

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

127559

$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  SÜRECİNDE YÜKSÜZ BOZONLARIN  
NÖTRİNO MAGNETİK MOMENTİNE KATKISI

DOKTORA TEZİ

TC. YÜKSEK ÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Aytekin AYDEMİR

SUBAT 2002

TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  SÜRECİNDE YÜKSÜZ BOZONLARIN  
NÖTRİNO MAGNETİK MOMENTİNE KATKISI

Aytekin AYDEMİR

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce  
"Fizik Doktoru"  
Ünvanı Verilmesi için Kabul Edilen Tezdir.

TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜmantasyon MERKEZİ

127555

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21-12-2001

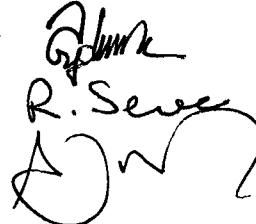
Tezin Savunma Tarihi : 01-2-2002

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ramazan SEVER

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ali Ulvi YILMAZER

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Asım KADIOĞLU





## ÖNSÖZ

Bu çalışmada temel parçacıklardan nötrinonun magnetik momentine  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecinde yüksüz bozonlardan gelen katkı incelenmiştir. Yeni ayar vektör bozonu da gözönüne alınarak hesaplar yapılmış ve nötrino magnetik moment değeri için bir sınırlama getirilmiştir. Sonuçlar  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecinde ilgili Feynman çizimlerinin tesir kesitinin hesaplanarak deneysel verilerle karşılaştırılması ile elde edilmiştir.

Bu çalışmayı öneren sayın Prof. Dr. Takhmasib M. ALİEV'e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın değişik aşamalarında yararlı tartışmalarda bulunduğuumuz ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fizik Bölümünün bilgisayarlarının kullanılması konusunda gösterdiği ilgi ve yardımlarından dolayı sayın Prof. Dr. Ramazan SEVER'e, tezle düzeltmelerde yardımcı olan ve yaptığımız tartışmalarla tezin daha sağlıklı bir temele oturmasına katkıda bulunan sayın Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN'a, ve hesaplamalarda bilgisayar kullanımıyla ilgili yardımlarını esirgemeyen sayın Doç. Dr. Erhan Onur İLTAN'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca tezi baştan sona okuyarak tezdeki eksikliklerin giderilmesinde ve yanlışlıkların düzelttilmesinde yardımlarını esirgemeyen sayın Prof. Dr. Ali Ulvi YILMAZER'e ve tezde sunulan çalışmaların bilimsel tutarlılığı konusunda yaptığı katkılardan ötürü, sayın Doç. Dr. Durmuş Ali DEMİR'e teşekkür ederim.

Aytekin AYDEMİR

TRABZON, 2002

## İÇİNDEKİLER

	<u>SayfaNo</u>
ÖNSÖZ .....	II
İÇİNDEKİLER .....	III
ÖZET .....	V
SUMMARY .....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	VII
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	VIII
SEMBOLLER DİZİNİ .....	IX
1. GİRİŞ .....	1
2. KURAMSAL BİLGİ .....	2
2.1. Giriş .....	2
2.2. Nötrinonun Öngörülmesi .....	2
2.3. Nötrinonun Astrofizikte Önemi .....	3
2.4. Nötrinonun Özellikleri .....	4
2.5. Nötrinoların Elektromagnetik Özellikleri .....	6
2.5.1. Magnetik Moment .....	7
2.6. V-A Zayıf Etkileşme Kuramı .....	8
2.7. Weinberg- Salam Kuramı .....	15
2.8. E6 da Yeni Ara parçacıklar .....	25
2.9. Feynman Çizimleri .....	27
3. HESAPLAMALAR .....	29
3.1. Giriş .....	29
3.2. Çift Yokolması İçin Feynman Çizimleri .....	30
3.3. Matris Elemanları .....	30
3.4. Matris Elemanın Karesi .....	34
3.5. İz Hesabı .....	37

3.6. Diferansiyel Tesir Kesiti .....	40
4. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	45
5. KAYNAKLAR.....	47
6. EKLER .....	51



## ÖZET

Bu çalışmada temel parçacıklardan nötrinonun elektromagnetik özelliklerinden biri olan magnetik momenti,  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  süreci bağlamında yüksüz ara bozonlardan gelen katkı çerçevesinde incelenmiştir. Yeni ayar vektör bozonu da gözönüne alınarak hesaplar yapılmış ve nötrino magnetik moment değeri için bir sınırlama getirilmiştir. Hesaplarda hem IVB  $Z_0$  ve hem de IVB  $Z_\theta$  parçacıkları birlikte gözönüne alınmış ve nötrinonun magnetik momenti hesaplanmıştır. Sonuçlar  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecinde ilgili Feynman çizimlerinin tesir kesitinin hesaplanarak deneysel verilerle karşılaştırılması ile elde edilmiş ve tau nötrino magnetik momentinin  $3.87 \times 10^{-6} \mu_B$  dan küçük olması gereği sonucuna varılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Nötrino, Elektromagnetik Özellikler, Magnetik Moment, Yeni Ara Vektör Bozonlar.

## SUMMARY

### Contribution of Neutral Bosons to the Magnetic Moment of the Neutrino in $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ Process

In this study, the magnetic moment of the neutrino which is one of the electromagnetic properties of the neutrino is investigated for the process  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  due to the intermediate vector bosons (IVB). The calculations are made including the new IVB and the constraint for the neutrino magnetic moment is obtained. Both the new IVB  $Z_0$  and the IVB  $Z_\theta$  particles are considered together in the calculations, and the magnetic moment of the neutrino is calculated. As a result of the calculations, by comparing the cross section for the relevant Feynman diagrams due to the  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  process with the experimental data, it is found that the magnetic moment of the tau neutrino should be less than  $3.87 \times 10^{-6} \mu_B$ .

**Key Words:** Neutrino, Elektromagnetic Properties, Magnetic Moment, New Intermediate Vector Bosons.

## SEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. $n \rightarrow p + e^- + (\bar{\nu}_e)$ sürecinde momentumun korunumu. ....	3
Şekil 2. $n \rightarrow p + e^- + (\bar{\nu}_e)$ süreci için elektron enerjisi- elektron sayısı. ....	3
Şekil 3. $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ süreci için Fermi kuramında Feynman çizimi. ....	8
Şekil 4. Ara vektör bozon etkileşmesi. ....	14
Şekil 5. $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ süreci için Feynman çizimleri. ....	28
Şekil 6. $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ süreci için Feynman çizimleri (ilgili enerjilerde). . .	30
Şekil 7. Fotonun gelen parçacıkların çarpışma doğrultusu ile yaptığı açı. ....	41

## **ÇİZELGELER DİZİNİ**

### **Sayfa No**

Çizelge 1. Çeşitli parçacıkların Lepton sayıları .....	12
Çizelge 2. Çeşitli $\theta$ ve $M_{Z_\theta}$ değerleri için $\sqrt{s} = M_{Z_0}$ da tesir kesiti ..... değerleri.	44

## SEMBOLLER DİZİNİ

Elektron spinörü	: $u_{e^-}(p_1)$
Elektron karşıtspinörü	: $\bar{u}_{e^-}(p_1)$
Nötrino spinörü	: $u_\nu(q_1)$
Nötrino karşıtspinörü	: $\bar{u}_\nu(q_1)$
Pozitron spinörü	: $v_{e^+}(p_2)$
Pozitron karşıtspinörü	: $\bar{v}_{e^+}(p_2)$
Karşıtnötrino spinörü	: $v_{\bar{\nu}}(q_2)$
Karşıtnötrino karşıtspinörü	: $\bar{v}_{\bar{\nu}}(q_2)$
Dirac gamma matrisleri	: $\gamma_\mu, \gamma_5$
Elektron yükü	: $-e$
Weinberg açısı	: $\theta_W$
$e^- e^+$ ve $Z_0$ arasındaki etkileşme katsayıları	: $a, b$
$e^- e^+$ ve $Z_\theta$ arasındaki etkileşme katsayıları	: $a', b'$
$Z_0$ ve $Z_\theta$ ların kütleleri	: $M_0, M_\theta$
$Z_0$ ve $Z_\theta$ ların dörtlü momentumları	: $s_1, s_2$
Bohr magnetonu	: $\mu_B$
Nötrino magnetik momentine	
karşılık gelen terim	: $F_2$
Nötrino elektrik dipole momentine	
karşılık gelen terim	: $F_3$

## 1. GİRİŞ

Bu çalışmada  $e^+e^- \rightarrow \gamma\nu\bar{\nu}$  süreci için  $Z_0$  ve  $Z_\theta$  li Feynman çizimlerinden tesir kesiti hesaplanarak nötrino magnetik momenti için bir sınır değeri bulunmuştur.

Nötrinonun elektromagnetik özellikleri, bu parçacıkların öngörülmelerinden ve gözlenmelerinden çok sonraları ortaya atılmıştır. Astrofizik ve evrenbilimde ortaya çıkan sorunların bazıları nötrinonun magnetik momente sahip olması durumunda kolayca çözüme kavuşturulabilmektedir. Bu nedenle yeni ara parçacıklarla yapılan hesaplarda nötrinonun elektromagnetik özellikleri de gözönüne alınmaktadır [1].

İkinci bölümde, nötrinonun elektromagnetik özellikleri ile ilgili olarak yapı çarpanları, nötrino ve etkileşmeleri bağlamında V-A kûramı ve standart model (SM) ile ilgili bilgi verilmiştir. Bu çalışmadaki hesaplamalar doğrultusunda  $E_6$  grubunda öngörülen yeni yüksüz ara bozonlar tartışılmış ve etkileşmelerle ilgili Feynman çizimleri ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde, bu çalışmanın temelini oluşturan  $e^+e^- \rightarrow \gamma\nu\bar{\nu}$  süreci ayrıntılı olarak hesaplanmıştır. Bu süreç için tesir kesitinin hesabı yapılmış, süreç sonucunda ortaya çıkan fotonun enerjisi ve açısı üzerinden diferansiyel tesir kesiti integre edilerek tesir kesiti hesaplanmış ve deney sonuçlarıyla karşılaştırılarak nötrinonun magnetik momenti için bir üst sınır değeri elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde, elde edilen sonuçlar tartışılmış ve yorumlanmıştır.

Eklerde ise bir etkileşme süreci için matris elemanının yazılması ve tesir kesitinin hesaplanması ve bu ara işlemler için gerekli bağıntılar verilmiştir.

## 2. KURAMSAL BİLGİ

### 2.1. Giriş

Doğada gözlenen temel kuvvetler, şiddetlerine göre düşük enerjilerde dört bölüme ayrılabilir: kuvvetli, elektromagnetik, zayıf ve kütleçekimsel. Bu kuvvetler boyutsuz değişkenlerle gösterildiklerinde mertebe olarak şöyle sıralanabilirler [2,3,4]:

mertebe	
Kuvvetli	$10^1$
elektromagnetik	$10^{-2}$
Zayıf	$10^{-5}$
Kütleçekimsel	$10^{-40}$

Temel parçacıklar Fermi-Dirac istatistiğine uyan  $1/2$  spinli fermiyonlar ve Bose-Einstein istatistiğine uyan 1 spinli bozonlar olmak üzere ikiye ayrırlar.

Parçacıklar taşıdıkları kuantum sayılarına göre bir ya da birkaç etkileşme birden yapabilirler. Örneğin leptonlar ve hadronik olmayan bozonlar yalnızca zayıf ve elektromagnetik etkileşme yaparlarken, baryon ve mezonlar elektromagnetik etkileşme ile birlikte kuvvetli ve zayıf etkileşme de yaparlar. Artık baryonlar ve mezonların da kuark adı verilen daha temel parçacıklardan oluşukları anlaşılmıştır.

Sonuçta maddenin iki temel yapı taşı vardır: Kuvvetlerin etki ettiği temel fermiyonlar (leptonlar ve kuarklar), ve bu kuvvetlerin taşıyıcısı olan temel bozonlar (foton ( $\gamma$ ),  $W^\pm$ ,  $Z^0$ , renk gluonları ( $g_\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2, \dots, 8$ )).

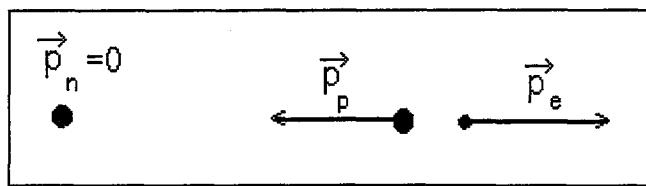
### 2.2. Nötrinonun Öngörülmesi

Nötrino parçacığı, bazı gözlem sonuçlarının önceden bilinen ve doğruluğu çok kere sınınamış bazı yasalara (enerjinin korunumu, vb.) uymaması sonucunda bir zorunluluk olarak öngörülmüş ve bulunmuştur. Nötronun bozunma süreci incelediğinde,

$$n \rightarrow p + e^- + (\bar{\nu}_e) \quad (1)$$

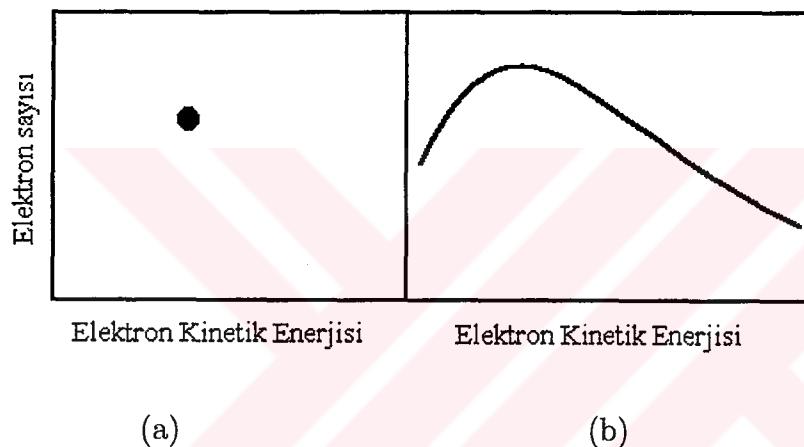
bozunan ve ortaya çıkan parçacıkların enerjilerinin karşılaştırılmasında enerjinin korunmadığı görülmüştür (Şekil 1.). Enerji korunumunun sağlanabilmesi için bir parçacığın

daha ortaya çıkması gerektiği 1929 yılında Pauli tarafından öne sürülmüştür [5].



Şekil 1.  $n \rightarrow p + e^- + (\bar{\nu}_e)$  sürecinde momentumun korunumu

Deneysel verilerden Şekil 2. (a) daki gibi bir görünüm beklenmesine karşılık Şekil 2. (b) deki gibi bir enerjiye bağımlılık ortaya çıkmaktadır [5,6].



Şekil 2.  $n \rightarrow p + e^- + (\bar{\nu}_e)$  süreci için elektron enerjisi- elektron sayısı

Aynı türden her süreç ( $n \rightarrow p + e^- + (\bar{\nu}_e)$ ) sonucunda elektronun enerjisinin sabit kalması gerekliden, sürekli bir değişim göstermesi süreç sonucunda gözden kaçan başka bir parçacığın daha olabileceği görüşünü getirmiştir, ve bu parçacığa da gözlenmemesinden dolayı yüksüz ve küçük anlamında "nötrino" adı verilmiştir.

### 2.3. Nötrinonun Astrofizikte Önemi

Nötrinolar zayıf etkilesen parçacıklar olduklarıdan tesir kesitleri çok küçük ve dolayısıyla serbest yolları ortalama büyülüklükte bir yıldızın yarıçapına göre çok büyütür. Yıldızlarda gerçekleşen çekirdek tepkimelerinde çok sayıda nötrino üretilmektedir ve tesir kesitleri çok küçük olduğundan kısa sürede çok sayıda nötrino yıldızı terketmekte ve dolayısıyla yıldızın çok fazla enerji kaybetmesine neden olmaktadır. Yıldızlar ısıldevingen dengelerini koruyabilmek için kaybettikleri bu enerjiyi bir şekilde (ya

kütleçekimsel büzülme ya da çekirdek tepkimeleri ile) yeniden üreterek karşılaşmak zorundadırlar [7,8]. Bu da yıldızın daha fazla yakıt tüketmesine ve daha hızlı gelişmesine neden olmaktadır. Böylece uzayda gözlenen yıldızlardan nötrino üretimi ve dolayısıyla kayıbü fazla olanlar, oldukçalarından daha yaşlı görünürler ve uzayda olmaları gerektiği yerde olmazlar [9].

Yine güvenreste gerçekleşen tepkimelerle ilgili bir sorun daha vardır. Yapılan ölçümlerde güvenreste yayınlanan nötrinoların sayısı kuramsal hesapla bulunandan yaklaşık 1/3 oranında az çıkmaktadır [10,11,12]. Deneysel olarak gözlenen nötrinoların sayısının kuramsal olarak hesaplanandan az olması, nötrinoların az da olsa bir magnetik momente sahip olmaları ile açıklanabilmektedir. Magnetik momente sahip nötrinolar güneşin magnetik alanında saptırılabileceğinden, ya da nötrino salınımları yoluyla beklenenden farklı türde nötrinolara dönüştürülebileceğinden beklenen oranlarda gözlenemeyebilirler.

Evrenbilimde kayıp kütle ya da karanlık madde olarak adlandırılan başka bir sorun vardır [13,14]. Evrenin geleceği üzerine üç tür öngörü bulunmaktadır. Birincisi, evrenin şu anda olduğu gibi sonsuza kadar genişlemesini südürecekidir. İkincisi, evrenin belirli bir süre sonra genişlemesine son vereceği ve öylece sonsuza kadar kalacağıdır. Üçüncüüsü ise, belirli bir süre sonra genişlemesini durdurulan evrenin bir çeşit geriye dönüşle büzüleceği yani kendi üzerinde kapanacağı öngörüsüdür. Ancak kütleçekimsel büzülme sonucunda gerçekleşecek bu son görüş için evrende yeterli kütlenin bulunup bulunmadığı tartışılmaktadır. İşte nötrinoların magnetik momentinin olması aynı zamanda nötrinoların kütleli olmalarını da gerektirdiğinden çok sayıda var olan nötrinolar evrendeki bu kayıp kütleyi karşılayabilirler.

#### **2.4. Nötrinonun Özellikleri**

Nötrinolar yüksüz,  $1/2$  spinli Fermi-Dirac istatistiğine uyan parçacıklardır. Nötrinonun bir kütlesinin olup olmadığı bugün fizigin en önemli tartışma konularındandır. 1998 yılında Süper-Kamiokande deneyinde nötrinoların çok küçük de olsa bir kitleye sahip oldukçalarına ilişkin güclü kanıtlar gözlenmiştir [15].

Nötrinolar dışında bütün fermiyonlar- yüklü leptonlar ve kuarklar- yük ( elektrik, izospin, zayıf izospin) taşıdıkları için çoğunlukla dört bileşenli kompleks spinörlerle temsil edilirler. Nötrinolar kütleli iseler, onlar da diğer tüm temel fermiyonlar gibi nötrino

alanının sağ ve sol-elli bileşenleri cinsinden yazılabilir:

$$\nu = \nu_L + \nu_R \quad (2)$$

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_L + \bar{\nu}_R \quad (3)$$

Burada L ve R parçacık ve karşıtparçacığın sol ve sağ spin durumlarına karşılık gelmek üzere

$$\nu_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\nu \quad (4)$$

$$\nu_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu \quad (5)$$

şeklindedir [16]. Ancak nötrinolar diğer fermiyonlardan farklı olarak elektrik yüküne sahip olmadıklarından karşıtparçacığını parçacıktan ayıran kesin kuantum sayıları yoktur. Deneylerden nötrinoların yalnızca sol-elli, ve karşıtnötrinoların da yalnızca sağ-elli oldukları bilinmektektir. Böylece kütlesiz bir nötrino  $\nu_L$  ve  $\bar{\nu}_R$  gibi iki spinör durumu ile gösterilebilir.

Karşı parçacığı kendisine eşit parçacıklar Majorana alanları ile temsil edildiğinden bu tür nötrinolar Majorana nötrinoları olarak adlandırılırlar.

Öte yandan kütlesiz bir Dirac nötrinosu da ışık hızıyla hareket edecekinden sağ ve sol-ellilik (kiralite) ve helisite Lorentz değişmezdir. Sol-elli bir parçacığın ( $\nu_L$ ) sağ-elli bir bileşenine gerek yoktur. Benzer şekilde sağ-elli bir karşıtparçacık ( $\bar{\nu}_R$ ) için de sol-elli bir bileşen gerekmektedir. Weyl nötrinosu olarak adlandırılan iki bileşenli böyle bir Dirac nötrinosu için  $\nu_L$  ve  $\bar{\nu}_R$  spinörleri yeterlidir. Bu spinörlerin her ikisi de farklı lepton sayılarına ya da diğer kuantum sayılarına sahip olabilir ve birbirlerinden ayırt edilebilirler.

Majorana nötrinosu ise kütlesiz olabilir. Fakat  $\nu$ ,  $\bar{\nu}$  ile aynıdır.  $\nu_L$  nin sağ-elli bileşeni eşdeğer olarak  $\nu_R$  ya da  $\bar{\nu}_R$  olarak adlandırılabilir. Benzer şekilde  $\nu_L$  de  $\bar{\nu}_L$  ile aynıdır. Yalnızca  $\nu_L$  ve  $\bar{\nu}_R$  yeterlidir. Birbirlerine Lorentz dönüştürülebilirler ve ek kuantum sayıları yoktur. Böylece Majorana parçacığı Dirac parçacığının serbestlik derecesinin yarısına sahiptir.

## 2.5.Nötrinoların Elektromagnetik Özellikleri

Nötrinolar yüksüz parçacıklar olmalarına karşın, ağaç düzeyinde (en düşük mertebede) olmasa da, ilmek (loop) düzeyinde elektromagnetik etkileşme yapabilirler.

Dirac nötrinoları için dört elektromagnetik yapı çarpanı tanımlanabilir. Kütleli Majorana nötrinosu içinse yalnızca bir tane yapı çarpanı vardır [1,16].

Kuantum alan kuramında fermiyonların elektromagnetik özelliklerini foton alanıyla etkileşmelerinden ortaya çıkar. Yükli fermiyonlar için ağaç düzeyinde de temel etkileşme Lagranjiyeni

$$L_{etk} = eQ\bar{\psi}\gamma_\lambda\psi A^\lambda \quad (6)$$

gibi bir terim içerir. Burada  $e$  proton yükü,  $Q$  ilgili parçacığın  $e$  cinsinden yükü,  $A$  ise foton alanına karşılık gelen terimdir. Yüksüz fermiyonlar için bu terim yoktur. Etkileşme ilmeklerden ortaya çıkar ve bu nedenle momentuma bağlıdır.

Etkin etkileşme için doğrudan ( ağaç düzeyi) etkileşmeye benzeterek nötrino için de elektromagnetik etkileşme Lagranjiyeni olarak

$$L_{etk} = \bar{\psi}\mathcal{O}_\lambda\psi A^\lambda \quad (7)$$

yazılabilir. Burada  $\mathcal{O}_\lambda$  incelenecək elektromagnetik yapı çarpanlarına karşılık gelmektedir. Dirac nötrinosunun yapı çarpanları için, iki tek parçacık durumu arasında etkin Lagranjiyen yazılarak, matris elemanı

$$\langle p', s' | L_{etk} | p, s \rangle = \bar{u}_{s'}(p')\Gamma_\lambda(p, p')u_s(p)A^\lambda(q) \quad (8)$$

şeklinde elde edilir.  $L_{etk}$  in Hermiten olmasından

$$\Gamma_\lambda(p, p') = \gamma_0\Gamma_\lambda^\dagger(p', p)\gamma_0 \quad (9)$$

şeklindedir. Elektromagnetik akım korunumu

$$0 = \langle p', s' | \partial^\lambda j_\lambda(x) | p, s \rangle = i(p' - p)^\lambda \bar{u}(p')\Gamma_\lambda(p, p')u(p) \quad (10)$$

verir. Bu koşullara uygun ve Lorentz kovaryant en genel  $\Gamma_\lambda$  [1,10,17,18]

$$\Gamma_\lambda(p, p') = (q^2\gamma_\lambda - q_\lambda q^\rho)[R(q^2) + r(q^2)\gamma_5] + \sigma_{\lambda\rho}q^\rho[F_2(q^2) + F_3(q^2)\gamma_5] \quad (11)$$

şeklindedir.

Yapı çarpanlarının fiziksel anlamı göreceli olmayan durumda kolayca anlaşılabilir. Göreceli olmayan durumda  $q^2 = 0$  için  $F_2$  terimi  $\vec{B}$  magnetik alanında parçacığın enerjisinin  $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$  kadar değişimine neden olur. Burada  $F_2(0) \equiv \mu$  parçacığın magnetik moment terimine karşılık gelir.  $F_2(q^2)$  terimi magnetik moment yapı çarpanı olarak adlandırılır.

Benzer şekilde  $F_3(0) \equiv d$  elektrik dipol momentine karşılık geldiğinden,  $F_3(q^2)$  de elektrik dipol yapı çarpanı olarak adlandırılır ve parçacığın enerjisinin  $-\vec{d} \cdot \vec{E}$  kadar değişmesine neden olur.  $R(q^2)$  yük yapı çarpanı,  $r(q^2)$  ise anapol moment terimine karşılık gelir.

Majorana nötrinosu için ise  $R = F_2 = F_3 = 0$  dır. Yalnızca anapol moment terimi  $r$  sıfırdan farklıdır. Weyl nötrinoları için de  $F_2 = F_3 = 0$  dır. Yalnızca anapol moment yapı çarpanı kalır [19].

### 2.5.1. Magnetik Moment

Magnetik moment üç bölümde incelenebilir. Birincisi, parçacıkların yüklü ve kütleli olmaları nedeniyle sahip oldukları magnetik momenttir. İkincisi, etkileşmelerde Pauli teriminin gözönüne alınmasıyla ortaya çıkan anomal magnetik moment, ve üçüncüüsü ise farklı özellikte parçacıkların çarpışmaları sırasında ortaya çıkan geçiş (transition) magnetik momentidir [20]. Magnetik moment  $\kappa$  ya da  $\mu$  ile gösterilmekte ve genellikle Bohr magnetonu  $\mu_B$  cinsinden şöyle ifade edilmektedir:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} \quad (12)$$

Bohr magnetonu ile bağlantılı olarak

$$\kappa \cdot \mu_B = \frac{e\hbar F_2(0)}{2m_\nu c} \quad (13)$$

yazılabilir. Bohr magnetonu  $\mu_B$  tanımından nötrino için

$$\mu_\nu = \kappa \cdot \mu_B \quad (14)$$

yazılabilir ve böylece  $\kappa$  Bohr magnetonu cinsinden nötrinonun magnetik momentine karşılık gelir.

## 2.6. V-A Zayıf Etkileşme Kuramı

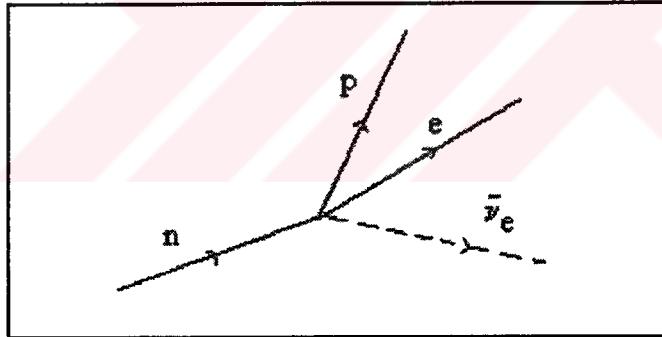
Nötronun beta bozunmasında enerjinin korunumu yasasını sağlamak için 1929 yılında Pauli tarafından nötrinonun  $1/2$  spinli, elektriksel olarak yüksüz bir parçacık olarak öngörülmüşinden sonra beta bozunumunu açıklayabilmek için, 1932 de Fermi dört-nokta etkileşme kuramı olarak adlandırılan zayıf etkileşme kuramını geliştirmiştir [21,22,23,24,25].

Başlangıçta nötrinoların kütlesiz oldukları varsayılmışsa da bugün artık az da olsa bir kütleye sahip oldukları inancı kuvvetlenmiştir. Nötrino bir maddenin yapıtaşları olmadan önerilen ilk parçaciktır ve Fermi'nin zayıf etkileşmesi klasik fizikte karşılığı olmayan ilk etkileşmedir. Beta bozunma sürecinde yaratılan  $e^-$  ve  $\bar{\nu}_e$ , kuantum elektrodinamiğinde yaratılan  $e^+e^-$  çiftine karşılık getirilmektedir.

Fermi, elektrodinamiğe benzer olarak

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (15)$$

sürecinin vektör etkileşmesi ile gerçekleştiğini varsayıdı. Süreç için Feynman çizimi Şekil 3. de verilmiştir.



Şekil 3.  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  süreci için Fermi kuramında Feynman çizimi

Kuantum elektrodinamiğinde, bir foton ( $\gamma$ ) kuantumunun bir proton tarafından yayılanmasını betimleyen

$$p \rightarrow p + \gamma \quad (16)$$

süreci için Hamiltoniyen, eğer kuvvetli etkileşme gözönüne alınmazsa en basit biçiminde

$$H^{em}(x) = -ie\bar{p}(x)\gamma_\alpha p(x)A^\alpha(x) \quad (17)$$

olarak yazılabilir. Benzer şekilde, Eş. (15) ile verilen sürecin pariteyi koruduğu varsayılsa süreç Fermi Hamiltoniyeni ile betimlenebilir:

$$H^\beta = G[(\bar{p}(x)\gamma_\alpha n(x))(\bar{e}(x)\gamma^\alpha \nu(x)) + h.c.] \quad (18)$$

Aynı süreç (akım)  $\times$  (akım) etkileşmesi şeklinde de aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$H = G[J_\alpha^\dagger(x)J^\alpha(x) + h.c.] \quad (19)$$

Burada  $p(x)$  ve  $n(x)$  işlemcilerinin, Hamiltoniyene,  $\bar{p}(x)\gamma_\alpha n(x)$  gibi bir vektör biçiminde girdikleri, ve alan işlemcilerinin türevlerinin Hamiltoniyene girmedikleri varsayılmıştır ve aşağıdaki tanımlar kullanılmıştır;

$$J_\alpha^\dagger(x) = \bar{p}(x)\gamma_\alpha n(x) \quad (20)$$

$$J^\alpha(x) = \bar{e}(x)\gamma_\alpha \nu(x). \quad (21)$$

Böylece kuvvetli, elektromagnetik, ve kütleçekimsel etkileşmeler yanında, zayıf etkileşmeler de fizikte yerini almıştır. Fermi'nin ilk yazdığı etkileşme kuantum elektrodinamığındaki iki elektron akımı arasındaki etkileşmenin benzeri olarak iki vektör akımı arasındaki etkileşmedir. Bu  $\vec{J}$  toplam açısal momentum olmak üzere  $\Delta \vec{J} = 0$  seçim kuralına uygun geçişlere karşılık gelmektedir.  $\Delta \vec{J} = 1$  geçişlerinin de eşdeğer olasılıkta olduğu ortaya çıkışınca Gamow ve Teller iki aksiyel vektör akımı arasında da etkileşme olabileğini öne sürmüştürlerdir. Nötrinolar 1956 yılında Reines ve Cowan tarafından çekirdek reaktörlerinden çıkan ürünler arasında saptanabilmiştir [9].

Ancak Fermi kuramı düşük enerjilerde iyi sonuç vermesine karşın yüksek enerjilere çokluca iraksaklıklar ortaya çıkılmaktadır, hesaplanan tesir kesiti, çarpışan parçacıkların enerjilerine bağlı olarak sonsuz gitmektedir ki, bu beklenen bir sonuç değildir. Bu iraksaklıklardan kurtarmak için etkileşmede yalnızca vektör akımlarının değil tüm akımların etkili olabileceği düşünüldü ve Hamiltoniyen en genel durumunda

$$H = \sum_{i=1}^5 G_i[(\bar{p}O_i n)(\bar{e}O_i \nu) + h.c.] \quad (22)$$

olarak yazıldı. Burada  $G_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) ler beş tane isteksel zayıf çiftlenim sabitleridir.  $O_i$  ler ise

$$O_1 = 1, \text{ (Skalar)}$$

$$O_2 = \gamma_5, \text{ (pseudoskalar)}$$

$$O_3 = \gamma_\mu, \text{ (Vectör)}$$

$$O_4 = \gamma_\mu \gamma_5, \text{ (pseudovektör)}$$

$$O_5 = \gamma_\mu \gamma_\nu, \text{ (Tensör)}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Ancak deneyler ilerledikçe Hamiltoniyenin en genel durumda yazılmasında gerçekleşmesi gereken bazı süreçlerin gerçekleşmediği gözlandı. Yang ve Mills tarafından 1956 da zayıf etkileşmelerde paritenin korunmadığı kanıtlandıktan ve parite bozunumun Wu tarafından deneysel olarak kanıtlanmasıından sonra Hamiltoniyende parite bozulmasına karşılık gelen bazı terimler çıkarıldı ve zayıf etkileşme Hamiltoniyeninin, tüm akımlardan değil yalnızca vektör ( $\gamma_\mu$ ) ve aksiyel vektör ( $\gamma_\mu \gamma_5$ ) akımlarından V-A biçiminde oluşması gerektiği sonucuna varıldı.

Paritenin korunmadığı bulunduktan sonra iki hipotez öne sürüldü. Birincisi iki bileşenli nötrino hipotezidir. nötrino alan işlemcisi

$$\nu(x) = \nu_L(x) + \nu_R(x) \quad (23)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\nu_L$  ve  $\nu_R$  sırasıyla nötrinonun sol elli ve sağ elli bileşenleri olarak adlandırılır. Nötrinonun helisitesi eksidir, yani Hamiltoniyene sol-elli nötrino,  $\nu_L(x)$  girer.

İkinci olarak, 1958 de Gell-Mann ve Sudarshan tarafından yalnızca nötrinonun değil, fakat bütün diğer fermiyon alan işlemcilerinin de zayıf etkileşme Hamiltoniyenine sol-elli bileşenler

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi \quad (24)$$

şeklinde girdiği öne sürülmüştür. Bu durumda örneğin  $\bar{e}_L O^i \nu_L$  ifadesinde

$$\bar{e}_L O^i \nu_L = \bar{e}\left(\frac{1 - \gamma_5}{2}\right) O^i \left(\frac{1 + \gamma_5}{2}\right) \nu \quad (25)$$

olur. Buradan Hamiltoniyende fermiyon akımlarının yalnızca sol-elli bileşenleri içeriiliyorsa, o zaman skalar, tensör, ve pseudoskalar etkileşmeler yasaklanmıştır, ve beta bozunumuşunun Hamiltoniyeni için

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} [(\bar{e}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu)(\bar{p}\gamma^\mu(1 + \gamma_5)n) + h.c.] \quad (26)$$

bağıntısı elde edilir. Eğer hadronların kuvvetli etkileşmeleri de gözönüne alınırsa

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} [(\bar{e}\gamma^\mu(1 + \gamma_5)\nu)(v_\mu + a_\mu) + h.c.] \quad (27)$$

olur. Burada

$$\begin{aligned} v_\mu &= \bar{p}\gamma_\mu n + \dots \\ a_\mu &= \bar{p}\gamma_\mu\gamma_5 n + \dots \end{aligned} \quad (28)$$

vektör ve aksiyel vektör zayıf akımlarıdır. Aşağıdaki gibi çoğu süreç



Eş. (27) ile verilen Hamiltoniyene dayalı zayıf etkileşme kuramı ile betimlenebilir.

Elektron, nötrino ve hadronlardan başka, müon, nötrino ve hadronları da içeren



gibi zayıf süreçler de vardır.

Zayıf etkileşmelerde  $\mu - e$  evrenselliği hipotezi ile birlikte,  $\mu - \nu_\mu$  çiftlerini ve hadronları içeren süreçlerin Hamiltoniyeni

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} [(\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu_\mu)J^\alpha] + h.c. \quad (31)$$

birimde yazılabilir. Burada

$$J_\alpha = v_\alpha + a_\alpha \quad (32)$$

zayıf hadron akımıdır.

Deneyler sonucunda  $\nu_\mu$  niün  $\nu_e$  den farklı olduğu kanıtlanmıştır. Bunun sonucu olarak iki tane lepton sayısı olmalıdır.

Daha sonraları bulunan  $\tau$  leptonu, ve bu leptona karşılık öngörülen  $\nu_\tau$  nötrinosu ile birlikte parçacıkların lepton sayıları Çizelge 1. de verilmiştir.

Çizelge 1. Çeşitli parçacıkların lepton sayıları

	$e^-, \nu_e$	$e^+, \bar{\nu}_e$	$\mu^-, \nu_\mu$	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	$\tau^-, \nu_\tau$	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	<i>hadronlar, <math>\gamma</math></i>
$L_e$	1	-1	0	0	0	0	0
$L_\mu$	0	0	1	-1	0	0	0
$L_\tau$	0	0	0	0	1	-1	0

Her fiziksel süreçte lepton sayıları ayrı ayrı korunur.

Müon bozunuşunu süreci

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (33)$$

yalnızca leptonları içerdiginden, kuramsal olarak en basitidir. Yalnızca sol-elli bileşenlerin Hamiltoniyene girdiği, lepton sayısının korunduğu, ve zayıf etkileşmeye giren parçacıkların aynı çiftlenim sabitine sahip olduğu varsayırsa, müon bozunması için Hamiltoniyen

$$H^{\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}} = \frac{G}{\sqrt{2}} [(\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\nu_e)(\bar{\nu}_\mu\gamma^\alpha(1+\gamma_5)\mu) + h.c.] \quad (34)$$

olarak yazılabilir. Elde edilmiş bütün deneysel veriler Eş. (34) Hamiltoniyeni ile uyumludur.

Görildiği gibi Eş. (27), (31), ve (34) Hamiltoniyenlerinin hepsinde de aynı çiftlenim sabiti  $G$  gelir. Bu nedenle Feynman ve Gell-Mann 1958 de bu Hamiltoniyenlerin tek bir Hamiltoniyenin bölümleri olduğunu ve toplam zayıf etkileşme Hamiltoniyeninin

$$\mathcal{H} = \frac{G}{\sqrt{2}} J^{\alpha(+)} \bar{J}_{\alpha}^{(+)} \quad (35)$$

gibi bir ( $\text{akım} \times \text{akım}$ ) biçiminde yazılabilceğini ileri sürdüler. Burada

$$J_{\alpha}^{(+)} = (\bar{\nu}_e \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) e) + (\bar{\nu}_{\mu} \gamma^{\alpha} (1 + \gamma_5) \mu) \quad (36)$$

yüklü zayıf akımdır.

Fizikteki gelişmeler Eş (35) Hamiltoniyeninin de toplam zayıf etkileşme Hamiltoniyeni olmadığını gösterdi. Birincisi Eş. (35) deki yüklü akımlar yanında ek terimlerde gereklidir. İkincisi Eş. (35) etkileşmesi yanında 1973 de keşfedilen yüksüz akımların etkileşmeleri de vardır.

Kesirli yükler sahip ve  $SU(3)$  gösterimine göre dönüşen kuarkların zayıf etkileşmeleri de, yine kuark alanlarının yalnızca sol-elli bileşenlerini içerecektir;

$$q_L(x) = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) q(x) \quad (37)$$

Böylece kuark alanlarından oluşmuş en basit akım

$$\bar{q}'_L(x) \gamma_{\alpha} q_L(x) = \bar{q}'(x) \gamma_{\alpha} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} q(x) \quad (38)$$

birimde olacaktır.  $q$  ve  $q'$ ; u,d ve s kuark değerlerini alır. Kuarkların da zayıf etkileşmeleri gözönüne alındığında, zayıf yüklü akımlar

$$J_{\alpha}^{(\dagger)} = \bar{\nu}_e \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) e + \bar{\nu}_{\mu} \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) \mu + \bar{u} \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) d' + \bar{c} \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) s' \quad (39)$$

olur. Burada

$$\begin{aligned} d' &= d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \\ s' &= -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c \end{aligned} \quad (40)$$

dir. Eş. (39) a lepton ve hadronlar simetrik olarak girse de  $d$  ve  $s$  kuarklarının alanları akımda karışım biçimindedir.

Yapılan deneylerde 1784 MeV kütleli tau ( $\tau$ ) parçacığının üçüncü bir lepton olarak bulunması ile, yüklü akıma

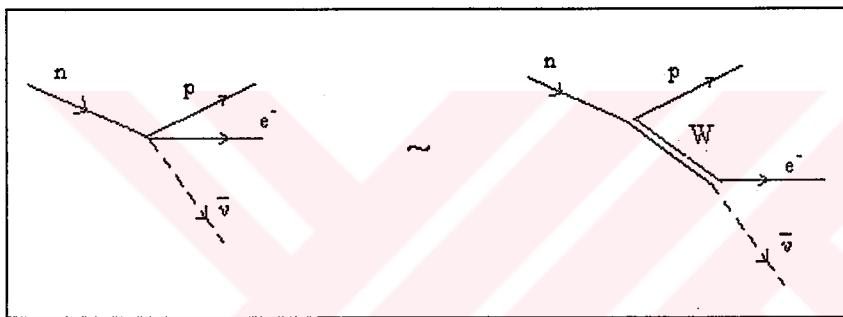
$$(J_\alpha^{(\dagger)})_\tau = \bar{\nu}_\tau \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \tau \quad (41)$$

gibi bir terim daha eklenmiştir.

Buraya kadar zayıf etkileşme Hamiltoniyeni

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} J^{\alpha(+)} \bar{J}_\alpha^{(+)} \quad (42)$$

birimde varsayıldı. Ancak Fermi'nin V-A kuramı yüksek enerjilere çıkışıkça deney sonuçlarıyla çelişiyordu. Bu nedenle Fermi'nin noktasal etkileşmesi, QED deki  $j_\mu A^\mu$  türü Lagranjiyene benzettmek için Şekil 4. deki gibi kütleli bir ara vektör bozon etkileşmesiyle değiştirildi.



Şekil 4. Ara vektör bozon etkileşmesi

Bu durumda Lagranjiyen

$$L = i \frac{g}{2\sqrt{2}} J_\alpha^{(+)} W^\alpha + h.c. \quad (43)$$

olarak yazılır. Eş. (43) Lagranjiyen, Eş. (42) Hamiltoniyeni ile karşılaştırıldığında,  $W$  bozonunun kütlesi  $m_W$  olmak üzere düşük enerjilerde

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} \quad (44)$$

eşitliği yazılabilir. Fakat Eş. (43) de verilen zayıf etkileşme Lagranjiyen de renormalize değildir, yüksek mertebeden ilmekler iraksamaktadır.

Zayıf etkileşmelerin renormalize bir kuramı ancak 1967 lerde Weinberg ve Salam'ın elektromagnetik ve zayıf etkileşmeleri birleştirmesi ile elde edilebilmiştir ve kuarklarla

kurama dahil edilmesiyle bugün artık standart model (SM) olarak adlandırılmaktadır. Kuram yükli akımlar yanında yüksüz akımları da öngörmüştür.

### 2.7. Weinberg - Salam Kuramı

Zayıf etkileşmelerin de QED deki ara parçacık fotona benzetilerek vektör bozon olarak adlandırılan bir ara parçacık aracılığıyla gerçekleşmesi gerektiği öne sürtülmüştür. Zayıf etkileşmelerde öngörülen ara parçacıklar  $W^+$ ,  $W^-$ , ve  $Z^0$  dır.

QED ayar değişmez bir kuramdır. Elektron alanı  $\psi(x)$  in Lagranjiyenin, foton alanı  $A_\alpha$  ile birlikte yazıldığında

$$L_{QED} = -\bar{\psi}[\gamma^\alpha(\partial_\alpha - ieA_\alpha) + m]\psi - \frac{1}{4}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \psi'(x) &= e^{i\Lambda(x)}\psi(x) \\ \bar{\psi}'(x) &= \bar{\psi}(x)e^{-i\Lambda(x)} \end{aligned} \quad (46)$$

dönüşümleri altında değişmezdir. Eş. (45) ile verilen Lagranjiyen renormalize bir kuram olan QED de elektron ve fotonların gerçek etkileşme Lagranjiyenidir.

QED ye benzer şekilde renormalize bir zayıf etkileşme kuramı da oluşturulabilir. Burada ara parçacık olarak yüklü ve yüksüz vektör bozonları kullanılır. Renormalize bir kuram oluşturmak için bu parçacıkları içeren alanların kullanılması, Yang-Mills ayar alanları kuramına yol açar.  $SU(2)$  zayıf etkileşme grubunun

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi^a(x) \\ \psi^b(x) \end{pmatrix} \quad (47)$$

ikilisi için Lagranjiyen

$$L_0 = -\bar{\psi}(\gamma_\alpha\partial^\alpha + m)\psi \quad (48)$$

ile verilir. Bu Lagranjiyenin yerel  $SU(2)$  dönüşümleri altında değişmez olması için

$$\partial_\alpha\psi \rightarrow (\partial_\alpha - ig\frac{1}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha)\psi \quad (49)$$

yerdeğistirmesi yapılmalıdır. Bu durumda incelenen sistemin toplam Lagranjiyenin

$$L = -\bar{\psi}[\gamma_\alpha(\partial_\alpha - ig\frac{1}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha) + m]\psi - \frac{1}{4}\vec{F}_{\alpha\beta}\vec{F}^{\alpha\beta} \quad (50)$$

yerel dönüştürmeler altında değişmez kalır.

Elektromagnetik alanın Lagranjiyeni  $A_\alpha A^\alpha$  gibi bir kütle terimi içermemektedir. Böyle bir terim ayar değişmezliğini bozar. Bu nedenle foton kütlesiz kalır. Benzer şekilde Yang-Mills kuramında da Lagranjiyen  $\vec{A}_\alpha \cdot \vec{A}^\alpha$  gibi bir kütle terimi içermemektedir. Böylece  $\vec{A}_\alpha$  alanının kuantumları da sıfır kütleli parçacıklardır. Kuantum elektrodinamiği gibi Yang-Mills kuramı da renormalize bir kuramdır. Eğer ara vektör bozonlara kütle kazandırılabilirse, zayıf etkileşme kuramı Yang-Mills kuramından oluşturulabilir. 1967 de zayıf etkileşme kuramı Weinberg-Salam tarafından Yang-Mills'in simetrinin kendiliğinden bozulması kuramına dayanılarak kuruldu.

Zayıf etkileşme kuramı oluşturulurken yüklü üç lepton ( $e, \mu, \tau$ ) ve bunların nötrinoları ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) varsayılmıştır. Burada nötrinolar kütlesiz iki bileşenli parçacıklardır.

O zaman serbest Lagranjiyen

$$L_0 = -\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l} \gamma_\alpha \partial^\alpha l - \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_\alpha \partial^\alpha \nu_{lL} \quad (51)$$

olur. Lepton alanı

$$l(x) = l_L(x) + l_R(x) \quad (52)$$

ile gösterilebilir. Burada

$$l_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} l \quad (53)$$

$l(x)$  ( $l = e, \mu, \tau$ ) alanının sol-elli ve sağ-elli bileşenleridir. Es. (52) ve (53) Es. (51) de yerine yazılırsa

$$L_0 = -\sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \partial^\alpha \psi_{lL} - \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_R \gamma_\alpha \partial^\alpha l_R \quad (54)$$

olur. Burada

$$\psi_{lL} = \begin{pmatrix} \nu_{lL} \\ l_L \end{pmatrix} \quad (55)$$

SU(2) izotopik grubunun ikilisi,  $l_R$  ise birlisidir. Lagranjiyen bu izotopik dönüşümler altında değişmezdir.

Yerel ayar değişmezliğini sağlamak için, önce leptonlarla ara bozonların etkileşmesi oluşturulur. Bu aşamada bütün parçacıkların (leptonlar ve ara bozonlar) kütleleri sıfırdır. Daha sonra, ara bozonlar ve leptonların Higgs alanı ile değişmez etkileşmesi getirilir. Higgs-Kibble mekanizması aracılığıyla ara bozonlar ve leptonlar kütle kazanır.

Önce kuramı oluşturmak için Eş. (54) Lagranjiyeninde

$$\partial_\alpha \psi_{lL} \rightarrow (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha) \psi_{lL} \quad (56)$$

yerdeğiştirmesi yapılır. Burada  $\vec{A}_\alpha$  vektör alan üçlüüsüdür. Bu durumda Lagranjiyen yerel SU(2) grubu altında değişmez olacaktır. Etkileşme Lagranjiyeni

$$L_I = ig J_\alpha^k A_k^\alpha \quad (57)$$

olur.  $g$  boyutsuz bir çiftlenim sabitidir ve

$$J_\alpha^k = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \tau_k \psi_{lL} \quad (58)$$

dir. Eş. (57) Lagranjiyeni

$$L_I = (ig \frac{1}{2\sqrt{2}} J_\alpha^l W_\alpha + h.c.) + ig J_\alpha^3 A_\alpha^3 \quad (59)$$

olarak yazılabilir. Burada

$$W_\alpha = \frac{A_\alpha^1 - i A_\alpha^2}{\sqrt{2}} \quad (60)$$

yüklü vektör parçacıklarının alanıdır, ve

$$J_\alpha^l = \bar{\nu}_e \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) e + \bar{\nu}_\mu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \mu + \bar{\nu}_\tau \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \tau \quad (61)$$

yüklü akımdır. Es. (59) Lagranjiyeninin ilk terimi, yüklü ara bozonlarla, yüklü zayıf akımların etkileşmesini betimlemektedir ve deneysel verilerle uyumludur. Es. (59) Lagranjiyeninin son terimi, leptonların yüksüz vektör parçacıklarla etkileşmesini betimler.

Leptonların elektromagnetik akımı

$$J_\alpha^{em} = - \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_\alpha l_l = - \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_L \gamma_\alpha l_L - \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_R \gamma_\alpha l_R \quad (62)$$

olarak yazılabilir. Yine

$$-\bar{l}_L \gamma_\alpha l_L = \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \tau_3 \psi_{lL} - \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \psi_{lL} \quad (63)$$

dir. Elektromagnetik akım ise

$$J_\alpha^{em} = J_\alpha^3 + \frac{1}{2} J_\alpha^Y \quad (64)$$

biçiminde yazılabilir. Burada

$$J_\alpha^Y = \sum Y_{Ll} \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \psi_{lL} + \sum Y_{Rl} \bar{l}_R \gamma_\alpha l_R \quad (65)$$

dir ve  $Y_{Ll} = -1, Y_{Rl} = -2$  sırasıyla  $\psi_{lL}$  ikilisinin ve  $l_R$  teklinisinin hiperyükleridir.  $J_\alpha^Y$  hiperakımı SU(2) izotopik dönüşümleri altında değişmezdir.

Lagranjiyenin yerel SU(2) izotopik grubu ve yerel U(1) hiperyük grubunun direkt çarpımı altında da değişmez kalması için, leptonların üçlü ayar alanları  $\vec{A}_\alpha$  ve ek ayar alanı  $B_\alpha$  ile etkileşmesi gereklidir. Bu nedenle serbest Lagranjiyende

$$\partial_\alpha \psi_{lL}(x) \rightarrow (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha(x) - ig' \frac{1}{2} Y_{Ll} B_\alpha(x)) \psi_{lL}(x) \quad (66)$$

$$\partial_\alpha l_R(x) \rightarrow (\partial_\alpha - ig' \frac{1}{2} Y_{Rl} B_\alpha(x)) l_R(x) \quad (67)$$

yerdeğiştirmesi yapılır. Sonuçta leptonlarla,  $\vec{A}_\alpha$  ve  $B_\alpha$  ayar alanlarının etkileşme Lagranjiyeni

$$\begin{aligned} L_I &= ig \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \tau_k \psi_{lL} A_\alpha^k + ig' \left[ \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \psi_{lL} \frac{1}{2} Y_{Ll} + \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_R \gamma_\alpha l_R \frac{1}{2} Y_{Rl} \right] B_\alpha \\ &= ig J_\alpha^k A_\alpha^k + ig' \frac{1}{2} J_\alpha^Y B_\alpha \end{aligned} \quad (68)$$

elde edilir. Lagranjiyende  $g, g'$  boyutsuz çiftlenim sabitleridir. Es. (68) düzenlenirse

$$L_I = \left( \frac{ig}{2\sqrt{2}} J_\alpha^l W^\alpha + h.c. \right) + ig J_\alpha^3 A^{\alpha 3} + ig' (J_\alpha^{em} - J_\alpha^3) B^\alpha \quad (69)$$

olur. Bu ifadenin birinci terimi, leptonların yüklü vektör bozonlarla etkileşmesini, ikinci ve üçüncü terimler ise leptonların yüksüz vektör bozonlarla etkileşmesini betimlemektedirler. Son iki terimden

$$L_I^0 = ig J_\alpha^3 A^{\alpha 3} + ig' (J_\alpha^{em} - J_\alpha^3) B^\alpha \quad (70)$$

$$\begin{aligned} L_I^0 &= i(\sin \theta A_\alpha^3 + \cos \theta B_\alpha) [g \sin \theta J^{\alpha 3} + g' \cos \theta (J^{\alpha em} - J^{\alpha 3})] + \\ &\quad i(\cos \theta A^{\alpha 3} - \sin \theta B^\alpha) [g \cos \theta J_\alpha^3 - g' \sin \theta (J_\alpha^{em} - J_\alpha^3)] \end{aligned} \quad (71)$$

ve

$$g \sin \theta = g' \cos \theta = e \quad (72)$$

alındığında

$$\begin{aligned} g \sin \theta J_\alpha^3 + g' \cos \theta (J_\alpha^{em} - J_\alpha^3) &= e J_\alpha^3 + e J_\alpha^{em} - e J_\alpha^3 \\ &= e J_\alpha^{em} \end{aligned} \quad (73)$$

elde edilir.

Es. (71) nin sağ yanındaki ilk terim elektromagnetik etkileşmelerin Lagranjiyenidir.  $A_\alpha$  elektromagnetik alanının potansiyeli

$$A_\alpha = \sin \theta A_\alpha^3 + \cos \theta B_\alpha \quad (74)$$

ve  $Z_\alpha$  yüksüz vektör bozonunun alanı

$$Z_\alpha = \cos \theta A_\alpha^3 - \sin \theta B_\alpha \quad (75)$$

dır. Es. (73) den

$$g \cos \theta J_\alpha^3 - g' \sin \theta (J_\alpha^{em} - J_\alpha^3) = \frac{g}{\cos \theta} (J_\alpha^3 - \sin^2 \theta J_\alpha^{em}) = \frac{g}{2 \cos \theta} J_\alpha^{0;l} \quad (76)$$

elde edilir. Burada

$$J_\alpha^{0;l} = 2J_\alpha^3 - 2 \sin^2 \theta J_\alpha^{em} \quad (77)$$

yüksüz akımdır. Eş. (74)-(77) dan zayıf ve elektromagnetik etkileşmelerin Lagranjiyeni

$$L_I = (i \frac{g}{2\sqrt{2}} J_\alpha^l W^\alpha + h.c.) + i \frac{g}{2 \cos \theta} J_\alpha^{0;l} Z^\alpha + ie J_\alpha^{em} A^\alpha \quad (78)$$

elde edilir.

Böylece zayıf ve elektromagnetik etkileşmelerin ayar değişmezliği temelinde birleştirilmesi, ancak, eğer zayıf etkileşme Lagranjiyeni, leptonların yüklü ara bozonların yanında, yüksüz ara bozonlarla etkileşmesini de içerirse olanaklıdır.

Ayar değişmezliği temelinde zayıf etkileşmelerin bir Lagranjiyeni oluşturuldu. Böyle bir küram renormalizedir. Fakat leptonlar ve ara bozonlar hala kütlesizdir. Parçacıklara kütle kazandırılması gereklidir.

Fiziksel parçacıkların zayıf etkileşmelerinin renormalize bir küramını oluşturmak için, ayar simetrisinin kendiliğinden bozulması gereklidir. Higgs alanı ile ara bozonların değişmez etkileşmesi bunu sağlar. Ayar değişmezliğinin bozulması sonucu, üç vektör parçacığı ( $W^+, W^-, Z^0$ ) kütle kazanırken foton kütlesiz kalır. Bunun için Higgs alanlarının en azından bir ikili oluşturması gereklidir;

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_+(x) \\ \phi_0(x) \end{pmatrix} \quad (79)$$

Burada,  $\phi_+(x)$  yükü 1 olan parçacıklara ve,  $\phi_0(x)$  yükü 0 olan parçacıklara karşılık gelen kompleks fonksiyonlardır.

$\phi(x)$  Higgs alanının Lagranjiyeni

$$L_0 = -\partial_\alpha \phi^* \partial^\alpha \phi - V(\phi^\dagger \phi) \quad (80)$$

şeklindedir. Burada  $\lambda > 0$ ,  $\mu^2 > 0$  olmak üzere

$$V(\phi^\dagger \phi) = -\mu^2 (\phi^\dagger \phi) + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (81)$$

dir.

$SU(2) \times U(1)$  yerel ayar değişmezliğini sağlamak için  $\phi(x)$  alanının  $\vec{A}_\alpha(x)$  ve  $B_\alpha$  ayar alanları ile etkileşmesi kullanılmaktadır. Bunun için Eş. (80) de verilen Lagranjiyende

$$\partial_\alpha \phi \rightarrow (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha - ig' \frac{1}{2} Y_\phi B_\alpha) \phi \quad (82)$$

yerdeğiştirmesi yapılır.  $Y_\phi$  Higgs parçacıklarının hiperyüküdür.  $Y_\phi$  nin değeri öyle seçilmelidir ki  $\phi_0$  alanı ile betimlenen yüksüz parçacıklar, elektromagnetik alanla etkileşmesinler.

Eş. (74), (76), (77) kullanılırsa

$$\begin{aligned} & (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \tau_i A_\alpha^i - ig \frac{1}{2} \tau_3 A_\alpha^3 \\ & - ig' \frac{1}{2} Y_\phi B_\alpha) \phi = (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \tau_i A_\alpha^i \\ & - ig \frac{1}{2} \tau_3 (\sin \theta A_\alpha + \cos \theta Z_\alpha) - \\ & ig' \frac{1}{2} Y_\phi (\cos \theta A_\alpha - \sin \theta Z_\alpha)) \phi \\ & = (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \tau_i A_\alpha^i - \frac{ie}{2} (\tau_3 + Y_\phi) A_\alpha \\ & - \frac{ig}{2 \cos \theta} (\cos^2 \theta \tau_3 - \sin^2 \theta Y_\phi) Z_\alpha) \phi \end{aligned} \quad (83)$$

elde edilir. Yüksüz parçacık  $\phi_0$  'nın elektromagnetik alanla etkileşmemesi için  $Y_\phi = 1$  alınmalıdır. Böylece

$$\begin{aligned} & [-\frac{ie}{2} (Y_\phi + \tau_3) A_\alpha] \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} = -\frac{ie}{2} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] A_\alpha \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} -ie A_\alpha \phi_+ \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (84)$$

olur. Görüldüğü gibi yüksüz parçacık ile  $A_\alpha$  nın etkileşmesi sıfırdır.

Şimdi leptonlar ve Higgs parçacıkları arasında değişmez etkileşmeyi kuralım. Bu etkileşme simetrinin kendiliğinden bozulmasından sonra Lagranjiyende  $-m_l \bar{l}l$  gibi lepton kütleyi ortaya çıkarmalıdır. Gerçekte kütleyi ortaya çıkarmalıdır. Gerçekte kütleyi ortaya çıkarmalıdır.

$$m_l \bar{l}l = m_l (\bar{l}_L l_R + \bar{l}_R l_L) \quad (85)$$

olduğundan, leptonlar ve Higgs parçacıklarının etkileşme Lagranjiyeni  $\bar{\psi}_l l_R$  ve  $\bar{l}_R \psi_{lL}$  gibi çarpımları içermelidir. Değişmez etkileşme Lagranjiyeni için

$$L_I = - \sum_{l=e,\mu,\tau} f_l (\bar{\psi}_{lL} l_R \phi + \phi^\dagger \bar{l}_R \psi_{lL}) \quad (86)$$

bağıntısı alınabilir.  $f_l$  boyutsuz çiftlenim sabitleridir. Sistemin toplam Lagranjiyeni

$$\begin{aligned} L &= \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{lL} \gamma^\alpha (\partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha - ig' \frac{1}{2} (-1) B_\alpha) \psi_{lL} - \\ &\quad \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_R \gamma^\alpha (\partial_\alpha - ig' \frac{1}{2} (-2) B_\alpha) l_R - \\ &\quad [\partial_\alpha \phi^\dagger + \phi^\dagger (ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}^\alpha + ig' \frac{1}{2} B^\alpha)] [\partial_\alpha \phi - (ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\alpha + ig' \frac{1}{2} B_\alpha) \phi] - \\ &\quad \sum_{l=e,\mu,\tau} f_l (\bar{\psi}_{lL} l_R \phi + \phi^\dagger \bar{l}_R \psi_{lL}) - \frac{1}{4} \vec{F}^{\alpha\beta} \vec{F}_{\alpha\beta} - \frac{1}{4} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} - V(\phi^\dagger \phi) \end{aligned} \quad (87)$$

dir. Burada

$$\vec{F}_{\alpha\beta} = \partial_\alpha \vec{A}_\beta - \partial_\beta \vec{A}_\alpha + g \vec{A}_\alpha \times \vec{A}_\beta \quad (88)$$

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha B_\beta - \partial_\beta B_\alpha \quad (89)$$

dir ve  $V(\phi^\dagger \phi)$  Eş. (81) ile verilmiştir. Bu Lagranjiyen SU(2) ayar dönüşümleri

$$\begin{aligned} \psi'_{lL}(x) &= e^{i \frac{1}{2} \tau \Lambda(x)} \psi_{lL}(x) \\ l'_R(x) &= l_R(x) \\ \phi'(x) &= e^{i \frac{1}{2} \tau \Lambda(x)} \phi(x) \\ \vec{A}'_\alpha(x) &= \vec{A}_\alpha(x) + \frac{1}{g} \partial_\alpha \vec{\Lambda}(x) - \vec{\Lambda}(x) \times \vec{A}_\alpha(x) \end{aligned} \quad (90)$$

ve  $U(1)$  ayar dönüşümleri

$$\begin{aligned}\psi'_{lL}(x) &= e^{i\frac{1}{2}(-1)\Lambda(x)}\psi_{lL}(x) \\ l'_R(x) &= e^{i\frac{1}{2}(-2)\Lambda(x)}l_R(x) \\ \phi'(x) &= e^{i\frac{1}{2}\Lambda(x)}\phi(x) \\ B'_\alpha(x) &= B_\alpha(x) + \frac{1}{g'}\partial_\alpha\Lambda(x)\end{aligned}\tag{91}$$

altında değişmezdir.  $\lambda$  ve  $\mu^2$  artı olduğundan sistemin enerjisi

$$(\phi^\dagger\phi)_{\min} = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}\tag{92}$$

den

$$\phi_{\min} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\tag{93}$$

seçilir ve buradan da  $\phi(x)$  fonksiyonu

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \chi(x) \end{pmatrix}\tag{94}$$

seçilebilir. Aşağıdaki tanımlamalar yapılrsa

$$\begin{aligned}\sum_{i=1,2} \tau_i A_\alpha^i &= (\tau_+ + \tau_-)A_\alpha^1 + \frac{1}{i}(\tau_+ - \tau_-)A_\alpha^2 \\ &= \tau_+(A_\alpha^1 - iA_\alpha^2) + \tau_-(A_\alpha^1 + iA_\alpha^2)\end{aligned}\tag{95}$$

den ve

$$\begin{aligned}W_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\alpha^1 - iA_\alpha^2), \\ \bar{W}_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\alpha^1 + iA_\alpha^2)\end{aligned}\tag{96}$$

tanımlarından

$$\sum_{i=1,2} \tau_i A_\alpha^i = \sqrt{2}(\tau_+ W_\alpha + \tau_- \bar{W}_\alpha) \quad (97)$$

elde edilir.

$W$  ve  $Z$  bozonlarının, leptonların ve skalar parçacıkların Lagranjiyende kütleleri

$$m_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4} \quad (98)$$

$$m_{Z^0}^2 = \frac{g^2 v^2}{4 \cos^2 \theta} \quad (99)$$

$$m_l = \frac{f_l}{\sqrt{2}} v \quad (100)$$

$$m_\chi^2 = 2\lambda v^2 \quad (101)$$

dir. Böylece ayar değişmezliğinin kendiliğinden bozulması sonucu, yüklü ve yüksüz ara bozonlar, yüklü leptonlar ve Higgs parçacıkları kütte kazanırlarken, foton kütlesiz kalmıştır. Sonuçta zayıf ve elektromagnetik etkileşmelerin gerçekçi bir kurami oluşturulmuştur.

Yüklü ve yüksüz ara bozonların kütleleri arasında

$$m_{Z^0}^2 = \frac{m_W^2}{\cos^2 \theta} \quad (102)$$

bağıntısı vardır, ve

$$\frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G}{\sqrt{2}} \quad (103)$$

$$\frac{1}{v} = 2^{1/4} G^{1/2} \cong 250 GeV \quad (104)$$

$$\frac{f_l}{\sqrt{2}} = \frac{m_l}{v} = m_l (\sqrt{2} G)^{1/2} \cong 3.8 * 10^{-3} \frac{m_l}{M} \quad (105)$$

dir.

Higgs parçacıklarının leptonlarla ve ara bozonlarla etkileşme Lagranjiyeni

$$L_I = - \sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{f_l}{\sqrt{2}} \bar{l} l \chi - \frac{g^2}{4} W_\alpha \bar{W}_\alpha 2v \chi - \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta} Z_\alpha \bar{Z}_\alpha v \chi \quad (106)$$

$$= - \sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{f_l}{\sqrt{2}} \bar{l} l \chi - g_{WW\chi} W_\alpha \bar{W}_\alpha \chi - g_{ZZ\chi} Z_\alpha \bar{Z}_\alpha \chi \quad (107)$$

olarak yazılabilir.

1967 de Weinberg ve 1968 de Salam tarafından, zayıf etkileşmeleri betimleyen Weinberg-Salam kuramı ve daha sonra da Standart Model (SM) oluşturulmuştur. Bu kuramda zayıf ve elektromagnetik etkileşmeler  $SU(2) \times U(1)$  grubunda birleştirilmiştir.

Modelin en önemli özelliği, yüklü akımlar yanında o güne kadar bilinmeyen yüksüz zayıf akımları da öngörmesidir. SM de leptonlarla  $W^\pm$ ,  $Z^0$  ve  $A^\mu$  etkileşme Lagranjiyeni

$$L = \frac{g}{\sqrt{2}} [J_\mu^- W^{\mu+} + J_\mu^+ W^{\mu-}] + \frac{g}{\cos \theta_W} [J_\mu^3 - J_\mu^{(e)} \sin^2 \theta_W] Z^{\mu 0} + g J_\mu^{(e)} A^\mu \sin \theta_W \quad (108)$$

olarak elde edilmiştir. Burada ilk terim zayıf yüklü akımlara, ikinci ve üçüncü terimler ise sırasıyla yüksüz zayıf akımlara ve yine yüksüz elektromagnetik akımlara karşılık gelmektedir.  $g$  çiftlenim sabitidir,  $J_\mu^-$ ,  $J_\mu^+$ ,  $J_\mu^3$ ,  $J_\mu^{(e)}$  zayıf ve elektromagnetik olarak etkileşen parçacık akımlarına,  $W^{\mu+}$ ,  $W^{\mu-}$ ,  $Z^{\mu 0}$ ,  $A^\mu$  ler ise ara parçacık alanlarına karşılık gelmektedir.

## 2.8. $E_6$ da Yeni Ara Parçacıklar

SM bugüne kadar yapılan deneylerle uyum içerisinde olsa da, yine de tam bir kuram olmadığı görüşü yaygındır. Örneğin fermiyon gruplarının sayısının neden o kadar olduğunu, fermiyonların kütleleri arasındaki büyük farkları açıklayamaması SM in yetersizliğinin kanıtı olarak gösterilmektedir.

Bu nedenle, kuvvetli ve elektrozayıf kuramları birlestiren daha temel bir kuramın varlığına inanılmakta ve SM in, büyük birleştirilmiş kuram (BBK=GUT=Grand Unified Theories) in düşük enerjilerde geçerli bir alt kuramı olduğu varsayılmaktadır.

Yeni deneyleri açıklayabilmesi için, BBK nin SM'den daha çok sayıda ayar bozonu içermesi gerekmektedir. SM'yi de içerecek, fakat SM'den daha çok ayar bozonuna sahip böyle bir kuramın kurulacağı gruba en iyi aday  $E_6$  grubudur.  $E_6$  'nın rankı SM grubunun rankından bir fazla olduğundan, iki tane daha yüksüz ayar bozonu içermektedir. Bunlardan en az bir tanesinin, bugünkü enerji düzeylerinde saptanabilecek kadar düşük kütleli olduğunu varsayılmaktadır.

$E_6$  SM in grubunu içerecek şekilde çeşitli alt gruplara ayrılabilir. Örneğin,  $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi$  ve daha sonra da,  $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi$  bozulmasında,  $SU(5)$  grubu, SM nin  $SU(5) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  grubunu oluşturmaktadır. Yeni iki grup  $U(1)_\psi$  ve  $U(1)_\chi$  in birleştirilmesiyle  $E_6$  da öngörülen yeni ayar bozonu

$$Z(\theta) = Z_\psi \cos \theta + Z_\chi \sin \theta \quad (109)$$

oluşturulabilir. Burada  $\theta$  açısı 0 ve  $\pi$  değerleri arasında değişen karışım açısıdır.  $\theta$  nin belirli değerleri için aşağıdaki eşleştirmeler yapılabılır:

$$\theta = 0 \implies Z(\theta) \rightarrow Z_\psi \quad (110)$$

$$\theta = \pi/2 \implies Z(\theta) \rightarrow Z_\chi$$

$$\theta = \arctan \sqrt{3/5} \implies Z(\theta) \rightarrow Z'$$

$$\theta = \pi - \arctan \sqrt{5/3} \implies Z(\theta) \rightarrow Z_I$$

Laboratuvarlarda, deneyler gelişen teknolojiyle bağlantılı olarak gittikçe daha yüksek enerjilerde yapılmaktadır. Böylece yüksek enerjilere çıkışıkca daha büyük kütleli yeni parçacıkların elde edilme olasılıkları da artmaktadır.

Yüksek enerjilerde bazı süreçler için tesir kesitinin saptanmasında, deneysel olarak ölçülen değerle kuramsal hesap sonucunda bulunan değer uyusmamaktadır. Örneğin TRISTAN da yapılan müyon çift yaratılması ( $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ ) [26,27] deneyinde SM de tesir kesiti beklenen değerden  $2\sigma$  kadar daha küçüktür.  $\sqrt{s} < M_Z$  lerde yine müyon çift yaratılmasında LEP-I ölçümlerinde de benzer bir eğilim ortaya çıkmıştır. Eğer bu fark gerçekse SM de bir sorun olduğu kanıtlanmış demektir. Bu farkları anlaşırlı kılabilmek için yeni parçacıklar öngördü. SM in daha büyük kütleli yüksüz ayar bozonu içeren genişletilmesiyle oluşturulan ayar kuramlarıyla yukarıdaki sorun açıklanabilir. Ancak TRISTAN da enerjiler bu değerden küçüktür. Halbuki  $E_6$  daki  $Z'$  yüksüz bozonun kütlesi Tevatron ölçümlerinden  $M_{Z'} > O(0.5 \text{ TeV})$  dir. Bu da  $Z'$  ler TRISTAN da yaratılamayacaklar demektir. Eğer  $Z'$  nin kütlesi 300- 350 Gev den büyükse- ki büyük-

$\sigma_{\mu\mu}$  deki SM den sapma  $Z'$  ile yada  $\gamma - Z'$  girişim etkisi ile açıklanamaz. Fakat LEP-I enerjilerinde de başka modellerde  $\gamma - Z'$  etkileşimi yanında  $M_Z$  enerjilerinde  $Z - Z'$  etkileşimi önemli olabilir ve  $e^+ + e^- \rightarrow \bar{f} + f$  deki ( $\sigma_{\mu\mu}$  deki) sapmaya neden olabilir.

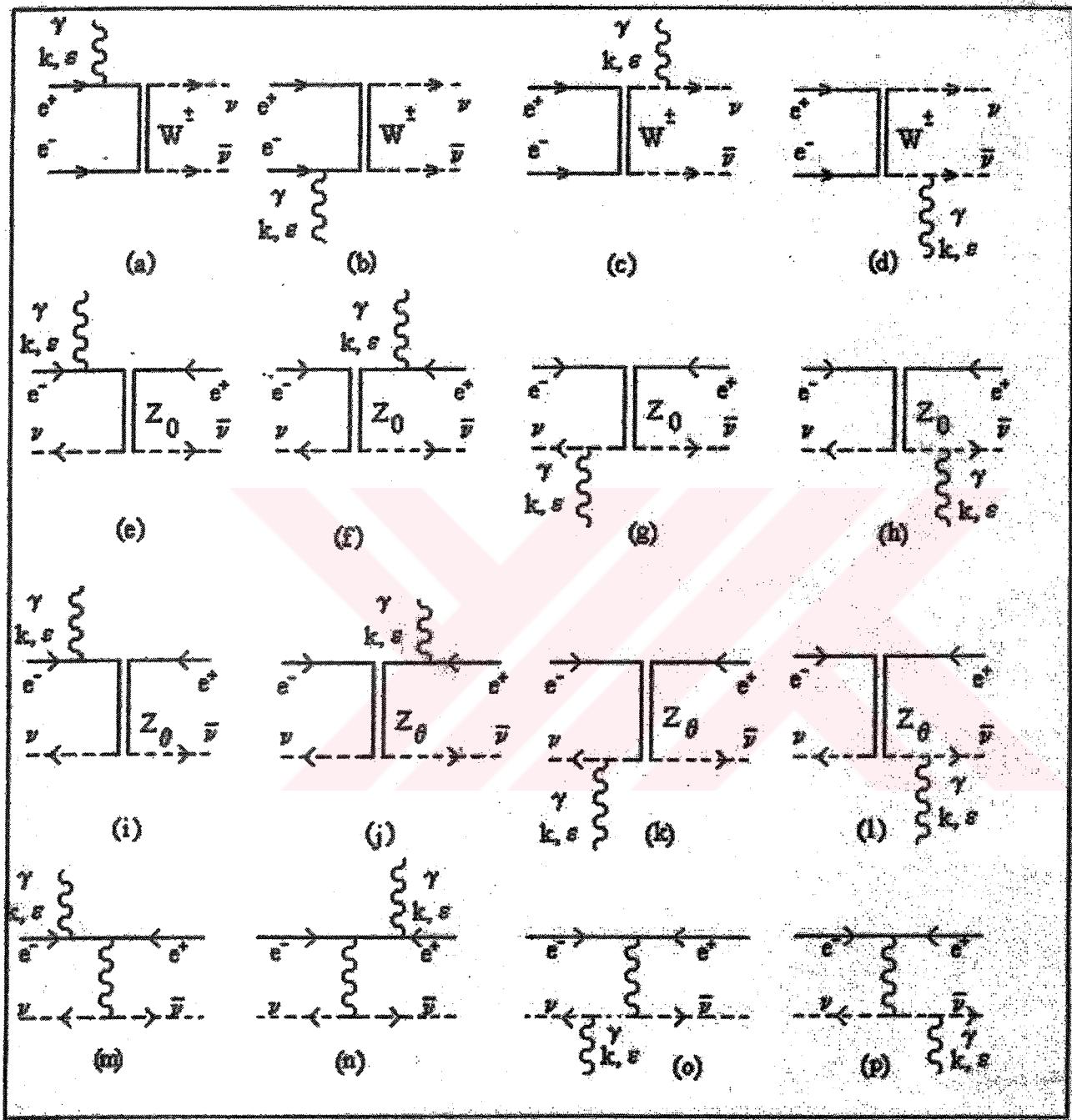
Yeni parçacık  $Z_\theta$  da gözönüne alındığında, ilgili yüksüz akım Lagranjiyeni

$$L_{NC} = -(g^2 + g'^2)^{1/2} \cdot \bar{\psi}(I_{3L} - Q_{em} \sin^2 \vartheta_w) \gamma^\mu Z_\mu \psi - g_\vartheta \cdot \bar{\psi} Q(\theta) \gamma^\mu Z_\mu(\theta) \psi \quad (111)$$

olarak yazılabilir [26,27,28,29,30].

## 2.9. Feynman Çizimleri

Burada incelenen  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$  süreci için foton,  $W^\pm$ ,  $Z_0$  ve  $Z_\theta$  etkileşme ara parçacıkları gözönüne alındığında süreci betimleyen tüm Feynman çizimleri 16 tanedir ve şekil 5. de verilmiştir. Feynman çizimlerinin tesir kesitlerinin hesaplanmasıyla ilgili kurallar Ek 6.1 de verilmiştir.



Sekil 5.  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$  süreci için Feynman çizimleri

### 3. HESAPLAMALAR

#### 3.1. Giriş

Fizikte, özellikle astrofizik ve evrenbilimde karşılaşılan sorunların çözümlenmesi için nötrinoya bazı özellikler verilmesinin yanında nötrinoların bazı yeni ara parçacıklar aracılığıyla da etkileşebilecekleri düşüncesi önem kazanmaya başlamıştır. Bu parçacıklar grup kuramında özellikle de  $E_6$  grubunda öngörülmektedir.

Bu çalışmada hesaplamalar nötrinoların yeni özellikleri ( $\kappa$  magnetik moment) ile, bu yeni parçacıklar ( $Z_\theta$ ) aracılığıyla gerçekleşen etkileşmeler birarada düşününlerek yapılmıştır.

$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  sürecinin tesir kesitinin bazı deneylerde (TRISTAN) beklenenden farklı çıkması bu yeni  $Z_\theta$  ayar bozonlarının varlığının bir kanıtı olarak düşünülmeye başlanmıştır [ 29,30,31,32,33].

Bu nedenle bu parçacıklar nötrino içeren etkileşmelerde de ara parçacık olarak alınabilir ve hesaplanan tesir kesiti ilgili sürecin deney sonuçları ile karşılaştırılarak nötrinonun magnetik momenti için bir sınırlama getirilebilir [34].

Burada incelenen çift yokolması süreci için  $W^\pm$ ,  $Z_0$ ,  $Z_\theta$ , ve  $\gamma$  lar ara parçacıklar olmak üzere toplam 16 Feynman çizimi şekil 5. de verilmiştir. Ancak çizimlerin katkıları çalışılan enerjlere bağlı olduğundan ve sonuçlar deney sonuçlarıyla karşılaştırılacağından yalnızca ilgili deneyin enerjilerinde etkin olan diyagramları hesaplamak yeterlidir. Örneğin burada bulunan sonuçların karşılaştırılacağı deneylerde kullanılan enerjilerde en çok katkıyı verecek çizimler şekil 5. deki (g), (h), (k), (l) lerdır ve Şekil 6 da yeniden verilmiştir [35].

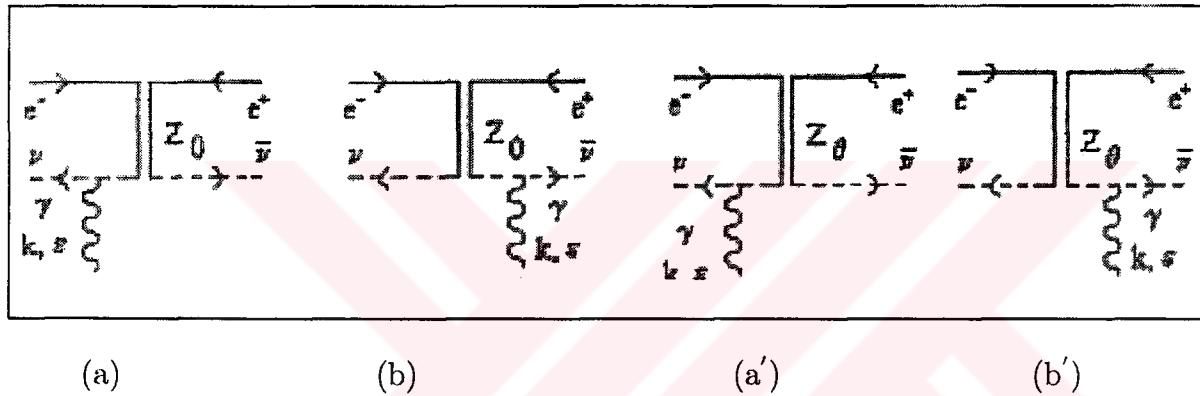
Şekil 5. deki Feynman çizimlerinden (g) ve (h) ler T. M. Gould ve I. Z. Rothstein [36] tarafından hesaplanmıştır. Kaynakça 35 de de vurgulandığı gibi kütle merkezi enerjisi  $s \ll M_{Z_0}^2$  olduğu durumlarda asıl katkı (m), (n), (o) ve (p) çizimlerinden gelmektedir. Bu çizimlerden de nötrinonun magnetik momenti ile ilgili asıl katkı (m), ve (n) çizimlerinden gelmektedir. Kütle merkezi enerjisinin  $s \simeq M_{Z_0}^2$  olduğu durumlardaysa  $Z_0$  'ların ara parçacık olduğu etkileşmeler, yani şekil 5. deki (e), (f), (g), ve (h) çizimleri önem kazanmaktadır. Burada da yine nötrinonun magnetik moment katkısı, foton nötrino

çiftlenimleri ile bağlılı olduğundan etkin olan çizimler (g) ve (h) lerdir. Şekil 5. deki (a), (b), (e), (f), (m), (n) çizimleri için tesir kesitleri Fargion ve arkadaşları tarafından hesaplanmıştır [37].

$Z_\theta$  parçacıklarının öngörülmesi ile şekil 5. deki (i), (j), (k), ve (l) çizimlerinin de  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$  sürecinin gerektirdiği koşulları sağladığı görülmüş ve yukarıda açıklanan nedenlerle bu çalışmada bunlardan (k) ve (l) çizimleri, yine şekil 5. deki (g) ve (h) çizimleri ile birlikte düşünürlerek tesir kesitleri hesaplanmıştır.

### 3.2. Çift Yokolması İçin Feynman Çizimleri

Bu çalışmada  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$  süreci için katkıları hesaplanan Feynman çizimleri Şekil 6. da verilmiştir.



Şekil 6.  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$  süreci için ilgili enerjilerde Feynman çizimleri

### 3.3. Matris Elemanları

Şekil 6. da verilen 4 çizim için toplam matris elemanı

$$M_{Top} = M_a + M_b + M'_a + M'_b \quad (112)$$

olarak yazılabilir. Toplam matris elemanın kompleks eşleniği

$$M_{Top}^\dagger = (M_a + M_b + M'_a + M'_b)^\dagger \quad (113)$$

dir. Toplam matris elemanın karesi

$$M_{Top} M_{Top}^\dagger = |M_{Top}|^2 = (M_a + M_b + M'_a + M'_b)(M_a + M_b + M'_a + M'_b)^\dagger \quad (114)$$

$$\begin{aligned}
|M_{Top}|^2 &= |M_a|^2 + |M_b|^2 + |M'_a|^2 + |M'_b|^2 + (M_a M'^{\dagger}_a + M_b M'^{\dagger}_b) + \\
&\quad (M_a^{\dagger} M'_a + M_b^{\dagger} M'_b) + (M_a M'^{\dagger}_b + M_a M'^{\dagger}_b + M_b M'^{\dagger}_a + M_b M'^{\dagger}_a) \\
&\quad (M_a^{\dagger} M_b + M_a^{\dagger} M'_b + M_b^{\dagger} M_a + M_b^{\dagger} M'_a)
\end{aligned} \tag{115}$$

olarak elde edilir. Şekil 6 (a) için matris elemanı

$$\begin{aligned}
M_a &= \bar{v}_{e^+}(p_2) \frac{-i \cdot e}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\mu \left( \frac{a + b\gamma_5}{2} \right) u_{e^-}(p_1) \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}} (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{1\mu}s_{1\nu}}{M_{Z_0}^2}) \cdot \\
&\quad \bar{u}_v(q_1)\mu_B\sigma_{\alpha\beta}\epsilon^\alpha k^\beta(F_2 + F_3\gamma_5) \frac{i}{q'_1 + k'} \left[ \frac{-ie}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\nu \left( \frac{1 - \gamma_5}{4} \right) \right] v_{\bar{\nu}}(q_2)
\end{aligned} \tag{116}$$

olarak yazılabilir, ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
M_a &= \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\alpha k^\beta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^2} \cdot \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}} \cdot \bar{v}_{e^+}(p_2) \gamma^\mu (a + b\gamma_5) u_{e^-}(p_1) \cdot \\
&\quad (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{1\mu}s_{1\nu}}{M_{Z_0}^2}) \bar{u}_v(q_1) \sigma_{\alpha\beta} (F_2 + F_3\gamma_5) (q'_1 + k') \gamma^\nu (1 - \gamma_5) v_{\bar{\nu}}(q_2)
\end{aligned} \tag{117}$$

elde edilir. Kompleks eşleniği alındığında

$$\begin{aligned}
M_a^\dagger &= \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\zeta k^\eta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^2} \cdot \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}} \cdot \bar{v}_{e^+}(q_2) \gamma^\sigma (1 - \gamma_5) \cdot \\
&\quad (q'_1 + k')(F_2 - F_3\gamma_5) \sigma_{\zeta\eta} u_v(q_1) (-g_{\rho\sigma} + \frac{s_{1\rho}s_{1\sigma}}{M_{Z_0}^2}) \bar{u}_{e^-}(p_1) \gamma^\rho (a + b\gamma_5) v_{e^+}(p_2)
\end{aligned} \tag{118}$$

elde edilir. Şekil 6 (b) için matris elemanı

$$M_b = \bar{v}_{e^+}(p_2) \frac{-i \cdot e}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\mu \left( \frac{a + b\gamma_5}{2} \right) \bar{u}_{e^-}(p_1) \tag{119}$$

$$\frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}}(-g_{\mu\nu} + \frac{s_{1\mu}s_{1\nu}}{M_{Z_0}^2}) \cdot \\ \bar{u}_v(q_1) \left[ \frac{-i \cdot e}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\nu \left( \frac{1 - \gamma_5}{4} \right) \right] \frac{i}{q'_2 + k'} \mu_B \sigma_{\alpha\beta} \epsilon^\alpha k^\beta (F_2 + F_3 \gamma_5) v_{\bar{v}}(q_2)$$

olarak yazılabilir, ve düzenlenirse

$$M_b = \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\alpha k^\beta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^2} \cdot \\ \frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}}(-g_{\mu\nu} + \frac{s_{1\mu}s_{1\nu}}{M_{Z_0}^2}) \cdot \\ \bar{v}_{e+}(p_2) \gamma^\mu (a + b \gamma_5) u_{e-}(p_1) \bar{u}_v(q_1) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) (q'_2 + k') \sigma_{\alpha\beta} (F_2 + F_3 \gamma_5) v_{\bar{v}}(q_2) \quad (120)$$

elde edilir. Kompleks eşleniği alındığında

$$M_b^\dagger = \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\zeta k^\eta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^2} \cdot \\ \frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}} \cdot (-g_{\rho\sigma} + \frac{s_{1\rho}s_{1\sigma}}{M_{Z_0}^2}) \cdot \\ \bar{v}_v(q_2) (F_2 - F_3 \gamma_5) \sigma_{\zeta\eta} (q'_2 + k') \gamma^\rho (1 - \gamma_5) \bar{u}_v(q_1) \bar{u}_{e-}(p_1) \gamma^\sigma (a + b \gamma_5) v_{e+}(p_2) \quad (121)$$

elde edilir. Burada

$$a = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \vartheta_w \quad (122) \\ b = \frac{1}{2}$$

dir. Şekil 6 (a') için matris elemanı

$$M_a' = \bar{v}_{e+}(p_2) \frac{-i \cdot e}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\mu \left( \frac{a' + b' \gamma_5}{2} \right) \bar{u}_{e-}(p_1) \cdot \\ \frac{i}{s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}} (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{2\mu}s_{2\nu}}{M_{Z_\theta}^2}) \cdot \\ \bar{u}_v(q_1) \mu_B \sigma_{\alpha\beta} \epsilon^\alpha k^\beta (F_2 + F_3 \gamma_5) \frac{i}{q'_1 + k'} \left[ \frac{-ie}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\nu \left( \frac{1 - \gamma_5}{4} \right) \right] v(q_2) \quad (123)$$

olarak yazılabilir, ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
M_a' &= \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\alpha k^\beta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^2} \cdot \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}} \cdot \bar{v}_{e^+}(p_2)\gamma^\mu(a' + b'\gamma_5)u_{e^-}(p_1) \cdot \\
&\quad (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{2\mu}s_{2\nu}}{M_{Z_\theta}^2})\bar{u}_v(q_1)\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(q'_1 + k')\gamma^\nu(1 - \gamma_5)v_{\bar{\nu}}(q_2)
\end{aligned} \tag{124}$$

elde edilir. Kompleks eşleniği alındığında

$$\begin{aligned}
M_a'^\dagger &= \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\zeta k^\eta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^2} \cdot \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}} \bar{v}_{\bar{\nu}}(q_2)\gamma^\sigma(1 - \gamma_5)(q'_1 + k') \cdot \\
&\quad (F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}u_v(q_1)(-g_{\rho\sigma} + \frac{s_{2\rho}s_{2\sigma}}{M_{Z_\theta}^2})\bar{u}_{e^-}(p_1)\gamma^\rho(a' + b'\gamma_5)v_{e^+}(p_2)
\end{aligned} \tag{125}$$

elde edilir. Sekil 6 (b') için matris elemanı

$$\begin{aligned}
M_b' &= \bar{v}_{e^+}(p_2) \frac{-i \cdot e}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\mu \left( \frac{a' + b'\gamma_5}{2} \right) u_{e^-}(p_1) \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}} (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{2\mu}s_{2\nu}}{M_{Z_\theta}^2}) \cdot \\
&\quad \bar{u}_v(q_1) \left[ \frac{-i \cdot e}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\nu \left( \frac{1 - \gamma_5}{4} \right) \right] \frac{i}{q'_2 + k'} \mu_B \sigma_{\alpha\beta} \epsilon^\alpha k^\beta (F_2 + F_3\gamma_5) v_{\bar{\nu}}(q_2)
\end{aligned} \tag{126}$$

olarak yazılabilir, ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
M_b' &= \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\alpha k^\beta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^2} \cdot \\
&\quad \frac{i}{s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}} \cdot (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{2\mu}s_{2\nu}}{M_{Z_\theta}^2}) \cdot \bar{v}_{e^+}(p_2) \cdot \\
&\quad \gamma_\mu(a' + b'\gamma_5)u_{e^-}(p_1)\bar{u}_v(q_1)\gamma_\nu(1 - \gamma_5)(q'_2 + k')\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)v_{\bar{\nu}}(q_2)
\end{aligned} \tag{127}$$

elde edilir. Kompleks eşleniği alındığında

$$M_b'^\dagger = \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\zeta k^\eta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^2} \cdot \tag{128}$$

$$\frac{i}{s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}} \cdot \left(-g_{\rho\sigma} + \frac{s_{2\rho}s_{2\sigma}}{M_{Z_\theta}^2}\right) \cdot \\ \bar{v}_{\bar{v}}(q_2)(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(q'_2 + k')\gamma^\rho(1 - \gamma_5)u_v(q_1)\bar{u}_{e^-}(p_1)\gamma^\sigma(a' + b'\gamma_5)v_{e^+}(p_2)$$

elde edilir. Burada

$$a' = X \cdot \left(\frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{10}}\right) \cdot \left(-\frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} + \frac{3\sin\theta}{\sqrt{10}}\right) \quad (129)$$

$$b' = 2 \cdot X \cdot \frac{\sin\theta}{\sqrt{10}} \left(-\frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} + \frac{3\sin\theta}{\sqrt{10}}\right)$$

ve

$$X = \left(\frac{g_\theta^2}{g^2 + g'^2}\right) \cdot \left(\frac{M_{Z_0}}{M_{Z_\theta}}\right)^2 \quad (130)$$

şeklindedir. Burada  $g$ ,  $g'$  ve  $g_\theta$  çiftlenim sabitleridir;  $M_{Z_0}$  ve  $M_{Z_\theta}$  lar ise  $Z_0$  ve  $Z_\theta$  ara vektör bozonlarının küteleri ve  $\sqrt{s}$  ise kütle merkezi enerjisidir.

### 3.4. Matris Elemanının Karesi

Toplam matris elemanının karesindeki her bir terim ayrı ayrı hesaplanmış ve bazı terimlerin sıfır çıktıları görülmüştür. Matris elemanının karesinde yalnızca sıfırdan farklı katkı veren terimler yazıldığında,

$$|M_{Top}|^2 = |M_a|^2 + |M_b|^2 + |M'_a|^2 + |M'_b|^2 + M_a M_a'^\dagger + M_b M_b'^\dagger + M'_a M_a^\dagger + M'_b M_b^\dagger \quad (131)$$

elde edilir.  $|M_{Top}|^2$  deki ilk terim için

$$|M_a|^2 = M_a M_a^\dagger = \left\{ \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\alpha k^\beta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^2} \cdot \frac{i}{s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}} \right. \quad (132) \\ \left. \bar{v}_{e^+}(p_2)\gamma^\mu(a + b\gamma_5)u_{e^-}(p_1)(-g_{\mu\nu} + \frac{s_{1\mu}s_{1\nu}}{M_{Z_0}^2}) \cdot \right. \\ \left. \bar{u}_v(q_1)\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(q'_1 + k')\gamma^\nu(1 - \gamma_5)v_{\bar{v}}(q_2)\right\} \cdot \\ \left\{ \frac{e^2 \mu_B \epsilon^\zeta k^\eta}{8 \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^2} \cdot \frac{-i}{s - M_{Z_0}^2 - i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}} \right\} \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \bar{v}_{\bar{\nu}}(q_2)\gamma^{\sigma}(1-\gamma_5)(q'_1+k')(F_2-F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}u_v(q_1) \\
& (-g_{\rho\sigma} + \frac{s_{\rho}s_{\sigma}}{M_{Z_0}^2}) \cdot \bar{u}_{e^-}(p_1)\gamma^{\rho}(a+b\gamma_5)v_{e^+}(p_2)\} \\
= & \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^{\alpha}\epsilon^{\zeta}k^{\beta}k^{\eta}}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1+k)^4} \cdot \frac{1}{|s-M_{Z_0}^2+i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}|^2} \cdot (133) \\
& \{\dot{I}z[(\not{p}_2-m)\gamma_{\mu}(a+b\gamma_5)(\not{p}_1+m)\gamma_{\nu}(a+b\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^{\nu}(1-\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})(F_2-F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{A}_1 \\
& \sigma_{\alpha\beta}(F_2+F_3\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)] + \\
& \dot{I}z[(\not{p}_2-m)\gamma_{\mu}(a+b\gamma_5)(\not{p}_1+m)\not{\beta}_1(a+b\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^{\nu}(1-\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})(F_2-F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{A}_1 \\
& \sigma_{\alpha\beta}(F_2+F_3\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)] + \\
& \dot{I}z[(\not{p}_2-m)\gamma_{\mu}(a+b\gamma_5)(\not{p}_1+m)\gamma_{\nu}(a+b\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^{\nu}(1-\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})(F_2-F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{A}_1 \\
& \sigma_{\alpha\beta}(F_2+F_3\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})\not{\beta}_1(1-\gamma_5)] + \\
& \dot{I}z[(\not{p}_2-m)\gamma_{\mu}(a+b\gamma_5)(\not{p}_1+m)\not{\beta}_1(a+b\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^{\nu}(1-\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})(F_2-F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{A}_1 \\
& \sigma_{\alpha\beta}(F_2+F_3\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})\not{\beta}_1(1-\gamma_5)]\}
\end{aligned}$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikte 1. terim dışındaki 3 terimde iz hesabı sıfır çıkmaktadır.

Sonuçta,

$$\begin{aligned}
|M_a|^2 = & \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^{\alpha}\epsilon^{\zeta}k^{\beta}k^{\eta}}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1+k)^4} \cdot \frac{1}{|s-M_{Z_0}^2+i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}|^2} \cdot (134) \\
& \{\dot{I}z[(\not{p}_2-m)\gamma_{\mu}(a+b\gamma_5)(\not{p}_1+m)\gamma_{\nu}(a+b\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^{\nu}(1-\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})(F_2-F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{A}_1 \\
& \sigma_{\alpha\beta}(F_2+F_3\gamma_5)(\not{A}_1+\not{k})\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)]\}
\end{aligned}$$

elde edilir. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned}
|M_b|^2 &= \frac{e^4 \mu_B^2 \epsilon^\alpha \epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64 \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}|^2} \cdot (135) \\
&\quad \{ \dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a + b\gamma_5)] \cdot \\
&\quad \dot{I}z[\not{q}_2(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(\not{q}_2 + \not{k})\gamma^\nu(1 - \gamma_5)\not{q}_1 \\
&\quad \gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{q}_2 + \not{k})\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)] \}
\end{aligned}$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikte de yine son üç terim sıfır olduğundan yazılmamıştır. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned}
|M'_a|^2 &= \frac{e^4 \mu_B^2 \epsilon^\alpha \epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64 \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}|^2} \cdot (136) \\
&\quad \{ \dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a' + b'\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
&\quad \dot{I}z[\not{q}_2\gamma^\nu(1 - \gamma_5)(\not{q}_1 + \not{k})(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{q}_1 \\
&\quad \sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(\not{q}_1 + \not{k})\gamma^\mu(1 - \gamma_5)] \}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
|M'_b|^2 &= \frac{e^4 \mu_B^2 \epsilon^\alpha \epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64 \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}|^2} \cdot (137) \\
&\quad \{ \dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a' + b'\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
&\quad \dot{I}z[\not{q}_2(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(\not{q}_2 + \not{k})\gamma^\nu(1 - \gamma_5)\not{q}_1 \\
&\quad \gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{q}_2 + \not{k})\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)] \}
\end{aligned}$$

elde edilir. Çapraz terimlerden

$$M_a M_b^\dagger = M_a M_b'^\dagger = M_b M_a'^\dagger = M_a' M_b'^\dagger = 0 \quad (138)$$

cıkmaktadır. Çapraz terimlerden sıfırdan farklı olanlar,

$$MK3 = \frac{e^4 \mu_B^2 \epsilon^\alpha \epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64 \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^4} \cdot f(s, M_{Z_0}, \Gamma_{Z_0}, M_{Z_\theta}, \Gamma_{Z_\theta}) \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \{ \dot{I}z[(\not{q}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[q'_2\gamma^\nu(1 - \gamma_5)(q'_1 + \not{k})(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}q'_1 \\
& \sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(q'_1 + \not{k})\gamma^\mu(1 - \gamma_5)] \} + \\
& \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^4} \cdot \frac{1}{(s - M_{Z_0}^2)(s - M_{Z_\theta}^2)} \cdot \\
& \{ \dot{I}z[(\not{q}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
& \dot{I}z[q'_2(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(q'_2 + \not{k})\gamma^\nu(1 - \gamma_5)q'_1 \\
& \gamma^\mu(1 - \gamma_5)(q'_2 + \not{k})\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)] \}
\end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Burada,

$$f(s, M_{Z_0}, \Gamma_{Z_0}, M_{Z_\theta}, \Gamma_{Z_\theta}) = \frac{2([s - M_{Z_0}^2] \cdot [s - M_{Z_\theta}^2] + M_{Z_0}\Gamma_{Z_0} \cdot M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta})}{\{[s - M_{Z_0}^2] \cdot [s - M_{Z_\theta}^2] + M_{Z_0}\Gamma_{Z_0} \cdot M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}\}^2 + [(s - M_{Z_\theta}^2) \cdot M_{Z_0}\Gamma_{Z_0} - (s - M_{Z_0}^2) \cdot M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}]^2}$$

dir. Son eşitliktede yalnızca sıfırdan farklı sonuç veren iz çarpımları yazılmıştır. Matris elemanlarının karesi hesaplanırken kullanılan bağıntılar Ek 6.2 de verilmiştir.

### 3.5. İz Hesabı

Sıfırdan farklı terimlerin katkıları gözönüne alındığında toplam matris elemanın karesini veren eşitlik

$$\begin{aligned}
|M_{Top}|^2 &= |M_a|^2 + |M_b|^2 + |M'_a|^2 + |M'_b|^2 + (M_a M'^{\dagger}_a + M_b M'^{\dagger}_b) + \\
&(M_a^{\dagger} M'_a + M_b^{\dagger} M'_b)
\end{aligned} \tag{139}$$

$$\begin{aligned}
|M_{Top}|^2 &= \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}|^2} \cdot \\
&\{ \dot{I}z[(\not{q}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(a + b\gamma_5)] \cdot \\
&\dot{I}z[\not{q}_2\gamma^\nu(1 - \gamma_5)(\not{q}_1 + \not{k})(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}\not{q}_1 \\
&\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(\not{q}_1 + \not{k})\gamma^\mu(1 - \gamma_5)] \} + \\
&\frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_0}^2 + i(s/M_{Z_0}^2)M_{Z_0}\Gamma_{Z_0}|^2} \cdot \\
&\{ \dot{I}z[(\not{q}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(a + b\gamma_5)] \cdot
\end{aligned} \tag{140}$$

$$\begin{aligned}
& \dot{I}z[\not{A}_2(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(\not{A}_2 + \not{k})\gamma^\nu(1 - \gamma_5) \not{A}_1 \\
& \quad \gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{A}_2 + \not{k})\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)]\} + \\
& \quad \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}|^2} \cdot \\
& \quad \{\dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a' + b'\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
& \quad \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^\nu(1 - \gamma_5)(\not{A}_1 + \not{k})(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta} \not{A}_1 \\
& \quad \sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(\not{A}_1 + \not{k})\gamma^\mu(1 - \gamma_5)]\} + \\
& \quad \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^4} \cdot \frac{1}{|s - M_{Z_\theta}^2 + i(s/M_{Z_\theta}^2)M_{Z_\theta}\Gamma_{Z_\theta}|^2} \cdot \\
& \quad \{\dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a' + b'\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
& \quad \dot{I}z[\not{A}_2(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(\not{A}_2 + \not{k})\gamma^\nu(1 - \gamma_5) \not{A}_1 \\
& \quad \gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{A}_2 + \not{k})\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)]\} + \\
& \quad \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_1 + k)^4} \cdot f(s, M_{Z_0}, \Gamma_{Z_0}, M_{Z_\theta}, \Gamma_{Z_\theta}) \cdot \\
& \quad \{\dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
& \quad \dot{I}z[\not{A}_2\gamma^\nu(1 - \gamma_5)(\not{A}_1 + \not{k})(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta} \not{A}_1 \\
& \quad \sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)(\not{A}_1 + \not{k})\gamma^\mu(1 - \gamma_5)]\} + \\
& \quad \frac{e^4\mu_B^2\epsilon^\alpha\epsilon^\zeta k^\beta k^\eta}{64\sin^4\vartheta_w\cos^4\vartheta_w} \cdot \frac{1}{(q_2 + k)^4} \cdot \frac{1}{(s - M_{Z_0}^2)(s - M_{Z_\theta}^2)} \cdot \\
& \quad \{\dot{I}z[(\not{p}_2 - m)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(\not{p}_1 + m)\gamma_\nu(a' + b'\gamma_5)] \cdot \\
& \quad \dot{I}z[\not{A}_2(F_2 - F_3\gamma_5)\sigma_{\zeta\eta}(\not{A}_2 + \not{k})\gamma^\nu(1 - \gamma_5) \not{A}_1 \\
& \quad \gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{A}_2 + \not{k})\sigma_{\alpha\beta}(F_2 + F_3\gamma_5)]\}
\end{aligned}$$

olur. Son parçacık kutuplanmaları ve spinleri üzerinden toplam ve ilk parçacık kutuplanmaları ve spinleri üzerinden ortalama alındığında,

$$\begin{aligned}
|M_{Top}|^2 &= \frac{1}{4} \sum_{\substack{spins \\ pol}} [ |M_a|^2 + |M_b|^2 + |M'_a|^2 + |M'_b|^2 + (M_a M'^\dagger_a + M_b M'^\dagger_b) + \quad (141) \\
&\quad (M_a^\dagger M'_a + M_b^\dagger M'_b)]
\end{aligned}$$

olur. Burada, yalnızca magnetik moment terimi ile ilgilenildiğinden matris elemanı hesaplanırken magnetik moment terimi,  $F_2 = \kappa$ , elektrik dipol moment terimi,  $F_3 = 0$  alınmıştır. İzler hesaplanıp yerlerine yazıldığında aşağıdaki bağıntılar elde edilmiştir:

$$MK1 = \frac{1}{4} \sum_{\substack{\text{spins} \\ \text{pol}}} (|M_a|^2 + |M_b|^2) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 16 \cdot \kappa^2 \cdot e^4 \cdot \mu_B^2}{8 \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w [(2(p_1 \cdot p_2) - M_{Z_0}^2)^2 + M_{Z_0}^2 \Gamma_{Z_0}^2]} \quad (142)$$

$$[4(p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \sin^4 \vartheta_w + 4(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^4 \vartheta_w -$$

$$4(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^2 \vartheta_w + (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1)]$$

$$MK2 = \frac{1}{4} \sum_{\substack{\text{spins} \\ \text{pol}}} (|M'_a|^2 + |M'_b|^2) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 16 \cdot \kappa^2 \cdot e^4 \cdot \mu_B^2 \cdot X^2}{7200 \cdot \sin^4 \theta \cos^4 \theta [(2(p_1 \cdot p_2) - M_{Z_\theta}^2)^2 + M_{Z_\theta}^2 \Gamma_{Z_\theta}^2]} \quad (143)$$

$$[729(p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \sin^4 \theta -$$

$$270 \cdot (p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta +$$

$$25(p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \cos^4 \theta - 72 \cdot \sqrt{15}(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^3 \theta \cos \theta -$$

$$40 \cdot \sqrt{15}(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin \theta \cos^3 \theta +$$

$$81(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^4 \theta +$$

$$330(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + 25(p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \cos^4 \theta]$$

$$MK3 = \frac{1}{4} \sum_{\text{pol, spins}} (M_a M_a'^\dagger + M_b M_b'^\dagger + M_a^\dagger M_a' + M_b^\dagger M_b') = \quad (144)$$

$$\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{240} \cdot \kappa^2 \cdot e^4 \cdot \mu_B^2 \cdot X}{\sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w} \cdot f(s, M_{Z_0}, \Gamma_{Z_0}, M_{Z_\theta}, \Gamma_{Z_\theta}) \cdot$$

$$[54 \cdot (p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \sin^2 \vartheta_w \sin^2 \theta - 10 \cdot (p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \theta +$$

$$8 \cdot \sqrt{15} \cdot (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^2 \vartheta_w \sin \theta \cos \theta - 4 \cdot \sqrt{15} \cdot (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin \theta \cos \theta -$$

$$18 \cdot (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^2 \vartheta_w \sin^2 \theta - 10 \cdot (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^2 \vartheta_w \cos^2 \theta +$$

$$9 \cdot (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \sin^2 \theta + 5 \cdot (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) \cos^2 \theta].$$

İz hesapları bilgisayarda ( IBM uyumlu Pentium 200 işlemcili 32 Mbyte RAM li bir PC bilgisayar) REDUCE adlı simgesel işlem programlama dili kullanılarak yapılmıştır.

Hesaplamalar yapılırken aşağıdaki sınır durumları gözönüne alınmıştır:

$$m_e^2 \ll s \simeq M_{Z_0}^2 \leq M_{Z_\theta}^2$$

ve hesaplar kütle merkezinde yapılmıştır.

### 3.6. Diferensiyal tesir kesiti

Diferensiyal tesir kesiti

$$d\sigma = \frac{|M|^2}{4[(p_1 \cdot p_2)^2 - m_e m_e]^{1/2}} \frac{d^3 q_1}{2q_{10}(2\pi)^3} \frac{d^3 q_2}{2q_{20}(2\pi)^3} \frac{d^3 q_3}{2q_{30}(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - q_1 - q_2 - k) \quad (145)$$

$l$ ;  $q_1$  ya da  $q_2$  olmak üzere Lenard eşitlikleri

$$\int \frac{d^3 q_1}{2q_{10}} \frac{d^3 q_2}{2q_{20}} q_{1\mu} q_{2\nu} \delta^4(P - q_1 - q_2) = \frac{\pi}{24} [2P_\mu P_\nu + g_{\mu\nu} P^2] \quad (146)$$

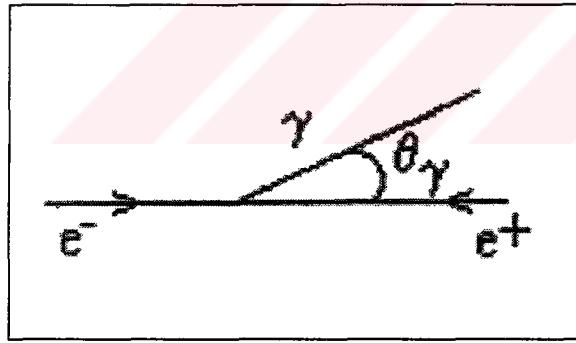
$$\int \frac{d^3 q_1}{2q_{10}} \frac{d^3 q_2}{2q_{20}} (A \cdot l)(B \cdot l) \delta^4(P - q_1 - q_2) = \frac{\pi}{6} [(A \cdot P)(B \cdot P) - (A \cdot B)P^2] \quad (147)$$

kullanılarak nötrino momentumlari  $q_1$ ,  $q_2$  üzerinden integral alındığında

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{E_\gamma dE_\gamma d(\cos \vartheta_\gamma)} &= \frac{d(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{E_\gamma dE_\gamma d(\cos \vartheta_\gamma)} = \kappa^2 \alpha^2 \mu_B^2 \cdot \\ &\quad \left\{ -\frac{1}{96\pi \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w \cdot [(s - M_{Z_0}^2)^2 + M_{Z_0}^2 \Gamma_{Z_0}^2]} \cdot \right. \\ &\quad [4\sqrt{s}(8 \sin^4 \vartheta_w - 4 \sin^2 \vartheta_w + 1) E_\gamma + \\ &\quad 4(2 \sin^2 \vartheta_w - 1)(\cos^2 \vartheta_w E_\gamma^2 - 2s - E_\gamma^2) \sin^2 \vartheta_w + \\ &\quad \cos^2 \vartheta_w E_\gamma^2 - 2s - E_\gamma^2] + \\ &\quad \left. \frac{X^2}{43200 \cdot \pi \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w \cdot [(s - M_{Z_\theta}^2)^2 + M_{Z_\theta}^2 \Gamma_{Z_\theta}^2]} \cdot \right. \\ &\quad [4\sqrt{s}(4\sqrt{15}(9 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta) \sin \theta \cos \theta - \\ &\quad 405 \sin^4 \theta - 30 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 25 \cos^4 \theta) E_\gamma - \\ &\quad 2((2s + E_\gamma^2) - \cos^2 \theta E_\gamma^2) \cdot (18\sqrt{15} \sin^2 \theta + \end{aligned} \quad (148)$$

$$\begin{aligned}
& 10\sqrt{15}\cos^2\theta - 15\sin\theta\cos\theta) \sin\theta\cos\theta - \\
& 405(\cos^2\vartheta_\gamma E_\gamma^2 - 2s - E_\gamma^2) \sin^4\theta + \\
& 25(2s + E_\gamma^2) \cos^4\theta - 25\cos^2\vartheta_\gamma \cos^4\theta \cdot E_\gamma^2] - \\
& \frac{X}{2880\pi \sin^4\vartheta_w \cos^4\vartheta_w} \cdot f(s, M_{Z_0}, \Gamma_{Z_0}, M_{Z_\theta}, \Gamma_{Z_\theta}) \cdot \\
& [4\sqrt{s}(4\sqrt{15}(2\sin^2\vartheta_w - 1) \sin\theta\cos\theta + \\
& 4(9\sin^2\theta - 5\cos^2\theta) \sin^2\vartheta_w + \\
& 9\sin^2\vartheta + 5\cos^2\vartheta) E_\gamma + 4[9(\cos^2\vartheta_\gamma E_\gamma^2 - 2s - E_\gamma^2) \sin^2\vartheta + \\
& 5(2s + E_\gamma^2) \cos^2\vartheta - 5\cos^2\vartheta_\gamma \cos^2\vartheta E_\gamma^2] \sin^2\vartheta_w + \\
& 4\sqrt{15}(2\sin^2\vartheta_w - 1)(\cos^2\vartheta_\gamma E_\gamma^2 - 2s - E_\gamma^2) \sin\vartheta\cos\vartheta + \\
& 9(\cos^2\vartheta_\gamma E_\gamma^2 - 2s - E_\gamma^2) \sin^2\vartheta - \\
& 5(2s + E_\gamma^2) \cos^2\vartheta + 5\cos^2\vartheta_\gamma \cos^2\vartheta E_\gamma^2]\}
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada  $\theta_\gamma$  fotonun saçılma açısıdır (şekil 7).



Şekil 7. Fotonun gelen parçacıkların çarpışma doğrultusu ile yaptığı açı

Elde edilen diferansiyel tesir kesiti, foton enerjisi  $E_\gamma$  ve fotonun saçılma açısı  $\theta_\gamma$  üzerinden integre edilerek toplam tesir kesiti elde edilir:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \int d\sigma_1 = \kappa^2 \alpha^2 \mu_B^2 \cdot \left\{ -\frac{1}{288\pi \sin^4\vartheta_w \cos^4\vartheta_w \cdot [(s - M_{Z_0}^2)^2 + M_{Z_0}^2 \Gamma_{Z_0}^2]} \right. \cdot (149) \\
&\quad \left. [8\sqrt{s} \cdot (8\sin^4\vartheta_w - 4\sin^2\vartheta_w + 1) E_\gamma - \right.
\end{aligned}$$

$$4(2 \sin^2 \vartheta_w - 1) \cdot (6 \cdot s + E_\gamma^2) \cdot \sin^2 \vartheta_w - 6 \cdot s + E_\gamma^2] \cdot E_\gamma^2 \}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & \int d\sigma_2 = \kappa^2 \alpha^2 \mu_B^2 \cdot \left\{ -\frac{X^2}{129600\pi \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w \cdot [(s - M_{Z_\theta}^2)^2 + M_{Z_\theta}^2 \Gamma_{Z_\theta}^2]} \cdot (150) \right. \\ & [8\sqrt{s} \cdot (4\sqrt{15} \cdot (9 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta) \sin \theta \cos \theta - \\ & 405 \sin^4 \theta - 30 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 25 \cos^4 \theta) \cdot E_\gamma + \\ & (81 \sin^4 \theta + 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + 5 \cos^4 \theta) \cdot (6s + E_\gamma^2) - \\ & \left. 4\sqrt{15} \cdot (9 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta) \cdot (6s + E_\gamma^2) \cdot \sin \theta \cos \theta] \cdot E_\gamma^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3 = & \int d\sigma_3 = \kappa^2 \alpha^2 \mu_B^2 \cdot (151) \\ & \left\{ \frac{X}{8640\pi \sin^4 \vartheta_w \cos^4 \vartheta_w} \cdot f(s, M_{Z_0}, \Gamma_{Z_0}, M_{Z_\theta}, \Gamma_{Z_\theta}), \right. \\ & [8\sqrt{s} \cdot (4\sqrt{15} \cdot (2 \sin^2 \theta_w - 1) \sin \theta \cos \theta + 4(9 \sin^2 \theta - 5 \cos^2 \theta) \sin^2 \theta_w + 9 \sin^2 \theta + \\ & 5 \cos^2 \theta) E_\gamma - 4\sqrt{15} \cdot (2 \sin^2 \theta_w - 1) \cdot (6s + E_\gamma^2) \sin \theta \cos \theta - \\ & (9 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta) \cdot (6s + E_\gamma^2) - 4(9 \sin^2 \theta - 5 \cos^2 \theta) \cdot (6s + E_\gamma^2) \sin^2 \theta_w] \cdot E_\gamma^2 \} \end{aligned}$$

ve

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (152)$$

dir. Burada,  $\theta_\gamma$  açısı 0 'dan  $\pi$  'ye kadar integre edilmiştir. Foton enerjisi  $E_\gamma$  ise 15  $GeV$  den  $\sqrt{s}/2$  ye kadar integre edilmiştir. Hesaplamlarda

$$\begin{aligned} \sin^2 \vartheta_w &= 0.2314, \\ \mu_B &= 5.85 * 10^{-18} \text{ } GeV/gauss, \\ \alpha &= \frac{1}{137}, \\ M_{Z_0} &= 91.187 \text{ } GeV, \\ s &= M_{Z_0}^2, \\ X &= \frac{1.15}{3} \cdot (\frac{M_{Z_0}}{M_{Z_\theta}})^2, \\ \Gamma_{Z_\theta} &= \Gamma_{Z_0} = 2.487 \text{ } GeV, \quad (153) \end{aligned}$$

sayısal değerleri yerlerine yazilarak [38], tesir kesiti, nötrinonun magnetik momenti  $\kappa$ ,  $E_6$  daki karışım açısı  $\theta$  ve yeni ara vektör bozon  $Z_\theta$ ının kütlesi  $M_{Z_\theta}$ 'nın fonksiyonu olarak elde edilmiştir:

$$\sigma = \sigma(\kappa, \theta, M_{Z_\theta}) \quad (154)$$

Burada tesir kesiti  $Z_0$  kutup unda, yani  $\sqrt{s} = M_{Z_0}$  da hesaplandığından  $\sin^2 \vartheta_w$  değerine  $Z'$  den bir katkı getirilmemiş ve  $\sin^2 \vartheta_w = 0.2314$  değeri kullanılmıştır [39,40].  $X$  değeri bulunurken bütün  $U(1)$  grupları için  $g$ 'ler aynı alınmıştır. Çeşitli  $\theta$  ve  $M_{Z_\theta}$  değerleri için tesir kesiti hesaplanmış ve Çizelge 2. de verilmiştir.

$\theta = 0^\circ$  de  $M_{Z_\theta} = 5M_{Z_0}$  da hesaplar yeniden

$\sqrt{s} = 161$  GeV alınarak yapıldığında  $\sigma_1 = 3.318 * 10^{-29} \kappa^2$ ,  $\sigma_2 = 8.071 * 10^{-36} \kappa^2$ ,  $\sigma_3 = -1.214 * 10^{-33} \kappa^2$ ,  $\sigma = 3.317 * 10^{-29} \kappa^2$ ,  
 $\sqrt{s} = 5M_{Z_0}$  alınarak yapıldığında ise  $\sigma_1 = 3.567 * 10^{-29} \kappa^2$ ,  $\sigma_2 = 2.871 * 10^{-29} \kappa^2$ .  
 $\sigma_3 = 2.089 * 10^{-27} \kappa^2$ ,  $\sigma = 4.243 * 10^{-27} \kappa^2$  olarak elde edilmiştir.

Çizelge 2. Çeşitli  $\theta$  ve  $M_{Z_\theta}$  değerleri için  $\sqrt{s} = M_{Z_0}$  da tesir kesiti değerleri

$$\theta = 0$$

$\frac{M_{Z(\theta)}}{M_{Z_0}}$	$\frac{\sigma_1}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_2}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_3}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma}{\kappa^2}$
5	$1.911 * 10^{-26}$	$6.412 * 10^{-37}$	$3.613 * 10^{-29}$	$1.918 * 10^{-26}$
6	$1.911 * 10^{-26}$	$1.454 * 10^{-37}$	$3.011 * 10^{-29}$	$1.917 * 10^{-26}$
7	$1.911 * 10^{-26}$	$4.173 * 10^{-38}$	$2.581 * 10^{-29}$	$1.916 * 10^{-26}$
8	$1.911 * 10^{-26}$	$1.42 * 10^{-38}$	$2.258 * 10^{-29}$	$1.915 * 10^{-26}$
9	$1.911 * 10^{-26}$	$5.497 * 10^{-39}$	$2.007 * 10^{-29}$	$1.915 * 10^{-26}$
10	$1.911 * 10^{-26}$	$2.355 * 10^{-39}$	$1.807 * 10^{-29}$	$1.914 * 10^{-26}$
11	$1.911 * 10^{-26}$	$1.095 * 10^{-39}$	$1.642 * 10^{-29}$	$1.914 * 10^{-26}$

$$\theta = 37.8$$

	$\frac{\sigma_1}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_2}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_3}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma}{\kappa^2}$
5	$1.911 * 10^{-26}$	$6.45 * 10^{-37}$	$2.634 * 10^{-28}$	$1.964 * 10^{-26}$
6	$1.911 * 10^{-26}$	$1.463 * 10^{-37}$	$2.195 * 10^{-28}$	$1.955 * 10^{-26}$
7	$1.911 * 10^{-26}$	$4.197 * 10^{-38}$	$1.882 * 10^{-28}$	$1.948 * 10^{-26}$
8	$1.911 * 10^{-26}$	$1.428 * 10^{-38}$	$1.646 * 10^{-28}$	$1.944 * 10^{-26}$
9	$1.911 * 10^{-26}$	$5.53 * 10^{-39}$	$1.464 * 10^{-28}$	$1.94 * 10^{-26}$
10	$1.911 * 10^{-26}$	$2.369 * 10^{-39}$	$1.317 * 10^{-28}$	$1.937 * 10^{-26}$
11	$1.911 * 10^{-26}$	$1.101 * 10^{-39}$	$1.197 * 10^{-28}$	$1.935 * 10^{-26}$

$$\theta = 90$$

$\frac{M_{Z(\theta)}}{M_{Z_0}}$	$\frac{\sigma_1}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_2}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_3}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma}{\kappa^2}$
5	$1.911 * 10^{-26}$	$1.039 * 10^{-35}$	$1.683 * 10^{-27}$	$2.248 * 10^{-26}$
6	$1.911 * 10^{-26}$	$2.356 * 10^{-36}$	$1.403 * 10^{-27}$	$2.191 * 10^{-26}$
7	$1.911 * 10^{-26}$	$6.76 * 10^{-37}$	$1.202 * 10^{-27}$	$2.151 * 10^{-26}$
8	$1.911 * 10^{-26}$	$2.3 * 10^{-37}$	$1.052 * 10^{-27}$	$2.121 * 10^{-26}$
9	$1.911 * 10^{-26}$	$8.906 * 10^{-38}$	$9.352 * 10^{-28}$	$2.098 * 10^{-26}$
10	$1.911 * 10^{-26}$	$3.816 * 10^{-38}$	$8.417 * 10^{-28}$	$2.079 * 10^{-26}$
11	$1.911 * 10^{-26}$	$1.774 * 10^{-38}$	$7.652 * 10^{-28}$	$2.064 * 10^{-26}$

$$\theta = 127.8$$

	$\frac{\sigma_1}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_2}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma_3}{\kappa^2}$	$\frac{\sigma}{\kappa^2}$
5	$1.911 * 10^{-26}$	$5.763 * 10^{-36}$	$1.456 * 10^{-27}$	$2.202 * 10^{-26}$
6	$1.911 * 10^{-26}$	$1.307 * 10^{-36}$	$1.213 * 10^{-27}$	$2.154 * 10^{-26}$
7	$1.911 * 10^{-26}$	$3.75 * 10^{-37}$	$1.04 * 10^{-27}$	$2.119 * 10^{-26}$
8	$1.911 * 10^{-26}$	$1.276 * 10^{-37}$	$9.1 * 10^{-28}$	$2.093 * 10^{-26}$
9	$1.911 * 10^{-26}$	$4.941 * 10^{-38}$	$8.089 * 10^{-28}$	$2.073 * 10^{-26}$
10	$1.911 * 10^{-26}$	$2.117 * 10^{-38}$	$7.28 * 10^{-28}$	$2.056 * 10^{-26}$
11	$1.911 * 10^{-26}$	$9.841 * 10^{-39}$	$6.618 * 10^{-28}$	$2.043 * 10^{-26}$

#### 4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada  $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \bar{\nu} + \gamma$  süreci için tesir kesiti  $E_6$  kuramında farklı modellere karşılık gelen çeşitli  $\theta$  değerleri için hesaplanmış ve deney sonuçlarıyla karşılaştırılarak nötrinonun magnetik momenti için bir üst sınır bulunmaya çalışılmıştır.

Bu çalışma çerçevesinde çizelge 2 den de görülebileceği gibi değişik  $M_{Z_\theta}$  ve  $\theta$  değerleri için tesir kesiti çok değişmemiştir. Toplam tesir kesitine  $\theta = 90^\circ$  ve  $\theta = 127.8^\circ$  lerde ve görece kiicük  $M_{Z_\theta}$  değerlerinden bir miktar katkı geldiği görülmektedir.  $\theta$  nin değişik değerleri için aşağıdaki eşleştirmeler yapılabilir [40]:

$$\begin{aligned}\theta &= 0, Z_\theta \rightarrow Z_\psi, \\ \theta &= 37.8, Z_\theta \rightarrow Z', \\ \theta &= 90, Z_\theta \rightarrow Z_\chi, \\ \theta &= 127.8, Z_\theta \rightarrow Z_I.\end{aligned}\tag{155}$$

Tesir kesitleri  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , sırasıyla SM parçacığı  $Z_0$  a, yeni ara vektör bozon  $Z_\theta$  ya, ve  $Z_0$  ve  $Z_\theta$  nin karışımına karşılık gelmektedir.  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  ise toplam tesir kesidir. Çizelge 2 de tüm tesir kesitleri magnetik momentleri nedeniyle nötrino etkileşmeleri içindir.

$\sigma_{den} L = N$  bağıntısını ve  $L=48.0 \text{ pb}^{-1}$ ,  $N=14$  deneysel sonucunu [41] kullanarak nötrino magnetik momenti  $\kappa$  için  $\mu_B$  cinsinden  $\sigma$  için  $M_{Z_\theta} = 7 \cdot M_{Z_0}$ , and  $\theta = 37.8$  alarak  $\kappa \leq 3.87 * 10^{-6}$  üst sınır değeri elde edilir [42].

$\sqrt{s} = M_{Z_0}$  da  $Z_\theta$  nin kütlesi  $Z_0$  dan çok büyük olduğundan bu sonuç nötrinonun magnetik momenti üzerine daha fazla sınırlama getirmemektedir. Fakat  $\sqrt{s} \sim M_{Z_\theta}$  gibi yüksek kitle merkezi enerjilerinde  $Z_\theta$  da nötrino magnetik momentine  $Z_0$  mertebelerinde katkıda bulunabilir. Örneğin  $\sqrt{s} = 161 \text{ GeV}$  için bulunan  $\sigma$  dan  $\kappa \leq 5.63 * 10^{-4}$  sınırlaması getirilebilir.  $\sqrt{s} = 5 \cdot M_{Z_0}$  dan ise  $\kappa \leq 8.29 * 10^{-6}$  elde edilir.

Başlangıçta her ne kadar nötrino için bir elektromagnetik özellik öngörülmemişse de yeni deneyler yapıldıkça ortaya çıkan sonuçlar nötrinonun elektromagnetik özellikleri olabileceği düşüncesine yol açmıştır [41].

Özellikle astrofizikte ve evrenbilimde yapılan gözlem sonuçları nötrinoların az da olsa

bir kütleye sahip olmaları durumunda daha kolay yorumlanabilmektedir. Örneğin eğer nötrinonun kütlesi varsa ve de Dirac nötrinosu ise magnetik momenti var, CP korunumlu bir kuramda ise elektrik dipol momenti sıfırdır. Majorana nötrinosu kütleli olmasına larşın ne elektrik dipol ne de magnetik dipol momenti vardır [1,2]. Bu da nötrinonun SM de öngörülenlerden farklı etkileşimelerde yapabileceği demektir.

Evrenbilim açısından bakıldığından kütleli nötrinolar, evrende olması gerektigine inanılan ancak saptanamayan kayıp kütleyi karşılayabilir. Böylece çeşitli evren öyküleri. örneğin evrenin açık mı kapalı mı olduğu, bir süre sonra kendi üzerine kapanıp kapanmayacağı. sonsuza kadar genişlemesini sürdürüp sürdürmeyeceği daha kolay yorumlanabilir.

Eğer magnetik momenti varsa güneş nötrinosu problemi çözülebilir. Magnetik momente sahip nötrinolar, güneşin magnetik alanında saptırılacağından, laboratuvarlarda yapılan ölçümlerde beklenen oranlarda çıkmayabilirler [43,44].

Kütleli nötrinolar nötrino salınımı (oscillation) denilen bir olayla birbirlerine dönüştürürler. Örneğin  $\nu_\tau \rightleftharpoons \nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$  dönüşümleri gerçekleşebilir ve deney düzeneği de bir tür nötrinoyu saptayacak şekilde hazırlanıldığından, dönüşümüş nötrinolar algılanmayabilir, ve sonuçta saptanan nötrinoların sayısı kuramsal hesap sonucunda beklenen değerden az çıkabilir.

Eğer deney düzeneği hem nötrino enerjilerine duyarlılık bakımından hem de farklı nötrino türlerini aynı deney sürecinde algılayabilme bakımından geliştirilirse, hem güneşte gerçekleşen farklı tepkimeler sonucunda ortaya çıkan farklı enerjilerdeki nötrinolar saptanabilir hem de nötrino salınımı sonucunda ortaya çıkabilecek farklı türdeki nötrinolar saptanabilir.

## KAYNAKLAR

1. Bernabeu, J., Bilenky, S. M., Botella, F. J., Segura, J., Neutrino Magnetic Moment and the Process  $\nu e \rightarrow \nu e \gamma$ , Nucl. Phys. B, 426, (1994), 434-456.
2. Marshak,R.E., Riazuddin, Ryan, C. P., Theory of Weak Interactions in Particle Physics, JohnWiley and Sons Inc., USA, 1969.
3. Hughes, I. S., Elementary Particles, Third Edition, Cambridge University Press, GB, 1991.
4. Mohapatra, R. N., Unification and Supersymmetry, Second Edition, Springer-Verlag. New York, 1992.
5. Bernstein, J., Neutrino Cosmology, CERN 84-06, Geneva, 30 April 1984.
6. Lopes, J.L., Weak Interaction Physics: From Its Birth to the Elektroweak Model, CBPF, Notas de Fisica, ISSN 0029-3865, Rio de Janerio 1987.
7. Chandrasekhar, S., Study of Stellar Structure, Second Edition, Dover Publications, Canada, 1967.
8. Hayashi, C., Hoshi, R., Sugimoto, D., Evolution of the Stars, Supp. of the Prog. of Theoretical Physics, No. 22, Kyoto, 1962.
9. Commins, E. D., Weak Interactions, First Edition, McGraw-Hill Inc., USA, 1973.
10. Mohapatra, R. N., Pal, P. B., Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics, First Edition, World Scientific Pub., Singapore,1991.
11. Qadir, A., Massive Neutrinos in Astrophysics, International Center for Theoretical Physics, IC/82/133, Miramare- Trieste 1982.
12. Phillips, R. J. N., Solar Neutrinos, Rutherford Appleton Laboratory, RAL-87-075, September 1987.
13. Gelmini, G., Neutrinos in Cosmology, ISAS-International School for Advanced Studies, 111/87/EP, Trieste, 1987.
14. Ellis, J., Particle Physics and Cosmology, CERN-Th.4811/87,July1987.
15. Fukuda, Y. and et al., Super-Kamiokande Coll., Phys. Rev. Lett. 81, 1562, 1998.

16. Kim, C. W., Pevsner, A., *Neutrinos in Physics and Astrophysics*, Harwood Academic Publishers, USA, 1993.
17. Wolfenstein, L., *Neutrino Physics*, *Rev. of Mod. Phys.*, Vol 71, No:2, Centenary 1999, S140-S144.
18. Escribano, R., Massó, E., Constraints on Fermion Magnetic and Electric Moments From LEP-I, *hep-ph/9403304*, 17 Mar 1994.
19. Aydin, C., Ayar Kuramlarında Leptonların Yapı Çarpanları, Doktora Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1989.
20. Lichtenberg, D. B., *Unitary Symmetry and Elementary Particles*, Second Edition, Academic Press, USA, 1978.
21. Abers, E. S., Lee, B. W., *Gauge Theories*, *Physics Reports*, Vol 9C, 1973, 6-141.
22. Bilenky, S. M., *Introduction to the Physics of Electroweak Interactions*, First Edition, Pergamon Press Ltd., Hungary, 1982.
23. Aitchison, I. Jr., Hey, A. J. G., *Gauge Theories in Particle Physics: A Practical Introduction*, Adam Hilger Ltd., Bristol 1982.
24. Becker, P., Böhm, M., Joos, H., *Gauge Theories of Strong and Elektroweak Interactions*, John Wiley and Sons Ltd., 1984.
25. Nelipa, N. F., *Introduction to Gauge Field Theories*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1984.
26. Osland, P., Pankov, A. A., Z Interference Effects from TRISTAN to LEP2, *Phys. Lett. B*, 403, (1997), 93-100.
27. Osland, P., Pankov, A. A., Optimal Observables for New-Physics Search at LEP2, *Phys. Lett. B*, 406, (1997), 328-336.
28. Langacker, P., Luo, M., Constraints on Additional Z bozons, *Phys. Rev. D*, Vol. 45. No 1, (1992), 278- 292.
29. Altarelli, G., Casalbuoni, R., De Curtis, S., and et al., Extended Gauge Models and Precision Elektroweak Data, *Phys. Lett. B*, 318, (1993), 139-147.
30. Alam, S., Anand, J. D., Biswas, S. N., and Goyal, A., Stellar Energy Loss Through  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$  in  $E_6$ , *Phys. Rev. D*, Vol. 40, No. 8, (1989), 2712-2715.
31. London, D., Rosner, J. L., Extra Gauge bozons in  $E_6$ , *Phys. Rev. D*, Vol. 34, No. 5, (1986), 1530-1546.

32. Pankov, A. A., Satsunkevich, I. S., New Possibility of Studying Effects of Additional Gauge  $Z'$  bozons in the Process  $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$  using TRISTAN, Sov. J. Nucl. Phys. 47 (5), (1988), 849-850.
33. Vilain, P., Wilquet, G., Beyer, R., et al. (Charm II Colaboration), Constraints on Additional  $Z$  bozons Derived from Neutrino- Electron Scattering Measurements, Phys. Lett. B, 332, (1994), 465-470.
34. Gonzalez- Garcia, M. C., Valle, J. W. F., Constraints on Additional  $Z'$  Gauge bozons from a Precise Measurement of the  $Z$  Mass, Phys. Rev. D, Vol. 41, No. 7, (1990). 2355-2358.
35. Leike, A., Riemann, S., Riemann, T.,  $Z Z'$  Mixing and Radiative Corrections at LEP I, Phys. Lett. B, 291, (1992), 187-194.
36. Gould, T. M., Rothstein, I. Z., Bounding the Tau Neutrino Magnetic Moment from Single Photon Searches at LEP, Phys. Lett. B, 333, (1994), 545-547.
37. Fargion, D., Konoplich, R. V., and Mignani, R., Investigation of Neutrino Properties in the Process  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ , Phys.Rev.D., Vol.47, No:3, (1993), R751-R753.
38. Caso, C., et al., (Particle Data Group), European Phys. Journal C3,1 (1998).
39. D. A. Demir, Implication of  $\Delta\rho$  and CHARM II data for  $Z'$  Physics, hep-ph/9809361. Sep 1998.
40. P. Langacker, M. Luo, and A. K. Mann, Reviews of Modern Physics, 64, 105 (Jan 1992).
41. P. Mättig, Single Photon and Radiative Events at LEP, CERN-PPE/95-081, May 1995.
42. Aydemir, A., Sever, R., Mod. Phys. Letts. A, Vol 16, No: 7, 2001, 565-574.
43. Guidry, M., Gauge Field Theories, John Wiley & Sons Inc., USA, 1991.
44. Kerimov, B. K., Zeinalov, S. M., Alizade, V. N., Mourao, A. M., The Role of the Neutrino Electromagnetic Moments in the Stellar Energy Loss Rate, Phys. Lett. B, 274, (1992), 477-482.
45. Lerner, R. G., Trigg, G. L., Encyclopedia of Physics, Addison-Wesley Publishing Comp., Inc., USA, 1981.
46. Pietschmann, H., Weak Interactions - Formulae, Results, and Derivations, Springer-Verlag, Austria-Wien, New York, 1983.

47. Sakurai, J. J., Advanced Quantum Mechanics, Second Printing, Addison Wesley Pub. C., USA, 1978.
48. Bjorken, J. D., Drell, S. D., Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill Book Comp., USA, 1964.

## 6. EKLER

### 6.1 EK 1

#### 6.1.1. Dirac Gama Matrisleri ve İz Kuralları

Bu çalışmada Pauli gösterimi kullanılmıştır. Dirac gama matrisleri ve spinörlerin sağladıkları bazı özellikler söyledir [44,45,46,47,48]:

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z) \quad (\text{E.1})$$

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z) \quad (\text{E.2})$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{E.3})$$

$$x^2 = x^\mu x_\mu = t^2 - x^2 \quad (\text{E.4})$$

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z) \quad (\text{E.5})$$

$$p_1 \cdot p_2 = p_1^\mu p_{2\mu} = E_1 E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \quad (\text{E.6})$$

$$x \cdot p = tE - \vec{x} \cdot \vec{p} \quad (\text{E.7})$$

Dirac gama matrisleri:

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2 \cdot g_{\mu\nu} \quad (\text{E.8})$$

(EK-1'in devamı)

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{E.9})$$

$$\gamma^i = \gamma = \begin{bmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E.10})$$

$$\sigma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \sigma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{E.11})$$

ler 2x2 lik Pauli matrisleridir ve

$$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{E.12})$$

2x2 lik birim matrisidir.

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] = \frac{i}{2} [\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu] \quad (\text{E.13})$$

ve

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E.14})$$

dir.

$$p_\mu \gamma^\mu = p' \quad (\text{E.15})$$

ile gösterilir.

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma_0 \quad (\text{E.16})$$

$$\bar{v} = v^\dagger \gamma_0$$

(EK-1'in devamı)

şeklindedir ve

$$\bar{u}(p, s)(\not{p} - m) = 0 \quad (\text{E.17})$$

$$\bar{v}(p, s)(\not{p} + m) = 0$$

$$u(p)\bar{u}(p) = (\not{p} + m) \quad (\text{E.18})$$

$$v(p)\bar{v}(p) = (\not{p} - m)$$

$$\tilde{\Gamma}^\mu = \gamma_0 \Gamma^\dagger \gamma_0 \quad (\text{E.19})$$

$$\tilde{\gamma}^\mu = \gamma_0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma_0 \quad (\text{E.20})$$

$$\bar{\sigma}^{\mu\nu} = \gamma_0 \sigma^{\mu\nu\dagger} \gamma_0 = \sigma^{\mu\nu} \quad (\text{E.21})$$

$$i\bar{\gamma}^5 = \gamma_0 (i\gamma^{5\dagger}) \gamma_0 = i\gamma^5 \quad (\text{E.22})$$

İz kuralları:

Tek sayıda gama ( $\gamma_\mu$ ) matrislerinin çarpımlarının izi sıfırdır.

$$\text{İz}(\gamma^5) = 0$$

$$\text{İz}(1) = 4$$

$$\text{İz}(ab) = 4(a \cdot b)$$

$$\text{İz}(abcd) = 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)]$$

$$\text{İz}(\gamma^5 ab) = 0$$

(EK-1'in devamı)

$$\text{İz}(\gamma^5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4i\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\alpha^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta$$

$$\not{q}_1\not{q}_2 + \not{q}_2\not{q}_1 = 2(a_1 \cdot a_2)$$

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4$$

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2 \not{a}$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4(a \cdot b)$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2 \not{c} \not{b} \not{a}$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \not{d} \gamma^\mu = 2(\not{d} \not{a} \not{b} \not{c} + \not{c} \not{b} \not{a} \not{d})$$

$$\text{İz}(\not{a} \not{b}) = \text{İz}(\not{b} \not{a})$$

### 6.1.2. İlerleticiler, Köşeler

Bu çalışmada tesir kesiti hesaplanan süreçle ilgili Feynman çizimlerinde aşağıdaki ilerleticiler ve köşeler kullanılmıştır:

*İlerleticiler:*

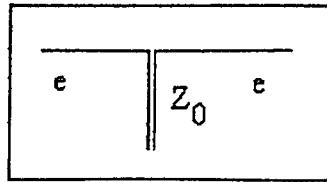
Nötrino ( $\nu$ ) : .....  $\frac{i}{\not{q}_1 + \not{k'}}$

Z bozonu :  $\mu \implies \nu \frac{i}{s - M_Z^2 + i(s/M_Z^2)M_Z\Gamma_Z} (-g_{\mu\nu} + \frac{s_{1\mu}s_{1\nu}}{M_Z^2})$

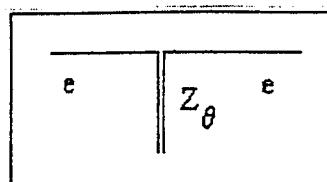
(EK-1'in devamı)

Köseler:

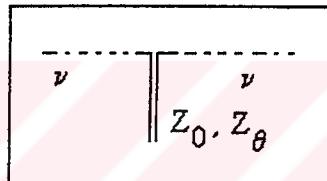
$$eeZ_0 : \frac{-ie}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\mu \left( \frac{a+b\gamma_5}{2} \right)$$



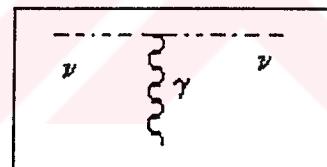
$$eeZ_\theta : \frac{-ie}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\mu \left( \frac{a'+b'\gamma_5}{2} \right)$$



$$\nu\bar{\nu}Z_0 : \left[ \frac{-ie}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\nu \left( \frac{1-\gamma_5}{4} \right) \right]$$



$$\nu\bar{\nu}Z_\theta : \left[ \frac{-ie}{\sin \vartheta_w \cos \vartheta_w} \gamma_\nu \left( \frac{1-\gamma_5}{4} \right) \right]$$



$$\nu\gamma\nu : \mu_B \sigma_{\alpha\beta} \epsilon^\alpha k^\beta (F_2 + F_3 \gamma_5)$$

### 6.1.3. Kütle Merkezinde ve Laboratuvar Dizgesinde Tesir Kesiti

Kütle merkezinde :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \quad (\text{E.23})$$

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = p = \sqrt{E^2 - m^2} \quad (\text{E.24})$$

$$E_1 = E_2 = E = \sqrt{p^2 - m^2} \quad (\text{E.25})$$

(EK-1'in devamı)

ve

$$\sigma = \sigma(E) \quad (\text{E.26})$$

elde edilir. Laboratuvar dizgesinde, çarpışan parçacıklardan bir tanesi durgun alındığında,

$\vec{p}_2 = 0$   $E_2 = m$ ,  $E_1 = E$  ve  $\sigma = \sigma(E)$  elde edilir

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \gamma(k) + \nu(q_1) + \bar{\nu}(q_2) \quad (\text{E.27})$$

süreci için differansiyel tesir kesiti  $d\sigma$  ise

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \cdot \frac{1}{2E_1} \cdot \frac{1}{2E_2} \cdot |M|^2 \cdot \\ &\quad (2\pi)^4 \cdot \delta^4(p_1 + p_2 - q_1 - q_2 - k) \cdot \frac{d^3 q_1}{2q_{10}(2\pi)^3} \cdot \frac{d^3 q_2}{2q_{20}(2\pi)^3} \cdot \frac{d^3 k}{2k_0(2\pi)^3} \end{aligned} \quad (\text{E.28})$$

olarak yazılır.

## 6.2. EK 2

### 6.2.1. Matris elemanları karelerinin hesabı

Matris elemanlarının kareleri hesaplanırken ortaya çıkan özel durumlar için aşağıdaki bağıntılar kullanılmıştır.

$|M|^2$  lerde ortaya çıkan ifadeler biçimsel olarak aşağıdaki gibidir:

$$[\bar{u}(q_1)\sigma_{\mu\nu}(1 - \gamma_5)\gamma_\delta[-i\gamma_\alpha(1 - \gamma_5) + \sigma_{\alpha\beta}q^\beta]u(p_1)]^\dagger \quad (\text{E.29})$$

Bu biçimdeki bir bağıntı için eşlenik şöyle elde edilebilir:

$$\begin{aligned} & [\bar{u}(q_1)i\gamma_\mu\gamma_\nu(1 - \gamma_5)\gamma_\delta[-i\gamma_\alpha(1 - \gamma_5) + i\gamma_\alpha\gamma_\beta q^\beta]u(p_1)]^\dagger = \quad (\text{E.30}) \\ & u^\dagger(p_1)[i(1 - \gamma_5)\gamma_\alpha^\dagger - i\gamma_\beta^\dagger\gamma_\alpha^\dagger q^\beta]\gamma_\delta^\dagger(1 - \gamma_5)\gamma_\nu^\dagger\gamma_\mu^\dagger(-i)[u^\dagger(q_1)\gamma_0]^\dagger = \\ & \bar{u}(p_1)\gamma_0[i(1 - \gamma_5)\gamma_\alpha^\dagger - i\gamma_\beta^\dagger\gamma_\alpha^\dagger q^\beta]\gamma_\delta^\dagger(1 - \gamma_5)\gamma_\nu^\dagger\gamma_\mu^\dagger(-i)\gamma_0u(q_1) = \\ & \bar{u}(p_1)[i\gamma_\alpha(1 - \gamma_5) - i\gamma_\beta\gamma_\alpha q^\beta]\gamma_\delta(1 + \gamma_5)(-i)\gamma_\nu\gamma_\mu u(q_1) \implies \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [\bar{u}(q_1)\sigma_{\mu\nu}(1 - \gamma_5)\gamma_\delta[-i\gamma_\alpha(1 - \gamma_5) + \sigma_{\alpha\beta}q^\beta]u(p_1)]^\dagger = \bar{u}(p_1)[i\gamma_\alpha(1 - \gamma_5) + \sigma_{\alpha\beta}q^\beta] \\ & \gamma_\delta\sigma_{\mu\nu}(1 + \gamma_5)u(q_1) \quad (\text{E.31}) \end{aligned}$$

Benzer şekilde,

$$[\bar{v}(p_2)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)(p'_1 - k' + m)\not{u}(p_1)]^\dagger = \bar{u}(p_1)\not{u}(p'_1 - k' + m)\gamma_\mu(a - b\gamma_5)v(p_2) \quad (\text{E.32})$$

$$\begin{aligned} & [\bar{u}(q_1)\sigma_{\alpha\beta}(q'_1 + k)[-i\gamma_\mu(1 - \gamma_5) + \sigma_{\mu\delta}q^\delta]v(q_2)]^\dagger = \bar{v}(q_2)[i\gamma_\mu(1 - \gamma_5) + \sigma_{\mu\delta}q^\delta] \\ & (q'_1 + k)\sigma_{\alpha\beta}u(q_1) \quad (\text{E.33}) \end{aligned}$$

(EK-2'in devamı)

$$[\bar{v}(p_2)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)u(p_1)]^\dagger = \bar{u}(p_1)\gamma_\mu(a + b\gamma_5)v(p_2) \quad (\text{E.34})$$

$$[\bar{u}(q_1)\sigma_{\mu\beta}(1 - \gamma_5)v(q_2)]^\dagger = \bar{v}(q_2)\sigma_{\mu\beta}(1 + \gamma_5)u(q_1) \quad (\text{E.35})$$

$$[\bar{v}(p_2)\gamma_\mu(y'_1 - k' + m)\phi u(p_1)]^\dagger = \bar{u}(p_1)\phi(y'_1 - k' + m)\gamma_\mu v(p_2) \quad (\text{E.36})$$

$$[\bar{v}(p_2)\gamma_\mu(\gamma_\nu + 1)\gamma_\alpha u(p_1)]^\dagger = \bar{u}(p_1)\gamma_\alpha(\gamma_\nu + 1)\gamma_\mu v(p_2) \quad (\text{E.37})$$

$$\begin{aligned} [\bar{u}(q_1)\sigma_{\alpha\beta}(1 - \gamma_5)(q'_1 + k')\sigma_{\mu\delta}(1 - \gamma_5)v(q_2)]^\dagger &= \bar{v}(q_2)\sigma_{\mu\delta}(1 + \gamma_5)(q'_1 + k') \cdot \\ &\quad \sigma_{\alpha\beta}(1 + \gamma_5)u(q_1) \end{aligned} \quad (\text{E.38})$$

$$[\bar{v}(p_2)\gamma_\mu u(p_1)]^\dagger = \bar{u}(p_1)\gamma_\mu v(p_2) \quad (\text{E.39})$$

Buradaki bağıntılar elde edilirken kullanılan kurallar şunlardır:

$$\gamma_0^2 = \gamma_0\gamma_0 = 1 \quad (\text{E.40})$$

$$\gamma_0\gamma_\alpha^\dagger = \gamma_\alpha\gamma_0$$

$$\gamma_5\gamma_\alpha = -\gamma_\alpha\gamma_5$$

$$\gamma_5\gamma_0 = \gamma_0\gamma_5$$

$$\bar{u} = u^\dagger\gamma_0$$

$$\gamma_5^\dagger = \gamma_5$$

$$\gamma_0^\dagger = \gamma_0$$

## (EK-2'in devamı)

Yine matris elemanlarının karesi hesaplanırken aşağıdaki eşitlikler kullanılmıştır:

$$MM^\dagger \sim \bar{u}(q_1)O_\alpha u(p_1)\bar{u}(p_2)O^\alpha u(q_2)\bar{u}(q_2)O^\beta u(p_2)\bar{u}(p_1)O_\beta u(q_1) = \quad (\text{E.41})$$

$$[\bar{u}(q_1)O_\alpha u(p_1)\bar{u}(p_1)O_\beta u(q_1)][\bar{u}(q_2)O^\beta u(p_2)\bar{u}(p_2)O^\alpha u(q_2)] =$$

$$[u(q_1)\bar{u}(q_1)O_\alpha u(p_1)\bar{u}(p_1)O_\beta][u(q_2)\bar{u}(q_2)O^\beta u(p_2)\bar{u}(p_2)O^\alpha] =$$

$$\dot{I}z[(q'_1 + m)O_\alpha(p'_1 + m)O_\beta] \cdot \dot{I}z[(q'_2 + m)O^\beta(p'_2 + m)O^\alpha]$$

Çapraz terimler için ise

$$MM^\dagger \sim \bar{u}(q_1)O_\alpha u(p_1)\bar{u}(p_2)O^\alpha u(q_2)\bar{u}(q_2)O^\beta u(q_1)\bar{u}(p_1)O_\beta u(p_2) = \quad (\text{E.42})$$

$$[\bar{u}(q_1)O_\alpha u(p_1)\bar{u}(p_1)O_\beta u(q_1)][\bar{u}(q_2)O^\beta u(p_2)\bar{u}(p_2)O^\alpha u(q_2)] =$$

$$[u(q_1)\bar{u}(q_1)O_\alpha u(p_1)\bar{u}(p_1)O_\beta][u(q_2)\bar{u}(q_2)O^\beta u(p_2)\bar{u}(p_2)O^\alpha] =$$

$$\dot{I}z[(q'_1 + m)O_\alpha(p'_1 + m)O_\beta] \cdot \dot{I}z[(q'_2 + m)O^\beta(p'_2 + m)O^\alpha]$$

elde dilir. Burada,

$$u(q_1)\bar{u}(q_1) = (q'_1 + m), u(q_2)\bar{u}(q_2) = (q'_2 + m) \quad (\text{E.43})$$

$$u(p_1)\bar{u}(p_1) = (p'_1 + m), u(p_2)\bar{u}(p_2) = (p'_2 + m)$$

almıştır.

## **ÖZGEÇMİŞ**

14-XI-1955 Yılında Ankara'da doğdu. İlk, orta, lise, Üniversite eğitimini Ankara'da yaptı. 1974 yılında Mustafa Kemal Lisesinden mezun oldu. 1979 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ) Fen ve Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünden Lisans, 1983 yılında da yine ODTÜ Fizik Bölümünden Yüksek Lisans diplomalarını aldı. 1980- 1985 yılları arasında TÜBİTAK Yüksek Lisans ve Doktora Burslarından yararlandı. 1985 yılında yaklaşık bir ay süreyle araştırmalarda bulunmak üzere İtalya'ya (ICTP- TRIESTE) gitti. 1983- 1997 yılları arasında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen ve Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalıştı . 1997 den beri Mersin Üniversitesinde Öğretim Görevlisi olarak çalışmaktadır. Evli ve iki çocuk babasıdır.



**T.C. YÜKSEK ÖĞRETİM BURNU  
DOKÜMANASYON MERKEZİ**