

**T.C
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**

**İKİ ALT ÖRGÜLÜ SPİN-2 BLUME-EMERY-GRIFFITHS
MODELİNİN BETHE KAFESİ ÜZERİNDE DIŞ MANYETİK ALAN
VARLIĞINDA VE YOKLUĞUNDA FAZ DİYAGRAMLARININ
ELDE EDİLMESİ**

Tezi Hazırlayan

Derya Şen AYHAN

Tezi Yöneten

Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Haziran 2012

KAYSERİ

**T.C
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**

**İKİ ALT ÖRGÜLÜ SPİN-2 BLUME-EMERY-GRIFFITHS
MODELİNİN BETHE KAFESİ ÜZERİNDE DIŞ MANYETİK ALAN
VARLIĞINDA VE YOKLUĞUNDA FAZ DİYAGRAMLARININ
ELDE EDİLMESİ**

Tezi Hazırlayan

DERYA ŞEN AYHAN

Tezi Yöneten

Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**Bu çalışma, Erciyes Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından
FBY-10-3382 Kodlu Proje ile desteklenmiştir.**

Haziran 2012

KAYSERİ

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.

Derya Şen AYHAN

İmza :



YÖNERGEYE UYGUNLUK

“İki Alt Örgülü Spin-2 Blume-Emery-Griffiths Modelinin Bethe Kafesi Üzerinde Dış Manyetik Alan Varlığında Ve Yokluğunda Faz Diyagramlarının Elde Edilmesi” adlı Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi’ne uygun olarak hazırlanmıştır.



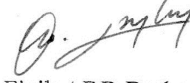
Tezi Hazırlayan

Derya Şen AYHAN



Danışman

Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ



Fizik ABD Başkanı ✓.

Prof. Dr. Mehmet AKKURT

Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ danışmanlığında **Derya Şen AYHAN** tarafından hazırlanan “**İki Alt Örgülü Spin-2 Blume-Emery-Griffiths Modelinin Bethe Kafesi Üzerinde Dış Manyetik Alan Varlığında ve Yokluğunda Faz Diyagramlarının Elde Edilmesi**” adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Fizik** Anabilim Dalında **Yüksek Lisans** tezi olarak kabul edilmiştir.

13.06.2012

JÜRİ:

Başkan: Doç. Dr. Osman CANKO

Üye : Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ

Üye :Yrd. Doç. Dr. Ferhat TAŞKIN

(Handwritten signatures in blue ink)
 O. Canko
 A. Erdinc
 F. Taskin

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulunun 26/06/2012 tarih ve 2012/27-02 sayılı kararı ile onaylanmıştır.

(Circular stamp of the Institute of Physics, Erciyes University)
26/06/2012
(Handwritten signature in blue ink)
Prof. Dr. Necmettin MARAŞLI
 Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışma konusunu bana veren, çalıŐmalarım boyunca bilgi, deneyim ve tecrübesiyle bana her konuda destek olan değerli hocam, Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ Bey'e teŐekkürü bir borç bilir, minnet ve Őükranlarımı sunarım. Bilgisayar programlarının hazırlanmasında yardımlarıyla bana destek olan Erciyes Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü Öğretim Üyesi Doç. Dr. Osman CANKO'ya teşekkür ederim.

**İKİ ALT ÖRGÜLÜ SPİN-2 BLUME-EMERY-GRIFFITHS(BEG) MODELİNİN
BETHE KAFESİ ÜZERİNDE DIŞ MANYETİK ALAN VARLIĞINDA VE
YOKLUĞUNDA FAZ DİYAGRAMLARININ ELDE EDİLMESİ**

Derya Şen AYHAN

Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimler Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi, Haziran 2012

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ

ÖZET

Bu tez çalışmasında spin-2 Blume-Emery-Griffiths (BEG) modeli tekrarlılama bağıntıları kullanılarak iki alt örgülü Bethe kafesi üzerinde incelendi. Dış manyetik alan varlığında ve yokluğunda modelin ferromanyetik ve antiferromanyetik özellikleri, koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için inceleyerek sistemin faz dönüşümleri kapsamlıca elde edildi. Merkezi spin-2 alınarak serbest enerji, düzen parametreleri ve Curie sıcaklığı için kesin ifadeler elde edildi. Daha sonra manyetik alanın varlığında ve yokluğunda düzen parametrelerinin sıcaklıkla ve manyetik alanla değişimleri kapsamlıca incelendi. Sistemin faz diyagramları en yakın komşu sayısı (koordinasyon sayısı) $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için $(J- kT)$, $(D/IJ- kT/IJ)$, $(H/IJ-kT/IJ)$ ve $(K/IJ-kT/IJ)$ düzlemlerinde elde edildi. Diğer taraftan birinci ve ikinci derece faz dönüşümünün yanı sıra $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için üçlü kritik noktalar bulundu.

Anahtar Sözcükler: Spin-2 BEG modeli, Bethe Kafesi, düzen parametreleri, faz diyagramları, ferromanyetik ve antiferromanyetik fazlar

**THE OBTAINING OF THE PHASE DIAGRAMS TWO SUBLATTICE SPIN-2
BLUME- EMERY-GRIFFITHS (BEG) MODEL ON BETHE LATTICE AT
MAGNETIC FIELD AND ABSENCE MAGNETIC FIELD**

Derya Şen AYHAN

Eciyes Univesity, Graduate School of Natural and Applied Sciences

M. Sc. Thesis, June 2012

Thesis Supervisor: Doç. Dr. Ahmet ERDİNÇ

ABSTRACT

In this thesis study, spin-2 Blume-Emery-Griffiths (BEG) model has been examined on two sub-lattice Bethe lattice by using recurrence relations. In the presence and absence of an external magnetic field, by analyzing ferromagnetic and antiferromagnetic properties of model coordination numbers $q=3$, $q=4$ and $q=6$, the phase transition of system were obtained comprehensively. The exact expressions for free energy, the order parameters and Curie temperature were obtained by using center based on spin-2. Then, the variation of order parameters with temperature and the magnetic field in the presence and absence of magnetic field were examined comprehensively. The phase diagrams for the system of coordination numbers, $q=3$, $q=4$ and $q=6$ on the $(J- kT)$, $(J- kT)$, $(D/|J|-kT/|J|)$, $(H/|J|-kT/|J|)$ and $(K/|J|-kT/|J|)$ planes was obtained. On the other hand, first and second-order phase transition $q=3$, $q=4$ and $q=6$, and also the tricritical points were found.

Keywords; Spin-2 BEG model, Bethe lattice, order parameters, phase diagrams, ferromagnetic and antiferromagnetic phases

İÇİNDEKİLER

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	i
YÖNERGEYE UYGUNLUK.....	ii
KABUL VE ONAY SAYFASI	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR VE SİMGELER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
GİRİŞ	1
1.BÖLÜM.....	3
ISING MODELLERİ	3
1.1. Ising Modelleri	3
1.2.Bethe Kafesi	7
2. BÖLÜM.....	9
MODELİN DENGE DAVRANIŞININ İNCELENMESİ	9
3.BÖLÜM.....	23
3.1. Düzen Parametrelerinin Sıcaklığa Göre Değişimi	23
3.2. Sistemin Faz Diyagramları.....	25
4. BÖLÜM.....	44
TARTIŞMA- SONUÇLAR VE ÖNERİLER	44
KAYNAKLAR	45
ÖZGEÇMİŞ.....	52

KISALTMALAR VE SİMGELER

T_c:	İkinci Derece Faz Dönüşüm Sıcaklığı
T_t:	Birinci Derece Faz Dönüşüm Sıcaklığı
M:	Manyetizasyon
Q:	Kuadropol Moment
H:	Dış Manyetik Alan
K:	Boltzman Sabiti
Z:	Bölüşüm Fonksiyonu
T:	Mutlak Sıcaklık
B:	$1/kT$
BC:	Blume- Capel model
BEG:	Blume-Emery-Griffiths
q:	Koordinasyon Sayısı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. $M_A, M_B -kT$ düzleminde birinci derece faz geçiş grafiği	23
Şekil 3.2. $M_A, M_B -kT$ düzleminde ikinci derece faz geçiş grafiği	24
Şekil 3.3. $M_A- M_B$ 'nin sıcaklığa göre değişim grafiği	24
Şekil 3.4. Koordinasyon sayısı $q=4$ ve değişik kristal alan değerleri; a) $D=1$, b) $D= -1$ ve c) $D= -2$ için faz diyagramlarının ($J- kT$) düzleminde gösterimi	26
Şekil 3.5. Koordinasyon sayısı $q=4$, $K= -1$, $H=0$ iken $D=-1$ ve $D= 0$ için faz diyagramlarının ($J- kT$) düzleminde faz diyagramları	27
Şekil 3.6. Koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$, $q=6$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	28
Şekil 3.7. Koordinasyon sayısı $q=3$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	29
Şekil 3.8. Koordinasyon sayısı $q=3$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=-1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	29
Şekil 3.9. Koordinasyon sayısı $q=4$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	30
Şekil 3.10. Koordinasyon sayısı $q=4$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=-1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	30
Şekil 3.11. Koordinasyon sayısı $q=6$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	31
Şekil 3.12. Koordinasyon sayısı $q=6$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=-1$ için ($D/ J -kT/ J $) grafiği	31
Şekil 3.13. Koordinasyon sayısı $q=3$, $K=0$ $J=-1$ a) $D=-1.48$ b) $D=-1.5$ için ($H/ J kT/ J $) faz diyagramı	35
Şekil 3.14. Koordinasyon sayısı $q=3$, $K=0$ $J=-1$, a) $D=-1.55$ b) $D=-2.2$ için ($H-kT$) faz diyagramı	36

Şekil 3.15. Koordinasyon sayısı $q=4$, $K=0$ $J=-1$, a) $D=-2.2$ b) $D=-2$ için $(H/ J -kT/ J)$ faz diyagramı	37
Şekil 3.16. Koordinasyon sayısı $q=6$, $K=0$ $J=-1$, a) $D=-3.03$ b) $D=-3$ için $(H/ J -kT/ J)$ faz diyagramı.....	38
Şekil 3.17. Koordinasyon sayısı $q=6$, $K=0$ $J=-1$, $D=-2.98$ için $(H/ J -kT/ J)$ faz diyagramı.....	39
Şekil 3.18 Koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=0$, $J=1$ ve $K=-1$ değerlerinde $(H/ J kT/ J)$ faz diyagramı	39
Şekil 3.19. Koordinasyon sayısı $q=4$, $D=0$, $J=1$ ve $K=-0.5$ için $(H/ J -kT/ J)$ faz diyagramı	40
Şekil 3.20. Koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=-1.5$, $J=1.5$ ve $H=0$ değerlerinde $(K/ J -kT/ J)$ faz diyagramı.....	41
Şekil 3.21. Koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=1.5$, $J=1.5$ ve $H=0$ değerlerinde $(K/ J -kT/ J)$ faz diyagramı.....	41
Şekil 3.22. Koordinasyon sayısı $q=4$, $D=-2.0$, $J=-1.0$ ve $T=0.5$ için $(M_A, M_B-H/ J)$ düzen parametresi.....	42
Şekil 3.23. Koordinasyon sayısı $q=3$, $D=-2.2$, $J=-1.0$ ve $T=0.25$ için $(M_A, M_B-H/ J)$ düzen parametresi	43

GİRİŞ

Maddelerin katı, sıvı, gaz ve plazma durumları olmak üzere dört farklı fazları vardır. Plazma, pozitif ve negatif iyonların eşit miktarda ve bu iyonlardan birinin hareketli olduğu durumdur. Amorf maddeler hariç maddeler düzenli kristal yapıya sahiptir. Katıların molekülleri sıcaklık artışı ile düzenli durumdan düzensiz duruma, moleküller arası ortalama uzaklıkla karşılaştırılacak kadar büyük genliklerle titreşim yaparak geçmeye başlarlar. Bu geçiş sırasında moleküller, komşu moleküllerle etkileşerek onların düzenli durumdan çıkmalarını kolaylaştırır. Düzenli durumdan düzensiz duruma geçiş belli sıcaklıkta gerçekleşir ve bu sıcaklığa faz geçiş sıcaklığı denir.

Katıhal fiziğinin önemli konusundan biri de manyetizmadır. Manyetizma hakkındaki ilk bilgiler M.Ö. 600'lü yıllardan öncesine dayanmasına rağmen bilim adamları ancak 20. yüzyılda manyetizmayı anlamaya başlamışlardır. Manyetizma terimi, malzemenin manyetik fazını ya da durumunu inceler bunun için, dışarıdan bir manyetik alan uygulanır ve malzemenin mikroskobik seviyede verdiği tepkiye bakılır. Tüm malzemeler manyetik alandan az ya da çok etkilenirler. Manyetik alan tarafından çekilen malzemelere paramanyetik, itilen malzemelere de diamanyetik malzeme denir. Manyetizmanın en çok bilinen biçimlerinden birisi olan ferromanyetik malzemeler kendi kalıcı manyetik alanını üretirler. Diğer malzemeler ise manyetik alanla çok daha karmaşık ilişkiye sahiptirler. Manyetik alandan ihmal edilecek derecede etkilenen malzemelere ise manyetik olmayan malzemeler denir. Sıcaklık, basınç ve uygulanan manyetik alan gibi değişkenler malzemenin manyetik fazını etkiler. Fransız bilim adamları Pierre Curie ve Pierre Weiss tarafından yapılan çalışmalar manyetik olayların anlaşılmasını sağlamıştır. Curie, sıcaklığın manyetik malzeme üzerindeki etkisini incelemiş ve manyetizmanın demir, nikel gibi malzemelerde belirli bir sıcaklığın (Curie sıcaklığı, T_c) üstünde aniden kaybolduğunu görmüştür. Weiss ise manyetik malzemedeki mikro mıknatısların kendi kendine yönelmiş olduğu ortalama manyetizasyonla orantılı bir moleküler alana dayanan bir manyetizma teorisi önermiştir.

demir ve nikel gibi bazı metaller, manyetik alan yokken dahi manyetik momente sahiptirler. Sürekli manyetik momentin meydana gelmesi, elektronların spinleriyle manyetik momentin uyumlu olduğunu gösterir. Bir dış manyetik alan yok iken maddelerin mıknatıslanmaya sahip olma özelliğine kendiliğinden mıknatıslanma denir. Bu özellik sıcaklık ile değişir. Mutlak sıfır sıcaklığında en büyük değerini alırken sıcaklığın yükselmesiyle azalır ve Curie sıcaklığında sıfır olur. Curie sıcaklığın üstünde spinler rastgele yönelmişlerdir ve bu tür madde manyetik olarak düzensiz durumdadır. Curie sıcaklığın altında ise spinler gelişmiş güzel değil, belirli bir yönelmeye sahiptirler ve madde manyetik olarak düzenli durumdadır. Dolayısıyla Curie sıcaklığının üstünde düzensiz olan madde, bu sıcaklığın altında düzenlidir. Ayrıca sistem iki alt örgüye sahipse ve her bir alt örgünün manyetizasyonu birbirine eşit ve antipararel olduğunda sistem antiferromanyetik düzene sahiptir ve antiferromanyetik düzenden paramanyetik yani düzensiz duruma geçiş belli bir sıcaklıkta olur ve bu sıcaklığa Neel sıcaklığı (T_N) denir.

Ising modellerinin gelişmesiyle birlikte ince filmler, çok tabakalı yapılar ve buna benzer manyetik sistemler de modern fizikteki yerini almıştır. Çünkü bu malzemeler farklı manyetik maddelerin yapılandırılmasıyla, yeni manyetik maddelerin sentezlenmesi, düzeltilmesi ve bilgi depolaması gibi çeşitli uygulama alanlarında, teknolojik avantajlar sağlamaktadır [1, 2]. Bu malzemelere manyeto-rezistans[3, 4], yüzey manyetik anizotropisi [5], manyeto-elastik [6, 7] etkileşim ve gelişmiş yüzey manyetik momenti [8, 9] örnek olarak verilebilir.

BÖLÜM 1

ISING MODELLERİ

1.1. Ising Modelleri

Ising modeli ferromanyetik maddelerin fiziksel özelliklerini incelemek için geliştirilen bir modeldir. Model basit olmasına rağmen kooperatif olayları incelemede yoğun olarak kullanılmakta ve başarılı sonuçlar vermektedir.

Ising modelifizikçiWilhelmLenz tarafından ortaya konulmuş ve öğrencisi Ernest Ising'e bir problem olarak vermiştir. Bundan sonra modelin adı Ising modeli olarak ortaya atılmış daha sonra model Ising modeli olarak adlandırılmıştır. Özel olarak bilinear (J), kristal alan (D) etkileşime hamiltonyenlispin-1 Ising modeli Blume ve Capel modeli olarak adlandırıldı [10].Ising, spin-1/2 Ising modelinin tek boyuttaki çözümünü yapmış fakat faz dönüşümünü bulamamıştır. Daha sonra, Onsager tarafından iki boyutta kare kafes üzerinde çözülmüştür ve manyetik alan yokluğunda analitik faz geçiş sıcaklığı tam olarak vermiştir [2]. Model iki boyutta faz geçişini vermiştir. En basit Ising modeli spin-1/2 Ising modelidir. Bu model istatistik fizikte en fazla çalışılan konulardan biridir. Spin-1/2 Ising modeli, iki durumlu ve tek düzen parametrelili bir sistem olup yoğunluk, yoğunlaşma, manyetizasyon, kristalografik düzen parametresi, elektrik polarizasyon, ikili-üçlü sıvı ve gaz karışımlarının faz dönüşümleri, gazların soğurulması, akışkan konsantrasyonu, ikili alaşımlardaki düzenli ve düzensiz faz geçişleri vb. birçok fiziksel olayın termodinamik davranışlarını açıklamaktadır.

Örgü noktasındaki her bir spin manyetik moment diye adlandırılan küçük bir mıknatıs, ya + veya – doğrultuda olmalıdır. Bu ise spin yukarı ve spin aşağı diye düşünülür. Yukarıda verilen fiziksel olay iki durum ve tek düzen parametresi ile karakterize edilir, çünkü spin 1/2 modeli iki durumlu tek düzen parametrelili bir sistemdir. Çoğu fiziksel sistemler tek düzen parametresiyle incelenemez en az üç durum ve iki düzen parametresi kullanılarak açıklanabilir. Bu modele en güzel örnek spin-1 Ising modelidir.

Spin-1 Ising modeli üç durumlu ve iki düzen parametrelili bir sistemdir. Hamiltonyendeki etkileşim parametrelerine göre Ising modeli çeşitli isimler alır. Bu modellerden Blume-Capel (BC) modeli sadece bilineer (J) ve kristal alan (D) etkileşim parametrelerini dâhil eden bir Hamiltonyene sahiptir. Bu model Blume [10] ve Capel [10, 11] tarafından birbirinden bağımsız olarak ileri sürülmüştür. Blume, UO_2 molekülünde birinci derece faz geçişini açıklayabilmek için bu modeli geliştirmiştir. Capel, S düzen parametresinin sıcaklığa bağlılığını moleküler alan yaklaşımıyla incelemiş, kararlı-kararsız çözümleri ve denge faz diyagramını elde etmiştir. Diğer taraftan bilineer (J), bikuadratik (K) ve kristal alan (D) etkileşim parametrelili Hamiltonyen Blume-Emery-Griffiths (BEG) [12] veya spin-1 BEG modeli olarak adlandırılır. BEG modeli Blume, Emery ve Griffiths tarafından $He^3 - He^4$ karışımlarının termodinamik davranışlarını incelemek için geliştirildi. Model faz ayrışması ve ikili alaşımlar ferromanyetizma [13, 14], sıvı karışımlar, katı-sıvı-gaz karışımlar, sıvı kristal karışımlar, mikroemülsiyonlar [15], re-entrant olaylar, donma, faz dönüşümleri, manyetik düzenlilik, düzenli ve düzensiz geçişler, yarı kararlı ve kararsız durumlar gibi birçok fiziksel kooperatif olayların termodinamik davranışları bu model kullanılarak açıklanmıştır. Spin-1 BEG modelinin dengeli durum davranışlarının incelenmesinde; kapalı form yaklaşım metotları (Bragg-Williams yaklaşımı, moleküler (ortalama) alan teorisi, Bethe-Peierls yaklaşımı, sabit-çiftlenim yaklaşımı, kümesel değişim metodu), renormalizasyon grup metodu, Monte-Carlo metodu, transfer matris metodu, etkin alan teorisi, seriye açma metodu, vb. birçok farklı metot kullanılmıştır. Modelin dengesiz durum davranışlarının yani dinamik davranışlarının incelenmesinde ise, Glauber tipi dinamik, yol ihtimaliyet metodu, gerçek uzay renormalizasyon grup metodu, zamana bağlı Landau-Ginzburg metodu ve tersinmez termodinamiğin Onsager teorisi kullanılmıştır.

$DyVO_4$ (dysprosium vanadate) molekülü gibi sistemlerin incelenmesinde iki düzen parametrelili ve dört durumlu sistemler kullanılır. Bu sistemlere spin-3/2 Ising modeli karşılık gelir. Spin-3/2 Ising modeli zengin faz geçişlerine ve ilginç termodinamik davranışlara sahiptir.

Spin-2 Ising modeli ise beş durumlu ve dört düzen parametrelili bir sistemdir. Oldukça zengin faz diyagramları, veren bu model üzerindeki çalışmalar artmaya başlamıştır.

Fe^{+2} elementi beş durumlu bir sisteme örnektir. Bu tür sistemler spin-2 Ising modeli ile incelenmektedir.

Ising modeli, tek tip spin sistemleri dışında karma spin sistemlerinde de kullanılmıştır. İki alt örgülü karma spin Ising ferromanyetik ($J>0$) veya Ising antiferromanyetik ($J<0$) sistemleri zengin faz diyagramları vermektedir. Yarım sayılı ve tam sayılı karma spin, spin-1 ve spin-1/2 Ising sistemi, spin-1 ve spin-3/2 Ising sistemi, spin-2 ve spin-1/2 Ising sistemi, spin-2 ve spin-5/2 Ising sistemi üzerinde mevcut çalışmalar bulunmaktadır.

Saul, Wortis ve Stauffer [16] BC modelini yüksek sıcaklıkta seriye açma metodu ile fcc örgü için incelemişler ve üçlü kritik nokta üzerinde kapsamlıca durmuşlardır. Ayrıca modelin manyetik alan varlığında ve yokluğunda oluşan birinci ve ikinci derece faz dönüşümlerini elde ederek sonuçların karşılaştırmasını yapmışlardır. Jain ve Landua [17], fcc örgü için Monte Carlo metoduyla elde edilen faz diyagramlarının karşılaştırmasını yapmışlardır. Jain ve Landua [17] diğer metotlarla da çalışarak özellikle renormalizasyon grup metodu ve moleküler alan yaklaşımı ile karşılaştırma yaparak düzen parametrelerinin sıcaklıkla değişimi incelemişlerdir. Burkhardt [18], modeli renormalizasyon grup metodu ile incelemiş ve faz diyagramlarını elde ederek, ortalama alan ve Monte-Carlo metoduyla bulunduğu sonuçlarla karşılaştırmıştır. Hu ve Kleban [19], modeli renormalizasyon grup metoduyla incelemiş diğer metotlarla elde edilen faz diyagramları ile karşılaştırmıştır. Tamura ve Kaneyoshi [20], modeli etkin alan teorisiyle inceleyerek ikinci derece faz dönüşümünü elde etmişlerdir. Kimel, Black ve Carter [21], iki boyutta antiferromanyetik durumu incelemek için modeli Monte Carlo tekniğiyle birinci ve ikinci derece dönüşümünü elde etmiş ve ortalama alan teorisiyle elde ettiği sonuçlarla karşılaştırmıştır. Chakraborty [22], koherent anomaly method (CAM) ile modeli inceleyerek faz diyagramlarını elde etmiştir. Iwashita ve arkadaşları [23], Spin-2 BEG modelini Monte Carlo metoduyla incelemiş ve faz diyagramlarını elde etmiştir. Ayrıca sistemin iki boyutlu kare örgüde, J/K ve D/J parametrelerinin değişen değerlerinde faz diyagramlarını elde edip sonuçları karşılaştırmışlardır. Kaneyoshi ve Benyoussef [24] model için paramanyetik alınganlığın sıcaklığa göre değişimini inceleyerek faz diyagramlarını elde etmiştir.

Diğer taraftan Hamiltonyende, $K \neq 0$ ve $H=0$ alınırsa model Blume-Emery-Griffiths (BEG) modeli olarak adlandırılır. He^3-He^4 karışımlarının termodinamik davranışını incelemek için geliştirilen BEG modeli daha sonra araştırmacıların dikkatini çekmiş ve

birçok fiziksel olayların termodinamik davranışını incelemek için değişik metotlar kullanarak bu modelleme yapılmıştır. Modelin dengeli durum davranışı, ikili bir sıvıdaki faz ayrışması ile yoğunlaşması ve ayrıca ikili bir sıvının davranışı moleküler alan yaklaşımıyla Lajzerowicz ve Sivardiere [25, 26, 27] tarafından spin-1 örgü gaz modeli kullanılarak incelenmiştir. Diğer taraftan sistemde meydana gelen faz dönüşümlerini de vermiştir. Arora ve Landau[28], Tanaka ve Kawabe [29] modeli Monte-Carlo metodu ile incelemiştir. Wang ve Wentworth[30], iki alt örgülü modelin faz diyagramını elde etmek için Monte-Carlo metodunu kullanmıştır. Yine Kaneyoshi ve Wang [31], Wang, Lee ve Kimel [32] Monte-Carlo metodunu kullanarak incelemiştir. Berker ve Wortis [33], Adler ve arkadaşları [34], Bonfim ve Sa-Barreto [35] da modelin renormalizasyon-grup çalışmasını yapmışlardır. Modeli sabit çiftlenim yaklaşımıyla Takahashi ve Tanaka [36] incelemiştir. Chen ve Joseph [37] ile Oitma [38, 39] spin-1 Ising modelini yüksek sıcaklıkta seriye açarak incelemiştir. Keskin ve Özgan [40] yalnız J, K etkileşmeli spin-1 Ising modelini manyetik alan yokluğunda, kararlı ve kararsız ve yarı kararlı durumlarını incelemiştir. Keskin bir dış manyetik alanda [41], Temirci, Kökçe ve Keskin J ve K etkileşmeli parametreleri geometrik ortalama ile birleştirerek [42], ve Keskin ve Aslan dipol ve kuadrupolar momentlerden ileri gelen manyetik alanlar [43, 44] varlığında en düşük kümesel değişim metodu kullanılarak incelemiştir. Keskin ve Erdinç [45] J ve K etkileşmeli Ising modelini bcc yapı için çift yaklaşımı ile denge özelliklerini incelemiştir. Keskin, Ekiz ve Yalçın [46] J, K ve D etkileşmeli BEG modelinin serbest enerji yüzeylerinin kontur haritasını kullanarak özellikle yarı kararlı ve kararsız durumlarını incelemiştir. Ayrıca bu durumların faz dönüşümlerini de kapsamlı bir şekilde incelemiştir. Albayrak ve Keskin [47] tarafından lineer zincir yaklaşımıyla, enine alan varlığında ortalama alan yaklaşımıyla [48], tekrarlama bağıntılarını kullanarak iki katlı Cayley ağacı üzerinde [49] incelemiş ve faz diyagramlarını kapsamlı bir şekilde elde etmişlerdir.

Spin-2 Ising modelleri çeşitli yaklaşım metotlarıyla incelenmiş olup; üçlü kritik noktaya sahip olup olmadığı tartışılmıştır. Renormalizasyongrup tekniği (RG) [50, 51], yüksek sıcaklık seri açılımı [52, 53], Bethe-Peierls (BP) metodu [54, 55], ortalama alan yaklaşımı (MFA) [56, 57], Monte-Carlo (MC) yaklaşımı [58, 59], serbest fermiyon yaklaşımı [60], nümerik transfer matris yöntemi [59, 61], etkin alan teorisi (EFT) [62,

[63], ortalama alan renormalizasyon grup (MFRG) tekniği [64] ve çift yaklaşım kümesel değişim metodu (CVMPA) [65] ile incelenmiştir.

Bunun yanı sıra, Erdinç [66], spin-2 BEG modelinin dış manyetik alan varlığında ve yokluğunda kararlı durum faz diyagramını kapsamlı bir şekilde incelemiştir. Erdinç, Canko ve Albayrak [67], antiferromagnetikspin-2 Blume-Capel Ising modelini Bethe örgüsü üzerinde incelemişlerdir. Faz diyagramlarını elde etmek için, iki alt örgü sisteminde düzen parametrelerin ve magnetizasyonun termal değişimini araştırmışlardır. Sistemin üçlü kritik noktasını, birinci ve ikinci derece faz dönüşümünü ve reentrant davranışını elde ederek sonuçları bulunan diğer sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Ancak spin-2 BEG modelini incelememişler. Spin-1 Ising modeli, karma spin üzerinde çok fazla çalışılmış ancak spin-2 üzerinde yeterli çalışma bulunmamaktadır. Özellikle spin-2 BEG modeli için fazla çalışma yapılmamıştır.

Bu tez çalışmasında spin-2 Blume-Emery-Griffiths (BEG) modeli tekrarlılama bağıntılıları kullanarak iki alt örgülü Bethe kafesi üzerinde incelendi. Dış manyetik alanın varlığında ve yokluğunda modelin ferromanyetik ve antiferromanyetik özelliklerini inceleyerek sistemin geçirdiği faz dönüşümleri kapsamlıca elde edildi.

1.2. Bethe Kafesi

Bethe kafesi (örgüsü), sonsuz bir Cayley ağacıdır [68]. Bir Cayley ağacı oluşturulurken, merkezi bir '0' noktasından başlanır ve '0' noktasına bağlı q tane nokta eklenir. Eklenen bu q nokta takımı birinci kabuk olarak adlandırılır. Daha sonra r. kabukta bir nokta alınır ve noktaya q-1 tane yeni nokta eklenerek üst kabuklar oluşturulur. Bu işlem r. kabuktaki tüm noktalar için yapılır ve tüm bu yeni noktaların oluşturduğu yeni kabuk (r +1)'inci kabuk olarak adlandırılır. Bu şekilde iterasyonel olarak ilerleyerek 2,3,...,n kabukları oluşturulur. r. kabuktaki mevcut nokta sayısı $q(q - 1)^{r-1}$ dir. Grafikteki toplam nokta sayısı ise;

$$\frac{q[(q-1)^n - 1]}{q-2} \quad (2.1)$$

şeklinindedir. n. kabuktaki (dış kabuk) noktalara sınır noktaları denir ve her birinin birer tane komşusu olmasına karşın iç noktaların her birinin q tane komşusu vardır. Bu tarzda bağlantısız bir şekilde oluşturulan grafik, Cayley ağacı olarak adlandırılır.

Bethe kafesi üzerindeki Ising modeli, tam olarak çözülebilen bir modeldir. Modelde en yakın komşu spin etkileşimleri hesaba katılır. Model kare veya kübik örgü üzerinde bir modelin yaklaşık davranışına eşdeğer bir davranış sergiler.

Diğer taraftan modelin bir eksik tarafı, kritik davranışın, örgünün iletkenliğinden çok, koordinasyon sayısına bağlı olmasıdır. Bethe kafesi düzensiz sistemler teorisinde yapay bir matematiksel model olarak bazı teorik teknikler yardımıyla kesin sonuç vermesi açısından oldukça önemlidir. Bu tür örgüleri tanımlamak kolay olmasına rağmen, fiziksel sistemleri tam olarak tanımlamazlar. Yapının geometrik homejenliğini ve her bir tepe uçtan q dalının eşitliğini kurmak için, sonsuz boyutlu normal bir örgüde her bir dalın yeni bir boyut için bir basamak olduğunu düşünmek gerekir.

Bununla birlikte düzensiz sistemler teorisinde karakteristik birçok problem örneğin, perkolasyon, örgü (ağ) iletimi, dallanma ve jel oluşumu, gerçek kristal örgüler üzerinden çok Bethe örgüsü üzerinde daha kolay çözülmüştür. Bethe kafesi sadece Ising modeli ile de sınırlı değildir. Şayet S bir kuantum spin operatörü olarak düşünülürse, Heisenberg ferromanyetlerinin düzenli-düzensiz özellikleri de hesaplanır [69]. Bethe ve benzeri kafesleri bağ açıları ve uzunlukları değiştirilmeksizin sonlu boyuttaki Oklit uzayı içine gömülemezler[70]. Ayrıca Mosseri ve Sadoc [71] eğer Bethe kafesini sabit negatif eğrili (hiperbolik ya da Lobachevsky düzlemi H_2 [72]) iki boyutlu uzaya gömülebilirse, Bethe kafesi sabit bağ açılı ve uzunluklu düzenli kafes olarak düşünebilen bir yapı olacağını ortaya koymuşlardır.

2. BÖLÜM

MODELİN DENGELİ DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

Bu bölümde 2.168. spin-2 BEG modelini Bethe kafesi üzerine uygulayarak düzen parametrelerini, dipol moment ve kuadropol momentleri, serbest enerji denklemi elde edilecek ve Neel sıcaklığı tespit edilecektir.

Bethe kafesi üzerinde spin-2 BEG modelinin dış manyetik alan varlığında Hamiltoniyeni;

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - K \sum_{\langle i=j \rangle} S_i^2 S_j^2 + D \sum_i S_i^2 - H \sum_i S_i \quad (3.1)$$

şeklinde dir. Burada J, K, D, ve H sırasıyla; bilineer etkileşme sabiti, bikuadratik etkileşme sabiti, kristal alan ve uygulanan dış manyetik alandır. S_i , i. konumda bulunan 1. tip spini ve S_j 'de j. konumda bulunan 2. tip spini temsil etmektedir. Yukarıda verilen (3.1) eşitliğinde ki her S_i ve $S_j \pm 2, \pm 1$ ve 0 olmak üzere beş farklı spin değerine sahip olan spin-2'yi temsil etmektedir. Bethe kafesi üzerindeki hesaplamalar tekrarlama bağıntıları kullanılarak yapılır.

Tanım olarak bölüşüm fonksiyonu;

$$Z = \sum_{\{S_i, S_j\}} e^{-\beta H} = \sum_{\{S_i, S_j\}} e^{\beta(U \sum S_i S_j + K \sum S_i S_j - D \sum S_i^2 + H \sum S_i)} = \sum_S P(S_0) \quad (3.2)$$

şeklinde olup, burada $P(S_0)$, spin konfigürasyonu üzerinden normalize olmamış olasılık dağılımıdır.

S_0 ve S_1 değerli spin konfigürasyonu,

$$P(S_0) = e^{\beta(-DS_0^2 + HS_0)} e^{\beta(-DS_1^2 + HS_1)} \prod_{j=1}^{q-1} Q_n(S_1 | S_j) \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir.

Spin(S_1) hariç n alt indisi alt ağacın n tane kabuğa sahip olduğunu yani kökten sınıra kadar n basamak ilerlediğini belirtir. Burada, Bethe kafesi merkezi-spin S_0 konumundan diğer spinlerle bağlantısının kesildiği farz edilirse merkezi-spin konumunda D kristal alan ve dış manyetik alan etkin olacaktır. Burada merkezi-spin ve komşu spinini spin-2 alıyoruz. Merkezi-spin(S_0) ve komşu (S_i)

$$Q_n(S_0|S_i) = \exp[\beta(JS_0S_1 + J\sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j + KS_0^2S_1^2 + K\sum_{\langle i,j \rangle} S_i^2S_j^2 - D\sum_{\langle i \rangle} S_i^2 + H\sum_{\langle i \rangle} S_i)] \times \exp[(JS_1S_2 + J\sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j + KS_1^2S_2^2 + K\sum_{\langle i,j \rangle} S_i^2S_j^2 - D\sum_{\langle i \rangle} S_i^2 + H\sum_{\langle i \rangle} S_i)] \quad (3.4a)$$

$$Q_n(S_0, S_1|S_j) = \exp[\beta(JS_0S_1 + KS_0^2S_1^2)] \times \exp[\beta(JS_1S_2 - S_2^2)] \prod_{j=2}^{q-2} Q_{n-2}(S_2|S_j) \quad (3.4b)$$

şeklinde olup, S_i ve S_j alt ağaçta i. ve j. konumda bulunan spinleri temsil eder. Spin-2'li 1. konum, (S_j), 0 merkezi noktasına komşudur. (3.4) eşitliğindeki ilk toplam (0,1) kenarı hariç alt ağacın bütün kenarları üzerindedir. Buna ek olarak, alt ağacın üsteki alanı, 0 konumuna komşu olan 1 konumundan kesilirse, yine q parçaya ayrılır. Bunlardan biri (0,1) kenarı olup, geri kalanı özdeş dallardır. Bu dalların her biri bir alt ağaçtır, fakat (n-1) tane kabuğa ve (q-1) tane komşuya sahiptir. Bundan dolayı,

$$Q_n(S_0|S_j) = \exp[\beta(JS_0S_1 + KS_0^2S_1^2 - DS_1^2 + HS_1)] \times \prod_{j=1}^{q-1} Q_{n-1}(S_0|S_j) \quad (3.5)$$

şeklinde bir düzenleme yapılabilir. Eğer yukarı alt ağaç, 1 konumuna komşu, spin-2'li 2 konumundan kesilirse, yine parçalara ayrılır. Bunlardan biri (1,2) kenarı olup, geri kalanı (n-1) kabuklu, (q-1) komşulu benzer dallardan oluşur. Bu durumda,

$$Q_{n-1}(S_1|S_j) = \exp[\beta(JS_1S_2 + KS_1^2S_2^2 - DS_2^2 + HS_2)] \times \prod_{m=1}^{q-1} Q_{n-2}(S_j|S_m) \quad (3.6)$$

şeklinde olup, burada S_m ise, yukarı alt ağacın m. dalı üzerindeki tüm spinleri işaret eder.

Bu şekilde Bethe kafesi üzerinden kökten sınıra kadar n basamak ilerlenir (termodinamik limitte $n \rightarrow \infty$). Sonuç olarak, Bethe kafesi öyle bir şekilde kurulmuştur ki, merkezi spin (S_0), spin-2 q tane komşu spin-2 (S_1) 'ye sahiptir bir sonraki kabuk ise q-1 tane komşu spin-2'ye sahiptir.

Merkezi spin S_0 'ın bütün diğer spinler ile olan etkileşimi, aşağıdaki toplam ile verilebilir.

$$g_n(S_0) = \sum_{\{S_1\}} Q_n(S_0|S_1) \quad (3.7)$$

(3.7) ve (3.6) denklemleri birlikte düşünüp, S_1 üzerinden toplamı yazarsak;

$$g_n(S_0) = \sum_{\{S_1\}} \exp[\beta(JS_0S_1 + KS_0^2S_1^2 - DS_1^2 + HS_1)] \times q_{n-1}^{q-1}(S_1) \quad (3.8)$$

şeklini alır. S_0 ve S_1 $\pm 2, \pm 1$ ve 0 olmak üzere beş farklı değer alır. S_0 'ın $+2$ değeri için (3.8)denklemini yeniden yazacak olursak

$$\begin{aligned} g_n(S_0 = +2) &= \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +2) \\ &\quad + \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 \\ &= -2) + \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 \\ &= +1) + \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) + g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) \end{aligned} \quad (3.9)$$

(3.9) denklemindeki $g_{n-1}^{q-1}(S_1)$ değerlerini elde edip, S_1 'in $\pm 2, \pm 1$ ve 0 değerlerini yerine yazarak, 2. örgüdeki etkileşimleri elde edelim;

$S_1 = +2$ değeri için,

$$\begin{aligned} g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +2) &= \exp[\beta(JS_1S_2 + KS_1^2S_2^2 - DS_2^2 + HS_2)] \times g_{n-2}^{q-2}(S_2) g_{n-1}^{q-1}(S_1 = \\ &+2) = \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) + \\ &\quad \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) + \exp[\beta(2J + \\ &4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) + \exp[\beta(-2J + 4K + D - \\ &H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$S_1 = -2$ değeri için,

$$\begin{aligned} g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -2) &= \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\ &\quad + \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\ &\quad + \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\ &\quad + \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$S_1 = +1$ değeri için,

$$\begin{aligned}
g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +1) &= \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \quad (3.12)
\end{aligned}$$

$S_1 = -1$ değeri için,

$$\begin{aligned}
g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) &= \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Son olarak $S_1 = 0$ değeri için,

$$\begin{aligned}
g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) &= \exp[\beta(4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) + \exp[\beta(D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \quad (3.14)
\end{aligned}$$

Elde ettiğimiz $g_{n-1}^{q-1}(S_1)$ değerlerini (3.9) denkleminde yerine yazarsak,

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = +2) &= \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] \{ \exp[\beta(4J + 16K + 4 + 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 \\
&= +2) + \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -2) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +1) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) + g_{n-1}^{q-1}(S_1 \\
&= 0) + \{ \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 \\
&= 0) + \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] \\
&\times \{ \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(0) \} \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] \times \\
&\{ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(0) \} \\
&+ \exp[\beta(4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) + \exp[\beta(D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \quad (3.15)
\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir, elde edilen bu ifade S_0 'ın +2 değeri için 2. örgüdeki etkileşimdir. Şimdi S_0 'ın -2 değeri için 2. örgüdeki etkileşimini elde edelim.

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = -2) &= \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +2) \\
&+ \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -2) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +1) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) + g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) \quad (3.16)
\end{aligned}$$

denklemini elde edilir. Bu denkleminde $g_{n-1}^{q-1}(S_1)$ değerlerini yerine yazalım.

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = -2) &= \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] \\
&\times \{ \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(0) \} \\
&+ \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] \\
&\times \{ \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] \\
&\times \{ \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
&+ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
&+ \exp[\beta(J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
&+ \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] \\
& \times \{ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 \\
& = 0) \} + \exp[\beta(4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) + \exp[\beta(D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \quad (3.17)
\end{aligned}$$

şayet $S_0, +1$ olursa,

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = +1) & = \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +2) \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -2) \\
& + \exp[\beta(J + K + D + H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +1) \\
& + \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) + g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) \quad (3.18)
\end{aligned}$$

(3.18) denkleminde $g_{n-1}^{q-1}(S_1)$ değerlerini yerine yazarsak,

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = +1) & = \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] \\
& \times \{ \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] \\
& \times \{ \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \exp[\beta(J + K + D + H)] \\
& \quad \times \{ \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& \quad + \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& \quad + \exp[\beta(J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& \quad + \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
& + \exp[\beta(-J + K + D - H)] \\
& \times \{ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 \\
& = 0) \} + \exp[\beta(4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) + \exp[\beta(D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \quad (3.19)
\end{aligned}$$

şayet $S_0 = -1$ olursa,

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = -1) &= \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +2) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -2) \\
& + \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +1) \\
& + \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) + g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) \quad (3.20)
\end{aligned}$$

$g_{n-1}^{q-1}(S_1)$ değerlerini yerine yazarsak,

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = -1) &= \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] \\
& \quad \times \{ \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& \quad + \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& \quad + \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& \quad + \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] \\
& \times \{ \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
& + \exp[\beta(-J + K + D + H)] \times \{ \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] \times g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \} \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] \times g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(J + K + D + H)] \times g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 \\
& = 0) \} + \exp[\beta(4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) + \exp[\beta(4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) + \exp[\beta(D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 \\
& = 0) \tag{3.21}
\end{aligned}$$

son olarak S_0 'ın 0 değerini elde edelim.

$$\begin{aligned}
g_n(S_0 = 0) & = \exp[\beta(4D + 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +2) \\
& + \exp[\beta(4D - 2H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -2) + \exp[\beta(D + H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = +1) \\
& + \exp[\beta(D - H)] g_{n-1}^{q-1}(S_1 = -1) + g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) \tag{3.22}
\end{aligned}$$

$g_{n-1}^{q-1}(S_1)$ değerlerini yerine yazarsak,

$$\begin{aligned}
g_{n-1}^{q-1}(S_1 = 0) & = \exp[\beta(4D + 2H)] \times \exp[\beta(4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(-4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \exp[\beta(4D - 2H)] \\
& \times \{ \exp[\beta(-4J + 16K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& + \exp[\beta(4J + 16K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& + \exp[\beta(2J + 4K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(0) \} \\
& + \exp[\beta(D + H)] \times \{ \exp[\beta(2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \} \\
& + \exp[\beta(-2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \} \\
& + \exp[\beta(J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \} \\
& + \exp[\beta(-J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
& + \exp[\beta(D - H)] \\
& \quad \times \{ \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& \quad + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) \\
& \quad + \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) \\
& \quad + \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \} \\
& \quad + \exp[\beta(-2J + 4K + 4D + 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +2) \\
& \quad + \exp[\beta(2J + 4K + 4D - 2H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -2) + \\
& \exp[\beta(-J + K + D + H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = +1) + \exp[\beta(J + K + D - H)] g_{n-2}^{q-2}(S_2 = -1) \\
& + g_{n-2}^{q-2}(S_2 = 0) \tag{3.23}
\end{aligned}$$

Elde edilen bu g_n fonksiyonlarının oranlarından tekrarlama bağıntıları aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$X_n = g_n(+2)/g_n(0), \quad Y_n = g_n(-2)/g_n(0),$$

$$Z_n = g_n(+1)/g_n(0), \quad T_n = g_n(-1)/g_n(0)$$

$$\begin{aligned}
X_{n-2}^{q-2} &= \frac{g_{n-2}^{q-2}(+2)}{g_{n-2}^{q-2}(0)}, & Y_{n-2}^{q-2} &= \frac{g_{n-2}^{q-2}(-2)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} \\
Z_{n-2}^{q-2} &= \frac{g_{n-2}^{q-2}(+1)}{g_{n-2}^{q-2}(0)}, & T_{n-2}^{q-2} &= \frac{g_{n-2}^{q-2}(-1)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Bu tekrarlılama bağıntılarını kolaylık açısından aşağıdaki şekli ile yazalım.

$$\frac{g_n(+2)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} = \frac{g_n(+2)}{g_n(0)} \frac{g_n(0)}{g_{n-2}^{q-2}(+2)} \quad (3.25)$$

Buradan, $X_n = g_n(+2)/g_n(0)$ denklemini çekersek,

$$X_n = \frac{g_n(+2)}{g_n(0)} = \frac{g_n(+2)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} \frac{g_{n-2}^{q-2}(0)}{g_n(0)} \quad (3.26)$$

Şeklini alır. Aynı işlemi diğer tekrarlılama bağıntıları için elde edelim.

$$Y_n = \frac{g_n(-2)}{g_n(0)} = \frac{g_n(-2)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} \frac{g_{n-2}^{q-2}(0)}{g_n(0)} \quad (3.27)$$

$$Z_n = \frac{g_n(+1)}{g_n(0)} = \frac{g_n(+1)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} \frac{g_{n-2}^{q-2}(0)}{g_n(+1)} \quad (3.28)$$

$$T_n = \frac{g_n(-1)}{g_n(0)} = \frac{g_n(-1)}{g_{n-2}^{q-2}(0)} \frac{g_{n-2}^{q-2}(0)}{g_n(-1)} \quad (3.29)$$

Buradan sırasıyla X_n, Y_n, Z_n ve T_n ifadelerini elde edelim.

$$\begin{aligned} X_n = & \{ [e^{\beta(8J+32K+8D+4H)} + e^{\beta(-8J+32K+8D)} + e^{\beta(4J+8K+5D+3H)} + e^{\beta(-4J+8K+5D+H)} + \\ & e^{\beta(4D+2H)}] X_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(32K+8D)} + e^{\beta(32K+8D-4H)} + e^{\beta(8K+5D-H)} + e^{\beta(8K+5D-3H)} + \\ & e^{\beta(4D-2H)}] Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(6J+20K+5D+3H)} + e^{\beta(-6J+20K+5D-H)} + e^{\beta(3J+5K+2D+2H)} + \\ & e^{\beta(-3J+5K+2D)} + e^{\beta(D+H)}] Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(2J+20K+5D+H)} + e^{\beta(-2J+20K+5D-3H)} + \\ & e^{\beta(J+5K+2D)} + e^{\beta(-J+5K+2D)} + e^{\beta(D-H)}] T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(4J+16K+4D+2H)} + \\ & e^{\beta(-4J+16K+4D-2H)} + e^{\beta(2J+4K+D+H)} + e^{\beta(-2J+4K+D-H)} + 1 \} / \{ e^{\beta(4J+16K+8D+4H)} + \\ & e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(4D+2H)}] X_{n-2}^{q-2} + \\ & [e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(4J+16K+8D-4H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + \\ & e^{\beta(4D-2H)}] Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + e^{\beta(J+K+2D+2H)} + \\ & e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(D+H)}] Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-2J+4K+5D+H)} + e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + \\ & e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(J+K+2D-H)} + e^{\beta(D-H)}] T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(4D+2H)} + e^{\beta(4D-2H)} + e^{\beta(D+H)} + \\ & e^{\beta(D-H)} + 1 \} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$Y_n =$

$$\{ [e^{\beta(32K+8D+4H)} + e^{\beta(32K+8D)} + e^{\beta(8K+5D+3H)} + e^{\beta(8K+5D+H)} + e^{\beta(4D+2H)}] X_{n-2}^{q-2} +$$

$$\begin{aligned}
& [e^{\beta(-8J+32K+8D)} + e^{\beta(8J+32K+8D-4H)} + e^{\beta(-4J+8K+5D-H)} + e^{\beta(4J+8K+5D-3H)} + \\
& e^{\beta(4D-2H)}]Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-2J+20K+5D+3H)} + e^{\beta(2J+20K+5D-H)} + e^{\beta(-J+5K+2D+2H)} + \\
& e^{\beta(J+5K+2D)} + e^{\beta(D+H)}]Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-6J+20K+5D+H)} + e^{\beta(6J+20K+5D-3H)} + \\
& e^{\beta(-3J+5K+2D)} + e^{\beta(3J+5K+2D-2H)} + e^{\beta(D-H)}]T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(-4J+16K+4D+2H)} + \\
& e^{\beta(4J+16K+4D-2H)} + e^{\beta(-2J+4K+D+H)} + e^{\beta(2J+4K+D-H)} + 1\}/\{ \\
& [e^{\beta(4J+16K+8D+4H)} + e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-3H)} + \\
& e^{\beta(4D+2H)}]X_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(4J+16K+8D-4H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(4D-2H)}]Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(J+K+2D+2H)} + e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(D+H)}]Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-2J+4K+5D+H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(J+K+2D-2H)} + e^{\beta(D-H)}]T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(4D+2H)} + \\
& e^{\beta(4D-2H)} + e^{\beta(D+H)} + e^{\beta(D-H)} + 1\} \quad (3.31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_n = & \{e^{\beta(6J+20K+8D+4H)} + e^{\beta(-6J+20K+8D)} + e^{\beta(3J+5K+5D+3H)} + e^{\beta(-3J+5K+5D+H)} + \\
& e^{\beta(4D+2H)}]X_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-2J+20K+8D)} + e^{\beta(2J+20K+8D-4H)} + e^{\beta(-J+5K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(J+5K+5D-3H)} + e^{\beta(4D-2H)}]Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(4J+8K+5D+3H)} + e^{\beta(-4J+8K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(2J+2K+2D+2H)} + e^{\beta(-2J+2K+2D)} + e^{\beta(D+H)}]Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(8K+5D+H)} + e^{\beta(8K+5D-3H)} + \\
& e^{\beta(2K+2D)} + e^{\beta(2K+2D-2H)} + e^{\beta(D-H)}]T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(2J+4K+4D+2H)} + e^{\beta(-2J+4K+4D-2H)} + \\
& e^{\beta(J+K+D+H)} + e^{\beta(-J+K+D-H)} + 1\}/\{
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [e^{\beta(4J+16K+8D+4H)} + e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-3H)} + \\
& e^{\beta(4D+2H)}]X_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(4J+16K+8D-4H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(4D-2H)}]Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(J+K+2D+2H)} + e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(D+H)}]Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-2J+4K+5D+H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(J+K+2D-2H)} + e^{\beta(D-H)}]T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(4D+2H)} + \\
& e^{\beta(4D-2H)} + e^{\beta(D+H)} + e^{\beta(D-H)} + 1\} \quad (3.32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_n = & \{e^{\beta(2J+20K+8D+4H)} + e^{\beta(-2J+20K+8D)} + e^{\beta(J+5K+5D+3H)} + e^{\beta(-J+5K+5D+H)} + \\
& e^{\beta(4D+2H)}]X_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-6J+32K+8D)} + e^{\beta(6J+20K+8D-4H)} + e^{\beta(-3J+5K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(3J+5K+5D-3H)} + e^{\beta(4D-2H)}]Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(8K+5D+3H)} + e^{\beta(8K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(2K+2D+2H)} + e^{\beta(2K+2D)} + e^{\beta(D+H)}]Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-4J+8K+5D+H)} + e^{\beta(4J+8K+5D-3H)} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{\beta(-2J+2K+2D)} + e^{\beta(2J+2K+2D-2H)} + e^{\beta(D-H)}]T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(-2J+4K+4D+2H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+4D-2H)} + e^{\beta(-J+K+D+H)} + e^{\beta(J+K+D-H)} + 1\}/ \\
& \{[e^{\beta(4J+16K+8D+4H)} + e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-3H)} + \\
& e^{\beta(4D+2H)}]X_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-4J+16K+8D)} + e^{\beta(4J+16K+8D-4H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(4D-2H)}]Y_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(2J+4K+5D+3H)} + e^{\beta(-2J+4K+5D-H)} + \\
& e^{\beta(J+K+2D+2H)} + e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(D+H)}]Z_{n-2}^{q-2} + [e^{\beta(-2J+4K+5D+H)} + \\
& e^{\beta(2J+4K+5D-3H)} + e^{\beta(-J+K+2D)} + e^{\beta(J+K+2D-2H)} + e^{\beta(D-H)}]T_{n-2}^{q-2} + e^{\beta(4D+2H)} + \\
& e^{\beta(4D-2H)} + e^{\beta(D+H)} + e^{\beta(D-H)} + 1\} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

Elde edilen bu tekrarılama bağıntılarının hiçbir fiziksel anlamı yoktur. Ancak sistemin kritik davranışlarını yansıtır. Sistemin bölüşüm fonksiyonu eşitlik (3.2), eşitlik (3.3) ve eşitlik(3.7) kullanılarak,

$$Z = \sum_{\{S_0\}} e^{\beta(DS_0^2+HS_0)} g_n^q(S_0) \quad (3.34)$$

$S_0 = \pm 2, \pm 1$ ve 0 değerleri yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
Z &= \exp[\beta(4D + 2H)] [g_n^q(S_0 = +2)] + \exp[\beta(4D - 2H)] [g_n^q(S_0 = -2)] \\
&+ \exp[\beta(D + H)] [g_n^q(S_0 = +1)] + \exp[\beta(D - H)] [g_n^q(S_0 = -1)] \\
&+ [g_n^q(S_0 = 0)] \quad (3.35)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Merkezi spini, spin-2 olan bu alt örgü, beş durumlu ve düzen parametrelili sistem olup, bu düzen parametreleri (yani M ve Q) yukarıdaki tekrarılama bağıntıları kullanılarak gerekli işlemler yapılırsa aşağıdaki gibi elde edilir. Manyetizasyon M ve kuadrupolar moment Q sırasıyla

$$M = \frac{\sum_{\{S_0\}} S_0 P\{(S_0)\}}{\sum P\{(S_0)\}} = Z^{-1} \sum_{\{S_0\}} S_0 P\{(S_0)\}} \quad (3.36)$$

$$M = \frac{2e^{4\beta D} [e^{2\beta H} X_n^q - e^{-2\beta H} Y_n^q] + e^{\beta D} [e^{\beta H} Z_n^q - e^{-\beta H} T_n^q]}{e^{4\beta D} [e^{2\beta H} X_n^q + e^{-2\beta H} Y_n^q] + e^{\beta D} [e^{\beta H} Z_n^q - e^{-\beta H} T_n^q] + 1} \quad (3.37)$$

$$Q = \frac{\sum_{\{S_0\}} S_0^2 P\{(S_0)\}}{\sum P\{(S_0)\}} = Z^{-1} \sum_{\{S_0\}} S_0^2 P\{(S_0)\}} \quad (3.38a)$$

$$Q = \frac{4e^{\beta(-4D+2H)} X_n^q + e^{\beta(-D+H)} Y_n^q + e^{\beta(-D-H)} Z_n^q + 4e^{\beta(-4D-2H)} T_n^q}{4e^{\beta(-4D+2H)} X_n^q + e^{\beta(-D+H)} Y_n^q + e^{\beta(-D-H)} Z_n^q + 4e^{\beta(-4D-2H)} T_n^q + 1} \quad (3.38b)$$

(3.36) ve (3.38b) denklemlerine sistemin denge davranışını veren öz-bağıllık denklemleri adı verilir. Öz bağıllık denklemlerinin çözümüyle sistemin denge durumu hakkında bilgi edilir. Bu öz bağıllık denklemlerini analitik olarak çözmek oldukça zordur. Bu yüzden bu denklemlerin nümerik çözümleri yapılacaktır. Nümerik çözüm ise iterasyon yöntemiyle yapılmıştır.

Antiferromanyetik etkileşimi incelemek için sistemi A ve B gibi iki alt örgü şeklinde dikkate alarak her bir alt örgü için düzen parametrelerini ayrı ayrı hesaplamamız gerekmektedir. Böylelikle her bir alt örgüdeki her bir spin kendi içerisinde en yakın komşu spinlerle etkileşmiş olacaktır. Bu ayrımı

$$\{M\} \rightarrow \{M_A\} \text{ n tek için}$$

$$\{M_B\} \text{ n çift için}$$

şeklinde yazabiliriz,tekrarlama bağıntıları cinsinden ise aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\{X_n, Y_n, Z_n, T_n\} \rightarrow \{X_n^A, Y_n^A, Z_n^A, T_n^A\} \text{ n tek için}$$

$$\{X_n^B, Y_n^B, Z_n^B, T_n^B\} \text{ n çift için}$$

Bu tür yaklaşım literatürde sıkça kullanılmıştır [73, 74]. Bu hesaplamalardan sonra artık iki alt örgülü spin-2 BEG modelinin sistemin denge davranışını inceleyebiliriz.

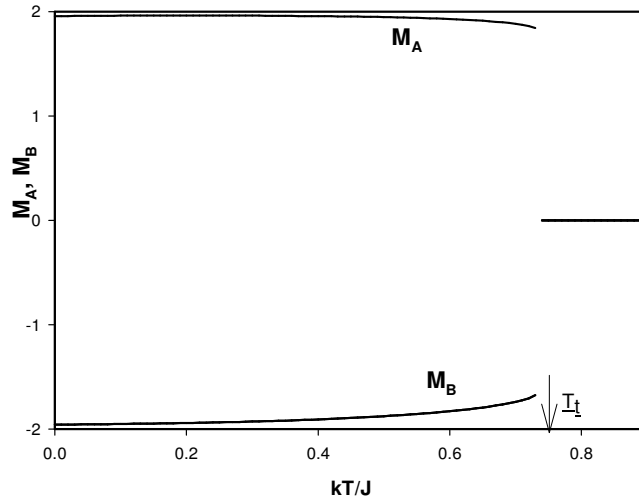
Diğer taraftan sistemin parçacık başına Helmholtz serbest enerjisi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$-\beta F = \frac{\ln Z}{N} = \ln[e^{\beta(4D+2H)} X_n^q + e^{\beta(4D-2H)} Y_n^q + e^{\beta(D+H)} Z_n^q + 4e^{\beta(D-H)} T_n^q + 1] + \frac{q}{2-q} \ln[e^{\beta(4D+2H)} X_n^q + e^{\beta(4D-2H)} Y_n^q + e^{\beta(D+H)} Z_n^q + 4e^{\beta(D-H)} T_n^q + 1] \quad (3.39)$$

3. BÖLÜM

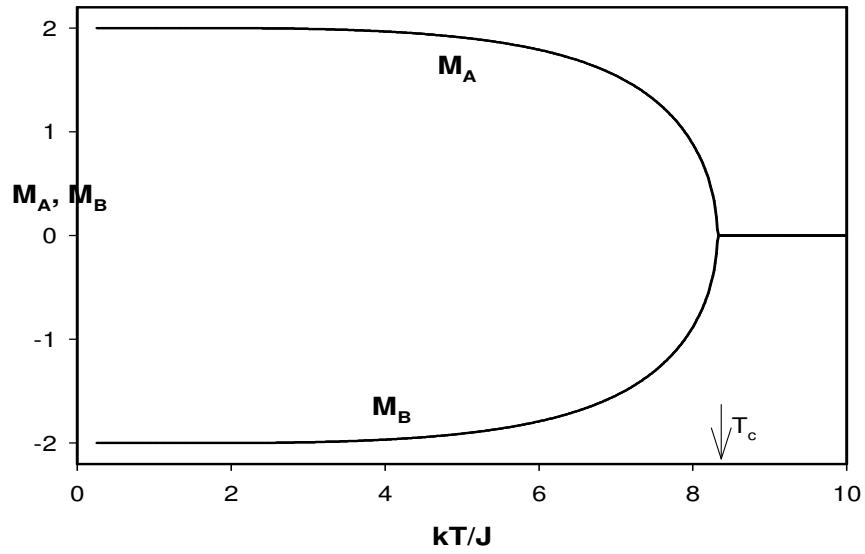
3.1.DÜZEN PARAMETRELERİNİN SICAKLIĞA GÖRE DEĞİŞİMİ

Sistemin faz diyagramlarının elde edilmesinde düzen parametrelerinin termal davranışları çok büyük role sahiptir. Bu termal değişimler spin-2'li alt kafeslerin koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için detaylı olarak incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda sistemde birinci ve ikinci derece faz geçişlerinin olduğu gözlenmektedir. Birinci derece faz geçişinde düzen parametreleri sıcaklığın artmasıyla süresiz bir geçiş yaparken ikinci derece faz geçişinde ise sürekli bir geçiş yaparlar. Biz grafiklerde birinci derece faz geçişini kesikli çizgilerle, ikinci derece faz geçişini sürekli çizgilerle göstereceğiz. Çalışmalarda birçok düzen parametreleri elde edilmiştir. Ancak burada sadece farklı olan birkaç tane düzen parametresi grafikleri verilmiştir.



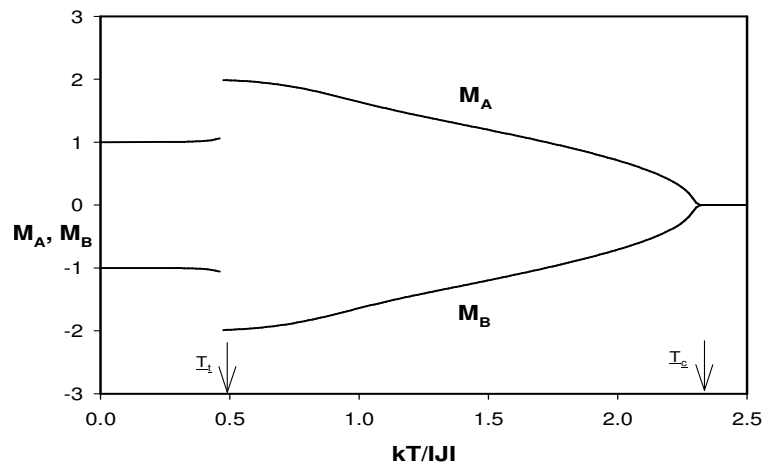
Şekil 3.1. $M_A, M_B - kT$ düzleminde birinci derece faz geçiş grafiği.

Yukarıdaki şekil 3.1'de birinci derece faz geçişi gözlenmektedir. M_A ve M_B aniden sıfıra atladığı sıcaklık değerine kritik sıcaklık denir ve T_t ile gösterilir.



Şekil 3.2. M_A, M_B-kT düzleminde ikinci derece faz geçiş grafiği

Şekil 3.2'de ikinci derece faz geçişi gözlenmektedir. M_A ve M_B değerlerinin sürekli bir şekilde sıcaklığın artmasıyla sıfır olduğu sıcaklık değerine Neel Sıcaklığı denir. Burada Neel sıcaklığı T_c ile gösterilmiştir. T_c sıcaklığında spinlerin düzenli yönelimleri sona erer ve antiferromanyetik fazdan paramanyetik faza geçer. $T < T_c$ ise A ve B alt örgü spinlerinin yönelimleri, kendi içinde düzenli fakat zıt yönlüdür, ve madde antiferromanyetik fazdadır. $T > T_c$ ise spinler gelişmiş yönlülür ve madde paramanyetik fazdadır.



Şekil 3.3 M_A-M_B 'nin sıcaklığa göre değişim grafiği.

Şekil 3.3’de hem birinci derece ve hem de iki ikinci derece faz geçişi ardışık olarak gözlenmektedir. Grafikte T_i ve T_c değerleri bulunmaktadır. Bu çalışmada çok sayıda düzen parametrelerinin sıcaklığa göre değişim grafikleri elde edilmiştir. Ancak burada farklı olan üç tane grafik verilmiştir. Düzen parametrelerinin sıcaklığa göre davranışları elde edildikten sonra artık sistemin faz diyagramlarını elde edebiliriz.

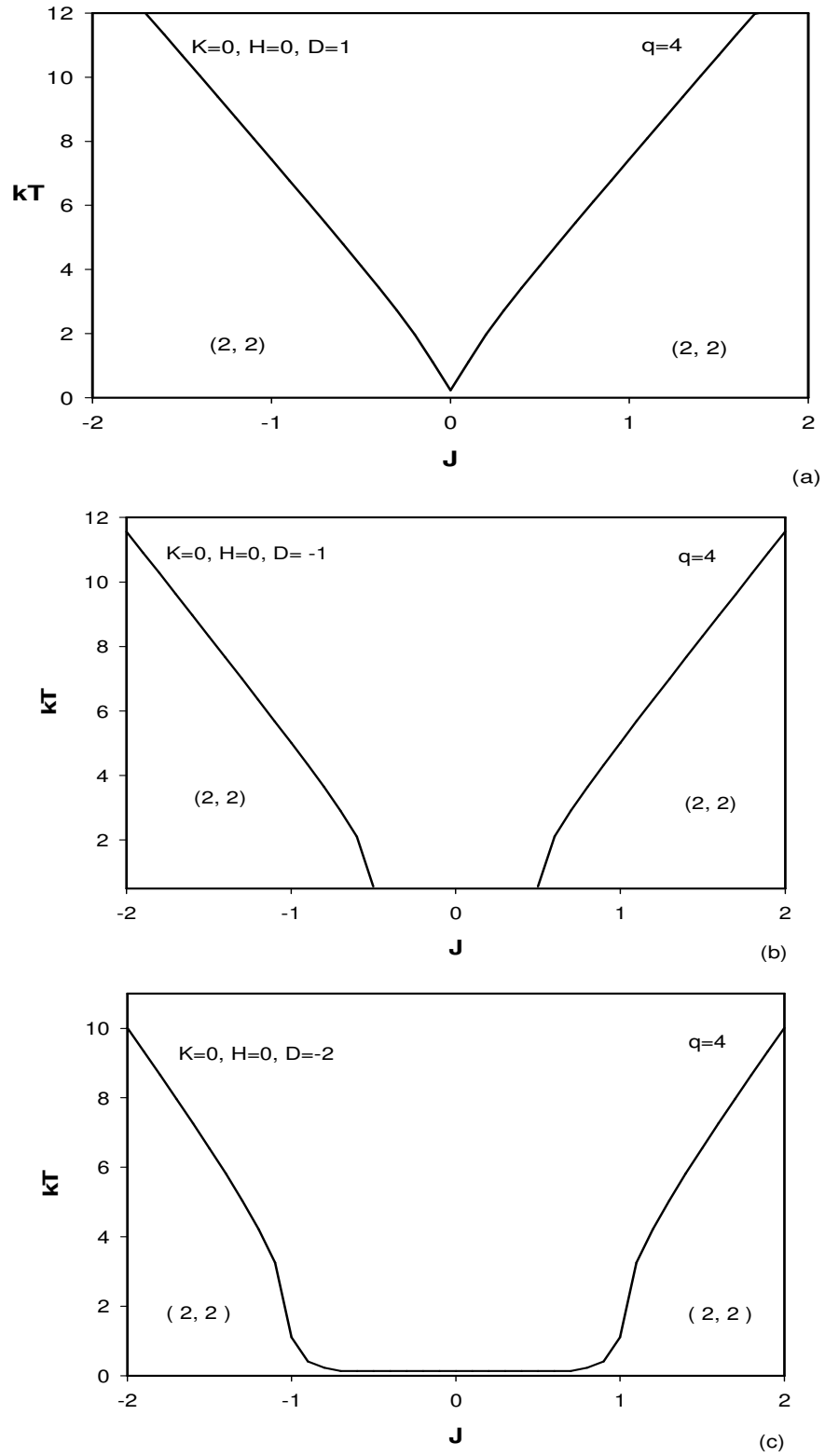
3.2. SİSTEMİN FAZ DİYAGRAMLARI

Bu çalışmada spin-2 Blume-Emery-Griffiths (BEG) modeli tekrarlamaya bağıntıları kullanarak iki alt örgülü Bethe kafesi üzerinde, farklı düzlemlerde faz diyagramları elde edildi. Dış manyetik alanın varlığında ve yokluğunda modelin ferromanyetik ve antiferromanyetik özelliklerini inceleyerek sistemin geçirdiği faz dönüşümleri kapsamlıca elde edildi. Merkezi spin spin-2 alınarak serbest enerji, düzen parametreleri grafiklerinde faz geçiş sıcaklıkları için kesin değerler tespit edildi. Manyetik alanın varlığında ve yokluğunda düzen parametrelerinin sıcaklıkla değişimi kapsamlıca incelendi. Manyetik alan varlığında faz geçişinin daha yüksek sıcaklıklarda gerçekleştiği gözlemlendi. Sistemin faz diyagramları en yakın komşu sayısı yani koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için $(J- kT)$, $(D/|J|-kT/|J|)$, $(H/|J|- kT/|J|)$ ve $(K/|J|- kT/|J|)$ düzlemlerinde elde edildi.

Öncelikle dış manyetik alan yokluğunda $K=0$ (BC modeli) ve farklı kristal alan değerleri için bilinear etkileşim parametresinin sıcaklıkla değişimi $q=4$ için incelendi. Şekil 3.4’de kristal alan değerleri (a) $D=1$, (b) $D=-1$ ve (c) $D=-2$ için birbirine benzer $(J-kT)$ düzleminde faz diyagramı elde edildi. D değeri azaldıkça sıcaklık daha küçük bir J değerinde sifira gitmektedir. Üç grafik içinde spinlerin $(2,2)$ yönelimlerine sahip olduğu gözlemlendi. Ayrıca her üç grafikte de $J=0$ eksenine göre simetrik olduğu tespit edildi.

1-) BC modeli; $K=0$, $H=0$ ve D sabiti için $(J- kT)$ düzleminde faz diyagramları:

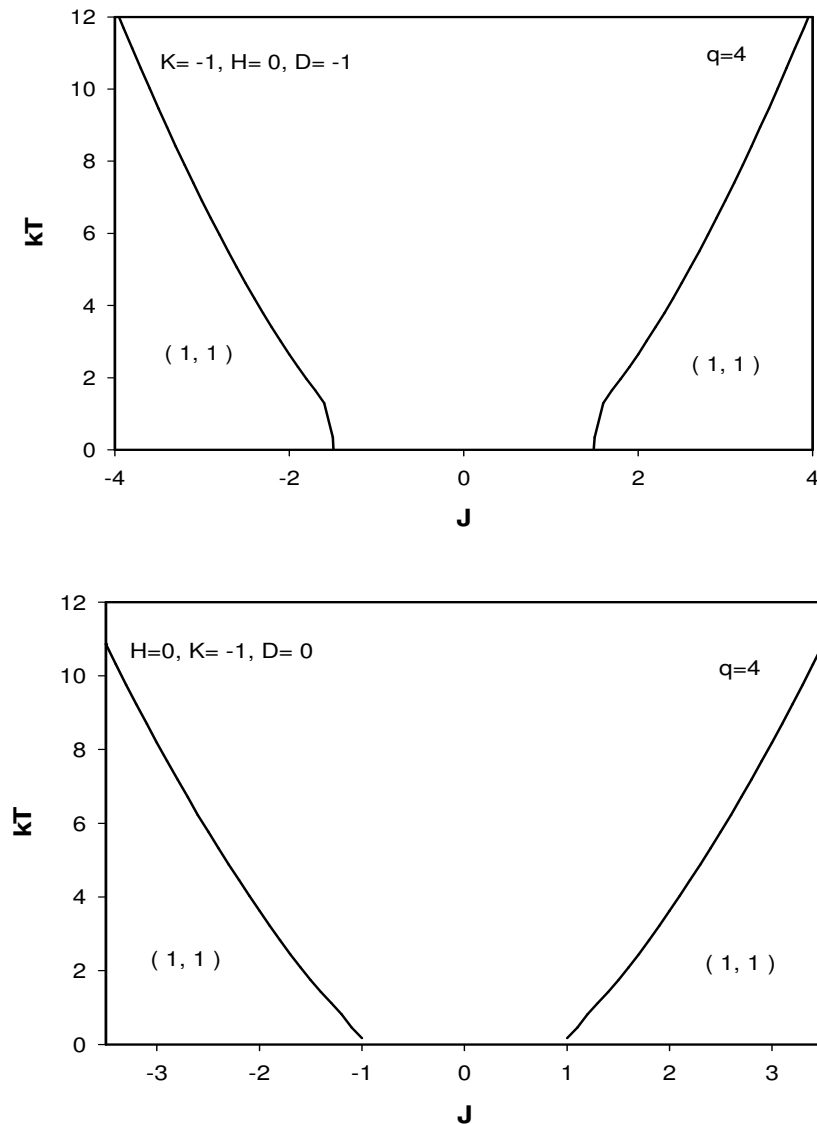
$D>0$ ve $D<0$ için faz diyagramları aşağıdaki gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.4. Koordinasyon sayısı $q=4$ ve değişik kristal alan değerleri; a) $D=1$, b) $D=-1$ ve c) $D=-2$ için faz diyagramlarının (J - kT) düzleminde gösterimi.

2-) BEG modeli; $K=-1$, $H=0$ ve D sabiti için $(J- kT)$ düzleminde faz diyagramları:

Şekil 3.5'de dış manyetik alan yokluğunda $K=-1$ (BEG modeli) ve farklı kristal alan değerleri için bilineer etkileşim parametresinin sıcaklıkla değişimi $q=4$ incelendiğinde şekil 3.4'dekine benzer grafikler elde edilmiştir. Şekil 3.4' den farkı ise bu değerde (1, 1) faz bölgesinin olmasıdır. Burada $q=3$ ve 6 değerlerinde benzer davranış gösterdiği için sadece $q=4$ değerine karşılık gelen faz diyagramı verilmiştir.



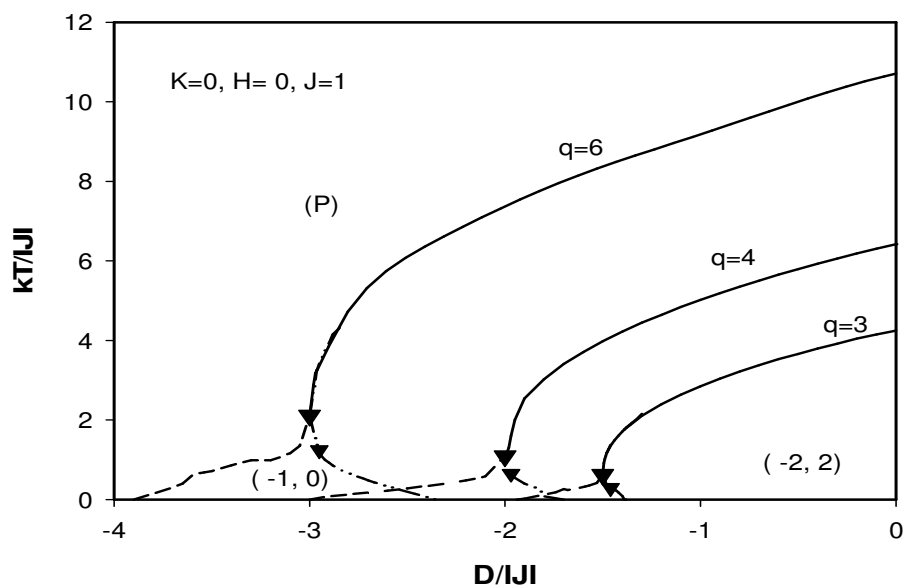
Şekil 3.5 Koordinasyon sayısı $q=4$, $K = -1$, $H=0$ iken $D=-1$ ve

$D=0$ için faz diyagramlarının $(J- kT)$ düzleminde faz diyagramları.

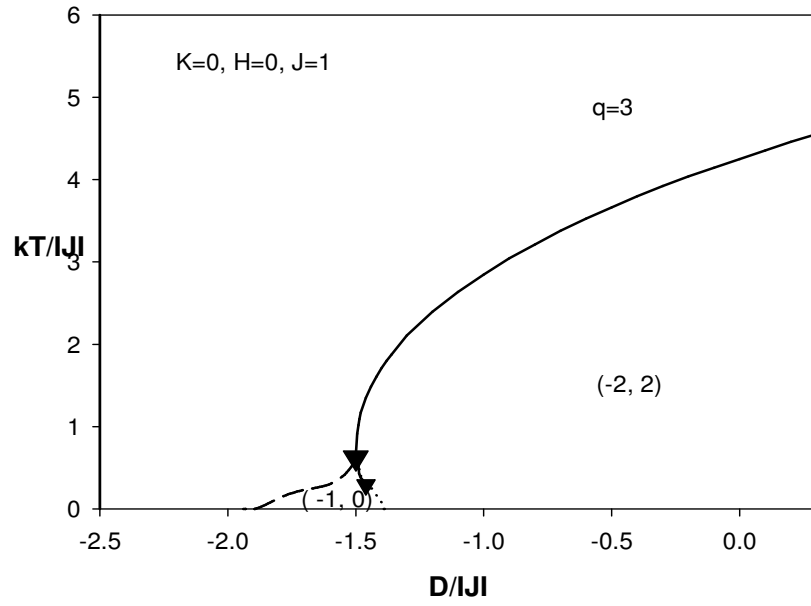
Şekil 3.6’de, $q=3$ ve $q=6$ için sistemin $K=0$ ve $H=0$ değerleri için $(kT/J, D/J)$ düzleminde faz diyagramı verilmiştir. Bu grafikte birinci derece faz dönüşüm çizgileri kesikli çizgi ile, ikinciderece faz dönüşüm çizgileri ise sürekli çizgilerle gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi sistemde $(-2, 2)$ antiferromanyetik ve paramanyetik faz mevcuttur. Yine şekilde görüldüğü gibi sistemde hem birinci derece ve hemde ikinci derece faz geçişleri meydana gelmektedir. Bu durumda sistemde elde edilen fazlar ise paramanyetik fazın yanında $(-2, 2)$ ve $(-1, 0)$ fazlarıdır. Şekildende görüldüğü gibi koordinasyon sayısı artıkça üçlü kritik nokta daha yüksek sıcaklıklarda gerçekleşmekte ve D değeri negatif olarak sıfıra yaklaşmaktadır. $q=3$ için üçlü kritik nokta $kT / J \approx 0.628$, $q=4$ için $kT / J \approx 1.06$ ve $q=6$ için $kT / J \approx 2.01$ civarındadır.

Şekil 3.8’da ise yine $K=0$ ve $H=0$ için $J=-1$ alınarak sistemin $(D/|J|, kT/|J|)$ düzleminde sadece $q=3$ için faz diyagramı verilmiştir. Şekilde kesikli çizgiler birinci derece faz geçişini verirken, sürekli çizgiler ikinci derece faz geçişini vermektedir. Değerler incelendiğinde $J=1$ ve $J=-1$ değerleri için aynı sonuçların elde edildiği görülmektedir.

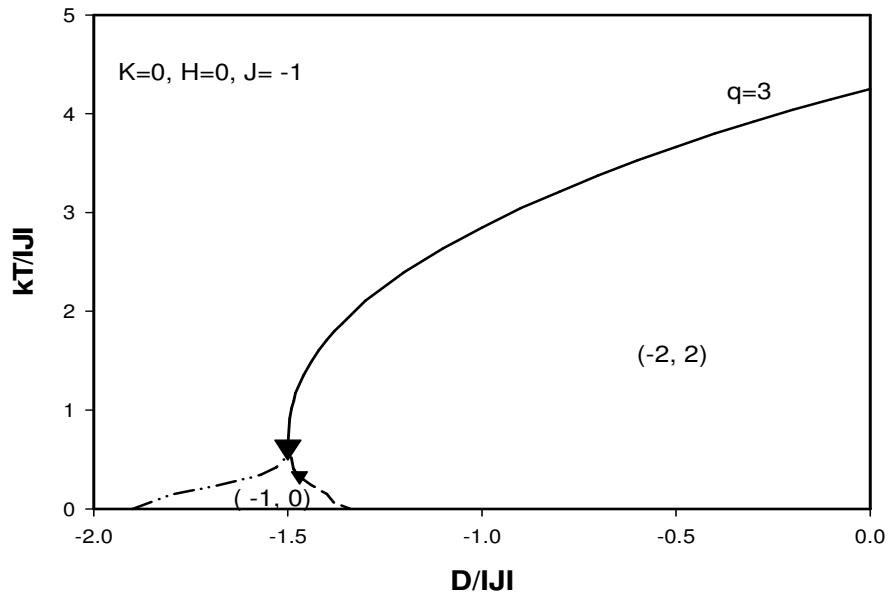
Şekil 3.10 ve Şekil 3.12, Şekil 3.6’ye benzemektedir sadece Şekil 3.6’daki J nin negatif değeri alınmıştır. Şekil 3.7 ve Şekil 3.9 ise Şekil 3.6’daki grafiğin q değerlerine göre ayrı gösterimidir.



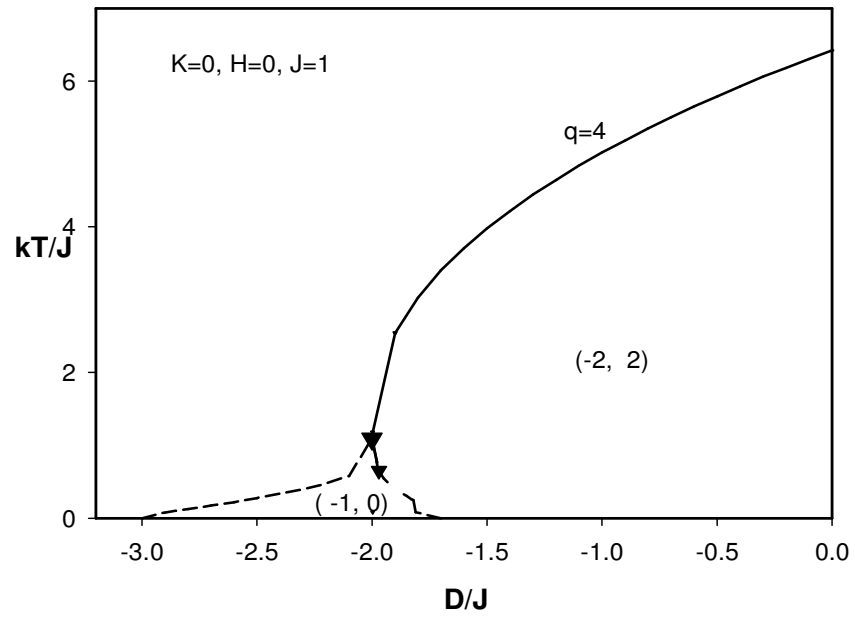
Şekil 3.6. Koordinasyon sayısı $q=3, q=4, q=6$ için ve $K=0, H=0$ ve $J=1$ için $(D/|J|, kT/|J|)$ grafiği,



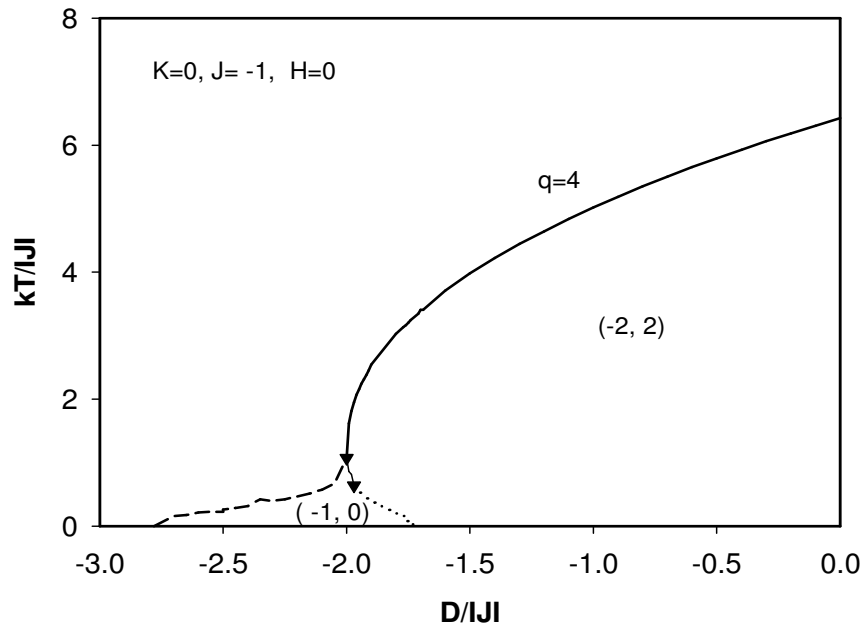
Şekil 3.7. Koordinasyon sayısı $q=3$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için $(D/IJ-kT/IJ)$ grafiği,



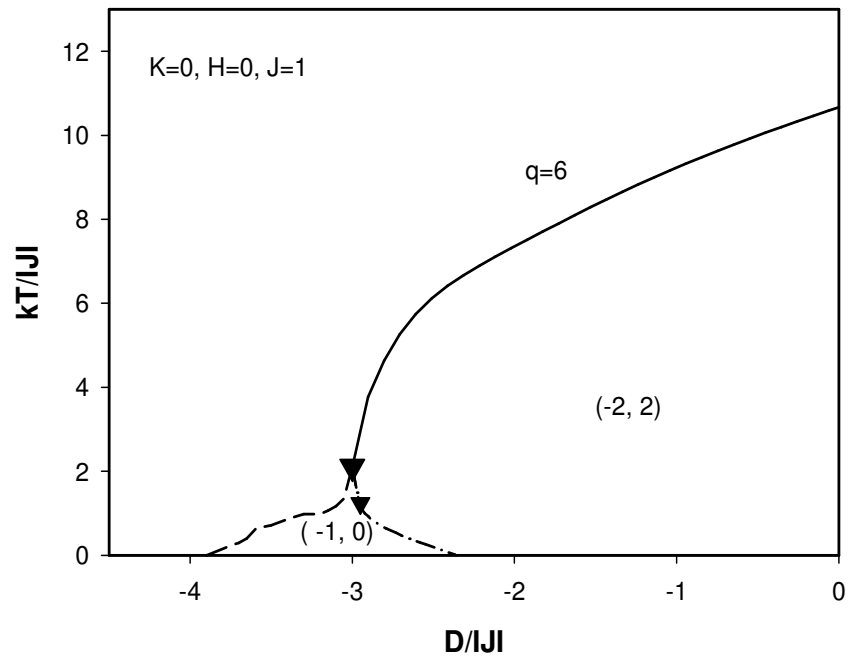
Şekil 3.8. Koordinasyon sayısı $q=3$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=-1$ için $(D/IJ-kT/IJ)$ grafiği,



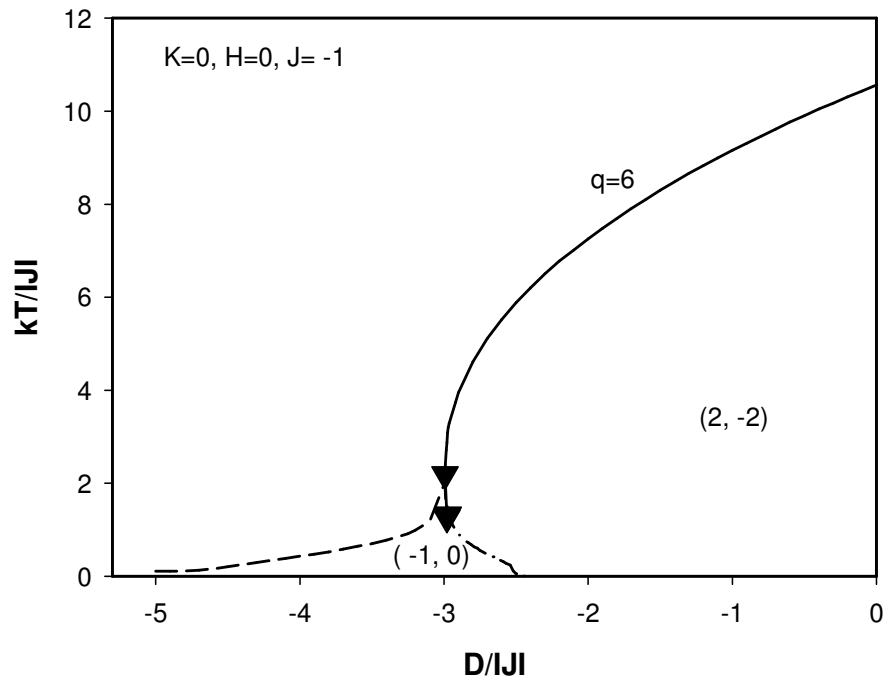
Şekil 3.9. Koordinasyon sayısı $q=4$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için $(D/IJ-kT/IJ)$ grafiği,



Şekil 3.10. Koordinasyon sayısı $q=4$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=-1$ için $(D/IJ-kT/IJ)$ grafiği,



Şekil 3.11. Koordinasyon sayısı $q=6$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=1$ için $(D/IJ-kT/IJ)$ grafiği,



Şekil 3.12. Koordinasyon sayısı $q=6$ için ve $K=0$ $H=0$ ve $J=-1$ için $(D/IJ-kT/IJ)$ grafiği,

Şekil 3.13a'da kordinasyon sayısı $q=3$, bilineer etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-1.48$ alınarak üçlü kritik nokta civarında $H/|J|$ 'nin termal davranışı incelenmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi antiferromanyetik bölge olan $(-1, 1)$ fazı ikinci derece faz geçiş çizgisi ile düzensiz yani paramanyetik bölgeden düzenli bölgeyi ayırmaktadır. Manyetik alan artıkça $(2, 2)$ fazı, elde edilmekte ve bu faz bölgesi yine ikinci derece faz geçiş çizgisiyle paramanyetik bölgeden ayrılmaktadır. Şekilde $(-2, 2)$ antiferromanyetik bölge gözlenmez iken $(-1,1)$, $(-1, 2)$ $(0, 2)$ ve $(2, 2)$ faz bölgeleri gözlenmektedir. Sistemin düşük sıcaklıkta $(M_A, M_B - kT/|J|)$ grafiği incelendiğinde ikinci derece faz geçişi ile $(-1, 1)$ ve $(0, 2)$ faz bölgelerinin olduğu gözlemlendi. Kesikli çizgiler birinci derece faz dönüşümünü, sürekli çizgiler ise, ikinci derece faz dönüşümünü göstermektedir.

Şekil 3.13b'da kordinasyon sayısı $q=3$, bilineer etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-1.5$ alınarak Şekil 4.9'da görüldüğü gibi üçlü kritik noktada $H/|J|$ 'nin termal davranışı incelenmiştir. $(-1,1)$ konfigürasyonun yanında üç farklı konfigürasyon elde edildi. Manyetik alanın düşük değerlerinde, düşük ve yüksek sıcaklıklarda farklı konfigürasyonlar gözlemlendi. Yaklaşık $H/|J|$ 'nin 2 değerine kadar düşük sıcaklıklarda $(-2, 2)$ antiferromanyetik faz bölgesi, yüksek sıcaklıklar ise $(-1,1)$ antiferromanyetik faz bölgesi, $H/|J|=2$ ile $H/|J|=4$ civarlarında düşük sıcaklıklarda $(-1,2)$ antiferromanyetik faz bölgesi ve yüksek sıcaklıklar ise $(0,1)$ ferromanyetik faz bölgesi elde edildi. Şekilde de görüldüğü gibi $H/|J|$ 'nin artan değerlerinde $(0,2)$ ile $(1, 2)$ ferromanyetik faz bölgeleri elde edilmiştir. Düşük sıcaklıklarda, $(1, 2)$ fazı hariç birinci derece faz geçişi gerçekleşirken yüksek sıcaklıklarda ikinci derece faz geçişinin gerçekleştiği gözlemlenmiştir. $(-1, 1)$ antiferromanyetik faz bölgesi ve $(0,1)$ ferromanyetik faz bölgesi yüksek sıcaklıkta, $(1, 2)$ ferromanyetik faz bölgesi düşük sıcaklıkta ikinci derece faz geçişiyle ve son olarak $(-2, 2)$, $(-1, 2)$ ve $(0,2)$ fazları düşük sıcaklıkta birinci derece faz geçiş çizgileriyle paramanyetik bölgeden ayrılmıştır. Kesikli çizgiler birinci derece faz dönüşümünü, sürekli çizgiler ise, ikinci derece faz dönüşümünü göstermektedir.

Şekil 3.14a'da kordinasyon sayısı $q=3$, bilineer etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-1.55$ alınarak üçlü kritik noktadan küçük değer için, $H/|J|$ 'nin termal davranışının Şekil 3.14b'dekine benzemekte ve aynı konfigürasyonlar elde edildiği gözlenmektedir. Yaklaşık $H/|J|$ 'nin 1.8 değerine

kadar düşük sıcaklıklarda (-2, 2) ve yüksek sıcaklıklar ise (-1,1) konfigürasyonları birinci derece faz geçişi ile birbirinden ayrılmaktadır. Yaklaşık $H/|J|=1.8$ ile $H/|J|=4.5$ değerleri arasında düşük sıcaklıkta (-1,2) konfigürasyonu birinci derece faz geçişiyle, (0,1) bölgesinden ayrılır ve bu fazda ikinci derece faz geçiş çizgisiyle paramanyetik bölgeden ayrılır. Yaklaşık $H/|J|=5$ ile $H/|J|=7.7$ değerleri arasında birinci derece faz geçişi ile (1,2) fazı ve $H/|J|=7.7$ ile $H/|J|=11$ değerleri arasında ikinci derece faz geçişi ile (1, 2) fazı paramanyetik bölgeden ayrılmıştır. Kesikli çizgiler birinci derece faz dönüşümünü, sürekli çizgiler ise, ikinci derece faz dönüşümünü göstermektedir.

Şekil 3.14b'de kordinasyon sayısı $q=3$, bilinear etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-2.2$ alınarak üçlü kritik noktadan uzak bölgede $H/|J|$ 'nin termal davranışı incelenmiştir. Sistemde sadece iki tane birbirinden ayrı olmak üzere (0,1) , (1, 2) faz bölgeleri oluşmakta ve ikinci derece faz çizgisiyle de paramanyetik bölgeden ayrılmaktadır. Sistem üçlü kritik noktada ve çok yakın civarlarında karmaşık yapılar sergilemektedir. Üçlü kritik noktada ve çok yakın civarlarında birinci ve ikinci derece faz geçişi gerçekleşmektedir. Ayrıca ferromanyetik ve antiferromanyetik yapılar vermektedir.

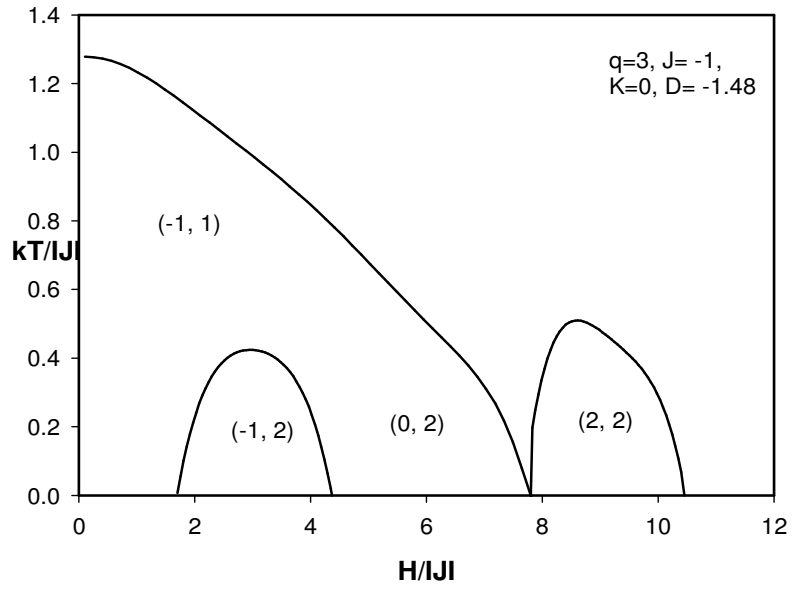
Şekil 3.15a'da kordinasyon sayısı $q=4$, bilinear etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-2.2$ alınarak üçlü kritik noktada civarında $H/|J|$ 'nin termal davranışı incelenmiştir. Manyetik alanın düşük değerlerinde, farklı sıcaklıklarda farklı faz bölgeleri elde edilmiştir. Yaklaşık $H/|J|$ 'nin 2 değerine kadar düşük sıcaklıklarda (-2, 2) antiferromanyetik fazı ve yüksek sıcaklıklar ise (-1,1) antiferromanyetik fazı birinci derece faz geçişi ile birbirinden ayrılmıştır. $H/|J|=2$ ile $H/|J|=6$ civarlarında düşük sıcaklıklarda (-1,2) faz bölgesi birinci derece faz geçişi ile ve yüksek sıcaklıklarda ise (0,1) ferromanyetik fazı ikinci derece faz geçişi ile paramanyetik bölgeden ayrılmıştır. Şekilde de görüldüğü gibi $H/|J|$ 'nin artan değerlerinde (0, 2) faz bölgesi birinci derece ve (1, 2) faz bölgesi ikinci derece faz geçiş çizgisiyle paramanyetik bölgeden ayrılmıştır. Kesikli çizgiler birinci derece faz dönüşümünü, sürekli çizgiler ise, ikinci derece faz dönüşümünü göstermektedir.

Şekil 3.15b'da kordinasyon sayısı $q=4$ bilinear etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-2.0$ alınarak üçlü kritik noktada $H/|J|$ 'nin termal davranışı Şekil 3.16a'dakine faz bölgesi açısından benzemektedir. Sistem düşük sıcaklıklarda (1, 2) hariç (-2, 2), (-1, 2) ve (0,2) ve faz bölgelerini birinci

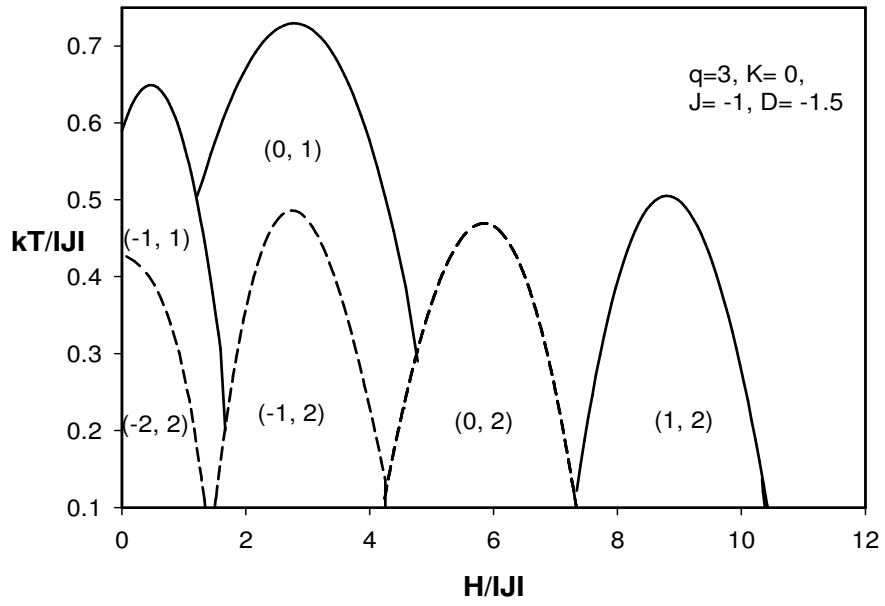
derece faz geçişi ile yüksek sıcaklıkta (-1,1) ve (0,1) manyetik bölgelerini ikinci derece faz geçişiyle birbirinden ayırmıştır. Yine kesikli çizgiler birinci derece faz dönüşümünü, sürekli çizgiler ise, ikinci derece faz dönüşümünü göstermektedir.

şekil 3.16a'da kordinasyon sayısı $q=6$, bilineer etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-3.03$ alınarak l kritik nokta civarında $H/|J|$ 'nin termal davranışı incelenmiştir. $H/|J|=0$ ile $H/|J|=4$ arasında düşük sıcaklıkta (-2, 2), yüksek sıcaklıkta (-1, 1) fazı birinci derece faz geçişi çizgisiyle birbirinden ayrılır. $H/|J|=4$ ile $H/|J|=9$ arasında düşük sıcaklıklarda (-1,2) ve yüksek sıcaklıklar ise (0, 1) konfigürasyonu, $H/|J|=9$ ile $H/|J|=15$ arasında (0, 2) fazı ve $H/|J|=15$ ile $H/|J|=22$ arasında (1, 2) fazı elde edilmiştir. Sistem düşük sıcaklıkta (1, 2) fazı hariç, birinci derece faz geçişi, yüksek sıcaklıklarda (-1, 1) hariç ikinci derece faz geçişi vermektedir. Kesikli çizgiler birinci derece faz dönüşümünü, sürekli çizgiler ise, ikinci derece faz dönüşümünü göstermektedir.

şekil 3.16b'da kordinasyon sayısı $q=6$, bilineer etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşme parametresi $D=-3.0$ alınarak l kritik noktada $H/|J|$ 'nin termal davranışının şekil 3.16a'dakine benzemekte olduğu gözlenmiştir. Buradaki fark manyetik kavislerin biraz daha yüksek sıcaklıkta gerçekleşmesi (-1, 1) fazının ikinci derece faz geçişi çizgisiyle paramanyetik bölgeden ayrılmasıdır. Birinci derece faz dönüşümünü, kesikli çizgilerle ikinci derece faz dönüşümünü ise sürekli çizgiler verilmiştir.

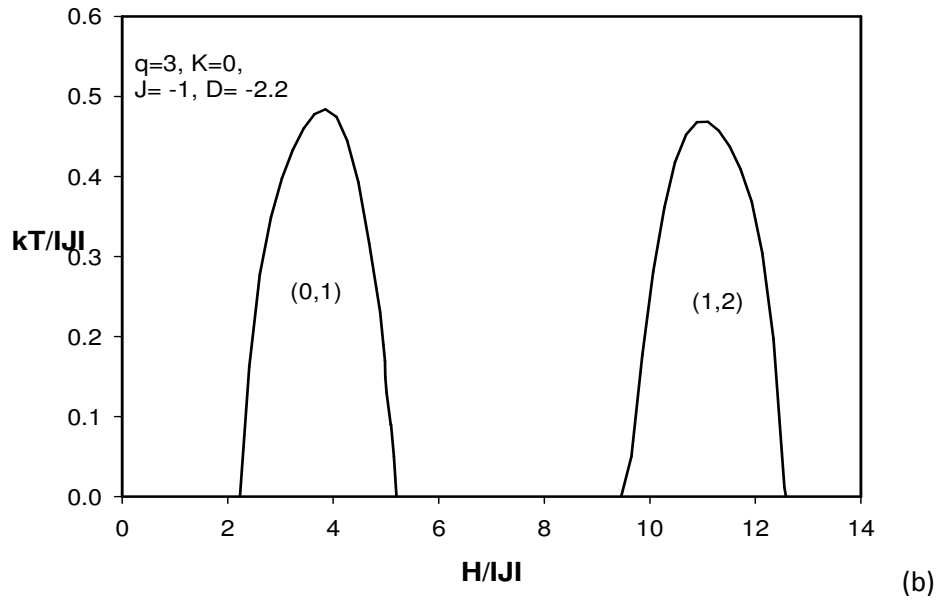
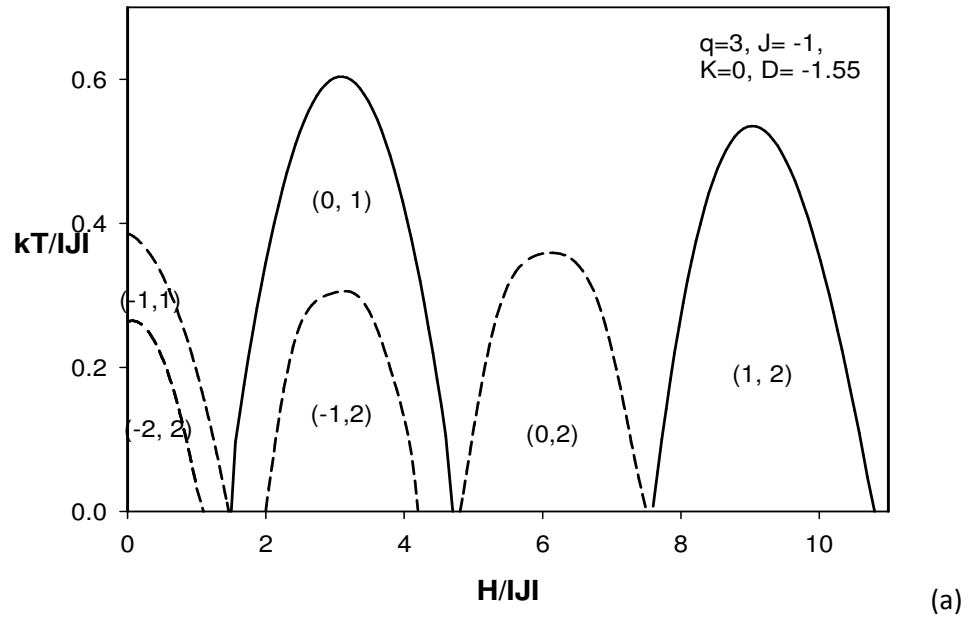


(a)



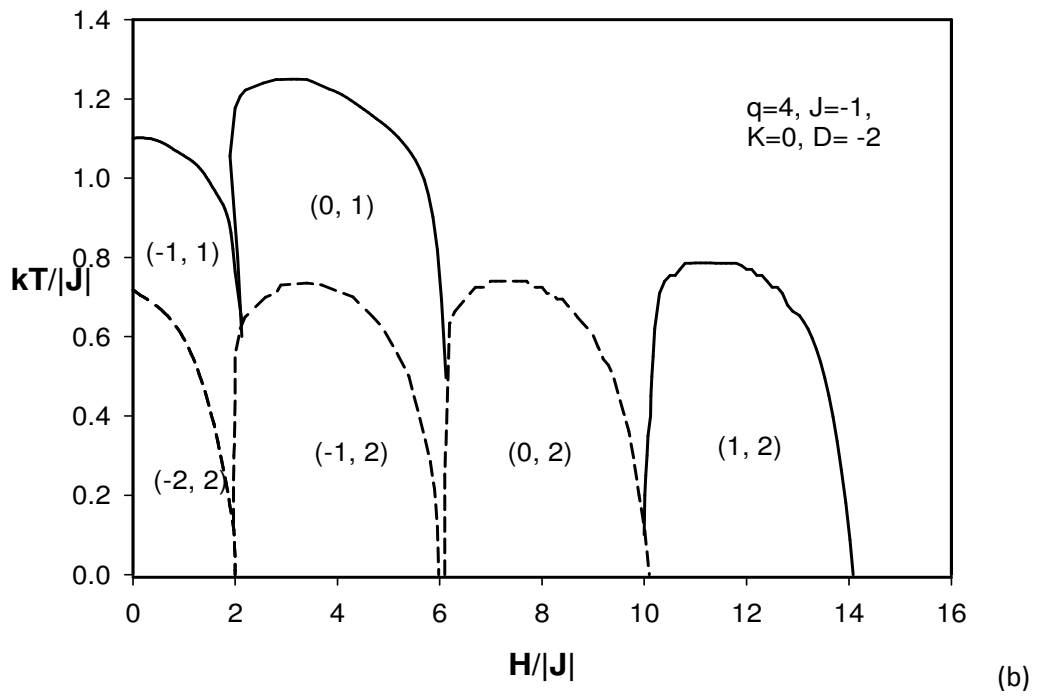
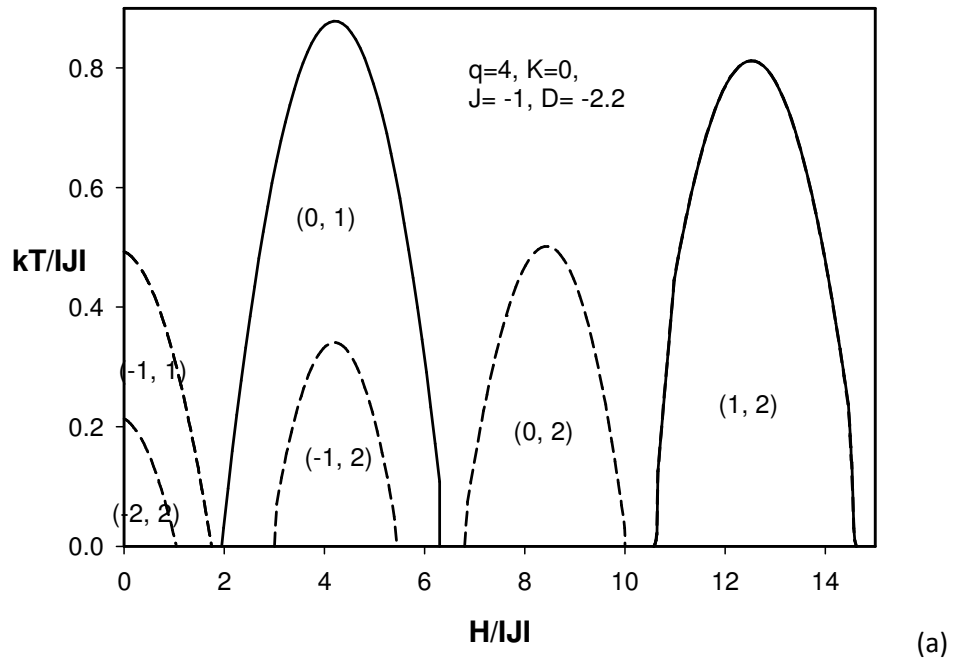
(b)

Şekil 3.13. Koordinasyon sayısı $q=3, K=0, J=-1$ a) $D=-1.48$
 b) $D=-1.5$ için $(H/IJ, kT/IJ)$ faz diyagramı.

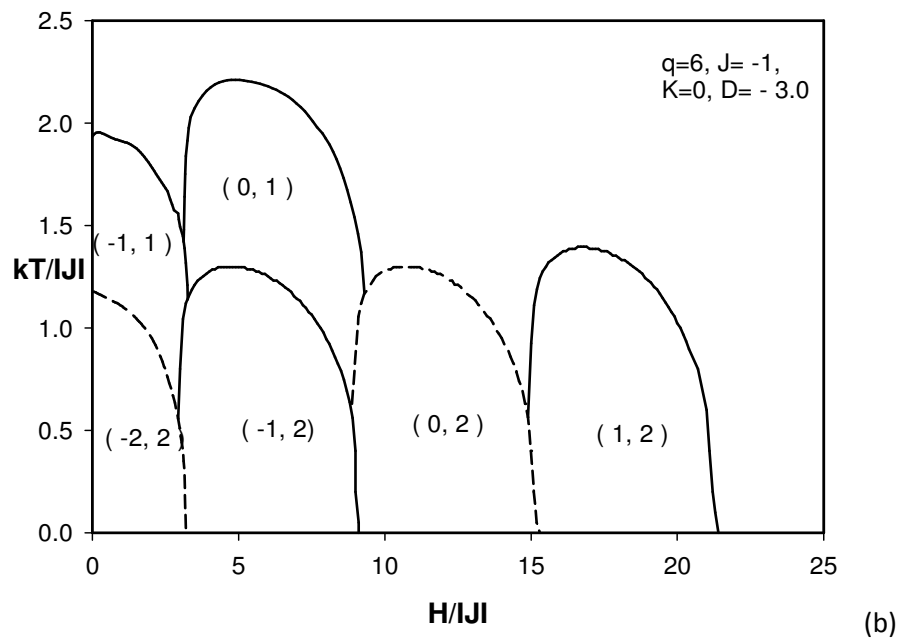
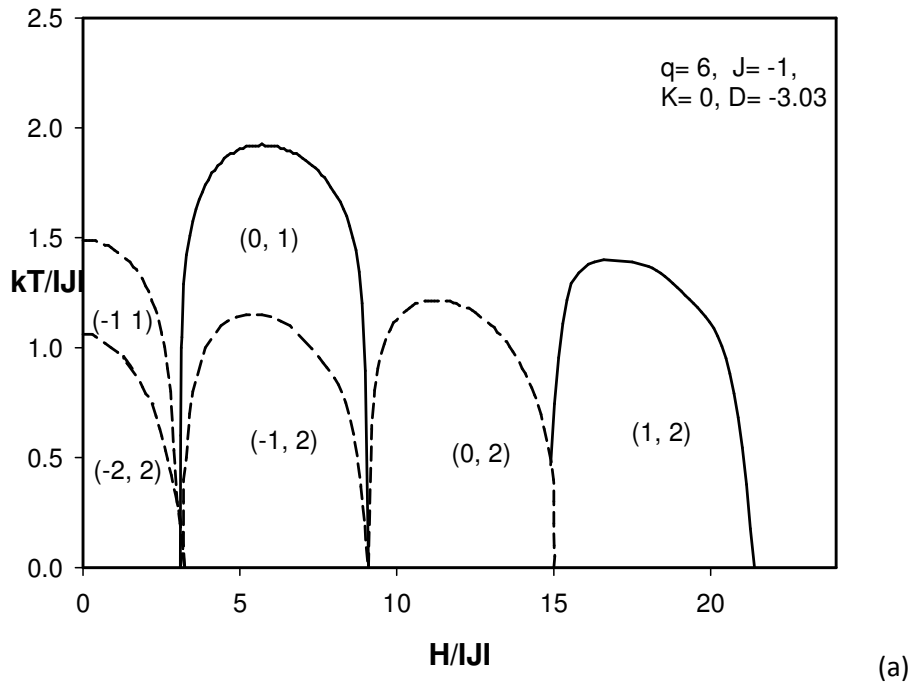


Şekil 3.14. Koordinasyon sayısı $q=3, K=0, J=-1$, a) $D=-1.55$

b) $D=-2.2$ için $(H/IJ, kT/IJ)$ faz diyagramı.



Şekil 3.15. Koordinasyon sayısı $q=4, K=0, J=-1$, a) $D=-2.2$
 b) $D=-2$ için $(H/|J| - kT/|J|)$ faz diyagramı.



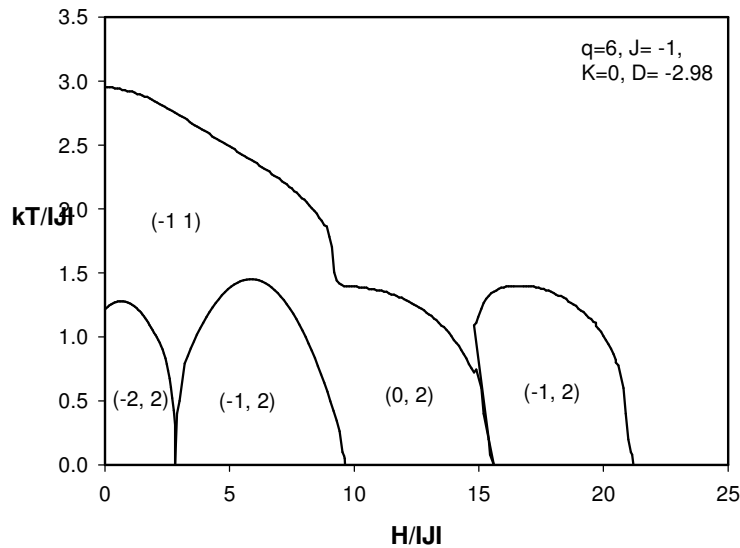
Şekil 3.16. Koordinasyon sayısı $q=6$, $K=0$ $J=-1$, a) $D=-3.03$

b) $D=-3$ için $(H/IJ-kT/IJ)$ faz diyagramı.

Şekil 3.17'de koordinasyon sayısı $q=6$, bilineer etkileşim parametresi $J=-1$, kuadropol moment $K=0$ ve kristal alan etkileşim parametresi $D=-2.98$ alınarak üçlü kritik nokta

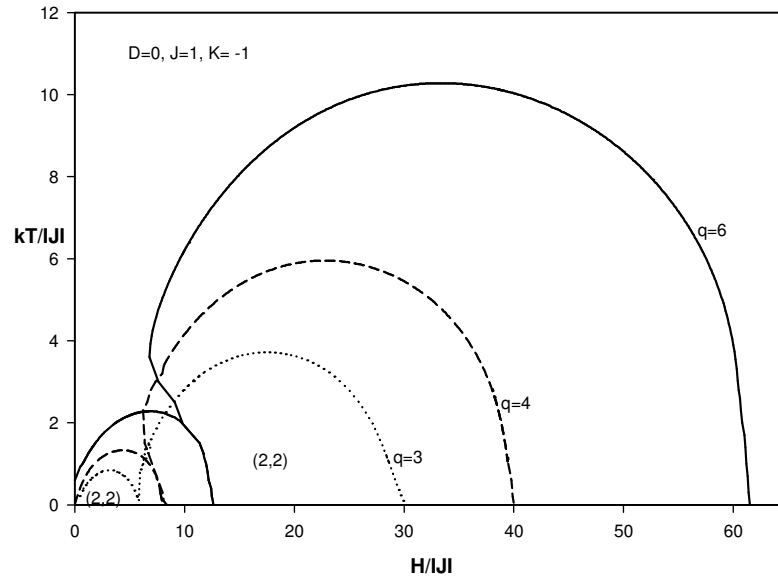
civarında $H/|J|$ 'nin termal davranışı incelenmiştir. Görüldüğü gibi antiferromanyetik bölge olan $(-1,1)$ fazı ikinci derece faz geçiş çizgisi ile paramanyetik bölgeden ayrılmaktadır. Sistem aynı $H/|J|$ değerinde yüksek sıcaklıkta $(-1,1)$ fazı verirken düşük sıcaklıkta $(-2, 2)$ ve $(-1, 2)$ fazı vermektedir. Sistemde yalnızca ikinci derece faz geçişi meydana gelmektedir.

$q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için yapılan çalışmalarda üçlü kritik noktada manyetik alanın düşük değerinde, yüksek sıcaklıkta ikinci derece faz geçişi, düşük sıcaklıkta ise birinci derece faz geçişi gerçekleşmektedir. Üçlü kritik noktaya çok yakın yerde manyetik alanın çok düşük değerinde düşük ve yüksek sıcaklıkta birinci derece faz geçişi gerçekleşmektedir.



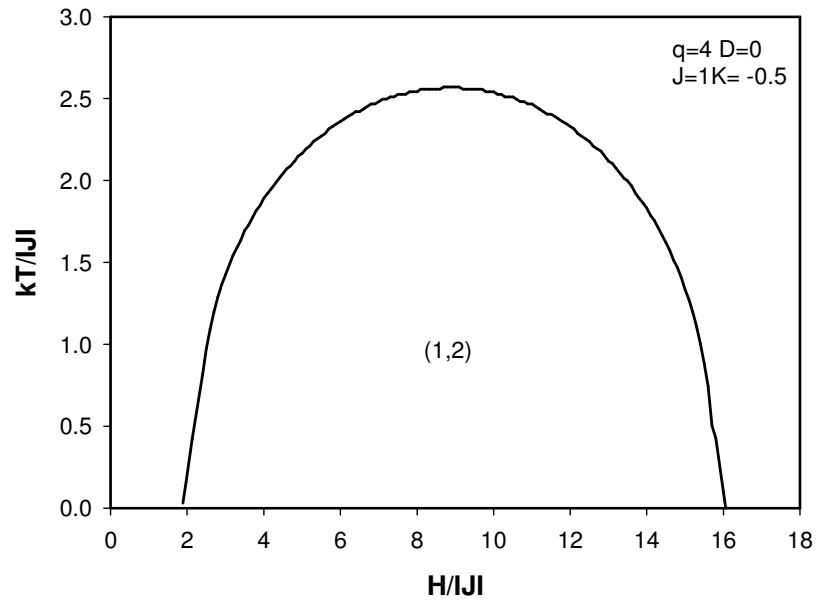
Şekil 3.17. Koordinasyon sayısı $q=6$, $K=0$ $J=-1$, $D=-2.98$ için $(H/|J|-kT/|J|)$ faz diyagramı.

Şekil 3.18 $K \neq 0$ olarak spin-2 BEG modelini, koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için kristal alan etkileşme $D=0$, bilineer etkileşme $J=1$ ve bikuadratik etkileşme $K=-1$ değerinde faz diyagramı verilmiştir. $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için aynı bölgeler elde edildi yalnızca q 'nun değerleri arttıkça kavisleri oluşturan H , T değerlerinin artmaktadır. Küçük ve büyük kavisler ikinci derece faz geçişi ile $(2, 2)$ ferromanyetik faz paramanyetik fazdan ayrılmıştır. Şekildeki kesikli çizgiler grafikleri birbirinden ayırmak için kullanılmıştır.



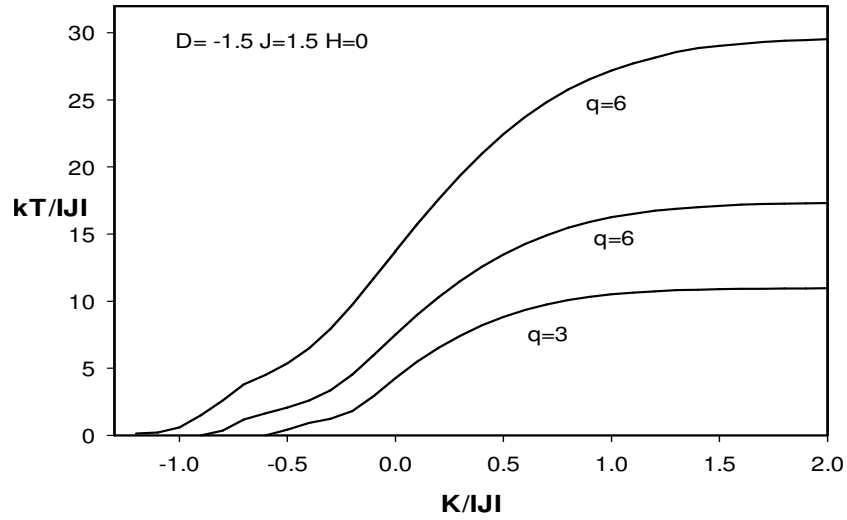
Şekil 3.18. Koordinasyon sayısı $q=3, q=4$ ve $q=6$ için; $D=0, J=1$ ve $K=-1$ değerlerinde $(H/|J|-kT/|J|)$ faz diyagramı

Şekil 3.19' de ise $q=4, D=0, J=1$ ve $K=-0.5$ için $(H/|J|-kT/|J|)$ düzleminde faz diyagramı verilmiştir.



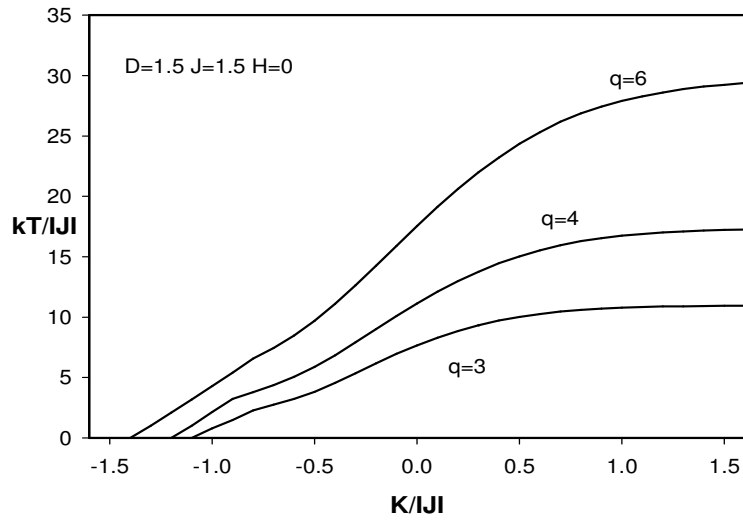
Şekil 3.19. Koordinasyon sayısı $q=4, D=0, J=1$ ve $K=-0.5$ için $(H/|J|-kT/|J|)$ faz diyagramı

Şekil 3.20’de $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=-1.5$, $J=1.5$ ve $H=0$ değerlerinde ($K/IJ-kT/IJ$) düzleminde faz diyagramları verilmiştir. Sistemde sadece ikinci derece faz geçişi meydana gelmektedir.



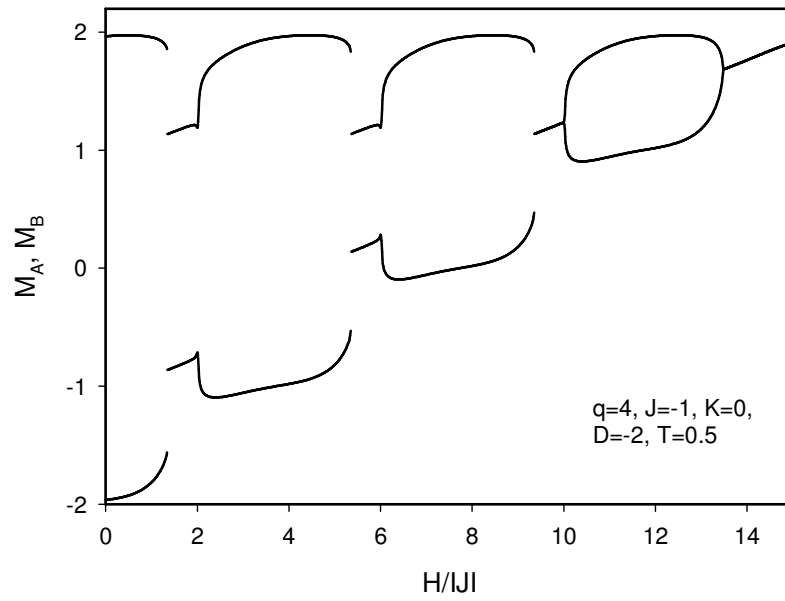
Şekil 3.20. Koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=-1.5$, $J=1.5$ ve $H=0$ değerlerinde ($K/IJ-kT/IJ$) faz diyagramı

Şekil 3.21’de $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=1.5$, $J=1.5$ ve $H=0$ değerlerinde ($K/IJ-kT/IJ$) düzleminde faz diyagramları verilmiştir. Yine burada da sadece ikinci derece faz geçişi gözlenmektedir.



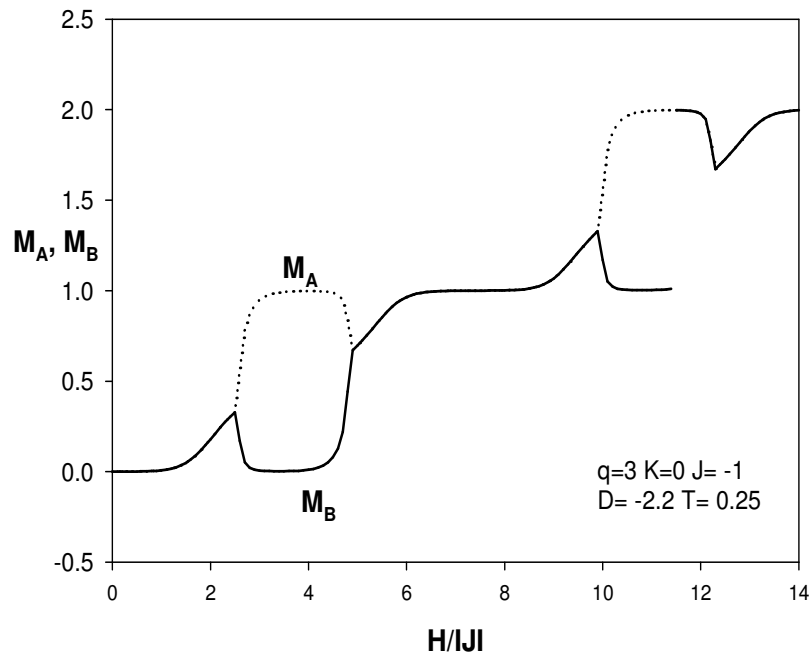
Şekil 3.21. Koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için; $D=1.5$, $J=1.5$ ve $H=0$ değerlerinde ($K/IJ-kT/IJ$) faz diyagramı.

Şekil 3.22’de Koordinasyon sayısı $q=4$, $D=-2.0$, $J=-1.0$ ve $T=0.5$ için düzen parametrelerinin manyetik alana göre değişimleri verilmiştir. Grafikten de anlaşıldığı üzere sistemin geçirmiş olduğu birinci ve ikinci derece faz geçişleri açıkça görülmektedir. Bu grafikten elde edilen birinci ve ikinci derece faz geçiş sıcaklıklarının sayısal değerleri Şekil 3.15b’de verilen faz diyagramındaki faz geçiş sıcaklıkları ile bire bir uyum içindedir.



Şekil 3.22. Koordinasyon sayısı $q=4$, $D=-2.0$, $J=-1.0$ ve $T=0.5$ için $(M_A, M_B - H/|J|)$ düzen parametresi

Şekil 3.23. ise Şekil 3.24' ya bezemektedir. Koordinasyon sayısı $q=3$, $D=-2.2$, $J=-1.0$ ve $T= 0.25$ alınmıştır. Aradaki fark sistem bir tane birinci derece faz dönüşümü ve yedi tane ikinci derece faz dönüşümü vermektedir. Bu grafikten elde edilen birinci ve ikinci derece faz geçiş sıcaklıklarının sayısal değerleri Şekil 4.14b ile bire bir uyum içinde olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 3.23. Koordinasyon sayısı $q=3$, $D=-2.2$, $J=-1.0$ ve $T=0.25$ için $(M_A, M_B-H/|J|)$ düzen parametresi

BÖLÜM 4

TARTIŞMA - SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada spin-2 Blume-Emery-Griffiths (BEG) modeli tekrarlama bağıntıları kullanarak iki alt örgülü Bethe kafesi üzerinde, farklı düzlemlerde faz diyagramları elde edildi. Dış manyetik alanın varlığında ve yokluğunda modelin ferromanyetik ve antiferromanyetik özelliklerini inceleyerek sistemin geçirdiği faz dönüşümleri kapsamlıca incelendi. Merkezi spin spin-2 alınarak serbest enerji, düzen parametreleri grafiklerinde faz geçiş sıcaklıkları için kesin değerler tespit edildi. Manyetik alanın varlığında ve yokluğunda düzen parametrelerinin sıcaklıkla değişimi kapsamlıca incelendi. Manyetik alan varlığında faz geçişinin daha yüksek sıcaklıklarda gerçekleştiği gözlemlendi. Sistemin faz diyagramları en yakın komşu sayısı yani koordinasyon sayısı $q=3$, $q=4$ ve $q=6$ için $(J- kT)$, $(D/|J|-kT/|IJ|)$, $(H/|J|- kT/|J|)$ ve $(K/|J|- kT/|J|)$ düzlemlerinde elde edildi. Daha sonrada düzen parametrelerinin dış manyetik alanla değişimleri incelendi ve bu incelemede tespit edilen faz geçiş sıcaklıklarının faz diyagramlarıyla uyumlu olup olmadıkları kontrol edildi. Sonuç olarak her iki farklı yolla hesaplanan faz geçiş sıcaklıklarının birbiriyle uyumlu olduğu sonucuna varıldı.

KAYNAKLAR

1. Helmers H.J., Ferrromagnetic Monolayerss, **Int. J. Mod. Phys. B** 9.3115-3180
2. Onsager L., Crystal Statistic I. A Two-Dimensional Model with a Order-Disorder Transition, **Phys. Rev.** 65, 117-149, 1944.
3. Baibich M.N., et. al., Magnetoressistance of (001) Fe/(001) Cr Magnetic Superlattices, **Phys. Rev. Lett.** 61,2472-2475, 1988.
4. Binasch G., et. al., Magnetoressistance in layered Magnetic Structures With Antiferromagnetic Interlayer Exchange, **Phys. Rev. B** 39, 4828-44830
5. Sayama J., et. al., Newly Developed $SmCo_5$ Thin Film With Perpendicular Magnetic anisotopy J. **Phys.: D Appl. Phys.** 37, L1- L4, 2004.
6. O’Handley R.C., Sun S.W., Surface Magnetoelastic Coupling, **Phys. Rev. Lett.** 66, 2798-2801, 1991.
7. Bochi G., Song O., O’Handley, R.C., Surface Magnetoelastic Coupling Coefficients of Single-Crystal Fcc Co Thin Films, **Phys. Rev. B** 50, 2043-2046, 1994.
8. Wu R., Freeman, A.J., Structural and Magnetic Properties of Fe/Ni(111), **Phys. Rev. B** 45, 7205- 7210, 1992.
9. Donath M., Magnetic Order And Electronic Structure in Thin Filims. J. **Phys.: Condens. Matter.** 11, 9421- 1999.
10. Capel H. W., On the possibility of first-order phase transitions in Ising systems of triplet ions with zero-field splitting, **Physica** 37:,423-441, 1967.
11. Capel H.W., On the possibility of first-order phase transitions in Ising systems of triplet ions withh zeo- field splitting, **Physica** 32, 966-988, 1966.
12. Blume M., Emery V. J. and Griffiths R. B., Ising model forthe λ transition and phase separation in $He^3 - He^4$ mixtures. **Phys. Rev. A** (3): 1071-1077, 1971
13. Hintermann A., and Rys, F., Gitter model eines ungeordneten ferromagneten II.

- Exakte lösung des eindimensionalen modells, *Helv. Phys. Acta* 42, 608, 1969.
14. Bernasconi J., and Rys, F., Critical behaviour of a magnetic alloy, **Phys. Rev. B** 4, 3045, 1971
 15. Schich M. and Shih W. H., Spin-1 model of microemulsiyon. **Phys. Rev.** B34:796, 1986.
 16. Saul D., Wortis M. and Stauffer D., Tricritical behavior of the Blume-Capel model **Phys. Rev. B** 9 (11), 4964-4980, 1973.
 17. Jain A. K., and Landau D. P., Monte- Carlo study of the fcc Blume- Capel model **Phys. Rev. B** 22(1). 445-452, 1980.
 18. Burkhardt T. W., Application of Kadanoff's lower-bound renormalization transformation to the Blume- Capel model. **Phys. Rev. B** 14 (3), 1196-1201, 1976.
 19. Hu C. K. and Kleban P., Phase diagram of an Ising model with random sublattice vacancies. **Phys. Rev. B**25 (11): 6760- 6764, 1982.
 20. Tamura I. and Kaneyoshi T., Ising ferromagnets with random anisotropy. **Prog. Theor. Phys .** 66 (5):1892-1894, 1981.
 21. Kimel J. D., Black S., Carter D, et al., Monte-Carlo study of the antiferromagnetic two-dimensional Blume –Capel model. **Phys. Rev. B** 35 (7): 3347- 3353, 1986.
 22. Chakraborty K. G., Coherent anomaly method for Blume- Capel model. **Physica A** 180: 271-281, 1992.
 23. Iwashi T., Uragami K., Muraokai Y., Kinoshita T., ve Idogaki T., Monte-Carlo Simulations of the Spin-2 Blume-Emery-Griffiths., **Phys. Rev.** 862-8652
 24. Kaneyoshi T. and Benyoussef A., Correlated effective-field treatment of the Blume- Capel model with half integer spins. **Phys. Stat. (b)** 178: 233-246, 1993
 25. Lajzerowicz L. and Sivardiere J., Spin-1 lattice-gas model. I. condensation and solidification of a simple fluid., **Phys. Rev. A** 11 (6) : 2079-2089, 1975

26. Sivardiere J. and Lajzerowicz L., Spin-1 lattice-gas model. II. condensation and phase separation in a binary fluid., **Phys. Rev. A** 11: 2090, 1975.
27. Sivardiere J. and Lajzerowicz L., Spin-1 lattice-gas model. III. Tricritical points in a binary and ternary fluids. **Phys. Rev. A** 11: 2101-2110, 1975.
28. Arora B. L. and Landau D. P., **AIP Conf. Proc.**10: 870, 1973.
29. Tanaka M. and Kawabe T., Spin-1 Ising model including biquadratic interaction with positive coupling constant. **J. Phys. Soc. Jpn.** 54: 2194-2203, 1985
30. Wang Y. L. and Wentworth C., Phase diagrams of three-dimensional Blume-Emery-Griffiths model. **J. Appl. Phys.** 61: 4411-4412, 1987
31. Kaneyoshi T. and Wang Y. L., A., new disordered phase and its physical contents of the Blume-Emery-Griffiths model. **Phys. Lett. A** 56 (12): 4199-4202, 1987
32. Wang Y. L., Lee F. And Kimel J. D., Phase diagrams of the spin-1 Ising model, Blume-Emery-Griffiths model Monte-Carlo simulations. **Phys. Rev. B** 36, 16:8945-8947, 1987.
33. Berker A. N. and Wortis M., Blume-Emery-Griffiths-Potts model in two dimensions: Phase diagram and critical properties from a position space renormalization group. **Phys. Rev. B** 14 (11): 6945- 6967, 1976.
34. Adler J., Aharony A. And Oitmaa J., Renormalization group studies of thr Blume-Emery-Griffiths model in two dimensions. **J. Phys.** 11 (5): 963-974, 1978.
35. De Bonfim O. F. and Sa-Barreto F. C., Renormalization group treatment of a spin-one Ising model with biquadratic exchange interactions. **Phys. Lett. A** 7: 109, 1985.
36. Takahashi S. and Tanaka M., Spin-1 Ising model with bilinear and biquadratic interactions phase diagram. **Jour. Phys. Soc. Jpn.** 48 (5): 1423-1427, 1980.
37. Chen H. H. and Joseph R. J., Exchange interaction model of ferromagnetism. **J. Math. Phys.** 13: 725-739, 1972.

38. Oitma J., High Temperature series expansions for Griffiths model of He^3-He^4 Mixture. **Phys. Lett. A** 33: 230, 1970.
39. Oitma J., High Temperature series expansions for a lattice model of critical behavior in multicomponent systems. **J. Phys. C** 4: 2466, 1973.
40. Keskin M. and Özgan Ş., Stable, metastable and unstable solutions of a spin-1 Ising system based on free energy surfaces. **Physica A** 145 (6): 340-342, 1990.
41. Keskin M., Stable, Metastable and unstable solutions of a spin-1 Ising system in presence of an external magnetic field. **Physica Scripta** 47: 328-332, 1993.
42. Temirci C., Kökçe A. and Keskin M., Equilibrium properties of a spin-1 Ising system with binear, biquadratic and odd interactions, **Physica A** 231:673,1996.
43. Keskin M. and Arslan H., spin-1 Ising model in the presence of the magnetic field due to the dipole and quadrupole moments. **Tr. J. of Phys.** 19:408-415, 1995.
44. Keskin M. and Arslan H., Stable, metastable and unstable solutions of a spin-1 Ising system in the presence of magnetic fields due to the dipole and quadrupole moments. **J.Magn.Magn.Mat.** 146:L247-L250, 1995.
45. Keskin M. and Erdiñç A., The spin-1 Ising model on the body-centered cubic lattice using the pair approximation, **Tr. J. of Phys.** 19:88-100, 1995.
46. Keskin M., Ekiz C. and Yalçın O., Stable, metastable and unstable and solutions of the Blume-Emery-Griffiths model. **Physica A** 267:392-405,1999.
47. Albayrak E. and Keskin M., Phase diagram of the Blume –Emery-Griffiths model on the simple cubic lattice calculated by linear chain approximation. **J. Magn. Magn. Mat.** 203:201-212,2000.
48. Albayrak E. and Keskin M., Phase diagrams of the Blume-Emery-Griffiths model calculated by the mean-field approximation including the transverse field effects. **J.Magn. Magn. Mat.** 206:83-92, 1999.
49. Albayrak E. and Keskin M., An exact formulation of the Blume- Emery- Griffiths

- model on a two-fold Cayley tree model. **Eur. Phys. J.B** 24:505-510,2001.
50. Boechat B., Renormalization-group magnetization of a ferrimagnetic Ising System, **Physica A**, 304,429-442, 2002.
51. Schofield S.L. and Bowers R. G., Renormalization Group Calculations on a Mixed-Spin System in two Dimensions, **J.Phys. A:Math. Gen.**, 13,3697-3706, 1980
52. Schofield S.L. and Bowers R. G., High-temperature series expansion analyses of Mixed-Spin Ising Model., **J. Phys. A:Math. Gen.**, 14, 2163-2169,1981.
53. Youisef B.Y. and Bowers R.G., High-Temperature series expansion studies of mixed-spin-1/2-Spin-S Ising models, **J.Phys. A: Math. Gen.**, 17,3389-3394, 1984.
54. Iwashia T. and Uryu N., The curie temperature of the two-dimensional quadratic Ising ferromagnet with Mixed Spins of $S=1/2$ and $S=1$, **J. Phys. Soc. Jpn.**, 53, 721-728, 1984.
55. Iwashia T. and Uryu N., The effect of the biquadratic exchange interaction on the Curie temperature of the mixed Ising ferromagnet, **Phys. Lett. A**, 96,311-313,1983
56. Plascak J. A., Multicritical points in the ferromagnetic binary Ising model, **Physica A**, 198, 655-655, 1993.
57. Kaneyoshi T. and Chen J. C., Mean-field analysis of a ferrimagnetic mixed spin system, **J. Magn. Magn. Mater**, 98,201-204, 2000.
58. Zhang, G.M.and Yang, C.Z., Monte-Carlo study of the two-dimensional quadratic Ising ferromagnet with Spins $S=1/2$ and crystal-field interactions, **Phys. Rev., B** 48,9452-9455, 1993.
59. Buendia, G. M., Novotny M. and Zhang, J., in :D.P. Landau, K. K. Mon and H. B. Matter Physics VII, Springer, Heidelberg, p 223, 1994 Schüttler (EDS.), **Springer Proceeds in Physic** 78, Computer Simulations in Condensed

60. Tang F.K., Critical coupling of mixed spin-1/2-Spin-S Ising Model: A free fermion approximation, **J. Phys. A: Math. Gen.**, 21, L1907-L1908, 1998.
61. Buendia, G.M., and Novoty, M.A., Numerical study of a mixed Ising ferrimagnetic system, **J. Phys.: Condens. Matter**, 9, 5951- 5964, 1997.
62. Kaneyoshi, T., Role of single-ion anisotropy in amorphous ferromagnetic alloys, **Phys. Rev. B**, 34, 7866-7872, 1986
63. Kaneyoshi, T., A compensation temperature induced by a crystal-field interaction in a ferromagnetic mixed Ising system, *Solid State Commun.*, 70, 975-977, 1989.
64. Verona De Resende, H.F., Sa Barreto, F.C. and Plascak, J. A., Renormalization group treatment of the mixed-spin system in d-dimensionl lattices, **Physica A.**, 149, 606-612, 1988.
65. Tucker, J.W., The ferromagnetic mixed spin-1/2 and spin-1 Ising system, **J. Magn. Mater.**, 195, 733-740, 1999.
66. Erdinç A., The ground- state phase diagrams of the spin-2 Ising model, **Int. J. of Mod. Phy. B**, 31: 5265-5274, 2007.
67. Erdinç A., Canko O., and Albayrak E.,The Spin-2 antiferromagnet on the Bethe lattice. **Eur. Phys J. B**, 52: 521-529, 2006.
68. Gujrati, P.T., Bethe or Beth-like lattice calculation are more reliable than conventional mean-feild calculations **Phys. Rev. Lett.**, 74, 809-812, 1995
69. Zimamn, J. M., *Models Of Disorder*, Cambridge Universty Pres, Cambridge, (1979)
Hughes, B.D., and Sahim, M., Random walks on the Bethe attice **J. Stat. Phys**, 29, 781-784, 1982.
70. Mosseri, R., and Sadoc, J.F., **J. Phys Lett.**, 43, L.249 1982.
71. Coexeter, H.S.M., *Non-Euclidean Geometry*, University Toronto PresS Toronto, (1947)
72. A. Z. Akheyan, N.S Ananikian, **J. Phys. A** 29, 721 1996.

73. N.S Ananikian, A.R. Avakian, N.Sh Izmailian, *Physica A* 172,391 (1991); A. Z. Akheyran, N.S Ananikian, **Phys. Lett.** **186A**, 171 (1994); A. Z. Akheyran, N.S Ananikian, *JETP* 107, 196 (1995);

ÖZGEÇMİŞ

1986 yılında Mersin’de doğdu. İlköğretim ve lise eğitimini sırasıyla; Büyükeceli İlk Öğretim Okulu ve Cemile- Hamdi Ogun Lisesinde tamamladı. Üniversite eğitimini Niğde Üniversitesin Fizik Bölümünde yaptı. Hâlen Erciyes Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında yüksek lisans yapmaktadır.

Adres: Çağdaşkent Mah. Çamlıkent Sitesi 18. Blok Kat:3 No:10 MERSİN/TOROSLAR

E-posta: deryasen33@hotmail.com

Tel: 0537 725 59 44