Karadeniz Üniversitesi - Fen Bilimleri Enstitüsü

TÜRKİYE'DE MEVCUT GRAVİTE ANOMALİLERİNİN SIKLAŞTIRILMASI İÇİN YÖNTEM VE MODEL SEÇİMİ

Y.Müh. Talat ARIK

Karadeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
<<D o k t o r>>
Ünvanının Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye veriliş tarihi : 14 Temmuz 1986
Sözlü sınav tarihi : 24 Ekim 1986

Doktora Yöneticisi : Doç.Dr.Onur GÜRKAN (K.Ü.)
Jüri Üyesi : Prof.Dr.Muzaffer ŞERBETÇİ (K.Ü.)
Jüri Üyesi : Doç.Dr.Hüseyin DEMİREL (Y.Ü.)

Trabzon - 1986

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÖZET

Yerbilimlerinin çeşitli dallarında gravite ölçüleri önemli bir veri grubunu oluşturur. Jeodezide ise başta *STOKES* ve *VENING MEINESZ* integrallerinin değerlendirilmesi olmak üzere pek çok sorunun çözümünde tüm yeryüzünde gravitenin bilinmesi gerekir. Uygulamalarda gravite verilerinin elde edilişi şöyledir. Yeryüzüne belirli aralıklarla yayılmış noktalarda gravite ölçüleri yapılır ve gerekirse bunlar çeşitli kestirim(tahmin)yöntemleriyle sıklaştırılır.

Bu çalışmanın amacı, Türkiye'de mevcut yerel gravite değerlerinin sıklaştırılması için uygun bir kestirim yöntemi araştırmaktır. Araştırmada en yaygın olan iki yöntem ele alınmıştır. Bunlardan ilki olasılık ve stokastik süreç kuramlarına dayanan enküçük karelerle prediksiyon, ikincisi de deterministik düşünceye dayanan multikuadrik yüzeylerle enterpolasyondur.

Çalışma altı bölümde sunulmaktadır. Bunlardan ilk ikisi konunun jeodezideki öneminin, ele alınanyöntemlerinilkelerinin ve konuyla ilgili kavramların açıklanmasını kapsamaktadır. Üçüncü bölümde özellikle gravite ölçüleri, indirgemeleri ve gravimetrik jeoid ile çekül sapmalarının belirlenmesi üzerinde durularak gravimetrik yöntemler genelde tartışılmıştır. Dördüncü bölüm ele alınan yöntemlerin kuramsal temellerine ayrılmış bulunmaktadır. Beşinci bölüm ~2500 km^2 lik bir alandaki mevcut gravite ölçülerine ilişkin hesapları içermektedir. Sayısal araştırmaların bulgularına dayanan sonuç ve öneriler de son bölümde verilmiştir.

Sayısal araştırmalar için, yaklaşık alanı 1/100 000 ölçekli bir paftanınkine eşit ve ortasında Meşedağı 1.derece nirengi noktası bulunan bir bölge seçilmiştir. Burada, herbirinde Harita Genel Komutanlığınca gravite ölçüleri yapılmış 143 nokta bulunmaktadır. Bu çalışmanın sayısal araştırmaları söz konusu bu ölçülerle başlatılmıştır. Önce bu 143 dayanak noktasının herbirinde serbest hava, Bouguer ve izostatik anomaliler hesaplanmıştır. Bu deneysel veri kullanılarak her bir anomali türü için çeşitli otokovariyans fonksiyonları belirlenmiştir. Trend yüzeyinin derecesi ve kovariyans fonksiyonunun tipi ve parametresi değiştirilerek tasarlanan 56 adet model ile her anomali türü için prediksiyon hesapları yapılmıştır.

Ayrıca, yine her anomali türü için multikuadrik yüzeylerle enterpolasyon hesapları yapılmıştır. En sonunda da farklı yöntem ve modellerden bulunan doğruluk derecelerine göre sayısal karşılaştırmalar yapılmıştır.

Doğruluk derecesi karşılaştırmaları, enküçük karelerle prediksiyon yönteminin multikuadratik yüzeylerle enterpolasyon yönteminden üstün olduğunu göstermektedir.

Model karşılaştırmalarına gelince,

- 0.derece trend yüzeyli,
- $C(s) = 1/(1 + a^2s^2)^{3/2}$ kovariyans fonksiyon tipli,
- a = (0.204, 0.119, 0.102, 0.259) parametreli (d = 3.0 km ile bulunan)

modelin tüm anomali türleri için denenler arasında en uygunu olduğu görülmüştür.

Sayısal araştırmalar Bouguer anomalilerinin öteki anomali türlerine göre prediksiyona daha yatkın olduğunu işaret etmektedir. Oysa teori prediksiyon için en yatkın anomali türünün izostatik anomaliler olduğunu söylemektedir. Böylesi bir deneysel sonucun açıklanabilmesi için teorinin kabuk yoğunluğu ve izostatik indirgemelere ilişkin varsayımlarına kadar geriye gitmek gerektiği açıktır. Çalışmada bu hususa girilmemiştir.

SUMMARY

Gravity values constitute an importand group of data for various branches of earth sciences. In geodesy, it is necessary to know gravity values all over the earth's surface in order to solve basic problems such as development of *STOKES* and *VENING MEINESZ* integrals. In practise, gravity data is obtained follows: Measurements are made at definite points as uniformly distributed as possible on the earth's surface and a densification process is applied making use some estimation methods.

The aim of this study is to investigate a proper estimation method for densification the existing local gravity values in Turkey. For this purpose two widely used methods are considered. One of them is the least squares prediction method taking into account the theory of probability, random variables and stochastic processes. The other one is the enterpolation method with multiquadratic surfaces based on the deterministic thought.

The study is introduced in six sections. Of them first two cover general explanations for importance of the subject in geodesy, principles of methods considered, and related concepts. In third section gravimetric methods are discussed in general, giving special emphosis on gravity measurements, reductions, and determination of gravimetric geoid and vertical deflections. Section 4 is devoted for theoretical fundaments of methods under consideration. Section 5 includes numerical computations for existing gravity measurements over an area of ≈ 2500 km². Conclusions and proposals based on findings from numerical investigations are given in last section.

For numerical investigations, an area of approximately equivalent to the area covered by a 1/100 000 scaled sheet, at the center situated the first order triangulation point Meşedağı has been chosen. In this are there are 143 points at which gravity measurements were made by General Mapping Command of Turkey. Numerical investigations in this study have begun with these measurements. First of all free air, Bouguer and isostatic anomalies have been calculated at each of these 143 reference points. Using these experimental data various autocovariance function have been determined.With 56

models designed altering the degree of trend surface, and type and parameter of covariance function prediction calculations have been carried out for each anomaly kind. In addition, enterpolation compotations again for each anomaly kind have been made with multiquadratic surfaces. At last numerical results have been compared with regard to accuracies obtained from different methods and models.

Accuracy comparisons have shown that least squares prediction method is better than enterpolation method with multiquadratic surfaces.

As for comparisons of models, the model with

- 0.degree trend,
- $C(s) = 1/(1 + a^2 s^2)^{3/2}$ covariance function type,
- a = (0.204, 0.119, 0.102, 0.259) parameters (obtained by d=3.0 km)

have been found the most proper one among designed models for each anomaly kind.

Numerical investigations indicate that Bouguer anomalies are more convenient than other anomaly kinds for prediction process. On the other hand theory tells us isostatic anomalies are the most convenient kind for this purpose. It is obvious that the adapted hypothesis in the theory for erust density and isostatic reductions should be reconsidered to exploin such an experimental result. It is left out of scope of this study.

1. GİRİŞ

"Bölgesel Gravite Anomalilerinin Prediksiyonu" adlı araştırma konusunun jeodezi bilimi içerisindeki yerini saptamak amacıyla jeodezinin görevleri ve içeriğini oldukça genel bir biçimde gözden geçirmek yararlı olacaktır.

Her meslekte olduğu gibi jeodezi mesleği de toplumsal,bilimsel ve teknolojik gereksinimleri karşılamak için belirli bilgi ve becerilerden oluşan bir meslektir,(O.Gürkan,1983). Bir mesleği oluşturan bilgi ve becerilerin çeşitlenmesi ve karmaşıklanması o meslek içinde uzmanlık alanlarının doğmasına yol açmıştır. Kuramsal jeodezi de, jeodezi mesleği içerisinde bir uzmanlık alanı olup, bilimsel ağırlıklı gereksinimleri karşılamaya yönelik faaliyetlere ilişkin görevler üstlenmiştir. Bilimsel içerikli faaliyetler olarak ;

- Yeryuvarının biçim ve büyüklüğünün belirlenmesi,
- Yeryuvarının gravite alanının belirlenmesi,
- Yerdinamiği parametrelerinin belirlenmesi,
- Depremlerin önceden kestirilmesi,
- Petrol, maden, cevher arama,
- vb. faaliyetler

sayılabilir,(O.Gürkan,1983). Bu faaliyetler, kuramsal jeodezinin kendisine amaç edindiği faaliyetler olup, buradaki araştırma konusu açısından bakıldığında ilk iki faaliyet üzerinde durulabilir.

Kuramsal olarak, yeryuvarının biçiminin, büyüklüğünün ve gravite alanının belirlenmesi ve benzeri sorunlar, tüm yeryuvarını kapsayan integraller cinsinden formülüze edilip çözülürler,(H.Moritz,1967). Fiziksel jeodezide *STOKES* formülü olarak bilinen ve gravite bilgilerinden yeryuvarının biçimini ve büyüklüğünün belirlenmesi sorunu örnek olarak verilebilir. *STOKES* formülünün uygulanabilmesi için tüm yeryüzü noktalarında gravite anomalilerinin bilinmesi gerekir. Örnek olarak verilen *STOKES* formülü gibi yeryüzünün her noktasında gravitenin bilinmesiyle çözülebilen pekçok jeodezik sorun vardır. Bu, kuramsal düzeyde bir gereksinim olup uygulamada tüm yeryüzü noktalarında ölçü yapmak olanaksızdır. Ancak sonlu sayıdaki noktada ölçüler gerçekleştirilir. Sonlu sayıdaki ölçülerden yararlanılarak ölçülerin sıklaştırılması olasıdır. Ölçülerin sıklaştırılması sorunu, olasılık ve stokastik süreç kuramlarına dayanan yöntemlerle çözülebilir.Bu yöntemlerin temel ilkesi; Ölçülerden deterministik (fonksiyonel) kısım çıkarıldıktan sonra geriye kalan artıkların istatistik niteliğe sahip stokastik büyüklükler oldukları varsayımından yola çıkılır. Bu varsayıma ek olarak, ölçü yapılmayan noktalardaki stokastik büyüklüklerin ölçü noktalarındaki stokastik büyüklüklerin doğrusal bir fonksiyonu olduğu varsayılır. Bu temel ilkeye dayanan çeşitli çözüm yöntemleriyle ölçü yapılmayan noktalardaki stokastik büyüklükler belirlenebilir.

Burada ilgilenilen konunun kaynakları, yukarıda da bazı örnekleri verilen fiziksel jeodezinin kuramsal gereksinimleridir. Konuyla ilgili kuramsal bilgiler ve sayısal çözümlemeler bundan sonraki bölümlerin içeriğini oluşturmaktadır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde konunun kuramsal ve pratik konumunun anlaşılmasında rol oynayan jeodezi ve istatistiğe ilişkin kavram ve tanımlara yer verilmiştir. İlkin jeodezik kavramlar üzerinde durulacaktır. Bunu konuyla ilgili olasılık ve istatistik kavramlar izlemektedir. Kavramların sunulmasında izlenen yol, özelden geneledir.

2.1. Konuyla İlgili Jeodezik Kavramlar

2.11 Gravite

Yeryüzünde duran bir cisim, (ay,güneş gibi gökcisimlerinin çekim etkileri gözardı edilirse ya da bu etki giderilirse) kaynağı yeryuvarının kitleleri ve yeryuvarının kendi ekseni etrafında dönme hareketi olan bir kuvvetin etkisi altındadır. Sözkonusu kuvvet, potansiyel kuramı yardımıyla (W) gravite potansiyelinin gradiyenti olarak

$$\text{grad}\ W = \vec{g} \qquad (2.1)$$

ile bulunabilir. $\vec{g}$ gravite vektörünün büyüklüğüne genel anlamda "gravite" denir. $\vec{g}$ 'nin doğrultusuna da çekül doğrultusu denir. $\vec{g}$ 'nin birimi, fiziksel bir ivmenin boyutu olup kilogal, gal, mgal ya da gal'dır. Bu birimler arasında ;

$$1\ \text{kgal} = 10^3\ \text{gal} = 10^6\ \text{mgal} = 10^9 \mu\text{gal},$$

$$1\ \text{gal} = 1\ \text{cm.sec}^{-2}$$

ilişkisi bulunmaktadır. Gravite ivmesinin yeryüzündeki değerleri yaklaşık 980 000 mgal dolaylarındadır.

2.12 Fiziksel Yeryüzü ve Gerçek Gravite

Genel anlamda atmosferle yerin katı ve sıvı kısımlarını ayıran çizginin oluşturduğu kapalı yüzeye "fiziksel yeryüzü" ya da kısaca yeryüzü denir. Son yıllarda hızla gelişen uzay teknikleriyle uzayda yapılanlar ve yeraltında yapılanlar bir yana bırakılırsa tüm jeodezik ölçüler fiziksel yeryüzünde yapılmaktadır. Yeryüzünün her noktasında $\vec{g}$ ile gösterilen bir gravite vektörü vardır. Herhangi bir yeryüzü noktasına ilişkin gravite vektörünün şiddetine o noktadaki gerçek gravite denir. Gravite vektörü şiddetinin belirlenmesine ilişkin ayrıntılar 3.2 altbölümünde ele alınacaktır.

2.13 Gerçek Gravite Alanı ve Jeoid

Yeryuvarının her noktası, 2.11 altbölümünde tanımlanan $\vec{g}$ gravite vektörünün etkisi altındadır. Potansiyel kuramında $\vec{g}$ vektörlerinin tanımladığı vektörel alana "gerçek gravite alanı" denir. Gerçek gravite alanındaki potansiyel fonksiyonu, başlangıcı yeryuvarının ağırlık merkezi ve Z ekseninde yeryuvarının dönme ekseni olan dik bir koordinat sisteminde,

$$W = W(X,Y,Z) = V(X,Y,Z) + \Phi(X,Y,Z) \qquad (2.2)$$

eşitliği ile belirli olur,(O.Gürkan,1977). (2.2) eşitliğinde geçen V fonksiyonu,

$$V(X,Y,Z) = k \iiint \frac{\rho(X',Y',Z')dX'dY'dZ'}{\sqrt{(X-X')^2+(Y-Y')^2+(Z-Z')^2}} \qquad (2.3)$$

eşitliğiyle belirli yeryuvarı kitlelerinin yarattığı kitlesel çekim potansiyelidir. Burada k, Newton çekim sabiti; $\rho(X',Y',Z')$ yoğunluk fonksiyonudur. ϕ ise

$$\phi(X,Y,Z) = \frac{1}{2}\,\omega^2\,(X^2 + Y^2) \qquad (2.4)$$

ile belirli merkezkaç potansiyeldir. Buradaki ω, yeryuvarının açısal dönme hızıdır.

Gerçek gravite potansiyeli W'nın eşit olduğu noktaların oluşturduğu kapalı yüzeylere gerçek gravite alanının nivo ya da eşpotansiyelli (jeop) yüzeyleri denir. Bu yüzeyler, düzgün geometrik yüzeyler olmadığından matematiksel bir eşitlikle tanımlanamazlar. Gerçek gravite alanının eşpotansiyelli yüzeylerinden birisi olan jeoid, W(X,Y,Z) potansiyel fonksiyonu cinsinden,

$$W(X,Y,Z) = W_o \qquad (2.5)$$

denklemiyle belirlidir, (O.Gürkan,1977). (2.5) denklemiyle sembolik olarak gösterilen *j e o i d*, "rüzgar, dalga, gel-git, akıntılar, ısı değişimi vb. dış bozucu etkenlerden arınmış olarak düşünülen ortalama okyanus yüzeyinin ve bunun karalar içinde devam eden kısmının oluşturduğu kapalı bir yüzeydir" biçiminde oldukça yalın olarak tanımlanabilir, (Sazhina,N.-N.Grushinsky,1971). Fiziksel jeodezide en önemli yüzey olan jeoid çeşitli yöntemlere göre belirlenir. Bu yöntemlerden konuyla ilgili olanı 3.32 altbölümünde özlü bir biçimde açıklanacaktır.

2.14 Kuramsal Gravite Alanı ve Referans Elipsoidi

Bundan önceki altbölümde sözü edilen gerçek gravite potansiyelinin belirlenmesi matematiksel anlamda oldukça karmaşık ve güçtür. Bu nedenle yeryuvarının gerçek gravite alanına bir yaklaşım olmak üzere kuramsal(standart,normal) bir gravite alanı tanımlanır. Gerçek gravite alanında tanımlanan her kavrama kuramsal gravite alanında bir kavram karşılık gelir.Örneğin, gerçek gravite alanında W potansiyelinin sabit olduğu noktaların oluşturduğu kapalı yüzeyler olarak tanımlanan eşpotansiyelli yüzeylere(jeop) kuramsal gravite alanında sferopotansiyel yüzeyler (sferop) karşılık gelir. Gerçek gravite alanının sonsuz sayıdaki jeoplarından özel birisi olan jeoide kuramsal gravite alanında karşılık gelen sferopa "referans elipsoidi" ya da seviye elipsoidi denir.

Referans elipsoidi,

$$U = V + \frac{1}{2}\omega^2(X^2 + Y^2) \qquad (2.6)$$

ile belirli kuramsal gravite potansiyelinin eşit olduğu yüzeylerden birisidir. Bunu sağlamak için U_o referans elipsoidinin gravite potansiyeli, W_o jeoid potansiyeline eşit kılınır:

$$U_o = W_o \qquad (2.7)$$

Bu koşulun elde edilmesi de ikisi geometrik(elipsoidin büyüklüğü ve biçimi), ikisi de dinamik(jeoidin potansiyeli) olmak üzere biribirinden türetilemeyen dört parametrenin belirlenmesiyle olur. Dolayısıyla dönel elipsoid örneğin;

- Jeoidle aynı potansiyele sahip,
- Küçük ekseni (b) yeryuvarının dönme ekseniyle çakışan,
- Kitlesi yeryuvarının kitlesiyle aynı,

- Açısal hızı yeryuvarının açısal hızına eşit olan dönel bir elipsoid olarak alınır. Böylesi bir elipsoidin geometrik parametrelerinin belirlenmesi için pek çok ölçü ve araştırma yapılmıştır. Çizelge 2.1'de bunlardan bazıları görülmektedir.

Elipsoid Adı		Ekvator yarıçapı a km.	Kutup yarıçapı b km.	Hacıma eşit küre yarıçapı km.	Basıklık a-b/a
Laplace	1801	6376.614	6355.776		1:306.0
Bessel	1841	6377.397	6356.079	6370.283	1:299.2
Clark	1880	6378.245	6356.515		1:293.5
Hayford	1910	6378.388	6356.912	6371.221	1:297.0
Helmert	1913	6378.350			1:298.3
Krassowsky	1940	6378.245	6356.863	6371.110	1:298.3
Ledersteger	1951	6378.284			1:297.0
Kaula	1961	6378.165			1:298.3
UGGB	1967	6378.160	6356.775		1:298.25
Fischer	1968	6378.150			1:298.3

Çizelge 2.1: Çeşitli referans elipsoidleri ve boyutları

Dinamik parametrelerin belirlenmesi için V kitlesel çekim potansiyeli fonksiyonunun bir özelliğinden yararlanılır. Bu özellik, V'nin kitlelerin olmadığı uzay kesiminde (jeoidin dışında)

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \tag{2.8}$$

biçiminde *LAPLACE* eşitliğini sağlaması nedeniyle harmonik oluşmasıdır. Bu durumda verilen bir yüzeyin dışında harmonik olan bir fonksiyon birinci sınır-değer problemine göre belirlenebilir. Elipsoid için birinci sınır-değer probleminin çözümü, elipsoid koordinatlarıyla oluşturulacak (2.8), LAPLACE diferansiyel denkleminin çözümüne indirgenebilir. LAPLACE diferansiyel denkleminin elipsoid harmonikleriyle çözümünden bulunacak serilerde dönel simetri özelliğinden de yararlanılarak referans elipsoidinin b küçük yarı ekseni, E doğrusal dışmerkezliği ile indirgenmiş enlem β'ya bağlı bir eşitlik elde edilir. Bu eşitlik,

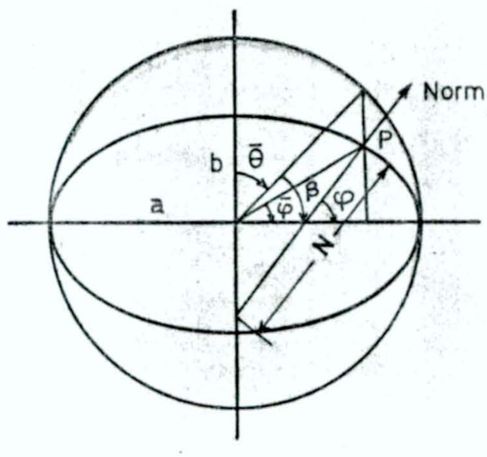
$$U(u,\beta)=\frac{k.M}{E}\tan^{-1}\frac{E}{u}+\frac{1}{2}\omega^2a^2\frac{q}{q_o}(\sin^2\beta-\frac{1}{3})+\frac{1}{2}\omega^2(u^2+E^2)\cos^2\beta \tag{2.9}$$

biçimindedir,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Bu eşitlikte geçen a,b,kM ve ω referans elipsoidinin değişmezleridir. E,q ve q_o büyüklükleri de şöyle tanımlanmıştır.

$$E=\sqrt{a^2-b^2}$$

$$q=\frac{1}{2}\left[(1+3\frac{u^2}{E}).\tan^{-1}\frac{E}{u}-3\frac{u}{E}\right]$$

$$q_o=\frac{1}{2}\left[(1+3\frac{b^2}{E^2}).\tan^{-1}\frac{E}{b}-\frac{b}{E}\right]$$



Şekil 2.1: Elipsoid yüzündeki bir P noktası için coğrafik enlem ϕ, jeosentrik enlem $\bar{\phi}$, indirgenmiş enlem β ve bunların tümleri,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967)

(2.9) eşitliğinin gradiyenti alınırsa ;

$$\text{grad } U=(\frac{\partial U}{\partial x},\frac{\partial U}{\partial y},\frac{\partial U}{\partial z})=\vec{\gamma} \tag{2.10}$$

kuramsal gravite vektörü elde edilir.$\vec{\gamma}$ vektörünün büyüklüğüne kuramsal (standart,normal) gravite denir. Referans elipsoidinin yüzündeki bir noktaya ilişkin γ kuramsal gravite değerini hesaplayabilmek için, elipsoidin parametrelerinden ve *CLAIRAUT* formülünden yararlanarak gravite formülleri geliştirilmiştir. Bunun için (2.9) eşitliğinin (u, β, λ) elipsoid koordinatlarına göre kısmi türevleri alınır. (2.9) eşitliği λ'yı içermediğinden $\frac{\partial U}{\partial \gamma}$ türevi sıfır olacaktır. β'ya göre türev de referans elipsoidi için $u = b$ alınırsa sonuç sıfır çıkar. Geriye kalan γ_u türevi, bilinen matematik-jeodezi formülleriyle düzenlenerek; γ için,

$$\gamma = \frac{a\gamma_a \cos^2\phi + b.\gamma_b \sin^2\phi}{\sqrt{a^2\cos^2\phi + b^2 \sin^2\phi}} \tag{2.11}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin payı $a\,\gamma_a$, paydası a^2 parantezine alınırsa ;

$$\gamma = \frac{a\gamma_a(\cos^2\phi + \frac{b.\gamma_b \sin^2\phi}{a.\gamma_a})}{a\sqrt{1 - \frac{a^2-b^2}{a^2}\sin^2\phi}}$$

bulunur. Burada gerekli kısaltmalar yapılarak γ için,

$$\gamma = \gamma_a \frac{1 + \frac{b.\gamma_b - a.\gamma_a}{a.\gamma_a}\sin^2\phi}{\sqrt{1 - \frac{a^2-b^2}{a^2}\sin^2\phi}} \tag{2.12}$$

biçiminde sonuç eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte geçen sembollerin anlamı ise ;

a : Referans elipsoidinin yarıbüyük ekseni,

b : Referans elipsoidinin yarıküçük ekseni,

γ_a : Ekvatordaki kuramsal gravite,

γ_b : Kutuplardaki kuramsal gravite,

ϕ : Coğrafik enlemdir.

(2.12)'un seriye açınımında elipsoid parametreleri kullanılarak pratik kullanıma uygun,

$$\gamma = \gamma_a[1 + f_2\sin^2\phi + f_4\sin^4\phi] \tag{2.13}$$

gravite formülü elde edilir. Bu formüldeki f_2 ve f_4,

$f = \frac{a - b}{a}$ elipsoidin geometrik basıklığı,

$$m = \frac{\omega^2 a}{\gamma_a} = \frac{\text{Ekvatordaki merkezkaç kuvvet}}{\text{Ekvatordaki gravite}}$$

olarak tanımlanan f ve m büyüklükleriyle şu şekilde verilmiştir :

$$f_2 = -f + \frac{5}{2} m + \frac{1}{2} f^2 - \frac{26}{7} f.m + \frac{15}{4} m^2$$

$$f_4 = -\frac{1}{2} f^2 + \frac{5}{2} f.m$$

Bu biçimde, her elipsoid için gravite formülü geliştirilmiştir.

Sayısal Değerler :

Referans elipsoidine ilişkin kuramsal gravitenin (2.13)'dan hesaplanabilmesi için, a, f, γ_a ve ω değerlerinin sayısal olarak bilinmesi gerekir. Bu parametreler, günümüzde de yaygın bir biçimde kullanılan Uluslararası elipsoidi için ;

$a = 6378\ 388.000$ metre,

$f = 1/297.000$,

$\gamma_a = 978.049\ 000$ gal,

$\omega = 0.72921151\ 10^{-4} \cdot san^{-1}$

olarak verilmektedir,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967).

Sayısal Gravite Formüllerinden Bazıları :

*HELMERT'in 1901 formülü , (Heiskanen and Vening Meinesz,1958) :

$$\gamma = 980.030(1 + 0.005302 \sin^2\phi - 0.000\ 007 \sin^2 2\phi)$$

*USGGS'nin 1917 formülü, (Heiskanen and Vening Meinesz,1958) :

$$\gamma = 978.039(1 + 0.005294 \sin^2\phi - 0.000\ 0007 \sin^2 2\phi)$$

*1930 Uluslararası Formül,(Pick,M.-J.Picha-V.Vyskosil,1973) :

$$\gamma = 978.049(1 + 0.005\ 2884 \sin^2\phi + 0.000\ 023\ 346 \sin^4\phi)$$

*1967 Uluslararası Formül, (Bomford.G,1971) :

$$\gamma = 978.0309(1+0.005\ 302\ 36 \sin^2\phi+5.850\ 10^{-6}\sin^2 2\phi+3.2\ 10^{-8}\sin^2\phi\sin^2 2\phi)$$

Bu çalışmada kullanılan formül ise,Hayford 1910 Uluslararası elipsoidinin parametreleriyle 1925'de hesaplanan formül olup;

$$\gamma=978.049(1+0.005\ 288\ 376\ \sin^2\phi - 0.000\ 005\ 8846\ \sin^2 2\phi + 8\ 10^{-7} \sin^2 3\phi)$$

biçimindedir. En son verilen formül, 1930 Uluslararası formülün biraz değişik bir biçimidir. 1925'de hesaplanan formülle 1930'da hesaplanan formülün sayısal farkı araştırılmış, Türkiye enlemleri için yaklaşık 9 mgal' lık bir fark bulunmuştur.

2.2 Konuyla İlgili Olasılık ve İstatistik Kavramlar

2.21 Gözlem, Deney

Doğa gerçeklerini araştırmak amacıyla, akıp giden zaman içerisinde doğa olaylarına ilişkin bilgilerin elde edilmesine "*g ö z l e m*" denir. Gözlem sonucu elde edilen bilgiler, sayılardan oluşabileceği gibi elemanter elemanlar da olabilir. Gerçekte doğada varolmayan sayısal bilgiler ölçü ya da deney aletleri aracılığı ile elde edilirler. Örneğin, bir noktada kesişen iki doğru arasındaki açıklığı sayısal olarak elde etmek için açıölçerlerden yararlanılır. Başka bir örnek; bir uzay noktasındaki yerçekimi ivmesini gravite ölçerlerle (gravimetrelerle) sayısal olarak saptayabiliriz. Bu şekilde elde edilen bilgi yığınlarına ölçü ya da veri denir.

Giriş bölümünde söz edilen toplumsal, bilimsel ve teknolojik içerikli faaliyetlerin tümünün iş akış şemalarına bakılırsa, ilk adımın "bilgi derleme" olduğu görülür. Buradan, doğanın tam kendisi diye tanımlayabileceğimiz fiziksel çevreyle ve ona bir yaklaşım olarak tasarımı, tanımı bizce yapılan model çevre arasındaki ilişki, bilgi ya da veriyle sağlanabileceği gerçeği ortaya çıkar.

Jeodezideki veriler; kenar, açı, gravite, ısı, basınç vb. ölçmelerinden elde edilen sayılardır. Sözkonusu bu veriler, pratikte uzay ve zaman içinde ayrık (diskrit) ya da sürekli (continue) olarak elde edilirler.

2.22 Rastgele Değişken

Rastgele değişkenin tanımını vermeden önce olasılık uzayı, olay ve olayların olasılığı kavramlarının kısaca açıklanması yararlı olacaktır.

Bir gözlemde tüm deneysel sonuçlardan oluşan kümeye "olasılık uzayı" ve olasılık uzayının altkümelerine "olaylar" denir. Olayların olasılıkları ise; sıfır ile bir arasında değişen pozitif bir sayıdır. Oldukça genel bir biçimde tanımlanan olasılık uzayı, olay ve olayların olasılıkları kavramlarını somut bir örnekle açıklamak istersek; Bir tek zarın bir kez atılması deneyini inceleyelim. Bu deneyde olasılık uzayı,

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

biçiminde altı elemanter olaydan oluşmaktadır. Olaylar ise ;

$$a = \{\text{çift}\} = \{2,4,6\},\ b = \{\text{tek}\} = \{1,3,5\},\ \text{vb.}$$

gibi elemanter olaylarla tanımlanan ve olasılık uzayının birer alt kümesi olan kümelerdir. Tahsis edilen olasılıklar da,

$$P\{1\} = P\{2\} = P\{3\} = P\{4\} = P\{5\} = P\{6\} = \frac{1}{6}$$

gibi sıfır ile bir arasında değişen sayılardır,(O.Gürkan,1983).

Sonuçları S olasılık uzayının elemanter olayları olan bir deneyde gözlenen her sonucu sayıya dönüştüren bir kural tanımlanabilir. Böylesi bir kurala göre bir deneyin sonuçlarının sayılara dönüştürülmesinden oluşan bağımlı değişkene "rastgele değişken" denir. Başka bir deyişle, rastgele bir deney ya da gözlem sonuçlarının bir fonksiyonu olarak elde edilen büyüklüklere rastgele değişken denir. Rastgele bir değişken,

$$\underline{X} = \underline{X}(\xi) \tag{2.14}$$

biçiminde gösterilir. Buradaki ξ, gözleme ilişkin olasılık uzayının elemanter elemanlarıdır.

Bir rastgele deney ya da gözlemde aynı anda birden fazla elemanter olay oluşuyorsa bu elemanter olaylara karşılık gelen rastgele büyüklüklere "çok boyutlu rastgele değişken" denir. Kısaca bir deneyde birden fazla rastgele değişken tanımlanabilir.

Bir deneyin olasılık uzayı, sonlu elemanter elemanlardan oluşuyorsa bu olasılık uzayında tanımlanacak rastgele değişken ayrık(diskrit) türdendir. Bir çok fiziksel deneyde olduğu gibi olasılık uzayı sonsuz elemanter elemandan oluşuyorsa bu olasılık uzayında tanımlanacak rastgele değişkene sürekli türden rastgele değişken denir.

2.23 Dağılım ve Yoğunluk Fonksiyonu

Rastgele bir değişkenin verilmiş olması için dağılım fonksiyonunun bilinmesi gerekir. Bir rastgele değişkenin dağılım fonksiyonu denince, sözkonusu rastgele değişkenin verilen gerçel bir sayıdan küçük ya da ona eşit olma olasılığını veren fonksiyon anlaşılır. Verilen gerçel sayı x ise sözkonusu dağılım fonksiyonu,

$$F_{\underline{x}}(x) = P\{\underline{x} < x\} \qquad (2.15)$$

biçiminde olacaktır. Burada verilen x gerçel sayısına karşılık gelen $\{\underline{x}<x\}$ kümesi bir olay olup, olasılığı x'e bağlıdır. Kısaca bu olasılık, x sayısının bir fonksiyonudur. $F_{\underline{x}}(x)$ dağılım fonksiyonu x'in $-\infty$'dan $+\infty$'a kadar değerleri için tanımlı olmalıdır.

Dağılım Fonksiyonunun Özellikleri :

- $F(-\infty) = 0 \quad , \quad F(+\infty) = 1$
- $x_1 < x_2$ için $F(x_1) < F(x_2)$ sürekli artan bir fonksiyondur.
- Dağılım fonksiyonu sağdan kesiksiz bir fonksiyondur.

$\underline{x}$ gibi rastgele bir değişkenin dağılım fonksiyonu F(x)'in türevi ;

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \qquad (2.16)$$

e, $\underline{x}$'in yoğunluk fonksiyonu denir.

Dağılım ve yoğunluk fonksiyonları, rastgele değişkenlerin özelliklerini ortaya koymak için önemli iki kavramdır. Bundan başka rastgele değişken ya da süreçlere ilişkin istatistiksel bilgiler dağılım ve yoğunluk fonksiyonlarından yararlanılarak bulunur. Örneğin; bir rastgele değişken ya da sürecin umut değeri, variyansı, karakteristik fonksiyonları vb. bilgiler yoğunluk fonksiyonlarından belirlenir.

2.24 Umut Değeri, Variyans ve Standart Sapma

Bir rastgele değişkenin umut değeri, ξ_i sonuçlarına karşı gelen $\underline{x}$ sayılarının ortalaması olarak tanımlanır. Umut değeri, rastgele değişkenin istatistik parametrelerinden biri olup $E\{\underline{x}\}$, η_x , η simgeleriyle gösterilir.

Herhangi bir gözlemde, olasılık uzayını oluşturan ξ_i elemanter olaylarına karşılık gelen rastgele değişken $\underline{x}(\xi_i)$ ve bunun olasılığı $p(\xi_i)$ ise ; $\underline{x}$ rastgele değişkenin umut değeri ;

$$E\{\underline{x}\} = \underline{x}(\xi_1)\ p(\xi_1) + \underline{x}(\xi_2)\ p(\xi_2) \ldots\ldots \underline{x}(\xi_n)\ p(\xi_n) \ldots \qquad (2.17)$$

eşitliği ile hesaplanır. (2.17) eşitliğindeki $\underline{x}$ rastgele değişkeni ayrık (diskrit) türdendir. (2.17) de $\underline{x}(\xi_i) = x_i$, $p(\xi_i) = p\{x = x_i\}$ ve toplama işlemi yerine toplam işareti (Σ işareti) yazılarak, ayrık türden rastgele değişkenin umut değeri için ;

$$E\{\underline{x}\} = \sum_i x_i p\{\underline{x} = x_i\} \qquad (2.18)$$

eşitliği yazılabilir. Rastgele değişken sürekli türden ise umut değeri ;

$$E\{\underline{x}\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f_{\underline{x}}(x).dx \qquad (2.19)$$

eşitliği ile hesaplanır. Buradaki $f_{\underline{x}}(x)$, 2.23 altbölümünde tanımlandığı gibi $\underline{x}$ rastgele değişkeninin yoğunluk fonksiyonudur.

Bir rastgele değişkenin istatistiksel parametrelerinden birisi de variyansıdır. Variyans σ^2 simgesiyle gösterilir ve "$\underline{x}$ rastgele değişkeninin olasılık kitlesinin umut değeri yakınından yoğunlaşma oranıdır" biçiminde tanımlanır.

Variyans Bağıntıları :

Sürekli türden rastgele değişkenler için,

$$\sigma^2 = E\{(\underline{x} - \eta)^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \eta)^2.f(x)dx \qquad (2.20)$$

ve ayrık türden rastgele değişkenler için,

$$\sigma^2 = E\{(\underline{x} - \eta)^2\} = \sum_n (x_n - \eta)^2\ p\{\underline{x} = x_n\} \qquad (2.21)$$

eşitlikleriyle verilir.

Bu eşitliklerdeki,

$\underline{x}$: Rastgele değişkeni,

η : $\underline{x}$ rastgele değişkenin umut değerini,

$f(x)$: $\underline{x}$ rastgele değişkenin yoğunluk ya da olasılık fonksiyonunu

göstermektedir.

Variyans doğrudan umut değeri cinsinden de belirlenebilir. Bunun için,

$$\sigma^2 = E\{\underline{x}^2\} - E^2\{\underline{x}\} \tag{2.22}$$

eşitliğinden yararlanılır. Variyansın karekökü de "standart sapma" olarak tanımlanır. Standart sapmanın birimi $\underline{x}$ rastgele değişkenin birimi olup, $\underline{x}$ rastgele değişkenlerinin oluşturduğu kümenin umut değeri etrafındaki saçılmalarını gösterir.

2.25 Kovariyans ve Korelasyon

2.22 altbölümünde, rastgele bir deneyde birden çok rastgele değişken tanımlanabileceğinden sözedilmiştir. İlgilenilen problem, aynı olasılık uzayında iki ya da daha çok rastgele değişken tanımını gerektirebilir. Jeodeziden bir örnek olarak, herhangi bir noktanın yüksekliği ve gravite değeri verilebilir. Burada sözkonusu noktanın yüksekliği ve gravite değeri iki rastgele değişkendir.

Nasıl ki bir rastgele değişken için, dağılım ve yoğunluk fonksiyonları, variyans, standart sapma vb. hesaplanıyorsa, benzer biçimde iki rastgele değişken için de birleşik dağılım ve yoğunluk fonksiyonları ile karşılıklı ilişki ve bağımlılıklarını veren parametreler hesaplanabilir. İki rastgele değişkenin karşılıklı bağımlılıklarını gösteren kovariyans (ortakvariyans); iki rastgele değişkenin ortak ortalamaları etrafında beraberce gösterdikleri değişimin ölçüsü olarak tanımlanır. Bir tek rastgele değişkenin variyansının hesaplanmasında izlenen yönteme benzer bir yöntemle, iki rastgele değişken arasındaki kovariyans hesaplanabilir. Bunun için, $\underline{x}$ ve $\underline{y}$ rastgele değişkenleriyle

$$h(\underline{x},\underline{y}) = [(\underline{x} - E\{\underline{x}\})(\underline{y} - E\{\underline{y}\})] = [(\underline{x} - \eta_x)(\underline{y} - \eta_y)] \tag{2.23}$$

biçiminde bir fonksiyon tanımlansın. $\underline{x}$ ve $\underline{y}$ rastgele değişkenleri arasındaki kovariyans, $h(\underline{x},\underline{y})$ fonksiyonunun umut değeri olarak tanımlanır. Gösterim olarak ;

$$cov(\underline{x},\underline{y}) = \sigma_{xy} = E\{h(\underline{x},\underline{y})\}$$

dir. Burada (2.23)'ün dikkate alınmasıyla,

$$cov(\underline{x},\underline{y}) = E\{(\underline{x} - \eta_x)(\underline{y} - \eta_y)\} \tag{2.24}$$

biçiminde bir eşitlik elde edilir,(E.M.Mikhail,1976).

Variyans, özkovariyans (2.24) eşitliği ile verilen kovariyansın özel halleridir. Örneğin $\underline{x} \equiv \underline{y}$ ise $\eta_x = \eta_y$ olacaktır dolayısıyla (2.24), variyans ya da özvariyansı verir.

İki rastgele değişken arasındaki karşılıklı bağımlılık ve benzerliklerinin doğrusal ölçüsüne "korelasyon" ya da ilişki katsayısı denir. Korelasyon(ilişki) katsayısının hesaplanması için iki rastgele değişken arasındaki kovariyansın, sözkonusu rastgele değişkenlerin standart sapmalarının çarpımına bölmek yeterlidir :

$$r_{\underline{xy}} = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{2.25}$$

(2.21) ve (2.24) eşitliklerinin (2.25) de yazılmasıyla, korelasyon katsayısı için kovariyans ve variyanslar cinsinden,

$$r_{\underline{xy}} = \frac{E\{(\underline{x} - \eta_x)(\underline{y} - \eta_y)\}}{\sqrt{E\{(\underline{x} - \eta_x)^2\}E\{(\underline{y} - \eta_y)^2\}}} \tag{2.26}$$

yazılabilir,(Papoulis,A.,1965). r korelasyon katsayısının değeri -1 ile +1 arasında değişir. Bu katsayı genel olarak (%) yüzdeyle gösterilir.Korelasyon katsıyısı boyutsuz, başka bir deyişle ölçü birimlerinden bağımsız bir katsayıdır.

2.26 Stokastik Süreç

2.22 altbölümünde rastgele değişken için; rastgele bir deneyin sonuçlarının belli bir kurala göre sayılara dönüştürülmesinden oluşan bağımlı değişken biçiminde bir tanım verilmişti. Bu tanımda rastgele değişken için zaman boyutunun da dikkate alınmasıyla, $\underline{x}(t,\xi)$ biçiminde bir fonksiyonlar ailesi elde edilir. Bu fonksiyonlar ailesi için :

t ve ξ değişken $\underline{x}(t,\xi)$ zaman fonksiyonu ailesi,

t. değişken, $\xi=\xi_i$ sabit $\underline{x}(t,\xi_i)$ bir zaman fonksiyonu, $(x_i(t))$,

$t=T_i$ sabit, ξ değişken $\underline{x}(T_i,\xi)$ $\underline{x}_i(\xi)$ rastgele değişken,

$t=T_i$ sabit, $\xi=\xi_i$ sabit $\underline{x}(T_i,\xi_i)$ sabit bir sayı

durumları sözkonusudur,(Papoulis.A,1965).

t değişken, $\xi=\xi_i$ sabit olduğu durumda elde edilen $\underline{x}(t)$ zaman fonksiyonuna yani zaman parametresine bağlı olarak rastgele deneyin sonuçları yardımıyla tanımlanan fonksiyon topluluğuna "Stokastik Süreç" denir. Buradaki t parametresi problemin yapısına göre zaman, uzunluk, vb. kavramlar olabilir.

Bir stokastik süreç, birinci ya da ikinci dereceden istatistikleriyle tanımlanır. $\underline{x}(t)$ gibi bir sürecin F(x,t) dağılım fonksiyonu ve f(x,t) yoğunluk fonksiyonlarına 1.dereceden istatistikleri denir. Sözkonusu istatistikler, (2.15) ve (2.16) eşitliklerinde t parametresinin dikkate alınmasıyla aşağıdaki gibi yazılabilirler. Bunlar,

Dağılım Fonksiyonu :

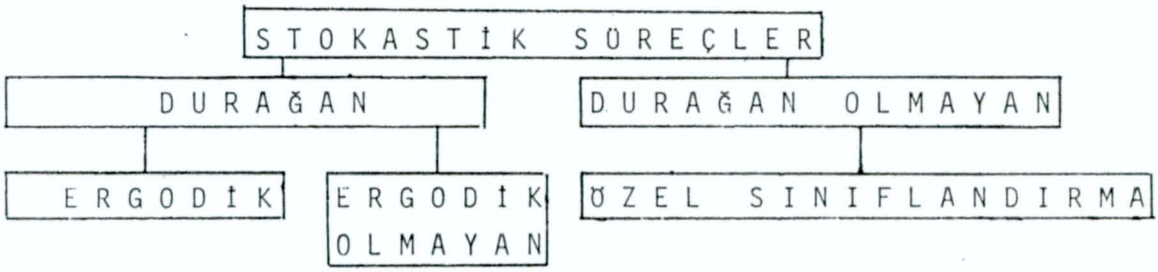
$$F(x,t) = P\{\underline{x}(t) < x\} \tag{2.27}$$

ve yoğunluk fonksiyonu :

$$f(x,t) = \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} \tag{2.28}$$

eşitlikleridir. Eğer birden çok t değeriyle belirlenen bir stokastik süreç sözkonusu ise; birleşik dağılım ve birleşik yoğunluk fonksiyonları tanımlanır. Bu birleşik dağılım ve yoğunluk fonksiyonları, stokastik sürecin ikinci dereceden istatistikleri olarak bilinir.

Stokastik süreçler, durağan ve durağan olmayan süreçler diye ikiye ayrılır. (Şekil 2.2) $\underline{x}(t)$ stokastik sürecinin umut değeri ve iki farklı zamandaki (t_1 ve t_2) aldığı değerler arasındaki korelasyon değeri, t zamanı değiştikçe farklı değerler alıyorsa $\underline{x}(t)$ stokastik süreci durağan değildir. t'nin farklı değerleri için sürecin umut değeri ve korelasyon değeri değişmiyorsa, genel anlamda bu süreç durağandır. Eğer bir stotaktik sürecin istatistikleri (dağılım ve yoğunluk fonksiyonları) zamanla değişmiyorsa bu süreç kesin anlamda durağandır denir. $\underline{x}(t)$ ve $\underline{y}(t)$ gibi iki stokastik sürecin birleşik istatistikleri (2.dereceden istatistikler) zaman başlangıcından bağımsız ise, bu süreçler için "birleşik durağan"dır denir.



Şekil 2.2: Stotastik Süreçlerin Genel Sınıflandırılması

$\underline{x}(t)$ sürecinin tüm istatistikleri (umut değeri, korelasyon katsayısı,dağılım ve yoğunluk fonksiyonları, vb.) eğer sürecin bir tek gerçekleşmesinden ya da bir tek gözlemden belirlenebiliyorsa bu sürece "ergodik süreç" denir. Ergodiklik kavramı yalnız durağan süreçler için geçerlidir.

Karşılaşılan sorunların çözümlerinde çoğunlukla durağan ve ergodiklik özelliklerinden yararlanılır. Bunun nedeni, tek bir gözlemden ilgilenilen rastgele sürecin istatistiksel özelliklerinin kolaylıkla elde edilmesidir.

3. GRAVİMETRİK YÖNTEMLER

En karmaşık kuramsal araştırmalardan en pratik günlük yaşantımıza kadar uzanan pek çok alanda gravite kuvvetinden yararlanılmaktadır. Şöyle ki üzerinde yaşadığımız gökcismini ve üzerindeki yaşamı biçimlendiren en önemli etmen, yeryuvarının gravite alanıdır. Başta yeryuvarının gravite alanının belirlenmesi olmak üzere çeşitli görevler üstlenen kuramsal jeodezinin pek çok sorunu, gravimetrik bilgilerle çözülür.

Bu bölümde gravite ve jeodezideki önemi üzerinde durulduktan sonra gravite ölçüsü, gravite indirgemeleri ve gravimetrik jeoid belirlenmesi ele alınacaktır.

3.1. Gravite ve Jeodezideki Önemi

Tüm jeodezik ölçmeler yeryuvarının gravite alanında yapılmaktadır. Hemen hemen tüm jeodezik ölçü aletleri ya doğrudan ya da dolaylı olarak yerçekimini referans alan ilkelere göre çalışır. Örneğin; açıölçerler ölçü noktasındaki düşeye (çekül eğrisine teğet doğrultu) göre açı ölçecek biçimde tasarlanmıştır. Yine uzunlukların ölçülmesinde referans alınan yatay, yerçekimiyle ilintili olarak tanımlanır. Bu örnekler daha da çoğaltılabilir. Ölçü aletlerinin tasarımında bu denli önemli olan gravite, jeodezinin temel sorunlarının çözümünde de en önemli bilgilerdendir. Bazen de kendisi başlı başına bir araştırma konusu olmuştur.

Bilindiği gibi jeodezinin temel sorunlarından birisi yeryuvarının biçimini belirlemektir. Bu amaçla ilk çağlardan beri, yeryuvarının fiziksel çevresine uygun çeşitli model çevreler tanımlanmıştır. Önceleri geometrik büyüklüklere dayanılarak tanımlanan çeşitli modellere karşın daha sonraları aletlerin, yöntemlerin gelişmesine koşut olarak fiziksel kavramlardan da yararlanma olanağı doğmuştur. Yeryuvarının biçimi olarak sırasıyla düzlem, küre ve dönel elipsoid modellerinden yararlanılmıştır. Bu modellerden sonra da yeryuvarının biçimi olarak geometrik ve fiziksel kavramlara dayanan *j e o i d* modeli tanımlanmıştır. Jeoid, hesaplamalar için uygun bir yüzey olmadığından ülke ölçmelerinde hesaplama yüzeyi olarak referans elipsoidinden yararlanılır. Jeoidle referans elipsoidi arasındaki ilişki jeoid yüksekliği kavramıyla kurulur. Jeoid yüksekliği, doğal bir yüzey olan jeoidle düşünsel bir yüzey olan referans elipsoidi arasında kalan uzunluk olduğundan doğrudan doğruya ölçülemez. Bu nedenle dolaylı olarak belirlenir.Jeoid yüksekliğinin doğada ölçülebilen fiziksel büyüklüklerin bir fonksiyonu olarak hesaplanabileceğini STOKES 1849'da göstermiştir. Fiziksel jeodezide STOKES EŞİTLİĞİ olarak bilinen ve jeoid yüksekliğini gravite bilgilerine dayanarak veren eşitlik daha sonra VENİNG MEİNESZ tarafından mutlak çekül sapmalarını belirleyecek bir biçimde düzenlenmiştir.

Fiziksel jeodezinin temel kavramlarından olan çekül sapması ve jeoid yüksekliğinin başka bir bilgi olmaksızın gravite bilgilerinden belirlenebilmesi gravitenin jeodezideki önemini artırmaktadır. Bundan başka çağdaş teknolojik gelişmelere koşut olarak gravite ölçerlerin ulaştığı ölçü inceliği gravimetrik yöntemlerin dolayısıyla gravitenin önemini artırmıştır.

3.2. Gravite Ölçmeleri

Yeryuvarının gravite alanı, 2.11 altbölümünde tanımlanan $\vec{g}$ gibi bir vektör alanıdır. Gravite vektörü $\vec{g}$ 'nin şiddetinin belirlenmesine gravite ölçüsü denir. Gravite ölçmeleri, uzayda ve yeraltında yapılanlar bir yana bırakılırsa genel olarak fiziksel yeryüzünde yapılır. Gravite ölçmelerinin yapıldığı yeryüzü noktalarından oluşan ağa gravite ağı denir.

Gravite ölçmeleri ya mutlak ya da bağıl olarak becerilir. Mutlak gravite ölçmeleri, herhangi bir yeryüzü noktasındaki mutlak gravite değerini doğrudan belirlemek için yapılır. Mutlak gravite değerleri bilinen noktalar diğer gravite noktaları için çıkış (referans) noktası olarak kullanılır. Bağıl gravite ölçmeleriyle de iki nokta arasındaki gravite farkı belirlenir.

Mutlak gravite ölçmeleri için geliştirilen aletler genel olarak noktadan noktaya taşımaya uygun olmayıp aynı zamanda ölçü işlemi karmaşık ve zaman alıcıdır. Bu nedenlerle az sayıdaki noktada mutlak gravite ölçmeleri yapılmıştır. Bu az sayıdaki noktaların bazıları laboratuarlarda bulunmaktadır. Mutlak gravite ölçüsünün temel ilkesi, serbest düşen bir cismin ivmesinin ölçülmesidir. Bundan başka bir sarkacın salınım periyodunun ve sarkaç boyunun ölçülmesiyle de mutlak gravite belirlenir. İlke olarak oldukça yalın görünen mutlak gravite ölçmeleri gerekli olan zaman ve uzunluk ölçmelerinin yeterli doğrulukta yapılamaması nedeniyle, uzun zaman istenilen doğruluğa ulaşamamıştır. Ancak son 20 yıldır teknolojideki gelişmelere koşut olarak mutlak gravite ölçmelerinde μgal (mikrogal) düzeyinde incelik elde edilmiştir,(IGSN 71,1971).

Jeodezinin ve jeofiziğin graviteyle ilintili sorunlarının pek çoğunda yukarıda sözedilen mutlak gravite ölçülerinden çok, noktalar arasındaki gravite değişimlerine gereksinim duyulur. Noktalar arasındaki gravite değişimlerinin, mutlak gravite ölçmelerinden belirlenmesi zaman, ekonomi ve doğruluk açılarından uygun değildir. Bu nedenle noktalar arasındaki gravite farkını hızlı, doğru ve ucuz bir biçimde ölçmek için bir çok alet geliştirilmiştir. Bu tür aletler, bağıl gravite ölçen aletler olarak adlandırılır. Bağıl gravite ölçen aletler, gravite ölçülerinde diğer tür aletlerden daha yaygın kullanılmaları nedeniyle burada temel ilkelerinden söz edilecektir. Bu aletler iki grupta ele alınabilir.

- Sarkaç Aletleri : Sarkaçlarla mutlak gravite ölçmeleri yapılabildiği gibi bağıl gravite ölçmeleri yapmak da olasıdır. Bunun için mutlak gravite değeri bilinen bir noktadan başlanarak gravite değerleri belirlenecek noktalarda sarkacın salınım periyodları ölçülür. Bu periyodlar,

$$g_i = g_p (T_p/T_i)^2 \qquad (3.1)$$

eşitliğinde yerlerine yazılarak noktaların gravite değerleri bulunur. Bu eşitlikte geçen,

g_p : Bilinen gravite değerini,

T_p : Gravite değeri bilinen noktadaki salınım periyodunu,

T_i : Gravite değeri belirlenecek noktadaki salınım periyodunu

göstermektedir.

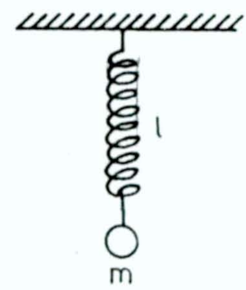
- Gravite Ölçerler : Bağıl gravite ölçen ikinci grup aletler, gravite ölçerlerdir. Bu aletlerin temel ilkesi, çok yalın olarak yaylı terazininkine benzerdir. Şekil 3.1'de görülen çelik bir yayın başlangıçdaki boyu ℓ_o, ucuna m kitleli bir cisim asıldıktan sonraki boyu ℓ ise, yayın uzama miktarı, Hooke kuralına göre m kitlesiyle orantılıdır. m kitlesi sabit alınırsa; yayın ℓ_o üzünluğundaki değişimi, τ yayın esneklik katsayısı olmak üzere,

$$\tau(\ell - \ell_o) = mg \qquad (3.2)$$

eşitliğine göre g gravitesiyle orantılıdır. Yani,

$$\tau\Delta\ell = m.\Delta g \qquad (3.3)$$

uzunluk değişimi gravite değişimiyle ilişkilidir. Buradan,



Şekil 3.1: Yaylı terazi

$$\Delta g = \frac{\tau}{m}.\Delta\ell$$

yazılabilir. τ ve m sabit olduklarından gravite değişimi için,

$$\Delta g = k.\Delta\ell \qquad (3.4)$$

eşitliği elde edilir. Son eşitlikten görüldüğü gibi gravite ölçerler bağıl gravite farklarını ölçen aletlerdir. Bu aletlerle ölçülen gravitenin doğruluğu, $\Delta\ell$ uzunluk değişiminin ölçü doğruluğuna bağlıdır. Gravitede 0.1 mgal doğruluk elde etmek için uzunluk mikron (1/1000 mm.) doğruluğunda ölçülmelidir.

Modern gravite ölçerlerin çalışma ilkesi, yukarıda kısaca açıklanan temel ilkeye dayanmakla birlikte okuma düzenleri, dış etkilerden korunmaları ve tasarımları bakımından bazı farklılıklar gösterirler. Bu aletlerle birkaç dakika içinde ölçü yapılabilmesi ve kolayca taşınabilmesi nedenleriyle seri olarak yüksek doğrulukta gravite ölçüleri yapılabilmektedir.

Gravite ölçmelerinde, ölçme kurallarına (aletin düzeçlenmesi, çalışma ısısı, ölçme süresi, aletin taşınması, vb.) ve aletlerin özel kullanım bilgilerine uyularak gerçekleştirilen ölçmeler sonucunda mikrometre ya da gösterge okumaları elde edilir. Bu okumalar, önceden hazırlanan ya da yapımcı firmalarca verilen çizelgelerden yararlanılarak gravite değerlerine dönüştürülür. Bu değerler, kaynağı yeryuvarının kitleleri olan çekim kuvvetiyle yeryuvarının ekseni etrafındaki dönmesi olan merkezkaç kuvvetinin bileşkesi olan gerçek gravite değeri değildir. Ölçme sonucu belirlenen gravite değeri çevre koşullarından, aletin parçalarının özelliklerinin ve yeryuvarı dışındaki gökcisimlerinin (ay,güneş) uzaydaki konumlarının zamanla değişmesinden oluşan bazı küçük değişimleri de içerir.Bu nedenlerle ölçülen gravite değerlerinin sözkonusu küçük değişimlerden arındırılması gerekir. Bu arındırma işlemine ölçülerin düzeltilmesi denir. Gravite ölçmelerine getirilen düzeltmelerin yalnız adlarının verilmesiyle yetinilecektir. Bunlar :

- Sarkaç ölçmelerine getirilen düzeltmelerden başlıcaları

  1- Eğrilik düzeltilmesi,
  2- Isı düzeltilmesi,
  3- Basınç düzeltilmesi,
  4- Saat başlangıç düzeltilmesi,
  5- Sarkacın tutturulduğu dayanağın sallanmasından kaynaklanan yanılgının düzeltilmesi.

- Gravite ölçerlerle yapılan ölçülere getirilen düzeltmeler :

  1- Mikrometre sıfır düzeltmesi,
  2- Isı düzeltmesi,
  3- Dirift düzeltmesi,
  4- Gel-git düzeltmesi.

Sarkaç ya da gravite ölçerlerle yapılan ölçülere getirilecek düzeltmelerin bir bölümü aletlerin ve ölçü düzenlerinin uygun tasarımıyla en aza indirilebilir ya da yok edilebilir. Sözkonusu düzeltmelerin bir bölümü de ilgili yardımcı ölçmelerden ve eşitliklerden yararlanılarak hesaplanır. Hesaplanan bu düzeltmeler işaretlerine göre ölçülere eklenerek ya da çıkarılarak düzeltilmiş gravite değerleri bulunur.

3.3. Gravite İndirgemeleri ve Gravimetrik Jeoid Belirleme

3.31 Gravite İndirgemeleri

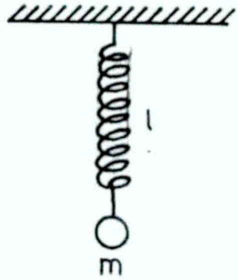
2.13 altbölümünde, yeryuvarının temel biçimi olarak önerilen jeoidin yalın bir tanımı ve gravite potansiyeliyle ilişkisi (2.5) denklemiyle kapalı bir biçimde verilmişti. Bundan sonraki altbölümde ele alınacak olan, jeoidin gravimetrik yöntemle belirlenmesi bir sınır-değer problemi olarak ele alındığında jeoidin dışında hiçbir çekici kitlenin bulunmaması gerekir. Bu koşulu gerçekleştirmek için, fiziksel yeryüzünde ölçülen gravite değer-

$$\tau(\ell - \ell_o) = mg \qquad (3.2)$$

eşitliğine göre g gravitesiyle orantılıdır. Yani,

$$\tau\Delta\ell = m.\Delta g \qquad (3.3)$$

uzunluk değişimi gravite değişimiyle ilişkilidir. Buradan,



Şekil 3.1: Yaylı terazi

$$\Delta g = \frac{\tau}{m}.\Delta\ell$$

yazılabilir. τ ve m sabit olduklarından gravite değişimi için,

$$\Delta g = k.\Delta\ell \qquad (3.4)$$

eşitliği elde edilir. Son eşitlikten görüldüğü gibi gravite ölçerler bağıl gravite farklarını ölçen aletlerdir. Bu aletlerle ölçülen gravitenin doğruluğu, $\Delta\ell$ uzunluk değişiminin ölçü doğruluğuna bağlıdır. Gravitede 0.1 mgal doğruluk elde etmek için uzunluk mikron (1/1000 mm.) doğruluğunda ölçülmelidir.

Modern gravite ölçerlerin çalışma ilkesi, yukarıda kısaca açıklanan temel ilkeye dayanmakla birlikte okuma düzenleri, dış etkilerden korunmaları ve tasarımları bakımından bazı farklılıklar gösterirler. Bu aletlerle birkaç dakika içinde ölçü yapılabilmesi ve kolayca taşınabilmesi nedenleriyle seri olarak yüksek doğrulukta gravite ölçüleri yapılabilmektedir.

Gravite ölçmelerinde, ölçme kurallarına (aletin düzeçlenmesi, çalışma ısısı, ölçme süresi, aletin taşınması, vb.) ve aletlerin özel kullanım bilgilerine uyularak gerçekleştirilen ölçmeler sonucunda mikrometre ya da gösterge okumaları elde edilir. Bu okumalar, önceden hazırlanan ya da yapımcı firmalarca verilen çizelgelerden yararlanılarak gravite değerlerine dönüştürülür. Bu değerler, kaynağı yeryuvarının kitleleri olan çekim kuvvetiyle yeryuvarının ekseni etrafındaki dönmesi olan merkezkaç kuvvetinin bileşkesi olan gerçek gravite değeri değildir. Ölçme sonucu belirlenen gravite değeri çevre koşullarından, aletin parçalarının özelliklerinin ve yeryuvarı dışındaki gökcisimlerinin (ay,güneş) uzaydaki konumlarının zamanla değişmesinden oluşan bazı küçük değişimleri de içerir.Bu nedenlerle ölçülen gravite değerlerinin sözkonusu küçük değişimlerden arındırılması gerekir. Bu arındırma işlemine ölçülerin düzeltilmesi denir. Gravite ölçmelerine getirilen düzeltmelerin yalnız adlarının verilmesiyle yetinilecektir. Bunlar :

- Sarkaç ölçmelerine getirilen düzeltmelerden başlıcaları

  1- Eğrilik düzeltilmesi,
  2- Isı düzeltilmesi,
  3- Basınç düzeltilmesi,
  4- Saat başlangıç düzeltilmesi,
  5- Sarkacın tutturulduğu dayanağın sallanmasından kaynaklanan yanılgının düzeltilmesi.

- Gravite ölçerlerle yapılan ölçülere getirilen düzeltmeler :

  1- Mikrometre sıfır düzeltmesi,
  2- Isı düzeltmesi,
  3- Dirift düzeltmesi,
  4- Gel-git düzeltmesi.

Sarkaç ya da gravite ölçerlerle yapılan ölçülere getirilecek düzeltmelerin bir bölümü aletlerin ve ölçü düzenlerinin uygun tasarımıyla en aza indirilebilir ya da yok edilebilir. Sözkonusu düzeltmelerin bir bölümü de ilgili yardımcı ölçmelerden ve eşitliklerden yararlanılarak hesaplanır. Hesaplanan bu düzeltmeler işaretlerine göre ölçülere eklenerek ya da çıkarılarak düzeltilmiş gravite değerleri bulunur.

3.3. Gravite İndirgemeleri ve Gravimetrik Jeoid Belirleme

3.31 Gravite İndirgemeleri

2.13 altbölümünde, yeryuvarının temel biçimi olarak önerilen jeoidin yalın bir tanımı ve gravite potansiyeliyle ilişkisi (2.5) denklemiyle kapalı bir biçimde verilmişti. Bundan sonraki altbölümde ele alınacak olan, jeoidin gravimetrik yöntemle belirlenmesi bir sınır-değer problemi olarak ele alındığında jeoidin dışında hiçbir çekici kitlenin bulunmaması gerekir. Bu koşulu gerçekleştirmek için, fiziksel yeryüzünde ölçülen gravite değerleri, 3.2 altbölümünde sözedilen düzeltmelerden dolayı düzeltildikten sonra jeoid yüzeyine indirgenir. Fiziksel yeryüzünde ölçülen gravitenin jeoid yüzeyindeki karşılığını bulmak için yapılan bir dizi işleme kısaca"gravite indirgemesi" denir. Gravite indirgemeleri başlıca şu üç amaca hizmet eder, (Heiskanen and Moritz,1967).

1- Jeoid yüksekliklerinin ve çekül sapmalarının belirlenmesi,

2- Gravite anomalilerinin prediksiyonu (yeni gravite anomalisi üretimi),

3- Yer kabuğunun incelenmesi.

Jeodezik açıdan bakıldığında yukarıdaki amaçlardan ilk ikisi önemlidir. Herhangi bir indirgeme yöntemine göre jeoid yüzeyine indirgenen gravite, referans elipsoidinin kuramsal gravitesiyle karşılaştırılır. Bu karşılaştırma sonucu ortaya çıkan gravite farkları "gravite anomalileri" dir. Jeoid yüzündeki sınır değerleri olarak bulunan gravite anomalileri,kuramsal jeodezide ve jeofizikte gravimetrik yöntemlerin uygulanması için çok önemli verilerdir. Yine gravimetrik yöntemle petrol, maden aramaları ve yeraltı jeolojisinin incelenmesinde gravite anomalilerinden temel veri olarak yararlanılmaktadır.

Herhangi bir gravite indirgeme yönteminde bazı temel koşullar aranır. Bu koşullar :

- İndirgeme sonucu hesaplanacak gravite anomalileri prediksiyona yatkın olmalı yani anomaliler küçük ve düzgün (smooth) olmalıdır. Başka bir deyişle tek bir anomali çevresini olabildiğince iyi temsil etmelidir.
- Gravite anomalilerinin jeolojik ve jeofiziksel yorumlanabilmesine olanak vermelidir.
- Gravite indirgemesi sırasında deniz yüzeyi üstündeki topografik kitlelerin kaldırılması ya da kaydırılması sonucu jeoidi değiştiren dolaylı etki olabildiğince küçük olmalıdır,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967).

Herşeyden önce indirgeme yöntemlerinin seçimi ve yorumu, amaç edinilen görevlerle biçimlenir. Bununla birlikte,yukarıda sayılan temel koşulları gerçekleştirmek amacıyla yararlanılan eşitlikler, varsayımlar vb. gibi ölçütlere göre çeşitli indirgeme yöntemleri geliştirilmiştir.

3.311 Serbest Hava İndirgemesi

Yeryüzünde bir noktadaki gravite değeri, bazı etkenlerin yanı sıra o noktanın yüksekliğiyle de değişir. Bu değişim yükseklikle ters orantılıdır. Yani noktanın yüksekliği arttıkça gravite değeri azalır. Bu nedenle farklı yüksekliklerde yapılmış gravite ölçüleri yükseklik farkından dolayı düzeltilir. Bu düzeltme, gravitenin yükseklikle değişim katsayısından yararlanılarak yapılır ve serbest hava düzeltmesi ya da serbest indirgeme miktarı adı verilir. Serbest hava indirgeme miktarı, formül olarak ;

$$F = \frac{\partial g_p}{\partial H}.H \tag{3.5}$$

biçiminde verilir. Buradaki $\frac{\partial g_p}{\partial H}$ düşey gravite değişimi, konuyla ilgili kaynaklarda çeşitli yaklaşımlarla belirlenmiştir. Örneğin, pek çok amaç için, özellikle jeofizik yorumcular için bu $\frac{\partial \gamma}{\partial H}$'ya eşit alınmaktadır. Uluslararası elipsoidin değeriyle bu da 0.3086 gibi bir sayısal değerdir, (Erden,F.,1979). 0.3086 sayısal değeriyle F serbest hava indirgeme miktarı ;

$$F = 0,3086 \ . \ H \quad \text{mgal} \tag{3.6}$$

olacaktır. (3.6) eşitliğinden ölçü noktasının H yüksekliğine göre hesaplanan miktar, ölçülen graviteye eklenerek g_o indirgenmiş gravite değeri bulunur. Ölçü noktası deniz yüzeyinin altında ise hesaplanan F değeri ölçülen graviteden çıkarılmalıdır. Jeoid yüzeyine ya da herhangi bir başlangıç (referans) yüzeyine indirgenen gravite,

$$g_o = g_p + F \tag{3.7}$$

eşitliği ile bulunur. Artık, g_o indirgenmiş gravitesi 2.14 altbölümünde açıklanan referans yüzeyine ilişkin γ kuramsal gravite değeriyle karşılaştırılabilir. Başka bir deyişle g_o ve γ değerlerinin farkı alınır. Bu fark, serbest hava anomalisi olup ;

$$\Delta g_F = g_o - \gamma = g_p - \gamma + F \tag{3.8}$$

bağıntısıyla hesaplanır. Serbest hava anomalileri, indirgeme sırasında jeoid dışındaki kitlelerin çekim etkileri gözönüne alınmadığından, yereyin topografik yapısıyla sıkı bir ilişki içindedirler. Bu ilişki, anomalilerle yükseklikler arasında korelasyon analizi yapılarak ya da anomali haritaları çizilerek görülebilir.

3.312 Bouguer İndirgemesi

Serbest hava indirgemesinde gözardı edilen jeoid dışındaki kitlelerin çekim etkilerinin de hesaplanarak ölçülen graviteden çıkarılmasına "Bouguer indirgemesi" denir. Jeoid dışındaki kitlelerin ele alınış biçimlerine göre Bouguer indirgemesi, düzlem ya da küresel olarak yapılır.

Bouguer indirgemesinin özü; jeoidle ölçü noktası arasında kalan kitlelerin çekim etkisi düzlem ya da küresel bir modele göre hesaplanıp ölçülen graviteden çıkartmaktır. Bu yolla elde edilen Bouguer gravitesine "Tamamlanmamış Bouguer gravitesi" denir.Tamamlanmamış Bouguer gravitesi serbest hava indirgemesi uygulanarak "Basit Bouguer Gravitesi"bulunur.Söz konusu işlemin formül olarak gösterimi ;

$$g_B = g_p - A_B + F \qquad (3.9)$$

biçimindedir. (3.9) eşitliğinde geçen terimlerin anlamı ise ;

g_B : Basit Bouguer gravitesi,

g_p : Yeryüzünde ölçülen gravite,

A_B : Bouguer plakasının çekim etkisi,

F : Serbest hava indirgeme miktarıdır.

Buradaki A_B Bouguer plakasının çekim etkisi için düzlem Bouguer plakası kullanılırsa ;

$$A_B = 2\pi.k.\rho.H \qquad (3.10)$$

eşitliği kullanılır,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Buradaki k, ρ, ve H'nın anlamları ise ;

k : Evrensel çekim katsayısı,

ρ : Kitle yoğunluğu,

H : Noktanın deniz yüzeyinden olan yüksekliğidir. (m)

ρ=2.67 gr/cm^3 , k=6.67 10^{-8} cm^3 gr^{-1} sn^{-2} sayısal değerleriyle (3.10) eşitliği :

$$A_B = 0.1119.H \tag{3.11}$$

olur. Bu (3.9)'da yerine yazılırsa ;

$$g_B = g_p + 0.1967.H \text{ mgal} \tag{3.12}$$

sayısal eşitliği elde edilir,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Ölçü noktasından düzlem ya da küresel olarak geçirilen Bouguer plakasıyla fiziksel yeryüzü arasındaki sapınçların çekim etkilerinin de gözönüne alınarak g_B Bouguer gravitesinin düzeltilmesiyle arındırılmış (rafine edilmiş) Bouguer gravitesi elde edilir. Bu işleme "Topografik düzeltme" adı verilir. Topografik düzeltme işlemi, Bouguer indirgemesinin en kapsamlı işlemidir. Topografik düzeltme, ya kalıp (template) ya da ızgara yöntemlerine göre oluşturulacak bölmelerin (blokların) çekim etkilerinin ayrı ayrı hesaplanıp toplanarak becerilir. Bu işlem için gerekli olan bölmelerin ortalama yükseklikleri topografik haritalardan okunur. Okunan yükseklikler herhangi bir kayıt ortamında (teyp bantı, disk, disket, vb.) saklanarak topografik düzeltme hesabında kullanılır. (3.12)'den hesaplanan Bouguer gravitesine topografik düzeltme terimi (TD) eklenerek,

$$g_B = g_p + 0.1967 \cdot H + TD$$

eşitliğine göre arındırılmış Bouguer gravitesi elde edilir.

Öz olarak, jeoidin yüzeyindeki Bouguer gravitesi bulunduktan sonra bunun kuramsal gravitesiyle farkı alınarak Bouguer anomalileri elde edilir.Yani,

$$\Delta g_B = g_B - \gamma \tag{3.13}$$

eşitliğine göre Bouguer anomalileri hesaplanır. Buradaki g_B Bouguer gravitesi yerine (3.12)'deki eşiti yazılarak,

$$\Delta g_B = g_p + 0.1967.H - \gamma \tag{3.14}$$

sayısal formülü elde edilir. Buradan bulunacak Δg_B anomalilerine topografik düzeltme getirilerek düzeltilmiş (genişletilmiş) Bouguer anomalileri bulunur.

Bouguer anomalilerinin hesaplanmasında yeryuvarı için ortalama bir yoğunluk değerinden yararlanılır,(2.67 gr/cm³). Yerkabuğunu oluşturan çeşitli kitlelerin yoğunluklarının ortalama yoğunluktan sapınçları Bouguer anomalilerinin içindedir. Bu nedenle yerkabuğu incelemelerinde bu anomaliler kullanılır. Bu tür incelemeler için ortalama yoğunluk iyi bilinmelidir. Bouguer indirgemesinde kullanılan yoğunluk, çeşitli yoğunluk belirleme yöntemleriyle belirlenir. Bunlar, Nettleton yoğunluk profili, yükseklik-gravite değişimi ve üç nokta yöntemleridir. Bu yöntemlerden başka daha önce hazırlanmış Bouguer anomali haritalarından yararlanılarak ortalama yoğunluk hesaplanabilir,(F.Erden,1979). Son yöntem Bouguer anomalilerinin iyileştirilmesi için kullanılabilir.

3.313 İzostatik İndirgeme

Bundan önceki bölümde sözedilen,jeoid yüzeyindeki Bouguer gravitesi,

- Jeoid dışında hiç kitle yoktur,
- Yerkabuğu standart kalınlık ve yoğunluktadır,
- Jeoid içindeki kitleler de bunu sağlayacak yoğunluk dağılımındadır,

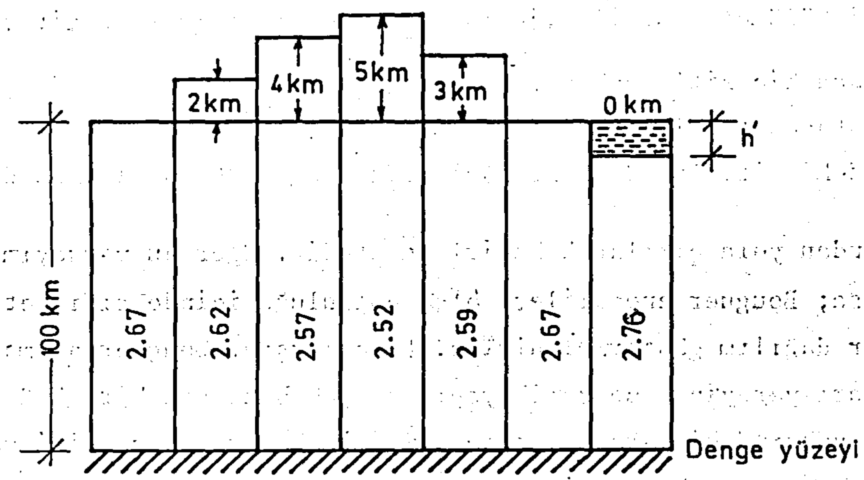
varsayımlarından yola çıkılarak belirlenmektedir. Eğer bu varsayımlar gerçekte doğruysa; Bouguer anomalileri ölçü doğruluğu içinde sıfır etrafında artı eksi bir dağılım göstermelidirler. Buna karşın, Bouguer anomalileri hesaplandıkları yereyin topografik yapısına çok benzeyen bir görünümdedirler. Buradan yukarıdaki varsayımların tam olarak gerçeklenmediği yargısına varılabilir. Bundan başka bazı rastlantısal olaylar, araştırmacıları yerkabuğunun kalınlığı ve yerkabuğu kitlelerinin yoğunluk dağılımıyla ilintili bazı varsayımlara götürmüştür. Bunlara genel ad olarak izostasi kuramı denir,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967).

İzostatik denge kuramlarının özünde, standart kalınlık ve yoğunlukta bir yerkabuğu elde etmek için kitlelerle oynanarak bir takım işlemler yapılır. Bu işlemler sırasıyla ;

- Topografik kitleler kaldırılır (Bouguer indirgemesi),
- Kaldırılan topografik kitleler karaların altındaki kitle eksikliklerini doldurmak için jeoid içine sıkıştırılır. Sıkıştırılan bu kitlelerin çekim etkilerini belirlemek, izostatik indirgemeyi oluşturur,
- Ölçü noktası jeoide indirgenir, yani serbest hava indirgemesi yapılır biçiminde özetlenebilir. 1. ve 3. adımdaki işlemler bundan önceki bölümlerde anlatıldığı biçimde yapılır. 2.adımdaki işlem, her izostatik

sistem için ayrı ayrı geliştirilen model ve eşitliklere göre yapılır. Burada sözkonusu eşitlikler ayrıntıya girilmeksizin özet olarak verilecektir.

Pratt - Hayford Sistemi : Pratt-Hayford izostasi sisteminde 100 km. derinlikteki bir denge yüzeyi üzerinde yüzdüğü düşünülen topografik kitleler, deniz yüzeyi ile denge yüzeyi arasına sıkıştırılır. Böylece yoğunluğu 2.67 gr/cm^3 ve derinliği 100 km. olan standart bir kabuk elde edilir. Bunun için yerkabuğunun düşey kolonlardan oluştuğu varsayılarak bunların hacimleri ve standart yoğunluktan sapınçları belirlenir,(Şekil 3.2).



Şekil 3.2 : Pratt-Hayford İzostatik Sistemi

Sapınçlı kolonları standart kolona dönüştürmek amacıyla, yoğunluk farkları belirlenen kolonlardaki sıkıştırılan ya da dağıtılan kitlelerin çekim etkileri, r_1 ve r_2 yapıçaplı iki silindirden oluşan kuşağın, silindirin ekseni üzerindeki bir noktada yaratacağı düşey çekim veren eşitliğin düzenlenmesiyle elde edilen,

$$\Delta A_{Ti} = 2\pi . k . \rho_0 (\sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} - r_1 + r_2) \qquad (3.15a)$$

ve

$$\Delta A_{Ci} = 2\pi . k \frac{h}{D} . \rho_0 (\sqrt{r_1^2 + D^2} - \sqrt{r_2^2 + D^2} - r_1 + r_2) \qquad (3.15b)$$

eşitlikleriyle hesaplanır. Birinci eşitlik, yarıçapları r_1 ve r_2 olan kuşağın içindeki topografik kitlelerin çekim etkisini, ikinci eşitlik ise yine aynı kuşakta yer alan dengeleyici kitlelerin çekim etkisini verir. (3.15a) ve (3.15b) eşitliklerinde geçen,

h : Topografik blok yüksekliği,

ρ_0 : Standart yoğunluk (2.67 gr/cm^3),

D : Denge derinliği,

r_1 : Kuşağın iç yarıçapı,

r_2 : Kuşağın dış yarıçapı,

k : Evrensel çekim katsayısıdır.

(3.15b) eşitliği karalara rastlayan kolonlar için geçerlidir. Deniz kolonları için (3.15b) eşitliğinde, standart yoğunlukla topografik kitlelerin yoğunluğu arasındaki farkı veren $\rho_0.h/D$ terimi yerine $\frac{h'}{D}(\rho_o - \rho_w)$ terimi kullanılır. Burada h' deniz derinliği, ρ_w da deniz suyunun yoğunluğudur.

Airy - Heiskanen Sistemi : Airy-Heiskanen izostatik sisteminde, 2.67 gr/cm^3 yoğunluklu katı yerkabuğu, yoğunluğu 3.27 gr/cm^3 olan kıvamlı bir tabaka üzerinde yüzmektedir,(Şekil 3.3). Katı yerkabuğu, dağlık bölgelerde kalın, denizlerin altında incedir. Bu sistemde yerkabuğunun normal kalınlığı 30 km. kabul edilmiştir. Yerkabuğunun gerçek kalınlığının normal kalınlıktan sapınçları,(kök ve karşı kök) arazi yüksekliğinin bir fonksiyonu olarak,

Kök uzunluğu : $t = 4.45.h$

Karşı kök uzunluğu : $t' = 2.73.h'$

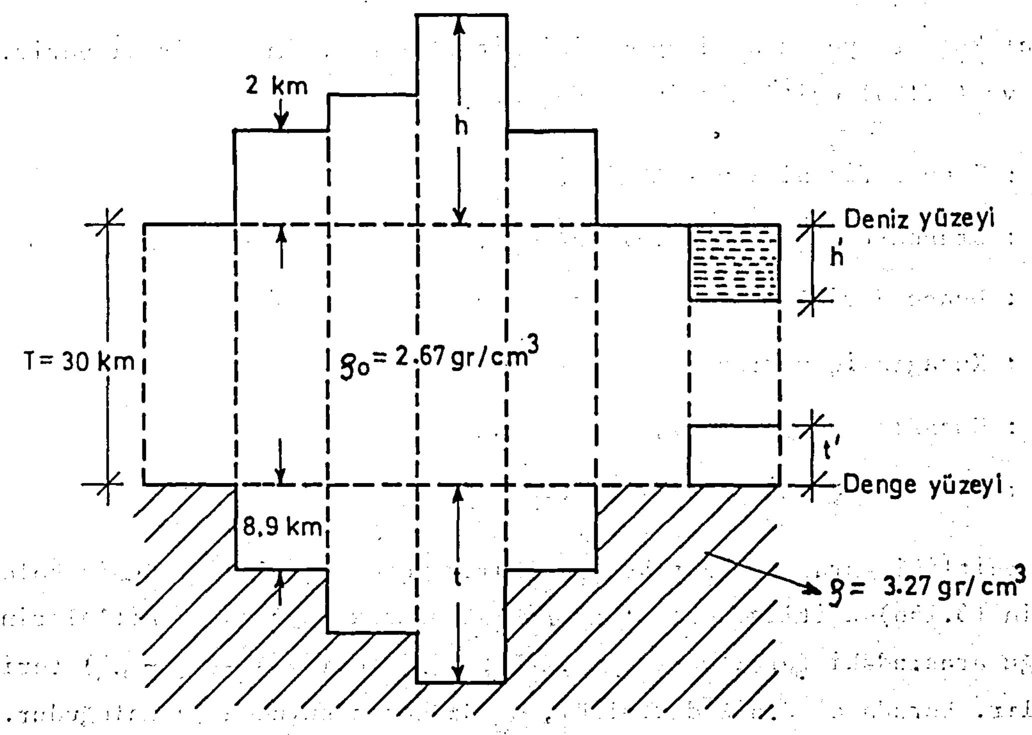
formülleriyle hesaplanır,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). t ve t' değerleri belirlendikten sonra yerkabuğunun gerçek kalınlığı karalar için,

$$T + h + t$$

ve okyanuslar için de,

$$T - h' - t'$$

eşitlikleriyle hesaplanır.



Şekil 3.3 : Airy-Heiskanen İzostatik Sistemi

Airy-Heiskanen izostatik sisteminde, jeoid içine sıkıştırılan dengeleyici kitlelerin çekim etkileri (3.15b) eşitliğinin türetildiği temel eşitlikte gerekli düzenlemeler yapılarak elde edilen,

$$\Delta A_{Ci} = \frac{2\pi}{n} . k\Delta\rho \; \Big(\sqrt{r_2^2 + (h_p + T)^2} - \sqrt{r_1^2 + (h_p + T)^2}$$

$$- \sqrt{r_2^2 + (h_p + T + t_i)^2} + \sqrt{r_1^2 + (h_p + T + t_i)^2}\Big) \qquad (3.16)$$

$$(i = 1,2,3,\ldots\ldots,n)$$

eşitliği ile hesaplanır. (3.16) eşitliği karaların altına rastlayan kolonlar için geçerlidir. Denizlerin altına rastlayan kolonlar için (3.16)'ya benzer olarak,

$$\Delta A_{DA_i} = \frac{2\pi}{n} . k\Delta\rho \; \Big(\sqrt{r_2^2 + (T + h_p - t_i')^2} - \sqrt{r_1^2 + (T + h_p - t_i')^2}$$

$$- \sqrt{r_2^2 + (T + h_p)^2} + \sqrt{r_1^2 + (T + h_p)^2}\Big) \qquad (3.17)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Buradaki ;

n : Bölme sayısı,

$\Delta\rho$: Standart yoğunlukla mağma yoğunluğu arasındaki fark olup, 0.6 gr/cm^3 dür.

r_1, r_2 : Kuşak yarıçapları,

h_p : Ölçü noktasının yüksekliği,

t_i : Kök uzunluğu,

t_i' : Karşı kök uzunluğudur.

Jeoid yüzeyindeki izostatik graviteyi hesaplamak için (3.15b),(3.16) ve (3.17) eşitliklerine göre dengeleyici kitlelerin çekim etkileri A_c hesaplanıp

$$g_I = g_p - A_T + A_c + F \qquad (3.18)$$

bağıntısında yerine konur. Eğer ölçü noktası denizde ise; (3.18) bağıntısındaki $A_T = F = 0$ olur. Yukarıdaki bağıntıda geçen ;

g_I : İzostatik gravite,

g_p : Ölçülen gravite,

A_T : Topografik kitlelerin çekim etkisi,

A_c : Dengeleyici kitlelerin çekim etkisi,

F : Serbest hava indirgeme miktarıdır.

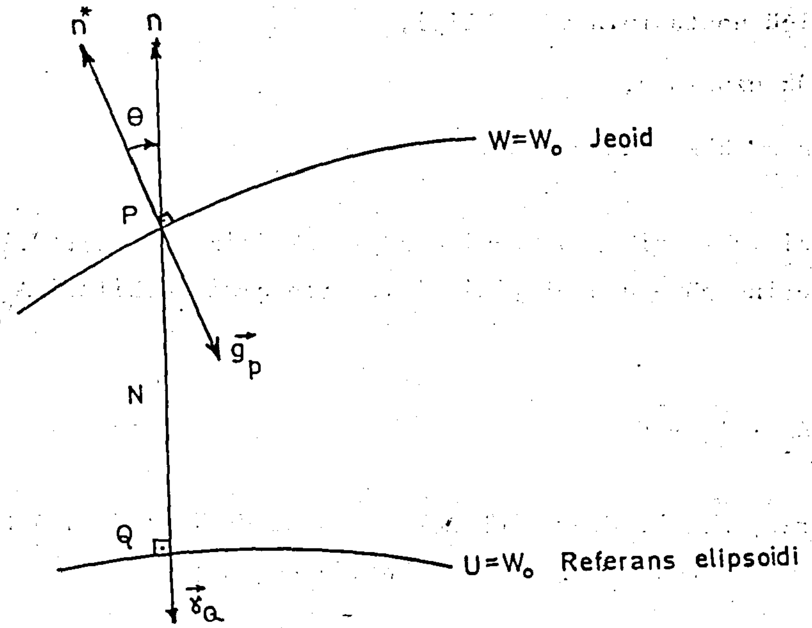
İzostatik anomaliler,

$$\Delta g_I = g_I - \gamma \qquad (3.19)$$

eşitliğiyle bulunur. Eğer izostatik sistemler tümüyle doğaya uygun olsalardı; (3.19) eşitliğinden bulunacak izostatik anomaliler sıfır çıkardı, (W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Bu anomaliler,küçük,smooth ve yükseklikten bağımsız olmaları nedeniyle prediksiyona oldukça uygundurlar.

İzostatik anomalilerin hesaplanması çok güç ve zaman alıcıdır. Ancak günün bilgisayar olanaklarıyla bu güçlük büyük ölçüde aşılmıştır.

3.32 Gravimetrik Jeoid Belirleme :



Şekil 3.4:

Şekil 3.4'den görülebileceği gibi jeoid yüzeyindeki bir P noktası, elipsoidin normali yardımıyla elipsoid yüzündeki Q noktasına izdüşürülür,(W. Heiskanen,H.Moritz,1967). Böylesi bir izdüşüm işlemi jeoidle referans elipsoidi arasındaki ilişkiyi sağlar. PQ uzunluğuna jeoid yüksekliği ya da jeoid ondülasyonu denir ve N simgesiyle gösterilir. Jeoid belirleme işlemi, jeoid yüksekliğinin belirlenmesiyle eşanlamlıdır.

N jeoid yüksekliklerinin belirlenmesi,

- Astrojeodezik yöntemle,
- Gravimetrik yöntemle,
- Uydu jeodezisi yöntemiyle

becerilebilir. Uygulamada bu yöntemler ayrı ayrı kullanılabildiği gibi bir arada da (birleştirilerek) kullanılabilir. Astrojeodezik yöntemde, veri olarak astrojeodezik çekül sapmalarından, gravimetrik yöntemde gravite anomalilerinden yararlanılır. Uydu jeodezisi yönteminde ise uydu gözlemleri ve ortometrik yükseklikler veri olarak kullanılır.

Yeryuvarının temel biçimi olarak öngörülen jeoidin gravimetrik yöntemle belirlenmesi bir sınır-değer problemine indirgenebilir.Bunun için jeoide özgü gerçek gravite potansiyeli iki kısım olarak düşünülür. Bunlardan biri, matematiksel olarak kolayca belirlenebilen katı referans elipsoidinin kuramsal potansiyelidir. Kuramsal potansiyele ilişkin ayrıntılar, 2.14 altbölümünde verilmiştir. Diğeri de yeryuvarının gerçek gravite potansiyelinin kuramsal potansiyelden küçük sapınçları olarak tanımlanan bozucu potansiyeldir. Bozucu potansiyel T, jeoid gibi eşpotansiyelli bir yüzeyin dışında harmonik bir fonksiyondur. T'nin bu özelliği jeoidin dışında hiç bir çekici kitle bulunmadığı durumda geçerlidir. Karaların içindeki jeoid gerçekte bu koşulu sağlamaz. Bu koşul, ancak gravite indirgemeleriyle sağlanır. Bu durumda jeoidin dışında T bozucu potansiyeli harmonik olup,

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \qquad (3.20)$$

biçiminde LAPLACE eşitliğini gerçekler,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). T bozucu potansiyelinin bu özelliği,

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0 \qquad (3.21)$$

olarak yazılacak sınır koşuluyla birlikte düşünülürse: Potansiyel kuramının üçüncü sınır-değer problemine göre T fonksiyonu belirlenebilir, (W. Heiskanen,H.Moritz,1967).

Bu problemin jeoid için çözülmesiyle (bazı noktalarda küresel yaklaşımdan yararlanılarak),

$$T = \frac{R}{4\pi} \int\int \Delta g . S(\psi) . d\sigma \qquad (3.22)$$

bulunur. Burada R, yeryuvarı için ortalama bir yarıçap ve $S(\psi)$ Stokes fonksiyonudur. (3.22) eşitliğindeki Δg anomalileri jeoidin her noktasında biliniyor varsayılır. Bu varsayım, gravite indirgemelerinden sonra bulunacak anomalilerin prediksiyonunun gerekliliğini vurgulamaktadır.

Şekil 3.4'den ve (2.7) bağıntısından yararlanırak, P ve Q noktalarına ilişkin kuramsal gravite potansiyelleri arasında,

$$U_P = U_Q + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right).N = U_Q - \gamma.N \tag{3.23}$$

bağıntısı yazılabilir. Diğer yandan jeoid üzerindeki P noktasındaki gerçek gravite potansiyeli W_P ile kuramsal gravite potansiyeli U_P arasındaki ilişki,

$$W_P = U_P + T_P \tag{3.24}$$

eşitliği ile verilir. Buradaki T_P daha önce sözüedilen bozucu potansiyeldir. (3.23)'nin (3.24)'e sokulmasıyla,

$$W_P = U_Q - \gamma.N + T \tag{3.25}$$

yazılabilir. 2.14 altbölümünde ayrıntıları açıklanan referans elipsoidinin seçimindeki ön koşullardan birisi; seçilecek elipsoid jeoidle aynı potansiyele sahip olmasıdır. Buna göre, $W_P = W_o$(jeoidin) ve $U_Q = U_o$(elipsoidin) olmak üzere,

$$W_P = U_Q = W_o = U_o$$

yazılarak, $T = \gamma.N$, dolayısıyla ;

$$N = \frac{T}{\gamma} \tag{3.26}$$

bulunur. Jeoid ondulasyonu ile bozucu potansiyeli arasında ilişki kuran bağıntı, (3.26) biçiminde verilen ünlü BRUNS formülüdür,(W.Heiskanen,H. Moritz,1967).

Yukarıda verilen T bozucu potansiyel fonksiyonu, (3.26) Bruns formülünde yerine konarak yine fiziksel jeodezinin ünlü formüllerinden birisi olan STOKES formülü elde edilir. Bu formül,

$$N = \frac{R}{4\pi G} \iint \Delta g \;\; S(\psi).d\sigma \tag{3.27}$$

biçiminde olup, gravite anomalilerinden N jeoid yüksekliklerinin belirlenmesini olanaklı kılar. Buradaki $S(\psi)$, Stokes fonksiyonu olarak bilinir.

(3.27) eşitliği ile verilen Stokes integrali, ancak belli koşullarda geçerlidir. Bu koşullardan, kullanılan referans elipsoidine ilişkin olanlar 2.14 altbölümünde açıklanmıştır. Bunlardan başka T bozucu potansiyeline ilişkin bir koşul da; jeoidin dışında harmonik olması başka bir deyişle (3.20) Laplace eşitliğini sağlamasıdır. Bu son koşul, Stokes integraliyle jeoidin belirlenmesinde yararlanılan gravite değerlerinin jeoid yüzeyinde olmasını gerektirir. Bu, fiziksel yeryüzünde ölçülen gravitenin uygun bir indirgeme yöntemiyle jeoid indirgenmesini zorunlu kılar.

(3.27) biçimiyle verilen Stokes integralinin gerektirdiği koşullardan bazıları tam olarak ya da yeterli doğrulukta sağlanamadıklarından, özgün Stokes integralinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bu düzenlemelerin ayrıntısı burada ilgi alanı dışındadır. Burada yinelenmesi gereken nokta; fiziksel yeryüzünde ölçülen gravitenin jeoide indirgenmesi ve kuramsal olarak yeryuvarının her noktasında gravite anomalilerinin bilinmesidir. Son gereksinim, olabildiğince yoğun gravite bilgisi olmalıdır biçiminde pratiğe dönük olarak özetlenebilir.

3.33 Çekül Sapmaları ve Vening Meinesz Formülü

2.13 ve 2.14 altbölümlerinde ayrıntıları verilen gerçek ve kuramsal gravite alanlarının temel büyüklükleri olan gerçek gravite vektörüyle ($\vec{g}_p$) kuramsal gravite vektörü ($\vec{\gamma}_Q$) şekil 3.4'de yalın bir biçimde görülmektedir. Bu iki vektörün büyüklükleri arasındaki fark "gravite anomalisi" olup 3.31 altbölümünde incelenmiştir. Sözkonusu gravite vektörlerinin doğrultu farkına da "çekül sapması" denir.

Şekil 3.5'de görüldüğü gibi θ açısı düşey düzlemde olup bunun yerel dik koordinat sistemindeki (e,m,n) açıklığı α_θ'dır. Uygulamada θ toplam çekül sapmasının, jeodezik birinci düşey düzlemdeki izdüşümü η ile jeodezik meridyen düzlemindeki izdüşümü ξ kullanılır. Bu kullanım büyüklüklerine çekül sapmasının doğu-batı bileşeni (η) ve kuzey-güney bileşeni(ξ) denir,(O.Gürkan,1979).

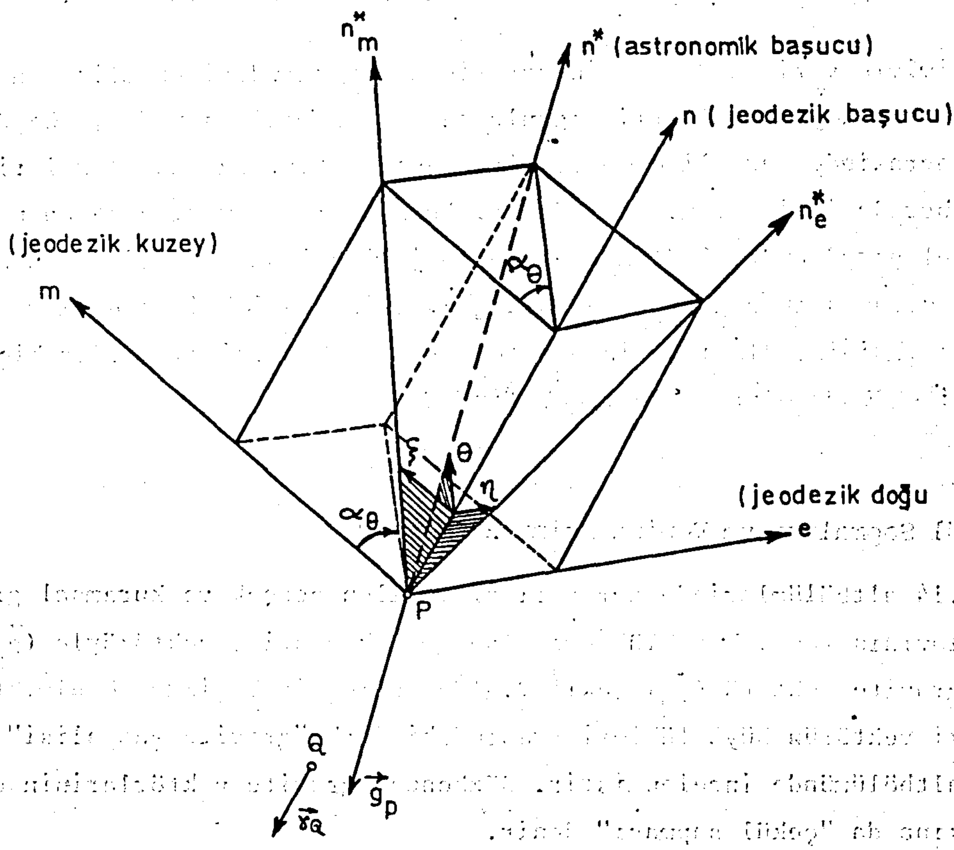
Çekül sapmaları yararlanılan verilere göre,

- Astrojeodezik çekül sapmaları,
- Gravimetrik çekül sapmaları,
- Topografik-İzostatik çekül sapmaları

olarak adlandırılır. Çekül sapmasının hesaplandığı koordinat sistemlerinin konumlarına göre de,

- Mutlak çekül sapmaları,
- Relatif çekül sapmaları

gibi özel adlar verilir. Burada, yukarıda sayılan çekül sapmalarından gravimetrik çekül sapmalarından sözedilecektir.



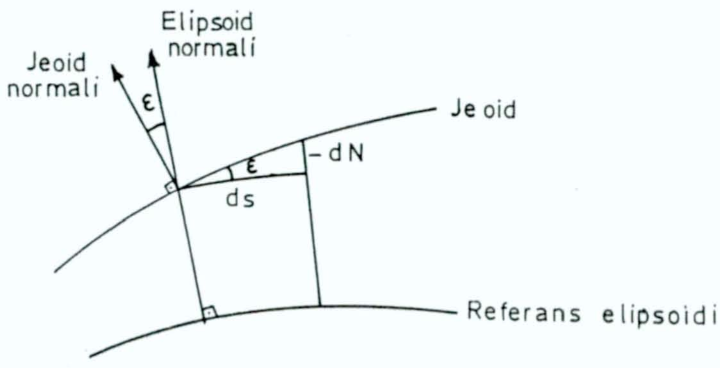
Şekil 3.5: Çekül Sapması Bileşenleri,(O.Gürkan,1979)

Çekül sapmalarının gravite bilgilerinden belirlenebilmesine ilişkin bir formül Vening Meinesz (1928) tarafından verilmiştir,(W.Heiskanen,H.Moritz, 1967). Vening Meinesz formülü, şekil 3.6'dan da görüleceği gibi jeoid yüksekliği ile çekül sapması arasındaki

$$dN = -\varepsilon \, ds \tag{3.28}$$

bağıntısından yararlanılarak geliştirilmiştir.

(3.28) bağıntısından,



Şekil 3.6: Jeoid Yüksekliği İle Çekül Sapması Arasındaki İlişki,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967)

$$-\varepsilon = (dN/ds) \qquad (3.29)$$

yazılabilir. (3.29) bağıntısı herhangi bir doğrultudaki düşey düzlemin jeoid ve referans elipsoidi ile arakesiti için geçerlidir. Sözkonusu herhangi bir doğrultu yerine kuzey-güney ve doğu-batı gibi özel doğrultular gözönüne alınırsa ; kuzey-güney doğrultusunda

$$\varepsilon = \xi \quad \text{ve} \quad ds = ds_{\phi} = R\, d\phi$$

doğu-batı doğrultusunda

$$\varepsilon = \eta \quad \text{ve} \quad ds = ds_{\lambda} = R.\cos\phi d\lambda$$

olur. Bunların (3.29)'de yazılmasıyla,

$$\xi = -\frac{dN}{ds_{\phi}} = -\frac{1}{R}.\frac{\partial N}{\partial \phi}$$
$$\eta = -\frac{dN}{ds_{\lambda}} = -\frac{1}{R\cos\phi}.\frac{\partial N}{\partial \lambda} \qquad (3.30)$$

bağıntıları elde edilir,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967).

(3.30) bağıntılarının incelenmesinden, çekül sapmasının kuzey-güney ve doğu-batı yönlerindeki bileşenlerinin, N jeoid yüksekliği bağıntılarında ϕ

ve λ'ya göre türevlerin alınmasıyla belirlenebileceği ortaya çıkar. Bu amaçla stokes integrali ile verilen N jeoid yüksekliğinin ϕ ve λ'ya göre türevleri alınıp gerekli düzenlemeler yapılarak ξ ve η çekül sapması bileşenleri için,

$$\xi = \frac{1}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{ds(\psi)}{d\psi} . \cos\alpha . d\sigma$$

$$\eta = \frac{1}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{ds(\psi)}{d\psi} . \sin\alpha . d\sigma \qquad (3.31)$$

Vening Meinesz formülleri elde edilir. (3.31) formülleri Δg gravite anomalilerinden çekül sapması bileşenlerinin belirlenebilmesini olanaklı kılar. Buradaki $\frac{ds(\psi)}{d\psi}$ 'ye Vening Meinesz fonksiyonu denir.

Vening Meinesz formüllerinin uygulanabilmesi için, Δg anomalilerine ilişkin 3.32 altbölümünde öngörülen koşullar burada da geçerlidir.

4. GRAVİTE ANOMALİLERİNİN PREDİKSİYONU (KESTİRİMİ)

4.1 Gravite Anomalilerinin Prediksiyonunun Gerekliliği

Bundan önceki bölümlerde, fiziksel jeodezinin en önemli problemlerinin tüm yeryuvarını kapsayan integraller cinsinden formülüze edilip çözüldüğü yeri geldikçe yinelenmiştir. Örnek olarak da Stokes ve Vening Meinesz formülleri verilmişti,(Bölüm 3.1 , 3.32 ve 3.33'e bakınız). Bu iki ünlü formülün uygulanabilmesi için ileri sürülen koşullardan birisi, yeryuvarının her noktasında gravite değerleri bilinmelidir biçiminde özetlenebilir. Uygulamada böylesi bir koşulu, geleneksel ölçü yöntemleriyle gerçekleştirmek olanaksızdır. Kaldı ki, bugün için nokta sıklığı yönünden en yoğun gravite ağlarında bile sonlu sayıdaki noktada ölçüler yapılmıştır. Böylece karşımıza, gravite ölçüsü yapılmamış alanlardaki boşlukların doldurulması ve varolan ölçülerin de sıklaştırılması biçiminde özetlenebilecek bir sorun çıkmaktadır. Kuramsal olarak tüm yeryüzü noktalarında, pratik olarak da oldukça yoğun veri gerektiren gravimetrik yöntemlerin uygulanabilmesi için, yukarıda anılan sorunun çözümü gereklidir. Başka bir deyişle gravite anomalilerinin prediksiyonu gereklidir.

Sorunun çözümü için pekçok yöntem geliştirilmiştir. Burada bu yöntemlerden "En Küçük Kareler Yöntemi" ve "Multikuadrik Yöntem" ele alınacaktır.

4.2 Stokastik Süreç Kuramı Açısından Gravite Anomalileri

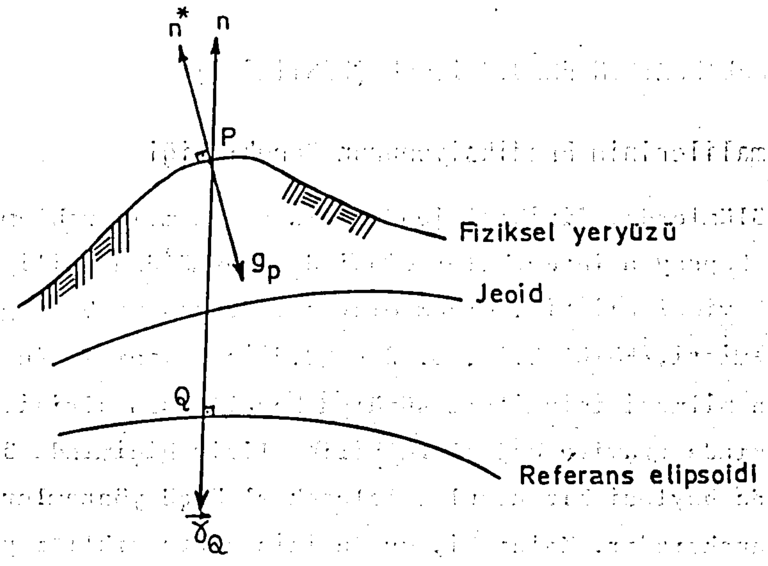
3.2 alt bölümünde anlatılan biçimde P gibi bir yeryüzü noktasında ölçülen gravite, tüm düzenli (sistematik)etkilerden arındırıldıktan sonra sözkonusu yeryüzü noktasındaki çekim ivmesinin mutlak değeri olarak düşünülebilir.

P yeryüzü noktasında ölçülen g_p gravitesinin jeoid yüzeyine indirgenmiş değeri g_o, 3.31 altbölümünde (3.7) eşitliği, gravite indirgemeleri için genelleştirilmesiyle,

$$g_o = g_p - I_p \tag{4.1}$$

biçiminde yazılabilir. Buradan, n_p, g_p'nin ölçü hatası olmak üzere g_p için,

$$g_p = g_o + I_p + n_p \tag{4.2}$$



Şekil 4.1: Kuramsal ve Gerçek Gravite Vektörleri

elde edilir. Diğer yandan gravite anomalisinin tanımına göre P noktasına ilişkin gravite anomalisi ;

$$\Delta g_p = g_o - \gamma_Q \qquad (4.3)$$

dir. (4.3)'den $g_o = \Delta g_p + \gamma_Q$ yazılarak, bu (4.2)'de yerine yazılırsa ;

$$g_p = \gamma_Q + I_p + \Delta g_p + n_p \qquad (4.4)$$

bağıntısı elde edilir. (4.4)'de geçen sembollerin anlamları ise :

g_p : P yeryüzü noktasında ölçülen gravite,

γ_Q : Kuramsal gravite,

I_p : Gravite indirgeme miktarı,

Δg_p : Gravite anomalisi,

n_p : Rastgele ölçü hatasıdır.

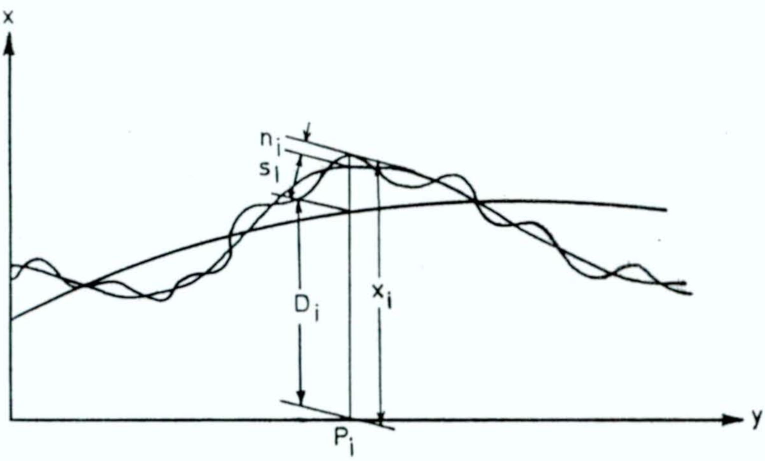
(4.4) bağıntısında,

$$x_i = g_p \; , \; D_i = \gamma_Q + I_p \quad \text{ve} \quad s_i = \Delta g_p \qquad (4.5)$$

kısaltmaları kullanılarak, herhangi bir i noktasındaki gravite ölçüsü için, Şekil 4.2'ye göre ;

$$x_i = D_i + s_i + n_i \qquad (4.6)$$

biçiminde bir model yazılabilir. (4.6) eşitliği geleneksel enküçük kareler yöntemine göre dengeleme modeline benzemektedir. Tek fark, dengelemedeki düzeltme denklemlerinin sağ tarafına s_i teriminin eklenmesidir.(4.6) denklemindeki D_i, gravite ölçülerinin deterministik (sistematik,fonksiyonel) kesimidir. Bu kesimde (4.5) kısaltmalarından da görüleceği gibi iki tür sistematik parametre vardır. Birincisi, γ kuramsal gravite formülünün parametreleridir, diğeri gravite indirgemelerine ilişkin parametrelerdir. (4.6) eşitliği ile verilen x_i gibi bir ölçünün D_i kesimi dışında kalan ve deterministik olarak açıklanamayan ancak, olasılık ve istatistik yasalarına uyan kesimine toplam stokastik kesim denir.



Şekil 4.2: Bir ölçünün deterministik ve stokastik kesimleri

Herhangi bir P noktasında ölçülen g_p değerinden hesaplamalarla elde edilen γ_Q kuramsal gravitesiyle I_p indirgeme miktarı çıkarılarak bulunan Δg gravite anomalileri, rastgele bir büyüklük olan n_i ölçü hatalarını da içerir. Böylece gravite anomalileri için, (4.5) kısıltmalarında $s_i = \Delta g_p$ yerine

$$\Delta g_p = s_i + n_i \qquad (4.7)$$

yazılabilir. İstatistik dilinde s_i'ye "sinyal", n_i'ye de "ölçü hatası" (noise) denir.

Ölçülerden deterministik kesimin ayrılması işlemine, ölçülerden trend geçirme ya da ölçülerin merkezlendirilmesi denir. Trend geçirme işlemi için bilinen ya da bizce seçilen matematiksel bir fonksiyondan yararlanılır. Gravite ölçülerinde trend fonksiyonu, kuramsal gravite formülü ile gravite indirgeme işlemlerinde yararlanılan eşitliklerdir. Gravite ölçülerinden trend geçirme işlemiyle deterministik kesim D_i ayrıldıktan sonra geriye kalan kesim "toplam stokastik" kesim olup,

$$E\{\Delta g\} = 0 \ , \ E\{s\} = 0 \ , \ E\{n\} = 0 \qquad (4.8)$$

koşullarını gerçeklemelidir. Bu koşullar gerçeklenmiyorsa, ya toplam stokastik kesim içerisinde sistematiklik vardır ya da Δg gravite anomalileri global olmayıp, bölgeseldir. Bu durumda yani bölgesel gravite anomalilerinin (4.8) koşullarını gerçeklememesi durumunda yapılacak işlemler ileride anlatılacaktır.

Toplam stokastik kesim, ölçülerin hatalı ve hatasız olmalarına göre iki model üzerinde incelenir. Birinci durumda yani ölçüler hatalı ise, toplam stokastik kesim, n (noise) gürültüsünü ve s sinyalini içerir. Bu durumda toplam stokastik kesim için (4.7) modeli geçerlidir. Ölçüler hatasız ise toplam stokastik kesim yalnız s sinyalini içerir, yani ;

$$\Delta g = s \ , \ n = 0 \qquad (4.9)$$

olur.

Gravite ölçülerinde toplam stokastik kesimi belirlemek için;ölçülen gravite değeri drift, alet değişmezleri, topografya gibi etkilerden dolayı düzeltilir. Bu işlemler sonucu elde edilen gravite değeri jeoid yüzeyine indirgenerek Δg anomalileri bulunur. Bu Δg anomalileri ölçülerin hatasız varsayılması durumunda toplam stokastik kesimi oluştururlar. Burada toplam stokastik kesimin n ölçü hatalarını içermediği varsayılacaktır.Çünkü gravite anomalilerinin, çekül sapmalarının prediksiyonunda ve yükseklik eğrilerinin prediksiyon yöntemine göre sayısal çizimlerinde, ölçü hataların variyansları küçük olduğundan bunları gözardı etmek prediksiyon sonuçlarını etkilemez,(H.Demirel,1979).

4.3. Enküçük Kareler Yöntemiyle Gravite Anomalilerinin Prediksiyonu

4.31 Temel İlkeler

4.1 altbölümünde, gravite ölçüsü yapılmamış alanlardaki boşlukların doldurulması ve varolan ölçülerin de sıklaştırılması biçiminde özetlenen sorunun çözümü için pek çok yöntemin geliştirildiğinden sözedilmişti. Bu yöntemlerden enküçük kareler yöntemiyle gravite anomalilerinin prediksiyonunun temel ilkesi, ölçü yapılmayan noktalardaki stokastik büyüklüklerle ölçü (dayanak) noktalarındaki stokastik büyüklükler arasındaki ilişkilere dayanır. Sözkonusu ilişkileri formülüze etmeden önce, gravite anomalilerinin ölçü hatalarını içermediği ve rastgele değişken niteliğinde oldukları varsayılacaktır. Ölçü yapılmayan herhangi bir noktadaki gravite anomalisinin dayanak noktalarındaki gravite anomalilerinin bir fonksiyonu olduğu varsayılacaktır. Bu, bağıntı olarak;

$$\Delta\tilde{g}_p = F(\Delta g_1, \Delta g_2, \ldots\ldots, \Delta g_n) \qquad (4.10)$$

biçiminde yazılır. Buradaki $\Delta\tilde{g}_p$ prediksiyon edilmiş (kestirilmiş) gravite anomalisini, Δg_1, $\Delta g_2, \ldots\ldots$, Δg_n 'de dayanak noktalarındaki anomalileri göstermektedir. Sorun, (4.10) fonksiyonunun belirlenmesine indirgenmiştir. (4.10) fonksiyonunun belirlenmesine geçmeden önce iki soruya yanıt verilmelidir,(Papoulis.A,1965). Bu sorular şunlardır :

- Prediksiyon sonucunda bulunacak farklarla ilgili amaç fonksiyonu ne olmalıdır?
- Stokastik büyüklükler arasındaki dönüşümün (burada 4.10 fonksiyonu) türü ne olmalıdır?

Bu iki soruya verilecek yanıtlar çok sayıda ve göreli olabilir. Bu da çözüm yöntemlerinin çok ve karmaşık olmasına neden olur. Bu bölümdeki çözüm yöntemi için yukarıdaki sorulara verilen şu yanıtlardan yola çıkılmıştır.

- Birinci sorunun yanıtı : Prediksiyonla bulunacak gravite anomalileriyle ($\Delta\tilde{g}_p$) bunların kesin değerleri (Δg_p) arasındaki farkların kareleri toplamı minimum olsun. Bu koşul, bizim çok iyi bildiğimiz enküçük kareler ilkesidir.

İkinci sorunun yanıtı: (4.10) fonksiyonunun türü, hesaplamalarda birçok kolaylıklar sağlayan doğrusal bir dönüşüm olsun.

Bu iki yanıt, prediksiyon yöntemini belirlemektedir. Bu yöntem, enküçük karelere göre doğrusal prediksiyon yöntemidir. Artık, yöntemle ilgili çözüm eşitlikleri geliştirilebilir.

(4.10) dönüşümü yerine doğrusal bir dönüşüm olan,

$$\Delta\tilde{g}_p = a_{p1}\,\Delta g_1 + a_{p2}\Delta g_2 + \dots\dots\dots\dots + a_{pn}\,\Delta g_n \qquad (4.11)$$

ya da

$$\Delta\tilde{g}_p = \sum_{i=1}^{n} a_{pi}\,\Delta g_i \qquad (4.12)$$

eşitlikleri yazılabilir,(H.Moritz,1963). (4.11) ve (4.12) eşitlikleri incelenirse, ölçü yapılmayan noktalardaki stokastik büyüklüklerle ($\Delta\tilde{g}_p$) dayanak noktalarındaki stokastik büyüklükler (Δg_i) arasındaki ilişki a_{pi} katsayılarıyla kurulmaktadır. a_{pi} katsayıları, dayanak noktalarındaki anomalilerden (sinyallerden) yararlanılarak belirlenir.

Herhangi bir P noktasındaki doğru gravite anomalisi Δg_p ve bunun prediksiyon sonucu hesaplanan değeri $\Delta\tilde{g}_p$ olsun. Bu anomalilerin arasındaki fark, prediksiyon hatası ε_p,

$$\varepsilon_p = \Delta g_p - \Delta\tilde{g}_p = \Delta g_p - \sum_{i=1}^{n} a_{pi}\Delta g_i \qquad (4.13)$$

olur. Burada$[\varepsilon_p . \varepsilon_p]$=minimum ilkesi uygulanırsa; yani (4.13) bağıntısının karesi alınarak,

$$\varepsilon_p^2 = (\Delta g_p - \sum_{i=1} a_{pi}\,\Delta g_i)(\Delta g_p - \sum_{k=1} a_{pk}\,\Delta g_k)$$

$$= \Delta g_p^2 - 2\sum_{i=1} a_{pi}\,\Delta g_p\,\Delta g_i + \sum_{i=1}\sum_{k=1} a_{pi}\,a_{pk}\,\Delta g_i\,\Delta g_k \qquad (4.14)$$

bulunur. (4.14) formülünün çalışma alanı üzerinden ortalaması oluşturulursa ;

$$E\{\varepsilon_p^2\} = E\{\Delta g_p^2\} - 2 \sum_{i=1} E\{a_{pi}\, \Delta g_p . \Delta g_i\} + \sum_{i=1} \sum_{k=1} E\{a_{pi} a_{pk} \Delta g_i \Delta g_k\} \qquad (4.15)$$

olur,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Burada, rastgele değişkenlerin ve bir değişmezin ortalamasının (umut değerinin) özellikleri anımsanırsa ; Bir rastgele değişken olan ε_p'lerin ve Δg'lerin ortalamaları yerine,

$$E\{\varepsilon_p^2\} = m_p^2 \ ,$$

$$E\{\Delta g_i\ \Delta g_k\} = C(ik) \ ,$$

$$E\{\Delta g_p\ \Delta g_i\} = C(pi) \ , \qquad (4.16)$$

$$E\{\Delta g_p^2\} = C(o)$$

özel gösterimleri ve bir değişmezin ortalaması (umut değeri) yine kendisine eşit olduğu da gözönüne alınarak (4.15) şu biçimde yazılabilir.

$$m_p^2 = Co - 2 \sum_{i=1} \underline{a}_{pi} \underline{c}_{pi} + \sum_{i=1} \sum_{k=1} \underline{a}_{pi} \underline{a}_{pk} \underline{C}_{ik} \qquad (4.17)$$

(4.17) bağıntısı (4.12)'nin standart hatası için temel formüldür,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). m_p^2 prediksiyon standart hatasının minimum olması için gerekli koşul, m_p^2'nin a katsayılarına göre kısmi türevleri sıfır olmalıdır. Bu koşulun (4.17) ye uygulanmasıyla,

$$\frac{\partial m_p^2}{\partial a_{pi}} \equiv -2\, c_{pi} + 2 \sum_{k=1}^{n} \underline{a}_{pk} \underline{C}_{ik} = 0 \quad (i = 1,2,\ldots,n)$$

bulunur. Burada gerekli kısaltmalar yapılarak,

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{a}_{pk} \underline{C}_{ik} = \underline{c}_{pi} \qquad (4.18)$$

elde edilir. (4.18) n sayıda $\underline{a}_{pk}$ bilinmeyeni içeren n sayıda doğrusal denklem sistemidir. Bu denklem sisteminin çözümünden a_{pk} bilinmeyenleri için,

$$\underline{a}_{pk} = \sum_{i=1}^{n} \underline{C}_{ik}^{-1^x} \cdot \underline{c}_{pi} \qquad (4.19)$$

eşitliği bulunur. $\underline{a}_{pk}$'ların bu değeri (4.11)'de yazılmasıyla,

$$\Delta\tilde{g}_p = \sum_{k=1}^{n} \underline{a}_{pk} \cdot \underline{\Delta g}_k = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \underline{C}_{ik}^{-1^x} \underline{c}_{pi} \underline{\Delta g}_k \qquad (4.20)$$

enküçük karelere göre doğrusal prediksiyon yöntemi için bir ifade elde edilir. (4.20) formülü, herhangi bir P noktasındaki gravite anomalisinin, dayanak noktalarındaki gravite anomalilerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak en uygun prediksiyonudur. (4.20) eşitliği matris gösterimiyle şu şekilde yazılır,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967).

$$\Delta\tilde{g}_p = [C_{p_1} \; C_{p_2} \ldots\ldots C_{pn}] \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots\cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots\cdots & C_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ C_{n1} & C_{n2} & & C_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta g_n \end{bmatrix} \qquad (4.21)$$

Δg_p'nin doğruluk derecesi m_p'yi hesaplayabilmek için : (4.17) denklemi vektör ve matris gösterimleriyle yazılacak olursa,

$$m_p^2 = Co - 2\, \underline{a}_{pi}^T \cdot \underline{c}_{pi} + \underline{a}_{pi}^T \, \underline{C}_{ik} \, \underline{a}_{pk}$$

elde edilir. Vektör ve matrislerin çarpım kuralları uygulanarak; $\underline{a}_i$ bilinmeyen katsayıları için (4.19) eşitliğinin de gözönüne alınmasıyla,

$$m^2 = Co - 2\, \underline{c}_i^T \underline{C}_{ik}^{-1} \underline{c}_i + \underline{c}_i^T \underbrace{\underline{C}_{ik}^{-1} \underline{C}_{ik}}_{I} \underline{C}_{ik}^{-1} \underline{c}_i$$

x) Buradaki $\underline{C}_{ik}^{-1}$, $\underline{C}_{ik}$ matrisinin tersinin elemanlarını göstermektedir, (W.Heiskanen, H.Moritz, 1967).

$$m^2 = Co - 2\, \underline{c}_i^T\, \underline{C}_{ik}^{-1}\, \underline{c}_i + \underline{c}_i^T\, \underline{C}_{ik}^{-1}\, \underline{c}_i$$

sonuç olarak,

$$m^2 = Co - \underline{c}_i^T\, \underline{C}_{ik}^{-1}\, \underline{c}_i \tag{4.22}$$

bulunur. (4.22) eşitliği de (4.21)'e benzer olarak yazılırsa ;

$$m_p^2 = Co - [\, C_{p_1}, C_{p_2}, \ldots\ldots\ldots C_{pn} \,] \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \ldots\ldots C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \ldots\ldots C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_{p1} \\ C_{p2} \\ \vdots \\ C_{pn} \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

matrisiyel eşitliği elde edilir. Böylece (4.21) denkleminden $\Delta\tilde{g}_p$ prediksiyon edilmiş gravite anomalisi, (4.23) denkleminden de $\Delta\tilde{g}_p$'nin standart (karesel ortalama hata) hatası hesaplanır.

Sonuç eşitliği olarak verilen (4.21) ve (4.23) matrisiyel eşitliklerinde geçen Co, C_{pi}, C_{ij}'ler stokastik büyüklükler arasındaki kovariyans vektörleri ve matrisidir. Sözkonusu kovariyans vektörleri ve matrisi bundan sonraki altbölümde ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır.

4.32 Kovariyans ve Kovariyans Fonksiyonu

4.1 altbölümünde, gravite ölçüsü yapılmamış alanlardaki boşlukların doldurulması ve varolan ölçülerin de sıklaştırılması olarak ortaya konulan sorunun enküçük kareler yöntemiyle çözümünün temel ilkesi 4.31 altbölümünde verilmiştir. Bu temel ilkenin özü, stokastik büyüklükler arasındaki istatiksel ilişkilere dayanmaktadır. Sözkonusu istatiksel ilişkiler, ölçü noktalarındaki anomaliler arasındaki özkorelasyon ve kestirim yapılacak noktadaki anomaliyle yine ölçü noktalarındaki anomaliler arasındaki çaprazkorelasyonla karakterize edilir. Gravite anomalileri sıfır ortalamalı rastgele değişkenlerse, korelasyonlar yerine kovariyanslar yazılabilir.

Rastgele değişkenler olan gravite anomalileri arasındaki kovariyansları hesaplayabilmek için 2.25 altbölümündeki tanım ve eşitliklerden yola çıkıldığında, öncelikle anomalilere ilişkin ortalama bir büyüklüğün gerekli olduğu ortaya çıkar. Gravite anomalilerinin prediksiyonunun global uygulamaları için tüm yeryüzüne dağılmış Δg gravite anomalilerinin ortalaması,

$$E\{\Delta g\} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g \cdot d\sigma \qquad (4.24)$$

integral eşitliği ile hesaplanır. (4.24) integralindeki Δg anomalilerinin küresel harmoniklere açınımında yeryuvarı ile aynı kitle ve jeoidle aynı potansiyele sahip bir referans elipsoidi kullanılmış ise integral sıfır çıkar, (W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Eğer çalışma alanı sınırlı bir alansa (100 000 km² 'den küçük) genel ortalama sıfır olsa bile bölgeye ilişkin ortalama doğal olarak sıfırdan farklı çıkar. Bu durumda $E\{\Delta g\} = 0$ çıkacak biçimde Δg'ler değiştirilir. Bu işleme gravite anomalilerinin merkezlendirilmesi denir. Merkezlendirilmiş, yani sıfır ortalamalı gravite anomalilerine ilişkin kovariyansların hesaplanmasına geçmeden önce işlemleri karmaşık bir yapıdan kurtarmak için iki varsayım ileri sürelim. Bu varsayımlar ;

• Gravite anomalileri homojen rastgele bir alan oluştururlar: Rastgele bir değişken olan gravite anomalileri yeryüzündeki bir noktanın dolayısıyla koordinatların fonksiyonu olarak bir rastgele alan oluştururlar, (Ş.Hekimoğlu, 1981). Gravite anomalilerinden hesaplanacak istatistik parametreler (ortalama, özkorelasyon,...) değişmiyorsa, sözkonusu anomaliler homojendir denir. Bu özellik gravite anomalilerine ilişkin kovariyans değerlerini ölçü noktalarının konumundan bağımsız kılar.

• Gravite anomalileri izotrop bir alan oluştururlar: Rastgele alanı oluşturan gravite anomalilerinden hesaplanacak istatistik parametreler ölçü noktaları arasındaki kenarların doğrultusundan bağımsız ise bu rastgele alana izotrop rastgele alan denir. Bu özellik hesaplanacak kovariyans değerlerini kenarların doğrultusundan bağımsız kılar.

Özetle Δg gravite anomalilerine ilişkin kovariyans değerleri ölçü noktaları arasındaki uzaklığa bağlı olarak değişirler. Bu durumda, anomalilere ilişkin kovariyans değerleri noktalar arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak düşünülebilir.

Bölgesel gravite anomalilerinin prediksiyonu için daha önce yapılmış çalışmalardan elde edilen kovariyans fonksiyonlarından yararlanılabilir. Ancak çalışma bölgesi farklı ise kovariyans fonksiyonunun varolan verilerden deneysel olarak belirlenmesi gerekir. Bunun için Δg anomalileri merkezlendirilerek elde edilen sıfır ortalamalı $\Delta \overset{*}{g}$ anomalilerinden yararlanılır.

Merkezlendirilmiş $\Delta \overset{*}{g}$ anomalileri,

$$\Delta \overset{*}{g}_i = \Delta g_i - E\{\Delta g\} \qquad (4.25)$$

eşitliği ile hesaplanır. $\Delta \overset{*}{g}$ anomalilerine ilişkin kovariyans değeri, (2.21) eşitliği de gözönüne alınarak,

$$\mathrm{cov}(\Delta \overset{*}{g}_i \cdot \Delta \overset{*}{g}_j) = E\{[\Delta \overset{*}{g}_i - E\{\Delta \overset{*}{g}\}][\{\Delta \overset{*}{g}_j - E\{\Delta \overset{*}{g}\}]\} \qquad (4.26)$$

biçiminde yazılabilir. Δg'lerle ilgili yukarıdaki varsayımların dikkate alınmasıyla (4.26) eşitliğinden hesaplanan kovariyans değerleri noktalar arasındaki d uzaklığının bir fonksiyonu olarak,

$$C(d) = \mathrm{cov}(\Delta \overset{*}{g}_i \cdot \Delta \overset{*}{g}_j) \qquad (4.27)$$

biçimine dönüşür. Buradaki d, i ve j noktaları arasındaki uzaklığı simgelemektedir. (4.26)'da $E\{\Delta \overset{*}{g}\} = \eta$ kısaltmasıyla (4.27),

$$C(d) = E\{[\Delta \overset{*}{g}_i - \eta][\Delta \overset{*}{g}_j - \eta]\} \qquad (4.28)$$

olur. Buradaki köşeli parantezler açılarak (4.28) için,

$$C(d) = E\{\Delta \overset{*}{g}_i \cdot \Delta \overset{*}{g}_j\} - \eta . E\{\Delta \overset{*}{g}_j\} - \eta\, E\{\Delta \overset{*}{g}_i\} + \eta^2$$

elde edilir. $\Delta \overset{*}{g}$ merkezlendirilmiş anomaliler sıfır ortalamalı yani $E\{\Delta \overset{*}{g}\}=0$ olduklarından,

$$C(d) = E\{\Delta \overset{*}{g}_i . \Delta \overset{*}{g}_j\} \qquad (4.29)$$

eşitliği elde edilir. Öz olarak, C(d) kovariyansları $\Delta \overset{*}{g}$ rastgele değişkeninin ikinci momentleri cinsinden yazılabilir.

Ölçü noktaları arasındaki d uzunluklarının sayısı, noktalar arasındaki ikili çarpımların sayısına eşittir. Uzunlukları d_{ij} biçiminde gösterirsek, d_{ij} uzunluklarını argüman (bağımsız değişken) kabuleden $C(d_{ij})$ kovariyans fonksiyonu bir matris biçiminde olacaktır. Sözkonusu matris $\underline{C}$ ile gösterilir. $\underline{C}$ matrisinin açık yazılımı ;

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots\cdots\cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots\cdots\cdots & C_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots\cdots\cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \qquad (4.30)$$

biçimindedir. $\underline{C}$ matrisinin köşegen terimleri variyansları, köşegen dışındaki terimlerde kovariyansları gösterir. Kovariyans fonksiyonundan bulunan matrisin elemanlarının variyansa (σ_o^2) bölünmesiyle korelasyon matrisi $(\underline{R})$ elde edilir. Yani, $\underline{C}$ matrisi ile $\underline{R}$ matrisi arasında,

$$\underline{C} = \sigma_o^2 . \underline{R} \quad ; \quad \sigma_o^2 = C_{ii} = C_{kk} = C(0) \qquad (4.31)$$

bağıntısı vardır. (4.29) eşitliğinden kovariyans fonksiyonunun ve (4.30) gösterimi ile verilen $\underline{C}$ kovariyans matrisinin deneysel olarak nasıl belirlendiği 5.3 altbölümünde anlatılacaktır.

Sonuç olarak; Bölgesel gravite anomalilerinin enküçük karelere göre prediksiyon sorunu (4.21) ve (4.23) denklemlerinin çözümü olarak özetlenebilir. Bu denklemlerden de görülebileceği gibi en büyük sorun, kovariyans fonksiyonunun belirlenerek kovariyans matrisinin oluşturulmasıdır. Bunların dışındaki işlemler tümüyle rutin işlemlerdir. Başka bir sorun, büyük boyutlu matrislerle uğraşılmasından kaynaklanan sorundur. Bu sorun da yeterli bellek gücüne sahip bilgisayarlarla aşılabilir.

4.4. Multikuadrik Yüzeylerle Gravite Anomalilerinin Prediksiyonu

Gravite anomalilerinin prediksiyonu için 4.3 altbölümünde ayrıntıları verilen yöntem, istatistik ilkelere dayanmaktadır. Multikuadrik yöntem ise genelde istatistik ilkelere dayanmayıp, topografya, gravite anomalileri gibi düzgün olmayan yüzeylerin multikuadrik bir yüzeyle temsil edilebilmesi ilkesine dayanır. Multikuadrik yüzeylerle prediksiyon yöntemi Hardy tarafından 1971'de geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Multikuardik yüzeylerle prediksiyon konusu daha sonraları diğer araştırmacılar tarafından da (Shaw ve Lynn 1972, Brown 1973, Troter 1975, Wolf 1981,...) incelenmiştir.

Multikuadrik yüzeylerin genel biçimi,

$$z = \sum_{i=1}^{n} c_i [q(x_i, y_i, x, y)] \qquad (4.32)$$

olarak verilmektedir,(R.L.Hardy,1971). Buradaki z değeri, aynı tür ikinci derece yüzeylerin toplamı olarak x ve y dik koordinatlarının bir fonksiyonudur. (4.32) genel bağıntısındaki x_i ve y_i değerleri dayanak noktalarının dik koordinatlarıdır. $q(x_i, y_i, x, y)$ ikinci derece yüzeyi n sayıda ikinci derece terim içerir. Sözkonusu ikinci derece terimlerin düşey simetri eksenleri ise x_i ve y_i koordinatlı dayanak noktalarından geçmektedir.Bu ikinci derece terimlerin işareti ve eğimi ise c_i katsayılarıyla tanımlanır.

(4.32) genel biçime uygun çeşitli ikinci derece yüzeyler tanımlanabilir.Örnek olarak, yaygın bir biçimde kullanılan ve geometrik bir anlamı da olan iki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı verilebilir. İki yapraklı dairesel hiperboloid seriler gösterim olarak,

$$z = \sum_{i=1}^{n} c_i [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + C]^{1/2} \qquad (4.33)$$

biçimindedir. Buradaki C keyfi bir değişmez olup sıfır alınırsa; (4.33),düşey simetri eksenleri dayanak noktalarında olan dairesel dik konilerin toplamından oluşan ikinci derece yüzey biçimine dönüşür. (4.33) eşitliğinde z yerine merkezlendirilmiş Δg^* gravite anomalileri yazılarak, multikuadrik yüzeylerle gravite anomalilerinin prediksiyonuna ilişkin,

$$\Delta g^* = \sum_{i=1}^{n} c_i [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]^{1/2} \qquad (4.34)$$

biçiminde bir model elde edilir. Sorun, n sayıdaki dayanak noktasından yararlanılarak dairesel dik konilerin c_i katsayılarını belirlenmesine indirgenmiştir. Bunun için her dayanak noktasında (4.34) modeline göre,

$$\Delta g^*_j = \sum_{i=1}^{n} c_i [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{1/2} \quad , \; j = 1,2,3,\ldots n \qquad (4.35)$$

biçiminde n bilinmeyenli n sayıda doğrusal denklem sisteminin çözülmesi gerekir. (4.35) denklem sistemi matrisiyel olarak yazılmak istenirse;

$$\underline{q}_{ij} = [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{1/2} \tag{4.36}$$

elemanlarından oluşan matris, $\underline{Q}$ matrisi, n elemanlı bilinmeyenler vektörü,

$$\underline{c}^T = [c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n] \tag{4.37}$$

ve dayanak noktalarındaki merkezlendirilmiş gravite anomalilerini içeren n elemanlı vektör de,

$$\underline{\Delta g}^{*T} = [\Delta g_1^*, \Delta g_2^*, \Delta g_3^*, \ldots, \Delta g_n^*] \tag{4.38}$$

olmak üzere,

$$\underline{\Delta g}^* = \underline{Q}\,\underline{c} \tag{4.39}$$

biçiminde yazılabilir,(A.Güler,1983). Buradan $\underline{c}$ bilinmeyenler vektörünün çözümü,

$$\underline{c} = \underline{Q}^{-1}\underline{\Delta g}^* = \underline{Q}^{-1}(\underline{\Delta g} - \underline{A}\underline{\hat{x}}) \tag{4.40}$$

dır. (4.40)'dan c_i katsayıları hesaplanarak (4.34)'de yerlerine yazılırsa; koordinatları x_p ve y_p olan herhangi bir P noktasındaki merkezlendirilmiş gravite anomalisinin prediksiyon değeri için,

$$\widetilde{\Delta g}_p^* = \sum_{i=1}^{n} c_i [(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2]^{1/2} \;, \quad p = 1,2,\ldots \tag{4.41}$$

temel eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin matrisiyel gösterimi. (4.34),(4.35), (4.36),(4.37) ve (4.38)'e benzer tanımlarla ve $\underline{q}_p = [(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2]^{1/2}$ olmak üzere,

$$\widetilde{\Delta g}_p^* = \underline{q}_p \underline{c} \tag{4.42}$$

dir. Burada Δg_p^* merkezlendirilmiş gravite anomalisi yerine, $\widetilde{\Delta g}_p^* = \widetilde{\Delta g}_p - \underline{A}_p \underline{\hat{x}}$ ve $\underline{c}$'nin (4.40)'daki eşitinin yazılmasıyla,

$$(\underline{\Delta\tilde{g}}_p - \underline{A}_p\underline{\hat{x}}) = \underline{q}_p\underline{Q}^{-1}(\underline{\Delta g} - \underline{A}\;\underline{\hat{x}}) \qquad (4.43)$$

elde edilir. (4.43)'de geçen $\underline{\hat{x}}$ vektörü trend bilinmeyenler vektörü olup,

$$\underline{\hat{x}} = [x_o, x_1, x_2, \ldots\ldots]^T$$

elemanlarından oluşur. Yine (4.43)'deki $\underline{A}$ ve $\underline{A}_p$ matrisleri de trend fonksiyonuna ilişkin katsayılar matrisidir. Sözkonusu matrislerin açık yazılımı,

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & \cdots \\ 1 & x_2 & y_2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_n & y_n & \cdots \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_p = \begin{bmatrix} 1 & x_{p1} & y_{p1} & \cdots \\ 1 & x_{p2} & y_{p2} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_{pr} & y_{pr} & \cdots \end{bmatrix}$$

dir,(H.Wolf,1981). n, dayanak noktalarının sayısını, r de prediksiyon noktalarının sayısını simgelemektedir.

$\underline{\hat{x}}$ trend bilinmeyenleri vektörü,

$$\underline{\Delta g}^* = \underline{\Delta g} - \underline{A}\underline{\hat{x}} \qquad (4.44)$$

modelinde, $\underline{\Delta g}^*$ merkezlendirilmiş anomalilerin karelerinin toplamı minumum olacak biçimde dengeleme yapılarak bulunur. Buna göre $\underline{\hat{x}}$'nin çözüm eşitliği,

$$\underline{\hat{x}} = (\underline{A}^T\underline{A})^{-1}.\underline{A}^T\,\underline{\Delta g}\;, \quad (\underline{A}^T\underline{A})^{-1} = \underline{Q}_{xx} \qquad (4.45)$$

olarak elde edilir. (4.45) eşitliği, birim ağırlıklı dolaylı ölçüler dengelemesine karşılık gelen çözüm eşitliğidir. ($\underline{Q}_{\Delta g,\Delta g} = \underline{I}$)

(4.43)'deki parantezler açılarak,

$$\underline{\Delta\tilde{g}}_p = \underline{A}_p\,\underline{\hat{x}} + \underline{q}_p\,\underline{Q}^{-1}\underline{\Delta g} - \underline{q}_p\,\underline{Q}^{-1}\underline{A}\,\underline{\hat{x}} \qquad (4.46)$$

denklemi elde edilir.

(4.46) denklemiyle hesaplanan $\underline{\Delta\tilde{g}}_p$ gravite değerinin prediksiyon hatasını belirleyebilmek için, prediksiyon noktalarında hesaplanan $\underline{\Delta\tilde{g}}_p$'lere ilişkin variyans-kovariyans matrisi $\underline{Q}_{pp}$'nin oluşturulması gerekir. Bunun için (4.46) denklemine ağırlık yayılma kuralı uygulanırsa :

Bu amaçla önce (4.46) eşitliği,

$$\tilde{\Delta g}_p = (\underline{A}_p \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T + \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} - \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} \underline{A} \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T) \cdot \underline{\Delta g}$$

biçiminde yazılarak ve Δg 'nin ağırlık katsayıları matrisi birim matris alınarak,

$$\underline{Q}_{pp} = (\underline{A}_p \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T + \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} - \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} \underline{A} \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T) \cdot (\underline{A}_p \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T + \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} - \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} \underline{A} \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T)^T \tag{4.47}$$

biçiminde matrisiyel bir denklem elde edilir. Bu denklemde gerekli matrisiyel çarpmalar ve kısaltmalar yapılarak,

$$\underline{Q}_{pp} = \underline{A}_p \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T + \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} (\underline{I} - \underline{A} \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T) \cdot \underline{Q}^{-1} \underline{q}_p^T \tag{4.48}$$

sonuç eşitliği elde edilir, (H.Wolf, 1981).

$\tilde{\Delta g}_p$ 'nin prediksiyon hatası ise, m_o merkezlendirilmiş anomalilerin variyansı olmak üzere,

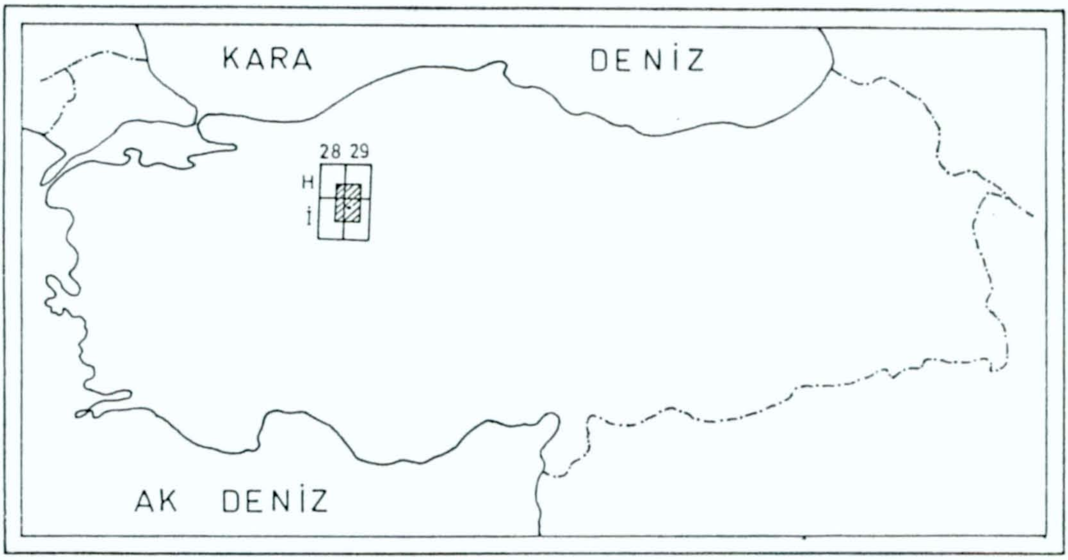
$$m_p = \pm m_o \sqrt{Q_{pi,pi}} \tag{4.49}$$

formülü ile hesaplanır, (H.Wolf, 1981).

5. SAYISAL UYGULAMA

5.1 Uygulama Bölgesi ve Veriler

Uygulama bölgesi olarak, Türkiye 1.derece nirengi ağının başlangıç noktası olan "Meşedağı" astronomik noktası ortada kalacak şekilde bir bölge seçilmiştir. Bölgenin büyüklüğü 1/100 000 ölçekli bir paftanın kapladığı alana eşittir. Şekil 5.1 ve 5.2'de uygulama bölgesinin Türkiye'deki yeri ve boyutları görülmektedir.

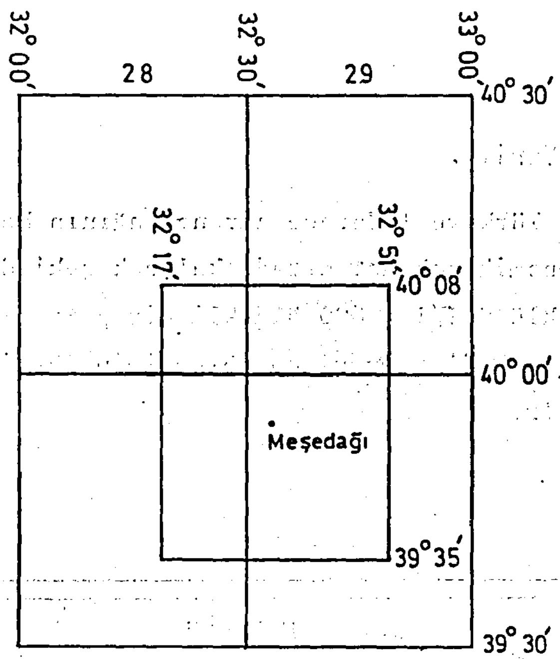


Şekil 5.1: Uygulama Bölgesinin Türkiye'deki Yeri

Şekil 5.2'den de görüleceği gibi sözkonusu bölge, 1/100 000 ölçekli paftalardan BOLU-H28, BOLU-H29, ANKARA-İ28 ve ANKARA-İ29 paftalarının kapsadığı alanların bir kısmını kapsamaktadır. Bölgenin ortalama yüksekliği 978 m. olup engebeli bir arazidir. Şekil 5.3.

Konumu bu şekilde verilen bölge içerisinde 143 adet gravite ölçüsü yapılmış nokta bulunmaktadır. Bundan sonra dayanak noktaları olarak anılacak bu noktalar bölgeye, 100 km^2 'ye yaklaşık 5 nokta düşecek biçimde dağılmış ve aralarındaki uzaklık, 5 km civarındadır. Şekil 5.4.

Dağılışları ve sıklıkları bu şekilde olan dayanak noktalarına ilişkin veriler Ek 1'de görülmektedir. Bunlardan,



Şekil 5.2: Uygulama Bölgesinin Boyutları

Nokta No.

Nokta adı,

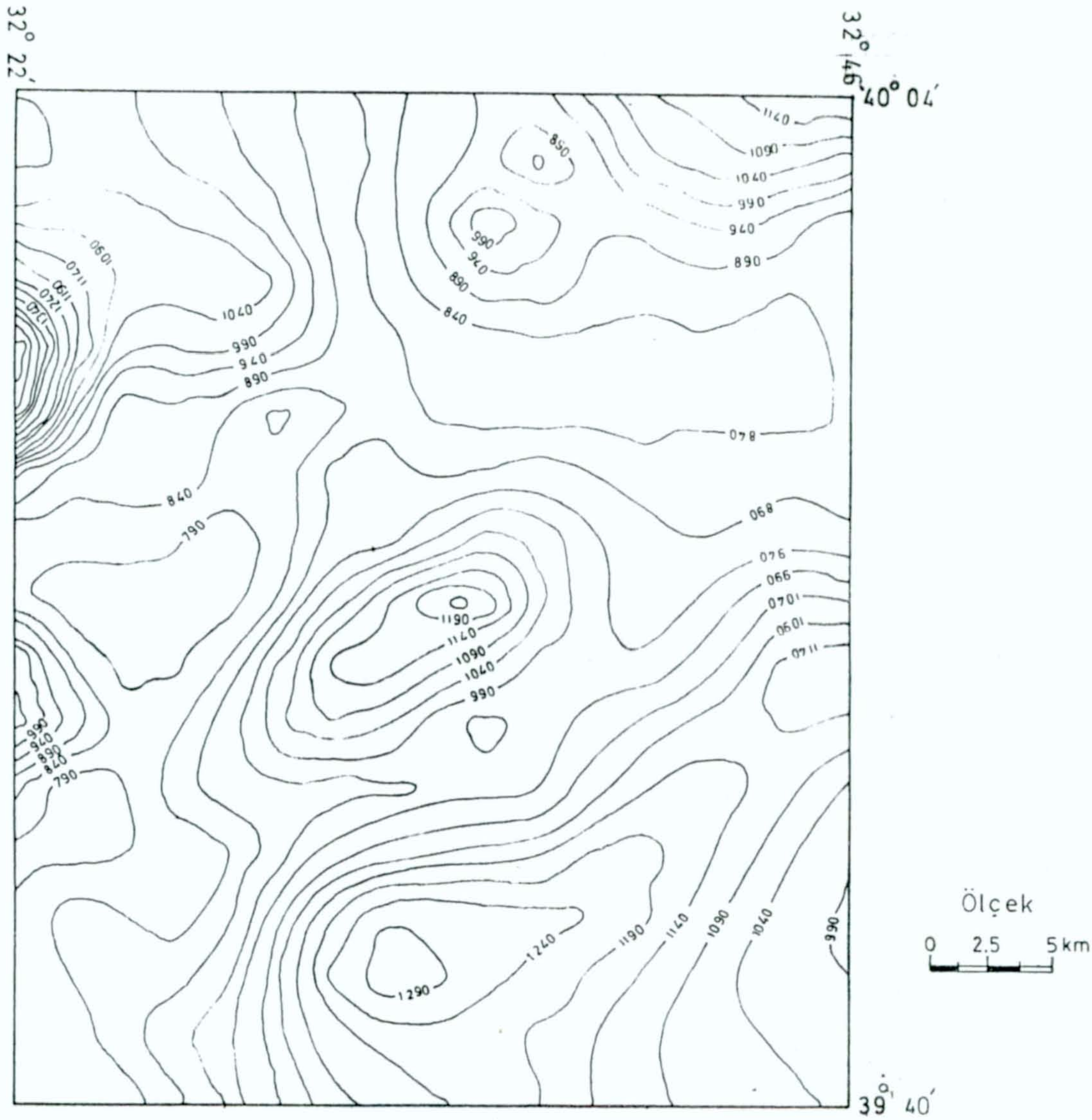
Konum bilgileri (ϕ_i ve λ_i jeodezik koordinatlar),

Nokta yüksekliği

çizelgenin ilk kolonlarında verilmiştir. Bu bilgilerle birlikte ölçülen gravite değerleri birinci grup verileri oluşturmaktadır ve hesaplamalarda temel veri olarak kullanılmıştır. Ayrıca, çalışma bölgesinin yakın ve uzak çevresinin topografik yapısını yansıtan yükseklik bilgilerinden oluşan ikinci grup veriler, izostatik anomalilerin hesaplanmasında kullanılmıştır. Yakın ve uzak bölgelerin yükseklik bilgileri çeşitli boyutlardaki 37724 bloğun ortalama yüksekliklerinden oluşmaktadır. Blokların ortalama yükseklikleri çeşitli ölçekteki topografik haritalardan okunmuştur.

Birinci grup veriler Harita Genel Komutanlığı'ndan (HGK) sağlanmıştır. İkinci grup verilerin bir kısmı başka bir çalışmadan alınmış, bir kısmı da çeşitli ölçekteki topografik haritalardan okunmuştur.

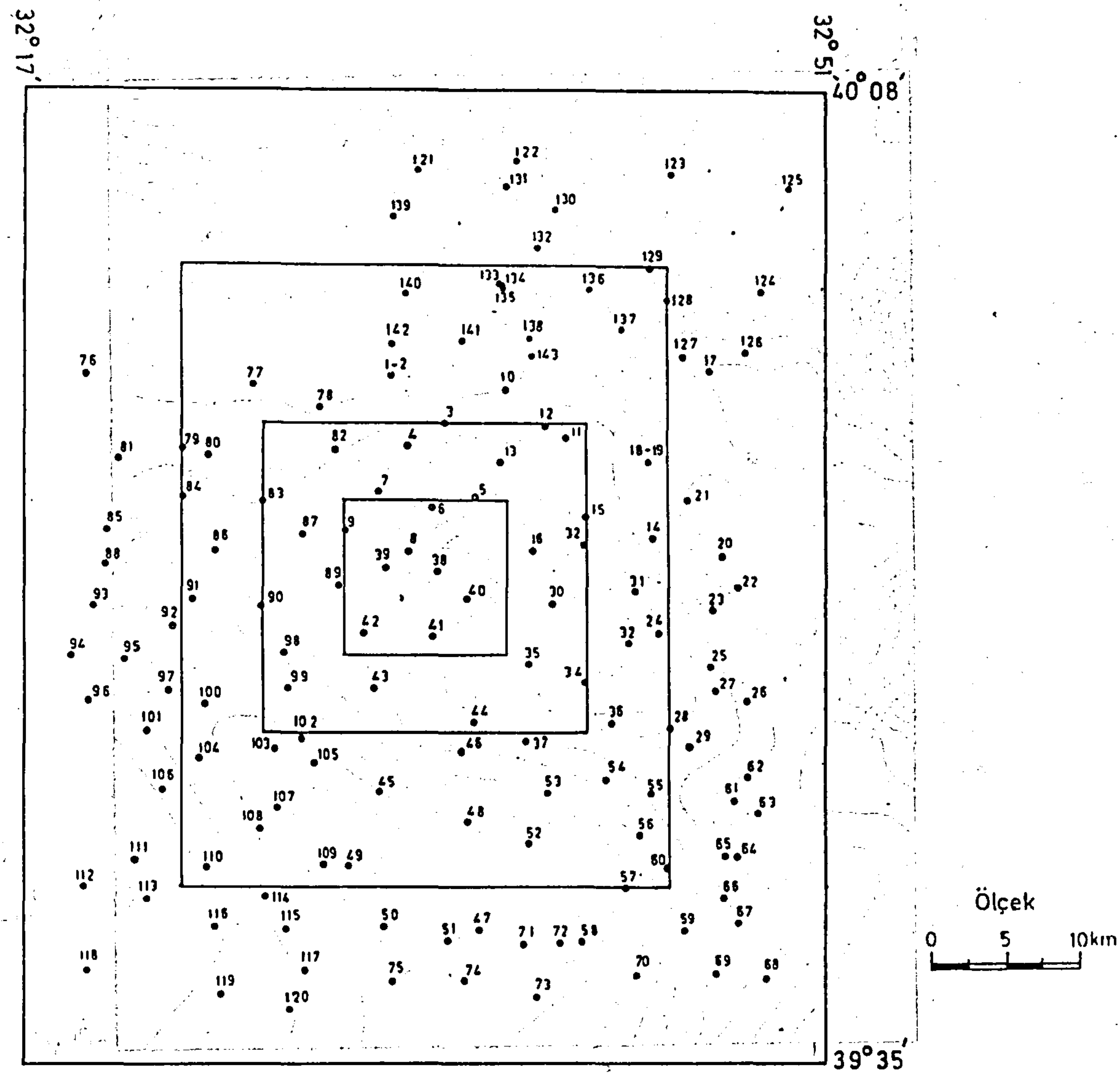
Yukarıda özellikleri ve elde edildikleri kaynakların açıklandığı veriler, bilgisayar belleğinde saklanarak gerektiğinde sayısal çözümlemelerde kullanılmıştır.



Şekil 5.3: Uygulama Bölgesinin Topografik Yapısı

5.2 Gravite Anomalilerinin Hesaplanması

4.2 altbölümünde, fiziksel yeryüzünde ölçülen gravite değerinin, deterministik ve stokastik olmak üzere iki kısma ayrılabileceğinden sözedilmişti. İstatistik anlatımla ölçülerden deterministik kısmın ayrılması olarak adlandırılan işlem, fiziksel jeodezide "gravite indirgemeleri" ya da gravite anomalilerinin hesaplanması olarak bilinir. Bu konu 3.3 altbölümünde ayrıntısıyla anlatılmıştır. Gravite anomalilerinin hesaplanmalarına ilişkin gerekli açıklamalar aşağıdadır.



Şekil 5.4: Uygulama bölgesinde gravite ölçüsü yapılmış noktaların(dayanak noktaları) yayılışları

5.21 Serbest Hava Anomalilerinin Hesabı

Serbest hava anomalilerinin hesabı için, fiziksel yeryüzünde ölçülen g_p değerine,

$$F = 0.3086 \cdot H \text{ mgal.} \qquad (5.1)$$

formülünden hesaplanan F değeri eklenir. Böylece jeoid yüzündeki g_o gravitesi bulunmuş olur. Bundan γ kuramsal gravitesi çıkarılarak, bir başka deyişle,

$$\Delta g_F = g_o - \gamma = g_p + 0.3086\ H - \gamma \qquad (5.2)$$

işlemi yapılarak Δg_F serbest hava anomalileri bulunur. Buradaki H, metre biriminde ölçü noktasının yüksekliğidir.

(5.1) ve (5.2) sayısal eşitliklerinden hesaplanan serbest hava anomalileri, jeoid dışındaki kitlelerin çekim etkileri gözönüne alınmadığından, yereyin topografik yapısıyla sıkı bir ilişki içindedirler. Bu yargıya, serbest hava anomalileriyle yükseklikler arasında yapılan korelasyon analizi sonucu varılmıştır. Hesaplanan korelasyon katsayısı $r = 0.92$ dir. Serbest hava anomalilerindeki bu sistematikliği gidermek için anomalilere yükseklikle ilgili bir düzeltme terimi eklenmiştir. Bu işlem,

$$\Delta g_{FD} = \Delta g_F - b\,\Delta h_i \qquad \Delta h_i = H_i - H_o \quad (H_o = 978\ \text{m}) \qquad (5.3)$$

bağıntısına göre yapılmıştır. (5.3) bağıntısındaki b katsayısı, dayanak noktalarının yüksekliği (H) ve anomali (Δg_F) değerlerine göre geçirilecek dengeleyici doğrunun eğimi olacaktır. Dengeleyici doğrunun denklemi, dayanak noktalarındaki yükseklik ve anomali değerleriyle,

$$\Delta g_{Fi} = b.H_i + c \quad , \quad (i=1,2,\ldots,n) \qquad (5.4)$$

olarak yazılabilir. Buradaki b ve c doğrunun parametreleridir. b ve c'nin çözümü enküçük kareler yöntemiyle bulunur. Bu yolla $b = 0.10107918$ bulunmuştur. b katsayısı, ayrıntıları 5.32 altbölümünde anlatılacak olan kovariyanslar cinsinden de belirlenebilir. Bunun için yükseklikten dolayı düzeltilmiş serbest hava anomalileriyle yükseklikler arasındaki çapraz kovariyanslar (crosscovariance) oluşturulsun. (2.21)'e göre,

$$\mathrm{Cov}(\Delta g_{FD}, \Delta h') = E\{\Delta g_{FD} \cdot \Delta h'\} = E\{\Delta g_F \Delta h' - b \Delta h . \Delta h'\} \qquad (5.5)$$

yazılabilir. (5.5)'de (4.16)'ya benzer,

$$E\{\Delta g_F \cdot \Delta h'\} = B(s)$$

$$E\{\Delta h . \Delta h'\} = A(s)$$

gösterimleri kullanılarak (5.5),

$$\mathrm{Cov}(\Delta g_{FD} \cdot \Delta h') = B(s) - b \cdot A(s) \qquad (5.6)$$

biçimine dönüşür. Eğer, Δg_{FD} anomalileri yükseklikten bağımsız olacaksa, $Cov(\Delta g_{FD}\Delta h')$'nin sıfıra özdeş olması gerekmektedir. Tüm s'ler ve belirli bir b sabitince sağlanması gereken koşul,

$$B(s) - b\,A(s) = 0 \tag{5.7}$$

biçimindedir,(W.Heiskanen,H.Moritz,1967). Buradan b katsayısı için,

$$b = \frac{B(s)}{A(s)} \tag{5.8}$$

bağıntısı bulunur. Buradaki A(s) fonksiyonu dayanak noktalarının yüksekliklerine ilişkin özkovariyans, B(s) fonksiyonu ise, yüksekliklerle serbest hava anomalileri arasındaki çapraz kovariyans fonksiyonudur.

(5.4) biçimindeki doğrunun dengelenmesinden bulunan b katsayısı ile (5.8) den hesaplanacak b katsayısının s = 0 için özdeş oldukları gösterilebilir.

b'nin sayısal değeri için, A(s) ve B(s) fonksiyonlarında s = 0 alınarak hesaplanan değerler (5.8)'de yazılırsa ;

$$b = \frac{2452.634271}{22256.65534} = 0.110198$$

bulunur. Bu b değeri (5.3)'de yazılarak,düzeltilmiş serbest hava anomalileri için,

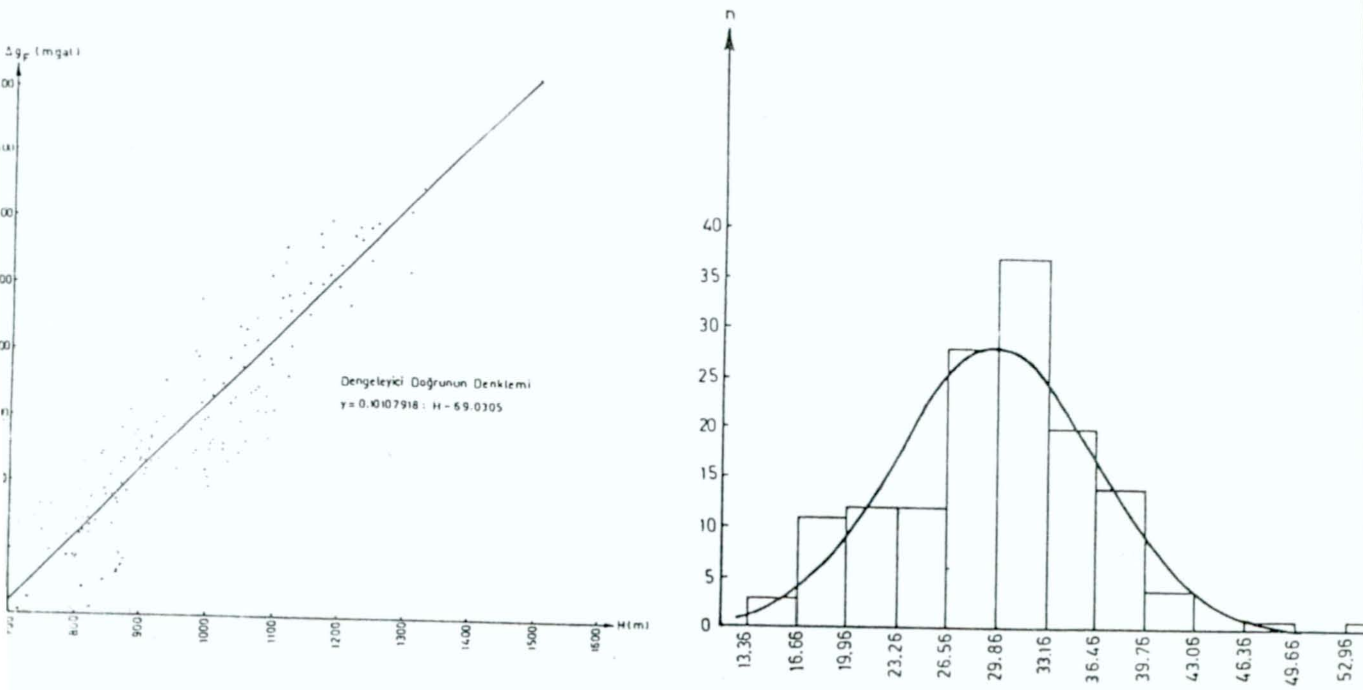
$$\Delta g_{FD} = \Delta g_F - 0.110198.\Delta h \tag{5.9}$$

sayısal formülü elde edilir. (5.9) eşitliğine göre hesaplanan anomalilerle yükseklikler arasında yeniden hesaplanan korelasyon katsayısı r = -0.12 olarak bulunmuştur.

Bundan sonraki bölümlerde anlatılacak sayısal hesaplamalar her iki anomali grubu için (Δg_F ve Δg_{FD}) ayrı ayrı yapılmıştır. Dayanak noktalarındaki Δg_F ve Δg_{FD} serbest hava anomalileri Ek 1'de verilmiştir. Yine bu anomalilerle ilgili istatistik bilgiler Çizelge 5.1'de görülmektedir.

Anomali Türü	Nokta Sayısı	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Yükseklikle Korelasyon	Max. Değer	Min. Değer
Δg_F	143	29.821 mgal	16.50 ±1.35	0.91726 ±0.0335	97.63	0.39
Δg_{FD}	143	29.820 mgal	6.62 ±0.55	-0.11718 ±0.0836	54.72	15.01

Çizelge 5.1: Serbest Hava Anomalilerine İlişkin İstatistik Bilgiler



(a) (b)

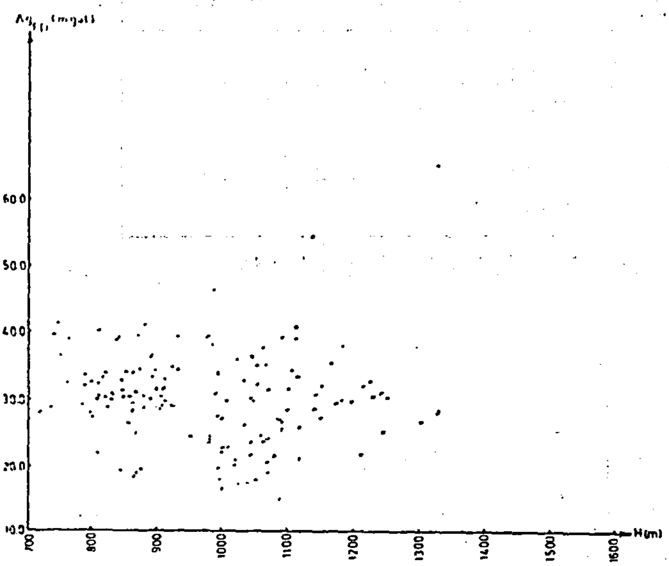
Şekil 5.5: Serbest Hava Anomalilerinin Yükseklikle Korelasyonu ve Dağılım Histogramı

5.22 Bouguer Anomalilerinin Hesabı

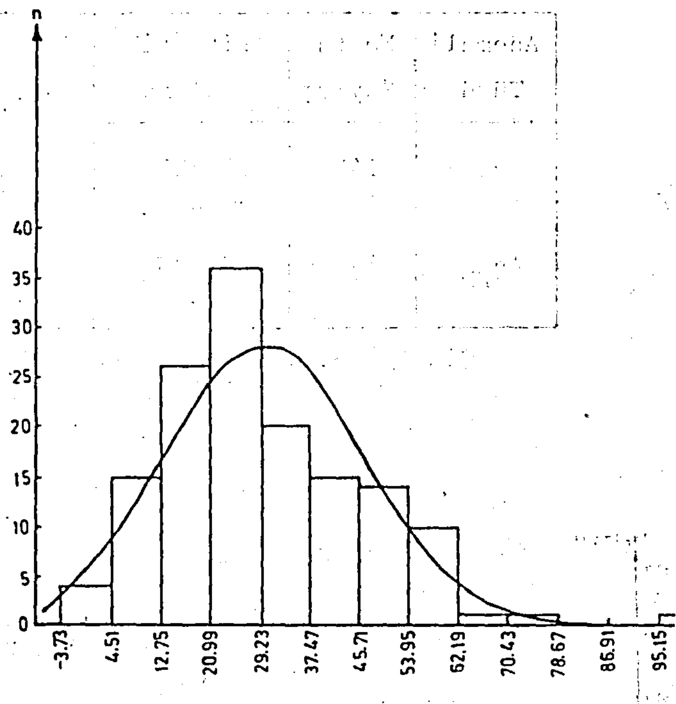
Bouguer indirgemesi için düzlem Bouguer plakası kullanılmıştır. Düzlem Bouguer plakasının çekim etkisi (3.11) formülüne göre hesaplanıp(3.9) eşitliğinde yerine yazılarak jeoid yüzündeki g_B Bouguer gravitesi bulunmuştur. g_B gravitesiyle γ kuramsal gravitesinin farkı alınarak, yani ;

$$\Delta g_B = g_B - \gamma = g_P + 0.1967\ H - \gamma \qquad (5.10)$$

işlemi yapılarak Δg_B Bouguer anomalileri hesaplanmıştır.



(a)



(b)

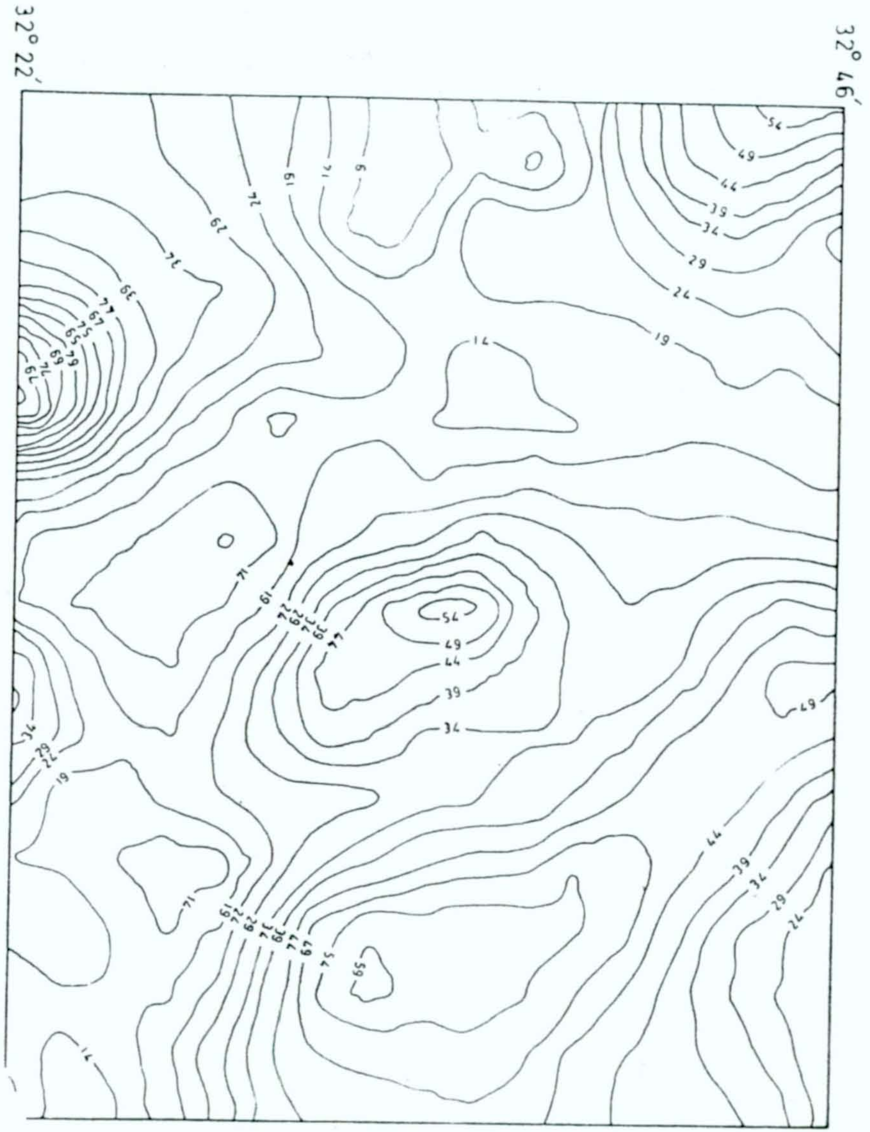
Şekil 5.6: Düzeltilmiş Serbest Hava Anomalilerinin Yükseklikle Korelasyonu ve Dağılım Histogramı

Bouguer anomalileriyle yükseklikler arasında bir korelasyonun olup olmadığı araştırılmış ve r=-0.10 bulunmuştur.

Dayanak noktalarındaki Δg_B Bouguer anomalileri Ek 1'de verilmiştir. Bouguer anomalileriyle ilgili istatistik bilgiler Çizelge 5.2'de yer almaktadır. Şekil 5.9'da Bouguer anomalilerinin yükseklikle korelasyonu ve dağılım histogramı görülmektedir. Bouguer anomalilerine ilişkin çizgisel harita da Şekil 5.10'da verilmiştir.

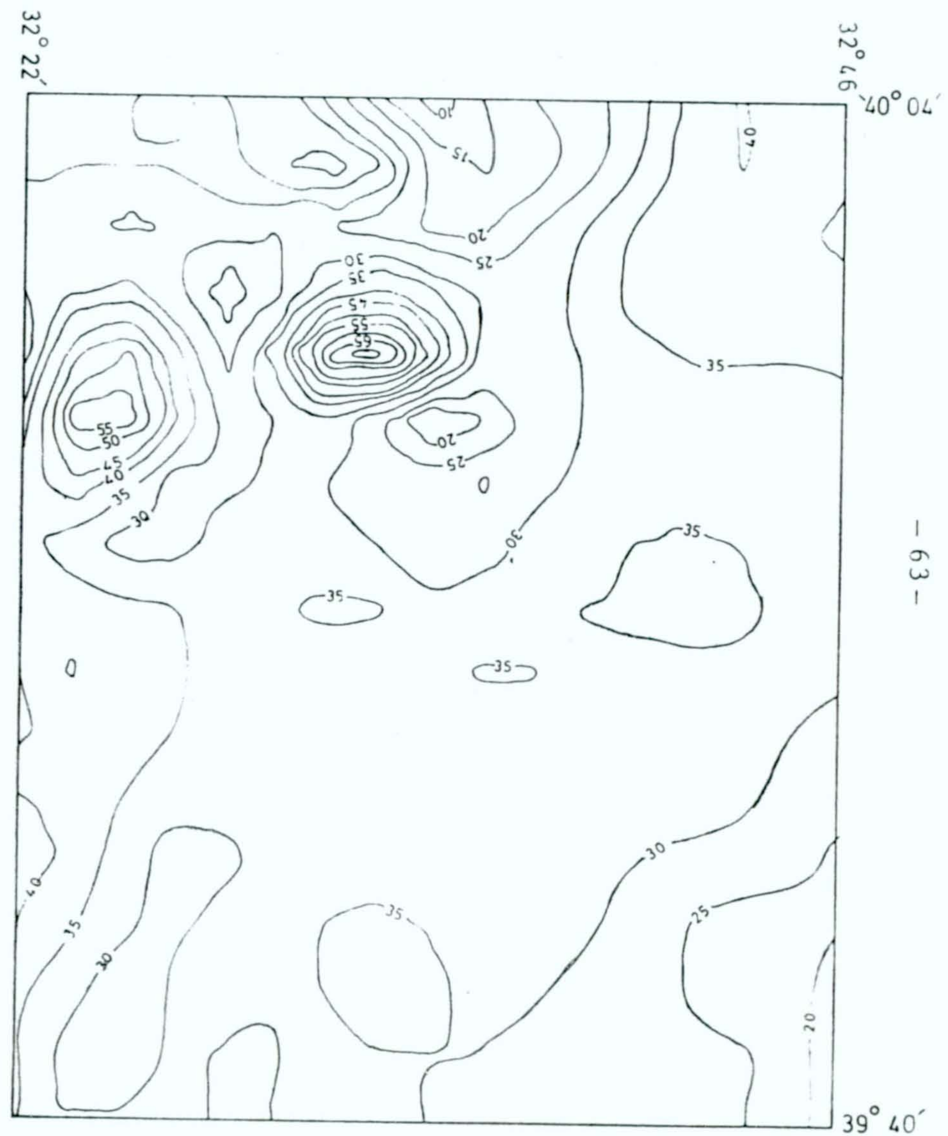
Anomali Türü	Nokta Sayısı	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Yükseklikle Korelasyon	Max. Değer	Min. Değer
Δg_B	143	-78.509 mgal	7.11 ±0.59	-0.09817 ±0.0838	-52.90	-94.75

Çizelge 5.2: Bouguer Anomalilerine İlişkin İstatistik Bilgiler

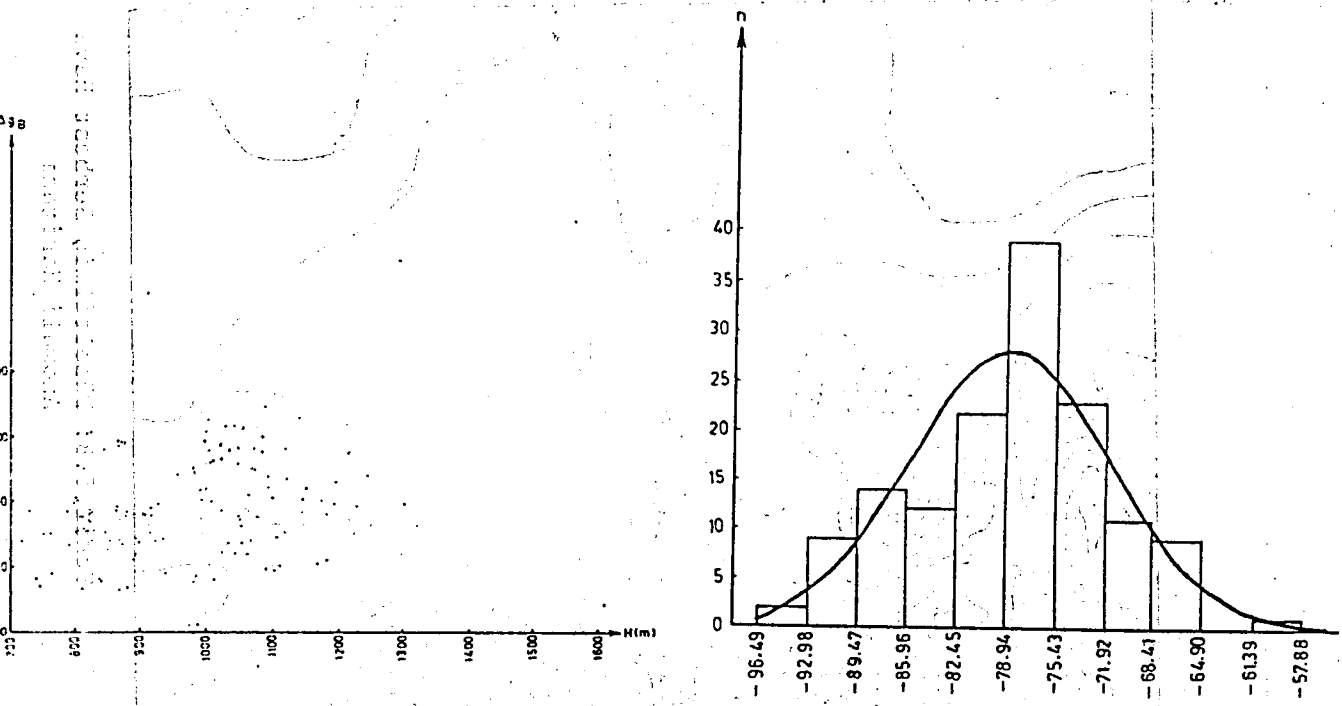


Şekil 5.7: Serbest Hava Anomali Haritası

Ölçek
0 2.5 5km



Şekil 5.8: Düzeltilmiş Serbest Hava Anomali Haritası



(a) (b)

Şekil 5.9: Bouguer Anomalilerinin Yükseklikle Korelasyonu ve Dağılım Histogramı

5.23 İzostatik Anomalilerin Hesabı

İzostatik anomalilerin hesaplanmasında *Pratt-Hayford* izostatik sisteminden yararlanılmıştır. Jeoid yüzündeki izostatik gravite,

$$g_I = g_p - A_T + A_C + F \qquad (5.11)$$

biçimindeki (3.18) bağıntısından hesaplanmıştır. Buradaki g_p ve F sembolleri daha önceki anlamlarında kullanılmıştır. Diğer sembollerin anlamları ise ;

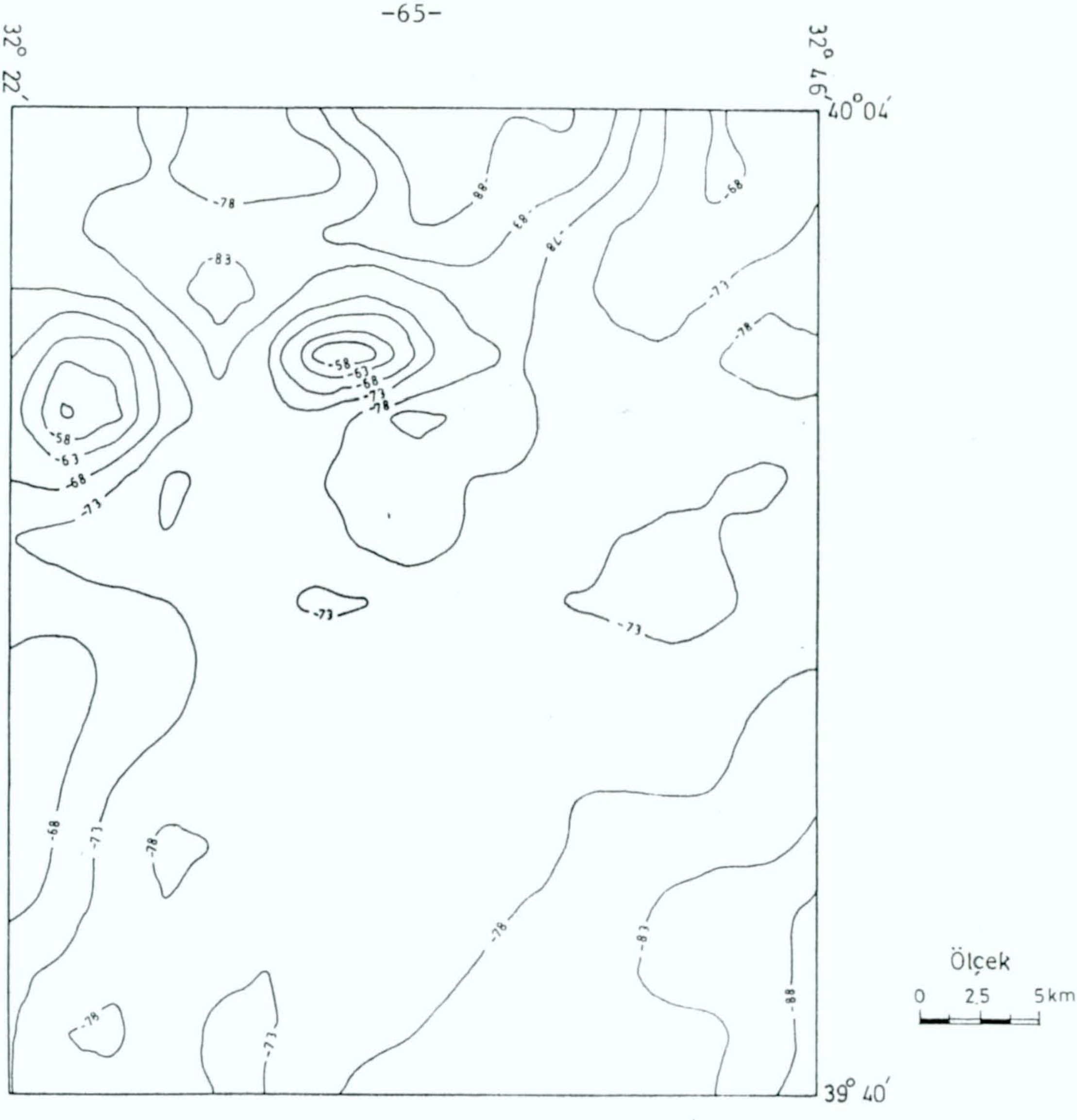
A_T : Topografik kitlelerin çekim etkisi,

A_C : Dengeleyici kitlelerin çekim etkisidir.

İzostatik anomaliler ise,

$$\Delta g_I = g_I - \gamma \qquad (5.12)$$

eşitliğine göre hesaplanır.



Şekil 5.10: Bouguer Anomali Haritası

İzostatik anomalilerin hesaplanmaları (5.11) ve (5.12) eşitliklerinin daha önceki hesaplamalardan yararlanılacak biçimde değiştirilmesiyle yapılmıştır. Şöyleki: (3.7) ve (5.2) eşitliklerine göre (5.11) şu şekilde yazılabilir.

$$g_I = g_o - A_T + A_C \tag{5.13}$$

Bu bağıntının (5.12)'ye sokulmasıyla,

$$\Delta g_I = g_o - \gamma - A_T + A_C \tag{5.14}$$

olarak elde edilir. Burada (3.8)'in gözönüne alınmasıyla,izostatik anomalilerin sayısal hesaplanmasına ilişkin,

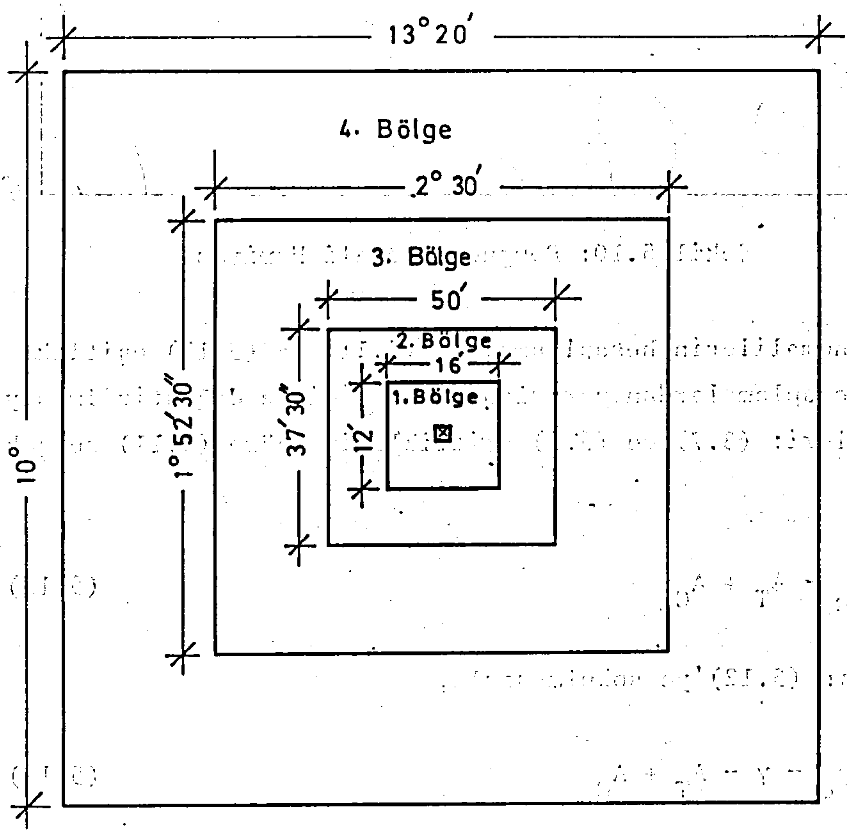
$$\Delta g_I = \Delta g_F - A_T + A_C \tag{5.15}$$

bağıntısı bulunur.

İzostatik anomalilerin (5.15)'e göre hesaplanabilmesi için A_T ve A_C çekim etkilerinin hesaplanması yeterlidir. Çünkü Δg_F anomalileri daha önceden hesaplanmıştır.

A_T ve A_C Çekim Etkilerinin Hesabı :

Hesaplamalar ızgara yöntemine göre yapılmıştır. Bunun için Şekil 5.11'de görüldüğü gibi yeryüzü jeodezik koordinat çizgileriyle sınırlanan 5 bölgeye ayrılmıştır. Bu bölgelerden 2., 3. ve 4.bölgeler uygulama alanı içindeki tüm dayanak noktaları için sabit olup, 1. ve 0.bölge her dayanak noktası için değişkendir. Şekil 5.11 herhangi bir ölçü noktası için çizilmiştir.



Şekil 5.11: Bölgeler ve Boyutları

Her bölge kendi içerisinde yeniden bölümlenmiştir. Bölmelerin boyutları her bölge için değişik olup ölçü noktasından uzaklaştıkça büyümektedir. Bölgelerin ve içerisindeki bölmelerin (blokların) boyutları Çizelge 5.3 de verilmiştir.

	0.Bölge	1.Bölge	2.Bölge	3.Bölge	4.Bölge
Bölge Boyutları	15"×20"	12'×16'	37' 30"×50'	1^{0} 52' 30" × 2^{0} 30'	10^{0}×13^{0} 20'
Bölme Boyutları	Rastgele	15"×20"	45"×60"	3' 45"×5'	18' 45"×25'
Toplam Bölme Sayısı	4 × n*	33300	2500	900	1024
Kullanılan Bölme Sayısı	4	2303	2244	800	988

Çizelge 5.3: Bölge ve Bölme Boyutlarıyla sayıları
(n*:Ölçü nokta sayısı)

Bölmelerin (blokların) ortalama yükseklikleri topografik haritalardan okunmuştur. 15"×20" boyutlu bölmelerden oluşan 1.bölgedeki ortalama yükseklikler, 1/25 000 ölçekli topografik haritalardan 56 adedi üzerindeki toplam 33300 bölme için okunmuştur.

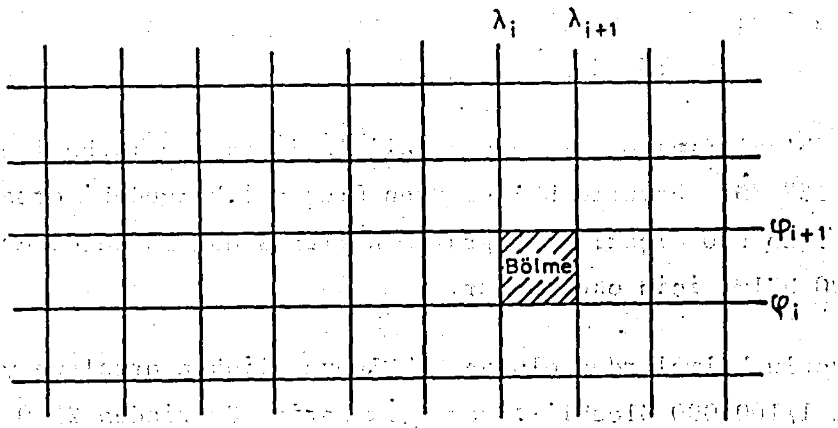
45"×60" boyutlu bölmelerden oluşan 2.bölgeye ilişkin ortalama yükseklikler, 4 adet 1/100 000 ölçekli topografik harita üzerinden 2500 bölme için okunmuştur.

3' 45"×5' boyutlu bölmelerden oluşan 3.bölgeye ilişkin ortalama yükseklikler, 3 adet 1/250 000 ölçekli topografik harita üzerinden 900 bölme için okunmuştur. Son olarak 18' 45"×25' boyutlu bölmelerin ortalama yükseklikleri çeşitli ölçeklerdeki (1/100 000 , 1/1 500 000 , 1/2 500 000 ve 1/5 000 000 ölçekli) fiziki haritalardan okunmuştur. Ayrıca 4.bölgede bulunan ve denize rastlayan bölmelerin derinlikleri de deniz haritalarından alınmıştır.

0.bölgede yükseklik okumaları yapılmamıştır. Bunun yerine her bölmenin ortalama yüksekliği (h) ölçü noktasının yüksekliğine (h_p) eşit alınmıştır. Böylesi bir yaklaşıklık, sonuçları ±0.2 mgal etkilemektedir.

Izgara yöntemine göre bölmelerin (blokların) çekim etkilerinin hesaplanması :

Izgara yöntemiyle bölmelerin çekim etkileri hesaplanırken Şekil 5.12'de görüldüğü gibi yeryüzü, koordinat çizgileriyle bölmelere ayrılır. Her bölme bir hacim elemanı gibi düşünülerek, bu hacim elemanlarının ölçü noktasındaki çekim etkileri bir integrasyonla hesaplanır. İntegrasyonda kullanılan hacim elemanı Şekil 5.13'de görüldüğü gibi seçilmiştir. Bölümleme, çeşitli koordinat çizgileriyle oluşturulabilir. Ancak genel bir bölümleme için coğrafi koordinatlardan yararlanılmıştır. Eşitlikler, coğrafi koordinatlarda verilen bölme köşe koordinatları (e,m,n) yerel dik koordinatlara dönüştürülerek kullanılmıştır. Dönüştürme işlemi, 0. ve 1.bölge bölmeleri için düzlem, 2., 3. ve 4. bölge bölmeleri için de küresel yaklaşıma göre yapılmıştır.



Şekil 5.12: Izgara yönteminde coğrafi koordinat çizgileriyle oluşturulan bölmeler

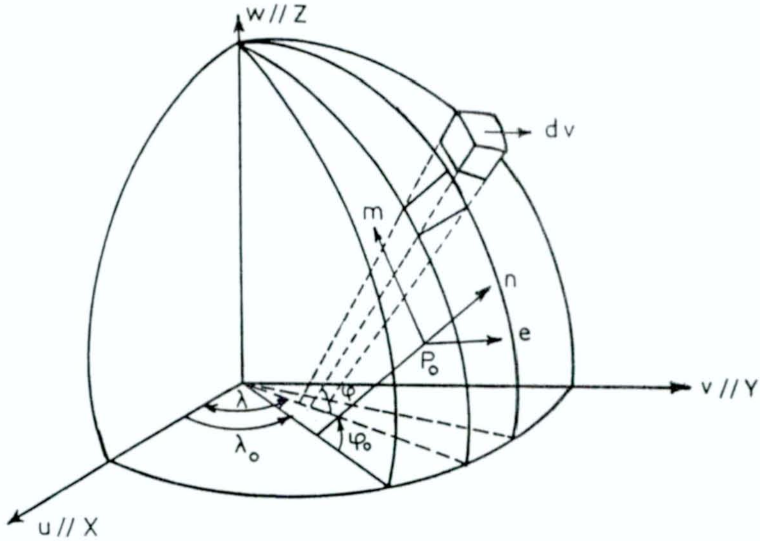
Şekil 5.14'de görülen dv birim hacim elemanının, koordinatları (e_o, m_o, n_o) olan P_o ölçü noktasında yarattığı düşey çekim etkisi ;

$$dv = de\ dm\ dn \quad , \quad dq = \Delta\rho\ dv$$

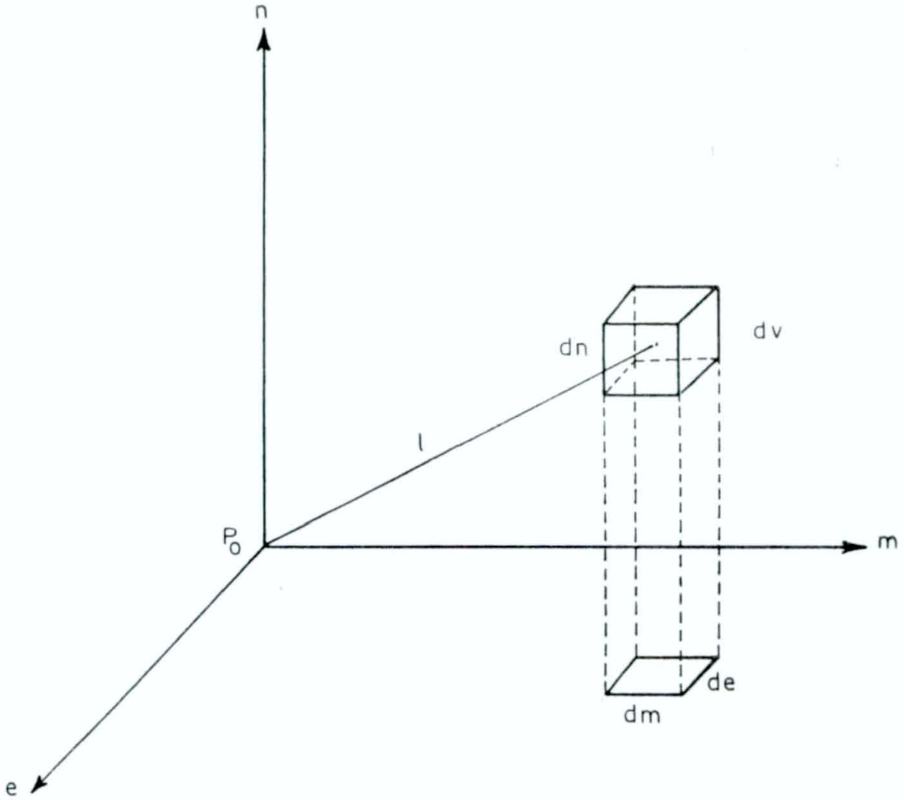
olmak üzere,

$$dg_n = k\Delta\rho \int_{n_1}^{n_2} \int_{m_1}^{m_2} \int_{e_1}^{e_2} (e^2+m^2+n^2)^{-3/2} . n \; dv \qquad (5.16)$$

integraliyle hesaplanır, (E. Ayhan, 1981).



Şekil 5.13: Coğrafi koordinatlara da oluşturulan bölümlemede hacim elemanı



Şekil 5.14: Birim hacim elemanı

(5.16) integrali tüm topografik ve izostatik bölmeler için ayrı ayrı çözülerek topografik ve izostatik kitlelerin ölçü noktasındaki (P_o) düşey çekim etkileri bulunur.

(5.16) integralinin çözümü oldukça uzun ve karmaşık bir işlem olup burada yalnız sonuç eşitliği verilecektir. Sözkonusu eşitlik aşağıdaki gibidir.

$$
\begin{aligned}
C_{Top.bölme} = {} & m_2 \ln \frac{e_2+T_1}{e_2+T_6} + m_1 \ln \frac{e_2+T_3}{e_2+T_8} + m_2 \ln \frac{e_1+T_5}{e_1+T_2} + m_1 \ln \frac{e_1+T_7}{e_1+T_4} \\
& + e_2 \ln \frac{m_2-T_6}{e_2-T_1} + e_1 \ln \frac{m_2-T_2}{m_2-T_5} + e_2 \ln \frac{m_1-T_8}{m_1-T_3} + e_1 \ln \frac{m_1-T_4}{m_1-T_7} \\
& + 2n_2\Big(\tan^{-1} \frac{m_1+e_2+T_3}{n_2} + \tan^{-1} \frac{m_2+e_1+T_5}{n_2} - \tan^{-1} \frac{m_2+e_2+T_6}{n_2} \\
& - \tan^{-1} \frac{m_1+e_1+T_4}{n_2}\Big) + 2n_1\Big(\tan^{-1} \frac{m_2+e_2+T_5}{n_1} - \tan^{-1} \frac{m_1+e_1+T_7}{n_1} \\
& - \tan^{-1} \frac{m_1+e_2+T_8}{n_1} - \tan^{-1} \frac{m_2+e_1+T_2}{n_1}\Big)
\end{aligned}
\qquad (5.17)
$$

(5.17) eşitliğinde geçen $T_i (i = 1,2,3,\ldots,8)$ kısaltmaları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır, (E.Ayhan, 1981).

$$T_1 = (e_2^2 + m_2^2 + n_1^2)^{1/2}, \quad T_2 = (e_1^2 + n_1^2 + m_2^2)^{1/2}, \quad T_3 = (e_2^2 + n_2^2 + m_1^2)^{1/2},$$

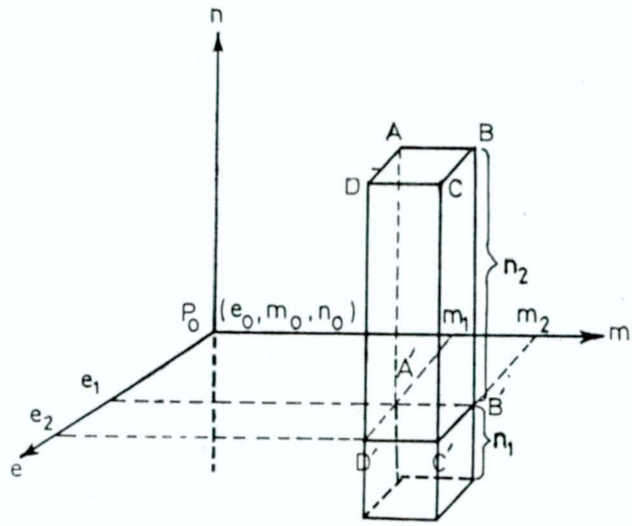
$$T_4 = (e_1^2 + n_2^2 + m_1^2)^{1/2}, \quad T_5 = (e_1^2 + n_2^2 + m_2^2)^{1/2}, \quad T_6 = (e_2^2 + n_2^2 + m_2^2)^{1/2},$$

$$T_7 = (e_1^2 + n_1^2 + m_1^2)^{1/2}, \quad T_8 = (e_2^2 + n_1^2 + m_1^2)^{1/2}$$

Şekil 5.15'de (e_1, m_1, n_1) ve (e_2, m_2, n_2) koordinatlarıyla $T_i (i = 1,2,\ldots,8)$ simgeleri geometrik olarak görülmektedir.

(5.16) ve (5.17) eşitliklerinde geçen e_1, m_1, n_1 ve e_2, m_2, n_2 yerel dik koordinatları, P_o başlangıç olmak üzere;

$$
\begin{aligned}
e_1 &= e_o + R \cos\phi_1 (\lambda_1 - \lambda_o) , & e_2 &= e_o + R \cos\phi_2 (\lambda_2 - \lambda_o) \\
m_1 &= m_o + R (\phi_1 - \phi_o) , & m_2 &= m_o + R(\phi_2 - \phi_o) \qquad (5.18) \\
n_1 &= H_o , & n_2 &= H_q
\end{aligned}
$$



$T_1 = \overline{P_oC'}$, $T_2 = \overline{P_oB'}$

$T_3 = \overline{P_oD}$ $T_4 = \overline{P_oA}$

$T_5 = \overline{P_oB}$ $T_6 = \overline{P_oC}$

$T_7 = \overline{P_oA'}$ $T_8 = \overline{P_oD'}$

Şekil 5.15: Bölmelerin köşe koordinatları

eşitliklerinden hesaplanmıştır,(O.Gürkan 1977).

Kara ve deniz bölmelerinde (5.16) integralinin sayısal çözümü için önce C katsayısı hesaplanmıştır. Sonra bu C katsayıları $k.\Delta\rho_i$ ile çarpılarak i. bölmenin düşey çekim etkisi elde edilmiştir.

(5.16) integralinin sınır değerleri ve $\Delta\rho_i$ yoğunluk değişimleri topografik deniz ve kara bölmeleri için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Topografik deniz bölmeleri için :	Topografik kara bölmeleri için :
$\Delta\rho_q = (\rho_w - \rho_o)$	$\Delta\rho_q = \rho_o \cdot \frac{D}{D + H_q}$
$n_1 = H_q$	$n_1 = 0$
$n_2 = 0$	$n_2 = H_q$

İzostatik deniz ve kara bölmeleri için de yukarıdaki sınır ve yoğunluk değişimlerine benzer olarak aşağıdaki değerler tanımlanmıştır.

Topografik deniz bölmeleri için :

$$\Delta\rho_q = (\rho_w - \rho_o) \cdot \frac{H_q}{D - H_q}$$

$$n_1 = -D$$

$$n_2 = -H_q$$

Topografik kara bölmeleri için :

$$\Delta\rho_q = \rho_o \frac{H_q}{D + H_q}$$

$$n_1 = -D$$

$$n_2 = 0$$

Bu tanımlarda geçen sembollerin anlamları ise :

ρ_o : Yeryuvarının kabuk yoğunluğu (2.67 gr cm^{-3})

ρ_w : Deniz suyunun yoğunluğu (1.027 gr cm^{-3})

D : Denge derinliği (100 km. alınmıştır)

H_q : Bölmelerin ortalama yüksekliği ya da derinliği.

Uzak bölgelerin ölçü noktasında yarattığı düşey çekim etkilerinin hesaplanmasında yine (5.16) integral eşitliğinden yararlanılmış ancak e_1, m_1, n_1 ve e_2, m_2, n_2 sınır değerleri küresel formüllere göre hesaplanmıştır. Yine D izostatik denge derinliği küresellikten dolayı düzeltilmiştir. Küresel eşitlikler (5.18)'dekilere benzer olarak,

$$e_1 = e_o + R(1+\frac{H_o}{R})\cos\phi_1 . \sin(\lambda_1-\lambda_0), \quad e_2 = e_o + R(1+\frac{H_o}{R})\cos\phi_2 \sin(\lambda_2-\lambda_0)$$

$$m_1 = m_o + R(1+\frac{H_o}{R})\sin\phi_1 \cos\phi_o - \cos\phi_1 \sin\phi_0 \cos(\lambda_1-\lambda_0)$$

$$m_2 = m_o + R(1+\frac{H_o}{R})\sin\phi_2 \cos\phi_o - \cos o_2 \sin\phi_0 \cos(\lambda_1-\lambda_0) \qquad (5.19)$$

$$n_1 = -D \quad , \quad n_2 = H_q$$

eşitliklerinden hesaplanmıştır. (O.Gürkan,1977).

Uzak bölgeler için (5.16) integralinin sınır değerleri ve $\Delta\rho_i$ yoğunluk değişimleri topografik deniz ve kara bölmeleri için yakın bölgelerdekinin aynısıdır. Benzer olarak uzak bölgelerin izostatik bölmeler için de yakın bölgenin aynısı alınmıştır.

Buraya kadar anlatılan işlemler bir tek,

- Topografik deniz bölmesi (A_{DT})
- Topografik kara bölmesi (A_{KT})
- İsostatik deniz bölmesi (A_{DC})
- İzostatik kara bölmesi (A_{KC})

içindir. Bundan sonra her bölme için tek tek $A_{DT}, A_{KT}, A_{DC}, A_{KC}$ çekim etkileri hesaplanarak,

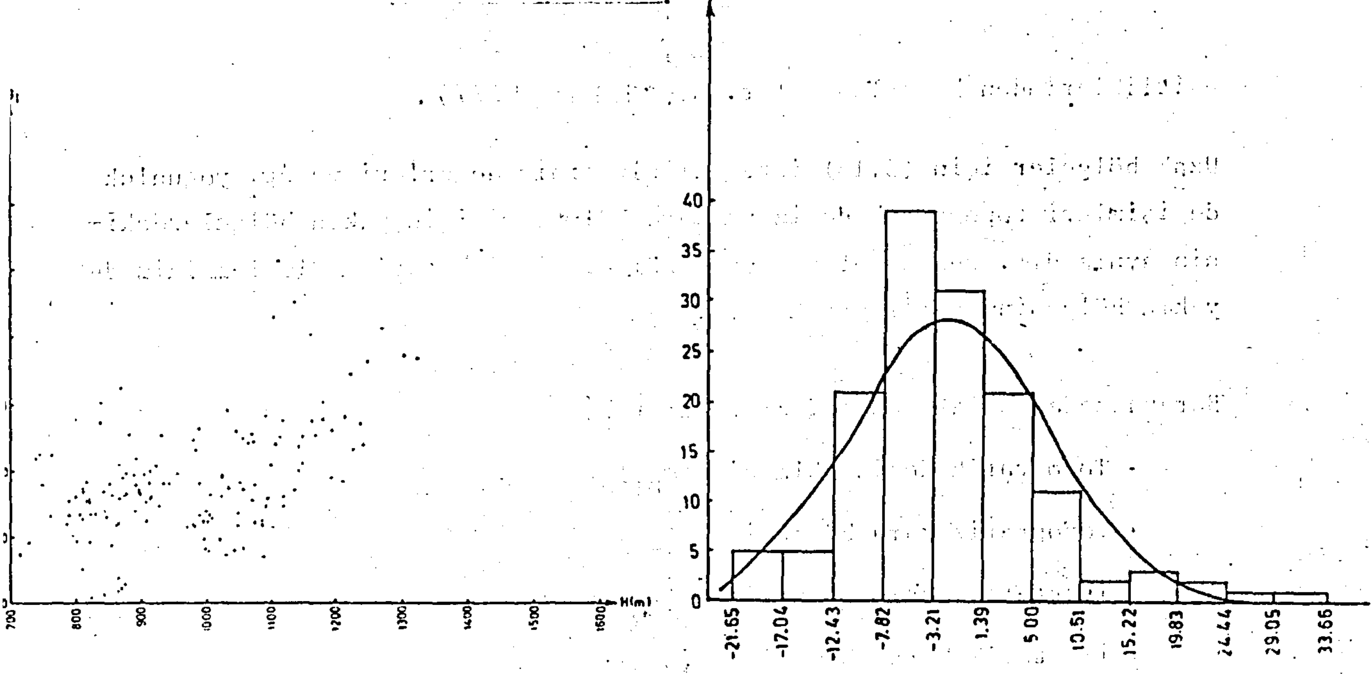
$$A_T = \Sigma A_{DT} + \Sigma A_{KT}$$

ve

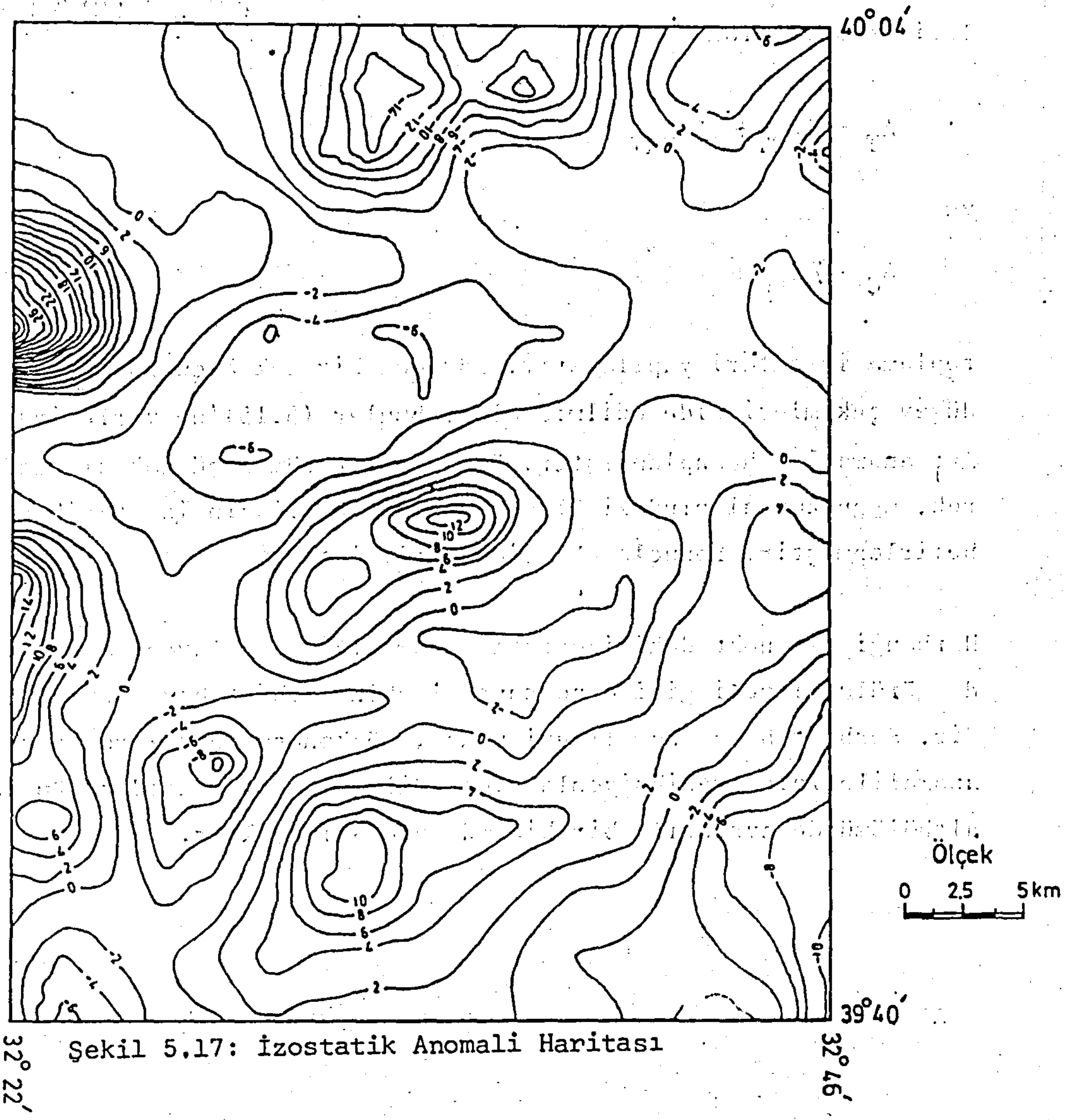
$$A_C = \Sigma A_{DC} + \Sigma A_{KC}$$

toplama işlemleri yapılmıştır. Böylece bir tek ölçü noktasındaki A_T ve A_C düşey çekimleri elde edilmiş olur. Bunlar (5.15)'de yerlerine yazılarak Δg_I anomalisi hesaplanmıştır. Bu işlemler tüm ölçü noktalarında yinelenerek, uygulama alanındaki ölçü noktalarına ilişkin izostatik anomaliler belirlenmiştir. Sonuçlar Ek 1'de verilmiştir.

Herhangi bir noktadaki izostatik anomaliyi hesaplayabilmek için (5.15)'den de görülebileceği gibi o noktaya ilişkin serbest hava anomalisi gereklidir. Serbest hava anomalileri yoksa; sözkonusu noktalarda serbest hava anomalilerinin prediksiyonla elde edilmesi gerekmektedir. Bu konu 5.43 altbölümünde ayrıntılı bir biçimde ele alınacaktır.



Şekil 5.16: İzostatik Anomalilerin Yükseklikle Korelasyonu ve Dağılım Histogramı



Şekil 5.17: İzostatik Anomali Haritası

Çizelge 5.3'de izostatik anomalilere ilişkin istatistik bilgiler verilmiştir. Şekil 5.16'da izostatik anomalilerin yükseklikle korelasyonu ve dağılım histogramı görülmektedir.

Anomali Türü	Nokta Sayısı	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Yükseklikle Korelasyon	Max Değer	Min Değer
Δg_I	143	-1.659 m gal	±9.22 ±0.77	+0.56523 ±0.0695	39.29	-19.35

Çizelge 5.4 : İzostatik Anomalilere İlişkin İstatistik Bilgiler.

5.3 Bölgesel Kovarıyans Fonksiyonunun Belirlenmesi

Bu altbölümde, kovariyans ve kovariyans fonksiyonuna ilişkin 4.3 altbölümünde verilen eşitlikler ele alınacaktır. Kovariyans fonksiyonunun türünün seçimi ve parametrelerinin hesaplanması da bu altbülümün kapsamı içindedir.

5.31 Gravite Anomalilerinin Merkezlendirilmesi

Gravite anomalilerinin prediksiyonu için anomalilerin istatistik davranışlarının bilinmesi gerektiği daha önceki bölümlerde yeri geldikçe vurgulanmıştır. Sözkonusu istatistik davranışlardan, anomaliler arasındaki korelasyonlar anlaşılmalıdır. Eğer gravite anomalileri sıfır ortalamalı rastgele değişkenlerse, kovariyanslar yerine korelasyonlar kullanılır. Bölgesel çalışıldığı için bu koşul gerçekleşmeyebilir, yani Δg'lerin ortalaması sıfır olmayabilir. Bu durumda anomalilerin merkezlendirilmesi gerekir.

Gravite anomalilerinin merkezlendirilmesi için iki yol izlenmiştir.

• Birincisi, ölçü noktalarındaki anomalilerin ortalaması hesaplanmış ve bu ortalama (4.25) eşitliğinde yerine konularak, yani

$$\Delta \overset{*}{g} = \Delta g - E\{\Delta g\} \qquad (5.20)$$

işlemi her anomali için yapılarak $\Delta \overset{*}{g}$ merkezlendirilmiş anomaliler elde edilmiştir. Bu işlemin geometrik anlamı ise; veri uzayından yatay bir düzlem geçirilerek, Δg anomalileriyle sözkonusu yatay düzlem arasındaki farkların belirlenmesidir. Sözkonusu farklar, Δg^* merkezlendirilmiş gravite anomalileridir.

İkinci yol ise; ölçü noktalarında hesaplanan gravite anomalilerinden ikinci dereceden,

$$T(x,y) = \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} C_{ij}\, x^i y^j \tag{5.21}$$

biçiminde polinomsal bir yüzey geçirilmiş ve enküçük kareler yöntemine göre C_{ij} katsayıları hesaplanmıştır. Bu katsayılar ve anlamlılık düzeyleri Çizelge 5.5'de verilmiştir. Çizelge 5.5'de t test büyüklüğü ile $t_{f,0.95}$ çizelge değerlerinin karşılaştırılmasından, Δg_I anomalilerine ilişkin C_{10} ve C_{01} katsayıları dışındaki diğer tüm C_{ij} katsayılarının 0.95 olasılıkla anlamlı oldukları sonucu ortaya çıkar. C_{ij} katsayılarıyla hesaplanan T(x,y) büyüklükleri,

$$\Delta g^* = \Delta g - T(x,y) \tag{5.22}$$

eşitliğinde yazılarak Δg^* merkezlendirilmiş anomaliler elde edilmiştir. Eğer (5.21)'de geçen C_{ij}'ler bir $\bar{X}$ ile gösterilirse, (5.22) (4.44) eşitlikleri notasyon olarak da özdeş olur.

5.32 Kovariyans Değerlerinin Hesaplanması

(5.20) ya da (5.22) eşitliklerine göre merkezlendirilmiş olan gravite anomalileri arasındaki özkovariyans değerlerinin sayısal olarak elde edilmesinde izlenen işlem sırası şöyledir :

- Δg^* merkezlendirilmiş anomalilerin kuşak (zon) aralığına göre gruplandırılması: Gruplandırma işlemi,

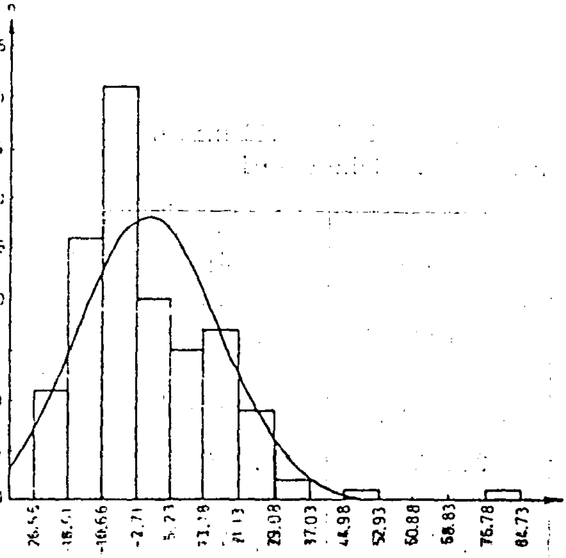
$$D_k - \Delta d < d_{ij} < D_k + \Delta d \tag{5.23}$$

denetleme formülüyle yapılır. Bu formüldeki, Çizelge 5.5 : Anomalilerin Merkezlendirilmesinde Kullanılan C_{ij} Katsayıları ve Anlamlılık Düzeyleri

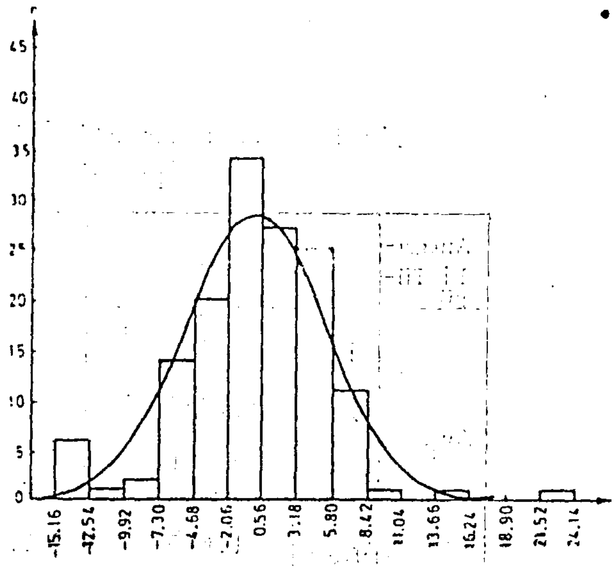
Anomali Türü		C_{00}	C_{10}	C_{01}	C_{11}
Δg_F	C_{ij}	28.577618	0,299677	-0,182743	0,010879
	m_c	±1.393264	±0,105456	±0,084251	±0.006461
	t	20.511	2,842	2,169	1.684
	$t_{f,0.95}$	1.645	1.645	1.645	1.645
Δg_B	C_{ij}	-77.998744	-0.205252	0.100831	0,009533
	m_c	± 0.468239	±0,035441	±0.028315	±0.002171
	t	166.579	5,791	3.561	4.391
	$t_{f,0.95}$	1.645	1.645	1.645	1.645
Δg_{FD}	C_{ij}	30.139042	-0,146535	0.072842	0,010255
	m_c	±0.459820	±0,034804	±0,027805	±0.002132
	t	65.545	4.210	2.620	4.810
	$t_{f,0.95}$	1.645	1.645	1.645	1.645
Δg_I	C_{ij}	-1.682649	-0.015554	-0.012876	0.011608
	m_c	±0,771493	±0.058394	±0,046652	±0.003578
	t	2.181	0.266	0.276	3.244
	$t_{f,0.95}$	1.645	1.645	1,645	1.645

Serbestlik derecesi $f = n-u \quad 143 - 4 = 139$

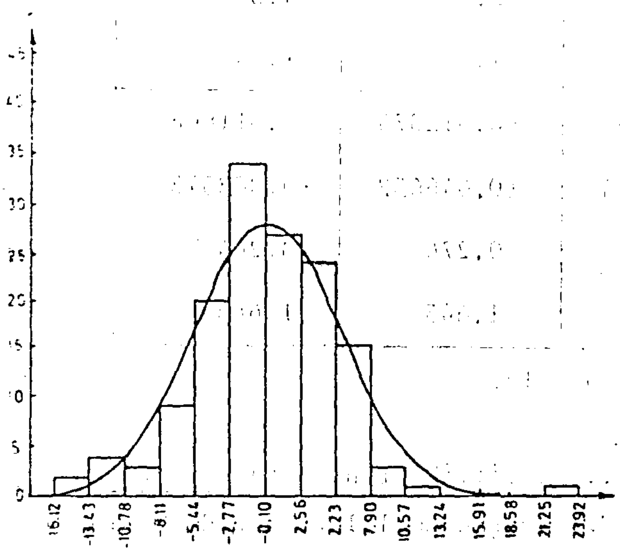
Gravite anomalilerinin (5.20) ve (5.22) eşitliklerine göre merkezlendirilmesinden bulunan $\overset{*}{\Delta g}$ merkezlendirilmiş anomaliler Ek 2'de verilmiştir. Merkezlendirilmiş $\overset{*}{\Delta g}$ anomalilerinin dağılım histogramları da şekil 5.18'de görülmektedir.



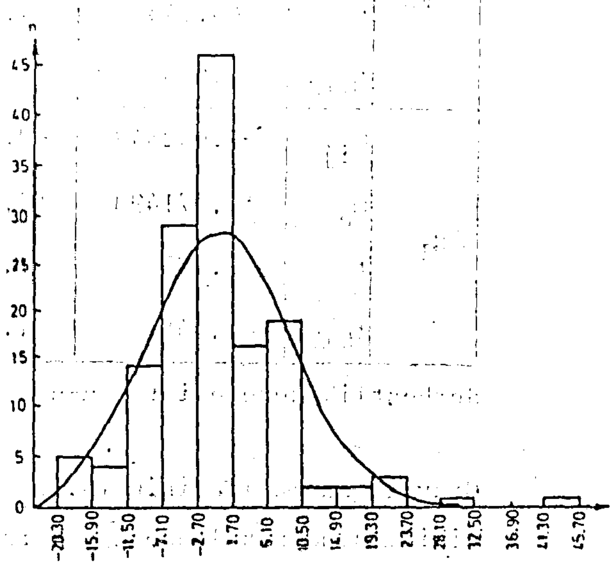
a) Δg_F^*'lerin dağılım histogramı



b) Δg_{FD}^*'lerin dağılım histogramı



c) Δg_B^*'lerin dağılım histogramı



d) Δg_I^*'lerin dağılım histogramı

Şekil 5.18: (5.22) eşitliğine göre merkezlendirilen gravite anomalilerinin (Δg^*) dağılım histogramları

D_k : k.ncı kuşağın ortalama yapıçapını,

Δd : Kuşak aralığının yarısını,

d_{ij} : i ve j noktaları arasındaki uzaklığı

simgelemektedir. Kuşak ortalama yarıçapı D_k ile kuşak aralığının yarısı Δd arasında,

$$D_k = 2(k-1).\Delta d \tag{5.24}$$

ilişkisi vardır. (5.24) ilişkisi (5.23) eşitliğiyle birlikte düşünülürse;

$$\Delta d.(k-3) < d_{ij} < (2.k-1)\Delta d \tag{5.25}$$

elde edilir. (5.25) eşitliğinden de görülebileceği gibi grup ya da kuşak sınırları, Δd ile ilişkilidir. Δd 'nin seçimi için kesin bir kural olmakla birlikte, deneysel ya da sezgisel olarak seçilebilir. Ölçü noktaları arasındaki olası tüm ikili çarpımların sayısı, n nokta sayısı olmak üzere,

$$N = \frac{n!}{2!(n-2)!} \tag{5.26}$$

formülüyle bulunur. Herhangi bir kuşakdaki ikili çarpım sayısı ise, Δd ve d_{ij}'ye bağlı olduğundan Δd 'nin seçimi ve d_{ij}'lerin hesaplanması sonucu bulunabilir.

- Kuşaklardaki Kovariyans Değerlerinin Hesaplanması: Δd parametresinin seçilmesiyle, altprogramlar içerisinde sayısal olarak oluşan kalıplardan (şablonlardan) yararlanılarak ölçü noktaları arasındaki ikili çarpımlar gerçekleştirilir. Kalıpların geometrik görünümü şekil 5.19'da görülmektedir.

$$C_{ij} = C(d_{ij}) = E\{\Delta g^*_i \cdot \Delta g^*_j\} \tag{5.27}$$

formülüyle her kuşakdaki ikili çarpımlar üzerinden oluşturulacak ortalamalar, uzaklığın bir fonksiyonu olarak kovariyans değerini verecektir. Noktalar arasındaki d_{ij} uzunlukları,

$$\cos\psi_{ij} = \sin\phi_i \sin\phi_j + \cos\phi_i \cos\phi_j \cos(\lambda_j - \lambda_i) \qquad (5.28)$$

eşitliğinden ψ_{ij} açısal uzunluğu hesaplanarak,

$$d_{ij} = R.\psi_{ij} \qquad (5.29)$$

formülüne göre hesaplanır. (5.28) ve (5.29) eşitliklerinde geçen semboller :

ϕ_i : i noktasının jeodezik enlemi,

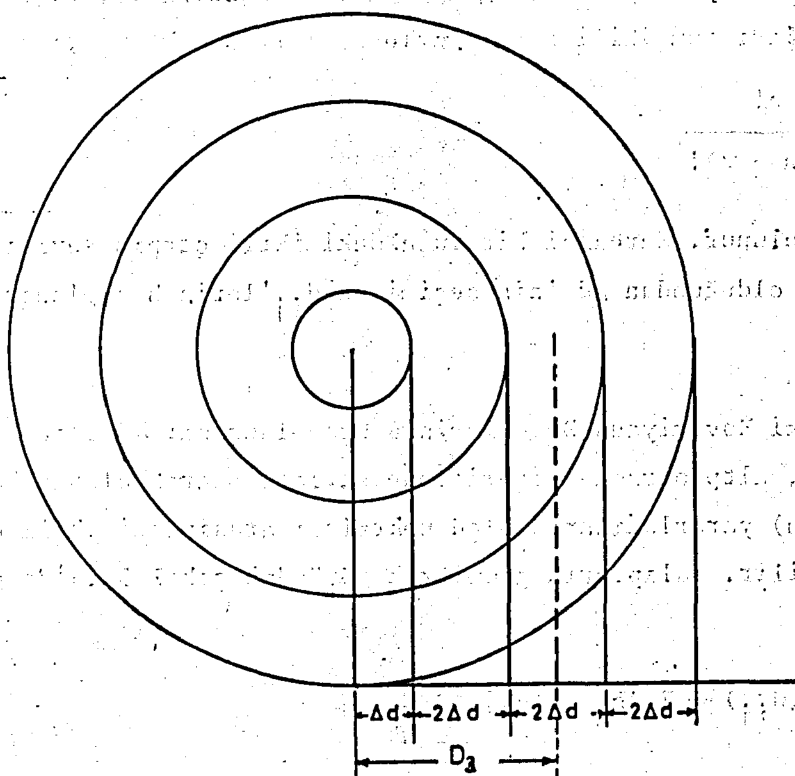
ϕ_j : j noktasının jeodezik enlemi,

λ_i : i noktasının jeodezik boylamı,

λ_j : j noktasının jeodezik boylamı,

ψ_{ij} : i ve j noktaları arasındaki açısal uzunluk,

d_{ij} : i ve j noktaları arasındaki küresel uzunluktur.



Şekil 5.19: Kalıpların geometrik görünümü

• Kovariyans Değerlerinin Normlandırılması :

Hesaplamalarda bazı çarpma işlemlerinden ve büyük sayılardan kurtulmak için, (5.27) eşitliğinden hesaplanan kovariyans değerleri normlandırılmıştır. Ayrıca çeşitli kovariyans fonksiyonlarının karşılaştırılması için normlandırılmış kovariyanslar daha uygundur,(H.Demirel,1977).

Normlandırma İşlemi ;

- Stokastik büyüklükleri normlandırarak,
- Kovariyans değerlerini normlandırarak

becerilebilir.

Birinci yöntemde, merkezlendirilmiş $\overset{*}{\Delta g}$ anomalilerine ilişkin deneysel variyans, s^2 'nin hesaplanması gerekir. Bu amaçla,

$$s^2 = E\{\overset{*}{\Delta g}{}_i^2\} \qquad (5.30)$$

eşitliğinden s^2 variyansı hesaplanmıştır. Bundan sonra s^2 variyansı,

$$\overset{*}{\Delta g}_{i,norm} = \frac{\overset{*}{\Delta g}_i}{s} \qquad (5.31)$$

formülünde yerine yazılarak $\overset{*}{\Delta g}_{i,norm}$ normlandırılmış stokastik büyüklükler elde edilir. Normlandırılmış $\overset{*}{\Delta g}_{i,norm}$ büyüklükleriyle hesaplanan kovariyansa "Normlandırılmış Kovariyans" denir.

İkinci yönteme göre normlandırılma işlemi şu şekilde yapılır. $\overset{*}{\Delta g}_i$ merkezlendirilmiş anomalilerle hesaplanan kovariyans değerleri C_o variyansına bölünürse, normlandırılmış kovariyans değerleri bulunur. Bunun için,

$$C_{i,norm} = \frac{C_i}{C_o} \qquad (5.32)$$

eşitliğinden yararlanılmıştır. Hesaplamalarda ikinci yöntem kullanılmıştır. Normlandırılmış kovariyanslarda $C_{o,norm} = 1$ dir. Diğer $C_{i,norm}$ değerleri birden küçüktür. Başka bir deyişle,

$$C_{o,norm} > C_{i,norm} \; , \; i = 1,2,3,\ldots,k \qquad (5.33)$$

yazılabilir. Buradaki i kuşak numarası, k 'da kuşak sayısıdır.

5.33 Kovariyans Değerlerine Bir Fonksiyonun Uydurulması

Kuşakların ortalama yarıçaplarına karşılık olarak hesaplanan kovariyans değerleri ayrık(diskrit) bir dizi oluştururlar. Kuşakların ortalama yarıçaplarından (bağımsız değişken) ve bu yarıçaplara karşılık gelen kovariyans değerlerinden (bağımlı değişken) yararlanılarak standart bir fonksiyonun saptanmasıyla, kovariyans değerlerinde süreklilik sağlanabilir. Sözkonusu fonksiyon belirlenirken bazı genel ölçütler konulmalıdır. Bu ölçütler ;

- Seçilecek fonksiyon uzaklığa bağlı olmalıdır. Uzaklık sıfır olduğunda, fonksiyonun değeri C_o variyansına eşit olmalı; uzaklık sonsuz olduğundan fonksiyonun değeri sıfıra gitmelidir.

- Kovariyans fonksiyonu olarak seçilecek fonksiyon, benzer fonksiyonlar arasında en küçük ortalama hatayı vermelidir.

Bu ölçütleri en uygun düzeyde gerçekleyen fonksiyonlar kovariyans fonksiyonu olarak seçilebilir. Ayrık değerlere göre belirlenmiş tipik bir kovariyans fonksiyonu şekil 5.20'de görülmektedir.

Yerel çalışmalarda uzaklığa bağlı kovariyans fonksiyonu olarak bazı araştırıcılar tarafından önerilen fonksiyonlar şunlardır :

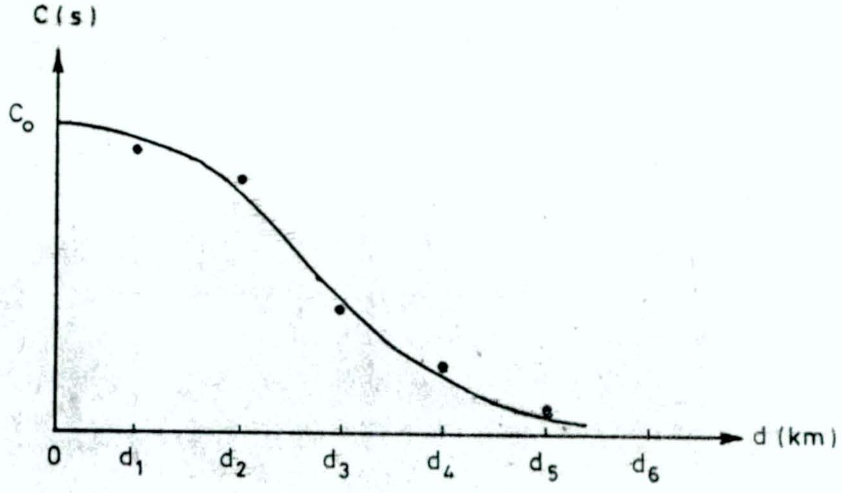
1- $C(s) = a_o + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots\ldots\ldots$ (Lauer)

s : Bağımsız değişken (argüman),

$a_o, a_1, \ldots\ldots$: Bilinmeyen parametreler ($a_o = 1$)

2- $C(s) = a^s$

a : Bilinmeyen parametre.



Şekil 5.20: Tipik bir kovariyans fonksiyonu

3- $C(s) = a^{s^2}$

a : Bilinmeyen parametre.

4- $C(s) = 1/(1 + (\frac{s}{a})^2)$ (Hirvonen)

a : Bilinmeyen parametre.

5- $C(s) = e^{-a^2 s^2}$ (Moritz)

a : Bilinmeyen parametre.

6- $C(s) = 1/(1 + a^2 s^2)^b$

a,b : Bilinmeyen parametreler.

7- $C(s) = 1/(1 + a^2 s^2)^{1/2}$

a : Bilinmeyen parametre.

8- $C(s) = 1/(1 + a^2 s^2)^{3/2}$

a : Bilinmeyen parametre.

Bu fonksiyonlar, (5.32) eşitliğine göre hesaplanan sayısal $C_{i,norm}$ değerleri kullanılarak enküçük kareler yöntemiyle dengelenmiştir. Dengeleme sonucu, fonksiyonların bilinmeyen parametreleriyle m_o karesel ortalama hataları hesaplanmıştır.

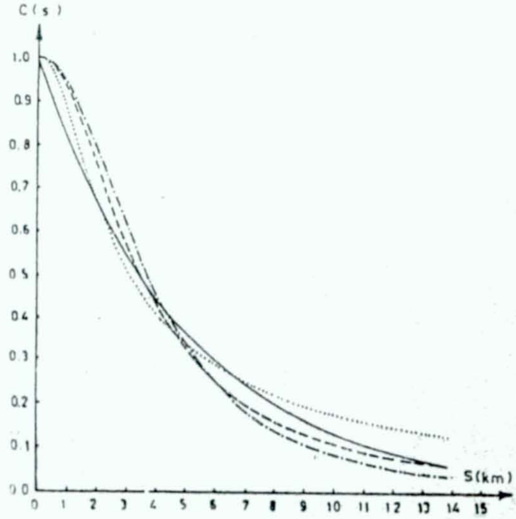
Kovariyans hesaplamalarında yukarıdaki 8 fonksiyondan 1. ve 6. fonksiyon dışındaki tüm fonksiyonlar kullanılmıştır. Bunun nedeni; yapılan hesaplamalar sonucunda 1. ve 6. fonksiyonun verilerimize uygun düşmediğinin görülmesidir. Her anomali grubu (5,20) ve (5.22) merkezlendirme eşitliklerine göre ayrı ayrı merkezlendirildikten sonra yukarıdaki 6 fonksiyonun (2.,3.,4.,5., 7. ve 8. fonksiyonlar) bilinmeyen a parametreleri ve m_o karesel ortalama hataları deneysel kovariyans değerlerinden en küçük karelerle dengeleyici eğri(curve fitting) geçirilerek hesaplanmıştır. Çeşitli kuşak aralıklarına göre elde edilen sonuçlar Ek 3'de verilmiştir.

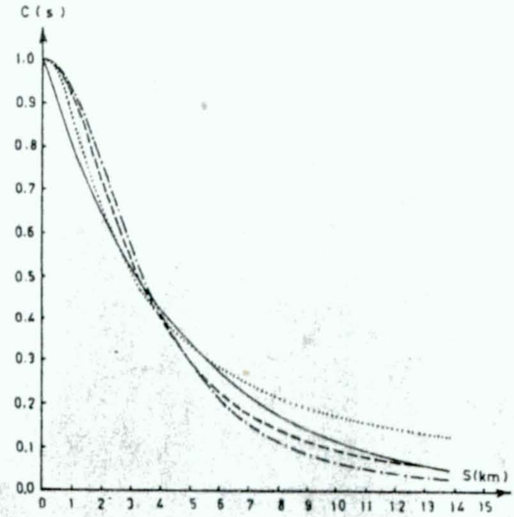
5.4 ve 5.5 altbölümlerinde ele alınacak olan gravite anomalilerinin prediksiyon modelleri için, yukarıda formülleri verilen 8 fonksiyondan 2., 4., 7 ve 8 fonksiyonlar esas alınmıştır. 3. ve 5. fonksiyonlar tüm anomali gruplarında aynı kuşak aralığı için diğer 4 fonksiyonun tümünden daha büyük karesel ortalama hata verdiğinden bundan sonraki hesaplamalarda kullanılmamıştır. Tüm anomali grupları için esas alınan 4 fonksiyonun deneysel olarak hesaplanan parametreleri ve grafiklerinden bir grup şekil 5.21' de örnek olarak verilmektedir. Bu örneklerdeki deneysel kovariyans değerleri d = 3,5 km. kuşak aralığıyla bulunanlardır.

Şekil 5.21: Deneysel Kovariyans Fonksiyonlarına İlişkin Bilinmeyen Parametreler ve Fonksiyonların Grafikleri(Deneysel kovariyans değerleri d 3,5 km. kuşak aralığı ile bulunanlardan)

a) Serbest Hava Anomalilerine ilişkin deneysel kovariyans fonksıyonlarının bilinmeyen parametreleri ve grafikleri.

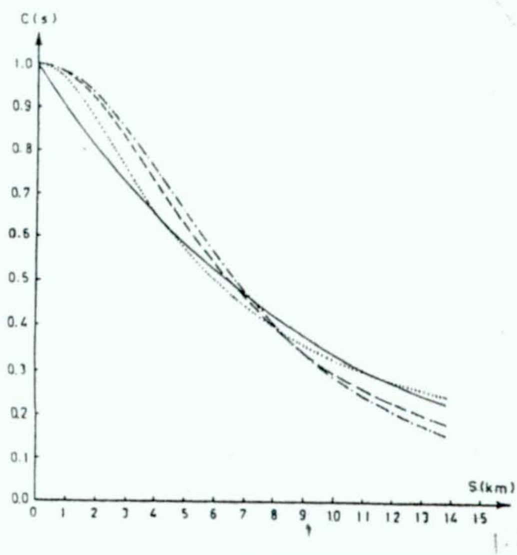
0. Derece trend C(o) = 270.275614 $mgal^2$	2.Derece trend C(o)=251.295661 $mgal^2$
2. Fonk. a_2 = 0.816323 ————	2.Fonk. a_2 = 0.804578 ————
4. Fonk. a_4 = 3.455057 --------	4.Fonk. a_4 = 3.230859 --------
7. Fonk. a_7 = 0.558230	7.Fonk. a_7 = 0.570076 ....
8. Fonk. a_8 = 0.206469 -.-.-.-.-	8.Fonk. a_8 = 0.225939 -.-.-.-.-

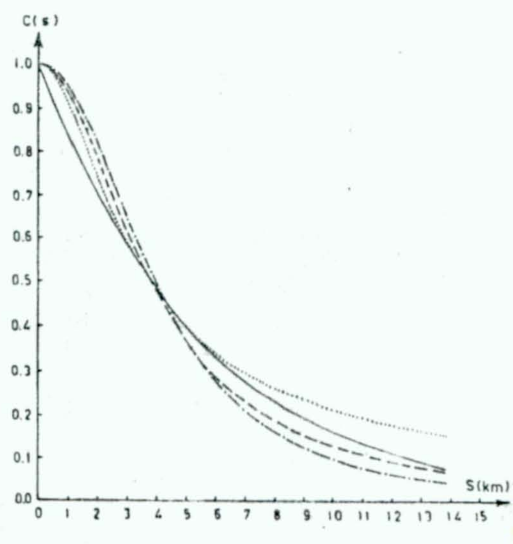




b) Düzeltilmiş serbest hava anomalilerine ilişkin deneysel kovariyans fonksiyonlarının bilinmeyen parametreleri ve fonksiyonların grafikleri

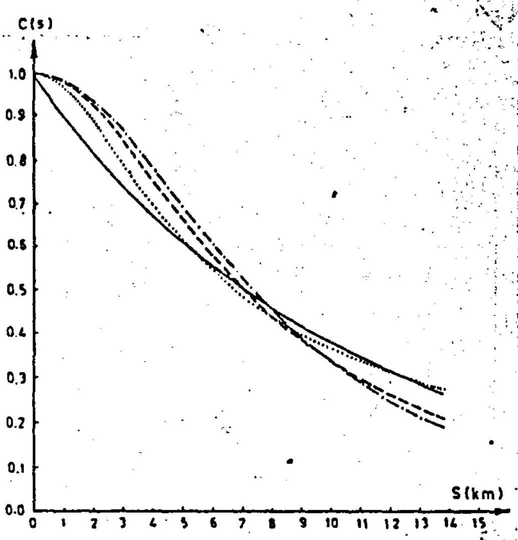
0. Derece trend C(o)=44 729286 $mgal^2$	2.Derece trend C(o)=27.371123 $mgal^2$
2. Fonk. a_2 = 0.890331 ————	2.Fonk. a_2 = 0.822303 ————
4. Fonk. a_4 = 6.038104 --------	4.Fonk. a_4 = 3.619494 --------
7. Fonk. a_7 = 0.310166	7.Fonk. a_7 = 0.537576 ....
8. Fonk. a_8 = 0.120637 -.-.-.-.-	8.Fonk. a_8 = 0.198681 -.-.-.-.-



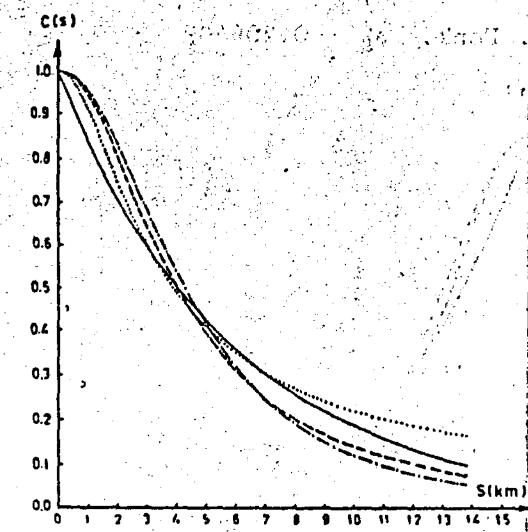


c) Bouguer anomalilerine ilişkin deneysel kovariyans fonksiyonlarının bilinmeyen parametreleri ve fonksiyonların grafikleri

0. Derece trend $C(o)=50.206889$ mgal^2
2. Fonk. $a_2 = 0.907957$ ————
4. Fonk. $a_4 = 7.112339$ ---------
7. Fonk. $a_7 = 0.253368$ ....
8. Fonk. $a_8 = 0.103556$ -.-.-.-.-

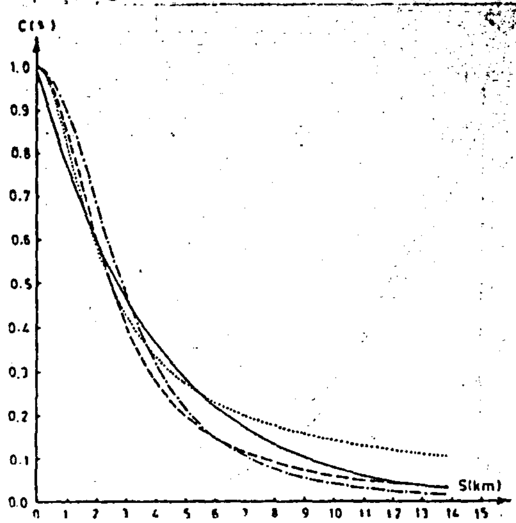


2.Derece trend $C(o)=28.382647$ mgal^2
2.Fonk. $a_2 = 0.843499$ ————
4.Fonk. $a_4 = 4.034006$ ---------
7.Fonk. $a_7 = 0.443742$ ....
8.Fonk. $a_8 = 0.117344$ -.-.-.-.-

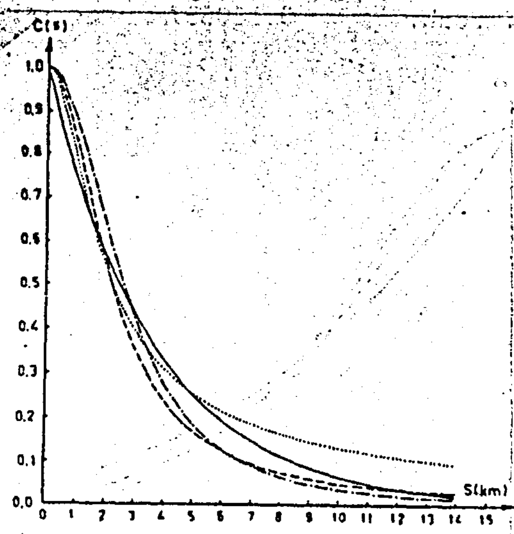


d) İzostatik anomalilerine ilişkin deneysel kovariyans fonksiyonlarının bilinmeyen parametreleri ve fonksiyonların grafikleri

0. Derece trend $C(o)=84.454721$ mgal^2
2. Fonk. $a_2 = 0.776678$ ————
4. Fonk. $a_4 = 2.510779$ ---------
7. Fonk. $a_7 = 0.703464$ ....
8. Fonk. $a_8 = 0.265653$ -.-.-.-.-



2.Derece trend $C(o)=76.801823$ mgal^2
2.Fonk. $a_2 = 0.759351$ ————
4.Fonk. $a_4 = 2.256265$ ---------
7.Fonk. $a_7 = 0.760357$ ....
8.Fonk. $a_8 = 0.287322$ -.-.-.-.-



5.4 Gravite Anomalilerinin Prediksiyonu

Gravite anomalilerinin prediksiyonu (kestirimi) için 5.1 altbölümünde özellikle açıklanan ve Ek 1'de sayısal olarak verilen verilerden yararlanılmıştır. Sözkonusu veriler kullanılarak 143 dayanak noktasında 5.2 altbölümünde açıklandığı gibi gravite anomalileri hesaplanmıştır. Bu anomaliler temel alınarak ölçü yapılmamış ya da konumu verilen herhangi bir noktadaki gravite anomalisi kestirilmiş ve buna ilişkin prediksiyon hatası hesaplanmıştır. Hesaplama işlemi, enküçük kareler prediksiyon ve multikuadrik yüzeylerle prediksiyon yöntemlerine göre ayrı ayrı yapılmıştır.

5.41 Serbest Hava Anomalilerinin Prediksiyonu

(5.2) eşitliğine göre, dağılışları şekil 5.4'de görülen ölçü noktalarında hesaplanan ve Ek 1'de sayısal olarak verilen serbest hava anomalilerinden yararlanarak kestirim noktası olarak seçilen noktalarda $\Delta\tilde{g}_F$ anomalileri ve prediksiyon hataları şekil 5.22'deki işlem sırasına göre hesaplanmıştır.

Enküçük kareler yöntemiyle $\Delta\tilde{g}_F$ anomalilerinin hesaplanmasında, kovariyans fonksiyonu olarak 2., 4., 7. ve 8.nci fonksiyonlar 0. ve 2.derece trend yüzeyleriyle d = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5 ve 6.0 km. kuşak aralığıyla bulunan a parametreleri kullanılmıştır. a parametreleri, her bir kuşak aralığı ile hesaplanan deneysel kovariyans değerlerinden ilgili kovariyans fonksiyonunun dengeleyici eğri olarak (curve fitting) hesaplanmasıyla bulunmuştur. Bu a parametreleriyle ilgili kovariyans fonksiyonuna göre C_{pi} vektörü ve C_{ij} matrisi sayısal olarak oluşturulmuştur. C_{pi} vektörü, C_{ij} matrisi ve Δg^{*}_F merkezlendirilmiş anomaliler (4.21) ve (4.23) matrisiyel eşitliklerinde yerlerine konularak, $\Delta\tilde{g}_p$ ile bunun m_p prediksiyon hatası sayısal olarak elde edilmiştir.

Prediksiyonla elde edilen $\Delta\tilde{g}_F$ anomalilerinden bir grubu kullanılarak çizilen anomali haritası C bölgesi (uygulama alanının tam ortasında $\Delta\lambda = 8'$, $\Delta\phi = 6'$) örnek olarak şekil 5.23'de verilmiştir.

Şekil 5.23'deki serbest hava anomali haritası, bölgenin topografik yapısını gösteren şekil 5.3'deki harita ile karşılaştırılırsa; aralarındaki benzerlik hemen göze çarpmaktadır. Bunun nedeni, serbest hava anomalile-

Verilerin Okunması
NN, NA, φ, λ, H, g, TD

Serbest Hava ve Bouguer Anomalilerinin Hesabı.

$$\Delta g_F = g - \gamma + F$$
$$\Delta g_B = g - \gamma + F - A_B + TD$$

φ ve λ koordinatlarının x,y koordinatlarına dönüştürülmesi.

$$x_i = (R+H)_i \cos\varphi_i (\lambda_i - \lambda_o)$$
$$y_i = (R+H)_i (\varphi_i - \varphi_o)$$

Gravite Anomalilerinin Merkezlendirilmesi.

$$E\{\Delta g\} \; ; \; \overset{*}{\Delta g_i} = \Delta g_i - E\{\Delta g\}$$
$$T(x,y) = C_{oo} + C_{1o}x + C_{o1}y + C_{11}xy \; ;$$
$$\overset{*}{\Delta g_i} = \Delta g_i - T(x_i,y_i)$$

Enküçük Kareler Yöntemi

Anomalilere İlişkin Kovaryans Değerlerinin Hesabı.

$$C(d) = E\{\overset{*}{\Delta g_i} \cdot \overset{*}{\Delta g_j}\}$$

Deneysel Kovaryans Değerleriyle Kovaryans Fonksiyonlarının Dengelenmesi ve Kovaryans Fonksiyonunun Seçimi.

$\underline{c}_{pi}$ vektörü ve $\underline{C}_{ij}$ Matrisinin Oluşturulması.

$\widetilde{\Delta g}_p$ ve m_p 'nin Hesaplanması.

$$\overset{*}{\widetilde{\Delta g}}_p = \underline{c}^T_{pi} \underline{C}^{-1}_{ij} \cdot \overset{*}{\Delta g_j} \; ;$$
$$\widetilde{\Delta g}_p = \overset{*}{\widetilde{\Delta g}}_p + T(x_p,y_p)$$
$$m_p^2 = C_o - \underline{c}^T_{pi} \underline{C}^{-1}_{ij} \underline{c}_{jp}$$

Multikuadrik Yöntem

Δg 'lerin Varyansının Hesaplanması.

$$m_o = \pm \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \overset{*}{\Delta g_i^2}\right)/(n-1)}$$

$\underline{q}_p$ vektörü ve $\underline{Q}$ Matrisinin Oluşturulması.

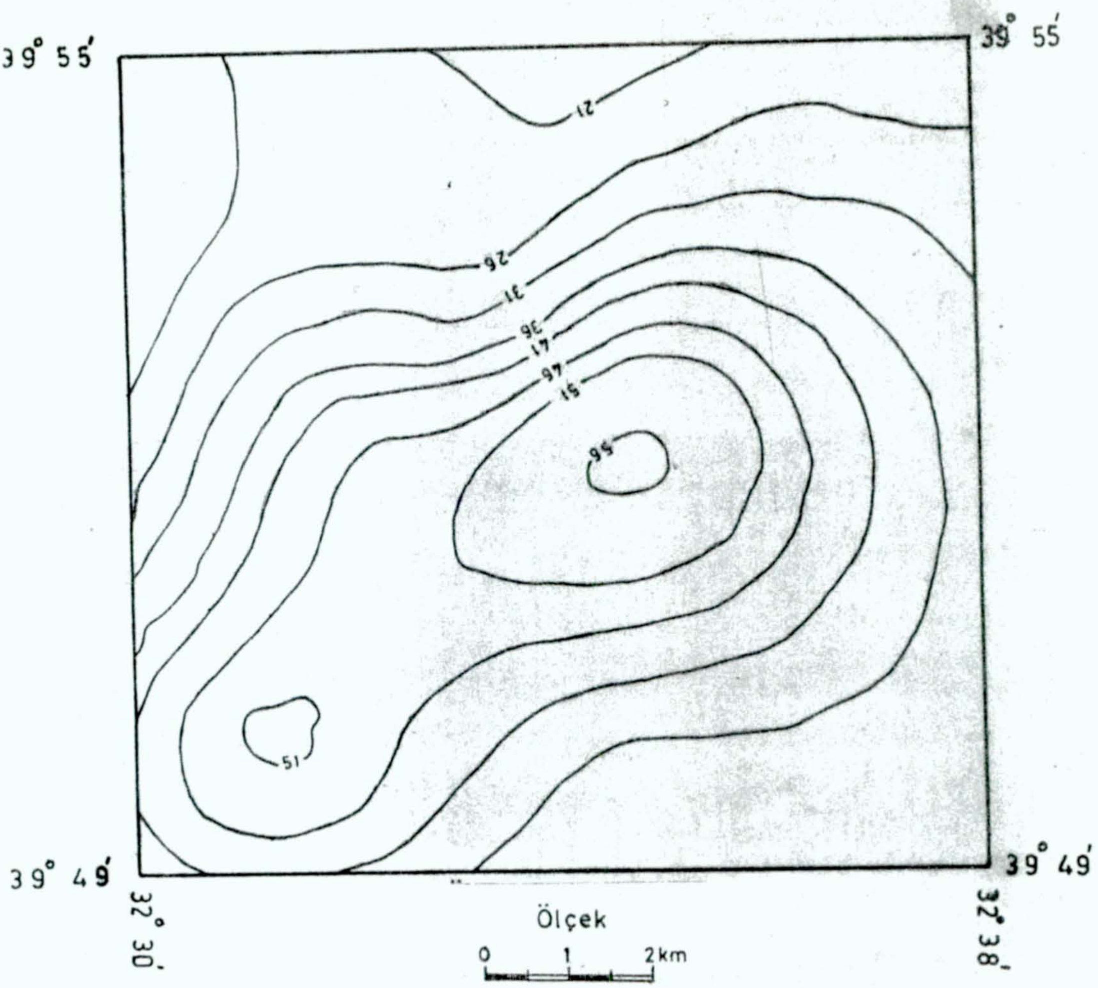
$\widetilde{\Delta g}_p$ ve m_p 'nin Hesaplanması.

$$\overset{*}{\widetilde{\Delta g}}_p = \underline{q}_p \underline{Q}^{-1} \cdot \overset{*}{\Delta g_i} \; ; \quad \widetilde{\Delta g}_p = \overset{*}{\widetilde{\Delta g}}_p + T(x_p,y_p)$$
$$m_p = \pm m_o \sqrt{Q_{pi,pi}}$$

K ı s a l t m a l a r :

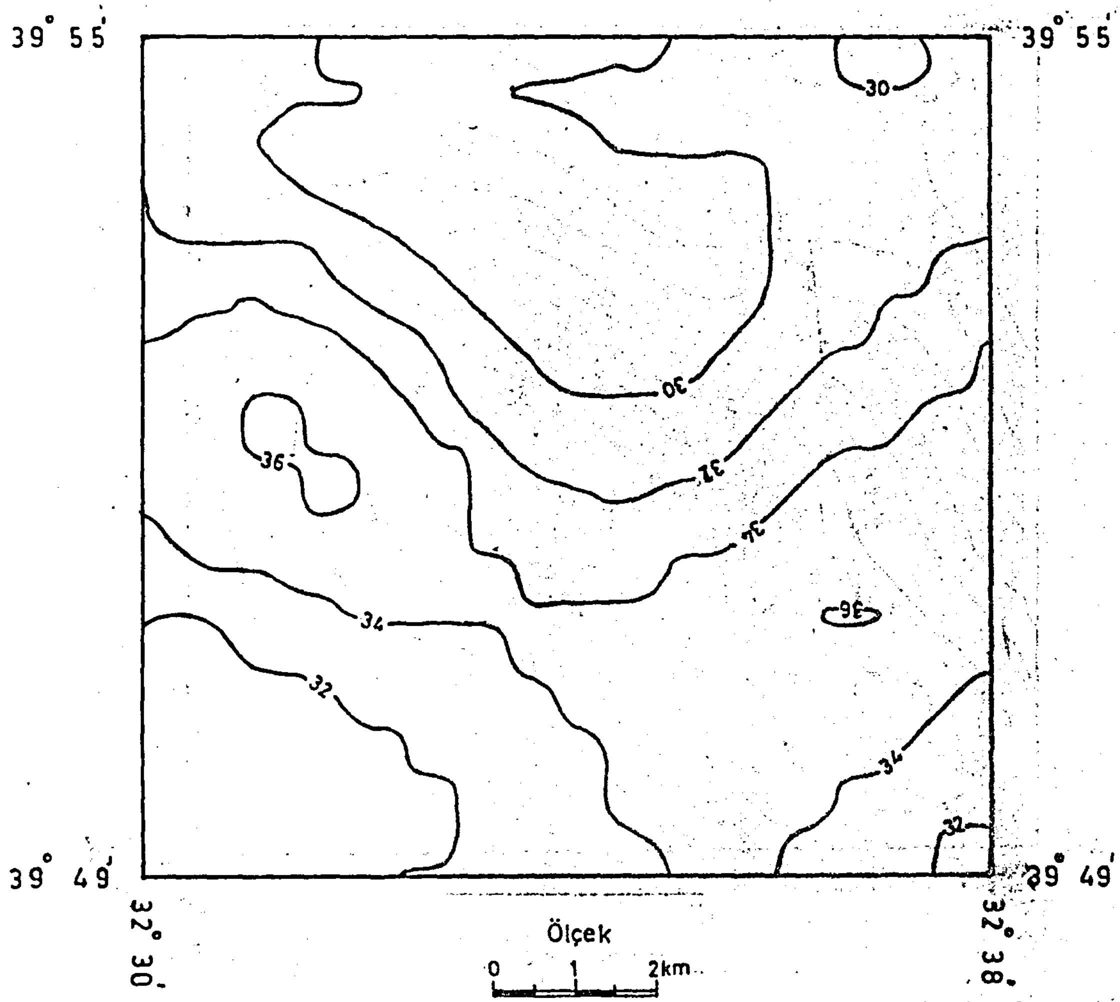
- NN : Nokta numarası.
- NA : Nokta adı.
- φ : Noktanın enlemi.
- λ : Noktanın boylamı.
- H : Noktanın yüksekliği.
- g : Ölçülen gravite.
- TD : Topografik düzeltme.
- A_B : Bouguer plakası düzeltme miktarı.
- F : Serbest hava düzeltme miktarı.

Şekil 5.22 : Serbest Hava ve Bouguer Anomalilerinin Enküçük Kareler ve Multikuadrik Prediksiyon Yöntemlerine Göre Prediksiyonundaki Hesaplama İşlemlerinin Akışı.



Şekil 5.23: C bölgesine ilişkin $\Delta\tilde{g}_F$ anomali haritası (Eğri aralığı 5 mgal). Sayısal değerler Ek 4'dedir (0.derece trend, 4.fonksiyon ve a = 3.45506 ile).

riyle yükseklikler arasında r = 0,92 gibi bir korelasyonun bulunmasıdır. Bu korelasyonun giderilmesi amacıyla 5.2 altbölümünde açıklandığı gibi (5.9) sayısal eşitliğine göre serbest hava anomalileri düzeltilmiştir. Düzeltilen serbest hava anomalileriyle yeniden, şekil 5.22'deki işlem sırasına göre kestirim noktası olarak seçilen noktalarda $\Delta\tilde{g}_{FD}$ anomalileriyle prediksiyon hataları hesaplanmıştır. Prediksiyonla elde edilen g_{FD} anomalilerinden bir grubu kullanılarak çizilen anomali haritası C bölgesi için şekil 5.24'de görülmektedir. Şekil 5.24'deki $\Delta\tilde{g}_{FD}$ anomali haritası incelenirse, ayrı bölgenin topografik haritasına benzemediği gibi, daha da düzgün görünümdedir. Bu durum düzeltilmiş $\Delta\tilde{g}_{FD}$ anomalileriyle yükseklikler arasındaki r = -0,12'lik bir korelasyonla açıklanabilir.



Şekil 5.24: C bölgesine ilişkin $\Delta\tilde{g}_{FD}$ anomali haritası (Eğri aralığı 2 mgal). Sayısal değerler Ek 4'dedir (0.derece trend, 4.fonksiyon ve a = 6.03810 ile).

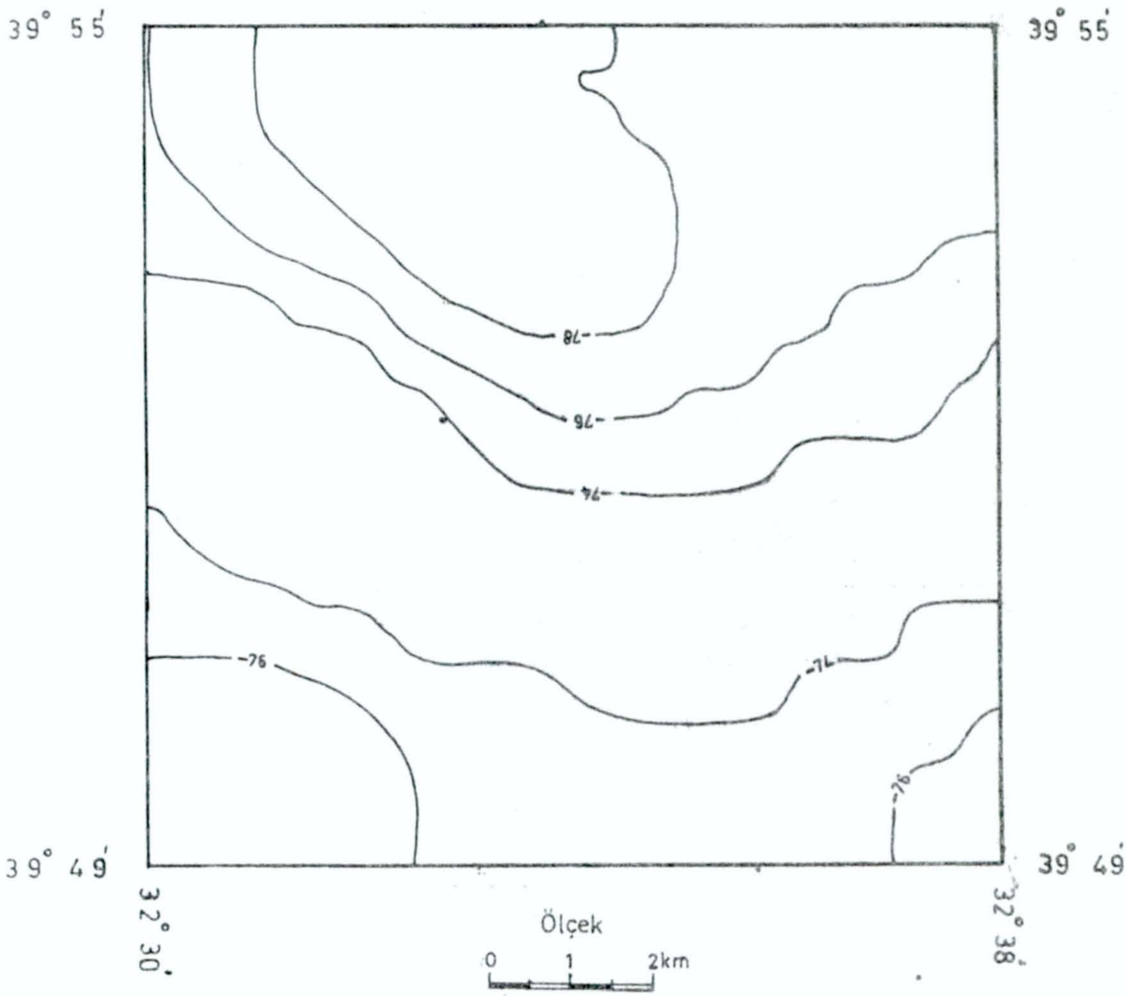
5.42 Bouguer Anomalilerinin Prediksiyonu

Burada da serbest hava anomalilerinin prediksiyonundaki yol izlenmiştir. Tek fark serbest hava anomalileri yerine, Bouguer anomalilerinin kullanılmasıdır. Hesaplama işlemleri enküçük kareler ve multikuadrik prediksiyon yöntemlerine göre ayrı ayrı yürütülmüştür.

Dağılışları şekil 5.4'de görülen ölçü noktalarında (5.10) eşitliğinden yararlanılarak Δg_B anomalileri hesaplanmıştır. Bu işlemden sonra Δg_B anomalilerine topografik düzeltme getirilerek, rafine edilmiş Bouguer anomalileri elde edilmiştir. Sayısal değerleri Ek 1'de görülen bu anomalilerle şekil 5.22'deki işlemler yapılarak kestirim noktası olarak seçilen noktalarda $\Delta\tilde{g}_B$ anomalileri ve bunlara ilişkin ortalama prediksiyon hataları hesaplanmıştır.

Burada da $\Delta\tilde{g}_B$ anomalilerinin kestiriminde kovariyans fonksiyonu olarak yine 2., 4., 7. ve 8.nci fonksiyonlar, 0. ve 2.derece trend yüzeyleri ile d = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0 km. kuşak aralığıyla bulunan a parametreleri kullanılmıştır. a parametreleri, bu kez 143 dayanak noktasındaki Δg_B Bouguer anomalileri kullanılıp her bir kuşak aralığı ile hesaplanan deneysel kovariyans değerlerinden ilgili kovariyans fonksiyonunun dengeleyici eğri olarak (curve fitting) hesaplanmasıyla bulunmuştur.

Yukarıda yeri ve boyutları verilen (C bölgesi) aynı alan içinde hesaplanan $\Delta\tilde{g}_B$ değerlerinden yararlanılarak şekil 5.25'deki Bouguer anomali haritası çizilmiştir.



Şekil 5.25: C bölgesine ilişkin $\Delta\tilde{g}_B$ anomali haritası (Eğri aralığı 2 mgal). Sayısal değerler Ek 4'dedir (0. derece trend, 4.fonksiyon ve a = 7.11234 ile).

Bu harita ile bölgenin topografik haritası karşılaştırılırsa, aralarında bir benzerlik görülmemektedir. Bu gözlemi, Bouguer anomalileriyle yükseklikler arasındaki korelasyon katsayısının r = -0,24 olması pekiştirmektedir.

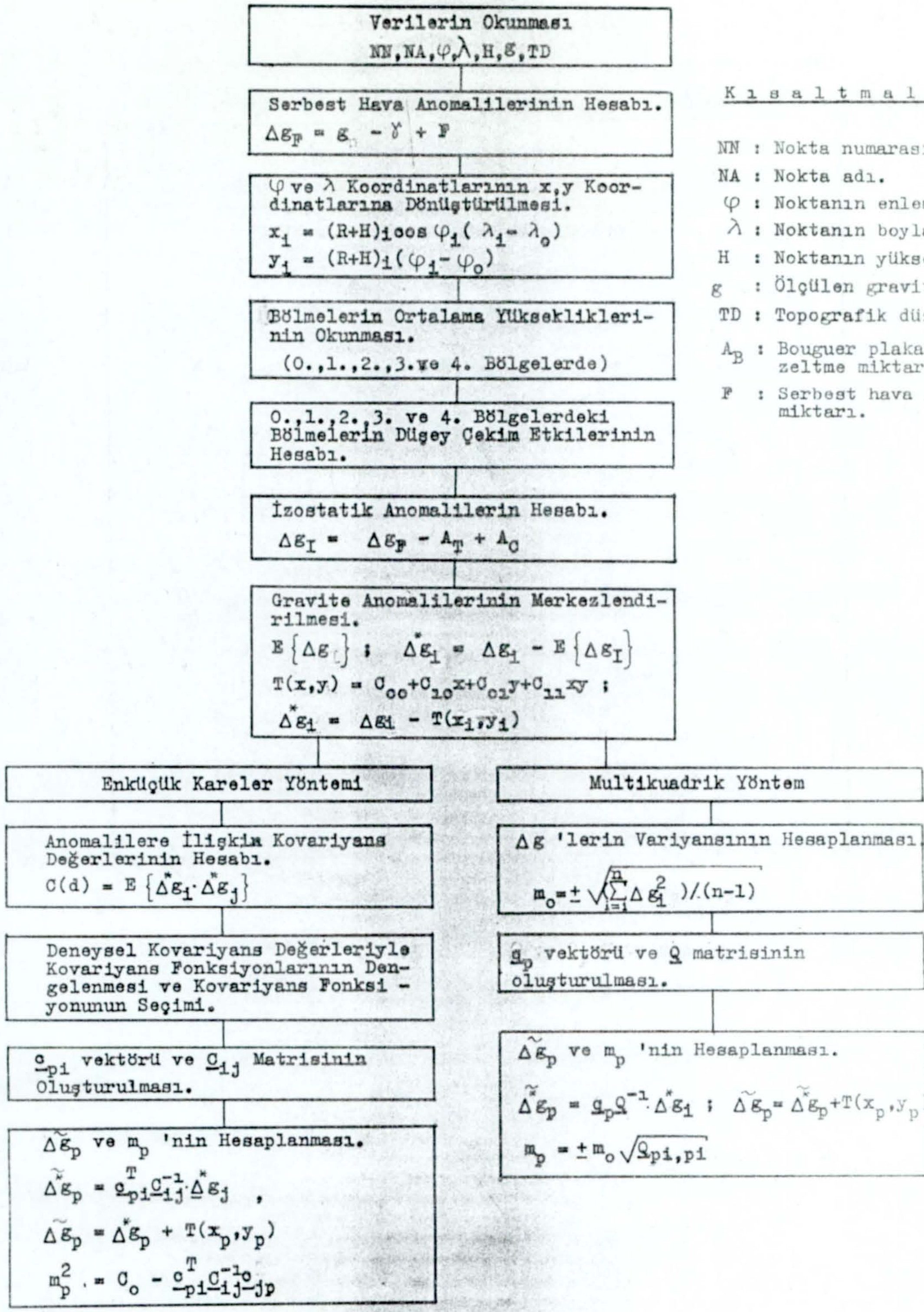
5.43 İzostatik Anomalilerin Prediksiyonu

İzostatik anomalilerin prediksiyonu için, serbest hava ve Bouguer anomalilerinin prediksiyonunda yararlanılan prediksiyon noktaları kullanılmıştır. Prediksiyon işlemleri şekil 5.26'daki işlem sırasına göre yürütülmüştür. Buradaki işlemlerden ençok zaman alıcı olanı, yakın ve uzak bölgelerin ölçü noktalarındaki düşey çekim etkilerinin hesaplanmasıdır. Yakın ve uzak bölge bloklarının düşey çekim etkileri 5.11'deki bölgeler için ayrı ayrı hesaplanarak sonuçlar sonradan birleştirilmiştir.

Dağılışları şekil 5.4'de görülen ölçü noktalarındaki izostatik anomaliler (5.15) eşitliğine göre hesaplanmıştır. 143 adet ölçü noktasında (5.15)'e göre hesaplanan izostatik anomaliler sayısal olarak Ek 1'de verilmiştir. Ölçü noktalarındaki izostatik anomalilerden yararlanılarak kestirim noktası olarak seçilen noktalarda $\Delta\tilde{g}_I$ anomalileriyle prediksiyon hataları hesaplanmıştır.

Enküçük kareler yöntemiyle $\Delta\tilde{g}_I$ anomalilerinin hesaplanmasında, kovariyans fonksiyonu olarak daha önce olduğu gibi 2., 4., 7. ve 8.nci fonksiyonlar, 0. ve 2.derece trend yüzeyleri kullanılmıştır. Bu kovariyans fonksiyonları, izostatik anomalilere ilişkin d = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5 ve 6.0 km kuşak aralıklarıyla elde edilen deneysel kovariyans değerleri yardımıyla dengeleyici eğri olarak (curve fitting) ele alınıp a parametreleri elde edilmiştir. Bu a parametreleriyle ilgili fonksiyona göre $_{pi}$ vektörü ve C_{ij} matrisi sayısal olarak oluşturulmuştur. $_{pi}$ vektörü, C_{ij} matrisi ve Δg^*_I merkezlendirilmiş anomaliler (4.21) ve (4.23) matrisiyel eşitliklerinde yerlerine konularak, $\Delta\tilde{g}_p$ ile bunun m_p prediksiyon hatası sayısal olarak elde edilmiştir.

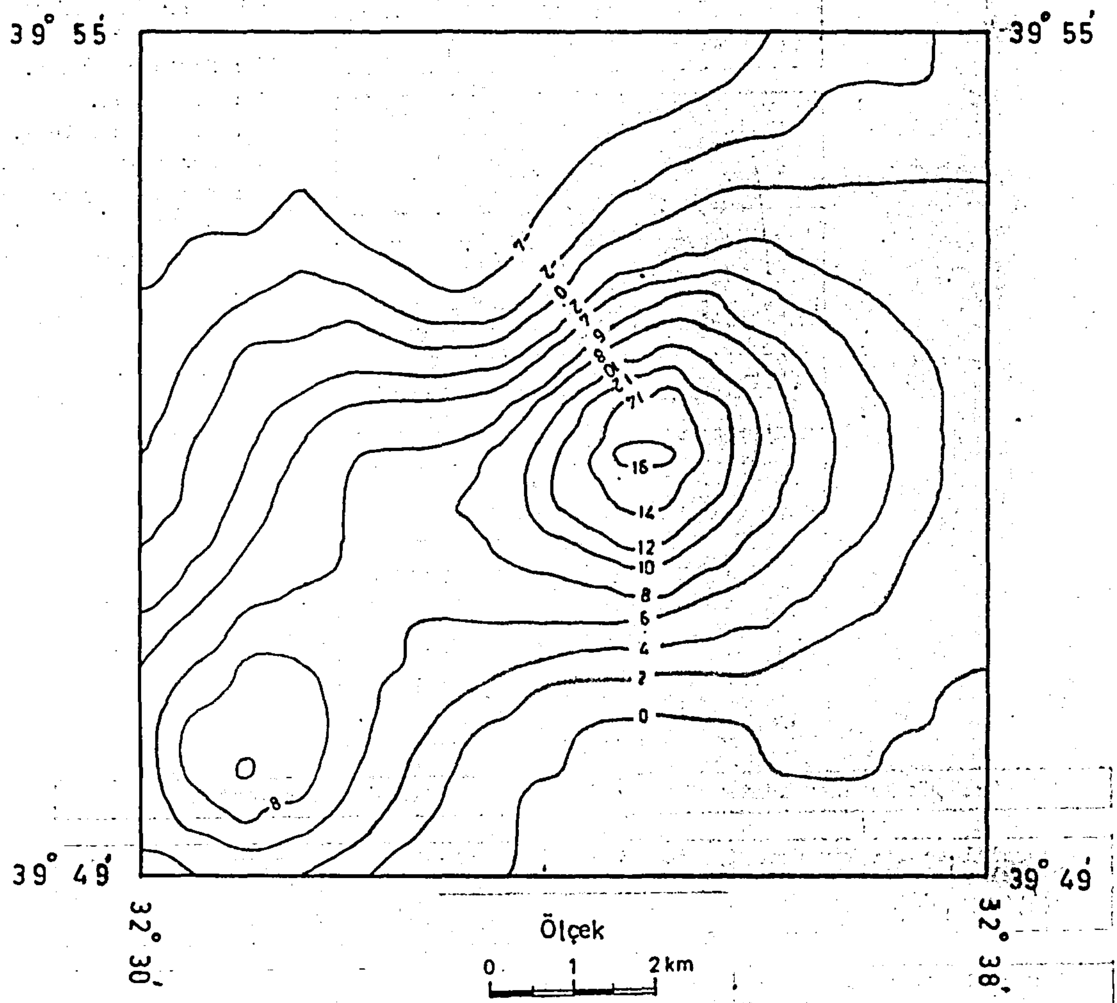
Aynı alanda hesaplanan $\Delta\tilde{g}_I$ değerlerinin bir grubundan yararlanılarak şekil 5.27'deki izostatik anomali haritası çizilmiştir. Bu anomali haritası incelenirse, serbest hava anomalileri kadar olmamakla birlikte bölgenin topografik haritasına benzediği görülür. Bu benzerliğin ölçüsü olarak yüksekliklerle izostatik anomaliler arasında korelasyon analizi yapılmış ve r = 0.57'lik bir korelasyon bulunmuştur.



K ı s a l t m a l a r :

NN : Nokta numarası.
NA : Nokta adı.
φ : Noktanın enlemi.
λ : Noktanın boylamı.
H : Noktanın yüksekliği.
g : Ölçülen gravite.
TD : Topografik düzeltme.
A_B : Bouguer plakası düzeltme miktarı.
F : Serbest hava düzeltme miktarı.

Şekil 5.26 : İzostatik Anomalilerin Enküçük Kareler ve Multikuadrik Prediksiyon yöntemlerine Göre Prediksiyonundaki Hesaplama İşlemlerinin Akışı.



Şekil 5.27: C bölgesine ilişkin $\Delta\tilde{g}_I$ anomali haritası (Eğri aralığı 2 mgal). Sayısal değerler Ek 4'dedir (0.derece trend, 4.fonksiyon ve a = 2.51078 ile).

5.5 Prediksiyon Modellerinin Karşılaştırılması ve Doğruluğu

Mevcut verilerle, en küçük karelerle prediksiyon yöntemine ilişkin çeşitli modeller denenerek karşılaştırmalar yapılmıştır.

Ampirik olarak en uygun modelin aranması amacıyla,

- Anomalilerin merkezlendirme biçimine (trend türü),
- Seçilen kovariyans fonksiyonuna (fonksiyon türü),
- Seçilen kovariyans fonksiyonunun parametrelerinin değişik değerlerine(parametre değerlerinin sayısı) ve
- Anomali türüne

göre çeşitli prediksiyon modelleri tasarlanmıştır. Toplam sayıları;

Trend türü : 2 adet (0. ve 2. derece anomali yüzeyi),
Fonksiyon türü : 4 adet (2., 4., 7. ve 8.fonksiyonlar)
Parametre değerlerinin sayısı : 7 adet (d = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5 ve 6.0 km kuşak aralıklarına göre bulunan)
Anomali türü : 4 adet (serbest hava, düzeltilmiş serbest hava, Bouguer ve izostatik)

olmak üzere 2x4x7x4 = 224 adet modele ilişkin hesaplamalar yapılmıştır. Bu 224 modelin her biri için yapılan hesaplamalar özetle şöyledir :

Uygulama bölgesindeki 143 adet dayanak noktası sırayla prediksiyon noktası olarak düşünülüp öteki 142 nokta yardımıyla her nokta için bir $\Delta\tilde{g}_p$ ve m_p hesaplanmıştır.

Bu işlem 143 adet dayanak noktası için yinelenip $\Delta\tilde{g}_p$ ve m_p $(p = 1,2,..,143)$ hesaplanarak

$$\varepsilon\Delta g_p = \Delta g_p - \Delta\tilde{g}_p$$

bağıntısıyla $\varepsilon\Delta g_p$ $(p = 1,2,.....,143)$ bulunmuştur.

m_p ve $\varepsilon\Delta g_p$ değerleri kullanılarak

$$\bar{m} = E\{m_p\}$$

ve $\qquad p = (1,2,.....,143)$

$$\overline{\varepsilon\Delta g} = \sqrt{E\{\varepsilon\Delta g_p^2\}}$$

Çizelge 5.6: Prediksiyon modellerinin karşılaştırılması için $\bar{m}$ büyüklükleri, $\bar{m} = E\{m_p\}$. (mgal)

Anomali Türü	Kuşak Aralığı	2.Fonksiyon		4.Fonksiyon		7.Fonksiyon		8.Fonksiyon	
		0.Tr.	2.Tr.	0.Tr.	2.Tr.	0.Tr.	2.Tr.	0.Tr.	2.Tr.
Δg_F	3.0	11.54	11.62	10.89	11.30	11.58	11.66	10.21	10.59
	3.5	11.84	11.73	11.18	11.25	12.05	11.73	10.33	10.73
	4.0	12.15	12.27	11.90	12.38	12.48	12.52	11.50	11.98
	4.5	12.28	12.33	12.30	12.55	12.66	12.47	11.76	12.60
	5.0	12.40	12.40	12.69	12.49	12.76	12.42	11.99	12.39
	5.5	12.34	12.39	12.45	12.51	12.52	12.47	12.31	12.35
	6.0	12.60	12.67	12.79	12.77	12.79	12.76	12.55	12.54
Δg_{FD}	3.0	3.74	3.77	2.27	3.62	3.35	3.90	1.83	3.36
	3.5	3.71	3.73	2.34	3.50	3.31	3.83	1.87	3.26
	4.0	3.74	3.84	2.34	3.77	3.37	4.03	1.91	3.48
	4.5	3.75	3.86	2.38	3.88	3.42	4.02	1.88	3.73
	5.0	3.74	3.88	2.35	3.96	3.40	4.01	1.91	3.75
	5.5	3.78	3.93	2.45	4.10	3.54	4.08	1.96	3.88
	6.0	3.77	4.05	2.44	4.18	3.52	4.13	2.08	4.10
Δg_B	3.0	3.75	3.60	2.06	3.37	3.11	3.58	1.61	2.97
	3.5	3.72	3.59	2.15	3.24	3.10	3.53	1.66	2.89
	4.0	3.76	3.71	2.12	3.39	3.16	3.74	1.69	3.19
	4.5	3.80	3.74	2.17	3.50	3.24	3.83	1.66	3.30
	5.0	3.77	3.78	2.12	3.63	3.18	3.84	1.68	3.36
	5.5	3.82	3.79	2.21	3.70	3.34	3.83	1.73	3.64
	6.0	3.91	3.94	2.34	3.96	3.57	4.01	1.80	3.89
Δg_I	3.0	7.06	6.87	7.41	7.34	7.21	6.97	6.81	6.74
	3.5	7.16	7.01	7.35	7.28	7.27	7.08	6.91	6.86
	4.0	7.55	7.43	7.87	7.74	7.64	7.46	7.66	7.55
	4.5	7.52	7.43	7.92	7.79	7.66	7.50	7.63	7.54
	5.0	7.57	7.44	7.99	7.77	7.72	7.53	7.64	7.48
	5.5	7.75	7.59	7.88	7.65	7.77	7.57	7.80	7.58
	6.0	7.76	7.76	8.18	7.80	8.00	7.77	7.76	7.70

Çizelge 5.7: Prediksiyon modellerinin karşılaştırılması için $\overline{\varepsilon\Delta g}$ büyüklükleri, $\overline{\varepsilon\Delta g} = \sqrt{E\{\varepsilon\Delta g_p^2\}}$. (mgal)

Anomali Türü	Kuşak Aralığı	2.Fonksiyon 0.Tr.	2.Fonksiyon 2.Tr.	4.Fonksiyon 0.Tr.	4.Fonksiyon 2.Tr.	7.Fonksiyon 0.Tr.	7.Fonksiyon 2.Tr.	8.Fonksiyon 0.Tr.	8.Fonksiyon 2.Tr.
Δg_F	3.0	10.21	10.03	10.45	10.17	10.30	10.14	10.79	10.41
	3.5	10.24	10.04	10.43	10.17	10.36	10.15	10.76	10.39
	4.0	10.28	10.14	10.43	10.29	10.46	10.37	10.61	10.37
	4.5	10.30	10.45	10.46	10.33	10.50	10.35	10.61	10.48
	5.0	10.32	10.16	10.53	10.32	10.54	10.33	10.61	10.43
	5.5	10.31	10.16	10.48	10.32	10.47	10.35	10.64	10.42
	6.0	10.36	10.24	10.55	10.40	10.55	10.46	10.67	10.46
Δg_{FD}	3.0	4.27	4.20	8.30	5.03	5.61	4.26	9.90	5.74
	3.5	4.27	4.20	8.15	5.16	5.66	4.31	9.81	5.88
	4.0	4.27	4.19	8.16	4.86	5.59	4.20	9.73	5.55
	4.5	4.27	4.19	8.08	4.74	5.53	4.20	9.80	5.22
	5.0	4.27	4.19	8.14	4.66	5.56	4.21	9.73	5.20
	5.5	4.26	4.19	7.95	4.53	5.42	4.17	9.61	5.08
	6.0	4.26	4.18	7.96	4.46	5.44	4.15	9.37	4.77
Δg_B	3.0	3.38	3.35	5.48	3.83	4.16	3.46	6.23	4.32
	3.5	3.38	3.35	5.40	3.91	4.16	3.48	6.18	4.39
	4.0	3.38	3.36	5.42	3.82	4.12	3.42	6.15	4.15
	4.5	3.38	3.36	5.38	3.76	4.08	3.41	6.17	4.08
	5.0	3.38	3.36	5.43	3.70	4.12	3.41	6.16	4.04
	5.5	3.38	3.36	5.34	3.67	4.03	3.41	6.10	3.86
	6.0	3.38	3.37	5.23	3.57	3.92	3.39	6.04	3.74
Δg_I	3.0	7.14	6.87	7.09	6.80	7.08	6.84	7.32	6.95
	3.5	7.14	6.86	7.10	6.79	7.08	6.85	7.29	6.91
	4.0	7.14	6.86	7.12	6.88	7.14	7.00	7.13	6.82
	4.5	7.14	6.86	7.13	6.91	7.15	6.95	7.13	6.82
	5.0	7.14	6.86	7.15	6.90	7.16	6.96	7.13	6.81
	5.5	7.15	6.87	7.12	6.85	7.18	6.98	7.13	6.82
	6.0	7.15	6.91	7.24	6.92	7.27	7.08	7.13	6.85

Karşılaştırma büyüklükleri hesaplanmıştır.

224 modele ait bu sayısal sonuçlar çizelge 5.6 ve çizelge 5.7 'de görülmektedir. Çizelge 5.6 'nınincelenmesiyle $\bar{m}$ karşılaştırma miktarının, tüm anomali grupları için,

- 0.trend,
- 8.fonksiyon ve
- 3.0 km kuşak aralığında bulunan parametre değerli modelde en küçük olduğu

gözlenmiştir. Buna karşılık çizelge 5.7 'nın incelenmesinden de gözleneceği gibi $\overline{\varepsilon\Delta g}$ karşılaştırma miktarı çeşitli anomali gruplarında çeşitli modellerde en küçük olmaktadır. Bu yüzden $\bar{m}$ ölçütü ile bulunan en uygun modelin benimsenmesi gerektiği kanısına ulaşılmıştır.

Öte yandan gerek prediksiyon yöntemiyle bloklarda ortalama anomali tahmini, gerekse Stokes ve Venning Meinesz integrallerinde sorun yaratan yakın bölgelerde anomali tahmini için prediksiyon noktası sıklığı konusunda bir kanaate ulaşmak amacıyla, prediksiyon(kestirim) noktaları olarak, şekil 5.28 de görüldüğü gibi Meşedağı I.derece astronomik noktası ortada kalacak biçimde seçilen bir bölgenin koordinat çizgileriyle bölmelere ayrılmasından oluşan bölme köşeleri (grid köşeleri) alınmıştır. Şekil 5.28'de görülen en dış bölgenin boyutlarının seçilmesinde,

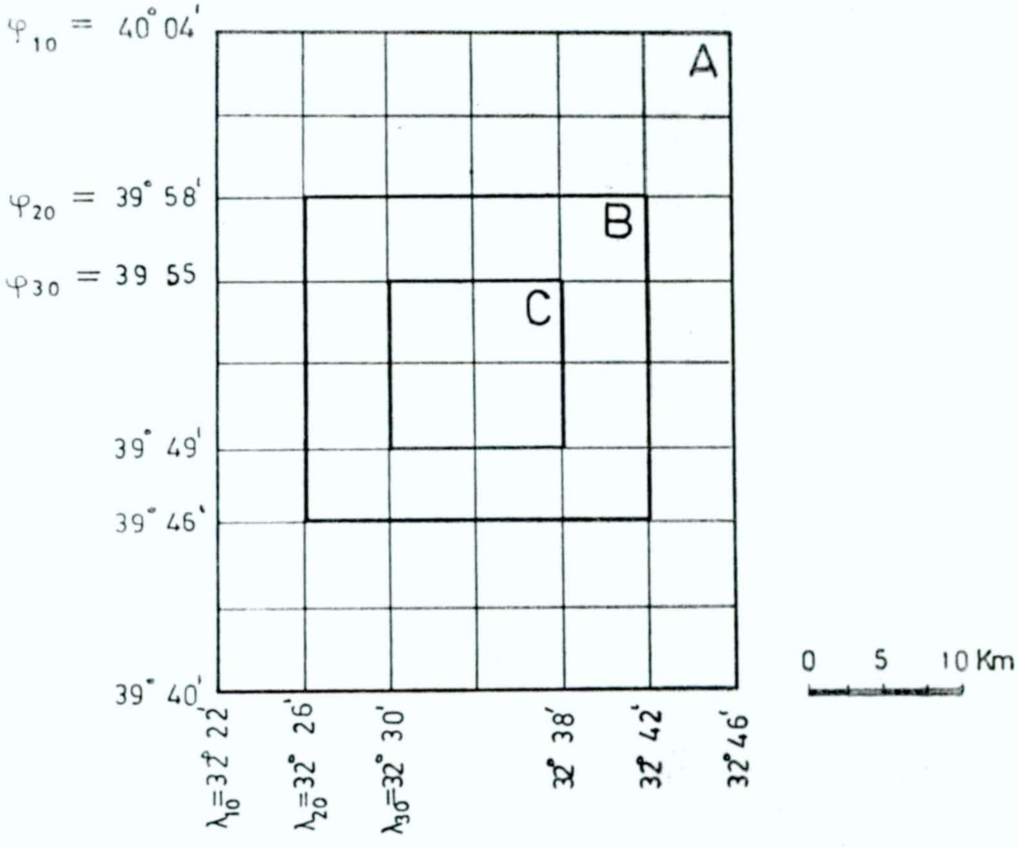
- Gravimetrik çekül sapması hesaplarında yakın bölge olarak alınabilecek boyutta bir bölge olması,
- Bölgenin bölmelere ayrılmasında, belirli bir boyutun seçilmesine uygun olması,
- Seçilecek bölgenin, varolan dayanak noktalarının dağılımına uygun olması,
- Hesaplamalarda kolaylık sağlaması

gibi bazı ölçütler gözönüne alınmıştır. Buna göre, en dış bölge olarak 24'x24 boyutlu bir bölge seçilmiştir. Değişik nokta sıklığındaki bölgelerde prediksiyon işlemi yapmak amacıyla da en dış bölgenin (A bölgesinin) içerisinde iki iç bölge seçilmiştir. Bölgelerin ve içerisindeki bölmelerin boyutları çizelge 5.8 'de özet olarak verilmiştir.

A, B ve C bölgelerinde yapılan prediksiyon hesaplamalarında, ilkin yukarıda benimsenen en uygun prediksiyon modeli kullanılmıştır. A, B, C bölgelerinin her birinde dört anomali grubu için her bölgedeki 289 noktada bulunan m_p değerlerinden,

$$\bar{m} = E\{m_p\} \qquad (p = 1,2,\ldots\ldots,289)$$

karşılaştırma miktarı hesaplanmıştır. Sonuçlar çizelge 5.9 'da görülmektedir.



Şekil 5.28: Prediksiyon noktalarının bulunduğu bölgeler ve boyutları

Çizelge 5.8: Kestirim bölgeleri ve bölmelerin boyutları, nokta sayısı ve sıklığı.

Bölge	Bölge Boyutu	Bölme Boyutu	Nokta Sayısı	Nokta sıklığı ($n/10\ km^2$)
A	24' x 24' ~(34x34) km^2	1' 30" 1'30"	289	~ 2
B	16' x 12' ~(23x22) km^2	60" x 45"	289	~ 6
C	8' x 6' ~(11x11) km^2	30" x 22.5"	289	~23

Çizelge 5.9 : Enküçük kareler yönteminde A,B ve C bölgelerine ilişkin ortalama prediksiyon hataları($\bar{m}$ mgal). (0.derece trend, 8.fonksiyon ve a = 0.20363, 0.11929, 0.10204, 0.25910 ile).

Bölge	Serbest Hava Anomalileri	Düzeltilmiş S.H. Anomalileri	Bouguer Anomalileri	İzostatik Anomalileri
$\bar{m}_A$	7.5013 mgal	1.1801 mgal	1.0270 mgal	5.3551 mgal
$\bar{m}_B$	6.6498 mgal	0.8407 mgal	0.6870 mgal	4.9334 mgal
$\bar{m}_C$	5.8786 mgal	0.6716 mgal	0.5382 mgal	4.4952 mgal
Vari-yans C(o)	270.2756 $mgal^2$	44.7293 $mgal^2$	50.2069 $mgal^2$	84.4547 $mgal^2$

Ayrıca yukarıda sözü edilen, prediksiyon modeli seçimindeki $\bar{m}$ = min ya da $\varepsilon\bar{\Delta}g$ = min ölçütlerine alternatif olmak üzere çizelge 5.9'da sonuçları verilen hesaplamalar bir kez de 0.derece trend, 4.fonksiyon ve d = 3,5 km.kuşak aralığı ile hesaplanan a parametreleriyle yinelenmiştir. Sonuçlar çizelge 5.11'de görülmektedir. Böylesi bir alternatif model seçiminin nedeni,

a) 4.fonksiyonun (Hirvonen fonksiyonunun) uygulamalarda yerel gravite anomali prediksiyonunda en yaygın kullanılan fonksiyon olması,

b) d = 3,5 km. kuşak aralığıyla elde edilen m_o'ın aynı fonksiyonla bulunan diğerlerine göre anomali türleri arasında ortalama alınınca en küçük olmasıdır (Çizelge 5.10'na bakınız)

Çizelge 5.10 :4.fonksiyona ilişkin $\bar{m}_o$ ortalama hataları.

d		3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
$\bar{m}_o$	0.derece	0.0605	0.0487	0.0742	0.0761	0.0652	0.0790	0.0972
	2.derece	0.0872	0.0496	0.0887	0.1124	0.0613	0.0808	0.0829

Çizelge 5.11: Enküçük kareler yönteminde A, B ve C bölgelerine ilişkin ortalama prediksiyon hataları($\bar{m}$ mgal).(0.derece trend, 4.fonksiyon ve a = 3.45506, 6.03810, 7.11234, 2.51078 ile).

Bölge	Serbest Hava Anomalileri	Düzeltilmiş S. Hava Anomalileri	Bouguer Anomalileri	İzostatik Anomaliler
$\bar{m}_A$	8.7133 mgal	1.5737 mgal	1.4254 mgal	6.1990 mgal
$\bar{m}_B$	7.9447 mgal	1.2356 mgal	1.0772 mgal	5.8394 mgal
$\bar{m}_C$	7.2199 mgal	1.0314 mgal	0.8854 mgal	5.4665 mgal
Vari-yans C(o)	270.2756 $mgal^2$	44.7293 $mgal^2$	50.2069 $mgal^2$	84.4547 $mgal^2$

Enküçük kareler prediksiyon yöntemiyle multikuadrik yüzeylerle prediksiyon yönteminin karşılaştırılması için A, B ve C bölgelerinin her birinde multikuadrik yüzeylere göre prediksiyon işlemi yapılmıştır. Dört anomali türü için her bölgedeki 289 noktada bulunan m_p değerlerinden yine yukarıdaki işlemlere benzer olarak,

$$\bar{m} = E\{m_p\} \qquad (p = 1,2,\ldots\ldots,289)$$

karşılaştırma miktarı hesaplanmıştır. Multikuadrik yüzeylerle prediksiyon işleminden bulunan $\bar{m}$ sonuçlar çizelge 5.12 'de görülmektedir.

Çizelge 5.12 : Multikuadrik yüzeyler yönteminde A, B ve C bölgelerine ilişkin ortalama prediksiyon hataları, ($\bar{m}$ mgal).

Bölge	Serbest Hava Anomalileri	Düzeltilmiş S. Hava Anomalileri	Bouguer Anomalileri	İzostatik Anomaliler
$\bar{m}_A$	10.7315 mgal	4.3657 mgal	4.6253 mgal	6.0082 mgal
$\bar{m}_B$	10.8373 mgal	4.4087 mgal	4.6709 mgal	6.0674 mgal
$\bar{m}_C$	10.9235 mgal	4.4438 mgal	4.7080 mgal	6.1157 mgal
Vari-yans C(o)	270.2756 $mgal^2$	44.7293 $mgal^2$	50.2069 $mgal^2$	84.4547 $mgal^2$

Enküçük kareler ve multikuadrik yüzeylerle prediksiyon yöntemlerinde prediksiyon noktalarının dayanak noktalarına göre konumları,prediksiyon hatası üzerinde etkili olmaktadır.Prediksiyon noktalarının dayanak noktalarına göre konumlarına ilişkin sayısal bir bilgi edinmek amacıyla,prediksiyon noktalarıyla dayanak noktaları arasındaki uzaklıklar (d_{pi}) hesaplanarak,her bölge için,

$$\bar{d} = E\{d_{pi}\} \quad , \quad (i=1,2,3,\ldots,143 \; ; \; p=1,2,3,\ldots,289)$$

eşitliğinden ortalama bir $\bar{d}$ uzaklığı bulunmuştur. $\bar{d}$ 'lere ilişkin sonuçlar Çizelge 5.13'de verilmiştir. Çizelge 5.13 'de her iki yönteme ilişkin $\bar{d}$ değerleri arasındaki farklılık,enküçük kareler yönteminde kestirilen noktaya belli uzaklıkdaki noktaların dayanak noktası olarak alınmasındandır.

Çizelge 5.13: A,B,C bölgelerindeki prediksiyon noktalarıyla dayanak noktaları arasındaki ortalama $\bar{d}$ uzaklıkları.

Bölge	Enküçük kareler yön. $\bar{d}$	Multikuadrik Yöntemde. $\bar{d}$
A	6.705 km.	25.188 km.
B	6.671 km.	22.032 km.
C	6.502 km.	20.831 km.

Enküçük kareler yönteminde prediksiyon hatası için geçerli (4.22) eşitliğinde kestirilen bir p noktasının dayanak noktaları kümesine uzaklığı arttıkça kovariyans fonksiyonu (4. ve 8. fonksiyon) ile belirlenen C(pi) kovariyans değerleri ve bunun sonucu olarak hata eşitliğindeki (4.22) ikinci terim küçülür. Co sabit olduğuna göre m_p ölçütü büyür. Bu yoruma göre, Çizelge 5.13'deki enküçük kareler yöntemine ilişkin $\bar{d}$ sayısal değerleri, A,B ve C bölgelerinde hesaplanan $\bar{m}_A, \bar{m}_B, \bar{m}_C$ doğruluk ölçütlerinin (Çizelge 5.9 ve 5.11) iç bölgelerde daha küçük çıkmasını doğrulamaktadır.

Öte yandan multikuadrik yüzeyler yönteminde enküçük karelerin tersi bir sonuç çıkması, başka bir deyişle, iç bölgelerdeki doğruluk ölçütlerinin (Çizelge 5.12) daha büyük çıkması, kovariyans fonksiyonu olarak doğrudan noktalar arasındaki uzaklığın öngörülmüş olmasındandır. Enküçük karelere ilişkin yukarıda yapılan yoruma benzer bir yorum (4.48) ve Çizelge 5.13 'deki $\bar{d}$ değerleriyle burada da yapılabilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Türkiye'de mevcut yerel gravite değerlerinin sıklaştırılması için uygulanabilecek iki yöntemin biribirlerine göre üstünlükleri aşağıdadır.

- Enküçük karelerle prediksiyon yönteminin en büyük sorunu kovariyans fonksiyonunun belirlenmesidir. Multikuadrik yüzeylerle enterpolasyonda böyle bir sorun hiç yoktur.

- Buna karşılık multikuadrik yüzeylerle enterpolasyon yönteminde uzak noktaların etkisi daha büyük olmakta, dolayısıyla gravite anomalilerinin aralarındaki istatistik ilişki yeterince dikkate alınamamakta ve doğruluk kaybı doğmaktadır.

- Enküçük karelerle prediksiyon yönteminde trend yüzeyi, kovariyans fonksiyonu tipi ve parametre değiştirerek çeşitli modeller tasarlayıp bunlar arasından en yüksek doğruluğu vereni seçme olanağı bulunmaktadır. Multikuadrik yüzeylerle enterpolasyon yöntemi bu olanaktan yoksundur.

- Enküçük karelerle prediksiyon yönteminde uygun model seçimi için denenen

  - m_o = min veren kovariyans fonksiyonlu modelin seçimi,

  - $\bar{m} = E\{m_p\}$ = min; ($p = 1,2,\ldots,n$) veren modelin seçimi,

  - $\varepsilon\bar{\Delta g} = \sqrt{E\{\varepsilon\Delta g_p^2\}}$ = min; ($\varepsilon\Delta g_p = \Delta g_p - \tilde{\Delta g}_p$; $p = 1,2,\ldots,n$)

    veren modelin seçimi

  şeklindeki üç ölçütten $\bar{m} = E\{m_p\}$ = min ölçütü öteki ikisine göre tutarlı bir karşılaştırma yapma imkanı sağlamaktadır.

- Hangi anomali türünün sıklaştırmaya daha yatkın olduğu sorusunun cevabı, kuramsal açıklamalara göre izostatik anomalilerdir. Ancak, sayısal uygulamalarda yukarıdaki ölçütlerden hangisi alınırsa alınsın bu sorunun cevabı enküçük karelerle prediksiyon yöntemi için Bouguer anomalileri olmaktadır. Multikuadratik yüzeylerle enterpolasyon yöntemi için cevap düzeltilmiş serbest hava anomalileri olarak görünmekteyse de bunların Bouguer anomalilerinden elde edilen sonuçla olan farkı öteki iki anomali türüne göre dikkate alınmayacak kadar küçüktür, (Bakınız çizelge 5.12). Dolayısıyla,bu yöntemde de öteki yöntemdeki gibi Bouguer anomalilerinin en yatkın tür olduğu söylenebilir.

- Sıklaştırmaya yatkın anomali türü hakkında teoriyle, sayısal uygulama arasındaki böylesine farklı hükümlere ulaşılmasının nedenini kabuk yoğunluğu ve izostatik indirgemelerdeki varsayımlarda aramak gerekir ve ayrı bir araştırma çalışması konusu olabilir.

- Kestirilecek nokta sıklığına ilişkin deneme hesapları, enküçük karelerle prediksiyon yönteminin tüm modellerinde nokta sıklığı yoğunlaştıkça $\bar{m}$ ölçütünün küçüldüğünü, multikuadratik yüzeylerle enterpolasyon yönteminde de büyüdüğünü göstermektedir (Bakınız çizelge 5.9, 5.11 ve 5.12).

Bu bulgulara göre Türkiye'de mevcut yerel gravite değerlerinin sıklaştırılması için ;

- Enküçük karelerle prediksiyon yöntemi,

- Veri alanında farklı trend yüzeyleriyle uygun kovariyans fonksiyonları belirlenmesi,

- Tasarlanacak modellerin anomali türlerine uygulanarak $\bar{m}$ = min ölçütüyle en uygunun seçilmesi ve bunun sonuçlarının benimsenmesi,

- Benimsenen modelde kestirilecek nokta sıklığının, istenen doğruluk derecesine uygun $\bar{m}$ ölçütü ile belirlenmesi önerilir.

Yine yukarıdaki bulgulara göre aşağıdaki araştirma çalişmalarının yapılması önerilir.

- Sıklaştırmaya yatkın anomali türü hakkında ortaya çıkan farklı hükümlerinin nedenleri araştırılmalıdır.

- İstenen doğruluk derecesine göre dayanak noktalarının hangi sıklıkta olması gerektiği sorusuna cevap aranmalıdır.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

[1] AKSOY,A. 1974 : Matematik İstatistik Yöntemlerle Jeodezik Ölçülerin İrdelenmesi, İ.T.Ü Kütüphanesi,sayı:987, İstanbul.

[2] ASSMUS,E.-KRAUS,K. 1974 : Die Interpolation nach kleinsten Quadraten Prädiktionswerte simulierter Beispiele und ihre Genauigkeiten, DGK,A 76, München.

[3] AYHAN,E. 1982 : Topografik-İsostatik Çekül Sapması ve İsostatik Anomali,Harita Dergisi,sayı:89,s.55-84, 1982,Ankara.

[4] BALKAN,H. 1971 : Gravimetrik Şakul Sapması Hesabı, Harita Dergisi,Özel Sayı:10, 1973,Ankara.

[5] BOMFORD,G. 1971 : Geodesy, Oxford.

[6] BOSCH,W.-WOLF,H. 1974 : Über die Wirkung von topographischen Lokal-Effekten bei profilweisen Lotabweichungs-Prädiktionen,Mitt. aus dem Inst.f.Theor.Geod.der Univ.Bonn, Nr:28.

[7] CANITEZ,N. 1978 : Matematiksel Jeoloji Ders Notları, K.T.Ü. Jeofizik Bölümü, Trabzon.

[8] COOK,A.H. 1969 : Gravity and the Earth, London. (Türkçesi:Onur Gürkan,Trabzon,1982).

[9] DAVİS,J.C. 1973 : Statistics and Data Analysis in Geology, John Wiley and Sons,Inc.,London.

[10] DEMİREL,H. 1977 : En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon ve Kollokasyon,İDMMA,İstanbul.

[11] DEMİREL,H. 1979 : Kollokasyon ve Koordinat Dönüşümüne Uygulanması,(doçentlik tezi),İstanbul.

[12] DEMİREL,H. 1983 : Kollokasyon, HKM Dergisi,sayı:45,46,47,(Ulsoy'a armağan özel sayısı).

[13] DÜPPE,R.D. 1972 : Gravimetrische Bestimmung von anomalen Dichtestrukturen für Lotkrümmungen und Orthometrische Höhen,Bonn.

[14] ERDEN,F. 1979 : Uygulamalı Gravite,(MTA Enstitüsü yayını),Ankara.

[15] GROTEN,E. 1979 : Geodesy and the Earth's Gravity Field, Vol.1,Dummler,Bonn.

[16] GÜLER,A. 1983 : Sayısal Arazi Modellerinde İki İnterpolasyon Yöntemi ile Denemeler,Trabzon.

[17] GÜRKAN,O. 1977 : Topografik-İzostatik Çekül Sapması(Kavram ve İlgili İntegral Formülleri),K.T.Ü., Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü-Monograf No:1,Trabzon.

[18] GÜRKAN,O. 1979 : Çekül Sapması Kavramı ve Türleri, Harita Dergisi, sayı:86, s.24-25,Ankara.

[19] GÜRKAN,O. 1983 : Jeodezide Olası Düşünce,HKM Dergisi,sayı: 45,46,47(Ulsoy'a Armağan Özel Sayısı), Ankara.

[20] GÜRKAN,O. 1983 : 1983'ün Başlarında Jeodezi'nin Görevleri ve İçeriğine Toplu bir Bakış,Harita Dergisi,sayı:90,Ankara.

[21] HALMOS,F.-KADAR,I.-KARSAY,F. 1974 : Local Adjustment by Least Squares Filtering Bull. Geod., No:111,s.21-52.

[22] HARDY,R.L. 1971 : Multiquadric Equations of Topograpy and Other Irregular Surfaces,journal of Geophysical Research,Vol.6,No:8, s.1905-1915.

[23] HARDY,R.L.-GÖPFERT,W.M. 1975 : Least Squares Prediction of Gravity Anomalies, Geoidal Undulations, and Deflections of the Vertical with Multiquadric Harmonic Functions,Geophysical Research Letters, 2:10, s.423-426.

[24] HARDY,R.L. 1977 : Least Squares Prediction, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol.43,No:4

[25] HEISKANEN,W.A.-NISKANEN,E. and KARKI,P. 1959 : Topografik-Isostatik Reduction Maps for Europe and North Atlantic in the Hayford Zones 18-1 for the Airy-Heiskanen System, T 30 km and 20 km.,Publ.Isos.Inst.of the Inter.Assoc. of Geod. No:31,Helsinki.

[26] HEISKANEN,W.A.-MORITZ,H. 1967 : Physical Geodesy, San Francisco and London.

[27] HEKİMOĞLU,Ş. 1981 : Rastgele Süreçler, K.T.Ü. Y.B.F.Araştırma Raporu Serisi, Trabzon.

[28] HEKİMOĞLU,Ş. 1982 : Gel-Git Kayıtlarında Kısa Periyotlu Titreşimlerdeki Bozucu Etkilerin Araştırılması ve Modellenmesi,(Doçentlik tezi),Trabzon.

[29] KARKI,P.-KIVIOJA,L. and HEISKANEN,W.A. 1961 : Topografic-Isostatic Reducktion Maps for the World for the Hayford Zones 18-1, Airy-Heiskanen System. T = 30 km. Publ.Isos.Inst.of the Inter.Assoc.of Geod. No:35, Helsinki.

[30] KAULA,W.M. 1966 : Test of Satellite Determinations of the Gravity Field Againt Gravimetry and Their Combination, Publ.Inst.of Geophysics and Planetary phy. Univ.of California,publ.No:508.

[31] KOCH,K.R. 1975 : Vergleich von Kovarianzberechnungen für die Höheninterpolation, Mitt.aus dem Inst.f.Theor.Geod.der Univ. Bonn,Nr:35.

[32] KRYNSKİ,J.-NOE,H.-SCHWARZ,K.P.-SÜNKEL,H. 1977 : Numerical Studies and Programs for Interpolation and Collocation, Publ.Geod.Inst.Tec.Univ.Graz,No:26,Graz.

[33] KUKKAMAKİ,T.J. 1955 : Gravimetric Reductions with Electronic computers, Publ.Isos.Inst.of the Inter.Assoc.of Geod. No:30,Helsinki.

[34] LACHAPELLE,G. 1975 : Determination of the Geoid Using Heterogeneous Data, Publ.Geod.Inst.Tec.Univ.Graz,No:19,Graz.

[35] MARZAHN,K. 1959 : Ausgleichung des Deutschen Schweregrundnetzes(Gravimeter-und Pendelmessungen), DGK, B 54,München.

[36] MIKHAIL,E.M 1976 : Observations and Least Squares, IEP-Dun-Donneley,Newyork.

[37] MORITZ,H. 1963 : Interpolation and Prediction of Point Gravity Anomalies, Publ.Isos.Inst.of the Inter.Assoc.of Geod. No:40,Helsinki.

[38] MORITZ,H. 1968 : Linear Solutions of the Geodetic Boundary-Value Problem, DGK A 58,München.

[39] MORITZ,H. 1970 : Least-Squares Estimation in Physical Geodesy, DGK A 69,München.

[40] MORITZ,H. 1973 : Least-Squares Collocation, DGK A 75,München.

[41] MORITZ,H. 1980 : Advanced Physical Geodesy, Herbert Wichmann Verlag,Karlsruhe.

[42] MORITZ,H.-SÜNKEL,H. 1980 : Approximation Methods in Geodesy, Herbert Wichmann Verlag,Karlsruhe.

[43] MORRISON,N. 1969 : Introduction to Sequential Smoothing and Prediction, McGraw-Hill, A.B.D.

[44] ÖZDEMİR,H. 1981 : Jeofizikte Veri İşlem I, İ.T.Ü.Maden Fakültesi Jeofizik Kürsüsü,İst.

[45] ÖZDEMİR,H. 1981 : İstatistik, İ.T.Ü.Maden Fakültesi Jeofizik Kürsüsü,İst.

[46] PAPAOULIS,A. 1965 : Probability,Random Variables and Stochastic Processes, McGraw-Hill Kogakuska Ltd.,Tokyo.

[47] RAPP,R.H. : Statistical Analysis of Gravity Anomalies and Elevations by Long Profiles and by Areas Publ.Isos.Inst.of the Inter.Assoc.of Geod. No:48,Helsinki.

[48] REECKMANN,E.-GERMAN,S. 1957 : Das Potsdamer Schwere-System,seine Vollstandige Definition und seine Richtige Übertragung, DGK B 50,München.

[49] RUMMEL,R. 1975 : Zur Behandlung von Zufallsfunktionen und folgen in der Physikalischen Geodasie, DGK C 208,München.

[50] SAZHINA,N.-GRUSHINSKY,N. 1971 : Gravity Prospecting Mir Publishers,Moscow.

[51] SCHEIBE,D.M.-HOWARD,W.H. 1964 : Gravite Ölçülerinin İcrası İçin Klasik Metotlar,ACIC Reference Publication No:12, (Türkçesi:Özer ALTAN,1967,Harita Dergisi Özel sayı No:4,Ankara).

[52] SCHLEUSENER,A. 1959 : Karte der Mittleren Höhen von Zentraleuropa, DGK B 60,Frankfurt.

[53] SCHWARZ,K.P. 1974 : Combination of Spatial Networks using an astimated Covariance Matrix, Bull.Geod. No:112,s.171-186.

[54] SCHWARZ,K.P. 1975 : Zonale Kugelfunktionskoeffizienten aus Satellitendaten durch Kollokation, DGK C 209,München.

[55] TSCHERNING,C.C. 1975 : Application of Collocation for the Planing of Gravity Surveys. Bull.Geod.No:116,s.183-198.

[56] ULSOY,E. 1974 : Yeni Dengeleme ve Prediksiyon Yöntemleri, HKM Dergisi,sayı:31-32,s.701-709.

[57] YERCİ,M. 1976 : Matematik İstatistik Ders Notları, KDMMA,Konya.

[58] WOLF,H. 1979 : Kollakation mit Hilfe des Gausschen Algorithmus, ZfV 1979/1,s.13-19.

[59] WOLF,H. 1971 : Gruppenweise Höhenregressionen von Bouguer Anomalien als Hilfsmittel zur Schwere-Pradiktion, Mitt.aus dem Inst.f.Theor.Geod.der Univ.Bonn,Nr:3.

[60] WOLF,H. 1981 : Multiquadrische Methode und Kollokation, AVN,1981/3,s.89-95.

[61] — : The International Gravity Standardization Net 1971,(I.G.S.N. 71).

E K L E R

EK 1 : DAYANAK NOKTALARINA İLİŞKİN VERİLER VE GRAVİTE ANOMALİLERİ.

NOK. NO	NOKTANIN ADI	ENLEM	BOYLAM	YÜK. (H)	Δg_F	Δg_{FD}	Δg_B	Δg_I
1	ZIR POL.NOB	39.59	32.32	800	8.6	27.5	-80.5	-10.9
2	ZIR K.KAPI	39.59	32.32	800	8.7	27.6	-80.4	-10.8
3	SINCAN TMO.	39.58	32.35	789	11.9	32.0	-76.1	-4.6
4	CIMSIT OKUL	39.57	32.33	830	14.0	29.8	-78.6	-6.7
5	KUMPINARÇŞM	39.55	32.36	915	22.9	29.6	-79.0	-4.1
6	MUSAÇEŞME	39.54	32.34	891	21.1	30.3	-78.2	-6.4
7	PEKMEZ ÇŞM.	39.55	32.31	926	23.3	28.8	-79.8	-5.4
8	PEÇENEK OK.	39.53	32.33	1006	33.0	30.0	-79.1	-3.9
9	PULATLAR OK	39.53	32.30	846	17.7	31.7	-76.2	-6.2
10	KOFELLI TEPE	39.59	32.38	877	19.8	30.5	-77.8	-0.6
11	ETI.HO.ALAN	39.57	32.41	817	15.8	32.8	-75.5	-1.8
12	ETI.P.OFISI	39.57	32.40	811	14.6	32.4	-75.9	-3.0
13	VAKKOY OKUL	39.56	32.38	822	13.5	30.1	-78.1	-4.9
14	ÇAVUNDURÇIF	39.53	32.44	914	26.6	33.4	-75.2	-0.1
15	KUTUGUN SHE	39.54	32.42	867	22.5	34.2	-74.2	0.9
16	CIRCIR ÇŞM	39.53	32.39	922	28.9	34.8	-73.8	0.6
17	EFLIK DAGI	39.60	32.48	1165	55.6	35.7	-70.6	20.2
18	GOVER.HV.AL	39.56	32.45	819	14.3	31.2	-77.1	-4.6
19	GOVER.O.N	39.56	32.45	821	14.4	31.1	-77.0	-4.5
20	KARADERE PO	39.52	32.48	989	32.1	30.9	-77.5	-1.9
21	BUYRUKONU P	39.55	32.47	856	17.6	30.5	-77.9	-3.7
22	ÇAL DAGI	39.51	32.49	1301	61.2	26.9	-79.8	17.0
23	HOYUKLUDELO	39.50	32.48	1170	50.0	29.6	-80.2	5.1
24	TAŞPINAR ÇŞ	39.49	32.45	1195	52.9	29.8	-79.9	5.9
25	GOLBAŞI PO.	39.48	32.48	988	27.9	26.8	-81.9	-6.9
26	VIRANCIK OK	39.47	32.50	1071	41.4	31.5	-77.7	4.4
27	GOLBAŞI OK.	39.47	32.48	982	24.7	24.3	-84.6	-8.5
28	KIREMITOC.C	39.46	32.46	979	24.1	24.0	-85.1	-8.2
29	KARAOGLANMB	39.45	32.48	999	20.5	18.3	-90.9	-11.9
30	ALAÇATLI OK	39.51	32.40	933	29.6	34.4	-74.0	-1.9
31	LOLUMLUCAMI	39.51	32.44	1116	48.4	33.7	-75.4	7.5
32	KIZILCAS.OK	39.49	32.44	1144	48.5	30.9	-78.6	3.5
33	KUTUGUNKOYC	39.53	32.41	893	27.6	36.6	-71.9	1.7
34	INCEK CAMI	39.48	32.42	1149	50.2	32.0	-77.8	4.9
35	OGLURGAOKUL	39.49	32.39	1022	34.9	30.3	-78.8	-4.0
36	HACILAROKUL	39.46	32.43	1099	41.6	28.7	-80.7	0.8

EK 11'IN DEVAMI.

NOK. NO	NOKTANIN ADI	ENLEM	BOYLAM	YÜK. (H)	Δg_F	Δg_{FD}	Δg_B	Δg_I
37	TULUMTAS OK	39.45	32.39	1238	58.6	30.9	-79.1	6.8
38	MESE DAGI	39.52	32.34	1248	59.2	30.5	-76.7	16.1
39	KURTSIHOKUL	39.52	32.32	1054	43.1	35.0	-73.8	4.7
40	YAPACAK DEG	39.51	32.36	1067	44.8	35.3	-74.1	5.4
41	KARAAGAC BP	39.49	32.34	992	35.4	33.8	-75.3	-2.0
42	BAGBASITEPE	39.49	32.31	1179	51.4	30.0	-78.2	10.1
43	BOKM DINLEN	39.47	32.31	914	26.5	33.3	-75.3	-4.3
44	SEHITALI OK	39.46	32.36	1056	40.6	32.4	-76.4	-3.0
45	KALETEPE	39.43	32.32	1319	64.7	28.4	-76.5	16.4
46	FEVZIYEYANI	39.45	32.36	1214	57.4	32.3	-77.4	7.9
47	KARACAALI T	39.38	32.36	1242	53.8	25.7	-84.0	3.6
48	HALLACLI OK	39.42	32.36	1226	57.0	30.6	-79.4	3.0
49	OCRET OKUL	39.40	32.30	1105	48.0	34.5	-74.7	3.9
50	KOTEK CAMI	39.38	32.32	1143	46.3	28.8	-80.9	-0.3
51	HAYIRLIOKUL	39.37	32.35	1194	49.8	26.9	-83.1	-1.3
52	VELIHIMLTC	39.41	32.39	1118	41.0	26.1	-83.5	-4.2
53	KOPARANOKUL	39.43	32.40	1149	45.5	27.4	-82.1	0.9
54	BALLIPINAR	39.44	32.43	1046	29.2	21.9	-87.5	-8.4
55	BALLIPINARK	39.43	32.45	995	21.7	19.9	-89.5	-10.5
56	YAYRULAKOKU	39.42	32.44	1008	26.2	23.1	-86.4	-7.3
57	CERKEZHOYOK	39.40	32.44	1072	34.5	24.4	-85.1	-2.3
58	RAMPALAMENF	39.37	32.42	1069	34.2	24.5	-85.1	-4.7
59	KOR CESME	39.38	32.47	1001	24.8	22.3	-86.9	-7.8
60	ABEKIPINARK	39.40	32.46	1002	19.2	16.6	-92.8	-12.4
61	TURIZMBTELS	39.43	32.49	1020	24.9	20.4	-88.9	-10.5
62	KARAOGLANCA	39.44	32.50	1072	30.8	20.9	-88.5	-8.1
63	YOL KAVSAGI	39.42	32.50	1084	33.1	21.9	-87.8	-8.3
64	OGULBEYCAMI	39.41	32.49	1084	30.5	19.2	-90.1	-7.8
65	OGULBETC.ME	39.41	32.49	1029	22.9	17.5	-91.8	-12.9
66	YAGLIPINAR	39.39	32.48	1042	24.4	17.6	-91.8	-12.2
67	DAGDEREMENF	39.38	32.49	1055	26.1	18.0	-91.6	-11.9
68	AHIBOZ CAMI	39.36	32.51	1087	26.6	15.0	-94.7	-13.2
69	HASAN DAGI	39.36	32.48	1137	32.9	16.0	-93.1	-3.1
70	KESKOYAGILI	39.36	32.44	1004	25.9	23.1	-86.2	-6.8
71	TOPRAKLI OK	39.37	32.39	1092	37.9	25.8	-83.9	-4.4
72	CAVUN.D.MNF	39.36	32.40	1046	30.9	23.7	-85.9	-6.6

EK 1 'IN DEVAMI.

NOK. NO	NOKTANIN ADI	ENLEM	BOYLAM	YÜK. (H)	Δg_F	Δg_{FD}	Δg_B	Δg_I
73	IKIZCE CAMI	39.35	32.39	1117	36.3	21.4	-88.4	-5.6
74	ÇAMIKKAŞ T.	39.36	32.36	1211	46.9	22.2	-87.7	-1.9
75	DEVECIOKULU	39.36	32.32	1091	38.8	26.8	-82.3	-5.5
76	YEREGOMU D.	39.59	32.17	812	22.5	40.2	-66.8	-3.1
77	ASLANKAYA	39.59	32.25	1050	37.4	29.8	-77.5	-1.9
78	BY.SAKSAK	39.58	32.29	1062	33.7	24.7	-81.1	4.1
79	ABDULSELAM	39.57	32.22	1610	97.6	30.5	-64.5	39.3
80	GOKLER CAMI	39.56	32.23	1135	71.4	54.7	-52.9	24.8
81	PAŞALARIN	39.56	32.19	987	47.5	46.6	-61.3	6.4
82	KOCABEL ÇŞ	39.57	32.29	789	13.8	33.8	-73.6	-6.8
83	ONBAŞI TEPE	39.55	32.26	878	18.3	28.9	-78.5	-3.5
84	TEKKEKOY C.	39.55	32.22	979	39.7	39.5	-67.8	4.0
85	KARAKOYUN Y	39.53	32.13	824	17.6	33.9	-74.1	-6.7
86	ANAYURT OK	39.53	32.23	801	13.9	32.7	-75.5	-3.9
87	ESENKS.NT IS	39.53	32.28	762	9.5	32.5	-75.3	-6.8
88	AGOREN KO.	39.52	32.18	807	12.1	30.3	-77.5	-6.7
89	ESENLER OK.	39.51	32.29	892	24.6	33.7	-74.5	-2.3
90	TURKOBA DU.	39.50	32.26	751	12.4	36.5	-71.2	-2.2
91	KEPEZ TEPE	39.51	32.22	838	23.9	38.8	-68.4	7.3
92	ADA TEPE	39.50	32.21	1102	45.0	31.8	-68.6	22.8
93	KOPRU	39.50	32.18	716	0.4	28.2	-79.2	-12.7
94	GIRMEC OK.	39.49	32.17	889	27.0	36.4	-71.2	0.4
95	KARAÇAY MV.	39.48	32.19	729	2.4	28.9	-78.7	-10.9
96	BACIKOY OK.	39.47	32.17	848	16.6	30.4	-77.5	-7.1
97	KARAKAYA	39.47	32.21	868	27.9	39.6	-66.6	12.5
98	TURKOBA	39.49	32.27	852	20.7	34.1	-74.0	-1.9
99	ALCI OKUL	39.47	32.27	911	24.7	31.8	-76.6	-1.8
100	HALIKOY IS	39.47	32.23	740	14.4	39.7	-68.3	1.9
101	HARAMI ÇŞ	39.46	32.20	746	16.2	40.8	-67.1	2.4
102	OVGAZLI MNF	39.45	32.28	822	12.2	28.8	-78.8	-10.8
103	TURKOGLU MU	39.45	32.26	797	8.9	28.1	-79.8	-9.7
104	DINEK T	39.45	32.23	840	24.2	38.9	-67.9	10.2
105	ALAGOZ CAMI	39.45	32.28	899	23.2	31.6	-76.7	-3.6
106	TEMELLI KA.	39.43	32.21	765	16.3	39.0	-69.0	2.4
107	TURKOGLU A.	39.43	32.27	867	19.4	31.2	-77.1	-4.2
108	BOZHOYUK T	39.42	32.26	904	20.6	28.5	-78.1	-0.7

EK 1 'İN DEVAMI.

NOK. NO	NOKTANIN ADI	ENLEM	BOYLAM	YÜK. (H)	Δg_F	Δg_{FD}	Δg_B	Δg_I
109	MINGIR ÇSM	39.40	32.29	1044	43.5	36.5	-72.3	5.8
110	SELMANLI	39.40	32.23	787	9.1	29.3	-78.5	-8.0
111	SONGUT OK	39.41	32.20	881	30.8	41.1	-67.1	5.5
112	BESIK TEPE	39.40	32.17	1032	38.8	33.0	-73.8	9.1
113	BEYOBASI C.	39.39	32.20	930	34.4	39.4	-69.1	5.3
114	ÇUKVIRAN	39.39	32.26	845	18.7	32.8	-75.4	-3.3
115	IKIPINAR ÇS	39.38	32.27	862	17.1	29.4	-78.6	-8.2
116	IHTIYAROGLU	39.38	32.23	810	12.5	30.4	-77.6	-7.3
117	TURKSERLFLI	39.36	32.28	907	21.6	29.2	-78.3	-7.7
118	AHLATLIBAY.	39.36	32.17	1222	58.7	32.8	-75.5	14.3
119	BABAYAKUP	39.35	32.24	864	16.5	28.6	-79.3	-8.0
120	AVCILAR	39.35	32.27	1033	32.1	26.2	-83.0	-2.9
121	FETHIYE ÇES	40.07	32.33	906	22.9	30.5	-78.0	-4.9
122	MENFEZ	40.08	32.38	866	8.2	20.0	-87.8	-16.3
123	LEZGI OKULU	40.07	32.46	1112	55.4	41.1	-68.2	4.9
124	BAGLUM BELE	40.03	32.50	1163	57.5	37.8	-72.0	7.3
125	ABADAN OKUL	40.07	32.52	1110	53.2	39.2	-70.3	31.3
126	OVACIK OKUL	40.00	32.50	999	29.5	27.3	-81.9	-6.4
127	IVEDIK SAGO	40.00	32.46	897	25.8	34.4	-73.8	-3.4
128	YAKACIK OKU	40.02	32.46	1022	40.7	36.0	-72.4	-1.1
129	MEMLIK CAMI	40.04	32.45	1181	59.6	38.1	-71.3	7.4
130	ORHANIYE OK	40.06	32.40	994	29.3	27.6	-80.3	-7.7
131	BITIK K.Y.B	40.07	32.38	844	5.2	19.5	-88.3	-18.9
132	TESREK OKUL	40.04	32.36	954	21.9	24.4	-84.1	-0.7
133	SARAY SHELL	40.03	32.37	865	6.7	18.7	-89.6	-18.3
134	SARAY PETRO	40.03	32.38	870	7.6	19.1	-89.3	-18.0
135	SARAY OKULU	40.03	32.38	875	8.4	19.3	-89.2	-17.4
136	KARACAKAYA	40.03	32.42	1090	51.2	39.3	-69.9	8.2
137	YUVAKOYOKUL	40.01	32.43	984	38.9	38.3	-68.7	3.0
138	SUSUZKOY OK	40.01	32.39	897	23.0	31.5	-77.1	-3.1
139	DUTLUCA ÇSM	40.05	32.32	855	13.4	26.5	-82.0	-11.4
140	ODAN ÇIF.ÇS	40.03	32.33	824	1.3	17.6	-90.8	-19.4
141	POYRAZ KAYA	40.01	32.36	1023	25.7	21.0	-86.7	-1.1
142	ÇOGLU OKULU	40.01	32.32	811	4.3	22.0	-85.1	-15.0
143	KERVANSARAY	40.00	32.39	872	23.4	34.6	-73.5	-1.2

EK 2 : DAYANAK NOKTALARINDAKİ MERKEZLENDİRİLMİŞ GRAVİTE ANOMALİLERİ.

NOK. NO	ENLEM	BOYLAM	0.DERECE TREND				2.DERECE TREND			
			Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I	Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I
1	39.59	32.32	-21.2	-2.4	-2.0	-9.2	-15.9	-3.7	-4.2	-8.4
2	39.59	32.32	-21.1	-2.3	-1.9	-9.1	-15.8	-3.6	-4.1	-8.2
3	39.58	32.35	-17.9	2.2	2.4	-3.0	-14.9	1.1	0.9	-2.7
4	39.57	32.33	-15.8	-0.1	-0.1	-5.0	-12.1	-1.2	-1.7	-4.5
5	39.55	32.36	-7.0	-0.2	-0.5	-2.4	-5.7	-0.7	-1.1	-2.3
6	39.54	32.34	-8.8	0.5	0.3	-4.7	-6.6	-0.2	-0.7	-4.5
7	39.55	32.31	-6.6	-1.0	-1.3	-3.8	-2.8	-2.1	-3.0	-3.3
8	39.53	32.33	3.2	0.1	-0.5	-2.3	5.3	-0.6	-1.6	-2.0
9	39.53	32.30	-12.1	1.9	2.3	-4.5	-8.2	0.6	0.4	-4.2
10	39.59	32.38	-10.0	0.7	0.7	1.1	-8.5	-0.5	-0.7	0.8
11	39.57	32.41	-14.0	3.0	3.0	-0.2	-14.7	2.4	2.5	-0.7
12	39.57	32.40	-15.2	2.6	2.6	-1.3	-15.2	1.8	1.9	-1.8
13	39.56	32.38	-16.3	0.3	0.4	-3.2	-15.4	-0.3	-0.3	-3.3
14	39.53	32.44	-3.2	3.6	3.3	1.6	-6.1	4.8	5.1	1.6
15	39.54	32.42	-7.4	4.4	4.3	2.5	-8.9	4.9	5.1	2.4
16	39.53	32.39	-0.9	5.0	4.7	2.3	-1.6	5.4	5.3	2.5
17	39.60	32.48	25.7	5.9	7.9	21.8	20.9	4.5	7.2	19.3
18	39.56	32.45	+15.5	1.3	1.4	-2.9	-18.5	1.4	2.0	-3.8
19	39.56	32.45	-15.4	1.3	1.6	-2.9	-18.5	1.3	2.1	-3.7
20	39.52	32.48	2.3	1.1	1.0	-0.3	-2.5	3.4	4.3	-0.0
21	39.55	32.47	-12.3	0.7	0.6	-2.1	-16.3	1.6	2.2	-2.6
22	39.51	32.49	31.4	-3.0	-1.3	18.6	26.3	0.1	2.9	19.4
23	39.50	32.48	20.1	-0.2	-1.7	6.7	15.7	3.1	2.6	7.8
24	39.49	32.45	23.1	0.0	-1.4	7.5	19.6	3.0	2.4	8.7
25	39.48	32.48	-2.0	-3.0	-3.4	-5.2	-6.3	1.4	2.0	-3.3
26	39.47	32.50	11.6	1.7	0.8	6.0	6.8	7.4	7.7	8.8
27	39.47	32.48	-5.1	-5.5	-6.1	-6.8	-9.5	-0.6	+0.1	-4.4
28	39.46	32.46	-5.7	-5.8	-6.6	-6.5	-9.5	-1.0	-0.8	-4.1
29	39.45	32.48	-9.3	-11.5	-12.4	-10.3	-13.5	-5.6	-5.4	-7.1
30	39.51	32.40	-0.3	4.6	4.5	-0.3	-1.7	5.8	6.1	0.2
31	39.51	32.44	18.6	3.9	3.1	9.1	15.6	5.9	5.8	9.8
32	39.49	32.44	18.7	1.1	-0.1	5.2	15.8	3.8	3.3	6.3
33	39.53	32.41	-2.2	6.8	6.6	3.4	-3.9	7.6	7.8	3.5
34	39.48	32.42	20.4	2.2	0.7	6.5	18.0	4.6	3.7	7.6
35	39.49	32.39	5.1	0.4	-0.3	-2.3	3.7	1.9	1.5	1.6
36	39.46	32.43	11.8	-1.1	-2.2	2.4	8.8	2.6	2.3	4.2

EK 2 'NIN DEVAMI.

NOK. NO	ENLEM	BOYLAM	0.DERECE TREND				2.DERECE TREND			
			Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I	Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I
37	39.45	32.39	28.7	1.1	-0.6	8.5	26.7	3.4	2.1	9.5
38	39.52	32.34	29.4	0.7	1.9	17.8	30.6	0.4	1.3	18.0
39	39.52	32.32	13.3	5.2	4.7	6.3	15.6	4.4	3.5	6.5
40	39.51	32.36	15.0	5.5	4.4	7.1	15.3	5.7	4.6	7.3
41	39.49	32.34	5.5	4.0	3.3	-0.4	6.0	4.0	3.1	-0.3
42	39.49	32.31	21.6	0.2	0.3	11.7	23.3	-0.8	-1.0	11.5
43	39.47	32.31	-3.4	3.4	3.3	-2.6	-2.8	2.7	2.4	-3.0
44	39.46	32.36	10.8	2.6	2.1	-1.3	9.6	3.7	3.5	-0.9
45	39.43	32.32	34.8	-1.4	2.0	18.1	33.7	-1.8	1.7	17.3
46	39.45	32.36	27.5	2.5	1.1	9.6	26.1	3.6	2.5	9.9
47	39.38	32.36	23.9	-4.1	-5.5	5.3	20.4	-1.3	-2.0	6.2
48	39.42	32.36	27.2	0.8	-0.9	4.7	24.9	2.6	1.2	5.1
49	39.40	32.30	18.2	4.7	3.8	5.6	16.0	3.7	2.9	3.9
50	39.38	32.32	16.4	-1.0	-2.4	1.4	13.1	-1.0	-1.9	0.1
51	39.37	32.35	20.0	-2.9	-4.6	0.3	16.3	-0.9	-2.0	0.5
52	39.41	32.39	11.2	-3.7	-5.0	-2.5	8.3	-0.3	-1.0	-1.0
53	39.43	32.40	15.7	-2.4	-3.6	2.6	13.1	0.8	0.3	4.2
54	39.44	32.43	-0.7	-7.9	-9.0	-6.7	-3.8	-3.6	-3.9	-4.5
55	39.43	32.45	-8.1	-10.0	-11.0	-8.9	-11.7	-4.5	-4.5	-5.9
56	39.42	32.44	-3.6	-6.7	-7.9	-5.6	-7.2	-0.8	-1.0	-2.3
57	39.40	32.44	4.7	-5.4	-6.6	-0.6	1.0	1.0	0.8	3.0
58	39.37	32.42	4.3	-5.3	-6.6	-3.0	0.6	0.6	0.4	0.2
59	39.38	32.47	-5.0	-7.5	-8.4	-6.2	-8.8	1.3	1.6	-0.8
60	39.40	32.46	-10.7	-13.2	-14.3	-10.8	-14.4	-6.1	-6.0	-6.5
61	39.43	32.49	-4.9	-9.4	-10.4	-8.9	-9.2	-1.9	-1.7	-4.6
62	39.44	32.50	1.0	-9.0	-10.0	-6.4	-3.5	-1.7	-1.4	-2.3
63	39.42	32.50	3.3	-7.9	-9.3	-6.6	-1.1	0.4	0.4	-1.7
64	39.41	32.49	0.7	-10.6	-11.6	-6.2	-3.4	-1.8	-1.5	-0.8
65	39.41	32.49	-6.9	-12.3	-13.3	-11.2	-11.0	-3.8	-3.6	-6.1
66	39.39	32.48	-5.4	-12.3	-13.3	-10.5	-9.4	-3.0	-2.7	-4.8
67	39.38	32.49	-3.7	-11.9	-13.1	-10.2	-7.6	-1.7	-1.5	-3.7
68	39.36	32.51	-3.3	-14.8	-16.2	-11.5	-6.9	-2.5	-2.5	-3.4
69	39.36	32.48	3.1	-13.8	-14.6	-1.4	-0.6	-3.2	-2.6	5.4
70	39.36	32.44	-3.9	-6.7	-7.7	-5.2	-7.8	1.3	1.5	-0.4
71	39.37	32.39	8.1	-4.0	-5.3	-2.7	4.3	0.3	-0.3	-0.8
72	39.36	32.40	1.1	-6.2	-7.4	-5.0	-2.8	-0.5	-0.7	-2.0

EK 2 'NIN DEVAMI.

NOK. NO	ENLEM	BOYLAM	0.DERECE TREND				2.DERECE TREND			
			Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I	Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I
73	39.35	32.39	6.4	-8.4	-9.9	-4.0	2.3	-3.2	-3.8	-1.5
74	39.36	32.36	17.1	-7.7	-9.2	-0.3	13.0	-4.9	-5.7	0.3
75	39.36	32.32	9.0	-3.1	-3.8	-3.8	4.7	-2.6	-2.8	-5.1
76	39.59	32.17	-7.3	10.4	11.7	-1.5	7.7	9.0	8.0	2.6
77	39.59	32.25	7.6	-0.1	1.0	-0.3	17.0	-1.5	-1.8	1.9
78	39.58	32.29	3.8	-5.1	-2.6	5.7	10.8	-6.5	-5.0	7.1
79	39.57	32.22	67.8	0.7	14.0	40.9	77.7	-1.3	10.5	42.8
80	39.56	32.23	41.6	24.9	25.6	26.4	50.6	23.0	22.3	28.1
81	39.56	32.19	17.7	16.8	17.2	8.0	29.0	14.5	13.1	10.1
82	39.57	32.29	-16.0	4.0	4.9	-5.1	-10.4	2.6	2.7	-4.2
83	39.55	32.26	-11.5	-0.9	0.0	-1.9	-5.0	-2.7	-2.9	-1.1
84	39.55	32.22	9.8	9.7	10.7	6.2	18.5	7.4	6.9	7.4
85	39.53	32.18	-12.3	4.1	4.4	-5.0	-2.9	0.9	-0.5	-4.4
86	39.53	32.23	-15.9	2.9	3.0	-2.2	-9.5	0.4	-0.6	-2.0
87	39.53	32.28	-20.3	2.6	3.2	-5.1	-15.5	1.0	0.7	-4.8
88	39.52	32.18	-17.7	0.5	1.0	-5.0	-9.3	-3.2	-4.2	-5.1
89	39.51	32.29	-5.2	3.9	4.0	-0.6	-2.1	2.6	2.1	-0.6
90	39.50	32.26	-17.4	6.7	7.4	-0.5	-13.3	4.5	4.3	-0.9
91	39.51	32.22	-5.9	9.0	10.1	8.9	-0.3	6.0	6.0	8.4
92	39.50	32.21	15.1	2.0	10.0	24.4	20.4	-1.5	5.4	23.4
93	39.50	32.18	-29.4	-1.6	-0.7	-11.1	-22.1	-5.9	-6.4	-12.0
94	39.49	32.17	-2.9	6.6	7.3	2.0	3.2	1.4	0.7	-0.0
95	39.48	32.19	-27.4	-1.0	-0.2	-9.2	-22.3	-5.4	-5.9	-11.0
96	39.47	32.17	-13.2	0.6	1.0	-5.4	-8.9	-5.0	-5.7	-8.4
97	39.47	32.21	-1.9	9.8	11.9	14.1	1.6	5.7	6.9	12.0
98	39.49	32.27	-9.1	4.3	4.5	-0.3	-6.4	2.2	1.8	-1.1
99	39.47	32.27	-5.1	2.0	1.9	-0.1	-3.3	-0.1	-0.7	-1.2
100	39.47	32.23	-15.4	9.9	10.2	3.6	-12.7	6.3	5.8	1.6
101	39.46	32.20	-13.6	11.0	11.4	4.1	-10.9	6.1	5.6	1.2
102	39.45	32.28	-17.6	-1.0	-0.3	-9.1	16.9	-3.0	-2.6	-10.6
103	39.45	32.26	-21.0	-1.8	-1.3	-8.1	-20.2	-4.3	-4.3	-9.9
104	39.45	32.23	-5.6	9.1	10.6	11.8	-4.2	5.0	5.9	9.0
105	39.45	32.28	-6.6	1.8	1.9	-2.0	-6.6	0.1	-0.1	-3.5
106	39.43	32.21	-13.5	9.1	9.5	4.0	-12.7	4.1	3.8	0.3
107	39.43	32.27	-10.4	1.3	1.4	-2.6	-11.0	-1.3	-1.5	-5.0
108	39.42	32.26	-9.2	-1.3	0.4	1.0	-10.1	-4.4	-3.0	-1.9

EK 2 'NIN DEVAMI.

NOK. NO	ENLEM	BOYLAM	0.DERECE TREND				2.DERECE TREND			
			Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I	Δg^*_F	Δg^*_{FD}	Δg^*_B	Δg^*_I
109	39.40	32.29	13.7	6.6	6.2	7.5	11.6	5.1	4.7	5.4
110	39.40	32.23	-20.7	-0.5	0.0	-6.3	-22.3	-5.1	-4.9	-10.6
111	39.41	32.20	1.0	11.3	11.5	7.1	-0.0	4.9	4.6	1.7
112	39.40	32.17	9.0	3.2	4.7	10.7	7.4	-4.8	-3.9	3.7
113	39.39	32.20	4.6	9.6	9.4	6.9	2.3	3.2	2.6	1.0
114	39.39	32.26	-11.1	3.0	3.1	-1.7	-13.6	-0.2	-0.1	-5.2
115	39.38	32.27	-12.7	-0.4	-0.1	-6.5	-16.0	-3.2	-2.8	-10.0
116	39.38	32.23	-17.3	0.6	0.9	-5.6	-20.4	-4.2	-4.0	-10.6
117	39.36	32.28	-8.2	-0.6	0.2	-6.0	-12.3	-2.9	-1.8	-9.4
118	39.36	32.17	28.9	2.9	3.0	15.9	24.5	-6.1	-6.4	7.2
119	39.35	32.24	-13.3	-1.2	-0.8	-6.4	-18.1	-6.2	-5.7	-12.1
120	39.35	32.27	2.2	-3.6	-4.4	-1.2	-2.7	-6.4	-6.9	-5.4
121	40.07	32.33	-6.9	0.7	0.5	-3.2	0.5	-1.5	-2.8	-2.2
122	40.08	32.38	-21.7	-9.8	-9.3	-14.6	-18.4	-13.1	-13.2	-15.8
123	40.07	32.46	25.6	11.3	10.3	6.6	22.1	6.5	5.8	2.0
124	40.03	32.50	27.6	8.0	6.6	9.0	20.8	4.8	4.3	4.5
125	40.07	32.52	23.3	9.3	8.2	32.9	14.9	3.7	3.5	26.0
126	40.00	32.50	-0.3	-2.5	-3.4	-4.8	-6.3	-4.3	-4.3	-7.9
127	40.00	32.46	-4.1	4.5	4.7	-1.8	-8.0	2.9	3.6	-4.2
128	40.02	32.46	10.9	6.2	6.1	0.6	7.4	3.6	4.0	2.4
129	40.04	32.45	29.8	8.3	7.2	9.1	27.1	5.2	4.5	6.1
130	40.06	32.40	-0.5	-2.2	-1.8	-6.1	0.8	-5.4	-5.3	-7.9
131	40.07	32.38	-24.6	-10.3	-9.8	-17.2	-21.2	-13.3	-13.4	-18.1
132	40.04	32.36	-7.9	-5.4	-5.6	1.0	-3.9	-7.6	-8.5	0.8
133	40.03	32.37	-23.1	-11.1	-11.1	-16.7	-20.3	-13.2	-13.6	-17.2
134	40.03	32.38	-22.2	-10.8	-10.8	-16.3	-19.6	-12.9	-13.4	-16.9
135	40.03	32.38	-21.4	-10.5	-10.7	-15.7	-18.8	-12.6	-13.2	-16.3
136	40.03	32.42	21.4	9.4	8.6	9.8	20.9	7.0	6.2	8.0
137	40.01	32.43	9.1	8.5	9.8	4.7	7.3	6.5	8.0	2.7
138	40.01	32.39	-6.9	1.7	1.4	-1.5	-5.6	0.0	-0.5	-2.2
139	40.05	32.32	-16.4	-3.3	-3.5	-9.7	-8.7	-5.1	-6.4	-8.3
140	40.03	32.33	-28.6	-12.2	-12.2	-17.7	-22.6	-13.9	-14.8	-16.8
141	40.01	32.36	-4.1	-8.9	-8.2	0.6	-0.7	-10.4	-10.3	0.7
142	40.01	32.32	-25.5	-7.8	-6.6	-13.4	-19.7	-9.2	-8.9	-12.4
143	40.00	32.39	-6.4	4.8	5.0	0.5	-5.5	3.3	3.4	-0.2

EK 3 : Kovariyans Fonksiyonlarının Parametreleri ve Karesel Ortalama Hataları

1) 0.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_F anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, $C(o) = 270.275614$ mgal^2.

KUŞAK ARALIĞI KM.	2.FONK. a m_o	3.FONK. a m_o	4.FONK. a m_o	5.FONK. a m_o	7.FONK. a m_o	8.FONK. a m_o
3.0	0.82703 ±0.1000	0.98191 ±0.1140	3.59209 ±0.0487	0.18231 ±0.1140	0.50626 ±0.0802	0.20363 ±0.0506
3.5	0.81632 ±0.0417	0.98490 ±0.1068	3.45506 ±0.0593	0.17956 ±0.1068	0.55823 ±0.0780	0.20647 ±0.0646
4.0	0.80436 ±0.0389	0.97660 ±0.2002	3.11327 ±0.1153	0.19379 ±0.2002	0.61574 ±0.0453	0.23694 ±0.1278
4.5	0.79881 ±0.0521	0.98091 ±0.2117	2.92242 ±0.1157	0.18944 ±0.2117	0.64270 ±0.0647	0.24485 ±0.1281
5.0	0.79406 ±0.0357	0.98583 ±0.2095	2.73423 ±0.0887	0.18913 ±0.2095	0.65956 ±0.0597	0.25272 ±0.1007
5.5	0.79645 ±0.0588	0.97842 ±0.2659	2.85172 ±0.1052	0.22571 ±0.2659	0.62136 ±0.0076	0.26431 ±0.1157
6.0	0.78520 ±0.0693	0.98730 ±0.2601	2.68443 ±0.0946	0.24147 ±0.2601	0.66544 ±0.0014	0.27380 ±0.1008

2) 2.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_F anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, $C(o) = 251.295661$ mgal^2.

KUŞAK ARALIĞI KM.	2.FONK. a m_o	3.FONK. a m_o	4.FONK. a m_o	5.FONK. a m_o	7.FONK. a m_o	8.FONK. a m_o
3.0	0.80900 ±0.1159	0.98243 ±0.0875	3.20843 ±0.0510	0.19763 ±0.0875	0.56096 ±0.1118	0.22201 ±0.0469
3.5	0.80458 ±0.0835	0.97300 ±0.0795	3.23086 ±0.0489	0.20443 ±0.0795	0.57008 ±0.0980	0.22594 ±0.0489
4.0	0.78055 ±0.0324	0.97678 ±0.1892	2.67200 ±0.0953	0.21204 ±0.1892	0.69716 ±0.0604	0.26806 ±0.1076
4.5	0.77748 ±0.0584	0.96360 ±0.2694	2.58426 ±0.1186	0.24849 ±0.2694	0.68766 ±0.0204	0.29635 ±0.1319
5.0	0.77443 ±0.0000	0.97483 ±0.2056	2.61555 ±0.0447	0.25374 ±0.2056	0.67761 ±0.0515	0.28591 ±0.0572
5.5	0.77492 ±0.0261	0.98286 ±0.2214	2.60458 ±0.0569	0.25402 ±0.2214	0.68636 ±0.0369	0.28395 ±0.0661
6.0	0.76061 ±0.0293	0.99217 ±0.1958	2.47149 ±0.0388	0.27153 ±0.1958	0.74665 ±0.0472	0.29300 ±0.0448

Ek 3'ün devamı.

3) 0.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_{FD} anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, C(o) =44 729286 mgal^2

KUŞAK ARALIGI KM.	2.FONK. A m_o	3.FONK. A m_o	4.FONK. A m_o	5.FONK. A m_o	7.FONK. A m_o	8.FONK. A m_o
3.0	0.88860 ±0.0505	0.99268 ±0.1171	6.17599 ±0.0830	0.10731 ±0.1171	0.31550 ±0.0926	0.11929 ±0.0852
3.5	0.89033 ±0.0609	0.99358 ±0.0984	6.03810 ±0.0412	0.10761 ±0.0984	0.31017 ±0.0695	0.12064 ±0.0446
4.0	0.88806 ±0.0313	0.99220 ±0.1178	6.05796 ±0.0676	0.10967 ±0.1178	0.31955 ±0.0686	0.12213 ±0.0723
4.5	0.89210 ±0.0238	0.99071 ±0.1153	6.26659 ±0.0583	0.11055 ±0.1153	0.30377 ±0.0503	0.11980 ±0.0653
5.0	0.88783 ±0.0319	0.99217 ±0.1209	6.01738 ±0.0701	0.10994 ±0.1209	0.32282 ±0.0659	0.12260 ±0.0756
5.5	0.88470 ±0.0357	0.99333 ±0.1347	5.81852 ±0.0868	0.10871 ±0.1342	0.34058 ±0.0765	0.12467 ±0.0929
6.0	0.88611 ±0.0481	0.98937 ±0.1917	5.83611 ±0.1280	0.11260 ±0.1917	0.33666 ±0.0714	0.12932 ±0.1399

4) 2.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_{FD} anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, C(o) = 27.371123 mgal^2.

KUŞAK ARALIGI KM.	2.FONK. A m_o	3.FONK. A m_o	4.FONK. A m_o	5.FONK. A m_o	7.FONK. A m_o	8.FONK. A m_o
3.0	0.82367 ±0. 800	0.97943 ±0.1559	3.57383 ±0.0878	0.18163 ±0.1559	0.52995 ±0.0734	0.20750 ±0.0941
3.5	0.82230 ±0.0468	0.98416 ±0.1154	3.61949 ±0.0704	0.17344 ±0.1154	0.53758 ±0.0824	0.19868 ±0.0750
4.0	0.80723 ±0.0602	0.98691 ±0.1848	3.19474 ±0.1253	0.17406 ±0.1848	0.63606 ±0.0861	0.21744 ±0.1359
4.5	0.80571 ±0.0840	0.97971 ±0.2417	3.06168 ±0.1516	0.18179 ±0.2417	0.63085 ±0.0814	0.23709 ±0.1641
5.0	0.86200 ±0.0472	0.98495 ±0.2089	2.91160 ±0.1012	0.18184 ±0.2089	0.63037 ±0.0709	0.24046 ±0.1134
5.5	0.79649 ±0.0737	0.97838 ±0.2857	2.82473 ±0.1247	0.22562 ±0.2857	0.62730 ±0.0368	0.26721 ±0.1344
6.0	0.76643 ±0.1064	0.98677 ±0.2937	2.56155 ±0.1275	0.24814 ±0.2937	0.69484 ±0.0348	0.28479 ±0.1310

Ek 3'ün devamı.

5) 0.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_B anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, C(o) = 50.206889 mgal².

KUŞAK ARALIGI KM.	2.FONK. A m_o	3.FONK. A m_o	4.FONK. A m_o	5.FONK. A m_o	7.FONK. A m_o	8.FONK. A m_o
3.0	0.90687 ±0.0570	0.99355 ±0.0847	7.29124 ±0.0399	0.09472 ±0.0847	0.25439 ±0.0661	0.10204 ±0.0420
3.5	0.90796 ±0.1149	0.99428 ±0.1162	7.11234 ±0.0781	0.09494 ±0.1162	0.25337 ±0.0947	0.10356 ±0.0797
4.0	0.90536 ±0.0484	0.99290 ±0.0964	7.16920 ±0.0357	0.09710 ±0.0964	0.25910 ±0.0501	0.10456 ±0.0422
4.5	0.90433 ±0.0619	0.99425 ±0.0865	7.08675 ±0.0430	0.09479 ±0.0865	0.26519 ±0.0758	0.10382 ±0.0436
5.0	0.90584 ±0.0521	0.99281 ±0.0955	7.18487 ±0.0385	0.09705 ±0.0955	0.26003 ±0.0551	0.10420 ±0.0437
5.5	0.90275 ±0.0366	0.99373 ±0.1064	6.99260 ±0.0556	0.09650 ±0.1064	0.27391 ±0.0624	0.10593 ±0.0603
6.0	0.89808 ±0.0592	0.99418 ±0.1304	6.73759 ±0.0976	0.09570 ±0.1304	0.29526 ±0.0974	0.10802 ±0.1013

6) 2.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_B anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, C(o) = 28.382647 mgal².

KUŞAK ARALIGI KM.	2.FONK. A m_o	3.FONK. A m_o	4.FONK. A m_o	5.FONK. A m_o	7.FONK. A m_o	8.FONK. A m_o
3.0	0.84221 ±0.1714	0.98966 ±0.1466	3.83029 ±0.1215	0.15932 ±0.1466	0.45772 ±0.1564	0.18185 ±0.1208
3.5	0.84350 ±0.1324	0.98722 ±0.0710	4.03401 ±0.0638	0.16159 ±0.0710	0.44374 ±0.1260	0.17734 ±0.0575
4.0	0.82527 ±0.0427	0.98800 ±0.1219	3.63168 ±0.0762	0.16467 ±0.1219	0.53736 ±0.0871	0.19383 ±0.0827
4.5	0.82738 ±0.0449	0.98092 ±0.1909	3.63934 ±0.1170	0.16809 ±0.1909	0.53122 ±0.0654	0.20281 ±0.1290
5.0	0.82348 ±0.0330	0.98582 ±0.1497	3.44822 ±0.0642	0.16917 ±0.1497	0.53185 ±0.0772	0.20707 ±0.0753
5.5	0.82176 ±0.0336	0.97482 ±0.2448	3.35023 ±0.1006	0.19405 ±0.2448	0.53042 ±0.0033	0.22917 ±0.1155
6.0	0.80502 ±0.0748	0.98310 ±0.2788	2.96892 ±0.1154	0.21560 ±0.2788	0.59694 ±0.0184	0.25238 ±0.1241

Ek 3'ün devamı.

7) 0.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_I anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, C(o) = 84.454721 mgal².

KUŞAK ARALIGI KM.	2.FONK. A m₀	3.FONK. A m₀	4.FONK. A m₀	5.FONK. A m₀	7.FONK. A m₀	8.FONK. A m₀
3.0	0.76427 ±0.1235	0.99236 ±0.1491	2.46313 ±0.0707	0.20672 ±0.1491	0.68284 ±0.1223	0.25910 ±0.0657
3.5	0.77666 ±0.0604	0.98898 ±0.1178	2.51078 ±0.0164	0.21526 ±0.1178	0.70346 ±0.0835	0.26565 ±0.0244
4.0	0.74039 ±0.0404	0.98132 ±0.2160	2.02374 ±0.0785	0.24848 ±0.2160	0.86050 ±0.0298	0.33435 ±0.0869
4.5	0.74360 ±0.0574	0.98618 ±0.2432	1.97210 ±0.0874	0.23593 ±0.2432	0.86974 ±0.0211	0.33072 ±0.0941
5.0	0.73813 ±0.0480	0.99098 ±0.2442	1.90432 ±0.0637	0.23346 ±0.2442	0.90326 ±0.0396	0.33140 ±0.0693
5.5	0.71802 ±0.0721	0.99734 ±0.2159	2.01382 ±0.0686	0.32510 ±0.2159	0.93261 ±0.0116	0.35196 ±0.0702
6.0	0.71667 ±0.0829	0.99915 ±0.2903	1.69580 ±0.0686	0.23722 ±0.2903	1.10746 ±0.0393	0.34627 ±0.0697

8) 2.Derece trend fonksiyonu kullanılarak merkezlendirilen Δg_I anomalilerine ilişkin kovariyans fonksiyonlarının parametreleri ve karesel ortalama hataları, C(o) = 76.801823 mgal².

KUŞAK ARALIGI KM.	2.FONK. A m₀	3.FONK. A m₀	4.FONK. A m₀	5.FONK. A m₀	7.FONK. A m₀	8.FONK. A m₀
3.0	0.77087 ±0.1526	0.99438 ±0.1486	2.19790 ±0.0887	0.21914 ±0.1486	0.71841 ±0.1573	0.27729 ±0.0804
3.5	0.75935 ±0.0670	0.99023 ±0.1076	2.25627 ±0.0154	0.22885 ±0.1076	0.76036 ±0.1034	0.28732 ±0.0147
4.0	0.71346 ±0.0334	0.98372 ±0.2162	1.76627 ±0.0579	0.27042 ±0.2162	0.96954 ±0.0475	0.37067 ±0.0649
4.5	0.71330 ±0.0495	0.98942 ±0.2426	1.70524 ±0.0623	0.26049 ±0.2426	1.00127 ±0.0380	0.36864 ±0.0666
5.0	0.71243 ±0.0353	0.99450 ±0.2356	1.73399 ±0.0353	0.25585 ±0.2356	1.01885 ±0.0556	0.35884 ±0.0391
5.5	0.69126 ±0.0549	1.00202 ±0.1699	1.86729 ±0.0412	0.35164 ±0.1699	1.05692 ±0.0310	0.37604 ±0.0426
6.0	0.68325 ±0.0770	1.00954 ±0.1453	1.69968 ±0.0500	0.36331 ±0.1453	1.26420 ±0.0079	0.39925 ±0.0481

E K 4 : C Bölgesine İlişkin Kestirim Noktalarında Hesaplanan $\Delta\tilde{g}$ Değerleri

17	19	21	23	23	23	21	20	19	19	20	21	22	23	23	23	22
17	19	21	23	23	23	22	21	20	21	22	24	25	26	25	25	24
16	19	21	23	23	23	22	22	22	24	26	27	28	28	28	27	27
16	19	21	23	24	23	23	23	25	28	30	31	32	31	31	30	28
17	20	23	25	26	25	25	26	29	33	36	37	36	35	33	32	30
18	22	26	29	30	30	29	31	36	41	43	43	41	39	36	34	32
20	25	30	34	36	36	36	39	44	49	51	50	46	42	38	35	33
22	27	33	38	42	43	44	47	52	56	57	54	49	44	40	37	34
24	29	36	42	46	48	49	52	56	59	59	56	51	45	41	37	34
26	32	38	44	47	50	51	53	56	58	57	54	49	45	41	37	35
30	35	41	45	48	50	51	52	53	54	53	50	47	43	40	37	34
34	39	44	48	49	49	49	49	49	48	47	46	43	41	38	36	34
38	44	48	50	50	48	47	45	44	43	42	41	40	38	37	35	34
41	47	51	52	50	47	44	42	40	39	38	37	37	36	35	34	33
42	47	51	51	49	45	42	39	37	35	35	35	35	35	35	34	33
41	45	48	48	46	43	39	37	35	33	33	33	34	34	34	34	33
38	41	42	42	41	39	37	35	33	32	32	33	33	33	34	34	34

a) C Bölgesine İlişkin Kestirim Noktalarındaki Sayısal $\Delta\tilde{g}_F$ Değerleri

31	31	30	30	29	28	28	28	29	29	30	30	30	30	29	30	30
31	31	31	30	30	29	29	30	30	31	30	30	30	30	30	30	30
31	31	30	29	29	28	28	29	29	30	30	30	30	30	30	30	31
32	31	31	30	29	29	29	29	29	29	29	29	30	30	30	31	31
32	32	32	32	31	30	29	29	28	29	29	29	30	30	31	32	32
33	33	34	33	32	31	30	29	28	28	29	29	30	31	32	32	33
34	35	35	35	34	33	31	30	29	29	29	30	31	32	32	33	34
34	35	36	36	35	34	32	31	30	30	30	31	32	33	33	34	34
34	35	36	36	36	35	34	32	31	31	31	32	33	34	34	35	35
34	35	35	36	36	35	34	33	33	32	33	33	34	35	35	35	35
33	34	34	35	35	35	34	34	33	33	34	34	35	35	35	35	35
32	32	33	33	34	34	34	34	34	34	34	35	35	36	36	35	35
31	31	32	32	33	33	33	34	34	34	35	35	35	35	35	35	34
30	30	30	31	32	32	33	33	34	34	35	35	35	35	35	34	33
30	30	30	30	31	32	32	33	33	34	34	35	35	34	34	33	32
30	30	30	30	31	31	32	33	33	34	34	34	34	34	33	32	32
30	30	30	31	31	32	32	33	33	33	34	34	34	33	32	32	31

b) C Bölgesine İlişkin Kestirim Noktalarındaki $\Delta\tilde{g}_{FD}$ değerleri

-76	-77	-78	-79	-79	-80	-80	-79	-79	-78	-78	-78	-78	-78	-78	-78	-78
-76	-77	-78	-79	-79	-80	-80	-79	-78	-78	-77	-77	-78	-78	-78	-78	-78
-76	-77	-78	-79	-80	-80	-80	-80	-79	-78	-78	-78	-78	-78	-78	-78	-77
-75	-76	-77	-78	-79	-80	-80	-80	-79	-79	-78	-78	-78	-77	-77	-77	-77
-75	-75	-76	-77	-78	-79	-80	-80	-80	-79	-78	-78	-77	-77	-77	-76	-76
-74	-74	-74	-75	-76	-78	-79	-79	-79	-79	-78	-77	-77	-76	-76	-75	-75
-73	-73	-73	-74	-74	-76	-77	-78	-78	-78	-77	-77	-76	-76	-75	-75	-74
-73	-73	-72	-72	-73	-74	-75	-76	-77	-77	-76	-76	-75	-75	-75	-74	-74
-73	-73	-72	-72	-72	-73	-74	-75	-75	-75	-75	-75	-74	-74	-74	-74	-73
-74	-73	-72	-72	-72	-72	-73	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-73
-75	-74	-73	-73	-72	-72	-73	-73	-73	-74	-74	-73	-73	-73	-74	-74	-74
-76	-75	-75	-74	-74	-73	-73	-73	-73	-74	-74	-74	-73	-74	-74	-74	-74
-76	-76	-76	-75	-75	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-74	-75	-75
-77	-77	-77	-77	-76	-75	-75	-75	-74	-74	-74	-74	-74	-75	-75	-75	-76
-78	-78	-78	-77	-77	-76	-76	-75	-75	-75	-75	-75	-75	-75	-76	-76	-77
-78	-78	-78	-77	-77	-76	-76	-75	-75	-75	-75	-75	-75	-75	-76	-77	-77
-77	-78	-77	-77	-77	-76	-76	-76	-75	-75	-75	-75	-75	-76	-76	-77	-77

c) C Bölgesine İlişkin Kestirim Noktalarındaki Sayısal $\Delta\tilde{g}_B$ Değerleri

-5	-5	-5	-5	-5	-5	-6	-6	-6	-6	-5	-5	-4	-3	-3	-2	-2
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-6	-6	-6	-6	-5	-4	-3	-2	-2	-2	-1
-6	-5	-5	-5	-5	-5	-6	-6	-5	-4	-3	-2	-2	-1	-1	-1	-1
-6	-5	-5	-4	-5	-5	-6	-6	-4	-2	-1	0	0	0	0	0	0
-5	-4	-4	-3	-4	-5	-6	-5	-2	0	1	2	2	1	1	0	0
-4	-3	-2	-1	-1	-3	-4	-3	0	4	6	6	4	3	2	1	1
-3	-2	0	0	1	0	0	1	5	9	11	9	7	5	3	2	1
-3	-1	1	3	4	4	4	6	10	14	15	12	9	6	4	2	1
-2	0	2	4	6	6	7	9	12	16	16	13	9	6	4	2	1
-1	0	3	5	6	7	8	9	12	14	14	11	8	6	4	2	1
0	2	4	5	6	7	7	8	9	10	10	8	6	4	3	1	0
2	4	6	7	7	6	6	6	6	6	6	5	4	3	2	1	0
4	6	8	8	7	6	5	4	3	3	2	2	2	1	0	0	0
5	8	9	9	7	5	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
5	8	10	9	7	4	2	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	-1	-2
5	7	8	7	5	3	1	0	-1	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-2
3	4	5	4	3	1	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-2	-2	-2

d) C Bölgesine İlişkin Kestirim Noktalarındaki Sayısal $\Delta\tilde{g}_I$ Değerleri

ÖZGEÇMİŞ

1955'de Burdur'un Tefenni ilçesinin Başpınar köyünde doğdum. İlk öğrenimimi 1961-1966 yılları arasında Burdur'da yaptım. Orta öğrenimimi 1966-1972 yılları arasında Burdur'da tamamlayarak 1972-1973 öğretim yılında K.T.Ü. Yer Bilimleri Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Bölümüne girdim ve 1976 yılında bitirdim. 1976-1977 öğretim yılında aynı bölümde başladığım Lisansüstü (MLS) eğitimini 1978 yılında tamamladım. 1978-1981 yılları arasında Konya Devlet Mühendislik-Mimarlık Akademisi Harita-Kadastro Bölümünde asistan olarak çalıştım. 1981 yılında K.Ü.-M.M.F. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümüne araştırma görevlisi olarak atandım. Halen bu görevde çalışmaktayım.

Evliyim ve bir çocuğum var.

Trabzon,1986

Talat ARIK