınırına yakın birkaç yerden kırıldığı görülmektedir.



Şekil 3.31 Deney sonunda deformasyona uğramış alüminyum dairesel plak görüntüsü



Şekil 3.32 Deney sonunda deformasyona uğramış kompozit dairesel plak görüntüsü

Deneylerde kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri Çizelge 3.1’de verilmektedir. Numunelerin dış çapı D , delik çapı d , plak kalınlığı h ’dır. Numunelerin ölçüleri Çizelge 3.2’de verilmektedir.

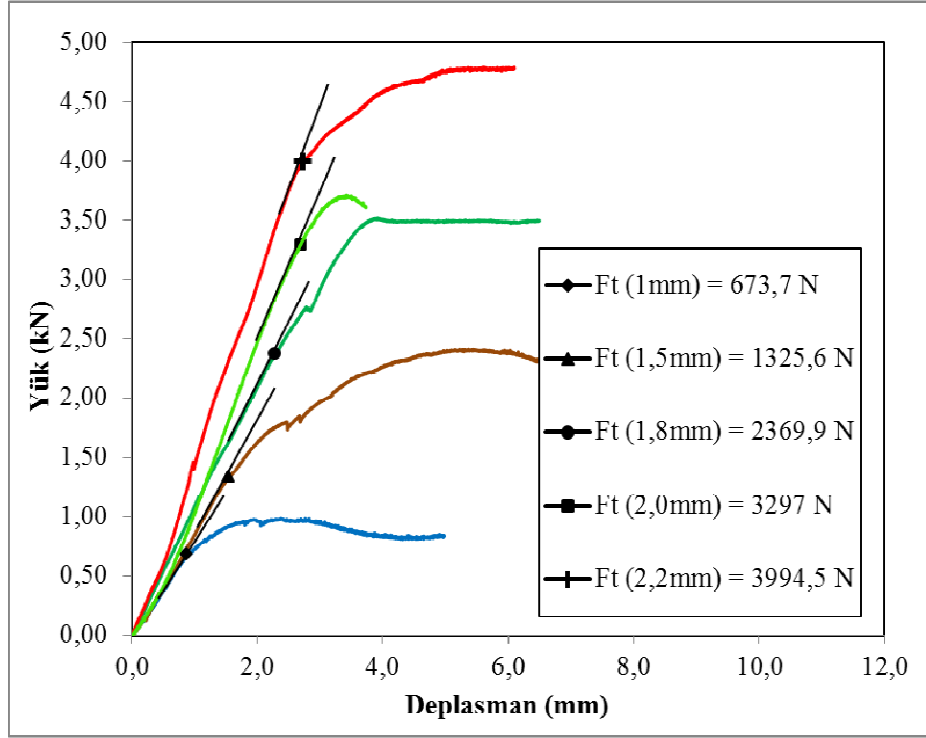
Çizelge 3.1 Çalışmada kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri

Malzeme	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	G_{12} (MPa)	ν_{12}
Alüminyum	70000	70000	26000	0,33
Glass-Epoksi	31400	22800	25000	0,15

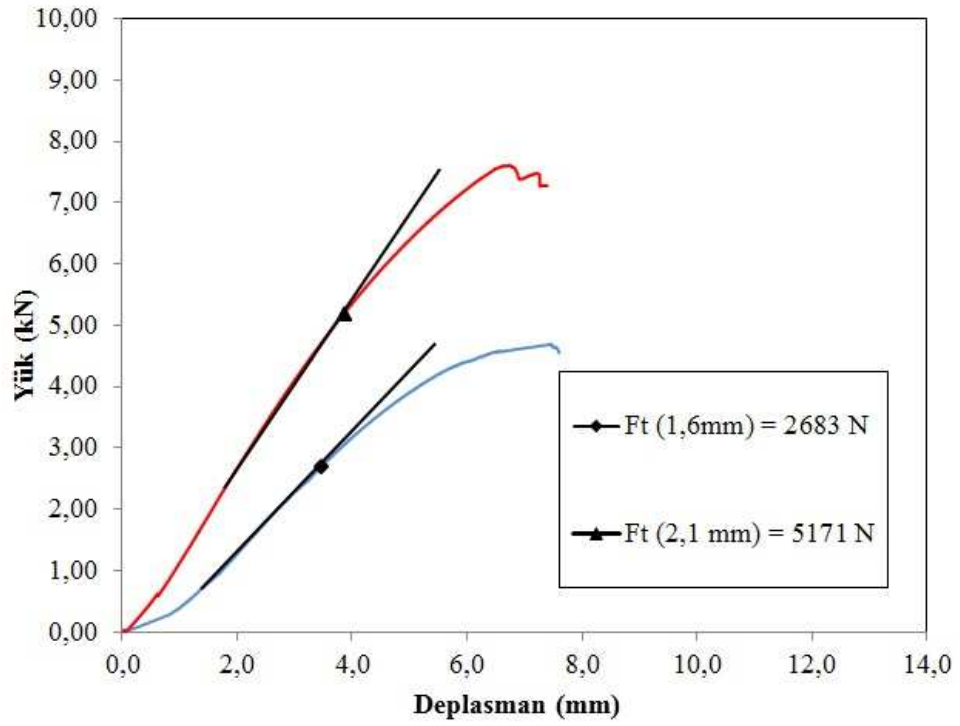
Çizelge 3.2 Deneylerde kullanılan numune boyutları

D=300 mm	Alüminyum Numuneler				Kompozit Numuneler			
d (mm)	0	50	100	150	0	100	150	200
h (mm)	1,0	1,0	1,0	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6
	1,5	1,5	1,5	1,5	2,1	2,1	2,1	2,1
	2,0	2,0	2,0	2,0	-	-	-	-
	1,8	-	-	-	-	-	-	-
	2,2	-	-	-	-	-	-	-

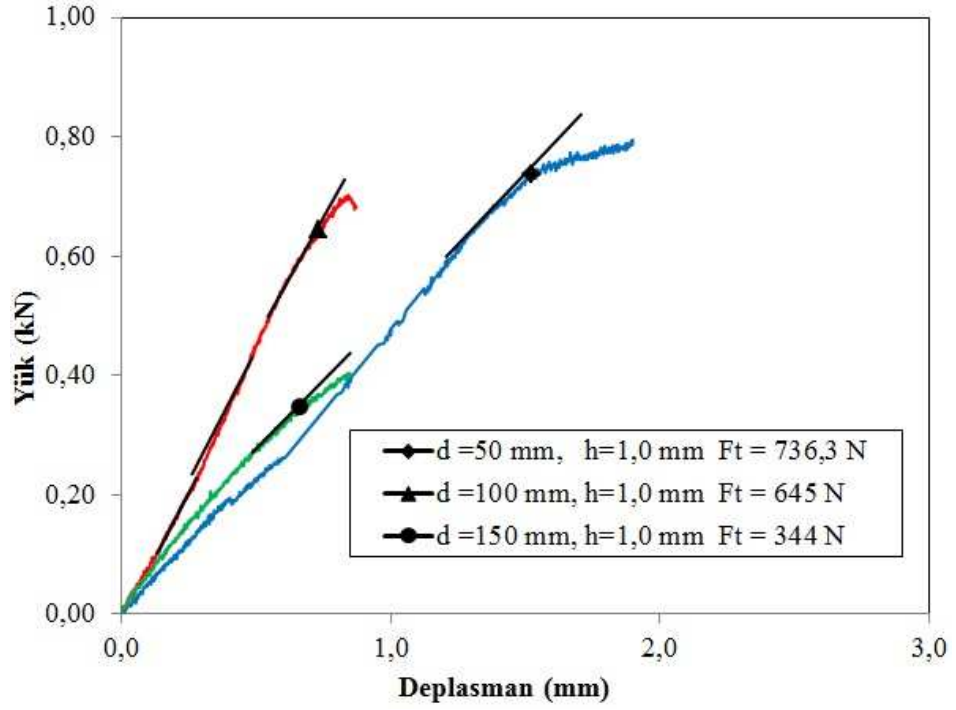
Deneylerde her bir farklı ölçüdeki numuneden beşer adet kullanılmış ve elde edilen her beş numunenin yük-yer değiştirme verilerinin ortalamaları alınarak grafikleri çizilmiş ve bu grafiklerden F_t kuvvetleri bulunmuştur. F_t grafikleri ayrıntılı bir şekilde Şekil 33-39 'da gösterilmiştir.



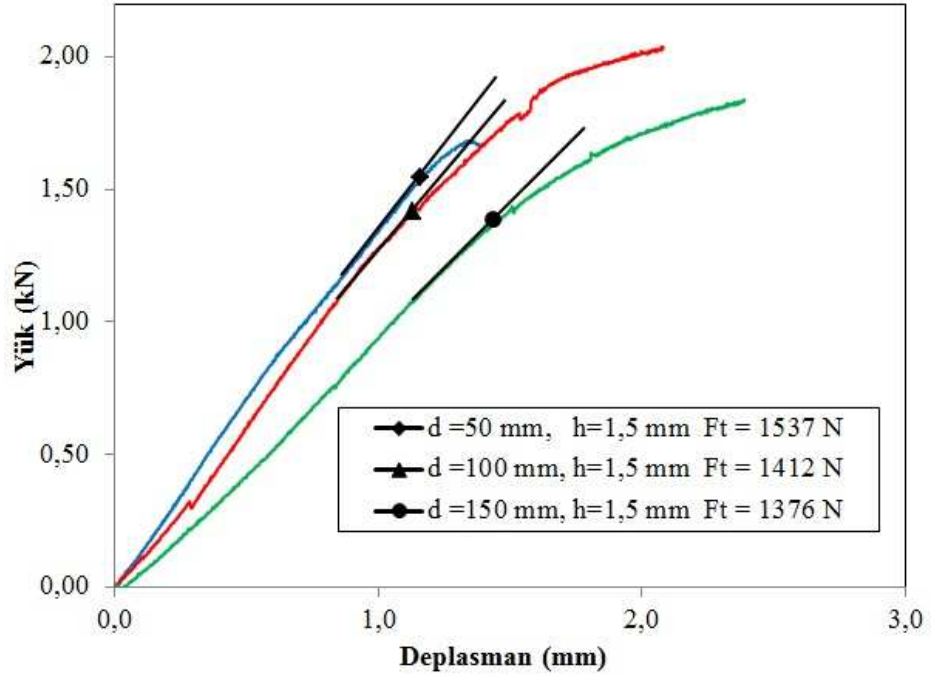
Şekil 3.33 Alüminyum numunelerin deneysel F_t kuvvetleri



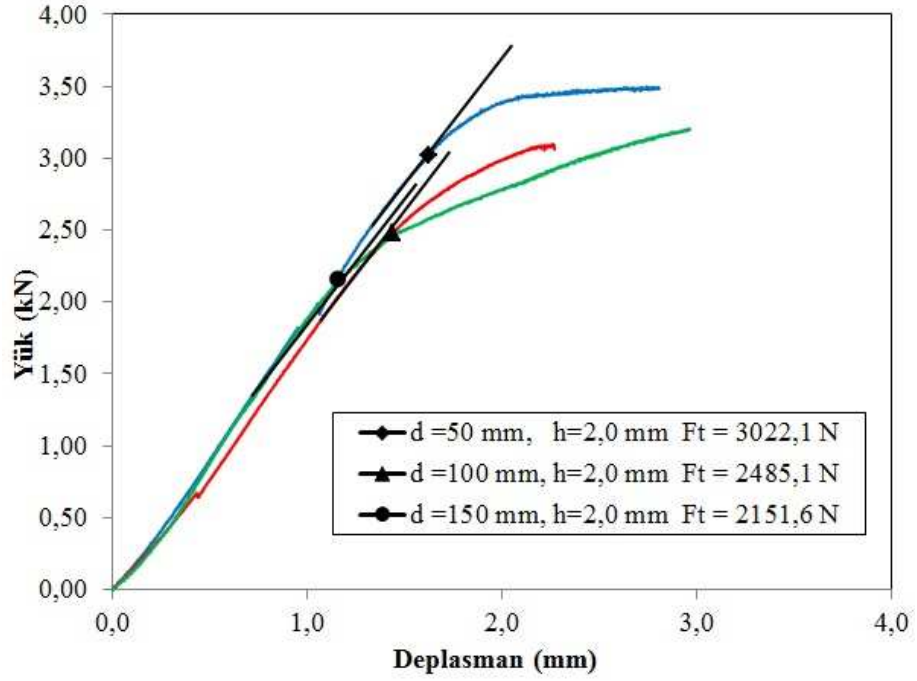
Şekil 3.34 Kompozit numunelerin deneysel F_t kuvvetleri



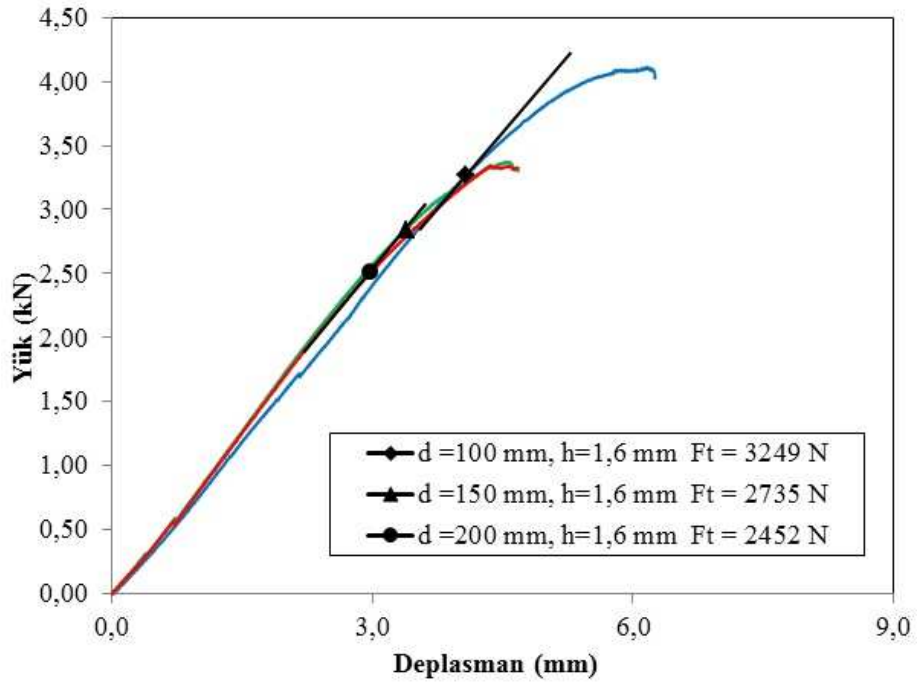
Şekil 3.35 1,0 mm kalınlığındaki delikli alüminyum numunelerin deneysel F_t kuvvetleri



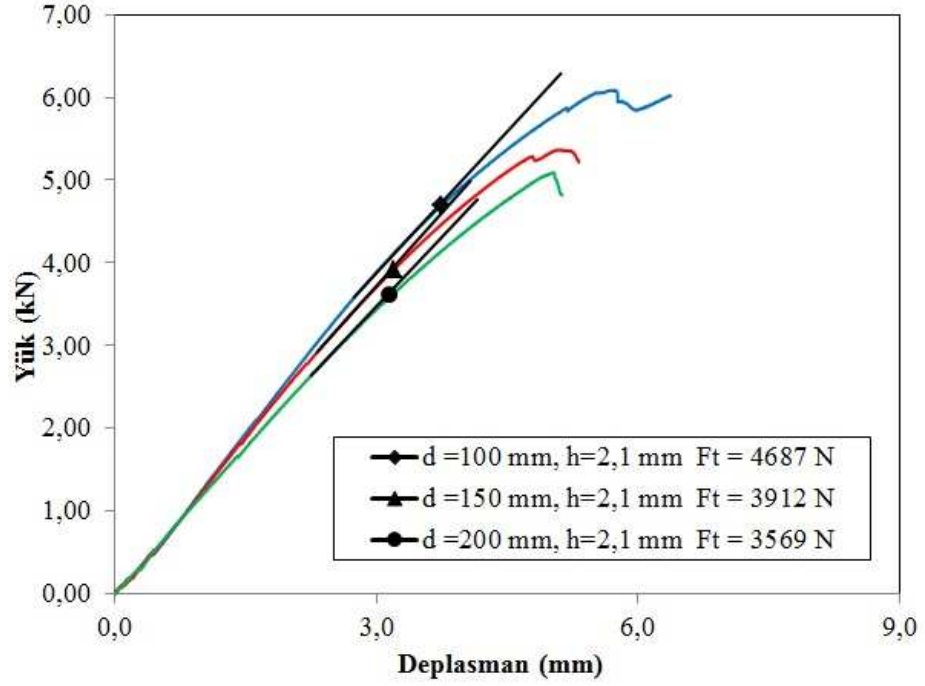
Şekil 3.36 1,5 mm kalınlığındaki delikli alüminyum plağın deneysel F_t kuvvetleri



Şekil 3.37 2,0 mm kalınlığındaki delikli alüminyum plağın deneysel F_t kuvvetleri

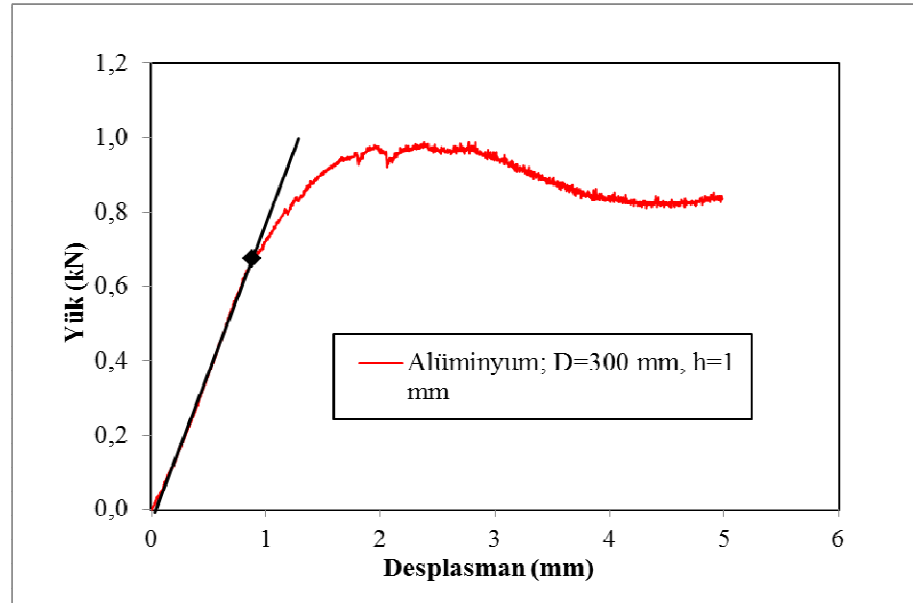


Şekil 3.38 1,6 mm kalınlığındaki delikli kompozit plağın deneysel F_t kuvvetleri



Şekil 3.39 2,1 mm kalınlığındaki delikli kompozit plağın deneysel F_t kuvvetleri

Aşağıda alüminyum dairesel plağın kritik burkulma yükü için bir hesaplama örneği verilmiştir:



Şekil 3.40 1 mm kalınlığındaki alüminyum deliksiz dairesel plağın F_t kuvvetinin tespiti

Şekil 3.40'daki grafikten görüldüğü gibi 1 mm kalınlığındaki alüminyum plak numunenin F_t kuvvetinin grafiği gösterilmiştir. Grafikten, lineer sınır kuvveti $F_t = 0,6737 \text{ kN} = 673,7 \text{ N}$ olarak bulunur. Kol açısı $\theta = 60^\circ$ olup, denklem (3.96) dan

$$F_p = \frac{673,7}{12 \cdot \cos 60} = 103,94 \text{ N}$$

olarak bulunur. Denklem (3.98) den

$$F_R = \frac{120 \cdot F_p}{81,5} \text{ ve } F_R = \frac{120 \cdot 103,94}{81,5} = 153,04 \text{ N}$$

şeklinde bulunur. Denklem (3.99) dan ise radyal yayılı bası yükü:

$$N_{kr} = \frac{12 \cdot 153,04}{\pi \cdot (723,72)} = 2,5375 \text{ N/mm}$$

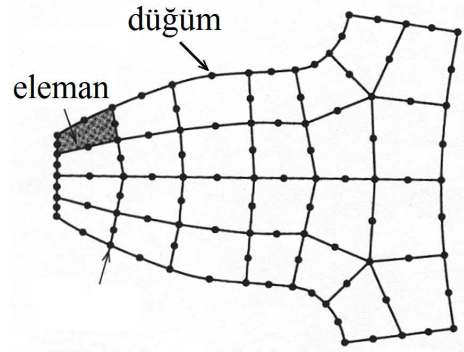
olarak bulunur.

3.15. Sonlu Elemanlar Metodu (SEM)

Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEM) matematikçilerden ziyade daha çok mühendisler tarafından geliştirilmiştir. Yöntem ilk olarak gerilme analizi problemlerine uygulanmıştır. Mühendislikte karşılaştığımız karmaşık problemlerin çözümünü kabul edilebilir bir yaklaşımla yani esas problemi basite indirgeyerek anlaşılabilen alt problemlere ayırıp, daha sonra bu alt problemlerin çözümünden esas problemin çözümünün elde edilmesi için kullanılan sayısal bir yöntemdir (www.biymed.com; Ural 2002).

Bu tür problemlerin çözümünde yeterli bir model elde edebilmek için modeldeki sonlu eleman sayısı iyi belirlenmelidir. Sonlu elemanlar metodunda problem, davranışı daha önce belirlenmiş olan birçok elemana bölünür. Elemanlar “düğüm” adı verilen noktalarda tekrar birleştirilirler (Şekil 3.41). Bu şekilde cebrik bir denklem takımı elde edilir (biyomed.com). Gerilme analizinde bu denklemler düğüm sayısı x serbestlik derecesidir. İncelenen probleme bağlı olarak bu şekilde yüzlerce hatta binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar kullanımını zorunlu kılmaktadır (www.biyomed.com).

Gerçekte bir problemde bu sonlu sayıdaki elemanlar arası bağlantı noktası sayısı sonsuzdur. Bu sonsuz sayıdaki bağlantı noktalarının sayısı sonlu bir sayıya indirgenir. Bu yüzden problemler "sonlu" olarak adlandırılırlar. Cisim sadece bu noktalardan birbirine bağlanmış gibi düşünülür. Sonlu sayıdaki bu bağlantı noktaları ne kadar çoğaltılırsa, bu yöntemle yapılan çözümlerdeki hata oranı da o kadar azalmaktadır (Yılmazoğlu 2004).



Şekil 3.41 SEM modelinde düğüm noktaları ve elemanları (www.biyomed.com)

SEM'nun önemli bir özelliği, tüm problemi temsil etmek üzere elemanları bir araya getirmeden önce, her bir elemanın ayrı ayrı formüle edilebilmesidir. Örneğin bir gerilme analizi probleminde her bir elemana etki eden dış kuvvetler ile elemanın düğüm noktalarının yer değiştirme bağlantıları bulunarak tüm sistem çözülebilmektedir.

3.15.1. Sonlu elemanlar metodunda takip edilen çözüm yöntemi

Herhangi bir problemdeki değişken parametre sonsuz sayıda olabilir. Dolayısıyla problemde sonsuz sayıda bilinmeyen vardır. Sonlu elemanlar metodunda çözümlenecek sistem, elemanlara bölüldüğünden ve bilinmeyen ortam değişkeni her eleman içindeki interpolasyon fonksiyonlarıyla ifade edildiğinden bilinmeyenler sonlu bir sayıya indirgenmektedir. İnterpolasyon fonksiyonları düğüm noktalarının koordinatları cinsinden ifade edilir. Elde edilen sonucun gerçeğe yakınlığı, yalnız elemanların boyutları ve sayısına bağlı değil aynı zamanda seçilen interpolasyon fonksiyonlarına da bağlıdır. Çözüm için kullanılacak fonksiyonlar probleme uygun fonksiyonlar olmak zorundadır. Ayrıca bu fonksiyon ve türevleri komşu elemanla olan sınır üzerinde sürekli ve tanımlı olmalıdır.

Bu yöntem ile her elemanın çözümü yapılmakta, cismi temsil eden her eleman için rijitlik matrisi ayrı ayrı bulunduktan sonra elemanlar birleştirilmek suretiyle bütün sistemin rijitlik matrisi elde edilmektedir. Buradan şu matris denkleminde ulaşılır.

Eleman özelliklerinin ve denklemlerinin elde edilmesinde değişik yaklaşımlar kullanılabilir. En çok kullanılan dört yöntem vardır (www.bidem-cae.blogspot.com).

Bunlar:

- 1 - Direkt yaklaşım
- 2 - Varyasyonel yaklaşım
- 3 - Ölçülmüş kalıcı yaklaşım
- 4 - Enerji dengesi yaklaşımı

Kullanılan yaklaşım yöntemi ne olursa olsun, SEM ile bir problemin çözümü için aşağıdaki sıra takip edilir (www.bidem-cae.blogspot.com).

- 1 - Cismin veya sürekli ortamın sonlu elemanlara bölünmesi

- 2 - İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimi,
- 3 - Elemanların rijitlik matrisinin oluşturulması,
- 4 - Sistemin birleştirilmesi ve rijitlik matrisinin bulunması,
- 5 - Sisteme etki eden kuvvetlerin bulunması,
- 6 - Sınır şartlarının belirlenmesi,
- 7 - Sistem denklemlerinin çözümü,

Bu yedi adımdan 1 ve 6 numaralı adımlar analist tarafından, 2, 3, 5 ve 7 numaralı adımlar ise otomatik bir şekilde bilgisayar tarafından yapılır.

3.15.2. ANSYS yazılım programı

Sonlu elemanlar metodunun genel uygulanabilirliği, onu geniş bir sahadaki problemler için güçlü ve esnek bir kullanım aracı haline getirmiştir. Bu nedenle yapısal ve mekanik problemlerin çözümü için çok sayıda yapısal program geliştirilmiştir. ANSYS sonlu elemanlar analiz programı 1970'li yıllarda Dr. John Svanson tarafından bilgisayarlar üzerinde geliştirilen bir sayısal analiz programıdır. Sürekli olarak geliştirilen ve yenilenen bu program, mühendisliğin hemen her dalında (yapı, otomotiv, endüstri, inşaat, elektronik, uzay bilimleri vs.) kullanılabilen genel maksatlı bir paket program haline getirilmiştir. Kullanım alanları arasında; statik ve dinamik yapı analizleri, statik ve dinamik diğer analizler, termal analizler, elektromagnetik alan analizleri, akışkan problemleri, akustik, birleştirilmiş alan analizleri (yapı-ısı, ısı-elektrik, ısı-manyetizma, ısı-elektrik vb.), optimizasyon, yapı burkulma analizleri, nonlinear yapı analizleri sayılabilir (Özdemir 2006).

ANSYS programında çözüm safhasına geçilmeden önce yapılması gereken bazı hususlar vardır. Bunlar probleme uygun eleman tipinin seçilerek modelin oluşturulması ve kullanılan malzemeye ait özellikler ile sınır şartlarının da girilmesidir. ANSYS, burkulma analizini iki grup altında ele alır. Bunlar; özdeğer probleminin çözümü ve lineer olmayan (geometrik olarak) analizdir.

a. ANSYS ile plakların burkulma analizleri

ANSYS ile burkulma probleminin çözüm aşamaları **EK 1** ve **EK 2**'de verilmektedir. burada burkulma analizindeki matris sistemlerin sayısal çözümlenmeleri iki aşamada yapılmaktadır. Birinci aşama “statik analiz” olarak belirtilmekte ve burada lineer plak çözümlenmeleri 1 birim basma veya kayma kenar yükü etkisi altında rijitlik ve gerilme matrisleri çözümlenmektedir. Daha sonra öz değer burkulma analizinde kullanılacak olan başlangıç vektörü oluşturulur. İkinci aşamada, oluşturulan bu vektör yardımıyla alt bölge “Subspace” iterasyonu yapılarak, sonuçta istenen λ_i öz değerler ile $\{\phi_i\}$ öz vektörler elde edilir. En son olarak da elde edilen özdeğer ve öz vektörün, “Sturm Sequence Check” (**EK 2** – son işlem kutusu) ile doğruluğunun kontrolü yapılır. Bu aşamalardan sonra ise geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizi yapılmaktadır (Yıldız ve Günay 2007).

1. Özdeğer probleminin çözüm aşamaları:

EK 1'de verilen akış şemasının II. basamağı olan özdeğer probleminin çözümünde, “statik analiz” sonucu elde edilen matrisler ve vektörler kullanılarak, Denklem 3.107'de yer alan özdeğer problemine çözüm aranmaktadır. Çözüm sonucunda elde edilen özdeğerler (λ_i), sisteme ait ilgili kritik burkulma yüklerini vermektedir.

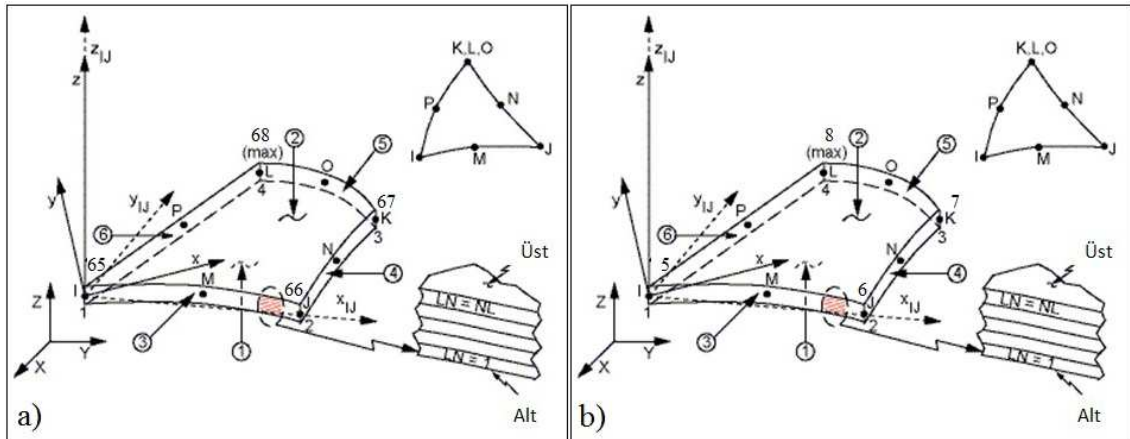
$$[Q]\{\phi_i\} = \lambda_i [M]\{\phi_i\} \quad (3.107)$$

Özdeğer probleminin çözümü, alt bölge “subspace” metodu kullanılarak yapılmaktadır. Bu metodu kapsayan akış şeması **EK 2**'de ayrıntılı olarak verilmiştir (Yıldız ve Günay 2007).

2. Geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizi çözüm aşamaları:

Sonlu elemanlar çözümlerinde geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizine başlamadan önce **EK 1** - kısım III. ile belirtilen statik analiz, kritik burkulma gerilmesi altında plakta meydana gelen daralmayı bulmak amacıyla yapılmaktadır. Daha sonra ise IV kısımda belirtilen lineer olmayan analize **EK 1** – kısım II.’deki vektör ve matrislerin kullanılması ile başlanmaktadır. ANSYS® programı, bu aşamalarda “Newton Raphson” ve “Arc-Length” yöntemlerini kullanarak, basamak basamak yük artışları ile sistemi denge konumuna getirecek çözümü bulmaktadır (Yıldız ve Günay 2007).

Nümerik analiz için ANSYS SEM paket programı kullanılmıştır. İki boyutlu nümerik analiz yapılmıştır. İki boyutlu SEM analizinde 8 düğümlü SHELL91 ve SHELL99 elemanı kullanılmıştır. Nümerik analizde kullanılan elemanlar Şekil 3.42’de görülmektedir.



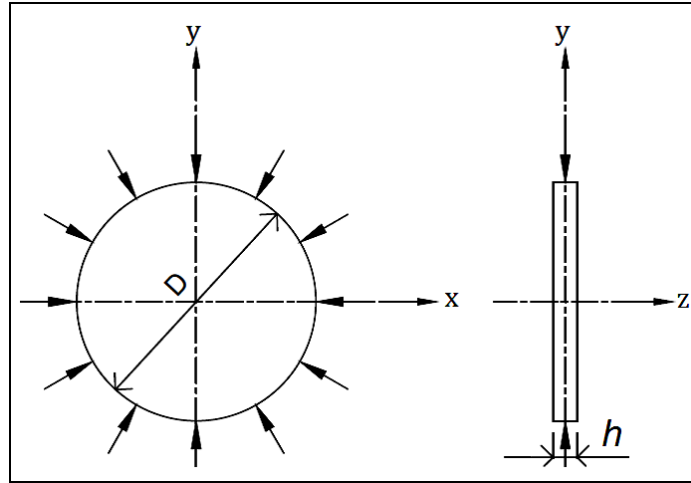
Şekil 3.42 ANSYS SEM için kullanılan elemanlar

*a) SHELL91 (b) SHELL99

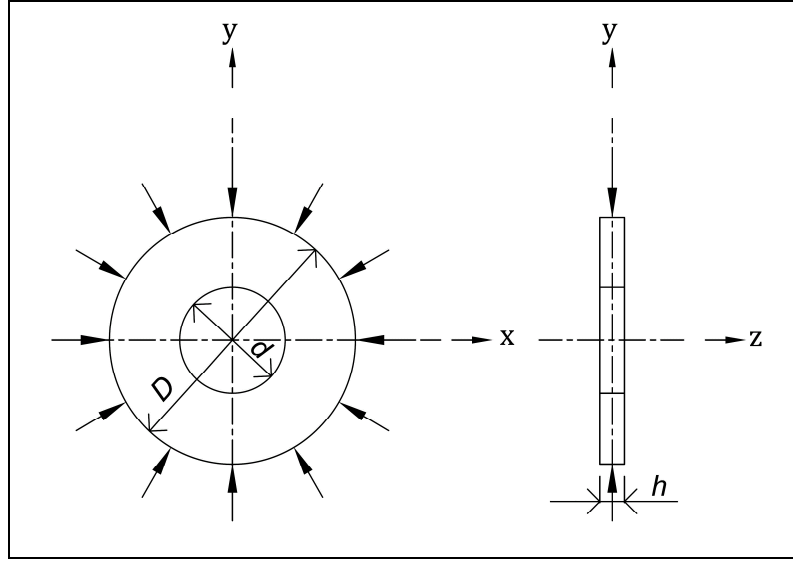
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

4.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada, dairesel geometriye sahip plakların radyal basınç yükü altındaki burkulma yükleri deneysel ve nümerik olarak araştırılmıştır. Deneysel çözümler için burkulma aparatı tasarlanmıştır (Bölüm 3.14’de ayrıntılı anlatılmıştır). Nümerik çözümler SEM’i baz alan ANSYS paket programı yardımıyla yapılmış olup, 8 düğümlü Shell 91 ve Shell 99 eleman tipi kullanılmıştır (ANSYS13.0 User’s Manuel). Bu çalışmada malzeme özellikleri aşağıda verilen alüminyum ve kompozit plaklardan oluşan dairesel delikli ve deliksiz olmak üzere farklı plaklar kullanılmıştır. Kullanılan kompozit tabakalı plaklar orta düzleme göre simetriktir. Çözümlerde plak koordinatları için kartezyen koordinatlar kullanılmıştır. Şekil 4.1 de görülen dairesel plağa sadece radyal yönden basınç uygulanarak hangi yük değerinde burkulduğu tespit edilmiş ve bu değere kritik burkulma yükü denmiştir.



Şekil 4.1 Radyal dış basınca maruz deliksiz dairesel plak



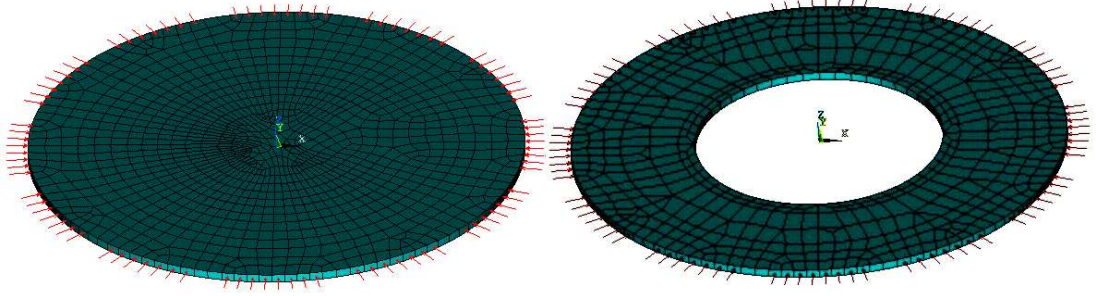
Şekil 4.2 Radyal dış basınca maruz ortasında dairesel delik bulunan plak

4.1.1. Sınır şartları

ANSYS’de oluşturulan SEM modeli Şekil 4.3’de görülmektedir. Kompozit numune, dairesel dış kenar boyunca basit mesnetli olup mesnetlerden radyal bası yükü uygulanmaktadır. Ortasında delik bulunan plakların delik kenarları serbesttir. Nümerik çözümlerde çözüm iki aşamalıdır. İlk adımda 1 birimlik basınç kuvveti uygulanarak ön gerilmeli statik analiz yapılmış ve daha sonra burkulma analizi yapılmıştır. ANSYS’de burkulma analizi için iki metot vardır.

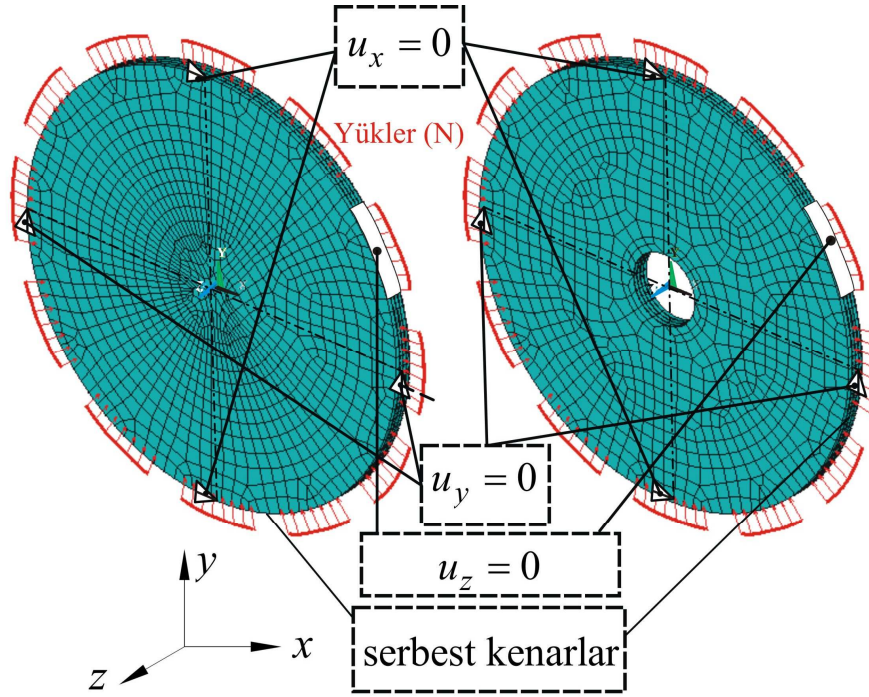
- Subspace
- Block Lanczos

Bu metotlar aynı sonuçları vermektedir. Subspace metodu ile ikinci adımda burkulma analizi yapılmıştır.



Şekil 4.3 Dairesel plağın sonlu eleman modeli

Sınır şartları deney sırasında gerçekleşen şartlardaki gibi belirlenmiştir. Şekil 4.3'deki gibi plağın dış çevresinde kuvvet uygulanan 12 çene temas uzunlukları basit mesnet kabul edilmiş ve z yönündeki hareketi serbest bırakılmıştır. Ayrıca ANSYS programında, nümerik çözümün hata vermemesi için x ekseninin uç iki noktası y yönünde, y ekseninin uç iki noktası da x yönünde yer değiştirme hareketi engellenmiştir. Hazırlanan iki farklı geometriye ait SEM modeli ve sınır şartları Şekil 4.4'de gösterilmiştir.



Şekil 4.4 Dairesel plağın SEM modeli ve sınır şartları

SEM modeli ve sınır şartları belirlenmiş olan dairesel plağa yalnızca Şekil 4.4’de görüldüğü gibi radyal dış bası yükü uygulanmış ve dairesel plağın burkulması sağlanmıştır. SEM modeli burkulma aparatında olduğu gibi plağa radyal bası uygulayan çene temas uzunlukları dikkate alınarak çözüm yapılmıştır.

4.2. Sonuçların Karşılaştırılması

Materyal ve yöntem bölümünde anlatıldığı gibi deneyler DAPBA aparatı ile gerçekleştirilmiştir. ANSYS programıyla çözülen bir örneğin sonucunun doğruluğunu kontrol amacıyla analitik çözümü de yapılmıştır. Analitik çözüm basit mesnetli, izotropik, dairesel bir plağa, çevresel radyal doğrultuda üniform bası yükü uygulanmıştır. (Şekil 4.1, Şekil 4.2). Analitik çözüm, Bölüm 3 başlığı altında verilmiştir.

Çizelge 4.1-5 te deneysel ve nümerik sonuçlar verilmektedir. Sonuçlardan, nümerik (ANSYS) çözümler ile deneysel çözüm sonuçlarının birbiriyle uyumlu olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.1 Analitik ve nümerik çözümlerin karşılaştırılması

Plak Kalınlığı (mm)	Analitik Çözümü N_{kr} (N/mm)	ANSYS Çözüm N_{kr} (N/mm)	% Fark
1,0	1,22	1,29	6,30
1,5	4,12	4,38	6,18
1,8	7,13	7,56	6,18
2,0	9,77	10,37	6,14
2,2	13,01	13,81	6,16

Çizelge 4.2 Deliksiz alüminyum plak için bulunan kritik burkulma yükü değerleri

Plak Kalınlığı (mm)	N_{kr} Deney (N/mm)	N_{kr} ANSYS (N/mm)
1,0	2,54	1,6
1,5	5,52	5,39
1,8	8,93	9,32
2,0	12,42	12,78
2,2	16,68	17,01

Çizelge 4.3 Dairesel delikli alüminyum plakların kritik burkulma yükleri

Plak Kalınlığı (mm)	Delik Çapı (mm)	N_{kr} Deney (N/mm)	N_{kr} ANSYS (N/mm)
1,0	50	2,83	1,42
	100	2,48	1,11
	150	1,32	0,92
1,5	50	5,92	4,77
	100	5,44	3,75
	150	5,30	3,12
2,0	50	11,64	11,26
	100	9,57	8,89
	150	8,28	7,39

Çizelge 4.4 Deliksiz kompozit plakların kritik burkulma yükleri

Plak Kalınlığı (mm)	Tabaka sayısı	N_{kr} Deney (N/mm)	N_{kr} ANSYS (N/mm)
1,6	6	9,14	8,48
2,1	8	19,48	18,92

Çizelge 4.5 Dairesel delikli kompozit plakların kritik burkulma yükleri

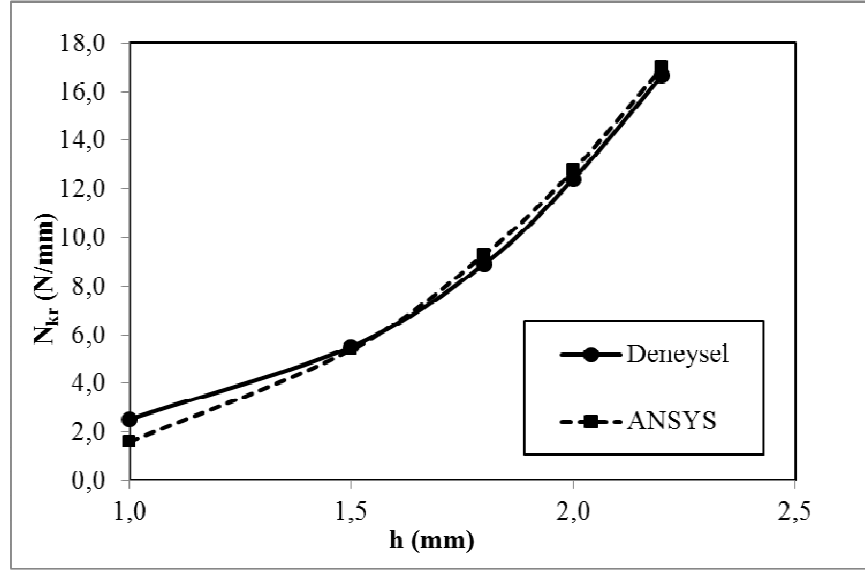
Plak Kalınlığı (mm)	Tabaka sayısı	Delik Çapı (mm)	N_{Kr} Deneysel (N/mm)	N_{Kr} ANSYS (N/mm)
1,6	6	100	10,25	9,23
		150	8,74	7,90
		200	7,23	6,55
2,1	8	100	17,65	17,63
		150	14,73	14,70
		200	13,45	12,12

4.3. Burkulma Yüküne Etkiyen Faktörler

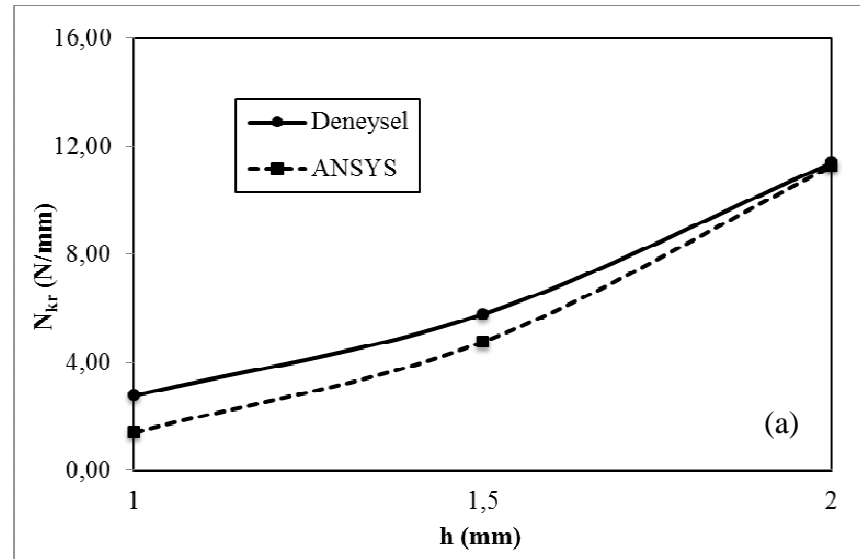
Bu çalışmada, plak kalınlığı, delik çapı, takviye açısı, tabaka sayısı ve elastisite modülü oranlarının (E_1/E_2) burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Burada delik çapının ve plak kalınlığının burkulma yüküne etkisi deneysel ve nümerik olarak gerçekleştirilmiştir.

4.3.1. Plak Kalınlığının Burkulmaya Etkisi

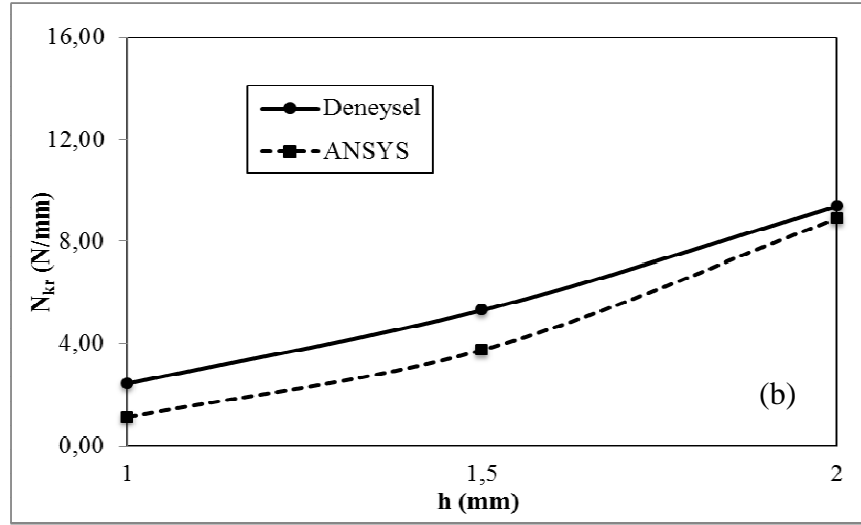
Alüminyum ve kompozit malzemelerde kalınlığın burkulma yüküne etkisini incelemek için değişik kalınlıklarda delikli ve deliksiz alüminyum ve kompozit plaklar kullanılmıştır. Her iki malzeme için dış çaplar sabit $D=300$ mm alınmış olup, delik bulunan plakların delik çapları ise $d=50, 100, 150$ mm alınmıştır. Deneysel ve nümerik olarak elde edilen burkulma yükleri Şekil 4.5-8 görülmektedir. Şekillerden, deneysel ve nümerik sonuçlarının birbiriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Burada, kritik burkulma yüklerinin kalınlığa bağlı parabolik bir şekilde değiştiği görülmektedir. Ancak delik çapı artışıyla birlikte parabolik değişim doğrusala doğru dönüşmektedir.



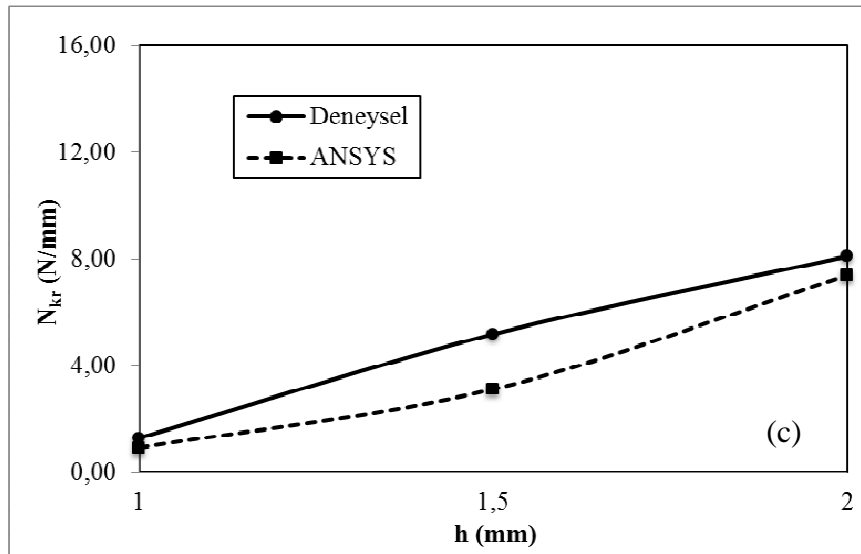
Şekil 4.5 Deliksiz alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi



Şekil 4.6 50 mm delik çaplı alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi



Şekil 4.7 100 mm delik çaplı alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi

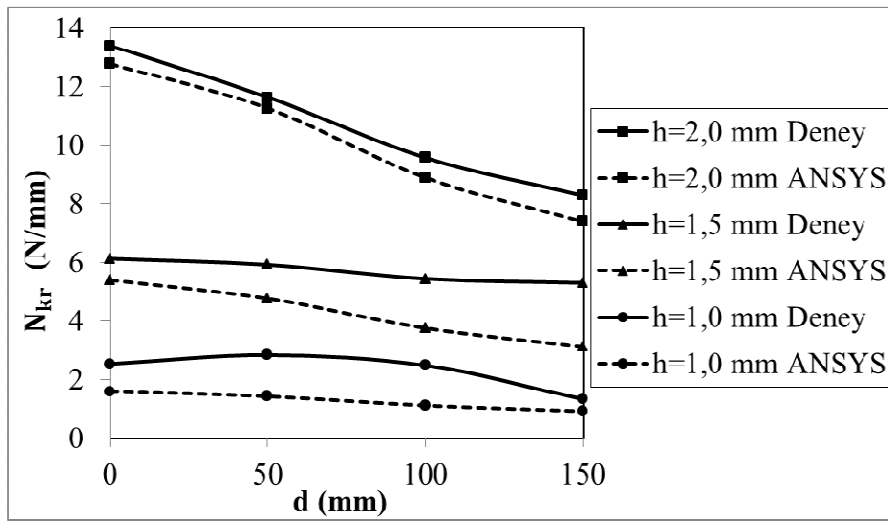


Şekil 4.8 150 mm delik çaplı alüminyum plak için plak kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi

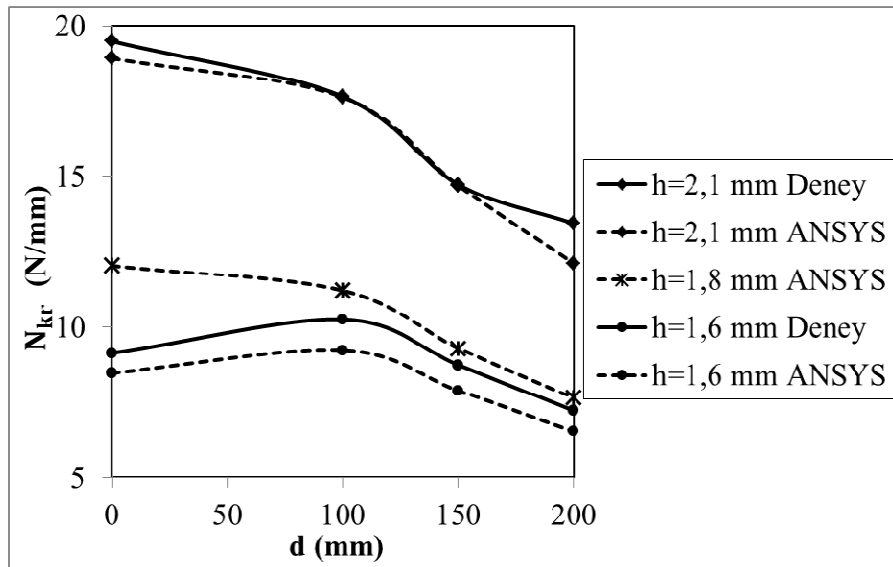
4.3.2. Delik Çapının Burkulmaya Etkisi

Burada, alüminyum ve kompozit dairesel plakların ortalarında açılmış dairesel deliklerin kritik burkulma yüküne etkisi incelenmiştir. Plakların dış çapları sabit $D=300$ mm alınarak, delik çapları alüminyum plaklar için $d=0, 50, 100, 150$ mm ve kompozitler için ise $d=0, 100, 150, 200$ mm alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.9 ve

Şekil 4.10'da verilmektedir. Şekil 4.9'a göre alüminyum plağın ortasındaki delik çapının büyümesiyle birlikte, kalınlığı daha büyük olan plaklarda burkulma yükünün hızla düştüğü, bununla birlikte plak kalınlığı azaldıkça delik çapının kritik burkulma yükü üzerindeki etkisi azalmaktadır. Kompozit plaklarda ise, plak kalınlığı büyük iken, delik çapının artmasıyla birlikte kritik burkulma yükünün hızla düştüğü bununla birlikte daha ince olan plaklarda delik çapı $d=50$ mm delik civarına kadar burkulma yüküne olumlu etkidiği bundan sonra azalmaya başladığı görülmektedir (Şekil 4.10).



Şekil 4.9 Alüminyum plaklarda delik çapının kritik burkulma yüküne etkisi



Şekil 4.10 Kompozit plaklarda delik çapının kritik burkulma yüküne etkisi

4.3.3. Elastisite Oranlarının Burkulmaya Etkisi

Elastisite modülü oranlarının (E_1/E_2) etkisini incelemek için, $h=2,1$ mm kalınlığında, simetrik ve antisimetrik 8 tabakalı ve çapraz takviyeli $(0/90)_4$ dairesel plaklar kullanılarak, farklı delik çapları için nümerik çözümler yapılmıştır. Yapılan çözümlerde malzeme özellikleri aşağıdaki gibi alınmıştır (Zhen and Wanji 2007):

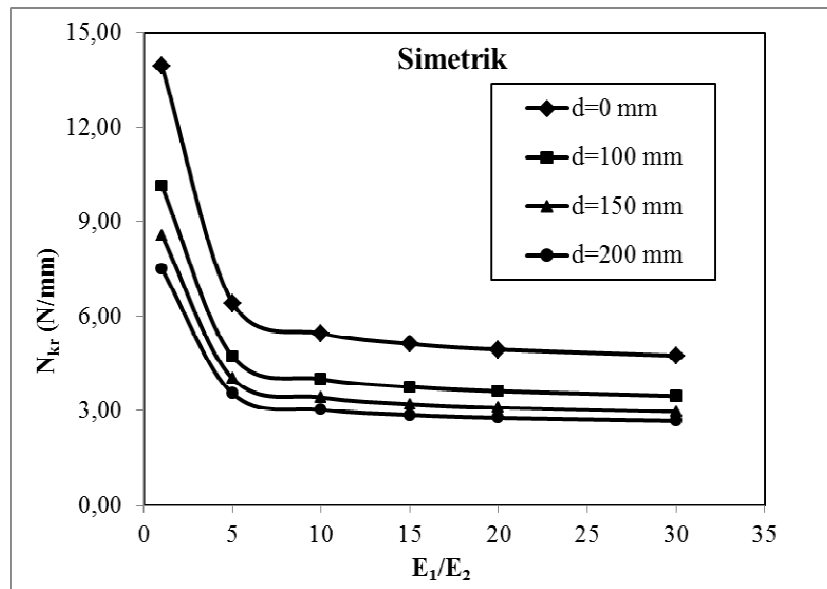
$$E_2 = E_3$$

$$G_{12} = G_{13} = 0,6E_2$$

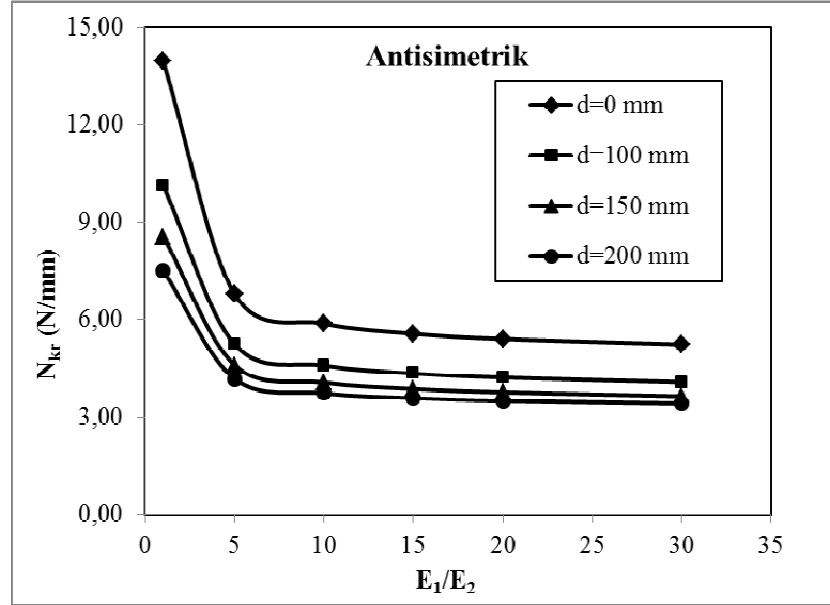
$$G_{23} = 0,5E_2$$

$$\nu_{12} = 0,25$$

Şekil 4.11 ve 4.12'den, simetrik ve antisimetrik plakalarda, (E_1/E_2) oranının etkisinin aynı olduğu görülmektedir. Ayrıca (E_1/E_2) oranı küçük iken kritik burkulma yükü değerleri daha büyük iken, oran yükseldiğinde kritik burkulma yükü değerleri küçülmektedir.



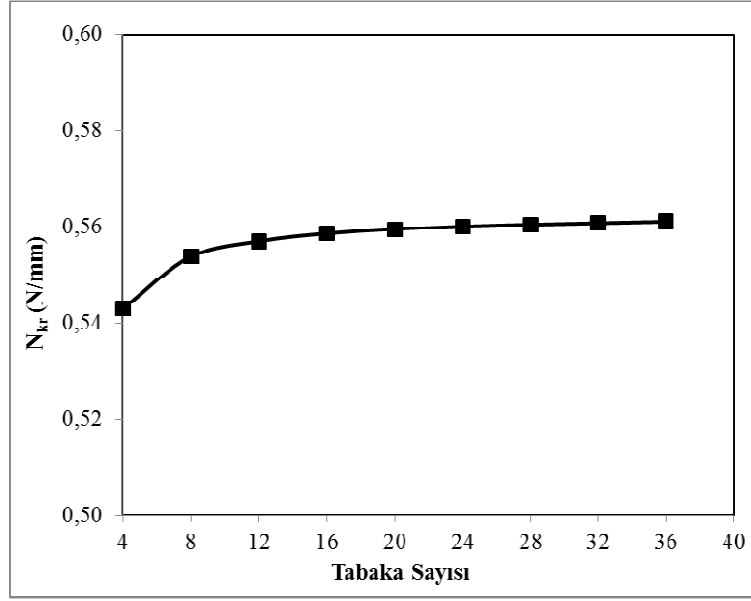
Şekil 4.11 Simetrik plakta E_1/E_2 oranının kritik burkulma yüküne etkisi



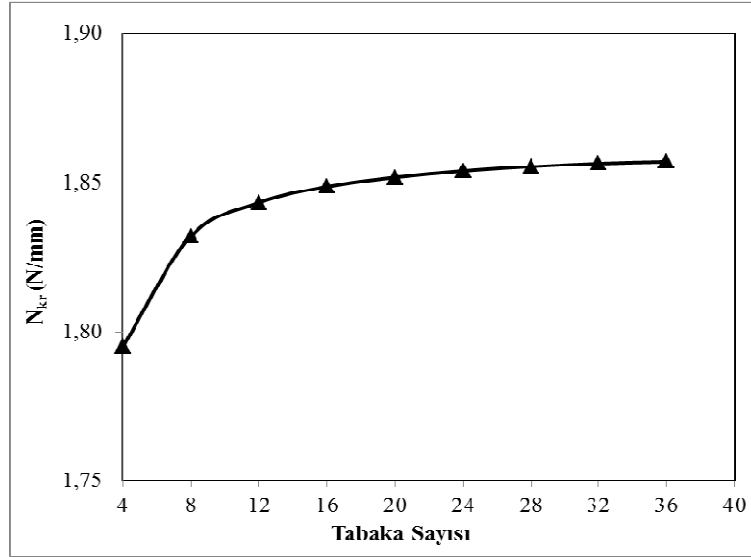
Şekil 4.12 Antisimetrik plakta E_1/E_2 oranının kritik burkulma yüküne etkisi

4.3.4. Tabaka Sayısının Burkulmaya Etkisi

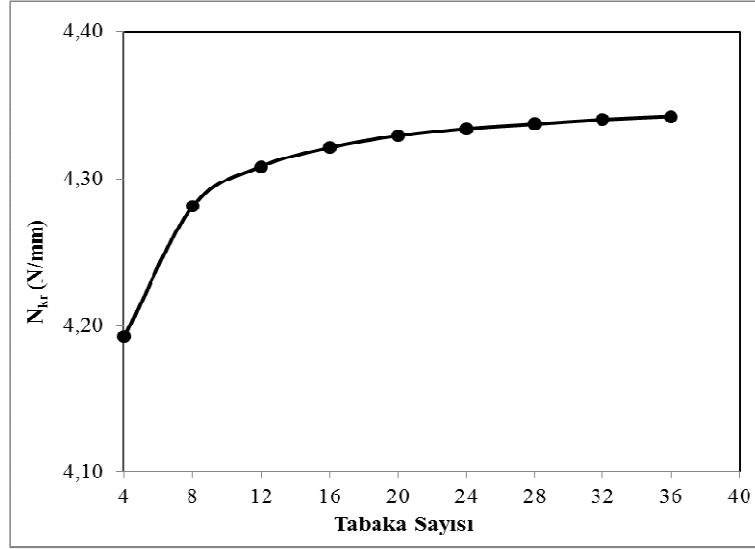
Tabaka sayısının burkulma yüküne etkisini araştırmak amacıyla deliksiz kompozit dairesel plaklar kullanılmış, plakların kalınlıkları $h=1$ mm, 1,5 mm ve 2 mm, $(0^\circ/90^\circ)$ çapraz simetrik tabakalı plaklar seçilerek nümerik çözümler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.13-15 'de verilmektedir. Elde edilen sonuçlara göre, tabaka sayısının artışına bağlı olarak kritik burkulma yük değerlerinde çok büyük değişimlerin olmadığı gözlemlenmiştir. Plak kalınlığı arttığında ise, tabaka sayısının kritik burkulma yükü üzerinde etkisi daha fazla olduğu görülmüştür.



Şekil 4.13 $h=1$ mm için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne etkisi



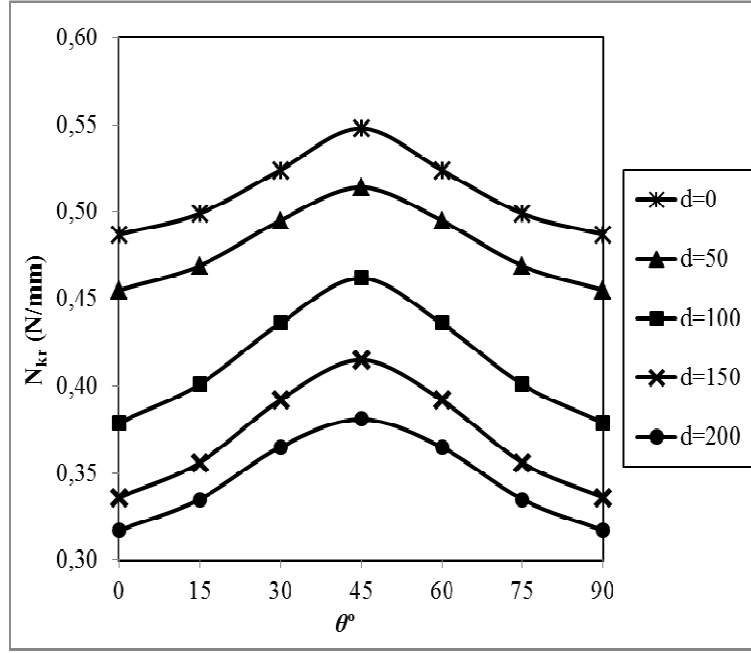
Şekil 4.14 $h=1,5$ mm için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne etkisi



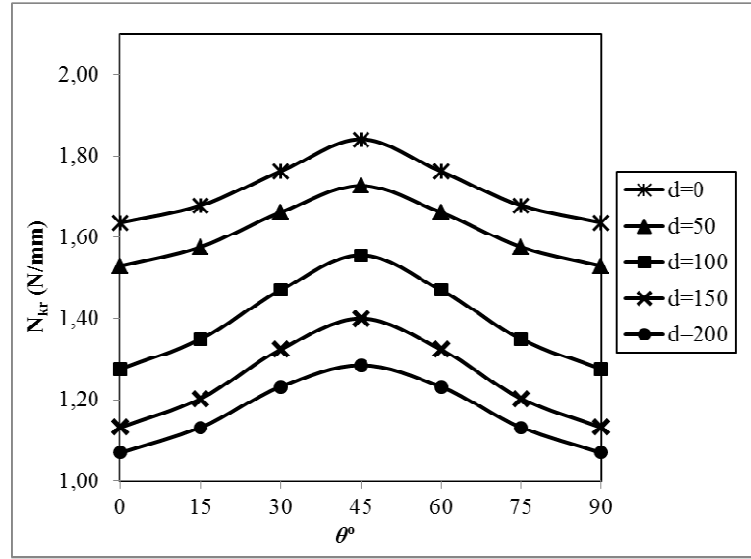
Şekil 4.15 $h=2$ mm için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne etkisi

4.3.5. Takviye Açısının Burkulmaya Etkisi

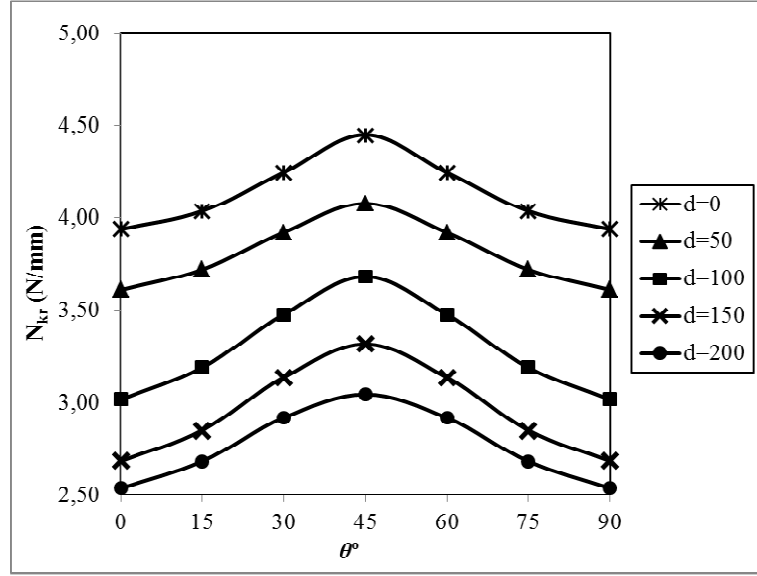
Burada, simetrik 8 tabakalı $(\theta/-\theta)_{4s}$ dairesel plaklarda takviye açısının burkulma yüküne etkisi, değişik delik çapları için, nümerik çözüm yapılarak araştırılmıştır. Takviye açıları 0° den 90° ye kadar 15° lik artışlarla değiştirilmiştir. Plak kalınlıkları $h=1$ mm, $1,5$ mm ve 2 mm alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.16, 17 ve 18 de görülmektedir. Sonuçlara göre, kritik burkulma yükleri 0° den 45° ye kadar artmakta ve daha sonra azalmaktadır. Bu durumda, 45° ile takviye edilmiş dairesel plakların en büyük burkulma yüklerini taşıdıkları, 0° ve 90° ile takviye edilmiş (tek yönlü) dairesel plakların ise en küçük burkulma yüklerini taşıdıkları sonucu görülmektedir.



Şekil 4.16 $h=1$ mm kalınlığında kompozit plaklarda takviye açısının burkulmaya etkisi



Şekil 4.17 $h=1,5$ mm kalınlığında kompozit plaklarda takviye açısının burkulmaya etkisi



Şekil 4.18 $h=2$ mm kalınlığında kompozit plaklarda takviye açısının burkulmaya etkisi

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, radyal dış bası yüklerine maruz delikli ve deliksiz dairesel plakların kritik burkulma yükleri deneysel ve teorik olarak araştırılmıştır. Bu amaçla çalışmanın deneysel kısmı için DAPBA (dairesele plaklar için burkulma aparatı) imal edilmiş, teorik kısımda da SEM'nu esas alan ANSYS paket programı kullanılmıştır. Elde edilen deneysel ve teorik sonuçlar Araştırma Bulguları bölümünde şekil ve çizelgelerle ayrıntılı olarak verilmiş olup çalışmadan çıkan bazı sonuçlar ve öneriler aşağıda özetlenmiştir:

- Yapılan nümerik çalışmanın doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, çevresel dış basınca maruz dairesel plakları kritik burkulma yükleri analitik olarak MATLAB programı ile çözülmüş ve nümerik (ANSYS) sonuçları ile karşılaştırılmış, sonuçların büyük oranda örtüştüğü görülmüştür.
- Deneysel ve nümerik sonuçların karşılaştırması yapılmıştır. Burada da sonuçlar arasında kabul edilebilir farklılıklar olduğu gözlemlenmiştir. Bu farklılıklara, ölçüm hatalarının veya aparatındaki küçük imalat hatalarının veya numunelerdeki hataların yol açtığı düşünülmektedir.
- Hem kompozit hem de izotropik plaklarda, kalınlığın artmasıyla birlikte, beklendiği gibi, kritik burkulma yükünün arttığı görülmektedir. Plak kalınlığına bağlı olarak kritik burkulma yükü parabolik olarak değişim göstermektedir.
- Plak ortalarında bulunan dairesel boşluk, daha kalın olan tabakalı kompozit plaklarda kritik burkulma yükü üzerinde olumsuz etki gösterirken, daha ince olan tabakalı kompozit plaklarda belirli bir çap değerine kadar olumlu etki göstermekte daha sonra kritik burkulma yükü düşmektedir. Bununla birlikte, alüminyum plaklarda deliğin etkisi hep olumsuz olmakta ve plak kalınlığının artışıyla deliğin olumsuz etkisi büyümektedir.

- Elastisite modülü oranlarına (E_1/E_2) oranına bağlı olarak, $(0/90)_{4(s)}$ ve $(0/90)_{4(as)}$ tabakalı kompozit plaklar için araştırılmış, simetrik ve antisimetrik tabakalama için farklılık olmadığı gözlenmiştir. $E_1/E_2 = 1$ oranı için kritik burkulma yükü en yüksek iken, $E_1/E_2 = 6$ civarına kadar ani bir düşüş göstermiş ve daha sonra $E_1/E_2 = 30$ oranına kadar kritik burkulma yükünün değeri çok küçük oranda azalma göstermiştir. Bu sonuca göre, E_1/E_2 oranı arttıkça dairesel kompozit plakların burkulmaya karşı hassasiyetlerinin arttığı sonucuna varılabilir (Lin 1989; Akbulut and Sayman 2001).
- Tabakalı kompozit plaklarda tabaka sayının artışıyla birlikte, burkulma yükü değerini, çok büyük oranlarda olmasa bile, belirli bir artış göstermektedir.
- Kompozit malzemelerde kritik burkulma yükünü etkileyen faktörlerden biri de tabaka takviye açılarıdır. Elde edilen sonuçlara göre, en yüksek kritik burkulma yükü değerlerine $(45^\circ/-45^\circ)_4$ takviye açısı ile takviye edilmiş plaklarda ulaşılmıştır. En düşük kritik burkulma değerleri ise $(0^\circ/-0^\circ)_4$ ve $(90^\circ/-90^\circ)_4$ da olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

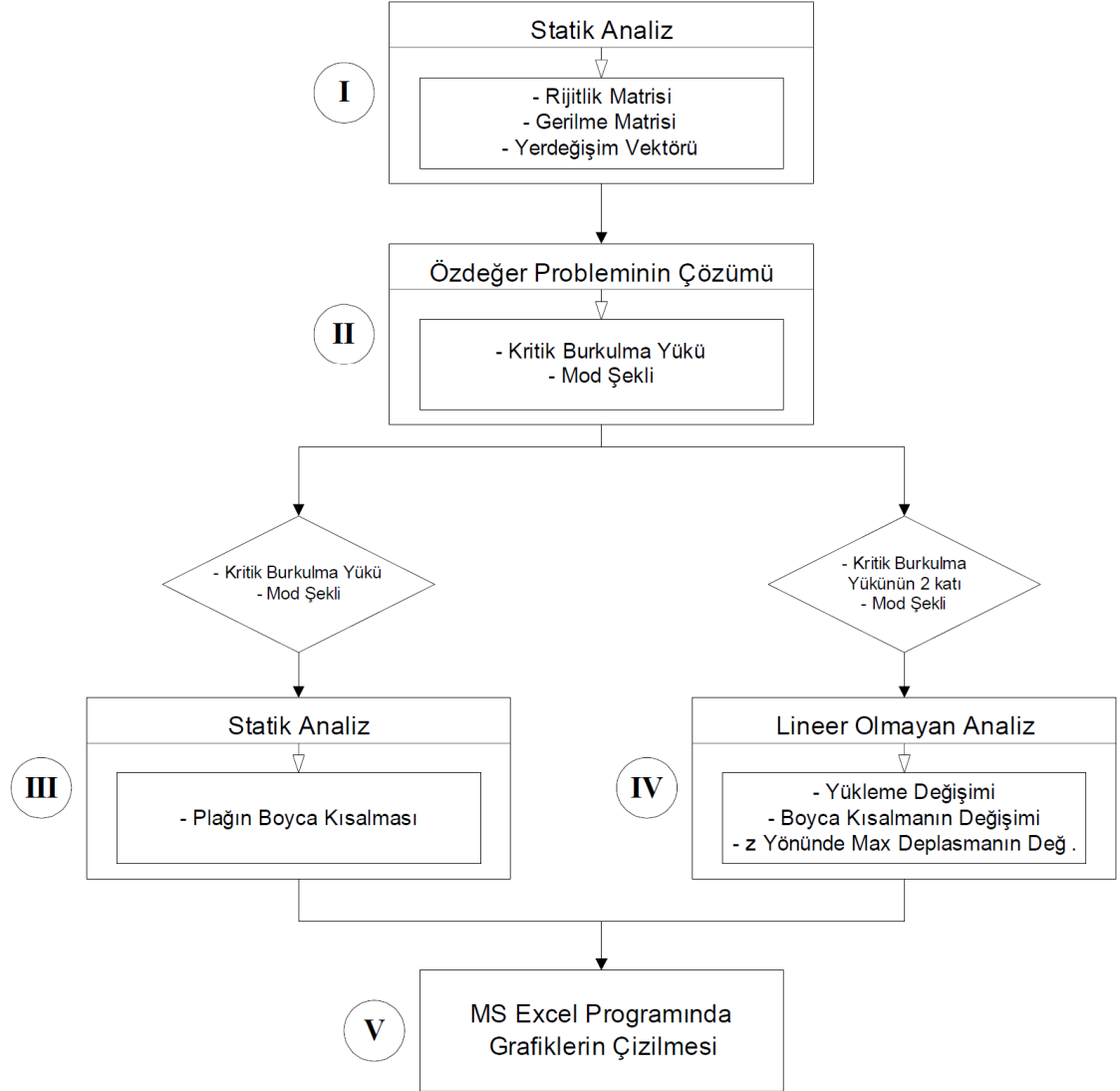
- Akbulut, H. and Sayman, O., 2001. An investigation on buckling of laminated plates with central square hole. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 20 (13), 1112-1124
- Akbulut, H. and Ural, T., 2007. An investigation on buckling of composite laminated plates with corner circular notches. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 20 (4), 371-387.
- Akbulut, H., 2003. On optimization of a car rim using finite element method. *Finite Elements in Analysis and Design*, 39 (5-6), 433-443.
- Akdeniz, E., 2007. Kompozit Malzemelerin Basma Testi İçin Aparat İmalatı. Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- Albert, B. Ku, 1978. The elastic buckling of circular plates, *International Journal of Mechanical Sciences*, 20 (9), 593-597.
- ANSYS User's Manuel (Version 9.0).
- Aung, T. M. and Wang, C.M., 2005. Buckling of circular plates under intermediate and edge radial loads, *Thin-Walled Structures*. 43 (12),1926–1933.
- Baba, B. O., 2007. Buckling Behavior of Laminated Composite Plates, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 26 (16), 1637-1655.
- Baltacı, A., Sarıkanat, M., 2006. Tabakalı Kompozit Dairesel Plaklarda Statik Stabilité Analizi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen Ve Mühendislik Dergisi*, 8 (3), 99-108.
- Baltacı, A., Sarıkanat, M., Yıldız, H., 2006. Buckling Analysis of Laminated Composite Circular Plates with Holes. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 25 (7), 733-744.
- Bremec, B. and Kosel, K., 2006. Thickness optimization of circular annular plate at buckling. *Thin-Walled Structures*, 44 (1), 74-81.
- Bremec, B., Kosel, F., Petrišič, J., 2003. Elastic–plastic buckling of annular circular plate with linear material hardening. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 2 (1), 184–185.
- Chattopadhyay, A. and Gu, H., 1996. Exact elasticity solution for buckling of composite laminates, *Composite Structures*. 34 (3), 291-299.
- Chen, A. T. and Yang, T. Y., 1987. Static, dynamic and buckling formulation of asymmetrically laminated plates finite element for a microcomputer. *J. of composite material*, 21, 441-453.
- Cohen, L.W., 1982. Effect of Transverse shear deformation on anisotropic plate buckling. *J. of composite material*, 16, 301-312.
- Ding, H.J., Lee, X.Y., Chen, W.Q., 2005. Analytical solution for uniformly loaded circular plate with clamped edges. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A* ISSN, 6 (10), 1163-1168.
- Eryiğit, E., 2006. Tabakalı Kompozit Çubuklarda Yanal Yük Etkisi İle Oluşan Burkulma Davranışlarının İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- Farhatnial, F. and Golshah, A., 2010. Buckling Analysis of Polar Orthotropic Circular and Annular Plates of Uniform and Linearly Varying Thickness with Different Edge Conditions. *Journal of Solid Mechanics*, 2 (2), 156-167.
- Gu, H. Z., Chattopadhyay, A., 1999. An experimental investigation of delamination buckling and post buckling of composite laminates. *Composite science and technology*, 59(6), 903-910.
- Gu, H. Z., Chattopadhyay, A., 2000. Three-dimensional elasticity solution for buckling of composite laminates. *Composite structures*, 50 (1), 29-35.
- Hong, G. M., Wang, C. M., Tan, T. J., 1993. Analytical buckling solutions for circular Mindlin plates: inclusion of inplane prebuckling deformation. *Archive of Applied Mechanics*, 6 (8), 534-542.
- Hong, G.M., Wang C.M., 1993. Elastic buckling of circular plates allowing for prebuckling deformation. *Journal of Engineering Mechanics*, 119 (5), 905-916
<http://emelpete.googlepages.com/KOMPOZTMALZEME.doc>
- Hur, S.-H., Son, H.-J., Kweon J.-H., Choi J.-H., 2008. Postbuckling of composite cylinders under external hydrostatic pressure. *Composite Structures*, 86 (1-3), 114-124.
- Inoue, T. and Kato, B., 1993. Analysis of plastic buckling of steel plates. *International Journal of Solids and Structures*, 30 (6), 835-856.
- Inoue, T., 1994. Analysis of plastic buckling of rectangular steel plates supported along their four edges. *International Journal of Solids and Structures*, 31 (2), 219-230.
- Jaehong, L., Gürdal, Z., Griffin, O.H., 1995. Postbuckling of laminated composite with delaminations. *AIAA journal*, 33, 359-367.
- Jaehong, L., Gürdal, Z., Griffin, O.H.Jr., 1996. Buckling and postbuckling of circular plates containing concentric penny-shaped delaminations. *Computers & Structures*, 58 (5), 1045-1054
- Jam, J. E., Kia, S. M., Pour, A. G. and Emdadi, M., 2011. Elastic buckling of circular annular plate reinforced with carbon nanotubes. *Polymer Composites*. 32 (6), 896-903.
- Jones, R.M., Morgan, H.S., Whitney J. M., 1973. Buckling and Vibration of Antisymmetrically Laminated Angle-Ply Rectangular Plates *J. Appl. Mech.*, 40, (4), 1143.
- Kardomateas, G.A., 1993. Buckling of thick orthotropic cylindrical shells under external pressure. *J. of applied mechanics*, 60 (1), 195-202.
- Kim K. D., 1996. Buckling behaviour of composite panels using the finite element method, *Composite Structures*. 36 (1-2), Pages 33-43.
- Kosel , F. and Jin, C., 1997. Buckling Of A Thin Annular Plate Subjected To Two Opposite Locally Acting Pressures And Supported At Two Opposite Points. *International Journal of Mechanical Sciences*, 39 (12), 1325-1343.
- Kosel, F., Bremec, B., 2004. Elastoplastic buckling of circular annular plates under uniform in-plane loading. *Thin-Walled Structures*, 42(1), 101-117.
- Kouchakzadeh, M.A. and Sekine, H., 2000. Compressive buckling analysis of rectangular composite laminates containing multiple delaminations. *Composite Structures*, 50 (3), 249-255.
- Laura, P.A.A., Gutierrez, R.H., Sonzognit, V., Idelsohn, S., 1997. Buckling of Circular, Annular Plates of Nonuniform Thickness. *Ocean Engng*, 24 (1), 51.

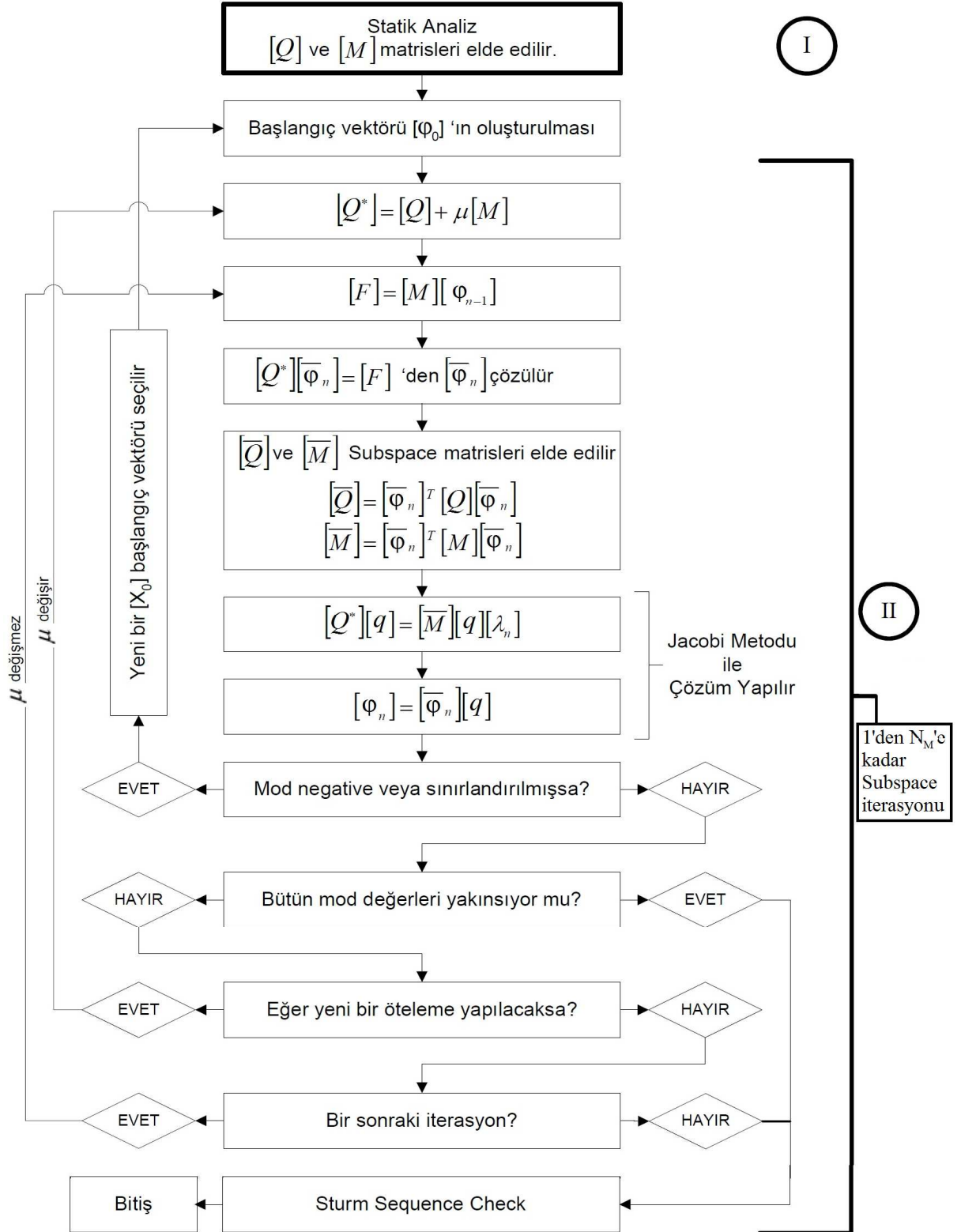
- Lee K J., 1992. Buckling analysis of orthotropic plates using a finite element method of assumed displacement functions. *Computers & Structures*, 42 (2), 159-166.
- Lee, J., Griffin, O.H.J., Gürdal, Z., 1995. Buckling and postbuckling of circular plates containing concentric penny-shaped delaminations. *Computers & Structures*, 56 (6), 1053-1063.
- Li, S. and Reid, S.R., 1992. On the symmetry conditions for laminated fibre-reinforced composite structures. *International Journal of Solids and Structures*, 29 (23), 2867-2880.
- Li, X.Y., Ding, H.J., Chen, W.Q., 2008. Elasticity solutions for a transversely isotropic functionally graded circular plate subject to an axisymmetric transverse load q_{rk} . *International Journal of Solids and Structures*, 45 (1), 191-210.
- Libove, C., 1983. Buckle Pattern of Biaxially Compressed Simply Supported Orthotropic Rectangular Plates. *Journal of Composite Materials*, 17 (1), 45-48.
- Lin, C-C., Kuo, C-S, 1989. Buckling of Laminated Plates with Holes *Journal of Composite Materials*. 23 (6), 536-553.
- Luo, H., Pozrikidis, C., 2008. Buckling of a Circular Plate Resting Over an Elastic Foundation in Simple Shear Flow. *Jurnal of applied mechanics*, 75, 051007.
- Ma, L.S., Zhao, Y.G., Yang, J.N., 2006. Post-buckling of a functionally graded circular plate subjected to radial compression. *Journal of Lanzhou University of Technology*. 32 (4), 158-161. (makale yok)
- Naganarayana, B.P. and Atluri, S.N., 1995. Strength reduction and delamination growth in thin and thick composite plates under compressive loading. *Computational Mechanics*, 16 (3), 170-189.
- Özdemir, A., 2006. Seramik Malzemelerin Kirilma Tokluğu Değerlerinin İnüç Boyutlu Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Teorik Olarak Belirlenmesi, Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- Öztürk, A.U., 2009. Sandviç Kompozitlerde “Balpeteği” Yapısının Optimizasyonu. Bitirme tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- Pegg, N.G., 1992. A numerical study of dynamic pulse buckling of ring-stiffened cylinders. *Computers & Structures*, 44 (6), 1205-1214.
- Pegg, N.G., 1992. An investigation of dynamic pulse buckling of thick rings. *J. Of applied mechanics*, 59, 615-621.
- Pierson, JK., 1994. Delamination Buckling In Circular Plates. *Thin-Walled Structures*, 18 (2), 161-175
- Przemieniecki, J. S., 1973. Finite Element Structural Analysis of Local Instability. *AIAA Journal*, 11 (1), 33-39.
- Ram, K.S.Sai and Babu, S.T., 2002. Buckling of laminated composite shells under transverse load. *Composite Structures*, 55 (2), 157-168.
- Ritchie, D. and Rhodes, J., 1975. Buckling and post-buckling behaviour of plates with holes. *Aeronautical Quarterly*, 26, 281-296.
- Salim, S., Iyengar, N.G.R., Yadav, D., 1998. Buckling Of Laminated Plates with Random Material Characteristics. *Applied Composite Materials*, 5 (1), 1-9.
- Sayman, O., 1998. Elasto-plastic stress analysis in stainless steel fiber reinforced aluminum metal matrix laminated plates loaded transversely. *Composite Structures*, 43 (2), 147-154.

- Schlack, A.L., 1964. Elastic stability of pierced square plates Ritz energy procedure is applied to determine the critical edge displacement of a simply supported pierced plate under uniform edge displacements. *Experimental Mechanics*, 4 (6), 167-172.
- Seifi, R., Khoda-yari, N., Hosseini, H., 2011. Study of critical buckling loads and modes of cross-ply laminated annular plates. *Composites Part B: Engineering*, In Press, Corrected Proof-10.1016/j.compositesb.2011.08.051, 1359-8368.
- Solmaz, M.Y., Kaman, M.O., Turan, K., Turgut, A., 2009. Fiber Takviye Açısının Tabakalı Kompozit Levhaların Kritik Burkulma Yüküne Etkisi, XVI. Ulusal Mekanik Kongresi, Kayseri, 1001-1010.
- Stavsky, Y. and Friedland, S., 1971. Buckling of composite circular plates under radial compression, *Acta Mechanica*, 11 (1-2), 87-98.
- Stavsky, Y., 1975. Thermoelastic stability of laminated orthotropic circular plates. *Acta Mechanica*, 22 (1-2), 31-51.
- Su, Y.H. and Spearing, S.M., 2004. Nonlinear buckling of microfabricated thin annular plates. *Thin-Walled Structures*, 42 (11), 1543-1565.
- Timoshenko, S.P., Gere, J.M., 1961. Bending of thin plates. *Theory of Elastic Stability*, Chapter 8-9, New York, McGraw- Hill Book Company, 319-393
- Tung, I. K. and Sunderas, J., 1987. Buckling of rectangular orthotropic plates under biaxial loading. *J. of composite material*, 21, 124-128.
- Ural, T., 2002. Köşeleri Dairesel Çentikli Tabakalı kompozit Plaklarda Burkulma Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Ural, T., 2009. Silindirik kompozit kablarn burkulma analizi. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- VanDen Brink, D.J., Kamat, M.P., 1985. Post-buckling response of isotropic and laminated composites square plates with circular holes. In. *proc. mt. conf. composite material*, San Diego, California, 1393-1409
- Ventsel, E., Krauthammer, T., 2001. *Thin Plates. Thin Plates and Shells Theory, Analysis, and Applications, Part I 1-8*, New York-Basel, Marcel Dekker Inc., 13-269
- Wang, J.S. and Chan, W.S., 1996. Effects of buckling load of rod pack laminates due to defects. *Annual forum proceedings, American helicopter society*, 2, 919-926.
- Wang, C.-M., Lee, K.-H., 1998. Buckling Load Relationship between Red& and Kirchhoff Circular Plates. *Journal of the Franklin Institute*, 335 (6), 989-995.
- Wang, C.M., Xiang, Y., Chakrabarty, J., 2001. Elastic/plastic buckling of thick plates, *International Journal of Solids and Structures*. 38 (48-49), 8617-8640.
- Wang, C.M., Wang, C. Y., Reddy, J. N., 2005. *Buckling of Plates. Exact Solutions For Buckling Of Structural Members*, Chapter 4, Boca Raton-Florida, CRC Press LL
- Whitney, J.M. and Pogano, N.J., 1970. Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates. *J. of applied mechanics*, 59, 1031-1036.
- Whitney, J.M., 1970. The Effect of Boundary Conditions on the Response of Laminated Composites. *Journal of Composite Materials*, 4 (2), 192-203.
- Whitney, J.M., 1973. Shear correction factors for orthotropic laminates under static load. *J. of applied mechanics*, 69, 302-304.
- www.bidem-cae.blogspot.com/2009/08/sonlu-elemanlar-analizi-tabitta.html
- www.biymed.com/femmuh/analiz/fem/seynedir.htm

- Yağcı, E., 2007. Tabakalı Kompozit İnce Plakların Plak Düzlemine Dik Yükleme Etkisi Altındaki Eğilme Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana
- Yettram, A.L. and Brown, C.J., 1986. The elastic stability of square perforated plates under bi-axial loading, *Computers & Structures*, 22 (4), 589-594.
- Yıldız, Y.O. ve Günay, E., 2007. Berkitmeli İzotropik İnce Plakların Sonlu Elemanlar Metodu İle Stabilitate Analizi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 23 (1-2), 171-187.
- Yılmazoğlu, Ü., 2004. Kompozit Malzemelerin Elasto-Plastik Davranışının İncelenmesi, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü, İzmir
- Zhen, W. and Wanji, C., 2007. Buckling analysis of angle-ply composite and sandwich plates by combination of geometric stiffness matrix. *Comput. Mech.*, 39, 839-848
- Zhou, H. and Liu, D., 1991. Mechanical analysis of the elastic buckling of an orthogonal anisotropic circular conical shell under uniform external pressure. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 48 (1), 111-122.
- Zhu, E., Mandal, P., Calladine, C.R., 2002. Buckling of thin cylindrical shells: an attempt to resolve a paradox. *International Journal of Mechanical Sciences*, 44 (8), 1583-1601.
- Zor, M., Çallıoğlu, H., Akbulut, H., 2002. Three-dimensional Buckling Analysis of Thermoplastic Composite Laminated Plates with Single Vertical or Horizontal Strip Delamination. *J.Themoplastic Comp. Materials*, 17, 557-568.

EKLER**EK-1 ANSYS Çözümleme Aşamaları (Yıldız ve Günay 2007).**

EK-2 Özdeğer probleminin sayısal çözümünün akış şeması (Yıldız ve Günay 2007).



ÖZGEÇMİŞ

1985 yılında İstanbul'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Erzurum'un Çat ilçesinde tamamladı. Lise öğrenimini 2002 yılında tamamladı. 2002 yılında Atatürk Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünü kazandı ve 2006 yılında Makine Mühendisi unvanı ile mezun oldu. 2007 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim dalı, Mekanik bilim dalında yüksek lisans öğrenimine başladı.

2006 yılından beri Erzurum'da özel sektörde çeşitli şirketlerde çalıştı. Halen özel sektörde Makine Mühendisi olarak çalışmaktadır.