KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ • FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BÜYÜK NİRENGİ AĞLARINDA KATSAYILAR MATRİSİNİN NOKTA DUYARLIĞINA ETKİSİNİN ARAŞTIRILMASI

Y. Müh. Aslan DİLÂVER

KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜNCE
« D O K T O R »
ÜNVANININ VERİLMESİ İÇİN KABUL EDİLEN TEZDİR

Tezin Enstitüye Verilişi : 16 Nisan 1985
Tez Sözlü Savunması : 30 Eylül 1985

Doktora Yöneticisi : Prof. Dr. Muzaffer ŞERBETÇİ (KÜ)
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Mustafa AYTAÇ (İTÜ)
Jüri Üyesi : Doç. Dr. Hüseyin DEMİREL (YÜ)

TEŞEKKÜR

Bu çalışma süresince kıymetli teşvik ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Prof.Dr. Muzaffer ŞERBETÇİ'ye, ayrıca değerli fikir ve eleştirileri ile çalışmaya katkıda bulunan sayın jüri üyeleri Prof. Mustafa AYTAÇ ve Doç.Dr. Hüseyin DEMİREL'e teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bilgisayarların nirengi ağlarının dengelenmesinde hesaplama aracı olarak kullanılmasına başlanmasından sonra, dengeleme hesabı sonucunda sadece noktaların kesin koordinatlarının bulunması ile yetinilmemektedir. Çağımız bilim anlayışına uygun olarak bunların yanısıra duyarlıklarının de bilinmesi amaçlanmaktadır. Nirengi ağlarında böyle bir amacın yerine getirilmesinde, nokta konumları için tanımlanmış duyarlık (precision) ölçütlerinden faydalanılmaktadır.

Bu ölçütler iki parametreye bağlı olarak değişmektedir. Bunlardan biri, gözlemlerin duyarlıklarından faydalanarak kurulan Varyans-Kovaryans matrisi; diğeri de gözlemlerle noktaların koordinatları arasında yazılan sabit fonksiyonel bağıntılardan faydalanarak doğrusal biçimde kurulan düzeltme denklemlerinin katsayılar matrisidir. Ancak, gözlemlerin eşit koşullarda yapılmış olması durumunda bu parametreler birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatası ile katsayılar matrisinden meydana gelirler. Bu iki parametrenin noktaların konum duyarlıklarına etkisi birbirinden farklı olmaktadır.

Bu çalışmada katsayılar matrisinin noktaların konum duyarlığına etkisinin araştırılması amaçlanmaktadır. Amaçlanan hedefler doğrultusunda konu, büyük nirengi ağlarının referans elipsoidinde jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesi biçiminde yedi bölüm olarak ele alınmıştır. Birinci bölüm giriş bölümüdür. İkinci bölümde, nirengi ağlarının dengelenmesinde kullanılan hesap modelleri genel olarak tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde, büyük nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesine ait düzeltme denklemlerinin kuruluş adımları ve bunların çözüm yöntemi verilmiştir. Dördüncü bölümde, dengelemeye ait fonksiyonel ve stokastik modellerin doğru kurulup kurulmadıklarının denetlenmesi matematik istatistik kurallarına göre yapılmaktadır. Beşinci bölümde, noktaların konumları ile ilgili duyarlık ölçütleri tanımlanarak altıncı bölümde bunların farklı ağlardaki değişimleri sayısal olarak incelenmektedir. Yedinci bölümde, sonuç ve öne-

SUMMARY

The calculation of only adjusted coordinates in the adjustment of triangulation networks has become insufficient after using the computers in this field. In addition to these adjusted coordinates it is also intended to know their precision required by the present-day technology. To achieve this object, precision criterions defined for the point positions are used.

The criterions are a function of two parameters. One of the parameters is variance-covariance matrix which is formed by the use of observations precision, while the other is a coefficient matrix of observation equations arranged in lineer form by the use of functional relationship between observations and point coordinates. However, in the case of observations made under same conditions, the parameters consist of mean square error of an observation of unit weight and coefficient matrix. The effect of these two parameters on position precisions differs each other.

The work presented in this thesis is concerned with the investigation of the effects of coefficient matrix on position precisions. The thesis is divided in seven chapters which cover two-dimensional adjustment of large triangulation networks with geodetic coordinates in reference ellipsoid. The first chapter is an introduction to the subject. The computation methods used in the adjustment of triangulation networks are surveyed in the second chapter. Formative steps and computation methods of observation equations relating to the two-dimensional adjustment of large triangulation networks with geodetic coordinates are given in chapter three. In chapter four, the test as to whether or not functional and stochastic models relating to the adjustment are made according to the mathematical statistics rules. Precision criterions concerning the position of points are defined in chapter five and their variations in various networks are numerically examined in chapter six. Finally conclusions and suggestions for further research are given in chapter seven.

1. G İ R İ Ş

Yeryüzünde, belirli büyüklükdeki bir alanı kaplayacak biçimde araziye işaretlenen ve jeodezik ölçmeler sonucunda karşılıklı konumları belirlenen noktalardan oluşan ağa nirengi ağı denir. Nirengi ağı birkaç derecelik meridyen ve paralel dairesi yaylarını birden içerecek büyüklükte kurulmuş ise buna büyük nirengi ağı denir.

Büyük nirengi ağları, ölçü alanının büyüklüğüne göre farklı şekillerde kurulmaktadır. Bunlar ya doğrudan yüzey ağı biçiminde ya da üçgenlerden veya köşegenleri de gözlenmiş dörtgenlerden meydana gelen zincir ağı biçiminde kurulurlar. Bu ağların nokta koordinatlarını elde edebilmek için, bütün doğrultuları yanında enaz bir noktasının enlemi, boylamı ile bir kenarının azimutu ve uzunluğunun ölçülmesi gerekir. Ancak bu ölçülerin herbiri bazı ölçü hatalarını da içermektedir. Nirengi ağlarında ölçü hatalarından kaynaklanacak ağ deformasyonlarını önlemek amacıyla enlem, boylam, azimut ve uzunluk ölçüleri ağların uygun yerlerinde tekrarlanır.

Bu şekilde ölçülmüş olan büyük nirengi ağlarının dengelenmesinde, ağların büyüklüğüne uygun olarak seçilen hesap yüzeylerinden faydalanılır. Belirli büyüklükte kurulmuş ağlar için hesap yüzeyi olarak projeksiyon yüzeyleri kullanılabilmesine karşılık, projeksiyon sınırlarını taşan ağlar için referans elipsoidi kullanılır.

Nirengi ağlarının referans elipsoidine göre dengelenmesinde iki çeşit matematik model kurulabilir. Bunlardan biri, nirengi noktalarının yatay ve düşey konum bileşenlerinin birlikte değişken alındığı üç boyutlu ağ dengelemesi için kurulanı; diğeri de noktaların düşey konum bileşenlerinin sabit alındığı iki boyutlu ağ dengelemesi için kurulanıdır. Nirengi ağlarının bu matematik modellerden herhangibirine göre dengelenmesinde noktalar için iki çeşit ürün elde edilmektedir. Bu bunların duyarlıklarıdır. Nirengi ağlarının dengelenmesinde bütün noktalar için hesaplanması amaçlanan bu değerler, dengeleme hesabının matematik modelini oluşturan stokastik model(ölçülerin duyarlığına ve aralarındaki korelasyona) ile fonksiyonel modele(düzeltme denklemlerine) bağımlıdır. Bu modellerin herhangibirinde meydana gelecek değişiklik nokta konumu ile konum duyarlıklarını belirli bir ölçüde değiştirecektir.

Bu çalışmada, nokta konum duyarlığının fonksiyonel model olan katsayılar matrisine göre değişimi ele alınarak konum duyarlığının uygun olduğu durumların belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bunun için, konu büyük nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla(Elipsoidal Coğrafi Koordinatlarla) iki boyutlu dengelenmesinde model kurma adımından başlanarak ele alınmıştır. Çalışmanın ilk bölümünde gerekli kuramsal bilgiler açıklandıktan sonra Türkiye birinci derece nirengi ağının yedinci poligonundan elde edilen ağlar üzerinde birçok denemeler yapılarak katsayılar matrisinin nokta konum duyarlığına uygun şekilde etki edeceği durumlar belirlenmiştir.

2. NİRENGİ AĞLARINDA HESAP MODELİ KAVRAMINA GENEL BAKIŞ

Nirengi noktalarının karşılıklı konumları hernekadar doğrultularla birlikte uzunlukların ya da uzunluk oranlarının bilinmesiyle elde edilebilirse de geometrik gösterim kolaylıkları nedeniyle koordinatlarla konum belirlemesi alışılagelen bir gösterim şeklidir. Nirengi ağlarında böyle bir gösterim şeklinin kullanılabilmesi için, çeşit ve duyarlık yönünden farklı olan doğrultu ve uzunluk ölçülerinin nokta koordinatlarına dönüştürülmesi gerekir. Böyle bir dönüşümde belirli kurallara göre kullanılan kuramsal ilişkiler nirengi ağlarının hesap modelini ya da matematik modelini oluşturur. Nirengi ağlarının dengelenmesinde temel öğeyi sağlayan böyle bir matematik model iki kısımdan meydana gelmektedir. Bunlardan biri, ölçülerle nokta koordinatları arasındaki sabit fonksiyonel ilişkilerden kurulan fonksiyonel model; diğeri de ölçüler arasındaki olası(probablistik) ilişkilere göre kurulan stokastik modeldir. Bir ağda bu modellerin doğru kurulması durumunda ancak matematik modelin doğruluğundan söz edilebilir

2.1 Fonksiyonel Model

Nirengi ağlarında, ölçülerin gerçek değerleri için $\widetilde{l}$, koordinat bilinmiyenlerinin gerçek değerleri için de $\widetilde{x}$ vektörel gösterimleri kullanılırsa bunların arasında,

$$\widetilde{l} = F(\widetilde{x}) \qquad (2.1)$$

şeklinde bir fonksiyonel bağıntı kurulabilir. Uygulamada, ölçülerin ve koordinat bilinmiyenlerinin gerçek değerleri hiçbir zaman bilinemediğinden $\widetilde{l}$ ve $\widetilde{x}$ vektörleri de bilinemez. Bunların yerine, dengeleme işleminden elde edilen $\hat{l}$ kesin(dengeli) ölçü vektörü ile $\hat{x}$ kesin koordinat bilinmiyenleri vektörü bilinebilir. Bu nedenle, (2.1) fonksi-

$$\hat{l} = F(\hat{x}) \qquad (2.2)$$

olarak kurulmaktadır. Nirengi ağlarında, ölçülerden kurulan $\bar{l}$ ölçü vektörünün (2.2) bağıntısını tam olarak gerçekleştermesi beklenemez. Bu bağıntının gerçekleşmesi için, $\bar{l}$ ölçü vektörü dengeleme işlemlerinden hesaplanan v düzeltme vektörü kadar düzeltilir. Buna göre de $\hat{l}$ dengeli ölçüler vektörü ile $\bar{l}$ ölçü vektörü arasında

$$\hat{l} = \bar{l} + v$$

ilişkisi kurulabilir. Bu ilişkinin (2.2) de göz önüne alınması ile fonksiyonel modelin $\bar{l}$ ölçü vektörüne göre ifadesi için,

$$\bar{l} + v = F(\hat{x}) \qquad (2.3)$$

bağıntısı bulunmuş olur. Genellikle doğrusal olmayan böyle fonksiyonel modellerin çözümü güç olduğundan bunların doğrusallaştırması yapılır. Bunun için, yaklaşık koordinat bilinmiyenleri vektörü x^o olmak üzere, (2.3) bağıntısında $\hat{x}$ yerine,

$$\hat{x} = x^o + x$$

eşitliği kullanılarak bu bağıntı Taylor serisine açılır. Bu seriye açılımdan (2.3) 'ün doğrusal ifadesi olarak,

$$\bar{l} + v = F(x^o) + \left(\frac{\partial F}{\partial \hat{x}}\right)_o x + T_2 \qquad (2.4)$$

bağıntısı elde edilmiş olur. x^o yaklaşık koordinat bilinmiyenleri vektörünün $\hat{x}$ göre yeteri yaklaşıklıkla belirlenmiş olması durumunda, (2.4) seri açılımı birinci dereceden terimlerde hemen yakınsayacağından işlemlerde bu serinin ikin-

x^0 vektörünün yeteri yaklaşıkta belirlenememesi durumunda iterasyon işlemi yapılarak (2.4) 'ün yakınsaklığı sağlanır. Bu duruma göre de, (2.4) 'ün yerine, birinci dereceden doğrusal fonksiyonel model olarak,

$$\bar{l} + v = F(x^0) + \left(\frac{\partial F}{\partial \hat{x}}\right)_0 x \qquad (2.5)$$

kullanılabilir. Burada, $F(x^0)$ bir vektörü; $\left(\frac{\partial F}{\partial \hat{x}}\right)_0$ de katsayılar matrisini belirlemektedir. Bu matris için A gösterimi kullanılırsa, bunun açık yazılışı,

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_2}\right)_0 & \cdots & \left(\frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_u}\right)_0 \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial \hat{x}_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial F_2}{\partial \hat{x}_2}\right)_0 & \cdots & \left(\frac{\partial F_2}{\partial \hat{x}_u}\right)_0 \\ \vdots & & & \vdots \\ \left(\frac{\partial F_n}{\partial \hat{x}_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial F_n}{\partial \hat{x}_2}\right)_0 & \cdots & \left(\frac{\partial F_n}{\partial \hat{x}_u}\right)_0 \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

şeklindedir. Bu durum (2.5) de, $\bar{l}$ ve $F(x^0)$ vektörlerinden,

$$l = \bar{l} - F(x^0)$$

eşitliği ile bulunan l sabit terim vektörüyle birlikte göz önüne alınırsa, fonksiyonel modelin daha sade bir gösterimi olarak

$$l + v = A\,x \qquad (2.7)$$

elde edilir. Ancak (2.7) , nirengi ağlarının dolaylı ölçüler yöntemine göre dengelenmesinde fonksiyonel model(düzeltme denklemleri) için alışıla gelen bir gösterim şekli değildir. Bunun yerine daha çok kullanılanı, (2.7) 'nın v vektörüne göre çözümünden elde edilen,

$$v = A\,x - l \qquad (2.8)$$

şeklindeki gösterimdir. Buradaki A katsayılar matrisi ile l sabit terim vektörünün bilinmesi sonucunda aranan fonksiyonel model belirlenmiş olur.

2.2 Stokastik Model

Nirengi ağlarında noktaların karşılıklı konumlarını belirlemeye yarayan ölçü değerlerinin farklı koşullar altında elde edilmiş olmasının ağların matematik modellendirilmesinde gözardı edilmesi noktaların konumlarını hesaplamada bir yanılgıyı oluşturmaktadır. Böyle bir yanılgıdan kurtulmak için ölçü duyarlıklarının ve aralarındaki korelasyonların matematik modelde kullanılmaları gerekir. Matematik modelin raslantı(stokastik) bölümünü oluşturan bu ilişkiler, $\bar{l}$ ölçü vektörünü ve $\tilde{l}$ de bu ölçü vektörünün gerçek değerini göstermek üzere,

$$\varepsilon = \tilde{l} - \bar{l} \qquad (2.9)$$

bağıntısı ile bulunan gerçek hata vektöründen faydalanarak,

$$K_{\bar{l}\bar{l}} = E\left\{\varepsilon\varepsilon^T\right\} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\,\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1n}\,\sigma_1\,\sigma_n \\ \rho_{21}\,\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2n}\,\sigma_2\,\sigma_n \\ \vdots & & & \vdots \\ \rho_{n1}\,\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n2}\,\sigma_n\sigma_2 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

şeklinde kurulan Varyans-Kovaryans matrisi yardımıyla matematik modele etki ettirilir. Bu matrisdeki; σ_i^2 ölçülerin varyanslarını, ρ_{ij} de i ve j indisine sahip ölçülerin arasındaki korelasyonu göstermektedir.

Deneysel çalışmalarda $\bar{l}$ ölçü vektörünün gerçek değeri $\tilde{l}$ bilinemediğinden $K_{\bar{l}\bar{l}}$ matrisi yerine bu ölçü vektörünün kesin değerine göre (2.9) ve (2.10) bağıntılarındaki işlemlere benzer yolla kurulan,

$$K_{\bar{l}\bar{l}} = \begin{bmatrix} m_1^2 & r_{12}m_1m_2 & \cdots & r_{1n}m_1m_n \\ r_{21}m_2m_1 & m_2^2 & \cdots & r_{2n}m_2m_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{n1}m_nm_1 & r_{n2}m_nm_2 & \cdots & m_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

deneysel Varyans-Kovaryans matrisi kullanılır. Burada geçen m_i^2 değerleri i indisli ölçülerin deneysel varyansını ve r_{ij} de i ve j indisli ölçüler arasındaki deneysel korelasyonu göstermektedir.

$\bar{l}$ ölçü vektörünü oluşturan ölçülerin arasında korelasyonun bulunmaması durumunda, $\rho_{ij} = 0$ ya da $r_{ij} = 0$ olacağıdan (2.10) ve (2.11) de verilen Varyans-Kovaryans matrislerinin köşegen dışı terimleri sıfır olur. Bu durumda $K_{\bar{l}\bar{l}}$ matrisi sadece ölçülerin varyanslarını içeren bir köşegen matris olur. Bunun tersi olan,

$$P = K_{\bar{l}\bar{l}}^{-1} \quad (2.12)$$

matrisinden de ölçüler arasında bağıl ilişkiyi gösteren ağırlık matrisi elde edilmiş olur. Öçülerin eşit koşullarda ya-

3. BÜYÜK NİRENGİ AĞLARININ JEODEZİK KOORDİNATLARLA İKİ BOYUTLU DENGELENMESİ

Nirengi ağları belirli büyüklüğü aşınca bunların tek projeksiyon yüzeyine sığmadıkları, projeksiyonun sınırlarını taştıkları görülür. Bu durumdaki ağların dengeleme işlemini artık projeksiyon yüzeylerinde yapmak olanaksızdır. Böyle ağların iki boyutlu dengelemesini ancak elipsoid yüzeyinde yapmak mümkün olur.

Nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde iki çeşit matematik model kurulabilir. Bunlardan biri, noktaların elipsoidden olan yüksekliklerinin doğrudan düzeltme denklemlerinin katsayılar matrisine etki ettirilerek kurulanı; diğeri de bu yüksekliklerin uygun fonksiyonlarla düzeltme denklemlerinin sabit terim vektörüne etki ettirilerek kurulanıdır. Burada, bu iki yöntemi birbirinden ayırmak için, birinci yolla kurulan matematik modelle yapılan dengeleme işlemine; üçüncü boyutu da gözönüne alarak nirengi ağlarının iki boyutlu dengelemesi, ikinci yolla kurulan matematik modelle yapılan dengeleme işlemine de; nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde iki boyutlu dengelemesi adları verilmiştir.

Nirengi ağlarının bu yöntemlerden herhangibirine göre dengelenmesindeki sorunların başında, nirengi ağlarında yapılan çeşitli ölçülerin bu yöntemlere göre kurulacak matematik modellere uyacak şekilde indirgenmeleri yanında (2.8) ve (2.12) de kuramsal olarak verilmiş olan doğrusal düzeltme denklemlerinin kurulması ile ölçü ağırlıklarının belirlenmesi gelir. Bu bölümde,bu sorunlar ele alınarak, nirengi ağlarının referans elipsoidinde noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde, model kurma adımından başlanarak bu modellerle ilgili indirgeme işlemleri verilerek, büyük boyutlu normal denklemlerin çözüm adımına kadar yapılması gereken işlemler açıklanmaktadır.

3.1 Üçüncü Boyutu da Gözönüne Alarak Düzeltme Denklemlerinin İki Boyutlu Kurulmasına İlişkin İşlemler

Üçüncü boyutu da gözönüne alarak bir nirengi ağının iki boyutlu dengelenmesine ilişkin düzeltme denklemlerinin kurulmasında aşağıdaki işlem yolu takip edilir.

- Nirengi ağlarında ölçülen doğrultu, azimut, enlem ve boylam değerlerinin ölçü noktalarından geçen referans elipsoidinin yüzey normaline indirgenmesi,

- Noktaların kesin jeodezik koordinatları ile kurulan düzeltme denklemlerinin, bu noktaların yaklaşık jeodezik koordinatlarına göre doğrusallaştırılmalarında kullanılan azimut ve kenar uzunluklarının birinci dereceden diferansiyel denklemlerinin belirlenmesi,

- Referans elipsoidinin yüzey normaline indirgenmiş ölçüler için doğrusal düzeltme denklemlerinin kurulmasıdır.

3.1.1 Ölçülerin Elipsoid Normaline İndirgenmesi

Nirengi ağları ile ilgili doğrultu, azimut, enlem ve boylam değerleri, ölçü noktalarındaki çekül doğrultusuna göre ölçülürler. Halbuki, nirengi ağlarının üçüncü boyutu da gözönüne alarak jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesindeki düzeltme denklemlerinin kurulmasında ölçü noktalarından geçen elipsoid normallerinin belirlediği ölçü değerleri kullanılır. Nirengi ağlarında, elipsoid normalleri ile ilgili olan bu ölçü değerleri hiçbir zaman doğrudan ölçülemezler. Bunlar ancak ilgili oldukları noktalardaki çekül doğrultularına göre ölçülen doğrultu, azimut, enlem ve boylam değerlerinden indirgemeler yoluyla hesaplanabilirler.

3.1.1.1 Doğrultuların İndirgenmesi

Nirengi ağlarındaki doğrultular, bu ağın noktalarına kurulmuş bir teodolit aletinin asal eksenine göre ölçülürler. Bu asal eksenler aynı zamanda nirengi noktalarındaki çekül doğrultusunu gösterirler. Bu noktalardan geçen elipsoidin yüzey normalleri ise bunlardan hiçbiri ile çakışmazlar, daima aralarında belirli bir açı oluşur.

Halbuki, doğrultu düzeltme denklemlerinin kurulmasında, elipsoidin yüzey normallerinin belirlediği doğrultular kullanılır. Nirengi ağlarında doğrudan ölçülemeyen bu doğrultu değerleri ancak çekül doğrultusuna göre ölçülmüş doğrultu değerlerinden indirgemeyle bulunabilirler. Bu indirgeme işlemi, P_i ve P_k noktaları arasında gözlenen doğrultunun değeri l_{ik} olmak üzere; doğrultuların çekül sapmasından dolayı indirgemesi olarak bilinen,

$$dl_{ik}^{(1)} = - (\xi_i \operatorname{Sin} A_{ik} - \eta_i \operatorname{Cos} A_{ik}) \operatorname{Cot} Z_{ik} \tag{3.13}$$

bağıntısı ile gerçekleştirilir/VANICEK-KRAKIWSKY 1982 s.346/. Buna göre de elipsoid normaline indirgenmiş $l_{ik}^{(e)}$ doğrultu değerleri,

$$l_{ik}^{(e)} = l_{ik} + dl_{ik}^{(1)} \tag{3.14}$$

bağıntısından elde edilir. Burada kullanılan ξ_i ve η_i değerleri, P_i noktasındaki çekül sapmasının kuzey-güney, doğu-batı bileşenlerini, A_{ik} ve Z_{ik} ise P_i ve P_k noktaları arasındaki doğrultunun azimutu ile başucu(zenit) açılarını göstermektedir. Bazı durumlarda (3.13) bağıntısında kullanılan Z_{ik} başucu açısı bilinmez. Bunun yerine noktaların h_i ve h_k elipsoidden olan yükseklikleri(uygulamada bunlar noktaların ortometrik yükseklikleri ile jeoid ondülasyonlarının toplamı olarak) bilinebilir

Bu durumda, doğrultuların elipsoid normaline indirgenmesi için,

$$dl_{ik}^{(1)} = -\frac{h_k - h_i}{s_{ik}} (\xi_i \, \mathrm{Sin}\, A_{ik} - \eta_i \, \mathrm{Cos}\, A_{ik})$$

$$+ \mathrm{Sin}\, \frac{s_{ik}}{2a} (\xi_i \, \mathrm{Sin}\, A_{ik} - \eta_i \, \mathrm{Cos}\, A_{ik}) \tag{3.15}$$

Bağıntısı kullanılmaktadır/TUĞLUOĞLU 1975 s.14/. Bu bağıntıda geçen s_{ik}, P_i ve P_k noktaları arasındaki uzaklığı; a ise hesaplamada kullanılan referans elipsoidinin büyük yarı eksenini göstermektedir. Bu indirgeme miktarları Türkiye birinci derece nirengi ağının yedinci poligonunda hesaplanarak bazı doğrultular için bulunan sonuçlar çizelge.1 de verilmiştir.

D.N.	B.N.	ξ_i (")	η_i (")	A_{ik} (g)	h_i (m.)	h_k (m.)	$dl_{ik}^{(1)}$ (cc)
7125	7142	-0.4	-7.4	168.31	843	1729	0.65
7125	7143	-0.4	-7.4	230.59	844	1582	0.30
7126	7129	-1.5	-3.4	85.30	1168	1486	0.01
7084	7089	-1.3	-0.3	10.62	1084	1523	0.00
7213	7159	-1.5	-0.6	279.21	1249	1440	-0.01
7166	7160	-7.7	-0.1	86.00	1532	900	-0.49

Çizelge.1

3.1.1.2 Astronomik Ölçülerin İndirgenmesi

Nirengi ağlarının yeryuvarına göre konumunu ve yönünü belirlemek için, bu ağların bazı noktalarında astronomik olarak enlem Φ_i, boylam Λ_i ve azimut α_{ik}^{*} değerleri ölçülür. Buna karşılık, nirengi ağlarının referans elipsoidine göre jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesinde, bu astronomik değerlere karşılık gelen jeodezik enlem φ_i, boylam λ_i ve azimut α_{ik} değerleri kullanılır. Jeodezik enlem, boylam ve azimut değerleri nirengi ağlarında doğrudan ölçülemezler. Bunlar ancak astronomik ölçülerle elde edilen enlem, boylam ve azimut değerlerinden hesaplanabilirler. Astronomik ölçülerin indirgemesi olarak bilinen bu hesaplama işlemi, ξ_i ve η_i ölçü noktasındaki çekül sapmasının kuzey-güney, doğu-batı bileşeni olmak üzere,

$$\varphi_i = \Phi_i - \xi_i \tag{3.16}$$

$$\lambda_i = \Lambda_i - \eta_i \operatorname{Sec} \varphi_i \tag{3.17}$$

ve

$$\alpha_{ik}^{(e)} = \alpha_{ik}^{*} - \eta_i \operatorname{Tan} \varphi_i - (\xi_i \operatorname{Sin} \alpha_{ik} - \eta_i \operatorname{Cos} \alpha_{ik}) \operatorname{Cot} z_{ik} \tag{3.18}$$

bağıntıları ile gerçekleştirilmektedir/HEISKANEN-MORITZ 1967 s.184/. Azimut ölçülerinin elipsoid normaline indirgenmesinde kullanılan (3.18) bağıntısında η_i 'nin,

$$\eta_i = (\Lambda_i - \lambda_i) \operatorname{Cos} \varphi_i \tag{3.19}$$

olduğu dikkate alınırsa bunun yerine başka bir şekilde ifade edilmiş olan,

$$\alpha_{ik}^{(e)} = \alpha_{ik}^{*} - (\Lambda_i - \lambda_i) \operatorname{Sin} \varphi_i$$

$$- (\xi_i \operatorname{Sin} \alpha_{ik} - \eta_i \operatorname{Cos} \alpha_{ik}) \operatorname{Cot} z_{ik} \tag{3.20}$$

Azimut ölçülerinin elipsoid normaline indirgenmesine ait bağıntılarla ilgili birkaç nümerik değer, Türkiye birinci derece nirengi ağının yedinci poligonundaki bazı doğrultular için çizelge.1'dende faydalanarak hesaplanmıştır. Bunlarla ilgili sonuçlar çizelge.2 'de görülmektedir.

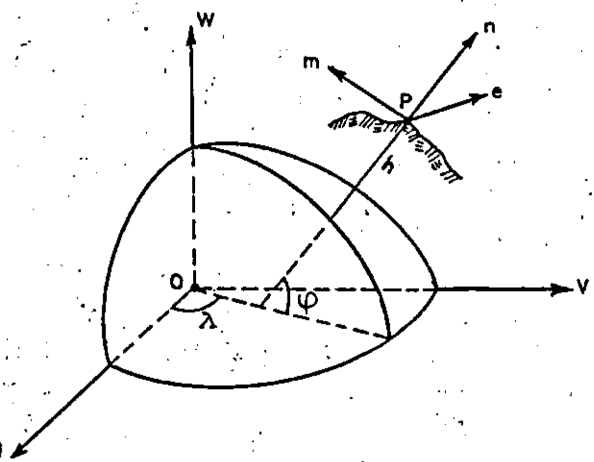
D.N.	B.N.	φ_i (o)	η_i (")	$dl_{ik}^{(1)}$ (cc)	$\alpha_{ik}^{(e)} - \alpha_{ik}^{*}$ (cc)
7125	7142	40.52	-7.4	0.65	20.18
7125	7143	40.52	-7.4	0.30	19.82
7126	7129	40.57	-3.4	0.01	8.99
7084	7089	39.39	-0.3	0.00	0.76
7213	7159	39.52	-0.6	-0.01	1.52
7166	7160	39.29	-0.1	-0.49	-0.24

Çizelge.2

3.1.2 Azimut ve Kenar Uzunluklarının Birinci Dereceden Diferansiyelleri

Üçüncü boyutu da gözönüne alarak nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesinde elipsoid normaline indirgenmiş doğrultu, azimut ve uzunluk ölçülerinin düzeltme denklemleri noktaların kesin jeodezik koordinatları ile kurulmaktadır. Düzeltme denklemlerinin kurulmasında bu kesin değerler bilinemez. Ancak bunların yaklaşık değerleri bilinebilir. Düzeltme denklemlerinin bu yaklaşık değerlerle kurulmasında, azimut ve kenar uzunluklarının birinci dereceden diferansiyellerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle, azimut ve kenar uzunluklarının birinci dereceden diferansiyellerinin belirlenmesi gerekir. Bu işlem için, elipsoid normaline indirgenmiş ölçüler referans elipsoidinin yüzeyinde bulunmadıklarından elipsoidin yüzeyinde tanımlanan koordinat sistemleri kullanılamaz. Bunların elde edilmesinde, nirengi ağlarının referans elipsoidine göre üç boyutlu dengelenmesinde kullanılan koordinat sistemlerinden faydalanılır. Bu koordinat sistemleri şunlardır:

a- Jeodezik Ortak Dik Koordinat Sistemi(U,V,W)



Şekil.1

Bu koordinat sisteminin ağırlık merkezi referans elipsoidinin ağırlık merkezindedir. W ekseni elipsoidin dönme ekseni olan küçük yarı ekseni ile çakışıktır. U ekseni, Greenwich meridyen düzleminde W eksenine dik bir doğrudur. V koordinat sisteminin merkezinde her iki eksene dik ve sağel kuralına uyacak yöndeki bir doğrudur.

b- Jeodezik Koordinat Sistemi(φ, λ, h)

Bu koordinat sistemi, bir P_i nirengi noktasından geçen elipsoidin yüzey normalinin jeodezik ortak dik koordinat sisteminin eksenlerine göre doğrultusunu belirleyen φ jeodezik enlemi, λ jeodezik boylamı ile bu noktanın h elipsoid yüksekliğinin meydana getirdiği bir koordinat sistemidir (şekil.1).

Bu koordinat sisteminden jeodezik ortak dik koordinat sistemine geçiş N, P_1 nirengi noktasının elipsoid yüzeyine bu noktadan geçen elipsoid normali boyunca izdüşürülmesiyle elde edilen noktadaki ikinci ana eğrilik yarıçapı olmak üzere,

$$U = (N + h)\cos\varphi\cos\lambda \qquad (3.21\text{-a})$$

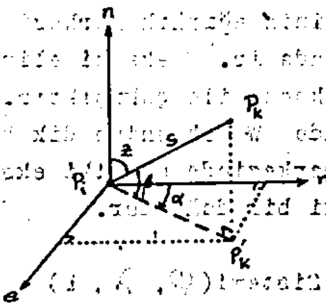
$$V = (N + h)\cos\varphi\sin\lambda \qquad (3.21\text{-b})$$

$$W = \left[N(1-e^2) + h\right]\sin\varphi \qquad (3.21\text{-c})$$

bağıntıları ile sağlanır. Burada, e değeri; referans elipsoidinin birinci eksantirisitesidir/RAPP 1980 s.2/.

c- Jeodezik Yerel Dik Koordinat Sistemi(m,e,n)

Başlangıç noktası referans elipsoidinin ağırlık merkezinde bulunan jeodezik ortak dik ve jeodezik koordinat sistemlerinden başka yine referans elipsoidi ile ilgili koordinat sistemleri tanımlamak mümkündür. Bunlardan biri, orijini P_1 ölçü noktasında bulunan jeodezik yerel dik koordinat sistemi(m,e,n) dir.



Şekil.2

Bu koordinat sisteminin n ekseni; P_1 ölçü noktasından geçen elipsoidin yüzey normalidir. m ekseni, bu noktadan geçen elipsoid normalini içinde bulunduran jeodezik meridyen düzleminde n eksenine dik bir doğrudur. e ekseni de d- Jeodezik Yerel Kutupsal Koordinat Sistemi(α,Z,s)

Jeodezik uygulamalarda, yine orijini P_1 noktasında bulunan diğer bir koordinat sistemi olarak (α,Z,s) kullanılır. Bu koordinat sistemindeki α değeri, P_1 ve P_k noktaları arasındaki s kenarının m ekseni ile yaptığı açıklık açısını, Z değeri de bu kenarın P_1 noktasındaki zenit açısını göstermektedir. Bazı durumlarda, hesaplama işlemlerine uygunluğu nedeniyle Z açısı yerine, bunu dik açıya tamamlayan β yükseklik açısı kullanılır. Buna göre de, (α,Z,s) yerine (α, β ,s) kullanılır (şekil.2).

e- Jeodezik Yerel Koordinat Sistemleri Arasındaki Dönüşüm

Jeodezik yerel koordinat sistemleri aynı mekâni paylaştıklarından bunların arasında dönüşüm yapmak mümkündür. Buna göre şekil.2 'den faydalanarak, bir noktanın konumu jeodezik yerel kutupsal koordinat sisteminde belli iken bu noktanın jeodezik yerel dik koordinat sistemindeki konumu,

$$m = s \, \mathrm{Cos}\alpha \, \mathrm{Cos}\beta \qquad (3.22\text{-a})$$

$$e = s \, \mathrm{Sin}\alpha \, \mathrm{Cos}\beta \qquad (3.22\text{-b})$$

$$n = s \, \mathrm{Sin}\beta \qquad (3.22\text{-c})$$

bağıntılarından bulunabilir. Bunun tersi durumunda ise,

$$\alpha = \arctan \frac{e}{m} \qquad (3.23\text{-a})$$

$$\beta = \arctan \frac{n}{\sqrt{m^2 + e^2}}$$

veya $$\beta = \arcsin \frac{n}{s} \qquad (3.23\text{-b})$$

$$s = \sqrt{m^2 + e^2 + n^2} \qquad (3.23\text{-c})$$

bağıntıları kullanılır.

f- Jeodezik Koordinatlardan Jeodezik Yerel Kutupsal Koordinatların Hesabı

P_i ve P_k noktalarının φ_i, λ_i, h_i, φ_k, λ_k ve h_k jeodezik koordinatları biliniyorsa, bunların jeodezik ortak dik koordinatları (3.21) bağıntılarından elde edilebilir. Bu noktaların jeodezik ortak dik koordinatları arasındaki fark da,

$$\Delta U = U_k - U_i \qquad (3.24\text{-a})$$

$$\Delta V = V_k - V_i \qquad (3.24\text{-b})$$

$$\Delta W = W_k - W_i \qquad (3.24\text{-c})$$

bağıntılarından hesaplanabilir. Buna göre de, jeodezik ortak dik koordinat farklarından jeodezik yerel dik koordinatları, bunların arasındaki dönüşüm bağıntılarından faydalanarak,

$$\begin{bmatrix} m \\ e \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cos\lambda & -\sin\varphi \sin\lambda & \cos\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\varphi \cos\lambda & \cos\varphi \sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{bmatrix} \qquad (3.25)$$

şeklinde hesaplanabilir/RAPP 1980 s.115/. Bu bağıntıda, her iki koordinat sistemleri arasındaki dönüşümü gerçekleştiren,

$$R = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cos\lambda & -\sin\varphi \sin\lambda & \cos\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\varphi \cos\lambda & \cos\varphi \sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

kare matrisi ortagonal bir matris olduğundan tersi transpozesine eşittir. Buna göre de $R\,R^T = R^T R = I$ birim matris olur.

(3.25) 'den elde edilen jeodezik yerel dik koordinat değerlerini (3.23) denklemlerinde gözönüne almakla jeodezik yerel kutupsal koordinatların hesaplanmasında kullanılan,

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-\sin\lambda \ \Delta U + \cos\lambda \ \Delta V}{-\sin\varphi \cos\lambda \ \Delta U - \sin\varphi \sin\lambda \ \Delta V + \cos\varphi \ \Delta W}\right)$$

ve

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\cos\varphi \cos\lambda \ \Delta U + \cos\varphi \ \sin\lambda \ \Delta V + \sin\varphi \Delta W}{s}\right)$$

$$s = \sqrt{\Delta U^2 + \Delta V^2 + \Delta W^2} \qquad (3.26)$$

bağıntıları bulunmaktadır/FUBARA 1975 s.24/.

Nirengi ağlarının doğrultu, azimut ve uzunlukları ile ilgili doğrusal düzeltme denklemlerinin kurulmasında (3.26) bağıntılarının birinci dereceden diferansiyelleri kullanılmaktadır. Bunların elde edilmesinde (3.25) 'den hareket ederek,

$$\begin{bmatrix} dm \\ de \\ dn \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} d\,\Delta U \\ d\,\Delta V \\ d\,\Delta W \end{bmatrix} + \frac{\partial R}{\partial \varphi} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{bmatrix} d\varphi + \frac{\partial R}{\partial \lambda} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{bmatrix} d\lambda \qquad (3.27)$$

diferansiyel denklemleri bulunur. Bu denklemlerde,

$$\frac{\partial R}{\partial \varphi} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n \\ 0 \\ m \end{bmatrix} ; \quad \frac{\partial R}{\partial \lambda} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - e \sin\varphi \\ - \Delta U \cos\lambda - \Delta V \sin\lambda \\ e \cos\varphi \end{bmatrix}$$

oldukları gözönüne alınarak,

$$\begin{bmatrix} dm \\ de \\ dn \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} d\ \Delta U \\ d\ \Delta V \\ d\ \Delta W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -n \\ 0 \\ m \end{bmatrix} d\varphi + \begin{bmatrix} -e \sin\varphi \\ -\Delta U \cos\lambda - \Delta V \sin\lambda \\ e \cos\varphi \end{bmatrix} d\lambda \qquad (3.28)$$

denklemlerinden dm, de ve dn diferansiyel değerleri elde edilir. Bunların, (3.23) denklemlerinin diferansiyelleri olan,

$$d\alpha = \frac{1}{s \cos\beta} (\cos\alpha \ de - \sin\alpha \ dm)$$

$$d\beta = \frac{s\ dn - n\ ds}{s^2 \cos\beta}$$

ve (3.26) 'dan aynı yolla elde edilen,

$$ds = \frac{\Delta U\ d\Delta U + \Delta V\ d\Delta V + \Delta W\ d\Delta W}{s}$$

bağıntılarında gözönüne almakla jeodezik yerel kutupsal koordinatların diferansiyellerini, jeodezik ortak dik koordinatların diferansiyelleri cinsinden veren bağıntılar bulunmuş olur. Bu denklemlerde, (3.21) denklemlerinin diferansiyelleri olan,

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = -(M+h) \sin\varphi \cos\lambda \quad ; \quad \frac{\partial U}{\partial \lambda} = -(N+h) \cos\varphi \sin\lambda$$

$$\frac{\partial U}{\partial h} = \cos\varphi \cos\lambda \quad ; \quad \frac{\partial V}{\partial \varphi} = -(M+h) \sin\varphi \sin\lambda$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = (N+h) \cos\varphi \cos\lambda \quad ; \quad \frac{\partial V}{\partial h} = \cos\varphi \sin\lambda$$

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} = (M+h)\cos\varphi \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial \lambda} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial h} = \sin\varphi$$

değerlerini, P_i ve P_k noktalarının jeodezik enlem ve boylam değerlerine göre hesaplayıp yerlerine yazmakla, jeodezik yerel kutupsal koordinatların diferansiyeli için,

$$d\alpha_{ik} = d_1\, d\varphi_i + d_2\, d\lambda_i + d_3\, dh_i + d_4\, d\varphi_k + d_5\, d\lambda_k + d_6\, dh_k$$

$$d\beta_{ik} = e_1\, d\varphi_i + e_2\, d\lambda_i + e_3\, dh_i + e_4\, d\varphi_k + e_5\, d\lambda_k + e_6\, dh_k$$

$$ds_{ik} = f_1\, d\varphi_i + f_2\, d\lambda_i + f_3\, dh_i + f_4\, d\varphi_k + f_5\, d\lambda_k + f_6\, dh_k \qquad (3.29)$$

bağıntıları elde edilmiş olur. Bunlarla ilgili katsayılar, P_i ve P_k noktalarının jeodezik koordinatlarına göre aşağıdaki eşitliklerden hesaplanmaktadır.

$$d_1 = \frac{(M_i + h_i)\sin\alpha_{ik}}{s_{ik}\cos\beta_{ik}} + \tan\beta_{ik}\sin\alpha_{ik}$$

$$d_2 = -\frac{(N_i + h_i)\cos\varphi_i\cos\alpha_{ik}}{s_{ik}\cos\beta_{ik}} + \sin\varphi_i -$$

$$- \cos\varphi_i \tan\beta_{ik}\cos\alpha_{ik}$$

$$d_3 = 0$$

$$d_4 = -\frac{(M_k + h_k)\sin\alpha_{ik}}{s_{ik}\cos\beta_{ik}} \Big[\sin\varphi_i \sin\varphi_k \cos(\lambda_k - \lambda_i) +$$

$$+ \cot\alpha_{ik}\sin\varphi_k \sin(\lambda_k - \lambda_i) + \cos\varphi_i\cos\varphi_k\Big]$$

$$d_5 = \frac{(N_k + h_k) \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos}\alpha_{ik}}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} \Big[\operatorname{Cos}(\lambda_k - \lambda_i) - \operatorname{Sin}\varphi_i \operatorname{Sin}(\lambda_k - \lambda_i) \tan\alpha_{ik} \Big]$$

$$d_6 = \frac{\operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos}\alpha_{ik}}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} \Big\{ \tan\alpha_{ik} \Big[\operatorname{Sin}\varphi_i \operatorname{Cos}(\lambda_k - \lambda_i) - \tan\varphi_k \operatorname{Cos}\varphi_i \Big] + \operatorname{Sin}(\lambda_k - \lambda_i) \Big\}$$

$$e_1 = \frac{(M_i + h_i) \operatorname{Sin}\beta_{ik} \operatorname{Cos}\alpha_{ik}}{s_{ik}} + \operatorname{Cos}\alpha_{ik}$$

$$e_2 = \frac{(N_i + h_i) \operatorname{Sin}\beta_{ik} \operatorname{Sin}\alpha_{ik} \operatorname{Cos}\varphi_i}{s_{ik}} + \operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Sin}\alpha_{ik}$$

$$e_3 = - \frac{\operatorname{Cos}\beta_{ik}}{s_{ik}}$$

$$e_4 = - \frac{(M_k + h_k)}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} \Big[\operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Sin}\varphi_k \operatorname{Cos}(\lambda_k - \lambda_i) - \operatorname{Sin}\varphi_i \operatorname{Cos}\varphi_k - \operatorname{Sin}\beta_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ki} \operatorname{Cos}\alpha_{ki} \Big]$$

$$e_5 = - \frac{(N_k + h_k) \operatorname{Cos}\varphi_k}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} \Big[\operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Sin}(\lambda_k - \lambda_i) - \operatorname{Sin}\beta_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ki} \operatorname{Sin}\alpha_{ki} \Big]$$

$$e_6 = \frac{1}{s_{ik} \operatorname{Cos} \beta_{ik}} \Big[\operatorname{Cos} \varphi_i \operatorname{Cos} \varphi_k \operatorname{Cos} (\lambda_k - \lambda_i) +$$

$$+ \operatorname{Sin} \varphi_i \operatorname{Sin} \varphi_k + \operatorname{Sin} \beta_{ik} \operatorname{Sin} \beta_{ki} \Big]$$

$$f_1 = - (M_i + h_i) \operatorname{Cos} \beta_{ik} \operatorname{Cos} \alpha_{ik}$$

$$f_2 = - (N_i + h_i) \operatorname{Cos} \beta_{ik} \operatorname{Sin} \alpha_{ik} \operatorname{Cos} \varphi_i$$

$$f_3 = - \operatorname{Sin} \beta_{ik}$$

$$f_4 = - (M_k + h_k) \operatorname{Cos} \beta_{ki} \operatorname{Cos} \alpha_{ki}$$

$$f_5 = - (N_k + h_k) \operatorname{Cos} \beta_{ki} \operatorname{Sin} \alpha_{ki} \operatorname{Cos} \varphi_k$$

$$f_6 = - \operatorname{Sin} \beta_{ki}$$

g- Azimut ve Kenar Uzunluğunun Birinci Dereceden Diferansiyellerinin Üçüncü Boyutu da Gözönüne Alarak Belirlenmesi

Nirengi ağlarının üçüncü boyutu da gözönüne alarak iki boyutlu dengelenmelerinde sadece noktaların yatay konumları ile uğraşıldığından yükseklikleri sabit alınmaktadır. Buna göre (3.29) 'da verilmiş olan diferansiyel denklemlerde, noktaların yükseklikleri ile ilgili olan $d\beta_{ik}$ diferansiyel denklemi gözardı edilerek geriye kalan denklemlerde,

$$dh_i = 0$$

$$dh_k = 0$$

alındığında, üçüncü boyutu da gözönüne alarak düzeltme denklemlerinin iki boyutlu kurulmasında kullanılan azimut ve kenar uzunluğunun birinci dereceden diferansiyelleri için,

$$
\begin{aligned}
d\alpha_{ik} = {} & \left[\frac{(M_i + h_i)\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} + \tan\beta_{ik}\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik} \right] d\varphi_i \\
& - \left[\frac{(N_i + h_i)\,\mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} - \mathrm{Sin}\,\varphi_i + \right. \\
& \left. + \mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}\,\tan\beta_{ik} \right] d\lambda_i \\
& - \frac{(M_k + h_k)\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} \left[\mathrm{Sin}\,\varphi_i\,\mathrm{Sin}\,\varphi_k\,\mathrm{Cos}\,(\lambda_k - \lambda_i) \right. \\
& \left. + \mathrm{Cot}\,\alpha_{ik}\,\mathrm{Sin}\,\varphi_k\,\mathrm{Sin}\,(\lambda_k - \lambda_i) + \mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\varphi_k \right] d\varphi_k \\
& + \frac{(N_k + h_k)\,\mathrm{Cos}\,\varphi_k\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} \left[\mathrm{Cos}\,(\lambda_k - \lambda_i) - \right. \\
& \left. - \mathrm{Sin}\,\varphi_i\,\mathrm{Sin}\,(\lambda_k - \lambda_i)\,\tan\alpha_{ik} \right] d\lambda_k
\end{aligned}
\qquad (3.29\text{-a})
$$

ve

$$
\begin{aligned}
ds_{ik} = {} & - (M_i + h_i)\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}\,d\varphi_i \\
& - (N_i + h_i)\,\mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}\,d\lambda_i \\
& - (M_k + h_k)\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ki}\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ki}\,d\varphi_k \\
& (N_k + h_k)\,\mathrm{Cos}\,\varphi_k\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ki}\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ki}\,d\lambda_k
\end{aligned}
\qquad (3.29\text{-b})
$$

diferansiyel denklemleri elde edilmiş olur.

3.1.3 Doğrusal Düzeltme Denklemlerinin Kurulması

Nirengi ağlarının üçüncü boyutu da gözönüne alarak iki boyutlu dengelenmesinde, dengeleme hesabının fonksiyonel modelini meydana getiren doğrusal düzeltme denklemleri, bölüm 2.1 'de açıklanan işlem akışına uygun biçimde, (3.29-a) ve (3.29-b) 'de verilmiş olan diferansiyel denklemlerden faydalanarak kurulurlar. Bu bölümde, bunların kuruluşu verilecektir.

3.1.3.1 Doğrultu Düzeltme Denklemi

Bir nirengi ağında, P_i noktasından komşu P_k noktasına ölçülmüş bir doğrultunun P_i noktasından geçen elipsoid normaline indirgenmiş değeri $l_{ik}^{(e)}$ olsun. Bunun v_{ik} düzeltme denklemi, P_i noktasındaki yöneltme bilinmiyeni z_i ve azimutu α_{ik} olmak üzere,

$$v_{ik} = - z_i + \alpha_{ik} - l_{ik}^{(e)} \qquad (3.30)$$

dir. Bu denklemdeki z_i ve α_{ik}; yöneltme bilinmiyeni ile azimutun kesin değerleri olduklarından bunlar düzeltme denklemlerinin kuruluş adımında bilinemezler. Bu adımda ancak bunların yaklaşık değerleri bilinebilir. Yöneltme bilinmiyeni için z_i^o, azimut için de α_{ik}^o yaklaşık değerleri kullanıldığında (3.30) denklemi,

$$v_{ik} = - \Delta z_i + d\alpha_{ik} + \alpha_{ik}^o - l_{ik}^{(e)} - z_i^o \qquad (3.31)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemdeki Δz_i yöneltme bilinmiyeninin düzeltmesi, P_i noktasının kesin ve yaklaşık konumunun meridyenleri arasındaki meridyen yakınsaması,

$$c = (\lambda_i - \lambda_i^0)\, \mathrm{Sin}\varphi_i = d\lambda_i\, \mathrm{Sin}\varphi_i \tag{3.32}$$

ile bu noktadaki dz_i kesin yöneltme bilinmiyeni düzeltmesinin toplamı olan,

$$\Delta z_i = dz_i + c \tag{3.33}$$

şeklindedir.

$d\alpha_{ik}$ 'nın (3.29-a) da verilmiş değeri, (3.31) de gözönüne alındığında doğrusallaştırılmış doğrultu düzeltme denklemi için,

$$v_{ik} = -dz_i + \left[\frac{(M_i + h_i)\,\mathrm{Sin}\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} + \tan\beta_{ik}\,\mathrm{Sin}\alpha_{ik}\right] d\varphi_i$$

$$- \left[\frac{(N_i + h_i)\,\mathrm{Cos}\varphi_i\,\mathrm{Cos}\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\beta_{ik}} + \right.$$

$$\left. + \mathrm{Cos}\varphi_i\,\mathrm{Cos}\alpha_{ik}\,\tan\beta_{ik}\right] d\lambda_i$$

$$- \frac{(M_k + h_k)\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} \left[\mathrm{Sin}\,\varphi_i\,\mathrm{Sin}\varphi_k\,\mathrm{Cos}\,(\lambda_k - \lambda_i)\right.$$

$$\left. + \mathrm{Cot}\alpha_{ik}\,\mathrm{Sin}\varphi_k\,\mathrm{Sin}\,(\lambda_k - \lambda_i) + \mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\varphi_k\right] d\varphi_k$$

$$+ \frac{(N_k + h_k)\,\mathrm{Cos}\varphi_k\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} \left[\mathrm{Cos}\,(\lambda_k - \lambda_i)\right.$$

$$\left. - \mathrm{Sin}\varphi_i\,\mathrm{Sin}\,(\lambda_k - \lambda_i)\,\tan\alpha_{ik}\right] d\lambda_k + \alpha_{ik}^0 - l_{ik}^{(e)} - z_i^0$$

elde edilmiş olur. Bu düzeltme denkleminde geçen α^o_{ik}, β_{ik} ve s_{ik} değerleri, P_i ve P_k noktalarının yaklaşık jeodezik koordinatlarını kullanarak (3.26) eşitliklerinden hesaplanır. z^o_i yöneltme bilinmiyeninin yaklaşık değeri olarak, P_i noktasında gözlenen n adet doğrultudan başlangıç doğrultusu için hesaplanan yaklaşık azimut alınabileceği gibi genelikle,

$$z^o_i = \frac{\left[\alpha^o_{ik} - l^{(e)}_{ik}\right]}{n}$$

bağıntısı ile hesaplanan değer alınmaktadır. Ayrıca, bu düzeltme denklemlerinde geçen M ve N değerleri de, a kullanılan referans elipsoidinin büyük yarı ekseni, e birinci eksantirisite değeri olmak üzere,

$$M_j = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\mathrm{Sin}^2\varphi_j)^{3/2}} \qquad (3.35\text{-a})$$

$$N_j = \frac{a}{(1-e^2\mathrm{Sin}^2\varphi_j)^{1/2}} \qquad (3.35\text{-b})$$

$$(j = i \text{ ya da } k)$$

bağıntılarından noktaların yaklaşık jeodezik koordinatlarına göre hesaplanmaktadır.

3.1.3.2 Uzunluk Düzeltme Denklemi

P_i ve P_k komşu nirengi noktalarının sınırladığı kenarın uzunluk ölçü değeri s_{ik} ve bunun (3.26) 'dan noktaların yaklaşık jeodezik koordinatları ile hesaplanan değeri s^o_{ik} olsun.

Bunlara göre bu kenarın $v_{s_{ik}}$ düzeltme denklemi,

$$v_{s_{ik}} = ds_{ik} + s^{o}_{ik} - s_{ik} \qquad (3.36)$$

olarak yazılabilir. Nirengi ağlarının dolaylı ölçüler yöntemine göre dengelenmesinde bilinmiyenler olarak noktaların koordinatları seçildiğinden bu şekilde yazılmış düzeltme denklemleri doğrudan kullanılmaz. Bunların yerine noktaların koordinatlarına göre ifade edilmiş düzeltme denklemleri kullanılır. Bu düzeltme denklemleri, (3.29-b) 'nın (3.36) da gözönüne alınması ile,

$$\begin{aligned} v_{s_{ik}} = & - (M_i + h_i) \operatorname{Cos} \alpha_{ik} \operatorname{Cos} \beta_{ik} \, d\varphi_i \\ & - (N_i + h_i) \operatorname{Cos} \varphi_i \operatorname{Sin} \alpha_{ik} \operatorname{Cos} \beta_{ik} \, d\lambda_i \\ & - (M_k + h_k) \operatorname{Cos} \alpha_{ki} \operatorname{Cos} \beta_{ki} \, d\varphi_k \\ & - (N_k + h_k) \operatorname{Cos} \varphi_k \operatorname{Sin} \alpha_{ki} \operatorname{Cos} \beta_{ki} \, d\lambda_k \\ & + s^{o}_{ik} - s_{ik} \end{aligned} \qquad (3.37)$$

şeklinde elde edilirler. Bu denklemin katsayıları noktaların yaklaşık jeodezik koordinatlarına göre (3.26) ve (3.35) 'den faydalanarak hesaplanır.

3.1.3.3 Azimut Düzeltme Denklemi

Elipsoidin normaline indirgenmiş $\alpha^{(e)}_{ik}$ azimutu, başlangıç doğrultusu P_i noktasının jeodezik meridyenine göre sıfırlanmış bir açıdır. Bu şekilde elde edilmiş $\alpha^{(e)}_{ik}$ azimut açısının $v_{\alpha_{ik}}$ doğrusal düzeltme denklemi, P_i ve P_k

noktalarının yaklaşık jeodezik koordinatlarından (3.26) 'ya göre hesaplanan α_{ik}^{o} yaklaşık değerini kullanarak,

$$v_{\alpha_{ik}} = d\alpha_{ik} + \alpha_{ik}^{o} - \alpha_{ik}^{(e)} \qquad (3.38)$$

şeklindedir. Burada $d\alpha_{ik}$ 'nın (3.29-a) daki ifadesi yerine yazıldığında doğrusal azimut düzeltme denklemi için,

$$v_{\alpha_{ik}} = \left[\frac{(M_i + h_i)\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} + \tan\beta_{ik}\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}\right] d\varphi_i$$

$$- \left[\frac{(N_i + h_i)\,\mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} - \mathrm{Sin}\,\varphi_i + \right.$$

$$\left. + \mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}\,\tan\beta_{ik}\right] d\lambda_i$$

$$- \frac{(M_k + h_k)\,\mathrm{Sin}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} \left[\mathrm{Sin}\,\varphi_i\,\mathrm{Sin}\,\varphi_k\,\mathrm{Cos}(\lambda_k - \lambda_i)\right.$$

$$\left. + \mathrm{Cot}\,\alpha_{ik}\,\mathrm{Sin}\,\varphi_k\,\mathrm{Sin}(\lambda_k - \lambda_i) + \mathrm{Cos}\,\varphi_i\,\mathrm{Cos}\,\varphi_k\right] d\varphi_k$$

$$+ \frac{(N_k + h_k)\,\mathrm{Cos}\,\varphi_k\,\mathrm{Cos}\,\alpha_{ik}}{s_{ik}\,\mathrm{Cos}\,\beta_{ik}} \left[\mathrm{Cos}(\lambda_k - \lambda_i) - \right.$$

$$\left. - \mathrm{Sin}\,\varphi_i\,\mathrm{Sin}(\lambda_k - \lambda_i)\,\tan\alpha_{ik}\right] d\lambda_k + \alpha_{ik}^{o} - \alpha_{ik}^{(e)} \qquad (3.39)$$

ifadesi elde edilmiş olur.

Bu denklemdeki $\alpha_{ik}^{(e)}$ 'nin (3.20) indirgeme bağıntısına göre α_{ik}^{*} astronomik azimut değerinden elde edilmesinde, P_i ve P_k noktalarının kesin jeodezik koordinatları kullanılmıştır. Halbuki, düzeltme denklemlerinin kuruluş adımında bu kesin koordinat değerleri bilinmemektedir. Bunların yerine yaklaşık değerleri bilinmektedir. (3.19) indirgeme denkleminde bu yaklaşık değerler,

$$\alpha_{ik}^{(e)} = \alpha_{ik}^{*} - (\Lambda_i - \lambda_i^{o} - d\lambda_i)\ \mathrm{Sin}\ (\varphi_i^{o} + d\varphi_i) + dl_{ik}^{(1)} \tag{3.40}$$

şeklinde kulanılarak gerekli işlemler sonucunda, $|d\varphi| < 1''$ ve $|\Lambda_i - \lambda_i^{o}| = 1'$ doğruluğunda olmaları halinde,

$$|\mathrm{Cos}\ d\varphi_i| = 1.000\ 000\ 00$$

$$|\mathrm{Sin}\ d\varphi_i| \leq 0.000\ 005$$

ve

$$|(\Lambda_i - \lambda_i^{o})\ \mathrm{Cos}\varphi_i^{o}\ \mathrm{Sin}\ d\varphi_i| < 0.000\ 3''\ )$$

olacaklarından azimut ölçülerinin indirgenmesi için,

$$\alpha_{ik}^{(e)} = \alpha_{ik}^{*} - (\Lambda_i - \lambda_i^{o})\ \mathrm{Sin}\ \varphi_i^{o} + d\lambda_i\ \mathrm{Sin}\ \varphi_i^{o} + dl_{ik}^{(1)} \tag{3.41}$$

bağıntısı kullanılabilir/ WALKER 1967, s.28/. Buna göre (3.39) daki azimut düzeltme denklemi, aşağıda verilen şekliyle kullanılır.

$$
\begin{aligned}
v_{\alpha_{ik}} = & \left[\frac{(M_i + h_i) \operatorname{Sin}\alpha_{ik}}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} + \tan\beta_{ik} \operatorname{Sin}\alpha_{ik} \right] d\varphi_i \\
& - \left[\frac{(N_i + h_i) \operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Cos}\alpha_{ik}}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} + \right. \\
& \left. + \operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Cos}\alpha_{ik} \tan\beta_{ik} \right] d\lambda_i \\
& - \frac{(M_k + h_k) \operatorname{Sin}\alpha_{ik}}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} \left[\operatorname{Sin}\varphi_i \operatorname{Sin}\varphi_k \operatorname{Cos}(\lambda_k - \lambda_i) \right. \\
& \left. + \operatorname{Cot}\alpha_{ik} \operatorname{Sin}\varphi_k \operatorname{Sin}(\lambda_k - \lambda_i) + \operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Cos}\varphi_k \right] d\varphi_k \\
& + \frac{(N_k + h_k) \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos}\alpha_{ik}}{s_{ik} \operatorname{Cos}\beta_{ik}} \left[\operatorname{Cos}(\lambda_k - \lambda_i) - \right. \\
& \left. - \operatorname{Sin}\varphi_i \operatorname{Sin}(\lambda_k - \lambda_i) \tan\alpha_{ik} \right] d\lambda_k \\
& + \alpha^{o}_{ik} - \left[\alpha^{*}_{ik} - (\Lambda_i - \lambda^{o}_i) \operatorname{Sin}\varphi^{o}_i + dl^{(1)}_{ik} \right]
\end{aligned}
\qquad (3.42)
$$

Bu denklemdeki $dl^{(1)}_{ik}$, (3.13) de verilen çekül sapmasından dalayı ölçülerin indirgenmesinde kullanılan düzeltmeyi göstermektedir.

3.2 Düzeltme Denklemlerinin Elipsoid Yüzeyinde Kurulmasına İlişkin İşlemler

Nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde, elipsoid yüzeyinde jeodezik temel problemlerin çözümündeki gibi jeodezik eğri esas alınmaktadır. Buna karşılık, nirengi ağlarının içerdiği doğrultu, azimut ve uzunluk ölçüleri, yeryüzünde alet kurulan noktanın çekül doğrultusunu içinde bulunduran ve hedef noktasından geçen düşey düzlemin alet kurulan noktanın ufuk düzlemi ile kesişmesinden meydana gelen arakesitin doğrultusuna göre ölçülmektedirler.

Bu şekilde ölçülmüş ölçülerden faydalanarak, nirengi ağlarının referans elipsoidinde noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde, dengeleme hesabının fonksiyonel modelini oluşturan doğrusal düzeltme denklemlerinin elde edilmesinde aşağıdaki işlem adımları izlenmektedir.

- Ölçülerin elipsoid yüzeyine ya da jeodezik eğriye indirgenmesi,
- Noktaların kesin jeodezik koordinatları ile kurulan düzeltme denklemlerinin bunların yaklaşık jeodezik koordinatlarına göre doğrusallaştırmasında kullanılan, jeodezik eğrinin azimut ve uzunluğunun birinci dereceden diferansiyellerinin belirlenmesi,
- Elipsoid yüzeyine indirgenmiş ölçüler için doğrusal düzeltme denklemlerinin kurulmasıdır.

Düzeltme denklemlerinin kurulmasında bu adımlardan herhangibirinin eksik ya da gözardı edilmiş olması halinde, hesaplanacak sonuçlar belirli bir oranda hatalı olacaktır.

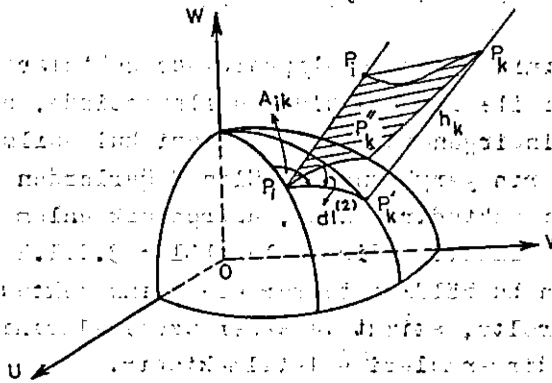
3.2.1 Ölçülerin Elipsoid Yüzeyine İndirgenmesi

Nirengi ağlarının referans elipsoidinde noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde, bu elipsoidin yüzeyine indirgenmiş ölçü değerleri kullanılmaktadır. Bu bölümde, bunların yeryüzünde ölçülen değerlerden elde edilmeleri ele alınmaktadır. Ancak, astronomik enlem ve boylam değerleri ile ilgili indirgemeler bölüm 3.1.1.2 'de verilmiş olduğundan bu bölümde tekrar ele alınmamaktadır. Burada, sadece doğrultu, azimut ve kenar uzunluklarının elipsoid yüzeyine indirgenmeleri anlatılmaktadır.

3.2.1.1 Doğrultuların İndirgenmesi

Nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde iki boyutlu dengelenmesinde, bu yüzeye indirgenmiş doğrultular kullanılmaktadır. Bunlar hiçbir zaman nirengi ağlarında yapılan ölçü işlemi ile elde edilemezler. Ancak, nirengi ağlarında ölçülmüş doğrultu değerlerinden indirgemeler yoluyla bulunabilirler.

Doğrultuların elipsoid yüzeyine indirgenmesindeki ilk adımı bölüm 3.1.1.1 'de anlatılan ölçülerin çekül sapmasından dolayı indirgemesi meydana getirmektedir. Bu indirgeme işlemi sonucunda, yeryüzünde P_i ve P_k noktaları arasında gözlenmiş l_{ik} doğrultusunun P_i ölçü noktasından geçen elipsoid normalini ve P_k hedef noktasını beraber içine alan normal düzlemin elipsoid yüzeyi ile meydana getirdiği $P_i P_k''$ normal kesit eğrisine indirgenmesi sağlanmış olmaktadır. Bu normal kesit eğrisi, P_i ölçü noktasının kendi elipsoid normali boyunca hareket ettirilmesinden dolayı değişmemektedir. Ancak, P_k hedef noktasının bu noktadan geçen elipsoid normali boyunca hareket etmesinden dolayı değişmektedir (şekil 3).



Şekil.3

Bu nedenle, $P_iP''_k$ normal kesit eğrisine (3.13) bağıntısını kullanarak indirgenmiş l_{ik} doğrultusunun, P_k hedef noktasının h_k yüksekliğinden dolayı indirgenerek $P_iP'_k$ normal kesit eğrisine taşınması gerekir. Doğrultuların hedef noktasının yüksekliğinden dolayı indirgemesi olarak bilinen bu taşıma işlemi,

$$dl_{ik}^{(2)} = \frac{h_k}{N_i}\eta_i^2 \rho \left(\sin\alpha_{ik} \cos\alpha_{ik} - \frac{s_{ik}}{2N_i} \sin\alpha_{ik} \tan\varphi_i \right) \qquad (3.43)$$

bağıntısı ile yapılmaktadır/JORDAN-EGGERT 1941 s.18/.

Bu bağıntı kullanılarak, Türkiye birinci derece nirengi ağının yedinci poligonundaki birinci derece noktalar arasında gözlenmiş birkaç doğrultu için, $dl_{ik}^{(2)}$ indirgemeleri çizelge.1 ve çizelge.2 'den faydalanarak hesaplanmıştır. İlgili sonuçlar çizelge.3 'de verilmektedir.

D.N.	B.N.	s_{ik} (m.)	α_{ik} (g)	h_k (m.)	$dl_{ik}^{(2)}$ (cc)
7125	7142	26604	168.31	1729	-0.28
7125	7143	40207	230.59	1582	0.25
7126	7129	38974	85.30	1486	0.13
7084	7089	28175	10.62	1523	0.10
7213	7159	35246	279.21	1440	0.17
7166	7160	34510	86.00	900	0.08

Çizelge.3

Bu şekilde normal kesit eğrisine indirgenmiş l_{ik} doğrultusunun buradan da jeodezik eğriye indirgenmesi gerekir. Doğrultuların normal kesit eğrisinden jeodezik eğriye indirgemesi olarak bilinen bu indirgeme işlemi için,

$$dl_{ik}^{(3)} = \frac{s_{ik}^2}{6N_i^2}\rho\eta_i^2 \operatorname{Sin}\alpha_{ik} \operatorname{Cos}\alpha_{ik} - \frac{s_{ik}^3}{24N_i^3}\rho\eta_i^2 \operatorname{Sin}\alpha_{ik} \tan\varphi_i \tag{3.44}$$

bağıntısı kulanılmaktadır/ JORDAN-EGGERT 1941 s.37/. Bunun yerine, $\eta_i^2 = e'^2\operatorname{Cos}^2\varphi_i$ olduğu gözönüne alınarak (3.44)'den elde edilen,

$$dl_{ik}^{(3)} = \left[\frac{e'^2}{12}\rho\operatorname{Cos}^2\varphi_i \operatorname{Sin} 2\alpha_{ik} \left(\frac{s_{ik}}{N_i}\right)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{e'^2}{48} \operatorname{Sin} 2\varphi_i \operatorname{Sin}\alpha_{ik}\left(\frac{s_{ik}}{N_i}\right)^3\rho\right]\left[1 + e'^2 \operatorname{Cos}^2\varphi_i\operatorname{Cos}^2\alpha_{ik}\right]$$

bağıntısı kullanılmaktadır/RAPP 1980 s.62/.

Bu indirgeme ile ilgili birkaç sayısal değer, çizelge.3 deki doğrultular için hesaplanarak çizelge.4 de verilmektedir.

D.N.	B.N.	s_{ik} (m.)	α_{ik} (g)	φ_i (o)	$dl_{ik}^{(3)}$ (cc)
7125	7142	26604	168.31	40.52	0.00
7125	7143	40207	230.59	40.52	-0.01
7126	7129	38974	85.30	40.57	0.00
7084	7089	28175	10.62	39.39	0.00
7213	7159	35246	279.21	39.52	0.00
7166	7160	34510	86.00	39.29	0.00

Çizelge.4

Bu indirgeme adımlarına göre de, yeryüzünde ölçülen l_{ik} doğrultu değerinden elipsoid yüzeyinde buna karşılık gelen $l_{ik}^{(g)}$ doğrultu değeri,

$$l_{ik}^{(g)} = l_{ik} + dl_{ik}^{(1)} + dl_{ik}^{(2)} + dl_{ik}^{(3)} \qquad (3.46)$$

bağıntısına göre elde edilebilir.

3.2.1.2 Azimutların İndirgenmesi

Nirengi ağlarında, P_i noktasının astronomik meridyeni ile P_k hedef noktası arasında ölçülmüş olan α_{ik}^{*} astronomik azimutu, (3.18) ya da (3.20) bağıntılarını kullanarak P_i noktasının elipsoid normali ile P_k hedef noktasını içinde bulunduran normal düzlemin elipsoid yüzeyi ile meydana getirdiği P_iP_k'' normal kesit eğrisine indirgenmiş olur (şekil 3). Bu şekilde, normal kesit eğrisine indirgenmiş azımut değerleri, doğrultuların elipsoid yüzeyine indirgenmesinde olduğu gibi (3.43) ve (3.44) ya da (3.45) bağıntılarını kullanarak P_i ve P_k noktalarının elipsoid yüzeyinde belirledikleri jeodezik eğriye indirgenmiş olurlar. Azimut ölçülerinin elipsoide indirgenmesi olarak bilinen bu indirgeme işlemi,

$$A_{ik} = \alpha^{*}_{ik} - (\Lambda_i - \lambda_i)\sin\varphi_i + dl^{(1)}_{ik} + dl^{(2)}_{ik} + dl^{(3)}_{ik} \qquad (3.47)$$

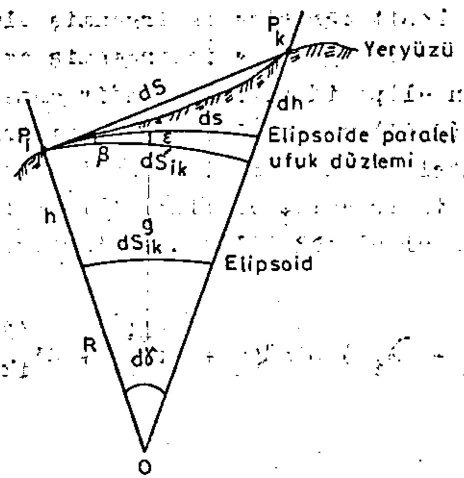
bağıntısı ile gerçekleştirilmektedir.

3.2.1.3 Uzunlukların İndirgenmesi

Nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde dengelenmesinde bu yüzeye indirgenmiş uzunluklar kullanılır. Bunun için, P_i ve P_k nirengi noktaları arasında ölçülmüş olan baz ve eğik uzunlukların elipsoid yüzeyine indirgenmesi gerekir. Bu indirgeme işlemi, baz ve eğik uzunlukların ölçü tekniklerine bağlı olarak iki şekilde yapılmaktadır.

a- Bazların İndirgenmesi

Yeryüzünde, P_i ve P_k nirengi noktalarının arasında invar metrelerle mekanik olarak porteler halinde ölçülen $\dot{s}_{ik}$ bazının elipsoid yüzeyine indirgenmiş değeri s^g_{ik} olsun. s^g_{ik} değerlerinin yeryüzünde ölçülen $\dot{s}_{ik}$ baz uzunluklarından elde edilmesine bazların indirgemesi denir.



şekil. 4

Bu indirgeme işlemi, şekil.4 göre yeryüzünde ölçülen s'_{ik} değeri ile bunun elipsoid yüzeyine indirgenmiş değeri olan s^g_{ik} arasında kurulan diferansiyel anlamdaki bağıntılardan geliştirilmiş,

$$s^g_{ik} = s'_{ik} + \varepsilon_k(h_k - h_m) - \varepsilon_i(h_i - h_m) - \frac{h_m}{R} s'_{ik} \tag{3.48}$$

bağıntısını kullanarak yapılmaktadır/HEISKANEN-MORITZ 1967, s.191, ERBUDAK-TUĞLUOĞLU 1976, s.309/.

Bu bağıntının uygulanmasında P_i ve P_k noktalarının, ε_i ve ε_k çekül sapmaları ile bunların elipsoidden olan yüksekliklerine ihtiyaç vardır. Uygulamada, bunlar genellikle bilinmemektedirler. Bu durumda, bazların indirgenmesinde (3.48) bağıntısının yerine,

$$s_{ik}^{g} = s_{ik}^{'} - \frac{h_m}{R} \, s_{ik}^{'} \qquad (3.49)$$

bağıntısı kullanılmaktadır/RAPP 1980 s.68/. Bu bağıntılarda geçen R ve h_m değerleri,

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 A_{ik}}{M_i} + \frac{\sin^2 A_{ik}}{N_i}$$

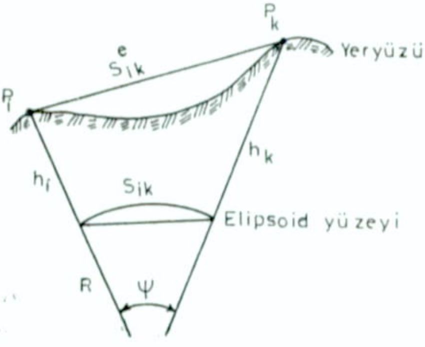
ve

$$h_m = \frac{1}{2} \left(h_i + h_k \right)$$

bağıntılarından hesaplanmaktadır.

b- Eğik Uzunlukların İndirgenmesi

P_i ve P_k nirengi noktaları arasında elektronik mesafe ölçerlerle ölçülen s_{ik}^{e} uzunluğunun elipsoid yüzeyindeki s_{ik} uzunluk değeri şekil.5 göre,



Şekil.5

$$s_{ik} = 2R \arcsin \sqrt{\frac{(s^{e}_{ik})^2 - (h_k - h_i)^2}{4 (R + h_i)(R + h_k)}} \quad (3.50)$$

bağıntısından hesaplanmaktadır/HEISKANEN-MORITZ 1967 s.192/.

(3.49) ve (3.50) bağıntılarına göre, baz ve eğik uzunlukların indirgenmesinden elipsoidin yüzeyindeki normal kesit eğrisinin uzunlukları elde edilmiş olur. Halbuki, nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde dengelenmesinde bunlara karşılık gelen jeodezik eğrilerin uzunlukları kullanılır. Bu nedenle, normal kesit eğrisinin uzunluğuna indirgenmiş uzunlukların, buradan da jeodezik eğrilerin uzunluğuna indirgenmesi gerekir. Ancak bu indirgeme işlemi uygulamada yapılmamaktadır. Çünkü, normal kesit eğrisi ile buna karşılık gelen jeodezik eğrinin uzunluklarının farkı, nirengi ağlarında söz konusu olabilecek uzunluklar için en fazla 8. mertebeden küçük değerlerdir/ÖZBENLİ 1972 s.94/.

3.2.2 Jeodezik Eğrinin Azimut ve Uzunluğunun Birinci Dereceden Diferansiyelleri

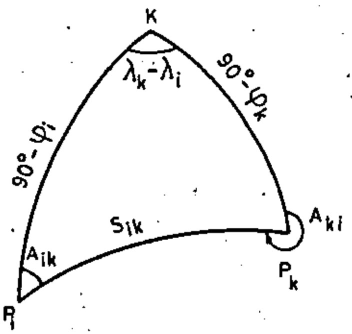
Elipsoid yüzeyine indirgenmiş doğrultu, azimut ve uzunluk ölçülerinin düzeltme denklemleri, bu yüzeyin P_i ve P_k noktalarının belirlediği jeodezik eğrinin A_{ik} azimutu ile s_{ik} uzunluğunun birinci dereceden diferansiyelleri kullanılarak doğrusal biçimde kurulur. Bu diferansiyel bağıntıların elde edilmesinde, s_{ik} jeodezik eğrisinin P_i noktasında φ_i, λ_i ve A_{ik} değerleri verilmişken P_k noktasının φ_k, λ_k ve A_{ki} değerlerinin elde edilmesinde kullanılan,

$$\varphi_k = f_1\,(\varphi_i,\ \lambda_i,\ s_{ik}\ ,\ A_{ik}) \qquad (3.51\text{-a})$$

$$\lambda_k = f_2\,(\varphi_i,\ \lambda_i,\ s_{ik}\ ,\ A_{ik}) \qquad (3.51\text{-b})$$

$$A_{ki} = f_3\,(\varphi_i,\ \lambda_i,\ s_{ik}\ ,\ A_{ik}) \qquad (3.51\text{-c})$$

jeodezik temel problem bağıntılarından hareket edilir(şekil.6).



Şekil.6

(3.51) bağıntılarının bilinen değerlere göre diferansiyellerinden,

$$d\varphi_k = \frac{\partial \varphi_k}{\partial \varphi_i}\,d\varphi_i + \frac{\partial \varphi_k}{\partial \lambda_i}\,d\lambda_i + \frac{\partial \varphi_k}{\partial s_{ik}}\,ds_{ik} + \frac{\partial \varphi_k}{\partial A_{ik}}\,dA_{ik}$$

(3.52-a)

$$d\lambda_k = \frac{\partial \lambda_k}{\partial \varphi_i}\,d\varphi_i + \frac{\partial \lambda_k}{\partial \lambda_i}\,d\lambda_i + \frac{\partial \lambda_k}{\partial S_{ik}}\,ds_{ik} + \frac{\partial \lambda_k}{\partial A_{ik}}\,dA_{ik}$$

(3.52-b)

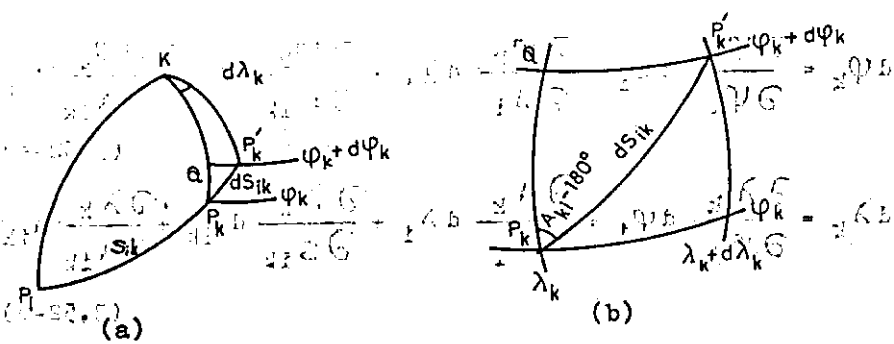
$$dA_{ki} = \frac{\partial A_{ki}}{\partial \varphi_i} d\varphi_i + \frac{\partial A_{ki}}{\partial \lambda_i} d\lambda_i + \frac{\partial A_{ki}}{\partial s_{ik}} ds_{ik} + \frac{\partial A_{ki}}{\partial A_{ik}} dA_{ik}$$

(3.52-c)

birinci dereceden diferansiyel denklemleri bulunur. (3.52) diferansiyel denklemleri, kuramsal biçimde olduklarından düzeltme denklemlerinde bu şekli ile kullanılamazlar. Bunların yerine, katsayıları bilinen fonksiyonlar biçiminde belirlenmiş eşitleri kullanılır. Böyle fonksiyonların belirlenmesinde, s_{ik} jeodezik eğrisinin boyunun değişmesi yanında P_i noktası etrafında dönme ve öteleme hareketlerinden faydalanılır.

a- Jeodezik Eğrinin s_{ik} Uzunluğunun ds_{ik} Kadar Değişmesi

Jeodezik eğrinin uzunluğu ds_{ik} kadar uzayıp kısalırsa, jeodezik eğrinin P_i noktasındaki A_{ik} azimutu ile φ_i jeodezik enlemi ve λ_i jeodezik boylamı değişmemektedir. Buna karşılık P_k noktasının A_{ki} ters azimutu ile φ_k jeodezik enlemi ve λ_k jeodezik boylamı; dA_{ki}, $d\varphi_k$ ve $d\lambda_k$ kadar değişmektedir.



Şekil.7

Bu değişimler için, jeodezik eğrinin diferansiyel denklemi olarak bilinen,

$$d\varphi = \frac{1}{M} \text{ Cos } A \, ds \qquad (3.53\text{-a})$$

$$d\lambda = \frac{1}{N} \frac{\text{Sin } A}{\text{Cos } \varphi} ds \qquad (3.53\text{-b})$$

$$dA = \frac{1}{N} \text{ Sin } A \tan\varphi \, ds \qquad (3.53\text{-c})$$

bağıntılarında, şekil.7 'den $A = A_{ki} - 180^o$ ve $ds = ds_{ik}$ oldukları dikkate alınarak,

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial s_{ik}} = - \frac{1}{M_k} \text{ Cos } A_{ki} \qquad (3.54\text{-a})$$

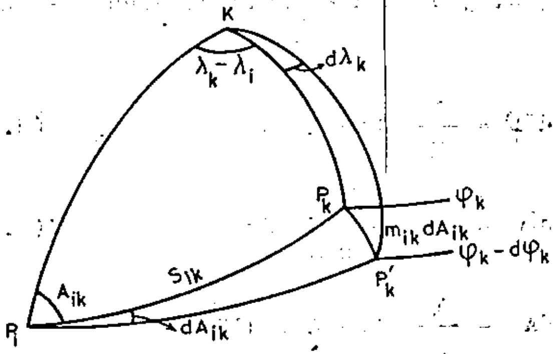
$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial s_{ik}} = - \frac{1}{N_k} \frac{\text{Sin } A_{ki}}{\text{Cos}\varphi_k} \qquad (3.54\text{-b})$$

$$\frac{\partial A_{ki}}{\partial s_{ik}} = - \frac{1}{N_k} \text{ Sin } A_{ki} \tan\varphi_k \qquad (3.54\text{-c})$$

bağıntıları elde edilir/ÖZBENLİ 1972 s.58/.

b- Jeodezik Eğrinin A_{ik} Azimutunun dA_{ik} Kadar Değişmesi

s_{ik} jeodezik eğrisini P_i noktasında dA_{ik} kadar döndürüldüğünde P_k noktası, m_{ik} bu jeodezik eğrinin indirgenmiş uzunluğu olmak üzere $m_{ik}dA_{ik}$ uzunluğundaki P_kP_k' yayını çizerek P_k' noktasına gelir. Böylece, P_k noktasının φ_k jeodezik enlemi, λ_k jeodezik boylamı ve A_{ki} ters azimutu bir miktar değişmiş olur (şekil.8)



Şekil.8

Şekildende görüldüğü gibi, bu döndürme sonucunda P_k noktasının jeodezik enlem ve boylamında meydana gelecek değişimler için, (3.53-a) ve (3.53-b) denklemlerinde $A = A_{ki}-90^0$ $ds = m_{ik}\, dA_{ik}$ oldukları gözönüne alınarak,

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial A_{ik}} = \frac{m_{ik}}{M_k} \operatorname{Sin} A_{ki} \qquad (3.55\text{-a})$$

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial A_{ik}} = - \frac{m_{ik}}{N_k} \frac{\operatorname{Cos} A_{ki}}{\operatorname{Cos}\varphi_k} \qquad (3.55\text{-b})$$

bağıntıları elde edilir. Jeodezik eğrinin P_k noktasındaki A_{ki} ters azimutu için, P_i ve P_k noktalarında yazılan Clairaut bağıntılarından elde edilen,

$$N_i \operatorname{Cos}\varphi_i \operatorname{Sin} A_{ik} + N_k \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Sin} A_{ki} = 0 \qquad (3.56)$$

bağıntısının A_{ik} ve A_{ki} elamanlarına göre diferansiyele açılımında (3.55-a) değerini yerine yazmakla bulunur. Bu denklem,

$$\left(\frac{dm}{ds}\right)_i = -\frac{N_i \cos\varphi_i \cos A_{ik}}{N_k \cos\varphi_k \cos A_{ki}} + \frac{m_{ik} \tan\varphi_k}{N_k \cos A_{ki}} \qquad (3.57\text{-a})$$

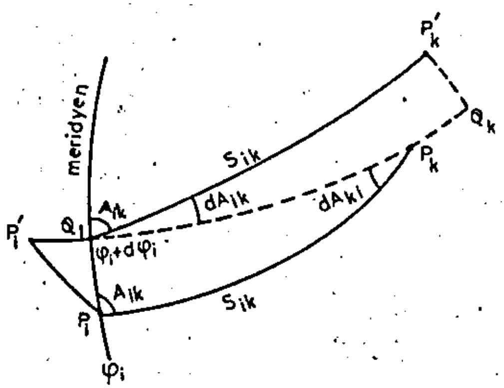
olmak üzere,

$$\frac{\partial A_{ki}}{\partial A_{ik}} = \left[\left(\frac{dm}{ds}\right)_i - \frac{m_{ik}}{N_k} \cos A_{ki} \tan\varphi_k\right] \qquad (3.57\text{-b})$$

şeklindedir.

c- Jeodezik Eğrinin P_i Noktasının Meridyeni Doğrultusunda $d\varphi_i$ Kadar Kaydırılması

Elipsoid yüzeyinde P_i ve P_k noktalarının belirlediği jeodezik eğriyi s_{ik} uzunluğu ve A_{ik} azimutu sabit kalacak şekilde P_i noktasının meridyeni üzerinde $d\varphi_i$ kadar kaydırıldığında şekil.9 'daki durum meydana gelir.



Şekil.9

Şekil.9 'dan görüldüğü gibi, s_{ik} jeodezik eğrisi önce P_k noktası etrafında dA_{ki} kadar döndürülerek P_i noktası P_i' noktasına gelir. Bu durumda, P_kP_i' eğrisi P_i noktasının meridyenini Q_i noktasında keser. Sonra bu eğri kendi doğrultusunda P_i' noktasından itibaren P_iQ_i kadar ötelenerek P_i' noktası Q_i 'ye ve P_k noktasıda Q_k 'ya gelir. Bu şekilde elde edilen Q_iQ_k eğrisi, Q_i noktası etrafında bu noktanın meridyeni ile A_{ik} azimutunu yapacak şekilde döndürüldüğünde P_k noktası P_k' noktasına gelmiş olur. Böylece, P_k noktasının φ_k jeodezik enlemi, λ_k jeodezik boylamı ve A_{ki} ters azimutu bir miktar değişmiş olur. Bu değişimlerin matematik bağıntılarla ifadesi olarak,

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \varphi_i} = - \frac{M_i}{M_k}\left[\text{Sin } A_{ik} \text{ Sin } A_{ki} \left(\frac{dm}{ds} \right)_k + \text{Cos } A_{ik} \text{ Cos } A_{ki} \right] \quad (3.58\text{-a})$$

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial \varphi_i} = \frac{M_i}{N_k \text{ Cos } \varphi_k}\left[\text{Sin } A_{ik} \text{ Cos } A_{ki} \left(\frac{dm}{ds} \right)_k - \text{Cos } A_{ik} \text{ Sin } A_{ki} \right] \quad (3.58\text{-b})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{ki}}{\partial \varphi_i} = \Bigg[& \frac{M_i}{m_{ik}} \text{ Sin } A_{ik} - \frac{M_i}{N_k} \text{ Sin } A_{ki} \text{ Cos } A_{ik} \tan \varphi_k - \\ & - \frac{M_i}{m_{ik}} \left(\frac{dm}{ds} \right)_i \left(\frac{dm}{ds} \right)_k \text{ Sin } A_{ik} + \\ & + \frac{M_i}{N_k} \left(\frac{dm}{ds} \right)_k \text{ Sin } A_{ik} \text{ Cos } A_{ki} \tan \varphi_k \Bigg] \end{aligned} \quad (3.58\text{-c})$$

bağıntıları kullanılmaktadır/HELMERT 1880 s.282, JORDAN-EGGERT 1941 s.422, RAPP 1980 s.107/.

Böylece, (3.54), (3.55), (3.57) ve (3.58) 'de verilen denklemleri,

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \lambda_i} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial A_{ki}}{\partial \lambda_i} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial \lambda_k}{\partial \lambda_i} = d\lambda_i \tag{3.59}$$

bağıntıları ile birlikte (3.52) 'deki denklemlerde yerlerine yazarak bunların ilk ikisinin ortak çözümünden jeodezik eğrinin azimut ve uzunluğunun birinci dereceden diferansiyelleri için,

$$dA_{ik} = \frac{M_i \operatorname{Sin} A_{ik}}{m_{ik}} \left(\frac{dm}{ds}\right)_k d\varphi_i + \frac{N_k \operatorname{Cos} \varphi_k \operatorname{Cos} A_{ki}}{m_{ik}} d\lambda_i$$

$$+ \frac{M_k \operatorname{Sin} A_{ki}}{m_{ik}} d\varphi_k - \frac{N_k \operatorname{Cos} \varphi_k \operatorname{Cos} A_{ki}}{m_{ik}} d\lambda_k \tag{3.60}$$

ve

$$ds_{ik} = - M_i \operatorname{Cos} A_{ik}\, d\varphi_i - N_i \operatorname{Cos} \varphi_i \operatorname{Sin} A_{ik}\, d\lambda_i$$

$$- M_k \operatorname{Cos} A_{ki}\, d\varphi_k - N_k \operatorname{Cos} \varphi_k \operatorname{Sin} A_{ki}\, d\lambda_k \tag{3.61}$$

bağıntıları elde edilir/HELMERT 1880 s.326, ÖLANDER 1935 - s.24/. Bu denklemlerde geçen m_{ik} jeodezik eğrinin indirgenmiş uzunluğu P_i noktasındaki Gauss eğrilik yarıçapı $R_i = \sqrt{M_i N_i}$ olmak üzere,

$$m_{ik} = R_i \, Sin\left(\frac{s_{ik}}{R_i}\right) + \frac{R_i \, é^2 \, Sin\, 2\varphi_i \, Cos\, A_{ik}}{6} \left(\frac{s_{ik}}{R_i}\right)^4$$

bağıntısından hesaplanmaktadır/ÖLANDER 1935 s.23, ULSOY 1977 s.189, RAPP 1980 s.108/. Buradaki é değeri referans elipsoidinin ikinci eksantirisite değerini göstermektedir.

3.2.3 Doğrusal Düzeltme Denklemlerinin Kurulması

Nirengi ağlarının elipsoid yüzeyinde noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde, bu yüzeye indirgenmiş doğrultu, azimut ve uzunluk ölçülerine ait doğrusal düzeltme denklemleri kullanılır. Burada, bunların kurulmasındaki işlemler ele alınmaktadır.

3.2.3.1 Doğrultu Düzeltme Denklemi

Elipsoid yüzeyinde P_i ve P_k noktalarının arasındaki l^g_{ik} doğrultusunun v_{ik} düzeltme denklemi, P_i noktasındaki yöneltme bilinmiyeni z_i olmak üzere bu doğrultunun kesin azimutu ile kurulan,

$$l^g_{ik} + v_{ik} + z_i + d\lambda_i \, Sin\,\varphi_i = A_{ik}$$

eşitliğinden faydalanarak,

$$v_{ik} = - z_i - d\lambda_i \, Sin\varphi_i + A_{ik} - l^g_{ik} \qquad (3.62)$$

olarak elde edilir. Ancak, bu denklemde P_i ve P_k noktaları arasındaki kenarın A_{ik} kesin azimutu kullanıldığından bununla işlem yapılamaz. Bunun yerine, P_i ve P_k noktalarının yaklaşık jeodezik koordinatlarından hesaplanan

$\overset{o}{A}_{ik}$ yaklaşık azimut değeri ile yöneltme bilinmiyeninin $\overset{o}{z}_i$ yaklaşık değerini kullanarak dA_{ik} için (3.60) 'daki ifadenin dikkate alınması ile noktaların jeodezik koordinatlarına göre elde edilen,

$$v_{ik} = - dz_i + \frac{M_i \operatorname{Sin} A_{ik}}{m_{ik}} \left(\frac{dm}{ds}\right)_k d\varphi_i$$

$$+ \left(\frac{N_k \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos} A_{ki}}{m_{ik}} - \operatorname{Sin}\varphi_i \right) d\lambda_i$$

$$+ \frac{M_k \operatorname{Sin} A_{ki}}{m_{ik}} d\varphi_k$$

$$- \frac{N_k \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos} A_{ki}}{m_{ik}} d\lambda_k - \overset{o}{l}_{ik}$$

(3.63)

denklemi kullanılır. Burada, $-l^o_{ik} = A^o_{ik} - z^o_i - l^g_{ik}$ dir. A^o_{ik} yaklaşık azimut değeri elipsoid yüzeyinde jeodezik temel problem.2 çözümünden hesaplanır/AKSOY 1976 s.85/. z^o_i değeri ise, P_i noktasından gözlenen doğrultuların sayısı n olmak üzere,

$$z^o_i = \frac{\left[A^o_{ik} - l^g_{ik}\right]}{n}$$

bağıntısından elde edilmektedir/HAZAY 1970 s.424/.

3.2.3.2 Uzunluk Düzeltme Denklemi

P_i ve P_k noktaları arasındaki jeodezik eğrinin uzunluk ölçüsü değeri s_{ik}, noktaların yaklaşık jeodezik koordinatları ile hesaplanan değeri s^o_{ik} olmak üzere bunun $v_{s_{ik}}$ düzeltme denklemi,

$$v_{s_{ik}} = ds_{ik} + s^o_{ik} - s_{ik}$$

olarak elde edilir. Bu denklemde, ds_{ik} 'nın (3.61) 'deki değeri dikkate alınması ile uzunluk düzeltme denkleminin noktaların jeodezik koordinatlarına göre ifadesi olarak,

$$v_{s_{ik}} = - M_i \, \mathrm{Cos} \, A_{ik} \, d\varphi_i - N_i \, \mathrm{Cos}\varphi_i \, \mathrm{Sin} \, A_{ik} \, d\lambda_i - M_k \, \mathrm{Cos} \, A_{ki} \, d\varphi_k - N_k \, \mathrm{Cos}\varphi_k \, \mathrm{Sin} \, A_{ki} \, d\lambda_k - l^o_{s_{ik}} \qquad (3.64)$$

bağıntısı elde edilir. Burada, $- l^o_{s_{ik}} = s^o_{ik} - s_{ik}$ dir. P_i ve P_k noktaları arasındaki kenarın s^o_{ik} yaklaşık uzunluk değeri de elipsoid yüzeyinde jeodezik temel problem 2 çözümünden hesaplanır/KORHONEN 1975 s.8/.

3.2.3.3 Azimut Düzeltme Denklemi

Elipsoid yüzeyinde, P_i ve P_k noktalarının belirlediği kenarın A^g_{ik} jeodezik azimutunun $v_{A_{ik}}$ düzeltme denklemi, bu noktaların yaklaşık jeodezik koordinatlarından hesaplanan A^o_{ik} yaklaşık azimutuna göre,

$$v_{A_{ik}} = dA_{ik} + A^o_{ik} - A^g_{ik}$$

olarak elde edilir. Bu denklemde dA_{ik} 'nın (3.60) 'da verilmiş değeri dikkate alınarak jeodezik koordinatlara göre ifade edilebilen azimut düzeltme denklemi için,

$$v_{A_{ik}} = \frac{M_i \operatorname{Sin} A_{ik}}{m_{ik}} \left(\frac{dm}{ds}\right)_k d\varphi_i$$

$$+ \left(\frac{N_k \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos} A_{ki}}{m_{ik}} - \operatorname{Sin}\varphi_i\right) d\lambda_i$$

$$+ \frac{M_k \operatorname{Sin} A_{ki}}{m_{ik}} d\varphi_k$$

$$- \frac{N_k \operatorname{Cos}\varphi_k \operatorname{Cos} A_{ki}}{m_{ik}} d\lambda_k - l_{A_{ik}} \qquad (3.65)$$

bağıntısı elde edilmiş olur. Bu denklemdeki $-l_{A_{ik}}$ değeri (3.41)'in elde edilmesine benzer şekilde,

$$-l_{A_{ik}} = A^o_{ik} - \left[\alpha^*_{ik} - (\Lambda_i - \lambda^o_i) \operatorname{Sin}\varphi^o_i + dl^{(1)}_{ik} + dl^{(2)}_{ik} + dl^{(3)}_{ik} \right] \qquad (3.66)$$

bağıntısından hesaplanmaktadır.

3.3 Ölçü Ağırlıklarının Belirlenmesi

Nirengi ağlarının dengelenmesinde önemli bir sorunda, çeşit ve ölçü yönünden farklı şekillerde elde edilmiş olan uzunluk, azimut ve doğrultu ölçülerinin ağırlıklarının belirlenmesidir. Böyle bir işlem için ölçülerin duyarlıklarından(precision) faydalanılmaktadır.

p_i ağırlığındaki bir ölçünün karesel ortalama hatası m_i, p_j ağırlığındaki bir ölçünün karesel ortalama hatası de m_j olsun, bu değerlerden p_j ağırlığı,

$$p_j = \frac{m_i^2}{m_j^2} \; p_i \qquad (3.67)$$

bağıntısından hesaplanmaktadır/ GROSSMANN - ÖZGEN 1962 s.34, GOTTHARDT - AYTAÇ vd. 1974 s.16/.

p_j ağırlıkları ölçü duyarlıklarının arasındaki orantı sayıları olduklarından bunlardan bir tanesinin birim olarak seçilebilmesi mümkün olur. Buna göre, (3.67) bağıntısında p_i = 1 birim ve m_i^2 = c gibi bir sabit alınarak p_j ağırlıkları için,

$$p_j = \frac{c}{m_j^2} \qquad (3.68)$$

bağıntısı kullanılmaktadır/ GROSSMANN - ÖZGEN 1962 s.35/.

3.3.1 Doğrultu Ölçülerinin Ağırlığı

Doğrultu ölçülerinin ağırlıkları, (3.68) bağıntısında m_j yerine ölçülmüş bir doğrultunun m_d karesel ortalama hatası kullanılarak,

$$p_d = \frac{c}{m_d^2} \qquad (3.69)$$

bağıntısından hesaplanmaktadır. Bu bağıntıdaki m_d, nirengi ağlarının içerdiği üçgen kapanmalarından,

$$m_d = \sqrt{\frac{[ww]}{6n}} \qquad (3.70)$$

Ferrero bağıntısı ile hesaplanmaktadır/WOLF 1969 s.74/. Burada: n ağdaki toplam üçgen sayısını, w de üçgen kapanmalarını göstermektedir.

3.3.2 Azimut Ölçülerinin Ağırlığı

Nirengi ağlarının Laplas noktalarında gözlenmiş astronomik enlem, boylam ve azimut ölçülerinin duyarlıklarından faydalanarak, A_{ik} jeodezik azimutlarının duyarlıkları,

$$m_A^2 = m_\alpha^2 + m_\Lambda^2 \sin^2\Phi \qquad (3.71)$$

bağıntısına göre hesaplanmaktadır/WALKER 1967 s.11, WOLF-1969 s.71/. Buna göre, A_{ik} jeodezik azimutunun ağırlığı,

$$p_A = \frac{c}{m_A^2} \qquad (3.72)$$

bağıntısından hesaplanmaktadır/JORDAN-EGGERT-KNEISSL 1958- s.613/.

3.3.3 Uzunluk Ölçülerinin Ağırlığı

Nirengi ağlarına ölçek vermek amacıyla ölçülen kenar uzunlukları, uzaklık ölçer aletleri kullanarak doğrudan veya invar metreleri kullanarak klasik baz ölçüsü şeklinde elde edilirler. Bu şekilde ölçülen kenar uzunluklarının duyarlıkları da birbirinden farklı olmaktadır.

Buna göre, uzaklık ölçerleri kullanarak elde edilen bir kenarın m_e karesel ortalama hatası için,

$$m_e = \pm (a + k s) \qquad (3.73)$$

bağıntısı; porteler şeklinde ölçülmüş bir bazdan baz büyütmesi olarak elde edilmiş bir kenarın m_s karesel ortalama hatası için de,

$$m_s = \sqrt{\frac{s^2}{b^2} m_b^2 + m_1^2} \qquad (3.74)$$

bağıntısı kullanılabilir/GÜNEŞ 1978 s.16/.

Bu şekilde, uzunluk ölçüleri için elde edilen duyarlıklardan faydalanarak bazların ağırlığı,

$$p_s = \frac{c}{m_s^2} \qquad (3.75)$$

bağıntısından ve eğik uzunlukların ağırlığı da,

$$p_e = \frac{c}{m_e^2} \qquad (3.76)$$

bağıntısından hesaplanabilir.

Bu bağıntılarda geçen; b baz uzunluğunu, s baz büyütmesi ile elde edilen kenar uzunluğunu, m_b bazın karesel ortalama hatasını, m_1 bazın büyütmesinden hesaplanan hatayı göstermektedir. Ayrıca, a uzaklık ölçer aletinin iç yapısı ile ilgili bir katsayı ve k ise ölçü anında dış koşullarla ilgili alet sabitidir.

3.4 Normal Denklemlerin Kuruluşu ve Çözümü

Nirengi ağlarının, nokta koordinatlarının bilinmiyen seçildiği dolaylı ölçüler yöntemine göre dengelenmesinde düzeltme denklemlerinin matrislerle gösterimi için,

$$v = A\ x - l \qquad (3.77)$$

ifadesi kullanılmaktadır. Bir ağda, ölçü sayısı kadar doğrusal düzeltme denklemlerinden ve konumu değişken alınan nokta sayısının iki katı sayıda koordinat bilinmiyeni ile üzerinde ölçü yapılan nokta adeti kadar yöneltme bilinmiyeninden oluşan bu düzeltme denkleminin tek anlamlı çözümü doğrudan elde edilemez. Böyle denklemlerin tek anlamlı çözümü ancak uygun şekilde belirlenmiş amaç fonksiyonlarının kullanılması ile yapılabilir.

Nirengi ağlarının dengelenmesinde böyle bir amaç fonksiyonu olarak düzeltmelerin karelerinin toplamını en küçük yapan $v^T P v$ = Min. ilkesi kullanılmaktadır/ŞERBETÇİ 1975- s.5/. Burada P ölçü ağırlıklarından elde edilen ağırlık matrisidir. Bu amaç fonksiyonunu kullanarak (3.77) denkleminin tek anlamlı çözümü, bunlara göre;

$$A^T P\ A\ x - A^T P\ l = 0 \qquad (3.78)$$

ya da

$$N\ x - n = 0$$

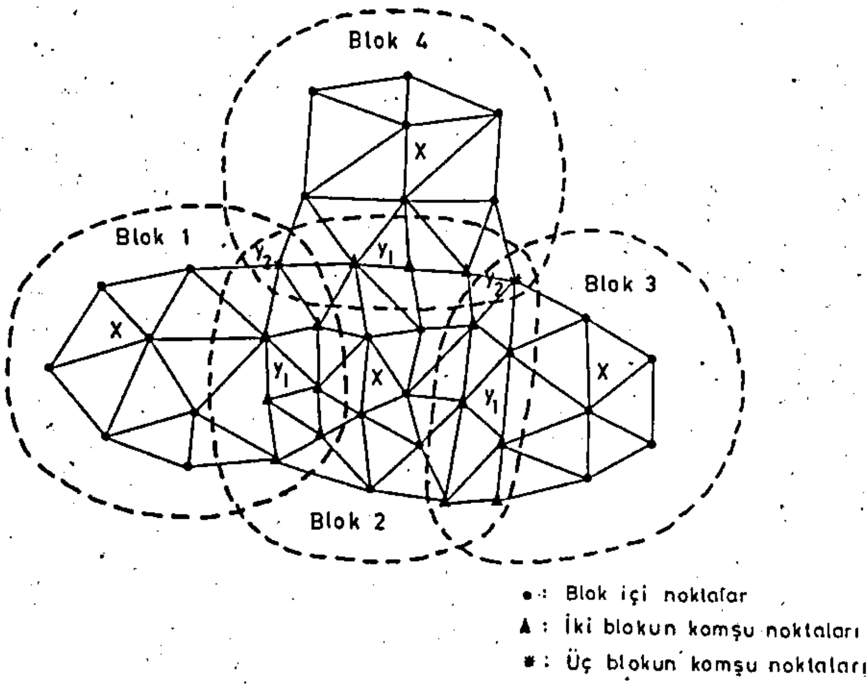
şeklinde elde edilen normal denklemlerinden,

$$x = (A^T P\ A)^{-1} A^T P\ l \qquad (3.79)$$

olarak elde edilir/GOTTHARDT - AYTAÇ vd. 1974 s.65/. Burada,

$A^T P\ l$ dir.

Büyük nirengi ağları çok sayıda nirengi noktasını ve jeodezik ölçüleri içerdiklerinden, bunlar için kurulan (3.77) düzeltme ve (3.78) normal denklemleri de büyük boyutlu olur. Böyle denklemlerin kurulması bir yana çözümleri de çok güç olmaktadır. Bu durumdaki denklemlerin kurulmasında ve çözümünde kullanılan alışıla gelen bir yöntem ise Helmert'in bloklara ayırma yöntemidir/ŞERBETÇİ 1975 s.14/.



Şekil.10

Büyük nirengi ağlarının dengelenmesinde normal denklemlerin Helmert bloklara ayırma yöntemine göre kurulabilmesi için, bu ağlar önce şekil.10 'daki gibi bloklara bölünür.

Bu şekildeki bölümlemeden her blok için üç çeşit nokta elde edilmektedir. Bunlar; bir blokun içindeki x noktaları, iki blokun y_1 komşu noktaları ve üç blokun birden komşu y_2 noktalarıdır(şekil 10). Bu şekildeki nokta belirlemesi bir nirengi ağının i sayıdaki bütün blokları için yapılır.

Buna göre bir blok için yazılan düzeltme denklemleri, (3.77) denklemine benzer şekilde;

$$v = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} - 1 \qquad (3.80\text{-a})$$

olarak kurulur. Buradan, (3.78) denklemlerinin elde edilmesindeki işlemlere benzer şekilde hareket edilerek bir blok için kurulan normal denklemler olarak,

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.80\text{-b})$$

bağıntısı bulunmuş olur/VANICEK-KRAKIWSKY 1982 s.404/. Bu denklemlerin çözümü için, blok ortak noktalarını içeren denklemler birlikte ele alınmaktadır. Buna göre de,

$$N_{xx} = N_{11} \quad ; \quad N_{xy} = \begin{bmatrix} N_{12} & N_{13} \end{bmatrix} \quad ; \quad n_x = n_1$$

ve

$$N_{yy} = \begin{bmatrix} N_{22} & N_{23} \\ N_{32} & N_{33} \end{bmatrix} \quad ; \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad n_y = \begin{bmatrix} n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$$

alınarak (3.80-b) 'nın yerine, her blokta ortak ve ortak olmayan noktalara göre kurulan;

$$\begin{bmatrix} N_{xx} & N_{xy} \\ N_{yx} & N_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.80\text{-c})$$

normal denklemleri elde edilmiş olur/BOMFORD 1971 s.174/. Bunun bir adım indirgenmesinden blokların ortak noktalarındaki y bilinmiyenini içeren;

$$N_{yy.1}\, y - n = 0 \qquad (3.80\text{-d})$$

indirgenmiş normal denklemi elde edilir. Burada;

$$n = n_y - N_{yx} N_{xx}^{-1} n_x$$

$$N_{yy.1} = N_{yy} - N_{yx} N_{xx}^{-1} N_{xy}$$

olarak kullanılmaktadır.

Bu işlemler bir nirengi ağının i sayıdaki bütün blokları için yapılarak (3.80-d) şeklinde elde edilen indirgenmiş normal denklemler toplanır. Bunun sonucunda blokların bütün ortak noktaları için tek denklem olarak,

$$N_y\, y - u = 0 \qquad (3.80\text{-e})$$

toplam normal denklemi elde edilmektedir. Bu denklemdeki;

$$N_y = \sum_i (N_{yy.1})_i \quad ; \quad u = \sum_i (n)_i \quad ; \quad y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_i \end{bmatrix}^T$$

olarak alınmıştır/VANICEK-KRAKIWSKY 1982 s.404/. (3.80-e) toplam normal denkleminin çözümünden de;

$$y = N_y^{-1} u \qquad (3.81)$$

olarak blokların ortak noktalarının koordinat bilinmiyenleri ile $Q_y = N_y^{-1}$ ağırlık katsayıları tersmatrisi bulunabilmektedir. Bu indirgeme işlemlerinin ters yönünde hareket edilerek de, blok içi noktalarının koordinatları;

$$x = -N_{xx}^{-1} N_{xy} y + N_{xx}^{-1} n_x \qquad (3.82\text{-a})$$

olarak ve bunların ağırlık katsayıları tersmatrisi de;

$$Q_{xy} = -N_{xx}^{-1} N_{xy} Q_y$$

$$Q_{xx} = N_{xx}^{-1} + N_{xx}^{-1} N_{xy} Q_y N_{yx} N_{xx}^{-1} \qquad (3.82\text{-b})$$

olarak bulunur. Buradaki tersmatrislerin elde edilmesinde, indirgeme işlemlerindeki yuvarlatma hatalarının küçük olması nedeniyle Cholesky yöntemi kullanılmaktadır/ASHKENAZI 1974 s.56, LEVALLOIS 1970 s.102/. Matrislerin singüler olması durumunda bu tersmatrislerin elde edilmesinde Pseudo invers alma yöntemi kullanılır/RUFF 1983 s.216/.

4. MATEMATİK MODELİN TEST EDİLMESİ

Dengeleme hesabından elde edilen koordinat bilinmiyenlerinin güvenirliği, ölçülerle koordinat bilinmiyenleri arasında kurulan fonksiyonel ve stokastik modellerin doğru olmalarına bağlıdır. Bunun için nirengi ağlarının dengelenmesinde bu modellerin doğru olarak ortaya konması gerekir. Aksı halde, dengeleme hesabının kendi içindeki hesap kontrolları bu modellerdeki olası hataları ortaya çıkarmak için yeterli olmayabilir. Dengeleme hesabında bu çeşit model hataları ancak matematik istatistik yasalarla denetlenebilir.

4.1 Fonksiyonel Model Testi

Dolaylı ölçüler yöntemine göre nirengi ağlarının dengelenmesinde, ölçülerle koordinat bilinmiyenleri arasındaki fonksiyonel ilişkileri sağlayan düzeltme denklemlerinin doğru olarak kurulmuş olması gerekir. Bu düzeltme denklemlerinin kurulmasında yapılacak bir hata dengeleme sonuçlarını olumsuz yönde etkiler. Bu nedenle, düzeltme denklemlerinin doğru olarak kurulup kurulmadıklarını irdelemek gerekir. Bu işlem, (3.77) 'deki düzeltme denklemi, x bilinmiyenler vektörü yanında ikinci bir y gibi bilinmiyenler vektörünün var olduğu düşünülerek bu düzeltme denklemi genişletilir. Burada, y bilinmiyenler vektörü olarak ağın ölçeğiyle veya refraksiyonla ... v.b. ilgili parametrelerden oluşturulan vektör kullanılır. Böylece, genişletilmiş fonksiyonel model için,

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ y \end{bmatrix} - l \qquad (4.83)$$

kullanılabilir. Buradan $\bar{v}^T P \bar{v}$ = Min. ilkesine göre kurulan normal denklem de;

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

olarak elde edilir. Burada, $n_1 = A^T Pl$ ve $n_2 = B^T Pl$ 'dir. Bunun, (3.80-c) 'nın çözümüne benzer şekilde çözümünden;

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

bulunur. (4.83) ve (4.84) deki denklemlerin büyük boyutlu olmaları durumunda, (4.85) çözümünün elde edilmesi için bölüm 3.4 'de anlatılan yol izlenir.

Bu dengeleme işlemleri sonucunda birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatasının karesi,

$$m_o^2 = \frac{\bar{v}^T P\, \bar{v}}{n - u_x - u_y} \quad (4.86)$$

olarak hesaplanır/ALGÜL 1982 s.22/. Burada: n ölçü sayısını, u_x; $\bar{x}$ bilinmiyenlerinin sayısını, u_y; y bilinmiyenlerinin sayısını göstermektedir.

Böylece, (3.77) normal ve (4.83) genişletilmiş fonksiyonel modellerinden elde edilen koordinat bilinmiyenleri ile düzeltme miktarlarının eşit oldukları söylenemez. Bu durumda hangi fonksiyonel modelin seçilmesine karar verebilmek için, genişletilmiş fonksiyonel modeldeki ek bilinmiyenlerin anlamlı olup olmadıkları araştırılır. Bunun için bir hipotez ortaya konur. Bu hipotez y bilinmiyenlerinin anlamlı olup olmadıklarını araştırmak için kurulan,

$$H_o : E\{y\} = 0 \qquad (4.87)$$

sıfır hipotezi ile bunun karşıtı olan,

$$H_a : E\{y\} \neq 0 \qquad (4.88)$$

karşıt hipotezidir.

Bu şekilde kurulan hipotezleri test edebilmek için, (4.85) ve (4.86) 'dan faydalanarak,

$$F_f = \frac{y^T Q_{22}^{-1} y}{m_o^2 \, u_y} \qquad (4.89)$$

bir test büyüklüğü hesaplanır. Bu test büyüklüğü F-Fisher dağılım tablosundan $S = 1 - \alpha$ istatistik güvenle $f_1 = u_y$ ve $f_2 = (n-u_x-u_y)$ serbestlik derecelerine göre alınan $F_{f_1, f_2, S}$ tablo değeri ile karşılaştırılır.

$$F_f > F_{f_1, f_2, S} \qquad (4.90)$$

olması durumunda H_o hipotezi geçersiz olur. Dolayısı ile genişletilmiş fonksiyonel modelin kullanılması isabetli olmaktadır. Aksi durumda ise sıfır hipotezi geçerli olmaktadır. Böyle durumlarda normal şekilde kurulan fonksiyonel modellerin kullanılması uygun olmaktadır/AKSOY 1974 s.41/.

4.2 Stokastik Model Testi

Nirengi ağlarının dengelenmesinde kurulan matematik modelin stokastik bölümünü meydana getiren P ağırlık matrisinin doğru olarak belirlenmesi gerekir. Nirengi ağlarının dengelenmesinde böyle bir işlem ancak dengelemeden önce birim ağırlıklı bir ölçü için hesaplanan s_o^2 deneysel varyansı ile dengelemeden sonra birim ağırlıklı bir ölçü için hesaplanan m_o^2 deneysel varyans değerlerinin karşılaştırılması ile denetlenebilir. Böyle bir işlem, bir ağda farklı yollarla elde edilen varyans değerleri arasında matematik istatistik yasalarına göre kurulan,

$$H_o : E\left\{s_o^2\right\} = E\left\{m_o^2\right\} = \sigma_o^2 \qquad (4.91)$$

sıfır hipotezi ile yapılmaktadır. Burada; σ_o^2 teorik varyansı göstermektedir. Böylece sıfır hipotezine göre stokastik model testi varyans testine dönüşmüş olur.

Bu hipotezin test büyüklüğü olarak,

$$F_s = \frac{m_o^2}{s_o^2} \qquad (4.92)$$

şeklinde hesaplanan değer kullanılır. Bunun hesaplanmasında, F_s değerinin bir veya birden büyük olmasına dikkat edilir.

Bu test büyüklüğü, f_m m_o değerinin serbestlik derecesini ve f_s de s_o değerinin serbestlik derecesini göstermek üzere F-Fisher dağılım tablosundan $S = 1 - \alpha$ güvenle alınan $F_{f_m,f_s,S}$ tablo değeri ile karşılaştırılır.
Bunun sonucunda,

$$F_s \geqslant F_{f_m,f_s,S} \qquad (4.93)$$

olması durumunda sıfır hipotezi geçersiz sayılır. Başka bir ifadeye göre stokastik model yanı ölçü ağırlıkları yanlış belirlenmiştir. Bunun aksi durumunda sıfır hipotezi geçerli sayılmaktadır. Başka bir söyleyişle ölçü ağırlıkları doğru belirlenmiştir.

Ölçü ağırlıklarının belirlenmesinde birim ağırlıklı bir ölçünün s_0^2 varyansı yerine herhangibir σ_0^2 değerinin seçilmesi durumunda (4.91) sıfır hipotezinin testi;

$$\chi_f^2 = \frac{f_m \; m_0^2}{\sigma_0^2}$$

bağıntısı ile hesaplanan test büyüklüğünün f_m serbestlik derecesine göre $S = 1 - \alpha$ güvenle χ^2 - Dağılım tablosundan alınan değerle (4.93) benzer şekilde yapılır.

5. NİRENGİ AĞLARININ DUYARLIK ÖLÇÜTLERİ

Nirengi ağlarının nokta koordinatlarının bilinmiyen seçildiği dolaylı ölçüler yöntemine göre dengelenmesinde, noktaların koordinatlarını ölçülerin fonksiyonu olarak (3.79)'dan,

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P l$$

şeklinde hesaplamak mümkündür. Bu denklemde genel hata yayılması kuralının uygulanması ile, x koordinat bilinmiyenlerinin varyans ve kovaryans değerlerini içeren K_{xx} Varyans-Kovaryans matrisi için,

$$K_{xx} = m_o^2 \; Q_{xx} \qquad (5.94\text{-a})$$

elde edilir/MIKHAIL 1976 s.81/. Burada m_o değeri, n bir ağdaki ölçü sayısını ve u da bilinmiyen sayısını göstermek üzere,

$$m_o = \sqrt{\frac{v^T P v}{n-u}} \qquad (5.94\text{-b})$$

olarak hesaplanan birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatasıdır. Q_{xx} ise, $Q_{xx} = (A^T P A)^{-1}$ olarak hesaplanan bilinmiyenlerin ağırlık katsayıları tersmatrisidir.

Ayrıca, K_{xx} matrisinin elemanter gösterimi olarak da,

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} m_{x_1x_1} & m_{x_1y_1} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{x_1x_p} & m_{x_1y_p} \\ m_{y_1x_1} & m_{y_1y_1} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{y_1x_p} & m_{y_1y_p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{x_px_1} & m_{x_py_1} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{x_px_p} & m_{x_py_p} \\ m_{y_px_1} & m_{y_py_1} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{y_px_p} & m_{y_py_p} \end{bmatrix}$$

(5.94-c)

ya da $m_{x_iy_i} = m_o^2 \, Q_{x_iy_i}$ bağıntısı gözönüne alınarak

$$K_{xx} = m_o^2 \begin{bmatrix} Q_{x_1x_1} & Q_{x_1y_1} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{x_1x_p} & Q_{x_1y_p} \\ Q_{y_1x_1} & Q_{y_1y_1} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{y_1x_p} & Q_{y_1y_p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_{x_px_1} & Q_{x_py_1} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{x_px_p} & Q_{x_py_p} \\ Q_{y_px_1} & Q_{y_py_1} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{y_px_p} & Q_{y_py_p} \end{bmatrix}$$

(5.94-d)

matris gösterimleri kullanılabilir.

Bu şekilde elde edilmiş olan K_{xx} Varyans-Kovaryans matrisleri, nirengi ağlarının nokta konum duyarlığını belirlemektedir. Ancak, nirengi ağlarında nokta konum duyarlığı için böyle bir gösterim şekli kullanılmamaktadır. Bunun yerine, K_{xx} matrisinden elde edilen bazı büyüklükler kullanılır. Bunlar, nirengi ağlarının duyarlık(precision) ölçütlerini meydana getirirler.

5.1 Ağın Tamamı İçin Tanımlanan Ölçütler

K_{xx} Varyans-Kovaryans matrisi bir bütün olarak ele alındığında ağların tamamı için tanımlanan duyarlık ölçütleri elde edilir. Bu ölçütlerden biri, K_{xx} matrisinin köşegen elemanlarından,

$$M_p = \sqrt{\frac{\text{İz}(K_{xx})}{2p}} = m_o \sqrt{\frac{\text{İz}(Q_{xx})}{2p}} \qquad (5.95\text{-a})$$

olarak tanımlanan ortalama konum hatasıdır. Bu ölçüt nirengi ağlarında iki şekilde kullanılmaktadır. Bunlardan biri, bağlı ağlar için kullanılan dış konum hatası; diğer biri de bağlantısız ağlar için kullanılan iç konum hatasıdır/ÖZTÜRK-1982 s.19/.

Ağın tamamı için tanımlanan bir başka ölçüt de, K_{xx} matrisinin belirlediği hiperelipsoidin hacmıyla ilgili olan

$$V = \frac{4}{3} \sqrt{\det(K_{xx})} \qquad (5.95\text{-b})$$

ölçütüdür/PELZER 1980 s.57/.

5.2 Bir Ağ Noktası İçin Tanımlanan Ölçütler

Nirengi ağlarının dengelenmesinden elde edilen nokta koordinatlarını hata yönünden daha iyi inceleyebilmek için, ağın noktalarına göre tanımlanan duyarlık ölçütleri kullanılır. Bunun için K_{xx} Varyans-Kovaryans matrisi nokta sayısı kadar altmatrislere bölünür. Bu bölümlemeye paralel olarak da Q_{xx} matriside bölünmüş olur. Bunun sonucundan bir P_i noktası için; K_{ii} Varyans-Kovaryans matrisi, Q_{ii} ağırlık katsayıları ters matrisi ve x_i koordinat bilinmiyenleri vektörü elde edilmiş olur. K_{ii} ve Q_{ii} matrisleri arasında, (5,94-a) 'de benzer şekilde,

$$K_{ii} = m_o^2 \; Q_{ii} \tag{5.96-a}$$

eşitliği yazılabilir. Buna göre de, P_i noktasının koordinat bilinmiyenlerinin karesel ortalama hataları için,

$$m_{x_i} = m_o \sqrt{Q_{x_i x_i}} \tag{5.96-b}$$

$$m_{y_i} = m_o \sqrt{Q_{y_i y_i}} \tag{5.96-c}$$

ölçütleri tanımlanabilir.

Ağ noktaları için bir başka ölçüt ise, (5.95-a) 'ya benzer şekilde tanımlanabilir. K_{ii} matrisinin köşegen normu şeklinde tanımlanan bu ölçüt,

$$m_p = \sqrt{İz(K_{ii})} = m_o\sqrt{İz(Q_{ii})} = m_o \sqrt{Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i}}$$

yada

$$m_p = \sqrt{m_{x_i}^2 + m_{y_i}^2} \tag{5.97}$$

şeklinde hesaplanabilen Helmert nokta konum hatasıdır. Bu ölçütün elde edilmesinde sadece K_{ii} matrisinin köşegen elamanları kullanılmaktadır. Köşegen haricindeki elamanları hiç dikkate alınmamaktadır. Bu nedenle, hata yayılması kuralına uygun olduğu söylenemez.

Bunun yerine, hata yayılması kuralına uygun olan bir ölçüt, K_{ii} matrisinin determinantından,

$$m_w^2 = \det(K_{ii}) = m_o^4 \det(Q_{ii})$$

ya da

$$m_w^2 = m_o^4 (Q_{x_ix_i} Q_{y_iy_i} - Q^2_{x_iy_i}) \qquad (5.98)$$

olarak tanımlanan Werkmeister konum hatasıdır. Bu ölçütü, Q_{ii} matrisinin λ_1 ve λ_2 özdeğerlerine göre de ifade etmek mümkündür. Böyle bir durumda Werkmeister konum hatası için,

$$m_w^2 = m_o^4 \lambda_1 \lambda_2 \qquad (5.99)$$

bağıntısı kullanılmaktadır/ÖZTÜRK 1982, s.22/.

Nirengi ağlarının nokta konumları için bir başka şekilde duyarlık belirlemesi olarak elipslerden faydalanılmaktadır. Bu elipsler amaca uygun olarak farklı şekillerdeki tanımlarla elde edilirler. Nokta konum duyarlığının belirlenmesinde, bunlardan ençok kullanılanı Helmert ortalama hata elipsidir. Nirengi noktalarındaki herhangibir doğrultuda nokta konum duyarlığını göstermekte olan Helmert ortalama hata elipsının elamanları K_{ii} matrisinden faydalanarak aşağıdaki bağıntılardan elde edilirler.

$$\Theta_i = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\, Q_{x_i y_i}}{Q_{x_i x_i} - Q_{y_i y_i}} \right)$$

$$A_{H_i} = m_o \sqrt{\frac{Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i} + D_i}{2}}$$

$$B_{H_i} = m_o \sqrt{\frac{Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i} - D_i}{2}}$$

$$D_i^2 = (Q_{x_i x_i} - Q_{y_i y_i})^2 + 4\, Q_{x_i y_i}^2 \tag{5.100}$$

Burada, A_H , B_H ve Θ_i değerleri, Helmert ortalama hata elipsinin büyük ve küçük yarı eksenleri ile büyük yarı ekseninin açıklık açısıdır.

Helmert ortalama hata elipsleri, tanımlandıkları noktaların gerçek konumlarını, n ölçü sayısını; u bilinmiyen sayısını göstermek üzere $f=n-u$, $f=2$ serbestlik derecelerine göre S=%29.3 ve $f=\infty$ için S=%39.4 istatistik güvenlerle içinde bulundururlar/ÖZTÜRK 1982 s.23 - AYAN 1981 s.22/. Daha büyük istatistik güvenle hata elipsleri kullanılmak istenirse, eksen uzunlukları;

$$A_i = A_{H_i} \sqrt{2\, F_{2,n-u,S}}$$

$$B_i = B_{H_i} \sqrt{2\, F_{2,n-u,S}} \qquad (5.101)$$

olan elipslerden faydalanılır. Noktaların güven elipsleri olarak bilinen bu elipslerin eksen uzunluklarının hesaplanmasında kullanılan $F_{2,n-u,S}$ değerleri, $S = 1-\alpha$ güvenle F-Fisher dağılım tablolarından alınır.

5.3 Ağın Komşu Noktaları İçin Tanımlanan Ölçütler

Nirengi ağının P_i ve P_k komşu noktaları arasındaki bağıl hata elipsleri, K_{xx} matrisinden,

$$F_{ik} = \left[\, \underline{0}\ \underline{0}\ \underline{0}\ .\ .\ -\frac{I}{i}\ .\ .\ .\ \frac{I}{k}\ \underline{0}\ \underline{0} \,\right]$$

gibi bir yardımcı matris kullanılarak,

$$K_{dd} = F_{ik}\, K_{xx}\, F_{ik}^T = m_o^2\, F_{ik}\, Q_{xx}\, F_{ik}^T$$

elde edilen K_{dd} komşu noktalar arasındaki Varyans-Kovaryans matrisinden faydalanarak hesaplanırlar. Nirengi ağlarında noktaların arasına çizilerek grafik gösterimi sağlanan bu elipslerin eksen uzunlukları Helmert ortalama hata elipslerininkilere benzer şekilde K_{dd} matrisinden,

$$\Theta_{ik} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\, Q_{dx\,dy}}{Q_{dx\,dx} - Q_{dy\,dy}} \right)$$

$$A_{ik} = m_o \sqrt{(Q_{dx\ dx} + Q_{dy\ dy} + R)/2}$$

$$B_{ik} = m_o \sqrt{(Q_{dx\ dx} + Q_{dy\ dy} - R)/2}$$

$$R^2 = (Q_{dx\ dx} - Q_{dy\ dy})^2 + 4\ Q^2_{dx\ dy} \qquad (5,102)$$

olarak elde edilirler. Burada kullanılan değerler, Q_{xx} matrisinden,

$$Q_{dd} = Q_{ii} + Q_{kk} - Q_{ik} - Q^T_{ik}$$

şeklinde bulunan Q_{dd} matrisinden ya da

$$Q_{dx\ dx} = Q_{x_i x_i} + Q_{x_k x_k} - 2\ Q_{x_i x_k}$$

$$Q_{dy\ dy} = Q_{y_i y_i} + Q_{y_k y_k} - 2\ Q_{y_i y_k}$$

$$Q_{dx\ dy} = Q_{x_i y_i} + Q_{x_k y_k} - Q_{x_i y_k} - Q_{x_k y_i}$$

elde edilirler.

Bu şekilde P_i ve P_k noktalarının arasında hesaplanan bağıl hata elipslerinin olasılığı, Helmert ortalama hata elipsininkine benzer şekilde hesaplandığında, S=%29.3 ve S=%39.4 olduğu görülür/ ÖZTÜRK 1982 s.23/. Daha büyük istatistik güvenle bağıl hata elipsi hesaplanmak istendiğinde, noktalar için tanımlanan güven elipslerine benzer şekilde,

$$A_{1i} = A_{ik} \sqrt{2\,F_{2,n-u,S}}$$

$$B_{1i} = B_{ik} \sqrt{2\,F_{2,n-u,S}} \qquad (5.103)$$

olarak elde edilen eksen uzunluklarına sahıp bağıl güven elipslerinden faydalanılmaktadır.

Nirengi ağlarında komşu noktalar için kullanılan bir başka ölçüt de, ağdaki herbir nokta kendisine komşu noktalardan kestiriliyormuş gibi düşünülerek elde edilen parsiyel hata elipsleridir. Kestirilecek noktaların üzerine çizilerek gösterilen parsiyel hata elipsleri, (5.78) deki normal denklemleri bu özelliğe göre ağdaki nokta sayısı kadar altmatrislere bölerek elde edilen Q_{pp} ağırlık katsayıları ters matrisinden (5.100) bağıntılarını kullanarak hesaplanır. Helmert ortalama hata elipslerinde olduğu gibi bunlarında S=%29.3 ve S=%39.4 istatistik güveni sağladıkları görülür. Daha büyük istatistik güven için bunların yerine, (5.101) deki bağıtıların tanımına göre elde edilen parsiyel güven elipsleri kullanılır.

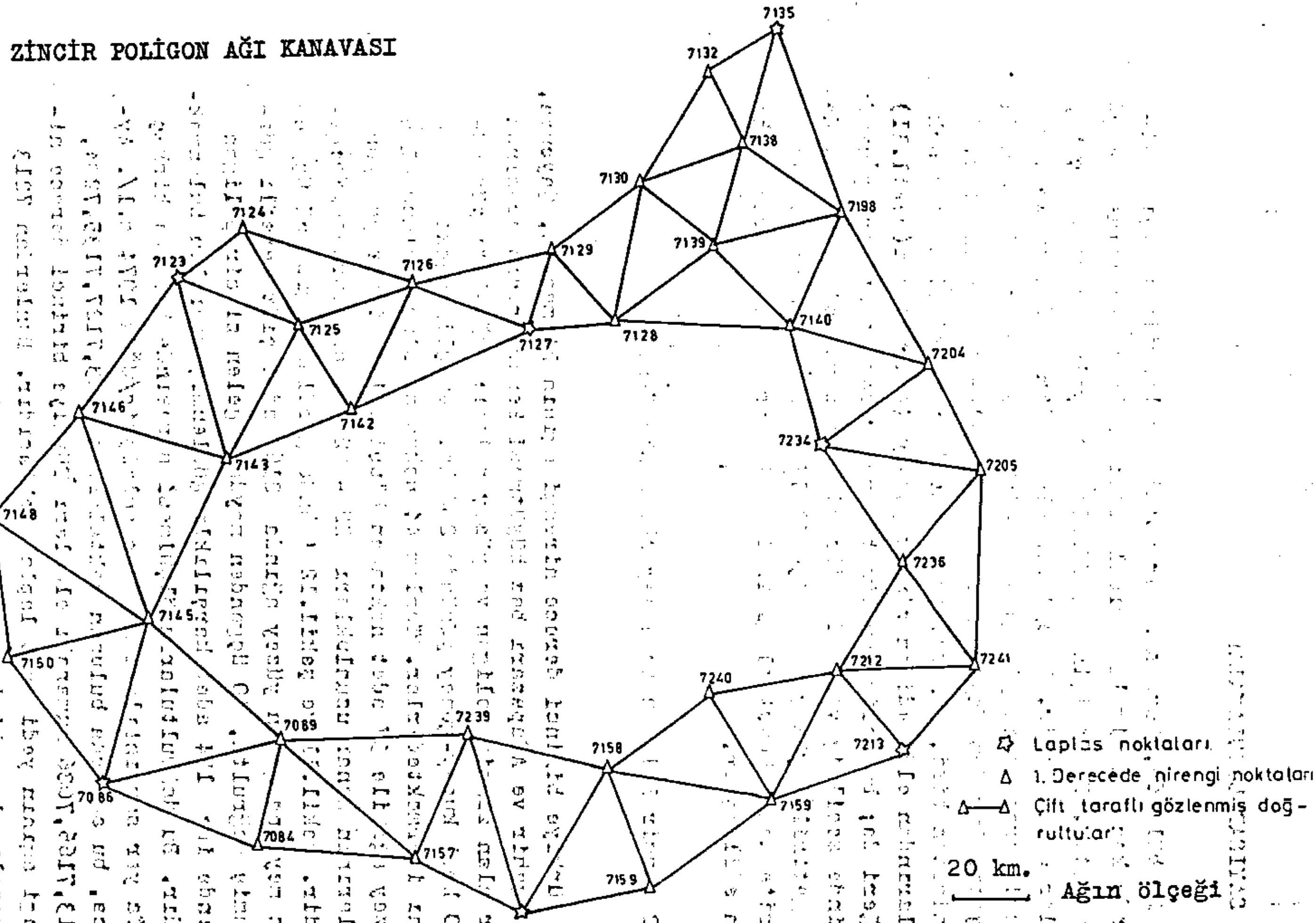
6. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, buraya kadar açıklanan bilgilerin ışığı altında konuyla ilgili sayısal araştırmaların yapılması amaçlanmıştır. Bunun için de, farklı katsayılar matrisine sahip ağlar seçilmiştir. Bu ağların elde edilmesinde, Türkiye birinci derece nirengi ağının yedinci poligonundan faydalanılmıştır. Buradan faydalanarak iki şekilde ağ kurulmuştur. Bunlardan biri, yedinci poligondaki tüm birinci derece noktalarından elde edilen zincir poligon(çelenk) ağı(şekil.11) diğeri de; bu poligonun tüm birinci derece noktaları yanında içinde seçilmiş yedi adet ikinci derece noktalarından meydana getirilen yüzey ağıdır(şekil 12). Bu ağlara ait veriler Harita Genel Komutanlığının izni ile arşiv dosyalarından temin edilmiştir.

6.2 Zincir Poligon ve Yüzey Ağlarının Tanımı

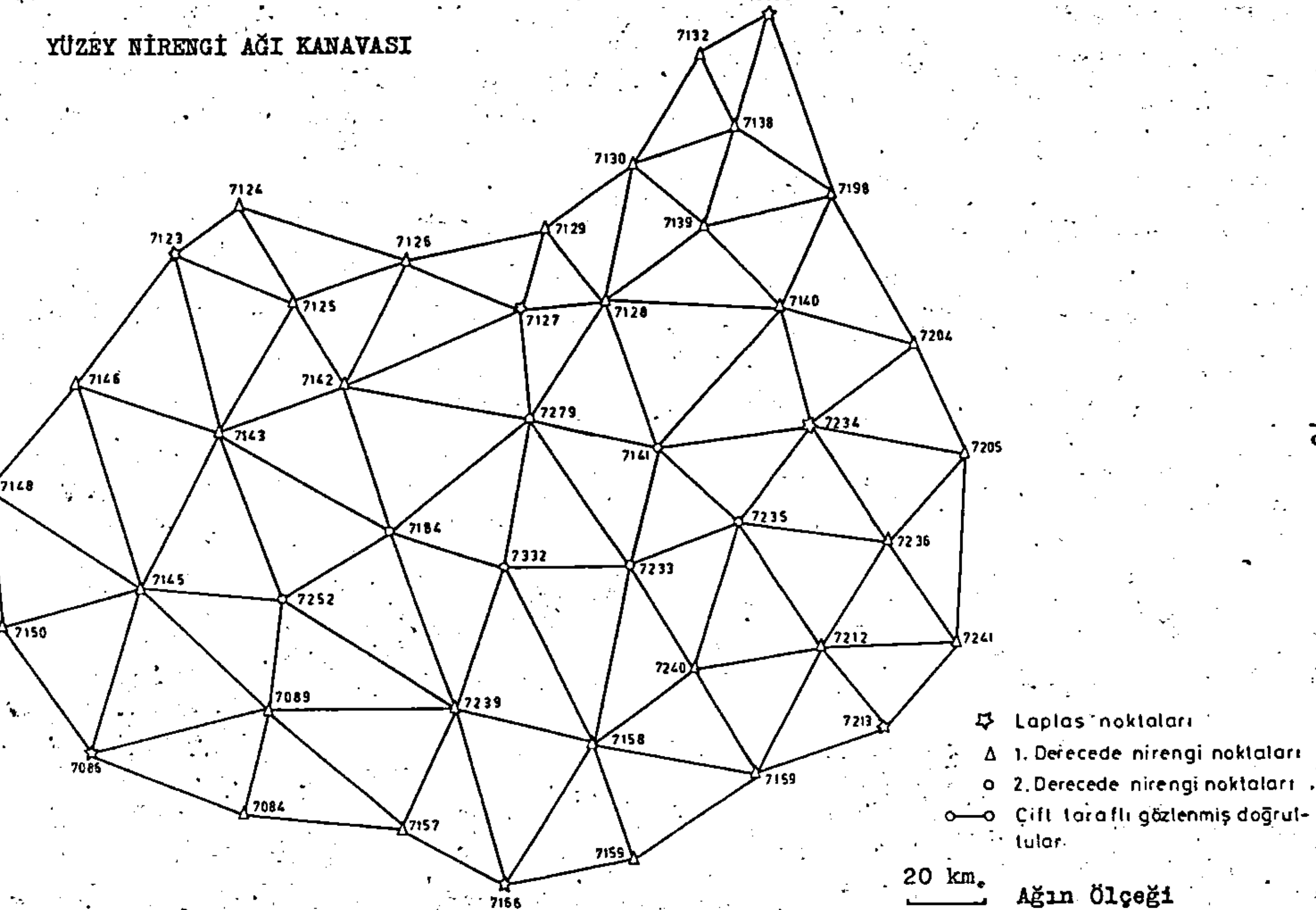
Türkiye birinci derece nirengi ağının Etimesgud, Çaycuma, Eskişehir ve Adapazarı baz büyütmesi kenarlarının arasında yer alan zincir poligon ve yüzey ağları; doğu-batı yönünde 260 km. kuzey-güney yönünde 230 km. genişliğindeki bir alanı içermektedirler. Toplam 44 noktadan oluşturulmuş olan yüzey ağı ile 37 adet noktadan oluşturulan zincir poligon ağlarının kenar uzunlukları 22 - 52 km. arasında değişmektedir. şekil.11 ve şekil.12 'dende görüldüğü gibi 65 üçgenden meydana gelen yüzey ağında 216 adet çift taraflı gözlenmiş doğrultu, 40 üçgenden meydana gelen zincir poligon ağında ise 154 adet karşılıklı gözlenmiş doğrultu bulunmaktadır. Bu dağrultuların ölçülmesi sırasında bölgede birkaç defa yer sarsıntıları meydana gelmiştir/UĞUR 1974 s.1/. Ayrıca, bu ağlarda bulunan noktalardan 7123,7127,7135,7234, 7213,7166,7086 numaralı olanları Türkiye birinci derece nirengi ağının yedi adet laplas noktasıdır. Bunlardan 7213

ZİNCİR POLİGON AĞI KANAVASI



Şekil.11

YÜZEY NİRENGİ AĞI KANAVASI



Şekil.12

6.2 Zincir Poligon ve Yüzey Ağlarının Doğrultu Gözlemleri

Zincir poligon ve yüzey ağlarının doğrultu gözlemlerinin elde edilmesinde, Harita Genel Komutanlığından temin edilen Türkiye nirengi ağının yedinci poligonuna ait birinci ve ikinci derece noktalarına ilişkin yatay açı karnelerinden faydalanılmıştır. Bu karnelerdeki yatay açılar, birinci derece noktalarında ağırlık(vezin) 24, ikinci derece noktalarında 8-12 alınarak çoğunlukla güneş batmadan iki saat önce başlayıp geceleri de devam edilen tam silsile(dizi) ve kombinasyon yöntemlerine göre ölçülmüşler. Bunlardan bir nokta için, farklı ya da aynı tarih ve yöntemle elde edilmiş olanları, zaman zaman aynı başlangıç(sıfır) doğrultusuna göre ölçülmüş olmalarına karşılık farklı başlangıç doğrultularını esas alarak ölçüldükleri ilgili karnelerden görülmektedir.

Türkiye nirengi ağının yedinci poligonuna ait noktalarda bu şekilde ölçülmüş yatay açı gözlemlerinden zincir poligon ve yüzey ağlarının doğrultu gözlemlerini elde etmek için, her noktada yukarıda sözü edilen şekilde gözlenmiş yatay açıların birleştirmeleri yapılmıştır. Böyle bir işlemin yapılmasında bilinmiyenler olarak doğrultular seçilerek önce her ölçü gurubu için bir istasyon dengelemesi yapılmıştır. Bir noktada, istasyon dengelemelerinden elde edilen doğrultular ölçü planına bağlı kalarak eşit ağırlıklı alınarak ikinci bir istasyon dengelemesi ile birleştirilmiştir. K.Ü. Bilgi işlem merkezinin IBM 370/125 Bilgisayarını kullanarak, bütün noktalardaki yatay açı gözlemleri için bu birleştirme işlemi yapılarak zincir poligon ve yüzey ağlarının dengelenmelerinde kullanılan doğrultu gözlemleri elde edilmiştir. Bunlara ait çekül sapması, hedef yüksekliği ve normal kesit eğrisinden jeodezik eğriye geçiş indirgeme miktarları (3.15), (3.43) ve (3.44) bağıntılarından faydalanarak hesaplanmıştır.

İndirgemelerin en büyük ve en küçük olduğu doğrultular çizelge.5 'den görülmektedir.

İndirgeme türleri	Doğrultu No	En Büyük değeri	Doğrultu No	En Küçük değeri
$dl^{(1)}$	7125-7142	0.64^{cc}	7166-7160	-0.48^{cc}
$dl^{(2)}$	7140-7141	0.46	7235-7141	-0.46
$dl^{(3)}$	7141-7128	0.01	7141-7140	-0.01

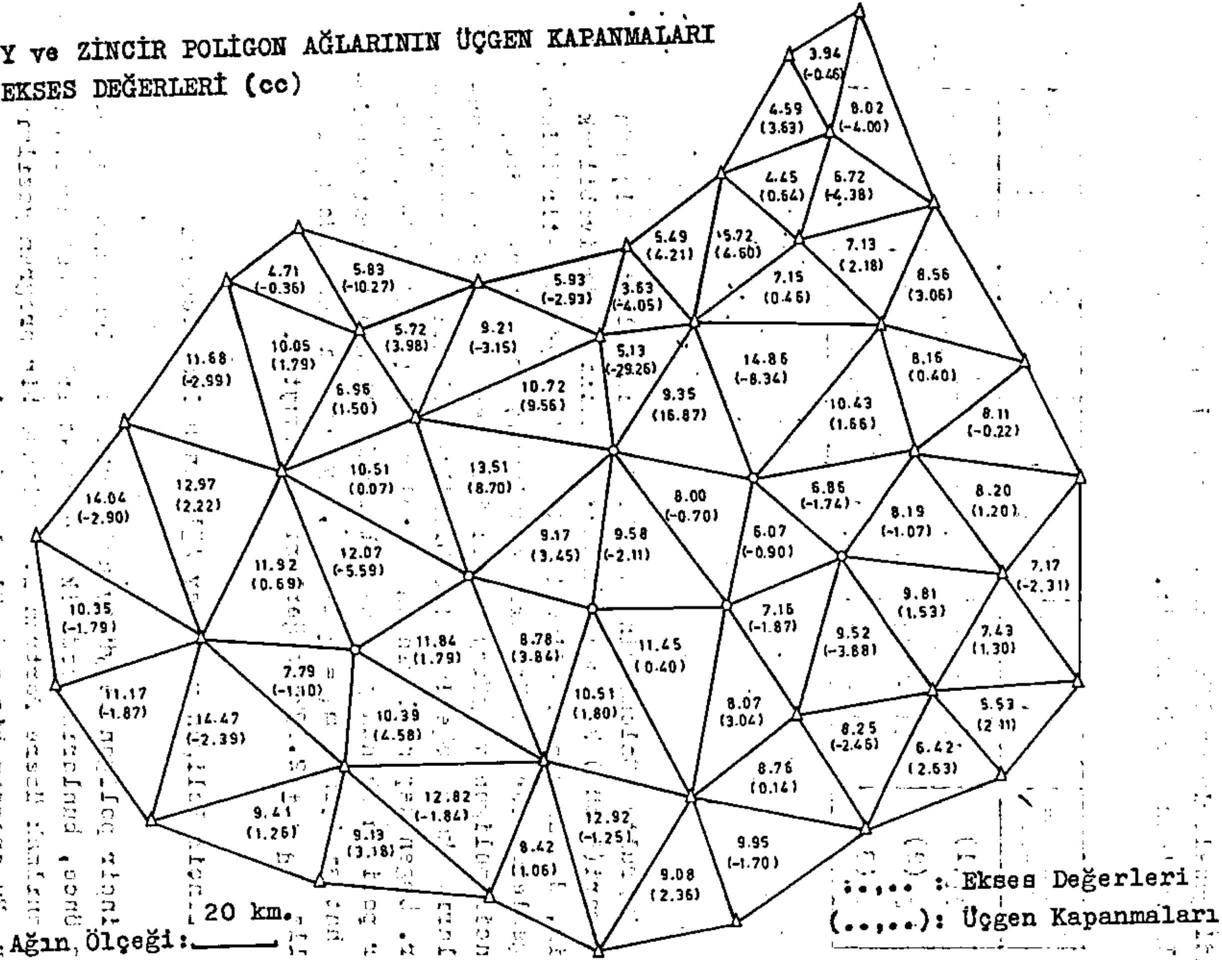
Çizelge.5

Doğrultu gözlemlerine ait birim ağırlıklı bir ölçünün a pirori(öncül) karesel ortalama hatasını belirliyebilmek için, doğrultuların elipsoid yüzeyinde meydana getirdikleri üçgenlerin ekses değerleri hesaplanmıştır. Bunlara göre, zincir poligon ve yüzey ağları için hesaplanan üçgen kapanmaları, ekses değerleri ile birlikte şekil.13 'de verilmiştir. Üçgen kapanmalarından faydalanarak (3.70) 'göre; zincir poligon ağında gözlenmiş bir doğrultunun karesel ortalama hatası için $m_d = \pm 1.21^{cc}$, yüzey ağı için ise aynı yolla $m_d = \pm 2.13^{cc}$ değerleri bulunmuştur.

6.3 Zincir Poligon ve Yüzey Ağlarının Dengelenmesi

Zincir poligon ve yüzey ağlarının dengelenmesine geçmeden önce, bunların jeodezik koordinatlarla dengelenmesinde kullanılmak üzere Fortran IV dilinde bir program yazılmıştır. Bu program bir ağda ölçülen doğrultu, azimut ve uzunluklara ait düzeltme denklemlerini içerecek şekilde düzenlenmiştir. Serbest ve bağlı ağ dengelemesine göre de düzen-

YÜZEY ve ZİNCİR POLİGON AĞLARININ ÜÇGEN KAPANMALARI İLE EKSES DEĞERLERİ (cc)



Şekil.13

lenmiş olan bu programın testi, beş noktalı bir ağda yapılmıştır.

Bu programda, ölçüler için kurulan düzeltme denklemlerinin bilinmiyenleri olarak noktaların jeodezik koordinatları kullanıldığından, dengeleme işleminin sonucundan elde edilen çözüm vektörü ile duyarlık ölçütleri açı biriminde hesaplanmaktadır. Halbuki nokta konum duyarlığının gösterilmesinde alışılagelen bir gösterim şekli, uzunluk biriminde hesaplanmış ölçütlerin kullanılmasıdır. Bu nedenle, açı biriminde hesaplanan duyarlık ölçütleri uzunluk birimine dönüştürülmüştür. Bu işlem için, $d\varphi$ ve $d\lambda$ değerlerine elipsoid yüzeyinde karşılık gelen dx ve dy meridyen ve paralel dairesi yayı elamanları arasında,

$$B = \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} M_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & N_1 \operatorname{Cos} \varphi_1 & \cdot & & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & \\ 0 & 0 & & \cdot & \cdot & \cdot & M_p & 0 \\ 0 & 0 & & \cdot & \cdot & \cdot & & N_p \operatorname{Cos} \varphi_p \end{bmatrix}$$

olmak üzere, yazılan bağıntıda genel hata yayılması kuralını uygulayarak elde edilen,

$$K_{xx} = B\, K_{\varphi\varphi}\, B^T = m_0^2\, B\, Q_{\varphi\varphi}\, B^T$$

bağıntısı kullanılmıştır. Burada K_{xx} uzunluk birimindeki Varyans-Kovaryans matrisini, $K_{\varphi\varphi}$ de açı birimindeki Varyans-Kovaryans matrisini göstermektedir.

6.3.1 Zincir Poligon Ağının Serbest Dengelenmesi

Zincir poligon ağının bütün noktalarının koordinatları değişken alınarak serbest ağ olarak dengelenmiştir. Bunun sonucundan birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatası olarak (5.94-b) 'den, f_m=n-u= 43 serbestlik derecesine göre $m_o = \pm 1.34^{cc}$ değeri bulunmuştur. Bu ağda, üçgen kapanmalarından f_d= 6n = 240 serbestlik derecesi ile elde edilen $m_d = \pm 1.21^{cc}$ a piriori karesel ortalama hatası kullanılarak (4.93) bağıntısına göre model testi yapılmıştır. Bunun sonucundan S=%95 olasılıkla testin geçerli olduğu görülmüştür.

Böylece, zincir poligon ağının serbest dengelenmesinden noktaların kesin koordinatları ile bunlara ait bütün duyarlık ölçütleri hesaplanmıştır. Ağın iç konum hatası olarak $M_{iç} = \pm 1.5$ dm. değeri elde edilmiştir. Ayrıca, ağın bütün noktalarında koordinat bilinmiyenlerinin karesel ortalama hataları(m_x,m_y), Helmert ve Werkmeister konum hataları (m_p, m_w^2) hesaplanarak Ek.1'de, bu noktalara ait hata ve güven elipsleri Ek.9 'da ve komşu noktalarına ait bağıl hata ve güven elipsleri Ek.10 'da verilmiştir.

Bunlara göre; bağlantısı zayıf noktaların duyarlığı, bağlantısı fazla olan noktaların duyarlığından daha az olduğu görülmüştür. Ayrıca, eşit sayıdaki doğrultu gözlemleri ile bağlantısı sağlanmış noktalardan dar açılı kesişmeye sahip olanlarının duyarlığı diğerlerine oranla daha az bulunmuştur. Komşu noktalar için hesaplanan duyarlık ölçütlerinin kenar uzunlukları ile orantılı oldukları görülmektedir. Kısa kenarlardan hesaplanan duyarlık ölçütleri uzun kenarlardan hesaplananlara oranla daha küçük bulunmuştur.

6.3.2 Zincir Poligon Ağının Bağlı Dengelenmesi

Sabit nokta seçimine göre zincir poligon ağlarından elde edilen katsayılar matrisinin nokta konum duyarlığına etkisini incelemek amacıyla, bu ağın değişik yerlerine sabit noktalar alınarak birçok denemeler yapılmıştır. Ancak, burada sadece bunlardan 7086 ve 7135 numaralı noktaların sabit alınması durumunda yapılan dengelemenin sonuçları verilmiştir.

Ağın iki ucunda birer noktanın sabit alınması ile yapılan dengelemeden birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatası için, $f_m = n-u = 47$ serbestlik derecesine göre; $m_o = \pm 1.34^{cc}$ değeri bulunmuştur. Bu ağda, üçgen kapanmalarından $f_d = 6n = 240$ serbestlik derecesi ile elde edilen $m_d = \pm 1.21^{cc}$ değeri kullanılarak (4.93) bağıntısına göre model testi yapılmıştır. Bunun sonucundan S=%95 olasılıkla testin geçerli olduğu görülmüştür.

Buna göre, zincir poligon ağının iki noktasını sabit almak suretiyle yapılan bağlı dengelemesinden ağın dış konum hatası olarak $M_{dış} = \pm 2.4$ dm. değeri elde edilmiştir. Ayrıca ağın bütün noktalarına ait; koordinat bilinmiyenlerinin karesel ortalama hataları(m_x,m_y), Helmert ve Werkmeister konum hataları(m_p, m_w^2) hesaplanarak Ek.2 'de, hata ve güven elipsleri Ek.11 'de ve bu ağın komşu noktalarına ait hata ve güven elipsleri de Ek.12 'de verilmiştir.

Bu sonuçlara göre; ağda değişken alınan noktaların konum duyarlığı, konumu sabit alınan noktalardan uzaklaştıkca azalmaktadır. Ağda sabit noktalardan en uzakta bulunan noktanın konum duyarlığı diğerlerininkine oranla en az olmaktadır.

6.3.3 Yüzey Ağının Serbest Dengelenmesi

Yüzey ağının bütün noktalarının koordinatları değişken alınarak serbest ağ şeklinde dengelenmiştir. Bunun sonucundan birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatası olarak, $f_m = n-u = 84$ serbestlik derecesine göre $m_o = \pm 2.34^{cc}$ değeri elde edilmiştir. Bu ağda, üçgen kapanmalarından faydalanarak, $f_d = 6n = 390$ serbestlik derecesi ile hesaplanan $m_d = 2.13^{cc}$ a piriori birim ölçünün karesel ortalama hatası kullanılarak (4.93) bağıntısı yardımıyla model testi yapılmıştır. Bunun sonucunda, S=%95 olasılıkla model testinin geçerli olduğu görülmüştür.

Buna göre, yüzey ağının serbest dengelenmesinden ağın ortalama iç konum hatası olarak $M_{iç} = \pm 1.6$ dm. değeri hesaplanmıştır. Ayrıca bu ağın bütün noktalarında, koordinat bilinmiyenlerinin karesel ortalama hataları(m_x, m_y), Helmert ve Werkmeister konum hataları(m_p, m_w^2) hesaplanarak Ek.3 'de, hata ve güven elipsleri de hesaplanarak Ek.5 'de ve komşu noktaları arasındaki bağıl ve güven elipsleri de hesaplanarak Ek.6 'da verilmiştir.

Bunlara göre; ağın kenarlarındaki noktaların duyarlığı ağ içindeki noktaların duyarlığına oranla daha az olduğu görülmüştür. Ayrıca, bağlantısı fazla olan noktaların konum duyarlığı bağlantısı az olan noktalarınkine oranla daha iyi olduğu tesbit edilmiştir.

6.3.4 Yüzey Ağının Bağlı Dengelenmesi

Sabit nokta seçimine bağlı olarak yüzey ağından elde edilen katsayılar matrisinin nokta konum duyarlığı üzerindeki etkisinin araştırılması amacıyla ağın değişik noktaları sabit alınarak birçok denemeler yapılmıştır. Ancak, burada bu denemelerden biri olan 7086 ve 7135 numaralı noktaların sabit alınması ile yapılan dengelemenin sonuçları verilmiştir.

Yüzey ağının iki ucunda sabit alınan noktalara göre yapılan bağlı dengelemesinden birim ağırlıklı bir ölçünün karesel ortalama hatası için, $f_m = n-u = 88$ serbestlik derecesine göre; $m_o = \pm 2.34^{cc}$ değeri bulunmuştur. Üçgen kapanmalarından $f_d = 6n = 390$ serbestlik derecesine göre elde edilen $m_d = 2.13^{cc}$ a piriori birim ölçünün karesel ortalama hatasını kullanarak model testi yapılmıştır. S=%95 olasılıkla model testinin geçerli olduğu görülmüştür.

Böylece, yüzey ağının bağlı dengelenmesinden ortalama dış konum hatası olarak $M_{dış} = \pm 2,9$ dm. değeri elde edilmiştir. Ayrıca, bunun bütün noktalarına ait, koordinat bilinmiyenlerinin karesel ortalama hataları(m_x, m_y), Helmert ve Werkmeister konum hataları(m_p, m_w^2) değerleri hesaplanarak Ek.4 'de, hata ve güven elipsleri çizilerek Ek.7 'de, komşu noktaları arasında hesaplanan bağıl hata ve güven elipsleri Ek.8 'de verilmiştir.

Bu sonuçlara göre yüzey ağında nokta konum duyarlığı sabit noktalardan uzaklaştıkca azalmaktadır. Ayrıca, konumu sabit alınan noktalardan eşit uzaklıkta bulunan noktaların konum duyarlıkları karşılaştırılırsa; ağın kenarındaki noktaların konum duyarlığı içindeki noktaların konum duyarlığına oranla daha az olduğu görülmektedir.

6.3.5 Zincir Poligon ve Yüzey Ağlarına ait Duyarlık Ölçütlerinin Katsayılar Matrisi Yönünden Karşılaştırılmaları

Bu amaçla, zincir poligon ve yüzey ağlarının serbest ve iki sabit noktaya göre bağlı dengelenmelerinden elde edilen duyarlık ölçütlerinin, $m_o = 1$ birim duyarlıklı normlaştırılmış değerleri hesaplanmıştır. Böylece, katsayılar matrisinin duyarlık ölçütlerindeki payları belirlenmiştir.

Buna göre, her iki ağın serbest ve bağlı dengelenmesinden; ortalama konum hataları için hesaplanmış $\bar{M}_{iç}$, $\bar{M}_{dış}$ normlaştırılmış değerleri çizelge.6 'da ve koordinat bilinmiyerlerinin ortalama hataları için $\bar{m}_x$, $\bar{m}_y$, Helmert ve Werkmeister konum hataları için $\bar{m}_p$, $\bar{m}_w^2$, Helmert hata ve güven elipslerinin elamanları için $\bar{A}_H$, $\bar{B}_H$, $\bar{A}_G$, $\bar{B}_G$ normlaştırılmış değerleri hesaplanarak Ek.13, Ek.14, Ek.15, Ek.16 da verilmiştir.

(dm/cc) biriminde	Yüzey Ağının		Zincir Poligon Ağının	
	Serbest D.	Bağlı D.	Serbest D.	Bağlı D.
$\bar{M}_{iç}$ ve $\bar{M}_{dış}$ değerleri	± 0.66	± 1.24	± 1.12	± 1.82

Çizelge.6

Bu şekilde, elde edilen duyarlık ölçütlerinin normlaştırılmış değerlerinin karşılaştırılmısından, zincir poligon ağı için hesaplanan değerlerin yüzey ağı için hesaplananlardan daha büyük oldukları görülmektedir. Buna göre yüzey ağında da katsayılar matrisinin duyarlık ölçütlerine etkisinin daha fazla olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca, bu ağların bağlı dengelenmelerinde hesaplanan duyarlık ölçütlerinin normlaştırılmış değerleri karşılaştırıldığında, sabit konumlu nokta almanın yüzey ağlarında elde edilen duyarlık ölçütlerine etkisinin, zincir poligon ağlarındakine oranla daha az olduğu görülmüştür.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Ülke büyüklüğünde kurulan nirengi ağlarının iki boyutlu dengelenmesinde hesap yüzeyi olarak konform projeksiyon yüzeyleri kullanılabilirse de; daha büyük alanları içerecek şekilde kurulan nirengi ağlarının dengelenmesinde bu yüzeyler hesap yüzeyi olarak kullanılamazlar. Böyle ağların dengelenmesinde hesap yüzeyi olarak referans elipsoidi kullanılır.

Büyük nirengi ağlarının referans elipsoidine göre noktaların jeodezik koordinatları ile iki boyutlu dengelenmesinde iki çeşit fonksiyonel model kurulmaktadır. Bunlardan biri, bölüm 3.1 'deki üçüncü boyutu da gözönüne alarak nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesi için kurulanı; diğeri de bölüm 3.2 'deki elipsoid yüzeyinde nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesi için kurulanıdır. Nirengi ağlarının bu fonksiyonel modellerden herhangibiri ile dengelenmesindeki tercih, ağlara ait yeryüzünde yapılmış ölçülerin referans elipsoidine indirgenmelerinde kullanılan işlemlerin çokluğuna bağlıdır. Üçüncü boyutu da gözönüne alarak nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmesinde kullanılan fonksiyonel model için bölüm 3.1.1 'deki idirgemeler yeterli olmasına karşılık, elipsoid yüzeyinde nirengi ağlarının jeodezik koordinatlarla iki boyutlu dengelenmeside kurulan fonksiyonel model için bu indirgemelerin yanında bölüm 3.2.1 'deki indirgemelerin de kullanılması gerekmektedir.

Bu çalışmada, indirgemelerin az olması nedeniyle bölüm 3.1 deki fonksiyonel modele göre Türkiye nirengi ağının yedinci poligonundan faydalanılarak elde edilen zincir poligon ve yüzey ağ modellerinden katsayılar matrisinin değişik şekilleri kurulmuştur. Bunlarla yapılan birçok denemelerin sonucundan, katsayılar matrisinin nokta duyarlığına olan etkisinin araştırılması yapılmıştır. Bu araştırmalardan aşağıdaki sonuçlara varılmıştır.

Nirengi ağlarının dengelenmesi ile kesin koordinatları hesaplanan noktaların konum duyarlıkları , ağda konumu sabit alınan noktaların sayısına ve bulundukları yerlere göre değişmektedir. Sabit noktalardan uzaklaştıkca, konumu değişken olan noktaların duyarlığı da azalmaktadır. Sabit noktalardan en uzakta bulunan noktaların duyarlığı da enaz olmaktadır.

Nirengi ağlarında konumu değişken alınan noktaların duyarlıkları , ağın geometrik şekline göre de değişmektedir. Zincir ağı biçiminde kurulanların nokta konum duyarlıkları; yüzey ağı biçiminde kurulanlarınkilere oranla daha az olmaktadır.

Nirengi ağlarının nokta duyarlıkları , ağın noktaları arasındaki mesafelere göre de değişmektedir. Uzun kenarların kesişmesinden elde edilen noktaların duyarlığı, kısa kenarların kesişmesinden elde edilenlerinkilere oranla daha az olmaktadır.

Nirengi ağlarında koordinatları hesaplanacak noktaların duyarlığı , bunların belirlenmesinde kullanılan doğrultuların sayısına ve kesişme açılarına bağlı olarak değişmektedir. çok sayıda doğrultunun kesişmesinden meydana gelen ağın iç noktalarının duyarlığı, az sayıda doğrultunun kesişmesinden meydana gelen dış noktaların duyarlığına oranla fazla olmaktadır.

Günümüzde, nirengi ağlarının dengelenmesinde bilgisayarlardan büyük ölçüde faydalanılmaktadır. Buna göre de, nirengi ağlarının dengelenmesi sırasında işlem çokluğu yönünden meydana gelecek bütün hesaplama güçlükleri de ortadan kalkmaktadır. Nirengi ağlarının dengelenmesinde bu durum göz önüne alındığı sürece, eşit duyarlıkta gözlemlerden kurulan büyük ağların dengelenmesinde, gerek işlemlerin azlığı yönünden, gerekse ağın büyüklüğü ve konum duyarlığı yönünden aşağıdaki öneriler yapılabilir.

Büyük nirengi ağlarının hiçbir projeksiyon yüzeyine ihtiyaç duyulmadan sadece referans elipsoidine göre noktaların jeodezik koordinatları ile dengelenmeleri uygun olabilir.

Eşit duyarlıkta gözlemlerle kurulacak nirengi ağlarının yüzey ağı biçiminde kurulmaları ve dengelenmeleri nokta konum duyarlığının fazla olması yönünden uygun olabilir.

Nirengi ağlarının dengelenmesinde, konumu sabit alınan noktaların konumu değişken alınan noktaların konum duyarlığı üzerindeki etkilerinin ortadan kaldırılması için, bunların serbest ağ olarak dengelenmesi ve konumu sabit alınan noktaların dayandığı eski ağla yeni ağın datum birliğinin sağlanabilmesi amacıyla burada bir Helmert dönüşümünün yapılması uygun olur.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

AKSOY, A.
1974 : Matematik İstatistik Yöntemlerle Jeodezik Ölçülerin İrdelenmesi, İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 987, İstanbul.

AKSOY, A./ GÜNEŞ, İ.H.
1976 : Jeodezi II Ders Notu, İstanbul.

AKSOY, A.
1977 : 3. Derece Noktaları İçin Yüzey Ağı ve Kenar Ölçülerinin Nokta Prezisyonuna Etkisi, İ.T.Ü. Yayını

ALGÜL, E.
1982 : Barajlarda Jeodezik Deformasyon Ölçüleri ve Analizi, İstanbul. (Doçentlik Tezi)

ASHKENAZI, V.
1967,1968 : Solution and Error Analysis of Large Geodetic Networks, SR No: 146,147.

ASHKENAZI, V.
1974 : The Adjustment and Analysis of Very Large Networks, CS, December.

ASPLUND, L.
1945 : Über Einige Methoden für die Ausgleichung grosser Dreiecksnetze, Stockholm.

ATEŞ, T.
1958 : Harita Tarihçesi ve Türkiyede Harita İşleri, Harita Dergisi NATO Özel Sayısı.

AYAN, T.
1981 : Jeodezik Ağların Optimizasyonu, İstanbul (Doçentlik Tezi).

BJERHAMMAR, A.
1973 : Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses, New York.

BOMFORD, G.
1971 : Geodesy, Oxford.

CULLEY, F.L.
1969 : Resolution, Precision and Accuracy, U.S. Army Topographic Command. Washington.

ERBUDAK, M. / TUĞLUOĞLU, A.
1976 : Fiziksel Geodezi, İDMMA Yayınları Sayı:129 İstanbul.

FUBARA, D. M. J.
1972 : Three-Dimensional Adjustment of Terrestial Geodetic Networks, CS.

GÜNEŞ, İ. H.
1978 : Ülke Triangülasyon Ağı ile İlişkili Yerel Ağlar Sorunu ve Bazı Öneriler, İ.T.Ü.(Doktora Tezi).

GÜRKAN, O.
1979 : Astro-jeodezik Ağların Deformasyonu ve Türkiye 1. derece Triangülasyon Ağı, K.T.Ü. Yayın No:.104, Trabzon.

GÜRKAN, O.
1984 : Ülke Temel Nirengi Ağları Kurma, Yaşatma ve Kullanma Üzerine, D.S.İ. Harita Mühendisleri Semineri Tebliğleri, Trabzon.

GOTTHARDT, E. (Çevirenler: AYTAÇ, M./ ÖRMECİ, C./ ALTAN,O.)
1974 : Dengeleme'ye Giriş, İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı:997. İstanbul.

GRAFAREND, E. V.
1974 : Optimization of Geodetic Network, CS.

GRAFAREND, E. V. / SCHAFFRIN, B.
1974 : Unbiased Free Net Adjustment, SR.

GROSSMANN, W. (Çeviri : ÖZGEN, M. G.)
1962 : Dengeleme Hesaplarının Ana Hatları, İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı: 503, İstanbul.

HAZAY, I.
1970 : Adjusting Calculations in Surveying, Akademiai Kiado, Budapest.

HEISKANEN, W. A. / MORITZ, H.
1967 : Physical Geodesy, San Francisco and London.

HELMERT, F. R.
1880 : Die Mathematischen und Physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie, Leipzig.

HRADILEK, L.
1984 : Three-Dimensional Terrestrial Triangulation Application in Surveying Engineering, Stuttgart.

JORDAN-EGGERT
1941 : Handbuch der Vermessungskunde, Stuttgart.

JORDAN-EGGERT-KNEISSL
1958,1959 : Mathematische Geodäsie, Band IV, Stuttgart.

KORHONEN, J.
1975 : Program for The Adjustment of The Finnish First Order Triangulation, Helsinki.

KNIGHT, V. / STEEVES, P.
1974 : Partial Solution of The Variance-Covariance Matrix of Geodetic Networks, CS.

KRUIF, J. B. P.
1969 : The Adjustment of The Primary Triangulation of Netherlands, Rapport Sur le Symposium pour la Nouvelle Compénsation des Triangulation Européennes, Paris.

LEVALLOIS, J. J.
1947 : Compénsation des Réseaux Géodesiques par la Methode des Gisement, BG,No:3

LEVALLOIS, J. J.
1969,1970 : Géodesie Générale, Tom I, II, Paris.

MIKHAIL, E. M.
1976 : Observation and Least Squares, New York.

ÖZBENLİ, E.
1972 : Jeodeziye Giriş, Elipsoid Geometrisi, İstanbul.

ÖLANDER, V. R.
1935 : Zwei Ausgleichungen des grossen Südfinnischen Dreieckskranzes, Helsinki.

ÖZTÜRK, E.
1982 : Jeodezik Ağlarda Güven Ölçütleri ve Ölçme plânının Enuygunlaştırılması, K.T.Ü. Yayın No:149 Trabzon.

PELZER, H.
1980 : Some Criteria for The Accuracy and The Reliablity of Networks. DGK

RAPP, R. H.
1980,1981 : Geometric Geodesy, Vol 1-2, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.

RUFF, B.
1983 : Berechnung der Pseudoinversen mit Modifiziertem Gauß-Jordan-Austauschverfahren unter Ausnützung der Symmetrieeigenschaften der Normalgleichungsmatrizen, Zfv, No:6.

ŞERBETÇİ, M.
1972 : Enküçük Kareler Yöntemine Göre Dengelemede Gruplara Ayırma, K.T.Ü.(Doçentlik Tezi)

ŞERBETÇİ, M.
1975 : Büyük Ağların Dengelenmesinde Helmert Yöntemi, Harita Kadastro Mühendisliği Dergisi Sayı:35 Ankara.

TUĞLUOĞLU, A.
1975. : Geodezik Ölçülerin Elipsoid Yüzeyine İndirgenmesi, İstanbul(Doçentlik Tezi).

UĞUR, E.
1974 : Kuzey Anadolu Fay Kuşağının Gerede-Çerkeş Bölümünde Yerkabuğu Hareketlerinin Jeodezik Yöntemlerle İncelenmesi, Ankara(Doktora Tezi).

ULSOY, E.
1963 : Dengeleme Hesabı, Teknik Okul Yayınları No:87, İstanbul.

ULSOY, E.
1977 : Matematik Geodezi, İDMMA Yayınları No:144 İstanbul

VANICEK, P./KRAKIWSKY, E. J.
1982 : Geodesy: The Concept, Nort-Holland Publ. Comp.

WALKER, F.
1967 : Adjustment of Astrogeodetic Triangulation Network, Tecnical Report No:60, Washington.

WOLF, H.
1969 : Standardization in The Adjustment of The Europen Triangulation Net, Repport Sur le Symposium pour la Nouvelle Compénsation de Triangulation Européennes, Paris.

ZIMMERMAN, D. S.
1974 : Least Squares Solution by Diagonal Partitioning, The CS.

K I S A L T M A L A R

BG	:	Bulletin Géodésique
CS	:	Canadian Surveyor
DGK	:	Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
İDMMA	:	İstanbul Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi
İ.T.Ü.	:	İstanbul Teknik Üniversitesi
K.Ü.	:	Karadeniz Üniversitesi
K.T.Ü.	:	Karadeniz Teknik Üniversitesi
SR	:	Survey Review
Zfv	:	Zeitschrift für Vermessungswesen

EK.1 Zincir Poligon Ağının Serbest Dengelenmesinden Hesaplanan m_x, m_y, m_p ve m_w^2 değerleri

Nokta No.	m_x (dm.)	m_y (dm.)	m_p (dm.)	m_w^2 (dm.)^4
7084	1.55	1.80	2.38	684.1
7086	1.81	1.47	2.33	704.5
7089	1.32	1.65	2.11	423.4
7123	1.55	1.48	2.14	520.5
7124	1.74	1.45	2.26	605.8
7125	1.19	1.31	1.77	211.5
7126	1.14	1.65	2.01	292.5
7127	1.20	1.72	2.10	396.3
7128	1.15	1.51	1.90	300.3
7129	1.01	1.70	1.98	290.4
7130	1.11	1.42	1.80	228.1
7132	1.80	1.60	2.41	778.6
7135	2.23	1.82	2.88	1646.1
7138	1.30	1.29	1.83	262.0
7139	0.99	1.17	1.53	122.3
7140	1.13	1.21	1.65	154.9
7142	1.24	1.44	1.90	301.8
7143	1.32	1.23	1.81	229.9
7145	1.39	1.12	1.79	244.2
7146	1.55	1.51	2.17	527.9
7148	1.73	1.76	2.46	913.0
7150	1.85	1.63	2.47	901.4
7157	1.25	1.83	2.22	506.9
7158	1.25	1.74	2.14	463.9
7159	1.49	1.53	2.13	476.5
7160	1.38	1.87	2.33	645.7
7166	1.37	1.74	2.21	564.5
7198	1.33	1.34	1.88	290.0
7204	1.38	1.21	1.83	264.7
7205	1.71	1.32	2.16	490.9
7212	1.62	1.36	2.12	468.0
7213	1.88	1.50	2.41	755.0
7234	1.31	1.23	1.80	259.8
7236	1.85	1.11	2.16	419.9
7239	1.40	1.73	2.23	583.0
7240	1.53	1.60	2.21	598.3
7241	1.93	1.45	2.42	779.3

EK.2 Zincir Poligon Ağının 7086 ve 7135 Numaralı Noktalarının Sabit Alınarak Bağlı Dengelenmesinden hesaplanan m_x, m_y, m_p, m_w^2 değerleri

Nokta No.	m_x (dm.)	m_y (dm.)	m_p (dm.)	m_w^2 (dm.)^4
7084	1.13	1.67	2.02	355.6
7089	1.16	1.60	1.97	342.1
7123	2.92	2.28	3.71	4391.9
7124	3.14	2.32	3.91	5132.7
7125	2.54	2.08	3.28	2540.7
7126	2.48	2.30	3.38	2681.7
7127	2.33	2.23	3.23	2075.2
7128	2.24	2.00	3.01	1644.7
7129	2.10	2.12	2.99	1491.6
7130	1.56	1.51	2.17	433.4
7132	0.79	1.00	1.28	49.1
7138	1.25	0.90	1.54	107.7
7139	1.80	1.38	2.27	541.5
7140	2.30	1.04	2.83	1415.1
7142	2.30	2.05	3.08	1990.7
7143	2.26	1.74	2.86	1435.7
7145	1.45	1.06	1.80	236.2
7146	2.57	1.97	3.24	2534.4
7148	2.13	1.74	2.75	1322.9
7150	1.46	1.17	1.87	258.6
7157	1.93	2.41	3.09	2173.1
7158	2.70	2.85	3.92	5898.4
7159	3.49	3.21	4.75	12386.5
7160	3.08	3.30	4.51	10213.8
7166	2.63	2.83	3.87	5548.5
7198	1.87	1.31	2.29	600.0
7204	2.80	2.14	3.52	3563.4
7205	3.56	2.71	4.47	9198.3
7212	3.66	2.99	4.73	11916.5
7213	4.09	3.36	5.29	18550.3
7234	2.91	2.16	3.63	3938.0
7236	3.76	2.68	4.61	10096.1
7239	2.11	2.36	3.16	2466.4
7240	3.19	2.86	4.28	8319.9
7241	4.19	3.25	5.30	18484.3

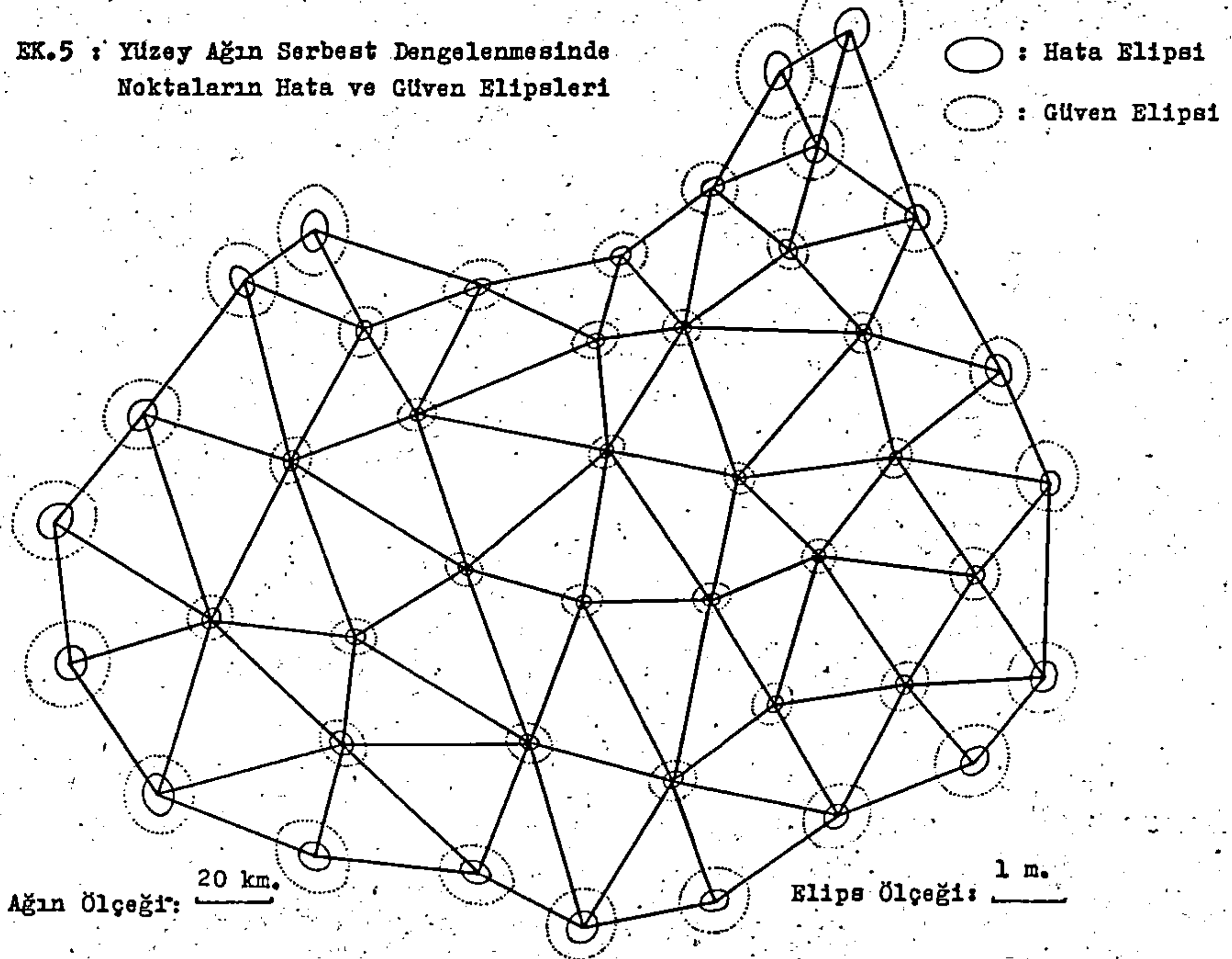
EK.3 Yüzey Ağının Serbest Dengelenmesinden Hesaplanan m_x, m_y, m_p, m_w^2 değerleri

Nokta No.	m_x (dm.)	m_y (dm.)	m_p (dm.)	m_w^2 $(dm.)^4$
7084	1.78	1.92	2.62	1127.9
7086	2.16	2.01	2.96	1882.7
7089	1.17	1.25	1.71	203.6
7123	1.98	1.97	2.79	1505,1
7124	2.26	1.87	2.93	1785.5
7125	1.34	1.30	1.87	304.8
7126	1.22	1.66	2.06	384.8
7127	0.92	1.12	1.46	103.1
7128	0.84	0.99	1.30	68.6
7129	1.12	1.39	1.78	240.7
7130	1.42	1.48	2.04	436.6
7132	2.42	2.11	3.21	2592.1
7135	3.04	2.57	3.99	5994.2
7138	1.66	1.58	2.29	693.7
7139	1.10	1.12	1.56	149.2
7140	1.05	0.98	1.44	105.5
7141	0.80	0.84	1.16	45.0
7142	0.98	1.06	1.44	106.5
7143	1.10	1.04	1.51	127.7
7145	1.20	1.22	1.70	211.0
7146	1.82	1.96	2.68	1272.7
7148	2.32	2.39	3.33	3057.7
7150	2.29	2.21	3.18	2551.1
7157	1.48	1.88	2.40	775.2
7158	1.12	1.19	1.64	179.5
7159	1.54	1.66	2.26	643.8
7160	1.82	1.96	2.68	1275.4
7166	1.92	1.89	2.69	1310.3
7184	0.83	0.94	1.25	60.5
7198	1.66	1.60	2.31	706.2
7204	1.62	1.52	2.22	603.5
7205	1.80	1.71	2.48	941.2
7212	1.30	1.30	1.84	283.2
7213	1.94	1.89	2.71	1340.4
7233	0.85	0.88	1.23	56.6
7234	0.98	0.90	1.33	76.8
7235	0.80	0.86	1.18	47.2
7236	1.38	1.27	1.88	308.8
7239	0.98	1.11	1.48	117.2
7240	1.06	1.07	1.51	128.9
7241	1.95	1.94	2.75	1431.1
7252	0.92	1.03	1.38	89.9
7279	0.86	0.88	1.22	54.7
7332	0.91	0.94	1.31	73.2

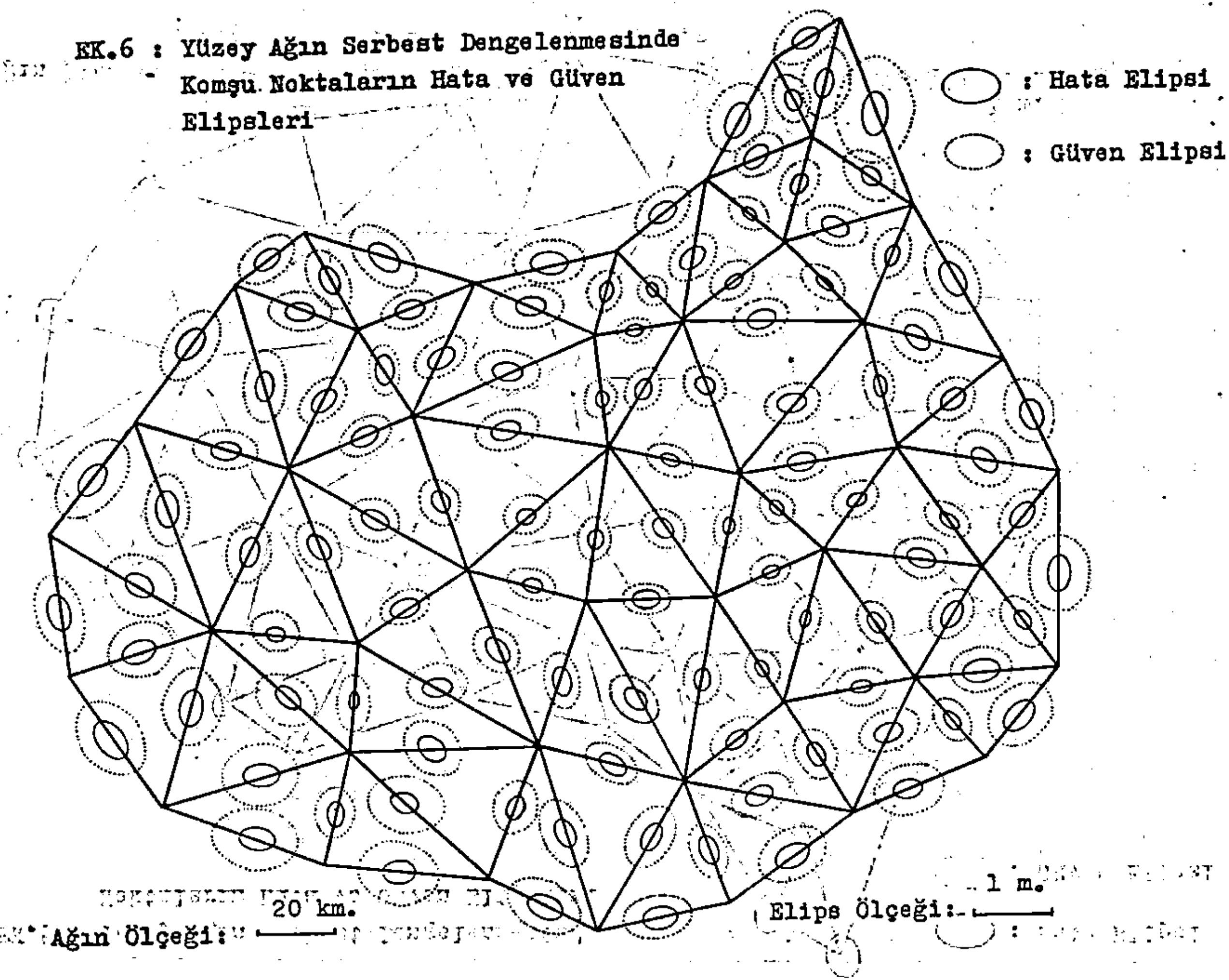
EK.4 Yüzey Ağının 7086 ve 7135 Numaralı Noktalarının Sabit Alınarak Bağlı Dengelenmesinden Hesaplanan m_x, m_y, m_p, m_w^2 değerleri

Nokta No.	m_x (dm.)	m_y (dm.)	m_p (dm.)	m_w^2 $(dm.)^4$
7084	1.63	2.22	2.77	1325.2
7089	1.64	1.88	2.50	945.3
7123	3.64	3.14	4.80	12965.6
7124	3.95	3.14	5.05	15411.6
7125	3.10	2.63	4.06	6619.4
7126	3.02	2.84	4.14	7066.0
7127	2.65	2.44	3.60	3904.1
7128	2.53	2.32	3.43	3154.6
7129	2.62	2.48	3.62	3893.4
7130	2.18	2.01	2.97	1657.7
7132	1.26	1.50	1.96	281.6
7138	1.79	1.36	2.25	526.1
7139	2.30	1.93	3.00	1807.4
7140	2.70	2.31	3.56	3788.6
7141	2.76	2.62	3.81	5129.2
7142	2.68	2.37	3.58	3998.2
7143	2.58	2.18	3.38	3182.0
7145	1.80	1.54	2.37	768.7
7146	3.10	2.78	4.16	7414.7
7148	2.85	2.60	3.86	5354.1
7150	2.02	1.78	2.69	1184.6
7157	2.61	3.00	3.98	6102.7
7158	3.15	3.21	4.49	10161.8
7159	3.99	4.13	5.74	27118.6
7160	3.89	4.06	5.62	25024.9
7166	3.58	3.53	5.03	16039.1
7184	2.37	2.24	3.26	2790.2
7198	2.50	1.96	3.17	2380.0
7204	3.40	3.10	4.60	11047.1
7205	3.98	3.86	5.54	23449.5
7212	3.85	3.88	5.47	22154.1
7213	4.52	4.57	6.44	42718.0
7233	2.87	2.82	4.02	6440.6
7234	3.10	2.90	4.24	7907.9
7235	3.08	3.02	4.31	8499.8
7236	3.82	3.72	5.33	20069.2
7239	2.50	2.59	3.59	4124.3
7240	3.31	3.34	4.70	12129.1
7241	4.51	4.59	6.47	43717.8
7252	2.02	1.94	2.80	1524.0
7279	2.61	2.41	3.55	3783.0
7332	2.59	2.52	3.62	4178.3

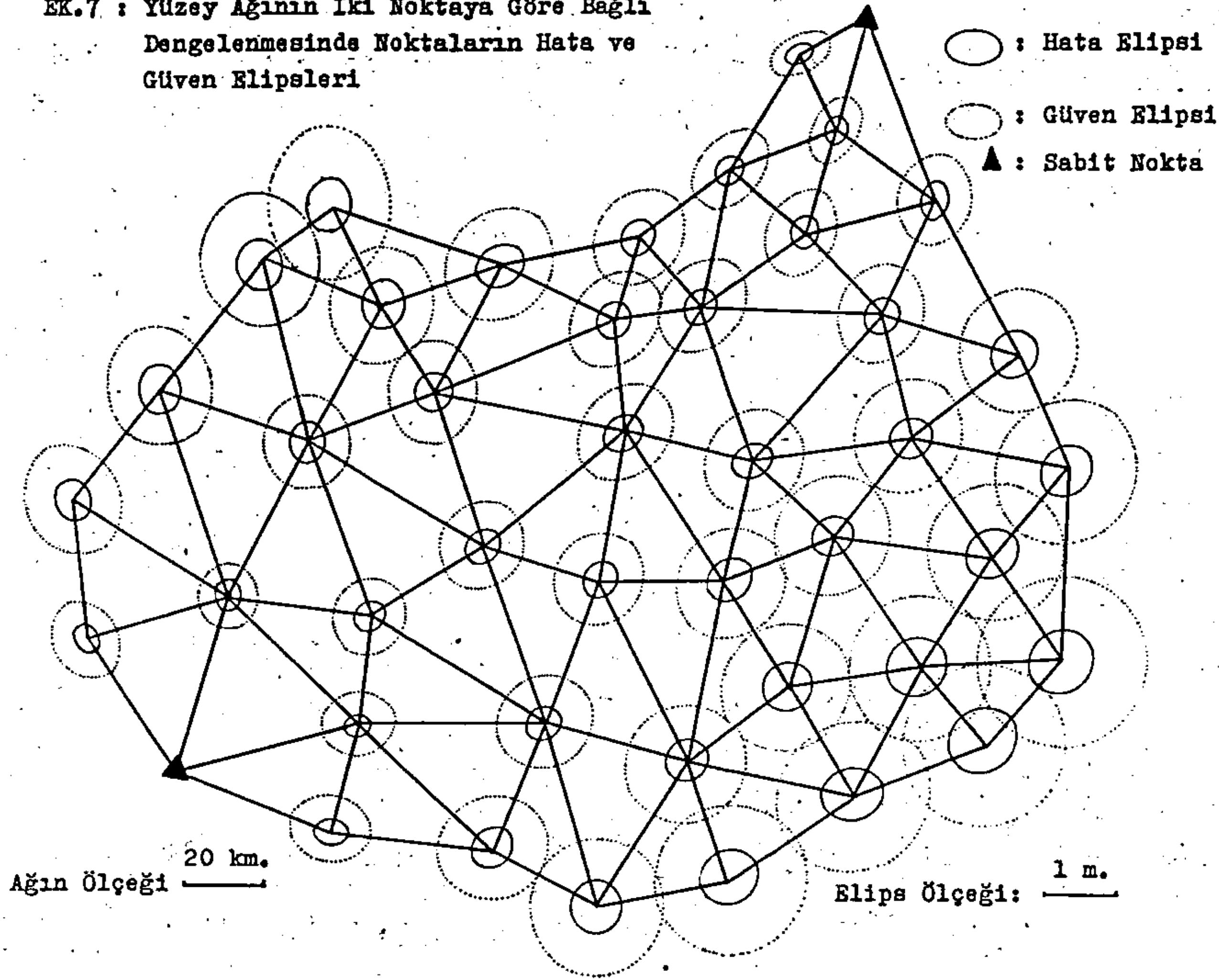
EK.5 : Yüzey Ağın Serbest Dengelenmesinde Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



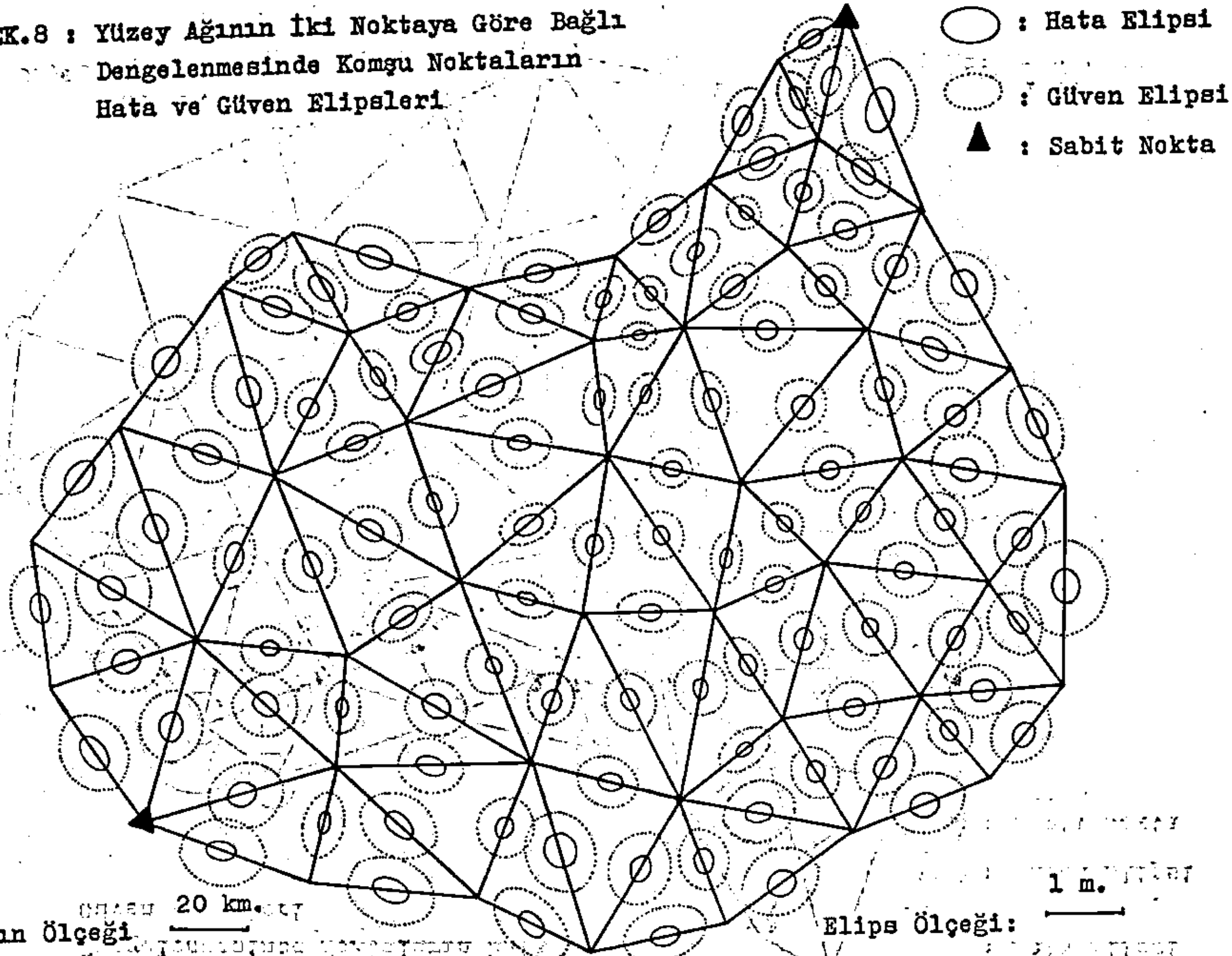
EK.6 : Yüzey Ağın Serbest Dengelenmesinde Komşu Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



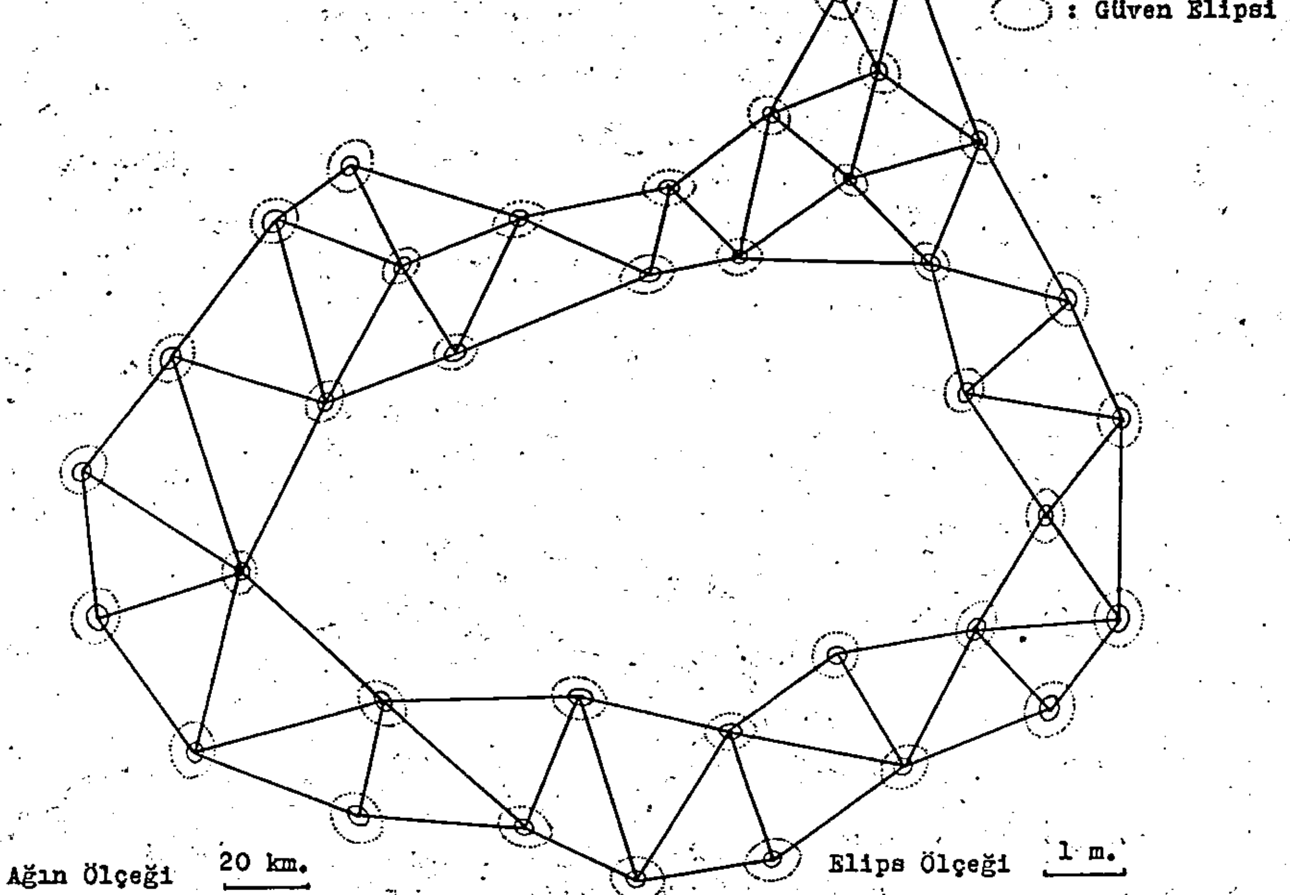
EK.7 : Yüzey Ağının İki Noktaya Göre Bağlı Dengelenmesinde Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



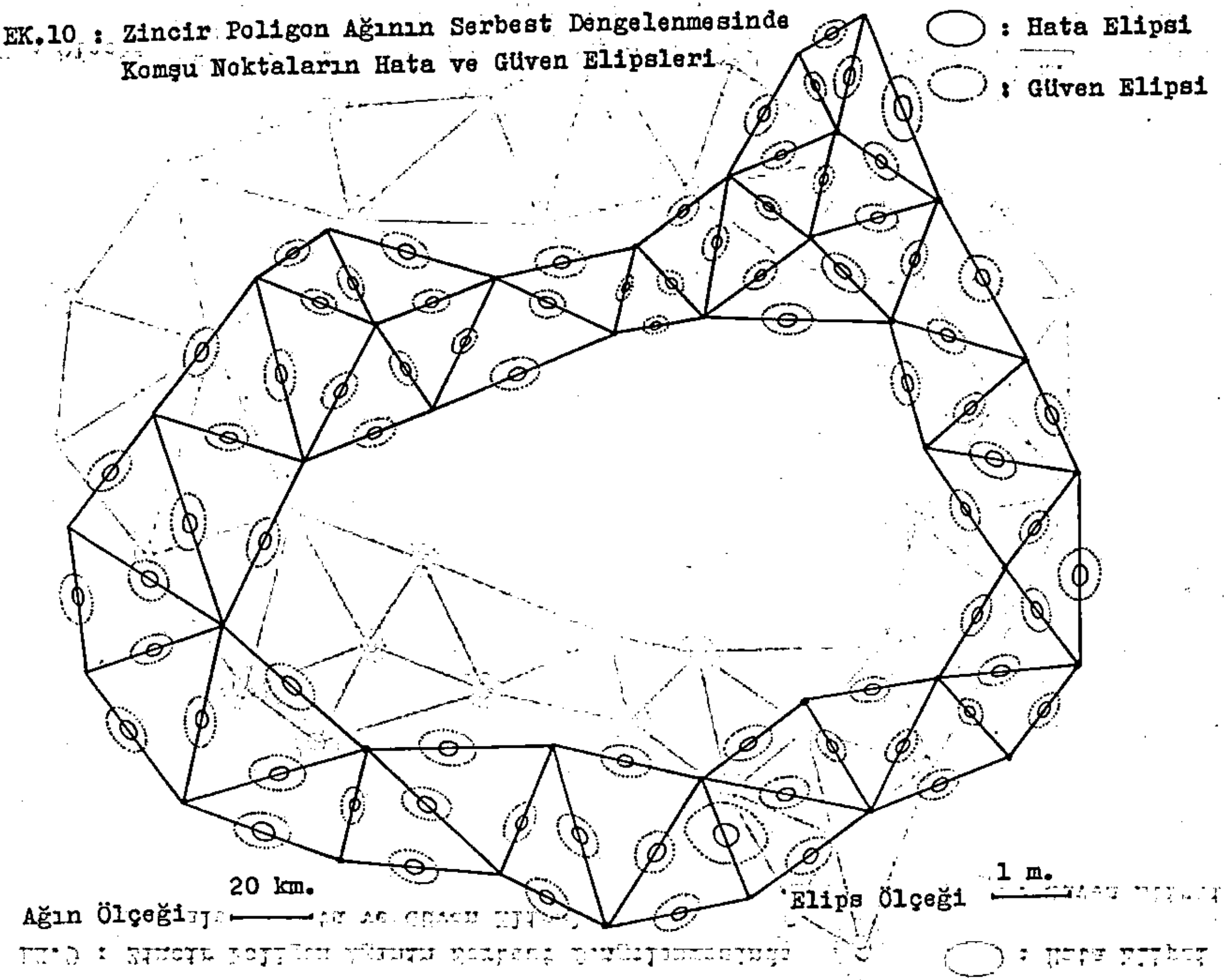
EK.8 : Yüzey Ağının İki Noktaya Göre Bağlı Dengelenmesinde Komşu Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



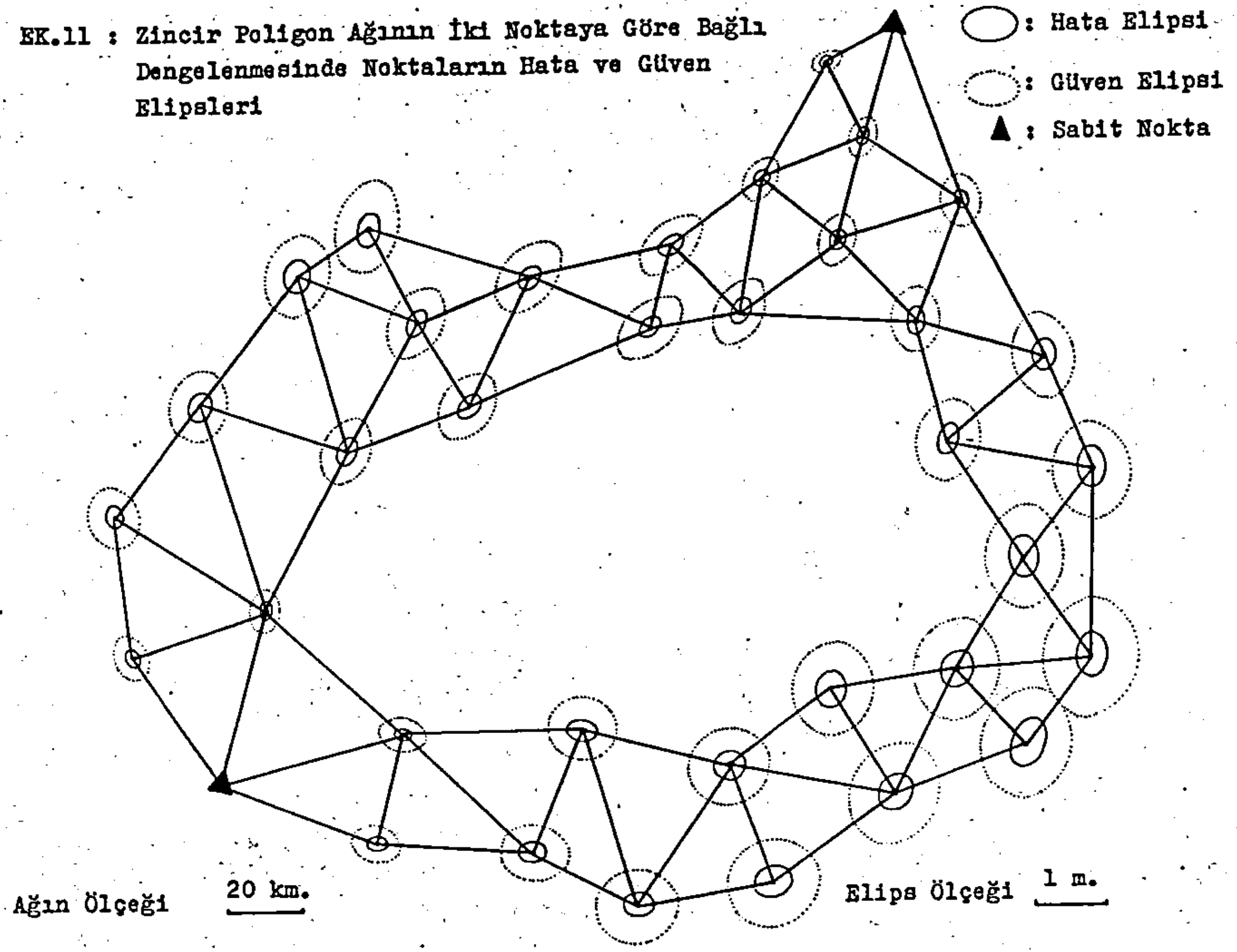
EK.9 : Zincir Poligon Ağının Serbest Dengelenmesinde Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



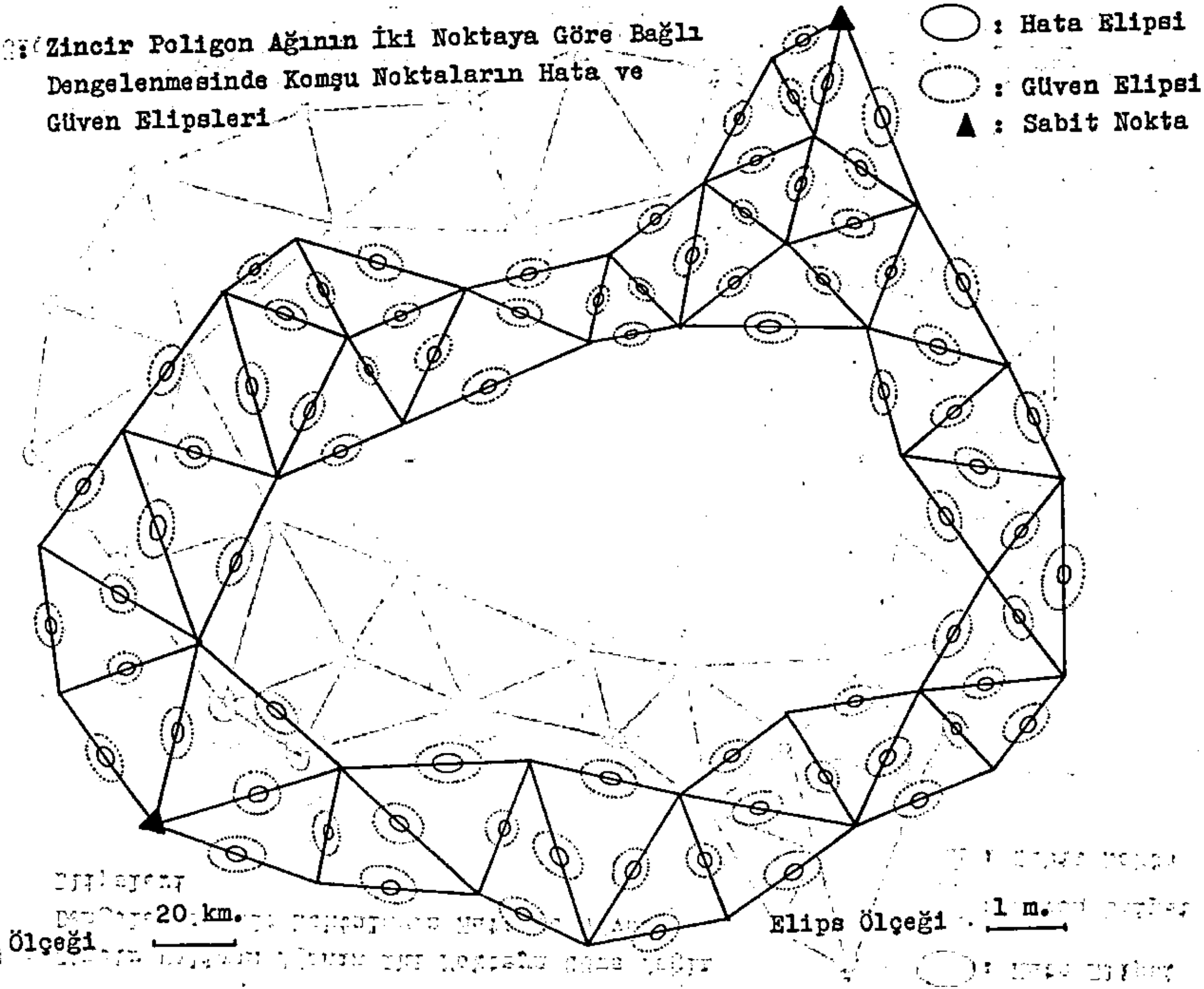
EK.10 : Zincir Poligon Ağının Serbest Dengelenmesinde Komşu Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



EK.11 : Zincir Poligon Ağının İki Noktaya Göre Bağlı Dengelenmesinde Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



EK.12 : Zincir Poligon Ağının İki Noktaya Göre Bağlı Dengelenmesinde Komşu Noktaların Hata ve Güven Elipsleri



EK.13 Zincir Poligon Ağının Serbest Dengelenmesinden Hesaplanan Duyarlık Ölçütlerinin Normlandırılmış $\bar{m}_x$, $\bar{m}_y$, $\bar{m}_p$, $\bar{m}_w^2$, $\bar{A}_H$, $\bar{B}_H$, $\bar{A}_G$, $\bar{B}_G$ değerleri(dm/cc)

Nokta No.	$\bar{m}_x$	$\bar{m}_y$	$\bar{m}_p$	$\bar{m}_w^2$	$\bar{A}_H$	$\bar{B}_H$	$\bar{A}_G$	$\bar{B}_G$
7084	1.16	1.34	1.78	212.2	1.48	0.99	3.81	2.54
7086	1.35	1.10	1.74	218.5	1.35	1.09	3.48	2.82
7089	0.99	1.23	1.57	131.3	1.31	0.88	3.38	2.25
7123	1.16	1.10	1.60	161.4	1.20	1.06	3.08	2.74
7124	1.30	1.08	1.69	187.9	1.35	1.02	3.48	2.62
7125	0.89	0.98	1.32	65.6	1.09	0.74	2.81	1.92
7126	0.85	1.23	1.50	90.7	1.31	0.73	3.37	1.88
7127	0.90	1.28	1.57	122.9	1.32	0.84	3.41	2.16
7128	0.86	1.13	1.42	93.1	1.13	0.85	2.92	2.20
7129	0.75	1.27	1.48	90.1	1.27	0.75	3.28	1.92
7130	0.83	1.06	1.34	70.7	1.11	0.75	2.87	1.95
7132	1.34	1.19	1.80	241.5	1.44	1.08	3.43	2.79
7135	1.67	1.36	2.15	510.5	1.67	1.36	4.30	3.50
7138	0.97	0.96	1.37	81.3	1.08	0.84	2.78	2.16
7139	0.74	0.87	1.14	37.9	0.94	0.66	2.42	1.69
7140	0.84	0.90	1.23	48.0	1.04	0.67	2.68	1.72
7142	0.93	1.07	1.42	93.6	1.13	0.86	2.91	2.21
7143	0.99	0.92	1.35	71.3	1.12	0.75	2.89	1.94
7145	1.04	0.84	1.34	75.7	1.04	0.84	2.68	2.16
7146	1.16	1.13	1.62	163.7	1.26	1.01	3.26	2.61
7148	1.29	1.31	1.84	283.2	1.37	1.23	3.52	2.44
7150	1.38	1.22	1.84	279.6	1.40	1.20	3.60	3.09
7157	0.93	1.37	1.66	157.2	1.40	0.90	3.58	2.33
7158	0.93	1.30	1.60	143.9	1.30	0.92	3.36	2.38
7159	1.11	1.14	1.59	147.8	1.27	0.96	3.28	2.46
7160	1.03	1.40	1.74	200.3	1.47	0.99	3.68	2.56
7166	1.02	1.30	1.65	175.1	1.30	1.02	3.35	2.63
7198	0.99	1.00	1.40	89.9	1.12	0.84	2.90	2.18
7204	1.03	0.90	1.37	82.1	1.08	0.84	2.77	2.17
7205	1.28	0.98	1.61	152.3	1.30	0.95	3.35	2.44
7212	1.21	1.01	1.58	145.2	1.25	0.96	3.23	2.48
7213	1.40	1.12	1.80	234.2	1.46	1.05	3.76	2.70
7234	0.98	0.92	1.34	80.6	0.99	0.91	2.54	2.35
7236	1.38	0.83	1.61	130.2	1.38	0.83	3.56	2.13
7239	1.04	1.29	1.66	180.8	1.30	1.03	3.36	2.66
7240	1.14	1.19	1.65	185.6	1.19	1.14	3.07	2.95
7241	1.44	1.08	1.80	241.6	1.45	1.08	3.73	2.77

EK.14 Yüzey Ağının Serbest Dengelenmesinden Hesaplanan Duyarlık Ölçütlerinin Normlandırılmış $\bar{m}_x$, $\bar{m}_y$, $\bar{m}_p$, $\bar{m}_w$, A_H, B_H, A_G, B_G değerleri(dm/cc)

Nokta No.	$\bar{m}_x$	$\bar{m}_y$	$\bar{m}_p$	$\bar{m}_w^2$	A_H	B_H	A_G	B_G
7084	0.76	0.82	1.12	37.6	0.87	0.70	2.22	1.79
7086	0.92	0.86	1.26	62.8	0.93	0.85	2.36	2.17
7089	0.50	0.53	0.73	6.8	0.57	0.45	1.46	1.15
7123	0.85	0.84	1.19	50.2	0.87	0.81	2.22	2.06
7124	0.97	0.80	1.25	59.6	0.96	0.80	2.45	2.03
7125	0.57	0.56	0.80	10.2	0.58	0.54	1.49	1.39
7126	0.52	0.71	0.88	12.8	0.73	0.50	1.86	1.24
7127	0.39	0.48	0.62	3.4	0.49	0.37	1.26	0.95
7128	0.36	0.42	0.56	2.3	0.42	0.35	1.08	0.90
7129	0.48	0.59	0.76	8.0	0.60	0.47	1.52	1.21
7130	0.61	0.63	0.87	14.6	0.63	0.60	1.61	1.53
7132	1.03	0.90	1.37	86.4	1.03	0.90	2.63	2.28
7135	1.30	1.10	1.71	199.9	1.33	1.06	3.39	2.70
7138	0.71	0.67	0.98	23.1	0.72	0.67	1.82	1.71
7139	0.47	0.48	0.67	5.0	0.48	0.46	1.22	1.17
7140	0.45	0.42	0.62	3.5	0.47	0.40	1.19	1.02
7141	0.34	0.36	0.50	1.5	0.37	0.33	0.94	0.84
7142	0.42	0.45	0.62	3.6	0.45	0.41	1.16	1.05
7143	0.47	0.44	0.65	4.3	0.47	0.43	1.21	1.10
7145	0.51	0.52	0.73	7.0	0.52	0.51	1.32	1.30
7146	0.78	0.84	1.15	42.4	0.84	0.77	2.15	1.96
7148	0.99	1.02	1.42	102.0	1.04	0.97	2.65	2.47
7150	0.98	0.94	1.36	85.1	0.98	0.94	2.50	2.38
7157	0.63	0.80	1.03	25.9	0.81	0.63	2.05	1.60
7158	0.48	0.51	0.70	6.0	0.51	0.48	1.31	1.21
7159	0.66	0.71	0.97	21.5	0.73	0.63	1.86	1.61
7160	0.78	0.84	1.15	42.5	0.84	0.77	2.15	1.96
7166	0.82	0.81	1.15	43.7	0.83	0.79	2.11	2.02
7184	0.35	0.40	0.53	2.0	0.40	0.35	1.03	0.89
7198	0.71	0.68	0.99	23.6	0.72	0.67	1.83	1.71
7204	0.69	0.65	0.95	20.1	0.70	0.64	1.79	1.62
7205	0.77	0.73	1.06	31.4	0.77	0.72	1.97	1.84
7212	0.56	0.56	0.79	9.4	0.58	0.53	1.47	1.36
7213	0.83	0.81	1.16	44.7	0.84	0.79	2.15	2.01
7233	0.36	0.38	0.53	1.9	0.38	0.36	0.97	0.92
7234	0.42	0.38	0.57	2.6	0.42	0.38	1.06	0.97
7235	0.34	0.37	0.50	1.6	0.37	0.34	0.93	0.87
7236	0.59	0.54	0.80	10.3	0.59	0.54	1.51	1.38
7239	0.42	0.47	0.63	3.9	0.48	0.41	1.22	1.05
7240	0.45	0.46	0.65	4.3	0.47	0.44	1.19	1.12
7241	0.83	0.83	1.18	47.7	0.83	0.83	2.12	2.10
7252	0.39	0.44	0.59	3.0	0.44	0.39	1.12	1.00
7279	0.37	0.38	0.52	1.8	0.40	0.34	1.01	0.87
7332	0.39	0.40	0.56	2.4	0.41	0.38	1.03	0.98

EK.15 Zincir Poligon Ağının 7086 ve 7135 Numaralı Noktaları Sabit Alınarak Bağlı Dengelenmesinden Hesaplanan Duyarlık Ölçütlerinin Normlandırılmış $\bar{m}_x$, $\bar{m}_y$, $\bar{m}_p$, $\bar{m}_w^2$, $\bar{A}_H$, $\bar{B}_H$, $\bar{A}_G$, $\bar{B}_G$ değerleri (dm/cc)

Nokta No.	$\bar{m}_x$	$\bar{m}_y$	$\bar{m}_p$	$\bar{m}_w^2$	$\bar{A}_H$	$\bar{B}_H$	$\bar{A}_G$	$\bar{B}_G$
7084	0.84	1.25	1.51	110.3	1.26	0.84	3.24	2.16
7089	0.87	1.19	1.47	106.1	1.19	0.86	3.07	2.33
7123	2.18	1.70	2.77	1362.2	2.20	1.68	5.68	4.32
7124	2.34	1.73	2.92	1591.9	2.39	1.67	6.17	4.30
7125	1.90	1.55	2.45	788.0	2.02	1.39	5.20	3.59
7126	1.85	1.72	2.52	831.7	2.13	1.35	5.50	3.49
7127	1.74	1.66	2.41	643.6	2.07	1.22	5.34	3.16
7128	1.67	1.49	2.25	510.1	1.91	1.19	4.92	3.05
7129	1.57	1.58	2.23	462.6	1.93	1.12	4.98	2.88
7130	1.16	1.13	1.62	134.4	1.39	0.83	3.59	2.15
7132	0.59	0.75	0.96	15.2	0.83	0.47	2.15	1.21
7138	0.93	0.67	1.15	33.4	0.99	0.59	2.54	1.51
7139	1.34	1.03	1.69	167.5	1.43	0.91	3.69	2.34
7140	1.72	0.78	2.11	438.5	1.72	1.22	4.44	3.14
7142	1.72	1.53	2.30	617.4	1.88	1.32	4.84	3.41
7143	1.69	1.30	2.13	445.3	1.77	1.20	4.55	3.08
7145	1.08	0.79	1.34	73.2	1.08	0.79	2.79	2.04
7146	1.92	1.47	2.42	786.1	1.93	1.45	4.98	3.74
7148	1.59	1.29	2.05	410.3	1.63	1.24	4.21	3.20
7150	1.09	0.87	1.40	80.2	1.17	0.77	3.00	1.98
7157	1.44	1.80	2.31	674.0	1.80	1.44	4.64	3.72
7158	2.01	2.13	2.93	1829.4	2.14	2.00	5.52	5.15
7159	2.60	2.40	3.54	3841.8	2.70	2.30	6.95	5.93
7160	2.30	2.46	3.37	3167.9	2.53	2.23	6.52	5.75
7166	1.96	2.11	2.89	1720.9	2.12	1.96	5.47	5.04
7198	1.40	0.98	1.71	186.1	1.40	0.97	3.62	2.51
7204	2.09	1.60	2.63	1105.2	2.10	1.59	5.41	4.09
7205	2.66	2.02	3.34	2852.9	2.68	2.00	6.90	5.15
7212	2.73	2.23	3.53	3696.0	2.75	2.21	7.10	5.70
7213	3.05	2.51	3.95	5753.5	3.10	2.45	7.98	6.46
7234	2.17	1.61	2.71	1227.4	2.18	1.61	5.62	4.14
7236	2.81	2.00	3.44	3131.4	2.81	2.00	7.23	5.15
7239	1.57	1.76	2.36	765.0	1.76	1.57	4.54	4.05
7240	2.38	2.13	3.19	2580.5	2.38	2.14	6.14	5.51
7241	3.13	2.43	3.96	5733.0	3.13	2.42	8.08	6.23

EK.16 Yüzey Ağının 7086 ve 7135 Numaralı Noktaları Sabit Alınarak Bağlı Dengelenmesinden Hesaplanan Duyarlık Ölçütlerinin Normlandırılmış $\bar{m}_x$, $\bar{m}_y$, $\bar{m}_p$, $\bar{m}_w^2$, $\bar{A}_H$, $\bar{B}_H$, $\bar{A}_G$, $\bar{B}_G$ değerleri(dm/cc)

Nokta No.	$\bar{m}_x$	$\bar{m}_y$	$\bar{m}_p$	$\bar{m}_w^2$	$\bar{A}_H$	$\bar{B}_H$	$\bar{A}_G$	$\bar{B}_G$
7084	0.70	0.95	1.18	44.2	0.95	0.70	2.43	1.77
7089	0.70	0.80	1.07	31.5	0.81	0.69	2.07	1.75
7123	1.50	1.34	2.05	432.4	1.56	1.33	3.97	3.38
7124	1.69	1.34	2.16	514.0	1.69	1.34	4.29	3.41
7125	1.32	1.12	1.74	220.8	1.33	1.11	3.39	2.83
7126	1.29	1.21	1.77	235.7	1.36	1.12	3.48	2.85
7127	1.13	1.04	1.54	130.2	1.23	0.93	3.12	2.36
7128	1.08	0.99	1.47	105.2	1.18	0.87	2.99	2.22
7129	1.12	1.06	1.55	129.9	1.24	0.91	3.16	2.33
7130	0.93	0.86	1.27	55.3	1.05	0.70	2.68	1.79
7132	0.54	0.64	0.84	9.4	0.72	0.42	1.84	1.08
7138	0.76	0.58	0.96	17.5	0.81	0.52	2.06	1.31
7139	0.98	0.82	1.28	60.3	1.04	0.74	2.66	1.89
7140	1.15	0.99	1.52	126.4	1.19	0.95	3.02	2.41
7141	1.18	1.12	1.63	171.1	1.24	1.06	3.15	2.69
7142	1.15	1.01	1.53	133.4	1.16	0.99	2.95	2.53
7143	1.10	0.93	1.44	106.0	1.10	0.93	2.81	2.37
7145	0.77	0.66	1.01	25.6	0.77	0.66	1.96	1.67
7146	1.32	1.19	1.78	247.3	1.33	1.18	3.88	3.00
7148	1.22	1.11	1.65	178.6	1.26	1.06	3.20	2.70
7150	0.86	0.76	1.15	39.5	0.93	0.67	2.37	1.72
7157	1.12	1.28	1.70	203.5	1.29	1.10	3.29	2.80
7158	1.35	1.37	1.92	338.9	1.40	1.31	3.56	3.34
7159	1.71	1.76	2.45	904.5	1.80	1.67	4.59	4.24
7160	1.66	1.74	2.40	834.7	1.74	1.66	4.43	4.22
7166	1.53	1.51	2.15	535.0	1.53	1.51	3.90	3.84
7184	1.01	0.96	1.39	93.1	1.04	0.93	2.65	2.36
7198	1.07	0.84	1.35	79.4	1.07	0.83	2.72	2.11
7204	1.45	1.32	1.97	368.5	1.47	1.30	3.74	3.32
7205	1.70	1.65	2.37	782.1	1.72	1.62	4.39	4.12
7212	1.65	1.66	2.34	738.9	1.72	1.58	4.30	4.02
7213	1.93	1.95	2.75	1424.3	2.00	1.88	5.10	4.78
7233	1.23	1.21	1.72	214.8	1.29	1.14	3.28	2.89
7234	1.32	1.24	1.81	263.8	1.37	1.18	3.49	3.01
7235	1.32	1.29	1.84	283.5	1.38	1.22	3.52	3.09
7236	1.63	1.59	2.28	665.4	1.68	1.54	4.27	3.92
7239	1.07	1.11	1.53	137.6	1.14	1.03	2.89	2.62
7240	1.41	1.43	2.01	404.5	1.48	1.35	3.77	3.45
7241	1.93	1.96	2.76	1458.1	2.01	1.90	5.11	4.83
7252	0.86	0.83	1.20	50.8	0.88	0.81	2.24	2.06
7279	1.11	1.03	1.52	126.2	1.18	0.95	3.00	2.42
7332	1.11	1.08	1.55	139.4	1.16	1.01	2.96	2.58

ÖZGEÇMİŞ

1951 yılında, Sürmene'nin Aksu köyünde doğdum. Köyde ilkokul öğrenimini gördükten sonra, orta öğrenimini 1969 yılında Sürmene Lisesinde bitirdim. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Bölümüne girerek 1974 yılında mezun oldum. Bu bölümün ocak 1975 'de açmış olduğu asistanlık sınavını kazandım ve mart 1975 'de askere gittim. Askerlik görevini Deniz Kuvvetleri Komutanlığına bağlı Seyir Hidrografi ve Oşinografi Dairesi Başkanlığında yedeksubay olarak eylül 1976 tarihinde tamamladım.

Ekim 1976 tarihinde, Aynı bölümde asistan olarak göreve başladım. Halen bu bölümde, araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım. Evli ve iki çocuğum var.

Nisan 1985 TRABZON