

54151  
T.C.  
MARMARA ÜNİVERSİTESİ  
BANKACILIK VE SİGORTACILIK ENSTİTÜSÜ  
SİGORTACILIK ANABİLİM DALI

MORTALİTE ORANLARINDAKİ SAPMALAR  
VE  
KARMA SİGORTANIN SAPMA ORTAMINDAKİ  
İSTİKRARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN : Yard.Doç.Dr.Şevki KAYLAV

HAZIRLAYAN : Ali CANYÜREK

İSTANBUL 1996



T.C.  
MARMARA ÜNİVERSİTESİ  
BANKACILIK VE SİGORTACILIK ENSTİTÜSÜ  
SİGORTACILIK ANABİLİM DALI

MORTALİTE ORANLARINDAKİ SAPMALAR  
VE  
KARMA SİGORTANIN SAPMA ORTAMINDAKİ  
İSTİKRARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ali CANYÜREK

İSTANBUL 1996



Sayı :

Konu :

Aşağıda belirtilen lisansüstü tez, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği hükümlerinde belirtilen esaslar çerçevesinde jüri önünde savunulmuş ve jüri tarafından başarılı bulunmuştur.

TEZ BAŞLIĞI : MORTALİTE ORANLARINDAKİ SAPMALAR  
VE KARMA SİGORTANIN SAPMA ORTAMINDAKİ  
İSTİKRARI

TEZ TURU : YÜKSEK LİSANS

TEZİ HAZIRLAYAN : ALİ CANYUREK

ANABİLİM DALI : SİGORTACILIK

SAVUNMA TARİHİ : 29 ŞUBAT 1996

JURİ ÜYELERİ

GÖREVİ

ADI-SOYADI

İMZA

Danışman

Y.Doç.Dr. Sevki KAYLAV

Uye

Prof.Dr. Nazım EKREN

Uye

Prof.Dr. Ömür S.BABAĞLU

Uye

Doç.Dr. Şehmet BULBUL

Uye

Doç.Dr. Osman GURBUZ

## İÇİNDEKİLER

---

GİRİŞ	1
1... KARMA SİGORTANIN TEMEL ÖZELLİKLERİ	4
2... MORTALİTE SAPMALARI	9
3... ÖRNEK BİR KARMA SİGORTA TARİFESİ	24
- Açıklamalar	
- Teknik Esaslar	
- Teknik Faiz	
- Primler ve Şarjmanlar	
- Yıllık Safi Prim	
- Şarjmanlı Yıllık Prim	
- Komisyonlar	
- Yıllık Ticari Prim	
- Matematik Karşılıklar	
- Teknik Esaslara İlişkin Notasyon	
- Yıllık Ticari Prim Değerleri	
- Seçilmiş Matematik Karşılık Değerleri	
- Karakteristik Rasyolar	
4... MORTALİTE SAPMASINA KARŞI TEPKİNİN TEMELLERİ ve SAYISAL DEĞERLENDİRME	38
- Ürünün Farklı Mortalite Sapma Oranlarına Tepkisi ; Sapma Durumunda Elde Edilecek Prim Geliri ile Sapma Varsayımı Dikkate Alınmadan Hesaplanan Beklenen Prim Gelirinin Karşılaştırılması	
SONUÇ	48
KAYNAKÇA	52
EKLER	55
- Hesaplama Modeli Hakkında Açıklamalar	
- Spreadsheet Formülasyonu	
SUMMARY	68



## KISALTMALAR

CSO	: Commissioners Standard Ordinary mortalite değerleri
DİE	: Devlet İstatistik Enstitüsü
Cx	: x yaşında ölenlerin teknik faiz ile 0 yaşına indirgenmiş değeri
Dx	: x yaşında yaşayanların teknik faiz ile 0 yaşına indirgenmiş değeri
Mx	: x yaşından w yaşına kadar Cx değerleri toplamı
Nx	: x yaşından w yaşına kadar Dx değerleri toplamı
lo	: kullanılan mortalite tablosunun radiksi (esas sayı)
l'o	: dönüştürülmüş ( gerçek durumu görmek için kullanılması gereken ) mortalite tablosunun radiksi
lx	: kullanılan mortalite tablosunda x yaşında yaşayanlar
l'x	: dönüştürülmüş mortalite tablosunda x yaşında yaşayanlar
dx	: kullanılan mortalite tablosunda x yaşında ölenler
d'x	: dönüştürülmüş mortalite tablosunda x yaşında ölenler
qx	: x yaşındakilerin ölüm olasılığı
px	: x yaşındakilerin hayatta kalma olasılığı
q'x	: x yaşındakilerin dönüştürülmüş ölüm olasılığı (yeni mortalite)
k	: sapma parametresi ( qx değerinin çarpanı )
w	: mortalite tablosunun sona erdiği yaş
SYPx	: x yaşında başlatılan n yıl süreli sigortanın yıllık safi primi
LYPx	: idare ve tahsil şarjmanlı yıllık prim
L	: idare ve tahsil şarjmanı
KOM(t)	: t. yılda ödenen komisyon
KOM"x	: yıllık primin bir oranı olarak toplam komisyon faktörü
TYPx	: x yaşında başlatılan n yıl süreli sigortanın yıllık ticari primi
YPx	: yıllık prim - genel
Vx(t)	: x yaşında başlatılan n yıl süreli sigortanın t. yıl sonundaki matematik karşılığı
i	: teknik faiz oranı
n	: toplam sigorta süresi
t	: sigortada geçen süre
q{x;10}	: x yaşındakilerin 10 yıl içinde ölüm olasılığı
ex{e}	: x yaşındaki erkeğin beklenen ömrü
ex{k}	: x yaşındaki kadının beklenen ömrü

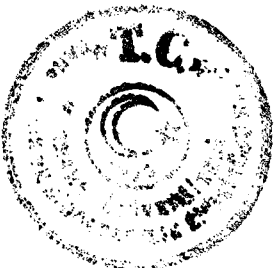


## TABLolar

No	Tablo Adı	Sayfa No
1	TÜRK MORTALİTESİNDEKİ DEĞİŞİM TABLOSU.....	10
2	SAPMA DURUMUNDA OLUŞAN MORTALİTE DEĞERLERİ TABLOSU..	21
3	ÖRNEK TARİFE / YILLIK TİCARİ PRİMLER TABLOSU.....	28
4	SEÇİLMİŞ SÜRE VE YAŞLARA GÖRE KAR PAYSIZ MATEMATİK KARŞILIKLAR TABLOSU.....	31
5	SEÇİLMİŞ SÜRE VE YAŞLARA GÖRE KAR PAYLI MATEMATİK KARŞILIKLAR TABLOSU.....	33
6	35 YAŞ BAZLI PRİM ENDEKSİ TABLOSU.....	35
7	ALINAN/ÖDENEN ( Kar Paysız ) RASYOSU TABLOSU.....	36
8	ALINAN/ÖDENEN ( Kar Paylı ) RASYOSU TABLOSU.....	37
9	ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ - TABLO [1.1] - [3.3].....	42

## GRAFİKLER

No	Grafik Adı	Sayfa No
1	TÜRK MORTALİTESİNDEKİ DEĞİŞİM GRAFİĞİ.....	11
2	AMERİKAN MORTALİTESİNDEKİ DEĞİŞİM GRAFİĞİ.....	12
3	AĞIRLIKLIL PRİM ENDEKSİNDE DEĞİŞİM GRAFİĞİ.....	50



## GİRİŞ

---

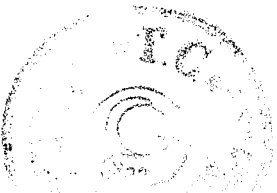
Bu çalışmanın ana amacı, hayat sigortaları alanındaki tarife geliştirme işlemlerinin en temel dayanağı olan ve yaşlara göre ölüm olasılıklarını gösteren "mortalite tabloları"nın, gerçek durumu ifade etmemelerinin, birikimli sigortalar üzerindeki etkilerini incelemektir.

Türkiye'de "mortalite tablolarının gerçek durumu ifade etmemesi" olgusunun kökeninde, uzun yıllardan beri kullanılan tabloların ( tarife geliştirme açısından en yaygın Amerikan C.S.O. 1953-1958 tablosu ) gelişmiş ülkelerin çok eski deneyimlerine dayanmaları ve bu itibarla ülkemizdeki hayat sigortalı nüfusu, nispeten daha sağlıklı olan nüfusu temsil etmekten uzak oluşları yatmaktadır. Bu tablolar yaşlara göre "yeni gerçek değerlerden" daha yüksek ölüm olasılıklarını işaret etmektedirler.

Söz konusu inceleme için seçilen hayat sigortası türü ise karma sigortadır.

Türk Hayat Sigortacılığı'nın en yaygın ürünleri birikimli sigortaların önümüzdeki yıllarda daha çok satılması beklenen türü olan, gerçek yaşa dayanan karma sigorta, teorik altyapısının yeterince iyi bilinmesine rağmen, şirketlerin geçmişte hesaplama açısından daha basit ürünleri ( özellikle ortalama yaşa dayanan birikimli sigortaları ) tercih etmeleri nedeniyle yeterince yaygınlaşmamıştır.

Türk Hayat Sigortacılığı mevzuatında, Hazine Müsteşarlığı Sigortacılık Genel Müdürlüğü eliyle son dönemde yapılan ve yapılması planlanan değişiklikler, bu sektörün tabii olduğu normları Avrupa Hayat Sigortacılığı normlarına yaklaştırmayı öngörmektedir.



Bu çalışmaların pratik sonuçlarından birisi de, 1996 yılı başından itibaren, sigorta şirketlerinin hazırlayacakları yeni birikimli hayat sigortası tarifelerinin hesaplarının, oluşacak portföyün ortalama yaşına dayandırılmayıp, her sigortalı için ayrı ayrı hesap yapılması zorunluluğudur. Bu duruma en uygun hayat/emeklilik sigortalarından biri de karma sigortadır.

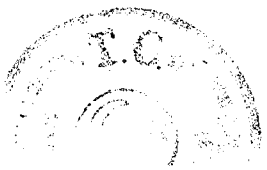
Bu tez kapsamında, birinci bölümde karma sigortanın ana özellikleri ele alınmış ve bu türün Türkiye'de 1985 -1995 yıllarını kapsayan dönemde, önce çıkan sonra inen bir trend izleyerek yaygın olarak pazarlanan ve her iki olasılığı da ( ölüm ve yaşama ) sigorta eden ürünlerden temel farkları ifade edilmiştir.

İkinci bölümde, yaş ; cinsiyet ; medeni durum ; meslek ; iklim ; ırk ; yaşam tarzı gibi çok sayıda faktöre bağlı olan mortalite oranları ( ölüm olasılıkları ) ele alınmış ve ürün geliştirmenin en önemli parametrelerinden biri olan mortalite oranlarının zamanla değişimi ( başlangıçtaki durumdan sapması ) incelenmiştir. Bu amaçla, uygulamaya yönelik basit bir mortalite sapması formülasyonu oluşturulmuştur.

Üçüncü bölümde, parametreleri çalışmanın hazırlandığı tarihteki Türk Hayat Sigortacılığı pazarının kullandığı değerlere göre seçilen, kar paylı bir karma sigorta örneğine yer verilmiştir. Bu örnek tarife, mortalite sapmalarının etkilerinin incelendiği enümerasyon işlemlerine baz oluşturmaktadır.

Dördüncü bölümde, karma sigortanın, primin risk ve birikim bileşenlerini sigorta matematiği açısından birlikte ifade eden yapısının, farklı farklı "mortalite azalması" değerleri için farklı teknik faiz oranlarına göre, seçilmiş sigortaya giriş yaşları ve farklı farklı sigorta süreleri için ne tip etkiler doğurduğu incelenmiştir.

Bu bölümde, mortalite azalması durumunda elde edilecek prim geliri ( sigorta şirketinin gerçekte elde edeceği prim geliri ) ile sapma varsayımı dikkate alınmadan hesaplanan ( ürün geliştirilirken tarifeye konan ) "beklenen" prim gelirinin karşılaştırması yapılmış ; bunun sigortalı fertler açısından





doğurduğu sonuçlar sayısal olarak ele alınmıştır.

Ekler bölümünde, gerek aktüaryel hesaplamalara çok uygun olan yapısı, gerekse günümüzde çoğu bilgisayar kullanıcısının ilk öğrendiği bilgi-işlem uygulamalarından olması itibarı ile, genişçe bir kitleye seslenebilecek bir SPREADSHEET modeline yer verilmiştir. Bu model ile çok hızlı biçimde ve izafi olarak az miktarda sistem kaynağı tüketerek karma sigorta tarifeleri geliştirmek mümkündür. Spreadsheet modelinde, ilk üretilen ve hala en popüler olan 123 notasyonu kullanılmıştır.



## 1. BÖLÜM

### KARMA SİGORTANIN TEMEL ÖZELLİKLERİ

---

Hayat sigortalarının temelini oluşturan yaşama ve ölme olasılıkları, ayrı ayrı ve birlikte olmak üzere, üç farklı sigortalama işlemine kaynaklık ederler.<sup>[1]</sup>

Bunların içinden sadece yaşama olasılığının sigorta edilmesi üzerine kurulu ürünler, irat ( rant ) sigortalarının özel halleri dışında, ülkemiz sigorta pazarında ( bu çalışmanın hazırlandığı tarih itibarı ile ) yaygın değildir.

Sadece ölüm olasılığının sigorta edilmesi üzerine kurulu ürünler ise, hemen her şirket tarafından ( genellikle yıllık hayat sigortası formunda ) hazırlanmak ve arz edilmekle birlikte, pazarda yeterince alıcı bulamamaktadır.

Yıllık hayat sigortası dışındaki ürün çeşitlemeleri ( mezuniyet garantisi sigortası ; miras sigortası vb. esprilerine dayanan ürünler ) ise, pazar bulma şanslarına karşın, etkili biçimde prezante edilememektedirler.

Üçüncü grubu oluşturan, yaşama ve ölme olasılıklarının birlikte sigortalandığı ürünlerin genel adı olan KARMA SİGORTA ise, aynı zamanda geçmiş sigortacılık uygulamalarında "muhtelit"<sup>[2]</sup> ( endowment ) olarak anılan özel bir türdür.

Bu ürün, esas olarak, önceden belirlenen sigorta süresinin sonunda, eğer sigortalı hayatta kalmışsa kendisine "yaşama kapitali" ; belirlenen süre dolmadan önce ölüm gerçekleşmişse geride bıraktıklarına "ölüm kapitali" ödemeyi öngörür.

---

[1]\_ TOSBERG,Ad / HAYAT SİGORTASI TEKNİĞİ / Arkadaş Basımevi  
1945 İstanbul / s.7

[2]\_ BLACK&SKIPPER / LIFE INSURANCE / 1994 Prentice Hall / s. 82



Bununla birlikte, pek çok uygulamada, her iki kapital ( yaşama kapitali ve ölüm kapitali ) birbirine eşittir.

Bu çalışma kapsamında da, bu tip ( yaşama kapitali ve ölüm kapitalinin birbirine eşit olduğu ) kar paylı bir karma sigorta analiz edilmiştir.

Ürünün parametreleri, çalışmanın hazırlandığı tarihte Türk hayat sigortacılığı pazarının kullandığı değerlere göre seçilmiştir.

Hayat sigortası pazarları gelişmiş olan ülkelerde, "yarı-birikimli karma sigorta" ( semi-endowment ) ile "çift kat birikimli karma sigorta" ( double endowment ) adıyla satılan sigortalar da bulunmakla birlikte, bu ürünler de yine daha küçük kitlelerce ilgi gösterilen türlerdir.<sup>[3]</sup>

Karma sigortanın, Türkiye'de 1985 - 1995 yıllarını kapsayan dönemde ( daha önceki birçok başka süreç gibi, önce çıkan, sonra inen bir trend izleyerek ) oldukça yaygın olarak pazarlanan ve her iki olasılığı da ( ölüm ve yaşama ) sigorta eden ürünlerden temel fark ve özellikleri şöyle özetlenebilir :

#### KARŞILAŞTIRMALI TEMEL ÖZELLİKLER

1.

Karma sigorta, prensip olarak ortalama yaşa değil, gerçek yaşa dayanır.<sup>[4]</sup>

Bu özelliği ile, her sigortalıya kendi yaşına uygun olarak "adil fiyatla" pazarlama yapılmasından başka ; firma açısından bir değerlendirme yapılırsa, reasürans ilişkilerinde portföy yaşlanırken sedan şirkete esneklik sağlar.

---

[3]\_ BLACK & SKIPPER a.g.e. s. 96

[4]\_ KAYLAV, Şevki /HAYAT SİGORTALARINDA FAİZ ORANI/Yayınlanmamış Doktora Tezi / Marmara Üniversitesi / 1986 İstanbul / s.21



Ortalama yaşa dayanan bir ürünü ele alalım. Portföyün gerçek aktüaryel ortalama yaşının nispeten düşük olduğu ( portföyün "genç" olduğu ) aktif satış döneminde, reasürans işleminde bir sorun olmaması doğaldır.

Hatta, sedan şirketin bu durumda, ( müşteriye uygulanan ticari fiyat ile reasürans fiyatının aynı olduğu varsayımı altında ) reasürörden daha yüksek bir komisyon isteme hakkı doğar.

Ancak, gerek yeni ürünlerin geliştirilmesi ve buna bağlı olarak satılan ürünün portföyünü dolduran yeni giren genç insanların azalması nedeniyle, gerekse sigortalıların teminat altında kaldıkları sürenin uzaması nedeniyle, portföyün gerçek aktüaryel ortalama yaşı artacaktır.

Portföyün gerçek aktüaryel ortalama yaşının arttığı dönemde gerekli olabilecek bir reasürör değişikliği ise, yeni reasürörün, ancak sedan şirket için daha az avantajlı koşullarla riski kabul etmesi demektir.

Şüphesiz ki, "portföyün genç iken kazandırdığı gelir" ile "yaşlandığında kaybettirdiği" arasındaki farkın, paranın zaman maliyetini/değerini de dikkate alarak hesaplanması yoluyla, bu durumun, "katlanılır" olup olmadığı bulunabilir.

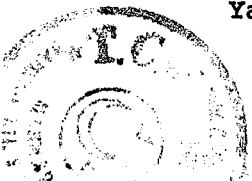
Ancak karma sigortanın sözkonusu durumdaki fonksiyonu, ortalama yaşa dayanmaması nedeniyle, teknik bilanço "dönemsellik ilkesini" kendiliğinden sağlamasıdır : Her yaş için hangi fiyata risk üstleniliyorsa, her yıl ayrı ayrı, o fiyatın bir oranı ile - ve süre arttıkça azalan tutarda (bkz. 2. özellik) - reasürans devri yapılacaktır.<sup>[5]</sup>

2.

Karma sigortada, teminatlar, "birikim fonu" ve "ölüm tazminatı" olarak ayrı ayrı işlem gören kalemlerden oluşmaz ; genellikle "kapital" adı verilen, bütünleşik bir yapıda sunulur.

---

[5]\_ PFEIFFER, Christoph / REASÜRANSA GİRİŞ / Destek Reasürans  
Yayını / 1992 İstanbul / s.47



Mekanizma, esas olarak süreli ölüm sigortasının yıllar geçtikçe ödenen prim üzerindeki AZALAN yükü ile yıldan yıla ARTAN yatırım payından oluşur ve "ortalama yaşa dayanan yaygın poliçeler" in de sahip olduğu varsayılan ( "sigorta süresi arttıkça hızla büyüyen birikim" ifadeleri ile pazarlanan ) mekanizmadan farklıdır.

"Ortalama yaşa dayanan ürünler"de, ölüm durumunda ödenen tazminatın kaynağı, her yıl ayrı ayrı tahsil edilen ( genellikle Cx/Dx formülü ile bulunan ) yıllık ölüm primidir.

Yıllık primden, yıllık ölüm priminin çıkarılmasından sonra ( masraf ve komisyon kesintileri de yapıldıktan sonra ) kalan tutar, "ortalama yaşa dayanan ürün"de sigortalının birikim fonunun kaynağını oluşturur.

Birikim fonu, "kar paysız matematik karşılık" ve "kar payı" kalemlerinden meydana gelir. Ölüm durumunda, birikim fonu da ayrıca ( ölüm tazminatı ile birlikte ) hak sahiplerine ödenir. [6]

Fakat karma sigortada, ölüm halinde ödenen tutar, kapital ( ölüm tazminatı ) ve kar payının toplamıdır. Bir başka ifade ile, yıllar geçtikçe, ölüm halinde ödenecek tazminatın çoğu kişinin kar paysız matematik karşılık hesabında zaten birikmiştir. Bu durumda, yıllık primden, yıllık ölüm riski için yapılan kesinti, sigortada geçen süre arttıkça azalmaktadır.

Aynı nedenle, karma sigortada belirli bir süreyi dolduran sigortalılar için ( ölüm teminatları, sedan şirketin konservasyonunun altında kalmaya başladığından ) reasürans işlemine de gerek duyulmayacaktır.

Yıllık primden yıllık ölüm riski için yapılan kesintinin sigortada geçen süre arttıkça ( yani sigortalının yaşı arttıkça ) azalması, aynı zamanda ( sigortalı yaşlandıkça ölüm olasılığının arttığı göz önünde bulundurulursa ) sigortalının, sigorta şirketine fiyat düşük iken çok risk devretmesi, fiyat yükseldiğinde az risk devretmesi anlamına gelmektedir.

[6] \_ LEVITA, M. / HAYAT SİGORTASI / Yenilik Basım / 1964 İst./s.98



Bu faktörler, birikim fonunun oluşmasına bileşik ( çifte pozitif ) olarak etki ederler.

Diğer taraftan, ölüm primi yine yıllık olarak hesaplanan, ancak sigorta süresi boyunca ortalama yaşa göre değil

$$( C_x / D_x ; C_{x+1} / D_{x+1} ; C_{x+2} / D_{x+2} ; \dots C_{x+n} / D_{x+n} )$$

formülleri ile ayrı ayrı tahsil edilen, "yıllık hayat + birikim" esprisine dayanan başka tip birikimli sigortalarda da, aynı komisyon ; masraf vb. parametreleri ile işlem yapılırsa,

$$\{ ( M_x - M_{x+n} ) / D_x \}$$

formülü yerine

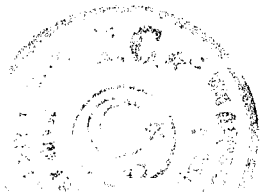
$$( C_x / D_x \dots C_{x+n} / D_{x+n} )$$

formülleri kullanıldığından, oluşacak birikim, karma sigortanınkinden daha düşük olacaktır : Karma sigortada, yıllık primin, ölüm bileşeni için de matematik karşılık ayrılmakta ve bu matematik karşılığa da kar payı dağıtımı yapılmaktadır.

3.

Karma sigorta, prezantasyon açısından, "belirli" bir primi "belirsiz" bir süre ödeme esprisine değil, belirli bir emeklilik yaşında yine önceden belirlenmiş bir kişisel fona ulaşmak için ödenmesi gereken primin hesaplanması prensibine dayanır.

Sigortalı, örneğin 35 yaşında yaptırdığı ve 55 yaşında kendisine 80.000 \$ emeklilik kapitali oluşturacak ( 20 yıllık süre dolmadan ölürse hemen 80.000 \$ ödenecektir ) karma sigortasının başlangıç kapitalini, örneğin 44 yaşında, gelirindeki reel artış nedeniyle 100.000 \$ seviyesine ( bu kez 11 yıl süreli ve 20.000 \$ kapitalli ek sigorta ile ) yükseltebilir. Bir başka yaklaşımla, karma sigortanın sağlayacağı emeklilik kapitalinin, bir irat (rant) sigortasına aktarılması ile şekillendirilecek kombine bir üründe, sigortalı 55 yaşında emekli olduğunda almak istediği -garanti edilen veya kar payı tahminli-emeklilik maaşını belirleyebilir. Bu durumda sondan başa dönülerek, önce bu maaşı vermeyi sağlayacak emeklilik kapitali, buradan da karma sigortanın yıllık primi ( veya tek primi ) bulunur.



## 2. BÖLÜM

### MORTALİTE SAPMALARI

Bu bölümde, mortalite sapmaları kavramı ile, hatalı ölçümün yol açtığı etkilerden ; basit mortalite datalarından kalıcı mortalite oranlarına ulaşılırken yapılan "eğriye uydurma" ( gradüasyon ) ve ulaşılan eğriye bir "marj ekleme" ( ajüstman ) biçimindeki iki tür teknik düzeltmenin neden olduğu etkilerden bahsedilmemektedir. [7]

Yaş ; cinsiyet ; medeni durum ; meslek ; iklim ; ırk ; yaşam tarzı gibi çok sayıda faktöre - farklı farklı ağırlıklarla - bağlı olan mortalite oranları, genellikle ( bu çalışma kapsamında olduğu gibi ) "kesikli olasılık dağılımı" [8] niteliğindeki "mortalite tabloları" ile ifade edilir.

Yukarıda adı geçen mortalite faktörlerinin çoğunun STABİL OLMAMASI, seçilen varsayımların ürün geliştirme esnasında doğru olsalar bile, zamanla hatalı sonuçlara yol açabilmeleri anlamına gelmektedir.

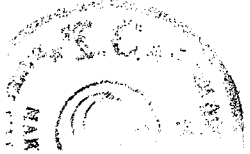
Mortalite tablolarındaki değerler ile gerçek mortalite oranları arasındaki fark, bazı koşullarda firma dengesini bozacak veya sigortalıya gereğinden pahalıya gelecek - satış şansını düşürtecek seviyelere yükselebilir.

İşte bu haller "mortalite sapması" olarak adlandırılır ve temel olarak, mortalite tablosunun "eskimesi" ; portföyün risk kompozisyonunun değişmesi (öngörüldüğü biçimde gerçekleşmemesi); seçilen mortalite tablosunun sigortalıya temsil etmekten uzak olması ve tabii olağanüstü gelişmeler durumlarında gözlemlenir.

---

[7]\_ GÜLÇÜR, Fazıl Kamil / SİGORTA MUAMELELERİ MATEMATİĞİ ve PRENSİPLERİ / Adnan Kitabevi / 1946 İstanbul / s.76  
BLACK & SKIPPER a.g.e. s.522

[8]\_ AKMUT, Özdemir / HAYAT SİGORTASI/Sevinç M. 1980 Ankara/s.62



## MORTALİTE TABLOSUNUN ESKİMESİ

Bu halde, genellikle "mortalite azalması" gözlemlenir. Zaman geçtikçe, insanların hastalıklar ve kazalardan korunmasına yönelik olarak geliştirilen tıbbi yöntemler ve teknolojilerin etkisi ile yaşama süresi artmaktadır. Bu etki ilginç sonuçlara yol açabilir.

Bir sigortalının sigortaya girdiği tarihte sigorta şirketinin elinde bulunan mortalite tablosu ( şirket yeterince güncel bir tablo kullanıyor olsa dahi ), esas olarak sigortalının değil kendisinden önceki nesillerden birinin üzerine kuruludur.

## TÜRK MORTALİTESİNDE DEĞİŞİM

### Kısaltılmış Mortalite Tabloları Değerleri

\* Kadın ve Erkeklerde Dönem İçi Ölüm Olasılıkları <sup>[9]</sup>

yaşlar (x)	1989 DİE		1955-60 K.GÜRTAN ###	
	erkek	kadın	erkek	kadın
20	0,01548	0,01548	0,04737	0,04471
30	0,03053	0,02137	0,05385	0,05089
40	0,06333	0,04792	0,08281	0,06830
50	0,12927	0,10884	0,15584	0,12039
60	0,26042	0,22742	0,30837	0,25361

$q\{x;10\}$  : x yaşındakilerin 10 yıl içinde ölüm olasılığı

### 5 yıllık ölüm olasılıklarından türetilmiştir.

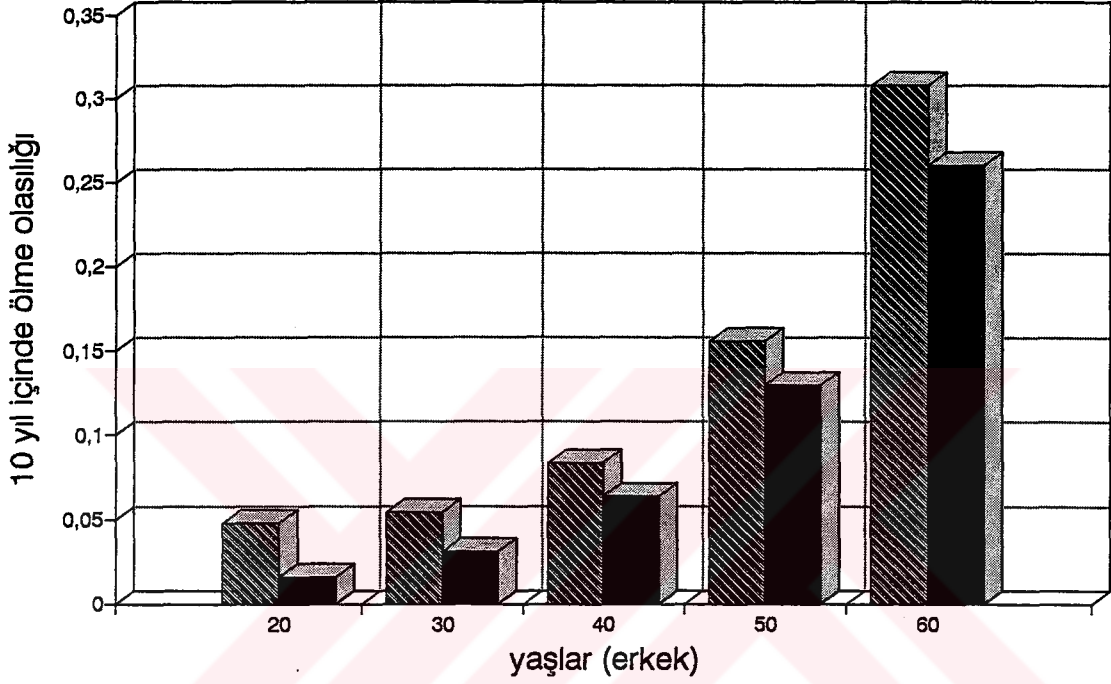
[9]\_ TÜRKİYE NÜFUS ARAŞTIRMASI/DİE (1483) / 1991 Ankara / s.50  
GÜRTAN, Kenan / TÜRKİYE'DE NÜFUS PROBLEMİ ve İKTİSADİ  
KALKINMA İLE İLGİSİ / İ.Ü. İktisat Fak. / 1966 İstanbul /  
s.50





# Türk Mortalitesinde Değişim

$q_{x;10}$  değerleri - (1955..1989)

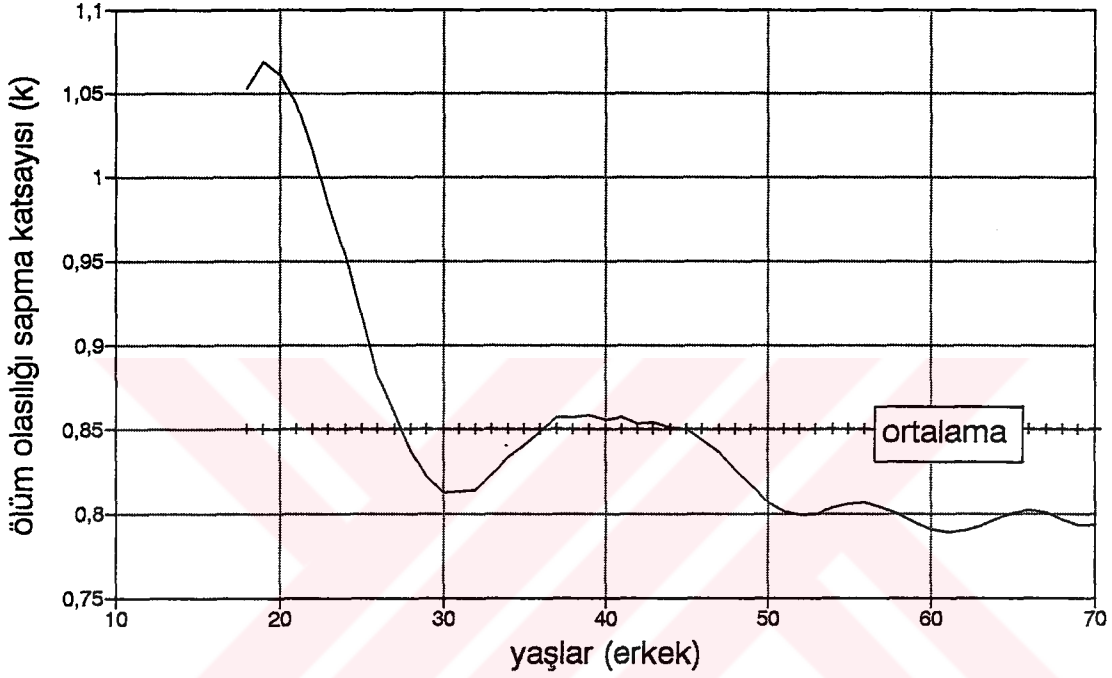


Kısaltılmış Türk mortalite tabloları ( 1955 : Kenan Gürtan ;  
1989 : Devlet İstatistik Enstitüsü ) üzerinden yapılan bu  
karşılaştırma seçilmiş yaşlarda 10 yıllık süre içinde ölenlerin  
süre başındaki toplam kişi sayısına oranını göstermektedir.  
Aradan geçen zaman ( belki de hatalı ajüstmanların da etkisi  
ile ) yeni tablodaki ölüm olasılıklarını, eski tablo  
değerlerinin, sırasıyla % 33'ü ; % 57'si ; % 76'sı ;  
% 83'ü ; % 84'ü seviyelerine indirmiştir.



# Amerikan Mortalitesinde Değişim

$qx_{\{cso\ 1980\}} / qx_{\{cso\ 1953\}}$  oranları



Commissioners Standard Ordinary tablolarında 27 yıllık bir süre, erkek popülasyonda ( 18 - 70 yaşları arası ) ölüm olasılıklarında ortalama % 15'lik bir düşme yaratmıştır. Bu düşme, insanların sigortalanma talebini gösteren fonksiyonla ağırlıklandırılrsa ( genç ve ileri yaştaki sigortalı sayılarının düşük ; orta yaştaki sigortalı sayılarının yüksek olması itibarı ile ) ölüm olasılığındaki ortalama sapmayı (  $qx$  değerlerinin birbirlerine oranının ağırlıklı ortalamasını ) gösteren - k - katsayısı daha da küçük çıkacaktır.



\* Kadın ve Erkeklerde Beklenen Ömürler

yaşlar (x)	1989 DİE		1955-60 K.GÜRTAN	
	ex{e}	ex{k}	ex{e}	ex{k}
20	49,8	52,1	45,7	47,8
30	40,5	42,9	37,7	39,8
40	31,6	33,7	29,6	31,6
50	23,4	25,1	21,8	23,6
60	16,2	17,6	14,8	16,1

ex{e} : x yaşındaki erkeğin beklenen ömrü

ex{k} : x yaşındaki kadının beklenen ömrü

Bu durumda şu gözlenebilmektedir : Bir sigortalı için, uzun sigortalılık yıllarının sonunda, emekli olunan yaşa göre ( o yaştaki kalan ömre göre ) hesaplanacak irat ( rant ) değeri ile, hesaplanması gereken ( yeni neslin sağlık ve yaşam koşullarına göre hesaplanması gereken ) irat değeri arasında kayda değer bir fark bulunacaktır.

PORTFÖYÜN RİSK KOMPOZİSYONUNUN DEĞİŞMESİ

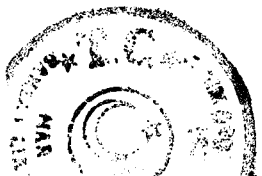
veya

RİSK TANIMI - SELEKSİYONU HATALARI

Bu halde, hem mortalite azalması hem de mortalite yükselmesi gözlemlenebilir.

Portföyün başlangıçta tahmin edilen risk kompozisyonu ile zamanla geldiği noktadaki risk kompozisyonu birbirlerinden çok farklı olabilir :

Örneğin, cinsiyet unsurunun portföy içinde dengeleneceğini ( doğanın teorik % 50 - % 50 oranının tutturulacağını )



varsayarak, karma mortalite tablosu üzerinden hazırlanan bir ürünü ele alalım.

Bu ürün, beklendiğinin aksine, erkeklerin dominant olduğu bir portföy yaratırsa, ölüme bağlı ödemelerin toplamı, ürün geliştirilirken yapılan projeksiyonu aşacaktır.

Ürünün irat ayağı da varsa - bu kez ters bir etki meydana gelecek - hayatta kalma şartıyla yapılan ödemeler toplamı projeksiyonun altında kalacaktır.<sup>[10]</sup>

Toplum geneline yönelik olarak tasarlanan bir başka ürüne, evlilerin rağbet etmesi halinde ise, üst paragraflarda açıklanan etkilerin, bu kez tam tersi yaşanacaktır. Ölümler daha az gözlenecek ; sigortacı irat öncesi dönemde karlı olacaktır.

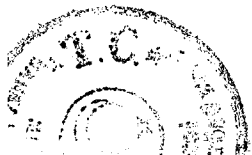
#### SEÇİLEN TABLONUN SİGORTALANACAK TOPLULUĞU TEMSİL YETENEĞİNİN ZAYIFLIĞI

Bu halde de, hem mortalite azalması hem de mortalite yükselmesi gözlemlenebilir.

"Topluluk mortalitesi" ile, bu topluluğun içindeki tanımlı bir zaman dilimi içinde sigortalanma talebi gösterecek olan üyelerin oluşturduğu alt kümenin mortalitesi ("alt topluluk mortalitesi") birbirinden farklıdır.

Örnek olarak, yaygın olarak satılacak "kitle poliçeleri" üzerinden konuya yaklaşalım :

Hayat sigortaları pazarları gelişmiş olan ülkelerde, alt topluluk nüfusu ile topluluk nüfusunun birbirlerine yaklaşmış olmasına rağmen, bir başka deyişle toplumun çoğunun sigortalanmış olmasına rağmen, rekabetin doğurduğu gelir ve gider hesaplarında yüksek



hassasiyet arayışı bu konuda önemli ayrımlar yapılmasına neden olmaktadır.

Ülkelerin ölüm istatistiklerini baz alarak oluşturulan mortalite tablolarındaki değerler ile sigortalı nüfusun yıllar itibarı ile izlenmesi ile ( örneğin sigorta şirketleri birlikleri ya da sigorta denetim ofisleri tarafından ) hazırlanan mortalite tablolarındaki değerler arasında ticari açıdan sakıncalı olabilecek farklar bulunabilmektedir.

Demografik istatistiklerin sağlıklı olmasına önem verilen ABD'de de, genel nüfusun mortalitesini gösteren verilere şüpheyle yaklaşılır. Yaşayanların yaş dağılımı karşılıklı görüşmeye, yani zorunlu olarak dezenformasyon / hatalı klasifikasyon olasılığını barındıran bir yöntem dayandığı itibarla ; ölüm sayıları ise "ulusal hayati istatistikler bürosu"na ulaştırılan eksik bilgilere dayandığı itibarla ; sigortacıların katlanmak istemeyecekleri derecede önemli kümülatif hata içermektedir.<sup>[11]</sup>

Sonuçta, Türkiye'de uzun yıllar boyunca kullanılan ( yeni versiyonları ABD'nde kullanılmaya devam eden ) CSO ve birçok başka mortalite tablosu "sigortalanmış fertler" üzerinden yapılan incelemelere dayanır ve her yaşta farklı farklı sayıda sigortalı olması itibarı ile, önce "qx" değerleri bulunur - sonra bu değerler ve hükmi bir "lo" ( arbitratif radiks ) kullanılarak mortalite tablosu yaratılır.

Hayat sigortaları pazarları gelişmiş olan ülkelerde, genel nüfus ile sigortalı nüfus, birbirine yaklaşırsa da, sigortalılar sigortalı olmadan önce, sağlık faktörüne göre bir elemeyden geçirildikleri için, hep daha düşük bir mortaliteye sahiptirler. Bu itibarla, sigortalı nüfus üzerinden türetilen mortalite tablolarında bile, farklı alt türler sürekli analiz edilmektedir.

Söz konusu alt türler, sigortaya yeni girenlerden oluşan "girişsel" (select), sigortalılık dönemi 5-15 yıl olanlara

---

[11] \_ BLACK & SKIPPER a.g.e. s.517



dayanan "sonuçsal" (ultimate) [ örneğin CSO 1980 ] , her iki [12] grubu da ele alan "bütünsel" (aggregate) mortalite tablolarıdır.

Farklı ürünler için farklı mortalite tablosu ( örneğin ABD'nde anüitanların yani yıllık gelir alanların mortalite tablosu, "ordinary" sigortaların tablosuna göre daha düşük ölüm olasılıkları gösterir ) kullanılmakta ; farklı mortalite tablosu kullanma imkanının olmadığı hallerde masraf payları ile veya "projektif tablolar" yöntemi ile veya gerçek yaşı 1-4 yıl ilerletip gerileterek toplam firma dengesinde stabilite sağlanmaya çalışılmaktadır.

Türkiye örneğinde ise, 1994 yılı sonu itibarı ile, grup sigortaları ve bireysel sigortalar toplamı üzerinden, ölüm teminatı almış olan sigortalıların, 18 - 65 yaşları arasındaki nüfusa oranı % 20 mertebesindedir.

Bu durumda, pazarın ( 18 - 65 yaşları arasında olan potansiyel sigortalılar toplamının ) yüzde ikisi üzerinden yapılan şirket bazlı örneklemelerde ( satışların % 60'ının il ve ilçe merkezlerinde yapıldığını ve batı illeri ağırlıklı bir portföy oluşturulduğu göz önünde bulundurulmalıdır ), alt topluluk mortalitesi, CSO 1958 tablosu ile tanımlanabildiği varsayılan Türk mortalitesinin ortalama olarak ( aritmetik ortalama ) dörtte biri seviyesinde bulunabilmektedir.

#### OLAĞANÜSTÜ GELİŞMELER

Yukarıda yer verilen sapma durumlarından başka, olağanüstü gelişmeler de, mortalite oranlarını alt üst edebilir. Bu açıdan, mortalite değerlerini yükselten, önceden tanımlanmamış veya hayat sigortaları istisnaları kapsamına sokulmamış salgın ve düşük yoğunluklu salgınları da ( geçmiş dönemde AIDS - günümüzde veya belki de gelecekte "kanamalı ateş" genel adıyla anılan ; tropikal bölgeler kökenli ; virüsünün sık sık genetik kodunu değiştirdiği; Lassa, Ebola benzeri hastalıkları da ) göz önüne almak gerekebilir.



Sigortacılar bilindiği gibi bu tür risklerden, dünya çapında risk paylaşımı - orantısız reasürans yoluyla uzak durma eğilimindedirler.<sup>[13]</sup>

Bu alanda, sigortacı-sigortalı çıkar dengesini sağlamak için şöyle bir genel çözüm tartışılabilir :

Mortalite karını da, belirli bir istatistik marjı ( merkezi limit teoreminden elde edilebilecek bir marjı ) gözönünde bulundurarak, poliçeler için kara iştirak konusu yapmak, böylece sigortalıya anüite döneminden önce adil davranmak mümkündür. Ancak, ömür boyu yıllık gelir taahhüdünde bulunduktan sonra geri dönüş mümkün değildir. Bu sorun, beklenen ve gerçekleşen mortaliteler arasındaki şirketi zarara uğratan farkın, dağıtılacak brüt kar payını netleştirme aşamasında negatif bir kalem olarak hesaba katılmasıyla çözümlenebilir.

#### SAPMALARIN FORMÜLASYONUNA BİR YAKLAŞIM

Bu çalışmanın hazırlandığı tarih itibarı ile, ülkemizde ( ve aslında dönemler halinde başka bir çok ülkede de ) yaşanan, "gerçek mortalite oranlarının, kullanılan mortalite tablolarında bulunan değerlerin altında kalması" olgusu, sigortacı için şirketin ( mevcut veya gelecekteki ) gerçek durumunu tanımlayan başka göstergelere ihtiyaç duyması anlamına gelir.

Bu ihtiyacın, mortalite değişmesi döneminin incelenecek olan aşamasını ( nihai durumu ) gösteren "dönüştürülmüş" bir mortalite tablosu ve bu mortalite tablosu üzerinden yapılacak bir "yeniden değerlendirme" ile giderilmesi mümkündür.

"Dönüştürülmüş" mortalite tablosu, reasürans ilişkilerinin rutinine uygun olarak, "sedan şirketin kullandığı mortalite tablosuna göre ( bir katsayı ile indirgenmiş ) net risk fiyatı"



yaklaşımını modellemek üzere aşağıdaki biçimde formüle edilebilir :

#### TANIMLAR

- $l_0$  : kullanılan mortalite tablosunun radiksi ( esas sayı )  
 $l'_0$  : dönüştürülmüş ( gerçek durumu görmek için kullanılması gereken ) mortalite tablosunun radiksi  
 $l_x$  : kullanılan mortalite tablosunda  $x$  yaşında yaşayanlar  
 $l'_x$  : dönüştürülmüş mortalite tablosunda  $x$  yaşında yaşayanlar  
 $q_x$  :  $x$  yaşındakilerin ölüm olasılığı  
 $q'_x$  :  $x$  yaşındakilerin dönüştürülmüş ölüm olasılığı ( yeni mortalite )  
 $k$  : sapma parametresi (  $q_x$  değerinin çarpanı olarak )

#### FORMÜLASYON

$$q'_x = k * q_x$$

( yeni ölüm olasılıkları eskilerinin "k" katıdır )

$$0 < k < 1$$

$$l'_0 = l_0$$

( iki mortalite tablosunun radiksi birbirine eşittir )

<=>

$$q'_x = k * \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{l'_x - l'_{x+1}}{l'_x}$$

$$= 1 - \frac{l'_{x+1}}{l'_x}$$

<=>

$$k - k * \frac{l_{x+1}}{l_x} - 1 = - \frac{l'_{x+1}}{l'_x}$$





<=>

$$l'x+1 = l'x * \left[ 1 - k + k * \frac{l'x+1}{l'x} \right]$$

veya (x+1) --> (x) substitusyonu ile...

$$l'x = l'x-1 * \left[ 1 - k + k * \frac{l'x}{l'x-1} \right]$$

böylece, örneğin k = 0,7 için...

$$l'o = l_0$$

$$l'1 = l'o * ( 0,3 + 0,7 * l_1/l_0 )$$

$$l'2 = l'1 * ( 0,3 + 0,7 * l_2/l_1 )$$

$$l'3 = \dots\dots\dots$$

değerleri rekürsif olarak elde edilir.

Yukarıda verilen formülasyonda tüm qx değerleri için tek çarpan kullanılmıştır.

Şüphesiz ki, sapmalar, farklı yaş grupları için farklı çarpanlarla daha yüksek bir hassasiyetle ifade edilebilir.

Bu amaçla, ölüm olasılıkları fonksiyonunun gösterdiği tipik kırılımlar göz önünde bulundurularak, 0 yaş ; 1 - 10 yaşları ; 11 - 20 yaşları ; 21 - 40 yaşları ; 41 - 60 yaşları ; 60 sonrası yaşlar için ayrı ayrı sapma çarpanları ( ilk yıllarda sapmasızlık durumu olan "1" değerine daha yakın çarpanlar ) seçilebilir.



Bununla birlikte, gerek pazardaki yaygın uygulamanın, her yaş için tek oranla ifade edilen reasürans komisyonu ( veya net risk primi ) olması, gerekse temel pazar karakteristikleri olan "sigortaya giriş yaşları" ve "seçilen sigortalama süreleri" itibarı ile, [  $q'x = k * qx$  ] mantığı, yaşanan dinamiği yansıtmaktadır.

Böyle bir dönüştürme, mortalite tablosunun "uzaması"na ( özellikle 1 değerinden uzaklaşan yüksek sapma oranlarında ) yol açabilir : Kullanılan mortalite tablosunun son yaşında (  $w = 99$  yaşında ) yaşayanların "yeni" sayısının, ölüm sayıları fonksiyonunun genel karakteristiğinin dışında kaldığı gözlenebilir.

Karakteristiğin bozulmaması istendiğinde, ölümlerin birkaç yıla yedirilerek yansıtılması gerekecektir.

Bu uzama, bir veya birkaç yılın tabloya düzeltici olarak eklenmesini gerektirse dahi, incelenen ürün örneğinde, hesaba giren en son yaş 70 ( maksimum giriş yaşı + maksimum süre ) olduğundan, mortalite tablosunun dönüştürülme sırasında uzaması bir sakınca oluşturmamaktadır.

Ürünün bir irat bölümünün olması halinde bile, uzamanın primler üzerinde yaratacağı kümülatif etki, ihmal edilebilir düzeyde olacaktır.

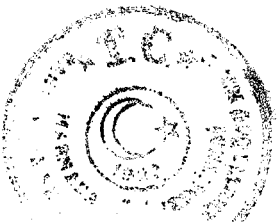
Sapma katsayısı olarak  $k = 0,7$  değerini ( mevcut tablodan % 30 oranında uzaklaşma ) kullanarak oluşan "eski" ( CSO 1958 ) ve "yeni" yaşama sayıları ; ölüm sayıları ; birbirlerine oranlarının yaşlara göre seyri aşağıdaki gibi olacaktır :



(x)						
yaş	$l_x$	$l'_x$	$l'_x/l_x$	$dx$	$d'_x$	$d'_x/dx$
0	10.000.000	10.000.000	1,0000	70.800	49.560	0,7000
1	9.929.200	9.950.440	1,0021	17.475	12.259	0,7015
2	9.911.725	9.938.181	1,0027	15.066	10.574	0,7019
3	9.896.659	9.927.607	1,0031	14.449	10.146	0,7022
4	9.882.210	9.917.461	1,0036	13.835	9.719	0,7025
5	9.868.375	9.907.742	1,0040	13.322	9.363	0,7028
6	9.855.053	9.898.379	1,0044	12.812	9.008	0,7031
7	9.842.241	9.889.372	1,0048	12.401	8.722	0,7034
8	9.829.840	9.880.649	1,0052	12.091	8.507	0,7036
9	9.817.749	9.872.142	1,0055	11.879	8.361	0,7039
10	9.805.870	9.863.780	1,0059	11.865	8.355	0,7041
11	9.794.005	9.855.426	1,0063	12.047	8.486	0,7044
12	9.781.958	9.846.940	1,0066	12.325	8.685	0,7047
13	9.769.633	9.838.255	1,0070	12.896	9.091	0,7049
14	9.756.737	9.829.165	1,0074	13.562	9.564	0,7052
15	9.743.175	9.819.601	1,0078	14.225	10.036	0,7055
16	9.728.950	9.809.565	1,0083	14.983	10.575	0,7058
17	9.713.967	9.798.990	1,0088	15.737	11.112	0,7061
18	9.698.230	9.787.878	1,0092	16.390	11.579	0,7065
19	9.681.840	9.776.299	1,0098	16.846	11.907	0,7068
20	9.664.994	9.764.392	1,0103	17.300	12.235	0,7072
21	9.647.694	9.752.157	1,0108	17.655	12.492	0,7076
22	9.630.039	9.739.665	1,0114	17.912	12.681	0,7080
23	9.612.127	9.726.984	1,0119	18.167	12.869	0,7084
24	9.593.960	9.714.115	1,0125	18.324	12.987	0,7088
25	9.575.636	9.701.127	1,0131	18.481	13.106	0,7092
26	9.557.155	9.688.021	1,0137	18.732	13.292	0,7096
27	9.538.423	9.674.729	1,0143	18.981	13.477	0,7100
28	9.519.442	9.661.253	1,0149	19.324	13.728	0,7104
29	9.500.118	9.647.524	1,0155	19.760	14.047	0,7109
30	9.480.358	9.633.478	1,0162	20.193	14.363	0,7113
31	9.460.165	9.619.114	1,0168	20.718	14.746	0,7118
32	9.439.447	9.604.368	1,0175	21.239	15.127	0,7122
33	9.418.208	9.589.241	1,0182	21.850	15.573	0,7127
34	9.396.358	9.573.668	1,0189	22.551	16.084	0,7132
35	9.373.807	9.557.585	1,0196	23.528	16.792	0,7137



(x)	yaş	$l_x$	$l'_x$	$l'_x/l_x$	$dx$	$d'_x$	$d'_x/dx$
	36	9.350.279	9.540.792	1,0204	24.685	17.632	0,7143
	37	9.325.594	9.523.161	1,0212	26.112	18.666	0,7148
	38	9.299.482	9.504.495	1,0220	27.991	20.026	0,7154
	39	9.271.491	9.484.469	1,0230	30.132	21.577	0,7161
	40	9.241.359	9.462.892	1,0240	32.622	23.383	0,7168
	41	9.208.737	9.439.510	1,0251	35.362	25.374	0,7175
	42	9.173.375	9.414.136	1,0262	38.253	27.480	0,7184
	43	9.135.122	9.386.656	1,0275	41.382	29.765	0,7193
	44	9.093.740	9.356.891	1,0289	44.741	32.225	0,7203
	45	9.048.999	9.324.666	1,0305	48.412	34.921	0,7213
	46	9.000.587	9.289.745	1,0321	52.473	37.911	0,7225
	47	8.948.114	9.251.834	1,0339	56.910	41.189	0,7238
	48	8.891.204	9.210.645	1,0359	61.794	44.810	0,7251
	49	8.829.410	9.165.835	1,0381	67.104	48.763	0,7267
	50	8.762.306	9.117.072	1,0405	72.902	53.098	0,7283
	51	8.689.404	9.063.975	1,0431	79.160	57.801	0,7302
	52	8.610.244	9.006.174	1,0460	85.758	62.791	0,7322
	53	8.524.486	8.943.383	1,0491	92.832	68.176	0,7344
	54	8.431.654	8.875.207	1,0526	100.337	73.931	0,7368
	55	8.331.317	8.801.277	1,0564	108.307	80.092	0,7395
	56	8.223.010	8.721.185	1,0606	116.849	86.750	0,7424
	57	8.106.161	8.634.436	1,0652	125.970	93.926	0,7456
	58	7.980.191	8.540.510	1,0702	135.663	101.632	0,7491
	59	7.844.528	8.438.878	1,0758	145.830	109.815	0,7530
	60	7.698.698	8.329.063	1,0819	156.592	118.590	0,7573
	61	7.542.106	8.210.473	1,0886	167.736	127.820	0,7620
	62	7.374.370	8.082.653	1,0960	179.271	137.543	0,7672
	63	7.195.099	7.945.110	1,1042	191.174	147.771	0,7730
	64	7.003.925	7.797.339	1,1133	203.394	158.504	0,7793
	65	6.800.531	7.638.835	1,1233	215.917	169.773	0,7863
	66	6.584.614	7.469.062	1,1343	228.749	181.632	0,7940
	67	6.355.865	7.287.429	1,1466	241.777	194.050	0,8026
	68	6.114.088	7.093.380	1,1602	254.835	206.956	0,8121
	69	5.859.253	6.886.423	1,1753	267.241	219.863	0,8227
	70	5.592.012	6.666.560	1,1922	278.426	232.349	0,8345



(x)	yaş	$l_x$	$l'_x$	$l'_x/l_x$	$dx$	$d'_x$	$d'_x/dx$
	71	5.313.586	6.434.211	1,2109	287.731	243.889	0,8476
	72	5.025.855	6.190.322	1,2317	294.766	254.143	0,8622
	73	4.731.089	5.936.178	1,2547	299.289	262.866	0,8783
	74	4.431.800	5.673.312	1,2801	301.894	270.526	0,8961
	75	4.129.906	5.402.786	1,3082	303.011	277.482	0,9157
	76	3.826.895	5.125.305	1,3393	303.014	284.076	0,9375
	77	3.523.881	4.841.229	1,3738	301.997	290.426	0,9617
	78	3.221.884	4.550.804	1,4125	299.829	296.449	0,9887
	79	2.922.055	4.254.355	1,4559	295.683	301.349	1,0192
	80	2.626.372	3.953.006	1,5051	288.848	304.326	1,0536
	81	2.337.524	3.648.680	1,5609	278.983	304.828	1,0926
	82	2.058.541	3.343.852	1,6244	265.902	302.348	1,1371
	83	1.792.639	3.041.504	1,6967	249.858	296.747	1,1877
	84	1.542.781	2.744.756	1,7791	231.433	288.219	1,2454
	85	1.311.348	2.456.537	1,8733	211.311	277.093	1,3113
	86	1.100.037	2.179.444	1,9812	190.108	263.656	1,3869
	87	909.929	1.915.789	2,1054	168.455	248.269	1,4738
	88	741.474	1.667.520	2,2489	146.997	231.410	1,5742
	89	594.477	1.436.110	2,4158	126.303	213.582	1,6910
	90	468.174	1.222.528	2,6113	106.809	195.235	1,8279
	91	361.365	1.027.293	2,8428	88.813	176.735	1,9900
	92	272.552	850.558	3,1207	72.480	158.333	2,1845
	93	200.072	692.225	3,4599	57.881	140.183	2,4219
	94	142.191	552.042	3,8824	45.026	122.366	2,7177
	95	97.165	429.676	4,4221	34.128	105.643	3,0955
	96	63.037	324.033	5,1404	25.250	90.856	3,5983
	97	37.787	233.177	6,1708	18.456	79.722	4,3196
	98	19.331	153.455	7,9383	12.916	71.772	5,5568
	99	6.415	81.683	12,7332	6.415	81.683	12,7332



### 3. BÖLÜM

#### ÖRNEK BİR KARMA SİGORTA TARİFESİ

---

Bu bölümde, parametreleri, çalışmanın hazırlandığı tarihte Türk hayat sigortacılığı pazarının kullandığı değerlere göre seçilen, kar paylı bir karma sigorta örneğine yer verilmiştir. Bu ürün, mortalite sapmalarının incelendiği simülasyonlara baz oluşturmaktadır.

Sigorta en az 5 yıl, en fazla 20 yıl sürelidir. Sigortaya giriş yaşı en az 18, en fazla 50 olabilir.

Sigorta, sigorta ettiren tarafından belirlenen sürenin dolması veya sigortalının bu süre içinde ölümü ile sona erer.

Sigorta, sigortalının sigorta süresi içinde ölümü halinde hak sahiplerine ; sigortalının sigorta süresi sonuna dek hayatta kalması halinde ise kendisine 1 birim kapital ve kar payı ödenmesini temin eder.

#### ÜRÜN TEKNİK ESASLARI

---

---

\* MORTALİTE TABLOSU : C.S.O. 1958

\* TEKNİK FAİZ : % 4 ( dövize endeksli ürün )

\* PRİMLER VE ŞARJMANLAR :

A. YILLIK SAFİ PRİM ( SYPx ) :

$$SYPx = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{Nx - Nx+n}$$



B. İDARE VE TAHSİL ŞARJMANLI YILLIK PRİM ( LYP<sub>x</sub> ) : [14]

İdare ve Tahsil şarjmanı : L = % 4 \* LYP<sub>x</sub>

$$LYP_x = SYP_x + L = \frac{SYP_x}{0,96}$$

C. KOMİSYONLAR :

1. YIL KOM(1) = 0,45 \* TYP<sub>x</sub>
2. YIL KOM(2) = 0,20 \* TYP<sub>x</sub>
3. YIL KOM(3) = 0,15 \* TYP<sub>x</sub>

D. YILLIK TİCARİ PRİM ( TYP<sub>x</sub> ) :

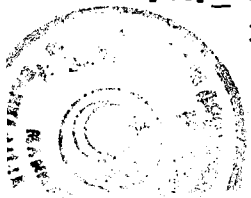
$$TYP_x = LYP_x + \frac{TYP_x * KOM^x}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} ;$$

Yıllık primin bir oranı olarak toplam komisyon faktörü :

$$KOM^x = 0,45 + 0,20 * \frac{D_{x+1}}{D_x} + 0,15 * \frac{D_{x+2}}{D_x}$$

=>

$$TYP_x = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{0,96 * (N_x - N_{x+n})} + \frac{TYP_x * KOM^x * D_x}{N_x - N_{x+n}}$$



<=>

$$TYP_x * \left[ 1 - \frac{KOM^x * Dx}{Nx - Nx+n} \right] = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{0,96 * (Nx - Nx+n)}$$

<=>

$$TYP_x * \frac{Nx - Nx+n - KOM^x * Dx}{Nx - Nx+n} = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{0,96 * (Nx - Nx+n)}$$

<=>

$$TYP_x = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{0,96 * (Nx - Nx+n - KOM^x * Dx)}$$

<=>

$$TYP_x = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{0,96 * (Nx - Nx+n - 0,45 * Dx - 0,20 * Dx+1 - 0,15 * Dx+2)}$$

\* MATEMATİK KARŞILIKLAR :

rekürans bağıntısından ; [15]

$$\{ YP_x + V_x(t) \} * (1 + i) = q(x+t) + p(x+t) * V_x(t+1) ;$$

$V_x(0) = 0$  olduğundan...

---

[15]\_ URAL, Kenan / YAŞAM SİGORTALARININ AKTUARYEL PRENSİPLERİ /  
Aktüerler Derneği Yayını / 1994 İstanbul / s.85  
TOSBERG a.g.e. s.44





A. İLK 3 YILIN MATEMATİK KARŞILIKLARI :

1. yıl sonunda ayrılan matematik karşılık...

$$Vx(1) = \frac{(TYPx - KOM(1)) * 0,96 * (1 + i) - q(x)}{1 - q(x)}$$

<=>

$$Vx(1) = \frac{(TYPx - KOM(1)) * 0,96 * (1 + i) - 1}{1 - q(x)} + 1$$

$$= \frac{0,55 * TYPx * 0,96 * (1 + i) - 1}{1 - q(x)} + 1$$

2. yıl sonunda ayrılan matematik karşılık...

$$Vx(2) = \frac{\{Vx(1) + 0,80 * TYPx * 0,96\} * (1 + i) - 1}{1 - q(x+1)} + 1$$

3. yıl sonunda ayrılan matematik karşılık...

$$Vx(3) = \frac{\{Vx(2) + 0,85 * TYPx * 0,96\} * (1 + i) - 1}{1 - q(x+2)} + 1$$

B. [ 4. - n. ] YILLARIN MATEMATİK KARŞILIKLARI :

t > 3 ;

$$Vx(t) = \frac{\{Vx(t-1) + TYPx * 0,96\} * (1 + i) - 1}{1 - q(x+t-1)} + 1$$



\* TEKNİK ESASLARA İLİŞKİN NOTASYON :

- SYPx : x YAŞINDA BAŞLATILAN n YIL SÜRELİ SİGORTANIN  
YILLIK SAFİ PRİMİ
- LYPx : İDARE VE TAHSİL ŞARJMANLI YILLIK PRİM
- L : İDARE VE TAHSİL ŞARJMANI
- KOM(t) : t. YILDA ÖDENEN KOMİSYON
- KOM"x : YILLIK PRİMİN BİR ORANI OLARAK TOPLAM KOMİSYON FAKTÖRÜ
- TYPx : x YAŞINDA BAŞLATILAN n YIL SÜRELİ SİGORTANIN  
YILLIK TİCARİ PRİMİ
- YPx : GENEL OLARAK YILLIK PRİM
- Vx(t) : x YAŞINDA BAŞLATILAN n YIL SÜRELİ SİGORTANIN  
t. YIL SONUNDAKİ MATEMATİK KARŞILIĞI
- qx : x YAŞINDA ÖLME OLASILIĞI
- px : x YAŞINDA HAYATTA KALMA OLASILIĞI
- i : TEKNİK FAİZ ORANI
- n : SİGORTA SÜRESİ [ toplam ] ( YIL )
- t : SİGORTADA GEÇEN SÜRE ( YIL )

YILLIK TİCARİ PRİMLER  
( ANNUAL COMMERCIAL PREMIA )

( 1/100.000 ölçeğinde )

		sigorta süresi... ( n )							
		5	6	7	8	9	10	11	12
yaş(x)									
18	22346	17728	14599	12341	10635	9302	8233	7357	
19	22348	17731	14602	12343	10637	9305	8236	7360	
20	22351	17733	14604	12345	10639	9307	8238	7362	
21	22353	17735	14606	12347	10641	9309	8240	7364	
22	22354	17736	14607	12348	10643	9310	8241	7366	
23	22356	17738	14609	12350	10645	9312	8243	7368	
24	22357	17739	14610	12352	10646	9314	8245	7370	
25	22359	17741	14612	12354	10648	9316	8248	7372	
26	22361	17743	14614	12356	10651	9319	8251	7375	
27	22363	17745	14617	12359	10654	9322	8254	7379	
28	22366	17748	14620	12362	10657	9325	8258	7383	
29	22369	17752	14623	12366	10661	9330	8262	7388	
30	22372	17755	14627	12369	10665	9334	8267	7393	



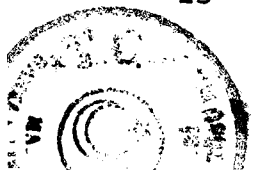
Yıllık Ticari Primler (devam) ( 1/100.000 Ölçeğinde )

		sigorta süresi... ( n )							
		5	6	7	8	9	10	11	12
yaş (x)									
31	22376	17759	14631	12374	10670	9340	8273	7400	
32	22380	17764	14636	12380	10676	9346	8280	7408	
33	22385	17769	14642	12386	10684	9354	8289	7417	
34	22391	17776	14650	12395	10693	9364	8299	7428	
35	22399	17785	14659	12405	10703	9376	8312	7441	
36	22409	17795	14671	12417	10716	9389	8326	7456	
37	22421	17808	14684	12431	10731	9405	8342	7473	
38	22435	17823	14700	12447	10748	9422	8361	7493	
39	22451	17840	14717	12465	10767	9442	8381	7514	
40	22469	17858	14737	12486	10788	9464	8404	7538	
41	22489	17879	14758	12508	10811	9488	8429	7564	
42	22510	17901	14781	12532	10836	9514	8457	7593	
43	22533	17925	14806	12558	10864	9543	8487	7625	
44	22558	17952	14834	12587	10894	9575	8521	7660	
45	22587	17981	14865	12620	10928	9611	8558	7699	
46	22618	18014	14899	12656	10966	9650	8598	7741	
47	22653	18051	14937	12695	11007	9693	8643	7788	
48	22692	18091	14979	12739	11053	9740	8693	7840	
49	22734	18135	15025	12787	11103	9792	8747	7896	
50	22781	18184	15076	12840	11157	9850	8807	7959	

Yıllık Ticari Primler (devam)

( 1/100.000 Ölçeğinde )

		sigorta süresi... ( n )							
		13	14	15	16	17	18	19	20
yaş (x)									
18	6627	6010	5481	5024	4625	4274	3963	3686	
19	6629	6012	5483	5026	4627	4276	3966	3689	
20	6632	6014	5486	5029	4630	4279	3968	3692	
21	6634	6016	5488	5031	4632	4282	3971	3695	
22	6636	6018	5490	5033	4635	4284	3974	3698	
23	6638	6021	5493	5036	4638	4287	3977	3702	
24	6640	6023	5495	5039	4641	4291	3981	3706	
25	6643	6026	5498	5042	4645	4295	3986	3711	



Yıllık Ticari Primler (devam)  
( 1/100.000 Ölçeğinde )

yaş	sigorta süresi... ( n )							
	13	14	15	16	17	18	19	20
26	6646	6030	5502	5046	4649	4300	3991	3716
27	6650	6034	5507	5051	4654	4306	3997	3723
28	6654	6039	5512	5057	4661	4312	4005	3731
29	6660	6044	5518	5064	4668	4320	4013	3740
30	6666	6051	5525	5072	4676	4329	4022	3750
31	6673	6059	5534	5081	4686	4339	4033	3762
32	6681	6068	5544	5091	4697	4351	4046	3775
33	6691	6079	5555	5103	4710	4365	4060	3790
34	6703	6091	5568	5117	4725	4381	4077	3808
35	6717	6106	5584	5133	4742	4399	4096	3828
36	6733	6122	5601	5152	4761	4419	4117	3850
37	6751	6141	5621	5172	4783	4442	4141	3875
38	6771	6162	5643	5196	4807	4467	4168	3903
39	6794	6186	5668	5222	4834	4496	4198	3934
40	6819	6212	5695	5250	4864	4527	4230	3968
41	6846	6241	5725	5282	4897	4561	4266	4006
42	6876	6272	5758	5316	4933	4599	4306	4047
43	6909	6307	5794	5354	4973	4640	4349	4092
44	6946	6345	5834	5396	5016	4686	4396	4142
45	6986	6387	5878	5442	5064	4736	4449	4197
46	7031	6434	5927	5492	5117	4791	4506	4257
47	7080	6485	5980	5548	5175	4852	4570	4323
48	7133	6541	6039	5609	5239	4919	4640	4396
49	7193	6603	6103	5677	5310	4992	4716	4475
50	7257	6671	6174	5750	5387	5072	4800	4563



SEÇİLMİŞ SÜRE ( n ) VE YAŞLARA ( x ) GÖRE  
KAR PAYSIZ MATEMATİK KARŞILIKLARIN  
SİGORTADA GEÇEN SÜRE ( t ) BOYUNCA GELİŞİMİ  
( Mathematical Reserves Without Profit Share )

n	t	yaşlar... (x)			
		20	30	40	50
5	1	0,12116	0,12098	0,12028	0,11775
5	2	0,30325	0,30298	0,30187	0,29802
5	3	0,50413	0,50384	0,50255	0,49827
5	4	0,74697	0,74677	0,74584	0,74284
5	5	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
10	1	0,04940	0,04923	0,04861	0,04615
10	2	0,12411	0,12384	0,12278	0,11864
10	3	0,20658	0,20622	0,20469	0,19899
10	4	0,30645	0,30605	0,30422	0,29764
10	5	0,41050	0,41007	0,40796	0,40076
10	6	0,51891	0,51845	0,51618	0,50874
10	7	0,63186	0,63141	0,62916	0,62206
10	8	0,74955	0,74916	0,74720	0,74125
10	9	0,87219	0,87193	0,87068	0,86698
10	10	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
15	1	0,02838	0,02827	0,02784	0,02580
15	2	0,07164	0,07150	0,07088	0,06765
15	3	0,11942	0,11927	0,11837	0,11393
15	4	0,17741	0,17730	0,17623	0,17110
15	5	0,23782	0,23773	0,23638	0,23043
15	6	0,30075	0,30064	0,29895	0,29208
15	7	0,36631	0,36616	0,36406	0,35626
15	8	0,43460	0,43439	0,43187	0,42319
15	9	0,50575	0,50544	0,50254	0,49314
15	10	0,57988	0,57946	0,57629	0,56645
15	11	0,65711	0,65659	0,65331	0,64350
15	12	0,73759	0,73701	0,73388	0,72476
15	13	0,82146	0,82091	0,81829	0,81079
15	14	0,90888	0,90849	0,90687	0,90227
15	15	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
20	1	0,01851	0,01850	0,01833	0,01688
20	2	0,04700	0,04711	0,04710	0,04530
20	3	0,07849	0,07874	0,07882	0,07664
20	4	0,11682	0,11728	0,11759	0,11563
20	5	0,15674	0,15739	0,15777	0,15576



n	t	yaşlar... (x)			
		20	30	40	50
20	6	0,19832	0,19912	0,19942	0,19711
20	7	0,24163	0,24252	0,24260	0,23974
20	8	0,28673	0,28767	0,28740	0,28376
20	9	0,33370	0,33461	0,33388	0,32926
20	10	0,38263	0,38343	0,38216	0,37639
20	11	0,43358	0,43421	0,43235	0,42532
20	12	0,48666	0,48705	0,48457	0,47624
20	13	0,54195	0,54206	0,53898	0,52940
20	14	0,59956	0,59937	0,59576	0,58511
20	15	0,65958	0,65910	0,65510	0,64372
20	16	0,72213	0,72142	0,71725	0,70568
20	17	0,78731	0,78647	0,78247	0,77153
20	18	0,85525	0,85444	0,85108	0,84193
20	19	0,92610	0,92554	0,92344	0,91774
20	20	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

#### KAR PAYLI MATEMATİK KARŞILIKLAR

Bu bölümde, ürünün, Türk hayat sigortaları pazarında en yaygın olarak kullanılan kar payı dağıtım mekanizmasına sahip olması ve poliçenin takvim yılı itibarı ile düzenlenmesi halinde, yıllık % 4 net kar payı oranının düzenli biçimde gerçekleşeceği varsayımı altında, kar paylı matematik karşılıkların ( ara yılların sonları ve sigorta süresi sonu itibarı ile sigortalının birikim fonunun ) nasıl geliştiği gösterilmiştir.

Kar paylı matematik karşılıklar ile kar paysız matematik karşılıklar arasındaki fark, aynı zamanda, ölüm durumunda ödenecek 1 kapital tutarındaki temel ölüm teminatına, yıllar itibarı ile ne ekleneceğini göstermektedir. <sup>[16]</sup>

Türk hayat sigortaları pazarında, bu çalışmanın hazırlandığı tarih itibarı ile, en yaygın olarak kullanılan kar payı dağıtım mekanizması şöyle çalışmaktadır :



Birinci yıl sonu itibarı ile oluşan kar paysız matematik karşılıklar, sigortalı hesabına yatırıma sevk edilir.

Elde edilen gelirden ( brüt kar payı ) kamu otoritesine önceden onaylatılmış kesintiler yapıldıktan sonra, kar payı dağıtım yüzdesi ve ( genellikle ) poliçe iptal oranı kullanılarak ( iptal edilen poliçelere düşen kar payının "sadık sigortalılara" aktarılması için ), "net kar payı oranı" elde edilir.

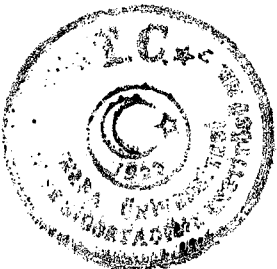
Net kar payı oranı ile ilgili poliçenin birinci yıl sonundaki kar paysız matematik karşılığının çarpımı, o poliçeye ikinci yıl sonu itibarı ile aktarılacak net kar payını verir.

Bu kar payı değeri, ikinci yıl sonu itibarı ile hesaplanmış olan kar paysız matematik karşılık ile birleşerek, ikinci yıl sonundaki kar paylı matematik karşılığı oluşturur.

İkinci yılın sonundan itibaren, kar paylı matematik karşılıkların sigortalı hesabına yatırıma sevk edilmesi ile elde edilen kar payları, yukarıda tanımlandığı gibi, poliçelere aktarılmaya devam eder.

SEÇİLMİŞ SÜRE ( n ) VE YAŞLARA ( x ) GÖRE  
KAR PAYLI MATEMATİK KARŞILIKLARIN  
SİGORTADA GEÇEN SÜRE ( t ) BOYUNCA GELİŞİMİ  
( Mathematical Reserves With Profit Share )

n	t	yaşlar... (x)			
		20	30	40	50
5	1	0,12116	0,12098	0,12028	0,11775
5	2	0,30810	0,30782	0,30668	0,30273
5	3	0,52131	0,52099	0,51963	0,51509
5	4	0,78499	0,78476	0,78370	0,78027
5	5	1,06942	1,06938	1,06921	1,06863



n	t	yaşlar... (x)			
		20	30	40	50
10	1	0,04940	0,04923	0,04861	0,04615
10	2	0,12609	0,12580	0,12472	0,12048
10	3	0,21360	0,21322	0,21162	0,20566
10	4	0,32201	0,32158	0,31961	0,31253
10	5	0,43894	0,43846	0,43614	0,42815
10	6	0,56491	0,56438	0,56181	0,55326
10	7	0,70046	0,69992	0,69726	0,68870
10	8	0,84617	0,84566	0,84319	0,83545
10	9	1,00266	1,00226	1,00040	0,99460
10	10	1,17057	1,17042	1,16974	1,16740
15	1	0,02838	0,02827	0,02784	0,02580
15	2	0,07277	0,07263	0,07199	0,06868
15	3	0,12346	0,12331	0,12236	0,11771
15	4	0,18639	0,18627	0,18512	0,17959
15	5	0,25426	0,25414	0,25267	0,24610
15	6	0,32736	0,32723	0,32535	0,31760
15	7	0,40601	0,40584	0,40347	0,39448
15	8	0,49055	0,49030	0,48742	0,47719
15	9	0,58132	0,58096	0,57759	0,56623
15	10	0,67870	0,67822	0,67444	0,66218
15	11	0,78308	0,78248	0,77844	0,76572
15	12	0,89488	0,89419	0,89015	0,87761
15	13	1,01455	1,01386	1,01016	0,99875
15	14	1,14254	1,14200	1,13914	1,13017
15	15	1,27937	1,27919	1,27785	1,27311
20	1	0,01851	0,01850	0,01833	0,01688
20	2	0,04774	0,04785	0,04783	0,04597
20	3	0,08114	0,08139	0,08146	0,07915
20	4	0,12272	0,12319	0,12350	0,12131
20	5	0,16755	0,16823	0,16862	0,16629
20	6	0,21583	0,21668	0,21701	0,21429
20	7	0,26777	0,26875	0,26887	0,26550
20	8	0,32358	0,32465	0,32442	0,32013
20	9	0,38350	0,38458	0,38389	0,37844
20	10	0,44776	0,44878	0,44752	0,44071
20	11	0,51663	0,51751	0,51561	0,50726
20	12	0,59037	0,59105	0,58845	0,57847
20	13	0,66928	0,66971	0,66640	0,65478
20	14	0,75365	0,75380	0,74983	0,73668
20	15	0,84382	0,84369	0,83917	0,82476





yaşlar...	(x)	20	30	40	50
n	t				
20	16	0,94012	0,93975	0,93489	0,91971
20	17	1,04291	1,04239	1,03751	1,02234
20	18	1,15257	1,15206	1,14761	1,13364
20	19	1,26952	1,26924	1,26588	1,25479
20	20	1,39420	1,39447	1,39307	1,38724

#### KARAKTERİSTİK RASYOLAR

Bu bölümde, ürünün tüketici tarafından değerlendirilmesinde esas alınan göstergeler, teknik rasyolara çevrilerek ifade edilmiştir.

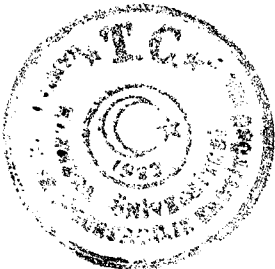
#### A. 35 YAŞ BAZLI PRİM ENDEKSİ

Bu endeks genellikle mod tüketici yaşına göre hazırlanır. Belirli bir yaştaki alıcının ( her sigorta süresi için ) ödediği primi 100 birim kabul edersek, bu alıcıdan daha genç ve daha yaşlı olan diğerlerinin ödeyeceği primin keskin biçimde değişip değişmediğini gösteren endekstir.

... ( n : süre ) ...

5 10 15 20

x..	20	99,78	99,26	98,25	96,45
( yaş )	25	99,82	99,37	98,48	96,94
	30	99,88	99,56	98,96	97,97
	35	100,00	100,00	100,00	100,00
	40	100,31	100,94	102,00	103,67
	45	100,84	102,51	105,28	109,64
	50	101,70	105,06	110,58	119,20



Sigorta süresi kısa tutulduğunda, yaş faktörü, yıllık primlerde ciddi bir oynamaya neden olmamaktadır. Fakat, birikimli sigorta mantığına daha uygun olarak, sigorta süresinin uzun seçilmesi, yaşa göre prim endeksini kayda değer biçimde değiştirmektedir.

B.

ALINAN / ÖDENEN ( Kar Paysız ) RASYOSU

SİGORTA SÜRESİ BOYUNCA  
ÖDENEN PRİMLER TOPLAMI 100 BİRİM  
İSE  
DÖNEM SONU KAPİTALİ  
KAÇ BİRİMDİR ?

... ( n ) ...

		5	10	15	20
x..	20	89,48	107,45	121,53	135,44
	25	89,45	107,34	121,25	134,75
	30	89,40	107,13	120,66	133,34
	35	89,29	106,66	119,40	130,62
	40	89,01	105,66	117,06	125,99
	45	88,55	104,05	113,41	119,14
	50	87,79	101,53	107,98	109,58



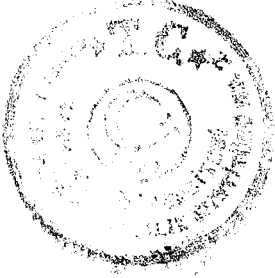
C.

ALINAN / ÖDENEN ( Kar Paylı ) RASYOSU

SIGORTA SÜRESİ BOYUNCA ÖDENEN PRİMLER TOPLAMI 100 BİRİM İSE  
DÖNEM SONU KAR PAYLI FON KAÇ BİRİMDİR ?

... ( n ) ...

		5	10	15	20
x..	20	95,69	125,78	155,48	188,83
	25	95,66	125,64	155,11	187,88
	30	95,60	125,39	154,34	185,93
	35	95,48	124,82	152,70	182,13
	40	95,17	123,60	149,58	175,52
	45	94,66	121,62	144,72	165,71
	50	93,82	118,52	137,47	152,02



4. BÖLÜM

MORTALİTE SAPMASINA KARŞI TEPKİNİN TEMELLERİ  
ve  
SAYISAL DEĞERLENDİRME

Bu bölümde, mortalite sapması durumunda elde edilecek prim geliri ( sigorta şirketinin gerçekte elde edeceği prim geliri ) ile sapma varsayımı dikkate alınmadan hesaplanan ( ürün geliştirilirken tarifeye konan ) "beklenen" prim gelirinin karşılaştırması yapılmıştır.

Karma sigortanın mortalite sapmalarını dengeleyici özelliği, birkaç faktörün bileşik etkisinden kaynaklanır. Bu faktörleri önce karma sigortanın yıllık safi primlerini veren formülasyon üzerinden inceleyelim :

YILLIK SAFİ PRİM : SYPx

$$SYPx = \left[ \frac{Mx - Mx+n}{Dx} + \frac{Dx+n}{Dx} \right] * \frac{Dx}{Nx - Nx+n}$$

Yukarıdaki formülasyon, bilindiği gibi " ( Mx - Mx+n ) / Dx " bölümü ile " x yaşında başlayan n yıllık bir sigortada, ölenlere, ölüm yılında 1 birim ödeme yapılması için sigorta başlangıç tarihinde üyelerden tek prim olarak alınacak tutarı " ; " Dx+n / Dx " bölümü ile " x yaşında başlayan n yıllık bir sigortada, n. yıl sonunda hayatta kalanlara 1 birim ödeme yapılması için sigorta başlangıç tarihinde üyelerden tek prim olarak alınacak tutarı " ; " Dx / ( Nx - Nx+n ) " bölümü ile de " x yaşında başlayan n yıllık bir sigortada, alınacak tek primlerin yıllık prime dönüştürme çarpanını " ifade eder. <sup>[17]</sup>

[17] \_ KAYLAV, Şevki / Matematik Karşılık Hesaplanmasında Çeşitli Yöntemler / Aktüerler Derneği Bülteni (Sayı:13) 1988 İstanbul / s.6



Mortalite sapmaları genellikle mortalite azalması olarak ortaya çıktığı itibarla, başlangıçtaki mortalite tablosunun değerlerini "  $M_x$  ,  $M_{x+n}$  ,  $D_x$  ,  $D_{x+n}$  ,  $N_x$  ,  $N_{x+n}$  " terimleri ile ; mortalite azalmasının nihai durumuna ait tablonun değerlerini "  $M'_x$  ,  $M'_{x+n}$  ,  $D'_x$  ,  $D'_{x+n}$  ,  $N'_x$  ,  $N'_{x+n}$  " terimleri ile gösterirsek, sigortanın yıllık safi primini oluşturan "üç bölümün" başlangıç değerleri ile nihai değerleri arasındaki ilişki, aşağıdaki biçimde tarif edilecektir :

A.

Dönem içinde gözlenecek ölümler, beklenenden az olacağı için...

$$\frac{M'_x - M'_{x+n}}{D'_x} < \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

...ilişkisi daha çok prim elde etmeye neden olacaktır.

B.

Dönem sonunda yaşayanlar, beklenenden daha fazla olacağı için...

$$\frac{D'_{x+n}}{D'_x} > \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

...ilişkisi daha fazla teminat ödemeye neden olacaktır.

C.

Dönem içindeki her yıl, hayatta kaldıkları için prim ödemeye devam edeceklerin sayısı, beklenenden fazla olacağı için...

$$\frac{D'_x}{N'_x - N'_{x+n}} < \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}}$$

...ilişkisi de ( A ) ilişkisi gibi daha çok prim elde etmeyi sağlayacaktır.

( C ) ilişkisinin basit biçimde kestirilemeyeceğini göz önüne alarak, bu karşılaştırmayı analitik olarak şöyle yapabiliriz :



$$\frac{D'x}{N'x - N'x+n} < \frac{Dx}{Nx - Nx+n} \quad \text{ifadesi doğru ise,}$$

$$\frac{Nx - Nx+n}{Dx} < \frac{N'x - N'x+n}{D'x} \quad \text{ilişkisi geçerlidir.}$$

Öte yandan ;

$$\frac{Nx - Nx+n}{Dx} = \frac{Dx + Dx+1 + Dx+2 + Dx+3 + \dots + Dx+n-1}{Dx}$$

$$= 1 + \frac{Dx+1}{Dx} + \frac{Dx+2}{Dx} + \dots + \frac{Dx+n-1}{Dx}$$

{ a<sup>b</sup> notasyonu ile a'nın b. üssü ifade edilirse... }

$$= 1 + \frac{1x+1}{(1+i)^{(x+1)}} * \frac{(1+i)^x}{1x} + \frac{1x+2}{(1+i)^{(x+2)}} * \frac{(1+i)^x}{1x} + \dots$$

$$= 1 + \frac{1x+1}{1x} * \frac{1}{(1+i)} + \frac{1x+2}{1x} * \frac{1}{(1+i)^2} + \dots$$

$$= 1 + \frac{px(1)}{(1+i)} + \frac{px(2)}{(1+i)^2} + \dots + \frac{px(n-1)}{(1+i)^{(n-1)}}$$



ve, aynı şekilde...

$$\frac{N'x - N'x+n}{D'x} = 1 + \frac{p'x(1)}{(1+i)} + \dots + \frac{p'x(n-1)}{(1+i)^{(n-1)}}$$

yazılabilir. [18]

$$\begin{aligned} p'x &= 1 - q'x \\ &= 1 - k * qx \\ &= 1 - k * (1-px) \\ &= 1 - k + k * px \end{aligned}$$

$$k < 1 \quad \Rightarrow \quad p'x > px \quad ( \text{mortalite azalması} )$$

Açılımları oluşturan serilerde (serilerin ilk elemanları dışında) tüm elemanlar, birinci seride daha küçüktür. Dolayısı ile elemanların toplamında da birinci açılım ( n > 0 ) daha küçük olacaktır.

Sonuç olarak ( A ) ilişkisi, toplam primde oynadığı "% a" kadar bir ağırlıkla sigortacının ek kar elde etmesini, ( B ) ilişkisi, toplam primde oynadığı "% b" kadar bir ağırlıkla sigortacının zarar etmesini, ( C ) ilişkisi, [ tek prim yerine yıllık primli bir sigorta tercih edildiği durumda ] toplam primde oynadığı "% c" kadar bir ağırlıkla sigortacının ek kar elde etmesini sağlamaktadır.

Bu aşamadan sonra, karma sigortanın yıllık safi primleri üzerinden incelenen "+" ve "-" etkilerin sonuçlarını, 3. BÖLÜM'de verilen örnek ürün bazında SPREADSHEET modelinden yararlanarak sayısallaştıralım.

Burada, sapma durumunda elde edilecek prim geliri ( Değişken Endeks Değeri ) ile sapma varsayımı dikkate alınmadan hesaplanan

---

[18] SAYMAN, Hüsnü Hamit / SİGORTA RİYAZİYATI / Arkadaş Matbaası  
1940 İstanbul / s.39



beklenen prim gelirinin ( Baz = % 100 ) karşılaştırılması, farklı teknik faiz oranları ve farklı sapma oranları ( mortalite azalması oranları ) için ortaya konmaktadır. Aşağıda verilen "tepki matrisleri"nde, 100 değerinin ALTINDAKİ HÜCRELER SİGORTACI açısından olumlu durumları göstermektedir.

ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 1.1 ]

Teknik Faiz :  $i = 0,03$   
Sapma :  $k = 0,90$  ( % 10'luk mortalite azalması )  
Endeks Tanımı : Sapma öngörülmediği için 100 birim prim ödeyen sigortalılar, % 10 sapma öngörülseydi ne öderlerdi ?

...giriş yaşları...

		20	30	40	50
s ü r e l e r	5	99,95	99,94	99,90	99,77
	10	99,89	99,86	99,73	99,37
	15	99,80	99,74	99,47	98,78
	20	99,69	99,56	99,08	97,99

ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 1.2 ]

Teknik Faiz :  $i = 0,03$   
Sapma :  $k = 0,70$  ( % 30'luk mortalite azalması )

...giriş yaşları...

		20	30	40	50
s ü r e l e r	5	99,86	99,83	99,71	99,31
	10	99,66	99,58	99,20	98,11
	15	99,40	99,21	98,41	96,35
	20	99,07	98,67	97,26	93,99





ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 1.3 ]

Teknik Faiz :  $i = 0,03$

Sapma :  $k = 0,50$

( % 50'lik mortalite azalması )

...giriş yaşları...

	20	30	40	50	
s	5	99,77	99,72	99,52	98,86
ü	10	99,43	99,30	98,66	96,86
r	15	99,01	98,69	97,36	93,95
e	20	98,46	97,79	95,44	90,03
l					
e					
r					

ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 2.1 ]

Teknik Faiz :  $i = 0,04$

( ürün formülasyonunda verilen )

Sapma :  $k = 0,90$

( % 10'luk mortalite azalması )

Endeks Tanımı : Sapma öngörülmediği için 100 birim prim ödeyen sigortalılar, % 10 sapma öngörülseydi ne öderlerdi ?

...giriş yaşları...

	20	30	40	50	
s	5	99,95	99,94	99,90	99,76
ü	10	99,88	99,85	99,71	99,32
r	15	99,78	99,71	99,41	98,66
e	20	99,64	99,49	98,96	97,76
l					
e					
r					



ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 2.2 ]

---

Teknik Faiz :  $i = 0,04$  ( ürün formülasyonunda verilen )  
Sapma :  $k = 0,70$  ( % 30'luk mortalite azalması )

...giriş yaşları...

	20	30	40	50
s	99,86	99,83	99,70	99,29
ü	99,63	99,55	99,14	97,98
r	99,33	99,12	98,25	96,00
e	98,93	98,48	96,89	93,31
l				
e				
r				

ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 2.3 ]

---

Teknik Faiz :  $i = 0,04$  ( ürün formülasyonunda verilen )  
Sapma :  $k = 0,50$  ( % 50'lik mortalite azalması )

...giriş yaşları...

	20	30	40	50
s	99,76	99,71	99,50	98,82
ü	99,39	99,25	98,57	96,64
r	98,89	98,54	97,08	93,37
e	98,22	97,46	94,83	88,89
l				
e				
r				



ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 3.1 ]

---

Teknik Faiz :  $i = 0,05$

Sapma :  $k = 0,90$  ( % 10'luk mortalite azalması )

Endeks Tanımı : Sapma öngörülmediği için 100 birim prim ödeyen sigortalılar, % 10 sapma öngörülseydi ne öderlerdi ?

...giriş yaşları...

		20	30	40	50
s ü r e l e r	5	99,95	99,94	99,90	99,75
	10	99,87	99,84	99,69	99,28
	15	99,75	99,67	99,35	98,54
	20	99,59	99,42	98,83	97,52

ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 3.2 ]

---

Teknik Faiz :  $i = 0,05$

Sapma :  $k = 0,70$  ( % 30'luk mortalite azalması )

...giriş yaşları...

		20	30	40	50
s ü r e l e r	5	99,85	99,82	99,69	99,27
	10	99,61	99,51	99,08	97,84
	15	99,26	99,03	98,06	95,63
	20	98,76	98,26	96,49	92,58



ÜRÜNÜN SAPMAYA TEPKİSİ [ 3.3 ]

Teknik Faiz :  $i = 0,05$

Sapma :  $k = 0,50$  ( % 50'lik mortalite azalması )

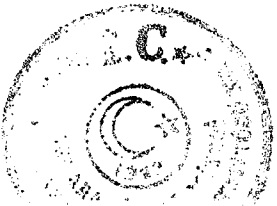
...giriş yaşları...

	20	30	40	50
s	99,75	99,71	99,48	98,78
ü	99,35	99,19	98,46	96,41
r	98,77	98,38	96,78	92,75
e	97,94	97,10	94,16	87,68
l				
e				
r				

Matrisler, ürünün mortalite azalması durumunda sigorta şirketine hangi seviyelerde ek karlılık sağladığını göstermektedir. Ek karlılık oluşmasındaki asıl etken olan mortalite azalmasının yanında, teknik faizin değişmesinin de ne tür sonuçlara yol açtığı aynı matrislerden izlenebilmektedir.

Buna göre en önemli farklılıklar, yüksek yaş ve uzun sigortalılık sürelerinde ortaya çıkmaktadır. Örneğin, ürünün teknik faizi % 5 olarak belirlenirse, % 50 oranındaki mortalite azalması, genç yaşta sigortaya giren (  $x = 20$  ) ve 5 yıl sigortalanan bir kişinin sadece [ % 100 - % 99,75 = % 0,25 ] düzeyinde fazla prim ödemesi anlamına gelmekteyken, aynı koşullar, 50 yaş + 20 yıl için [ % 100 - % 87,68 = % 12,32 ] düzeyinde fazla prim ( sigortacının karı ) demektir.

Oluşturulan 9 matrisi global olarak karşılaştırabilmek için ise, bu matrislerin elemanlarını, bir "talep matrisi"nin elemanları ile ağırlıklandırma yöntemini benimseyebiliriz.



Aşağıdaki "talep matrisi" bir sigorta şirketinin dövizde endeksli portföyünden rassal örnekleme ile oluşturulmuştur. Bununla birlikte, bir sigorta şirketi bu analizi, pazar araştırması ve hedef kitle seçimine dayanarak bir "arbitratif talep matrisi" ile yapmak durumundadır.

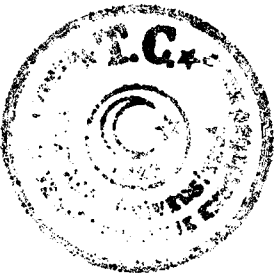
AĞIRLIKLANDIRMAYA BAZ OLAN TALEP MATRİSİ

giriş yaşları...>	20	30	40	50	
s	5	0,004*	0,021	0,025	0,013
ü	10	0,025	0,123	0,148	0,074
r	15	0,021	0,105	0,126	0,063
e	20	0,017	0,084	0,101	0,050

\* gelen 1000 müşterinin 4 adedi 20 yaşındadır ve 5 yıllık bir sigorta talep eder.

Böylece, ürün tepkisini örnekleyen her matrisi tek bir sayıya ( karlılık endeksinin ağırlıklı ortalaması ) indirgemek mümkün olmaktadır. Ağırlıklı ortalama, her matrisin i. satır ve j. sütun elemanını, talep matrisinin i. satır ve j. sütun elemanı ile çarpıp ve çarpım değerlerini toplamak yoluyla bulunmaktadır.

Elde edilen sonuçlar izleyen bölümde grafik olarak sunulmuş ve yorumlanmıştır.



## SONUÇ

---

Sigorta şirketinin, ölüm olasılıklarının azaldığı gerçek ortamda elde edeceği prim geliri ile mortalite sapması öngörülmeden hesaplanan ve ürün geliştirilirken tarifeye konan "beklenen" prim gelirinin - müşteri talebi ağırlıklı olarak - kapsamlı bir karşılaştırmasının yapıldığı dördüncü bölüm ışığında elde edilen sonuçlara ilişkin şu değerlendirmeler yapılabilir :

1. Karma sigortanın mortalite sapmalarını dengeleyici bir özelliği vardır. Bu özellik, üç faktörün bileşik etkisinden kaynaklanır :

1.1. Sigorta süresi içindeki iskonto edilmiş ölümlerin adedi, ölüm olasılıkları düşerken ( Türkiye'de halihazırda yaşanan durum : mortalite azalması ) sigorta şirketlerinin ek kar elde etmelerine neden olmaktadır.

1.2. Sigorta süresi sonunda hayatta kalanların teknik faizle iskonto edilmiş değeri, ölüm olasılıkları düşerken sigorta şirketlerinin ek kayıpla karşılaşmalarına neden olmaktadır.

1.3. Sigorta süresi içinde hayatta kaldıkları için prim ödeme yükümlülükleri devam edenlerin, teknik faizle iskonto edilmiş değeri, ölüm olasılıkları düşerken sigorta şirketlerinin ek kar elde etmelerine neden olmaktadır.

2. Söz konusu bileşik etkinin sayısal sonuçlarının değişik parametre seçimlerine göre yorumu şöyle yapılabilir :

2.1. Tarife, döviz bazında yıllık % 3 teknik faiz ile geliştirilmişken, ölüm olasılıklarının % 10 azalması örneğinde :

2.1.1. Minimum yaş ( 20 yaş ) ve minimum süre ( 5 yıl ) için sigorta şirketinin sabit ölüm olasılıkları durumuna eş bir prim gelirinine sahip olması için primleri % 0,05 oranında düşürmesi gereklidir.

2.1.2. Maksimum yaş ( 50 yaş ) ve minimum süre ( 5 yıl ) için sigorta şirketinin sabit ölüm olasılıkları durumuna eş bir prim gelirin e sahip olması için primleri % 0,23 oranında düşürmesi gereklidir. Dolayısı ile yaş arttıkça sigorta şirketinin izafi avantajı artmaktadır.

2.1.3. Maksimum yaş ( 50 yaş ) ve maksimum süre ( 25 yıl ) için sigorta şirketinin sabit ölüm olasılıkları durumuna eş bir prim gelirin e sahip olması için primleri % 2,01 oranında düşürmesi gereklidir. Dolayısı ile sigorta süresi arttıkça sigorta şirketinin izafi avantajı artmaktadır.

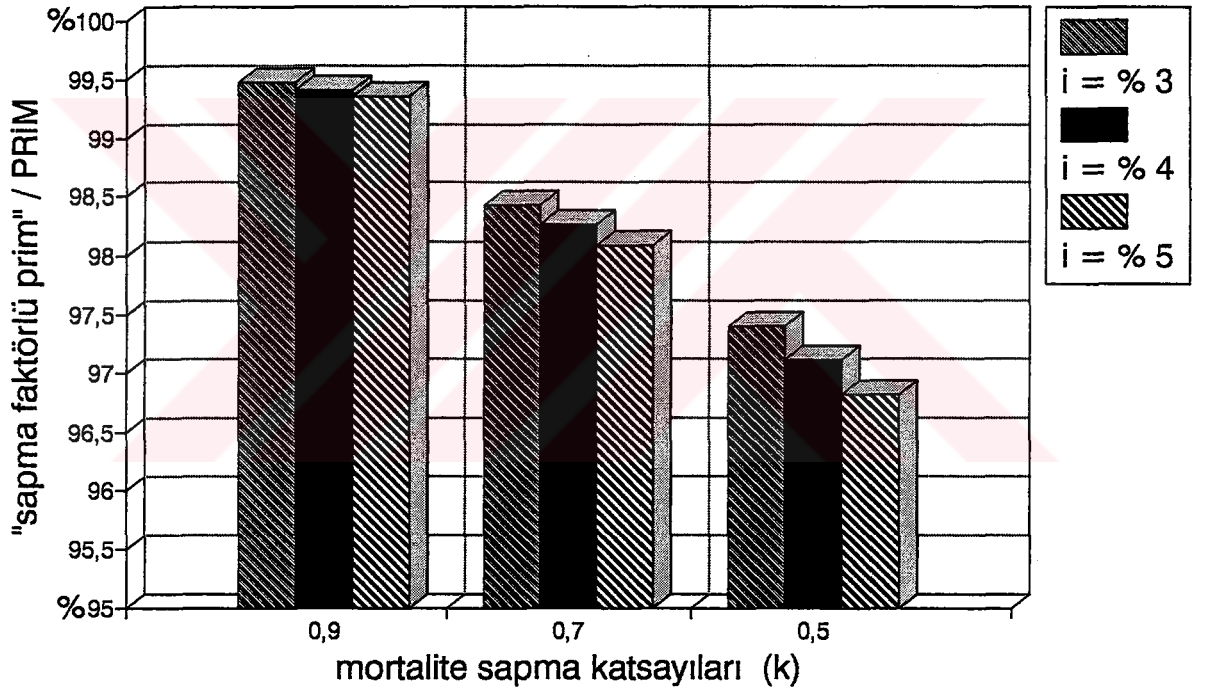
2.2. Ölüm olasılıklarınının % 10 yerine % 30 oranında azalması öngörülürse, maksimum değışmenin görüldüğü durum olan "maksimum yaş ( 50 yaş ) ve maksimum süre ( 25 yıl )" için, sigorta şirketinin sabit ölüm olasılıkları durumuna eş bir prim gelirin e sahip olması için primleri % 2,01 oranında değil % 6,01 oranında düşürmesi gereklidir. Mortalite azalmasıındaki nispi şiddetlenme, prim gelirlerindeki artışa yaklaşık olarak aynı biçimde yansımaktadır.

2.3. Tarifenin teknik faizi % 3'den % 4'e çıkarıldığında, ölüm olasılıklarınının % 10 azalması örneğinde, minimum yaş (20 yaş) ve minimum süre (5 yıl) için % 0,01'den az ( endekslerde farkedilmeyen ) bir değışim gözlenmekte ; ancak yüksek mortalite azalması oranları için teknik faizin etkisi devreye girmektedir.

Dördüncü bölümde verilen talep matrisi ile yapılan ağırlıklandırmanın ürettiği değerler, bir sonraki sayfadaki grafikten izlenebilmektedir. Burada (1.1)'den (3.3)'e kadar numaralandırılmış 9 ayrı ürün tepkisi toplu ve görsel olarak birbirleriyle kıyaslanmıştır. Grafikten, ekstrem durumda sigortalıdan alınan 100 birim prim yerine, 97 birim prim alınmasının yeterli olacağı okunabilmektedir.

# Mortalite Azalmasının Sonucu

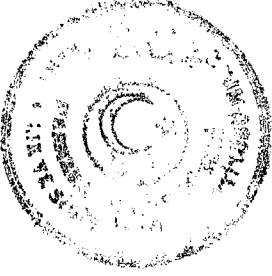
## AĞIRLIKLIL PRİM ENDEKSİNDE DEĞİŞİM





Nihai olarak, bir sigorta şirketinin karma sigortayı tercih etmesi, mortalite değişirken istikrarlı bir tarifeye sahip olması anlamına gelmekte ; sigortalı içinse konvansiyonel ürünlere göre kendisini daha fazla koruyan bir ürün satın almak söz konusu olmaktadır.

Bu çalışmanın yan ürünü niteliğinde olan ve ekler bölümünde verilen model yardımıyla ticari değeri bulunan tarifelerin geliştirilmesi de olanaklıdır.



KAYNAKÇA

---

AKMUT, Özdemir

HAYAT SİGORTASI  
TEORİ ve TÜRKİYE'DEKİ UYGULAMA  
Sevinç Matbaası  
1980 Ankara

BLACK, Kenneth  
SKIPPER, Harold

LIFE INSURANCE ( 12. edition )  
1994 Prentice Hall  
ISBN : 0-13-532995-7

GÜLÇÜR, Fazıl Kamil

SİGORTA MUAMELELERİ MATEMATİĞİ  
ve PRENSİPLERİ  
Adnan Kitabevi  
1946 İstanbul

GÜRTAN, Kenan

TÜRKİYE'DE NÜFUS PROBLEMİ  
ve İKTİSADİ KALKINMA İLE İLGİSİ  
İ.Ü. İktisat Fakültesi  
1966 İstanbul

ISAAC, Alfred  
(Çev. Nakibe UZGÖREN)

SİGORTA MATEMATİĞİ  
Kenan Matbaası  
1947 İstanbul

KAYLAV, Şevki

HAYAT SİGORTALARINDA FAİZ ORANI  
Doktora Tezi /  
Marmara Üniversitesi  
1986 İstanbul



LEVITA, M.H.  
(Çev. Ali NEYZİ)

HAYAT SİGORTASI  
Yenilik Basımevi  
1964 İstanbul

PFEIFFER, Christoph

REASÜRANSA GİRİŞ  
Destek Reasürans Yayını  
1992 İstanbul

SAYMAN, Hüsnü Hamit

SİGORTA RİYAZİYATI  
Arkadaş Matbaası  
1940 İstanbul

TOSBERG, Ad  
(Çev. Hikmet VERAL)

HAYAT SİGORTASI TEKNİĞİ  
Arkadaş Basımevi  
1945 İstanbul

URAL, Kenan

YAŞAM SİGORTALARININ  
AKTUARYEL PRENSİPLERİ  
Aktüerler Derneği Yayını  
1994 İstanbul

AKTÜERLER CEMİYETİ

AKTÜERLER DERNEĞİ BÜLTENİ  
Sayı : 13  
1988 İstanbul

Borland International Inc.

QUATTRO PRO  
Reference Manual Version 3.0  
1991



Borland International Inc.

QUATTRO PRO  
Tutorial Guide Version 3.0  
1991

Borland International Inc.

QUATTRO PRO  
Macros and Functions Manual  
1991

Devlet İstatistik Enstitüsü

TÜRKİYE NÜFUS ARAŞTIRMASI  
Yayın Nr. 1483  
1991 Ankara

INSTITUTE of LIFE  
INSURANCE PUBLICATIONS

LIFE INSURANCE FACT BOOK 1990  
I.L.I.P  
1991 New York



EKLER

HESAPLAMA MODELİ HAKKINDA AÇIKLAMALAR

Bu bölümde, gerek aktuaryel hesaplamalara çok uygun olan yapısı, gerekse günümüzde çoğu bilgisayar kullanıcısının yüzeysel de olsa ilk öğrendiği bilgi-işlem uygulamalarından olması itibarı ile, genişçe bir kitleye seslenebilecek bir SPREADSHEET modeline yer verilmiştir. Bu model, bu çalışmada yer alan tüm analizlerin yapıldığı baz modelidir.

Spreadsheet modelinde, ilk üretilen ve hala en popüler olan 123 notasyonu kullanılmıştır. 123 formatı olan ".wk?" halen başka firmalarca hazırlanan spreadsheet programlarınca da desteklenmekte, istendiğinde otomatik olarak kendi formatlarına tercüme edilebilmektedir.

Doğrudan formül tuşlama zamanını mümkün olduğunca kısa tutmak için, "formül kopyalama" işlemleri ile genişletilecek bölümler ve kopyalama işlemine kaynaklık edecek formül hücreleri işaretlenmiştir.

Matematik karşılıkların, prospektif ya da retrospektif yöntemler yerine rekürans yöntemi ile hesaplanması da, bu spreadsheet modelinin en etkin biçimde çalışmasını sağlamaya yöneliktir.

Özellikle tablolardan değer arama ( LOOKUP ) fonksiyonları ne kadar az olursa, modelin parametrelerinden herhangi birini ( örneğin teknik faiz oranını ) değiştiren bir kullanıcı, yeni parametrelere göre oluşacak sonuçları o kadar kısa sürede ( en az RECALCULATION zamanı tüketerek ) alacaktır. Örneğin rekürans bağıntısındaki "px" ( yaşama olasılıkları ) değerleri yerine "1-qx" değerlerini kullanmak, mortalite tablolarına 2 kez yerine bir kez erişimi sağlamakta, böylece bu basit işlemle dahi ek hız kazanılabilmektedir.



HESAPLAMA MODELİ  
SPREADSHEET FORMÜLASYONU

A1: 'KARMA SİGORTA

A2: '( ilk işlem olarak mortalite tablosu için gerekli kopyalamalar yapılmalıdır ! )

A3: '( aksi halde hata mesajı ile karşılaşılır... )

A5: 'YILLIK TİCARİ PRİMLER VE REKÜRANS YOLUYLA MATEMATİK KARŞILIKLAR FORMÜLLERİ

B6: 'YTP = ( Mx - Mx+n + Dx+n ) /  
[ (1-L) \* ( Nx -Nx+n-pd - KOMx ) ]

B7: +"KOMx = Dx \* "&@STRING(D17;2)&" + Dx+1 \*"  
&@STRING(D18;2)&" + Dx+2 \* "&@STRING(D19;2)

B8: 'MK(t) = ( 1/px ) \*  
[ YTP\*(1-L)\*(1+i)\*(1-kom..) + MK(t-1)\*(1+i) - qx ]

B11: 'MODELİN P A R A M E T R E L E R İ

C12: "1 + i >

D12: 1,04

C13: "YÜKLEME>

D13: 0,04

E13: '( L )

B14: 'PRİM ÖDEME SÜRESİ KISALTIMI

C15: "pd >

D15: 0

E15: 'yıl ( = 0 .. n-3 )

B16: 'TOPLAM KOMİSYON VE DİĞER KESİNTİLER

C17: "1 >

D17: 0,45

C18: "2 >

D18: 0,2

C19: "3 >

D19: 0,15

C20: "4..n >

D20: 0

B21: 'BEKLENEN KAR PAYI ORANI

C22: "1 + kpo>

D22: 1,04

B25: 'YILLIK PRİM ÇARPANLARINA DÖNÜŞTÜRÜLMÜŞ PARAMETRELER

B26: 1

C26: +\$C\$29\*(1-D17)

D26: '= (1-L)\*(1+i)\*(1-kom1)

B27: 2

C27: +\$C\$29\*(1-D18)

D27: '= (1-L)\*(1+i)\*(1-kom2)



B28: 3  
C28: +\$C\$29\*(1-D19)  
D28: '= (1-L)\*(1+i)\*(1-kom3)  
B29: 4  
C29: +D12\*(1-D13)  
D29: '= (1-L)\*(1+i)  
B33: 'YILLIK TİCARİ PRİMLER  
B35: ^COMx  
C35: @VLOOKUP(C\$39;A:B502..A:N602;5)\*\$D\$17  
+@VLOOKUP(C\$39+1;A:B502..A:N602;5)\*\$D\$18  
+@VLOOKUP(C\$39+2;A:B502..A:N602;5)\*\$D\$19  
D35: @VLOOKUP(D\$39;A:B502..A:N602;5)\*\$D\$17  
+@VLOOKUP(D\$39+1;A:B502..A:N602;5)\*\$D\$18  
+@VLOOKUP(D\$39+2;A:B502..A:N602;5)\*\$D\$19  
E35: '<<-- BU FORMÜL, SATIRI DOLDURACAK BİÇİMDE KOPYALANMALIDIR.  
B36: ^Mx  
C36: @VLOOKUP(C\$39;A:B502..A:N602;6)  
D36: @VLOOKUP(D\$39;A:B502..A:N602;6)  
E36: '<<-- BU FORMÜL, SATIRI DOLDURACAK BİÇİMDE  
KOPYALANMALIDIR...  
B37: ^Nx  
C37: @VLOOKUP(C\$39;A:B502..A:N602;7)  
D37: @VLOOKUP(D\$39;A:B502..A:N602;7)  
E37: '<<-- BU FORMÜL, SATIRI DOLDURACAK BİÇİMDE  
KOPYALANMALIDIR...  
C38: ^x...  
B39: "n  
C39: 18  
D39: 19  
E39: 20  
F39: 21  
G39: 22  
H39: 23  
I39: 24  
J39: 25  
K39: 26  
L39: 27  
M39: 28  
N39: 29  
O39: 30  
P39: 31  
Q39: 32  
R39: 33  
S39: 34  
T39: 35



U39: 36

V39: 37

W39: 38

X39: 39

Y39: 40

Z39: 41

AA39: 42

AB39: 43

AC39: 44

AD39: 45

AE39: 46

AF39: 47

AG39: 48

AH39: 49

AI39: 50

B40: 5

C40: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B40;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP(C\$39+\$B40;A:B502..A:N602;5))

/

(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B40-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)

/

(1-\$D\$13)

D40: '<--BU FORMÜL, MATRİSİ DOLDURACAK BİÇİMDE KOPYALANMALIDIR.

B41: 6

C41: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B41;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP(C\$39+\$B41;A:B502..A:N602;5))

/(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B41-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)

/(1-\$D\$13)

B42: 7

C42: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B42;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP(C\$39+\$B42;A:B502..A:N602;5))

/(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B42-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)

/(1-\$D\$13)

B43: 8

C43: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B43;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP(C\$39+\$B43;A:B502..A:N602;5))

/(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B43-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)

/(1-\$D\$13)

B44: 9

C44: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B44;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP(C\$39+\$B44;A:B502..A:N602;5))

/(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B44-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)

/(1-\$D\$13)

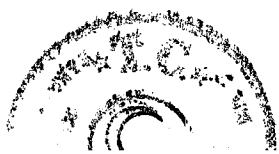
B45: 10

C45: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B45;A:B502..A:N602;6)





- +@VLOOKUP (C\$39+\$B45;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B45-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B46: 11  
C46: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B46;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B46;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B46-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B47: 12  
C47: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B47;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B47;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B47-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B48: 13  
C48: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B48;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B48;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B48-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B49: 14  
C49: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B49;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B49;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B49-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B50: 15  
C50: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B50;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B50;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B50-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B51: 16  
C51: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B51;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B51;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B51-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B52: 17  
C52: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B52;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B52;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B52-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B53: 18  
C53: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B53;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP (C\$39+\$B53;A:B502..A:N6 02;5))  
/ (C\$37-@VLOOKUP (C\$39+\$B53-\$D\$15;A:B502..A:N602;7) -C\$35)  
/ (1-\$D\$13)
- B54: 19  
C54: (C\$36-@VLOOKUP (C\$39+\$B54;A:B502..A:N602;6)



+@VLOOKUP(C\$39+\$B54;A:B502..A:N6 02;5))  
/(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B54-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)  
/(1-\$D\$13)

B55: 20

C55: (C\$36-@VLOOKUP(C\$39+\$B55;A:B502..A:N602;6)  
+@VLOOKUP(C\$39+\$B55;A:B502..A:N6 02;5))  
/(C\$37-@VLOOKUP(C\$39+\$B55-\$D\$15;A:B502..A:N602;7)-C\$35)  
/(1-\$D\$13)

B57: 'REKÜRANS YOLUYLA MATEMATİK KARŞILIKLAR

C59: ^x...

A60: "n

B60: "t

C60: 18

D60: 19

E60: 20

F60: 21

G60: 22

H60: 23

I60: 24

J60: 25

K60: 26

L60: 27

M60: 28

N60: 29

O60: 30

P60: 31

Q60: 32

R60: 33

S60: 34

T60: 35

U60: 36

V60: 37

W60: 38

X60: 39

Y60: 40

Z60: 41

AA60: 42

AB60: 43

AC60: 44

AD60: 45

AE60: 46

AF60: 47

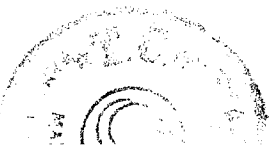
AG60: 48

AH60: 49

AI60: 50



A61: 5  
B61: 1  
C61: (@IF(\$A61-\$B61<\$D\$15;0;1)  
\*@VLOOKUP(\$A61;A:B40..A:AI55;C\$60-17)  
\*@VLOOKUP(\$B61;A:B26..A:C29;1)+@IF(\$B61=1;0;C60)\*\$D\$12-1)  
/(1-@VLOOKUP(C\$60+\$B61-1;A:B502..A:N602;3))+1  
D61: '<-- BU FORMÜL, MATRİSİ DOLDURACAK BİÇİMDE  
KOPYALANMALIDIR...  
A62: @IF(A61=B61;A61+1;A61)  
B62: @IF(A61=B61;1;B61+1)  
C62: (@IF(\$A62-\$B62<\$D\$15;0;1)  
\*@VLOOKUP(\$A62;A:B40..A:AI55;C\$60-17)  
\*@VLOOKUP(\$B62;A:B26..A:C29;1)+@IF(\$B62=1;0;C61)\*\$D\$12-1)  
/(1-@VLOOKUP(C\$60+\$B62-1;A:B502..A:N602;3))+1  
A63: @IF(A62=B62;A62+1;A62)  
B63: @IF(A62=B62;1;B62+1)  
C63: (@IF(\$A63-\$B63<\$D\$15;0;1)  
\*@VLOOKUP(\$A63;A:B40..A:AI55;C\$60-17)  
\*@VLOOKUP(\$B63;A:B26..A:C29;1)+@IF(\$B63=1;0;C62)\*\$D\$12-1)  
/(1-@VLOOKUP(C\$60+\$B63-1;A:B502..A:N602;3))+1  
A64: @IF(A63=B63;A63+1;A63)  
B64: @IF(A63=B63;1;B63+1)  
C64: (@IF(\$A64-\$B64<\$D\$15;0;1)  
\*@VLOOKUP(\$A64;A:B40..A:AI55;C\$60-17)  
\*@VLOOKUP(\$B64;A:B26..A:C29;1)+@IF(\$B64=1;0;C63)\*\$D\$12-1)  
/(1-@VLOOKUP(C\$60+\$B64-1;A:B502..A:N602;3))+1  
A65: @IF(A64=B64;A64+1;A64)  
B65: @IF(A64=B64;1;B64+1)  
C65: (@IF(\$A65-\$B65<\$D\$15;0;1)  
\*@VLOOKUP(\$A65;A:B40..A:AI55;C\$60-17)  
\*@VLOOKUP(\$B65;A:B26..A:C29;1)+@IF(\$B65=1;0;C64)\*\$D\$12-1)  
/(1-@VLOOKUP(C\$60+\$B65-1;A:B502..A:N602;3))+1  
A66: @IF(A65=B65;A65+1;A65)  
B66: @IF(A65=B65;1;B65+1)  
C66: (@IF(\$A66-\$B66<\$D\$15;0;1)  
\*@VLOOKUP(\$A66;A:B40..A:AI55;C\$60-17)  
\*@VLOOKUP(\$B66;A:B26..A:C29;1)+@IF(\$B66=1;0;C65)\*\$D\$12-1)  
/(1-@VLOOKUP(C\$60+\$B66-1;A:B502..A:N602;3))+1  
A67: @IF(A66=B66;A66+1;A66)  
B67: @IF(A66=B66;1;B66+1)  
A68: @IF(A67=B67;A67+1;A67)  
B68: @IF(A67=B67;1;B67+1)  
A69: @IF(A68=B68;A68+1;A68)  
B69: @IF(A68=B68;1;B68+1)



A70: @IF(A69=B69;A69+1;A69)  
B70: @IF(A69=B69;1;B69+1)  
A71: @IF(A70=B70;A70+1;A70)  
B71: @IF(A70=B70;1;B70+1)  
A72: @IF(A71=B71;A71+1;A71)  
B72: @IF(A71=B71;1;B71+1)  
C72: '<<-- BU VE SOLUNDAKİ FORMÜL, AYRI AYRI  
C73: ''20' GIRİLEREK REZERVE EDİLMİŞ HÜCREYE KADAR  
C74: 'KENDİ SÜTUNLARINI DOLDURACAK BİÇİMDE KOPYALANMALIDIR...  
A260: 20  
B260: 20  
A261: \\*  
B261: 'REKÜRSİF MATEMATİK KARŞILIKLAR MATRİSİNİN SONU...  
A274: 'KAR PAYLI MATEMATİK KARŞILIKLAR  
C276: ^x...  
A277: "n  
B277: "t  
C277: 18  
D277: 19  
E277: 20  
F277: 21  
G277: 22  
H277: 23  
I277: 24  
J277: 25  
K277: 26  
L277: 27  
M277: 28  
N277: 29  
O277: 30  
P277: 31  
Q277: 32  
R277: 33  
S277: 34  
T277: 35  
U277: 36  
V277: 37  
W277: 38  
X277: 39  
Y277: 40  
Z277: 41  
AA277: 42  
AB277: 43  
AC277: 44  
AD277: 45



AE277: 46

AF277: 47

AG277: 48

AH277: 49

AI277: 50

A278: 5

B278: 1

C278: +C61+@IF(\$B278=1;0;C277\*\$D\$22-C60)

D278: '<<-- BU FORMÜL, MATRİSİ DOLDURACAK BİÇİMDE  
KOPYALANMALIDIR...

A279: @IF(A278=B278;A278+1;A278)

B279: @IF(A278=B278;1;B278+1)

C279: +C62+@IF(\$B279=1;0;C278\*\$D\$22-C61)

A280: @IF(A279=B279;A279+1;A279)

B280: @IF(A279=B279;1;B279+1)

C280: +C63+@IF(\$B280=1;0;C279\*\$D\$22-C62)

A281: @IF(A280=B280;A280+1;A280)

B281: @IF(A280=B280;1;B280+1)

C281: +C64+@IF(\$B281=1;0;C280\*\$D\$22-C63)

A282: @IF(A281=B281;A281+1;A281)

B282: @IF(A281=B281;1;B281+1)

C282: +C65+@IF(\$B282=1;0;C281\*\$D\$22-C64)

A283: @IF(A282=B282;A282+1;A282)

B283: @IF(A282=B282;1;B282+1)

C283: +C66+@IF(\$B283=1;0;C282\*\$D\$22-C65)

A284: @IF(A283=B283;A283+1;A283)

B284: @IF(A283=B283;1;B283+1)

A285: @IF(A284=B284;A284+1;A284)

B285: @IF(A284=B284;1;B284+1)

A286: @IF(A285=B285;A285+1;A285)

B286: @IF(A285=B285;1;B285+1)

A287: @IF(A286=B286;A286+1;A286)

B287: @IF(A286=B286;1;B286+1)

A288: @IF(A287=B287;A287+1;A287)

B288: @IF(A287=B287;1;B287+1)

A289: @IF(A288=B288;A288+1;A288)

B289: @IF(A288=B288;1;B288+1)

C289: '<<-- BU VE SOLUNDAKİ FORMÜL, AYRI AYRI

C290: ''20' GİRİLEREK REZERVE EDİLMİŞ HÜCREYE KADAR

C291: 'KENDİ SÜTUNLARINI DOLDURACAK BİÇİMDE KOPYALANMALIDIR...

A477: 20

B477: 20

A478: \\*

B478: 'KAR PAYLI MATEMATİK KARŞILIKLAR MATRİSİNİN SONU...

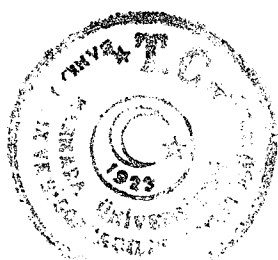
A480: \\_



N480: \\_  
B482: 'PARAMETRİK MORTALİTE & KOMÜTASYON TABLOSU...  
B485: 0,7  
C485: '< sapma parametresi ( k )  
B488: 'mortalite sapması durumunda oluşan yeni  
'yaşama sayıları' :  
B490: 'lx' = lx-1' \* ( 1 - k \* qx-1 ) =  
lx-1' \* [ (1-k) + k \* ( lx / lx-1 ) ]  
B491: 'lo' = lo  
B495: 'İŞARETLİ SATIRDA BULUNAN FORMÜLLER, AYRI AYRI  
B496: 'KENDİ SÜTUNLARINI DOLDURACAK BİÇİMDE KOPYALANMALIDIR...  
B501: ^x  
C501: ^dx  
D501: ^lx  
E501: ^qx  
F501: ^Cx  
G501: ^Dx  
H501: ^Mx  
I501: ^Nx  
J501: ^Rx  
K501: ^Sx  
L501: ^Cx/Dx  
M501: ^TOPLAM(Cx/Dx)  
N501: ^lx'  
B502: 0  
C502: +D502-D503  
D502: 10000000  
E502: +C502/D502  
F502: +C502/\$D\$12^(B502+1)  
G502: +D502/\$D\$12^B502  
H502: +H503+F502  
I502: +I503+G502  
J502: +J503+H502  
K502: +K503+I502  
L502: +F502/G502  
M502: +M503+L502  
N502: +D502  
B503: +B502+1  
C503: +D503-D504  
D503: 9929200  
E503: +C503/D503  
F503: +C503/\$D\$12^(B503+1)  
G503: +D503/\$D\$12^B503  
H503: +H504+F503  
I503: +I504+G503



J503: +J504+H503  
K503: +K504+I503  
L503: +F503/G503  
M503: +M504+L503  
N503: +N502\*(1-\$B\$485+\$B\$485\*D503/D502)  
B504: +B503+1  
C504: +D504-D505  
D504: 9911725  
E504: +C504/D504  
F504: +C504/\$D\$12^(B504+1)  
G504: +D504/\$D\$12^B504  
H504: +H505+F504  
I504: +I505+G504  
J504: +J505+H504  
K504: +K505+I504  
L504: +F504/G504  
M504: +M505+L504  
N504: +N503\*(1-\$B\$485+\$B\$485\*D504/D503)  
A505: "-->>  
B505: +B504+1  
C505: +D505-D506  
D505: 9896659  
E505: +C505/D505  
F505: +C505/\$D\$12^(B505+1)  
G505: +D505/\$D\$12^B505  
H505: +H506+F505  
I505: +I506+G505  
J505: +J506+H505  
K505: +K506+I505  
L505: +F505/G505  
M505: +M506+L505  
N505: +N504\*(1-\$B\$485+\$B\$485\*D505/D504)  
D506: 9882210  
D507: 9868375  
D508: 9855053  
D509: 9842241  
D510: 9829840  
D511: 9817749  
D512: 9805870  
D513: 9794005  
D514: 9781958  
D515: 9769633  
D516: 9756737  
D517: 9743175  
D518: 9728950



D519: 9713967  
D520: 9698230  
D521: 9681840  
D522: 9664994  
D523: 9647694  
D524: 9630039  
D525: 9612127  
D526: 9593960  
D527: 9575636  
D528: 9557155  
D529: 9538423  
D530: 9519442  
D531: 9500118  
D532: 9480358  
D533: 9460165  
D534: 9439447  
D535: 9418208  
D536: 9396358  
D537: 9373807  
D538: 9350279  
D539: 9325594  
D540: 9299482  
D541: 9271491  
D542: 9241359  
D543: 9208737  
D544: 9173375  
D545: 9135122  
D546: 9093740  
D547: 9048999  
D548: 9000587  
D549: 8948114  
D550: 8891204  
D551: 8829410  
D552: 8762306  
D553: 8689404  
D554: 8610244  
D555: 8524486  
D556: 8431654  
D557: 8331317  
D558: 8223010  
D559: 8106161  
D560: 7980191  
D561: 7844528  
D562: 7698698  
D563: 7542106





D564: 7374370  
D565: 7195099  
D566: 7003925  
D567: 6800531  
D568: 6584614  
D569: 6355865  
D570: 6114088  
D571: 5859253  
D572: 5592012  
D573: 5313586  
D574: 5025855  
D575: 4731089  
D576: 4431800  
D577: 4129906  
D578: 3826895  
D579: 3523881  
D580: 3221884  
D581: 2922055  
D582: 2626372  
D583: 2337524  
D584: 2058541  
D585: 1792639  
D586: 1542781  
D587: 1311348  
D588: 1100037  
D589: 909929  
D590: 741474  
D591: 594477  
D592: 468174  
D593: 361365  
D594: 272552  
D595: 200072  
D596: 142191  
D597: 97165  
D598: 63037  
D599: 37787  
D600: 19331  
D601: 6415  
B602: 100  
D602: 0  
L602: 1



MARMARA UNIVERSITY

INSTITUTE FOR BANKING AND INSURANCE

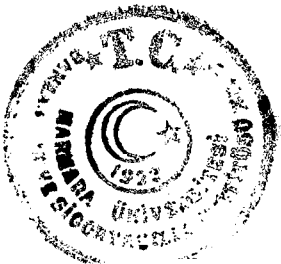
DEPARTMENT OF INSURANCE

DEVIATIONS IN MORTALITY RATES

AND

THE STABILITY OF ENDOWMENT INSURANCE

Prepared By  
Ali CANYÜREK



İSTANBUL 1996

CONTENTS

---

FOREWORD / INTRODUCTION	1
1... FUNDAMENTALS of ENDOWMENT INSURANCE	4
2... MORTALITY DEVIATIONS	9
3... SAMPLE PRODUCT	24
- General Descriptions	
- Technical Base	
- Technical Interest	
- Premia and Loadings	
- Annual Net Premium	
- Loaded Annual Net Premium	
- Commissions	
- Annual Commercial Premium	
- Mathematical Reserves	
- Used Notation	
- Annual Net Premium Values	
- Selected Mathematical Reserve Values	
- Characteristic Ratios of Product	
4... BASES OF THE PRODUCT-REACTION AGAINST MORTALITY DEVIATIONS & CONCLUSION	38
- Product-Reaction By Different Deviation Rates ; Comparison Of Pre-Calculated Premia with Post-Deviational Premia	
APPENDIX	55
- General Descriptions To The Calculation Model	
- Spreadsheet Formulation	



ACTUARIAL ABBREVIATIONS

---

---

- Cx : to age 0 reduced number of dyings at age x
- Dx : to age 0 reduced number of livings at age x
- Mx : sum of Cx values from ages x to w
- Nx : sum of Dx values from ages x to w
- l<sub>0</sub> : radix of the mortality table used
- l'<sub>0</sub> : radix of the mortality table modified ( which reflects the real demographic situation )
- l<sub>x</sub> : number of livings at age x
- l'<sub>x</sub> : modified number of livings at age x
- dx : number of dyings at age x
- d'<sub>x</sub> : modified number of dyings at age x
- q<sub>x</sub> : dying probability at age x
- p<sub>x</sub> : living probability at age x
- q'<sub>x</sub> : modified dying probability at age x (new mortality)
- k : deviation parameter ( coefficient for q<sub>x</sub> )
- w : last age on mortality table
- SYP<sub>x</sub> : annual net premium of an insurance contract, with "n" years insurance period starting at age x
- LYP<sub>x</sub> : loaded annual premium
- L : premium loading
- KOM(t) : commission paid in t'th year of insurance
- KOM"x : total commission factor
- TYP<sub>x</sub> : annual commercial premium of an insurance contract, with "n" year insurance period starting at age x
- YP<sub>x</sub> : annual premium - in general
- V<sub>x</sub>(t) : mathematical reserve at the end of t. year
- i : technical interest rate
- n : total insurance period
- t : time past in years
- q{x;10} : probability of dying in 10 years for people at age x
- ex{e} : life expectancy for males at age x
- ex{k} : life expectancy for females at age x



TABLES & GRAPHS

- CHANGES IN TURKISH MORTALITY..... 10

- CHANGES IN TURKISH MORTALITY - GRAPH..... 11

- CHANGES IN AMERICAN MORTALITY - GRAPH..... 12

- NEW MORTALITY VALUES THROUGH DEVIATION..... 21

- SAMPLE PRODUCT / ANNUAL COMMERCIAL PREMIA..... 28

- MATHEMATICAL RESERVES WITHOUT PROFIT SHARE  
FOR SELECTED AGES & TERMS..... 31

- MATHEMATICAL RESERVES WITH PROFIT SHARE  
FOR SELECTED AGES & TERMS..... 33

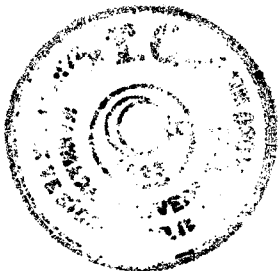
- 35th AGE BASED PREMIUM INDEX..... 35

- SURRENDER / PAID RATIO - WITHOUT PROFIT SHARE..... 36

- SURRENDER / PAID RATIO - WITH PROFIT SHARE..... 37

- PRODUCT-REACTION                   TABLE [1.1]..TABLE [3.3]..... 42

- CHANGES IN WEIGHTED INDEX OF PREMIUM - GRAPH..... 50



CHAPTER 1.

FUNDAMENTALS of ENDOWMENT INSURANCE

Living and dying probabilities, separately and together, lead to three different insuring transactions.

Products, which are based on only living probability, are not widespread in Turkish life insurance market, except specific annuity insurances.

Products, developed on only dying probability, are supplied from each insurer in form of "yearly term insurance", but there is very small demand for these products on the market. Other variations ( like "cheap education guarantee insurance" / "cheap inheritance insurance" ) cannot be presented adequately, in spite of their likeliness to be bought.

Third group of products, which are dealing with living and dying probability together, have the famous sub-item ; i.e., ENDOWMENT INSURANCE.

Endowment insurance, has to pay the pre-defined "living capital" at the end of the period of insurance (  $n$  ) or the "death benefit" at untimely death of the insured.

In various applications, it is common, that the "living capital" is equal to the "death benefit".

There are other types of endowment insurances ( like double endowment or semi-endowment ) in developed markets. But there is very small demand for these products also.

In this study, we deal with an endowment insurance of which benefits ( "living capital" and "death benefit" ) are the same. Additionally, hereby studied endowment insurance has a profit-sharing rider, as unguaranteed policy element.



Parameters of this product are the same with the commercial parameters of Turkish life insurance market.

In Turkey, during 1985 - 1995, a type of endowment insurance ( say "average age based 'death + accumulating' life insurance" or in short "accumulating life" ) had a great success in the market.

This product has a negative trend in sales nowadays. Below we will discuss the main differences between "real endowment insurance" and modified version of endowment insurance, i.e., accumulating life insurance.

COMPARISON OF TWO KINDS OF ENDOWMENT INSURANCE  
- MAIN DIFFERENCES -

1.

Principally, endowment insurance is based on exact age, where accumulating life insurance has the "estimated average age of the company's portfolio" as its base ( accumulated life insurance premiums are formed of "savings premium part", "risk premium part" and expenses ).

This specification enables the customers to buy the life insurance product for a "fair price" ( i.e., more for old people and less for young people ).

Another result of this specification is the decision-flexibility of the insurer in reinsurance relations by "growing old of the portfolio" : Changing the reinsurer will be more costly when the average age of the portfolio is grown.

2.

In endowment insurance, benefits are combined. On the other hand, in accumulating life insurance, benefits ( accumulated found benefit and death indemnity ) are operated separately.



The mechanism of endowment insurance has in fact two opposite working insurance components. First one of these components works like "term insurance", but has a decreasing charge in premium with the period past ( t ) in insurance. In time, most of the guaranteed value ( living capital ) is collected via premia paid.

So, there is very small amount necessary to complete the death benefit, which becomes expensive in further ages. There is also no need to reinsure the death benefit if a proper retention level is chosen.

Because of this structure, getting an accumulated personal fund through endowment insurance is easier than through "accumulated life" insurance.

3.

In endowment insurance, the definition of the benefit, which is to pay at the end of the insurance period, is more clearly expressed.

That specification helps to re-sale of new / additional life insurances related to the changed financial situation of the policyholder.

However, in accumulating life, insureds have to pay a "definite" premium for an "indefinite" period of time. So, the benefit "loses" its meaning partially.





CHAPTER 2.  
MORTALITY DEVIATIONS

There is a conceptual distinction between mortality deviations and various mortality adjustments.

Mortality adjustments create the difference between raw mortality measurements and mortality table values : Principally used methods are "graduation" ( fitting to a curve ) and "adding safety margins".

The significant agents, which affect the mortality are "age" ; "sex" ; "marital status" ; "occupation" ; "climate" ; "race" and "living style". Because of instability of these agents, the mortality values change in time, in spite of their validity at the phase of product-development.

These time based changes in pre-defined mortality values are hereby called as "mortality deviations".

Main reasons, which raise mortality deviations are "becoming obsolescent of the mortality table used" ; "diversion of the risk composition of the insurance portfolio" ; "selected mortality table's weakness to represent the sub-population to be insured" and "extraordinary developments".

BECOMING OBSOLESCEMENT OF THE MORTALITY TABLE

In this case, generally, there is a mortality decrease to observe : The mortality table used is based often on the previous generation, furthermore, new medical methods and technological improvements lead to higher surviving rates.

DIVERSION OF THE RISK COMPOSITION OF THE INSURANCE PORTFOLIO

In this case, there are two mortality deviation types to observe :



The balance of policyholder's sex can vary from the theoretical ratio or the product may draw the attention of married people more than single people, which have different mortalities respectively.

#### SELECTED MORTALITY TABLE'S WEAKNESS TO REPRESENT THE SUB-POPULATION

In this case, there are two mortality deviation types to observe : Community or sub-population mortality is very different and often stays at a lower level than the mortality of whole population.

In case of mass marketing to middle-upper economic class, for example, the mortality table based on population measurements will lead the insurance company to a commercially inconvenient situation.

#### EXTRAORDINARY DEVELOPMENTS

Extraordinary developments are very dangerous factors with low probabilities.

There are many circumstances, which are not noted as exclusions in many country's "life insurance's general conditions" : An indefinite and critical/lethal epidemic event ( like a genetic mutant of Lassa, Ebola or other virus ) may lead to a collapse of mortality interpretations and disorder various demographic indicators.

#### AN APPROACH TO THE FORMULATION OF DEVIATIONS - FORMULATION of MORTALITY DEVIATION -

See pages 17 for mathematical expressions.

The formulation is based on only one coefficient ( k ).



In order to get a more precise model of deviation, it is possible to use different coefficients regarding the shape of the death-probability function :

- 1.layer -> ages between 1 and 10
- 2.layer -> ages between 11 and 20
- 3.layer -> ages between 21 and 40
- 4.layer -> ages between 41 and 60
- 5.layer -> ages between 61 and w

On the other hand, using only one coefficient reflects the real commercial state adequately, keeping in mind that reinsurance agreements ( commissioning ) have the similar esprit.

The deformations of the mortality values in the last 5 ages are in fact unimportant, in such a manner that the sum of entry-ages and duration/period is less than 71.

For a list of new mortality values produced by  $k = 0,7$  see page 20.



CHAPTER 3.  
SAMPLE PRODUCT

This chapter surveys a sample product with profit-sharing mechanism.

Parameters of this product are the same with the commercial parameters of Turkish life insurance market.

The insurance contract has a minimum period ( or term ) of 5 years and a maximum period of 20 years. Entry age is between 18 and 50.

The formulas of the product development phase are given in pages 23 to 26 .

ANNUAL COMMERCIAL PREMIA

See page 28 for the list.

As noted, premium values are given where the capital is equal to 100 000 unit.

MATHEMATICAL RESERVES  
WITHOUT PROFIT SHARE  
- SELECTED VALUES -

See page 31 for this guaranteed policy element.

MATHEMATICAL RESERVES WITH PROFIT SHARE  
- Most Common Profit Sharing System in Turkey -

For the first year, in Turkish life insurance market usually, the insured does not obtain profit share. The profit share is the result of investing the previous year's mathematical reserve and separating the interest obtained by the investment.



Beginning by the second year, the mathematical reserve of the previous year is invested and a profit is obtained. This profit is decreased by the previous year's technical interest and 95 % - in general - (policyholder's share of the investment income) is distributed to the insured's account.

**MATHEMATICAL RESERVES WITH PROFIT SHARE**

- SELECTED VALUES -

See page 33 for this unguaranteed policy element.

The list is based on a regular annual investment income, which gives an extra net profit rate of 4 % annually.

**CHARACTERISTIC RATIOS**

**35 AGE BASED PREMIUM INDEX**

This index shows the changes in premium level, compared to the amount paid by the mode ( in statistical mean ) of consumers.

The mod-consumer ( is 35 years old ) pays always 100 units for each term / period.

... ( n : term ) ...

5            10            15            20

x..	20	99,78	99,26	98,25	96,45
( age )	25	99,82	99,37	98,48	96,94
	30	99,88	99,56	98,96	97,97
	35	100,00	100,00	100,00	100,00
	40	100,31	100,94	102,00	103,67
	45	100,84	102,51	105,28	109,64
	50	101,70	105,06	110,58	119,20

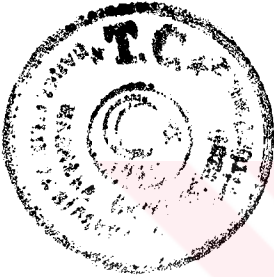


SURRENDER / PAID RATIOS

- WITHOUT PROFIT SHARE
- WITH PROFIT SHARE

These ratios show the total amount of surrender value ( number of units ), whereby total payment during the insurance period is expressed as 100 units.

See page 36 for values computed without profit share and page 37 with profit share.



CHAPTER 4.

BASES OF THE PRODUCT-REACTION  
AGAINST MORTALITY DEVIATIONS  
SIMULATION & RESULTS

This chapter makes a comparison between pre-defined premium rate and post-deviational premium rate of an endowment insurance at different mortality deviations ( symbolized with "k" ) and technical interest rates.

The stability of premiums of the endowment insurance depends on three components in its formulation :

ANNUAL NET PREMIUM : SYP<sub>x</sub>

$$SYP_x = \left[ \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x} \right] * \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}}$$

ANALYSIS OF THE STABILITY

A.  
COMPONENT 1

There will be less "current" deaths in insurance period than the expected death number. So, the relation...

$$\frac{M'_x - M'_{x+n}}{D'_x} < \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

...causes to collect overpremia : positive effect for the insurance company.



B.

COMPONENT 2

There will be more survivors ( insureds ) at the end of insurance period than expected. So, the relation...

$$\frac{D'_{x+n}}{D'_x} > \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

...gives the result to pay more living benefit : negative effect for the insurance company.

C.

COMPONENT 3

There will be more survivor ( or more policyholder, they have to pay premium ) for each insurance year than expected. So, the relation...

$$\frac{D'_x}{N'_x - N'_{x+n}} < \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}}$$

...causes to collect overpremiums also : positive effect for the insurance company.

Proof for third component :

If the expression below

$$\frac{D'_x}{N'_x - N'_{x+n}} < \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} \quad \text{is true,}$$

then,

$$\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} < \frac{N'_x - N'_{x+n}}{D'_x} \quad \text{has to be true.}$$





Therefore,

$$\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x}$$

$$= 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \dots + \frac{D_{x+n-1}}{D_x}$$

$$= 1 + \frac{l_{x+1}}{(1+i)^{(x+1)}} * \frac{(1+i)^x}{l_x} + \frac{l_{x+2}}{(1+i)^{(x+2)}} * \frac{(1+i)^x}{l_x} + \dots$$

$$= 1 + \frac{l_{x+1}}{l_x} * \frac{1}{(1+i)} + \frac{l_{x+2}}{l_x} * \frac{1}{(1+i)^2} + \dots$$

$$= 1 + \frac{p_x(1)}{(1+i)} + \frac{p_x(2)}{(1+i)^2} + \dots + \frac{p_x(n-1)}{(1+i)^{(n-1)}}$$

and, respectively...

$$\frac{N'_x - N'_{x+n}}{D'_x} = 1 + \frac{p'_x(1)}{(1+i)} + \dots + \frac{p'_x(n-1)}{(1+i)^{(n-1)}}$$

Furthermore,

$$p'_x = 1 - q'_x = 1 - k * q_x$$

$$= 1 - k * (1 - p_x) = 1 - k + k * p_x$$

$$k < 1 \Rightarrow p'_x > p_x \quad (\text{for each age})$$



$$i > 0 \quad ; \quad \frac{p'x(1)}{(1+i)} > \frac{px(1)}{(1+i)}$$

=>

$$\frac{N'x - N'x+n}{D'x} > \frac{Nx - Nx+n}{Dx}$$

PRODUCT-REACTION TO THE DEVIATION  
 INTERPRETATION EXAMPLE FOR MATRICES  
 TABLE [ 1.1 ]

Technical interest :  $i = 0,03$

Deviation :  $k = 0,90$  ( 10 % mortality decrease )

Index Definition : Post-deviational premium rate in %, where the predefined premium rate for each  $x$  &  $n$  is 100 %

...ages at entry...

		20	30	40	50
p e r i o d s	5	99,95	99,94	99,90	99,77
	10	99,89	99,86	99,73	99,37
	15	99,80	99,74	99,47	98,78
	20	99,69	99,56	99,08	97,99

From table 1.1. we can get the information, that insurance company gains an excess income of 2 % maximal (100 % - 97,99 %), for the technical interest  $i = 3$  % and at mortality decrease rate 10 % .



The tables from Nr. 1.1. to Nr. 3.3. can be used as tools of a sensitivity analysis. A better method to interpret a reaction-matrix is to reduce the matrix to a single value by weighting with the demand profile of the customers.

A SAMPLE DEMAND MATRIX FOR DEVIATION-WEIGHTING  
BASED ON THE DATABASE OF A INSURANCE COMPANY

ages at entry...>		20	30	40	50
p e r i o d s	5	0,004	0,021	0,025	0,013
	10	0,025	0,123	0,148	0,074
	15	0,021	0,105	0,126	0,063
	20	0,017	0,084	0,101	0,050

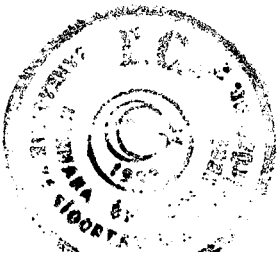
sum of cells gives 100 %

The reduction process means multiplying each cell on a reaction-matrix with the correspondent cell on the demand matrix and having the sum of these 16 products.

See page 50 for graphical results of this reduction process.

In extremum, the difference between pre-defined premium and post-deviational premium is about 3 % . This rate points out the stability of endowment insurance in favor of the insurance company at altering the mortality values, in particular during mortality decrease.

On the other hand, this rate is a significant indicator of the protective characteristic of endowment insurance in favor of the policy holder compared with average-age based accumulating life insurance.



APPENDIX  
CALCULATION MODEL

In this chapter, we give a full list of SPREADSHEET model in 123 notation, on which the numeric analyses of this study are done.

To reduce the typing time of formulas, it is useful to skip Turkish explanation fields and calling Copy command to fill the analysis-matrices in electronic worksheet.

Mathematical reserves are calculated in this worksheet model by "recurrence" method that minimizes processing / recalculation time.

Minimized use of LOOKUP functions is also useful to improve the computing performance.

