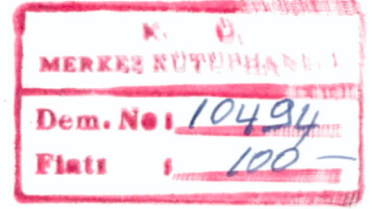


KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
YAPI DALI YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

TEZ NUMARASI



Genel :
Anabilimdalı :
Program :

DÜZLEM VE UZAY KAFES SİSTEMLERİN LİNEER
OLMAYAN ANALİZİ

Ayşe TURHAN

Yönetici: Yrd.Doç.Dr.İlhan SUNGUR

TRABZON
Haziran, 1985

İÇİNDEKİLER

ÖZET	I
SUMMARY	II
SEMBOLLER	III

BÖLÜM I : YAPILARIN LİNEER OLMAYAN ANALİZİ	1
1.1. GİRİŞ	1
1.2. YAPILARIN DAVRANIŞLARI	1
1.2.1.Yapıların Lineer Olmayan Davranışları	
1.2.1.1.Malzeme Bakımından Lineer Olmayan Davranış	3
1.2.1.2.Geometri Bakımından Lineer Olmayan Davranış	4
1.3. YAPILARIN LİNEER OLMAYAN ANALİZİ	4
1.4. LİNEER OLMAYAN ANALİZ YÖNTEMLERİ	6
1.4.1.Ardışık Lineer Analiz Yöntemi	6
1.4.2.Sekant Yöntemi	7
1.4.3.Newton-Raphson veya Tanjant Yöntemi	7
1.4.4.Kuvvet Yöntemi Esasına Dayalı Bir Yaklaşık Yöntem	9
BÖLÜM II: DÜZLEM VE UZAY KAFES SİSTEMLERİN LİNEER OLMAYAN ANALİZİ	12
2.1. GİRİŞ	12
2.2. KAFES SİSTEMLERİN DEĞİŞTİRİLMİŞ MATRİS DEPLASMAN YÖNTEMİYLE LİNEER OLMAYAN ANALİZİ	13
2.2.1.Uzay Kafes Sistemlerin Lineer OlmayanAnalizi için Değiştirilmiş Matris Deplasman Yöntemi	13
2.2.2.Düzlem Kafes Sistemlerin Lineer Olmayan Analizi için Değiştirilmiş Matris Deplasman Yöntemi	17
2.3. ÇALIŞMADA İZLENEN YÖNTEM	19
2.3.1.Basınca Maruz Çubuklar	22
2.3.1.1.Linear Olmayan Denklem Çözümü	24
2.4. LİNEER OLMAYAN ANALİZ İÇİN ALGORİTMA	25
BÖLÜM III:BİLGİSAYAR PROGRAMLAMASI	28
3.1. GİRİŞ	28
3.2. ANA PROGRAM	28

3.3.	ANAL ALT PROGRAMI	31
3.3.1.	RMTS Alt Programı	33
3.3.2.	SOLU Alt Programı	38
3.3.3.	CKUV Alt Programı	44
3.4.	ANON ALT PROGRAMI	44
3.4.1.	GKRT Alt Programı	44
BÖLÜM IV.	SAYISAL ÖRNEKLER	48
4.1.	Giriş	48
4.1.1.	3 Çubuklu Düzlem Kafes Sistem	48
4.1.2.	6 Çubuklu Düzlem Kafes Sistem	49
4.1.3.	20 Çubuklu Düzlem Kafes Sistem	55
4.1.4.	6 Çubuklu Uzay Kafes Sistem	60
4.1.5.	25 Çubuklu Uzay Kafes Sistem	63
4.1.6.	72 Çubuklu Uzay Kafes Sistem	67
BÖLÜM V	- SONUÇLAR	70
KAYNAKLAR		71

ÖNSÖZ

Çalışmalarımı yöneten, yönlendiren ve değerli yardımlarını esirgemeyen saygıdeğer hocalarım Yrd.Doç.Dr.İlhan SUNGUR'a ve Doç.Dr.M.Polat SAKA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarım sırasında gene değerli yardımlarını gördüğüm Arş.Gör.Ümit UZMAN ile Arş.Gör.Fevzi Lütüfi ÇAKIROĞLU'na teşekkür ederim.

Tezi kısa zamanda daktilo eden Sayın Kemal BAŞAR'a da teşekkür ederim.

Ayşe TURHAN
Haziran-1985

SEMBOLLER

A_r = r. elemanın kesit alanı

E_r = r. elemanın elastisite modülü

[S] = sistem rijitlik matrisi

{L} = Dış yük vektörü

{X} = Deplasman vektörü

A, B, C, D, E, F = Kafes sistem elemanının sistem rijitlik matrisine katkı terimleri

α, β, δ = Yön kosinüsleri

L_r = r. elemanın boyu

P_r = r çubuğunda dış yüklerden doğan kuvvet

σ_r = r çubuğunda dış yüklerden doğan gerilme

ϵ_r = r çubuğunun boy değişimi oranı (şekil değiştirmesi)

NJ = Mesnetler dahil düğüm noktası sayısı

NM = Toplam eleman sayısı

NG = Toplam grup sayısı

ID = Kontrol değişkeni

J1, J2 = Elemanın 1. ve 2. uç numaraları

X, Y, Z = Düğüm noktaları koordinatları

{IS} = Düğüm noktaları serbestlik dereceleri

{YV} = Dış yük vektörü, deplasman vektörü

{RI} = Atalet yarıçapları

{XA} = Kesit alanları vektörü

NS = Pivot nokta sayısı

GA = Malzemenin akma gerilmesi

TOL = Yakınsama toleransı

{GS} = Pivot noktalandaki gerilme değerleri

{GE} = Pivot noktalardaki şekil değiştirme değerleri

KB = Katsayılar matrisinin bant genişliği

$[SK]_{ij}$, $[SK]_{ij}$, $[SK]_{ij}$ = Elemanın birinci ve ikinci ucuna ait rijitlik alt matrisleri

NC = Sistem rijitlik matrisindeki satır sayısı

{RW} = SOLU alt programındaki düğüm noktaları deplasmanları ve vektörü

[H] = Tüm yapının "Kuvvet-deplasman" matrisi

{Σ} = Çubuk gerilmeleri vektörü

{IG} = Grup numaraları vektörü

σ_f , σ_{kr} = Basınca maruz elemanın akma ve burkulma gerilmesi

λ = Narinlik derecesi

ÖZET

Kafes sistemlerin taşıma gücünün belirlenmesinde bazı durumlarda gerilmeye nazaran deplasman sınırlamaları daha önem kazanabilmektedir. Özellikle sistemdeki bazı çubukların orantılılık sınırı üzerinde yüklenmesi durumunda, sistemin deplasmanlarının hesabı, lineer gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kabulü yapan matris deplasman yöntemiyle mümkün olmamaktadır. Bunun için matris deplasman yönteminin çubuklardaki lineer olmayan davranışa izin verecek şekilde genelleştirilmesi gerekmektedir.

Bu çalışmada lineer elastik malzeme için verilmiş matris deplasman yöntemi ardısıra kullanılarak, kafes sistemlerin lineer olmayan analizi elde edilmiştir. Çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde, genel olarak yapıların lineer olmayan davranışları ve lineer olmayan analiz yöntemleri hakkında kısaca bilgi verilmiştir.

İkinci bölümde, kafes sistemlerin lineer olmayan analiz yöntemlerinden söz edilip, düzlem ve uzay kafes sistemlerin lineer olmayan analizi için değiştirilmiş matris deplasman yöntemi anlatılmıştır. Ayrıca lineer olmayan analizi gerçekleştirmek için izlenen yol açıklanmış ve işlemi yapan bir algoritma verilmiştir.

Üçüncü bölümde, ikinci bölümde verilen algoritmanın uygulamalarını yapan bilgisayar programı açıklanmıştır.

Dördüncü bölümde, geliştirilen bilgisayar programı ile yöntemin pratik uygulamasını göstermek üzere sayısal örnekler verilmiştir.

Beşinci bölümde ise bu çalışmadan elde edilen sonuçlar yer almaktadır.

SUMMARY

The matrix displacement method (the stiffness matrix method) is based upon a linear relationship between stress and strain and therefore is not directly applicable to the analysis of truss-structures in which the stress in any member is above the proportional limit. Since displacements are sometimes used as the criteria for failure instead of stresses, the matrix displacement method should be generalized for which nonlinear behaviour of truss members is allowed.

In this study, which consists of five chapters, the nonlinear analysis of truss-structures is studied. By using matrix displacement method successively, a method for the nonlinear analysis of space trusses is developed. The present method uses real stress-strain curves for members in tension and a critical buckling stress expression for members in compression.

In the first chapter, the nonlinear behaviors of the structures and the methods of nonlinear analysis are shortly examined.

In the second chapter, nonlinear analysis methods of truss structures are briefly examined and the modified matrix displacement method for the nonlinear analysis of truss-structures is explained. The method of analysis is based on a relaxation procedure using successive linear elastic approximations to obtain the nonlinear solution. The algorithm of this method which uses the fictitious force technique in conjunction with the matrix displacement method is also given.

In the third chapter, a computer program, which is developed for the application of the algorithm given in the second chapter, is explained.

In the fourth chapter, various numerical examples are given to show the practical application of the method. Both plane and space trusses are solved using the computer program developed.

In the fifth chapter, the conclusions obtained from this study are summarized.

BÖLÜM-I

YAPILARIN LİNEER OLMAYAN ANALİZİ

1.1. GİRİŞ

Yapı sistemleri, dış yükler artıp belirli bir dereceye ulaşınca göçerler, yani kullanılmaz hale gelirler. Buna göre göçme durum yıkılma mekanizması, kırılma, büyük yerdeğiştirme, büyük çatlak durumlarından biri veya birkaçının aynı anda ortaya çıkmasıyla meydana gelebilir.

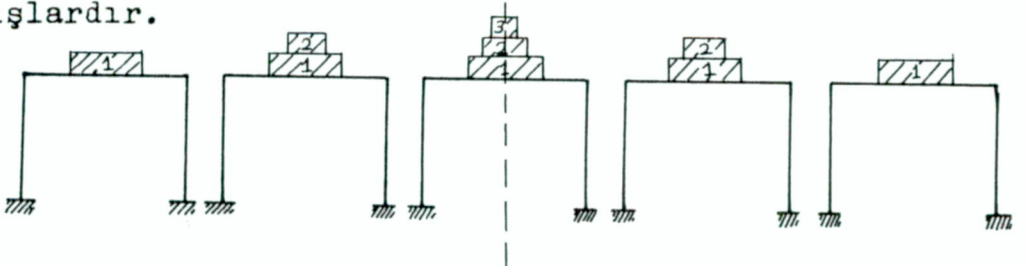
Yapı sistemlerinin hesabının amacı ise, etkiyen yükler altında iç kuvvetlerin ve geometrideki değişimin belirlenmesidir. Göçme sırasında yapı genellikle, malzeme ve geometri değişimi bakımında lineer davranış göstermediğinden, yapının gerçek davranışına iyi yaklaşım ancak lineer olmayan bir analizle sağlanır. Böylece göçmeye karşı istenen bir güvenlik elde edilirken, malzemenin lineer-elastik sınırı üzerindeki taşıma özelliğinden de faydalanılabilir.

1.2. YAPILARIN DAVRANIŞLARI

Yapılar, dış etkenler altında genellikle üç tür davranış gösterirler. Bunlar

- 1- Lineer elastik
- 2- Lineer olmayan-elastik. (nonlinear-elastik)
- 3- Lineer olmayan-elastik olmayan. (nonlinear-inelastik)

davranışlardır.

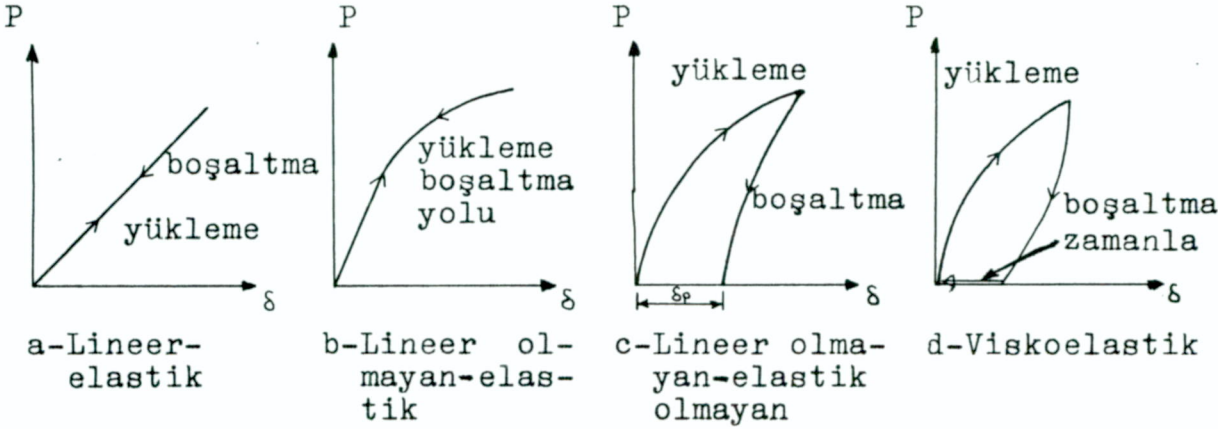


Yükleme sırası Boşaltma sırası
Şekil 1.1, Örnek bir yapı yüklemesi

Bir yapının şekil 1.1 deki gibi orantılı olarak yüklenip sonra boşaltıldığı düşünülürse, yapının yük-deplasman bağıntıları Şekil 1.2 de gösterilen şekillerde olabilir.

Yapıda kalıcı bir şekil değiştirme yok ve P- δ ilişkisi doğrusal ise yapının lineer-elastik (Şekil 1.2.a), yine kalıcı şekil

değiştirme yok fakat P- δ ilişkisi doğrusal değilse yapının lineer olmayan-elastik (Şekil 1.2.b) davranış gösterdiği söylenir. Lineer olmayan-elastik olmayan davranışta ise (Şekil 1.2.c), bir miktar kalıcı şekil değiştirme vardır, yükleme-boşaltma eğrisi üstüste demez. Boşaltma sonunda kalan şekil değiştirme zamanla sıfıra inerse viskoelastik şekil değiştirme adını alır (Şekil 1.2.d). Bazı hallerde boşaltma sonunda kalan şekil değiştirme zamanla azalmakla beraber tamamen sıfıra inmez, burada viskoz şekil değiştirmenin geri kalan kısmı kalıcı şekil değiştirmeyi gösterir [1].



Şekil 1.2, Yük taşıyan bir yapıda kuvvet-deplasman bağıntıları

Yapının elastik veya elastik olmayan davranışı, tamamiyle yapı malzemesinin σ - ϵ (gerilme-şekil değiştirme) bağıntısının bir fonksiyonudur. Bir yapının her bir elemanı nadiren ilk tanımlandığı gibi uzunluğa sabittir. Yapı yüklendikçe gerilen her eleman boy değiştirir. Yük kaldırıldığında bütün elemanlar ilk (başlangıçtaki) uzunluklarına dönerlerse yapının davranışı elastik olur. Tersine, yapıdaki elemanlar yük kaldırıldığında başlangıçtaki uzunluklarına dönerlerse yapının davranışı elastik olmaz.

Elastik olmayan durum, malzemenin orantılılık sınırının, yapı elemanında kırılma gerilmesinin geçildiği kısa süreli yüklemelerde ve kalıcı şekil değiştirmelerin olduğu uzun süreli yüklemelerde söz konusu olabilir [2].

1.2.1. Yapıların Lineer Olmayan Davranışları

Yapıların lineer-elastik davranıştan sapması için iki esas neden vardır :

1- Yapı malzemesinin gerilme-şekil değiştirme bağıntısının lineer olmaması

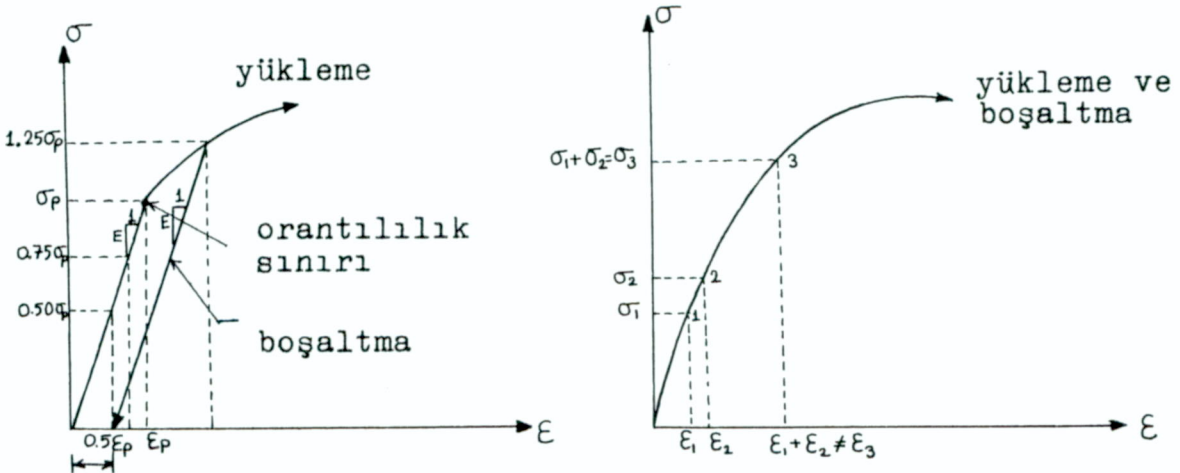
*[] içindeki rakam kaynak numarasını göstermektedir.

2- Yapının yüklemesi esnasında yapı geometrisindeki değişiklikler.

Süperpozisyon prensibi her iki durumda da geçersizdir. Özellikle bu nedenlerin her ikisinin aynı anda meydana geldiği yapılarda bu iki etkiyi birbirinden ayırt etmek önemlidir [3].

1.2.1.1. Malzeme Bakımından Linear Olmayan Davranış

Yapı malzemesinin gerilme-şekil değiştirme bağıntısı yapının davranışını etkiler. Orantılılık sınırına kadar lineer-elastik olan bir yapı malzemesi için tipik bir σ - ϵ diyagramı Şekil 1.3 de verilmektedir. Orantılılık sınırı üstünde σ ve ϵ değerleri için süperpozisyon geçersizdir. Örneğin, $0.50 \sigma_p$ ve $0.75 \sigma_p$ etkilerinden oluşan şekil değiştirmelerinde toplamı, $1.25 \sigma_p$ gerilmesinden olması gereken gerçek şekil değiştirmeye eşit değildir. Çelikler ve diğer birçok yapı malzemeleri orantılılık sınırı üstünde gerilseler bile yüklenişte yine Şekil 1.3.a daki gibi lineer olacaktır. Şekil değiştirme eksenindeki ϵ_p değeri elastik olmayan gerilmeyle oluşan kalıcı plastik şekil değiştirmeyi tanımlamaktadır.



a- orantılılık limitine kadar lineer-elastik malzeme b- Linear olmayan elastik malzeme

Şekil 1.3, Elastik malzemeler

Lineer olmayan elastik malzeme durumunda şekil değiştirmenin süperpozisyonu da yapılamaz. Şekil 1.3.b deki gibi σ_1 ve σ_2 gerilme durumları karşılaştırıldığında iki gerilme σ_3 'ü oluşturmak için beraberce toplanırsa bu gerilmelere karşı gelen ϵ_3 şekil değiştirmesinin ϵ_1 ve ϵ_2 nin toplamı olmadığı görülür [2].

1.2.1.2. Geometri Bakımından Lineer Olmayan Davranış

Yapı malzemesi lineer-elastik kalsa dahi, yükleme esnasında oluşan önemli geometri değişimlerinin bir sonucu olarak yapılar lineer olmayan davranış gösterebilir [2].

Bazı malzemeler çok küçük şekil değiştirmeler için lineer kabul edilseler bile σ - ϵ karakteristikleri lineer değildir. Ayrıca, bu gibi durumlarda σ - ϵ diyagramının lineer olmayan davranış yapı davranışında yansıtılır ve sistemin kuvvet-deplasman karakteristikleri de lineer olmaz.

Lineer olmayan davranışın diğer bir şekilde malzemenin karakteristikleri lineer olsa bile yapıda meydana gelen şekil değiştirmelerin denge 'nin, şekil değiştirme yapmamış sistemde gözüne alınmasına izin verecek kadar küçük olmasıdır. Böyle durumlarda dengenin sağlanması, yapının şekil değiştirme yapmış son şekli içinde ele alınmalıdır.

Küçük miktarda şekil değiştirmeler için uygun olan hesap yöntemleri, nispeten büyük şekil değiştirmeler için uygun olmayabilir veya çok büyük şekil değiştirmeler için faydasız olabilir.

Böylece, lineer olmayan davranış, malzeme ve geometri değişiminin her ikisinin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır [3].

1.3. YAPILARIN LİNEER OLMAYAN ANALİZİ

Bir yapı sistemi gerçekleştirilirken, çeşitli amaçlarla birlikte, göçme olayının meydana gelme olasılığının istenen bir düzeyden küçük olması amacının da sağlanmasına çalışılır. Ayrıca işleme sırasında dış etkiler altında, yapıda meydana gelen yerdeğiştirmelerin de sınırlı kalmaları istenir [1].

Yapıların analizinde dış etkenlerden meydana gelen iç etkilerin daima aşağıdaki üç şartı sağlaması gerekir [3].

- 1- Dengenin sağlanması.(Denge şartları)
- 2- Malzemenin kuvvet-deplasman ($P-\delta$) ve gerilme-şekil değiştirme ($\sigma-\epsilon$) ilişkisinin kullanımı.(Bünye denklemleri)
- 3- Şekil değiştirmiş yapıda sürekliliğin sağlanması.(süreklilik şartları)

Dış etkenler altında yapılarda meydana gelen iç kuvvetleri (kesit tesirlerinin),şekil değiştirmelerin ve yer değiştirmelerin hesabı iki teoriye göre yapılır.

Bunlardan biri,emniyet gerilmeleri kavramına dayanan lineer teoridir.Hesapta,yapının herhangi bir kesitindeki gerilmenin emniyet gerilmesini geçmesine izin verilmez.Bu teoride malzemenin lineer-elastik olduğu ve yerdeğiştirmelerinde çok küçük olduğu varsayılmaktadır. Malzemenin akma gerilmesinin belirli bir katsayıyla azaltılmasıyla elde edilen emniyet gerilmesini kullanarak,bu değer aşıldığında yapının kullanılmaz hale geldiğine karar verilmektedir.Halbuki artan yükleme altında bir yapının davranışı malzeme lineer-elastik olsa bile lineer olmayacaktır.

Lineer analizde temel kabul,şekil değiştirmiş yapı ile ilk yapı geometrisi arasındaki farkların dengede sayılacak kadar küçük olduğu,sürekliliğin önemsiz hatalarla ilk durum için formüle edilebileceğidir.Şekil değiştirmelerin büyük olduğu durumlarda,hataların önemsiz olduğu kabul edilerek şekil değiştirmelerin bu şekilde hesap edilmesi halinde elde edilecek lineer-elastik analiz sonuçları gerçeğe uymayabilir.

Lineer teorinin başlıca iki sakıncası vardır :

- 1- Lineer-elastik sınır yükünün üstündeki taşıma gücü göz önüne alınmamaktadır.Gerçekte ise yapı ancak yükler göçme yükü aşıldığında verilen bir değere ulaştınca kullanılmaz duruma gelmektedir.
- 2- Göçme yükünün işletme yüküne oranı sabit değildir.Yani göçmeye karşı sabit bir emniyet katsayısı yoktur.

Diğer yöntem,lineer olmayan hesap yöntemidir.Göçme sırasında yapı,malzeme bakımından veya geometri bakımından yada hem malzeme hem de geometri bakımından lineer davranmadığına göre lineer olmayan hesap gerekmektedir.

0 halde yapıların boyutlandırılmalarında dış yükler altında

gerçek davranışlarını gözönüne alarak hesap yapan bir yöntemin kullanılması daha faydalıdır.

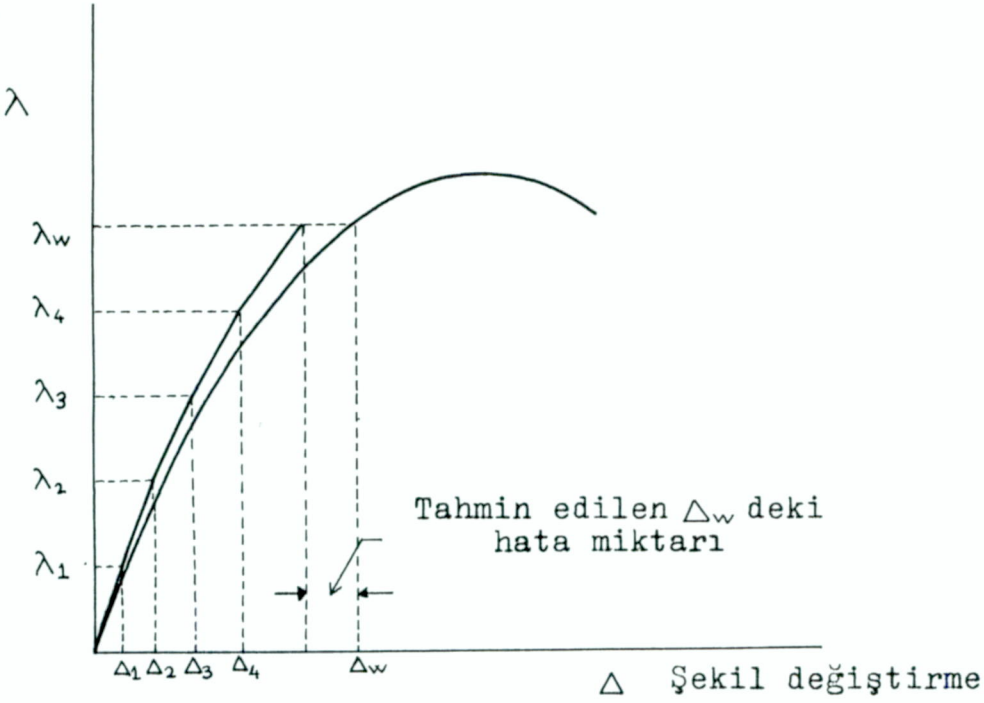
1.4. LİNEER OLMAYAN ANALİZ YÖNTEMLERİ

Yapının gerçek P- Δ diyagramının veya işletme yükleri altında meydana gelecek şekil değiştirmelerin ve gerilmelerin tahmininde problem, bu şekil değiştirmelerin başlangıçta bilinmediği halde de gerilme ve uygunluk denklemlerinin formülasyonunda gözönünde bulundurulması gerektiğidir. Herhangibir yolla yapı şekil değiştirmelerin oluşması muhtemel bütün değerleri tahmin edilebilseydi, bu tahmin edilen değerler lineer-elastik analizdekine benzer bir yolla kontrol edilebilirdi. Fakat başlangıçta yapının şekil değiştirme yapmış hali bilinmediğinden lineer olmayan analiz yöntemlerinde bir ardışık yaklaşım (iterasyon) yoluna başvurulmaktadır. Daha çok düzlem çerçeveler için geliştirilmiş bu yöntemlerin bazıları aşağıda kısaca açıklanmıştır [4] .

1.4.1. Ardışık Lineer Analiz Yöntemi :

Lineer olmayan çözümünde etmek için bir ardışık lineer analiz yöntemi Şekil 1.4 üzerinde gösterilmiştir. Yüksüz durumda lineer-elastik analiz doğru olduğundan, küçük bir λ_1 yük artımı için, yüksüz durumdaki sonuçların ekstrapolasyonu ile meydana gelecek hata da küçük olacaktır. Δ_1 deplasmanlarını gözönüne alarak hesaplar tekrar edildiğinde Şekil 1.4 de λ_2 ile gösterilen toplam yük için toplam Δ_2 deplasmanı hesaplanabilir. Böyle bir yük artımı yaklaşımı yük artımlarının sayısına bağlı olan bir doğrulukla arzu edilen bir λ_w yük seviyesinde ikinci mertebe şekil değiştirmelerini ve sonuç gerilmeleri ortaya çıkarabilir. Ama yöntem açıkça görüleceği üzere λ - Δ davranış eğrisinin azalan kısmı üzerinde herhangi bir noktayı yaklaşık olarak bile tahmin edemez [4] .

Yük
faktörü



Şekil 1.4, Ardişık yükleme için tekrarlı lineer analizle yapılan lineer olmayan analiz

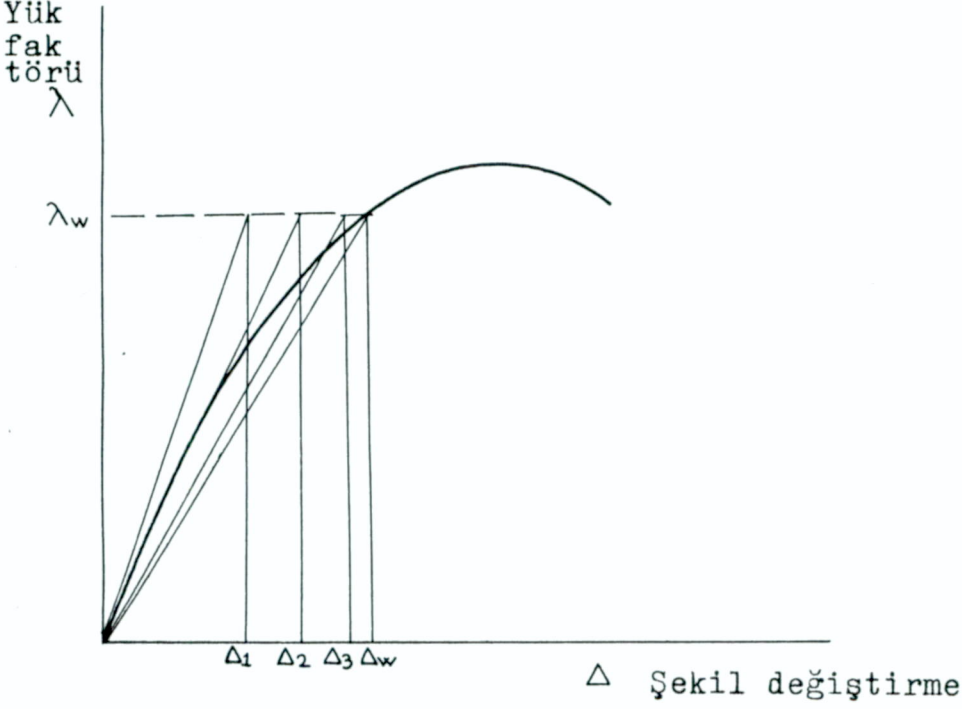
1.4.2. Sekant Yöntemi

Diğer bir lineer olmayan analiz yöntemi olan Sekant yöntemi Şekil 1.5 te gösterilmektedir. Lineer elastik analizle bulunan Δ şekil değiştirme değerleri, Δ_2 şekil değiştirmelerinin bulunacağı ikinci adım için tahmini takım olarak alınabilir. İşlemler, hesap edilen değerlerle tahmin edilen değerler birbirine yakınsayana kadar tekrarlanır. Böylece bu yöntem, lineer olmayan davranış eğrisinin yükselme bölgesine ek olarak azalma bölgesinde de noktalar belirleme imkanına sahiptir [4] .

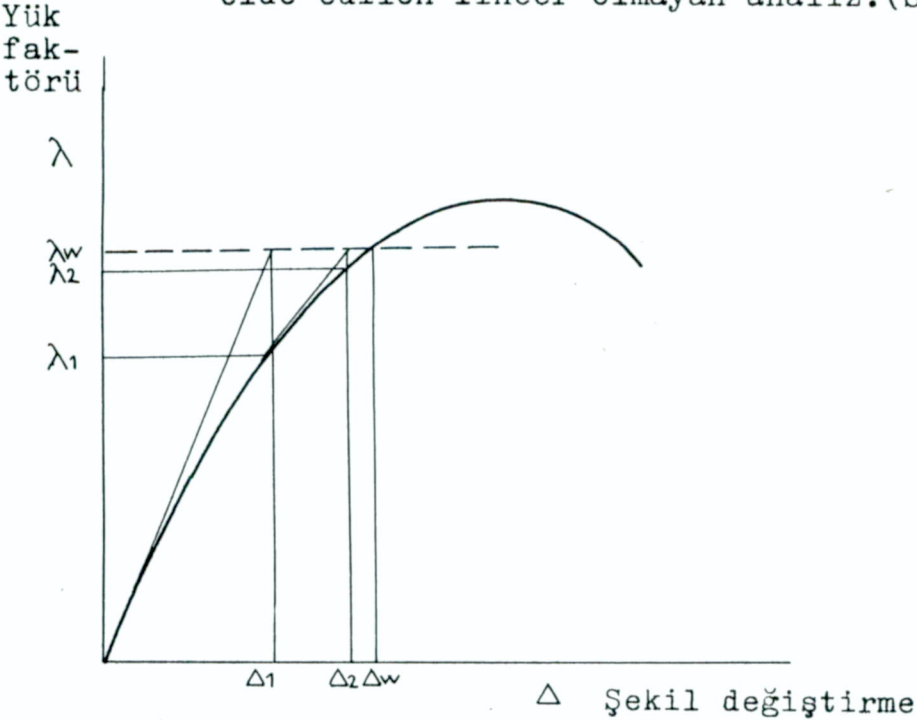
1.4.3. Newton-Raphson veya Tanjant Yöntemi

Üçüncü bir lineer olmayan analiz yöntemi olan Newton-Raphson veya tanjant yöntemi şekil 1.6 da gösterilmektedir. İlk lineer analizle belirlenen Δ_1 deformasyonları, λ_w yük seviyesi için hatalı olacaktır. Fakat daha düşük bir λ_1 yükü için çözüm geçerlidir ve λ_w ile λ_1 arasındaki fark bulunabilir. İşlemler tekrar edile yapının λ - Δ eğrisinin yükselme bölgesindeki noktalar için yakıma sağlanacaktır.

Newton-Raphson'un her bir çözümde elde edilen lineer davranış eğiminin ilk eğimle aynı tutulduğu başka bir hali, yine aynı şekilde lineer olmayan çözüme ulaşmak için kullanılabilir. Bu hal daha fazla iterasyona ihtiyaç göstermesine rağmen her iterasyonda çok daha az hesap gerektirir [4] .



Şekil 1.5, Geometri değişikliği için tekrarlı lineer analizle elde edilen lineer olmayan analiz. (Sekant Yöntemi)

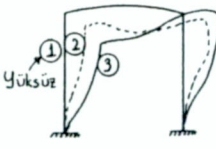


Şekil 1.6, Geometri değişikliği için tekrarlı lineer analizle elde edilen lineer olmayan analiz. (Tanjant veya Newton-Raphson yöntemi)

1.4.4. Kuvvet Yöntemi Esasına Dayalı Bir Yaklaşık Yöntem

Yer değiştirmeler yeter derecede küçük değilse denge denklemlerinin şekil değiştirmiş cisim üzerinde yazılması gerektiği belirtilmiştir. Sistem eksenini olarak şekil değiştirmiş eksen alınarak yapılan lineer olmayan analize II. mertebe teorisine göre hesap adırlmaktadır.

Kuvvet yöntemi ile hesapta, $(X=0, X_1=1, \dots, X_n=1)$ durumları şekil değiştirmiş eksen üzerinde yazılır. Başlangıçta şekil değiştirmiş eksen bilinmediğinden bir ardışık yaklaşım yoluna başvurulur. Her adımda, bir önceki adımdan bulunan elastik eğri başlangıç durumu gibi alınarak I. mertebe teorisine göre lineer elastik analiz yapılır.



	Başlangıç eksen eğrisi	Kesit tesirleri	Şekil değiştirmiş eksen
	1 →	$M^{(1)} \quad T^{(1)} \quad N^{(1)}$	2
	2 →	$M^{(2)} \quad T^{(2)} \quad N^{(2)}$	3
	3 →	$M^{(3)} \quad T^{(3)} \quad N^{(3)}$	4
	⋮	⋮	⋮
	n →	$M^{(n)} \quad T^{(n)} \quad N^{(n)}$	n+1
	≈		
	n+1		

Şekil 1.7

Alınan eksen eğrisi bulunan elastik eğriye yeter derecede yakın olduğundan hesaba son verilir.

Hesapları kısaltmak için aşağıdaki yola başvurulabilir [6] :

$$M^{(2)} + M^{(1)} = \Delta M_1$$

$$M^{(3)} - M^{(2)} = \Delta M_2$$

$$M^{(4)} - M^{(3)} = \Delta M_3$$

olarak gösterilirse

$$M = M^{(1)} + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots$$

olur. Ayrıca

$$\frac{\Delta M_1}{M^{(1)}} = \alpha_1$$

$$\frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \alpha_2$$

$$\frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \alpha_3$$

----- ile gösterilirse her kesit için

$$M = M^{(1)} + \alpha_1 M^{(1)} + \alpha_2 \alpha_1 M^{(1)} + \alpha_3 \alpha_2 \alpha_1 M^{(1)} + \dots \quad (1.1)$$

yazılabilir. Yapılan hesaplardan

$$\alpha_2 \cong \alpha_3 \cong \alpha_4 \cong \alpha_5 \cong \dots$$

olduğu görüldüğünden

$$\begin{aligned} M &= M^{(1)} [1 + \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_2^2 + \alpha_1 \alpha_2^3 + \dots] \\ &= M^{(1)} [1 + \alpha_1 (1 + \alpha_2 + \alpha_2^2 + \alpha_2^3 + \dots)] \end{aligned} \quad (1.2)$$

olarak yazılabilir.

Böylece,

1- α_2 ler her kesitte birbirine yakındır, ve

2- $\alpha_2 \cong \alpha_3 \cong \alpha_4 \cong \dots$ lar yaklaşık olarak birbirine eşittir

kabulleri yapılarak (1.2) denklemi yerine

$$M^{II} = M^{(1)} \left[1 + \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2} \right] \quad (1.3)$$

şeklinde yaklaşık bir formül elde edilmektedir. Benzer şekilde depoların için de

$$V^{II} = V^{(1)} \left[1 + \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2} \right] \quad (1.4)$$

formülü yazılabilir.

Daha iyi sonuç elde etmek için

$$\alpha_3 \cong \alpha_4 \cong \alpha_5 \cong \dots$$

alınırsa bu durumda

$$M^{II} = M^{(1)} \left[1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{1 - \alpha_3} \right] \quad (1.5)$$

elde edilir. Burada dört kez sistemin lineer elastik analizi yapılmaktadır.

Hesaplar daha da kısaltılmak istenirse

$\alpha_1 \cong \alpha_2 \cong \alpha_3 \cong \dots$ kabulüyle

$$M^{II} = M_1^{(1)} \left[\frac{1}{1-\alpha_1} \right] \quad (1.6)$$

elde edilir. Burada ise sistem iki kez lineer-elastik analizle çözülmektedir.

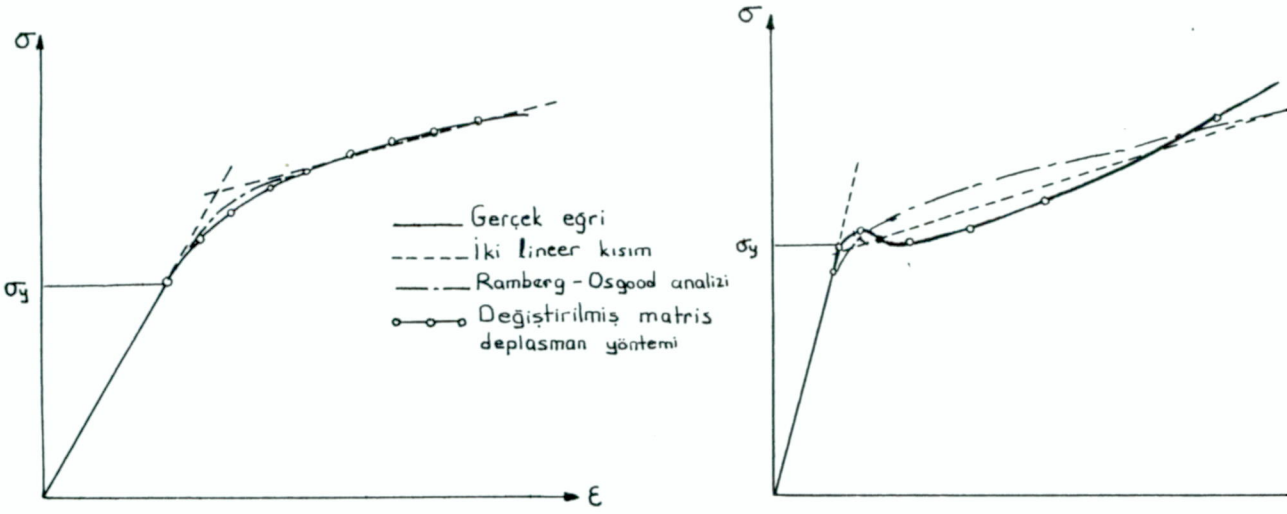
BÖLÜM - II

DÜZLEM VE UZAY KAFES SİSTEMLERİN LİNEER
OLMAYAN ANALİZİ

2.1. GİRİŞ

Matris deplasman yöntemi, gerilme-şekil değiştirme (veya kuvvet-deplasman) arasında lineer bir ilişkiye dayanmaktadır. Bundan dolayı herhangi bir çubuğu orantılılık sınırı üstünde gerilen yapıların hesabında direkt olarak uygulanamaz. Bazan gerilmeler yerine deplasmanlar bir kriter olarak kullanılabilir. Matris deplasman (yada rijitlik matrisi) yönteminin daha genel hale getirilen bir şekli lineer olmayan davranışı hesabetmek için uygun olabilir [5].

Çubukları orantılılık sınırı üzerinde gerilen fazla bağlı kafes yapıların matris analizi değişik yöntemlerle yapılmaktadır. Bununla beraber, bu yöntemler çoğu kez idealize edilmiş bir gerilme-şekil değiştirme (σ - ϵ) diyagramı kullanırlar. Bazı durumlarda malzemenin davranışı simgelemeye uygun değildir. Yöntemlerin bazıları Ramberg ve Osgood [9] tarafından teklif edilen yöntemin denklemleriyle ifade edilen gerilme-şekil değiştirme diyagramını kullanırlar. Poppleton'un analizi [8], σ - ϵ diyagramını iki lineer kısım ile idealize eder. Şekil 2.1 de görüldüğü gibi idealize edilen eğriler bazı çelikler ve alüminyum için kabul edilebilir, fakat birçok kafes yapıların inşasında kullanılan yumuşak çelik için uygun değildir. Jensen [7] tarafından verilen "Sabit şekil değiştirme" yöntemi bekide verilen metodların en kabul edilebiliridir. Gerilme ve şekil değiştirmelerin çözümü, değiştirilmiş matris deplasman yöntemine benzer. Buna rağmen, kafes yapılar için matris deplasman yöntemi ile birlikte fiktif kuvvet tekniğini kullanan "Değiştirilmiş Matris Deplasman Yöntemi" daha uygun görülmektedir [5].



a- Alüminyum ve bazı çelikler için σ - ϵ diyagramı

b- Yumuşak çelik için σ - ϵ diyagramı

Şekil 2.1, Bazı malzemeler için σ - ϵ diyagramları

2.2. KAFES SİSTEMLERİN DEĞİŞTİRİLMİŞ MATRİS DEPLASMAN YÖNTEMİYİ LİNEER OLMAYAN ANALİZİ

Bu bölümde, matris deplasman (yada rijitlik matrisi) yönteminin esasları, önce uzay kafes sistemler daha sonra düzlem kafes sistemler üzerinde açıklanmıştır.

2.2.1. Uzay Kafes Sistemlerin Lineer Olmayan Analizi İçin Değiştirilmiş Matris Deplasman Yöntemi

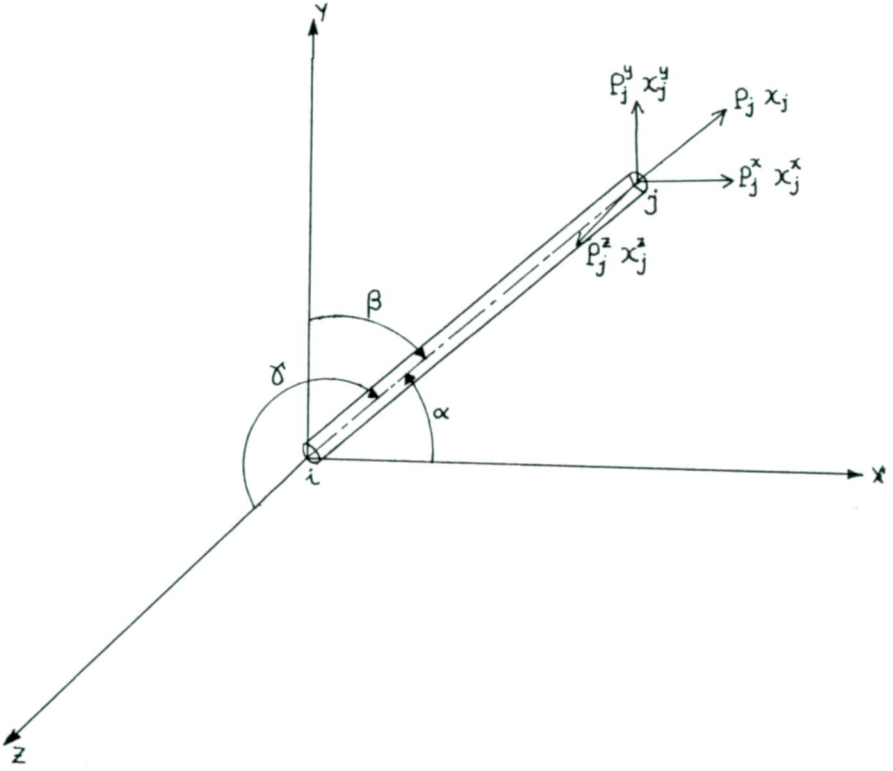
Herhangi bir kafes sistemde (düğüm noktaları mafsallı bağlı sistemde), $\{L\}$ dış yük vektörü ile $\{X\}$ düğüm noktaları deplasmanları arasındaki bağıntı bir eleman için yazılırsa

$$\{L\} = [s] \{X\} \quad (2.1)$$

olur.

Burada $[s]$ eleman rijitlik matrisidir. Şekil 2.2 de verilen X, Y, Z koordinat sistemindeki bir çubuk için (2.1) denklemi şu şekli alır.

$$\begin{bmatrix} P_i^x \\ P_i^y \\ P_i^z \\ P_j^x \\ P_j^y \\ P_j^z \end{bmatrix} = \frac{A_r \times E_r}{L_r} \begin{bmatrix} A & & & & & \\ B & D & & \text{Sim.} & & \\ C & E & F & & & \\ -A & -B & -C & A & & \\ -B & -D & -E & B & D & \\ -C & -E & -F & C & E & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix} \quad (2.2)$$



Şekil 2.2, Üç boyutlu eksen takımında bir çubuk eleman

Burada

A_r = Çubuk kesit alanı

L_r = Çubuk uzunluğu

E_r = Çubuk malzemesinin elastisite modülü

$\alpha, \beta, \gamma =$ Yön kosinüsleri

$P_i^x, P_i^y, P_i^z =$ Çubuğun i ve j uçlarına etkiyen iç kuvvetler.

Yön kosinüsleri nokta koordinatlarına bağlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\alpha = X_{ji}/L_r$$

$$\beta = Y_{ji}/L_r$$

$$\gamma = Z_{ji}/L_r$$

(2.3)

Burada

$$L_r = (X_{ji}^2 + Y_{ji}^2 + Z_{ji}^2)^{1/2}$$

ve

$$X_{ji} = X_j - X_i$$

$$Y_{ji} = Y_j - Y_i$$

$$Z_{ji} = Z_j - Z_i \quad \text{dir.}$$

Ayrıca

$$A = \alpha^2$$

$$B = \alpha \times \beta$$

$$C = \alpha \times \gamma$$

$$D = \beta^2$$

$$E = \beta \times \gamma$$

$$F = \gamma^2$$

dir.

Bütün yapı için rijitlik matrisi her düğüm noktasında o düğüm noktasına birleşen elemanların katkılarının süperpoze edilmesi ile teşkil edilir. Buna göre düğüm noktasına etkiyen dış yükler: $\{L\}$ ve düğüm noktaları deplasmanları: $\{X\}$ ise, aralarındaki bağıntı

$$\{L\} = [S] \{X\} \quad (2.4.a)$$

veya

$$\{X\} = [S]^{-1} \{L\} \quad (2.4.b)$$

olur.

Burada $[S]$ sistem rijitlik matrisi, $[S]^{-1}$ ise onun inversidir.

Lineer olmayan analiz için yapıdaki her bir çubuğa ait iç gerilmeleri, düğüm noktaları dış yükleri cinsinden ifade etmek gerekir. Düğüm noktaları yer değiştirmeleri bir kere hesaplandıktan sonra bu iş kolaylıkla yapılabilir. Sistemin herhangi bir (r) elemanındaki iç gerilme ve çubuk kuvveti aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\sigma_r = E_r \times \epsilon_r \quad (2.5.a)$$

$$p_r = \sigma_r \times A_r \quad (2.5.b)$$

Burada ϵ_r , çubuğun toplam boy uzaması oranıdır. Burada çubuk uç deplasmanları cinsinden

$$\epsilon_r = \frac{\text{Boydaki değişim}}{\text{Orijinal boy}} = \frac{\Delta L_r}{L_r} = \frac{(X_j - X_i)_r}{L_r} \quad (2.6)$$

(2.6) ifadesi (2.5) de yerine yazılırsa

$$\sigma_r = \frac{E_r}{L_r} (X_j - X_i)_r = \frac{E_r}{L_r} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ X_j \end{bmatrix} \quad (2.7.a)$$

$$p_r = \frac{E_r \times A_r}{L_r} (X_j - X_i)_r = \frac{E_r \times A_r}{L_r} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ X_j \end{bmatrix} \quad (2.7.b)$$

şeklini alır.

X_i ve X_j deplasmanları sistem koordinat eksenleri cinsinden ifade edilirse

$$\begin{bmatrix} X_i \\ X_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

şekline gelir.

(2.8) ifadesi (2.7.b) de yerine yazılırsa

$$P_r = \begin{bmatrix} -h_1 & -h_2 & -h_3 & h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Burada h_i ($i = 1,2,3$) çubuktaki birim koordinat deplasmanlarında doğan kuvvettir.

$$h_1 = \alpha \frac{E_r x A_r}{L_r}$$

$$h_2 = \beta \frac{E_r x A_r}{L_r}$$

$$h_3 = \gamma \frac{E_r x A_r}{L_r}$$

Bu çubukların birleşmesinden meydana gelecek bütün yapı içi çubuk kuvvetleri vektörü

$$\{P\} = [H] \{X\} \quad (2.10)$$

olarak yazılabilir. Burada $[H]$, $\{X\}$ düğüm noktaları deplasmanlar vektörünü $\{P\}$ çubuk kuvvetleri vektörüne bağlayan matris olup " kuvvet-deplasman " matrisi olarak adlandırılır.

Gerilme vektörü ise

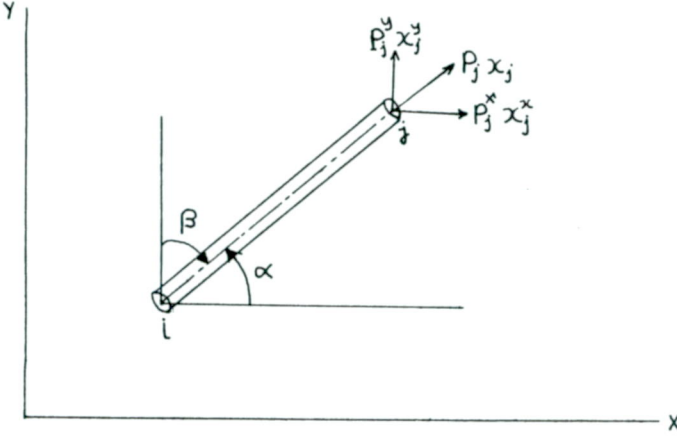
$$\{\Sigma\} = \{p\} / A_r \quad (2.11)$$

ifadesi ile elde edilir.

2.2.2. Düzlem Kafes Sistemlerin Lineer Olmayan Analizi İçin Değiştirilmiş Matris Deplasman Yöntemi

Şekil 2.2 için (2.2) denklemiyle verilen eleman rijitlik matrisi, Şekil 2.3 de gösterilen bir düzlem kafes sistem elemanı için aşağıdaki şekli alır.

$$\begin{bmatrix} p_i^x \\ p_i^y \\ p_j^x \\ p_j^y \end{bmatrix} = \frac{E_r x A_r}{L_r} \begin{bmatrix} A & & & \text{Sim.} \\ & B & C & \\ & -A & -B & A \\ & -B & -C & B & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \end{bmatrix} \quad (2.12.)$$



Şekil 2.3, İki boyutlu eksen takımında bir çubuk eleman

Yine

$$\alpha = X_{ji}/L$$

$$\beta = Y_{ji}/L$$

$$L = (X_{ji}^2 + Y_{ji}^2)^{1/2}$$

(2.13)

$$X_{ji} = X_j - X_i$$

$$Y_{ji} = Y_j - Y_i$$

dir. Buna göre

$$A = \alpha^2$$

$$B = \alpha\beta$$

$$C = \beta^2$$

olur.

Deplasmanlar

$$\begin{bmatrix} X_i \\ X_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Çubuk kuvvetleri

$$P_r = \begin{bmatrix} -h_1 & -h_2 & h_1 & h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

şeklini alır.

Burada

$$h_1 = \alpha \frac{E_r x A_r}{L_r}$$

$$h_2 = \beta \frac{E_r x A_r}{L_r}$$

dir.

Çubuk kuvvetleri vektörü bütün sistem için

$$\{P\} = [H] \{X\}$$

olarak yazılır. Buradaki $[H]$ tüm yapının " kuvvet-deplasman " matrisini göstermektedir. Gerilme vektörü ise

$$\{\Sigma\} = \{P\} / A_r$$

ye eşittir.

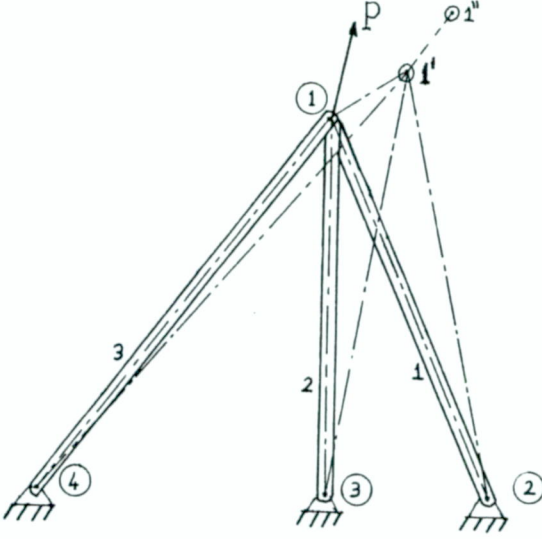
2.3. ÇALIŞMADA İZLENEN YÖNTEM

Bu çalışmadaki lineer olmayan analiz yöntemi, aşağıda anlatıldığı gibi lineer olmayan çözümü elde etmek için ardışık lineer-elastik çözümleri kullanan bir ardışık yaklaşım yöntemi üzerine oturmuştur.

Yöntemin esasları Şekil 2.4 de verilen basit kafes sistem üzerinde açıklanacaktır.

Açıklamada kolaylık amacıyla sistemdeki bütün çubukların Şekil 2.5 de gösterilen gerilme-şekil değiştirme eğrisine uydukları kabul edilmiştir.

Lineer analizde, sistemin (1) nolu düğüm noktasına bir P kuvveti etkidiğinde, herhangi bir çubukta oluşan gerilme malzemenin orantılılık sınırını geçemez. Bütün çubuklardaki gerilmeler ve (1) nolu düğüm noktasının deplasmanı lineer-elastik analizle " Matris deplasman " yöntemiyle bulunabilir.

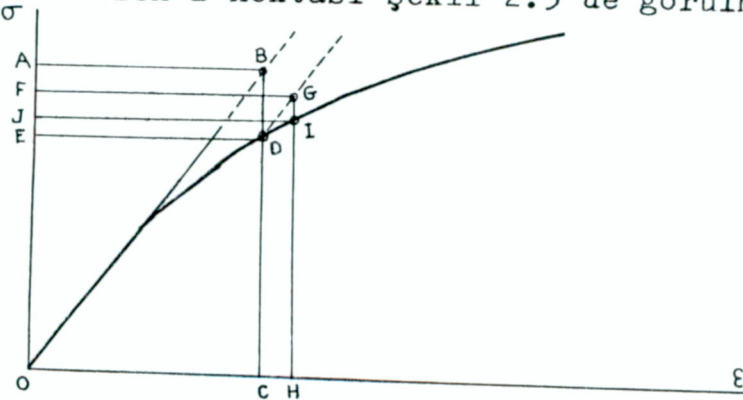


Şekil 2.4, örnek kafes sistem

P nin değerinin, iki çubuğundaki gerilmenin değerini orantılılık sınırı üzerine çıkaracak büyüklükte olduğu düşünülür. (Bu esnada 1 ve 3 nolu çubuklardaki gerilmeler orantılılık sınırı altındadır). Bu durumda matris deplasman yöntemiyle elde edilecek çözüm hatalı olur. Bununla beraber elde edilen sonuç, verilen dış yükleme içi kafes sistemde oluşan gerçek gerilme durumuna ilk yaklaşımdır.

Lineer analiz sonucunda (1) nolu düğüm noktası (1') yeni konumuna gitmektedir. Ancak (1') noktası, 1, 2, 3 çubuklarındaki gerilmeler orantılılık sınırını aşmadıkları takdirde (1) düğüm noktasının yeni konumudur.

Lineer elastik analiz için 2 çubuğundaki gerilme Şekil 2.5 de idealize edilmiş olan σ - ϵ diyagramında görüldüğü gibi OA ya eşit olacaktır ve buna karşı gelen şekil değiştirme ise OC dir. Böylece elde edilen B noktası Şekil 2.5 de görülmektedir.



Şekil 2.5, Şekil 2.4 deki kafes malzemesinin σ - ϵ diyagramı

Görüldüğü gibi B noktası gerçek gerilme-şekil değiştirme eğrisi üzerinde değildir. Dolayısıyla OA gerilmesinin ve OC şekil değiştirmesinin 2 nolu çubukta var olması mümkün değildir. Bundan dolayı (1) nolu düğüm noktasını (1') konumunda tutmak için (1)-(3) doğrultusunda (1) düğüm noktasına ek bir kuvvet uygulamak gerekir. Böyle bir kuvvet "Fiktif kuvvet" olarak adlandırılır, ve geçici olarak dış yük gibi uygulanır. Fiktif kuvvetin büyüklüğü lineer-elastik analiz ile hesaplanan 2 çubuğundaki kuvvet ile (1') pozisyonu için 2 çubuğundaki gerçek kuvvet arasındaki farka eşittir. (1) düğüm noktası (1') pozisyonunda iken 2 çubuğundaki gerçek gerilme ve deformasyon D noktasıyla verildiği gibi OE ve OC dir. Bundan dolayı (1) düğüm noktasını (1') pozisyonunda tutmak için gerekli fiktif kuvvet EA gerilmesiyle 2 çubuğunun alanının çarpımına eşittir.

Fiktif kuvvet gerçekte kafes sistemde yer almaz. Bundan dolayı eşit büyüklükte fakat kendisiyle zıt doğrultuda başka bir kuvvet uygulanarak bu fiktif kuvvetin yok edilmesi gerekir. Bu kuvveti (1) düğüm noktasına (3) ten (1) e doğru uygularsak ve lineer-elastik yöntemi kullanırsak (1) düğüm noktası (1') den (1'') yeni konumuna gider, böylece üç çubukta da ek gerilmeler meydana gelecektir.

Burada gene yalnız 2 çubuğundaki gerilmenin orantılılık sınırı üzerinde olduğu kabul edilecektir. 2 çubuğundaki gerilme yine Şekil 2.5 de görüldüğü gibi D noktasından G noktasına çıkacaktır. Burada DG doğrusu OB ye paraleldir. G noktası yine gerçek eğri üzerinde değildir. OF ve OH, 2 çubuğundaki gerçek gerilme ve şekil değiştirmeyi temsil edemez.

(1) nolu düğüm noktasını (1'') yeni konumunda saklamak için gerekli fiktif kuvvetin değeri JF gerilmesiyle 2 numaralı çubuğun kesit alanının çarpımına eşittir, doğrultusunda (1) den (3) e doğrudur. Bu fiktif kuvvet tekrar (1) düğüm noktasına eşit değerde fakat zıt doğrultuda diğer bir kuvvet uygulayarak yok edilir. Bu (1) düğüm noktasının yeni bir konuma gitmesine ve her üç çubukta 3. yaklaşım için ek gerilmeler oluşmasına neden olur. Bu işleme kafes sistemdeki gerçek gerilme durumu arzulanan kesinlik derecesine erişilinceye kadar devam edilir.

Yöntem, arzulanan kesinlik derecesine ve çubuklardaki gerilmelerin orantılılık sınırının ne kadar üzerinde olduğuna bağlı olarak yakınsar [5].

Yukarıda anlatılan yöntem, ince kesitli bir çelik elemanın çekme gerilmesine maruz olduğu durumlarda doğrudur. Fakat basınç gerilmeleri alan bir eleman için işlemin aynı σ - ε diyagramı kullanılarak yapılması doğru sonuca götürmez. Çünkü basınca maruz ince kesitli bir elemanın göçmesi genellikle burkulma yoluyla gerçekleşir. Bundan dolayı bu durumdaki bir eleman üzerinde işlem ya burkulma etkisi dikkate alınarak çizilmiş ayrı bir σ - ε diyagramı kullanılarak yada elastik veya plastik bölgedeki burkulma durumuna göre, farklı formüller yardımıyla kritik burkulma gerilmesi hesaplanarak yapılmalıdır.

2.3.1. Basınca Maruz Çubuklar

Basınca maruz bir elemanın göçmesi burkulma yoluyla gerçekleşirse,

r çubuğu için narinlik

$$\lambda = \frac{L_r}{i_r} \quad (2.16)$$

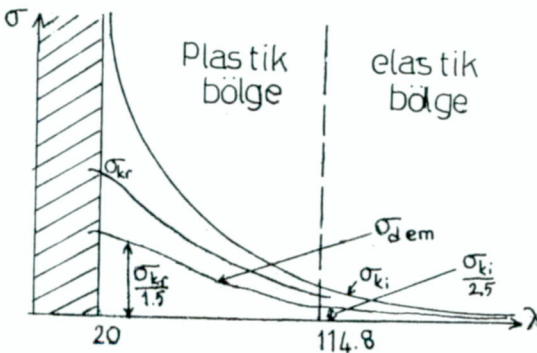
bağıntısıyla verilir.

Burada L_r ve i_r sırasıyla r çubuğunun burkulma boyu ve minimum atalet yarıçapıdır. Burkulma boyu elemanın mesnetlenme şekline de bağlıdır. Burada düğüm noktaları mafsallı bağlı sistemler sö konusu olduğu için elemanın burkulma boyu kendi orijinal boyudur.

λ nın aldığı değere göre burkulmanın elastik veya plastik bölgede gerçekleştiği belirlenir.

$$\lambda > \lambda_p \quad (2.17)$$

değeri için Şekil 2.6 dan da görüleceği gibi burkulma elastik bölgede olacaktır. Burada λ_p , elastik bölge ile plastik bölgeyi ayıran sınır narinlik derecesi olup değeri $\lambda_p = 114.8$ olarak alınmıştır.



Şekil 2.6, Basınç çubukları için σ - λ ilişkisi

$20 < \lambda < 114.8$ plastik bölge

$114.8 < \lambda < 250$ elastik bölge

Elastik bölgede ($\lambda > 114.8$) çalışan bir r çubuğu için Euler burkulma gerilmesi ifadesi

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E \cdot i_r^2}{L_r^2} \quad (2.18)$$

olarak verilmektedir. Burada E elastisite modülüdür. (2.18) ifadesinden burkulma gerilmesinin seçilen kesit özelliklerine bağlı olduğu görülmektedir.

Bu durumda elemandaki maksimum gerilme

$$\sigma_r = \frac{P_r}{A_r} \leq \sigma_{kr} \quad (2.19)$$

bağıntısını sağlamalıdır. Dolayısıyla (2.18) ifadesi elastik bölgede burkulma için kritik gerilme değerini verir. Çubuk elemandaki gerilmenin bu değerle karşılaştırılması ve fiktif kuvvetin de bu iki gerilme arasındaki farkın çubuğun alanıyla çarpılmak suretiyle bulunması gerekir.

Plastik bölgede ($\lambda < 114.8$) burkulma durumunda ise

DIN4114 [11] de λ ile σ_{cr} arasındaki bağıntı

$$\lambda^2 = \left(\pi^2 E / \sigma_{cr} \right) \left[1 - \left(m \cdot \sigma_{cr} / (\sigma_F - \sigma_{cr}) \right) + 0.25 \left(m \cdot \sigma_{cr} / (\sigma_F - \sigma_{cr}) \right)^2 - 0.005 \left(m \cdot \sigma_{cr} / (\sigma_F - \sigma_{cr}) \right)^3 \right] \quad (2.20)$$

şeklinde verilmektedir.

Burada

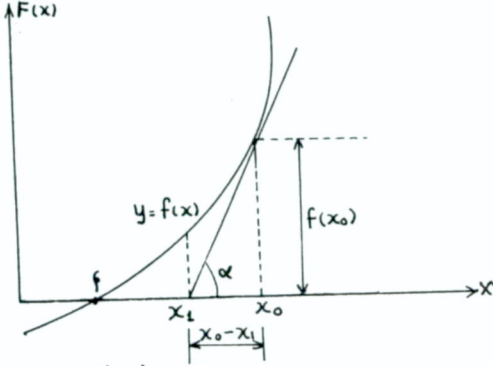
$$m = 2.317 \left[0.05 + (\lambda / 500) \right] \quad (2.21)$$

ve σ_F akma gerilmesidir. (Örneğin, yumuşak çelik için $\sigma_F = 2300 \text{ kg/cm}^2$)

Bu bağıntı Newton-Raphson ardışık yaklaşık yöntemiyle çözümlenerek plastik bölgede burkulma için kritik burkulma gerilmesi (σ_c) bulunur.

2.3.1.1. Linear Olmayan Denklemın Çözümü

Linear olmayan $F(x) = 0$ gibi fonksiyonların çözümü Newton-Raphson ardışık yaklaşık yöntemiyle yapılabilir. Bunun için başlangıçta bir X_0 başlangıç kökü seçilir ve bir adım sonraki yeni kök değeri (2.22) ile verilen ardışık yaklaşık ifade ile bulunur.



$$\text{tg } \alpha = \frac{F(x)}{X_0 - X_1} = F'(X_0)$$

$$(X_0 - X_1) F'(X_0) = F(X_0)$$

$$X_1 = X_0 - \frac{F(X_0)}{F'(X_0)}$$

Genel olarak ardışık yaklaşık bağıntı

$$X_{i+1} = X_i - \frac{F(X_i)}{F'(X_i)} \quad (2.22)$$

şeklinindedir. Buradaki i adım numarasıdır. İki adımdaki X değerleri arasındaki fark daha önce belirlenen toleranstan küçük olunca işlem durdurulur.

(2.20) ifadesi tekrar gözönüne alınırsa

$$F(\sigma_{cr}) = \frac{\lambda^2 \sigma_{cr}^2}{\pi^2 \cdot E} - 1 + \frac{m \cdot \sigma_{cr}}{\sigma_F - \sigma_{cr}} - 0.25 \frac{m \cdot \sigma_{cr}^2}{\sigma_F - \sigma_{cr}} + 0.005 \frac{m \cdot \sigma_{cr}^3}{\sigma_F - \sigma_{cr}} \quad (2.23)$$

olur. Şu kısaltmalar yapılarak

$$A = \lambda^2 / \pi^2 \cdot E \quad (2.24)$$

$$B = m = 2.317 [0.05 + (\lambda / 500)] \quad (2.25)$$

$$= 0.11585 + 0.004634\lambda \quad (2.26)$$

$$S = B\sigma_{cr} / (\sigma_F - \sigma_{cr}) \quad (2.27)$$

(2.27) ifadesinin σ_{cr} 'e göre türevi alınır

$$ST = S' (\sigma_{cr}) = B \sigma_{cr} / (\sigma_F - \sigma_{cr})^2 \quad (2.28)$$

elde edilir.

(2.23) bağıntısında bu kısaltılmış ifadeler yerine yazılırsa

$$F = A \sigma_{cr} + S - 0.25 S^2 + 0.005 S^3 - 1 \quad (2.29)$$

halini alır.

(2.29) ifadesinin σ_{cr} 'e göre türevi alınır

$$FT = A + ST - 0.5 \times ST \times S + 0.015 \times S^2 \times S \quad (2.30)$$

elde edilir.

(2.29) ve (2.30) ifadeleri yardımıyla, Newton-Raphson ardışık yaklaşım yöntemi kullanılarak plastik bölgede burkulan çubukun (σ_{cr}) kritik gerilmesi bulunur.

Daha sonra çubuk elemandaki gerilme için

$$\sigma_r = \frac{P_r}{A_r} \leq \sigma_{cr} \quad (2.31)$$

kontrolü yapılır. Çubuktaki gerilme, kritik gerilme değeri üzerinde ise aradaki fark hesaplanır. Bu fark elemanın kesit alanıyla çarpılarak " Fiktif yük " ün değeri bulunur.

2.4. LİNEER OLMAYAN ANALİZ İÇİN ALGORİTMA

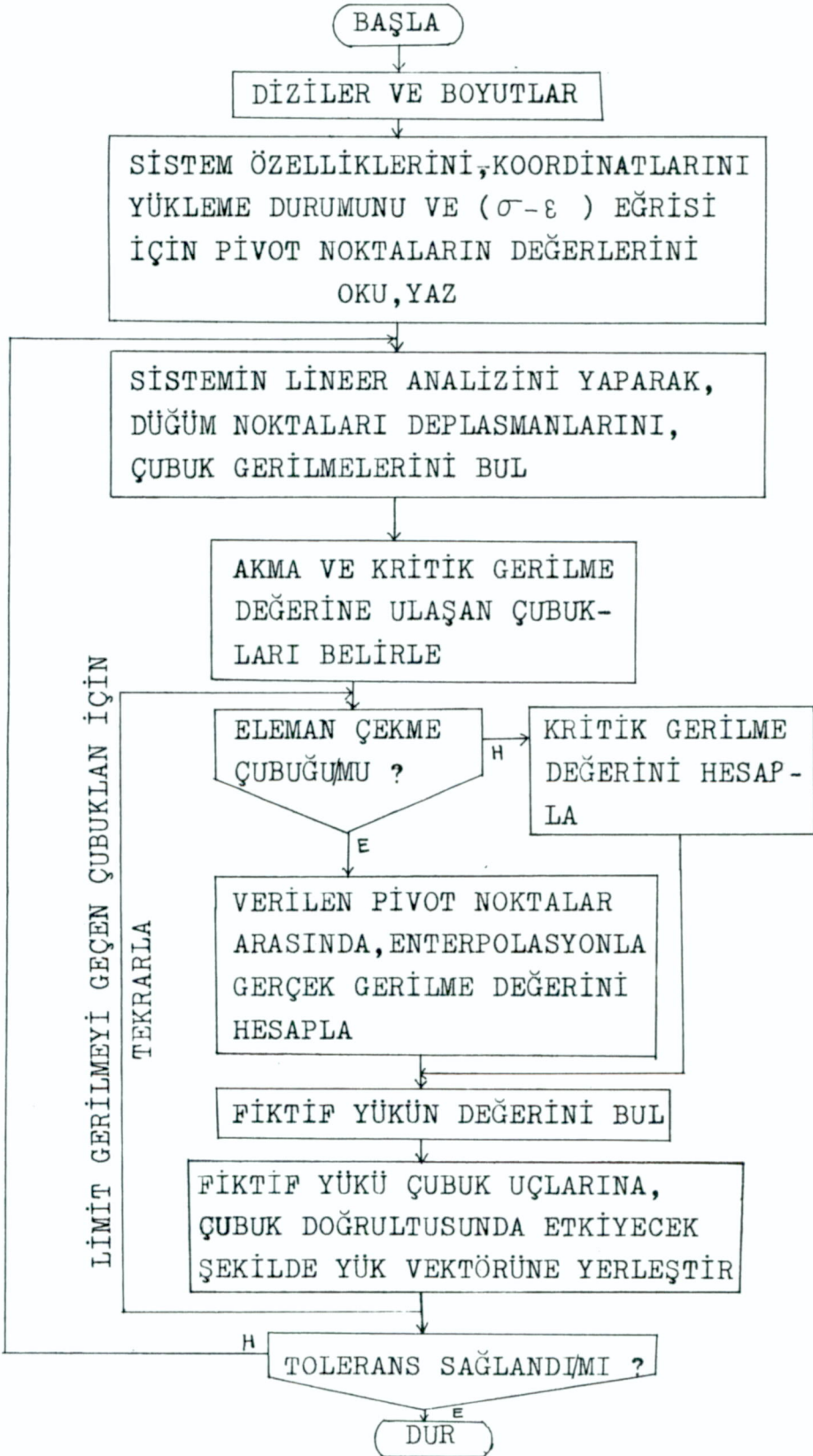
Uzay ve düzlem kafes sistemlerin lineer olmayan analizini yapan yöntemin algoritması Şekil 2.7 de verilmiştir. Yöntemin uygulanması için çeliğin σ - ϵ diyagramından seçilen pivot noktaların verilmesi gerekir. Basınç çubukları için ayrıca, çeliğin basınç durumundaki σ - ϵ eğrisi verilebilir, ancak bu şekilde boyu ve alanı değişik olan her çubuk için ayrı bir basınç eğrisi verilmesi gerekir. Daha pratik çözüm için, basınç çubukları kritik burkulma gerilmelerinin hesaplanarak işleme konulması uygun olur.

Boyutları ve yükleme durumu bilinen sistem, Matris Deplasman

yöntemiyle analiz edilerek düğüm noktaları deplasmanları ve çubuk kuvvetleriyle, gerilmeleri hesaplanır.

Bulunan çubuk gerilmelerinden yararlanılarak, çubuğun çekme ve basınç çubuğu olmasına göre (gerilme yada burkulma sınırlarına bağlı olarak) limit gerilmeyi geçen çubuk elemanlar belirlenir. Çubuklardaki gerçek gerilmeler hesaplanarak, mevcut gerilmeler ile arasındaki fark gerilme bulunur. Bulunan fark gerilme, çubuğun kesit alanı ile çarpılarak " Fiktif yükün " değeri hesaplanır. Fiktif yükler çubuk uçlarına çubuk doğrultusunda etkililerek bu yeni yükleme altında sistemin yeniden lineer analizi yapılır. İşlem, kafesteki gerçek gerilme durumu arzulanan kesinlik derecesine ulaşıncaya kadar tekrarlanır. Yöntem, arzulanan kesinlik derecesine ve çubuklardaki gerilmelerin orantılılık sınırınının yada kritik gerilmenin ne kadar üzerinde olduğuna bağlı olarak yakınsar.

Yöntem, iteratif olduğundan yakınsama toleransının başlangıçta belirlenmesi gerekir. Bu tolerans, lineer analizle bulunan gerilme ile gerçek gerilme arasındaki izin verilen maksimum fark kadar olacaktır.



Şekil 2.7, Lineer olmayan analiz için algoritma

BÖLÜM III

BİLGİSAYAR PROGRAMLAMASI

3.1. GİRİŞ

Bu çalışmada geliştirilen ve ikinci bölümde açıklanan, uzay ve düzlem kafes sistemlerinin lineer olmayan analizini gerçekleştiren Şekil 2.7 deki algoritmanın, sayısal örneklere uygulanabilmesi için hazırlanan bilgisayar programı FORTRAN-IV dilinde kodlanmıştır. Programın çalıştırılması K.Ü. B.İ.M. de VM/SP4341 bilgisayarında yapılmıştır.

Hazırlanan program iki temel alt program ile bunların çağrıldığı bir ana programdan oluşmaktadır. Ayrıca her alt programın kendisi için gerekli olan diğer alt programları vardır. Bu iki alt programın adları ve görevleri şunlardır :

SUBROUTINE ANAL (ANAL alt program), RMTS, SOLU ve CKUV adlı alt programları çağırarak sistemin lineer analizini yapar. Bu alt programlardan RMTS, sistem rijitlik matrisini bant matris şeklinde ve tek boyutlu diziye indirgeyerek kurar. SOLU alt programı, sistem rijitlik matrisini Gauss-yoketme yöntemi ile çözer ve düğüm noktaları deplasmanlarını hesaplar. CKUV alt programı ise çubuk kuvvetlerini hesaplar.

SUBROUTINE ANON (ANON alt programı), sistemin lineer olmayan analizini yapar. İçerisinde ANAL ve GKRT alt programları çağrılır. GKRT alt programı çubukların burkulma durumlarını dikkate alarak kritik gerilmeyi hesaplar.

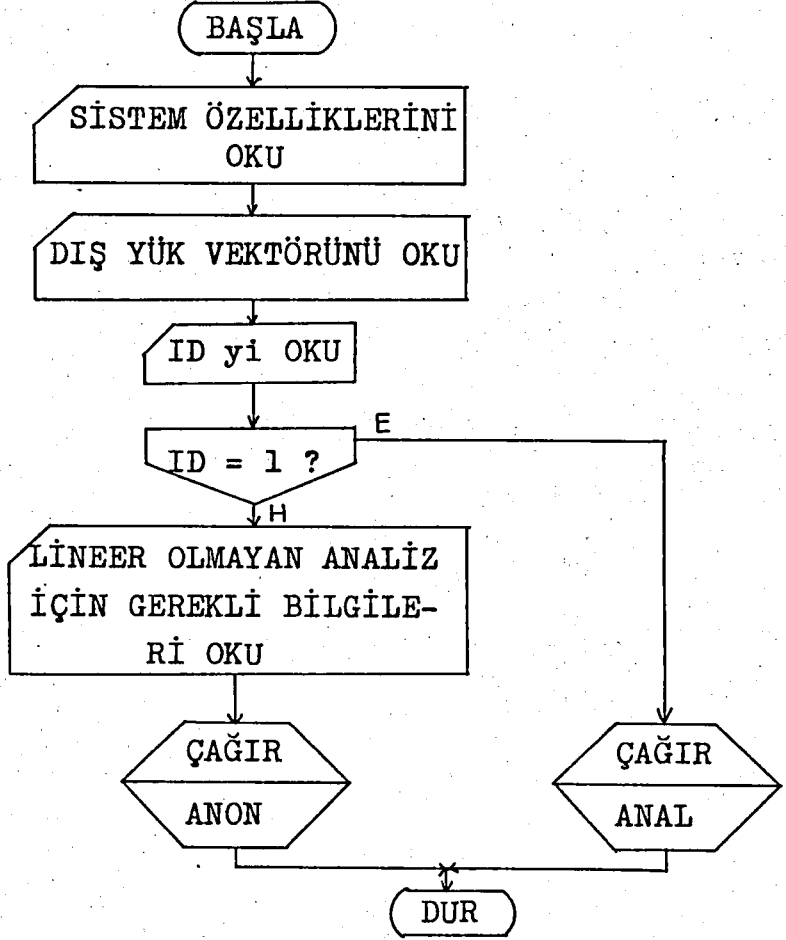
3.2. ANA PROGRAM

Akış diyagramı Şekil 3.1 de verilmiş olan ana program, yukarıda görevleri belirtilen iki alt programı çağırarak sistemin lineer ve lineer olmayan analizini gerçekleştirmektedir. Program, ID kontrol değişkeni yardımıyla, lineer olmayan veya yalnız lineer analiz yapacak şekilde düzenlenmiştir. ID = 1 verildiğinde yalnız lineer analiz yapılmakta, ID ≠ 1 verildiğinde ise lineer olmayan analiz gerçekleştirilmektedir.

Ana programda ilk önce giriş bilgileri okutulmaktadır. Bu bilgiler, seçilen kafes sistemin özellikleri ve yüklemesidir.

Tablo 3.1, Giriş bilgileri

PROGRAM SEMBOLÜ	DEĞİŞKENLERİN TANIMI
NJ	MESNETLER DAHİL DÜĞÜM NOKTASI SAYISI
NM	ÇUBUK SAYISI
IG	TOPLAM GRUP SAYISI
E	ELASTİSİTE MODÜLÜ
J1	ELEMANIN BİRİNCİ UÇ DÜĞÜM NOKTA NUMARASI
J2	ELEMANIN İKİNCİ UÇ DÜĞÜM NOKTA NUMARASI
KA	KESİT ALANLARI
RI	KESİT ATALET YARIÇAPLARI
X } Y } Z }	DÜĞÜM NOKTALARI KOORDİNATLARI
IS	DÜĞÜM NOKTALARI SERBESTLİK DERECELERİ
YV	YÜK VEKTÖRÜ
ID	KONTROL DEĞİŞKENİ
NS	PİVOT NOKTA SAYISI
GA	MALZEMENİN AKMA GERİLMESİ
TOL	YAKINSAMA TOLERANSI
GS	SEÇİLEN PİVOT NOKTALARDAKİ GERİLME DEĞERLERİ
GE	SEÇİLEN PİVOT NOKTALARDAKİ ŞEKİL DEĞİŞTİRME DEĞERLERİ

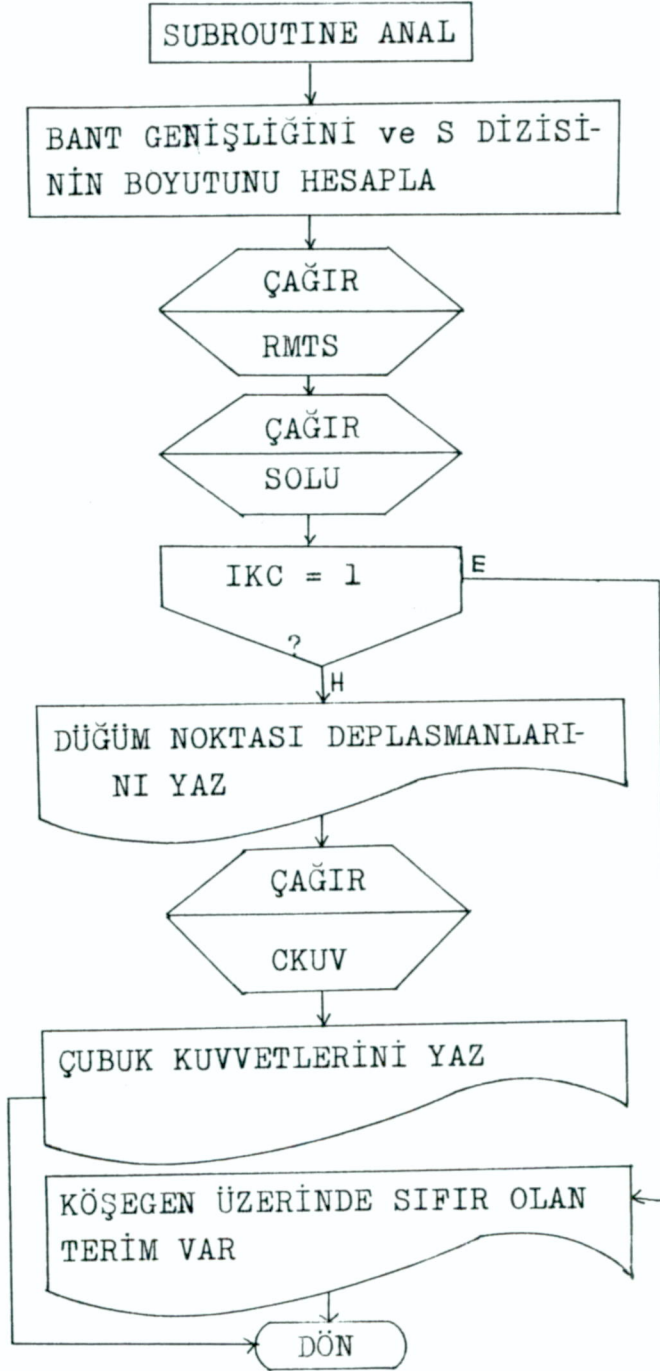


Şekil 3.1, ANA program akış diyagramı

İlk önce mesnetler dahil olmak üzere düğüm noktaları sayısı, sistemdeki eleman sayısı, grup sayısı ve malzemenin elastisite modülü okunmaktadır. Takip eden deyimlerde elemanlara ait bilgiler olan eleman grup numarası, birinci uç numarası, ikinci uç numarası okunmaktadır. Bu dizilerin boyutları eleman sayısı (NM) kadardır. Düğüm noktası sayısı (NJ) boyutundaki düğüm noktaları koordinatlarını içeren X, Y, Z dizileri ve IS(I) düğüm noktaları serbestlik derecelerini içeren dizi okunarak devam edilir. Daha sonra yük vektörü ve ID kontrol değişkeni okunur. ID = 1 verilmişse sistemin yalnızca lineer analizi yapılır ve program durur. ID \neq 1 verilmişse lineer olmayan analiz için gerekli bilgiler olan, malzemenin σ - ϵ diyagramından seçilen pivot nokta sayısı, yakınsama toleransı ve malzemenin akma gerilmesi okunur. Seçilen pivot nokta sayısı (NS) boyutundaki GS (I) ve GE (I) gerilme ve şekil değiştirmeleri bulunduğu diziler okunduktan sonra ANON alt programı çağrılarak lineer olmayan analiz gerçekleştirilir.

3.3. ANAL ALT PROGRAMI

Akış diyagramı Şekil 3.2 de verilen ANAL alt programı matris deplasman yöntemiyle sistemin lineer analizini yapar. Önce RMTS ve SOLU alt programlarında kullanılacak olan KB bant genişliğini, serbestlik derecelerine bağlı olarak hesaplar. Düğüm noktalarındaki serbestlik dereceleri tutulan doğrultularda "0", serbest doğrultularda ise "1" dir. Çubukların birinci uç numarasından ikinci uç numarasına kadar serbestlik dereceleri cebirsel olarak toplanır ve toplamların en büyüğü bant genişliği olarak bulunur. Tek boyutlu diziyeye indirgenen sistem rijitlik matrisinin boyutuna KI denirse $KI = KB \times NC$ olacaktır. Buradaki NC denklem sayısı, yani sistem rijitlik matrisindeki satır sayısıdır. Daha sonra RMTS alt programı çağrılır. RMTS alt programı, sistem rijitlik matrisini denklem takımının çözümünde kullanılan yöntemine uygun olarak bant matris şeklinde ve köşegen doğrultusunda tek boyutlu diziyeye indirgeyerek karar. Kurulan rijitlik dizisini SOLU alt programını çağırarak çözer. Bu alt programa "0" olarak gönderilen IKC değeri, köşegen üzerinde "0" olan terim varsa "1" değerini alır ve döner. Döndükten sonra "Köşegen üzerinde "0" olan terim var" mesajını yazar, ANAL alt programı çağrıldığı programa döner ve programın çalışması durur. Çözüm gerçekleştirilmişse, düğüm noktaları deplasmanlarını yazdıktan sonra CKUV alt programını çağırır. Burada hesaplanan çubuk kuvvetlerini yazar ve döner.



Şekil 3.2, ANAL alt programı akış diyagramı

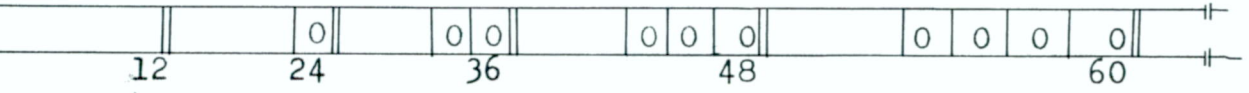
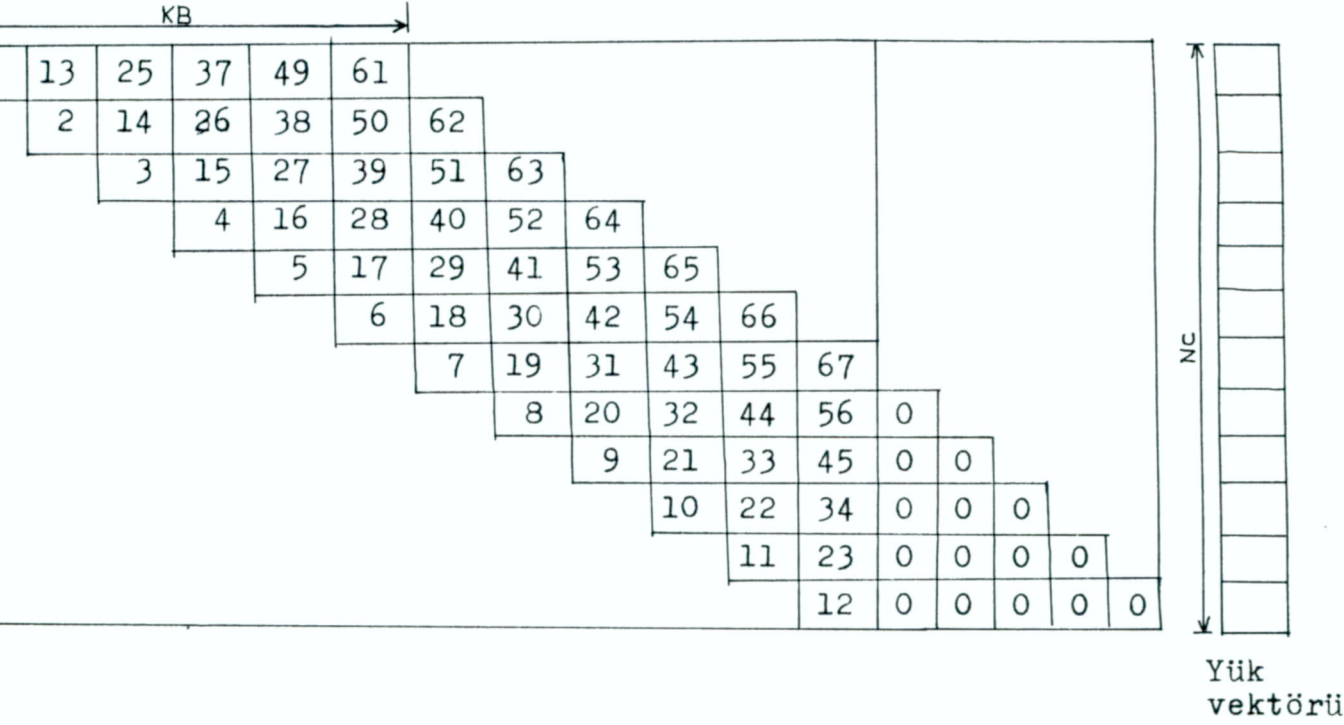
3.3.1.RMTS Alt Programı

Akış diyagramı Şekil 3.7 de verilen RMTS alt programı sistem rijitlik matrisini kurar ve tek boyutlu S (NI) dizisine yerleştirir. Sistem rijitlik matrisi bant matris şeklinde kurulur ve simetrik olduğundan dolayı sadece üst yarım bant yerleştirilir.

Bu alt programda önce tek boyutlu S (NI) dizisi sıfırlanır. İlk olarak II. Bölümde anlatılan, matris deplasman yöntemindeki eleman rijitlik matrisi kurulur ve şekil 3.3 de gösterildiği gibi SK (I,J) alt matrisine yerleştirilir. Kurulan SK (I,J) alt matrisi kullanılarak, önce çubuk elemanın birinci ucunun katkısı sistem rijitlik matrisine yerleştirilir. Tutulmuş yer değiştirmeler doğrultusunda elemanın rijitlik matrisine katkısı olmayacağı için bu doğrultulardaki katkılar yerleştirilmez. Birinci ucun katkı satır ve kolon numarası NX değişkeniyle belirlenir ve bu ucun katkısı olan SK(I,J) alt matrisinin ilk altı elemanı NX. satır ve kolon gruplarının kesiştiği bölgeye yerleştirilir. Aynı şekilde ikinci ucun katkı satır ve kolon numarası NY değişkenine atanır. NX. satırla NY. kolon gruplarının kesiştiği bölgeye SK(I,J) matrisinin 7 ile 15 arasındaki 9 elemanı yerleştirilir. Son olarak NY. satır ve kolon gruplarının kesiştiği bölgeye çubuğun ikinci ucunun katkısı olan SK (I,J) alt matrisinin 16 ile 21 arasındaki elemanları yerleştirilir. Bu işlemler her eleman için tekrarlanır. Elemanların tek boyutlu S (NI) dizisinde yerleşecekleri NI indisleri NX, NY ve denklem sayısı NC ye bağlı olarak hesaplanır.

Bu işlemler sonunda sistem rijitlik matrisi tek boyutlu S(NI) dizisine köşegen düzeninde yerleşmiş olur. Şekil 3.4 de iki boyutlu dizinin tek boyutlu diziye yerleşme düzeni görülmektedir. NI, elemanların tek boyutlu dizideki adresleridir. SOLU alt programı, kurulan rijitlik dizisini Gauss-yok-~~etme~~ ile çözmektedir. Bunun için sistem rijitlik matrisi Şekil 3.5 de görüldüğü gibi, yarı bant ve sıfır elemanları ile birlikte yerleştirilmiştir. Sistem rijitlik matrisinin indisleri bu özellikler dikkate alınarak bulunmaktadır.

İki boyutlu sistemlerde de sistem rijitlik matrisinin kuruluşu aynıdır. SK(I,J) eleman rijitlik matrisinin numaralanması Şekil 3.6 da gösterilmiştir.



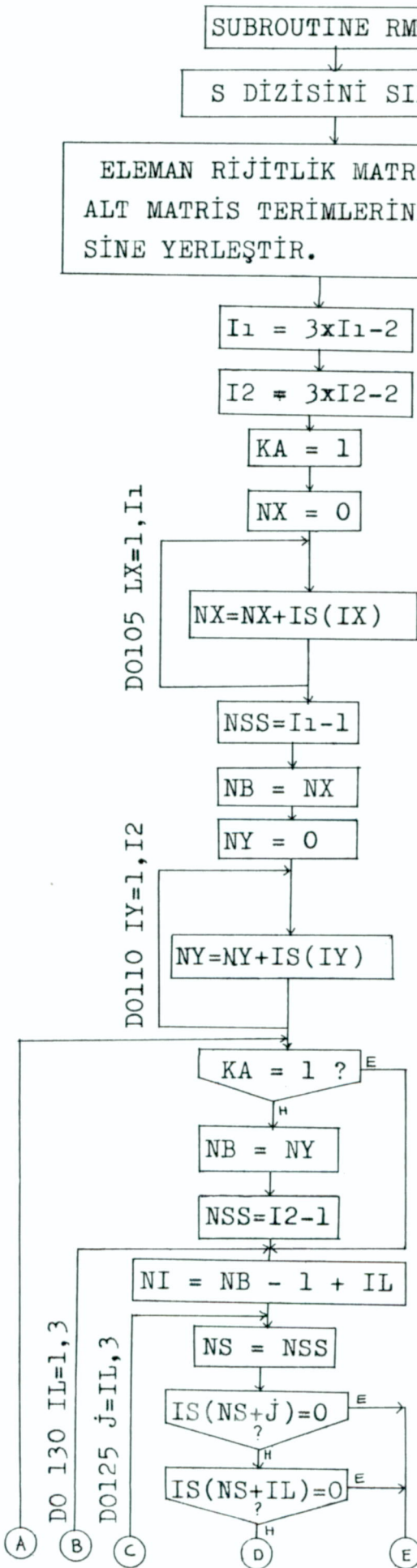
Şekil 3.5, Sistem rijitlik matrisi

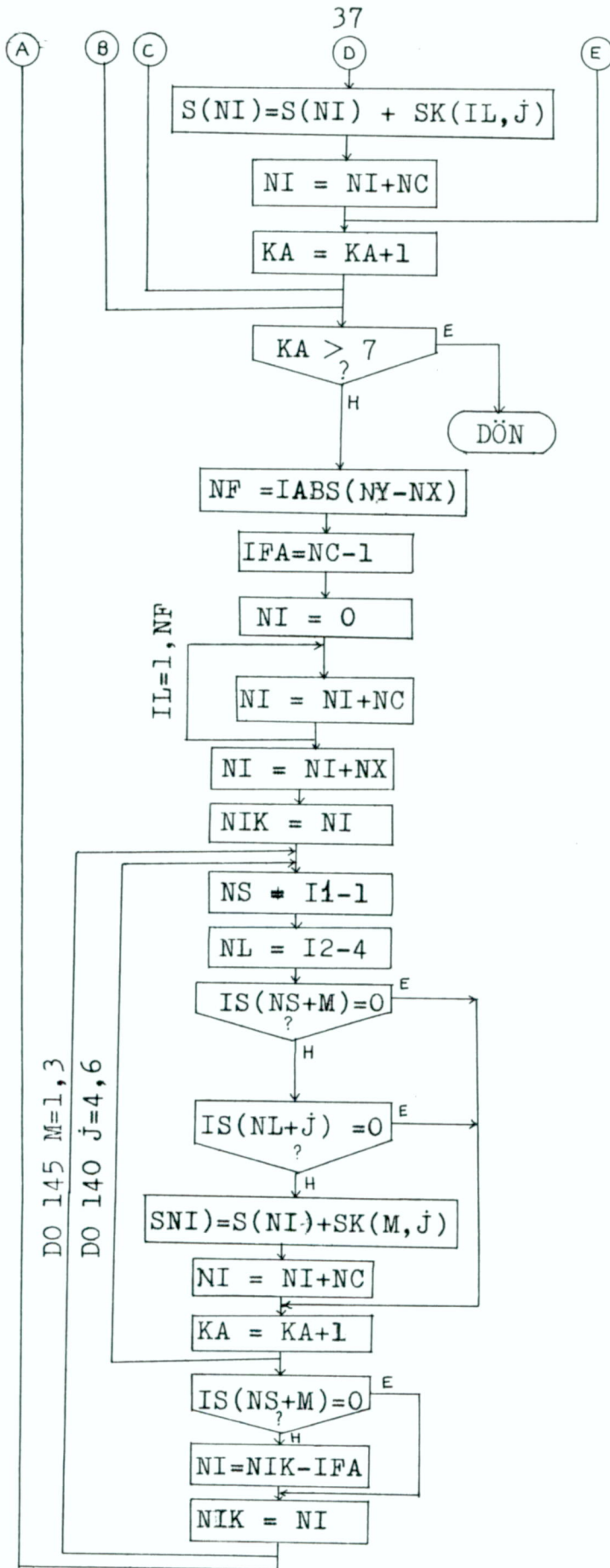
$$[SK]_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ & 3 \end{bmatrix}$$

$$[SK]_{ij} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$[SK]_{jj} = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ & 10 \end{bmatrix}$$

Şekil 3.6, İki boyutlu sistemlerde bir çubuk elemanın $[SK]$ alt matrisinin numaralanması





Şekil 3.7, RMTS alt programı akış diyagramı

3.3.2.SOLU Alt Programı

SOLU alt programı, simetrik lineer denklem sistemi çözümünde kullanılan Gauss-Yoketme yöntemini uygulamak tadır.

Bilindiği gibi Gauss yöntemi

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{C} \quad (3.1)$$

şeklinde gösterilen simetrik lineer denklem sistemini çözer. Bu yöntemde, diğer lineer denklem sistemi çözümlerine göre bilgisayar zamanı ve bellek israfı büyük ölçüde azalmaktadır.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = c_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = c_2$$

.....

(3.2)

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = c_n$$

şeklinde verilen bir lineer cebirsel denklem takımı indirgeme işlemi sonunda aşağıdaki şekle dönüşmektedir.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = c_1$$

$$a'_{22}x_2 + \dots + a'_{2n}x_n = c'_2$$

.....

(3.3)

$$a'_{nn}x_n = c'_n$$

En sondaki denklemden başlayıp geriye doğru yapılacak bir yerine koyma işlemi ise tüm kökleri verir. İndirgeme ve yerine koyma işlemleri aşağıda daha ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

$$a_{11}^{(1)}x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \dots + a_{1n}^{(1)}x_n = c_1^{(1)}$$

$$0 + a_{22}^{(2)}x_2 + \dots + a_{2n}^{(2)}x_n = c_2^{(2)} \quad (3.4)$$

$$0 + a_n^{(2)}x_2 + \dots + a_{nn}^{(2)}x_n = c_n^{(2)}$$

(3.4) denklem sisteminin birinci satırındaki terimler verilen (3.2) denklem sisteminin birinci satırına eşittir. Bu yeni (3.4) denklem takımı (3.2) denklemlerinin

$$\frac{a_{i1}}{a_{11}} \quad i = 2(1) n$$

ile çarpılarak i'inci denklemden çıkarılması ile elde edilir. Yukarıdaki $i = 2(1)n$ ifadesi i değişkeninin 2 den başlayıp n'e kadar (1) er arttırılarak değerlendirileceğini gösterir. Yukarıdaki denklem takımındaki birinci denklem gözönüne alınmadan aşağıdaki denklem takımı incelenir.

$$\begin{aligned} a_{22}^{(2)} x_2 + \dots + a_{2n}^{(2)} x_n &= c_2^{(2)} \\ a_{n2}^{(2)} x_2 + \dots + a_{nn}^{(2)} x_n &= c_n^{(2)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

bu denklem takımına

$$\frac{a_{i2}^{(2)}}{a_{22}^{(2)}} \quad i = 3(1)n$$

olacak şekilde yukarıda anlatılana benzer olarak

$$i = 3(1)n$$

$$j = 3(1)n \quad \text{için}$$

$$\begin{aligned} a_{ij}^{(3)} &= a_{ij}^{(2)} - \frac{a_{i2}^{(2)}}{a_{22}^{(2)}} a_{ij}^{(2)} \\ c_i^{(3)} &= c_i^{(2)} - \frac{a_{i2}^{(2)}}{a_{22}^{(2)}} c_2^{(2)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

algoritması uygulanırsa denklem (3.2) olarak verilen denklem takımı

$$\begin{aligned} a_{11}^{(1)} x_1 + a_{12}^{(1)} x_2 + a_{13}^{(1)} x_3 + \dots + a_{1n}^{(1)} x_n &= c_1^{(1)} \\ a_{22}^{(2)} x_2 + a_{23}^{(2)} x_3 + \dots + a_{2n}^{(2)} x_n &= c_2^{(2)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$a_{nn}^{(n)} x_n = c_n^{(n)}$$

Bu işleme denklem takımının katsayılar matrisi bir üst üçgen matrisi şeklini alıncaya kadar devam edilir. Kökler ise

$$X_n = \frac{c_n}{a_{nn}}$$

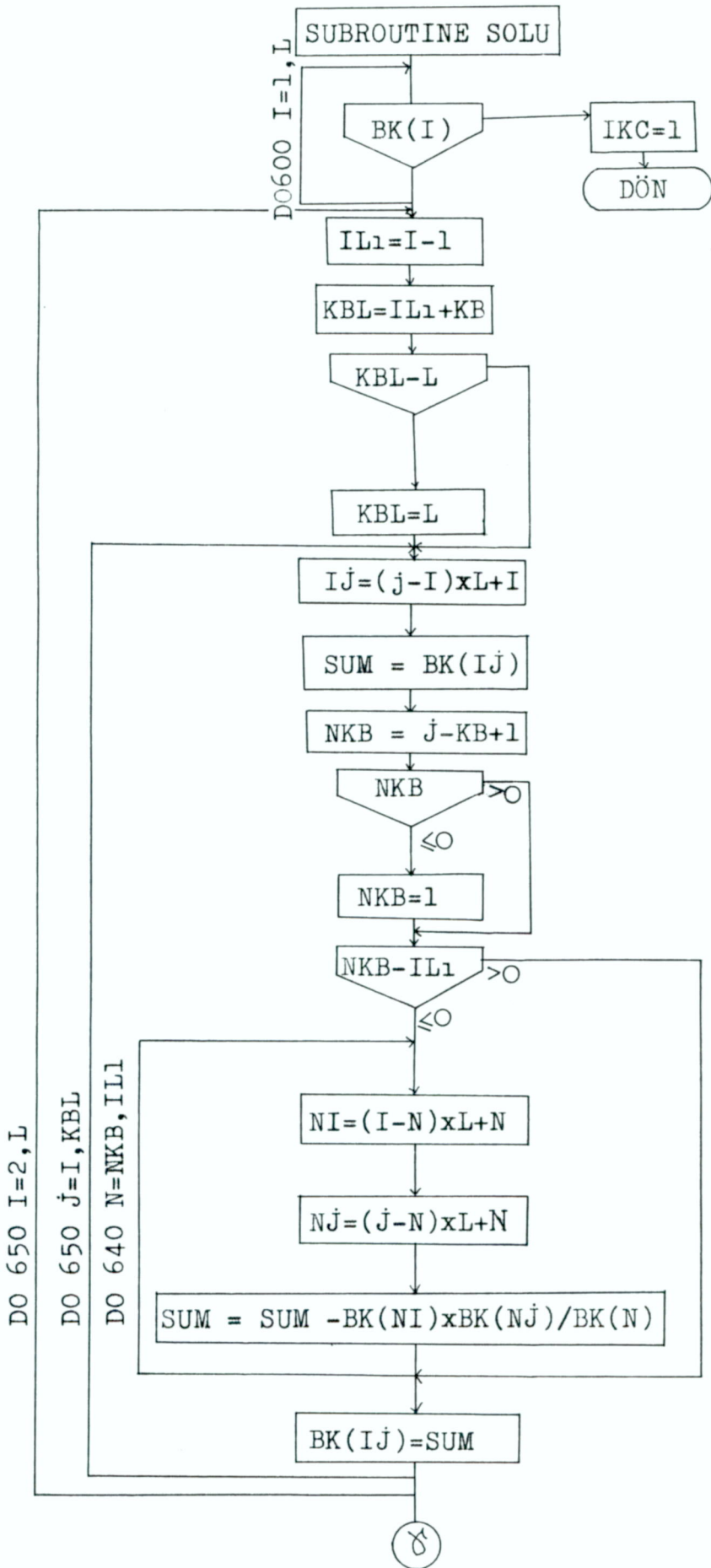
$$X_{n-1} = \frac{1}{a_{n-1,n-1}} \quad c_{n-1} - a_{n-1,n} X_n \quad (3.8)$$

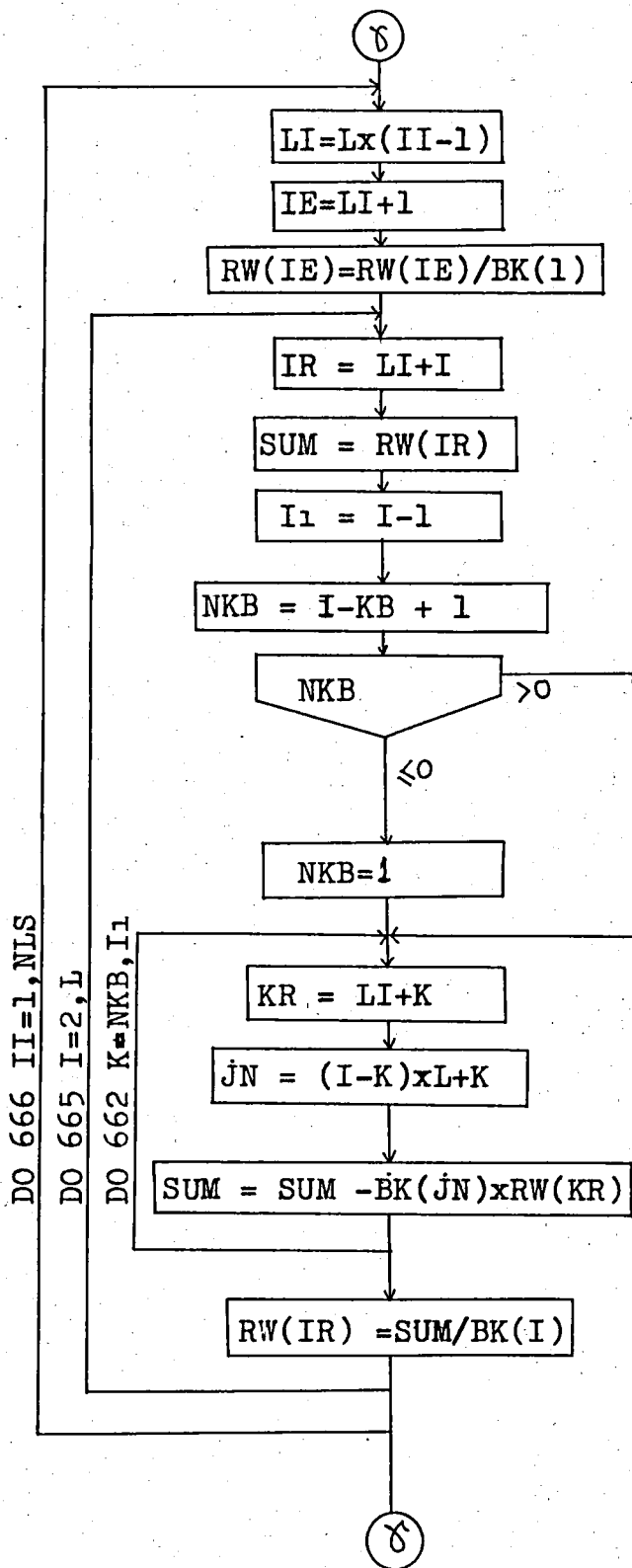
olarak bulunur.

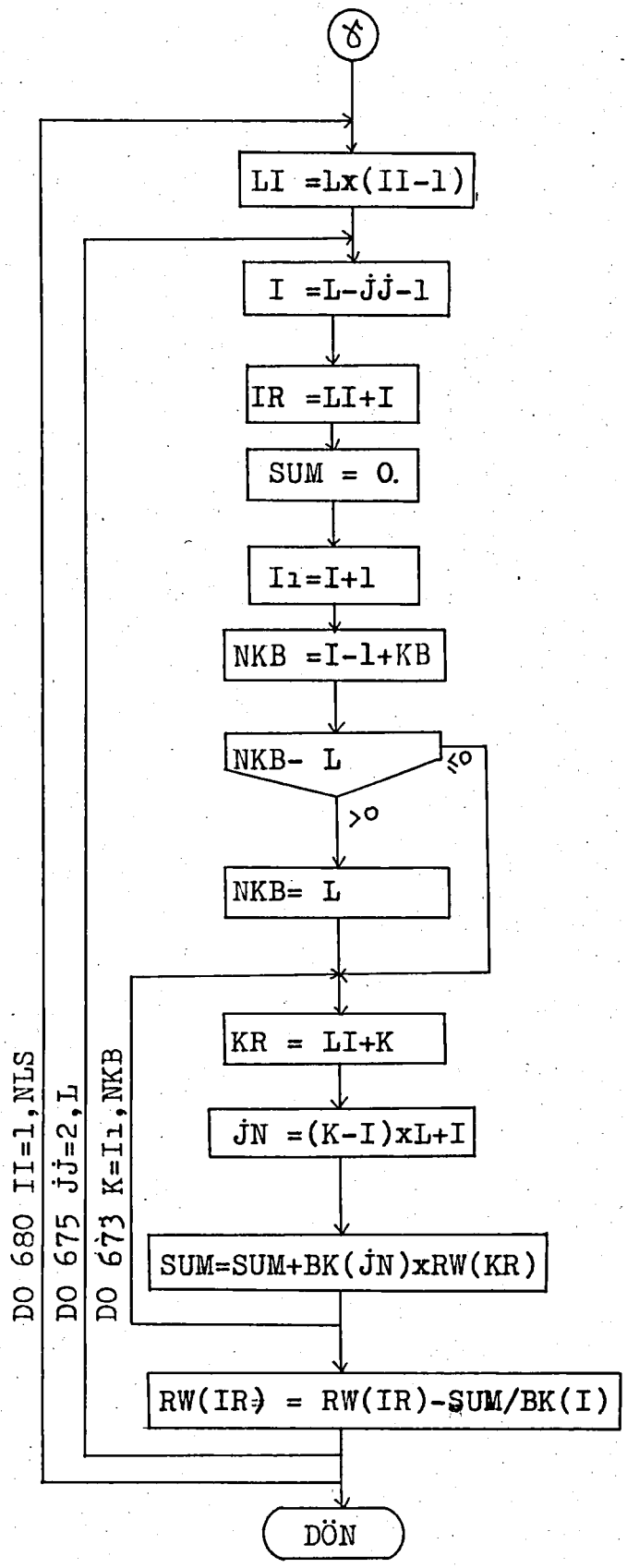
Şekil 3.8 de verilen akış diyagramındaki L değişkeni sistemin serbestlik derecesini göstermektedir. Sistem rijitlik matrisinde ana köşegen üzerindeki BK dizisi terimlerinden "0" olan varsa çağırın programa dönülür, " Köşegen üzerinde sıfır var " mesajı yazılır ve programın çalışması durur.

Akış diyagramındaki RW dizisi, başlangıçta yük vektörünü göstermektedir. Bellekten tasarruf sağlamak için çözüm yapıldıktan sonra düğüm noktası deplasmanları aynı RW dizisiyle ana programa taşınır.

Bu alt programda [BK] dizisi yerine [S] rijitlik dizisi ve [RW] matrisi yerine kafes sisteme etkiyen {YV} dış yük vektörü alınır ana programa dönüldüğünde {YV} vektörünün terimleri düğüm noktaları deplasmanlarına dönüşmüş olur.







Şekil 3.8,SOLU alt programı akış diyagramı

3.3.3. CKUV Alt Programı

Akış diyagramı Şekil 3.9 da verilen CKUV alt programı çubuk kuvvetlerini hesaplar. İşleme CK(I) ile tanımlanan çubuk kuvvetlerinin yerleşeceği diziye sıfırlayarak başlar. Sonra rijitlik terimini, birinci ve ikinci ucun deplasman vektöründeki satır numaralarını hesaplar. Önce birinci uc deplasmanlarından gelen katkıyı belirler. Bu işlemi, birinci ucun X, Y, Z doğrultusunda tutulmuş olup olmadığını kontrol ederek yapar. Kontrol IS(I) dizisiyle çağrıldığı programdan gönderilen düğüm noktaları serbestlik dereceleri vasıtasıyla gerçekleştirilir.

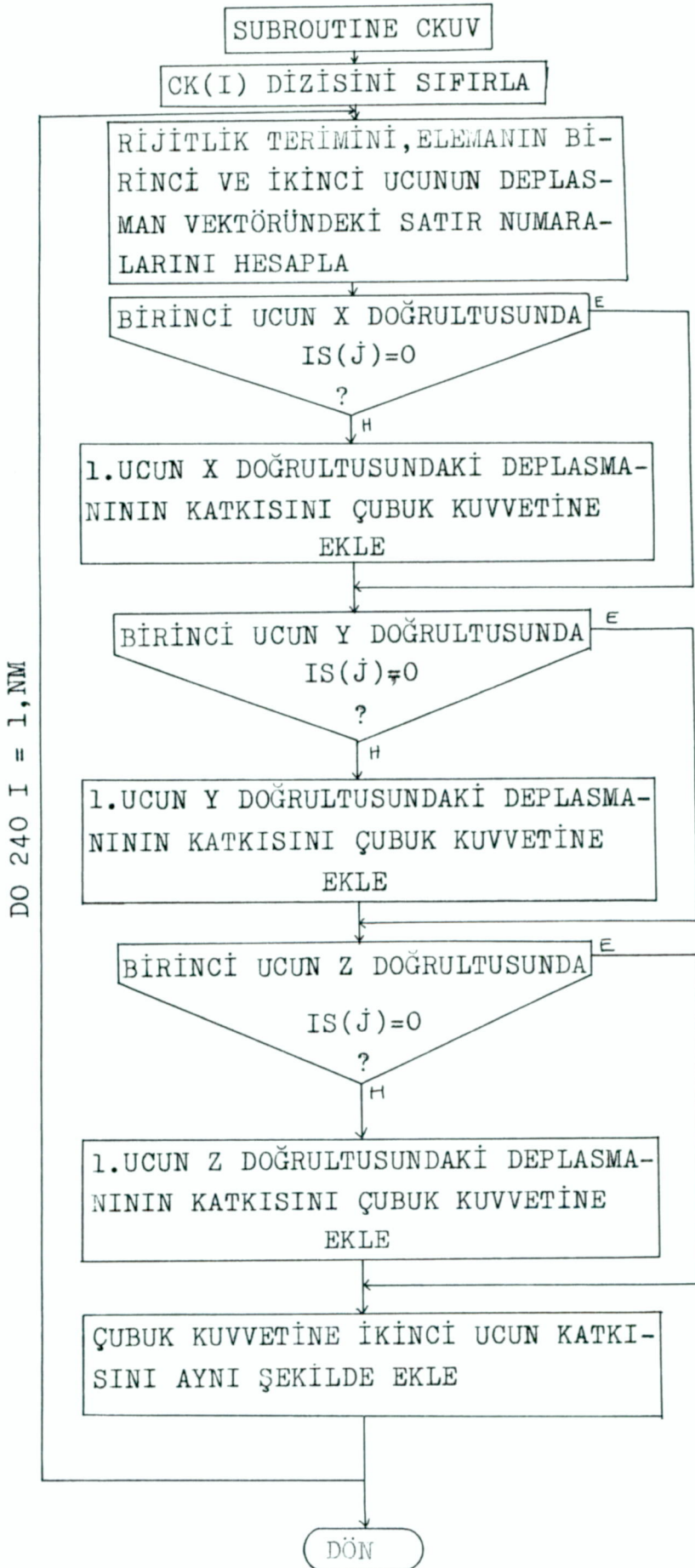
Daha sonra çubuk kuvvetine ikinci ucun deplasmanlarının katkısını, aynı kontrolleri yaparak ekler. Böylece bir çubuk eleman için çubuk kuvveti bulunmuş olur. İşlemi NM eleman sayısı kadar tekrarlar.

3.4. ANON ALT PROGRAMI

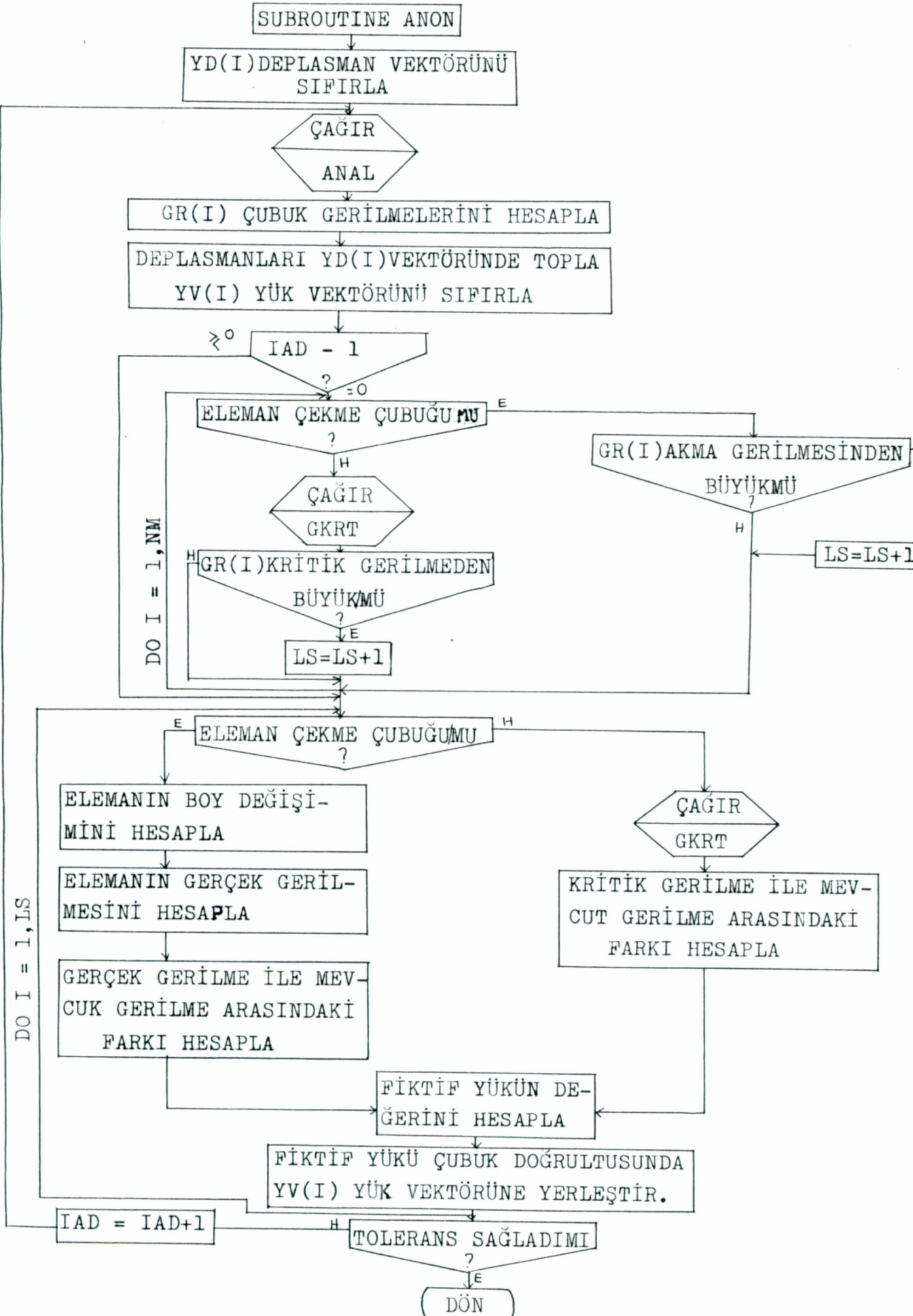
Akış diyagramı Şekil 3.10 da verilen ANON alt programı kafes sistemlerin lineer olmayan analizini gerçekleştirir. Önce ANAL alt programını çağırarak sistemin lineer analizini yapar, çubuk kuvvetlerini, düğüm noktaları deplasmanlarını ve çubuk gerilmelerini hesaplar. İlk adımda, çekme gerilmelerine maruz çubuklar için akma gerilmesini geçen çubukları, basınca maruz çubuklar için GKRT alt programını çağırarak gerilmesi kritik gerilmeyi geçen çubukları belirler. Belirlenen çubukların her biri için fiktif yükleri hesaplar. Fiktif yükler, çekme gerilmelerine maruz çubuklar için σ - ϵ diyagramında basınç gerilmelerine maruz çubuklar için yine GKRT alt programı çağırılarak kritik gerilmelere göre hesaplanır. Fiktif yükleri çubuk doğrultusunda etkiyecek şekilde YV(I) yük vektörüne yerleştirir. Fiktif yükler etkisinde sistemin yeniden lineer analizini yapar ve işlemleri tekrarlar. Yakınsama toleransı sağlanınca ana programa döner.

3.4.1, GKRT Alt Programı

Akış diyagramı Şekil 3.11 de verilen GKRT alt programı basınca maruz elemanların, burkulmaya göre kritik gerilme değerini hesaplar. Önce çubuk elemanın LAMDA narinlik derecesini hesaplar. LAMDA, 2 den küçükse gerilme değerini çekme çubuklarında olduğu gibi bulur. Yine LAMDA'ya bağlı olarak çubuğun elastik yada plastik burkulduğu

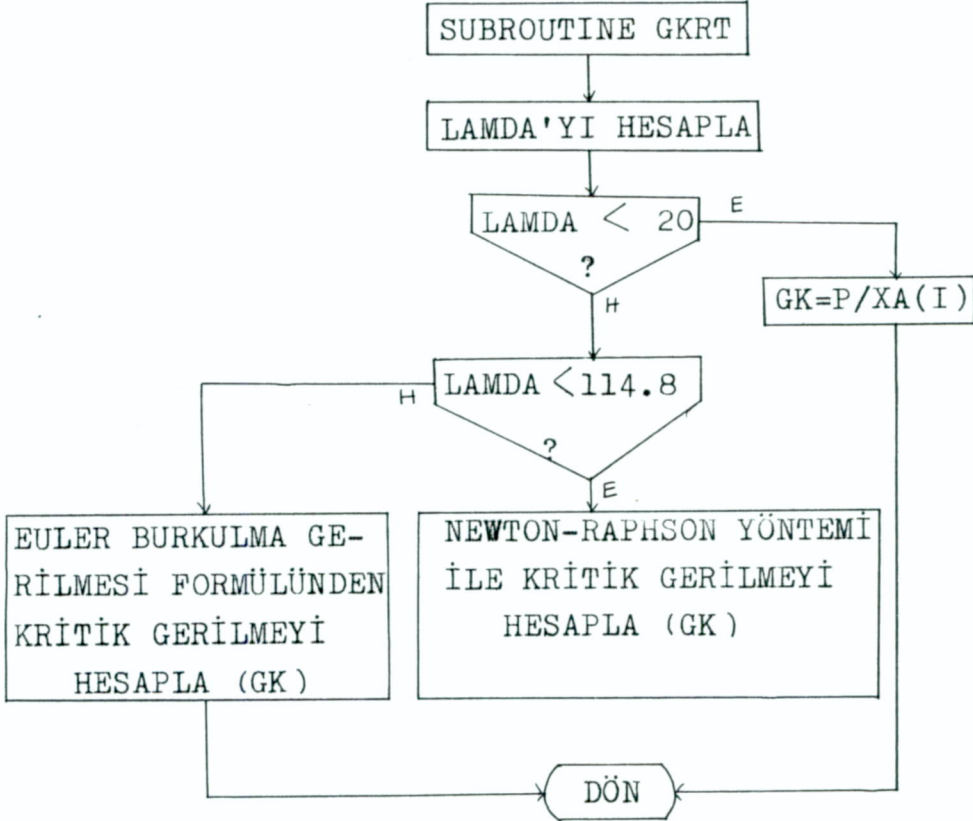


Şekil 3.9, CKUV alt programı akış diyagramı



Şekil 3.10. ANON alt programının akış diyagramı

nu belirler. LAMDA'nın değeri 114.8 den küçükse burkulma elastik bölgede olduğundan (2.18) ifadesiyle verilen EULER kritik gerilme formülüyle kritik gerilmeyi belirler. LAMDA, 114.8 den büyük ise burkulma plastik bölgede gerçekleştiğinden (2.20) ifadesi ile verilen kritik gerilme formülünü NEWTON-RAPHSON çözüm yöntemiyle çözümlenerek çubuğun plastik bölgedeki kritik gerilmesini bulur.



Şekil 3.11, GKRT Alt Programı Akış Diyagramı

BÖLÜM IV

SAYISAL ÖRNEKLER

4.1. GİRİŞ

Bu çalışmada geliştirilen düzlem ve uzay kafes sistemlerin lineer olmayan analizini gerçekleştiren algoritmanın uygulamasını yapmak üzere sayısal örnekler çözülmüştür. Önce düzlem kafes sistem örnekleri verilmiş; 1.ve 3. örnekler karşılaştırma yapmak amacıyla kaynak [5] ten alınmıştır. Daha sonra uzay kafes sistem örnekleri çözülmüştür.

Çözülen uzay kafes sistem örneklerinden ilkinde basınç çubukları üzerinde işlem, basınç durumundaki σ - ϵ eğrisi kullanılarak yapılmıştır. Diğer örneklerde ise elastik veya plastik bölgede burkulma etkileri incelenerek kritik burkulma gerilmesi hesaplanmış ve karşılaştırma bu kritik gerilmeye göre yapılmıştır.

Burkulmaya göre kritik gerilmenin hesabında plastik bölgedeki burkulmanın meydana geldiği elemanlar için narinlik ile kritik gerilme arasındaki ilişkiyi veren (2.27) bağıntısı köniyer ve diğer profil kesitler için geçerlidir, boru kesitleri için kullanılamaz.

4.1.1.3 Çubuklu Düzlem Kafes Sistem

Düzlem kafes sistemlerin lineer olmayan analizine ilk örnek olarak Şekil 4.1 deki 3 çubuklu düzlem kafes sistem verilmiştir. Kaynak [5] ile karşılaştırma yapmak amacıyla elastisite modülü 10.52×10^6 psi, akma gerilmesi 47000 psi alınmıştır. Çubuklar Şekil 4.1 de gösterilen yükleme altında çekmeye çalışmaktadır ve alüminyum malzemenin teşkil edilmiştir. Malzemenin σ - ϵ diyagramı yine kaynak [5] ten alınarak Şekil 4.2 de verilmiştir. Çubukların kesit alanları 0.125 in^2 dir. Sisteme $P = \lambda \times 1000$ lbs lik bir yük etkimektedir. λ yük faktörü 1 den başlatılarak birer birer 14 e kadar arttırılmıştır ve $\lambda = 13$ değerinde 2 çubuğundaki gerilme akma gerilmesini geçmiştir. $\lambda = 14$ değeri için lineer analiz sonucu 1 nolu çubuktaki gerilme değeri 53671 psi iken lineer olmayan analizden sonra aynı çubuk 49349 psi gerilme değerini almıştır.

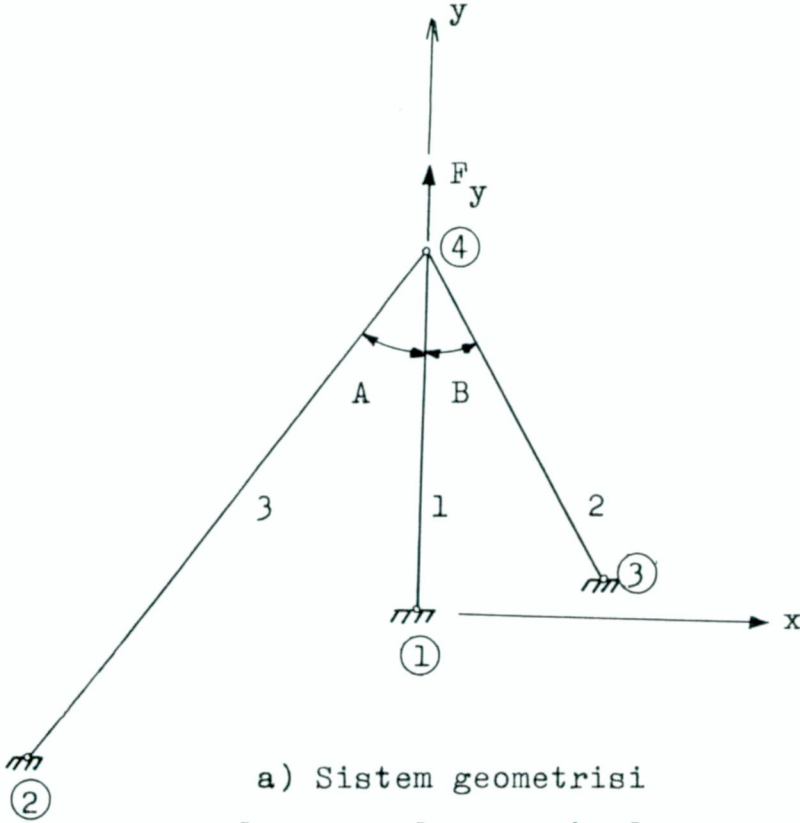
Her üç çubukta hesaplanan gerilmelerin karşılaştırılması Tablo 4.2 de gösterilmiştir. Lineer olmayan çözüm 0.001 yakınsama toleransı için 5 adımda gerçekleştirilmiştir. Her adımda elde edilen gerilmeler Tablo 4.3 de verilmektedir. Kaynak [5] de verilen sonuçlarla bu çalışmada elde edilen sonuçlar Tablo 4.1 de, Kaynak [15] de verilen deneysel sonuçlarla bu çalışmada elde edilen sonuçlar Şekil 4.3 de karşılaştırılmıştır. Üç çubuk için gerilme-yük eğrisi Şekil 4.4 de çizilerek Kaynak [15] de verilen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Aynı örneğin, elastisite modülü 2100 ton/cm^2 , akma gerilmesi 2.400 t/cm^2 alınarak $P = 4.5 \text{ ton}$ değeri için metrik sistemde çözümünde, Şekil 4.5 de görülen yumuşak çeliğin σ - ϵ eğrisi kullanılmıştır. Bu verilere göre Şekil 4.6 da görüldüğü gibi lineer analiz sonucunda 1 çubuğundaki gerilme 2.674 t/cm^2 değerini alarak akma germesini geçmiş, lineer olmayan analiz sonucunda aynı çubuktaki gerçek gerilme değeri 2.403 t/cm^2 olmuştur. 4 nolu düğüm noktasının düşey deplasmanı lineer analiz sonucunda 0.087 cm bulunurken lineer olmayan analiz sonucunda 0.096 cm değerini almıştır.

4.1.2. 6 Çubuklu Düzlem Kafes Sistem

İkinci düzlem kafes sistem örneği olarak özellikleri ve yüklemesi Şekil 4,7 de verilen sistem çözülmüştür. Kafesin yumuşak yapı çeliğinden teşkil edildiği ve Şekil 4.5 de gösterilen σ - ϵ eğrisinin uyduğu varsayılmıştır. Çubuk malzemesinin elastisite modülü 2100 t/cm^2 akma gerilmesi 2.4 t/cm^2 alınmıştır. Basınç çubukları, kritik burkulma gerilmeleri hesaplanarak işleme konulmuştur.

Lineer analiz sonucu 6 numaralı çubuktaki gerilme değeri kritik gerilme değerini geçmiş ve -675 kg/cm^2 olmuştur. Bu çubuğun kritik burkulma gerilmesi ise -497.16 kg/cm^2 dir. Lineer olmayan analizden sonra 6 çubuğunun gerilmesi -498 kg/cm^2 olmuştur. Yakınsama 0.001 rölatif hata ile 13 adımda sağlanmıştır. Lineer ve lineer olmayan analizler sonucu bulunan düğüm noktaları deplasmanları ile çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri Tablo 4.4 de karşılaştırılmıştır.



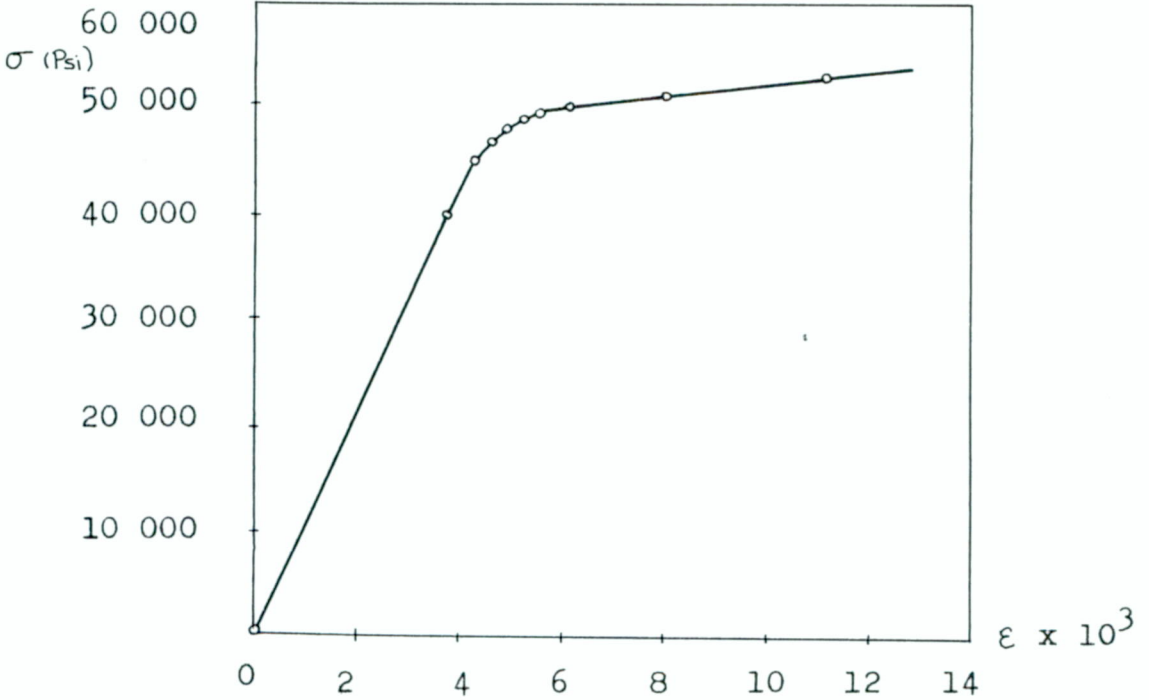
$$A = 36,5^{\circ}$$

$$B = 28,5^{\circ}$$

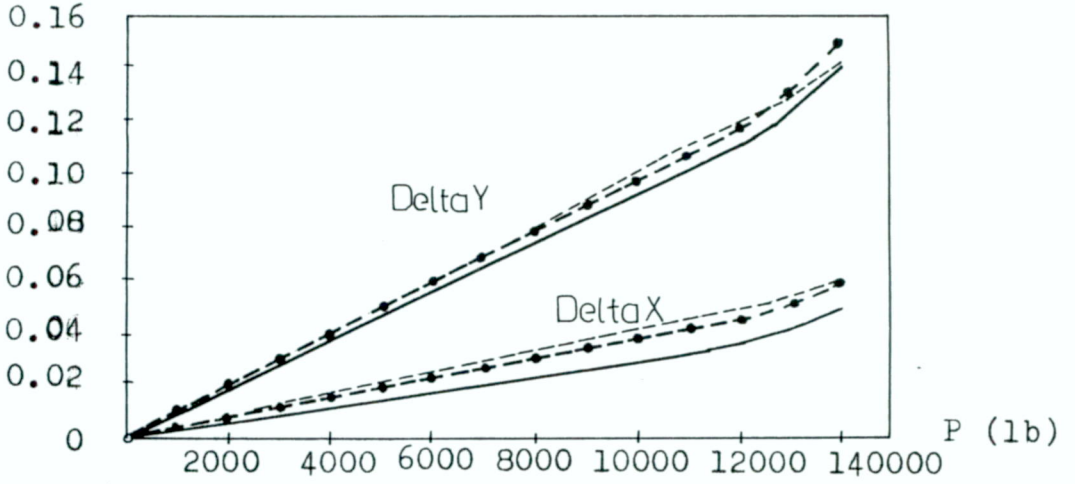
b) Çubuk uç numaraları, grupları ve boyları

ÇU.NO	1.Uç NO	2. Uç NO	GR.NO	L (inç)
1	1	4	1	27.0
2	3	4	1	25.5
3	2	4	1	50.0

Şekil 4.1, 3 çubuklu düzlem kafes sistem ve özellikleri



Şekil 4.2, Aliminyum malzeme için σ - ϵ diyagramı



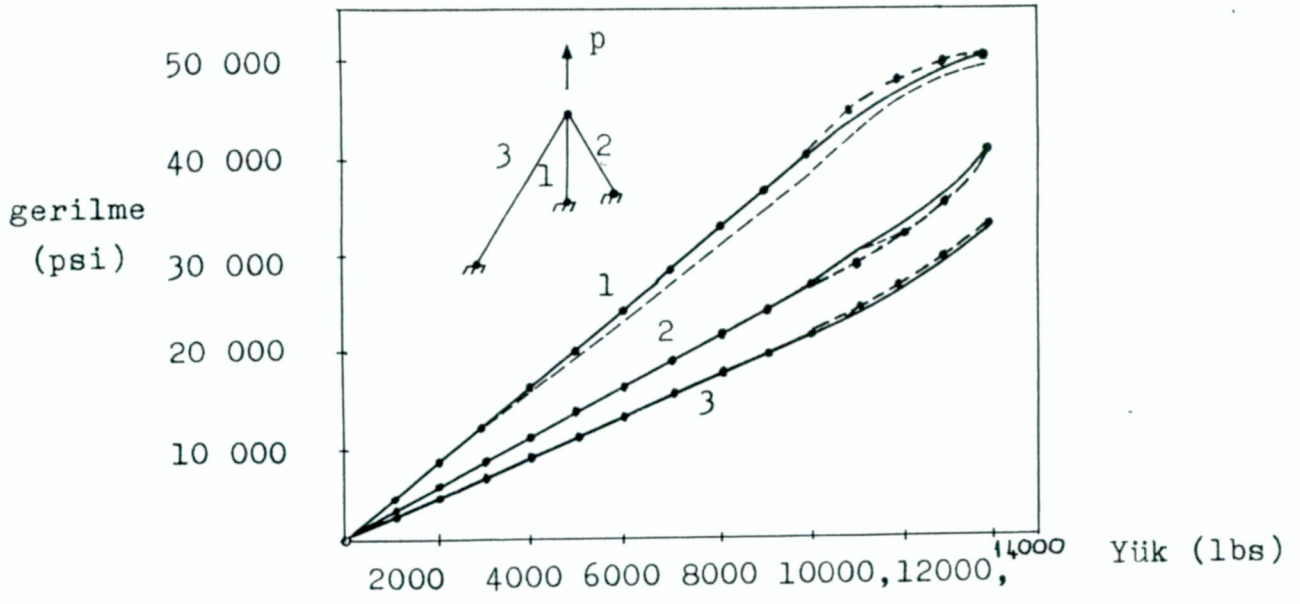
- Bu çalışmada bulunan sonuçlar
 —●— Kaynak [5] de verilen sonuçlar
 — Kaynak [15] de verilen deneysel sonuçlar

Şekil 4.3, (4) noktasının deplasmanları

Tablo 4.1, Çubuk gerilmeleri ve Kaynak [5] de verilenlerle karşılaştırılması.

Yük P (lbs)	Hesaplanan çubuk gerilmeleri (psi)			Kaynak [5] de verilen gerilmeler (psi)		
	1	2	3	1	2	3
1 000	3 834	2 734	2 194	4 000	2 630	2 110
2 000	7 667	5 469	4 387	8 000	5 250	4 210
3 000	11 500	8 203	6 580	12 000	7 880	6 320
4 000	15 334	10 938	8 774	16 000	10 500	8 430
5 000	19 168	13 672	10 967	20 000	13 130	10 530
6 000	23 001	16 407	13 161	24 000	15 750	12 640
7 000	26 835	19 141	15 355	27 990	18 380	14 740
8 000	30 669	21 876	17 548	31 990	21 010	16 850
9 000	34 502	24 610	19 741	35 990	23 630	18 960
10 000	38 336	27 345	21 936	39 990	26 260	21 060
11 000	42 170	30 079	24 129	43 990	28 880	23 170
12 000	46 003	32 813	26 323	47 230	31 950	25 630
13 000	47 760*	36 910	29 609	49 090	35 980	28 870
14 000	49 348*	41 119	32 986	49 850	40 750	32 690

aretli gerilmeler orantılılık limiti üzerindedir.



- Bu çalışmada bulunan sonuçlar
- Kaynak [5] de bulunan sonuçlar
- Kaynak [15] de verilen deneysel sonuçlar

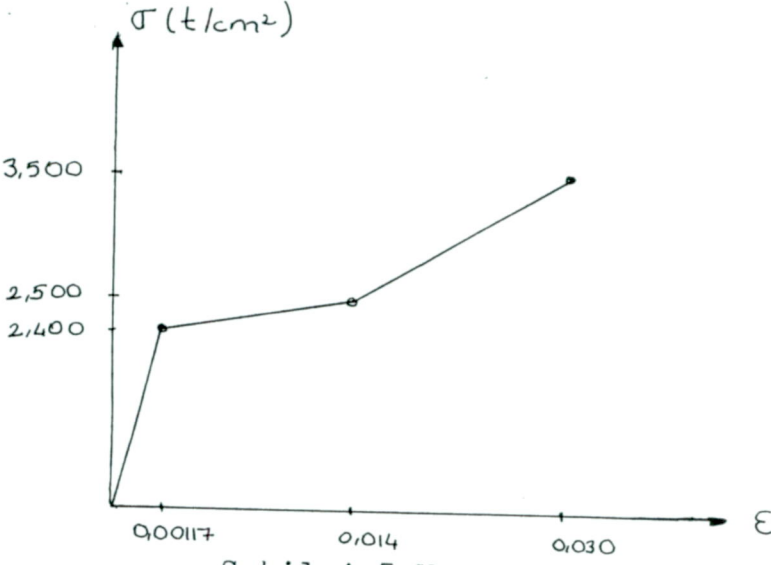
Şekil 4.4, Uygulanan yükleme altında çubuklardaki gerilmeler

Tablo 4.2, Lineer ve lineer olmayan analiz sonuçlarının karşılaştırılması

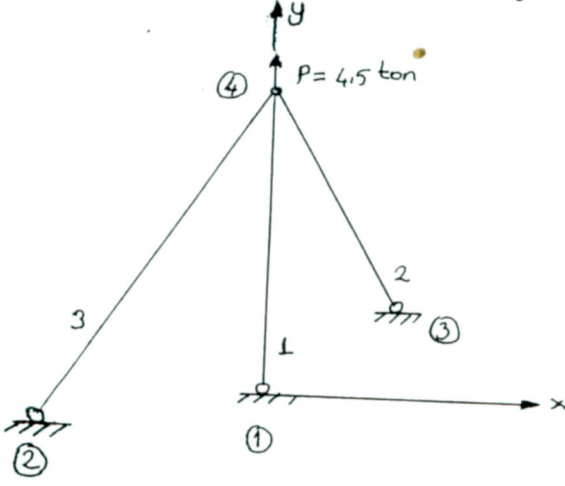
Yük p (lb)	GERİLMELER (psi)					
	lineer analiz			lineer olmayan analiz		
	1	2	3	1	2	3
13 000	49 837	35 548	28 516	47 760	36 910	29 609
14 000	53 670	38 282	30 710	49 349	41 119	32 986

Tablo 4.3, $\lambda = 14$ değeri için lineer olmayan analiz adımları

ADIM	NO	0	1	2	3	4	5
GERİLMELER (psi)	1	53 671	50 894	49 946	49 564	49 410	49 349
	2	38 282	40 105	40 727	40 977	41 079	41 119
	3	30 710	32 172	32 670	32 872	32 953	32 986



Şekil 4.5, Yumuşak çelik için σ - ϵ diyagramı



a) Sistem geometrisi

DN.NO	X (cm)	Y (cm)
1	0	0
2	-75.54	-33.51
3	30.91	11.66
4	0	68.58

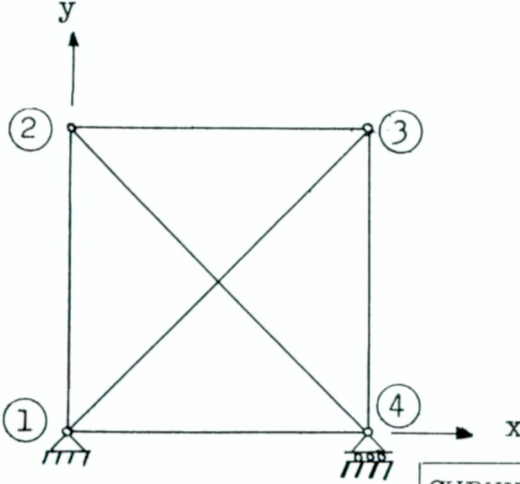
b) Düğüm noktaları koordinatları

Çubuk no	Lineer analiz		Lineer olmayan analiz	
	(kg/cm ²)	P (kg)	(kg/cm ²)	P (kg)
1	2674*	2156	2403	1938
2	1907	1538	2085	1681
3	1530	1234	1672	1348

* İşaretli gerilme orantılılık limiti üstündedir

c) Çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri

Şekil 4.6, lineer ve lineer olmayan analiz sonuçlarının karşılaştırılması



a) Sistem geometrisi

DN.NO	X (cm)	Y (cm)
1	0.00	0.00
2	0.00	457.20
3	457.20	457.20
4	457.20	0.00

DN.NO	Dış yükler (ton)	
	X	Y
2	4.45	0

b) Yükleme durumu

ÇUBUK NO	1.UÇ NO	2.UÇ NO	Alanı (cm ²)	Atalet yarıçapı
1	1	4	93	4.64
2	1	2	93	4.64
3	2	3	93	4.64
4	3	4	93	4.64
5	1	3	46.6	3.21
6	2	4	46.6	3.21

c) Düğüm noktaları koordinatları

d) Çubuk uç numaraları alanları ve minimum atalet yarıçapları

Şekil 4.7, 6 Çubuklu düzlem kafes sistem özellikleri ve yüklemesi

Tablo 4.4, Lineer ve lineer olmayan analiz sonuçları

DN.NO	Lineer analizi		Lineer olmayan analizi	
	X (cm)	Y (cm)	X (cm)	Y (cm)
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.398	0.052	0.503	0.038
3	0.346	-0.052	0.437	-0.066
4	0.052	0.0	0.038	0.0

a) Düğüm noktaları deplasmanları

ÇUBUK NO	Lineer analiz		Lineer olmayan analiz	
	σ (kg/cm ²)	P (kg)	σ (kg/cm ²)	p (kg)
1	239	22 227	176	16 368
2	239	22 227	176	16 368
3	- 239	-22 227	-302	-28 086
4	- 239	-22 227	-302	-28 086
5	675	31 455	853	39 750
6	- 675	-31 455	-498	-23 207

b) Çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri

4.1.3. 20 Çubuklu Düzlem Kafes Sistem

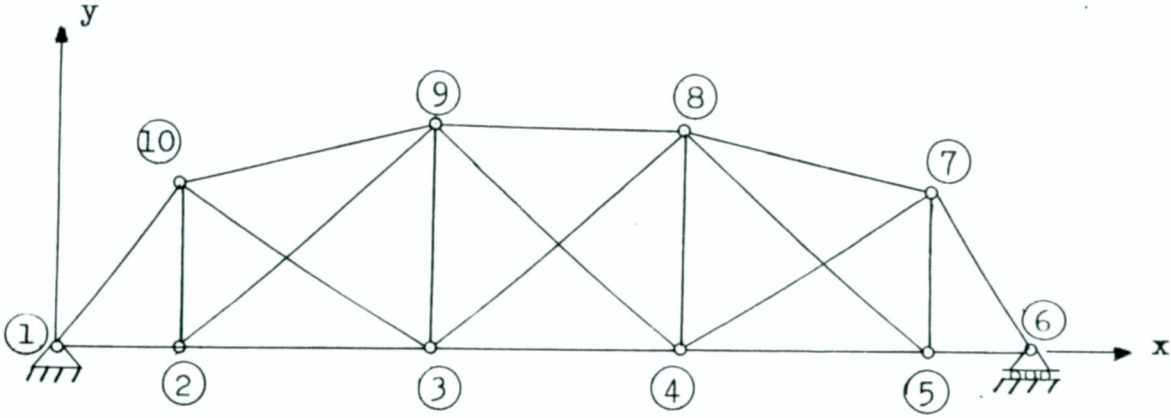
Üçüncü düzlem kafes sistem önreği olarak özellikleri ve yük-leme durumu Şekil 4.8 de verilen 20 çubuklu sistem seçilmiştir. Örnek, Kaynak [5] ile karşılaştırma yapmak amacıyla malzemenin çekme ve basınçta aynı σ - ϵ eğrisine uyduğu kabul edilerek çözülmüştür. Kafes sistemi yumuşak yapı çeliğinden teşkil edildiği ve Şekil 4,9 da gösterilen gerilme-şekil değiştirme diyagramına uyduğu varsayılmıştır. Malzemenin elastisite modülü 3.06×10^7 psi ve akma gerilmesi 37.5×10^3 psi'dir.

Verilen yükleme altında sistemin yalnız 6 ve 14 numaralı çubuklarındaki gerilmeler orantılılık limitini geçmişlerdir. Sistemin matris deplasman yöntemi ile lineer analizinden elde edilen sonuçlara göre 14 nolu çubuktaki gerilme 51 389 psi değerini almıştır. Bu durumda 6 çubuğundaki gerilme ise -39 060 psi dir. Lineer olmayan analiz gerçekleştirildikten sonra 14 çubuğundaki gerçek gerilme değeri 39 279 psi olmuştur. Mesnete bağlı olan 6 çubuğundaki gerilme ise sistem özelliğinden dolayı değişmemekte, içteki hiperstatik böl kendini dengelemektedir. ⑤ düğüm noktasında düşey deplasman lineer analizden sonra -0.98 inç iken lineer olmayan analiz sonucu -1.54 inç olmuştur.

Lineer olmayan analiz 0.01 yakınsama toleransı için 28 adımda gerçekleştirilmiştir. 14 çubuğunun lineer analizle hesaplanan gerilmesi ile çubuktaki gerçek gerilme değeri arasındaki fark büyük olduğundan çözüme ulaşmak için fazla iterasyon gerektiği görülmektedir.

Lineer analiz sonucu elde edilen düğüm noktaları deplasmanları ile lineer olmayan analiz sonucu elde edilen düğüm noktaları deplasmanları Şekil 4.10 daki kafes üzerinde ve hemde altındaki tabloda karşılaştırılmıştır. Bu tabloya ayrıca karşılaştırma yapmak amacıyla Kaynak [5] de verilen lineer olmayan analiz sonuçları eklenmiştir. Bu çalışmada hesaplanan lineer olmayan analiz sonucu çubuk gerilmeleri ile Kaynak [5] de verilenler Tablo 4.5 de karşılaştırılmıştır.

Daha sonra sistemin elastisite modülü 2100 t/cm^2 , akma gerilmesi 2.4 t/cm^2 alınarak yeniden lineer olmayan analizi yapılmıştır. Lineer analiz sonucu 14 çubuğundaki gerilme değeri 3.545 t/cm^2 iken lineer olmayan analizden sonra 2.710 t/cm^2 değerini almıştır. 6 çubuğundaki gerilme -2.694 t/cm^2 olmuştur. Çözümün sonuçları Tablo 4. da verilmektedir.



a) Sistem geometrisi

Çubuk No	1.Uç No	2.Uç No	Grup No	A (inç ²)
1	1	2	1	4
2	2	3	1	
3	3	4	1	
4	4	5	1	
5	5	6	1	
6	6	7	1	
7	7	8	1	
8	8	9	1	
9	9	10	1	
10	1	10	1	
11	2	10	2	2
12	3	9	2	
13	4	8	2	
14	5	7	2	
15	3	10	2	
16	2	9	2	
17	4	9	2	
18	3	8	2	
19	5	8	2	
20	4	7	2	

DN.NO	Dış yükler (Kip)	
	X	Y
1	0	0
2	0	-40
3	0	-80
4	0	0
5	0	-120
6	0	0
7	0	0
8	-40	0
9	0	0
10	0	0

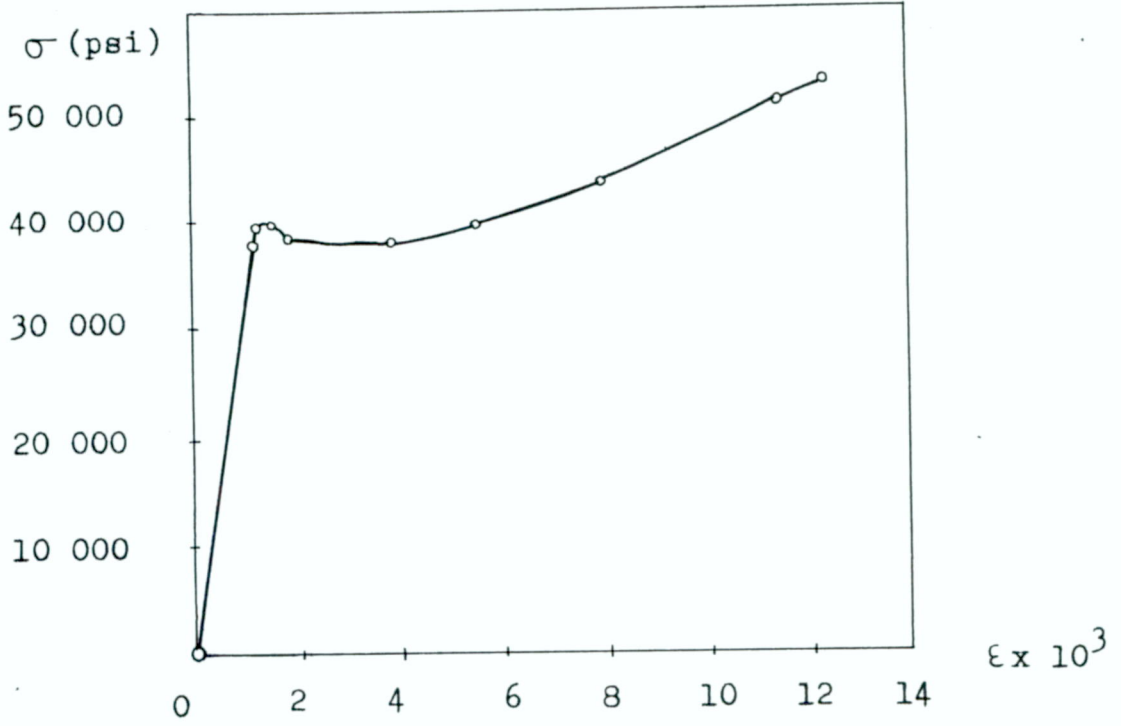
d) Yükleme durumu

b) Çubuk numaraları, grupları ve kesit alanları

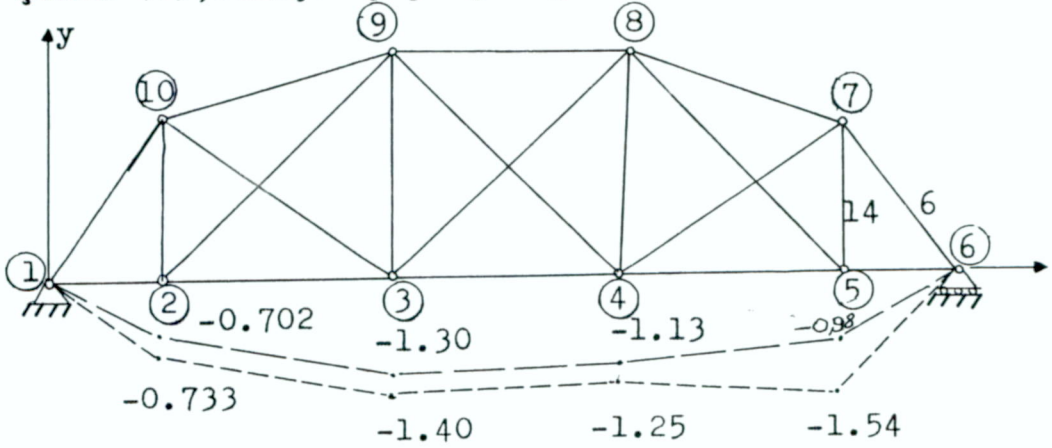
DN.NO	X(inç)	Y(inç)	DN.NO	X(inç)	Y(inç)
1	0	0	6	960	0
2	120	0	7	840	180
3	360	0	8	600	240
4	600	0	9	360	240
5	840	0	10	120	180

c) Düğüm noktaları koordinatları

Şekil 4.8, 20 çubuklu düzlem kafes sistem özellikleri ve yüklemesi



Şekil 4.9, Yumuşak yapı çeliği için σ - ϵ diyagramı



— Linear analiz sonucu Y deplasmanı

---- Linear olmayan analiz sonucu Y deplasmanı

DN.NO	Linear analiz		Linear olmayan analiz		Kaynak [5], Linear olmayan analiz	
	X(inç)	Y(inç)	X(inç)	Y(inç)	X(inç)	Y(inç)
1	0	0	0	0	0	0
2	0.033	-0.702	0.033	-0.733	0.033	-0.744
3	0.125	-1.290	0.124	-1.400	0.127	-1.410
4	0.275	-1.130	0.279	-1.250	0.284	-1.260
5	0.411	-0.978	0.367	-1.540	0.377	-1.530
6	0.496	0	0.452	0	0.464	0
7	-0.022	-0.677	0.047	-0.640	0.042	-0.640
8	0.061	-1.140	0.126	-1.320	0.122	-1.330
9	0.302	-1.120	0.363	-1.210	0.364	-1.230
10	0.396	-0.544	0.443	-0.576	0.448	-0.580

Şekil 4.10, Linear ve linear olmayan düğüm noktalarının karşılaştırılması

Tablo 4.5, Lineer ve lineer olmayan analizler sonucunda 20 çubuklu düzlem kafes sistemin çubuklarında hesaplanan gerilmeler.

ÇUBUK No	Lineer analiz	Lineer olmayan analiz	
	Hesaplanan gerilmeler (psi)	Hesaplanan gerilmeler (psi)	Kaynak [5] deki gerilmeler (psi)
1	8 333	8 333	8 333
2	11 760	11 705	11 707
3	19 210	19 739	19 715
4	17 361	11 306	11 611
5	21 667	21 667	21 667
6	-39 060*	-39 060	-39 060
7	-23 764	-30 006	-29 721
8	-30 790	-30 261	-30 287
9	-28 680	-28 737	-28 734
10	-33 050	-33 050	-33 050
11	26 852	26 741	26 746
12	21 684	22 659	22 615
13	- 1 164	- 9 187	- 8 820
14	51 389*	39 279	39 250
15	23 726	23 865	23 858
16	- 9 691	- 9 533	- 9 542
17	- 1 301	- 2 798	- 2 730
18	5 771	4 273	4 348
19	12 178	29 303	28 522
20	3 472	18 609	17 918

* İşaretili gerilmeler orantılılık limiti üstündedir.

Tablo 4.6, 20 çubuklu düzlem kafes sistemde lineer ve lineer olmayan analiz sonuçlarının karşılaştırılması

a) Düğüm noktaları deplasmanları

DN.NO	DEPLASMANLAR			
	Lineer analiz		Lineer olmayan analiz	
	X(cm)	Y(cm)	X(cm)	Y(cm)
1	0	0	0	0
2	0.083	-1.790	0.083	-1.870
3	0.319	-3.300	0.318	-3.550
4	0.704	-2.890	0.713	-3.200
5	1.050	-2.500	0.939	-3.940
6	1.270	0.0	1.160	0.0
7	-0.056	-1.730	0.120	-1.630
8	0.155	-2.910	0.321	-3.380
9	0.771	-2.870	0.927	-3.10
10	1.010	-1.390	1.130	-1.470

b) Çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri

ÇUBUK No	Lineer analiz		Lineer olmayan analiz	
	σ (kg/cm ²)	P (kg)	σ (kg/cm ²)	P (kg)
1	575	14 839	575	14 839
2	811	20 929	807	20 826
3	1325	34 193	1362	35 148
4	1198	30 916	780	20 129
5	1494	38 555	1494	38 555
6	-2694*	-69 522	-2694	-69 522
7	-1639	-42 297	-2070	-53 419
8	-2124	-54 813	-2087	-53 858
9	-1978	-51 045	-1982	-51 148
10	-2280	-58 838	-2280	-58 838
11	1852	23 897	1844	23 794
12	1496	19 303	1563	20 168
13	-80	- 1 032	- 633	- 8 168
14	3545*	45 742	2710	34 968
15	1636	21 109	1646	21 239
16	- 668	- 8 619	- 658	- 8 490
17	- 90	- 1 161	- 193	- 2 490
18	398	5 135	295	3 806
19	840	10 839	2021	26 077
20	238	3 071	1283	16 555

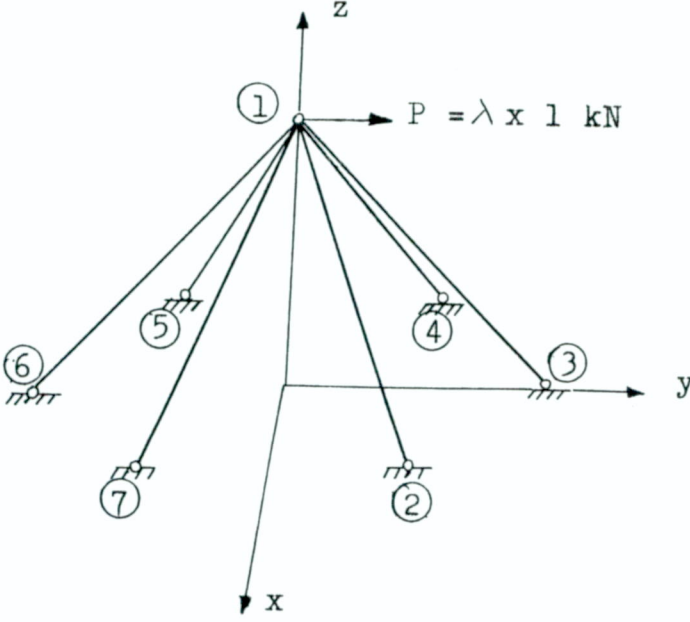
* İşaretili gerilmeler orantılılık limiti üstündedir.

4.1.4. 6 Çubuklu Uzay Kafes Sistem

İlk uzay kafes sistem örneği olarak özellikler ve yüklemesi Şekil 4.11.de gösterilen uzay sistem seçilmiştir. Örnek, karşılaştırma yapmak amacıyla elastisite modülü 206 N/mm^2 alınarak ve basınç çubuklarının hesabı için burkulmayı dikkate alarak çizilen basınç eğrisi kullanılarak çözülmüştür. Çekme çubukları için akma gerilmesi 240 N/mm^2 alınmış ve Şekil 4.5. deki σ - ϵ eğrisi kullanılmıştır. Basınç çubukları için ise, kritik burkulma gerilmesi -31.97 N/mm^2 alınmış ve Şekil 4.12 deki basınç eğrisi kullanılmıştır.

Şekil 4.11 de gösterilen sistemin (1) nolu düğüm noktasına verilen eksen takımının Y doğrultusunda $P = \lambda x 1 \text{ kN}$ luk bir yük etmektedir ve bu yükleme altında kafesin 1,2,3 nolu çubukları basınca 4,5,6, nolu çubukları ise çekmeye çalışmaktadırlar. $\lambda = 0.47016$ değeri için 2 çubuğundaki gerilme kritik burkulma gerilmesi değerine yaklaşmış ve -31.48 N/mm^2 olmuştur. $\lambda = 0.820$ değeri için 2 çubuğundaki gerilme kritik gerilme değerini geçmiş ve -55.771 N/mm^2 olmuştur. Lineer olmayan analiz sonunda aynı çubuktaki gerilme -31.97 N/mm^2 olmuştur. Son olarak $\lambda = 0.954$ değeri için lineer olmayan analiz yapılmıştır. Lineer analiz sonunda 2 çubuğu kritik gerilme değerini, 5 çubuğu ise akma gerilmesini geçmiştir. Lineer analizde -64.88 N/mm^2 olan 2 çubuğundaki gerilme, lineer olmayan analiz sonunda -31.97 N/mm^2 olmuştur. 1 ve 3 çubuklarındaki gerilmeler -10.09 N/mm^2 iken lineer olmayan analizden sonra -31.901 N/mm^2 olmuş ve kritik gerilme değerine ulaşmışlardır. Akma sınırını geçen 5 çubuğundaki 257.7 N/mm^2 lik gerilme değeri lineer olmayan analizden sonra 240.307 N/mm^2 olmuştur. Böylece basınca çalışan 1,2,3 çubukları kritik burkulma gerilmesi değerine, çekmeye çalışan 5 çubuğu ise akma gerilmesi değerine ulaşmıştır. Görüldüğü gibi $\lambda = 0.954$ değeri bu kafes sistemin göçme yükü faktörüdür. Bu son yükleme durumunda lineer olmayan analiz 0.001 yakınsama toleransı için 12 adımda gerçekleştirilmiştir.

Lineer ve lineer olmayan analiz sonunda λ nın aldığı değerlere göre elde edilen (1) düğüm noktasının X,Y,Z doğrultusundaki deplasmanları Tablo 4.7 de karşılaştırılmıştır. Tablo 4.8 de yine lineer ve lineer olmayan analizlerde bulunan çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri görülmektedir.



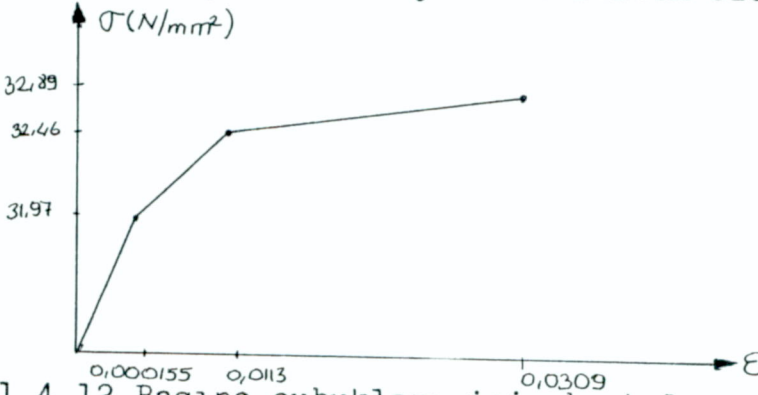
a) Sistem geometrisi

DN.NO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	ÇUBUK No	1.Uç No	2.Uç No	A (mm ²)
1	0	0	1000	1	1	2	22.8
2	400	200	0	2	1	3	
3	0	300	0	3	1	4	
4	-400	200	0	4	1	5	3.14
5	-400	-200	0	5	1	6	
6	0	-300	0	6	1	7	
7	400	-200	0				

b) Çubuk numaraları ve alanları

c) Düğüm noktaları koordinatları

Şekil 4.11, 6 çubuklu uzay kafes sistem özellikleri ve yüklemesi



Şekil 4.12, Basınç çubukları için burkulma etkisi dikkate alınarak çizilen basınç eğrisi

Tablo 4.7,1 Düzlem noktasında lineer ve lineer olmayan analizi sonucu bulunan deplasmanlar.

λ	Lineer analiz			Lineer olmayan analiz		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
0.47016	0	1.402	0.2514	0	1.402	0.2514
0.8201	0	2.445	0.439	0	2.8201	0.4246
0.9540	0	2.8448	0.5101	0	3.7808	0.5703

Tablo 4.8, Lineer ve lineer olmayan analizler sonucu bulunan çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri

		Lineer analiz	Lineer analiz	Lineer olmayan analiz	Lineer analiz	Lineer olmayan analiz
λ		0.47016	0.8201		0.9540	
ÇUBUK NO						
Gerilmeler (N/mm ²)	1	-5.28	-8.68	-23.93	-10.09	-31.90
	2	-31.48	-55.77*	-32.00	-64.88*	-31.89
	3	-5.28	-8.68	-23.93	-10.09	-31.90
	4	91.51	159.24	169.70	185.25	227.71
	5	127.38	221.53	240.11	257.7*	240.31
	6	91.51	159.24	169.70	185.25	227.71
Kuvvetler (N)	1	-120.38	-197.90	-545.60	-230.05	-727.3
	2	-717.74	-1271.56	-729.60	-1479.26	-727.09
	3	-120.38	-197.90	-545.60	-230.05	-727.3
	4	287.34	500.01	532.86	581.69	715.01
	5	399.97	695.60	753.95	809.18	754.57
	6	387.34	500.01	532.86	581.69	715.01

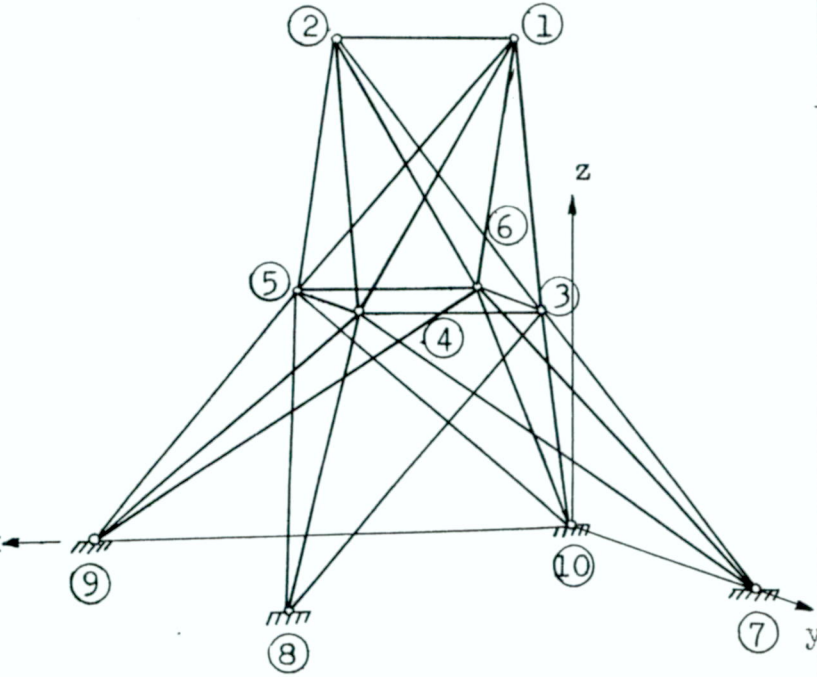
* İşareti gerilmeler limit gerilme üstündedir.

4.1.5. 25 Çubuklu Uzay Kafes Sistem

İkinci uzay kafes sistem örneği olarak, yükleme durumu ve özellikleri Şekil 4.13 de verilen sistem seçilmiştir. Çözümde çubuk malzemesinin elastisite modülü 2100 t/cm^2 , akma gerilmesi 2.400 t/cm^2 alınmış ve çekme çubukları için Şekil 4.5 de gösterilen yumuşaklığın σ - ϵ diyagramı kullanılmıştır. Basınç çubukları üzerinde işkritik burkulma gerilmesi hesaplanarak yapılmış, iki ayrı yükleme durumu için lineer olmayan analiz gerçekleştirilmiştir. Sistemin elemanlarından teşkil edildiği varsayılmaktadır.

1. yükleme durumu için kafesin lineer analizi sonucu 12, 18 ve 19 numaralı çubukları kritik gerilme değerlerine geçmişlerdir. Bu çubukların lineer analiz sonucu bulunan gerilmeleri sırasıyla $-356.223.97 \text{ kg/cm}^2$ ve -231.44 kg/cm^2 dir. Aynı çubukların kritik burkulma gerilmeleri ise 12 çubuğunda -58.56 kg/cm^2 18 ve 19 çubuklarında -173.9 kg/cm^2 dir. Lineer olmayan analiz sonucunda çubuklar kritik burkulma gerilmesi değerlerini almışlar ve denge sağlanmıştır. Sadece 0.01 rölatif hata ile 31 adımda ulaşılmıştır. 12 çubuğundaki lineer ve lineer olmayan analiz sonucu gerilme farkı büyük olduğundan lineer olmayan çözümü elde etmek için fazla iterasyon gerektiği görülmektedir. Lineer ve lineer olmayan analiz sonucu bulunan düğümler ve elemanları deplasmanları ile çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri Tablo 4.10 de verilmiştir.

Aynı kafes sistem, ikinci yükleme durumu ve ikinci grup elemanları kullanılarak tekrar çözülmüştür. Bu durumda kafesin çekmeye çalışılan 1 çubuğu akma gerilmesini geçmiş ve 3113 kg/cm^2 olmuştur. Ayrıca basınca çalışılan 23 ve 25 çubukları da kritik burkulma gerilmeleri olan -319.24 kg/cm^2 değerini geçmiş ve -401.31 kg/cm^2 değerine ulaşmışlardır. Lineer olmayan analizden sonra 1 çubuğundaki gerilme 2406 kg/cm^2 , 23 ve 25 çubuklarındaki gerilme de -319.24 kg/cm^2 olmuştur. Çözüm yine 0.01 yakınsama toleransı için 11 adımda gerçekleştirilmiştir. Bu çözümde elde edilen lineer ve lineer olmayan analiz sonucu deplasmanlar, gerilmeler ve kuvvetler Tablo 4.11 de karşılaştırılmıştır.



a) Sistem geometrisi

ND.NO	X (cm)	Y (cm)	Z(cm)
1	158.75	254.00	508.00
2	349.25	254.00	508.00
3	158.75	349.25	254.00
4	349.25	349.25	254.00
5	349.25	158.75	254.00
6	158.75	158.75	254.00
7	0.00	508.00	0.00
8	508.00	508.00	0.00
9	508.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00

c) Düğüm noktaları koordinatları

DN.NO	Dış yükler (ton)		
	X	Y	Z
1.Y.D	0.454	4.54	-2.27
2.Y.D	-	4.54	-2.27
1.Y.6	0.227	-	-
2.Y.6	0.227	-	-
1.Y.1	0	9.076	-2.27
2.Y.1	-	-9.076	-2.27

d) Yükleme durumu

ÇB.NO	1.Uç	2.Uç	1 GR.NO	2 GR.NO
1	1	2	1	1
2	1	4	2	2
3	2	3	2	9
4	1	5	2	9
5	2	6	2	2
6	2	4	3	3
7	2	5	3	3
8	1	3	3	3
9	1	6	3	3
10	3	6	4	4
11	4	5	4	4
12	3	4	5	5
13	5	6	5	5
14	3	10	6	6
15	6	7	6	6
16	4	9	6	6
17	5	8	6	6
18	4	7	7	7
19	3	8	7	7
20	5	10	7	7
21	6	9	7	7
22	6	10	8	8
23	3	7	8	8
24	4	8	8	8
25	5	9	8	8

b) Çubuk uç numaraları ve grupları

Grup No	A (cm ²)	i _r (cm)
1	0.64	0.32
2	19.95	2.04
3	19.63	2.02
4	0.64	0.32
5	0.64	0.32
6	10.76	1.46
7	25.47	2.32
8	9.17	1.34
9	1.8	0.56

e) Alanlar ve min. atalet yarıçapları

Tablo 4.10, Lineer ve lineer olmayan analiz sonuçları

a) Düğüm noktaları deplasmanları

DN.NO	DEPLASMANLAR (cm)					
	Lineer analiz			Lineer olmayan analiz		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0	0.220	-0.016	-0.027	0.253	-0.037
2	0.022	0.220	-0.022	0.040	0.240	-0.035
3	0.019	-0.001	-0.067	0.081	0	-0.108
4	-0.014	-0.001	-0.070	-0.052	0.001	-0.097
5	-0.006	0	0.042	-0.002	0.001	0.040
6	-0.001	0	0.045	0.006	0.001	0.041

b) Çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri

ÇUBUK NO	Lineer analiz		Lineer olmayan analiz	
	σ (kg/cm ²)	P (kg)	σ (kg/cm ²)	P (kg)
1	238	152	740	473
2	-191	-3804	-259	-5166
3	-171	-3409	-232	-4622
4	-138	2749	178	3552
5	158	3144	190	3798
6	-249	-4887	-198	-3895
7	137	2680	109	2144
8	-233	-4564	-176	-3449
9	153	3003	120	2346
10	-17	-11	-12	-7
11	-6	-4	0	0
12	-356 *	-228	-59	-37
13	69	44	-88	-56
14	-144	-1549	-142	-1527
15	111	1192	108	1163
16	-157	-1693	-160	-1722
17	97	1048	100	1071
18	-224 *	-2054	-173	-1589
19	-231 *	-2122	-173	-1589
20	125	1142	96	880
21	117	1073	83	759
22	208	5299	212	5399
23	-255	-6484	-264	-6735
24	-284	-7237	-303	-7716
25	178	4547	191	4875

* İşaretili gerilmeler kritik gerilme üzerindedir.

Tablo 4.11, 25 çubuklu uzay kafes sisteminin ikinci yükleme durumu için çözüm sonuçları

a) Düşüm noktası deplasmanları

DN.NO	DEPLASMANLAR (cm)					
	Lineer analiz			Lineer olmayan analiz		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	-0.141	0.344	-0.017	-0.183	0.376	-0.036
2	0.141	-0.344	-0.017	0,183	-0.376	-0.036
3	-0.002	0.014	-0.076	-0.026	0.039	-0.098
4	0.029	0.003	0.046	0.026	-0.001	0.041
5	0.002	-0.014	-0.076	0.026	-0.039	-0.098
6	-0.029	-0.003	0.046	-0.026	0.001	0.041

b) Çubuk gerilmeleri ve kuvvetleri

ÇB.NO	Lineer analiz		Lineer olmayan analiz	
	σ (kg/cm ²)	P(kg)	σ (kg/cm ²)	P(kg)
1	3113*	1992	2406	1540
2	-306	-6098	-298	-5954
3	1462	2631	1816	3269
4	1462	2631	1816	3269
5	-306	-6098	-298	-5954
6	487	9559	460	9037
7	-467	-9146	-472	-9263
8	-467	-9146	-472	-9263
9	487	9559	460	9037
10	186	119	420	269
11	186	119	420	269
12	345	220	576	369
13	345	220	576	369
14	-148	-1590	-152	-1640
15	80	860	59	639
16	80	860	59	639
17	-148	-1590	-152	-1640
18	212	5396	195	4973
19	-207	-5276	-217	-5527
20	-207	-5276	-217	-5527
21	212	5396	195	4973
22	120	1099	117	1069
23	-401*	-3680	-319	-2927
24	120	1099	117	1069
25	-401*	-3680	-319	-2927

* İşaretsiz gerilmeler limit gerilme üstündedir.

4.1.6. 72 Çubuklu Uzay Kafes Sistem

Son uzay kafes sistem örneği olarak, geometrisi ve özellikleri Şekli 4.14 de gösterilen sistem seçilmiştir. Kafes malzemesinin yumuşak yapı çeliği olduğu ve sistemin korniyerlerden teşkil edildiği kabulü yapılmıştır. Malzemenin elastisite modülü 2100 t/cm^2 ve akma gerilmesi 2.4 t/cm^2 alınmış, basınca maruz elemanlar kritik burkulma gerilmeleri hesaplanarak işleme konulmuştur.

Sistemin, etkiyen yükler altında lineer analizi sonucu 1, 19 ve 20 çubuklarındaki gerilmeler kritik burkulma ^{Gerilmesi} değerini geçmişlerdir. Lineer analiz sonucu bu çubuklardaki gerilmeler sırayla -921.87 kg/cm^2 , -883.67 kg/cm^2 ve -697.56 kg/cm^2 olmuştur. Aynı çubukların kritik burkulma gerilmeleri ise 1 çubuğunda -723.45 kg/cm^2 19 ve 20 çubuğunda -679.75 kg/cm^2 olarak hesaplanmıştır. Lineer olmayan analiz gerçekleştirildikten sonra bu çubuklar kritik burkulma ^{Gerilmesi} değerlerini almışlardır.

Lineer ve lineer olmayan analizler sonucu, düğüm noktaları deplasmanları ve çubuk gerilmeleri Tablo 4.13 de verilmiştir.

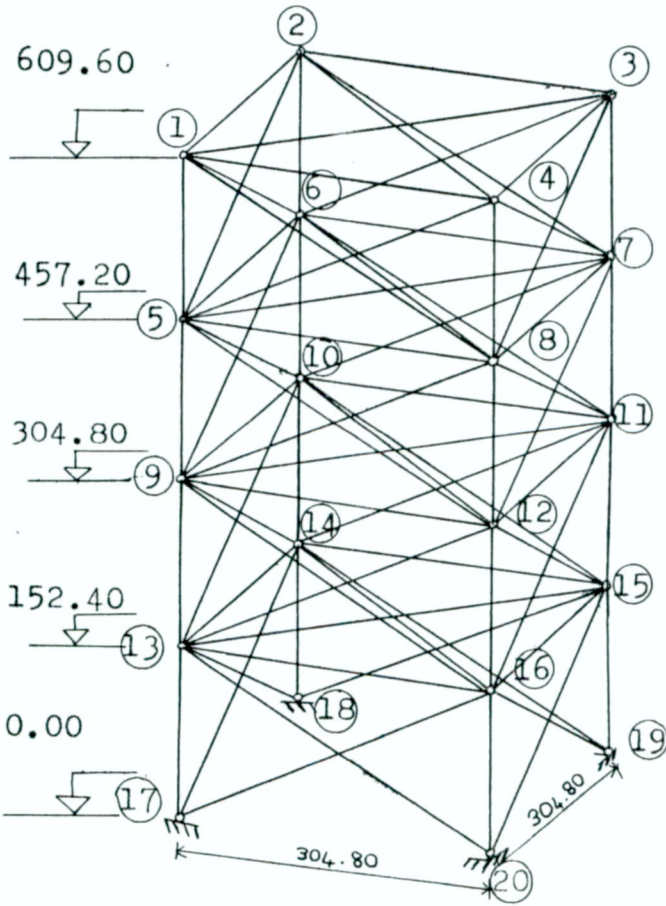
Tablo 4.12, 72 çubuklu uzay kafes sistemin yüklemesi ve özellikleri

a) Yükleme durumu

DN.NO	Dış yükler(ton)		
	X	Y	Z
1	-	-	-4.54
2	-	-	-2.27
3	-	-	-2.27

b) Grup alanları ve atalet yarıçapları

GRUP NO	A (cm^2)	i_r (cm)	GRUP NO	A (cm^2)	i_r (cm)
2	8.77	1.31	10	7.32	1.19
3	6.16	1.09	11	1.82	0.57
4	10.23	1.42	12	3.10	0.75
5	4.17	0.88	13	6.81	1.15
6	6.81	1.15	14	7.50	1.21
7	0.64	0.32	15	1.62	0.53
8	1.30	0.47	16	0.64	0.32



a) Sistem geometrisi

ÇUBUK No	1. Uç No	2. Uç No	Gr No	ÇB No	1. Uç No	2. Uç No
1	1	5	1	37	9	13
2	2	5	1	38	10	14
3	3	7	1	39	11	15
4	4	8	1	40	12	16
5	2	5	2	41	10	13
6	1	6	2	42	9	14
7	3	6	2	43	11	14
8	2	7	2	44	10	15
9	4	7	2	45	12	15
10	3	8	2	46	11	16
11	4	5	2	47	12	13
12	1	8	2	48	9	16
13	1	2	3	49	9	10
14	2	3	3	50	10	11
15	3	4	3	51	11	12
16	1	4	3	52	9	12
17	1	3	4	53	9	11
18	2	4	4	54	10	12
19	5	9	5	55	13	17
20	6	10	5	56	14	18
21	7	11	5	57	15	19
22	8	12	5	58	16	20
23	6	9	6	59	14	17
24	5	10	6	60	13	18
25	7	10	6	61	15	18
26	6	11	6	62	14	19
27	8	11	6	63	16	19
28	7	12	6	64	15	20
29	8	9	6	65	16	17
30	5	12	5	66	13	20
31	5	6	7	67	13	14
32	6	7	7	68	14	15
33	7	8	7	69	15	16
34	5	8	7	70	13	16
35	5	7	8	71	13	15
36	6	8	8	72	14	16

b) Çubuk uç numaraları ve grupları

Şekil 4.14, 72 çubuklu uzay kafes sistem geometrisi ve özellikleri

Tablo 4.13, 72 çubuklu uzay kafes sistemin lineer ve lineer olmayan analiz sonuçları

a) Düşüm noktaları deplasmanları

DN.NO	Lineer analiz			Lineer olmayan analiz		
	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)	X (cm)	Y (cm)	Z (cm)
1	-0.004	0.119	-0.208	-0.061	0.307	-0.691
2	-0.001	0.113	-0.164	-0.052	0.285	-0.353
3	0.003	0.111	-0.081	-0.046	0.292	-0.051
4	0.002	0.117	-0.037	-0.047	0.291	-0.051
5	-0.014	0.067	-0.141	-0.067	0.147	-0.319
6	0.026	0.079	-0.126	0.103	0.150	-0.312
7	-0.001	0.054	-0.050	-0.028	0.108	-0.025
8	-0.011	0.042	-0.035	-0.026	0.022	-0.053
9	-0.001	0.024	-0.077	-0.007	0.018	-0.067
10	0.009	0.032	-0.075	0.022	0.048	-0.086
11	-0.003	0.025	-0.025	-0.007	0.018	-0.016
12	-0.006	0.017	-0.023	-0.010	0.015	-0.033
13	-0.010	0.012	-0.034	-0.007	0.013	-0.030
14	0.014	0.016	-0.035	0.010	0.011	-0.037
15	0.002	0.0	-0.011	0.002	0.004	-0.006
16	-0.006	-0.004	-0.011	-0.006	-0.005	-0.015

b) Çubuk gerilmeleri

ÇB.NO	Gerilmeler (kg/cm ²)							
	Lineer analiz	Lineer olmayan analiz	ÇB.NO	Lineer analiz	Lineer olmayan analiz	ÇB.NO	Lineer analiz	Lineer olmayan analiz
1	-922*	-723	25	-49	-164	49	74	199
2	-532	-567	26	17	-84	50	47	204
3	-419	-365	27	19	3	51	21	22
4	-29	22	28	-47	-76	52	47	16
5	7	-12	29	17	18	53	-8	-2
6	-62	-146	30	-49	-61	54	102	222
7	-56	-62	31	274	1172	55	-470	-415
8	13	72	32	172	291	56	-482	-515
9	19	29	33	70	-17	57	-146	-87
10	-50	-105	34	172	864	58	-158	-211
11	13	-54	35	93	268	59	-19	-46
12	-56	-188	36	250	887	60	-39	-42
13	20	60	37	-589	-513	61	-30	-37
14	13	-46	38	-552	-675	62	-10	-41
15	5	8	39	-202	-135	63	-1	-11
16	13	114	40	-165	-248	64	-21	-7
17	50	107	41	-6	8	65	10	-16
18	-25	-37	42	-31	10	66	-30	-12
19	-884*	-680	43	-26	22	67	165	122
20	-698*	-680	44	-1	21	68	107	52
21	-343	-117	45	3	-10	69	49	51
22	-157	-268	46	-21	-9	70	107	121
23	14	-69	47	-1	-22	71	79	64
24	-52	-149	48	-26	-21	72	135	109

*İşaretleli gerilmeler kritik burkulma gerilmesini geçmişlerdir.

SONUÇLAR

Statikçe belirsiz düzlem ve uzay kafes sistemlerin lineer olmayan analizini gerçekleştiren bir algoritma geliştirmek için yapılan bu çalışmada aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1- Statikçe belirsiz düzlem ve uzay kafes sistemlerin lineer olmayan analizini yapmak üzere hazırlanan bilgisayar programı geneldir. Gerilme ve burkulma etkileri dikkate alınabilmektedir.

2- Yöntem, elastik ve plastik bölgedeki burkulma durumları için farklı şartnamelerde belirlenen bağıntıları kullanabilecek esnekliğe sahiptir. Gerekli düzenleme kolaylıkla yapılabilir.

3- Yöntem, malzemenin gerilme-şekil değiştirme ilişkisini sözü edilen diğer yöntemlerden daha gerçeğe uygun şekilde kullanmaktadır.

4- Çözülen örneklerden, kafes tipi yapıların herhangi bir elemanın- daki gerilmenin akma gerilmesine ulaşmasının, sistemin taşıyıcılığını kaybetmesine neden olmadığı ve lineer elastik analizle bulunan çözümlerin doğru sonuca götürmediği görülmüştür.

5- Birinci sayısal uygulamada görüldüğü gibi, bu çalışmada elde edilen sonuçlar kaynak [15] de verilen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve çözümlerin birbirine çok yakın olduğu görülmüştür.

6- Yöntem, kafes sistemlerin gerçek davranışına oldukça yakın sonuç vermesine karşın, sayısal örneklerde de görüldüğü gibi orantılılık limitinin fazla geçildiği durumlarda sonuca ulaşmak için çok sayıda iterasyon gerektirmektedir. Dolayısıyla eleman sayısı fazla olan büyük boyuttaki sistemlerde çözüm için gerekli bilgisayar zamanı artabilir.

KAYNAKLAR

- [1] - ÇAKIROĞLU, A., ÖZER, E., "Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından **Lineer Olmayan Sistemler**" , Cilt 1, Matbaa Teknisyenleri Basımevi , İstanbul, 1980
- [2] - WHITE, R. N., GERGERLY, P., SEXMITH, R. G., "Structural Engineering" Volume 2, John Wiley & Sons, Inc. 1972
- [3] - SHAW, F. S., "Virtual Displacements and Analysis of Structures", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1972
- [4] - HARRISON, H. B., "The Computer Methods of Structural Analysis", Pergamon Press, 1980
- [5] - AZAR, J. J., " Matrix Structural Analysis ", Pergamon Press Inc., Oklahoma, 1972
- [6] - ÇAKIROĞLU, A., "İleri Yapı Statiği", Yayınlanmamış Lisansüstü Ders Notu, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul, 1977
- [7] - JENSEN, W. R., FALBY, W. E., and, PRINCE, N., "Matrix Analysis Methods for Anisotropic Inelastic Structures ", AFSL-TR-65-220, Apr., 1966
- [8] - POPLETON, E. D., "Note on the Matrix Analysis of Nonlinear Structures", Toronto University Institute of Aerophysics Technical Note, No. 46. March, 1961
- [9] - RAMBERG, W., and OSGOOD, W. R., "Description of Stress-strain curves by Three Parametres" , National Advirsory Committee for Aeronauties TN 902, July, 1943
- [10] - WILSON, E. I., "Matrix Analysis of Nonlinear structures", Presented at the Sept. 89. 1960 ASCE 2nd Conference Elektronik computation held at Pittsburgh, pa.
- [11] - ARDAN, F., "Çelik Demiryol Köprüleri İçin Hesap Esasları (BE)", (Ek II, DIN4114, Çelik Yapılar Stabilite Halleri, 79-136), İ.T.Ü. Matbaası, İstanbul, 1965
- [12] - KARDEŞTUNCER, H., "Elementary Matrix Analysis of Structures", McGraw-Hill, İnç., 1974

- 3] - McGUIRE, W., GALLAGHER, R. H., "Matrix Analysis of structures", John Wiley & sons, Inc., 1979
- 4] - MAJID , K. I., "Non-linear Structures", Butterworth, 1974
- 5] - STEINBACHER, F. R., GAYLORD, C. N., and REY, W. K., "Method for Analyzing Indeterminate structures stressed Above Proportional limit", NACA TN2376, June, 1951
- 6] - KESKİNEL, F., KARADOĞAN, F., " Açıklamalı Örneklemlerle Fortran IV" Birsen Kitabevi, 1980
- 7] - AKTAŞ, Z., ÖNCÜL, H., URAL, S., "Sayısal Çözümleme", O. D. T. Ü., Cilt 1 Mart, 1981

ÖZGEÇMİŞ

1962 yılında Sivas'ın Gürün ilçesinde doğdu. İlk öğrenimini Cumhuriyet İlkokulunda, orta ve lise öğrenimini ise Gürün Lisesinde tamamladı. 1979 yılında girdiği Karadeniz Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği bölümünden 1983 yılında mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Üniversitesinde Yüksek Lisans öğrenimine başladı.