KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

VİSKOELASTİK TABAKASAL ORTAMLARDA DALGA YAYILIŞI

İnş.Müh. Yusuf CALAYIR

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce

"İnşaat Yüksek Mühendisi"

Ünvanının Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 26.5.1989

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 5.7.1989

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Doğan TURHAN

Jüri Üyesi : Prof.Dr.Aydın DUMANOĞLU

Jüri Üyesi : Prof.Dr.Ragıp ERDÖL

Enstitü Müdürü V. Doç.Dr.İlhan SUNGUR

MAYIS - 1989
TRABZON

ÖNSÖZ

"Viskoelastik Tabakasal Ortamlarda Dalga Yayılışı" konusundaki tez çalışmamın her aşamasında yardımlarını esirgemeyen danışmanım, Sayın Hocam Prof.Dr. Doğan TURHAN'a içtenlikle teşekkürlerimi bir borç bilirim. Bilgisayar çalışmalarımda kıymetli yardımlarını esirgemeyen Yrd.Doç.Dr. Ümit UZMAN'a minnetlerimi belirtmek isterim. Ayrıca, tezin daktilosunda gereken itinayı gösteren Temel TOSUN'a teşekkür ederim.

Yusuf CALAYIR

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ii

ŞEKİLLER LİSTESİ iv

ÖZET viii

SUMMARY iv

BÖLÜM 1. GİRİŞ 1

BÖLÜM 2. PROBLEMİN TANIMI 4

2.1. HAREKET VE UYGUNLUK DENKLEMLERİNİN YAZILMASI 4

2.2. VİSKOELASTİK MALZEMELER VE STANDART LİNEER KATI CİSMİN BÜNYE DENKLEMLERİ 6

2.3. SINIR, ARAYÜZEY ve BAŞLANGIÇ ŞARTLARI 12

BÖLÜM 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ 13

3.1. KARAKTERİSTİKLER YÖNTEMİNİN UYGULANIŞI VE DAVRANIŞI YÖNETEN DENKLEMLERİN KANONİK FORMA İNDİRGENMESİ 13

3.2. KANONİK DENKLEMLERİN İNTEGRASYONU 18

3.3. SINIR, TABAKA İÇİ VE ARAYÜZEY ELEMANLARI İÇİN DENKLEMLERİN YAZILMASI 25

BÖLÜM 4. SAYISAL ANALİZ VE SONUÇLARIN TARTIŞILMASI 27

4.1. SAYISAL ANALİZ 27

4.2. SONUÇLARIN TARTIŞILMASI 32

BÖLÜM 5. SONUÇLAR 68

KAYNAKLAR 70

ÖZGEÇMİŞ 72

ŞEKİLLER LİSTESİ

		Sayfa
Şekil 2.1	Basınca maruz bileşik tabakasal cisim.	4
2.2	Birçok viskoelastik malzeme için ortak davranışlar.	7
2.3	Lineer yay ve yağ kutusunun davranışı.	8
2.4	Maxwell modelinin davranışı.	10
2.5	Standart lineer katı cisim modeli ve davranışı	11
3.1	Karakteristik çizgilerin ($\bar{x}$-$\bar{t}$) düzleminde belirtilmesi.	21
4.1	1 Nolu tabakaya uygulanan basamak basıncı.	28
4.2	2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.	43
4.3	4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.	43
4.4	8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.	44
4.5	2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi.	44
4.6	4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi.	45
4.7	8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi	45
4.8	2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.75 noktasında zamanla değişimi.	46
4.9	4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.75 noktasında zamanla değişimi.	46
4.10	8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.75 noktasında zamanla değişimi.	47
4.11	2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.	47
4.12	2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.	47
4.13	4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.	48

			Sayfa
Şekil	4.14	4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.	48
	4.15	8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.	48
	4.16	8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.	48
	4.17	2 Tabakadan oluşan bir cisimde parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.	49
	4.18	4 Tabakadan oluşan bir cisimde parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.	50
	4.19	8 Tabakadan oluşan bir cisimde parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.	51
	4.20	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.	52
	4.21	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.	52
	4.22	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.	53
	4.23	2 tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.	53
	4.24.	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.	54
	4.25	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.	54
	4.26	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.	55
	4.27	2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.	55

Sayfa

Şekil 4.28 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi. 55

4.29 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.. 55

4.30 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi. 56

4.31 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi. 56

4.32 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi. 57

4.33 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi. 58

4.34 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi. 59

4.35 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi. 60

4.36 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi. 60

4.37 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi. 61

4.38 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi. 61

4.39 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi. 62

Sayfa

Şekil 4.40 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi. 62

4.41 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi. 63

4.42 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi. 63

4.43 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi. 63

4.44 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi. 63

4.45 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi. 64

4.46 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranın 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi. 64

4.47 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi. 65

4.48 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi. 66

4.49 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi. 67

ÖZET

Bu tezde tabakasal viskoelastik ortamların dinamik davranışı incelenmektedir. Tabakasal bileşik ortam, ardışık olarak birbirini izleyen viskoelastik yüksek mukavemetli takviye tabakaları ile düşük mukavemetli matris tabakalarından oluşmaktadır. Bileşik ortam düzlem tabakalardan meydana gelmektedir. Tabakasal bileşik ortam tabakalara dik doğrultuda sonlu kalınlıkta, tabaka düzlemindeki doğrultularda ise sonsuza uzanmaktadır. Viskoelastik malzeme homojen, izotrop ve lineerdir ve standart lineer katı cisim modeli ile temsil edilmektedir.

Tabakasal bileşik cismin bir yüzeyine üniform bir dinamik etki uygulanmaktadır. Bu dinamik etki üniform bir basınç veya üniform bir parçacık hızı olabilir. Cismin diğer yüzeyi ise serbest veya tespit edilmiş olabilir. Lineer viskoelastisite teorisinin denklemleri bileşik cismin her bir tabakasına uygulanmakta ve çözümlerin cismin sınır yüzeylerinde sınır şartlarını ve tabakaların arayüzeylerinde de süreklilik şartlarını sağlamaları öngörülmektedir. Çözümler karakteristikler yöntemi kullanılarak elde edilmektedir.

Sayısal sonuçlar, cismin iç yüzeyine uygulanan dinamik etkinin başlangıçta rampalı ve zamanla basamak şeklinde değişen üniform bir basınç olması hali için elde edilmiştir. Dış yüzeyin ise serbest olduğu kabul edilmiştir. Tabakasal bileşik cismin 2, 4 ve 8 tabakadan oluşması halleri için çözümler ayrı ayrı elde edilmiştir. Cismin içerisindeki değişik noktalarda normal gerilmenin zamanla değişimini ve değişik zamanlarda normal gerilmenin cisim içerisindeki değişimini gösteren eğriler çizilmiştir. Benzer eğriler parçacık hızı için de çizilmiştir. Bu eğriler, sınır yüzeyleri ve tabakaların arayüzeylerindeki yansıma ve kırılmaları ve malzemenin viskoelastik oluşunun etkilerini açıkça göstermektedirler. Bu etkiler ayrıntılı olarak tartışılmaktadır.

SUMMARY

In this study, the transient dynamic response of viscoelastic layered composites is investigated. The composite medium consists of alternating isotropic, homogeneous and linearly viscoelastic high-strength reinforcing and low-strength matrix layers. The composite medium consists of a finite number of plane layers. The laminated composite medium has a finite thickness in the direction normal to the layering and extends to infinity in the in-plane directions. The viscoelastic material is modelled as standart linear solid.

One surface of the layered composite body is subjected to a uniform time-dependent dynamic input. The dynamic input may be pressure or particle velocity and the outer surface of the layered body is either fixed or free. The governing equations of the theory of viscoelasticity are applied to each layer of the layered medium and the solutions are required to satisfy the continuity conditions at the interfaces and the boundary conditions at the inner and outer surfaces. Method of characteristics is employed to obtain the solutions.

Numerical results are obtained when the dynamic input is a step pressure with an initial ramp and the outer surface is free of surface tractions. Solutions are obtained for composite bodies consisting of 2, 4 and 8 layers. Curves are plotted denoting the variations of normal stresses with time at different locations and variations of stresses along the thicknesses of the composite body at different times. Similar curves are plotted for particle velocity. These curves denote clearly the effects of reflections and refractions at the boundaries and at the interfaces of the layers and the viscoelastic nature of the body material. These effects are discussed in detail.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu tezde, tabakasal viskoelastik ortamların dinamik davranışı incelenmektedir. Yüksek mukavemetli hafif malzemelere olan ihtiyaç bileşik malzemelerin önemini çok artırmıştır. Bileşik malzemelerin teknolojide geniş uygulama alanları bulunmakta ve bu malzemelerin dinamik davranışının incelenmesi önemli analitik ve deneysel problemleri içermektedir. Bileşik tabakasal cisimlerin dinamik davranışı aynı zamanda deprem mühendisliği, uzay araçları ve jeofizik araştırmalarda da önemlidir.

Genellikle kesin çözümlerin elde edilmesindeki büyük güçlükten dolayı, bu cisimlerin dinamik davranışını izaha yönelen çeşitli yaklaşık teoriler geliştirilmiştir. Bu teoriler arasında; effektif modül teorisi (Postma,1955; Rytov,1956), effektif sertlik teorisi (Sun ve diğ.,1968; Achenbach ve diğ.,1968), karışımlar teorisi (McNiven ve Mengi,1979a; 1979b) ve girişimli ortamlar teorilerini (Hegemier,1972; Hegemier ve Bache,1974) sayabiliriz.

Kesin elastisite teorisi çözümleri bazı kararlı hal düzlem harmonik dalga yayılışı problemleri için elde edilmiştir. Bu problemlerde genellikle tabakasal bileşik cisim her yönde sonsuza uzanan bir ortam olarak alınmıştır. Bu konudaki çalışmaların bazıları Kaynak (Sun ve diğ.,1968; Herrmann ve diğ.,1980; Delph ve diğ.,1976;1980) da verilmiştir.

Geçici rejimde dalga yayılışı problemleri daha az incelenmiş ve mevcut çözümler genellikle büyük zamanlar için geçerli asimtotik çözümler olarak elde edilmiştir. Bu konuda kaynak (Balanis,1973; Peck ve Gurtman,1969; Sve,1974) da verilen çalışmaları sayabiliriz. Ayrıca, kesin çözümler genellikle tabakaların elastik olması hali için elde edilmiştir. Viskoelastik tabakasal bileşik cisimler için kesin çözümler literatürde pek mevcut değildir.

Bu tezde gözönüne alınan tabakasal bileşik ortam, ardışık olarak birbirini izleyen viskoelastik yüksek mukavemetli takviye tabakaları ile düşük mukavemetli matris tabakalardan oluşmaktadır. Bileşik ortam düzlem tabakalardan meydana gelmektedir. Tabakasal bileşik ortam; tabakalara dik doğrultuda sonlu kalınlıkta, tabaka düzlemindeki doğrultularda ise sonsuza uzanmaktadır. Viskoelastik malzeme homojen, izotrop ve lineerdir, standart lineer katı cisim modeli ile temsil edilmektedir. Tabakasal bileşik cismin bir yüzeyine üniform bir dinamik etki uygulanmaktadır. Bu dinamik etki, üniform bir basınç veya üniform bir parçacık hızı olabilir. Cismin diğer yüzeyi serbest veya tespit edilmiş olabilir. Lineer viskoelastisite teorisinin denklemleri bileşik cismin herbir tabakasına uygulanmakta ve çözümlerin cismin sınır yüzeylerinde sınır şartlarını ve tabakaların arayüzeylerinde de süreklilik şartlarını sağlamaları öngörülmektedir. Çözümler karakteristikler yöntemi kullanılarak elde edilmektedir.

Bölüm 2 de bu tezde çözülen problemin tanımı yapılmaktadır. Herhangi bir tabaka için davranışı yöneten denklem takımı yazılmaktadır. Bu tabaka takviye veya matris tabakası olabilir. Gözönüne alınan başlangıç ve sınır şartları altında tabakasal bileşik cismin davranışı o şekildedir ki; bütün alan değişkenleri sadece x ve t 'nin fonksiyonlarıdır. Burada x tabakalara dik doğrultudaki uzaklıkları, t ise zamanı göstermektedir. Ayrıca, sıfırdan farklı yegâne yerdeğiştirme bileşeni u, yani tabakalara dik doğrultudaki yerdeğiştirme bileşenidir. Bu bölümde ayrıca viskoelastik cisimlerin bünye denklemleri hakkında kısa bilgi verilmekte ve bu bilgilerden standart lineer katı cismin bünye denklemleri elde edilmektedir. Ayrıca sınır, arayüzey ve başlangıç şartları ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Bölüm 3 de problemi çözmek için karakteristikler yöntemi uygulanmaktadır. Dinamik davranışı yöneten denklem takımının hiperbolik olması, sadece x ve t olmak üzere iki bağımsız değişkeni içermesi karakteristikler yönteminin uygulanmasını uygun kılar. Ayrıca, karakteristikler yöntemiyle değişik başlangıç ve sınır şartları kolaylıkla gözönüne alınabilir ve yöntem sayısal integrasyon ve bilgisayar programlamasına uygundur. Karakteristikler yöntemi uygulanarak davranışı yöneten denklem takımı kanonik forma indirgenmekte ve kanonik denklemler karakteristik çizgiler boyunca integre edilmektedir. İç sınır yüzeyindeki noktalarda, 1 ve 2 tabakalarının içerisindeki noktalarda, tabakaların arayüzeyindeki noktalarda ve dış sınır yüzeyindeki noktalarda alan değişkenlerinin değerlerinin nasıl bulunacağı ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Bölüm 4 de sayısal sonuçlar ve eğrilerin tartışılması verilmektedir. Sayısal sonuçlar cismin iç yüzeyine uygulanan dinamik etkinin başlangıçta rampalı ve zamanla basamak şeklinde değişen üniform bir basınç olması hali için elde edilmiştir. Dış yüzeyin ise serbest olduğu kabul edilmiştir. Tabakasal bileşik cismin 2, 4 ve 8 tabakadan oluşması halleri için çözümler ayrı ayrı elde edilmiştir. Cismin içerisindeki değişik noktalarda normal gerilmenin zamanla değişimini ve değişik zamanlarda normal gerilmenin cisim içerisindeki değişimini gösteren eğriler çizilmiştir. Benzer eğriler parçacık hızı için de çizilmiştir. Bu eğriler sınır yüzeyleri ve tabakaların arayüzeylerindeki yansıma ve kırılmaları ve malzemenin viskoalastik oluşunun etkilerini açıkça göstermektedir. Bu etkiler ayrıntılı olarak tartışılmaktadır.

Fortran dilinde bir bilgisayar programı yazılmış ve işlemler K.T.Ü. Bilgisayar İşlem Merkezi'nde yürütülmüştür. Bilgisayar programı oldukça genel olarak yazılmış olup, n tabakayı içermekte ve değişik sınır şartları gözönüne alınabilmektedir.

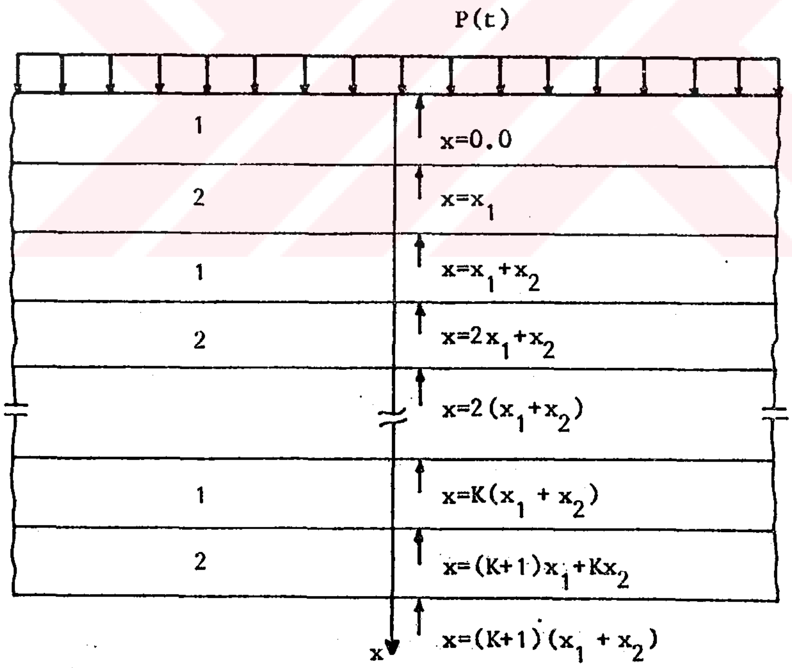
Bölüm 5 de bu tezde elde edilen sonuçlar özetlenmektedir.

BÖLÜM 2

PROBLEMİN TANIMI

2.1. HAREKET VE UYGUNLUK DENKLEMLERİNİN YAZILMASI

Bu çalışmada tabakasal viskoelastik ortamların dinamik davranışı incelenmektedir. Tabakasal bileşik ortam, ardışık olarak birbirini izleyen viskoelastik yüksek mukavemetli takviye tabakaları ile düşük mukavemetli matris tabakalardan oluşmaktadır. Bileşik ortamın tabakaları düzlem tabakalardan oluşmakta ve cisim bir kartezyen koordinat sistemine göre belirlenmektedir. Burada x tabaka yüzeyine dik uzaklıkları, y ve z ise tabaka düzlemindeki uzaklıkları göstermektedir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1: Basınca maruz bileşik tabakasal cisim.

Tabakasal bileşik ortam; tabakalara dik doğrultuda sonlu kalınlıkta, tabaka düzlemindeki doğrultularda ise sonsuza uzanmaktadır. Viskoelastik malzeme homojen, izotrop ve lineerdir ve standart lineer katı cisim modeli ile temsil edilmektedir. Tabakasal cismin bir yüzeyi zamana bağlı üniform bir etkiye (basınç veya parçacık hızı) maruzdur. Diğer yüzeyi ise serbest ya da tespit edilmiş olabilir. Başlangıçta cismin hareketsiz halde olduğu kabul edilmiştir. Bu şartlar altında cisim bir boyutlu hareket halindedir; yani, bütün alan değişkenleri sadece x ve t 'nin fonksiyonudur. Aynı zamanda, sıfırdan farklı yegâne yerdeğiştirme bileşeni u, yani tabakalara dik doğrultudaki yerdeğiştirme bileşenidir.

Bir boyutlu hareket halinde gerilmeler cinsinden hareket denklemi

$$\rho^{(i)} \frac{\partial v^{(i)}}{\partial t} - \frac{\partial \sigma^{(i)}}{\partial x} = 0 \qquad (2.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada ve daha sonra gelecek denklemlerde kullanılan i üst indisi büyüklüklerin hangi tabaka için yazıldığını gösterir. Farklı malzemeden yapılmış iki değişik karakterli tabaka bulunduğundan, i üst indisi 1 ve 2 değerlerini alacaktır. Denklem, i=1 için 1 indisi ile belirlenen tabakalarda, i=2 için 2 indisi ile belirlenen tabakalarda geçerlidir. Denklem (2.1) de $\sigma^{(i)}$ tabakalara dik doğrultudaki normal gerilmeyi, $v^{(i)}$ tabakalara dik doğrultudaki parçacık hızını ve $\rho^{(i)}$ de tabakaların kütle yoğunluklarını göstermektedir.

Parçacık hızı $v^{(i)}$ ve $\varepsilon^{(i)}$ şekildeğiştirmesi arasında da

$$\frac{\partial v^{(i)}}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon^{(i)}}{\partial t} = 0 \qquad (2.2)$$

ile verilen uygunluk bağıntısı mevcuttur. Burada $v^{(i)}$ ile $u^{(i)}$ arasında $v^{(i)} = \frac{\partial u^{(i)}}{\partial t}$; $\varepsilon^{(i)}$ ile $u^{(i)}$ arasında ise $\varepsilon^{(i)} = \frac{\partial u^{(i)}}{\partial x}$ bağıntılarının varlığını hatırlamakta yarar vardır.

2.2. VİSKOELASTİK MALZEMELER VE STANDART LİNEER KATI CİSMİN BÜNYE DENKLEMLERİ

Bu kısımda lineer viskoelastik malzemeleri temsil eden literatürde yaygın olarak kullanılan bazı basit modeller gözden geçirilecek ve bu bilgiler kullanılarak standart lineer katı cismin bünye denklemleri elde edilecektir. Lineer viskoelastik malzemeler, uygulanılan yüke tepkide şekildeğiştirme hızı etkilerini gösteren malzemelerdir. Bu malzemelerde yükler ile şekildeğiştirmeler arasında lineer bir bağıntı olmasına rağmen,şekildeğiştirmeler sadece mevcut yüklerin büyüklüğüne bağlı değildir. Aynı zamanda yüklemenin başlangıcına ve hızına da bağlıdır. Birçok viskoelastik malzeme için ortak olan bazı davranışlar vardır. Bunlar şu şekilde özetlenebilir:

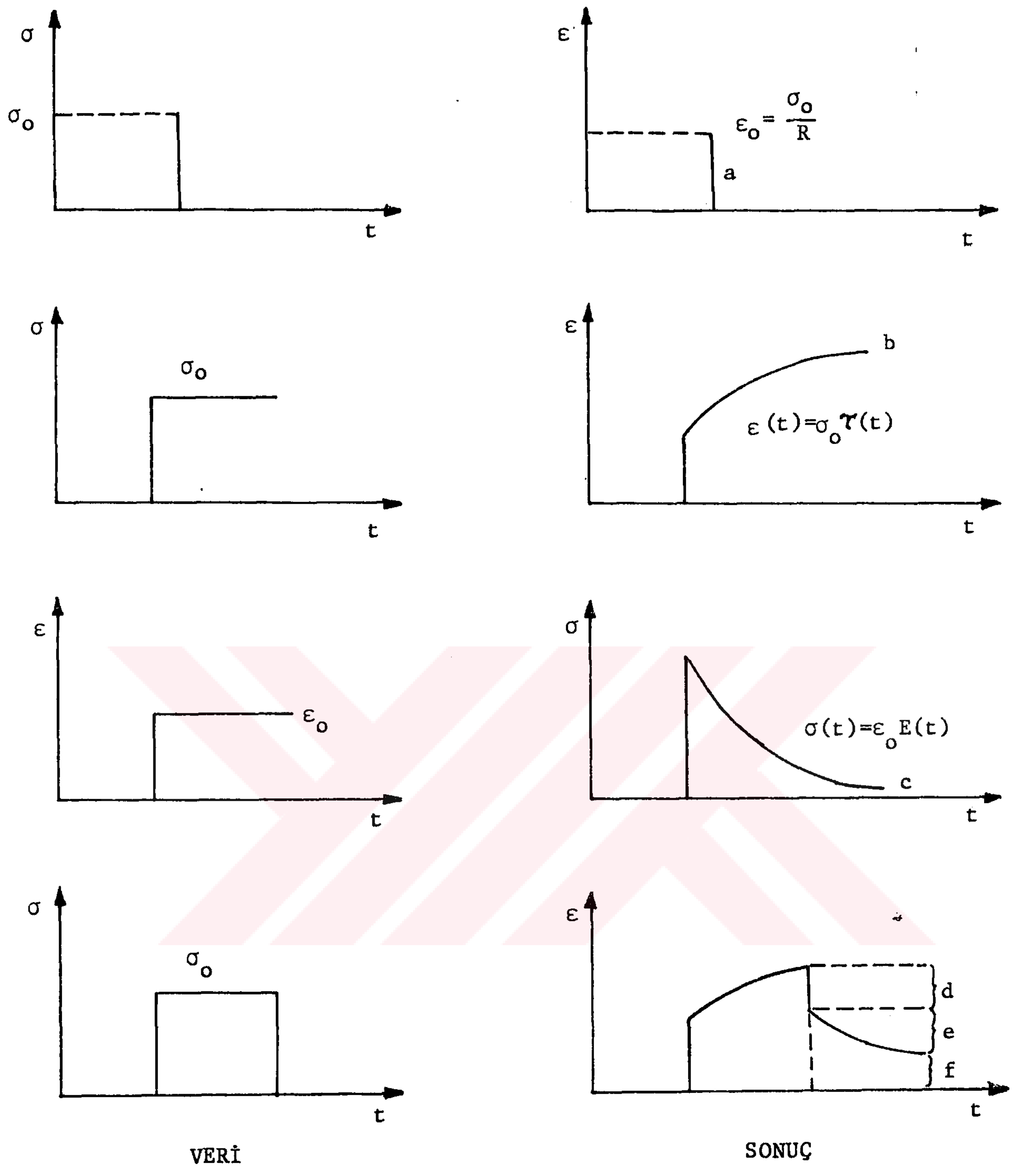
a) Ani elastik
b) Sabit gerilme altında sünme
c) Sabit şekildeğiştirme altında gerilme gevşemesi
d) Ani dönüş
e) Gecikmeli dönüş
f) Geri dönmeyen kısım (kalıcı kısım)

Şekil 2.2 de bu davranışlar gösterilmiştir.

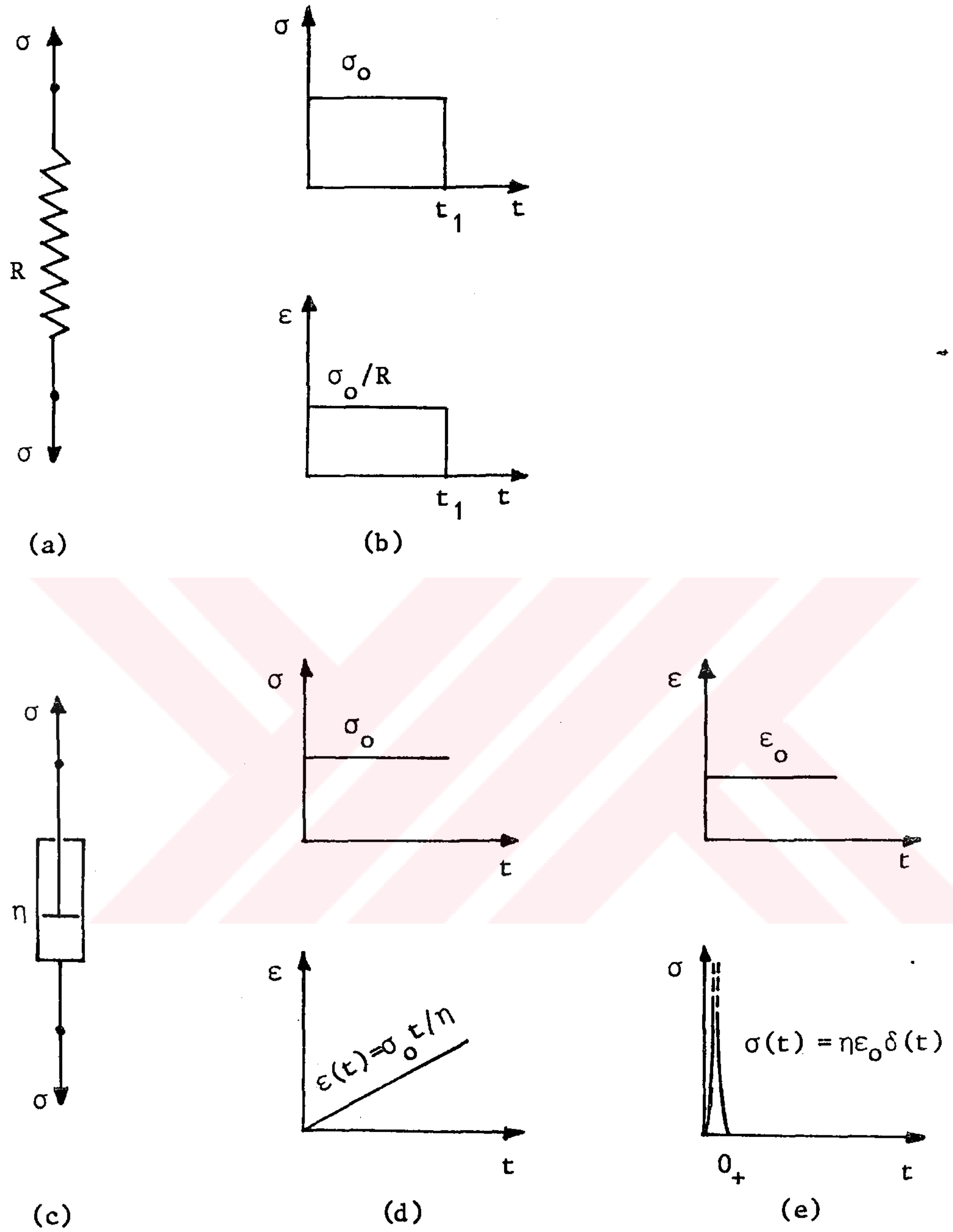
Viskoelastik malzemeler için ele alınacak mekanik modelde gerilme ve şekildeğiştirme modeli kullanılacaktır. Bu modelin temel elemanları yay ve yağ kutusudur. Bunlardan biri Hooke cismini, diğeri de Newton sıvısını temsil eder. Şekil 2.3a da gösterilen lineer yay için

$$\sigma = R\,\varepsilon \qquad (2.3)$$

bağıntısı vardır. Bu bağıntıda görülen R, lineer yay sabiti veya Young modülü olarak düşünülebilir. σ gerilmeleri; ε ise birim şekildeğiştirmeleri göstermektedir. Yay elemanı Şekil 2.3.b de gösterildiği gibi ani elastik ve ani geriye dönüş özelliğini temsil eder.



Şekil 2.2: Birçok viskoelastik malzeme için ortak davranışlar.
a) Ani elastik, b) Sabit gerilme altında sünme,
c) Sabit şekildeğiştirme altında gerilme gevşemesi,
d) Ani dönüş, e) Gecikmeli dönüş, f) Geri dönmeyen kısım (kalıcı kısım).



Şekil 2.3: Lineer yay ve yağ kutusunun davranışı.

Lineer viskoz yağ kutusu Şekil 2.3.c de gösterilmektedir. Bunun için

$$\sigma = \eta\frac{d\,\varepsilon}{dt} = \eta\,\dot{\varepsilon} \tag{2.4}$$

bağıntısı yazılabilir. Bu bağıntıda görülen η viskozluk katsayısıdır. Şekil 2.3.e de görüldüğü gibi yağ kutusuna ani bir ε_o şekildeğiştirmesi verildiğinde, gerilme aniden sonsuz bir değere ulaşacak ve $t = 0_+$ anında sıfır değerini alacak şekilde kısa bir sürede zamanla azalacak ve o andan sonra da sıfır olarak kalacaktır. Bu durum matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\sigma(t) = \eta \varepsilon_o \delta(t) \tag{2.5}$$

Burada $\delta(t)$ Dirac delta fonksiyonunu göstermektedir. Gerçekte sonsuz bir gerilme mümkün değildir. Bu sebeple, yağ kutusuna sonlu bir şekildeğiştirmeyi ani olarak vermek mümkün değildir.

Çalışmamızda viskoelastik malzeme standart lineer katı cisim modeli ile temsil edilmiştir. Bu model Maxwell modelinin bir yayla paralel bağlanmasıyla oluştuğundan, bu modeli açıklamadan önce Maxwell modeli açıklanmıştır.

Maxwell modeli, Şekil 2.4.a da gösterildiği gibi lineer yay ile yağ kutusunun seri bağlanmasından oluşur. Lineer yay ve yağ kutusuna ait gerilme ve şekildeğiştirme bağıntıları (2.3) ve (2.4) denklemlerinden aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$\sigma = R\varepsilon_2 \tag{2.6}$$

$$\sigma = \eta\dot{\varepsilon}_1 \tag{2.7}$$

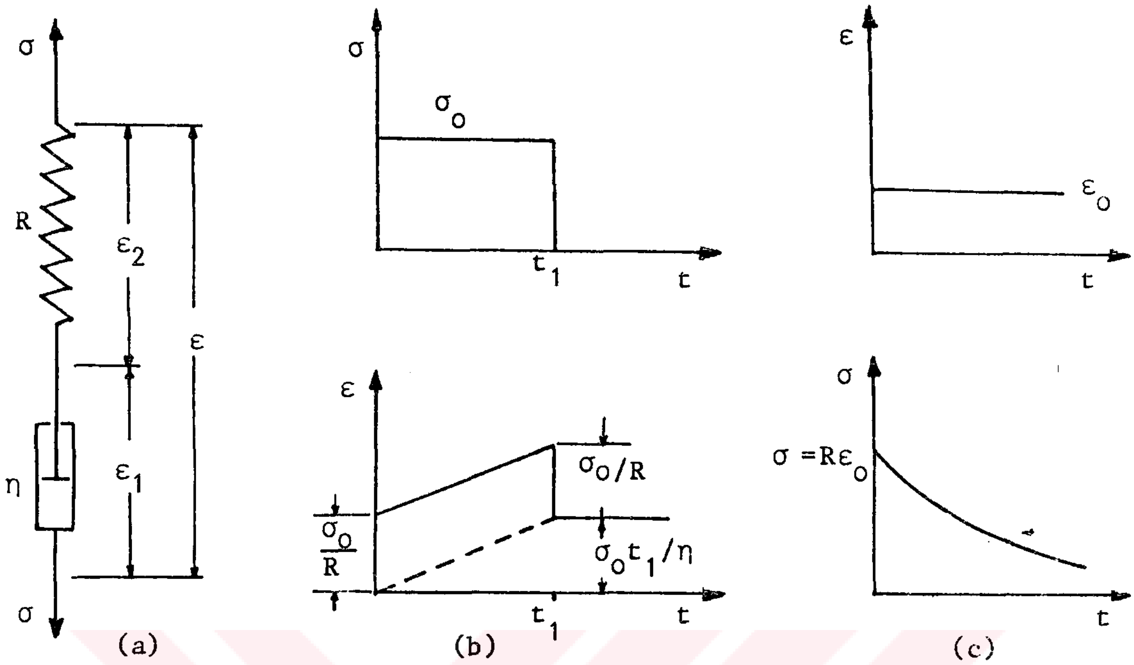
Her iki eleman seri olarak birleştirildikleri için toplam şekildeğiştirme

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tag{2.8}$$

denkleminden veya şekildeğiştirme hızı

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 \tag{2.9}$$

denkleminden hesaplanabilir. Yukarıdaki denklemlerde büyüklükler üzerindeki noktalar zamana göre türevi göstermektedir.



Şekil 2.4: Maxwell modelinin davranışı
(a) Maxwell modeli, (b) Sünme ve geriye dönüş,
(c) Gerilme gevşemesi.

(2.6), (2.7) ve (2.9) denklemleri $\sigma, \varepsilon, \varepsilon_1$ ve ε_2 bilinmeyenlerini ihtiva etmektedir. Bu denklemlerden ε_1 ve ε_2 yi yok etmek suretiyle Maxwell modeli için gerilme ve şekildeğiştirme bağıntısı bulunabilir. Denklem (2.6) zamana göre türetilerek denklem (2.7) ile birlikte denklem (2.9)'a yerleştirilir ve neticede Maxwell modeli için bünye denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{R} + \frac{\sigma}{\eta} \tag{2.10}$$

Standart lineer katı cisim modeline gelince; bu model Şekil 2.5 de gösterilmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi, bu model Maxwel modelinin bir yayla paralel bağlanmasından oluşur. Şekil 2.5.a nın analojisinden

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \tag{2.11}$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}_1}{R_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \tag{2.12}$$

$$\sigma_2 = \varepsilon R_2 \tag{2.13}$$

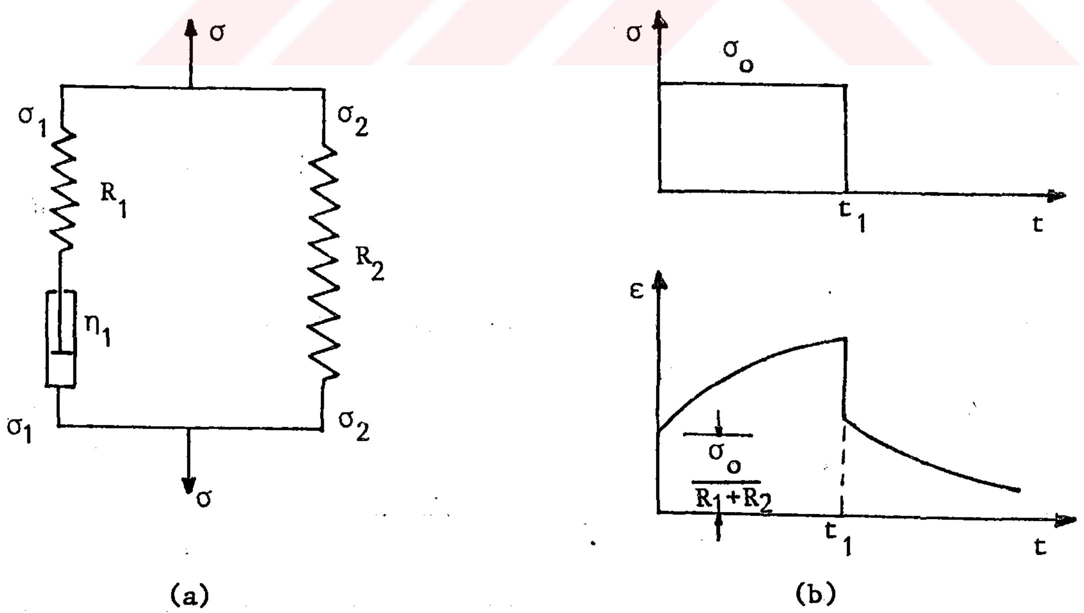
denklemleri yazılır. (2.11),(2.12) ve (2.13) denklemlerinden σ_1 ve σ_2 yok edildikten sonra, aşağıdaki formda bir denklem elde edilir:

$$\sigma + \frac{\eta_1}{R_1}\dot{\sigma} = \frac{\eta_1 (R_1+R_2)}{R_1}\dot{\varepsilon} + R_2\varepsilon \tag{2.14}$$

Denklem (2.14) daha kısa formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma + m_1\dot{\sigma} = n_1\dot{\varepsilon} + n_o\varepsilon \tag{2.15}$$

Denklem (2.15), homojen ve izotrop bir standart lineer katı cismin bünye denklemini ifade etmektedir. Burada m_1, n_1 ve n_o malzeme sabitlerini göstermektedir. Herhangi bir malzeme için değerleri deneylerle bulunur.



Şekil 2.5: Standart lineer katı cisim modeli ve davranışı

(a) Standart lineer katı cisim modeli

(b) Sünme ve geriye dönüş.

2.3. SINIR, ARAYÜZEY ve BAŞLANGIÇ ŞARTLARI

Problemin formülasyonu sınır ve başlangıç şartlarının belirtilmesiyle tamamlanır. Burada cismin x=0 yüzeyi bir üniform dinamik dış etkiye maruz bırakılmıştır. Bu dinamik etki üniform basınç veya üniform parçacık hızı olabilir. Cismin diğer yüzeyi ise serbest veya sabit olabilir. Bu durumlara göre, sınır şartları aşağıda verilmiştir.

Dinamik etkinin üniform basınç olması halinde

$$\overset{(i)}{\sigma}(o,t) = -P(t)H(t)$$

$$\overset{(i)}{v}(x_T,t) = 0 \qquad x = x_T \text{ yüzeyi sabitse}$$

veya (2.16)

$$\overset{(i)}{\sigma}(x_T,t) = 0 \qquad x = x_T \text{ yüzeyi serbestse}$$

sınır şartları geçerlidir.

Dinamik etkinin parçacık hızı şeklinde verilmesi halinde ise

$$v^{(i)}(o,t) = v^{*}(t)H(t)$$

$$v^{(i)}(x_T,t) = 0 \qquad x = x_T \text{ yüzeyi sabitse}$$

veya (2.17)

$$\sigma^{(i)}(x_T,t) = 0 \qquad x = x_T \text{ yüzeyi serbestse}$$

sınır şartları geçerlidir. Bu denklemlerde P(t) ve $v^{*}(t)$ zamanın tanımlanmış fonksiyonlarını; H(t) ise Heaviside basamak fonksiyonunu göstermektedir.

Sınır şartlarına ek olarak tabakaların arayüzeylerinde arayüzey şartları bulunmaktadır. Arayüzeylerde mükemmel bir bağ olduğu varsayılmıştır. Dolayısıyla arayüzey şartları tabakaların arayüzeylerinde σ normal gerilmelerinin ve v parçacık hızının sürekliliği şeklindedir. Matematiksel olarak bu şartlar,

$$\begin{aligned} \sigma^{(1)} &= \sigma^{(2)} \qquad \text{arayüzeylerde} \\ v^{(1)} &= v^{(2)} \qquad \text{arayüzeylerde} \end{aligned} \tag{2.18}$$

şeklinde ifade edilir.

Cismin başlangıçta hareketsiz olduğu kabul edilmiştir. Dolayısıyla başlangıç şartları olarak t=0 da bütün alan değişkenleri sıfır olacaktır.

BÖLÜM 3

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

3.1. KARAKTERİSTİKLER YÖNTEMİNİN UYGULANIŞI VE DAVRANIŞI YÖNETEN DENKLEMLERİN KANONİK FORMA İNDİRGENMESİ

İkinci Bölümde formülasyonu tamamlanan problemin çözümünü elde etmek için davranışı yöneten denklemler (2.1-2.2, 2.15) her tabakaya uygulanır ve çözümlerin arayüzeylerde süreklilik şartlarını ve sınır yüzeylerinde ise sınır şartlarını sağlaması istenir. Çözümlerin aynı zamanda başlangıç şartlarını da sağlaması gerekir. Çözümler karakteristikler yöntemi uygulanarak elde edilmiştir. Bu yöntemin tercih edilmesinde çeşitli nedenler vardır. Problemin davranışını yöneten denklemler hiperboliktir. Bu denklemler x ve t olmak üzere iki değişkeni içermektedir. Sınır,arayüzey ve başlangıç şartları kolaylıkla incelenebilir.ve yöntem sayısal integrasyon için uygundur. Karakteristikler yöntemiyle davranışı yöneten hiperbolik kısmi difransiyel denklemler bir adi diferansiyel denklem sistemine dönüştürülür. Bu adi diferansiyel denklemlerin her biri farklı karakteristik çizgiler boyunca geçerlidir. Bu denklemler kanonik denklemler olarak adlandırılır ve sayısal integrasyon için çok uygundur.

Şimdi kanonik denklemleri elde etmeye çalışalım. Kanonik formları bulmak için lineer standart katı cisim modeline ait (2.15) bünye denklemini aşağıdaki forma getirelim.

$$n_1^{(i)} \frac{\partial v^{(i)}}{\partial x} + n_o^{(i)} \varepsilon^{(i)} - \sigma^{(i)} - m_1^{(i)} \frac{\partial \sigma^{(i)}}{\partial t} = 0 \qquad (3.1)$$

Bu ifadenin elde edilmesinde denklem (2.2) kullanıldı. Birinci mertebeden kısmî diferansiyel denklem sisteminden ibaret olan (2.1), (2.2) ve (3.1) denklemleri matris notasyonunda

$$\underset{\sim}{A}^{(i)}\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,t} + \underset{\sim}{B}^{(i)}\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,x} + \underset{\sim}{C}^{(i)} = \underset{\sim}{0} \tag{3.2}$$

Şeklinde yazılabilir. Burada

$$\underset{\sim}{A}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ \rho^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_1^{(i)} \end{bmatrix}; \quad \underset{\sim}{B}^{(i)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ n_1^{(i)} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \underset{\sim}{C}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ n_o^{(i)}\varepsilon^{(i)} - \sigma^{(i)} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

olarak verilmektedir. Bilinmeyen $\underset{\sim}{U}^{(i)}$ vektörü ise,

$$\underset{\sim}{U}^{(i)} = \begin{bmatrix} v^{(i)} \\ \varepsilon^{(i)} \\ \sigma^{(i)} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca denklem (3.2) de $\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,t}$ ve $\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,x}$, bilinmeyen $\underset{\sim}{U}^{(i)}$ vektörünün t ve x e göre türevlerini göstermektedir. Yani $\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,t} = \partial \underset{\sim}{U}^{(i)}/\partial t$; $\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,x} = \partial \underset{\sim}{U}^{(i)}/\partial x$ dir.

Kanonik denklemleri denklem (3.2) den hareket ederek türetmeden önce, bu denklemlerin üzerlerinde geçerli oldukları karakteristik çizgiler elde edilecektir. Karakteristik çizgileri veren denklem

$$\det(\underset{\sim}{B}^{(i)} - V^{(i)}\underset{\sim}{A}^{(i)}) = 0 \tag{3.5}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denkleme karakteristik denklem denir. Burada $V^{(i)} = \frac{dx}{dt}$, karakteristik çizgileri (x-t) düzleminde tanımlar. Denklem (3.3) gözönünde bulundurulursa denklem (3.5)

$$\det\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ n_1^{(i)} & 0 & 0\end{bmatrix} - v^{(i)}\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ \rho^{(i)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & -m_1^{(i)}\end{bmatrix}\right) = 0$$

şeklinde ifade edilebilir. Gerekli işlemlerden sonra

$V_1^{(i)} = c^{(i)}$; $V_2^{(i)} = -c^{(i)}$; $V_3^{(i)} = 0$ bulunur. Burada

$$c^{(i)} = \sqrt{\frac{n_1^{(i)}}{\rho^{(i)} m_1^{(i)}}}$$

dir.

Karakteristik $V^{(i)}$ değerleri ve karakteristik çizgiler aşağıdaki ifadelerle tanımlanır:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_1^{(i)} = c^{(i)} && C_1^{(i)} \text{ de}\\
\frac{dx}{dt} &= V_2^{(i)} = -c^{(i)} && C_2^{(i)} \text{ de} \qquad (3.6)\\
\frac{dx}{dt} &= V_3^{(i)} = 0 && C_3^{(i)} \text{ de}
\end{aligned}$$

Denklem (3.6) nın integrasyonu neticesinde $C_J^{(i)}$ karakteristik çizgi aileleri elde edilir:

$$\begin{aligned}
C_1^{(i)} &: \ x - c^{(i)}\, t = \text{sabit}\\
C_2^{(i)} &: \ x + c^{(i)}\, t = \text{sabit} \qquad (3.7)\\
C_3^{(i)} &: \ x = \text{sabit}
\end{aligned}$$

Bu karakteristik çizgi aileleri boyutsuz şekilleriyle $(\bar{x}-\bar{t})$ düzleminde Şekil 3.1 de gösterilmektedir.

Davranışı yöneten denklemlerin karakteristik çizgiler boyunca kanonik formu

$$\underset{\sim}{\ell}_J^{(i)T} \underset{\sim}{A}^{(i)} \frac{dU^{(i)}}{dt} + \underset{\sim}{\ell}_J^{(i)T} \underset{\sim}{C}^{(i)} = \underset{\sim}{0} \qquad (3.8)$$

denklemi ile verilmektedir. Bu denklemdeki $\underset{\sim}{A}^{(i)}$, $\underset{\sim}{C}^{(i)}$, $\underset{\sim}{U}^{(i)}$ vektörleri (3.3-3.4) denklemleri ile tanımlanmaktadır.

$\frac{d}{dt}$, karakteristik çizgiler boyunca zamana göre türevi;

$\underset{\sim}{\ell}_J^{(i)}$ ise

$$(\underset{\sim}{B}^{(i)T} - V_J^{(i)} \underset{\sim}{A}^{(i)T}) \underset{\sim}{\ell}_J^{(i)} = \underset{\sim}{0} \qquad C_J^{(i)} \text{ de} \qquad (3.9)$$

denklemiyle belirlenen sol taraf özdeğer vektörünü göstermektedir. Bir matris büyüklüğünün üzerindeki T harfi o matrisin transpozesini ifade etmektedir. Denklem (3.9) uygulanarak

$$\begin{bmatrix} 1 & -V_J^{(i)} \rho^{(i)} & n_1^{(i)} \\ V_J^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & V_J^{(i)} m_1^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_{J1}^{(i)} \\ \ell_{J2}^{(i)} \\ \ell_{J3}^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

denklem takımı elde edilir. Bu matris denklemi $V_J^{(i)}$ (J=1,2,3) için çözülürse,

$$V_1^{(i)} = c^{(i)} \quad \text{için} \quad \underset{\sim}{\ell}_1^{(i)T} = \{0 \quad 1 \quad \rho^{(i)} c^{(i)} / n_1^{(i)}\} \qquad (3.10)$$

$$V_2^{(i)} = -c^{(i)} \quad \text{için} \quad \underset{\sim}{\ell}_2^{(i)T} = \{0 \quad 1 \quad -\rho^{(i)} c^{(i)} / n_1^{(i)}\} \qquad (3.11)$$

$$V_3^{(i)} = 0 \quad \text{için} \quad \underset{\sim}{\ell}_3^{(i)} = \{1 \quad 0 \quad -\frac{1}{n_1^{(i)}}\} \qquad (3.12)$$

sol taraf özdeğer vektörleri elde edilir.

Sol taraf özdeğer vektörleri bulunduğundan, (3.8) eşitliğinden aşağıdaki kanonik denklemler elde edilir:

$$\rho^{(i)}\frac{dv^{(i)}}{dt}-\frac{\rho^{(i)}c^{(i)}m_1^{(i)}}{n_1^{(i)}}\frac{d\sigma^{(i)}}{dt}+\frac{\rho^{(i)}c^{(i)}n_o^{(i)}}{n_1^{(i)}}\varepsilon^{(i)} - \frac{\rho^{(i)}c^{(i)}}{n_1^{(i)}}\sigma^{(i)}=0 \quad C_1^{(i)} \text{ de} \tag{3.13}$$

$$\rho^{(i)}\frac{dv^{(i)}}{dt}+\frac{\rho^{(i)}c^{(i)}m_1^{(i)}}{n_1^{(i)}}\frac{d\sigma^{(i)}}{dt}-\frac{\rho^{(i)}c^{(i)}n_o^{(i)}}{n_1^{(i)}}\varepsilon^{(i)} + \frac{\rho^{(i)}c^{(i)}}{n_1^{(i)}}\sigma^{(i)}=0 \quad C_2^{(i)} \text{ de} \tag{3.14}$$

$$-\frac{d\varepsilon^{(i)}}{dt}+\frac{m_1^{(i)}}{n_1^{(i)}}\frac{d\sigma^{(i)}}{dt}-\frac{n_o^{(i)}}{n_1^{(i)}}\varepsilon^{(i)}+\frac{1}{n_1^{(i)}}\sigma^{(i)}=0 \quad C_3^{(i)} \text{ de} \tag{3.15}$$

Böylece davranışı yöneten kısmî diferansiyel denklem takımı karaktaristik çizgiler boyunca geçerli olan kanonik denklemler takımına indirgenmiş oldu.

Hiperbolik kısmî diferansiyel denklemleri çözmek için bir yöntem olan karakteristikler yöntemi ayrıntılı olarak Courant ve Hilbert (1966) da incelenmiştir. Yöntemin burada uygulanış şekli McNiven ve Mengi (1971) tarafından uygulanış şekline daha yakındır. Yöntemle ilgili kullanılan denklemlerin türetilişi ve yöntemle ilgili ayrıntılı bilgiler bu kaynaklarda bulunabilir.

3.2. KANONİK DENKLEMLERİN İNTEGRASYONU

Viskoelastik tabakasal ortamın dinamik davranışını yöneten denklem takımının karakteristik çizgiler boyunca geçerli olan kanonik formu Kısım 3.1 de türetilmiş ve denklem (3.13-3.15) ile verilmişti. Bu denklemler $\frac{dx}{dt}=V_J^{(i)}$ (J=1-3) boyunca geçerlidir ve matris notasyonunda

$$\underset{\sim}{D}^{(i)}\underset{\sim}{U}^{(i)}_{,t} + \underset{\sim}{N}^{(i)}\underset{\sim}{U}^{(i)} = 0 \tag{3.16}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\underset{\sim}{D}^{(i)}$ ve $\underset{\sim}{N}^{(i)}$ matrisleri

$$\underset{\sim}{D}^{(i)} = \begin{bmatrix} \rho^{(i)} & 0 & \dfrac{-\rho^{(i)}c^{(i)}m_1^{(i)}}{n_1^{(i)}} \\ \rho^{(i)} & 0 & \dfrac{\rho^{(i)}c^{(i)}m_1^{(i)}}{n_1^{(i)}} \\ 0 & -1 & \dfrac{m_1^{(i)}}{n_1^{(i)}} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

$$\underset{\sim}{N}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{\rho^{(i)}c^{(i)}n_o^{(i)}}{n_1^{(i)}} & \dfrac{-\rho^{(i)}c^{(i)}}{n_1^{(i)}} \\ 0 & \dfrac{-\rho^{(i)}c^{(i)}n_o^{(i)}}{n_1^{(i)}} & \dfrac{\rho^{(i)}c^{(i)}}{n_1^{(i)}} \\ 0 & \dfrac{-n_o^{(i)}}{n_1^{(i)}} & \dfrac{1}{n_1^{(i)}} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca $\underset{\sim}{U}^{(i)}$, Denklem (3.4) ile tanımlanan bilinmeyenler vektörüdür. Burada tekrar hatırlatılmalıdır ki, parantez içerisindeki i üst indisi 1 ve 2 değerlerini alır. i üst indisi 1 değerini aldığı zaman bu büyüklüklerin 1 nolu malzemeden oluşan tabakalara ait olduğunu, benzer şekilde 2 değerini aldığı zaman büyüklüklerin 2 nolu malzemeden oluşan tabakalara ait olduğunu belirtir. Bu çalışmada 1 indisi ile gösterilen tabakalar direnci yüksek takviye tabakalarını, 2 indisi ile gösterilen tabakalar da direnci daha düşük olan matris tabakalarını göstermektedir.

Denklem (3.16) nın indis notasyonunda yazılması bu denklemlerin integrasyonunda kolaylık sağlar. İndis notasyonunda bu denklem,

$$D_{\ell m}^{(i)} \frac{dU_m^{(i)}}{dt} + N_{\ell m}^{(i)} U_m^{(i)} = 0 \qquad (\ell=1-3;\ m=1-3) \qquad (3.19)$$

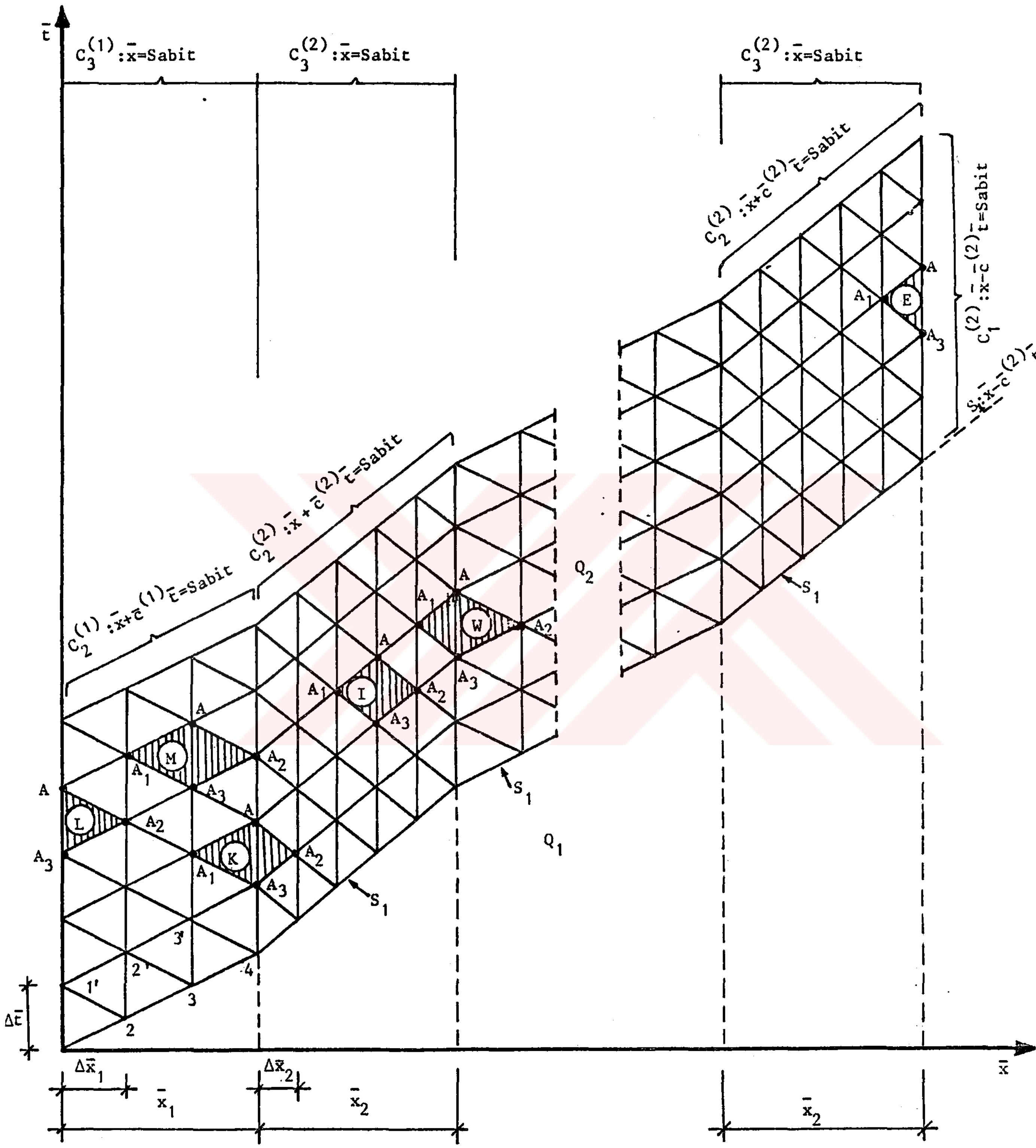
şeklinde yazılabilir. Burada tekrarlanan indis toplamı ifade etmektedir. Ayrıca $U_m^{(i)}$, bilinmeyenler vektörünün bileşenlerini göstermektedir ve Denklem (3.4) ile tanımlanmaktadır.

Daha fazla ilerlemeden burada dalga cepheleri ile ilgili önemli bir hususun açıklanmasında yarar görülmektedir. Dalga cephesi, uyarılmış olan bir bölgeyi uyarılmamış olan bölgeden veya daha önce uyarılmış bulunan bir bölgeyi ek uyarılmalara maruz kalan bölgeden ayıran yüzeydir. Bu, dalga cephesinde alan değişkenlerinin ve/veya onların türevlerinin sonlu süreksizlikleri olacağını belirtir. Böylece, karakteristik çizgilerin tanımından dalga cephesinin karakteristik çizgiler ailesinin bir elemanı olması gerektiği sonucuna varılır. Bu tezde incelenen problemde bir dalga cephesi vardır ve bu $\frac{dx}{dt}=V_1^{(i)}=c^{(i)}$ ile tanımlanan karakteristik çizgiler ailesinin bir elemanı olup (x-t) düzleminde başlangıç noktasından geçer. Karakteristik çizgiler ağı ve S_1 dalga cephesi Şekil 3.1 de gösterilmektedir. Yine şekilde S_1 dalga cephesi tarafından ayrılan Q_1 uyarılmamış ve Q_2 uyarılmış bölgeler görülmektedir.

Şimdi Denklem (3.19) karakteristik çizgiler boyunca integre edilecektir. Bu integrasyon,

$$\int_{t_{A_\ell}}^{t_A} D_{\ell m}^{(i)} \frac{dU_m^{(i)}}{dt}\, dt + \int_{t_{A_\ell}}^{t_A} N_{\ell m}^{(i)} U_m^{(i)} dt = 0 \qquad (3.20)$$

denklemi ile ifade edilebilir. Burada A_ℓ ve A, Şekil 3.1 de gösterildiği gibi karakteristik çizgiler boyunca ardışık iki noktayı göstermektedir. Yukarıdaki denklemdeki integrasyon yamuk kuralı uygulanarak hesap edilirse,



Şekil 3.1: Karakteristik çizgilerin ($\bar{x}-\bar{t}$) düzleminde belirtilmesi

$$D_{\ell m}^{(i)}\left[U_m^{(i)}(A)-U_m^{(i)}(A_\ell)\right]+\frac{1}{2}\left[N_{\ell m}^{(i)}\,U_m^{(i)}(A)+N_{\ell m}^{(i)}\,U_m^{(i)}(A_\ell)\right]\Delta t_\ell=0$$

$$\left[D_{\ell m}^{(i)}+\frac{1}{2}\Delta t_\ell N_{\ell m}^{(i)}\right]U_m^{(i)}(A)=\left[D_{\ell m}^{(i)}-\frac{1}{2}\Delta t_\ell N_{\ell m}^{(i)}\right]U_m^{(i)}(A_\ell)$$

veya

$$F_{\ell m}^{(i)}\,U_m^{(i)}(A)=G_{\underline{\ell} m}^{(i)}\,U_m^{(i)}(A_{\underline{\ell}})\qquad(\ell=1\text{-}3;\quad m=1\text{-}3)\qquad(3.21)$$

ifadesi elde edilir. Burada

$$F_{\ell m}^{(i)}=D_{\ell m}^{(i)}+\frac{1}{2}\Delta t_{\underline{\ell}}\,N_{\underline{\ell} m}^{(i)}\qquad(3.22)$$

$$G_{\ell m}^{(i)}=D_{\ell m}^{(i)}-\frac{1}{2}\Delta t_{\underline{\ell}}\,N_{\underline{\ell} m}^{(i)}$$

ve

$$\Delta t_1=\Delta t$$
$$\Delta t_2=\Delta t\qquad(3.23)$$
$$\Delta t_3=2\Delta t$$

olarak verilmektedir. Burada Denklem (3.21-3.22) de ℓ indisi üzerinde bir toplam olmadığını ve bununda indisin altına bir çizgi çizilerek gösterildiğini belirtmek gerekir. Denklem (3.21) de toplam m indisi üzerindedir. Böylece, $U_m^{(i)}$ bileşenlerinin A_ℓ (ℓ=1-3) noktalarındaki değerleri, yani $U_m^{(i)}(A_\ell)$ değerleri bilinirse $U_m^{(i)}(A)$, yani $U_m^{(i)}$ alan değişkenlerinin A noktasındaki değerleri Denklem (3.21) den bulunur. Ayrıca, Denklem (3.22-3.23) deki Δt_ℓ, $C_\ell^{(i)}$ karakteristik çizgisi üzerindeki iki ardışık noktanın arasındaki zaman aralığını göstermektedir. Burada Denklem (3.21) in ℓ=1,2,3 ile tanımlanan üç denklemi temsil ettiğini bir defa daha belirtmek gerekir. Denklemlerin bu şekilde yazılması özlü ve daha kısa bir yazım şeklidir ve bulgisayar programlaması için uygundur. Böylece, i=1 için Denklem (3.21), 1 rakamı ile tanımlanan tabakalardaki A iç noktalarında $U_m^{(1)}$ alan değişkenlerinin değerlerinin bulunmasını mümkün kılar.

Bu noktalar Şekil 3.1 de M elemanı ile tanımlanmaktadır. Benzer şekilde, Denklem (3.21) de i=2 alınarak, 2 rakamı ile tanımlanan tabakalardaki A iç noktalarında $U_m^{(2)}$ değişkenlerinin değerleri bulunur. Bu noktalar da Şekil 3.1 de I elemanı ile belirlenmektedir. Özetlemek gerekirse, M ve I elemanları ile tanımlanan tabakaların iç noktalarındaki alan değişkenlerinin değerleri Denklem (3.21) yardımıyla bulunur. Sınır yüzeyleri ve arayüzeylerdeki noktalarda $U_m^{(i)}$ değişkenlerinin değerlerinin hesaplanması için bu denklemlerin tadil edilmesi gerekir. Tadil edilmiş bu denklemler bundan sonraki kısımda verilecektir. Bir defa daha hatırlanacağı gibi Denklem (3.20) de $U_m^{(i)}$, bilinmeyenler vektörünün bileşenlerini gösterir. Bu bileşenlerden $U_1^{(i)}=v^{(i)}$; $U_2^{(i)}=\varepsilon^{(i)}$; $U_3^{(i)}=\sigma^{(i)}$ ye karşılık gelir.

Denklem (3.21) in boyutsuz formu

$$\bar{F}_{\ell m}^{(i)}\ \bar{U}_m^{(i)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell} m}^{(i)}\ \bar{U}_m^{(i)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=1-3;\ m=1-3) \tag{3.24}$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\ell m}^{(i)} &= \bar{D}_{\ell m}^{(i)} + \frac{1}{2}\,\Delta\bar{t}_{\underline{\ell}}\ \bar{N}_{\underline{\ell} m}^{(i)} \\ \bar{G}_{\ell m}^{(i)} &= \bar{D}_{\ell m}^{(i)} - \frac{1}{2}\,\Delta\bar{t}_{\underline{\ell}}\ \bar{N}_{\underline{\ell} m}^{(i)} \end{aligned} \tag{3.25}$$

şeklindedir. $\bar{F}_{\ell m}^{(i)}$ ve $\bar{G}_{\ell m}^{(i)}$ nin değerleri, Denklem (3.17-3.18) gözönüne alınarak Denklem (3.25) den hesaplanabilir. Bu yapıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\bar{F}_{11}^{(i)} = \bar{\rho}^{(i)}$$

$$\bar{F}_{12}^{(i)} = \frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{n}_o^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{F}_{13}^{(i)} = -\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{m}_1^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}} - \frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{F}_{21}^{(i)} = \bar{\rho}^{(i)}$$

$$\bar{F}_{22}^{(i)} = -\frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{n}_o^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{F}_{23}^{(i)} = \frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{m}_1^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}} + \frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{F}_{31}^{(i)} = 0.0$$

$$\bar{F}_{32}^{(i)} = -1-\Delta\bar{t}\,\frac{\bar{n}_o^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}$$

$$\bar{F}_{33}^{(i)} = \frac{\bar{m}_1^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}} + \frac{\Delta\bar{t}}{\bar{n}_1^{(i)}}$$

$$\bar{G}_{11}^{(i)} = \bar{\rho}^{(i)}$$

$$\bar{G}_{12}^{(i)} = -\frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{n}_o^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right) \tag{3.26}$$

$$\bar{G}_{13}^{(i)} = -\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{m}_1^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}} + \frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{G}_{21}^{(i)} = \bar{\rho}^{(i)}$$

$$\bar{G}_{22}^{(i)} = \frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{n}_o^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{G}_{23}^{(i)} = \frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}\bar{m}_1^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}} - \frac{\Delta\bar{t}}{2}\left(\frac{\bar{\rho}^{(i)}\bar{c}^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}\right)$$

$$\bar{G}_{31}^{(i)} = 0.0$$

$$\bar{G}_{32}^{(i)} = -1 + \Delta\bar{t}\,\frac{\bar{n}_o^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}}$$

$$\bar{G}_{33}^{(i)} = \frac{\bar{m}_1^{(i)}}{\bar{n}_1^{(i)}} - \frac{\Delta\bar{t}}{\bar{n}_1^{(i)}}$$

Denklem (3.24-3.26) da görülen boyutsuz büyüklükler aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$\bar{\rho}^{(1)} = 1.0 \qquad \bar{\rho}^{(2)} = \frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(1)}}$$

$$\bar{v}^{(1)} = \frac{v^{(1)}}{c^{(1)}} \qquad \bar{v}^{(2)} = \frac{v^{(2)}}{c^{(1)}}$$

$$\bar{c}^{(1)} = 1.0 \qquad \bar{c}^{(2)} = \frac{c^{(2)}}{c^{(1)}}$$

$$\bar{\sigma}^{(1)} = \frac{\sigma^{(1)}}{\rho^{(1)}c^{(1)2}} \qquad \bar{\sigma}^{(2)} = \frac{\sigma^{(2)}}{\rho^{(1)}c^{(1)2}}$$

$$\bar{\varepsilon}^{(1)} = \varepsilon^{(1)} \qquad \bar{\varepsilon}^{(2)} = \varepsilon^{(2)}$$

$$\bar{m}_1^{(1)} = \frac{m_1^{(1)}c^{(1)}}{x_T} \qquad \bar{m}_1^{(2)} = \frac{m_1^{(2)}c^{(1)}}{x_T}$$

$$\bar{n}_o^{(1)} = \frac{n_o^{(1)}}{\rho^{(1)}c^{(1)2}} \qquad \bar{n}_o^{(2)} = \frac{n_o^{(2)}}{\rho^{(1)}c^{(1)2}}$$

$$\bar{n}_1^{(1)} = \frac{n_1^{(1)}}{\rho^{(1)}c^{(1)}x_T} \qquad \bar{n}_1^{(2)} = \frac{n_1^{(2)}}{\rho^{(1)}c^{(1)}x_T}$$

Burada x_T tüm tabakaların kalınlıklarının toplamını göstermektedir.

3.3. SINIR, TABAKA İÇİ VE ARAYÜZEY ELEMANLARI İÇİN DENKLEMLERİN YAZILMASI

Daha önce de belirtildiği gibi, Şekil 3.1 de "L" elemanı ile gösterilen $\bar{x}=0$ sınır yüzeyindeki noktalar için Denklem (3.24) ün tadil edilmesi gerekir. "L" sınır elemanı için Denklem (3.24), $\ell=2-3$ ve $m=1-3$ için aynı kalır. $\ell=1$ ile tanımlanan denklem için ise tadil edilmesi gerekir. Böylece, sınır yüzeyinde üniform bir basıncın uygulanması halinde denklemler

$$\bar{U}_3^{(1)}(A) = -\bar{P}(t)H(t) \qquad (\ell=1) \tag{3.27}$$

$$\bar{F}_{\ell m}^{(1)} \; \bar{U}_m^{(1)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell m}}^{(1)} \; \bar{U}_m^{(1)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=2-3;\; m=1-3) \tag{3.28}$$

şeklinde ifade edilir. Şayet sınır şartı olarak basınç yerine parçacık hızı verilirse, o zaman Denklem (3.27) nin aşağıdaki şekilde olması gerekir:

$$\bar{U}_1^{(1)}(A) = \bar{v}^*(t)H(t) \tag{3.29}$$

Denklem (3.27-3.29) un yazılmasında $\bar{x}=0$ sınır yüzeyini içeren tabakanın 1 ile tanımlanan tabaka olduğu kabulü yapılmıştır. Bu tabakanın 2 ile tanımlanan tabaka olması halinde, denklemlerde 1 üst indisi yerine 2 üst indisi yazılmalıdır.

Bundan önceki kısımda belirtildiği gibi "M" ve "I" iç elemanları için Denklem (3.24) değiştirilmeden kullanılır. Ancak, "M" elemanında i=1 ve "I" elemanında ise i=2 değerini alır.

Tabakaların arayüzeylerindeki noktalar Şekil 3.1 de "K" ve "W" elemanları ile tanımlanmaktadır. 1 tabakasını 2 tabakasının izlediği arayüzeylerdeki noktalar "K" elemanı, 2 tabakasını 1 tabakasının izlediği arayüzeylerdeki noktalar ise "W" elemanı ile belirlenmektedir. "K" ve "W" arayüzey elemanları için Denklem (3.24) ün tadil edilmesi ve arayüzey şartlarını ifade eden denklemlerin ilave edilmesi gerekir. Tabakaların arayüzeylerinde gerilmelerin ve parçacık hızının sürekli olduğu kabul edilir. Bu şartlar altında her bir eleman için kullanılacak denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

"K" elemanı için:

$$\bar{F}_{\ell m}^{(1)} \; \bar{U}_m^{(1)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell m}}^{(1)} \; \bar{U}_m^{(1)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=1,3;\; m=1-3) \tag{3.30}$$

$$\bar{F}_{\ell m}^{(2)} \; \bar{U}_m^{(2)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell m}}^{(2)} \; \bar{U}_m^{(2)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=2,3;\; m=1-3) \tag{3.31}$$

$$\bar{U}_3^{(1)}(A) = \bar{U}_3^{(2)}(A) \tag{3.32}$$

$$\bar{U}_1^{(1)}(A) = \bar{U}_1^{(2)}(A) \tag{3.33}$$

"W" elemanı için :

$$\bar{F}_{\ell m}^{(2)} \; \bar{U}_m^{(2)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell} m}^{(2)} \; \bar{U}_m^{(2)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=1,3;\; m=1-3) \tag{3.34}$$

$$\bar{F}_{\ell m}^{(1)} \; \bar{U}_m^{(1)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell} m}^{(1)} \; \bar{U}_m^{(1)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=2,3;\; m=1-3) \tag{3.35}$$

$$\bar{U}_3^{(1)}(A) = \bar{U}_3^{(2)}(A) \tag{3.36}$$

$$\bar{U}_1^{(1)}(A) = \bar{U}_1^{(2)}(A) \tag{3.37}$$

Tabakasal bileşik cismin $\bar{x}=\bar{x}_T$ dış yüzeyi üzerindeki noktalar "E" elemanı ile tanımlanmaktadır. "E" sınır elemanı için Denklem (3.24) "L" elemanına benzer şekilde tadil edilir. Tabakasal bileşik cisim iki farklı tabakanın ardışık tekrarlanmasıyla oluştuğundan, "E" elemanı için aşağıda yazılacak denklemlerde farklı tabakaları belirten i üst indisi aynen kalacaktır. Sınır tabakası 1 ile tanımlanan tabakadan oluşuyorsa i=1, 2 ile tanımlanan tabakadan oluşuyorsa i=2 alınacaktır. Ayrıca, sınır tabakanın dış yüzeyi serbest ya da sabit olabilir. Dış yüzey serbest ise gerilme, sabit ise parçacık hızı sıfır alınacaktır. Böylece dış yüzeyin serbest olması durumunda;

$$\bar{F}_{\ell m}^{(i)} \; \bar{U}_m^{(i)}(A) = \bar{G}_{\underline{\ell} m}^{(i)} \; \bar{U}_m^{(i)}(A_{\underline{\ell}}) \qquad (\ell=1,3;\; m=1-3) \tag{3.38}$$

$$\bar{U}_3^{(i)}(A) = 0 \qquad (\ell=2) \tag{3.39}$$

denklemleri kullanılır. Dış yüzeyin sabit olması durumunda ise, sadece Denklem (3.39) aşağıdaki gibi değiştirilir:

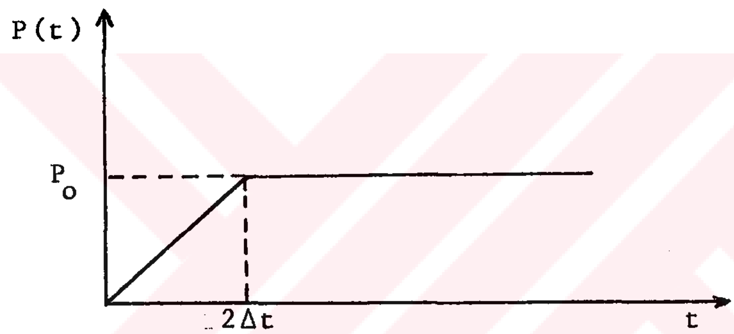
$$\bar{U}_1^{(i)}(A) = 0 \qquad (\ell=2) \tag{3.40}$$

BÖLÜM 4

SAYISAL ANALİZ VE SONUÇLARIN TARTIŞILMASI

4.1. SAYISAL ANALİZ

Sayısal örneklerde Şekil 4.1 de görüldüğü gibi, cismin iç yüzeyine başlangıçta zamanla değişen rampalı bir basamak basıncının uygulandığı kabul edilmiştir. x=0 da yüzeye uygulanan basınç t=0 anında sıfırdan başlıyor, $2\Delta t$ 'lik bir zaman aralığında P_o değerine ulaşıyor ve daha sonra da sabit olarak kalıyor.



Şekil 4.1: 1 nolu tabakaya uygulanan basamak basıncı

Sayısal örneklerde birkaç değişik duruma göre analizler yapılmıştır. Önce iki grup boyutsuz malzeme katsayıları seçilmiştir:

1. grup boyutsuz malzeme katsayıları		2. grup boyutsuz malzeme katsayıları	
$\bar{\rho}^{(1)} = 1.0$	$\bar{\rho}^{(2)} = 0.85$	$\bar{\rho}^{(1)} = 1.0$	$\bar{\rho}^{(2)} = 0.80$
$\bar{m}_1^{(1)} = 2.0$	$\bar{m}_1^{(2)} = 1.6$	$\bar{m}_1^{(1)} = 2.6$	$\bar{m}_1^{(2)} = 2.16$
$\bar{n}_o^{(1)} = 0.20$	$\bar{n}_o^{(2)} = 0.15$	$\bar{n}_o^{(1)} = 0.40$	$\bar{n}_o^{(2)} = 0.35$
$\bar{n}_1^{(1)} = 2.0$	$\bar{n}_1^{(2)} = 1.1$	$\bar{n}_1^{(1)} = 2.6$	$\bar{n}_1^{(2)} = 1.4$

1. grup boyutsuz malzeme katsayıları gözönüne alınarak cismin 2, 4 ve 8 tabakadan oluşması durumlarına göre analizler yapılmıştır. Bu analizler 2. grup malzeme katsayıları için de ayrıca yapılmıştır. Bu analizlerin hepsinde 1 rakamı ile belirtilen takviye tabakaların oranı 0.5 alınmıştır. Takviye tabakası oranı e ile gösterilmekte ve $e= x_1/x_1+x_2$ olarak tanımlanmaktadır. Burada x_1, 1 ile belirlenen tabakanın kalınlığını, x_2 ise 2 ile belirlenen tabakanın kalınlığını göstermektedir. Bu analizlerden sonra 1 nolu tabakanın oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarına göre 2 ve 8 tabakadan oluşan cisimler için analizler tekrarlanmıştır. Yukarıdaki analizlerin hepsi karakteristik çizgiler ağı $\Delta\bar{t}=0.025$ alınarak tamamlanmıştır. Ayrıca cismin dış yüzeyinin serbest olduğu kabul edilmiştir.

Bu çalışmada kullanılan sayısal yöntemi açıklamak için $(\bar{x}-\bar{t})$ düzleminde karakteristik çizgiler ağı ve S_1 dalga cephesini gösteren Şekil 3.1 'i gözönüne alalım. S_1 dalga cephesi $(\bar{x}-\bar{t})$ düzlemini Q_1 ve Q_2 gibi iki bölgeye ayırır. Bunlardan Q_1 uyarılmamış, Q_2 ise uyarılmış bölgeleri temsil etmektedir. Q_2 uyarılmış bölgenin her noktasındaki

$$(\bar{U}_m^{(1)}) = (\bar{v}^{(1)},\ \bar{\varepsilon}^{(1)},\ \bar{\sigma}^{(1)}) \text{ ve } (\bar{U}_m^{(2)}) = (\bar{v}^{(2)},\ \bar{\varepsilon}^{(2)},\ \bar{\sigma}^{(2)})$$

çözümlerini bulabilmek için Q_2 bölgesi Şekil 3.1 de gösterilen karakteristik çizgiler ağına bölünmüştür. 1 nolu tabakalarda ağ, birbirine paralel doğru çizgilerden oluşan üç karakteristik çizgi ailesinden oluşmaktadır. Bu aileler sırasıyla $\bar{x} \pm \bar{c}^{(1)}\bar{t}$ = sabit ve $\bar{x}$ = sabit denklemleri ile tanımlanmaktadır. Buna karşılık, 2 nolu tabakalardaki ağ, $\bar{x} \pm \bar{c}^{(2)}\bar{t}$ =sabit ve $\bar{x}$=sabit ile tanımlanan doğru ailelerinden oluşmaktadır.

Q_2 bölgesinde çözümü elde etmek için orijinden başlanarak S_1 dalga cephesi boyunca ilerlenir. Dalga cephesinde $\bar{U}_m^{(1)}$ ve $\bar{U}_m^{(2)}$ alan değişkenlerinin değerleri sıfırdır. Bu, iç yüzeye uygulanan basıncın başlangıçta sıfırdan başlayıp $2\Delta\bar{t}$ anına kadar lineer olarak büyümesinden kaynaklanmaktadır. Yine iç yüzeye uygulanan basınçta başlangıçtaki rampadan dolayı, $\bar{U}_m^{(1)}$ ve $\bar{U}_m^{(2)}$ bağımlı değişkenlerinin Q_2 uyarılmış bölgesinin her noktasında sürekli olduğu kabul edilebilir. Dalga cephesi boyunca her noktada (Şekil 3.1 de 1,2,3,4,... noktaları) alan değişkenleri sıfıra eşitlendikten sonra, Şekil 3.1 de gösterildiği gibi dalga cephesine paralel $C_1^{(1)}$'in 2. hattı üzerindeki 1' noktasına geçilir. 2. hattın 1' noktası $\bar{x}$=0.0 noktası olduğundan, buradaki alan değişkenlerini bulmak için, "L" elemanı için yazılan denklemler kullanılır. 1. hat üzerinde bulunan 1 ve 2 noktalarındaki alan değişkenlerinin değerleri bilindiğinden, 2. hattın 1' noktasındaki alan değişkenleri hesaplanabilir. Bu noktaya ait alan değişkenleri hesaplandıktan sonra, aynı hat üzerinde bulunan 2' noktasına geçilir. Bu nokta 1 nolu tabakanın bir iç noktası olduğundan, "M" elemanına ait denklemler kullanılır. 1. hat üzerindeki 2 ve 3 noktalarında ve 2. hat üzerindeki 1' noktasında $\bar{v}^{(1)}$, $\bar{\varepsilon}^{(1)}$ ve $\bar{\sigma}^{(1)}$ değerleri daha önce hesaplanmıştı. Bu değerler 1 nolu tabaka için yazılacak Denklem (3.24) de kullanılarak 2. hattın 2' noktasına ait alan değişkenleri hesaplanır. 2' noktasındaki hesaplar bittikten sonra 3' noktasına geçilir. O noktaya ait alan değişkenleri hesaplanır ve bu şekilde işleme devam edilir. Tabakaların arayüzeylerindeki noktalarda 1 nolu tabakadan 2 nolu tabakaya geçiliyorsa "K" elemanı için geçerli olan denklemler, 2 nolu tabakadan 1 nolu tabakaya geçiliyorsa "W" elemanı için geçerli olan denklemler kullanılır. 2 nolu tabakanın bir iç noktasında "I" elemanı için yazılacak Denklem (3.24) kullanılır. Dış yüzeyi tanımlayan $\bar{x}$=1.0 deki bir nokta için de "E" elemanına ait denklemler kullanılır. 2. hat üzerindeki noktalar bu şekilde bitirildikten sonra, 3. hatta geçilir. 2. hat için anlatılan işlemler bu hat için de geçerlidir. Bu işlemler istenilen sayıdaki hat üzerinde tekrarlanabilir. Böylece Q_2 bölgesindeki bütün noktalar taranabilir.

Bütün bu işlemleri seri bir şekilde yapabilmek için bir bilgisayar programı yazılmıştır. Program, hareket halindeki Q_2 bölgesine ait bütün sınır, iç ve arayüzey noktalarında $v^{(i)}$, $\bar{\varepsilon}^{(i)}$,

$\bar{\sigma}^{(i)}$ alan değişkenlerinin değerlerini verecek şekilde düzenlenmiştir. Program Fortran dilinde yazılmıştır. Bu program cismin kalınlığı boyunca ortalama olarak 44 noktada $\bar{t}$=3.75 anına kadar çalıştırılarak bu noktalardaki $\bar{v}^{(i)}$, $\bar{\varepsilon}^{(i)}$ ve $\bar{\sigma}^{(i)}$ değerleri elde edilmiştir.

Bu bilgisayar çıktıları kullanılarak Şekil (4.2-4.49) da verilen eğriler çizilmiştir. Eğriler 9 grupta toplanabilir.Birinci grup eğriler Şekil (4.2-4.10) ile verilmektedir. Bu eğriler 1. ve 2. grup malzeme katsayılarına göre; 2, 4 ve 8 tabakadan oluşan cisimlerde, gerilmenin $\bar{x}$=0.10, 0.25 ve 0.75 noktalarında zamanla değişimini vermektedirler. İkinci grup eğriler Şekil (4.11-4.16) da verilmiştir. Bu eğriler 1. ve 2. grup malzeme katsayılarına göre; 2, 4 ve 8 tabakadan oluşan cisimlerde, gerilmenin $\bar{t}$=1.6 ve 2.5 anlarında cisim içerisindeki değişimini göstermektedirler. Üçüncü grup eğriler ise, Şekil (4.17-4.19) da verilmiştir. Bu eğriler 1. ve 2. grup malzeme katsayılarına göre; 2, 4 ve 8 tabakadan oluşan cisimlerde, parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimini vermektedirler. Bundan sonraki eğri gruplarında sadece 1. grup malzeme katsayıları gözönüne alınmıştır. Dördüncü grup eğriler Şekil (4.20-4.25) de gösterilmiştir. Bu eğriler 2 tabakalı bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, gerilmenin $\bar{x}$ = 0.10 ve 0.50 noktalarında zamanla değişimini göstermektedirler. Beşinci grup eğriler Şekil (4.26-4.31) de verilmiştir. Bu eğriler 2 tabakalı bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3, 4/5 olması durumlarında gerilmenin $\bar{t}$=1.6 ve 2.5 anlarında cisim içerisindeki değişimini göstermektedirler. Altıncı grup eğriler Şekil (4.32-4.34) de verilmiştir. Bu eğriler 2 tabakalı bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimini göstermektedirler. Yedinci grup eğriler Şekil (4.35-4.40) da gösterilmiştir. Bu eğriler 8 tabakalı bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, gerilmenin $\bar{x}$=0.25 ve 0.50 noktalarında zamanla değişimini gösterirler. Sekizinci grup eğriler Şekil (4.41-4.46) da verilmekte olup, 8 tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, gerilmenin $\bar{t}=1.6$ ve 2.5 anlarında cisim içerisindeki değişimini gösterirler. Dokuzuncu grup eğriler Şekil (4.47-4.49) da verilmektedir. Bu eğriler de 8 tabakadan oluşan bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3, 4/5 olması durumlarında, parçacık hızının $\bar{x}=1.0$ noktasında zamanla değişimini göstermektedirler.

4.2. SONUÇLARIN TARTIŞILMASI

Şekil 4.2 de iki eğri üst üste çizilmiştir. Her iki eğri de aynı noktada gerilmenin zamanla değişimini gösterirler. Dolu çizgi ile çizilen eğri, 1. grup malzeme katsayıları gözönüne alınarak çizilmiştir. Kesik çizgi ile çizilen eğri ise, 2. grup malzeme katsayılarına göre çizilmiştir. Önce dolu çizgi ile çizilen eğriyi inceleyelim. Bu eğride iki tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}=0.10$ noktasında zamanla değişimi verilmiştir. Her tabakanın kalınlığı 0.5 birim olduğundan $\bar{x}=0.10$ noktası 1. tabakanın içinde kalmaktadır. 1. tabakada boyutsuz dalga hızı $\bar{c}^{(1)}=1.0$ dir. Bu sebeple $\bar{x}=0.10$ noktası $\bar{t}=0.10$ anına kadar hareketsizdir. İç yüzeye uygulanan basınçtan oluşan basınç dalgası $\bar{t}=0.10$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına varmaktadır. $-\bar{\sigma}^{(1)}$ gerilmesi $\bar{t}=0.15$ anında 0.98 değerine ulaşıyor. Bu andan sonra gerilme yavaş yavaş büyüyerek $\bar{t}=0.90$ anında 0.983 değerini alıyor. Gerilmedeki bu tedrici büyüme cismin viskoelastik özelliğinden kaynaklanıyor. Bu andan $\bar{t}=0.95$ anına kadar gerilmede bir düşme görülüyor. Gerilme $\bar{t}=0.95$ anında 0.871 değerini alıyor. Gerilmedeki bu ani düşmeyi,cisim boyunca yayılan basınç dalgasının bir kısmının arayüzeyde çekme dalgası olarak geri yansıması ve $\bar{t}=0.90$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına varması oluşturuyor. Bilindiği gibi iki tabakanın arayüzeyine ulaşan dalganın bir kısmı geriye yansır, diğer kısmı da arayüzeyi geçerek 2. tabakanın içinde ilerler. $\bar{t}=0.95$ anında 0.871 değerine düşen gerilme yavaş yavaş küçülerek $\bar{t}=1.10$ anında 0.868 değerini alıyor. Bu andan sonra gerilme büyümeye başlıyor ve $\bar{t}=1.15$ anında 0.975 değerine ulaşıyor. Bu yükselmeyi, $\bar{t}=0.90$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına ulaşan çekme dalgasının $\bar{x}=0.0$ yüzeyine vararak, bu yüzeyden basınç dalgası olarak geri dönmesi ve $\bar{t}$=1.10 anında $\bar{x}$=0.10 noktasına ulaşması oluşturuyor. Gerilme $\bar{t}$=1.15 anından sonra yavaş yavaş büyüyerek, $\bar{t}$=1.90 anında 0,979 değerini alıyor. Daha öncede belirtildiği gibi, gerilmedeki bu küçük büyüme viskoelastik malzemelerin özelliğinden kaynaklanıyor. Gerilme, $\bar{t}$=1.95 anında 0.967 değerine tedrici olarak düşüyor. Gerilmede $\bar{t}$=0.90 ve $\bar{t}$=1.15 anları arasında düşmeye sebep olan dalga, $\bar{t}$=1.50 anında basınç dalgası olarak iki tabakanın arayüzeyine varıyor. Bu dalganın bir kısmı arayüzeyde çekme dalgası olarak geri yansıyarak, $\bar{t}$=1.9 anında $\bar{x}$=0.10 noktasına varıyor ve gerilmenin $\bar{t}$=1.95 anında 0.967 değerine düşmesine sebep oluyor. $\bar{t}$=0.0 anında cismin iç yüzeyine uygulanan basınçtan oluşan dalganın büyük bir kısmı, $\bar{t}$=1.05 anında serbest yüzeye varıyor. Dalga buradan çekme dalgası olarak geriye yansıyor. Bu çekme dalgasının büyük bir kısmı $\bar{t}$=2.00 anında $\bar{x}$=0.10 noktasına ulaşıyor ve gerilme $\bar{t}$=2.05 anında 0.338 değerine düşüyor. Gerilmedeki bu büyük düşmeyi serbest yüzeyden çekme dalgası olarak geri yansıyan dalga oluşturmaktadır. Gerilmedeki düşük seyir, $\bar{t}$=2.2 anına kadar devam ediyor. $\bar{t}$=2.05 ve $\bar{t}$=2.15 anları arasında gerilmede oluşan çalkantı, farklı iki dalganın aynı anda aynı noktaya etki etmesinden kaynaklanıyor. Gerilme $\bar{t}$=2.2 anında 0.341 değerini alıyor. Gerilme bu andan itibaren yükselmeye başlıyor ve $\bar{t}$=2.25 anında 0.942 değerine ulaşıyor. Bu yükselme, gerilmede büyük düşmeye sebep olan dalganın $\bar{t}$=2.10 anında basıncın uygulandığı yüzeye ulaşarak, buradan basınç dalgası olarak yansıması ve $\bar{t}$=2.20 anında $\bar{x}$=0.10 noktasına varmasından oluşuyor. Gerilme $\bar{t}$=2.25 anından itibaren yavaş yavaş büyüyerek, $\bar{t}$=2.80 anında 0.947 değerine ulaşıyor. $\bar{x}$=0.10 noktası $\bar{t}$=2.25 ve $\bar{t}$=2.80 anları arasında başka dalgalara maruz kalmadığından, buradaki gerilmede çalkantılar görülmemektedir.

Şekil 4.2 de kesik çizgi ile çizilen eğriyi, dolu çizgiyle çizilen eğri ile karşılaştıralım. Kesik çizgiyle çizilen eğride 2. grup malzeme katsayıları kullanılmıştır. Fakat, her tabakadaki hızlar eski hızlara eşit olacak şekilde malzeme katsayıları alınmıştır. Bu sebeple kesik çizgili eğri, dolu çizgili eğriyle aynı kırıklık noktaları gösterecektir. Fakat bu kırıklık noktalarındaki düşme ve yükselme miktarları farklı olmaktadır. Malzeme özelliklerinin değişmesi durumunda davranışın nasıl değişeceği belirgin olarak görülmektedir. Şekil 4.2 de verilen bu iki eğri dikkatle incelendiğinde aralarında büyük farklılıklar görülmemekle birlikte kesik çizgili eğride gerilmedeki ani değişmelerde değişme miktarının daha büyük olduğu görülmektedir.

Şekil 4.3 deki eğriler, 4 tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}=0.10$ noktasında zamanla değişimini göstermektedirler. Burada her tabakanın kalınlığı boyutsuz değerler cinsinden 0.25 birim alınmıştır. Bu sebeple $\bar{x}=0.10$ noktası birinci tabakanın içinde kalıyor. Bu tabakada dalga hızı $\bar{c}^{(1)}=1.0$ dir. Dolu çizgili eğride 1. grup malzeme katsayıları, kesik çizgili eğride ise 2.grup malzeme katsayıları gözönüne alınmıştır. Bu eğriler Şekil 4.2 deki eğrilere nazaran daha fazla kırıklık gösteriyorlar. Çünkü, Şekil 4.3 deki eğrilerde tabaka sayısı dörde çıkarılmıştır. Tabakaların arayüzeylerinde oluşan yansımalardan dolayı bir noktadaki gerilmeler çok kısa sürede değişebilmektedir. Şimdi, Şekil 4.3 de gösterilen dolu çizgili eğriyi inceleyelim. $\bar{x}=0.10$ noktasında $\bar{t}=0.10$ anına kadar herhangi bir hareket yoktur. Gerilme $\bar{t}=0.10$ anından $\bar{t}=0.15$ anına kadar lineer olarak büyüyerek, $\bar{t}=0.15$ anında 0.980 değerine ulaşıyor. Gerilme bu andan itibaren yavaş yavaş büyüyerek, $\bar{t}=0.40$ anında 0.981 değerini alıyor. Gerilme $\bar{t}=0.45$ anında 0.858 değerini alıyor. Gerilmedeki bu düşüşe, dış yüzeye uygulanan basınçtan oluşan basınç dalgasının bir kısmının, 1. arayüzeyde çekme dalgası olarak geri yansıyarak $\bar{x}=0.10$ noktasına $\bar{t}=0.40$ anında varması sebep olmaktadır. Basınç dalgasının 1. arayüzeyde çekme dalgası olarak geri yansıması, 2. tabakanın mekanik impedansının 1. tabakanın mekanik impedansından küçük olmasından ileri gelmektedir. Çünkü, yansımanın oluştuğu bir yüzeyde önceki tabakanın mekanik impedansı, sonraki tabakanın mekanik impedansından küçükse yansıma dalgası ana dalga ile aynı işaretli; önceki tabakanın mekanik impedansı, sonraki tabakanın mekanik impedansından büyükse yansıma dalgası ana dalga ile ters işaretli olacaktır. Şayet önceki ve sonraki tabakaların mekanik impedansları eşitse, yansıma dalgası oluşmayacaktır. Yukarıda yansıma yüzeyi için kullanılan önceki ve sonraki tabaka ifadeleri, dalganın yayılma doğrultusuna göredir. 1. arayüzeyden çekme dalgası olarak yansıyan dalga, basıncın uygulandığı yüzeye çarparak, bu yüzeyden basınç dalgası olarak geri döner ve $\bar{t}=0.60$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına varır. Bu dalga bu noktada basıncın yükselmesine sebep olur. Gerilme $\bar{t}=0.90$ anında 0.975 değerini kazanıyor. Gerilme $\bar{t}=0.95$ anında 0.96 değerine düşüyor. Gerilmedeki bu küçük düşmeyi, 1. arayüzeyden çekme dalgası olarak geri yansıyan dalganın, ikinci kez bu arayüzeye ulaşarak tekrar bu arayüzeyde çekme dalgası olarak geri yansıması ve $\bar{x}=0.10$ noktasına $\bar{t}=0.90$ anında varması oluşturmaktadır. Gerilme bundan sonra ani olarak yükselmekte ve $\bar{t}=1.0$ anında 1.066 değerini kazanmaktadır.Bu yükselme,$\bar{t}=0.0$ anında $\bar{x}=0.0$ yüzeyine uygulanan basınçtan oluşan dalganın 2. arayüzeye vararak, bir kısmının bu arayüzeyde basınç dalgası olarak geri yansıması ve $\bar{t}=0.95$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına varmasından oluşmaktadır. Basınç dalgasının bir kısmının, 2. arayüzeyde basınç dalgası olarak geri yansımasının sebebi, 3. tabakanın mekanik impedansının 2. tabakanın mekanik impedansından büyük olmasıdır. Yani, $\bar{c}^{(1)}\bar{\rho}^{(1)} > \bar{c}^{(2)}\bar{\rho}^{(2)}$ eşitsizliği vardır. Gerilme $\bar{t}=1.10$ anında 1.069 ve $\bar{t}=1.15$ anında da 1.089 değerini alıyor. $\bar{t}=1.1$ ve $\bar{t}=1.15$ anları arasında gerilmede küçük bir sıçrama vardır. 1. arayüzeyde ikinci kez çekme dalgası olarak yansıyan dalga, basıncın uygulandığı yüzeye çarparak, basınç dalgası olarak geri dönüyor ve $\bar{x}=0.10$ noktasına $\bar{t}=1.10$ anında varıyor. $\bar{t}=1.15$ anında gerilmedeki yükselmeyi bu basınç dalgası oluşturmaktadır. Gerilme $\bar{t}=1.20$ anında 0.983 değerine düşüyor. Bu düşmeyi, 2. arayüzeyden basınç dalgası olarak geri yansıyarak, $\bar{t}=1.05$ anında $\bar{x}=0.0$ yüzeyine varan ve oradan çekme dalgası olarak yansıyarak, $\bar{t}=1.15$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına varan dalga meydana getirmektedir. Gerilme bu andan itibaren $\bar{t}=1.45$ anına kadar lineere yakın bir şekilde değişerek, $\bar{t}=1.45$ anında 0.982 değerini alıyor. Gerilme $\bar{t}=1.50$ anında 0.914 'e düşüyor. Bu düşmeye, 3. arayüzeyden çekme dalgası olarak başlangıca doğru yansıyan dalga en çok sebep olmuştur. Bu dalga, $\bar{t}=1.45$ anında $\bar{x}=0.10$ noktasına varır ve $\bar{t}=1.50$ anında gerilmede düşmeye sebep olur. Gerilme, $\bar{t}$=1.65 anında 0.916 ve $\bar{t}$=1.70 anında da 0.982 değerine ulaşıyor. Gerilmedeki bu yükselmede en büyük faktör; $\bar{t}$=1.50 anında gerilmede düşmeye sebep olan çekme dalgasının, $\bar{x}$=0.0 noktasında basınç dalgası olarak yansıyarak, $\bar{x}$=0.10 noktasına $\bar{t}$=1.65 anında ulaşmasıdır. Gerilme, $\bar{t}$=1.95 anında 0.981 ve $\bar{t}$=2.0 anında da 0.961 değerini alıyor. Gerilme bu andan sonra aniden düşerek, $\bar{t}$=2.05 anında 0.341 değerini alıyor. Bu düşmede en büyük faktör, $\bar{x}$=1.0 yüzeyinden çekme dalgası olarak geri dönen dalgadır. Bu dalga, $\bar{x}$=0.10 noktasına $\bar{t}$=2.0 anında varır ve $\bar{t}$=2.05 anında da gerilmede büyük düşüşü oluşturur. Gerilme, $\bar{t}$=2.2 anında 0.351 ve $\bar{t}$=2.25 anında da 0.944 değerini alıyor. Gerilmedeki bu ani yükselmeyi, $\bar{t}$=2.05 anında gerilmede büyük düşüş oluşturan dalganın başlangıç yüzeyine ulaşarak, buradan basınç dalgası olarak geri dönüşü oluşturmaktadır. Gerilme $\bar{t}$=2.25 anından sonra yavaş yavaş artarak $\bar{t}$=2.45 anında 0.946 değerine ulaşıyor. Gerilme, $\bar{t}$=2.5 anında 0.943 ve $\bar{t}$=2.60 anında da 0.793 değerine düşüyor. Burada gerilme düşmesindeki en büyük pay, $\bar{x}$=0.10 noktasında gerilmede en büyük düşme ve yükselmeye sebep olan dalgadan 1. arayüzeyde çekme dalgası olarak oluşan yansıma dalgasına aittir. Bu dalga başlangıç noktasına doğru ilerleyerek, $\bar{t}$=2.50 anında $\bar{x}$=0.10 noktasına varır ve bu noktada düşme meydana getirir. Bu dalga $\bar{t}$=2.60 anında da başlangıç yüzeyine varır. Bu yüzeyden basınç dalgası olarak geri döner ve $\bar{t}$=2.70 anında $\bar{x}$=0.10 noktasına varır. Bu noktada gerilmenin yükselmesine sebep olur. Gerilme, $\bar{t}$=2.75 anında 0.988 ve $\bar{t}$=2.80 anında da 0.939 değerini alıyor. Şekil 4.3 deki kesik çizgili eğri, 4 tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin aynı noktada zamanla değişimini göstermektedir. Şekilden de görüleceği gibi, kesik çizgili eğride daha büyük ani düşme ve yükselmeler oluşmaktadır.

Şekil 4.4 deki eğriler 8 tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimini verirler. Bu eğrilerde daha fazla çalkantılar oluşmaktadır. Gerilme bazı anlarda 1.0 birimin üstünde seyretmektedir. Bu eğriler de diğer eğriler gibi malzeme etkilerini, arayüzey ve sınır yüzey yansıma etkilerini sergilemektedirler.

Şekil 4.5 deki eğrileri inceleyelim: Dolu çizgili eğri 1. grup, diğer eğri ise 2. grup malzeme katsayılarına göre çizilmiştir. Bu eğriler 2 tabakadan oluşan bir cisimde, gerilmenin $\bar{x}=0.25$ noktasında zamanla değişimini gösterirler. Her iki eğri de aynı kırıklıkları gösteriyor. Bu yüzden bu eğrilerden sadece birini incelemek yeterlidir. Dolu çizgili eğriyi inceleyelim: Bu eğride, $\bar{x}=0.25$ noktası $\bar{t}=0.25$ anına kadar hareketsizdir. Yani, $\bar{t}=0.25$ anına kadar bu noktada gerilme yoktur. 1. tabakada dalga hızı $\bar{c}^{(1)}=1.0$ birim olduğundan, dış yüzeye uygulanan basınçtan oluşan basınç dalgası, $\bar{x}=0.25$ noktasına $\bar{t}=0.25$ anında varır. Dikkat edilecek olursa bu eğride gerilmenin düşük olarak seyrettiği zaman aralığı 0.5 birim, $\bar{x}=0.10$ için çizilen eğrilerde ise 0.2 birimdir. Bu zaman farkı gözönüne alınan noktaların başlangıca olan mesafesinden doğuyor. Dış yüzeye uygulanan basınçtan oluşan dalga iki tabakanın arayüzeyine vararak, bir kısmı çekme dalgası olarak geri yansır. Bu çekme dalgası $\bar{x}=0.25$ noktasına $\bar{t}=0.75$ anında varır. Bu noktadaki gerilme Şekil 4.5 de görüldüğü gibi bir miktar düşmektedir. Bu çekme dalgası $\bar{t}=1.0$ anında başlangıç yüzeyine ulaşarak oradan basınç dalgası olarak yansır ve $\bar{x}=0.25$ noktasına $\bar{t}=1.25$ anında varır. Dalganın $\bar{x}=0.25$ noktasından başlangıç noktasına gidişi ve dönüşü 0.5 birimlik bir zaman alıyor. Bu sebeple $\bar{x}=0.25$ noktasında düşük gerilme etkisi 0.5 birimlik bir zaman sürüyor. Eğrilerden, bir noktadaki gerilmenin zaman ilerledikçe azaldığını görüyoruz. Ayrıca, bir sonraki noktanın bir önceki noktaya oranla gerilmeleri düşüyor. Bu azalma ve düşmeler cismin viskoelastik davranışından oluşmaktadır.

Şekil 4.6 daki eğriler cismin 4 tabakadan oluşması halinde, gerilmenin $\bar{x}=0.25$ noktasında zamanla değişimini gösterirler. Bu eğrilerde gerilme $\bar{t}=0.85$ ve $\bar{t}=1.3$ anları arasında 1 birimin üzerinde seyretmektedir. Kesik çizgi ile çizilen eğride bu anlar arasında gerilmenin daha büyük olduğu görülüyor. Şekil 4.7 deki eğriler 8 tabakadan oluşan bir cisimde, gerilmenin $\bar{x}=0.25$ noktasında zamanla değişimini sergilerler. Bu eğriler de yukarıda incelenen eğriler gibi malzeme etkilerini, arayüzey ve sınır yüzey yansıma etkilerini ortaya koymaktadırlar.

Şekil (4.8-4.10) daki eğriler cismin 2, 4 ve 8 tabakadan oluşması durumlarında, gerilmenin $\bar{x}=0.75$ noktasında zamanla değişimini verirler. Bu şekillerin her birinde hem dolu hem de kesik çizgili eğriler verdır. Bu eğrilerden, dolu çizgili olanların birincisinde en yüksek gerilme 0.76, ikincisinde 0.88 ve üçüncüsünde ise 0.98 dir. Gerilmedeki bu farklar kesik çizgili eğrilerde de mevcuttur. Aynı noktada gerilmede görülen bu farklılıklar tabaka sayısının artışından kaynaklanmaktadır.

Şekil 4.11 deki eğriler iki tabakadan oluşan bir cisimde, gerilmenin $\bar{t}=1.6$ anında cismin içerisindeki değişimini göstermektedirler. Önce dolu çizgili eğriyi inceleyelim. Gerilme $\bar{t}=1.6$ anında $\bar{x}=0.0$ noktasında 1.0 değerini alıyor. Çünkü bu nokta 1.0 birimlik bir basınca maruzdur. Bu eğride gerilme iç yüzeyden uzaklaştıkça azalmaktadır. $\bar{x}=0.5$ noktasından sonra gerilmede ani bir düşme görülmektedir. Bu ani düşme, arayüzey ve dış yüzeylerden yansıyan dalgalardan ileri gelmektedir. Arayüzeylerden yansıyan dalgalar gerilmede küçük düşme ve yükselmelere sebep olmaktadırlar. Gerilmedeki büyük düşüş ve yükselmelerdeki en büyük faktör ana dalgalar yani, arayüzeyleri aşarak diğer tarafa geçen dalgalardır. $\bar{t}=0$ anında iç yüzeye uygulanan basınçtan oluşan basınç dalgası, $\bar{t}=1.05$ anında serbest yüzeye varır ve buradan çekme dalgası olarak geri yansır. Bu dalga $\bar{t}=1.6$ anında $\bar{x}=0.5$ noktasına ulaşır ve koordinatı bu noktanın koordinatından büyük olan noktalarda, gerilmenin önemli ölçüde düşmesine sebep olur. $\bar{x}=1.0$ noktası serbest yüzeyde olduğundan, burada gerilme sıfırdır. Şekil 4.11 deki kesik çizgili eğri, 2. grup malzeme katsayılarına göre gerilmenin cisim içerisindeki değişimini göstermektedir. Bu eğride ani düşmeler dolu çizgili eğriye göre daha büyüktür. Fakat aynı eğride tedrici düşmeler diğer eğriye oranla daha küçük kalmaktadır. Şekil 4.12 deki eğriler 2 tabakadan oluşan bir cisimde, gerilmenin $\bar{t}=2.5$ anında cisim içerisindeki değişimini göstermektedirler. Bu eğriler de aynı şekilde malzeme etkilerini, arayüzey ve sınır yüzey yansıma etkilerini sergilemektedirler.

Şekil (4.13-4.14) deki eğriler 4 tabakadan oluşan bir cisimde, gerilmenin $\bar{t}$=1.6 ve $\bar{t}$=2.5 anlarında cismin içerisindeki değişimini göstermektedirler. Şekil (4.15-4.16) daki eğriler ise cismin 8 tabakadan oluşması halinde, gerilmenin $\bar{t}$=1.6 ve $\bar{t}$=2.5 anlarında cismin içerisindeki değişimini sergilerler. Bu eğrilerin hepsi malzeme etkilerini, arayüzey ve sınır yüzey yansıma etkilerini göstermektedirler.

Şekil (4.17-4.19) daki eğriler 2, 4 ve 8 tabakadan oluşan cisimlerde, parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimini göstermektedirler. Şekil 4.17 deki dolu çizgili eğride 1. grup malzeme katsayılarına göre 2 tabakadan oluşan bir cisimde, parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi verilmektedir. Parçacık hızı, $\bar{x}$=1.0 noktasında $\bar{t}$=1.05 anına kadar sıfırdır. Çünkü, $\bar{x}$=0.0 yüzeyine $\bar{t}$=0.0 anında uygulanan basınçtan oluşan dalga, bu noktaya $\bar{t}$=1.05 anında varıyor. Parçacık hızında bu andan sonra bir sıçrama oluyor ve $\bar{t}$=1.1 anında parçacık hızı 1.81 değerine ulaşıyor. Parçacık hızı $\bar{t}$=2.05 anına kadar lineere yakın bir değişim göstererek, $\bar{t}$=2.05 anında 2.23 değerini alıyor. Parçacık hızı bu andan sonra bir sıçrama göstermekte ve $\bar{t}$=2.10 anında, 2.45 değerini almaktadır. Parçacık hızı, $\bar{t}$=2.15 anında 2.47 ve $\bar{t}$=2.20 anında da 2.31 değerini alıyor. Parçacık hızının bu kısa aralıktaki yükselme ve düşmesinin sebebine gelince; $\bar{t}$=0.0 anında $\bar{x}$=0.0 yüzeyine uygulanan basınçtan oluşan basınç dalgasının bir kısmı, arayüzeyde çekme dalgası şeklinde yansıyarak, $\bar{t}$=1.0 anında $\bar{x}$=0.0 noktasına varıyor. Sözkonusu dalga, bu noktada basınç dalgası olarak yansıyarak, $\bar{t}$=2.05 anında $\bar{x}$=1.0 yüzeyine ulaşmakta ve $\bar{t}$=2.10 anında ise, bu noktada parçacık hızında biraz artışa sebep olmaktadır. $\bar{t}$=1.05 anında dış yüzeye ulaşarak $\bar{t}$=1.10 anında parçacık hızında 1.81 birimlik bir sıçrama oluşturan dalga, serbest yüzeyden çekme dalgası olarak yansıdıktan sonra, $\bar{t}$=1.60 anında iki tabakanın arayüzeyine varmaktadır. Bu dalganın bir kısmı arayüzeyden çekme dalgası olarak geri dönmektedir. Çünkü 1. tabakanın mekanik impedansı 2. tabakanın mekanik impedansından büyüktür. Aynı dalga $\bar{t}$=2.15 anında da $\bar{x}$=1.0 noktasına varmaktadır. Bu dalga, $\bar{t}$=2.05 anında

$\bar{x}$=1.0 noktasına ulaşan basınç dalgasının etkisini düşürdüğünden, $\bar{t}$=2.15 anından sonra parçacık hızında bir azalma oluşmaktadır. Parçacık hızında $\bar{t}$=2.20 anından itibaren, $\bar{t}$=3.15 anına kadar önemli bir çalkantı görülmemektedir. Parçacık hızı $\bar{t}$=3.15 anında 2.68 değerine çıkıyor. Bu andan sonra parçacık hızında bir sıçramanın oluşmasıyla parçacık hızı, $\bar{t}$=3.20 anında 3.79 değerine yükseliyor. Bu sıçrama; $\bar{t}$=1.05 anında serbest yüzeye ulaşan basınç dalgasının, çekme dalgası olarak yansıyarak $\bar{t}$=2.10 anında $\bar{x}$=0.0 noktasına varması ve buradan da basınç dalgası olarak geri dönerek $\bar{t}$=3.15 anında $\bar{x}$=1.0 noktasına ulaşması sonucunda oluşmaktadır. Şekilden de görüleceği gibi parçacık hızı, $\bar{t}$=3.20 anından sonra artarak, $\bar{t}$=3.75 anında 4.21 değerine ulaşmaktadır. Şekil 4.17 de kesik çizgili eğri, 2. grup malzeme katsayılarına göre parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında değişimini vermektedir. Bu eğride, ani düşme ve yükselmelerin miktarı daha büyük olmasına rağmen, zamana göre tedrici değişimler daha küçüktür. Ayrıca, her iki eğriden de görüleceği gibi parçacık hızı, zaman arttıkça büyümektedir.

Şekil (4.18-4.19) daki eğriler 4 ve 8 tabakadan oluşan cisimlerde, parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimini gösterirler. Bu eğriler de diğer eğriler gibi incelenebilirler. Şekil 4.17 deki eğrilerde görülen olaylar bu eğrilerde de görülmektedir.

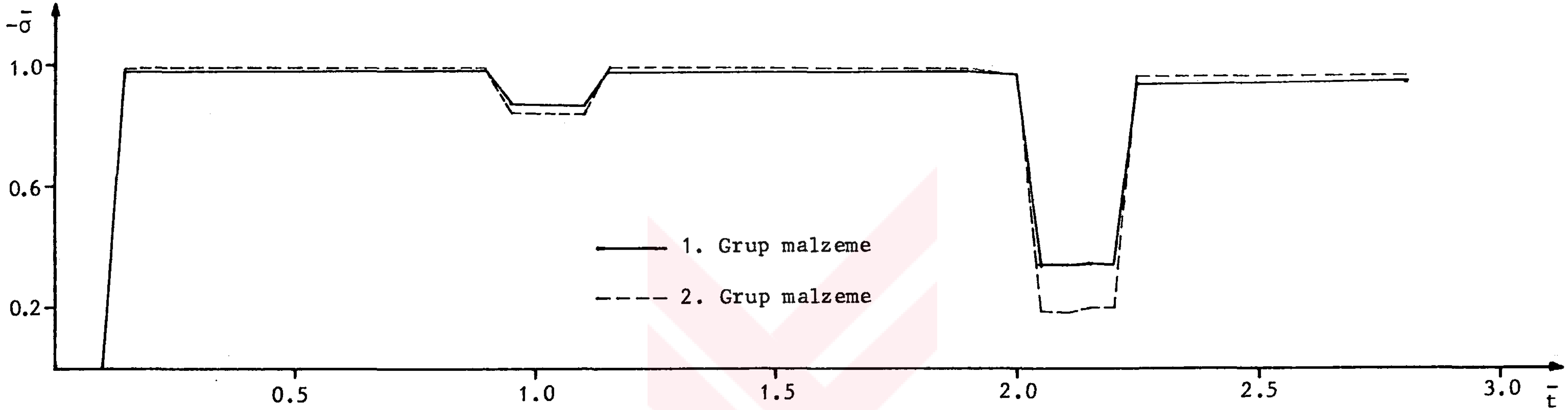
Şekil (4.20-4.22) deki eğriler 2 tabakadan oluşan bir cisimde, takviye tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimini gösterirler. Gerilmenin büyüklüğünde fazla değişiklik olmamasına rağmen, gerilmenin kırıklık gösterdiği anlar değişmiştir. Bu da, tabaka oranlarının değişmesiyle arayüzey yerlerinin değişmesinden kaynaklanmaktadır. Şekil 4.20 de 1 nolu tabakanın oranı 1/3 olduğundan, tabakaların arayüzeyi başlangıç noktasına daha yakındır. Bu sebeple, çekme dalgası olarak arayüzeyden geri yansıyan dalga, daha kısa sürede $\bar{x}$=0.10 noktasına varır ve burada gerilmenin düşmesine sebep olur. Şekil 4.21 deki eğride, arayüzeyin yeri başlangıçtan biraz daha uzaklaşmıştır. Bunun neticesi olarak, gerilmenin düştüğü an da daha ileri zamanda meydana gelmektedir. Şekil 4.22 deki eğride ise, arayüzey yeri başlangıç noktasından daha da uzaklaşarak, $\bar{t}$=1.5 anında gerilmede düşme başlamaktadır. Gerilmede büyük düşüşün oluştuğu an da tabaka oranlarına bağlı olarak değişmektedir. Şekil 4.20 deki eğride gerilmedeki büyük düşüş, $\bar{t}$=2.05 anında başlıyor. Bu eğride 1 nolu tabakanın oranı 1/3, dolayısıyla 2 nolu tabakanın oranı 2/3 tür. 2 nolu malzemede dalga hızı ise 0.90 civarındadır. Bu sebeple, bir dalga, bu cismin bir ucundan öbür ucuna, diğer cisimlere nazaran daha geç ulaşacaktır. Çünkü diğer cisimlerin birisinde, 1 nolu tabakanın yoğunluğu 2/3, diğerinde ise 4/5 tir. Bunun sonucu olarak gerilmedeki büyük düşüş, 1 nolu tabaka oranının 1/3 olduğu cisimde en geç, 2/3 olduğu cisimde öncekine nazaran biraz erken ve 4/5 olduğu cisimde de en erken olacaktır. Ayrıca, Şekil 4.22 de tabaka oranlarının değişmesinden dolayı, gerilme $\bar{t}$=2.45 ve $\bar{t}$=2.60 anları arasında 1 birimin biraz üstünde seyrediyor. Bu da, tabaka oranlarının dinamik davranış üzerinde etkisinin varlığını ortaya koymaktadır.

Şekil (4.23-4.24) deki eğriler 2 tabakadan oluşan bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimini göstermektedirler. Bu eğrilerin hepsi malzeme ve tabaka oranı etkilerini, arayüzey ve sınır yüzey yansıma etkilerini sergilerler.

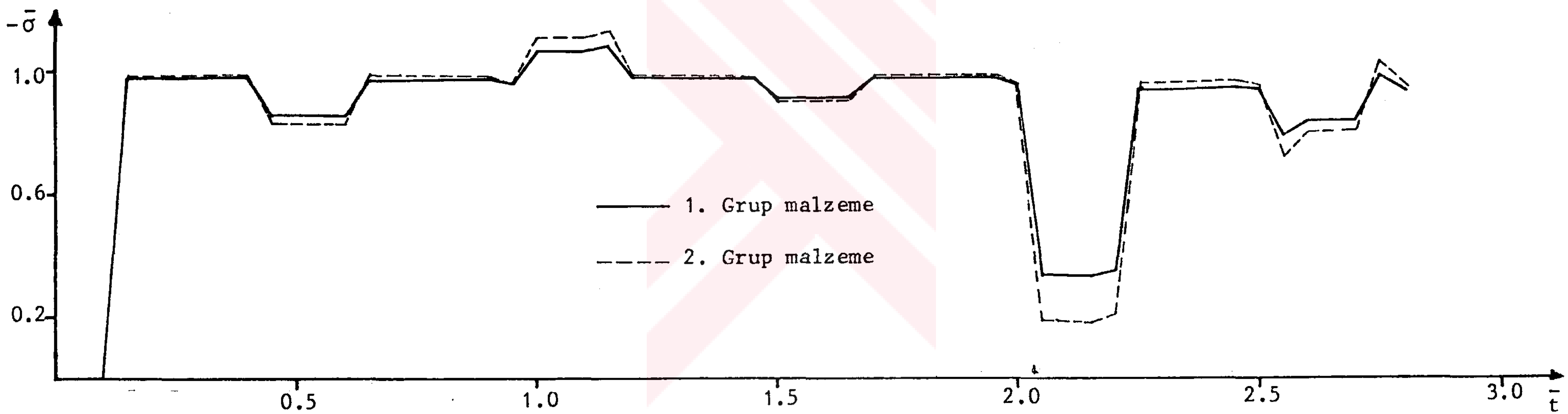
Şekil (4.26-4.31) deki eğriler 2 tabakadan oluşan bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, gerilmenin $\bar{t}$=1.6 ve $\bar{t}$=2.5 anlarında cismin içerisindeki değişimini göstermektedirler. Bu eğriler de diğer eğrilere benzer şekilde tartışılabilir.

Şekil (4.32-4.34) deki eğriler 2 tabakadan oluşan bir cisimde, 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimini göstermektedirler. Tabaka oranlarının değişmesinden dolayı parçacık hızının büyüklüğünde önemli bir değişme olmamasına rağmen, parçacık hızının kırıklık gösterdiği anlar ve kırıklık şekilleri değişmektedir. Burada kırıklık şeklinin değişmesinden amaç, bir eğride parçacık hızında yükselme meydana gelirken, diğerlerinde düşme olmasıdır. Parçacık hızında; Şekil 4.32 deki eğride $\bar{t}$=1.725 ve $\bar{t}$=2.625 anları arasında büyüme, Şekil 4.33 deki eğride $\bar{t}$=1.8 ve $\bar{t}$=2.45 anları arasında düşme ve Şekil 4.34 deki eğride $\bar{t}$=1.475 ve $\bar{t}$=2.675 anları arasında yine düşme meydana gelmektedir. Parçacık hızındaki bu zıt davranışlar tabaka oranlarının değişmesi sonucunda oluşmuştur.

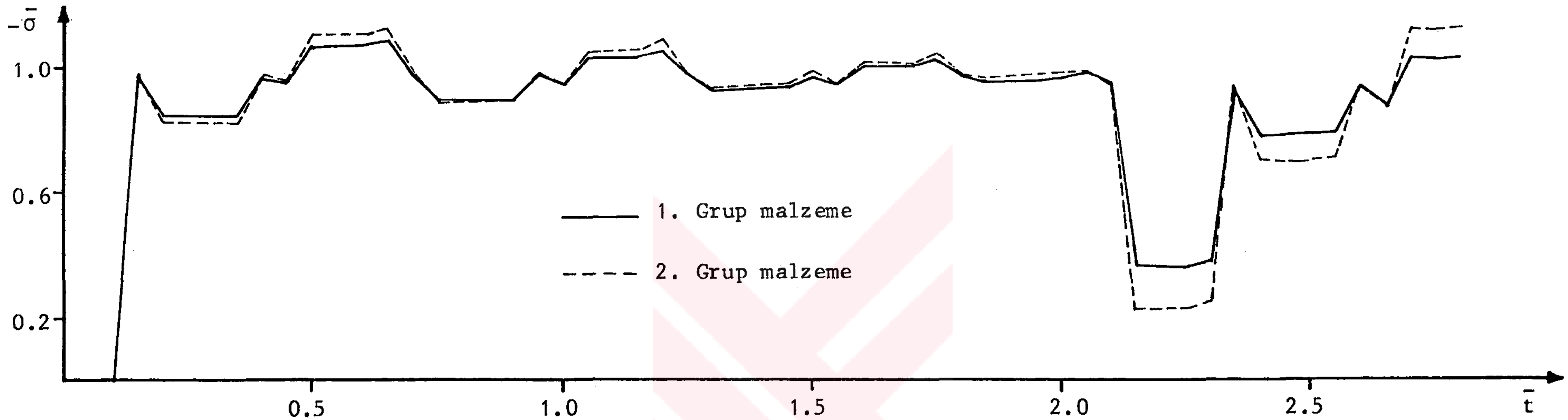
Sekiz tabakalı bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında, cismin dinamik davranışını veren eğriler, Şekil (4.35-4.49) ile verilmiştir. Bu eğriler de diğer eğriler gibi incelenebilir. Bunlar da aynı şekilde malzeme ve tabaka oranı etkilerini, arayüzey ve sınır yüzey yansıma etkilerini göstermektedirler.



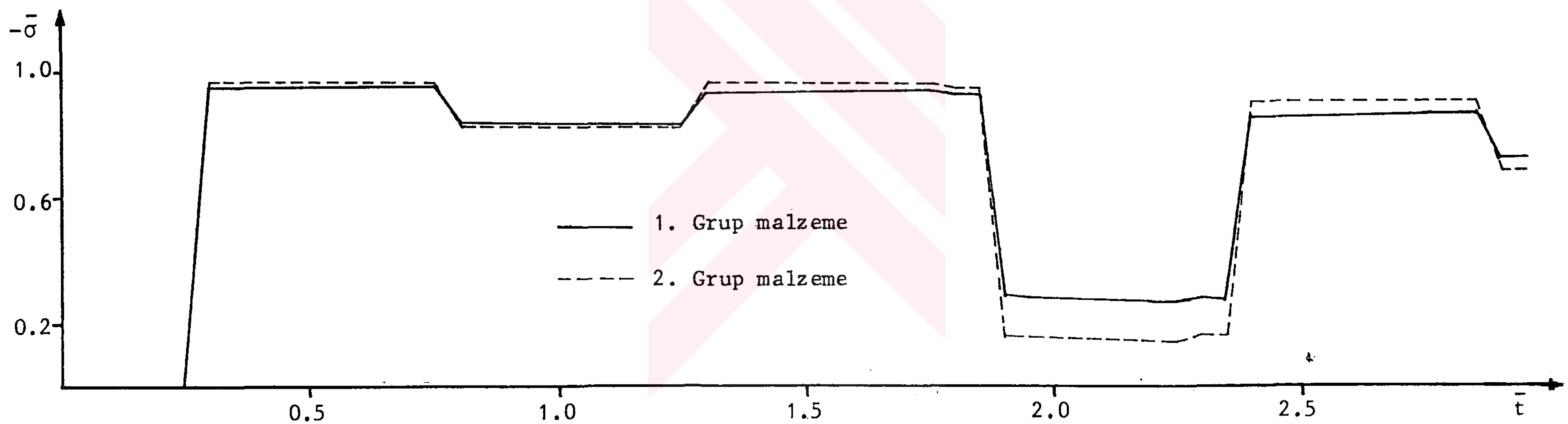
Şekil 4.2: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi



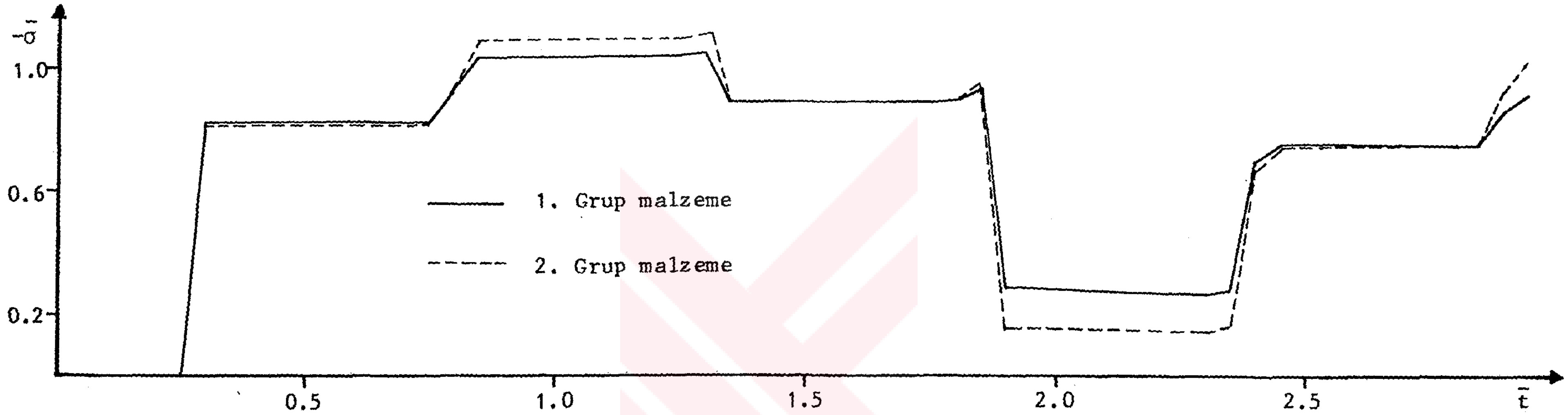
Şekil 4.3: 4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi



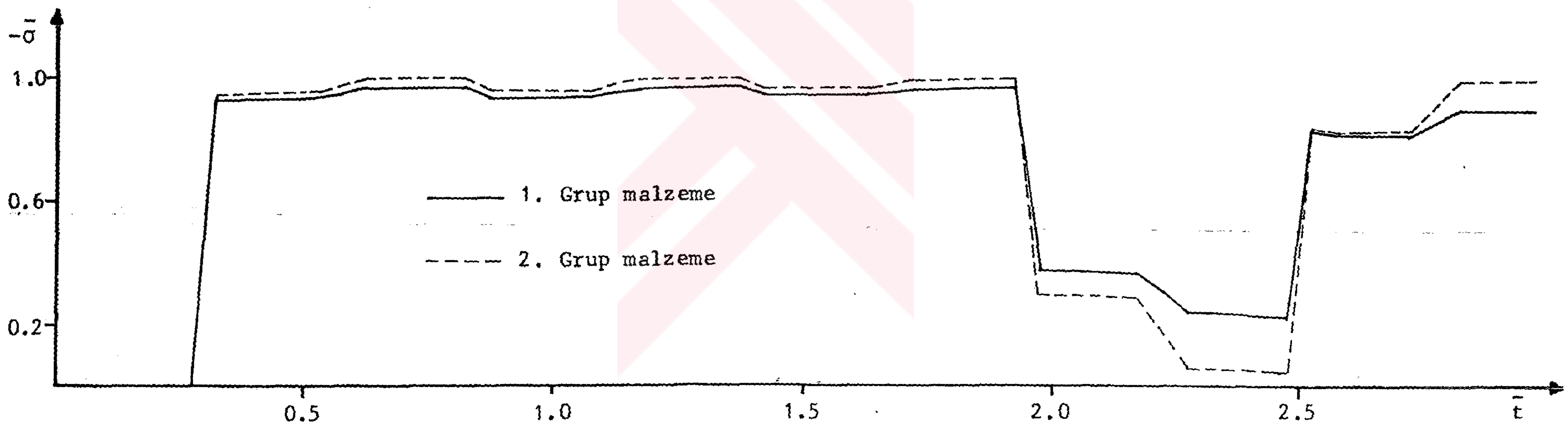
Şekil 4.4: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi



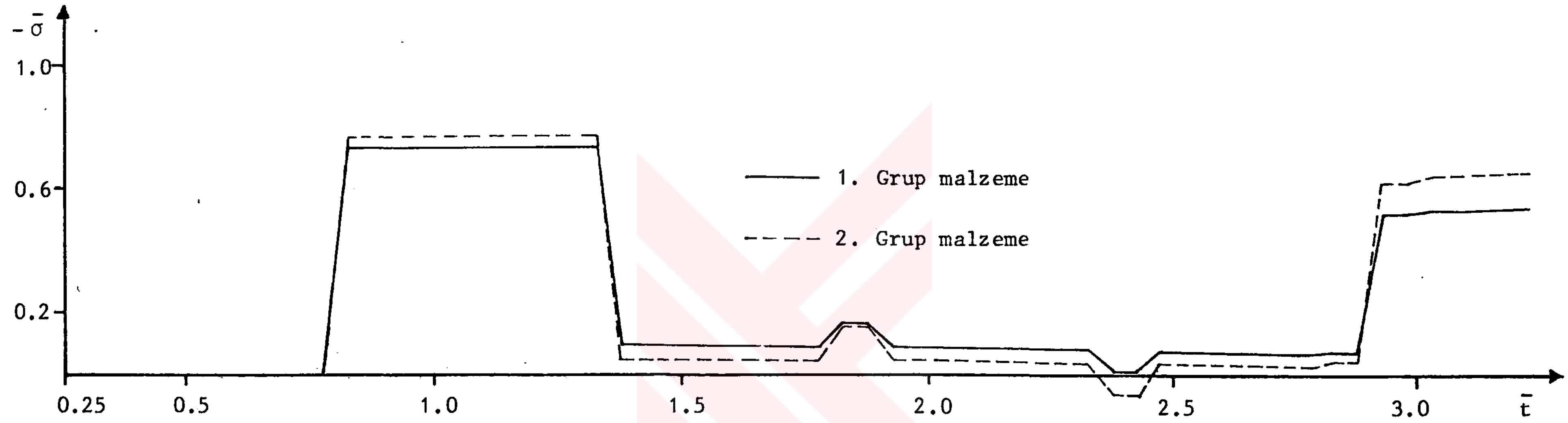
Şekil 4.5: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi



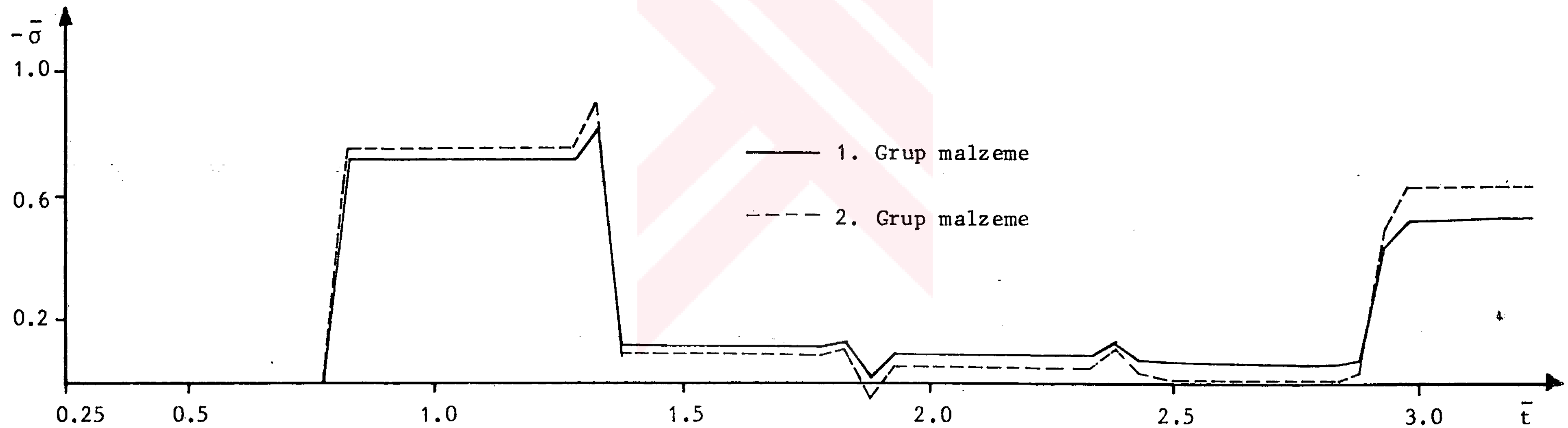
Şekil 4.6: 4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi.



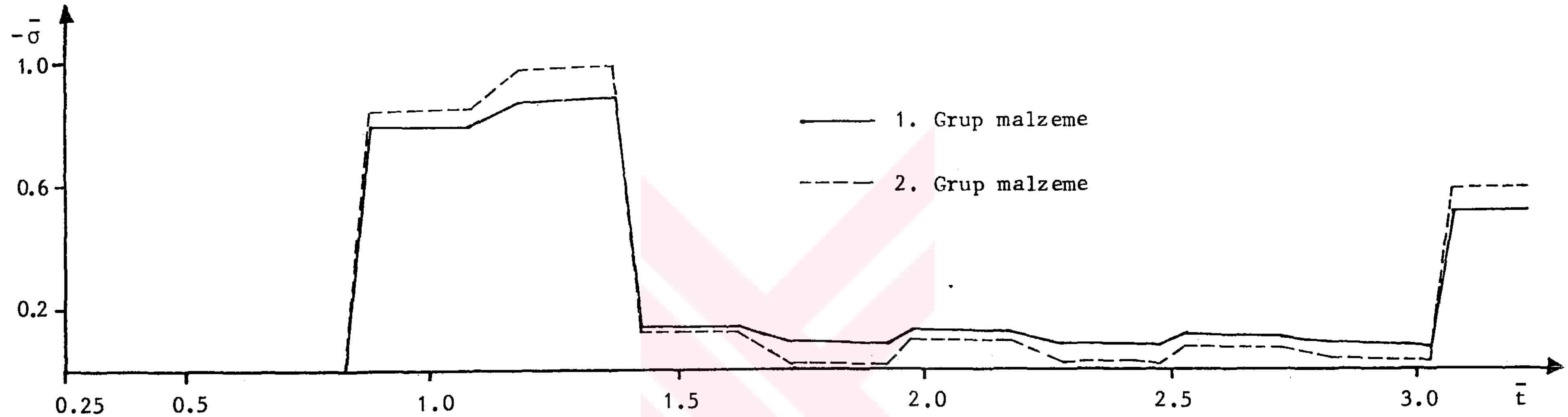
Şekil 4.7: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi.



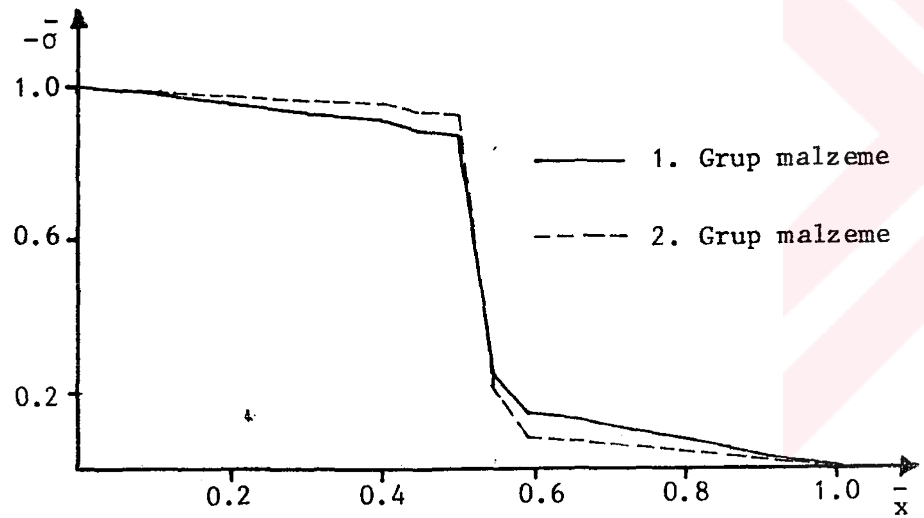
Şekil 4.8: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.75 noktasında zamanla değişimi.



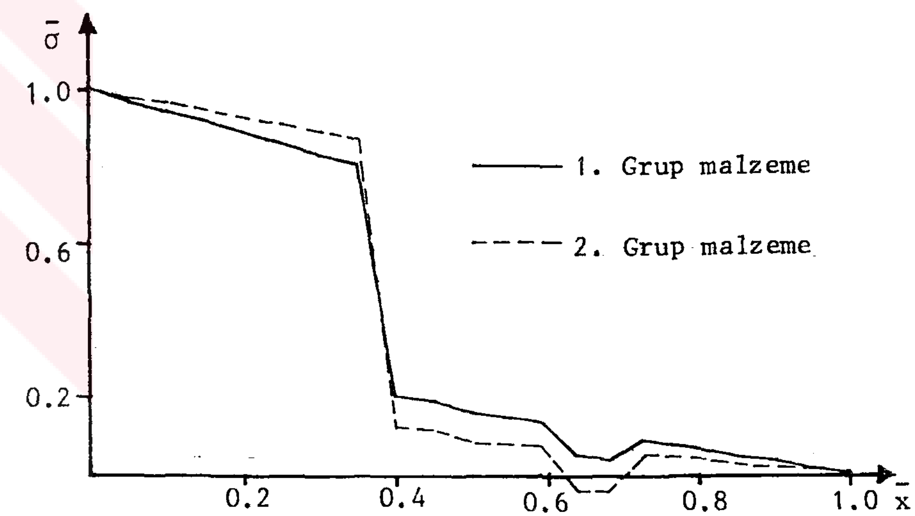
Şekil 4.9: 4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.75 noktasında zamanla değişimi.



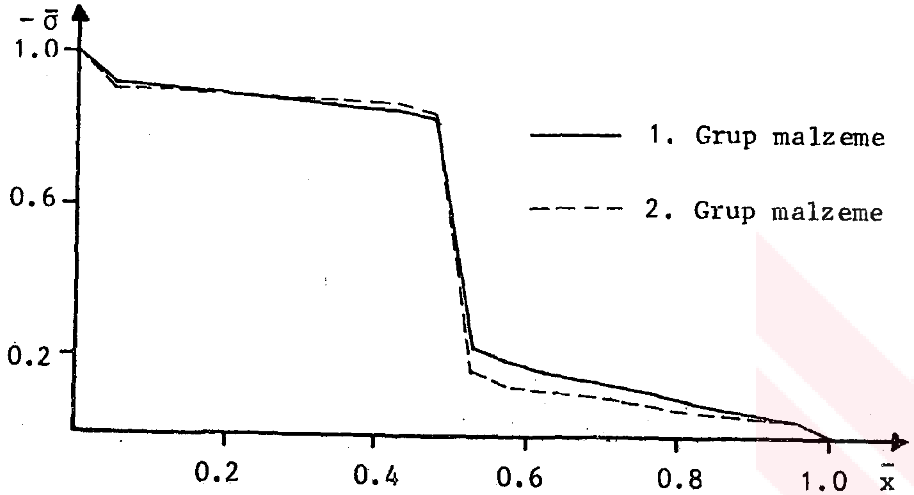
Şekil 4.10: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{x}$=0.75 noktasında zamanla değişimi.



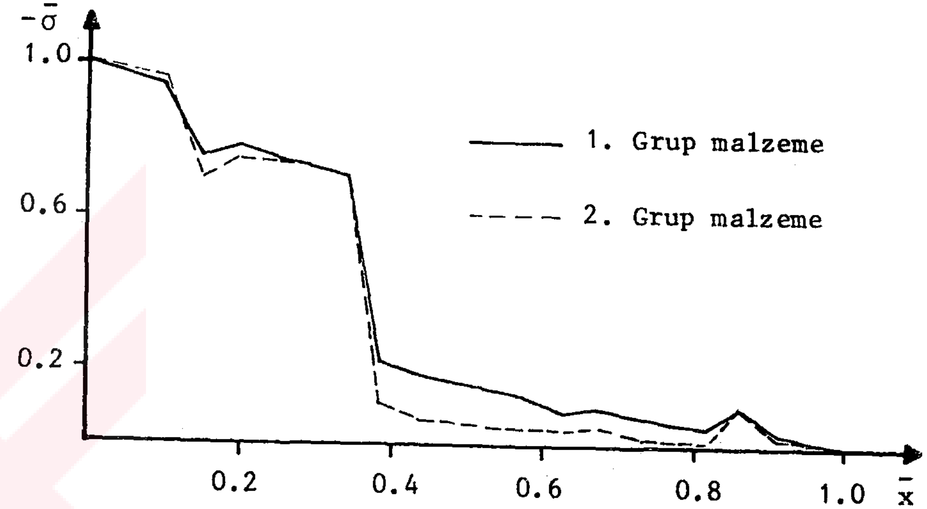
Şekil 4.11: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.



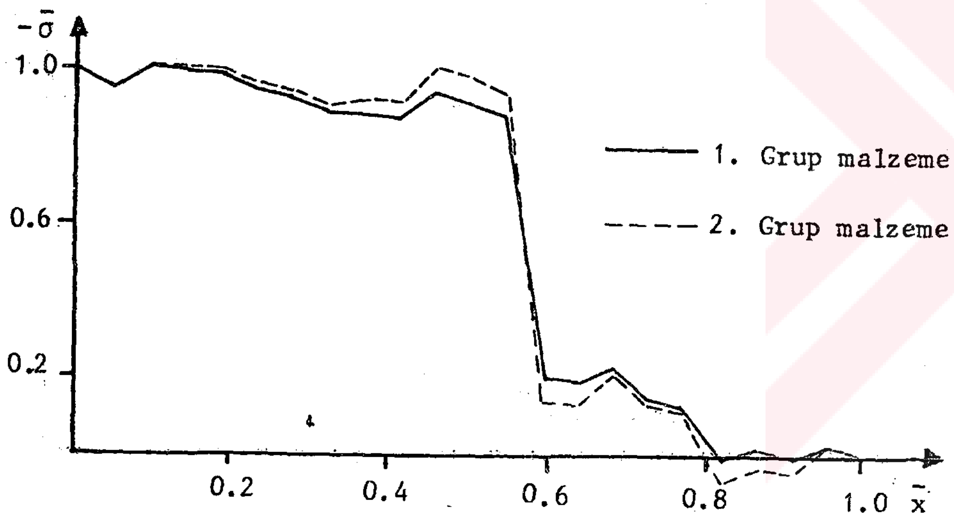
Şekil 4.12: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.



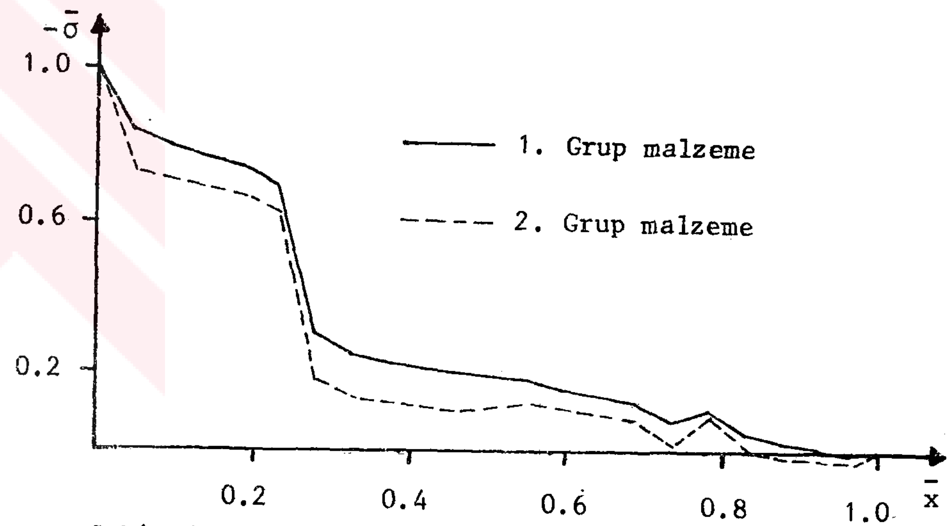
Şekil 4.13: 4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}=1.6$ anında cisim içerisindeki değişimi.



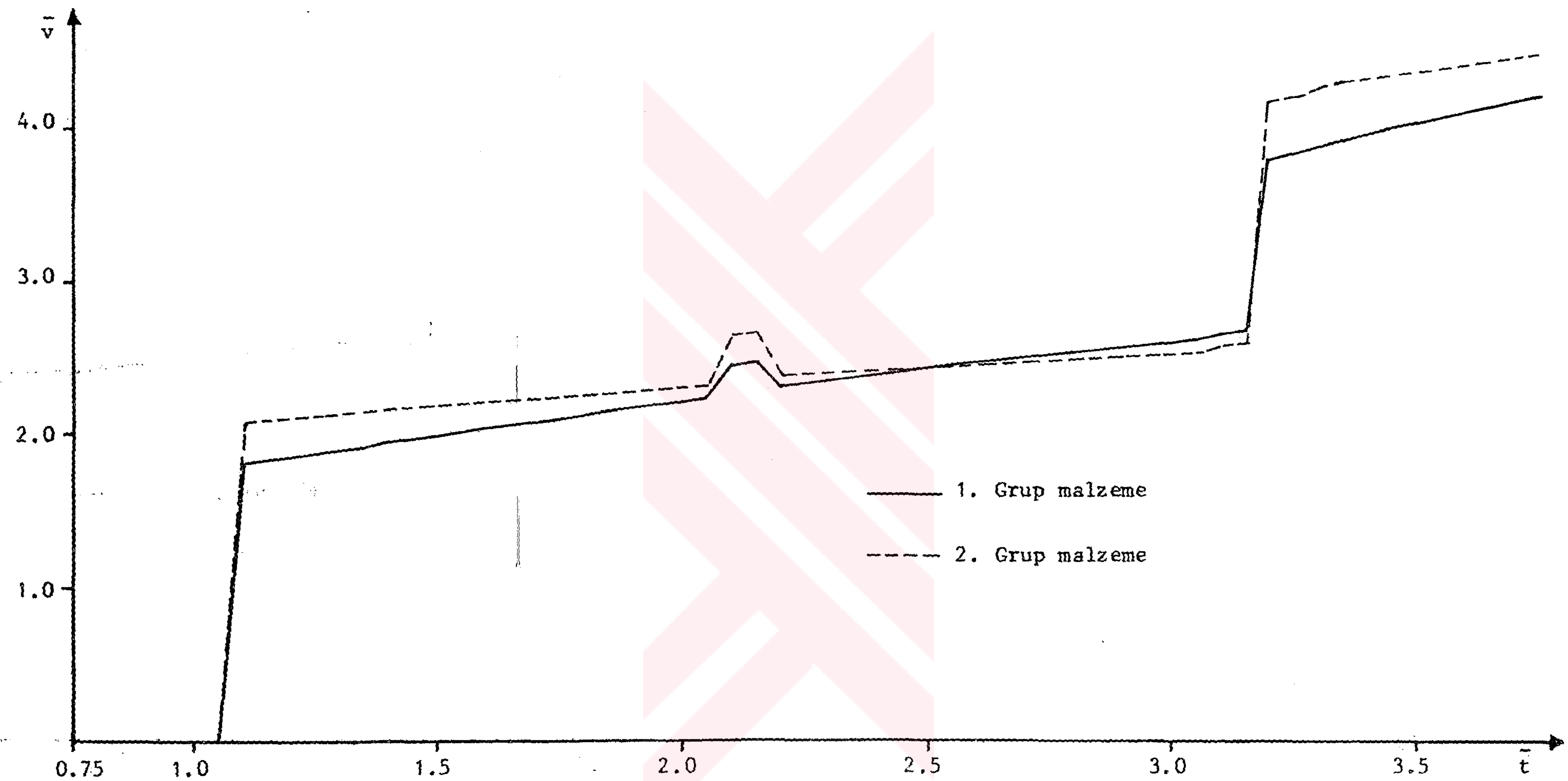
Şekil 4.14: 4 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}=2.5$ anında cisim içerisindeki değişimi.



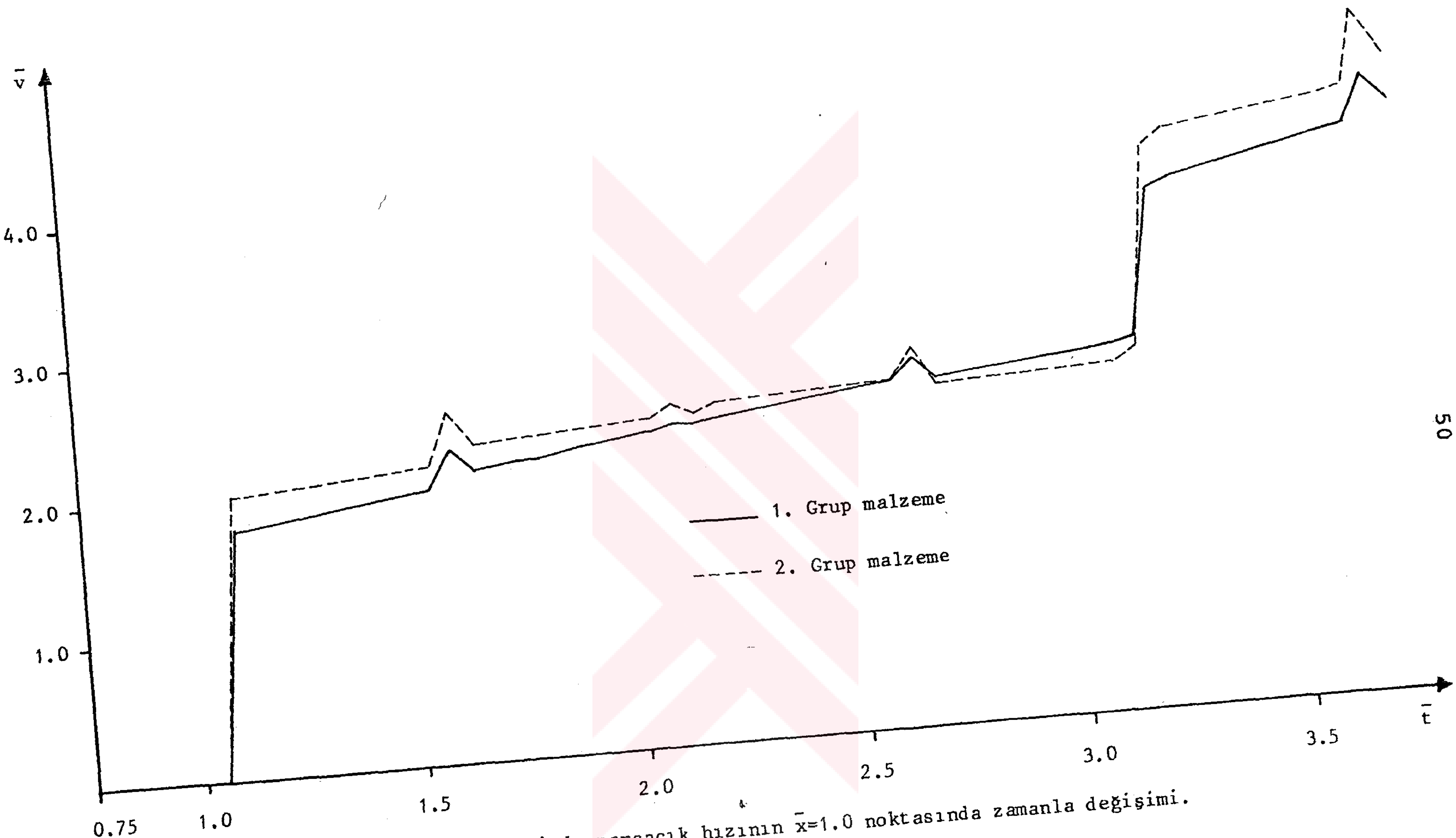
Şekil 4.15: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}=1.6$ anında cisim içerisindeki değişimi.



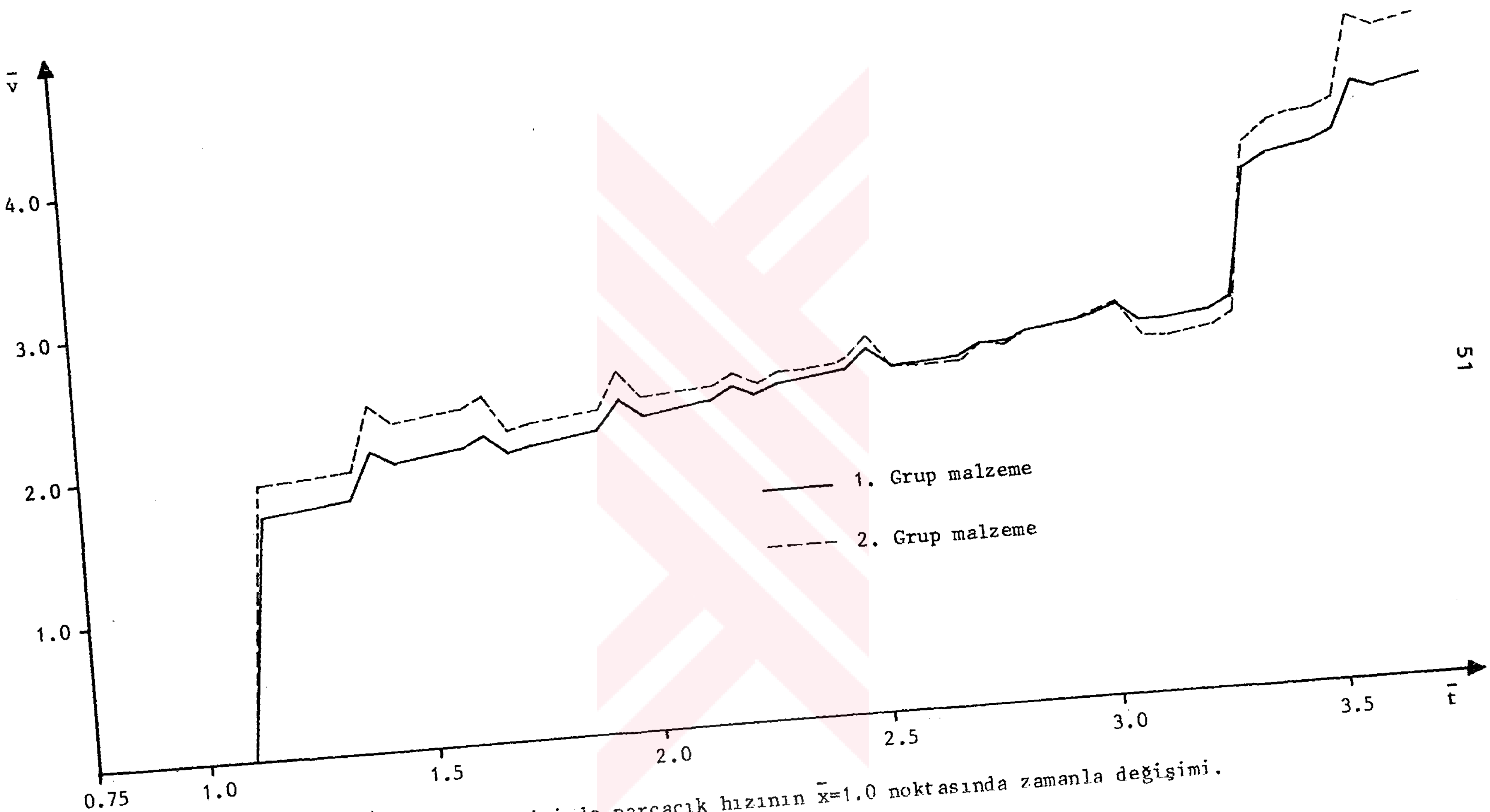
Şekil 4.16: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde gerilmenin $\bar{t}=2.5$ anında cisim içerisindeki değişimi.



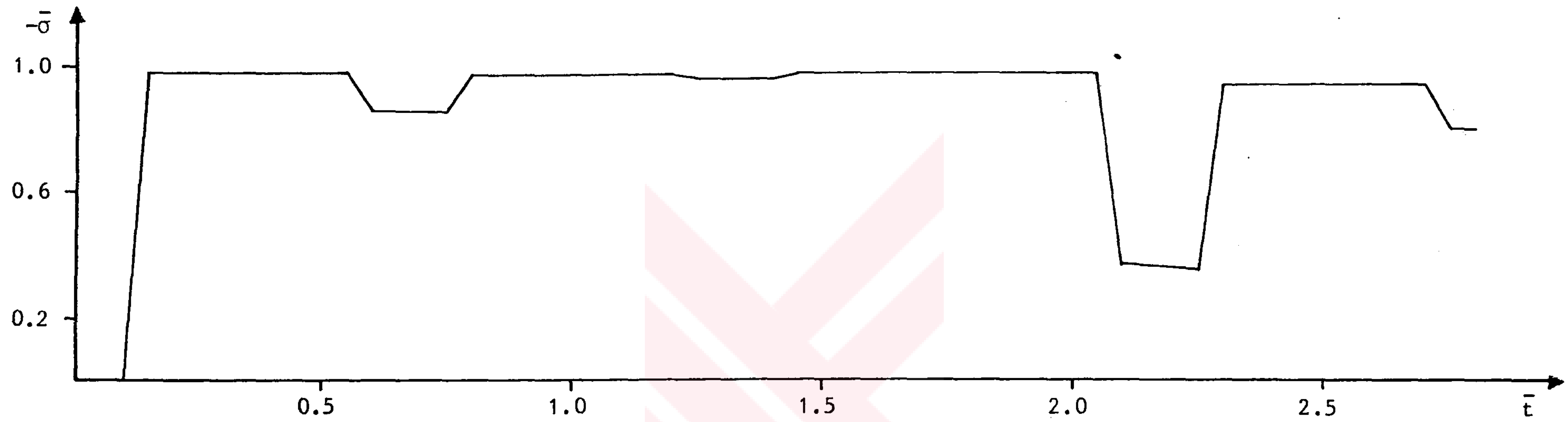
Şekil 4.17: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.



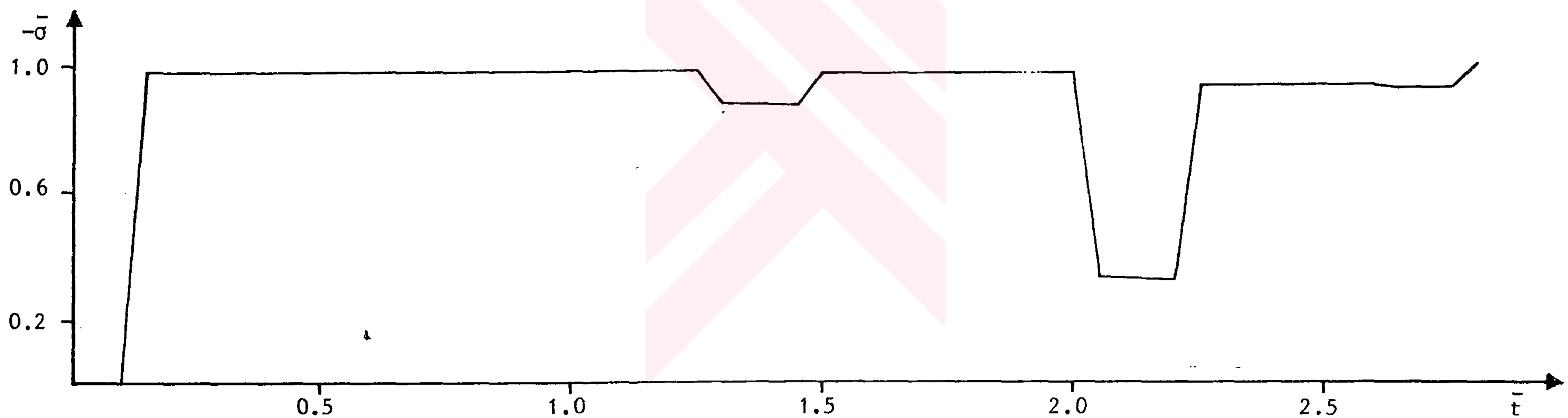
Şekil 4.18: 4 Tabakadan oluşan bir cisimde parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.



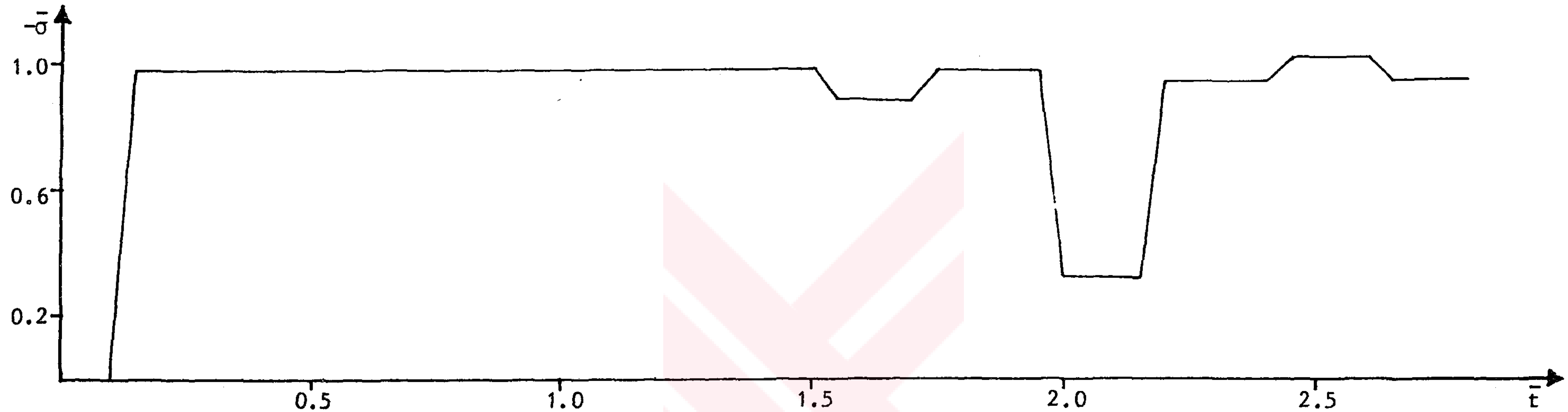
Şekil 4.19: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.



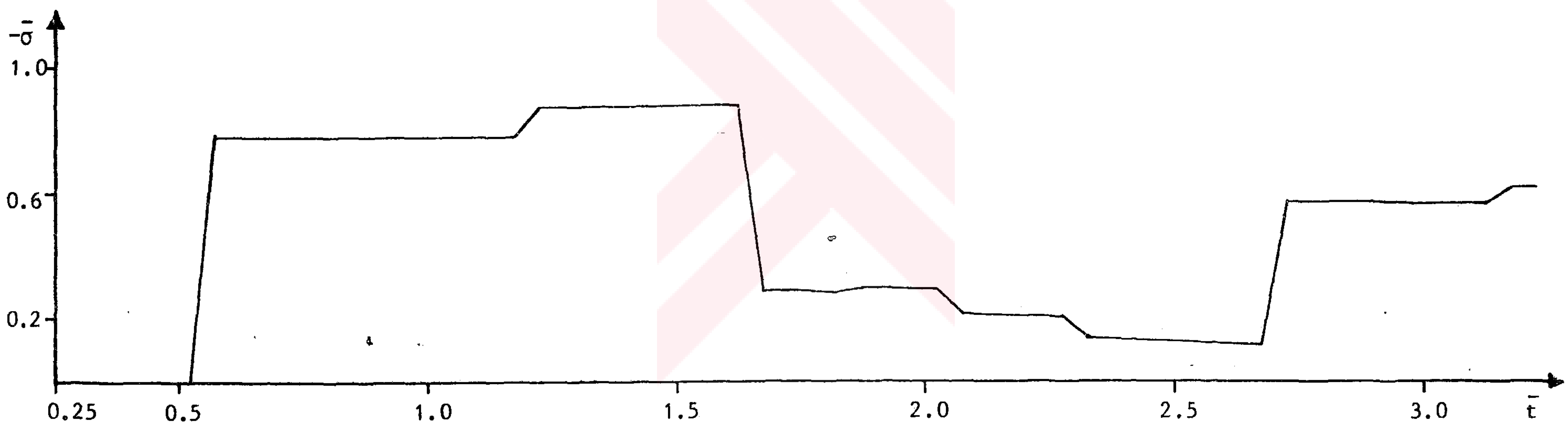
Şekil 4.20: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.



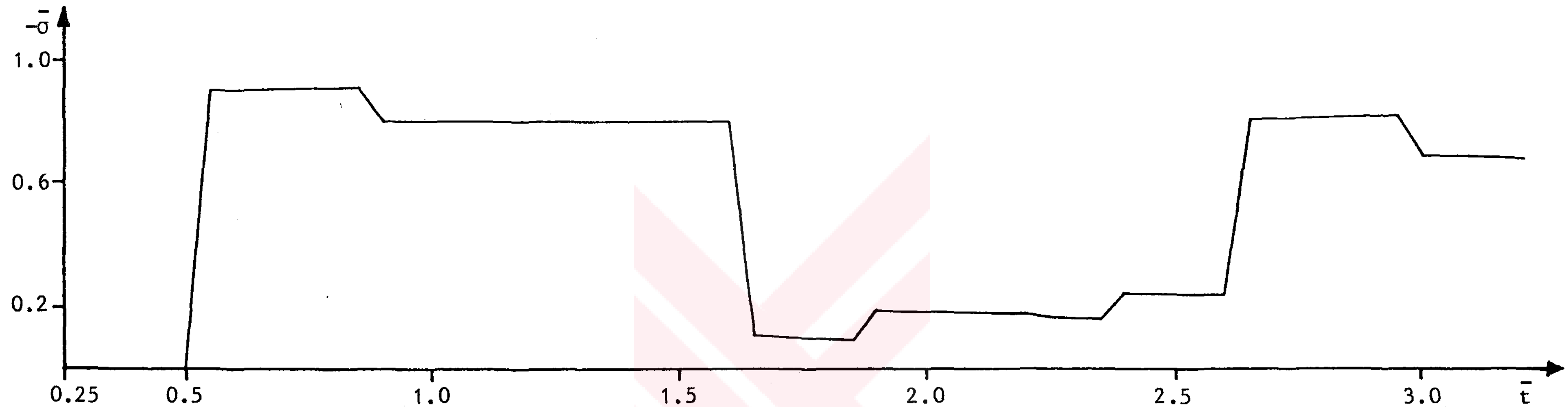
Şekil 4.21: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.



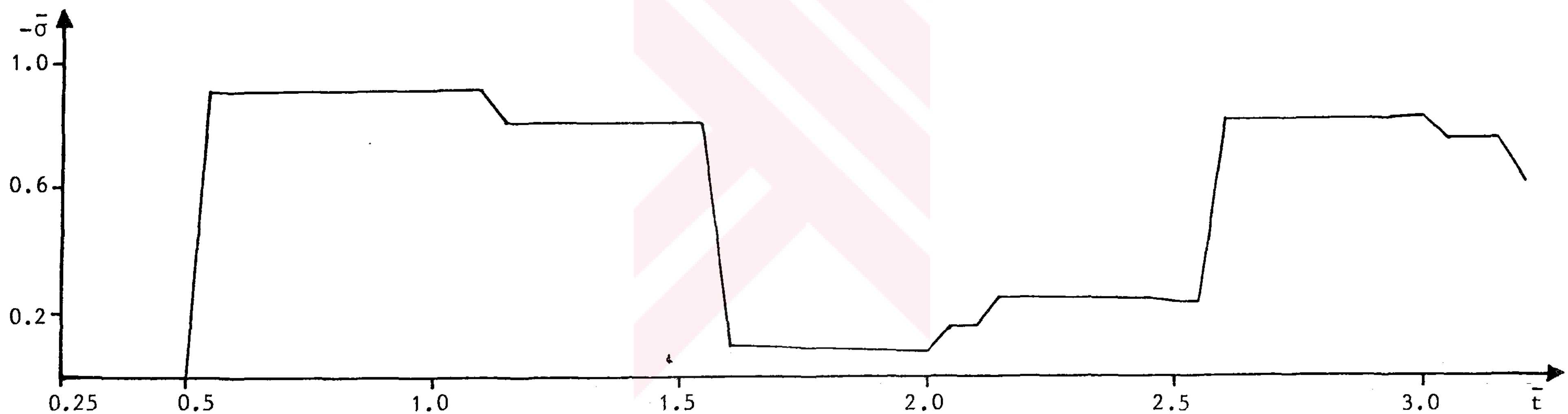
Şekil 4.22: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.10 noktasında zamanla değişimi.



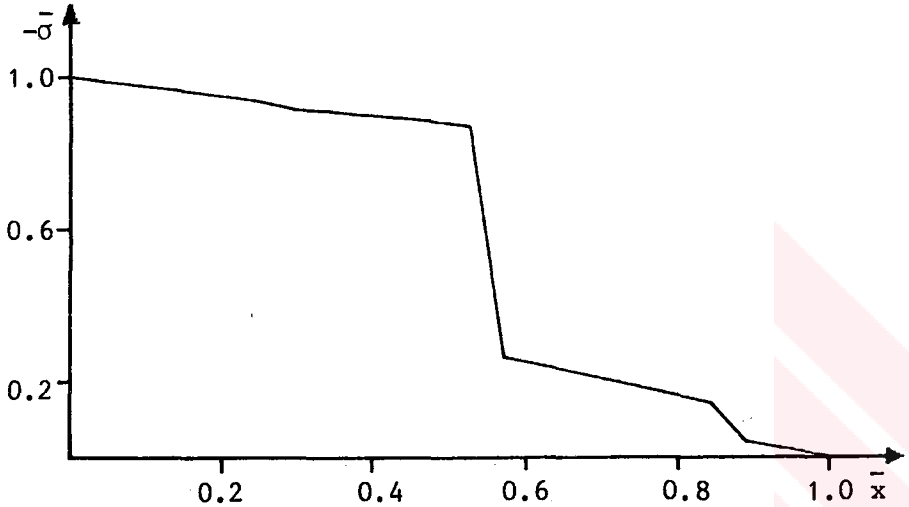
Şekil 4.23: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.



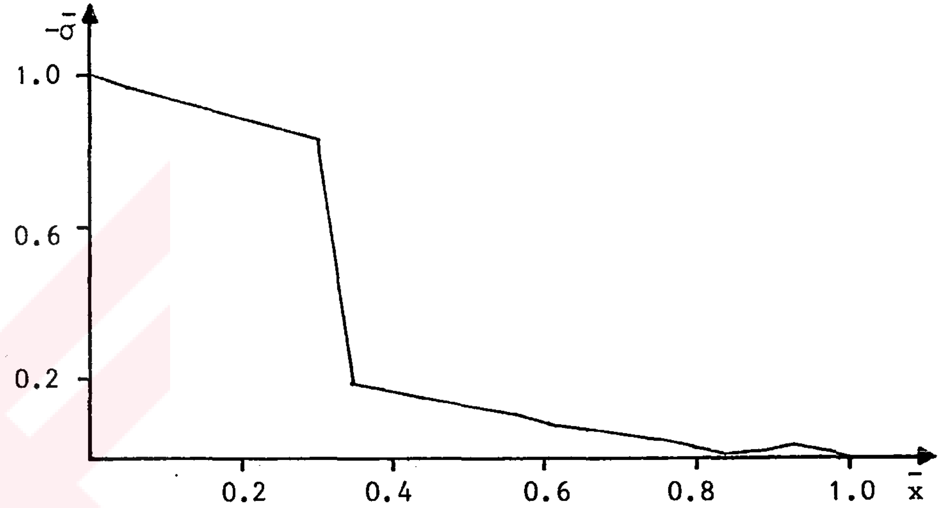
Şekil 4.24: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.



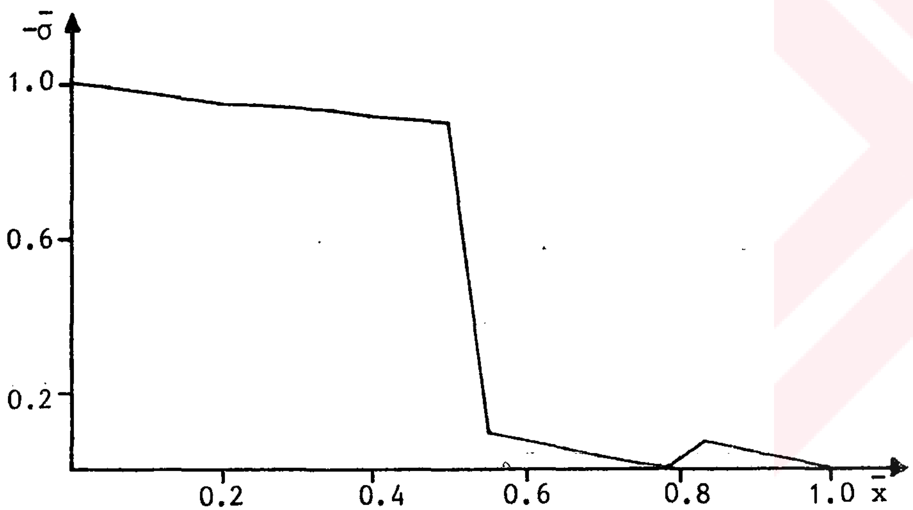
Şekil 4.25: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.



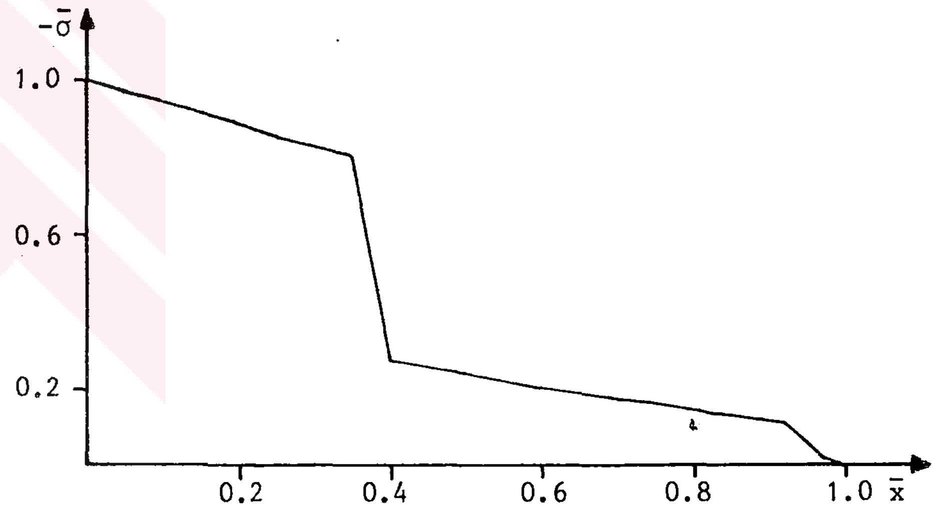
Şekil 4.26: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}=1.6$ anında cisim içerisindeki değişimi.



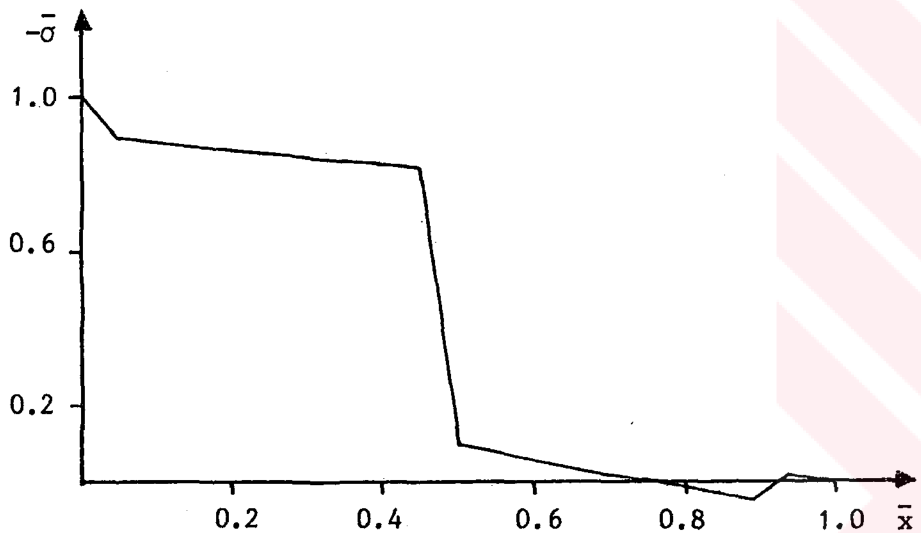
Şekil 4.27: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}=2.5$ anında cisim içerisindeki değişimi.



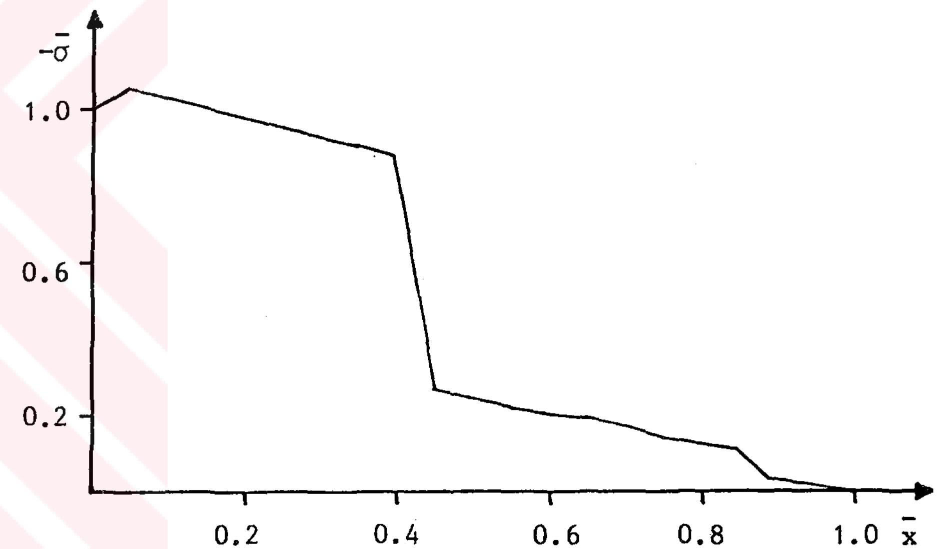
Şekil 4.28: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}=1.6$ anında cisim içerisindeki değişimi.



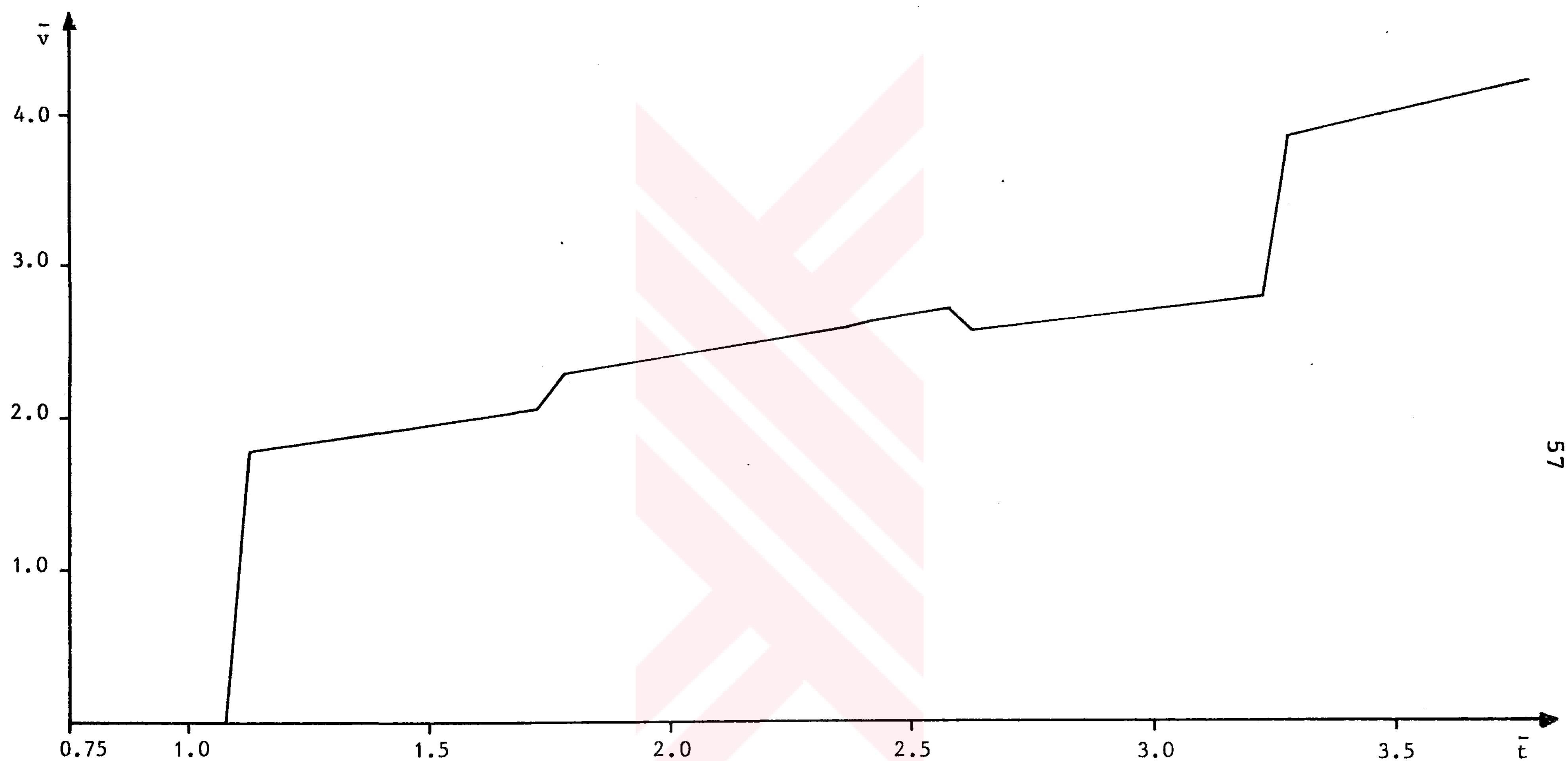
Şekil 4.29: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}=2.5$ anında cisim içerisindeki değişimi.



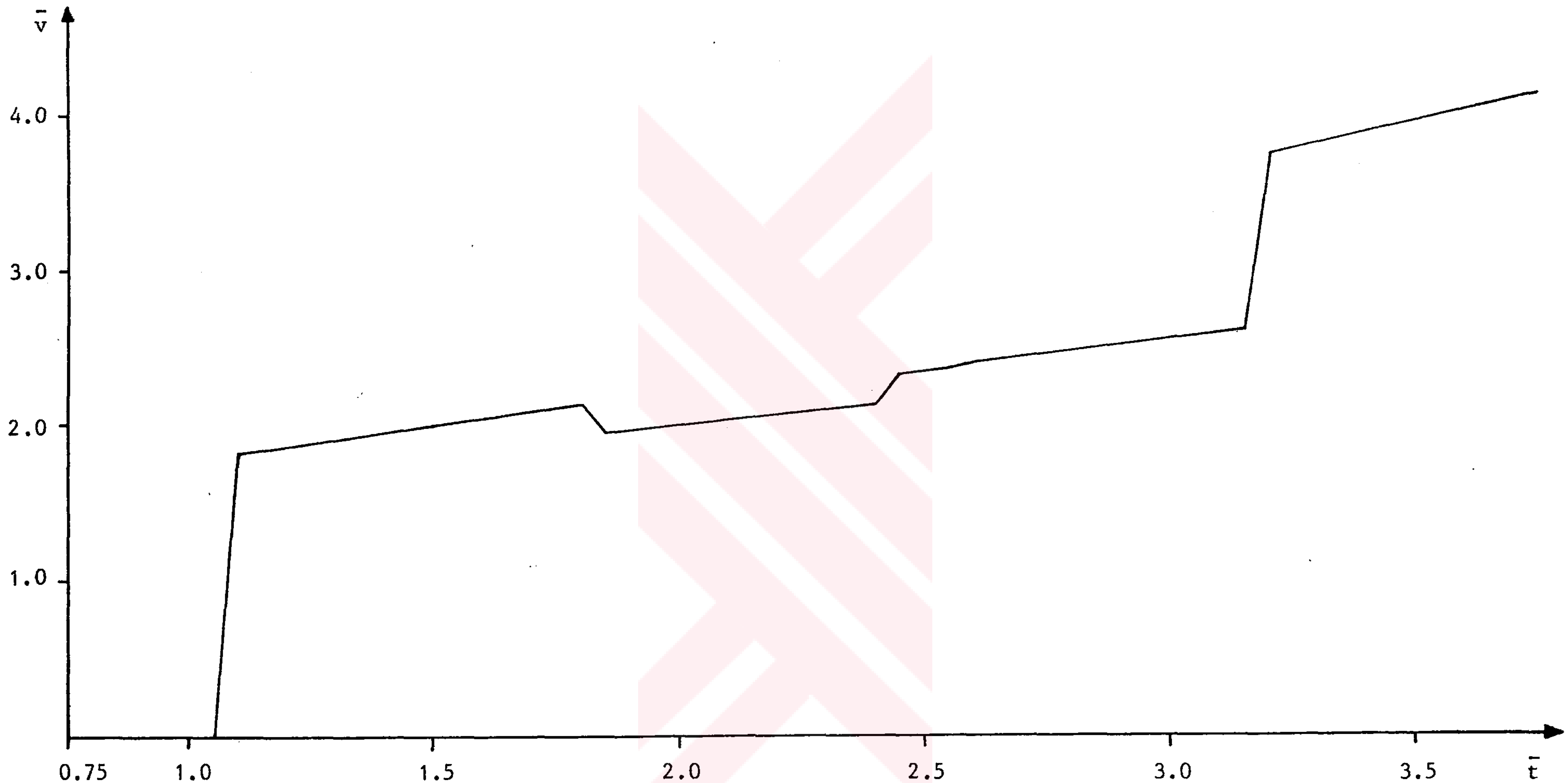
Şekil 4.30: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}=1.6$ anında cisim içerisindeki değişimi.



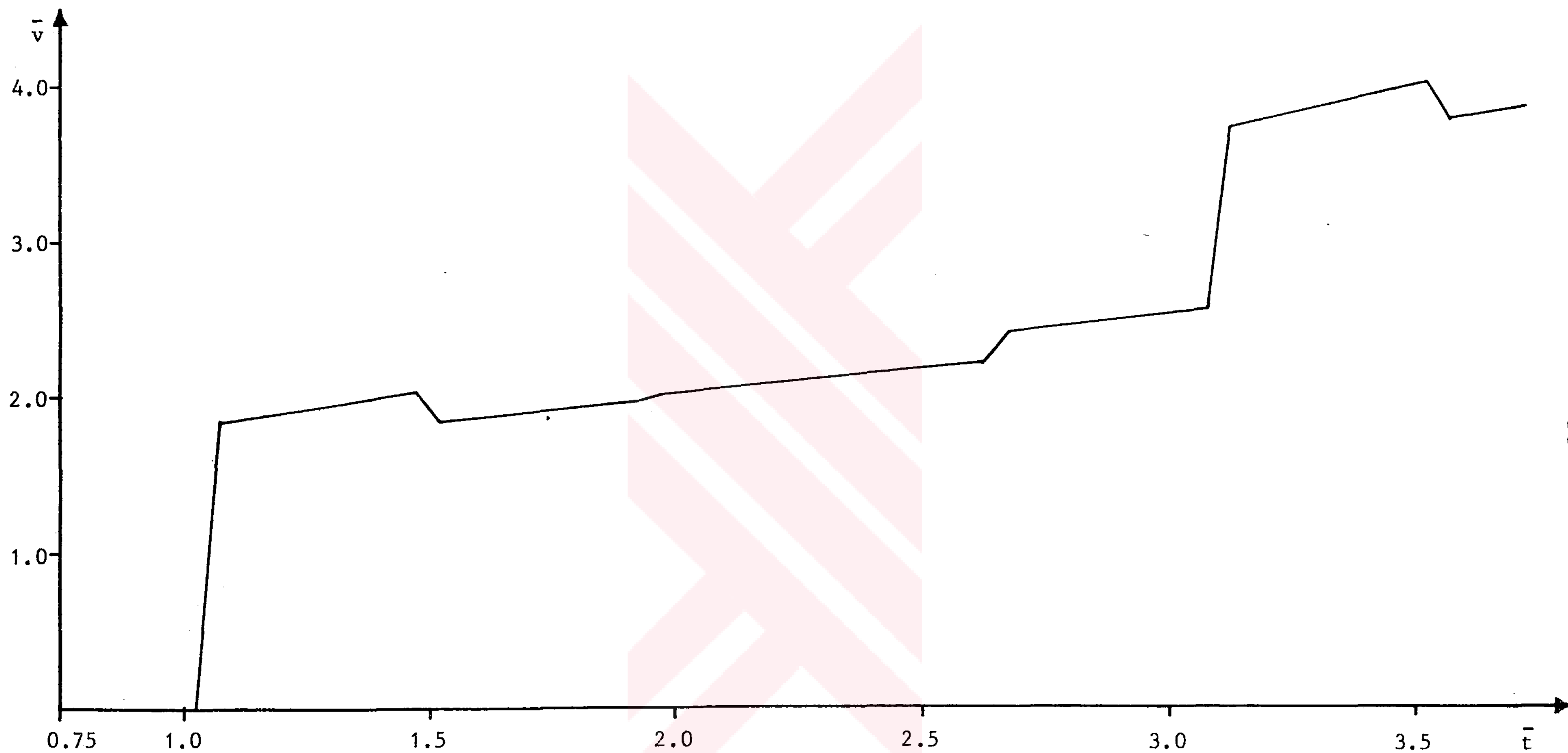
Şekil 4.31: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}=2.5$ anında cisim içerisindeki değişimi.



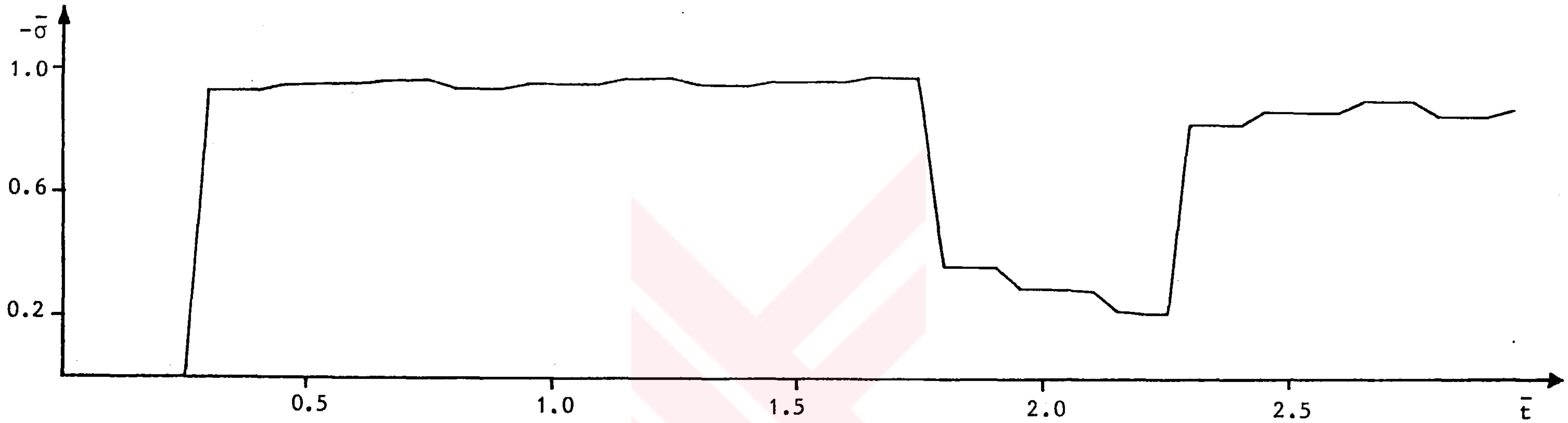
Şekil 4.32: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}=1.0$ noktasında zamanla değişimi.



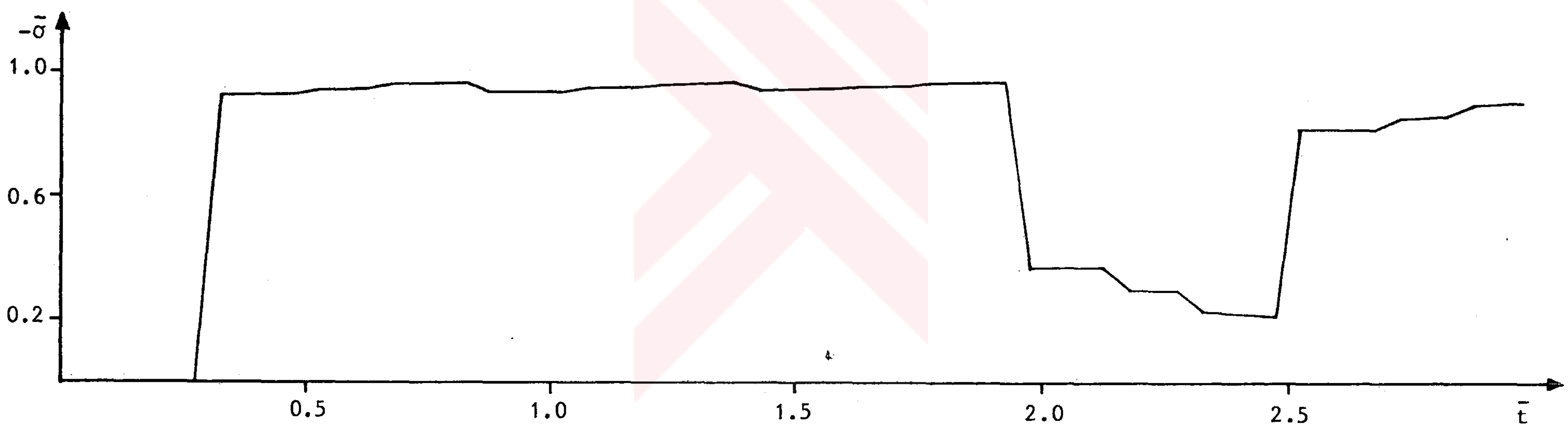
Şekil 4.33: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1. nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.



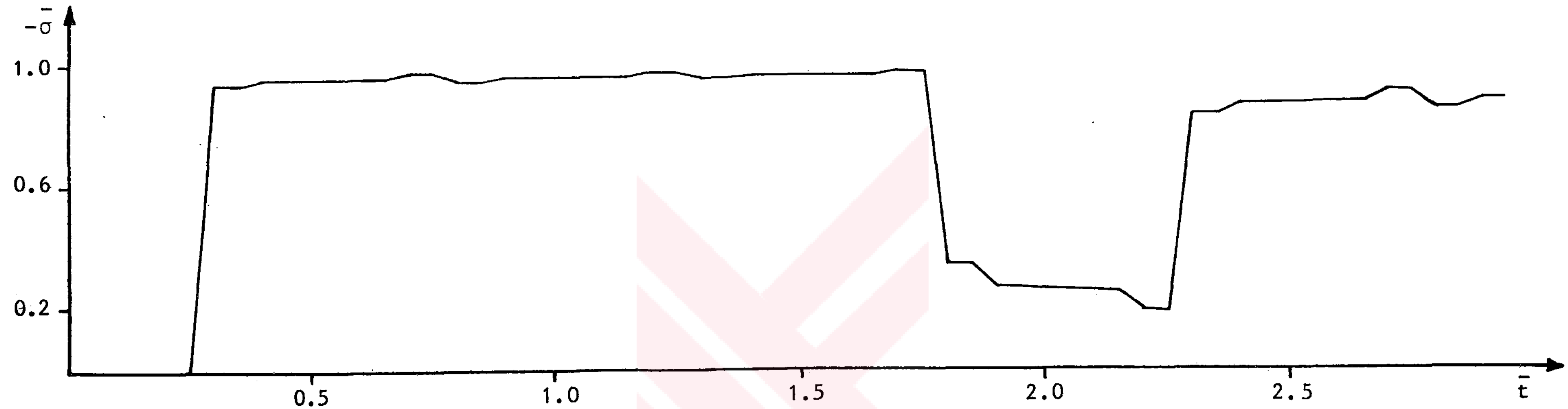
Şekil 4.34: 2 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.



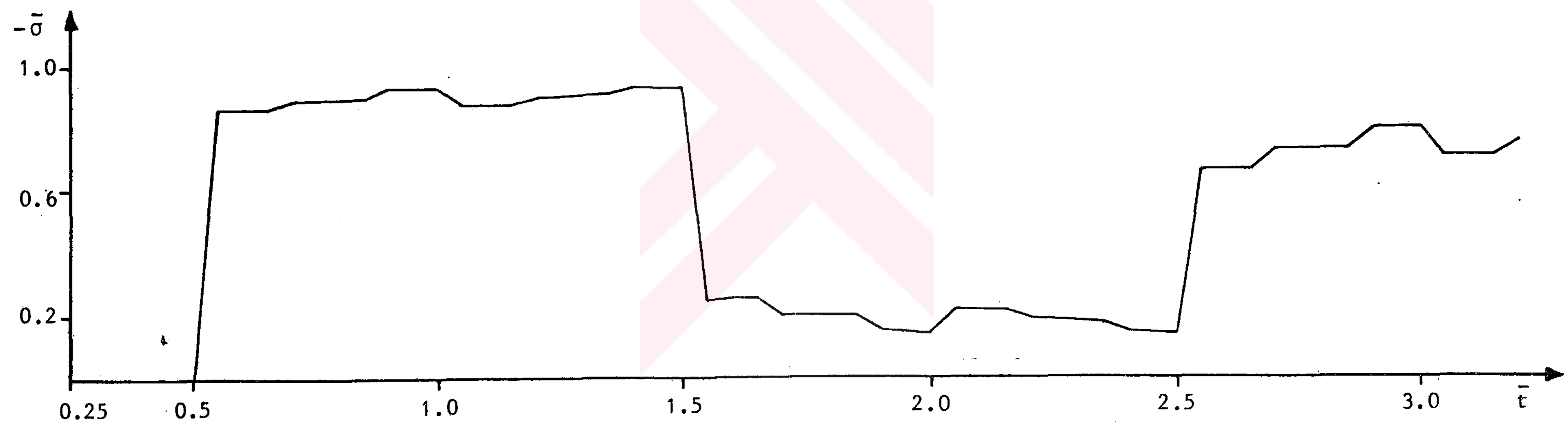
Şekil 4.35: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}=0.25$ noktasında zamanla değişimi.



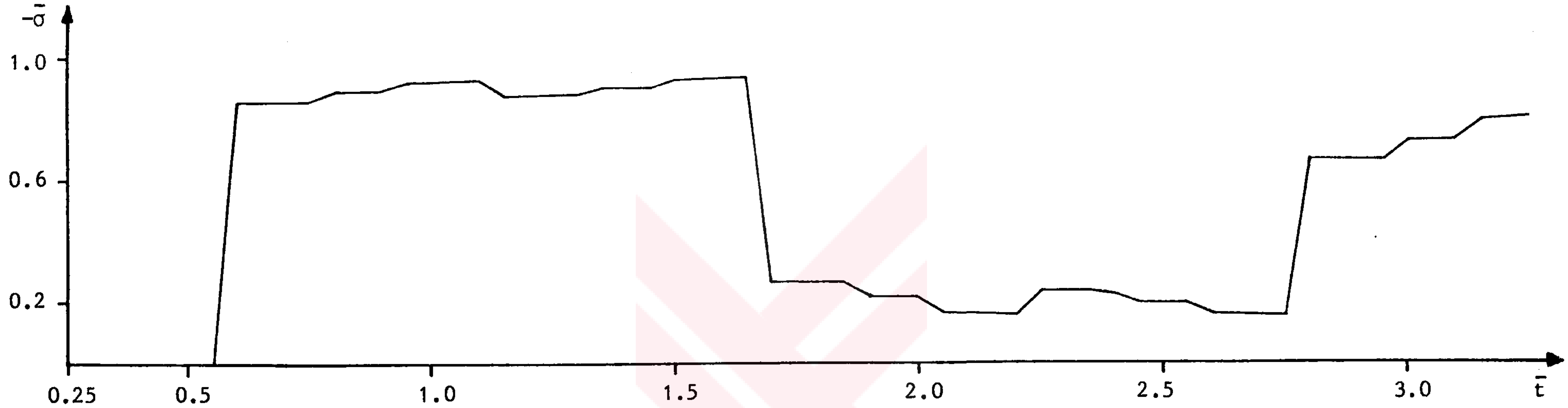
Şekil 4.36: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}=0.25$ noktasında zamanla değişimi.



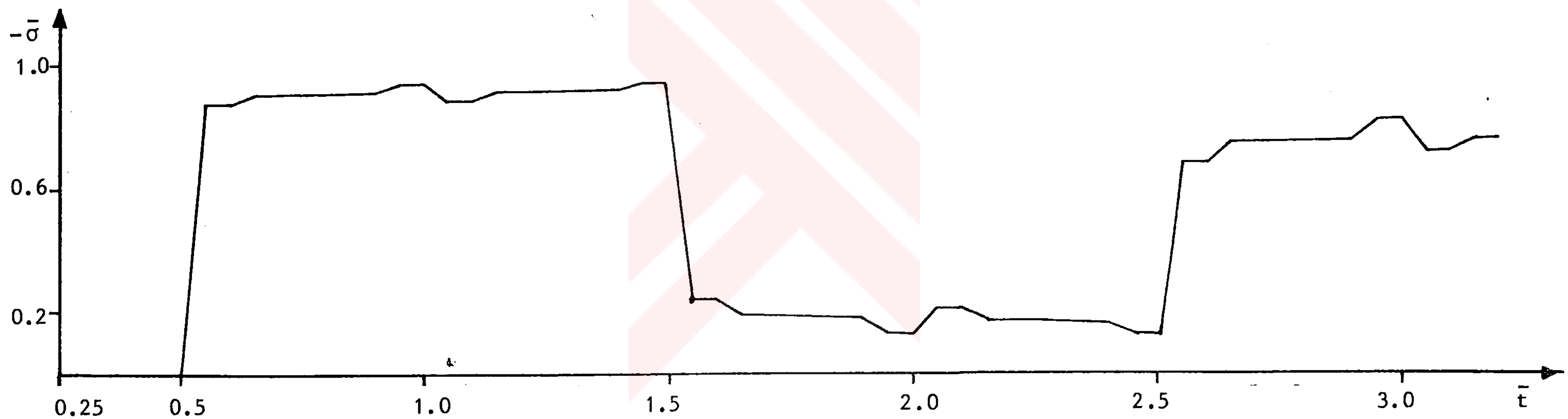
Şekil 4.37: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.25 noktasında zamanla değişimi.



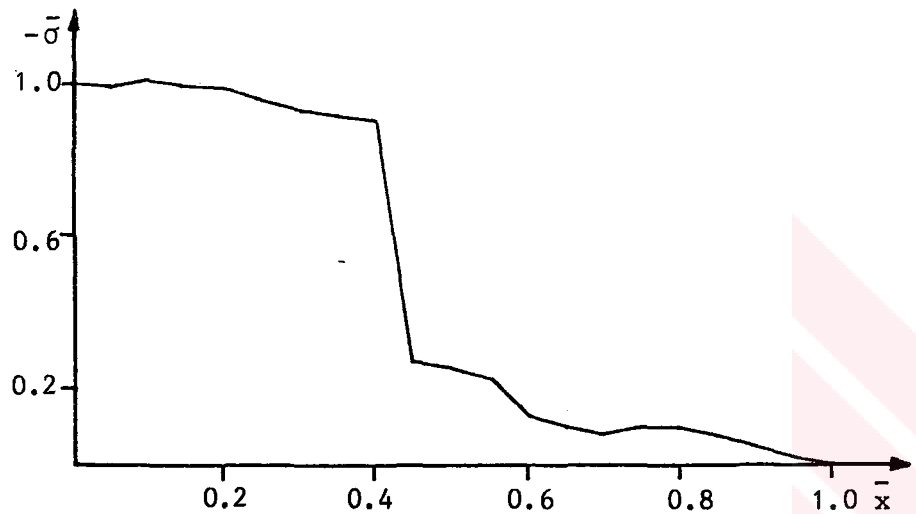
Şekil 4.38: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.



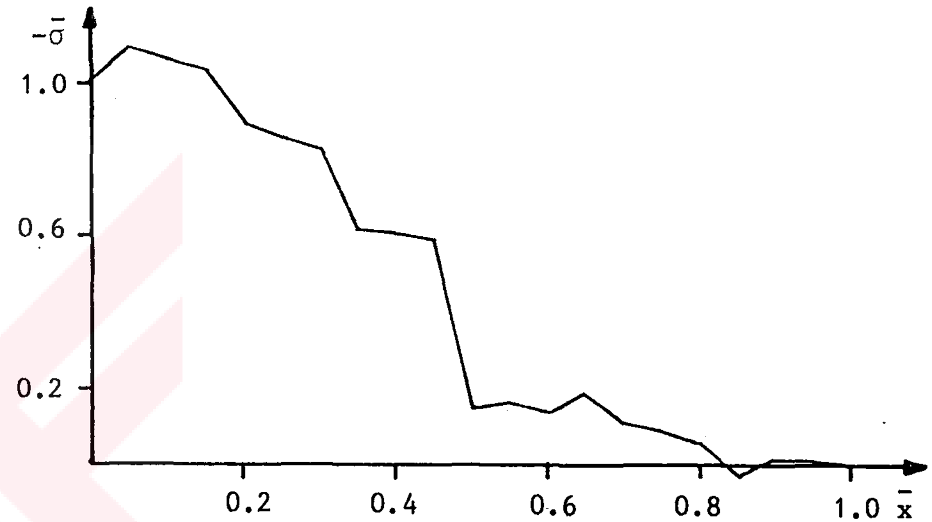
Şekil 4.39: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.



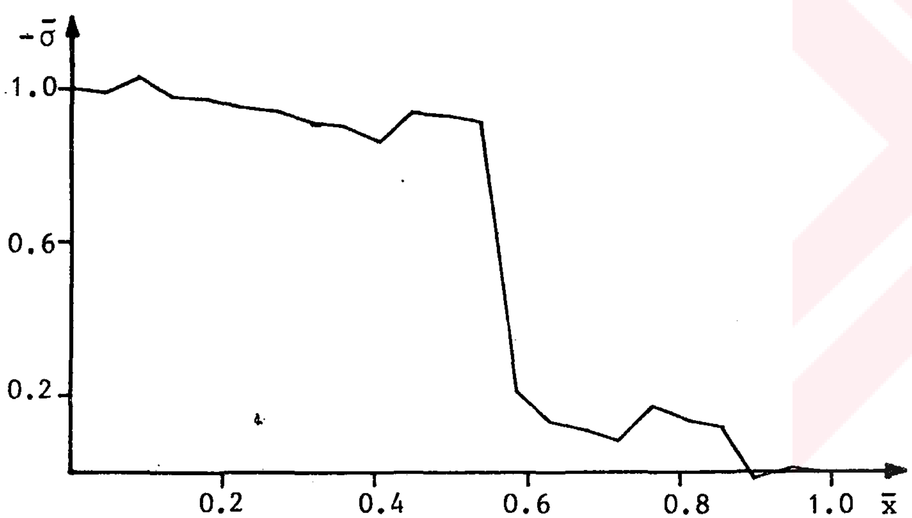
Şekil 4.40: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{x}$=0.50 noktasında zamanla değişimi.



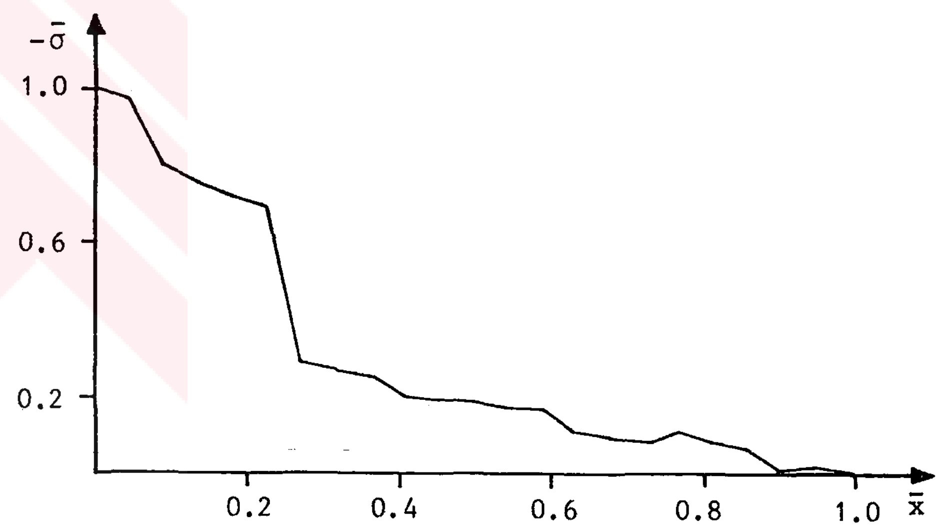
Şekil 4.41: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.



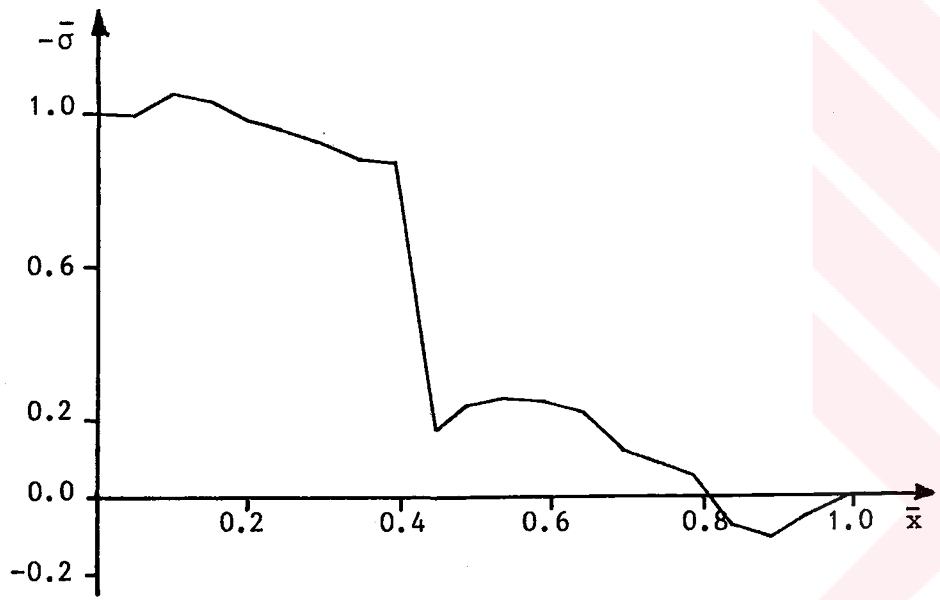
Şekil 4.42: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.



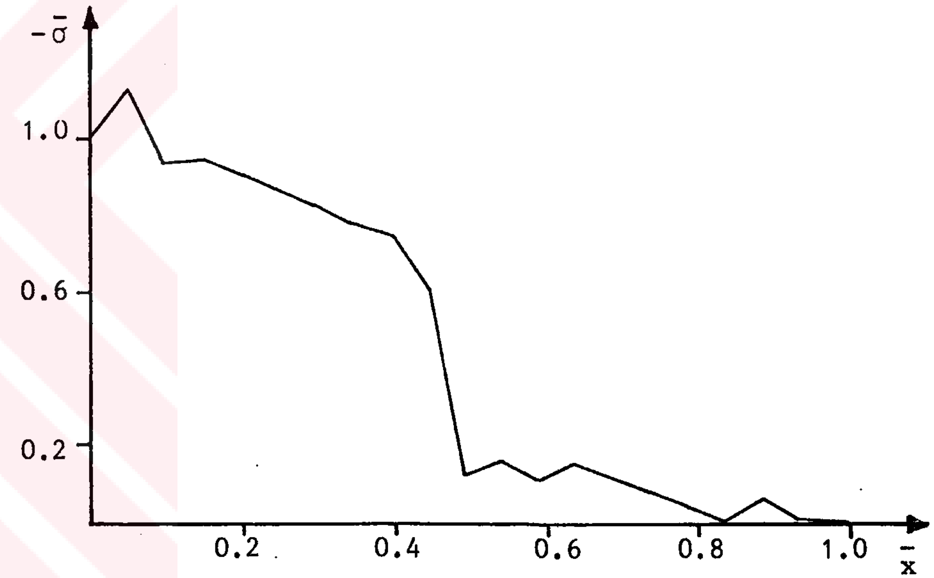
Şekil 4.43: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.



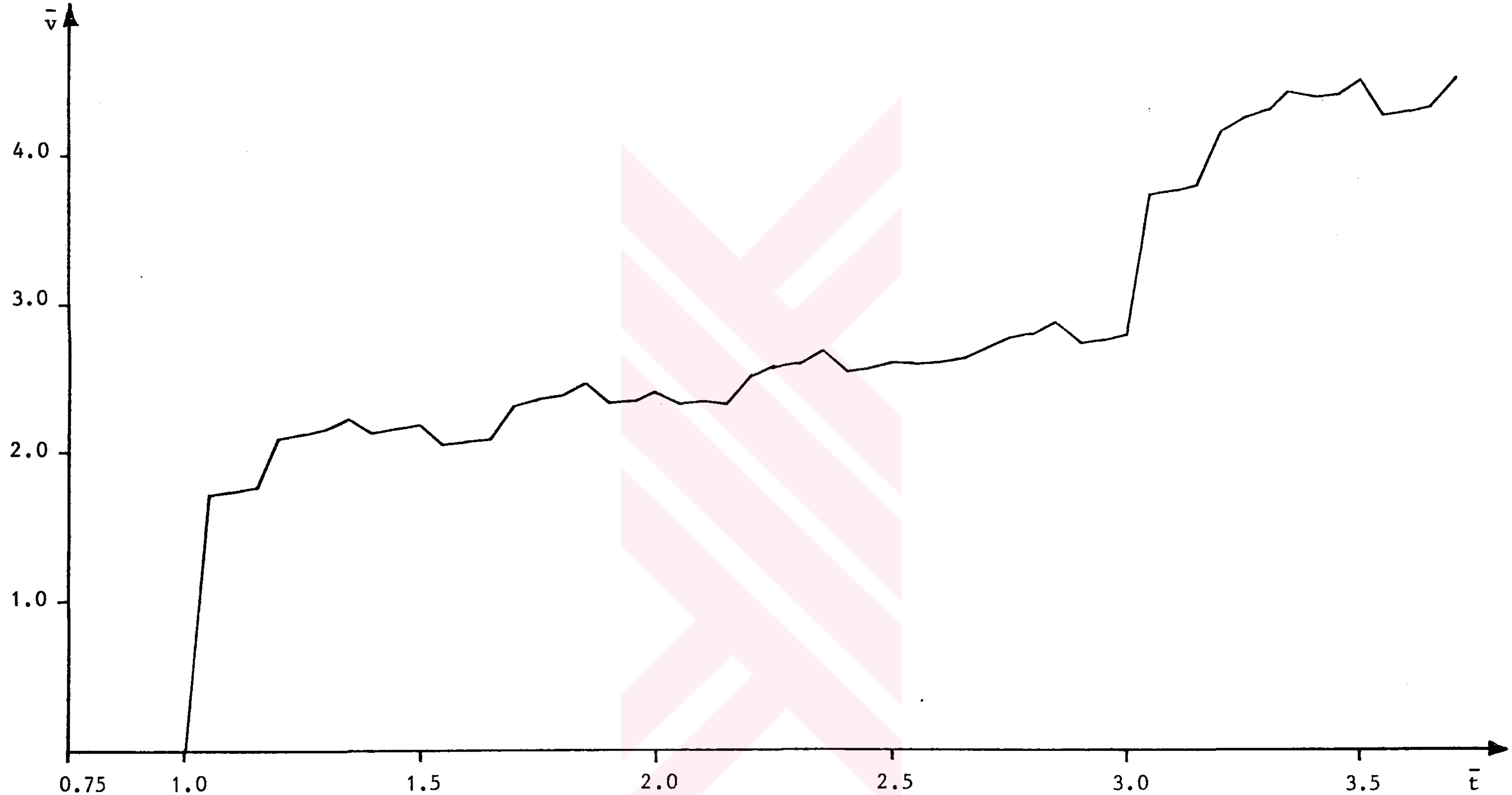
Şekil 4.44: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.



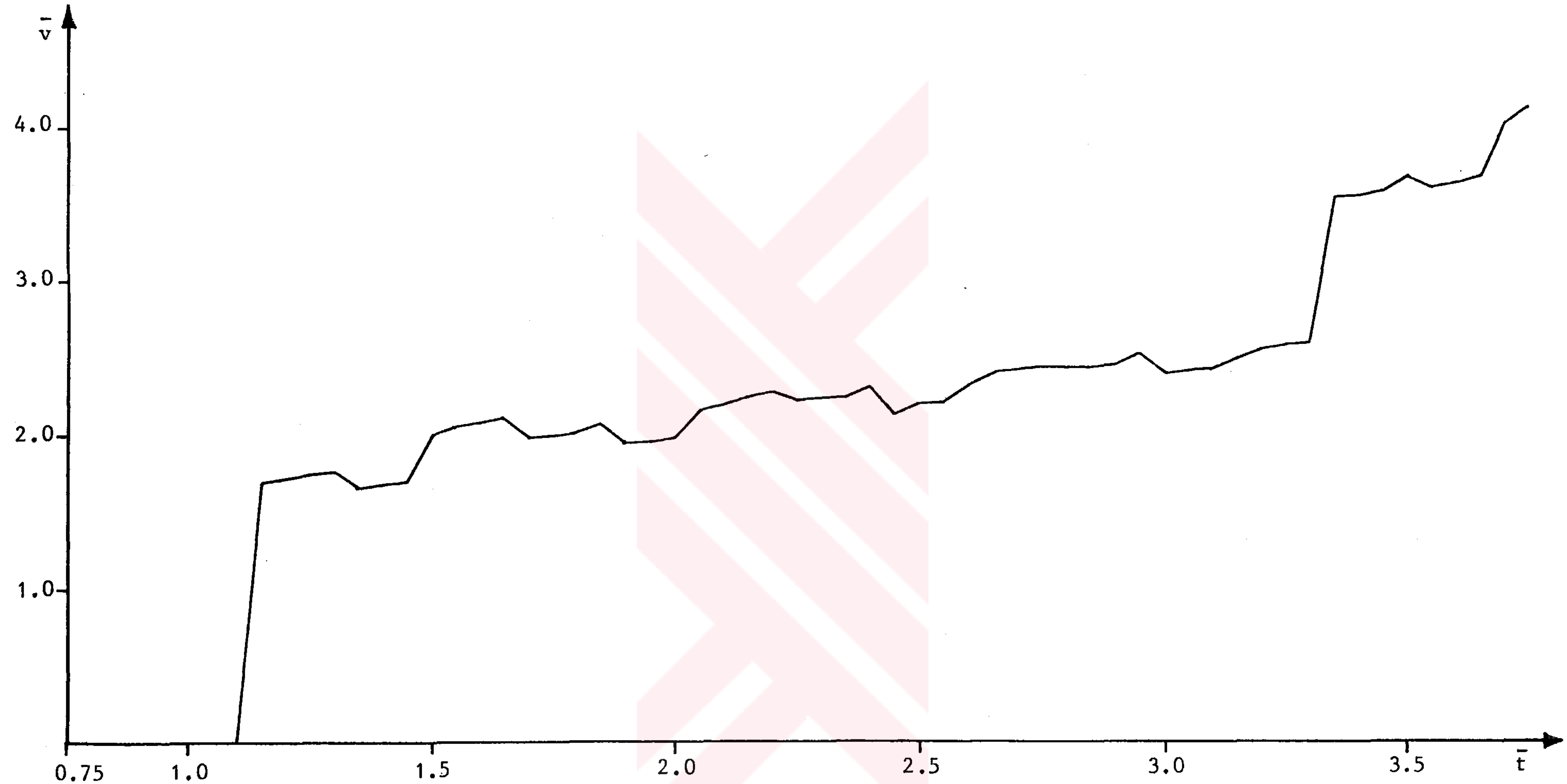
Şekil 4.45: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=1.6 anında cisim içerisindeki değişimi.



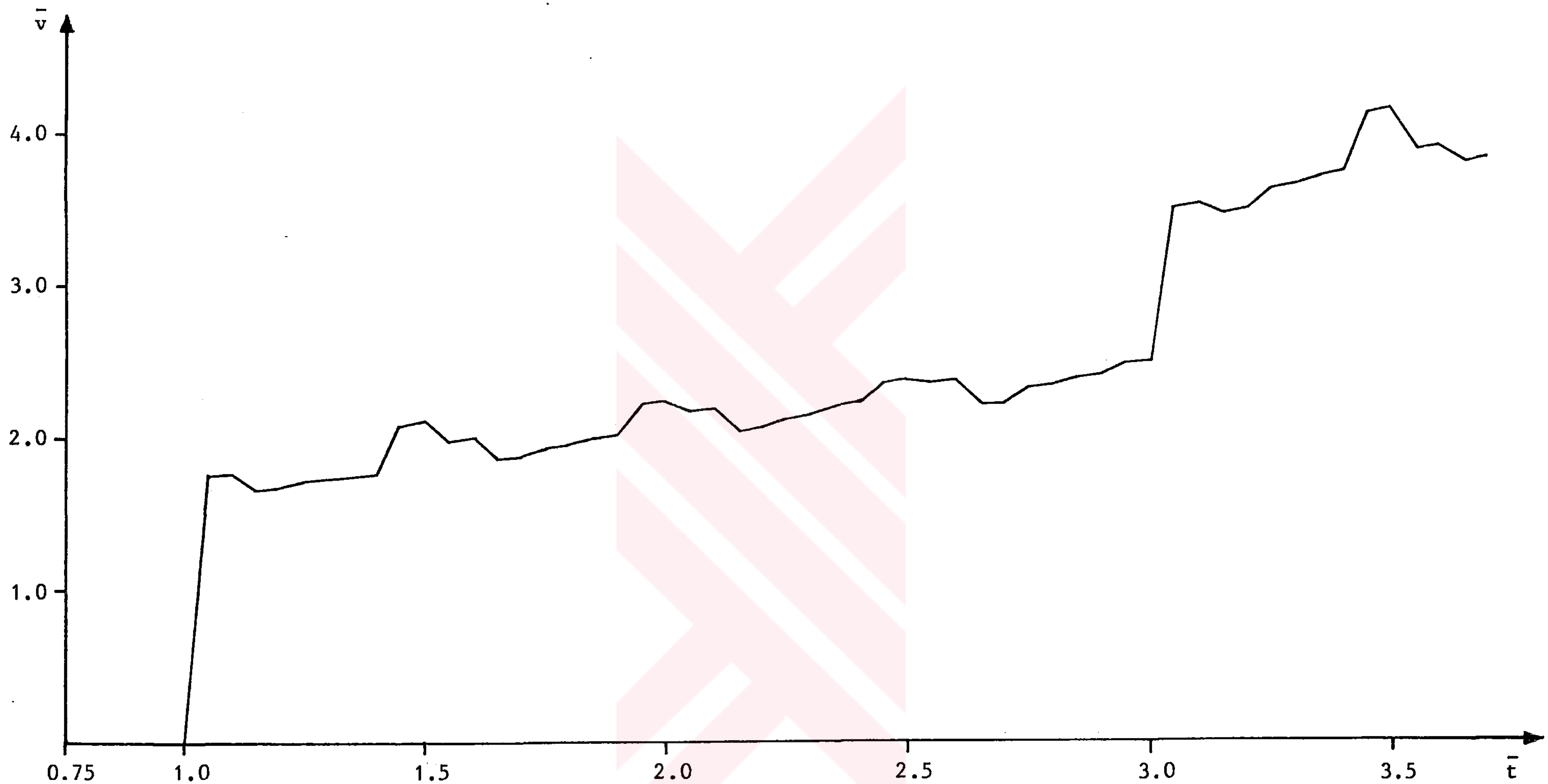
Şekil 4.46: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda gerilmenin $\bar{t}$=2.5 anında cisim içerisindeki değişimi.



Şekil 4.47: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 1/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}=1.0$ noktasında zamanla değişimi.



Şekil 4.48: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 2/3 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.



Şekil 4.49: 8 Tabakadan oluşan bir cisimde 1 nolu tabaka oranının 4/5 olması durumunda parçacık hızının $\bar{x}$=1.0 noktasında zamanla değişimi.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR

Bu tezde, iç yüzeyleri zamana bağlı üniform bir dinamik etkiye maruz viskoelastik tabakasal cisimlerin dinamik davranışı incelendi. Sayısal örneklerde, cismin iç yüzeyine uygulanan dinamik etki başlangıçta rampalı ve zamanla basamak şeklinde değişen basınç olarak alındı. Cismin diğer yüzeyinin ise serbest olduğu kabul edildi. Ayrıca, cismin başlangıçta hareketsiz olduğu varsayıldı. Bu nedenle, alan değişkenleri sadece x ve t'nin fonksiyonlarıydı.

Problemi çözmek için karakteristikler yöntemi kullanıldı. Olayı yöneten denklemlerin hiperbolik olması ve alan değişkenlerinin sadece iki bağımsız değişkeni içermesi sebebiyle, karakteristikler yöntemi seçildi. Ayrıca, karakteristikler yöntemiyle değişik başlangıç ve sınır şartları kolaylıkla gözönüne alınabildi ve yöntem sayısal integrasyon ve bilgisayar programlaması için de uygundu.

FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı yazıldı ve programla ilgili bütün hesaplar K.T.Ü. Bilgi İşlem Merkezi'nde yapıldı. 2, 4 ve 8 tabakadan oluşan bileşik cisimler için sayısal sonuçlar elde edildi. Ayrıca, takviye tabaka oranının 1/3, 2/3 ve 4/5 olması durumlarında 2 ve 8 tabakalı cisimler için de sayısal sonuçlar elde edildi. Cismin içerisindeki değişik noktalarda normal gerilmenin zamanla değişimini ve değişik zamanlarda normal gerilmenin cisim içerisindeki değişimini veren eğriler çizildi. Parçacık hızı için de benzer eğriler çizildi. Bu eğriler açıkça ara ve sınır yüzeylerdeki yansıma ve kırılma etkilerini ve malzemenin viskoelastik bünyesinin etkilerini göstermektedir. Sınır yüzeylerde oluşan yansıma etkilerinin, arayüzeylerde oluşan yansıma etkilerinden daha fazla olduğu görüldü. Viskoelastikliği daha fazla olan malzemelerin zamana bağlı etkilerde daha büyük, ani etkilerde ise daha küçük değişimler gösterdiği gözlendi.

Yazılan bilgisayar programı geneldir ve n tabakaya uygulanabilir. Cismin en iç ve en dış tabakası 1 veyahut 2 nolu tabaka olarak alınabilir. İç yüzeye uygulanan dinamik etki istenilen şekilde seçilebilir. Bilgisayar programı 2. Bölümde gözönüne alınan değişik sınır şartlarına göre hazırlanmıştır.

KAYNAKLAR

Postma, G.W., "Wave Propagation in a Stratified Medium", Geophysics, Vol. 20, 1955, pp. 780-806.

Rytov, S.M., "Acoustical Properties of a Thinly Laminated Medium", Soviet Physics Acustics, Vol. 2, 1956, pp. 68-80.

Sun, C.T., Achenbach, J.D. and Herrmann, G., Continuum Theory for a Laminated Medium", J. Appl. Mech., Vol. 35, 1968, pp. 467-475.

Achenbach, J.D., Sun, C.T. and Herrmann, G., "On the Vibrations of a Laminated Body", J. Appl. Mech., Vol. 35, 1968, pp.689-696.

McNiven, H.D. and Mengi, Y., "A Mixture Theory for Elastic Laminated Composites", Int. J. Solids Struc., Vol. 15, 1979, pp. 281-302.

McNiven, H.D. and Mengi, Y., "Propagation of Transient Waves in Elastic Laminated Composites", Int. J. Solids Struc., Vol.15, 1979, pp.303-318.

Hegemier, G.A., "On A Theory of Interacting Continua for Wave Propagation in Composites", Dynamics of Composite Materials, The American Society of Mechanical Engineers, 1972, p. 70.

Hegemier, G.A. and Bache, T.C., "A General Continuum Theory with Microstructure for Wave Propagation in Elastic Laminated Composites", J. Appl. Mech., Vol. 41, 1974, pp. 101-105.

Sun, C.T., Achenbach J.D. and Herrmann, G., "Time-Harmonic Waves in a Stratified Medium Propagating in the Direction of the Layering", J.Appl. Mech., Vol. 35, 1968, p. 408.

Herrmann, G., Beaupre, S. and Auld, B.A., "Applicability of Floquet-Type Solutions to Bounded Layered Composites", in Mechanics Today, Vol. 5, ed. by S. Nemat-Nasser, Pergamon Press, 1980, pp. 83-93.

Delph, T.J., Herrmann, G. and Kaul, R.K., "Harmonic Wave Propagation in a Periodically Layered, Infinite Elastic Body: Plane Strain, Analytical Results", J. Appl. Mech., Vol. 46, 1976, pp. 113-119.

Delph, T.J., Herrmann, G. and Kaul, R.K., "Harmonic Wave Propagation in a Periodically Layered, Infinite Elastic Body: Plane Strain, Numerical Results", J. Appl. Mech., Vol. 47, 1980, pp. 531-537.

Balanis, G.N., "Waves in a Periodic Composite", J. Appl. Mech., Vol. 40, 1973, pp. 815-817.

Peck, J.C. and Gurtman, G.A., "Dispersive Pulse Propagation Parallel to the Interfaces of a Laminated Composite", J. Appl. Mech., Vol. 36, 1969, pp. 479-484.

Sve, C., "Stress Wave Attenuation in Composite Materials", J. Appl. Mech., Vol. 39, 1974, 1974, pp. 1151-1153.

Courant, R. and Hilbert, D., "Method of Mathematical Physics", Vol. II, Interscience New York, 1966.

McNiven, H.D. and Mengi, Y., "Propagation of Transient Cylindrical Waves in an Infinite, Viscoelastic Body", International Journal of Solids and Structures, 1971, Vol. 7, pp. 979-992.

17 ref

ÖZGEÇMİŞ

1964 yılında Kars'ın Tuzluca ilçesi'nde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Tuzluca'da tamamladı. 1980 yılında Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'ne girdi. Haziran 1984 tarihinde aynı okuldan İnşaat Mühendisi olarak mezun oldu. Aynı yıl Karayolları 11. Bölge Müdürlüğü'nde Mühendis olarak çalışmaya başladı. 1985-1986 yılları arasında askerlik vazifesini yaptı. Tekrar kısa bir süre Karayolları 11. Bölge Müdürlüğü'nde çalıştıktan sonra, 1987 yılında Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Aynı yıl Lisansüstü öğrenimini tamamlamak üzere Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde görevlendirildi. Halen aynı yerde çalışmaktadır. Evli ve 1 çocuk babasıdır.