

33759

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

BETON AĞIRLIK BARAJLARIN EULER VE LAGRANGE

YAKLAŞIMLARI KULLANILARAK DİNAMİK ANALİZİ

İnş. Yük. Müh. Yusuf CALAYIR

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

"Doktor"

Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 17.05.1994

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 31.08.1994

Tezin Danışmanı : Prof. Dr. A. Aydın DUMANOĞLU

A. Aydın Dumanoğlu

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ragıp ERDÖL

Ragıp Erdöl

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Zekâi CELEP

Zekâi Celép

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Temel SAVAŞKAN

Temel Savaşkan

Ağustos 1994

TRABZON

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM BAKANLIĞI
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ÖNSÖZ

Barajlar arkalarında çok fazla miktarda su biriktiren monolitik yapılar olduğundan, yıkılmalarının hem ekonomik hem de can kaybı bakımından vahim sonuçlar doğuracağı açıktır. Bu nedenle, depreme karşı güvenliklerinin sağlanması dolayısıyla da dinamik analizleri son derece önem arz etmektedir. Böylesi önemli bir konuya yönelmemi sağlayan, önemli ve yoğun meşguliyeti gerektiren bir çok görevi üstlenmekle birlikte çalışmamın her aşamasında kıymetli bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım yönetici Hocam Sayın Prof. Dr. A. Aydın DUMANOĞLU' na minnet ve teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Yakın ilgileri ve tartışmaları ile çalışmaya çok değerli yardımları geçen Sayın Doç. Dr. Ümit UZMAN'a ayrıca teşekkür ederim.

Tez çalışmalarım boyunca maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen Araş. Gör. Alemdar BAYRAKTAR ve Araş. Gör. Murat MUVAFIK'a şükranlarımı sunar, bu çalışmanın ülkemize yararlı olmasını içtenlikle temenni ederim.

Bu çalışmadan aşağıdaki yayınlar yapılmıştır:

Calayır, Y., Dumanoğlu, A. A., Sıvı-Yapı Sistemlerinin Statik ve Dinamik Davranışlarının Lagrangian Metoduyla İncelenmesi, İnşaat Mühendisliğinde Bilgisayar Kullanımı III. Sempozyumu, 1992, İstanbul, Cilt 1, 248-261.

Calayır, Y., Bayraktar, A., Dumanoğlu, A. A., Baraj-Rezervuar Sistemlerinin Lineer Teoriye Göre Dinamik Analizi, 2. Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı, TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi, 1993, İstanbul, Bildiriler Kitabı, 178-187.

Calayır, Y., Dumanoğlu, A. A., Static and Dynamic Analysis of Fluid and Fluid-Structure Systems by the Lagrangian Method, Computer and Structures, 49, 4 (1993) 625-632.

Calayır, Y., Dumanoğlu, A. A., Sıvı Sıkışabilirliğinin Baraj-Rezervuar Sistemlerinin Modal Davranışına Etkisi, İnşaat Mühendisliğinde Bilgisayar Kullanımı IV. Sempozyumu, 1994, İstanbul, basılacak.

Calayır, Y., Bayraktar, A., Dumanoğlu, A. A., Baraj-Rezervuar Sistemlerinin Lagrange Yaklaşımı Kullanılarak İki ve Üç Boyutlu Dinamik Analizi, 3. Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı, TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi, 1995, İstanbul, sunulmak üzere kabul edildi.

Bayraktar, A., Calayır, Y., Dumanoğlu, A. A., Asinkronize Düşey Yer Hareketine Karşı Baraj-Su-Zemin Sisteminin Deprem Analizi, 3. Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı, TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi, 1995, İstanbul, sunulmak üzere kabul edildi.

Trabzon, Ağustos 1994

Yusuf CALAYIR

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ.	xx
SEMBOL LİSTESİ.	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1. Konunun Önemi	1
1.2. Daha Önce Yapılan Çalışmalar	1
1.2.1. Euler Yaklaşımı	2
1.2.2. Lagrange Yaklaşımı.	5
1.3. Çalışmanın Kapsamı	7
2. SIVI-YAPI SİSTEMLERİNİN EULER FORMÜLASYONU	10
2.1. Giriş	10
2.2. Sıvı Sistemlerinin Davranışı İle İlgili Temel Bağlıntılar	10
2.3. Sıvı-Yapı Sistemlerinin Sonlu Eleman Formülasyonu ve Dungar [42] Çözümü.	11
2.3.1. Dungar Algoritması [42] İle Modal Analiz.	14
2.3.1.1. Sıvısız Yapının Modal Analizi	14
2.3.1.2. Sıvı-Yapı Sisteminin Modal Analizi	17
2.3.2. Sıvı-Yapı Sisteminin Yer Hareketi Altındaki Dinamik Davranışı	20
2.4. Sıvı-Yapı (Baraj-Rezervuar) Sistemleri İçin Chopra ve Grubunun [27-29] Çözümleri	22
3. SIVI-YAPI SİSTEMLERİNİN LAGRANGE FORMÜLASYONU	30
3.1. Giriş	30
3.2. Sıvı Sistemlerinin Davranışı İle İlgili Temel Bağlıntılar	31
3.3. Sıvı Sistemlerinin Sonlu Eleman Formülasyonu	33
3.3.1. Sonlu Eleman Formülasyonunda İndirgenmiş İntegrasyon Kullanımı	34
3.3.2. Sıvı Elemanı Düğüm Noktası Basınçlarının Elde Edilmesi	38

3.4. Sıvı-Yapı Sistemlerinin Ortak Formülasyonu	41
4. LAGRANGE SIVI ELEMANLARIN TEST EDİLMESİ	43
4.1. Giriş	43
4.2. Statik Analiz	43
4.2.1. Kendi Ağırlığı Etkisindeki Sıvı Tankının İki Boyutlu Analizi	43
4.2.2. Kendi Ağırlığı Etkisindeki Sıvı Tankının Üç Boyutlu Analizi	45
4.3. Modal Analiz	47
4.3.1. Dikdörtgen Sıvı Tankının İki Boyutlu Modal Analizi	47
4.3.2. Küpik Sıvı Tankının Üç Boyutlu Modal Analizi	51
5. BETON AĞIRLIK BARAJLARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ	64
5.1. Giriş	64
5.2. Statik Analiz	64
5.3. Modal Analiz	67
5.3.1. Sadece Baraj	67
5.3.2. Baraj-Rezervuar Sisteminin Lagrange Çözümü	67
5.3.3. Sıvı Sıkışabilirliğindeki Değişimin Modal Dağılıma Etkisi	69
5.4. Dinamik Analiz	72
5.4.1. İki Boyutlu Analiz	73
5.4.1.1. Baraj-Rezervuar Etkileşimi	73
5.4.1.1.1. 4 ve 9 Düğüm Noktalı Lagrange Sıvı Eleman Çözümlerinin Karşılaştırılması	73
5.4.1.1.2. Boş ve Dolu Baraj Çözümlerinin Karşılaştırılması	75
5.4.1.2. Baraj-Rezervuar-Temel Etkileşimi	76
5.4.1.3. Lagrange ve Euler Çözümlerinin Karşılaştırılması	78
5.4.1.3.1. Lagrange ve Euler (Sıkışamaz Sıvı) Çözümlerinin Karşılaştırılması	78
5.4.1.3.1.1. Baraj-Rezervuar Etkileşimi	78
5.4.1.3.1.2. Baraj-Rezervuar-Temel Etkileşimi	81
5.4.1.3.2. Lagrange ve Euler (Sıkışabilir Sıvı) Çözümlerinin Karşılaştırılması	82
5.4.2. Üç Boyutlu Analiz	86
5.4.2.1. 8 Düğüm Noktalı Sıvı Eleman Çözümleri	86
5.4.2.2. 27 Düğüm Noktalı Sıvı Eleman Çözümleri	88

	<u>Sayfa</u>
6. SONUÇLAR.	167
KAYNAKLAR.	172
EK-A SIVI SİSTEMİ SONLU ELEMAN MATRİSLERİNİN ELDE EDİLMESİ . . .	178
ÖZGEÇMİŞ	



ÖZET

Bu tezde, beton ağırlık barajların, baraj-rezervuar ve baraj-rezervuar-temel etkileşimleri dikkate alınarak Euler ve Lagrange yaklaşımlarıyla dinamik analizlerinin yapılması amaçlanmaktadır. Bu nedenle, önce Lagrange formülasyonuna dayalı iki ve üç boyutlu sıvı elemanlar geliştirilerek bilgisayar dilinde kodlanmakta ve SAP-IV genel amaçlı yapı analiz programına uyarlanmaktadır. Sözü edilen elemanların doğruluğu, analitik çözümleri bilinen çeşitli problemler üzerinde denenmektedir.

İki boyutlu Lagrange sıvı elemanlar kullanılarak baraj-rezervuar sisteminin statik ve modal analizi yapılmaktadır. Sıvı sıkışabilirliğindeki değişimin modal dağılım üzerindeki etkisi ayrıca incelenmektedir. Aynı sıvı elemanlarla baraj-rezervuar ve baraj-rezervuar-temel sistemlerinin deprem etkisi altındaki dinamik davranışları modların süperpozisyonu yöntemiyle belirlenmekte; temel ve rezervuarın baraj davranışı üzerindeki etkileri irdelenmektedir. Bunun yanında, baraj-rezervuar ve baraj-rezervuar-temel sistemleri için sıkışamaz sıvı, baraj-rezervuar sistemi için sıkışabilir sıvı kabulüne dayalı Euler çözümleri de elde edilmektedir. Bu çözümler Lagrange çözümleriyle karşılaştırılmaktadır.

Üç boyutlu Lagrange sıvı elemanlarla sadece baraj-rezervuar sisteminin statik ve deprem analizleri yapılmaktadır. Deprem etkisindeki çözümler, Wilson- θ adım adım integrasyon tekniği ile belirlenmektedir. Üç boyutlu çözümlerle karşılaştırmak amacıyla bulunan iki boyutlu çözümlerde de bu integrasyon tekniği kullanılmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Dinamik Analiz, Beton Ağırlık Baraj, Sıvı-Yapı Etkileşimi, Euler Formülasyonu, Lagrange Formülasyonu, Sonlu Eleman, İndirgenmiş İntegrasyon, Modal Analiz, Baraj-Rezervuar, Baraj-Rezervuar-Temel.

SUMMARY

DYNAMIC ANALYSIS OF CONCRETE GRAVITY DAMS USING THE EULERIAN AND THE LAGRANGIAN APPROACHES

In this thesis, it is purposed to perform the dynamic analysis of concrete gravity dams, considering dam-reservoir and dam-reservoir-foundation interactions, using the Eulerian and Lagrangian approaches. Therefore, the two and three dimensional fluid elements based on the Lagrangian formulation are firstly improved and programmed, and incorporated into a general-purpose structural analysis program SAP-IV. The accuracy of these elements is tested on the various problems whose analytical solutions are known.

The static and modal analyses of the dam-reservoir system are performed using the two dimensional Lagrangian fluid elements. The effects of the variation of fluid compressibility on the modal distribution are also studied. The earthquake responses of the dam-reservoir and dam-reservoir-foundation systems are computed by the mode superposition method using the same fluid elements. The effects of foundation and reservoir on the response of the dam are studied. In addition, the Eulerian solutions, based on incompressible fluid assumption for dam-reservoir and dam-reservoir-foundation systems as well as compressible fluid assumption for dam-reservoir system, are obtained. These results are compared with those of the Lagrangian solutions.

The three dimensional Lagrangian fluid elements are used only in the static and the earthquake analyses of the dam-reservoir system. The comparison between the earthquake analysis obtained by using both three and two dimensional fluid elements are performed. In both solution, Wilson- θ step by step integration technique is employed.

Key Words : Dynamic Analysis, Concrete Gravity Dam, Fluid-Structure Interaction, Eulerian Formulation, Lagrangian Formulation, Finite Element, Reduced Integration, Modal Analysis, Dam-Reservoir, Dam-Reservoir-Foundation.

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1: Euler yaklaşımı ile analiz edilecek tipik bir sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sisteminin sonlu eleman idealleştirilmesi	12
Şekil 2: Yatay yer hareketine maruz baraj-rezervuar sistemi	23
Şekil 3: Lagrange yaklaşımı ile analiz edilecek tipik bir sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sistemi.	30
Şekil 4: Tipik bir sıvı tankının iki boyutlu sonlu eleman idealleştirilmesi.	37
Şekil 5: Gerilmelerin Gauss noktalarından ekstrapolasyonunda kullanılan tabii koordinatlar	39
Şekil 6: Sıvı tankının boyutları	54
Şekil 7: Sıvı tankının iki boyutlu şekildeğiştirmiş hali.	54
Şekil 8: Küpik sıvı tankının üç boyutlu sonlu eleman idealleştirilmesi	55
Şekil 9: Küpik sıvı tankının üç boyutlu şekildeğiştirmiş hali	55
Şekil 10: İki boyutlu sıvı tankının 1-3. modları (9 düğüm noktalı eleman ağı)	56
Şekil 11: İki boyutlu sıvı tankının 4-6. modları (9 düğüm noktalı eleman ağı)	57
Şekil 12: İki boyutlu sıvı tankının 1-3. modları (4 düğüm noktalı eleman ağı)	58
Şekil 13: İki boyutlu sıvı tankının 4-6. modları (4 düğüm noktalı eleman ağı)	59
Şekil 14: Küpik sıvı tankının 1-4. modları (8 düğüm noktalı eleman ağı)	60
Şekil 15: Küpik sıvı tankının 5-8. modları (8 düğüm noktalı eleman ağı)	61
Şekil 16: Küpik sıvı tankının 1-4. modları (27 düğüm noktalı eleman ağı)	62
Şekil 17: Küpik sıvı tankının 5-7. modları (27 düğüm noktalı eleman ağı)	63
Şekil 18: Pine Flat barajının boyutları [27]	92
Şekil 19: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu sonlu eleman modelleri	93
Şekil 20: Baraj-rezervuar sisteminin kendi ağırlığı altındaki iki boyutlu şekildeğiştirmiş hali	94
Şekil 21: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu analizinde kullanılan sonlu eleman modelleri	95
Şekil 22: Pine Flat barajının mod şekilleri (Baraj boş)	96

Şekil 23: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 1. sıvı yüzey salınım modu	97
Şekil 24: Baraj-rezervuar sisteminin Model 1 den elde edilen 1. sıvı yüzey salınım modu	97
Şekil 25: Baraj-rezervuar sisteminin Model 1 den elde edilen ve barajın ilk 1. yanal eğilme hareketinde olduğu modu.	98
Şekil 26: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen ve barajın ilk 1. yanal eğilme hareketinde olduğu modu (1. grup modlara dahil)	98
Şekil 27: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 1. grup modları (15 ve 16. modlar).	99
Şekil 28: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 2. grup modları (17 ve 18. modlar).	100
Şekil 29: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 2. grup modları (19 ve 20. modlar).	101
Şekil 30: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 3. grup modları (21 ve 22. modlar).	102
Şekil 31: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 3. grup modları (23 ve 24. modlar).	103
Şekil 32: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 4. grup modları (25 ve 26. modlar).	104
Şekil 33: Baraj-rezervuar sisteminin Model 2 den elde edilen 4. grup modları (27. mod)	105
Şekil 34: Baraj-rezervuar sisteminin sıvı hacimsel elastisite modülünün değeri 10 misli ($\beta = 10\beta_0$) artırılarak Model 2 den elde edilen modları.	106
Şekil 35: Taft deprem (S69E) kaydı [68]	107
Şekil 36: Boş baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değışimi (4 düğüm noktalı eleman ağı)	107
Şekil 37: Boş baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değışimi (8 düğüm noktalı eleman ağı)	108
Şekil 38: Boş baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları	108

Şekil 39: Baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi (Baraj-rezervuar etkileşimi - Model 1)	109
Şekil 40: Baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi (Baraj-rezervuar etkileşimi - Model 2)	109
Şekil 41: Baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeýi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi (Model 1)	110
Şekil 42: Baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeýi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi (Model 2)	110
Şekil 43: Baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeýi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi (Model 1)	111
Şekil 44: Baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeýi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi (Model 2)	111
Şekil 45: Baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeýi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi (Model 1)	112
Şekil 46: Baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeýi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi (Model 2)	112
Şekil 47: Baraj menba yüzeýi yatay yerdeğiřtirme zarfları (Baraj-rezervuar etkileřimi)	113
Şekil 48: Baraj menba yüzeýi hidrodinamik basınç zarfları (Baraj-rezervuar etkileřimi)	113
Şekil 49: Baraj menba yüzeýi yatay yerdeğiřtirme zarfları (Boř ve dolu baraj halleri).	114
Şekil 50: Baraj menba yüzeýi hidrodinamik basınç zarfları (Rijit ve esnek baraj halleri).	114
Şekil 51: Baraj tabanı Gxx gerilme zarfları (Boş ve dolu baraj halleri).	115
Şekil 52: Baraj tabanı Gyy gerilme zarfları (Boş ve dolu baraj halleri).	115
Şekil 53: Baraj tabanı Gxy gerilme zarfları (Boş ve dolu baraj halleri).	116
Şekil 54: Baraj menba yüzeýi Gxx gerilme zarfları (Boř ve dolu baraj halleri).	116
Şekil 55: Baraj menba yüzeýi Gyy gerilme zarfları (Boř ve dolu baraj halleri).	117
Şekil 56: Baraj menba yüzeýi Gxy gerilme zarfları (Boř ve dolu baraj halleri).	117
Şekil 57: Baraj-rezervuar-temel sisteminin iki boyutlu sonlu eleman modeli	118

Şekil 58: Baraj-rezervuar-temel sisteminde temelin kütleli olması halinde baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi.	118
Şekil 59: Baraj-rezervuar-temel sisteminde temelin kütleli olması halinde baraj menba topuğu yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	119
Şekil 60: Baraj-rezervuar-temel sisteminde temelin kütsüz olması halinde baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi.	119
Şekil 61: Baraj-rezervuar-temel sisteminde temelin kütleli olması halinde baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	120
Şekil 62: Baraj-rezervuar-temel sisteminde temelin kütleli olması halinde baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	120
Şekil 63: Baraj-rezervuar-temel sisteminde temelin kütleli olması halinde baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	121
Şekil 64: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları	121
Şekil 65: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınç zarfları	122
Şekil 66: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj tabanı G_{xx} gerilme zarfları	122
Şekil 67: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj tabanı G_{yy} gerilme zarfları	123
Şekil 68: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj tabanı G_{xy} gerilme zarfları	123
Şekil 69: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj menba yüzeyi G_{xx} gerilme zarfları	124
Şekil 70: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj menba yüzeyi G_{yy} gerilme zarfları	124
Şekil 71: Baraj-rezervuar-temel sisteminin baraj menba yüzeyi G_{xy} gerilme zarfları	125
Şekil 72: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi.	126

Şekil 73: Baraj-rezervuar sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	126
Şekil 74: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	127
Şekil 75: Baraj-rezervuar sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	127
Şekil 76: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	128
Şekil 77: Baraj-rezervuar sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	128
Şekil 78: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	129
Şekil 79: Baraj-rezervuar sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	129
Şekil 80: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları	130
Şekil 81: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınç zarfları	130
Şekil 82: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj tabanı Gxx gerilme zarfları	131
Şekil 83: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj tabanı Gyy gerilme zarfları	131
Şekil 84: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj tabanı Gxy gerilme zarfları	132

Şekil 85: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi G_{xx} gerilme zarfları	132
Şekil 86: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi G_{yy} gerilme zarfları	133
Şekil 87: Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi G_{xy} gerilme zarfları	133
Şekil 88: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	134
Şekil 89: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	134
Şekil 90: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj menba topuğu yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	135
Şekil 91: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj menba topuğu yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	135
Şekil 92: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	136
Şekil 93: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj tabanından itibaren 19.507 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	136
Şekil 94: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	137
Şekil 95: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj tabanından itibaren 56.388 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	137
Şekil 96: Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 10\beta_0$) elde edilen baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj	

	menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi	138
Şekil 97:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Euler yaklaşımından (sıkışamaz sıvı) elde edilen baraj tabanından itibaren 96.926 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi.	138
Şekil 98:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları	139
Şekil 99:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınç zarfları	139
Şekil 100:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj tabanı Gxx gerilme zarfları	140
Şekil 101:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj tabanı Gyy gerilme zarfları	140
Şekil 102:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj tabanı Gxy gerilme zarfları	141
Şekil 103:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi Gxx gerilme zarfları . . .	141
Şekil 104:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi Gyy gerilme zarfları . . .	142
Şekil 105:	Baraj-rezervuar-temel sisteminin Lagrange ve Euler (sıkışamaz sıvı) yaklaşımlarından elde edilen baraj menba yüzeyi Gxy gerilme zarfları . . .	142
Şekil 106:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] programı koşturularak elde edilen baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	143
Şekil 107:	Barajın boş olması halinde EAGD-84 [68] programı koşturularak elde edilen baraj kret yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	143
Şekil 108:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları koşturularak elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları. .	144
Şekil 109:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları koşturularak elde edilen baraj tabanı Gxx gerilme zarfları	144
Şekil 110:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları	

	koşturularak elde edilen baraj tabanı Gyy gerilme zarfları.	145
Şekil 111:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları koşturularak elde edilen baraj tabanı Gxy gerilme zarfları	145
Şekil 112:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları koşturularak elde edilen baraj menba yüzeyi Gxx gerilme zarfları	146
Şekil 113:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları koşturularak elde edilen baraj menba yüzeyi Gyy gerilme zarfları	146
Şekil 114:	Barajın boş olması halinde SAP-IV [4] ve EAGD-84 [68] programları koşturularak elde edilen baraj menba yüzeyi Gxy gerilme zarfları	147
Şekil 115:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange yaklaşımından ($\beta = 1 \beta_0$) elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi (Model 1) . .	147
Şekil 116:	Baraj-rezervuar sisteminin Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	148
Şekil 117:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları	148
Şekil 118:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj tabanı Gxx gerilme zarfları	149
Şekil 119:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj tabanı Gyy gerilme zarfları	149
Şekil 120:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj tabanı Gxy gerilme zarfları	150
Şekil 121:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj menba yüzeyi Gxx gerilme zarfları . . .	150
Şekil 122:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj menba yüzeyi Gyy gerilme zarfları . . .	151
Şekil 123:	Baraj-rezervuar sisteminin Lagrange (Model 1) ve Euler (EAGD-84) yaklaşımından elde edilen baraj menba yüzeyi Gxy gerilme zarfları . . .	151
Şekil 124:	Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlelerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1 \beta$; ağ kalınlığı 1 m).	152

- Şekil 125: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 1 m) 152
- Şekil 126: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.91 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1\beta$; ağ kalınlığı 1 m) 153
- Şekil 127: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.91 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 1 m) 153
- Şekil 128: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.44 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1\beta$; ağ kalınlığı 1 m) 154
- Şekil 129: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.44 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 1 m) 154
- Şekil 130: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 4 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_z = 1000\beta$) 155
- Şekil 131: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 4 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.91 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_z = 1000\beta$) 155
- Şekil 132: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 4 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.44 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının

zamanla değişimi ($\alpha_z = 1000\beta$)	156
şekil 133: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 4 ve üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları.	156
şekil 134: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 4 ve üç boyutlu 8 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınç zarfları	157
şekil 135: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1\beta$; ağ kalınlığı 1 m).	158
şekil 136: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 1 m).	158
şekil 137: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.06 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1\beta$; ağ kalınlığı 1 m).	159
şekil 138: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.06 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 1 m).	159
şekil 139: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.05 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1\beta$; ağ kalınlığı 1 m).	160
şekil 140: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.05 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 1 m).	160

- Şekil 141: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.05 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 100\beta$; ağ kalınlığı 1 m) 161
- Şekil 142: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 20 m) 161
- Şekil 143: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.06 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 20 m) 162
- Şekil 144: Baraj-rezervuar sisteminin üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.05 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1000\beta$; ağ kalınlığı 20 m) 162
- Şekil 145: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj kreti yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi ($\alpha_z = 1000\beta$) 163
- Şekil 146: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 61.06 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_z = 1000\beta$) 163
- Şekil 147: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj tabanından itibaren 99.05 m yüksekliğindeki baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncının zamanla değişimi ($\alpha_z = 1000\beta$) 164
- Şekil 148: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 ve üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları (üç boyutlu ağ kalınlığı 1 m) 164

- Şekil 149: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 ve üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınç zarfları (üç boyutlu ağ kalınlığı 1 m) 165
- Şekil 150: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 ve üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj menba yüzeyi yatay yerdeğiştirme zarfları (üç boyutlu ağ kalınlığı 20 m) 165
- Şekil 151: Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 9 ve üç boyutlu 27 düğüm noktalı sıvı eleman çözümlerinden elde edilen baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınç zarfları (üç boyutlu ağ kalınlığı 20 m). 166



TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 1: Çeşitli elemanlar için integrasyon mertebeleri	36
Tablo 2: Sıvı tankının düğüm noktası düşey yerdeğiştirmeleri ve eleman köşe düğüm noktası basınçları	44
Tablo 3: Küpik sıvı tankının 8 düğüm noktalı eleman ağı kullanılarak bulunan düşey yerdeğiştirmeleri (mm).	46
Tablo 4: Küpik sıvı tankının 27 düğüm noktalı eleman ağı kullanılarak bulunan düşey yerdeğiştirmeleri (mm).	47
Tablo 5: İki boyutlu sıvı tankının frekansları (9 düğüm noktalı eleman ağı)	49
Tablo 6: İki boyutlu sıvı tankının frekansları (4 düğüm noktalı eleman ağı)	50
Tablo 7: Baraj-rezervuar sistemi frekanslarının sıvı hacimsel elastisite modülü ile değişimi (Model 2).	71
Tablo 8: Baraj-rezervuar sistemi frekanslarının sıvı hacimsel elastisite modülü ile değişimi (Model 1).	71

SEMBOL LİSTESİ

$a_g(t)$	Yer ivmesi
a_g	Yer ivmesi vektörü
$A_g(\omega)$	$a_g(t)$ nin Fourier transformasyonu
a_n	Sıvı yüzey normaline yönündeki ivme
$a_x(0,y,t)$	Baraj menba yüzeyi yatay ivmesi
$a_x(t)$	Baraj menba yüzeyi düğüm noktası yatay ivme vektörü
B	Sıvı sistemi yük vektörü (Euler formülasyonu)
B^e	Eleman şekildeğiştirme-yerdeğiştirme matrisi
C	Sıvıdaki ses hızı
C	Yapı sistemi (baraj) sönüm matrisi
C	Elastisite matrisi
C_c	Sıvı-yapı sisteminin (ortak sistemin) sönüm matrisi
C_i^*	i. moddaki genelleştirilmiş sönüm
d	Yer hareketinin etki süresi
D	Modal matris
D_i	Boş barajın i. modu (özvektörü)
D_{xi}	D_i vektörünün baraj menba yüzeyindeki x bileşenlerini içeren vektör
e	Şekildeğiştirme vektörü
E	(55) denklemden sonra tanımlanan vektör
F	Hidrodinamik basınçlarla ilgili düğüm noktası kuvvet vektörü
\bar{F}_{fj}	$\bar{P}_{fj}(y, \omega)$ ye statik olarak eşdeğer baraj menba yüzeyi düğüm noktası kuvvet vektörü

\hat{E}_{fi}	i. moddaki ek kütle ile özvektör çarpımını temsil eden vektör
\hat{E}_{fp}^q	p. moddaki ek kütle ile özvektör çarpımının q. iterasyondaki değerini temsil eden vektör
$f_j(y)$	D_{xj} vektörünün sürekli fonksiyon analogisi
\bar{E}_r	$\bar{P}_r(y, \omega)$ ye statik olarak eşdeğer baraj menba yüzeyi düğüm noktası kuvvet vektörü
E_x	E vektörünün baraj menba yüzeyindeki x bileşenlerini içeren vektör
\bar{E}_x	E_x in frekans davranış fonksiyonu
g	Yerçekimi ivmesi
\underline{G}	\bar{Y} vektörünün belirlenmesinde kullanılan yük vektörü
\hat{G}	\hat{P}_n^e vektörünü P_g^e vektörüne bağlayan matris
G_j	\underline{G} vektörünün j. elemanı
G_{xx}, G_{yy}, G_{xy}	Gerilme bileşenleri
H	Rezervuar yüksekliği
\underline{H}	Basınç sıvı elemanı enterpolasyon fonksiyonları vektörü
\hat{H}	Yapı yerdeğiştirmelerini belirlemede kullanılan eleman enterpolasyon fonksiyonları matrisi
h_i	Elemanın i. Gauss noktası ile ilgili enterpolasyon fonksiyonu
I_{jm}	(69) denkleminde sonra tanımlanan integral
J	Sistem dinamik davranışını belirlemede kullanılan mod sayısı (Ritz vektörü sayısı)
K	Yapı sistemi (baraj) rijitlik matrisi
K_c	Sıvı-yapı sisteminin (ortak sistemin) rijitlik matrisi
K_f	Sıvı sistemi rijitlik matrisi

\underline{K}_f^*	Sıvı serbest yüzey rijitliklerini de içeren sıvı sistemi rijitlik matrisi
K_i^*	i. moddaki genelleştirilmiş rijitlik
\underline{K}_s	Yapı sistemi rijitlik matrisi
\underline{L}	Hidrodinamik basınçlardan düğüm noktası kuvvetlerini belirlemede kullanılan dönüşüm matrisi
\underline{M}	Yapı sistemi (baraj) kütle matrisi
\underline{M}_a	Eklenmiş kütle veya ek kütle matrisi
\underline{M}_c	Sıvı-yapı sisteminin (ortak sistemin) kütle matrisi
\underline{M}_f	Sıvı sistemi kütle matrisi
M_i^*	i. moddaki genelleştirilmiş kütle
\underline{M}_s	Yapı sistemi kütle matrisi
n	Sıvı yüzeyi normal yönü
\underline{n}	Sıvı yüzeyi birim normal vektörü
P	Basınç
$P(x,y,t)$	Hidrodinamik basınç
$\bar{P}, \bar{P}(x,y,\omega)$	Hidrodinamik basıncın frekans davranış fonksiyonu
$P(y,t)$	Baraj menba yüzeyi hidrodinamik basıncı
$\bar{P}(y,\omega)$	$P(y,t)$ nin frekans davranış fonksiyonu
$\bar{P}_{f_j}(y,\omega)$	Barajın j. titreşim modundaki baraj menba yüzeyi $f_j(y)$ yatay ivmesinden dolayı aynı yüzeyde oluşan hidrodinamik basınç için frekans davranış fonksiyonu
$\bar{P}_r(y,\omega)$	Yatay yer hareketinden dolayı rijit barajın menba yüzeyinde oluşan hidrodinamik basınç için frekans davranış fonksiyonu
\underline{p}	Sıvı sistemi düğüm noktası basınç vektörü
\underline{p}^e	Basınç sıvı elemanı düğüm noktası basınç vektörü
\underline{p}_f	Esneklik basınç vektörü

\hat{P}_D^e	Elemanın D noktasındaki düzeltilmiş basınç
\underline{P}_g^e	Eleman Gauss noktaları basınç vektörü
$p_i, R_i^*(t)$	i. moddaki genelleştirilmiş yük
P_i^e	Elemanın i. Gauss noktasındaki basınç
$\hat{\underline{P}}_n^e$	Eleman köşe düğüm noktaları düzeltilmiş basınç vektörü
\underline{P}_r	Rijit ötelenme basınç vektörü
P_x, P_y, P_z	Rotasyonel gerilmeler
Q	Sıvı sistemi rijitlik matrisi(Euler formülasyonu)
q_i	Lagrange denklemiyle ilgili i. genelleştirilmiş koordinat
Q_i	Lagrange denklemiyle ilgili i. genelleştirilmiş kuvvet
r, s, t	Eleman tabii koordinatları
\underline{R}_f	Sıvı sistemi kuvvet vektörü
\underline{R}_s	Yapı sistemi kuvvet vektörü
\underline{S}	$\bar{\underline{Y}}$ vektörünün belirlenmesinde kullanılan katsayılar matrisi
\underline{S}_f	Sıvı serbest yüzey rijitlik matrisi
S_{jk}	\underline{S} matrisinin j. satır ve k. sütun elemanı
t	Zaman
T	Sıvı sistemi kinetik enerjisi
\underline{U}_f	Sıvı sistemi düğüm noktası yerdeğiştirme vektörü
$\dot{\underline{U}}_f$	Sıvı sistemi düğüm noktası hız vektörü
$\ddot{\underline{U}}_f$	Sıvı sistemi düğüm noktası ivme vektörü
\underline{U}_f^e	Sıvı eleman düğüm noktası yerdeğiştirme vektörü
U_n	Sıvı-yapı arayüzeyine normal yerdeğiştirme (sıvı için U_n^- ; yapı için U_n^+ gösterimi yapılmıştır)

\underline{U}_s	Yapı sistemi yerdeğiştirme vektörü
$\ddot{\underline{U}}_s$	Yapı sistemi ivme vektörü
U_{sf}	Sıvı serbest yüzey düşey yerdeğiştirmesi
\underline{U}_{sf}	Sıvı serbest yüzey düğüm noktası düşey yerdeğiştirme vektörü
U_x, U_y, U_z	Yerdeğiştirme bileşenleri
$\dot{U}_x, \dot{U}_y, \dot{U}_z$	Hız bileşenleri
W_x, W_y, W_z	Rotasyonel şekildeğiştirmeler
x, y, z	Kartezyen koordinatlar
$\underline{Y}(t)$	Genelleştirilmiş koordinat vektörü
$\dot{\underline{Y}}(t)$	Genelleştirilmiş hız vektörü
$\ddot{\underline{Y}}(t)$	Genelleştirilmiş ivme vektörü
$\bar{\underline{Y}}$	Elemanları \bar{Y}_i lerden oluşan vektör
$\dot{\bar{\underline{Y}}}$	Elemanları $\dot{\bar{Y}}_i$ lerden oluşan vektör
$\ddot{\bar{\underline{Y}}}$	Elemanları $\ddot{\bar{Y}}_i$ lerden oluşan vektör
Y_i	i. genelleştirilmiş koordinat
\dot{Y}_i	i. genelleştirilmiş hız
\ddot{Y}_i	i. genelleştirilmiş ivme
\bar{Y}_i	Y_i nin frekans davranış fonksiyonu
$\dot{\bar{Y}}_i$	\dot{Y}_i nin frekans davranış fonksiyonu
$\ddot{\bar{Y}}_i$	\ddot{Y}_i nin frekans davranış fonksiyonu
z	Yapı sistemi (baraj) relatif yerdeğiştirme vektörü

\dot{z}	Yapı sistemi (baraj) relatif hız vektörü
\ddot{z}	Yapı sistemi (baraj) relatif ivme vektörü
Z	Özvektör
z_c	Sıvı-yapı sisteminin (ortak sistemin) relatif yerdeğiştirme vektörü
\dot{z}_c	Sıvı-yapı sisteminin (ortak sistemin) relatif hız vektörü
\ddot{z}_c	Sıvı-yapı sisteminin (ortak sistemin) relatif ivme vektörü
Z_i	i. özvektör
Z_p^q	p. özvektörün q. iterasyonda hesaplanan değeri
α	Rezervuar tabanına gelen düşey basınç dalgaları için dalga yansıma katsayısı
$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$	Rotasyon kısıtlama parametreleri
β	Sıvı hacimsel elastisite modülü
β_j	j. mod katkısı ile ilgili bir katsayı
β_0	$\beta = 207 \times 10^7 \text{ N/m}^2$
δ	(62) denkleminde sonra tanımlanan vektör
δ_{jk}	Kronecker delta fonksiyonu
ϵ_v	Hacimsel şekildeğiştirme
θ	Faz açısı
λ	Özdeğer
λ_i	i. özdeğer
λ_p^q	p. özdeğerin q. iterasyonda hesaplanan değeri
μ_m	Rezervuarın m. özdeğeri
ξ, η	Eleman Gauss noktaları için tabii koordinatlar
ξ_i	i. mod için sönüm oranı
π_e	Sıvı sistemi şekildeğiştirme enerjisi
π_s	Sıvı yüzey hareketi ile ilgili enerji

π_t	Sıvı sistemi toplam potansiyel enerjisi
ρ	Kütle yoğunluğu
$\underline{\sigma}$	Gerilme vektörü
$\underline{\sigma}^e$	Eleman gerilme vektörü
ω	Açısal frekans
ω_i	i. moda (özvektöre) ait açısal frekans
ω_i^s	Boş barajın i. moduna ait açısal frekans
ω_m^r	Rezervuarın m. tabii titreşim moduna ait açısal frekans
ω_1^r	Rezervuarın temel moduna ait açısal frekans
ω_1^s	Boş barajın temel moduna ait açısal frekans
Ω_r	Sıvı sıkışabilirliğinin önemi ile ilgili parametre

1. GİRİŞ

1.1. Konunun Önemi

Barajlar arkalarında çok miktarda su biriktiren büyük ve monolitik yapılardır. Bu yapılar, yıkılmaları halinde hem ekonomik ve hem de can kaybı bakımından vahim sonuçlar doğuracağından, depreme karşı güvenliklerinin sağlanması önem arz etmektedir. Bir çok barajın depremlerde hasar görmesi, özellikle 1967 tarihinde Hindistan'daki Koyna ve 1962 tarihinde Çin Halk Cumhuriyeti'ndeki Hsinfengkiang barajlarının deprem sırasında önemli hasarlar görmesi [1] bu önemi daha da artırmıştır. 20. yüzyılda sismik bölgelerde bir çok beton baraj inşa edildi ve bundan sonra da inşa edilmesi beklenmektedir. Bu nedenle, gerek mevcut ve inşa halindeki barajların deprem güvenliklerinin gözden geçirilmesi ve gerekse inşa edilecek barajların depreme dayanıklı şekilde projelendirilmelerinin gelişmiş teknikler kullanılarak yapılması kaçınılmaz hale gelmiştir.

1.2. Daha Önce Yapılan Çalışmalar

Barajların depreme karşı lineer elastik davranışı, rezervuarın boş kabul edilmesi halinde standart tekniklerle belirlenebilir [2]. Özellikle sonlu elemanlar yöntemi bu problem için başarıyla kullanılmaktadır [3]. Bu yöntemde baraj sonlu elemanlara bölünmekte ve sonlu eleman düğüm noktalarında bilinmeyen olarak yerdeğiştirmeler seçilerek sistemin hareketi bir denklem takımı ile temsil edilmektedir. Kemer barajlar üç boyutlu analiz gerektirdiği halde, beton ve toprak ağırlık barajlar için genellikle iki boyutlu idealleştirme yeterli olmaktadır [2]. Barajın dinamik davranışını belirleyen hareket denklem takımının çözümü zaman alanında adım adım integrasyonla direkt olarak elde edilebilir. Bu yöntem yerine, barajın sadece ilk bir kaç modunun içerilmesini öngören modların süperpozisyonu yöntemi, kolay uygulanabilir üstünlüğünden dolayı kullanılabilir. Her iki yöntemin de günümüzde standart yapı analiz bilgisayar programlarıyla gerçekleştirilmesi mümkündür [4]. Alternatif olarak, önce hareket

denklemlerinin frekans alanındaki şekilleri çözümlenerek frekans alanındaki davranış elde edilir; daha sonra Fourier transformasyon metodları vasıtasıyla zaman alanındaki çözümler bulunur. Bu yolla elde edilen frekans alanındaki davranış yapının davranış şeklini teşhis etmek bakımından yararlı olmaktadır[2].

Barajlar, arkalarında çok miktarda su biriktiren rezervuara sahip olmaları nedeni ile sıvı-yapı etkileşimine maruz yapı grubuna girmektedirler. Bu tür yapılarda, deprem gibi dinamik bir etki altında, yapı sıvının, sıvı da yapının davranışını önemli ölçüde etkiler. Sonuçta, sıvı ortamında hidrodinamik basınçlar (hidrostatik basınç fazlası); yapı ortamında ise hidrodinamik basınçlardan dolayı ilave yükler oluşmaktadır. Bu nedenle, barajların dinamik analizinde rezervuarın, baraj dinamik özellikleri ve davranışı üzerindeki etkileri gözönünde bulundurulmalıdır.

Kompleks sıvı-yapı sistemlerini modellemek için, yeni tekniklerin geliştirilmesi yönünde önemli çabalar sarfedildi ve halen de sarfedilmektedir. Sıvı-yapı etkileşim analizlerinin çoğunluğu, aşağıdaki iki yaklaşımdan birine müsaade eden basitleştirilmiş kabullere (örneğin, viskoz olmayan akış) dayanmaktadır [5]:

(1) Yapıda yerdeğiştirmeler, sıvıda basınçlar (veya hız potansiyelleri) değişkendir (Euler yaklaşımı).

(2) Hem yapıda ve hem de sıvıda yerdeğiştirmeler değişkendir (Lagrange yaklaşımı).

1.2.1. Euler Yaklaşımı

Euler yaklaşımı veya formülasyonu olarak bilinen birinci yaklaşım, baraj ve sıvı depoları gibi sıvı ile etkileşim halinde bulunan bir çok yapı probleminin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Burada özellikle bu yaklaşıma dayalı baraj-rezervuar sistemleri ile ilgili çalışmalardan söz edilecektir. Westergaard'ın [6] 1931 tarihinde yaptığı çalışma sıvı-yapı etkileşim analizleri için bir başlangıç olmuştur. Bu orijinal çalışmada, barajın rijit, sonsuz uzun ve düşey menba yüzeyli olduğu; rezervuarın menba doğrultusunda sonsuza uzandığı ve yüzey dalgalarının oluşmadığı (etkilerinin ihmal edilebileceği) kabulleri yapılmıştır. Suyun lineer sıkışabilirliği dikkate alınarak, baraj eksenine dik yatay doğrultudaki harmonik bir yer hareketi için analitik çözümler elde edilmiştir. Hidrodinamik basınçların yer hareketiyle karşıt fazda olduğu ve bu nedenle, barajla birlikte hareket eden ilave bir kütlelerin atalet kuvvetlerine eşdeğer olduğu bu çalışma içinde gösterilmiştir.

Westergaard çözümü sadece harmonik hareket periyodunun rezervuar temel periyodundan daha büyük olduğu haller için geçerli olmaktadır [7,8]. Zienkiewicz [9], harmonik hareket periyodunun rezervuar temel periyodundan daha büyük olması halinde çözümlerin sıkışamaz sıvı çözümlerine yaklaştığını belirtmektedir. Buna göre, hareket periyodunun rezervuar temel periyodundan daha büyük olması durumlarında Westergaard çözümü sıkışamaz sıvı haline yaklaşmaktadır. Zangar [10] elektrik analogisini kullanarak eğik menba yüzeyine sahip rijit barajlar üzerinde sıkışamaz sıvının oluşturacağı hidrodinamik basınçları elde etti. Zangar'ın bu çalışmasıyla Westergaard [6] in orijinal çalışması barajlar üzerindeki hidrodinamik etkilerin eklenmiş kütle (added mass) ile temsil edilmesi için bir temel oluşturmaktadır [11].

1960 lı yılların ortalarına kadar barajların deprem analizlerinde baraj-rezervuar, baraj-temel veya baraj-rezervuar-temel etkileşimleri ya ihmal edilmiş veyahut çok basit halde dikkate alınmıştır. Bu tarihlerden sonra söz konusu etkileşimler, yüksek hızlı büyük kapasiteli bilgisayarların ve buna paralel olarak sonlu elemanlar metodu gibi etkin sayısal metodların gelişmesiyle hem önem kazandı ve hem de probleme daha gerçekçi olarak yaklaşılmaya başlandı [1].

Sonlu elemanlar yöntemi değişik geometriye sahip problemlere kolaylıkla uygulanabilir bir üstünlüğe sahiptir [12]. Bununla birlikte, baraj-rezervuar sistemlerinin sonlu elemanlar yöntemiyle analizinde rezervuar ortamının önemli hatalara sebep olmayacak şekilde baraj menba doğrultusunda ne kadar uzunlukta alınacağı söz konusu olmaktadır. Rezervuar uzunluğunun, hidrodinamik basınçlar üzerindeki etkisi; uzunluğun, rezervuar yüksekliğinin en az iki katı [8,13,14] veya üç katı [15,16] olması halinde ihmal edilebilir ölçüde kalmaktadır. Bunun yanında, dalgaların yayılma sönüm etkilerini içermek maksadıyla rezervuar sonlu eleman ağının kesildiği tarafın yüzeyine uygun yayılma sınır şartları uygulanabilir [17,18]; viskoz ve geçirgen (transmitting) sınır şartları buna örnektir [19,20]. Bu tür sınır şartlarının kullanılması halinde rezervuar sonlu eleman ağının uzunluğu daha kısa tutulabilir [18]. Başka bir yaklaşım olarak, rezervuarın baraja bitişik belirli bir kısmı sonlu elemanlarla, diğer kısmı ise sürekli ortam olarak temsil edilebilir [21-23].

Chopra ve grubunun suyun sıkışabilirlik etkilerini içeren baraj-rezervuar etkileşimi ile ilgili bir çok çalışmaları vardır; bu çalışmalarda modların süperpozisyonu yöntemini kullanarak frekans alanında çözümler elde ettiler [2,11,21,22,24-31]. Chopra'nın 1968 tarihinde yaptığı çalışma [24] bu grubun çalışmalarına temel oluşturmaktadır. Başlangıçta, boş barajın

sadece temel modu dikkate alınarak [24-26] incelenmeye başlanan baraj-rezervuar etkileşim problemi, daha sonra ilk bir kaç mod içerilecek şekilde genişletilmiştir [27]. İlgili çalışma iki temel fikre dayanmaktadır. (a) Önce, baraj ve rezervuar ortamları toplam sistemin iki alt sistemi olarak gözönüne alınmaktadır. Baraj alt sistemi rijit temele oturan bir sonlu eleman sistemi olarak, rezervuar sistemi ise sabit derinlikli ve sonsuza uzanan sürekli bir ortam olarak temsil edilmektedir. Rezervuardaki suyun hidrodinamik etkileri barajın hareket denklemlerinde frekans bağımlı terimler olarak gözükmektedir. (b) Daha sonra, bu denklemler barajın ilk bir kaç modu cinsinden ifade edilmektedir. Bu transformasyon bilinmeyenlerin sayısında önemli bir indirim meydana getirdiğinden, çok etkili çözümlere götürmektedir. Yapı denklemlerindeki hidrodinamik terimler rezervuar ortamı üzerinde dalga denkleminin uygun sınır şartları altında analitik çözümüyle belirlenmektedir. Benzer bir yaklaşım kemer barajlar için yapılmıştır [11]. Daha sonraki çalışmalarda barajların esnek temele oturması [28] ve ayrıca, rezervuar tabanlarında çoğunlukla bulunan sediment ve alüvyon gibi malzemelerin etkileri içerilecek şekilde [29] söz konusu çalışma [27] geliştirilmiştir.

Hall ve Chopra [21], beton ağırlık ve toprak dolgu barajların hidrodinamik etkileri içeren deprem davranışlarını belirlemek üzere frekans alanında bir analiz metodu geliştirdiler. İlgili çalışmada, Chopra ve grubunun yukarıda sözü edilen çalışmalarına benzer yol izlenmekle birlikte, hem baraj ve hem de rezervuar alt sistemi sonlu elemanlarla modellendirilmektedir. Rezervuar ortamı düzensiz (sonlu eleman sistemi) ve düzenli (sürekli ortam) bölgeler olmak üzere iki bölge halinde düşünülmektedir. Rezervuarın düzensiz bölgesi baraja bitişik, düzenli bölgesi ise düzensiz bölgenin bitiminden sonra başlamaktadır. Düzenli bölgenin sabit derinlikli ve üniform bir şekilde sonsuza uzandığı kabul edilmektedir. Her iki bölgenin arayüzeyi sonlu eleman ve sürekli ortam gösteriminin kesişim yeri olmaktadır. Benzer bir analiz metodu aynı yazarlar tarafından kemer barajlar için geliştirilmiştir [22]. Fok ve Chopra [30,31], kemer barajlarda temel esnekliği ve rezervuar tabanı absorpsiyon etkileri içerilecek şekilde [22] çalışmasını değiştirdiler.

Finn ve Varoğlu [32], uzun bir beton ağırlık baraj-rezervuar sisteminin baraj eksenine dik harmonik bir yer ivmesi altındaki davranışını araştırdılar. Barajı iki boyutlu sonlu eleman sistemi ile rezervuarı ise, sürekli bir ortam olarak temsil ettiler. Onlar baraj menba yüzeyine etkiyen hidrodinamik basıncı, yer ivmesi ve baraj-rezervuar arayüzeyinin bilinmeyen yerdeğiştirmelerinin bir fonksiyonu olarak kapalı formda ifade ettiler. Baraj esnekliği ve su sıkışabilirliğinin gözönüne alındığı bu çalışmada, hidrodinamik basınçlar atalet kuvvetlerin fazlası olarak barajın hareket denklemlerine girmektedir.

Saini ve diğ. [33], rezervuar ortamında sonlu ve sonsuz elemanlar kullanarak yatay yer hareketine maruz baraj-rezervuar sistemlerinin iki boyutlu davranışını incelediler. Formülasyonda baraj-rezervuar arasındaki etkileşim ve suyun sıkışabilirliği dikkate alınmaktadır.

Lofti ve diğ. [34], Lysmer ve Waas [35] tarafından geliştirilen yarı-analitik metodu kullanarak katı, sıvı ve sıvı-katı "hyperclement" ler geliştirdiler. Sonlu elemanlarla birlikte bu elemanları kullanarak baraj-rezervuar, baraj-temel ve baraj-rezervuar-temel etkileşimlerini incelediler.

Baraj-rezervuar etkileşiminin içerildiği çalışmalardan buraya kadar sözü edilenlerin çözümleri frekans alanında gerçekleştirilmiştir. Bunun yanında, zaman alanında adım adım integrasyonla çözümlerin elde edildiği çalışmalar da vardır [36-39]. Suyun sıkışabilirliğinin dikkate alındığı ilgili çalışmalarda, hem baraj ve hem de rezervuar sonlu elemanlarla temsil edilmektedir.

Baraj-rezervuar sisteminin ortak mod ve frekanslarının belirlenmesi yönünde de bazı çalışmalar yapılmıştır. Nath [40,41] geliştirdiği "mapping" sonlu eleman metoduyla kemer baraj-rezervuar sisteminin ortak mod ve frekanslarını belirledi. Bu çalışmalarda suyun sıkışabilirliği dikkate alınmaktadır. Dungar [42], sıkışamaz sıvı-yapı sisteminin ortak mod ve frekanslarını belirlemek için bu çalışmada da kullanılan etkili bir metod geliştirdi. Bir çok araştırmacı [14,43,44] bu metodu baraj-rezervuar etkileşim problemlerine uyguladılar.

Baraj-rezervuar etkileşim analizlerinde, rezervuar ortamının her noktasındaki hidrodinamik basınçların bilinmesine gerek yoktur. Sadece baraj menba yüzeyindeki hidrodinamik basınçlar bu çalışmanın ilgi alanındadır. Son zamanlarda bir çok araştırmacı tarafından kullanılmaya başlanan sınır elemanları yönteminde, rezervuarın sadece sınırları elemanlara bölünmektedir. Sınırların bir kısmında hidrodinamik basınç, diğer kısmında ise türevi bilinmeyen olmaktadır. Dolayısıyla problemin boyutu bir derece aşağı düşürülmektedir [45]. Sınırlardaki bu bilinmeyenlerin çözümünden sonra, bunlardan faydalanılarak rezervuarın ihtiyaç duyulan yerlerindeki hidrodinamik basınçlar elde edilmektedir. Rezervuar ortamının sınır eleman formülasyonu ile temsil edildiği çalışmalara son zamanlarda çokça rastlanmaktadır [45-50].

1.2.2. Lagrange Yaklaşımı

Euler yaklaşımında, yapı ve sıvı ortamları farklı değişkenler cinsinden ifade edildiğinden, sıvı-yapı arayüzeyinde özel arayüzey denklemlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

Buna karşılık, Lagrange yaklaşımında hem yapı ve hem de sıvı ortamları aynı değişkenleri kullandığından, özel arayüzey denklemlerine gereksinim olmamaktadır. Sistemin arayüzeyindeki sonlu eleman düğüm noktalarında uygunluk ve denge denklemleri otomatik olarak sağlanmaktadır [51]. Ayrıca, yapı elemanlar için mevcut program kütüphanelerinin yerdeğiştirmelere dayalı sıvı elemanları içerecek şekilde ortak hale getirilmesi veya söz konusu eleman program kütüphanelerinden sıvı elemanları elde etmek ve genel amaçlı yapı analiz programlarına uyarlamak kolay olmaktadır. Netice matrisler simetrik ve bant genişlikleri nispeten küçük olduğundan, mevcut denklem çözüm metodları verimli bir şekilde kullanılabilir [5].

Lagrange sıvı sonlu elemanların gelişimi; sıvı elemanın, elastisite matrisi uygun bir şekilde değiştirilmiş standart bir katı eleman olarak dikkate alınması fikri ile başladı. Bilindiği gibi, elastik ve izotrop bir katı elemanın elastisite matrisi hacimsel elastisite modülü ve kayma modülü cinsinden ifade edilebilir [52]. Yapılan çalışmalarda sıvı genelde viskoz olmayan ve rotasyonsuz kabul edilmektedir. Böyle bir sıvıyı temsil edebilmek için kayma modülünün sıfır alınması gerekir. Bir çok araştırmacı sıvıyı sıfır kayma modüllü bir katı olarak dikkate aldılar [53-57]. Aktaş ve diğ. [56], böyle bir sıvı elemanla yaptıkları modal analizde çok sayıda sıfır-enerji modunun oluştuğundan söz etmektedirler. Zienkiewicz ve diğ. [58], kayma modülünün sıfır alınması (tekil bir elastisite matrisi verdiği için) sıfır-enerji modlarının oluşmasına sebep olabileceğinden, söz konusu modülün küçük değerde alınmasını önermektedirler. Bu sıfır-enerji modlarını elimine etmek amacıyla alternatif olarak, yerdeğiştirmelere rotasyonsuzluk kısıtlaması getirilmektedir [59]. Bu kısıtlama, değişik elastisite problemlerinde olduğu gibi bir ceza (penalty) metoduyla hesaba katılmaktadır [12,60,61]. Bu alternatif yaklaşım bir çok araştırmacı tarafından iki boyutlu problemlere uygulandı [5,59,62]. Hamdi ve diğ. [59], lineer üçgen sonlu eleman kullanarak bazı sıvı ve sıvı-yapı problemlerini incelediler. Bazı sıfır-enerji modları görülmekle birlikte, metodun elverişli olduğu belirtilmektedir. Deshpande ve diğ. [62] ise 8 düğüm noktalı dörtgen sonlu eleman kullandılar. Serbest yüzeye sahip rijit sıvı tankının frekans analizinde, sıvı serbest yüzey şartından dolayı bazı sıfır-enerji modlarının oluştuğu, bunun dışında metodun iyi sonuçlar verdiği aynı yazarlar tarafından vurgulanmaktadır. Bu araştırmacılar çalışmalarında sıvı serbest yüzey şartını dikkate almadılar. Olson ve diğ. [5], sıvı-yapı etkileşim problemlerini dört kategoriye ayırarak incelediler. Bu kategoriler sırasıyla sıvı içinde basıncın sabit olduğu statik problemler, rijit bir oyukta (cavity) titreşen sıvının tabii frekanslarının belirlenmesi, esnek sınırlar içinde titreşen sıvıların tabii

frekanslarının hesaplanması ve sıvı içinde titreşen esnek katı problemlerinden ibarettir. İlk üç kategori için metodun iyi sonuçlar verdiği; fakat sıvı içinde titreşen esnek katı problemini içeren son kategori için çok hatalı çözümlerin elde edildiği belirtilmektedir. Bununla birlikte, sonlu eleman matrislerini normal integrasyon mertebeleriyle şekillendiren bu araştırmacılar, sözü edilen probleme indirgenmiş integrasyon tekniğini uyguladıklarında, gerçek çözüme yaklaşan çözümler elde ettiklerini ayrıca ifade etmektedirler.

Wilson ve Khalvati [51], Hamdi ve diğ. [59]' nin yerdeğıştirmelere getirdikleri rotasyonsuzluk kısıtlaması yanında indirgenmiş integrasyon mertebeleri de uyguladılar. Buna ek olarak, sıvı sisteminin formülasyonunda sıvı serbest yüzey salınım hareketi de içerilmiştir. İlgili çalışmada sıvı sonlu elemanların stabiliteilerinin sağlandığı teorik olarak gösterilmektedir. Fakat, bu elemanların sıvı ve sıvı-yapı sistemlerinin analizindeki başarılarını iki boyutlu 9 düğüm noktalı elemanın dışında denememişlerdir. Wilson ve Khalvati [51]' nin geliştirdiği sıvı sonlu elemanlar kullanılarak bir çok sıvı, sıvı-yapı ve baraj-rezervuar problemi incelendi [63-67].

Bu literatür araştırmasından da görüleceği gibi, baraj-rezervuar sistemlerinin dinamik analizi çoğunlukla Euler yaklaşımı kullanılarak yapılmıştır. Lagrange yaklaşımı ile az sayıda baraj-rezervuar problemi çözülmüştür. Yukarıda değinildiği gibi, Lagrange yaklaşımı ile yapılan sonlu eleman analizlerinde sıvı elemanın özelliğinden dolayı, bazı sayısal problemler ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle, bu yaklaşım kullanılarak yapılan çalışmalar genellikle bu sayısal problemlerin ortaya çıkmayacağı değışik sıvı elemanlar geliştirmek yönünde yoğunlaşmıştır. Sayısal uygulamalar genellikle bazı küçük boyutlu sıvı ve sıvı-yapı problemine uygulanmıştır.

1.3. Çalışmanın Kapsamı

Bu tezde, Wilson ve Khalvati [51] tarafından geliştirilen iki ve üç boyutlu sıvı sonlu elemanların doğrulukları, önce analitik çözümleri bilinen bazı problemler üzerinde denenmektedir. Daha sonra bu sıvı elemanlar kullanılarak baraj-rezervuar ve baraj-rezervuar-temel sistemlerinin dinamik analizi yapılmaktadır. Metodun etkinliğini belirlemek üzere, ayrıca Euler yaklaşımı çözümleri de yapılarak sonuçlar karşılaştırılmaktadır. Çalışmalar bilgisayar destekli olarak gerçekleştirilmiştir. Sıvı ve sıvı-yapı sistemlerini Lagrange yaklaşımı ile analiz etmek amacıyla, bazı alt programlar

geliştirilip, yapı sistemlerinin lineer analizi için mevcut genel amaçlı SAP-IV [4] programına eklenmiştir. Euler yaklaşımı analizlerinden sıkışamaz ve sıkışabilir sıvı çözümlerini elde etmek amacıyla iki farklı program kullanılmıştır. Sıkışabilir sıvı etkilerinin içerildiği ve beton ağırlık barajların deprem analizi için Fenves ve Chopra tarafından geliştirilen EAGD-84 programı [68] aynen, sıkışamaz sıvı etkilerinin içerildiği ve genel sıvı-yapı etkileşim analizleri için Greeves ve Dumanoglu tarafından geliştirilen program [44] ise geliştirilerek kullanılmıştır.

Bölüm 2 sıvı-yapı sistemlerinin Euler formülasyonu ile ilgilidir. Sıvı sistemlerinin davranışı ile ilgili temel bağıntılar verildikten sonra, sıvı-yapı sistemlerinin Euler formülasyonu ve çözümlerine geçilmektedir. Sıvı-yapı sistemlerinin sonlu eleman formülasyonu ve Dungar [42] çözümü 2.3. alt başlığında; sıvı-yapı sistemleri için sonlu eleman formülasyonu kapalı formda elde edilmektedir. Ayrıca, yapı ve sıvı-yapı sistemlerinin Dungar algoritması kullanılarak modal analizi; sıvı-yapı sistemlerinin yer hareketi altındaki davranışlarının belirlenmesinde takip edilen adımlar genel hatlarıyla verilmektedir. Daha sonra, sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sistemleri için Chopra ve grubu [27-29] çözümlerine geçilerek; yapılan kabuller, baraj ve rezervuar alt sistemlerinin frekans ve zaman alanındaki denklemleri ve çözümde yapılan transformasyonlar ve işlem adımları sırasıyla verilmektedir.

Bölüm 3 sıvı-yapı sistemlerinin Lagrange formülasyonu ile ilgilidir. Önce, sıvı sistemlerinin davranışı ile ilgili enerji bağıntıları ve bu bağıntılardan faydalanılarak sıvı sonlu eleman hareket denklemlerinin elde edilişi, sonlu eleman formülasyonunda indirgenmiş integrasyon kullanımı ve sıvı eleman düğüm noktası basınçlarının bulunması hakkında bilgi verilmektedir. Daha sonra, sıvı-yapı arayüzey şartı verilerek sıvı-yapı sistemlerinin ortak formülasyonuna geçilmektedir.

Bölüm 4 te Lagrange sıvı elemanlar test edilmektedir. Örnek olarak seçilen iki ve üç boyutlu sıvı sistemlerinin statik ve modal analizi yapılmaktadır. Çözümler analitik sonuçlarla karşılaştırılmaktadır.

Bölüm 5 te beton ağırlık barajların statik ve dinamik analizi Lagrange yaklaşımı ağırlıklı olmak üzere değişik yaklaşımlar kullanılarak yapılmaktadır. Statik analizde, iki ve üç boyutlu Lagrange sıvı elemanların sıvı-yapı etkileşimindeki davranışlarının belirlenmesi amacı güdüldüğünden, rezervuar ortamının davranışı ön planda incelenmiştir. İki boyutlu sıvı elemanlar kullanılarak baraj-rezervuar sisteminin modal analizi yapılmaktadır. Sıvı

sıkışabilirliğindeki değişimin modal dağılım üzerindeki etkisi ayrıca incelenmektedir. Deprem etkisinin dikkate alındığı dinamik analizde iki ve üç boyutlu Lagrange sıvı eleman çözümleri elde edilmektedir. İki boyutlu analizde sistem davranışı mod süperpozisyon yöntemiyle belirlenmektedir. Baraj-rezervuar sisteminin iki boyutlu 4 ve 9 düğüm noktalı sıvı eleman çözümleri elde edilmekte; çözümler birbirleriyle ve boş baraj haliyle karşılaştırılmaktadır. Ayrıca, baraj-rezervuar-temel çözümleri elde edilerek, temelin çözümler üzerindeki etkisi incelenmektedir. Bunun yanında, sıkışabilir ve sıkışamaz Euler çözümleri bulunmakta ve Lagrange çözümleri ile karşılaştırılmaktadır. Bu bölüm, baraj-rezervuar sisteminin iki ve üç boyutlu sıvı eleman çözümlerinin karşılaştırılması ile son bulmaktadır. Bu son çözümler Wilson- θ adım adım integrasyon tekniği kullanılarak elde edilmiştir.

Bölüm 6 da bu tezden elde edilen sonuçlar özetlenmektedir.



2. SIVI-YAPI SİSTEMLERİNİN EULER FORMÜLASYONU

2.1. Giriş

Euler yaklaşımı sıvı-yapı sistemlerinin dinamik analizinde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Yapının hareketi yerdeğiştirmeler cinsinden, sıvının hareketi ise basınçlar cinsinden ifade edilmektedir. Yapı ve sıvı arayüzeyindeki etkileşimden dolayı müşterek davranış meydana gelmektedir. Bu bölümde, önce sıvı sistemlerinin davranışı ile ilgili basınca dayalı (Euler yaklaşımı) temel bağıntılar genel hatlarıyla verilmektedir. Daha sonra sıvı-yapı sistemlerinin iki değişik tip formülasyonundan söz edilmekte ve bunlara bağlı olarak değişik araştırmacıların çözüm şekillerinden bahsedilmektedir.

2.2. Sıvı Sistemlerinin Davranışı İle İlgili Temel Bağıntılar

Dinamik etkilere maruz sıvı sistemlerinde hidrostatik basınçların yanında hidrodinamik basınçlar da oluşmaktadır. Lineer sıkışabilir, viskoz olmayan ve rotasyonsuz bir sıvının küçük genlikli hareketler altındaki iki boyutlu hareketi [29],

$$P_{,xx} + P_{,yy} = \frac{1}{C^2} P_{,tt} \quad (1)$$

dalga denklemiyle verilmektedir. Burada P hidrodinamik basıncı (hidrostatik basınç fazlası); C sıvıdaki ses hızını; t zamanı; x ve y kartezyen koordinatları; $P_{,ij}$ ise hidrodinamik basıncın j ye göre iki kez kısmi türevini göstermektedir.

Her hangi bir etki sonucu sıvı sisteminde oluşan hidrodinamik basınçlar, (1) bağıntısı ile verilen dalga denkleminin uygun sınır şartları altında çözülmesiyle elde edilmektedir. Bu sınır şartları, genel olarak aşağıdaki şekilde belirlenebilir:

(a) y düşey eksenini göstermek üzere sıvı serbest yüzeyinde yüzey dalgalarının oluştuğu kabul edilirse, söz konusu yüzeyde,

$$P_{,y} = -\frac{1}{g} P_{,tt} \quad (2)$$

bağıntısı geçerlidir. Burada $P_{,y}$ hidrodinamik basıncın y eksenine doğrultusundaki kısmi türevini; g yerçekimi ivmesini temsil etmektedir. Sıvı serbest yüzeyinde yüzey dalgalarının oluşmadığı kabul edilirse,

$$P = 0 \quad (3)$$

sınır şartı bu yüzeyde geçerli olmaktadır.

(b) Sıvının serbest yüzeyi dışındaki yüzeyleri (sıvı-katı temas yüzeyleri) belirli bir ivmeye maruz olabilir veya olmayabilir. Eğer bu yüzeyler belirli bir ivmeye maruzsa, bu yüzeyler için sınır şartı,

$$P_{,n} = -\rho a_n \quad (4)$$

şeklindedir. Burada ρ sıvının kütle yoğunluğunu; n sıvı yüzeyi normal yönünü ve a_n ise bu yöndeki ivmeyi belirtmektedir. Şayet yukarıda sözü edilen yüzeyler belirli bir ivmeye maruz değilse, bu yüzeyler için sınır şartı,

$$P_{,n} = 0 \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir.

2.3. Sıvı-Yapı Sistemlerinin Sonlu Eleman Formülasyonu Ve Dunga [42] Çözümü

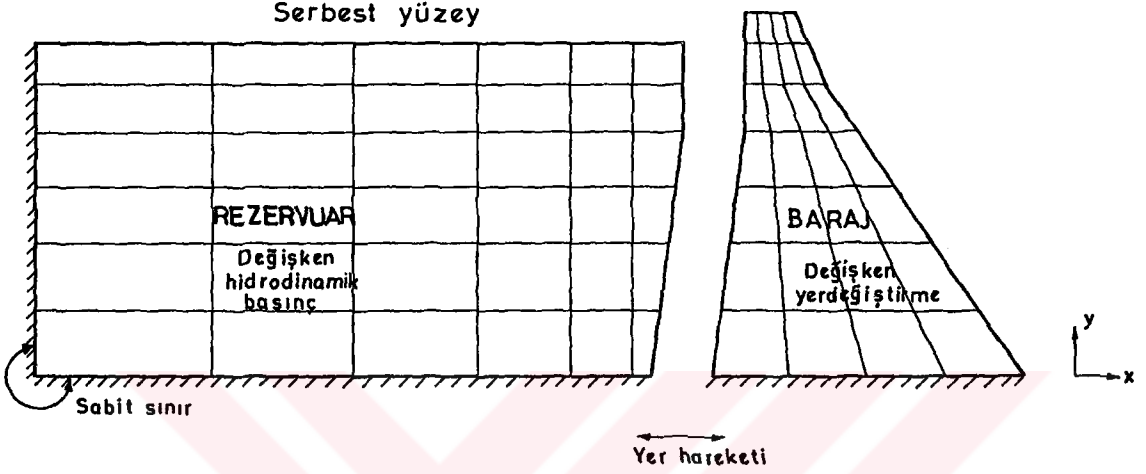
Bu kısımda, sıvı-yapı sistemlerinin analizi, sıvı ve yapının iki ayrı alt sistem olarak gözönüne alındığı alt sistem kavramına (Substructure concept) [27,33] dayalı olarak yapılmaktadır. Bu kavrama göre analiz edilen tipik bir sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sistemi Şekil 1 de verilmektedir. Sıvı ve yapı alt sistemlerinin hareket denklemleri sonlu eleman yaklaşımından elde edilmektedir. Önce bu denklemler verilmekte, daha sonra çözüme geçilmektedir.

Yer hareketine maruz yapının hidrodinamik etkileri de içerecek sonlu eleman hareket denklemi [33],

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = -\mathbf{M} \mathbf{a}_g + \mathbf{F} \quad (6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \mathbf{M} , \mathbf{C} ve \mathbf{K} sırasıyla yapının kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini;

z , \dot{z} ve \ddot{z} sırasıyla yapının yer hareketine göre relatif yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörlerini; a_g yer ivmesi vektörünü ve F ise hidrodinamik basınçlarla ilgili düğüm noktası kuvvet vektörünü temsil etmektedir.



Şekil 1: Euler yaklaşımı ile analiz edilecek tipik bir sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sisteminin sonlu eleman idealleştirilmesi.

Viskoz olmayan, sıkışamaz ($C = \infty$) ve rotasyonsuz bir sıvının küçük genlikli hareketler altındaki iki boyutlu hale ait dalgalar denklemi, denklem (1) den yararlanılarak,

$$P_{,xx} + P_{,yy} = 0 \quad (7)$$

formunda yazılabilir. Sıvı alt sisteminde yüzey dalgalarının oluşmadığı ve sadece sıvı-yapı arayüzeyindeki sınır boyunca sıvı sisteminin harekete (ivmeye) maruz kaldığı kabul edilmektedir. Bu sınır şartları, denklem (3) ve (4),

$$P = 0 \quad (\text{Sıvı yüzeyinde})$$

$$P_{,n} = -\rho a_n \quad (\text{İki sistemin arayüzeyinde})$$

(8)

şeklinde yazılabilir. Sıvı sisteminin sonlu eleman denklemleri varyasyonel ilkeye dayalı sonlu eleman yaklaşımından elde edilmektedir. Bu nedenle, (7) ve (8) denklemleriyle verilen problem için bir fonksiyonelin bulunması gerekir. Bu problemle ilgili fonksiyonel,

$$I(P) = \frac{1}{2} \int (P_{,x}^2 + P_{,y}^2) dV + \int \rho a_n P dS \quad (9)$$

şeklinde yazılabilir [69]. Birinci integral hacim üzerinde, ikinci integral sıvı-yapı arayüzeyi üzerinde geçerlidir. Yukarıdaki fonksiyonelin stasyonere olma şartı $\{ \delta I(P) = 0 \}$, denklem (7) ve (8)'i vermektedir. Şimdi sıvı sisteminin sonlu eleman denklemlerinin elde edilmesine geçelim. Bir sıvı sonlu elemanda P basıncı düğüm noktası basınçları cinsinden,

$$P = \underline{H}^T P^e \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada \underline{H} enterpolasyon fonksiyonları vektörünü; P^e eleman düğüm noktası basınç vektörünü; T üst indisi ise ilgili büyüklüğün transpozitesini göstermektedir. Denklem (10) nun denklem (9) da kullanılmasıyla,

$$I(P) = \frac{1}{2} P^T Q P - P^T B \quad (11)$$

bağıntısı elde edilmektedir. Burada Q , B ve P sırasıyla sıvı sisteminin rijitlik matrisini, yük vektörünü ve düğüm noktası basınç vektörünü göstermektedir. Q matrisi ile B vektörü aşağıdaki bağıntılardan elde edilmektedir.

$$Q = \sum_{e=1}^k Q^e ; \quad Q^e = \int (H_{,x} H_{,x}^T + H_{,y} H_{,y}^T) dV^e \quad (12)$$

$$B = \sum_{e=1}^u B^e ; \quad B^e = - \int \underline{H} \rho a_n dS^e \quad (13)$$

Burada k ve u sırasıyla sistemde ve sıvı-yapı arayüzeyinde bulunan sıvı eleman sayısını göstermektedir. Denklem (11) ile verilen fonksiyonelin stasyonere olma şartından aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$Q P = B \quad (14)$$

Denklem (6) daki F ve denklem (14) teki B yük (zorlama) terimleri, yapı ve sıvı sistemleri arasındaki ortak çalışma ile ilgilidir. Bu ortak çalışma iki sistemin arayüzeyinde oluşmaktadır. Hidrodinamik basınçlardan dolayı baraj üzerinde oluşan düğüm noktası kuvvet vektörü, virtüel iş ilkesinden faydalanılarak aşağıdaki formda yazılabilir:

$$F = L P \quad (15)$$

\mathbf{L} hidrodinamik basınçlardan düğüm noktası kuvvetlerini belirlemede kullanılan bir dönüşüm matrisidir ve

$$\mathbf{L} = \sum_{e=1}^u \mathbf{L}^e ; \quad \mathbf{L}^e = \int \tilde{\mathbf{H}}^T \mathbf{n} \mathbf{H}^T dS^e \quad (16)$$

bağıntısıyla hesaplanabilir. Burada $\tilde{\mathbf{H}}$ yapı yerdeğiştirmelerini belirlemede kullanılan eleman enterpolasyon fonksiyonları matrisini; \mathbf{n} ise sıvı yüzeyinin, sıvı-yapı arayüzeyindeki birim normal vektörünü göstermektedir. (13) bağıntısı ile verilen \mathbf{B} yük vektörü sıvı-yapı sisteminin yatay yer hareketine maruz olması halinde aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{B} = -\rho \mathbf{L}^T (\mathbf{a}_g + \ddot{\mathbf{z}}) \quad (17)$$

$(\mathbf{a}_g + \ddot{\mathbf{z}})$ vektörü yer hareketinden dolayı sıvı-yapı sisteminin arayüzeyinde oluşan toplam ivmeyi göstermektedir.

Denklem (15) ve (17) sırasıyla denklem (6) ve (14) te yerlerine yazılırsa, sıvı-yapı sistemi için hareket denklemleri

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = -\mathbf{M} \mathbf{a}_g + \mathbf{L} \mathbf{P} \quad (18)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{P} = -\rho \mathbf{L}^T (\mathbf{a}_g + \ddot{\mathbf{z}}) \quad (19)$$

formunu alır. Bu iki denklemden birincisi yapının, ikincisi sıvının davranışı ile ilgilidir.

2.3.1. Dungar Algoritması [42] İle Modal Analiz

2.3.1.1. Sıvısız Yapının Modal Analizi

Bir yapı sisteminin özdeğer ve özvektörleri (modları) serbest titreşim denkleminin çözümünden elde edilmektedir. Yapının sönümsüz serbest titreşim denklemleri [70],

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (20)$$

şeklinde yazılabilir. θ faz açısını göstermek üzere; çözümün

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z} \sin(\omega t + \theta) \quad (21)$$

bağıntısı ile verilen basit bir harmonik hareket olduğu kabul edilip, bu bağıntı denklem (20) de yazılırsa,

$$\mathbf{K} \mathbf{Z} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{Z} \quad (22)$$

veya

$$\mathbf{K} \mathbf{Z} = \frac{1}{\lambda} \mathbf{M} \mathbf{Z} \quad (23)$$

denklemini elde edilir. Burada $\lambda = 1/\omega^2$ dir. Denklem (23),

$$\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{Z} = \lambda \mathbf{Z} \quad (24)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemin çözümünden özdeğer ve özvektörler elde edilmektedir. Sistemin, serbestlik derecesi kadar özdeğer ve özvektörleri olduğundan, (24) bağıntısı i . özdeğer ve özvektör için

$$\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{Z}_i = \lambda_i \mathbf{Z}_i \quad (25)$$

şeklinde yazılarak invers iterasyona dayalı Dungan algoritması ile çözülmektedir. Aşağıda önce 1. özdeğer ve özvektör $(\lambda_1, \mathbf{Z}_1)$ ün elde edilmesinde izlenen adımlar verilmektedir.

(a) Birinci özvektörü elde etmek için \mathbf{Z}_1^0 başlatma vektörü seçilir. Bu vektörün bütün elemanları genellikle 1 birim alınır.

(b) $\mathbf{T}_1^1 = \mathbf{M} \mathbf{Z}_1^0$ bağıntısından \mathbf{T}_1^1 vektörü bulunur.

(c) $\mathbf{Y}_1^1 = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{T}_1^1$ bağıntısından \mathbf{Y}_1^1 vektörü hesaplanır.

(d) \mathbf{Y}_1^1 vektörünün mutlak maksimum elemanı λ_1^1 e eşittir. \mathbf{Y}_1^1 vektörü buna bölünerek normalleştirilir ve \mathbf{Z}_1^1 vektörü elde edilir. Özdeğer ve özvektörlerin üzerindeki üst indis iterasyon sayısını, alt indis ise özdeğer ve özvektörlerin numarasını belirtmektedir. λ_1^1 ve \mathbf{Z}_1^1 sırasıyla 1. özdeğer ve özvektörün 1. iterasyonda hesaplanan değerlerini göstermektedir. Aynı şekilde, λ_p^q ve \mathbf{Z}_p^q sırasıyla p . özdeğer ve özvektörün q . iterasyonda hesaplanan değerleridir.

(e) Z_1^q vektörü Z_1^{q-1} vektörüne yeteri kadar yaklaşıncaya kadar (b) den (d) ye kadar olan adımlar tekrarlanacaktır. Herbir tekrarda (iterasyonda) büyüklüklerin üzerindeki iterasyon sayısını belirten üst indisin değeri 1 kadar artacağına dikkat edilmelidir. Son iterasyonda bulunan Z_1^q vektörü Z_1 ve λ_1^q da λ_1 olarak alınır. Böylece birinci özdeğer ve özvektör elde edilmiş oldu. Birinci frekans (temel frekans) $\omega_1 = 1/\sqrt{\lambda_1}$ bağıntısıyla elde edilebilir.

Diğer özdeğer ve özvektörleri bulmak için yukarıdaki algoritma tekrar kullanılabilir. Fakat, daha yüksek modların daha düşük modların etkisinden arındırılması gerekir. Örneğin, 2. özdeğer ve özvektöre (λ_2, Z_2) yaklaşmak üzere Z_1 özvektörünün etkisinin yok edilmesi gerekir.

Dungar [42] daha yüksek modları daha düşük modların etkisinden arındırmak için aşağıda verilen temizleme (Sweeping) metodunu kullanmaktadır. Bu metod ile 2. özdeğer ve özvektör (mod) için özdeğer denklemi,

$$\underline{K}^{-1} \underline{M} Z_2^{q-1} - Z_1 \frac{Z_1^T \underline{M} Z_2^{q-1}}{\beta_1} = \lambda_2^q Z_2^q \quad (26)$$

ve p. mod için özdeğer denklemi,

$$\underline{K}^{-1} \underline{M} Z_p^{q-1} - \sum_{j=1}^{p-1} Z_j \left[\frac{Z_j^T \underline{M} Z_p^{q-1}}{\beta_j} \right] = \lambda_p^q Z_p^q \quad (27)$$

şeklinde yazılabilir. (27) bağıntısında köşeli parantez içi Z_j özvektörünün katkısı ile ilgili bir skaler büyüklüktür. β_j aşağıdaki bağıntı ile hesaplanmaktadır.

$$\beta_j = Z_j^T \underline{M} Z_j / \lambda_j \quad (28)$$

Denklem (27) deki β_j ve Z_j , $j=1,2,\dots,(p-1)$, her bir özdeğer için en son iterasyonun sonunda hesaplanıp saklanmaktadır. Yukarıda verilen algoritmanın (c) adımında hesaplanan \underline{V}_p^q vektörü yerine, bu vektörün aşağıdaki gibi değiştirilmesinden elde edilen $\hat{\underline{V}}_p^q$ vektörünün kullanılması şartıyla, yüksek modların bulunması ile ilgili işlemler yukarıdaki algoritmanın işlemleriyle aynı olmaktadır. Yalnız hesaplanacak özdeğer ve özvektörlerin numarası

değişmektedir.

$$\hat{\mathbf{Y}}_p^q = \mathbf{Y}_p^q - \sum_{j=1}^{p-1} \mathbf{Z}_j \left[\frac{\mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_p^{q-1}}{\beta_j} \right] \quad (29)$$

Bu denklem,

$$\hat{\mathbf{Y}}_p^q = \mathbf{Y}_p^q - \sum_{j=1}^{p-1} \mathbf{Z}_j \left[\frac{\mathbf{Z}_j^T \mathbf{T}_p^q}{\beta_j} \right] \quad (30)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntıdaki \mathbf{T}_p^q Dungar algoritmasının (b) adımında elde edilmektedir.

2.3.1.2. Sıvı-Yapı Sisteminin Modal Analizi

Sıvı-yapı sisteminin modal analizine geçmeden önce, denklem (18) ve (19) da bazı düzenlemeler yapmak gerekir. Denklem (19) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{P} = -\rho \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}^T (\mathbf{a}_g + \ddot{\mathbf{z}}) \quad (31)$$

Bu ifadeden de görüleceği gibi, hidrodinamik basınçlar iki hareketin süperpozisyonu ile elde edilmektedir. Bu hareketlerden birisi yapının rijit ötelenmesi, diğeri ise yapının esnek davranışı ile ilgilidir. Bu nedenle, hidrodinamik basınç (\mathbf{P}), rijit ötelenme basıncı (\mathbf{P}_r) ve esneklik basıncı (\mathbf{P}_f) diye iki kısma ayrılabilir.

$$\mathbf{P}_r = -\rho \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{a}_g \quad (32)$$

$$\mathbf{P}_f = -\rho \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}^T \ddot{\mathbf{z}} \quad (33)$$

Aynı şekilde, yapı alt sisteminin hareket denklemi, denklem (18),

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = -\mathbf{M} \mathbf{a}_g + \mathbf{L} \mathbf{P}_r + \mathbf{L} \mathbf{P}_f \quad (34)$$

şeklinde yazılabilir. Sıvı-yapı sisteminin modal analizinde sadece ortak sistemin etkileşimi ile ilgili basınçlar (esneklik basınçları) etkili olmaktadır. Bu durum dikkate alındığında, sıvı-yapı sisteminin sönümsüz serbest titreşim denklemleri,

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = \mathbf{L} \mathbf{P}_f \quad (35)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{P}_f = -\rho \mathbf{L}^T \ddot{\mathbf{z}} \quad (36)$$

formunda yazılabilir. Çözümün (21) bağıntısı şeklinde olduğu kabul edilip, bu bağıntı denklemler (35) ve (36) da kullanılırsa,

$$(-\omega^2 \mathbf{M} \mathbf{Z} + \mathbf{K} \mathbf{Z}) \sin(\omega t + \theta) = \mathbf{L} \mathbf{P}_f \quad (37)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{P}_f = +\omega^2 \rho \mathbf{L}^T \mathbf{Z} \sin(\omega t + \theta) \quad (38)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerin ikincisinden \mathbf{P}_f çekilip birincisinde yerine yazıldıktan sonra gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\mathbf{K} \mathbf{Z} = \omega^2 (\mathbf{M} + \rho \mathbf{L} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}^T) \mathbf{Z} \quad (39)$$

veya

$$\mathbf{M}_a = \rho \mathbf{L} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}^T \quad (40)$$

denilirse,

$$\mathbf{K} \mathbf{Z} = \omega^2 (\mathbf{M} + \mathbf{M}_a) \mathbf{Z} \quad (41)$$

sıvı-yapı özdeğer denklemi elde edilir. Burada \mathbf{M}_a hidrodinamik basınçtan dolayı gelen terim olup, eklenmiş kütle diye adlandırılmaktadır. \mathbf{M}_a eklenmiş kütle matrisinin simetrik, fakat bant şeklinde olmadığı (40) denkleminden görülmektedir. Bu şekliyle analizlerde kullanılması fazla hafızaya ihtiyaç göstermektedir. Bu nedenle, denklem (41) ile sıvı-yapı sisteminin modal analizini yapmak yerine, Dungar algoritmasını kullanmak daha elverişli olmaktadır [71]. Bu algoritma sıvı-yapı sistemlerinin özdeğer analizi için bilgisayar zamanı ve alanı yönünden etkindir. Dungar [42] 'ın sıvı-yapı sistemlerinin modal analizinde kullandığı algoritma, yapı sisteminin özdeğer analizinde kullandığı algoritmaya çok benzemektedir. Sıvı-yapı özdeğer denklemindeki sıvıya ait \mathbf{M}_a eklenmiş kütle matrisi bu algorytmada açık olarak elde edilmemektedir. Bunun yerine, eklenmiş kütle matrisinin özvektörlerle çarpımı bulunmaktadır. Bu durumda denklem (41),

$$\mathbf{K} \mathbf{Z} = \omega^2 (\mathbf{M} \mathbf{Z} + \mathbf{M}_a \mathbf{Z}) \quad (42)$$

formunda yazılabilir. Bu bağıntıdaki $\mathbf{M}_a \mathbf{Z}$ çarpımının Dungar algoritması ile her bir iterasyonda elde edilişi aşağıda açıklanacaktır. Denklem (41), denklem (38) den \mathbf{P}_f nin çekilip denklem (37) ye yerleştirilmesiyle elde edildiğinden; bu üç denklemin birlikte incelenmeleri $\mathbf{M}_a \mathbf{Z}$ çarpımının aşağıdaki iki bağıntıdan elde edilebileceği sonucunu vermektedir. İlk bağıntı

$$\mathbf{Q} \mathbf{A} = \rho \mathbf{L}^T \mathbf{Z} = \sum_{e=1}^u \rho \mathbf{L}^{eT} \mathbf{Z}^e \quad (43)$$

olup burada \mathbf{A} , hesaplamada karşılaşılan ve \mathbf{P}_f hidrodinamik basıncına

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{P}_f}{\omega^2 \sin(\omega t + \theta)} \quad (44)$$

şeklinde bağlı olan bir ara vektördür. (43) denkleminden \mathbf{A} çekilir ve

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}_f &= \mathbf{L} \mathbf{A} = \sum_{e=1}^u \mathbf{L}^e \mathbf{A}^e \\ &= \mathbf{M}_a \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (45)$$

şeklindeki ikinci bağıntıda yerine konularak $\mathbf{M}_a \mathbf{Z}$ elde edilir. (42) ve (45) bağıntıları gözönünde bulundurularak i . modla ilgili özdeğer denklemi,

$$\mathbf{K}^{-1} (\mathbf{M} \mathbf{Z}_i + \hat{\mathbf{F}}_f) = \lambda_i \mathbf{Z}_i \quad (46)$$

formunda yazılabilir. Sıvısız yapının Dungar algoritması ile çözümünde olduğu gibi, önce 1. özdeğer ve özvektör $(\lambda_1, \mathbf{Z}_1)$ ün elde edilmesinde takip edilen adımlar verilecektir. Bu adımlara geçmeden evvel, söz konusu algoritmanın önemli bir özelliğini belirtmekte yarar vardır. (43) ve (45) bağıntılarının sağ tarafları (Sıvı-yapı arayüzeyi ile ilgilidir) önce eleman seviyesinde hesaplanmakta; daha sonra her bir elemandan gelen katkılar birleştirilmektedir.

(a) Birinci özvektörü elde etmek için \mathbf{Z}_1^0 başlatma vektörü seçilir.

(b) \mathbf{Z}_1^0 vektörü denklem (43) te yerine yazılarak $(\mathbf{Z}_1^0$ vektörünün sıvı-yapı arayüzeyi ile

ilgili serbestlik derecelerine karşılık gelen elemanları alınır.), söz konusu denklem çözülür ve \mathbf{A} vektörü elde edilir.

(c) \mathbf{A} vektörü denklem (45) te yerine yazılarak (Sıvı-yapı arayüzeyi ile ilgili serbestlik derecelerine karşılık gelen elemanları alınır.) $\hat{\mathbf{F}}_{fi}^1$ vektörü hesaplanır.

(d) $\mathbf{T}_1^1 = \mathbf{M} \mathbf{Z}_1^0 + \hat{\mathbf{F}}_{fi}^1$ bağıntısından \mathbf{T}_1^1 bulunur. Burada elde edilen \mathbf{T}_1^1 in yapının yalnız başına analizinde bulunan \mathbf{T}_1^1 den farkı sadece $\hat{\mathbf{F}}_{fi}^1$ ile modife edilmesidir.

(e) Bölüm 2.3.1.1 de sıvısız yapının özdeğer analizi için verilen algoritmanın (c) ve (d) adımlarındaki işlemler sırasıyla yapılır.

(f) Ardışık iterasyonlarda bulunan özvektörler (\mathbf{Z}_1^q ve \mathbf{Z}_1^{q-1} vektörleri) birbirlerine yeterince yaklaşıncaya kadar, (b) den (e) ye kadar olan adımlar tekrarlanacaktır. Son iterasyonda bulunan \mathbf{Z}_1^q özvektörü ve λ_1^q özdeğeri sıvı-yapı sisteminin sırasıyla 1. özvektör (\mathbf{Z}_1) ve özdeğeri (λ_1) olarak alınır.

Daha yüksek modlarla ilgili özdeğer ve özvektörler, Bölüm 2.3.1.1 de sıvısız yapıya ait yüksek modların diğer modlardan arındırılması için verilen metoda benzer bir yol izlenerek elde edilmektedir. Bu nedenle, bu bölümde onların elde edilmişlerinden ayrıca bahsedilmeyecektir.

2.3.2. Sıvı-Yapı Sisteminin Yer Hareketi Altındaki Dinamik Davranışı

Bir önceki kısımda sıvı-yapı sistemlerinin Dungar algoritması ile modal analizinin nasıl yapılacağı ve ortak sistemin özdeğer (veya frekans) ve özvektörlerinin ne şekilde bulunacağı açıklandı. Yapı alt sisteminin dinamik davranışını elde etmek için bundan sonra yapılacak işlemler, normal bir yapı sisteminin modların süperpozisyonu yöntemiyle davranışını belirlemede yapılan işlemlerin benzeri olacaktır.

Yapı alt sisteminin yerdeğiştirme vektörü, ortak sistemin özvektörleri cinsinden,

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{D} \mathbf{Y}(t) \quad (47)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $\mathbf{Y}(t)$ genelleştirilmiş koordinat vektörünü göstermektedir. \mathbf{D}

özvektörler matrisini (modal matris) temsil etmekte ve Z_i $i=1,\dots,J$ özvektörlerini içermektedir. J ise özvektör sayısını belirtmektedir.

Denklem (19) dan P hesaplanıp, değerinin denklem (18) de yerine yazılmasıyla,

$$\underline{M} \ddot{\underline{z}} + \underline{C} \dot{\underline{z}} + \underline{K} \underline{z} = -\underline{M} \underline{a}_g - \rho \underline{L} \underline{Q}^{-1} \underline{L}^T (\underline{a}_g + \ddot{\underline{z}}) \quad (48)$$

denklemini elde edilir. Ayrıca, denklem (40) gözönünde bulundurulursa (48) denklemini,

$$\underline{M} \ddot{\underline{z}} + \underline{C} \dot{\underline{z}} + \underline{K} \underline{z} = -\underline{M} \underline{a}_g - \underline{M}_a (\underline{a}_g + \ddot{\underline{z}}) \quad (49)$$

veya

$$(\underline{M} + \underline{M}_a) \ddot{\underline{z}} + \underline{C} \dot{\underline{z}} + \underline{K} \underline{z} = -(\underline{M} + \underline{M}_a) \underline{a}_g \quad (50)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Denklem (47), (50) bağıntısında kullanıldıktan sonra elde edilen denklemin her iki tarafı \underline{D}^T ile çarpılır

$$\underline{D}^T (\underline{M} + \underline{M}_a) \underline{D} \ddot{\underline{Y}} + \underline{D}^T \underline{C} \underline{D} \dot{\underline{Y}} + \underline{D}^T \underline{K} \underline{D} \underline{Y} = -\underline{D}^T (\underline{M} + \underline{M}_a) \underline{a}_g \quad (51)$$

ve özvektörlerin kütle matrisine göre normalleştirildiği kabul edilirse,

$$\ddot{Y}_i + 2 \omega_i \xi_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = p_i \quad i=1,2,\dots,J \quad (52)$$

bağıntısı elde edilmektedir. Denklem (52) de geçen Y_i , ω_i , ξ_i ve p_i sırasıyla i . genelleştirilmiş koordinatı, açısal frekansı, sönüm oranını ve yükü göstermektedir. Denklem (52), J tane birbirinden bağımsız denklemi içermekte ve özvektörlerin, sistem kütle ve rijitlik matrisine göre ortogonal olma şartını sağladığını gerektirmektedir. Greeves ve Dumanoglu [44], bu şartın yapı-sıvı sistemleri için tam olarak sağlanamadığı, fakat bu kabulün önemli hatalara sebep olmadığını vurgulamaktadırlar.

Denklem (52), Newmark veya Wilson- θ algoritması gibi "implicit" integrasyon metodlarıyla çözülebilir [72]. Çözüm sonunda genelleştirilmiş koordinat, hız ve ivmeler elde edilmektedir. Yapı alt sisteminin yerdeğiştirme vektörü (47) bağıntısından, hız ve ivme vektörleri ise sırasıyla aşağıdaki bağıntılardan elde edilebilir.

$$\dot{\underline{z}}(t) = \underline{D} \dot{\underline{Y}}(t) \quad (53)$$

$$\ddot{\underline{z}}(t) = \underline{D} \ddot{\underline{Y}}(t) \quad (54)$$

Yapı alt sisteminde oluşan gerilmeler yapının yerdeğiştirmelerine bağlı olarak ilgili bağıntılardan belirlenebilir. Aynı şekilde, sıvı alt sisteminde oluşan hidrodinamik basınçlar da (54) bağıntısının, denklem (19) da kullanılmasıyla bulunabilir.

2.4. Sıvı-Yapı (Baraj-Rezervuar) Sistemleri İçin Chopra Ve Grubunun [27-29] özümleri

Chopra ve grubunun beton ağırlık barajların dinamik analizi ile ilgili bir çok çalışmaları vardır. Bu tezin amacına uygun olması nedeniyle, beton ağırlık barajların yatay yer hareketine maruz olmaları hali için Chakrabarti ve Chopra [27] formülasyonu verilecektir. Bu çalışmanın uzantısı sayılabilen diğer çalışmalardan sadece kısaca söz edilecektir. Baraj-rezervuar sistemi iki alt sistem olarak gözönüne alınmaktadır. Baraj alt sistemi bir sonlu eleman modeliyle temsil edilmekte, rezervuar alt sistemi ise menba doğrultusunda sonsuza uzanan bir sürekli ortam olarak alınmaktadır. Ortak sistemin formülasyonunda şu kabuller yapılmaktadır.

(a) Baraj-rezervuar sisteminin hareketi iki boyutlu olarak düşünölmektedir.

(b) Barajın menba yüzeyi düşeydir.

(c) Rezervuar tabanı yatay, su derinliği H ve rezervuar menba doğrultusunda sonsuza uzanmaktadır.

(d) Rezervuardaki su lineer sıkışabilir ve viskozitesi ihmal edilebilir.

(e) Su serbest yüzeyindeki dalga etkileri ihmal edilmektedir.

(f) Yer hareketinin hızı sonsuz olarak alınmaktadır.

Baraj-rezervuar sistemi şekil 2 de verilmektedir. Yatay yer hareketine maruz barajın hidrodinamik etkileri de içerecek şekilde hareket denklemi, denklem (6),

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = -\mathbf{M} \mathbf{E} \mathbf{a}_g(t) + \mathbf{F}(t) \quad (55)$$

formunda yazılabilir. Bu denklemde \mathbf{M} , \mathbf{C} ve \mathbf{K} sırasıyla barajın kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini; \mathbf{z} , $\dot{\mathbf{z}}$ ve $\ddot{\mathbf{z}}$ sırasıyla barajın relatif yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörlerini ve \mathbf{a}_g ise yer ivmesini temsil etmektedir. \mathbf{z} relatif yerdeğiştirme vektörü açık olarak

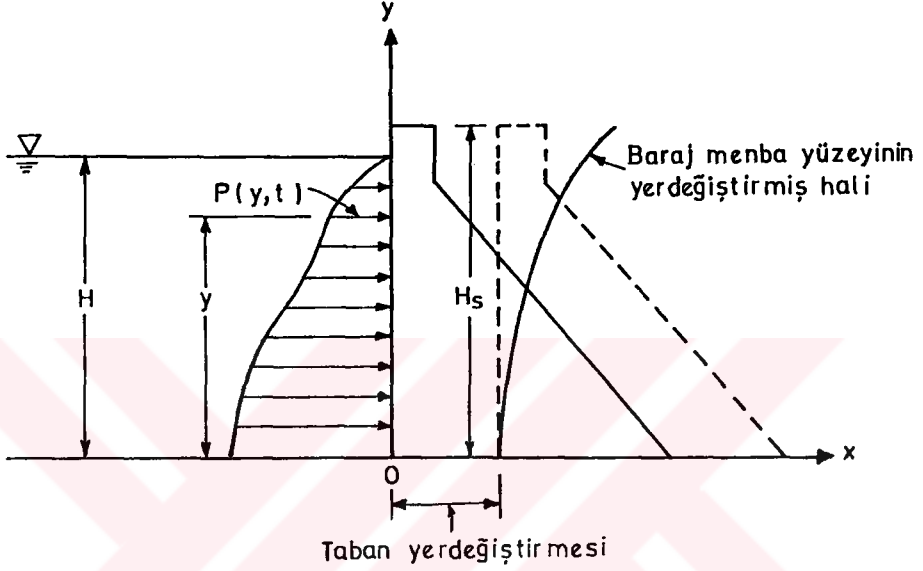
$$\mathbf{z}^T = \langle z_{x1} \ z_{y1} \ \dots \ z_{xN} \ z_{yN} \rangle$$

şeklinde yazılabilir. z_{xi} ve z_{yi} sırasıyla i . düğüm noktasının, x ve y eksenleri doğrultusundaki relatif yerdeğiştirmelerini temsil etmektedir. N , barajın sonlu eleman sisteminde temelin

yukarısında bulunan düğüm noktalarının sayısını belirtmektedir. \mathbf{E} vektörü, \mathbf{z} yerdeğiştirme vektörü boyutunda olup, açık hali,

$$\mathbf{E}^T = \langle 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0 \rangle$$

şeklindedir.



Şekil 2: Yatay yer hareketine maruz baraj-rezervuar sistemi.

Denklem (55) teki $\mathbf{E}(t)$, hidrodinamik basınçlarla ilgili düğüm noktası kuvvet vektörüdür. Baraj menba yüzeyinin düşey olduğu kabul edildiğinden, \mathbf{E} vektörünün sadece baraj menba yüzeyindeki yatay bileşenleri (x bileşenleri) sıfırdan farklıdır. Bu nedenle, \mathbf{E} vektörü, baraj menba yüzeyine etkiyen kuvvetlerin sadece x bileşenlerini içeren \mathbf{E}_x vektörü ile gösterilebilir.

Chakrabarti ve Chopra [27] rezervuar etkilerini içeren baraj yerdeğiştirmelerini boş barajın serbest titreşim modları cinsinden ifade etmektedirler. Buna göre barajın yerdeğiştirmeleri ilk J modun lineer toplamı olarak,

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{i=1}^J \mathbf{D}_i Y_i(t) \quad (56)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \mathbf{D}_i ve Y_i , i . mod vektörünü ve genelleştirilmiş koordinatı

temsil etmektedir. \underline{C} sönüm matrisinin barajın klasik normal modlarının oluşmasına izin verecek formda olduğu kabul edilirse, Y_i genelleştirilmiş koordinatına ait denklem aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M_i^* \ddot{Y}_i + C_i^* \dot{Y}_i + K_i^* Y_i = R_i^* \quad i=1,\dots,J \quad (57)$$

Burada

$$M_i^* = \underline{D}_i^T \underline{M} \underline{D}_i \quad \text{genelleştirilmiş kütleyi,}$$

$$C_i^* = \underline{D}_i^T \underline{C} \underline{D}_i = 2 \xi_i \omega_i^s M_i^* \quad \text{genelleştirilmiş sönümü,}$$

$$K_i^* = \underline{D}_i^T \underline{K} \underline{D}_i = (\omega_i^s)^2 M_i^* \quad \text{genelleştirilmiş rijitliği,}$$

ω_i^s = boş barajın i. serbest titreşim moduna ait açısız

frekansı,

ξ_i = i. titreşim modu için sönüm oranını göstermektedir.

R_i^* ise genelleştirilmiş yükü temsil etmekte ve

$$R_i^*(t) = -\underline{D}_i^T \underline{M} \underline{E} a_g + \underline{D}_i^T \underline{E}_x(t) \quad (58)$$

bağıntısı ile hesaplanmaktadır. \underline{D}_{xi} vektörü barajın menba yüzeyindeki düğüm noktalarının sadece x yönündeki yerdeğiştirme bileşenlerini içermektedir.

Rezervuar sisteminde oluşan hidrodinamik basınçlar aşağıdaki bağıntı ile verilen dalga denkleminin, denklem (1), uygun sınır şartları altında çözümüyle belirlenmektedir.

$$P_{,xx} + P_{,yy} = \frac{1}{C^2} P_{,tt} \quad (59)$$

Burada C sudaki ses hızını, P hidrodinamik basıncı ve $P_{,jj}$ ise hidrodinamik basıncın j ye göre iki kez kısmi türevini göstermektedir. Rezervuar sisteminin sınır şartları;

(a) Rezervuar serbest yüzeyinde basınç sıfırdır,

(b) Rezervuar tabanında düşey hareket yoktur,

(c) Baraj-rezervuar arayüzeyinde ($x = 0$) suyun yatay hareketi barajın yatay hareketine eşittir.

Sistem davranış denklemlerinin önce frekans alanındaki çözümleri bulunmakta ve daha

sonra Fourier dönüşümleri yardımıyla zaman alanındaki çözümlerine geçilmektedir. Bu nedenle, yer hareketi başlangıçta $a_g(t) = e^{i\omega t}$ şeklinde bir harmonik hareket olarak seçilmektedir. Bu durumda P hidrodinamik basıncı,

$$P(x,y,t) = \bar{P}(x,y,\omega) e^{i\omega t} \quad (60)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \bar{P} , basıncın frekans davranış fonksiyonunu göstermektedir. Bu durumda dalga denklemi, denklem (59),

$$\bar{P}_{,xx} + \bar{P}_{,yy} + \frac{\omega^2}{C^2} \bar{P} = 0 \quad (61)$$

formunu alır. Rezervuar sisteminin sınır şartları incelendiğinde, rezervuardaki hidrodinamik basınçlar, baraj menba yüzeyinin yatay hareketi sonucu oluşmaktadır. Baraj menba yüzeyi düğüm noktası yatay ivme vektörü $a_x(t)$,

$$a_x(t) = \left[\underline{\delta} + \sum_{j=1}^J \underline{D}_{xj} \bar{Y}_j(\omega) \right] e^{i\omega t} \quad (62)$$

bağıntısı ile verilebilir. Burada \bar{Y}_j , j. genelleştirilmiş ivmenin frekans davranış fonksiyonunu göstermektedir. $\underline{\delta}$ ise barajın rijit ötelenmesi ile ilgili bir vektör olup, bütün elemanları 1 birimdir. Notasyon uyumu için, \underline{D}_{xj} vektörü yerine sürekli fonksiyon analogisi olan $f_j(y)$ fonksiyonu alınmaktadır. Bu durumda, baraj menba yüzeyi yatay ivmeleri sürekli bir fonksiyon ile gösterilebilir.

$$a_x(0,y,t) = \left[1 + \sum_{j=1}^J f_j(y) \bar{Y}_j(\omega) \right] e^{i\omega t} \quad (63)$$

Rezervuar sisteminin yukarıda üç şık halinde verilen sınır şartları (61) denklemi için,

$$\begin{aligned} \bar{P}(x,H,\omega) &= 0 \\ \bar{P}_{,y}(x,0,\omega) &= 0 \\ \bar{P}_{,x}(0,y,\omega) &= -\rho \left[1 + \sum_{j=1}^J f_j(y) \bar{Y}_j(\omega) \right] \end{aligned} \quad (64)$$

şeklini alır. Sınır şartları gibi dalga denklemi de lineer olduğundan, süperpozisyon prensibi

uygulanabilir. $P(y,t)$, $x=0$ daki hidrodinamik basıncı göstermek üzere, bu basıncın frekans davranış fonksiyonu olan $\bar{P}(y,\omega)$, aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{P}(y,\omega) = \bar{P}_r(y,\omega) + \sum_{j=1}^J \bar{Y}_j(\omega) \bar{P}_{f_j}(y,\omega) \quad (65)$$

Bu ifadedeki $\bar{P}_r(y,\omega)$, (61) bağıntısı ile verilen dalga denkleminin,

$$\begin{aligned} \bar{P}(x,H,\omega) &= 0 \\ \bar{P}_{,y}(x,0,\omega) &= 0 \\ \bar{P}_{,x}(0,y,\omega) &= -\rho \end{aligned} \quad (66)$$

sınır şartları altında $x=0$ daki çözümü olup, yatay yer hareketinden dolayı rijit barajın yüzeyinde oluşan hidrodinamik basınç için frekans davranış fonksiyonunu göstermektedir.

Denklem (65) deki $\bar{P}_{f_j}(y,\omega)$ ise dalga denkleminin,

$$\begin{aligned} \bar{P}(x,H,\omega) &= 0 \\ \bar{P}_{,y}(x,0,\omega) &= 0 \\ \bar{P}_{,x}(0,y,\omega) &= -\rho f_j(y) \end{aligned} \quad (67)$$

sınır şartları altında $x=0$ daki çözümü olup, barajın j . titreşim modundaki baraj menba yüzeyi $f_j(y)$ yatay ivmesinden dolayı aynı yüzeyde oluşan hidrodinamik basınç için frekans davranış fonksiyonunu temsil etmektedir.

Denklem (61) in yukarıda iki denklem takımı halinde ifade edilen sınır şartları altındaki çözümü, denklem (68) ve (69) ile verilebilir [27]:

$$\bar{P}_r(y,\omega) = \frac{4}{\pi} \rho \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m-1) \sqrt{[\mu_m^2 - (\omega^2/C^2)]}} \text{Cos} \mu_m y \quad (68)$$

$$\bar{P}_{f_j}(y,\omega) = -\frac{2}{H} \rho \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_{jm}}{\sqrt{[\mu_m^2 - (\omega^2/C^2)]}} \text{Cos} \mu_m y \quad (69)$$

Burada $\mu_m = \frac{(2m-1)\pi}{2H} = \frac{\omega_m^r}{C}$ ve $I_{jm} = \int_0^H f_j(y) \text{Cos} \mu_m y dy$ şeklinde hesaplanmaktadır. μ_m

rezervuarın m . özdeğerini, ω_m^r ise rezervuarın m . tabii titreşim açısal frekansını göstermektedir.

Baraj menba yüzeyi hidrodinamik basınçlarıyla ilgili \bar{E}_x kuvvet vektörünün frekans davranış fonksiyonu olan $\bar{E}_x(\omega)$ vektörü, denklem (65)'e benzer şekilde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{E}_x(\omega) = \bar{E}_r(\omega) + \sum_{j=1}^J \bar{Y}_j(\omega) \bar{E}_{f_j}(\omega) \quad (70)$$

Burada $\bar{E}_r(\omega)$ ve $\bar{E}_{f_j}(\omega)$ sırasıyla $\bar{P}_r(y, \omega)$ ve $\bar{P}_{f_j}(y, \omega)$ hidrodinamik basınç frekans davranış fonksiyonlarına statik olarak eşdeğer düğüm noktası kuvvet vektörlerini temsil etmektedir.

$\bar{Y}_j = i \omega \bar{Y}_j$ ve $\bar{Y}_j = -\omega^2 \bar{Y}_j$ olmak üzere; $a_g = e^{i\omega t}$ şeklindeki harmonik yatay bir yer

hareketi için (57) bağıntısı,

$$[-\omega^2 M_j^* + i \omega C_j^* + K_j^*] \bar{Y}_j(\omega) = -D_j^T M E + D_{xj}^T [\bar{E}_r(\omega) - \omega^2 \sum_{k=1}^J \bar{Y}_k(\omega) \bar{E}_{fk}(\omega)] \quad (71)$$

veya kısaca

$$S(\omega) \bar{Y}(\omega) = G(\omega) \quad (72)$$

biçimini alır. Denklem (72) deki $\bar{Y}(\omega)$, genelleştirilmiş koordinatların frekans davranış fonksiyonları vektörünü göstermektedir. $S(\omega)$ ve $G(\omega)$ ise bu vektörle ilgili katsayılar matrisi ve yük vektörü olmaktadır. $S(\omega)$ matrisi ile $G(\omega)$ vektörünün elemanları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$S_{jk}(\omega) = [-\omega^2 M_j^* + i \omega C_j^* + K_j^*] \delta_{jk} + \omega^2 D_{xj}^T \bar{E}_{fk}(\omega) \quad j=1, \dots, J \quad (73)$$

$$G_j(\omega) = -D_j^T M E + D_{xj}^T \bar{E}_r(\omega) \quad k=1, \dots, J$$

Burada δ_{jk} Kronecker delta fonksiyonunu göstermektedir. Daha öncede bahsedildiği gibi, \mathbf{D}_j vektörleri boş barajın modlarıdır. Bu vektörler, baraj-rezervuar sisteminin normal modları olmadığından, klasik modal analizden farklı olarak $\mathbf{S}(\omega)$ matrisi diyagonal olmamaktadır. Söz konusu matrisin simetrik olduğu ise kolaylıkla gösterilebilir.

Denklem (72) nin, gözönüne alınacak frekans aralığı için çözümü, genelleştirilmiş koordinatların komple frekans davranış fonksiyonlarını (\bar{Y}_j , $j = 1, \dots, J$) verecektir. Bu frekans aralığı yer hareketinin frekans dağılımına ve barajın etkili frekanslarına göre belirlenmelidir.

Genelleştirilmiş koordinatların frekans davranış fonksiyonları, denklem (72) nin belirli bir frekans aralığı için çözümüyle belirlendikten sonra, keyfi bir yatay yer hareketi için çözümler Fourier dönüşümleri yardımıyla elde edilebilir. $Y_j(t)$ genelleştirilmiş koordinatı,

$$Y_j(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{Y}_j(\omega) A_g(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (74)$$

bağıntısı ile belirlenebilir. Burada $A_g(\omega)$, $a_g(t)$ nin Fourier transformasyonunu göstermekte ve

$$A_g(\omega) = \int_0^d a_g(t) e^{-i\omega t} dt \quad (75)$$

bağıntısı ile hesaplanmaktadır. Burada d yer hareketinin etki süresini göstermektedir. Yukarıda anlatıldığı şekilde Y_j , $j=1, \dots, J$ genelleştirilmiş koordinatları belirlendikten sonra, $z(t)$ düğüm noktası yerdeğiştirme vektörü (56) bağıntısıyla bulunabilir. Barajda oluşan gerilmeler baraj yerdeğiştirmelerine bağlı olarak ilgili bağıntılardan belirlenebilir.

Chakrabarti ve Chopra [27] benzer şekilde baraj-rezervuar sisteminin düşey yer hareketine maruz olması hali için de ayrıca formülasyon vermektedirler. Baraj-rezervuar sisteminin hem yatay ve hemde düşey yer hareketi altındaki davranışı şu şekilde belirlenmektedir. Önce her iki yer hareketi için genelleştirilmiş koordinatlar ayrı ayrı elde edilir. Sonra ikisi toplanarak toplam genelleştirilmiş koordinatlar bulunur. Diğer işlemler baraj-rezervuar sisteminin yatay yer hareketine maruz olması halinde yapılan işlemlere benzer olmaktadır. Aynı yazarlar daha sonraki çalışmalarında [28] baraj temelini viskoelastik yarı düzlem kabul ederek, baraj-temel-rezervuar etkileşimini incelediler. Alt sistem kavramına dayalı olan bu çalışma, [27] çalışmasının bir uzantısı sayılabilir. Fenves ve Chopra [29],

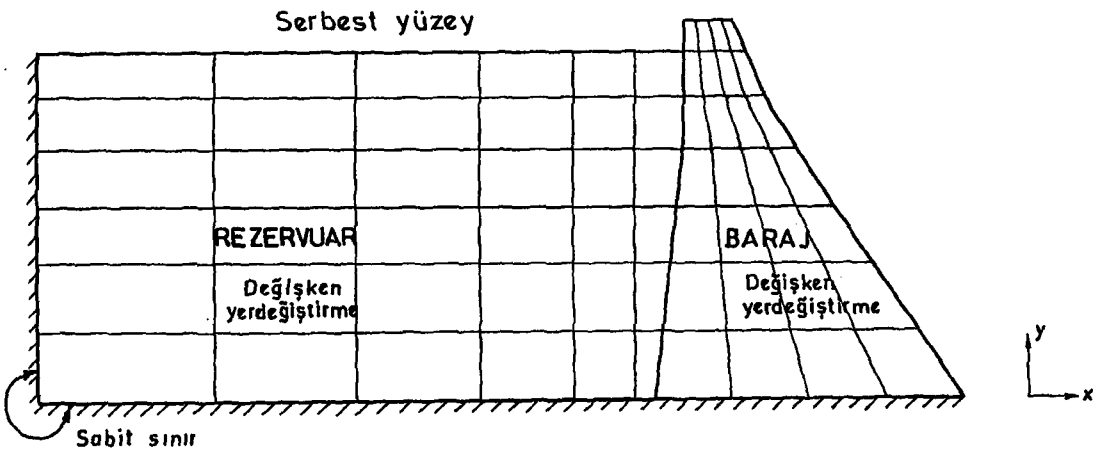
rezervuar tabanlarında çoğunlukla bulunan alüvyon ve sediment etkilerini içerecek şekilde [28] çalışmasını değiştirdiler. EAGD-84 [68] bilgisayar programı Fenves ve Chopra [29] çalışması ile ilgili bir genel program olup, özel halleri burada verilen formülasyon için geçerlidir. Bu durum veri kütüğü hazırlanışı sırasında sağlanabilir. Baraj ve rezervuar tabanları rijit olacak şekilde veri kütüğü hazırlanmakla buradaki formülasyon geçerli kılınabilir.



3. SIVI-YAPI SİSTEMLERİNİN LAGRANGE FORMÜLASYONU

3.1. Giriş

Genel olarak yapı sistemlerinin statik ve dinamik analizi için hazırlanan sonlu eleman programları Lagrange formülasyonuna dayalıdır. Bu yaklaşımda, yapı sisteminde bilinmeyen olarak yerdeğiştirmeler seçilmekte ve buna göre sonlu eleman formülasyonu elde edilmektedir. Sıvı sisteminde (ortamında) de yerdeğiştirmeler bilinmeyen olarak seçildiği takdirde, yapı sistemlerini analiz etmek için mevcut olan eleman alt programlarından (iki veya üç boyutlu katı eleman) yerdeğiştirmelere dayalı sıvı elemanları elde etmek ve genel amaçlı yapı analiz programlarına uyarlamak kolay olmaktadır. Sonuçta, sıvı ve sıvı-yapı sistemlerinin sonlu eleman matrisleri simetrik olmakta ve yapı sistemleri için mevcut olan denklem çözüm metodlarıyla analiz edilebilmektedir. Lagrange yaklaşımı ile analiz edilecek tipik bir sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sistemi Şekil 3 te verilmiştir. Bu bölümde, önce sıvı sistemlerin dinamik davranışlarıyla ilgili yerdeğiştirmelere dayalı (Lagrange yaklaşımı) temel bağıntılar verilmekte ve bu bağıntılardan faydalanılarak sıvı sistemleri için sonlu eleman hareket denklemleri elde edilmektedir. Daha sonra sıvı-yapı sistemlerinin ortak hareket denklemlerine geçilmektedir.



Şekil 3: Lagrange yaklaşımı ile analiz edilecek tipik bir sıvı-yapı (baraj-rezervuar) sistemi.

3.2. Sıvı Sistemlerinin Davranışı İle İlgili Temel Bağıntılar

Burada lineer-elastik, rotasyonsuz ve viskoz olmayan bir sıvının küçük yerdeğişirmeler yapması hali için temel denklemler elde edilecektir. Böyle bir sıvı için basınçla hacimsel şekildeğişirme arasında,

$$P = \beta \epsilon_v \quad (76)$$

bağıntısı vardır [51]. Bu ifadede P basıncı (ortalama gerilmeye eşit), β hacimsel elastisite modülünü ve ϵ_v ise hacimsel şekildeğişirmeyi göstermektedir. Hacimsel şekildeğişirme üç boyutlu kartezyen koordinatlarda,

$$\epsilon_v = U_{x,x} + U_{y,y} + U_{z,z} \quad (77)$$

şeklinde ifade edilmektedir [51]. Bu ifadede U_{ij} , i . yerdeğişirme bileşeninin j doğrultusuna göre kısmi türevini göstermektedir.

Sıvının rotasyonsuzluğu ceza (penalty) metodlarına [12] benzer şekilde hesaba katılmaktadır. Sıvının gerilme-şekildeğişirme bağıntılarına rotasyonlar ve bu rotasyonlarla ilgili uygun kısıtlama parametreleri (rijitlikler) yerleştirilmektedir. Bu parametrelerin büyük değerde seçilmesiyle sıvı rotasyonsuz hale yaklaşacaktır. Üç boyutlu haldeki rotasyonlar aşağıdaki bağıntı ile verilebilir [51]:

$$\begin{aligned} W_x &= \frac{1}{2}(U_{y,z} - U_{z,y}) \\ W_y &= \frac{1}{2}(U_{z,x} - U_{x,z}) \\ W_z &= \frac{1}{2}(U_{x,y} - U_{y,x}) \end{aligned} \quad (78)$$

Bu rotasyonlarla ilgili gerilmeler,

$$\begin{aligned} P_x &= \alpha_x W_x \\ P_y &= \alpha_y W_y \\ P_z &= \alpha_z W_z \end{aligned} \quad (79)$$

bağıntısı ile hesaplanmaktadır. Burada P_i ve α_i , W_i ile ilgili gerilme ve kısıtlama parametresini göstermektedir. Sıvının matris formundaki üç boyutlu gerilme-şekildeğişirme

bağıntıları (76) ve (79) denklemlerinden,

$$\begin{bmatrix} P \\ P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_v \\ W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} \quad (80)$$

veya

$$\underline{\sigma} = \underline{C} \underline{\epsilon} \quad (81)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (81) de $\underline{\sigma}$ ve $\underline{\epsilon}$, sıvının gerilme ve şekildeğiştirme vektörlerini; \underline{C} ise elastisite matrisini göstermektedir.

Bu çalışmada, sıvı sistemlerinin sonlu eleman formülasyonu enerji prensiplerinden faydalanılarak elde edilecektir. Bu nedenle, aşağıda sıvı sistemlerinin davranışı ile ilgili enerji bağıntıları verilecektir. Bir sıvı sisteminin toplam şekildeğiştirme enerjisi,

$$\pi_e = \frac{1}{2} \int \underline{\epsilon}^T \underline{C} \underline{\epsilon} dV \quad (82)$$

şeklinde ifade edilebilir. Sıvı sistemlerinin önemli davranışlarından biri de hacimde bir değişim olmadan yerdeğiştirme yapabilmeleridir. Rezervuar ve su depoları için bu hareket, yerdeğiştirmelerin düşey olduğu yüzey dalgaları şeklindedir. Kararlı hal titreşiminde, sıvının kinetik ve potansiyel enerjisinin harmonik değişimine sebep olmaktadır. Bu hareketle ilgili enerji,

$$\pi_s = \frac{1}{2} \int \rho g U_{sf}^2 dA \quad (83)$$

bağıntısı ile verilebilir. Burada ρ sıvının kütle yoğunluğunu, g yerçekimi ivmesini ve U_{sf} ise sıvı serbest yüzey düşey yerdeğiştirmesini göstermektedir. Bu durumda sistemin toplam potansiyel enerjisi

$$\pi_t = \pi_e + \pi_s \quad (84)$$

olmaktadır. Son olarak, kinetik enerji bağıntısını vermekle sıvı sistemlerinin davranışı ile ilgili gerekli enerji bağıntıları tamamlanmış olur. Bir sıvı sisteminin kinetik enerjisi,

$$T = \frac{1}{2} \int \rho (\dot{U}_x^2 + \dot{U}_y^2 + \dot{U}_z^2) dV \quad (85)$$

denklemleriyle hesaplanabilir. Burada \dot{U}_i , i . hız bileşenini göstermektedir. Yukarıda verilen enerji bağıntılarından sistem hareket denklemlerine geçiş yapmak için

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \pi_t}{\partial q_i} = Q_i \quad (i=1, \dots, n) \quad (86)$$

Lagrange denkleminde faydalanılır [70]. Bu ifadede q_i ve Q_i sırasıyla i . genelleştirilmiş koordinatı ve kuvveti göstermektedir. Sonlu elemanlar yönteminde genelleştirilmiş koordinat olarak ortam değişkeninin sonlu eleman düğüm noktalarındaki değerleri alınmaktadır. Örneğin, yerdeğiştirmeye dayalı Lagrange yaklaşımında söz konusu koordinatlar düğüm noktası yerdeğiştirme bileşenleridir.

3.3. Sıvı Sistemlerinin Sonlu Eleman Formülasyonu

Sonlu eleman yaklaşımındaki temel adımlar kullanılarak, denklem (82) ile verilen sıvı sisteminin toplam şekildeğiştirme enerjisi,

$$\pi_e = \frac{1}{2} \mathbf{U}_f^T \mathbf{K}_f \mathbf{U}_f \quad (87)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \mathbf{U}_f sıvı sisteminin düğüm noktası yerdeğiştirme vektörünü, \mathbf{K}_f aynı sistemin rijitlik matrisini göstermektedir. Yüzey potansiyel enerjisi, denklem (83), sıvı yüzeyindeki düğüm noktalarının düşey yerdeğiştirmeleri cinsinden aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\pi_s = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{sf}^T \mathbf{S}_f \mathbf{U}_{sf} \quad (88)$$

Bu ifadede \mathbf{U}_{sf} sıvı serbest yüzey düğüm noktası düşey yerdeğiştirme vektörünü ; \mathbf{S}_f ise sıvı serbest yüzey rijitlik matrisini temsil etmektedir. Sistemin kinetik enerjisi, denklem (85), aynı şekilde,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{U}}_f^T \mathbf{M}_f \dot{\mathbf{U}}_f \quad (89)$$

formunda yazılabilir. Burada \mathbf{M}_f ve $\dot{\mathbf{U}}_f$ sırasıyla sıvı sisteminin kütle matrisini ve düğüm noktası hız vektörünü göstermektedir.

Sıvı sisteminin hareket denklemi, denklem (87-89) un Lagrange denkleminde, denklem (86), kullanılmasıyla elde edilmektedir. Gerekli işlemlerden sonra,

$$\mathbf{M}_f \ddot{\mathbf{U}}_f + \mathbf{K}_f \mathbf{U}_f + \mathbf{S}_f \mathbf{U}_{sf} = \mathbf{R}_f \quad (90)$$

veya

$$\mathbf{M}_f \ddot{\mathbf{U}}_f + \mathbf{K}_f^* \mathbf{U}_f = \mathbf{R}_f \quad (91)$$

bağıntısı elde edilir. Burada \mathbf{K}_f^* sıvı serbest yüzey rijitliklerini de içeren sıvı sistemi rijitlik matrisini ve \mathbf{R}_f zamana bağlı düğüm noktası kuvvet vektörünü temsil etmektedir. Sonlu eleman matrislerinin sayısal elde edilişlerinde Wilson ve Khalvati [51] tarafından önerilen indirgenmiş integrasyon mertebeleri kullanılmaktadır. Sıvı sisteminde indirgenmiş integrasyon kullanımı sonuç itibariyle gerçek çözüme daha hızlı yaklaşımı sağlamaktadır [51]. Sıvı sistemi sonlu eleman matrislerinin elde edilişi hakkındaki ayrıntılı bilgi EK-A da verilmektedir.

3.3.1. Sonlu Eleman Formülasyonunda İndirgenmiş İntegrasyon Kullanımı

Bir önceki kısımda verilen ve EK-A da verilecek formülasyon sıkışabilir, rotasyonsuz, viskoz olmayan ve yüzey salınım hareketi gözönüne alınan sıvının küçük yerdeğişirmeler altındaki dinamik davranışı ile ilgilidir. Bu formülasyon, alan ve hacim üzerinde alınacak integralleri içermektedir. Sayısal integrasyon teknikleri kullanılarak bu integrallerin sayısal olarak elde edilmesi gerekir. Bu ve benzeri amaçlar için, bir çok sayısal integrasyon tekniği geliştirilmiştir. Bunlardan en yaygın olarak kullanılanlardan biri Gauss integrasyon tekniğidir [73,74]. Bu teknikte integral, elemanın içinde Gauss noktaları adı verilen belirli noktalarda elde edilen bir ağırlıklı toplama eşdeğer alınmaktadır. Bu çalışmada, sonlu eleman integrallerinin sayısal değerleri Gauss integrasyon tekniği kullanılarak elde edilmektedir. Sıvı sisteminin Lagrange çözümü, Kaynak [51] de ifade edildiği gibi, sonlu eleman ağı sıklaştıkça ve rotasyonel rijitlikler büyüdükçe gerçek çözüme yaklaşacaktır. Eğer, sıvı eleman üzerinde hesaplanan integraller, normal katı elemanlarda olduğu gibi tam olarak elde edilirse (normal integrasyon mertebeleri uygulanarak), sistemin sonlu eleman yerdeğiştirme çözümleri bir alt sınır çözümü verecektir. Gerçek çözüme daha yavaş yaklaşımdan dolayı bu yaklaşımın pratik olmadığı yine aynı kaynakta vurgulanmaktadır. Bunun yanında, daha yüksek mertebeli

integrasyon kullanımı, düşük frekanslı sıvı salınım modlarının yok olmasına sebep olmaktadır. Bu nedenle, sonlu eleman integrallerinin indirgenmiş integrasyon tekniği kullanılarak elde edilmesi gerekir. İndirgenmiş integrasyon sıvı sisteminin rijitliğini azaltmaktadır.

Bir önceki kısımda belirtildiği gibi, sıvının rotasyonsuzluğu ceza metodlarına benzer şekilde hesaba katılmaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmada incelenen sıvı problemi bir ceza problemi olarak düşünülebilir. Zienkiewicz ve diğ. [58] sıvı sistemleri için verdikleri Lagrange formülasyonunda sıvı rotasyonsuzluğunu bir ceza metoduyla dikkate almaktadırlar. Sözü edilen araştırmacılar, bütün ceza formülasyonlarında olduğu gibi [12], bu formülasyonda da indirgenmiş integrasyon kullanımını önermektedirler. Ayrıca, sıvı elemanın Ortam Uyum Tekniği (Field Consistent Technique) ile testi de indirgenmiş integrasyon kullanımının gerekliliğini ortaya koymaktadır [64]. Bununla birlikte, formülasyonda kullanılan indirgenmiş integrasyon mertebesi yakınsaklık şartını sağlamalıdır. Yakınsaklığın sağlanması için minimum integrasyon mertebesi genel bir kural şeklinde Zienkiewicz [12] tarafından şu şekilde verilmektedir. "Mevcut polinomun mertebesi p olmak üzere, m . mertebeden türev içeren bir problem için $2(p-m)$ mertebesindeki bir integrasyon, yakınsaklığın sağlanması için yeterli olmaktadır". Wilson ve Khalvati [51] tarafından önerilen indirgenmiş integrasyon mertebeleri ile C_0 tipi elemanların (Sonlu eleman arayüzeylerinde sadece ortam değişkeni sürekli olmaktadır) yakınsaklık şartı için Zienkiewicz [12] tarafından önerilen integrasyon mertebeleri Tablo 1 de verilmektedir. Tablodan da görüleceği gibi Wilson ve Khalvati [51] tarafından önerilen indirgenmiş integrasyon mertebeleri yakınsaklık şartını sağlamaktadır. Sonlu elemanlar ve benzeri yöntemlerle lineer problemlere yaklaşımda son aşama bir denklem takımının çözülmesidir. Çözümün tek olması için katsayılar matrisinin (Sistem rijitlik matrisinin) tekil olmaması gerekir. Bu nedenle, yakınsaklık şartı ile birlikte bu şart ta sağlanmalıdır. Sayısal integrasyonla tekillik bazı sınır şartları altında düşük integrasyon mertebelerinden doğabilir. Eğer sistemdeki bilinmeyenlerin sayısı, sistemin bütün integrasyon noktalarında elde edilen bağımsız bağıntıların sayısını aşarsa, o zaman katsayılar matrisi tekil olmaktadır [12]. Sistem rijitlik matrisinin tekil olması ilgili sistemin stabil olmadığını göstermektedir. Yapı mekaniğinde bir stabilitesizlik; bir kinematik mod, bir "hourglass" mod veya sıfır-enerji modu olarak bilinebilir [69]. Sıfır-enerji mod terimi, rijit cisim hareketi olmayan, fakat sıfır şekildeğiştirme enerjisi sağlayan bir düğüm noktası yerdeğiştirme vektörünü temsil eder [69].

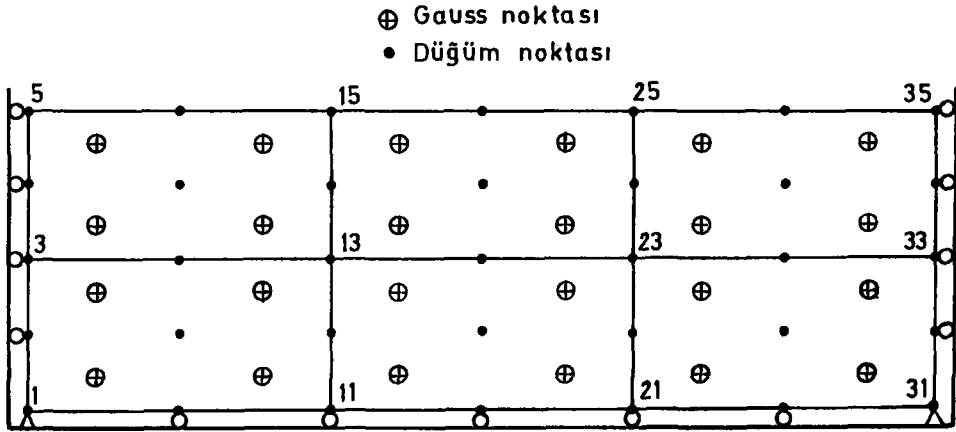
Bu çalışmada, sıvı eleman integrallerinin sayısal integrasyonu için Wilson ve Khalvati [51] tarafından önerilen indirgenmiş integrasyon mertebelerinin sıfır-enerji modları oluşturup

oluşturmadığı yine aynı yazarların verdikleri teknikte araştırılmaktadır. İki boyutlu sıvı elemanların teorik stabilite testleri aşağıda; üç boyutlu elemanların ise Bölüm 4.3.2. de yapılmaktadır. Tipik bir sıvı tankı için iki boyutlu 9 ve 4 düğüm noktalı sonlu eleman ağları Şekil 4 te verilmektedir. Her iki ağda toplam 35 düğüm noktası vardır.

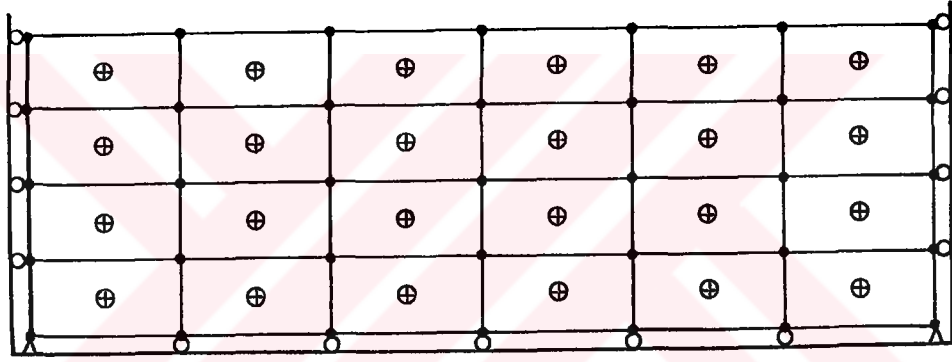
Tablo 1: Çeşitli elemanlar için integrasyon mertebeleri.

Eleman tipi	İndirgenmiş integrasyon mertebesi Kaynak [51]	C_0 tipi elemanların yakınsaklık şartı için gerekli integrasyon mertebesi Kaynak [12]
4 düğüm noktalı dörtgen eleman	(1x)	$p=1$ $m=1$; $2(p-m)=0$. mertebeden (1x1)
9 düğüm noktalı dörtgen eleman	(2x2)	$p=2$ $m=1$; $2(p-m)=2$. mertebeden (2x2)
8 düğüm noktalı üç boyutlu eleman	(1x1x1)	$p=1$ $m=1$; $2(p-m)=0$. mertebeden (1x1x1)
27 düğüm noktalı üç boyutlu eleman	(2x2x2)	$p=2$ $m=1$; $2(p-m)=2$. mertebeden (2x2x2)

Önce 9 düğüm noktalı sıvı eleman ağının stabilitesi incelenecektir. Her bir düğüm noktasında 2 tane serbestlik derecesi olmak üzere, 35 düğüm noktasında toplam 70 serbestlik derecesi vardır. Sıvı sisteminin sınır şartlarından 17 serbestlik derecesi tutulmaktadır. Sonuçta sistem toplam 53 aktif serbestlik derecesine sahiptir. Her bir sıvı eleman üzerinde 4 (2x2) Gauss integrasyon noktası alınarak integraller hesaplanmaktadır. Her bir integrasyon noktası, sistem rijitlik matrisine sıvının sıkışabilirliği ve sıvının rotasyonsuzluğu ile ilgili birer tane olmak üzere, 2 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı sağlamaktadır. Buna göre 4 integrasyon noktası 8 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı sağlayacaktır. Sıvı sisteminde toplam 6 tane eleman vardır. Bu durumda, sistemin rijitlik matrisi toplam 48 tane bağımsız bağıntıya sahip olmaktadır. Sistemin aktif serbestlik derecesi sayısı bağımsız bağıntı sayısını aştığından, sistem rijitlik matrisi tekil olmaktadır. Bunun sonucu olarak, 5 tane sıfır-enerji modu ortaya çıkacaktır. Bu yüzden sıvı yüzeyi salınım rijitliği içerilmelidir. Sıvı sisteminin serbest yüzeyinde 7 tane düğüm noktası vardır. Bu düğüm noktalarının düşey bileşenlerine yüzey salınımindan dolayı ilave rijitlikler gelecektir. Bu rijitliklerin içerilmesiyle, sistemin tekilliği ortadan kalkmakta ve sistem stabil hale gelmektedir. Bu sıvı sisteminin modal analizi 24 tane hacim değişim, 24 tane rotasyonel ve 5 tane de sıvı yüzey salınım modu verecektir.



(a) 9 düğüm noktalı eleman ağı



(b) 4 düğüm noktalı eleman ağı

Şekil 4: Tipik bir sıvı tankının iki boyutlu sonlu eleman idealleştirilmesi.

Benzer stabilite işlemi 4 düğüm noktalı sıvı eleman ağı için de yapılmaktadır. Söz konusu ağ 24 elemandan meydana gelmektedir. Sıvı sisteminin sınır şartlarından dolayı 17 serbestlik derecesi tutulmaktadır. Sistemin toplam 70 serbestlik derecesinden, geriye 53 aktif serbestlik derecesi kalmaktadır. Her bir eleman üzerinde 1 (1x1) tane Gauss integrasyon noktası alınarak integraller hesaplanmaktadır. Bu durumda her bir eleman, sistem rijitlik matrisine sıvı sıkışabilirliği ve rotasyonsuzluğu ile ilgili birer tane olmak üzere, 2 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı kazandırmaktadır. Sıvı sisteminde toplam 24 tane eleman vardır. Bu elemanlar, sistem rijitlik matrisi için toplam 48 tane bağımsız bağıntı sağlamaktadır. Sistemin aktif serbestlik derecesi sayısı bağımsız bağıntı sayısını aştığından, sistem rijitlik matrisi tekil olmaktadır. Bu da 5 tane sıfır-enerji modunu netice verecektir. Sıvı sisteminin serbest yüzeyinde 7 tane düğüm noktası vardır. Sıvı yüzey salınım rijitliğinin içerilmesiyle, bu düğüm

noktalarının düşey bileşenlerine yüzey salınımından dolayı ilave rijitlikler gelecektir. Bu ilave rijitlikler sayesinde sistemin tekilliği ortadan kalkmakta ve sistem stabil hale gelmektedir. Bu sıvı sistemi de 9 düğüm noktalı sıvı sistemi gibi modal analizde 24 tane hacim değişim, 24 tane rotasyonel ve 5 tane de yüzey salınım modu verecektir.

Rotasyonel frekanslar, büyük değerli rotasyon kısıtlama parametreleri sayesinde büyümektedir. Diğer bir deyişle, büyük değerli bir rotasyon kısıtlama parametresi bu rotasyonla ilgili modların daha büyük frekanslarda oluşmasını sağlamaktadır. Yüzey salınım modları ise küçük frekanslarda oluşmaktadır.

3.3.2. Sıvı Elemanı Düğüm Noktası Basınçlarının Elde Edilmesi

Sıvı elemanda hacim değişimi ile ilgili gerilmenin (basınç) elde edilmesi ve sıvı ortamı boyunca değişiminin incelenmesi, analitik ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmak amacıyla önem arz etmektedir. Elemanın herhangi bir noktasındaki gerilmeler denklem (81) kullanılarak sonlu eleman yaklaşımından,

$$\underline{\sigma}^e = \underline{C} \underline{B}^e \underline{U}_f^e \quad (92)$$

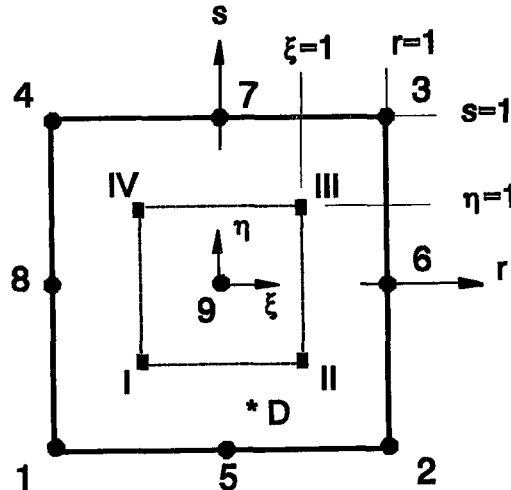
şeklinde hesaplanabilir. Burada e üst indisi bağıntının üzerinde yazıldığı elemanı belirtmektedir. $\underline{\sigma}^e$ gerilme vektörünü; \underline{C} elastisite matrisini; \underline{B}^e şekildeğiştirme-yerdeğiştirme matrisini; \underline{U}_f^e ise eleman düğüm noktası yerdeğiştirme vektörünü temsil etmektedir. Bu bağıntıyla elemanın hangi noktalarındaki gerilmeler hesaplanmalıdır? İzoparametrik sonlu elemanlarda, eleman rijitlik matrisinin tam olarak integrasyonu (full integration) için gerekli olan integrasyon mertebesinden bir mertebe düşük mertebe ile ilgili Gauss noktalarında hesaplanan gerilmeler (özellikle kayma gerilmeleri) genellikle daha doğru olmaktadır [69]. r ve s iki boyutlu; r , s ve t üç boyutlu elemanlar için tabii koordinatları gösterebilir. İki ve üç boyutlu lineer elemanlarda gerilmelerin daha doğru olarak elde edildiği noktalar sırasıyla $r=s=0$ ve $r=s=t=0$ noktalarıdır. Söz konusu noktalar, iki boyutlu 8 ve 9 düğüm noktalı kare elemanlarda r ve s nin; üç boyutlu 20 ve 21 düğüm noktalı kare elemanlarda ise r , s ve t nin $\pm 1/\sqrt{3}$ değerlerini aldığı noktalar olmaktadır. Dikkat edilirse, gerilmelerin hesabı açısından elverişli olan bu noktalar, indirgenmiş integrasyon mertebeleriyle ilgili Gauss noktaları olmaktadır.

Bazı durumlarda sonlu eleman düğüm noktalarında veya Gauss noktalarının dışındaki bazı noktalarda gerilmelerin bilinmesi gerekli olabilir. İki ve üç boyutlu lineer sonlu elemanlarda sadece elemanların orta noktalarındaki gerilmeler elde edildiğinden, bunların başka noktalara enterpolasyon veya ekstrapolasyonu söz konusu değildir. Bu işlemi, iki ve üç boyutlu quadratik elemanlarda yapmak mümkündür. Bu yolla elde edilen çözümler, (92) bağıntısıyla doğrudan hesaplanan çözümlerden genellikle daha doğru olmaktadır [12,69].

Bu çalışmada, quadratik iki ve üç boyutlu elemanların Gauss noktalarında (92) bağıntısı ile hesaplanan gerilmelerin, aynı elemanların herhangi bir noktasına enterpolasyon veya ekstrapolasyonu Kaynak [69] da verilen usulle gerçekleştirilmektedir. Bu şekilde elde edilen gerilmeler düzeltilmiş gerilmeler; (92) bağıntısından direkt olarak bulunan gerilmeler ise düzeltilmemiş gerilmeler olarak isimlendirilebilir [75,76]. Örnek olarak, iki boyutlu 9 düğüm noktalı sıvı elemanı gözönüne alalım. 9 düğüm noktalı sıvı eleman ve gerilmelerin hesaplandığı Gauss noktaları, tabii koordinatlar ile birlikte Şekil 5 te verilmektedir. Söz konusu enterpolasyon ve ekstrapolasyon işleminde her bir gerilme bileşeni ayrı ayrı gözönüne alınmaktadır. Sıvı elemanın gerilme bileşenlerinden basınç için bu işlemi yapalım. Şekil 5 te (r,s) ve (ξ,η) sırasıyla eleman ve Gauss noktaları tabii koordinatlarını temsil etmektedir. r koordinatı ξ koordinatı ile; s koordinatı η koordinatı ile orantılıdır. III nolu Gauss noktasını dikkate aldığımızda; bu noktada $r = s = 1/\sqrt{3}$ ve $\xi = \eta = 1$ dir. Buradan,

$$\xi = r\sqrt{3} ; \quad \eta = s\sqrt{3} \quad (93)$$

bulunur. Elemanın herhangi bir D noktasındaki düzeltilmiş basınç,



Şekil 5: Gerilmelerin Gauss noktalarından ekstrapolasyonunda kullanılan tabii koordinatlar.

$$\hat{P}_D^e = \sum h_i P_i^e \quad i = I, II, III, IV \quad (94)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Burada \hat{P}_D^e , elemanın D noktasındaki düzeltilmiş basıncı temsil etmektedir. h_i ve P_i^e ise i. Gauss noktasına ait enterpolasyon fonksiyonu ve basıncı göstermektedir. h_i enterpolasyon fonksiyonları

$$\begin{aligned} h_I &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ h_{II} &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ h_{III} &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ h_{IV} &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (95)$$

bağıntısı ile verilebilir. Görüldüğü gibi bu enterpolasyon fonksiyonları 4 düğüm noktalı lineer elemanın enterpolasyon fonksiyonları ile aynıdır. Denklem (94) teki h_i , D noktasının ξ ve η koordinatlarında hesaplanmaktadır. D noktasının koordinatı, Gauss noktalarından herhangi birinin koordinatı ile aynı olduğu zaman, söz konusu noktada düzeltilmiş ve düzeltilmemiş basınçlar eşit olmaktadır. Eleman köşe düğüm noktaları düzeltilmiş basınçları, her bir köşe düğüm noktasına ait ξ ve η tabii koordinatları (94) bağıntısında yerine yazılarak elde edilmektedir. Eleman köşe düğüm noktalarında ξ ve η $\mp\sqrt{3}$ değerlerini almaktadır. Elemanın her bir köşe düğüm noktasının ξ ve η koordinatları (94) bağıntısında yerine yazılarak gerekli işlemler yapıldıktan sonra, eleman köşe düğüm noktaları düzeltilmiş basınçları ile Gauss noktaları basınçları arasındaki bağıntı matris formunda

$$\begin{bmatrix} \hat{P}_1^e \\ \hat{P}_2^e \\ \hat{P}_3^e \\ \hat{P}_4^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c & b \\ b & a & b & c \\ c & b & a & b \\ b & c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_I^e \\ P_{II}^e \\ P_{III}^e \\ P_{IV}^e \end{bmatrix} \quad (96)$$

veya

$$\hat{P}_n^e = \hat{G} P_g^e \quad (97)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \hat{P}_n^e köşe düğüm noktaları düzeltilmiş basınç vektörünü; P_g^e Gauss

noktaları basınç vektörünü göstermektedir. \hat{G} ise eleman köşe düğüm noktaları düzeltilmiş basınçlarını Gauss noktaları basınçlarına bağlayan bir matristir. Bu matrisin elemanlarından a , b ve c ,

$$a = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad b = -\frac{1}{2}; \quad c = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

değerlerini almaktadır. Yukarıda basınç bileşeni için anlatılmış olan enterpolasyon ve ekstrapolasyon işlemi, her bir gerilme bileşeni için aynı şekilde yapılır.

Buraya kadar iki boyutlu quadratik elemanlar incelendi. Üç boyutlu quadratik elemanlara ait köşe düğüm noktaları gerilmeleri de benzer şekilde hesaplanabilir. Bu elemanlarda gerilmelerin hesaplanacağı 8 Gauss noktası vardır. Gerilmelerin bu noktalardan, elemanın her hangi bir noktasına enterpolasyon veya ekstrapolasyonu için seçilecek Gauss noktaları enterpolasyon fonksiyonları 8 düğüm noktalı üç boyutlu lineer elemanın enterpolasyon fonksiyonları ile aynıdır.

Parabolik izoparametrik elemanların köşe düğüm noktaları gerilmelerini Gauss noktalarındaki değerlerinden hesaplamak üzere, Hinton ve diğ. [76] tarafından verilen ekstrapolasyon tekniği sonuç itibarıyla burada uygulanan tekniğin aynısıdır.

3.4. Sıvı-Yapı Sistemlerinin Ortak Formülasyonu

Bir yapı sisteminin sönümsüz hale ait sonlu eleman hareket denklemi aşağıdaki formda yazılabilir [70].

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{U}}_s + \mathbf{K}_s \mathbf{U}_s = \mathbf{R}_s \quad (98)$$

Burada \mathbf{M}_s ve \mathbf{K}_s yapı sisteminin kütle ve rijitlik matrislerini; \mathbf{U}_s , $\ddot{\mathbf{U}}_s$ ve \mathbf{R}_s ise sırasıyla düğüm noktası yerdeğiştirme, ivme ve kuvvet vektörlerini göstermektedir.

Sıvı-yapı sisteminin ortak hareket denklemleri her iki sisteme ait denklemlerin arayüzey şartı dikkate alınarak birleştirilmesinden elde edilmektedir. Bu sebeple, ortak sistemin arayüzey şartını belirlemek gerekir. Sıvının viskoz olmadığı kabul edildiğinden; ortak sistemin arayüzeyinde arayüzeye normal yerdeğiştirmeler sürekli, teğet yerdeğiştirmeler süreksiz olmaktadır. Ortak sistemin arayüzeyinde, yapı kısmının pozitif yüzeye ve sıvı

kısının negatif yüzeye sahip olduğu kabul edilirse, arayüzey şartı

$$U_n^- = U_n^+ \quad (99)$$

şeklinde yazılabilir [56]. Burada U_n arayüze normal yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Bu şart, sıvı-yapı arayüzeyinde arayüze normal doğrultuda karşılıklı düğüm noktaları arasına kısa ve yeteri derecede rijit kafes elemanlar yerleştirilerek sağlatılabilir [56]. Bu çalışmada, kısa ve rijit kafes eleman yerine (99) denklemiyle verilen arayüzey şartı, ortak sistemin arayüzeyindeki düğüm noktalarında ceza metoduyla [72] sağlatılmaya çalışılmaktadır. Kısıtlama denklemlerinin sağlatılması açısından kafes elemandan daha elverişli olmaktadır.

Sıvı-yapı sisteminin yer hareketi etkisindeki sönümlü hale ait ortak hareket denklemi, (99) kısıtlama denklemi gözönüne alınarak,

$$\mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{z}}_c + \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{z}}_c + \mathbf{K}_c \mathbf{z}_c = -\mathbf{M}_c \mathbf{a}_g \quad (100)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \mathbf{M}_c , \mathbf{C}_c ve \mathbf{K}_c ortak sistemin sırasıyla kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini; \mathbf{z}_c , $\dot{\mathbf{z}}_c$ ve $\ddot{\mathbf{z}}_c$ ise aynı sistemin relatif yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörlerini temsil etmektedir. \mathbf{a}_g yer ivmesi vektörüdür.

Sıvı-yapı sisteminin hareket denklemi, denklem (100), simetrik sistem matrislerine sahip normal bir yapı sisteminin hareket denklemi ile aynı formdadır. Normal bir yapı sisteminin analizinde kullanılan çözüm metodları sıvı-yapı sisteminin analizi için de kullanılabilir. Özel bir çözüm tekniği gerektirmediğinden, sıvı-yapı sisteminin çözüm metodlarından bahsedilmeyecektir.

4. LAGRANGE SIVI ELEMANLARIN TEST EDİLMESİ

4.1. Giriş

Sıvı ve sıvı-yapı sistemlerinin statik ve dinamik analizlerinde kullanılmak üzere Bölüm 3 te sıvı sistemleri için verilen formülasyona dayalı iki ve üç boyutlu sıvı elemanlar geliştirildi. Fortran IV programlama dilinde kodlanan bu elemanlar genel amaçlı SAP-IV [4] yapı analiz programına uyarlandı. İki boyutlu sıvı eleman 4 ten 9 a kadar değişken düğüm noktalı; üç boyutlu sıvı eleman ise 8 ve 27 düğüm noktalı olacak şekilde kodlanmıştır. Bu kısımda, söz konusu sıvı elemanlar kullanılarak elde edilen çözümlerin doğruluğu bazı örnek problemlerin analitik çözümleriyle karşılaştırılarak kanıtlanmaktadır. Sayısal sonuçlar için sıvının kütle yoğunluğu 1000 kg/m^3 , hacimsel elastisite modülü $207 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ ve yer çekimi ivmesi 9.81 m/s^2 olarak alınmıştır.

4.2. Statik Analiz

4.2.1. Kendi Ağırlığı Etkisindeki Sıvı Tankının İki Boyutlu Analizi

İki boyutlu sıvı elemanın statik davranışını incelemek üzere Şekil 6 daki sıvı tankı seçilmektedir. Bu sıvı tankının 9 ve 4 düğüm noktalı sonlu eleman ağları Şekil 4 te verilmiştir. İki ağın düğüm noktası ve serbestlik derecesi sayısı eşittir. Sıvı tankının duvarları rijit kabul edildiğinden, yerdeğiştirmenin normal bileşeni taban ve yanal duvarlar boyunca sıfır olacaktır. Bu sınır şartını sağlamak için duvarlar boyunca kayıcı mesnet, duvarların kesişim yerlerinde ise sabit mesnet kullanılmıştır. Formülasyon kısmında belirtildiği gibi, Lagrange yaklaşımında sıvının rotasyonsuzluğu kısıtlama parametreleriyle sağlanmaktadır. İki boyutlu analiz (x,y düzleminde) halinde sadece W_z rotasyonu söz konusudur. Bu rotasyonla ilgili kısıtlama parametresi α_z dir. α_z rotasyon kısıtlama parametresinin çözümler üzerindeki etkisi değişik değerleri seçilerek araştırılmıştır. Bu parametrenin değişiminin hem yerdeğiştirme ve hem de

gerilme çözümlerini etkilemediği görülmüştür. Sıvı tankında çok küçük rotasyonel gerilmeler oluşmakta ve eleman Gauss noktalarında bu gerilmelerin mutlak maksimumu $1.E-09 \text{ N/m}^2$ mertebesinde daha küçük kalmaktadır. Sıvı elemanda sıvı basıncı önemli olmaktadır. Çünkü, sıvının ideal olduğu kabulü yapılmaktadır. Bu kabule göre sıvının hiç rotasyon yapmaması ve dolayısıyla rotasyonel gerilmelerin oluşmaması gerekirdi. Fakat, bu çalışmada sıvının rotasyonsuzluğu ceza (penalty) metodlarına benzer şekilde hesaba katılmakta ve bu nedenle de, sıvının formülasyonunda rotasyonel şekildeğiştirme bağıntıları içerilmiştir. Bu bağıntıların dikkate alınması sonucu rotasyonel gerilmeler oluşmaktadır. Sıvı tankının 9 düğüm noktalı eleman ağı kullanılarak bulunan düğüm noktası düşey yerdeğiştirmeleri ve eleman köşe düğüm noktası sıvı basınçları analitik çözümlerle birlikte Tablo 2 de verilmektedir. Eleman köşe düğüm noktalarına ait basınçlar, önce her eleman için Bölüm 3.3.2. de verilen ekstrapolasyon tekniği kullanılarak eleman Gauss noktalarındaki değerlerinden elde edilmekte ve daha sonra söz konusu köşe noktasında kesişen elemanların, aynı köşe noktası için hesaplanan basınç değerlerinin ortalaması alınarak bulunmaktadır. Tablodan da görüleceği gibi 9 düğüm noktalı eleman ağı kullanılarak elde edilen sonuçlarla analitik çözümler hemen hemen aynı olmaktadır. Sıvı tankının şekildeğiştirmiş hali beklenildiği gibi olup, Şekil 7.(a) da verilmektedir.

Tablo 2: Sıvı tankının düğüm noktası düşey yerdeğiştirmeleri ve eleman köşe düğüm noktası basınçları.

Düğüm noktası numarası	9 Düğüm noktalı sonlu eleman ağı çözümleri		Analitik çözüm	
	Yerdeğiştirme (mm)	Basınç N/m^2	Yerdeğiştirme (mm)	Basınç N/m^2
1,11,21,31	.0	-.14715E+05	.0	-.14715E+05
2,12,22,32	-.23325E-02		-.23325E-02	
3,13,23,33	-.39986E-02	-.73574E+04	-.39986E-02	-.73575E+04
4,14,24,34	-.49983E-02		-.49983E-02	
5,15,25,35	-.53315E-02	+.52302E-01	-.53315E-02	.0

4 düğüm noktalı sonlu eleman ağı kullanılarak elde edilen yerdeğiştirme ve basınç çözümleri 9 düğüm noktalı eleman ağının çözümleri gibi analitik çözümler ile uygunluk

arzettmektedir. Sıvı tankının bu ağ çözümlerinden elde edilen şekildeğiştirmiş hali Şekil 7.(b) de görülmektedir. Gerçek bir yerdeğiştirme dağılımı vardır. Maksimum düşey yerdeğiştirme $-53315-02$ mm dir. Rotasyon kısıtlama parametresinin değışik değeri seçilerek yapılan denemelerde bu parametrenin değışiminin çözümleri etkilemediğı görülmüştür.

Aynı sıvı tankının 9 düğüm noktalı bir ve 4 düğüm noktalı dört elemanlı ağ çözümleri de yukarıda verilen hassasiyetle sonuç vermektedir.

4.2.2. Kendi Ağırlığı Etkisindeki Sıvı Tankının Üç Boyutlu Analizi

Üç boyutlu 8 ve 27 düğüm noktalı sıvı elemanlar kullanılarak kenar uzunluğu 2.5 m olarak alınan küpik bir sıvı tankının statik analizi yapılmaktadır. Basınç ve yerdeğiştirme çözümleri analitik çözümlerle karşılaştırılarak elemanın davranışı test edilmektedir. Sıvı tankının 8 ve 27 düğüm noktalı sonlu eleman ağları sırasıyla 8 ve 1 elemandan oluşmaktadır. Küpik sıvı tankının 8 ve 27 düğüm noktalı eleman ağları Şekil 8 de verilmektedir. Eleman matrisleri bir önceki bölümde belirtildiğı gibi indirgenmiş integrasyonla elde edilmektedir. 8 ve 27 düğüm noktalı elemanlar için bu integrasyon mertebeleri sırasıyla $1 \times 1 \times 1$ (1 Gauss noktası) ve $2 \times 2 \times 2$ (8 Gauss noktası) dir. Bu durumda 8 ve 27 düğüm noktalı elemanlar üzerinde sırasıyla 1 ve 8 Gauss integrasyon noktası alınmaktadır. Sıvı gerilmeleri (basınçları) de aynı integrasyon noktalarında (92) bağıntısı kullanılarak elde edilmektedir. 8 düğüm noktalı eleman üzerinde sadece 1 noktadaki (eleman ortasında) basınç hesaplandığından, bu basıncın başka noktalara ekstrapolasyonu söz konusu değildir. 27 düğüm noktalı eleman üzerinde birden fazla Gauss noktasındaki basınçlar elde edildiğinden, bu basınçların eleman köşe düğüm noktalarına ekstrapolasyonu Bölüm 3.3.2 de verilen teknikle yapılmıştır. 8 ve 27 düğüm noktalı sonlu eleman ağlarının basınç çözümleri rotasyon kısıtlama parametrelerinin değışiminden etkilenmemekte ve analitik çözümlerle hemen hemen aynı olmaktadır. Ayrıca, her iki sonlu eleman ağında Gauss noktalarındaki rotasyonel gerilmeler sıfırdan çok küçüktür. Buna karşılık, yerdeğiştirme çözümleri rotasyon kısıtlama parametrelerinin değışiminden önemli ölçüde etkilenmektedir. Rotasyon kısıtlama parametrelerinin farklı değeri için farklı yerdeğiştirmeler elde edilebilmektedir. Küpik sıvı tankının kendi ağırlığından dolayı sıvı yüzeyinde oluşacak düşey yerdeğiştirme analitik çözümden -0.01481 mm olarak hesaplanmaktadır. 8 ve 27 düğüm noktalı eleman ağları kullanılarak rotasyon kısıtlama parametrelerinin değışik değeri için elde edilen sıvı yüzeyi düşey yerdeğiştirmeleri sırasıyla Tablo 3

ve Tablo 4 te verilmektedir. 27 düğüm noktalı eleman ağı için rotasyon kısıtlama parametrelerinin değeri büyüdükçe yerdeğıştirmeler küçülmekte ve analitik çözüme yaklaşmaktadır. 8 düğüm noktalı eleman ağı çözümlerinde değışik bir durum görülmektedir. Söz konusu parametrelerin 1 ve 1000 hacimsel elastisite modülü kadar alınması halleri için hemen hemen aynı sonuçlar bulunmaktadır. Rotasyon kısıtlama parametrelerinin hacimsel elastisite modülünün 10 misli olması hali için elde edilen yerdeğıştirmeler analitik çözüme daha yakın olmaktadır. Her üç rotasyon kısıtlama parametresinin değeri 100 hacimsel elastisite modülü kadar alındığı durumda, sıvı tankının şekildeğıştirmiş hali 8 ve 27 düğüm noktalı eleman ağları için Şekil 9 da görüldüğü gibi olmaktadır. Sıvı serbest yüzeyi yatay değildir.

Tablo 3: Küpik sıvı tankının 8 düğüm noktalı eleman ağı kullanılarak bulunan düşey yerdeğıştirmeleri (mm).

Düğüm Noktası Numarası	$\alpha_x = 1 \beta$ $\alpha_y = 1 \beta$ $\alpha_z = 1 \beta$	$\alpha_x = 10 \beta$ $\alpha_y = 10 \beta$ $\alpha_z = 10 \beta$	$\alpha_x = 100 \beta$ $\alpha_y = 100 \beta$ $\alpha_z = 100 \beta$	$\alpha_x = 1000 \beta$ $\alpha_y = 1000 \beta$ $\alpha_z = 1000 \beta$
7	-0.38147E-01	-0.17166E-01	-0.41962E-01	-0.38534E-01
8	+0.85278E-02	-0.12453E-01	+0.12342E-01	+0.89152E-02
9	-0.38147E-01	-0.17166E-01	-0.41962E-01	-0.38534E-01
16	+0.85278E-02	-0.12453E-01	+0.12342E-01	+0.89152E-02
17	-0.38147E-01	-0.17166E-01	-0.41962E-01	-0.38534E-01
18	+0.85278E-02	-0.12453E-01	+0.12342E-01	+0.89152E-02
25	-0.38147E-01	-0.17166E-01	-0.41962E-01	-0.38534E-01
26	+0.85278E-02	-0.12453E-01	+0.12342E-01	+0.89152E-02
27	-0.38147E-01	-0.17166E-01	-0.41962E-01	-0.38534E-01

8 ve 27 düğüm noktalı sıvı eleman matrisleri normal integrasyon (full integration) mertebeleri kullanılarak elde edildiğinde, yerdeğıştirme çözümleri kararlı hale gelmekte ve analitik çözümlerle aynı olmaktadır.

Tablo 4: Küpik sıvı tankının 27 düğüm noktalı eleman ağı kullanılarak bulunan düşey yerdeğiştirmeleri (mm).

Düğüm Noktası Numarası	$\alpha_x = 10 \beta$ $\alpha_y = 10 \beta$ $\alpha_z = 10 \beta$	$\alpha_x = 100 \beta$ $\alpha_y = 100 \beta$ $\alpha_z = 100 \beta$	$\alpha_x = 1000 \beta$ $\alpha_y = 1000 \beta$ $\alpha_z = 1000 \beta$
7	-.28578E+00	-.89437E-01	-.18580E-01
8	+.12068E+00	+.22504E-01	-.12925E-01
9	-.28578E+00	-.89437E-01	-.18580E-01
16	+.12068E+00	+.22504E-01	-.12925E-01
17	-.82553E -01	-.33466E-01	-.15752E-01
18	+.12068E+00	+.22504E-01	-.12925E-01
25	-.28578E+00	-.89437E-01	-.18580E-01
26	+.12068E+00	+.22504E-01	-.12925E-01
27	-.28578E+00	-.89437E-01	-.18580E-01

4.3. Modal Analiz

4.3.1. Dikdörtgen Sıvı Tankının İki Boyutlu Modal Analizi

Sıvı elemanların modal davranışı büyük önem arz etmektedir. Lagrange sıvı elemanlar üzerinde yapılan çalışmalarda çoğunlukla modal davranış ön planda incelenmiştir [5,51,56,59,63,64,65,67]. Sıvı rotasyonsuzluğunun ceza metoduyla veya benzeri şekillerde gözönüne alındığı formülasyonlarda rotasyon kısıtlama parametresinin değişimi frekans dağılımını etkilemektedir [51,59,65,67]. (x,y) eksen takımında düşünölen iki boyutlu sıvı eleman için sadece W_z rotasyonu söz konusudur. Bu rotasyonla ilgili kısıtlama parametresi α_z dir. Bir sıvı sisteminin modal analizi yüzey salınım, hacim değişim ve rotasyonla ilgili modları vermektedir. Rotasyon kısıtlama parametresinin frekans dağılımı üzerindeki etkisini incelemek üzere statik analizde dikkate alınan dikdörtgen sıvı tankının söz konusu parametrenin değişik değerleri için modal analizi yapılmaktadır. Çözömler Şekil 4 te verilen 9 ve 4 düğüm noktalı eleman ağıları kullanılarak elde edilmiştir. 9 ve 4 düğüm noktalı sonlu

eleman ağları sırasıyla 6 ve 24 elemandan oluşmaktadır. Her iki ağdaki düğüm noktası ve serbestlik derecesi sayısı eşittir. Rotasyon kısıtlama parametresi hacimsel elastisite modülünün 1, 10 ve 100 misli kadar alınarak, sıvı tankı için 9 düğüm noktalı eleman ağı çözümlerinden elde edilen ilk 9 modun frekansları Tablo 5 te verilmiştir. İlk 5 mod sıvı yüzey salınımları ile ilgili modlardır. Görüldüğü gibi bu modlar rotasyon kısıtlama parametresinin değişiminden etkilenmemektedir. Benzer davranış hacim değişim modlarında da görülmektedir. Rotasyon kısıtlama parametresinin değişik değerleri için söz konusu modlar hemen hemen sabit kalmaktadır. Diğer bir deyişle, rotasyon kısıtlama parametresinin değişimi bu modlarda ihmal edilebilir seviyede küçük değişimler meydana getirmektedir. Böyle bir durum, 3. hacim değişim modunda görülmektedir. Rotasyon kısıtlama parametresinin 10 ve 100 hacimsel elastisite modülü kadar alınması halleri için ilgili modun frekansı sırasıyla 394.3 ve 394.5 Hz değerlerini almaktadır. Buna karşılık, rotasyonel modlar bu parametreye karşı duyarlıdır. Rotasyon kısıtlama parametresi büyüdükçe rotasyonla ilgili frekanslar hızlı bir şekilde büyümekte ve hacim değişim frekanslarından daha büyük mertebeye ulaşabilmektedir. İlgili örnekte, rotasyon kısıtlama parametresinin değeri hacimsel elastisite modülünün 1 misli alınması durumunda Tablo 5 te verilen frekansların 3 tanesi, 10 misli alınması durumunda 1 tanesi rotasyonel modlara ait olmaktadır. Bu parametrenin 100 hacimsel elastisite modülü kadar alınması halinde ilgili tabloda söz konusu modlara ait frekanslara rastlanmamaktadır. Dolayısıyla, büyük değerli rotasyon kısıtlama parametresi sayesinde rotasyonel frekanslar frekans tablosunun üst sıralarına kaymakta; hacim değişim frekansları ise genellikle alt sıralarda yer almaktadır [67]. Bununla birlikte, rotasyon kısıtlama parametresinin büyük değerleri nümerik problemler doğurabilmektedir. Bu parametre nümerik problemlere sebep olmayacak ve yeteri kadar rotasyonel kısıtlamayı sağlayacak şekilde seçilmelidir. Wilson ve Khalvati [51] bu parametrenin hacimsel elastisite modülünün 100 misli kadar alınmasını önermektedirler. Kaynak [67] de ise bu parametrenin bir çok problem için 100 hacimsel elastisite modülü kadar alınmasının yeterli olacağı vurgulanmaktadır. İki boyutlu sıvı elemanlar üzerinde yapılan testler sonucu ve bu örnek uygulamada da görüldüğü gibi, bu elemanlar için rotasyon kısıtlama parametresinin (α_z) değeri hacimsel elastisite modülünün 100 misli kadar alınması genelde yeterli olmaktadır. Rotasyon kısıtlama parametresi için bu değer alındığı 9 düğüm noktalı eleman ağı çözümleri aşağıda irdelenmektedir. Sistemin ilk 6 modu Şekil 10 ve Şekil 11 de görülmektedir. Analitik çözümlerle [77] karşılaştırıldığında; elde edilen sıvı yüzeyi salınım modlarından; 1, 3 ve 5. modlar, sistemin analitik çözüm fonksiyonlarından elde edilecek sıvı yüzey salınım modlarından, sırasıyla 1, 2 ve 3. modlar

ile eşleşmektedir. Bu modların frekansları analitik çözümden [77] sırasıyla .3680, .5802 ve .7201 Hz olarak hesaplanmaktadır. 9 düğüm noktalı eleman ağıyla çözümden, karşılık gelen modların frekansları sırasıyla .3677, .5712 ve .6676 Hz olarak elde edilmiştir. 1. modun frekansı analitik çözümle hemen hemen aynı olmaktadır. Mod numarası büyüdükçe frekansların doğruluk dereceleri azalmaktadır. Ayrıca, sonlu eleman ağında içerilen eleman sayısına bağlı olarak bu modların yerleri değişebilmektedir.

Tablo 5: İki boyutlu sıvı tankının frekansları (9 düğüm noktalı eleman ağı).

Mod Numarası	Elde edilen frekans değerleri (Hz)		
	$\alpha_z = 1 \beta$	$\alpha_z = 10 \beta$	$\alpha_z = 100 \beta$
1	.3677 ⁺	.3677 ⁺	.3677 ⁺
2	.3977 ⁺	.3977 ⁺	.3977 ⁺
3	.5712 ⁺	.5712 ⁺	.5712 ⁺
4	.6498 ⁺	.6498 ⁺	.6498 ⁺
5	.6676 ⁺	.6676 ⁺	.6676 ⁺
6	116.8*	239.8	239.8
7	239.8	287.7	287.7
8	251.5*	369.5*	394.5
9	281.6*	394.3	490.1

⁺ Yüzey salınım frekansları

* Rotasyonel frekanslar

Sıvı tankının 1, 2, 3 ve 4. hacim değişim modlarına ait frekanslar analitik çözümden [5] sırasıyla 239.79, 288.19, 399.65 ve 536.19 Hz olarak hesaplanmaktadır. Buradaki çözümden ilgili modlara 6, 7, 8 ve 9. modlar karşılık gelmekte ve bunlara ait frekanslar sırasıyla 239.8, 287.7, 394.5 ve 490.1 Hz olarak bulunmuştur. Görüldüğü gibi 1, 2 ve 3. hacim değişim modlarının frekansları analitik çözümlere çok yakın olmaktadır. Mod numarası büyüdükçe sonlu eleman çözümü ile analitik çözümler arasındaki fark büyümektedir.

Bu paragrafta ise, 9 düğüm noktalı sonlu eleman ağında sadece bir elemanın içerilmesi halinde elde edilen çözümlerin irdelenmesi yapılacaktır. Sıvı sisteminde bir tane sıvı yüzey

salınım modu oluşmaktadır. Bu modun frekansı analitik çözüme [77] nispetle % 8 civarında bir hatayla .3377 Hz olarak elde edilmiştir. Sistemin hacim değişim modları ağda içerilen eleman sayısından nispeten daha az etkilenmektedir. Tek elemanlı ağ çözümlerinden, sistemin 1 ve 2. hacim değişim modlarına ait frekanslar 239.2 ve 277.0 Hz olarak bulunmuştur. 1. modun frekansı analitik çözümle hemen hemen aynı, 2. modun frekansı ise % 4 civarında bir hatayla elde edilmiştir. 6 elemanın dikkate alındığı ağ çözümleriyle karşılaştırıldığında doğruluk derecesi daha azdır. Ağda içerilen eleman sayısından 1. modun frekansı pek etkilenmezken, yüksek modların frekansları önemli ölçüde etkilenmektedir. Aynı sonuç, Hamdi ve diğ. [59] tarafından da kanıtlanmaktadır. Sonuç olarak, ağda içerilen sonlu eleman sayısı azaldıkça çözümlerdeki hassasiyet azalmaktadır.

Tablo 6: İki boyutlu sıvı tankının frekansları (4 düğüm noktalı eleman ağı).

Mod Numarası	Elde edilen frekans değerleri (Hz)		
	$\alpha_z = 1 \beta$	$\alpha_z = 10 \beta$	$\alpha_z = 100 \beta$
1	.1922 ⁺	.1922 ⁺	.1922 ⁺
2	.3591 ⁺	.3591 ⁺	.3591 ⁺
3	.4049 ⁺	.4049 ⁺	.4049 ⁺
4	.5102 ⁺	.5102 ⁺	.5102 ⁺
5	.5148 ⁺	.5148 ⁺	.5148 ⁺
6	59.56 [*]	188.4 [*]	238.3
7	165.6 [*]	238.3	277.5
8	169.6 [*]	277.5	364.0
9	211.5 [*]	363.9	371.0

⁺ Yüzey salınım frekansları

^{*} Rotasyonel frekanslar

4 düğüm noktalı 24 elemandan oluşan sonlu eleman ağı kullanılarak, rotasyon kısıtlama parametresinin değişik değerleri için elde edilen ilk 9 modun frekansları Tablo 6 da verilmiştir. 9 düğüm noktalı 6 elemandan oluşan ağ çözümlerinde görülen davranışların benzeri davranışlar elde edilmiştir. Yalnız, 4 düğüm noktalı eleman ağının çözümleri nispeten

daha az hassas ve rotasyon kısıtlama parametresinin büyümesine bağlı olarak rotasyonel modların frekans tablosunun üst sıralarına kayması daha yavaştır. Rotasyon kısıtlama parametresinin hacimsel elastisite modülünün 100 misli kadar alınması halinde, elde edilen ilk 6 mod Şekil 12 ve Şekil 13 te verilmiştir. İlk 5 mod sıvı yüzey salınımları ile ilgilidir. Bu modlardan 2, 4 ve 5. modlar, sistemin analitik çözüm [77] fonksiyonlarından elde edilecek sıvı yüzey salınım modlarından sırasıyla 1, 2 ve 3. modlarla eşleşmektedir. Söz konusu modların frekansları .3591, .5102 ve .5148 Hz olarak bulunmuştur. 6. mod sıvı tankının 1. hacim değişim modudur ve frekansı 238.3 Hz dir.

Sonlu eleman ağında içerilen eleman sayısının çözümler üzerindeki etkisi 9 düğüm noktalı eleman ağına nispeten daha büyük ölçüdedir.

Sonuç olarak, 9 düğüm noktalı sıvı eleman, Kaynak [51,67] de de belirtildiği gibi, 4 düğüm noktalı sıvı elemana nispeten daha iyi çözümler vermektedir. Ağ sıklaştıkça analitik çözümlere yaklaşım artmaktadır.

4.3.2. Küpik Sıvı Tankının Üç Boyutlu Modal Analizi

Literatürde, üç boyutlu sıvı elemanların davranışı ile ilgili bilgilere iki boyutlu sıvı elemanlara nispeten daha az rastlanmaktadır. Lagrange formülasyonuna dayalı sıvı elemanların davranışlarıyla ilgili çalışmalar genellikle iki boyutlu hal üzerinde yoğunlaşmıştır. Üç boyutlu sıvı elemanların nümerik testinden ziyade stabiliteleri hakkında kısa bilgiler verilmiştir [51]. Bu elemanların statik davranışı bu bölümün 4.2.2 kısmında kendi ağırlığı etkisindeki sıvı tankının üç boyutlu analizi başlığı altında incelendi.

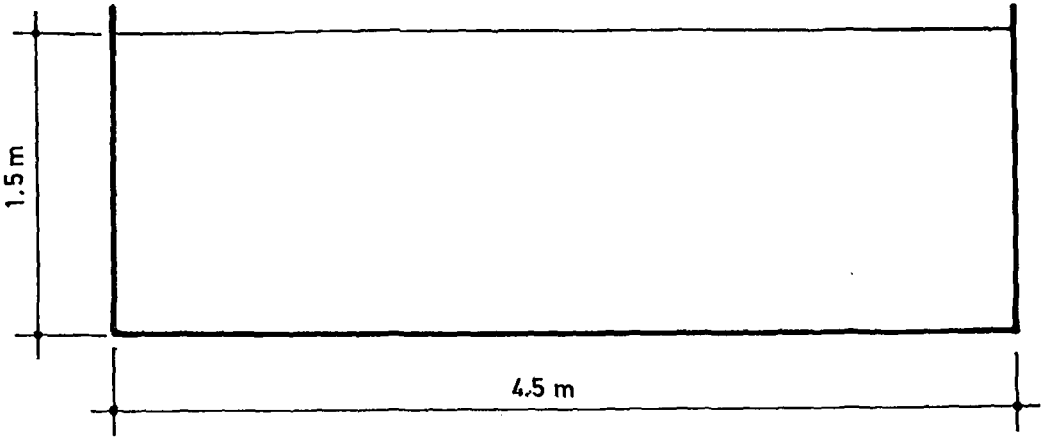
Üç boyutlu sıvı elemanların modal davranışlarını incelemek üzere statik analizde dikkate alınan 8 ve 27 düğüm noktalı eleman ağları tekrar kullanılacaktır. Her iki ağda toplam 27 düğüm noktası ve 81 serbestlik derecesi vardır. Serbest yüzeyli ve rijit duvarlı sıvı tankının sınır şartlarından dolayı 45 serbestlik derecesi tutulmaktadır. Geriye 36 aktif serbestlik derecesi kalmaktadır. Önce 8 düğüm noktalı eleman ağını gözönüne alalım. Her bir eleman üzerinde 1 Gauss noktası seçilerek eleman matrisleri elde edilmektedir. Sonlu eleman formülasyonunda 4 tane şekildeğiştirme bağıntısı gözönüne alındığından, her Gauss noktası sistem rijitlik matrisine 4 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı kazandıracaktır. Dolayısıyla, 8 düğüm noktalı her bir eleman, sistem rijitlik matrisine 4 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı sağlamaktadır. Gözönüne alınan sistem 8 düğüm noktalı 8 tane elemandan

oluşmaktadır. Buradan toplam 32 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı elde edilmektedir. Sonuç itibariyle, 36 aktif serbestlik dereceli sıvı sisteminin, 8 düğüm noktalı eleman ağı ile modal analizinin 4 tane yüzey salınım, 8 tane hacim değişim ve 24 tane rotasyonel mod vereceği umulmaktadır. Benzer stabilite analizini 27 düğüm noktalı eleman ağı için yapalım. Ağ sadece bir elemandan oluşmaktadır. Eleman üzerinde 8 tane Gauss noktası alınarak eleman matrisleri elde edilmektedir. Her bir Gauss noktasından 4 tane olmak üzere, 8 Gauss noktasından sistem rijitlik matrisine toplam 32 tane bağımsız şekildeğiştirme bağıntısı sağlanmaktadır. 8 düğüm noktalı eleman ağından beklenen sonuçlar bu ağdan da beklenmektedir. Her iki ağla modal analizden, beklenen modların dışında, 1.E-10 Hz den daha küçük mertebede frekanslara sahip bazı yalancı modlar da elde edilmektedir. Bu modların frekansları çok küçük olduğundan sıfır olarak alınabilir ve söz konusu modlar sıfır frekanslı modlar olarak adlandırılabilir. Her üç rotasyon kısıtlama parametresinin hacimsel elastisite modülünün 1000 misli alınması halinde elde edilen sayısal sonuçlar aşağıda incelenmektedir. 8 düğüm noktalı eleman ağının ilk 8 modu Şekil 14 ve Şekil 15 te görülmektedir. İlk 4 mod sıfır frekanslı yalancı modlardır. Bu modlar rijit cisim modları değildir, bunun yerine sıfır-enerji modlarıdır. Bunları izleyen ilk üç mod sıvı yüzey salınım modları olup, frekansları .2163-3153 Hz arasında değişmektedir. 8. mod sistemin 1. hacim değişim modudur. İlgili frekans 140.2 Hz olarak bulunmuştur. Analitik çözümden, bu modun frekansı 143.87 Hz olarak hesaplanmaktadır. Görüldüğü gibi 1. hacim değişim modu için 8 düğüm noktalı eleman ağından elde edilen sonuç analitik çözüme yakın olmaktadır.

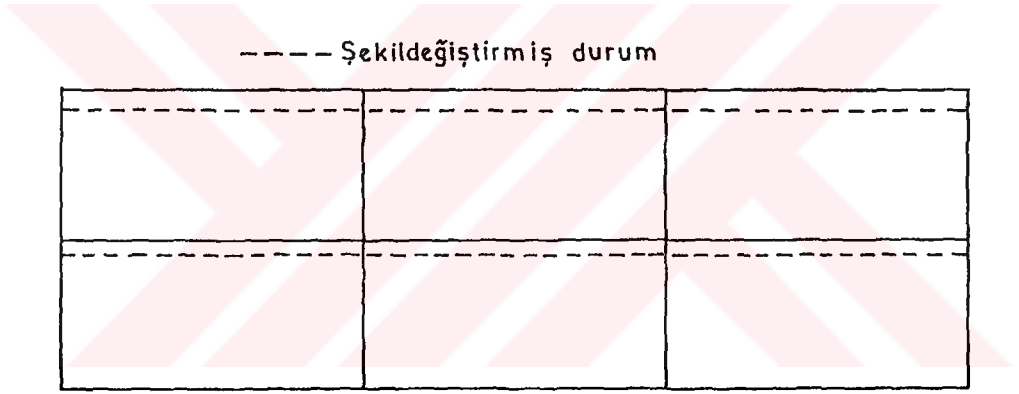
27 düğüm noktalı eleman ağının ilk 7 modu Şekil 16 ve Şekil 17 de verilmektedir. 8 düğüm noktalı eleman ağı çözümlerine benzer şekilde, bu ağ çözümleri de sıfır-enerji modları vermektedir. Tek fark, bu ağda sıfır frekanslı söz konusu modlardan 3 tane, 8 düğüm noktalı eleman ağında ise 4 tane oluştu. 27 düğüm noktalı eleman ağından elde edilen bu üç sıfır-enerji modu birbirine benzer davranış gösteriyor görünmekle birlikte aynı modlar değildir. Tüm düğüm noktalarının modal yerdeğiştirmeleri gösterilse tamamen aynı davranış göstermedikleri görülecektir. Müteakip 3 mod yüzey salınımları ile ilgili modlardır. Bu modların frekansları .4563-4701 Hz arasında değişmektedir. 7. mod sıvı sisteminin 1. hacim değişim modu olup frekansı 143.5 Hz dir. Analitik çözümle hemen hemen aynı olmaktadır. 8 ve 27 düğüm noktalı eleman ağlarının toplam serbestlik derecesi sayısı eşit olmasına rağmen, 27 düğüm noktalı eleman ağı çözümlerinin analitik çözümlere yaklaşımının daha hızlı olduğu bu analiz sonuçlarından görülmektedir. Ancak, bu arada bu hususu da belirtmekte yarar vardır. İki boyutlu analizde, frekans tablosunun ilk sıralarını yüzey salınım modları işgal etmekte ve

bunları rotasyon kısıtlama parametresinin büyüklüğüne bağlı olarak hacim değişim ve rotasyonel modlar izlemekteydi. Rotasyon kısıtlama parametresinin büyük değerde alınmasıyla rotasyonel modlar üst sıralara kaymakta ve genelde hacim değişim modlarının bir çoğu yüzey salınım modlarının hemen arkasında yer almaktaydı. Aynı serbestlik derecesine sahip 8 ve 27 düğüm noktalı üç boyutlu sonlu eleman ağlarıyla analizde ise; 8 düğüm noktalı eleman ağında her üç rotasyon kısıtlama parametresinin değeri hacimsel elastisite modülünün 10 misli alınması halinde, yüzey salınım modlarının hemen arkasında 1. hacim değişim modu yer alırken, 27 düğüm noktalı eleman ağında bu parametrelerin değeri hacimsel elastisite modülünün 100 misli alındığı halde yüzey salınım modlarından hemen sonra 1. hacim değişim moduna ulaşamamaktadır. Rotasyon kısıtlama parametrelerinin daha büyük değerde alınmasına ihtiyaç göstermektedir. Bu sonuç, 27 düğüm noktalı sıvı elemanın 8 düğüm noktalı sıvı elemana nispeten daha fazla rotasyonel davranıştan etkilendiğinin bir belirtisidir. Aynı davranış gelecek bölümdeki problemlerde de kendini göstermektedir.

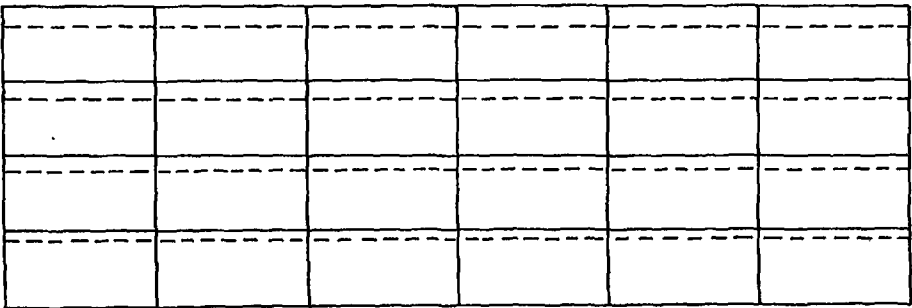
Küpik sıvı tankının iki boyutlu hali (2.5mx2.5m) dikkate alınarak, iki boyutlu 4 ve 9 düğüm noktalı sıvı eleman ağları (Ağlarda toplam 9 düğüm noktası alınarak) kullanılarak modal analiz tekrarlandı. Tankın 1. hacim değişim modu 4 düğüm noktalı eleman ağı çözümlerinden 140.2 Hz (8 düğüm noktalı üç boyutlu eleman ağının çözümüyle aynı) ve 9 düğüm noktalı eleman ağı çözümlerinden 143.5 Hz (27 düğüm noktalı üç boyutlu eleman ağı çözümüyle aynı) olarak bulunmaktadır. Sonuç olarak, dikkate alınan sıvı tankının iki ve üç boyutlu elemanlarla modal analizi 1. hacim değişim modu için aynı doğrulukta çözüm vermektedir.



Şekil 6: Sıvı tankının boyutları.

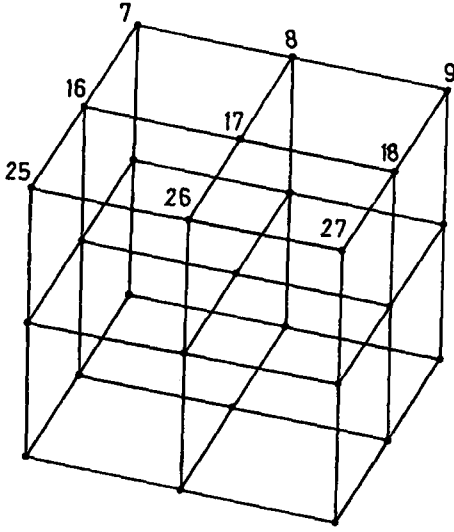


(a) 9 düğüm noktalı eleman ağı

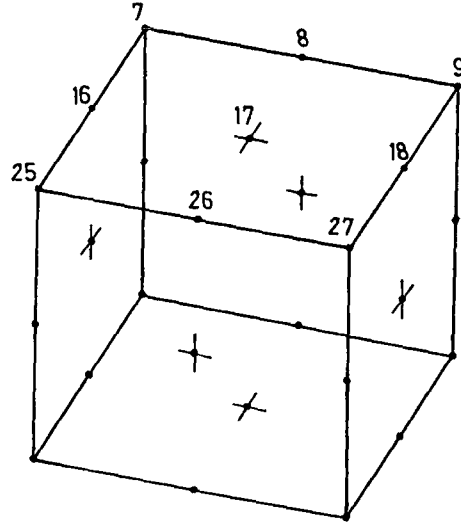


(b) 4 düğüm noktalı eleman ağı

Şekil 7: Sıvı tankının iki boyutlu şekildeğiştirmiş hali.

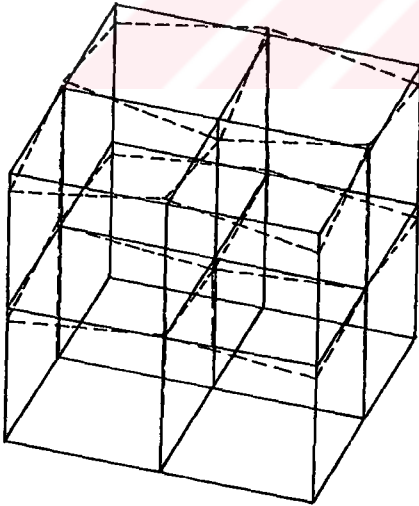


(a) 8 düğüm noktalı
eleman ağı

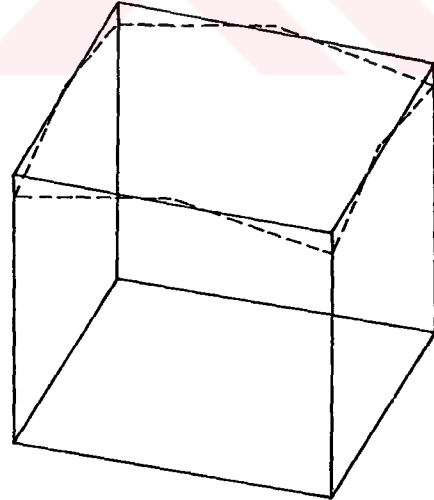


(b) 27 düğüm noktalı
eleman ağı

Şekil 8: Küpik sıvı tankının üç boyutlu sonlu eleman idealleştirilmesi.

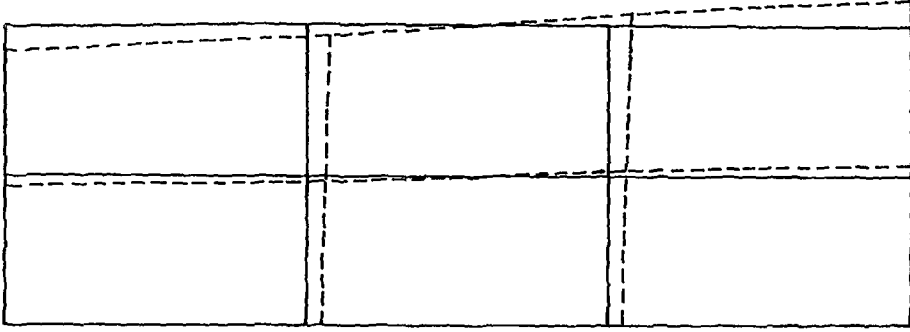


(a) 8 düğüm noktalı
eleman ağı

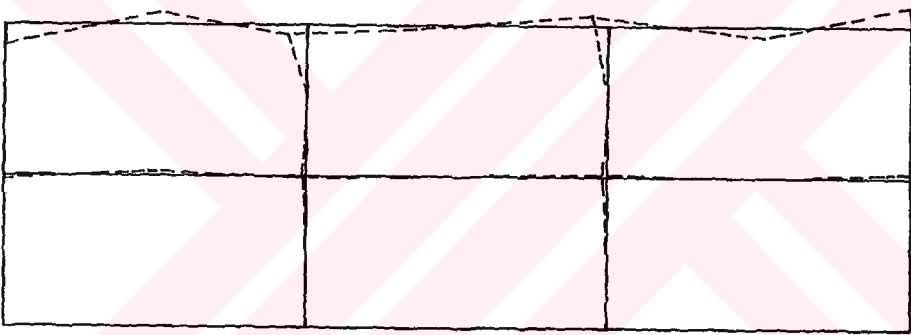


(b) 27 düğüm noktalı
eleman ağı

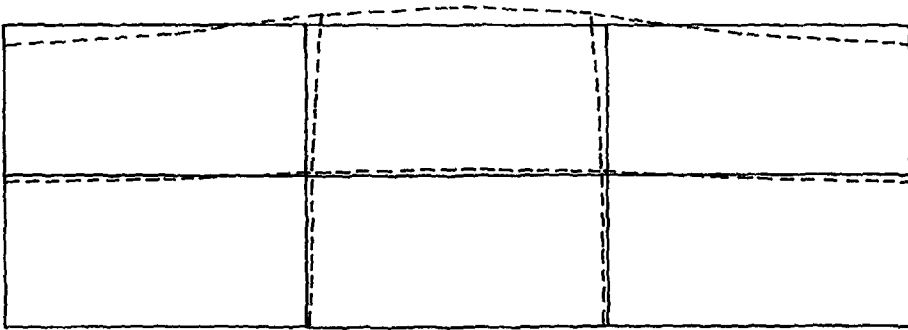
Şekil 9: Küpik sıvı tankının üç boyutlu şekilgeçirtmiş hali.



Mod 1 (0.3677 Hz)

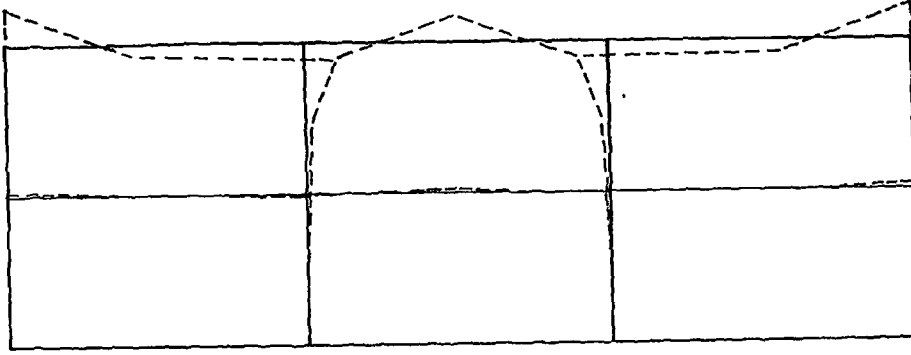


Mod 2 (0.3977 Hz)

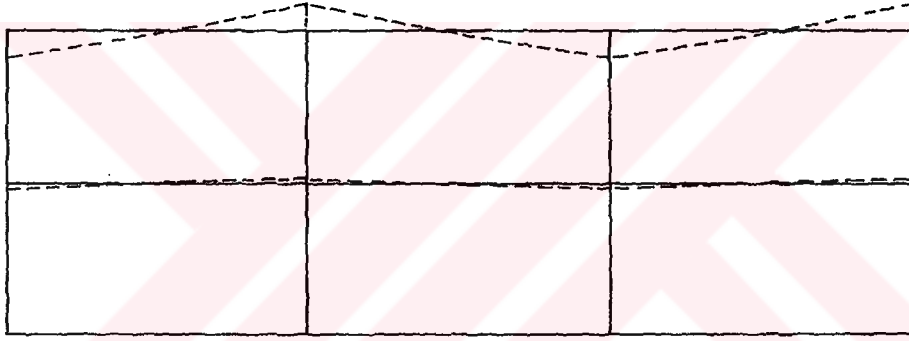


Mod 3 (0.5712 Hz)

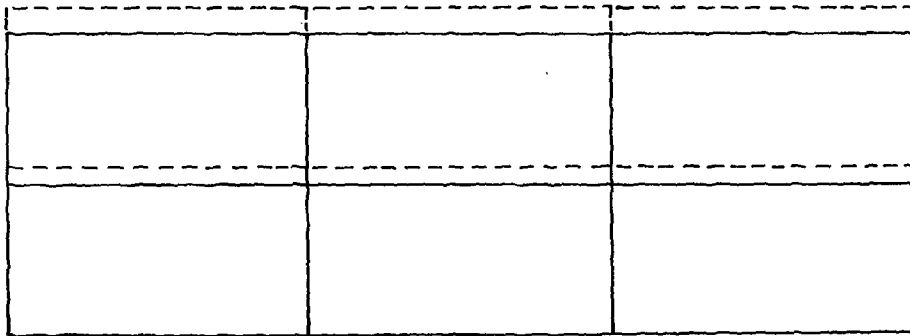
Şekil 10: İki boyutlu sıvı tankının 1-3. modları (9 düğüm noktalı eleman ağı).



Mod 4 (0.6498 Hz)

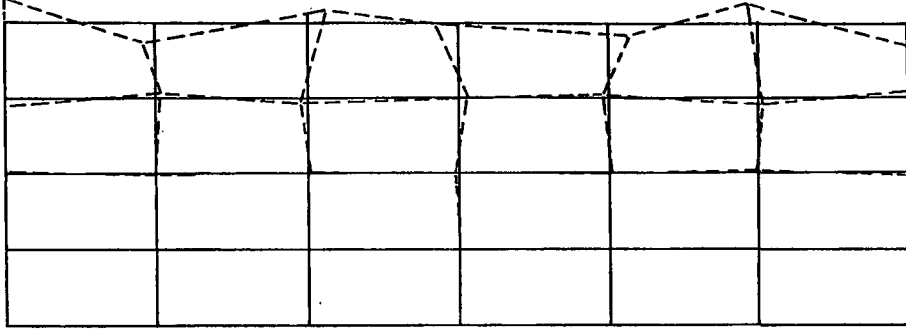


Mod 5 (0.6676 Hz)

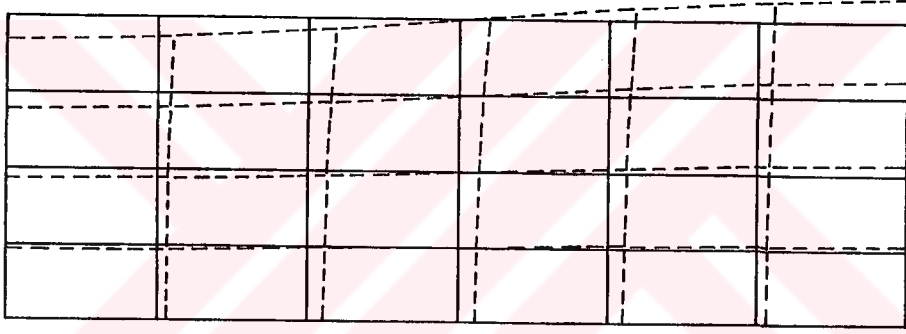


Mod 6 (239.8 Hz)

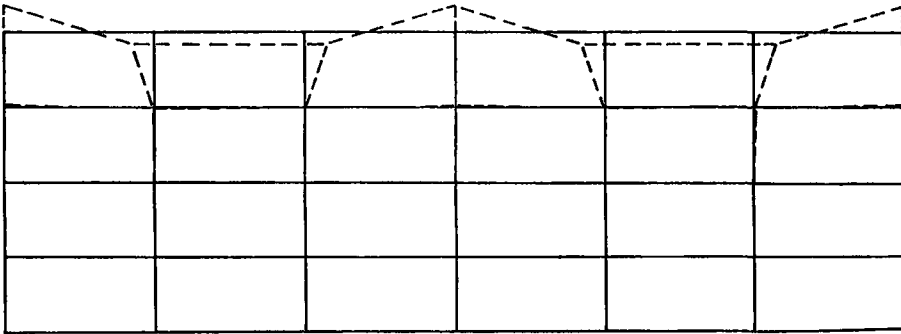
Şekil 11: İki boyutlu sıvı tankının 4-6. modları (9 düğüm noktalı eleman ağı).



Mod 1 (0.1922 Hz)

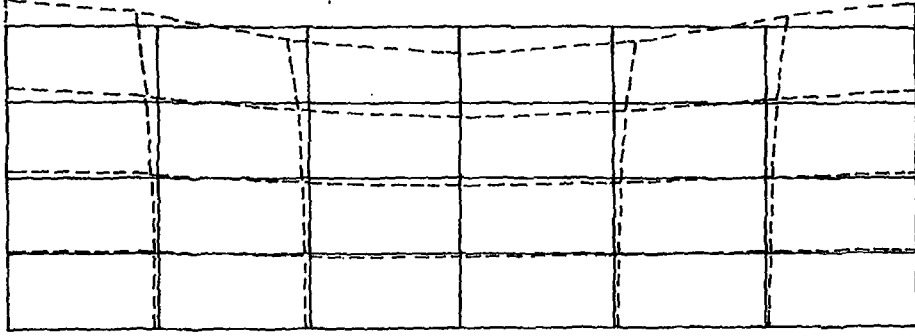


Mod 2 (0.3591 Hz)

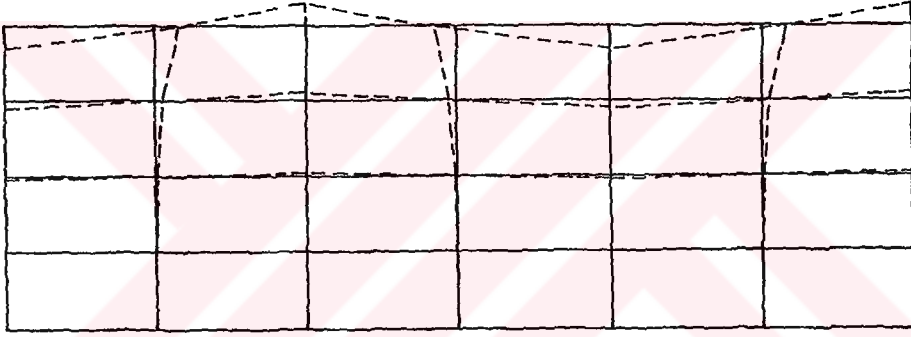


Mod 3 (0.4049 Hz)

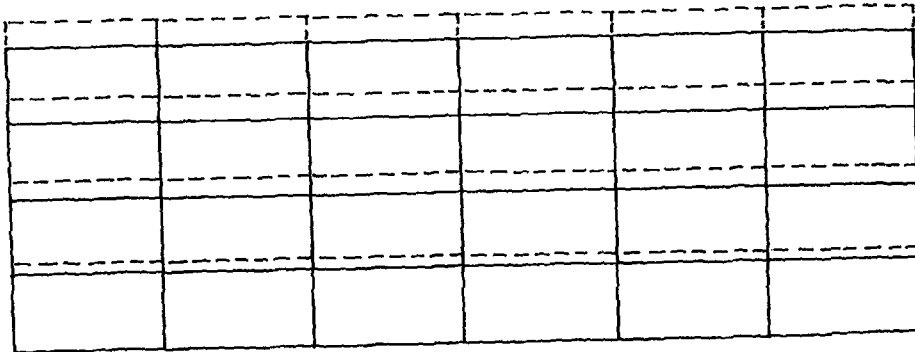
Şekil 12: İki boyutlu sıvı tankının 1-3. modları (4 düğüm noktalı eleman ağı).



Mod 4 (0.5102 Hz)

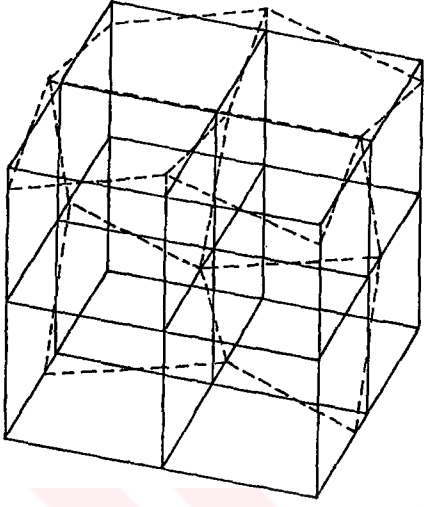


Mod 5 (0.5148 Hz)

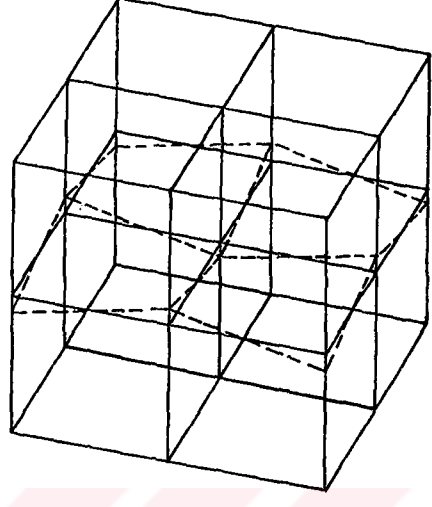


Mod 6 (238.3 Hz)

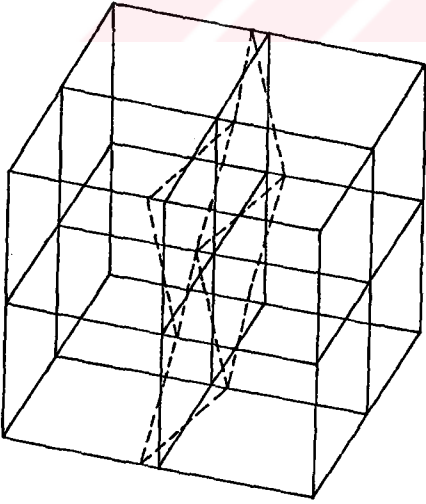
Şekil 13: İki boyutlu sıvı tankının 4-6. modları (4 düğüm noktalı eleman ağı).



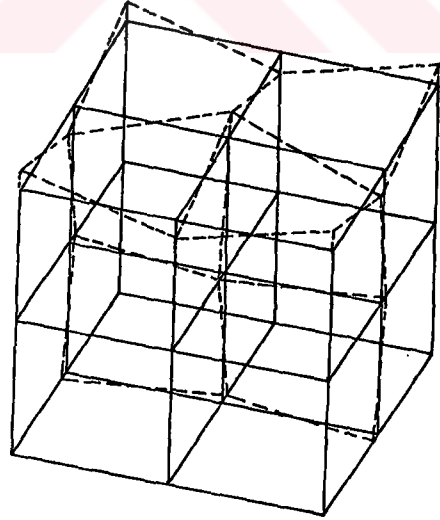
Mod 1 (0.0000 Hz)



Mod 2 (0.0000 Hz)



Mod 3 (0.0000 Hz)



Mod 4 (0.0000 Hz)

Şekil 14: Küpik sıvı tankının 1-4. modları (8 düğüm noktalı eleman ağı).