

28752

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

İKİ VE ÜÇ BOYUTLU AKUSTİK DALGA YAYILIMININ SONLU

FARKLAR, HARTLEY VE FOURIER METODLARI İLE MODELLENMESİ

Jeof.Müh. Yusuf BAYRAK

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde  
"Jeofizik Yüksek Mühendisi"  
Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 20.12.1993

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 20.01.1994

Tezin Danışmanı: Yrd.Doç.Dr. Veli KARA

21. KARA

Jüri Üyesi : Yrd.Doç.Dr. Kenan GELİŞLİ

62000

Jüri Üyesi : Yrd.Doç.Dr. Ahmet YILMAZTÜRK

A. Yılmaztürk

Enstitü Müdürü : Prof.Dr.Temel SAVAŞKAN

17 Savaşkan

ARALIK-1993

TRABZON

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışması, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programında yapılmıştır.

Bu çalışmada, Akustik dalga denklemi sonlu farklar, Hartley ve Fourier metodları ile çözümlenerek yapay sismogram modellenmesi ayrıntılı olarak ele alınıp incelenmiştir. Ayrıca, sismik prospeksiyonda önemli bir konu olan ayrımlılık irdelenmiş ve çeşitli temel yapılar için limitleri araştırılmıştır. Modelleme de kullanılan yöntemlerin teorik esasları, kaynak fonksiyonları ve ayrımlılık açıklandıktan sonra çeşitli yapılar için yapay sismogramlar oluşturulmuş, dalga alanlarının çeşitli zamanlarda yeraltında nasıl yayıldığını gösteren anlık enerji yayılımları verilmiş ve kullanılan yöntemler karşılaştırılmıştır.

Çalışma konusunu belirleyen ve yönlendiren Yrd. Doç. Dr. Veli KARA'ya, tezimin başından sonuna kadar hiç bir yardımını esirgemeyen Yrd.Doç.Dr. Kenan GELİŞLİ' ye çok teşekkür ederim. Bizi yetiştirmek için ellerinden gelen çabayı gösteren Yrd.Doç.Dr. Ahmet YILMAZTÜRK, Prof.Dr. Özer KENAR ve diğer hocalarıma, özellikle bu konuya ilk başladığımda bana program ve kaynak sağlayan TÜBİTAK' tan Dr. Ruhi SAATÇILAR ve Dr. Semih ERGİNTAV'a, bilgi ve birikimlerinden yararlandığım TPAO' dan Dr. Mustafa Ali ENGİN, Dr. Mustafa MURATHANOĞLU' na, programların yazılıp çalıştırılması sırasında yardımcı olan KTÜ BİD Başkanı Aras PEREKLİ ve programcı Hasan KILIÇ'a teşekkür ederim. Ayrıca her zaman bana moral desteği veren ve yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Arş. Gör. Ali AYDIN, Arş. Gör. Hakan KARSLI, Arş Gör. Hakan ÇINAR ve diğer arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Trabzon, Aralık-1993

Yusuf BAYRAK

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	V
SUMMARY .....	VI
BÖLÜM 1. GİRİŞ VE GENEL BİLGİLER .....	1
1.1. Giriş .....	1
1.2. Genel Dalga Denklemi .....	3
1.3. Sonlu Farklar Yaklaşımı .....	8
1.4. Fourier Yaklaşımı .....	9
1.5. Hartley Yaklaşımı .....	11
1.6. Fourier ve Hartley Dönüşümü Arasındaki İlişki ...	12
BÖLÜM 2. AKUSTİK DALGA DENKLEMİNİN SAYISAL YÖNTEMLERLE ÇÖZÜMÜ .....	17
2.1. Akustik Dalga Denklemine Sonlu Farklarla Çözümü .	17
2.1.1. İki Boyutlu Akustik Dalga Denklemine Sonlu Farklarla Çözümü.....	18
2.1.2. Üç Boyutlu Akustik Dalga Denklemine Sonlu Farklarla Çözümü.....	20
2.2. Akustik Dalga Denklemine Hartley ve Fourier Dönüşümü ile Çözümü .....	22
2.2.1. İki Boyutlu Akustik Dalga Denklemine Hartley ve Fourier Yaklaşımı ile Çözümü .....	23
2.2.2. Üç Boyutlu Akustik Dalga Denklemine Hartley ve Fourier Yaklaşımı ile Çözümü .....	24
BÖLÜM 3. AKUSTİK DALGA DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ İÇİN SINIR ŞARTLARI .....	26
3.1. Sonlu Farklar Yöntemi İçin Sınır Şartları .....	27
3.1.1. İki Boyutlu Durum İçin Sınır Şartları .....	27
3.1.2. Üç Boyutlu Durum İçin Sınır Şartları .....	29
3.2. Fourier ve Hartley Dönüşümü İçin Sınır Şartları ..	31

BÖLÜM 4. AKUSTİK DALGA DENKLEMİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ	
İÇİN KARARLILIK ŞARTI VE GRID DISPERSİYONU .....	33
4.1. Sonlu Farklar İçin Kararlılık Şartı .....	33
4.1.1. İki Boyutlu Durum İçin Kararlılık Şartı .....	33
4.1.2. Üç Boyutlu Durum İçin Kararlılık Şartı .....	34
4.2. Fourier ve Hartley Dönüşümü İçin Kararlılık Şartı.	35
4.3. Sonlu Farklar İçin Grid Dispersiyonu .....	36
4.4. Fourier ve Hartley Dönüşümü İçin Grid Dispersiyonu.	37
BÖLÜM 5. KAYNAK FONKSİYONLARI VE AYRIMLILIK .....	39
5.1. Kaynak Fonsiyonları .....	39
5.2 Ayrımlılık .....	42
5.2.1. Düşey Ayrımlılık .....	43
5.2.2 Yatay Ayrımlılık .....	46
BÖLÜM 6. MODELLEME ÇALIŞMASI .....	53
6.1. Ayrımlılığın Modellenmesi .....	53
6.2. Çeşitli Jeolojik Yapıların Modellenmesi .....	64
6.2.1. İki Boyutlu Modelleme İçin yöntemlerin	
Karşılaştırılması .....	64
6.2.1. Üç Boyutlu Modelleme İçin yöntemlerin	
Karşılaştırılması .....	72
6.2.3. Çeşitli Kompleks Yapıların Modellenmesi .....	77
BÖLÜM 7.	
SONUÇLAR .....	91
YARARLANILAN KAYNAKLAR .....	93
EK-1 .....	97
ÖZGEÇMİŞ .....	101

## ÖZET

iki ve Üç Boyutlu Akustik Dalga Yayılımının Sonlu Farklar, Hartley ve Fourier Metodları ile Modellenmesi.

Yapay sismogram üretilmesi konusundaki çalışmalar uzun yıllardan beri sürmektedir. Bilgisayarların gelişmesi ile dalga denklemleri sayısal yöntemlerle çözümlenerek yapay sismogramlar üretilmeye başlanmıştır.

Bu çalışmada iki ve üç boyutlu akustik dalga denklemleri sonlu farklar, Hartley ve Fourier metodları ile çözülmüştür. Ayrıca sismik prospeksiyonda önemli olan ayrımlılık konusu ele alınmış, düşey ve yatay yöndeki ayrımlılık kriterleri incelenmiş, basit iki tabakalı yeraltı modeli için yöntemler karşılaştırılmış ve çeşitli kompleks yapılar modellenmiştir. Sismogramlar çizilirken bazı değerler normalize edilmiştir.

Sismik prospeksiyonda elde edilen verilerin doğru bir şekilde yorumlanmasına yardımcı olan yapay sismogram modellenmesinde son yıllarda sık olarak kullanılan sonlu farklar, Hartley ve Fourier metodları karşılaştırılmıştır. Hartley metodunun gerek iki boyutlu gerekse üç boyutlu modelleme için hız ve bellek bakımından en avantajlı metod olduğu sonucuna varılmıştır. Fourier ve Hartley metodları ile yapılan modelleme için sadece pencere sınırlar kullanılabilir. Bu yüzden sismogramlarda ilk ve son izlerde bazı olaylar sönümlenmektedir. Oysa, sonlu farklarda kullanılan sınır şartlarından dolayı tüm izlerde olaylar gözlenebilmektedir. Bu yüzden, kompleks yapıların modellenmesinde hız ve bellek dezavantajına rağmen sonlu farklar metodu tercih edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Akustik Dalga Denklemi, Modelleme, Sonlu Farklar, Hartley Dönüşümü, Fourier Dönüşümü.

## SUMMARY

Modeling 2-D and 3-D Acoustic Wave Propagation by Methods of Finite-Difference, Hartley and Fourier.

Acoustic wave propagation in 2-D and 3-D have been modeled using methods of the finite difference, the Fourier and the Hartley. The effects of horizontal and vertical resolutions on synthetic seismograms are examined for different geological models.

The forward modeling procedure is carried out for a simple two layered medium to compare three different methods. As a result of comparison these three methods showed that the Hartley transformation method has an advantage by means of memory allocation, computation time and speed. However, the finite difference method can be preferred for modeling of complex structures due to boundary conditions which are based on replacing the wave equation in the boundary region by one-way equations. All of events are clearly seen on synthetic seismograms due to boundary conditions used in the finite difference method.

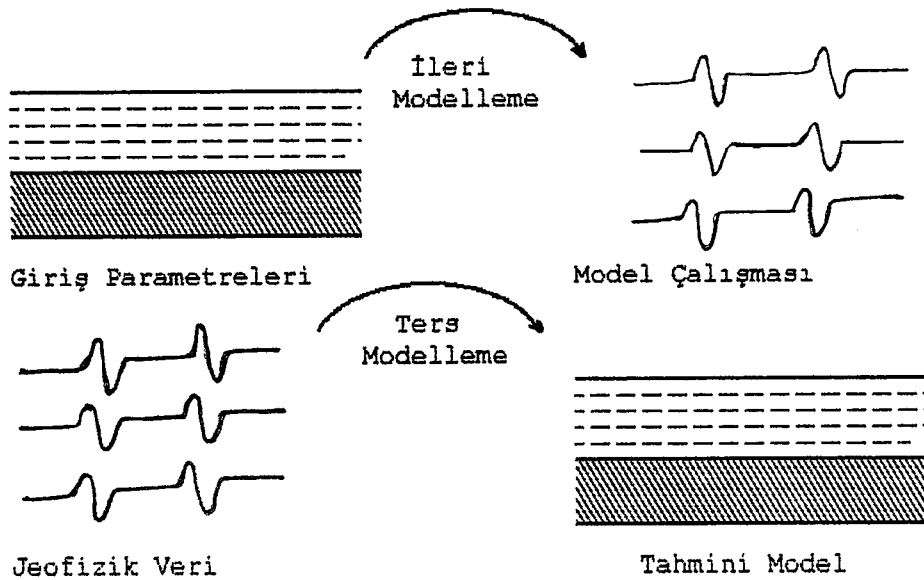
Key Words: Acoustic Wave Equation, Modeling, Finite-Difference, Hartley Transform, Fourier Transform.

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ VE GENEL BİLGİLER

#### 1.1. Giriş

Genel olarak jeofizikte iki tür problemden söz edilmektedir. Bunlardan biri; yer yüzünde alınan ölçüler ile yer altı yapısının belirlenmesidir. Buna 'Ters Çözümleme' adı verilmektedir. Diğeri ise; çeşitli kriterler sonucu tasarlanan yeraltı modelinin vereceği jeofizik etkinin bulunmasıdır. Buna ise 'Düz Çözümleme' veya 'Modelleme' adı verilmektedir. Ters çözümleme ile düz çözümleme birbirleri ile ilişkilidir. Her iki yöntemde de model parametrelerinin seçimi önemlidir, bu parametreler kayaç özellikleri ve tabakaların geometrisi ile ilgilidir. Şekil 1.1 de ters ve düz çözümleme şematik olarak verilmiştir[1]. Sismik modelleme de kayaçların yoğunluğunu ve hızlarını içeren dalga denklemlerinden faydalanılır.



Şekil 1.1. Düz ve ters çözümlemenin gösterimi[1]

Uygulamalı jeofizikte yapay sismogram üretimi ve bunların gerçek sismogramlarla karşılaştırılması oldukça yararlı bilgiler sağlamaktadır. Bu konudaki çalışmalar uzun yıllardan beri geniş çapta ve başarılı bir şekilde uygulanmaktadır. Sismik modellemeye artan ilgi, çeşitli doğrulukta ve uygulama kolaylıkları sağlayan yöntemlerin gelişmesine neden olmuştur. 1970' li yıllarda bilgisayar imkanlarının artması ile, dalga denklemleri çeşitli sayısal yöntemlerle çözümlenerek yapay sismogram modellenmesi konusunda çalışmalar başlamıştır. Dalga yayılım problemlerini çözmek için sonlu farklar yaklaşımı [2],[3],[4],[5],[6] başarılı bir şekilde kullanılmıştır. Daha sonraları sonlu-elemanlar yöntemi [7] kullanılmaya başlanmıştır. 1980' li yıllarda bu iki yöntem alternatif olarak Fourier dönüşümü ile modelleme çalışmaları başlamıştır [8],[9],[10],[11]. 1990 ve 1991 yıllarında ise daha hızlı bir algoritmaya sahip olan Hartley dönüşümü, Fourier dönüşümü ile modellemeye alternatif olarak verilmiştir [12],[13].

Yapay sismogramlar çeşitli amaçlar için üretilmektedir. Yer içindeki mikro veya global boyuttaki değişimlerin dalga biçimlerini nasıl etkilediğini öğrenmede ve sismik stratigrafide, sismogramların yorumlanmasında bu bilgilerin katkısı büyüktür. Yer içi çoğu kez homojen tabakalardan oluştuğu varsayılsada aslında karmaşık bir yapıya sahiptir. Yapay sismogramlardan karmaşık yer içi yapısını elde etmede yararlanılır. Kaynaktan çıkıp jeofon ile kaydedilen dalga seyahat yolu boyunca katettiği ortamın fiziksel özelliklerini yansıtmaktadır. Bu bakımdan, yapay sismogramlardan faydalanılarak yer içindeki karmaşık yapılar araştırılabilir.

Yapay sismogramların modellenmesinde çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Bunlar;

- Konvolüsyonla modelleme
- Yansıtabilirlik yöntemi (Reflectivity Method)
- Işın izleme yöntemi
- Fourier dönüşümü ile modelleme
- Sonlu elemanlar ile modelleme



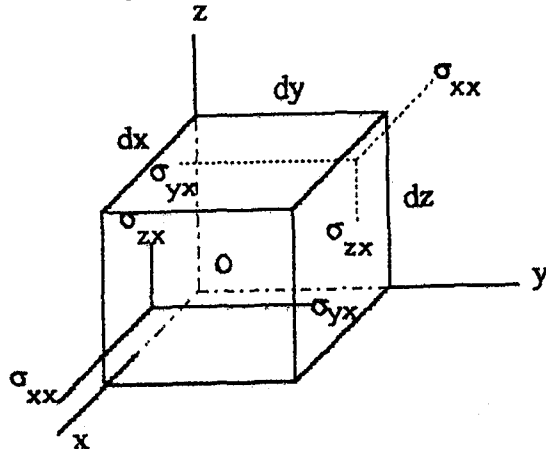
- Sonlu farklarla modelleme
- Hartley dönüşümü ile modelleme
- Ayrık dalga sayısı yöntemi ile modelleme

şeklinde sıralanabilir. Bu çalışmada akustik dalga denklemi sonlu-farklar, Fourier ve Hartley dönüşümü ile çözümlenerek yapay sismogramlar modellenmiştir. İki boyutlu akustik dalga denklemini sonlu farklar ve Hartley metodu ile çözen bilgisayar programları Tübitak'tan Sayın Dr. Ruhi Saatçılar ve Dr. Semih Ergintav'dan alınmış, bu programlar karmaşık yapılar için değiştirilmiş ve üç boyutlu modelleme için uyarlanmıştır. Ayrıca iki boyutlu modelleme için Tübitak'tan alınan Hartley metodu ile modelleme programı iki ve üç boyutlu Fourier ile modelleme için uyarlanmıştır. Yöntemlerin esasları, uygulamaları ve birbirlerine olan avantajları ilerleyen bölümlerde açıklanacaktır.

### 1.2. Genel Dalga Denklemi

Homojen, izotrop bir ortamda yayılan dalgayı tanımlayan denklem, Newton'un ikinci hareket kanunundan faydalanılarak bulunur. Bu kurama göre, verilen bir yönde yoğunlukla ivmenin çarpımı bu yönde birim hacmi etkileyen kuvvete eşittir [14].

Böyle bir ortamda dalga denklemini elde etmek için yoğunluğu  $\rho$  ve boyutları  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  olan birim prizma göz önünde bulundursun (Şekil 1.2).



Şekil 1.2. Gerilme altındaki prizma [15].

Denge halindeki prizmaya x,y ve z yönündeki bileşenleri sırası ile  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yx}$  ve  $\sigma_{zx}$  olan bir gerilme uygulansın. Uygulanan bu gerilmeler prizmada bir boyut ve hacim değişimine sebep olur, bu değişimlere yamulma adı verilip  $\epsilon$  ile gösterilir. x,y ve z yönündeki yerdeğiştirmeler sırası ile u,v ve w ise, bu üç yöndeki yamulmalar;

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.1)$$

şeklindedir. Gerilme ve yamulma arasındaki ilişki Hooke kanunları ile tanımlanmıştır. Bu kanunlara göre gerilme ve yamulma arasında;

$$\begin{aligned} \sigma_{i,i} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{i,i} & i=x,y,z \\ \sigma_{i,j} &= \mu \epsilon_{i,j} & i,j=x,y,z \quad i=j \end{aligned} \quad (1.2)$$

şeklinde bir ilişki vardır. Burada  $\lambda$  ve  $\mu$  Lam'e sabitleridir,  $\Delta$  ise boyutlardaki değişime karşı gelen dilatasyonu göstermekte olup;

$$\Delta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} \quad (1.3)$$

$$= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

bağıntısı ile tanımlanır.

Herhangi bir doğrultuda hareket eden dalgayı tanımlayan denklemi bulmak için, prizmayı bu doğrultuda etkileyen kuvvetin bulunması gerekir. Sözelimi x doğrultusunda prizmaya etkileyen kuvveti bulmak için, prizmayı etkileyen gerilmelerin x yönündeki bileşenlerinin bulunması gerekir. Bunlar;

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}, \quad \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (1.4)$$

şeklinde olacaktır, bu üç kuvvet bileşeni toplanarak x doğrultusunda prizmayı etkileyen toplam kuvvet;

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (1.5)$$

şeklinde bulunabilir. Newton kanunu kullanılarak x doğrultusundaki dalga denklemi,

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (1.6)$$

şeklinde olacaktır. burada  $\rho$  prizmanın yoğunluğunu ve  $\partial^2 u / \partial t^2$  ise ivmeyi göstermektedir.(1.1), (1.2) ve (1.3) denklemleri (1.6) denkleminde yerine konup yeniden düzenlenir ise,

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \quad (1.7)$$

denklemini elde edilir. Burada  $\nabla^2 u$  u'nun Laplasiyeni olup,

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1.8)$$

şeklinde tanımlanır.

Benzer şekilde y ve z doğrultusundaki dalga denklemleride;

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \quad (1.9)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \quad (1.10)$$

yazılabilir. (1.7),(1.9) ve (1.10) denklemleri toplanıp yeniden düzenlenir ise;

$$q \frac{\partial^2}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta \quad (1.11)$$

denklemini elde edilir. Bu son denkleminde  $(\lambda + 2\mu)/q$  yerine  $\alpha^2$  alınır ise,

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta \quad (1.12)$$

denklemini elde edilir[15]. Burada  $\alpha$  ortamda yayılan P dalganın hızını göstermektedir. (1.10) denkleminin y'ye göre türevinden (1.9) denkleminin z'ye göre türevi çıkarılır ise;

$$q \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \mu \nabla^2 \left[ \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (1.13)$$

şeklindedir. Bu denkleminde  $\left[ \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \theta$  ve  $\frac{\mu}{q} = \beta^2$  alınır ise;

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \nabla^2 \theta \quad (1.14)$$

elde edilir[16]. Burada  $\beta$  ortamda yayılan S dalganın hızını göstermektedir.

Hızı  $v$  ve yerdeğiştirmesi  $\tau$  olan homojen, izotrop ortam için genel dalga denklemi;

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} = \nabla^2 \tau \quad (1.15)$$

şeklinde tanımlanır, böyle bir ortamda hız sabit alınır[15].

İki boyutlu ortam için kaynak fonksiyonu  $f(x, z, t)$  ve üç boyutlu ortam için  $f(x, y, z, t)$  şeklinde tanımlanır. Tabakalı iki ve üç boyutlu ortamlar için hızlar sırası ile  $v(x, z)$  ve  $v(x, y, z)$  alınarak (1.12) denkleminde;

iki boyutlu akustik dalga denklemi[17];

$$\frac{1}{v^2(x,z)} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + f(x,z,t) \quad (1.16)$$

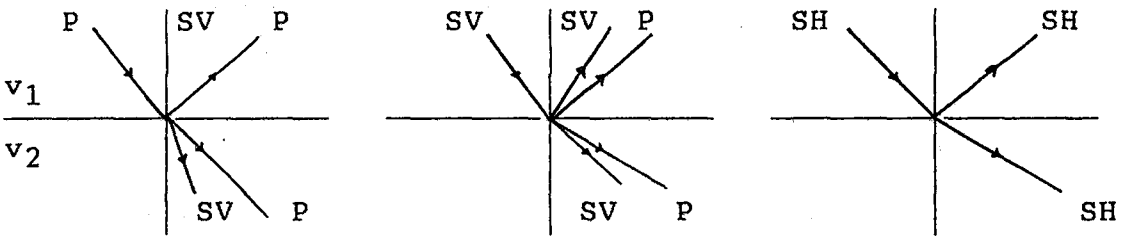
ve üç boyutlu akustik dalga denklemi[29];

$$\frac{1}{v^2(x,y,z)} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + f(x,y,z,t) \quad (1.17)$$

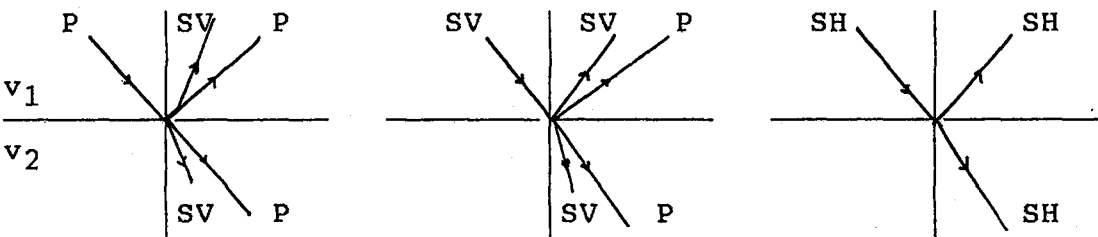
şeklinde elde edilir.

Elastik dalga denklemi yatay ve düşey bileşenlerden oluştuğu için P ve S dalgalarını içermektedir, dolayısı ile özellikleri farklı olan iki ortamı ayıran sınıra gelen dalga yansıyor, kırılıyor ve mod dönüşümüne uğrar. Hızları  $v_1$  ve  $v_2$  olan katı-katı sınırına gelen dalga ve mod dönüşümleri Şekil 1.3 de verilmiştir.

$v_1 < v_2$



$v_1 > v_2$



Şekil 1.3. Katı-katı sınırına gelen bir elastik dalganın sınırda oluşturduğu dalga modları[18].

Akustik dalga ise yalnızca boyuna titreşim yapmakta ve dolayısı ile, sadece P dalgalarından oluşmaktadır. Özel amaçlar dışında sismik prospeksiyonda sadece P dalgaları kaydedilmekte ve bu kayıtlarda elde edilebilecek S dalgaları gürültü olarak tanımlanmaktadır. Bundan dolayı, sismik prospeksiyon amaçlı modelleme çalışmalarında akustik dalga denklemi kullanılmaktadır.

Akustik dalga denklemi çeşitli sayısal yöntemlerle çözülebilir. Bu çalışmada iki ve üç boyutlu akustik dalga denklemi sonlu farklar, Hartley ve Fourier metodu ile çözümlenerek, çeşitli yapısal modellere uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlarda; ilk varışlar, yansımalar, tekrarlı yansımalar, difraksiyonlar, küresel açılım ve yansıma katsayılarının etkisi gözükülecektir.

### 1.3 Sonlu Farklar Yaklaşımı

Sonlu farklar yaklaşımı özellikle kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümünde çok kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem;

- İleri yön sonlu farklar (forward-differences)
- Geri yön sonlu farklar (backward-differences)
- Merkezi farklar (centre-differences)

olarak üç şekilde uygulanmaktadır [19].  $x$  noktasında  $U(x)$  değerine sahip olan bir fonksiyonun  $x+\Delta x$  noktasındaki değeri  $U(x+\Delta x)$  ve  $x-\Delta x$  noktasındaki değeri  $U(x-\Delta x)$  olsun (Şekil 1.4). Böyle bir fonksiyon için  $x$  noktasında ki türevi sonlu farklar cinsinden şu şekilde ifade edilebilir;

$\partial U/\partial x$  birinci türevi, ileri-farklar cinsinden,

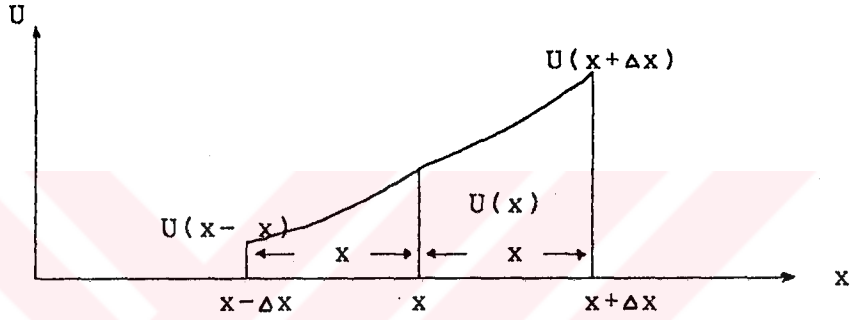
$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \{ U(x+\Delta x) - U(x) \} \quad (1.18)$$

Geri-farklar cinsinden,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \{ U(x) - U(x-\Delta x) \} \quad (1.19)$$

Merkezi-farklar cinsinden,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta x} \{ U(x+\Delta x) - U(x-\Delta x) \} \quad (1.20)$$



Şekil 1.4.  $U(x)$  fonksiyonunun gösterimi.

şeklinde yazılabilir. İleri yön sonlu farklar kullanılarak  $\partial^2 U / \partial x^2$  türevi ise,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U(x+\Delta x) - 2U(x) + U(x-\Delta x)}{\Delta x^2} \quad (1.21)$$

şeklinde yazılabilir [19]. Benzer şekilde  $\partial^2 U / \partial t^2$ ,  $\partial^2 U / \partial z^2$  türevleride sonlu-farklar cinsinden yazılabilir.

#### 1.4. Fourier Yaklaşımı

Zaman ortamında gözlenmiş bir  $f(t)$  fonksiyonu için Fourier dönüşüm çifti;

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{iwt} dw \quad (1.22)$$

şeklindedir [20]. Burada  $w$  açısal frekans olup  $w=2\pi f$  dir. Ayrık ve sonlu bir verinin frekans ve zaman ortamındaki karşılıkları ise,

$$F(w) = \sum_{t=0}^{N-1} f(t) \left[ \cos(wt/N) - i \sin(wt/N) \right] \quad (1.23)$$

$$f(t) = \sum_{w=0}^{N-1} F(w) \left[ \cos(wt/N) + i \sin(wt/N) \right]$$

ile tanımlanır [20]. Burada  $N$  veri sayısını göstermektedir, en son hesaplanacak frekans Nyquist frekansı olup  $f_N=1/2\Delta t$  ye eşittir. Frekans örnekleme aralığı  $\Delta f$  ise,  $\Delta f=1/N\Delta t$  değerine sahiptir. Bu çalışmada zaman ortamından frekans ortamına geçilmeyip, uzaklık ortamından dalga sayısı ortamına geçilecektir. Bu iki ortamda ayrık Fourier dönüşüm çifti ise,

$$F(k_x) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \left[ \cos(k_x x/N) - i \sin(k_x x/N) \right] \quad (1.24)$$

$$f(x) = \sum_{k_x=0}^{N-1} F(k_x) \left[ \cos(k_x x/N) + i \sin(k_x x/N) \right]$$

şeklinde ifade edilir, burada  $k_x$  dalga sayısı olup,

$$k_x = \frac{2\pi n}{N\Delta x} \quad (1.25)$$

değerine sahiptir.  $x$  uzaysal örnekleme aralığına karşılık gelmekte ve  $n=1,2,3,\dots,N$  dir.



Modelleme çalışmasında (1.16) ve (1.17) denklemleri ile verilen akustik dalga denklemlerindeki  $\partial^2 U / \partial x^2$ ,  $\partial^2 U / \partial y^2$  ve  $\partial^2 U / \partial z^2$  ikinci merteye uzaysal türevleri Fourier dönüşümü ile alınacaktır. Fourier dönüşümün türev özelliklerinden yararlanılarak uzaklık ortamında gözlenen bir  $f$  fonksiyonunun  $x$ 'e göre birinci ve ikinci türevleri;

$$\frac{\partial f}{\partial x} \xleftrightarrow{F} ik_x F(k_x) \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \xleftrightarrow{F} -k_x^2 F(k_x) \quad (1.27)$$

şeklinde yazılabilir [20].

### 1.5. Hartley Yaklaşımı

Zaman ortamında gözlenmiş bir  $f(t)$  fonksiyonunun Hartley dönüşümü ile frekans ortamındaki karşılığı,

$$H(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) [\cos(wt) + \sin(wt)] dt \quad (1.28)$$

ile verilir, ters Hartley dönüşümü ise,

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(w) [\cos(wt) + \sin(wt)] dw \quad (1.29)$$

şeklindedir. Ayrık ve sonlu bir verinin frekans ve zaman ortamındaki karşılıkları ise,

$$H(w) = \sum_{t=0}^{N-1} f(t) [\cos(wt/N) + \sin(wt/N)] \quad (1.30)$$

$$f(t) = \sum_{w=0}^{N-1} H(w) [\cos(wt/N) + \sin(wt/N)]$$

ile tanımlanır [12].

Bu ayrık Hartley dönüşüm çifti uzaklık-dalga sayısı ortamında ise ,

$$H(k_x) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \left[ \cos(k_x x/N) + \sin(k_x x/N) \right] \quad (1.31)$$

$$f(x) = \sum_{k_x=0}^{N-1} H(k_x) \left[ \cos(k_x x/N) + \sin(k_x x/N) \right]$$

şeklindedir[31]. Fourier dönüşümü için verilen tüm özellikler Hartley dönüşümü içinde geçerli olup, uzaklık ortamında gözlenen bir f fonksiyonunun birinci ve ikinci türevleri,

$$\frac{\partial f}{\partial x} \xleftrightarrow{H} -k_x H(-k_x) \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \xleftrightarrow{H} -k_x^2 H(k_x) \quad (1.33)$$

şeklinde ifade edilir [21].

### 1.6. Fourier ve Hartley Dönüşümü Arasındaki İlişki

Hartley dönüşümü çift ve tek fonksiyonlar cinsinden,

$$H(w) = H_e(w) + H_o(w) \quad (1.34)$$

şeklinde verilir. Burada, o tek e ise çift fonksiyonları göstermekte olup,

$$H_e = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(wt) dt \quad (1.35)$$

$$H_o = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(wt) dt$$

şeklinde ifade edilirler. Zaman ortamında gözlenen bir  $f(t)$  fonksiyonunun frekans ortamındaki karşılığı Fourier dönüşümü ile,

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) [\cos(wt) - i\sin(wt)] dt \quad (1.36)$$

şeklinde tanımlanır. Bu ifade Hartley dönüşümünde olduğu gibi tek çift fonksiyonların toplamı olarak gösterilebilir.

$$F(w) = F_e(w) - iF_o(w) \quad (1.37)$$

Bu ifadelerden faydalanarak Hartley dönüşümü Fourier dönüşümü cinsinden,

$$H(w) = \text{Re}[F(w)] - \text{Im}[F(w)] \quad (1.38)$$

şeklinde yazılabilir[12]. Bu ifadeden anlaşılacağı üzere Fourier dönüşümünde elde edilen gerçel kısım Hartley dönüşümündeki çift fonksiyona, sanal kısım ise tek fonksiyona karşılık gelmektedir. Örneğin;

$$y_1(t) = 5\cos(2\pi t/T)$$

$$y_2(t) = 15\cos(2\pi t/T + \pi/6)$$

$$y_3(t) = 10\sin(2\pi t/T)$$

şeklinde tanımlanan üç dalgacığı ele alalım. Burada  $T$  periyod olup 50 saniye olarak alınmıştır.  $2T$  uzunluğunda ve örnekleme aralığı  $\Delta t = 1$  s alınarak üretilen bu dalgacıklar (Şekil 1.5) toplanarak ( $T(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t)$ ) tek bir dalgacık elde edilmiştir (Şekil 1.6). (1.23) denklemi kullanılarak toplam dalgacığın Fourier dönüşümü ve (1.29) denklemi kullanılarak Hartley dönüşümleri alınmıştır. Hartley dönüşümü için tek ve çift fonksiyonlar, Fourier dönüşümü için ise gerçel ve sanal bileşenlerin ilk 10 değeri Tablo 1.1 de verilmiştir.

Daha önce açıklandığı gibi, Hartley dönüşümü ile elde edilen çift fonksiyonlar ( $H_e(w)$ ) Fourier dönüşümü ile elde edilen gerçel bileşene ( $ReF(iw)$ ), tek fonksiyonlar ( $H_o(w)$ ) ise sanal bileşene ( $ImF(iw)$ ) eşit olduğu görülmektedir. Bu yüzden bu iki yöntemde elde edilecek genlik spektrumlarında birbirine eşit olmak zorundadır. Şöyleki; Hartley dönüşümü için genlik spektrumu;

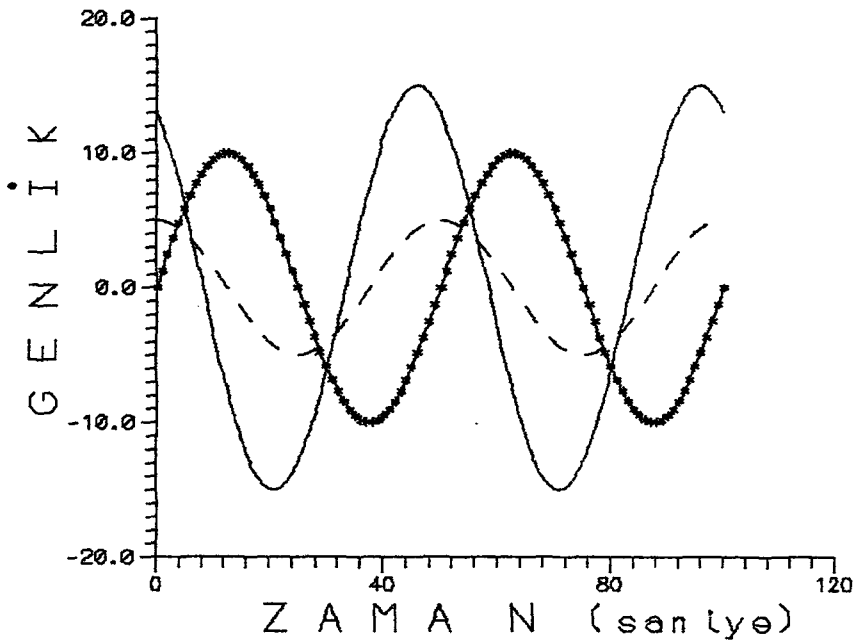
$$|H(w)| = (H_e(w)^2 + H_o(w)^2)^{1/2} \quad (1.39)$$

Fourier dönüşümü için genlik spektrumu;

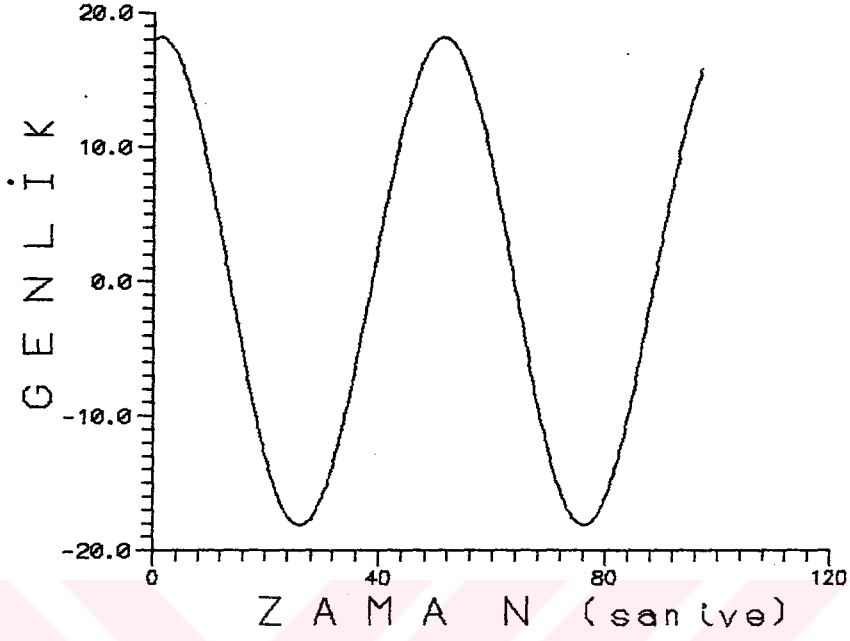
$$|F(w)| = (ReF(iw)^2 + ImF(iw)^2)^{1/2} \quad (1.40)$$

şeklinde tanımlanır. İki yöntemle elde edilen genlik spektrumlarının nyquist frekansına kadar olan değerleri şekil 1.7 ve şekil 1.8 de verilmiştir.

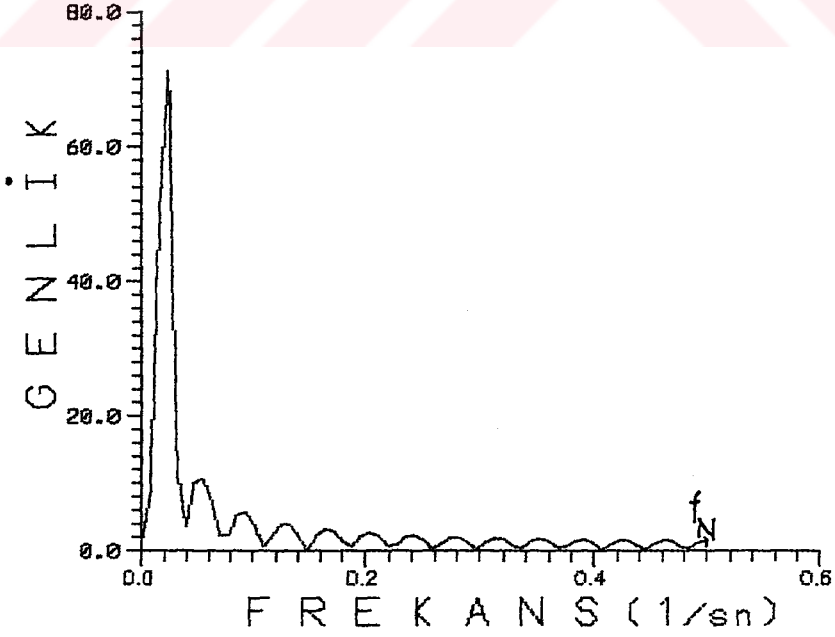
Modellemede daha hızlı bir algoritmaya sahip olan Hartley dönüşümü, spektral analiz için ise bilgisayarlara kodlanması daha kolay olan Fourier dönüşümü tercih edilir.



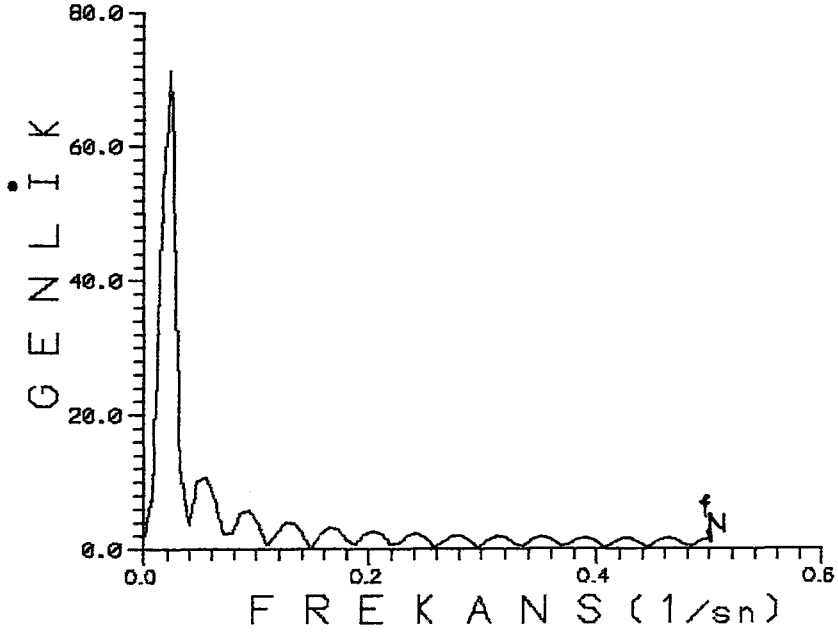
Şekil 1.5. Değişik kosinüs ve sinüs dalgacıkları.



Şekil 1.6. Değişik kosinüs ve sinüs dalgacıklarının toplanması ile elde edilen toplam dalgacık.



Şekil 1.7. Toplam dalgacığın Fourier dönüşümü ile elde edilen genlik spektrumu.



Şekil 1.8. Toplam dalgacığın Hartley dönüşümü ile elde edilen genlik spektrumu.

Tablo 1.1. Toplam dalgacığın Hartley dönüşümü alınması ile elde edilen tek ve çift değerler; Fourier dönüşümü alınması ile elde edilen gerçel ve sanal bileşenler.

H( $\omega$ )		F( $i\omega$ )	
$H_e(\omega)$	$H_o(\omega)$	ReF( $i\omega$ )	ImF( $i\omega$ )
1.59	0.00	1.59	0.00
8.35	3.45	8.35	3.45
18.49	47.42	18.49	47.42
26.03	-66.34	26.03	-66.34
16.80	5.44	16.80	5.44
-3.50	-0.68	-3.50	-0.68
-6.11	-7.97	-6.11	-7.97
0.51	-1.07	0.51	-1.07
5.05	-5.45	5.05	-5.45
2.32	-0.26	2.32	-0.26

## BÖLÜM 2

### AKUSTİK DALGA DENKLEMİNİN SAYISAL YÖNTEMLERLE ÇÖZÜMÜ

Karmaşık yeraltı yapısına ait bir sismogramı dalga denklemini çözümlenerek modellemek için , analitik çözümün bulunamadığı durumlarda doğrudan sayısal çözümlenme yöntemlerine başvurulur. Akustik dalga denkleminin sonlu farklar, Fourier ve Hartley dönüşümü ile çözümü büyük hız ve bellek kapasitesine sahip bilgisayarlara ihtiyaç duyar. Bu yöntemler, karmaşık ortamların modellenmesine imkan verdiklerinden, hız ve bellek kapasiteleri ihmal edilebilir. Ancak günümüzde bilgisayar alanındaki son gelişmeler bu dezavantajı ortadan kaldırmıştır.

Bu bölümde akustik dalga denkleminin sonlu farklar, Fourier ve Hartley dönüşümü ile sayısal çözümü açıklanacaktır.

#### 2.1. Akustik Dalga Denkleminin Sonlu Farklarla Çözümü

Sonlu farklar yöntemi ile diferansiyel denklem çözümü açık ve kapalı tasarım olmak üzere iki grupta toplanabilir. Açık tasarımda bir zaman adımı için grid noktalarındaki değerler tek tek birbirinden bağımsız olarak belirlenir. Kapalı tasarımda ise bir zaman adımına ait grid noktaları için matrisler oluşturulmakta ve bu matrislerin çözümü ile o zaman adımına ait değerler belirlenmektedir. Çözümlemede yaklaşık 500-1000 kadar zaman adımı ile çalışılmaktadır. Bu ise, bir bu kadar matrisin çözümünü gerektirmektedir[30]. Bu işlem fazla zaman ve bellek kapsadığından bu çalışmada daha kolay uygulanabilen açık tasarım yöntemi tercih edilmiştir.

### 2.1.1. İki Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Sonlu Farklarla Çözümü

Daha önce birinci bölümde (1.16) denklemi ile verilen iki boyutlu akustik dalga denkleminde yer alan türev eşitlikleri ileri yön sonlu farklar kullanılarak,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{i+1,j,k} - 2U_{i,j,k} + U_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{U_{i,j+1,k} - 2U_{i,j,k} + U_{i,j-1,k}}{\Delta z^2} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{U_{i,j,k+1} - 2U_{i,j,k} + U_{i,j,k-1}}{\Delta t^2} \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir [17]. Burda,  $\Delta t$  zaman örnekleme aralığını,  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  sırası ile  $x$  ve  $z$  yönündeki örnekleme aralıklarıdır. Yapılacak işlemlerin daha kolay ve hızlı olması için  $\Delta x = \Delta z = h$  olarak alınmalıdır. Ayrıca  $i, j, k$  sırası ile  $x$  (açılım yönü),  $z$  (derinlik) ve  $t$  (zaman) parametrelerine karşı gelen indislerdir. Yukarıda verilen (2.1), (2.2) ve (2.3) denklemleri (1.16) de verilen dalga denkleminde yerine konursa,

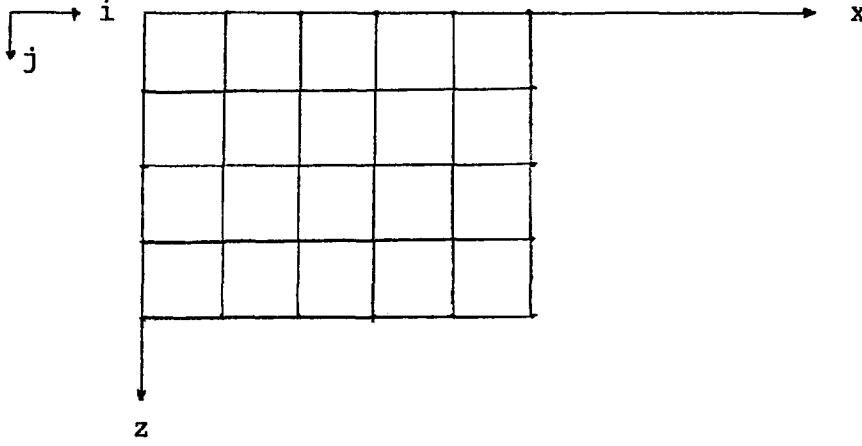
$$\begin{aligned} \frac{1}{v^2(x,z)} \frac{U_{i,j,k+1} - 2U_{i,j,k} + U_{i,j,k-1}}{\Delta t^2} = \\ \frac{U_{i+1,j,k} - 2U_{i,j,k} + U_{i-1,j,k}}{h^2} + \frac{U_{i,j+1,k} - 2U_{i,j,k} + U_{i,j-1,k}}{h^2} \\ + f(x,z,t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

elde edilir.  $P = \Delta t/h$  alınarak bu denklem yeniden düzenlenir ise,

$$U_{i,j,k+1} = 2(1-2P^2)U_{i,j,k} - U_{i,j,k-1} + P^2[U_{i+1,j,k} + U_{i-1,j,k} + U_{i,j+1,k} + U_{i,j-1,k}] + f(x,z,t) \quad (2.5)$$

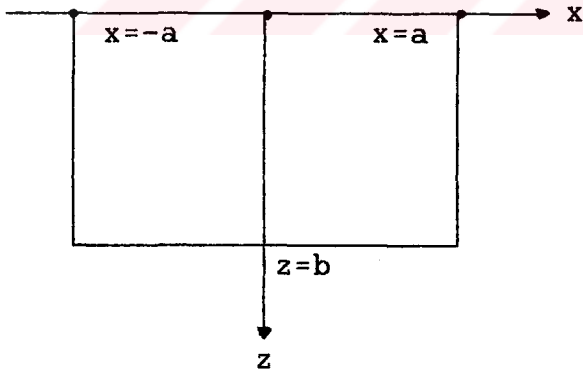


denklemini elde edilir [6]. Bu denklemin çözümünde kullanılacak olan grid ağı aşağıda verilmiştir.



Şekil 2.1. İki-boyutlu akustik dalga denkleminin çözümünde kullanılan grid ağı [23].

(2.5) denklemini aşağıda iki boyutlu ortam için fiziksel açıklaması verilen  $-a \leq x \leq a$ ,  $0 \leq z \leq b$  sınırları arasında çözülecektir.



Şekil 2.2. İki-boyutlu akustik dalga denkleminin çözümünde kullanılan sınırlar.

Çözüme başlarken bazı başlangıç şartlarının bilinmesi gerekir. Bunlar,

$$U(x, z, 0) = 0$$

$$\frac{\partial U(x, z, 0)}{\partial t} = 0$$

(2.6)

olarak alınmıştır. (2.6) ile verilen bu başlangıç şartları sonlu farklar cinsinden,

$$U_{i,j,0} = U_{i,j,1} = 0 \quad (2.7)$$

$$1 \leq i \leq I+1, 1 \leq j \leq J+1$$

şeklinde ifade edilebilir [6].

### 2.1.2. Üç Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Sonlu Farklarla Çözümü

Daha önce verilen (1.17) denklemi ile verilen üç boyutlu akustik dalga; denklemindeki türev eşitlikleri sonlu farklar cinsinden,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{i+1,j,k,l} - 2U_{i,j,k,l} + U_{i-1,j,k,l}}{\Delta x^2} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{U_{i,j+1,k,l} - 2U_{i,j,k,l} + U_{i,j-1,k,l}}{\Delta y^2} \quad (2.9)$$

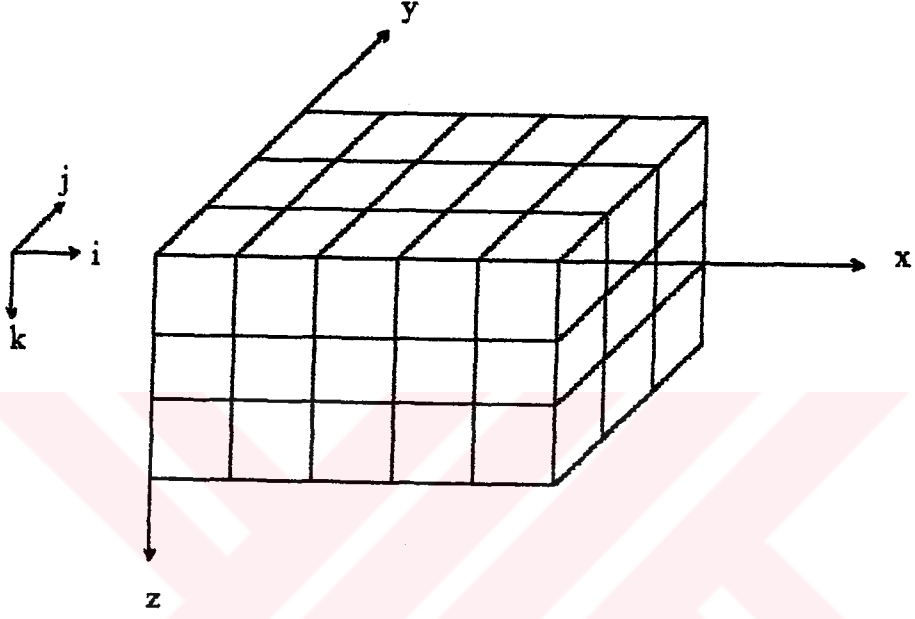
$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{U_{i,j,k+1,l} - 2U_{i,j,k,l} + U_{i,j,k-1,l}}{\Delta z^2} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{U_{i,j,k,l+1} - 2U_{i,j,k,l} + U_{i,j,k,l-1}}{\Delta t^2} \quad (2.11)$$

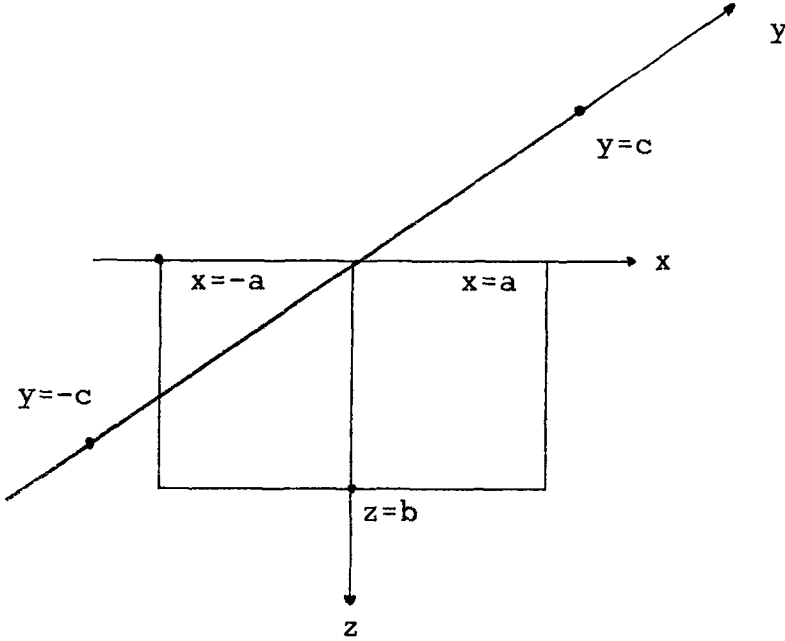
şeklinde yazılır. Bu (2.8), (2.9), (2.10) ve (2.11) denklemleri (1.17) de yerine konup ve  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$  ve  $P = v \Delta t / h$  alınarak yeniden düzenlenir ise;

$$U_{i,j,k,l+1} = 2(1-3P^2)U_{i,j,k,l} - U_{i,j,k,l-1} + P^2[U_{i+1,j,k,l} + U_{i-1,j,k,l} + U_{i,j+1,k,l} + U_{i,j-1,k,l} + U_{i,j,k+1,l} + U_{i,j,k-1,l}] + f(x,y,z,t) \quad (2.12)$$

denklemini elde edilir. Burada  $i, j, k, l$  sırası ile  $x, y, z$  ve  $t$  ye karşılık gelen indislerdir. Bu denklemin çözümünde kullanılan grid ağı Şekil 2.3. de ve çözüm sınırları Şekil 2.4 de verilmiştir. Bu sınırlar  $-a \leq x \leq a$ ,  $0 \leq z \leq b$  ve  $-c \leq y \leq c$  arasındadır.



Şekil 2.3. Üç-boyutlu akustik dalga denkleminin çözümünde kullanılan grid ağı.



Şekil 2.4. Üç-boyutlu dalga denkleminin çözümünde kullanılan sınırlar.

(2.12) denkleminin çözümünde başlangıç olarak,

$$U_{i,j,k,0} = U_{i,j,k,1} = 0 \quad (2.13)$$

alınmaktadır.

## 2.2. Akustik Dalga Denkleminin Fourier ve Hartley Dönüşümü ile Çözümü

Daha önce birinci bölümde açıklandığı gibi uzaklık ortamında gözlenmiş olan bir  $f$  fonksiyonunun Fourier dönüşümü ile ikinci türevi (1.27) ve Hartley dönüşümü ile (1.33) denklemleri ile verilmişti. Bu denklemlerden görüldüğü gibi iki yöntemde de alınacak olan türevler birbirine eşittir, sadece dönüşüm alınan metodlar farklıdır. Hartley dönüşümü sadece gerçel olarak yapılmaktadır, Fourier dönüşümü ise hem gerçel hemde sanal olarak yapılmaktadır. Bu sebepten dolayı, Fourier dönüşümü ile yapılan modellemeler daha uzun zaman alacaktır. Bu iki yöntemle yapılacak olan modelleme sonuçları aynı olmak zorundadır. Bu her iki yöntemde aynı şekilde uygulandığından açıklamalar iki yöntem için birlikte verilecektir.

### 2.2.1. İki Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Hartley ve Fourier Yaklaşımı ile Çözümü

İki boyutlu akustik dalga denklemi, sonlu farklarla çözümlenerek modelleme yapılırken tüm türev eşitlikleri ileri yön sonlu farklarla alınmakta idi. Hartley ve Fourier metodu ile modelleme yaparken uzaysal ( $\partial^2 U / \partial x^2$  ve  $\partial^2 U / \partial z^2$ ) türevler Fourier ve Hartley dönüşümü ile zamansal türev ise ( $\partial^2 U / \partial t^2$ ) sonlu farklarla alınmaktadır.  $\partial^2 U / \partial t^2$  türevi sonlu farklarla (2.3) denklemi ile verilmişti. Diğer türev eşitlikleri;

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -k_x^2 F(k_x) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -k_x^2 H(k_x) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -k_z^2 F(k_z) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -k_z^2 H(k_z) \quad (2.17)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $k_x$  ,  $k_z$  sırası ile x ve z yönleri için dalga sayısını göstermektedir. Fourier ve Hartley dönüşümü için (1.16) denkleminin sol tarafındaki türev operatörleri ( $\partial^2 U / \partial x^2 + \partial^2 U / \partial z^2$ ) ,

$$\text{TÜREV}_U(i,j) = -k_x^2 F(k_x) - k_z^2 F(k_z) \quad (2.18a)$$

$$\text{TÜREV}_u(i,j) = -k_x^2 H(k_x) - k_z^2 H(k_z) \quad (2.18b)$$

şeklinde ifade edilebilir. Fourier dönüşümü ile modelleme yapılırken (2.18a), Hartley dönüşümü ile modelleme yapılırken (2.18b) denklemi ve (2.3) denklemi (1.16) ile verilen akustik dalga denkleminde yerine konursa,

$$\frac{1}{v^2(x,z)} \frac{U_{i,j,k+1} - 2U_{i,j,k} + U_{i,j,k-1}}{\Delta t^2} = \text{TÜREV}_U(i,j) + f(x,z,t) \quad (2.19)$$

elde edilir. Bu son ifade yeniden düzenlenirse,

$$U_{i,j,k+1} = v^2(x,z) \Delta t^2 (\text{TÜREV}_U(i,j) + f(x,z,t)) + 2U_{i,j,k} - U_{i,j,k-1} \quad (2.20)$$

denklemi elde edilir [12]. (2.20) denkleminin gerek Fourier gerekse Hartley dönüşümü ile çözerken, sonlu farklarla çözüm bölümünde verilen grid ağı (Şekil 2.1) kullanılmaktadır. Ayrıca (2.7) denklemi ile verilen başlangıç koşulu bu yöntemler için de geçerlidir.  $\partial^2 U / \partial x^2$  türevi alınırken x eksenine paralel grid noktaları seçilerek x dizileri oluşturulur. Daha sonra dönüşüm alınarak elde edilen değerler  $-k_x^2$  çarpılıp ters dönüşüm alınarak uzay ortamına geçilir.  $\partial^2 U / \partial z^2$  türevide benzer şekilde alınır. z eksenine paralel gridler

seçilir ve dönüşüm alınarak bulunan değerler  $-k_z^2$  ile çarpılır, daha sonra ters dönüşüm alınarak tekrar uzay ortamına dönülür [17]. Daha sonra bu iki türev değerleri toplanarak TUREV\_U(i,j) değerleri (Fourier dönüşümü için (2.18a), Hartley dönüşümü için (2.18b) denklemleri) belirlenir.  $\partial^2 U / \partial t^2$  türevi ise sonlu farklarla modelleme kısmında (2.3) denklemi ile açıklandığı gibi alınır ve bu değerler (2.20) denkleminde yerine konarak ilk zaman adımı için grid ağı üzerindeki değerler belirlenir. Bu işlemler tüm zaman adımları için tekrarlanarak modelleme tamamlanır.

### 2.2.2. Üç Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Hartley ve Fourier Yaklaşımı ile Çözümü

Daha önce (1.17) denklemi ile verilen üç boyutlu akustik dalga denklemindeki  $\partial^2 U / \partial t^2$  türevi (2.11),  $\partial^2 U / \partial x^2$  ve  $\partial^2 U / \partial z^2$  türevleri Fourier ve Hartley dönüşümü ile (2.14), (2.15), (2.16), (2.17) denklemleri ile verilmişti.  $\partial^2 U / \partial y^2$  türevi ise;

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -k_y^2 F(k_y) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -k_y^2 H(k_y) \quad (2.22)$$

şeklinde tanımlanır. Burada,  $k_y$  y yönündeki dalga sayısını göstermektedir. İki boyutlu modellemede olduğu gibi, üç boyutlu modellemede de (2.11) denkleminin sol tarafındaki türevler Fourier veya Hartley dönüşümü ile sağ taraftaki  $\partial^2 U / \partial t^2$  türevi sonlu farklarla alınır. Sol taraftaki türevler Fourier metodu için,

$$\text{TUREV\_U}(i,j,k) = -k_x^2 F(k_x) - k_y^2 F(k_y) - k_z^2 F(k_z) \quad (2.23a)$$

Hartley metodu için;

$$\text{TUREV\_U}(i,j,k) = -k_x^2 H(k_x) - k_y^2 H(k_y) - k_z^2 H(k_z) \quad (2.23b)$$

şeklinde yazılabilir. Fourier metodu ile modelleme yaparken (2.23a), Hartley metodu ile modelleme yaparken (2.23b) ve (2.11) denklemi (1.17) de yerine konup yeniden düzenlenir ise;

$$U_{i,j,k,l+1} = v^2(x,y,z)\Delta t^2(\text{TÜREV}_U(i,j,k)) + f(x,y,z,t) + 2U_{i,j,k,l-1} - U_{i,j,k,l-1} \quad (2.24)$$

denklemi elde edilir[29].

Üç boyutlu modellemede x ve z yönündeki türevler iki boyutlu modellemede olduğu gibi alınır. y yönündeki  $\partial^2 U / \partial y^2$  türevi alınır iken y eksenine paralel gridler oluşturulur, bu değerlerin dönüşümü alınarak elde edilen değerler  $-k_y^2$  ile çarpılır ve daha sonra ters dönüşüm alınarak tekrar uzay ortamına dönülür. Her bir zaman adımında Fourier için (2.23a) veya Hartley için (2.23b) denklemleri ile alınan uzaysal türevler (2.24) de yerine konarak modelleme tamamlanır.

### BÖLÜM 3

#### AKUSTİK DALGA DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ İÇİN SINIR ŞARTLARI

Dalga denklemini sayısal çözerek yapay sismogram modellenmesinde karşılaşılan güçlüklerden birisi, uygun sınır şartlarının seçilmesidir. Sismogram hesaplarında yeraltı modelinin yatay ve düşey yönde sınırlanması gerekmektedir. Eğer uygun sınır şartları kullanılmaz ise, yatay ve düşey yönde yapay süreksizlikler oluşacaktır. Bu yapay süreksizliklere "Sınır (Kenar) Yansımaları" adı verilmektedir [4].

Sınır yansımalarını bastırmak için değişik yöntemler önerilmiştir. Bu yöntemler genellikle, iki şekilde uygulanmaktadır. Birinci yöntemde, dalga denklemi sağa, sola ve aşağı doğru giden dalga alanlarına ayrılmakta ve sınırdaki değerler bu sınırlara doğru giden düzlem dalgalardan belirlenmektedir [6,24]. Bu yöntem sonlu farklarla yapılan çözümlere uygulanmaktadır. İkinci yöntem ise, dönüşüm alınarak yapılan modellemelere uygulanmakta olup, grid kenarlarını uygun bir pencere ile pencerelemekten ibarettir [25]. Dalga alanlarını ayırarak uygulanan sınır şartları Fourier ve Hartley dönüşümü için kullanmak zordur. Çünkü, dönüşümler satır satır ve sütun sütun alındığından gridin başındaki ve sonundaki (sınır noktaları) değerlerde bu satır veya sütunlarda yer alacaktır. Sonlu farklarda ise sınırdaki değerler önceden belirlenmekte olup, daha sonra içteki noktalar belirlenmektedir. Pencereleme yöntemi sonlu farklarla modellemeye de kullanılabilir. Uygulamada kullanılan bu sınırları açıklamak için birinci yöntem sonlu farklara, ikinci yöntem ise Hartley ve Fourier dönüşümüne uygulanacak ve bu yöntemlerin nasıl uygulandığı açıklanacaktır.



### 3.1. Sonlu Farklar Yöntemi için Sınır Şartları

#### 3.1.1. İki Boyutlu Durum için Sınır Şartları

İki boyutlu akustik dalga denklemi  $-a \leq x \leq a$ ,  $0 \leq z \leq b$  ve  $t \geq 0$  için çözülecektir. Bu fiziksel sınırlar Şekil 2.2 'de verilmiştir.  $x = \pm a$  ve  $z = b$  de dalğanın kenarlardan yansımaya uğramaması için uygun sınır şartları seçilmelidir. Bu sınır şartları,

$$U(\pm a, z, t) = 0 \quad (3.1)$$

$$U(x, b, t) = 0$$

veya,

$$\frac{\partial U}{\partial x}(\pm a, z, t) = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z}(x, b, t) = 0$$

şeklinde alınabilir ve bu dalga denkleminin bir çözümü;

$$U(x, z, t) = e^{i(\omega t - kx \cos \theta + kz \sin \theta)} + R e^{i(\omega t + kx \cos \theta + kz \sin \theta)} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Burada  $\theta$  x eksenini ile dalga cephesi arasındaki açı ve R yansımaya katsayısıdır. Bu eşitlik (3.1) veya (3.2) da yerine konup R için çözülecek olursa, yansımaya katsayısı 1 olacaktır. Bu ise gelen dalğanın tamamen sınırdan geri yansımaya uğradığını göstermektedir. Bu yansımaları bastırmak için, uygun sınır şartları seçilmelidir. Dalga alanı kaynaktan itibaren sağa, sola ve aşağı doğru giden dalga alanlarına ayrılacak olursa, sola doğru giden bir düzlem dalga alanı,

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[ \frac{p}{v} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right] U = 0$$

$$x = -a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad 0 < t \leq T \quad (3.4)$$

sağa doğru giden bir düzlem dalga alanı ise,

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[ \frac{P}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right] U = 0$$

$$x = a \quad , \quad 0 \leq z \leq b \quad , \quad 0 < t \leq T \quad (3.5)$$

ve aşağı doğru giden bir düzlem dalga alanı,

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right] \left[ \frac{P}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right] U = 0$$

$$-a \leq x \leq a \quad , \quad z = b \quad , \quad 0 < t \leq T \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlanır [6]. Burada  $P=v\Delta t/h$  dir. (3.3) de verilen  $U(x,z,t)$  çözümü (3.4), (3.5) veya (3.6) de yerine konup R için çözülür ise, yansımaya katsayısı sıfır olacaktır. Bu ise, sınır şartlarının doğruluğunu göstermektedir. (3.4), (3.5), (3.6) denklemleri sonlu farklar cinsinden sırası ile şu şekilde yazılabilir [6].

$$U_{1,j,k+1} = U_{1,j,k} + U_{2,j,k} - U_{2,j,k-1} + P [U_{2,j,k} - U_{1,j,k} - (U_{3,j,k-1} - U_{2,j,k-1})]$$

$$2 \leq j \leq J, \quad 2 \leq k \leq K \quad (3.7)$$

$$U_{I+1,j,k+1} = U_{I+1,j,k} + U_{I,j,k} - U_{I,j,k-1} + P [U_{I+1,j,k} - U_{I,j,k} - (U_{I,j,k-1} - U_{I-1,j,k-1})]$$

$$2 \leq j \leq J, \quad 2 \leq k \leq K \quad (3.8)$$

$$U_{i,J+1,k+1} = U_{1,J+1,k} + U_{2,J,k} - U_{2,J,k-1} + P [U_{2,J+1,k} - U_{1,J,k} - (U_{3,J,k-1} - U_{2,J-1,k-1})]$$

$$2 \leq j \leq J, \quad 2 \leq k \leq K \quad (3.9)$$

### 3.1.2. Üç Boyutlu Durum İçin Sınır Şartları

Üç boyutlu durumda da iki boyutlu duruma benzer şekilde dalga alanı  $x$  ve  $y$  yönünde sağa ve sola,  $z$  yönünde ise aşağı giden dalga alanlarına ayırılarak sınırdaki değerler bulunur.

$x$  yönündeki dalga alanları;

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[ \frac{p}{v} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right] U = 0$$

$$x = -a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad -c \leq y \leq c, \quad 0 < t \leq T \quad (3.10)$$

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[ \frac{p}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right] U = 0$$

$$x = a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad -c \leq y \leq c, \quad 0 < t \leq T \quad (3.11)$$

$y$  yönündeki dalga alanları;

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \right] \left[ \frac{p}{v} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \right] U = 0$$

$$-a \leq x \leq a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad y = -c, \quad 0 < t \leq T \quad (3.12)$$

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \right] \left[ \frac{p}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \right] U = 0$$

$$-a \leq x \leq a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad y = c, \quad 0 < t \leq T \quad (3.13)$$

ve  $z$  yönünde aşağı giden dalga alanı;

$$\left[ \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right] \left[ \frac{p}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right] U = 0$$

$$-a \leq x \leq a, \quad z = b, \quad -c \leq y \leq c, \quad 0 < t \leq T \quad (3.14)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemler sonlu farklar cinsinden,

$$U_{1,j,k,l+1} = U_{1,j,k,l} + U_{2,j,k,l} - U_{2,j,k,l-1} + P[U_{2,j,k,l} - U_{1,j,k,l} - (U_{3,j,k,l-1} - U_{2,j,k,l-1})]$$

$$2 \leq j \leq J, 2 \leq k \leq K, 2 \leq l \leq L \quad (3.15)$$

$$U_{I+1,j,k,l+1} = U_{I+1,j,k,l} + U_{I,j,k,l} - U_{I,j,k,l-1} + P[U_{I+1,j,k,l} - U_{I,j,k,l} - (U_{I,j,k,l-1} - U_{I-1,j,k,l-1})]$$

$$2 \leq j \leq J, 2 \leq k \leq K, 2 \leq l \leq L \quad (3.16)$$

$$U_{i,1,k,l+1} = U_{i,1,k,l} + U_{i,2,k,l} - U_{i,2,k,l-1} + P[U_{i,2,k,l} - U_{i,1,k,l} - (U_{i,3,k,l-1} - U_{i,2,k,l-1})]$$

$$2 \leq i \leq J, 2 \leq k \leq K, 2 \leq l \leq L \quad (3.17)$$

$$U_{i,J+1,k,l+1} = U_{i,J+1,k,l} + U_{i,J,j,k,l} - U_{i,J,k,l-1} + P[U_{i,J+1,j,k,l} - U_{i,J,k,l} - (U_{i,J,k,l-1} - U_{i,J-1,k,l-1})]$$

$$2 \leq i \leq J, 2 \leq k \leq K, 2 \leq l \leq L \quad (3.18)$$

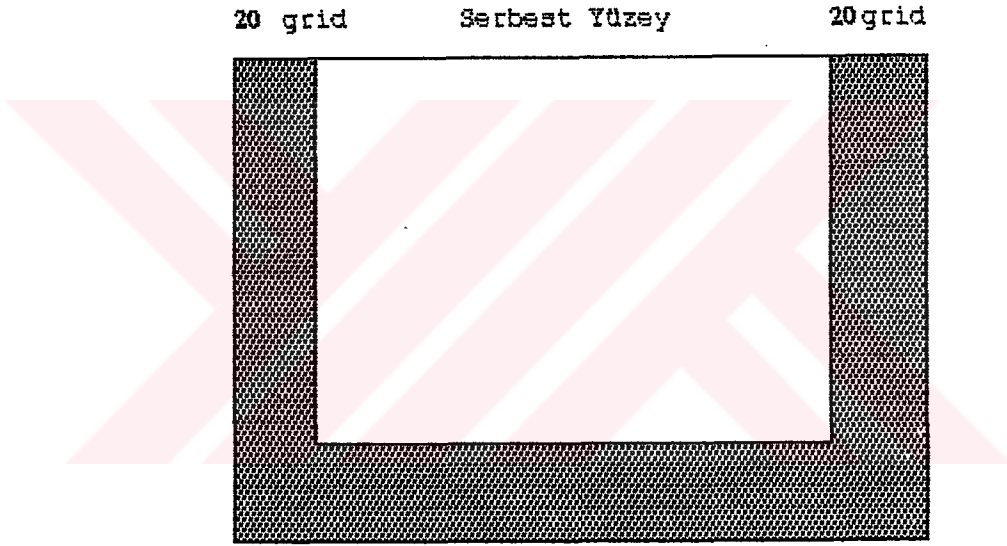
$$U_{i,j,K+1,l+1} = U_{1,j,K+1,l} + U_{2,j,K,l} - U_{2,j,K,l-1} + P[U_{2,j,K+1,l} - U_{1,j,K,l} - (U_{3,J,K,l-1} - U_{2,j,K-1,l-1})]$$

$$2 \leq i \leq J, 2 \leq k \leq K, 2 \leq l \leq L \quad (3.19)$$

şeklinde yazılabilir.

### 3.2. Fourier ve Hartley Dönüşümü için Sınır Şartları

Fourier ve Hartley dönüşümü ile modelleme yaparken kenar yansımalarını bastırmak için verilerin pencerelemesi yaygın olarak kullanılmaktadır. Modeli pencerelemek demek; istenilen gride kadar bir duvar çekip duvarın dışındaki kısımların atılması anlamına gelir. Örneğin, Şekil 3.1 de sol, sağ ve alttaki sınırlar için 20 şer gridlik duvarlar kullanılmış ve bu duvarların dışında kaldığı için atılan kısım Şekil 3.1 de (taralı bölge) olarak gösterilmiştir.

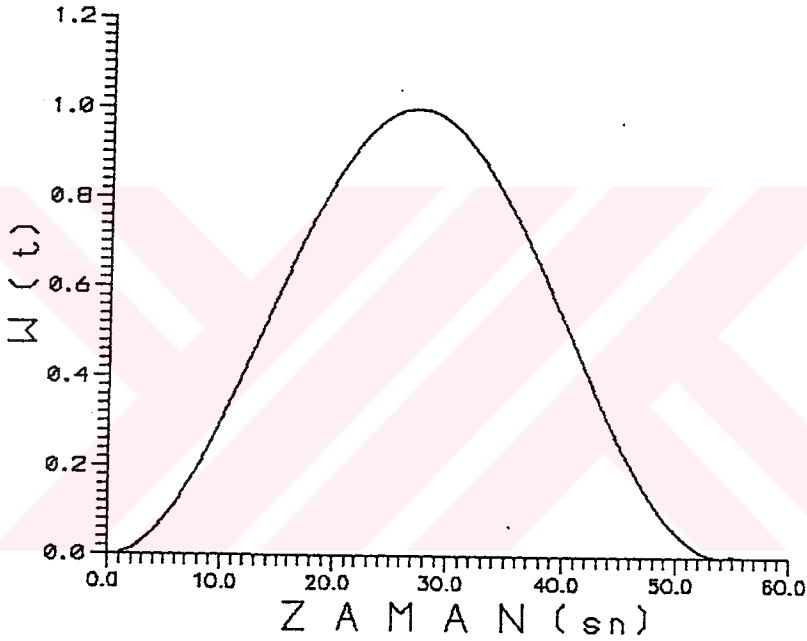


Şekil 3.1. Sınır yansımalarını bastırmak için kullanılan grid dağılımı [25].

Pencere fonksiyonu olarak Hanning, Hamming, Blackman, üçgen vb. pencere fonksiyonlarından birisi kullanılabilir. Bu çalışmada Hanning penceresi kullanılmıştır. Zaman ortamında Hanning penceresi,

$$W(t) = \begin{cases} 0.5 + 0.5 \cos \frac{2\pi t}{T}, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases} \quad (3.24)$$

denklemleri ile tanımlanır [26]. Burada  $t$  zaman,  $T$  ise periyodu göstermektedir. Şekil 3.2 de örnekleme aralığı 1 sn olan bir Hanning penceresi verilmiştir. Pencereleme zaman ortamında çarpma, frekans ortamında ise konvolüsyon işlemine karşılık gelmektedir. İki boyutlu modelin sol, sağ ve altından gelecek yansımaları bastırmak için, her bir zaman adımında (2.20) denklemi ile belirlenen değerler pencere fonksiyonu ile çarpılır.



Şekil 3.2. Zaman ortamında elde edilen Hanning Penceresi.

İki boyutlu modellemede kenar yansımalarını bastırmak için modelin  $x$  ve  $y$  yönündeki değerleri pencerelenir. Üç boyutlu modellemede ise her bir  $y$  adımı için  $x$  ve  $z$  değerleri pencerelenir, yani  $y$  adet  $xz$  düzlemi bu işleme tabi tutulur.

## BÖLÜM 4

### AKUSTİK DALGA DENKLEMİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ İÇİN KARARLILIK ŞARTI VE GRID DISPERSİYONU

Akustik dalga denkleminin sayısal çözümünde bazı şartlarının yerine getirilmesi gerekir. Uzaysal örnekleme aralıkları ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ) ile zaman örnekleme aralıklarının seçimi bazı kriterlere bağlıdır. Bu kriterlerin dışına çıkıldığında elde edilmesi gereken değerlerden daha değişik değerler elde edilecek ve modellenmesi düşünülen yapının vereceği sismogramlar elde edilemeyecektir.

Dalga hızının frekansa bağlı olarak değişmesine " Dispersiyon" adı verilmektedir. Dalga yayılımı artan seyahat zamanı ile saçılmış duruma gelir, bu olaya " Grid Dispersiyonu " adı verilir [5]. Grid dispersiyonundan kurtulmak için, bir dalga boyunun çözümlenmesinde yeteri kadar grid kullanılmalıdır. Bunun için ilerleyen dalga cephesinin dalga boyu olarak uzaysal örnekleme sayısının yeterli olması gerekir. Ortamda ilerleyen dalga cephesi  $\lambda = v/f_p$  dalga boyuna sahiptir. Burada  $f_p$ , kaynak fonksiyonunun pik frekansına karşılık gelen frekanstır.  $\lambda/h$  ( $h$ : grid aralığı) oranının seçimi grid dispersiyonunu yok etmede önemlidir.

#### 4.1. Sonlu Farklar için Kararlılık Şartı

##### 4.1.1 İki Boyutlu Durum için Kararlılık Şartı

Daha önce iki boyutlu akustik dalga denkleminin sonlu farklarla ifadesi (2.5) denklemi ile verilmişti. Bu denklemde yer alan  $P$ ,  $v\Delta t/h$  değerine sahiptir. Kararlı çözümlerin elde edilebilmesi için  $1-2P^2$  değeri sıfırdan küçük veya sıfıra eşit olmalıdır.  $1-2P^2 \leq 0$  dan  $P \leq 1/\sqrt{2}$  bulunur.  $P$  değeri uygulamada negatif değerler alamayacağından kararlı çözümler elde etmek için,

$$\frac{v\Delta t}{h} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

olmalıdır. Şöyle ki; (1.16) ile verilen iki boyutlu akustik dalga denkleminin bir çözümü,

$$U_{i,j,k} = e^{i\alpha x} e^{i\beta z} e^{i\gamma t} \quad (4.1)$$

şeklindedir. Burada x ve z gerçel, t ise kompleks ( $t=\mu+i\delta$ ) bir büyüklüktür. (4.1) denklemini (1.16) de yerine konup yeniden düzenlenir ise,

$$\sin^2 \frac{t}{2} = P^2 \left( \sin^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{z}{2} \right) \quad (4.2)$$

denklemini elde edilir [27].  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha / 2$  şeklinde bir dönüşüm yapılarak ve x, z, t sıfır alınır ise,

$$1 - 2P^2 = 0$$

elde edilir. Buradan  $P = \pm 1/\sqrt{2}$  elde edilir. Kararlı çözümler için  $P \leq 1/\sqrt{2}$  olmalıdır. Eğer  $P > 1/\sqrt{2}$  alınır ise kompleks kökler ortaya çıkacak ve negatif imajiner kök i ve j nin sonsuza gitmesi şeklinde üstel artan bir çözüm oluşturacaktır.

#### 4.1.2. Üç Boyutlu Durum İçin Kararlılık Şartı

Üç boyutlu durum için kararlılık şartı iki boyutlu çözüm için elde edilen kararlılık şartına benzer şekilde elde edilebilir. Daha önce üç boyutlu akustik dalga denkleminin sonlu farklarla ifadesi (2.12) denklemini ile verilmişti. Kararlı çözümlerin elde edilebilmesi için  $1 - 3P^2$  değeri sıfırdan küçük veya sıfıra eşit olmalıdır.  $1 - 3P^2 \leq 0$  dan  $P \leq 1/\sqrt{3}$ , P değeri uygulamada negatif değerler alamayacağından kararlı çözümler elde etmek için,

$$\frac{v\Delta t}{h} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$



olmalıdır. Şöyle ki; (1.17) ile verilen üç boyutlu akustik dalga denkleminin bir çözümü,

$$U_{i,j,k} = e^{iix} e^{ijy} e^{ikz} e^{ikt} \quad (4.3)$$

şeklindedir. (4.3) denklemi (1.17) de yerine konup yeniden düzenlenir ise,

$$\sin^2 \frac{t}{2} = P^2 \left( \sin^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{y}{2} + \sin^2 \frac{z}{2} \right) \quad (4.4)$$

denklemi elde edilir [27].  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha / 2$  şeklinde bir dönüşüm yapıлып ve x,y,z ve t sıfır alınır ise,  $1 - 3P^2 = 0$  elde edilir. Buradan  $P = \pm 1/\sqrt{3}$  elde edilir. Kararlı çözümler için  $P \leq 1/\sqrt{3}$  olmalıdır. Eğer  $P > 1/\sqrt{3}$  alınır ise kompleks kökler ortaya çıkacak ve negatif imajiner kök i ve j nin sonsuza gitmesi şeklinde üstel artan bir çözüm oluşturacaktır.

#### 4.2. Fourier ve Hartley Dönüşümü için Kararlılık Şartı

Sonlu farklar yönteminde olduğu gibi Fourier ve Hartley metodundada kararlı çözümler elde etmek için bazı şartların sağlanması gerekir. Daha önceki bölümlerde Fourier dönüşümünün modelleme konusunda sahip olduğu özelliklerin Hartley dönüşümü içinde geçerli olduğu açıklanmıştı, dolayısı ile kararlılık şartı ve grid dispersiyonu sözü geçen her iki yöntem içinde aynı olacaktır.

(1.16) ile verilen iki boyutlu akustik dalga denkleminin bir çözümü,

$$u = e^{ik_x x} e^{ik_z z} e^{i\omega t} \quad (4.5)$$

şeklindedir. Bu çözüm (1.16) denkleminde yerine konup yeniden düzenlenirse,

$$v \Delta t < \frac{2}{(k_x^2 + k_z^2)^{1/2}} \quad (4.6)$$

elde edilir. Daha önceki bölümlerde işlemlerde kolaylık sağlaması için grid aralıklarının eşit alınacağı ( $\Delta x = \Delta z = h$ ) açıklanmıştır.  $k_x$  ve  $k_z$  dalga sayılarının alabileceği en büyük değer Nyquist değeri olup, bunlar  $k_x = \pi/h$  ve  $k_z = \pi/h$  olarak ifade edilmektedir. Bu değerler kullanılarak,

$$P = \frac{v \Delta t}{h} < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

kararlılık şartı bulunmuş olur. Bu verilen şart iki boyutlu çözüm için elde edilmiştir, bu şart üç boyutlu modelleme içinde geçerlidir[29].

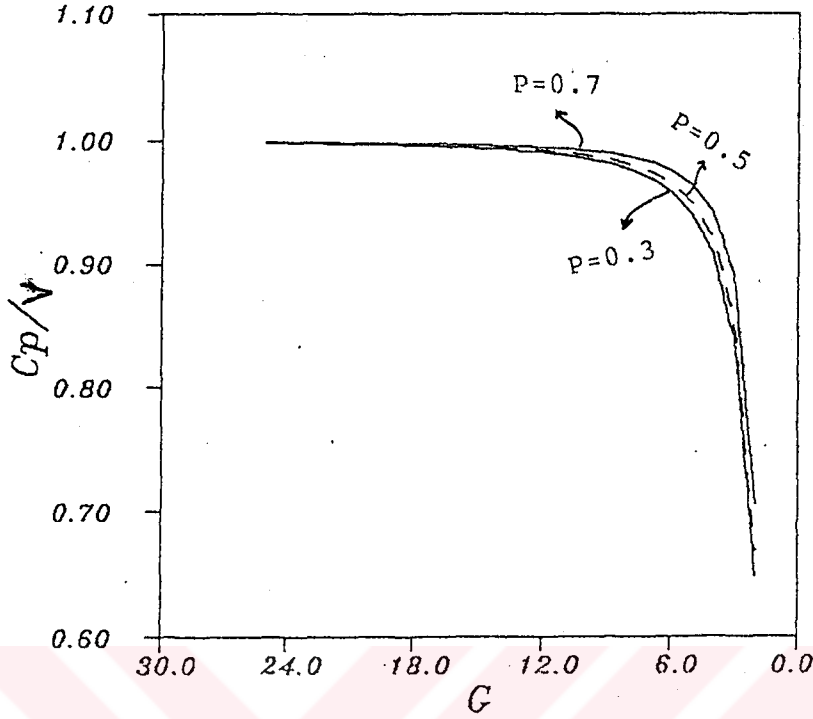
#### 4.3. Sonlu Farklar İçin Grid Dispersiyonu

Bir dalga treni üzerindeki bir noktanın hızı "Faz Hızı" ve tüm dalga treninin hızı "Grup Hızı" olarak adlandırılır. Sonlu farklar için faz hızı ile ortamın hızı arasındaki ilişki,

$$\frac{c_p}{v} = \frac{G}{P\pi} \sin^{-1} \left[ P \sin \frac{\pi}{G} \right] \quad (4.7)$$

denklemleri ile tanımlanır [4]. Burada G dalga boyu başına düşen grid sayısını,  $c_p$  faz hızını ve v ortamın hızını göstermektedir.  $c_p/v$  ile G arasındaki ilişki şekil 4.1 de verilmiştir. Dispersiyon ve soğurma olmadığı zaman  $c_p/v$  oranının 1 olması gerekir[31].

Bu şekilde  $P=0.7$ ,  $P=0.5$  ve  $P=0.3$  için bu ilişki eğrileri çizilmiştir.  $P=0.7$  için G nin 10 dan küçük değerlerinde bu ilişki eğrisi gittikçe 1 den uzaklaşmaktadır. Bu olay grid dispersiyonunu göstermektedir. Bu etkiyi gidermek için  $\lambda/h$  oranının 10 grid kadar veya daha büyük olması gerekir.



Şekil 4.1. Sonlu farklar için  $c_p/v$  ile  $G$  arasındaki ilişki [4].

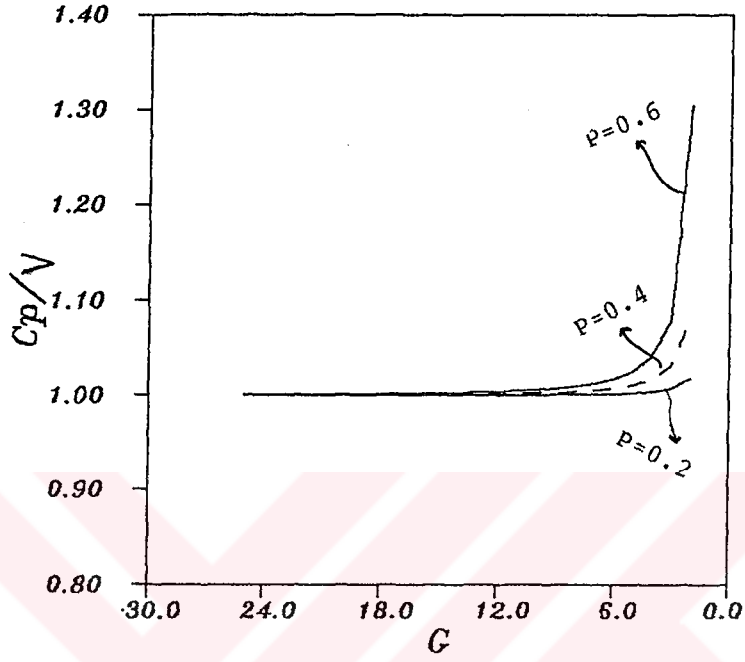
#### 4.4. Fourier ve Hartley için Grid Dispersiyonu

Fourier ve Hartley dönüşümü için faz hızı ile ortamın hızı arasında,

$$\frac{c_p}{v} = \frac{G}{P\pi} \sin^{-1} \left[ P \frac{\pi}{G} \right] \quad (4.8)$$

şeklinde bir ilişki vardır [10]. Bu ilişki  $P$  nin 0.6, 0.4, 0.2 değerleri için şekil 4.2 de çizilmiştir. Kararlılık şartı olan  $\sqrt{2}/\sqrt{\pi}$  için dağılımın büyük olduğu görülmektedir.  $P=0.2$  için dağılım yok denecek kadar azdır. Bunun için  $P$  nin 0.2 den daha küçük olması sonuçları daha duyarlı kılacaktır. Şekil 4.2 dan görüldüğü gibi bir dalga boyunun çözümlenmesinde sonlu farkların aksine 3,4 grid noktası yeterli olmaktadır. Bu işe sonlu farklarla modelleme yönteminin aksine daha az grid noktasının yeterli olacağını göstermektedir.

iki boyutlu modelleme için verilen grid dispersiyonu ilişkileri üç boyutlu modelleme içinde geçerli olacaktır[29].



Şekil 4.2. Fourier ve Hartley dönüşümü için  $C_p/v$  ile  $G$  arasındaki ilişki [10].

## BÖLÜM 5

### KAYNAK FONKSİYONLARI VE AYRIMLILIK

#### 5.1. Kaynak Fonksiyonları

Yapay sismogram modelleme çalışmalarında yeraltı yapısının ve kaynak fonksiyonunun bilinmesi gerekmektedir. (1.16) denkleminde yer alan  $f(x,z,t)$  iki boyutlu ortam için kaynak fonksiyonunu ve (1.17) denkleminde yer alan  $f(x,y,z,t)$  ise üç boyutlu ortam için kaynak fonksiyonunu göstermektedir.

Kaynak fonksiyonları enerji durumuna bağlı olarak minimum fazlı, sıfır fazlı ve maksimum fazlı olmak üzere üç grupta toplanır. Eğer enerji dalgacığının baş tarafında toplanmış ise "minimum fazlı", dalgacığının orta kısmında toplanmış ve dalgacık simetrik ise "sıfır fazlı" ve dalgacığının son tarafında toplanmış ise "maksimum fazlı" dalgacık olarak tanımlanır[33].

Bölüm 4 de açıklanan grid dispersiyonundan kurtulmak için frekans bandı kontrol edilebilen kaynak fonksiyonları kullanılmalıdır. Ayrıca bir sonraki ayrımlılık bahsinde de açıklanacağı gibi, ayrımlılığını artırmak ve girişmiş olan olayları birbirinden ayırmak için modelleme çalışmalarında sıfır fazlı dalgacıklar tercih edilir. Bunlardan Ricker, Gabor ve Gaussian dalgacıkları en çok kullanılanlarıdır. Bu dalgacıklar zaman ortamında şu şekilde tanımlanır;

Ricker dalgacığı[34],

$$f(t) = [1 - 2(f_p t)^2] \exp(-\pi f_p t)^2 \quad (5.1)$$

Burada  $f_p$ , pik frekansını göstermektedir.

Gabor dalgacığı[35],

$$f(t) = \exp(-(\omega_p t / \tau)) \cos(\omega_p t) \quad \tau = 1, 2, 3, 4 \quad (5.2)$$

Burada  $\omega_p$ , açısal pik frekansını ve  $\tau$ , sönüm sabitini göstermektedir.

Gaussian dalgacığı [35],

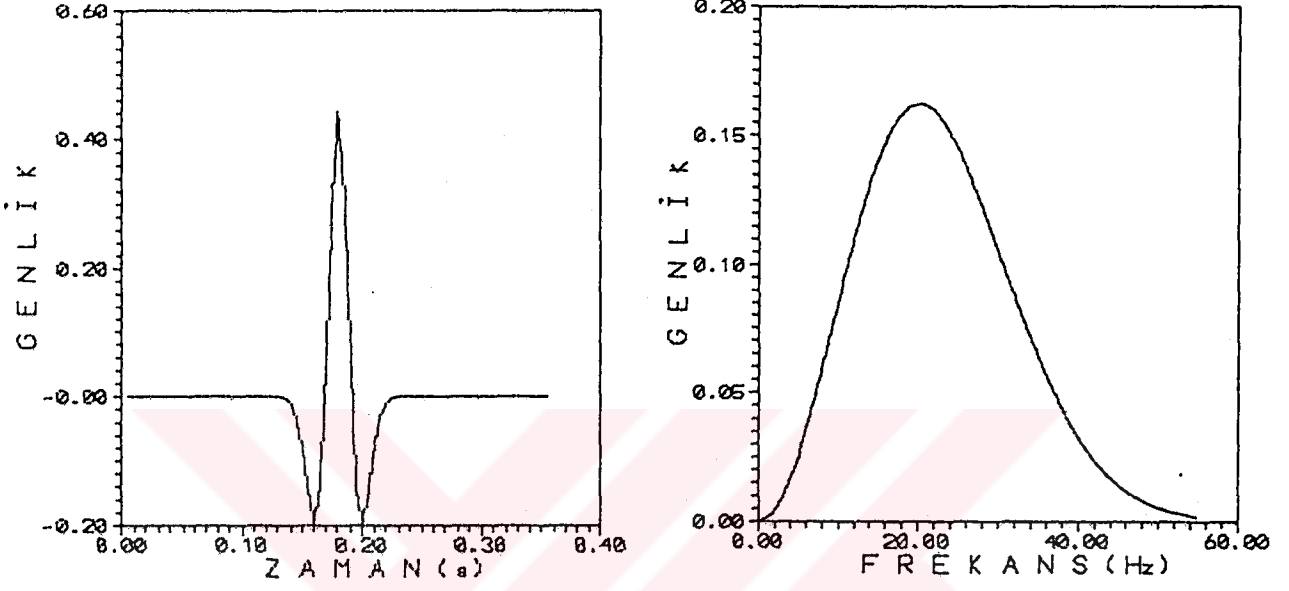
$$f(t) = \cos(2\pi f_p t) \exp(-2(\pi \Delta f t)^2) \quad (5.3)$$

Bu ifade de yer alan  $\Delta f$  spektrumun genişliğini göstermektedir.

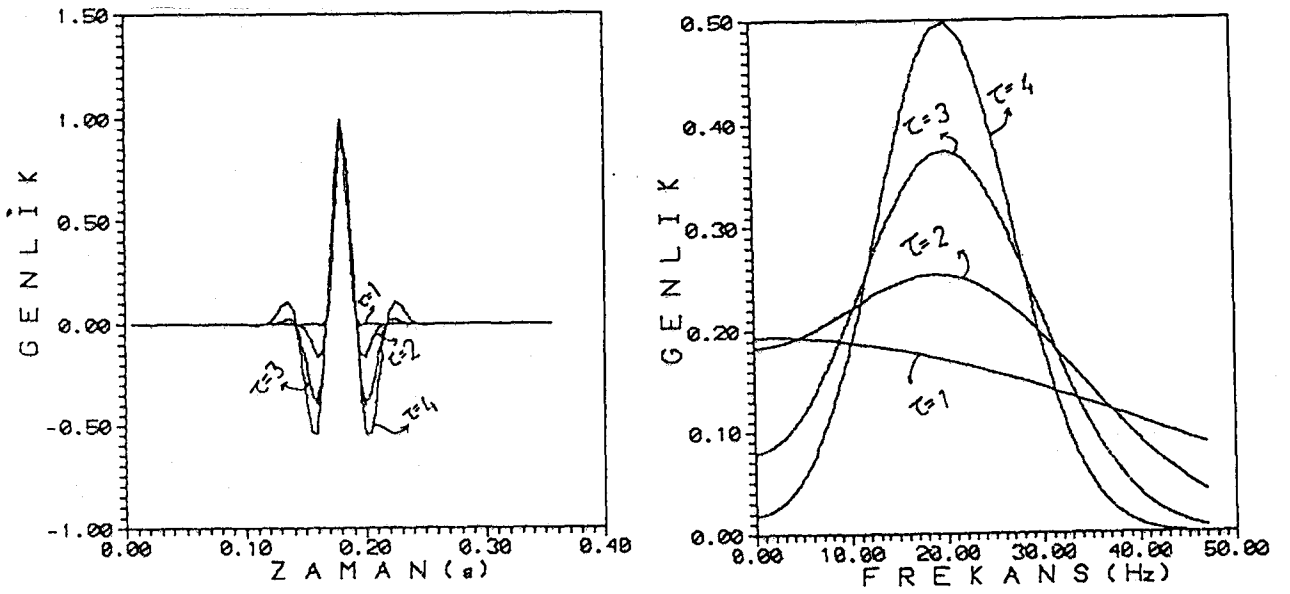
Pik frekansları 20 Hz ve örnekleme aralıkları 5 ms olan Ricker dalgacığı, çeşitli sönüm sabitleri için Gabor dalgacıkları ve Gaussian dalgacığı ve bunların genlik spektrumları Şekil 5.1, 5.2, 5.3 de verilmiştir.

Şekil 5.3 de görülen Gaussian dalgacığının yan salınımları fazladır ve bu dalgacık sismolojik amaçlı modelleme çalışmalarda kullanılabilir. Eğer bu dalgacık, sismik prospeksiyon amaçlı çalışmalarda kullanılır ise, özellikle ayrımlılık azalacak ve ince tabakalardan gelebilecek yansımalar belirlenemeyecektir. Şekil 5.1, 5.2 de verilen Ricker ve Gabor dalgacıkları prospeksiyon amaçlı modelleme çalışmalarında kullanılabilir. (4.1) denklemi ve Şekil 5.1 ile verilen Ricker dalgacığın da bir pik frekansı için sadece bir dalgacık elde edilebilmektedir. Oysa Şekil 5.2 den anlaşılacağı gibi, tek bir pik frekansı için sadece sönüm sabiti  $\tau$  yı değiştirerek çeşitli dalgacıklar elde edilebilmektedir. Görüldüğü gibi, sadece  $\tau$  yı değiştirerek Gabor dalgacığının yansalınımları ve band genişliği ayarlanabilmektedir.

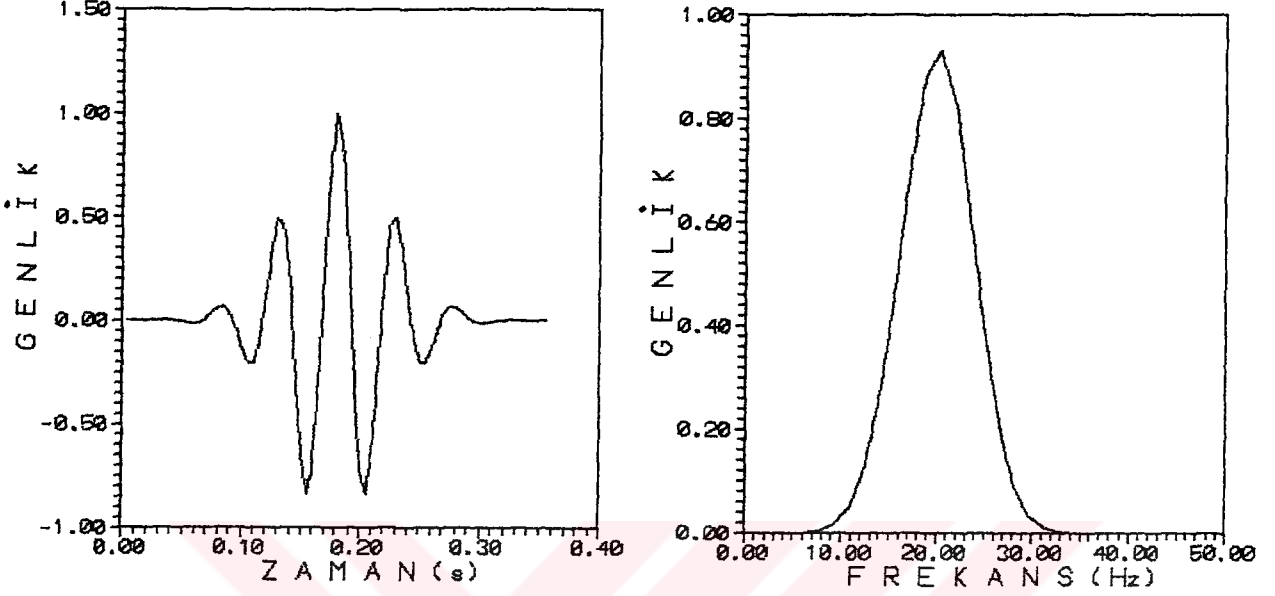
Prospeksiyon amaçlı sismik modelleme çalışmalarında ayrımlılık nedeni ile ve daha önce açıklanan sayısal modelleme çalışmalarında ortaya çıkabilecek grid dispersiyonundan kurtulmak için frekans bandı kontrol edilebilen sıfır fazlı dalgacıklar tercih edilir. Bu çalışmada yansalınımları ve band genişliği kontrol edilebilen sıfır fazlı bir dalgacık olan Gabor dalgacığı tercih edilmiştir.



Şekil 5.1. Ricker dalgacığının zaman ve frekans ortamındaki görünümü.



Şekil 5.2. Çeşitli  $\tau$  değerleri için elde edilmiş olan Gabor dalgacıklarının zaman ve frekans ortamındaki görünümleri.



Şekil 5.3. Gaussian dalgacığının zaman ve frekans ortamındaki görünümü.

Akustik dalga denklemini sonlu farklar, Fourier ve Hartley metodu ile çözerek yapılan modelleme çalışmalarında kullanılan programların akış diyagramları Ek-1 de verilmiştir.

## 5.2. Ayrımlılık

Birbirini izleyen iki olayın ayrılabilirdiği en küçük zaman yada uzaklığa "Zaman Ayrımlılığı" yada "Uzaklık Ayrımlılığı" adı verilir. Sismik yansıma yönteminde ayrımlılık; "Düşey Ayrımlılık" ve "Yatay Ayrımlılık" olmak üzere iki grupta incelenir. Düşey ayrımlılık, iki ayrı yansıma sinyalini gösteren iki dalgacığın birbirinden ayırt edilebilmesidir. Yatay ayrımlılık ise, yansımaya neden olan yansıtıcı yüzeyin büyüklüğüdür, buna "Fresnel Zon" adı verilir.

Sismogramların yorumlanmasında ayrımlılık önemli bir faktördür. Şöyle ki, yeraltında bulunan bir yapının kalınlığı, kaynağın frekansı ve yansıtıcı yüzeyin büyüklüğü ayrımlılığı etkileyecektir. Bu yüzden yorumlama aşamasında modellemeden faydalanılır.



Bilindiği gibi bir ortamda yayılan dalgacığın dalga boyu  $\lambda=v/f$  ile verilir. Burada  $v$  ortamın hızını ve  $f$  frekansı göstermektedir. Dalga boyu ortamın hızına ve frekansa bağlıdır. Çeşitli kalınlıklar ve büyüklüklerde yapılar göz önüne alınarak ve ayrıca kaynağın frekansı değiştirilerek sismogramlar üretilip, bu etkilerin ayrımlılığı nasıl etkilediği ve ayrımlılık sınırı bulunabilir. Bu sonuçlar göz önünde bulundurularak ayrımlılığın artırılması hedeflenir.

Burada, sismik yansıma prospeksiyonunda önemli bir kavram olan ayrımlılık detaylı bir şekilde ele alınacak ve bu konuda ileri sürülen kriterler açıklanacaktır.

### 5.2.1. Düşey Ayrımlılık

Yeraltında bulunan iki arayüzeyden gelen iki yansımanın birbirinden ayırt edilebilme yeteneği düşey ayrımlılıktır.  $\Delta z$  kadar bir derinlik farkına sahip iki arayüzeyden gelecek iki yansıma arasında yaklaşık  $2\Delta z/\lambda$  lık bir fark vardır. Eğer sismik dalgacıklar bir pik şeklinde olsaydı, ayrımlılık problem olmayacaktı, fakat gerçek sismik dalgacıklar sınırlı bir frekans dizisi içerirler ve bu yüzden, bir frekans band genişliğine sahiptirler[36].

Düşey ayrımlılık sınırını belirlemede bir takım kriterler ortaya atılmıştır. Bunlar;

- a-) Rayleigh kriteri,
- b-) Ricker kriteri,
- c-) Widess kriteri

olup, hepsi sıfır fazlı dalgacıklar üzerine kurulmuştur. Burada bu kriterler kısaca açıklanacaktır.

a-) Rayleigh Kriteri: Nokta kaynak optikte olduğu gibi bir yansıma iğneciğine benzer. Optikte bir difraksiyon örneği ele alınarak, ince tabakaların ayrımlılığı incelenebilir. Sismik dalgacık bir dirac-delta fonksiyonuna benzetilebilir. Dalgacığın genişliği doğrudan sismik ayrımlılık ile ilişkilidir.

Rayleigh ayrımlılık limiti Ricker dalgacığının ilk türevi alınarak bulunur.

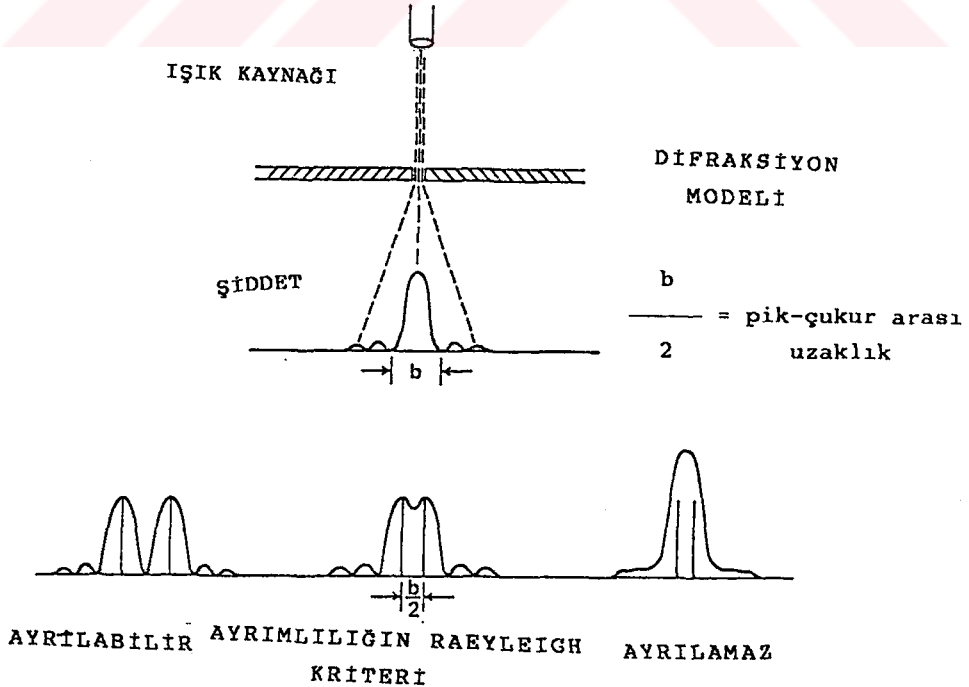
(5.1) denklemleri ile verilen bir Ricker dalgacığının zamana göre ilk türevi;

$$\frac{d}{dt} f(t) = 2(\pi f_p)^2 t [(2\pi f_p t)^2 - 3] \exp(-(\pi f_p t)^2) \quad (5.4)$$

şeklinde alınabilir. Band genişliği  $b$  alınıp ve eşitlik sıfıra eşitlenir ise, Rayleigh ayrımlılık limiti,

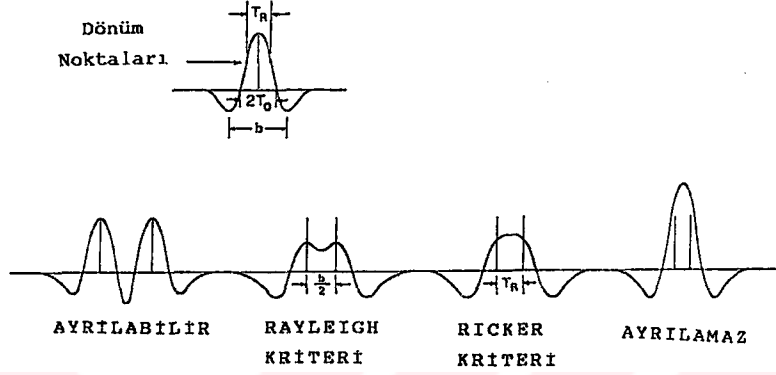
$$\frac{b}{2} = \frac{1}{2.6 f_p} \quad (5.5)$$

şeklinde bulunur. Rayleigh kriteri pik ile çukur arasındaki ( $b/2$ ) ayrımı tanımlar. Şekil 5.4 de verilen difraksiyon modelinde  $b/2$  iki olay arasındaki zaman farkını göstermekte olup, fark  $b/2$  den küçük olduğu zaman iki olay birbirinden ayırt edilemeyecektir.



Şekil 5.4. Optik kaynak nedeni ile oluşan difraksiyon modeli için Rayleigh ayrımlılık kriterinin gösterimi[34].

Şekil 5.4 de verilen difraksiyon modeli için, band genişliği ilk sıfırların geçtiği  $2T_0$  değerine sahiptir. Fakat Şekil 5.5 de negatif lob içeren sismik dalga için band genişliği  $2T_0$  ye eşit değildir[34].



Şekil 5.5. Sismik dalgacık için Rayleigh kriterinin gösterimi[34].

**b-) Ricker Kriteri:** Bu kritere göre ayrırlılık limiti Ricker dalgacığının zamana göre ikinci türevi ile ilişkilidir. Bu türev,

$$\frac{d^2}{dt^2} f(t) = (2\pi^2 f_p^2)^2 t^4 - 12(\pi f_p)^2 t^2 + 3 \quad (5.6)$$

şeklinde yazılabilir. Dönüm noktaları arasındaki fark  $T_R$  alınarak zaman ayrırlılığı,

$$T_R = \frac{1}{3f_p} \quad (5.7)$$

şeklinde bulunabilir. Eğer iki spayk arasında ki fark, dönüm noktaları arasındaki farktan büyük ise iki spayk birbirinden ayırt edilebilir (Şekil 5.5)[34].

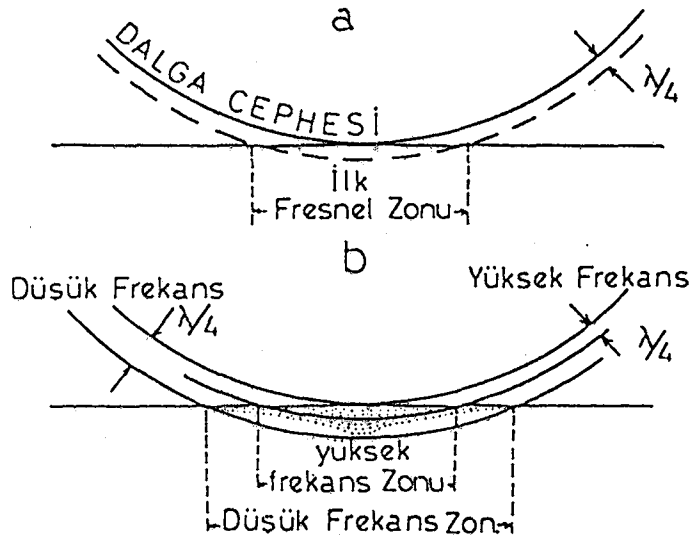
**c-) Widess Kriteri:** Bu kriter eşit genlikli fakat ters polariteli iki spayka uygulanmıştır ve tabaka kalınlığı yayılan dalgacığın  $1/8$  dalga boyuna eşit olduğu zaman iki spaykın birbirinden ayırt edilebileceği ortaya atılmıştır [34].

Fakat pratikte dalga boyunun bu amaç için kullanımı çok zordur ve bu ayrımlılık limiti çok yüksektir. Gürültüler göz önünde bulundurularak bu oran pratikte  $1/4$  olarak alınır. Yani, tabaka kalınlığı dalga boyunun  $1/4$  ünden büyük olduğunda iki olay birbirinden ayırt edilebilir.

Ricker ve Rayleigh kriterlerinin esasları Ricker dalgacığının üzerine dayandığı için sadece bir katsayı farklılığı vardır. Pratikte, tüm sıfır fazlı dalgacıklar üzerine kolayca uygulanabildiği için Widess kriteri tercih edilir ve düşey ayrımlılık limiti olarak, tabaka kalınlığı dalga boyunun  $1/4$  üne eşit ve büyük olması gerektiği alınır.

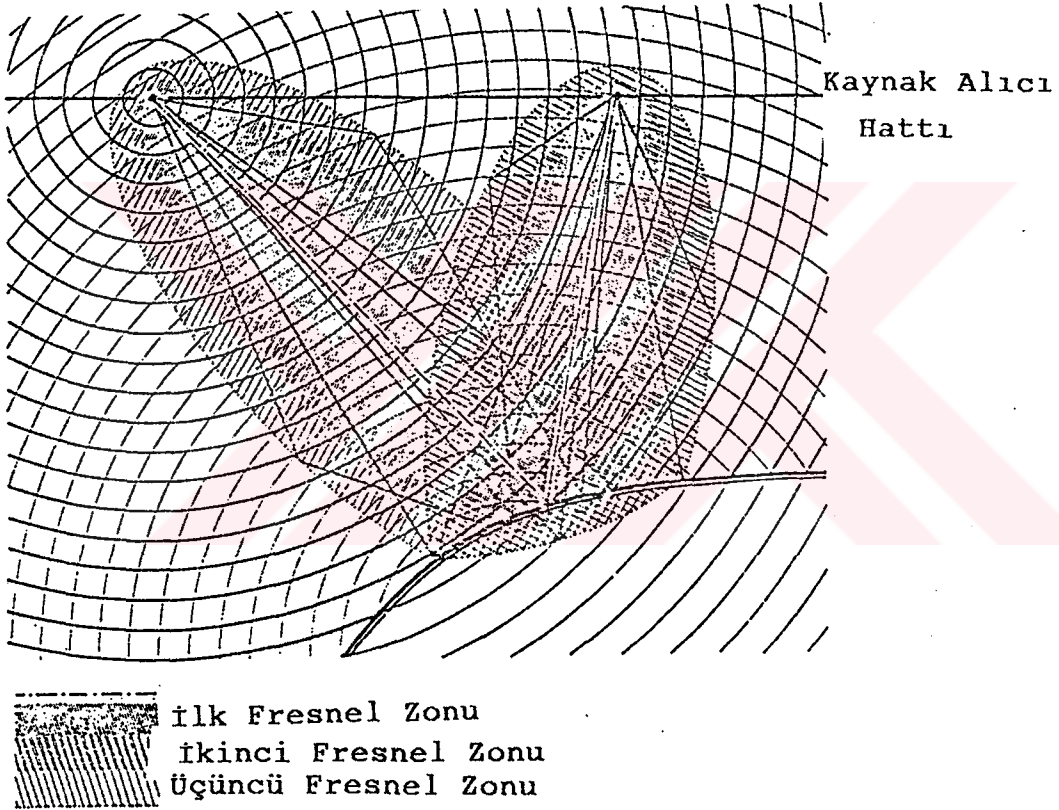
### 5.2.2. Yatay Ayrımlılık

Yatay ayrımlılığın ölçütü Fresnel zonudur. Dalga yayılımı küresel dalga cepheleri şeklindedir. Bu yüzden, yansımalar tek bir noktadan olmayacaktır. Yani, dalga cephesi bir arayüze çarptığında yüzey üzerinde küresel dalga cephesinin çapı ile doğru orantılı bir dairesel alandan yansır. Bu dairesel alana "Fresnel Zonu" denir (Şekil 5.6). Bu zondan yansıyan enerji yapısal olarak girişecek ve yansımayı oluşturacaktır.



Şekil 5.6. Fresnel zonu. a) yansıtıcı yüzeyden jeofona dönen ilk enerji. b) düşük frekanslar için Fresnel zonu daha büyüktür[37].

ilk Fresnel zonu alıcıya gelen enerjinin yansıdığı yüzeyin bir kısmını göstermektedir (şekil 5.7). İkinci fresnel zonu, bir veya birbuçuk devir farkla alıcıya gelen enerjinin yansıdığı yüzeyi gösterir, bu enerji ilk zondan gelen enerjiye eklenir. Benzer şekilde üçüncü zondan gelen enerjide diğer zondan gelen enerjinin üzerine eklenir. Bütün zonlardan gelen etkiler göz önünde bulundurulduğunda, düzlem yansıtıcıdan gelen yansıma ilk zondan gelen cevabın yaklaşık birbuçuk katıdır[38].



Şekil 5.7. Fresnel zonlarının gösterimi.

ilk fresnel zonunun yarıçapını hesaplamada kullanılan geometri, aynı noktada bulunan kaynak, alıcı ve sabit bir ortam hızı için şekil 5.8 da verilmiştir.

Pisagor teoremi kullanılarak;

$$(z + \lambda/4)^2 = z^2 + R^2 \quad (5.8)$$

yazılabilir. Bu son ifadede  $z$  yansıtıcı derinliği,  $\lambda$  dalga boyu ve  $R$  ilk fresnel zon yarıçapını göstermektedir.

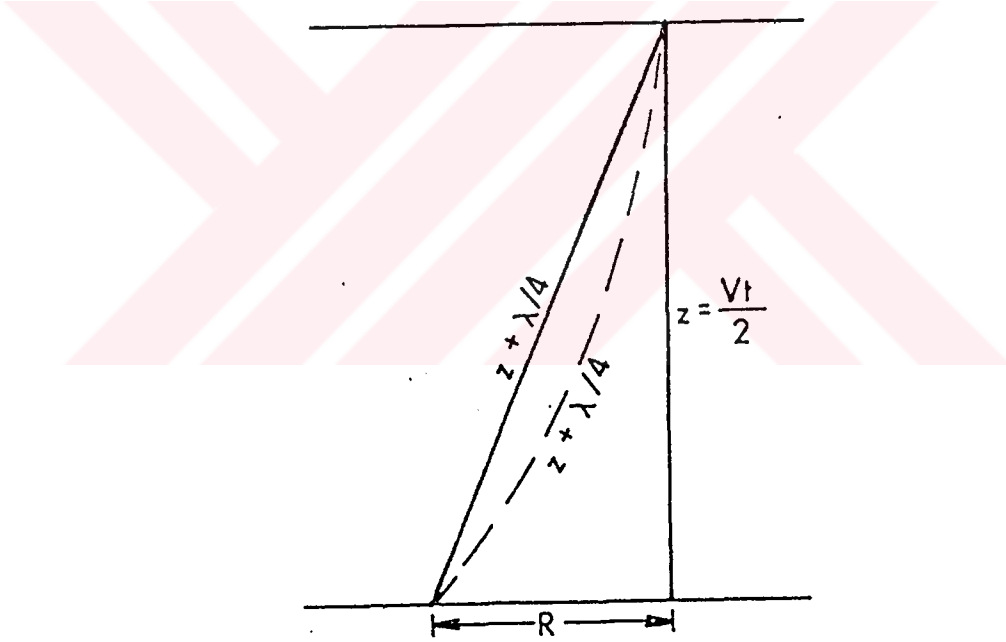
(5.8) denklemi R ye göre çözüldüğünde;

$$R = (\lambda z/2 + \lambda^2/16)^{1/2} \approx (\lambda z/2)^{1/2} \quad (5.9)$$

denklemi elde edilir. Bu ifadede  $\lambda^2/16$  değeri küçük olduğu için ihmal edilmiştir.  $z=vt/2$  ve  $\lambda=v/f$  alınarak (5.9) denklemi yeniden düzenlendiğinde, varış zamanı hız ve frekans cinsinden ilk fresnel zon yarıçapı,

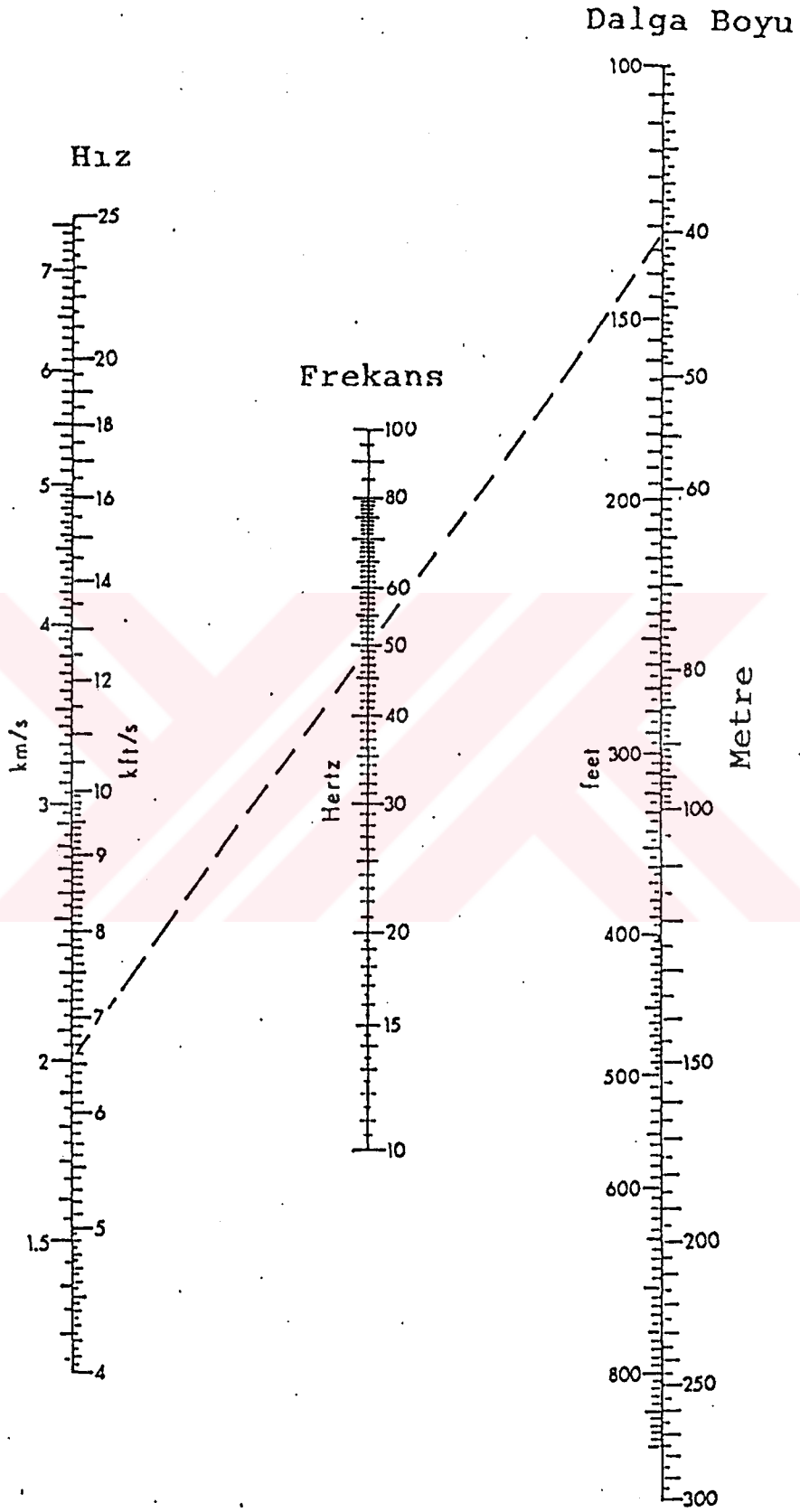
$$R = (v/2) (t/f)^{1/2} \quad (5.10)$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 5.8. ilk fresnel zon yarıçapını hesaplamada kullanılan geometri[38].

$\lambda = v/f$  denklemi sayısal olarak çözümlenerek elde edilen ve ortamın hızı, frekans ve dalga boyu arasındaki ilişkiyi gösteren nomogram Şekil 5.9 da verilmiştir. Bu nomogramdan faydalanılarak 2 km/s lik bir ortamda ilerleyen 50 Hz lik bir dalgacığın dalga boyu 40 m olduğu gösterilmiştir.

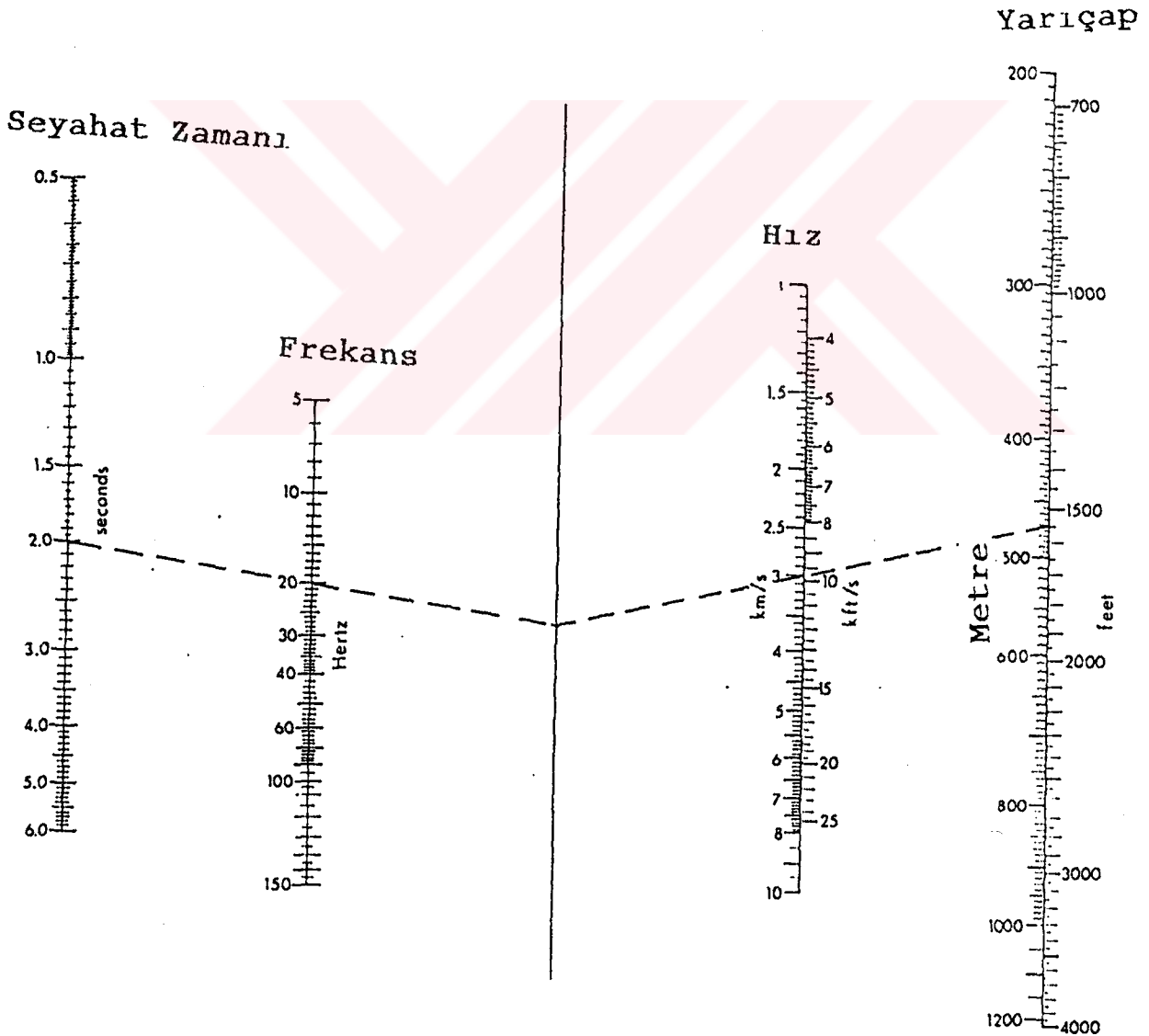


şekil 5.9. Ortamın hızı, frekans ve dalga boyu arasındaki ilişkiyi gösteren nomogram[38].

Hızın derinlikle arttığı durumlarda,  $z$  ve  $\lambda$  ya bağlı olan hız ifadesi değişecektir. Şekil 5.8 de kesik çizgilerle eğrisel olarak gösterilen ışın yolu daha kısa olacaktır. Bu durumda  $\bar{V}$  ortalama hız kullanılarak ilk fresnel zon yarıçapı,

$$R = (\bar{V}/2) (kt/f)^{1/2} \quad (5.11)$$

elde edilir. Burada,  $k$  1 ile 2 arasında bir sabittir. (5.11) denklemini küresel dalgalar için ilk fresnel zon yarıçapının bulunmasını göstermektedir ve bu ilişki Şekil 5.10 da veril-



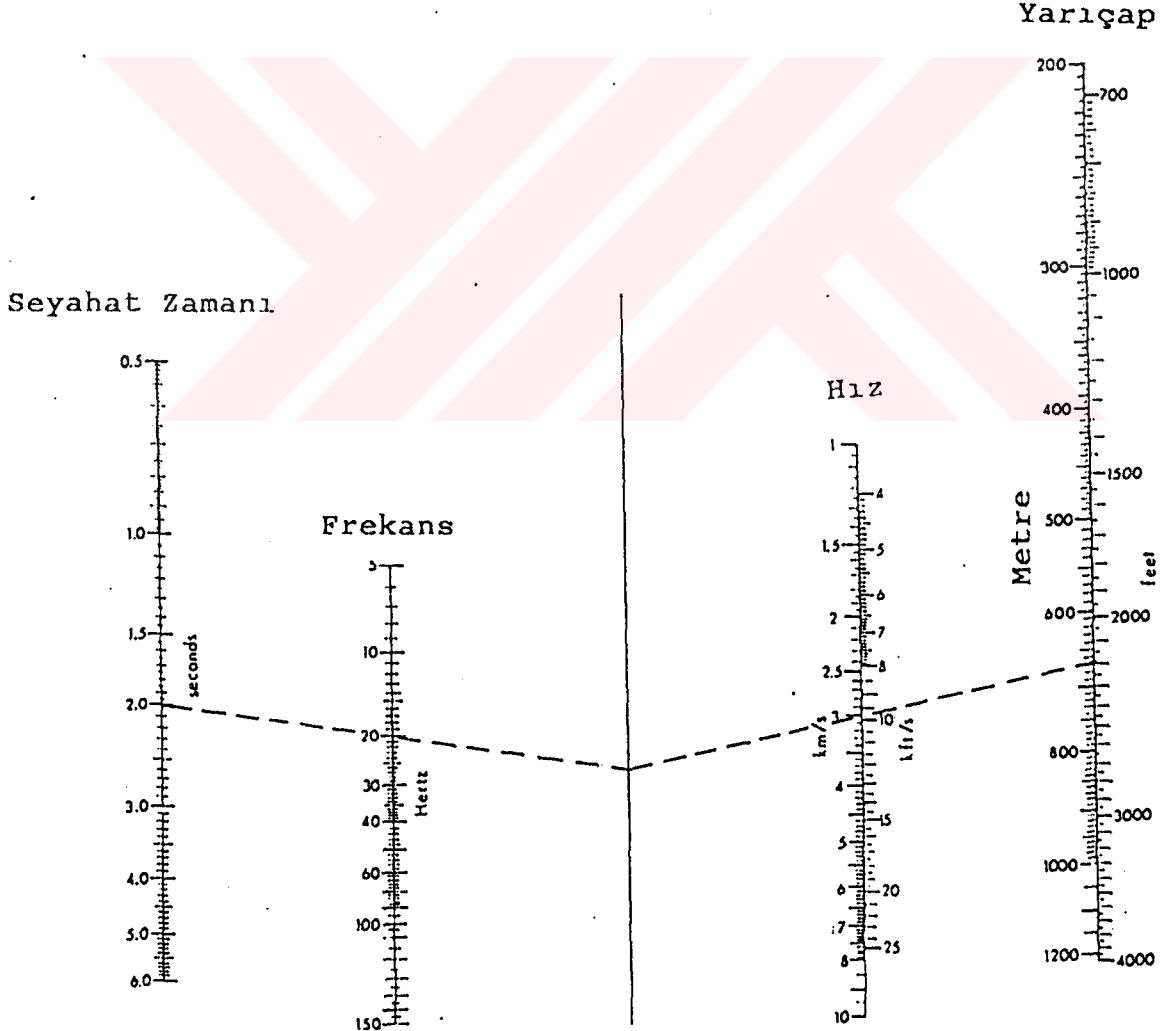
Şekil 5.10. Küresel dalgalar için ilk fresnel zon yarıçapının hesaplanmasında kullanılan nomogram.



Küresel dalgalar aşağı ve yukarı doğru olan seyahat yollarındaki faz farkını içerirken, düzlem dalgalar sadece yukarı doğru olan seyahat yolundaki faz farkını içerir. Bu fark nedeni ile düzlem dalgalar için ilk fresnel yarıçapı farklı olacaktır. Düzlem dalgalar için bu yarıçap,

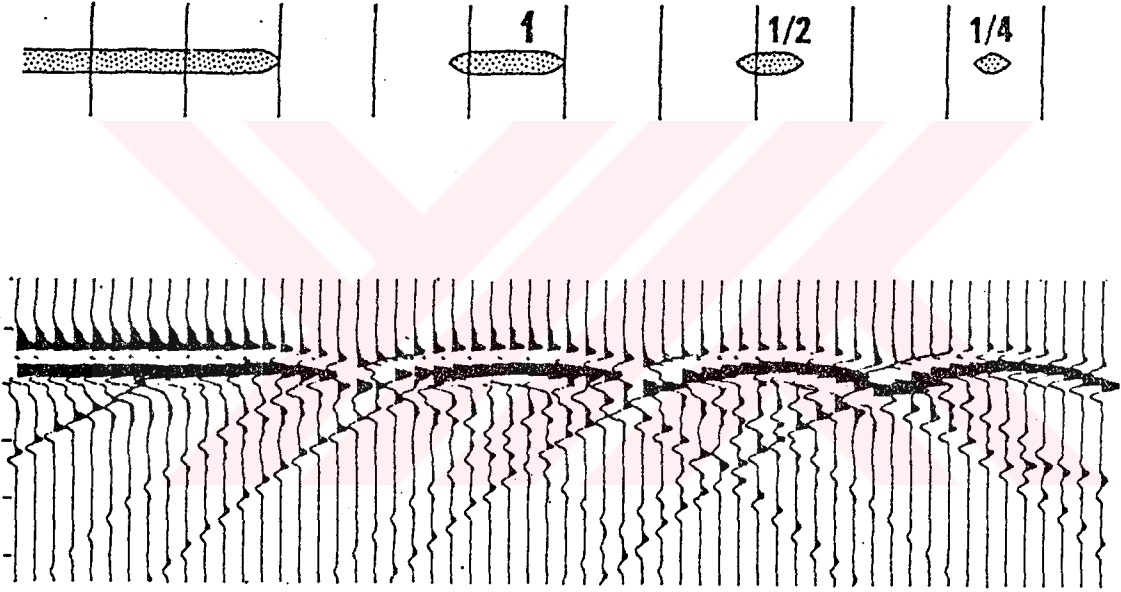
$$R = (\nu/2) (2t/f)^{1/2} \quad (5.12)$$

şeklinde verilir. Bu yarıçap, küresel dalgalar için elde edilecek yarıçaptan  $\sqrt{2}$  kat daha büyüktür. Düzlem dalgalar için ilk fresnel zon hesabında kullanılan nomogram şekil 5.11 de verilmiştir.



Şekil 5.11. Düzlem dalgalar için ilk fresnel zon yarıçapının hesaplanmasında kullanılan nomogram[38].

Fresnel zon hesabında kullanılan frekans, yatay ayırlılığın bir ölçütü olarak alınabilir. 3 km derinlik ve 3 km/s lik bir hıza sahip olan yansıtıcı için seyahat zamanı 2 s dir. 20-50 Hz frekansları için 300-470 m arasında Fresnel zon yarıçapları elde edilir. Şekil 5.12 de 1500 m derinlikte bulunan çeşitli boyutlardaki merceklere gelen cevaplar verilmiştir. Yansıtıcı yüzey fresnel zonundan küçük olduğunda, bu yansıtıcı bir difraktör görevi üstlenecektir[37].



Şekil 5.12. Çeşitli boyutlardaki merceklere gelen yansımalar[37].

## BÖLÜM 6

### MODELLEME ÇALIŞMASI

Yeraltında geometrisi ve özellikleri bilinen bir yapının vereceği etkinin bulunması modelleme olarak tanımlanmaktadır. Yapay sismogram modellemeleri çeşitli yöntemlerle yapılabilmektedir. Pratikte en çok kullanılan yöntemler, dalga denklemlerinin sayısal çözümüne dayanır. Çünkü bu yöntemlerle istenen bir zamanda dalga alanının yeraltında nasıl davrandığını gösteren anlık enerji yayılımları (snap-shot) alınabilmekte ve kaynak herhangi bir derinliğe ve uzaklığa yerleştirilebilmektedir. Burada, teorileri önceki bölümlerde verilen iki ve üç boyutlu akustik dalga denklemleri sonlu farklar, Hartley ve Fourier dönüşümü ile çözümlenerek modelleme yapılmıştır. Tüm modellerde kaynak fonksiyonu olarak sönüm sabiti 4 olan Gabor dalgacığı kullanılmış ve kaynak  $t=0$  anında herhangi bir grid noktasına uygulanmıştır. Tüm modellerde jeofonların yeryüzünde olduğu varsayılmıştır.

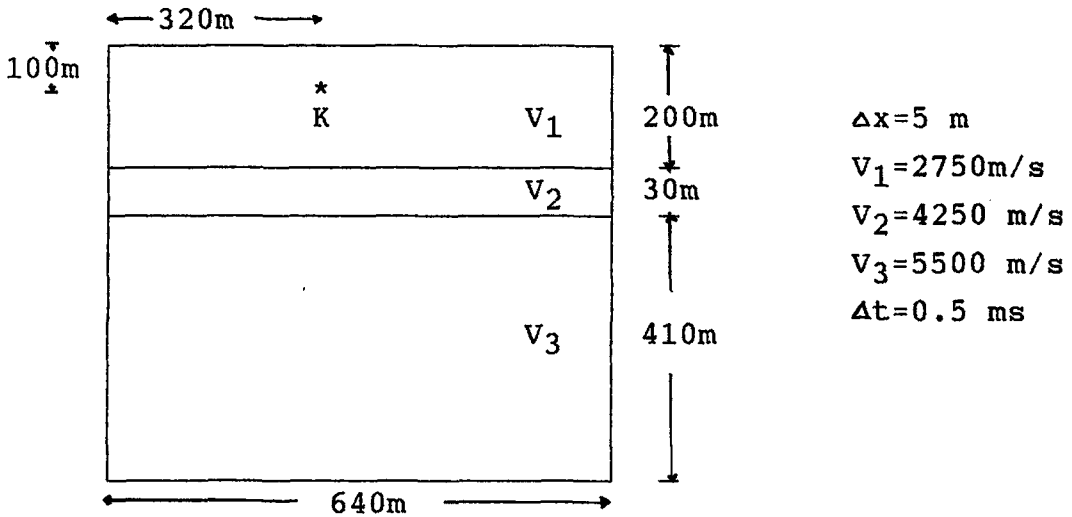
Ayrımlılık sismik prospeksiyonda önemli bir faktördür. Yapılacak modelleme çalışmalarında ve arazide gerçek kayıtlarda ayrımlılığın artırılması hedeflenir. Bu sebepten dolayı, modelleme bölümünde ilk önce çeşitli kriterler göz önünde bulundurulurken, ayrımlılığın incelenmesinde kullanılan temel yapılar modelleneyecektir. Daha sonra ise iki ve üç boyutlu çeşitli jeolojik yapılar modellenerek, bu yapılardan elde edilen sismogramlar ve çeşitli zamanlardaki anlık enerji yayılımları verilecek ve modellemede kullanılan sonlu farklar Hartley ve Fourier metodlarının avantajları ve dezavantajları tartışılacaktır.

#### 6.1. Ayrımlılığın Modellenmesi

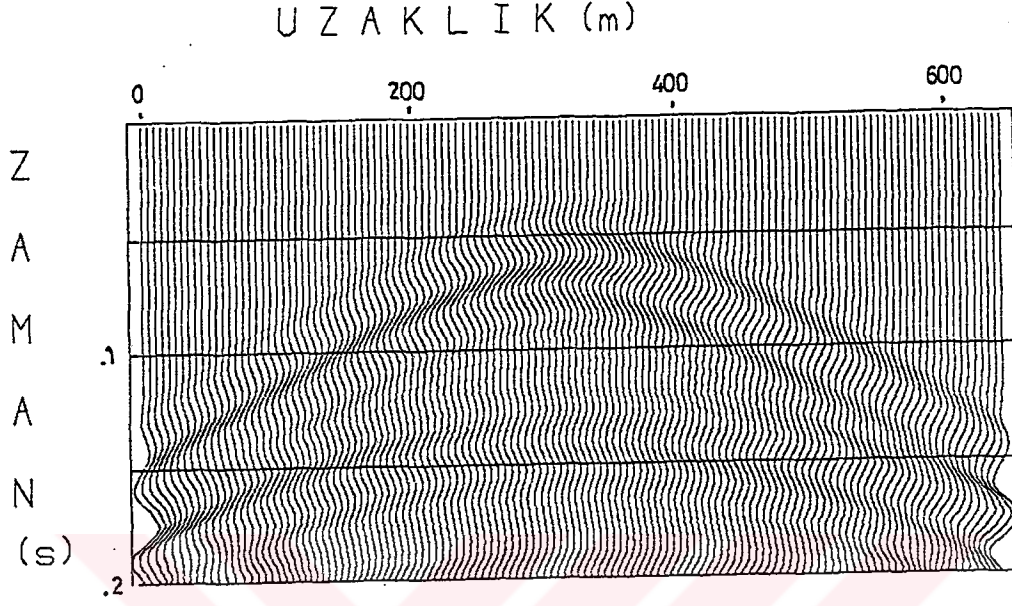
Bölüm (5.2) de açıklandığı gibi sismik ayrımlılık düşey ve yatay yönde olmak üzere iki kısımda incelenmektedir.

Düsey ayrımlılık iki yansıtıcı yüzeyden gelen yansımalar arasındaki farka, yatay ayrımlılık ise yansıtıcı yüzeyin büyüklüğüne karşılık gelmektedir. Ayrımlılığın incelenmesinde iki boyutlu akustik dalga denklemi sonlu farklar yöntemi ile çözümlenerek çeşitli yapılar modellenen ve ayrımlılık limiti araştırılacaktır. Pratikte kolay uygulanabildiği için ayrımlılık limiti olarak Widess kriteri göz önünde bulundurulur. Bu kritere göre, tabaka kalınlığı dalga boyunun  $1/4$  ünden büyük olduğunda iki yansıma birbirinden ayırt edilebilmektedir. Dalga boyu ortamın hızına ve frekansına bağlı olup,  $\lambda=v/f$  ile tanımlanmaktadır. Yeraltında hız derinlikle arttığından dalga boyu büyümekte ve yüksek frekanslar sönümlenmektedir. Ayrımlılığı arttırmak için frekans yüksek tutulur ve dalga boyu küçültülmeye çalışılır.

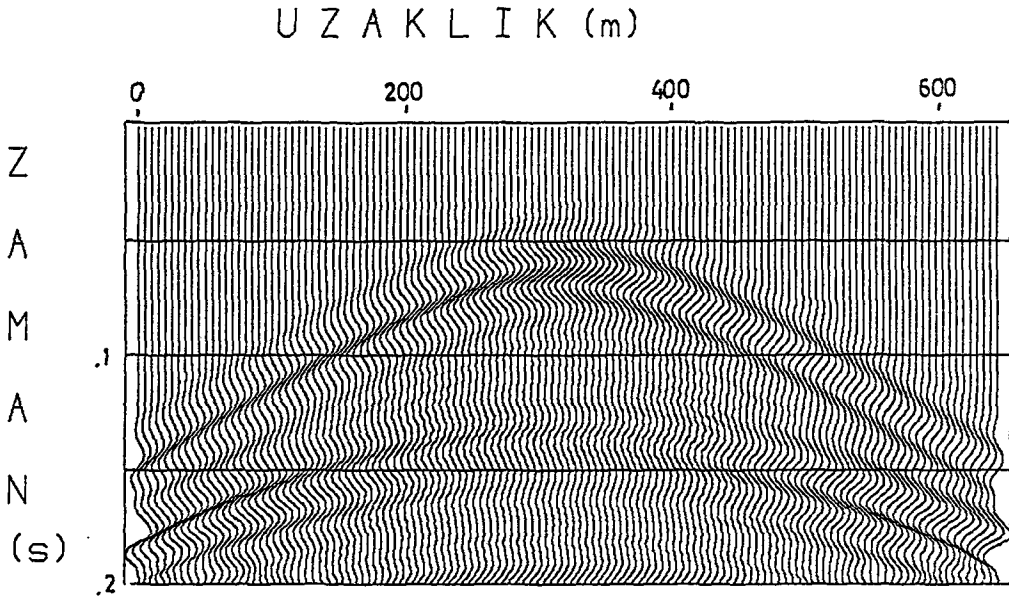
Düsey ayrımlılığa ilk örnek olarak üç tabakalı bir ortam göz önünde bulundurulmuş ve ortada 30m. kalınlığında ince bir tabaka alınmıştır (Şekil. 6.1). Aynı yapı için kaynağın frekansı değiştirilerek sismogramlar modellenmiştir. 30 Hz lik bir kaynak frekansı için elde edilen sismogram Şekil 6.2, 40 Hz için Şekil 6.3 ve 50 Hz için elde edilen sismogram Şekil 6.4 de verilmiştir.



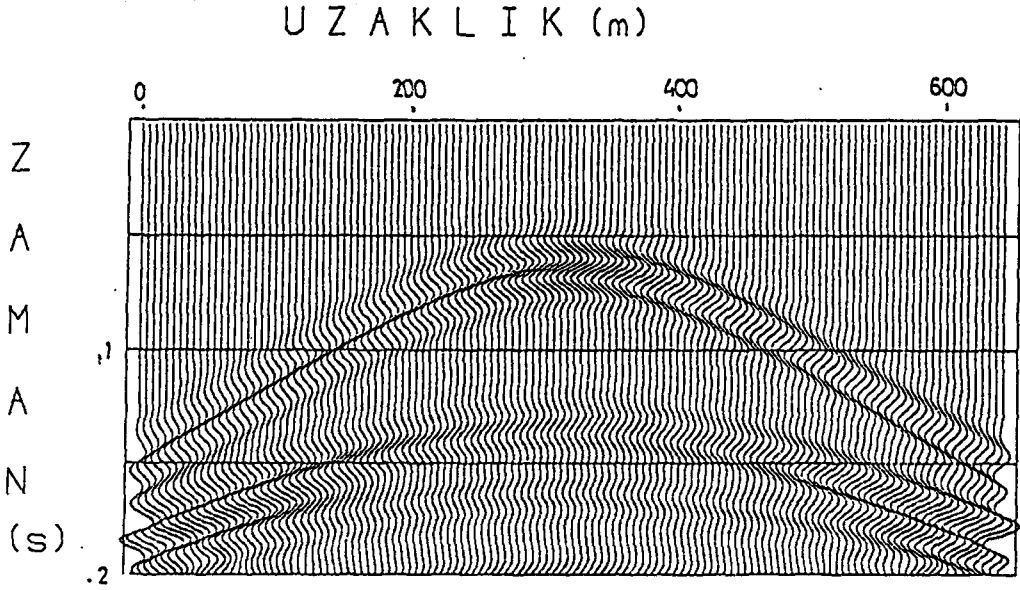
Şekil 6.1. Üç tabakalı yapının görünümü.



Şekil 6.2. Şekil 6.1 de verilen model için pik frekansının 30Hz alınması ile sonlu farklarla elde edilen sismogram.



Şekil 6.3. Şekil 6.1 de verilen model için pik frekansın 40 Hz alınması ile sonlu farklarla edilen sismogram.



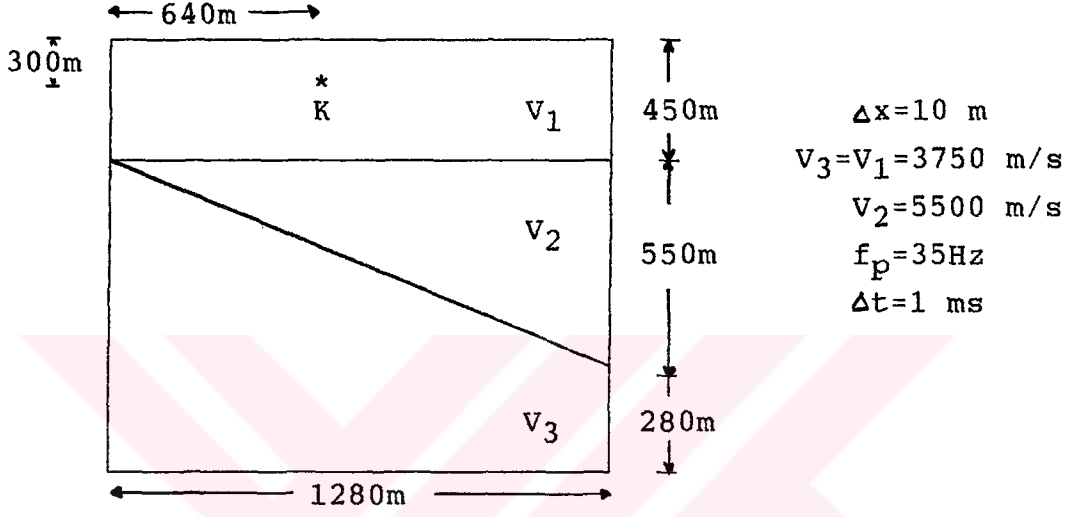
Şekil 6.4. Şekil 6.1 de verilen model için pik frekansının 50Hz alınması ile sonlu farklarla elde edilen sismogram.

Ortadaki ince tabakanın hızı 4250 m/s alındığından, bu ortamda 30Hz için dalga boyu yaklaşık 145 m, 40Hz için 110m ve 50Hz için 85m olmaktadır. Görüldüğü gibi frekans ile dalga boyu ters orantılıdır ve frekans arttıkça dalga boyu küçülmektedir. Şekil 6.2 de verilen sismogramda ince tabakanın altından ve üstünden gelen yansımalar birbirinden ayırt edilememektedir. Şekil 6.3 de verilen sismogramda iki yansıma kısmen birbirinden ayırt edilebilmektedir. 30Hz için  $1/4 \lambda$  yaklaşık 36.25m, 40Hz için 26.25m ve 50Hz için 25m civarındadır. 40Hz için  $1/4 \lambda$  değeri ince tabakanın kalınlığı olan 30m den büyük olduğundan iki yansıma birbirinden ayırt edilebilmektedir. Şekil 6.4 de verilen sismogramda iki yansıma tamamen ayrılmış durumdadır.

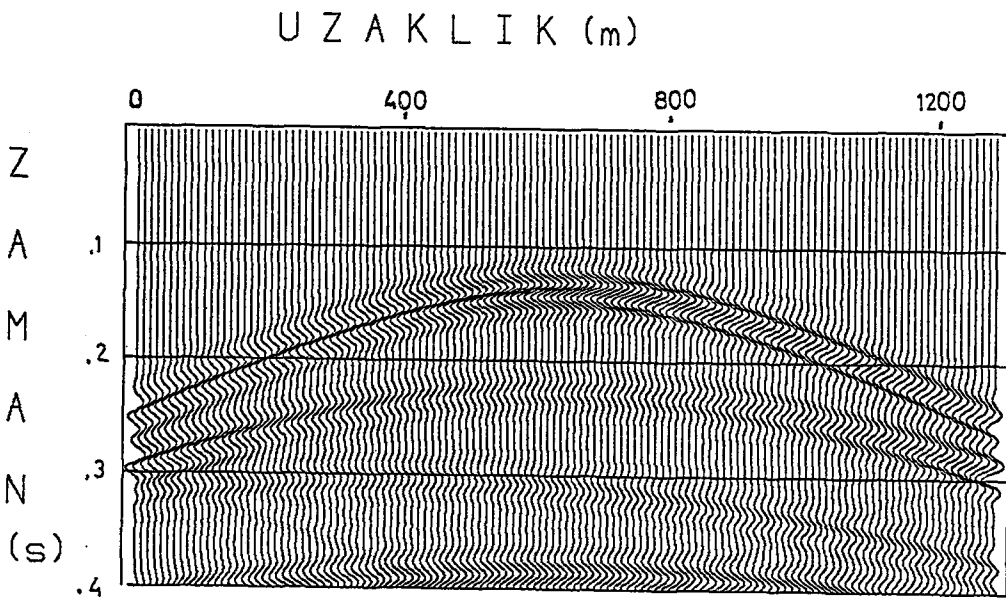
Düşey ayrımlılığa ikinci örnek olarak kama şeklinde bir yapı gözönünde bulundurulmuş (Şekil 6.5), kamanın altındaki ve üstündeki hızlar birbirine eşit alınmıştır ( $V_1=V_3$ ). Kamanın hızı 5500m/s ve kaynağın frekansı 35Hz olduğundan dalga boyu yaklaşık 160m dir. Bu yapı için elde edilen sismogram Şekil 6.6 de verilmiştir. Verilen ilk izlerde kamanın altından ve üstünden gelen yansımalar üst üste binmiştir.



Sağa doğru gidildikçe izler birbirinden ayrılmaktadır. Çünkü tabaka kalınlığı sağa doğru artmaktadır ve bu kalınlık  $1/4 \lambda$  dan büyük olduğunda yansımalar birbirinden ayırt edilebilmektedir.



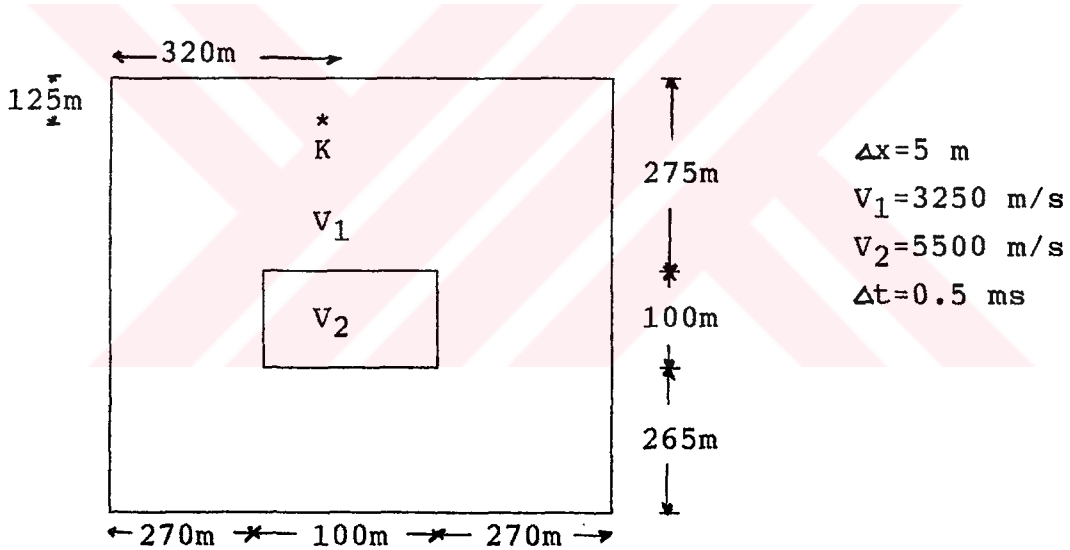
şekil 6.5. Yeraltında kama şeklindeki yapı modeli.



şekil 6.6. şekil 6.6 da verilen model için sonlu farklarla elde edilen sismogram.

Yatay ayrımlılığın ölçütü Fresnel zonu olup, yansıma başladıktan sonra alıcılara gelen enerjinin yansıdığı yüzeyin büyüklüğünü göstermektedir. Daha önce açıklandığı gibi frekans ile Fresnel zonu yarıçapı ters orantılıdır. Frekans arttıkça bu zonun yarıçapı küçülmektedir.

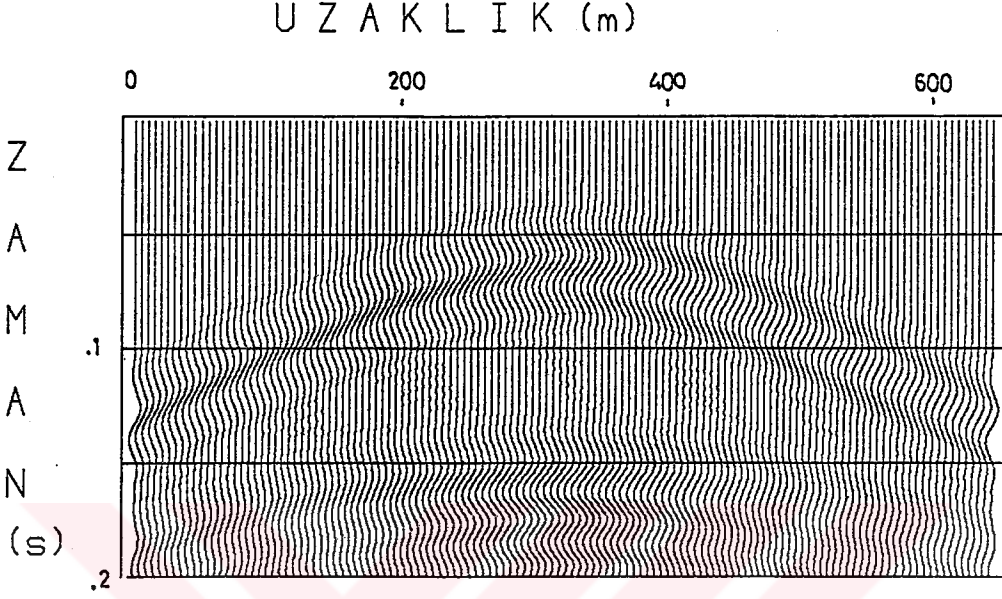
Yatay ayrımlılığın açıklamak için dikdörtgen şeklinde düşünülmüş (şekil 6.7) ve ilk önce yapının büyüklüğü sabit tutularak 30, 45, 60Hz lik kaynak frekansları için sismogramlar modellenmiştir. Bu sismogramlar şekil 6.8, 6.9 ve 6.10 da verilmiştir. 3250m/s lik hıza sahip ortamda 30Hz için yaklaşık 107m, 45Hz için 88m ve 60Hz için 75m lik Fresnel zonu yarıçapları bulunmuştur (Denklem 5.11 ve şekil 5.10).



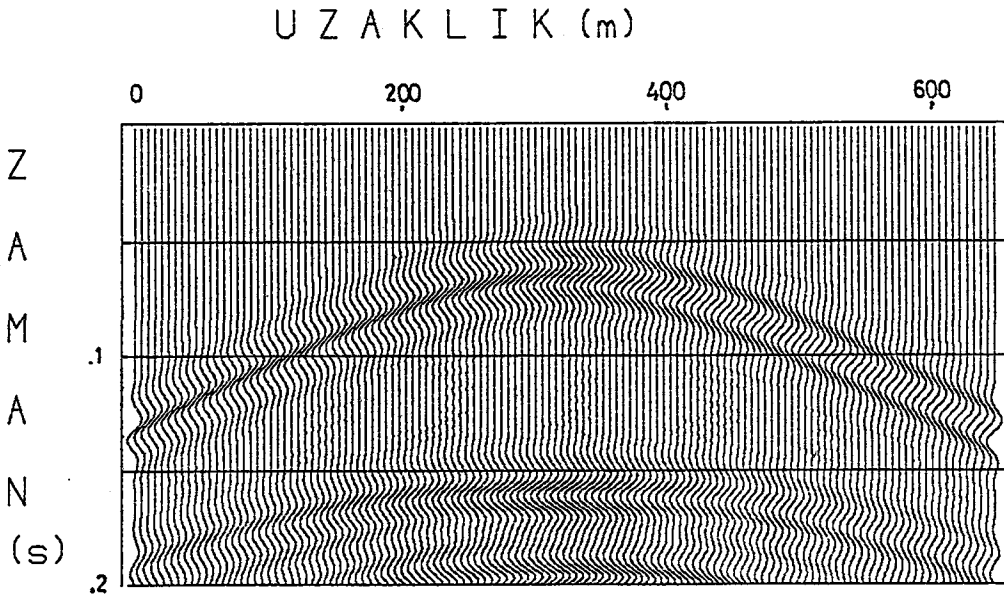
şekil 6.7. Dikdörtgen şeklindeki yapının görünümü.

şekil 6.9 ve 6.10 da verilen sismogramlarda dikdörtgen şeklindeki yapının üst kısmından gelen yansılarda düzlük oluşmakta ve difraksiyonlar belirgin olarak görülmektedir. Bu yapının üst kısmı 100m dir ve yapı fresnel zonundan büyük olduğunda bu düzlükler oluşmaktadır. Şöyleki şekil 6.8 de 107m lik Fresnel zonu için modellenen yapıda bu düzlükler oluşmamakta ve yansımalar ile difraksiyonlar üst üste binmektedir.

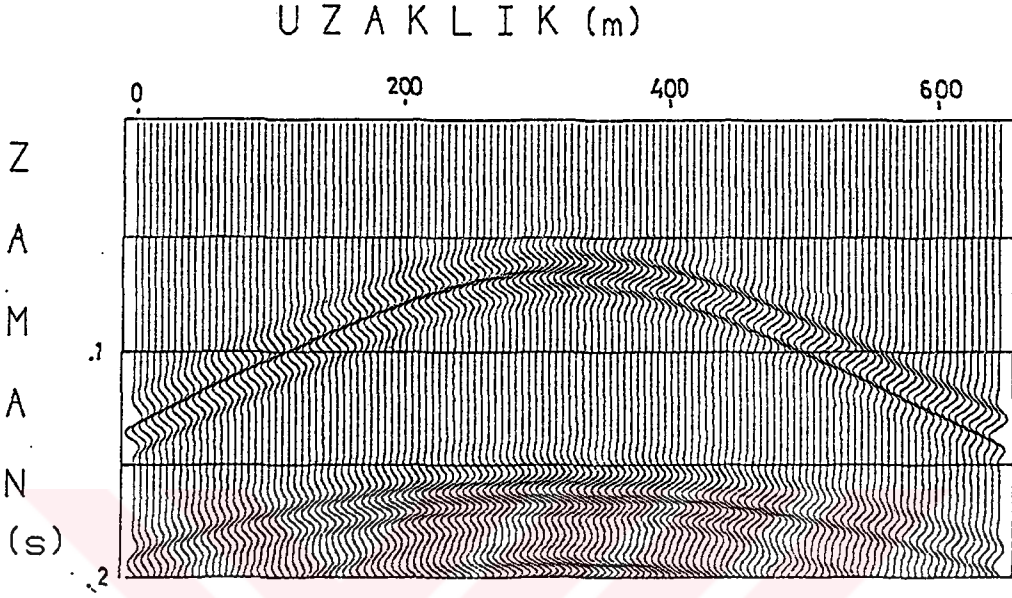




Şekil 6.8. Şekil 6.7 deki yapı için kaynak frekansının 30Hz alınması ile sonlu farklarla elde edilen sismogram.

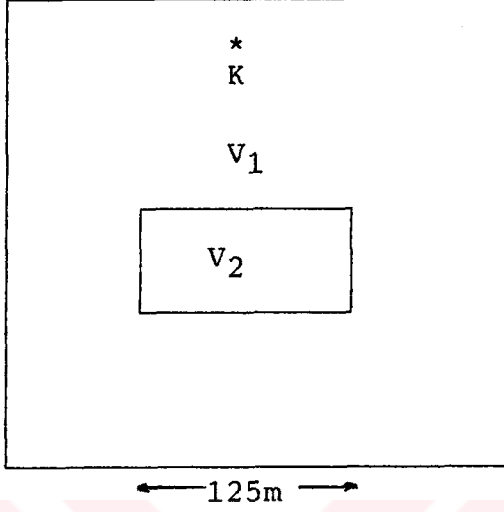


Şekil 6.9. Şekil 6.7 deki yapı için kaynak frekansının 45Hz alınması ile sonlu farklarla elde edilen sismogram.



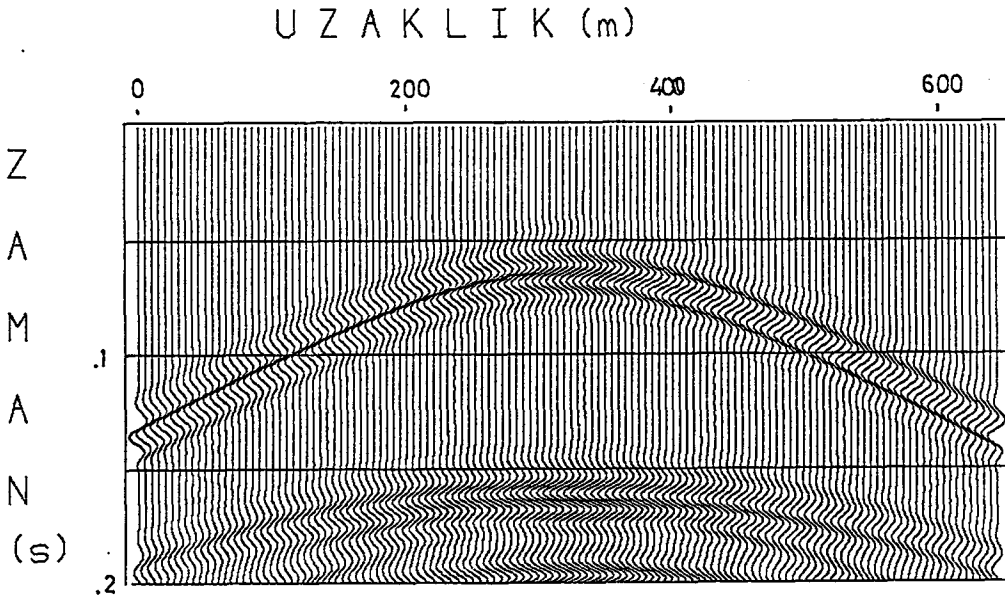
şekil 6.10. şekil 6.7 deki yapı için kaynak frekansının 60Hz alınması ile sonlu farklarla elde edilen sismogram.

Yatay ayrırlılığa ikinci örnek olarak aynı dikdörtgen yapı verilmiş, fakat bu kez frekanslar sabit tutulup yapının boyutları değiştirilmiştir. Bu yapılar şekil 6.11, 6.13, 6.15 de ve bu yapılar için elde edilen sismogramlar şekil 6.12, 6.14 ve 6.16 verilmiştir. Bir önceki örnekte verilen hız, kaynağın pik frekansı, zamansal ve uzaysal örnekleme aralıkları aynen alındığında bu ortam için Fresnel zonu 75m olarak bulunmuştur. Eğer yapının yanıl genişliği Fresnel zonundan büyükse sismogramlarda bir düzlük oluşacaktır. Bu yüzden, şekil 6.14 ve 6.16 deki sismogramlarda bu düzlükler ve difraksiyonlar gözlenebilmesine rağmen bu olaylar şekil 6.12 deki sismogramda gözlenememektedir. Bu sismogramda difraksiyonla yansımalar üst üste binmekte ve kesit iki tabakalı bir yapının vereceği sismograma benzemektedir ve yanıl ayrırlılık azalmıştır.

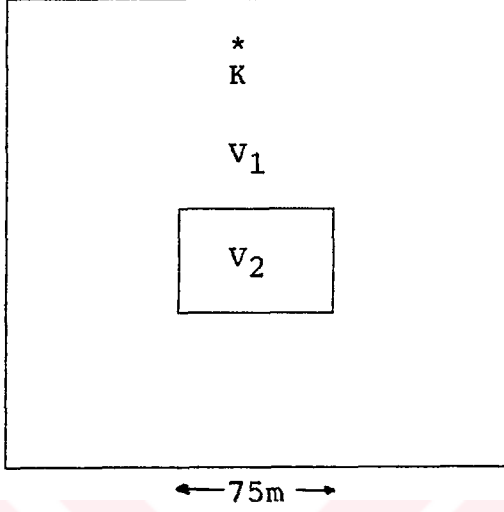


$$f_p = 60\text{Hz}$$

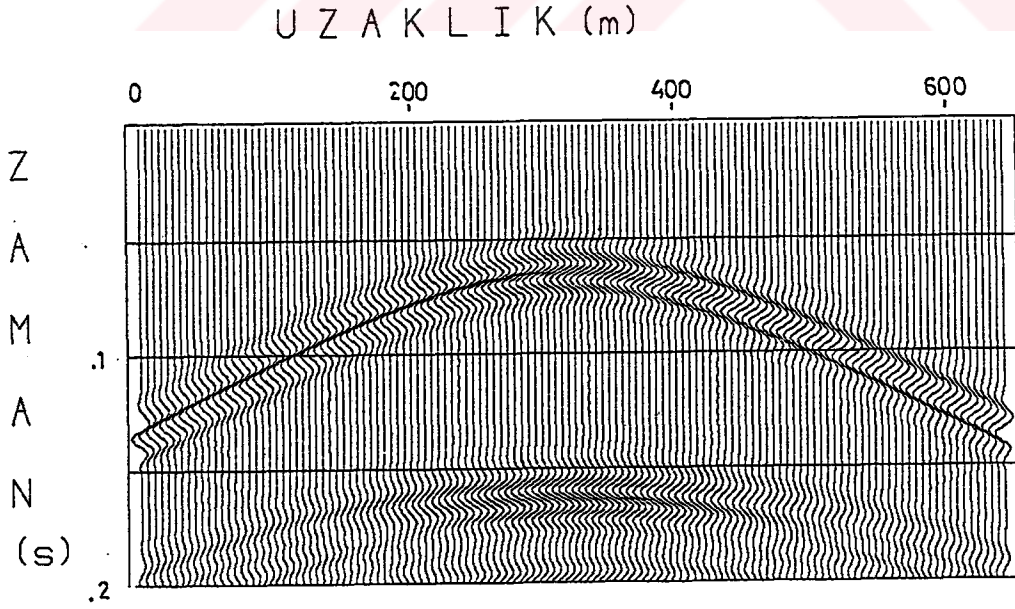
Şekil 6.11. Yeraltında dikdörtgen şeklinde bulunan yapı.



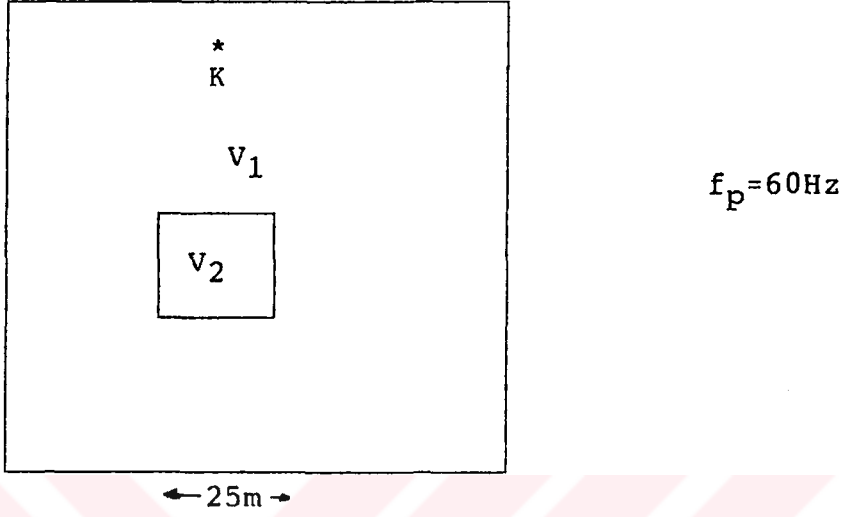
Şekil 6.12. Şekil 6.11 deki yapı için sonlu farklarla elde edilen sismogram.



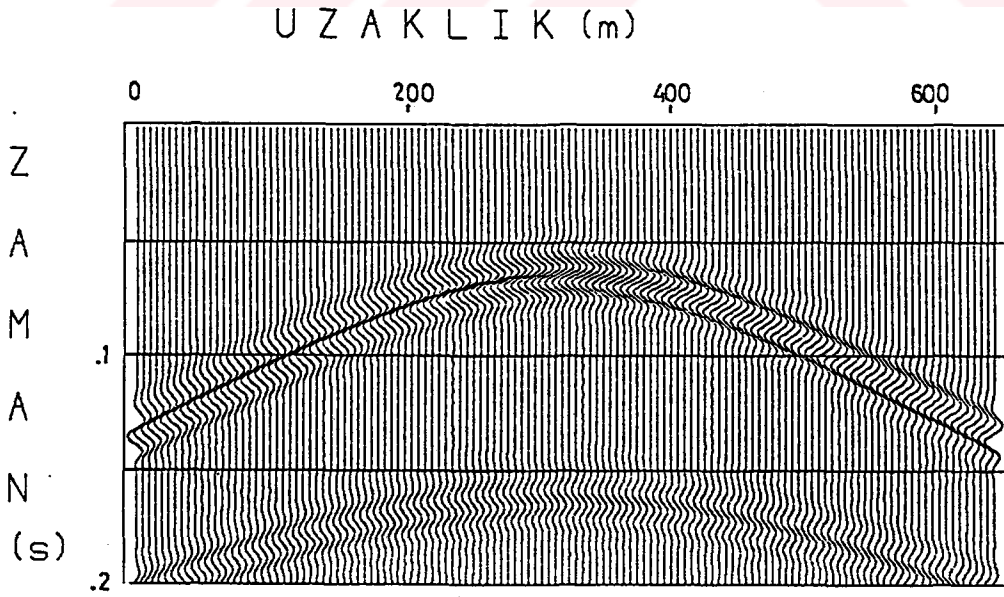
Şekil 6.13. Yeraltında dikdörtgen şeklinde bulunan yapı.



Şekil 6.14. Şekil 6.13 deki yapı için sonlu farklarla elde edilen sismogram.



şekil 6.15. Yeraltında dikdörtgen şeklinde bulunan yapı.



şekil 6.16. şekil 6.15 deki yapı için sonlu farklarla elde edilen sismogram.

Yatay ayrımlılık için verilen iki örnekte de görüldüğü gibi, yapı Fresnel zonundan büyük olduğunda yapıdan gelen yansımalarda bir düzlük ve difraksiyonla yansımalar arasında bir zaman farkı oluşmaktadır. Oluşan bu düzlükler yapının yanal genişliğine karşılık gelmekte ve yatay ayrımlılığı göstermektedir.

## 6.2. Çeşitli Jeolojik Yapıların modellenmesi

Dalga denkleminin sayısal yöntemlerle çözülüp yapay sismogram modellenmesi, türev eşitliklerinin çeşitli yöntemlerle alınmasına dayanır. Bu çalışma da, türev eşitlikleri teorileri geçen bölümlerde verilen sonlu farklar, Hartley ve Fourier dönüşümleri ile alınacaktır. Modellemede dikkat edilecek hususlar; karalılık şartının sağlanması ve grid dispersiyonu etkisinin ortadan kaldırılmasıdır. Bu etkiler uygun grid ve kaynak pik frekansı ile kontrol altında tutulabilir. Örnekleme aralıklarındaki kısıtlamalar ve grid dispersiyonu sözü geçen yöntemler için Bölüm 4 de ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Yöntemler karşılaştırılırken örnekleme aralıklarının ve pik frekansının nasıl seçilmesi gerektiği açıklanacaktır.

Bu bölümde ilk önce basit bir model için iki boyutlu ve üç boyutlu modellemede kullanılan yöntemler karşılaştırılacak, yöntemlerin avantaj ve dezavantajları ortaya koyulacaktır. Daha sonra çeşitli kompleks yapılar göz önüne alınarak yapay sismogramlar modellenecek ve dalga alanlarının değişik zamanlarda yeraltında nasıl yayıldığını gösteren anlık enerji yayılımları verilecektir.

### 6.2.1. İki-Boyutlu Modelleme İçin Yöntemlerin karşılaştırılması.

Burada, iki boyutlu akustik dalga denklemini çözerek yapılan modellemede yöntemlerin kullanımı, avantaj ve dezavantajları irdelenecektir.

Bu işlem için, iki tabakalı bir ortam gözönünde bulundurulmuş, birinci tabakanın hızı 2250 m/s, ikinci tabakanın hızı 3750 m/s, kaynağın pik frekansı  $f_p=35\text{Hz}$ , zaman örnekleme aralığı  $\Delta t=0.5\text{ ms}$ , sonlu farklar için uzaysal örnekleme aralıkları  $\Delta x=\Delta y=h=5\text{m}$ , Fourier ve Hartley metodu için  $\Delta x=\Delta y=h=10\text{ m}$  olarak alınmıştır (şekil 6.17).

Kararlılık koşulunu bulmada, modeldeki en büyük hız ve grid dispersiyonu etkisini göstermede modeldeki en küçük hız göz önünde bulundurulur. İki boyutlu sonlu farklar için kararlılık koşul olarak  $P=v\Delta t/h \leq 0.707$ , Fourier ve Hartley için  $P \leq 0.2$  şeklinde olduğu daha önce verilmişti. Göz önünde bulundurulan iki tabakalı modelde en büyük hız değeri olan 3750 m/s değeri ele alınarak sonlu farklar için P,

$$P = \frac{3750 * 5 * 10^{-4}}{5} = 0.375$$

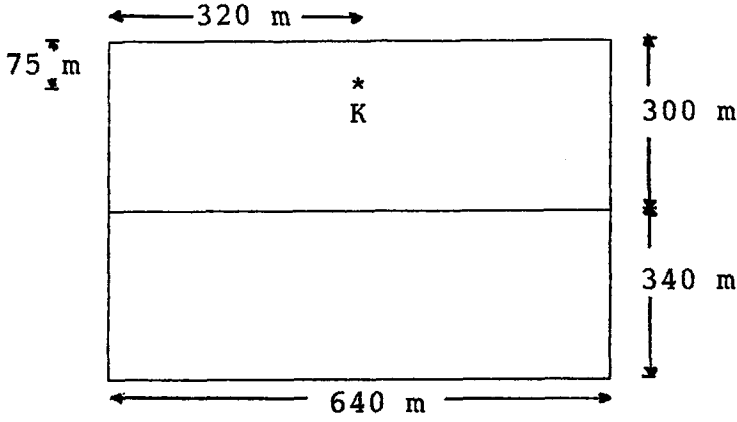
Hartley ve Fourier metodu için P değeri,

$$P = \frac{3750 * 5 * 10^{-4}}{10} = 0.1875$$

olarak bulunur ve bu değerler kararlılık sınırları arasında yer almaktadır.

Grid dispersiyonundan kurtulmak için sonlu farklarda  $\lambda/h$  oranınının  $10h$  dan büyük olması gerekmektedir. Oysa Hartley ve Fourier metodu için bu oranın  $3-4h$  kadar olması yeterlidir. Bu ise, sonlu farklara nazaran Hartley ve Fourier metodunda daha az grid sayısının yeterli olacağını ve dolayısı ile daha az bir bellek gerektiğini göstermektedir. İki tabakalı modeldeki en küçük hız değeri olan 2250 m/s göz önünde bulundurularak yaklaşık 65 m lik bir dalga boyu elde edilir. Sonlu farklar için  $\lambda/h$  oranı 13, Hartley ve Fourier için 6.5 olacaktır.





şekil 6.17. İki tabakalı yeraltı modeli.

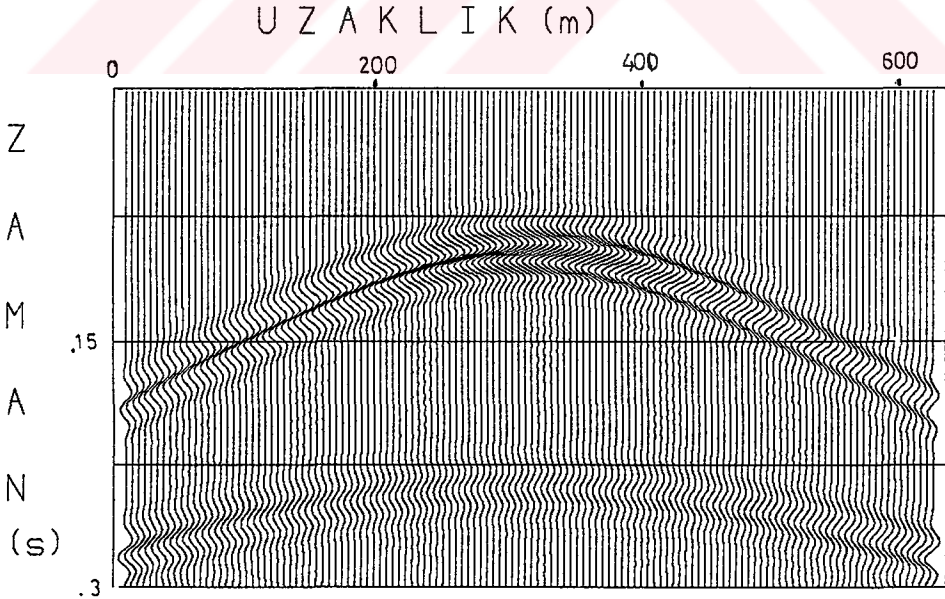
İki tabakalı model için sonlu farklarla elde edilen sismogram şekil 6.18, Hartley metodu ile elde edilen sismogram şekil 6.19 ve Fourier metodu ile elde edilen sismogram şekil 6.20 de verilmiştir. Sonlu farklar için uzaysal örnekleme aralıkları 5 m alındığı için şekil 6.18 de 128 iz, Hartley ve Fourier için uzaysal örnekleme aralıkları 10 m alındığından şekil 6.19 ve şekil 6.20 de 64 iz elde edilmiştir. Sonlu farklarla 128x128 lik gridlerle modellenen bir yapı Hartley ve Fourier metodları ile 64x64 lük veya daha az bir gridle modellenebilmektedir. Bu ise bellekten bir kazanç sağlamaktadır. Tablo 6.1 de iki boyutlu modelleme için yöntemlerin bir karşılaştırılması verilmiştir.

Tablo 6.1. İki boyutlu modelleme için yöntemlerin karşılaştırılması.

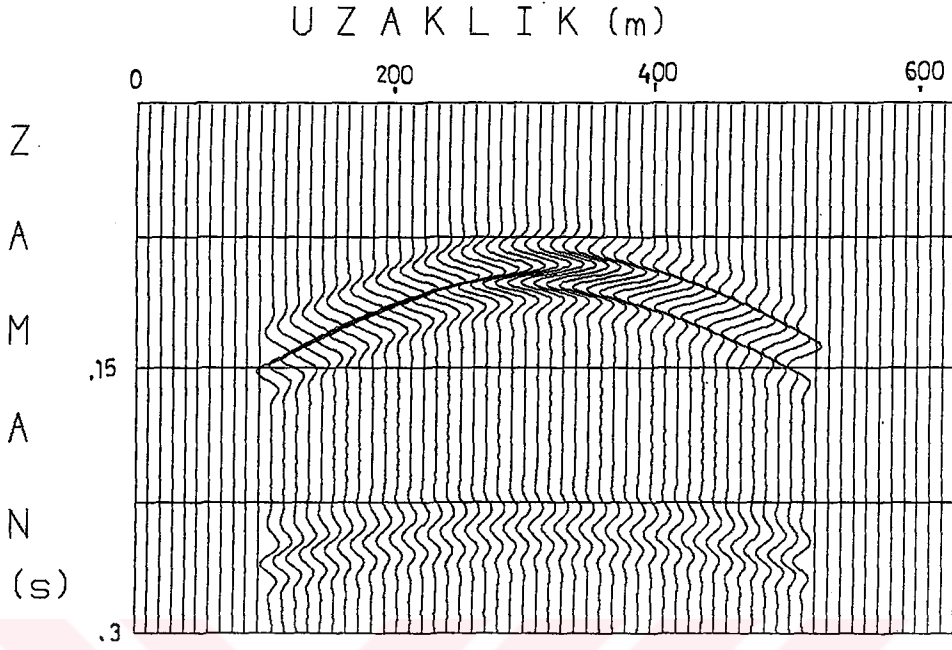
	GRİD 64x64		GRİD 128x128	
	Bellek	Bir işlem adımı için gerekli zaman (s)	Bellek	Bir işlem adımı için gerekli zaman (s)
SONLU FARKLAR	32 KB	0.6	128 KB	1.1
HARTLEY	32 KB	0.7	128 KB	1.5
FOURIER	64 KB	0.9	256 KB	2.3



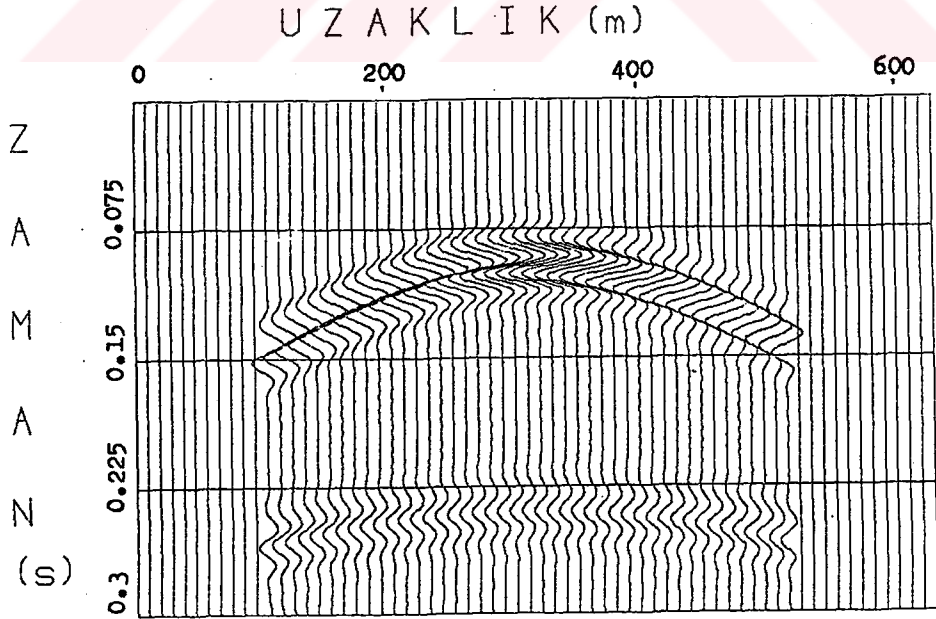
iki boyutlu modellemede kullanılan programlar KTÜ BİD de Vax 6520 de koşturulmuş, sonlu farklarla modelleme yaklaşık 11 dakika, Fourier metodu ile modelleme 9 dakika ve Hartley metodu ile 7 dakika sürmüştür. Tablo 6 .1 de verilen değerler bu modellemeden elde edilmiştir. Tablodan da görüldüğü gibi gerçel ortamda yapılan Hartley metodu ile modelleme Fourier metodu ile yapılan modellemeye oranla 1.5 kat daha hızlıdır ve daha az bir belleğe ihtiyaç duymaktadır. Sonlu farkla yapılan modelleme daha fazla bellek gerektirmekte ve daha uzun bir zaman sürmektedir. Bu programların PC lerde koşturulacağı göz önünde bulundurulur ise bu zaman farkı dahada artacaktır. Dolayısı ile, PC lerde yapılacak modelleme için daha az bellek gerektiren ve daha hızlı olan Hartley metodu en avantajlı metod olarak ortaya çıkmaktadır.



Şekil 6.18. Şekil 6.17 de verilen iki tabakalı model için sonlu farklarla elde edilen sismogram.

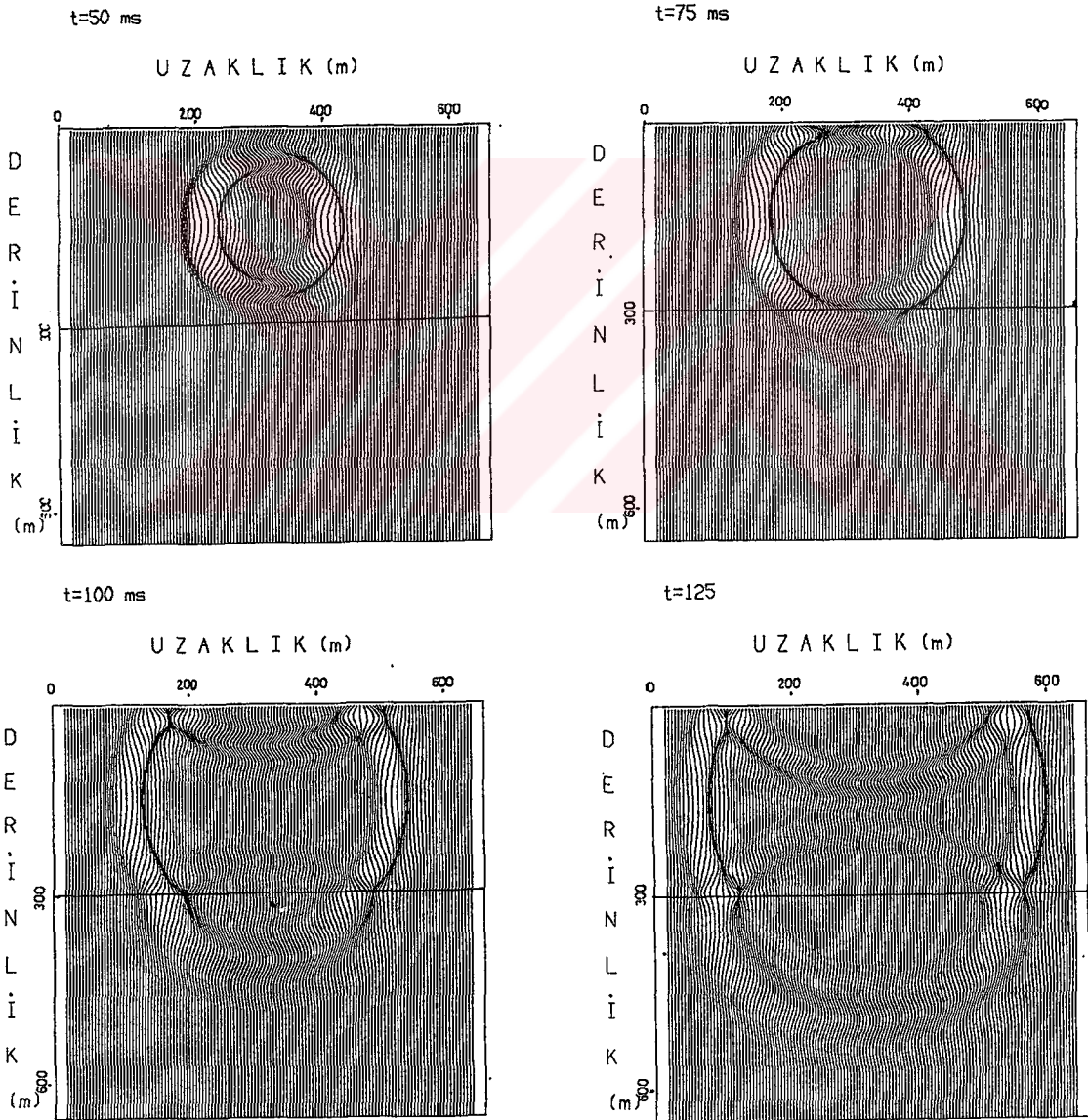


Şekil 6.19. Şekil 6.17 de verilen iki tabakalı model için Hartley metodu ile elde edilen sismogram.

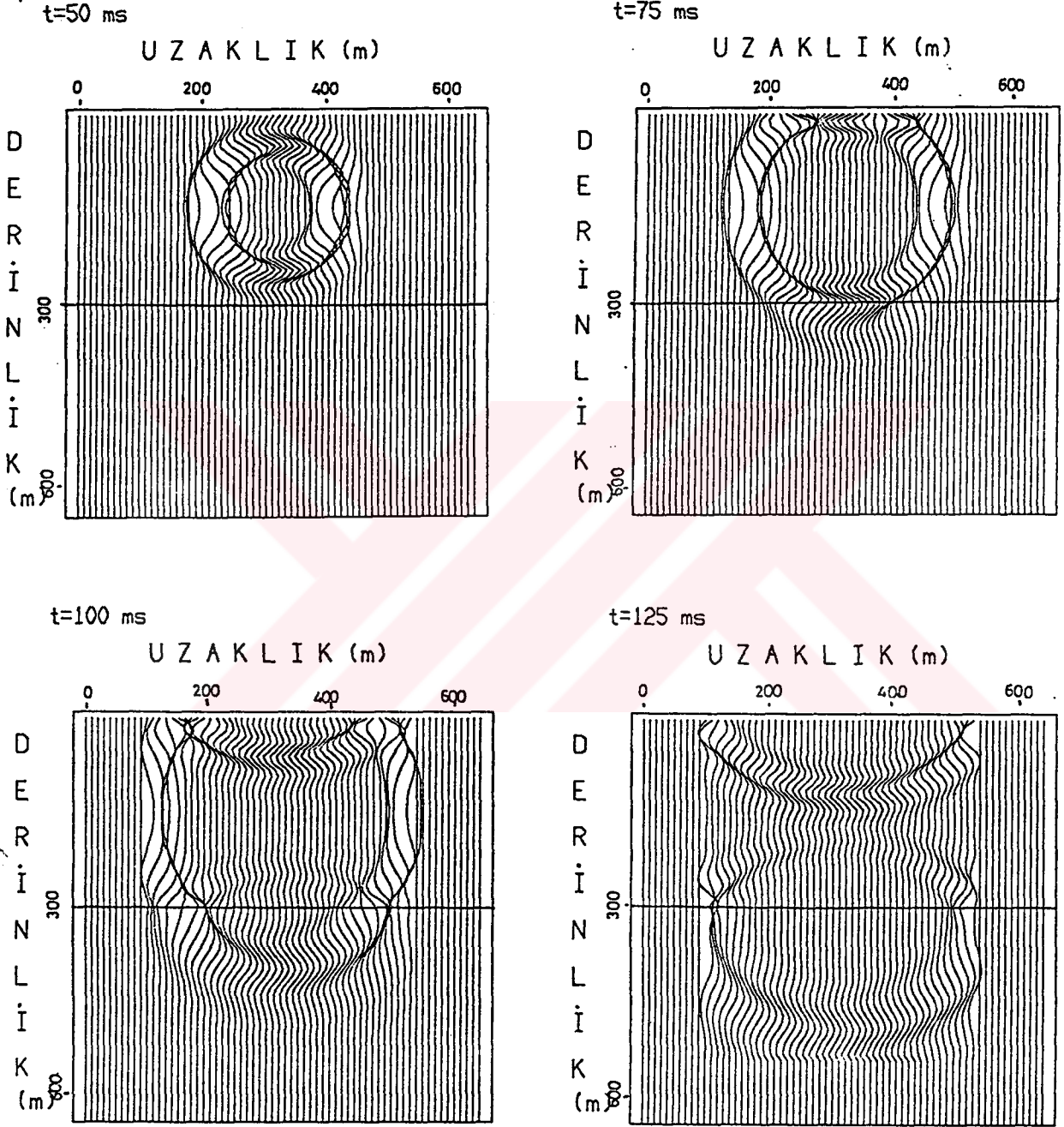


Şekil 6.20. Şekil 6.17 de verilen iki tabakalı model için Fourier metodu ile elde edilen sismogram.

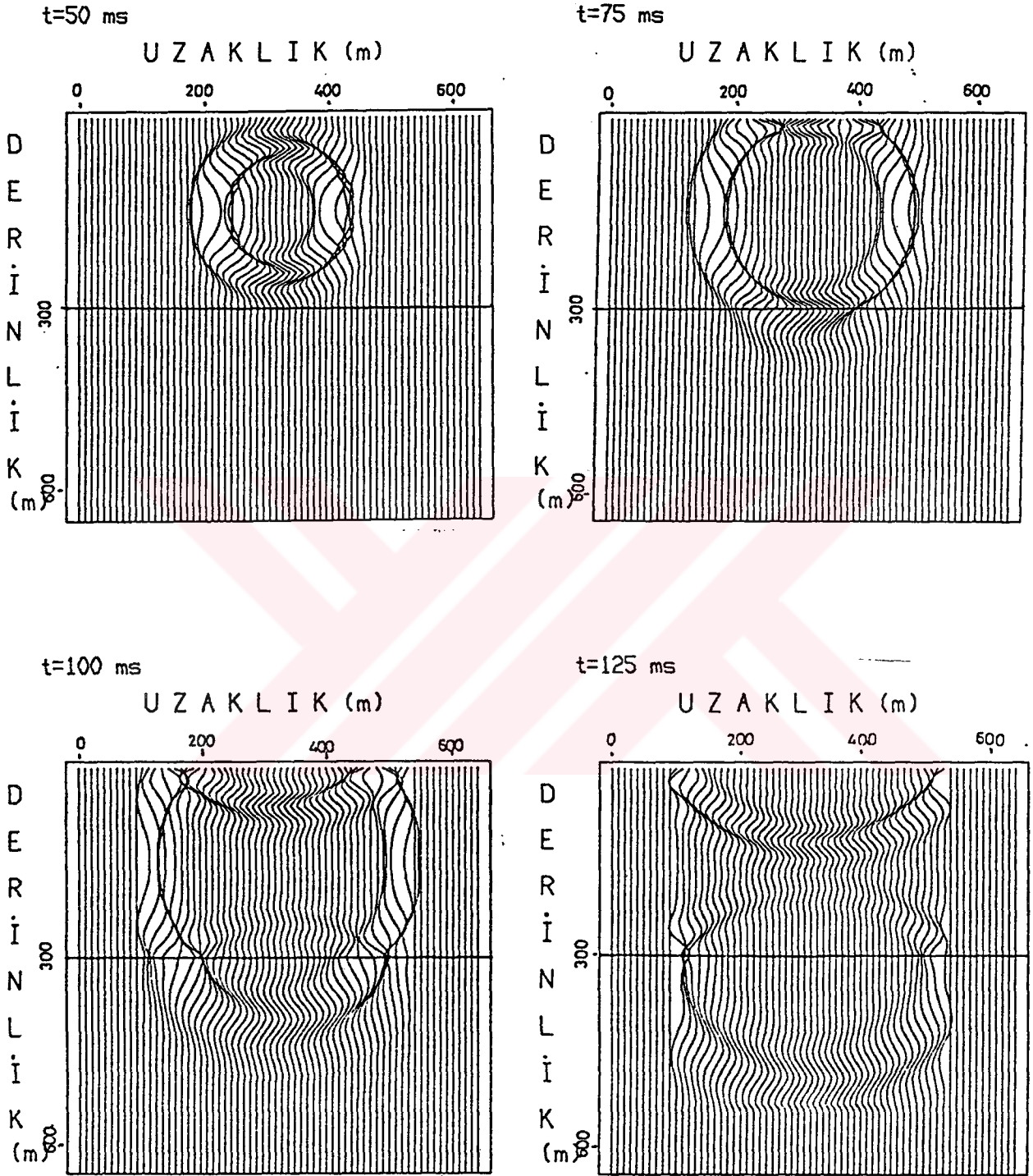
Şekil 6.19 ve 6.20 de Hartley ve Fourier metodu ile elde edilen sismogramlar birbirine eşit olmaktadır. Çünkü her iki yöntemde de alınan türevler birbirine eşittir. İki tabakalı model için çeşitli zamanlardaki anlık enerji yayılımları sonlu farklar için Şekil 6.21, Hartley metodu için Şekil 6.22 ve Fourier metodu için Şekil 6.23 de verilmiştir. Fourier ve Hartley için elde edilen anlık enerji yayılımlarının birbirlerine eşit oldukları Şekil 6.22 ve 6.23 den görülmektedir.



Şekil 6.21. Şekil 6.17 de verilen yapı için çeşitli zamanlarda sonlu farklarla elde edilen anlık enerji yayılımları.



Şekil 6.22. Şekil 6.17 de verilen yapı için çeşitli zamanlarda Hartley metodu ile elde edilen anlık enerji yayılımları.



Şekil 6.23. Şekil 6.17 de verilen yapı için çeşitli zamanlarda Fourier metodu ile elde edilen anlık enerji yayılımları.



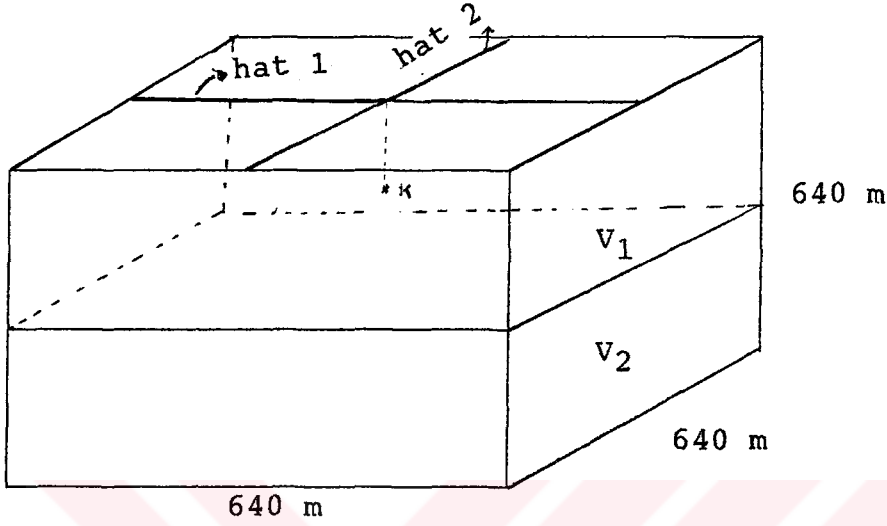
Hartley ve Fourier metodları ile modelleme yapılırken, sınır yansımalarını bastırmak için değerler sağ, sol ve alttan onar gridler halinde pencerelenmiş ve daha sonra bu gridlere karşılık gelen değerler sifıra yaklaştırılmıştır. Bu yüzden şekil 6.22 ve 6.23 de verilen sismogramlarda ilk ve son on izde hiçbir olay gözlenememektedir. Kompleks yapıları Hartley ve Fourier ile modellemek için grid sayısını artırmak gerekir. Örneğin, 128x128 gridlik bir yapının Hartley ve Fourier metodu ile modellenmesi sonlu farklarla modellenmesinden daha uzun sürmesinden (Tablo 6.1) ve sonlu farklarla modellemede kullanılan sınırlardan dolayı izlerde tüm olaylar gözlenebildiğinden (şekil 6.18) kompleks yapıların modellenmesinde sonlu farklar tercih edilebilir.

#### 6.2.2. Üç Boyutlu Modelleme İçin Yöntemlerin Karşılaştırılması

Sözü geçen yöntemlerin üç boyutlu modellemede karşılaştırılması için bir önceki örnekte verilen iki tabakalı model üç boyutlu olarak düşünülmüş ve tüm parametreler aynı alınmıştır (şekil 6.24). Sonlu farklarla üç boyutlu modellemede kararlılık koşulu olarak  $P \leq 0.577$ , Hartley ve Fourier metodu için  $P \leq 0.2$  olması gerektiği Bölüm 4 de verilmişti. Bir önceki örnekte sonlu farklar için  $P=0.375$ , Hartley ve Fourier için  $P=0.1875$  olarak bulunmuştu. Bu değerler üç boyutlu modelleme içinde kararlılık sınırları arasında yer almaktadır. İki boyutlu modelleme için verilen grid dispersiyonu sınırları üç boyutlu modelleme içinde geçerlidir. Yani sonlu farklar için  $\lambda/h$  oranı  $10h$  dan büyük, Hartley ve Fourier metodu için  $3-4 h$  kadar olmalıdır. Bu değerlerin sağlandığı bir önceki örnekte verilmiştir.

Şekil 6.24 de verilen üç boyutlu yapı sonlu farklarla 128x128x128 gridlerle modellenirken, grid dispersiyonuna daha duyarlı olan Hartley ve Fourier metodu ile 64x64x64 veya daha az bir gridde modellenenbilmektedir. Bu ise iki boyutlu modellemeye göre üç boyutlu modellemede daha büyük zaman ve bellek problemini ortadan kaldırılacaktır.

Üç boyutlu modellemede kullanılan metodların karşılaştırılması Tablo 6.2 de verilmiştir.



Şekil 6.24. İki tabakalı yapının üç boyutlu görünümü

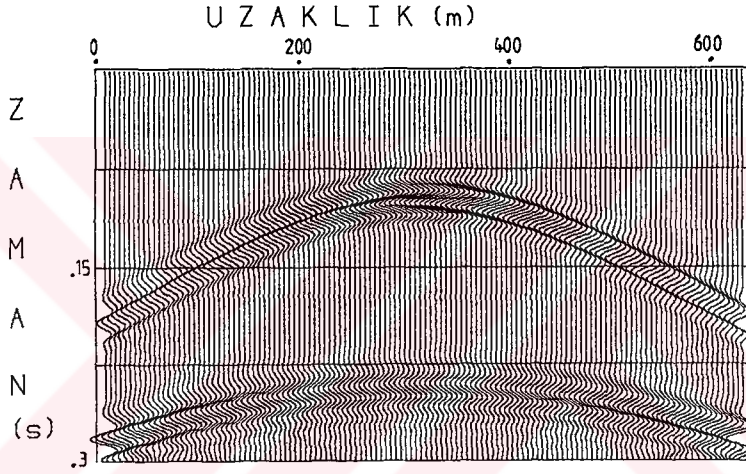
Tablo 6.2. Üç boyutlu modelleme için yöntemlerin karşılaştırılması.

	GRİD 64x64x64		GRİD 128x128x128	
	Bellek	Bir işlem adımı için gerekli zaman (s)	Bellek	Bir işlem adımı için gerekli zaman (s)
SONLU FARKLAR	2 MB	30	16 MB	70
HARTLEY	2 MB	35	16 MB	85
FOURIER	4 MB	50	32 MB	120

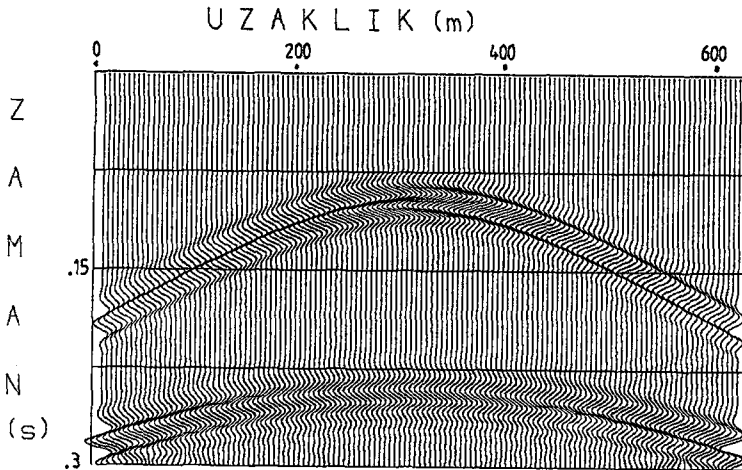
Üç boyutlu yapının Vax 6520de modellenmesi sonlu farklarla 12 saat, Fourier metodu ile 8.5 saat ve Hartley metodu ile 6 saat lik bir zamanda tamamlanmıştır. İki boyutlu modelleme de olduğu gibi üç boyutlu modellemede zaman ve bellek bakımından en avantajlı yöntem Hartley metodudur.

Şekil 6.24 de verilen yapıda hat 1 ve hat 2 de olduğu varsayılan jeofonlarda elde edilen sismogramlar sonlu farklar

için Şekil 6.25, 6.26, Hartley metodu için Şekil 6.27, 6.28 ve Fourier metodu için Şekil 6.29, 6.30 da gösterilmiştir. Hat 1 ve hat 2 de elde edilen sismogramlar birbirine eşittir. Şekil 6.27, 6.28, 6.29 ve 6.30 da kullanılan pencere sınırlardan dolayı ilk ve son on izde yine hiç bir olay gözlenmemektedir. Eğer modelleme Vax da yapılacak ise daha sık aralıklarla iz alınan ve izlerde tüm olayların gözlenebildiği sonlu farklar zaman ve bellek dezavantajına rağmen kullanılabilir.

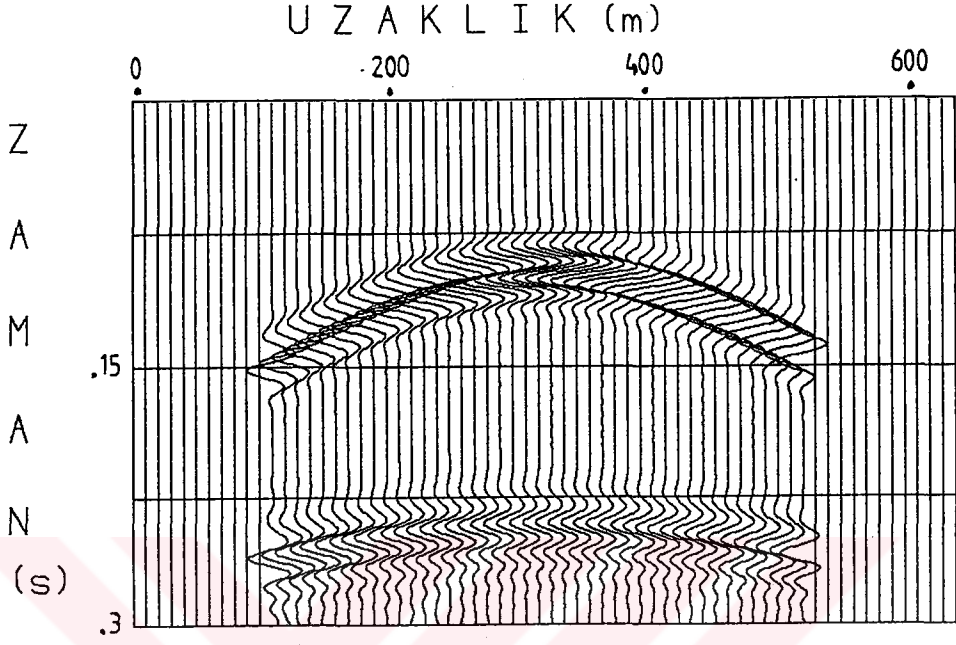


Şekil 6.25. Şekil 6.24 de verilen hat 1 için sonlu farklarla elde edilen sismogram.

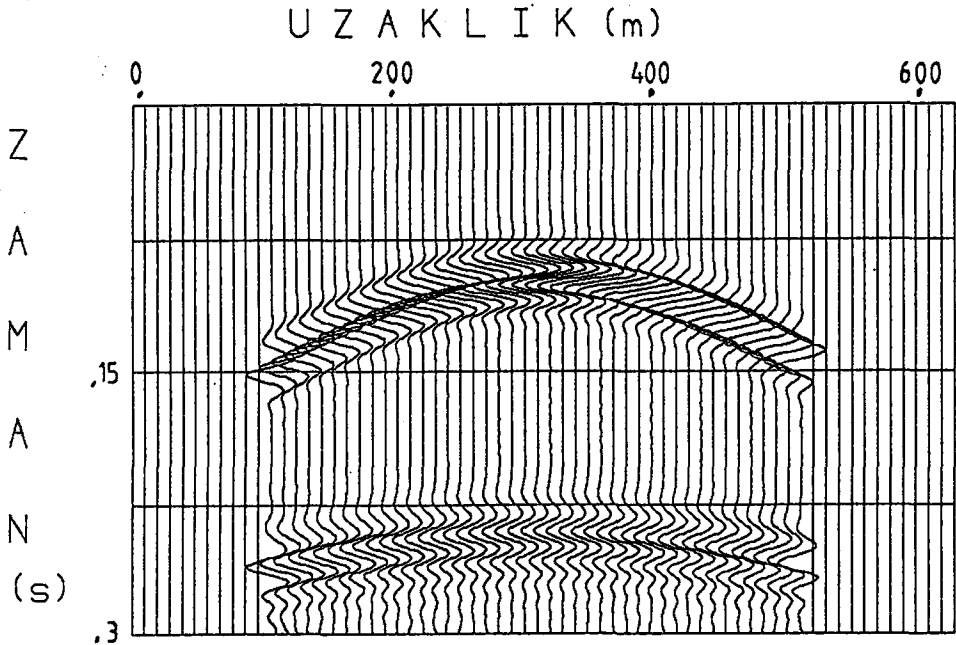


Şekil 6.26. Şekil 6.24 de verilen hat 2 için sonlu farklarla elde edilen sismogram.

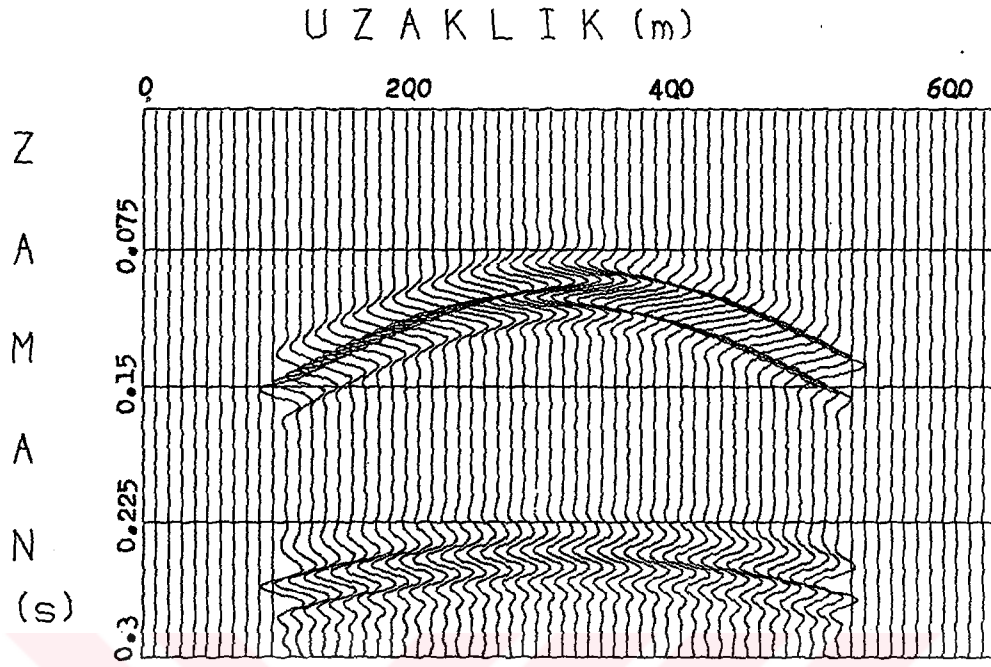




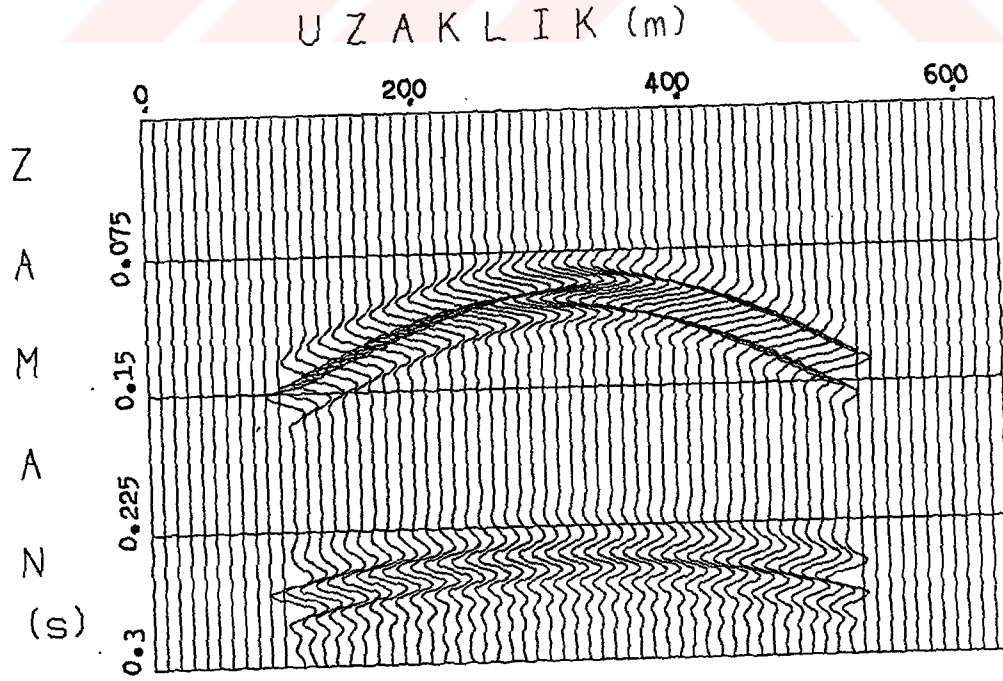
Şekil 6.27. Şekil 6.24 de verilen hat 1 için Hartley metodu ile elde edilen sismogram.



Şekil 6.28. Şekil 6.24 de verilen hat 2 için Hartley metodu ile elde edilen sismogram.



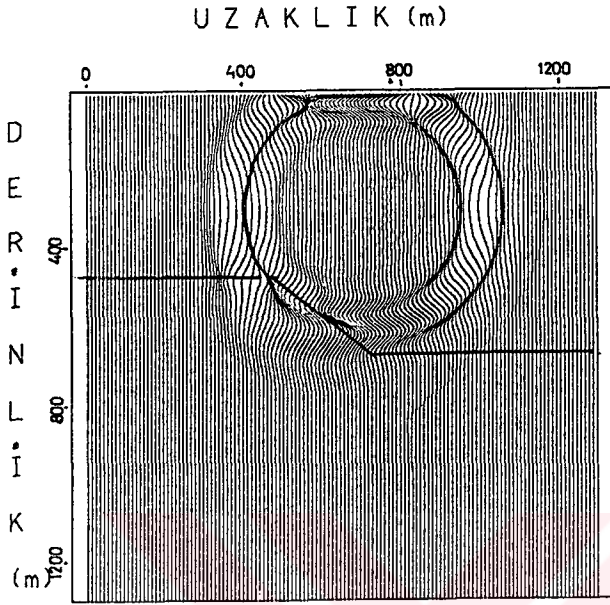
Şekil 29. Şekil 6.24 de verilen hat 1 için Fourier metodu ile elde edilen sismogram.



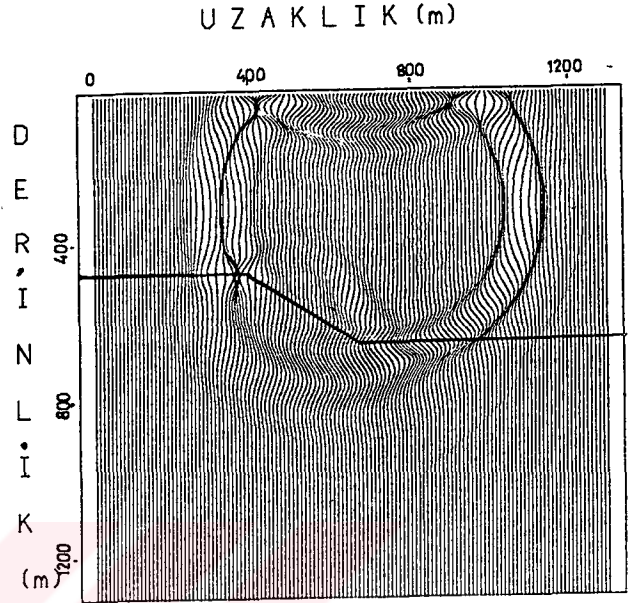
Şekil 6.30. Şekil 6.24 de verilen hat 2 için Fourier metodu ile elde edilen sismogram.



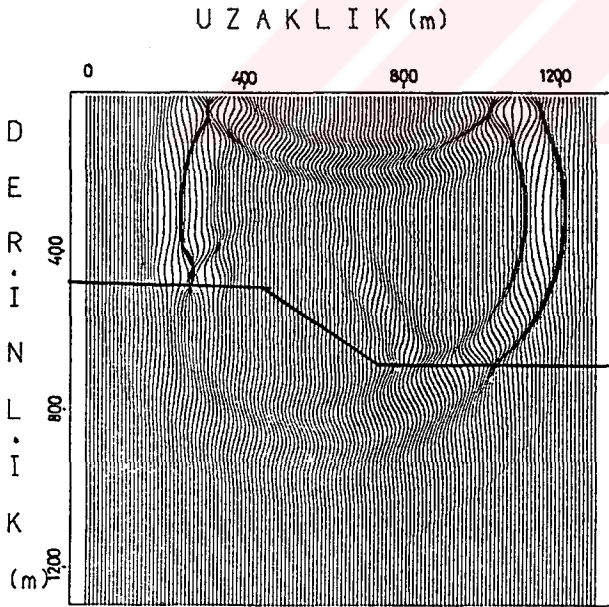
t=125 ms



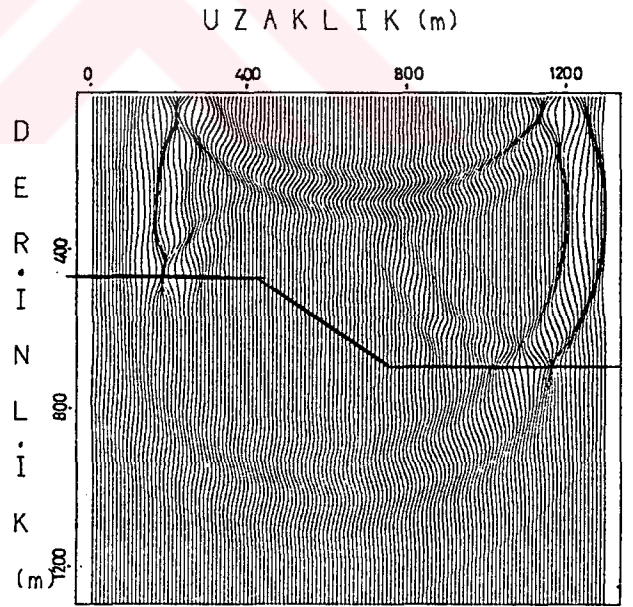
t=150



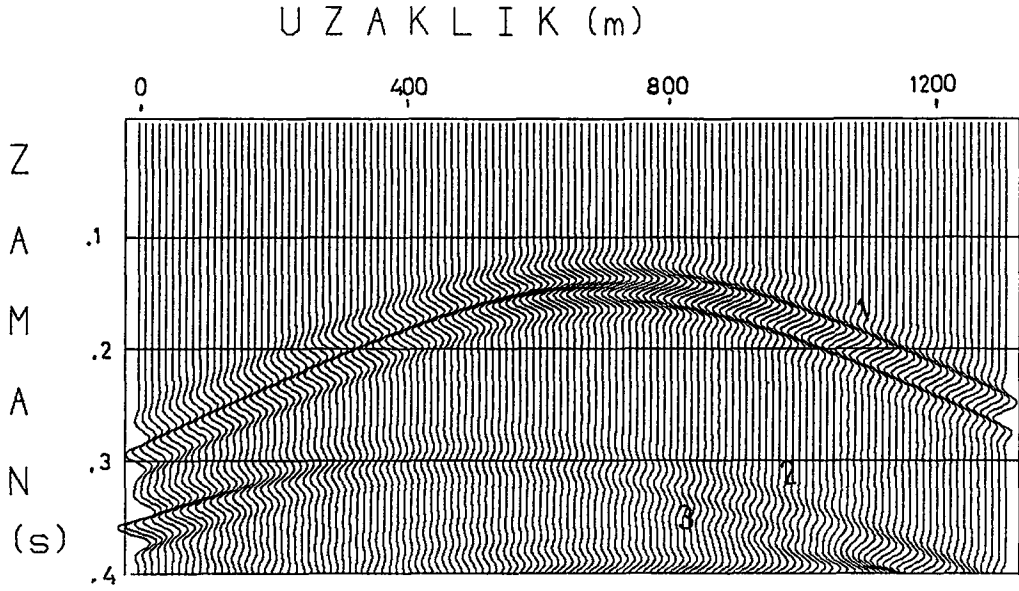
t=175 ms



t=200 ms

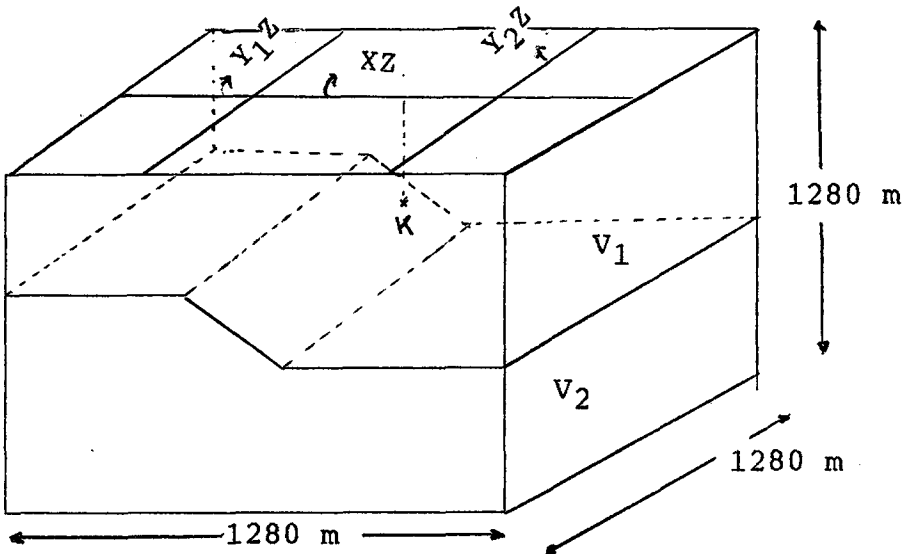


Şekil 6.32. İki boyutlu fay için çeşitli zamanlarda sonlu farklarla elde edilen anlık enerji yayılımları.



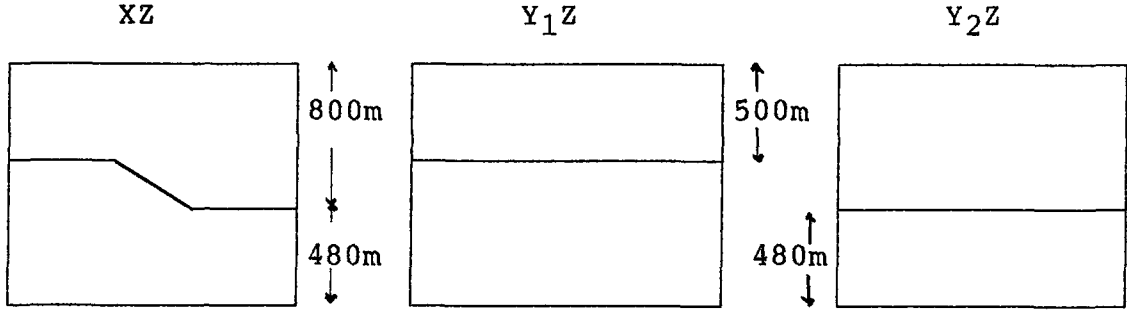
Şekil 6.33. İki boyutlu fay için elde edilen sismogram. 1-)doğrudan gelen dalgalar, 2-)fay düzleminde gelen yansımalar, 3-)difraksiyonlar. Sismogram sonlu farklarla üretilmiştir.

Kompleks modellemeye ikinci örnek olarak, birinci örnekte verilen iki boyutlu fay modeli üç boyutlu olarak düşünülüp modellenmiştir (Şekil 6.34). Üç boyutlu fayın  $XZ$ ,  $Y_1Z$  ve  $Y_2Z$  düzlemlerindeki görünüşleri Şekil 6.35 de verilmiştir.



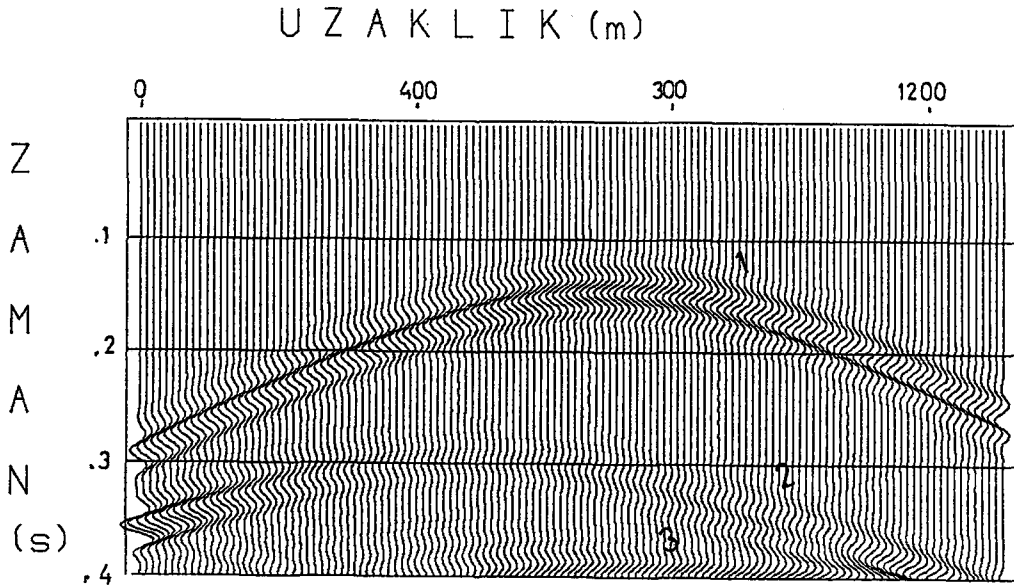
Şekil 6.34. Üç boyutlu fayın görünümü.



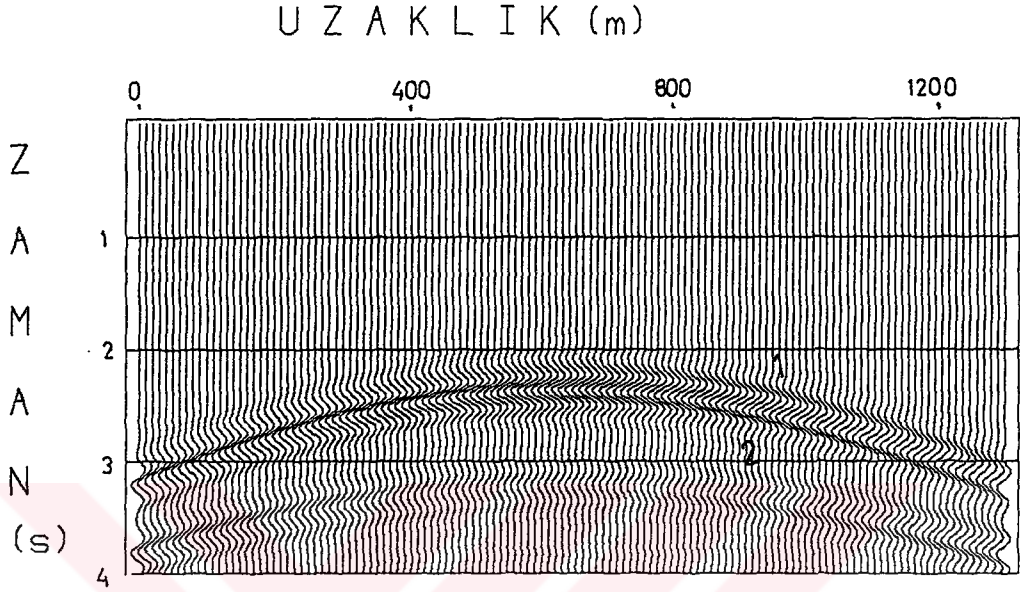


şekil 6.35. Üç boyutlu fayın çeşitli düzlemlerden görünümü.

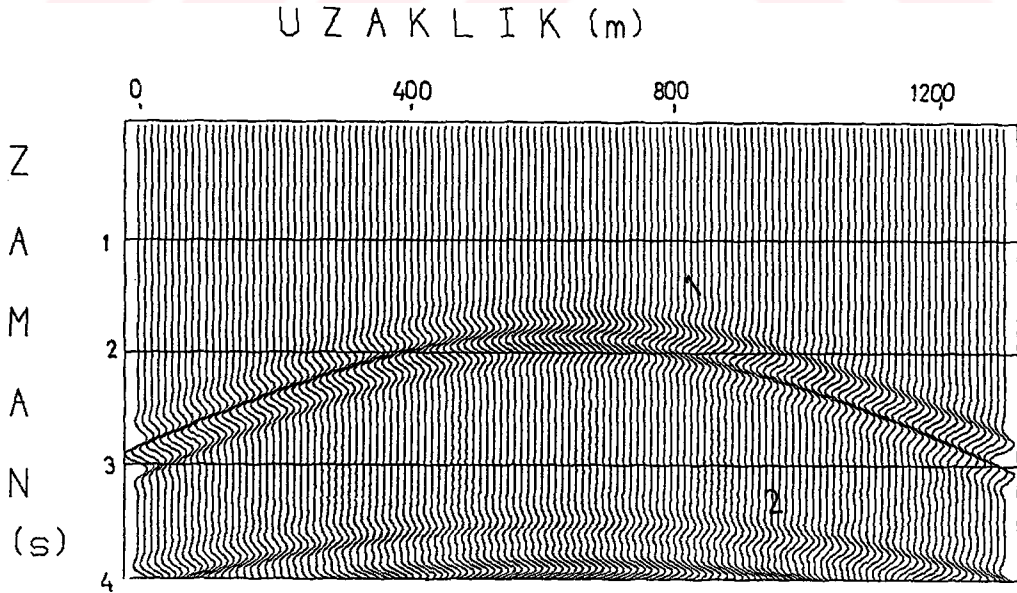
Üç boyutlu fay modellenirken jeofonların XZ,  $Y_1Z$ ,  $Y_2Z$  doğrultularında olduğu varsayılmış, bu jeofonlarda elde edilen yapay sismogramlar şekil 6.36, 6.37, 6.38 de ve bu doğrultuların altında kalan düzlemlerde elde edilen anlık enerji yayılımları şekil 6.39, 6.40, 6.41 de verilmiştir.



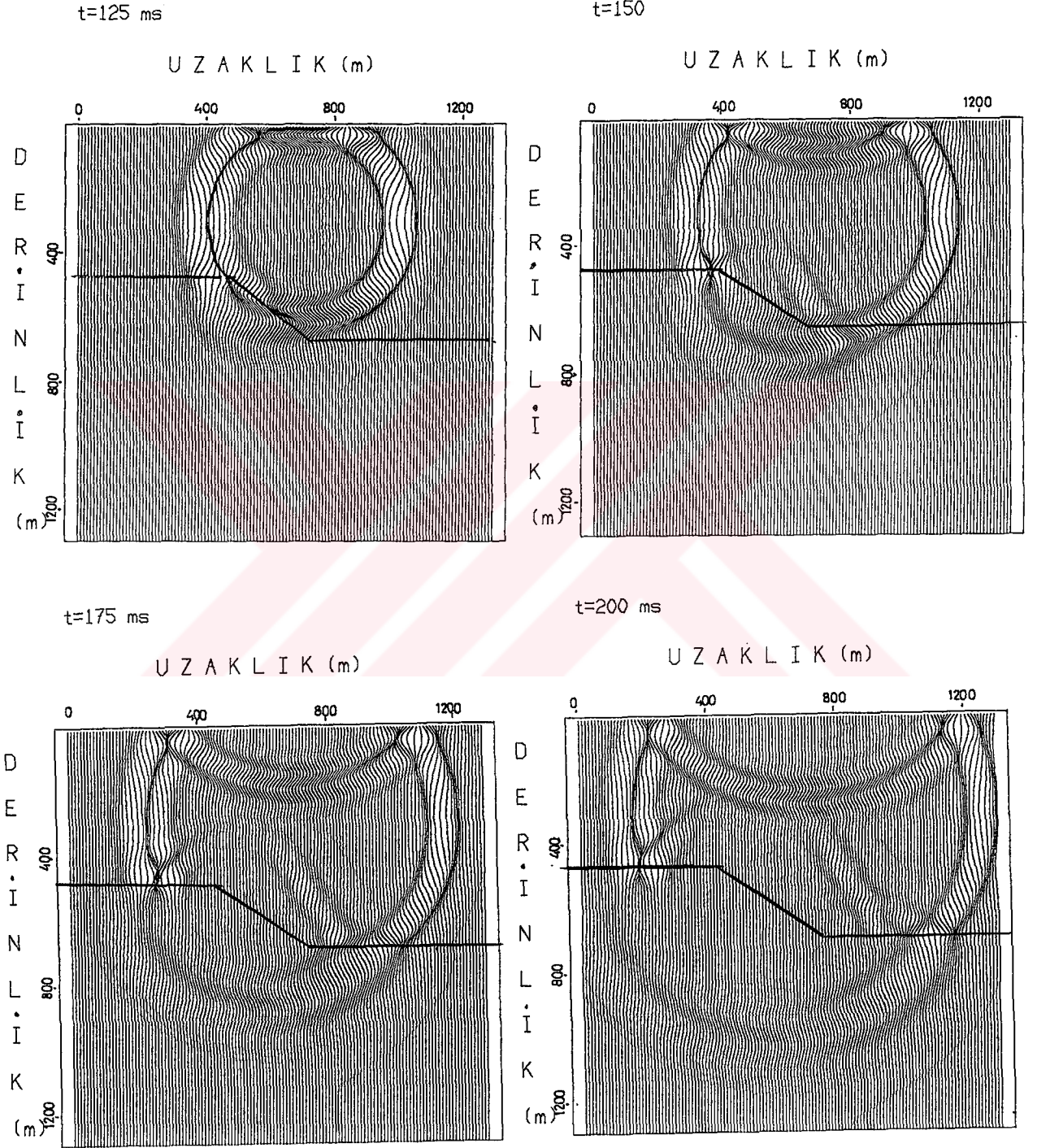
şekil 6.36. Üç boyutlu fay için XZ düzleminde elde edilen sismogram. 1-) Doğrudan gelen dalgalar, 2-) fay düzleminde gelen yansımalar, 3-)difraksiyonlar. sismogramlar sonlu farklarla üretilmiştir.



şekil 6.37. Üç boyutlu fay için  $Y_1Z$  düzleminde elde edilen sismogram. 1-) Doğrudan gelen dalgalar, 2-) fay düzleminde gelen yansımalar. Sismogram sonlu farklarla üretilmiştir.

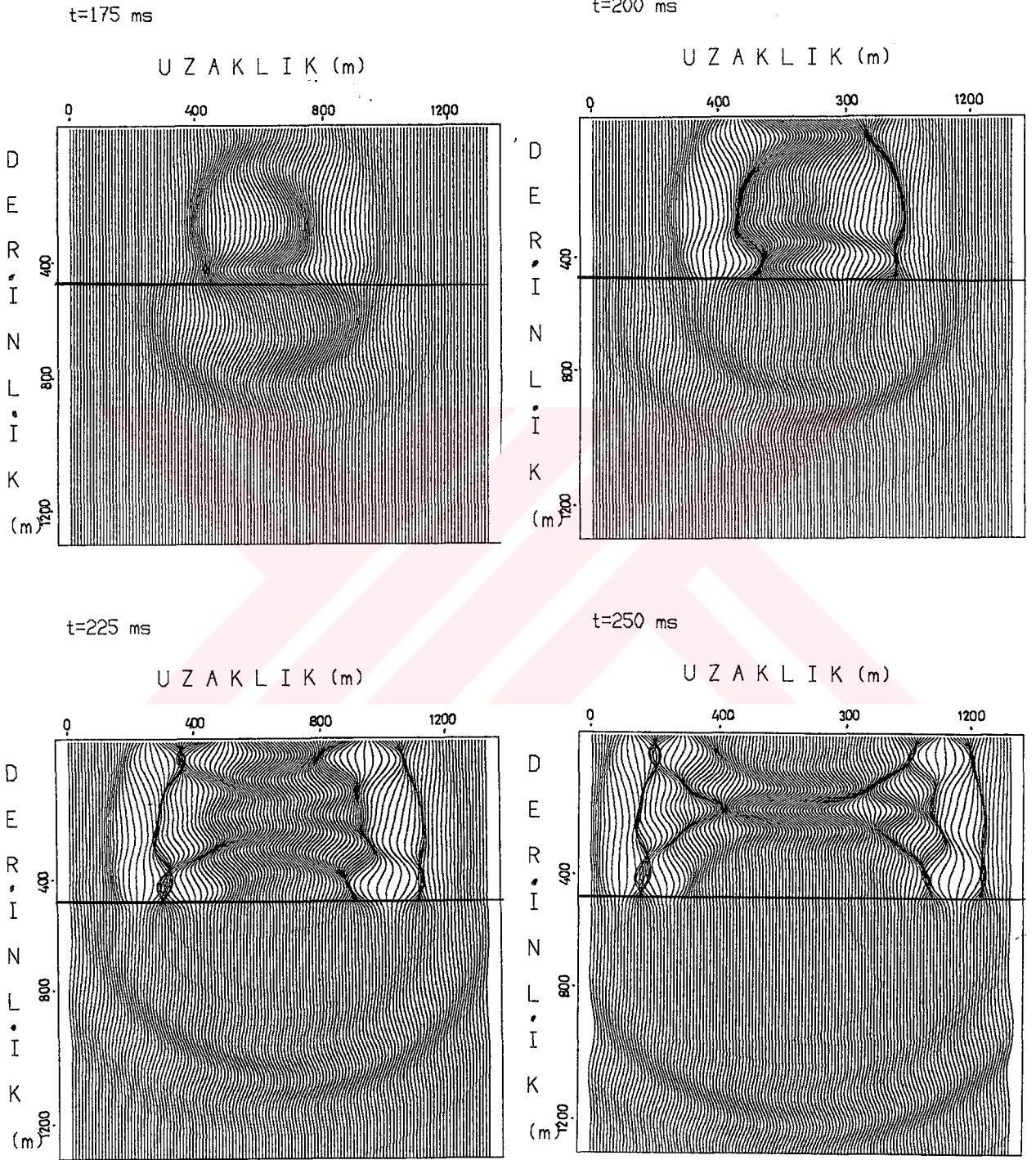


şekil 6.38. Üç boyutlu fay için  $Y_2Z$  düzleminde elde edilen sismogram. 1-) Doğrudan gelen dalgalar, 2-) fay düzleminde gelen yansımalar. Sismogramlar sonlu farklarla üretilmiştir.

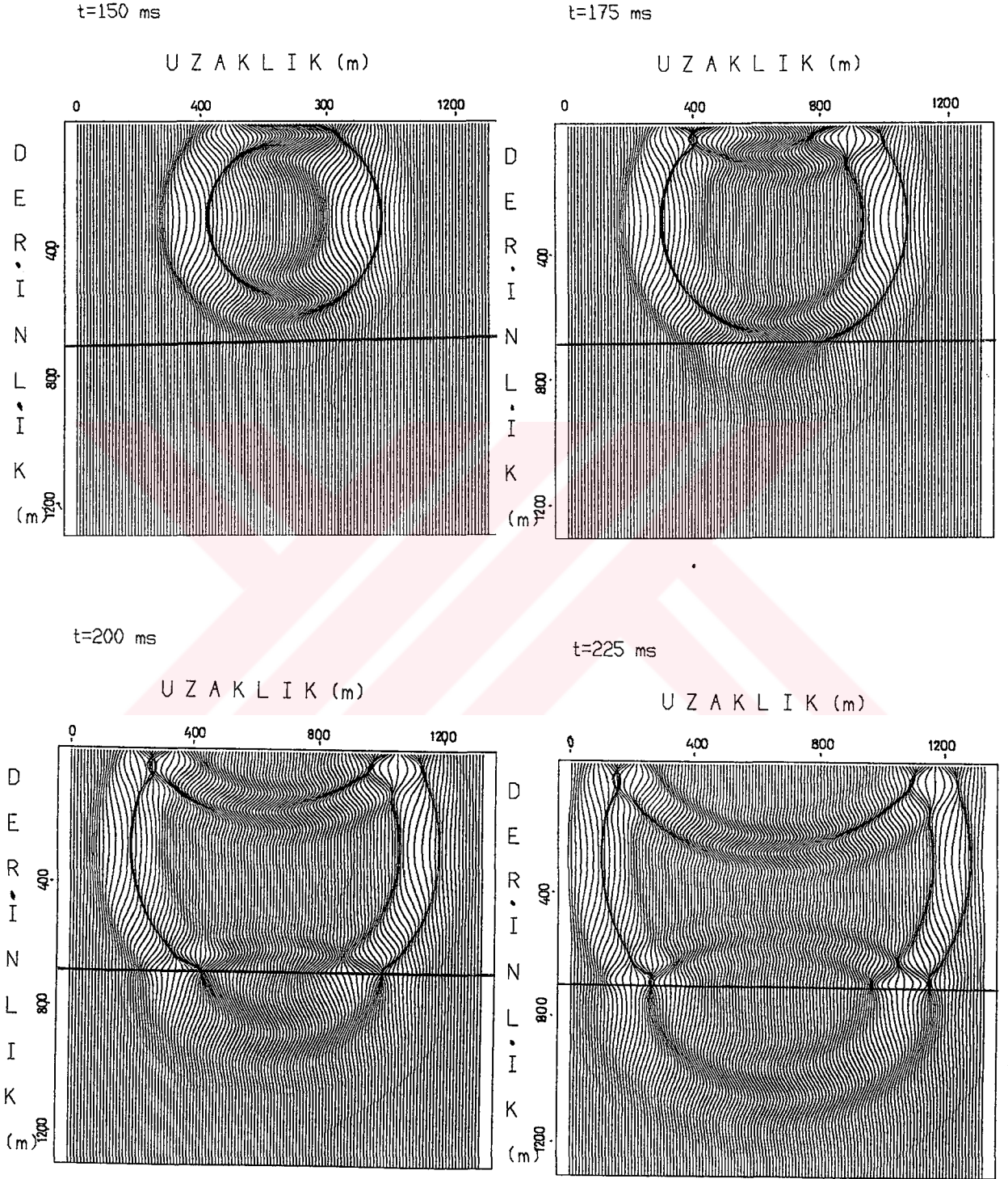


Şekil 6.39. Üç boyutlu fay için XZ düzleminde elde edilen anlık enerji yayılımları.





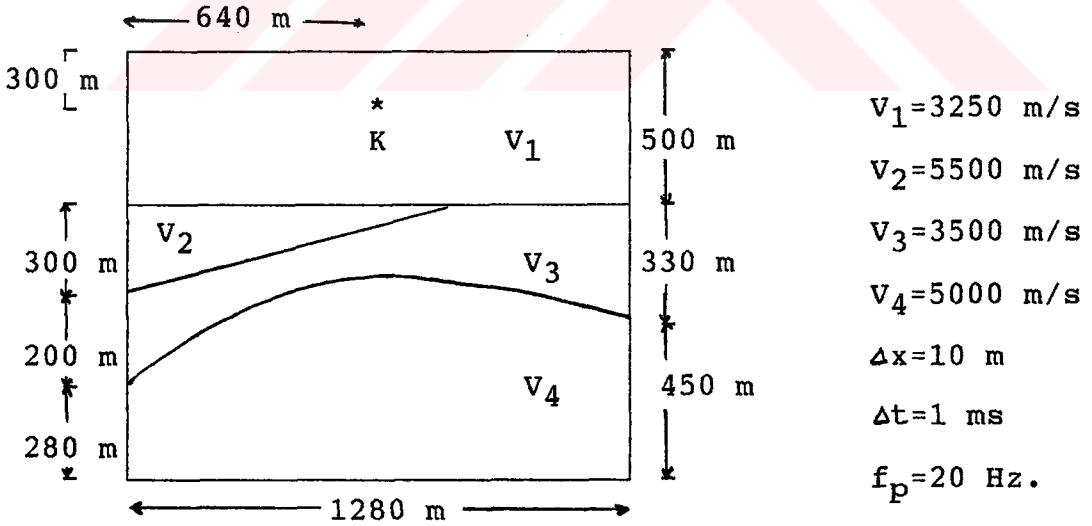
Şekil 6.40. Üç boyutlu fay için  $Y_1Z$  düzleminde elde edilen anlık enerji yayılımları.



Şekil 6.41. Üç boyutlu fay için  $Y_2Z$  düzleminde elde edilen anlık enerji yayılımları.

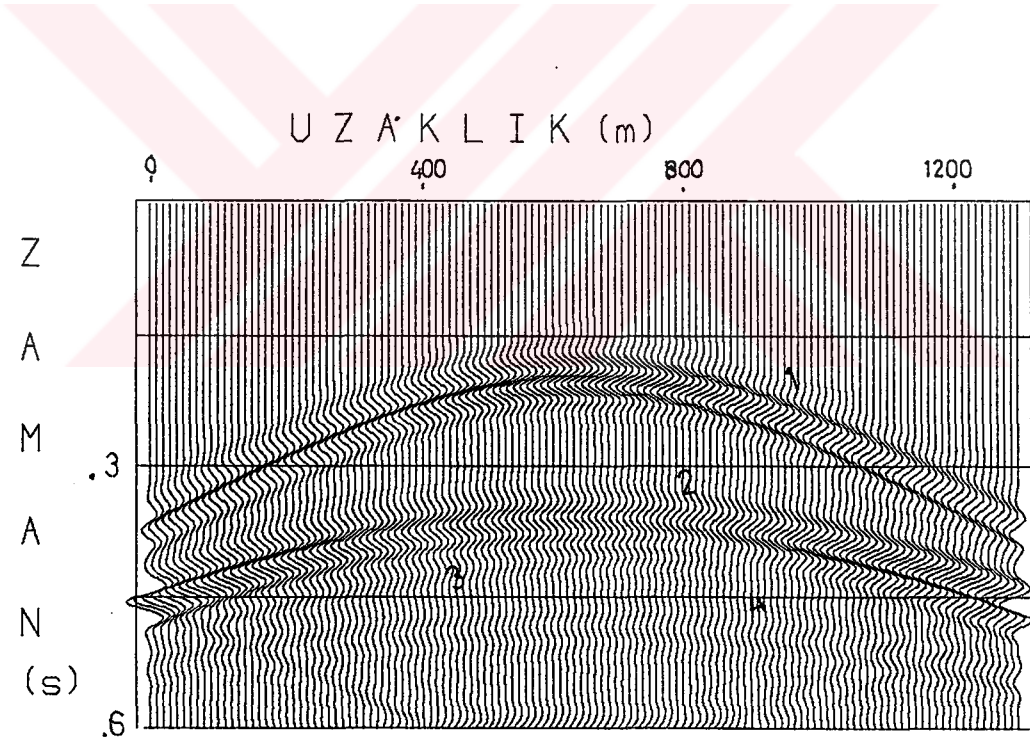
Şekil 6.35 den görülebileceği gibi fayın  $Y_1Z$  ve  $Y_2Z$  düzlemlerindeki görünüşleri iki tabakalı bir yapı modeline benzemektedir. Dolayısıyla ile,  $Y_1Z$  ve  $Y_2Z$  düzlemlerinde elde edilecek sismogramlar (Şekil 6.37, 6.38) iki tabakalı bir yapıdan elde edilecek sismogramlara benzemektedir.  $Y_1Z$  ve  $Y_2Z$  düzlemlerinden bakıldığında ortamın iki tabakalı bir yapı şeklinde görüldüğü Şekil 6.40 ve 6.41 de verilen anlık enerji yayılımlarında da gözlenebilmektedir. XZ düzleminde elde edilen sismogram (Şekil 6.36) ve Şekil 6.39 da bu düzlem için verilen anlık enerji yayılımlarında fay düzleminden gelen olaylar yer almaktadır.

Karmaşık modellemeye üçüncü örnek olarak yeraltında çeşitli şekillerde tabakalanmış dört tabakalı bir model ele alınmış ve ikinci tabaka kama şeklinde bir yapı olarak düşünülmüştür (Şekil 6.42). Bu yapı için elde edilen sismogram Şekil 6.43 de verilmiştir.



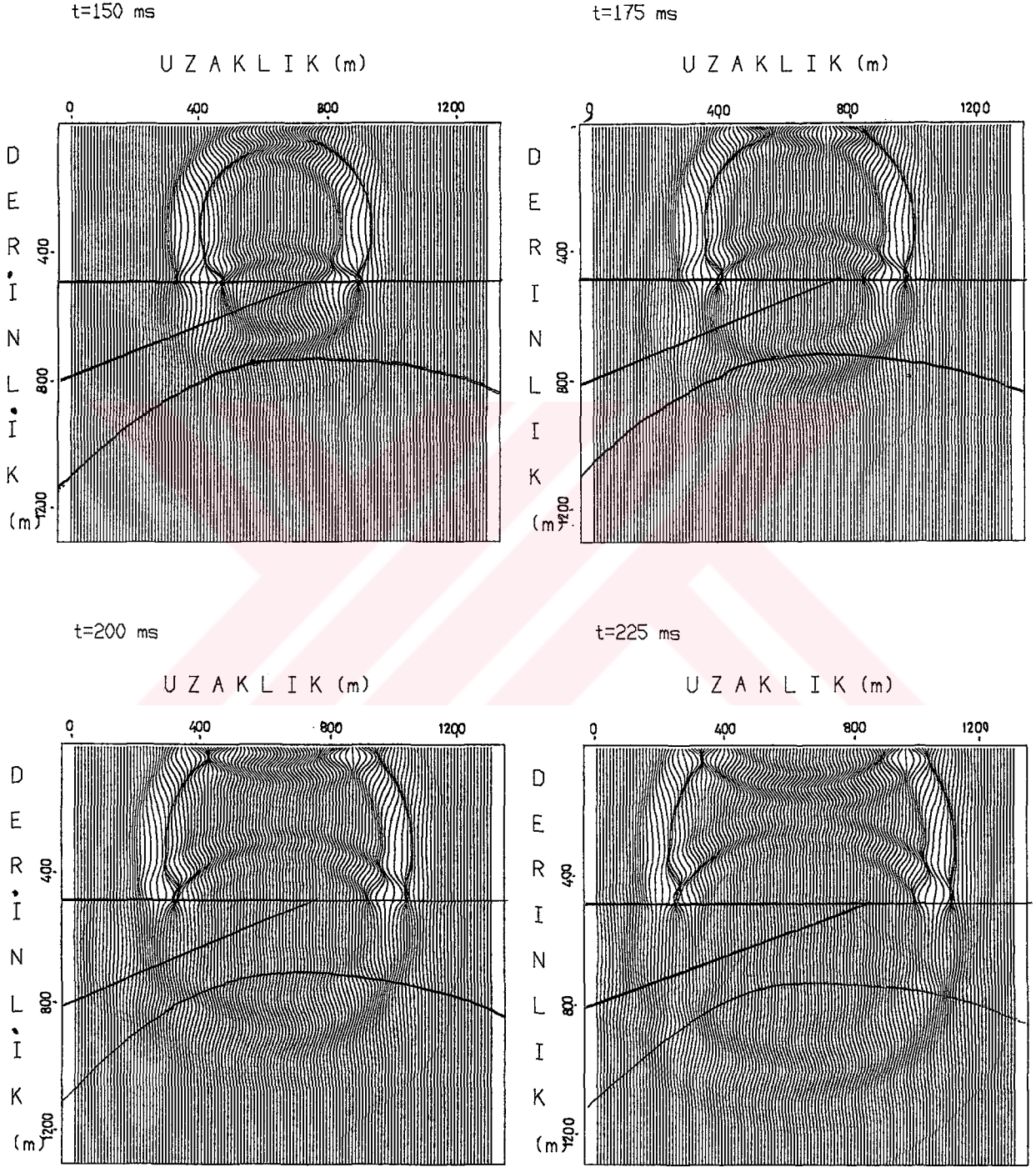
Şekil 6.42. Çeşitli şekillerde tabakalanmış dört tabakalı modelin görünümü.

Kamanın altından gelen yansımalar birinci arayüzeyden gelen yansımaların üzerine binmiştir. Bu yapı için çeşitli zamanlarda dalga alanlarının ortamda nasıl yayıldığını gösteren anlık enerji yayılımları şekil 6.44 de verilmiştir. Kaynağın altında kamanın kalınlığı ince olduğundan bu ortamda dalga yayılımı açık olarak gözlenememektedir. Fakat birinci ve üçüncü arayüzeyden gelen yansımalar gözlenebilmektedir. 175 ms anı için verilen anlık enerji yayılımında dalga alanının yeryüzüne ulaştığı ve yeryüzünden yansımanın başladığı gözlenmektedir.



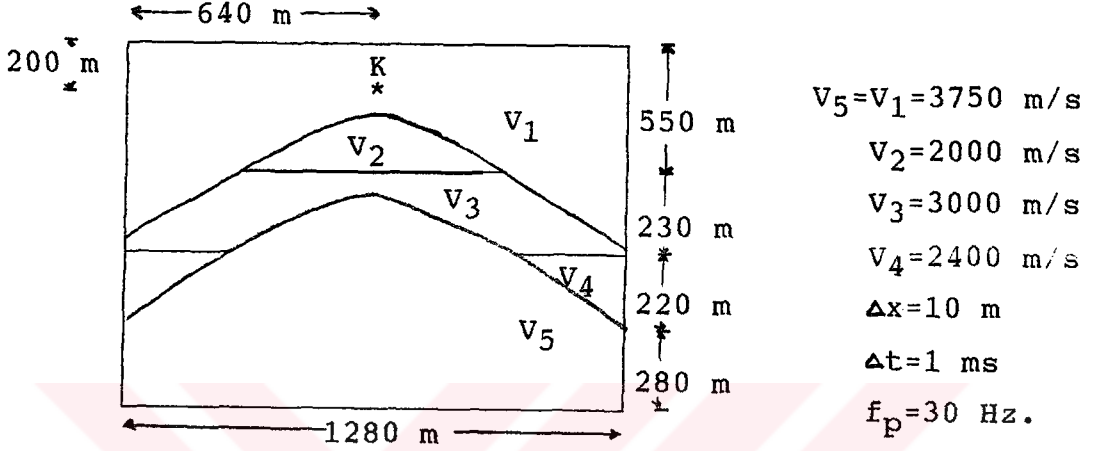
Şekil 6.43. Şekil 6.42 de verilen yapı için elde edilen sismogram. 1-) Doğrudan jeofonlara gelen dalgalar, 2-) Birinci arayüzeyden gelen yansımalar, 3-) Kama şeklindeki ikinci arayüzeyden gelen yansımalar, 4-) üçüncü arayüzeyden gelen yansımalar. Sismogram sonlu farklarla üretilmiştir.



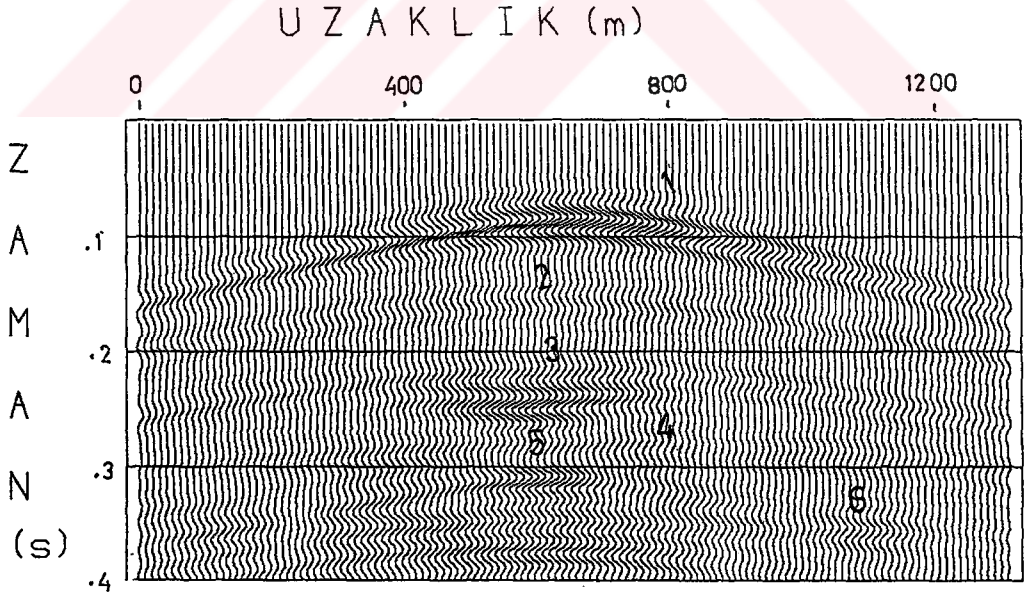


Şekil 6.44. Şekil 6.42 de verilen yapı için elde edilen anlık enerji yayılımları.

Karmaşık modellemeye son örnek olarak şekil 6.45 de verilen iki boyutlu bir petrol kapanı modellenmiştir. Bu yapı için elde edilen sismogram şekil 6.46 ve anlık enerji yayılımları şekil 6.47 da verilmiştir.

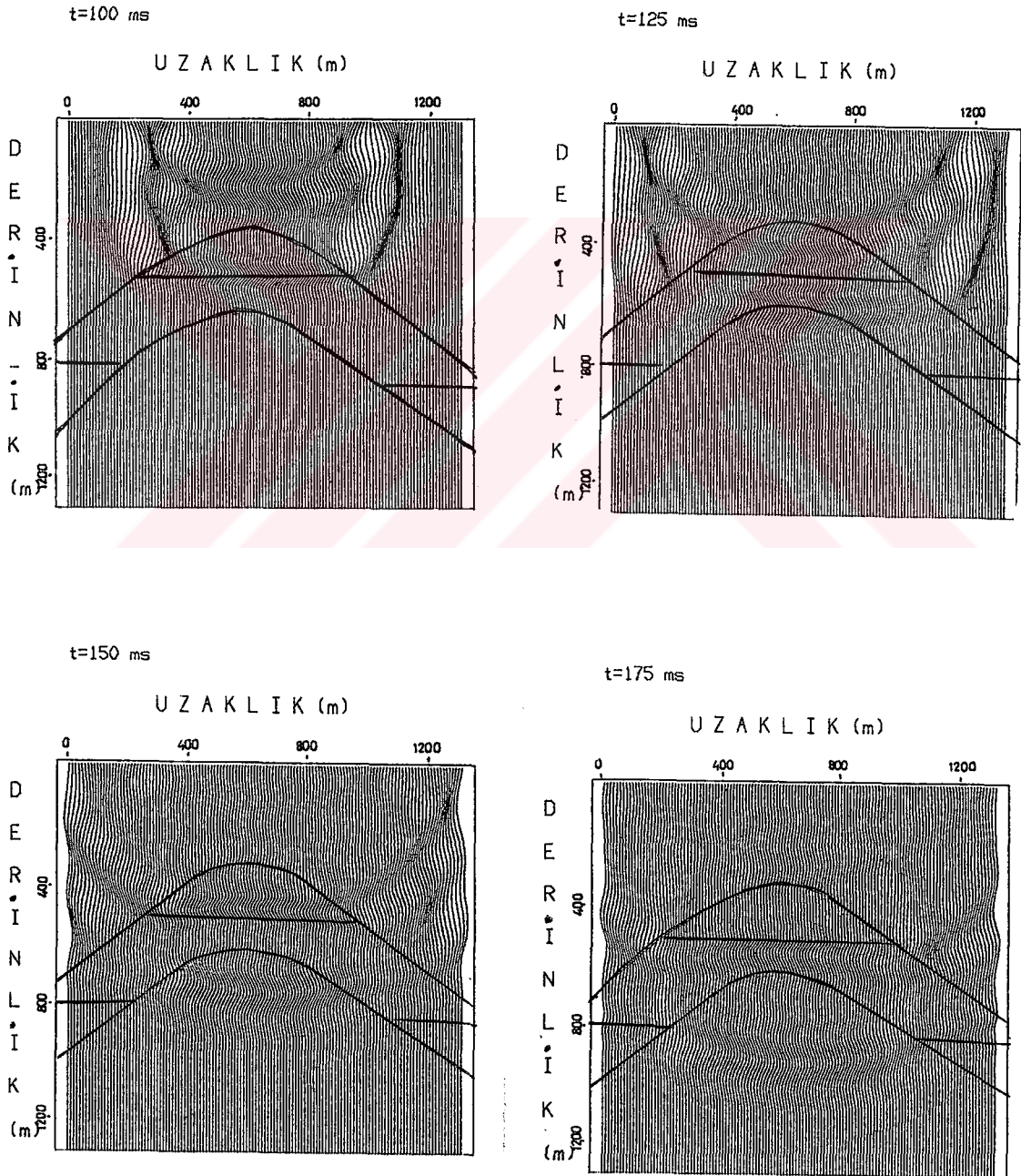


Şekil 6.45. İki boyutlu petrol kapanı.



Şekil 6.46. Petrol kapanı için elde edilen yapay sismogram. 1-) doğrudan jeofonlara gelen dalgalar, 2-) Birinci arayüzeyden gelen yansımalar, 3-) İkinci arayüzeyden gelen yansımalar, 4-) Yüzeyden gelen tekrarlı yansımalar, 5-) Üçüncü arayüzeyden gelen yansımalar, 6-) Dördüncü arayüzeyden gelen yansımalar. Sismogram sonlu farklarla üretilmiştir.

Sismograma bakıldığında, küresel açılımdan dolayı kaynaktan itibaren sağa ve sola doğru gidildikçe genliklerde bir düşmenin olduğu görülebilir. Şekil 6.47 de verilen anlık enerji yayılımlarında petrol kapanı için dalga alanının nasıl yayıldığı görülmektedir. 175 ms anı için verilen anlık enerji yayılımında tüm ara yüzeyler için yansımanın olduğu gözükmektedir.



Şekil 6.47. Petrol kapanı için elde edilen anlık enerji yayılımları.

Buraya kadar verilen tüm örnekler göz önünde bulundurularak sonlu farklar, Hartley ve Fourier metodları ile her türlü yapının modellenebileceği ortaya çıkmaktadır.

Akustik dalga denklemi fiziksel anlamı olan bir ifadedir. Bu yüzden, bu denklemin çözümlenmesi ile elde edilen sismogramlarda ilk varışlar, yansımalar, tekrarlı yansımalar sismogramlarda yer alacaktır. küresel açılım ve yansıma katsayıları nedeni ile genliklerde bir düşüm ortaya çıkacaktır. Çözümü anlatılan akustik dalga denklemini homojen ve izotrop bir ortam için verildiğinden soğurma ve mod dönüşümleri işin içine girmemektedir. Eğer soğurma ve mod dönüşümleri modellenecek ise heterojen ve anizotrop ortamlar için geçerli olan dalga denklemleri ele alınıp çözümlenmelidir.



## BÖLÜM 7

### SONUÇLAR

Yapay sismogram modellenmesi sismik prospeksiyonda önemli bir yer teşkil etmektedir. Yeraltındaki değişimlerin dalga biçimlerini nasıl etkilediğini öğrenmede ve sismogramların yorumlanmasında modellemenin faydası büyüktür.

Bu çalışmada iki ve üç boyutlu akustik dalga denklemleri sonlu farklar, Hartley ve Fourier metodları ile çözülerek yapay sismogramlar modellenmiştir. Dalga denklemleri ile yapılan modellemelerde dalga alanının herhangi bir zamanda nasıl yayıldığını görme ve kaynağı istenen bir derinliğe ve uzaklığa yerleştirme imkanı vardır. Fourier ve Hartley metodları sonlu farklara nazaran grid dispersiyonu olayına daha duyarlı olduklarından, sonlu farklarla yapılacak modellemelerde 2-3 kat daha fazla grid sayısı gerekmektedir. Hartley metodu gerçel ortamda yapıldığından, bu yöntem ile yapılacak modelleme Fourier metodu ile yapılacak modellemeye nazaran daha hızlıdır ve daha az bir belleğe ihtiyaç duymaktadır. Bu yüzden modelleme için sözü geçen metodlar içerisinde en avantajlı olanı Hartley metodu ile yapılan modellemedir. Bu avantaj özellikle üç boyutlu modelleme için daha büyüktür. Bu çalışmada ortaya çıkarılan sonuçlar Vax 6520de elde edilmiştir. Modellemenin PC lerde yapılacağı göz önünde bulundurulur ise, Hartley metodunun hız avantajı daha büyük olacaktır. Fourier ve Hartley metodu ile yapılan modellemede kullanılan pencere sınırlardan dolayı ilk ve son izlerde olaylar sönümlenmektedir, Sonlu farklarda tüm izlerde olaylar gözlenebildiğinden bellek ve hız dezavantajına rağmen bu çalışmada kompleks yapıların modellenmesi için sonlu farklar metodu tercih edilmiştir.

Yeraltı üç boyutlu olduğundan dolayı en gerçekçi modelleme üç boyutlu modellemedir. Üç boyutlu modellemede istenilen yerden sismogram alma imkanı vardır ve dalga alanının herhangi bir yönde nasıl yayıldığı görülebilir. Bu işlem yorumlama açısından yararlı bilgiler sağlamaktadır.

Homojen ve izotrop bir ortam için geçerli olan akustik dalga denklemi kullanılarak yapılan modellemelerde; ilk varışlar, yansımalar, tekrarlı yansımalar, difraksiyonlar, küresel açılım ve yansıma katsayılarından dolayı enerjide meydana gelen azalma sismogramlarda gözlenebilir. Eğer mod dönüşümleri ve soğurma modellenecek ise heterojen ortamlar için geçerli olan dalga denklemleri çözümlenmelidir.



## YARARLANILAN KAYNAKLAR

- [1] Laurence R.L, Inversion Geophysical Data, First Edition, S.E.G. Press, Oklohoma, 1988
- [2] Alterman Z. S., Propagation Elastic Wave in Layered Media by Finite Difference Methods, Bull. SSA, 58, (1968) 367-389
- [3] Ottoviani M., Elastic Wave in Two-Evently-Welded Quarter Spaces, Bull. SSA, 61, (1971) 1199-1211
- [4] Alford R.M., Kelly K.R. and Boore D.M., Accuracy of Finite Difference Modeling of The Acoustic Wave Equation Geophysics, 41, (1976) 834-842
- [5] Kelly K.R., Ward R.W., Treitel S. and Alford R.M., Synthetic Seismograms; A Finite Difference Approach Geophysics 41, (1976) 2132-2157
- [6] Reynolds A.C, Boundary Condition for Numerical Solution of Wave Propagation Problems, Geophysics, 43, (1978) 1099-1110
- [7] Smith W.D., The Application of Finite-Element Analysis to Body Wave Propagation Problems, Geophys. Jour. Roy. Astro. Soc., 42, (1975)747-755
- [8] Gazdag J., Modeling of The Acoustic Wave Equation with Transform Methods, Geophysics, 46, (1981) 854-859
- [9] Fornberg B., The Pseudo-Spectral Methods; Comparisons with Finite Differences for Elastic Wave Equation, Geophysics, 47, (1987) 483-501

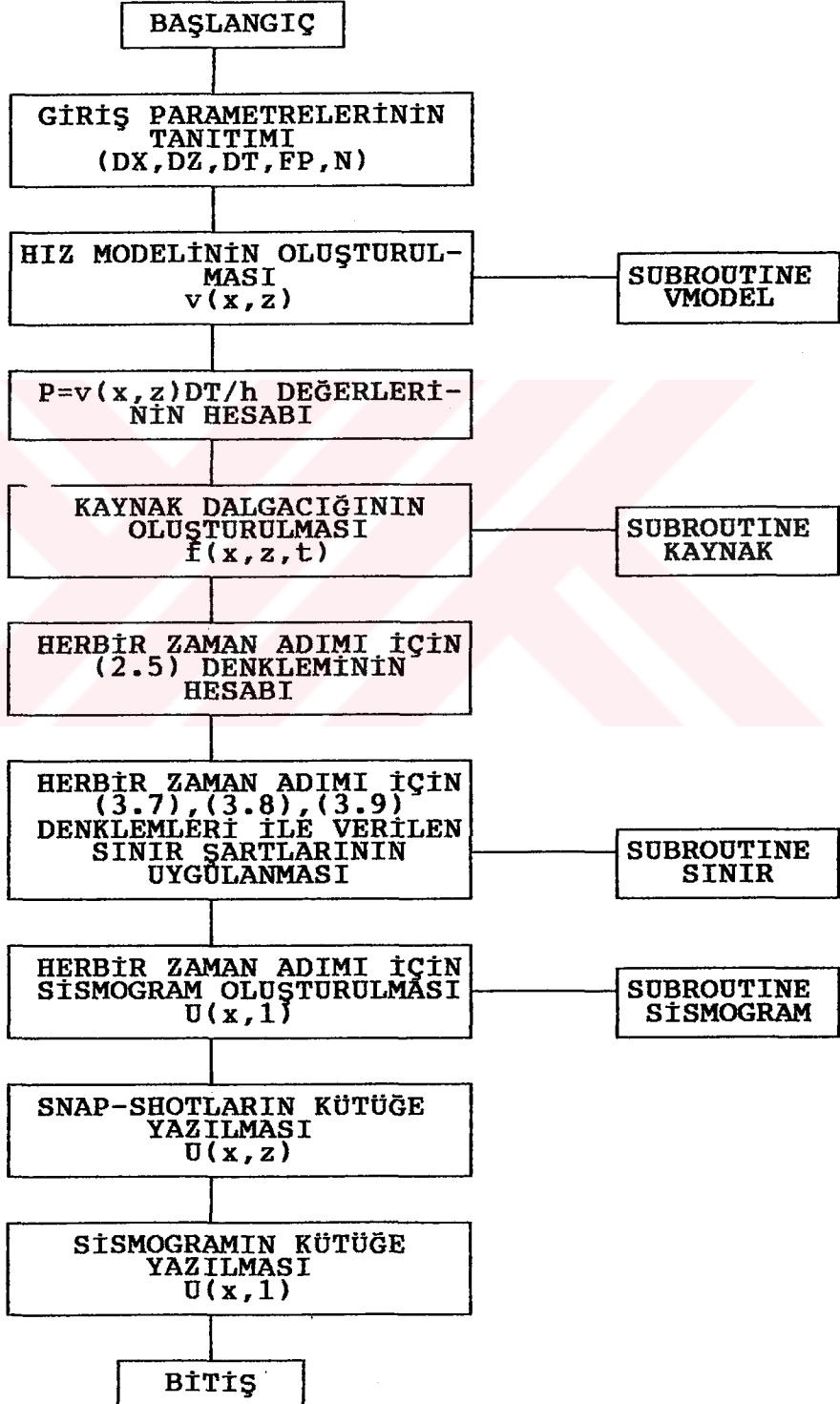
- [10] Kossloff D., and Baysal E., Forward Modeling by A Fourier Method, Geophysics, 47, (1982) 1402-1412
- [11] Kossloff D., Reshef M. and Lowenthal D., Elastic Wave Calculation by The Fourier Methods, Bull. SSA, 74, (1984), 875-888
- [12] Saatçılar R., Ergintav S. and Canitez N., The Use of Hartley Transform In Geophysical Applications, Geophysics, 56, (1991) 1488-1495
- [13] Saatçılar R. and Ergintav S., Solving Elastic Wave Equations with Hartley Method, Geophysics, 56, (1991) 274-278
- [14] Alptekin Ö., Teorik Sismoloji, Fakülte Ders Notları No 9, K.T.Ü. Trabzon, 1985
- [15] Telford W.M., Geldart L.P., and Sheriff R.E., Applied Geophysics, Second Edition, Cambridge University Press, New York, 1990
- [16] Berkhout A.J., Applied Seismic Wave Theory, First Edition, Elsevier Sciences Publishers, New York, 1987
- [17] Baysal E., Modeling And Migration by The Fourier Method, Doktora Tezi, Houston University, Houston, 1982
- [18] Kara V., Sismik Prospeksiyon, Fakülte Ders Notları No 24 K.T.Ü. Trabzon, 1992
- [19] Smith G.D., Numerical Solution of Partial Differential Equations with Exercises And Worked Solution, Second Edition, Oxford University Press, Oxford, 1982

- [20] Canitez N., Yaramancı U. ve Özdemir H., Spektral Analiz ve jeofizik Uygulamaları, TMMOB Jeofizik Mühendisleri Odası, Ankara, 1987
- [21] Selvi O., Elastik Dalga Yayılımı Modellemesi, Jeofizikte Modelleme Kollokyumu, Ocak 1992, İstanbul, Jeofizikte Modelleme Kollokyumu Ders Notları, 177-199
- [22] Akpınar S., İleri Sayısal Çözümleme Ders Notları, Fakülte Ders Notları, K.T.Ü. Trabzon, 1985
- [23] Saatçılar R., Bazı Diferansiyel Denklemlerin Çözümünde Sonlu Farklar Yaklaşımı, Jeofizikte Modelleme Kollokyumu, Ocak 1992, İstanbul, Jeofizikte Modelleme Kollokyumu Ders Notları, 201-214
- [24] Clayton R.W., and Enquist B., Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations, Bull. SSA, 67, (1977) 1529-1539
- [25] Cerjan C., Kossloff D., Kossloff R., and Reshef M., A Nonreflecting Boundary Condition for Discrete Acoustic And Elastic Wave Equations, Geophysics, 50, (1985) 705-709
- [26] Özdemir H., Veri İşlem Ders Notları, İ.T.Ü. Maden Fakültesi, İstanbul, 1981
- [27] Mitchell A.R., Computational Methods in Partial Differential Equations, Aberdeen University Press, Aberdeen, 1969
- [28] Baysal E., Akustik Dalga Denklemi ile Modelleme, Jeofizikte Modelleme Kollokyumu, Ocak 1992, İstanbul, Jeofizikte Modelleme Kollokyumu Ders Notları, 157-176

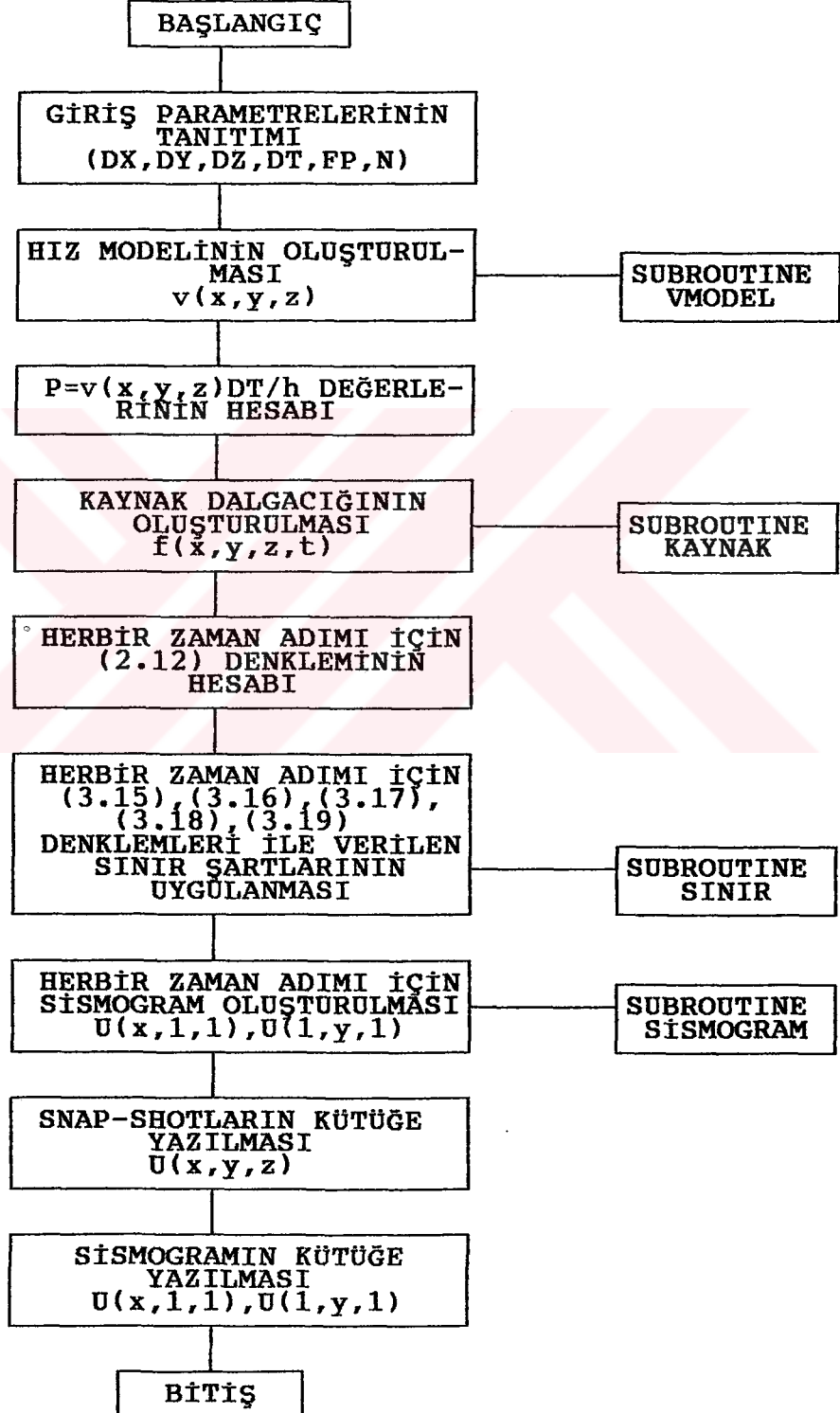
- [29] Reshef M., Kossloff D., Edwards M. and Hsiung C., Three-Dimensional Acoustic Modeling by The Fourier Method, Geophysics, 53, (1988), 1175-1183
- [30] Mufti I.R., Seismic Modeling in Implicit Mode, Geophysical Prospecting, 33, (1985) 619-656
- [31] Aki K., Quantitative Seismology, First Edition, W.H. Freeman And Company, New York, 1979
- [32] Ranold N. B., The Fast Hartley Transform, Proceeding of The Ieee, 72, (1984) 1010-1018
- [33] Us E., Sismik Yöntemler ve Yorumlamaya Giriş, TMMOB Jeofizik Mühendisleri Odası, Ankara, 1993
- [34] Kalweit R.S. and Wood L.C., The Limits of Zero-Phase Wavelets, Geophysics, 47, (1982) 1035-1046
- [35] Gelişli K., Ayrık Dalga Sayısı Yöntemiyle Tabakalı Ortamda Yüksek Frekanslı Düşey Sismik Profil Sismogramlarının Hesaplanması, Model ve Arazi Çalışmaları, Doktora Tezi, İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, 1992
- [36] Sheriff R.E., and Geldart L.D., Exploration Seismology, First Edition, Cambridge University Press, New York, 1982
- [37] Sheriff R.E., Seismic Stratigraphy, Second Edition, International Human Resources Development Corporation, New York, 1980
- [38] Sheriff R.E., Nomogram for Fresnel Zone Calculation, Geophysics, 45, (1980) 968-972

## EK-1

iki Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Sonlu Farklarla Çözümü için Akış Diyagramı.

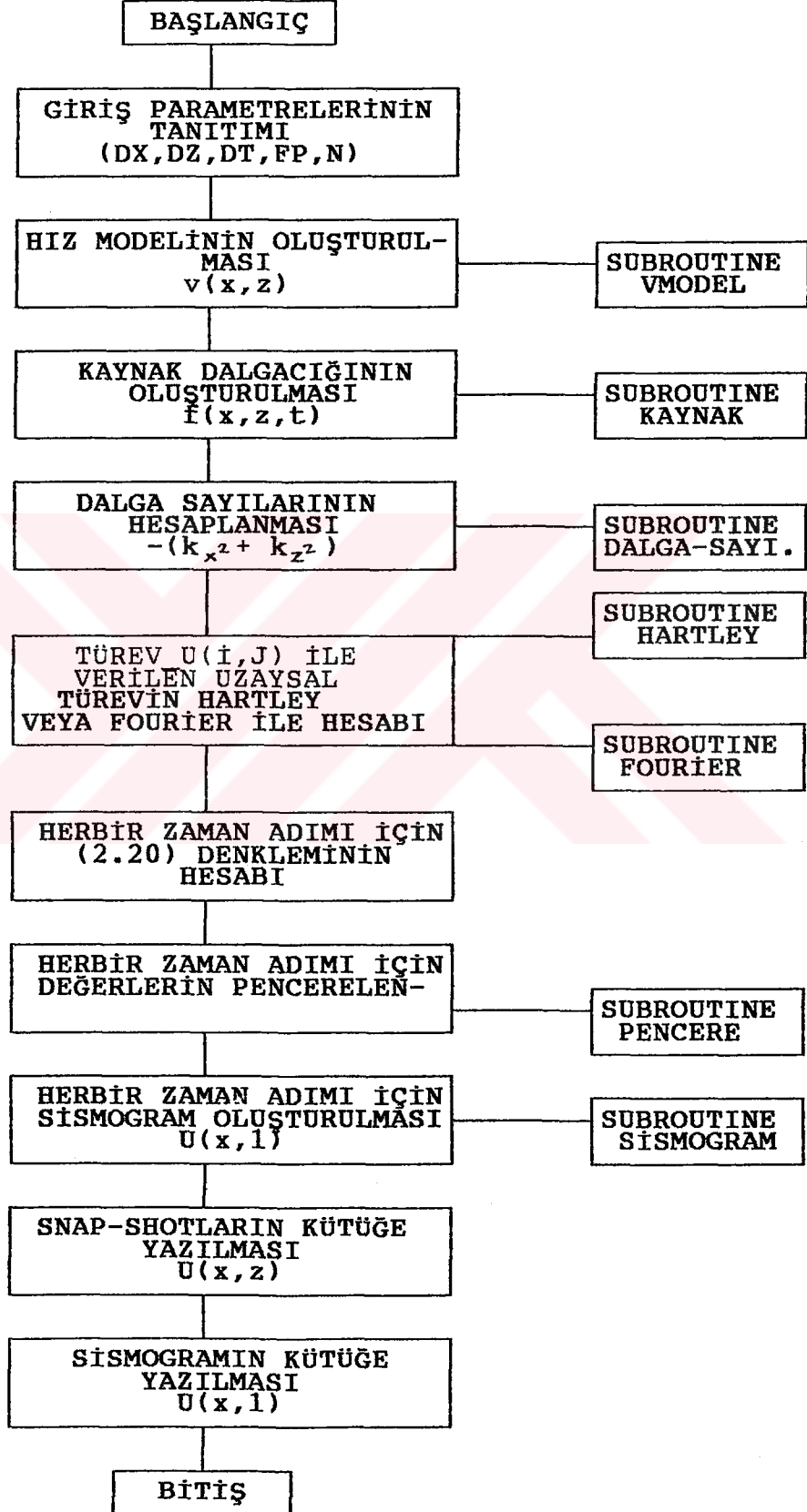


Üç Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Sonlu Farklarla Çözümü İçin Akış Diyagramı.

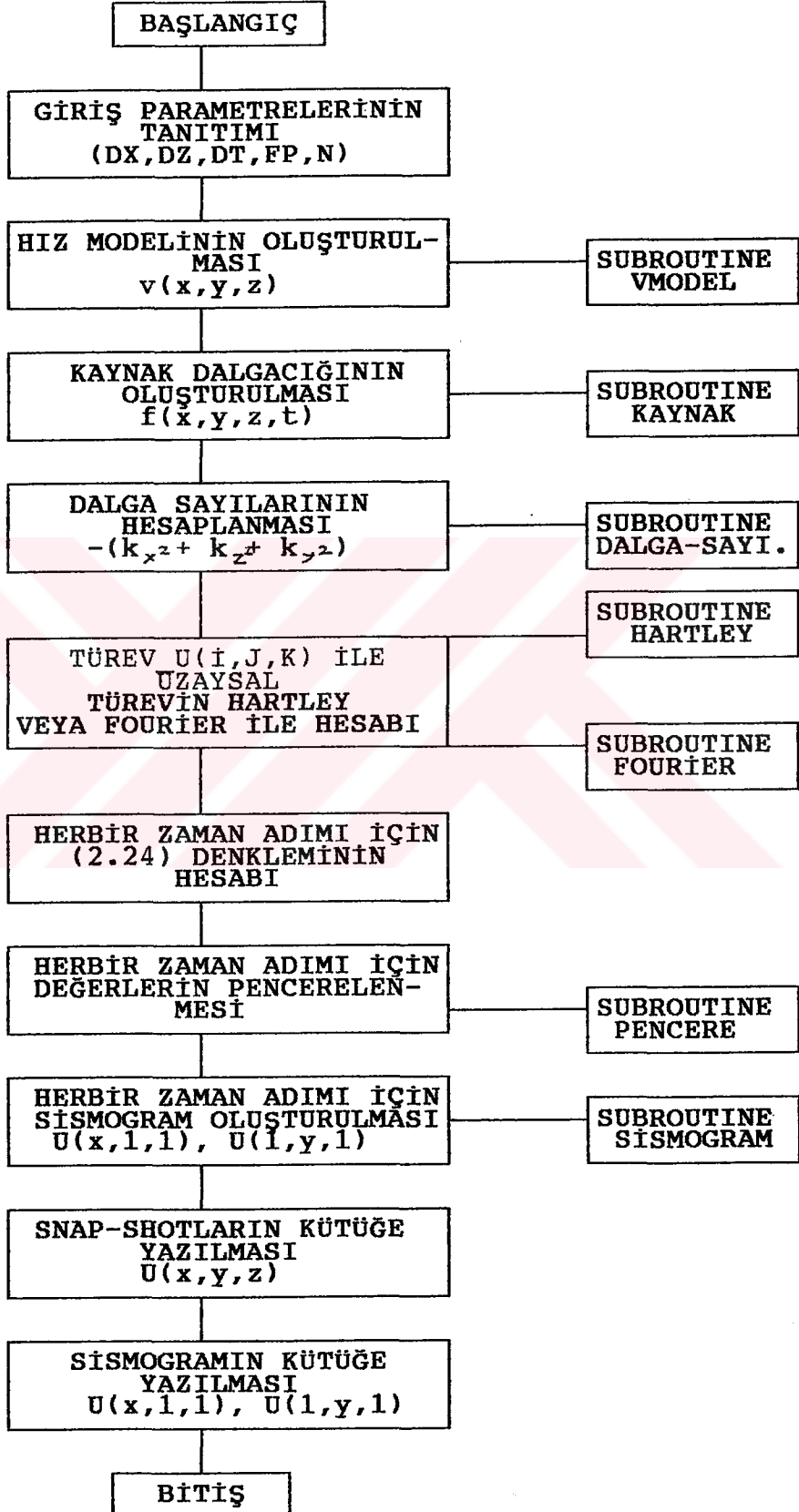




iki Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Hartley ve Fourier Yöntemi ile Çözümü için Akış Diyagramı.



Üç Boyutlu Akustik Dalga Denkleminin Hartley ve Fourier Yöntem  
ile Çözümü için Akış Diyagramı.



## ÖZGEÇMİŞ

06.09.1966 tarihinde Erzurum'un Horasan ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Erzurum' da tamamladı. 1986 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeofizik Mühendisliği Bölümüne girmeye hak kazandı. 1990 yılında lisans eğitimini onur öğrencisi olarak tamamladı. Aynı yıl mezun olduğu bölümde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya ve K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. 1992 yılında evlendi.