

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

DÜŞEY YÖNDEKİ YERKABUĞU DEFORMASYONLARININ

KİNEMATİK MODEL İLE BELİRLENMESİ

Hrt. Yük. Müh. Mualla ÜNVER

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

" Doktor "

Ünvanı Verilmesi için Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 09.06.1994

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 17.02.1995

Tezin Danışmanı : Prof. Dr. Ergün ÖZTÜRK



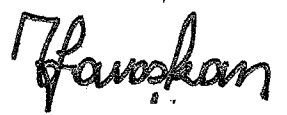
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Tefvik AYAN



Jüri Üyesi : Doç. Dr. Aslan DİLAVER



Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Temel SAVAŞKAN



Haziran 1994

TRABZON

## ÖNSÖZ

Düsey yöndeki yerkağu hareketleri, farklı zamanlarda ölçülen duyarlı nivelman verileri ile kinematik modeller kullanılarak hesaplanır. Kinematik modellerle hareket, zamana ve konuma bağlı olarak saptılır. Bu amaçla kurulan deformasyon ağında anlamlı hareket eden noktalar, hareket hızları ve ivmeleri hesaplanır. Ayrıca konuma bağlı olarak bölgenin hareket yüzeyi saptılır. Diğer yer bilimleri disiplinleri ile ortak çalışmalar yapılarak depremlerin önceden kestirilmesi de sağlanabilir.

Bu çalışmada, duyarlı nivelman verileri kullanılarak kinematik tek nokta modelleri ve kinematik yüzey modelleri ile düsey yöndeki yerkağu hareketlerinin belirlenmesi konusu araştırılmıştır. Sayısal uygulama olarak Sultanhisar-Yenipazar bölgesinde kurulan deformasyon ağında 1978 yılından başlayıp 1989 yılına kadar her yıl tekrarlanarak yapılan duyarlı nivelman ölçüleri kullanılmıştır.

Doktora Tezi danışmanlığımı üstlenerek gerek konu seçimi, gerekse çalışmalarım süresince engin görüşleriyle bana yol gösteren, yardımlarını esirgemeyen saygı değer hocam sayın Prof. Dr. Ergun ÖZTÜRK'e ve sayısal uygulama verilerinin arazide elde edilmesinde gösterdikleri titiz ve özverili çalışmaları, kullanıma sunma yönünden gösterdikleri kolaylık için Harita Mühendisi Kemal UYSAL ve diğer MTA ÇALIŞANLARINA teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Trabzon, Haziran 1994

Mualla ÜNVER

## İÇİNDEKİLER

ÖZET . . . . .	VI
SUMMARY . . . . .	VII
ŞEKİL LİSTESİ . . . . .	VIII
TABLO LİSTESİ . . . . .	IX
SEMBOL LİSTESİ . . . . .	XI
1. GİRİŞ . . . . .	1
2. YÜKSEKLİK KAVRAMI VE YÜKSEKLİK DÜZELTMESİ . . . . .	6
2.1. Yükseklik Kavramı . . . . .	6
2.2. Dinamik Yükseklik ve Dinamik Yükseklik Düzeltmesi . . . . .	8
2.3. Ortometrik Yükseklik ve Ortometrik Yükseklik Düzeltmesi . . . . .	9
2.4. Normal Yükseklik ve Normal Yükseklik Düzeltmesi . . . . .	12
2.5. Yükseklik Sistemlerinin Karşılaştırılması . . . . .	13
3. NİVELMAN ÖLÇÜLERİNDE REFRAKSİYONUN ETKİSİ . . . . .	15
3.1. Dolaysız Refraksiyon Modelleri . . . . .	15
3.2. Dolaylı Refraksiyon Modelleri . . . . .	18
4. NİVELMAN AĞLARINDA UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN AYIKLANMASI . . . . .	21
4.1. Data - Snooping Yöntemi . . . . .	22
4.2. Tau - Testi . . . . .	24
4.3. t - Testi . . . . .	25
4.4. Robust (Sağlam) Kestirim Yöntemi . . . . .	26
4.5. Test Yöntemlerinin Karşılaştırılması . . . . .	29

5. NİVELMAN AĞLARINDA DUYARLIK VE GÜVEN ÖLÇÜTLERİ . . . . .	30
5.1. Nivelman Ağlarında Duyarlık Ölçütleri . . . . .	30
5.1.1. Model Hipotezinin Testi . . . . .	31
5.1.2. Genişletilmiş Modelin Testi . . . . .	32
5.1.3. Varyans Bileşenlerinin Kestirimi . . . . .	35
5.1.4. Güven Hiper Elipsoidi . . . . .	38
5.1.5. Bağlı ( Relativ, Görelî ) Güven Hiper Elipsoidi . . . . .	40
5.1.6. Dengeli Yükseklik Farklarının Bağlı Hataları . . . . .	41
5.2. Nivelman Ağlarında Güven Ölçütleri . . . . .	42
5.2.1. İç Güven Ölçütü . . . . .	42
5.2.2. Dış Güven Ölçütü . . . . .	44
6. KİNEMATİK HAREKET MODELLERİ . . . . .	46
6.1. Nivelman Ağlarının Serbest Dengelenmesi . . . . .	46
6.2. Kinematik Tek Nokta Modelleri . . . . .	48
6.2.1. Tek Nokta Modeli I . . . . .	48
6.2.1.1. Nokta Kümelerinin Eşdeğerlik Testi ( $\theta^2$ -Ölçütü) . . . . .	49
6.2.1.2. Hareketli Noktaların Saptanması . . . . .	51
6.2.2. Tek Nokta Modeli II . . . . .	57
6.2.2.1. Anlamlı Hareket Parametrelerinin Belirlenmesi . . . . .	60
6.2.3. Tek Nokta Modeli III . . . . .	63
6.2.3.1. Kalman-Süzgeçleme (Filtreleme) Yöntemi . . . . .	66
6.2.3.1.1. Kalman - Filtreleme Tekniği İçin Özet Bağlıntılar . . . . .	73
6.2.3.3. Kalman -Filtreleme Tekniğinde Başlangıç Periyodunda Yapılacak İşlemler . . . . .	75
6.2.3.4. Kinematik Alanda Deformasyon Analizi . . . . .	79
6.2.4. Tek Nokta Modeli IV . . . . .	81
6.3. Kinematik Yüzey Modelleri . . . . .	82
6.3.1. Yüzey Modeli I . . . . .	83
6.3.2. Yüzey Modeli II . . . . .	85
6.3.3. Yüzey Modeli III . . . . .	86
6.3.4. Yüzey Modeli IV . . . . .	88
6.4. Genelleştirilmiş Kinematik Modeller . . . . .	90
6.4.1. Genelleştirilmiş Kinematik Model I . . . . .	90
6.4.2. Genelleştirilmiş Kinematik Model II . . . . .	91

7. SAYISAL UYGULAMA . . . . .	93
7.1. Verilerin Oluşturulması . . . . .	93
7.2. Uygulama Ağında Kinematik Tek Nokta Modelleriyle Hareketlerin Belirlenmesi . . . . .	94
7.2.1. Tek Nokta Modeli I 'in Uygulanması . . . . .	94
7.2.2. Tek Nokta Modelleri II ve III'ün Uygulanması . . . . .	100
7.2.3. Kinematik Tek Nokta Modeli II ve III 'ün KALMAN-FİLTRELEME (Süzgeçleme) Yöntemiyle Çözümü . . . . .	106
7.2.4. Tek Nokta Modeli IV 'ün Uygulanması . . . . .	114
7.3. Uygulama Ağında Kinematik Yüzey Modellerinin Uygulanması . . . . .	116
7.3.1. Yüzey Modeli I'in Uygulanması . . . . .	116
7.3.2. Yüzey Modeli II ve III'ün Uygulanması . . . . .	119
7.3.3. Yüzey Modeli IV'ün Uygulanması . . . . .	124
8. İRDELEME . . . . .	126
9. SONUÇLAR VE ÖNERİLER . . . . .	128
10. KAYNAKLAR . . . . .	132
11. ÖZGEÇMİŞ . . . . .	138

## ÖZET

### **Düşey Yöndeki Yer kabuğu Deformasyonlarının Kinematik Model ile Belirlenmesi**

Düşey yöndeki güncel yer kabuğu hareketlerinin jeodezik olarak belirlenmesinde ideal durum, hareketin nedenini de içeren dinamik modeldir. Buna karşın genelde hareketi oluşturan kuvvetler hakkında yeterli bilgi olmaması, dinamik modelin kullanım alanını sınırlamaktadır. Bu nedenle çoğu durumlarda hareketleri zamanın fonksiyonu olarak belirleyen kinematik model uygulanır.

Yinelenmiş nivelman verilerinden yer kabuğunun düşey yöndeki hareketleri, kinematik modellerle Holdahl nokta modelleri, Hannover yaklaşımı ve Kalman-Filtreleme tekniği kullanılarak veya hareket yüzeyleri Holdahl yüzey modelleri ile araştırılabilir. modellerin hepsinde ana amaç, noktaların hızlarını, ivmelerini zamana bağlı olarak veya hız yüzeylerini zamana ve konuma bağlı olarak belirlemektir.

Bu çalışmada Holdahl modelini doğrudan çözüm yöntemiyle çözebilmek için, modelde veriler olarak ele alınan yüksekliklerin dengeli değerler oldukları göz önüne alınarak, dengelemeden sonra bulunacak yüksekliklerle eşit olmaları ön koşulu koyulmuştur. Böylece kurulan genişletilmiş model ile anlamlı çözüme ulaşılmıştır. Az sayıda ölçme periyodu kullanılarak nokta hareket parametrelerinin saptanmasını sağlayan Kalman-Filtreleme yönteminin en uygun yöntem, hesaplamaların adım adım yapıldığı Hannover yaklaşımı da en uygun hesaplama şekli oldukları görülmüştür. Holdahl yüzey modelleri ile hareket yüzeyi zamana ve konuma bağlı olarak belirlenir. Yerel sapmaları ve psoydo gözlemlerin rasgele dağılımlı hatalarını da dikkate alarak yüzeyin belirlendiği kollokasyon yüzey modelinin de en uygun hareket yüzeyi modeli olduğu sonucuna varılmıştır.

**Anahtar Kelimeler :** Düşey yöndeki yer kabuğu hareketi, kinematik model, hız, ivme, hız yüzeyi , Kalman-Filtreleme tekniği

## **SUMMARY**

### **Determination of Vertical Crustal Deformations by Kinematic Model**

The ideal case, in the geodetic determination of present vertical crustal movements, is dynamic models which are also containing the reason of the movements. However, generally, lack of enough information about effective forces which are causing the movements, is confined use of dynamic models. Therefore, in most cases, kinematic model which determines the movements as a function of time is applied.

In order to determine with kinematic model present vertical crustal movements from repeated different periods of levelling datas, various techniques such as Holdahl point models, Hannover approach, Kalman-Filter technique or Holdahl surface models can suggest. Main purpose of all these models are to determine the velocity of the movement of points and their acceleration by a function of time or the velocity surfaces as a continuous function of time and position.

In this study to be able to solve Holdahl model with direct solution method, the condition that the height values forming the input of the model and assumed to be adjusted values be equal to their values after the adjustment has been included in the model. Thus with this extended model a significant solution has been reached. Kalman-Filtering method, which enable determination of point movement parameters with a small number of observation period has proven to be the best. For the computations, Hannover approach is the most suitable due to that it enables staged calculations with Holdahl models. Velocity surface has also been concluded that collocation surface model which taken into account local anomalies and random errors of pseude observations in the most appropriate velocity surface model.

**Key Words** : Vertical crustal movements, velocity, acceleration, velocity surface, Kalman-Filter technique.

## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.: Deformasyon Ağı . . . . .	1
Şekil 2 : Yükseklik Kavramı . . . . .	6
Şekil 3 : Ortometrik ve Normal Yükseklik . . . . .	13
Şekil 4 : Nivelman Ölçüsünde Refraksiyonun Etkisi . . . . .	16
Şekil 5 : Yüksekliğin Zamanla Değişimi . . . . .	57
Şekil 6 : Sultanhisar-Yenipazar Nivelman Ağı . . . . .	93
Şekil 7 : 1981-1982 Periyodundaki Nokta Hareketleri . . . . .	117
Şekil 8 : 1981-1982 Periyodundaki Hareket Yüzeyi . . . . .	117
Şekil 9 : 1984-1985 Periyodundaki Nokta Hareketleri . . . . .	118
Şekil 10 : 1984-1985 Periyodundaki Hareket Yüzeyi . . . . .	118
Şekil 11 : Kollokasyon Yöntemi ile 1981-1982 Periyodunda Belirlenen Hareket Yüzeyi . . . . .	125



## TABLO LİSTESİ

Tablo 1 : Robust Kestirim Fonksiyonları . . . . .	28
Tablo 2 : $\theta^2$ -Ölçütü ile Belirlenen Hareketli Noktalar . . . . .	96
Tablo 3 : Genelleştirilmiş Modelle Belirlenen Hareketli Noktalar . . . . .	98
Tablo 4 : $\theta^2$ -Ölçütü ve Genelleştirilmiş Model ile Hareket Olduğu Belirlenen Noktalar . . . . .	99
Tablo 5 : Dengeli Yüksekliklerle Statik (Yük.), Doğrusal (Yük.+Hız) ve Karesel (Yük.+Hız+İvme) Modellerin Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Hesaplanması . . . . .	101
Tablo 6 : Dengeli Yüksekliklerle Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Anlamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri. . .	102
Tablo 7 : Dengeli Yükseklik Farklarıyla Statik (Yük.), Doğrusal (Yük.+Hız) ve Karesel (Yük.+Hız+İvme) Modellerin Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Hesaplanması . . . . .	105
Tablo 8 : Dengeli Yükseklik Farklarıyla Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Anlamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri . . . . .	106
Tablo 9 : Dengeli Yüksekliklerle Yükseklik+Hız ve Yükseklik+Hız+İvme Modellerinin Kalman-Filtreleme Yöntemiyle Hesaplanması . . . . .	109
Tablo 10 : Dengeli Yüksekliklerle Kalman-Filtreleme Yöntemiyle Anlamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri . . . . .	110

Tablo 11 : Dengeli Yükseklik Farkları Kullanılarak Yükseklik+Hız ve Yükseklik+Hız+İvme Modellerinin Kalman-Filtreleme Yöntemiyle Çözümü . . . . .	111
Tablo 12 : Dengeli Yükseklik Farklarıyla Kalman-Filtreleme Yöntemine Göre Anlamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri . . . . .	112
Tablo 13 : Dengeli Yükseklikler ve Dengeli Yükseklik Farklarından Yararlanarak Kalman Filtreleme Yöntemi ile Belirlenen Hareketli Noktalar ve Hareket Parametreleri . . . . .	113
Tablo 14 : Dengeli Yükseklikler Kullanılarak Kalman-Filtreleme ve Doğrudan Çözüm Yöntemleri ile Belirlenen Hareket Parametreleri . . . . .	114
Tablo 15 : Tek Nokta Modeli IV ile Belirlenen Hareketli Noktalar ve Hareket Hızları . . . . .	115
Tablo 16 : Yüzey Modeli II ve Yüzey Modeli III Modellerinin Çözümü Sonucunda Hesaplanan Polinom Katsayıları . . . . .	121
Tablo 17 : Yüzey Modeli IIa ve Yüzey Modeli IIb Modellerinin Çözümü Sonucunda Hesaplanan Polinom Katsayıları . . . . .	123

## SEMBOL LİSTESİ

$g$	Nivonun bulunduğu yerdeki gravite
$g'$	B den geçen çekül eğrisi üzerinde $dH_B$ 'deki gravite
$\gamma_0$	45° enlemindeki gravite değeri
$H_A^{din}$	A noktasının dinamik yüksekliği
$\Delta H_{AB}^{din}$	A ve B noktaları arasındaki dinamik yükseklik farkı
$H_i, H_j$	i ve j noktalarının yüksekliği
$\Delta h_{ij}$	i ve j noktaları arasında ölçülen yükseklik farkı
$\delta_{ij}$	Ölçüye eklenecek düzeltme
$K_{11}$	Ölçülerin varyans-kovaryans matrisi
$s_0^2$	Birim ölçünün öncül varyansı
$Q_{11}$	Ölçülerin ters ağırlık matrisi
$Q_{\delta\delta}$	Düzeltilmelerin ters ağırlık matrisi
$Q_{xx}$	Bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisi
$P$	Ölçülerin ağırlık matrisi
$s$	Noktalar arasındaki uzaklık
$n$	Ölçü sayısı
$m$	Nokta sayısı
$u$	Bilinmeyen sayısı
$\Delta l$	Sistematik ölçü hataları vektörü,
$y$	Bozucu parametreler
$A_y$	Bozucu parametrelerin katsayılar matrisi
$T(h)$	Potansiyel sıcaklık
$T_\infty$	Asimtotik potansiyel sınır sıcaklığı
$T_0$	En alt tabakalarda hava sıcaklığının ortalama değeri
$C_p$	Sabit basınçta havanın özel sıcaklığı
$\rho$	Havanın yoğunluğu
$U_*$	Sürtünme hızı $(=\tau'/\rho)^{1/2}$

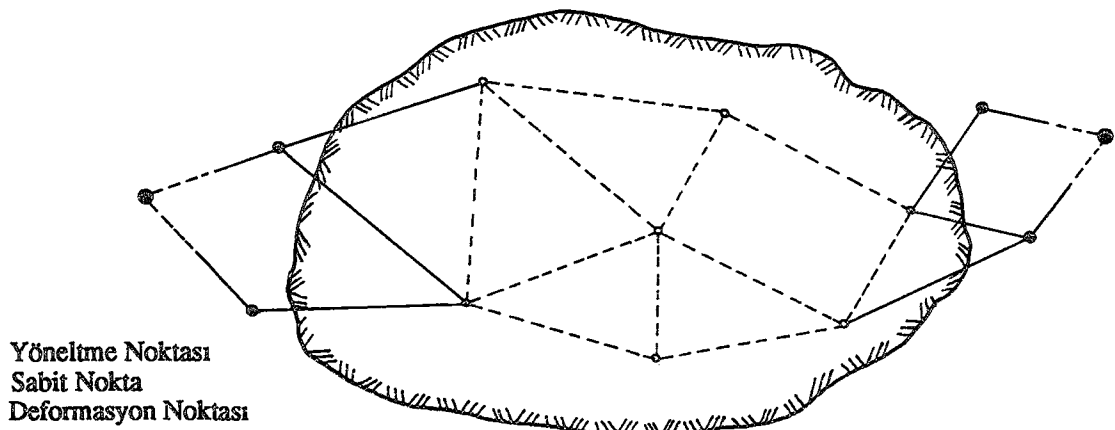
$\tau'$	Shearing etkisi(yatay hızın aşağıya akımı)
$\tau$	Güneşin zenit açısı
$\gamma$	Nivelman hattının azımutu
$\gamma'$	Güneşin azımutu
$\rho(\vartheta_j)$	Amaç Fonksiyonu
$\psi(\vartheta_j)$	Kestirim Fonksiyonu
$W(\vartheta_j)$	Ağırlık Fonksiyonu
$\sigma_0$	Kuramsal standart sapma
$m_0$	Birim ölçünün ortalama hatası
$s_0$	Deneysel standart sapma
$\lambda_1$	Ters ağırlık matrisi $Q_{xx}$ in özdeğerleri
$H_j^{(i)}$	$P_j$ noktasının $t_i$ zamanındaki yüksekliği
$H_j^{(0)}$	$P_j$ noktasının $t_0$ zamanındaki yüksekliği
$\hat{A}_k$	k. zamandaki katsayılar matrisi
$\vartheta_{ij}^{(k)}$	k. zamanı için düzeltmeler vektörü
$A$	Tüm modelin katsayılar matrisi
$x$	Bilinmeyenler vektörü
$l$	Sabit terimler vektörü
$v_k$	$t_k$ zamanındaki hız vektörü,
$a_k$	$t_k$ zamanındaki ivme vektörüdür.
$y_{k+1}$	$t_{k+1}$ zamanında kestirilen durum vektörü,
$y_{k+1}$	$t_{k+1}$ zamanında güncelleştirilen durum vektörü,
$\vartheta_{(y,k+1)}$	Güncelleştirme büyüklüğü.
$Q_{(yy,k)}$	Durum vektörünün ters ağırlık matrisi,
$l_{k+1}$	Kısaltılmış gözlem vektörü,
$A_H$	Katsayılar matrisi,
$T$	Dönüştürme matrisi,
$S$	Bozucu etkiler matrisi,
$Q_{aa}$	Bozucu ivmelerin ters ağırlık matrisi.
$Q_{ss}$	Bozucu etkilerin ters ağırlık matrisi
$D$	Yeğnimenin ters ağırlık matrisi
$K$	Kuvvetlendirme matrisi
$d_{k+1}$	Yeğnime
$V(x,y)$	Yüzey fonksiyonu
$\Delta v_{ij}^{(12)}$	$t_1$ ve $t_2$ zamanları arasındaki bağıl hızlar

## 1. GİRİŞ

Jeodezinin amacı, yerin şeklini ve gravite alanını belirlemenin yanında yerkabuğu hareketlerini de saptamaktır. Yerkabuğunun değişimi, bazı durumlarda anidir ve genelde depremlerle ilişkilidir. Güncel yerkabuğu hareketleri ise yavaştır ve hareketi belirlemek zordur. Hareketin yavaşlığı ve karşılaştırmak için seçilen referans sistemlerinin farklılığından dolayı hareketlerin doğrudan ölçümü normalde olanaksızdır. Bu nedenle yinelenmiş ölçülerle yerkabuğunun bağıl hareketleri saptanır.

Düşey yöndeki yerkabuğu hareketleri, duyarlı nivelman yöntemi, deniz seviyesi değişimlerinin izlenmesi, duyarlı gravite ölçüleri, trigonometrik yükseklik belirlenmesi ve GPS (global positioning system) ölçüleri yardımıyla saptanmaktadır.

Jeodezik yöntemlerle düşey yöndeki yerkabuğu hareketlerinin belirlenmesinde genellikle duyarlı nivelman yöntemi uygulanır. Hareketin belirlenmesi için öncelikle deformasyon bölgesi ve çevresini kapsayan deformasyon ağı oluşturulur. Kontrol ağı olarak adlandırılan bu ağ sabit noktalar, yöneltme noktaları ve deformasyon noktalarından oluşmaktadır.



Şekil 1 : Deformasyon Ağı

DüŖey yöndeki yerkabuğu hareketlerinin jeodezik olarak belirlenmesinde çoğu durumlarda hareketleri zamanın fonksiyonu olarak belirleyen kinematik model uygulanır. Kinematik model ile hareketleri belirlemek için deformasyon ağında belirli aralıklarla duyarlıklđ nivelman ölçüleri yapılır. Farklı periyotlarda yinelenmiŖ bu nivelman ölçüleri, düŖey yöndeki güncel yerkabuğu hareketlerini belirleyebilmek için gerekli veriler olarak ele alınır. Farklı zamanlarda elde edilen nivelman verilerinden güncel kabuk hareketlerini kinematik model ile belirleyebilmek için çeŖitli yöntemler önerilmiŖtir. Bu yöntemlerin tümünde temel amaç, tek tek noktaların hareket hızlarını, ivmelerini ya da hız yüzeylerini belirlemektir.

Analizin birinci adımımda her ölçme periyodundaki nivelman ölçüleri ayrı ayrı irdelenerek uyumsuz ölçüler belirlenir ve serbestlik ölçütlerine (redundanz payları) bakılarak ayıklanır veya yinelenir. Nivelman ağı uyumlu bulunan ölçülerle dengelenip her ölçme periyodu için noktaların dengeli yükseklikleri hesaplanır. Bu dengeli nokta yükseklikleri ikinci adımda gözlemler olarak kullanılır.

YinelenmiŖ ölçülerden güncel yerkabuğu hareketlerini kinematik model ile belirleyebilmek için bir çok yöntem önerilmiŖtir. Bunlar, Holdahl tarafından önerilen kinematik modeller, hareketi yalnız zamana bağlı olarak belirleyen tek nokta modelleri; hareketi, zamana ve konuma göre belirleyen yüzey modelleri olarak adlandırabilir.

Tek tek noktaların hareket parametreleri (hız+ivme) aynı anda belirlenebilir. doğrudan çözüm yöntemi olarak adlandırılan bu model, dengeli yükseklikler gözlemler olarak ele alınarak kurulabilir. Bu durumda modelin kurulması için fazla sayıda ölçü periyoduna gereksinim vardır. Dengeli yükseklik farklarının gözlemler olarak kullanılmasında ise ağda zamanlar arasında ortak olan nokta sayısına bağlı olarak gerekli ölçü periyodu sayısı belirlenir.

Az sayıda ölçme periyodunun olması ayrıca düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin de belirlenmek istendiği durumlarda Kalman-Süzgeçleme (filtreleme) yöntemi ile çözüm yapılır. Bilinmeyenli koŖullu ölçüler dengelemesi ile çözüm yapılan Kalman-Filtreleme yönteminde gürültüler de modellendirilebilmektedir. Düzgün olmayan nokta hareketlerinin açıklamasına yarayan bozucu ivmeler kesin modelin kurulmasında ikinci derecede önemlidirler. Bozucu hareketler daha önceki deneylere dayalı olarak türetilir. Kalman-Süzgeçleme yöntemiyle yapılan çözüm sonuçları yapılan uygulamada iyi sonuç vermiŖtir ve statik yöntem sonuçları ile uyumuŖmaktadır.

Hareket parametrelerinin aynı anda değil de adım adım belirlendiği yöntem Hannover yaklaşımı olarak adlandırılır. Bu yöntemde ara sonuçlar istatistik testlerle denetlenir. Böylece hesabın gidişi kontrol edilir. Bu yönüyle doğrudan çözüm yönteminden üstündür.

Hannover yaklaşımında önce "zamanlar arasında hareket yoktur" biçiminde bir statik model kurulup, çözülür. Bu model istatistik olarak uyumlu değil ise model genişletilerek zamana bağlı doğrusal hareket modeli kurulur. "Tüm noktalarda doğrusal hareket vardır." biçiminde kurulan bu model de uyumlu değil ise, bu kez ikinci derece hareket modeline geçilir. "Tüm noktalarda ikinci derece hareket vardır." varsayımı ile kurulan ikinci model test sonucunda yine uyumlu değil ise daha yüksek dereceli hareket için modeli genişletmenin anlamlı olup olmadığı irdelenir. Böylece her noktanın hızı , ivmesi ve varyans-kovaryans matrisleri adım adım hesaplanmış olur.

Tek Nokta hareketlerinin belirlendiği başka bir model de iki zamandaki ölçülerden yararlanarak hesaplanan bağıl hızların gözlemler olarak kullanıldığı modeldir. Bu modelde noktaların hızları kolayca hesaplanır. Eğer yalnızca iki zamanda ölçü yapılmışsa bu model iyi sonuç verir. Ölçme periyodu ikiden fazla ise farklı zamanların bağıl hızları arasındaki korelasyonlar göz önüne alınır.

Kinematik yüzey modelleri ile nokta hareketleri, zamana ve konuma bağlı olarak belirlenir. Hareket yüzeyi, noktaların yatay konum koordinatlarına ve zamana bağlı bir fonksiyonla saptanır. Dengeli yükseklikler veya dengeli yükseklik farkları gözlemler olarak alınarak model kurulup en küçük kareler yöntemine göre çözüm yapılır ve polinom katsayıları hesaplanır. Katsayılar istatistiksel yöntemle test edilerek polinomun derecesi saptanır. Dengeli yüksekliklerle modelin kurulması için en az üç zamana ilişkin ölçülere gereksinim vardır. Dengeli yükseklik farkları ile model kurulmasında, ölçü sayısına bağlı olarak gerekli periyod sayısı belirlenir.

Gözlemler olarak, iki zaman arasındaki yükseklik farklarından yararlanarak hesaplanan bağıl hızlar alınarak da başka bir model kurulabilir. Bu model kolayca çözülerek polinom katsayıları dolayısı ile hareket yüzeyi belirlenir. Eğer yalnızca iki zamana ilişkin ölçüler var ise bu model iyi sonuç verir. Ölçme periyodu ikiden fazla ise farklı zamanların bağıl hızları arasındaki korelasyonlar göz önüne alınır.

Bir başka yüzey modeli kollokasyon modelidir. Bu model, tek nokta modelleriyle hesaplanan nokta hızları gözlemler olarak alınıp, yüzey fonksiyonu, yerel sapmalar ve psoydo gözlemlerin rasgele dağılımlı hataları ile genişletilerek kurulur. Model, yerel sapmalar ve psoydo gözlemlerin rasgele dağılımlı hatalarının ağırlıklı kareleri toplamı minimum yapılarak çözülür.

Yüzey modellerinde sonuç hareket yüzeyidir. Böylece bölgede herhangi bir zamanda ölçülmemiş olan noktaların hareketleri de enterpolasyonla belirlenebilir. Bu özellik Yüzey modellerinin üstün yanıdır. Buna karşılık düşey hareketlerinin belirlenebilmesi için ağ noktalarının yatay koordinatlarının da bilinmesi gerekmektedir. Ayrıca bu modelde verilerden elde edilen gözlemler genelleştirilmektedir. Model, noktaların yerel hareketlerini çok fazla etkilemektedir ve böylece küçük hareket artıkları kaybolmaktadır.

Bu çalışmada uygulama alanı olarak, batı Anadolu çanağının (graben) Sultanhisar-Yenipazar bölgesinde  $2 \times 1$  km lik bir alanda MTA çalışanlarınca kurulan 26 noktalı bir deformasyon ağı seçilmiştir. Bu ağda MTA çalışanlarınca 1978 yılından başlayıp her yıl yinelenerek 1989 yılına kadar nivelman ölçüleri yapılmıştır. Başka bir deyişle aynı ağ aynı ölçme planına göre 12 kez ölçülmüştür. Bu veriler önce her ölçme periyodu için ayrı ayrı dengelenip uyumsuz ölçüler belirlenmiş ve ayıklanmıştır. Sonra da istatistik yöntemle hareketli ve sabit noktalar saptanmıştır. Böylece genel olarak ağ noktalarının zaman içindeki hareketleri hakkında bilgi üretilmiştir.

Çalışmada yukarıda tanımlanan tek nokta hareket modelleri ve yüzey modelleri araştırılmış, tek tek noktaların hareket parametreleri; doğrudan çözüm ve Kalman-Süzgeçleme yöntemleriyle belirlenmiştir. Dengeli yüksekliklerle kurulan Holdahl modelinin doğrudan çözüm yöntemiyle hesaplanmasında fazla ölçü periyoduna gereksinim vardır. Holdahl modeli, dengeli yükseklik farkları ile kurulup doğrudan çözüm yöntemiyle çözülmek istenirse, kurulan normal denklem matrisi singüler olmaktadır ve psoydo tersi anlamsız çözüm vermektedir. Bu çalışmada Holdahl modelini doğrudan yöntemle çözebilmek için verilerin, dengeli yükseklikler oldukları göz önüne alınarak, dengelemeden sonra bulunacak yüksekliklerle eşit olmaları ön koşulu koyularak kurulan genişletilmiş model ile anlamlı çözüme ulaşılmıştır.



Holdahl modeli, az sayıda zaman periyodunun olması durumunda düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin de modellendirildiği Kalman-Filtreleme yöntemiyle de hesaplanmıştır. Tüm modellerin çözümünde hesaplar Hannover yaklaşımına göre adım adım yapılmıştır. Ayrıca bağıl hızlarla oluşturulan modelle de hareket hızları hesaplanmıştır.

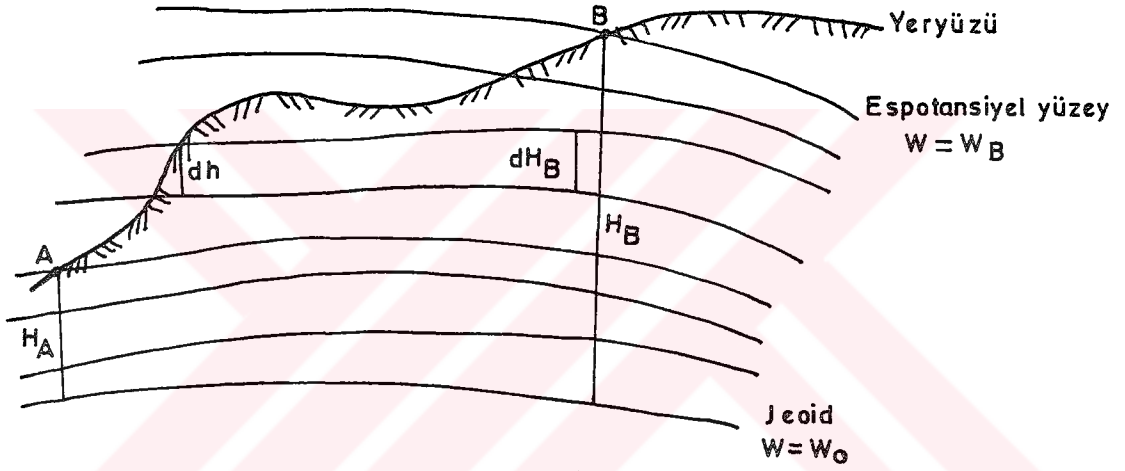
Tez çalışmasının ikinci bölümünde yükseklik kavramı ve yükseklik düzeltmeleri genel olarak açıklanmıştır. Üçüncü bölümde nivelman ölçülerinde refraksiyonun etkisi ve bazı refraksiyon modelleri kısaca açıklanmıştır. Dördüncü bölümde Nivelman ağlarındaki uyumsuz ölçülerin ayıklanmasında kullanılan test yöntemleri özetlenmiştir. Beşinci bölümde nivelman ağlarında duyarlık ve güven ölçütleri tanıtılmıştır. Altıncı bölümde kinematik hareket modelleri açıklanmıştır. Yedinci bölümde ise yapılan sayısal uygulama sonuçları sergilenmiştir.



## 2. YÜKSEKLİK KAVRAMI VE YÜKSEKLİK DÜZELTMESİ

### 2.1. Yükseklik Kavramı

Yükseklik, bir noktanın ortalama deniz yüzeyinden düşey uzaklığı olarak tanımlanır. Meridyen doğrultusunda açılan tabanı yatay, uzunca bir kanalın içi su ile doldurulduğunda, su yüzeyinin tabana paralel olmadığı kolayca saptanabilir. Bu nedenle jeodezik ölçmelere, yükseklikten dolayı indirgemeler getirilir.



Şekil 2 : Yükseklik Kavramı

A noktası ile B noktası arasında yapılan nivelman ölçüleri ile bulunan yükseklik farklarının ( $dh$ ) toplamı, noktalardan çekül doğrultusu boyunca jeoide kadar uzunluklar olan ortometrik yüksekliklerin ( $H_A$  ve  $H_B$ ) farkına eşit olmayacaktır. Nivelman yüzeyleri paralel olmadığından  $dh$  değeri  $dH_B$  değerinden farklıdır. Bu kavramdan yola çıkarak genel bir yükseklik tanımı yapılabilir. Noktalar arasındaki potansiyel farkı aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$-dW = W_B - W_A = \sum g dh = \sum g' dH_B \quad (1)$$

- $g$  : Nivonun bulunduğu yerdeki gravite,  
 $g'$  : B den geçen çekül eğrisi  $dH_B$  üzerindeki gravitedir.

(1) bağıntısından yükseklik farkı

$$dh = -\frac{g'}{g} dH_B \quad (2)$$

elde edilir [1].

Deniz kıyısında alınan bir O noktası, jeoid yüzeyinde kabul edilirse, O noktasındaki potansiyel ile A noktasındaki potansiyelin farkını veren sayıya jeopotansiyel sayı denir ve C ile gösterilir.

O noktası ve A noktası arasında nivelman ölçüleri yapılarak jeopotansiyel sayı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\int_O^A g dh = W_O - W_A = C \quad (3)$$

Potansiyel farkı olarak jeopotansiyel sayı C, ilgili noktayı deniz yüzeyine bağlayan nivelman yolundan bağımsızdır. Her ne kadar uzunluk boyutuna sahip değilse de jeopotansiyel sayı yükseklikler için doğal bir ölçüttür. Jeopotansiyel sayı, 1955'de Floransa'da Uluslararası Jeodezi Komisyonu'nun bir toplantısında benimsenmiştir [2].

Jeopotansiyel sayı G gibi bir sabit sayıya bölünerek jeopotansiyel yükseklik

$$H = \frac{C}{G} \quad (4)$$

elde edilir. G sayısına verilecek değere göre yükseklik sistemi tanımları yapılır.

## 2.2. Dinamik Yükseklik ve Dinamik Yükseklik Düzeltmesi

(4) bağıntısında  $G$  değeri,  $45^\circ$  enlemindeki yerçekimi ivmesi olarak alınırsa; dinamik yükseklik

$$H^{\text{din}} = \frac{C}{\gamma_0} \quad (5)$$

$\gamma_0 = 980.6294$  mgal (uluslararası elipsoid için)

elde edilir.

Dinamik yüksekliğin, jeopotansiyel sayıdan yalnızca bir ölçek ya da birim farkı vardır. Jeopotansiyel sayı  $\gamma_0$  'a bölünerek uzunluğa dönüştürülür. Dinamik yüksekliğin geometrik bir anlamı yoktur.  $C$ ,  $\gamma_0$ 'a bölünerek potansiyel farkının gerçek fiziksel anlamı yalnızca gizlenmiş olur. Şekil 1 deki A ve B noktası arasındaki dinamik yükseklik düzeltmesi şöyle hesaplanır.

$$\Delta H_{AB}^{\text{din}} = H_B^{\text{din}} - H_A^{\text{din}} = \frac{1}{\gamma_0} (C_B - C_A) = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B g \, dh \quad (6)$$

(6) eşitliğine  $\gamma_0$ , bir kez eklenip bir kez de çıkartılarak uygulanan bir matematik işlemle

$$\Delta H_{AB}^{\text{din}} = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0 + \gamma_0) \, dh = \int_A^B dh + \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \, dh \quad (7)$$

$$\Delta H_{AB}^{\text{din}} = \Delta h_{AB} + DD_{AB} \quad (8)$$

bağıntısı elde edilir. A ve B noktası arasında yükseklik düzeltmesi

$$DD_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \, dh = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \, dh \quad (9)$$

olarak hesaplanır.

### 2.3. Ortometrik Yükseklik ve Ortometrik yükseklik Düzeltmesi

Ortometrik yükseklik, yeryüzünden jeoide çekül eğrisi boyunca olan uzaklıktır.

$$C = \int_A^B g \, dH \quad (10)$$

(10) eşitliği  $H$  ile çarpılıp  $H$  ya bölünürse sonuç değişmez.

$$C = H \frac{1}{H} \int_0^H g \, dH \quad (11)$$

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g \, dH \quad (12)$$

kısaltması yapılırsa

$$C = H \bar{g} \quad (13)$$

ortometrik yükseklik

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (14)$$

elde edilir.  $\bar{g}$ , jeoid ile yeryüzü arasında çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalama değeridir [1].

$\bar{g}$ , ortalama değerinin enuygun hesaplama biçimi Prey indirgemesi ile elde edilir [3].

**Prey indirgemesi üç aşamada yapılır.**

**1 - Bouger Plakasını Kaldırma :**

jeoid yüzeyinin üstündeki tüm kitlelerin kaldırılması ve bunların çekiminin yeryüzünde ölçülen gravite ( $g$ ) değerinden çıkarılması.

## 2 - Serbest Hava İndirgemesinin Yapılması :

Jeoidin üstündeki kitlenin kaldırılması ile havada kalan noktanın jeoide indirgenmesi.

## 3 - Bouger Plakasının Tekrar Yerine Koyulması :

Serbest hava indirgemesinden sonra kaldırılan kitlenin tekrar yerine konulması.

Prey indirgemesinden yararlanarak  $\bar{g}$  ortalama değeri

$$\bar{g} = g + 0.0424 H_{(km)} \quad (\text{gal}) \quad (15)$$

hesaplanır. Böylece ortometrik yükseklik

$$H = \frac{C}{g + 0.0424 H} \quad (16)$$

olur.  $\bar{g}$  değeri olarak yeryüzü noktasında ölçülen gravite ( $g$ ) ile prey indirgemesinden elde edilen jeoid yüzeyindeki gravite ( $g_0$ ) değerlerinin ortalaması

$$\bar{g} = \frac{g + g_0}{2} \quad (17)$$

alınması yeterlidir.

Nivelman ile ölçülen yükseklik farkını, ortometrik yükseklik farkına dönüştürmek için bu değere ortometrik düzeltme eklenir. Şekil (1)'deki A ve B nivelman noktalarının jeoid üzerindeki karşılıkları  $A_0$  ve  $B_0$  olsun.

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \quad (18)$$

(18) eşitliğine noktaların dinamik yüksekliklerini bir kez ekleyip bir kez de çıkararak matematik işlem yapılırsa

$$\begin{aligned} \Delta H_{AB} &= H_B - H_A - H_A^{\text{din}} + H_A^{\text{din}} + (H_B^{\text{din}} - H_B^{\text{din}}) \\ &= \Delta H_{AB}^{\text{din}} + (H_B - H_B^{\text{din}}) - (H_A - H_A^{\text{din}}) \end{aligned} \quad (19)$$

olur.  $\Delta H_{AB}^{din}$  değeri (7) eşitliğindeki gibidir.

$(H_B - H_B^{din})$  ve  $(H_A - H_A^{din})$  ortometrik ve dinamik yükseklikler arasındaki farklar hesaplanır. A noktası ile jeoiddeki karşılığı  $A_0$  arasında yapılacak düşünsel bir nivelman sonucunda  $H_A$  nın kendisi bulunur.

$$\Delta h_{AA_0} = H_A \quad (20)$$

(7) bağıntısından dinamik düzeltme

$$DD_{A_0A} = \Delta H_{A_0A}^{din} - \Delta h_{A_0A} = H_A^{din} - H_A \quad (21)$$

ve buradan da ortometrik ve dinamik yükseklik farkları

$$H_A - H_A^{din} = -DD_{A_0A} \quad (22)$$

$$H_B - H_B^{din} = -DD_{B_0B}$$

bağıntıları ile hesaplanır. Böylece

$$\Delta H_{AB} = \Delta h_{AB} + DD_{AB} - DD_{B_0B} + DD_{A_0A} \quad (23)$$

ya da

$$\Delta H_{AB} = \Delta h_{AB} + OD_{AB} \quad (24)$$

ve A ve B noktaları arasındaki ortometrik düzeltme

$$OD_{AB} = DD_{AB} - DD_{B_0B} + DD_{A_0A} \quad (25)$$

$$OD = \int_A^B \frac{\bar{g} - \gamma_0}{\gamma_0} dh - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A \quad (26)$$

olarak hesaplanır [4]. (26) bağıntısı ortometrik ve dinamik düzeltmeler arasında dikkate değer bir bağıntıdır. Dinamik düzeltmeyi de içermektedir. Başka bir deyişle dinamik düzeltmeye ek olarak gelen bir düzeltme biçimidir. Kısaca, nivelmanla ölçülen yükseklik farkına, dinamik düzeltme ve ortometrik düzeltme eklenirse doğrudan indirgenmiş yükseklik bulunur.

#### 2.4. Normal Yükseklik ve Normal Yükseklik Düzeltmesi

Yeryuvarının gerçek gravite alanının normal gravite alanı olduğu yani jeoiddeki potansiyel  $W$  ile referans elipsoidindeki potansiyel  $U$ 'nun eşit olduğu kabul edilirse, bu varsayımına karşılık gelen ortometrik yüksekliklere normal yükseklik adı verilir.

(4) bağıntısında  $G$  değeri olarak durulan noktadan geçen normal gravite vektörü doğrultusu boyunca referans elipsoidine kadar olan normal gravite değeri  $\bar{\gamma}$  alınırsa normal yükseklik

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (27)$$

olarak hesaplanır.  $A$  ve  $B$  noktaları arasındaki normal yükseklik düzeltmesi

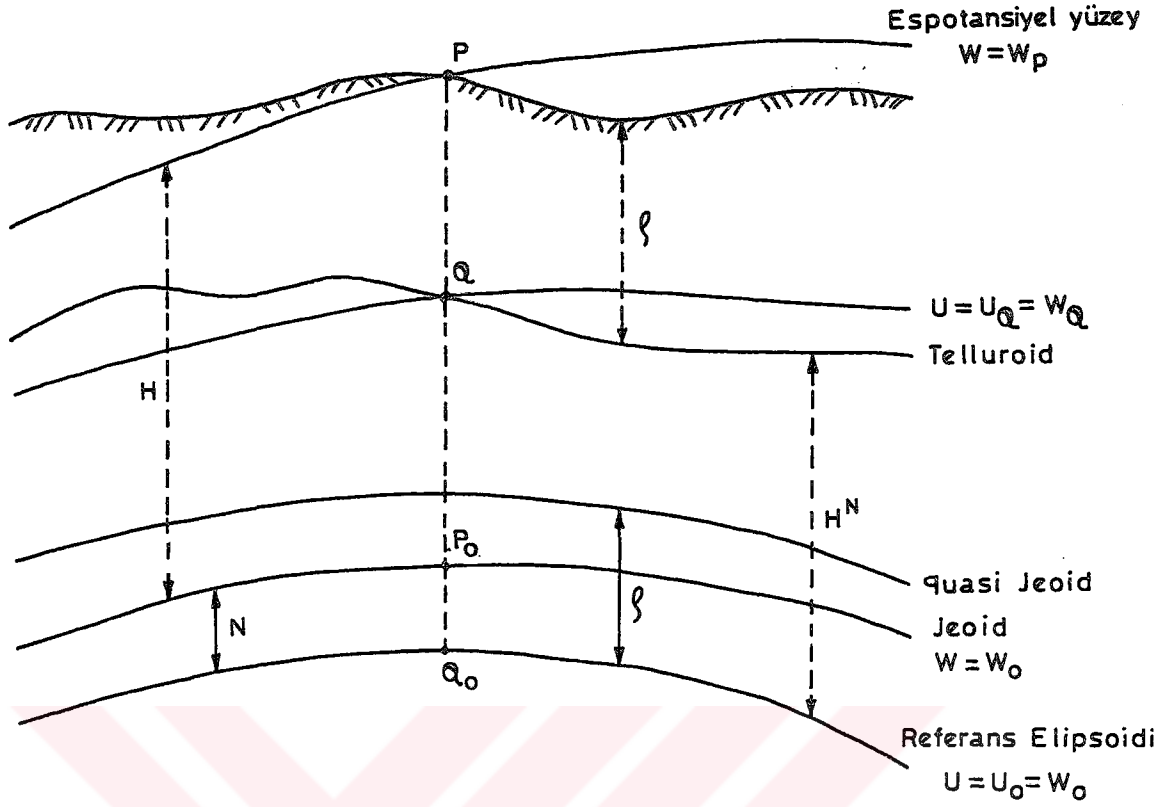
$$ND_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dh + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A^N - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B^N \quad (28)$$

ve normal yükseklik farkı

$$\Delta H_{AB}^N = H_B^N - H_A^N = \Delta h_{AB} + ND_{AB} \quad (29)$$

şeklinde hesaplanır [5].





Şekil 3 : Ortometrik ve Normal Yükseklik

- H : Ortometrik yükseklik,
- $H^N$  : Normal yükseklik,
- $\zeta$  : Yükseklik anomalisi,
- N : Jeoid yüksekliği.

## 2.5. Yükseklik Sistemlerinin Karşılaştırılması

Jeopotansiyel sayı C, nivelmanın bir anlamda en dolaysız sonucu olup, önemli bir bilimsel değer taşımaya karşılık geometrik anlamda bir yükseklik değildir.

Dinamik yüksekliğin bir yükseklik boyutu vardır, buna karşın herhangi bir geometrik anlamı yoktur. Üstünlüğü, aynı seviye yüzeylerindeki noktaların tümünün dinamik yüksekliklerinin eşit olmasıdır. Dinamik düzeltmeler çok büyük sayısal değerler olabilirler, bu nedenle de pratik değildirler.

Ortometrik yükseklikler, deniz yüzeyinden olan doğal yüksekliklerdir. Dolayısıyla bunların eşit olmayan geometrik ve fiziksel anlamları vardır. Ortometrik düzeltmeler oldukça küçüktür. Ortometrik yüksekliği eşit olan noktalar aynı bir nivo yüzeyi üzerinde olmaz.

Normal yüksekliklerin fiziksel ve geometrik anlamları daha belirsiz ve kullanılan referans elipsoidine bağlıdır. Hesaplanmaları kolaydır. Düzeltmelerinin sayısal değerleri ortometrik düzeltmelere yakındır.

Yukarıda sözü edilen düzeltmeler, birinci derece nivelman ağları için geçerlidir. Jeodezik deformasyon ölçmeleri için kurulan mikro jeodezik ağlar için bu düzeltmeler hiç bir anlam taşımayacak kadar küçük değerler alırlar. Bu nedenle mikro jeodezik ağlarda yükseklik indirgemeleri yapılmaz.



### 3. NİVELMAN ÖLÇÜLERİNDE REFRAKSİYONUN ETKİSİ

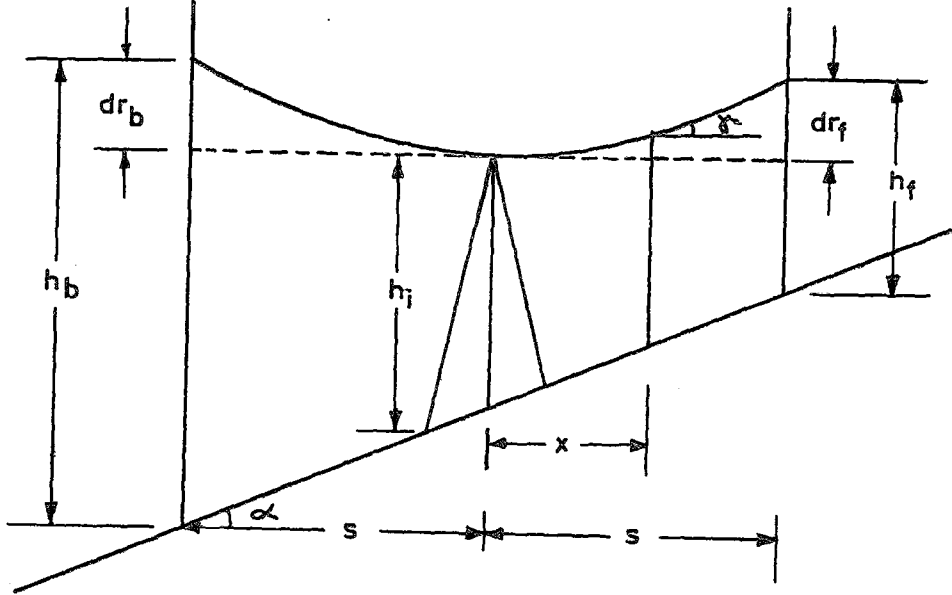
Atmosferi meydana getiren gazların ortaya çıkardığı atmosfer yoğunluğu, toplam basınca, buhar basıncına ve sıcaklığa bağlıdır. Bu değerler zaman ve yer olarak değişeceklerinden atmosfer yoğunluğu ve buna bağlı kırılma indisi de değişir. Farklı kırılma indisine sahip atmosfer tabakalarından geçerek hedeften ölçü aletine gelen ışığın yolu, bir eğri şeklinde oluşur. Bu eğrilme nedeniyle ölçü, ışın yolu eğrisine alet noktasında teğet olan doğrultu boyunca yapılır. Böylece ölçülmesi gereken değerden uzaklaşılır.

Atmosfer yoğunluğunun yere yakın tabaka adı verilen atmosferin ilk tabakalarında daha büyük farklılaşmalar gösterdiği çeşitli araştırmalarla ortaya konmuştur. Nivelman ölçüsü de "*yere yakın tabaka*" adı verilen ve atmosfer için geçerli genel kuralların yanında kendine özgü özellikleri olan atmosfer tabakasında yapılır [6].

Yukarıda açıklandığı gibi ışığın farklı yoğunlukdaki tabakalardan geçerek kırılması olayı refraksiyon olarak adlandırılmaktadır. Refraksiyon hatasının belirlenmesi için çeşitli modeller geliştirilmiştir. Bu modeller, orjinal ölçü farklarını kullanan "*dolaysız modeller*" ve güneş ışınları, kırılma yoğunluğu ve coğrafi verileri kullanan "*dolaylı modeller*" olarak ikiye ayrılabilir.

#### 3.1. Dolaysız Refraksiyon Modelleri

Refraksiyon hesabı için gerekli bağıntının belirlenmesi işlemlerinde, şekilde görüldüğü gibi izotermik yüzeylerin yere paralel oldukları varsayılmaktadır.



Şekil 4 : Nivelman Ölçüsünde Refraksiyonun Etkisi

- $h_f, h_b$  : İleri ve geri mira okumaları,  
 $dr_f, dr_b$  : Refraksiyondan kaynaklanan değişim elemanları,  
 $h_i$  : Alet yüksekliği,  
 $s$  : Mira uzaklığı,  
 $\alpha$  : Nivelman geçkisinin eğim açısı,  
 $\gamma$  : Mira sapma elemanı

gösterimlerinden yararlanarak refraksiyonun belirlenmesi için temel denklem

$$dr_{(f,b)} = -\cot^2\alpha K \int_{h_i}^{(h_f, h_b)} \Delta t dh \quad (30)$$

- $dh$  : Ölçülen yükseklik farkları,  
 $\Delta t$  : Sıcaklık farkları,  
 $K$  : Sıcaklık değişimi  $dt$ 'nin etkisini gösteren katsayı

(30) bağıntısı ile tanımlanmıştır [7].

Bu temel denklemden yola çıkarak **KUKKAMÄKİ** sıcaklık denklemini,

$$t = a + b h^c \quad (31)$$

t : Sıcaklık,

h : Yerden yükseklik,

a,b,c : Ölçülerden belirlenen sabitler

(31) biçiminde vermiştir [8]. Sıcaklık farkı,

$$\Delta t = b (h_{(f,b)}^c - h_i^c) \quad (32)$$

değeri (30) denkleminde yerine konup integral alarak, nivelman için refraksiyon düzeltmeleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$dr_f = -\cot^2\alpha K b \left\{ \frac{h_f^{c+1}}{c+1} - h_f h_i^c + \frac{c}{c+1} h_i^{c+1} \right\} \quad (33a)$$

$$dr_b = -\cot^2\alpha K b \left\{ \frac{h_b^{c+1}}{c+1} - h_b h_i^c + \frac{c}{c+1} h_i^{c+1} \right\} \quad (33b)$$

**REISSMANN**, sıcaklık

$$t = a + b h + c h^2 \quad (34)$$

ve sıcaklık farkı için

$$\Delta t = b (h_{(f,b)} - h_i) + c (h_{(f,b)}^2 - h_i^2) \quad (35)$$

bağıntılarını (30) denkleminde yerine koyup integral alarak refraksiyon düzeltmelerini şöyle bulmuştur.

$$dr_f = -\cot^2\alpha K \left\{ \frac{b}{h} h_f (h_f - 2h_i) + \frac{c}{3} h_f (h_f^2 - 3h_i) + \frac{b}{2} h_i + \frac{2}{3} c h_i^3 \right\} \quad (36a)$$

$$dr_b = -\cot^2\alpha K \left\{ \frac{b}{h} h_b (h_b - 2h_i) + \frac{c}{3} h_b (h_b^2 - 3h_i) + \frac{b}{2} h_i + \frac{2}{3} c h_i^3 \right\} \quad (36b)$$

### LALLEMAND sıcaklık

$$t = a + b \log(h + c) \quad (37)$$

ve sıcaklık farkı için

$$\Delta t = b \{ \log(h_{(f,b)} + c) - \log(h_i + c) \} \quad (38)$$

bağıntılarını (30) da yerine koyup integral alarak refraksiyon düzeltmesini

$$dr_f = -\cot^2 \alpha K b \{ \log(h_f + c)^{h_f + c} - \log(h_i + c)^{h_f} - M(h_f + c) - \log(h_i + c)^c + M(\log(h_i + c)) \} \quad (39a)$$

$$dr_b = -\cot^2 \alpha K b \{ \log(h_b + c)^{h_b + c} - \log(h_i + c)^{h_b} - M(h_b + c) - \log(h_i + c)^c + M(\log(h_i + c)) \} \quad (39b)$$

şeklinde elde etmiştir [7].

Yukarıdaki (31), (34) ve (37) denklemlerindeki sabitler, her alet kurulmasında çeşitli yüksekliklerde ölçülen sıcaklık ölçülerinden yararlanarak, en küçük kareler yöntemiyle, iteratif bir yol izlenerek bulunur.

Yukarıda dolaysız refraksiyon modeline ilişkin bir kaç örnek tanıtıldı. Kaynaklarda bu konuda geliştirilmiş başka modeller de vardır.

### 3.2. Dolaylı Refraksiyon Modelleri

Bu modellerle nivelmanda refraksiyon düzeltmeleri, tipik sıcaklık fonksiyonları veya yerden yüksekliğe bağlı meteorolojik parametre terimleri kullanılarak belirlenmiştir. Uygulamada kararlı, kararsız ve sabit ısıli atmosferik durumların fonksiyonları olarak refraksiyon etkisi belirlenmiştir. MONIN ve OBUCHHOV atmosferin en alçak tabakalarında karmaşık modeller teorisini kullanarak sıcaklığı aşağıdaki temel denklemlerle tanımlamışlardır.

$$T(h) = T_{\infty} + \frac{c}{K^3} \left( \frac{H}{c_p \rho} \right)^2 \left( \frac{g-h}{t_0} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (40)$$

- $T(h)$  : Potansiyel sıcaklık,  
 $T_{\infty}$  : Asimtotik potansiyel sınır sıcaklığı,  
 $T_0$  : En alt tabakalarda hava sıcaklığının ortalama değeri,  
 $c$  : Sabit sayı (~0.9),  
 $K$  : Karman sabiti ( $0.4 < K < 0.43$ ),  
 $C_p$  : Sabit basınçta havanın özel sıcaklığı,  
 $\rho$  : Havanın yoğunluğu,  
 $H$  : Hissedilir hava akımı,  
 $g$  : Gravite.

**OBUCHHOW**-uzunluğu olarak adlandırılan  $L$  ölçek faktörü; atmosferin yüzey katmanlarının yapısı karmaşık karakterde ise, yere yakın tabakanın yüksekliğe bağlı olmayan parametresidir [7].

$$L = - \frac{U_*}{K \frac{g}{T_0} \frac{H}{C_p \rho}} \quad (41)$$

- $U_*$  : Sürtünme hızı ( $= (\tau' / \rho)^{1/2}$ )  
 $\tau'$  : Shearing (makaslama) etkisi (yatay hızın aşağıya akımı)

Boyutsuz atmosferik değişmez parametre olarak

$\frac{h}{L} < 0 \Rightarrow$  Kararsız durumlarda,

$\frac{h}{L} \sim 0 \Rightarrow$  Sabit ısılı durumlarda,

$\frac{h}{L} > 0 \Rightarrow$  Kararlı durumlarda

değerleri kullanılır.

En önemli meteorolojik parametrelerden biri olan hissedilir sıcaklık akımı  $H$  doğrudan ölçülemiyebilir. ANGUS-LEPPAN'da sıcaklık akımının bulunması için üç yöntem önerilmiştir.

Hissedilir sıcaklık akımı  $H'$  den yararlanarak  $\alpha$  eğiminin hissedilir sıcaklığa etkisi şöyle verilmektedir.

$$H' = H\{\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \tan(\tau) \cos(\gamma - \gamma')\} \quad (42)$$

kısaca

$$H' = k_H H \quad (43)$$

- $\tau$  : Güneşin zenit açısı,  
 $\gamma$  : Nivelman geçkisinin azimutu,  
 $\gamma'$  : Güneşin azimutu.

Refraksiyon düzeltmeleri integral ile bulunmaktadır.

$$dr_f = -10^{-6} \frac{P}{T^2} s^2 \left\{ \frac{1.0 - 3.3 H'^{2/3} (h_i^{2/3} + 2h_i^{-1/3} h_f - 3h_f^{2/3})}{(h_i - h_f)^2} \right\} \quad (44a)$$

$$dr_b = -10^{-6} \frac{P}{T^2} s^2 \left\{ \frac{1.0 - 3.3 H'^{2/3} (h_i^{2/3} + 2h_i^{-1/3} h_b - 3h_b^{2/3})}{(h_i - h_b)^2} \right\} \quad (44b)$$

Kaynaklarda dolaylı modelle refraksiyon düzeltmelerini hesaplayan başka çalışmalara da raslanmaktadır.

Yukarıda genel olarak açıklanan dolaysız ve dolaylı refraksiyon modellerinin hiçbiri refraksiyon düzeltmelerinin hesabında kesin bir sonuç vermemektedir. Refraksiyon düzeltmesi için yapılan her çalışmada çeşitli varsayımlar ve yaklaşıklıklar vardır. Yapılan uygulamalar sonucunda bulunan refraksiyon düzeltmelerinin en fazla 1 mm civarında olduğu görülmüştür. Bu nedenle nivelman işleminde miralar alete eşit uzaklıkta tutularak, aleti yerden olabildiğince yüksek kurarak ve hava yoğunluğunun daha az değiştiği öğle saatlerinde ölçü yaparak refraksiyon etkisi giderilmeye çalışılır.



#### 4. NİVELMAN AĞLARINDA UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN AYIKLANMASI

Ölçme sırasında yapılan okuma yazma hataları, yanlış hedefe gözlem yapma gibi nedenlerle ortaya çıkan kaba hataların büyük bölümü düzeltme denklemlerinin kurulması sırasında sabit terimlerde kendini gösterirler ve gözlemler yinelenerek düzeltilirler. Fakat rastgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükte olan kaba hatalar kolaylıkla farkedilmezler ve dengeleme hesabı sonucunda bulunan büyüklükleri olumsuz yönde etkilerler. Bunlar dengeleme hesabı tamamlandıktan sonra uygulanan uyumsuz ölçüler testi yardımıyla belirlenebilirler [9].

Yaygın olarak kullanılan uyumsuz ölçüler testleri *Data-Snooping*, *Tau-Testi*, *T-Testi* ve *Robust Estimation (Sağlam Kestirim)* dir.

Bir  $l_i$  ölçüsünde  $\Delta_i$  kadar, rasgele ölçü hataları sınırından büyük bir hata varsa bu ölçü kümesi normal dağılıma uymaz ve  $\Delta_i$  hatası düzeltmeler vektörü  $\vartheta$  yi etkiler. Bir ölçüdeki  $\Delta_i$  hata varsayımı ile ölçüler vektörü

$$l' = l + e_i \Delta_i \quad (45)$$

biçiminde yazılabilir. Burada  $l'$  hatalı ölçü;  $l$  hatasız ölçü ve

$$e_i^T = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0] \quad (46)$$

biçimindedir.

Bir ölçüdeki hatayı belirleyebilmek için onun tüm dengeleme sonuçlarına, özellikle düzeltmelerin kareleri toplamı  $\vartheta^T P \vartheta$  ye olan etkisini araştırmak gerekir.

Dengeleme modelinden  $l_i$  ölçüsüne ait düzeltme denklemi çıkarılarak kalan düzeltmeler vektörü  $v_1$ ,  $l_i$  dışında kalan ölçülere ilişkin ağırlık katsayıları matrisi  $P_{11}$  ile gösterilerek ölçülerin korelasyonsuz olduğu varsayımı ile

$$\Omega_1 = \vartheta_1^T P_{11} \vartheta_1 \quad (47)$$

yazılabilir. Buradan  $I_i$  ölçüsünün düzeltmeler toplamına etkisi

$$\Omega = \vartheta^T P \vartheta = I^T P Q_{\vartheta\vartheta} P I \quad (48)$$

eşitliği de gözönüne alınarak

$$\Omega - \Omega_1 = \frac{\vartheta_i^2}{q_{\vartheta_i\vartheta_i}} \quad (49)$$

bağıntısıyla bulunabilir. Bu bağıntıdan hareket edilerek  $\Omega_1$  yeni bir dengeleme yapılmadan

$$\Omega_1 = \Omega - \frac{\vartheta_i^2}{q_{\vartheta_i\vartheta_i}} \quad (50)$$

şeklinde elde edilebilir.  $q_{\vartheta_i\vartheta_i}$  düzeltmelerin ters ağırlık matrisi  $Q_{\vartheta\vartheta}$ 'nin  $i$ . köşegen elemanıdır. Hatalı kabul edilen  $I_i$  ölçüsünün bulunmadığı modelden dengeleme sonrası varyans

$$s_0^2 = \frac{\Omega_1}{f_1}, \quad f_1 = n - u - 1 \quad (51)$$

hesaplanabilir [10].

#### 4.1. Data - Snooping Yöntemi

Hatalı ölçünün ortaya çıkarılması için  $n$  sayıda ölçünün her biri sıfır hipotezi

$$H_0 : E(\Delta_i) = 0 \quad (52a)$$

ve seçenek hipotezi

$$H_s : E(\Delta_i) \neq 0 \quad (52b)$$

ile test edilir. n sayıda hipotezin her biri için ölçülerin korelasyonsuz olduğu varsayımı ile

$$W_i = \frac{|\vartheta_i|}{\sigma_{\vartheta_i}} = \frac{|\vartheta_i|}{\sigma \sqrt{q_{\vartheta_i \vartheta_i}}} \sim N(0,1) \quad (53)$$

test büyüklüğü kullanılabilir [11].  $W_i$  test değeri BAARDA tarafından "*Data-Snooping*" değeri olarak adlandırılmıştır. (53) eşitliğindeki  $\sigma$ , teorik ortalama hatayı göstermektedir.

$W_i$  test büyüklüklerinden en büyüğü  $W_{\max}$  normal dağılımdan türetilen sınır değerden daha büyük oluyorsa,

$$W_i = W_{\max} = \frac{|\vartheta_i|}{\sigma \sqrt{q_{\vartheta_i \vartheta_i}}} > N_{1-\alpha_0/2} = \sqrt{F_{(1,\infty,1-\alpha_0)}} \quad (54)$$

i. ölçünün uyuşumsuz olduğu varsayılır [12]. Duruma göre o ölçü atılır veya yeniden ölçülür. Sonra tekrar dengeleme yapılır. Bu işleme uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar devam edilir.

$\alpha_0 = 0.001$  için  $\sqrt{F_{(1,\infty,1-\alpha_0)}} = 3.29$  olacağından (54) eşitliğine göre

$$|\vartheta_i| > 3.29 \sigma_{\vartheta_i} \quad (55)$$

olan, düzeltmesi standart sapmasının yaklaşık 3 katı olan ölçü uyuşumsuz kabul edilir [13].

#### 4.2. Tau - Testi

Dengeleme öncesi teorik standart sapma  $\sigma$  yeterli yaklaşıklıkla bilinmiyorsa, test için uyumsuz ölçülerin de fonksiyonu olan dengeleme sonrası birim ölçünün ortalama hatası  $m_0$  kullanılabilir. Sıfır ve seçenek hipotezleri olarak (52) eşitlikleri kabul edilerek, test büyüklüğü

$$T_i = \frac{|\vartheta_i|}{m_{\vartheta_i}} = \frac{|\vartheta_i|}{m_0 \sqrt{q_{\vartheta_i} \vartheta_i}} \quad (56)$$

biçiminde önerilmiştir.  $T_i$  test büyüklüğü  $f$  serbestlik dereceli  $\tau$ (tau)-dağılımındadır.  $\tau$ -*Dağılımı* 'nın sınır değeri  $C_s$  ise, herhangi bir  $T_i$  nin  $C_s$  değerinden büyük olma olasılığı şöyle hesaplanabilir.

Tüm  $T_i$  ( $i= 1,2, \dots, n$ ) lerin birlikte elde edilmesi olasılığı bunların olasılıkları çarpımına eşittir. Test büyüklükleri arasında korelasyonlar hesaba katılmazsa toplam olasılık  $\alpha = 1 - (1 - \alpha_0)^n$  dir.  $\alpha_0$ , bir tek ölçünün testi için yanılma olasılığını göstermektedir. Toplam olasılık  $\alpha$  verilirse ( $\alpha=0.05$ ) yaklaşık olarak

$$\alpha_0 \cong 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{n}} \cong \frac{\alpha}{n} \quad (57)$$

elde edilir.

Ölçü sayısı arttığında öngörülen  $\alpha$  değerine göre hesaplanan  $\alpha_0$  çok küçük çıkabilir ve test duyarlı olmaz. Bu durumda  $\alpha_0$  sabit alınıp ( $\alpha_0 = 0.001$ ) gerekirse toplam olasılık  $\alpha$  yı buna göre hesaplamak uygun olur [10]. Ayrıca incelenen ağ küçük bölümlere ayrılarak bu sakınca giderilir [14, 15].

Test büyüklüklerinden en büyüğü  $T_{\max}$ , serbestlik derecesi  $f$ , yanılma olasılığı  $\alpha_0$  olmak üzere belirlenen  $C_s = \tau_{(f,1-\alpha_0)}$  sınır değerinden büyükse

$$T_{\max} \geq C_s \quad (58)$$

ilgili ölçünün uyumsuz olduğuna karar verilir. Bu ölçü atılır ya da yenilenir. Bu işleme *Data-Snooping* yöntemindeki gibi ardışık dengelemelerle devam edilir [16].

### 4.3. t - Testi

Test büyüklüğünün, Tau-testinde (56) eşitliğiyle hesaplanmasında teorik olarak küçük bir ihmal vardır. Eğer  $I_i$  ölçüsünde  $\Delta_i$  kadar bir kaba hata varsa, geçerli olmayan dengeleme modelinden hesaplanan  $m_0$  değerinin kullanılması doğru değildir. Tam doğrusu yapılmak istenirse  $m_0$  değeri model hatalarından arındırılmış düzeltmelerden hesaplanmalıdır. Dengelemeyi yenilemeden model hatalarından arındırılmış birim ölçünün varyansı  $s_0^2$ ,

$$s_0^2 = \frac{1}{f-1} \left( f m_0^2 - \frac{\vartheta_i^2}{q_{\vartheta_i \vartheta_i}} \right) \quad (59)$$

hesaplanabilir [17]. Test büyüklüğü,

$$t_i = \frac{|\vartheta_i|}{s_0 \sqrt{q_{\vartheta_i \vartheta_i}}} \sim t_{f-1} \quad (60)$$

oluşturulur. Bu büyüklük  $f-1$  serbestlik dereceli t-dağılımındadır.  $t_i$  test değerinden en büyüğü  $t_{max}$ , serbestlik derecesi  $f-1$  ve (57) eşitliğinden bulunacak  $\alpha_0$  yanılma olasılığı ile hesaplanacak  $t_{(f-1, 1-\alpha_0/2)}$  sınır değerinden büyükse

$$t_{max} > t_{(f-1, 1-\alpha_0/2)} \quad (61)$$

ilgili ölçü uyumsuzdur. Bu ölçü atılır ya da yenilenir. Dengeleme işlemine diğer testlerde olduğu gibi uyumsuz ölçü kalmayınca kadar devam edilir [9].

$\tau$ -dağılımı ile t- ve F-dağılımları arasında

$$\tau = \frac{\sqrt{f} t_{f-1}}{\sqrt{f-1+t_{f-1}^2}} \quad (62a)$$

$$t_{f-1} = \tau \sqrt{\frac{f-1}{f-2}} \quad (62b)$$

$$t_{(f-1, 1-\alpha_0/2)}^2 = F_{(1, f-1, 1-\alpha_0)} \quad (62c)$$

bağıntıları geçerlidir. Bu bağıntularla  $\tau$ -dağılımının sınır değerleri  $t$  - ya da F-dağılımlarının sınır değerleri ile hesaplanabilmektedir [18].

#### 4.4. Robust (Sağlam) Kestirim Yöntemi

En küçük kareler (EKK) kestirimi kaba hatalara karşı duyarlıdır. Bu yöntem kaba hatalar ayıklandıktan sonra uygun çözüm verir. Kaba hatalara karşı duyarlı olmayan kestirim yöntemi robust kestirimdir. Robust kestirim, ölçülerin dağılım fonksiyonlarındaki küçük değişimlerden ve kaba hatalardan etkilenmeyen bir kestirim yöntemidir. EKK-kestiriminde  $\vartheta_1$  düzeltmelerinin kareleri toplamı min. yapılmakta, robust kestiriminde seçilen bir amaç fonksiyonu  $\rho(\vartheta_1)=\min.$  yapılmaktadır. Amaç fonksiyonunun seçimine bağlı olarak çok sayıda robust kestirim yöntemi geliştirilmiştir [19].

Robust kestiriminde ölçülere uygun ağırlıklar belirlenmekte ve ölçü atılmaksızın bilinmeyenler hesaplanmaktadır. Bu yöntemde birden fazla kaba hata sorun oluşturmamakta ve kaba hataların tamamı diğerlerine göre küçük ağırlıklar verilerek belirlenmektedir. Robust kestiriminde uygun ağırlık fonksiyonunun seçimi önemlidir.

Bu yöntemin ilkesi ana hatlarıyla aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$\rho(\vartheta_1)$  : Amaç fonksiyonu,

$\psi(\vartheta_1)$  : Kestirim fonksiyonu,

$W(\vartheta_1)$  : Ağırlık fonksiyonu

olmak üzere amaç fonksiyonu min. yapılarak bilinmeyenler kestirilebilir.

EKK-kestirimin de amaç fonksiyonu

$$\rho(\vartheta) = \sum P \vartheta^2 = \min. \quad \sum_{i=1}^n P_i \vartheta_i^2 = \min. \quad (63)$$

şeklinde dir. Burada  $P$ , ağırlıkları,  $\vartheta$ , düzeltmeleri göstermektedir. Bu kestirim  $\vartheta$  düzeltmelerine karşı son derece duyarlıdır. Öyleyse  $\vartheta$ 'ler daha az duyarlı olan  $\rho(\vartheta)$  fonksiyonları min. yapılarak, kestirim değerleri "Robust" laştırılabilir.

Robust kestiriminin genel amaç fonksiyonu

$$\sum_{i=1}^n P_i \rho(\vartheta_i) = \min. \quad (64)$$

dur. EKK-kestirimi, (47) nin özel bir durumudur. Burada kestirim fonksiyonu

$$\psi(\vartheta_i) = \frac{\partial \rho}{\partial \vartheta_i} = \rho'(\vartheta_i) \quad (65)$$

şeklinde ve ağırlık fonksiyonu

$$W(\vartheta_i) = \frac{\psi(\vartheta_i)}{\vartheta_i} = W_i \quad (66)$$

şeklinde hesaplanır. Buradan

$$\sum_{i=1}^n P_i W_i \frac{\partial \vartheta_i}{\partial x_j} = 0 \quad (67)$$

olur. Bu eşitlikte  $x_j$  ( $j=1,2,.. u$ ) bilinmeyenleri göstermektedir. (67) eşitliğindeki  $P_i W_i$  yerine

$$\bar{P}_i = P_i W_i \quad (68)$$

alınırsa, (67) eşitliğinin normal denklemler olduğu görülür. Ancak (68) ile tanımlanan ağırlık katsayılarının  $W_i$  ve  $\vartheta_i$ 'lerden hesaplanması gerekir.  $\vartheta_i$ 'ler ise EKK dengelemesi sonucunda elde edilen değerlerdir. Öyleyse böyle bir kestirim de yinelemeli olmak zorundadır. İlk dengelemede

$$W_i = 1, \\ \bar{P}_i^{(1)} = P_i$$

alınabilir. Sonraki adımlarda örneğin  $k$ . adımda

$$\bar{P}_i^{(k)} = P_i W_i^{(k-1)}$$

ile bulunabilir.

Amaç fonksiyonu  $\rho(\vartheta)=|\vartheta|^p$  biçiminde genel bir fonksiyon olarak gösterilebilir.  $p=2$  alınırsa EKK-kestirimi elde edilir.  $p=1$  alınırsa düzeltmelerin toplamının minimum olması (EKT) istenir [20]. Uygulamada çok çeşitli amaç, kestirim ve ağırlık fonksiyonları kullanılmaktadır.

Aşağıdaki tabloda çeşitli amaç fonksiyonları, kestirim fonksiyonları ve ağırlık fonksiyonları özetlenmiştir [21]. Tablonun en alt sırasında verilen D simgesi ile gösterilen Danimarka Yöntemi adı ile tanımlanan yöntemin fonksiyonu sürekli değildir. Yayınlarda bu yaklaşımın robust tanımına uygun düşmediği özellikle belirtilmektedir. Uygulamada oldukça başarı ile uygulanan söz konusu yöntem, bu nedenle robust kestirim tanımlaması yerine daha çok İteratif Yöntem adı ile anılmaktadır.

**Tablo 1 : Robust Kestirim Fonksiyonları [21].**

	Sınır	Amaç fonksiyonu $\rho(\vartheta)$	Kestirim fonksiyonu $\psi(\vartheta)=\rho'(\vartheta)$	Ağırlık fonksiyonu $W(\vartheta)=\frac{\psi(\vartheta)}{ \vartheta }$
K (EKK)		$\frac{1}{2}\vartheta^2$	$\vartheta$	1
T (EKT)		$ \vartheta $	1	$\frac{1}{ \vartheta }$
P		$ \vartheta ^{1.2}$	$1.2 \vartheta ^{0.2}$	$1.2 \vartheta ^{-0.8}$
F (Fair)		$c^2\left(\frac{ \vartheta }{c} - \ln\left(1+\frac{ \vartheta }{c}\right)\right)$	$ \vartheta \left(1+\frac{ \vartheta }{c}\right)^{-1}$	$\left(1+\frac{ \vartheta }{c}\right)^{-1}$
A Andrew	$ \vartheta  \leq c\pi$ $ \vartheta  > c\pi$	$c^2\left(1-\cos\frac{ \vartheta }{c}\right)$ $2c^2$	$c\sin\frac{ \vartheta }{c}$ 0	$\left(\frac{ \vartheta }{c}\right)^{-1}\sin\frac{ \vartheta }{c}$ 0
B Beaton Tukey	$ \vartheta  \leq c$ $ \vartheta  > c$	$\frac{c^2}{6}\left(1-\left(\frac{\vartheta}{c}\right)^2\right)^3$ $\frac{1}{6}c^2$	$ \vartheta \left(1-\left(\frac{\vartheta}{c}\right)^2\right)^2$ 0	$\left(1-\left(\frac{\vartheta}{c}\right)^2\right)^2$ 0
H Huber	$ \vartheta  \leq c$ $ \vartheta  > c$	$\frac{1}{2}\vartheta^2$ $c \vartheta -\frac{1}{2}c^2$	$\vartheta$ c	1 $c \vartheta ^{-1}$
D Danimarka	$ \vartheta  \leq c$ $ \vartheta  > c$	$\frac{1}{2}\vartheta^2$ $-(c^2+c \vartheta )e^{- \vartheta /c}$	$\vartheta$ $ \vartheta e^{- \vartheta /c}$	1 $e^{- \vartheta /c}$



Robust kestirim fonksiyonlarında geçen  $c$  parametresi, gözlem hatalarının belirli bir olasılıkla  $\pm c$  sınırları içinde dağılmış olacağı varsayımına bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle  $c=K\sigma$  olarak düşünülebilir.  $K$ ; 1.5, 2 gibi herhangi bir katsayı olabilir.  $\sigma$ , ölçü kümesini temsil eden öncül bir değerdir.

Özet olarak EKK-kestiriminden sonra çeşitli testlerle bulunan kaba hatalı ölçülerden biri atılarak hesaplama yinelenir. Daha sonraki adımlarda bu ölçülerin kullanılıp kullanılmayacağı ile ilgili uygun yöntemlerin belirlenmesi konusu halen araştırılmaktadır. Robust kestiriminde böyle bir sorun yoktur. Kaba hatalı ölçülere diğerlerine göre çok küçük ağırlık verilerek hesap yapılır.

#### 4.5. Test Yöntemlerinin Karşılaştırması

Model hatalarını oluşturan, normal dağılıma uymayan uyumsuz ölçüler, yukarıda açıklanan test yöntemleri ile ayıklanmaktadır. *Data-Snooping*, *t-Testi* ve *Tau-Testi* anafikir olarak aynıdır. Yalnızca farklı dağılımlardaki test büyüklükleri kullanılmaktadır.

Test yöntemlerinden herhangi biri ile bir anda birden fazla uyumsuz ölçü saptanması durumunda uyumsuz ölçülerin hepsi atılmamalı içlerinden en büyük test büyüklüğüne sahip olan ilk önce atılmalı ve dengeleme yenilenerek test yinelenmelidir. Çünkü en büyük test büyüklüğüne sahip ölçü diğer ölçüleri etkilemiş olabilir.

Çok büyük serbestlik derecelerinde testler duyarsızlaşmaktadır. Bu nedenle dengeleme problemi parçalara ayrılarak uyumsuz ölçülerin ayıklanması yoluna gidilir. Küçük serbestlik derecelerinde de ( $f < 10$ ),  $\tau$  ve  $t$  testleri etkisiz kalmaktadır.

Aynı yanılma olasılığı  $\alpha_0$  için  $t$ -testi veya  $\tau$ -testinden bir tanesini uygulamak yeterli olmaktadır.

Robust kestirim yönteminde her yinelemede ölçüler için uygun ağırlıklar belirlenmekte herhangi bir ölçünün ölçü kümesinden çıkarılması söz konusu olmamaktadır. Bu özelliği robust kestirimin uyumsuz ölçülerin ayıklanmasında, diğer yöntemlere göre bir üstünlüğü olarak değerlendirilmektedir.

## 5. NİVELMAN AĞLARINDA DUYARLIK VE GÜVEN ÖLÇÜTLERİ

### 5.1. Nivelman Ağlarında Duyarlık Ölçütleri

Duyarlık ölçütleri ağın kalitesini gösteren ölçütlerdir. Bu ölçütler, dengeleme modeli geçerli olduğu durumlarda gerçeğe uygun bilgi verirler. Dengelemenin matematik modeli, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri içeren fonksiyonel model ile ölçülerin duyarlıklarını, aralarındaki korelasyonları yansıtan stokastik modelden oluşmaktadır.

Nivelman ağları için matematik model aşağıdaki gibi kurulur.

- $H_i, H_j$  : i ve j noktalarının yükseklikleri,  
 $\Delta h_{ij}$  : i ve j noktaları arasında ölçülen yükseklik farkı ve  
 $\vartheta_{ij}$  : Ölçüye eklenecek düzeltme

olmak üzere bir tek ölçü denklemini aşağıdaki gibi

$$\Delta h_{ij} + \vartheta_{ij} = H_j - H_i \quad (69)$$

yazılır. Dengeli ölçülere ilişkin denklemler matris gösterimi ile yazılarak

$$I + \vartheta = A x \quad (70)$$

Fonksiyonel model elde edilir. Burada A, katsayılar matrisini, I ölçüleri ve x, bilinmeyenleri göstermektedir. Stokastik model

$$K_{11} = s_0^2 Q_{11} \quad (71)$$

biçiminde oluşturulur. Burada  $K_{11}$ , ölçülerin varyans-kovaryans matrisi,  $s_0^2$  birim ölçünün öncül varyansı ve  $Q_{11}$ , ölçülerin ters ağırlık matrisidir.

Bu model enküçük kareler ilkesine göre  $\vartheta^T P \vartheta = \min.$  koşulunu sağlayacak şekilde çözülerek aşağıdaki eşitlikler bulunur.

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad \text{Dengeleme bilinmeyenleri} \quad (72)$$

$$Q_{xx} = (A^T P A)^{-1} \quad \text{Bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisi} \quad (72)$$

$$Q_{\vartheta\vartheta} = P^{-1} - A Q_{xx} A^T \quad \text{Düzeltilmelerin ters ağırlık matrisi} \quad (73)$$

$$\vartheta = - Q_{\vartheta\vartheta} P l \quad \text{Düzeltilmeler} \quad (74)$$

$$m_0^2 = \frac{\vartheta^T P \vartheta}{n-u} \quad \text{Birim ölçünün varyansı} \quad (75)$$

Burada,

- $p_i = 1 / s_i$  : Ölçülerin ağırlıkları,
- $s_i$  : Nivelman geçkisinin uzunluğu,
- $n$  : Ölçü sayısı,
- $u$  : Bilinmeyen sayısıdır.

### 5.1.1. Model Hipotezinin Testi

Model hataları, dengeleme sonuçlarını etkilerler. Bu nedenle dengelemenin matematik modelinin, ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkiler ile ölçülerin stokastik özelliklerini doğru ve noksansız olarak yansıtmayı yansıtmadığı model hipotezinin testi yoluyla denetlenir. Modelin geçerliliğini test etmek için benzer türden çok sayıda ölçünün değerlendirilmesi sonucu dengelemeden önce elde edilen birim ölçünün ortalama hatasının öncül (a priori) değeri  $s_0$  ile dengeleme hesabı sonunda bulunan birim ölçünün ortalama hatasının soncul değeri (a posteriori)  $m_0$  in umut değerlerinin aynı kuramsal standart sapma  $\sigma_0$  ra eşit olup olmadıkları irdelenir [9].

$$E \{ m_0^2 \} = E \{ s_0^2 \} = \sigma_0^2 \quad \text{Sıfır hipotezi} \quad (76)$$

Geçerli bir matematik model ile dengeleme yapılmış ise bu eşitlik sağlanır. Eşitliğin doğruluğu test edilerek irdelenir. Öncelikle test büyüklüğü T hesaplanır.

$$T = \frac{m_0^2}{s_0^2} \quad (77)$$

Bu değer, dengeleme hesabının serbestlik derecesi f, öncül değer s<sub>0</sub> ın serbestlik derecesi f<sub>0</sub> ve yanılma olasılığı α (= %5) olmak üzere F<sub>(f, f<sub>0</sub>, 1-α/2)</sub> tablo değeriyle karşılaştırılır.

$$T < F_{(f, f_0, 1-\alpha/2)} \quad \text{ise dengeleme modeli geçerlidir.} \quad (78)$$

**Yorum :** Fonksiyonel model, gözlemlerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkilere uygundur. Stokastik model gözlemlerin duyarlıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince yansıtmaktadır.

$$T > F_{(f, f_0, 1-\alpha/2)} \quad \text{ise dengeleme modeli geçersizdir.} \quad (79)$$

**Yorum :** Ölçülerin birinde veya birkaçında kaba hata bulunabilir ya da ağırlıklar yanlış tahmin edilmiş olabilir veya aletlerde ayar hataları bulunabilir.

### 5.1.2. Genişletilmiş Modelin Testi

Eğer gözlemlerde sistematik ölçü hataları varsa dengelemenin stokastik modelinde hata yapıldığı kabul edilir. Bu durumda stokastik model gerçeğe uygun olarak belirlenir veya bu etki bozucu parametre ile temsil edilecek şekilde fonksiyonel modele eklenerek genişletilmiş fonksiyonel model elde edilir. Nivelman ağlarında bu bozucu etki refraksiyon olabilir. Bu durumda fonksiyonel model aşağıdaki gibi olur.

$$\Delta h_{ij} + \vartheta_{ij} = H_j - H_i + \sum(r^2 \Delta Z) \quad (80)$$

Burada r, mira uzaklığı; ΔZ her alet kurmada belirlenen yükseklik farkını gösterir.

Başka bir bozucu etki, jeomağnetik etki olabilir. Bu durumda fonksiyonel model

$$\Delta h_{ij} + \vartheta_{ij} = H_j - H_i + \varphi_{ij} a_1 \quad (81)$$

$a_1$ , jeomağnetik etki;  $\varphi_{ij}$ ,  $i$  ve  $j$  noktaları arasındaki enlem farkları olmak üzere oluşturulur. Yukarıdaki gibi bozucu parametreler eklenerek genişletilmiş fonksiyonel model elde edilir [22]. Bu durum aşağıdaki gibi genelleştirilebilir.

$$\vartheta + l + \Delta l = A x + A_y y \quad \text{Genişletilmiş fonksiyonel model} \quad (82)$$

$\Delta l$  : Sistematik ölçü hataları vektörü,

$y$  : Bozucu parametreler,

$A_y$  : Bozucu parametrelerin katsayılar matrisi.

$$K_{yy} = \sigma_0^2 Q_{yy} \quad \text{Bozucu parametrelerin varyans-kovaryans matrisi} \quad (83)$$

$Q_{yy}$  : Bozucu parametrelerin ters ağırlık matrisidir.

Genellikle bozucu parametrelerin varyans-kovaryans matrisinin belirlenmesi zordur. Bozucu parametrelerin katsayılar matrisi biliniyor buna karşın stokastik özellikleri hakkında bilgi edinilemiyorsa özel bir durum ortaya çıkar [23].

Bu durumda bozucu parametrelerin ağırlık matrisi  $P_{yy}=0$  olur.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (84)$$

Genişletilmiş model enküçük kareler yöntemine göre çözümlenir

$$\begin{bmatrix} A^T P A & A^T P A_y \\ A_y^T P A & A_y^T P A_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A^T P l \\ A_y^T P l \end{bmatrix} = 0 \quad (85)$$

$$\begin{bmatrix} N_{xx} & N_{xy} \\ N_{yx} & N_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = 0 \quad (86)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{xx} & N_{xy} \\ N_{yx} & N_{yy} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$Q_{xx} = (N_{xx} - N_{xy} N_{yy}^{-1} N_{yx})^{-1} \quad (88a)$$

$$Q_{xy} = -Q_{xx} N_{xy} N_{yy}^{-1} \quad (88b)$$

$$Q_{yx} = -N_{yy}^{-1} N_{yx} Q_{xx} \quad (88c)$$

$$Q_{yy} = N_{yy}^{-1} + N_{yy}^{-1} N_{yx} Q_{xx} N_{xy} N_{yy}^{-1} \quad (88d)$$

$$x = Q_{xx} n_x + Q_{xy} n_y \quad (89a)$$

$$y = Q_{yx} n_x + Q_{yy} n_y \quad (89b)$$

elde edilir. Buradan düzeltmeler ve birim ölçütünün ortalama hatası

$$\hat{\vartheta} = A x + A_y y - 1 \quad (90)$$

$$m_g^2 = \frac{\hat{\vartheta}^T P \hat{\vartheta}}{n-u} \quad (91)$$

eşitlikleri ile hesaplanır.

Genişletilmiş dengeleme modelinin stokastik modelinde  $P_{yy}=0$  alınırsa sadece fonksiyonel model genişletilmiş olmaktadır. Bu durumda genişletilmiş fonksiyonel modelin testi, bozucu parametrelerin ( $y$ ) ölçü vektöründe (I) sistematik hataya ( $\Delta$ ) neden olup olmadığının denetlenmesiyle aynı anlama gelmektedir. Başka bir deyişle, fonksiyonel modelin genişletilmesinin anlamlı olup olmadığı, bozucu parametrelerin ( $y$ ) anlamlılık testiyle belirlenebilmektedir.

$$H_0 : y = 0 \quad \text{Sıfır hipotezi} \quad (92a)$$

$$H_s : y \neq 0 \quad \text{Seçenek hipotezi} \quad (92b)$$

Sıfır hipotezi geçerli ise; test büyüklüğü,

$$T_g = \frac{y^T Q_{yy}^{-1} y}{u_g m_g^2} \quad (93)$$

Payın serbestlik derecesi  $u_g$ , paydanın serbestlik derecesi  $f$  olan Fisher dağılımındadır. Burada

$u_g$  : Bozucu parametre sayısıdır.

$$T_g > F_{(u_g, f, 1-\alpha)} \quad \text{ise sıfır hipotezi geçersiz sayılır.} \quad (94)$$

**Yorum :** Fonksiyonel modelin genişletilmesi anlamlıdır.

$$T_g < F_{(u_g, f, 1-\alpha)} \quad \text{ise sıfır hipotezi geçersiz sayılamaz.} \quad (95)$$

**Yorum :** Fonksiyonel modelin genişletilmesi anlamlı değildir.

### 5.1.3. Varyans Bileşenlerinin Kestirimi

Nivelman ölçülerinin duyarlılığı, iki nokta arasındaki uzunluk kullanılarak hesaplanan ağırlıklarla tanımlanır. Ağırlık tanımını veren bağıntı

$$p = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_s^2} \quad (96)$$

şeklindedir.  $\sigma_0^2$ ; birim ölçünün varyansı ve  $\sigma_s^2$ ;  $s$  geçki uzunluğunda yapılan nivelman ölçüsünün varyansıdır. Bunun yanında, ölçülerin duyarlılığını etkileyen yükseklik farklarına bağlı hatalar vardır. Örneğin nivelman mirasının kalibrasyon hatası gibi. Bunun için, varyans bileşenlerinin aşağıdaki kombinasyonu kullanılarak ölçülerin varyansları  $\sigma_1^2$  hesaplanır [24].

$$\sigma_i^2 = \sigma_s^2 s^{2\gamma} + \sigma_h^2 h^{2\delta} \quad (97)$$

$\sigma_s^2$  ve  $\sigma_h^2$  uzunluğa ve yükseklik farkına bağılı varyans bileşenleridir.  $\gamma$  ve  $\delta$  simgeleri bu modelin esnekliğini artırmak amacıyla seçilen parametrelerdir. (96) ve (97) formülleri kullanılarak ağırlıklar hesaplanabilir ve nivelman ağı dengelenir.  $\sigma_i^2$  değerinin hesaplanabilmesi için varyans bileşenleri  $\sigma_s^2$  ve  $\sigma_h^2$  değerinin bilinmesi gerekir. Bu değerlerin kestirimi için KOCH tarafından aşağıdaki yöntem önerilmiştir.

C ve B noktaları arasındaki yükseklik farkı ölçüsü  $h_{BC}$ ; C ve B noktalarının yükseklikleri,  $H_C$  ve  $H_B$ ;  $e_{BC}$  de ölçülerin düzeltmeleri olmak üzere ölçülerle bilinmeyenler arasındaki fonksiyonel ilişki şöyle yazılır.

$$H_C - H_B = h_{BC} + e_{BC} \quad (98)$$

A, nxu boyutlu geometrik şekil matrisi, x, ux1 boyutlu bilinmeyenler vektörü; e, nx1 boyutlu düzeltmeler vektörü ise (98) fonksiyonel modeli matris gösterimiyle

$$A x = h + e \quad (99)$$

biçiminde yazılabilir.  $\sigma_0^2$ , birim ağırlığın varyansı,  $P^{-1}$ , ölçülerin ters ağırlık matrisi olarak tanımlanırsa ölçülerin varyans-kovaryans matrisi

$$K(h) = \sigma_0^2 P^{-1} \quad (100)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Düzeltmeler vektörü e'nin yüksekliğe ve uzunluğa bağılı  $e_1$  ve  $e_2$  gibi iki bileşenden oluştuğu kabul edilirse, bunların varyans-kovaryans matrisleri

$$K(e_1) = \sigma_1^2 \alpha_1^2 \begin{bmatrix} s_1^{2\gamma} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & s_2^{2\gamma} & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & s_3^{2\gamma} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \sigma_1^2 V_1 \quad (101a)$$



$$K(e_2) = \sigma_2^2 \alpha_2^2 \begin{bmatrix} h_1^{2\delta} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & h_2^{2\delta} & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & h_3^{2\delta} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \sigma_2^2 V_2 \quad (101b)$$

biçiminde olurlar.  $\alpha_1^2$  ve  $\alpha_2^2$  bilinmeyen faktörlerdir  $\alpha_1^2$  ve  $\alpha_2^2$  bunların yaklaşık değerleri, örneğin deneysel değerlerdir. Varyans bileşenlerinin en iyi kestirimi yerel ikinci derece hesaplamalarla bulunabilir.

$$K(h) = K = \sigma_1^2 V_1 + \sigma_2^2 V_2 \quad (102)$$

$K_0$ ,  $K$ 'nin yaklaşık değeri;  $\alpha_1^2$  ve  $\alpha_2^2$ ,  $\sigma_1^2$  ve  $\sigma_2^2$  nin hesaplanan değerleri ise varyans bileşenleri aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\det(A^T K_0^{-1} A) \neq 0 \text{ ve } \det S \neq 0$$

$$\sigma = S^{-1} q = | \sigma_1^2, \sigma_2^2 |^T \quad (103a)$$

$$S = ( \text{iz}(W V_i W V_j) ) \quad (103b)$$

$$q = (h^T W V_i W h) , i,j=(1,2) \quad (103c)$$

$$W = K_0^{-1} - K_0^{-1} A (A^T K_0^{-1} A)^{-1} A^T K_0^{-1} \quad (103d)$$

$$K_0 = \sum_{i=1}^2 V_i \quad (103e)$$

Hesaplanan s değerleri yaklaşık değerlere bağlıdır. Hesaplanan değerlerin varyansları

$$V(\sigma_1^2) = 2 S_{11} \quad (104a)$$

$$V(\sigma_2^2) = 2 S_{22} \quad (104b)$$

$$S^{-1} = s_{ij} \quad (104c)$$

eşitliklerinden bulunabilir [24].

Büyük nivelman ağlarındaki varyans bileşenlerinin kestirimi uygulamalarında, geniş boyutlu matrisler için depolama yeri ve fazla hesaplama zamanına ihtiyaç vardır. Bunun için hesaplamada simetrik matrislerin köşegenlerinin üzerindeki kısımları vektör olarak ele alınır. Çözüm için uygun programlar yapılır.

#### 5.1.4. Güven Hiper Elipsoidi

Nivelman noktalarının gerçek yükseklikleri  $\tilde{X}$  ve dengeli yükseklikleri  $X$  ile gösterilirse

$$\epsilon = \tilde{X} - X \quad (105)$$

bağıntısı dengeli yüksekliklerin gerçek düzeltmelerini verir.

Gerçek düzeltmelerden yararlanılarak hesaplanan

$$s_0^2 = \frac{\epsilon^T Q_{xx}^{-1} \epsilon}{u} \quad \text{Deneysel varyans} \quad (106)$$

ve ağ dengelemesi sonucunda hesaplanan birim ölçünün ortalama hatası

$$m_0^2 = \frac{\vartheta^T P \vartheta}{n - u} \quad \text{Birim ölçünün varyansı} \quad (107)$$

aynı bir kuramsal varyans  $\sigma_0^2$  nin deneysel değerleri olduklarından bunların oranları F-Dağılımındadır.

$$\frac{s_0^2}{m_0^2} \leq F_{(u, f, 1-\alpha)} \quad (108)$$

Bu eşitsizliğin olasılık bağıntısı istatistik güvene eşit yazılırsa

$$P \{ \epsilon^T Q_{ii}^{-1} \epsilon \leq u m_0^2 F_{(u, f, 1-\alpha)} \} = 1 - \alpha \quad (109)$$

olur. Bu bağıntının sınırladığı hacim bir hiper elipsoiddir ve *güven hiper elipsoidi* olarak adlandırılır [25].

$Q_{xx}$  matrisinden  $i$  noktasına ait  $\lambda_i$  özdeğerleri büyükten küçüğe doğru sıralandıklarında güven hiper elipsoidlerinin yarı eksen uzunlukları

$$A_{iGH} = m_0 \sqrt{u \lambda_i F_{(u, f, 1-\alpha)}} \quad (110)$$

$u$  : Nivelman ağında yüksekliği dengelenen nokta sayısı (bilinmeyen sayısı),

$n$  : Nivelman ölçülerinin sayısı,

$f=n-u$  : Ağın serbestlik derecesi,

$\lambda_i$  : Ters ağırlık matrisi  $Q_{xx}$  in özdeğerleri

eşitliklerinden bulunur.

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_u \quad (111)$$

bağıntısını sağlayan özdeğerler  $\lambda_i$  ve bunlara ilişkin özvektörler  $s_i$  ile hesaplanan

$$b_i = s_i \sqrt{\lambda_i} \quad \text{Ana bileşen vektörü} \quad (112)$$

nivelman ağının duyarlık yönünden zayıf noktalarını ve bu zayıflığın büyüklüğünü verirler. Birinci ana bileşen vektörü  $b_1$ , ağda duyarlık yönünden en zayıf olan noktayı ve bu zayıflığın büyüklüğünü gösterir. Ana bileşen vektörleri, ağdaki ölçülerin birden fazla ölçme periyodunda tekrarlanmaları durumunda rasgele ölçü hatalarının etkisiyle oluşabilecek konum değişikliklerini gösterirler. Özdeğerlerden en büyüğü olan  $\lambda_1$ , *ana varyans bileşeni* ya da en önemli özdeğer olarak adlandırılır.

### 5.1.5. Bağlı ( Relativ, Göreli ) Güven Hiper Elipsoidleri

i noktası ile ağı tüm diğer noktaları arasındaki yükseklik farkları  $d$  vektöründe toplanarak

$$d = \begin{bmatrix} -x_i + x_j \\ -x_i + x_j \\ -x_i + x_j \\ \vdots \\ -x_i + x_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_j \\ \vdots \\ x_u \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$d = F x \quad (113)$$

koordinat farkları vektörünün ters ağırlık matrisi ,

$$Q_{dd} = F Q_{xx} F^T \quad (114)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Koordinat farkları vektörünün gerçek değerleri  $\tilde{d}$  ile gösterilirse bunların gerçek düzeltmeleri,

$$\epsilon_d = \tilde{d} - e d_i \quad (115)$$

ve gerçek düzeltmelerden hesaplanan varyans

$$s_0^2 = \frac{\epsilon_d^T Q_{dd}^{-1} \epsilon_d}{u} \quad (116)$$

ve ağ dengelemesi sonucunda bulunan birim ölçünün karesel ortalama hatası

$$m_0^2 = \frac{\vartheta^T P \vartheta}{n - u} \quad (117)$$

bağıntısından elde edilir. Kuramsal varyans  $\sigma_0^2$  nin bu iki deneysel değeri arasında kurulacak olasılık bağıntısı

$$P \{ \epsilon_d^T Q_{dd}^{-1} \epsilon_d \leq u m_0^2 F_{(u, f, 1-\alpha)} \} = 1 - \alpha \quad (118)$$

biçimini alır. Bu bağıntının sınırladığı alan elipsoiddir ve *bağıl güven hiper elipsoidi* olarak adlandırılır.

$Q_{dd}$  matrisinin özdeğerleri büyükten küçüğe sıralandığında bağıl güven hiper elipsoidinin yarı eksen uzunlukları

$$A_{jBG} = m_0 \sqrt{u \lambda_j F_{(u, f, 1-\alpha)}} \quad (119)$$

şeklinde bulunur. Bağıl güven hiper elipsoidinin yarı eksenleri, nivelman ağındaki noktaların komşuluk duyarlıklarını (komşu nokta duyarlıklarını) gösterirler.

#### 5.1.6. Dengeli Yükseklik Farklarının Bağıl Hataları

Dengeli yüksekliklerin farklarının bağıl hataları, bir duyarlık ölçütüdür. Bu değerler, dengeli yüksekliklerden hesaplanan yükseklik farklarının ortalama hatalarının dengeli yüksekliklerin farklarına bölünmeleriyle hesaplanabilir.

Dengeleme hesabı sonucunda bulunan dengeli yüksekliklerden hesaplanan yükseklik farkları

$$\Delta h_{ij} = H_j - H_i \quad (120)$$

dengeli yüksekliklerin ters ağırlık matrisi,

$$Q_{hh} = (A^T P A)^{-1} \quad (121)$$

ve birim ölçünün ortalama hatası,

$$m_0 = \sqrt{\frac{\vartheta^T P \vartheta}{n - u}} \quad (122)$$

hesaplanır.

Dengeli yüksekliklerin farklarının ortalama hatası,

$$m_{ij} = m_0 \sqrt{q_{ii} - 2q_{ij} + q_{jj}} \quad (123)$$

eşitliği ile bulunur. Bu bağıntıda ,

$q_{ii}$ ,  $q_{ij}$ ,  $q_{jj}$  : dengeli yüksekliklerin ters ağırlık matrisindeki ilgili değerlerdir.

Böylece dengeli yükseklik farklarının bağıl hataları  $m_{Bij}$ , dengeli yükseklik farklarının ortalama hatalarının ( $m_{ij}$ ), dengeli yükseklik farklarına ( $\Delta h_{ij}$ ) bölünmesi ile hesaplanır.

$$m_{Bij} = \frac{m_{ij}}{\Delta h_{ij}} \quad (124)$$

$m_{Bij}$  değerleri; dengeli yükseklik farklarının duyarlılıkları (komşuluk duyarlılıkları) hakkında bilgi veren, ağın datumundan bağımsız (invariant) ölçütlerdir.

## 5.2. Nivelman Ağlarında Güven Ölçütleri

Dengeleme sonuçlarına ve onların duyarlılıklarına ilişkin yorumlar, matematik modelin gerçeği yansıtması durumunda doğrudur. Model hataları ya da sistematik hatalar dengeleme sonuçlarını etkilemektedir. Duyarlık ölçütleri yalnız başlarına sonuçların güvenilirliğini tanımlamada yetersiz kalırlar. Bu nedenle kaba hatalı ölçüleri ayırma gücü olan iç güvenilirlik ve ortaya çıkarılamayan model hatalarının dengeleme sonuçlarına olan etkilerini gösteren dış güvenilirliğin belirlenmesi gerekir [22].

### 5.2.1. İç Güven Ölçütü

Bir jeodezik ağı iç güvenilirliği, ölçülerdeki hataların kontrol edilebilirliği anlamına gelmekte ve model hataları için belli bir test gücü ile açığa çıkarılabilecek en küçük sınır değerler olarak tanımlanmaktadır.

$l_i$  ölçüsünde yapılan  $\Delta l_i$  kaba hatasının geçerli bir model ile yapılan dengeleme sonucunda bulunan ve düzeltmelere etkisi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir. Geçerli bir dengeleme işleminde matematik model,

$$1 + \vartheta = A x \quad , \quad P \quad (125)$$

şeklinde kurulur. Düzeltmeler,

$$\vartheta = -Q_{\vartheta\vartheta} P l \quad (126)$$

eşitliğinden hesaplanır. Geçersiz bir dengeleme modelinde genişletilmiş fonksiyonel model,

$$1 + \vartheta = l' - \Delta l + \vartheta = A x \quad (127)$$

şeklinde olur. Düzeltmeler,

$$\vartheta = \vartheta + \Delta\vartheta \quad (128)$$

$$\Delta\vartheta = -Q_{\vartheta\vartheta} P \Delta l \quad (129a)$$

$$\Delta\vartheta_i = -(Q_{\vartheta\vartheta} P)_{ii} \Delta l_i = -r_i \Delta l_i \quad (129b)$$

bağıntısından hesaplanır.  $\sum (Q_{\vartheta\vartheta} P) = \sum r_i = r = n - u$  olduğu düşünülürse serbestlik ölçütü  $r_i$ , fazla ölçü sayısı  $r$  içinde  $i$ . ölçünün payı (redundanz) anlamına gelir.  $r_i$  büyüklüğü ağırlık geometrisini tanımlar ve ölçüdeki sistematik ya da kaba hataların  $\vartheta_i$  düzeltilmesi içindeki payını verir [10].

Serbestlik ölçütleri önemli birer güven ölçütüdürler. Bunlar herhangi bir ölçüde yapılacak kaba hatanın yüzde kaçının, bu ölçüye ilişkin düzeltmeye yansıtacağını gösterirler. Ölçülerin birbirini karşılıklı kontrol edebilmesi için redundanz paylarının %100'e yakın olmaları istenir. Serbestlik ölçütleri genellikle  $r_i > 0.5$  olmalı zorunlu hallerde  $r_i > 0.3$  olarak belirlenmelidir [25]. İç güven ölçütü, bir ölçüdeki kaba hatanın model hipotezinin testi ya da model hatalarının genel testi yöntemlerinin biriyle açığa çıkarılabilmesi için en az ne büyüklükte bir değere ulaşması gerektiğini gösterir.  $l_i$  ölçüsünde yapılan  $\Delta l_i$  kadar bir hatanın Baarda test büyüklüğüne etkisi

$$\Delta W_i = \frac{\Delta\vartheta_i}{\sigma \sqrt{q_{\vartheta_i\vartheta_i}}} = \sqrt{r_i} \frac{\Delta l_i}{\sigma l_i} \quad (130)$$

eşitliği ile hesaplanır.  $\sigma_{l_i} = \sigma / \sqrt{p_i}$ ,  $l_i$  ölçüsünün ortalama hatasıdır. Bir  $\Delta l_i$  hatasının büyüklüğü bilinmediğinden öngörülen istatistik güven  $S = 1 - \alpha_0$  için hangi büyüklükte bir hatanın,  $\gamma_0$  test gücü ile ortaya çıkarılabileceği sorusuna yanıt aranır. Yanılma olasılığı  $\alpha_0$  ve test gücü  $\gamma_0$  a bağlı olarak dış merkezlik parametresi  $W_0 = \Delta_0 W_i$  belirlenir. Hatanın alt sınır değeri (130) dan

$$\Delta_{0i} = \sigma_{l_i} \sqrt{\frac{W_0}{r_i}} \quad (131)$$

hesaplanır. İyi kontrol edilebilir bir ağda iç güven ölçütleri birbirine yakın ve küçük sayısal değerler olmalı ve gözlemlerden hiç biri için

$$\Delta_{0i} \leq 8 m_i \quad (132)$$

sınır değerini aşmamalıdır. Özet olarak,  $\Delta_{0i}$  hata sınır değerleri; ölçülerin ortalama hatalarına,  $r_i$  serbestlik ölçütleri ile tanımlanan ağ geometrisine,  $1 - \alpha_0$  istatistik güveni ile  $\gamma_0$  test gücüne göre belirlenen  $W_0$  parametresine bağlıdır [10].

Ölçü hatalarının hepsi karşılıklı olarak birbirini ve dengeleme modelini etkilediklerinden önce iç güven ölçütü  $\Delta_{0i}$  değerinin en büyük olduğu  $l_i$  ölçüsü ayıklanıp gereğinde yenilendikten sonra yeni bir dengeleme yapılır ve yine geçersiz bir model elde edilirse her dengeleme işleminden sonra yalnız bir ölçünün ayıklanması işlemine model hipotezi geçerli oluncaya kadar devam edilir.

### 5.2.2. Dış Güven Ölçütü

Ağın dış güvenilirliği, ortaya çıkarılmayan ölçü hatalarının dengeleme sonuçlarına olan etkileri ile açıklanır. Bir  $l_i$  ölçüsüne ait  $\Delta_{0i}$  hatasının  $x$  bilinmeyenler vektörüne  $\Delta_{xi}$  etkisini bulabilmek için, ölçüler arasında korelasyon olmadığı kabul edilir ve  $\Delta_{0i}$  nin (131) deki eşiti göz önünde bulundurulursa



$$\Delta_{xi} = Q_{xx} A^T P \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta_{0i} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (133)$$

elde edilir. Bu eşitlikten herhangi bir  $l_i$  ölçüsünde yapılan  $\Delta_{0i}$  kadar hatanın ağıdaki bilinmeyenlerin tümünü etkilediği görülmektedir. Koordinat hataları  $\Delta_{xi}$  datuma bağlıdır. Ağın dış güveni için datuma bağlı olmayan bir ölçüt elde etmek istenirse [22].

$$\delta_{0i}^2 = \Delta_{0xi}^T K_{xx}^{-1} \Delta_{0xi} = \frac{1}{m_0^2} \Delta_{xi}^T Q_{xx}^{-1} \Delta_{xi} \quad (134)$$

(133) eşitliği (134) de yerine konup gerekli kısaltmalar yapılırsa

$$\delta_{0i}^2 = m_0^2 \frac{W_0}{p_i r_i} = \frac{1 - r_i}{r_i} W_0 \quad \text{Dış güven ölçütü} \quad (135)$$

elde edilir. Bilinmeyenlerin herhangi bir fonksiyonunun  $\varphi = \phi(x)$  maksimum hatası  $\Delta_{0\varphi}$  ile gösterilirse

$$\delta_{0i} \geq \frac{\Delta_{0\varphi}}{m_\varphi} \quad (136)$$

bağıntısı geçerli olur ve  $\Delta_{0\varphi}$  hatası  $\Delta_{0i}$  ve  $\delta_{0i}$  yardımıyla hesaplanabilir [26].

$\delta_{0i}$  değeri, datumdan bağımsız bir dış güvenilirlik ölçütüdür ve bilinmeyenlerin bir fonksiyonunun  $i$ . ölçüye ilişkin  $\Delta_{0i}$  sınır hatasından ne ölçüde etkilenebileceğini gösterir. Bu etkilenme, fonksiyonun ortalama hatasının 3-4 katını aşmamalıdır. İyi bir ağda  $\delta_{0i}$  değerinin olabildiğince küçük olması istenir.

## 6. KİNEMATİK HAREKET MODELLERİ

Kinematik hareketlerin tanımlanabilmesi için kurulan modeller, bir jeodezik ağdaki konum değişikliklerini zamanın fonksiyonu olarak verirler. Bu modellerin genel amacı, zamana bağlı olarak deformasyon noktalarının hareketlerini veya hem zamana hem de konuma bağlı olarak deformasyon bölgesinin hareket yüzeyini ya da sürekli hareketlerin yanında tek tek olayların etkisiyle oluşan sürekli olmayan konum değişimlerini saptamaktır.

Kinematik hareketleri belirleme modelleri;

- *Kinematik Tek Nokta Modelleri,*
- *Kinematik Yüzey Modelleri,*
- *Genelleştirilmiş Kinematik Modeller*

olmak üzere üç ana grupta toplanabilir. Bu modellerin uygulanması için önce her ölçme periyodunda yapılan ölçüler irdelenerek uyumlu bulunan ölçüler serbest dengelenip, dengeli yükseklikler  $H_i^k$ , yüksekliklerin ters ağırlık matrisi  $(Q_{HH}^k)_i$  ve birim ölçünün ortalama hataları  $(m_0)_i$  hesaplanır. Kinematik hareket modellerinin kurulmasında bu değerler veri olarak alınır.

### 6.1. Nivelman Ağlarının Serbest Dengelenmesi

Nivelman ağı her ölçme periyodunda uyumlu bulunan ölçülerle serbest dengelenir. Noktaların tümünün koordinatlarının bilinmeyenler olarak ele alındığı serbest ağ dengelemesinde, matematik model

$$\vartheta = A h - l \quad , \quad p=1/s \quad (137)$$

$\vartheta$  : Ölçülere eklenecek düzeltmeler,

$A$  : Katsayılar matrisi,

$h$  : Yükseklik bilinmeyenleri,

$l$  : Ölçüler (yükseklik farkları),

$P$  : Ağırlık matrisi,

$s$  : Noktalar arasındaki uzaklık

şeklinde oluşturulur. Enküçük kareler yöntemine göre

$$A^T P A h - A^T P l = 0 \quad \text{Normal denklemler} \quad (138)$$

$$N = A^T P A \quad \text{Normal denklem katsayılar matrisi} \quad (139)$$

$$n = A^T P l \quad \text{Normal denklemlerin sabit terimleri} \quad (140)$$

$$N h - n = 0 \quad \text{Kısa gösterimle normal denklemler} \quad (141)$$

biçiminde elde edilir [25]. Serbest ağların normal denklem katsayılar matrisi  $N$ , singülerdir (tutarsız, tekil) ve *MOORE-PENROSE* tersi ile koordinat bilinmeyenleri, ters ağırlık matrisi,

$$Q_{HH} = N^+ \quad (142)$$

$$\text{iz}\{N^+\} = \text{iz}\{Q_{HH}\} = \text{min.} \quad (143)$$

ve küçültülmüş koordinat bilinmeyenleri

$$h^T h = \text{min.} \quad (144)$$

özelliklerini taşır. Nivelman ağı için

$$G = (1/\sqrt{m}) e \quad (145)$$

$m$ , nokta sayısı,  $e$ , bir vektörü olmak üzere  $G$  vektöründen yararlanarak

$$N^+ = (N + GG^T)^{-1} - GG^T \quad \text{Moore-Penrose tersi} \quad (146)$$

*(Pseudo ters matris)*

$$h = N^+ n \quad \text{Yükseklik bilinmeyenleri} \quad (147)$$

$$H = H^0 + h \quad \text{Dengeli yükseklikler} \quad (148)$$

$$Q_{HH} = N^+ \quad \text{Yükseklik bilinm. ters ağırlık matrisi} \quad (149)$$

elde edilir. Serbest ağ dengelemesinde

$$m_o^2 = \frac{\vartheta^T p \vartheta}{f} \quad \text{Birim ölçünün varyansı} \quad (150)$$

$$f = n - m + 1 \quad \text{Serbestlik derecesi (fazla ölçü sayısı)} \quad (151)$$

n : ölçü sayısı

m : nokta sayısı

$$m_H = \pm m_o \sqrt{\frac{iz \{ Q_{HH} \}}{m}} \quad \text{Ortalama yükseklik duyarlılığı} \quad (152)$$

bağıntılarından hesaplanır.

## 6.2. Kinematik Tek Nokta Modelleri

Kinematik tek nokta modellerinde, jeodezik ağda zamanla hareket eden noktalar, hareketin büyüklüğü, hareket hızları ve ivmeleri zamana bağlı fonksiyonlarla saptanır. Tek nokta modellerinde, deformasyon ağı noktalarının hareketleri ve hareket parametreleri aynı anda veya adım adım belirlenir. Günümüze kadar önerilmiş bir çok kinematik tek nokta hareket modelleri vardır. Bu modeller çeşitli zamanlarda çeşitli yayınlarda açıklanmıştır. Kinematik tek nokta modellerinden bazıları aşağıda tanıtılmıştır.

### 6.2.1. Tek Nokta Modeli I

Bu modelin temel ilkesi, farklı zamanlarda gözlenen bir jeodezik ağda eşlenik nokta koordinatlarının karşılaştırılmasıdır. Doğrusal hipotez testleriyle farkların anlamlı olup olmadığı araştırılır. Bir periyotta gözlenen ağ geometrisinin, bazı noktaların zarar görmesi, ağı genişletme amacıyla yeni noktalar eklenmesi gibi nedenlerle öncekinden farklı olması durumunda deformasyon analizi yalnızca her iki periyotta eşlenik noktaları içeren ağ bölümleri için yapılır. Karşılaştırılacak eşlenik nokta koordinatları aynı bir datumda belirlenmiş olmalıdır.

### 6.2.1.1. Nokta Kümelerinin Eşdeğerlik Testi ( $\theta^2$ -Ölçütü)

Nivelman ağında  $t_1$  ve  $t_2$  zamanında yapılan ölçüler  $l_1$  ve  $l_2$ , düzeltmeler  $\vartheta_1$  ve  $\vartheta_2$ , fonksiyonel modelde katsayılar matrisleri  $A_1$  ve  $A_2$ , yükseklik bilinmeyenleri  $h_1$ ,  $h_2$  ters ağırlık matrisleri  $Q_{11}$ ,  $Q_{22}$ , varyans-kovaryans matrisi  $K_{11}$  ile gösterilir ve periyotlara ilişkin bilinmeyenler arasında bir fonksiyonel ilişki olmadığı varsayılırsa dengeleme modeli,

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (153)$$

$$K_{11} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 \\ 0 & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (154)$$

şeklinde tanımlanır. Her iki periyot arasında anlamlı nokta hareketi olup olmadığını belirlemek için, periyotlardan elde edilen dengeli koordinatların gerçek değerlerinin eşit oldukları varsayılabilir.  $H_0$  hipotezi,

$$H_0 : H_2 - H_1 = 0 \quad (155)$$

ve

$$H_0 : \begin{bmatrix} -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (156)$$

yazılabilir. Bu doğrusal hipotez

$$B = \begin{bmatrix} -I & I \end{bmatrix}, \quad H^T = \begin{bmatrix} H_1^T & H_2^T \end{bmatrix}, \quad W = 0 \quad (157)$$

kısaltmaları ile

$$H_0 : B H + W = 0 \quad (158)$$

şeklinde yazılabilir. Doğrusal hipotezin düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamına etkisi

$$R = (H_2 - H_1)^T \{ (A_1^T P_1 A_1)^+ + (A_2^T P_2 A_2)^+ \}^+ (H_2 - H_1) \quad (159)$$

$$d = H_2 - H_1 \quad (160)$$

$$Q_{dd} = Q_{h_1 h_1} + Q_{h_2 h_2} = (A_1^T P_1 A_1)^+ + (A_2^T P_2 A_2)^+ \quad (161)$$

değerleri yerine konarak  $\theta^2$ -Ölçütü

$$R = d^T Q_{dd}^+ d \quad (162)$$

bağıntısından hesaplanır.  $Q_{dd}$  nin rangı

$$h = \text{rang}(Q_{h_1 h_1} + Q_{h_2 h_2}) \quad (163)$$

eşitliğinden hesaplanır. Ağın geometrik şeklinin ve datum parametresinin her iki ölçme periyodunda da aynı kaldığı durumlarda

$$h = \text{rang}(Q_{h_1 h_1}) = \text{rang}(Q_{h_2 h_2}) = m - 1 \quad (164)$$

olur. Birim ölçünün varyansı,

$$s_0^2 = \frac{\vartheta_1^T P_1 \vartheta_1 + \vartheta_2^T P_2 \vartheta_2}{f_1 + f_2} \quad (165)$$

$$f_i = n_i - m_i + 1 \quad i = 1, 2$$

eşitliğinden hesaplanır. Eşdeğerlik testinin test büyüklüğü,

$$T = \frac{R}{s_0^2 h} = \frac{d^T Q_{dd}^+ d}{s_0^2 h} \quad (166)$$

ve bunun sınır değeri  $F_{(h,f,1-\alpha)}$  saptanır.

$$T > F_{(h,f,1-\alpha)} \quad (167)$$

elde edilirse ağın herhangi bir yerinde deformasyon olduğu sonucuna varılır [25].

### 6.2.1.2. Hareketli Noktalarının Saptanması

Ağda deformasyon oluşan noktaları tek tek belirleyebilmek için  $d$  fark vektörü (160) ve onun ağırlık matrisi  $Q_{dd}^+$ ,

$$d = \begin{bmatrix} d_F \\ d_B \end{bmatrix} \quad (168a)$$

$$Q_{dd}^+ = P_{dd} = \begin{bmatrix} P_{FF} & P_{FB} \\ P_{BF} & P_{BB} \end{bmatrix} \quad (168b)$$

biçiminde alt matrislere ayrılır. Bu alt matrisler Gauss yöntemi ile indirgenerek

$$\tilde{d}_B = d_B - P_{BB}^{-1} P_{BF} d_F \quad (169)$$

$$\tilde{P}_{FF} = P_{FF} - P_{FB} P_{BB}^{-1} P_{BF} \quad (170)$$

kısa gösterimleri ile (155) deki sıfır hipotezinin düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamına etkisi

$$R = d^T P_{dd} d = d_F^T \tilde{P}_{FF} d_F + \tilde{d}_B^T P_{BB} \tilde{d}_B \quad (171)$$

biçiminde stokastik yönden bağımsız iki bileşene ayrılır [27].

Hareketli noktaların belirlenmesi sırasında, sırasıyla ağın her noktası deformasyon kuşkusu bulunan B noktası olarak ele alınır. Böylelikle her yeni adımda başka bir noktanın koordinat farkları, alt vektör  $d_B$  olarak yazılır. Bu durumda ağın nokta sayısı (m) kadar aykırılık etkisi

$$R_i = (\tilde{d}_B^T P_{BB} \tilde{d}_B)_i \quad (172)$$

$i=1,2, \dots m$

hesaplanır. Bunlardan toplam aykırılık R deki payı en büyük olan

$$R_{max} = \max(R_i) \quad (173)$$

noktada  $S=1-\alpha$  kadar bir istatistik güvenle deformasyon oluştuğuna karar verilir [28].

Ağda deformasyon oluşan başka noktaları araştırmak için koordinat farkları vektörü d ve bunun ters ağrılık matrisi  $Q_{dd}$  ye bir S dönüşümü ile geriye kalan (m-1) noktadan yararlanarak yeni bir datum verilir.

E matrisi, köşegeni üzerinde ilk sırada datum noktalarına karşılık "1", öteki bilinmeyen parametreler için "0" değerleri olmak üzere dönüşüm matrisi S,

$$G = \begin{bmatrix} G_F \\ G_B \end{bmatrix}, \quad B_i = E_i G = \begin{bmatrix} G_F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (174)$$

$$S_i = E - G (B_i^T G)^{-1} B_i^T \quad (175)$$

olarak elde edilir [29].

Dönüştürülmüş  $d_i$  ve  $Q_{d_i d_i}$ ,

$$d_i = S_i d \quad (176)$$

$$Q_{d_i d_i} = S_i Q_{dd} S_i^T \quad (177)$$



hesaplanır. Bu i. datum dönüşümünden sonra fark vektörü

$$d_i = \begin{bmatrix} d_D \\ d_H \end{bmatrix} = S_i \begin{bmatrix} d_F \\ d_B \end{bmatrix} = S_i d \quad (178)$$

biçiminde alt matrislere ayrılır. Burada  $d_D$  ile datum dönüşümüne katılan noktalar ve  $d_H$  ile datum dönüşümüne katılmayan noktalar gösterilmektedir.  $d_i$  vektörünün  $d_F$  ve  $d_B$  alt vektörlerine ayırma işlemi, toplam aykırılıktaki payları en büyük olan  $R_{max}$  noktalarının tümü  $d_B$  vektöründe kalacak biçimde gerçekleştirilirse i. belirleme adımından sonra kalan aykırılık

$$R_{kalan} = d_D^T Q_{DD}^+ d_D \quad (179)$$

eşitliğinden hesaplanır.  $R_{kalan}$  in serbestlik derecesi

$$h_D = h - r \quad (180)$$

r : hareket olduğu belirlenen nokta sayısı

olmak üzere test büyüklüğü  $T_D$  değeri,

$$T_D = \frac{R_{kalan}}{s_0^2 h_D} > F_{(h_D, f, 1-\alpha)} \quad (181)$$

F-dağılımı Tablo değerinden büyük ise ağda deformasyon oluşan başka noktaların da bulunduğu ortaya çıkar. Bu durumda (i+1). belirleme adımına geçilir. Deformasyon oluşan başka nokta kalmayınca kadar aynı işleme devam edilir [30].

Belirleme adımları tamamlandıktan sonra son bir S dönüşümü ile ağda hareketsiz noktalar  $P_D$ , hareketli olduğu kanıtlanan noktalar  $P_H$  ve hareket büyüklükleri  $d_H$  elde edilir.

Buna karşın (158) doğrusal hipotezini de fonksiyonel modelin içine katarak hesaplama yapmak daha basittir. Hareketli nokta ve hareket büyüklüğünün bu şekilde hesaplanması yöntemi *genelleştirilmiş model* olarak adlandırılmaktadır. Söz gelimi bir ağda  $t_1$  ve  $t_2$  zamanlarında yapılan ölçülerden elde edilecek ortak nokta koordinatlarının tümünün ya da bir bölümünün eşdeğer oldukları biçiminde bir  $H_0$  hipotezi kurabilmek için bu noktalara her iki ölçme periyodunda aynı bir nokta numarası, ağın diğer noktalarına her periyod için farklı numaralar verilir. Ölçüler eşdeğer oldukları varsayılan noktalara ilişkin kısmi iz min. yapılarak topluca dengelenir.

$$l_1 + \vartheta_1 = A_1 \begin{bmatrix} H_I \\ H_1 \end{bmatrix}, \quad K_{11} = \sigma_0^2 Q_{11} \quad (182a)$$

$$l_2 + \vartheta_2 = A_2 \begin{bmatrix} H_I \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad K_{22} = \sigma_0^2 Q_{22} \quad (182b)$$

En genel durumda ölçüler  $k$  kez yapılmış ise ortak nokta koordinatlarının tümünün ya da bir bölümünün umut değerinin ölçme periyodlarının hepsinde aynı kaldıkları varsayılırsa sıfır hipotezi

$$H_0 : E \{H_{I_1}\} = E \{H_{I_2}\} = \dots = E \{H_{I_k}\} = E \{H_I\}$$

olarak ele alınabilir. Bu durumda toplu dengelemenin fonksiyonel modeli

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{I_1} & A_{N_1} & 0 & \dots & 0 \\ A_{I_2} & 0 & A_{N_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{I_k} & 0 & 0 & \dots & A_{N_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_I \\ H_{N_1} \\ \vdots \\ H_{N_k} \end{bmatrix} \quad (183)$$

ve stokastik modeli,

$$K_{11} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & Q_{22} & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & Q_{kk} \end{bmatrix} \quad (184)$$

kısa gösterimle

$$1 + \vartheta_H = A_H H_H \quad (185)$$

$$K_{11} = \sigma_0^2 Q_{11} \quad (186)$$

biçiminde kurulur.

$H_0$  hipotezine alınan noktalar için kısmi iz min. yapılarak dengelemeden elde edilen düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamı

$$\Omega_H = \vartheta_H^T P_H \vartheta_H = (1 - A_H H_H)^T P_H (1 - A_H H_H) \quad (187)$$

olur. Her periyoda ilişkin ölçülerin ayrı ayrı dengelenmesi sonucunda elde edilen düzeltmeler  $\vartheta_i$  ve bunların ağırlık matrisleri  $P_i$  ile gösterilip

$$\Omega_i = \vartheta_i^T P_i \vartheta_i \quad , \quad i=1,2, \dots, k \quad (188)$$

$$\Omega = \sum \Omega_i \quad , \quad f = \sum f_i$$

bağıntılarından yararlanarak  $H_0$  hipotezinin düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamına etkisi ve bunun serbestlik derecesi

$$R_H = \Omega_H - \Omega \quad , \quad h = f_H - f \quad (189)$$

olarak hesaplanır [31]. Kuramsal varyans  $\sigma_0^2$  nin deneysel değeri

$$s_0^2 = \frac{\Omega}{f} \quad (190)$$

olur. Bu durumda test büyüklüğü  $T_H$ ,

$$T_H = \frac{R_H}{s_0^2 h} > F_{(h,f,1-\alpha)} \quad (191)$$

F-dağılımı tablo değerini aşarsa ölçme periyotlarının tümünde ortak olan  $P_j$  datum noktalarının birinde ya da bir kaçında deformasyon olduğuna karar verilir.

Deformasyon oluşan noktaların belirlenmesi için  $H_I$  vektörü,

$$H_I = \begin{bmatrix} H_{ID} \\ H_{IH} \end{bmatrix} \quad (192)$$

şeklinde bileşenlere ayrılır.  $H_{ID}$  vektöründe bulunan noktalar sırasıyla  $H_{IH}$  ye çıkartılarak her defasında yeni aykırılıklar  $R_{IH_j}$  yeniden hesaplanır.

$$R_{IH_j} = \Omega_{IH_j} - \Omega \quad (193)$$
$$R_{\min} = \min R_{IH_j}$$

$j : 1, 2, \dots, n_D$

$n_D : H_I$  de bulunan nokta sayısı

olan  $P_j$  noktasında  $S=1-\alpha$  kadar bir istatistik güvenle deformasyon oluştuğuna karar verilir. Ağda deformasyon oluşan başka noktalar bulunup bulunmadığını araştırmak için  $R_{\min}$  büyüklüğünden yararlanarak yeni bir test büyüklüğü  $T_{\min}$  hesaplanır. Bu test büyüklüğü de F-dağılımının değerini aşarsa aynı işlemle test büyüklüğü tablo değerinden küçük oluncaya kadar deformasyon oluşan diğer noktaların belirlenmesine devam edilir [25].

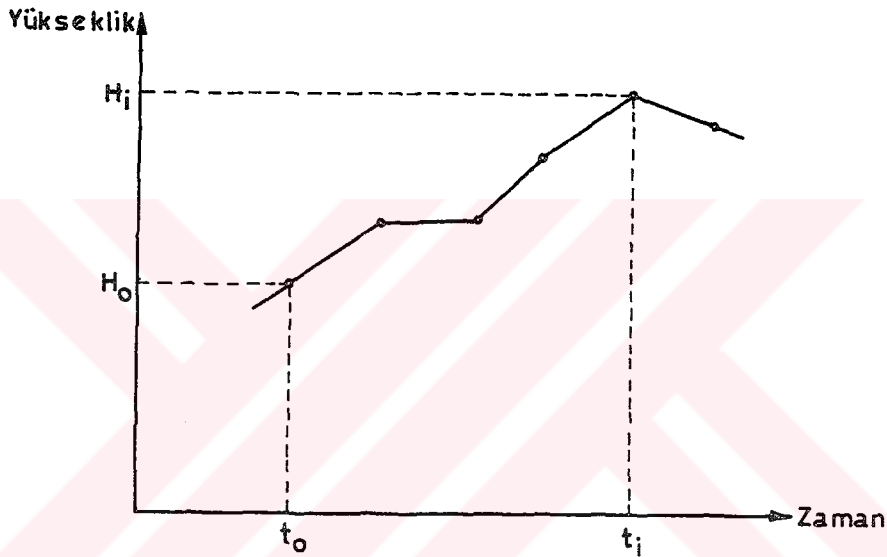
Ağ noktalarından bir bölümünde daha başlangıçta deformasyon bulunduğundan kuşku duyulduğu durumlarda bu yöntemle kolayca deformasyon irdelemesi yapılır. Toplu dengelemede verilerin düzenlenmesinin oldukça yorucu olması sakıncası gözardı edilirse her zaman istatistik yönden güvenli çözüme ulaşılabilir.

### 6.2.2. Tek Nokta Modeli II

Bu modelde, her noktanın hareket parametreleri zamana bağılı olarak aynı anda belirlenir. Herhangi bir  $P_j$  noktası için zamana bağılı fonksiyon

$$H_j = F(t) \quad (194)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durum bir şekilde gösterilirse,



Şekil 5 : Yüksekliğin Zamanla Değişimi

Şekil (4) gibi olur.  $P_j$  noktalarının yükseklik eğrisinin denklemi,

$$H_j^{(i)} = H_j^{(0)} + \int_{t_0}^{t_i} v_j dt \quad (195)$$

olarak belirlenir.

$H_j^{(i)}$  :  $P_j$  noktasının  $t_i$  zamanındaki yüksekliği,

$H_j^{(0)}$  :  $P_j$  noktasının  $t_0$  zamanındaki yüksekliği,

$v_j$  :  $P_j$  noktasının  $t_0$  zamanındaki hızı,

$i$  : 1,2, ... k       $k$  : ölçü zamanı sayısı,

$j$  : 1,2, ... m       $m$  : nokta sayısı

dir. (195) eşitliğinin Taylor serisine açılarak doğrusallaştırılması sonucunda

$$H_j^{(k)} = f(t_0 + \Delta t_k) = H_j^{(0)} + \left(\frac{df}{dt}\right) \Delta t_k + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dt^2}\right) \Delta t_k^2 + \dots \quad (196)$$

bağıntısı elde edilir [32]. Burada,

$t_0$  : Başlangıç zamanı (referans zamanı),

$\Delta t_k = t_k - t_0$  :  $t_k$  zamanı ile  $t_0$  zamanı arasındaki zaman farkı

dır [33].

(196) bağıntısındaki  $\frac{df}{dt}$ ,  $\frac{d^2f}{dt^2}$ , ... gibi differansiyel terimlerin yerine  $v_j$ ,  $a_j$  gösterimleri ile kısaltmalar yapılırsa, alışıla gelen

$$H_j^{(k)} = H_j^{(0)} + v_j \Delta t_k + a_j \frac{\Delta t_k^2}{2} + \dots \quad (197)$$

genel denklemini elde edilir. Burada,

$v_j$  :  $P_j$  noktasının  $t_0$  zamanındaki hızı,

$a_j$  :  $P_j$  noktasının  $t_0$  zamanındaki ivmesi dir.

HOLDAHL tarafından önerilen bu model kaynaklarda "Holdahl model IV" ismi ile bilinmektedir. Bu modelde polinomun derecesi arttıkça hareketin fiziksel olarak yorumlanması güçleşir [34].

Holdahl model IV de, gözlemler, her ölçü zamanının verilerinin dengelenmesi sonucu hesaplanan dengeli yükseklikler, bilinmeyenler ise her noktanın,  $t_0$  zamanındaki yüksekliği, hızı ve ivmesidir.

Model II nin fonksiyonel bağıntısı,

$$\vartheta_j^{(k)} = dh_j^{(0)} + v_j \Delta t_k + a_j \frac{\Delta t_k^2}{2} - l_j \quad (198)$$

biçiminde olur. Burada,

$dh_j^{(0)}$  :  $t_0$  zamanındaki yükseklik bilinmeyenidir [35].

$k$  kez ölçülen bir ağıın verilerinin, model II yöntemi ile topluca değerlendirilerek nokta hız ve ivmelerinin hesaplanması için kurulan düzeltme denklemleri matris gösterimi ile

$$\begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & I\Delta t_1 & I\frac{\Delta t_1^2}{2} \\ I & I\Delta t_2 & I\frac{\Delta t_2^2}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ I & I\Delta t_k & I\frac{\Delta t_k^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh^{(0)} \\ v \\ a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_1 - H_0 \\ H_2 - H_0 \\ \vdots \\ H_k - H_0 \end{bmatrix} \quad (199)$$

$$\vartheta = Ax - l \quad (200)$$

biçiminde yazılır. Burada,

- $I$  : Birim matris,
- $A$  : Katsayılar matrisi,
- $H_i$  :  $i$ . zamandaki dengeli yükseklikler vektörü,
- $\vartheta_i$  :  $i$ . zamandaki düzeltmeler vektörü,
- $x^T = ( dh^{(0)T} \ v^T \ a^T )$  : Bilinmeyenler

olarak gösterilmektedir [36].

Her zaman için ayrı ayrı serbest dengeleme sonucunda hesaplanan ters ağırlık matrisi  $(Q_{HH})_i$  olmak üzere stokastik model

$$P = Q_{HH}^+ = \begin{bmatrix} (Q_{HH})_1^+ & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (Q_{HH})_2^+ & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & (Q_{HH})_k^+ \end{bmatrix} \quad (201)$$

biçimini alır [37].

$(Q_{HH})_i$  alt matrisleri singülerdir ve  $Q_{HH}^+$  psodyo (yakıştırma) tersleri hesaplanır.

Fonksiyonel model (200) ve stokastik model (201) kurularak oluşturulan matematik modelin en küçük kareler yöntemine göre çözümü sonucunda bilinmeyenler

$$x = (A^T P A)^+ A^T P l \quad (202)$$

bulunur ve düzeltmeler (200) bağıntısından hesaplanır. Birim ölçünün varyansı,

$$m_{0G}^2 = \frac{\vartheta^T P \vartheta}{f_G - r_G} \quad (203)$$

$f_G$  :  $(Q_{HH})_i$  ters ağırlık matrislerinin rangları toplamı

$r_G$  : Tüm sistemin rangı

bağıntısından elde edilir [38]. Böylece her noktanın hareket parametreleri aynı anda hesaplanmış olur. Model oluşturulmasında farklı zamanlardaki verilerin datum uyumunun sağlanması gereklidir.

#### 6.2.2.1. Anlamlı Hareket Parametrelerinin Belirlenmesi

(203) eşitliğinden hesaplanan ortalama hata, hareket modelinin ortalama hatasıdır. Parça ağların tümünün ortalama hatalarının ortalamasından elde edilen  $s_{0G}$  değeri, toplu sistemin gözlem duyarlığını gösterir [39]. Her iki ortalama hata stokastik olarak bağımsızdır. Bunlardan yararlanarak gözlem duyarlılıkları için seçilen hareket modelinin uygun olup olmadığı test edilebilir.

Sıfır hipotezi,

$$H_0 : E \{ m_{0G}^2 \} = E \{ s_{0G}^2 \} \quad (204)$$

ve seçenek hipotezi,

$$H_s : E \{ m_{0G}^2 \} \neq E \{ s_{0G}^2 \} \quad (205)$$



biçiminde kurulur. Aynı bir varyansın bağımsız yollardan elde edilen sayısal değerlerinin oranı Fisher-dağılımındadır. Test büyüklüğü,

$$T_G = \frac{m_{0G}^2}{s_{0G}^2} \quad (206)$$

F-dağılımı tablo değeri  $q = F_{(f_G-r_G, f, 1-\alpha)}$  ile karşılaştırılır.

$T_G > q$  ise kurulan hareket modeli anlamlıdır.

$T_G < q$  ise kurulan hareket modeli anlamsızdır.

Modelin anlamlı olduğu durumda hesaplanan hareket parametrelerinin sıfırdan farklı olup olmadıklarına bakılır.

Hangi noktanın hareket parametresinin anlamlı olduğunu saptamak amacıyla her parametre için test büyüklükleri hesaplanır.

Yükseklik bilinmeyen için

$$T_{dh_i} = \frac{|dh_i|}{m_{0G} \sqrt{q_{dh_i, dh_i}}} \quad (207)$$

hız için

$$T_{v_i} = \frac{|v_i|}{m_{0G} \sqrt{q_{v_i, v_i}}} \quad (208)$$

ve ivme için

$$T_{a_i} = \frac{|a_i|}{m_{0G} \sqrt{q_{a_i, a_i}}} \quad (209)$$

test büyüklükleri hesaplanır. Burada  $q_{dh_i, dh_i}$ ,  $q_{v_i, v_i}$ ,  $q_{a_i, a_i}$  sistemin ters ağırlık matrisinde ilgili parametrelere karşılık gelen köşegen elemanlarını gösterirler.

Test büyüklükleri ayrı ayrı t-dağılımı tablo değeri

$$q_t = t_{(f_p, 1 - \frac{\alpha}{2})}$$

$f_p = f_G - r_G$  : Hareket modelinin serbestlik derecesi

ile karşılaştırılır.

$T_{dh_i} > q_t$  ise i numaralı noktanın yükseklik bilinmeyi anlamlıdır.

$T_{v_i} > q_t$  ise i numaralı noktanın hızı anlamlıdır.

$T_{a_i} > q_t$  ise i numaralı noktanın ivmesi anlamlıdır.

Böylece hesaplanan hareket parametrelerinden anlamlı olanlar saptanarak bölgedeki kinematik hareketler belirlenmiş olur.

Model II de gözlemler, yükseklik farkları olur ise model,

$$h_{ij}^{(k)} + \vartheta_{ij}^{(k)} = H_j^{(k)} - H_i^{(k)} \quad (210)$$

$h_{ij}^{(k)}$  : k. zamandaki i ve j noktaları arasındaki yükseklik farkı

olmak üzere bilinen (210) genel denkleminde  $H_j^{(k)}$  ve  $H_i^{(k)}$  yükseklik değerlerinin yerine (197) eşitliğindeki karşılıkları yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\vartheta_{ij}^{(k)} = dh_j^{(0)} - dh_i^{(0)} + (v_j - v_i) \Delta t_k + \frac{1}{2} (a_j - a_i) \Delta t_k^2 - l_{ij}^{(k)} \quad (211)$$

elde edilir. Burada

$$l_{ij}^{(k)} = h_{ij}^{(k)} - H_j^{(0)} + H_i^{(0)} \quad (212)$$

eşitliğinden hesaplanır [40].

k kez ölçülmüş bir ağıın topluca değerlendirilmesi için bu yöntemin fonksiyonel modeli, matris gösterimi ile

$$\begin{bmatrix} \vartheta_{ij}^{(1)} \\ \vartheta_{ij}^{(2)} \\ \vdots \\ \vartheta_{ij}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_1 & \hat{A}_1 \Delta t_1 & \hat{A}_1 \frac{\Delta t_1^2}{2} \\ \hat{A}_2 & \hat{A}_2 \Delta t_2 & \hat{A}_2 \frac{\Delta t_2^2}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}_k & \hat{A}_k \Delta t_k & \hat{A}_k \frac{\Delta t_k^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh^{(0)} \\ v \\ a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{ij}^{(1)} \\ l_{ij}^{(2)} \\ \vdots \\ l_{ij}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (213)$$

$$\vartheta = A x - l \quad (214)$$

şeklinde olur. Burada,

- $\hat{A}_k$  : k. zamandaki katsayılar matrisi,
- $\vartheta_{ij}^{(k)}$  : k. zamanı için düzeltmeler vektörü,
- A : Tüm modelin katsayılar matrisi,
- x : Bilinmeyenler vektörü,
- l : Sabit terimler vektörüdür.

Bu yöntemin stokastik modeli de (201) deki gibidir. Söz konusu model en küçük kareler yöntemine göre yukarıda açıklandığı şekilde dengelenerek, her noktanın hareket parametreleri aynı anda saptanır ve anlamlı hareket parametreleri belirlenir [41].

### 6.2.3. Tek Nokta Modeli III

Hannover yaklaşımı olarak adlandırılan bu model Holdahl model IV (model II) den türetilmiştir. Model II çeşitli adımlara bölünür. Ara sonuçlar istatistik testlerle denetlenir. Böylece hesabın gidişi daha iyi kontrol edilir.

Holdahl model IV de noktaların aynı anda belirlenen hareket parametreleri, Hannover yaklaşımında adım adım hesaplanırlar.

**ADIM I :  $t_i$  ZAMANINDAKİ AĞ ÖLÇÜLERİNİ AYRI AYRI DENGELEME VE  
MODEL KONTROLU**

Bu adımda daha önce açıklandığı gibi, her periyod ölçüleri serbest ağ yöntemi ile dengelenerek ölçülerde bulunan kaba hatalar belirlenir. Hatalı ölçüler serbestlik ölçütlerine bakılarak ayıklanır veya yinelenir. Nivelman ağı uyumlu bulunan ölçülerle dengelenip her ölçme periyodu için noktaların dengeli yükseklikleri hesaplanır. Bu dengeli nokta yükseklikleri ikinci adımda gözlemler olarak kullanılır.

**ADIM II a : HAREKETİN STATİK MODEL İLE SAPTANMASI**

Birinci adımda hesaplanan,

- $H_i$  : Dengeli yükseklik vektörü  
 $(Q_{HH})_i$  : Singüler yapıli ters ağırlık matrisi  
 $(s_0^2)_i$  : Birim ağırlığın varyansı

değerleri bu adımda veri olarak kullanılır.

(197) Holdahl Model IV genel denkleminde statik model,

$$H_j^{(k)} = H_j^{(0)} \quad (215)$$

şeklinde oluşturulur. Bu modelin sıfır hipotezi,

$$H_0^{(s)} : \text{Zamanlar arasında noktalarda hareket oluşmamıştır.}$$

şeklinde dedir. Test sonucunda bu hipotez reddedilirse, tüm bölgede gerçek hareket olup olmadığına bakılır. Önce lokal farklılıklar test edilir eğer gerçek hareket bekleniyorsa diğer adıma geçilir.

ADIM II b : HAREKETİN DOĞRUSAL MODEL İLE SAPTANMASI

(215) bağıntısındaki statik model hız parametreleri eklenip genişletilerek doğrusal model,

$$H_j^{(k)} = H_j^{(0)} + v_j (t_k - t_0) \quad (216)$$

şeklinde oluşturulur. Doğrusal modelin sıfır hipotezi,

$$H_0^{(d)} : \text{Tüm noktalarda doğrusal hareket vardır.}$$

biçiminde kurulur.

Eğer test sonucunda bu hipotez reddedilirse ve gerçek bir hareket nedeni varsa; yüksek dereceli bir hareket modeli denenir. Böylece karesel hareketi belirleyen diğer adıma geçilir.

ADIM II c : HAREKETİN KARESEL MODEL İLE SAPTANMASI

(216) modeli ivme parametresi ile genişletilerek karesel model,

$$H_j^{(k)} = H_j^{(0)} + v_j (t_k - t_0) + \frac{1}{2} a_j (t_k - t_0)^2 \quad (217)$$

oluşturulur. Bu modelin sıfır hipotezi,

$$H_0^{(k)} : \text{Tüm noktalarda ivmesel hareket vardır.}$$

biçiminde kurulur.

Jeodezik ölçmelerin, jeodezik sürecin sadece çok küçük zaman dilimi ile sınırlı kaldığı bir aralıkta yapıldığı gerçeği gözönüne alınarak, kabuk hareketlerinin tanımı için karesel model yetersiz görülmektedir. Ancak daha yüksek dereceden genişletilmiş modeller de anlamlı değildir [42].

### ADIM III : YÜZEY TEKNİKLERİ İLE NOKTA HAREKETLERİNİ BELİRLEME

Hannover yaklaşımının son adımında, nokta hareketi, kollokasyon veya başka bir yüzey yaklaşımı yöntemi kullanılarak belirlenir. Sonuç, düşey hareketin haritası olarak elde edilir. Bu yöntem yüzey modelleri bölümünde geniş olarak açıklanacaktır.

Hannover yaklaşımında hareket, yukarıda açıklandığı şekilde adım adım belirlenir. Ara sonuçlar adım adım test edilir ve hesap yolu denetlenir. Tüm sonuçların varyans-kovaryans matrisi hesaplanabilir.

Yukarıda açıklanan *Holdahl modeli (model II)* ve *Hannover yaklaşımı (model III)* modellerinde görüldüğü gibi ağdaki düzgün ve düzgün olmayan hareketler ancak çok sayıda ölçme periyodunda yapılan ölçülerin değerlendirilmesi sonucunda elde edilebilmektedir. Az sayıda ölçü periyodu varsa bu modeller *Kalman-Süzgeçleme* yöntemi ile çözülebilir.

#### 6.2.3.1. Kalman-Süzgeçleme (Filtreleme) Yöntemi

Nivelmanla belirlenen ya da dengeleme hesabı sonucunda bulunan yükseklik farkları deformasyon hareketlerinin hızları ve ivmeleri konusunda hiçbir bilgi taşımazlar. Bu nedenle kinematik modeldeki normal denklem matrisi bilinmeyen seçilen *HIZ+İVME* sayıları kadar rang bozukluğuna sahiptir. *PSOYDO TERS MATRİS* de *ANLAMISIZ ÇÖZÜM* verdiği için, aranan çözüme

$$B v + A y + w = 0 \quad p \quad \text{Matematik Model} \quad (218)$$

Bilinmeyenli Koşullu Ölçüler Dengelemesi yoluyla ulaşılabilmektedir. Bu yöntemin özel ismi *KALMAN-Filtreleme (Süzgeçleme)* yöntemidir [43].

Kalman-Süzgeçleme yönteminde statik ve kinematik hareketler araştırılır. Bu yöntemin bilinen diğer yöntemlerden farkı ve olumlu yanı düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin belirlenebilmesidir. Ayrıca az sayıda ölçme periyodlarına uygulanabilmekte ve statik yöntem sonuçlarıyla uyumaktadır. Böylelikle deformasyon yorumlaması yapılabilmektedir [44].

Zamana bağı kinematik hareket modeli

$$H_{k+1} = H_k + (t_{k+1}-t_k) \dot{H}_k + \frac{1}{2} (t_{k+1}-t_k)^2 \ddot{H}_k \quad (219)$$

eşitliği ile kurulur. Burada,

$H_{k+1}$  :  $t_{k+1}$  zamanındaki yükseklik vektörü,

$H_k$  :  $t_k$  zamanındaki yükseklik vektörü,

$\dot{H}_k = \left(\frac{dH}{dt}\right)_{t_k} = v_k$  :  $t_k$  zamanındaki hız vektörü,

$\ddot{H}_k = \left(\frac{d^2H}{dt^2}\right)_{t_k} = a_k$  :  $t_k$  zamanındaki ivme vektörüdür.

$t_k$  zamanı için ağ noktalarının oluşturduğu durum vektörü  $\hat{y}_k$  ve varyans-kovaryans matrisi  $C_{(\hat{y}\hat{y},k)}$  aşağıdaki gibidir [45].

$$\hat{y}_k = \begin{bmatrix} H_k \\ \dot{H}_k \\ \ddot{H}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{H} \\ \hat{v} \\ \hat{a} \end{bmatrix}_{t_k} \quad (220)$$

$$C_{(\hat{y}\hat{y},k)} = \sigma_0^2 Q_{(\hat{y}\hat{y},k)} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{(HH,k)} & Q_{(Hv,k)} & Q_{(Ha,k)} \\ Q_{(vH,k)} & Q_{(vv,k)} & Q_{(va,k)} \\ Q_{(aH,k)} & Q_{(av,k)} & Q_{(aa,k)} \end{bmatrix} \quad (221)$$

(219) bağıntısındaki  $\dot{H}_{k+1}$  ve  $\ddot{H}_{k+1}$  bileşenleri,

$$\dot{H}_{k+1} = \left(\frac{dH}{dt}\right)_{t_{k+1}} = \dot{H}_k + (t_{k+1}-t_k) \ddot{H}_k \quad (222)$$

$$\ddot{H}_{k+1} = \left(\frac{d^2H}{dt^2}\right)_{t_{k+1}} = \ddot{H}_k \quad (223)$$

şeklinde hesaplanır. (219), (222), (223) bağıntılarının birleştirilmesi sonucu (224) prediksyon deklemini ortaya çıkar.

$$\bar{y}_{k+1} = \begin{bmatrix} H_{k+1} \\ \dot{H}_{k+1} \\ \ddot{H}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & I(t_{k+1}-t_k) & I\frac{1}{2}(t_{k+1}-t_k)^2 \\ 0 & I & I(t_{k+1}-t_k) \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_k \\ \dot{H}_k \\ \ddot{H}_k \end{bmatrix} \quad (224)$$

$$y_{k+1} = T y_k \quad (225)$$

T matrisi dönüştürme (yeni durumu elde etme) matrisidir. Prediksiyon matrisi olarak adlandırılır. Prediksiyon denklemi (225) kinematik yöntemle deformasyon analizinin temel denklemdir. Kalman-Filtreleme tekniği olarak adlandırılır.

$t_{k+1}$  periyodundaki ölçülerle durum vektörü  $\hat{y}_{k+1}$  belirlenemez. Bu nedenle k periyodundaki  $\hat{y}_k$  (bir önceki periyodun) bilgilerinden yararlanarak  $\hat{y}_{k+1}$  bulunur. Bunun anlamı deformasyon bölgesinin  $t_{k+1}$  periyoduna kadar olan davranışı extrapolasyon ile genişletilir ve yeni elde edilen ölçme bilgileri, kısaltılmış gözlem vektörü  $l_{k+1}$  ile birleştirilir. Bu amaçla (225) prediksiyon denklemi ele alınır.

Çeşitli nedenlerle dengeleme ile bulunan  $\hat{H}_{k+1}$  ile prediksiyonla elde edilen  $\bar{H}_{k+1}$  çakışmazlar. Bunun nedeni : Ölçüler belirli oranda ölçü hatalarıyla yüklüdür. Bu hatalar  $C_{(H,k+1)}$  varyans-kovaryans matrisinde modellenmiştir ve Kalman-Süzgeçleme tekniğinde alışılmış ölçü gürültüleri olarak adlandırılırlar. Durum vektörü  $\hat{y}_k$  da hatasız olmadığından buradaki belirsizlikler (stokastik model)  $C_{(\hat{y},k)}$  da modellenir. Sonuçta durum vektörü  $\hat{y}_k$  ile tanımlanan kinematik davranışlar sınırsız biçimde extrapolasyonla genişletilemezler. Bu kinematik davranışa anlık bozucu etkiler başka bir söyleyişle sistem gürültüleride bindirilmiştir.

Gürültülerin modellenmesi için  $t_k$  ve  $t_{k+1}$  periyodları arasında sabit bir bozucu etki ivmesi (a) nın ortaya çıktığı kabul edilir. Bu etki gürültü matrisi S ve durum vektörü  $y_{k+1}$  i etkiler. Sonuçta prediksiyonla  $\bar{y}_{k+1}$  ortaya çıkar. (225) denkleminin gözönüne alınmasıyla



$$y_{k+1} = \begin{bmatrix} H_{k+1} \\ \dot{H}_{k+1} \\ \ddot{H}_{k+1} \end{bmatrix} = \bar{y}_{k+1} + S a = T \hat{y}_k + S a = \begin{bmatrix} T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_k \\ a \end{bmatrix} \quad (226)$$

$$S = \begin{bmatrix} I \frac{1}{2}(t_{k+1}-t_k)^2 \\ I (t_{k+1}-t_k) \\ I \end{bmatrix} \quad (227)$$

olur. Bozucu etkilerin ivme vektörü ( $a$ ) belirsizdir ve kural olarak ölçülemez. Bu nedenle  $a$  için psoydo gözlem vektörü

$$a = 0 \quad (228)$$

yazılabilir. Böylelikle (226) eşitliği

$$y_{k+1} = y_{k+1} \quad (229)$$

olur. Bozucu etki ivmeleri yardımıyla model genişletilmesi, prediksyonla elde edilen durum vektörünü etkilemez. Bunun etkisi varyans-kovaryans matrisi  $C_{(yy,k+1)}$  ve durum vektörü  $y_{k+1}$  in hesabında görülür. Bunlar (226) denkleminde hata yayılma kuralı uygulanarak

$$C_{(yy,k+1)} = \begin{bmatrix} T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{(\hat{y}\hat{y},k)} & 0 \\ 0 & C_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^T \\ S^T \end{bmatrix} \quad (230)$$

$$C_{(yy,k+1)} = \sigma_0^2 Q_{(yy,k+1)} = T C_{(\hat{y}\hat{y},k)} T^T + S C_{aa} S^T = C_{(\bar{y}\bar{y},k+1)} + C_{ss} \quad (231)$$

$$C_{(\bar{y}\bar{y},k+1)} = \sigma_0^2 Q_{(\bar{y}\bar{y},k+1)} = \sigma_0^2 T Q_{(\hat{y}\hat{y},k)} T^T \quad (232)$$

$$C_{ss} = \sigma_0^2 Q_{ss} = \sigma_0^2 S Q_{aa} S^T \quad (233)$$

elde edilir.

Bozucu etki ivmelerinin varyans-kovaryans matrisi,

$$C_{aa} = E ( a a^T ) = \sigma_0^2 Q_{aa} \quad (234)$$

uygun bir biçimde tahmin edilir.

Bozucu ivmeler düzgün olmayan nokta hareketlerinin açıklanmasına yararlar. Bunlar kesin bir model kurmak için ikinci derecede önemli büyüklüklerdir. Bu konudaki tipik örnekler

- Ağ noktalarında yeraltı su seviyesindeki değişiklikler ya da sıcaklık etkisiyle oluşan hareketler,
- Merkezleştirme belirsizlikleri gibidir.

Bu türden bozucu hareketlerin konuma etkisi daha önceki deneylerden yararlanarak belirlenebilir. Buna karşın hızda ve ivmedeki etkileri oldukça zor tahmin edilebilir. Bu durum pratik açıdan bir engel oluşturmaz.

$$Q_{ss} = S Q_{aa} S^T \quad (235)$$

bağıntısından bozucu matris S yardımıyla aşağıdaki bağıntı türetilir.

$$C_{aa} = 4 (t_{k+1} - t_k)^4 C_{ss} \quad (236)$$

Burada  $C_{ss}$ , noktaların k zamanındaki yükseklikleri bozucu bileşenleri için varyans-kovaryans matrisidir. Kural olarak  $C_{ss}$  köşegen matris olarak oluşturulabilir.

$t_{k+1}$  zamanındaki nokta yükseklikleri ek gözlemler olarak gözlem vektörü  $l_{k+1}$  de toplanırsa, bu vektör aynı  $t_{k+1}$  zamanındaki yükseklik vektörü  $H_{k+1}$  ile aşağıdaki gibi modellendirilir.

$$l_{k+1} + \vartheta_{(l,k+1)} = A_{(H,k+1)} H_{k+1} \quad (237)$$

veya (220) ye benzer durum vektörünü içeren

$$l_{k+1} + \vartheta_{(l,k+1)} = A_{(y,k+1)} \hat{y}_{k+1} = \begin{bmatrix} A_{(H,k+1)} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \end{bmatrix} \quad (238)$$

$A_{(H,k+1)}, A_{(y,k+1)}$  : Katsayılar (biçim, design) matrisleri,  
 $\vartheta_{(l,k+1)}$  : Gözlemlerin düzeltmeleri

eşitliği elde edilir. (238) bağıntısı kestirilen durum vektörü (226) daki  $y_{k+1}$  vektörü hakkında ek bilgileri içerir. Bu bilgilerin kombinasyonu ile (239) eşitliğine ulaşılır.

$$\begin{bmatrix} y_{k+1} \\ l_{k+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vartheta_{(y,k+1)} \\ \vartheta_{(l,k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ A_{(y,k+1)} \end{bmatrix} \hat{y}_{k+1} \quad (239)$$

Bu fonksiyonel modelde

$y_{k+1}$  :  $t_{k+1}$  zamanında kestirilen durum vektörü,  
 $\hat{y}_{k+1}$  :  $t_{k+1}$  zamanında güncelleştirilen durum vektörü,  
 $\vartheta_{(y,k+1)}$  : Güncelleştirme büyüklüğü.

Varyans-kovaryans matrisiyle tanımlanan stokastik model

$$C_{k+1} = \sigma_0^2 Q_{k+1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{(yy,k+1)} & 0 \\ 0 & Q_{(ll,k+1)} \end{bmatrix} \quad (240)$$

şekindedir. (239) ve (240) modellerinden normal denklemler

$$\cdot (Q_{(yy,k+1)}^{-1} + A_y^T Q_{(ll,k+1)}^{-1} A_y) \hat{y}_{k+1} = Q_{(yy,k+1)}^{-1} y_{k+1} + A_y^T Q_{(ll,k+1)}^{-1} l_{k+1} \quad (241)$$

ve çözüm vektörü

$$\hat{y}_{k+1} = Q_{(\hat{y}\hat{y},k+1)} (Q_{(yy,k+1)}^{-1} y_{k+1} + A_y^T Q_{(ll,k+1)}^{-1} l_{k+1}) \quad (242)$$

elde edilir. Normal denklemler matrisinin tersi,

$$Q_{(\hat{y}\hat{y},k+1)} = (Q_{(yy,k+1)}^{-1} + A_y^T Q_{(ll,k+1)}^{-1} A_y)^{-1} \quad (243)$$

$$Q_{(\hat{y}\hat{y},k+1)} = Q_{(yy,k+1)} - K D K^T \quad (244)$$

yeğnimenin(genleşme, innovation) ters ağırlık matrisi D,

$$D = Q_{(ll,k+1)} + A_y Q_{(yy,k+1)} A_y^T \quad (245)$$

ve kuvvetlendirme matrisi K,

$$K = Q_{(yy,k+1)} A_y^T D^{-1} \quad (246)$$

bağıntıları ile hesaplanır.

(244) denklemini (242) de yerine koyarak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa aranan durum vektörü,

$$\hat{y}_{k+1} = \bar{y}_{k+1} + K (l_{k+1} - A_y \bar{y}_{k+1}) = \bar{y}_{k+1} + K d_{k+1} \quad (247)$$

ve yeğnime vektörü  $d_{k+1}$  için

$$d_{k+1} = l_{k+1} - A_y \bar{y}_{k+1} \quad (248)$$

eşitlikleri elde edilir [46]. Yukarıdaki eşitlikten de görüldüğü gibi  $t_{k+1}$  periyodundan prediksiyonla elde edilen  $\bar{l}_{k+1}$  vektörü için

$$\bar{l}_{k+1} = A_y \bar{y}_{k+1} \quad (249)$$

yazılabilir ve bu büyüklük ölçü vektörü  $l_{k+1}$  ile karşılaştırılabilir.

$\mathbf{l}_{k+1}$  ve  $\bar{\mathbf{l}}_{k+1}$  vektörünün farkı yeğnime vektörü  $\mathbf{d}_{k+1}$  dir. Yeğnime (genleşme, innovation)  $\mathbf{d}_{k+1}$  in güçlendirme matrisi  $\mathbf{K}$  ile çarpımı sonucunda düzeltme bileşeni elde edilir. Bunun yardımıyla da (247) de olduğu gibi prediksyonla kazanılan durum vektörü  $\bar{\mathbf{y}}_{k+1}$  gerçekleşen vektör  $\hat{\mathbf{y}}_{k+1}$  dönüştürülür.

Yeğnime vektörü  $\mathbf{d}_{k+1}$  ve bunun ters ağırlık matrisi  $\mathbf{Q}_{(dd,k+1)} = \mathbf{D}$  den yararlanarak varyans,

$$s_{(0,k+1)}^2 = \frac{\mathbf{d}_{k+1}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{d}_{k+1}}{n_{k+1}} \quad (250)$$

$n_{k+1}$  : (k+1). periyoddaki ölçü sayısı

bağıntılarından hesaplanır [44].

### 6.2.3.1.1. Kalman-Filtreleme Tekniği İçin Özet Bağıntılar

Yukarıda açıklanan belirleme işlemleri uygulamada her zaman gerçekleştirilemez. Bu nedenle üst görüşü de kolaylaştırmak amacıyla bağıntılar, formül numaraları da verilerek aşağıda özetlenmiştir. Bu özet gösterimlerde özel biçim (design) matrisi  $\mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{(H,k+1)} & 0 & 0 \end{bmatrix}$  olarak dikkate alınmıştır. Böylelikle bir kaç hesap kolaylığı elde edilmiştir.

#### $t_k$ Periyodundan Bilinenler :

(220)  $\hat{\mathbf{y}}_k$  Durum vektörü,

(221)  $\mathbf{Q}_{(\hat{\mathbf{y}},k)}$  Ters ağırlık matrisi,

#### $t_{k+1}$ Periyodunda Ölcülenler :

$\mathbf{l}_{k+1}$  Kısaltılmış gözlem vektörü,

$\mathbf{Q}_{(ll,k+1)}$  Ters ağırlık matrisi,

**Matrislerin Olusturulması :**

- (224)  $A_H$  Katsayılar matrisi,  
(227)  $T$  Dönüştürme matrisi,  
(227)  $S$  Bozucu etkiler matrisi,  
(234)  $Q_{aa}$  Bozucu ivmelerin ters ağırlık matrisi (tahmin edilir).

**FİLTRELEME İŞLEMİ :**

- (225)  $\bar{y}_{k+1} = T \hat{y}_k$  Prediksiyonla kazanılan durum vektörü,  
(232)  $Q_{(\bar{y}\bar{y},k+1)} = TQ_{(\hat{y}\hat{y},k)}T^T$  Prediksiyonla kazanılan ters ağırlık matrisi,  
(235)  $Q_{ss} = SQ_{aa}S^T$  Bozucu etkilerin ters ağırlık matrisi,  
(231)  $Q_{(yy,k+1)} = Q_{(\bar{y}\bar{y},k+1)} + Q_{ss}$  Prediksiyonla kazanılan bozulmuş durum vektörünün ters ağırlık matrisi,  
(245)  $D = Q_{(ll,k+1)} + A_H Q_{(HH,k+1)} A_H^T$  Yeğnimenin ters ağırlık matrisi,  
(246)  $K = \begin{bmatrix} Q_{(HH,k+1)} \\ Q_{(vH,k+1)} \\ Q_{(aH,k+1)} \end{bmatrix} A_H^T D^{-1}$  Kuvvetlendirme matrisi,  
(248)  $d_{k+1} = l_{k+1} - A_H H_{k+1}$  Yeğnime,  
(247)  $\hat{y}_{k+1} = \bar{y}_{k+1} + K d_{k+1}$  Yeni durum vektörü,  
(244)  $Q_{(yy,k+1)} = Q_{(yy,k+1)} - KDK^T$   $y_{k+1}$  in ters ağırlık matrisi,  
(247)  $\partial_y = K d_{k+1}$  Prediksiyonla kazanılan durum vektörü  $y_{k+1}$  in düzeltmeleri,

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= A_H \hat{H}_{k+1} - l_{k+1} && \text{Ölçü vektörü } l_{k+1} \text{ in düzeltmeleri,} \\ (244) \quad Q_{(\vartheta_y, \vartheta_y)} &= K D K^T && \vartheta_y \text{ nin ters ağırlık matrisi,} \\ Q_{(\vartheta_l, \vartheta_l)} &= Q_{(ll, k+1)} - A_H Q_{(H\hat{H}, k+1)} A_H^T && \vartheta_l \text{ nin ters ağırlık matrisi,} \\ (250) \quad s_0^2 &= \frac{d_{k+1}^T D^{-1} d_{k+1}}{n_{k+1}} && \text{Birim ağırlığın varyansıdır.} \end{aligned}$$

### 6.2.3.3. Kalman-Filtreleme Tekniğinde Başlangıç Periyodunda Yapılacak İşlemler

Yukarıda tanımlanan belirleme ve analiz yöntemlerinde;  $t_k$  periyodundaki durum vektörü  $\hat{y}_k$  ve bunun ters ağırlık matrisi  $Q_{(\hat{y}\hat{y}, k)}$  büyüklüklerinin bilindikleri kabul edilmektedir. Bu bilgiler  $t_0$  başlangıç periyodunda henüz ortada yoktur. Ayrıca  $t_1$  ve  $t_2$  periyodlarında da tam belirlenemezler. Bu nedenle başlangıç periyodlarının ( $t_0, t_1, t_2$ ) değerlendirilmesi için özel kurallar uygulanır.

#### • Sıfır Periyodu ( $t_0$ ) :

Sıfır periyodunun değerlendirilmesi işlemi alışılmış ağ dengelemesi problemi olarak ele alınır.

$$dh_0 = Q_{(HH,0)} A_H^T Q_{(ll,0)}^{-1} l_0 \quad (251)$$

$$Q_{(HH,0)} = (A_H^T Q_{(ll,0)}^{-1} A_H)^+ \quad (252)$$

bağıntısından normal denklem matrisinin psodyo tersi hesaplanarak bulunurlar. Serbest ağ dengelemesinde ağ noktalarının datumu henüz tam belirli değildir. Bu verilerden bilinen yöntemle birim ölçünün varyansı  $s_0^2$  zorlamasız olarak hesaplanır.

• **Birinci Periyod ( $t_1$ ):**

Birinci periyod  $t_1$  ölçülerinin değerlendirilmesinde yine ağ dengelemesi yöntemleri uygulanır. Burada artık  $t_0$  periyodundaki  $\hat{y}_0$  durum vektörü belirlenmiş olmaktadır. Bu durumda henüz ivme değerleri hesaplanamayacağından durum vektörü olarak

$$\hat{y}_0 = \begin{bmatrix} \hat{H}_0 \\ \hat{H}_0 \end{bmatrix} \quad (253)$$

ele alınır. Sıfır periyodunun değerlendirilmesi sonucunda hızlar henüz belirlenmemiş olduklarından psoydo kestirim vektörü olarak

$$\hat{H}_0 = 0 \quad (254)$$

seçilir. Durum vektörünün ters ağırlık matrisi

$$Q_{(\hat{y}\hat{y},0)} = \begin{bmatrix} Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} & Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} \\ Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} & Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} \end{bmatrix} \quad (255)$$

yazılır ve  $Q_{(\hat{H}\hat{H},0)}$  (252) den alınır. Hızların varyans-kovaryans matrisleri,

$$C_{(\hat{H}\hat{H},0)} = s_0^2 Q_{\hat{H}\hat{H}} \quad (256)$$

henüz bilinmediğinden yaklaşık olarak tahmin edilir. Deformasyon ağının hareketli noktalarındaki düşünülebilen max hızlar, max hata  $C_{\max}$  yardımıyla

$$C_{\max} = \hat{H}_0 - \hat{H}_{\max} \quad (257)$$

$$\sigma_{(\hat{H},B)}^2 \equiv \frac{C_{\max}^2}{10} \quad (258)$$



bağıntısı ile kestirilir. (258) büyüklüğünün hareketli noktaların tümünde aynı kaldığı varsayılır. Böylelikle hareketli noktalardaki hız varsayımının çok büyük tahmin edildiği söylenemez.

Dayanak noktalarında ya da hareketsiz oldukları kabul edilen sabit noktalarda başka bir düşünceden hareket edilir. Bu noktaların bilinçli olarak sabit noktalar oldukları varsayıldığından tersi ispatlanıncaya kadar yine sabit noktalar olarak ele alınır. Bu türden sabit noktalarda sadece hızlar değil bunların varyansları da

$$\sigma_{(H,F)}^2 = 0 \quad (259)$$

seçilir.

Böylelikle (255) için gerekli olan ters ağırlık matrisi  $Q_{(\hat{H}\hat{H},0)}$  belirlenmiş olur. Tahmin edilen hızlar arasında korelesyon bulunmadığı varsayılır ve

$$Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \sigma_{(H,B)}^2 & \cdot \\ & 0 & \cdot & \cdot \\ & & & \sigma_{(H,F)}^2 \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad (260)$$

köşegen matris elde edilir.

Noktaların hareketli ya da sabit olduklarına göre değerler yerine konur. Çapraz ters ağırlık matrisleri için

$$Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} = Q_{(\hat{H}\hat{H},0)} = 0 \quad (261)$$

varsayımı yapılır. Bundan sonra ( 6.2.3.1.1. ) bölümünde özetlenen hesap adımları ile işlemler yürütülür.

Ara sonuç olarak durum vektörü  $\hat{y}_1$  ve ters ağırlık matrisi  $Q_{(\hat{y},1)}$

$$y_1 = \begin{bmatrix} \hat{H}_1 \\ \hat{H}_1 \end{bmatrix} \quad (262)$$

$$Q_{(y,1)} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{H}\hat{H}} & Q_{\hat{H}\hat{H},1} \\ Q_{\hat{H}\hat{H},1} & Q_{\hat{H}\hat{H},1} \end{bmatrix} \quad (263)$$

elde edilir.

• İkinci Periyod ( $t_2$ ):

İkinci periyodun değerlendirilmesi sırasında nokta yükseklikleri  $\hat{H}_1$  ve hızlar  $\hat{H}_1$  ile bunların varyans-kovaryans matrisi  $Q_{(\hat{y},1)}$  bilinmektedir. Buna karşılık ivme vektörü  $\hat{H}_1$  bilinmez. Aynı birinci periyodun değerlendirilmesinde hızlar için uygulandığı gibi, ikinci periyodun değerlendirilmesi sırasında ivme değerinin

$$\hat{H}_1 = 0 \quad (264)$$

oldukları varsayılır.  $Q_{(\hat{H}\hat{H},1)}$  ters ağırlık matrisi yukarıdaki gibi max ivme hatası  $C_{\max}$  dan yararlanarak tahmin edilir.  $y_2$  durum vektörü elemanları (6.2.2.1.) bölümünde açıklandığı gibi istatistiksel olarak irdelenerek anlamlı parametreler belirlenir.

Eğer  $t_{k+1}$  periyodu değerlendirilirken ağa yeni noktalar katılmışsa, bu noktalardaki hız ve ivme k periyodunda sıfır alınıp yukarıda açıklanan yöntem uygulanır [44].

#### 6.2.3.4. Kinematik Alanda Deformasyon Analizi

Kinematik modelde noktalarda hareket olduğu varsayıldığından  $t_{k+1}$  periyodundaki durum vektörünün

$$\hat{y}_{k+1} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{k+1} \\ \hat{v}_{k+1} \\ \hat{a}_{k+1} \end{bmatrix} \quad (265)$$

kestirilmesi gerekir. Burada hemen akla gelen, geçerli olan durum vektörüyle daha önceden hesaplanan durum vektörü  $\vec{y}_{k+1}$  in uyumlu olup olmadığı sorusudur. Bu sorunun çözümü için prediksiyonla bulunan durum vektörü  $\vec{y}_{k+1}$  ile dengelemeyle bulunan durum vektörü  $\hat{y}_{k+1}$  arasındaki fark düzeltme vektörü  $\vartheta_y$  olarak ele alınır.

$$\vartheta_y = \hat{y}_{k+1} - \vec{y}_{k+1} = K d_{k+1} \quad (266)$$

istatistik olarak uyum testinin  $\vartheta_y$  ile hesaplanması yerine yeğnime vektörü  $d_{k+1}$  ile hesaplanması daha uygundur. Bu duruma göre sıfır hipotezi olarak

$$H_0 : E(d_{k+1}) = E(l_{k+1}) - A_y E(\vec{y}_{k+1}) = 0 \quad (267)$$

bağıntısı kurulabilir. (250) eşitliği ile hesaplanan birim ağırlığın varyansı  $s_{(0,k+1)}^2$  ile önceki prediksiyondan kestirilen varyansı  $s_0^2$  yardımıyla test büyüklüğü hesaplanır ve F-dağılımı tablo değeriyle karşılaştırılır.

$$\frac{s_{(0,k+1)}^2}{s_0^2} = \frac{d_{k+1}^T D^{-1} d_{k+1}}{n_{k+1} s_0^2} \geq F_{(n_{k+1}, f, 1-\alpha)} \quad (268)$$

(268) bağıntısı F-dağılımının sınır değerini aşarsa sıfır hipotezi geçerli sayılamaz. Bu durumda prediksiyonla kazanılan durum vektörü  $\vec{y}_{k+1}$  ile dengelemeden bulunan durum vektörü  $\hat{y}_{k+1}$  arasındaki uyumsuzluğun kaynağı araştırılır. Bu belirleme adımında kesin kurallar ortaya konamaz problemin özelliğine göre farklı varsayımlar yapılabilir. Bu nedenle aşağıda yalnızca temel kurallar verilecektir. Bu kurallar çoğunlukla basit olaylar için geçerlidir. Daha karmaşık olaylarda genişletilmeleri gerekir.

(248) bağıntısındaki yeğnime vektörü  $d_{k+1}$  den anlaşıldığı gibi uyuşumsuzluk gözlem vektörü  $l_{k+1}$  den ya da prediksyonla kazanılan durum vektörü  $\bar{y}_{k+1}$  den kaynaklanabilir. Bu nedenle gözlemlerin düzeltmeleri  $\vartheta_j$ , deformasyon irdelemesinden önce uyuşumsuz ölçüler testi ile irdelenmelidir.

Bu amaçla uyuşumsuz ölçüler testi için t-dağılımından yararlanılabilir. Bir ölçüdeki kaba hatanın belirlenebilmesi için test büyüklüğü

$$\frac{|-e_j^T Q_{(ll,k+1)}^{-1} \vartheta_1|}{s_0 \sqrt{e_j^T Q_{(ll,k+1)}^{-1} Q_{(\vartheta_1, \vartheta_1)} Q_{(ll,k+1)}^{-1} e_j}} \geq t_f \quad (269)$$

bağıntısından hesaplanır.

İkinci adımda prediksyonla kazanılan durum vektörünün düzeltmelerinden yararlanır. Bu irdeleme için (269) bağıntısına benzeyen bir test uygulanabilir. Böylelikle model hataları oluşup oluşmadığı denetlenebilir.

Burada aynı bir  $P_j$  noktasına ait  $\vartheta_y$  vektörü bileşenlerinin birbirleriyle bağımlı oldukları unutulmamalıdır. Bu nedenle bir  $P_j$  noktasına ilişkin konum düzeltmesi  $\vartheta_{(H,j)}$ , hız düzeltmesi  $\vartheta_{(\dot{H},j)}$ , ivme düzeltmesi  $\vartheta_{(\ddot{H},j)}$  birlikte incelenmelidir. Bu düzeltmeler incelenen ağırlık boyutu ile de bağımlıdır. Bunlar bir noktaya dayalı düzeltme vektörü  $\vartheta_j$  olarak

$$\vartheta_j = \begin{bmatrix} \vartheta_{(H,j)} \\ \vartheta_{(\dot{H},j)} \\ \vartheta_{(\ddot{H},j)} \end{bmatrix} \quad (270)$$

biçiminde ele alınabilirler. Bunlara ilişkin ters ağırlık matrisi  $Q_{jj}$ ,  $Q_{(\vartheta_y, \vartheta_y)}$  nin alt matrisidir. Bu durumda (268) bağıntısına benzeyen test büyüklüğü olarak

$$\frac{\vartheta_j^T Q_{jj}^{-1} \vartheta_j}{3 \dim s_0^2} \geq F_{(3\dim, f)} \quad (271)$$

bağıntısı elde edilir. Bu test büyüklüğü F-dağılımının cetvel değerini aşarsa  $P_j$  noktasında bir model hatası olduğu ortaya çıkar. Bu model hatası  $P_j$  noktasındaki bozucu etkilerin büyütülmesi ile giderilebilir. Bu durumda model hatası oluşan noktadaki bozucu ivmenin varyansı büyütülmelidir. Başka bir deyişle varyans-kovaryans matrisi  $C_{aa}$  nın terimleri büyütülür. Süzme işleminin yeniden uygulanması sonucunda tekrar anlamlı model hataları ortaya çıkmamalıdır. Aksi durumda bozucu etkiler büyütülerek süzme işlemi yinelenir.

#### 6.2.4. Tek Nokta Modeli IV

$t_1$  ve  $t_2$  zamanında yinelenmiş nivelman ölçüleri için doğrusal kinematik modeller,

$$h_{ij}^{(1)} = H_j^{(0)} - H_i^{(0)} + (v_j - v_i) (t_1 - t_0) \quad (272a)$$

$$h_{ij}^{(2)} = H_j^{(0)} - H_i^{(0)} + (v_j - v_i) (t_2 - t_0) \quad (272b)$$

şeklinde yazılabilir (Holdahl model IV). (272a) ve (272b) ölçü denklemlerinin farkı alınarak aşağıdaki fonksiyonel model elde edilir [47].

$$h_{ij}^{(2)} - h_{ij}^{(1)} = (v_j - v_i) (t_2 - t_1) \quad (273)$$

Holdahl model II yöntemi olarak bilinen bu yöntemde birinci adım, (273) denklemlerinden bağıl hızların hesaplanmasıdır.  $\Delta v_{ij}^{(12)}$ ;  $t_1$  ve  $t_2$  zamanları arasındaki bağıl hızlar olmak üzere

$$\Delta v_{ij}^{(12)} = \frac{h_{ij}^{(2)} - h_{ij}^{(1)}}{t_2 - t_1} \quad (274)$$

elde edilir. Bağıl hızlar gözlemler olarak ele alınır ve düzeltmeleri,

$$\epsilon_{\Delta v_{ij}} = \frac{\epsilon_{ij}^{(2)} - \epsilon_{ij}^{(1)}}{(t_2 - t_1)} \quad (275)$$

$\epsilon_{ij}$  : Yükseklik farklarının düzeltmeleri,  
 $\epsilon_{\Delta v_{ij}}$  : Bağlı hızların düzeltmesi

eşitliğinden hesaplanır. Model IV (Holdahl model II) in fonksiyonel modeli,

$$\Delta v_{ij} + \epsilon_{\Delta v_{ij}} = v_j - v_i \quad (276)$$

şeklinde oluşturulur. İki zamanda ölçülen yükseklik farklarının korelasyonsuz oldukları varsayılarak  $\Delta v_{ij}$  nin varyansı hesaplanabilir.

$$\sigma_{\Delta v_{ij}}^2 = \frac{\sigma_{h_{ij}}^{(1)2} + \sigma_{h_{ij}}^{(2)2}}{(t_2 - t_1)^2} \quad (277)$$

$$\epsilon_{\Delta v_{ij}} = v_j - v_i - \Delta v_{ij} \quad (278)$$

Böylece en küçük kareler yöntemi uygulanarak ağ noktalarının hızları elde edilir. Eğer iki zamanda ölçü yapılmışsa bu model kolay uygulanır. Ölçme periyodu ikiden fazla ise, farklı zamanların bağlı hızları arasındaki korelasyonlar gözönüne alınmalıdır. Bu yöntemde, birbirine çok yakın olan ve nivelman ile birleştirilemeyen noktaların ortak bir hızını belirlemek mümkündür.

### 6.3. Kinematik Yüzey Modelleri

Kinematik yüzey modellerinde hareket, konuma ve zamana bağlı fonksiyonlarla saptanır. Düşey yöndeki hareketlerin belirlendiği kinematik yüzey modellerinde bir  $P_j$  noktasının yüksekliği  $H_j$ ;  $x_j$  ve  $y_j$  bu noktanın yatay koordinatları olmak üzere

$$H_j = f(x_j, y_j, t) \quad (279)$$

şeklinde gösterilebilir.

Günümüze kadar tanımlanmış olan yüzey modellerinde düşey hız, iki boyutlu polinom

$$V(x,y) = \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{l=0}^{m_j-k} c_{kl} x^k y^l \quad (280)$$

şeklinde gösterilir.  $m_j$ , polinomun derecesidir. Polinomun katsayıları  $c_{kl}$ , en küçük kareler yöntemiyle hesaplanır [33].

### 6.3.1. Yüzey Modeli I

Yüzey modeli I ile düşey hareket, konuma ve zamana bağlı olarak saptanır. Bu modelin uygulanmasında birinci adım tüm periyotlardaki ölçüler dengelenerek dengeli yüksekliklerin belirlenmesidir. Sonra dengeli yükseklikler kullanılarak yatay konum ve zamana bağlı bir polinomla genişletilmiş fonksiyonel model çözülerek hareket parametreleri saptanır.

$P_j(x_j, y_j)$  noktası için (280) kapalı hız fonksiyonu açık olarak,

$$V(x_j, y_j) = c_{00} + c_{10} x_j + c_{01} y_j + c_{20} x_j^2 + c_{11} x_j y_j + c_{02} y_j^2 + \dots \quad (281)$$

biçiminde yazılır [35]. (196) eşitliğindeki Taylor açılımı 1. differansiyel teriminde kesilirse,  $P_j$  noktasının  $t_i$  zamanındaki yüksekliği,

$$H_j^{(i)} = H_j^{(0)} + V(x_j, y_j) (t_i - t_0) \quad (282a)$$

$$H_j^{(i)} = H_j^{(0)} + \Delta t_i (c_{00} + c_{10} x_j + c_{01} y_j + c_{20} x_j^2 + c_{11} x_j y_j + c_{02} y_j^2 + \dots) \quad (282b)$$

$$H_j^{(i)} = H_j^{(0)} + \Delta t_i \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{l=0}^{m_j-k} c_{kl} x_j^k y_j^l \quad (282c)$$

bağıntısından hesaplanır [48].

$\Delta t_i = t_i - t_0$  :  $t_i$  ve  $t_0$  zamanları arasındaki zaman farkıdır.

(198) eşitliğine göre düzeltme denklemi;  $\vartheta_j$ , düzeltme;  $dh_j^{(0)}$ , başlangıç zamanındaki yükseklik bilinmeyenleri;  $m$ , nokta sayısı olmak üzere aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\vartheta_j^{(i)} = dh_j^{(0)} + \Delta t_i \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{l=0}^{m_j-k} c_{kl} x_j^k y_j^l + H_j^{(0)} - H_j^{(i)} \quad (283)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & \cdot & \cdot \\ 1 & x_2 & y_2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ 1 & x_m & y_m & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad \vartheta = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \vartheta_m \end{bmatrix}, \quad l_1 = \begin{bmatrix} H_1^{(0)} - H_1^{(1)} \\ H_2^{(0)} - H_2^{(1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_m^{(0)} - H_m^{(1)} \end{bmatrix} \Delta t_1 \quad (284)$$

$$dh = \begin{bmatrix} dh_1 \\ dh_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ dh_m \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} c_{00} \\ c_{10} \\ c_{01} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (285)$$

kısaltmaları ile düzeltme denklemi,

$$\vartheta_{t_1} = \begin{bmatrix} I & A \Delta t_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ c \end{bmatrix} + l_1 \quad (286)$$

Burada görüldüğü gibi  $t_0$  zamanındaki yükseklik bilinmeyenleri ve polinom katsayılarının belirlenmesi için en az üç zamanda yapılan ölçülere gereksinim vardır. Böylece üç zaman için düzeltme denklemleri



$$\begin{bmatrix} \vartheta_{t_1} \\ \vartheta_{t_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & A \Delta t_1 \\ I & A \Delta t_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \quad (287)$$

olarak elde edilir.

En küçük kareler yöntemine göre bilinmeyenler hesaplanır. Genişletilmiş fonksiyonel model test edilerek polinomun derecesi belirlenir. Bu modelde bir kaç zaman periyodunda yapılan ölçüler aynı anda değerlendirilebilir.

### 6.3.2. Yüzey Modeli II

Holdahl tarafından önerilen bu yüzey modelinde de hareket, zamanın ve konumun sürekli bir fonksiyonu olarak belirlenir. Amaç, yükseklik farkları kullanılarak, hız fonksiyonunun katsayılarını hesaplayıp, hareket yüzeyini belirlemektir.

Yüzey modeli I için geçerli olan (279) dan (280) e kadar olan bağıntılar bu model için de geçerlidir.  $t_i$  zamanında A ve B noktaları arasında ölçülen yükseklik farkları için fonksiyonel model

$$E(\Delta h_{AB}^{(i)}) = H_B^{(i)} - H_A^{(i)} \quad (288)$$

ve

$$\Delta h_{AB}^{(i)} = \Delta h_{AB}^{(i)} + \vartheta_{AB}^{(i)} = H_B^{(i)} - H_A^{(i)} \quad (289)$$

şeklinde yazılabilir. (280) bağıntısı (289) de yerine konarak gerekli düzenlemeler yapılırsa doğrusal düzeltme denklemini,

$$\vartheta_{AB}^{(i)} = H_B^{(0)} - H_A^{(0)} + \Delta t_i (c_{10}(x_B - x_A) + c_{01}(y_B - y_A) + \dots + c_{kl}(x_B^k y_B^l - x_A^k y_A^l)) - \Delta h_{AB}^{(i)} \quad (290)$$

veya

$$\vartheta_{AB}^{(i)} = H_B^{(0)} - H_A^{(0)} + \Delta t_i \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{l=0}^{m_j-k} c_{kl} f(x_B, y_B, x_A, y_A) - \Delta h_{AB}^{(i)} \quad (291)$$

biçiminde olur [33].

(290) düzeltme denkleminde görüldüğü gibi bu fonksiyonel modelde hem yükseklik bilinmeyenleri hemde polinom katsayıları kestirilmektedir.

En küçük kareler yöntemiyle hesaplanabilen  $c_{KI}$  katsayıları genişletilmiş fonksiyonel model test edilerek polinomun derecesi belirlenir. Bu modelde de bir kaç zaman periyodunda yapılan ölçüler aynı anda değerlendirilebilir. Her iki modelde de bölgede ölçülmemiş noktaların hareketi

$$\Delta H(x,y,t) = V(x,y)(t - t_0) \quad (292)$$

eşitliği ile hesaplanır.

### 6.3.3. Yüzey Modeli III

Vanicek u. Christodulidis tarafından tanımlanan bu yüzey modelinde birinci adım, iki zaman periyodunda yinelenmiş nivelman ölçülerinden hesaplanan yüksekliklerden yararlanarak komşu noktalar arasındaki bağıl hızın belirlenmesidir.

$t_1$  ve  $t_2$  zamanlarında  $A(x_A, y_A)$  ve  $B(x_B, y_B)$  noktaları arasında yapılan nivelman ölçüleri  $\Delta h_{AB}^{(1)}$ ,  $\Delta h_{AB}^{(2)}$  olmak üzere A ve B noktaları arasındaki bağıl hız ,

$$\Delta v_{AB}^{(i)} = \frac{\Delta h_{AB}^{(2)} - \Delta h_{AB}^{(1)}}{\Delta t_{12}} \quad (293)$$

$$\Delta t_{12} = t_2 - t_1$$

veya iki zamandaki dengeli yükseklik değerleri  $H_A^{(1)}$ ,  $H_B^{(1)}$ ,  $H_B^{(2)}$ ,  $H_A^{(2)}$  olmak üzere

$$\Delta v_{AB}^{(i)} = \frac{H_B^{(2)} - H_B^{(1)} - H_A^{(2)} + H_A^{(1)}}{\Delta t_{12}} \quad (294)$$

bağıntısı ile hesaplanır [50].  $\Delta v$  hız farkları, gözlemler gibi ele alınır. (282b) bağıntısı (294) de yerine konup gerekli düzenlemeler yapılırsa dengelemenin düzeltme denklemi,

$$\vartheta_{\Delta v}^{(i)} = c_{10} (x_B - x_A) + c_{01} (y_B - y_A) + \dots + c_{kl} (x_B^k y_B^l - x_A^k y_A^l) - \Delta v_{AB}^{(i)} \quad (295)$$

olarak yazılır. Bu bağıntı bir hız yüzeyini gösterir [33, 51].

(295) fonsiyonel modeli noktaların yatay koordinatlarına bağlı bir fonksiyondur.  $c_{kl}$  katsayıları en küçük kareler yöntemine göre hesaplanır. Genişletilmiş fonsiyonel model test edilerek yüzeyin derecesi belirlenir.

Eğer yalnızca iki periyod varsa bu yöntem rahatça uygulanır. İki den fazla periyod kullanıldığı zaman bağıl hızların korelasyonu dikkate alınmalıdır.

Yüzey Modeli I, Yüzey Modeli II ve Yüzey Modeli III uygulanırsa aşağıdaki yararlar sağlanır.

- Kolay hesaplanabilirler,
- Programlama tekniği yönünden söz etmeye değer hiç bir güçlük ile karşılaşılmaz.
- Tekrarlama periyodlarının çok az olması durumunda bile yüzey hareketlerinin hızları konusunda hüküm verilebilir.
- Bu modeller, geçerli oldukları bölgelerde herhangi bir zaman ve yerdeki yüksekliklerin enterpolasyonu için hazır bir algoritmayı da içinde bulundururlar.

Bunların dışında aşağıdaki sayısal güçlükler ve sınırlamalar gözönüne alınmalıdır.

- Hız modelleri, noktaların yerel hareketlerini çok fazla etkilemektedir. Bunun sonucu olarak küçük hareket artıkları kaybolmaktadır.
- Gözlemlerin sınırladığı yükseklik ağının dışındaki bölgelerde, yüksek dereceden polinomlarla belirlenen hızlar çok çabuk ve kolaylıkla hareket parametreleri olarak yorumlanmaktadır.
- Yükseklik noktaları  $P(x_j, y_j)$  nin yatay konum koordinatlarının da bilinmesi zorunludur.
- $x_j, y_j$  koordinat değerlerinin anlamlı biçimde normlandırılmadıkları durumlarda normal denklem katsayıları, polinomsal fonsiyonel model kurulduğu durumda çok çabuk  $10^{10}$  dan daha büyük değerlere ulaşmaktadır. Oysa yükseklik bilinmeyenlerine ilişkin normal denklem katsayıları  $10^2$  den daha küçük kalmaktadır. Bu durumda çözülecek normal denklem sisteminin kondüsyonu çok kötü olmakta ve çözüm sonuçları kararlı, güvenilir olmamaktadır. Yuvarlatma hataları sonuçları çok fazla etkilemektedir.

- Bu modellerde gözlemlerden elde edilen veriler genelleştirilmektedir. Böylece önemli seçeneklerin modellendirilmediği durumlarda, yüzey modelleri uygulanırsa, sözü edilen seçenekler de genelleştirilmiş olacaklarından bu modellerin seçimi uygun değildir.

#### 6.3.4. Yüzey Modeli IV

Genelleştirmeden doğacak hataların etkisini azaltmak için yukarıdaki yüzey modeli bir sinyal ile genişletilerek kollokasyon modeli oluşturulur. Bu modelde trend, büyük bölgesel deformasyonları ve sinyal de yerel bilgileri verir. Bu yöntem Pelzer tarafından önerilmiş ve aynı yazar tarafından uygulanmıştır [52].

Tek nokta modedellerinden en küçük kareler yöntemiyle hesaplanan dengeli nokta hızları, kollokasyon modelinde veri olarak kullanılır. Her  $P_j$  noktası için hızlar

$$v_i = V(x_i, y_i) + s_i + n_i \quad (296)$$

$V(x,y)$  (280) eşitliğindeki gibidir.  $v_i$  nokta hızlarını;  $s_i$ , yerel sapmaları;  $n_i$ , psoydo gözlemlerin rasgele dağılımlı hatalarıdır.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & \cdot & \cdot \\ 1 & x_2 & y_2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_m & y_m & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_m \end{bmatrix}, c_{kl} = \begin{bmatrix} c_{00} \\ c_{01} \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{kl} \end{bmatrix} \quad (297)$$

olmak üzere matris gösterimi ile kollokasyon modelinin fonksiyonel bağıntısı

$$v = A c_{kl} + s + n \quad (298)$$

olur. Modelin stokastik bölümü olan ölçü hatalarının varyans-kovaryans matrisi, tek nokta modelinde hesaplanan varyans-kovaryans matrisinin hızlara karşılık gelen kısmıdır.

$$\Sigma_{nn} = \sigma_0^2 Q_{vv} = \sigma_0^2 Q_{nn} \quad (299)$$

Rasgele dağılımlı sistematik etkilerin (sinyallerin) kovaryans matrisi ise  $P_i$  ve  $P_j$  noktaları arasındaki  $s_{ij}$  uzaklığına bağlıdır.

$$\Sigma_{ss} = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \cdot & \cdot & r_{1m} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \cdot & \cdot & r_{2m} \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ r_{m1} & r_{m2} & r_{m3} & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} = \sigma_s^2 Q_{ss} \quad (300)$$

$r_{ij}$  kovaryans değeri, deneylere dayalı olarak elde edilen kovaryans fonksiyonları yardımıyla hesaplanır. Söz konusu fonksiyonda yararlanılan parametreler, noktalar arasındaki uzaklık  $s$  ya da zaman  $t$  olmaktadır. Kovaryans matrislerinin düzgün (regüler) olabilmeleri için pozitif tanımlı matrisler veren basit kovaryans fonksiyonlarının başlıcaları

$r = 1 / (1 + (s_{ij} / s_0)^2)$	HIRVONEN
$r = e^{-c s_{ij}^2}$	MORITZ-HEITZ
$r = s^{-c}$	LAUER

biçiminde tanımlanmışlardır. Parametrelerin ya da trendin belirlenmesi için sinyaller arasındaki korelasyonların yaklaşık olarak bilinmesi yeterlidir.

Böylece stokastik model,

$$Q_{nn} = Q_{vv}$$

$$\Sigma = \Sigma_{ss} + \Sigma_{nn} \quad \text{ve} \quad Q = Q_{ss} + Q_{nn} \quad (301)$$

bağıntısı ile oluşturulur. Minimum koşulu,

$$s^T Q_{ss}^{-1} s + n^T Q_{nn}^{-1} n = \min. \quad (302)$$

sağlanarak çözüm,

$$c_{ki} = (A^T Q^{-1} A)^{-1} A Q^{-1} v \quad (303)$$

$$s = Q_{ss} Q^{-1} (v - A c_{ki}) \quad (304)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{Q}_{nn} \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{A}c_{kl}) \quad (305)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}c_{kl} + \mathbf{s} \quad (306)$$

$$s_0^2 = \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{Q}_{ss}^{-1} \mathbf{s} + \mathbf{n}^T \mathbf{Q}_{nn}^{-1} \mathbf{n}}{n_c - u_c} \quad (307)$$

belirlenir [53].

#### 6.4. Genelleştirilmiş Kinematik Modeller

Sürekli hareketlerin yanında, tek tek olayların etkisiyle oluşan ve sürekli olmayan konum değişimlerini de içeren modeller en genel modellerdir. Böylece aniden ortaya çıkan atılım biçimindeki deformasyonları gösteren terimler, kinematik yöntemle ya da bilinen fiziksel parametrelere bağlı olarak dinamik yöntemle tanımlanırlar.

##### 6.4.1. Genelleştirilmiş Kinematik Model I

Vanicek v.d. tarafından kurulan model, yüzey modeli II nin genişletilmiş biçimidir. Bu modelde, sürekli deformasyonları sona erdiren, tek tek olaylara bağlı, ayırık doğrusal hareketler de gözönüne alınabilmektedir.

Bu modelde  $k= 1,2,\dots,n_m,n_m+1,n_m+2,\dots,n_m+n_e$

hareket periyodları ele alınmaktadır. Bunlardan  $n_m$  sayıda periyod sürekli,  $n_e$  periyodları da tek tek olaylara bağlı (episodal) periyodlardır.  $t$  zamanlarının herbiri, hareketin başlangıç zamanı olduğu varsayılan  $t_0$  dan başlayarak gösterilmektedir. Tek tek olaylara bağlı episodal hareketlerin zamanları  $t_{bk}$ ,  $t_{ek}$  ile gösterilmektedir.

**VANİCEK** genel modeli,

$$H_t = H_{t_0} + \sum_{k=0}^{m_j} \sum_{l=0}^{m_j-k} \sum_{k=1}^{n_t} a_{ij} x^i y^j T_k \quad (308)$$

biçiminde yazılır. Burada,

$$T_k = t^k \quad (309a)$$

$k=1,2,\dots,n_m$

$$T_k = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & t < t_{b_k} \\ (t-t_{b_k}) / (t_{e_k}-t_{b_k}) & t_{b_k} \leq t \leq t_{e_k} \\ 1 & t > t_{e_k} \end{array} \right\} \quad (309b)$$

$k=n_m+1,\dots,n_m+n_e$

bağıntıları ile tanımlanmıştır. Modelin  $t_{b_k} \leq t \leq t_{e_k}$  seçenekleri ile episodal doğrusal hareketler de tanımlanabilmektedir [52, 54].

#### 6.4.2. Genelleştirilmiş Kinematik Model II

Snay ve Gergen tarafından tanımlanan bu modelde,  $t_p$  zamanında meydana gelen bir deprem nedeniyle ortaya çıkan  $d_p$  iç kuvvet değişimleri de göz önüne alınarak Vanicek modeli, yer kabuğu hareketleri gibi özel durumlar için genişletilmektedir. Bu modelde genel ve sürekli kabuk hareketleri, afin deformasyonların bir sonucu olarak ele alınmakta ve model aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır.

$$H_t = H_{t_0} + \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 a_{ij} x^i y^j \Delta t + b(t, t_p) A_p d_p \quad (310)$$

$(i+j=2)$

Söz konusu  $b(t, t_p)$  fonksiyonu aşağıdaki değerleri alır.

$$b(t, t_p) = \left\{ \begin{array}{l} t_p < t_0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} -1 & t < t_p \\ 0 & t > t_p \end{array} \right\} \\ t_p > t_0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} 0 & t < t_p \\ 1 & t > t_p \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (311)$$

İç kuvvet değişimleri  $d_p$  yerin iç kısımlarında oluşurlar, sismik gözlemlerin değerlendirilmesi sonucunda yüzey fonksiyonları olarak elde edilirler ve  $A_p$  etkime fonksiyonu yardımı ile  $P_t(x_t, y_t)$  fiziksel yeryüzündeki noktalara taşınırlar[52].

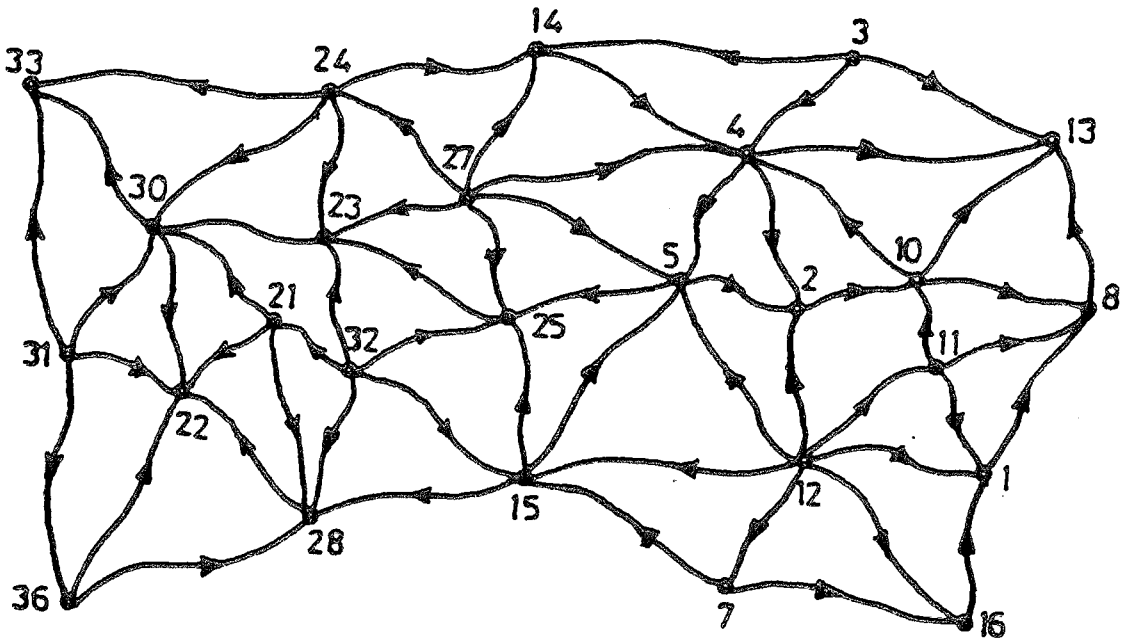
Bu model, diğer kinematik modellerden kaynaklanan ve mekanik-fiziksel tanımlara dayalı  $A_p$  etkime fonksiyonu yardımıyla dinamik etkilerin de gözönüne alındığı bir modeldir.



## 7. SAYISAL UYGULAMA

### 7.1. Verilerin Oluşturulması

Deformasyon ağı, batı Anadolu çanağının (graben) Sultanhisar-Yenipazar bölgesinde 2x1 km'lik bir alanda MTA çalışanlarınca 26 noktalı bir ağ olarak Şekil (5)'de görüldüğü gibi kurulmuştur. Ağda 60 yükseklik farkı ölçüsü 1978 yılından başlayarak 1989 yılına kadar "duyarlı nivelman" yöntemiyle her yıl yinelenerek yapılmıştır. Başka bir deyişle ağ, aynı ölçme planına göre 12 kez ölçülerek sayısal uygulama olarak seçilen veriler elde edilmiştir. Ölçüler, ölçü duyarlılığı 0.3 mm/km olan otomatik nivo NI002 aleti ve invar duyarlı nivelman miraları ile yapılmıştır. Nivelman işlerinin çabukluğu ve mira ve alet çökmelerinin etkilerini en aza indirmesi nedeniyle ölçü şekli GİG (geri, ileri, ileri, geri) olarak seçilmiştir. Okumalar, geri (sol), ileri (sol), ileri (sağ), geri (sağ) olarak yapılmıştır.



Şekil 6 : Sultanhisar-Yenipazar Nivelman Ağı

1978 yılı referans zamanı ( $t_0$  zamanı ) olarak alınmıştır. 1978 yılında yapılan ölçüler serbest dengelenip, uyumsuz ölçüler, t-testi yöntemine göre belirlenerek ayıklanmıştır. Ağ, uyumlu ölçülerle serbest dengelenerek dengeli yükseklikler hesaplanmıştır. 1978 yılında hesaplanan dengeli yükseklikler diğer tüm zaman periyodlarında yaklaşık yükseklikler olarak kullanılmıştır.

Tüm zaman periyodlarında uyumsuz ölçüler irdelemesi yapıp ağ, uyumlu ölçülerle her periyod için ayrı ayrı serbest dengelenerek dengeli yükseklikler hesaplanmıştır. Başka bir deyişle kinematik hareketlerin saptanmasında veri olarak kullanılmak üzere tüm periyodların dengeli yükseklikleri, dengeli yükseklik farkları, yüksekliklerin ters ağırlık matrisleri ve birim ölçünün ortalama hataları elde edilmiştir.

## **7.2. Uygulama Ağında Kinematik Tek Nokta Modelleriyle Hareketlerin Belirlenmesi**

Kinematik tek nokta modellerinde amaç; ağ noktalarının hareketlerini, hareket hızlarını ve ivmelerini saptamaktır. Tek nokta modelleri ile hareket ve hareket parametreleri, aynı anda veya adım adım belirlenmektedir. Bu amaçla çeşitli yazarlarca birçok tek nokta modeli ve çözüm yöntemi önerilmiştir. Söz konusu modeller ve çözüm yöntemleri uygulanarak ağ noktalarının hareketleri ve hareket parametreleri hesaplanmıştır.

### **7.2.1. Tek Nokta Modeli I'in Uygulanması**

Bu modelle ortak noktaların dengeli yükseklikleri karşılaştırılarak doğrusal hipotez testleriyle farkların anlamlı olup olmadığı araştırılmıştır. Sayısal uygulama yapılan ağ ve ölçme planı her ölçme periyodunda değişmediği için bu modelin uygulanmasında tüm noktalar ortak alınmıştır.

Tek nokta modeli I ile hareketli noktalar ve hareket büyüklükleri iki yöntemle hesaplanmıştır.

Birinci yöntem olan  $\theta^2$ -ölçütü (6.2.1.1.) bölümünde açıklandığı biçimde karşılaştırma periyodlarında hesaplanmış olan yüksekliklerden yararlanarak aradan geçen süre içerisinde ağda deformasyon oluşup oluşmadığı belirlenmiş, hareketli noktalar ve hareket büyüklükleri saptanarak Tablo 2 de gösterilmiştir. Bu tabloda 1 mm den küçük hareket belirlenen noktalar hareketsiz kabul edilmiştir.

İkinci yöntem, (6.2.1.2.) bölümünde genelleştirilmiş yöntem olarak açıklanmıştır. Bu yöntemde ağ, karşılaştırma periyodlarında eşlenik kabul edilen noktalara ilişkin kısmi iz min. yapılarak topluca dengelenmekte ve hesaplanan düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamı saptanmaktadır. Bu değer, daha önce her periyod için yapılan serbest dengelemeyle hesaplanmış olan düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamı ile karşılaştırılarak geçen zaman içinde ağda deformasyon oluşup oluşmadığı ve deformasyon büyüklüğü hesaplanmaktadır. Sonuçlar Tablo 3 de sunulmuştur. Bu tabloda da yıllık 1 mm den daha küçük hareket belirlenen noktalar hareketsiz kabul edilmiştir. Karşılaştırma periyodlarında her iki yöntem ile de hareket belirlenen noktalar ve hareket büyüklükleri, Tablo 4 de verilmiştir.

Birinci yöntem olan  $\theta^2$ -ölçütü ile hareketli noktaların ve hareket büyüklüklerinin saptanması oldukça kolaydır. Genelleştirilmiş yöntemde ise toplu dengeleme verilerinin düzenlenmesi, yorucu olmaktadır.  $\theta^2$ -ölçütünün ayırma gücü, genelleştirilmiş yöntemle göre daha fazla olduğundan söz konusu yöntem ile daha çok hareketli nokta belirlenmiştir. Ağ noktalarından bir bölümünde deformasyon bulunduğundan daha başlangıçta kuşku duyulduğu durumlarda; genelleştirilmiş yöntemle her zaman istatistik yönden güvenli çözüme ulaşılmaktadır.

Tablo 2 : 02 - Ölçütü ile Belirlenen Hareketli Noktalar

Periyod	HAREKET BELIRLENEN NOKTALAR																														
	1	2	3	4								12	13	14	15	16		22					25	27	28		32	33	36		
1979-1978	1		3	4																											
1980-1978	1	2									10	11	13	15	16				23				25		28	30	31	32			
1980-1979	1		3	5							8	10	11	13	14	15	16			23			25		28		31	32	33	36	
1981-1978											10	11	12	13	14	15	16								28	30	31	33	36		
1981-1979	1		3								8	10	11	12	13	14	15	16				25	27	28	30	31	32	33	36		
1981-1980											10	11						21				25				31	32		36		
1982-1978		2		5							8	10	11	12	13	15	16			23		25		28	30	31	32	33	36		
1982-1979	1	2	3	5							8	10	11	12	13	14	15	16		23		25			30	31	32	33	36		
1982-1980	2			4	5						8	11	12	13	15	16								28		31	32	33	36		
1982-1981	1	2		5							8	10	11	12	13				23					28	30	31	32	33	36		
1983-1978											8		12	13	15	16	21					25	27		30	31			36		
1983-1979	1	2	3	5	7						11	12	13	14	15	16	21	22				24	25	27	30		32	33	36		
1983-1980	1										8	10	12		15	16	21					24	25		28	30	31	33	36		
1983-1981	1		3								8	10	11	12	14	15	16	21				25		28	30	31	33	36			
1983-1982	1			5							8	10		13	14	15	16	21				24	25		30		32	33	36		
1984-1978			3	4	5						10	11	12	13	14	16	21					23	24	25		30	31	33	36		
1984-1979			3	5	7						8		12	13	14	15	16	21	22			24	25		28	30	32		36		
1984-1980			3								8	10	11	12	13	14	15	21				24	25		28	30	31		33	36	
1984-1981			3	5							10	11	12	13	15		21					24	25		28	30	31		33	36	
1984-1982	1	2	4								8	10		13	15	16		22	23	24		24			28	30	31	32	33	36	
1984-1983			3	4	5	7					10	11	12	13	14	16						23	24						33	36	
1985-1978	1	2	3	4							8		12	14	16	21						23	24	25	28	30	31	32	33	36	
1985-1979	2	3	4								8		12	13	15		21					23	24	25	27	28	30	31	32	33	36
1985-1980	1	2	3	4							8	10	11	12	13	14	15	21				23	24	25	28	30	31		33	36	
1985-1981	1	2	3	4							8	10	12	13	14	15		21				23	24	25			31	32	33	36	
1985-1982	1	2	3	4	5	7					8	10	11	13	14	15		21				23	24	25	30			32		36	
1985-1983	1	2		4								11	12	13	14			21				23	24	25	27	28	30	31	33	36	
1985-1984	1	2	3	4							8		11	12	13	14	15	16				25			28	30		32	33	36	
1986-1978	1	2	3								8	10	11	12	14	15	16	21				25		28		31	32	33	36		
1986-1979	1	2	3	5	7						8		11	12	13	14	15	16	21			24	25	27	28		32		36		
1986-1980	1	2									8	10	11	12	13	14	15	16				25		28	30	31	32	33	36		
1986-1981	1	2									8	10	11	12	13	14	15	16		23		25		28	30	31	32	33	36		
1986-1982	1	2		4	5						8	10	11	12	13	14	15	16		23		25		28	30		32	33	36		
1986-1983	1	2	3									10	11		13	14	15	16	21					27	28	30		32	33	36	
1986-1984	1	2	3	5	7									13	14	15	16	21	23					27	28	30		32	33	36	
1986-1985	1		3	4	7							11	12	14	15	16	21	23				24	25	28	30		32	33	36		

(Tablo 2 'nin Devamı)

Periyod		HAREKET BELİRLenen NOKTALAR																											
1987-1978	1 2				5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23		25	27	28	30	31		33	36			
1987-1979	1				5				11	12	13	14	15	16				24	25	28		31	32	33	36				
1987-1980	1 2					7	8	10	11	12	13	14	15	16				24		28		31	32	33					
1987-1981	1			3	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16				24	25	27	28	30	31	32	33	36			
1987-1982	1 2 3			3	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16			23	24	25	27				33	36				
1987-1983	1 2					7	8	10	11	12	13	14	15	16		22	23					30	31		33	36			
1987-1984	1			3 4		7	8			12	13	14	15	16	21		23		25	27	28	30		32	33	36			
1987-1985	1 2 3			3	5		8		11	13	14	15	16		22	23					30	31	32	33	36				
1987-1986	1					7		10	11	12	13	15			21	22			27	28	30			32	33				
1988-1978	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	28	30			32	33				
1988-1979	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23			27		30			33	36			
1988-1980	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16			23	24	25	28	30	31			33				
1988-1981	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	28	30	31	32	33	36				
1988-1982	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	28	30	31	32	33	36				
1988-1983	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22					28	30	31	32	33	36			
1988-1984	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16			23	24	25	28	30	31			33				
1988-1985	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	28	30	31	32	33	36				
1988-1986	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	13	13	14	15	16	21		23	24	25	28	30	31	32	33	36				
1988-1987	1 2 3 4			3 4	5	7	8	10	11	12	13	14	16				24	25			30	31	32	33	36				
1989-1978				4		7	8	10			14	15	16		22		24		27	28		31	32						
1989-1979	1			3 4	5	7	8		11	13	14	15	16	21			23		27				32		36				
1989-1980				3 4	5	7		10	11	12	13	14	15	16	21		23		25	27	28		31		33	36			
1989-1981				4		7	8		11	12	13	15	16		22			24	25	27	28	30	31		33				
1989-1982	1			4 5		8	10		10		13	14	15	16	21	22	23	24	25	28	30	31		33	36				
1989-1983				5	7	8	10		10		13	14	16	21	22				25		28	30	31	32	36				
1989-1984				4 5	7		10		10	12	14	16			22	23			25	27	28	30	31		36				
1989-1985	1			5	7	8	10	11	12	13	14	16	21				24	25	27		30	31		33	36				
1989-1986	1 2					7	8	10	11	13	14	15			22	23	24				30	31	32	33	36				
1989-1987	1 2			4		7	8	10	11	12	13	14	15		22	23		25		28	30	31	32	33	36				
1989-1988	1 2 3 4			4 5	7	8	10	11	12	13	14	16	21	22			24	25		28	30		32	33	36				
SONUÇ																													
NOKTA	1 2 3 4			—	7	8	10	11	12	13	14	15	16		—	—	23	24	25	—	28	30	31	32	33	36			
mm/yıl	12 10 7	11		—	10	12	5	9	11	17	19	12	12		—	7	7	8	—	9	16	14	16	23	15				

Tablo 3 : Genelleştirilmiş Modelle Belirlenen Hareketli Noktalar

Periyod	HAREKET BELİRLENEN NOKTALAR																						
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19						
1979-1978						8					12	13	14	15	16		36						
1980-1978																	33						
1980-1979	1	3	4	5								14	15			28	33						
1981-1978								10	11	12	13	14	15	16		28	33						
1981-1979	1	3						10	10	12						28	33						
1981-1980					5	7		10	11							28	33						
1982-1978					5	8		8	10	12	13	14	15	16		28	33						
1982-1979	2	3			5	8		8	10	12	13	14	15			28	33						
1982-1980	2				5	8		8		12	13					28	33						
1982-1981	2	4	5							12	13					28	33						
1983-1978		3	4		7	8				12	13					28	33						
1983-1979		3			5	8				12	13	14	15	16	21	27	36						
1983-1981	1				5	8		8	10	11	12					28	33						
1983-1982	1				5	8		8	10		13	14	15	16	21	28	33						
1984-1978		3	4	5	7					12						30	36						
1984-1979		3			5	7				12	13	14	15	16		30	36						
1984-1982	2	3			5	8		8	10	11	13					28	33						
1984-1983		4	5		7	8				12	13	14				28	33						
1985-1978	1	3	4	5		8				11	12	14				28	33						
1985-1979	1	2	3	4						11	12	13	14	15	16	21	36						
1985-1983	1	2	3	4						11	12	13	14	15	16		36						
1985-1984	1	4			4					11	12	13	14	16		28	36						
1986-1978	1	2			7	8				12	14	15	16			28	36						
1986-1979	1	2			5	7				12	13	14	15	16		28	36						
1986-1984	1	2	3	5		8				13	14	15	16	21		28	36						
1986-1985	1	3	4	7						11						28	36						
1987-1978	1				5					12	13	14	15	16	21	28	36						
1987-1979	1				5					12	13	14	15	16		28	36						
1987-1985	1		4					10	11	12	13	14	15	16		30	36						
1987-1986	2				7					12	13					30	36						
1988-1978	1	2	3	4	7	8		8	10	11	12	13	14	15	16	21	33						
1988-1979	1	2	3	4	5	7		8	10	11	12	13	14	15	16		33						
1988-1986	2	3	4			8		8	10		13	14	15			28	36						
1988-1987	1	2	3	4	7	8		8	10	11	13	14				30	33						
1989-1978					4	7		8	10		12					28	33						
1989-1979					3	4		8	10		12	13	14	15	16	27	36						
1989-1987	1	2						8	10	11	12	13	14	15		27	36						
1989-1988	1	2	3	4	7	8				12	13	14				30	36						
SONUÇ																							
NOKTA	1	--	3	4	--	8	10	--	12	13	14	15	16	--	23	24	25	28	30	31	32	33	36
mm/yıl	-8	--	6	8	--	10	10	--	9	12	15	10	10	--	5	-8	10	9	8	-6	9	17	12

Tablo 4 : 02-Öçütü ve Genelleştirilmiş Model ile Hareketli Olduğu Belirlenen Noktalar

Periyod		HAREKET BELİRLENEN NOKTALAR																						
1979-1978	3	8	13	14	15	16												25				32		36
1980-1978			13	14	15	16												25				31		33
1980-1979	3			14	15	16																28		36
1981-1978			10	11	12	13	14	15	16													28	30	33
1981-1979	3		10	11	12	13	14	15	16													28	30	36
1981-1980			10	11																				
1982-1978		5	8	10	12	13	14	15	16													28		36
1982-1979	3	5	10	12	13	14	15	16														28		36
1982-1980		5	12	13	14	15	16															28		36
1982-1981	2	4	12	13																		28	30	36
1983-1978	3	8	13	14	15	16	21															30	31	36
1983-1979	3		12	14	15	16	21																	36
1983-1981		5	8	10	11	12	14	15	16	21												28		36
1983-1982		5	8	10	12	13	14	15	16													28		36
1984-1978		4	12	13	14	15	16																	36
1984-1979	3	5	12	13	14	15	16																	36
1984-1982	3	8	13	14	15	16																		36
1984-1983		5	14																					36
1985-1978	1	3	8	11	12	13	14	15	16													28	30	36
1985-1979	3	4	11	12	13	14	15	16	21															36
1985-1983	1	2	11	12	13	14	15																	36
1985-1984	1	4	11	12	13	14	15	16																36
1986-1978	1	2	12	14	15	16																28		36
1986-1979	1	7	12	14	15	16																28		36
1986-1984	1	2	12	14	15	16	21																	36
1986-1985	1	3	12	14	15	16																		36
1987-1978	1	5	12	13	14	15	16	21	22	23														36
1987-1979	1		12	13	14	15	16																	36
1987-1985	1		11	13	14	15	16																	36
1987-1986		7	12	13	14	15																		36
1988-1978	1	2	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22												36
1988-1979	1	3	8	10	11	12	13	14	15	16														36
1988-1986	3	4	8	10	11	12	13	14	15	16	21													36
1988-1987	1	3	7	8	10	11	13	14	15	16														36
1989-1978		7	10	15																				36
1989-1979	3	4	8	10	11	12	13	14	15	16														36
1989-1987	1	2	8	10	11	12	13	14	15															36
1989-1988	1	2	7	8	10	11	12	13	14	16														36
SONUÇ																								33
NOKTA	1	2	3	4	7	8	10	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	28	30	31	32	33	36
mm/yıl	10	10	7	10	10	11	7	9	10	15	17	11	11	11	11	6	8	9	12	10	13	20	13	

### 7.2.2. Tek Nokta Modeli II ve III' ün Uygulanması

Holdahl tarafından önerilen tek nokta modeli II, bölüm (6.2.2) de açıklandığı şekilde nokta hareketlerini ve hareket parametrelerini zamana bağlı olarak aynı anda belirleyen modeldir. (197) bağıntısında gösterildiği şekilde bu modelde veriler dengeli yükseklikler olduğundan ağ noktalarının herhangi bir zamandaki yükseklik bilinmeyenini, hızı ve ivmeyi aynı anda hesaplamak için en az dört zaman periyoduna gereksinim vardır.

Örneğin 1978 yılındaki hareket ve hareket parametrelerini belirlemek için model 1979, 1980, 1981, 1982 yıllarındaki dengeli yüksekliklerle kurulur. Fonksiyonel model,

$$H_j^{79} = H_j^{78} + v_j (79-78) + \frac{1}{2} a_j (79-78)^2$$

$$H_j^{80} = H_j^{78} + v_j (80-78) + \frac{1}{2} a_j (80-78)^2$$

$$H_j^{81} = H_j^{78} + v_j (81-78) + \frac{1}{2} a_j (81-78)^2$$

$$H_j^{82} = H_j^{78} + v_j (82-78) + \frac{1}{2} a_j (82-78)^2$$

biçiminde kurulmuştur. Veriler dengeli yükseklikler olduğundan; dengeli yüksekliklerin ortalama hatalarının eşit olduğu varsayılarak stokastik modeli oluşturan ağırlıklar eşit ve "1" olarak alınmış ve en küçük kareler yöntemine göre çözüm yapılmıştır. Bu yöntem *doğrudan çözüm yöntemi* olarak adlandırılmıştır ve tablolarda D.Ç. kısaltmaları ile gösterilmiştir. Bu yöntemle aşağıda sayılan periyodlarda

1978-1979-1980-1981-1982 , 1979-1980-1981-1982-1983

1980-1981-1982-1983-1984 , 1981-1982-1983-1984-1985

1982-1983-1984-1985-1986 , 1983-1984-1985-1986-1987

1984-1985-1986-1987-1988 , 1985-1986-1987-1988-1989

hesaplama yapılmıştır. Çözümler tek nokta model III'de açıklandığı biçimde adım adım yapılmıştır. Önce statik (yükseklik) modeli çözülmüş ve istatistik irdeleme yapılmıştır. Sonra doğrusal (yükseklik+hız) modeli çözülüp global test ve genişletilmiş fonksiyonel modelin testi yapılmıştır. Daha sonrada karesel (yükseklik+hız+ivme) modeli çözülerek global test ve genişletilmiş modelin testi yapılmıştır. İstatistik irdeleme sonuçları **Tablo 5** de gösterilmiştir. Tablo 5 de statik, doğrusal ve karesel modeller için yapılan *deterministik (gerekir) ve stokastik (raslantısal)* yönden istatistiksel irdelemelere dayalı olarak **KARAR** verilmiştir. Anlamli bulunan hareketler **Tablo 6** da verilmiştir.



Tablo 5 : Dengeli Yüksekliklerle Statik (Yük.), Doğrusal (Yük.+Hız) ve Karesel (Yük.+Hız+İvme) Modellerin Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Hesaplanması

Periyod	Statik Model YÜK.	Doğrusal Model YÜK.+HIZ	Fonksiy. Modelin Genişletme Testi	Karesel Model YÜK.+HIZ+İVME	Fonksiy. Modelin Genişletme Testi	KARAR
	Global Test $s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	Global Test $s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	$s_0$ (Öncül) $m_g$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	Global Test $s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	$s_0$ (Öncül) $m_g$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	
1978-1979- 1980-1981- 1982	4.35	4.35	3.92	3.92	2.33	Uygun Model
	4.81	3.92	6.21	2.33	3.03	YÜK.+HIZ
	1.22	1.23	2.51	2.83	1.69	
	1.43	1.65	1.91	1.98	2.15	
1979-1980- 1981-1982- 1983	5.20	4.26	4.26	4.22	4.22	Uygun Model
	4.26	4.22	3.05	5.12	4.07	YÜK.+HIZ
	1.49	1.18	1.95	1.47	1.07	
	1.45	1.63	1.92	1.91	1.98	
1980-1981- 1982-1983- 1984	4.60	4.54	4.54	4.61	4.61	Uygun Model
	4.54	4.61	4.40	5.12	3.98	Statik (YÜK.)
	1.03	1.03	1.06	1.23	1.34	
	1.45	1.63	1.92	1.91	1.98	
1981-1982- 1983-1984- 1985	5.13	5.71	5.71	5.96	2.79	Uygun Model
	5.71	5.96	7.86	2.79	3.19	YÜK.+HIZ
	1.24	1.09	1.86	4.66	1.30	
	1.43	1.63	1.83	5.98	2.15	
1982-1983- 1984-1985- 1986	6.99	5.56	5.56	6.28	6.28	Uygun Model
	5.56	6.28	3.74	7.01	5.44	YÜK.+HIZ
	1.31	1.28	2.21	1.25	1.33	
	1.58	1.63	1.92	1.91	1.98	
1983-1984- 1985-1986- 1987	4.19	6.08	6.08	5.41	3.28	Uygun Model
	6.08	5.41	8.74	3.28	5.58	YÜK.+HIZ +İVME
	2.11	1.26	2.07	2.72	2.89	
	1.43	1.65	1.83	1.98	2.15	
1984-1985- 1986-1987- 1988	6.30	7.50	6.79	6.79	3.28	Uygun Model
	7.50	6.79	9.52	3.28	4.53	YÜK.+HIZ
	1.42	1.22	1.97	4.29	1.91	
	1.43	1.65	1.83	1.98	2.15	
1985-1986- 1987-1988- 1989	8.23	6.18	6.18	6.87	6.87	Uygun Model
	6.18	6.87	4.37	7.08	6.68	YÜK.+HIZ
	1.77	1.24	1.91	1.06	1.06	
	1.45	1.63	1.99	1.91	1.91	

Tablo 6 : Dengeli Yüksekliklerle Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Anlamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri

Hesaplama Aralığı	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>	Hesaplama Aralığı	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>			
1978-1979-1980-1981-1982	14	-22.24	---	-----	1982-1983-1984-1985-1986	1	-6.77	---	-----			
						8	10.24	---				
						10	-5.04	---				
						13	-11.58	---				
1979-1980-1981-1982-1983	14	-20.16	---	-----	1983-1984-1985-1986-1987	14	-10.93	---	-----			
	36	18.20	---									
	15	-12.19	---									
	16	-10.25	---									
	24	-5.86	---									
	25	-10.45	---									
1980-1981-1982-1983-1984	12	4.34	-----	-----	1984-1985-1986-1987-1988	33	-27.73	---	-----			
	25	-4.35				-----						
	30	-4.20					-----					
	31	-5.93						-----				
	13	-12.40								-----		
14	-13.58	-----										
1981-1982-1983-1984-1985	31		-11.56	-----	-----	1985-1986-1987-1988-1989			33		-42.75	---
	33		-5.52				-----					
	4		19.60					-----				
	14		-11.44						-----			
28	8.87	-----										
33	-22.49		-----									
36	23.56			-----								

Tek nokta modeli II'de (211) bağıntısında verildiği şekilde veriler dengeli yükseklik farkları olduğundan; hareket parametrelerini aynı anda belirlemek için ağdaki ölçü sayısına göre kullanılacak periyod sayısı belirlenir. Uygulama ağında 60 yükseklik farkı ve 26 nokta olduğundan her nokta için yükseklik bilinmeyen, hız ve ivmenin belirlenmesi için en az iki zaman periyoduna ihtiyaç vardır.

Örneğin 1978 yılındaki hareket ve hareket parametrelerini belirlemek için 1979 ve 1980 yıllarındaki dengeli ölçüler kullanılarak fonksiyonel model

$$\Delta h_{ij}^{79} = H_j^{78} - H_i^{78} + (v_j - v_i) (79-78) + \frac{1}{2} (a_j - a_i) (79-78)^2$$

$$\Delta h_{ij}^{80} = H_j^{78} - H_i^{78} + (v_j - v_i) (80-78) + \frac{1}{2} (a_j - a_i) (80-78)^2$$

ve stokastik model,

$$P_i = \frac{1}{s_i}$$

biçiminde kurulur. Oluşan normal denklem matrisi singülerdir (tekil, tutarsız). Moore-Penrose tersi anlamsız çözüm vermektedir. Tutarsızlığı gidermek için; dengeleme verileri dengeli yükseklikler olduğundan bu büyüklüklerin, dengelemeden sonra bulunacak değerlere eşit olmaları ön görülerek genişletilmiş model ile çözüm yapılmıştır.

En küçük kareler yöntemine göre hesaplanan tutarsız yapıdaki normal denklem matrisi alt matrislerine göre açık yazılırsa

$$N = \begin{bmatrix} N_{hh} & N_{hv} & N_{ha} \\ N_{vh} & N_{vv} & N_{va} \\ N_{ah} & N_{av} & N_{aa} \end{bmatrix}$$

biçiminde olur. Kurulan koşul denklemini gerçekleştirmek için bu matriste yüksekliklere karşılık gelen alt matrise ( $N_{hh}$ ) birim matris E eklenir. Böylece oluşturulan normal denklem matrisi

$$N_E = \begin{bmatrix} N_{hh}+E & N_{hv} & N_{ha} \\ N_{vh} & N_{vv} & N_{va} \\ N_{ah} & N_{av} & N_{aa} \end{bmatrix}$$

biçimini alır.  $N_E$  matrisi singülerdir ve Psoydo tersi

$$N_E^+ = (N_E + G G^T)^{-1} \cdot G G^T$$

biçiminde hesaplanır.

Burada G matrisi, ilk stünunda yükseklik bilinmeyenlerine karşılık gelen kısmı sıfır (0), hızlara karşılık gelen kısmı  $1/\sqrt{m}$ , ivmeler için sıfır (0) ; ikinci stünunda ise yükseklik ve hız için sıfır (0) ivme için  $1/\sqrt{m}$  alınıp,

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 1/\sqrt{m} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 1/\sqrt{m} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{m} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1/\sqrt{m} \end{bmatrix}$$

şeklinde hesaplama yapılır. G matrisi bir sütün olarak alınarak da ters matris hesaplanabilir. Bir tek sütündan oluşan G matrisi ile yapılan uygulamada model hipotezinin testi anlamlı olmadığından, başka bir deyişle birim ölçünün ortalama hatası büyük çıktığından G matrisi yukarıdaki gibi iki sütünla oluşturulmuştur.

Yükseklik farklarını kullanarak doğrudan çözüm yöntemiyle aşağıdaki periyotlarda hareket parametreleri hesaplanmıştır.

1978-1980-1981 , 1979-1980-1981 , 1980-1981-1982 , 1981-1982-1983  
1982-1983-1984 , 1983-1984-1985 , 1984-1985-1986 , 1985-1986-1987  
1986-1987-1988 , 1987-1988-1989.

Çözümler tek nokta modeli III (Hannover yaklaşımı) de açıklandığı biçimde adım adım yapılmıştır. İstatistik irdeleme sonuçları Tablo 7 de gösterilmiştir. Anlamlı bulunan yükseklik bilinmeyenleri, hız ve ivmeler Tablo 8 de verilmiştir.

Tablo 7 : Dengeli Yükseklik Farklarıyla Statik (Yük.), Doğrusal (Yük.+Hız) ve Karesel (Yük.+Hız+İvme) Modellerin Doğrusal Çözüm Yöntemiyle Hesaplanması

periyod	Statik Model Yük.	Doğrusal Model Yük.+Hız	Fonksiy. Modelin Genişletme Testi	Karesel Model Yük.+Hız+İvme	Fonksiy. Modelin Genişletme Testi	KARAR
	$s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) T(Test) q(F-Tablo)					
1978-1979-1980	4.72	2.42	2.42	2.61	10.68	Uygun Model
	2.42	2.61	3.29	10.68	4.59	YÜK.+HIZ
	3.80	1.16	1.85	16.74	3.09	
	1.41	1.55	1.80	1.71	2.03	
1979-1980-1981	5.72	4.05	4.05	3.97	8.35	Uygun Model
	4.05	3.97	5.50	8.35	3.78	YÜK.+HIZ
	1.99	1.04	1.84	4.42	4.88	
	1.41	1.56	1.80	1.71	2.03	
1980-1981-1982	4.79	4.57	4.57	4.72	9.09	Uygun Model
	4.57	4.72	4.59	9.09	5.22	Statik (YÜK.)
	1.10	1.07	1.01	3.71	3.03	
	1.41	1.55	1.80	1.71	2.03	
1981-1982-1983	6.11	2.98	1.21	3.21	5.08	Uygun Model
	2.98	1.21	3.26	5.08	5.67	YÜK.+HIZ
	4.20	6.06	7.25	2.50	1.24	
	1.41	1.56	1.80	1.71	1.97	
1982-1983-1984	7.16	2.25	2.25	1.85	9.68	Uygun Model
	2.25	1.85	5.42	9.68	4.23	YÜK.+HIZ
	10.12	1.48	5.80	27.38	5.23	
	1.41	1.56	1.80	1.71	2.03	
1983-1984-1985	6.04	3.75	2.52	2.52	10.61	Uygun Model
	3.75	2.52	6.06	10.61	2.80	YÜK.+HIZ
	2.59	2.21	5.78	17.73	14.0	
	1.41	1.56	1.94	1.71	2.03	
1984-1985-1986	4.58	4.10	4.10	4.31	9.39	Uygun Model
	4.10	3.98	5.96	9.39	7.46	YÜK.+HIZ
	1.25	1.06	2.11	4.75	1.58	
	1.41	1.56	1.94	1.71	2.03	
1985-1986-1987	9.72	3.10	3.10	2.62	11.55	Uygun Model
	3.10	2.62	7.37	11.55	6.05	YÜK.+HIZ
	9.83	1.40	5.65	19.43	3.64	
	1.41	1.56	1.80	1.71	2.03	
1986-1987-1988	6.49	3.85	2.52	2.52	9.89	Uygun Model
	3.85	2.52	6.69	9.89	3.13	YÜK.+HIZ
	2.84	2.33	7.04	15.40	9.98	
	1.41	1.56	1.94	1.71	2.03	
1987-1988-1989	7.14	4.23	4.23	4.33	4.33	Uygun Model
	4.23	4.33	5.87	7.61	7.08	YÜK.+HIZ
	2.85	1.05	1.93	3.09	1.17	
	1.41	1.55	1.80	1.71	2.03	

Tablo 8 : Dengeli Yükseklik Farklarıyla Doğrudan Çözüm Yöntemiyle Anlamalı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri

Periyod	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>	Periyod	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>
1978-1979 -1980	14		-22.04	-----	1984-1985 -1986	14 33 16		-3.82 -8.24 -7.05	-----
1979-1980 -1981	1 14 16 36		-5.32 -7.34 -13.26 7.14	-----	1985-1986 -1987	1 4 11 13 14 15 16 33 36		-3.94 4.00 -4.41 -6.94 -8.98 -5.07 -10.15 -22.07 9.49	-----
1980-1981 -1982	11 13 31	-5.85 -5.83 -6.26	-----	-----					
1981-1982 -1983	15 31 33		-4.57 -3.61 2.59	-----	1986-1987 -1988	2 4 8 10 13 14 15 22 24 25 33 36		3.13 6.79 6.96 -3.35 -10.14 -11.90 -5.70 5.91 -5.53 -4.90 -10.48 4.70	-----
1982-1983 -1984	8 13 24 25 33 36		2.88 -6.01 -3.93 -5.07 -16.54 6.55	-----					
1983-1984 -1985	2 4 14 15 33 36		3.11 6.22 -10.40 -3.19 -14.78 7.05	-----	1987-1988 -1989	10 14		-5.31 -4.05	-----

### 7.2.3. Kinematik Tek Nokta Modeli II ve III'ün KALMAN-FİLTRELEME (Süzgeçleme) Yöntemiyle Çözümü

Kalman-Filtreleme yönteminin bilinen diğer yöntemlerden farkı, az sayıda ölçme periyodlarından hareket ve hareket parametrelerinin saptanabilmesidir. Yöntemin teorisi (6.2.3.1.) bölümünde açıklanmıştır.

Bu yöntemle, (197) ve (211) bağıntularıyla verilen tek nokta modeli II 'nin Hannover yaklaşımına (tek nokta modeli III) göre adım adım çözümünde herhangi bir zamandaki yükseklik bilinmeyenlerini ve hızları (doğrusal model) hesaplayabilmek için iki periyoda gereksinim vardır. İvme ile genişletilmiş karesel model çözümü için ise üç periyoda gereksinim duyulmaktadır.

Örneğin 1978 yılındaki hareket hızları hesaplanmak istenirse 1978 ve 1979 daki ölçüleri kullanmak yeterlidir. Buna karşılık ivmeler de hesaplanmak istenirse 1978, 1979 ve 1980 deki ölçüleri değerlendirmek gerekmektedir.

Kalman-Filtreleme yöntemi ile 1978 yılında noktaların yükseklik bilinmeyenlerini, hızlarını ve ivmelerini saptamak için yapılan hesaplama adımları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1- 1978 yılındaki ölçüler serbest ağ yöntemiyle dengelenerek;

- Dengeli yükseklikler,
- Yüksekliklerin ters ağırlık matrisi,
- Birimölçünün ortalama hatası hesaplanır.

2- 1979 yılındaki ölçülerden yararlanarak hareket hızları aşağıdaki yöntemle elde edilir.

- (253) bağıntısıyla verilen durum vektörü 1978 yılı için şöyle oluşturulur.
  - Durum vektöründe, yükseklik bilinmeyenlerine karşılık gelen bölüm ( $H_0$ ), 1. adımda serbest dengeleme sonucunda hesaplanan yükseklik bilinmeyenleri ile oluşturulur.
  - Hızlar henüz bilinmediğinden hızlara karşılık gelen bölüm, sıfır alınır.
- 1978 yılındaki durum vektörünün ters ağırlık matrisi aşağıdaki yolla hesaplanır.
  - Durum vektörünün ters ağırlık matrisinde, yüksekliklerin ters ağırlık matrisine karşılık gelen alt matris ( $Q_{(HH,0)}$ ) serbest ağ dengelemesi sonucunda hesaplanan ters ağırlık matrisi olarak alınır.
  - Hızların varyans-kovaryans matrisi henüz bilinmediğinden aşağıdaki yol izlenerek tahmin edilir.

Tek nokta modeli I 'in hesaplanması sonucunda zaman periyodlarında anlamlı hareket belirlenen noktalarda düşünülebilen max. hızlar yardımıyla max. hata  $C_{max}$  ve hareketli nokta hızlarının varyansı kestirilir. Sayısal uygulamada hızların max hatası ,

$$C_{max} = 3 \sigma$$

bağıntısından hesaplanır. Standart sapma  $\sigma$ , her periyodun serbest dengelenmesi sonucunda hesaplanan ortalama hataların ağırlıklı ortalaması alınarak bulunur.  $C_{max}$  dan yararlanarak (258) bağıntısına göre hareketli noktaların hızlarının varyansı,

$$\sigma_{(H,B)}^2 = \frac{C_{\max}^2}{10}$$

eşitliği ile kestirilir. Hareketsiz oldukları kabul edilen noktalar tersi ispatlanıncaya kadar sabit kabul edilerek bunların varyansları

$$\sigma_{(H,F)}^2 = 0$$

olarak alınır. Böylece hareketli olan noktalara karşılık gelen köşegen elemanı  $\sigma_{(H,B)}^2$ , sabit noktalara karşılık gelen köşegen elemanı "0" alınıp, hızlar arasında korelasyon bulunmadığı varsayılarak (260) bağıntısından  $Q_{(HH,0)}$  matrisi belirlenir.

• Durum vektörü ters ağırlık matrisinde çapraz ters elemanlar "0" olarak varsayılır.

— 1978 yılındaki durum vektörü ve ters ağırlık matrisi oluşturulduktan sonra (6.2.3.1.1.) bölümünde özetlenen hesaplama adımları izlenerek 1979 yılındaki durum vektörü (yükseklik+hız) ve ters ağırlık matrisi hesaplanır.

3- 1980 yılındaki ölçülerden yararlanarak ivmeler hesaplanır.

— 1979 yılındaki hesaplamalar sonucunda nokta yükseklik bilinmeyenleri ve hızlar ile bunların varyans-kovaryans matrisleri bilinmektedir. Buna karşılık ivme vektörü bilinmemektedir. Aynı 1979 periyodunun değerlendirilmesinde hızlar için uygulandığı gibi, bu periyodda da ivmelerin sıfır olduğu varsayılır. Bunların varyans-kovaryans matrisleri, yukarıda hızlar için anlatıldığı şekilde max ivme hatası  $C_{\max}$  yardımıyla tahmin edilir. Durum vektörünü, (6.2.3.1.1) bölümünde açıklanan şekilde hesaplanır.

Kalman-Filtreleme yöntemine göre dengeli yükseklikler ve dengeli yükseklik farklarıyla oluşturulan modeller ile aşağıdaki periyodlarda

1978-1980-1981 , 1979-1980-1981 , 1980-1981-1982 , 1981-1982-1983  
1982-1983-1984 , 1983-1984-1985 , 1984-1985-1986 , 1985-1986-1987  
1986-1987-1988 , 1987-1988-1989

hesaplama yapılmıştır.

Dengeli yüksekliklerle yapılan hesaplamalar sonucunda global testlerin istatistiksel sonuçları Tablo 9 da, ; anlamlı hareket parametreleri de Tablo 10 da verilmiştir. dengeli yükseklik farklarıyla yapılan hesaplamalar sonucunda global testlerin istatistiksel sonuçları Tablo 11 de, ; anlamlı hareket parametreleri de Tablo 12 de sergilenmiştir.



Tablo 9 : Dengeli Yüksekliklerle Yükseklik+Hız ve Yükseklik+Hız+İvme Modellerinin Kalman-Filtreleme Yöntemiyle Hesaplanması

Periyod	YÜK.+HIZ	Fonksiy. Modelin Genişletme Testi	Periyod	YÜK.+HIZ+İVME	Fonksiy. Modelin Genişletme Testi	KARAR
	Global Test $s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	$s_0$ (Öncül) $m_g$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)		Global Test $s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	$s_0$ (Öncül) $m_g$ (Soncul) T (Test) q (F-Tablo)	
1978-1979	4.93	4.93	1978-1979- 1980	3.54	3.54	Ugun Model
	3.54	6.96		2.73	1.80	YÜK.+HIZ
	1.93	2.00		1.68	3.86	
	1.98	1.98		2.15	2.15	
1979-1980	4.36	2.10	1979-1980- 1981	2.10	1.16	Ugun Model
	2.10	3.11		1.16	1.68	YÜK.+HIZ
	4.31	2.18		3.27	2.10	
	1.98	2.15		2.15	2.15	
1980-1981	1.18	2.70	1980-1981- 1982	2.70	2.01	Ugun Model
	2.70	1.96		2.01	2.60	STATİK (YÜK.)
	5.23	1.90		1.80	1.67	
	1.98	1.91		2.15	2.15	
1981-1982	5.31	4.36	1981-1982- 1983	4.36	4.36	Ugun Model
	4.36	7.15		3.38	2.45	YÜK.+HIZ
	1.48	2.68		1.66	3.16	
	1.98	2.15		2.15	2.15	
1982-1983	2.43	1.82	1982-1983- 1984	1.82	1.82	Ugun Model
	1.82	1.32		1.69	2.59	STATİK (YÜK.)
	1.78	1.90		1.16	2.02	
	1.98	2.16		2.15	2.15	
1983-1984	1.42	2.06	1983-1984- 1985	2.06	2.06	Ugun Model
	2.06	1.47		2.31	3.56	YÜK.+HIZ +İVME
	2.10	1.96		1.26	2.99	
	1.91	2.15		2.15	2.15	
1984-1985	5.15	5.06	1984-1985- 1986	7.85	5.20	Ugun Model
	5.06	7.85		5.20	3.18	YÜK.+HIZ
	1.04	2.41		2.27	2.67	
	1.98	2.15		2.15	2.15	
1985-1986	7.89	3.04	1985-1986- 1987	3.04	3.04	Ugun Model
	3.04	5.12		2.51	3.49	YÜK.+HIZ
	6.72	2.84		1.46	1.32	
	1.98	2.15		2.15	2.15	
1986-1987	2.78	2.78	1986-1987- 1988	2.78	2.78	Ugun Model
	3.24	2.31		2.39	3.30	STATİK (YÜK.)
	1.35	1.44		1.35	1.40	
	1.91	1.98		1.98	1.98	
1987-1988	7.47	7.47	1987-1988- 1989	5.62	5.62	Ugun Model
	5.62	3.98		4.49	3.25	STATİK (YÜK.)
	1.77	3.52		1.56	2.99	
	1.98	1.98		2.15	2.15	
1988-1989	8.30	1.59				Ugun Model
	1.59	1.12				STATİK (YÜK.)
	27.26	2.02				
	1.98	1.98				

Tablo 10 : Dengeli Yüksekliklerle Kalman-Filtreleme Yöntemiyle Anlamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri

Periyod	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>	Periyod	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>
1978-1979	14	-13.16	-13.20		1985-1986	1	-5.23	--	
	15	-8.69	--			3	6.68	--	
	16	-10.47	--			4	9.61	--	
	36	11.24	--			11	-7.79	--	
1979-1980	3	4.18	--		14	-20.03	--		
	10	-3.45	--		15	-10.03	--		
	13	-4.83	--		16	-16.53	--		
	14	-19.02	--		23	5.28	--		
	15	-10.30	--		30	5.91	--		
	16	-8.25	--		32	7.53	--		
	28	6.61	--		33	-36.29	--		
	32	4.99	--		36	18.86	--		
1980-1981	7	2.46	--		1986-1987	7	8.78	--	
	10	-3.61	--			10	-7.81	--	
	11	-3.16	--			12	3.70	--	
	21	-3.25	--			13	-14.85	--	
	25	-3.28	--		15	-3.41	--		
	31	-4.79	--		28	8.86	--		
	32	2.46	--		30	5.30	--		
	36	12.02	--		32	5.58	--		
1981-1982	13	-10.66	--		33	-3.50	--		
	28	6.82	--		1987-1988	1	-14.73	--	
	31	-10.87	--			2	16.87	--	
	33	-11.64	-19.90			3	8.34	--	
	36	11.52	--			4	14.30	--	
				7		10.26	--		
1982-1983	1	-11.63	--		8	16.69	--		
	5	3.69	--		10	-13.52	--		
	8	11.89	--		11	-9.40	--		
	10	-4.06	--		12	17.63	--		
	13	-19.71	--		13	-16.19	--		
	14	-2.99	--		14	-20.76	--		
	15	-11.49	--		16	-6.07	--		
	16	-9.84	--		25	-26.21	--		
	24	-6.28	--		30	42.11	--		
	25	-7.88	--		31	-20.99	--		
	30	7.61	--		32	16.65	--		
	32	3.31	--		33	-45.03	--		
	33	-28.08	--		1988-1989	1	-21.02	--	
36	14.78	--		2		28.77	--		
1983-1984-1985	4	4.32	6.68	--		3	8.93	--	
	14	-8.83	-12.78	--		4	18.36	--	
	16	-5.36	--	--		7	18.42	--	
	23	3.40	5.81	--		8	13.07	--	
	30	2.39	4.50	--		10	-3.19	--	
	33	-14.02	-17.10	-9.13		11	-43.41	--	
1984-1985	36	7.34	-11.75	--		12	8.99	--	
	4	9.84	--	--		13	-29.14	--	
	14	-15.88	--	--	14	-31.62	--		
	23	7.89	--	--	22	-24.46	--		
	33	-23.17	--	--	30	24.67	--		
					32	8.18	--		
					33	-42.63	--		

Tablo 11 : Dengeli Yükseklik Farkları Kullanılarak Yükseklik+Hız ve Yükseklik+Hız+İvme Modellerinin Kalman-Filtreleme Yöntemiyle Çözümü

Periyod	YÜK.+HIZ	Fonksi. Modelin Genişletme Testi	Periyod	YÜK.+HIZ+İVME	Fonksi. Modelin Genişletme Testi	KARAR
	Global Test			Global Test		
	$s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) $T$ (Test) $q$ (F-Tablo)	$s_0$ (Öncül) $m_s$ (Soncul) $T$ (Test) $q$ (F-Tablo)		$s_0$ (Öncül) $m_0$ (Soncul) $T$ (Test) $q$ (F-Tablo)	$s_0$ (Öncül) $m_s$ (Soncul) $T$ (Test) $q$ (F-Tablo)	
1978-1979	5.80 2.86 4.10 1.56	2.86 4.25 2.21 1.88	1978-1979-1980	2.86 5.93 4.29 1.56	5.93 2.67 4.93 1.88	Uygun Model YÜK. + HIZ
1979-1980	5.32 1.75 9.21 1.56	1.75 2.50 2.04 1.88	1979-1980-1981	1.75 4.23 5.84 1.56	1.75 1.33 1.73 1.88	Uygun Model YÜK. + HIZ
1980-1981	1.77 2.19 1.53 1.54	2.19 3.23 2.17 1.88	1980-1981-1982	2.19 3.47 2.51 1.56	2.19 2.18 1.01 1.88	Uygun Model STATİK (YÜK.)
1981-1982	7.37 3.51 4.42 1.56	3.51 5.30 2.28 1.88	1981-1982-1983	3.51 7.01 3.99 1.56	7.01 6.61 1.12 1.96	Uygun Model YÜK. + HIZ
1982-1983	7.16 1.70 17.67 1.56	1.7 2.19 1.66 1.88	1982-1983-1984	1.70 3.07 3.26 1.56	1.70 2.02 1.41 1.88	Uygun Model STATİK (YÜK.)
1983-1984	2.07 1.99 1.07 1.56	2.07 2.45 1.40 1.78	1983-1984-1985	1.99 3.40 2.92 1.56	1.95 2.87 2.16 1.88	Uygun Model YÜK.+HIZ+İVME
1984-1985	9.37 4.75 3.88 1.56	4.75 6.78 2.05 1.88	1984-1985-1986	4.75 9.57 4.06 1.56	9.57 6.99 1.84 1.96	Uygun Model YÜK. + HIZ
1985-1986	9.66 2.59 13.91 1.56	2.59 3.68 2.02 1.88	1985-1986-1987	2.59 6.09 5.53 1.56	6.09 2.56 5.65 1.96	Uygun Model YÜK. + HIZ
1986-1987	3.61 3.03 1.41 1.56	3.03 3.78 1.56 1.54	1986-1987-1988	3.03 4.26 1.98 1.56	4.26 3.14 1.84 1.96	Uygun Model YÜK.+HIZ
1987-1988	8.60 4.76 3.26 1.56	4.76 6.63 1.94 1.88	1987-1988-1989	4.76 9.48 3.96 1.56	9.48 4.45 4.54 1.96	Uygun Model YÜK.+HIZ
1988-1989	9.59 2.11 20.65 1.56	2.11 1.86 2.29 1.88				Uygun Model STATİK (YÜK.)

Tablo 12 : Dengeli Yükseklik Farklarıyla Kalman-Filtreleme Yöntemine Göre Alamlı Hareket Belirlenen Noktalar ve Hareket Parametreleri

Periyod	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>	Periyod	Nokta	Yük. Bilinm. (mm)	Hız mm/yıl	İvme mm/yıl <sup>2</sup>
1978-1979	13	-7.22	---	---	1984-1985	1	-6.71	---	---
	14	-8.93	-18.94	---		4	7.81	---	---
	15	-12.43	-12.15	---		11	-9.77	---	---
	16	-15.15	-15.15	-----		13	-6.86	---	---
	25	-5.12	---	---		14	-28.08	-22.17	---
	28	3.66	---	---		16	-3.64	---	-----
	32	4.85	---	---		22	-5.30	---	---
1979-1980	36	16.31	16.32	---	25	-6.88	---	---	
	3	7.00	---	---	28	7.36	---	---	
	4	4.03	---	---	33	-38.79	-32.00	---	
	14	-21.91	---	---	36	23.64	---	---	
	15	-6.09	-6.65	---	1985-1986	1	-8.64	-12.32	---
	16	-1.87	-13.62	---		3	6.15	---	---
	23	5.12	---	-----		4	8.92	---	---
28	10.88	6.94	---	7		6.32	---	---	
33	-6.05	---	---	11		-8.85	---	---	
36	18.15	---	---	14		-18.93	---	---	
1980-1981	7	4.06	---	---		15	-13.43	-10.86	---
	10	-4.72	---	---	16	-18.22	---	-----	
	11	-4.88	---	---	28	6.82	---	---	
	16	-1.49	-12.45	---	32	9.61	---	---	
	23	4.65	---	-----	33	-38.04	---	---	
	25	-4.81	---	---	36	17.87	---	---	
	31	-4.35	---	---	1986-1987	7	7.83	---	---
32	3.68	---	---	13		-12.58	---	---	
1981-1982	3	7.55	---	---		15	-5.33	---	---
	7	7.86	---	---		28	7.91	---	-----
	10	-9.61	---	---		32	6.35	---	---
	11	-10.95	---	---	33	-4.11	---	---	
	13	-9.18	---	---	1987-1988	1	-7.83	-17.98	---
	14	-7.70	---	---		3	10.64	---	---
	15	-7.83	-13.43	---		4	16.50	14.19	---
	16	-8.15	-21.09	-----		7	14.94	---	---
	21	-8.08	---	---		8	18.16	---	---
	23	10.59	---	---		10	-12.95	---	---
25	-8.54	-12.46	---	11		-9.12	---	---	
31	-16.98	---	---	13		-12.55	-23.13	---	
33	-16.28	-23.75	---	14		-27.42	-30.68	---	
36	11.82	---	---	16		-8.96	---	-----	
1982-1983	1	-4.70	---	---	25	-12.08	---	---	
	8	9.52	---	---	30	9.01	---	---	
	13	-13.08	---	---	31	-6.45	---	---	
	14	-6.34	---	---	33	-31.74	---	---	
	15	-12.51	---	---	1988-1989	1	-13.60	---	---
	16	-10.02	---	-----		2	11.20	---	---
	24	-6.20	---	---		3	7.49	---	---
	25	-10.96	---	---		4	14.44	---	---
	30	2.94	---	---		7	8.52	---	---
	33	-25.18	---	---		13	-20.36	---	---
36	10.82	---	---	14		-31.40	---	---	
1983-1984	11	-3.11	-6.55	---		21	-11.52	---	-----
	14	-11.34	-16.76	---		22	-16.35	---	---
	25	-2.01	-4.89	---		24	-12.14	---	---
	33	-17.09	-21.86	---	28	11.09	---	---	
	36	8.61	13.75	---	32	9.89	---	---	
					33	-17.29	---	---	

Kalman-Filtreleme yöntemiyle dengeli yükseklikler ve dengeli yükseklik farklarıyla hesaplanan hareket parametreleri Tablo 13 de verilmiştir. Bu tabloda görüldüğü gibi parametrelerin hareket yönü aynı; hareket büyüklükleri de bir birine yakındır.

Tablo 13 : Dengeli Yükseklikler ve Dengeli Yükseklik Farklarından Yararlanarak Kalman-Filtreleme Yöntemi ile Belirlenen Hareketli Noktalar ve Hareket Parametreleri

Periyod	Nokta	Yükseklik Bilinm. (mm)		Hız mm/yıl		Periyod	Nokta	Yükseklik Bilinm. (mm)		Hız mm/yıl	
		H	ΔH	H	ΔH			H	ΔH	H	ΔH
1978-1979	14	-13.16	-8.93	-13.20	-18.94	1985-1986	1	-5.23	-8.64	---	---
	15	-8.69	-12.43	---	---		3	6.68	6.15	---	---
	16	-10.47	-15.15	---	---		4	9.61	8.92	---	---
	36	11.24	16.31	---	---		11	-7.79	-8.85	---	---
1979-1980	3	4.18	7.00	---	---	14	-20.03	-18.93	---	---	
	14	-19.02	-21.91	---	---	15	-10.03	-13.43	---	---	
	15	-10.30	-6.09	---	---	16	-16.59	-18.22	---	---	
	16	-8.25	-1.87	---	---	32	9.61	7.93	---	---	
	28	6.61	10.88	---	---	33	-36.29	-38.04	---	---	
	33	-6.94	-6.05	---	---	36	18.86	17.87	---	---	
1980-1981	36	15.56	18.15	---	---	1986-1987	7	8.78	7.83	---	---
	7	2.46	4.06	---	---		10	-7.81	-2.12	---	---
	10	-3.61	-4.72	---	---		13	-14.85	-12.58	---	---
	11	-3.16	-4.85	---	---		15	-3.41	-5.33	---	---
	25	-3.28	-4.81	---	---		28	8.86	7.91	---	---
	31	-4.79	-4.38	---	---		32	5.58	6.35	---	---
1981-1982	32	2.46	3.68	---	---	33	-3.50	-4.11	---	---	
	13	-10.66	-9.61	---	---	1987-1988	1	-14.73	-7.89	---	---
	31	-10.87	-16.98	---	---		3	8.34	10.64	---	---
	33	-11.64	-16.28	-19.90	-23.73		4	14.30	16.50	---	---
36	11.52	11.82	---	---	7		10.26	14.94	---	---	
1982-1983	1	-11.63	-4.70	---	---		8	16.69	18.16	---	---
	8	11.89	9.52	---	---		10	-13.52	-12.99	---	---
	13	-19.71	-13.08	---	---	11	-9.40	-9.12	---	---	
	14	-2.99	-6.34	---	---	13	-16.19	-12.55	---	---	
	15	-11.49	-12.51	---	---	14	-20.76	-27.40	---	---	
	16	-9.81	-10.02	---	---	16	-6.07	-8.96	---	---	
	24	-6.28	-6.20	---	---	25	-26.21	-12.04	---	---	
	25	-7.88	-10.96	---	---	30	42.11	9.01	---	---	
	30	7.61	2.94	---	---	31	-16.65	-20.99	---	---	
	33	-28.08	-29.18	---	---	33	-45.03	-31.74	---	---	
1983-1984	36	14.78	10.82	---	---	1988-1989	1	-21.02	-13.60	---	---
	14	-8.83	-11.34	-12.78	-16.76		2	28.77	11.20	---	---
	33	-14.02	-17.09	-17.10	-21.86		3	8.93	7.49	---	---
36	7.34	8.61	11.75	13.75	4		18.36	14.44	---	---	
1984-1985	4	9.84	7.81	---	---		7	18.42	8.52	---	---
	14	-15.88	-28.08	---	---		13	-29.40	-20.36	---	---
	33	-23.17	-38.79	---	---		14	-31.62	-31.40	---	---
	4	9.84	7.81	---	---		21	-4.59	-11.32	---	---
	14	-15.88	-28.08	---	---	22	-24.46	-16.35	---	---	
	33	-23.17	-38.79	---	---	24	-5.39	-12.14	---	---	
33	-23.17	-38.79	---	---	32	8.18	9.89	---	---		
33	-23.17	-38.79	---	---	33	-42.63	-17.29	---	---		

Dengeli yüksekliklerle Kalman-Filtreleme (K.-F.) ve doğrudan çözüm (D.Ç.) yöntemleriyle hesaplanan hareket parametreleri Tablo 14 de verilmiştir. Tablo 14 de görüldüğü gibi her iki yöntemlede hesaplanan parametrelerin hareketleri aynı yönde ve hareket büyüklükleri de bir birlerine yakın değerlerdir. Bunun yanında Kalman-Filtreleme yöntemiyle hesaplanan parametrelerin tek nokta modeli I (statik model) yöntemiyle hesaplanan parametrelerle uyduştukları görülmüştür.

Tablo 14 : Dengeli Yükseklikler Kullanılarak Kalman-Filtreleme ve Doğrudan Çözüm Yöntemleri ile Belirlenen Hareket Parametreleri

Karşılaştırma periyodu	Hareketli Noktalar	Yükseklik Bilinmeyeni (mm)		Karşılaştırma Periyodu	Hareketli Noktalar	Yükseklik Bilinmeyeni (mm)	
		D.Ç.	K.F.			D.Ç.	K.F.
D.Ç. 1978-1982	14	-22.24	-13.16	D.Ç. 1982-1986	1	-6.77	-11.63
K.-F. 1978-1979				8	10.24	11.89	
				10	-5.04	-4.06	
				13	-11.58	-19.71	
					14	-10.93	-2.99
					15	-12.19	-11.49
D.Ç. 1979-1983	25	-4.35	-3.28		16	-10.29	-9.81
K.-F. 1979-1980				31	-5.93	-4.79	
					24	-5.86	-6.28
					25	-10.48	-7.88
					33	-23.81	-28.08
					36	7.41	14.78
D.Ç. 1980-1984	25	-4.35	-3.28	D.Ç. 1983-1987	33	-27.73	-14.02
K.-F. 1980-1981				31			
	13	-12.40	-10.16	D.Ç. 1984-1985	4	19.60	9.84
D.Ç. 1981-1985	31	-11.56	-10.87	1984-1988	14	-11.44	-15.88
K.-F. 1981-1982				33	-5.52	-11.52	
					33	-22.49	-23.17
				D.Ç. 1985-1989	33	-42.75	-36.29
				K.-F. 1985-1987			

#### 7.2.4. Tek Nokta Modeli IV'ün Uygulanması

Bölüm (6.2.4) de kinematik tek nokta modeli IV açıklanmıştır. Eğer iki zamanda ölçüm yapılmışsa bu model kolayca uygulanır. İlk olarak (274) bağıntısına göre bağıl hızlar hesaplanır. Bağıl hızlar gözlemler olarak ele alınıp (278) bağıntısına göre düzeltme denklemleri kurulur. En küçük kareler yöntemine göre nokta hareketlerinin hızları hesaplanır. Bu Yöntemle şu periyodlarda 1978-1979 , 1979-1980 , 1980-1981 , 1981-1982 , 1982-1983 , 1983-1984 , 1985-1986 , 1986-1987 , 1987-1988 , 1988-1989 hesaplama yapılmıştır. Anlamlı bulunan hızlar Tablo 15 de verilmiştir.

Tablo 15 : Tek Nokta Modeli IV ile Belirlenen Hareketli Noktalar ve Hareket Hızları

Periyod	Nokta	Hız mm/yıl	Periyod	Nokta	Hız mm/yıl	Periyod	Nokta	Hız mm/yıl	
1978-1979	3	4.72	1982-1983	1	-4.71	1986-1987	2	2.83	
	4	2.56		8	9.51		7	6.36	
	8	2.21		13	-13.09		12	4.18	
	12	3.21		14	-6.34		13	-14.32	
	13	-7.41		15	-12.51		15	-3.58	
	14	-19.57		16	10.02		25	-2.15	
	15	-12.87		23	4.82		28	6.51	
	16	-15.60		24	-6.20		32	4.90	
	25	-5.46		25	-10.96		33	-3.36	
	27	-2.93		33	-29.18				
	28	3.82		36	10.03				
	32	5.22					1987-1988		
	36	16.77						2	8.18
1979-1980	3	3.91	1983-1984	4	2.51		3	5.76	
	5	-3.12		5	-2.61		4	11.53	
	7	2.13		8	3.89		5	-5.74	
	8	3.77		14	-3.14		7	8.95	
	10	-4.96		16	-4.27		8	12.7	
	11	-3.92		23	2.40		10	-7.24	
	13	-3.61		36	2.81		13	-7.33	
	14	-18.74					14	-22.71	
	15	-9.06		1984-1985	2	6.14		15	-8.79
	16	-4.67			3	4.82		21	-9.38
	23	2.14			4	13.40		22	-8.85
	28	7.94			5	-5.31		23	6.38
	31	-4.71			7	6.65		24	-10.95
32	4.85	8	8.35			25	-18.58		
33	-9.63	11	-4.67			28	7.74		
36	14.96	14	-23.30			32	9.22		
		15	-5.69			33	-25.98		
		23	10.96		1988-1989	36	9.98		
		31	-2.78						
		32	5.23				1	-13.6	
		33	-33.80				2	11.19	
		36	18.39			3	7.50		
1980-1981	10	-2.89	1985-1986	1		-9.48		4	14.45
	23	2.73		3		6.01		7	8.52
	25	-2.39		4		8.99		8	5.92
	30	3.07		7		6.27		13	-20.36
	36	3.17		11		-9.34		14	-31.49
1981-1982	3	3.37	14	-18.85			15	-5.52	
	5	-4.44	15	-13.58			16	-5.24	
	7	3.59	16	-18.34			21	-11.50	
	8	4.09	21	-4.04		22	-16.35		
	10	-5.13	23	3.31		23	8.23		
	11	-6.76	24	-3.30		24	-12.73		
	12	5.81	25	-3.61		25	-12.71		
	13	-13.60	28	7.10		28	11.09		
	14	-3.49	30	4.31		31	-8.17		
	15	-3.70	32	9.82		32	9.90		
	16	-4.38	33	-38.42		33	-17.29		
	21	-3.63	36	17.94		36	6.10		
	22	-3.59							
	23	6.59							
	24	-3.53							
	25	-4.52							
	28	7.21							
	31	-12.72							
	33	-21.34							
36	16.5								

### 7.3. Uygulama Ağında Kinematik Yüzey Modellerinin Uygulanması

Sayısal uygulamada düşey yöndeki hareket, kinematik yüzey modeli ile konuma ve zamana bağlı fonksiyonlarla saptanmış ve yüzey hareketleri (281) bağıntısıyla verilen yatay konuma bağlı polinom ile belirlenmiştir.

#### 7.3.1. Yüzey Modeli I'in Uygulanması

Yüzey modeli I, (282) bağıntısında görüldüğü gibi, dengeli yükseklikler (281) bağıntısındaki polinomla genişletilerek elde edilmiştir. Dengeli yükseklikler ölçüler olarak, yükseklik bilinmeyenleri ve polinom katsayıları ise bilinmeyenler olarak ele alındıklarından; herhangi bir zaman periyodundaki bilinmeyenleri hesaplayabilmek için en az iki zaman periyodundaki ölçülere gereksinim vardır. Örneğin 1978 yılındaki hareket yüzeyini belirlemek için 1979 ve 1980 yılları kullanılarak model

$$H_j^{79} = H_j^{78} + V(x_j, y_j) \quad (79-78)$$

$$H_j^{80} = H_j^{78} + V(x_j, y_j) \quad (80-78)$$

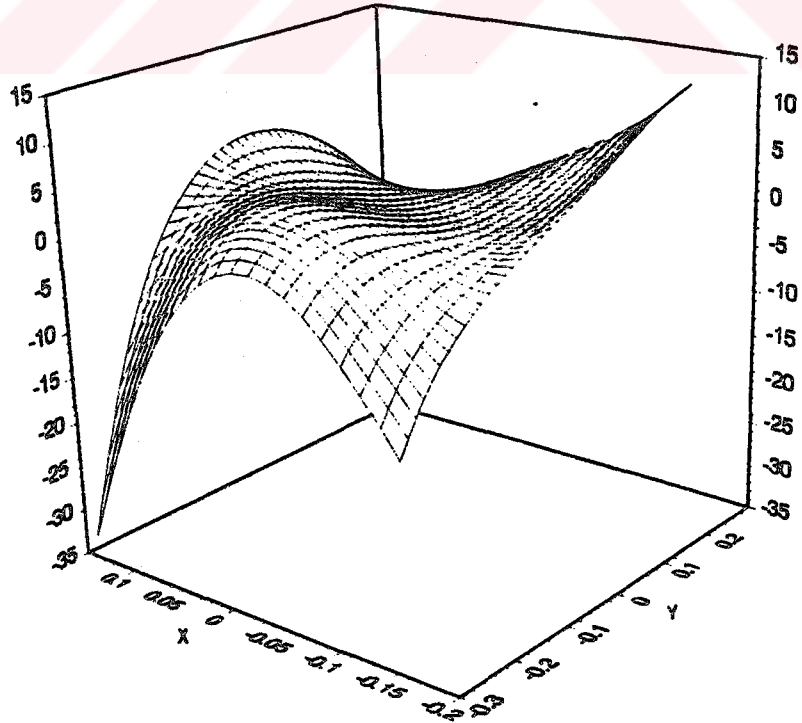
$j=1,2, \dots, m$  ,  $m$ : Nokta sayısı biçiminde kurulmuştur. Burada  $V(x_j, y_j)$ , (281) bağıntısındaki gibi bir yüzey fonksiyonudur. Yüzey modeli I ile 1978-1979-1980 , 1979-1980-1981 , 1980-1981-1982 , 1981-1982-1983, 1982-1983-1984 , 1983-1984-1985 , 1984-1985-1986 , 1985-1986-1987 , 1986-1987-1988 , 1987-1988-1989

periyodlarında hesaplama yapılmıştır. Bu periyodların hepsinde en küçük kareler yöntemine göre hesaplanan polinom katsayılarının; anlamlılık testleri yapılarak polinomun derecesi belirlenmiştir. Hesaplanan tüm periyodlarda yapılan testler sonucunda 4. derece yüzey anlamlı bulunmuştur. Böylece hesaplamalarda 4. derece yüzey kullanılmıştır. Katsayılar hesaplanarak periyodların yüzey fonksiyonları oluşturulmuştur. Bölgede ölçülmeyen noktaların hareketleri bu fonksiyonlarla hesaplanabilmektedir. Bu özellikten yararlanarak bölgenin hareket yüzeyi çizilmiştir. Yüzey grafiklerinin tek nokta hareket modelleriyle hesaplanan nokta hareketleriyle uyumlu oldukları görülmüştür. Tek nokta hareket modelleriyle belirlenen hareket grafikleri ile yüzey modeli I'e göre hesaplanıp çizilen hareket yüzeylerinden örnek olarak 1981-1982 periyodlarındaki nokta hareketleri Şekil 7 de hareket yüzeyleri Şekil 8 de ve 1984-1985 periyodundaki nokta hareketleri şekil 9 da, hareket yüzeyleri de şekil 10 da verilmiştir. Burada görüldüğü gibi hareket yüzeylerinde gözlemlerin dışındaki bölgelerde, yüksek dereceden polinomlarla belirlenen hızlar çok çabuk ve kolaylıkla hareket parametreleri olarak yorumlanmaktadır.

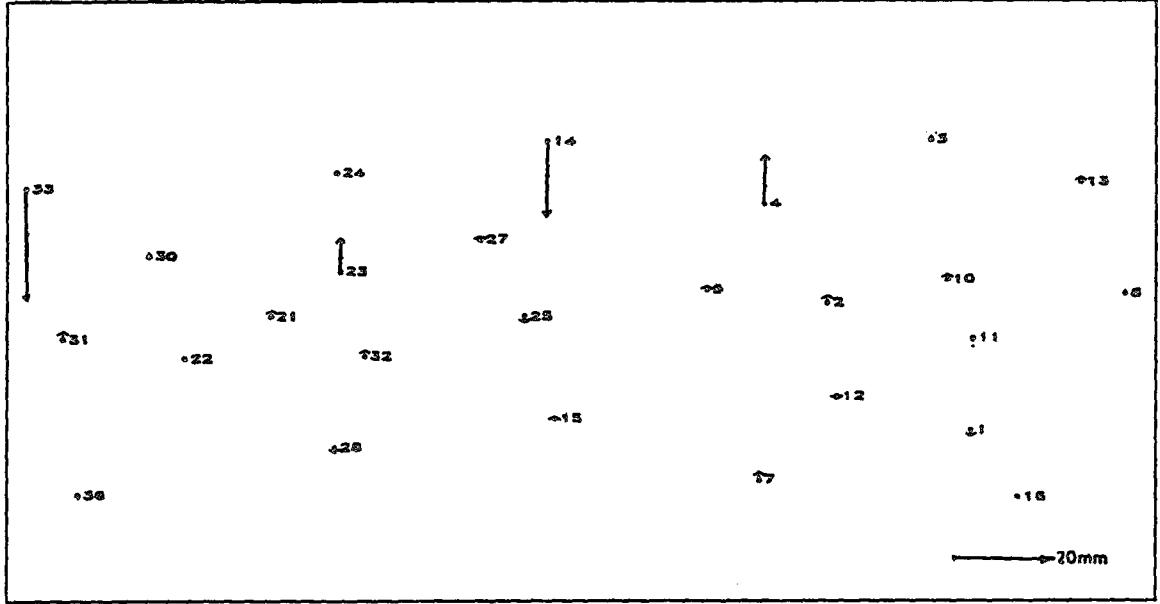




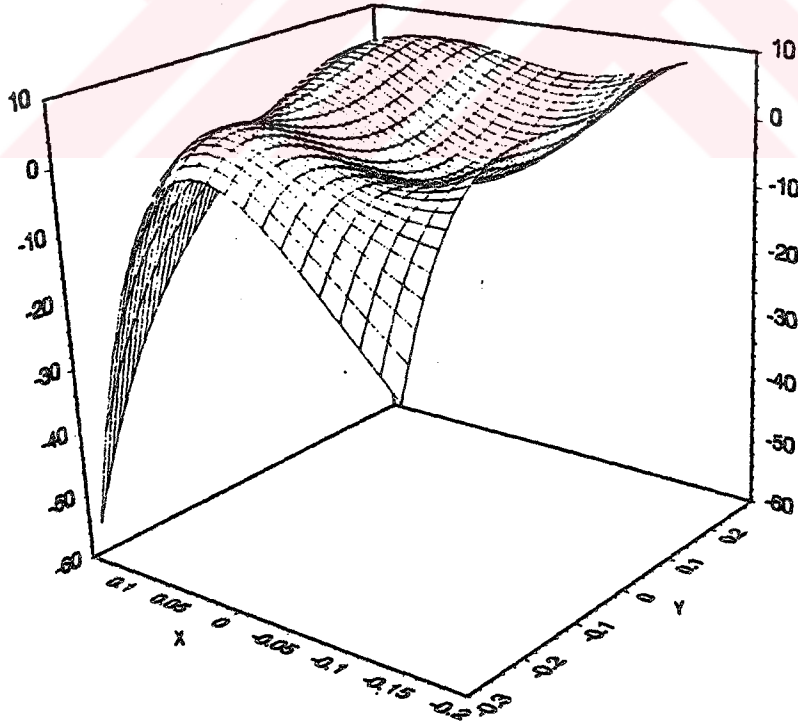
Şekil 7: 1981-1982 Periyodundaki Nokta Hareketleri



Şekil 8: 1981-1982 Periyodundaki Hareket Yüzeyi



Şekil 9 : 1984-1985 Periyodundaki Nokta Hareketleri



Şekil 10 : 1984-1985 Periyodundaki Hareket Yüzeyi

### 7.3.2. Yüzey Modeli II ve III 'ün Uygulanması

Yüzey modeli II yüzey modeli I 'den türetilmiştir. (296) bağıntısında görüldüğü gibi bu modelde; yükseklik farkları ölçüler olarak, nokta yükseklik bilinmeyenleri ve polinom katsayıları ise bilinmeyenler olarak ele alınmaktadır. Bu modelin çözümü için gerekli ölçü periyodları ölçülen yükseklik farklarının sayısına bağlıdır. Gözlem sayısı fazla ise iki zaman periyodu yeterlidir. Gözlem sayısı az ise daha fazla periyod gereklidir.

Sayısal uygulamada bu model, 26 nokta arasında yapılan 60 gözlemden yararlanarak belirlenen 14 katsayı ile oluşturulmuştur. Örneğin 1978 ve 1979 yılları için model

$$\Delta h_{ij}^{79} = H_j^{78} - H_i^{78} + (79-78) (c_{10} (x_j - x_i) + c_{01} (y_j - y_i) + c_{20} (x_j^2 - x_i^2) + \dots)$$

biçiminde kurulmuştur. Bu model en küçük kareler yöntemine göre çözülürken singüler (tekil, tutarsız) yapıdaki normal denklemlerin Moore-Penrose çözümü anlamlı sonuç vermemiştir. Söz konusu modelde ölçüler olarak dengeli yükseklikler ele alındıklarından; dengelemeden sonra bulunacak yüksekliklerle dengelemeden önceki yüksekliklerin eşit olması önkoşulu koyularak model çözülmüştür. Çözümde normal denklem matrisinde yüksekliklere karşılık gelen alt matrise birim matris eklenerek

$$N_E = \begin{bmatrix} N_{hh} + E & N_{hc} \\ N_{ch} & N_{cc} \end{bmatrix}$$

elde edilen normal denklem matrisi  $N_E$  ile çözüm yapılmıştır.

Bu modelle şu periyodlarda,

1978-1979 , 1979-1980 , 1980-1981 , 1981-1982 , 1982-1983  
1983-1984 , 1984-1985 , 1985-1986 , 1986-1987 , 1987-1988  
1988-1989

hesaplama yapıp, yüzey katsayıları hesaplanmıştır.

Yüzey modeli III 'de bölüm (6.3.3.) de açıklandığı gibi yükseklik farklarından hesaplanan bağıl hızlar veri olarak ele alınır ve yüzey polinomunun katsayıları hesaplanır. İki periyod verilerinden yararlanarak bu model kolayca kurulabilir. İki periyoddan daha fazla veri olduğu zaman bağıl hızların korelasyonu dikkate alınmalıdır.

Örneğin 1978 ve 1979 yılları için model şöyle kurulur.

$$\frac{\Delta h_{ij}^{(79)} - \Delta h_{ij}^{(78)}}{(79-78)} = c_{10} (x_j - x_i) + c_{01} (y_j - y_i) + c_{20} (x_j^2 - x_i^2) + \dots$$

ve en küçük kareler yöntemine göre çözülür. Yüzey modeli II ile hesaplama yapılan periyodların tümü için model III ile de hesaplama yapıp katsayılar hesaplanmıştır.

Hesaplama sonucunda her iki model ile bulunan katsayıların yalnızca (0-1) arasında bir ölçek katsayısı lamda ( $\lambda$ ) kadar farklı oldukları görülmüştür. Her iki modelden hesaplanan katsayılar ve max., min. ve ortalama (ORT.)  $\lambda$  değerleri Tablo 16 da gösterilmiştir.

Tablo 16 : Yüzey Modeli II ve Yüzey Modeli III Modellerinin Çözümü Sonucunda Hesaplanan Polinom Katsayıları

Periyod	Katsayı $c_{ij}$	Yüzey Model II	Yüzey Model III	LAMDA $\lambda$	Periyod	Katsayı $c_{ij}$	Yüzey Model II	Yüzey Model III	LAMDA $\lambda$
1978-1979	10	57.06	52.41	ORT.=1.0 MAX.=2.4 MİN. =0.1	1982-1983	10	-28.75	-36.55	ORT.=0.9 MAX.=1.2 MİN. =0.4
	01	7.85	9.64			01	-19.20	-24.85	
	20	336.96	184.05			20	96.88	182.71	
	11	-96.84	-121.95			11	-141.38	-114.11	
	02	155.03	137.00			02	-79.25	-82.36	
	30	-538.69	-491.18			30	2787.64	2876.04	
	21	-1299.01	-1367.30			21	1907.70	2051.24	
	12	-1131.88	-920.13			12	-1406.18	-1434.30	
	03	-195.29	-213.74			03	169.57	261.38	
	40	14276.01	21451.21			40	-1721.75	-4079.65	
	31	20140.25	19272.09			31	-1844.90	-1593.77	
	22	-13965.59	-13571.07			22	-4611.35	-4797.91	
	13	-2025.24	-1537.97			13	2639.08	2131.61	
	04	-1070.76	-933.68			04	-439.07	-502.48	
1979-1980	10	-35.86	-30.36	ORT.=0.9 MAX.=1.2 MİN. =0.6	1983-1984	10	22.12	28.18	ORT.=1.3 MAX.=2.2 MİN. =0.9
	01	17.44	14.77			01	-4.46	0.95	
	20	-387.78	-337.22			20	183.23	204.16	
	11	145.99	198.15			11	-103.46	-71.49	
	02	-69.39	-65.07			02	-48.99	-35.25	
	30	-74.89	-152.88			30	-1339.66	-1357.58	
	21	371.94	417.56			21	329.85	195.46	
	12	1172.95	1017.96			12	57.96	-11.38	
	03	-292.89	-278.87			03	79.79	36.12	
	40	-7789.26	-11886.84			40	-11939.85	-13713.35	
	31	-19048.08	-20561.30			31	2547.79	1201.06	
	22	7455.34	8175.40			22	-2533.35	-2532.68	
	13	1224.93	968.15			13	1923.05	1833.53	
	04	785.61	649.05			04	779.91	619.48	
1980-1981	10	-8.32	-10.44	ORT.=0.8 MAX.=1.2 MİN. =0.3	1984-1985	10	-105.09	-114.54	ORT.=0.9 MAX.=1.9 MİN. =0.2
	01	5.23	7.34			01	15.63	8.18	
	20	-276.40	-282.23			20	-696.11	-892.23	
	11	11.71	32.50			11	-110.28	-205.37	
	02	28.52	35.23			02	-159.65	-230.13	
	30	295.50	310.23			30	8074.58	7919.72	
	21	-88.35	-95.42			21	-3394.48	-3136.82	
	12	205.70	225.41			12	544.43	899.64	
	03	-105.72	-148.32			03	-258.44	-269.66	
	40	10524.89	12267.29			40	42248.80	51934.30	
	31	-4730.62	-5010.74			31	-9897.78	-8201.54	
	22	-666.61	-524.22			22	15866.06	16741.67	
	13	749.18	931.73			13	246.43	1098.93	
	04	-425.66	-510.78			04	2007.94	2668.21	
1981-1982	10	30.291	22.98	ORT.=1.2 MAX.=1.6 MİN. =0.4	1985-1986	10	63.12	67.23	ORT.=0.9 MAX.=1.0 MİN. =0.7
	01	6.36	14.19			01	-48.89	-49.69	
	20	332.44	304.70			20	1442.78	1550.28	
	11	50.77	45.54			11	230.90	227.85	
	02	-158.44	-135.06			02	113.16	160.99	
	30	300.61	221.36			30	-6388.56	-6398.12	
	21	-2164.93	-2341.07			21	5020.86	4993.11	
	12	1107.41	1126.51			12	-1268.16	-1506.53	
	03	194.20	147.86			03	745.52	797.63	
	40	-24430.65	-22771.68			40	-67338.52	-71586.89	
	31	2026.32	4357.30			31	16233.20	17816.68	
	22	16327.20	15254.17			22	-12652.95	-13601.25	
	13	-1402.43	-1210.20			13	-5517.99	-5808.85	
	04	1641.77	1600.34			04	-1501.63	-1873.42	

(Tablo 16 'nın Devamı)

Periyod	Katsayı c <sub>ij</sub>	Yüzey Model II	Yüzey Model II	LAMDA λ	Periyod	Katsayı c <sub>ij</sub>	Yüzey Model II	Yüzey Model II	LAMDA λ
1986-1987	10	13.04	11.92	ORT.=1.1 MAX.=2.0 MİN. =0.3	1988-1989	10	-73.76	-79.76	ORT.=1.0 MAX.=1.1 MİN. =0.7
	01	7.16	9.33			01	-42.74	-43.68	
	20	-112.02	-55.92			20	-2044.84	-1955.10	
	11	-256.02	-265.03			11	280.83	336.92	
	02	-91.32	-82.80			02	365.73	400.98	
	30	1189.38	1248.37			30	993.35	1153.26	
	21	477.07	453.16			21	-1591.88	-1632.91	
	12	-1.38	-5.08			12	812.20	722.90	
	03	-42.09	-25.73			03	453.33	634.60	
	40	-13043.29	-14163.34			40	52557.74	47009.46	
	31	-5979.93	-4782.48			31	-20222.82	-20525.91	
	22	10058.56	9196.82			22	11439.34	11555.57	
	13	7346.46	7161.54			13	1768.19	1086.16	
	04	824.62	843.15			04	-7073.16	-7647.40	
1987-1988	10	86.16	88.19	ORT.=1.2 MAX.=2.7 MİN. =0.8					
	01	49.08	47.91						
	20	1322.62	1254.27						
	11	250.52	226.61						
	02	126.93	102.82						
	30	-3625.29	-3552.82						
	21	-383.22	-364.71						
	12	-21.34	-11.30						
	03	-601.31	-730.94						
	40	-3817.25	-1410.84						
	31	56.11.49	5348.16						
	22	-25602.13	-25102.77						
	13	-8359.81	-7984.52						
	04	2517.20	2908.78						

Yalnızca iki zamana ilişkin veriler var ise yüzey modeli III kolayca hesaplanır. Fakat daha fazla zaman periyodu verileri varsa yüzey modeli IIa kullanılır. Örneğin 1978, 1979, 1980 yılları için yüzey modeli II şöyle kurulmuş.

$$\Delta h_{ij}^{79} = H_{ij}^{78} - H_{ij}^{78} + (79-78) (c_{10} (x_j - x_i) + c_{01} (y_j - y_i) + c_{20} (x_j^2 - x_i^2) + \dots)$$

$$\Delta h_{ij}^{80} = H_{ij}^{78} - H_{ij}^{78} + (80-78) (c_{10} (x_j - x_i) + c_{01} (y_j - y_i) + c_{20} (x_j^2 - x_i^2) + \dots)$$

ve en küçük kareler yöntemine göre çözülmüştür. Bu model "yüzey modeli IIa" olarak adlandırılmıştır. yükseklik farklarının bilinmeyenler olduğu durumda model

$$\Delta h_{ij}^{79} = \Delta h_{ij}^{78} + (79-78) (c_{10} (x_j - x_i) + c_{01} (y_j - y_i) + c_{20} (x_j^2 - x_i^2) + \dots)$$

$$\Delta h_{ij}^{80} = \Delta h_{ij}^{78} + (80-78) (c_{10} (x_j - x_i) + c_{01} (y_j - y_i) + c_{20} (x_j^2 - x_i^2) + \dots)$$

şeklinde kurulum bilinmeyenler en küçük kareler yöntemine göre hesaplanmıştır. Bu model de "yüzey modeli IIb" olarak adlandırılmıştır. Yüzey modelleri IIa ve IIb ile hesaplanan katsayıların yalnızca ortalama  $\lambda \approx 1$  olan bir ölçek katsayısı kadar farklı oldukları görülmüştür. Her iki modelden hesaplanan katsayılar ve  $\lambda$  değerleri Tablo 17 da gösterilmiştir.

Tablo 17 : Yüzey Model Iia ve Yüzey Model Iib Modellerinin Çözümü Sonucunda Hesaplanan Polinom Katsayıları

Periyod	Katsayı $c_{ij}$	Yüzey Model Iia	Yüzey Model Iib	LAMDA $\lambda$	Periyod	Katsayı $c_{ij}$	Yüzey Model Iia	Yüzey Model Iib	LAMDA $\lambda$
1978-1979-1980	10	32.70	34.16	ORT.=1.0 MAX.=2.4 MİN. =0.1	1982-1983-1984	10	-23.16	-24.70	ORT.=1.2 MAX.=3.2 MİN. =0.6
	01	-17.34	-16.91			01	3.53	5.78	
	20	356.22	493.76			20	-192.97	-116.14	
	11	-194.609	-184.68			11	83.50	71.27	
	02	58.64	69.46			02	55.82	72.13	
	30	-2.93	78.85			30	1133.94	1253.71	
	21	-261.68	-170.22			21	-245.04	-162.59	
	12	-1061.92	-1130.84			12	18.08	17.68	
	03	304.09	301.36			03	-83.30	-117.66	
	40	10000.44	4141.87			40	13672.38	16810.78	
	31	22175.60	21658.14			31	-1145.41	-527.22	
	22	-7761.32	-8099.88			22	2069.62	640.94	
	13	-1253.92	-1366.13			13	-1953.46	-1935.64	
	04	-698.50	-766.21			04	-860.95	-976.00	
1979-1980-1981	10	8.15	6.28	ORT.=1.2 MAX.=2.1 MİN. =0.5	1983-1984-1985	10	102.27	104.39	ORT.=1.2 MAX.=2.3 MİN. =0.7
	01	-6.80	-7.99			01	-14.33	-20.05	
	20	269.34	146.64			20	811.42	423.48	
	11	-64.34	-63.40			11	163.80	174.36	
	02	-24.87	-30.56			02	185.32	126.72	
	30	-335.45	-349.05			30	-7449.14	-7900.88	
	21	95.42	44.50			21	3082.16	2727.10	
	12	-164.05	-84.56			12	-769.74	-681.56	
	03	149.10	163.37			03	297.77	380.52	
	40	-9815.83	-5634.02			40	-47905.40	-46797.88	
	31	6507.32	6260.90			31	5580.95	5195.42	
	22	360.46	698.01			22	-16058.41	-12021.43	
	13	-696.14	-681.03			13	-116.69	50.07	
	04	423.56	419.50			04	-2019.40	-1596.30	
1980-1981-1982	10	29.44	31.15	ORT.=1.7 MAX.=3.1 MİN. =0.8	1984-1985-1986	10	-63.95	-62.79	ORT.=1.2 MAX.=2.2 MİN. =0.9
	01	-5.26	-1.71			01	48.05	55.46	
	20	-326.12	-179.86			20	-1539.45	-867.23	
	11	13.58	5.61			11	-203.93	-203.31	
	02	174.58	195.53			02	-139.24	-60.58	
	30	-425.73	-315.95			30	6314.76	6893.98	
	21	2143.21	2282.72			21	-4897.52	-4375.38	
	12	-1115.07	-1237.78			12	1368.76	1126.87	
	03	-246.14	-294.36			03	-754.16	-854.78	
	40	25418.06	21408.70			40	69963.71	58120.34	
	31	-5189.73	-4325.06			31	-15237.09	-15276.87	
	22	-16613.54	-18212.23			22	13541.28	8672.28	
	13	1271.33	1264.22			13	5003.49	4679.42	
	04	-1853.25	-1932.20			04	1555.49	1037.72	
1981-1982-1983	10	31.58	32.99	ORT.=1.0 MAX.=1.4 MİN. =0.1	1985-1986-1987	10	-11.67	-10.93	ORT.=0.9 MAX.=1.3 MİN. =0.5
	01	17.49	16.84			01	-7.66	-5.91	
	20	-125.10	-87.30			20	103.67	216.14	
	11	118.80	128.13			11	281.44	275.11	
	02	38.05	36.54			02	84.72	94.40	
	30	-2609.56	-2621.56			30	-1150.02	-1101.19	
	21	-1834.60	-1824.40			21	-483.50	-420.75	
	12	1334.68	1298.88			12	-47.02	-102.90	
	03	-159.24	-147.34			03	22.52	11.52	
	40	-505.44	-4672.00			40	11965.99	10440.00	
	31	2460.63	1995.45			31	3891.12	4367.30	
	22	5977.72	6390.25			22	-9265.99	-10043.73	
	13	-2393.65	-2451.68			13	-7223.96	-7218.32	
	04	862.62	880.12			04	-823.30	-857.77	

(Tablo 17 'nin Devamı)

Periyod	Katsayı $c_{ij}$	Yüzey Model IIa	Yüzey Model IIb	LAMDA $\lambda$	Periyod	Katsayı $c_{ij}$	Yüzey Model IIa	Yüzey Model IIb	LAMDA $\lambda$
1986-1987- 1988	10	-91.57	-92.07	ORT.=0.99 MAX.=1.1 MIN. =0.8	1987- 1988-1989	10	83.38	83.77	ORT.=1.11 MAX.=1.3 MIN. =0.8
	01	-45.02	-44.40			01	39.73	32.56	
	20	-1310.31	-1266.74			20	2011.21	1579.06	
	11	-266.14	-266.63			11	-314.41	-290.60	
	02	-110.05	-102.01			02	-395.92	-449.74	
	30	3691.81	3758.82			30	-1341.79	-1703.32	
	21	185.26	233.22			21	1904.44	1579.66	
	12	82.61	78.73			12	-816.53	-669.37	
	03	652.20	643.01			03	-527.88	-425.46	
	40	5747.59	5351.59			40	-52015.63	-50353.90	
	31	-6446.44	-6477.88			31	23484.60	22043.70	
	22	24648.18	24118.13			22	-10868.41	-6773.65	
	13	8683.12	8653.10			13	-1978.91	-1925.858	
	04	-2583.38	-2648.53			04	7232.22	7550.87	

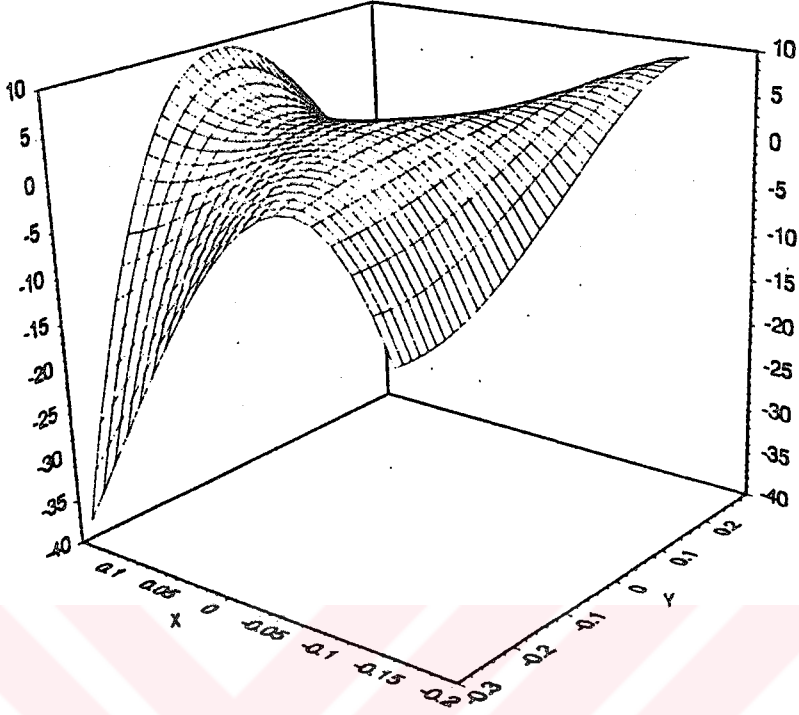
Sonuç olarak elde az sayıda periyoda ilişkin veriler var ise yüzey model II ya da yüzey model III 'den herhangi biri kullanılabilir. Fazla sayıda periyod var ise ve nokta yükseklik bilinmeyenleri hesaplanmak isteniyorsa yüzey modeli IIa ile hesaplama yapılmalı, yükseklik farkları bilinmeyen olarak hesaplanmak isteniyorsa yüzey modeli IIb kullanılmalıdır.

### 7.3.3. Yüzey Modeli IV'ün Uygulanması

Yüzey modeli IV (6.3.4.) bölümünde açıklandığı gibi (296) bağıntısı ile oluşturulmuştur. Bu model tek nokta modeli III (Hannover yaklaşımı) modelinin hesaplanmasında son adımdır. Tek nokta modeliyle hesaplanan yükseklikler veri olarak ele alınmış ve (296) bağıntısında görüldüğü gibi kollokasyon modeli kurulmuştur. Yüzey fonksiyonu, yerel sapmalar ( $s_i$ ) ve psoydo gözlemlerin rasgele dağılımlı hataları ( $n_i$ ) ile genişletilerek elde edilmiş bir modeldir.  $s_i$  ve  $n_i$  değerlerinin karelerinin ağırlıklı toplamı minimum yapılarak çözülmüştür.

Sayısal uygulamada, rasgele dağılımlı hataların ( $n_i$ ) ağırlık matrisi olarak, tek nokta modelinden hesaplanan ağırlık matrisinin hızlara karşılık gelen bölümü alınmıştır. Yerel sapmaların ( $s_i$ ) kovaryans matrisi ise (300) bağıntısında görüldüğü gibi deneylere dayalı olarak elde edilen kovaryans fonksiyonlarından ( $r_{ij}$ ) hesaplanmıştır. Uygulamada Hirvonen ve Moritz-Heitz fonksiyonları kullanılmıştır. Her iki fonksiyonla yapılan hesaplama sonucunda elde edilen yüzey grafiklerinin aynı olduğu görülmüştür. Bu fonksiyonla yapılan hesaplama sonucunda 1984-1985 periyodundaki hareket yüzeyi örnek olarak Şekil 11 de görülmektedir.





Şekil 11: Kollokasyon Yöntemiyle 1981-1982 Periyodunda Belirlenen Hareket Yüzeyi

Kollokasyon modelinin çözümü sonucunda çizilen yüzey (Şekil 11) ile yüzey modeli I'in hesaplanması sonucunda çizilen yüzeyin (Şekil 10) benzer oldukları görülmektedir.

Bölgede genelde nasıl bir hareket oluştuğunu belirlemek için yüzey modelleriyle çözüm yapılır. Yüzey modeli I 'de dengeli yüksekliklerle yüzey fonksiyonu hesaplanır. Kollokasyon modelinde ise önce nokta hareket hızları hesaplanır ve daha sonra yüzey fonksiyonu belirlenir. Kollokasyon modeli çözümünde, bir önceki adım olan tek nokta hareketleri, yüzey hakkında bir bilgi verebilmektedir. Bu durum kollokasyon modelinin üstün yanıdır.

## 8. İRDELEME

Düsey yöndeki güncel yerkağu deformasyonlarını kinematik model ile belirleyebilmek için bölgede bir nivelman ağı kurulur. Ağda çeşitli zamanlarda ölçüler yapılır. Tüm zamanlardaki ölçüler ayrı ayrı irdelenerek uyumsuz ölçüler serbestlik ölçütlerine bakılarak ayıklanır veya yinelenir. Nivelman ağı uyumlu bulunan ölçülerle her periyod için ayrı ayrı dengelenerek kinematik modellerin kurulmasında veri olarak kullanılacak dengeli yükseklikler, dengeli yükseklik farkları ve varyans-kovaryans matrisleri hesaplanır.

Ağdaki her noktanın zamana bağlı hareketi, kinematik tek nokta modelleri ile hesaplanır. Kinematik tek nokta modeli I'de, iki ölçme periyodundaki dengeli yükseklikler karşılaştır ve doğrusal hipotez testleri ile farkların anlamlılığı irdelenerek hareket belirlenir. Bu modellerden  $\theta^2$ -ölçütü ile hesaplamalar kolaylıkla yapılmaktadır, buna karşın hareket büyüklüğü rasgele ölçü hataları sınırı içinde kalan noktalar da hareketli nokta olarak belirlenmektedir. Diğer tek nokta modeli I olan genelleştirilmiş yöntemde toplu dengeleme için verileri düzenlemek yorucu olmaktadır. Buna karşın istatistik yönden güvenli sonuçlar elde edilmektedir.

Tek nokta modeli II dengeli yüksekliklerle kurulduğunda hareket parametrelerinin, doğrudan çözüm yöntemiyle hesaplanabilmesi için çok sayıda ölçme periyoduna ilişkin verilere gereksinim vardır. Bu durum yöntemin sakıncalı yönüdür. Uygun hareket modelini belirleyebilmek için hesaplamalar Hannover yaklaşımına (tek nokta modeli III) göre yapılmalıdır. Böylece hareket parametreleri adım adım belirlenir ve ara sonuçlarda hesaplanır.

Tek nokta modeli II dengeli yükseklik farklarıyla kurulduğunda Yükseklik+Hız+İvme modelinin çözümü için hesaplanan normal denklem matrisi singüler yapıda olur. Moore-Penrose tersi de anlamsız sonuç verir. Bu nedenle yüksekliklerin dengeli değerler oldukları göz önüne alınarak dengelemeden sonra bulunacak yüksekliklerle eşit olmaları önkoşulu koyularak genişletilmiş model ile anlamlı çözüme ulaşılır.

Az sayıda ölçme periyodu olduğu durumda hareket ve hareket parametreleri Kalman-Filtreleme yöntemiyle hesaplanır. Bu modelin diğer modellerden farkı ve olumlu yanı düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin belirlenebilmesidir. Stokastik model iyi kurulduğu durumda en uygun çözüm şeklidir. Buna karşın prediksyonla çözüm yapıldığı için ölçülerin belirli oranda ölçü hatalarıyla yüklü oluşu ve bir önceki zamandaki durum vektöründeki elemanların da hatasız olmaması nedeniyle kinematik davranışlar, sınırsız biçimde extrapolasyonla genişletilmemelidir.

Yalnızca iki periyod var ise hareket hızları tek nokta modeli IV ile hesaplanabilir. Fazla periyod olduğu durumlarda korelasyonların dikkate alınması gerekir. İki zaman arasındaki nokta hareketi belirlenmek isteniyorsa bu yöntem kolayca kullanılabilir ve statik modelden daha basit bir hesaplama yöntemidir.

Bölgedeki hareket yüzeyi, konuma ve zamana bağlı olarak kurulan yüzey modelleri ile hesaplanır. Hareket yüzeyi fonksiyonunun yanında nokta yükseklik bilinmeyenleri de hesaplanmak isteniyorsa yüzey modeli I veya II ile hesaplamalar yapılır. Yalnızca iki ölçme periyodu var ise yüzey modeli II ile hesaplama yapılır. Bu modelde normal denklemler matrisi singüler olur. Moore-Penrose tersi de anlamlı sonuç vermeyebilir. Tutarsızlığı gidermek için dengelemeden önceki ve sonraki yüksekliklerin bir birine eşit olmaları ön görülerek genişletilmiş model ile çözüm yapılmalıdır. Yalnızca yüzey fonksiyonu hesaplanmak isteniyorsa yüzey modeli III kullanılabilir. Eğer fazla ölçü periyodu varsa yüzey modeli IIa ve yüzey modeli IIb ile hareket yüzeyi kolayca hesaplanır.

Yüzey modellerinde bölgede ölçülmemiş herhangi bir noktanın hareketi extrapolasyonla belirlenebilir. Yüzey modelleri, noktaların yerel hareketlerine ilişkin parametreleri çok fazla etkilemektedir. Gözlemlerle sınırlanan yükseklik ağının dışındaki bölgelerde, yüksek dereceden polinomlarla belirlenen hızlar hareket artıkları olarak yorumlanabilmektedir. Yüzey modellerini uygulayabilmek için yükseklik noktalarının yatay konum kooordinatlarının da bilinmesi zorunludur. Bu koordinatlar matrisin kondisyonu için uygun biçimde normlandırılmalıdırlar. Bu modellerde gözlemlerden elde edilen veriler genelleştirilmektedir.

Genelleştirilmeden doğacak hataların etkisini azaltmak için kollokasyon yüzey modeli (yüzey modeli IV) ile hesaplama yapılır. Kollokasyon modeli, stokastik yapı iyi kurulduğu durumda en uygun yüzey belirleme modelidir.

## 9. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Düşey yöndeki yerkaşuğu hareketleri genelde yavaştır. Herhangi bir bölgede jeodezik yöntemlerle güncel yerkaşuğu hareketlerini belirlemek için öncelikle deformasyon bölgesi ve çevresini iyi temsil eden bir deformasyon ağı kurulmalıdır. Çeşitli zamanlarda yapılan ölçülere gereksinim olduğundan ağ iyi korunmalı, belirli zaman aralıklarında özenle ve düzenli olarak ölçülmelidir. Çok küçük değerlerin saptanması amaçlandığından duyarlı aletler kullanılmalı, uygun ölçü yöntemi seçilerek yapılan duyarlı nivelman ölçülerinin tüm koşulları yerine getirilmelidir.

Tüm zamanlardaki ölçüler ayrı ayrı irdelenerek uyumsuz ölçüler, belirlenmeli ve serbestlik ölçütlerine (redundanz payları) bakılarak ayıklanmalı veya yinelenmelidir. Nivelman ağı uyumlu bulunan ölçülerle dengelenerek, kinematik hareketlerin belirlenmesi için gerekli olan dengeli yükseklikler, dengeli yükseklik farkları ve varyans-kovaryans matrisleri hesaplanmalıdır. Verilerin topluca değerlendirilebilmesi ve karşılaştırma için veriler arasında datum uyumunun sağlanması zorunludur.

İki ölçme periyodunda belirlenen dengeli yükseklikler irdelenerek hareketli noktalar ve hareket büyüklükleri statik model olan  $\theta^2$ -ölçütü veya genelleştirilmiş yöntem ile belirlenebilmektedir.  $\theta^2$ -ölçütü kolaylıkla hesaplanmakta, buna karşın konum değişiklikleri rasgele ölçü hataları sınırı içinde kalan noktalar da hareketli nokta olarak belirlenmektedir.

Genelleştirilmiş yöntemde verileri düzenlemek yorucu olmaktadır. Buna karşın istatistik yönden güvenli sonuçlar elde edilmektedir. Yapılan uygulamada kinematik model ile hareket belirlenen noktalar ve hareket büyüklükleri genelleştirilmiş yöntem ile bulunan sonuçlarla uyusmaktadır. Kinematik yöntemle hareketlerin ve hareket yüzeylerinin belirlenmesinden önce bölgede genelde nasıl bir hareket olduğu hakkında bilgi edinmek için genelleştirilmiş yöntemle irdeleme yapılabilir.

Kinematik modellerde hareket konuma ve zamana bağılı olarak belirlenmektedir. Dengeli yüksekliklerle kurulan tek nokta modeli II modelinde parametrelerin, doğrudan çözüm yöntemiyle hesaplanabilmesi için en az 5 ölçme periyoduna ilişkin verilere gereksinim vardır. Çok sayıda ölçme periyoduna ilişkin verilere gerek olması, yöntemin sakıncalı yönünü oluşturmaktadır. Bazı durumlarda parametrelerin aynı anda belirlendiği genel model geçersiz olabilir. Bu nedenle hesaplamalar Hannover yaklaşımına (tek nokta modeli III) göre adım adım yapılmalıdır. Böylece ara sonuçlar istatistiksel yöntemle test edilerek uygun hareket modeli elde edilebilir.

Tek nokta modeli II dengeli yükseklik farklarıyla kurulduğunda yükseklik+hız+ivme modelinin çözümü için üç ölçme periyodundaki ölçülere gereksinim vardır. Bu modelin çözümü için kurulan normal denklem matrisi singülerdir. Moore-Penrose tersi alınarak çözüm yapılırsa anlamsız sonuçlar elde edilmektedir. Tutarsızlığı gidermek için; oluşturulan modelde yüksekliklerin dengeli değerler oldukları göz önüne alınarak dengelemeden sonra bulunacak yükseklikle eşit olmaları önkoşulu koyularak kurulan genişletilmiş model ile anlamlı çözüme ulaşılmıştır.

Az sayıda ölçme periyoduna ilişkin verilerle çalışıldığı durumda hareket ve hareket parametreleri Kalman-Filtreleme yöntemiyle saptanabilir. Bu modelin diğer modellerden farkı ve olumlu yanı düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin belirlenebilmesidir. Bu modelde zaman periyodları arasındaki sabit bozucu ivme ve sistem gürültüleri dikkate alınıp modellendirilerek çözüm yapılmaktadır. Modellendirme iyi yapıldığı durumlarda en uygun çözüm şeklidir. Buna karşın prediksyonla çözüm yapıldığı için ölçülerin belirli oranda ölçü hatalarıyla yüklü oluşu ve bir önceki zamandaki durum vektöründeki elemanların (yük.+hız+ivme) da hatasız olmaması nedeniyle kinematik davranışlar, sınırsız biçimde extrapolasyonla genişletilmemelidir.

Az sayıda ölçme periyoduna gereksinim oluşu, düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin belirlenebilmesi ve statik model sonuçları ile de uyumlu oluşu yöntemin üstün yanıdır. Sonuç olarak Kalman-Filtreleme yöntemi düzgün ve düzgün olmayan hareketlerin stokastik modellerinin iyi belirlendiği durumda tek nokta hareketlerinin belirlenmesi için en uygun yöntemdir.

Eğer yalnızca iki zamanda ölçü yapılmış ise ve hareket hızları hesaplanmak isteniyorsa tek nokta modeli IV ile nokta hareket hızları saptanabilir. Yalnızca iki zaman arasında nokta hareketi belirlenmek isteniyorsa bu yöntem kolayca kullanılabilir ve statik modelden daha basit bir hesaplama yöntemidir.

Buna karşın düşey yöndeki güncel yerkaşu hareketlerinin belirlenmesinde tek nokta hareketlerini saptamak için en uygun yöntem Kalman-Filtreleme yöntemidir.

Deformasyon bölgesinde hareket yüzeyini belirlemek için konuma ve zamana bağı olarak kurulan yüzey modelleri kullanılır. Bu modeller dengeli yükseklikler ve dengeli yükseklik farklarına göre çeşitli şekillerde kurulabilir. Hareket yüzeyi fonksiyonunun belirlenmesinde nokta yükseklik bilinmeyenleri de hesaplanmak isteniyorsa yüzey modeli I veya II kullanılmalıdır.

Ölçülen yükseklik farkları sayısı fazla ise yüzey modeli II için iki zaman yeterlidir. Bu durumda Moore-Penrose tersi ile çözüm anlamlı sonuçlar vermeyebilir. Tutarsızlığı gidermek için dengelemeden önceki ve sonraki yüksekliklerin bir birine eşit olmaları ön görülerek genişletilmiş model ile çözüm yapılmalıdır. Yalnızca iki ölçme periyoduna ilişkin veriler varsa önerilen model ile çözüm, anlamlı ve diğer yöntemlerle uyumlu sonuçlar vermektedir.

Yalnızca yüzey fonksiyonu hesaplanmak isteniyorsa yüzey modeli III kullanılabilir. Eğer fazla ölçü periyodu varsa yüzey modeli IIa ve yüzey modeli IIb ile hareket yüzeyi kolayca hesaplanır. Hareket yüzeyi fonksiyonunun katsayıları tüm zamanlar için irdelenmiş ve 4. derece yüzey anlamlı bulunmuştur. Bu fonksiyonla kurulan model II ve model III, ayrıca model IIa ve model IIb modellerinin çözümü sonucunda hesaplanan katsayıların bir lamda ölçek katsayısı kadar farklı oldukları görülmüştür.

Yüzey modelleri kolay hesaplanırlar, tekrarlama periyodlarının çok az olması durumunda bile yüzey hareketlerinin hızları konusunda hüküm verilebilir. Ayrıca bu modeller, bölgede ölçülmemiş herhangi bir noktanın hareketini extrapolyasyonla belirleme algoritmasını da içerirler.

Buna karşılık yüzey modelleri, noktaların yerel hareketlerine ilişkin parametreleri çok fazla etkilemektedir. Bunun sonucu olarak küçük hareket parametreleri kaybolmaktadır. Gözlemlerle sınırlanan yükseklik ağının dışındaki bölgelerde, yüksek dereceden polinomlarla belirlenen hızlar çok çabuk ve kolaylıkla hareket artıkları olarak yorumlanabilmektedir.

Söz konusu yöntemi uygulayabilmek için yükseklik noktalarının yatay konum kooordinatlarının da bilinmesi zorunludur. Bu koordinatlar uygun biçimde normlandırılmaksızın polinomsal fonksiyonel model kurulduğu durumda çok çabuk  $10^{10}$  dan daha büyük değerlere ulaşmaktadır. Oysa yükseklik bilinmeyenlerine ilişkin normal denklem katsayıları küçük sayılardan oluşmaktadır. Bu durumda normal denklem sisteminin kondüsyonu çok kötü olmakta ve çözüm sonuçları kararlı, güvenilir olmamaktadır. Yuvarlatma hataları sonuçları çok fazla etkilemektedir. Bu modellerde gözlemlerden elde edilen veriler genelleştirilmektedir. Böylece önemli seçeneklerin modellendirilmediği durumlarda, yüzey modelleri uygulanırsa, sözü edilen seçenekler de genelleştirilmiş olacaklarından bu modellerin seçimi uygun değildir.

Genelleştirilmeden doğacak hataların etkisini azaltmak için kollokasyon yüzey modeli (yüzey modeli IV) kullanılmalıdır. Bu yöntemde tek nokta modellerinden belirlenen hızlardan yararlanarak bölgedeki yerel sapmalar ve psoido gözlemlerin rasgele dağılımlı hataları modellendirilmektedir. Sözü edilen değerlerin stokastik modellerinin iyi kurulduğu durumda en uygun yüzey modeli kollokasyon modelidir.

Sonuç olarak deformasyon bölgesindeki düşey yöndeki yerkabuğu deformasyonlarının kinematik model ile en iyi şekilde saptanabilmesi için aşağıdaki adımların uygulanması önerilebilir :

- Öncelikle, genelleştirilmiş yöntem kullanılarak bölgedeki nokta hareketleri konusunda bilgi edinilmelidir.
- İkinci adımda, tek nokta hareketlerini ve hareket parametrelerini belirlemek için **Kalman-Filtreleme Yöntemi** uygulanmalıdır. Hesaplamalar **Hannover yaklaşımına** göre adım adım yapılmalıdır.
- Son adım olarak da bölgenin hareket yüzeyini belirlemek için **kollokasyon yüzey modeli** uygulanmalı ve bölgenin hareket yüzeyi haritası çizilmelidir.

## 10. KAYNAKLAR

- [1] Pelzer, H., Height Determination Adjustment Models for Combined Data Sets, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 327-340.
- [2] Torge, W., Accuracy and Stability of the Height Reference Surface, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 69-107.
- [3] Gürkan, O., Fiziksel Jeodezi, K.T.Ü. Basımevi, 19, Trabzon, 1984.
- [4] Strang Von Hess, G., L., Pratical Formulas for the Computations of the Orthometric, Dynamic and Normal Heights, ZfV, 11 (1992) 727-734.
- [5] Niemeier, W., Observation Techniques for Height Determination and Relation to Usual Height Systems, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 85-105.
- [6] Banger, G., Yer Yakını Atmosfer Tabakasının Düşey Açılı Ölçülerine Etkisi Üzerine Bir Araştırma, Doktora Tezi, KTÜ Müh. Mim. Fakültesi, Trabzon, 1987.
- [7] Heer, R., Application of Different Refraction Models on Measuring Results of the Levelling Test Loop Koblenz, The Workshop on Precise Levelling, Mart 1983, Precise Levelling, 251-281.
- [8] Lucht, H., Korrelation im Präzisionsnivelement, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 48 (1972) 57-60.



- [9] Öztürk, E., Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Ölçütleri, Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Şubat 1987, Ankara, 641-670.
- [10] Demirel, H., Nirengi Ağlarının Dengelenmesi ve Sonuçların Test Edilmesi, Harita Dergisi, 98 (1987) 1-18.
- [11] Kok, J., J., On Testing and Reliability in Levelling Network, The Workshop on Precise Levelling, Mart 1983, Precise Levelling, 353-380.
- [12] Uzel, T., Demirkaya, S. ve Hoşbaş, G., Jeodezik Deformasyon Ölçülerinin Analiz ve Yorumunda Delf Yaklaşımı, Türkiye II. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Şubat 1989, Ankara, 827-838.
- [13] Aksoy, N., Alp, O. ve Ayhan, E., Ölçülen, Kestirilen ve Normal Gravitenin Jeopotansiyel Sayı ve Nivelman Ağ Dengelemesindeki Etkilerinin Araştırılması, Harita Dergisi, 104 (1990) 39-56.
- [14] Bill, R. Eine Strategie zur Ausgleichung und Analyse von Verdichtungsnetzen DGK Reihe C, 295 (1984) 12-25.
- [15] Aksoy, A., Jeodezik Değerlerin Matematik İstatistik Testlerle İrdelenmesi, Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Şubat 1987, Ankara, 559-592.
- [16] Ayan, T., Uyuşumsuz Ölçülerin Ayıklanması, Harita ve Kadastro Mühendisliği, 72 (1992) 38-46.
- [17] Heck, B., Der Einfluss Einzelner Beobachtungen auf das Ergebnis Einer Ausgleichung und die Suche nach Ausreißern in den Beobachtungen, AVN, 88 (1981) 17-34.
- [18] Şimşek, M., Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi, Harita Dergisi, 108 (1992) 18-33.
- [19] Aksoy, Z., N. ve Ayhan, E., Robust Kestirim ve Kaba Hatalı Ölçülerin Belirlenmesi, Harita Dergisi, 106 (1991) 35-41.

- [20] Fuchs, H., Hofmann-Wellenhof, B. ve Schulz, W., D., Adjustment and Gross Error Detection of Levelling Network, The Workshop on Precise Levelling, Mart 1983, Precise Levelling, 391-409.
- [21] Yaşayan, A., Robust Kestirim Kavramı, İlkesi ve Uygulamaları Üzerine İrdemeler, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 72 (1992) 56-66.
- [22] Paper, R. ve Niemeier, W., Some Aspects of the Theory of Errors in Levelling Networks, The Workshop on Precise Levelling, Mart 1983, Precise Levelling, 295-314.
- [23] Yançoğlu, O., Kalibrasyon Bazı Dengelemesinde Fonksiyonel Model Testi, Harita Dergisi, 97 (1986) 31-47.
- [24] Fröhlich, H., Estimation of Variance Components in Levelling Networks, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 437-455.
- [25] Öztürk, E.ve Şerbetçi, M., Dengeleme Hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, 144, Trabzon, 1992.
- [26] Förstner, H., Das Program TRINA zur Ausgleichung und Gütebeurteilung Geodatischher Lagenetze, ZfV, 2, (1979) , 61-72.
- [27] Buck, U., Statische Analyse Ingenieurphotogrammetrischer Deformationsmessungen, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 76 (1976) 1-35.
- [28] Niemeier, W., Statistical Tests for Detecting Movements in Repeatedly Measured Geodetic Networks, Proceedings of sixth International Symposium on Recent Crustal Movements, Temmuz 1977, California, Recent Crustal Movements, 335-351.
- [29] Demirel H., S-Transformasyonu ve Deformasyon Analizi, Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Şubat 1987, Ankara, 641-670.

- [30] Demirel, H., Sıklaştırma Ağlarında Datum Tanımlama ve Bağlantı Noktalarının Test Edilmesi, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 72 (1992) 47-56.
- [31] Niermeier, W., Deformationsanalyse, Vortrage des Kontaktstudiums, Şubat 1985, Hannover, Geodatische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II, 559-623.
- [32] Mälzer, H., Schmitt, G. ve Zippelt, K., Recent Vertical Movements and their Determination in the Rhenish Massif, Proceedings of the IUGG Interdisciplinary Symposium, Aralık 1979, Australia, Recent Crustal Movements, 167-176.
- [33] Zippelt, K., Modellbildung, Berechnungsstrategie und Beurteilung von Vertikalbewegungen unter Verwendung von Präzisionsnivellements, DGK Reihe C, 343 (1988) 3-153.
- [34] Gubler, E., The Determination of Recent Crustal Movements from Precise Levelling Data, A Review, Proceedings of sixth International Symposium on Recent Crustal Movements, Temmuz 1977, California, Recent Crustal Movements, 423-434.
- [35] Holdahl, R.,S. ve Hardh, L., R., Solvability and Multiquadric Analysis as Applied to Investigations of Vertical Crustal Movements, Proceedings of the IUGG Interdisciplinary Symposium, Aralık 1979, Australia, Recent Crustal Movements, 139-155.
- [36] Pelzer, H., Application of Kalman- and Wiener-Filtering on the Determination of Vertical Movements, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 539-555.
- [37] Leonhard, Th. ve Niermeier, W., A Kinematic Model to Determine Vertical Movements and its Application to the Testnet Pfungstadt, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 587-598.

- [38] Kersting, N. ve Welsch, W., Kinematic Models for Analysing Recent Vertical Crustal Movements and their Comparison in Application to the Test Network Pfungstadt, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 619-631
- [39] Konak, H., Duyarlıklı Nivelman Ağlarının Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1986.
- [40] Zippelt, K., Recent Vertical Movements in the Testnet Pfungstadt Conception, Application and Results of the Karlsruhe Approach, The Symposium on Height Determination on Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Eylül 1986, Hannover, Determination of Heights and Height Changes, 599-617.
- [41] Pelzer, H., Zur Bestimmung von Recenten Höhenänderungen im Bereich der Deutschen Nordseeküste, ZfV, 106 (1981) 111-122.
- [42] Leonhard, Th., Niemeier, W. ve Pelzer, H., Determination of Vertical Crustal Movements from Different Regional Levellings - Concept of the Computing Centre, The Workshop on Precise Levelling, March 1983, Precise Levelling, 451-465.
- [43] Pelzer, H., Statische, Kinematische und Dynamische Punktfelder, Vorträge des Kontaktstudiums, Şubat 1985, Hannover, Geodatische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II, 225-262.
- [44] Pelzer, H., Deformationsuntersuchungen auf der Basis Kinematischer Bewegungsmodelle, AVN, 94 2 (1987) 49-62.
- [45] Wolfgang, H., Zur Positionsschätzung im Gestarten KALMAN-Filter am Beispiel eines Manövrierenden Wasserfahrzeuges, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 143 (1986) 37-60.
- [46] Cross, P., A., Advanced Least Squares Applied to Position-Fixing, Polytechnic of East London, London, 1990.
- [47] Van Mierlo, J., On the Reduction of Levelling Data to a Common Epoch, The Workshop on Precise Levelling, Mart 1983, Precise Levelling, 199-209.

- [48] Niemeier, W., Ansätze zur Interpretation der Ergebnisse Geodätischer Deformationsmessungen, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 76 (1976) 36-63.
- [49] Antonopoulos, A., Zur Formulierung und über Prüfung von Deformationsmodellen, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 143 (1986) 1-105.
- [50] Zhang, Z., Zur Stabilisierung von Wiederholt Gemessenen Höhennetzen durch Absolute und Relative Schweremessungen, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 139 (1985) 3-99.
- [51] Andersen, O., B., The Concept of a Height Datum on a on-Rigid Earth, The Workshop on Precise Levelling, Mart 1983, Precise Levelling, 193-198.
- [52] Welsch, W., Kinematische Netzbetrachtung, Vorträge des Kontaktstudiums, Şubat 1985, Hannover, Geodätische Netze in Landes-und Ingenieurvermessung, 559-619.
- [53] Hein, W., G. ve Kistermann, R., Mathematical Foundation of Non-Tectonic Effects in Geodetic Recent Crustal Movement Models, Proceedings of sixth International Symposium on Recent Crustal Movements, Temmuz 1979, California, Recent Crustal Movements, 315-334.
- [54] Vaníček, P., Elliott, R., M. ve Castle, O., R., Four-dimensional Modeling of Recent Vertical Movements in the Area of the Southern California Uplift, Proceedings of sixth International Symposium on Recent Crustal Movements, Temmuz 1977, California, Recent Crustal Movements, 287-300.

## 11. ÖZGEÇMİŞ

1964 yılında Trabzon'un Yomra ilçesinde dünyaya geldi. İlk ve Orta öğrenimimi Trabzon'da tamamladı.

1981 yılında KTÜ Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'ne girdi. 1985 yılında bu bölümü başarı ile bitirdi. Aynı yıl adı geçen bölümde Yüksek Lisans öğrenimine ve Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. 1988 yılında yüksek lisans öğrenimini bitirerek Yüksek Mühendis oldu. 1989 yılında doktora sınavını kazandı. Bir yıl İngilizce öğrenimi gördükten sonra doktora öğrenimime başladı. Halen sözü edilen bölümde doktora öğrencisi ve Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır. Almanca ve İngilizce olmak üzere iki yabancı dil bilmektedir. Biri bildirili olmak üzere yayınlanmış iki makalesi ayrıca Eylül 1994 de uluslararası bir sempozyumda sunulmak üzere kabul edilmiş bir bildirisi bulunmaktadır.

Trabzon, Haziran 1994

Mualla ÜNVER