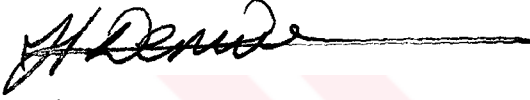


Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

Bu çalışma jürimiz tarafından MADEN MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALINDA
YÜKSEK MÜHENDİSLİK TEZİ olarak kabul edilmiştir.



Başkan: Prof. Dr. Ümit Atalay



Üye: Prof. Dr. Halim Demirel



Üye: Doç. Dr. Salih Ersayın

ONAY

Bu tez/...../1994 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri
üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

17.09.1994



Prof. Dr. Gültekin Günay

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada, laboratuvar çaplı bilyalı değirmende öğütme işlemi kırılma hız fonksiyonu (S) ve birincil dağılım fonksiyonu (B) kullanılarak doğrusal birleştirilmiş parametre yaklaşımıyla modellenmiş ve benzetişim yoluyla değirmene beslenmesi gereken bilya şarjının hangi çapta bilyadan ne oranda kullanılması gerektiğine yanıt aranmıştır.

Bu amaçla, -6.7 +4.75 mm, -4.75 +3.35 mm, -2.36 +1.7 mm, -1.7 +1.18 mm, -1.18 +0.85 mm ve -0.85+0.6 mm tane boyu aralıklarında hazırlanan deney numuneleri laboratuvar çaplı değirmende, 3, 4, 5, 6 cm çapında bilyalar kullanılarak 0.33, 0.75, 1.5, 3 ve 6 dakika süreyle kuru olarak öğütülmüştür. Deney numunesi olarak kuvars kullanılmıştır.

Yapılan öğütme deneyleri sonunda elek analizleriyle ürünlerin tane boyu dağılımları belirlenmiş, bu sonuçlardan faydalanarak doğrusal olmayan regresyonla S ve B parametreleri hesaplanmıştır. Literatürde verilen bağıntılar kullanılarak bu parametrelerin tane boyu ile ilişkisi kurulmuş ve model oluşturulmuştur. Böylece, her bilya çapı için bir matematiksel model elde edilmiştir. Reid çözümü kullanılarak öğütme işleminin benzetişimi yapılmış, ölçülen ve hesaplanan ürün tane boyu dağılımları karşılaştırılmıştır.

Literatürde, bilya karışımlarıyla yapılan öğütme işlemlerinde, öğütücü ortam içinde bulunan bilyaların ağırlıkları oranında kırılma hızını etkiledikleri belirtilmektedir. Bu ilişkiden yararlanarak 4, 5, 6 cm çapında bilyalardan oluşan karışım için S değerleri belirlenmiştir. -1.18 +0.85 mm ve -1.18 mm fraksiyonunda yeni beslemeler hazırlanmış ve bu bilya karışımı kullanılarak 0.33, 0.75, 1.5 ve 3 dakika süreyle öğütülmüştür. Öğütme işleminin benzetişimi Reid çözümü kullanılarak yapılmış, ölçülen ve hesaplanan değerler karşılaştırılmıştır.

Bu çalışma sonunda, B ve S değerleri kullanılarak doğrusal birleştirilmiş parametre modeliyle kesikli bilyalı öğütme sonuçlarının tahmin edilebileceği, değirmene şarj edilmesi gereken bilya dağılımının belirlenebileceği, fakat kesin bir değerlendirme yapmak için daha büyük çaplı değirmenlerde, farklı malzemelerle çalışmalar yapılması gerektiği sonucuna varılmıştır.

ABSTRACT

In this study, batch grinding was modelled by means of linear lumped parameter approach using breakage rate function (selection function), S , and primary distribution function in a laboratory ball mill. Ball size distribution and their fractions charged to the mill were investigated by simulation.

In order to determine the model parameters $-6.7 +4.75$, $-4.75 +3.35$, $-2.36 +1.7$, $-1.7 +1.18$, $-1.18 +0.85$ and $-0.85 +0.6$ mm one size fraction of quartz samples were prepared, then grinding tests were performed dry and batchwise with 3, 4, 5 and 6 cm diameter balls through 0.33, 0.75, 1.5, 3 and 6 minutes.

After each grinding time, product size distributions were determined by dry screening. Using this data, S and B parameters were determined by means of non-linear optimization technique. Relationships between these functions and particle sizes were established by the expressions given in literature and a mathematical model was formed for each ball diameter. Simulation of the grinding process was made by using the Reid solution and the model was tested.

In literature, as a result of grinding experiments made by mixed ball diameters, it was found that breakage rate was affected by the weight fractions of balls in the mixture. Considering this relationship, S values were determined by using grinding media consisting 4, 5, 6 cm. diameter balls. $-1.18 +0.85$ mm and -1.18 mm size fractions were ground through 0.33, 0.75, 1.5 and 3 minutes of grinding times. The results calculated from the model were compared with the experimental results.

Finally, it may be concluded that, product size distributions of batch grinding tests and size distribution of grinding balls could be simulated by using the linear lumped parameter model using breakage rate function and primary breakage function. However, more experimental study with ball mills of different diameters and for different materials is necessary to verify these findings.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yapılması sırasında göstermiő olduğu her türlü yönlendirici ve yapıcı yardımlarından dolayı tez danıőmanı, Hacettepe Üniversitesi Maden Mühendisliği Bölüm Baőkanı Sayın Prof. Dr. Halim Demirel'e,

Numune temininde hiç bir yardımı esirgemeyen Kaltun Madencilik A.Ő. yetkililerine, değerli arkadaşlarım Hakan Atasoy, Cihangir Őimőek ve ablam Havva Argav'a,

Yazım ve düzeltmelerde emekleri geçen ve manevi destekleri ile her zaman yanımda olan değerli dostlarım Hacettepe Üniversitesi Maden Mühendisliği Bölümü Araőtırma Görevlileri Levent Ergün, Bahadır Aksanı, Birol Sönmez, Hakan Benzer ve Gl Ergün'e (Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü),

Bilgisayar kullanımında sağladığı kolaylık nedeni ile arkadaşım Tunç Tonger'e,

ve her zaman yanımda olan sevgili aileme içtenlikle teşekkür ediyorum.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	vii
SİMGELER DİZİNİ.....	x
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xv
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL BİLGİLER.....	3
2.1. Ufalamanın Temel Prensipleri.....	3
2.2. Aktarılan Ortamla Çalışan Değirmenler.....	5
2.3. Enerji Boyut Küçültme İlişkisi.....	7
2.4. Öğütmenin Matematiksel Olarak Modellenmesi.....	11
2.5. Kinetik Model.....	14
2.6. Kırılma Fonksiyonlarının Belirlenmesi.....	19
2.6.1. S ve B Değerlerinin Doğrudan Belirlenmesi.....	20
2.6.1.1. Tek Tane Boyu Aralığında Hazırlanan Besleme ile Gerçekleştirilen Kesikli Öğütme Deneyleri ile Doğrudan Belirleme Yöntemi.....	21
2.6.1.2. Karışık Tane Boyu Dağılımına Sahip Besleme Malzemesinin Bir Fraksiyonunun Yerine Farklı Bir Malzemenin Kullanıldığı Yöntemler.....	25
2.6.1.3. Nükleer Aktivasyon Analiz Yöntemi.....	26
2.6.2. S ve B Değerlerinin Geriye Doğru Hesaplama Yoluyla Belirlenmesi (Doğrudan Olmayan Yöntem).....	26
2.6.2.1. Doğrudan Belirleyici Yöntemler ile S ve B Değerlerinin Belirlenmesi.....	27
2.6.2.2. Optimizasyon Modelleri.....	29
2.6.3. Doğrudan Hesaplama ve Geriye Doğru Hesaplama Yöntemlerinin Birarada Kullanılması.....	30

2.7.	Kırılma Parametrelerinin Tasarım ve İşletme Parametreleri İle Değişimi.....	31
2.7.1.	S Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleri İle Değişimi.....	31
2.7.2.	B Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleri İle Değişimi.....	38
2.8.	Bilyalı Değirmenlerde Optimum Bilya Dağılımının Belirlenmesi...	40
3.	DENEYSSEL ÇALIŞMALAR VE MODEL PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ.....	52
3.1.	Laboratuvar Değirmeninin Tanımı.....	52
3.2.	Deneysel Yöntem.....	54
3.2.1.	Besleme Malzemelerinin Hazırlanması.....	54
3.2.2.	Kesikli Öğütme Deneylerinde Kullanılan Bilya ve Malzeme Miktarlarının Hesaplanması.....	54
3.2.3.	Kesikli Öğütme Deneyleri.....	56
3.3.	Kırılma Fonksiyonlarının Belirlenmesi.....	57
3.3.1.	Özgül Kırılma Hızının Belirlenmesi.....	57
3.3.2.	Birincil Kırılma Dağılım Fonksiyonunun Belirlenmesi.....	64
4.	BENZETİŞİM ÇALIŞMALARI.....	65
4.1.	Tek Tane Fraksiyonlarının Tek Çapta Bilyalar Kullanılarak Öğütülmesi Durumunda Reid Çözümü Yardımıyla Ürün Tane Boyu Dağılımlarının Belirlenmesi.....	65
4.2.	Karışık Çapta Bilyalardan Oluşan Öğütücü Ortam Kullanılarak Yapılan Kesikli Öğütme Deneylerinde Reid Çözümü Kullanılarak Ürün Tane Boyu Dağılımlarının Belirlenmesi.....	80
5.	SONUÇLARIN DEĞERLENDİRMESİ.....	83
6.	TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	88
	KAYNAKLAR DİZİNİ.....	89
	EKLER	
1	3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm Bilyalar ile Yapılan Kesikli Öğütme Deneylerinde Ölçülen ve Hesaplanan Kırılma Hızı Değerleri Toplu Sonuçları	

2. Her Bilya için Tüm Fraksiyonların Kesikli Öğütme Deneyleri
Sonucu Hesaplanan ve Ölçülen Ürün Tane Boyu Dağılımları Toplu
Sonuçları
3. -1.18 +0.85 mm ve -1.18 mm Tane Boyunda Malzemenin Karışık
Çapta Bilyalardan Oluşan Öğütücü Ortam Kullanılarak Öğütülmesi
Sonucu Hesaplanan ve Ölçülen Ürün Tane Boyu Dağılımları Toplu
Sonuçları



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

S	Özgül Kırılma Hız Fonksiyonu
B	Birincil Kırılma Dağılım Fonksiyonu
J	Bilya Doldurma Oranı
f_c	Malzeme Doldurma Oranı
U	Bilyalar Arası Boşluğun Malzeme ile Doldurulma Oranı
BAB	Bilyalar Arası Boşluk Oranı
TBH	Değirmendeki Bilyaların Toplam Hacmi
V	Değirmen Hacmi
V_{kuvars}	Deneylerde Kullanılan Kuvars Hacmi



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil		Sayfa
2.1	Kırma ile parçalanma.....	5
2.2	Belirli bir tane boyundan kırılarak daha küçük tane boyuna geçen malzeme fraksiyonunun gösterimi.....	18
2.3	B değerlerinin tane boyu ile değişimi.....	38
3.1	Laboratuvar çaplı değirmende kuru öğütme koşullarında bilya ve malzeme doldurma oranlarının mutlak kırılma hızı üzerine etkisi....	55
3.2	3 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi.....	57
3.3	4 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi.....	58
3.4	5 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi.....	58
3.5	6 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi.....	59
3.6	3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalar için özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimi.....	60
3.7	3 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi.....	60
3.8	4 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi.....	61
3.9	5 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi.....	61
3.10	6 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi.....	62
3.11	3 cm bilya için yapılan tekrar deneylerinde en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi.....	63

3.12	3 cm bilya için yapılan tekrar deneylerinde özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimi.....	63
4.1.	-6.7 +4. 75 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	66
4.2.	-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	67
4.3.	-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	67
4.4.	1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	68
4.5.	-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	68
4.6.	--0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	69
4.7.	-6.7 +4. 75 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	69
4.8.	-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	70
4.9.	2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	70
4.10.	-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	71
4.11	-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	71

4.12.	-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	72
4.13.	-6.7 +4. 75 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	72
4.14.	-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	73
4.15.	-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	73
4.16.	-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	74
4.17.	-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	74
4.18.	-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	75
4.19.	-6.7 +4. 75 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	75
4.20.	-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	76
4.21.	2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	76
4.22.	-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 6cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	77
4.23.	-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	77

4.24.	-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	78
4.25.	-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları (T. Deneyleri).....	78
4.26.	-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları (T. Deneyleri).....	79
4.27.	-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 3cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları(T. Deneyleri).....	79
4. 28.	-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları(T. Deneyleri).....	80
4.29.	-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 4, 5 ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	81
4.30.	-1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 4, 5 ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları.....	82
5.1.	3 cm bilyalar ile yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler.....	85
5.2.	4 cm bilyalar ile yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler.....	85
5.3.	5 cm bilyalar ile yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler.....	86
5.4.	6 cm bilyalar ile yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler.....	86
5.5.	Bilya karışımı ile yapılan deneylerde tane fraksiyonlarının hesaplanması sonucu yapılan hatanın dağılımı.....	87

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge		Sayfa
3.1	Bilyalar arası boşluk oranlarının belirlenmesi.....	52
3.2	Laboratuvar değirmeni öğütme koşulları.....	53
4.1	Ölçülen ve hesaplanan a ve μ değerleri.....	66



1. GİRİŞ

Madencilikte ocaktan çıkan cevherin 3 metre gibi çok büyük değerlere sahip olabilmesi, ham cevherin işlenebilmesi için ufalanmasını zorunlu kılar. Ufalama, kırma ve öğütme birim işlemlerinden oluşmaktadır. Ufalamanın ilk adımı olan kırma ile ocaktan çıkan cevherin tane boyu öğütmenin gerçekleştirilebileceği bir inceliğe kadar küçültülmektedir. Öğütme ise aktarılan ortamla çalışan değirmenlerde, cevher tanelerine dik yönde etki eden kuvvetler ile uygulanan darbe (impact) ve sıkıştırma (compression), eğik yönde etki eden kuvvetler ile uygulanan çentme (chipping) ve paralel yönde etki eden kuvvetler ile uygulanan aşındırma (abrasion) mekanizmalarının etkisi sonucunda cevher tane boyunu bir sonraki prosesin gerektirdiği büyüklüğe indirmek için kullanılmaktadır.

Aktarılan ortamla çalışan değirmenlerde, harcanan enerji öğütücü ortama iletilerek öğütücü ortamın taneler ile etkileşimi sağlanmakta ve yukardaki mekanizmalardan biri veya birkaçı ile değirmendeki malzemenin tane boyunun küçültülmesi gerçekleştirilmektedir. Öğütücü ortam; değirmende işletme koşullarına bağlı olarak çubuk, bilya, çakıl ve öğütülen cevherin iri taneleri olabilir.

Bilyalı değirmenlerde optimum öğütme koşullarını sağlayan bilya çapı, besleme malzemesinin tane boyu dağılımına, malzemenin sertliğine ve istenen ürün inceliğine bağlı olarak değişmektedir. Bilya çapının kırılmada doğrudan etkin bir parametre olması nedeni ile araştırmacılar optimum bilya çapı, bilya aşınması ve bunların öğütme üzerindeki etkilerini incelemişlerdir.

Bu konuda yapılan ilk araştırmalarda (Tarjan, 1981; Bond, 1958), uzun yıllar süren tesis çalışmalarından elde edilen değerler deneysel çalışmalardan elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak, besleme tane boyu dağılımına, sertliğine, değirmen dönüş hızına ve istenen ürün tane boyuna uygun bilya çapının belirlenmesi amacı ile ampirik ifadeler geliştirilmiştir. Geliştirilen ampirik ifadeler ile istenen öğütme koşullarını sağlamak üzere tek bir bilya çapı elde edilmektedir. Oysa öğütülecek malzemeler geniş bir tane boyu dağılımına sahiptirler ve beslemedeki her fraksiyonun kırılabilmesi için yeterli darbe kuvveti oluşturabilecek farklı çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortama ihtiyaç vardır. Bu tür eşitliklerin geliştirilebilmesi için tesis bazında yoğun araştırmalar gerektirmesi buna ek olarak öğütmenin işletme parametrelerinde meydana gelen değişimler karşısında yetersiz

kalmaları ve ampirik yapıda olmaları nedeni ile optimum bilya çapının belirlenmesi amacına yönelik çalışmalar devam etmiştir.

Daha sonraki çalışmalar bilya aşınma hızının belirlenmesine yönelik olarak gelişmiştir. Bilyalı değirmenlerde bilya aşınma hızı, optimum öğütme koşullarını sağlayan bilya çapı, bilya aşınmasının öğütme maliyetine etkisi ve aşınma ile meydana gelen denge halindeki bilya dağılımının belirlenebilmesi açısından önem taşır. Birçok araştırmacı değirmende bilya aşınma hızından ve aşınma nedeni ile meydana gelen metal kaybını karşılamak üzere belirli aralıklarla değirmene ilave edilen bilya değerlerinden faydalanarak denge halindeki bilya dağılımını belirlemeye çalışmışlardır. Değirmende denge halindeki bilya dağılımına ulaşmak oldukça uzun sürdüğünden bu yöntemle bilya dağılımını belirlemeye çalışmak uzun süre tesisten veri toplamayı gerektirmekte ve araştırmacıların bu amaçla geliştirdikleri eşitlikler birbiri ile çelişmektedir.

Öğütmede matematiksel modellerin kullanılmaya başlaması ile bilya çapının kırılma parametrelerine etkisi konusunda çalışmalar yapılmaya başlanmıştır.

Bu çalışmanın amacı, bilyalı değirmenlerin modellenmesinde kullanılan özgül kırılma hızı (S) ve birincil kırılma dağılım fonksiyonlarının (B), tek tane boyu aralığında hazırlanan fraksiyonların tek çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak belirlenmesi, bilya çapı ve bu kırılma fonksiyonları arasında bir ilişki oluşturulması ve bu ilişkiler yardımı ile belirli tane boyu dağılımına sahip besleme malzemesinin farklı çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi ile elde edilen ürün tane boyu dağılımının tahmin edilebilmesinin incelenmesidir.

2. GENEL BİLGİLER

Cevher hazırlama teknolojisinde önemli bir adım olan ufalama birim işlemi aşağıdaki amaçlar için kullanılmaktadır (Lynch, 1977; Wills, 1988);

- Ocaktan çıkan cevherin tane iriliğini bir sonraki prosese uygun olacak şekilde küçültmek,
- Yüzey alanını artırmak yolu ile kimyasal reaksiyona uygun malzeme elde etmek,
- Değerli minerallerin gangtan serbestleşmesini sağlamak,
- İstenen irilik ve/veya şekilde taneler elde etmek.

Minerallerin çoğu doğada gang içinde saçılmış (dissemine) halde bulunduğundan ufalama birim işlemi genellikle serbestleşmenin sağlanması için kullanılmaktadır. Böylece mineraller, uygun bir veya birkaç zenginleştirme yöntemi ile gangtan ayrılarak zenginleştirilebilirler.

2.1. Ufalamanın Temel Prensipleri

Minerallerin çoğu fiziksel ve kimyasal çekim kuvvetlerinin etkisi ile atomların üç eksen boyunca düzenli olarak dizildiği kristalli malzemelerdir. Atomların dizilimi, onları birarada tutan fiziksel ve kimyasal bağların türleri ve atomların boyutları ile tanımlanır. Mineral kristal kafeslerinde atomlar arası bağlar, sadece kısa mesafelerde etkindir ve bu bağların koparılması için gerekli kuvvet, kristalin teorik olarak sahip olduğu dayanıma eşdeğer olmalıdır. Kristale uygulanan gerilim kuvveti elastik limit değerini geçtiğinde kırılmanın merkezini oluşturacak çatlaklar meydana gelmektedir. Böylece kristalin dayanabileceği gerilim kuvveti oluşan çatlak uzunluğuna bağlı olarak değişmektedir. Griffith'e, 1921, göre kristalin dayanabileceği gerilim kuvveti çatlak boyunun karekökü ile ters orantılı olarak değişmektedir (Wills,1988; Jain 1987).

Çatlak oluşumu sırasında atomlar arası bağları koparmak üzere bir iş yapılır. Yapılan bu iş elastik enerji olarak depolanır ve atomlar ilk şekillerine döndüğünde açığa çıkar. Eğer açığa çıkan enerji çatlak ucunda zayıflayan atomlar arası bağları koparacak büyüklükte ise çatlak hızla ilerler. Çoğu cevher ve mineralde çatlak oluşumunu sağlayan yapısal bozuklukların varlığı onların teorik olarak hesaplanan dayanımlarından daha düşük bir dayanıma sahip olmalarına neden olur. Örneğin

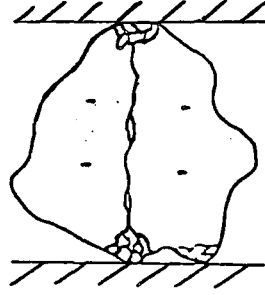
ideal camın 7×10^4 kg/cm² gerilime dayanması gerekirken 1.5×10^3 kg/cm²'lik bir gerilim camın kırılması için yeterli olur.

Ufalamada iki tip gerilim kuvveti uygulanmaktadır. Birincisi elastik limit değerinin altında, dönüşebilir gerilim kuvvetidir. Kırılma teorilerinin malzemeyi kırılğan kabul etmelerine rağmen kristaller kırılma olmaksızın enerjii depolayabilirler ve gerilim ortadan kalktığı zaman bu enerjii serbest bırakırlar. Bu elastik davranım olarak bilinir. Kırılma gerçekleştiğinde depolanan enerjinin bir kısmı serbest yüzey enerjisine dönüşür. Yüzey enerjisindeki bu artış nedeni ile yeni oluşan yüzeyler kimyasal olarak daha aktiftirler ve flotasyon reaktiflerine karşı daha duyarlıdırlar. İkincisi ise yüzey süreksizliklerinin ve plastik deformasyonların oluştuğu, dönüştürülemeyen gerilim kuvvetidir. Kırılma olayının başlaması için daima elastik çekme gerilimlerine ihtiyaç vardır. Bu gerilimlerin oluşumunda elastik deformasyonların yanında plastik deformasyonlarda önemli rol oynar (Schoenert, 1972; Rumpf, 1973).

Cevherin zayıf noktalar içermesi, ocaktan çıkarılırken patlatma nedeni ile süreksizliklerin artarak zayıflaması, madencilik ve öğütme aşamaları arasında oksidasyona uğraması, en az iki mineralin cevherde kristal yapıyı oluşturmaları nedeni ile gerçekte cevher ve mineraller saf kristallere benzemeksizin düzensiz şekle sahip olurlar. Bu nedenle uygulanan kuvvetler, tane yüzeyinde her noktaya eşit olarak iletilememekte, yüklerin tane ile teması sadece noktasal ya da küçük yüzeylerde olmaktadır.

Kırma, esas itibariyle cevhere ve kuvvet tipine bağlı olarak ayırt edilebilen sıkıştırma, darbe ve aşındırma mekanizmaları ile gerçekleştirilmektedir. Düzenli şekle sahip olmayan tane, darbe veya sıkıştırma ile kırmaya maruz kaldığında iki farklı boyda ürün oluşur. Çekme yenilmesi sonucu oluşan iri taneler ve yükleme noktası çevresinde sıkıştırma yenilmesi sonucu ya da çıkıntılarda makaslama gerilmesi sonucu oluşan inceler tanelerdir. Oluşan ince miktarı yükleme alanı küçültülerek azaltılabilmektedir (Şekil 2.1).

Darbe ile kırmada hızlı yükleme nedeni ile tane daha yüksek bir ortalama gerilime maruz kalır. Sonuç olarak tane, aynı kırmayı gerçekleştirmek için gerekli olan enerjiden daha fazla miktarda enerji soğurur ve çekme yenilmesinin bir sonucu olarak hızlı bir şekilde daha küçük taneler olarak kırılır. Kırılmış taneler, tane boyu ve şekli açısından birbirlerine oldukça yakın özellikler göstermektedir.



Şekil 2.1. Kırma ile parçalanma (Wills, 1988).

Aşındırma ile daha fazla miktarda ince malzeme oluşumu söz konusudur ve genellikle istenmez. Kırıcıya beslemenin çok hızlı yapılarak taneler arası temasın artması nedeniyle, sıkıştırma gerilimi ve makaslama yenilmesi ile aşındırma gerçekleşmektedir.

Cevher hazırlama teknolojisinde zenginleştirmenin gerçekleştirilebilmesi, değerli mineralin yan kayaktan serbestleştirilmesine bağlı olduğundan ufalama işlemi çok ince yapılmaktadır. Cevheri bu inceliğe ufalamak için yukarıda belirtilen öğütme mekanizmalarının hepsinin kullanılması nedeni ile enerji tüketimi daha fazla olur. Aktarılan ortamla çalışan öğütücüler istenen ufalama mekanizmalarına sahip olmaları nedeniyle yaygın olarak kullanılmaktadır.

2.2. Aktarılan Ortamla Çalışan Değirmenler

Öğütmede kullanılan değirmenler; değirmen şekline, kullanılan öğütücü ortam tipine ve öğütmede uygulanan kuvvetlerin cinsine göre sınıflandırılmaktadır. Bazı özel amaçlara ve malzemelere yönelik olarak farklı değirmenler kullanılıyor olmasına rağmen, cevher hazırlamada en yaygın olarak aktarılan ortamla çalışan değirmenler kullanılmaktadır.

Aktarılan ortamla çalışan değirmenler silindirik ya da silindirokonik şekilde olup yatay eksenleri etrafında döner. Aktarılan ortamla yapılan öğütme işleminde çubuk, bilya veya çakıllar öğütücü ortam olarak kullanılır. Aktarılan ortamla çalışan değirmenlerde, değirmen hacminin yaklaşık yarısı öğütücü ortam ile doldurulur. Öğütücü ortam, değirmenin yatay eksen etrafında dönmesi ile değirmen gövdesine yapışık olarak yerçekiminin merkezkaç kuvveti ile dinamik denge haline geldiği noktaya kadar yükselir. Düşük hızlı değirmenlerde, değirmen astarının daha çok aşınmasına ve daha fazla ince malzeme oluşumuna neden olan aşındırma, yüksek

hızlı değirmenlerde daha iri ürün oluşumu ve daha az astar aşınmasına neden olan darbe ile boyut küçültme sağlanmaktadır..

Değirmen kapasitesini artırmak için bir çok değişken kontrol edilmeli ve ayarlanmalıdır. Bu değişkenleri üç grupta toplamak mümkündür (Jain,1987);

1. Değirmen boyu/değirmen çapı, değirmenin dönüş hızı, öğütücü ortam ve malzemenin toplam değirmen hacmine oranı, öğütme aşama sayısı,
2. Öğütücü ortam dağılımı, besleme tane boyu dağılımı, katı-sıvı oranı,
3. Devreden yük miktarı, malzemenin değirmende kalış süresi, besleme hızı.

Bunların yanında; öğütülebilirlik, akış hızı (yeni besleme+devreden yük+su), değirmenin kritik hız fraksiyonu kapasitede etkili diğer parametrelerdir.

Aktarılan ortamla çalışan değirmenlerde; öğütülecek cevherin cinsine, miktarına, elde edilen ürünün kullanılacağı alana göre yapılacak öğütme işleminin tipine karar verilir.

- Kesikli veya Sürekli Öğütme: Kesikli öğütmede, öğütülecek cevher ve öğütücü ortam değirmene beslenir. İstenen tane boyunda ürün elde edebilmek için belirlenmiş süre boyunca öğütülür. Öğütme zamanı sonunda değirmen durdurularak ürün değirmen yükü boşaltılır. Kesikli öğütmede istenen tane boyuna öğütülmüş malzeme değirmenden uzaklaştırılmadığından aşırı öğütme nedeni ile istenen tane boyundan ince malzeme daha fazla miktarda oluşmakta ve proses verimli olmamaktadır. Sürekli öğütmede cevher, kontrol edilen bir hızla değirmene sürekli olarak beslenmekte ve uygun bir durma süresinin sonunda ürün olarak alınmaktadır. Cevher hazırlamada öğütme, genellikle sürekli olarak gerçekleştirilmektedir (Jain, 1987).
- Kuru veya Yaş Öğütme: Değirmende öğütülecek malzemenin cinsine veya takibeden prosesin yaş/kuru olmasına bağlı olarak öğütme yaş/kuru yapılabilir. Cevher hazırlamada proseslerin çoğu yaş olarak gerçekleştirildiği için öğütme genelde yaş olarak yapılmaktadır (Fuerstenau and Sullivan, 1962).
- Açık devre-kapalı devre öğütme: Açık devre öğütmede değirmene malzeme beslenmekte belirli bir öğütme zamanı sonunda ürün olarak alınmaktadır. Açık devre öğütme; iri öğütme, çimento hammaddesinin öğütülmesi, tane boyuna

göre sınıflandırma ekipmanlarının kapalı devre öğütme maliyetini artırdığı ve değirmen ürününde geniş tane boyu aralığının kabul edilebildiği durumlarda uygulanmaktadır. Kapalı devre öğütmede, değirmen bir sınıflandırıcı ile birlikte çalışmakta, öğütme meşinden iri taneler değirmene dönmektedir. Sınıflandırıcıdan değirmene tekrar gelen iri malzeme devreden yük olarak adlandırılır ve yeni beslemenin yüzdesi şeklinde ifade edilir. Kapalı devrede harcanan güç açık devre öğütmeye nazaran daha azdır. Genelde cevher hazırlama proseslerinde, bilyalı değirmenlerde kapalı devre öğütme uygulanmaktadır (Rose and Sullivan, 1957; Jain, 1987).

2.3. Enerji-Boyut Küçültme İlişkisi

Öğütme birim işlemi enerji yoğun bir işlem olmasına rağmen, enerji tüketimi açısından bakıldığında oldukça verimsizdir. Cevher zenginleştirme tesislerinde harcanan enerjinin % 50'den fazlası boyut küçültme işleminde kullanılmaktayken, bu enerjinin ancak % 2-20'si boyut küçültme için harcanmaktadır (Harris, 1965). Ufalama işleminin verimliliğini artırmak ve işlemi ifade edebilmek amacıyla birçok yaklaşım ileri sürülmüştür. Bunların en eskileri yıllardan beri tartışma konusu olan enerji-boyut küçültme ilişkisine dayalı ufalama yasalarıdır.

Ufalama birim işlemiyle ilgili ilk çalışmalarda, değirmenin harcadığı enerji ile, harcanan bu enerjinin sağladığı boyut küçültme miktarı arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu konuda birçok teori geliştirilmiş, fakat bunlardan hiçbirisi enerji boyut küçültme ilişkisine tam olarak açıklık getirememiştir.

Yapılan çalışmalarda malzemeyi kırmak için gerekli enerji ile proseste üretilen yeni yüzey arasında bir ilişki olduğu düşünülmüştür. Bu ilişki ancak yeni yüzey yaratmak için harcanan enerji ayrı olarak belirlenebildiğinde açıklık kazanacaktır. Ufalama birim işleminde harcanan enerji ile kırılma arasındaki ilişkiyi gösteren en genel eşitlik aşağıdaki şekilde verilmiştir (Walker et al., 1937);

$$dE = -C \frac{dx}{x^n} \quad (2.1)$$

Burada E, birim ağırlığı ufalamak için gerekli enerjisi; x, tane boyunu; n, bir sabiti; C, malzemenin karakteristiğine ve kullanılan ekipmanın işletme yöntemine bağlı bir sabiti göstermektedir.

Ufalama konusunda bilinen en eski teori Rittinger, 1867,'in geliştirdiği teoridir. Rittinger; teorisinde ufalamada tüketlenen enerjinin oluşan yeni yüzey alanı ile doğru, tane çapı ile ters orantılı olduğunu öne sürmüştür (Wills, 1988).

Eşitlik 2.1'de $n=2$ kabul edilip eşitliğin integrasyonu ile Rittinger yasası elde edilir;

$$E_R = C_R(1/x_2 - 1/x_1) \quad (2.2)$$

Burada E_R , harcanan enerjiyi; x_1 ve x_2 , besleme ve ürün tane boyunu; C_R , Rittinger sabitini ifade eder. Rittinger'in teorisine göre besleme ve ürün tane boyu, besleme ve ürünün birim kütesinin sahip olduğu yüzey alanın, birim kütle içindeki tane sayısına oranıdır (Agar and Brown, 1964; Marshall, 1966).

Rittinger Teorisi ufalama birim işleminde harcanan enerjinin tamamının öğütülen malzemeye, yani ürüne aktarıldığını varsayar. Bu doğru değildir ve gerçekte sisteme verilen enerjinin ne kadarının ürüne aktarıldığı işletme koşullarına ve kullanılan ekipmanın tipine göre değişir (Austin and Klimpel, 1964).

Kick, 1885, gerilim birim deformasyon eğrilerinden yola çıkarak, ufalama birim işleminde harcanan enerjinin besleme ve ürün tane boyundan bağımsız olarak sadece boyut küçültme oranı ile ilgili olduğunu öne sürmüştür. Teori aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Bond and Wang, 1950);

- Geometrik olarak benzer yapılar üzerinde aynı yapısal değişiklikleri oluşturmak için gerekli enerji, yapının hacmi veya ağırlığı ile orantılıdır.
- Birim kütledeki cevher tanelerinin hacmindeki herhangi bir indirgeme oranını sağlayacak enerji değeri sabittir. Ufalama birim işleminde harcanan enerji miktarı besleme tane boyundan bağımsız bir değişkendir.

Eşitlik 2.1'de $n=1$ kabul edilip eşitliğin integrasyonu ile Kick ifadesi elde edilir;

$$E_K = C_K \log(x_1 / x_2) \quad (2.3)$$

Burada E_K , enerji girdisini; x_1 ve x_2 , besleme ve ürün tane boylarını; C_K , Kick sabitini ifade etmektedir. Kick teorisindeki tane boyları x_1 ve x_2 , besleme ve ürünün

ortalama kütesinin (hacminin) o kütledeki (hacimdeki) tane sayısına oranı ile elde edilir (Galanty,1963; Marshall, 1966).

Kick'in teorisinin iki büyük eksikliği vardır (Yiğit, 1976);

1. Şekil ve yüklemdeki benzerliğin önemi yeterince vurgulanmamıştır. Bu da, farklı ekipmanlardan ya da aynı tip ancak benzer olmayan ölçek büyütme koşullarından elde edilen sonuçların karşılaştırılmasında yanıltıcı olmaktadır,
2. Kırılma şekli ya da ürün tane boyu dağılımı tanımlanmamıştır.

İlk iki yasanın dayandığı temelleri inceleyen Bond (1952), bu iki yasa arasında bulunacak bir enerji ufalama ilişkisinin daha geçerli olabileceğini ileri sürerek kendi kuramını geliştirmiştir. Eşitlik 2.1'de, $n=1.5$ kabul edilip integrasyonu ile Bond eşitliği elde edilmektedir.

$$E_B = 2C_B(1/\sqrt{x_2} - 1/\sqrt{x_1}) \quad (2.4)$$

Burada E_B , enerji girdisini; x_1 ve x_2 , besleme ve ürün tane boylarını; C_B , Bond sabitini göstermektedir. Bond yasasındaki x_1 ve x_2 , besleme ve ürünün % 80'inin geçtiği tane boyunu ifade etmektedir (Marshall, 1966).

Temelde bir çok ufalama işlemi, üretilen tane boyu ile ilgilidir. Fakat % 100'ün geçtiği tane boyu sürekli belirsizdir ve aynı şekilde % 95'in geçtiği tane boyu da kesin değildir (Bond, 1962). Uygulamada malzemenin % 80'inin geçtiği tane boyu, besleme ve ürün tane boyu olarak kabul edilmektedir. Ürünün % 80'inin geçtiği mikron cinsinden çap P, beslemenin % 80'inin geçtiği mikron cinsinden çap F, her kısa ton malzeme için kwh olarak iş girdisi W olarak gösterilirse Bond teorisi aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebilir.

$$W = 10W_i(1/\sqrt{P} - 1/\sqrt{F}) \quad (2.5)$$

Burada W_i , malzemenin kırılma ve öğütmeye karşı dayanımını gösteren iş indeksini ifade eder. Sayısal olarak iş indeksi, malzemenin kuramsal olarak sonsuz boydan, % 80'inin 100 μ m'u geçeceği boya ufalanması için gerekli enerjidir.

Bond (1960; 1961) bütün kırma ve öğütme verilerinin değerlendirilebilmesi için ufalama birim işleminin üç temel prensip ile incelenmesinin mümkün olduğunu iddia etmiştir.

İlk ilke şunu ifade eder; bilinen bir tane boyu dağılımına sahip besleme malzemesi, tabii tutulduğu hazırlama işlemleri nedeniyle belirli bir enerji seviyesine sahiptir ve ürünün enerji seviyesini elde etmek için besleme malzemesinin sahip olduğu bu enerji seviyesinin, boyut küçültme işlemi sırasında harcanan enerji ile toplanması gerekmektedir. Ufalamada kullanılan tüm enerji ifadeleri aşağıdaki genel kurala uymalıdır;

Enerji Girdisi= Ürünün Enerji Seviyesi - Beslemenin Enerji Seviyesi

Besleme malzemesinin hazırlanmasında harcanan enerji ihmal edildiği zaman ilk ilke geçerliliğini yitirmektedir.

İkinci ilke, kırma ve öğütmede harcanan faydalı iş girdisinin oluşan yeni çatlak uzunluğu ile doğru orantılı olduğunu ifade eder.

Üçüncü ilke malzemenin kırılması ile ilişkili yapısal bozukluklar ile ilgilidir. Tanede bulunan en zayıf çatlak onun kırma ve öğütme altında kırılma dayanımını, aynı zamanda da kırılma ile oluşacak tane sayısını belirler. Yapısal bozukluk arttıkça tanenin kırılması kolaylaşır ve daha iri ürün oluşur (Bond, 1960; 1961).

Bond teorisindeki bir zayıflık, yüzeyin kırılmasını sadece doğrusal bir boyutta ele almasıdır; halbuki bu yeni yüzeyin bir parçasıdır (Pryor, 1965). İş indeksi eşitliğinde ürünün tek bir tane boyu dağılımı gösterdiği varsayılır. Ancak ürün birden fazla tane boyu dağılımına sahiptir. Dolayısıyla her bir dağılımı elde etmek için gereken enerji farklı olacaktır (Charles, 1957). Yine de Bond'un yasası tane boyu ile ufalama enerjisi arasındaki ilişkiyi açıklayan en güvenilir ve kullanışlı yasa olarak görülmektedir (Tanaka, 1966).

Yapılan çalışmalar, her üç teorinin farklı tane boyu aralığındaki ufalama işlemlerinde geçerli olduğunu göstermiştir. Hukki (1961), Kick'in teorisinin kaba öğütmede, Rittinger'in teorisinin ince öğütmede, Bond'un yasasının ara boylarda geçerli olduğunu, Rose ise tam tersinin doğru olduğunu, yani Kick'in kuramının ince

öğütmede, Rittinger'in kuramının kaba öğütmede geçerli olduğunu iddia etmiştir (Marshall, 1966; Tanaka, 1966).

2.4. Öğütmenin Matematiksel Olarak Modellenmesi

Öğütme enerji yoğun ancak verimsiz bir işlemdir. Enerji girdisi-boyut küçültme ilişkilerinden yola çıkarak oluşturulan yaklaşımların ölçek büyütme, kırılma kinetikleri, değirmende malzeme taşınımı, sınıflandırma ile ilgili çalışmalara cevap verememesi ve hatalı sonuçlar doğurması nedeni ile bilyalı değirmenlerde optimum işletme koşullarını belirleyebilmek için dijital bilgisayarların gelişimine paralel olarak benzetişim teknikleri kullanılmaya başlanılmıştır. Benzetişim model ile gösterimdir ve kullanılmasının nedeni daha hızlı, daha ucuz, deneysel yöntemlere nazaran daha kesin sonuçlar vermesidir.

Modelleri üç ana başlıkta incelemek mümkündür. Bunlardan ilki belkide en etkin olanı, fizik ve kimyanın temel ilkeleri ve prosesin bilimsel olarak anlaşılması ile oluşturulan modellerdir (Transport Phenomena Models). Basit kırılma olaylarının yeterince anlaşılmamış yük dağılım mekanizmaları ve mikro kırılma olayları, zenginleştirme proseslerinin de çoğunlukla üç fazlı, çok bileşenli, üç boyutlu akışlar ve fizikokimyasal etkiler içermesi nedeni ile bunların mekanistik olarak modellenmesi kolay değildir.

İkinci grup modeller ise olay bazlı (phenomenological) modellerdir. Bu modeller oldukça güçlüdürler, prosesi gerçekçi bir şekilde ifade ederler ve ekstrapolasyona uygundur. Bu gruptaki modeller benzetişim için yararlı genel algoritmalar olarak son 20 yılda en yaygın kullanılan modellerdir. Bu tür modellerde parametre değerleri ve besleme tane boyu bilindiğinde ürün tane boyu hesaplanabilir veya tahmin edilebilir.

Üçüncü grup proses modelleri ampirik özelliğe sahiptirler. Bu gruptaki modellerde prosesin doğasının tanımından çok matematiksel olarak ifadesi modeli meydana getirir. Bu gruba ise öğütme yasaları girer (Napier-Munn and Lynch, 1992).

Öğütme devresinden maksimum verimi elde etmek için yapılan çalışmalar sırasında üç aşamada sorunlar ile karşılaşmaktadır (Lynch, 1977; Lynch and Lees, 1985).

1. Öğütme devresinden sonra gerçekleştirilecek cevher zenginleştirme proseslerinin tipi, sayısı ve boyutlarına uygun optimum boyut küçültme akım şemasının seçildiği tasarım aşaması,
2. Öğütme devresi çalışmaz durumda iken değiştirilerek optimum değere getirilebilen fakat devre çalışırken sabit tutulan parametrelerin seçildiği işletme aşaması (örneğin, siklonların girdap kılavuzlarının devre çalışırken değiştirilememesi),
3. Besleme malzemesinin özelliklerinde veya devrenin mekanik işleyişinde meydana gelen bir değişimin üründe istenmeyen özelliklere neden olduğu sürekli proses aşaması.

İlk iki sorun bir çok olasılıktan en iyisinin seçilmeye çalışıldığı optimizasyon, diğeri ise otomatik kontrol ile ilgilidir.

Deneysel çalışmalar yolu ile devrenin optimizasyonu son yıllara kadar kabul edilen tek yaklaşımdır. Bu konuda yapılan ilk çalışmalarda boyut küçültme ve enerji tüketimi arasındaki ilişkiler Rittinger, 1867, Kick, 1885, ve Bond (1961) tarafından incelenmiştir. Bond'un bu konudaki çalışmaları bazı öğütme koşulları için uygun olacak şekilde geliştirilmiş ve uzun bir dönem boyunca değirmen işletme koşullarının seçim ve tasarımında kullanılmıştır (Rowland and Kjos, 1978; Rowland, 1982). Bununla beraber bu eşitliklerin ampirik yapısı, çok deneysel çalışma gerektirmesi nedeni ile pahalı ve zaman alan bir çalışma olması ve beslemede meydana gelen değişiklikler karşısında yetersiz kalmaları normal işletme koşullarında kullanımlarına çeşitli sınırlamalar getirmiştir (Blaskett, 1970; Lynch, 1977; Herbst and Fuerstenau, 1980; Austin ve Brame, 1983).

Öğütmenin modellenmesi konusunda ilk çalışma Epstein'a (1948) aittir. Ufalama birim işlemi tekrarlı kırılma olayları olarak düşünülüp, kırılma olayı istatistiksel olarak birbiri ile ilişkili iki fonksiyon ile incelenmiştir (Epstein, 1948).

- $P_n(y)$, Kırılma olayının n'inci adımında y boyutundaki tanelerin kırılma olasılık fonksiyonu,
- $F(x,y)$, y tane boyunda birim kütlenin kırılması ile bu tane boyuna eşit veya bu tane boyundan küçük x tane boyunda, malzemenin ağırlıkça dağılım fonksiyonu.

Epstein'in modeli, değirmen içinde malzeme taşınım mekanizmalarını içermemektedir (Lynch et al., 1986). Epstein'in bu konudaki çalışmasından sonra öğütme devrelerinin optimizasyonunda matematiksel modeller yaygın olarak kullanılmaya başlanmış ve bu amaçla üç tip matematiksel model geliştirilmiştir. Bunlardan ilki matris modelidir.

Broadbent ve Callcott, 1956, tane boyuna bağlı malzeme taşınma mekanizmalarını da içeren, Epstein tarafından önerilen sınıflandırma fonksiyonu ile tanımlanan kırılma kavramlarını matris modeli geliştirmek için kullanmışlar ve bu modeli kömürün öğütülmesine uygulamışlardır. Matris model çeşitli ufalanma işlemlerine uygulanabilecek şekilde geliştirilmiş ve birçok endüstriyel öğütme devrelerinin benzetişiminde ve optimizasyonunda kullanılmıştır (Lynch et al.,1986). Matris modelin mantığı, kırılma olaylarının ard arda gerçekleşmesi esasına dayanmaktadır. Bir önceki öğütme aşamasının ürünü, bir sonraki aşamanın beslemesi olmaktadır. Öğütme süresi uzadıkça, kırılma olayının sayısı artmakta ve ufalanma meydana gelmektedir (Lynch, 1977; Lynch and Lees, 1985; Narayanan and Whiten, 1983).

Matris modelde malzeme hareket mekanizması, boyuta bağlı diyagonal sınıflandırma matrisi kullanılarak tanımlanmakta ve bilyalı değirmenler için kullanılacak malzeme taşınım mekanizmalarını içermemektedir (Whiten, 1974; Lynch, 1977).

Matris model, ufalama işlemini tekrarlı kırılma olayı olarak kabul ederken, diğer bir modelleme yaklaşımında ise bilyalı değirmende öğütme hız işlemi olarak kabul edilmektedir. Kinetik modelde, öğütme sürekli bir proses olarak kabul edilir ve ürünün özellikleri değirmende kalış süresi dağılımlarını da (residence time distribution) içeren kesikli öğütme eşitliklerinin çözümü ile belirlenmektedir (Narayanan and Whiten, 1983).

Kinetik modellemede, besleme malzemesine izleyici eklenmesi ile belirlenen değirmende kalış süresi dağılım fonksiyonunun yanında doğrusal öğütme modeli, bazılarında ise konvektif difüzyon modeli kullanılmaktadır (Lynch et al., 1986).

Bilyalı değirmenlerde üçüncü bir modelde, değirmende meydana gelen olayların değirmen içindeki malzeme ile ilgili olduğu kabul edilmektedir (Whiten, 1974; 1976; Lynch et al., 1986). En basit şekli ile bu modelde mükemmel karışım olduğu varsayılmakta ve standart bir kırılma fonksiyonu ile, kırılmanın değirmenden çıkan malzeme miktarına oranını gösteren ve bilyalı değirmen performansını tanımlayan

diğer bir fonksiyon kullanılmaktadır. Boşaltma hızının tane boyu ile değişimi, değirmende kalış süresi dağılımının da tane boyu ile bağıntılı olduğunu göstermektedir. Kavetsky ve Whiten (1982) tarafından geliştirilen bir başka modelde, malzeme taşınımı daha karmaşık bir şekilde ifade edilmiştir. Çok bölmeli model olarak adlandırılan bu modelde, her bir bölmedeki iri malzeme miktarı ve boşaltma hızı arasındaki ilişkiden faydalanılarak hesaplanan tane boyuna bağlı boşaltma hızı kullanılmaktadır (Lynch et al., 1986).

Mükemmel karışım modeli, matris ve kinetik modelin bir karışımıdır ve ancak belirli koşullar altında uygulanabilmektedir (Lynch, 1977; Lynch and Lees, 1985; Narayanan and Whiten, 1983).

Görüldüğü üzere bütün modern bilyalı değirmen modelleri aynı temel kavramlardan geliştirilmiştir; kırılma hızı fonksiyonu, kırılma dağılım fonksiyonu, malzeme taşınma fonksiyonları. Bilyalı değirmen modelleri olarak kullanılan bütün bu üç modelde de standart ya da deneysel olarak tanımlanmış kırılma dağılım ve malzeme taşınma fonksiyonları kullanılmakta ve kırılma hızının kritik hız, bilya ve malzeme doldurma oranları vb. gibi bilyalı değirmen tasarım ve işletme değişkenleri ile ilişkisi belirlenmektedir..

Bu çalışmada kinetik model esas alındığından, kinetik model aşağıda daha ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

2.5. Kinetik Model

Kinetik modellemede ufalama birim işlemi bir hız prosesi olarak ele alınmaktadır. Bu konuda ilk çalışma Roberts (1950) tarafından yapılmıştır. Roberts, bilyalı değirmende yaş öğütme olasılık teorisini önermiş ve elek üstünde kalan malzeme ile birim kütle için değirmenin çektiği güç arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bowdish (1960), Roberts'ın çalışmalarını ilerleterek, iri malzemenin kırılma hızının değirmendeki iri malzeme miktarı ile orantılı olduğunu göstermiştir. Yani bilyalı değirmende belirli tane boyundaki malzemenin öğütülmesi birinci dereceden hız prosesi olarak kabul edilebilir. Arbiter ve Bhrany (1960), kuvarsın öğütülmesi ile elde edilen sonuçların birinci dereceye uyduğunu, fakat başka malzemeler için birinci dereceden olmayan hız eşitlikleri elde edildiğini göstermişlerdir (Lynch et al.,1986).

Kümülatif bazlı kinetik modelde öğütme, sadece kırılma hız fonksiyonu ile ifade edilmekte, kırılma dağılım fonksiyonu kullanılmamaktadır. Laboratuvar çalışmalarından elde edilebilecek bu parametrenin tesiste de doğrudan kullanılabilmesi ileri sürülmektedir (Finch and Ramirez-Castro, 1980). Değirmen içinde malzeme taşınımını açıklamak için basit ve duyarlı bir taşınım modelinin de seçilmesi gerekmektedir. Randolp ve Ranjan, 1977, Smith ve Guerin, 1979, bilyalı değirmenlerde kapalı devre öğütme koşullarında mükemmel karışım varsayımının yeterli bir yaklaşım olduğunu göstermişlerdir. Furuya (1971), ideal bir sınıflandırıcı bulunması varsayımı ile, yüksek devreden yüklerde (>% 150) tapalı akış varsayımının tane boyu küçültme işlemlerinin benzetişiminde uygun olduğunu göstermiştir.

1960'ın başlarında kırılma fonksiyonu ve farklı tane boylarının kırılma hız veya olasılık fonksiyonu kavramları kullanılarak bilyalı değirmenlerin modellenmesi yaygınlaşmıştır. Gaudin ve Meloy (1962), kırılma olasılığı kavramını kullanarak belirli boyda tanelerden oluşan kütlenin değişim hızını göstermek için integro-differansiyel kırılma eşitliğini önermiştir.

Bass, 1954; basit durumlarda analitik olarak çözülebilen kesikli öğütme eşitliklerini formüle etmek için birinci dereceden öğütme kavramını kullanmıştır. Tane boyu dağılımlarını matematiksel olarak sürekli biçimde ifade etmede karşılaşılan güçlükler nedeni ile fraksiyon esasına dayalı kesikli öğütme eşitliği önerilmiştir. Fraksiyon esaslı kesikli öğütme eşitliğini formüle etmedeki amaç, laboratuvar ölçekli kesikli öğütme deneyleri ile kırılma dağılım ve kırılma hız fonksiyonları gibi kırılma parametrelerini belirleyebilmektir. Bu kırılma parametreleri, sürekli çalışan bir değirmenin performansını belirleyebilmek için değirmende kalış süresi dağılım fonksiyonu ile birarada kullanılmaktadır (Gardner and Austin, 1962; Reid, 1965; Herbst and Fuerstenau, 1968; Kapur, 1970; Lynch et al., 1986).

Öğütmenin kinetik modellemesi sürekli fonksiyonlar ve kesikli dağılımlar ile ifade edilmektedir. Sürekli ve kesikli dağılım modelleri sırasıyla dağıtılmış (distributed) ve birleştirilmiş (lumped) parametre modelleri olarak da adlandırılabilir. Bu modeller arasındaki farklılıklar, tanenin kırılma kinetiklerinin doğrusal veya doğrusal olmayan, tanelerin değirmene taşınımının birleştirilmiş veya dağıtılmış olarak tanımlanmasında kullanılan eşitliklerin farklı olmasından kaynaklanmaktadır (Lynch, 1977; Lynch and Lees, 1985).

Doğrusal kırılma kinetikleri, kırılma hız fonksiyonu ile tanımlanan belirli bir tanenin kırılma olasılığının ve kırılma dağılım fonksiyonu ile tanımlanan ve tanenin birincil kırılması sonucu ortaya çıkan tane boyu dağılımının değirmen içindeki tane boyu dağılımından etkilenmediği durumlarda geçerli olmaktadır. (Gardner and Austin, 1962; Herbst and Fuerstenau, 1968; 1980). Bilyalı değirmenlerde öğütme koşullarında genelde doğrusal kırılma kinetikleri gözlenmesine rağmen bazı aktarılan ortamlarla çalışan değirmenlerde doğrusallıktan belirgin bir sapma gözlenmektedir (Herbst and Fuerstenau, 1972; 1980). Dağıtılmış parametre modelleri, değirmen boyunca tanenin taşınmasını ayrıntılı olarak tanımlayan modelleri gerektirmektedir. Birleştirilmiş parametre modellerinde, ayrıntılı tane taşınımı modelinden çok malzeme taşınımını karakterize eden değirmende kalış süresi dağılım fonksiyonları kullanılmaktadır. Birleştirilmiş parametre modelleri, kırılma kinetiklerinin doğrusal ve malzeme taşınımının tane boyundan bağımsız olduğu durumlarda kullanılmaktadır.

Genelde dağıtılmış parametre modellerinin çözümü ve formülasyonu çok karmaşıktır. Birleştirilmiş parametre modelleri değirmen ya da devrenin besleme ve ürün özellikleri arasında basit ilişkiler kurar. Mühendislik uygulamalarında birleştirilmiş parametre modellerinin sağladığı kolaylık dağıtılmış parametre modellerinin kullanımı ile elde edilen daha kesin sonuçlar ile karşılaştırılarak kullanılacak modele karar verilmelidir.

Tümüyle ampirik Bond modelinin tersine doğrusal birleştirilmiş parametre modeli fiziksel anlamı olan, tane boyu ile arasında kurulan kütle denkleğinden (population balance) türetilmiştir. Bu model ile kesikli, çevrimsel, sürekli, açık ve kapalı devre olarak laboratuvar ölçekli bilyalı değirmende öğütülen ürünün tane boyu dağılımının doğru benzetişimini yapmak mümkündür (Gardner and Austin, 1962; Herbst and Fuerstenau, 1968; Gumtz and Fuerstenau, 1970; Herbst and Fuerstenau, 1972; 1980).

Doğrusal birleştirilmiş parametre modelinde, değirmen iri tane boyunda malzemenin kırılarak ince tane boyunda ürünün oluştuğu bir reaktör olarak düşünülmektedir. Belirli tane boyu dağılımına sahip besleme malzemesinde her tane boyu aralığındaki malzemenin kırılma hızları birbirinden farklı olmaktadır.

Genellikle değirmendeki malzeme $\sqrt{2}$ veya $4\sqrt{2}$ elek serisi ile tanımlanan birçok tane boyu aralıklarına bölünmekte, en iri tane boyu aralığı 1, ikinci tane boyu aralığı 2...vb. ve en ince tane boyu aralığıda n ile gösterilmektedir. n. tane boyu aralığı,

ölçülen en küçük tane boyundan daha küçük tane boyuna sahip malzemeyi içeren aralıktır. Değirmende etkin bir şekilde kırılma olduğu zaman belirli tane boyu aralığında olan malzemenin kırılması genellikle birinci derece öğütme kuramına uymaktadır. Buna göre;

i tane boyunda malzemenin kırılma hızı= $S_i w_i W$ 'dir

Burada;

S_i : i tane boyu aralığındaki malzemenin birim kütesinin birim zamanda kırılma hızı,

w_i : i tane boyu aralığındaki malzeme fraksiyonu,

W : Değirmende öğütülen malzemenin toplam ağırlığıdır.

Kesikli öğütmede, birinci dereceden öğütme, 1. tane boyu aralığına, yani en iri fraksiyona uygulandığında;

$$\frac{-d[w_1(t)]}{dt} = S_1 w_1(t) \quad (2.6)$$

eşitliği elde edilir. S_1 'in zamanla değişmediği varsayılarak 2.6 No'lu eşitliğin integrali alındığında,

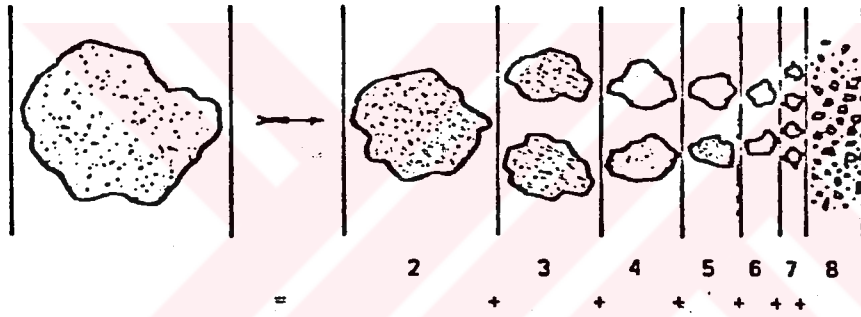
$$w_1(t) = w_1(0)e^{(-S_1 t)} \quad (2.7)$$

eşitliği elde edilir. Burada $w_1(0)$, öğütmenin başlangıcında; $w_1(t)$ ise, t anında 1. tane boyu aralığında bulunan malzeme yüzdesini; S_1 , 1. tane boyu aralığındaki malzemenin kırılma hızını; t zamanı göstermektedir.

Bu eşitlik birinci derece öğütme kinetiği kuramı olarak bilinmektedir. Değirmen koşulları veya malzeme karakteristiklerinden dolayı bazı malzemeler için birinci derece öğütme kuramından sapmalar oluşabilmektedir. Bu sapmaların iki nedeni vardır. Birincisi, öğütme zamanı arttıkça oluşan ince malzemeler yastıklanma etkisi yaparak iri malzemenin kırılmasını engellemektedir. Genelde ince kuru öğütme ve viskozitesi yüksek yaş öğütmede görülen bu olaya ortam etkisi adı verilmektedir. İkincisi, öğütülecek malzeme tane boyunun bilya çapından çok büyük olması durumunda oluşan sapmalardır. Böyle bir durumda iri taneler bilyalar tarafından

kavranamaz ve boyut küçültme sağlanamaz (Austin and Bhatia, 1971/1972; Austin, 1982; Austin et al.,1984).

Belirli tane boyu aralığındaki malzemenin kırılması sonucu ortaya çıkan, daha küçük tane boyuna sahip olan ve ürün olarak adlandırılan malzemenin tane boyu dağılımını tanımlamada kullanılan fonksiyon, kırılma dağılım fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Değirmende bulunan malzemenin bir kısmı belirli bir öğütme zamanı sonunda kırılır. Ufalanmış parçalar kırılmayanlarla karışacağından bu malzemenin yeniden öğütme işlemine girmeden tane boyu dağılımı belirlenebildiğinde birinci dereceden kırılma dağılımı olarak adlandırılmaktadır (Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Belirli bir tane boyundan kırılarak daha küçük tane boyuna geçen malzeme fraksiyonunun gösterimi

Birinci derece kırılma dağılım fonksiyonu iki sembol ile tanımlanmaktadır. Birincisi; 1. tane boyu aralığındaki malzemenin kırılması ile i tane boyu aralığında oluşan malzemenin ağırlıkça yüzdesinin, $b_{i,1}$ şeklinde tanımlanmasıdır. Tüm tane boyu fraksiyonlarındaki malzemenin kırılmasını tanımlamak için $b_{i,j}$ matrisi kullanılır. İkincisi ise, 1. tane boyu aralığındaki malzemenin kırılması ile i tane boyu aralığına geçen malzemenin birikimli kütle fraksiyonunu ifade eden $B_{i,1}$ sembolüdür. İlgili bütün tane boyu aralıklarını ifade edebilmek için $B_{i,j}$ matrisi kullanılmaktadır (Austin et al., 1984).

Kesikli öğütmede tane boyu ile ağırlığı arasında kütle denkleğinin kurulmasında kullanılan tanımlar aşağıdaki şekilde sıralanmaktadır.

- j tane boyundaki malzemenin kırılarak daha küçük tane boylarına azalma hızı = $S_j w_j(t) W$

- j tane boyundaki malzemenin kırılması ile i tane boyunda malzeme oluşma hızı = $b_{i,j} S_j w_j(t) W$
- i tane boyundaki malzemenin kırılarak daha küçük tane boylarına azalma hızı = $S_i w_i(t) W$

İri tane boyunda malzemenin kırılması ile i tane boyunda malzeme oluşum hızlarının toplamından, kırılma ile i tane boyunda malzemenin azalma hızı çıkarıldığında, i tane boyunda malzemenin net oluşum hızı elde edilmektedir. Sembolik olarak bu son durum aşağıdaki eşitlik ile gösterilebilir.

$$\frac{d[w_i(t)W]}{dt} = -S_i w_i(t)W + \sum_{\substack{j=1 \\ j > i}}^{i-1} b_{i,j} S_j w_j(t)W \quad (2.8)$$

veya

$$\frac{d[w_i(t)]}{dt} = -S_i w_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j > i}}^{i-1} b_{i,j} S_j w_j(t), \quad n \geq i \geq j \geq 1 \quad (2.9)$$

Burada n, tane boyu aralık sayısıdır.

Bu eşitlik; mükemmel karışimli kesikli öğütme için tane boyu ile ağırlığı arasındaki ilişkiyi gösteren temel eşitliktir. Burada n tane differansiyel eşitlik ile öğütme prosesi tanımlanmaktadır. Genelde bu eşitlikler sayısal hesaplama ile çözülebilmektedir. Eğer S değerleri öğütme zamanından bağımsız ise, bu eşitlikleri bilinen bir besleme tane boyu dağılımından başlamak koşulu ile analitik olarak çözmek mümkündür.

2.6. Kırılma Fonksiyonlarının Belirlenmesi

S ve B değerlerini tesis ölçekli veriler yardımı ile belirlemeye çalışmak oldukça güç, hatta mümkün olmayan bir işlemdir. Bunun temel nedeni bu fonksiyonların değirmende kalış süresi ve değirmen ürününün tane boyu dağılımının belirlenmesi zorunluluğudur. Tesis ölçekte öğütme koşullarının sık sık değişmesi nedeniyle değirmende kalış süresi dağılımı ve ürün tane boyu dağılımları sık sık değişmektedir.

Laboratuvar ölçekli çalışmalarda öğütme koşulları istenen değerlerde sabit tutulabilmekte ve değirmende kalış süresi dağılımını belirleme zorunluluğu da ortadan kalkmaktadır. Deneysel işlemler daha kolay olmakta ve bir problemle karşılaşıldığında kolaylıkla çözümlenebilmektedir. Laboratuvar ölçekli deneysel çalışmalar ile elde edilen kırılma hız ve kırılma dağılım fonksiyon değerleri daha doğru sonuçlar vermektedir. Laboratuvar ölçekli çalışmanın en büyük dezavantajı, elde edilen sonuçları tesis ölçeğine uydurabilmek için ayrıntılı çalışmalar gerektiren ölçek büyütme çalışmalarının yapılması zorunluluğunun olmasıdır (Austin et al., 1984).

Kırılma hız ve kırılma dağılım fonksiyonlarının belirlenmesi amacıyla yapılan laboratuvar ölçekli çalışmaları üç grupta toplamak mümkündür.

- Tek tane boyu aralığında hazırlanan besleme malzemesi ile gerçekleştirilen kesikli öğütme deneyleri ile doğrudan (direct) belirleme yöntemi.
- Çok az sayıda kesikli öğütme deneyleri sonuçlarından geriye doğru hesaplama yolu ile doğrudan olmayan (indirect) belirleme yöntemi.
- Doğrudan ve doğrudan olmayan belirleme yöntemlerinin birarada kullanılması ile belirleme yöntemi.

Birinci yöntem çok fazla sayıda deneysel çalışma gerektirmesi nedeni ile çok zaman alan bir yöntemdir. İkinci yöntemde, deneysel çalışma sayısı daha azdır, ancak elde edilen sonuçlar birinci yöntem kadar doğru sonuçlar vermemektedir (Prasher, 1987).

2.6.1. S ve B Değerlerinin Doğrudan Belirlenmesi

Doğrudan belirleme yöntemlerini kendi içinde üç grupta incelemek mümkündür.

1. Tek tane boyu aralığında hazırlanan besleme malzemesi ile gerçekleştirilen kesikli öğütme deneyleri ile doğrudan belirleme yöntemi.
2. Karışık tane boyu dağılımındaki besleme malzemesi içinde bir fraksiyon yerine,
 - a. Farklı kimyasal bileşime sahip malzeme kullanılması yolu ile belirleme yöntemi.
 - b. Radyoaktif izleyici kullanılması yolu ile belirleme yöntemi.
3. Karışık tane boyu dağılımındaki besleme malzemesinin içinden bir kaç fraksiyonun sürekli nükleer aktivasyon analiz tekniği ile işaretlenmesi yolu ile belirleme yöntemi

Doğrusal kırılma durumunda bütün yöntemler geçerlidir. Doğrusal olmayan koşullarda sadece 2b. ve 3. yöntemler doğru sonuç verir. Ancak deneysel güçlükler nedeni ile bu yöntemler fazla kullanılamamaktadır (Prasher, 1987).

2.6.1.1. Tek Tane Boyu Aralığında Hazırlanan Besleme İle Gerçekleştirilen Kesikli Öğütme Deneyleri İle Doğrudan Belirleme Yöntemi

Doğrudan S değerlerinin belirlenmesi bir dizi tek tane boyu aralığında besleme hazırlanması, bunların belirli sürelerde değirmende kesikli öğütülmesinden sonra, üründe öğütülen tane boyu aralığında olan malzeme miktarının belirlenmesinden ibarettir.

Ocak çıkışı cevherin uygun kırıcılar ile tane boyu küçültüldükten sonra, laboratuvarında kullanılacak değirmen ve bilyaların çaplarına uygun belirli bir tane boyundan başlayarak malzeme birbirine yakın tane boyu aralıklarına ayrılır. Hazırlanan malzeme değirmende değişen sürelerde öğütülür. Öğütme sonunda değirmenin boyutları küçük ise değirmen tamamen boşaltılır. Elek analizi ile tane boyu dağılımı belirlenir. Aynı numune değirmene tekrar beslenerek yeniden belirli bir süre için öğütülür veya yeni malzeme değirmene beslenir. Kullanılan değirmenin boyutları büyük ise belirlenen öğütme zamanı sonunda değirmen durdurulur ve değirmenden uygun şekilde numune alınarak elek analizi yapılır. Bu malzeme değirmene tekrar beslenerek öğütmeye devam edilir. Malzeme özellikleri dikkate alınarak bir elek analiz yöntemi belirlenmelidir.

Kırılma hız değerlerinin belirlenebilmesi için sadece en iri tane boyu aralığındaki malzeme miktarını belirlemek yeterlidir. Birincil kırılma dağılım fonksiyonunu belirleyebilmek için ise kısa öğütme süreleri sonunda bütün tane boyu aralıklarında elek analizi yapılmalıdır. Doğrudan belirleme yöntemi ile belirlenen S ve B değerleri kullanılarak hesaplanan tane boyu dağılımlarını, deneysel çalışmada ölçülen tane boyu dağılımları ile karşılaştırabilmek için, her öğütme süresi sonunda tüm tane boylarında elek analizi yapmak gereklidir.

Her bir öğütme sonunda en iri fraksiyonun elek üstünde kalan miktarı sırasıyla %80, %50, %10 ve %5 oranlarında olacak şekilde belirlenen sürelerde öğütme deneyleri gerçekleştirildikten ve ürünün tane boyu dağılımı belirlendikten sonra, doğrusal x eksenini öğütme sürelerini, logaritmik y eksenini en üst elek üstünde kalan malzeme miktarını gösterecek şekilde grafik çizilir. Eğer sonuçlar birinci derece öğütme

kuramına uyuyorsa, grafik bir doğru verecektir. Bu doğrunun eğiminden ilgili tane boyu aralığının özgül kırılma hızı bulunur. Özgül kırılma hız değerinin bu şekilde belirlenmesinden sonra kırılma dağılım fonksiyon değerleri de aşağıda anlatılan yöntemler ile belirlenmektedir.

Austin ve Luckie Yöntemi BI: Austin ve Luckie (1971/72a) tek tane boyu aralığında olan bir beslemenin birincil kırılmasından elde edilen tane boyu dağılımlarının belirlenmesini gerektiren bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntem, eleme süresince tanenin aşınmasından dolayı oluşan kırılmanın düzeltilmesi için bir eleme düzeltme faktörünün kullanılmasını gerektirmektedir. Bu durumda, başlangıçta 1. tane boyu aralığında olan malzeme fraksiyonu,

$$w_1(0) = 1 - \delta, \quad w_2(0) = \delta$$

1. tane boyu aralığının dışına kırılan malzeme fraksiyonu ise;

$$\begin{aligned} &= w_1(0) - w_1(t) \\ &= 1 - \delta - w_1(t) = \Delta w \\ &= P_2(t) - P_2(0) \end{aligned}$$

2. tane boyu aralığına gelen malzeme fraksiyonu ise;

$$= w_2(t) - \delta$$

Burada δ , tamamlanmamış elek analizi hatasını göstermektedir. 1. tane boyu aralığında olan besleme malzemesinde bu tane boyunun altında olan malzeme yüzdesidir. Böylece;

$$b_{2,1} = \frac{\text{2. tane boyu aralığına gelen malzeme fraksiyonu}}{\text{1. tane boyu aralığının dışına kırılan malzeme fraksiyonu}}$$

$$= \frac{w_2(t) - \delta}{\Delta W}$$

Yeniden kırılma oluşmadığı için,

$$w_3(0) = w_4(0) = \dots = 0$$

$$b_{i,1} = \frac{w_i(t)}{\Delta w} \quad (2.10)$$

Kırılma dağılımı birikimli değerlere çevrilirse,

$$B_{1,1} = 1$$

$$B_{2,1} = 1$$

$$B_{3,1} = P_3(t) / \Delta w$$

Genel olarak,

$$B_{i,1} = \frac{P_i(t)}{[P_2(t) - P_2(0)]} \quad \text{veya} \quad B_{i,1} = \frac{P_i(t)}{1 - \delta - w_i(t)} \quad (2.11)$$

Bu yöntemin dezavantajı kısa öğütme sürelerinde yapılan deneylerden elde edilen sonuçların doğru olarak belirlenmesinin zor olmasıdır (Austin et al., 1984; Prasher, 1987).

Austin ve Luckie Yöntemi (BII) Austin ve Luckie (1971/1972a) yine tek tane boyu aralığındaki malzemenin birincil kırılmasından elde edilen tane boyu dağılımlarından, B değerlerinin belirlenmesi için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde öğütme süresinin tekrar kırılma olmayacak şekilde sınırlı tutulması zorunluluğu ortadan kaldırılmıştır (Prasher, 1987).

Austin ve Luckie, $S_j B_{ij}$ 'nin sadece i 'nin bir fonksiyonu olduğunu varsayıldıktan sonra kesikli öğütme denkleminin çözümünden B değerlerinin hesaplanabileceği,

$$B_{i,1} = \frac{\log[(1 - P_i(0)) / (1 - P_i(t))]}{\log[(1 - P_2(0)) / (1 - P_2(t))]} \quad ,i > 1 \quad (2.12)$$

1. tane boyu aralığı genel olarak j ile gösterilirse,

$$B_{i,j} = \frac{\log[(1 - P_i(0)) / (1 - P_i(t))]}{\log[(1 - P_{j+1}(0)) / (1 - P_{j+1}(t))]} \quad ,i > j \quad (2.13)$$

eşitliklerini elde etmişlerdir (Austin et al., 1984).

BII yöntemi bilyalı değirmenler için oldukça iyi sonuçlar vermektedir. BI yöntemi çok düşük öğütme süreleri için oldukça iyi sonuçlar verirken, BII yöntemi başlangıç tane boyunun % 30'unun kırıldığı öğütme süreleri için geçerli olmaktadır. Özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimini ifade eden eşitlikteki α , kırılma dağılım fonksiyonunun tane boyu ile değişimini ifade eden eşitlikteki γ parametresi arasındaki fark ne kadar büyük ise yapılan varsayımın belirli bir öğütme derecesine uygulanabilirliği o kadar azalmaktadır. Bu yüzden doğru sonuçlar elde etmek için başlangıç malzemesinin % 20'sinin kırıldığı öğütme sürelerinde B değerleri belirlenmelidir (Austin et al., 1984).

Kapur'un Modifiye Edilmiş G-H Yöntemi: B değerlerinin belirlenmesi amacı ile kullanılan BI ve BII yöntemlerinde kısa öğütme süreleri sonunda kırılma dağılım fonksiyonunun doğru olarak belirlenmesinde bir takım sorunlarla karşılaşmaktadır (Kapur, 1982).

- Değirmendeki malzemenin harekete geçirilmesi için bir süre gerekmektedir. Bu gecikmeden dolayı öğütme süresi gerçek öğütme süresinden düşük olmaktadır. Öğütme süresi kısaldıkça bu faktör daha önemli olmaktadır.
- Kısa sürelerde elde edilen ince malzeme miktarının az olmasından dolayı doğru tane boyu analizi yapmak güçleşmektedir.
- Literatürde birinci derece öğütme kinetiğine uymayan bir çok öğütme deneyleri gözlemlenmiştir. Bu durumda kısa öğütme sürelerinden elde edilen verilerin kırılma dağılım parametrelerinin belirlenmesinde kullanımının doğru olup olmayacağı kesin değildir.
- Kısa öğütme süreleri sonunda elde edilen kırılma dağılım fonksiyonları besleme malzemesinin hazırlanması sırasında geçirdiği kırılma olaylarından ve değirmen içindeki ufalama koşullarından bağımsızdır.

BI ve BII yöntemlerinin bu dezavantajlarından dolayı Kapur (1982), tekrar kırılma olmaması ve belirli öğütme sistemlerine uygulanması sınırlamasını ortadan kaldıran yeni bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntem kesikli öğütme denkleminin çözümü temeline dayanmaktadır.

$$\ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_1 t + \frac{H_1}{2!} t^2 + \frac{J_1}{3!} t^3 + \dots \quad (2.14)$$

Burada;

R_i : i. tane boyu aralığının alt sınırının üstünde kalan birikimli elek üstü,
 G, H, I, \dots vb. : Polinom katsayılarıdır.

Polinomda ilk iki terimden sonraki terimler ihmal edilebilmektedir. Bu durumda;

$$\ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_i t + \frac{H_i}{2!} t^2 \quad (2.15)$$

olmaktadır.

Tek tane boyu aralığında olan besleme için,

$$R_i(0)=1, \quad i=1,2,3,4,\dots$$

ve böylece,

$$G_1 = -S_1, \quad G_i = -S_1 B_{i,1} \quad i=2,3,4,5,\dots \text{ olur.}$$

Böylece besleme tane boyunun birikimli kırılma dağılım fonksiyonu,

$$B_{i,1} = G_i / G_1 \quad (2.16)$$

eşitliğinden hesaplanmaktadır. $(1/t) \ln [R_i(t)/R_i(0)]$ terimi zamana karşı grafiğe geçirildiğinde elde edilen doğruların y eksenini kestiği noktalar G_i , bu doğruların eğimide $H/2$ 'yi vermektedir. Tek tane boyu aralığında besleme malzemesi için eğimler 0'dır (Kapur, 1982).

2.6.1.2. Karışık Tane Boyu Dağılımına Sahip Besleme Malzemesinin Bir Fraksiyonun Yerine Farklı Bir Malzemenin Kullanıldığı Yöntemler

Farklı kimyasal bileşime sahip malzeme kullanılması: Kelsall, 1965, açık devre sürekli yaş öğütme koşullarında, karışık tane boyu dağılımına sahip kalsit malzemesinin bir fraksiyonunun yerine kuvars kullanarak öğütme deneyleri yapmış, deney sonunda kalsiti çözerek kuvarsın tane boyu dağılımını belirlemiştir. Öğütmenin sürekli olması nedeni ile, değirmende kalış süresi dağılım fonksiyonunu da kullanarak Reid çözümü ile öğütme eşitliğinden kırılma parametrelerini belirlemiştir.

Kesikli öğütme deneyleri ile kırılma parametrelerinin belirlenmesi yöntemi ile arasındaki en önemli fark, kesikli öğütme deneylerinde boyut küçültme ortamı sürekli daha ince tane boyu dağılımına sahip tanelerden oluşmaktadır. Oysa sürekli sistemde ortam hemen hemen aynı kalmaktadır.

Bu yöntem uygulanması sırasında kişisel karar almayı gerektirdiğinden uygulanmamaktadır (Klimpel and Austin, 1984).

Radyoaktif izleyici kullanılması: Gardner ve Austin (1962), radyoaktif izleyici (radioactive tracer) kullanılması tekniği ile kırılma fonksiyonlarını başarılı bir şekilde belirleyebilmişlerdir. Bu yöntemde belirli periyotlarla değirmen çıkışından alınan numunelerin tane boyu dağılımları belirlenir ve bu değerler yardımıyla da kırılma fonksiyonları belirlenmektedir. Çok deneysel çalışma gerektirmekte ve değirmen koşullarındaki değişimlerden dolayı değerlerin sabit koşullarda belirlenmesi engellenmektedir. Gardner ve Sukanjnajtee, 1972, sürekli sistemlerde değirmende kalış süresi dağılımını belirlemek amacıyla bu yöntemi kullanmışlardır.

Son çalışmalar, radyoaktif izleyici kullanılarak kırılma parametrelerinin ve değirmende kalış süresi dağılımının belirlenmesi uygulamasının daha çok yayılacağı sonucunu göstermektedir (Austin et al., 1984; Prasher, 1987).

2.6.1.3. Nükleer Aktivasyon Analiz Yöntemi

İlk olarak Snow ve Meloy, 1972, tarafından uygulanan bu yöntem deneysel çalışmalar sırasında fazla güvenlik önleminin alınmasını gerektirmektedir. Bu nedenle kullanım alanı bulamamıştır (Prasher, 1987).

2.6.2. S ve B Değerlerinin Geriye Doğru Hesaplama Yoluyla Belirlenmesi (Doğrudan Olmayan Yöntem)

Geriye doğru hesaplama doğrudan belirleyici ve deneme yanılma veya optimizasyon yaparak hesaplama yöntemleri olarak iki grupta incelenmektedir. Bu iki grup kırılma hız ve kırılma dağılım fonksiyonlarının birlikte veya ayrı ayrı kullanılarak hesaplama yapılmasına göre alt gruplara ayrılabilir. Geriye doğru hesaplama yönteminin avantajları (Prasher, 1987) ;

- Elde edilen bütün verileri kullanarak hatayı dağıtması,
- Sınırlı sayıda veriyle de kullanılabilmesi ile deneysel çalışma miktarını azaltması,

- Tesis ölçekli sürekli verilere de uygulanabilmesi şeklinde sıralanabilmektedir.

En büyük dezavantajı ise verileri önerilen model varsayımlarına uymaya zorlaması ve bazı varsayımlar doğru olmadığında sonuçlara ulaşmanın güçleşmesidir (Austin et al., 1984).

2.6.2.1. Doğrudan Belirleyici Yöntemler ile S ve B Değerlerinin Belirlenmesi

S ve B Fonksiyonlarının Birlikte Belirlenmesi: Herbst ve Fuerstenau (1968), B değerlerinin normalize olduğunu varsayarak ve Reid çözümüne benzer bir kesikli öğütme eşitliği kullanarak, tek tane boyu aralığında olan besleme malzemeleri için bir yöntem geliştirmişler ve aşağıdaki matematiksel ifadeyi kullanmışlardır.

$$S_j B_{i,j} = F_i = dw_i(t) / dt \quad (2.17)$$

$w_i(t)$ zamana karşı grafiğe geçirildiğinde, elde edilen doğruların eğiminden her bir tane boyu aralığı için F_i değerleri belirlenir.

1. tane boyu aralığındaki malzeme (en iri fraksiyon) için x ekseninin zamanı, logaritmik y ekseninin belirli öğütme süreleri sonunda 1. tane boyu aralığının elek üstünde kalan miktarını, $w_1(t)$, gösterdiği grafik çizildiğinde elde edilen doğrunun eğimi en iri fraksiyonun kırılma hızı, S_1 'i verir. Daha sonra aşağıdaki eşitlik yardımı ile S_j değeri belirlenmektedir.

$$S_j = S_1 (x_j x_{j+1} / x_1 x_2)^{\alpha/2} \quad (2.18)$$

α değeri; logaritmik y ekseninin F_i değerlerini, logaritmik x ekseninin tane boyunu gösterdiği grafiğin eğiminden elde edilir. Böylece;

$$B_{i,j} = F_i / S_j \quad (2.19)$$

eşitliği ile birikimli kırılma dağılım fonksiyonları hesaplanmaktadır (Herbst and Fuerstenau, 1968).

Daha sonraki çalışmalar ile yöntemin her zaman doğru sonuçlar vermediği gösterilmiştir (Austin and Bhatia, 1971;1972; Austin et al., 1974). Kırılma dağılım fonksiyonlarının belirlenmesinde fazla deneysel çalışma gerektirmeyen ilk yöntem olması ile önem taşır.

S ve B Fonksiyonlarının Ayır Ayır Belirlenmesi: Austin ve Luckie (1971/1972a), öncelikle özgül kırılma hız fonksiyonunun tahminini gerektiren yeni bir yöntem, BIII yöntemini geliştirmişlerdir. S değerleri, doğrusal kırılma grafiklerinin eğiminden hesaplanabilir ve bu değerlerin tam doğru olarak belirlenme zorunluluğu yoktur. Kaba bir tahmin yeterlidir.

Yöntemin temeli bilinen S değerlerini kullanarak B değerlerini geriye doğru hesaplamaktır. Hesaplama işlemi ilk iki tane boyu aralığından sonra oldukça uzamakta ve bilgisayar programının yapılmasını gerektirmektedir.

1. tane boyu aralığı için, i tane boyundan küçük boylardaki malzeme fraksiyonu;

$$=B_{i,1}[w_1(0)-w_1(t)] \quad i \geq 1 \text{ için}$$

$$=B_{i,1}\Delta w$$

2. tane boyu aralığı için i tane boyundan küçük boylardaki malzeme fraksiyonu,

$$=B_{i,2} \int S_2 w_2(t) dt$$

$$=B_{i,2}\Delta_2 \quad i > 2 \text{ için}$$

olmaktadır. Burada, Δ_2 ,

$$\Delta_2 = \frac{w_2(t) - w_2(0)(1-A)^r}{A + (1-A)^r - 1} [1 - (1-A)^r - rA] + [1 - (-A)^r w_2(0)]$$

$$A = \frac{\Delta w}{w_1(0)}$$

$$r = S_2 t / \ln (1 / [(1 - \Delta w) / w_1(0)])$$

eşitlikleri ile hesaplanabilmektedir.

3. tane boyu aralığı için B değerleri aşağıdaki eşitlik ile belirlenebilmektedir.

$$B_{3,1} = [P_3(t) - P_3(0) - \Delta_2] / \Delta w$$

3. tane boyu aralığından daha ince fraksiyonlarda kırılma dağılım fonksiyonları aşağıdaki eşitlik ile hesaplanmaktadır.

$$B_{i,1} = \frac{P_i(t) - P_4(0)}{\Delta w} - B_{i-1,1} \frac{\Delta_2}{\Delta w} - \sum_{k=i-1}^3 \frac{[B_{i-k+1,1} S_k t [w_k(0) - w_k(t)]]}{2\Delta w}, n \geq 4 \quad (2.20)$$

2.6.2.2. Optimizasyon Modelleri

S ve B Fonksiyonlarının Birlikte Belirlenmesi: Cutting (1976), tek bir geçiş (transmission) fonksiyonunda birleştirilen S ve B değerlerinin kullanıldığı optimizasyon yönteminin örneğini vermiştir. Geçiş fonksiyonu basit bir matris ile tanımlanmakta ve belirli öğütme süreleri sonunda oluşacak ürün tane boyu dağılımlarındaki değişimlerin benzetilişimini yapabilecek şekilde seçilmelidir.

Hataların normal olarak dağıtıldığını varsayan ve en küçük kareler yöntemi ile birarada kullanılan minimizasyon fonksiyonu, hesaplanan ve ölçülen sonuçların birbirleri ile karşılaştırılmasını sağlamaktadır. Yöntemin kullanılması çok fazla sayıda deneme-yanılma işleminin yapılmasını gerektirdiğinden kabul görmemiştir.

Reid Czm Kulanılarak S ve B Değerlerinin Ayrı Olarak Belirlenmesi: Klimpel ve Austin (1970; 1977), parametre değişmelerine duyarlı analizleri içeren laboratuvar kesikli öğütme deney verilerinin kullanıldığı bir yöntem geliştirmişler ve bu yöntemde çok önemli bir noktanın belirtilmesinin gerekliliğini vurgulamışlardır. Kesikli ğtme eşitliğinin czmnde kullanılan S ve B değerlerinin hatalı olması durumunda bile deneysel olarak bulunan tane boyu dağılımları uyumlu olabilmektedir. Oysa geriye doğru hesaplama yönteminde ölçülen tane boyu dağılımlarındaki küçük hatalar, S ve B değerlerinde büyük hatalara neden olur. Deneysel sonuçların birinci dereceden öğütme kinetiğine uymaması durumunda birinci derece öğütme kuramına uyduğu varsayılarak yapılan ileri doğru hesaplama ile oldukça iyi sonuçlar elde edilmekte fakat geriye doğru hesaplama tekniğinde birinci derece öğütme kuramına uymayan sonuçların kullanılması hatalı S ve B değerlerinin elde edilmesine neden olmaktadır (Austin et al., 1984).

Sonuç olarak Klimpel ve Austin yöntemlerinde; parametre sayısının azaltılması için S ve B'nin tane boyuna ilişkin fonksiyonlarında basitleştirici varsayımlar yapmışlardır. Seçmiş oldukları fonksiyonlar aşağıda verilmiştir.

$$S_i = a(x_i/x_1)^\alpha \quad (2.21)$$

$$B_{i,j} = \phi_1(x_{i-1}/x_1)^\gamma - (1-\phi_1)(x_{i-1}/x_1)^\beta \quad ,n \geq i \geq 1 \quad (2.22)$$

B değerleri normalize edilebilir değilse,

$$B_{i,j} = \phi_j(x_{i-1}/x_j)^\gamma - (1-\phi_j)(x_{i-1}/x_j)^\beta \quad \phi_j = \phi_1(x_1/x_1)^{-\delta} \quad (2.23)$$

ve S değerleri bir maksimum noktadan geçiyorsa;

$$S_i = ax_i^\alpha (1 + (x_i/\mu)^\lambda) \quad (2.24)$$

eşitlikleri kullanılır.

Belirli bir öğütme derecesi ile S ve B değerlerinin değişmediği varsayılarak Eşitlik 2.9, Reid (1965) tarafından transfer fonksiyonu kullanılarak çözülmüş ve Reid çözümü olarak bilinmektedir.

Kırılma parametrelerinin tane boyu ile değişimini gösteren fonksiyonlar ve Reid çözümü (Eş. 2.25) kullanılarak hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları arasındaki farkların karesinin toplamını minimize edecek şekilde parametre değerleri belirlenmektedir (Austin et al., 1984).

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i a_{i,j} e^{-S_j t}$$

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0 & i < j \\ w_i(0) - \sum_{k=1}^{i-1} a_{i,k} & i = j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=j}^{i-1} S_k b_{i,k} a_{k,j} & i > j \end{cases} \quad (2.25)$$

2.6.3. Doğrudan Hesaplama ve Geriye Doğru Hesaplama Yöntemlerinin Birarada Kullanılması

Gardner ve Sukanjanjtee, 1972, doğrudan ve geriye doğru hesaplama yöntemlerinin birarada kullanılabileceği bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde, belirli tane

boyu dağılımına sahip besleme malzemesinin en iri fraksiyonu radyoaktif izleyici ile işaretlenir. En iri fraksiyonun %10'unun öğütülmesini sağlayacak şekilde öğütme süresi belirlenir. Bu öğütme süresinin sonunda radyoaktif izleyicinin tane boyu dağılımı belirlenir. Aynı tane boyu dağılımına sahip besleme malzemesi hazırlanarak başka bir tane boyu aralığı, örneğin 5., radyoaktif izleyici ile işaretlenir, öğütülür ve tane boyu dağılımı belirlenir. B değerlerinin normalize olduğu varsayılarak aynı işleme öğütme süresi artırılarak devam edilir. Ürün tane boyu dağılımı ve izleyici tane boyu dağılımı belirlenerek geriye doğru hesaplama yolu ile S değerleri belirlenir. Böylece gerekli deney sayısı azalır ve geriye doğru hesaplama yöntemi sadece belirli fraksiyonlara uygulandığı için sonuçların doğruluk derecesi artar.

Bu yöntemin, B değerlerinin normalize olmaması, öğütmenin sürekli olması ve kırılmanın doğrusal olmaması durumunda bile çok az sayıda deneysel çalışma ile uygulanabilir olması dikkate değerdir (Prasher, 1987).

2.7. Kırılma Parametrelerinin Tasarım ve İşletme Parametreleri ile Değişimi

2.7.1. S Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleri İle Değişimi

Özgül Kırılma Hızının Tane Boyu İle Değişimi: Araştırmalar sonunda, tek çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak yapılan öğütme işleminde özgül kırılma hızı ile tane boyu arasındaki ilişkiyi ifade etmek üzere aşağıdaki matematiksel ifade geliştirilmiştir.

$$S_i = ax_i^\alpha, \quad x_i \ll d \quad (2.26)$$

Burada, a ve α model parametreleri, x_i tane boyu ve d ise bilya çapıdır. Kırılma teorisine göre, iri tanelerde Griffith çatlaklarının daha yoğun olması nedeni ile ince tane boyundaki malzemelerin kırılmaya karşı dayanımları daha yüksektir. Aynı zamanda ince tanelerin bilyalar arasında sıkışması, iri tanelere nazaran daha güçtür. Böylece tane boyu küçüldükçe kırılma olayı zorlaşır. Deneysel çalışmalar kırılma hızının, tane boyunun bir üs fonksiyonu olarak değiştiğini gösterirken bu ilişkiye teorik olarak kesin bir açıklama getirilememektedir. Deneylerin normal işletme koşulları altında yapılması şartı ile, a, değirmen koşulları, α , ise malzeme özellikleri ile değişen parametrelerdir. α , 0.5-1.5 arasında bir değere sahiptir.

İri tane boyunda malzeme başlangıçta hızlı daha sonra yavaşlayan bir hızda kırılarak birinci derece öğütme kinetiğine uymamaktadır. Öğütmenin başlangıcında özgül kırılma hızı, tane boyu ile artarken belirli bir tane boyundan sonra azalmaya başlar. Bunun iki nedeni olabilir. Tane boyu bilyalara oranla iri olup böyle tanelerin bilyalar tarafından sıkıştırılmaları güçleşir. Oluşan inceler yastıklanma etkisi yaparak iri boyların kırılmasını engeller. Birinci derece kırılmaya uyan ince tane boylarında malzemenin kırılması normal kırılma, birinci dereceye uymayan kırılma ise normal olmayan kırılma bölgesi olarak adlandırılır. Normal olmayan kırılma bölgesinde malzemenin % 95'ini kırmak için gerekli zaman ortalama etkin özgül kırılma hızı olarak adlandırılır. Tane boyunun büyümesi ile bilyaların sahip olduğu enerjinin, tanelerin verimli bir şekilde kırılmasına yetmemesi ile özgül kırılma hızının düşmeye başlaması öğütmede doğrudan verimsizlik olarak adlandırılır.

Özgül kırılma hızının belirli bir tane boyu değerinden sonra düşmeye başladığını ifade etmek üzere özgül kırılma hızı ile tane boyu arasındaki ilişkiyi ifade eden eşitliğe, Q_i , düzeltme faktörü ilave edilir.

$$S_i = ax_i^a Q_i$$

Q_i ince taneler için 1 değerini alırken, tane boyu büyüdükçe değeri küçülür. Q_i 'nin aşağıdaki ilişkiye uyduğu bulunmuştur.

$$Q_i = 1/1+(x_i/\mu)^\Lambda, \Lambda \geq 0 \quad (2.27)$$

Burada μ , düzeltme faktörü'nün (Q_i) 0.5 olduğu tane boyu, Λ , tane boyunun büyümesi ile kırılma hızının azalmasını gösteren pozitif değere sahip bir parametredir. Λ değerinin büyümesi ile kırılma hızı değeri düşer. Λ malzeme özellikleri, μ değirmen işletme koşulları ile değişen parametrelerdir.

Özgül kırılma hızının maksimum olduğu tane boyu malzeme özellikleri ile değişir. Malzeme sertliği azaldıkça, özgül kırılma hızının maksimum olduğu tane boyu değeri büyür (Austin et al., 1976a; 1984; Prasher, 1987).

Özgül Kırılma Hızının Değirmen Dönüş Hızıyla Değişimi: Değirmeni döndürmek için gerekli net güç, kritik hızı fraksiyonu ile artmakta belirli bir kritik hız fraksiyonu değerinden sonra azalmaya başlamaktadır. Maksimum gücün

çekildiği kritik hız fraksiyonu değirmen çapı, lifter şekli, bilya çapı/değirmen çapı değeri, bilya ve malzeme doldurma oranlarına bağlı olarak değişmektedir. Genelde, bilya doldurma oranının % 40 olduğu büyük ölçekli değirmenlerde kritik hızın % 70-75, diğer koşullarda kritik hızın %70-85'inde maksimum güç tüketim değerine ulaşılır (Austin et.al.; Prasher, 1987). Maksimum güç tüketiminin sağlandığı değirmen dönüş sınır değerleri arasında özgül kırılma hızı değirmen dönüş hızı ile çok az değişir.

Araştırmalar sonucunda normal kırılma koşullarında, değirmenin dönüş hızı ile özgül kırılma hız değerlerinin değişiminin aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebileceği bulunmuştur (Austin and Brame, 1983).

$$S_1 \propto (\Phi_0 - 0.1) / (1 + \exp[15.7(\Phi_0 - 0.94)]) \quad , 0.4 < \Phi_0 < 0.9 \quad (2.28)$$

Normal kırılma koşullarının olmadığı bölgede, iri taneli malzemelerin kırılma hızları değirmenin dönüş hızı ile artar. Fakat bu ilişkiyi ifade etmek üzere henüz sayısal bir ilişki oluşturulamamıştır (Austin et. al., 1984).

Özgül Kırılma Hızının Değirmen Geometrisi İle Değişimi:

Değirmen Çapı: Malghan ve Fuerstenau, 1976 ve Austin ve arkadaşları, 1982a; aynı doldurma oranlarında özgül kırılma hızının değirmen çapıyla değişimini,

$$S_1 \propto D^a \quad (2.29)$$

şeklinde ifade etmişlerdir. Burada D değirmen çapıdır. Değirmen çapının 3.81 m'den küçük olması durumunda N değeri yaklaşık 0.5, büyük olması durumunda ise yaklaşık 0.3 olmaktadır (Austin and Brame, 1983; Austin et. al., 1984; Prasher, 1987). Gupta ve arkadaşları kırılma hızının değirmen çapı ile değişimini incelemek amacı ile yaptıkları çalışmalarında değirmen çapı ile kırılma hızı arasındaki ilişkiyi ifade etmek üzere,

$$a(D) = C_2 D^\lambda \quad (2.30)$$

ilişkisini geliştirmişlerdir. Burada; D, değirmen çapı; C₂ ve λ ise malzeme özelliklerine bağlı sabitlerdir (Gupta et. al., 1985).

Değirmen Boyu: Sürekli işletme koşullarında, değirmen boyunca S_i değeri çok küçük miktarlarda değişir (Prasher, 1987).

Astar Şekli: Farklı astar şekline sahip değirmenlerde bilya ve malzeme hareket mekanizması tam olarak anlaşılmadığı için astar tipleri ile kırılma hızının değişimi arasındaki ilişkiye açıklık getirilememiştir. Ancak besleme bölgesinde iri bilyaların, boşaltma kısmında küçük çapta bilyaların toplanmasını sağlayan astar tiplerinde kırılma hızının daha yüksek olduğu bilinmektedir.

Özgül Kırılma Hızının Öğütücü Ortam ile Değişimi:

Bilya Çapı: Değirmenin birim hacmindeki bilya sayısı $1/d^3$ ile orantılı olarak arttığından, birim zamandaki bilya-bilya çarpışma hızı bilya çapının küçülmesi ile artar. Böylece ince tane boyunda malzemenin, küçük çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi durumunda kırılma hızı daha yüksek bir değere sahip olmaktadır. Araştırmalar sonucunda değirmen koşullarına bağlı a parametresi ile bilya çapı arasında;

$$a \propto 1/d$$

şeklinde bir oransal bağıntı olduğu bulunmuştur. Burada, d bilya çapını göstermektedir. Bu bağıntıyı genel bir şekilde;

$$a \propto (1/d^{N_0}) \quad (2.31)$$

ifade etmek mümkündür. Austin ve arkadaşları (1982a; 1976b). N_0 değerinin yaklaşık 1 olduğunu; Kelsall ve arkadaşları (1967/1968) kuvarsın yaş öğütülmesi sırasında N_0 değerinin yaklaşık 1.5 olduğunu göstermişlerdir (Prasher, 1987).

Gupta ve arkadaşları (1985), bilya çapının kırılma hızı üzerine etkisini incelemek için yaptıkları deneysel çalışmalar sonunda; a ile bilya çapı arasında

$$a(d) = \frac{C_1}{(d - d^0)^\beta} \quad (2.32)$$

şeklinde bir ilişki olduğunu, α değerinin bilya çapı ile değişmediği sonucuna varmışlardır. Burada C_1 , d^0 ve β malzeme özelliklerine bağlı sabitlerdir. Böylece,

kırılma hızının bilya çapı ile değişiminin malzeme özelliklerine bağlı tek bir N_0 parametresi ile gösterilemeyeceği sonucuna ulaşmışlardır.

İri tane boyunda malzemenin büyük çapta bilyalar ile daha verimli öğütüldüğü bilinen bir gerçektir. Bilya çapı büyüdükçe iri tane boyunda malzemenin öğütülme verimi artmaktadır. Bu ilişkiyi aşağıdaki şekilde ifade etmek mümkündür.

$$x_m \propto d^2$$

Burada x_m kırılma hızının maksimum olduğu tane boyu ve d bilya çapıdır. a ve x_m değerleri malzeme ve değirmen işletme koşullarına bağlı değişkenlerdir. a değeri malzeme sertliği ile çok fazla değişirken, x_m pek fazla değişmemektedir. x_m değeri iri tanelerin dayanımının yanında, tanelerin bilyalar arasında tutulma geometrisine-ki bu değer malzeme özellikleri ile fazla değişmez-bağlıdır.

Değişik çaplarda bilyalardan oluşan bilya yükü için normal kırılma bölgesinde, her bir çaptaki bilyanın kırılma hızı üzerine etkisinin bu çaptaki bilyaların ağırlığı ile doğru orantılı olduğu varsayılarak ortalama özgül kırılma hızı aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabilmektedir.

$$\bar{S}_i = \sum_{k=1}^m S_{i,k} m_k \quad (2.33)$$

Burada;

\bar{S}_i : i tane boyu aralığındaki malzemenin farklı çaplarda bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi ile elde edilen ortalama özgül kırılma hızı

$S_{i,k}$: i tane boyu aralığındaki malzemenin k çapında bilyalar ile öğütülmesi ile elde edilen özgül kırılma hızı

m_k : k çapında bilyaların ağırlıkça yüzdesi

Besleme tane boyu yeteri kadar küçükse, değirmendeki her bilya çapı için;

$$\bar{S}_i \propto x_i^\alpha \sum_k (m_k / d_k^{N_0}) \quad (2.34)$$

olmaktadır ve değirmen tek çapta bilyalardan oluşan bir öğütücü ortam ile öğütme yapıyor gibi davranmaktadır.

$$\bar{S}_i \alpha (1/\bar{d}^{N_0}) x_i^\alpha = x_i^\alpha \sum_k (m_k / d_k^{N_0}) \quad (2.35)$$

$$N_0=1 \text{ için} \quad 1/\bar{d} = \sum_k (m_k / d_k) \quad (2.36)$$

Burada \bar{d} , farklı çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortamın birim kütlelerinin sahip olduğu yüzey alanı ile aynı değeri veren bilya çapıdır.

Bilya Yoğunluğu: Von Seebach, 1969, kuru öğütme koşullarında bilya yoğunluğu ile kırılma hızı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu göstermiştir. Değirmenin çektiği güç de bilya yoğunluğu ile doğrudan orantılıdır. Yoğunluğu düşük bilyalardan oluşan öğütücü ortam ile gerçekleştirilen öğütme koşullarında değirmenin çektiği güç düşmekte ve kapasite azalmaktadır. Ancak, Austin ve arkadaşları (1982a) ise yaptıkları çalışmalar sonunda ilişkinin tam olarak doğrusal olmadığını göstermişlerdir. Bu nedenle her farklı bilya malzemesi için özgül kırılma hızı deneysel olarak belirlenmelidir (Austin, et. al., 1984; Prasher, 1987)

Bilya Sertliği: Rose ve Sullivan, 1958, belirli bir değerin üzerinde olmak koşulu ile bilya sertliğinin değirmen kapasitesi üzerinde etkisi olmadığını göstermişlerdir (Prasher, 1987).

Özgül Kırılma Hız Değerinin Bilya ve Malzeme Doldurma Oranı ile Değişimi: Eğer öğütme sabit miktarda malzeme, W, veya sabit fraksiyonel doldurma oranlarında, f_c , yapıyorsa, kırılma hızı malzemenin öğütülebilirliğinin doğrudan göstergesidir. Fakat deneyler değişen fraksiyonel malzeme doldurma oranlarında gerçekleştiriliyorsa, değirmendeki malzeme miktarının da bilinmesi gerekmektedir. Böyle bir durumda $S_i W$ ve $S_i f_c$ ile tanımlanan mutlak kırılma hızlarını karşılaştırmak daha çok bilgi verici olmaktadır.

Belirli bir bilya doldurma oranı için, malzeme doldurma oranının optimum değerden az veya çok olması istenmeyen bir durumdur. Düşük malzeme doldurma oranlarında bilyaların sahip olduğu enerjinin büyük bir kısmı bilyaların birbirleriyle çarpışmaları

sırasında tüketilmekte ve S_{f_c} değeri düşmektedir. Değirmenin çektiği güç, malzeme doldurma oranı ile değişmez. Böylece azalan S_{f_c} değerleri öğütmenin enerji kullanımını açısından verimsizliğini göstermektedir. Malzeme doldurma oranının düşmesi ile α değeri azalmakta malzemenin öğütülebilirliği artmakta, böylece çok miktarda ince malzeme oluşmaktadır. Bilyalar arası boşluğun %20-30'undan fazlasının malzeme ile doldurulması durumunda normal α değeri ve kırılma dağılımları elde edilir. Fazla malzeme doldurma oranlarında da malzeme yastıklanma etkisi yaparak düşük S_{f_c} değerine sebep olur. Böylece birinci dereceden olmayan kırılma gerçekleşir.

Düşük malzeme doldurma oranlarında kırılma hızı düşüktür. Malzeme miktarı arttıkça bilyalar arası boşluklar dolmaya başlar ve böylece kırılma hızı artarak bir maksimum değere ulaşır. Bilyalar arasında çarpışma için etkili boşlukların malzeme ile tamamen dolduğu malzeme doldurma oranı değerine kadar kırılma hızı artmaya devam eder. Bu değerden sonra artan malzeme miktarı ile mutlak kırılma hızı bir süre sabit değerde kalarak bilyalar arası boşlukların malzeme ile dolmasıyla yastıklanma etkisinin gözlenmeye başladığı malzeme doldurma oranı değerinden itibaren kırılma hızı düşmeye başlar.

Malzeme doldurma oranının kırılma hızı üzerine etkisini incelemek üzere yapılan çalışmalarda, düşük malzeme doldurma oranlarında kırılma hızının değirmendeki malzeme miktarının karekökü, doymuş malzeme doldurma oranlarında değirmendeki malzemenin kütlesi ile ters orantılı olduğu gözlenmiştir (Le Houillier and Marchand, 1977).

Shoji ve arkadaşları (1979), sabit bilya doldurma oranlarında laboratuvar ölçekli değirmenlerde yaptıkları çalışmalar ile;

$$S(f_c) \propto \alpha (2.8e^{-4.1U} + e^{-0.8U}) \quad ,0.3 \leq U < 2 \quad (2.37)$$

şeklinde ampirik ifade geliştirmişlerdir.

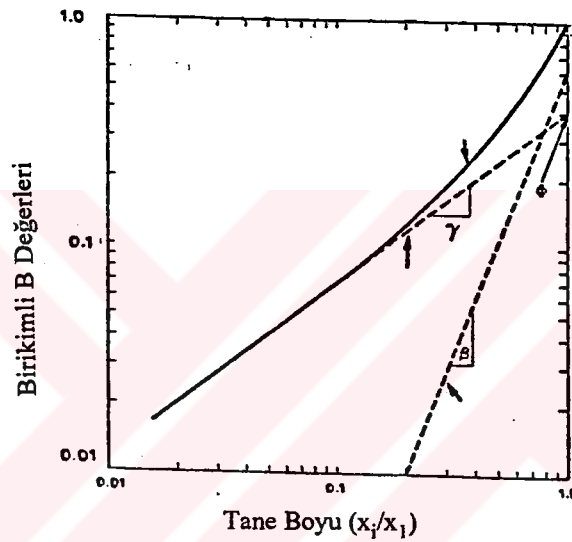
Daha sonraki çalışmalarda normal malzeme doldurma oranlarında, değişik bilya yükleme miktarlarının etkisini de içeren ampirik bir ifade geliştirilmiştir (Shoji et al., 1982).

$$S(f_c, J) \propto \alpha / (1 + 6.6J^{2.3}) \exp(-cU) \quad ,0.5 \leq U \leq 1.5 \quad ,0.2 \leq J \leq 0.6 \quad (2.38)$$

Burada; c kuru öğütme koşullarında 1.2, yaş öğütme koşullarında 1.32 değerini alan bir sabittir. Optimum öğütme koşulları bilyalar arası boşluğu % 60 maksimum % 110'unun malzeme ile doldurulması durumunda sağlanmaktadır. Aşırı bilya aşınmasından kaçınmak için malzeme doldurma oranı bu değerlerin üst sınırına yakın bir değerde tutulmaktadır (Austin et. al., 1984).

2.7.2. B Değerlerinin Tasarım ve İşletme Parametreleri ile Değişimi

B Değerlerinin Tane Boyu ile Değişimi: Normal kırılma bölgesinde B_{ij} değerlerinin tane boyu ile değişimi Şekil 2.3'de gösterilmektedir.



Şekil 2.3. B değerlerinin tane boyu ile değişimi

Burada dikkat edilmesi gereken üç nokta bulunmaktadır.

- B değerleri malzeme ve bilya doldurma oranı, değirmen çapı gibi işletme koşullarına bağlı değildir.
- Bazı malzemeler için, j'nin her değeri için elde edilen $B_{i,j}$ değerleri aynıdır.
- $B_{i,j}$ değerleri, logaritmik ölçekli grafikte iki doğrunun toplamını veren aşağıdaki ampirik eşitliğe uydurulabilir.

$$B_{i,j} = \phi_j(x_{i-1}/x_j)^\gamma + (1 - \phi_j)(x_{i-1}/x_j)^\beta, 0 \leq \phi_j \leq 1 \quad (2.39)$$

ϕ_j , γ ve β malzeme özelliklerine bağlı değişkenlerdir. Bu eşitlik birincil kırılma dağılım fonksiyonu olarak adlandırılır. Eğer $B_{i,j}$ değerleri normal değilse eşitliğe δ parametresi ilave edilir.

$$\phi_{j+1} = \phi_j R^{-\delta}, \delta \geq 0, R = 1/\sqrt{2} \quad (2.40)$$

γ değerleri 0.5-1.5, β değerleri 2.5-5.5 arasında değişir.

İri tane boyunda malzeme için birincil kırılma dağılımları bazen farklı B değerlerine sahip olmaktadır. Normal olmayan kırılma bölgesinde kırılmanın genelde çentme ve aşındırma ile gerçekleşerek daha çok ince oluşumu nedeni ile γ değeri biraz daha düşüktür. Normal olmayan kırılma bölgesinde birincil kırılma dağılım fonksiyonunun aşağıdaki genel eşitlik ile ifade edilebileceği bulunmuştur (Austin et al., 1984).

$$B_{i,j} = \phi_j \frac{1 - \exp(-((x_{i-1}/x_j)/k)^\gamma)}{1 - \exp(-1/k)^\gamma} + (1 - \phi_j)(x_{i-1}/x_j)^\beta \quad (2.41)$$

k, ince tane boylarını Rosin-Rammler dağılımına uyduran bir parametredir.

B Değerlerinin Değirmen Parametreleri İle Değişimi: Araştırmalar sonunda kırılma dağılım fonksiyonunun aşağıdaki parametrelerden bağımsız olduğu bulunmuştur (Prasher, 1987).

Değirmen Çapı	Malghan ve Fuerstenau, 1976
Bilya Yoğunluğu	Kelsall ve arkadaşları, 1973
Bilya Doldurma Oranı	Malghan ve Fuerstenau, 1976
	Herbst ve Fuerstenau, (1972)
Malzeme Doldurma Oranı	Shoji ve arkadaşları (1980)
	Herbst ve Fuerstenau, (1973)
	Kelsall ve arkadaşları, (1968/69)
	Mika ve arkadaşları (1967)
Değirmen Dönüş Hızı	Austin ve arkadaşları (1984)

Kelsall ve arkadaşları (1967/68), çalışmaları sonunda bilya çapının B değerleri üzerinde etkisi olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Ancak, Austin ve arkadaşları (1982a) tarafından yapılan ayrıntılı çalışmalar sonunda bilya çapı ile B değerlerinin sistematik bir şekilde değiştiği gösterilmiştir. Büyük çaplı bilyaların çarpışması sonucu oluşan yüksek darbe kuvveti daha fazla ince, düşük γ ve yüksek ϕ değerlerinin oluşmasına neden olmaktadır. Bilya çapının büyümesi ile kırılma hızı azalırken, oluşan ince malzeme miktarı artar.

Değişik çapta bilyalardan oluşan bilya karışımı için ortalama $B_{i,j}$ değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\overline{B_{i,j}} = \sum_k w_k S_{j,k} B_{i,j,k} / \overline{S_j} \quad (2.42)$$

$B_{i,j,k}$: j tane boyunda malzemenin k çapında bilya ile kırılması ile i tane boyunda oluşan malzemenin birikimli kırılma dağılım fonksiyonu.

Herbst ve Fuerstenau (1972), kritik hızın altında olmak koşulu ile değirmen dönüş hızının artırılması sonucu elde edilen ürünün daha iri birincil kırılma dağılımına sahip olduğunu, Austin ve arkadaşları (1984), maksimum güç tüketiminin sağlandığı değirmen dönüş hızlarında B değerlerinin değişmediğini göstermişlerdir.

Aynı malzemenin yaş ve kuru öğütülmesi durumunda elde edilen B değerleri çok az değişir. Lifter şekli (Shoji et. al., 1982) ve öğütücü ortam şeklide B değerlerini etkiler.

2.8. Bilyalı Değirmenlerde Optimum Bilya Dağılımının Belirlenmesi

Bilyalı değirmen tasarım aşamasında karşılaşılan en büyük problemlerden biri, besleme malzemesinin tane boyu dağılımına uygun ve istenen tane boyunda ürün elde edilmesini sağlayacak bilya dağılımının seçilmesidir (Austin et al., 1976). Genelde, öğütücü ortam olarak kullanılacak bilya veya farklı çapta bilyaların karışımındaki oranlarının bulunması amacı ile iki yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden birincisi; uzun yıllar boyunca edinilmiş tesis tecrübeleri ve yapılan deneyler ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması ile oluşturulan ampirik ifadeler kullanılarak besleme malzemesi tane boyuna uygun bilya çapının seçilmesidir. İkinci yöntemde değirmendeki öğütme koşullarının oluşturduğu bilya aşınma miktarının, aşınma ile oluşan denge halindeki bilya dağılımının ve bu dağılıma uygun aşınma nedeni ile değirmene belirli aralıklarla ilave edilen (make-up) bilya çapının belirlenmesidir (Tarjan, 1981; Jain, 1987).

Uzun yıllar boyunca, öğütme konusunda yapılan çalışmalar sonunda bilya çapının öğütmeye etkisi konusunda aşağıdaki iki temel sonuç elde edilmiştir.

- Öğütmede bilya çapının büyümesi ile bilyalar arasında kalan taneye uygulanan basınç kuvveti artar ve daha iri tane boyunda malzeme öğütülebilir.
- Bilya çapının küçülmesi ile öğütmede etkin öğütücü ortam yüzey alanı büyür ve ince tanelerin öğütülmesi kolaylaşır.

Ayrıca bilya çapının seçilmesinde etkin ikincil faktörler olarak;

- Sert malzemelerin öğütülmesinde daha büyük çapta bilyaların kullanılması,
- Belirli tane boyu dağılımında besleme malzemesinin büyük çaplı bir değirmende küçük çaplı değirmende kullanılan bilya çapından daha küçük çapta bilyalar kullanılarak aynı etkinlikte öğütülebileceği,
- Değirmen dönüş hızının artması ile aynı kırılma olayını sağlayabilecek daha küçük çapta bilyaların kullanılabilmesi sonuçlarına ulaşılmıştır (Jain, 1987).

Araştırmacılar uzun yıllar süren tesis çalışmaları ve deneysel çalışmalar sonunda bilya çapının; besleme tane boyu, besleme malzemesinin sertliği, değirmen çapı ve değirmen hızı ile değişimi konusunda elde ettikleri sonuçlardan yola çıkarak, uygun bilya çapının seçilmesi amacıyla bir çok ampirik ifade geliştirmişlerdir (Tarjan, 1981).

Razimov;

$$d = 6\sqrt[3]{x_{ort}} \quad (2.43)$$

Olevsky;

$$d = 1.9\sqrt{x_0} \log x \quad (2.44)$$

Papadakis;

$$d = c\sqrt[3]{\frac{x_0^2}{D}} \quad (2.45)$$

Bombed;

$$d = \frac{93x_0^4}{\sqrt[3]{CD}} \quad (2.46)$$

Tarjan;

$$d = kx_0^p \quad (2.47)$$

ifadelerini geliştirmişlerdir. Burada,

- d : Optimum bilya çapı (cm)
x_{ort} : Ortalama besleme tane boyu (cm)
x₀ : Ürün tane boyu (µm)
D : Değirmen çapı (m)
c : Malzemenin öğütülebilirliği (cm²/J)
k : Besleme malzemesinin sertliğine bağlı sabit (7-12 arasında bir değere sahiptir)
p : 0.4-0.6 arasında bir değere sahip parametredir (Tarjan, 1981)

Bond; besleme malzemesinin %80'inin geçtiği tane boyunun bilya çapının seçilmesinde en etkin faktör olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bilya çapının büyümesi ile bilya-bilya çarpışma sayısı azalır ve her çarpışmada istenmeyen incelikte malzeme oluşum miktarı artar. Öğütücü ortam içindeki en büyük çapta bilyanın oluşturduğu darbe, besleme malzemesindeki maksimum taneyi kırmaya yetecek kadar olmalı, daha büyük bir darbe kuvveti oluşturmamalıdır. Değirmende en etkin bilya yüküne ulaşılması durumunda, tanenin her çarpışmasında oluşan kırılma sayısı 1'e ulaşmaktadır (Bond, 1953).

Bond, optimum öğütme koşullarını sağlayan bilya çapının besleme tane boyunun karekökü ile orantılı olarak değiştiğini gösteren aşağıdaki eşitliği geliştirmiştir (Bond, 1961).

$$d = \sqrt{(FW_i / K\phi_c)} \sqrt{\frac{\rho_F}{\sqrt{D}}} \quad (2.48)$$

Burada;

- d : Bilya çapı (inch),
K : Sabit,
F : Besleme malzemesinin %80'inin geçtiği tane boyu (µm),
W_i : İş İndeksi (kWh/ton),
φ_c : Kritik hız fraksiyonu,

ρ_F : Besleme malzemesinin yoğunluğu,

D : Değirmen çapı (feet)dır

K değeri çubuklu değirmende açık devre yaş öğütme koşullarında 300, bilyalı değirmende kapalı devre yaş öğütme koşullarında 200 (Bond,1953), yaş öğütme koşullarında 350, kuru öğütme koşullarında 335 değerine sahiptir (Bond, 1961).

Bond, geliştirdiği ampirik ifade ile bulunan bilya çapının 2.54 cm'den küçük çıkması durumunda, hesaplanandan daha büyük çapta bilyaların kullanılması gerektiğini aşağıdaki sebepleri sıralayarak açıklamaktadır.

- Bilya çapının küçülmesi ile öğütücü ortam maliyeti artmaktadır.
- Küçük çaplı bilyalar az bir aşınma ile değirmenden boşlatılacak boya gelir.
- Izgara boşaltmalı değirmenlerde, küçük çaplı bilyalar boşaltılmaları sırasında ızgaraları tıkayabilir.
- Büyük çaplı değirmenlerde daha büyük çaplı bilyaların kullanılması durumunda çekilen güç miktarı artmaktadır (Bond, 1961).

Aktarılan ortamla çalışan değirmenlerde harcanan enerji bilyalara iletilerek bilyaların taneler ile çarpışması sağlanmakta ve böylece boyut küçültme başarılmaktadır. Bilya çapının kırılmada doğrudan etkin bir parametre olması nedeni ile araştırmacılar sürekli optimum bilya çapı, bilya aşınması ve bunların öğütme üzerindeki etkilerini araştırmışlardır (Menacho ve Concha, 1986).

Bilyalı değirmenlerde bilya aşınma hızı üç neden ile önem taşımaktadır.

- Bilyalı değirmenlerin optimizasyonunda henüz çözüm bulmamış problemlerden biri optimum öğütme koşullarını sağlayan bilya çapının belirlenmesidir. Bilyalı değirmenlerde optimum bilya dağılımının seçilmesini sağlayan tasarım benzetişim modelinin oluşturulabilmesi için farklı çapta bilyaların öğütmeye etkilerinin yanında değirmende denge halindeki bilya dağılımının bilinmesi gerekmektedir.
- Bilya ve astar aşınması öğütme maliyetinde önemli bir yer tutar.
- İstenen tane boyunda optimum hızda ürün elde edebilmek için öğütmeye bilyaların aşınması ile oluşan denge halindeki bilya karışımı ile başlamak gereklidir (Austin ve Klimpel, 1985).

Bilyalı değirmenler ile öğütmede bilya aşınma mekanizmalarını açıklayan üç temel görüş vardır. Bir çok araştırmacı yaptıkları deneysel çalışmalar sonunda bilya aşınmasının bilya yüzeyi ile ilgili olduğu sonucuna varmışlardır. Prentice, White, Garms ve Stevens, Norman ve Loeb, Norquist ve Moeller, Rose ve Sullivan ve Lorenzetti, bilya aşınması ile kaybedilen kütlenin bilyanın yüzey alanı ile orantılı olduğu görüşünü savunmaktadırlar. Bunun yanında Davis, Longmore ve Crocker'in gerçekleştirdiği bir çok deneysel çalışma aşınma mekanizmasının darbesel olduğu ve aşınma ile kaybedilen kütlenin bilya kütlesi veya bilya çapının küpü ile orantılı olduğu sonucunu göstermektedir. Son olarak Bond bilya aşınma mekanizmasının değirmendeki öğütme mekanizması ile değiştiğini, yuvarlanma (rolling) ve yakalamanın (nipping) etkin olduğu değirmenlerde, aşınmanın bilya yüzeyi; darbe mekanizması ile öğütmenin sağlandığı değirmenlerde aşınmanın bilya kütlesi ile orantılı olduğu görüşünü ileri sürmüştür. Değirmende her iki mekanizmanın etkin olması durumunda, aşınma ile kaybedilen kütle d^n ile orantılıdır. Burada d , bilya çapı, n , değeri 2-3 arasında değişen bir parametreyi göstermektedir. Vermeulen ve Howatt bilya aşınması konusunda yapılan bir çok çalışmayı inceleyerek; öğütmede genelde aşındırma ve darbe mekanizmalarının birarada bulunduğu ve hangisinin daha etkin olduğunun değirmen işletme parametreleri, özellikle bilyaların kaskading ve kataracting hareketlerinin oranına göre değiştiği sonucuna ulaşmışlardır (Menacho ve Concha, 1986).

Bond yaptığı deneysel çalışmaların sonuçlarını tesisten elde ettiği verilerle karşılaştırarak bilya ve astar aşınmasına ilişkin aşağıdaki eşitlikleri geliştirmiştir.

Bilyalı değirmende yaş öğütme koşulları;

Bilyalar;

$$\text{kg/kWh} = 0.16(A_i - 0.015)^{1.3} \quad (2.49)$$

Astarlar;

$$\text{kg/kWh} = 0.012(A_i - 0.015)^{0.3} \quad (2.50)$$

Bilyalı değirmenlerde kuru öğütme koşulları;

Bilyalar;

$$\text{kg/kWh} = 0.023A_i^{0.5} \quad (2.51)$$

Astarlar;

$$\text{kg/kWh} = 0.0023A_i^{0.5} \quad (2.52)$$

Bu eşitliklerde A_i aşınma indeksini gösterir. Bond'un bilya ve astar aşınma miktarının bulunmasına ilişkin geliştirdiği bu eşitlikler bir çok eksiklik içermektedir. Kuru öğütme koşullarında, kullanılmış bilyalar incelendiğinde, bilya yüzeylerinde kuru öğütmede aşındırma mekanizmasının etkin olduğunu gösteren çiziklere (scratches) rastlanır. Oysa yaş öğütmeden çıkan bilyaların düz yüzeyli fakat delikli (pitted) yapısı yaş öğütmede korozyon ile aşınma oluştuğunun göstergesidir. Bu nedenle yaş öğütmede metal aşınma hızı, değirmen işletme koşullarının korrosiv (elektrokimyasal) özelliklerine bağlı olarak kuru öğütmeye nazaran daha fazla ve oldukça değişken olmaktadır. Bond'un bilya aşınma hızına ilişkin geliştirdiği ifadelerde standart sapmalara ilişkin bir gösterge bulunmadığı için kullanımlarında hata limitlerini belirlemek mümkün değildir. Buna ilave olarak aşınma deneyleri bilya aşınma yasaları hakkında bilgi vermediği için, aşınma indeksleri de aşınma yasaları bilinmediği takdirde denge halindeki bilya dağılımını belirlemek amacı ile kullanılamaz.

Bilyalı değirmenlerde denge halindeki bilya dağılımının ve aşınma miktarının belirlenmesi amacı ile kullanılan üç yöntem vardır. Birincisinde, değirmen belirli periyotlarla boşaltılarak değirmendeki bilya çapları belirlenir. Bu veriler, aşınma nedeni ile değirmene belirli periyotlarla ilave edilen bilya miktarı ile birlikte kullanılarak bilya aşınma hızı belirlenir.

İkinci yöntemde değirmende belirli çaptaki bilyalar işaretlenir. Belirli bir öğütme süresi sonunda değirmen durdurularak işaretlenmiş bilyaların kütlesi ve çapları belirlenir. Bu işleme bilya çapının zamana bağlı olarak değişimini ifade eden bir fonksiyon oluşturulana kadar devam edilmektedir.

Üçüncü yöntemde; çapları ve kütleleri belirlenmiş bilyalardan oluşan öğütücü ortam ile öğütmeye başlanır. Değirmene yeniden bilya ilave edilmeksizin öğütme işlemine devam edilir. Periyodik olarak değirmen durdurularak farklı çapta bilyaların kütlesi ve elde edilen sonuçlardan bilya aşınma hızı belirlenmektedir.

Farklı çapta bilyalar için aynı öğütme süresi sonunda kaybolan metal miktarı eşittir. Aşınma nedeni ile kaybedilen kütle yerine periyodik olarak yeni bilyalar ilave edilirse değirmendeki bilyalar bir süre sonra denge dağılımına ulaşır. Belirli

aralıklarla değirmene ilave edilen bilya dağılımından başlayarak, denge halindeki bilya dağılımının benzetişimi Bond, Davis, Bartol, Azzaroni, Lorenzetti, Austin ve arkadaşları, Vermeulen ve Howatt tarafından çalışılmıştır.

Bond; denge halindeki bilya dağılımını aşağıdaki eşitlik ile ifade eder.

$$y = (x/d)^{3.8} \quad (2.53)$$

Burada;

- y : x tane boyuna geçen malzeme fraksiyonu,
d : Değirmene belirli aralıklarla ilave edilen bilya çapıdır.

Bu eşitlikteki d değeri, Bond tarafından değirmende optimum öğütme koşullarını sağlayan bilya çapının belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilen Eşitlik 2.48 ile hesaplanmaktadır.

Davis denge halindeki bilya dağılımını belirlemek üzere;

$$W = (d_a^3 - d_b^3)/(d_f^3 - d_r^3) \quad (2.54)$$

eşitliğini geliştirmiştir. Burada;

- W : da-db çapları arasında olan bilyaların kütle fraksiyonu,
df : Değirmene belirli aralıklarla ilave edilen bilya çapı,
dr : Aşınma ile değirmenden boşaltılan bilya çapıdır

Değişik çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortamda denge halinde her bir çaptaki bilyaların sayısı;

$$\frac{dN(r)}{dr} = \frac{n_T \rho_b 4\pi [1-n(r)]r^2}{N_T f(r)} \quad (2.55)$$

eşitliği kullanılarak hesap edilmektedir. Burada;

- N_T : Değirmendeki toplam bilya sayısı,
 $N(r)$: Birikimli fraksiyonel boyut sayısı dağılımı (cumulative fractional number size distribution),

- r : Bilya yarıçapı,
 n_T : Birim zamanda değirmene ilave edilen bilya sayısı,
 $n(r)$: Değirmene belirli periyotlarla ilave edilen bilyaların birikimli fraksiyonel sayısal boyut dağılımı,
 ρ_b : Bilya yoğunluğu,
 $f(r)$: r yarıçapında bilyanın birim zamandaki kütleli aşınma hızıdır.

Yukarıdaki eşitlik bilya dağılımını $N(r_{\min})=0$ ve $N(r_{\max})=1$ sınır koşulları ile tanımlar. r_{\min} değirmenden boşaltılan minimum bilya çapı, r_{\max} değirmene ilave edilen maksimum bilya çapıdır.

Aşınma nedeni ile oluşan metal kaybını karşılamak üzere değirmene ilave edilen bilya yükünün tek çapta bilyalardan oluşması durumunda;

$$M(d) = \frac{d^{4-\Delta} - d_{\min}^{4-\Delta}}{d_{\max}^{4-\Delta} - d_{\min}^{4-\Delta}} \quad (2.56)$$

Burada;

$M(d)$: Bilyaların birikimli kütle fraksiyonu.

Δ : Sabiti göstermektedir.

Aşınma nedeni ile oluşan metal kaybını karşılamak üzere değirmene ilave edilen bilya yükünün, çapları d_1 ve d_2 olan ve kütle fraksiyonları m_1 ve m_2 olan iki farklı çapta bilya içermesi durumunda;

$$M(d) = \frac{\frac{d^{4-\Delta} - d_{\min}^{4-\Delta}}{K_1 d_1^{4-\Delta} + (1-K_1) d_{\min}^{4-\Delta}}}{\frac{K_1 d_1^{4-\Delta} + (1-K_1) d_2^{4-\Delta} - d_{\min}^{4-\Delta}}{K_1 d_1^{4-\Delta} + (1-K_1) d_2^{4-\Delta} - d_{\min}^{4-\Delta}}}, \quad \begin{array}{l} d_{\min} \leq d \leq d_2 \\ d_2 \leq d \leq d_1 \end{array} \quad (2.57)$$

$$K_1 = \frac{1}{1 + (m_2/m_1)(d_1/d_2)}$$

olmaktadır.

Bilya aşınma hızı konusunda yaptıkları deneysel çalışmalar sonunda, Davis bilya aşınma hızının bilyanın kütlesi ile orantılı olduğunu gösteren $\Delta=1$, Austin ve Klimpel aşınma hızının d^4 ile orantılı olduğunu gösteren $\Delta=2$, Vermeulen ve arkadaşları; Austin ve arkadaşları $\Delta=0$ sonucuna ulaşmışlardır. Sonuçlardaki çelişki bilya aşınma hızının belirlenmesi amacı ile yapılan deneylerin farklılığından kaynaklanmaktadır (Austin and Klimpel, 1985).

Menacho ve Concha bilya aşınma hızının sürekli ve sıfırıncı dereceden hız prosesi olduğu varsayımından hareketle denge halindeki bilya dağılımına ve aşınma hızına ilişkin;

$$M(d) = \frac{(d^4 - d_0^4) - \sum_{k=1}^K d_k^{-3} m_k (d^4 - d_k^4) U(d - d_k) (\sum_{k=1}^K d_k m_k)^1}{(d_1 - d_0^4) - \sum_{k=1}^K d_k^{-3} m_k (d_1^4 - d_k^4) (\sum_{k=1}^K d_k^{-3} m_k)^{-1}} \quad (2.58)$$

$$C_T^{SS} = \frac{4\kappa W_B^{SS}}{\sum_{k=1}^K d_k^{-3} (d_0^4 - d_k^4) m_k} \quad C_T = \frac{10^6 C_T^{SS}}{Q}$$

eşitliklerini geliştirmişlerdir. Burada;

- $M(d)$: Değirmende bilyaların kararlı halde dağılım fonksiyonu,
- m_k : Belirli aralıklarla değirmene ilave edilen bilya yükünde d_k çapında bilyaların kütle fraksiyonu,
- d_0 : Aşınma sonucu değirmenden boşaltılan bilya çapı,
- d_1 : Değirmende bulunan maksimum bilya çapı,
- C_T : Öğütülen birim ton cevher için aşınma ile kaybedilen r cinsinden metal kütlesi,
- W_B : Değirmendeki bilyaların kütlesi,
- Q : Öğütme devresinin kapasitesi,
- κ : Aşınma hız sabiti (mm/saat) dir.

Menacho ve Concha çalışmalarında 0. dereceden aşınma hızının gerçekleştiğini varsaydıkları için, κ , birim zamanda bilya çapının azalma hızını ifade etmektedir

(Menacho, 1986; Menacho ve Concha, 1986; Concha et al, 1988; Menacho ve Concha 1992).

Yaş ve kuru öğütme koşullarının her ikisinde de denge halinde bilya dağılımına ulaşmak oldukça zaman alan, çok fazla sayıda veri toplamayı gerektiren bir çalışmadır. Örneğin, Menacho ve Concha denge halindeki bilya dağılımının belirlenebilmesi amacı ile iki yıl süre tesisten veri toplamışlardır. Özellikle kuru öğütme koşullarında ve öğütülmeleri sırasında bilyaların kaplanmasına neden olan malzemenin öğütülmesinde, bilya aşınma hızı daha da küçüldür. Böylece denge halindeki bilya karışımına ulaşmak oldukça uzun bir süre gerektirmektedir.

Bilya aşınma hızı malzeme sertliği, değirmen tipi ve işletme koşulları ile değişen bir parametredir. Bilya aşınma hızının ve denge halindeki bilya dağılımının hesap edilmesine yönelik geliştirilen ifadeler arasında çelişki vardır (Bond, 1953; 1961; Austin et al., 1976; 1984; Austin and Klimpel, 1985; Menacho, 1986; Menacho and Concha, 1986; Concha et al., 1988; Vermeulen and Howatt, 1988; Concha et al., 1992).

Uzun yılların getirdiği tesis tecrübelerinin ve deneysel verilerin karşılaştırılması ile elde edilen sonuçlar doğrultusunda oluşturulan ampirik ifadelerin kullanılması ile başlayan optimum bilya çapının belirlenmesine yönelik çalışmalar, değirmende öğütme sırasında bilyaların aşınma hızından ve periyodik olarak sisteme ilave edilen bilya çapından başlayarak denge halindeki bilya dağılımının belirlenmeye çalışılması ile devam edilmiştir. Geliştirilen ifadelerin birbiri ile çelişmesi, aşınma ile oluşan denge halindeki bilya dağılımının belirlenmesine yönelik çalışmaların çok veri toplamayı gerektirmesi, aynı zamanda geliştirilen ifadeler ile bulunan bilya aşınmasının gerçekte oluşan bilya aşınma hızından daha yüksek bir değere sahip olması nedeni ile istenen öğütme koşullarına uygun optimum bilya dağılımının belirlenmesine yönelik çalışmalar devam etmektedir.

Liu Lianxang ve arkadaşları yaptıkları deneysel çalışmada, öğütme kinetiklerini kullanarak optimum bilya çapını belirlemeye çalışmışlardır. Çalışmalarında tek tane boyu aralığında fraksiyonlar hazırlayarak her fraksiyon için tek çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanarak kesikli öğütme deneyleri gerçekleştirmişlerdir. Belirli öğütme süreleri sonunda başlangıç tane boyu aralığında kalan malzeme miktarını ve bu sonuçlardan yola çıkarak aşağıdaki eşitlik ile kırılma hızını belirlemişlerdir.

$$w(t) = w(0)e^{(-kt)^n} \quad (2.59)$$

Burada;

- $w(t)$: t anında belirli bir tane boyundan büyük birikimli kütle fraksiyonu,
 $w(0)$: Başlangıçta belirli bir tane boyundan büyük birikimli kütle fraksiyonu,
 t : Öğütme süresi,
 k, n : Öğütme parametreleridir

Böylece her fraksiyon için farklı çaptaki bilyalara ait kırılma hız değerlerini elde etmişlerdir. Her fraksiyon için maksimum kırılma hızının oluştuğu bilya çapını belirleyerek,

$$D_b = 25.8 + 20.4 \ln d$$

eşitliğini geliştirmişlerdir. Burada;

- D_b : Bilya çapı,
 d : Besleme malzemesinin tane boyudur.

Bu eşitlik ile buldukları her fraksiyona uygun bilya çapını, deneysel sonuçlar ve diğer araştırmacılar tarafından geliştirilen ampirik ifadeleri kullanarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırarak besleme tane boyuna uygun bilya çapının diğerlerine nazaran daha az hata ile bulunduğunu göstermişlerdir.

Karışık tane boyu dağılımına sahip besleme malzemesinin tek çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi ile elde edilen ürün tane boyu dağılımı belirlenirken, bilya çapının malzemenin her fraksiyonunun kırılma hızı üzerindeki etkilerinin toplamı; karışık tane boyu dağılımına sahip besleme malzemesinin farklı çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam ile öğütülmesinde, her çapta bilyanın besleme malzemesinin her fraksiyonu için öğütme etkilerinin toplamı olduğu kabulü yapılmıştır. Böylece karışık tane boyunda besleme malzemesinin tek çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi ile oluşan ürün tane boy dağılımını belirlemek üzere;

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i r_j \exp[-k_j(d)t^{n_j(d)}] \quad i=1,2,3,4,\dots,n \quad (2.60)$$

eşitliği kullanılmıştır. Burada;

- $w(t)$: t öğütme süresi sonunda birikimli kütle fraksiyonu,
 r : Beslemede her tane boyu aralığında malzemenin kütle fraksiyonu,
 $k_j(d), n_j(d)$: j tane boyunda malzemenin kinetik parametre fonksiyonları,
 r_j : Beslemede j tane boyu aralığında malzemenin kütle fraksiyonudur.

Karışık tane boyunda besleme malzemesinin farklı çapta bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi durumunda;

$$w_i(t) = \sum_{f=1}^q \delta_f \sum_{j=1}^i r_j \exp[-k_{f,j}(d)t^{n_{f,j}}] \quad (2.61)$$

olmaktadır. Burada,

- δ_f : Öğütücü ortam içinde farklı çapta bilyaların kütle fraksiyonları.
 $k_{f,i}(d), n_{f,i}(d)$: Besleme malzemesinde j tane boyu aralığındaki malzemenin f çapında bilyalar ile öğütülmesi durumunda elde edilen öğütme kinetikleridir.

Liu Liaxiang ve arkadaşları, -10 mm tane boyunda malzemenin 70 mm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam ile öğütülmesi ve -10 mm tane boyunda malzemenin 70, 57, 41 ve 21 mm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam ile öğütülmesi ile elde edilen ürün tane boyu dağılımlarını deneysel olarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırdıklarında, öğütmenin başlangıcında iyi bir uyum vermesine rağmen öğütme ilerledikçe uyumun bozulmaya başladığını gözlemişlerdir (Liu Liaxiang et al., 1988).

3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR VE MODEL PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ

Bu çalışmada; bilya dağılımını matematiksel model yardımıyla belirlemek amacı ile kesikli öğütme deneyleri yapılmıştır. 6 farklı fraksiyonda hazırlanan deney numuneleri 3, 4, 5 ve 6 cm çapında bilyalar kullanılarak, laboratuvar çaplı bilyalı değirmende 0.33, 0.75, 1.5, 3 ve 6 dk süreyle öğütülmüştür. Öğütme sonrası elek analizleri yapılmış ve doğrusal olmayan regresyon analizi ile model parametreleri hesaplanmıştır. Deney numunesi olarak homojen ve saf olması nedeni ile parça halinde kuvars kullanılmıştır. Kuvarsın kırılma parametreleri doğrusal birleştirilmiş parametre modeli kullanılarak belirlenmiştir. Doğrusal birleştirilmiş parametre modelinin tercih edilmesinin sebebi formülasyon ve çözümün dağıtılmış parametre modeline göre daha kolay olmasıdır.

3.1. Laboratuvar Değirmenin Tanımı

Kesikli öğütme deneyleri, 30.5 x 30.5 cm boyutlarında ve dönüş hızı 70 devir/dk olan Bond değirmeninde yapılmıştır. Öğütücü ortam olarak 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalar kullanılmıştır. Literatürde bilyalar arası boşluk, toplam bilya hacminin % 40'ı olarak kabul edilmektedir (Bond, 1953). Bu çalışmada bilyalar arası boşluk oranı (BAB), her bilya çapı için ayrı ayrı belirlenmiş ve elde edilen sonuçlar Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Bilyalar arası boşluk oranlarının belirlenmesi

Bilya Çapı		I.	II.	III.	Ort.
3 cm	V_{bosluk}	1000	1350	590	48.5
	V_{toplam}	2000	2890	1200	
	% Boşluk	50	46.7	49	
4 cm	V_{bosluk}	1985	1050	900	48.0
	V_{toplam}	4290	2100	1870	
	% Boşluk	46	50	48	
5 cm	V_{bosluk}	2475	2530	2700	48.0
	V_{toplam}	5300	5225	5400	
	% Boşluk	46.7	48.4	50	
6 cm	V_{bosluk}	3300	1320	1490	53.0
	V_{toplam}	6425	2390	2810	
	% Boşluk	51	55	53	

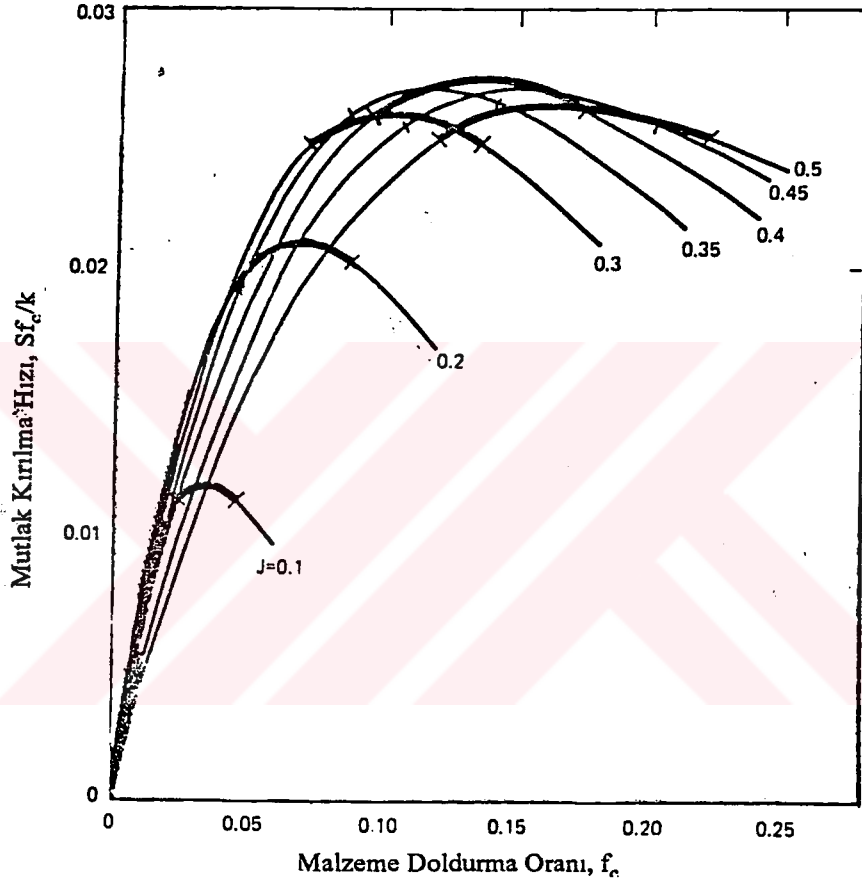
Laboratuvar değirmi ni öğütme koşulları Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2 Laboratuvar değirmi ni öğütme koşulları

D E Ğ İ R M E N	İç Çap (cm)		30.5	
	Boy (cm)		30.5	
	Hacim (cm ³)		22 283.8	
	Dönüş Hızı (devir/dk)		70	
	Kritik Hız %'si	3 cm	86.97	
		4 cm	85.39	
		5 cm	84.76	
		6 cm	82.10	
B İ L Y A L A R	Bilya Dold. Or.(%)		20	
	Bilya Yoğunluğu (gr/cm ³)		7.58	
	3 cm	Adet		162
		Hacim (cm ³)		2295.23
		Ağırlık (gr)		17400
		BAB (%)		48.5
	4 cm	Adet		69
		Hacim (cm ³)		2317.52
		Ağırlık (gr)		17600
		BAB (%)		48
	5 cm	Adet		35
		Hacim (cm ³)		2317.52
		Ağırlık (gr)		17600
		BAB (%)		48
	6 cm	Adet		19
		Hacim(cm ³)		2094.67
Ağırlık (gr)		15900		
BAB (%)		53		
M A L Z	Malz. Dold. Or.(%)		75	
	Malzeme Hacmi (cm ³)	3 cm	1621.47	
		4 cm	1605.00	
		5 cm	1605.00	
		6 cm	1771.56	

3 cm Bilya = $0.2 \times 22\ 283.8 \times (1-0.485) / 14.14 = 162$ adet
 4 cm Bilya = $0.2 \times 22\ 283.8 \times (1-0.480) / 33.51 = 69$ adet
 5 cm Bilya = $0.2 \times 22\ 283.8 \times (1-0.480) / 65.45 = 35$ adet
 6 cm Bilya = $0.2 \times 22\ 283.8 \times (1-0.530) / 113.09 = 19$ adet

olarak bulunmuştur.



Şekil 3.1. Laboratuvar çaplı bilyalı değirmenlerde kuru öğütme koşullarında mutlak kırılma hızının bilya ve malzeme doldurma oranıyla değişimi (Austin et al.,1984)

Bilyalar arası boşluğun % 75'inin numune ile dolmasını sağlayan numune hacmi ise;

$$V_{\text{kuvars}} = J \times V \times \text{BAB} \times U$$

eşitliği ile hesaplanmıştır. Burada;

V_{kuvars} : Her bir öğütme deneyinde kullanılan kuvars numunesinin yığın hacmi,

3.2. Deneysel Yöntem

3.2.1. Besleme Malzemelerinin Hazırlanması

Laboratuvar değirmeni ve bilya çaplarına uygun olarak belirlenen tane boyunda deney numunesinin hazırlanabilmesi için parça halinde kuvars önce çeneli daha sonra merdaneli kırıcıda kırılarak tane boyu küçültülmüştür. Kırılan kuvars numunesi önce elle elenerek -6.7 +4.75, -4.75 +3.35, -2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85 ve -0.85 +0.6 mm tane boyu aralıklarında fraksiyonlar hazırlanmıştır. Kırılma parametrelerinin güvenilir ve doğru bir şekilde belirlenebilmesi öğütülecek malzemenin minimum % 95'inin belirlenen tane boyu aralığında olması ile sağlanmaktadır. Bu nedenle elle elenerek hazırlanan bu fraksiyonlar, daha sonra elek makinasında kuru olarak elenmiştir. Böylece kesikli öğütme deneyleri için -6.7 +4.75, -4.75 +3.35, -2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85, -0.85 +0.6 mm tane boyu aralıklarında yaklaşık 10'ar kg kadar besleme malzemeleri hazırlanmıştır.

3.2.2. Kesikli Öğütme Deneylerinde Kullanılan Bilya ve Malzeme Miktarlarının Hesaplanması

Öğütme koşulları, laboratuvar çaplı bilyalı değirmenlerde kuru öğütmenin verimli olarak gerçekleştirilebileceği şekilde seçilmiştir (Austin et al.,1984) (Şekil 3.1). Kesikli öğütmede, değirmen iç hacminin % 20'si bilya, bilyalar arası boşluğun % 75'i numune ile doldurulmuştur.

Bilya doldurma oranının, J, % 20 olması için gerekli bilya hacmi aşağıdaki eşitlikten faydalanılarak hesaplanmıştır.

$$TBH= J \times V \times (1-BAB)$$

Burada;

TBH : Toplam bilya hacmi,

J : Bilya doldurma oranı (hacimsel),

V : Değirmen hacmi (cm³),

BAB : Bilyalar arası boşluk oranıdır.

Yukarıdaki eşitlikten bulunan toplam bilya hacmi değeri tek bir bilyanın sahip olduğu hacim değerine bölünerek deneylerde istenilen koşulları sağlayan bilya sayısı elde edilmiştir. Gerekli değerler yerine konulduğunda;

U : Bilyalar arası boşluğun malzeme ile doldurulma oranıdır.

Yukarıdaki eşitlikte; V, BAB, J ve U değerleri yerine konularak, her bilya çapı için kesikli öğütme deneylerinde kullanılması gerekli malzeme hacmi;

3 cm bilyaların kullanılması durumunda,

$$V_{\text{kuvars}} = 0.2 \times 22\,283.8 \times 0.485 \times 0.75 = 1621.147 \text{ cm}^3$$

4 cm bilyaların kullanılması durumunda,

$$V_{\text{kuvars}} = 0.2 \times 22\,283.8 \times 0.48 \times 0.75 = 1605.00 \text{ cm}^3$$

5 cm bilyaların kullanılması durumunda,

$$V_{\text{kuvars}} = 0.2 \times 22\,283.8 \times 0.48 \times 0.75 = 1605.00 \text{ cm}^3$$

6 cm bilyaların kullanılması durumunda,

$$V_{\text{kuvars}} = 0.2 \times 22\,283.8 \times 0.53 \times 0.75 = 1771.56 \text{ cm}^3$$

olarak bulunmuştur.

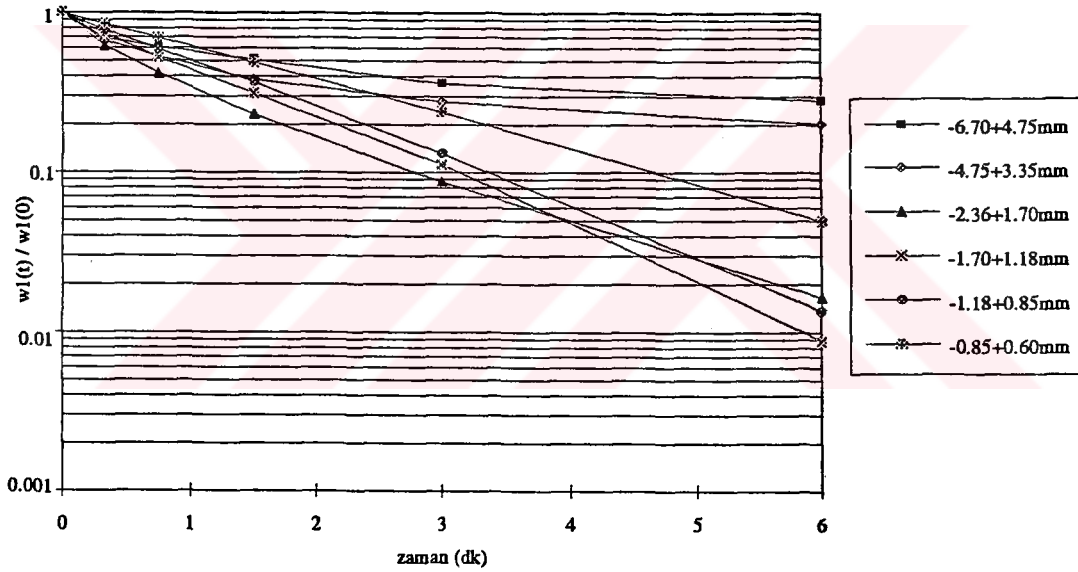
3.2.3. Kesikli Öğütme Deneyleri

-6.7 +4.75, -4.75 +3.35, -2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85, -0.85 +0.6 mm tane boyu aralıklarında hazırlanan besleme malzemeleri sırasıyla 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak, 0.33, 0.75, 1.5, 3 ve 6 dakika süre ile değirmende kuru olarak öğütülmüştür. Tekrar kırılma olmadan B değerlerinin belirlenebilmesi için ilk öğütme süresi kısa tutulmuştur (Bkz. 2.6.1). Her öğütme süresi sonunda değirmen yükü boşaltılmış ve malzeme oluklu bölücüler kullanılarak elek analizi için, ilk öğütme süreleri sonunda 200-250 gr, öğütme ilerledikçe artan ince malzeme miktarı nedeni ile 100-150 gr temsili numune alınmıştır. Elde edilen numunenin tane boyu dağılımı $\sqrt{2}$ elek serisi kullanılarak belirlenmiştir. S değerleri için öğütülen fraksiyonun öğütme süresi ile değişiminin belirlenmesi yeterliken, B değerleri için tüm tane boyu aralıklarındaki malzeme miktarlarının belirlenmesi gerekmektedir. S ve B değerlerinin sağlıklı biçimde belirlenebilmesi, elemanın çok dikkatli biçimde yapılmasını gerektirmektedir. Bu nedenle deneylerin başlangıcında yeterli eleme süresi tesbit edilerek ilk öğütme süreleri sonunda 20 dakika, öğütme ilerledikçe artan ince malzeme miktarı nedeni ile 25 dakika eleme yapılmıştır. Eleklerde kalan malzemenin tartımından sonra tüm fraksiyonlar ve öğütme numunesinin kalan bölümü birleştirilerek bir sonraki öğütme süresi için besleme malzemesi olarak hazırlanmıştır.

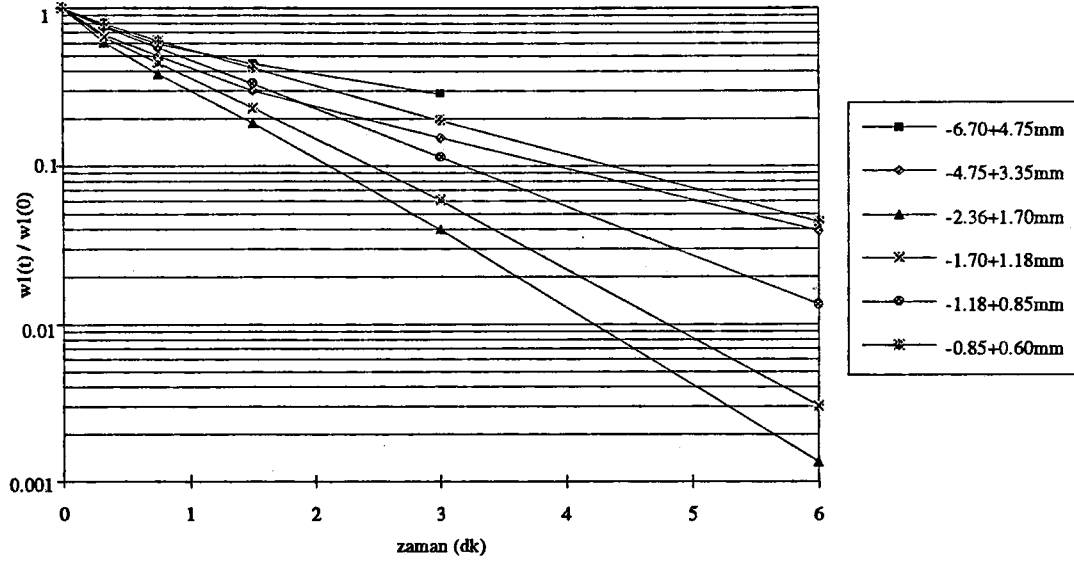
3.3. Kırılma Fonksiyonlarının Belirlenmesi

3.3.1. Özgül Kırılma Hızlarının Belirlenmesi

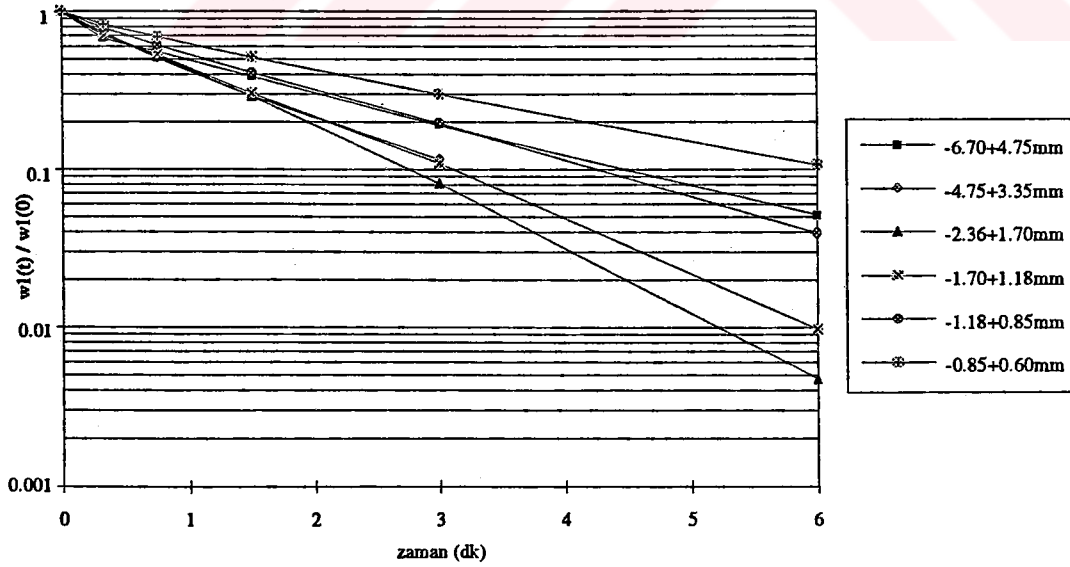
Her öğütme süresi sonunda öğütülen tane boyu aralığının öğütme süresi ile değişimini gösteren grafikler çizilmiştir (Şekil 3.2-3.5) Eşitlik 2.7 kullanılarak doğrusal olmayan regresyon analizi ile sırasıyla 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalar için her fraksiyonun özgül kırılma hızları belirlenmiştir. 1. derece öğütme kuramına uymayan tane boylarının özgül kırılma hızları, malzemenin % 95'ini kırmak için gerekli öğütme süresi ile tanımlanan ortalama özgül kırılma hızı olarak belirlenmiştir. Bu değerler malzemenin hızlı ve yavaş kırıldığı kısımlardan belirlenen özgül kırılma hızlarından belirlenmiştir.



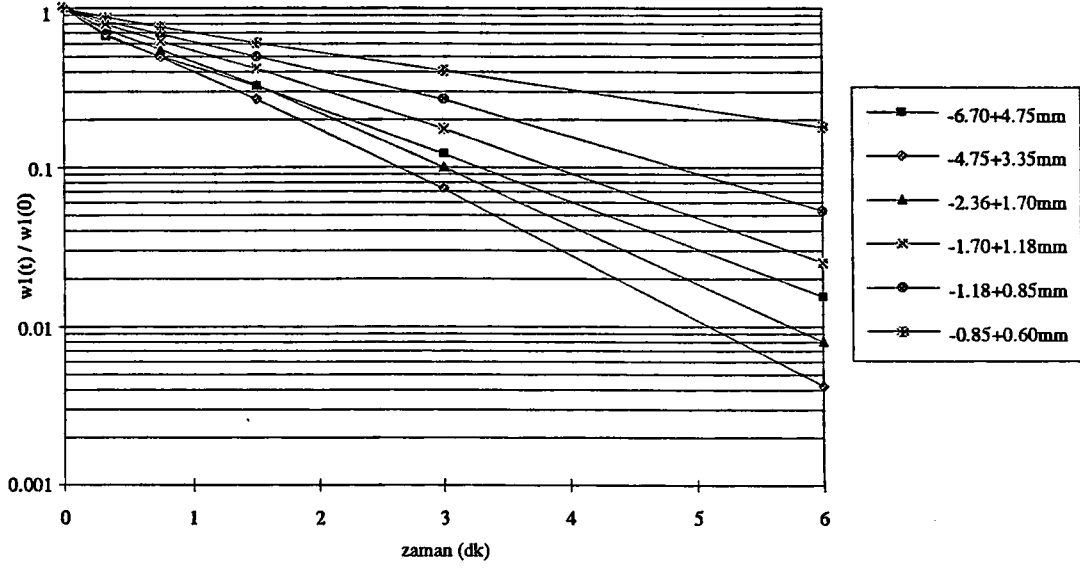
Şekil 3.2. 3 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi



Şekil 3.3. 4 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi

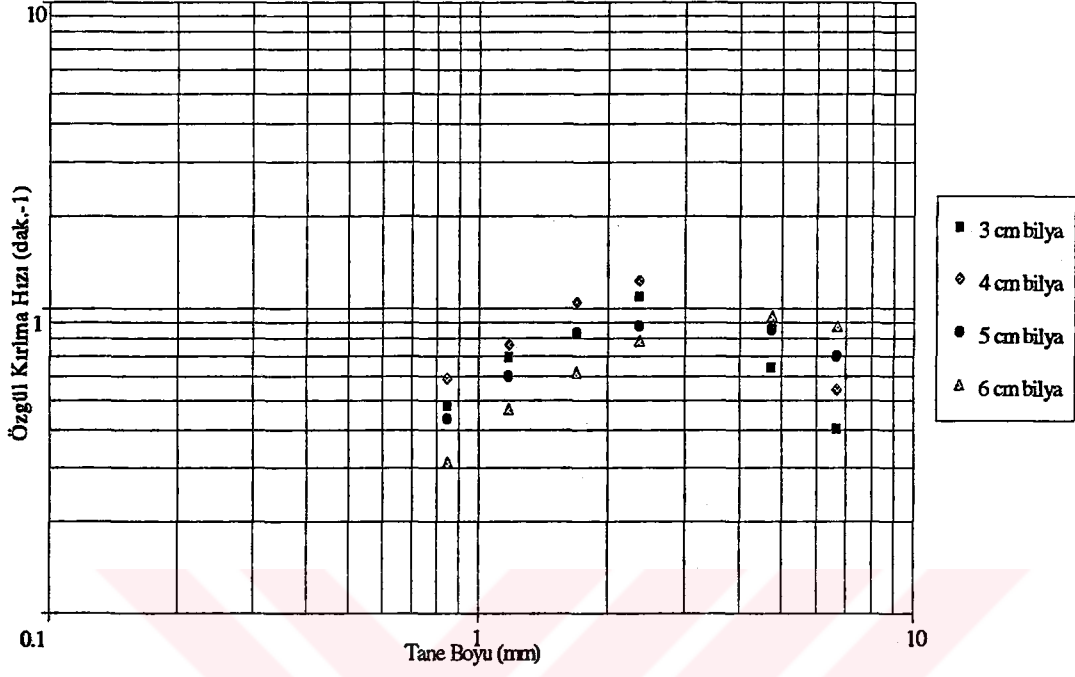


Şekil 3.4. 5 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi

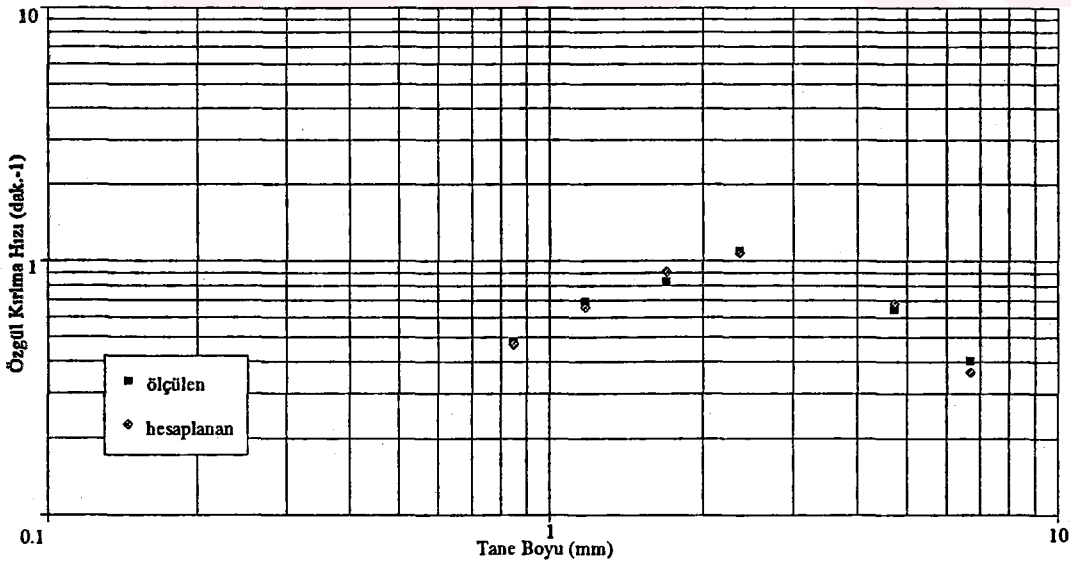


Şekil 3.5. 6 cm bilyalar ile yapılan kesikli öğütme deneyleri sonucu en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi

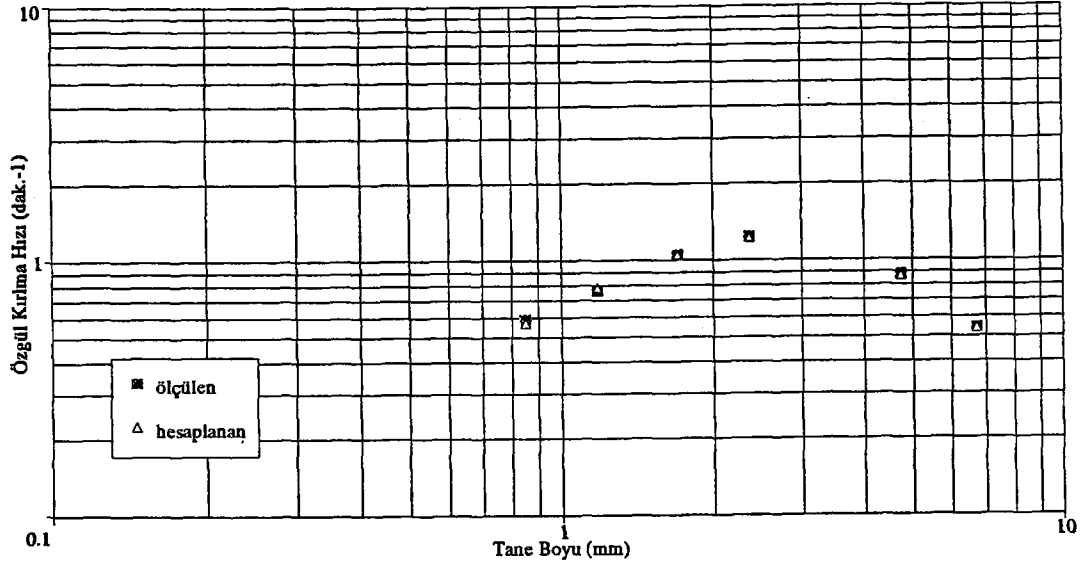
-6.7 +4.75, -4.75 +3.35, -2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85, -0.85 +0.6 mm tane boyu aralıkları için her bilya çapına ait özgül kırılma hızları belirlendikten sonra, bu değerlerin besleme tane boyu aralığının üst değerlerine karşı logaritmik grafiği çizilmiştir (Şekil 3.6). Grafikten de görüleceği üzere özgül kırılma hızı değerleri belirli bir tane boyuna kadar artmakta ve bu tane boyundan sonra azalmaya başlamaktadır. S değerlerinin tane boyuna bağlı bu değişimi incelendiğinde, sonuçların Eşitlik 2.24 ile uyumlu olduğu gözlenmiş ve kırılma hızının tane boyu ile değişimini ifade etmek üzere doğrusal olmayan regresyon analizi ile a , α , μ ve Λ parametreleri hesaplanmıştır. S değerlerinin ölçülen ve oluşturulan modelden hesaplanan değerleri Ek-1'de ve 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalar için kırılma hızının tane boyu ile değişim grafikleri Şekil 3.7-10'da verilmiştir.



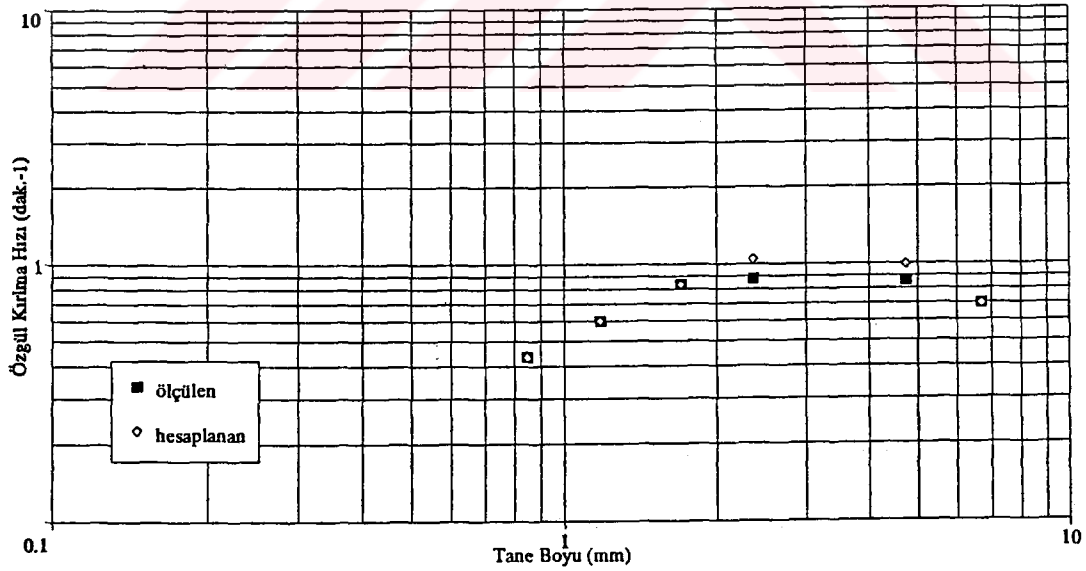
Şekil 3.6. 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalar için özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimi



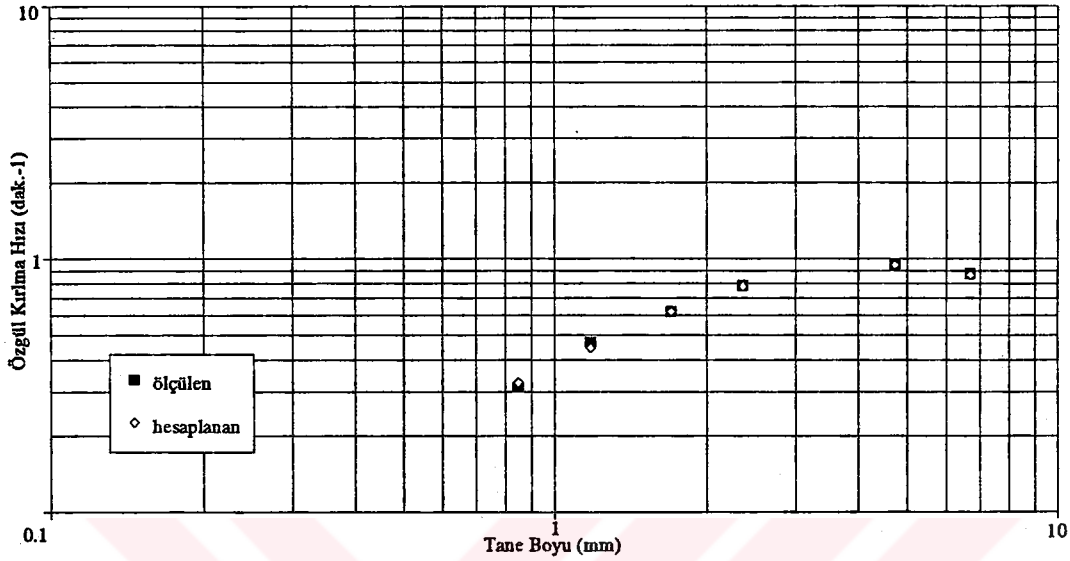
Şekil 3.7. 3 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi



Şekil 3.8. 4 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi

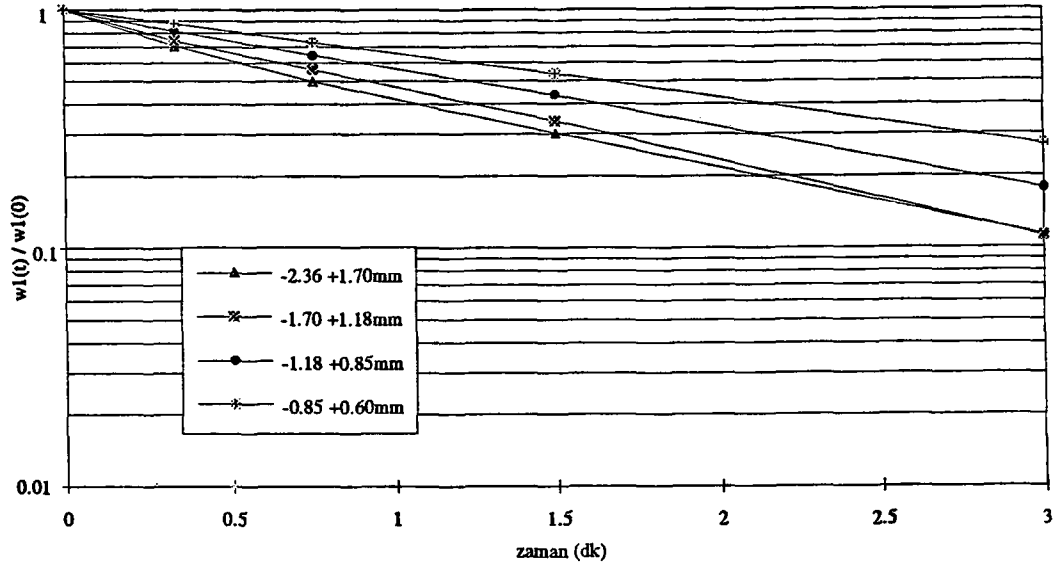


Şekil 3.9. 5 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi

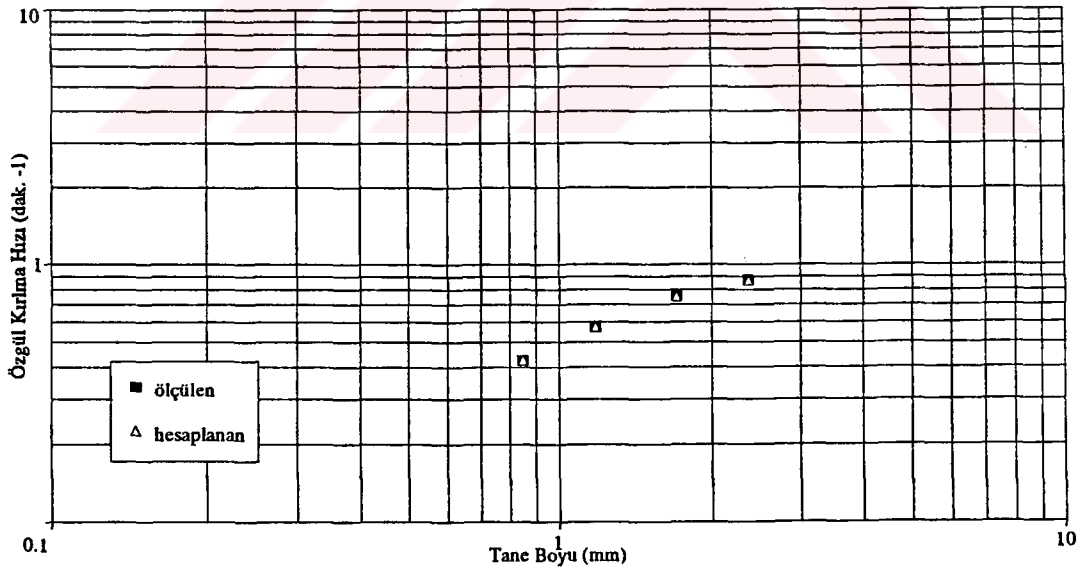


Şekil 3.10. 6 cm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi

3 cm bilyalar ile gerçekleştirilen kesikli öğütme deneylerinde özgül kırılma hızının tane boyu ile değişiminde beklenen ilişkinin gözlenmemesi nedeni ile deneysel hata olup olmadığını sınamak amacı ile (Bkz. Şekil 3.6) -2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85 ve -0.85 +0.6 mm tane boyu aralıklarında yeni besleme malzemeleri hazırlanarak yeniden öğütme deneyleri yapılmış daha sonra öğütülen tane boyu aralığının öğütme süresi ile değişimini gösteren grafikler çizilmiştir (Şekil 3.11). Eşitlik 2.7 kullanılarak doğrusal olmayan regresyon analizi ile 3 cm bilyalar için her fraksiyonun özgül kırılma hızı belirlenmiştir. Elde edilen özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimi (Şekil 3.12) incelendiğinde, bu ilişkinin de Eşitlik 2.24 ile ifade edilebileceğine karar verilerek a , α , μ ve Λ parametreleri belirlenmiştir. Modelden hesaplanan ve ölçülen kırılma hızlarının tane boyu ile değişimi Şekil 3.12 ve model parametre değerleri Ek-1'de verilmiştir.



Şekil 3.11. 3 cm bilya için yapılan tekrar deneylerinde en üst tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesinin öğütme süresi ile değişimi



Şekil 3.12. 3 cm bilyalar ile yapılan tekrar deneylerinde hesaplanan ve ölçülen özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimi

3.3.2. Birincil Kırılma Dağılım Fonksiyonlarının Belirlenmesi

B değeri, herhangi bir fraksiyonun kırıldığında alt boylara hangi oranlarda geçeceğini gösteren bir parametre olduğundan, tekrar kırılma olayının gerçekleşmeyeceği kadar kısa öğütme süresinin sonunda belirlenmesi gerekmektedir. Austin (1984), bunu fraksiyonun %20-25'inin elek altına geçeceği süre olarak tanımlamıştır. Bu çalışmada 0.33 dakika öğütmenin uygun olduğu bulunmuştur.

-6.7 +4.75, -4.75 +3.35, -2.36 +1.7, -1.7 +1.18 ve -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında besleme malzemelerinin B değerleri BII yöntemi ile belirlenmiştir (Bkz.2.6.1). B değerlerinin tane boyu ile değişimini ifade eden matematiksel ilişkide kullanılan γ , ϕ , δ ve β parametreleri doğrusal olmayan regresyon analizi ile hesaplanmıştır. Doğrusal kırılma gözlenmeyen iri tane boylarında B parametreleri belirlenmemiştir. İnce tane boylarında B değerlerinin bilya çapı ve besleme tane boyu ile değişmediği (normalize olduğu) gözlenmiştir. B değerlerinin tane boyu ile değişimini ifade eden eşitlikteki parametre değerleri; δ için 0.00187 -ki bu değer 0'a yaklaşması B değerlerinin normalize olduğunun göstergesidir-, ϕ için 1.0727, γ için 1.00035, β için 5.5 olarak bulunmuştur. γ değerinin, özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimini ifade eden Eşitlik 2.24'deki α parametresine yakın bir değer göstermesi bulunan B değerlerinin güvenilir olduğunu göstermektedir.

4. BENZETİŞİM ÇALIŞMALARI

Kuvars numunesinin kırılma parametreleri (B ve S), altı fraksiyon (-6.7 +4.75, -4.75 +3.35, -2.36 +1.7, -1.7 +1.18 ve -1.18 +0.85 mm) için ayrı ayrı belirlendikten sonra, Reid çözümü kullanılarak kesikli öğütme deneylerinin benzetişimi yapılmış ve ürün tane boyu dağılımları hesaplanmıştır.

Daha sonra karışık çapta bilya kullanılarak yapılan öğütme sonuçlarını görmek amacı ile -1.18 +0.85 mm ve -1.18 mm tane boyunda besleme malzemeleri hazırlanmış, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütme deneyleri yapılmıştır. İlk deneylerde kırılma hız ve kırılma dağılım fonksiyonları için oluşturulan modeller yardımıyla, öğütücü ortam içindeki farklı çaptaki bilyaların kırılma hızı üzerine etkilerinin kütleli fraksiyonları ile orantılı olması ilişkisi kullanılarak (Bkz. 2.7.1) ürün tane boyu dağılımları Reid çözümü ile belirlenmeye çalışılmıştır.

4.1 Tek Tane Fraksiyonlarının Tek Çapta Bilyalar Kullanılarak Öğütülmesi Durumunda Reid Çözümü Yardımıyla Ürün Tane Boyu Dağılımlarının Belirlenmesi

Özgül kırılma hızının tane boyu ile değişimi 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalar için incelendiğinde (Şekil 3.6), ince tane boylarında 3 cm çapında bilyaların daha yüksek S değerleri vermesi beklenirken, yapılan deneylerde bu sonucun gözlenmemesi üzerine -2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85 ve -0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında besleme malzemeleri hazırlanarak kesikli öğütme deneyleri tekrarlanmış, ancak sonuçlarda bir değişme gözlenmemiştir. Bu nedenle 3 cm çapında bilyalar modeli sınamak amacı ile gerçekleştirilen deneylerde kullanılmamıştır.

4 cm, 5 cm ve 6 cm bilyalar için S'nin tane boyu ile değişimini ifade eden model parametreleri incelendiğinde α ve Λ parametrelerinin bilya çapı ile fazla değişmediği gözlenmiştir. a ve μ değerlerinin bilya çapı ile değişimi incelendiğinde bu değerler ile bilya çapı arasında;

$$a=4.147 \times (1/d)^{1.315}$$

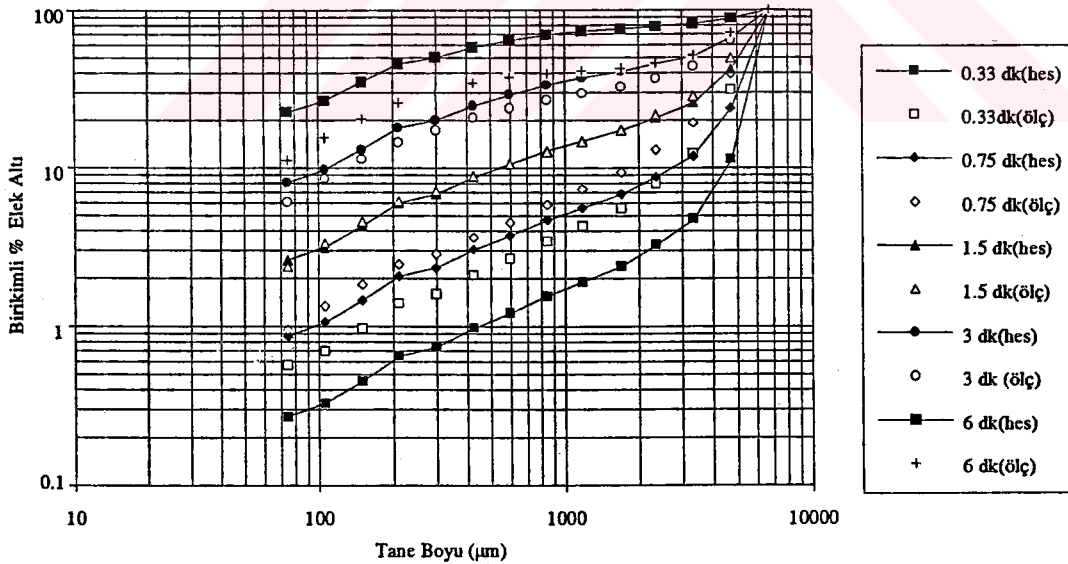
$$\mu=1.27 \times d^{0.682}$$

şeklinde ilişki kurulmuştur. Yukarıdaki eşitlikten hesaplanan ve ölçülen a ve μ değerleri Çizelge 4.1'de verilmiştir.

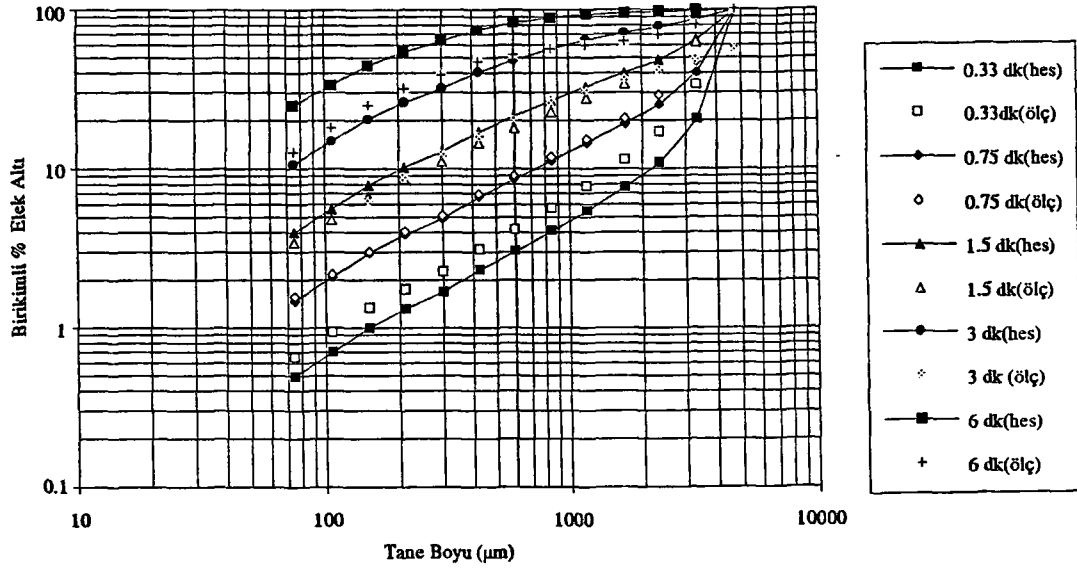
Çizelge 4.1 Ölçülen ve hesaplanan a ve μ değerleri

Bilya	a Değerleri		μ Değerleri	
	Ölçülen	Hesaplanan	Ölçülen	Hesaplanan
4 cm Bilya	0.692	0.694	3.212	3.267
5 cm Bilya	0.522	0.515	3.910	3.804
6 cm Bilya	0.399	0.404	4.256	4.307

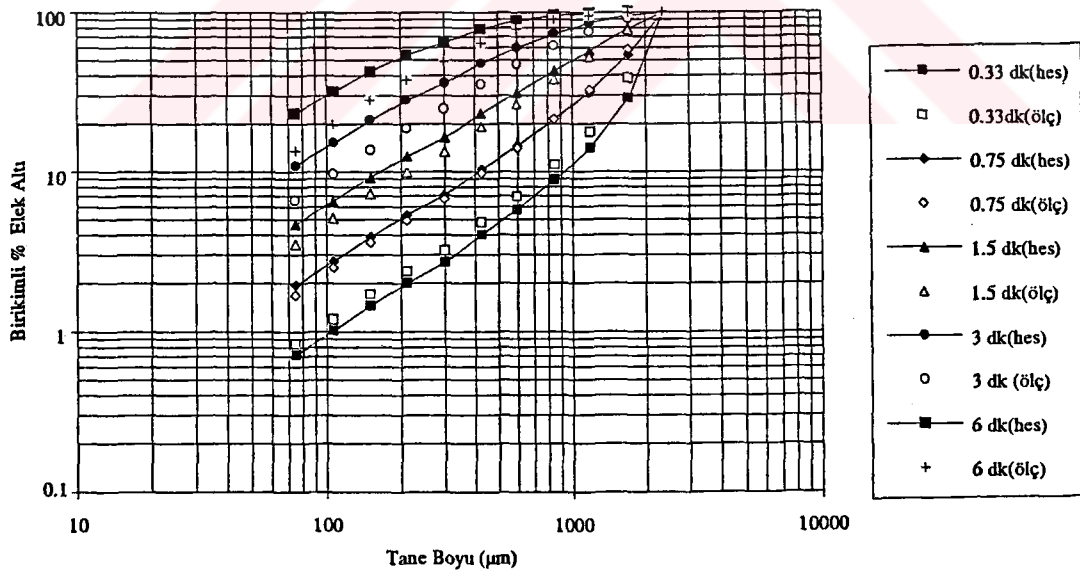
Laboratuvar değirmenin benzetimi Reid çözümü (Eşitlik 2.25) kullanılarak yapılmıştır. Reid çözümü için hazırlanan bilgisayar programına, besleme tane boyu dağılımı, kesikli öğütme deneyleri ile belirlenen kırılma parametreleri (B ve S) ve öğütme süreleri girilerek, ürün tane boyu dağılımları hesaplanmıştır. Hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılım değerleri Ek-2'de ve birikimli elek altı değerlerinin tane boyuna karşı grafikleri Şekil 4.1-28'de verilmiştir.



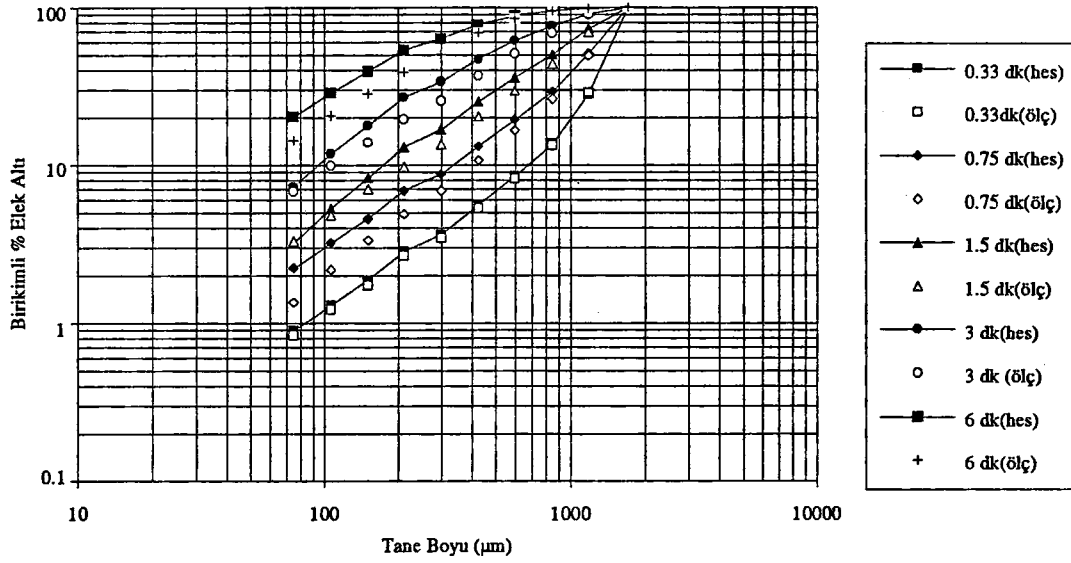
Şekil 4.1. -6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



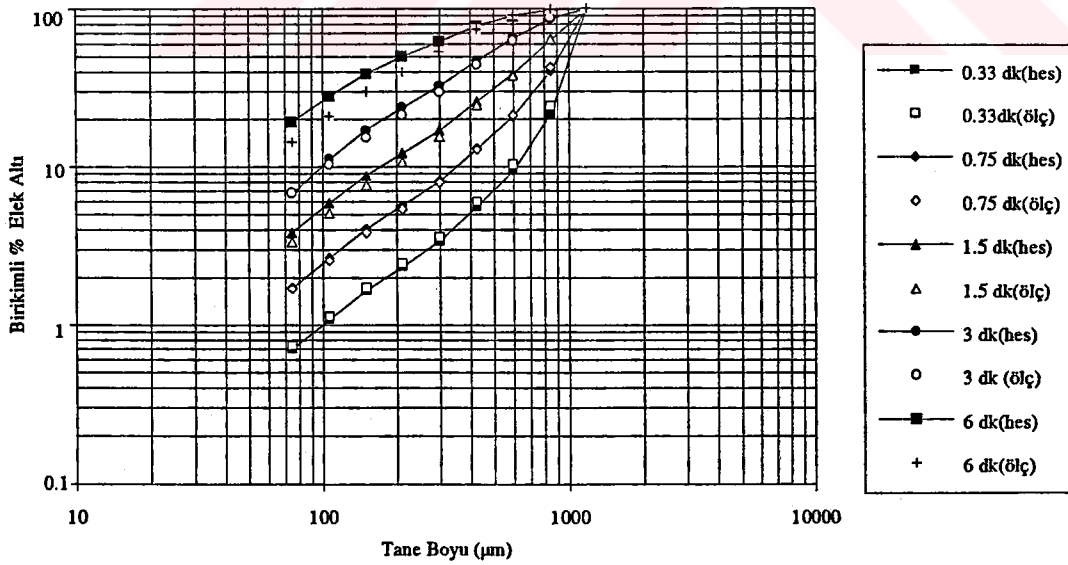
Şekil 4.2. -4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



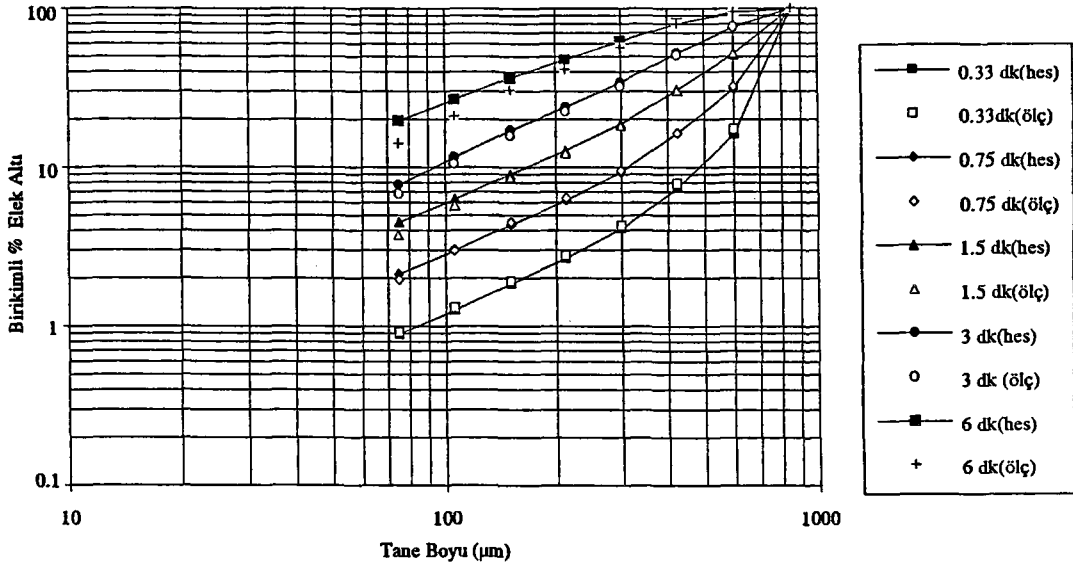
Şekil 4.3. -2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



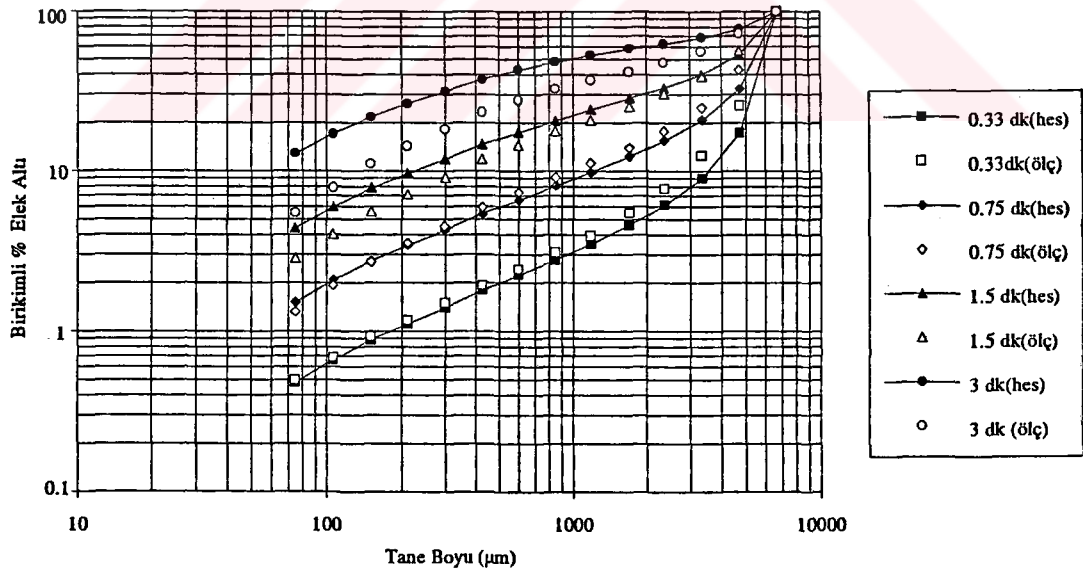
Şekil 4.4. -1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



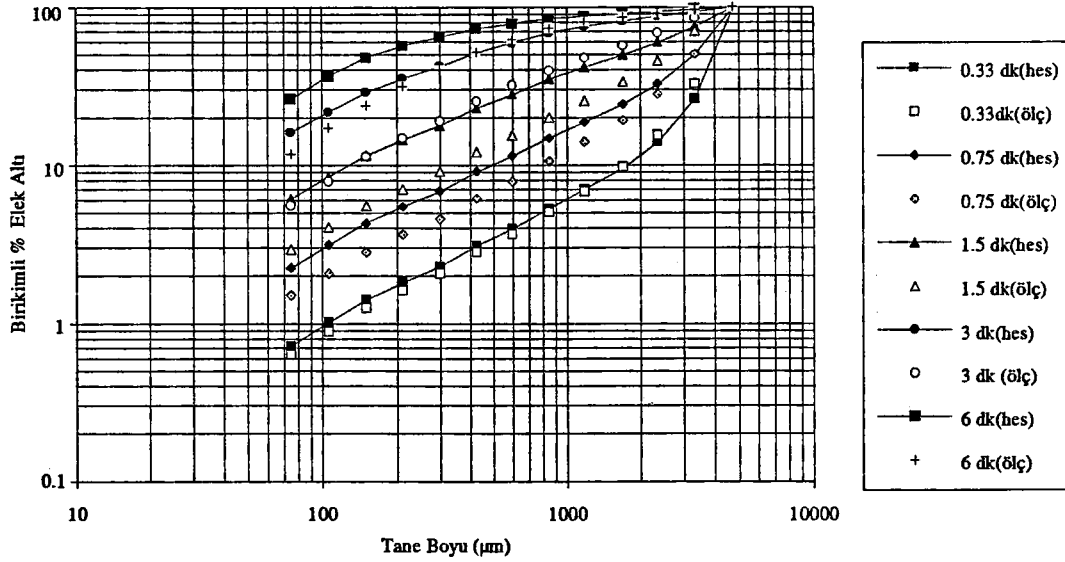
Şekil 4.5. -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



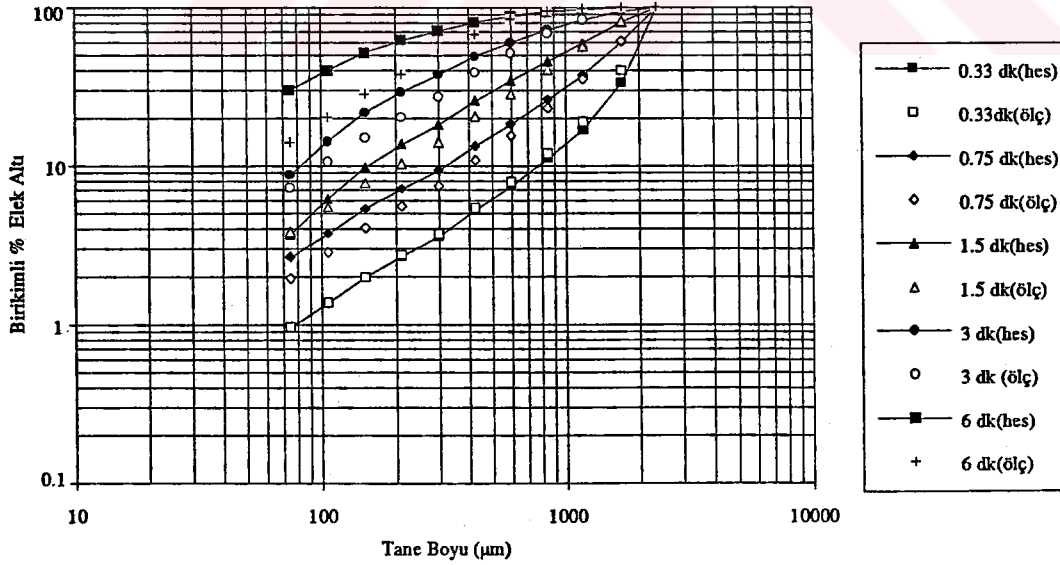
Şekil 4.6. -0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



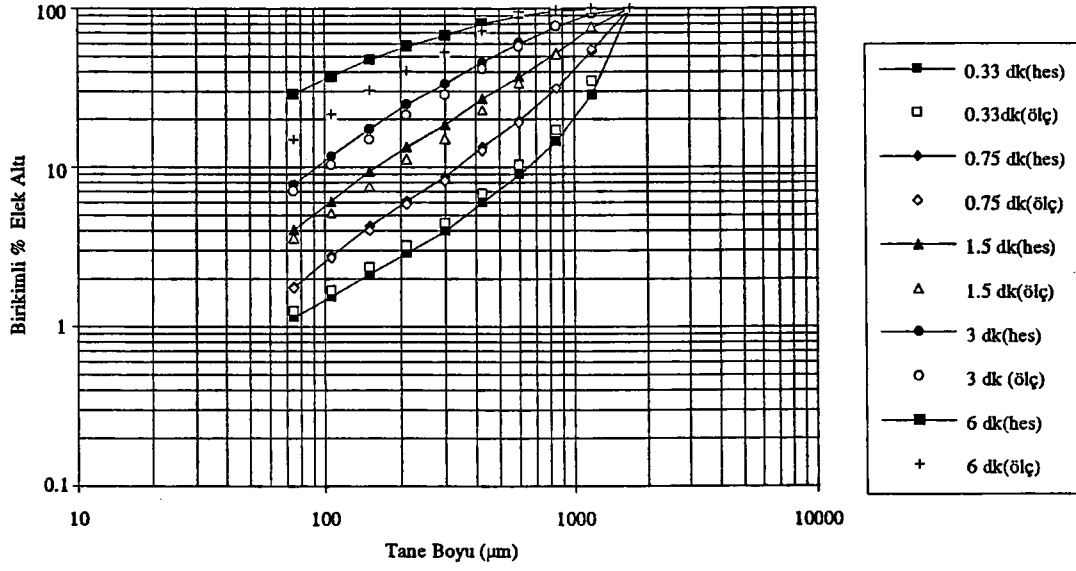
Şekil 4.7. -6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



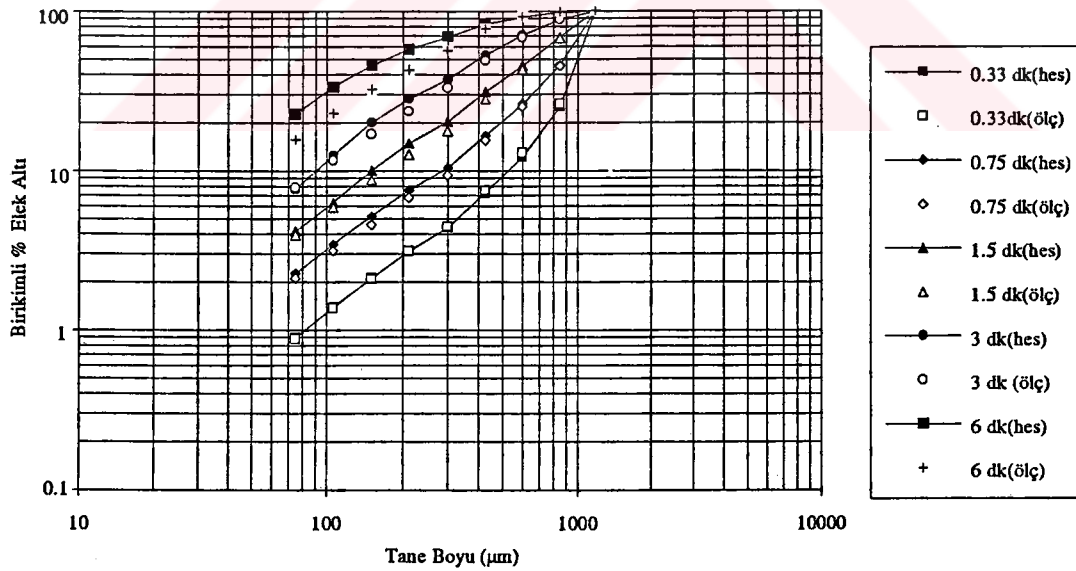
Şekil 4.8. -4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



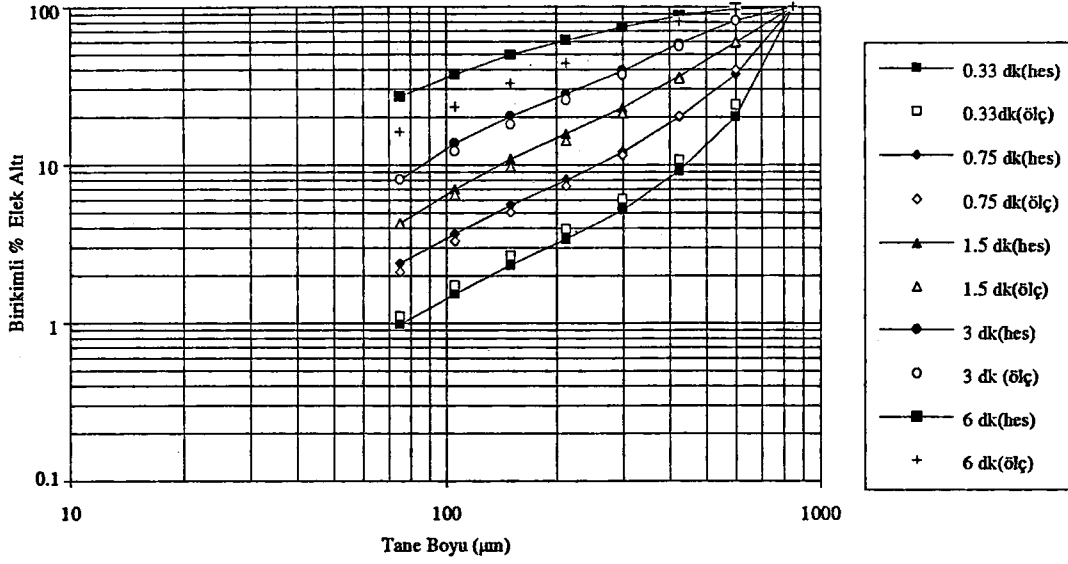
Şekil 4.9. -2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



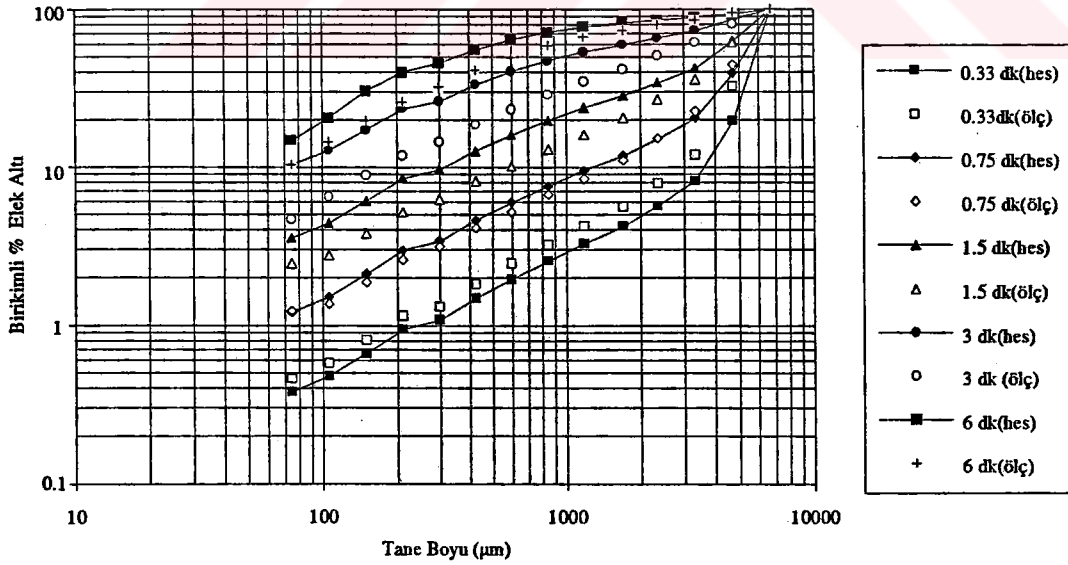
Şekil 4.10. -1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



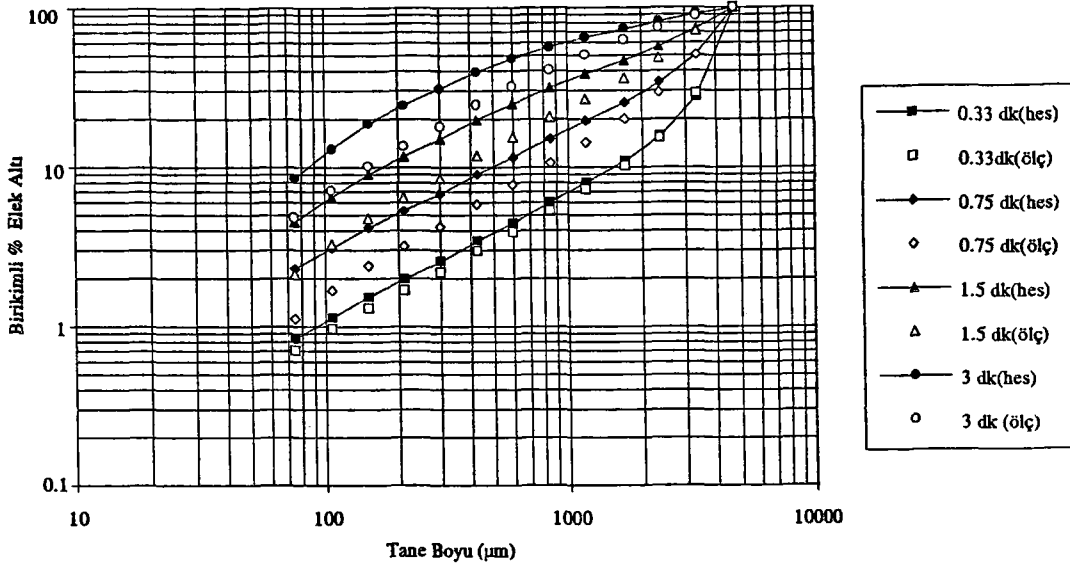
Şekil 4.11. -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



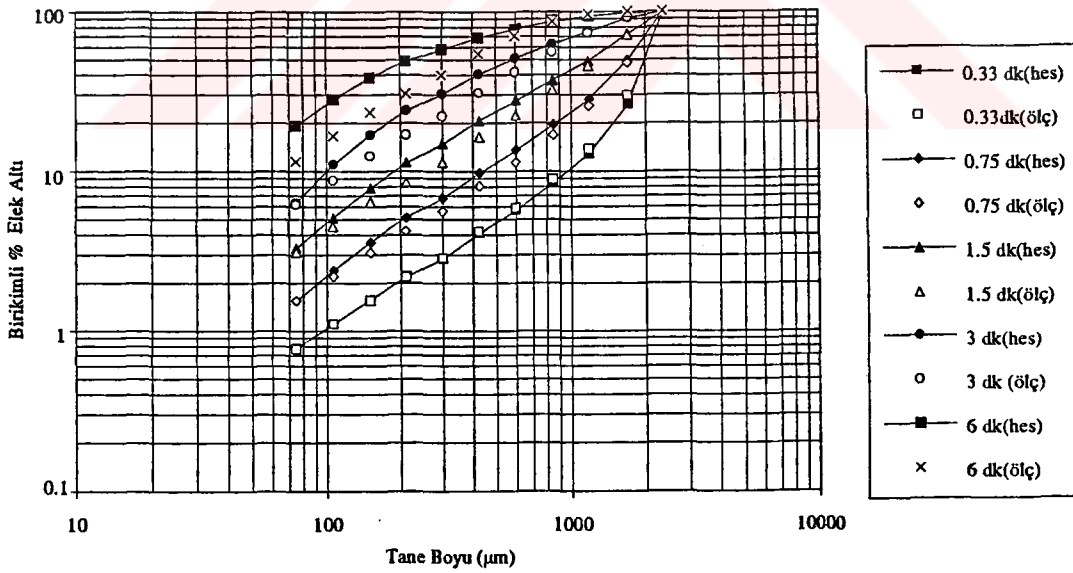
Şekil 4.12. -0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



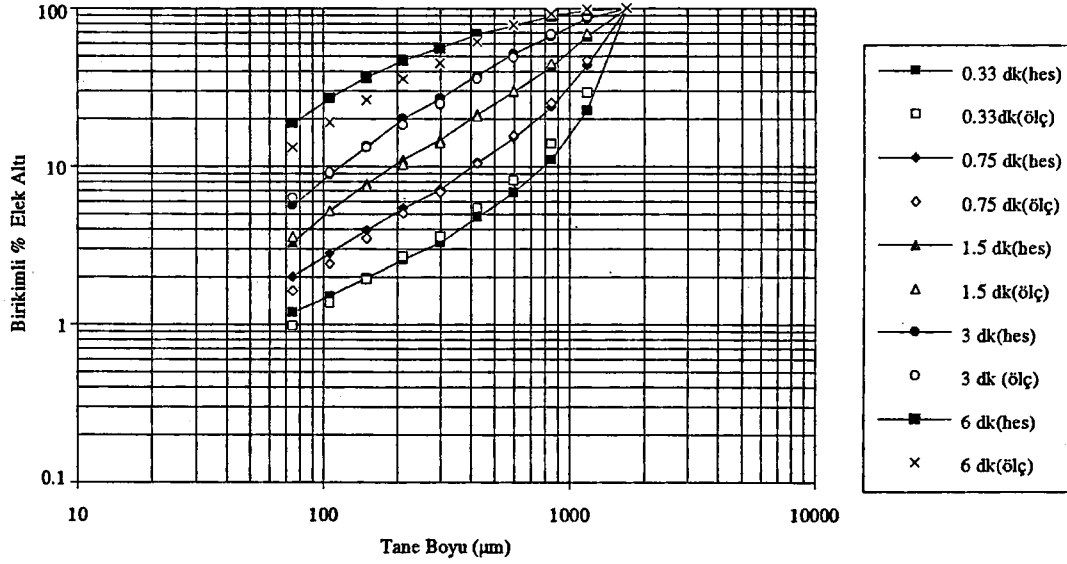
Şekil 4.13. -6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



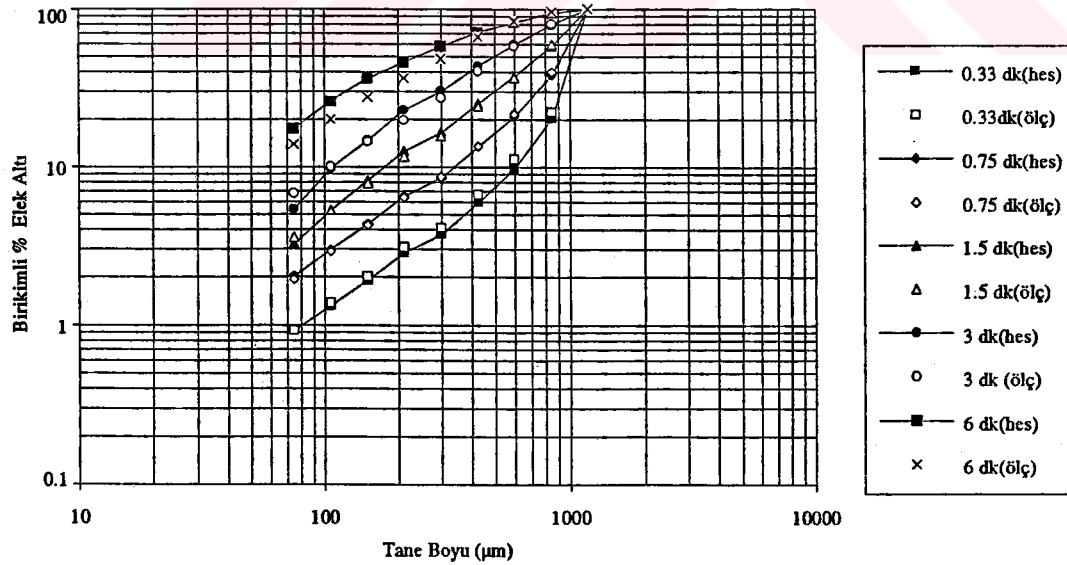
Şekil 4.14. -4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



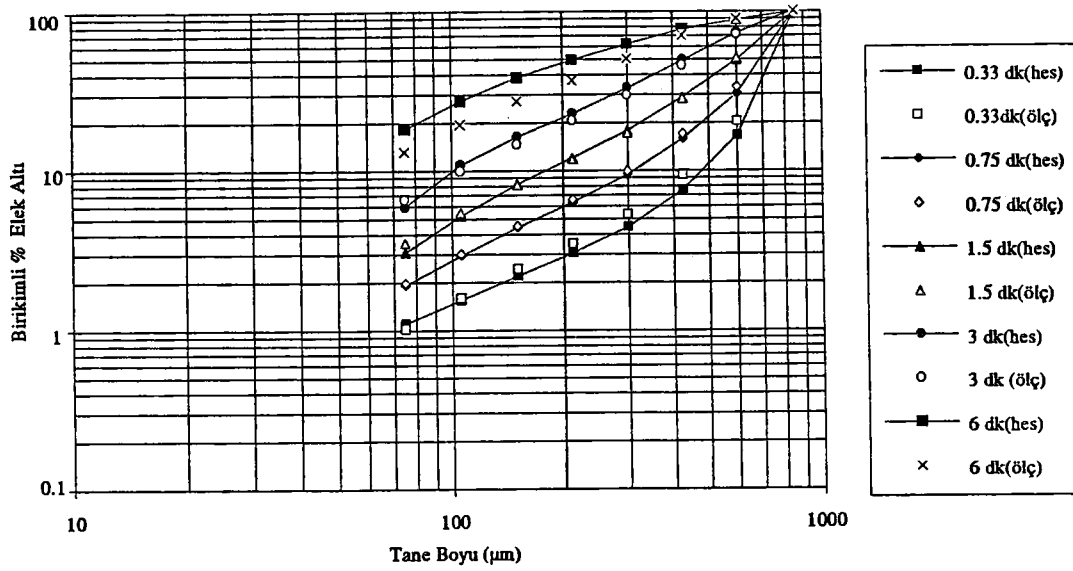
Şekil 4.15. -2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



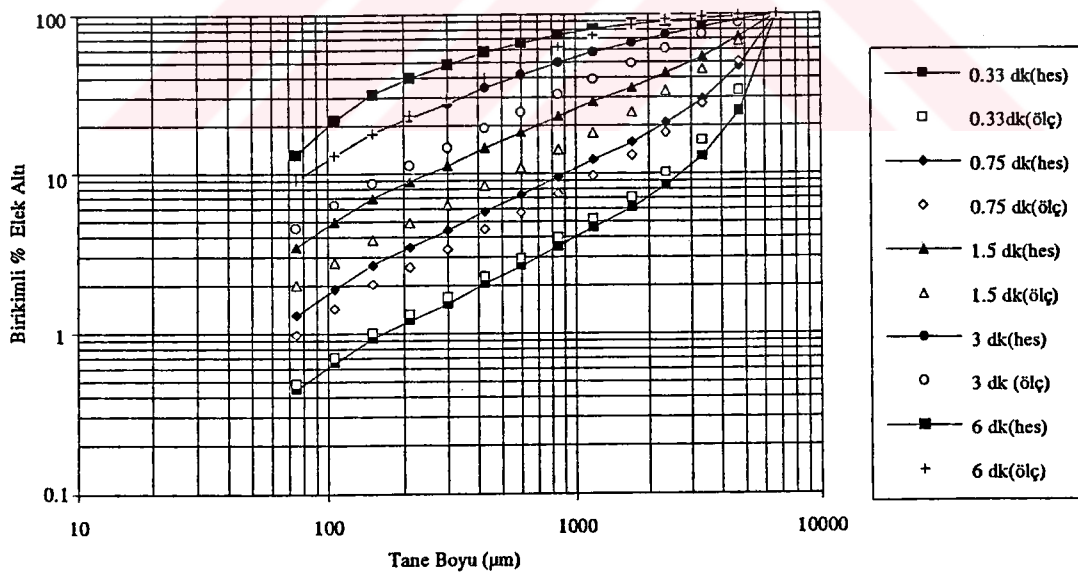
Şekil 4.16. -1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



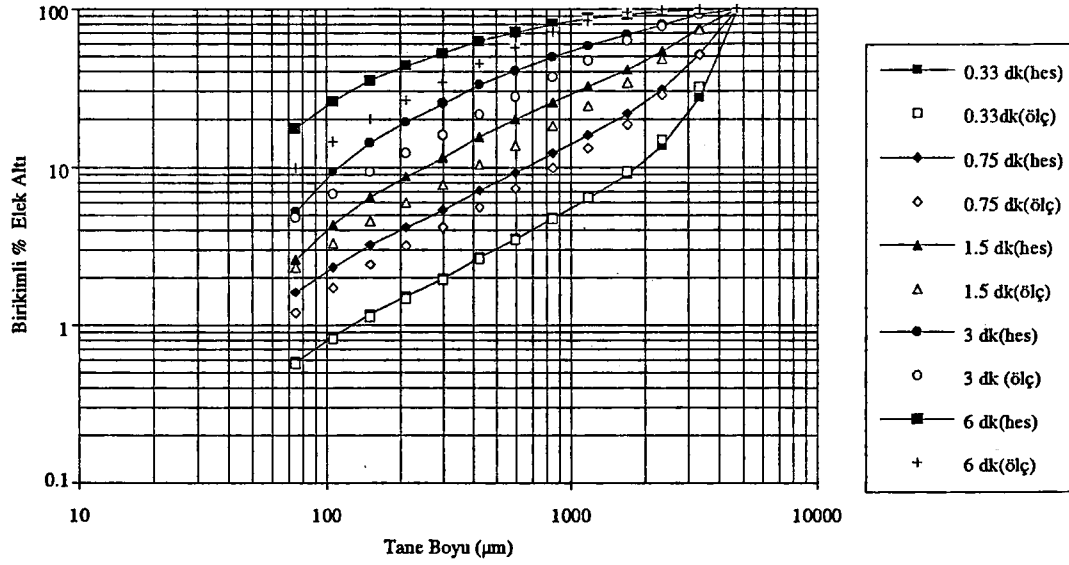
Şekil 4.17. -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



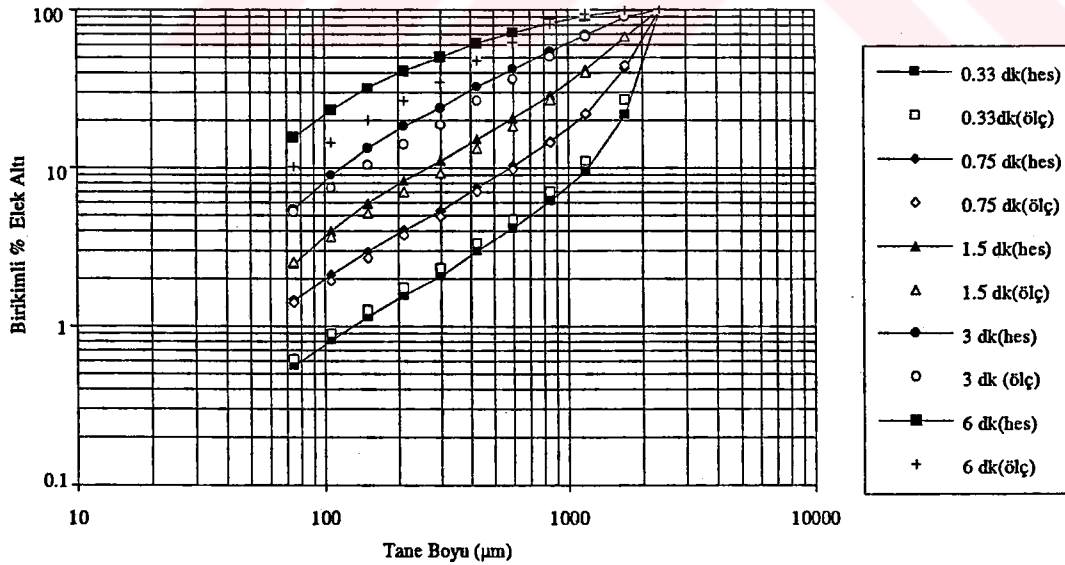
Şekil 4.18. -0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



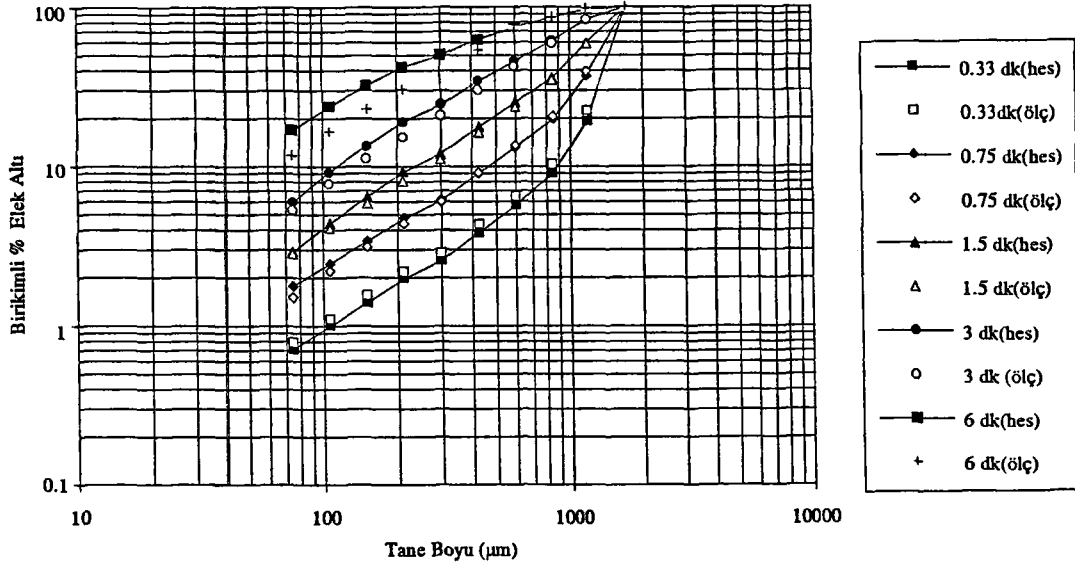
Şekil 4.19. -6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



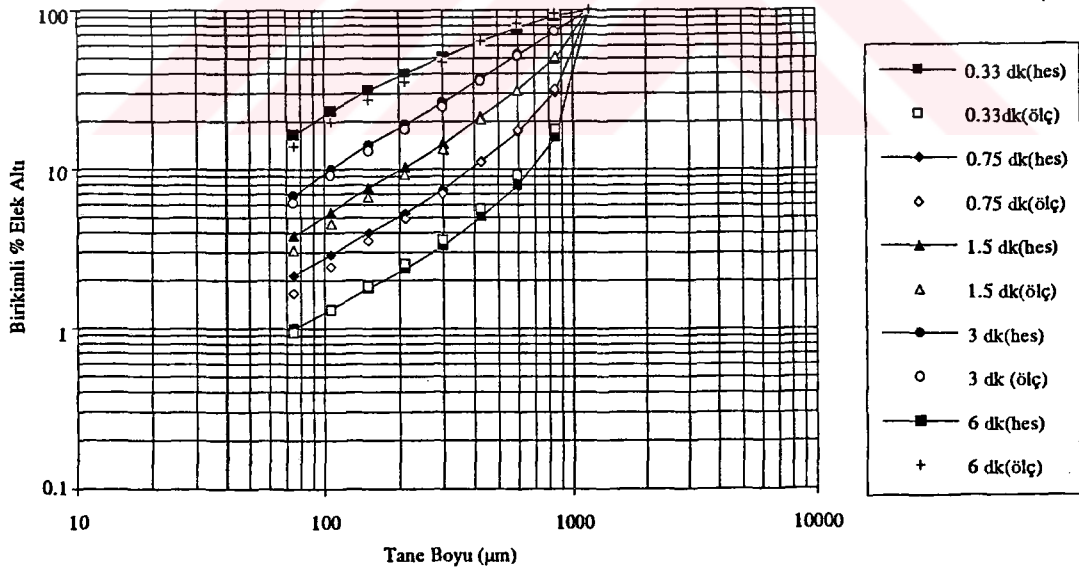
Şekil 4.20. -4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



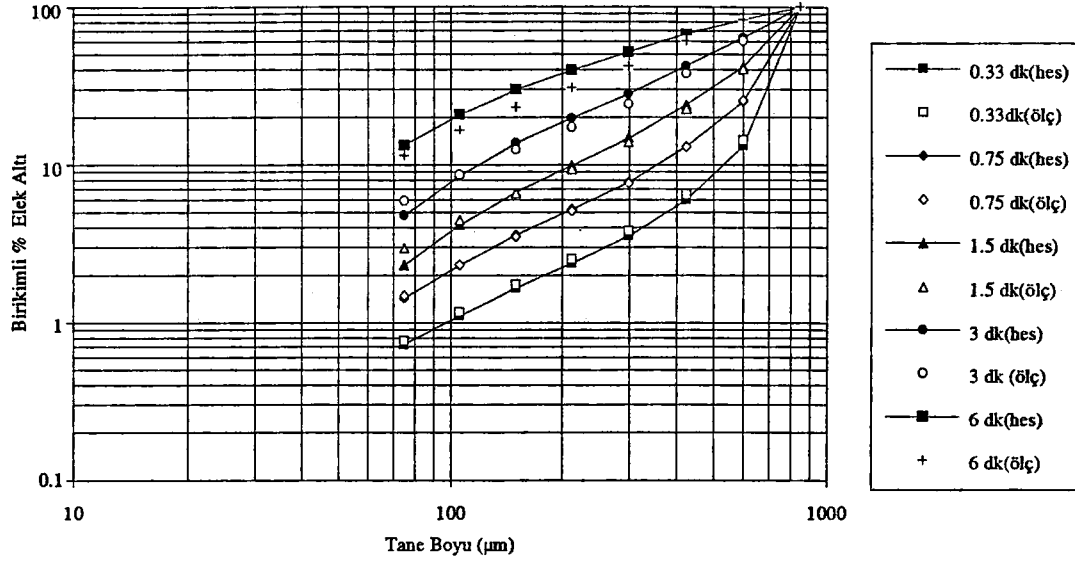
Şekil 4.21. -2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



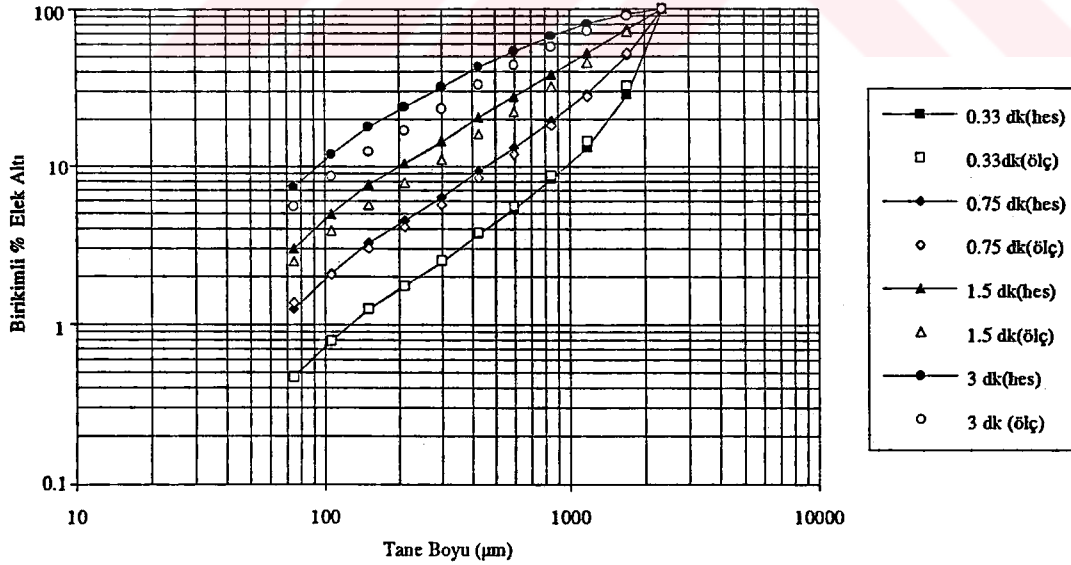
Şekil 4.22. -1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



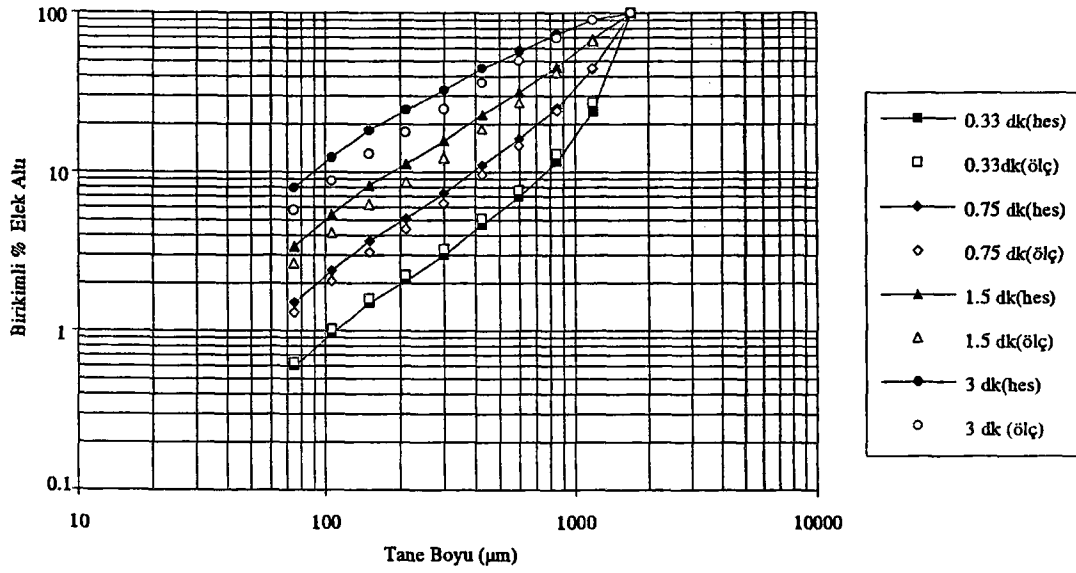
Şekil 4.23. -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



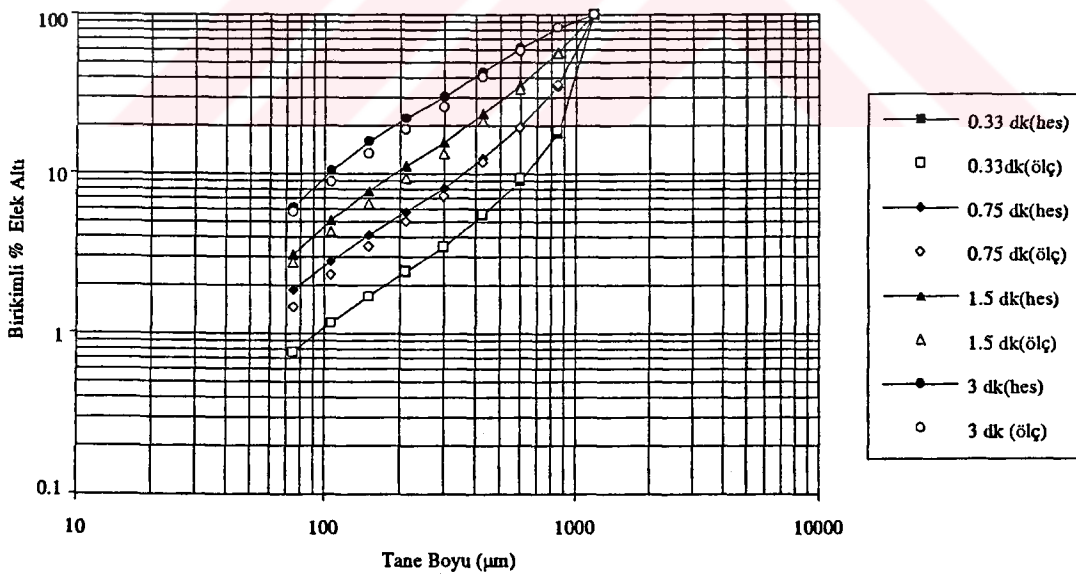
Şekil 4.24. -0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları



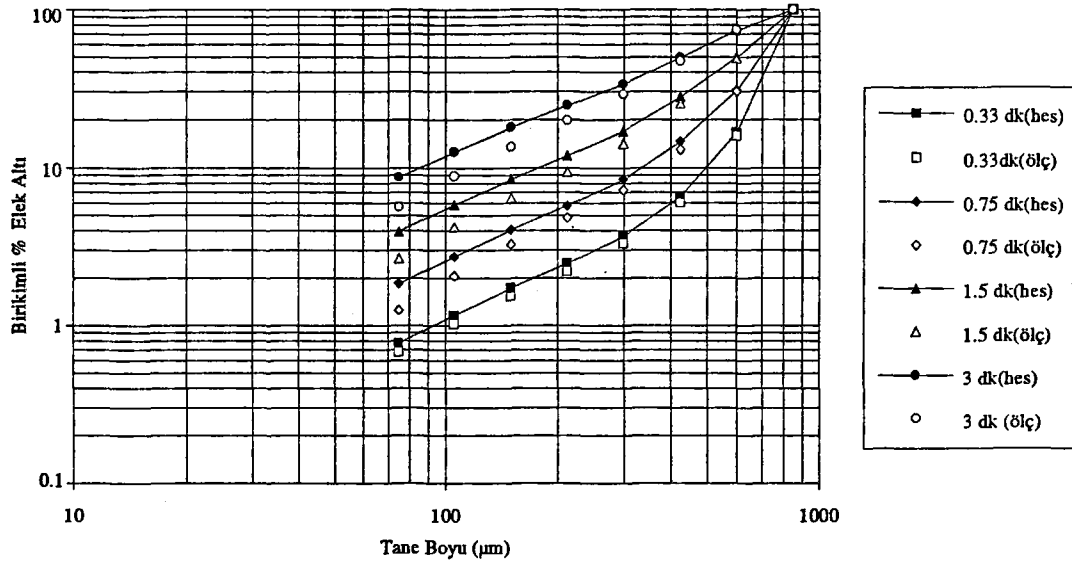
Şekil 4.25. -2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları (Tekrar deneyleri)



Şekil 4.26. -1.7 +1.18mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları (Tekrar deneyleri)



Şekil 4.27. -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları (Tekrar deneyleri)



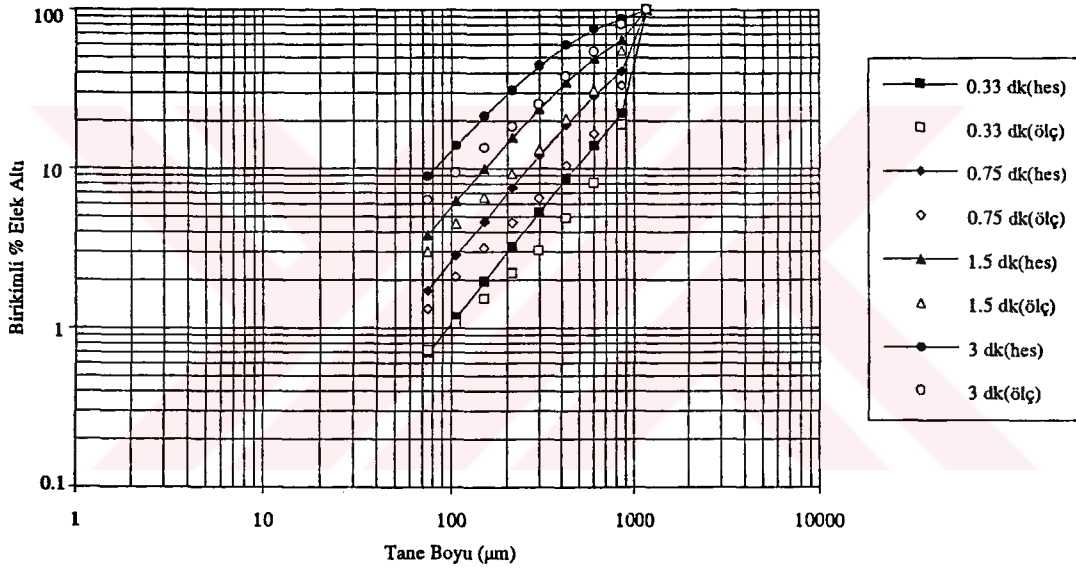
Şekil 4.28. -0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak kesikli öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen ürün tane boyu dağılımları (Tekrar deneyleri)

4.2. Karışık Çapta Bilyalardan Oluşan Öğütücü Ortam Kullanılarak Yapılan Kesikli Öğütme Deneylerinde Reid Çözümü Kullanılarak Ürün Tane Boyu Dağılımlarının Belirlenmesi

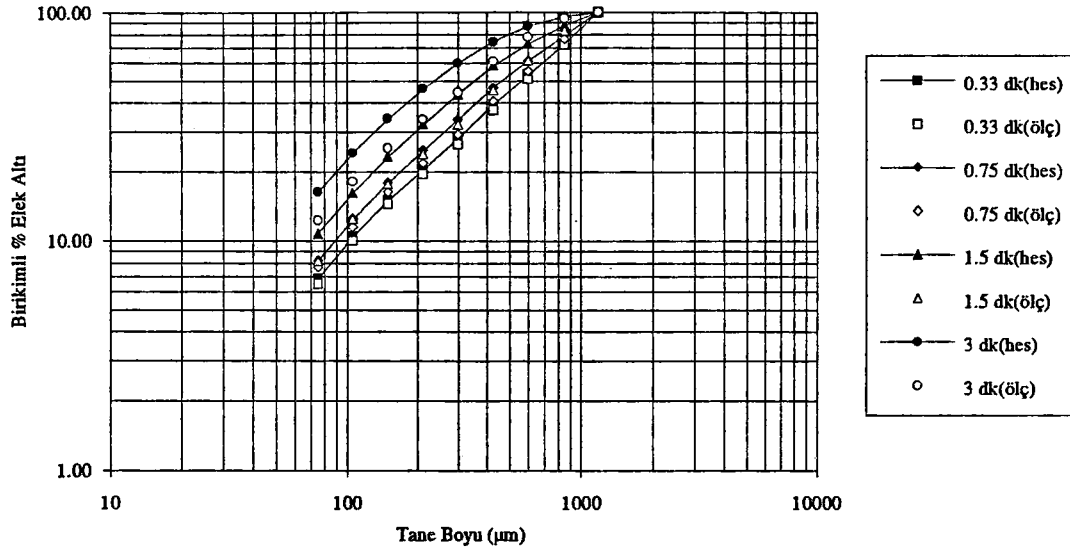
Karışık dağılımda bilyaların öğütmeye etkisini görmek üzere, tüm deneylerde doğrusal kırıldığı gözlenen -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında ve -1.18 mm tane boyunda deney numuneleri hazırlanmıştır. İlk deneylerdeki öğütme koşulları sabit tutulmuş ancak, ağırlıkça yüzdeleri sırasıyla % 57, % 24 ve % 19 olan 4 cm, 5 cm ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılmıştır. Öğütücü ortamın bilyalar arası boşluk oranı % 47 olarak belirlenmiştir. Bilyalar arası boşluğun % 75'inin malzeme ile dolmasını sağlayan malzeme yığın hacmi 1570 cm^3 olarak hesaplanmıştır.

İlk deneylerde bulunan B değerlerinin normalize olması ve bilya çapı ile değişmemesi nedeni ile Reid çözümünde aynı β , δ , ϕ ve γ parametre değerleri kullanılmıştır. Bilya dağılımı ile öğütme gerçekleştirildiğinde, malzemenin özgül kırılma hızının öğütücü ortam içindeki farklı çapta bilyaların ağırlıkça yüzdeleri ile orantılı olması ilişkisinden faydalanılmıştır (Bkz. 2.7.1).

-1.18 +0.85 mm ve -1.18 mm tane boyunda malzemelerin % 57, 4 cm; % 24, 5 cm ve % 19, 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak, 0.33, 0.75, 1.5 ve 3 dakika kesikli öğütme ürün tane boyu dağılımları Reid çözümü kullanılarak belirlenmeye çalışılmıştır. Ürün tane boyu dağılımını belirleyebilmek amacı ile oluşturulan bilgisayar programına besleme tane boyu dağılımı, öğütme süreleri, B'nin tane boyu ile değişimini ifade eden model parametreleri, bilyaların öğütücü ortam içindeki kütleli fraksiyonları ve her bilya için kırılma hız model parametreleri girilmiştir. Ölçülen ve hesaplanan ürün tane boyu dağılımları Şekil 4.29-30' da ve bu değerlerin toplu sonuçları Ek-3'de verilmiştir.



Şekil 4.29. -1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 4, 5 ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen tane boyu dağılımları



Şekil 4.30. -1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 4, 5 ve 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi sonucu hesaplanan ve ölçülen tane boyu dağılımları

5. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRMESİ

Yapılan çalışmalar sonunda her fraksiyon için, deneysel verilere oldukça iyi uyum gösteren kırılma hızı (S) değerleri belirlenmiştir. 3 cm çapında bilyalar için -6.7 +4.75 mm ve -4.75 +3.35 mm fraksiyonlarında iyi bir uyum gözlenmemiştir. 4 ve 5 cm çapında bilyalar için -6.7 +4.75 mm fraksiyonlarında da 3 cm çapında bilyadaki kadar olmasa da uyumda bir bozulma gözlenmektedir. Bu laboratuvar çaplı değirmenlerde iri malzemenin yeterince kırılmamasından kaynaklanmaktadır. Her bilya için, tüm fraksiyonların doğrusal olmayan regresyon ile S değerlerinin belirlenmesinde sağlanan R² değerleri Ek-1'de verilmiştir.

Şekil 3.6. incelendiğinde tüm bilya çapları için kırılma hızının tane boyu büyüdükçe belirli bir değere kadar arttığı daha sonra ise azaldığı görülmektedir. Bilya çapı büyüdükçe kırılma hızının maksimum olduğu tane boyu da artmaktadır. Bunun nedeninin bilya çapının büyümesi ile tanelere etkiyen darbe kuvvetinin artması olduğu söylenebilir.

-2.36 +1.7, -1.7 +1.18, -1.18 +0.85 ve -0.85 +0.6 mm fraksiyonlarının 3 cm bilyalar ile öğütülmesinde, diğer bilyalarla sağlanan kırılma hızlarından daha yüksek değerler elde edilmesi beklenirken deney sonuçları bu durumu doğrulamamıştır. Bu nedenle, deneysel hata olup olmadığını sınamak amacı ile yukarıda belirtilen fraksiyonlarda tekrar deneyleri yapılmıştır. Sonuçlarda bir değişiklik gözlenmemiştir. Bu durumun, değirmen çapının küçük olması nedeni ile 3 cm çapında bilyaların malzemeyi kırmaya yetecek darbe kuvveti oluşturamamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu nedenle 3 cm çapında bilyalar, bilya dağılımının benzetişim çalışmalarında öğütücü ortama dahil edilmemiştir.

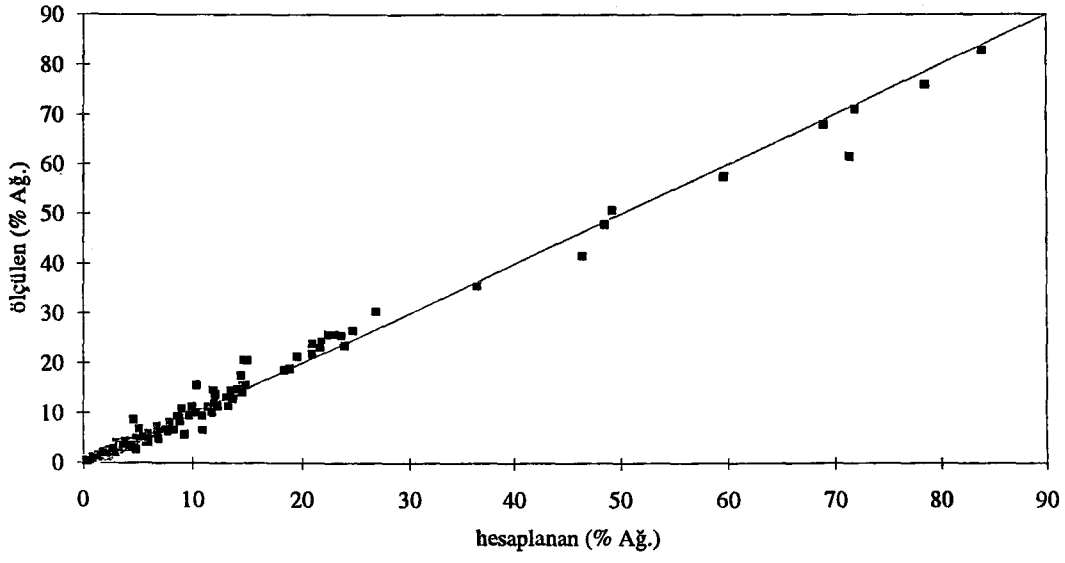
Her bilya için (3 cm bilyalar ve tekrar deneyleri dahil) kırılma hızının tane boyu ile değişimini ifade etmek üzere Eşitlik 2.24'de a , α , μ ve Λ parametreleri belirlenmiştir. 5 cm bilyalar için, -4.75 +3.35 ve -2.36 +1.7 mm fraksiyonlarının kırılma hızları, kesikli öğütme deneylerinde deneysel hata olduğunun düşünülmesi nedeni ile, kırılma hız parametrelerinin belirlenmesinde, doğrusal olmayan regresyon analizine dahil edilmemiştir. a , α , μ ve Λ parametrelerinin kullanılması ile hesaplanan ve ölçülen kırılma hızlarının birbirine uyumlu olduğu gözlenmiştir (Şekil 3.7-10; Ek-1). Doğrusal olmayan regresyon sonunda oldukça iyi bir uyum bulunmuştur. R² değerleri Ek-1'de verilmiştir.

Yapılan hesaplamalar sonunda birincil kırılma dağılım değerlerinin (B), besleme tane boyundan bağımsız, normalize ($\delta=0.00187$) ve bilya çapı ile değişmeyen bir ilişki gösterdiği gözlenmiştir. Kırılma dağılım parametrelerinden γ 'nın kırılma hız parametrelerinden α değerine çok yakın bir değerde olması bulunan B değerlerinin güvenilir olduğunu göstermektedir.

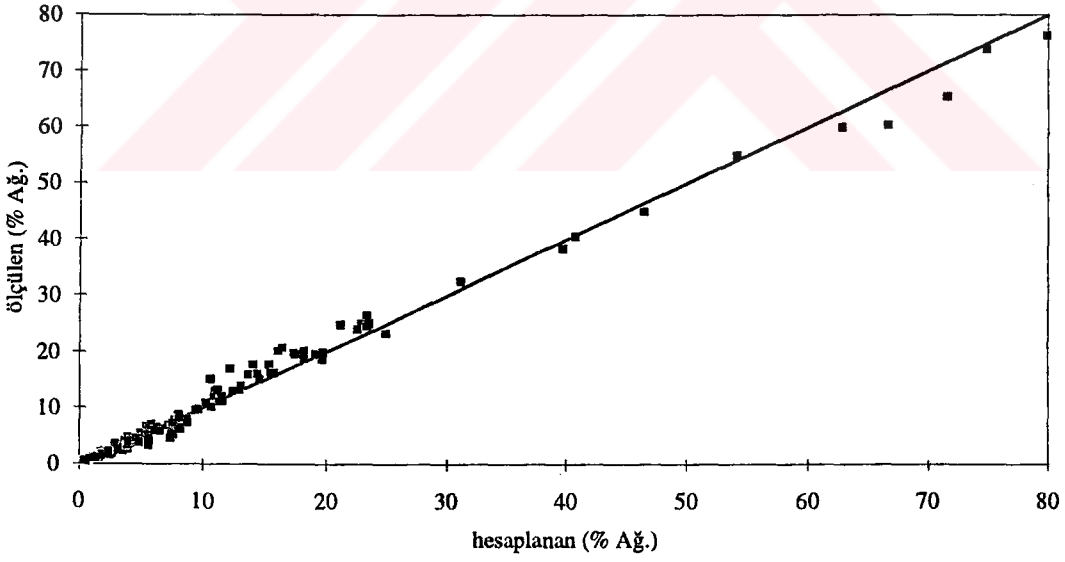
Her bilya çapı için, tüm fraksiyonlarda kırılma parametreleri belirlendikten sonra oluşturulan model yardımıyla 6 fraksiyonun kesikli öğütme ürün tane boyu dağılımları Reid çözümü kullanılarak belirlenmiştir. Bütün bilyalarda -6.7 +4.75 mm ve -4.75 +3.35 mm tane boyu aralıklarında malzemelerin öğütülmesinde ölçülen ve hesaplanan ürün tane boyu dağılımları uyumlu sonuçlar vermemiştir. -6.7 +4.75 mm ve -4.75 +3.35 mm fraksiyonlarının çalışılan değirmen boyutlarında öğütülmesinin uygun olmadığı sonucuna varılmıştır. Literatürde de bu irilikte taneler öğütme parametrelerinin belirlenmesinde genellikle kullanılmamaktadır (Austin et.al., 1984).

6. dakika için ölçülen ve hesaplanan ürün tane boyu dağılımlarında uyum bozulmaya başlamıştır. Benzetişim çalışmaları ile hesaplanan ürün tane boyu dağılımlarında 6. dakikada daha fazla ince oluşumu beklerken, deneylerde oluşan ince miktarı daha azdır. Deneysel çalışmalar sırasında bilyaların malzeme ile kaplanmadığı, ayrıca yastıklanma etkisi yaratacak kadar ince malzeme üretilmediği gözlenmiştir. Bu nedenle deneysel çalışmalarda, benzetişim çalışmaları ile hesaplanandan daha az ince malzeme oluşmasının, ince tanelerin öğütmeye karşı dayanımının artması ile oluştuğu düşünülmektedir.

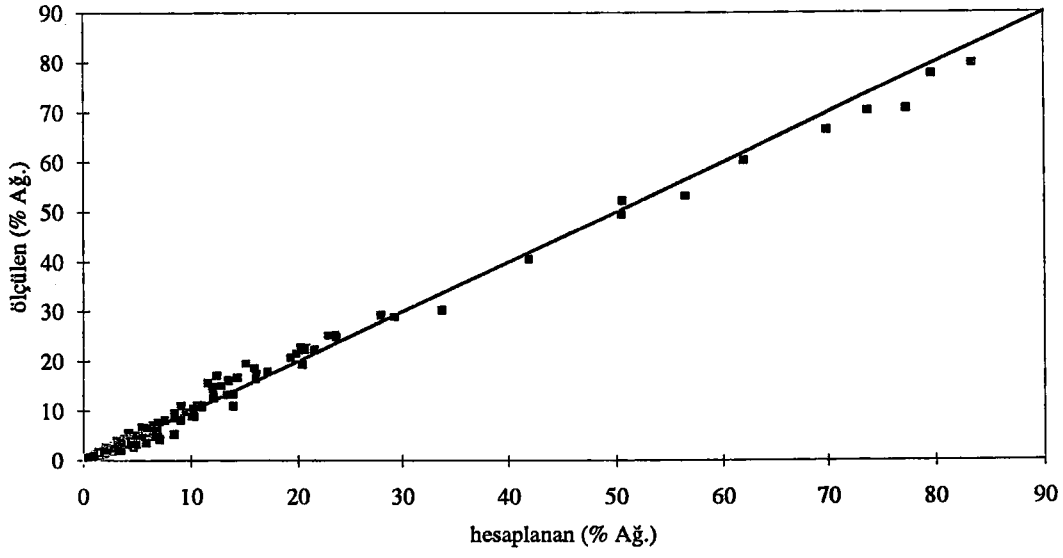
Yapılan benzetişim çalışmaları sonunda, tüm bilya çapları için -6.7 +4.75 mm ve -4.75 +3.35 mm fraksiyonları ve 6. dakika sonuçları dışındaki toplu sonuçlar aşağıdaki grafiklerde özetlenmiştir (Şekil 5.1-4). Her bir grafikte toplam 154 nokta için herhangi bir tane boyu aralığında kalan malzeme yüzdesi olarak ölçülen ve hesaplanan değerler sunulmaktadır.



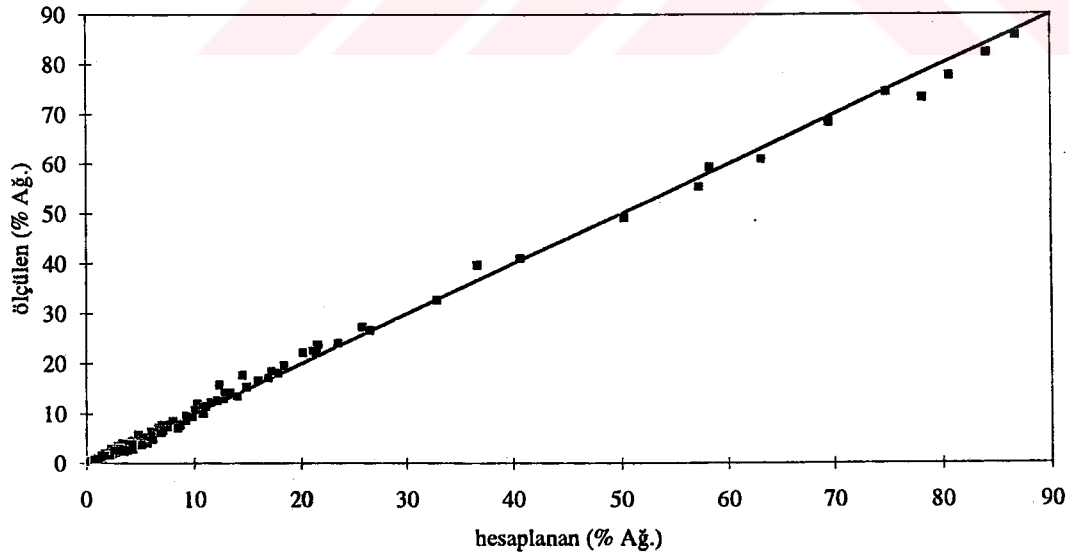
Şekil 5.1. 3 cm bilyalarla yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler



Şekil 5.2. 4 cm bilyalarla yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler



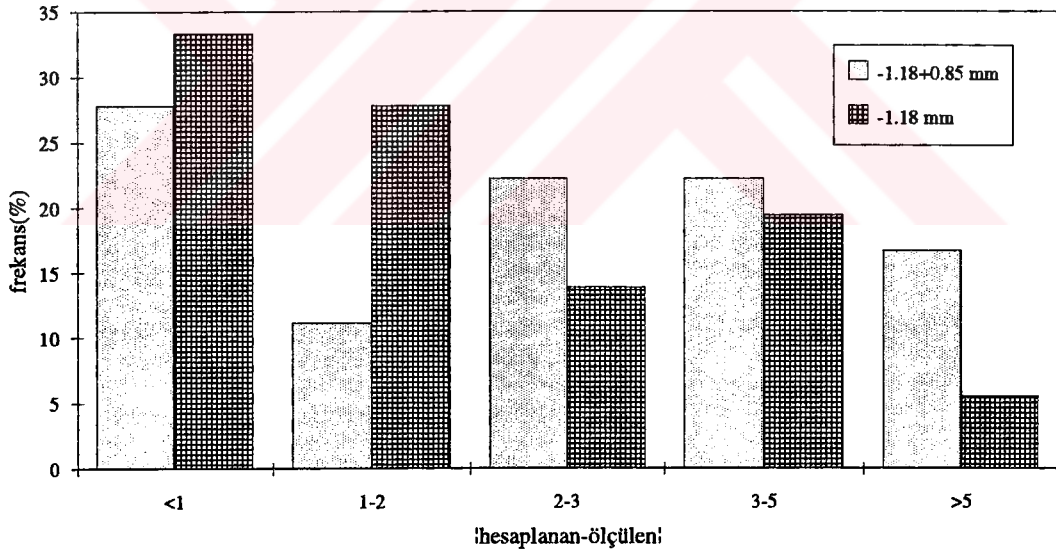
Şekil 5.3. 5 cm bilyalarla yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler



Şekil 5.4. 6 cm bilyalarla yapılan öğütme sonucu hesaplanan ve ölçülen değerler

Tüm bilyalar için hesaplanan ve ölçülen değerlerin oldukça uyumlu olduğu söylenebilir. Deneysel noktalar genellikle, ideal durumu gösteren doğru civarında toplanmaktadır.

Şekil 4.29-30 daki bilya karışımı ile öğütme sonuçları ilk bakışta uyumun iyi olmadığı izlenimini vermektedir. Bunun başlıca nedeninin, hesaplanan her bir tane boyu aralığındaki değerlerin çoğu kez ölçülen değerlerden yüksek değer vermesi olduğu düşünülmektedir. Bu şekilde birikimli yüzde elekaltı değerleri hesaplandığında hata giderek büyümektedir. Bu amaçla, (hesaplanan-ölçülen) değerleri mutlak değer olarak belirlenmiş ve tüm deneyler içindeki dağılımı saptanmıştır. Bu durum Şekil 5.5.'de daha açık görülebilmektedir. Değerler incelendiğinde -1.18 +0.85 mm fraksiyonun öğütülmesi sonucu her bir fraksiyonda kalan malzeme yüzdesinin hesaplanmasındaki hata, fraksiyonların % 83.33'ünde % 5' den daha az olmaktadır. -1.18 mm fraksiyonunun öğütülmesinde ise fraksiyonların % 94.44'ünde hata %5' den daha az olmuştur.



Şekil 5.5. Bilya karışımı ile yapılan deneylerde tane fraksiyonlarının hesaplanması sonucu yapılan hatanın dağılımı

6. TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Yapılan çalışmalar sonunda, kesikli öğütme deneylerinin B ve S değerleri kullanılarak başarılı bir şekilde benzetişiminin mümkün olduğu gözlenmiştir.

Bilya çapının öğütme üzerine kesin bir etkisi vardır ve bu S değerlerinin değişimi ile izlenebilmektedir. Ancak yapılan çalışmalar sonunda ince tane boyunda malzemelerin kırılmasında 3 cm çapında bilyaların daha yüksek S değerleri vermesi beklenirken, bu durum gözlenmemiştir. Bunun deneylerin yapıldığı laboratuvar değirmeninin çapının yeterli büyüklükte olmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu nedenle, bilya çapının öğütmeye etkisinin incelenmesi için daha sonra yapılacak çalışmalarda daha büyük çaplı değirmenlerin kullanılması önerilebilir.

Literatürde kırılma hızının maksimum olduğu tane boyunun bilya çapının karesi ile orantılı olarak değiştiği belirtilmektedir (Austin et. al., 1984). Yapılan çalışmada ise, ilişki bu biçimde gözlenmemiştir. Bu durumun da, değirmen çapından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Diğer önemli bir nokta, karışımda bulunan farklı çaplardaki bilyaların kırılma hızı üzerinde, karışım içindeki kütle oranlarına bağlı olarak etkili olmalarıdır. Bu durum, özellikle endüstriyel çapta öğütme yapan değirmenler için büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada kullanılan yaklaşıma göre belirlenen S değerleri uygun ölçek büyütme ilişkileri kullanılarak büyük ölçekli değirmenlerde yapılacak öğütme sonuçlarının tahmininde de kullanılabilir. Yapılan çalışmada, her tane boyu fraksiyonunda kalan malzeme miktarı iyi sayılabilecek bir hata ile hesaplanmasına rağmen, hesaplama sonucu bulunan değerlerin çoğu kez ölçülen değerden daha yüksek olması nedeniyle hata birikimli değerlerde daha yüksek olmuştur. Modele ilave edilebilecek bir düzeltme katsayısı ile uyum daha da iyileştirilebilir. Fakat bunun farklı malzemelerle ve farklı çapta değirmenlerde yapılacak daha detaylı çalışmalarla desteklenmesi gerekmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Agar, G. E. and Brown, J. H., 1964, Energy Requirements in Size Reduction, Can. Min. Metall. Bull., No 622, February, 147-151.
- Arbiter, N and Bhrany, U., 1960, Correlation of Product Size Capacity and Power Mill, Trans. SME/AIME, 217, 245-252.
- Austin, L. G. and Klimpel R. R., 1964, The Theory of Grinding Operations, Ind. Chem. Eng., 56, 11, 18-29.
- Austin, L. G., Bhatia, V. K., 1971/72, Experimental Methods for Grinding Studies in Laboratory Mills, Powder Tech., 5, 261-266.
- Austin, L. G. and Luckie, P. T. (1971/1972a), Methods for Determination of Breakage Distribution Parameters, Powder Tech., 5, 215-222.
- Austin, L. G., Shoji, K., Bhatia, B. K. and Aplan F. F., 1974, Extension of The Empirical Alyavdin Equation for Representing Batch Grinding Data, Int. J. Min. Proc., 1, 107-123.
- Austin, L. G., Shoji, K., Bhatia, V. K.; Jindal, V., Savage, K. and Klimpel R. R., 1976a, Some Results on The Description of Size Reduction as a Rate Process in Various Mills, Ind. Eng. Chem. Process. Des. Develop., 15, 1, 187-196.
- Austin, L. G., Shoji, K. and Luckie, P. T., 1976b, The Effect of Ball Size On Mill Performance, Powder Tech., 14, 71-79.
- Austin, L. G., 1982, Rate Equations for Non-Linear Breakage in Mills Due to Materials Effects, Powder Tech., 31, 127-133.
- Austin, L. G., Klimpel R. R., Luckie P. T. and Rogers, R. S. C., 1982a, Simulations of Grinding Circuits for Design, Design and Installations of Comminution Circuits, Chap. 19, A. L. Mular and G. V. Jergenson, (Eds.), AIME Publ., NY.
- Austin, L. G. and Brame, K., 1983, A Comparison of The Bond Method for Sizing Wet Tumbling Ball Mills With A Size-Mass Balance Simulation Model, Powder Tech., 34, 261-274.
- Austin, L. G., Klimpel R. R., Luckie P. T., 1984, Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling, AIME Publ., NY.

- Austin, L. G. and Klimpel, R. R., 1985, Ball Wear and Ball Size Distribution, Powder Tech., 41, 279-286.
- Blasket, L. S., 1970, Estimation of The Power Consumption in Grinding Mills: Proceedings of the Ninth Commonwealth Min. and Metall. Cong., IMM Vol. 3, 631-649.
- Bond, F. C. and Wang, J. T., 1950, A New Theory of Comminution, Trans. AIME, 187, 371. p.
- Bond, F. C., 1952, The Third Theory of Comminution, Trans. AIME, 193, 484. p.
- Bond, F. C., 1953, Mathematics of Crushing and Grinding, Recent Developments In Mineral Dressing, IMM, Salisbury House, London, E. C. 2.
- Bond, F. C., 1958, Grinding Ball Size Selection, Mining Eng., May
- Bond, F. C., 1960, Three Principles of Comminution, Min. Cong. J., Aug., 53-56.
- Bond, F. C., 1961, Crushing and Grinding Calculations, Part 1, British Chemical Engineering., 6, 378-385.
- Bond, F. C., 1962, Crushing and Grinding With Pyroprocessing, Pit and Quarry, Jan., 162-166.
- Bowdish, F. K., 1960, Theoretical and Experimental Studies of Kinetics of Grinding in a Ball Mill, Trans. SME/AIME, 217, 245-252.
- Charles, R. J., 1957, Energy Size Reduction Relationships in Comminution, Trans. AIME, 208, 80-88.
- Concha, F., Santelices, R. and Austin, L. G., 1988, Optimization of The Ball Charge in a Tumbling Mill, XVI Int. Min. Process. Congr., (Ed.) Forssberg, E., Elsevier Science Publishers, B. V., Amsterdam, Netherlands, 147-156.
- Concha, F., Magne, L. and Austin, L. G., 1992, Optimization of The Make-Up Ball Charge in A Grinding Mill, Int. Journal of Min. Proc., 34, 231-241.
- Cutting., G. W., 1976, A Practical Model for Predicting Grinding Model Parameters from Laboratory Batch Tests, Powder Tech., !5, 21-28.
- Epstein, B., 1948, Logarithmico-Normal Distributions in Breakage of Solids, Ind. Eng. Chem., 40, 2289-2291.

- Finch, A. J and Ramirez Castro, J., 1981, Modelling Mineral Size Reduction in The Closed Circuit Ball Mill at The Pine Point Mines Concentrator, *Int. J. of Min. Proc.* 8, 61-78.
- Fuerstenau, D. W. and Sullivan, D. A., 1962, Size Distributions and Energy Consumption In Wet and Dry Grinding,, *Trans. AIME*, Vol 220, 397-402.
- Furuya, M., Nakajima, Y. and Tanaka, T., 1971, Theoretical Analysis of Closed-Circuit Grinding System Based on Comminution Kinetics, *Ind. Eng. Chem. Process, Des., Dev.*, 10, 4, 449-456.
- Galanty, H. E., 1963, Size Reduction Paradox, *Ind. Eng. Chem.*, 55, Jan., 46-52.
- Gardner, R. P. and Austin, L. G., 1962, A Chemical Engineering Treatment of Batch Grinding, Part I and II, Symposium Zerleinem, H. Rumpf Ed., Verlag Chemie, Dusseldorf, 217-248.
- Gaudin, A. M. and Meloy, T. P., 1962, Model and a Comminution Distribution Equation for Repeated Fracture, *Trans. SME/AIME*, 223, 43-50.
- Gumtz, G. D. and Fuerstenau, D. W., 1970, Simulation of Locked-Cycle Grinding, *Trans. AIME*, 247, 330-335.
- Gupta, V. K., Zouit, H., Hodouin, D., 1985, The Effect of Ball and Mill Diameters on Grinding Rate Parameters in Dry Grinding Operation, *Powder Tech.*, 42, 199-208.
- Harris, C. C., 1965, On the Rate of Energy in Comminution, A Review of Physical and Mathematical Principles, *Trans. IMM*, C37-57.
- Herbst, J. A. and Fuerstenau, D. W., 1968, The Zero Order Production of Fine Sizes in Comminution and Its Implications in Simulation., *Soc. of Min. Eng., AIME*, Vol. 241, 538-547.
- Herbst, J. A. and Fuerstenau, D. W., 1972, Influence of Mill Speed and Ball Loading on The Parameters of The Batch Grinding Equation, *Trans. AIME*, 252, 169-176.
- Herbst, J. A. and Fuerstenau, D. W., 1973, Mathematical Simulation of Dry Ball Mill Using Specific Power Information, *Trans. AIME*, 254, 342-348.
- Herbst, J. A. and Fuerstenau, D. W., 1980, Scale Up for Continuous Grinding Mill Design Populance Balance Models, *Int. J. Min. Proc.*, 7, 1-31.

- Houllier, L. R., Marchand, J. C., 1977, Empirical Correlation Predicting Particulate Mass Effect on Selection Parameters, Powder Tech., 17, 101-107.
- Houllier, L. R., Van Neste, A., Marchand, J. C., 1977, Influence of Change on The Parameters of The Batch Grinding Equation and Its Implications in Simulation, Powder Tech., 16, 7-15.
- Howatt, D. D. and Vermeulen, L. A., 1988, Fineness of Grind and The Consumption and Wear Rates of Metallic Grinding Media in Tumbling Mills, Powder Tech., 55, 231-240.
- Hukki, R. T., 1961, Proposal for A Solomonic Settlement Between the Theories of Von Rittinger, Kick and Bond, Trans. AIME, 220, 403-408.
- Jain, S. K., 1987, Ore Processing, A. A. Balkema, Rotterdam, 102. p
- Kapur, P. C., 1970, Kinetics of Batch Grinding-Part A: Reduction of Grinding Equation, Part B: An Approximate Solution to The Grinding Equation, Trans. SME/AIME, 247, 299-303; 309-313.
- Kapur, P. C., 1982, An Improved Method for Estimating The Feed-Size Breakage Distribution Function, Powder Tech., 33, 269-275.
- Kavetsky, A. and Whiten, W. J., 1982, Scale-up Relations for Industrial Ball Mills, Proc. Australas. Inst. Min. Met., 282, 47-55.
- Kelsall, D. F., Reid, K. J., 1967/1968, Continuous Grinding in a Small Wet Ball Mill, Part I: A Study of The Influence of Ball Diameter, Powder Tech., 1, 291-300.
- Klimpel R. R. and Austin, L. G., 1970, Determination of Selection for Breakage Functions in The Batch Grinding Equation by Nonlinear Optimization, Ind. Eng. Chem. Fundam., 9, No.2, 230-237.
- Klimpel R. R. and Austin L. G. , 1977 , The Back-Calculation of Specific Rates of Breakage and Non-Normalized Breakage Distribution Parameters from Batch Grinding Data, Int. J. Miner. Proc., 4, 7-32.
- Klimpel R. R. and Austin L. G. , 1977 , The Back-Calculation of Specific Rates of Breakage from Continuous Mill Data, Powder Tech., 38, 77-91.
- Lianxiang, L., Bingchen, C., Liu, Q., 1988, A Study of Grinding Kinetics and Its Applications to The Choice and Calculation of Ball Media, XVI Int. Min Proc. Congr., Edited by Forssberg, E., Elsevier Science Publishers, B. V., Amsterdam, Netherlands, 245-256.

- Lynch, A. J., 1977, *Mineral Crushing and Grinding Circuits, Their Simulation, Optimization, Design and Control*, Elsevier Scientific Publishing Co., Ams., 340. p
- Lynch, A. J. and Lees, M. J., 1985, *Simulation and Modelling*, SME Min. Proc. Handbook, N. L. Weiss (Ed.), Vol.1, Chap. 3, Sec. 6, AIME Publ., NY.
- Lynch, A. J., Whiten, W. J. and Narayanan, S. S., 1986, *Ball Mill Models, Their Evolution and Present Status*, *Advances in Mineral Processing*, P. Somasundaran (Ed.), AIME Publ., NY., 48. p
- Marshall, V. C., 1966, *Crushing and Grinding Critique of Existing Laws*, *Chem. and Process. Eng.*, April, 177-183.
- Menacho, J. M., 1986, *Comments on 'A Contribution to Ball Wear and Ball Size Distribution In Tumbling Mills' by Vermeulen, L. A.*, *Powder Tech.*, 47, 97-99.
- Menacho, J. and Concha, F., 1986, *Mathematical Model of Ball Wear in Grinding Mills: I. Zero-Order Wear Rate*, *Powder Tech.*, 47, 87-96.
- Napier-Munn, T. J, Lynch, A. J., 1992, *The Modelling and Computer Simulation of Mineral Treatment Process Current Status and Future Trends*, Vol 15, No 2, 143-167.
- Narayanan, S. S. and Whiten, W. J. 1983, *Breakage Characteristics of Ores for Ball Mill Modelling*, *Proc. Australas. Inst. Min. Met.*, 286, 31-39.
- Prasher. C. L., 1987, *Crushing and Grinding Process Handbook*, John Wiley & Sons Ltd.
- Pryor, E. L., 1965, *Mineral Processing*, Elsevier, London, 35. p
- Reid, K. J., 1965, *A Solution To the Batch Grinding Equation*, *Chem. Eng. Sci.*, 20, 953-963.
- Roberts, E. J., 1950, *The Probability Theory of Wet Ball Milling and Its Applications*, *Trans. SME/AIME*, 187, 1267-1272.
- Rose, H. E., Sullivan, R. M. E., 1957, *A Treatise On The International Mechanism of Ball, Tube and Rod Mills*, Constable, London
- Rowland, C. A. and Kjos, D. M., 1978, *Mineral Processing Plant Design*, A. L. Mular and R. P. Bhappu (Eds.), AIME, NY., 239-278.

- Rowland, C.A., 1982, Selection of Rod Mills, Ball Mills, Pebble Mills and Re grind Mills, Design and Installation of Comminution Circuits, A. L. Mular and G. V. Jergensen (Eds.), II. Eds., SME/AIME, NY., 393. p
- Rumpf, H., 1973, Physical Aspects of Comminution and New Formulation on a Law of Comminution, Powder Tech., 7, 145-159.
- Schoenert, K., 1972, Role of Fracture Physics in Understanding Comminution Phenomena, Trans. SME/AIME, 252, 21-26.
- Shoji, K., Lohrasb, S. and Austin, L. G., 1979, The Variation of Breakage Parameters With Ball and Powder in Dry Milling Powder Tech., 25, 109-114.
- Shoji, K., Austin, L. G., Smalia, F., Brame, K. and Luckie P. T., 1982, Further Studies of Ball and Powder Filling Effects in Ball Mills, Powder Tech., 31, 121-126.
- Tanaka, T., 1966, Comminution Laws, Ind. Eng. Chem. Des. Dev., 5, 353-359.
- Tarján, G., 1981, Mineral Processing, Vol. 1, Akademiai Kiado, Budapest, 236 p.
- Walker, W. H., Lewis, W. K., McAdams, W. H. and Gilliland, E. K., 1937, Principles of Chemical Engineering, Mc Graw Hill, NY., 254 p
- Whiten, W.J., 1974, A Matrix Theory of Comminution Machines, Chem. Eng. Science, 29, 589-599.
- Whiten, W. J., 1976, Ball Mill Simulation Using Small Calculators, Proc. Australas. Inst. Min. Met., No. 258, 47-53.
- Wills, B. A. , 1988, Mineral Processing Technology: 4th Edition, Pergamon Press.
- Yiğit, E., 1976, Three Mathematical Comminution Models Based on Strain Energy, Int. J. Min. Process., 3, 365-375.

**BİLYALI DEĞİRMENLERDE BİLYA DAĞILIMININ
MATEMATİKSEL MODEL YARDIMIYLA
BELİRLENMESİ**

Ayşe Yerlikaya

EKLER

- Ek-1 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm Bilyalar ile Yapılan Kesikli Öğütme Deneylerinde Ölçülen ve Hesaplanan Kırılma Hızı Değerleri Toplu Sonuçları
- Ek-2 Her Bilya için Tüm Fraksiyonların Kesikli Öğütme Deneyleri Sonucu Hesaplanan ve Ölçülen Ürün Tane Boyu Dağılımları Toplu Sonuçları
- Ek-3 -1.18 +0.85 mm ve -1.18 mm Tane Boyunda Malzemenin Karışık Çapta Bilyalardan Oluşan Öğütücü Ortam Kullanılarak Öğütülmesi Sonucu Hesaplanan ve Ölçülen Ürün Tane Boyu Dağılımları Toplu Sonuçları

**EK-1: 3 cm, 4 cm, 5 cm ve 6 cm BİLYALAR İLE YAPILAN KESİKLİ
ÖĞÜTME DENEYLERİNDE ÖLÇÜLEN VE HESAPLANAN KIRILMA HIZI
DEĞERLERİ TOPLU SONUÇLARI**

3 cm bilya için ölçülen ve hesaplanan S değerleri ($R^2=0.952$)

TANE BOYU (μm)	KIRILMA HIZI	
	a=0.565 α =1.072 μ =3.309 Λ =3.391	
	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN
-6700 +4750	0.403	0.364
-4750 +3350	0.638	0.681
-2360 +1700	1.088	1.076
-1700 +1180	0.824	0.904
-1180 + 850	0.688	0.655
-850 + 600	0.481	0.470

4 cm bilya için ölçülen ve hesaplanan S değerleri ($R^2=0.991$)

TANE BOYU (mm)	KIRILMA HIZI	
	a=0.692 α =1.061 μ =3.212 Λ =2.936	
	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN
-6700 +4750	0.543	0.539
-4750 +3350	0.875	0.870
-2360 +1700	1.226	1.225
-1700 +1180	1.047	1.052
-1180 + 850	0.760	0.783
-850 + 600	0.591	0.571

5 cm bilya için ölçülen ve hesaplanan S değerleri ($R^2=1.000$)

TANE BOYU (mm)	KIRILMA HIZI	
	a=0.522 α =1.056 μ =3.910 Λ =2.823	
	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN
-6700 +4750	0.698	0.698
-4750 +3350	0.854	0.990
-2360 +1700	0.878	1.042
-1700 +1180	0.835	0.835
-1180 + 850	0.601	0.601
-850 + 600	0.434	0.438

6 cm bilya için ölçülen ve hesaplanan S değerleri ($R^2=0.998$)

TANE BOYU (μm)	KIRILMA HIZI	
	a=0.399 α =1.076 μ =4.256 Λ =2.108	
	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN
-6700 +4750	0.875	0.858
-4750 +3350	0.944	0.944
-2360 +1700	0.785	0.781
-1700 +1180	0.618	0.618
-1180 + 850	0.468	0.447
-850 + 600	0.314	0.324

3 cm bilya için ölçülen ve hesaplanan kırılma hızı değerleri (Tekrar deneyleri)
($R^2=0.999$)

TANE BOYU (μm)	KIRILMA HIZI	
	a=0.513 α =1.001 μ =3.283 Λ =2.826	
	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN
-2360 +1700	0.871	0.870
-1700 +1180	0.758	0.755
-1180 + 850	0.573	0.574
-850 + 600	0.425	0.427

Doğrusal olmayan regresyon ile her bilya için tüm fraksiyonlarda kırılma hızlarının belirlenmesinde sağlanan R^2 değerleri

TANE BOYU (μm)	R^2			
	3 cm Bilya	4 cm Bilya	5 cm Bilya	6 cm Bilya
-6700 +4750	0.145	0.858	0.909	0.998
-4750 +3350	0.638	0.999	0.999	0.999
-2360 +1700	0.999	0.999	0.998	0.994
-1700 +1180	0.999	0.999	0.989	0.999
-1180 + 850	0.998	0.999	0.992	0.996
-850 + 600	0.999	0.993	0.986	0.991

**EK-2: HER BİLYA İÇİN TÜM FRAKSİYONLARIN KESİKLİ ÖĞÜTME
DENEYLERİ SONUCU HESAPLANAN VE ÖLÇÜLEN ÜRÜN TANE BOYU
DAĞILIMLARI TOPLU SONUÇLARI**

-6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan		Öçütülen	Hesaplanan		Öçütülen	Hesaplanan		Öçütülen	Hesaplanan		Öçütülen	Hesaplanan		Öçütülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı			
-6700+4750	88.70	100.00	100.00	76.14	100.00	100.00	57.97	100.00	50.54	100.00	33.60	100.00	36.01	100.00	11.29	100.00	28.48	100.00
-4750+3350	6.57	11.30	31.18	12.02	23.86	39.21	16.36	42.03	21.17	49.46	15.37	66.40	20.19	63.99	7.16	88.71	19.96	71.52
-3350+2360	1.48	4.73	12.24	3.10	11.84	19.19	5.01	25.67	6.66	28.29	5.75	51.02	6.93	43.80	3.16	81.55	5.76	51.56
-2360+1700	0.86	3.25	7.94	1.93	8.74	13.01	3.43	20.66	4.37	21.63	4.43	45.27	4.51	36.87	2.72	78.39	3.04	45.80
-1700+1180	0.50	2.39	5.54	1.23	6.81	9.37	2.46	17.22	2.56	17.26	3.72	40.85	2.96	32.36	2.74	75.67	1.80	42.76
-1180+ 850	0.34	1.89	4.24	0.90	5.58	7.30	1.99	14.77	2.10	14.70	3.56	37.13	2.57	29.40	3.31	72.93	1.63	40.96
-850+ 600	0.33	1.55	3.42	0.93	4.68	5.80	2.25	12.77	2.09	12.60	4.58	33.56	3.18	26.83	5.34	69.62	2.17	39.33
-600+ 425	0.24	1.22	2.64	0.71	3.75	4.52	1.84	10.52	1.65	10.51	4.23	28.98	2.91	23.66	6.21	64.28	2.70	37.16
-425+ 300	0.23	0.97	2.09	0.70	3.03	3.64	1.88	8.69	1.75	8.86	4.73	24.75	3.60	20.75	8.30	58.07	4.32	34.46
-300+ 212	0.09	0.74	1.58	0.28	2.33	2.85	0.79	6.81	0.98	7.11	2.14	20.02	2.71	17.15	4.35	49.77	4.14	30.14
-212+ 150	0.20	0.65	1.38	0.61	2.05	2.46	1.73	6.01	1.55	6.13	4.85	17.88	3.19	14.44	10.73	45.41	5.65	26.00
-150+ 106	0.12	0.45	0.96	0.39	1.44	1.83	1.14	4.28	1.22	4.57	3.32	13.03	2.78	11.25	8.05	34.68	4.92	20.35
-106+ 75	0.06	0.33	0.69	0.18	1.05	1.33	0.54	3.14	0.99	3.35	1.64	9.71	2.39	8.46	4.21	26.63	4.35	15.43
-75	0.27	0.27	0.57	0.87	0.87	0.95	2.60	2.60	2.36	2.36	8.07	8.07	6.07	6.07	22.42	22.42	11.09	11.09

-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı			
-4750+3350	79.87	100.00	100.00	60.00	53.31	100.00	36.00	100.00	38.09	100.00	12.96	100.00	27.78	100.00	1.68	100.00	20.10	100.00
-3350+2360	9.31	20.13	33.58	14.86	18.07	46.69	15.88	64.00	18.29	61.91	9.20	87.04	15.52	72.22	1.64	98.32	10.97	79.90
-2360+1700	3.22	10.82	16.90	6.11	8.06	28.62	8.21	48.12	9.62	43.62	6.36	77.84	8.66	56.71	1.51	96.68	5.59	68.93
-1700+1180	2.17	7.60	11.29	4.61	5.39	20.56	7.30	39.91	6.54	34.00	7.22	71.47	6.28	48.05	2.37	95.18	3.60	63.34
-1180+ 850	1.36	5.43	7.74	3.22	3.45	15.16	5.96	32.61	4.94	27.47	7.65	64.25	5.14	41.77	3.84	92.81	3.07	59.74
-850+ 600	1.04	4.07	5.65	2.63	2.77	11.72	5.42	26.65	4.51	22.53	8.48	56.60	5.64	36.62	6.23	88.97	4.22	56.67
-600+ 425	0.72	3.03	4.14	1.92	2.02	8.95	4.32	21.23	3.58	18.01	7.94	48.12	5.19	30.98	8.13	82.74	5.46	52.45
-425+ 300	0.63	2.31	3.12	1.73	1.81	6.93	4.12	16.90	3.45	14.43	8.47	40.18	5.74	25.79	11.07	74.61	8.09	46.99
-300+ 212	0.37	1.68	2.26	1.05	1.10	5.12	2.60	12.78	2.38	10.99	5.85	31.70	4.21	20.05	9.27	63.53	7.33	38.90
-212+ 150	0.32	1.32	1.76	0.92	1.01	4.03	2.36	10.18	1.95	8.60	5.59	25.86	3.61	15.84	10.01	54.26	6.78	31.57
-150+ 106	0.29	1.00	1.32	0.85	0.83	3.01	2.20	7.83	1.84	6.66	5.45	20.27	3.40	12.23	10.67	44.26	6.80	24.79
-106+ 75	0.21	0.71	0.94	0.63	0.61	2.18	1.66	5.62	1.39	4.82	4.23	14.82	2.61	8.83	8.91	33.58	5.39	17.99
-75	0.49	0.49	0.65	1.47	1.57	1.57	3.97	3.97	3.42	3.42	10.59	10.59	6.22	6.22	24.68	24.68	12.60	12.60

-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı		
-2360+1700	71.32	100.00	61.52	100.00	46.39	100.00	41.66	100.00	21.52	100.00	23.14	100.00	8.70	100.00	0.21	100.00	1.64	100.00
-1700+1180	14.72	28.68	20.74	38.48	22.35	53.61	25.74	58.34	21.77	78.48	24.36	76.86	15.59	91.30	1.18	99.79	3.52	98.36
-1180+ 850	5.10	13.96	6.80	17.74	9.96	31.26	11.24	32.60	14.05	56.71	14.65	52.50	14.64	75.71	3.24	98.60	5.73	94.83
-850+ 600	3.09	8.86	3.97	10.94	6.77	21.29	7.32	21.36	11.45	42.65	11.23	37.85	14.51	61.07	6.87	95.37	10.85	89.10
-600+ 425	1.79	5.77	2.22	6.97	4.24	14.53	4.24	14.04	8.15	31.20	7.39	26.61	11.51	46.56	10.17	88.49	13.86	78.25
-425+ 300	1.29	3.98	1.57	4.75	3.21	10.29	3.12	9.80	6.70	23.05	5.90	19.22	10.13	35.05	13.55	78.32	15.76	64.39
-300+ 212	0.69	2.69	0.83	3.18	1.78	7.08	1.76	6.68	3.92	16.35	3.40	13.32	6.35	24.92	11.20	64.77	11.18	48.63
-212+ 150	0.55	2.00	0.66	2.35	1.45	5.30	1.34	4.92	3.29	12.44	2.66	9.92	4.89	18.57	11.49	53.57	9.43	37.45
-150+ 106	0.43	1.44	0.51	1.70	1.13	3.86	1.11	3.58	2.64	9.15	2.19	7.26	4.10	13.68	10.59	42.08	8.20	28.02
-106+ 75	0.30	1.01	0.35	1.19	0.79	2.72	0.79	2.47	1.87	6.51	1.59	5.07	3.03	9.59	8.27	31.49	6.28	19.82
-75	0.72	0.72	0.84	0.84	1.93	1.93	1.68	1.68	4.64	4.64	3.47	3.47	6.55	6.55	23.22	23.22	13.55	13.55

-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µ m)	Başlangıç Elek Analizi		
	% Ağırık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1700 +1180	96.85	100.00	96.85
-1180 + 850	3.02	3.14	99.87
-850 + 600	0.13	0.13	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk		
	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı
-1700+1180	71.88	100.00	100.00	49.18	100.00	100.00	26.81	100.00	30.42	100.00	100.00	10.85	100.00	1.21	100.00
-1180+ 850	14.52	28.12	28.92	21.68	50.82	49.27	23.07	73.19	25.85	69.58	89.15	20.61	89.15	3.63	98.79
-850+ 600	5.03	13.59	13.34	9.69	29.14	26.19	14.18	50.13	14.10	43.73	68.53	17.50	68.53	6.64	95.15
-600+ 425	2.97	8.56	8.23	6.32	19.45	16.63	10.85	35.94	9.39	29.63	51.03	14.14	51.03	10.92	88.51
-425+ 300	1.95	5.59	5.30	4.37	13.13	10.76	8.27	25.09	6.74	20.24	36.89	11.38	36.89	14.36	77.60
-300+ 212	0.81	3.64	3.42	1.88	8.76	6.86	3.80	16.82	3.81	13.50	25.51	6.02	25.51	9.59	63.24
-212+ 150	0.97	2.83	2.65	2.31	6.87	4.87	4.79	13.02	2.64	9.69	19.50	5.63	19.50	14.59	53.65
-150+ 106	0.56	1.86	1.73	1.36	4.57	3.33	2.90	8.23	2.19	7.04	13.87	4.06	13.87	10.47	39.06
-106+ 75	0.40	1.30	1.21	0.99	3.20	2.18	2.12	5.33	1.54	4.85	9.81	3.05	9.81	8.47	28.59
-75	0.90	0.90	0.83	2.22	2.22	1.36	3.21	3.21	3.31	3.31	6.76	6.76	6.76	20.12	20.12

-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µ m)	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1180 +850	97.44	100.00	97.44
-850 +600	2.52	2.56	99.96
-600 +425	0.04	0.04	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı				
-1180+ 850	78.50	100.00	76.02	100.00	57.57	100.00	36.48	100.00	35.67	100.00	13.66	100.00	12.87	100.00	1.91	100.00	1.32	100.00
-850+ 600	12.07	21.50	13.74	23.98	21.40	42.43	24.63	63.52	26.60	64.33	20.93	86.34	23.97	87.13	7.96	98.09	8.09	98.68
-600+ 425	3.86	9.44	4.29	10.24	8.20	21.03	13.07	38.88	13.24	37.73	18.86	65.41	19.00	63.15	12.51	90.13	16.06	90.59
-425+ 300	2.17	5.57	2.36	5.96	4.92	12.83	8.85	25.81	8.96	24.49	14.06	46.55	14.76	44.15	15.34	77.61	20.64	74.53
-300+ 212	1.06	3.40	1.13	3.59	2.52	7.91	4.83	16.96	4.75	15.53	8.80	32.49	8.38	29.38	12.48	62.27	13.89	53.88
-212+ 150	0.69	2.35	0.73	2.46	1.58	5.39	3.38	12.13	3.16	10.78	6.64	23.69	5.86	21.00	10.96	49.79	10.16	39.99
-150+ 106	0.57	1.65	0.60	1.73	1.26	3.81	2.88	8.75	2.51	7.62	5.96	17.05	4.79	15.14	10.91	33.83	9.05	29.83
-106+ 75	0.39	1.09	0.40	1.13	0.84	2.55	2.02	5.87	1.75	5.11	4.36	11.09	3.49	10.35	8.66	27.92	6.56	20.78
-75	0.70	0.70	0.73	0.73	1.71	1.71	3.84	3.84	3.36	3.36	6.73	6.73	6.86	6.86	19.26	19.26	14.22	14.22

-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µm)	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-850 +600	98.04	100.00	98.04
-600 +425	1.93	1.96	99.96
-425 +300	0.04	0.04	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk				0.75 dk				1.5 dk				3 dk				6 dk			
	Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen	
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı
-850+ 600	83.95	100.00	82.85	100.00	68.91	100.00	68.00	100.00	48.44	100.00	47.92	100.00	23.93	100.00	23.55	100.00	5.86	100.00	4.83	100.00
-600+ 425	8.63	16.05	9.32	17.15	14.79	31.09	15.63	32.00	20.92	51.56	21.90	52.08	23.58	76.07	25.51	76.45	13.93	94.14	15.48	95.17
-425+ 300	3.32	7.42	3.56	7.83	6.94	16.30	6.89	16.37	11.95	30.64	11.99	30.18	18.40	52.49	18.70	50.94	18.05	80.21	22.94	79.69
-300+ 212	1.44	4.09	1.52	4.27	3.19	9.36	3.10	9.49	6.02	18.69	5.85	18.19	10.36	34.09	10.06	32.25	14.56	62.16	15.48	56.76
-212+ 150	0.81	2.65	0.84	2.75	1.83	6.17	1.90	6.38	3.63	12.67	3.73	12.34	6.82	23.73	6.55	22.19	11.23	47.61	10.95	41.28
-150+ 106	0.58	1.85	0.61	1.91	1.35	4.33	1.51	4.48	2.74	9.05	2.87	8.62	5.44	16.91	5.20	15.63	9.80	36.38	9.41	30.33
-106+ 75	0.37	1.26	0.39	1.30	0.87	2.99	1.03	2.97	1.81	6.31	2.04	5.74	3.74	11.47	3.64	10.43	7.14	26.58	6.79	20.92
-75	0.89	0.89	0.92	0.92	2.11	2.11	1.94	1.94	4.49	4.49	3.70	3.70	7.73	7.73	6.79	6.79	19.44	19.44	14.12	14.12

-6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µm)	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elektüstü
6700 +4750	97.13	100.00	97.13
4750 +3350	2.87	2.87	100.00
3350 +2360	-	-	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk						0.75 dk						1.5 dk						3 dk						
	Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek Altı	Birik. % elek Altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	
-6700+4750	82.77	100.00	100.00	74.70	100.00	100.00	67.52	100.00	57.49	100.00	42.51	46.93	100.00	43.34	100.00	22.68	100.00	27.78	100.00	27.78	100.00	22.68	100.00	27.78	100.00
-4750+3350	8.23	17.23	25.30	12.90	25.30	32.48	11.80	32.48	17.80	42.51	42.51	13.11	53.07	17.88	56.66	9.26	77.32	16.29	72.22	16.29	72.22	9.26	77.32	16.29	72.22
-3350+2360	2.87	9.00	12.40	4.63	12.40	20.68	5.21	20.68	6.92	24.71	24.71	6.81	39.96	8.55	38.77	5.55	68.06	8.63	55.93	8.63	55.93	5.55	68.06	8.63	55.93
-2360+1700	1.57	6.13	7.77	2.33	7.77	15.47	3.20	15.47	3.85	17.79	17.79	4.83	33.15	5.12	30.23	4.66	62.51	5.57	47.30	5.57	47.30	4.66	62.51	5.57	47.30
-1700+1180	1.09	4.57	5.44	1.49	5.44	12.27	2.48	12.27	2.76	13.94	13.94	4.31	28.32	4.23	25.11	5.02	57.85	4.78	41.73	4.78	41.73	5.02	57.85	4.78	41.73
-1180+ 850	0.70	3.47	3.95	0.87	3.95	9.80	1.73	9.80	2.02	11.18	11.18	3.43	24.02	3.27	20.88	4.89	52.83	4.36	36.95	4.36	36.95	4.89	52.83	4.36	36.95
-850+ 600	0.55	2.78	3.08	0.66	3.08	8.07	1.46	8.07	1.81	9.16	9.16	3.16	20.59	3.19	17.61	5.27	47.94	4.87	32.58	4.87	32.58	5.27	47.94	4.87	32.58
-600+ 425	0.43	2.22	2.42	0.50	2.42	6.61	1.20	6.61	1.44	7.35	7.35	2.82	17.42	2.63	14.42	5.37	42.67	4.59	27.72	4.59	27.72	5.37	42.67	4.59	27.72
-425+ 300	0.40	1.79	1.92	0.44	1.92	5.41	1.14	5.41	1.39	5.91	5.91	2.81	14.61	2.63	11.79	5.96	37.30	5.01	23.13	5.01	23.13	5.96	37.30	5.01	23.13
-300+ 212	0.29	1.39	1.48	0.31	1.48	4.27	0.84	4.27	1.01	4.52	4.52	2.18	11.80	1.99	9.16	5.04	31.34	3.96	18.12	3.96	18.12	5.04	31.34	3.96	18.12
-212+ 150	0.23	1.11	1.17	0.24	1.17	3.43	0.68	3.43	0.81	3.51	3.51	1.83	9.62	1.58	7.17	4.51	26.30	3.18	14.16	3.18	14.16	4.51	26.30	3.18	14.16
-150+ 106	0.22	0.88	0.92	0.23	0.92	2.75	0.67	2.75	0.77	2.70	2.70	1.84	7.80	1.52	5.59	4.76	21.79	3.09	10.97	3.09	10.97	4.76	21.79	3.09	10.97
-106+ 75	0.18	0.66	0.69	0.19	0.69	2.08	0.57	2.08	0.61	1.93	1.93	1.59	5.96	1.22	4.06	4.31	17.03	2.45	7.88	2.45	7.88	4.31	17.03	2.45	7.88
-75	0.48	0.48	0.50	0.50	0.50	1.51	1.51	1.51	1.31	1.31	1.31	4.37	4.37	2.85	2.85	12.71	12.71	5.42	5.42	5.42	12.71	12.71	5.42	5.42	

-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk							
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen					
	% Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Birik. % Ağ. altı	% Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Birik. % Ağ. altı	% Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Birik. % Ağ. altı	% Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Birik. % Ağ. altı	% Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Birik. % Ağ. altı					
-4750+3350	73.70	100.00	67.44	100.00	49.98	100.00	49.71	100.00	24.98	100.00	29.94	100.00	6.24	100.00	15.10	100.00	3.21	100.00	3.89	100.00
-3350+2360	12.28	26.30	17.22	32.56	17.66	50.02	22.23	50.29	15.67	75.02	24.27	70.06	6.27	93.76	16.26	84.90	3.27	96.79	4.91	96.11
-2360+1700	4.45	14.02	5.60	15.34	8.15	32.36	8.90	28.05	9.83	59.35	12.59	45.79	5.77	87.50	12.04	68.64	2.81	93.52	4.69	91.20
-1700+1180	2.58	9.57	2.95	9.74	5.44	24.21	5.20	19.16	8.05	49.52	7.65	33.20	6.46	81.73	9.40	56.59	3.27	90.71	5.94	86.51
-1180+ 850	1.68	6.99	1.78	6.79	3.94	18.77	3.40	13.96	6.87	41.47	5.54	25.55	7.31	75.27	7.94	47.20	3.20	87.44	7.63	80.57
-850+ 600	1.35	5.32	1.36	5.01	3.40	14.83	2.66	10.56	6.65	34.60	4.55	20.01	8.77	67.97	7.70	39.26	6.00	84.24	10.33	72.94
-600+ 425	0.89	3.97	0.86	3.65	2.38	11.43	1.78	7.90	5.11	27.96	3.40	15.46	8.11	59.19	6.41	31.56	5.53	78.25	10.88	62.62
-425+ 300	0.79	3.08	0.74	2.80	2.20	9.06	1.56	6.12	5.05	22.85	3.00	12.06	9.15	51.08	6.17	25.16	8.27	72.72	11.84	51.74
-300+ 212	0.48	2.29	0.44	2.05	1.39	6.85	0.94	4.56	3.36	17.80	2.04	9.06	6.80	41.93	4.11	18.98	7.91	64.45	8.64	39.91
-212+ 150	0.40	1.81	0.36	1.61	1.17	5.47	0.81	3.61	2.95	14.44	1.48	7.01	6.41	35.13	3.52	14.87	8.90	56.55	7.37	31.27
-150+ 106	0.40	1.41	0.35	1.25	1.18	4.29	0.74	2.81	3.04	11.49	1.50	5.53	7.01	28.72	3.45	11.35	11.25	47.65	6.79	23.90
-106+ 75	0.29	1.01	0.26	0.89	0.88	3.11	0.55	2.07	2.33	8.45	1.12	4.03	5.63	21.71	2.39	7.90	10.36	36.40	5.30	17.10
-75	0.72	0.72	0.63	0.63	2.23	2.23	1.51	1.51	6.12	6.12	2.91	2.91	16.08	16.08	5.51	5.51	26.04	26.04	11.80	11.80

-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk						0.75 dk						1.5 dk						3 dk						6 dk					
	Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen		
	% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı				
-2360+1700	66.61	100.00	60.34	100.00	39.71	100.00	38.32	100.00	19.61	100.00	18.69	100.00	5.71	100.00	3.98	100.00	0.65	100.00	0.13	100.00		0.65	100.00	0.13	100.00		0.65	100.00	0.13	100.00
-1700+1180	16.41	33.39	20.75	39.66	23.30	60.29	26.52	61.68	21.13	80.39	24.84	81.31	11.38	94.29	12.20	96.02	2.37	99.35	1.16	99.87		2.37	99.35	1.16	99.87		2.37	99.35	1.16	99.87
-1180+ 850	5.86	16.98	6.91	18.92	10.91	36.99	12.07	35.15	13.65	59.26	15.96	56.47	10.61	82.91	15.07	83.83	2.89	96.98	3.79	98.71		2.89	96.98	3.79	98.71		2.89	96.98	3.79	98.71
-850+ 600	3.68	11.12	4.17	12.00	7.70	26.08	7.67	23.08	11.30	45.61	12.21	40.50	12.19	72.30	16.96	68.76	6.64	94.09	11.05	94.91		6.64	94.09	11.05	94.91		6.64	94.09	11.05	94.91
-600+ 425	2.22	7.44	2.42	7.83	5.04	18.38	4.56	15.41	8.64	34.31	7.85	28.29	11.16	60.12	13.18	51.80	6.62	87.45	16.49	83.87		6.62	87.45	16.49	83.87		6.62	87.45	16.49	83.87
-425+ 300	1.64	5.23	1.75	5.41	3.94	13.33	3.40	10.85	7.43	25.67	6.36	20.44	11.45	48.96	11.30	38.62	9.66	80.83	17.77	67.38		9.66	80.83	17.77	67.38		9.66	80.83	17.77	67.38
-300+ 212	0.91	3.59	0.95	3.66	2.28	9.39	1.92	7.46	4.65	18.24	3.73	14.08	8.26	37.51	7.08	27.32	9.25	71.17	11.80	49.61		9.25	71.17	11.80	49.61		9.25	71.17	11.80	49.61
-212+ 150	0.71	2.68	0.73	2.71	1.81	7.11	1.47	5.54	3.89	13.59	2.59	10.35	7.58	29.25	5.12	20.24	10.25	61.91	9.47	37.82		10.25	61.91	9.47	37.82		10.25	61.91	9.47	37.82
-150+ 106	0.60	1.97	0.61	1.98	1.58	5.30	1.22	4.07	3.52	9.70	2.28	7.75	7.37	21.67	4.61	15.12	11.59	51.66	8.24	28.35		11.59	51.66	8.24	28.35		11.59	51.66	8.24	28.35
-106+ 75	0.41	1.37	0.41	1.37	1.08	3.72	0.90	2.84	2.51	6.18	1.62	5.47	5.59	14.30	3.31	10.52	10.00	40.07	6.07	20.10		10.00	40.07	6.07	20.10		10.00	40.07	6.07	20.10
-75	0.97	0.97	0.96	0.96	2.64	2.64	1.94	1.94	3.67	3.67	3.85	3.85	8.71	8.71	7.21	7.21	30.07	30.07	14.03	14.03		30.07	30.07	14.03	14.03		30.07	30.07	14.03	14.03

-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk						0.75 dk						1.5 dk						3 dk						6 dk					
	Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen			Hesaplanan			Öçülen		
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı			
-1700+1180	71.56	100.00	100.00	65.38	100.00	100.00	46.44	100.00	44.87	100.00	100.00	23.30	100.00	100.00	8.20	100.00	100.00	6.08	100.00	100.00	1.12	100.00	100.00	0.30	100.00	100.00				
-1180+ 850	14.05	28.44	34.62	17.65	53.56	55.13	22.52	22.81	24.03	55.13	76.70	25.08	76.70	76.70	15.49	91.80	93.92	16.37	93.92	93.92	2.82	98.88	98.88	2.67	99.70	99.70				
-850+ 600	5.46	14.40	16.97	6.69	40.05	31.09	11.50	15.35	12.05	31.09	51.62	17.75	51.62	51.62	16.06	76.31	77.56	20.20	77.56	77.56	7.01	96.06	96.06	9.34	97.03	97.03				
-600+ 425	2.94	8.94	10.28	3.50	19.55	19.05	6.27	10.25	6.40	19.05	33.87	10.92	33.87	33.87	14.40	60.25	57.36	15.97	57.36	57.36	9.06	89.05	89.05	15.64	87.69	87.69				
-425+ 300	2.03	6.00	6.79	2.36	13.38	12.65	4.60	8.40	4.53	12.65	22.95	7.86	22.95	22.95	12.38	45.85	41.39	13.02	41.39	41.39	12.27	79.99	79.99	19.24	72.05	72.05				
-300+ 212	1.07	3.97	4.43	1.22	8.68	8.12	2.56	5.09	2.26	8.12	15.09	3.96	15.09	15.09	8.75	38.47	28.36	7.27	28.36	28.36	9.77	67.72	67.72	12.38	52.81	52.81				
-212+ 150	0.77	2.90	3.21	0.87	6.12	5.86	1.88	3.96	1.86	5.86	11.13	3.62	11.13	11.13	7.51	24.72	21.10	6.36	21.10	21.10	10.18	57.95	57.95	10.27	40.44	40.44				
-150+ 106	0.59	2.13	2.34	0.66	4.24	4.00	1.47	3.23	1.33	4.00	7.51	2.34	7.51	7.51	5.58	17.21	14.74	4.44	14.74	14.74	10.35	47.76	47.76	8.68	30.17	30.17				
-106+ 75	0.39	1.54	1.68	0.43	2.77	2.68	1.00	2.06	0.92	2.68	5.18	1.62	5.18	5.18	3.89	11.63	10.30	3.23	10.30	10.30	8.66	37.42	37.42	6.63	21.49	21.49				
-75	1.14	1.14	1.25	1.25	1.77	1.75	1.77	4.03	1.75	1.75	3.56	3.56	3.56	3.56	7.74	7.74	7.07	7.07	7.07	7.07	28.76	28.76	28.76	14.86	14.86	14.86				

-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 4 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	Başlangıç Elek Analizi		
	% Ağırık	Birik. % Elektaltı	Birik. % Elektaltı
-1180 +850	97.49	100.00	97.49
-850 +600	2.32	2.51	99.81
-600 +425	0.19	0.19	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ. Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ. Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ. Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ. Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ. Birik. % Elek altı			
-1180+ 850	74.84	100.00	73.86	100.00	54.09	100.00	31.13	100.00	32.46	100.00	11.31	100.00	11.09	100.00	1.57	100.00	1.30	100.00
-850+ 600	12.93	25.16	13.26	26.14	19.70	45.01	23.26	68.87	24.60	67.54	18.16	88.69	20.21	88.91	6.90	98.43	6.59	98.70
-600+ 425	4.97	12.23	5.40	12.89	9.62	26.20	14.56	45.61	15.06	42.94	17.44	70.53	19.64	68.70	8.85	91.53	14.66	92.11
-425+ 300	2.86	7.26	3.04	7.49	6.13	16.58	10.69	31.05	10.18	27.87	15.72	53.09	16.22	49.06	13.68	82.68	20.54	77.45
-300+ 212	1.28	4.40	1.33	4.45	2.91	10.46	5.58	20.36	5.09	17.69	9.34	37.37	9.46	32.84	11.35	69.00	14.18	56.92
-212+ 150	1.02	3.12	1.04	3.13	2.39	7.55	4.83	14.78	3.87	12.61	8.05	28.03	6.49	23.38	12.27	57.65	10.66	42.74
-150+ 106	0.71	2.10	0.72	2.09	1.71	5.16	3.61	9.95	2.85	8.74	7.47	19.98	5.28	16.90	12.01	45.38	9.21	32.08
-106+ 75	0.49	1.38	0.49	1.37	1.19	3.45	2.20	6.34	1.98	5.89	4.82	12.51	3.82	11.62	10.70	33.37	7.17	22.87
-75	0.90	0.90	0.88	0.88	2.25	2.25	4.14	4.14	3.92	3.92	7.68	7.68	7.80	7.80	22.67	22.67	15.70	15.70

-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 4 cm bilyardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µ m)	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-850 +600	96.64	100.00	96.64
-600 +425	3.24	3.37	99.87
-425 +300	0.13	0.13	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk				
	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı			
-850+ 600	79.91	100.00	62.73	100.00	100.00	40.73	100.00	40.53	100.00	18.16	100.00	18.80	100.00	3.05	100.00	4.27	100.00
-600+ 425	10.94	20.09	17.33	37.27	40.04	23.31	59.27	24.55	59.47	23.46	81.84	25.05	81.20	9.17	96.95	14.80	95.73
-425+ 300	3.95	9.15	7.98	19.94	20.18	13.07	35.97	13.88	34.92	19.06	58.38	19.63	56.15	13.40	87.78	21.42	80.93
-300+ 212	1.80	5.20	3.94	11.96	11.43	7.24	22.90	6.86	21.04	11.56	39.32	11.22	36.53	12.99	74.38	15.55	59.51
-212+ 150	1.07	3.40	2.44	8.02	7.38	4.77	15.66	4.49	14.18	7.57	27.76	7.33	25.31	11.99	61.39	11.23	43.96
-150+ 106	0.81	2.33	1.89	5.58	5.02	3.86	10.89	3.16	9.69	6.50	20.20	5.83	17.98	12.22	49.39	9.52	32.73
-106+ 75	0.54	1.52	1.29	3.69	3.29	2.72	7.03	2.25	6.53	5.64	13.70	4.08	12.16	10.39	37.17	7.14	23.21
-75	0.98	0.98	2.39	2.39	2.12	4.30	4.30	4.28	4.28	8.06	8.06	8.08	8.08	26.78	26.78	16.07	16.07

5 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm biyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

planan	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk				
	% Ağ.	Birik. % elek Altı	Öçülen	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Öçülen	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Hesaplanan	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Öçülen	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Hesaplanan	% Ağ.	Birik. % Elek altı
100.00	67.27	100.00	100.00	55.51	100.00	100.00	38.90	100.00	13.63	100.00	19.13	100.00	6.36	100.00	5.12	100.00	
19.68	20.74	32.73	18.85	22.01	44.49	61.10	25.37	63.07	13.30	86.37	19.70	80.87	4.92	93.64	9.49	94.88	
8.19	4.09	11.98	5.20	7.34	22.48	35.73	8.96	41.99	7.08	73.07	10.69	61.17	3.57	88.72	5.77	85.39	
5.69	2.32	7.90	3.41	4.21	15.14	26.77	6.30	34.16	6.44	65.98	8.94	50.47	3.77	85.15	6.46	79.62	
4.19	1.34	5.58	2.28	2.53	10.93	20.47	4.38	28.30	5.87	59.54	6.81	41.53	4.45	81.38	6.65	73.16	
3.27	1.01	4.23	1.92	1.69	8.40	16.09	3.06	23.90	6.52	53.67	5.84	34.72	5.60	76.93	7.57	66.51	
2.54	0.79	3.23	1.63	1.55	6.71	13.03	2.87	19.80	6.93	47.16	5.75	28.89	7.17	71.32	9.61	58.94	
1.96	0.61	2.44	1.37	1.06	5.16	10.16	2.00	16.02	7.01	40.22	4.41	23.14	8.78	64.15	8.25	49.33	
1.48	0.50	1.83	1.18	0.99	4.11	8.16	1.91	12.65	7.01	33.21	4.28	18.73	9.75	55.37	9.07	41.08	
1.08	0.17	1.32	0.41	0.52	3.11	6.24	1.11	9.59	2.76	26.20	2.69	14.45	5.69	45.62	6.05	32.00	
0.95	0.35	1.15	0.88	0.71	2.59	5.14	1.34	8.47	6.24	23.44	2.87	11.76	9.75	39.94	6.37	25.95	
0.66	0.23	0.80	0.59	0.50	1.88	3.80	1.04	6.05	4.47	17.20	2.41	8.89	9.69	30.19	5.14	19.59	
0.47	0.12	0.57	0.30	0.15	1.37	2.75	0.30	4.40	2.39	12.73	1.84	6.48	5.74	20.49	4.19	14.45	
0.38	0.46	0.46	1.21	1.22	1.22	2.46	2.46	3.54	10.34	10.34	4.64	4.64	14.75	14.75	10.26	10.26	

-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

TANE BOYU (µm)	Başlangıç Elek Analizi			
	% Ağırlık	Birikimli % Eek altı	Birikimli % Eek üstü	Birikimli % Eek üstü
-4750 +3350	97.38	100.00	97.38	100.00
-3350 +2360	2.62	2.62	100.00	100.00
-2360 +1700	-	-	100.00	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk		
	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı
-4750+3350	72.49	71.07	100.00	49.79	49.67	100.00	26.70	28.28	100.00	9.10	11.26	100.00
-3350+2360	11.92	13.74	28.93	16.57	21.23	50.33	16.33	23.52	71.72	9.52	14.15	88.74
-2360+1700	4.67	5.00	15.18	8.35	9.24	29.10	10.51	12.71	48.20	8.31	12.51	74.59
-1700+1180	2.93	2.97	10.18	5.86	5.71	19.86	8.43	8.86	35.49	8.51	11.69	62.08
-1180+ 850	1.99	1.92	7.21	4.35	3.63	14.15	7.04	6.15	26.63	8.49	9.81	50.39
-850+ 600	1.53	1.42	5.29	3.55	2.77	10.52	6.22	5.02	20.48	8.68	9.12	40.57
-600+ 425	1.04	0.93	3.88	2.52	1.90	7.74	5.04	3.66	15.46	8.08	7.12	31.45
-425+ 300	0.88	0.78	2.95	2.23	1.61	5.84	4.74	3.25	11.80	8.50	6.50	24.34
-300+ 212	0.57	0.50	2.17	1.48	1.06	4.23	3.32	2.18	8.55	6.55	4.40	17.84
-212+ 150	0.44	0.38	1.67	1.16	0.78	3.17	2.71	1.63	6.37	5.72	3.33	13.44
-150+ 106	0.39	0.33	1.29	1.04	0.71	2.39	2.50	1.50	4.74	5.54	2.97	10.11
-106+ 75	0.30	0.25	0.96	0.80	0.56	1.67	1.97	1.14	3.25	4.54	2.33	7.14
-75	0.84	0.71	0.71	2.29	1.11	1.11	4.50	2.11	2.11	8.47	4.81	4.81

-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen	Hesaplanan		Öçülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	Birik. % Elek altı			
-1700+1180	77.38	100.00	100.00	56.49	100.00	100.00	33.75	100.00	30.24	100.00	100.00	10.92	100.00	100.00	2.78	100.00	0.97	100.00
-1180+ 850	11.55	22.62	29.29	19.85	43.51	46.74	23.69	66.25	24.82	69.76	86.09	20.73	89.08	97.22	8.02	97.22	6.64	99.03
-850+ 600	4.18	11.06	13.76	8.47	23.65	25.16	12.85	42.56	14.97	44.94	66.77	19.49	68.35	89.20	11.32	89.20	13.98	92.38
-600+ 425	2.13	6.89	8.22	4.67	15.18	15.59	8.40	29.71	9.08	29.97	81.68	13.37	48.86	77.88	9.67	77.88	16.72	78.40
-425+ 300	1.46	4.76	5.47	3.37	10.51	10.45	6.63	21.30	6.77	20.89	97.73	10.83	35.49	68.21	11.96	68.21	16.41	61.68
-300+ 212	0.72	3.30	3.60	1.71	7.14	6.85	3.63	14.67	3.80	14.12	6.79	6.62	24.67	56.25	9.29	56.25	9.41	45.27
-212+ 150	0.62	2.58	2.69	1.51	5.42	5.01	3.34	11.05	2.86	10.32	6.71	4.87	18.04	49.96	10.59	49.96	9.65	35.86
-150+ 106	0.44	1.96	1.92	1.10	3.91	3.49	2.51	7.71	2.27	7.46	4.36	4.02	13.18	36.37	9.54	36.37	7.39	26.21
-106+ 75	0.32	1.51	1.37	0.80	2.81	2.41	1.89	5.20	1.64	5.19	3.23	2.84	9.16	26.83	8.26	26.83	5.61	18.82
-75	1.19	1.19	0.97	2.01	2.01	1.63	3.31	3.31	3.56	3.56	5.63	6.32	6.32	18.57	18.57	18.57	13.21	13.21

-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µ m)	Başlangıç Elek Analizi		
	% Ağırılık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1180 +850	98.64	100.00	98.64
-850 +600	1.17	1.36	99.81
-600 +425	0.19	0.19	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk						
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen				
	% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		
-1180+ 850	79.67	100.00	100.00	61.92	100.00	100.00	41.87	100.00	40.58	100.00	100.00	20.39	100.00	19.31	100.00	5.42	100.00	3.88	100.00
-850+ 600	10.57	20.33	22.33	17.15	38.09	39.61	20.78	58.13	22.64	59.42	80.69	20.28	79.61	22.78	80.69	12.31	94.58	12.67	96.12
-600+ 425	3.79	9.76	11.16	7.53	20.93	21.68	12.07	37.35	12.61	36.78	36.78	16.10	59.34	17.39	57.91	10.76	82.27	17.28	83.45
-425+ 300	2.25	5.96	6.70	4.88	13.40	13.58	8.77	25.27	8.60	24.18	40.52	13.37	43.24	13.25	40.52	13.52	71.51	17.96	66.16
-300+ 212	0.89	3.72	4.08	2.01	8.53	8.58	3.92	16.50	3.91	15.58	27.27	6.89	29.87	7.65	27.27	12.07	57.99	11.75	48.21
-212+ 150	0.94	2.83	3.07	2.19	6.52	6.42	4.44	12.58	3.83	11.68	19.62	8.40	22.99	5.27	19.62	9.75	45.92	8.69	36.46
-150+ 106	0.57	1.89	2.01	1.36	4.32	4.26	2.86	8.14	2.54	7.85	14.35	4.83	14.59	4.39	14.35	10.19	36.17	7.71	27.76
-106+ 75	0.39	1.32	1.36	0.95	2.96	2.88	2.04	5.28	1.75	5.30	9.97	4.38	9.76	3.21	9.97	8.45	25.98	6.16	20.05
-75	0.93	0.93	0.93	2.01	2.01	1.91	3.23	3.23	3.56	3.56	6.76	5.38	5.38	6.76	6.76	17.53	17.53	13.89	13.89

-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 5 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	Başlangıç Elek Analizi	
	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı
-850 +600	96.48	96.48
-600 +425	3.47	99.95
-425 +300	0.05	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk		
	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Birik. % Elek altı	Ölçülen Birik. % Elek altı
-850+ 600	83.38	100.00	100.00	69.82	100.00	66.41	50.53	100.00	49.46	100.00	29.27	100.00	28.92	100.00	10.31
-600+ 425	9.08	16.62	20.30	14.31	30.18	16.67	20.67	49.47	22.23	50.54	23.59	71.08	25.21	71.08	19.78
-425+ 300	3.09	7.54	9.33	6.41	15.87	7.09	11.00	28.80	11.08	28.31	16.09	45.87	16.48	45.87	20.12
-300+ 212	1.41	4.45	5.32	3.10	9.46	3.29	5.80	17.79	5.53	17.23	8.27	29.39	8.83	29.39	13.25
-212+ 150	0.85	3.04	3.50	1.92	6.36	2.01	3.75	11.99	3.50	11.70	6.45	20.56	5.91	20.56	9.16
-150+ 106	0.65	2.20	2.41	1.49	4.44	1.52	3.00	8.24	2.76	8.19	5.45	14.65	4.71	14.65	7.94
-106+ 75	0.44	1.55	1.58	1.04	2.95	1.03	2.14	5.24	1.89	5.43	4.94	9.93	3.33	9.93	6.22
-75	1.11	1.11	1.02	1.92	1.92	1.98	3.10	3.10	3.54	3.54	5.93	6.60	6.60	6.60	13.22

-6.7 +4.75 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm biyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	0.33 dk				0.75 dk				1.5 dk				3 dk				6 dk			
	Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen	
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı
-6700+4750	75.61	100.00	67.01	100.00	52.97	100.00	49.98	100.00	28.06	100.00	32.52	100.00	7.87	100.00	12.11	100.00	3.43	100.00	1.54	100.00
-4750+3350	11.59	24.39	16.81	32.99	18.00	47.03	22.81	50.02	18.24	71.94	22.45	67.48	9.39	92.13	14.05	87.89	3.01	96.57	2.76	98.46
-3350+2360	4.37	12.80	6.03	16.17	8.30	29.03	9.27	27.20	11.16	53.70	12.29	45.03	8.58	82.73	13.15	73.85	3.46	93.55	3.89	95.70
-2360+1700	2.39	8.43	3.11	10.14	5.11	20.73	4.94	17.94	8.22	42.53	8.69	32.74	8.44	74.15	11.63	60.70	4.17	90.09	7.15	91.81
-1700+1180	1.49	6.05	1.85	7.03	3.46	15.62	3.39	12.99	6.31	34.31	6.02	24.05	8.09	65.72	10.52	49.07	5.06	85.92	11.09	84.66
-1180+ 850	1.06	4.56	1.27	5.19	2.62	12.16	2.22	9.60	5.26	28.01	3.95	18.03	8.06	57.63	7.52	38.55	6.46	80.87	11.62	73.58
-850+ 600	0.85	3.50	0.99	3.92	2.19	9.54	1.73	7.39	4.71	22.75	3.28	14.08	8.22	49.57	6.79	31.03	8.52	74.40	12.30	61.96
-600+ 425	0.59	2.64	0.67	2.93	1.56	7.35	1.20	5.66	3.55	18.04	2.39	10.80	6.92	41.35	5.06	24.24	8.07	65.88	10.09	49.66
-425+ 300	0.52	2.06	0.59	2.26	1.42	5.79	1.11	4.46	3.36	14.48	2.09	8.41	7.07	34.43	4.77	19.18	9.88	57.82	9.80	39.56
-300+ 212	0.33	1.53	0.36	1.67	0.91	4.37	0.74	3.35	2.23	11.13	1.42	6.31	5.01	27.37	3.20	14.41	8.22	47.94	6.51	29.76
-212+ 150	0.28	1.21	0.30	1.31	0.78	3.45	0.58	2.60	1.95	8.90	1.07	4.90	4.57	22.35	2.52	11.21	8.39	39.72	5.46	23.25
-150+ 106	0.28	0.93	0.30	1.01	0.78	2.67	0.59	2.02	1.99	6.95	1.06	3.83	4.84	17.78	2.37	8.68	9.74	31.33	4.85	17.79
-106+ 75	0.21	0.65	0.22	0.70	0.59	1.89	0.44	1.43	1.53	4.96	0.78	2.77	3.84	12.94	1.81	6.32	8.43	21.59	3.94	12.93
-75	0.45	0.45	0.48	0.48	1.30	1.30	0.98	0.98	3.44	3.44	1.99	1.99	9.10	9.10	4.51	4.51	13.15	13.15	9.00	9.00

-4.75 +3.35 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm çapında bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk							
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen					
	% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı		% Ağ.	Birik. % Elek altı			
-4750+3350	72.66	100.00	68.32	100.00	48.40	100.00	49.22	100.00	25.28	100.00	26.85	100.00	8.12	100.00	7.30	100.00	1.02	100.00	0.42	100.00
-3350+2360	13.60	27.34	16.89	31.68	20.87	50.78	22.28	50.78	21.07	74.72	24.83	73.15	12.44	91.88	15.11	92.70	2.76	98.98	1.39	99.58
-2360+1700	4.75	13.73	5.48	14.79	9.15	30.73	10.05	28.50	12.48	53.65	14.47	48.32	11.00	79.44	15.75	77.59	3.99	96.22	3.95	98.18
-1700+1180	2.66	8.99	2.92	9.31	5.70	21.58	5.36	18.45	9.10	41.17	9.68	33.85	10.25	68.45	14.97	61.84	5.43	92.23	10.03	94.24
-1180+ 850	1.58	6.33	1.67	6.39	3.65	15.88	3.27	13.09	6.53	32.08	5.89	24.18	8.92	58.19	10.33	46.87	6.62	86.80	13.07	84.20
-850+ 600	1.23	4.75	1.27	4.72	2.98	12.23	2.50	9.82	5.64	25.55	4.64	18.28	8.73	49.27	8.78	36.54	9.05	80.18	14.47	71.13
-600+ 425	0.83	3.52	0.84	3.45	2.08	9.25	1.69	7.32	4.39	19.91	3.19	13.64	7.77	40.54	6.27	27.76	8.49	71.13	11.79	56.66
-425+ 300	0.70	2.69	0.70	2.62	1.81	7.17	1.49	5.63	4.01	15.52	2.74	10.46	7.75	32.77	5.59	21.49	10.19	62.64	11.08	44.87
-300+ 212	0.46	1.99	0.45	1.92	1.21	5.36	0.96	4.14	2.80	11.51	1.77	7.72	5.83	25.02	3.60	15.90	8.97	52.45	7.52	33.79
-212+ 150	0.36	1.53	0.35	1.47	0.95	4.15	0.74	3.17	2.25	8.71	1.38	5.94	4.95	19.18	2.91	12.29	8.50	43.48	6.31	26.27
-150+ 106	0.32	1.17	0.31	1.12	0.88	3.20	0.70	2.43	2.13	6.46	1.27	4.57	4.88	14.24	2.60	9.38	9.13	34.98	5.60	19.96
-106+ 75	0.26	0.85	0.25	0.81	0.70	2.32	0.53	1.73	1.75	4.33	0.98	3.30	4.14	9.36	2.03	6.78	8.37	25.85	4.47	14.36
-75	0.59	0.59	0.56	0.56	1.62	1.62	1.20	1.20	2.59	2.59	2.32	2.32	5.22	5.22	4.75	4.75	17.49	17.49	9.89	9.89

-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 6 cm bıyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk			6 dk					
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen			
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı		
-2360+1700	78.26	100.00	73.27	100.00	55.43	100.00	32.82	100.00	32.75	100.00	10.77	100.00	10.00	100.00	2.06	100.00	0.80	100.00
-1700+1180	12.31	21.74	15.73	26.73	22.49	44.57	25.77	67.18	27.38	67.25	20.16	89.23	22.11	90.00	6.99	97.94	6.09	99.20
-1180+ 850	3.29	9.43	3.97	11.00	7.70	22.08	12.75	41.41	13.03	39.88	14.45	69.07	17.65	67.89	8.60	90.94	13.09	93.11
-850+ 600	1.97	6.14	2.32	7.04	4.63	14.37	8.04	28.66	8.45	26.85	12.79	54.62	14.21	50.24	10.97	82.34	17.93	80.02
-600+ 425	1.18	4.18	1.36	4.72	2.73	10.27	5.46	20.61	5.15	18.39	9.27	41.82	9.58	36.03	9.93	71.37	14.66	62.09
-425+ 300	0.92	3.00	1.04	3.35	2.13	7.01	4.11	15.16	3.99	13.24	8.65	32.56	7.71	26.45	11.51	61.44	12.81	47.43
-300+ 212	0.51	2.08	0.57	2.31	1.16	4.88	2.73	11.05	2.23	9.25	5.55	23.91	4.60	18.74	8.86	49.93	8.18	34.62
-212+ 150	0.43	1.57	0.48	1.74	1.02	3.72	2.39	8.32	1.87	7.02	5.11	18.36	3.69	14.14	9.22	41.07	6.48	26.44
-150+ 106	0.33	1.15	0.37	1.26	0.78	2.70	1.93	5.93	1.50	5.16	4.30	13.25	2.98	10.44	8.60	31.85	5.57	19.97
-106+ 75	0.26	0.81	0.28	0.89	0.52	1.92	1.52	4.00	1.10	3.66	3.50	8.94	2.23	7.47	7.63	23.25	4.28	14.40
-75	0.56	0.56	0.61	0.61	1.40	1.40	2.47	2.47	2.56	2.56	5.44	5.44	5.24	5.24	15.62	15.62	10.12	10.12

-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 6 cm bilyalardan oluşan öğüüücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µm)	% Ağrlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1700 +1180	97.97	100.00	97.97
-1180 + 850	1.94	2.03	99.91
-850 + 600	0.09	0.09	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk				0.75 dk				1.5 dk				3 dk				6 dk			
	Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen	
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı
-1700+1180	80.74	100.00	77.65	100.00	63.12	100.00	60.94	100.00	40.67	100.00	40.98	100.00	16.88	100.00	17.19	100.00	3.96	100.00	2.45	100.00
-1180+ 850	10.28	19.26	12.07	22.35	17.16	36.88	18.49	39.06	23.50	59.33	24.07	59.02	21.56	83.12	23.82	82.81	10.12	96.04	11.21	97.55
-850+ 600	3.24	8.98	3.78	10.28	6.57	19.72	7.13	20.56	10.76	35.84	11.34	34.95	15.95	61.55	16.68	58.99	11.92	85.92	15.96	86.34
-600+ 425	1.89	5.75	2.18	6.50	4.11	13.16	4.35	13.43	7.44	25.07	7.31	23.61	11.49	45.60	12.28	42.31	11.42	74.01	16.43	70.38
-425+ 300	1.29	3.85	1.47	4.32	2.92	9.04	3.10	9.08	5.63	17.63	5.29	16.30	9.80	34.11	9.37	30.02	12.50	62.59	14.67	53.95
-300+ 212	0.59	2.56	0.67	2.85	1.38	6.12	1.61	5.98	2.80	12.00	2.94	11.01	5.33	24.31	5.48	20.65	8.30	50.09	8.87	39.29
-212+ 150	0.57	1.97	0.64	2.18	1.35	4.74	1.24	4.38	2.81	9.21	2.21	8.07	5.63	18.99	4.04	15.17	9.87	41.79	7.63	30.42
-150+ 106	0.39	1.39	0.44	1.54	0.94	3.39	0.94	3.13	2.00	6.40	1.74	5.86	4.20	13.36	3.35	11.13	8.23	31.92	6.26	22.78
-106+ 75	0.28	1.00	0.31	1.10	0.68	2.44	0.68	2.19	1.46	4.39	1.28	4.12	3.17	9.16	2.49	7.77	6.76	23.70	4.82	16.52
-75	0.72	0.72	0.79	0.79	1.77	1.77	1.51	1.51	2.93	2.93	2.84	2.84	5.99	5.99	5.28	5.28	16.94	16.94	11.70	11.70

-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µ m)	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1180 +850	99.06	100.00	99.06
-850 +600	0.85	0.94	99.91
-600 +425	0.09	0.09	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk						1.5 dk						3 dk						6 dk					
	Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen					
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı				
-1180 +850	84.10	100.00	82.25	100.00	69.55	100.00	68.38	100.00	42.06	100.00	49.21	100.00	17.79	100.00	26.62	100.00	8.24	100.00	5.26	100.00				
-850 +600	7.98	15.90	8.63	17.75	13.32	30.45	14.17	31.62	22.20	57.94	19.61	50.79	21.03	82.21	22.13	73.38	15.00	91.76	13.66	94.74				
-600 +425	2.89	7.92	3.46	9.12	5.93	17.13	6.40	17.46	11.97	34.74	10.74	31.18	17.81	61.18	15.39	51.24	12.67	76.76	17.42	81.08				
-425 +300	1.74	5.03	2.07	5.67	3.80	11.20	3.99	11.06	8.16	22.77	7.21	20.44	12.98	43.37	11.48	35.85	13.47	64.09	17.15	63.66				
-300 +212	0.93	3.28	1.09	3.59	2.10	7.40	2.15	7.06	4.46	14.61	3.94	13.23	8.04	30.39	6.66	24.36	10.75	50.62	11.14	46.51				
-212 +150	0.58	2.35	0.67	2.50	1.34	5.30	1.40	4.91	3.41	10.14	2.60	9.28	6.59	22.35	4.74	17.70	8.67	39.87	8.22	35.37				
-150 +106	0.46	1.77	0.53	1.83	1.07	3.96	1.08	3.51	2.64	6.74	2.12	6.68	5.38	15.76	3.88	12.96	8.19	31.21	7.49	27.15				
-106 + 75	0.31	1.31	0.36	1.30	0.75	2.89	0.78	2.43	2.01	4.09	1.49	4.57	4.26	10.38	2.93	9.08	6.53	23.02	5.82	19.67				
-75	1.00	1.00	0.94	0.94	2.14	2.14	1.65	1.65	3.08	2.08	3.07	3.07	6.12	6.12	6.15	6.15	16.49	16.49	13.84	13.84				

-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında besleme malzemesinin 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µ m)	% Ağırlık	Birik. % Elekalıtı	Birik. % Elekalıtı
-850 +600	97.86	100.00	97.86
-600 +425	2.11	2.14	99.97
-425 +300	0.03	0.03	100.00

Tane Boyu (µ m)	0.33 dk				0.75 dk				1.5 dk				3 dk				6 dk			
	Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen		Hesaplanan		Ölçülen	
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı
-850 +600	86.84	100.00	85.71	100.00	74.91	100.00	74.45	100.00	58.31	100.00	59.41	100.00	36.67	100.00	39.71	100.00	16.82	100.00	17.44	100.00
-600 +425	7.16	13.16	7.81	14.29	12.11	25.09	12.63	25.55	17.76	41.69	18.11	40.59	21.22	63.33	22.53	60.29	16.09	83.18	22.31	82.56
-425 +300	2.47	6.00	2.70	6.47	5.21	12.98	5.28	12.92	9.16	23.93	8.71	22.48	13.98	42.11	13.50	37.76	15.56	67.08	18.42	60.25
-300 +212	1.16	3.53	1.25	3.77	2.56	7.78	2.56	7.64	4.84	14.77	4.37	13.77	8.42	28.13	7.04	24.26	11.84	51.52	10.86	41.83
-212 +150	0.72	2.38	0.77	2.52	1.64	5.21	1.57	5.08	3.22	9.93	2.78	9.40	6.06	19.71	4.83	17.22	9.83	39.68	7.90	30.97
-150 +106	0.55	1.65	0.59	1.74	1.27	3.58	1.19	3.50	2.57	6.70	2.17	6.62	5.10	13.66	3.75	12.39	9.18	29.85	6.58	23.07
-106 + 75	0.38	1.10	0.40	1.16	0.88	2.31	0.84	2.32	1.83	4.13	1.49	4.45	3.79	8.55	2.75	8.64	7.43	20.67	5.03	16.49
-75	0.73	0.73	0.76	0.76	1.43	1.43	1.48	1.48	2.31	2.31	2.97	2.97	4.76	4.76	5.88	5.88	13.24	13.24	11.46	11.46

-2.36 +1.7 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi 2. deney elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	Başlangıç Elek Analizi		
	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-2360 +1700	95.59	100.00	95.59
-1700 +1180	4.41	4.41	100.00
-1180 + 850	0.00	0.00	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk		
	Hesaplanan % Ağ.	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ.	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı
-2360 +1700	71.73	67.49	100.00	49.78	47.55	100.00	25.92	28.89	100.00	7.03	10.78	100.00
-1700 +1180	15.09	18.17	32.51	21.34	24.77	52.45	21.92	25.42	71.11	12.62	17.33	89.22
-1180 + 850	4.91	5.60	14.34	9.56	9.60	27.68	13.88	13.55	45.69	13.20	14.54	71.89
-850 + 600	2.88	3.16	8.74	6.18	6.09	18.08	10.51	9.85	32.14	13.30	13.84	57.34
-600 + 425	1.67	1.78	5.58	3.84	3.63	11.99	7.30	6.29	22.29	11.36	10.70	43.50
-425 + 300	1.24	1.29	3.80	2.98	2.71	8.36	6.08	5.06	16.00	10.86	9.57	32.80
-300 + 212	0.73	0.75	2.50	1.81	1.58	5.65	3.91	3.11	10.94	7.76	6.22	23.23
-212 + 150	0.50	0.51	1.76	1.27	1.08	4.07	2.83	2.14	7.82	6.00	4.52	17.01
-150 + 106	0.46	0.46	1.25	1.17	0.94	2.99	2.68	1.82	5.69	5.95	3.92	12.49
-106 + 75	0.32	0.32	0.79	0.84	0.68	2.05	1.97	1.40	3.87	4.57	3.02	8.57
-75	0.47	0.47	0.47	1.24	1.37	1.37	2.99	2.47	2.47	7.36	5.55	5.55

-1.7 +1.18 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi 2. deney elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µm)	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1700 +1180	97.88	100.00	97.88
-1180 + 850	2.12	2.12	100.00
-850 + 600	0.00	0.00	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk						0.75 dk						1.5 dk						3 dk					
	Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen			Hesaplanan			Ölçülen		
	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı	% Ağ.	Birik. % Elek altı		
-1700 +1180	76.29	100.00	72.78	100.00	55.55	100.00	54.89	100.00	31.53	100.00	33.14	100.00	10.16	100.00	10.91	100.00	10.16	100.00	10.16	100.00	10.91	100.00		
-1180 + 850	12.13	23.71	14.21	27.22	19.23	44.45	20.95	45.11	22.64	68.47	24.90	66.86	16.58	66.86	19.35	89.09	16.58	66.86	16.58	66.86	19.35	89.09		
-850 + 600	4.60	11.58	5.32	13.01	9.16	25.22	9.51	24.16	14.12	45.83	14.75	41.96	15.80	41.96	19.53	69.74	15.80	41.96	15.80	41.96	19.53	69.74		
-600 + 425	2.32	6.98	2.61	7.69	5.01	16.06	4.98	14.65	8.86	31.72	8.58	27.21	12.72	27.21	14.14	50.21	12.72	27.21	12.72	27.21	14.14	50.21		
-425 + 300	1.66	4.66	1.84	5.08	3.77	11.05	3.39	9.67	7.22	22.86	6.31	18.63	12.32	18.63	11.39	36.07	12.32	18.63	12.32	18.63	11.39	36.07		
-300 + 212	0.92	3.00	1.01	3.24	2.17	7.28	1.90	6.28	4.42	15.64	3.64	12.32	8.30	12.32	6.95	24.68	8.30	12.32	8.30	12.32	6.95	24.68		
-212 + 150	0.59	2.08	0.64	2.23	1.43	5.11	1.26	4.38	3.02	11.21	2.45	8.68	6.09	8.68	4.84	17.73	6.09	8.68	6.09	8.68	4.84	17.73		
-150 + 106	0.53	1.49	0.57	1.59	1.29	3.68	1.07	3.12	2.81	8.19	2.09	6.24	5.95	6.24	4.15	12.89	5.95	6.24	5.95	6.24	4.15	12.89		
-106 + 75	0.36	0.96	0.39	1.02	0.89	2.39	0.76	2.05	1.97	5.38	1.49	4.15	4.36	4.15	3.01	8.74	4.36	4.15	4.36	4.15	3.01	8.74		
-75	0.60	0.60	0.63	0.63	1.50	1.50	1.29	1.29	3.41	3.41	2.66	2.66	7.97	7.97	5.73	5.73	7.97	7.97	7.97	5.73	5.73			

-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi 2. deney elek analizi sonuçları

Başlangıç Elek Analizi			
Tane Boyu (µm)	% Ağırlık	Birik. % Elektaltı	Birik. % Elektaltı
-1180 +850	99.43	100.00	99.43
-850 +600	0.53	0.57	99.96
-600 +425	0.04	0.04	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk				
	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen	Hesaplanan		Ölçülen		
	% Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı	% Ağ. % Elek altı	Birik. % Elek altı		
-1180 + 850	82.28	100.00	81.23	100.00	63.92	100.00	42.06	100.00	43.28	100.00	17.79	100.00	17.51	100.00
-850 + 600	8.71	17.72	9.43	36.08	16.57	36.08	22.20	57.94	22.78	56.72	21.03	82.21	23.37	82.49
-600 + 425	3.53	9.01	3.74	9.34	7.68	19.50	11.97	35.74	12.65	33.94	17.81	61.18	18.77	59.12
-425 + 300	2.04	5.48	2.13	5.60	4.57	11.83	8.16	23.77	8.02	21.29	12.98	43.37	14.09	40.35
-300 + 212	1.01	3.43	1.03	3.47	2.26	7.25	4.46	15.61	3.93	13.27	8.04	30.39	7.44	26.26
-212 + 150	0.72	2.43	0.73	2.44	1.52	5.00	3.41	11.14	2.82	9.34	6.59	22.35	5.58	18.82
-150 + 106	0.54	1.70	0.54	1.71	1.17	3.48	2.64	7.74	2.20	6.52	5.38	15.76	4.34	13.24
-106 + 75	0.40	1.17	0.40	1.17	0.85	2.31	2.01	5.09	1.56	4.32	4.26	10.38	3.19	8.90
-75	0.77	0.77	0.77	0.77	1.46	1.46	3.08	3.08	2.76	2.76	6.12	6.12	5.71	5.71

-0.85 +0.6 mm tane boyu aralığında malzemenin 3 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi 2. deney elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µm)	Başlangıç Elek Analizi		
	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-850 +600	96.01	100.00	96.01
-600 +425	3.93	3.99	99.95
-425 +300	0.05	0.05	100.00

Tane Boyu (µm)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk					
	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Hesaplanan % Ağ. % Elek altı	Ölçülen % Ağ. % Elek altı				
-850 + 600	83.41	100.00	84.08	69.72	100.00	70.10	100.00	50.63	100.00	51.29	100.00	26.70	100.00	25.87	100.00
-600 + 425	10.02	16.59	9.94	15.73	15.92	16.94	29.90	21.66	49.37	23.58	48.71	23.82	73.30	27.04	74.13
-425 + 300	2.88	6.57	2.68	6.06	5.98	5.72	12.96	10.62	27.70	10.89	25.13	15.98	49.48	18.48	47.09
-300 + 212	1.21	3.69	1.10	2.70	3.30	2.40	7.24	5.15	17.09	4.75	14.23	9.02	33.50	8.86	28.61
-212 + 150	0.76	2.48	0.68	1.74	2.20	1.58	4.84	3.45	11.94	3.01	9.49	6.55	24.48	6.29	19.75
-150 + 106	0.56	1.72	0.50	1.30	1.52	1.20	3.26	2.66	8.49	2.25	6.47	5.33	17.93	4.62	13.47
-106 + 75	0.38	1.15	0.34	0.89	1.02	0.81	2.06	1.87	5.82	1.57	4.22	3.89	12.59	3.15	8.84
-75	0.77	0.77	0.68	1.84	0.68	1.84	1.25	3.96	3.96	2.65	2.65	8.71	8.71	5.69	5.69

**EK-3: -1.18 +0.85 mm ve -1.18 mm TANE BOYUNDA MALZEMENİN KARIŞIK
ÇAPTA BİLYALARDAN OLUŞAN ÖĞÜTÜCÜ ORTAM KULLANILARAK
ÖĞÜTÜLMESİ SONUCU HESAPLANAN VE ÖLÇÜLEN ÜRÜN TANE BOYU
DAĞILIMLARI TOPLU SONUÇLARI**

-1.18 mm tane boyunda malzemenin 4 cm, 5 cm ve 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak öğütülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (µ m)	Başlangıç Elek Analizi						0.33 dk						0.75 dk						1.5 dk						3 dk											
	% Ağ.			Birik. % Elek			% Ağ.			Birik. % Elek			% Ağ.			Birik. % Elek			% Ağ.			Birik. % Elek			% Ağ.			Birik. % Elek			% Ağ.			Birik. % Elek		
	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	altı	üstü	altı	altı	üstü				
-1180 + 850	34.36	100.00	34.36	27.58	100.00	28.66	100.00	20.85	100.00	23.65	100.00	12.65	100.00	16.97	100.00	4.66	100.00	6.40	100.00	4.66	100.00	16.97	100.00	12.65	100.00	16.97	100.00	4.66	100.00	6.40	100.00	4.66	100.00			
-850 + 600	20.55	65.64	54.90	19.51	72.42	20.76	71.34	17.83	79.15	21.23	76.35	14.51	87.35	21.29	83.03	8.63	95.34	15.60	93.60	8.63	95.34	21.29	83.03	14.51	87.35	21.29	83.03	8.63	95.34	15.60	93.60	8.63	95.34			
-600 + 425	12.20	45.10	67.11	13.59	52.92	13.31	50.58	14.57	61.32	14.10	55.12	14.79	72.84	15.83	61.74	12.34	86.71	16.90	78.00	12.34	86.71	15.83	61.74	14.79	72.84	15.83	61.74	12.34	86.71	16.90	78.00	12.34	86.71			
-425 + 300	9.71	32.89	76.82	11.26	39.33	10.89	37.27	12.75	46.75	11.74	41.01	14.28	58.05	13.54	45.91	14.47	74.37	16.48	61.10	14.47	74.37	13.54	45.91	14.28	58.05	13.54	45.91	14.47	74.37	16.48	61.10	14.47	74.37			
-300 + 212	6.00	23.18	82.82	7.49	28.06	6.83	26.39	9.12	34.00	7.32	29.27	11.38	43.76	8.31	32.37	13.76	59.90	10.59	44.62	13.76	59.90	8.31	32.37	11.38	43.76	8.31	32.37	13.76	59.90	10.59	44.62	13.76	59.90			
-212 + 150	4.44	17.18	87.26	5.56	20.58	5.11	19.56	6.88	24.88	5.61	21.94	8.96	32.38	6.28	24.06	11.98	46.14	8.60	34.03	11.98	46.14	6.28	24.06	8.96	32.38	6.28	24.06	11.98	46.14	8.60	34.03	11.98	46.14			
-150 + 106	3.84	12.74	91.10	4.60	15.02	4.45	14.45	5.56	18.00	4.84	16.33	7.19	23.42	5.35	17.78	9.99	34.16	7.32	25.43	9.99	34.16	5.35	17.78	7.19	23.42	5.35	17.78	9.99	34.16	7.32	25.43	9.99	34.16			
-106 + 75	3.02	8.90	94.12	3.54	10.42	3.50	10.00	4.22	12.44	3.80	11.49	5.45	16.24	4.20	12.43	7.80	24.17	5.85	18.10	7.80	24.17	4.20	12.43	5.45	16.24	4.20	12.43	7.80	24.17	5.85	18.10	7.80	24.17			
-75	5.88	5.88	100.00	6.88	6.88	6.50	6.50	8.22	8.22	7.69	7.69	10.79	10.79	8.23	8.23	16.37	16.37	12.25	12.25	16.37	16.37	8.23	8.23	10.79	10.79	8.23	8.23	16.37	16.37	12.25	12.25	16.37	16.37			

YUNANİSTAN T. M. KURULU
AKADEMİK MERKEZİ

-1.18 +0.85 mm tane boyu aralığında malzemenin 4 cm, 5 cm ve 6 cm bilyalardan oluşan öğütücü ortam kullanılarak ölçülmesi elek analizi sonuçları

Tane Boyu (μ m)	Başlangıç Elek Analizi		
	% Ağırlık	Birik. % Elekaltı	Birik. % Elekaltı
-1180 +850	96.98	100.00	96.98
-850 +600	2.91	3.02	99.89
-600 +425	0.11	0.11	100.00

Tane Boyu (μ m)	0.33 dk			0.75 dk			1.5 dk			3 dk		
	Hesaplanan % Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Öçülen % Ağ. altı	Hesaplanan % Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Öçülen % Ağ. altı	Hesaplanan % Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Öçülen % Ağ. altı	Hesaplanan % Ağ. altı	Birik. % Elek altı	Öçülen % Ağ. altı
-1180 + 850	77.84	100.00	81.01	58.85	100.00	66.55	35.71	100.00	45.14	100.00	13.15	100.00
-850 + 600	8.33	22.16	10.97	12.44	41.15	16.90	14.89	64.29	23.58	54.86	12.02	86.85
-600 + 425	5.18	13.83	3.14	9.80	28.71	6.13	14.36	49.40	10.84	31.28	15.45	74.83
-425 + 300	3.32	8.65	1.84	6.81	18.91	3.93	11.24	35.04	7.33	20.44	15.02	59.38
-300 + 212	2.10	5.33	0.85	4.56	12.10	1.96	8.25	23.80	3.84	13.11	13.02	44.36
-212 + 150	1.29	3.22	0.66	2.90	7.54	1.38	5.64	15.55	2.66	9.27	10.10	31.34
-150 + 106	0.78	1.94	0.48	1.81	4.64	1.08	3.71	9.92	2.10	6.61	7.30	21.25
-106 + 75	0.47	1.16	0.33	1.12	2.83	0.76	2.38	6.21	1.51	4.51	5.04	13.95
-75	0.69	0.69	0.72	1.71	1.71	1.32	3.82	3.82	3.00	3.00	8.91	8.91