T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORANTISAL ODDS LOJİSTİK REGRESYON MODELİ İÇİN UYUM İYİLİĞİ TESTLERİNİN PERFORMANSLARININ BENZETİM ÇALIŞMASI İLE DEĞERLENDİRİLMESİ

Gamze ÇELİK

Biyoistatistik Programı

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA
2019

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORANTISAL ODDS LOJİSTİK REGRESYON MODELİ İÇİN UYUM İYİLİĞİ TESTLERİNİN PERFORMANSLARININ BENZETİM ÇALIŞMASI İLE DEĞERLENDİRİLMESİ

Gamze ÇELİK

Biyoistatistik Programı
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEZ DANIŞMANI
Doç. Dr. Jale KARAKAYA KARABULUT

İKİNCİ DANIŞMAN
Doç. Dr. N. Anıl DOLGUN

ANKARA
2019

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ

SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORANTISAL ODDS LOJİSTİK REGRESYON MODELİ İÇİN UYUM İYİLİĞİ TESTLERİNİN PERFORMANSLARININ BENZETİM ÇALIŞMASI İLE DEĞERLENDİRİLMESİ

Gamze ÇELİK

Danışman: Doç. Dr. Jale KARAKAYA KARABULUT

İkinci Danışman: Doç. Dr. N. Anıl DOLGUN

Bu tez çalışması 9/9/2019 tarihinde jürimiz tarafından "Biyoistatistik Programı" nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı:	**Prof. Dr. A. Ergun KARAAĞAOĞLU** *(Hacettepe Üniversitesi)*
Tez Danışmanı:	**Doç. Dr. Jale KARAKAYA KARABULUT** *(Hacettepe Üniversitesi)*
Üye:	**Prof. Dr. Mehtap AKÇİL OK** *(Başkent Üniversitesi)*

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri tarafından uygun bulunmuştur.

2 6 Eylül 2019

Prof. Dr. Diclehan Orhan

Enstitü Müdürü

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan *"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"* kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi/ H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü/ Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. (1)
- o Enstitü/ Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ...ay ertelenmiştir.(2)
- o Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. (3)

27/09/2019

Gamze ÇELİK

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

(1) *Madde 6. 1. Lisansüstü tezle ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.*

(2) *Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkanı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.*

(3) *Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.*

ETİK BEYAN

Bu çalışmadaki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, kullandığım verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, yararlandığım kaynaklara bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu, tezimin kaynak gösterilen durumlar dışında özgün olduğunu, Doç. Dr. Jale KARAKAYA KARABULUT danışmanlığında tarafımdan üretildiğini ve Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Yönergesine göre yazıldığını beyan ederim.

Gamze ÇELİK

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın gerçekleşmesinde değerli katkı ve yönlendirmelerinden dolayı danışman hocalarım Sayın Doç. Dr. Jale KARAKAYA ve Sayın Doç. Dr. Anıl DOLGUN' a en içten dileklerim ile teşekkür ederim. Değerli görüşleri ile tezin bu noktaya gelmesinde emeği olan Sayın Dr. Osman DAĞ ile Sayın Ebru ÖZTÜRK' e içtenlikle teşekkür ederim.

Her zaman her koşulda yanımda olan, her türlü desteklerini benden esirgemeyen sevgili aileme, yakın dostlarıma, değerleri iş arkadaşlarıma ve moral kaynağım Maksi'ye teşekkür ederim.

ÖZET

Çelik, G., Orantısal Odds Lojistik Regresyon Modeli İçin Uyum İyiliği Testlerinin Performanslarını Benzetim Çalışması İle Değerlendirilmesi. Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Programı Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2019. Sıralı ve kategorik yapıdaki bağımlı değişkenin, bağımsız değişkenler üzerindeki etkisi modellenmek istendiğinde sıralı lojistik regresyon modeli kullanılmaktadır. Sıralı lojistik regresyon modelleri içerisinde en yaygın kullanılan model orantısal odds lojistik regresyon modelidir. Tüm lojistik regresyon modellerinde, modelin veriye uyumun yeterli olup olmadığının değerlendirilmesi için gerekir. Bu amaç ile çeşitli uyum iyiliği testlerini kullanılabilir. Orantısal odds lojistik regresyon modellerinde geliştirilen uyum iyiliği testleri Lipsitz test istatistiği, Pulkstenis&Robinson test istatistikleri ve Fagerland&Hosmer test istatistikleridir. Bu tezin amacı, Orantısal odds lojistik regresyon modellerinde geliştirilen uyum iyiliği testlerin performanslarını benzetim çalışması ile karşılaştırmaktır. Bu amaçla çeşitli senaryolar altında modeller kurulmuştur. R yazılım programı ile oluşturulan modelin, performansları tip I hata, güç ve düzeltilmiş güç açısından değerlendirilmiştir. Uyum iyiliği testlerinin bozulumu yakalamada iyi performans sergileyememişlerdir. Uyum iyiliği testleri, etkileşim terim içeren model dışında genel olarak düşük düzeltilmiş güç değerlerine sahiptir. Pulkstenis&Robinson testleri ile Lipsitz testi, Hosmer&Fagerland testinden uyum iyiliğini bozulumunu belirlemede daha iyi performans göstermiştir. Örneklem büyüklüğü arttıkça her bir uyum iyiliği testinin uyum iyiliği bozulumlarını yakalamadaki performansı artmıştır.

Anahtar Kelimeler: Orantısal odds lojistik regresyon modeli, uyum iyiliği testi, Lipsitz test istatistiği, Hosmer&Fagerland test istatistiği, Pulkstenis&Robinson test istatistiği,

ABSTRACT

Çelik, G., Performance Evaluation of Goodness of Fit Tests for the Proportional Odds Logistic Regression Model via Simulation. Hacettepe University Graduate School Health Sciences, Biostatistics Program, Master Thesis, Ankara, 2019. Ordinal logistic regression model is used when the effect of ordered categorical response variables and explanatory variables is modeled. Proportional odds logistic regression model is the most commonly used model among the ordinal logistic regression models. In all logistic regression models, it is necessary to assess whether the model is adequate for data fit. Various goodness of fit tests can be used for this purpose. The goodness of fit tests developed in proportional odds logistic regression models are Lipsitz test statistics, Pulkstenis&Robinson test statistics and Fagerland&Hosmer test statistics. This thesis aims to compare the performance of the goodness of fit tests developed in proportional odds logistic regression models with the simulation study. For this purpose, models have been established under various scenarios. The performance of the models, which was created by R software, was evaluated in terms of type I error, power and adjusted power. The goodness of fit tests generally have low adjusted power values, except for the model containing interaction term. Pulkstenis&Robinson tests and Lipsitz tests are better to performance detect lack of fit than Hosmer&Fagerland test. As the sample size increases, the performance of each goodness of fit test to detect lack of fit is increased.

Key Word: Proportional odds regression model, Goodness of fit test, Lipsitz test statistic, Hosmer&Fagerland test statistic, Pulkstenis&Robinson test statistic.

İÇİNDEKİLER

SİMGELER ve KISALTMALAR

α	Sabit Terim
β	Regresyon Katsayısı
c	Bağımlı Değişkenin Kategori Sayısı
c_g	Orantısal Odds Modelinin Fonksiyonu
d_j	j. Kategorideki Sapma Artık Değeri
D^2	Sapma İstatistiği
e	Hata Terimi
F	Birikimli Dağılım Fonksiyonu
f	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
$g(x)$	Logit Fonksiyonu
I	Gösterge Değişkeni
j	Bağımlı Değişkenin Kategori İndisi
l	Olabilirlik Oran Fonksiyonu
L	Bileşik Olabilirlik Oran Fonksiyonu
k	Bağımsız Değişken İndisi
χ^2	Ki-kare Test İstatistiği
m_j	j. Kategorideki Bağımsız Değişken Desen Sayısı
M	Bağımsız Değişken Desen Sayısı
n	Örneklem Büyüklüğü
OR	Odds Oranı
π_j	j. Kategoride Olgunun Ortaya Çıkma Olasılığı
r_j	j. Kategorideki Pearson Artık Değeri
s_i	i. Gözlemin Skor Değeri
τ	Eşik Değeri
x	Bağımsız Değişken
y	Bağımlı Değişken

ŞEKİLLER

TABLOLAR

1. GİRİŞ

İstatistik biliminde iki ya da daha fazla değişken arasındaki neden-sonuç ilişkisinin elde edilmesi, bu değişkenler arasında matematiksel model kurulması amaçlandığında en sık olarak regresyon analizi tercih edilir ve kullanılacak regresyon analiz yöntemi değişkenlerin ölçüm biçimine göre (nitel ve nicel) farklılık gösterir.

Klasik doğrusal regresyon analizinde, bağımlı değişkenin nicel bir veri (sürekli) olması, bağımsız değişkenlerin çoklu normal dağılım göstermesi, hata terimlerinin normal dağılım göstermesi gibi varsayımları sağlaması gerekirken lojistik regresyon analizinde bu kısıtlamalar yoktur. Bu durum araştırmacılara esneklik sağlamış ve lojistik regresyon modelinin günümüzde eğitim, sağlık, sosyal bilimler gibi alanlarda yaygın olarak kullanılan bir analiz yöntemi haline getirmiştir (1).

Lojistik regresyon çözümlemesinde amaç, kategorik yapıdaki bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi, veriye en iyi uyuma sahip olacak biçimde modellemektir. Lojistik regresyon modelinde, bağımlı değişkenin alacağı değerlerden birinin gerçekleşme olasılığı kestirilir (2).

Lojistik regresyon analizi, bağımlı değişkenin ölçek türüne ve sayısına göre genel olarak üçe ayrılmaktadır. Bunlar; iki durumlu lojistik regresyon (binary logistic regression), çok terimli lojistik regresyon (multinomial logistic regression) ve sıralı lojistik regresyon (ordinal logistic regression) şeklindedir. İki durumlu lojistik regresyon modelinde bağımlı değişken iki kategorili veri tipinde iken, çok terimli lojistik regresyon modelinde bağımlı değişken ikiden kategorili sınıflanabilir ve sıralama içermeyen niteliksel veri tipindedir. Sıralı lojistik regresyon modelinde, bağımlı değişken en az iki kategorili ve sıralı veri tipindedir (3).

Sıralı lojistik regresyon modeli kurulmasında, beş temel bağlantı fonksiyonu (logit, probit, tamamlayıcı loglog, negatif loglog, cauchit) kullanılabilir. Bağlantı fonksiyonu, modelin oluşumunda kullanılan olasılık fonksiyonu olarak tanımlamaktadır. Tercih edilen bağlantı fonksiyonuna göre farklı sıralı lojistik regresyon modeli kurulabilir. Eğer bağımlı değişkenin kategorilerin her birinin olasılık değeri eşit ise logit fonksiyonu kullanılır. Logit fonksiyon içlerinde en sık kullanılan orantısal odds modeli (proportional odds model), kısmi orantısal odds modeli (partial proportional odds model), ardışık kategori odds modeli (adjacent category logistic regression model), sürekli oran lojistik modeli (continuation ratio model) ve stereotipi lojistik modelidir (streotype logistic regression model). Bahsi geçen bu sıralı lojistik regresyon modelleri arasında en yaygın olarak kullanılanı, yorumlanma kolaylığı nedeniyle birikimli logitleri temel alan orantısal odds lojistik regresyon modelidir. Orantısal odds modelinin en önemli avantajı, elde edilen bağımlı değişken odds'unun "kategorilerden bağımsız olarak eşit (aynı) olarak" yorumlanabilmesidir (4).

Tüm regresyon modellerinde olduğu gibi sıralı lojistik regresyon modellerinin tümünde de modelin uyum iyiliğinin değerlendirilmesi oldukça önemlidir. Çünkü uyum iyiliği, bağımlı değişkeni açıklamak için oluşturulan modelin yeterliliğinin bir ölçüsüdür. Elde edilen modelin veriye uyum sağlamadığı durumlarda kurulan modeldeki bağımsız değişkenlerin modeli yeterli bir biçimde temsil etmediğini sonucu çıkar. Bu durumda modeli oluştururken farklı bağımsız değişkenler seçilebilir ve uyum iyiliği testleri yardımı ile bağımlı değişken üzerinde etkili bağımsız değişkenleri belirleme konusunda daha güvenilir sonuçlar elde edilebilir (1).

Sıralı lojistik regresyon modelinde kullanılan başlıca uyum iyiliği testleri, Pearson ki-kare testi, sapma (deviance) istatistiği, Olabilirlik oran testi ve Hosmer & Lemeshow testidir. Orantısal odds lojistik regresyon modeli için önerilen uyum iyiliği testleri ise Pearson ki-kare testi, sapma (deviance) istatistiği, Lipsitz test istatistiği, Pulkstenis&Robinson test istatistikleri ve Hosmer&Fagerland test istatistikleridir (5).

Bu tez çalışmasının amacı, sıralı lojistik regresyon modelleri arasında en çok kullanım alanına sahip olan orantısal odds lojistik regresyon modelinde geliştirilen Lipsitz uyum iyiliği testi, Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği test istatistikleri ve Hosmer&Fagerland test uyum iyiliği testlerini ayrıntılı olarak ele almak, bu uyum iyiliği testlerini istatistiksel benzetim çalışması yardımı ile karşılaştırmaktır.

Bu amaç doğrultusunda; tez çalışmasının hipotezleri ise:

i) Pulkstenis&Robinson testleri ile Lipsitz testi, uyum iyiliği bozulumlarını belirlemede Hosmer&Fagerland testinden daha üstün performans gösterecektir.

ii) Olabilirlik oran testine dayanan bir test istatistiği olduğu için Lipsitz testi, küçük örneklem genişliklerinde uyum iyiliğindeki bozulumları yakalamada daha iyi performans gösterecektir.

iii) Genel olarak örneklem genişliği azaldıkça tüm testlerin uyum iyiliği bozulumlarını yakalamadaki performansı düşecektir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde lojistik regresyon hakkında genel bilgiler, tezin amacı ve hipotezleri yer almaktadır. İkinci bölümünde, iki durumlu lojistik regresyon modeli, çok terimli lojistik regresyon modeli, sıralı lojistik regresyon modelleri ve orantısal odds lojistik regresyon modelinin uyum iyiliğinin test edilmesinde kullanılan farklı test yaklaşımlarından ayrıntılı olarak söz edilmektedir. Üçüncü bölümde, tezde kullanılan gereç ve yöntemlerden bahsedilmektedir. Bu bölümde benzetim çalışmasının nasıl yapıldığına dair özellikler tanımlanmıştır. Dördüncü bölümde, çeşitli benzetim çalışmaları yapılmış, farklı senaryolar altında önerilen test istatistiklerinin uyum iyiliğini belirlemedeki başarıları karşılaştırılmıştır ve bunlara ilişkin sonuçlar sunulmuştur. Beşinci bölümde, bulguların sonuçları daha önceki yapılan çalışmalarla karşılaştırılarak tartışılmıştır. Son bölümde de sonuç ve öneriler yer almaktadır.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. İki Durumlu Lojistik Regresyon Modeli

İki durumlu lojistik regresyon modelinde, bağımsız değişkenin yapısı ile ilgili bir koşul bulunmaz iken bağımlı değişken iki kategorili ve isimsel (var-yok, ölü-yaşıyor, evet-hayır, başarı-başarısızlık vb.) veri tipindedir. Bağımsız değişkenler kategorik yapıda ise faktör değişken, sürekli yapıda ise ortak değişken (covariate) veya risk faktörleri olarak ifade edilir (1). Bağımlı değişken 0 ve 1 olarak kodlanır. İki kategorili bağımlı değişkenin kategorilerini tanımlarken; 0 istenilen olgunun gerçekleşmemesini, 1 istenilen olgunun gerçekleşmesini belirtmektedir. Örneğin; koroner kalp hastalığına (bağımlı değişken) neden olan faktörlerin belirlenmesinde, koroner kalp hastalığı olmayan bireyler 0 ile, kalp hastalığı olan bireyler 1 ile gösterilebilir. Bu bireylerin koroner kalp hastalığına yakalanma durumunu etkileyen çeşitli faktörler (yaş, sigara içme durumu, egzersiz yapma durumu, kolesterol düzeyi) bağımsız değişkenler olarak düşünülebilir.

İki durumlu lojistik regresyon modelin genel özellikleri şu şekilde özetlenebilir;

1. $\mathrm{y} \in (0,1)$,
2. $\mathrm{P}(\mathrm{y}=1|\mathrm{x}_\mathrm{i}) = \pi_\mathrm{i}, \quad \mathrm{i}=1,2,...,\mathrm{n}$
3. y_1, y_2, …, y_n değerleri istatistiksel olarak bağımsızdır,
4. x_i değişkenleri birbirinden bağımsızdır (6).

İki durumlu lojistik regresyon modeli, binom dağılımının n=1 için özel durumu olan Bernoulli dağılımına sahiptir. Lojistik regresyon modelinde bağımsız değişkenlere göre bağımlı değişkenin kategorilerinin beklenen değerlerinin olasılıkları hesaplanır, bağımlı değişkene ait bir gözlem $y = E(Y|x) + e$ şeklinde gösterilebilir. e hata terimi olarak isimlendirilir ve gözlemin koşullu olasılıktan ne kadar saptığını gösterir (7,8). Bağımlı değişkenin iki kategorili olduğu modelde, hata teriminin varyansı bağımsız değişkenin her düzeyinde değişkenlik gösterdiğinden değişen varyans sorunu söz konusudur (8).

İki durumlu lojistik modelinde, x verildiğinde sonuç değişkeninin değeri y=π(x)+e ile gösterilir. Eğer y =1 ise, π(x) olasılıkla e=1-π(x) değerini alır ve eğer y=0 ise, 1-π(x) olasılıkla e=-π(x) değerini alır. Böylece hata terimi (e), sıfır ortalamalı ve π(x)[1- π(x)]'e eşit varyanslı binom dağılım gösterir (4).

İki durumlu tek değişkenli lojistik regresyon modeli denklemi;

$$\pi(x) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x}} \qquad (2.1.)$$

Eşitlik 2.1'de π(x) bağımsız açıklayıcı değişken bilindiğinde bağımlı değişken durumunun gerçekleşme olasılığını ifade eder. x bağımsız değişken, β_0 sabit lojistik regresyon katsayısı ve β_1 bağımsız değişkene ilişkin lojistik regresyon katsayısını gösterir. Bağımlı değişkenin kestirim değerleri 0 ile 1 aralığındadır. İki durumlu tek değişkenli lojistik regresyon modelinin genel gösterimi Tablo 2.1' de olduğu gibidir.

Tablo 2.1. İki Durumlu Lojistik Regresyon Modeli

Bağımlı Değişken (y)	Bağımsız Değişken (x)	
	x =1	x =0
y=1	$\pi(1) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}$	$\pi(0) = \frac{e^{\beta_0}}{1+e^{\beta_0}}$
y=0	$1 - \pi(1) = \frac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}$	$1 - \pi(0) = \frac{1}{1+e^{\beta_0}}$
Toplam	1	1

Lojistik regresyon modellerinde $\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}$ oranı odds değeri olarak tanımlanır. Kısaca, araştırmaya konu olan olgunun gerçekleşme olasılığının gerçekleşmeme olasılığına oranıdır. Bu değer 0 ile +∞ arasında değişmektedir. İki olayın odds değerleri oranına Odds oranı denilir (1,8). Kısaca OR şeklinde gösterilebilir.

İki durumlu lojistik regresyon modelinde Odds oranı Eşitlik 2.2 ve 2.3'de gösterildiği şekildedir.

$$OR = \frac{\pi(1)/[1-\pi(1)]}{\pi(0)/[1-\pi(0)]} \tag{2.2}$$

$$OR = \frac{\frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{1+e^{\beta_0+\beta_1}} \frac{1}{1+e^{\beta_0}}}{\frac{e^{\beta_0}}{1+e^{\beta_0}} \frac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}} = \frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{e^{\beta_0}} = e^{\beta_1} \tag{2.3.}$$

Örneğin; akciğer kanserine yakalanma riski ile sigara kullanımı arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılmak istensin. Bu olayda bağımsız değişken (risk faktörü) bireyin sigara kullanma durumu, bağımlı değişken bireyin akciğer kanserine yakalanma durumudur. Odds oranının $e^{\beta_1}=3$ olarak elde edildiği varsayıldığında, sigara içen bireylerin akciğer kanserine yakalanma riskinin içmeyenlere göre 3 kat daha fazla olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Odds oranının birden büyük çıkması bağımsız değişkendeki bir birim artışın araştırmaya konu olan olgunun gerçekleşme olasılığını arttırdığı, birden küçük çıkması ise bahsi geçen olgunun gerçekleşme olasılığını azalttığı anlamına gelir. Odds oranının bire eşit olması, bağımsız değişkenin istatistiksel olarak olgu üzerinde bir etkisi olmadığı şeklinde yorumlanır (7,9). Odds oranın doğal logaritması (ln) alındığında, iki durumlu lojistik regresyon modelinin logit dönüşümü Eşitlik 2.4'de gösterildiği şekildedir:

$$g(x) = \ln\left[\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}\right] = \beta_0 + \beta_1 x \tag{2.4.}$$

Logit fonksiyonu $g(x)$ ile gösterilir. Bu fonksiyon (-∞, +∞) aralığında değer alabilir. Lojistik regresyon modelinde, logit fonksiyon ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olması gerekir. Bu lojistik regresyon modelinin tek varsayımıdır (4,10). Logit fonksiyonu aynı zamanda süreklidir ve π(x) arttıkça g(x)'nin değeri de artar. π(x) 0.5'ten küçük ise g(x) negatif, 0.5'ten büyükse g(x) pozitif değerler alır. π(x) 0.5'e eşit ise g(x) değeri sıfırdır (4).

Lojistik regresyon modellerinde (iki durumlu model – çok terimli model – sıralı model) katsayı kestirimini yapmak için En Çok Olabilirlik Tahmin Yönteminden faydalanılır. İki durumlu tek değişkenli lojistik regresyon modelinde iki tane katsayı (β_0 ve β_1) mevcuttur. Bu yöntemde ilk olarak, en çok olabilirlik fonksiyonu oluşturulur. Burada (x_i, y_i) n gözleme sahip bir örneklem düşünülür. İki kategorili bağımlı değişken (0 ya da 1) ve i. gözlem değeri için bağımsız değişken değeri x_i olmak üzere her bir gözlemin olasılık fonksiyonu elde edilir (10,11). İki durumlu tek değişkenli lojistik regresyon modeli için, olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 2.5'de gösterilmiştir.

$$l_i(x,\beta) = \left[P\left(y_i = 1|x\right)\right]^{y_i}\left[1 - P\left(y_i = 1|x\right)\right]^{(1-y_i)}, i = 1, 2, ..., n. \qquad (2.5.)$$

Gözlem değerleri birbirinden bağımsız varsayıldığından, bu gözlemlerin bileşik olabilirlik fonksiyon denklemi Eşitlik 2.6'daki gibi ifade edilir (3,4).

$$L\left(\beta; x_1, x_2, ..., x_n\right) = \prod_{i=1}^{n} f\left(x_i; \beta\right) \qquad (2.6.)$$

Daha sonra matematiksel olarak kolay hesaplamak amacıyla her iki tarafında logaritması alınır. Log olabilirlik fonksiyonu, Eşitlik 2.7'de tanımlandığı gibidir (3,4).

$$L(\beta) = \ln\left[l(\beta)\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[y_i \ln\left(\pi\left(x_i\right)\right) + \left(1 - y_i\right)\ln\left(1 - \pi\left(x_i\right)\right)\right] \qquad (2.7.)$$

Logaritması alınan olabilirlik fonksiyonun, tahmin edilen parametre veya parametrelerine göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenerek kestirim değerleri bulunur İki durumlu tek değişkenli lojistik regresyonda, β_0 ve β_1'e göre türevi alınır ve aşağıda gösterilen olabilirlik eşitliklerini Eşitlik 2.8'de paket programlar yardımıyla çözümlenmeleri yapılır (12).

$$\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - \pi\left(x_i\right)\right] = 0$$
$$\sum_{i=1}^{n}x_i\left[y_i - \pi\left(x_i\right)\right] = 0 \qquad (2.8.)$$

Sonuçta, β değerlerinin en çok olabilirlik kestirimleri elde edilmiş olur. Koşullu olasılığın en çok olabilirlik yöntemine göre kestirim değeri, $\hat{\pi}\left(x_i\right)$ olur. Kestirilen koşullu olasılıkların toplamı, y'nin gözlenen değerlerinin toplamına eşittir (4).

$$\sum_{i=1}^{n}y_i = \sum_{i=1}^{n}\hat{\pi}\left(x_i\right) \qquad (2.9.)$$

İki durumlu lojistik regresyonda regresyon katsayılarının yorumlanması, daha öncesinde bahsedildiği gibi Odds oranı cinsinden yapılır.

2.1.1. İki Durumlu Lojistik Regresyonda Uyum İyiliği Testi

İki durumlu lojistik regresyon modelinin uygunluğunun test edilmesi ve değerlendirilmesi model kestiriminin etkinliğini belirlemek açısından önemlidir (13). İki durumlu lojistik regresyon modelleri için, yaygın olarak tercih edilen uyum iyiliği test yaklaşımları Pearson ki-kare test istatistiği, sapma (deviance) test istatistiği ve Hosmer-Lemeshow test istatistiğidir (4,5). Çalışmanın daha sonraki bölümlerinde bahsedilecek olan Lipsitz uyum iyiliği test yaklaşımı, Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği test yaklaşımı ve Hosmer&Fagerland uyum iyiliği test yaklaşımı da iki durumlu lojistik regresyon modellerinde uygulanabilir. Lipsitz uyum iyiliği test yaklaşımı ve Hosmer&Fagerland uyum iyiliği test yaklaşımı Hosmer-Lemeshow test istatistiğini temel almaktadır. Hosmer-Lemeshow test istatistiği, Orantısal odds lojistik regresyon modellerinde uyum iyiliği testi başlığı altında anlatıldığından bu bölümde bahsedilmemiştir.

Bilinen ki-kare test yaklaşımını kullanarak modelin uyumunu ölçen, Pearson ki-kare testi ile sapma (deviance) testinin yapılabilmesi için modelde sadece kategorik değişkenler bulunmalıdır.

Uyum iyiliği testi, gözlenen değerler ile kestirilen değerlerin farklarının incelenmesidir. Ele alınan modelde örneklem büyüklüğü n olduğunda, bağımlı değişkene ilişkin gözlenen değerler $y' = (y_1, y_2, ..., y_n)$ şeklindedir. Modelden kestirilen değerler $\hat{y}$ ile ifade edilir ve tahmin edicisi de $\hat{y}' = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, ..., \hat{y}_n)$'dir (4,12). Gözlenen ve kestirilen değerlerin arasındaki farkları hesaplamak için çeşitli yöntemler mevcuttur. Bu yöntemlerden bir tanesi, kestirilen değerleri her bir bağımsız değişken deseni dikkate alarak hesaplamaktır.

Bağımsız değişken desen sayısı, model içinde tüm bağımsız değişkenlerin farklı kombinasyonlarının sayısı olarak tanımlanır. İncelenen modelde kategorik bağımsız değişkenlerin (sigara içme durumu, ırk, cinsiyet gibi) kombinasyonu farklı bağımsız desenlerinin ortaya çıkmasına neden olur. Modelde her biri iki kategorili iki bağımsız değişkeni (ırk: siyah-beyaz, cinsiyet: kadın-erkek) olduğunda $2^2 = 4$ tane veya her biri üç kategorili üç bağımsız değişkenin yer aldığı modelde $3^3 = 27$ tane bağımsız değişken desen sayısı vardır (3,4).

Eğer bazı gözlemler aynı x değerine sahip ise bağımsız değişken desen sayısı örneklem büyüklüğünden küçük olacaktır. $x=x_j$ olan gözlem sayısı m_j olmak üzere $j = 1, 2, \ldots c$ ile gösterilir. Bu durumda, her bir bağımsız değişken desenindeki gözlem sayılarının toplamının örneklem büyüklüğüne (n) eşit olduğu söylenir (4).

Modelde sürekli bağımsız değişken sayısı arttıkça bağımsız değişken desen sayısı da artış gösterir. Aynı zamanda örneklem büyüklüğü de artış gösteriyor ise bağımsız değişken desen sayısı örneklem büyüklüğüne eşit olabilir. Modelin dağılım özellikleri bozulduğundan, sürekli değişkenler varlığında Pearson ki-kare ile sapma testi uyum iyiliği testleri önerilmemektedir (4).

Genel olarak j. bağımsız değişken değerinin kestirilen (fitted) değeri, Eşitlik 2.10'da gösterildiği gibidir.

$$\hat{y}_j = m_j \hat{\pi}_j = m_j \frac{e^{\hat{g}(x_j)}}{1 + e^{\hat{g}(x_j)}} \qquad (2.10.)$$

Eşitlik 2.10'da gösterilen, $\hat{g}\left(x_j\right)$ kestirilen logit değeri, $\hat{\pi}_j$ kestirilen olasılık değeri, m_j her bir bağımsız değişken desenindeki gözlem sayısıdır. Pearson artıkları ve sapma artıkları, bu gözlenen ve kestirilen değerler arasındaki farkın iki ayrı ölçüsüdür (3,4,10). Pearson artıkları Eşitlik 2.11'de gibi ifade edilir.

$$r(y_j, \hat{\pi}_j) = \frac{(y_j - m_j\hat{\pi}_j)}{\sqrt{m_j\hat{\pi}_j(1 - \hat{\pi}_j)}} \qquad (2.11.)$$

Pearson artıkların toplamı, Pearson ki-kare test istatistiği Eşitlik 2.12'de gösterildiği gibidir.

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{M} r(y_j, \hat{\pi}_j)^2 \qquad (2.12.)$$

Sapma artıkları, Eşitlik 2.13'degösterildiği şekilde elde edilir:

$$d(y_j, \hat{\pi}_j) = \pm\left\{2\left[y_j \ln\left(\frac{y_j}{m_j\hat{\pi}_j}\right) + \left(m_j - y_j\right)\ln\left(\frac{(m_j - y_j)}{m_j(1 - \hat{\pi}_j)}\right)\right]\right\}^{1/2} \qquad (2.13.)$$

Yukarı ifadede + ve - birlikte kullanılmasının nedeni (y_j-$m_j\pi_j$) işleminin sonucu pozitif yada negatif çıksa da aynı değer olmasıdır (3,4). Sapma artıkların genel formülü, Tablo 2.2.'de gösterildiği şekilde daha pratik hale getirilebilir (3).

Tablo 2.2. Sapma artıklarının hesaplanması

m_j, y_j		d_j
$m_j = 1$	$y_j = 0$	$-\sqrt{2\left\|ln\left(1-\hat{\pi}_j\right)\right\|}$
	$y_j = 1$	$\sqrt{2\left\|ln\left(\hat{\pi}_j\right)\right\|}$
$m_j > 1$	$y_j = 0$	$\sqrt{2\left(m_j - y_j\right)ln\left(\frac{\left(m_j - y_j\right)}{m_j\left(1-\hat{\pi}_j\right)}\right)}$
	$m_j = y_j$	$\sqrt{2y_j\ ln\left(\frac{y_j}{m_j\hat{\pi}_j}\right)}$
	$y_j > 0$	$\sqrt{2\left[y_j ln\left(\frac{y_j}{m_j\hat{\pi}_j}\right)+\left(m_j - y_j\right)ln\left(\frac{(m_j - y_j)}{m_j(1-\hat{\pi}_j)}\right)\right]}$

Sapma artıklarının toplamı sapma test istatistiğinin değerini verir. Her iki test istatistiği de, bağımsız değişken desen sayısı “M” bağımsız değişken desen sayısı olmak üzere M-(p+1) serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

2.2. Çok Terimli (Multinominal) Lojistik Regresyon Modeli

Çok terimli lojistik regresyon modeli, iki durumlu lojistik regresyon modelinin genişletilmiş halidir. Bağımsız değişken sayısı ikiden fazladır. Bağımlı değişkenin kategori sayısı, en az iki ve ikiden büyük sırasız niteliksel değişken veri tipindedir. Sıralı lojistik modelinden farklı olarak, bağımlı değişkenin kategorileri arasında herhangi bir sıralama yoktur. Çok terimli lojistik regresyon modelinin genel gösterimi Eşitlik 2.14’deki gibidir (4,14).

$$\pi_j = P\left(y = j\right) = \frac{\exp\left(\sum_{k=1}^{p}\beta_{jk}x_k\right)}{1+\sum_{j=1}^{c-1}\exp\left(\sum_{k=1}^{p}\beta_{jk}x_k\right)} \qquad j=1,2,...,c. \qquad (2.14.)$$

$$P\left(y=1\middle|X\right)=\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+...+\beta_p x_p}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+...+\beta_p x_p}} \qquad (2.15.)$$

Eşitlik 2.14 ve 2.15'de x, p değişkenli bağımsız değişkenlerin vektörünü, β_{jk} regresyon katsayılarını, y c kategorili bağımlı değişkeni ve π_j bağımlı değişkenin referans kategoriye düşme olasılığını gösterir (4,10,14). Regresyon katsayının iki alt indisi, olması sebebiyle β_{jk} şeklindedir. Burada j indisi bağımlı değişkenin kategorisini, k indisi ise bağımsız değişkenin kategorisini sembolize eder.

Lojistik regresyon modelini kurmadan önce modele eklenecek olan bağımsız değişkenlerin birbirleri ile ikili/çoklu ilişkili olup olmadığına ve sadece ilgili olan bağımsız değişkenlerin modele katılmasına dikkat etmek gerekir. Uygun bağımsız değişkenleri belirlemek için tek değişkenli analizler ya da tek değişkenli lojistik regresyon analizi yapılabilir (1).

Çok terimli lojistik modelinde, tüm bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisi aynı anda incelediğinden lojistik regresyon katsayısının yorumlanması iki durumlu lojistik regresyon modelinden farklılık gösterir. Bağımlı değişkenin kategori sayısı ikiden fazla olduğundan, kategorileri ikili karşılaştırmak için (c-1) tane lojistik regresyon modeli kurulur (4,5). Kurulan bu modelleri karşılaştırma yapmak amacıyla bağımlı değişkenin kategorilerinden bir tanesi referans kategorisi olarak belirlenir ve bu referans kategorisine göre odds oranları bulunur. Referans kategorisi olarak genelde ilk ya da son kategori tercih edilir. Son kategori referans kategorisi olarak seçildiğinde, çok terimli lojistik regresyon modeli Eşitlik 2.16'da gösterildiği şekildedir.

$$\pi_j=P\left(y=j\right)=\frac{1}{1+\sum_{j=1}^{c\text{-}1}\exp\left(\sum_{k=1}^{p}\beta_{jk}x_k\right)} \qquad (2.16.)$$

Çok terimli lojistik regresyon modelinde, odds oranı yorumlanması şu şekildedir. Odds oranı birden küçük ise bağımsız değişkendeki bir birim artışın, referans kategorisi yerine j. kategoride olma olasılığını azalttığı; odds oranının birden büyük çıkmasının bu olasılığı arttırdığı şekilde yorumlanır (2,3,8).

Çok terimli lojistik regresyon modelinde parametrelerinin tahmin edicileri, iki durumlu lojistik regresyon modelinde olduğu gibi En Çok Olabilirlik Yöntemi ile bulunabilir. Çok terimli modelde $\beta' = \left(\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p\right)$ parametrelerinin olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 2.17'de şekilde gösterilir.

$$L\left(\beta; x_1, x_2, ..., x_n\right) = \prod_{i=1}^{n} f\left(x_i;\beta\right) \qquad (2.17.)$$

Log olabilirlik fonksiyonun p+1 katsayısına göre türevi alınır. Olabilirlik denklemleri elde edilir ve Eşitlik 2.18 ve 2.19'da gösterilen olabilirlik eşitlikleri özel paket programlar kullanılarak çözümlenir.

$$\sum_{i=1}^{n} \left[y_i - \pi\left(x_i\right) \right] = 0 \qquad (2.18.)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \left[y_i - \pi\left(x_i\right) \right] = 0, \qquad j=1,2, \ldots, p \qquad (2.19.)$$

Log olabilirlik fonksiyonlarının ikinci kısmı türevlerin matrisi ile kestirilen katsayıların bilgi matrisi ve kovaryans matrisinin tahmini bulunur (4,12).

Çok terimli lojistik regresyon modelinde değişkenlerin önemlilik testi iki durumlu lojistik regresyon modelinde olduğu gibi Olabilirlik oran testi, Wald testi ile incelenebilir (1). Elde edilen sonuçların yorumlanması iki durumlu lojistik regresyon modeli ile aynı olacaktır (4,5).

Oluşturulan çok terimli lojistik regresyon modelinin bağımlı değişkeni tanımlamaktaki başarısı Pearson ki-kare testi, Sapma Testi, Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testi ile elde etmek mümkündür. Tüm bu uyum iyiliği testleri, çok değişkenli lojistik regresyon modelinde kullanılabilir ancak küçük farklılıklar mevcuttur.

2.3. Sıralı (Ordinal) Lojistik Regresyon Modelleri

İncelenen lojistik regresyon modelinde, bağımlı değişken ikiden çok kategoriye sahip ve bu kategoriler sıralanabilir niteliksel değişken ise, sıralı lojistik regresyon yöntemi kullanılır. Bu tip sıralı niteliksel yapılara, radyoloji ve klinik araştırmalarında, gıda testlerinde, sosyal bilimlerinde, anket çalışmalarında vb. alanlarda rastlamak mümkündür (15,16). Akciğer kanseri hastasının, hastalığın şiddet evreleri arasında bir karşılaştırma (Evre 1-2-3-4) yapılmak istendiğinde ya da bir anket çalışmasında (kesinlikle katılmıyorum, katılmıyorum, katılıyorum, kesinlikle katılıyorum) katılımcıların fikri öğrenilmek istendiğinde, bağımlı değişkenin kategorileri sıralanmış (ordinal) ölçek şeklindedir.

Sıralı kategorik verilerinin model sınıflandırmasının büyük bir bölümü 1984 yılında Agresti tarafından yapılmıştır. Bir olayın odds oranı, kategorilerden bağımsız ve sabit olduğu kabul edilir (2,18).

Sıralı lojistik regresyon modelinin temel özellikleri şu şekildedir:

1. Bu lojistik regresyon modelinde gizli değişken yaklaşımı mevcuttur. Bu yaklaşıma göre, bağımlı değişken gözlenemeyen sürekli bir değişkenin etkisi altındadır. Bağımlı değişken gizli eğilimli olup, tekrar düzenlenebilir sıralı ve gruplanmış kategorik değişken şeklindedir. Bağımlı sıralı değişkenin, kategorileri arasındaki gerçek uzaklıklar tam olarak bilinmemektedir.

2. Bu model, bağımsız değişkenlerin sıralı kategorik bağımlı değişken üzerindeki anlamlılığını açıklamak için, hata terimlerinin normal dağılım ve sabit varyans varsayımına gereksinim duymayan (sıralı logit modelinde hata terimi ortalaması sıfır ve $\pi^2/3$ varyanslı lojistik dağılıma sahip), bağlantı fonksiyonu kullanır.

3. Regresyon katsayısının değeri sıralı kategorik değişkeninin kategorilerine bağlı olmadığından, bağımsız değişken ile sıralı kategorik bağımlı değişken arasındaki ilişkinin kategoriden bağımsız olduğu varsayılır (16).

Bağlantı fonksiyonu, sıralı lojistik regresyon modelinin elde edinmesinde kullanılan olasılık fonksiyonudur. Beş farklı bağlantı fonksiyonundan (tamamlayıcı loglog, negatif loglog, cauchit, logit, probit) herhangi biri kullanılarak sıralı lojistik regresyon modeli elde edilebilir (14,19). Logit ve probit bağlantı fonksiyonu uygulama ve yorumlama kolaylığı sebebiyle daha çok tercih edilmektedir.

Tamamlayıcı loglog fonksiyonunda, yüksek kategorilerin olasılık değeri daha büyük iken, negatif loglog fonksiyonunda düşük kategorilerde olasılık değeri daha büyüktür. Birçok uç değer varsa cauchit bağlantı fonksiyonu tercih edilir. Probit bağlantı fonksiyonu, normal dağılım gösteren gizli bir sürekli değişken varsa kullanılır. Hata terimleri normal dağılım gösterir (10,14). Logit bağlantı fonksiyonunda, tüm kategorilerin olasılık değerleri eşit kabul edilir. Sıralı logit modellerinde, hata terimleri lojistik dağılım gösterir. Modelde, bağımlı değişkenin en yüksek kategorisi referans alınır ve gizli bağımlı değişkenin kesikli bir değişken olduğu varsayılır (4,20).

Sıralı lojistik regresyon modelinde gizli değişken kavramı, gözlenen kategorik bağımlı değişkeni etkileyen ancak gözlenemeyen, (-∞, +∞) aralığında değerler alabilen gizli bir bağımlı değişkenin varlığını anlatmak için kullanılır (12,14). Gizli değişken (y^*) Eşitlik 2.20'deki gibi ifade edilir.

y_i= j olduğunda j = 1, …, c için $\tau_{j-1} \le y_i^* \le \tau_j$ (2.20.)

Eşitlik 2.20'da τ eşik değerleri ya da kesme noktaları, j bağımlı değişkenin kategorisini ifade eder. Uç değerlerinin (1 ve c) eşik değerleri τ_0= -∞ ve τ_0= ∞ açık uçludur. Eşik değer sayısı, bağımlı değişkenin kategori sayısının bir eksiğine eşittir ve eşit değerler 0 $<\tau_0<\tau_1<\ldots<\tau_{c-1}$ şeklindedir. Hata terimi e olmak üzere, gizli değişken genel olarak Eşitlik 2.21'de gösterildiği gibidir.

$$y^* = \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_k + e \qquad (2.21.)$$

Sıralı lojistik regresyon modelinde hata terimleri her dağılım gösterebilir diğer yandan genelde lojistik ya da normal dağılım gösterdiği varsayılır (10,18).

Sıralı logit modelinde, hata teriminin olasılık yoğunluk fonksiyonu ve birikimli dağılım fonksiyonu sırasıyla Eşitlik 2.22'deki gibidir.

$$f(e)=\frac{\exp(e)}{\left[(1+\exp(e))\right]^{2}} \qquad F(e)=\frac{\exp(e)}{1+\exp(e)} \tag{2.22.}$$

Sıralı lojistik regresyon modelinin genel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$(\gamma_j)=\tau_j-\beta' x \tag{2.23.}$$

Eşitlik 2.23'de, τ_j j. kategorinin eşik değerini, β' regresyon katsayısını ve x bağımsız değişken vektörü ifade eder (21).

Bağımlı değişkenin birinci kategoriye düşme olasılığı, gizli değişken ile ifade edersek şöyle gösterilebilir.

$$P(y=1)=P(\tau_0 \leq y^{*} \leq \tau_1) \tag{2.24.}$$

$$P(y=1)=F\left(\tau_1-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right)-F\left(\tau_0-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right) \tag{2.25.}$$

$$P(y=1)=P\left(\tau_1-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right) \tag{2.26.}$$

$$P(y=c)=F\left(\tau_c-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right)-F\left(\tau_{c-1}-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right) \tag{2.27.}$$

$$P(y=c)=1-F\left(\tau_{c-1}-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right) \tag{2.28.}$$

Eşitlik 2.27,c kategoriye sahip bağımlı değişkenin son kategoriye düşme olasılığını ifade eder. Son kategorinin birikimli dağılım değeri $F\left(\tau_c-\sum_{k=1}^{p}\beta_k x_k\right)=1$ olduğundan, son kategoriye düşme olasılığı Eşitlik 2.28'deki gibi gösterilebilir (10).

Sıralı lojistik regresyon modelinde parametrelerinin yorumlanması genel olarak üç farklı şekilde olabilir. Birincisinde, tahmin edilen olasılıklardaki kısmı değişime göre (partial change in predicted probabilities) model yorumlanır. İkinci olarak kesikli değişmeye göre (discrete change) model yorumlanır. Son olarak standartlaştırılmış katsayıya göre (partial change in y^*) model parametreleri yorumlanır (12,22,23).

Sıralı lojistik regresyon modelleri, genel olarak altıya ayrılır. Bunlar birikimli logit modeli (cumulative logit model), sürekli oran modeli (continuation ratio model), kısmı orantısal odds modeli (partial proportional odds model), çok kategorili lojistik modeli (polytomous logistic model), ardışık kategori lojistik modeli (adjacent- category logistic model) ve stereotip lojistik modelidir (stereotype logistic model). Bu lojistik modelleri arasındaki temel farklılık, logit modelleri ve bağımlı değişkenlerin kategorilerini kıyaslama şekilleridir (24,25). Araştırmalarda en çok tercih edilen birikimli lojistik regresyon modeli, ardışık kategori lojistik regresyon modeli ve sürekli oran lojistik regresyon modelidir (2,4,24). Bu tez çalışmasında ardışık kategori (adjacent category) lojistik regresyon modeli, sürekli oran (continuation ratio) lojistik regresyon modeli ve orantısal odds (risk) lojistik regresyon modeli ayrıntılı olarak daha sonraki bölümlerde ele alınacaktır.

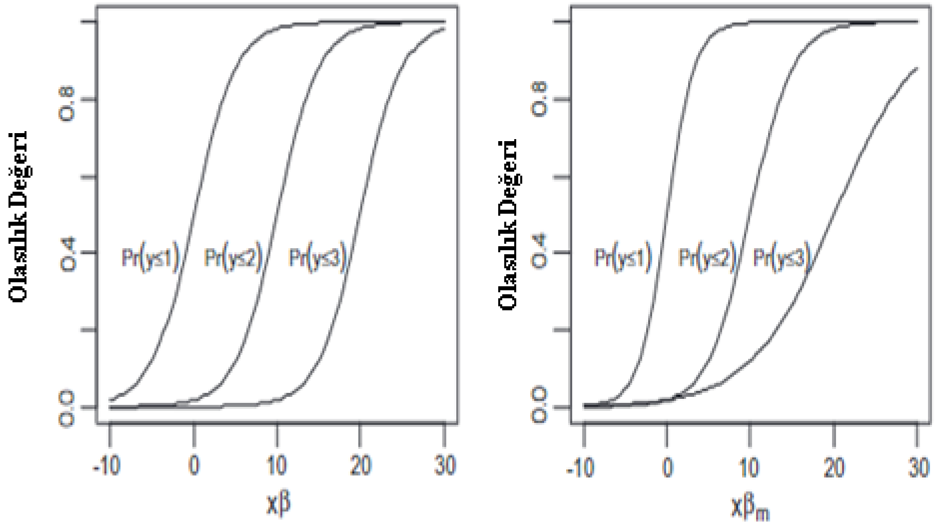
2.3.1. Paralel Eğriler Varsayımı Testi (Değişmez Risk Oran Testi)

Sıralı lojistik regresyon modelinde, paralel eğriler varsayımının bir diğer deyişle orantısal odds varsayımının sağlanıp sağlanmadığının test edilmesi gerekir. Bu varsayım, bağımlı değişkenin ardışık kategorileri arasında hesaplanan odds'un kategorilerden bağımsız ve eşit risk oranına sahip olmasıdır (14,17). Yokluk hipotezi ve alternatif hipotez şu şekilde gösterilebilir:

H_0:Regresyon katsayıları, bağımlı değişkenin tüm kategorilerinde aynıdır.

H_1:Regresyon katsayıları, bağımlı değişkenin en az bir kategorisinde farklıdır.

Paralel eğriler varsayımına aynı zamanda değişmez risk oranı da denilmektedir. Bu varsayım, Wald ki-kare testi ve olabilirlik oran testi kullanılarak sınanabilir (26,27).



Varsayım Sağlandığında

Varsayım Sağlanmadığında

Şekil 2.1. Paralel eğriler varsayımının gösterimi (10).

Paralellik varsayımı gerçekleşmediği durumlarda, kullanılabilecek alternatif orantısal olmayan sıralı lojistik regresyon modelleri mevcuttur. Örneğin orantısal odds regresyon modelinde, paralel eğriler varsayımı gerçekleşmiyor ise Fu tarafından 1998 yılında geliştirilen orantısal olmayan odds regresyon modeli tercih edilir (25).Modelde paralel eğriler varsayımı, bazı bağımsız değişkenler için sağlanırken bazı bağımsız değişkenler için sağlanmıyor ise bu durumda Peterson ve Harrel tarafından 1990 yılında geliştirilen kısmi orantısal odds regresyon modeli kullanılır (26).

2.3.1.1. Wald Testi

Paralel eğriler varsayımının geçerliliği, 1990 yılında Brant tarafından geliştirilen Wald testi yardımıyla test edilir. Paralel eğriler varsayımını test etmek için, beta katsayılarının en çok olabilirlik kestirim değerlerinden faydalanılır. Wald test istatistiği, regresyon katsayısının en çok olabilirlik kestiriminin standart hatasına oranıdır (17,29).

Wald test istatistiği, yokluk hipotezi altında standart normal dağılım gösterir. Regresyon katsayısının en çok olabilirlik kestiriminin karesinin standart hatasına oranı, 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir. Wald testi ile paralel eğriler varsayımının ihlaline neden olan değişken ya da değişkenler saptanabilir. Bu test, değişkenlerin en çok olabilirlik kestiricisi, standart hatası, ki-kare ve p değerleri hakkında bilgi vermektedir (1).

Olabilirlik oran testi ile Wald testi küçük örneklemlerde aynı sonucu vermeyebilir ancak büyük örneklemler için asimptotik olarak benzer sonuçlar verilebilmektedir. Küçük örneklemler için, iki testin üstünlüğünün kıyaslanmasında hangisinin daha iyi sonuç verdiğine ilişkin kesin bir yargı olmamakla beraber, bazı çalışmalarda Wald testinin olabilirlik oran testine göre daha güçlü olduğu tespit edilmiştir (1,25,26).

Wald test istatistiğinin hesaplanması, yoğun matematiksel işlemler gerektirdiğinden elde edilmesi oldukça zordur. Bu test istatistiğinin ki-kare dağılım sonucu, SPSS ve SAS (istatistiksel paket programlarından) programlarından; standart normal dağılımın sonucu STATA (istatistiksel paket programı) programından elde edilebilir (12,17).

2.3.1.2. Olabilirlik Oran Testi

Olabilirlik oran testi, bağımsız değişken ya da değişkenlerine ait regresyon katsayılarının birbirine eşit olup olmadığının test etmek için kullanılan Wald testine alternatif bir yöntemdir. Olabilirlik oran testi kısıtlı bir modeli test eder ve modelde kısıtlar kaldırıldığında olabilirlik fonksiyonundaki değişimi gösterir.

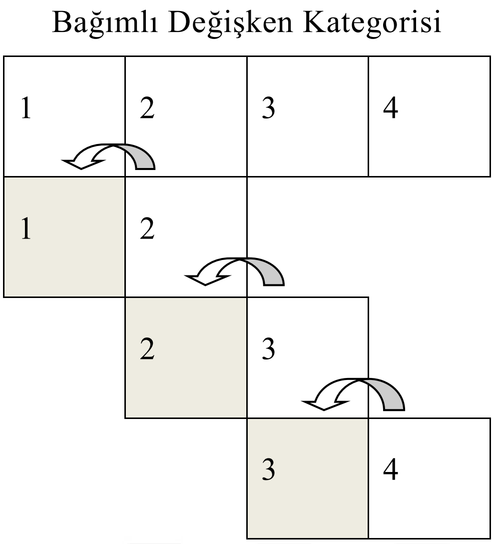
Paralel eğriler varsayımının sağlanmadığı modelden, elde edilen olabilirlik değeri L_1 ile varsayımının sağlandığı modelden elde edilen olabilirlik değeri L_2'nin arasındaki fark, log-olabilirlikteki değişimi verir. Yaklaşık ki-kare dağılımına dönüştürmek için bu değer -2 ile çarpılır. Elde edilen değer, $p\times(c-2)$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımın tablo değeri ile karşılaştırılır. Buradaki p açıklayıcı değişken sayısını, c bağımlı değişkenin kategori sayısını ifade eder. Test istatistiğinin değeri, ki-kare dağılımın tablo değerinden büyük ise yokluk hipotezi reddedilir. Bu durumda, en az bir bağımsız değişkene ait regresyon katsayısının diğerlerinden farklı olduğu sonucu çıkar (23,29).

Varsayımın reddedilmiş olma nedeni, bağlantı fonksiyonunun yanlış seçilmesi veya bağımlı değişkenin her bir kategorisinin bağımsız değişkenler ile olan ilişkisinin farklılık göstermesi olabilir. Olabilirlik oran testi farklılığa neden olan bağımsız değişken ya da değişkenler hakkında bilgi vermediğinden, bu durumda paralel eğriler varsayımını sağlamayan alternatif sıralı lojistik regresyon modelleri tercih edilebilir. Bir başka deyişle, orantısal odds lojistik regresyon modelinde paralel eğriler varsayımı sağlanmadığında orantısal olmayan odds regresyon modeli kullanılabilir.

2.3.2. Ardışık Kategori Lojistik Regresyon Modeli

Ardışık kategori lojistik regresyon modeli, her bir bağımlı değişkenin kategorisini ardışık kendisinden daha küçük olan kategori ile karşılaştırılmasına olanak sağlar. Bağımlı değişkenin kategorileri j=1,...,c tane ve x bağımsız değişkenin vektörü olmak üzere, x değeri bilindiğinde herhangi bir gözlemin bağımlı değişkenin j. kategoriye düşme olasılığı P(Y=j|x)şeklinde gösterilir (9,18).

Örneğin bağımlı değişkenin c=4 kategorili olduğu bir modelde (kesinlikle katılmıyorum= 1, katılmıyorum=2, katılıyorum=3, kesinlikle katılıyorum=4) ardışık kategori lojistik regresyon modelinde c-1=3 tane birikimli logit fonksiyonu elde edilir ve kategorilerin karşılaştırılması Şekil 2.2 oklarla gösterildiği gibidir. İlk logit fonksiyonunda ikinci kategoride (2.) olma olasılığı ile birinci (1.) olma olasılığı karşılaştırılır. İkinci logit fonksiyonunda, üçüncü kategoride olma olasılığı ile kendisinden önce gelen ikinci (2.) kategoride olma olasılığı karşılaştırılır. Üçüncü logit fonksiyonunda, son kategoride olma olasılığı ile üçüncü kategoride olma olasılığı karşılaştırılır (29).



Şekil 2.2. 4 kategorili ardışık kategorili modelinde logit fonksiyonların gösterimi

$P\left[Y=j\middle|x\right]=\pi_j\left(x\right)$ ile ifade edilir. Her bir bağımlı değişken kategorisi Y=j iken, kendisinden önce gelen küçük kategoriye (Y=j-1) göre model elde edilir. Model denkleminin gösterimi şu şekildedir:

$$a_j\left(x\right)=\ln\left[\frac{P\left[Y=j\middle|x\right]}{P\left[Y=j\text{-}1\middle|x\right]}\right]=\alpha_j+\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x} \qquad j=1,2,...,c\text{-}1. \qquad (2.29.)$$

Eşitlik 2.29'un sol tarafı, ardışık kategorinin logiti, sağ tarafı α_j ardışık logit değerinin sabit eşik değerini, **x** bağımsız değişken vektörünü ve $\boldsymbol{\beta}'$ paralellik varsayımı altındaki regresyon katsayısının vektörünü ifade eder. Regresyon katsayısı β bağımlı değişkeninin kategorilerinden etkilenmez, ardışık kategorilerin odds değerleri kategorilerden bağımsız ve eşit olduğu varsayımı (orantısal odds varsayımı) kabul edilir. Varsayım sağlandığında, odds değeri e^{β} değerine eşit iken; varsayım sağlanmadığı durumda her bağımlı değişken kategorisi farklı odds değerine sahiptir (3,9).

Ardışık kategori lojistik regresyon modeli, çok terimli (multinominal) lojistik regresyon modelinin kısıtlanmış halidir (29). Çok terimli lojistik regresyon Eşitlik 2.30'daki gibi gösterilebilir.

$$\ln\left[\frac{\pi_j(x)}{\pi_0(x)}\right]=\ln\left[\frac{\pi_1(x)}{\pi_0(x)}\right]+\ln\left[\frac{\pi_2(x)}{\pi_1(x)}\right]+...+\ln\left[\frac{\pi_j(x)}{\pi_{j\text{-}1}(x)}\right] \tag{2.30.}$$

$$g_j(x)=a_1(x)+a_2(x)+...+a_j(x) \tag{2.31.}$$

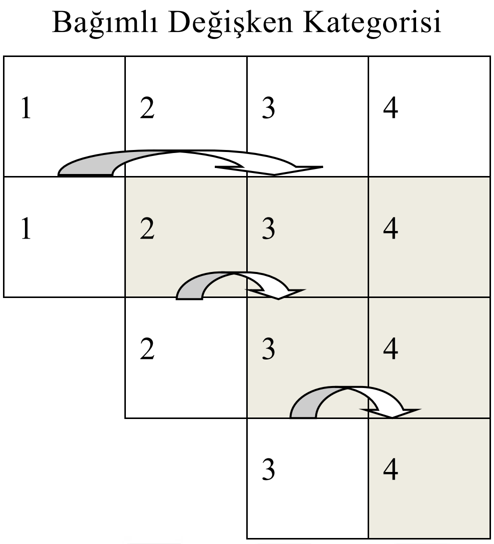
$$\beta_{0j}+x'\beta_j=(\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_j)+jx'\beta \tag{2.32.}$$

Eşitlik 2.32'deki $\beta_{0j}=\sum_{i=1}^{j}\alpha_i$ ve $\beta_j = x'\beta_j$ şeklinde düşünüldüğünde, çok terimli lojistik regresyon modeli ardışık kategori lojistik regresyon modeli halini alır.

2.3.3. Sürekli Oran Lojistik Regresyon Modeli

Sürekli oran lojistik regresyon modeli Fienberg ve Mason tarafından 1979 yılında geliştirilmiştir. Sürekli oran lojistik regresyon modelinde, bağımlı değişkenin kategorileri j=1,...,c tane olmak üzere, her bir bağımlı değişken kategorisi (Y=j), kendisinden sonra gelen kategoriler (Y>j) ile karşılaştırılır (29,31).

Örneğin bağımlı değişkenin c=4 kategorili olduğu bir modelde (kesinlikle katılmıyorum=1, katılmıyorum=2, katılıyorum=3, kesinlikle katılıyorum=4) sürekli oran regresyon modelinin c-1=3 tane birikimli logit fonksiyonu elde edilir ve kategorilerin karşılaştırılması Şekil 2.3.'de oklarla gösterildiği gibidir. İlk logit fonksiyonunda ilk kategoride (1.) olma olasılığı ile kendisinden sonra gelen kategorilerde (2., 3. ve 4.) olma olasılığı karşılaştırılır. İkinci logit fonksiyonunda, 2. kategoride olma olasılığı ile kendilerinden sonra gelen (3. ve 4.) kategorilerde olma olasılıkları karşılaştırılır. Üçüncü logit fonksiyonunda, 3. kategoride olma olasılığı ile en son kategoride olma olasılığı karşılaştırılır (29).



Şekil 2.3. 4 kategorili sürekli oran modelinde logit fonksiyonların gösterimi.

Sürekli oran lojistik modeli için logit fonksiyonu Eşitlik 2.32'de gösterildiği gibidir.

$$r_j(x)=\ln\left[\frac{P\left[Y=j|x\right]}{P\left[Y>j|x\right]}\right]=\alpha_j+\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x} \qquad j=1,2,\ldots,c\text{-}1 \qquad (2.32.)$$

Eşitlik 2.32'de, **x** bağımsız değişken vektörünü, $\boldsymbol{\beta}'$ paralellik varsayımı altındaki regresyon katsayısının vektörünü ve α her sürekli logit için farklı olan sabit eşik değerini ifade eder. Ardışık kategori lojistik regresyon modelinde olduğu gibi, öncelikle paralel eğriler varsayımını (değişmez risk oranları varsayımı) sağlayıp sağlamadığının kontrolü gerekir. Paralel eğriler varsayımı sağlanmış ise, x bağımsız değişken vektörünün y bağımlı değişkenin logitleri üzerindeki odds değerleri aynı olup, e^{β} değerine eşittir (3,26). Bu varsayım sağlanmadığında, odds değerleri her bir logit için eşit olmadığından alternatif sıralı lojistik regresyon modelleri tercih edilmelidir.

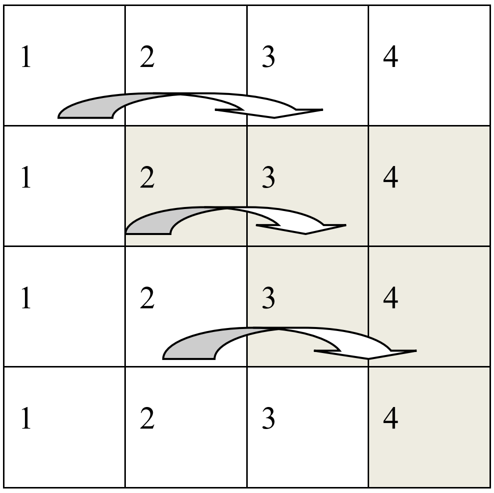
2.3.4. Orantısal Odds Lojistik Regresyon Modeli (Birikimli Logit Modeli)

Orantısal odds lojistik regresyon modeli, ilk olarak Walker & Duncan tarafından ortaya atılmış olsa da 1980 yılında McCullagh tarafından tanımlanmıştır (18). Model birikimli olasılıkların dağılımına dayanmaktadır. Yorumlama kolaylığı nedeniyle, en yaygın kullanım alanına sahip olan sıralı lojistik regresyon modelidir (2,4).

Bu lojistik modelinde, bağımlı değişkenin kategorileri j=1,2,…,c tane ve x bağımsız değişkenin vektörü olmak üzere her bir bağımlı değişken kategorisinin j'den küçük veya eşit olma olasılığı (P(Y≤j| x)), kendisinden daha büyük kategoriye düşme olasılığı (P(Y>j│x)) ile karşılaştırılır (9,26). Diğer bir deyişle, c kategorili bağımlı değişkenin birikimli olasılıklarını dikkate alarak c-1 tane birikimli olasılık için odds oranlarını hesaplar (4).

Örneğin bağımlı değişkenin c=4 kategorili olduğu bir modelde (kesinlikle katılmıyorum=1, katılmıyorum=2, katılıyorum=3, kesinlikle katılıyorum=4) orantısal odds regresyon modelinin c-1=3 tane birikimli logit fonksiyonu elde edilir ve kategorilerin karşılaştırılması Şekil 2.4.'de oklarla gösterildiği gibidir. İlk logit fonksiyonunda ilk kategoride (1.) olma olasılığı ile kendisinden daha büyük kategorilerde (2.,3.,4.) olma olasılığı karşılaştırılır. İkinci logit fonksiyonunda, birinci ve ikinci kategorilerde olma olasılıklarının toplamı ile kendilerinden sonra gelen 3. ile 4. kategorilerde olma olasılıkları karşılaştırılır. Üçüncü logit fonksiyonunda, ilk üç kategoride olma olasılıklarının toplamı ile en son kategoride olma olasılığı karşılaştırılır.

Bağımlı Değişken Kategorisi



Şekil 2.4. 4 kategorili orantısal odds modelde birikimli logitlerin gösterimi.

Orantısal odds lojistik regresyon modeli için logit fonksiyonu, Eşitlik 2.33'de gösterildiği şekildedir.

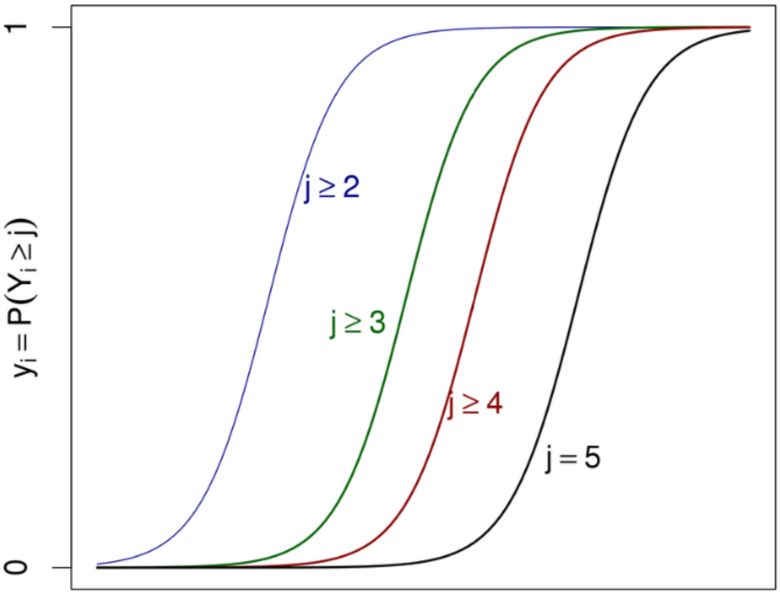
$$c_j(x) = \ln\left[\frac{P\left[Y = j|x\right]}{1\text{-}P\left[Y \leq j|x\right]}\right] = \alpha_j \text{-} \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x},\ j = 1,2,...,c\text{-}1. \qquad (2.33.)$$

Her logit model için kendisine ait olan eşik değeri α_j, j. kategoriye göre değişkenlik gösterirken eşik değerleri $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \ldots \leq \alpha_{c-1}$ şeklindedir. Eşitlik 2.33'de görüldüğü üzere, $\boldsymbol{\beta}'$ katsayının önünde eksi (-) işareti vardır. Pozitif bir β katsayısının daha düşük kategoriye düşme olasılığının azalttığını, negatif bir β katsayısının daha düşük kategoriye düşme olasılığını arttırdığını anlamına gelmektedir. İstatistiksel paket programlarında bu katsayının işareti ile ilgili farklılıklar bulunmaktadır. Regresyon katsayının yorumlamasında bağımlı değişkenin kategorilerinin sıralama şekli (artan/azalan) önemlidir (1,3,4).

Orantısal odds lojistik regresyon modelinde x_1 ve x_2 bağımsız değişkenlerin iki vektörü olmak üzere, değişkenler arasındaki uzaklığın orantısal olduğu olasılıkların birikimli odds' u Eşitlik 2.34'de gösterildiği gibidir.

$$\frac{w(x_1)}{w(x_2)} = \frac{P(y \leq j|x_1)/\left[1\text{-}P(y > j|x_1)\right]}{P(y \leq j|x_2)/\left[1\text{-}P(y > j|x_2)\right]} = e^{-\beta(x_1 - x_2)} \qquad (2.34.)$$

Beş kategorili (c=5) sıralı bağımlı değişken bir bağımsız değişken olduğu orantısal odds lojistik regresyon modeli için c-1=4 tane birikimli logit model oluşturur. Bu varsayım sağlandığında odds değeri e^{β} değerine eşittir. 1. bağımlı değişken kategorisini, 2, 3, 4 ve 5. kategoriler ile karşılaştıran logitte bağımsız değişkenin etkisi; 1. ve 2. bağımlı değişken kategorisini, 3, 4 ve 5. kategoriler ile karşılaştıran logitte bağımsız değişkenin etkisi; 1, 2, 3. ve 4.bağımlı değişken kategorisini 5. kategori ile karşılaştıran logitte bağımsız değişkenin etkisi aynı ve β'dir (29).Bu durumda, bağımlı değişken kategorilerin olasılık değerleri Şekil 2.5'de gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Paralel eğriler varsayımı sağlandığında birikimli olasılık değerleri

2.4. Orantısal Odds Modelinde Uyum İyiliği Testleri

Orantısal odds lojistik regresyon modelinde uyum iyiliği değerlendirilmesi, Pearson ki-kare testi, Sapma testi, Hosmer & Fagerland testi, Lipsitz testi ve Pulkstenis & Robinson testleri ile yapılabilir.

Bu tez çalışmasında kategorik ve sürekli bağımsız değişkenleri içeren orantısal odds modeli ele alınmış ve geliştirilen uyum iyiliği testlerinden bahsedilmiştir. Bağımsız değişkenlerin türüne göre uyum iyiliği testleri bazılarında çalışmayabilir. Bu bilgiler Tablo 2.3'de belirtilmiştir.

Tablo 2.3. Uyum iyiliği testlerinin uygulama alanları

Uyum iyiliği testi/Değişken türü	**Sadece Kategorik Değişken**	**Sadece Sürekli Değişken**	**Kategorik + Sürekli Değişken**
Pearson Ki-kare testi- Sapma testi	Çalışma Alanı	Çalışmıyor	Çalışmıyor
Lipsitz testi	Çalışma Alanı	Çalışma alanı	Çalışma Alanı
Hosmer & Fagerland testi	Çalışma Alanı	Çalışma Alanı	Çalışma Alanı
Pulkstenis &Robinson testleri	Çalışmıyor	Çalışmıyor	Çalışma Alanı

2.4.1. Hosmer& Fagerland Testi

David W. Hosmer&Morten W. Fagerland 2012, 2016 ve 2017 yıllarında yayınladıkları ortak makalelerde, sıralı lojistik regresyon modellerinde (orantısal odds modeli- kısıtlı sürekli oran modeli-ardışık kategori modeli) anlamlı sonuç veren uyum iyiliği yaklaşımı önermişlerdir (5,32,34). Bu uyum iyiliği test yaklaşımının temeli, Hosmer-Lemeshow testine dayanmaktadır. Alanyazınlarında, Hosmer&Fagerland testi Hosmer&Lemeshow testinin sıralı model hali olarak adlandırılmaktadır (5,32).

Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testinin, Hosmer-Lemeshow testinin sıralı lojistik regresyon modeline uyarlanmış hali olması sebebiyle öncelikli olarak Hosmer-Lemeshow testinden bahsetmek faydalı olacaktır. David W. Hosmer ile Stanley L. Lemeshow 1980 ve 1982 yıllarındaki ortak olarak yayınladıkları makalelerde, lojistik regresyon modellerinde kullanılabilecek bir uyum iyiliği testi önermişlerdir (33,34). Kısaca Hosmer-Lemeshow testi olarak adlandırılan bu test yaklaşımı, uygulama kolaylığı, yorumlanmasının basit oluşu ve çeşitli istatistiksel paket programlarında bulunması sebebiyle uyum iyiliğini belirlemekte kullanılan oldukça popüler bir yöntemdir (35).

Hosmer-Lemeshow testi iki durumlu lojistik regresyon modeli için kullanılmaktadır. Hosmer&Fagerland 2008 ve 2012 yıllarında yaptıkları ortak çalışmalar sonunda Hosmer-Lemeshow testi çok terimli lojistik regresyon modeli ile uyumlu hale gelmiştir (5,32,34). İki uyum testi ile arasındaki tek farklılık serbestlik derecesidir. İki durumlu lojistik regresyon modelinde serbestlik derecesi, grup sayısı (g) eksi ikidir. Bağımlı değişkenin kategori sayısı c olmak üzere, çok terimli model (g-2) × (c-1) serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir (36,37).

Hosmer-Lemeshow testinde grup sayısını belirlemek önemlidir. Hosmer, tüm örneklemi kestirilen olasılık değerlerine göre gruplandırmayı önermiştir. Bu gruplandırma iki şekilde yapılabilir. İlki, kestirilen olasılıkların yüzdelik değerlerine göre tablo oluşturmaktır. İkincisi, kestirilen olasılıkların değerlerine göre tablo oluşturmaktır. İlk metot da, örneklem sayısı (n) grup sayısına (g) bölünür (n/g). Birinci grup, en küçük kestirilen olasılık değerlerini içerirken; en son grup, en büyük olasılık değerlerini içerir. Diğer metotta ise grup sayısı kesim noktalarına göre (k/g) oluşturulur. Örneğin grup sayısı 10 olarak düşünüldüğünde; 1. grup olasılık değerlerinin 0.1’e eşit ve 0.1’den düşük tüm kestirilen olasılık değerlerini içerirken, 10. grup 0.9’a eşit ve 0.9’dan büyük tüm kestirilen olasılık değerlerini içine alır (4).

İki durumlu lojistik regresyon modelinde y=1 değerleri için, o gruptaki tüm kestirilen olasılık değerlerinin toplamı beklenen değerlerin tahmin edicileridir. Diğer yandan y=0 değerleri için o gruptaki tüm kestirilen olasılık değerlerinin toplamının bir eksiğine eşittir (4). Her iki gruplandırma yönteminde de Hosmer-Lemeshow testi, gözlenen ve kestirilen (beklenen) değerlerin çapraz tablosunu (g ×2) temel alan Pearson ki-kare istatistiğine göre hesaplanır. Elde edilen test istatistiği, g-2 serbest dereceli ki-kare dağılımı ile karşılaştırılır. Yokluk hipotezi reddedilir ise, kurulan modelin veriye uyumlu değildir.

Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testi, Hosmer-Lemeshow uyum iyiliği testinin sıralı lojistik regresyon modeline uyarlanmış hali olduğu için Hosmer-Lemeshow testinin varsayımları geçerlidir. Modelde grup sayıları rastgele seçilebilir. Hosmer-Lemeshow’un önceki çalışmalarından grup sayısının 6’dan az olmasının düşük güç değerlerine yol açtığı bilinmektedir (4,5). İstatistiksel paket programlarında, iki durumlu lojistik modellerinde Hosmer-Lemeshow testi uygulanmak istendiğinde, grup sayısı 10’dur. Bu çalışmada, oluşturulan modellerde grup sayıları 6 ve 10 olarak belirlenmiştir. Bu nedenle iki ayrı Hosmer&Fagerland test istatistiği sonucu karşımıza çıkmaktadır.

Hosmer&Fagerland uyum iyiliği test istatistiği ilk olarak, oluşturulan orantısal odds lojistik regresyon modelinin kestirilen olasılık değerleri elde edilir. İkinci adımda, Lipsitz test yaklaşımda belirtilen Eşitlik 2.36'da olduğu gibi, sıralı skorlar değerleri hesaplanır. Üçüncü adım olarak, her grup eşit gözlem sayısına sahip olacak şekilde grup sayısı (en az 6 olacak şekilde) belirlenir. Daha sonra kestirilen değerler toplamı gözlenen ve kestirilen sıklıklar Tablo 2.4'de gösterildiği şekilde hesaplanır. Son olarak, klasik Hosmer-Lemeshow testi uygulanır (34,37,38).

Tablo 2.4. Gözlenen ve kestirilen sıklıkların çapraz tablosu

	Y=1		Y=2		…	Y=c		
Grup	Gözlenen	Kestirilen	Gözlenen	Kestirilen		Gözlenen	Kestirilen	Toplam
1	O_{10}	E_{10}	O_{11}	E_{11}	…	$O_{1,\, c-1}$	$E_{1,\, c-1}$	n/g
2	O_{20}	E_{20}	O_{21}	E_{21}	…	$O_{2,\, c-1}$	$E_{2,\, c-1}$	n/g
.	.		.		…	.	.	
.	.		.		…	.	.	
.	.		.		…	.	.	
g	O_{g0}	E_{g0}	O_{g1}	E_{g1}		$O_{g,\, c-1}$	$E_{g,\, c-1}$	n/g

Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testinin en genel formülü Eşitlik 2.35'de tanımlandığı şekildedir:

$$C_g = \sum_{k=1}^{g} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(O_{kj} - E_{kj}\right)^2}{E_{kj}} \qquad (2.35.)$$

Orantısal odds modeli, kısıtlı sürekli oran modeli ve ardışık kategori modeli için, bu uyum iyiliği test istatistiği (g-2)×(c-1)+(c-2) serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir (5,32,34).

2.4.2. Lipsitz Test İstatistiği

Stuart Lipsitz, Garrett M. Fitzmaurice ve Geert Molenberghs tarafından 1996 yılında " Goodness of fit test for ordinal response regression models" isimli makale yayınlanmış ve bu makalede sıralı lojistik regresyon modelleri için uygulanabilen yeni bir uyum iyiliği test yaklaşımı geliştirilmiştir. Bu uyum iyiliğinin geliştirme amacı, küçük örneklem büyüklüklerinde uyum iyiliği değerlendirilmesi yapabilmektir. Bu test yaklaşımı, kısaca Lipsitz testi olarak adlandırılmaktadır (40).

Lipsitz test yaklaşımı, model bazlı bir uyum iyiliği testidir. Modelin veriye uyumlu olup olmadığının değerlendirilmesinde Olabilirlik oran ki-kare testini temel alır. Diğer yandan, gözlenen ve beklenen sıklıkların hesaplanmasında klasik Hosmer-Lemeshow testinden faydalanır. Bu sebeple, Lipsitz uyum iyiliği testi kısmen klasik Hosmer-Lemeshow uyum iyiliği testinin sıralı kategorik veriler için genişletilmiş hali olarak düşünülebilir (5,40).

Lipsitz uyum iyiliği testinde, grup sayısının belirlenmesi önemlidir. Stuart Lipsitz, Garrett M. Fitzmaurice ve Geert Molenberghs yayınladıkları makalede, küçük örneklem büyüklüklerinde grup sayısını küçük seçmenin daha başarılı sonuç vereceğini belirtmiştir (40).Belirlenen grup sayısı ile kurulan modelde beklenen sıklık değerlerinin en az %80'inin beşten büyük olması ve beklenen sıklık değerlerinin birden büyük olması amaçlanır (40). Örneğin; grup sayısını 10 olarak belirlendiğinde beklenen değerlerinin %20'sinden fazlası 5'ten küçük olacaktır. Diğer yandan grup sayısı 9 olarak belirlendiğinde, beklenen değerlerin %80'i 5'ten büyük olacaktır. Örneklem büyüklüğü (n) ve bağımlı değişkenin kategori sayısı (c) olmak üzere; gözlenen ve beklenen sıklıklardan oluşan çapraz tabloda, beklenen sıklıkların 5'ten büyük olması için, grup sayısının n/gc değerinin beşten büyük olması gerekir (5,33,40). Lipsitz grup sayısının alt sınırını, Hosmer-Lemeshow'un "Applied logistic regression" kitabında bahsettiği gibi 6 gruptan az olan test istatistiğinin gücünün oldukça düşük olması nedeniyle 6 olarak belirlemiştir (4,5,40). Aynı zamanda ortalama beklenen sıklık değerlerinin beşten büyük olmasını sağlamak amacıyla, grup sayısının aralığı (g) $6 \leq g < n/5c$ şeklindedir.

Lipsitz test istatistiğin hesaplanması birkaç adımda özetlenebilir. İlk olarak, sıralı lojistik regresyon modelinde hesaplanan olasılıkların kestirim değerleri π_{ij} elde edilir. c kategoriye sahip bağımlı değişken için skor değeri (s_i) bulunur. Eşit aralıklı tam sayı ağırlıklandırılması kullanılarak, her gözleme Eşitlik 2.36' da verilen sıralı skorlar atanır (5,40,41,42).

$$s_i = \hat{\pi}_{i1} + 2\hat{\pi}_{i2} + ... + c\hat{\pi}_{ic},\ i = 1,2,...,n \tag{2.36.}$$

Lipsitz bu yaklaşımda, $\hat{p}_{i1}$ olasılık kestiriminin doğrusal tahmin edicinin monoton fonksiyonu olduğundan $s_i = \hat{p}_{i1}$ gösteriminin doğru olmayacağını belirtmiştir.

$$P_j = P\left(Y \leq j/x\right) = \frac{e^{\alpha_j+\beta x}}{1+e^{\alpha_j+\beta x}},\quad j{=}2,3,\ ....,\ c{-}1. \tag{2.37.}$$

$$\begin{aligned} \pi_1 &= P_1 \\ \pi_j &= P_j - P_{j-1} \\ \pi_c &= 1 - P_{c-1} \end{aligned} \tag{2.38.}$$

Gözlemler skora göre sıralandığından dolayı sıralı (Ordinal Skor (OS)) genel olarak Eşitlik 2.41'deki gibi gösterilir:

$$OS = \pi_1 + 2\pi_2 + ... + c\pi_c \tag{2.39.}$$

$$OS = P_1 + 2(P_2 - P_1) + ... + c - 1(P_{c-1} - P_{c-2}) + c(P_c - P_{c-1}) \tag{2.40.}$$

$$OS = -P_1 - P_2 - ... - P_{c-1} + c$$

$$OS = c - \sum_{j=1}^{c-1} P_j \tag{2.41.}$$

Üçüncü adım olarak, grup sayısı (g) belirlenir. Gözlenen sıralı (ordinal) skorları g gruba bölünür, 1. grup n/g en düşük skorları içerirken g. grup en yüksek skorları n/g gözlemlerinden oluşur.

Dördüncü adım olarak, yeni oluşturulan kategorik değişken için g-1 ikili gösterge değişkenleri I_{ik} Eşitlik 2.42'de olduğu gibidir (5,40).

$$I_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{eğer k.grup içinde i gözlenmiş ise} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \tag{2.42.}$$

Gösterge değişkeni dahil edildiğinde, yeni sıralı odds regresyon model Eşitlik 2.43'de gösterilmiştir.

$$g_j\left(x\right)=\alpha_j+\beta_1x_1+...+\beta_px_p+\gamma_1I_1+...+\gamma_{g-1}I_{g-1},\ \ j=1,2,....,c-1. \qquad (2.43.)$$

Lipsitz uyum iyiliği yaklaşımı, klasik sıralı odds regresyon modeli L_0 ile yeni sıralı odds regresyon modelinin L_1 olabilirliklerin logaritma değerlerinin $\left(-2\left(L_1-L_0\right)\right)$ g-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımın tablo değeri ile karşılaştırılmasıdır. Eğer yokluk hipotezi doğru ise $\gamma_1=\gamma_2=\cdots=\gamma_{g-1}=0$ eşitliği sağlanır. Veri modele uyumludur. Bu test istatistiği, istatistiksel yazılım programları kullanılarak (SAS, R) kolayca hesaplanabilir.

2.4.3. Pulkstenis ve Robinson Uyum İyiliği Test Yaklaşımı

Erik Pulkstenis ve Timothy J. Robinson 2002 yılında yayınladıkları ortak makalede, lojistik regresyon modelinde kullanılan iki uyum iyiliği testi geliştirmişlerdir (41). Geliştirmiş oldukları uyum iyiliği test yaklaşımlarını, 2004 yılında yayınladıkları makale ile sıralı lojistik regresyon modellerine uyarlamışlardır (42). Alanyazında, kısaca Pulkstenis&Robinson testleri olarak adlandırılmaktadır.

Bu uyum iyiliği test yaklaşımının geliştirme amacı, sıralı lojistik regresyon modelinde sürekli bağımsız değişken varlığında klasik Pearson ki-kare testi ile sapma test istatistiğin ki-kare dağılımı göstermemesidir. Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği test yaklaşımları, Pearson ki-kare ile sapma test istatistiklerinin düzeltilmiş (modifiye edilmiş) halidir (41,42). Modelde hem kategorik ve hem sürekli bağımsız değişkenlerin birlikte olduğu durumda tercih edilmelidir. Kurulan sıralı lojistik regresyon modeli sadece kategorik bağımsız değişkenden/değişkenlerden oluşuyor ise Pearson ki-kare ve sapma test istatistiği kullanılabilir. Sadece sürekli değişkenler varlığında Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği test yaklaşımları önerilmemektedir (5,34,35).

Pulkstenis&Robinson tarafından önerilen bu uyum iyiliği yaklaşımı; Hosmer-Lemeshow testine benzer olarak gözlemleri, kestirilen olasılık değerlerine göre sınıflandırma yaparak gruplara bölmektedir. Aralarındaki en temel farklılık, uyum iyiliği çapraz tablosunu oluşturma yöntemleridir (40,41). Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği test yaklaşımında, uyum iyiliği çapraz tablosu modeldeki tüm kategorik değişkenlerin bağımsız değişken desen sayısını dikkate alarak oluşturur (41,42).

Pulkstenis&Robinson test istatistik değerlerinde grup sayıları kategorik bağımsız değişken desen sayılarına göre belirlenmektedir. Kategorik değişkenin fazla olduğu modelde, grup sayısı artacak ve kestirilen değerlerin sıklıkları azalacaktır. Pulkstenis&Robinson, bu soruna çözüm olarak çapraz tablo oluştururken bazı satırları birleştirmeyi önermişlerdir. Ancak yapılacak satır birleştirme ile ilgili belli bir yaklaşım önerilmemiştir (41,42).

Pulkstenis&Robinson tarafından önerilen yaklaşımın, orantısal odds lojistik regresyon modeli için uyum iyiliği testinin adımları şu şekildedir. İlk olarak, sıralı lojistik regresyon modelinde hesaplanan olasılıkların kestirim değerleri π_{ij} elde edilir. İkinci adımda, sıralı (ordinal) skorlar Eşitlik 2.36'da gösterildiği şekilde hesaplanır (40,42).

Üçüncü adım olarak, sadece kategorik değişkenler kullanılarak bağımsız değişken desenleri belirlenir ve her bir bağımsız değişken deseni, kendisi için elde edilen sıralı skorlarının ortancası esas alınarak iki alt gruba (ortanca altında değer alanlar ve ortanca üstü değer alanlar) ayrılır. Veri sürekli değişkenler içerdiğinde, kestirilen olasılıkların aynı değer alması düşük olasılıktır. Böyle bir durumda, bu gözlemler birlikte ilk alt grupta gruplanır. Bağımlı değişken ile bağımsız desenlerin çapraz sınıflandırılması dikkate alınarak gözlenen ve kestirilen (model altında beklenen) sıklıkların tablosu oluşturulur (42).

Tablo 2.5. Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği testleri için çapraz tablo

	Bağımlı Değişken Kategorisi				
Bağımsız desen sayısı	Y=1	Y=2	…	Y=c	Toplam
X_1	O_{11}	O_{12}	…	O_{1c}	n_1
X_2	O_{21}	O_{22}	…	O_{2c}	n_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
X_m	O_{m1}	O_{m2}	…	O_{mc}	n_m

Model bazlı gözlenen değerler hesaplanır ve orantısal odds lojistik regresyon modelinde Pulkstenis&Robinson ki-kare testi ile Pulkstenis&Robinson sapma test istatistiği sırasıyla şu şekilde hesaplanır.

$$\text{P\&R } (\chi^2) = \sum_{l=1}^{2}\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{c}\frac{\left(O_{lkj} - E_{lkj}\right)^2}{E_{lkj}} \qquad (2.44.)$$

$$\text{P\&R } (D^2) = 2\sum_{l=1}^{2}\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{c}O_{lkj}\log\frac{O_{lkj}}{E_{lkj}} \qquad (2.45.)$$

Eşitlik 2.44 ve 2.45’de “l” sıralı skorları temel alan iki alt grubun indeksini, “M” kategorik değişken sayısına bağlı olarak gözlenen bağımsız desen sayısını ve “c” bağımlı değişkenin kategori sayısını göstermektedir.

Pearson ki-kare ve sapma test istatistiğinde p bağımsız değişken sayısını göstermekte olup serbestlik derecesi (M-1)×(c-1)-p iken, Pulkstenis ve Robinson test yaklaşımında modeldeki kategorik değişken sayısını ifade eder ve elde edilen test istatistiği (2M-1)×(c-1)-p-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir (41,42). 2M olmasının sebebi, sürekli değişkenin katkısından dolayı bağımsız desen sayısının iki yansımasının olması ve ordinal skorlarının ortancası esas alınarak iki alt grup oluşturmasıdır. Bu hesaplamada -1 çıkarılmasının nedeni modele sürekli değişkenlerin katkılarından dolayıdır (42).

Pulkstenis&Robinson test yaklaşımının D^2 formülü, gözlenen değerlerden bir tanesinin değeri sıfır olması halinde hesaplanamayacaktır. Bu şekilde olan gözelerin modele katkıları ile ilgili bir düzenleme yapılmış ve bu düzenleme az da olsa testin gücünde azalmaya yol açmıştır. Bu durumu önlemek için satır birleştirmesi yapılabilir ya da Pulkstenis&Robinson tarafından düzenlenmiş diğer formülü (süreklilik düzeltmeli Pearson ki-kare testini) kullanmak faydalı olacaktır (5,41,42).

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Bu tez çalışması kapsamında, orantısal odds lojistik regresyon modelinin uyum iyiliği belirlenmesinde kullanılan Lipsitz uyum iyiliği test yaklaşımı, Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği test yaklaşımı ve Hosmer&Fagerland uyum iyiliği test yaklaşımı, çeşitli uyum iyiliği bozulumlarını belirlemedeki başarısı istatistiksel benzetim yardımıyla karşılaştırmıştır.

Bu benzetim çalışmasında, c bağımlı değişkenin kategori sayısı, p bağımsız değişkenlerin sayısı olmak üzere her bağımsız değişken oluşturulan senaryoya bağlı olarak sürekli ya da kategorik veri tipindedir. Kesim noktaları $\alpha = \left(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{c\text{-}1}\right)$ ve regresyon katsayıları $\beta = \left(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p\right)$ şeklindedir. Bağımsız değişkenler normal ve düzgün dağılımlıdır. Rasgele p bağımsız değişken vektörü ve n örneklem büyüklüğü olmak üzere $x = \left(x_1, x_2, \ldots, x_p\right)$ şeklindedir. Farklı senaryolar altında, önceden belirlenmiş olan α ve β değerlerine göre farklı örneklem büyüklüklerinde orantısal odds lojistik regresyon modelleri kurulur. Farklı senaryolar altında kurulan orantısal odds lojistik modellerin logit fonksiyonları ve koşullu olasılık değerleri hesaplanmıştır. Her bir bağımlı değişkenin kategorisine göre kestirilen olasılık değerleri elde edilmiştir. Lipsitz test yaklaşımında belirtilmiş olan eşit tam sayı ağırlıklandırılmasına göre skor değerleri hesaplanmıştır. Daha sonrasında her bir test yaklaşımında belirtilen aşamalar uygulanmış ve Lipsitz, Pulkstenis&Robinson ve Hosmer&Fagerland test istatistik değerleri bulunmuştur.

Orantısal odds modelinde uyum iyiliğinin belirlenmesinde kullanılan üç farklı yaklaşımın, çeşitli uyum iyiliği bozulumlarını belirlemedeki başarısını değerlendirmede istatistiksel benzetimden faydalanılmıştır. Aşağıda verilen ana senaryolar altında veri türetimi yapılmıştır ve bahsi geçen uyum iyiliği testlerin performansları tip I hata, güç ve düzeltilmiş güç açısından incelenmiştir.

Bulgular ile ilgili bilinmesi gereken temel kavramlar;

H_0: Kurulan model veriye uyumludur.

H_1: Kurulan model veriye uyumlu değildir.

- Tip I hata

Yokluk hipotezi doğru iken, yokluk hipotezini reddetme olasılığıdır. Önemlilik düzeyi ya da hata payı α ile ifade edilir. Bu çalışmada önemlilik düzeyleri %1 ve %5 kabul edilmiştir.

- Tip II hata

Yokluk hipotezi yanlış iken, yokluk hipotezini kabul olasılığıdır. Tip II hata β ile gösterilir.

- Testin Gücü

Yokluk hipotezi yanlış iken, yokluk hipotezini reddetme olasılığıdır. $1\text{-}\beta$ şeklinde gösterilir.

- Düzeltilmiş Güç

İstatistiksel olarak farklı tip I hata değerlerine sahip olan testlerin güç değerleri dikkate alınarak doğrudan performans karşılaştırması yapmak doğru bir yaklaşım değildir. Matematiksel olarak Tip I hata ile Tip II hata arasında ilişki vardır. Tip I hata yüzdesi artarsa, Tip II hata yüzdesi azalır ve testin gücü artar. Farklı testlerin güç performanslarını karşılaştırmak için, Lloyd tarafından geliştirilen düzeltilmiş güç kavramı ile önemlilik düzeyi nominal seviyede kabul edilmiş ve bu şekilde testlerin güç performansları yeniden hesaplanmıştır. Düzeltilmiş güç $\text{D.G.}(\alpha)$ ile Eşitlik 3.1'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\text{D.G.}(\alpha) = \Phi\left(\hat{\delta} + \Phi^{-1}(\alpha)\right) \tag{3.1.}$$

$$\hat{\delta} = \Phi^{-1}\left(1 - \hat{\beta}\right) - \Phi^{-1}(\hat{\alpha}) \tag{3.2.}$$

Eşitlik 3.2'de $\hat{\alpha}$ kestirilen tip I hata olasılığını, $\hat{\beta}$ tip II hata olasılığını, α tip I hata için nominal değeri ve Φ ile Φ^{-1} ise sırasıyla standart normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu ve standart normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonunun tersini gösterir.

Bu tez çalışmasında oluşan senaryoların, genel şeması Tablo 3.1'de gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Senaryoların genel şeması

Senaryolar	**Yanıt değişkenin kategori sayısı**	**Bağımsız değişkensayısı**	**Karşılaştırma Yöntemi**
1.a	3	2	Tip I hata
1.b	4	2	Tip I hata
2.a	3 ve 4	2	Testin gücü ve düzeltilmiş güç
2.b	3 ve 4	2	Testin gücü ve düzeltilmiş güç
2.c	3	2	Testin gücü ve düzeltilmiş güç

Senaryo 1. Tip I hata açısından testlerin karşılaştırılması:

Senaryo 1.a. Yanıt değişkeni 3 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal ve bir iki durumlu bağımsız değişkenin olduğu model:

$$g_j(x) = \alpha_j - 0.25x + 0.5d, \qquad j = 1,2. \qquad (3.3.)$$

Eşitlik 3.3'de verilen modelde, x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(5,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.3'de verilen dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.3'de orantısal odds modeli için kesim noktaları α_j=[0,5;2] olarak alınmıştır.

Senaryo 1.b. Yanıt değişkeni 4 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal ve bir iki durumlu bağımsız değişkenin olduğu model:

$$g_j(x) = \alpha_j - 0.2x + 0.5d, \qquad j = 1,2,3. \qquad (3.4.)$$

Sıralı yapıdaki yanıt (bağımlı) değişken kategori sayısının testlerin performansları üzerine etkisini ölçebilmek için Eşitlik 3.4’de verilen model altında veri türetimi yapılmıştır. Eşitlik 3.4’de x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken, parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(5,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.4’de verilen dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.4’de yanıt değişkeninin 4 kategoriye sahip olduğu orantısal odds modeli için kesim noktaları μ_j=[0;1;2] olarak alınmıştır.

Testlerin tip I hata performanslarının örneklem genişliğinden etkilenip etkilenmediğini görebilmek için 1.a ve 1.b ile verilen senaryolar üzerinden n= 100, 200, 400 ve 800 büyüklüğündeki örneklem genişlikleri için tekrarlanmıştır. 1.a ve 1.b senaryolarında Lipsitz, Hosmer&Fagerland ve Pulkstenis&Robinson testlerinin tip I hata değerlerinin performansları karşılaştırılacaktır. Tüm senaryolarda Lipsitz ve Hosmer&Fagerland testleri için grup sayıları 6 ve 10 olarak belirlenmiştir. Belirlenen grup sayısının uyum iyiliği testlerine etkisi gözlemlenecektir.

Tüm senaryoları için elde edilen tüm veri setleri 10000 kez tekrarlanmış ve söz edilen uyum iyiliği testleri hesaplanarak H_0 yokluk hipotezi altında testlerin yokluk hipotezini 10000 tekrardan kaç tanesi için yanlışlıkla reddettiği saydırılmıştır. Bu sayede orantısal odds modelinde uyum iyiliğini test etmek için kullanılan farklı uyum iyiliği testlerinin kestirilen tip I hata sıklıkları istatistiksel benzetim yardımıyla kestirilmesi amaçlanmaktadır.

Senaryo 2. İstatistiksel güç açısından testlerin karşılaştırılması:

Söz edilen testlerin istatistiksel güç açısından karşılaştırılması için çeşitli alternatif hipotezleri altında yanıt değişkeninin sıralı düzeyde olduğu, aşağıda verilen orantısal odds modelleri altında veriler türetilmiştir.

Senaryo 2.a.1. Yanıt değişkeni 3 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal, bir iki durumlu bağımsız değişkenin ve kuadratik teriminin olduğu model:

$$g_j(x) = \alpha_j - 0.25x + 0.5d + \beta_3 x^2, \qquad j = 1,2. \qquad (3.5.)$$

Eşitlik 3.5’de verilen alternatif hipotezin doğru olduğu varsayımı altındaki modelde, x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(10,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.5’de verilen dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.5’de orantısal odds modeli için kesim noktaları α_j=[0,5;2,5] ve kuadratik etki terimine ilişkin regresyon katsayısı β_3=[0,02;0,03] olarak alınmıştır.

Senaryo 2.a.2. Yanıt değişkeni 4 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal, bir iki durumlu bağımsız değişkenin ve kuadratik teriminin olduğu model:

$$g_j\left(x\right)=\alpha_j - 0.25x + 0.5d + \beta_3 x^2, \qquad j=1,2,3. \qquad (3.6.)$$

Eşitlik 3.6’da eşitlik ile verilen alternatif hipotezin doğru olduğu varsayımı altındaki modelde, x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(10,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.6’da dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.6’da orantısal odds modeli için kesim noktaları α_j=[0;2;2,5] ve kuadratik etki terimine ilişkin regresyon katsayısı β_3=[0,02;0,03] olarak alınmıştır.

Senaryo 2.b.1. Yanıt değişkeni 3 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal, bir iki durumlu bağımsız değişkenin, sürekli ve iki durumlu bağımsız değişkenler arasında etkileşimin bulunduğu model:

$$g_j\left(x\right)=\alpha_j - 0.25x - 1.0d + \beta_3 xd, \qquad j=1,2. \qquad (3.7.)$$

Eşitlik 3.7’de verilen alternatif hipotezin doğru olduğu varsayımı altındaki modelde, x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(5,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.7’de verilen dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan

Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Modelin kesim noktaları α_j=[0,5;1] ve etkileşim terimine ilişkin regresyon katsayısı β_3=[0,2;0,3;0,5] olarak alınmıştır.

Senaryo 2.b.2. Yanıt değişkeni 4 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal, bir iki durumlu bağımsız değişkenin, sürekli ve iki durumlu bağımsız değişkenler arasında etkileşimin bulunduğu model:

$$g_j(x) = \alpha_j - 0.25x - 1.0d + \beta_3 xd, \qquad j = 1,2,3. \qquad (3.8.)$$

Eşitlik 3.8'de verilen alternatif hipotezin doğru olduğu varsayımı altındaki modelde, x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(5,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Eşitlik 3.8'de verilen dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Modelin kesim noktaları α_j=[0;2;3] ve etkileşim terimine ilişkin regresyon katsayısı β_3=[0,2;0,3;0,5] olarak alınmıştır.

Senaryo 2.c. Yanıt değişkeni 4 kategorili sıralı yapıda, bir sürekli sayısal, bir iki durumlu bağımsız değişkenin, sürekli değişkenin yanlış fonksiyon formunun bulunduğu model:

$$g_j(x) = \alpha_j - 0.5\log x + 0.5d\,, \qquad j = 1,2,3. \qquad (3.9.)$$

Eşitlik 3.9'da verilen alternatif hipotezin doğru olduğu varsayımı altındaki modelde, x sürekli sayısal karakterdeki bağımsız değişken parametreleri U(0,10) olan düzgün dağılımdan ve N(10,3) olan normal dağılımdan türetilmiştir. Sürekli bağımsız değişken logaritması alınarak modele dahil edilecektir. Eşitlik 3.9'da verilen dağılımda d ise iki durumlu kategorik bağımsız değişkeni ifade etmektedir. İki durumlu kategorik bağımsız değişken ise parametreleri Bernoulli(0.5) olan Bernoulli dağılımdan türetilmiştir. Modelin kesim noktaları α_j=[0;0,5;3] olarak alınmıştır.

Testlerin istatistiksel güç açısından performanslarının örneklem genişliğinden etkilenip etkilenmediğini görebilmek için, 2.a, 2.b ve 2.c senaryolarda n=100, 200, 400 ve 800 büyüklükleri için benzetim çalışması tekrarlanmıştır. İlgili model altında veri türetimi 10000 kez tekrar edilmiş ve 10000 tekrardan yerine göre H_0 yokluk hipotezini veya H_A alternatif hipotezini red etme sayıları kestirilen güç olasılıkları olarak rapor edilmiştir.

Lipsitz uyum iyiliği testi ve Hosmer & Fagerland uyum iyiliği testleri için grup sayıları 6 ve 10 olarak seçilmiştir. Grup sayıları Lipsitz (6) ve Lipsitz (10) ile H&F(6) ve H&F(10) olacak şekilde parantez içinde belirtilmiştir. Pulkstenis & Robinson testleri kısaca P&R(χ^2) ve P&R(D^2) şeklinde gösterilmiştir. Lipsitz uyum iyiliği testi ve Hosmer & Fagerland uyum iyiliği testi için grup sayıları 6 ve 10 olarak belirlenmiş ve grup sayısındaki değişikliğin uyum iyiliği testlerine etkisi gözlemlenmiştir. Lipsitz testinde g-1 serbestlik dereceli, Hosmer & Fagerland testi (g-2)×(c-1)+(c-2) serbestlik dereceli ki-kare dağılımı göstermiştir. Pulkstenis & Robinson test istatistiği (2M-1)×(c-1)-p-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir.

4.BULGULAR

Çalışmada, genel itibariyle beş farklı senaryo (1.a, 1.b, 2.a, 2.b ve 2.c) kurulmuştur. Bu senaryoların ilk ikisinde (1.a ve 1.b), model orantısal odds lojistik regresyon modeli olarak kurulmuştur. 1.a ve 1.b senaryolarında belirtilen koşullar altında ve 10000 tekrar sonucunda, gerçekte orantısal odds lojistik regresyon modeli olduğu halde uyum iyiliği testlerinin sonucunda kaç tanesinin yanlışlıkla modeli reddettiği sonucundan elde edilen tip I hata değerleri hesaplanmıştır. Bir başka deyişle, 10000 tekrar sonucunda uyum iyiliği testlerinin her birinin ne oranda orantısal lojistik regresyon modeli ile uyumlu olmadığı belirlenmiştir.

2.a senaryosu (kuadratik terim içeren model), 2.b senaryosu (etkileşim terim içeren model) ve 2.c senaryosu (yanlış fonksiyon formu içeren model) gerçekte orantısal olmayan odds lojistik regresyon modeli olarak kurulmuştur. Bu senaryolarda, 2.a, 2.b ve 2.c senaryolarında belirtilen koşullar altında ve 10000 tekrar sonucunda, uyum iyiliği testlerinin kaç tanesinin modeli reddettiği; diğer bir deyişle doğru bir karar verdiği saydırılarak güç değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 4.1. 1.a senaryosu için uyum iyiliği testlerinin tip I hata yüzdeleri

	Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi(α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	1,34	6,46	1,25	6,00	1,08	5,65	1,03	5,21
Lipsitz(10)	*	*	1,52	6,32	1,15	5,81	0,99	5,37
H&F(6)	0,80	4,57	1,02	5,07	1,01	5,15	1,05	4,91
H&F(10)	0,77	4,86	0,9	4,62	0,78	4,65	1,04	5,02
P& R(χ^2)	1,02	5,78	1,03	5,38	1,01	5,63	1,02	5,5
P&R(D^2)	1,48	7,09	1,27	5,92	1,15	5,95	1,08	5,62
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	1,55	6,68	1,29	5,72	1,21	5,22	1,03	5,16
Lipsitz(10)	*	*	1,27	6,09	1,39	5,88	1,20	5,14
H&F(6)	0,94	4,75	0,84	4,68	0,89	5,09	1,16	5,10
H&F(10)	0,90	4,60	0,79	4,52	0,93	4,92	0,92	5,08
P& R(χ^2)	1,12	5,57	1,06	5,82	0,92	5,27	1,30	5,60
P&R(D^2)	1,60	6,90	1,15	6,40	1,02	5,36	1,34	5,82

* Lipsitz testi grup sayısı ile kural gereği Lipsitz (10) hesaplanamamıştır.

Tablo 4.2. 1.b senaryosu için uyum iyiliği testlerin tip I hata yüzdeleri

	Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	*	*	1,31	6,11	1,33	5,23	1,08	5,41
Lipsitz(10)	*	*	*	*	1,27	5,85	1,1	5,34
H&F(6)	0,86	5,12	0,97	5,09	1,14	5,2	1,05	4,8
H&F(10)	0,95	4,81	1,08	5,07	0,93	4,8	0,92	4,99
P& R(χ^2)	0,98	5,44	1,08	5,91	1,19	5,92	0,95	5,81
P&R(D^2)	1,75	7,77	1,49	6,85	1,36	6,28	1,08	5,89
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	1,23	5,51	1,08	5,22	1,12	5,09
Lipsitz(10)	*	*	*	*	1,07	5,57	1,02	5,12
H&F(6)	0,88	5,03	0,83	4,75	0,96	4,73	1,04	5,22
H&F(10)	0,72	4,80	0,77	4,76	0,81	4,67	0,80	4,76
P& R(χ^2)	1,02	5,75	0,96	5,51	0,95	5,19	1,18	5,80
P&R(D^2)	1,91	7,99	1,37	6,34	1,05	5,68	1,23	6,06

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

1.a senaryosunun (yanıt değişkenin kategori sayısının üç olduğu) sonuçları Tablo 4.1'de gösterilmiştir. Tablo incelendiğinde; Örneklem büyüklüğü 400'den küçük ise Lipsitz testi ile P&R(D^2) testi liberaldir. Örneklem büyüklüğü arttıkça tip I hata yüzdelerinin nominal değere yaklaştığı anlaşılmıştır. Genel olarak bu senaryoda H&F uyum iyiliği testinin tip I hata yüzdeleri nominal değere yakın düzeydedir. Bu senaryoda, örneklem büyüklüğü 800’den küçük ise H&F(10) elde edilen sonuçlar tutucudur. P&R(χ^2) testinin tip I hata yüzdeleri, P&R(D^2) testinin tip I hata yüzdelerinden daha küçüktür ve nominal değere daha yakındır.

1.b senaryosunun sonuçları Tablo 4.2’de gösterilmektedir. Lipsitz testinin grup sayısındaki kısıtlama sebebiyle Lipsitz(10) uyum iyiliği testi örneklem büyüklüğü 100 iken hesaplanamamıştır. Bahsi geçen modelde %1’lik hata payı H&F testinin nominal değerinin altında olduğu ve P&R(χ^2) testinin nominal değere en yakın olduğu görülmektedir. Bu modelde %1’lik hata payı ve sürekli bağımsız değişkenin düzgün dağılımlı ise H&F testinde grup sayısı azaldıkça nominal değere yaklaşmıştır. Örneklem büyüklüğü 800 olduğunda Lipsitz(10) testinin sonuçları %1’lik hata payında nominal değere en yakındır. Uyum iyiliği testleri içerisinde P&R(D^2) testi bazı farklı sonuçlar olmakla beraber genel olarak daha liberaldir. %5’lik hata payında grup sayısı arttıkça Lipsitz testinin modeli reddetme olasılığının arttığını ancak örneklem büyüklüğü arttıkça modeli reddetme olasılığının azaldığı görülmektedir. Aynı grup sayısına sahip Lipsitz ve Hosmer&Fagerland testlerin modeli reddetme yüzdeleri karşılaştırıldığında, Lipsitz testinin daha liberal olduğu gözlenmiştir.

Tablo 4.3. 2a.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin güç yüzdeleri (β_3=0,02)

	Üç kategorili kuadratik terim içeren orantısal odds modeli (β_3=0,02) Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(10,3)								
Lipsitz (6)	1,93	7,90	2,27	8,96	4,83	15,09	9,89	25,15
Lipsitz(10)	*	*	2,36	9,35	5,07	15,91	11,2	26,02
H&F(6)	1,15	5,45	1,41	6,79	3	10,91	6,24	18,73
H&F(10)	1,25	5,51	1,48	6,69	2,95	10,55	6,09	18,61
P&R (χ^2)	1,24	5,61	1,18	6,31	1,24	6,5	1,49	6,29
P&R(D^2)	1,36	7,27	1,61	7,92	1,40	7,28	1,56	6,32
x~ U(0,10)								
Lipsitz (6)	1,75	7,91	1,86	8,28	3,20	10,92	5,90	17,41
Lipsitz(10)	*	*	2,26	9,04	3,24	11,4	7,16	19,41
H&F(6)	0,80	4,49	1,17	5,46	1,58	6,86	3,17	10,6
H&F(10)	0,94	4,44	1,27	5,19	1,74	7,2	3,59	12,47
P& R(χ^2)	1,06	5,49	1,03	5,63	1,05	5,71	1,11	5,71
P&R(D^2)	1,76	7,85	1,47	7,24	1,27	6,35	1,20	5,93

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.4. 2a.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin güç yüzdeleri (β_3=0,03)

	Üç kategorili kuadratik terim içeren orantısal odds modeli (β_3=0,03) Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x ~N(10,3)								
Lipsitz (6)	1,99	8,05	2,37	8,83	5,27	16,02	11,04	26,69
Lipsitz(10)	*	*	2,71	9,62	5,29	16,35	12,01	28,06
H&F(6)	0,95	4,94	1,22	6,12	2,33	8,99	4,22	14,30
H&F(10)	1,10	4,63	1,30	5,82	2,08	8,72	4,04	13,91
P&R (χ^2)	1,22	5,32	1,12	5,53	1,22	5,87	1,41	6,18
P&R(D^2)	1,79	8,71	1,96	8,35	1,77	7,67	1,65	6,73
x ~U(0,10)								
Lipsitz (6)	NA	NA	3,57	11,54	5,43	16,41	15,85	35,75
Lipsitz(10)	NA	NA	3,6	11,8	6,9	19,68	20,48	41,37
H&F(6)	NA	NA	1,97	8,12	2,91	10,35	8,9	23,42
H&F(10)	NA	NA	1,49	7,3	3,06	11,59	11,09	27,95
P&R (χ^2)	NA	NA	1,10	5,51	1,35	5,5	1,15	6,06
P&R(D^2)	NA	NA	1,62	7,16	3,06	6,05	1,26	6,44

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

* NA Hesaplamada simülasyon hatası

2.a.1 senaryolarının sonuçları, Tablo 4.3 ve Tablo 4.4'de gösterilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde; uyum iyiliği testlerin kayıp kuadratik terimi belirlemekte başarılı olmadıkları anlaşılmıştır. Kuadratik terim içeren modelde, en düşük güç değerleri Tablo 4.3'de görülmektedir. Örneklem büyüklüğü 100 için, %1'lik hata değeri için %0,80 ile H&F(6) testi ve %5'lik hata değeri için %4,44 ile H&F(10) testi bozulumlari yakalamada diğer uyum iyiliği testlerinden daha düşük performans göstermiştir.

Tablo 4.5. 2a.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ U(0,10) ve β_3=0,02)

Üç kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,02)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Gç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	1,75	1,14	1,86	1,46	3,20	2,71	5,90	5,77
	Lipsitz(10)	*	*	2,26	1,81	3,24	2,43	7,16	6,26
	H&F(6)	0,80	0,85	1,17	1,38	1,58	1,76	3,17	2,79
	H&F(10)	0,94	1,04	1,27	1,59	1,74	1,86	3,59	3,84
	P&R(χ^2)	1,06	0,95	1,03	0,97	1,05	1,14	1,11	0,85
	P&R(D^2)	1,76	1,11	1,47	1,28	1,27	1,25	1,20	0,89
0,05	Lipsitz (6)	7,91	5,99	8,28	7,32	10,92	10,53	17,41	17,02
	Lipsitz(10)	*	*	9,04	7,55	11,40	9,93	19,41	19,04
	H&F(6)	4,49	4,73	5,46	5,82	6,86	6,75	10,60	10,42
	H&F(10)	4,44	4,83	5,19	5,73	7,20	7,31	12,47	12,31
	P&R(χ^2)	5,49	4,93	5,63	4,83	5,71	5,42	5,71	5,10
	P&R(D^2)	7,85	5,74	7,24	5,69	6,35	5,94	5,93	5,10

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.6. 2a.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(10,3) ve β_3=0,02)

Üç kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,02)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.
0,01	Lipsitz (6)	1,93	1,46	2,27	1,85	4,83	4,55	9,89	9,70
	Lipsitz(10)	*	*	2,36	1,59	5,07	4,54	11,20	11,27
	H&F(6)	1,15	1,42	1,41	1,38	3,00	2,97	6,24	6,02
	H&F(10)	1,25	1,60	1,48	1,63	2,95	3,62	6,09	5,91
	P&R(χ^2)	1,24	1,22	1,18	1,15	1,24	1,23	1,49	1,46
	P&R(D^2)	1,36	0,91	1,61	1,28	1,40	1,22	1,56	1,45
0,05	Lipsitz (6)	7,90	6,19	8,96	7,59	15,09	13,73	25,15	24,52
	Lipsitz(10)	*	*	9,35	7,55	15,91	14,18	26,02	24,90
	H&F(6)	5,45	5,94	6,79	6,70	10,91	10,64	18,73	18,97
	H&F(10)	5,51	5,66	6,69	7,20	10,55	11,20	18,61	18,56
	P&R(χ^2)	5,61	4,85	6,31	5,88	6,50	5,79	6,29	5,73
	P&R(D^2)	7,27	5,14	7,92	6,76	7,28	6,16	6,32	5,64

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.7. 2a.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ U(0,10) ve β_3=0,03)

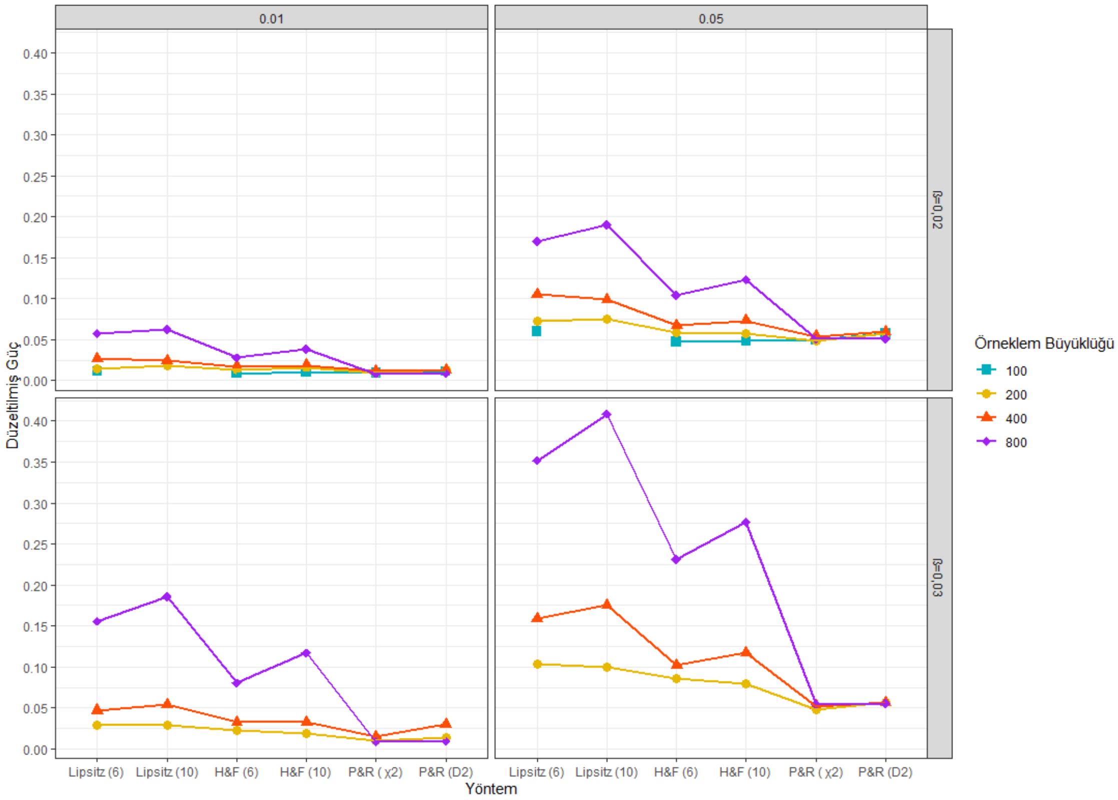
Üç kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,03)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.
0,01	Lipsitz (6)	NA	NA	3,57	2,87	5,43	4,68	15,85	15,58
	Lipsitz(10)	NA	NA	3,6	2,94	6,9	5,38	20,48	18,57
	H&F(6)	NA	NA	1,97	2,30	2,91	3,21	8,9	8,03
	H&F(10)	NA	NA	1,49	1,85	3,06	3,25	11,09	11,69
	P&R(χ^2)	NA	NA	1,1	1,04	1,35	1,46	1,15	0,88
	P&R(D^2)	NA	NA	1,62	1,42	3,06	3,01	1,26	0,94
0,05	Lipsitz (6)	NA	NA	11,54	10,30	16,41	15,90	35,75	35,18
	Lipsitz(10)	NA	NA	11,8	9,98	19,68	17,54	41,37	40,85
	H&F(6)	NA	NA	8,12	8,61	10,35	10,19	23,42	23,13
	H&F(10)	NA	NA	7,3	8,00	11,59	11,74	27,95	27,69
	P&R(χ^2)	NA	NA	5,51	4,73	5,5	5,22	6,06	5,42
	P&R(D^2)	NA	NA	7,16	5,63	6,05	5,65	6,44	5,55

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

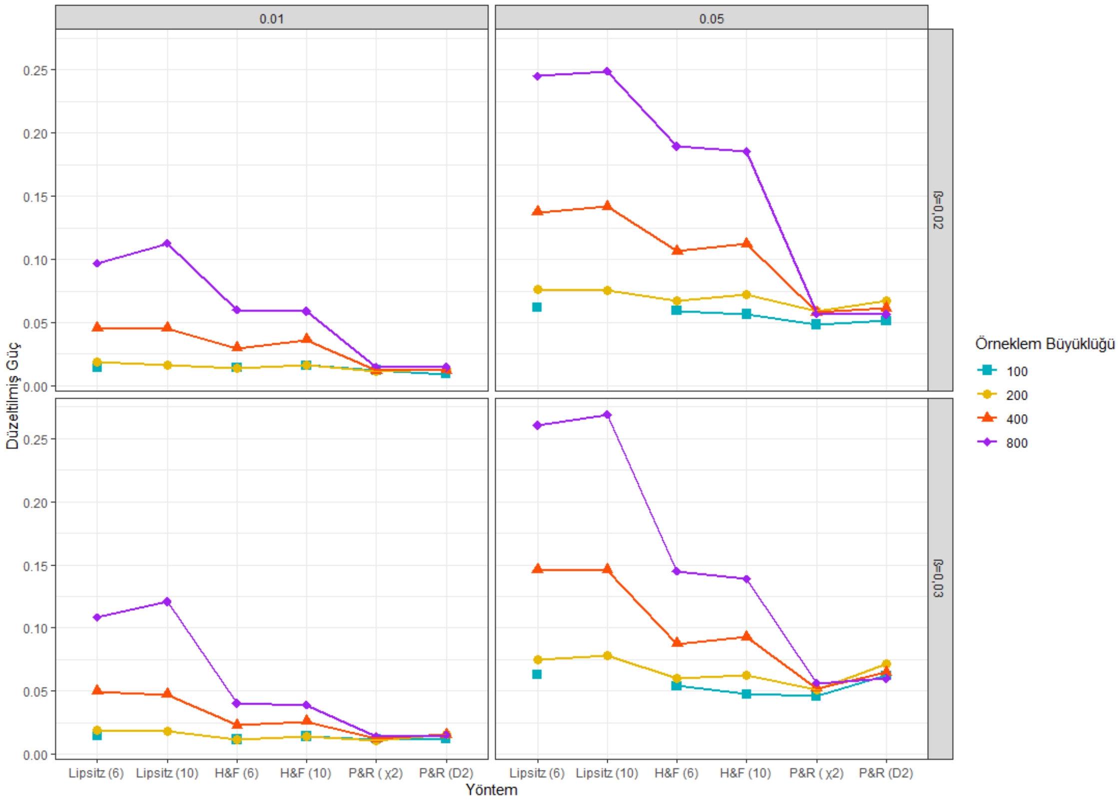
Tablo 4.8. 2a.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ N(10,3) ve β_3=0,03)

Üç kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,03) Örneklem Büyüklüğü (n)									
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.	K.G.	D.G.
0,01	Lipsitz (6)	1,99	1,51	2,37	1,93	5,27	4,97	11,04	10,83
	Lipsitz(10)	*	*	2,71	1,85	5,29	4,74	12,01	12,09
	H&F(6)	0,95	1,18	1,22	1,20	2,33	2,31	4,22	4,06
	H&F(10)	1,10	1,41	1,30	1,44	2,08	2,58	4,04	3,91
	P&R(χ^2)	1,22	1,20	1,12	1,09	1,22	1,21	1,41	1,38
	P&R(D^2)	1,79	1,22	1,96	1,57	1,77	1,55	1,65	1,53
0,05	Lipsitz (6)	8,05	6,30	8,83	7,47	16,02	14,60	26,69	26,04
	Lipsitz(10)	*	*	9,62	7,78	16,35	14,59	28,06	26,90
	H&F(6)	4,94	5,40	6,12	6,04	8,99	8,76	14,30	14,50
	H&F(10)	4,63	4,76	5,82	6,28	8,72	9,29	13,91	13,87
	P&R(χ^2)	5,32	4,59	5,53	5,14	5,87	5,22	6,18	5,63
	P&R(D^2)	8,71	6,24	8,35	7,14	7,67	6,51	6,73	6,01

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.



Şekil 4.1. 2a.1 senaryoları (sürekli değişken düzgün dağılımlı) düzeltilmiş güç karşılaştırması



Şekil 4.2. 2a.1 senaryoları (sürekli değişken normal dağılımlı) düzeltilmiş güç karşılaştırması

2a.1 senaryosu için kestirilen güç ile düzeltilmiş güç değerlerinin karşılaştırılması Tablo 4.5, Tablo 4.6, Tablo 4.7 ve Tablo 4.8'de gösterilmiştir. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de regresyon katsayısına bağlı olarak düzeltilmiş güç değerlerinin karşılaştırılması görülmektedir. Tablo 4.5 incelendiğinde; örneklem 100 iken, %1' lik hata değerinde %1,76 ile P&R(D^2) diğer uyum iyiliği testlerinden daha iyi performans sergilemiştir. Aynı modele güç düzeltmesi yapıldığında, Lipsitz(6) testi %1,14 ile diğer uyum iyiliği testlerinden daha iyi performans sergilemiştir. Güç düzeltmesi sonrasında P&R(D^2) testinin düzeltilmiş güç yüzdesi %1,11'dür.

Tablo 4.8 incelendiğinde; örneklem 100 iken, %5'lik hata değerinde %8,71 ile P&R(D^2) diğer uyum iyiliği testlerinden daha iyi performans sergilemiştir. Aynı modele güç düzeltmesi yapıldığında, Lipsitz(6) testi %6,30 ile en yüksek güç değerine sahiptir. Bu durumda, P&R(D^2) testinin düzeltilmiş güç değeri %6,24'dür. Genel olarak kuadratik terimli modeli belirlemede uyum iyiliği testlerinin hepsi düşük performans göstermiştir. En fazla görülen düzeltilmiş güç değeri; β_3=0,03 sürekli değişkenin düzgün dağılımlı olduğu modelde %40.85 ile Lipsitz(10) uyum iyiliği testine aittir.

Tablo 4.9. 2a.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,02)

	Dört kategorili kuadratik terim içeren orantısal odds modeli (β_3=0,02) Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x ~N(10,3)								
Lipsitz (6)	*	*	2,14	8,93	5,72	17,26	16,46	35,98
Lipsitz(10)	*	*	*	*	7,11	20,05	21,10	42,41
H&F(6)	0,88	4,71	0,99	4,95	2,08	8,26	4,67	14,86
H&F(10)	1,01	4,53	1,19	5,88	2,85	10,09	7,74	21,66
P&R(χ^2)	1,20	5,11	1,01	5,18	1,27	5,70	1,10	5,60
P&R(D^2)	1,48	7,30	1,86	8,46	1,79	7,06	1,40	6,41
x ~U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	2,25	8,66	2,84	11,23	6,68	20,16
Lipsitz(10)	*	*	*	*	3,41	12,30	8,18	22,66
H&F(6)	0,84	4,20	1,09	5,49	1,29	6,32	2,65	10,08
H&F(10)	0,93	4,45	1,03	5,03	1,69	6,43	3,27	11,50
P&R(χ^2)	0,83	4,82	1,02	5,04	0,92	5,19	1,09	5,80
P&R(D^2)	1,47	8,22	1,65	7,99	1,43	6,90	1,15	6,41

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.10. 2a.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,03)

Dört kategorili kuadratik terim içeren orantısal odds modeli (β_3=0,03) Örneklem Büyüklüğü (n)								
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x ~N(10,3)								
Lipsitz (6)	*	*	3,00	10,83	10,41	25,72	19,10	38,73
Lipsitz(10)	*	*	*	*	11,88	28,32	25,47	46,52
H&F(6)	1,08	5,27	1,64	6,75	3,66	12,72	8,10	21,52
H&F(10)	1,34	5,31	1,67	7,01	4,16	14,02	11,08	27,67
P&R(χ^2)	1,39	5,35	1,07	5,63	1,17	5,59	1,12	5,93
P&R(D^2)	1,04	6,65	1,77	8,85	1,87	7,87	1,53	6,96
x ~ U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	3,51	11,43	4,14	13,76	10,05	25,01
Lipsitz(10)	*	*	*	*	5,17	15,84	11,82	29,28
H&F(6)	1,08	4,65	1,73	7,34	2,06	8,56	4,73	14,57
H&F(10)	1,25	4,86	1,69	6,76	2,44	9,25	4,78	15,58
P&R(χ^2)	0,84	4,68	1,16	5,3	1,03	5,41	1,21	5,62
P&R(D^2)	1,06	6,69	1,63	7,99	1,62	7,35	1,43	6,47

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Kuadratik terim içeren dört kategorili modelin güç değerleri Tablo 4.9 ve Tablo 4.10'da gösterilmiştir. Uyum iyiliği testleri kayıp kuadratik terimi belirlemede başarılı performans gösterememişlerdir. En yüksek güç değerleri Tablo 4.10'dadır. Sürekli değişken normal dağılımlı ve n=800'dür. %1'lik hata payı değeri %25,47 ve %5'lik hata payı değeri %46,52 ile Lipsitz(10) testi, uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada diğer uyum iyiliği testlerine üstünlük göstermiştir. Dört kategorili modelde genel olarak H&F testinde grup sayısı arttıkça daha iyi performans göstermiştir. Diğer yandan örneklem büyüklüğü 200 seçildiğinde, H&F(6) testinin kuadratik terimli modeli belirleme yüzdesi %1,09 H&F(10) testi olduğunda kuadratik terimli modeli belirleme yüzdesi %1,03'tür. Lipsitz testi hesaplanamadığı durum olan n=100 için %1,47 ile %1,48 P&R(D^2) testi en iyi performans göstermiştir. Örneklem büyüklüğü 200 ve 200'den büyük olduğunda Lipsitz(10) uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada diğer yaklaşımlara göre daha başarılıdır. Örneklem büyüklüğü arttıkça Lipsitz testi ile Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testlerin bozulumları yakalamadaki başarıları artmıştır. Kuadratik terim içeren modelleri arasında, örneklem büyüklüğü 400 ve 800 olduğunda normal dağılımlı model (sürekli değişkenin normal dağılım olduğu model), düzgün dağılımlı modele (sürekli değişkenin düzgün dağılım olduğu model) göre uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada başarılıdır.

Tablo 4.11, Tablo 4.12, Tablo 4.13 ve Tablo 4.14'de dört kategorili kuadratik terim içeren modelin kestirilen güç ile düzeltilmiş güç değerlerinin karşılaştırılması yapılmıştır.

Tablo 4.11. 2a.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ U(0,10) ve β_3=0,02)

Dört kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,02) Örneklem Büyüklüğü (n)									
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç.	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	2,25	1,86	2,84	2,66	6,68	6,14
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	3,41	3,22	8,18	8,07
	H&F(6)	0,84	0,96	1,09	1,30	1,29	1,34	2,65	2,56
	H&F(10)	0,93	1,28	1,03	1,33	1,69	2,05	3,27	3,92
	P&R(χ^2)	0,83	0,81	1,02	1,06	0,92	0,97	1,09	0,92
	P&R(D^2)	1,47	0,75	1,65	1,21	1,43	1,36	1,15	0,93
0,05	Lipsitz (6)	*	*	8,66	7,93	11,23	10,83	20,16	19,92
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	12,30	11,26	22,66	22,31
	H&F(6)	4,20	4,17	5,49	5,77	6,32	6,66	10,08	9,71
	H&F(10)	4,45	4,64	5,03	5,28	6,43	6,85	11,50	11,97
	P&R(χ^2)	4,82	4,17	5,04	4,57	5,19	5,00	5,80	5,00
	P&R(D^2)	8,22	5,16	7,99	6,38	6,90	6,11	6,41	5,30

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.12. 2a.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ N(10,3) ve β_3=0,02)

Dört kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,02)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)	Yöntem	n=100		n=200		n=400		n=800	
		K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	2,14	1,66	5,72	4,57	16,46	15,75
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	7,11	5,95	21,10	20,08
	H&F(6)	0,88	1,02	0,99	1,02	2,08	1,84	4,67	4,49
	H&F(10)	1,01	1,06	1,19	1,10	2,85	3,03	7,74	8,20
	P&R(χ^2)	1,20	1,22	1,01	0,93	1,27	1,07	1,10	1,16
	P&R(D^2)	1,48	0,83	1,86	1,26	1,79	1,33	1,40	1,30
0,05	Lipsitz (6)	*	*	8,93	7,43	17,26	16,71	35,98	34,55
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	20,05	17,95	42,41	41,16
	H&F(6)	4,71	4,60	4,95	4,86	8,26	7,97	14,86	15,32
	H&F(10)	4,53	4,71	5,88	5,80	10,09	10,44	21,66	21,69
	P&R(χ^2)	5,11	4,69	5,18	4,36	5,70	4,81	5,60	4,81
	P&R(D^2)	7,30	4,67	8,46	6,27	7,06	5,65	6,41	5,46

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.13. 2a.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ U(0,10) ve β_3=0,03)

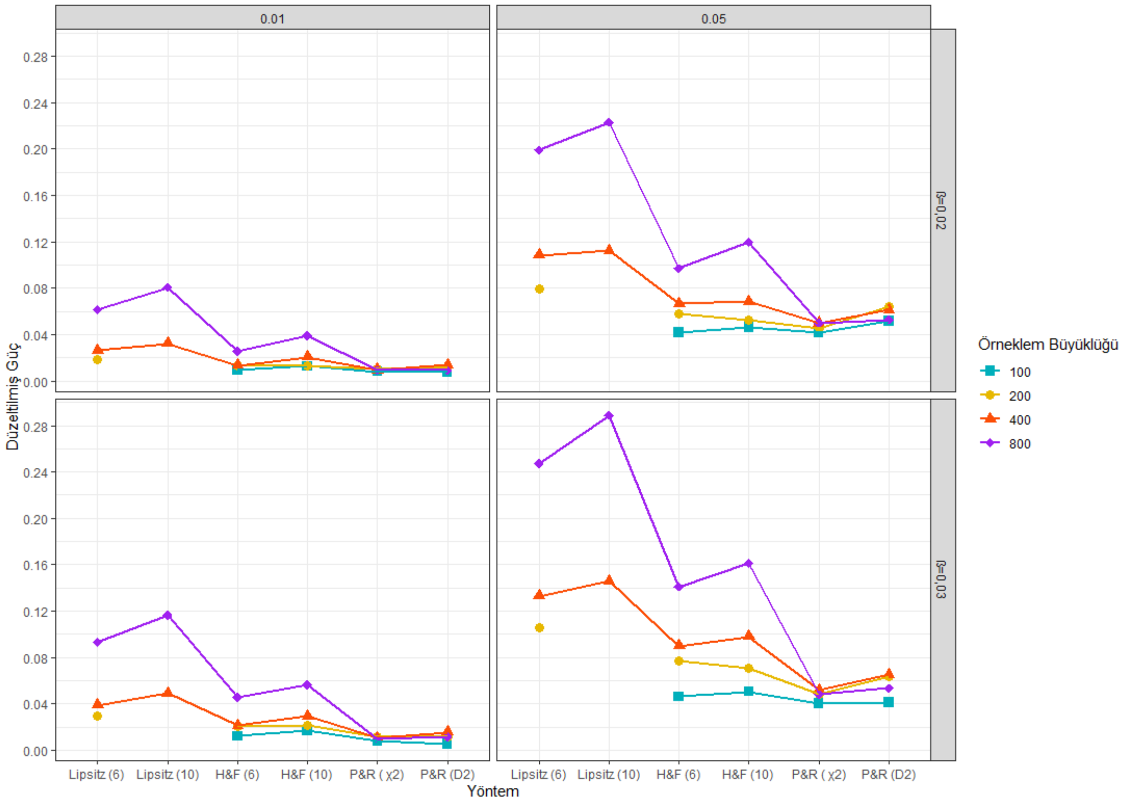
Dört kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,03)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	3,51	2,94	4,14	3,89	10,05	9,32
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	5,17	4,91	11,82	11,67
	H&F(6)	1,08	1,22	1,73	2,05	2,06	2,14	4,73	4,59
	H&F(10)	1,25	1,70	1,69	2,14	2,44	2,92	4,78	5,66
	P&R(χ^2)	0,84	0,82	1,16	1,21	1,03	1,08	1,21	1,03
	P&R(D^2)	1,06	0,53	1,63	1,20	1,62	1,55	1,43	1,17
0,05	Lipsitz (6)	*	*	11,43	10,54	13,76	13,30	25,01	24,74
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	15,84	14,59	29,28	28,88
	H&F(6)	4,65	4,62	7,34	7,69	8,56	8,99	14,57	14,10
	H&F(10)	4,86	5,06	6,76	7,08	9,25	9,81	15,58	16,15
	P&R(χ^2)	4,68	4,05	5,30	4,81	5,41	5,21	5,62	4,84
	P&R(D^2)	6,69	4,11	7,99	6,38	7,35	6,52	6,47	5,35

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

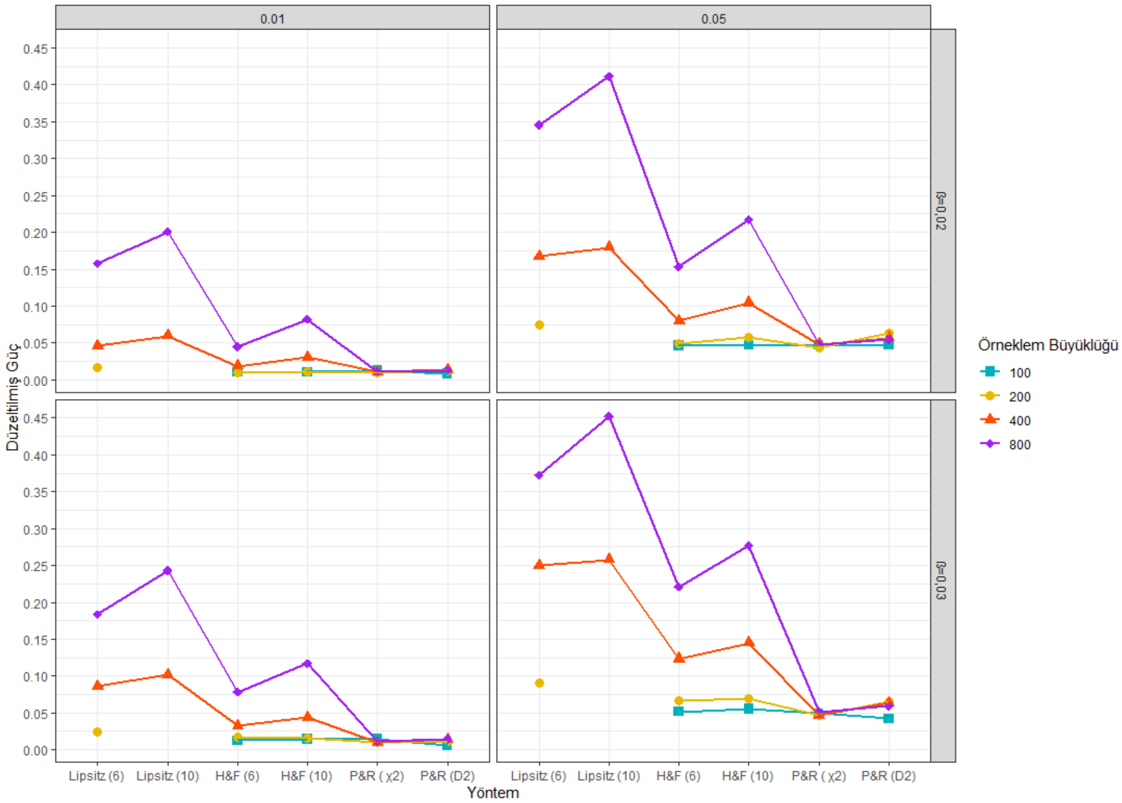
Tablo 4.14. 2a.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~ N(10,3) ve β_3=0,03)

Dört kategorili kuadratik terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,03)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)	Yöntem	n=100		n=200		n=400		n=800	
		K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	3,00	2,36	10,41	8,57	19,10	18,32
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	11,88	10,17	25,47	24,33
	H&F(6)	1,08	1,25	1,64	1,69	3,66	3,28	8,10	7,83
	H&F(10)	1,34	1,41	1,67	1,55	4,16	4,41	11,08	11,68
	P&R(χ^2)	1,39	1,42	1,07	0,99	1,17	0,98	1,12	1,18
	P&R(D^2)	1,04	0,57	1,77	1,20	1,87	1,39	1,53	1,42
0,05	Lipsitz (6)	*	*	10,83	9,10	25,72	25,02	38,73	37,26
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	28,32	25,76	46,52	45,25
	H&F(6)	5,27	5,15	6,75	6,64	12,72	12,33	21,52	22,10
	H&F(10)	5,31	5,52	7,01	6,92	14,02	14,46	27,67	27,70
	P&R(χ^2)	5,35	4,92	5,63	4,75	5,59	4,71	5,93	5,11
	P&R(D^2)	6,65	4,21	8,85	6,58	7,87	6,34	6,96	5,94

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.



Şekil 4.3. 2a.2 senaryoları (sürekli değişken düzgün dağılımlı) düzeltilmiş güç karşılaştırması



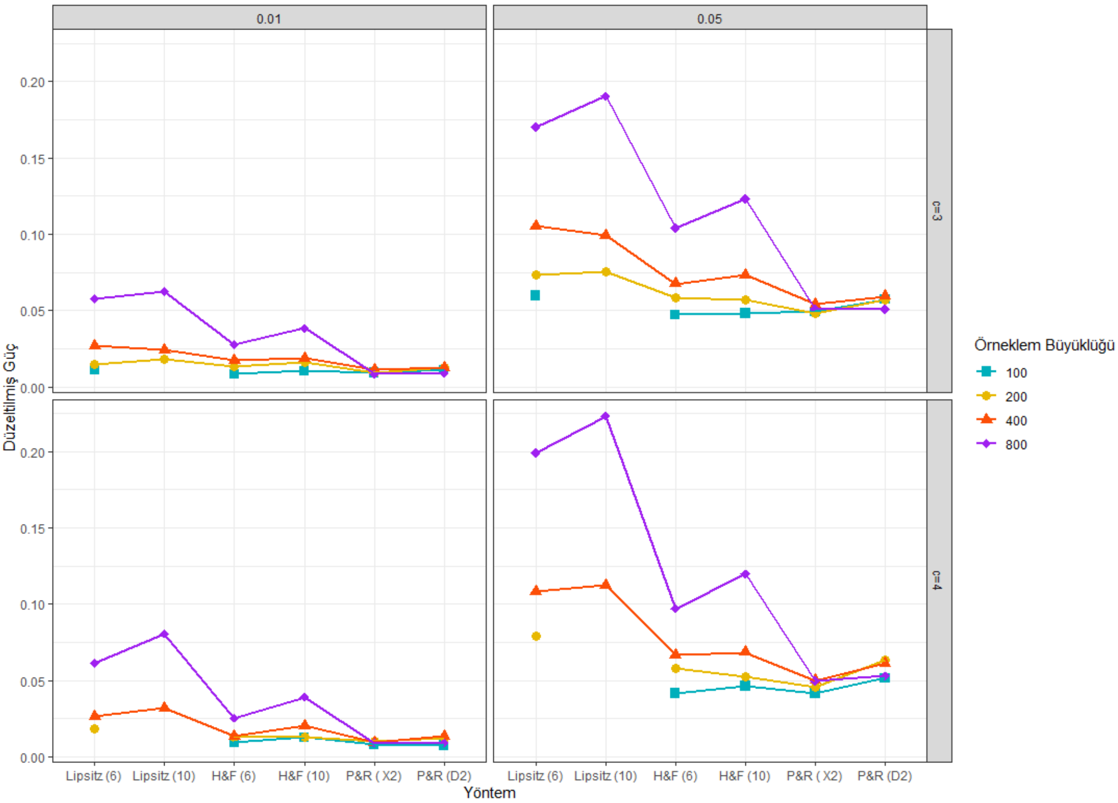
Şekil 4.4. 2a.2 senaryoları (sürekli değişken normal dağılımlı) düzeltilmiş güç karşılaştırması

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de regresyon katsayısına bağlı olarak düzeltilmiş güç değerlerinin karşılaştırılması gösterilmiştir. Regresyon katsayısı arttıkça güç değerlerinde artış eğilimi vardır.

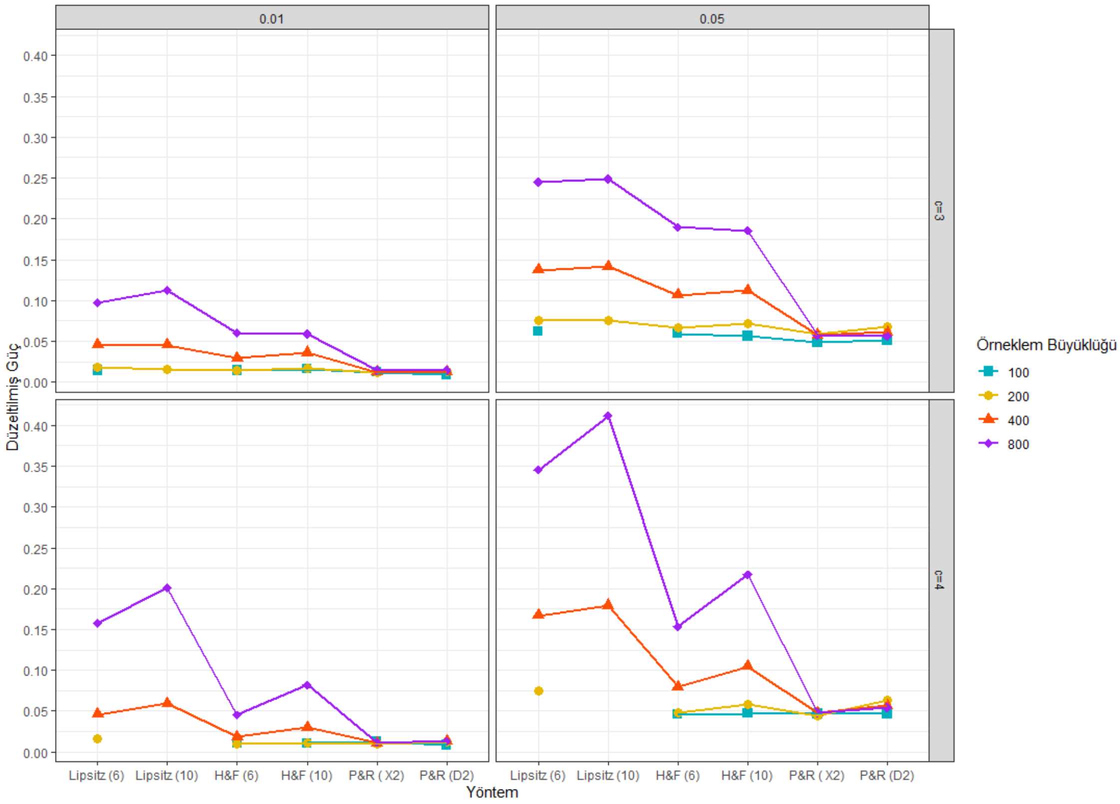
Sürekli bağımsız değişkenin düzgün dağılım gösterdiği dört kategorili kuadratik terimli model Tablo 4.11'de gösterilmiştir. Örneklem büyüklüğü 100 iken, %1'lik hata değerinde P&R(D^2) %1,47 ile en iyi performans sergilemiştir. Güç düzeltmesi yapıldığında, en yüksek güç değeri %1,28 ile H&F(10) testine aittir. Bu durumda P&R(D^2) testinin düzeltmiş güç değeri %0,75'dir.

Sürekli bağımsız değişkenin normal dağılım gösterdiği dört kategorili kuadratik terimli model Tablo 4.12'de gösterilmiştir. Örneklem büyüklüğü 100 iken, %5'lik hata değeri ile P&R(D^2) %7,30 ile en iyi performans sergilemiştir. Güç düzeltmesi yapıldığında, uyum iyiliği testleri arasında en yüksek güç değeri %4,71 ile H&F(10) testine aittir. Bu durumda P&R(D^2) testinin düzeltmiş güç değeri %4,67’e düşmüştür.

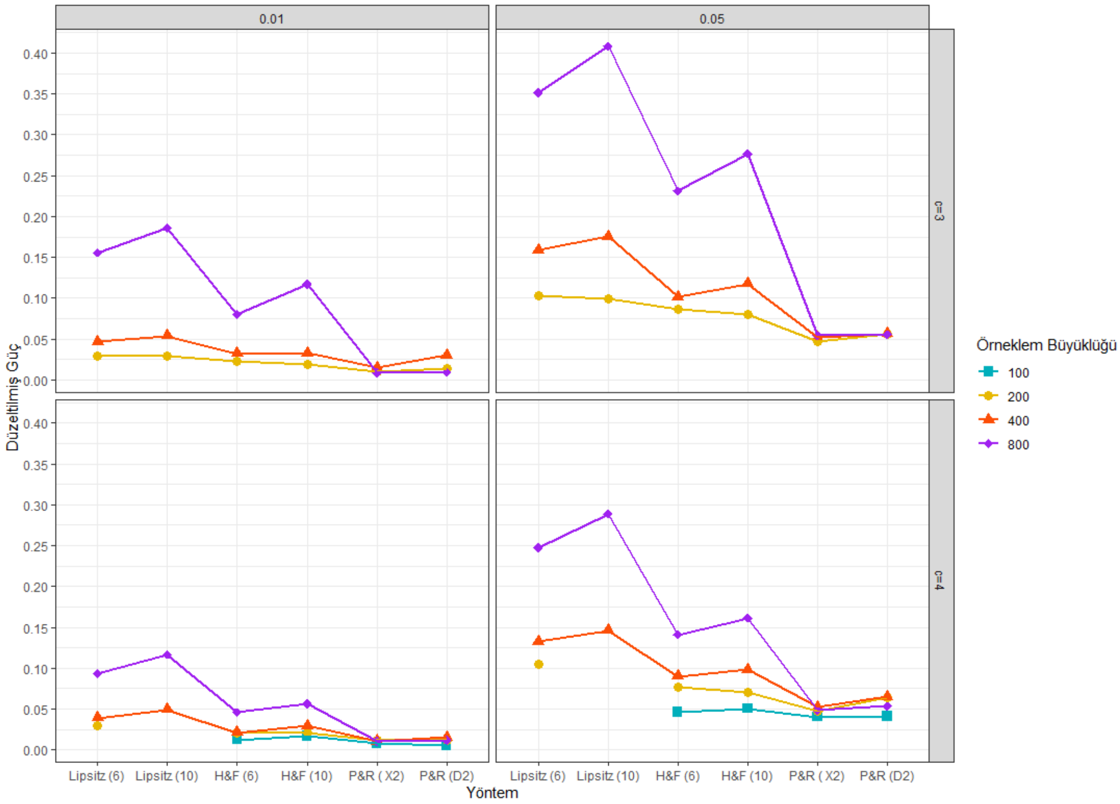
Sürekli bağımsız değişkenin düzgün dağılım gösterdiği dört kategorili kuadratik terimli modelde Tablo 4.13’de gösterilmiştir. Örneklem büyüklüğü 100 iken, %5’lik hata değeri için P&R(D^2) testinin güç değeri %6,69’dur. Bu durumda güç düzeltmesi yapıldığında, en yüksek güç değeri %5,06 ile H&F(10) testine aittir. Bu durumda P&R(D^2) testinin düzeltmiş güç değeri %4,11’e düşmüştür. Sürekli bağımsız değişkenin normal dağılım gösterdiği dört kategorili kuadratik terimli modelde, örneklem büyüklüğü 100 için P&R testleri en yüksek güç değerine sahip iken güç düzeltmesi yapıldığında H&F(10) testi bozulumları yakalamada diğer uyum iyiliği testlerinden daha iyidir.



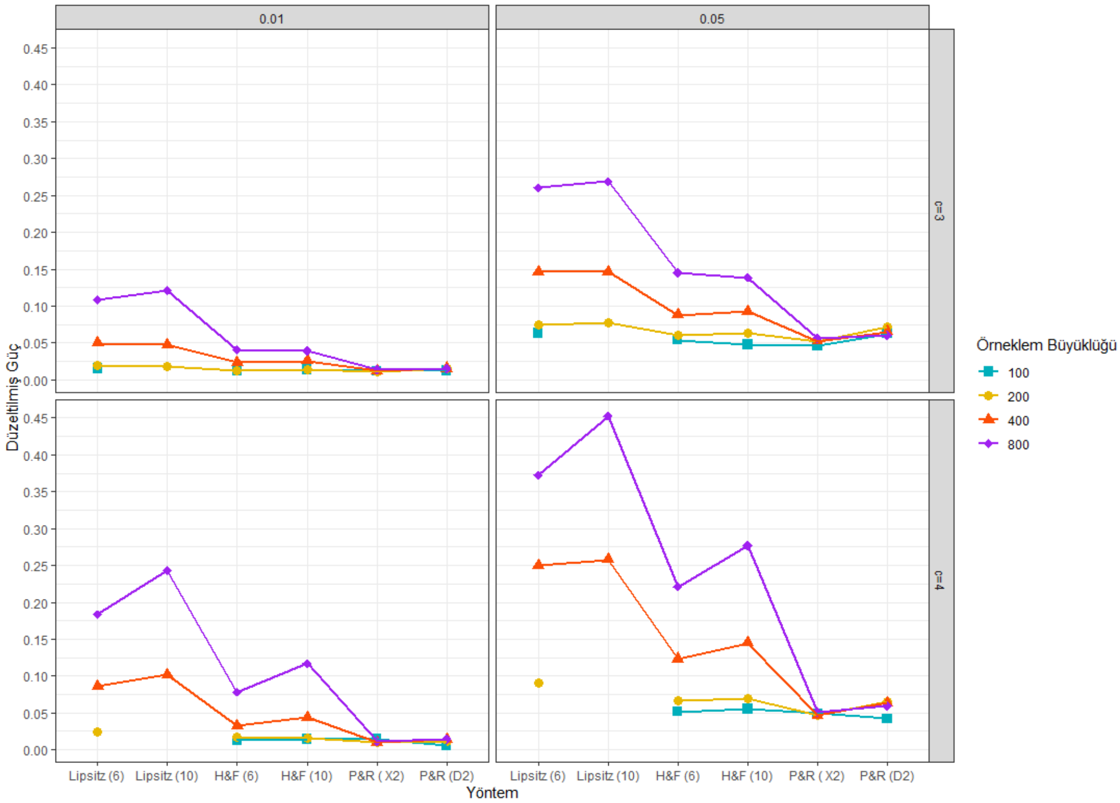
Şekil 4.5. Kuadratik terimli modeller (β_3=0,02 ve sürekli değişken düzgün dağılımlı) arası düzeltilmiş güç karşılaştırması



Şekil 4.6. Kuadratik terimli modeller (β_3=0,02 ve sürekli değişken normal dağılımlı) arası düzeltilmiş güç karşılaştırma



Şekil 4.7. Kuadratik terimli modeller (β_3=0,03 ve sürekli değişken düzgün dağılımlı) arası düzeltilmiş güç karşılaştırması



Şekil 4.8. Kuadratik terimli modeller (β_3=0,03 ve sürekli değişken normal dağılımlı) arası düzeltilmiş güç karşılaştırması

Şekil 4.5, Şekil 4.6, Şekil 4.7 ve Şekil 4.8 yanıt değişkeni 3 ve 4 kategorili (c=3 ve c=4) kuadratik terim içeren modeller arasında düzeltilmiş güç değerleri arasında karşılaştırma yapılmıştır. Örneklem büyüklüğü arttıkça uyum iyiliği testlerinin kayıp kuadratik terimi belirlemekteki başarı değerleri artmıştır. Kategori sayısındaki artış kayıp kuadratik terimi belirlemede önemli bir değişim göstermemiştir.

Tablo 4.15. 2b.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,2)

Üç kategorili etkileşim terim içeren orantısal odds lojistik regresyon model (β_3=0,2)								
Örneklem Büyüklüğü (n)								
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~ N(5,3)								
Lipsitz (6)	2,39	8,76	2,25	8,45	1,66	7,00	2,53	9,26
Lipsitz(10)	*	*	2,29	8,72	1,71	7,18	2,44	9,11
H&F(6)	1,00	5,67	1,50	6,57	1,40	6,38	1,96	7,97
H&F(10)	1,06	5,17	1,34	6,00	1,33	6,11	1,87	7,55
P&R(χ^2)	3,17	12,11	6,42	19,98	18,72	39,48	56,40	78,02
P&R(D^2)	4,22	15,40	7,47	21,51	19,15	40,10	56,70	78,14
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	2,84	8,76	2,34	8,31	3,52	11,04	3,36	10,93
Lipsitz(10)	*	*	2,53	9,04	3,81	11,73	4,27	12,69
H&F(6)	1,40	6,83	1,42	6,25	2,51	9,05	2,79	8,85
H&F(10)	1,31	5,90	1,51	6,28	2,42	8,83	2,98	10,11
P&R(χ^2)	3,01	12,49	7,59	21,86	22,07	45,10	55,62	77,97
P&R(D^2)	5,06	16,48	8,40	22,93	22,82	45,96	55,91	78,02

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.16. 2b.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,3)

Üç kategorili etkileşim terim içeren orantısal odds modeli (β_3=0,3)								
Örneklem Büyüklüğü (n)								
Önemlilik Düzeyi (α)	100		200		400		800	
	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	6,64	18,79	18,29	37,25	33,04	52,25	74,72	85,57
Lipsitz(10)	*	*	16,97	35,03	30,60	49,67	73,64	85,27
H&F(6)	2,68	10,85	10,47	25,94	23,94	42,10	65,86	79,94
H&F(10)	2,22	9,26	7,52	21,26	18,27	37,04	61,85	76,81
P&R(χ^2)	7,88	22,57	20,60	43,38	57,78	78,87	97,36	99,47
P&R(D^2)	10,15	26,29	22,37	44,83	58,52	79,23	97,40	99,49
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	9,54	23,41	15,96	32,67	54,55	73,07	87,09	93,26
Lipsitz(10)	*	*	13,73	31,03	48,64	68,61	86,44	94,36
H&F(6)	3,92	13,75	9,45	23,11	41,14	72,73	79,77	89,85
H&F(10)	2,67	10,68	6,70	19,35	31,55	54,28	74,71	88,16
P&R(χ^2)	8,39	24,33	23,95	47,15	65,45	84,31	97,05	99,40
P&R(D^2)	11,68	28,91	25,21	48,08	66,22	84,82	97,08	99,41

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.17. 2b.1 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,5)

Üç kategorili etkileşim terim içeren orantısal odds modeli (β_3=0,5)								
Örneklem Büyüklüğü (n)								
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	33,23	58,29	78,22	91,80	99,48	99,95	100,00	100,00
Lipsitz(10)	*	*	74,53	89,82	99,20	99,86	100,00	100,00
H&F(6)	13,21	33,56	57,40	79,50	97,65	99,53	100,00	100,00
H&F(10)	9,54	27,95	48,19	72,76	95,93	99,03	100,00	100,00
P&R(χ^2)	23,75	48,34	65,74	85,07	97,75	99,62	100,00	100,00
P&R(D^2)	28,65	53,66	67,80	85,95	97,81	99,62	100,00	100,00
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	38,82	62,16	74,64	90,10	99,74	99,96	100,00	100,00
Lipsitz(10)	*	*	67,21	85,51	99,46	99,94	100,00	100,00
H&F(6)	18,47	41,34	52,74	75,94	98,75	99,82	100,00	100,00
H&F(10)	11,65	31,11	44,01	68,98	96,85	99,31	100,00	100,00
P&R(χ^2)	32,38	57,19	67,24	85,78	99,14	99,83	100,00	100,00
P&R(D^2)	37,43	61,73	68,78	86,44	99,18	99,84	100,00	100,00

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Üç kategorili etkileşim terim içeren modelin sonuçları Tablo 4.15, Tablo 4.16 ve Tablo 4.17'de gösterilmiştir. Tüm uyum iyiliği testlerinin kayıp etkileşim terimli belirlemede, başarılı olduğu tespit edilmiştir. Tablo 4.15 ve Tablo 4.16'da regresyon katsayısı 0,2 ve 0,3'dür.Tablo 4.17'de regresyon katsayısı 0,5 ve bu modelde en iyi performansı Lipsitz testi göstermiştir.

Etkileşim terim içeren modelde genel olarak, farklılıklar olmakla beraber Lipsitz(6) testinin güç değerleri Lipsitz(10) testinden yüksektir. Etkileşim terim içeren modelde genel olarak, farklılıklar olmakla beraber H&F(6) testinin güç değerleri H&F(10) testinden yüksektir. 2b senaryolarında en düşük güç yüzdeleri H&F testine aittir. Etkileşim terimi içeren orantısal odds modelleri arasında, en düşük güç değerleri yanıt değişkenin üç kategorili olduğu normal dağılımlı modeldir. Bu modelde β=0,2 ve n=100'dür. %1'lik hata değeri için %1,00 ile H&F(6) testi ve %5'lik hata değeri için %5,17 H&F(10) testi bozulumları yakalamada diğer uyum iyiliği testlerinden daha düşük performans göstermiştir.

Tablo 4.18. 2b.1 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~U(0,10) ve β_3=0,2)

Üç kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,2)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	2,84	1,90	2,34	1,85	3,52	2,99	3,36	3,28
	Lipsitz(10)	*	*	2,53	2,04	3,81	2,88	4,27	3,68
	H&F(6)	1,40	1,48	1,42	1,67	2,51	2,78	2,79	2,45
	H&F(10)	1,31	1,45	1,51	1,87	2,42	2,58	2,98	3,20
	P&R(χ^2)	3,01	2,73	7,59	7,28	22,07	23,00	55,62	51,64
	P&R(D^2)	5,06	3,43	8,40	7,61	22,82	22,60	55,91	51,47
0,05	Lipsitz (6)	8,76	6,67	8,31	7,34	11,04	10,65	10,93	10,65
	Lipsitz(10)	*	*	9,04	7,55	11,73	10,23	12,69	12,41
	H&F(6)	6,83	7,16	6,25	6,65	9,05	8,91	8,85	8,70
	H&F(10)	5,90	6,39	6,28	6,90	8,83	8,96	10,11	9,97
	P&R(χ^2)	12,49	11,43	21,86	19,72	45,10	44,09	77,97	76,29
	P&R(D^2)	16,48	12,79	22,93	19,38	45,96	44,62	78,02	75,74

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.19. 2b.1 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(5,3) ve β_3=0,2)

Üç kategorili etkileşim terimli model (normal değişken normal dağılımlı ve β_3=0,2)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	2,39	1,83	2,25	1,83	1,66	1,54	2,53	2,47
	Lipsitz(10)	*	*	2,29	1,54	1,71	1,50	2,44	2,46
	H&F(6)	1,00	1,24	1,50	1,47	1,40	1,39	1,96	1,87
	H&F(10)	1,06	1,36	1,34	1,48	1,33	1,68	1,87	1,80
	P&R(χ^2)	3,17	3,12	6,42	6,28	18,72	18,62	56,40	56,11
	P&R(D^2)	4,22	3,03	7,47	6,27	19,15	17,74	56,70	55,56
0,05	Lipsitz (6)	8,76	6,90	8,45	7,14	7,00	6,23	9,26	8,93
	Lipsitz(10)	*	*	8,72	7,02	7,18	6,22	9,11	8,55
	H&F(6)	5,67	6,18	6,57	6,48	6,38	6,20	7,97	8,10
	H&F(10)	5,17	5,32	6,00	6,47	6,11	6,54	7,55	7,52
	P &R(χ^2)	12,11	10,73	19,98	18,99	39,48	37,26	78,02	76,61
	P&R(D^2)	15,40	11,60	21,51	19,16	40,10	36,82	78,14	76,41

*Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.20. 2b.1 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~U(0,10) ve β_3=0,3)

Üç kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,3)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	9,54	6,98	15,96	13,71	54,55	51,67	87,09	86,85
	Lipsitz(10)	*	*	13,73	11,83	48,64	43,63	86,44	84,87
	H&F(6)	3,92	4,12	9,45	10,59	41,14	42,84	79,77	78,15
	H&F(10)	2,67	2,92	6,70	7,91	31,55	32,52	74,71	75,69
	P&R(χ^2)	8,39	7,75	23,95	23,27	65,45	66,59	97,05	96,31
	P&R(D^2)	11,68	8,49	25,21	23,55	66,22	65,95	97,08	96,25
0,05	Lipsitz (6)	23,41	19,21	32,67	30,32	73,07	72,37	93,26	93,06
	Lipsitz(10)	*	*	31,03	27,67	68,61	65,72	94,36	94,21
	H&F(6)	13,75	14,30	23,11	24,09	72,73	72,44	89,85	89,68
	H&F(10)	10,68	11,44	19,35	20,71	54,28	54,59	88,16	88,01
	P&R(χ^2)	24,33	22,70	47,15	44,18	84,31	83,69	99,40	99,30
	P&R(D^2)	28,91	23,65	48,08	43,21	84,82	84,01	99,41	99,27

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.21. 2b.1 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(5,3) ve β_3=0,3)

Üç kategorili etkileşim terimli model (normal değişken normal dağılımlı ve β_3=0,3)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	6,64	5,31	18,29	16,13	33,04	32,00	74,72	74,36
	Lipsitz(10)	*	*	16,97	13,20	30,60	28,77	73,64	73,76
	H&F(6)	2,68	3,23	10,47	10,34	23,94	23,82	65,86	65,18
	H&F(10)	2,22	2,78	7,52	8,09	18,27	20,80	61,85	61,29
	P&R(χ^2)	7,88	7,77	20,60	20,28	57,78	57,63	97,36	97,31
	P&R(D^2)	10,15	7,72	22,37	19,74	58,52	56,45	97,40	97,22
0,05	Lipsitz (6)	18,79	15,55	37,25	33,90	52,25	49,86	85,57	85,11
	Lipsitz(10)	*	*	35,03	30,82	49,67	46,72	85,27	84,45
	H&F(6)	10,85	11,68	25,94	25,72	42,10	41,54	79,94	80,19
	H&F(10)	9,26	9,49	21,26	22,38	37,04	38,37	76,81	76,75
	P&R(χ^2)	22,57	20,48	43,38	41,98	78,87	77,15	99,47	99,39
	P&R(D^2)	26,29	20,89	44,83	41,56	79,23	76,69	99,49	99,40

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.22. 2b.1 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~U(0,10) ve β_3=0,5)

Üç kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,5)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	38,82	32,52	74,64	71,43	99,74	99,68	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	67,21	63,86	99,46	99,23	100,00	99,99
	H&F(6)	18,47	19,09	52,74	55,31	98,75	98,88	100,00	99,99
	H&F(10)	11,65	12,44	44,01	47,47	96,85	97,04	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	32,38	30,86	67,24	66,44	99,14	99,21	100,00	99,99
	P&R(D^2)	37,43	30,77	68,78	66,88	99,18	99,16	100,00	99,98
0,05	Lipsitz (6)	62,16	56,55	90,10	88,90	99,96	99,96	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	85,51	83,17	99,94	99,92	100,00	99,99
	H&F(6)	41,34	42,31	75,94	76,92	99,82	99,81	100,00	99,99
	H&F(10)	31,11	32,54	68,98	70,67	99,31	99,32	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	57,19	55,10	85,78	84,03	99,83	99,82	100,00	99,99
	P&R(D^2)	61,73	55,44	86,44	83,58	99,84	99,82	100,00	99,99

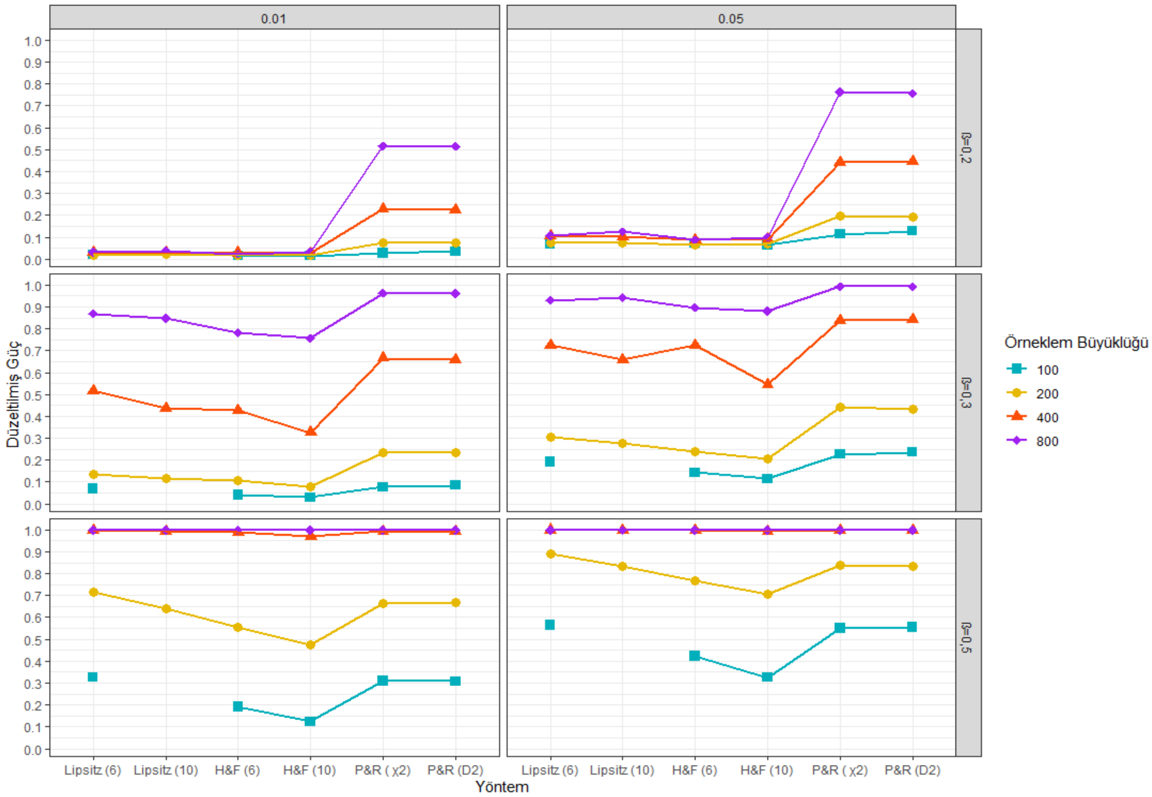
* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.23. 2b.1 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(5,3) ve β_3=0,5)

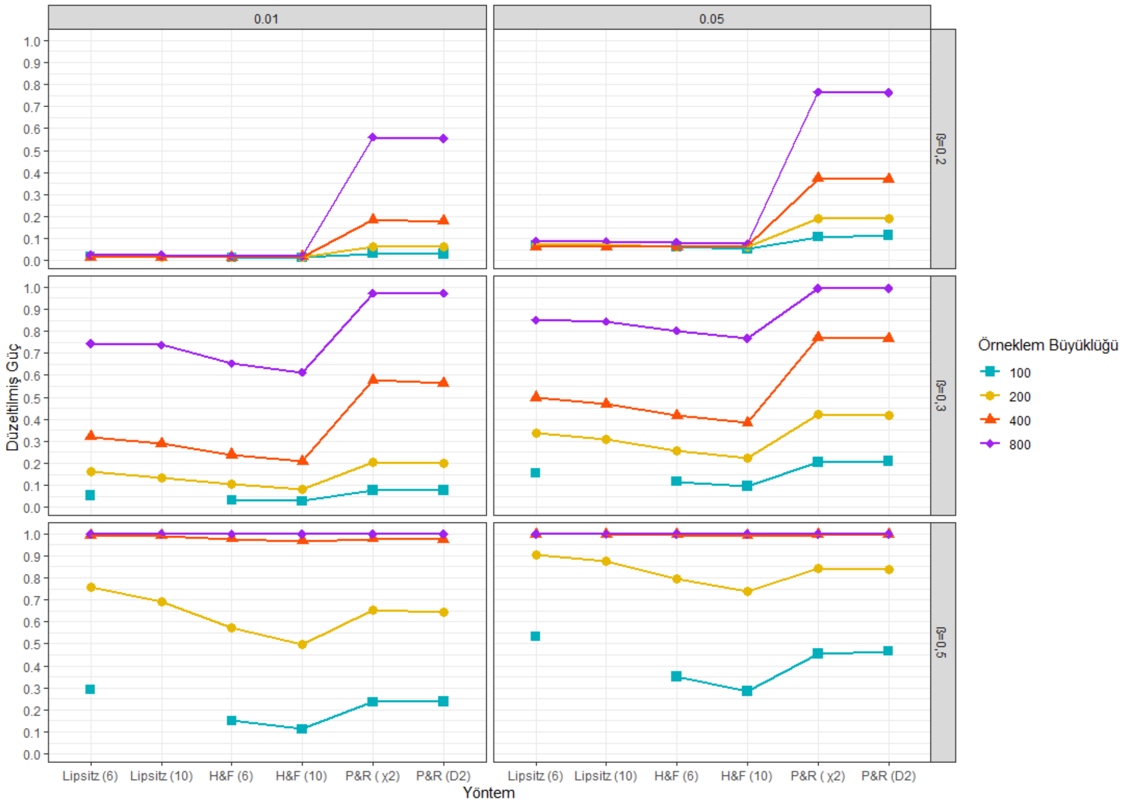
Üç kategorili etkileşim terimli model (normal değişken normal dağılımlı ve β_3=0,5)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	33,23	29,27	78,22	75,64	99,48	99,43	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	74,53	69,09	99,20	99,08	100,00	99,99
	H&F(6)	13,21	15,06	57,40	57,11	97,65	97,63	100,00	99,99
	H&F(10)	9,54	11,28	48,19	49,76	95,93	96,67	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	23,75	23,52	65,74	65,33	97,75	97,73	100,00	99,99
	P&R(D^2)	28,65	23,74	67,80	64,47	97,81	97,52	100,00	99,99
0,05	Lipsitz (6)	58,29	53,26	91,80	90,35	99,95	99,94	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	89,82	87,59	99,86	99,82	100,00	99,99
	H&F(6)	33,56	35,15	79,50	79,31	99,53	99,51	100,00	99,99
	H&F(10)	27,95	28,41	72,76	74,01	99,03	99,12	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	48,34	45,50	85,07	84,22	99,62	99,55	100,00	99,99
	P&R(D^2)	53,66	46,66	85,95	84,01	99,62	99,51	100,00	99,99

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

2b.1 senaryosu için modellerin kestirilen güç ile düzeltilmiş güç değerleri Tablo 4.18 ile Tablo 4.23 (Tablo 4.18,…,Tablo 4.23) arasında gösterilmiştir. Uyum iyiliği testlerinin düzeltilmiş güç sonuçları önemli bir değişiklik yaratmamıştır. Tüm uyum iyiliği testlerinin performansları örneklem büyüklüğü ve regresyon katsayısı arttıkça artış göstermiştir. Kestirilen güç ve düzeltmiş güç tabloların karşılaştırmalarında, Pulkstenis&Robinson testleri arasında güç performanslarının sıralamaları değişmiştir.



Şekil 4.9. 2b.1 senaryoları için (sürekli değişken düzgün dağılımlı) düzeltilmiş güç karşılaştırılması



Şekil 4.10. 2b.1 senaryoları için (sürekli değişken normal dağılımlı) düzeltilmiş güç karşılaştırılması

Şekil 4.9 ve Şekil 4.10'da üç kategorili etkileşim terimi içeren modellerin regresyon katsayısına bağlı olarak güç değerlerinin değişimleri gözükmektedir. Regresyon katsayısı artıkça kayıp etkileşim terimi belirleme başarıları artış göstermiştir.

Tablo 4.24. 2b.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,2)

	Dört kategorili etkileşim terim içeren modelin uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri(β_3=0,2) Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	*	*	2,05	8,38	1,74	7,09	1,86	7,63
Lipsitz(10)	*	*	*	*	1,63	6,99	1,75	7,79
H&F(6)	1,11	5,34	1,17	6,21	1,24	5,78	1,56	6,85
H&F(10)	1,07	5,06	1,27	5,71	1,28	5,73	1,45	6,74
P&R(χ^2)	2,73	11,14	6,07	18,68	17,74	39,08	58,31	79,84
P&R(D^2)	4,51	15,3	7,08	20,71	18,91	40,22	59,16	80,16
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	2,18	8,61	3,30	10,54	2,52	9,12
Lipsitz(10)	*	*	*	*	3,61	11,48	3,78	11,78
H&F(6)	1,26	6,17	1,30	5,82	2,01	7,79	1,78	7,01
H&F(10)	1,13	5,52	1,50	6,29	2,02	7,80	2,38	8,46
P&R(χ^2)	2,79	11,44	6,38	19,16	20,35	42,96	55,31	78,39
P&R(D^2)	4,70	15,56	7,66	21,24	21,87	44,12	56,19	78,52

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.25. 2b.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,3)

	Dört kategorili etkileşim terim içeren modelin uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri(β_3=0,3) Örneklem Büyüklüğü (n)							
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	*	*	22,78	42,01	37,89	57,22	81,76	90,75
Lipsitz(10)	*	*	*	*	34,97	55,23	81,54	90,70
H&F(6)	2,40	9,62	9,41	24,43	20,47	39,90	66,26	81,65
H&F(10)	1,98	8,28	7,08	20,59	15,95	35,08	61,91	78,95
P&R(χ^2)	5,44	18,88	17,98	38,86	53,00	76,19	97,07	99,51
P&R(D^2)	8,74	24,89	20,80	41,94	54,88	77,30	97,20	99,51
x~U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	18,37	36,63	63,13	79,64	92,80	96,67
Lipsitz(10)	*	*	*	*	57,75	76,06	92,72	97,59
H&F(6)	3,26	12,56	7,25	20,52	39,38	61,58	81,31	91,77
H&F(10)	2,33	9,82	5,57	17,03	29,99	52,98	75,17	88,97
P&R(χ^2)	6,65	20,85	18,77	40,58	60,95	81,62	96,45	99,23
P&R(D^2)	10,84	27,16	21,67	43,67	62,62	82,54	96,64	99,25

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.26. 2b.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri (β_3=0,5)

Dört kategorili etkileşim terim içeren modelin uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri(β_3=0,5) Örneklem Büyüklüğü (n)								
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x~N(5,3)								
Lipsitz (6)	*	*	86,71	95,86	99,84	99,99	100,00	100,00
Lipsitz(10)	*	*	*	*	99,80	99,97	100,00	100,00
H&F(6)	21,47	43,89	55,43	78,33	97,95	99,60	100,00	100,00
H&F(10)	26,39	47,14	46,70	71,13	96,60	99,26	100,00	100,00
P&R(χ^2)	36,60	61,80	62,14	83,14	97,70	99,59	100,00	100,00
P&R(D^2)	34,30	61,06	67,49	85,93	97,96	99,60	100,00	100,00
x ~U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	83,26	94,55	99,90	99,99	100,00	100,00
Lipsitz(10)	*	*	*	*	99,88	99,98	100,00	100,00
H&F(6)	15,13	36,36	51,30	75,41	98,53	99,68	100,00	100,00
H&F(10)	10,21	27,29	41,23	66,74	96,68	99,36	100,00	100,00
P&R(χ^2)	25,60	51,39	64,16	83,87	99,06	99,83	100,00	100,00
P&R(D^2)	34,48	59,48	68,56	86,74	99,12	99,88	100,00	100,00

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Dört kategorili etkileşim terimli modelin sonuçları Tablo 4.24, Tablo 4.25 ve Tablo 4.26'da gösterilmiştir. Etkileşim terimli modelde örneklem büyüklüğü 400 ve 800 iken sürekli değişkenin düzgün dağılım olduğu modelin güç yüzdeleri, sürekli değişkenin normal dağılım olduğu modelden daha iyi performans göstermiştir. Örneklem büyüklüğü 100 ve 200 olduğunda sürekli değişkenin dağılımları ile ilgili bir değerlendirme yapılamamıştır. Tablo 4.24 incelendiğinde; Pulkstenis&Robinson testlerinin en yüksek performansı örneklem büyüklüğü 800 iken %78-80 arasında gösterdiği görülmektedir. Aynı tabloda Lipsitz ve Hosmer&Fagerland testinin performansları düşüktür. Lipsitz testi, dört kategorili modelde grup sayısı ile ilgili kural gereği 10 gruba ayrılamamıştır. Tablo 4.26'da regresyon katsayısı 0,5'tir. Lipsitz testinin küçük örneklem büyüklüklerinde uyum iyiliği bozulumlarını yakalama yüzdeleri diğer uyum iyiliği testlerinden daha yüksektir. Genel itibariyle, regresyon katsayısı arttıkça uyum iyiliği bozulumları yakalama performansları artmıştır. Örneklem büyüklüğü arttıkça uyum iyiliği testlerinin kayıp etkileşim terimi belirlemekteki performans yüzdeleri artmıştır.

Tablo 4.27. 2b.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç)değerlerinin karşılaştırılması (x~U(0,10) ve β_3=0,2)

Dört kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,2)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	2,18	1,80	3,30	3,09	2,52	2,28
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	3,61	3,41	3,78	3,72
	H&F(6)	1,26	1,42	1,30	1,55	2,01	2,09	1,78	1,72
	H&F(10)	1,13	1,54	1,50	1,91	2,02	2,43	2,38	2,88
	P&R(χ^2)	2,79	2,74	6,38	6,57	20,35	20,90	55,31	52,82
	P&R(D^2)	4,70	2,69	7,66	6,07	21,87	21,33	56,19	53,07
0,05	Lipsitz (6)	*	*	8,61	7,89	10,54	10,16	9,12	8,98
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	11,48	10,49	11,78	11,55
	H&F(6)	6,17	6,13	5,82	6,11	7,79	8,19	7,01	6,73
	H&F(10)	5,52	5,74	6,29	6,59	7,80	8,29	8,46	8,83
	P&R(χ^2)	11,44	10,17	19,16	17,89	42,96	42,25	78,39	76,19
	P&R(D^2)	15,56	10,53	21,24	17,98	44,12	41,66	78,52	75,64

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.28. 2b.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(5,3) ve β_3=0,2)

Dört kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,2)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)	Yöntem	n=100		n=200		n=400		n=800	
		K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	2,05	1,59	1,74	1,32	1,86	1,73
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	1,63	1,29	1,75	1,60
	H&F(6)	1,11	1,28	1,17	1,21	1,24	1,09	1,56	1,49
	H&F(10)	1,07	1,13	1,27	1,18	1,28	1,37	1,45	1,57
	P&R(χ^2)	2,73	2,78	6,07	5,73	17,74	16,08	58,31	59,06
	P&R(D^2)	4,51	2,79	7,08	5,22	18,91	15,89	59,16	58,03
0,05	Lipsitz (6)	*	*	8,38	6,95	7,09	6,80	7,63	7,09
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	6,99	6,01	7,79	7,33
	H&F(6)	5,34	5,22	6,21	6,10	5,78	5,56	6,85	7,11
	H&F(10)	5,06	5,26	5,71	5,63	5,73	5,96	6,74	6,75
	P&R(χ^2)	11,14	10,38	18,68	16,55	39,08	35,92	79,84	77,70
	P&R(D^2)	15,3	10,61	20,71	16,49	40,22	35,91	80,16	77,83

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.29. 2b.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~U(0,10) ve β_3=0,3)

Dört kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,3)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	18,37	16,35	63,13	62,03	92,80	92,19
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	57,75	56,75	92,72	92,62
	H&F(6)	3,26	3,62	7,25	8,25	39,38	39,97	81,31	80,91
	H&F(10)	2,33	3,08	5,57	6,74	29,99	32,76	75,17	77,71
	P&R(χ^2)	6,65	6,55	18,77	19,18	60,95	61,68	96,45	95,93
	P&R(D^2)	10,84	6,83	21,67	18,30	62,62	61,92	96,64	96,01
0,05	Lipsitz (6)	*	*	36,63	34,86	79,64	79,04	96,67	96,61
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	76,06	74,39	97,59	97,52
	H&F(6)	12,56	12,50	20,52	21,23	61,58	62,60	91,77	91,45
	H&F(10)	9,82	10,17	17,03	17,64	52,98	54,29	88,97	89,41
	P&R(χ^2)	20,85	18,93	40,58	38,75	81,62	81,13	99,23	99,06
	P&R(D^2)	27,16	19,85	43,67	39,08	82,54	80,88	99,25	99,03

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.30. 2b.2 senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(5,3)ve β_3=0,3)

Dört kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,3)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
		n=100		n=200		n=400		n=800	
(α)	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	22,78	19,79	37,89	33,82	81,76	80,98
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	34,97	31,66	81,54	80,57
	H&F(6)	2,40	2,73	9,41	9,60	20,47	19,09	66,26	65,59
	H&F(10)	1,98	2,07	7,08	6,70	15,95	16,62	61,91	63,09
	P&R(χ^2)	5,44	5,52	17,98	17,23	53,00	50,37	97,07	97,20
	P&R(D^2)	8,74	5,76	20,80	16,68	54,88	50,20	97,20	97,01
0,05	Lipsitz (6)	*	*	42,01	38,18	57,22	56,36	90,75	90,10
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	55,23	52,16	90,70	90,15
	H&F(6)	9,62	9,42	24,43	24,16	39,90	39,16	81,65	82,17
	H&F(10)	8,28	8,57	20,59	20,40	35,08	35,81	78,95	78,98
	P&R(χ^2)	18,88	17,79	38,86	35,74	76,19	73,54	99,51	99,39
	P&R(D^2)	24,89	18,35	41,94	35,90	77,30	73,75	99,51	99,38

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.31. 2b.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~U(0,10)ve β_3=0,5)

Dört kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken düzgün dağılımlı ve β_3=0,5)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	83,26	81,21	99,90	99,89	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	99,88	99,87	100,00	99,99
	H&F(6)	15,13	16,27	51,30	54,05	98,53	98,59	100,00	99,99
	H&F(10)	10,21	12,53	41,23	45,02	96,68	97,22	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	25,60	25,36	64,16	64,73	99,06	99,11	100,00	99,99
	P&R(D^2)	34,48	25,69	68,56	64,16	99,12	99,08	100,00	99,99
0,05	Lipsitz (6)	*	*	94,55	94,00	99,99	99,99	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	99,98	99,98	100,00	99,99
	H&F(6)	36,36	36,25	75,41	76,18	99,68	99,71	100,00	99,99
	H&F(10)	27,29	27,95	66,74	67,60	99,36	99,42	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	51,39	48,65	83,87	82,68	99,83	99,82	100,00	99,99
	P&R(D^2)	59,48	50,03	86,74	84,04	99,88	99,85	100,00	99,99

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.32. 2b.2 senaryosunda kestirilen güç (K.Güç) ile düzeltmiş güç (D.Güç) değerlerinin karşılaştırılması (x~N(5,3)ve β_3=0,5)

Dört kategorili etkileşim terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı ve β_3=0,5)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)		n=100		n=200		n=400		n=800	
	Yöntem	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	86,71	84,37	99,84	99,77	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	99,80	99,73	100,00	99,99
	H&F(6)	21,47	23,14	55,43	55,88	97,95	97,69	100,00	99,99
	H&F(10)	26,39	27,02	46,70	45,55	96,60	96,80	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	36,60	36,89	62,14	61,03	97,70	97,32	100,00	99,99
	P&R(D^2)	34,30	26,69	67,49	61,79	97,96	97,31	100,00	99,99
0,05	Lipsitz (6)	*	*	95,86	94,90	99,99	99,99	100,00	99,99
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	99,97	99,96	100,00	99,99
	H&F(6)	43,89	43,44	78,33	78,07	99,60	99,58	100,00	99,99
	H&F(10)	47,14	47,88	71,13	70,90	99,26	99,30	100,00	99,99
	P&R(χ^2)	61,80	60,22	83,14	80,98	99,59	99,48	100,00	99,99
	P&R(D^2)	61,06	52,26	85,93	82,11	99,60	99,44	100,00	99,99

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.27 ile Tablo 4.32 (Tablo 4.27,…,Tablo 4.32) arasında dört kategorili etkileşim terim içeren modelin uyum iyiliği testlerin kestirilen güç ile düzeltilmiş güç gösterilmiştir. Güç düzeltmesi uyum iyiliği testlerinin performans sıralamalarını genel olarak etkilememiştir.

Tablo 4.33. 2c senaryosu için uyum iyiliği testlerinin güç yüzdeleri

Dört kategorili yanlış fonksiyon formunun belirlenmesinde uyum iyiliği testlerin güç yüzdeleri								
Örneklem Büyüklüğü (n)								
	100		200		400		800	
Önemlilik Düzeyi (α)	%1	%5	%1	%5	%1	%5	%1	%5
x ~ N(10,3)								
Lipsitz (6)	*	*	1,09	5,87	1,02	5,32	1,40	6,00
Lipsitz(10)	*	*	*	*	1,10	5,66	1,24	5,84
H&F(6)	0,87	4,64	0,81	4,34	0,80	4,72	1,03	5,18
H&F(10)	0,67	4,14	0,82	4,30	0,78	4,34	0,92	4,65
P&R(χ^2)	1,03	5,41	0,91	5,78	1,42	5,85	1,31	6,02
P&R(D^2)	1,94	8,97	1,64	7,26	1,69	6,80	1,34	6,30
x ~ U(0,10)								
Lipsitz (6)	*	*	2,04	7,75	1,97	7,45	4,07	13,08
Lipsitz(10)	*	*	*	*	2,29	8,46	3,69	12,41
H&F(6)	1,72	7,18	1,14	5,56	1,22	5,88	2,27	9,33
H&F(10)	1,10	4,92	1,09	5,47	1,45	6,55	1,93	8,20
P&R(χ^2)	1,36	5,23	1,12	5,43	1,08	5,65	1,33	6,07
P&R(D^2)	1,09	5,66	1,68	7,22	1,37	6,56	1,34	6,32

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

2.c senaryosunun sonuçları Tablo 4.33'de gösterilmiştir. Sürekli değişkenin yanlış fonksiyon formunun bulunduğu (bağımsız değişken logaritması alınarak modele dahil edildiği) modelde bağımsız değişkenin normal dağılımda P&R(D^2) testinin uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada başarısı Lipsitz ve H&F testinden daha iyidir. Düzgün dağılımlı modelde Lipsitz testi uyum iyiliği bozulumlarını yakalama en başarılı iken, P&R testlerinin uyum iyiliği bozulumlarını yakalama başarıları en düşüktür. Örneklem büyüklüğü 100 ve sürekli bağımsız değişkenin normal dağılım gösterdiği orantısal odds modeli için testi %1,94 ile içlerinde en yüksek performans gösterirken, aynı örneklem büyüklüğü ve sürekli bağımsız değişkenin düzgün dağılım gösterdiği orantısal odds modeli için H&F(6) testi %1,72 ile diğerinden üstündür.

Sürekli değişkenin dağılımına göre uyum iyiliği testlerinin performans sıralamaları değişkenlik göstermiştir. Yanlış fonksiyon formu içeren orantısal odds modelinde, en yüksek güç değerleri sürekli değişkenin düzgün dağılım gösterdiği n=800 için %1'lik hata payında %4,07 Lipsitz(6) ve %5'lik hata payında %13,08 Lipsitz(6)'dır. Yanlış fonksiyon formu içeren orantısal odds modelinde, en düşük güç değerleri örneklem büyüklüğü 100 ve sürekli değişkenin normal dağılım %1'lik hata payında %0,67 H&F(10) ve %5'lik hata payında %4,14 H&F(10)'dur. Normal dağılımlı modelde (sürekli değişkenin normal dağılım olduğu model) P&R(χ^2) testi, düzgün dağılımlı modelde Lipsitz testi daha başarılıdır.

Tablo 4.34. 2c senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç ile düzeltilmiş güç karşılaştırılması(x~U(0,10))

Dört kategorili yanlış fonksiyon formu içeren model (sürekli değişken düzgün dağılımlı)									
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)	Yöntem	n=100		n=200		n=400		n=800	
		K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	2,04	1,68	1,97	1,84	4,07	3,71
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	2,29	2,16	3,69	3,63
	H&F(6)	1,72	1,93	1,14	1,36	1,22	1,27	2,27	2,19
	H&F(10)	1,10	1,50	1,09	1,40	1,45	1,76	1,93	2,35
	P&R(χ^2)	1,36	1,33	1,12	1,17	1,08	1,14	1,33	1,13
	P&R(D^2)	1,09	0,54	1,68	1,24	1,37	1,31	1,34	1,09
0,05	Lipsitz (6)	*	*	7,75	7,08	7,45	7,16	13,08	12,90
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	8,46	7,67	12,41	12,18
	H&F(6)	7,18	7,14	5,56	5,84	5,88	6,20	9,33	8,99
	H&F(10)	4,92	5,12	5,47	5,74	6,55	6,98	8,20	8,57
	P&R(χ^2)	5,23	4,54	5,43	4,93	5,65	5,45	6,07	5,24
	P&R(D^2)	5,66	3,41	7,22	5,73	6,56	5,80	6,32	5,22

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.35. 2c senaryosu için uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç ile düzeltilmiş güç karşılaştırılması (x~N(10,3))

		Dört kategorili yanlış fonksiyon terimli model (sürekli değişken normal dağılımlı)							
		Örneklem Büyüklüğü (n)							
(α)	Yöntem	n=100		n=200		n=400		n=800	
		K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç	K.Güç	D.Güç
0,01	Lipsitz (6)	*	*	1,09	0,83	1,02	0,76	1,40	1,30
	Lipsitz(10)	*	*	*	*	1,10	0,86	1,24	1,13
	H&F(6)	0,87	1,01	0,81	0,84	0,80	0,70	1,03	0,98
	H&F(10)	0,67	0,71	0,82	0,76	0,78	0,84	0,92	1,00
	P&R(χ^2)	1,03	1,05	0,91	0,84	1,42	1,20	1,31	1,38
	P&R(D^2)	1,94	1,12	1,64	1,11	1,69	1,25	1,34	1,24
0,05	Lipsitz (6)	*	*	5,87	4,80	5,32	5,09	6,00	5,55
	Lipsitz(10)	*	*	*	4,96	5,66	4,83	5,84	5,47
	H&F(6)	4,64	4,53	4,34	4,26	4,72	4,53	5,18	5,39
	H&F(10)	4,14	4,31	4,30	4,24	4,34	4,52	4,65	4,66
	P & R (χ^2)	5,41	4,97	5,78	4,89	5,85	4,94	6,02	5,19
	P&R(D^2)	8,97	5,86	7,26	5,32	6,80	5,44	6,30	5,36

* Lipsitz testi, grup sayısı ile kısıtlama sebebiyle hesaplanamamıştır.

Tablo 4.34 ve Tablo 4.35'de uyum iyiliği testlerinin kestirilen güç ve düzeltmiş güç değerlerinin karşılaştırmaları mevcuttur. Kayıp yanlış fonksiyon formunu belirlemede uyum iyiliği testleri başarı gösterememiştir. Diğer modellerde olduğu gibi örneklem büyüklüğü arttıkça uyum iyiliği testlerinin bozulumu yakalama yüzdeleri artmıştır.

5. TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, orantısal odds lojistik regresyon modelinde geliştirilen Lipsitz uyum iyiliği testi, Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği testi ve Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testlerini ayrıntılı olarak ele alınmış ve uyum iyiliği testlerinin bozulumu yakalama performansları karşılaştırmıştır.

Çalışmamızda, Lipsitz uyum iyiliği test yaklaşımı için grup sayısı 6 ve 10 olarak belirlenmiştir. Grup sayısı ile ilgili $6 \leq g < n/5c$ kuralının olması sebebiyle yanıt değişkenin dört kategorili olduğu modellerde Lipsitz uyum iyiliği testi küçük örneklemlerde hesaplanamamıştır. Grup sayısı ile ilgili belli bir yargıya varılamamıştır. Alanyazın çalışmalarında Lipsitz uyum testi için, grup sayısı min (10, n/5c) aralığı seçilmiştir. Bu çalışmada, Lipsitz testinde grup sayısının etkisi gözlenmemiştir (5,40).

Çalışmamızda, Hosmer&Fagerland test yaklaşımında grup sayıları 6 ve 10 olarak belirlenmiştir. Genellikle, grup sayısındaki artış uyum iyiliğinin bozulumları yakalamadaki performansını düşürmüştür. Alanyazın çalışmalarında ise bu uyum iyiliği testinin grup sayısı 8, 10 ve 12 olarak seçilmiş ve grup sayısındaki artışın etkisi gözlenmiştir. Çalışmalar neticesinde, g=8 belirlendiğinde uyum iyiliği testi daha iyi sonuçlar verdiği belirtilmiş olsa da bilinen Hosmer-Lemeshow uyum iyiliği testi ile uyum sağlaması için grup sayısının 10 seçilmesini önermişlerdir (5,34,35).

Çalışmada ele alınan 1.a ve 1.b senaryolarının tip I hata değerleri karşılaştırıldığında, uyum iyiliği testleri için kesin bir değerlendirme yapmak mümkün olmamıştır. Genel olarak küçük örneklemlerde ($n<400$) Lipsitz testi orantısal odds lojistik regresyon modelini belirlemekte daha liberal bir eğilim göstermiştir. Bu nedenle Lipsitz uyum iyiliği testinin tip I hata değerleri nominal düzeyin üstündedir.

Hosmer&Fagerland testi orantısal odds lojistik regresyon modelini belirlemekte tutucu bir yapıdadır. Üç ve dört kategorili orantısal odds lojistik regresyon modellerinde tip I hata değerleri genel olarak nominal düzeyin civarında ya da altındadır. Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği testlerinin (P&R(D^2) ve P&R(χ^2)) tip I hata değerleri açısından farklılık göstermiştir. Alanyazın çalışmalarında tez çalışmamızın sonuçlarına benzer olarak, Lipsitz testinin nominal düzeyin üstünde olduğu, Hosmer&Fagerland testinin nominal düzeye oldukça yakın ya da nominal düzeyin altında olduğu, P&R(χ^2) testinin sonuçları ile P&R(D^2) testinin sonuçlarının farklılık gösterdiği genel itibari ile nominal düzeyin üstünde olduğu anlaşılmıştır (5,33,34).

Örneklem büyüklüğü azaldıkça, tüm uyum iyiliği testlerinde bozulumlarını yakalamadaki performansları düşmüştür. Modeller ile ilgili doğru karar verme yüzdeleri küçük örneklemlerde daha düşüktür. Lipsitz testi, Pulkstenis&Robinson testi ve Hosmer&Fagerland testi ile ilgili yapılan ortak çalışmalarda da örneklem büyüklüğü azaldıkça testlerin uyum iyiliği bozulumları yakalamadaki performansları azalmıştır (5,34,35).

Kuadratik terim içeren modeli belirlemekte, tüm uyum iyiliği testleri başarısızdır. Lipsitz testi, kuadratik terim içeren modeli diğer iki uyum iyiliği testinden daha iyi tespit etmiştir ancak yine de düşük güç değerlerine sahiptir. Bağımlı değişkenin kategori sayısını arttırmak, testlerin kuadratik terimi belirleme yüzdelerini arttıramamıştır. Regresyon katsayısı arttırmak, uyum iyiliği testlerinin bozulumu yakalama yüzdeleri artırmıştır. Buna rağmen uyum iyiliği testlerinin güç değerleri düşüktür. Lipsitz ile Hosmer&Fagerland testlerinin, grup sayısı arttığında uyum iyiliği bozulumları yakalamada başarısı artmıştır. Genel olarak; örneklem büyüklüğü 400'den küçük ise Hosmer&Fagerland testinin bozulumları yakalamabaşarısı, Lipsitz ve Pulkstenis&Robinson testlerinden daha düşüktür. Örneklem büyüklüğü 400 ve 800 olduğunda, Pulkstenis&Robinson testlerinin doğru bir karar verme yüzdesi diğerlerinden daha düşüktür. Hosmer&Fagerland' ın ortak çalışmalarında da kuadratik terimli modelde en iyi performans Lipsitz testine aittir. Yapılan çalışmamıza benzer olarak, küçük örneklem büyüklüklerinde (n<400) Hosmer&Fagerland testleri uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada en başarısız iken büyük örneklem büyüklüklerinde en başarısız güç değerleri, P&R(χ^2) testindedir (5,34,35).

Etkileşim terim içeren modeli belirlemekte, tüm uyum iyiliği testleri başarılıdır. Oluşturulan modelde regresyon katsayısı küçük ise Lipsitz testi ile Hosmer&Fagerland test istatistiği, Pulkstenis&Robinson testlerinden daha düşük performans göstermiştir. Lipsitz testi, küçük örneklemlerde (n<400) model ile ilgili doğru karar vermede diğer testlerden daha başarılıdır. Pulkstenis&Robinson test istatistiklerinin uyum iyiliği bozulumları yakalamada başarısı her iki test istatistiğinden de daha yüksektir. Beta katsayısının değeri büyüdüğünde ve örneklem büyüklüğü arttığında, her bir uyum iyiliği yaklaşımının kayıp etkileşim terimi belirlemekle oldukça başarılı olduğu anlaşılmıştır. Lipsitz uyum iyiliği yaklaşımında grup sayısı değiştirmenin anlamlı olmadığı anlaşılmıştır. Hosmer&Fagerland uyum iyiliği testinde, grup sayısı azaldığında güç değerlerinin daha iyi olduğu görülmüştür. Alanyazın çalışmalarına benzer olarak bizim çalışmamızda da regresyon katsayısının değeri arttıkça, kayıp etkileşim terimini yakalamada başarı yüzdeleri artış göstermiştir. Aynı şekilde örneklem büyüklüğünün artması sonucunda da güç yüzdeleri yükselmiş ve örneklem büyüklüğü 800'e ulaştığında uyum iyiliği testlerinin performansları arasındaki fark kapanmıştır. Küçük örneklem büyüklükleri ve küçük regresyon katsayısında Hosmer&Fagerland diğer iki yaklaşımdan daha düşük performans göstermiştir (5,34).

Yanlış fonksiyon formunu tespit etmekte genel olarak tüm uyum iyiliği testlerinin performans değerleri oldukça küçüktür. Yanlış fonksiyon formu içeren modelde tüm örneklem büyüklüklerinde sürekli değişkenin düzgün dağılım içerdiği model, normal dağılımlı modelden daha iyi performans göstermiştir. Örneklem büyüklüğü 400 olduğunda, Lipsitz(10) testi yanlış fonksiyon formunu belirlemekte Lipsitz(6) testinden daha iyi performans göstermiştir. Örneklem büyüklüğü 800 olduğunda ise Lipsitz(6) testi, Lipsitz(10) testinden bozulumları yakalamada daha başarılı performans göstermiştir. Alanyazın çalışmalarında, küçük örneklem büyüklüklerinde (n<400) için P&R(D^2) testi daha başarılıdır. Örneklem büyüklüğü 400 ve 800 olduğunda 2.c senaryosu için Lipsitz testi %1,50-2,50 en yüksek güç yüzdelerine sahiptir. Uyum iyiliği testlerinin içinde en düşük performans Hosmer&Fagerland testindedir (5,35).

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma sonucunda, orantısal odds regresyon modeli için geliştirilen uyum iyiliği testlerinin bozulumları yakalamada düşük performans gösterdiği (etkileşim terimli model hariç) görülmüştür. Uyum iyiliği testlerinin performansında modeldeki terimlerin etkisi olduğu anlaşılmıştır. Kuadratik ve yanlış fonksiyon formu içeren modelde uyum iyiliği testleri bozulumları yakalamada düşük performans gösterirken; etkileşim terimi içeren modelde uyum iyiliği testleri yüksek performans göstermiştir. Diğer bir ifade ile; kuadratik ve yanlış fonksiyon formu içeren modelde uyum iyiliği testlerinin modeli değerlendirme başarıları düşüktür. Model ile ilgili doğru bir karar veremedikleri için yani gerçekte veri modele uyumlu olmadığı halde uyum iyiliği testi veri modele uyumludur derken yüksek bir hata miktarı (β) ile söylemektedir. Bu da uyum iyiliği testlerinin kuadratik veya yanlış fonksiyon terimlerini içeren modellerde güvenilir olmadığını göstermektedir. Etkileşim terimi içeren modelde ise her üç uyum iyiliği test yaklaşımı yüksek güç değerlerine sahiptir. Modeli ile ilgili daha doğru karar alabildiği söylenebilir ve uyum iyiliği testleri etkileşim terimi içeren modellerde daha güvenilirdir.

Oluşturulan modellerin, tip I hata ve testin gücü değerlerinde; bağımlı değişkenin kategori sayısı, örneklem büyüklüğü, sürekli değişkenin dağılımı ve regresyon katsayısı (araştırmacı tarafından belirlenen) bir bütün olarak etkili olmuştur.

Geliştirilen uyum iyiliği testlerinden Lipsitz test yaklaşımı, olabilirlik oran testine dayalı olduğundan model bazlı bir yöntemdir. Bu nedenle, uyum iyiliği tablosunda gözlenen ve beklenen sıklıklara ilişkin bilgi bulunmamaktadır. Küçük örneklem büyüklüğüne sahip modellerde, Lipsitz testinin grup sayısı önem arz etmektedir. Araştırmacıların, uygun grup sayısı belirlemeye özen göstermeleri gerekmektedir. Nitekim, bu uyum iyiliği testi küçük örneklemlerde diğer uyum iyiliği testlerinden daha iyi performans göstermiştir. Genel olarak Lipsitz testi, uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada Hosmer & Fagerland testinden daha başarılı olmuştur.

Geliştirilen uyum iyiliği testlerinden Hosmer&Fagerland test yaklaşımı, oluşturan odds lojistik regresyon modellerinde (kuadratik terim içeren model, etkileşim terim içeren model ve yanlış fonksiyon terimi içeren model) Lipsitz ve Pulkstenis&Robinson testlerine üstünlük gösterememiştir. Klasik Hosmer-Lemeshow testinin sıralı lojistik regresyona uyarlanmış olması daha çok tercih edilmesini sağlamıştır. Alanyazınlarında, Hosmer&Fagerland'ın çalışmaları sayesinde istatistiksel paket programlarında bu uyum iyiliği testleri kolaylıkla hesaplanabilmektedir.

Pulkstenis&Robinson uyum iyiliği testleri, çapraz tabloyu oluşturma yöntemi sayesinde uyum iyiliği bozulumlarının nereden kaynaklandığını tespit edebilmektedir. Bu durum, uyum iyiliği bozulumlarını yakalamada Hosmer&Fagerland testinden daha üstün performans göstermesini sağlamıştır.

Uyum iyiliği testlerinin dışında modelin uyum iyiliğini belirlemede başka yöntemlerde bulunmaktadır. Araştırmalarda uyum iyiliği testlerine ek olarak grafiksel teknikler, uyum iyiliği göstergeleri (Akaike Bilgi Kriteri, Bayes Bilgi Kriteri, Sözde R^2) ve tanımlayıcı istatistiklerden yararlanılabilir. Verinin uyum iyiliği değerlendirilirken, tek başına uyum iyiliği testlerine bakmak yerine bu sonuçların birlikte değerlendirilmesi daha uygun olacaktır.

Oluşturulan modellerde bağımsız değişkenler düzgün dağılım ve normal dağılımlı olarak belirlendiği gibi diğer sürekli dağılımlardan da faydalanılabilir. Ayrıca modelde sürekli ve kategorik değişken sayıları arttırılabilir. Sadece sürekli değişkenlerden ya da sadece kategorik değişkenlerden oluşan orantısal odds modelleri oluşturabilir ve uyum iyiliği testlerinin performansları karşılaştırılabilir.

Regresyon katsayıları değiştikçe testlerin performanslarında farklılıklar gözlenmiştir. Ancak bu çalışmada sadece belirli regresyon katsayıları için sonuçlar elde edilmiştir. Farklı regresyon katsayıları belirlenerek de uyum iyiliği testlerinin performansları incelenebilir. Orantısal odds lojistik regresyon modeli dışında kalan diğer sıralı lojistik regresyon modelleri içinde bu uyum iyiliği testleri uygulanabilir.

7. KAYNAKLAR

1. Alpar R. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler. Ankara: Detay Yayıncılık; 2017.
2. Agresti A.Analysis of ordinal categorical data. 2th ed. New Jersey: John Wiley & Sons; 2010.
3. DolgunNA, Saraçbaşı O. Lojistik Regresyon Çözümlemesi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Yayınları; 2015.
4. Hosmer DW,Lemeshow S,Sturdivant R.X. Applied logistic regression. 2th ed. Canada: John Wiley & Sons; 2000.
5. Fagerland MW, Hosmer DW. A goodness of fit test for the proportional odds regression model. Statistics in Medicine. 2013; 32(13): 2235-2249.
6. Liao TF.Interpreting probability models: Logit, probit, and other generalized linear models. Thousand Oaks, London, New Delhi: Sage; 1994.
7. JewellNP.Statistics for epidemiology. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC; 2004.
8. Tatlıdil H.Uygulamalı çok değişkenli istatistiksel analiz. Ankara: Engin Yayınları; 2002.
9. Ananth CV, Kleinbaum DG. Regression models for ordinal responses: a review of methods and applications. International journal of epidemiology, 1997; 26(6):1323-1333.
10. Arı E. Sıralı lojistik regresyonda paralel doğrular varsayımı ve çözümleme yaklaşımları[Doktora tezi]. Eskişehir:Eskişehir Osmangazi Üniversitesi; 2013.
11. Kuss O. Global goodness-of-fit tests in logistic regression with sparse data. Statistics in Medicine, 2002; 21:3789-3801.
12. Dolgun NA.Sıralı (ordinal) ve multinomial logit üzerine bir uygulama [Yükseklisans tezi]. Ankara:Hacettepe Üniversitesi;2005.
13. Çolak E. Koşullu ve sınırlandırılmış lojistik regresyon yöntemlerinin karşılaştırılması ve bir uygulama [Yüksek Lisans Tezi].Eskişehir: Osmangazi Üniversitesi; 2002.
14. Ayhan S. Sıralı lojistik regresyon analiziyle Türkiye'deki hemşirelerin iş bırakma niyetini etkileyen faktörlerin belirlenmesi[Yükseklisans tezi]. Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi ;2006.
15. Armstrong BG, SloanM. Ordinal regression models for epidemiologic data. American Journal of Epidemiology. 1989; 129(1): 191-204.
16. Chen CK, Hughes JJ, Using Ordinal Regression Model to Analyze Student Satisfaction Questionnaires. IR Applications. 2004; 1: 1-13.
17. Brant R. Assessing proportionality in the proportional odds model for ordinal logistic regression. Biometrics. 1990; 49 (4): 1171-1178.

18. McCullagh P.Regression models for ordinal data. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological). 1980; 42(2):109-127.

19. Long JS. Regression Models for Categorical and Limited Depedent Variables. Sage Publications,1997.

20. Şerbetçi A. Sıralı lojistik regresyon analizi ile istatistik ve ekonometri, derslerinde başarıyı etkileyen faktörlerin belirlenmesi: Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi öğrencileri üzerine bir uygulama. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi. 2016; 3(1):89-110.

21. Emeç H. Ege bölgesi tüketim harcamaları için sıralı logit tahminleri ve senaryo sonuçları. Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi. 2002; 4(2): 13-29.

22. Güngör N, Tansel A. Brain drain from Turkey: survey evidence of student non-return. Career Development International. 2003; 8(2): 52-69.

23. Bircan H. Lojistik regresyon analizi: Tıp verileri üzerine bir uygulama. Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi. 2004; 8:185-208.

24. O'Connell AA. Logistic Regression Models for Ordinal Response Variables. Sage Publications,2006.

25. Fu KV. Estimating Generalized Ordered Logit Models. Stata Technical Bulletin,1998.

26. Peterson B, Harrell JR. Partial Proportional Odds Models for Ordinal Response Variables. Applied Statistics, 1990;39(2):205-217.

27. Fu L, Simpson DG. Conditional risk models for ordinal response data: simultaneous logistic regression analysis and generalized score tests. Journal of Statistical Planning and Inference. 2002; 108(1-2): 201-217.

28. Bender R, Grouven U. Using binary logistic regression models for ordinal data with non-proportional odds. Journal of Clinical Epidemology.1998; 51(10): 809-816.

29. Dolgun NA. An Adapted Wald Test Statistic To Determine The Variables Which Do Not Satisfy The Proportionality Assumption In The Adjacent Category Logistic Regression Model[Doktora Tezi].Ankara: Hacettepe Üniversitesi; 2012.

30. Williams R. Generalized ordered logit/partial proportional odds models for ordinal dependent variables. The Stata Journal. 2006; 6(1):58-82.

31. Wolfe R. Continuation-ratio models for ordinal response data. Stata Techical Bulletin,1998;44:18-21.

32. Fagerland MW, Hosmer DW. A generalized Hosmer–Lemeshow goodness-of-fit test for multinomial logistic regression models. The Stata Journal. 2012; 12(3): 447-453.

33. Archer KJ, Lemeshow S. Goodness-of-fit test for a logistic regression model fitted using survey sample data. The Stata Journal, 2006. 6(1): p. 97-105.

34. Fagerland MW, Hosmer DW. Tests for goodness of fit in ordinal logistic regression models. Journal of Statistical Computation and Simulation. 2016; 86(17): 3398-3418.

35. Fagerland MW, Hosmer DW. How to test for goodness of fit in ordinal logistic regression models. The Stata Journal. 2017; 17(3): 668-686.

36. Paul P,Pennell ML, Lemeshow S. Standardizing the power of the Hosmer–Lemeshow goodness of fit test in large data sets. Statistics in Medicine. 2013; 32(1):67-80.

37. Hosmer DW, Lemesbow S. Goodness of fit tests for the multiple logistic regression model. Communications in statistics-Theory and Methods. 1980; 9(10): 1043-1069.

38. Lemeshow S, Hosmer DW. A review of goodness of fit statistics for use in the development of logistic regression models. American Journal of Epidemiology. 1982; 115(1): 92-106.

39. Hosmer DW, Hosmer T, Le Cessie S, Lemeshow S. A comparison of goodness of fit tests for the logistic regression model. Statistics in Medicine. 1997; 16(9):965-980.

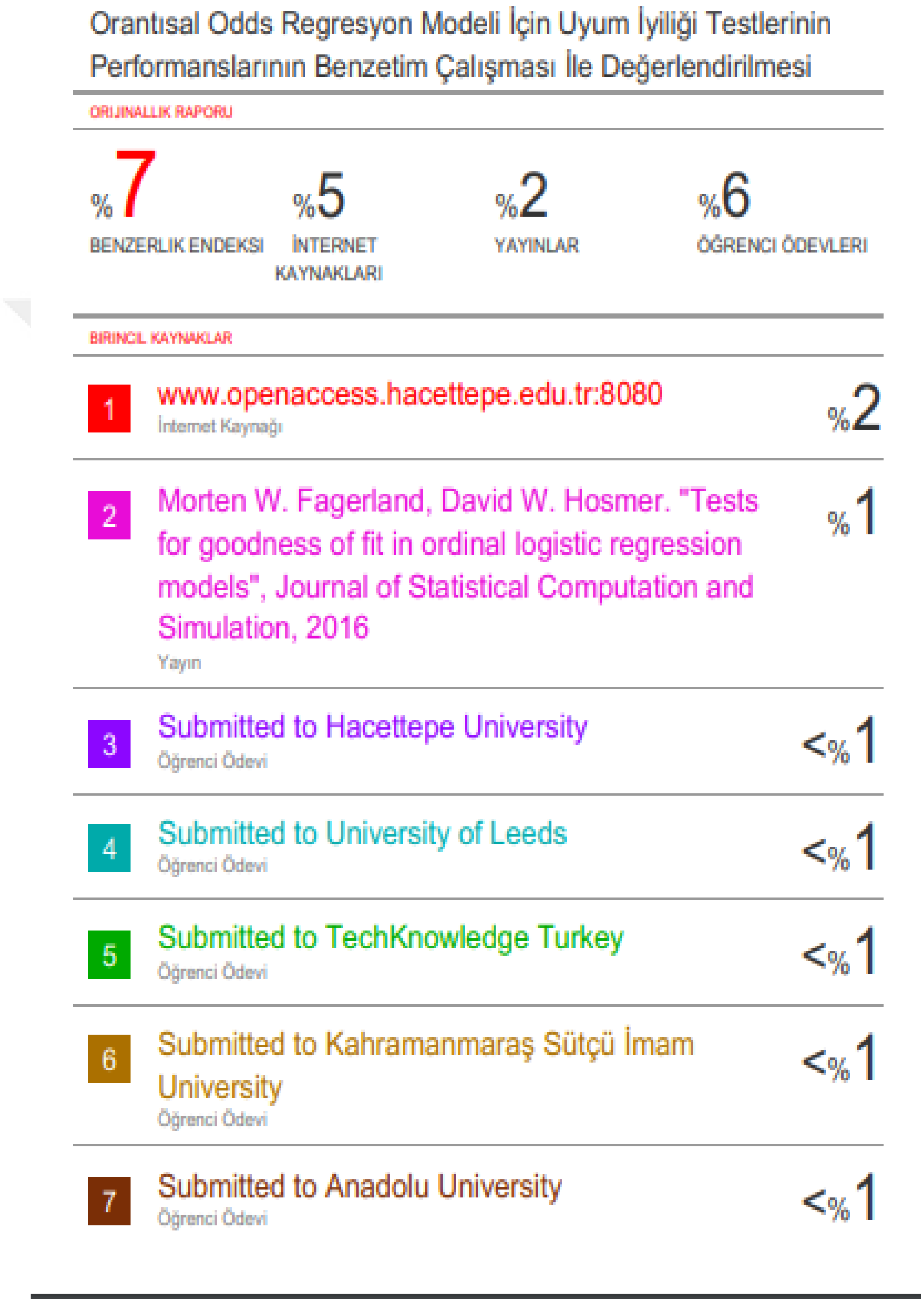
40. Lipsitz SR, Fitzmaurice GM,Molenberghs G. Goodness-of-fit tests for ordinal response regression models. Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics). 1996; 45(2): 175-190.

41. Pulkstenis E, Robinson T. Two goodness of fit tests for logistic regression models with continuous covariates. Statistics in Medicine. 2002; 21(1):79-93.

42. Pulkstenis E, Robinson TJ. Goodness of fit tests for ordinal response regression models. Statistics in medicine. 2004; 23(6): 999-1014.

8. EKLER

Ek-1: Tez Çalışması Orijinallik Raporu



Orantısal Odds Regresyon Modeli İçin Uyum İyiliği Testlerinin Performanslarının Benzetim Çalışması İle Değerlendirilmesi

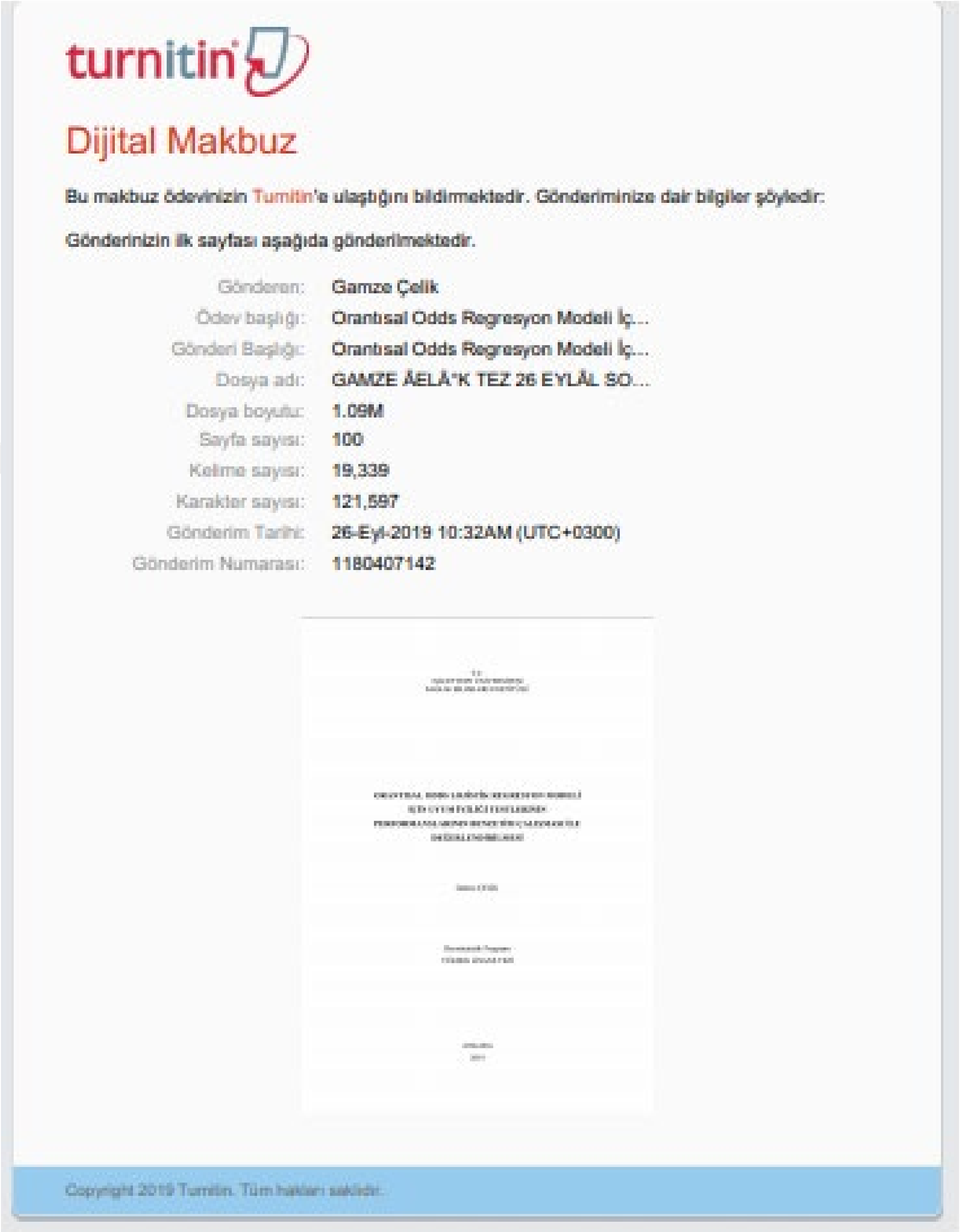
ORIJINALLIK RAPORU

%7	%5	%2	%6
BENZERLIK ENDEKSI	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCI ÖDEVLERI

BIRINCIL KAYNAKLAR

1	www.openaccess.hacettepe.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı	%2
2	Morten W. Fagerland, David W. Hosmer. "Tests for goodness of fit in ordinal logistic regression models", Journal of Statistical Computation and Simulation, 2016 Yayın	%1
3	Submitted to Hacettepe University Öğrenci Ödevi	<%1
4	Submitted to University of Leeds Öğrenci Ödevi	<%1
5	Submitted to TechKnowledge Turkey Öğrenci Ödevi	<%1
6	Submitted to Kahramanmaraş Sütçü İmam University Öğrenci Ödevi	<%1
7	Submitted to Anadolu University Öğrenci Ödevi	<%1

Ek-2: Dijital Makbuz



turnitin

Dijital Makbuz

Bu makbuz ödevinizin Turnitin'e ulaştığını bildirmektedir. Gönderiminize dair bilgiler şöyledir:

Gönderinizin ilk sayfası aşağıda gönderilmektedir.

Gönderen:	Gamze Çelik
Ödev başlığı:	Orantısal Odds Regresyon Modeli İç...
Gönderi Başlığı:	Orantısal Odds Regresyon Modeli İç...
Dosya adı:	GAMZE ÄELÄ°K TEZ 26 EYLÄL SO...
Dosya boyutu:	1.09M
Sayfa sayısı:	100
Kelime sayısı:	19,339
Karakter sayısı:	121,597
Gönderim Tarihi:	26-Eyl-2019 10:32AM (UTC+0300)
Gönderim Numarası:	1180407142

9. ÖZGEÇMİŞ

1989 yılında Trabzon' da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Ankara Seyranbağları Ortaokulunda, liseyi Ankara İncesu Anadolu Lisesi' nde tamamladı. 2012 yılında Ankara Üniversitesi İstatistik bölümünden mezun oldu. 2014 yılında Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Biyoistatistik Yüksek lisans programında eğitime başladı. 2016 yılında Sosyal Güvenlik Kurumunda çalışmaya başladı, halen Sosyal Güvenlik Kurumunda çalışmaktadır.