

**TAGUCHI VE CEVAP YÜZEY FELSEFELERİNİN
BİRLEŞTİRİLMESİ: PROBLEM VE ÇÖZÜM
STRATEJİLERİ**

**COMBINING TAGUCHI AND RESPONSE SURFACE
PHILOSOPHIES: PROBLEM AND SOLVING
STRATEGIES**

ONUR KÖKSOY

105664

Hacettepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetmeliğinin

İstatistik Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

DOKTORA TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2001

Z.C. YÜKSEK LİSANS VE DOKTORA TEZİ MERKEZİ
DOKÜMAN YERİNE KAYIT

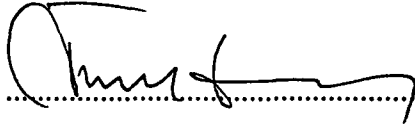
105664

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

Bu çalışma jürimiz tarafından İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : 

Prof. Dr. Soner GÖNEN

Üye : 

Prof. Dr. Ömer ESENSOY

Üye : 

Prof. Dr. Cenap ERDEMİR

Üye (Danışman) : 

Prof. Dr. F. Zehra MULUK

Üye (Danışman) : 

Prof. Dr. Gülsüm HOCAOĞLU

ONAY

Bu tez/..../ 2001 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

....../..../ 2001


Prof. Dr. Seyfi KULAKSIZ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

ÖZET

Taguchi'nin süreç-dışı kalite geliştirme konusuna ilişkin olarak önerdiği yaklaşımlar, 10 yılı aşan bir süredir literatürde ilgi çekmekte ve tartışılmaktadır. G.Taguchi, ürün ve süreçlerdeki değişkenliği azaltabilmek için, "sağlam tasarım" isimli bir yaklaşım önermiştir. Taguchi'nin önerdiği istatistiksel teknikler tartışılırken, cevap yüzey yöntemlerine dayanan alternatif yaklaşımların da önerildiğini görmekteyiz. Bu yaklaşımlarla daha etkin, basit ve kolay yorumlanabilir analizler yapmak mümkün olmakta ve daha az deneme ile sonuca ulaşılmaktadır.

Taguchi felsefesindeki hedeflere ulaşabilmek için, "ikili cevap yaklaşımı" adı verilen bir yöntem yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yaklaşımın bazı eksik ve yetersiz yanları çalışmamızda ele alınacaktır. Literatürde tartışılan ikili cevap optimizasyon yöntemlerinin de bazı yanıltıcı yönleri vardır. Eşitlik kısıtlarına bağlı optimizasyon probleminin çözümü, bulunabilecek daha iyi koşulları veya tümel optimum değerleri dışlayabilir. Buradaki endişe, eşitlik kısıtlarının kullanımının gerçekçi olmamasıdır. *En-büyük-eniyi* ve *en-küçük-eniyi* durumlarındaki ikincil cevap fonksiyonuna ilişkin kısıt değeri genellikle bilinemez; aslında, bilinemeyen bu kısıt değerinin mümkün olduğunca minimum olması istenmektedir. Tatmin edici bir problem formülasyonuna ulaşabilmek için, ikincil cevap fonksiyonunu bir başka ana cevap fonksiyonu biçiminde düşündük. Böylece, ikili cevap probleminin çözümünde, tüm ana cevap fonksiyonlarının eşanlı olarak minimum yapılması ilkesi benimsenecektir. Sonuç olarak, Taguchi felsefesindeki hedeflere ulaşabilmek için, problemin bir çok amaçlı doğrusal olmayan programlama problemi şeklinde ele alınabileceği ve standart çok amaçlı doğrusal olmayan programlama tekniklerinden NIMBUS'un kullanılabilceği gösterilmiştir. Bu yöntemle, karar vericinin görüşleri doğrultusunda, pareto optimal çözümler olarak bilinen çözümlere ulaşılabilceği gösterilmiştir. Böylece, karar vericiye seçenekler arasından en çok tercih edileni seçebilme esnekliği sağlanır. Yöntemin işleyişi, literatürden alınan örnek problemler üzerinden gösterilmiştir. Önerilen yöntem, birçok karmaşık gerçek-hayat problemlerini de çözebilecek özelliğe sahiptir. Bu çalışmada, ikili cevap probleminin cevapları arasındaki bağımlılık durumuna da değinilmiştir. Bağımlılık durumu için, literatürden bir çözüm önerisi getirilmiştir. Ancak, bu alanda daha fazla araştırma yapılması gerekmektedir. Çalışmanın bir başka katkısı da, ikili cevap probleminin "deneme maliyeti" isimli yeni bir cevap değişkeni ile genişletilmesidir. Tasarlanan yeni problemin çözümü ile, hem sağlam hem de ekonomik ürün veya süreçlere ulaşılması hedeflenmiştir. Deneme maliyetinin yanında, belirlenmiş bir hedeften ayrılıştan dolayı doğabilecek ekonomik kayıpların bulunması da düşünülmüştür. Bu amaçla, Taguchi'nin kayıp fonksiyonu kullanılarak hedeften ayrılış maliyetleri hesaplanmıştır. Sonuç olarak, iki ayrı maliyet cevabını birlikte içeren yeni bir optimizasyon problemi tasarlanmıştır.

ABSTRACT

It is more than a decade since Taguchi's approaches to off-line quality improvement have generated much interest and debate. Robust design is an approach introduced by G. Taguchi to reduce variation in products and processes. While the statistical techniques suggested by Taguchi remain controversial, alternative approaches based on response surface methodology have been presented. These alternative approaches will often lead to more efficient, simpler and more easily interpretable analysis and will require fewer experimental runs.

The dual response approach has widely been used to achieve the goals of Taguchi's philosophy. This excellent approach contains some deficiencies that will be discussed in this study. The dual response optimization procedures discussed in the literature are somewhat misleading. Restricting the optimization to equality constraints may very well rule out better conditions or globally preferred values. One major concern here is the lack of realism of the equality constraints. This is more obvious for cases "larger-the-better" and "smaller-the-better", where some acceptable value for the secondary response is normally unknown (and in fact, the smaller the better). We think that a more satisfactory formulation of the problem would be accomplished by considering the secondary response as another primary response. Thus, the optimal settings of the dual response problem can be found by minimizing all primary response functions simultaneously. In this study, we showed that the goals of the Taguchi philosophy can be achieved using standard multiobjective nonlinear programming techniques, specifically, the NIMBUS algorithm. It is shown that the proposed method will generate more alternative solutions, called pareto optimal solutions, under the opinions of the decision maker. This gives more flexibility to the decision maker to select the most preferred among the alternatives. The procedure is illustrated using examples taken from the literature. The proposed method is capable of solving complicated real-world problems, such as nondifferentiable complex problems. In this study, we also touched on the situations where the responses are dependent in the dual response problem. We offer a technique from the literature to handle this problem. This needs further investigation, however. In this study, we also have extended the dual response problem using a new response variable called "treatment cost". By doing this, we aim to reach not only robust but also economical products or processes. Besides treatment cost, we have also considered Taguchi's loss function to find economic losses due to any departure from intended targets. As a result, we have defined a new optimization problem based on two different cost responses.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleşmesinde büyük katkıları olan, bilgilerini benimle paylaşan, bana yeni ufuklar açan, Annelik de yapan danışmanlarım Sayın Prof. Dr. F. Zehra MULUK ve Sayın Prof. Dr. Gülsüm HOCAOĞLU'na, yaptıkları katkı ve eleştirilerle çalışmalarına destek veren ve her türlü yardımı esirgemeyen tez izleme komitesinin üyeleri Sayın Prof. Dr. Ömer ESENSOY ve Sayın Prof. Dr. Cenap ERDEMİR'e, göndermiş olduğu makale ve eğitim notlarıyla ufkumu açan, e-posta yoluyla çalışmalarına destek veren General Electric Kalite Direktörü Sayın Dr. Necip DOĞANAKSOY'a, C programlama dili konusunda bana yardımcı olan Sayın Dr. İbrahim SİNİR'e, bölüm imkanlarından en iyi şekilde yararlanmamı sağlayan Bölüm Başkanım Sayın Prof. Dr. Hüseyin TATLIDİL'e, ilkokuldan beri eğitimimde büyük emekleri olan hocalarıma, bölüm arkadaşlarıma ve dostlarıma, maddi ve manevi desteklerini hiç esirgemeyen, beni benden daha iyi tanıyan, sevgilerini hep kalbimde hissettiğim AİLEM'e sonsuz teşekkürler ederim.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	vii
KISALTMALAR DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. CEVAP YÜZEYLERİ	3
2.1. Cevap Yüzeylerinin Tanımı ve Felsefesi.....	3
2.1.1. Cevap Yüzey Probleminin Tanımlanması	5
2.2. Cevap Yüzeylerinin Tarihsel Gelişimi (Kısa Özet).....	8
2.2.1. Box ve Wilson'dan Önceki Gelişmeler	8
2.2.2. Box ve Wilson'ın Katkıları.....	9
2.2.3. Box ve Wilson'dan Sonraki Gelişmeler	10
2.3. İkinci Derece Model Kavramı	12
2.4. İkinci Derece Tasarımlar.....	13
2.4.1. Merkezsel Bileşik Tasarımlar	14
2.4.2. 3 ^k Çoketkenli Tasarımlar	20
2.4.3. Box-Behnken Tasarımları.....	24
2.4.4. Diğer İkinci Derece Tasarımlar	25
2.5. Cevap Yüzey Analizleri.....	26
3. TAGUCHI YAKLAŞIMI	27
3.1. Taguchi Felsefesi ve Tasarımları	27
3.2. Kayıp Fonksiyonu.....	31
3.3. Sinyal-Gürültü Oranları	37
4. TAGUCHI VE CEVAP YÜZEY FELSEFELERİNİN BİRLEŞTİRİLMESİ	42
4.1. Taguchi Tasarım ve Analizlerine Eleştiriler	42

4.1.1. Taguchi Tasarımlarına Eleştiriler	42
4.1.2. Taguchi Analizlerine Eleştiriler	44
4.2. Taguchi'ye Alternatif Bir Yaklaşım: Cevap Yüzeyleri Yaklaşımı.....	47
4.2.1. Süreç Ortalama ve Varyansının Modellenmesi	48
4.3. İkili Cevap Yaklaşımı	51
4.3.1. Optimizasyon Probleminin Tasarlanması	52
5. ÇOK CEVAPLI SİSTEMLER VE OPTİMİZASYON.....	57
5.1. 'Kalite Geliştirme-Optimizasyon' Konusuna Genel Bir Bakış	57
5.2. Çok Cevaplı Yüzeyler.....	63
5.2.1. Çok Cevaplı Sistemlerde Parametre Tahmini.....	63
5.2.2. Çok Cevaplı Optimizasyon	66
6. TAGUCHI PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM	78
6.1. İkili Cevap Problemi: Yeni Bir Çözüm Stratejisi	78
6.2. İkili Cevap Probleminde Bağımlılık Yapısının İncelenmesi	81
6.3. İkili Cevap Problemi: Bağımlılık Durumunda Çözüm Stratejisi	84
6.4. Maliyet Öğeleri	84
6.4.1. Taguchi Felsefesinde Maliyet Araştırması	85
7. UYGULAMA.....	88
7.1. Basım Verisi	88
7.2. Kağıt Helikopter Verisi.....	96
8. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	102
9. KAYNAKLAR	105

EK

NIMBUS Programının Ekran Görüntüleri

KISALTMALAR DİZİNİ

ARGE	Araştırma ve Geliştirme
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator (Eniyi Doğrusal Yansız Tahmin Edici)
CYY	Cevap Yüzey Yöntemleri
GİG	Genelleştirilmiş ve İndirgenmiş Gradyan Yöntem
HKO	Hata Kareler Ortalaması
KV	Karar Verici
NIMBUS	Nondifferentiable Interactive Multiobjective Bundle-based Optimization System (Bir Çokkamaçlı Doğrusal Olmayan Programlama Yönteminin Orijinal Kısaltması)
SKO	Sapma Kareler Ortalaması
S/G	Sinyal-Gürültü Oranı
TKY	Toplam Kalite Yönetimi

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Tek Etkenli İkinci Dereceden Cevap Eğrisi	3
2.2. Tek Tepeli Bir Cevap Yüzey Formu (Üç Boyutlu Uzay).....	4
2.3. Merkezsel Bileşik Tasarımın Kısımları	15
2.4. Merkezsel Bileşik Tasarım (k=3)	15
2.5. İki Boyutlu Cevap Sistemi	19
2.6. 3^2 Çoketkenli Tasarımı	21
3.1. L_8 Diziminin Doğrusal Grafikleri.....	30
3.2. Rekabet Gücünün Kriterleri.....	32
3.3. Rekabet Ortamında Firmalar.....	32
3.4. Kalite'nin Kayıp Fonksiyon Gösterimi.....	33
3.5. Normal Dağılım Altında Kayıp Fonksiyon İncelemesi	35
3.6. Tekdüze Dağılım Altında Kayıp Fonksiyon İncelemesi.....	36
5.1. Yöntemlerin Çalışma Şeması.....	70
5.2. NIMBUS Akış Şeması.....	74

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Dik Merkezsel Bileşik Tasarımın α Değerleri.....	19
2.2. Bloklarda Etki Karışımı (3^k Deneyi)	22
2.3. 3_{III}^{4-2} Tasarımı	23
2.4. 3_{IV}^{4-1} Tasarımı	23
2.5a Tamamlanmamış Blok Tasarım.....	24
2.5b 2^2 Çoketkenli Tasarım	24
3.1. Taguchi'nin İçsel ve Dışsal Dizimleri	29
3.2. L_8 Dikey Dizimi.....	30
3.3. L_8 Diziminin Üçgensel Tablosu.....	31
3.4. Ekmek Deneyi.....	41
7.1. Basım Verisi	88
7.2. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları ($\mathbf{x}'\mathbf{x} \leq 1$)	92
7.3. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları ($\mathbf{x}'\mathbf{x} \leq 2$).....	93
7.4. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları ($\mathbf{x}'\mathbf{x} \leq 3$).....	93
7.5. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları (Kübik Bölge)	93
7.6. Uzaklık Yöntemi Sonuçları	95
7.7. Kağıt Helikopter Deneyi.....	96
7.8. 'Ortalama' için Varyans Analizi Sonuçları.....	98
7.9. 'Standart Sapma' için Varyans Analizi Sonuçları	98
7.10. 'Deneme Maliyeti' için Varyans Analizi Sonuçları.....	99
7.11. 'Üçlü Cevap' Probleminin NIMBUS Çözümleri.....	100
7.12. 'Hedeften Ayrılış Maliyeti' için Varyans Analizi Sonuçları	100
7.13. 'Deneme' ve 'Hedeften Ayrılış' Maliyetlerinin NIMBUS Çözümleri.....	101

1. GİRİŞ

Tüm dünyada, son 10-15 yıldır, istatistiksel deney tasarımları sanayi sektöründe etkin bir biçimde kullanılmaktadır. Yetmiş yılı aşan deney tasarımı çalışmalarının sanayi sektörüne yönelişindeki en büyük katkıyı, Japon mühendis Genichi Taguchi yapmıştır. G. Taguchi'nin üretim sektörüne yönelik olarak önerdiği tasarımlar ve analizler, başta Japonya ve ABD olmak üzere Avrupadaki orta ve büyük ölçekli işletmeleri kısa zamanda etkilemiştir. Taguchi'nin çalışmaları, genellikle 'kalite geliştirme' konusuna yönelik olmuştur. Taguchi felsefesine göre kalite, ürünün tasarım aşamasında gerçekleştirilir. İstatistik, ürün tasarımının vazgeçilmez bir parçasıdır. Çünkü, ölçemediğimiz niteliklerin geliştirilmesi genellikle zor ve hatta imkansızdır. Bu nedenle, kalite geliştirme konusunda ölçüm ve istatistiğin rolü büyük olmuştur. Taguchi'nin önerdiği tasarım ve istatistiksel teknikler sayesinde, mühendislerin istatistiğe olan ilgileri artmıştır. Doksanlı yıllarda büyük bir ivme kazanan 'mühendis-istatistikçi' işbirliğinde de Taguchi'nin rolü büyük olmuştur.

Son yıllarda literatürde sıkça karşımıza çıkan iki kavram, "Endüstriyel İstatistik" ve "Endüstriyel İstatistikçi"dir. Endüstride değişkenlik nasıl ölçülebilir? Değişkenlik özellikleri ve hata kaynakları nelerdir? Değişkenliği artıran gürültü değişkenleri nasıl kontrol edilir? Prototip ürün tasarımında, istatistiksel deney tasarımlarından nasıl faydalanılır? Süreç varyansı nasıl modellenir? Süreç varyansını küçültecek ve aynı zamanda belirli bir kalite hedefine ulaşmayı sağlayacak kontrol değişken düzeyleri nasıl bulunur? Maliyet kavramını da dikkate alacak tasarım ve analiz stratejileri neler olabilir? Değişik veri tiplerinde modelleme ve analiz nasıl yapılır gibi konular endüstriyel istatistiğin ilgi alanı içindedir.

Taguchi'nin önerdiği tasarım ve analizleri kullanan Amerikanın büyük firmaları, kısa zamanda ucuz ve kaliteli ürün üretmeyi başarmışlardır. Dolayısıyla da, rekabet güçlerini özellikle Japon rakiplerine karşı artırmışlardır. Bu başarıda, 'Toplam Kalite Yönetimi' ve '6Sigma' gibi çağdaş yönetim anlayışlarının da büyük rolü olmuştur. Başarıyı yakalayan firmalar, Araştırma ve Geliştirme faaliyetlerine daha da önem vermeye başlamışlardır. Sonuç olarak, istatistiksel düşünme alışkanlığı son 10 yılda tüm dünyayı sarmıştır.

Taguchi'nin çalışmaları, istatistik çevrelerinin de dikkatini büyük ölçüde çekmiştir. Literatürde 'Taguchi Tasarımları' diye bilinen tasarımların, gerçekte çoketkenli tasarımların düşük çözümlü kesirlerine karşılık geldiğini istatistikçiler görmüşlerdir. Diğer bir deyişle, Taguchi'nin önerdiği tasarımlar, istatistikçiler tarafından uzun yıllardır bilinen klasik deney tasarımlarından başka birşey değildir. Taguchi'nin tasarımları üretim sektörüne yönelik olduğu için, az sayıda deneme ile çözüme ulaşan ekonomik tasarımlardır. Ancak, daha ekonomik ve Taguchi tasarımlarının aksine yüksek çözümlü deney tasarımlarına ulaşmanın mümkün olabileceğini istatistikçiler göstermişlerdir. Taguchi tasarımları düşük çözümlü olduğu için, etkileşim kavramına yeterince önem vermemekte ve hatta etki karışımını hiç dikkate almamaktadırlar. Taguchi'nin tasarımlarının yanında, kullandığı istatistiksel teknik ve analizler de istatistik çevrelerince zayıf ve yetersiz bulunmuştur.

Taguchi'nin tasarım ve analizlerinin eleştirildiği doğrudur. Ancak, bu eleştiriler hiçbir zaman Taguchi'nin başarısına gölge etmek için yapılmamıştır. İstatistiğin önemini vurgulayan, deney tasarımlarını sanayi sektörüne sokan, mühendisler ile istatistikçiler arasındaki ilişkileri güçlendiren ve istatistikçilere yeni ufuklar açan Dr. Genichi Taguchi gerek mühendisler gerekse de istatistikçiler tarafından övgüyü hak etmektedir.

Taguchi'nin, bir ürün veya süreçteki değişkenliğin azaltılmasına yönelik fikirleri, bu konuyla ilgili bilim çevreleri tarafından beğenilmiştir. Taguchi felsefesi olarak da bilinen bu fikirlerin, güçlü istatistiksel teknik ve tasarımlarla desteklenmesi gerekir. Bu amaçla, cevap yüzey yöntemleri önerilmiştir. Literatürde son yıllarda yayımlanan makaleler, Taguchi felsefesinin cevap yüzey yöntemleriyle harmanlanması fikrini benimsemektedirler. Böylece, Taguchi'nin kalite geliştirme konusundaki beğenilen fikirleri güçlü istatistiksel yöntemlerle desteklenecektir.

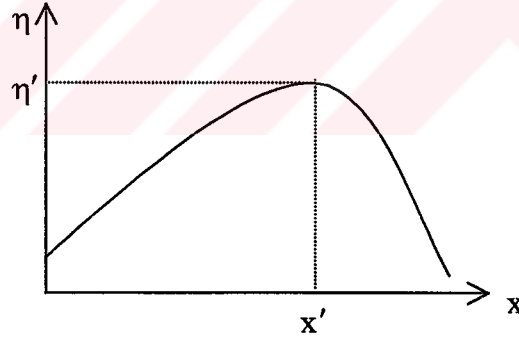
Bu çalışmada, ürün veya süreç kalitesinin geliştirilmesine yönelik olarak, literatürde önerilen problemler ve çözüm yöntemleri üzerinde durulacaktır. Literatürdeki çözüm yöntemlerinin eksikleri tartışılarak, yeni çözüm stratejileri önerilecektir. Ayrıca, Taguchi felsefesi altında yeni problemler tasarlanacak ve bu problemlerde 'maliyet' kavramına da yer verilecektir.

2. CEVAP YÜZEYLERİ

Bu bölümde ana hatlarıyla cevap yüzeyleri tanıtılmıştır. Cevap yüzeylerinin tanımı ve felsefesi verilmiş ve konunun tarihsel gelişimi özetlenmiştir. Tarihsel gelişimin ardından, ikinci derece model kavramı ve tasarımları konularına değinilmiştir. Bu bölümde son olarak, cevap yüzey analizinin önemli konularından olan “Kanonik Analiz” ve “Ridge Analiz” hakkında kısa bir bilgi verilmiştir.

2.1. Cevap Yüzeylerinin Tanımı ve Felsefesi

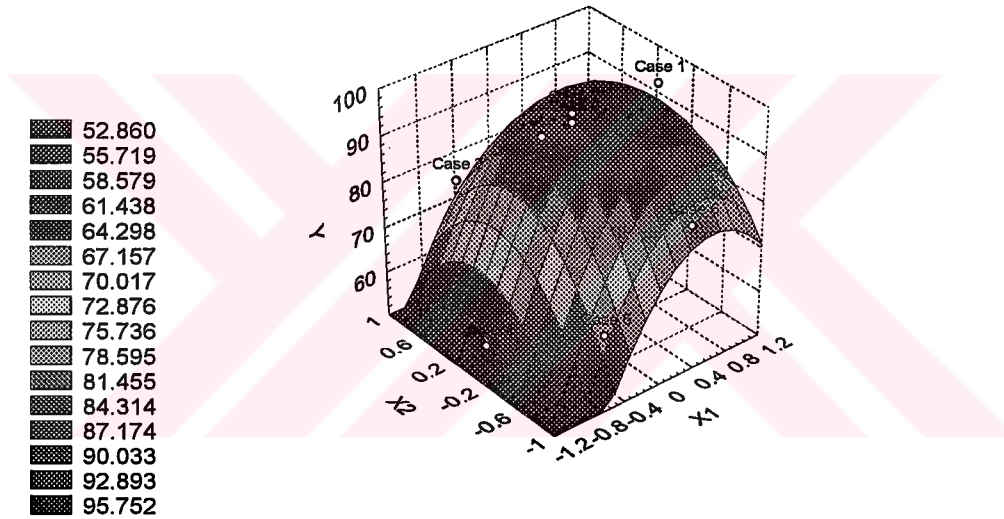
Deney tasarımı çalışmalarının temel hedeflerinden birisi, denemeler (treatments) arasındaki olası farklılaşmanın tespitidir. Bilindiği gibi deney tasarımında etkenlerin düzeyleri *nitel* veya *nicel* yapıda olabilir. Şayet denemeler ilgilenilen etkenin nicel düzeylerinden oluşuyorsa, bu durumda cevap değişkenini etkileyebilecek doğrusal ve eğrisel etkilerin araştırılması istenebilir. Örneğin ziraat ile ilgili bir çalışmada, toprağa verilen gübre miktarındaki artış ile cevap değişkeni arasındaki ilişkinin doğrusal veya eğrisel bir biçimi araştırma konusu olabilir. Bu ilişki bir *cevap eğrisi* (response curve) ile temsil edilebilir. Şekil (2.1), tek etkenli ikinci dereceden bir cevap eğrisini göstermektedir. Şekil (2.1)'de cevap değişkeni η ve girdi değişkeni x



Şekil 2.1. Tek Etkenli İkinci Dereceden Cevap Eğrisi

ile gösterilmiştir. Enbüyük cevaba (yani η') ulaşabilmek için, x değişkeninin alması gereken değerin x' olacağı Şekil (2.1)'den görülmektedir. Eğer denemeler iki veya daha fazla etkenin düzey kombinasyonundan oluşuyorsa, bu durumda denemeler ile cevaplar arasındaki ilişki bir *cevap yüzeyi* (response surface) formunda verilmektedir (Myers, 1971). Cevap yüzeyleri kimya, biyoloji ve sanayide sıkça kullanılmaktadır. Örneğin bir kimya firması tarafından üretilen bir üründeki temel katkı maddesinin yüksek yoğunluğa sahip olması istenebilir. Şayet ilgilenilen temel katkı maddesinin

yoğunluğu ile, karışıma katılan diğer maddelerin miktarları arasında bir ilişki varsa, bu durumda cevap yüzeyleri yardımıyla yüksek yoğunluk şartını sağlayacak madde miktarları kolayca tespit edilebilir. Bu problemdeki cevap değişkeni, bir üründeki temel katkı maddesinin yoğunluğu olarak tespit edilmiştir. Araştırmacının hedefi ise, ilgilenilen cevabı en büyük yapacak koşulları bulmaktır. Diğer bir örnek, metalürji alanında yapılan bir araştırma ile ilgili olarak verilebilir. Örneğin bir metalürji mühendisi belirli alaşımlardaki aşınmayı en küçük yapacak etken düzeylerini cevap yüzeyleri yardımıyla kolayca tespit edebilir. Cevap yüzeylerine konu olmuş yüzlerce problem istatistik literatüründe mevcuttur. Şekil (2.2), tek tepeli bir cevap yüzeyinin



Şekil 2.2. Tek tepeli bir Cevap Yüzey formu (Üç Boyutlu Uzay)

üç boyutlu uzaydaki görüntüsünü vermektedir. Şekil (2.2)'de etkenler (veya girdi değişkenleri) x_1 ve x_2 ile gösterilirken, cevap değişkeni y olarak verilmiştir. Cevap yüzey modellerinde girdi ve cevap değişkenleri genellikle küçük harflerle (x, y, z gibi) gösterilirler.

Cevap yüzeyleri yöntemlerini tanıtan dört önemli kitap vardır. Bu kitaplar: Myers (1976), Box ve Draper (1987), Myers ve Montgomery (1995) ve Khuri ve Cornell (1996)'dir. Bu bölümde üzerinde duracağımız konularla ilgili geniş ve ayrıntılı

bilgilere ulaşmak için, yukarıda sözü geçen kitaplara başvurmak yeterli olacaktır. *Cevap yüzey yöntemleri*, deney tasarımı, modelleme (doğrusal veya doğrusal olmayan modeller) ve optimizasyon tekniklerini içeren yöntemlerden oluşmaktadır. Cevap yüzey çalışmalarının hedefleri:

1. Cevap değişkeninin gelecekteki değerlerini doğru olarak *kestirebilmek* için, cevap değişkeni ile girdi değişkenleri arasındaki ilişkiyi belirleyecek uygun bir fonksiyonunun (veya modelin) tespit edilmesi,
 2. Problemin cinsine bağlı olarak en büyük veya en küçük cevap değerinin araştırılması (search for optimum) ve bu değeri sağlayabilecek x_1, x_2, \dots, x_k girdi değişkenlerinin değerlerinin (veya düzeylerinin) tespiti,
 3. Bir cevap sisteminin altında yatan mekanizmanın anlaşılmasına yönelik katkı beklentileri,
- olarak sıralanabilir.

2.1.1. Cevap Yüzey Probleminin Tanımlanması

Cevap değişkeni üzerinde etkili olabilecek k tane etken, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ şeklinde önceden belirlenmiş olsun. “Gerçek” cevap değişkeni η ile $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ arasındaki bilinmeyen bir fonksiyonel ilişki yapısı Eşitlik (2.1) ile

$$\eta = \phi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = \phi(\xi; \theta) \quad (2.1)$$

verilebilir. Eşitlik (2.1)’de ϕ bilinmeyen bir fonksiyonel ilişki formunu gösterirken, θ ’lar bilinmeyen parametrelerdir. Gerçek cevap sistemine ilişkin ϕ fonksiyonunun yapısı bilinmediği için η değişkenine ilişkin değerler gözlemlenemez. Sonuç olarak kavramsal cevaplardan gözlenen cevaplara geçebilmek için, ϕ fonksiyonunu temsil edecek uygun bir fonksiyonunun bulunması gerekmektedir. Box ve Wilson (1951), ϕ fonksiyonunu düşük dereceli bir polinomla temsil etmişlerdir. Box ve Wilson’ın felsefesi, d inci dereceden uygun bir f polinomu ile, bilinmeyen ϕ fonksiyonunun Taylor serisine açılmış ve d inci dereceden sonra kesilmiş kısmının temsildir. Bu durum Eşitlik (2.2) ile

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k) + \varepsilon = f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon \quad (2.2)$$

ifade edilir. Eşitlik (2.2)'de gözlenen cevap değişkeni y ve kodlanmış etkenler x_1, x_2, \dots, x_k ile gösterilmiştir. Ayrıca β 'lar bilinmeyen parametreleri ve ε model hatasını göstermektedir. Eşitlik (2.2)'de f ile gösterilen polinomun ϕ 'yi tam olarak açıklayamaması riskine karşılık olarak, modele bir hata terimi eklenmiştir. Ayrıca etkenlerin ait olduğu deney tasarımından dolayı kaynaklanabilecek deneysel ve gözlemsel hatalar da ε terimi altında değerlendirilir. Model parametrelerinin tahmini için, enküçük kareler veya ağırlıklı enküçük kareler yöntemleri kullanılabilir. ξ_i 'lerin gözlenmiş veya ölçülmüş değerleri yerine, kodlanmış x_i değişkenlerinin kullanılması prensibi genellikle benimsenmiştir. Kodlanmış değişkenler üzerinden işlem yapmak oldukça kolaydır. Ayrıca literatürdeki cevap yüzeyleriyle ilgili birçok teorik çalışmada kodlanmış değişkenler kullanılmıştır. Değişik kodlama yöntemleri vardır. Şayet gerçek değişkenlerin (ξ_i 'ler) düzeyleri *eşit aralıklı* ve üç düzeyli ise, kodlama sonucunda kodlanmış değişkenlerin düzeyleri $-1, 0, 1$ gibi değerler alabilir. Örneğin bir araştırmaya konu olan değişken "Sıcaklık" olsun ve düzeyleri $100^\circ\text{C}, 150^\circ\text{C}$ ve 200°C şeklinde verilsin. Kodlanmış değişken düzeyleri $-1, 0, 1$ olarak belirlenmiş ise, bu durumda kodlanmış değişken düzeylerindeki bir birimlik artış/azalış 50°C karşılık gelecektir. Diğer taraftan kodlama sonucu $-2, 0, 2$ ise, kodlanmış değişken düzeyindeki bir birim değişiklik (artış/azalış) 25°C karşılık gelecektir. Kodlamaya bağlı olarak parametre tahminleri ve dolayısıyla da parametre tahminleri üzerinden yapılacak yorumlar da değişecektir. Bir kodlama yöntemi,

$$x_{iu} = \frac{\xi_{iu} - \bar{\xi}_i}{S_i} \quad (2.3)$$

şeklinde verilebilir. Eşitlik (2.3)'de ξ_{iu} , i inci değişkenin u uncu düzeyinin gerçek değerini göstermektedir. $\bar{\xi}_i$ ise, i inci değişkene ilişkin düzeylerin ortalamasına karşılık gelmektedir. Ayrıca,

$$S_i^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (\xi_{iu} - \bar{\xi}_i)^2}{N} \quad (2.4)$$

eşitliğinden hesaplanır. Sonuç olarak x_i , i inci kodlanmış değişkeni gösterecektir. Eşitlik (2.4)'ün paydasındaki N terimi, kullanılan deney tasarımının toplam deneme sayısıdır (Bkz. Box ve Draper 1987, s20-21). Kodlanmış değişken değerlerinden gerçek değerlere geçişler, genellikle basit bir dönüşüm işlemiyle gerçekleştirilmektedir.

Bu bölümde şimdiye kadar verdiğimiz bilgiler, cevap yüzeylerinin model ve tasarım kavramlarına genel bir bakıştır. İlerleyen bölümlerde, model ve tasarımla ilgili olarak “ikinci derece modeller” ve “ikinci derece tasarımlar” başlıkları altında daha geniş bilgiler verilecektir. Hatırlanacağı üzere, cevap yüzey çalışmalarının hedeflerini üç madde halinde yukarıda sıralamıştık. Bu maddelerden ikincisi, optimum cevabın (en büyük veya en küçük cevabın değeri) bulunması ve bu cevabı verecek değişken düzeylerinin tespiti ile ilgilidir. Cevap yüzey çalışmasının bu aşamasında, *optimizasyon tekniklerinden* faydalanılmaktadır. Cevap yüzeyleri felsefesinde, optimum cevap değerine *adım adım yaklaşma* prensibi genellikle benimsenmiştir. Bu maksatla “pilot” bir tasarım veya model ile işe başlanarak çalışmanın herbir aşamasında gerekiyorsa mevcut tasarım ve modellerin geliştirilmesi düşünülebilir. Box ve Wilson, bu felsefeye uygun düşebilecek optimizasyon yöntemleri içinden *En hızlı çıkış* (steepest ascent) yöntemini önermişlerdir (Box ve Wilson,1951). Bu yöntem ilerleyen yıllarda oldukça rağbet görmüş ve cevap yüzeylerinde sıkça kullanılmıştır. En hızlı çıkış yönteminde, en hızlı çıkış yönü olarak bilinen bir gradyant vektörü doğrultusunda hareket edilir ve cevap fonksiyonunu enbüyük yapacak nokta araştırması yapılır. Bu araştırma, bir başlangıç noktasına bağlı olarak ardışık bir şekilde gerçekleştirilir. Her adımda amaç fonksiyonunda bir iyileşme gözlenir. Ardışık araştırmaya devam edilirken bir önceki adıma göre önemli bir iyileşme gözlenmez ise, işlemler durdurulur ve son çözüm en iyi çözüm olarak kabul edilir. Diğer taraftan, en küçük cevabın önem kazandığı bir problemde, en hızlı iniş (steepest descent) yöntemi kullanılabilir. Tek cevap değişkenli sistemlerde, en hızlı çıkış yöntemi olumlu sonuçlar verebilmektedir. Diğer taraftan, birden fazla cevap değişkeninin önem kazandığı çok-cevaplı yüzey analizlerinde farklı optimizasyon tekniklerine ihtiyaç duyulabilir. Ayrıca son yıllarda cevap yüzeylerinin uygulama sahalarının genişlemesi ve dolayısıyla da model yapılarındaki değişikliğe paralel olarak farklı optimizasyon tekniklerinin kullanılması konusu gündeme gelmiştir (Myers, 1999). Örneğin, Del Castillo ve Montgomery (1993), *genelleştirilmiş ve*

indirgenmiş gradyant (the generalized reduced gradient) yöntemini kullanırken, Brinkley et al. (1996) genişletilmiş lagrange (augmented lagrangian) yöntemini makalelerinde kullanmışlar ve tartışmışlardır.

2.2. Cevap Yüzeylerinin Tarihsel Gelişimi (Kısa Özet)

Bugünkü bilinen anlamı ile cevap yüzey çalışmalarının Box ve Wilson (1951) tarafından başladığını söyleyebiliriz. Box ve Wilson'ın makalesindeki bazı fikirler daha eski yıllara dayanmaktadır. Bu nedenle cevap yüzeylerinin tarihsel gelişimini incelerken Box ve Wilson'dan önceki gelişmeler ve sonrası olmak üzere ikiye ayırmak uygun düşer. Cevap yüzey yöntemleri (CYY)'nin tarihsel gelişimini özetleyen üç önemli makale literatürde mevcuttur. Bu makalelerden en yenisi Myers et al. (1989) olup; CYY'nin 1966-1988 yılları arasındaki gelişimini özetlemiştir. Diğer iki makale Hill ve Hunter (1966), Mead ve Pike (1975)'dir. Hill ve Hunter, CYY'nin Box ve Wilson (1951) tarafından başladığını ifade eder. Hill ve Hunter genel olarak CYY'nin kimya sektörü üzerindeki yansımalarını tartışmaktadır. Mead ve Pike (1975), biyolojik uygulamalar üzerine yoğunlaşır ve CYY ile ilgili daha geniş tanımlara yer verir. Hill ve Hunter'ın aksine Mead ve Pike, CYY ile ilgili çalışmaların başlangıcını cevap eğrileri (response curves) olarak gösterirler.

2.2.1. Box ve Wilson'dan Önceki Gelişmeler

Box ve Wilson (1951)'dan önceki gelişmelerde genellikle modelleme çalışmaları üzerinde durulmuştur. Cevap yüzeyleri yerine cevap eğrileri ön plana çıkmıştır. *Deney tasarımı* ve *optimizasyon* kavramları henüz cevap yüzeyleri yöntemlerinin içindeki yerini almamıştır. Halbuki, Yates (1935) çoketkenli deney tasarımlarını istatistik literatürüne Box ve Wilson'dan önce kazandırmıştır (Mead ve Pike, 1975). Cevap eğrileri ilk olarak bitki ve hayvanların büyümelerini temsil etmede *büyüme eğrileri* (growth curves) yerine kullanılmıştır. Bu dönemde yapılan bazı önemli çalışmaları Mead ve Pike (1975) aşağıdaki şekilde vermektedir:

- Reed ve Berkson (1929): Büyüme ile ilgili çalışmalar (“**Lojistik Eğri ve Analizi**”).
- Winsor (1932) :Görelî Büyüme hızları çalışmaları (“**Gompertz Eğrisi**”).
- Gaddum (1933) ve Bliss (1935): Cevap eğrilerinin “Probit” analizinde kullanımı (“**Probit Analizi**”).

- Wishart (1938,1939): Domuzların Beslenmesi ve Büyüme Eğrileri (“**Dik Polinomlar ve Büyüme Eğrileri**”).
- Berkson (1951): Oranlara ilişkin dönüşümlerin cevap eğrilerinde kullanımı. (“**Logit Dönüşümü**”).

Büyüme eğrileri ile ilgili çalışmaları ziraat alanında yapılan çalışmalar takip etmiştir. Bu çalışmalardan önemli olan iki tanesi,

- Mitscherlich (1930): Toprağa verilen gübre miktarı ile alınacak ürün arasında bir ilişki olabileceği tespit edilmiştir.
- Crowther ve Yates (1941): Mitscherlich’in cevap denklemlerini kullanarak ürün ile toprağa değişik düzeylerde verilen gübre arasındaki ilişki üzerine çalışmalar yapmışlardır.

şeklinde verilebilir. Box ve Wilson’dan önceki gelişmeler içinde, “doğrusal olmayan eğrilerin” kullanılması konusu da gündeme gelmiştir. Bu alanda yapılan iki öncü makale,

- Bliss (1938): Probit analizinde doğrusal olmayan eğrilerin kullanımı.
- Stevens (1951): Doğrusal olmayan modellere teorik katkı.

olarak verilebilir.

2.2.2. Box ve Wilson’ın Katkıları

Modern anlamda cevap yüzeylerinin temelleri Box ve Wilson (1951) tarafından atılmıştır. Box ve Wilson’ın katkıları:

- Deney tasarımlarının cevap yüzey yöntemlerinin içine alınması,
- En iyi noktaların (optimum conditions) belirlenmesi ve değişik deney tasarımlarına ilişkin performans karşılaştırma fikri,
- Optimizasyon tekniklerinin cevap yüzey yöntemlerinin içine girmesi ve en iyi noktaların bulunmasında En Hızlı Çıkış yöntemini benimsenmesi,
- Merkezsiz Bileşik Tasarımların istatistik literatürüne kazandırılması,

olarak maddeler halinde verilebilir (Myers et al., 1989). Box ve Wilson ile başlayan çalışmalar, ilerleyen yıllarda da hızlı bir şekilde gelişmesini sürdürmüştür.

Box'ın gerek kendisi gerekse yetiştirdiği öğrenciler aracılığı ile yapmış olduğu katkılar halen günümüzde de devam etmektedir.

2.2.3. Box ve Wilson'dan Sonraki Gelişmeler

Box ve Wilson'dan sonraki gelişim, tasarım düzeyindeki gelişmeler ve analiz düzeyindeki gelişmeler olarak ikiye ayrılabilir. Cevap yüzeylerinin kullanıldığı uygulama alanlarındaki ve model yapılarındaki değişikliğe paralel olarak yeni tasarımlar geliştirilmiş ve günümüzde de geliştirilmeye devam edilmektedir. Bu tasarımlardan bazıları: Dönersel tasarımlar, sağlam tasarımlar, ikinci dereceden model için tasarımlar, optimal tasarımlar, madde karışım deneyleri ile ilgili tasarımlar ve özel amaçlı tasarımlardır. Bu tasarımlarla ilgili olarak literatürdeki bazı önemli çalışmalar:

- Dönersel Tasarımlar : Box ve Hunter (1957), Khuri (1988), Draper ve Guttman (1988).
- Sağlam (Robust) Tasarımlar: Box ve Draper (1959,1963), Draper ve Lawrance (1965), Box ve Draper (1975), Herzberg ve Andrews (1976), Draper ve Herzberg (1973, 1979), Vuchkov ve Boyadjieva (1983), Draper ve Guttman (1986).
- İkinci Dereceden Model için Tasarımlar: Box ve Wilson (1951), Box ve Hunter (1957), Hartley (1959), Box ve Behnken (1960), Roquemore (1976), Mitchell ve Bayne (1978), Welch (1982), Notz (1982).
- Optimal tasarımlar: Kiefer ve Wolfowitz (1959,1960), Mitchell (1974), St. John ve Draper (1975), Ash ve Hedayat (1978), Silvey (1980), Bandemer (1980), Galil ve Kiefer (1980), Atkinson (1982), Pazman (1986).
- Madde Karışım Deneyleri ile ilgili Tasarımlar: Scheffé (1958), Cornell (1973, 1979), Snee (1981), Piepel (1983), Aitchison ve Bacon-Shone (1984), St. John (1984), Crosier (1984).
- Özel Amaçlı Tasarımlar: Dykstra (1966), Gaylor ve Merrill (1968), Covey-Crumb ve Silvey (1970), Mayer ve Hendrickson (1973), Zacks (1977), Evans (1979).

olarak verilebilir (Myers et al., 1989).

Cevap yüzey çalışmaları 90'lı yılların başlarında yeni bir boyut kazanmıştır. Bunun en büyük nedeni ise Japon mühendis Genichi Taguchi'nin katkılarıdır. Taguchi tasarımları konusu üçüncü bölümde ele alınacaktır. Cevap yüzeyleri son yıllarda yaşam analizi verilerine (time to failure type data), sayma verilerine (count data) ve ikili cevaplı (binary responses) verilere sıkça uygulanmaktadır. Bu sözü geçen veri tiplerine, tıpta, biyolojide ve sanayide sıkça raslanılmaktadır. Cevap yüzeylerinin

uygulama alanlarının genişlemesiyle, model yapılarında da değişiklikler olmuştur. Bu değişiklikler, özellikle Poisson ve Gamma modellerinin cevap yüzeylerinde kullanılması fikrini ön plana çıkarmıştır. Ayrıca, yapılan bu çalışmalara paralel olarak son yıllarda “Bayesçi tasarımlar” gündeme gelmiştir. Bu konularla ilgili olarak son yıllarda istatistik literatürüne girmiş önemli çalışmalar:

- Oris ve Bailer (1993), Fuller (1994), Chaloner ve Verdinelli (1995), Myers et al. (1996), Vining ve Schaub (1996), Andre-Renden et al. (1997), Myers ve Montgomery (1997)

şeklinde verilebilir (Myers, 1999).

Cevap yüzey tasarımlarındaki gelişmeler devam ederken, cevap yüzey analizlerinde de büyük ilerlemeler kaydedilmiştir. En hızlı çıkış yöntemiyle ilgili olarak Davies (1954), Myers ve Khuri (1979) kaynakları önemlidir (Myers, 1999). Cevap yüzey analizinin önemli konuları Kanonik Analiz, Ridge Analiz ve Çoklu-cevap Analizi olarak düşünülebilir. Kanonik analiz ve kanonik analiz sonuçlarının yorumlanması ile ilgili olarak son yıllarda yayımlanan Watts (1995)’in makalesi oldukça öğretici niteliktedir. Cevap yüzeylerinde Ridge sistemleri ve analizleri konularıyla ilgili olarak, Hoerl (1959), Draper (1963), Khuri ve Myers (1979) ve Carter et al. (1986) kaynaklarına bakılabilir. Kanonik Analiz ve Ridge Analizine ileride ayrıntılı olarak değinilecektir. Çoklu cevap analizinin tarihsel gelişimiyle ilgili olarak, Lind et al. 1960, Box ve Draper (1965), Myers ve Carter (1973), Derringer-Suich (1980), Bates ve Watts (1985), Wijesinha ve Khuri (1987) kaynaklarına başvurulabilir. Cevap yüzey analizlerine literatürde geniş yer ayrılmıştır. Son yıllarda parametrik olmayan cevap yüzey yöntemleri konularında önemli çalışmalar vardır. Bu çalışmalarda kullanılan üç önemli teknik nöral ağlar (neural networks), normal stokastik süreçler ve spline’lar (splines) olarak verilebilir. Ayrıntılı bilgi için Haaland et al. (1994) kaynağına bakılabilir (Myers, 1999). Dördüncü bölümde, Taguchi ve cevap yüzey felsefelerinin birleştirilmesi konusuna değinilecektir. Bu konu, son on yılda büyük önem kazanmış ve bu alanda özellikle sanayi sektörüne yönelik gerek teorik gerekse de uygulamalı çalışmalar yapılmıştır. Bu alanda yapılmış çalışmaları ve ayrıntılarını dördüncü bölümde vermeyi uygun bulmaktayız.

2.3. İkinci Derece Model Kavramı

İkinci derece (polinom tipindeki) model yapısının cevap yüzey çalışmaları içinde önemli bir yeri vardır. Çünkü, ikinci derece model yapısı üzerine birçok çalışmalar yapılmış ve bu modele uyabilecek tasarımlara ilişkin olarak literatürde geniş yer ayrılmıştır. Eşitlik (2.2)'de verilen model tanımlamasına bağlı kalarak, k değişkenli bir ikinci derece model,

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \sum_{\substack{m=1 \\ j < m}}^k \beta_{jm} x_j x_m + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \varepsilon \quad (2.5)$$

şeklinde verilmektedir. Daha önce verdiğimiz Şekil (2.2), iki değişkenli bir ikinci derece cevap yüzeyine aittir. Model parametrelerini tespit edebilmek için En küçük kareler (the least squares) yöntemi kullanılabilir. En küçük kareler yöntemi yerine, *iteratif ağırlıklı en küçük kareler* (iteratively reweighted least squares) yöntemi bazı özel durumlarda kullanılmak üzere önerilmiştir. Örneğin, bir veri setindeki aykırı değerler (outliers) model parametre tahminlerini olumsuz yönde etkileyebilir. Model parametrelerini sağlam (robust) bir yöntemle tahmin edebilmek için iteratif ağırlıklı en küçük kareler yöntemi önerilebilir. Bu yöntemin kullanımı ile ilgili olarak ayrıntılı bir tartışmaya girilmeyecektir (Ayrıntılı bilgi için bakınız: Box ve Draper 1987, 85-90). Model parametrelerinin uygun bir yöntemle tahmin edildiği varsayımı altında cevap kestirim modeli (fitted surface),

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j x_j + \sum_{j=1}^k \sum_{\substack{m=1 \\ j < m}}^k b_{jm} x_j x_m + \sum_{j=1}^k b_{jj} x_j^2 \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlik (2.6)'da model parametre tahminleri b_0 , b_j , b_{jm} ve b_{jj} ile gösterilmiştir. Kestirim modelinde b_0 , sabit terimi, b_j katsayıları, modelin doğrusal katsayılarını (linear coefficients), b_{jm} katsayıları, modelin karma karesel katsayılarını (mixed quadratic coefficients) ve b_{jj} katsayıları, modelin karesel katsayılarını (quadratic coefficients) göstermektedir. Araştırmacı tarafından önceden belirlenecek etken düzeylerinin uzayda sınırladığı bölgeye, '*deneysel bölge*' adı verilmektedir. Deneysel bölgenin dışında yapılacak cevap kestirimlerine de dikkat edilmelidir. Aksi

halde kestirim hataları ve sapmaları ortaya çıkabilir. Eşitlik (2.6)'da verilen kestirim modelinin matris gösterimi,

$$\hat{y} = b_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (2.7)$$

şeklindedir. Burada \mathbf{x} , $k \times 1$ boyutlu tasarım değişkenleri vektörünü göstermektedir. Ayrıca, \mathbf{b} vektörü ve \mathbf{B} matrisi sırasıyla,

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & \cdots & b_{1k}/2 \\ & b_{22} & \cdots & b_{2k}/2 \\ & & \cdots & \cdots \\ & & & b_{kk} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

formunda yazılırlar. Eşitlik (2.7)'de, $\mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}$ karesel formu, kestirim modelindeki tüm "karesel" ve "çarpaz-çarpım" terimlerini (x_1x_2 gibi terimler) içermektedir. Optimum cevap değerini sağlayacak etken düzeylerini bulabilmek için, öncelikle Eşitlik (2.7) ile verilen modelin \mathbf{x} vektörüne göre türevinin alınması ve sonrada $\mathbf{0}$ vektörüne eşitlenerek çözülmesi gerekmektedir. Bu işlem,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{\partial (b_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0} \\ &= \mathbf{b} + 2\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{0} \\ \Rightarrow \mathbf{x}_0 &= -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}/2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

şeklinde sonuçlandırılır. Eşitlik (2.9)'da verilen \mathbf{x}_0 vektörüne *durgun* veya *kritik* nokta (stationary or critical point) adı verilmektedir. Bu noktada cevap değişkeni en büyük veya en küçük değerine ulaşabilir. Kritik noktanın statüsünü tespit etmek için, kanonik ve ridge analiz sonuçlarına bakılmalıdır.

2.4. İkinci Derece Tasarımlar

İstatistikte deney tasarımlarının geçmişi 1920'li yıllara dayanmaktadır. Bu alanda Fisher ve Yates'in önemli katkıları olmuştur. Box'ın katkılarıyla 1950'li yılların başında deney tasarımları cevap yüzeylerinin içine girmiş ve önemli bir parçası olmuştur. İlerleyen yıllarda cevap yüzeylerinin kullanıldığı uygulama alanlarındaki artışa paralel olarak problemin bulunduğu alana özgü yeni tasarımlar geliştirilmiştir.

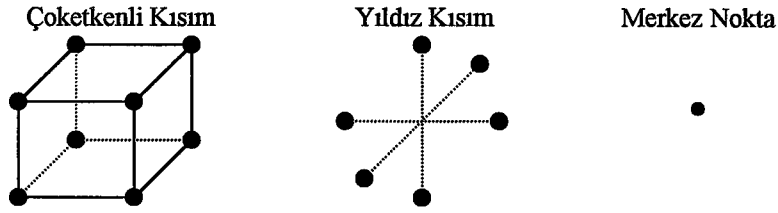
İkinci derece model yapısına ilişkin olarak literatürde önerilen bazı önemli tasarımlar aşağıda verilmektedir.

2.4.1. Merkezsel Bileşik Tasarımlar

Bileşik tasarımlar (composite designs) ilk olarak Box ve Wilson (1951) tarafından tanıtılmıştır. Bileşik tasarımların özel bir formu olarak bilinen merkezsel bileşik tasarımlar (central composite designs), ikinci derece tasarımlar ailesinin bir üyesidir. Merkezsel bileşik tasarımlar, ikinci derece cevap modeli ile birlikte sıkça kullanılırlar ve diğer ikinci derece tasarımlara göre uygulamada daha fazla tercih edilirler (Myers et al., 1989). Merkezsel bileşik tasarımlar üç kısımdan oluşurlar. Bunlar:

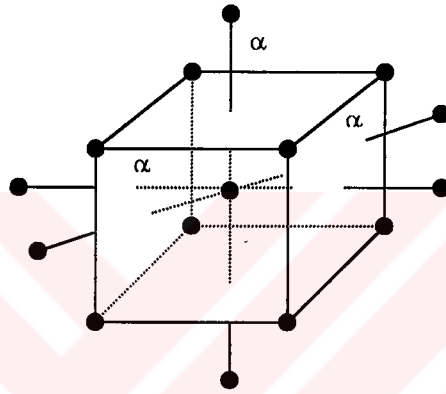
- a) Çoketkenli kısım (factorial portion)
- b) “Yıldız” veya “aks” kısım (“star” or “axial” portion)
- c) Merkez noktalar (center points).

şeklinde verilebilir. Üç kısımdan oluşan bir merkezsel bileşik tasarım, 2^k çoketkenli deneyi (herbiri iki düzeyli k etken) ile başlar. 2^k deneyi yerine 2^k nın kesirli tekrarı da kullanılabilir. Kesirli tekrarın seçiminde genelde Çözüm V tercih edilir. Çözüm V’de, ana etkiler ve iki etkenli etkileşimler diğer ana etki ve iki etkenli etkileşimlerle karışmazlar. Diğer taraftan, ana etkiler dört etkenli etkileşimlerle karışırken, iki etkenli etkileşimlerde üç etkenli etkileşimlerle karışırlar. Deneyin kuralına uygun olarak oluşturulan 2^k çoketkenli kısmına $2k$ adet tasarım noktası eklenerek yıldız kısım oluşturulur. Bu eklenen noktaların tasarım merkezine olan uzaklıkları α ’dır. Tasarımın üçüncü adımı ise, n_2 adet merkez noktasından oluşur. Tasarım merkezi k boyutlu uzayda $(0,0,\dots,0)$ noktasıdır. Örneğin üç boyutlu uzayda bir merkezsel bileşik tasarımı oluşturabilmek için $k=3$ adet etkene ihtiyaç vardır. Deneyin çoketkenli kısmı $2^3=8$ tasarım noktasından oluşur. Bu sekiz noktaya ek olarak, yıldız kısım için $2k=2\times 3=6$ adet tasarım noktası eklenir. Şayet tasarımın merkezinde 1 deneme yapılırsa bu taktirde kurulan merkezsel bileşik tasarımda 15 adet tasarım noktası bulunacaktır. Bu sözü geçen tasarım noktaları, üç boyutlu uzayda bir kübün köşelerinde veya aksları üzerinde bulunurlar. Tasarımın kısımlarını ayrıntılı olarak görebilmek için Şekil (2.3) verilmiştir.



Şekil 2.3. Merkezsel Bileşik Tasarımın Kısımları

Bir merkezsel bileşik tasarım, Şekil (2.3)'de gösterilen tüm kısımların birleştirilmesi ile ortaya çıkmaktadır (Şekil (2.4)).



Şekil 2.4. Merkezsel Bileşik Tasarım (k=3)

Oluşturulan bu tasarımda, deneyin aynı şartlarda tamamlandığı varsayılmış ve bir blok etkisinin bulunmadığı düşünülmüştür. Şekil (2.4)'deki "siyah noktalar" tasarım noktalarıdır ve sayıları bu örnek için 15 olarak daha önceden belirlenmiştir. Bu verilen örneğe ilişkin *kısmi* tasarım matrisi,

$$\mathbf{D} = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -\alpha & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (2.10)$$

formunda verilir. **D** matrisinin herbir sütunu modelin sadece doğrusal etki terimlerini göstermektedir. Kısmi tasarım matrisinin satırları farklı tasarım noktalarını gösterir. Matrisin ilk sekiz satırındaki denemeler, 2^k çöketkenli deneyine aittir. Değişken düzeyleri ± 1 şeklinde kodlanmıştır (+1 yüksek, -1 düşük düzeyi göstermektedir). Matrisin 9'uncu satırı ile 14'üncü satırı arasındaki noktalar deneyin yıldız kısmına aittir. Son olarak, matrisin son satırı merkez noktadır. Tasarım merkezine istenirse birden fazla nokta eklenebilir. Kısmi tasarım matrisinde $\alpha \neq 1$ için herbir etken 5 düzeylidir (Düzeyler: -1, +1, - α , + α ve 0). İkinci derece cevap yüzeyleri ile birlikte kullanılacak tasarımlarda, herbir etken enaz üç düzey içermek zorundadır. Aksi halde model parametreleri tahmin edilemez. Sonuç olarak, ikinci derece model uyumu için merkezsiz bileşik tasarımlar yeterlidirler.

Merkezsiz bileşik tasarımların iki önemli parametresi vardır. Bu parametreler, α ve n_2 'dir. Parametrelerin seçimi tamamen deneycinin kontrolü altındadır. n_2 parametresi, tasarım merkezinde yapılacak denemelerin toplam sayısıdır. α parametresi ise, deneyin yıldız kısmıyla ilgilidir. α parametresine bağlı olarak yıldız kısımdaki noktaların konumları belirlenir. Yani, noktaların tasarım merkezine uzaklıkları α olacak şekilde bir yerleştirmeye gidilmelidir. α ve n_2 'nin seçimlerine geçmeden önce deneysel bölge tanımlarına bakmakta yarar vardır. Deneyci, cevabı etkileyebilecek etkenleri ve düzeylerini önceden belirler. Burada geçmiş tecrübelerden faydalanılır. Aksi halde, mutlaka bir uzmana danışılmalıdır. Deneycinin belirlediği düzeylerin uzayda sınırladığı bölgeye deneysel bölge (experimental region) adı verilir. Deneysel bölge, deney tasarımının deneye getirdiği zorunlu bir kısıttır. Optimum nokta araştırması yapan bir deneyci, birbirini takip eden deneyler yardımıyla ilgilendiği hedefe adım adım yaklaşabilir. Tasarlanan her farklı deney için deneysel bölge tanımlamaları da değişecektir. Mevcut deneysel koşulların değişmeyeceği varsayımı altında, birbirini takip eden deneylerin oluşturduğu sürece merkezsiz bileşik tasarımların tatbiki oldukça kolaydır. Örneğin, 2^k deneyi ile başlanabilir ve sonradan eklenen noktalar ile deneysel bölge genişletilir. Sonuç olarak, optimum nokta araştırmasının ikinci adımında, merkezsiz bileşik tasarımdan faydalanılır. Diğer taraftan, mevcut deneysel koşullar 2^k deneyinden sonra değişmiş ise, bu durumda bir blok etkisinin varlığı Box ve Draper (1987) tarafından belirtilmiştir. Literatüre geçen

iki önemli deneysel bölge tanımlaması vardır. Kodlanmış değişkenler dikkate alındığında, yukarıda sözü geçen deneysel bölgeler: *Küresel bölge* (spherical region) ve *kübik bölge* (cuboidal region) olarak bilinirler. Kodlanmış tasarım değişkenleri veya etkenleri x_1, x_2, \dots, x_k olsun. Küresel bölge Eşitlik (2.11) ile,

$$\sum_{i=1}^k x_i^2 \leq r^2 \quad (2.11)$$

tanımlanır. Küresel bölge sınırlaması altındaki tüm tasarım noktaları r yarıçaplı ve bir hiper küre (hypersphere) üzerinde veya içindedirler. Küresel bölge sınırlaması altında, bir merkezsel bileşik tasarımın α parametresinin seçiminde sıkça kullanılan kriter, $\alpha = \sqrt{k}$ 'dir. Kübik bölge tanımlaması Eşitlik (2.12)'de,

$$-1 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.12)$$

verilmiştir. Kübik bölge sınırlaması altındaki tüm tasarım noktaları, uzayda bir hiper kübün üzerinde veya içinde yer alırlar. Myers et al. (1992), ikinci derece cevap yüzey tasarımlarının performanslarını grafiksel bir yöntemle karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada kullanılan grafiklere *varyans saçılım grafikleri* (VDG-Variance Dispersion Graphs) denilmektedir. Varyans saçılım grafiklerinin temel felsefesi, model kestirim kapasitesinin ön plana çıkarılmasıdır. Model kestirim kapasitesinin bir ölçüsü Eşitlik (2.13) ile,

$$\frac{N\text{Var}(\hat{y}(\mathbf{x}))}{\sigma^2} \quad (2.13)$$

verilir. Varyans saçılım grafikleri Eşitlik (2.13)'de verilen "ölçeklendirilmiş" ifadeye göre çizilirler. Bu grafikler yardımıyla birbirine rakip olan tasarımlar arasında karşılaştırma yapılabilir. Eşitlik (2.13) ifadesindeki $\hat{y}(\mathbf{x})$, herhangi bir \mathbf{x} noktasındaki cevap kestirimine karşılık gelir. Burada \mathbf{x} , vektörel anlamda tasarım değişkenlerini göstermektedir. Ayrıca N , toplam deneme sayısını (tasarım matrisinin satır sayısı) ve σ^2 , cevap modelindeki hata terimine ilişkin varyansı göstermektedir. Varyans saçılım grafikleri dikkate alındığında, merkezsel bileşik tasarımın performansını

artırabilmek için, $\alpha = \sqrt{k}$ iken, tasarım merkezinde yapılacak denemelerin sayısı $2 \leq n_2 \leq 5$ olarak önerilmiştir. Bu öneri Draper (1982) ve Lucas (1974,1976) makaleleri ile paralellik göstermektedir (Myers et al. (1992)). Yukarıda verdiğimiz α ve n_2 'nin seçimine ilişkin önerilerde, hep küresel bölge varsayımı geçerlidir. Kübik deneysel bölge altında, varyans saçılım grafikleri dikkate alındığında, n_2 için önerilen değerler 0 veya 1'dir. Buradan çıkan sonuç: kübik bölge altında kurulan bir merkezsel bileşik tasarım için tasarım merkezinde birden fazla deneme yapmaya gerek yoktur (Myers et al., 1992).

Merkezsel Bileşik Tasarımın İki Özel Sınıfı

Eşitlik (2.10)'da verilen ve D ile gösterilen kısmi tasarım matrisinin ilk kolonuna sadece 1'lerden oluşan ($N \times 1$ boyutlu vektör) bir vektör eklenirse bu durumda cevap modeline β_0 şeklinde bir sabit terim (intercept) eklemesi yapılmalıdır. Ayrıca, D matrisine karesel ve karma karesel etkileri içeren yeni sütunların eklenmesi sonucunda, X ile gösterilen tasarım matrisi elde edilir. X matrisi ikinci derece modele ilişkin tasarım matrisi olarak bilinmektedir. Merkezsel bileşik tasarımların iki özel sınıfı uygulamada sıkça kullanılmaktadır. Bu sınıflar, *dik* merkezsel bileşik tasarımlar ve *dönersel* merkezsel bileşik tasarımlardır. Dik (orthogonal) merkezsel bileşik tasarımın en önemli özelliği, α 'nın seçimine bağlı olarak $X'X$ matrisinin köşegen bir matris olmasıdır. Bu matrisin köşegen olması sonucunda hesaplamalar kolaylaşır ve $(X'X)^{-1}$ matrisi de köşegen olacağı için tüm kovaryans terimleri sıfıra gider. Sonuç olarak model katsayılarının tahminleri birbirinden ilişkisizdir. $X'X$ matrisini köşegenleştirecek ve dolayısıyla tasarımı dik (ortogonal) hale getirecek α 'lar Eşitlik (2.14)'de verilen formül yardımıyla,

$$\alpha = \left(\frac{QF}{4} \right)^{1/4} \quad (2.14)$$

seçilmelidir. Eşitlik (2.14)'de $Q = \left((F + T)^{1/2} - F^{1/2} \right)^2$ 'dir (Myers 1971, s.134). Burada F , 2^k çöketkenli tasarımdan gelecek noktaları gösterir. Tamamlanmış bir deney için $F=2^k$ dir. Deneye sonradan eklenen tasarım noktalarının sayısı ise, $T=2k+n_2$ 'dir. Myers (1971), k 'nın farklı değerleri için merkezsel bileşik tasarımları dikleştirecek α

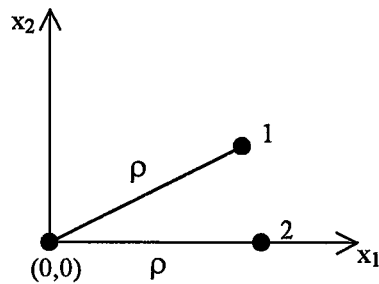
değerlerini Çizelge (2.1)'de vermişlerdir. Bu çizelgenin hazırlanmasında $n_2=1$ (tek merkez noktalı) olarak alınmıştır.

Çizelge 2.1. Dik Merkezsel Bileşik Tasarımın α değerleri

k	α
2	1.000
3	1.216
4	1.414
5	1.596
6	1.761
7	1.910
8	2.045

Bir özel durum $k=2$ ve $\alpha=1$ olduğu zaman ortaya çıkar ve bu durumda dik merkezsel bileşik tasarım ile 3^2 tasarımı aynıdır.

Merkezsel bileşik tasarımlar ailesinin diğer bir özel sınıfı, dönersel merkezsel bileşik tasarımlardır. Dönersellik, sadece merkezsel bileşik tasarımlara ait özel bir kavram değildir. Diğer tasarım aileleri de dönersellik şartını sağlayabilirler. Dönersellik şartı, kestirim varyansı (yani $\text{Var}(\hat{y})$) ile ilgilidir. Her bir tasarım noktasında, $\text{Var}(\hat{y})$ 'nin alacağı değerler farklı farklıdır. Şayet kestirim varyansı, herhangi bir tasarım noktasının uzaydaki yönünden bağımsız olarak sadece o noktanın tasarım merkezine olan uzaklığının bir fonksiyonu ise, bu durumda kullanılan tasarım dönerseldir. Diğer bir deyişle, tasarım merkezine eşit uzaklıkta fakat farklı yönlerde olan herhangi iki tasarım noktasından hesaplanan kestirim varyansları eşit ise, kullanılan tasarım dönerseldir. Bu durumu iki boyutlu uzayda Şekil (2.5) yardımıyla gösterebiliriz.



Şekil 2.5. İki Boyutlu Cevap Sistemi

Şekil (2.5), iki bağımsız değişkenden oluşan bir cevap sisteminin iki boyutlu uzaydaki görüntüsünü vermektedir. Tasarım merkezi (0,0) noktasında olacak şekilde orjinal değişkenler kodlanmıştır. Kodlu değişkenler x_1 ve x_2 'dir. Şekil (2.5) üzerinde "1" ve "2" olarak gösterilen tasarım noktalarının tasarım merkezine uzaklıkları eşit olup ρ kadardır. Bu noktalardaki cevap kestirimleri, yani \hat{y} 'lar, birbirinden oldukça farklı olmasına rağmen dönersellik özelliğine bağlı olarak kestirim varyansları eşittir. Bir merkezsel bileşik tasarımın dönersellik koşulu doğrudan α 'nın seçimine bağlıdır. Merkezsel bileşik tasarımın dönerselliğini sağlayacak α değeri Eşitlik (2.15) ile,

$$\alpha = (F)^{1/4} \quad (2.15)$$

verilmiştir (Bkz: Myers 1971, s.151). α 'nın Eşitlik (2.15)'deki verilen formülünün çıkarsamasını yapabilmek için "moment" ve "duyarlılık" matrisleri kavramları öncelikle tanıtılmalıdır. Ayrıntılı bilgi için Box ve Draper (1987), Khuri ve Cornell (1996) ve Myers (1971) kaynaklarına bakılabilir.

2.4.2. 3^k Çoketkenli Tasarımlar

İkinci dereceden modellemeyi sağlayan ve en kolay anlaşılabilir tasarımlardan biri, 3^k tasarımlarıdır. 3^k tasarımlarına rakip olan ve cevap yüzeyleriyle sıkça kullanılan merkezsel bileşik (central composite) tasarımlar önceki bölümlerde anlatılmıştır. Bu bölümde 3^k tasarımları kısaca tanıtılacaktır. Bu tasarımlar, her biri üç düzeyli k adet değişken (veya etken) içermektedirler. Değişken sayısı " k " üzerinde herhangi bir sınırlama olmamasına rağmen, pratikte k 'nın 2 veya 3 değerleri tercih edilmektedir. Örneğin, $k=4$ olduğu durumda 81 tasarım noktası vardır, halbuki tahmin edilmesi gereken model katsayıları sadece 15 adettir (Sabit terim, 4 adet birinci dereceli katsayılar, 4 adet ikinci dereceli katsayılar ve 6 adet etkileşim terimleri katsayıları). Ayrıca değişken sayısı ile deneyin toplam maliyeti arasında bir ilişki vardır. Değişken sayısı arttıkça, tasarım noktalarının sayısı da artmaktadır. Değişken sayısı 3'den büyük olduğu durumlarda 3^k tasarımlarının kesirli tekrarları tercih edilebilir. Cevap yüzeyi çalışmalarında kullanılacak 3^k tasarımlarındaki değişken düzeyleri genellikle nicel ve eşit aralıktır. Değişken düzeyleri 0,1 ve 2 şeklinde kodlanabilir. Örneğin, bir 3^2 çoketkenlisi için deneme kombinasyonları Şekil (2.6) ile,

x_2 2	(2,0)	(2,1)	(2,2)
1	(1,0)	(1,1)	(1,2)
0	(0,0)	(0,1)	(0,2)
	0	1	2
	x_1		

Şekil 2.6. 3^2 Çoketkenli Tasarımı

verilmiştir. Cevap yüzey modellerinde x 'ler ile gösterilen etkenler bazı kitaplarda A,B,.. gibi harflerle ifade edilirler. Bu durumda ikili etkileşimler sembolik olarak $A \times B, A \times C, ..$ ile gösterilirken üçlü etkileşimler $A \times B \times C, A \times B \times D, ..$ ile verilirler. Bir $A \times B$ etkileşimi herbiri 2 serbestlik dereceli AB^2 ve AB bileşenlerine ayrılırken, $A \times B \times C$ etkileşimi AB^2C, ABC^2, AB^2C^2 ve ABC gibi dört bileşene ayrılabilir. Bu bileşenlerin her biri 2 serbestlik derecesine sahiptirler. Etkileşim terimlerinin burada verilen bileşenlerinden farklı olarak başka bileşenleri de olabilir. Ancak, yukarıda verdiğimiz bileşenler, ileride deneyin bloklanması ve küçültülmesi konularında kullanılacaktır.

Bloklarda Etki Karışımı

Bir deneyin tamamı aynı günde yapılamaz veya aynı deneysel koşullar farklı zaman dilimlerinde sağlanamaz ise, bu durumda deneyin "bloklara" ayrılması ve blok etkisinin de dikkate alınması gerekmektedir (Muluk vd., 1985). Bloklama işlemi için bir *tanımlayıcı bağıntıya* (defining contrast) ihtiyaç vardır. Tanımlayıcı bağıntılar, genellikle önemsiz kabul edilen yüksek dereceli etkileşimlerden oluşurlar. Sonuç olarak, tanımlayıcı bağıntıyı oluşturan etkileşim etkisi bloklarla karışmış olur. Örneğin bir 3^3 deneyini düşünelim ve $A \times B \times C$ etkileşimini önemsiz kabul edelim. Amacımız, $3^3=27$ deneme kombinasyonunu üç blokta gerçekleştirmek olsun. Blok sayısının bir eksiği kadar serbestlik derecesini (bu örnek için 2) veren etkileşimlerden biri tanımlayıcı bağıntı olarak kullanılabilir. $A \times B \times C$ etkileşiminin iki serbestlik dereceli dört bileşeni vardır (AB^2C, ABC^2, AB^2C^2 ve ABC). Bunlardan ABC bileşenini tanımlayıcı bağıntı olarak seçerek ve Kempthorne tarafından önerilen yol izlenerek, Çizelge 2.2'de verilen bloklar elde edilir (Ayrıntılı bilgi için Bkz: Hinkelmann and Kempthorne, 1994).

Çizelge 2.2. Bloklarda Etki Karışımı (3^k Deneyi)

Blok 1	Blok 2	Blok 3
000	100	200
111	211	011
222	022	122
120	220	020
210	010	110
102	202	002
201	001	101
012	112	212
021	121	221

Çizelge 2.2’de verilen bloklar istenirse r defa tekrar edilebilir ve sonuçta 3r adet blok oluşur. Tüm tekrarlarda aynı etkileşim etkisi bloklarla karışabilir. Bu durumda, tasarıma *tamamen karışmış tasarım* adı verilir. Diğer taraftan, farklı tekrarlarda farklı etkileşim etkileri karışmış ise bu tasarıma da *kısmen karışmış tasarım* denir.

3^k Tasarımlarının Kesirli Tekrarları

Bir 3^k deneyindeki tüm denemelerin gerçekleştirilme şansı yoksa, bu durumda belirli denemelerden oluşan bir *kesir* (fraction) kullanılabilir. Etken sayısının artması ile deneyin toplam maliyetinde de önemli bir artış olabilir. Bu durumda kesirli tekrarlar tercih edilebilir. Kesirli tekrarlı deneylerde, bazı etki ve etkileşimler diğer etki ve etkileşimlerle karışır. Etkileri karşılıklı olarak birbirine karışmış etken veya etkileşimlere *eşdeşler* (aliases) adı verilir. Eşdeşler aynı kareler toplamına sahiptirler. Yüksek dereceli etkileşimler ile ana etkilerin veya ikili etkileşimlerin karışması istenir. Çünkü yüksek dereceli etkileşimler genellikle önemsiz, yorumlanması zor bilgiler taşırlar ve kolayca ihmal edilebilirler. Bu durumda deneyci için önemli olan, ana etkiler ve ikili etkileşimler hakkında bilgi elde etmektir. Kesirli tekrarlı deneyler sonucunda bir miktar bilgi kaybının olması kaçınılmazdır. Bilgi kaybını en aza indirmek için *çözüm* (resolution) kavramı geliştirilmiştir. Kesirli tekrarlı tasarımlarda sıkça karşılaşılan çözümler, Çözüm III, Çözüm IV ve Çözüm V’dir. Çözüm V’e yaklaştıkça, ana etkiler ve ikili etkileşimler yüksek dereceli etkileşimlerle karışmaya başlar. Böylece, ana etkiler ve ikili etkileşimler hakkında daha temiz bilgi elde edilecektir. Cevap yüzeylerinde kullanılacak kesirli tekrarın Çözüm V’e uyması genellikle istenmektedir. Çünkü bu durumda ana etkiler dört

etkenli etkileşimlerle karışırken, iki etkenli etkileşimlerde üç etkenli etkileşimlerle karışırlar. 3^k 'nin kesirli çöketkenli tasarımının gösterimi 3^{k-p} 'dir ($p < k$). Bu gösterim 3^k 'nin $(1/3)^p$ kesrini temsil etmektedir. Örneğin, 3^{k-2} gösterimi 3^k 'nin $1/9$ kesrini ifade ederken 3^{k-3} ise $1/27$ kesrini göstermektedir. Yani, 3^{k-2} tasarımına ilişkin denemler; 9 blokta etki karışımı ile hazırlanmış deneyden, sadece bir bloğunun seçilmesi ile oluşturulur. Fakat pratikte tüm blokların oluşturulması ve sonrada uygun bloğun (veya kesrin) seçilmesi yoluna gidilmez. Hangi bloğun seçileceği konusu, tanımlayıcı bağıntılar ve çözüm kavramıyla ilişkilidir. Deneycinin hedeflerine uyabilecek bir çözüm altında tanımlayıcı bağıntılar belirlenebilir ve doğrudan bir tam deneyin aranılan kesri oluşturulur. Bu konu ile ilgili ayrıntılı bilgi Montgomery (1997)'de bulunmaktadır. 3^k tasarımlarının kesirli tekrarlarıyla ilgili olarak Çizelge (2.3) ve Çizelge (2.4) verilmiştir (Montgomery 1997, s. 459-460). Bir 3_{III}^{4-2} tasarımının denemeleri Çizelge 2.3 ile,

Çizelge 2.3. 3_{III}^{4-2} Tasarımı
($I=AB^2C$ ve $I=BCD$)

0000	0111	0222
1021	1102	1210
2012	2120	2201

verilmiştir. Bir başka örnek, Çizelge 2.4 ile verilen 3_{IV}^{4-1} tasarımıdır. Bu tasarım toplam 27 deneme içermektedir. Tanımlayıcı bağıntı $I=AB^2CD$ olup, denemeler Çözüm IV altında elde edilmiştir. Bu durumda ana etkiler ile ikili etkileşim terimleri birbirlerine karışmazlar. Diğer taraftan, bazı ikili etkileşim terimleri birbiriyle karışmıştır. 3^{k-p} tasarımları ve çözüm kavramı ile ilgili geniş bilgi Montgomery (1997)'de verilmiştir.

Çizelge 2.4. 3_{IV}^{4-1} Tasarımı

0000	0012	2221
0101	0110	0021
1100	0211	0122
1002	1011	0220
0202	1112	1020
1201	1210	1121
2001	2010	1222
2102	2111	2022
2200	2212	2120

2.4.3. Box-Behnken Tasarımları

Box-Behnken tasarımları, Box ve Behnken (1960) tarafından istatistik literatürüne kazandırılmıştır. Bu tasarımlarında herbir etken üç düzeye sahiptir. Sonuç olarak, Box-Behnken tasarımları merkezsiz bileşik tasarımlara kıyasla daha ekonomik bir tasarım sınıfıdır. Box-Behnken tasarımları, bir tamamlanmamış blok tasarımının (incomplete block design) uygun bir şekilde iki düzeyli çok etkenli bir tasarımla birleştirilmesi sonucunda ortaya çıkarlar. Bu durumu anlatabilmek için Çizelge (2.5a) ve Çizelge (2.5b) verilmiştir.

Çizelge 2.5a
Tamamlanmamış Blok Tasarım

X_1	X_2	X_3	X_4
*	*		
		*	*
*			*
	*	*	
	*		*
*		*	

Çizelge 2.5b
 2^2 Çoketkenli Tasarım

X_i	X_j
-1	-1
1	-1
-1	1
1	1

Çizelge (2.5a)'da verilen matrisin her bir satırı, tamamlanmamış blok tasarımının bloklarını göstermektedir. Blok genişliği 2 olarak belirlenirse, bu durumda her bir blokta mevcut 4 denemenin ikisi gerçekleşecektir. Her bir blokta gerçekleşecek denemeler "*" ile gösterilmiştir. Bu örnekten hareketle bir Box-Behnken tasarımı oluşturabilmek için, Çizelge (2.5a)'da verilen matrisde "*" ile gösterilen kısımlar Çizelge (2.5b)'de verilen matrisin sütunları kullanılarak Eşitlik (2.16)'da verilen tasarımın bloklarını oluşturmak üzere genişletilir. Çizelge (2.5a)'nın "*" haricindeki sütunları sıfırlardan oluşan sütun vektörleriyle tamamlanır. Son olarak, oluşturulan tasarıma (0,0,0,0) şeklindeki merkez noktaların (üç adet) ilavesi yapılır. Eşitlik (2.16)'da verilen tasarım matrisi bir 3^4 tamamlanmamış çoketkenli tasarımın üç blokta gerçekleşmesi durumudur. Tasarım matrisindeki herbir etken 3 düzeyli olup, düzeyler -1, 0 ve 1 olarak gösterilmiştir (Bkz: Box ve Draper 1987, 516-518). Bu örnekteki tasarım, *dik bloklama* (orthogonally blocked) özelliğini taşımaktadır. Yani, ikinci derecede model parametre tahminleri blok etkisinden etkilenmezler. Diğer

taftan, bloklar arasında önemli bir farklılık bekleniyorsa bu durumda modele bir blok etki teriminin eklenmesi gerekmektedir. Dik bloklama özelliği ve Box-Behnken tasarımları hakkındaki geniş bilgi Box ve Draper (1987: s.508-520)'ın cevap yüzeyleri kitabından bulunabilir (Ayrıca Bkz: Myers 1971, 176-195).

x_1	x_2	x_3	x_4	
-1	-1	0	0	BLOK 1
1	-1	0	0	
-1	1	0	0	
1	1	0	0	
0	0	-1	-1	
0	0	1	-1	
0	0	-1	1	
0	0	1	1	
0	0	0	0	
.....				
-1	0	0	-1	BLOK 2
1	0	0	-1	
-1	0	0	1	
1	0	0	1	
0	-1	-1	0	
0	1	-1	0	
0	-1	1	0	
0	1	1	0	
0	0	0	0	
.....				
0	-1	0	-1	BLOK 3
0	1	0	-1	
0	-1	0	1	
0	1	0	1	
-1	0	-1	0	
1	0	-1	0	
-1	0	1	0	
1	0	1	0	
0	0	0	0	

(2.16)

2.4.4. Diğer İkinci Derece Tasarımlar

İkinci derece model ile kullanılan ve literatürde adı geçen diğer tasarımlar, *küçük bileşik*, *Hibrit* ve *Notz* tasarımlarıdır. Küçük bileşik tasarımlar, merkezsiz bileşik tasarımların özel bir sınıfıdır. Bu tasarımlar, merkezsiz bileşik tasarımların ekonomik sınıfı olarak da bilinirler. Hibrit tasarımları, k değişkenli bir tasarımın (k-1) boyutlu bir merkezsiz bileşik tasarımla genişletilmesi ve eksik kalan sütunun uygun şekilde tamamlanması ile oluşurlar. Notz tasarımları, 3^k latis tasarımlarından üretilmektedir. Bu tasarımlarla ilgili ayrıntılı bilgi, klasik cevap yüzeyleri kitaplarından bulunabilir.

2.5. Cevap Yüzey Analizleri

Cevap yüzey analizleri oldukça geniş bir konudur. Kanonik analiz, ridge analiz ve çok cevaplı sistem analizi gibi konular, istatistik literatüründe 50 yılı aşan bir süredir incelenmektedir.

Kanonik analiz, durağan noktanın statüsünü ve cevap yüzeyinin yapısını belirlemede kullanılan bir analiz tekniğidir. Bu analiz tekniği, özdeğer ve özvektör kavramlarına dayanmaktadır. Kanonik analiz, cevap modelinin *kanonik form* adı verilen bir biçimde yazılmasıyla başlar. Kanonik analizin iki aşaması vardır. Bu aşamalar, kaydırma ve döndürme işlemi olarak bilinmektedir. Kanonik analize ilişkin yorumlar Eşitlik (2.8)'de verilen **B** matrisinin özdeğer ve özvektörleri üzerinden yapılmaktadır.

Ridge analiz, genellikle kanonik analizin ardından uygulanan bir analiz tekniğidir. Durağan noktanın 'eyer' noktası olması durumunda, ridge analizi kullanılmaktadır. Ridge analizinin kullanıldığı bir diğer durum, kanonik analizle bulunan optimum noktanın yerinin, belirlenmiş bir deneysel bölgenin sınırları dışında olmasıdır. Ridge analizi, Lagrange çarpanları yöntemine dayanan bir kısıtlı optimizasyon tekniğidir. Ridge ve kanonik analizle ilgili geniş bir bilgi, Köksoy ve Hocaoğlu (2000) çalışmasında bulunmaktadır.

Kanonik ve ridge analiz, tek cevap değişkenli sistemlerde kullanılmaktadır. Tek cevap değişkenli sistemlerin aksine, belirli bir tasarım altında, birden fazla cevap değişkeninin gözlendiği durumlara da uygulamada sıkça raslanılmaktadır. Çok cevaplı sistemlerin analizi oldukça karmaşıktır. Çünkü, birden fazla cevap yüzey modelinin eşanlı olarak analiz edilmesi ve tüm cevap sistemleri tarafından kabul edilebilecek uzlaşık bir optimum noktanın aranması gerekmektedir. Çok cevaplı sistemler ve bu sistemlerin analizi konularına beşinci bölümde değinilecektir.

3. TAGUCHI YAKLAŞIMI

Cevap yüzey çalışmaları 90'lı yılların başlarında yeni bir boyut kazanmıştır. Bunun en büyük nedeni ise, Japon mühendis G. Taguchi'nin katkılarıdır. Taguchi istatistiksel deney tasarımını sanayi sektörüne uygulamış ve istatistikçilerin sanayi sektöründe de etkin olarak çalışması gereğini vurgulamıştır. Bu bölümde Taguchi'nin çeşitli bilim çevreleri tarafınca beğenilen ve rağbet gören felsefesi ile, istatistikçiler tarafından eleştirilen tasarımları ve analiz yöntemleri ana hatlarıyla tartışılacaktır.

3.1. Taguchi Felsefesi ve Tasarımları

Toplam kalite yönetimi olarak bilinen çağdaş yönetim anlayışının hedeflerinden biri, süreç ve üretimde daima daha iyiyi elde etmek için yeni tasarımlar geliştirmektir. Sanayide kullanılacak uygun deney tasarımları halen tartışılmaktadır (Tuck et al. (1993), Tsui (1992), Borkowski et al. (1997)). Taguchi, klasik deney tasarım tekniklerinden yararlanarak sanayide kullanılabilir tasarımlar önermiştir. Taguchi felsefesine göre kalite, ürünün tasarım aşamasında gerçekleştirilir. Ürün tasarımında başarıya ulaşabilmek için, kontrol edilemeyen dışsal veya çevresel etkenlerin (gürültü etkenleri) olumsuz etkilerine karşı koyabilecek bir stratejinin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu strateji, Taguchi'nin *sağlam parametre tasarımı* (robust parameter design) felsefesinde yatmaktadır. Gürültü etkenleri, ürün parametrelerindeki değişkenliği artıran ve sonuçta ürün ile ilgili belirlenmiş hedeflerden sapmalara yol açan etkenlerdir. Gürültü etkenleri, ürünün üretim aşamasında (yani üretim bantı üzerinde) kontrol edilemezler. Diğer taraftan, belirli laboratuvar koşullarında veya ürünün prototip tasarım aşamasında gürültü etkenlerini kontrol eden yapıyı bulmak ve bunu sürece aktarmak mümkündür (Myers et al., 1992). Prototip ürün tasarımında, istatistiksel deney tasarımının kullanılması ve sonuçta gürültü etkenlerinin olumsuz etkilerinin azaltılması fikri Taguchi tarafından ortaya atılmış ve rağbet görmüştür. Bu konu ile ilgili olarak Taguchi'nin önerdiği tasarımlara *Taguchi tasarımları* adı verilmektedir. Taguchi tasarımları, ürün parametrelerini etkileyebilecek etkenleri

(a) Kontrol Etkenleri (control factors)

(b) Gürültü Etkenleri (noise factors)

şeklinde ikiye ayırırlar. Bu sözü geçen etkenleri anlayabilmek için Roy (1990) tarafından verilen *kek deneyi* üzerinde tartışalım: Kek yapımında kullanılan temel malzemeleri

yumurta, yağ, süt, un ve şeker olmak üzere beş grupta toplayabiliriz. En iyi kek tarifini bulabilmek için hangi malzemeden ne kadar kullanılacağına karar vermek gerekir. Bu amaçla bir deney tasarlanabilir. Şayet tasarlanacak deney 2^5 çöketkenli deney ise, bu durumda kontrol etkenleri beş temel malzeme türü olacaktır. Etken düzeylerine karar verebilmek için geçmiş tecrübelerden faydalanılır. Örneğin yumurta sayısı iki veya üç olabilir ise, bu durumda yumurta etkeninin düşük düzeyi iki ve yüksek düzeyi üç yumurtayı temsil edecektir. Geçmiş tecrübeler tek yumurtanın yetersiz olduğuna ve üç'den fazla yumurtanında fazla geldiğine işaret etmiş ise, ilgili etken düzeylerinin iki ve üç yumurta ile sınırlanacağı açıktır. Aksi halde kekin lezzeti olumsuz yönde etkilenecektir. Görüldüğü gibi, hangi malzemeden ne kadar kullanılacağı tamamen deneycinin kontrolü altındadır. Kekin lezzeti, kullanılacak malzeme miktarlarına bağlı olarak değişebilecektir. Kekin lezzetini etkileyebilecek diğer bazı unsurlar da vardır ki bunlara gürültü etkenleri adı verilmektedir. Örneğin kekin pişirilme şekli lezzetini etkileyebilir. Pişirme etkeni ile ilgili olarak düşünülen etken düzeyleri, doğalgaz fırınında pişirme ve elektrik fırınında pişirme olabilir. Bir diğer gürültü etkeni, kekin fırın içerisindeki konumu ile ilgili olabilir. Bu etken ile ilgili düzeyler, fırının alt rafı ve üst rafı olarak belirlenebilir. Fırın ısısının raflara dağılımında büyük farklılıklar varsa, kekin lezzeti şüphesiz bu durumdan etkilenecektir. Sonuç olarak, gürültü etkenlerinin olumsuz etkilerini ortadan kaldıracak bir stratejinin geliştirilmesi gerekmektedir. Aksi halde kekin lezzeti ile ilgili olarak büyük bir değişkenlik (varyans) söz konusu olabilir. Yani, aynı malzemelerin kullanıldığı iki ayrı kek tarifinde gürültü etkenlerinden dolayı büyük lezzet farklılıkları ortaya çıkabilir.

Taguchi'nin önerdiği tasarımlar, hem kontrol etkenlerini hem de gürültü etkenlerini dikkate alacak şekildedir. Bu tasarımların bir diğer önemli özelliği de, daha az deneme ile sonuca varmalarıdır. Yani tasarım maliyeti oldukça düşüktür. Bu durum, Taguchi tasarımlarının sanayi deneyleri için tercih edilmelerine sebep olmuştur. Çünkü, sanayi deneyleri oldukça masraflıdır.

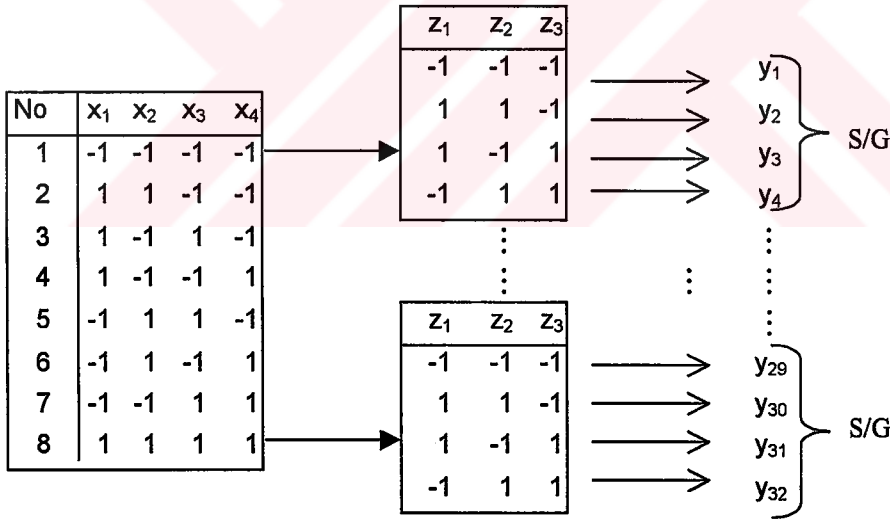
Gürültü etkenleri üç gruba ayrılabilir. Bu gruplar

1. Dışsal Gürültü (external noise)
2. İçsel Gürültü (internal noise)
3. Birimlerarası Gürültü (unit to unit noise)

şeklindedir. Dışsal gürültü etkenlerine örnek olarak, çevresel koşullardaki ısı, nem oranı, voltaj, tozlanma gibi değişimleri verebiliriz. İçsel gürültü etkenleri, kullanma sonucu aşınma, yıpranma veya metal yorgunluğu ile yıpranmayı ilgilendiren etkenlerdir. Birimler arası gürültü etkenleri ise, birimler arasında görülen standarttan ayrılış farklılıkları, hammadde farklılıkları veya üretim sürecindeki farklılıklar sonucu ortaya çıkabilen etkenlerdir (Muluk vd., 1998).

Çizelge (3.1), Taguchi tasarımlarına bir örnektir. Çizelge (3.1)'de verilen Taguchi tasarımı, dört kontrol ve üç gürültü değişkeni içermektedir. Kontrol değişkenleri x_1 , x_2 , x_3 ve x_4 ile gösterilirken, gürültü değişkenleri z_1 , z_2 ve z_3 ile gösterilmiştir. Çizelge (3.1)'de kontrol değişkenlerini gösteren tablo (veya içsel dizim), bir 2^4 çöketkenli tasarımın Çözüm IV kesrine karşılık gelen denemeleri içermektedir. Diğer taraftan, gürültü değişkenlerini gösteren tablo (veya dışsal dizim), bir 2^3 çöketkenli tasarımın Çözüm III kesrinin denemelerinden oluşturulmuştur (Myers et al., 1992).

Çizelge 3.1. Taguchi'nin İçsel (Inner) ve Dışsal (Outer) Dizimleri



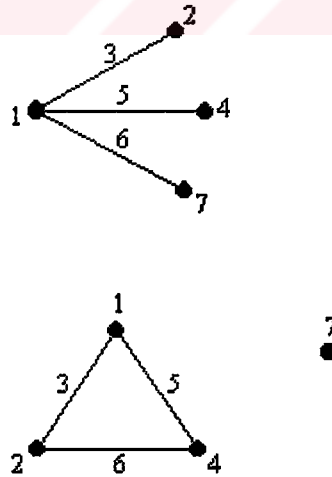
İçsel dizimin her bir satırında aynı dışsal dizim tekrar etmektedir. Sonuç olarak Çizelge (3.1)'de verilen tasarım 7 değişkenli ve 32 denemeli bir tasarımdır. Bu tasarıma ilişkin deneyin gerçekleşmesi sonucunda, cevap değişkeninin değerleri (yani $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{31}, y_{32}$) bulunur. Çizelge (3.1)'de verilen tasarım formatına *çaprazlanmış dizim* (crossed array) adı verilir. İçsel dizimdeki etkenlerin herbir bileşimi için Sinyal-Gürültü (S/G) oranı adı verilen bir istatistik hesaplanır. S/G oranları Bölüm (3.3)'de kısaca tanıtılmıştır.

Taguchi küçük deneyler ile, en iyi durumun belirlenebileceğini görmüş ve kesirli tekrarlı tasarımlara dayanan bir teknikle deneylerin hazırlanmasını önermiştir. Bu teknik, dikey dizim adı verilen matrislere dayanmaktadır. Taguchi'nin kataloğunda, 18 tane dikey dizime yer verilmiştir. Bu dizimlerden L_8 dikey dizimi, Çizelge (3.2)'de verilmektedir. L_8 dizimi, en fazla 7 etken içeren ve 8 denemede gerçekleştirilen bir deney için uygun olabilecektir.

Çizelge 3.2. L_8 Dikey Dizimi

Deneme	Sütun						
	1	2	3	4	5	6	7
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	1	1	1	1
3	-1	1	1	-1	-1	1	1
4	-1	1	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	1	-1	1	-1	1
6	1	-1	1	1	-1	1	-1
7	1	1	-1	-1	1	1	-1
8	1	1	-1	1	-1	-1	1

Taguchi felsefesinde, dikey dizimlerin sütunlarına, bir deneyde tahmin edilmek istenen etken ve etkileşimler atanmaktadır. Bu atamalarda, doğrusal grafik ve üçgensel tablolar adı verilen araçlardan yararlanılmaktadır. L_8 diziminin doğrusal grafikleri Şekil (3.1)'den ve üçgensel tablosu Çizelge (3.3)'den görülmektedir.



Şekil 3.1. L_8 Diziminin Doğrusal Grafikleri

Dikey dizimler, doğrusal grafikler ve üçgensel tablolarla ilgili geniş bir bilgi Danacıoğlu (1998) ve Muluk vd. (1998) kaynaklarında bulunmaktadır.

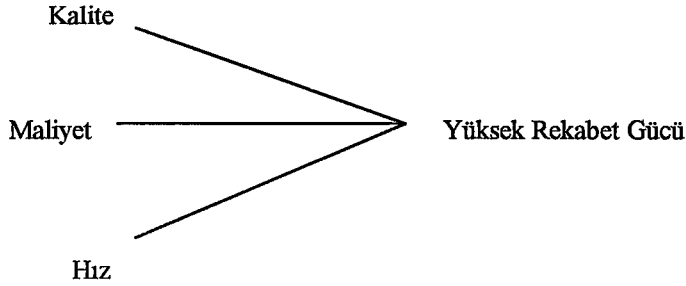
Çizelge 3.3. L_8 Diziminin Üçgensel Tablosu

	1	2	3	4	5	6	7
1	(1)	3	2	5	4	7	6
2		(2)	1	6	7	4	5
3			(3)	7	6	5	4
4				(4)	1	2	3
5					(5)	3	2
6						(6)	1
7							(7)

3.2. Kayıp Fonksiyonu

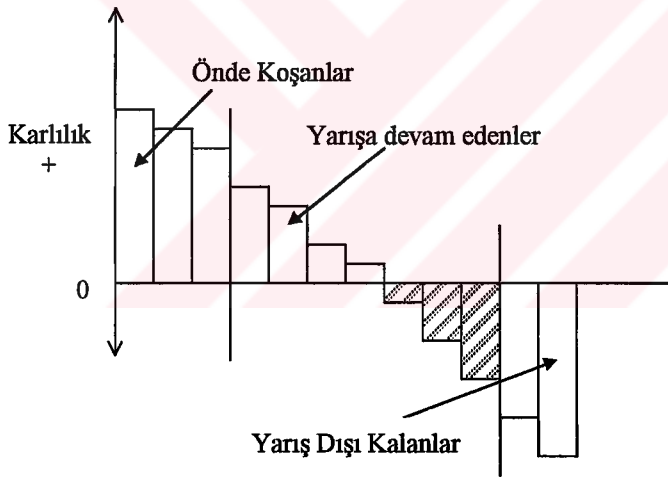
Taguchi'nin beğenilen kalite felsefesinin temelinde, kayıp fonksiyon kavramının önemli bir yeri vardır. Bir ürün veya süreç karakteristiği ile ilgili olarak belirlenmiş bir hedeften sapmalar sonucunda, hedef etrafında aşırı değişkenliğe (büyük varyansa) bağlı olarak kayıplar meydana gelecektir. Taguchi sözü geçen bu kayıpları temsil edebilmek için karesel kayıp fonksiyonunu önermiştir. Karesel kayıp fonksiyonu altında, hedeften önemli derecede sapmalar müşteri şikayetlerinde artışa yol açacaktır. Bu artış, sapmanın karesel bir fonksiyonu ile ifade edilmektedir. Şayet bu sapmalar belirlenmiş tolerans sınırlarının dışında gerçekleşirse, bu durumda parasal kayıpların olması kaçınılmazdır. Bu kayıplar genellikle parça veya ürünün tamamının değiştirilmesi ile ilgilidir. Çünkü üretilen ürünler belirli bir garanti paketine bağlı olarak piyasaya sunulurlar. Günümüzün bilinçli tüketicileri garantili malları tercih etmektedirler. Bir diğer önemli husus, markalar arasındaki rekabettir. Parasal kayıpların artması ile birlikte, pazar payının başka firmalara kaptırılma tehlikesi de vardır. Günümüzde firmalar, tolerans sınırları uzağında ve hedef etrafında değişkenliği azaltacak stratejiler üzerinde çalışmaktadırlar. Bu stratejilerden birisi de, Bölüm (3.1)'de anlatılan Taguchi'nin sağlam parametre tasarım felsefesidir. Bu tasarım felsefesinin temel amacı, ürün veya süreç ile ilgili belirli hedeflere ulaşabilmek için gürültü etkenlerinin olumsuz etkilerini asgari düzeyde tutabilmektir. Burada sağlanabilecek başarılar, ürün veya süreç kalitesinin artması yoluyla yüksek rekabet gücüne sahip olma şeklinde yorumlanabilir. Yüksek rekabet gücünü etkileyen diğer unsurlar Şekil (3.2)'den (Kavrakoğlu, 1996) görüldüğü gibi kalite, maliyet ve hız olarak

belirlenebilir. Kalitenin geliştirilmesi sayesinde maliyetlerin düşmesi, gecikmelerin ortadan kalkması ve dolayısıyla üretim hızının artırılması mümkündür.



Şekil 3.2. Rekabet Gücünün Kriterleri

Şekil (3.2)'deki kriterleri sağlayan firmalar "önde koşanlar" olarak bilinirler ve pazardan yüksek pay alırlar. Bu durumu açıklayabilmek için Şekil (3.3) (Kavrakoğlu, 1996) verilmiştir.



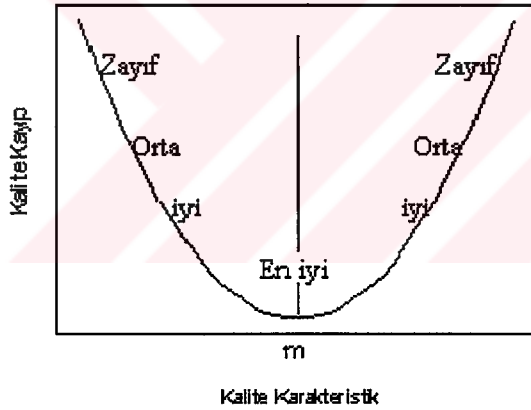
Şekil 3.3. Rekabet Ortamında Firmalar

Şekil (3.3)'de önde koşanlar buldukları yerleri korumak isterlerken, yarışa devam edenler karlılıklarını artırmak ve önde koşan firmalara yetişmek arzusunu taşırlar. Yarış dışı kalan firmalar ise, zarar etmiş durumdadırlar. Bu firmalardan bazıları (çizgili olanlar), büyük çaba harcayarak yarışa devam eder konuma gelebilirler.

1980'li yıllarda Amerikanın büyük firmaları pazar paylarını uluslararası rakiplerine (özellikle japlara) kaptırmaya başlamışlardır. Kısa zamanda bu kaybın sebebinin

ürün ve kalite gelişimindeki eksiklikten kaynaklandığını görmüşlerdir. Bu durumu düzeltmek için istatistiksel tekniklerin kalite gelişiminde etkin olarak kullanılması fikri ön plana çıkmıştır. Taguchi'nin önermiş olduğu teknikler, bazı büyük Amerikan firmalarında (AT&T, Ford Motor, Xerox gibi) uygulanmış ve kalitede büyük gelişme sağlanmıştır. Sonuç olarak Amerikan firmaları kaybettikleri pazar paylarını yeniden kazanmaya başlamıştır (Tsui, 1992). Amerikan sanayi sektörü, Taguchi ile uyanışa geçmiş ve deney tasarımının yararını ve gücünü algılamıştır. Son on yılda deney tasarımının ve istatistiksel tekniklerin sanayide kullanımında hızlı bir artışın olduğu göze çarpmaktadır (Lucas, 1994).

Şimdiye kadar, rekabet gücü kriterleri ve rekabet ortamında firmaların durumları kısaca anlatılmıştır. Ürün veya süreç karakteristiği üzerindeki kayıpların, kaliteyi doğrudan ve maliyet ile hızı da dolaylı olarak etkileyebileceği konusuna değinilmiştir. Sözü geçen bu kayıpları temsil eden Taguchi'nin karesel kayıp fonksiyonu Şekil (3.4) ile verilmiştir (Devor et al. 1992).



Şekil 3.4. Kalite'nin Kayıp Fonksiyon Gösterimi

Hedef değer Şekil (3.4)'de "m" ile gösterilmiştir. Hedef değerde kalite kaybı sıfır olacaktır. Bu nedenle ürün kalitesi "En iyi" olarak nitelendirilebilir. Diğer taraftan, hedeften her iki yönde simetrik uzaklaşmalar kalite kaybına neden olacaktır. Şekil (3.4)'deki parabolün uçlarına yaklaştıkça kalitede kademeli olarak düşüşler gözlenecektir. Karesel kayıp fonksiyonu,

$$L(x) = k (x-m)^2 \quad (3.1)$$

şeklinde yazılır. Hedef değer olarak bilinen m noktasından, x birim uzaklaşmanın kalite karakteristiği üzerindeki kaybı $L(x)$ kadar olacaktır. Eşitlik (3.1)'de k katsayısına kayıp katsayısı adı verilmektedir. Karesel kayıp fonksiyonunun beklenen değeri (ortalama kayıp), kayıp fonksiyonuna göre daha fazla bilgilendirici özelliğe sahiptir. Çünkü, ilgilenilen kalite karakteristiğinin istatistiksel dağılımı da dikkate alınacaktır. Beklenen kayıp,

$$E[L(X)] = \int_{R_x} L(x)f(x)dx \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanır. Eşitlik (3.2)'de,

$L(x)$, X değişkeninin kayıp fonksiyonunu,

$f(x)$, X değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonunu,

göstermektedir. X değişkeni, ilgilenilen ürüne veya sürece ait bir değişkendir. Bu değişkene ilişkin istatistiksel dağılımın ortalaması μ_x ve varyansı σ_x^2 ise, beklenen kayıp

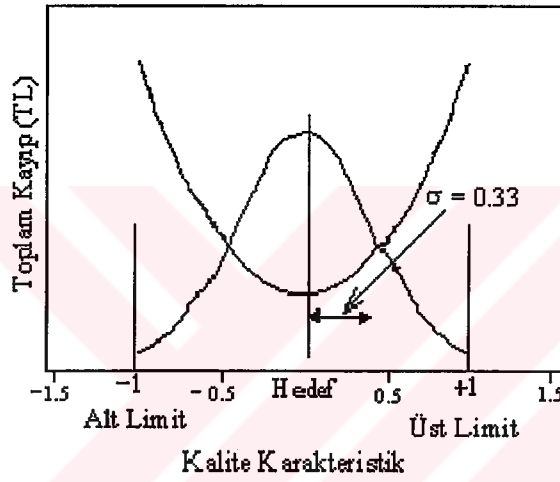
$$E[L(X)] = kE(X - m)^2 = kSKO = k(\sigma_x^2 + (\mu_x - m)^2) \quad (3.3)$$

şeklinde yazılır. Eşitlik (3.3)'ü bulabilmek için, parantezin içinde μ_x eklenir ve çıkartılır. Bu işlemin ardından beklenen değer operatörü ilgili parantezlere dağıtılır. Eşitlik (3.3)'de verilen $E(X - m)^2$ ifadesine, "Sapma Kareler Ortalaması (SKO)" adı verilir. $(\mu_x - m)$ ise, süreç ortalamasının hedeften ayrılışını göstermektedir. Örneğin, ürün karakteristiğine ilişkin istatistiksel dağılım normal olduğunda, kayıp fonksiyonunun değerlendirilmesi Şekil (3.5)'de verilmiştir. Bu sözü geçen normal dağılımın ortalaması sıfır ve standart sapması 0.33'tür. Şekil (3.5)'de Alt Limit ve Üst Limit olarak gösterilen sınırlara, tolerans sınırları adı verilmektedir. Bu sınırlar -1 ve $+1$ olarak gösterilmiştir. Bu örnekte hedef değer ve istatistiksel dağılımın ortalaması aynı olup, sıfır değerine eşittir ($\mu_x = m = 0$). Tolerans sınırları dışına çıktığında, ilgili ürünün yenisi ile değiştirilmesi gerekmektedir. Bu durum firmalar tarafından arzu edilmez. Örneğin ürün değiştirme maliyeti 1.0 TL ise, bu durumda kayıp katsayısı, yani k , 1.0 TL olacaktır. Kayıp katsayısı kavramı, Bölüm (3.3)'de verilmiştir. Şekil (3.5)'de tolerans sınırları dışındaki bölge, yani red bölgesi, oldukça dardır. Diğer bir deyişle, ürünün müşteri tarafından tamamen red edilme olasılığı oldukça küçüktür. Yukarıda sözü geçen 1.0 TL kaybın yanında, parça

başına beklenen kayıp olarak bilinen ilave bir kayıp daha vardır. Bu ilave kayıp değerine *gizli kayıp* adı verilir ve Eşitlik (3.3) yardımıyla

$$\begin{aligned} E(L(X)) &= 1.0 \text{ TL}(0.33^2 + (0-0)^2) \\ &= 0.11 \text{ TL} \end{aligned} \quad (3.4)$$

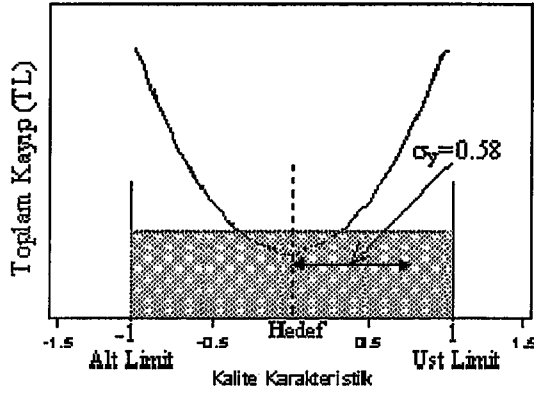
bulunur. Gizli kayıp değerine etki eden bazı kayıplar: müşteri kaybı, pazar kaybı, imaj kaybı, güven kaybı olarak sıralanabilir. Gizli kayıp değerinden dolayı, hedef değerde oluşacak kayıbın artık sıfır olmayacağı açıktır. Bu durum Şekil (3.5) yardımıyla da görülmektedir. Gizli kayıpların etkileri genellikle uzun vadede görülmektedir.



Şekil 3.5. Normal Dağılım Altında Kayıp Fonksiyon İncelemesi

Üretilen ürünle veya süreçle ilgili olarak dar bir red bölgesine sahip olma arzusu firmaların temel hedefleri arasındadır. Bu hedefe ulaşmak için, firmaların büyük çaba harcamaları gerekmektedir. Bu çabalar içinde, araştırma-geliştirme faaliyetlerinin önemli bir yeri vardır. Bu faaliyetler, Toplam Kalite Yönetimi (TKY) adı verilen çağdaş bir yönetim anlayışı ile örgütlü hale getirilmelidir. Tolerans sınırlarının belirlenmesinde, *altı sigma* felsefesi kullanılabilir ve red bölgesi mümkün olduğunca daraltılır. Altı sigma ile ilgili olarak Hahn et al. (2000) makalesine bakılabilir. Şekil (3.5)'de standart sapma değeri 0.33'den 0.10'lara çekilirse (yani süreç varyansı küçültülürse), Eşitlik (3.4)'deki gizli kayıp değeri 0.01 TL olacaktır. Süreç varyansını küçültebilmek için, ileri istatistiksel tekniklerin (Deney tasarımı, Cevap yüzeyleri, Kalite ve Süreç Kontrol gibi.) TKY çatısı altında kullanılması gerekmektedir. Sonuç olarak, ürünleri üreten süreçler kontrol altına

alınabilir ve yeni tasarımlarla da kalite hedefi tutarlı ve planlı bir şekilde gerçekleştirilir. Şekil (3.5)'de süreç veya ürün karakteristiğine ilişkin istatistiksel dağılım normaldir. Bir başka örnek, dağılımın tekdüze olması durumuna ilişkindir. Bu konuyla ilgili olarak Şekil (3.6) verilmiştir. $[-1, 1]$ aralığında tekdüze dağılımın standart sapması 0.58 olarak kolayca bulunabilir.



Şekil 3.6. Tekdüze Dağılım Altında Kayıp Fonksiyon İncelemesi

Genellikle sanayi problemlerinde, süreç dağılımları yukarıda verilen dağılımların dışında başka bir dağılım (binom, hipergeometrik vb.) olabilmektedir. İstatistiksel dağılımın bilinmesi veya tahmin edilmesi ile, tolerans sınırları dışına çıkma olasılıkları da kolayca bulunabilmektedir. Örneğin, parametreleri μ ve σ^2 olan normal dağılımlı bir süreçte, tolerans sınırları $\mu \pm 3\sigma$ şeklinde belirlenirse; birimlerin yaklaşık %99.7 si tolerans sınırları içinde kapsanmış olacaktır.

Bu bölümde kareli kayıp fonksiyonu kısaca tanıtılmıştır. Kayıp fonksiyonu kavramı Taguchi felsefesinde önemlidir. Kayıp fonksiyonu konusu oldukça geniştir ve literatürde bu alanda birçok çalışmalar vardır. Taguchi felsefesinde, Sapma kareler ortalaması kavramı önem kazanmıştır. Bu kavram, süreç varyansı ve yan (sapma) terimlerinden oluşmaktadır (Bkz: Eşitlik (3.3)). Süreç varyansı veya yanının azaltılması ile, ortalama kare sapmanın küçültülebileceği bilinen bir gerçektir. Taguchi, süreç varyansını ve ortalamasını aynı anda tek bir istatistik altında ölçmeyi uygun bulmaktadır. Bu tip istatistiklere "sinyal-gürültü" oranları adı verilir. Bu konu Bölüm (3.3)'de kısaca anlatılacaktır.

3.3. Sinyal-Gürültü Oranları

Taguchi, cevap değişken değerlerini kullanarak sinyal-gürültü oranı (signal-noise ratio) adı verilen bir istatistik tanımlar ve kalite karakteristiğinin belirli hedefe bağlı performansını ölçmeye çalışır. Kalite karakteristikleri, ürünlerin veya süreçlerin bazı ölçülebilir kalite özelliklerini gösteren bağımlı değişkenlerdir. Bu değişkenlere kalite değişkenleri adı da verilmektedir. Kalite değişkenleri büyük harflerle (Y,Z,...) gösterilirler. Kalite değişkenleri, ölçüm türüne bağlı olarak nitel veya nicel yapıda olabilirler. Nicel kalite değişkenlerine örnek olarak ; dayanma süresi, uzunluk ve ağırlık verilebilir. Örneğin bir ampulün kalitesi, dayanma süresinin uzunluğuna bağlıdır. Diğer taraftan, bazı ürünlerin kalitesini belirlemede “iyi”, “kötü”, “büyük”, “küçük” gibi ölçümler de kullanılabilir. Bu tip ölçümleri ilgilendiren kalite değişkenlerinede nitel kalite değişkenleri denilmektedir.

Taguchi tasarımlarının amacı, Y gibi bir kalite değişkeninin ortalama değerini en iyi bir noktaya getirmek ve aynı zamanda Y'nin varyansını küçültmektir. Deneyci tarafından belirlenecek hedefler problemin cinsine bağlı olarak; cevabın enbüyüklenmesi, cevabın enküçüklenmesi veya cevabın belirli bir hedefe yaklaştırılması olarak düşünülebilir. Taguchi bu değerlere “en büyük en iyi (the larger-the better), “en küçük en iyi (the smaller-the better)” ve “hedef en iyi (the target is best)” isimlerini vermektedir. Taguchi ve Wu (1979) tarafından önerilen kayıp fonksiyonları

$$L(Y) = \begin{cases} A_c(Y/Y_u)^2 & \text{En küçük en iyi durumu} \\ \frac{A_c}{\Delta^2}(Y - m)^2 & \text{Hedef en iyi durumu} \\ A_c(Y_l/Y)^2 & \text{En büyük en iyi durumu} \end{cases} \quad (3.5)$$

şeklinde verilir (Machsoodloo, 1990). Eşitlik (3.5)'de,

Y : Ürün veya süreçle ilgili bir kalite karakteristik

m : Y ile ilgili olarak belirlenmiş bir hedef değer

Δ : Tolerans sınırı ile m hedef değeri arasındaki uzaklık

Y_u : Üst tolerans sınırı (üst limit) = $m + \Delta$

Y_l : Alt tolerans sınırı (alt limit) = $m - \Delta$

A_c : Tolerans sınırı üzerinde (örneğin $Y_u = m + \Delta$ iken) kayıp değeri

göstermektedir. A_c kayıp değerine örnek olarak,

- Müşteri tarafından geri çevrilen bir ürünün tamir veya değiştirilme maliyeti,
- Geri çevrilen ürünün tamir merkezine ulaştırılma maliyeti,
- Ürün taşınırken, hatalı yerleştirme veya kaza sonucu ortaya çıkabilecek maliyetler

verilebilir (Phadke, 1989). Bu kayıpların kimin tarafından ödeneceği (yani müşteri, üretici veya üçüncü kişiler) dikkate alınmadan hepsi A_c içinde yer alacaktır.

Eşitlik (3.5)'deki kayıp fonksiyonlarının beklenen değeri, Eşitlik (3.6) ile gösterilen beklenen kayıpları

$$E(L(Y)) = \begin{cases} kE(Y^2) & \text{En küçük en iyi durumu} \\ kE(Y - m)^2 & \text{Hedef en iyi durumu} \\ kE(1/Y^2) & \text{En büyük en iyi durumu} \end{cases} \quad (3.6)$$

verecektir. Eşitlik (3.6)'daki k katsayıları problemin cinsine göre değişecektir. En küçük en iyi problemi için $k = A_c/Y_u^2$, Hedef en iyi problemi için $k = A_c/\Delta^2$ ve En büyük en iyi problemi için $k = A_c Y_1^2$ 'dir. Daha önce Şekil (3.4) ile verilen örnek, hedef en iyi problemine ilişkindir.

Belirli bir süreç karakteristiğinin s tane değişkenden etkilendiğini ve bu değişkenlerden herbirinin önceden belirlenmiş sabit düzeyleri olduğunu varsayalım. Bu koşullar altında elde edilecek n gözlemlili rasgele örneklem y_1, y_2, \dots, y_n olsun.

Sinyal-Gürültü oranları,

$$1. \quad -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \quad \text{En küçük en iyi durumu}$$

$$2. \quad -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right] \quad \text{En büyük en iyi durumu}$$

$$3. \quad 10 \log \left[\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right] \quad \text{Hedef en iyi durumu}$$

şeklinde tanımlanacaktır (Lucas, 1994).

Taguchi felsefesinde, problemin cinsine bağlı olarak içsel dizimdeki herbir tasarım noktasında sinyal-gürültü oranları hesaplanır. S/G oranı kalite özelliğindeki değişimin

gürültü etkenlerine karşı duyarlılığını ölçmektedir. Hesaplanan sinyal-gürültü oranlarını en büyük yapacak etken düzeylerinin tespiti önemlidir. Çünkü sinyal-gürültü oranlarının en büyük yapılmasının eşdeğeri, ilgili beklenen kaybın en küçük yapılması anlamına gelmektedir. Ürün tasarımında en yüksek S/G oranlı sonuçlar, daima en küçük varyanslı ve en iyi kaliteli ürünü üretecektir. Bu konuya açıklık getirebilmek için, yukarıda sözü geçen durumları tek tek incelemekte yarar vardır.

A. En küçük en iyi durumu:

Eşitlik (3.6)'da verilen beklenen kayıp değerini en küçük yapabilmek için, $E(Y^2)$ ifadesinin en küçük yapılması gerekmektedir. Ayrıca, $\sum y_i^2/n$ ifadesinin en küçük yapılmasının eşdeğeri $;-10\log(\sum y_i^2/n)$ 'in en büyük yapılmasıdır. Böylece, bu durum için verilen sinyal-gürültü oranı, ilgili kayıp fonksiyonu için tutarlıdır.

B. En büyük en iyi durumu:

Eşitlik (3.6)'da verilen beklenen kayıp değerini en küçük yapabilmek için, $E(1/Y^2)$ ifadesinin en küçük yapılması gerekmektedir. Ayrıca, $\sum (1/y_i^2)/n$ ifadesinin en küçük yapılmasının eşdeğeri $;-10\log(\sum (1/y_i^2)/n)$ 'in en büyük yapılmasıdır. Böylece, bu durum için verilen sinyal-gürültü oranı, ilgili kayıp fonksiyonu için tutarlıdır.

C. Hedef en iyi durumu:

Eşitlik (3.6)'da verilen beklenen kayıp değerini en küçük yapabilmek için, $E((Y-m)^2)$ ifadesinin en küçük yapılması gerekmektedir. Diğer taraftan, $\sum (y_i - m)^2 / n$ ifadesinin en küçük yapılmasının eşdeğeri $;10\log(\bar{y}^2 / s^2)$ 'nin en büyük yapılması olmayabilir. Bu nedenle Taguchi tarafından önerilen sinyal-gürültü oranı, ilgili kayıp fonksiyonu için tutarlı olmayabilir (Devor et al., 1992).

Taguchi felsefesinde kalite, ürün veya süreç değişkenliğinin azaltılmasının muhtemel bir sonucu olarak ortaya çıkabilecek mükemmellik şeklinde tanımlanabilir. Belirli bir kalite hedefine ulaşabilmenin yolu, değişkenlik yaratacak etkenleri belirlemek ve bunları belirli laboratuvar koşullarında kontrol etmektir. Üretilen ürünler, müşteri gereksinimlerini doğrudan karşılayabilecek düzeyde olmalı ve ekonomik bir şekilde üretilmelidir. Bütün bu konular, üretim dışı (off-line) kalite kontrol yöntemleriyle ilgilidir. Bu yöntemler,

istatistiksel deney tasarımı ve güvenilirlik testleri gibi yöntemleri kapsamaktadır. Üretim içi (on-line) kalite kontrol yöntemleri ise, üretim sırasında kullanılan istatistiksel süreç kontrolü ve kontrol şemaları gibi yöntemleri içerir. Üretim içi kalite kontrol yöntemleri uzun yıllardır sanayide kullanılmaktadır. Son yıllarda, kaliteye büyük katkısı olan üretim dışı kalite kontrol yöntemlerinin kullanılması gündeme gelmiş ve rağbet görmüştür (Muluk vd., 1998).

S/G oranlarının hesaplamasına yönelik bir örnek uygulama ile bu bölüm bitirilecektir. Burada vereceğimiz örnek, Muluk ve arkadaşlarının 1998 yılında DPT tarafından desteklenen “Taguchi Üzerine Araştırma” başlıklı proje raporundan alınmıştır (s. 137-139). Kepekli ekmeğin hacim olarak büyük olması şeklinde belirlenmiştir. Yapılan ön araştırma sonucunda, kontrol edilebilir etkenler ve gürültü etkenleri (düzeyleri ile birlikte) aşağıda verildiği şekilde tespit edilmiştir.

Kontrol Edilebilir Etkenler	Düzeyleri
1. Kullanılacak Un Türü	Gerek, Bezostaya
2. Katılan Kepek Türü	İnce, Kalın
3. Katılan Kepek Oranı	% 5, % 15
4. Katılan Gluten Oranı	% 3, % 9

Gürültü Etkenleri	Düzeyleri
1. Fırın Isısı	Düşük, Yüksek
2. Fırında Kalma Süresi	Az, Çok
3. Hamurun Bekleme Süresi	Az, Çok

Deney sırasında sabitlenmiş bazı değişkenler (etkenler) vardır ki ; bunlar deney süresince aynı tutulmuştur. Sabitlenebilir değişkenler

Fırın türü
Hamur karıştırma hızı
Katılan su oranı

şeklinde. Böyle bir deneyde, içsel dizim 2^4 ve dışsal dizim 2^3 tamamlanmış deney tasarımı gerektirir. Diğer taraftan, deneme kombinasyonlarının sayısı $128 (2^4 \times 2^3)$ gibi büyük bir sayıya ulaşır ki, böylesine tam bir deneyin maliyeti oldukça yüksektir. Bu nedenle alternatif bir yol olarak, İçsel dizim için Taguchi'nin L_8 ve dışsal dizim için L_4

tasarımları kullanılabilir. Bu şekilde tasarlanan bir deneyde $8 \times 4 = 32$ deneme bulunacaktır. Bu deneyde kullanılan Taguchi'nin içsel ve dışsal dizimleriyle beraber, deneyin sonuçları Çizelge (3.4)'de gösterilmiştir. Çizelge (3.4)'de kontrol etkenleri sembolik olarak A, B, C ve D harfleri ile gösterilirken, gürültü etkenlerini E, F ve G harfleri ile temsil edilmiştir. Ayrıca, etkenlerin düşük düzeyleri "1" ve yüksek düzeyleri "2" ile gösterilmiştir. İçsel dizimde ana etkilerin yanında, üç nolu sütuna BC etkileşimi, beş nolu sütuna BD etkileşimi ve altı nolu sütuna CD etkileşimi yerleştirilmiştir. Sütunlara etkenlerin atanması sırasında, Taguchi'nin üçgensel tabloları ve doğrusal grafikleri kullanılmıştır. Üçgensel tablolar ve doğrusal grafikler hakkında geniş ve ayrıntılı bilgi için, Danacıoğlu (1998) Yüksek Lisans tezinin üçüncü ve dördüncü bölümlerine bakılabilir. Üretilen ekmek hacmini en büyük yapacak ideal etken düzeyleri aranmaktadır. Bu maksatla S/G oranları hesaplanırken, Taguchi'nin "en büyük en iyi" problemi için önerdiği formül kullanılabilir. Örneğin, Çizelge (3.4)'de içsel dizimin birinci satırı için sinyal-gürültü oranının hesaplanması

$$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right] = -10 \log \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{430^2} + \frac{1}{438^2} + \frac{1}{425^2} + \frac{1}{419^2} \right) \right] = 52,60$$

şeklinde dir. Sinyal-Gürültü oranları içinde en büyük sonuç 55,61'dir. Bu sonuca göre Bezostaya unu, ince kepekli, kepek oranı % 5 ve gluten oranı % 9 olacak şekilde üretilen ekmekler için, değişkenliğin az olması ve hacim olarak da daha büyük ürün alınması beklenebilir.

Çizelge 3.4. Ekmek Deneyi

İhtiyaçlar kümesi A, B, C, D BD, CD, BC		B=1 3 5 C=2 6 D=4 A=7		Gürültü Etkenleri				ȳ	S/G							
Kontrol Etkenleri ve Etkileşimler							Fırın isisi = E Fırında kalma süresi = F Hamurun bekleme süresi = G									
B	C	BC	D	BD	CD	A	Yüksek Çok Az	Yüksek Az Çok	Düşük Çok Çok	Düşük-E Az =F Az =G						
1	2	3	4	5	6	7										
1	1	1	1	1	1	1	Gerek	İnce	%5	%3	430	438	425	419	428	52,60
2	1	1	1	2	2	2	Bezostaya	İnce	%5	%9	600	650	590	580	605	55,61
3	1	2	2	1	1	2	Bezostaya	İnce	%15	%3	499	510	508	495	503	54,03
4	1	2	2	2	2	1	Gerek	İnce	%15	%9	375	385	400	400	390	51,81
5	2	1	2	1	2	1	Bezostaya	Kalın	%5	%3	540	570	582	520	553	54,83
6	2	1	2	2	1	2	Gerek	Kalın	%5	%9	460	470	482	420	458	53,18
7	2	2	1	1	2	2	Gerek	Kalın	%15	%3	375	400	405	360	385	51,67
8	2	2	1	2	1	2	Bezostaya	Kalın	%15	%9	510	530	560	500	525	54,38

4. TAGUCHI VE CEVAP YÜZEY FELSEFELERİNİN BİRLEŞTİRİLMESİ

Üçüncü bölümde ana hatlarıyla Taguchi felsefesi tartışılmıştır. Bu bölümde ilk olarak Taguchi tasarım ve analizlerine karşı yapılan eleştirilere yer verilecektir. Bu eleştiriler doğrultusunda, Taguchi felsefesinin beğenilen yönleri ile cevap yüzey felsefeleri birleştirilecek ve Taguchi analizlerine alternatif yaklaşımlar tartışılacaktır.

4.1. Taguchi Tasarım ve Analizlerine Eleştiriler

Taguchi tasarım ve analizlerine karşı eleştiri içeren birçok makale son yıllarda yayımlanmıştır. Bu eleştirilerin bazıları, Nair (1992) tarafından kaleme alınan ve ondan fazla istatistikçi ve araştırmacı görüşünü içeren bir makalede tartışılmıştır. Sözü geçen bu makale, "Taguchi'nin parametre tasarımı" konulu bir panelden çıkan sonuçların geniş özetidir. Taguchi tasarım ve analizlerine karşı yapılan eleştirileri Montgomery (1997) kısaca anlatmıştır. Değişik yazarların görüşlerinden hareketle, bu bölümde yapılan eleştirilere yer verilecektir.

Taguchi tasarımları olarak bilinen dik dizim tasarımları Japon mühendis G. Taguchi tarafından geliştirilmemiştir. Bu tasarımlar genellikle çoketkenli tasarımların Çözüm III kesrine karşılık gelir. Örneğin L_8 tasarımı 2_{III}^{7-4} , L_9 tasarımı 3_{III}^{4-2} ve L_{16} tasarımı 2_{III}^{15-11} tasarımları olarak bilinirler. Taguchi tasarımlarının kökeni ile ilgili bilgi Box et al. (1988) makalesinde mevcuttur (Montgomery, 1997).

4.1.1. Taguchi Tasarımlarına Eleştiriler

Taguchi tasarımlarına yapılan eleştiriler, iki madde halinde aşağıda özetlenmektedir. Bu eleştirilerin temelinde, etkileşim kavramına yeterli önemin verilmemesi ve düşük çözümlü tasarımların kullanılması yatmaktadır.

1. Taguchi, iki etkenli etkileşimler konusuna çok fazla önem vermemiştir. Bu tip etkileşim etkilerini ortadan kaldırabilmek için, etken düzeylerinin uygun bir şekilde belirlenmesini önermiştir. Etkileşim etkisini ortadan kaldıracak uygun bir tasarıma karar verilmesi ancak ve ancak ilgilenilen sürecin çok iyi tanınması ile mümkün olabilecektir. Aksi halde etkileşim etkileri gereksiz yere ihmal edilmiş olacaktır. Yukarıda belirtildiği gibi, Taguchi tasarımları genellikle düşük çözümlü (Örneğin, Çözüm III) tasarımlardır. Düşük çözümlü tasarımlarda, etkileşim etkileri ve ana etkiler eşdeğerler. Ayrıca Taguchi felsefesi altında gerçekleştirilen modelleme

çalışmalarında, kontrol etkenleri ile gürültü etkenleri arasındaki etkileşimler ihmal edilir.

2. Taguchi felsefesinde, çaprazlanmış dizim formatı (Örneğin Çizelge (3.1)'den görüldüğü gibi) kullanılarak deney tasarlanır. Taguchi az sayıda deneme ile sonuca ulaştığını ve kullandığı tasarımların özellikle sanayi deneyleri için uygun olduğunu belirtir. Sanayide yapılan deneyler genellikle çok fazla deneme içeremezler. Bunun en büyük nedeni, deneme maliyetlerinin çok yüksek ve sürece etki eden etken sayısının da çok fazla olmasıdır. Sonuç olarak, Taguchi deneylerinin tercih edilmesi gündeme gelebilir. Ancak, Taguchi'nin çaprazlanmış dizim yapısı söylendiği gibi az deneme ile sonuca ulaşamaz. Bu konuyla ilgili olarak Shoemaker et al. (1991) birleştirilmiş dizim yapısını önermiş ve daha az deneme ile sonuca ulaşan etkin tasarımlara örnekler vermişlerdir. Birleştirilmiş dizim tekniğinde, tek bir tasarım matrisi içinde hem kontrol hem de gürültü değişkenleri bulunacaktır. Bu tekniğin bir diğer avantajı, kontrol değişkenleri arasındaki etkileşim etkileri ile birlikte; kontrol / gürültü etkileşimlerinin de tahmin edilebilmesidir. Montgomery (1997), birleştirilmiş dizim tekniğinin avantajlarını bir örnekle açıklamıştır. Bu örnekte, 2_{IV}^{7-2} kesirli çok etkenli tasarım kullanılmış ve tanımlayıcı bağıntı $I=ABCDF=ABDEG=CEFG$ olarak tespit edilmiştir. Dört kontrol ve üç gürültü değişkeninin uygun şekilde atanması konusu ayrıntılı olarak tartışılmıştır. Yapılan atamalarda, ana etkilerin ikili etkileşimlerle karışmadığı ve ayrıca kontrol-gürültü etkileşim etkilerinin de kolayca tahmin edilebileceği gösterilmiştir. Bu örnekte verilen tasarım toplam 32 deneme içermektedir. Aynı deney Taguchi'nin çaprazlanmış dizim tekniğiyle yapılmış olsaydı, birleştirilmiş dizim tekniğinden elde edilen bilgilerden kontrol etkenlerine ait ikinci derece terimleri bulabilmek için, kontrol etkenlerinin üç düzeyli olarak alınması gerekirdi. Diğer bir deyişle, yapılacak çaprazlama $L_{18} \times L_4$ olacaktır. Bu çaprazlama ile birlikte 72 denemenin yapılması gündeme gelir. Deneme sayısı birleştirilmiş tasarımdan daha fazla olmasına rağmen, gürültü-kontrol etkileşimleri, gürültü etkenleri arasındaki etkileşimler ve gürültüye ait doğrusal etkilere ait bilgiler bulunabilir durumda değildir.

Birleştirilmiş dizim tekniği ile ilgili bir başka çarpıcı örnek Myers et al. (1992) makalesinde verilmiştir. Bu örnekte kullanılan merkezsiz bileşik tasarıma ilişkin tasarım matrisi,

x_1	x_2	x_3	z_1	z_2
± 1	± 1	± 1	± 1	± 1
-1	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	-1	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	-1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

olarak verilmiştir. Tasarım matrisinin ilk üç sütünü kontrol değişkenlerine (x_1 , x_2 , x_3) ve son iki sütünü da gürültü değişkenlerine (z_1 , z_2) ayrılmıştır. Tasarımın ilk 16 denemesi (tasarım matrisinde ± 1 ile gösterilen denemeler), 2^{5-1} tasarımına aittir. Tasarımın yıldız kısmında toplam 6 deneme bulunmaktadır. Tasarım matrisinin son satırı (vektörel gösterim), merkez noktada yapılan denemeleri göstermektedir. Sonuç olarak bu tasarımda $22+n_2$ tane deneme vardır. Burada n_2 , tasarım merkezinde yapılan denemelerin sayısıdır. Diğer taraftan, aynı problem için Taguchi'nin çaprazlanmış dizim tekniği kullanılmış olsaydı 36 denemeye ihtiyaç olurdu (Kontrol değişkenleri için L_9 ve gürültü değişkenleri için 2^2 tasarımı kullanılarak bir çaprazlama yapıldığı düşünülmüştür). Bu örnekten görüldüğü gibi, çaprazlanmış dizim tekniğinden bulunan tasarıma alternatif olabilecek bir ekonomik tasarımın üretimi mümkündür. Bu ekonomik tasarımla birlikte, kontrol-gürültü etkileşiminin tahmini bulunabilir hale gelmiştir. Ayrıca Çözüm V'in kullanılmasıyla birlikte arzu edilmeyen etki karışımları da önlenmiştir. Bu tip örneklerin sayısını artırmak mümkündür.

4.1.2. Taguchi Analizlerine Eleştiriler

Taguchi tarafından önerilen değişik analiz teknikleri vardır. Bu teknikler içinden en çok eleştirilenler, sinyal-gürültü oranları olmuştur. Sözü geçen bu oranlara alternatif olarak, cevap yüzey yöntemleri önerilmektedir. Bu konu Bölüm (4.2)'de tartışılmıştır. Taguchi analizlerine eleştiriler, iki madde olarak aşağıda kısaca verilmektedir:

1. Taguchi'nin verilen analizleri için önerdiği sinyal-gürültü oranları eleştirilmiştir. Üçüncü bölümden hatırlanacağı gibi, belirli bir kalite karakteristiğinin en büyük veya en küçük değerini verecek etken düzeyleri aranırken; gürültü etkenlerinin cevap değişkeni üzerinde yaratabileceği değişkenlik kontrol altında tutulmaya

çalışılır. İçsel dizimin her bir satırı için sinyal-gürültü oranı hesaplanır. Daha sonra, bunlar içinden en büyük değerli oranı verecek etken düzeyleri belirlenir. Sonuç olarak, sinyal gürültü oranı adı verilen tek bir istatistiğin alacağı değerlere bakılarak yorumlara gidilir. Bu yöntemin sakıncalı tarafları vardır. Örneğin, hedef en iyi durumu için önerilen sinyal-gürültü oranı (Bkz. Bölüm 3.3),

$$S/G_{\text{hedef-en-iyi}} = 10 \log \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right) = 10 \log(\bar{y}^2) - 10 \log(s^2)$$

şeklindedir. Şayet kalite karakteristik ortalaması belirli bir hedef değerde sabit tutulursa (örneğin, bu değer \bar{y} olabilir), bu durumda sinyal-gürültü oranını en büyük yapmanın eşleniği $\log(s^2)$ 'yi en küçük yapmak olacaktır. Sonuç olarak, sinyal gürültü oranı hesaplamalarında sadece $\log(s^2)$ kullanılabilir. Bu işlem daha az hesaplama gerektirecektir. Burada s^2 'ye logaritmik bir dönüşüm uygulanmıştır. Myers ve Montgomery (1995), dağılma etkisinin (dispersion effects) belirlenmesinde logaritma yerine bazı durumlarda karekök dönüşümünün uygun olabileceğini belirtmişlerdir (Montgomery 1997). En küçük en iyi durumu için Bölüm (3.3)'de önerilen sinyal-gürültü oranı,

$$S/G_{\text{En-küçük-iyi}} = -10 \log \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)$$

şeklindedir. Bu oranın önerilmesinde, karesel kayıp fonksiyonunun önemi vardır. Bu durum için uygun karesel kayıp fonksiyonu,

$$L = k \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2$$

şeklinde ifade edilir. Burada k bir sabittir. Kayıp fonksiyonunun logaritması,

$$\log L = \log k + \log \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)$$

şeklinde bulunur ve

$$S/G_{\text{En-küçük-iyi}} = 10 \log k - 10 \log L$$

eşitliğine geçilir. Sinyal gürültü oranını en büyük yapmanın eşleniği, L 'yi en küçük yapmaktır. Diğer taraftan,

$$\begin{aligned}\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 &= \bar{y}^2 + \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 \right) \\ &= \bar{y}^2 + \left(\frac{n-1}{n} \right) s^2\end{aligned}$$

yazılır. Yani $S/G_{\text{En-küçük-iyi}}$ oranının kullanılması ile, konum (location) ve dağılma etkileri birbirine karışmıştır. Aynı durum $S/G_{\text{En-büyük-iyi}}$ oranında da görülmektedir. Bu nedenle, konum ve dağılma etkilerini ayrı ayrı değerlendirecek bir stratejiye ihtiyaç vardır. Bu strateji Bölüm (4.2) ve (4.3)'de kısaca tartışılacaktır. Bir diğer eleştiri, $S/G_{\text{En-küçük-iyi}}$ 'nin y^2 ve $S/G_{\text{En-büyük-iyi}}$ oranının da $1/y^2$ terimlerini içermesidir. Bu terimler, aykırı veya sıfır değerli gözlemlere karşı aşırı duyarlıdır. Bu sayılan nedenlerden dolayı sinyal-gürültü oranlarının kullanımı sakıncalıdır.

2. Taguchi tarafından önerilen bir diğer analiz tekniği, sinyal-gürültü oranları üzerinden yapılan varyans analizidir. Bu analizde, bağımlı değişken değerlerini sinyal-gürültü oranları oluşturmaktadır. Burada önemli olan husus, F testinde kullanılacak uygun hata kareler ortalamasının bulunmasıdır. Bu konuyla ilgili olarak Taguchi tarafından önerilen teknik eleştirilmiştir. Çünkü, analiz sonucunda önemsiz çıkması beklenen etkilerin önemli çıkabileceği konusu literatürde tartışılmıştır. Bu konuyla ilgili olarak burada daha fazla tartışma yapılmayacaktır. Ancak, ayrıntılı tartışma ve kaynaklar için Montgomery (1997)'ye bakılabilir.

Yukarıda verildiği şekilde Taguchi'nin tasarım ve analizleri eleştirilmiştir. Diğer taraftan, Taguchi felsefesi benimsenmiştir. Bu nedenle Taguchi felsefesi altında tasarım ve analiz geliştirme, istatistik literatüründeki mevcut analizlerin Taguchi felsefesine uyarlanması konusu son yıllarda çok günceldir. Önerilen yöntemlerin başında, cevap yüzey analizleri gelmektedir. Taguchi tasarım ve analizleri çok fazla eleştirilmesine rağmen, sanayi uygulamalarında bu yöntemlerin büyük başarı sağladığı ve Amerikanın büyük firmaları tarafından rağbet gördüğü gözlemlenmiştir. Bunun en büyük nedeni, Taguchi yöntemlerinin klasik deney tasarım felsefesine dayanması olabilir. Bu felsefe çok güçlüdür ve Taguchi'yi başarıya taşıdığı

TC MÜHÜR
T.C. MÜHÜR
T.C. MÜHÜR

söylenbilir. Ancak, Taguchi'nin önerdiği yöntemlerden daha etkin olanları istatistik literatüründe mevcuttur. Bu yöntemlerin küçük değişikliklerle sanayi sektörüne uyarlanması gerekmektedir. Taguchi'nin en büyük katkısı, deney tasarımının gücünü sanayi sektöründe çalışan mühendis ve uzmanlara anlatabilmesi olmuştur.

4.2. Taguchi'ye Alternatif Bir Yaklaşım: Cevap Yüzeyleri Yaklaşımı

Taguchi yöntemlerine karşı yapılan en önemli eleştirilerden birisi, Box (1985) tarafından yapılmıştır. Bu eleştiri ana hatlarıyla,

"Taguchi teknikleri adım adım hedefe yaklaşma ilkesine aykırıdır. Taguchi'nin önerdiği tasarımlar oldukça kısıtlı olup, etkileşim kavramıyla yeterince ilgilenmezler. Taguchi tekniklerine alternatif daha etkin ve basit analiz teknikleri literatürde mevcuttur. Sinyal-gürültü oranlarının kullanımı üzerine yapılan tartışmalar istatistik çevrelerini ikna edici düzeyde değildir".

şeklindedir. Yapılan bu eleştiriden hareketle Vining ve Myers (1990), Taguchi felsefesi ile cevap yüzey yöntemlerini harmanlamış ve "ikili cevap yaklaşımı (dual response approach)" adıyla bilinen bir yöntemi önermişlerdir. Makalede geçen temel felsefe, süreç karakteristiğine ilişkin ortalama ve varyansın cevap yüzeyleriyle ayrı ayrı modellenmesidir. Burada amaçlanan, ilgilenilen süreç hakkında daha fazla bilgi edinmek ve tahminler yapabilmektir. Sonuç olarak, sinyal-gürültü oranı yerine ileri istatistiksel yöntemlerin kullanılmasına yönelik bir adım atılmıştır. Bu fikir ilerleyen yıllarda beğenilmiş ve rağbet görmüştür. Konuyla ilgili bazı makaleler, Tuck, M.G. et al. (1993), Lucas, J.M. (1994), Khattre, R. (1996)'dır. Cevap yüzeylerinin Taguchi problemlerine uyarlanması ile ilgili olarak Myers, Khuri, Vining (1992) ve Khattre (1996) makalelerinde işlenen temel görüş,

"Taguchi'nin sunduğu problemlere çözüm getirebilmek için istatistik teorisi içinde yer alan tasarımların ve yöntemlerin bazı küçük değişikliklerle adaptasyonunun sağlanması gerekmektedir. Sonuçta Taguchi yöntemlerinin aksine daha fazla etkin, basit ve yorumlanması kolay analizlere ulaşılacaktır. Bu sözü geçen analizlerde kullanılacak deney tasarımları, Taguchi tasarımlarına göre daha az deneme ile daha etkin sonuçlara ulaşabilecek kapasitededir".

şeklindedir. Vining ve Myers (1990), Taguchi ve cevap yüzey felsefelerini ikili cevap yaklaşımı altında birleştirmişlerdir. Diğer taraftan, bu makalede gürültü etkenleri konusuna değinilmemiştir. Myers, Khuri ve Vining (1992), gürültü etkenlerini de cevap yüzey modellerine adapte etmişlerdir. Bu sözü geçen model yapısı, ilerleyen

yıllarda Lucas (1994) ve Myers, Kim, Griffiths (1997) makalesinde de kullanılmıştır. Modelin genel yapısı,

$$\mathbf{y} = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{z}'\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{x}'\boldsymbol{\Delta}\mathbf{z} + \varepsilon \quad (4.1)$$

şeklindedir. Bu modelde \mathbf{x} vektörü kontrol değişkenlerini ve \mathbf{z} vektörü gürültü değişkenlerini göstermektedir. $\mathbf{z}'\boldsymbol{\gamma}$, gürültü değişkenlerinin doğrusal ana etkilerini göstermektedir. Diğer taraftan $(\beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x})$ ifadesi, kontrol değişkenleri ile ilgili bir ikinci derece cevap yüzeyidir. $\mathbf{x}'\boldsymbol{\Delta}\mathbf{z}$ terimi ise, modelin en önemli terimi olup *kontrol-gürültü etkileşimi* olarak bilinmektedir. Bu modele gerektiğinde gürültü değişkenlerinin karesel veya etkileşim etkileri de eklenebilir. Hata terimleri (yani ε_i 'ler) bağımsız ve aynı dağılımlı normaldirler ($\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$). Son olarak \mathbf{y} ile gösterilen vektör, bağımlı değişken değerlerini içermektedir. Hatırlanacağı üzere bağımlı değişken değerleri, ilgilenilen bir süreç veya ürün karakteristiğine ilişkin değerler olacaktır. Taguchi'nin sinyal-gürültü oranları, bir süreç veya ürün karakteristiğine ilişkin ortalama ve varyansa dayanmaktadır. Bu nedenle, süreç ortalama ve süreç varyansının cevap yüzeyleriyle modellenmesi gerekmektedir.

4.2.1. Süreç Ortalama ve Varyansının Modellenmesi

A. Tekrarlı Yöntem

İkinci bölümden hatırlanacağı gibi, cevap yüzey modellemesi için uygun deney tasarımının seçilmesi gerekmektedir. Sinyal-gürültü oranlarının aksine, konum ve dağılım ölçülerini birbirinden ayırmak için; \bar{y} ve $\log(s^2)$ bağımlı değişkenlerinin cevap yüzeyleriyle Eşitlik (4.1) biçiminde ayrı ayrı modellenmesi gerekmektedir. Varyanslara uygulanacak logaritmik dönüşüm yerine başka dönüşümlerin de uygun olabileceği, Vining ve Myers (1990) makalesinde tartışılmıştır. Bu tartışma, Barlett ve Kendall (1946) makalesine dayandırılmıştır. Varyans modellemesi için, her bir tasarım noktasının en az üç kez tekrarlanması (replication) gerekmektedir. Tekrarların ortalaması \bar{y} ve varyansı s^2 olacaktır. Burada \bar{y} örneklem ortalamasını ve s^2 örneklem varyansını göstermektedir. Şayet kullanılan deney tasarımı toplam N deneme içeriyorsa, bu durumda bulunacak \bar{y} ve s^2 değerlerinin sayısının da N olacağı açıktır. Bu aşamadan sonra, uygun bir varyans stabilize dönüşümü (variance stabilizing transformation) kullanılabilir. Her bir deneme noktasındaki tekrarların

sayısı s olmak üzere, $s < 5$ için logaritmik dönüşüm önerilmez. Tekrarların sayısı 5 ile 9 arasında değişiyorsa, logaritmik dönüşümden sağlanacak fayda marjinal olacaktır. Bu nedenle $s < 10$ olduğu zaman, logaritmik dönüşüm yerine başka bir dönüşüm önerilebilir. Bu tartışmadan hareketle, Vining ve Myers (1990) karekök dönüşümünü önermişler ve bağımlı değişken (cevap değişkeni) olarak standart sapmayı kullanmışlardır. Varyans modellemesinde kullanılacak uygun dönüşümün ne olacağı konusu halen tartışmaya açıktır. Bu eksikliğe Myers (1999) kısaca değinmiştir.

B. Hata Aktarım (Propagation of Error) Yöntemi

Gürültü etkenlerinin bağımlı değişken üzerinde yaratacağı tüm değişkenlik bilgisine hata aktarım modeli ile ulaşılabilecektir. Bu yaklaşım Myers, Khuri, Vining (1992) ve Lucas (1994) makalelerinde kullanılmıştır. Tekrarlı yöntemde değişkenliği tahmin edebilmek için, her bir deneme noktası s defa tekrar eder. Bu yöntem deney maliyetini yükseltir. Daha önce belirtildiği gibi, sanayi deneylerinde her zaman çok sayıda deney yapılması imkanı olmayabilir. Bunun en büyük nedeni, deneme maliyetlerinin çok yüksek olmasıdır. Tekrarlı yöntem alternatif olarak hata aktarım yaklaşımı önerilmiştir. Hata aktarım modeli Eşitlik (4.1)'e benzeyen bir model yapısıdır. Eşitlik (4.1) modelinde gösterilen tüm gürültü değişkenleri sürekli olup, düzeylerinin rasgele seçimli olduğu varsayılmıştır. Bu varsayım altında,

$$E(\mathbf{z}) = \mathbf{0}$$

$$\text{Var}(\mathbf{z}) = \mathbf{V}$$

yazılır. \mathbf{V} matrisi, gürültü değişkenlerine ilişkin varyans-kovaryans matrisidir. Bu matrisin köşegen elmanları gürültü değişkenlerine ilişkin varyansları göstermektedir. Bu varyansların birbirine eşit olduğu genellikle varsayılır. Süreç içindeki gürültü değişkenleri birbiriyle ilişkisiz ise, \mathbf{V} matrisinin köşegen dışı elemanları sıfır olacaktır. Bu bilgiler ışığında Eşitlik (4.1)'in \mathbf{z} vektörüne göre beklenen değeri,

$$E(\mathbf{y}) = E(\beta_0 + \mathbf{x}'\beta + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}) + E((\gamma' + \mathbf{x}'\Delta)\mathbf{z}) + E(\epsilon)$$

$$= \beta_0 + \mathbf{x}'\beta + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} + [\gamma' + \mathbf{x}'\Delta] \underbrace{E(\mathbf{z})}_{=0} + \underbrace{E(\epsilon)}_{=0}$$

$$\Rightarrow \hat{E}(y) = \hat{\mu}_z[\mathbf{y}(\mathbf{x})] = \mathbf{b}_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x} \quad (4.2)$$

ve varyansı,

$$\begin{aligned} \text{Var}(\mathbf{y}) &= \underbrace{\text{Var}(\beta_0 + \mathbf{x}'\beta + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x})}_{=0} + \text{Var}([\gamma' + \mathbf{x}'\Delta]\mathbf{z}) + \text{Var}(\epsilon) \\ &= [\gamma' + \mathbf{x}'\Delta]\text{Var}(\mathbf{z})[\gamma' + \mathbf{x}'\Delta]' + \text{Var}(\epsilon) \\ &= [\gamma' + \mathbf{x}'\Delta]\mathbf{V}[\gamma' + \mathbf{x}'\Delta]' + \sigma_\epsilon^2 \\ &= [\gamma + \Delta'\mathbf{x}]\mathbf{V}[\gamma + \Delta'\mathbf{x}] + \sigma_\epsilon^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_z^2[\mathbf{y}(\mathbf{x})] = (\hat{\gamma} + \hat{\Delta}'\mathbf{x})'\mathbf{V}(\hat{\gamma} + \hat{\Delta}'\mathbf{x}) + \hat{\sigma}_\epsilon^2 \quad (4.3)$$

şeklinde bulunur. Eşitlik (4.2) ve (4.3)'de verilen \mathbf{b} , $\hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\gamma}$ ve $\hat{\Delta}$ ifadeleri parametre tahminlerini göstermektedir. Eşitlik (4.3)'de \mathbf{V} matrisinin bilindiği varsayılmıştır. $\hat{\mu}_z[\mathbf{y}(\mathbf{x})]$ ve $\hat{\sigma}_z^2[\mathbf{y}(\mathbf{x})]$ ile gösterilen modeller sırasıyla süreç ortalaması ve süreç varyansına ilişkin cevap yüzey tahminlerini vermektedir. $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ terimi, hata kareler ortalamasıdır ve Eşitlik (4.1)'in tahmin edilmesinden sonra bulunacaktır. Gürültü değişkenleri (yani \mathbf{z} 'ler) arasındaki kovaryansların sıfır olduğu varsayılırsa, Eşitlik (4.3)'ün özdeşi,

$$\hat{\sigma}_z^2[\mathbf{y}(\mathbf{x})] = \sum_j \left(\frac{\partial y}{\partial z_j} \right) \sigma_{z_j}^2 + \hat{\sigma}_\epsilon^2 \quad (4.4)$$

şeklinde yazılır (Lucas, 1994). $\sigma_{z_j}^2$ ile gösterilen terimler, \mathbf{V} matrisinin köşegen üzerindeki elemanlarına karşılık gelmektedir. Genellikle tüm j 'ler için, $\sigma_{z_j}^2 = \sigma_z^2$ olduğu varsayılır. Eşitlik (4.4) ifadesi içindeki $\partial y / \partial z_j$ terimleri, cevap modelinin

gürültü değişkenleri yönündeki eğimlerini göstermektedir ($\partial y/\partial z = \hat{\gamma} + \hat{\Delta}'\mathbf{x}$). Bu eğimler, kontrol değişkenlerinin (yani \mathbf{x} 'lerin) doğrusal fonksiyonları olacaktır. Bir ilginç sonuç, eğim değerlerinin tümünün sıfır olmasıdır. Yani, süreç varyansı gürültü terimlerinden bağımsız olarak sadece hata varyansına eşit olacaktır ($\hat{\sigma}_z^2[\mathbf{y}(\mathbf{x})] = \hat{\sigma}_e^2$).

Şimdiye kadar anlatılanlar, cevap yüzeyleri felsefesi altında Taguchi problemlerine yönelik model yaklaşımlarıdır. Bu aşamadan sonra optimizasyon sürecine geçilecek ve Taguchi felsefesi altında önerilen ikili cevap yaklaşımı hakkında bilgi verilecektir.

4.3. İkili Cevap Yaklaşımı

İkili cevap yaklaşımı Taguchi problemi için Vining ve Myers (1990) tarafından önerilmiştir. Vining ve Myers bu yöntemin temellerini Myers ve Carter (1973) makalesine dayandırır. Bu bölümde yöntem hakkında kısaca bilgi verilecektir. Bu yöntemde ikinci derece cevap yüzeyleri kullanılmaktadır. Burada ilk olarak yöntemin literatürdeki orijinal biçimi tanıtılacaktır.

\mathbf{x} , $k \times 1$ boyutlu bir vektör olup deneyci tarafından kontrol edilen bağımsız değişkenleri (etkenleri) gösterebilir. Etkenlerin düzeylerine bağlı olarak tespit edilen deneysel bölge R olsun. Deneycinin R deneysel bölgesi içinde ($\mathbf{x} \in R$), iki ayrı cevabın optimizasyonu ile ilgilendiğini varsayalım. η_p , ana cevap, η_s ikincil cevabı gösteriyor olsun. Bu cevaplara ilişkin ikinci dereceden cevap modelleri,

$$\eta_p = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum \sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon_p \quad (4.5)$$

$$\eta_s = \gamma_0 + \sum_{i=1}^k \gamma_i x_i + \sum_{i=1}^k \gamma_{ii} x_i^2 + \sum \sum \gamma_{ij} x_i x_j + \varepsilon_s \quad (4.6)$$

olsun. β ve γ 'lar bilinmeyen katsayıları ve ε 'lar rasgele hataları göstermektedir. Uygun bir deneyin gerçekleştirildiği varsayımı altında, gözlenen cevaplar sırasıyla \hat{y}_p ve \hat{y}_s olsun. İlgilenilen sistemlerin cevap yüzey tahminleri,

$$\hat{y}_p = b_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (4.7)$$

$$\hat{y}_s = c_0 + \mathbf{x}'\mathbf{c} + \mathbf{x}'\mathbf{C}\mathbf{x} \quad (4.8)$$

şeklindedir. Burada $b_0 = \hat{\beta}_0$, $c_0 = \hat{\gamma}_0$, $\mathbf{b} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k)'$, $\mathbf{c} = (\hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_k)'$ 'dir. Ayrıca, \mathbf{B} ve \mathbf{C} matrisleri sırasıyla Eşitlik (4.9) ve (4.10)'da verilmiştir. Model parametre tahminleri için en küçük kareler yöntemi kullanılabilir. Şayet heterojenik varyansların olabileceği şüphesi varsa, bu durumda parametre tahminleri için ağırlıklı en küçük kareler yöntemi önerilebilir.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \dots & \hat{\beta}_{1k} \\ \hat{\beta}_{12} & 2\hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{\beta}_{1k} & \hat{\beta}_{2k} & \dots & 2\hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\hat{\gamma}_{11} & \hat{\gamma}_{12} & \dots & \hat{\gamma}_{1k} \\ \hat{\gamma}_{12} & 2\hat{\gamma}_{22} & \dots & \hat{\gamma}_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{\gamma}_{1k} & \hat{\gamma}_{2k} & \dots & 2\hat{\gamma}_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.3.1 Optimizasyon Probleminin Tasarlanması:

Ana cevap \hat{y}_p 'yi, $\hat{y}_s = m$ şeklinde tanımlanacak bir kısıt altında optimize eden $\mathbf{x} \in \mathbf{R}$ koşulları bulunmak istenmektedir. Burada m , kısıt cevaba ilişkin belirlenmiş bir hedef değerdir. İkinci kısıt ise, \mathbf{R} deneysel bölgesinin r yarıçaplı bir "hiperküre" şeklinde tanımlanmasıdır, diğer bir deyişle $\mathbf{x}'\mathbf{x} = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_k^2 = r^2$ olacaktır. İki kısıtlı optimizasyon problemi,

Amaç Fonksiyonu

$$\hat{y}_p = b_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}$$

Kısıtlar

$$\begin{aligned} \hat{y}_s &= m \\ \mathbf{x}'\mathbf{x} &= r^2 \end{aligned}$$

şeklinde tanımlanır. Bu problemin çözümü için Vining ve Myers (1990) Lagrange çarpanları yöntemini önermişlerdir. Lagrange fonksiyonu,

$$L = \hat{y}_p - \lambda_m (\hat{y}_s - m) - \lambda_r (\mathbf{x}'\mathbf{x} - r^2) \quad (4.11)$$

biçiminde yazılır ve \mathbf{x} çözüm vektörü tarafından sağlanacak eşitlikler,

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

olacaktır. Eşitlik (4.12) çözüldüğünde,

$$(\mathbf{B} - \lambda_m \mathbf{C} - \lambda_r \mathbf{I}) \mathbf{x} = \frac{\lambda_m \mathbf{c} - \mathbf{b}}{2} \quad (4.13)$$

bulunur. Burada dikkati çeken bir husus, $\lambda_m = 0$ durumudur. Yani, Eşitlik (4.13) 'de verilen problem ridge analiz problemine dönüşecektir. Eşitlik (4.13)'deki \mathbf{x} vektörünü çözülebilmek için, Ridge analizine benzer bir yöntem Vining ve Myers (1990) tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde λ_m çarpanına $[-\pi, \pi]$ aralığında çeşitli sabit değerler verilmiş ve λ_r ile gösterilen diğer Lagrange çarpanının değeri, problemin cinsine göre $\mathbf{B} - \lambda_m \mathbf{C}$ 'nin en büyük özdeğerinden daha büyük veya en küçük özdeğerinden daha küçük olacak şekilde seçilmiştir. Bu seçim altında \mathbf{x} vektörü çözülecektir. Bu strateji, klasik cevap yüzeyleri kitaplarında Ridge analizi başlığı altında tartışılır ve yöntemin temelleri genellikle Draper (1963) makalesinde verilen bir dizi teoreme dayandırılır. λ_m çarpanına ilişkin olarak önerilen $[-\pi, \pi]$ değer aralığının seçimi konusunda Vining ve Myers (1990) bilgi vermemektedirler.

Taguchi problemiyle ilişki kurabilmek için, süreç ortalama ve standart sapmasının sırasıyla \hat{y}_μ ve \hat{y}_σ şeklinde tanımlandığı varsayalım. Bu tanımlamanın (4.7) ve (4.8) eşitliklerine uygun olarak yapılacağı düşünülmektedir. Taguchi'nin önerdiği üç durum için tanımlanacak optimizasyon problemleri aşağıda verilmiştir:

Durum 1 – Hedef-en-iyi : Süreç ortalaması μ_0 gibi belirli bir hedef değerde sabit tutulurken, süreç standart sapması en küçük yapılmaya çalışılır. Bu amaçla,

$$\begin{aligned} \text{Min } & \hat{y}_\sigma \\ \text{Kısıtlar: } & \hat{y}_\mu = \mu_0 \text{ ve } \mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

optimizasyon problemi tanımlanır.

Durum 2 – En büyük-en-iyi : Süreç ortalaması mümkün olduğunca büyük yapılmaya çalışılırken, süreç standart sapması σ_0 gibi uygun bir değerde kontrol altında tutulmaya çalışılır. Bu amaçla,

$$\begin{aligned} \text{Max } \hat{y}_\mu \\ \text{Kısıtlar: } \hat{y}_\sigma = \sigma_0 \text{ ve } \mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

optimizasyon problemi tanımlanır.

Durum 3 – En küçük-en-iyi : Süreç ortalaması mümkün olduğunca küçük yapılmaya çalışılırken, süreç standart sapması σ_0 gibi uygun bir değerde kontrol altında tutulmaya çalışılır. Bu amaçla,

$$\begin{aligned} \text{Min } \hat{y}_\mu \\ \text{Kısıtlar: } \hat{y}_\sigma = \sigma_0 \text{ ve } \mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

optimizasyon problemi tanımlanır.

Ana ve ikincil cevapların ne olacağına karar verebilmek için, araştırmaya konu olan hedeflerin öncelikle tespit edilmesi gerekmektedir. Bazı problemlerde ana cevap “ortalama” olurken, bazılarında ise “standart sapma” olabilmektedir. Vining ve Myers (1990), yukarıda tanımlanan Taguchi problemlerini Lagrange çarpanları yöntemiyle çözmeyi uygun bulmuşlardır. Lagrange çarpanları olarak bilinen λ ’ların seçiminde, Ridge analizine benzer bir yöntem önermişlerdir. Vining ve Myers, önerilen yöntem ve analizlerin özellikle “hedef en iyi” durumu için genel ve doğal bir yaklaşım olduğu yorumunu yapmışlardır. Del Castillo ve Montgomery (1993), Vining ve Myers’in makalesinde tanımlanan problemlerin doğrusal olmayan programlama yöntemleriyle çözülebileceğini söylemişlerdir.

Del Castillo ve Montgomery (1993), Vining ve Myers (1990)’nın λ_m için önerdikleri $[-\pi, \pi]$ değer aralığını aşırı kısıtlayıcı bulmuşlardır. Bu kısıtlamanın bazı durumlarda bölgesel optimumun bulunmasını olumsuz etkileyebileceği yorumunu yapmışlardır. Bu nedenle aynı problemlerin doğrusal olmayan programlama yöntemlerinden uygun olan biriyle çözülebileceği yorumu yapılmıştır. Bu yöntemlerin kullanılmasıyla, problemlerimiz eşitsizlik kısıtlarını da içerebilir hale dönüşür. Bu duruma örnek olarak En-küçük-en-iyi problemi,

$$\begin{aligned} \text{Min } \hat{y}_\mu \\ \text{Kısıtlar: } \sigma_{\text{alt}} \leq \hat{y}_\sigma \leq \sigma_{\text{üst}} \text{ ve } \mathbf{x}'\mathbf{x} \leq r^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu gösterimde σ_{alt} ve $\sigma_{\text{üst}}$ ifadeleri, standart sapma cevabına ilişkin olarak önceden belirlenmiş aralığın alt ve üst sınırlarını vermektedir. Dolayısıyla, standart sapma için tek bir eşitlik kısıtı yerine bir aralık tanımlanmış ve araştırmacının istekleri doğrultusunda bir esneklik sağlanmıştır. Eşitlik (4.17)'deki aralık tanımlaması yerine sadece tek taraflı eşitsizlikler de kullanılabilir. Aynı esnekliği, deneysel bölge ile ilgili kısıtta da görmek mümkündür. Vining ve Myers (1990)'nın deneysel bölge tanımlaması “küresel bölgeye” ilişkindir. Çünkü, kullandıkları yöntem Ridge analizinin genelleştirilmiş biçimidir. Ancak bazı problemler için kübik bölge tanımı da uygun olabilir. Böyle bir kısıtın doğrusal olmayan programlama problemine aktarımı oldukça basittir.

Lin ve Tu (1995)'nin ikili cevap yaklaşımı ile ilgili makalesinde, Vining ve Myers (1990)'nın eşitlik kısıtları eleştirilmiştir. Örneğin, En küçük-en-iyi problemindeki standart sapma cevabına ilişkin σ_0 kısıt değeri gerçekçi bulunmamıştır (Bkz: Eş. (4.15) ve (4.16)). Çünkü σ_0 değeri genellikle bilinemez ve dolayısıyla da mümkün olduğunca küçültülmeye çalışılmalıdır. Lin ve Tu (1995), hata kareler ortalamasına dayanan bir optimizasyon problemi önermişler ve ikili cevap problemini tek cevaplı probleme indirgemişlerdir. Bu yaklaşımda hata kareler ortalaması,

$$\begin{aligned} \text{HKO} &= E(y - m)^2 = E(y - E(y) + E(y) - m)^2 \\ &= E(y - E(y))^2 + (E(y) - m)^2 \\ &= \underbrace{\text{Var}(y)}_{\substack{\text{Süreç} \\ \text{Varyansı}}} + \underbrace{(E(y) - m)^2}_{(\text{Yan})^2} \end{aligned}$$

şeklinde yazılır. Hatırlanacağı gibi süreç karakteristiği y ile gösterilmektedir. HKO formülünde, süreç ortalaması ve varyansı sırasıyla $E(y)$ ve $\text{Var}(y)$ ile gösterilmiştir. Süreç ortalaması ve standart sapmasına ilişkin cevap kestirim modelleri \hat{y}_μ ve \hat{y}_σ olarak (4.7) ve (4.8) eşitlikleri biçiminde tanımlanabilir. Sonuç olarak, Lin ve Tu'nun amaç fonksiyonu,

$$\text{HKO} = \hat{y}_\sigma^2 + (\hat{y}_\mu - m)^2 \quad (4.18)$$

şeklindedir. Eşitlik (4.18) ifadesi, varyans ve yan bileşenlerinden oluşmaktadır. Bu sözü geçen bileşenler, cevap yüzey fonksiyonları ile tahmin edilecektir. Eşitlik (4.18)'de verilen fonksiyonu en küçük yapacak x vektörü bulunacaktır. Lin ve Tu (1995) tarafından önerilen bu yöntem, Vining ve Myers(1990) makalesinde verilen örneğe uygulanmış ve %25 daha küçük HKO değeri verecek çözümler bulunmuştur. Lin ve Tu'nun makalesinde geçen bir diğer konu model seçimi ile ilgilidir. Kübik model ile başlanarak uygun modelin seçimine çalışılmıştır. PRESS, C_p , Adımsal (stepwise) regresyon gibi yöntemlerle uygun modellerin seçilmesi konusunda önerilerde bulunulmuştur.

Şimdiye kadar anlatılan yaklaşımlarda (gürültüden bağımsız yaklaşımlar), Taguchi felsefesi altında cevap modelleri ve optimizasyon konularına değinilmiştir. Gürültü değişkenlerini içeren bir yaklaşım, Bölüm 4.2.1'in B ile verilen alt başlığında anlatılmıştır. Eşitlik (4.2) ve (4.3) kullanılarak, ikili cevap problemlerinin tasarımı ve çözümü mümkündür. Bu konu ile ilgili olarak Myers, Khuri, Vining (1992) ve Myers, Kim, Griffiths (1997) makalelerine bakılabilir.

Bu bölüm Khuri'nin aşağıda verilen mesajı ile bitirilecektir. Bu mesaj, 1996 yılında yayımlanan *Handbook of Statistics*'in 12 inci bölümünde yer almaktadır:

"Taguchi'nin sağlam parametre tasarımına alternatif olarak önerilen cevap yüzey yaklaşımları, son yıllarda bir çok kullanıcının dikkatini çekmiş ve bu konu "sanayide kalite" başlığı altında rağbet görmüştür. Bu konu ile birlikte, çokcevaplı yüzeyler konusu yeniden gündeme gelmiştir. Bu alanda süratle çalışma yapılması ve ilgili yöntemlerin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu alanda yapılacak yeni çalışmalarla, çokcevaplı yüzey yöntemlerinin sanayi problemleri için vazgeçilmez bir araç olacağı düşünülmektedir".

Khuri'nin bu sözleri çok anlamlıdır. Bu konu son yıllarda çok günceldir ve yeni makaleler yayımlanmaktadır. Taguchi analiz ve yöntemleri çok eleştirilmiştir. Ancak, Taguchi'nin güzel felsefesi sayesinde istatistik literatürüne büyük katkılar yapılmış ve yapılmaktadır. Taguchi'nin en büyük katkısı, deney tasarımını sanayi sektörüne tanıtmasıdır. Sonuç olarak, firmaların maliyetleri düşmüş ve karlılık oranlarında artış gözlenmiştir. Rekabet ortamındaki firmalar, daha ucuz ve kaliteli ürün üretme yarışına girmişlerdir. Bu yarışta ayakta kalmak isteyen firmalar, araştırma ve geliştirme faaliyetlerine daha fazla önem vermeye başlamışlardır.

5. ÇOK CEVAPLI SİSTEMLER VE OPTİMİZASYON

Son on yılda, özellikle ABD’de, kalite geliştirme konusunda yoğun çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalara Amerika’nın büyük sanayi kuruluşları da destek vermektedirler. Böylece, bu alandaki bilimsel katkıların uygulamaya aktarılma şansı doğmuştur. Bu bölümde, “kalite geliştirme-optimizasyon” konusuna genel bir bakış yapılacak ve literatürün bu alandaki bazı önemli kaynakları tanıtılacaktır. Bu kısa tanıtımın ardından, çok cevaplı sistemler ve bu sistemlerin optimizasyonu konusuna değinilecektir.

5.1. “Kalite Geliştirme–Optimizasyon” Konusuna Genel Bir Bakış

Amerikan İstatistik Derneğinin (American Statistical Assosiation) Kalite Birimi tarafından Houston, Texas’da bir konferans düzenlenmiştir (14-15. Ekim. 1999). Bu konferansta, Carlyle, W.M., Montgomery, D.C. ve Runger, G.C. tarafından “*Kalite Kontrol ve Geliştirme Konusundaki Optimizasyon Problemler ve Yöntemler*” başlıklı bir bildiri sunulmuştur. Bu bildiriye değişik bilim çevrelerinden katkılar gelmiştir. Son 10 yılda kalite geliştirme alanındaki optimizasyon problemlerini ve yöntemlerini kısaca tanıtan Carlyle et al. (2000) makalesinden yararlanarak, “kalite geliştirme-optimizasyon” konusuna bu bölümde genel bir bakış yapılacaktır.

Kalite kontrol ve kalite geliştirme konularındaki birçok problem optimizasyon yöntemlerinin kullanımını içermektedir. Uygulamalı/teorik istatistiksel yöntemlerle, optimizasyon arasındaki ilişkinin kökeni 19. yüzyılın başlarına kadar dayanmaktadır. Parametre tahmini, model seçimi, deney tasarımı, süreç kontrolü gibi istatistiğin birçok alanında, optimizasyon literatürünün matematiksel programlama algoritmaları kullanılmaktadır.

“Optimizasyon-İstatistik” bağlantısına ilişkin güzel bir örnek, parametre tahmin konusudur. Doğrusal regresyonda en küçük kareler yönteminin kullanılması 19. yüzyılın ilk yıllarından beri bilinmektedir. En küçük kareler yönteminde, kestirilen ve gözlenen değerler arasındaki farkın kareler toplamını minimum yapacak şekilde model parametreleri tahminlenir. Bu bir kısıtsız optimizasyon problemi olup, ileri matematiğin basit yöntemleriyle kolayca çözüme ulaşır. Çünkü modelin beklenen değer fonksiyonu, bilinmeyen parametrelerin doğrusal bir fonksiyonu olacaktır. Sözü

geçen bu fonksiyonun parametreler cinsinden doğrusal olmadığı durumlarda ise, optimizasyon literatüründeki uygun bir arama yöntemi kullanılabilir. Regresyon analizinin bir diğer önemli konusu, uygun değişken ve modelin seçimidir. Uygun model seçimi konusunda literatürde tartışılan birçok optimizasyon problemi vardır. İstatistikteki gelişmelere paralel olarak, birçok optimizasyon problemi tasarlanmış ve halen günümüzde de tasarlanmaktadır. Doğrusal modellerden doğrusal olmayan modellere geçiş, değişken sayılarındaki artış ve istatistiğin faaliyet alanlarındaki genişlemeler sonucunda, ileri optimizasyon tekniklerin üretilmesi veya kullanılması gündeme gelmiştir.

İstatistik literatüründe deney tasarımının önemli bir yeri vardır. Deney tasarımı ve optimizasyon arasındaki ilişkinin en güzel örnekleri, istatistiğin cevap yüzeyleri konusunda karşımıza çıkmaktadır. Bu konu deney tasarımları, model geliştirme ve optimizasyon tekniklerin sistematik kullanımına dayanmaktadır. Cevap yüzey yöntemlerinin dün, bugün ve gelecekteki yönleri konularında Myers (1999)'in son yıllarda yayımlanan makalesi önemli bir kaynaktır. Cevap yüzey yöntemlerinin kullanılmaya başlandığı ilk yıllarda, maksimum veya minimum cevap değerini verecek değişken düzeylerinin bulunmasına yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bu amaçla kanonik analiz geliştirilmiş ve yüzeyin üzerinde bulunduğu orijinal kordinat sisteminden özel dönüşümlerle kanonik sisteme geçilerek, durağan noktanın statüsü aranmıştır. Küresel bölge kısıtları ile sınırlandırılmış eyer noktalı yüzeylerde, durağan noktanın statüsünü bulabilmek için Hoerl (1964) tarafından "Ridge" analizi geliştirilmiştir. Ridge analizi, Lagrange çarpanlar yöntemine dayanmakta ve kısıtlı optimizasyon problemlerini çözmektedir.

1980'li yıllardan itibaren, deney tasarımı ve cevap yüzey yöntemleri, sanayide "kalite geliştirme" alanında kullanılmaya başlamıştır. Bu yönüde Japon Mühendis G. Taguchi'nin önemli katkıları olmuştur. Taguchi, sanayi sektörüne yönelik bir dizi tasarım önermiştir. Taguchi'nin sağlam parametre tasarımı olarak sunduğu görüş, ürün veya sürece ilişkin bir sistem tasarımı yapılarak, gürültü değişkenlerinin cevap üzerinde yaratacağı değişkenlik etkisinin mümkün olduğunca minimum yapılmasıdır. Gürültü etkenleri deneysel çalışmalarla kontrol edilebilir. Sağlam parametre tasarımında, ortalama cevabın maksimum veya minimum yapılması istenirken; aynı

anda değişkenlik etkisinin de minimum yapılması hedeflenmektedir. Bir diğer sağlam tasarım problemi ise, ortalama cevabın belirli bir hedef değerde sabitlenmesi ve aynı anda hedef etrafındaki değişkenliğin minimum yapılmasıdır. Bu tip problemler optimizasyon tekniklerle çözülebilir. Taguchi'nin önerdiği problemler literatürde tartışılmış ve değişik bilim çevrelerince beğenilmiştir. Ancak, Taguchi'nin problemlerin çözümleri için önerdiği istatistik ve optimizasyon teknikler eleştirilmiştir. Bu eleştirilerin temelinde etkin olmayan tasarımların kullanımı, etkileşim kavramına yeterli önemin verilmemesi ve sinyal-gürültü oranlarının kullanılması yatmaktadır. Optimum cevabı verecek değişken düzeylerini bulabilmek için Taguchi'nin önerisi, her bir tasarım noktasında sinyal-gürültü oranlarının hesaplanması ve sonrada maksimum değerli oranı veren düzeylerin seğilmesidir. Bu optimizasyon tekniğine “kazananı seğ” (pick-the-winner) adı da verilmektedir. Bu teknik, orijinal tasarım noktalarından birini seğmektedir. Ancak, seğilen noktada yerel (local) optimum cevap değerinin bile bulunma garantisi yoktur. Optimum cevap değerini veren nokta, deneysel bölge içinde fakat orijinal deneyde bulunmayan herhangi bir nokta da olabilecektir. Böylece, Taguchi'nin önerdiği optimizasyon tekniğinin etkinliği eleştirilebilir. Vining ve Myers (1990), sağlam parametre tasarımını bir optimizasyon problemi şeklinde ifade etmişlerdir. Problemin formulasyonunda, tek bir amaç fonksiyonu ve eşitlik kısıtları vardır. Buradaki temel varsayım, amaç ve kısıtların ikinci derece cevap yüzeleriyle modellenmesidir. Bu problemin çözümünde, Myers ve Carter (1973) makalesinde önerilen ikili cevap optimizasyon (dual response optimization) algoritması kullanılmıştır. Bu algoritma birçok yönden ridge analizine benzer ve küresel bölge içinde optimum nokta araştırması yapar. Bu tekniğin temelinde Lagrange çarpanları yöntemi vardır. Vining ve Myers (1990)'in önerdiği problemde hep eşitlik kısıtları vardır. Bu durum Del Castillo ve Montgomery (1993) tarafından eleştirilmiş ve doğrusal olmayan programlama yöntemlerinden biri olan “genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan” yöntemi önerilmiştir. Ayrıca Lin ve Tu (1995) tarafından ikili cevap problemi tek cevaplı probleme dönüştürülmüştür. Lin ve Tu (1995)'nin problemindeki amaç fonksiyonu hata kareler ortalaması olarak (mean square error) olarak tanımlanmıştır. Bu tanımlamada, hem varyans hem de yan bileşenler dikkate alınarak hata kareler ortalamasını minimum yapacak şekilde bir optimizasyon önerilmiştir.

Taguchi'nin sağlam parametre tasarım problemi, çok cevaplı problemin özel bir durumudur. Bazı sanayi denemelerinde, aynı anda ondan fazla cevap değişkeninin bile gözlenmesi normaldir. Sağlam parametre tasarımındaki cevap değişkenleri, deney süresince gözlenen cevapların ortalama ve varyansı olarak tanımlanmaktadır. Birçok deney tasarımı probleminin amacı, optimum cevabın bulunmasıdır. Optimum cevabı bulabilmek için optimizasyon problemleri tasarlanır. Birden fazla cevap değişkeni olduğunda, bu probleme çok cevaplı optimizasyon problemi veya eşzamanlı (simultaneous) optimizasyon problemi adı verilmektedir. Çok cevaplı problemlerin çözümü için ilk yıllarda önerilen yöntem, her bir cevap değişkeninin ayrı ayrı modellenmesi ve sonrada eşyükselti (contour) grafiklerinin çizilerek üstüste çakıştırılmasıdır. Böylece çakışık grafikler ile, ilgilenilen süreç karakteristiğinin optimum değerini verecek kontrol değişken düzeyleri tespit edilmektedir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken husus, bir cevap değişkeni için bulunabilecek optimum nokta; diğerleri için optimum olmayabilir. Bu nedenle, tüm cevaplar için mümkün olduğunca iyi olabilecek bir noktanın veya bölgenin grafik üzerinden tespit edilmesi gerekmektedir. Bu yöntemi literatüre Lind, Goldin ve Hickman (1960) tanıtmıştır. Lind et al.'in makalesinde, kimya sektörüne ilişkin bir uygulama yapılmış ve maliyet (cost) kavramı üzerinde durulmuştur. Sonuç olarak, bir ürün veya süreç karakteristiğinin optimum noktası ayrıca ekonomik de olmalıdır. Bu grafiksel yöntemin kullanımı iki veya muhtemelen üç boyutla kısıtlıdır. Yani değişken sayısı arttıkça, çok cevaplı optimizasyon problemini çözebilecek genel bir yöntemin geliştirilmesi gerekmektedir. Çok cevaplı problemin, kısıtlı optimizasyon problemi şeklinde ifadesi mümkündür. Örneğin v cevaplı bir sistemde, her cevaba ilişkin yüzey modeli $\hat{y}_i = f_i(\mathbf{x})$ olsun. Deneyci, cevaplardan birini ana (primary) cevap olarak seçer. Bu cevaba ilişkin yüzey modeli artık optimizasyon probleminin amaç fonksiyonu olacaktır. Diğer cevaplara ilişkin yüzey fonksiyonları ise, kısıt olarak tanımlanacaktır. Yani,

$$\text{Max (Min) } \hat{y}_1 = f_1(\mathbf{x}), \quad (5.1)$$

Kısıtlar:

$$l_i \leq \hat{y}_i = f_i(\mathbf{x}) \leq u_i, \quad i = 2, 3, \dots, v$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

şeklinde bir problem tanımlanacaktır. Burada l_i ve u_i gösterimleri sırasıyla alt ve üst sınırları belirtir. Ayrıca bağımsız değişkenler vektörü için bir \mathbf{R} deneysel bölge kısıtı da vardır. Kübik bölge altında her bir değişken, $-1 \leq x_i \leq 1$ sınırlamasına uyacaktır. Küresel bölgede ise, bu sınırlama, $\mathbf{x}'\mathbf{x} \leq r^2$ biçiminde yazılır. Burada r tasarım yarıçapıdır. Eşitlik (5.1)'de verilen tanımlamaya uygun olarak çözüm yapan ticari bilgisayar yazılımları vardır. Bunlardan bazıları: Design-Expert, GRG, Gino ve Excel'dir. Eşitlik (5.1)'in bir özel durumu, f_i 'lerin konveks fonksiyon olmaları ve kısıtların sadece üstten sınırlandırılmasıdır. Bu problemin literatürdeki çözümlerine, "konveks optimizasyon" çözümleri denilmektedir. Ancak, uygulamada konvekslik şartlarını sağlayan problemlere sıkça raslanmaz. Örneğin f_i 'lerin bir veya birkaçı "ridge" sistemine uyarsa, bu durumda konvekslik şartları sağlanmayabilir.

Eşitlik (5.1) biçiminde tanımlanan problemleri çözebilmek için, matematiksel programlama algoritmalarından yararlanılır. Doğrudan arama yöntemleri, genellikle Hooke ve Jeeves (1961)'in arama yöntemini veya ardışık simpleks algoritmasını kullanmaktadırlar. Doğrudan aramada kullanılan yöntemlere, tepe tırmanma (hill-climbing) yöntemleri de denilmektedir. Yani, bir başlangıç çözümünden başlanarak bölgesel gradyan doğrultusunda hareket edilir. Bu yöntemin bir olumsuz yanı, tümel (global) çözümün garanti edilmemesi ve daha çok yerel çözüme yakınsamasıdır. Bulunacak yerel çözüm, tüm cevap değişkenleri için optimum olmayabilir. Bu sorunu giderebilmek için, farklı başlangıç noktaları seçilerek her defasında değişik kısıt yüzeyleri üzerinde arama yapmak gerekir. Bu şekilde aramalar yapan matematiksel programlama algoritmaları vardır. Del Castillo ve Montgomery (1993), Eşitlik (5.1)'de verilen problemin özel bir durumu olan ikili cevap problemini, "genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan (GİG)" yöntemiyle çözmüşlerdir. Bu yöntem, doğrudan arama yöntemlerine göre daha etkindir ve doğrusal olmayan kısıtlı problemleri de kolayca çözebilmektedir. GİG yöntemi hakkında kısa bir bilgi ve bu yöntemle ilgili bazı önemli kaynakların listesi Köksoy ve Hocaoğlu (2000)'nin çalışmasında bulunmaktadır.

Çok cevaplı optimizasyon probleminin çözümünde kullanılacak bir diğer yol, cevapları uygun bir fonksiyon altında birleştirmektir. Bunu yapabilmek için,

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^v a_i \hat{y}_i \quad (5.2)$$

şeklinde bir bileşik (composite) amaç fonksiyonu tanımlanır ve optimumu aranır. Burada a_i 'ler ağırlık katsayılarıdır. Ağırlık katsayılarının seçimi genellikle zordur. Derringer ve Suich (1980), ağırlıkların seçimi konusunda bir yöntem önermiştir. Eşitlik (5.2)'den görüldüğü gibi, çok cevaplı problem bir tek cevaplı probleme dönmüştür. Ancak, çok cevaplı problemin belirli ağırlıklar yardımıyla tek cevaplı probleme döndürülmesinde bilgi kayıpları olabilir.

Eşitlik (5.1)'in aksine, birden fazla doğrusal olmayan amaç fonksiyonunun aynı anda optimum noktasının bulunması oldukça zor ve karmaşık bir iştir. Bu tip problemlere çok cevaplı problemler denilmektedir. Çok cevaplı problemler konusunda Myers (1999)'in makalesinde bir tartışma başlatılmıştır. Bu tartışmaya Montgomery, D.C., Hunter, J.S., Khuri, A.I., Lin, D.J. ve Box, G.E.P. gibi isimler katılmışlardır. Tartışmadan çıkan görüş, uygulamada çok cevaplı sistemlere sıkça raslanılmasına rağmen, bu konuya literatürde gereken önem verilmemiştir. Bugüne kadar genellikle tek cevaplı problemler üzerinde yoğunlaşmıştır. Taguchi'nin sağlam parametre tasarımıyla ivme kazanan cevap yüzey çalışmaları, çok cevaplı problemlerin önemini yeniden ortaya çıkarmıştır. Çok cevaplı optimizasyon probleminde, bazı cevaplar birbiriyle ilişkili olabilmektedir. Khuri ve Conlon (1981) ve Khuri ve Cornell (1996), bağımlılık yapısını da dikkat alan bir optimizasyon yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntem, genelleştirilmiş uzaklık ölçüsüne dayanmaktadır. Bu ağırlıklandırılmış uzaklık ölçüsünde, her bir cevap değişkenine belirli ağırlıklar verilmektedir. Bu ağırlıklar, cevapların varyans ve kovaryanslarıdır. Bulunacak çözüm, genelleştirilmiş uzaklığı minimum yapacaktır. Bu yöntem malesef standart bilgisayar yazılımlarında bulunmamaktadır. Vining (1998), cevaplar arasındaki ilişki yapılarını da dikkate alan bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntem, Khuri ve Conlon (1981) makalesindeki önerilen uzaklık ölçüsünün özel bir durumudur. Ancak, bu sözü geçen yöntemlerin Taguchi problemine uyarlanmış biçimi henüz literatürde bulunmamaktadır. Ayrıca, Eşitlik (5.1) biçiminde verilen Taguchi probleminin, çok amaçlı probleme çevrilmesi konusu da literatürde tartışılmamıştır. Bu konuya altıncı bölümde tekrar dönülecektir.

5.2. Çok Cevaplı Yüzeyler

Çok cevaplı yüzey optimizasyonunun amacı, birden fazla yüzey fonksiyonunun oluşturduğu karmaşık sistemin optimum noktasını bulmaktır. Bir başka deyişle, optimum noktayı verecek uygun etken düzeylerinin belirlenmesidir. Bu sözü geçen optimum nokta, tanımlanacak problemin cinsine göre değişebilmektedir. Örneğin bazı problemlerde tüm cevap fonksiyonlarını maksimum yapacak bir noktanın bulunması istenirken, bazende minimum yapacak bir nokta ile ilgilenilebilir. Bir diğer ilginç problem ise, eşanlı olarak bazı fonksiyonları maksimum ve bazılarını da minimum yapacak bir noktanın aranmasıdır. Örneğin, bir firma karını maksimum yapmak isterken, aynı zamanda üretim maliyetini de minimum yapma arzusunda olabilir. O halde, firmanın bu iki arzusuna birlikte cevap verebilecek koşulların ne olabileceğini bulmak gerekir. Bir yüzey fonksiyonunun optimum noktası, diğer fonksiyonlar için optimum olmayabilir. Tekrar yukardaki örneğe dönersek, firmanın karını maksimum yapacak koşullar; üretim maliyetini düşürmeye yetmeyebilir. Bu tip durumlara uygulamada sıkça raslanır. Sonuç olarak, tüm cevap fonksiyonları için uygun bir zeminin bulunması ve *uzlaşık* noktanın (compromise point) tespit edilmesi gerekir. Uzlaşık noktayı bulabilmek için, bazı şeylerden fedakarlık yapılır. Yani, firma üretim maliyetini düşürebilmek için, bir miktar karından fedakarlık etmek zorunda kalabilir. Aksi halde uzlaşık nokta her zaman bulunamaz. Çok cevaplı deneylerin analizi sırasında karşılaşılabilecek diğer güçlükler:

1. Bir cevap değişkeni için uygun olan bir deney tasarımı, diğerleri için başarısız sonuçlar üretebilir.
2. Cevap değişkenleri arasındaki muhtemel bağımlılık yapıları, analiz sonuçlarını olumsuz yönde etkileyebilir.

şeklinde sıralanabilir.

5.2.1. Çok Cevaplı Sistemlerde Parametre Tahmini

Bu bölümde, doğrusal çok cevaplı modellerin parametre tahminleri konusunda bilgi verilecektir. Bir çok cevaplı deneyde, x_1, x_2, \dots, x_k gibi k tane kodlanmış girdi değişkenlerinin oluşturduğu N tane deneme noktasında toplam v tane farklı cevap değişkeninin ölçüldüğünü düşünelim. Belirli bir \mathbf{R} deneysel bölgesi içinde, cevap

değişkenlerinin polinom tipindeki regresyon modelleri ile temsil edilebileceğini varsayalım. Böylece vektörel biçimde yazılan i inci cevap modeli,

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (5.3)$$

şeklindedir. Burada \mathbf{y}_i , i inci cevap değişkenine ait gözlemlerin oluşturduğu $N \times 1$ boyutlu vektörü, \mathbf{X}_i $N \times p_i$ boyutlu ve p_i ranklı kodlanmış değişken düzeylerinin bilinen fonksiyonlarından oluşan tasarım matrisi, $\boldsymbol{\beta}_i$ $p_i \times 1$ boyutlu bilinmeyen parametreler vektörü ve $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ i inci cevap değişkenine ilişkin rasgele hata vektörünü göstermektedir. Ayrıca,

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \mathbf{0} \\ \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \sigma_{ii} \mathbf{I}_N \quad i = 1, 2, \dots, v \\ \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_j) &= \sigma_{ij} \mathbf{I}_N \quad i, j = 1, 2, \dots, v; i \neq j \end{aligned} \quad (5.4)$$

olduğu varsayılır. Σ , $v \times v$ boyutlu bir matrisi göstermektedir. Bu matrisin (i, j) inci elemanı σ_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, v; i \neq j$) ile gösterilecektir. Bu bilgiler ışığında Eşitlik (5.3) biçimindeki modeller (v tane cevap modeli) birleştirilirse,

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.5)$$

bulunur. Eşitlik (5.5)'deki model yapısına *doğrusal çok cevaplı model* adı verilir. Bu gösterimde, $\tilde{\mathbf{y}} = (\mathbf{y}'_1 : \mathbf{y}'_2 : \dots : \mathbf{y}'_v)'$, $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}'_1 : \boldsymbol{\beta}'_2 : \dots : \boldsymbol{\beta}'_v)'$, $\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}'_1 : \boldsymbol{\varepsilon}'_2 : \dots : \boldsymbol{\varepsilon}'_v)'$ ve tasarım matrisi $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_v)$ şeklinde tanımlanmaktadır. Örneğin, $v = 2$ cevap değişkenli bir probleme ilişkin model,

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{N1} \\ \dots \\ y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{0} \\ \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{p_1 1} \\ \dots \\ \beta_{02} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{p_2 2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N1} \\ \dots \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N2} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

(2N×1) (2N)×(p₁+p₂) (p₁+p₂)×1 (2N×1)

şeklinde yazılır. Bu gösterimde y_{ui} ve ε_{ui} 'ler sırasıyla y_i ve ε_i ($u=1,2,\dots,N$; $i=1,2,\dots,v$) vektörlerinin u uncu elemanlarını ve β_{li} ($l=0,1,\dots,p_i$; $i=1,2,\dots,v$), β_i vektörünün l inci elemanını göstermektedir.

Eşitlik (5.4)'den yararlanarak, ε vektörünün varyans-kovaryans matrisi,

$$\text{Var}(\varepsilon) = \mathbf{V} = \mathbf{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_N \quad (5.7)$$

biçiminde yazılır (Khuri ve Cornell,1996). Burada \otimes sembolü, kartezyen (kronecker) çarpımını göstermektedir. Yani, Eşitlik (5.7)'deki matrisin boyutu $vN \times vN$ 'dir. Bu matris, $(\sigma_{ij} \mathbf{I}_N)$ şeklinde parçalarına ayrılabilir. $\mathbf{\Sigma}$ 'nun (i,j) inci elemanı σ_{ij} 'dir. β 'nin eniyi doğrusal yansız tahmini (best linear unbiased estimate – BLUE),

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\tilde{y} \quad (5.8)$$

olacaktır. Kartezyen çarpımın özelliklerinden hareketle, $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{\Sigma}^{-1} \otimes \mathbf{I}_N$ yazılır.

$\hat{\beta}$ 'nin varyans-kovaryans matrisi,

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1} \quad (5.9)$$

şeklinindedir. Eşitlik (5.8)'deki tahmin ediciye, *genelleştirilmiş enküçük kareler tahmin edicisi* (generalized least squares estimator) adı verilir. Bu tahmin edicinin kullanılmasındaki amaç, ε_i 'lerin varyans-kovaryans yapısının Eşitlik (5.7) biçiminde tanımlanmasıdır. Diğer bir deyişle, hata terimleri heterojen bir varyans yapısına sahiptir.

Eşitlik (5.7)'de verilen \mathbf{V} matrisi bilinmiyorsa, öncelikle bu matrisin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla $\mathbf{\Sigma}$ 'nun tekil olmayan tahmini, yani $\hat{\mathbf{\Sigma}}$, bulunur. $\mathbf{\Sigma}$ 'nun bir tahmini,

$$\hat{\mathbf{\Sigma}} = (\hat{\sigma}_{ij}) \quad i,j=1,2,\dots,v$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{y_i'(\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}_i'\mathbf{X}_i)^{-1}\mathbf{X}_i')(\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_j(\mathbf{X}_j'\mathbf{X}_j)^{-1}\mathbf{X}_j')y_j}{N} \quad (5.10)$$

Zellner (1962) tarafından önerilmiştir (Khuri ve Cornell, 1996). Eşitlik (5.10), i inci ve j inci tek cevaplı modellere ilişkin verilerden enküçük kareler uyumuna (ordinary least-squares fit) ait olarak bulunacak artık vektörlerini (residuals vectors) kullanan bir formüldür. Eşitlik (5.8) ve (5.9)'da \mathbf{V} yerine $\hat{\mathbf{V}} = \hat{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_N$ kullanılabilir. Bu şekilde bulunacak tahmin ediciye, iki aşamalı Aitken tahmin edicisi (two-stage Aitken estimator) adı verilmektedir. Eşitlik (5.8), (5.9) ve (5.10)'daki çıkarsamaları ayrıntılı olarak görebilmek için, klasik doğrusal modeller ve regresyon kitaplarına bakılabilir (Bkz: Myers, R.H., 1990, Chapter 7, p.275-365).

Bu bölümde son olarak, parametre tahmin konusu ile ilgili bir özel duruma yer verilecektir. Eşitlik (5.3)'de $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_0$ ($i=1,2,\dots,v$) alınır, bu durumda tasarım matrisi, $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_v)$, $\mathbf{X} = \mathbf{I}_v \otimes \mathbf{X}_0$ biçimine indirgenmiş olur. Sonuç olarak,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{I}_v \otimes (\mathbf{X}'_0 \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{X}'_0) \mathbf{y} \quad (5.11)$$

biçimindeki $\boldsymbol{\beta}$ 'nin BLUE tahmin edicisine ulaşılır. Görüldüğü gibi, bu tahmin edici Σ matrisine bağlı değildir. Böylece, her bir cevap modeli için ayrı ayrı enküçük kareler yöntemi uygulanarak parametreler tahminlenir (Khuri, A.I, 1996).

5.2.2. Çok Cevaplı Optimizasyon

Bölüm (5.1)'de, çok cevaplı problemlerin kısıtlı optimizasyon problemleri şeklinde ifade edilebileceği söylenmişti. Bu problemlerin çözümünde, Lind et al. (1960) grafiksel yöntem, Vining ve Myers (1990) ikili cevap yaklaşımı, Del Castillo ve Montgomery (1993) genelleştirilmiş indirgenmiş gradyan yöntem, Lin ve Tu (1995) ise hata kareler ortalaması yöntemlerini önermişlerdi.

Literatür tarandığında, Taguchi problemlerinin tek amaçlı optimizasyon problemleri gibi tasarlanarak çözüldüğü görülmektedir. Ancak, bu problemlerin çok amaçlı programlama problemleri gibi ele alınarak da çözülebileceği görüşünderiz. Bu düşünce doğrultusunda bir çok amaçlı optimizasyon problemi,

$$\text{Min } \{\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_v\} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada $\hat{y}_i = f_i(\mathbf{x})$ ($i=1,2,\dots,v$) ifadeleri, her cevaba ilişkin yüzey fonksiyonlarını göstermektedir. Ayrıca \mathbf{x} bağımsız değişkenler vektörü için bir \mathbf{R} deneysel bölge kısıtı vardır. Burada minimum yapmanın anlamı, tüm amaç fonksiyonlarının eşanlı olarak minimum yapılmasıdır. Eğer amaç fonksiyonları arasında bir uyumsuzluk yoksa, tüm amaç fonksiyonlarını minimum yapan tek bir çözüm bulunabilecektir. Bu çözümü bulabilmek için,

$$\text{Min } f_i(\mathbf{x}) \quad i=1,2,\dots,v$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

problemleri çözülür ve amaç fonksiyonlarının herbirini minimum yapan \mathbf{x}^* ideal çözüme ulaşılır. İdeal çözüm noktasındaki amaç fonksiyon değerlerine *ideal kriter değerleri* adı verilir ve a_i^* ($i=1,2,\dots,v$) ile gösterilir. Bileşenleri ideal kriter değerleri olan $\mathbf{a}^* \in \mathbf{R}^v$ vektörüne *ideal kriter vektörü* adı verilir. İdeal çözüm genellikle yoktur. Çünkü bir amacı optimum yapacak koşullar, diğerleri için genellikle optimum olmaktan uzak olabilir. İdeal çözüme ulaşılması çok nadir gerçekleşir. Ancak uygulamada her amaç olabildiğince minimum yapılmaya çalışılır. Bu şekilde bulunacak ideal kriter vektörü, çok cevaplı optimizasyon problemini çözebilmek için bir referans noktası olarak düşünülecektir.

Uygulamada ideal çözüm yerine genellikle *Pareto optimal* (uzlaşık) çözümler önem kazanır. Kriter uzayında, hiçbir bileşeni diğer bileşenlerden en az biri artmadan azalamayacak olan bir \mathbf{a}^* vektörüne pareto optimal denir. Tüm bileşenleri \mathbf{a}^* kriter vektöründen daha iyi olan başka hiçbir vektör yoksa, bu durumda \mathbf{a}^* vektörü *zayıf* pareto optimaldir. Sonsuz sayıda pareto optimal çözümler vardır. Matematiksel olarak her pareto optimal çözüm, çok amaçlı optimizasyon probleminin aynı derecede kabul edilebilir bir çözümüdür. Bu çözümler içinden ideale en yakın olan seçilmeye çalışılır. Bu seçim işlemi bir karar verme birimi tarafından gerçekleştirilir.

Karar verici (KV), sistemi değiştirmek için, kendisinde otorite olan ve sorumluluk taşıyan kişidir. KV, eldeki bilgilere göre mevcut çözüm alternatiflerini inceleyerek, optimumu belirleyen kişi ya da gruplar olabilir. KV'nin problemi daha iyi kavradığı

ve farklı çözümler arasındaki tercih ilişkilerini ifade edebildiği varsayılır. Son çözümden KV sorumludur. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü, KV-Analist işbirliğinde gerçekleştirilir. Analist, çözüm sürecinin matematiksel yönünden sorumlu olan kişi ya da bilgisayar programlarıdır. Analist, çözüm seçeneklerini oluşturur ve KV'nin önerilerine göre seçim yapılır. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü ile, Pareto optimal olan ve KV'nin gereksinimlerini yerine getirecek, uygun bir çözümün bulunması anlaşılır. Böyle bir çözümün olduğu varsayılır ve o çözüme KV'nin son çözümü denilir.

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılacak yöntemler dört grupta sınıflandırılabilir. Bu sınıflandırmaya temel teşkil eden makale Hwang ve Masud (1979)'dur. Hwang ve Masud'un sınıflandırmasını, Hwang et al. (1980), Buchanen (1986), Lieberman (1991 a,b) makaleleri de benimsemiştir. Yöntemler, KV'nin çözüm sürecine katılım derecesine göre aşağıdaki şekilde sınıflandırılır:

A- Tercih Bilgisinin Kullanılmadığı Yöntemler:
(No-Preference Methods)

Bu gruptaki yöntemler, KV'nin düşüncelerini çözüm sürecine yansıtamazlar. Çözüm süreci sona erdiğinde, önerilen çözüm KV tarafından kabul veya red edilecektir. Bu tip yöntemlerin ürettikleri sonuçların KV tarafından beğenilmesi ve kabulü genellikle zordur. Bu gruptaki yöntemler ancak ve ancak KV'nin bulunacak çözümle ilgili herhangi bir tercihinin bulunmadığı durumlar için uygun olabilir.

B- Sonsal Tercih Bilgisini Kullanan Yöntemler:
(A Posteriori Methods)

Pareto optimal çözümlere ilişkin bir küme bulunduktan sonra, KV'nin bilgisine danışılır. KV, mevcut çözüm alternatifleri içinden kendisine uyan bir çözümü seçer. Buradaki dezavantajlar, çözüm sürecinin genellikle hesaplamasının pahalı ve zor olmasıdır.

C- Önsel Tercih Bilgisini Kullanan Yöntemler:
(A Priori Methods)

Bu yöntemlerde, çözüm sürecine geçilmeden önce, KV'nin tercih ve düşünceleri öncelikle belirlenir. Daha sonra bu bilgiler doğrultusunda çözüm arayışına geçilir. Bu

yöntemlerin bir dezavantajı, KV'nin probleme ilişkin herhangi bir önsel bilgisinin olmaması durumudur.

D- Adımsal Geliştirimli Tercih Bilgisini Kullanan Yöntemler: (Interactive Methods)

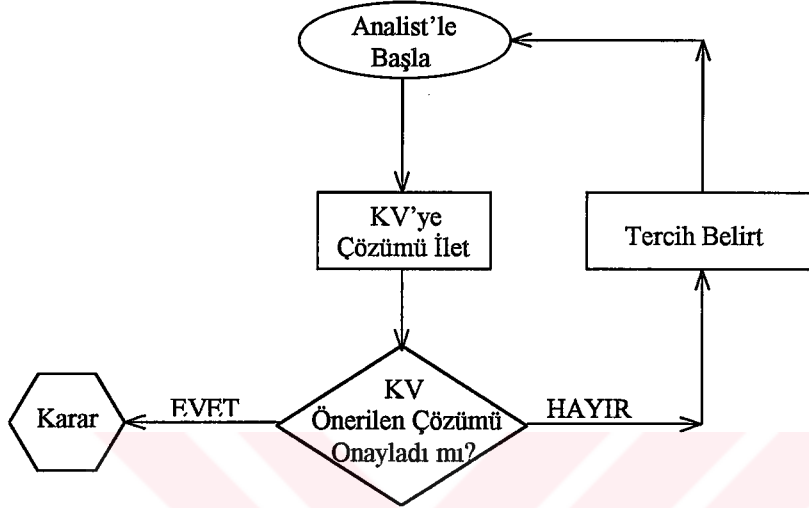
Bu gruptaki yöntemlere literatürde sıkça raslanmaktadır. Buradaki temel varsayım, KV'nin gerekli zamana ve işbirliği yapabilme yeteneklerine sahip olmasıdır. KV ile Analist beraber çalışırlar. Başlangıçta KV'nin çözüme ilişkin herhangi bir tercihi olmayabilir. Ancak çözüm süreci içinde, Analist'in yardımıyla, KV'nin tercihleri ortaya çıkabilecek ve bu tercihler çözüme yansıtılacaktır. Çözüm sürecinin her bir adımında, KV'ye bir takım bilgiler sunularak onun bazı sorulara cevap vermesi ve sürecin diğer adımlarını etkileyecek tercihlerini bildirmesi istenecektir. Çözüm sürecinin bir parçası olan KV, son çözüme yüksek güvenle karar verecek yeteneğe sahip olmalıdır. KV'nin tercihlerini Analist iyi anlamalı ve çözüm sürecine yansıtmalıdır. KV her adımda problemini daha iyi tanıyacak ve tercihlerine yön verebilecektir. Burada bulunacak son çözümün, diğer sınıflardaki yöntemlere göre kabulü de yüksek olacaktır.

Çözüm sürecinin sonlandırılması değişik biçimlerde olabilecektir. Bazen KV'ler sabırsız davranabilirler ve durmak isterler. Ancak bulunacak sonuç optimumdan uzak olabilecektir. Diğer taraftan, deneyimli KV'ler sabırla tercihlerini Analist'e aktarırlar ve durdukları noktada son çözüme yüksek güvenle sahip çıkarlar. Çünkü bulunacak çözümden daha iyilerinin bulunması ya çok zordur ya da çok zaman alacaktır. Diğer bir sonlandırma şekli, belirli adımdan sonra KV'nin tercihlerinin belirsiz hale gelmesi ve daha ileriye gidememesi olabilecektir.

Şekil (5.1), bu gruptaki yöntemlerin çalışma düzenini göstermektedir. Şekil (5.1)'den görüldüğü gibi, KV sonucun kendisi için yeterli olmadığını düşündüğünde, yeni tercihlerini Analist'e sunar ve bu tercihler doğrultusunda yeni çözüm arayışına geçilir. Böylece her adımda daha iyi çözümlere ulaşılabileceği umulur.

Bu gruptaki yöntemlerin başarısı, başlangıç noktasının doğru seçimine bağlıdır. Özellikle konveks olmayan problemlerdeki amaç fonksiyonları birden fazla yerel optimuma sahip olabilir. Yani, uygun olmayan bir başlangıç noktası ile, istenmeyen

bir yerel çözüme ulaşılabilir. Bu durumda başlangıç noktasının değiştirilmesi ve yeniden çözüm arayışına geçilmesi önerilmektedir. Başlangıç noktasının seçiminde, konunun uzmanlarına ve KV'nin deneyimlerine başvurulmalıdır.



Şekil 5.1. Yöntemlerin Çalışma Şeması

Büyük ölçekli problemlerin çözülmesi oldukça zor olabilir. Birçok sanayi problemi çok amaç ve çok değişken içerebilecektir. Problemler güçleştikçe, uygun çözüme yakınsama hızında bir yavaşlama olabilecektir. Sonuç olarak, hesaplamalarda zaman ve para faktörü önem kazanacaktır. Bilgisayar ve yazılım teknolojisindeki gelişmeler sayesinde, hesaplama zamanları her geçen gün daha da kısalmaktadır.

Bu çalışmada, Adımsal Geliştirilmiş tercih bilgisini kullanan yöntemlerden biri olan NIMBUS'dan yararlanılacaktır. NIMBUS, Miettinen (1994) ve Miettinen ve Mäkelä (1995, 1997) tarafından çok amaçlı doğrusal olmayan problemleri çözebilmek için geliştirilen bir etkileşimli (interactive) yöntemdir. Bu yöntemin en önemli özelliği, diferensiyelsiz fonksiyonlardan oluşan problemleri bile çözebilmesidir. Dolayısıyla NIMBUS, birçok karmaşık gerçek hayat problemlerini çözebilme yeteneğine sahiptir. Yöntemin etkileşim aşaması oldukça basit ve KV tarafından kolayca anlaşılabilir türdendir. Çözüm süreci adımsaldır. Etkileşimli çözümün her bir adımında, KV'nin istekleri doğrultusunda arama yapılır. NIMBUS, tüm amaçların eşanlı olarak minimum yapılmasını gerektiren problemleri çözebilmektedir. Eğer

amaçlar içinde maksimumu istenen bir f_i fonksiyonu varsa, bu sorun f_i yerine $-f_i$ alınarak giderilebilir.

NIMBUS yönteminde, kullanıcı yürürlükteki amaç fonksiyonlarının değerlerini inceleyerek, amaç fonksiyonlarını beş sınıfa ayırır:

- Değerleri azalması gerekenler ($i \in I^{<}$).
- Değerleri KV'nin istediği bir düzeye kadar azalacak olan fonksiyonlar ($i \in I^{\leq}$). KV'nin istediği bu amaç fonksiyon düzeylerine *aspirasyon* düzeyleri denilir ve \bar{a}_i ($i=1,2,\dots,v$) ile gösterilir.
- Yürürlükteki değerleri tatmin edici olanlar ($i \in I^{=}$).
- Değerleri KV'nin belirlediği üst sınırlara kadar artacak olanlar ($i \in I^{\geq}$).
- Değerleri serbestçe değişebilecek olanlar ($i \in I^{<>}$).

Burada sınıflandırmanın geçerli olması için, en az bir fonksiyon “($i \in I^{<}$)” ya da “($i \in I^{\leq}$)” sınıfına, en az bir fonksiyon “($i \in I^{<>}$)” ya da “($i \in I^{\geq}$)” sınıfına ait olmadır. Eğer “($i \in I^{<}$)” ve “($i \in I^{\leq}$)” sınıfına girecek birden fazla fonksiyon varsa, bu durumda her bir fonksiyona $(0,1]$ aralığında bir ağırlık verilmelidir. Ağırlıklar toplamı 1 olmalıdır.

“($i \in I^{\leq}$)” sınıfındaki her bir fonksiyon için, kullanıcı bir aspirasyon düzeyi belirlemelidir. Aspirasyon düzeyi, bir ideal kriter değeri ile amaç fonksiyonunun yürürlükteki değeri arasında olmalıdır. Diğer taraftan, “($i \in I^{\geq}$)” sınıfındaki her bir fonksiyon için bir üst sınır değeri belirlenmelidir. Üst sınır, izin verilen en büyük amaç fonksiyon değeridir. Üst sınır değeri, amaç fonksiyonunun yürürlükteki değeri ile *nadir* değeri arasında olmalıdır. Nadir değerler, ideal kriter değerlerinin aksidir. Bileşenleri nadir değerler olan vektöre nadir vektör adı verilir. Nadir vektör, en kötü çözüm vektörü olarak bilinir ve bileşenleri pareto optimal kümenin üst sınırlarını oluşturur. Nadir vektör sadece bir tahmindir çünkü hesaplaması zordur (hatta genellikle imkansızdır). Nadir değerlerini tahmin edebilmek için, kazanç çizelgesi (pay-off table) kullanılır. Kazanç çizelgesi ile ilgili bilgi, Miettinen (1999, s.16)'da bulunabilir.

NIMBUS algoritması pareto optimal çözümleri üretirken, MPB (The Multiobjective Proximal Bundle) isimli bir altyordamdan yararlanır. Bu altyordam ile ilgili ayrıntılar Miettinen (1999, s.71-76)'de verilmiştir. NIMBUS algoritmasının adımları Miettinen (1994) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir:

- 1) \mathbf{x}^0 başlangıç noktası seçilir ve onun $\mathbf{x}^1 \in \mathbf{R}$ zayıf pareto optimali $I^< = \{1, 2, \dots, v\}$ iken, MPB kullanılarak hesaplanır. $h=1$ denilir.
- 2) KV'den, amaç fonksiyonlarını, $\mathbf{a}^h = \mathbf{f}(\mathbf{x}^h)$ noktasında, $I^<, I^{\leq}, I^=, I^{\geq}, I^{>}$ sınıflarına ayırması istenir. Bu sınıflandırmada $I^{\geq} \cup I^{>} \neq \emptyset$ ve $I^< \cup I^{\leq} \neq \emptyset$ olmalıdır. Eğer birleşimlerden ikisinden biri boş ise, 9. adıma geçilir. KV'ye $i \in I^{\leq}$ için \bar{a}_i^h aspirasyon düzeyleri, $i \in I^{\geq}$ için ε_i^h üst sınırları ve $i \in I^< \cup I^{\leq}$ için mümkün $w_i^h > 0$ ağırlık katsayıları sorulur. Ağırlıklar toplamı 1 olmalıdır.
- 3) MPB yöntemi ile,

$$\text{Min} \left\{ f_i(\mathbf{x})/w_i \ (i \in I^<), \max_{j \in I^{\leq}} (\max(f_j(\mathbf{x})/w_j - \bar{a}_j, 0)) \right\}$$

$$f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^h), \ i \in I^=$$

$$f_i(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_i, \ i \in I^{\geq}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

problemi çözümlenerek $\hat{\mathbf{x}}^h$ hesaplanır. Eğer $\hat{\mathbf{x}}^h = \mathbf{x}^h$ ise, KV'ye başka sınıflandırma yapıp yapmayacağı sorulur. Eğer yapacaksa $\mathbf{x}^{h+1} = \hat{\mathbf{x}}^h$, $h=h+1$, denilerek 2. adıma gidilir. Aksi halde 9. adıma geçilir.

- 4) $\hat{\mathbf{a}}^h = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}^h)$ denilir. KV'ye \mathbf{a}^h ve $\hat{\mathbf{a}}^h$ sunulur. Eğer KV başka seçenekleri görmek isterse, $\mathbf{d}^h = \hat{\mathbf{x}}^h - \mathbf{x}^h$ denilerek 6. adıma geçilir. Eğer KV \mathbf{a}^h 'yi tercih ederse, $\mathbf{x}^{h+1} = \mathbf{x}^h$, $h=h+1$, denilerek 2. adıma geçilir.
- 5) KV, $\hat{\mathbf{a}}^h$ 'dan devam etmek istesin. Eğer $I^< \neq \emptyset$ ise $\mathbf{x}^{h+1} = \hat{\mathbf{x}}^h$, $h=h+1$, denilerek 2. adıma geçilir. Aksi halde ($I^< = \emptyset$), $I^< = \{1, 2, \dots, v\}$ iken MPB kullanılarak zayıf pareto optimalite kontrol edilmelidir. Çözüm $\tilde{\mathbf{x}}^h$ olsun. $\mathbf{x}^{h+1} = \tilde{\mathbf{x}}^h$, $h=h+1$, denilerek 2. adıma dönülür.

- 6) P tane farklı $f(\mathbf{x}^h + t_j \mathbf{d}^h)$ kriter vektörleri hesaplanır. Burada, $t_j = \left(\frac{j-1}{P-1} \right)$
 $j=1,2,\dots,P$ şeklindedir.
- 7) Kriter vektörlerinden $I^c = \{1,2,\dots,v\}$ iken, MPB kullanılarak zayıf Pareto optimal çözümler oluşturulur.
- 8) P tane seçenek vektör KV'ye sunulur ve bunlar arasından en çok tercih edileni seçtirilir. Karşı gelen karar değişkeni \mathbf{x}^{h+1} ile gösterilir ve $h=h+1$ denilir. Eğer KV devam etmek istiyorsa 2. adıma dönülür.
- 9) Aşağıda verilen

$$\text{Max} \sum_{i=1}^v \varepsilon_i$$

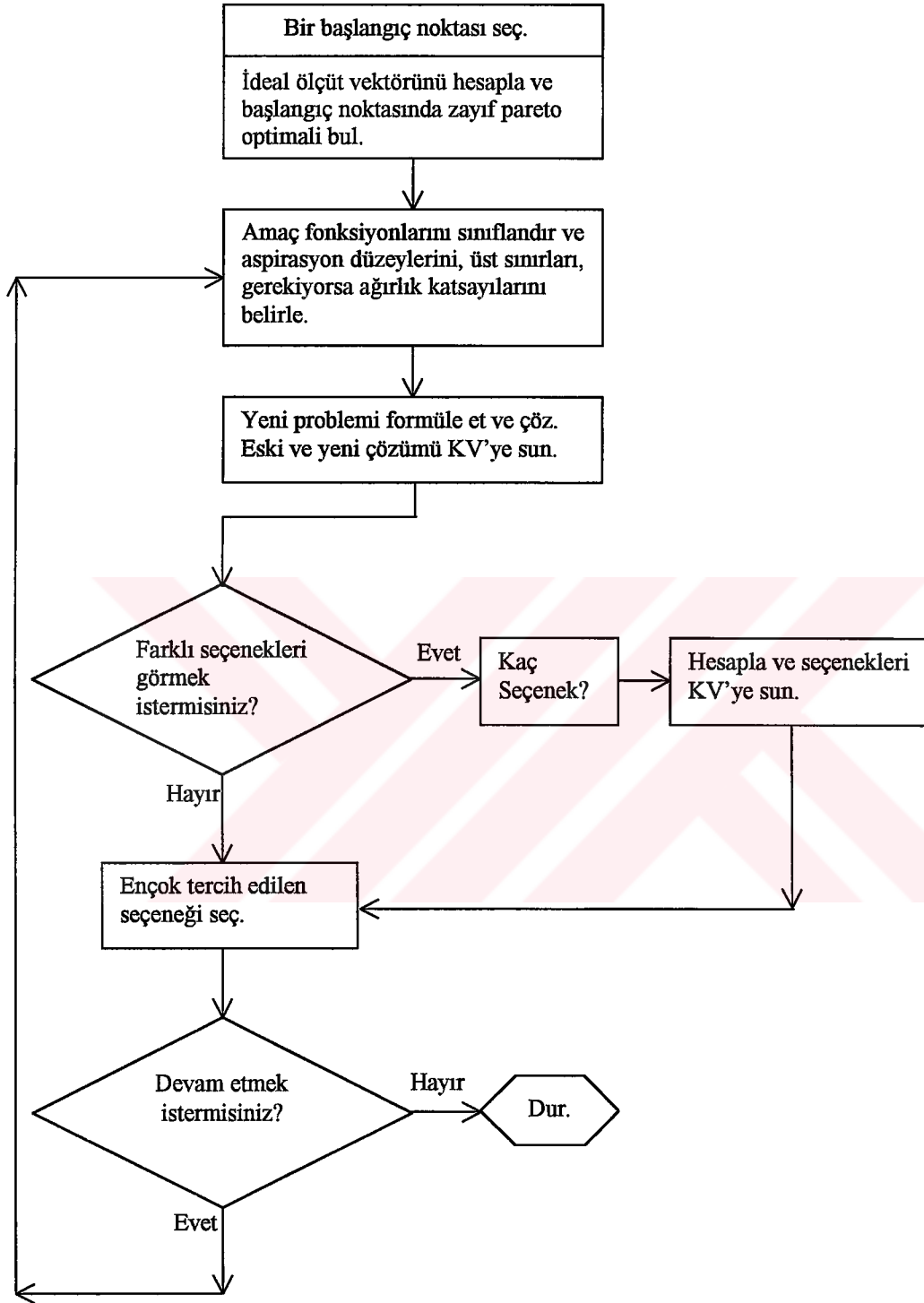
$$f_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i = f_i(\mathbf{x}^{**}) \quad i=1,2,\dots,v$$

$$\varepsilon_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,v$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

problemde, \mathbf{x}^{**} , \mathbf{x}^h gibi düşünülerek çözüm yapılır ve \mathbf{x}^h 'in Pareto optimalitesi kontrol edilir. Çözüm $(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\varepsilon})$ olsun. Durulur ve son çözüm $\tilde{\mathbf{x}}$ 'dir.

NIMBUS yönteminin akış şeması Şekil (5.2)'de verilmiştir. NIMBUS yöntemi çok cevaplı problemi çözebilmektedir. Ancak, cevap değişkenleri arasındaki muhtemel bağımlılık yapılarını çözüm sürecine aktaramaz. Bu sorun, çok cevaplı yüzey analizinin önemli konuları arasındadır. Khuri ve Conlon (1981), bağımlılık yapısını da dikkate alan bir yöntemi literatüre tanıtmışlardır. Bu yöntem, *genelleştirilmiş uzaklık yöntemi* (the generalized distance approach) olarak bilinir. Genelleştirilmiş uzaklık yönteminin bir dezavantajı, KV'nin tercihlerine göre çözüm yapamamasıdır. Yani, NIMBUS yönteminden farklıdır.



Şekil 5.2. NIMBUS Akış Şeması
(Bkz: <http://nimbus.mit.jyu.fi/info.html>)

Genelleştirilmiş uzaklık yöntemi ile ilgili kısa bir bilgi aşağıda verilmiştir. Ayrıntılı bilgi, Khuri ve Cornell (1996), Conlon ve Khuri (1990)'de bulunmaktadır.

Eşitlik (5.3)'deki model yapısına uyan v tane cevap değişkeni ile ilgilenildiğini varsayalım. Ayrıca $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_2 = \dots = \mathbf{X}_v = \mathbf{X}_0$ olsun. Yani tüm cevap modelleri,

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_0 \boldsymbol{\beta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (i=1,2,\dots,v)$$

şeklinde yazılabilecektir. \mathbf{X}_0 matrisinin boyutu $N \times p_0$ ve rankı p_0 'dır. Hatırlanacağı gibi, $\boldsymbol{\beta}$ 'nın BLUE tahmin edicisi Eşitlik (5.11)'de verilmiştir. Varyans-kovaryans matrisinin tahmini ise,

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{y}' (\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_0 (\mathbf{X}_0' \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{X}_0') \mathbf{y} / (N - p_0)$$

biçimindedir. i inci cevap kestirim denklemini,

$$\hat{\mathbf{y}}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{z}'(\mathbf{x}) \hat{\boldsymbol{\beta}}_i \quad i=1,2,\dots,v \quad (5.13)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)'$ kodlanmış girdi değişkenleri vektörü, $\mathbf{z}'(\mathbf{x})$ \mathbf{X}_0 matrisinin \mathbf{x} noktasında değerlendirilen ve bir satırına karşılık gelen satır vektörünü göstermektedir. $\hat{\boldsymbol{\beta}}_i$ ise, $(\mathbf{X}_0' \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{X}_0' \mathbf{y}_i$ ($i=1,2,\dots,v$) yardımıyla hesaplanan en küçük kareler tahmin edicisidir. Eşitlik (5.13) yardımıyla,

$$\text{Var}(\hat{\mathbf{y}}_i(\mathbf{x})) = \mathbf{z}'(\mathbf{x}) (\mathbf{X}_0' \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{z}(\mathbf{x}) \sigma_{ii} \quad i=1,2,\dots,v \quad (5.14)$$

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{y}}_i(\mathbf{x}), \hat{\mathbf{y}}_j(\mathbf{x})) = \mathbf{z}'(\mathbf{x}) (\mathbf{X}_0' \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{z}(\mathbf{x}) \sigma_{ij} \quad i,j=1,2,\dots,v, i \neq j \quad (5.15)$$

varyans ve kovaryans eşitlikleri bulunur. Bu eşitlikler, i inci ve j inci yüzey modelleri için yazılmıştır. Varyans-kovaryans yapısının genel biçimi ise,

$$\hat{\text{Vâr}}(\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})) = \mathbf{z}'(\mathbf{x}) (\mathbf{X}_0' \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{z}(\mathbf{x}) \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \quad (5.16)$$

şeklinde olacaktır. Eşitlik (5.16)'daki $\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = (\hat{\mathbf{y}}_1(\mathbf{x}), \hat{\mathbf{y}}_2(\mathbf{x}), \dots, \hat{\mathbf{y}}_v(\mathbf{x}))'$ vektörü, bir \mathbf{x} noktasındaki cevap kestirimlerine aittir.

$\hat{y}_i(\mathbf{x})$ fonksiyonunun belirli bir \mathbf{R} deneysel bölgesi içindeki optimum değeri $\hat{\phi}_i$ ($i=1,2,\dots,v$) olsun. Böylece $\hat{\phi} = (\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_v)$, her bir cevap fonksiyonunun optimum değerini içeren vektörü gösterecektir. $\hat{\phi}$ 'nin elamanlarını bulabilmek için ridge analizinden faydalanılır. Eğer $\hat{\phi}$ vektörünün her bir elemanı aynı \mathbf{x} koşullarında kendi fonksiyonları için optimum oluyorsa, bu durumda çok cevaplı optimizasyon problemi çözüme ulaşacaktır. Yani bulunabilecek bir \mathbf{x} noktasında tüm fonksiyonlar optimum değerlerine ulaşmıştır. Bu çözüme ideal çözüm adı verilmektedir. Daha önce belirtildiği gibi, ideal çözüme genellikle ulaşamaz. Bu durumda, karar verici veya konunun uzmanı tarafından belirli fedakarlıklar yapılarak uzlaşık çözüm arayışına gidilebilir. Uzlaşık çözüm, tüm fonksiyonlar için kabul edilebilir bir optimumdur. Bu çözüme, optimuma yakın çözüm adı da verilmektedir. Uzlaşık çözüm noktasında, Eşitlik (5.13)'deki tüm fonksiyonlar kendi optimum noktalarına yakın bir değer alırlar. Uzlaşık çözümün ideal çözüme yakın olması istenir. Diğer bir deyişle, uzlaşık çözüm noktasındaki çok cevaplı fonksiyon değeri ile; ideal çözüm arasındaki sapma (uzaklık) mümkün olduğunca az olmalıdır. Bu sözü geçen sapmayı veya uzaklığı tanımlayan uzaklık fonksiyonu $\rho(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi})$ olsun. Sonuç olarak çok cevaplı optimizasyonda, \mathbf{R} deneysel bölgesi üzerinde $\rho(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi})$ uzaklığını en küçük yapacak \mathbf{x} koşullarının bulunması hedeflenmektedir. Bulunacak çözüm bir uzlaşık çözüm olacaktır. Uzaklık fonksiyonu $\rho(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi})$ 'yu seçebilmek için birçok yol vardır. Bunlardan birisi, ağırlıklandırılmış uzaklık olup,

$$\rho(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi}) = \sqrt{(\hat{y}(\mathbf{x}) - \hat{\phi})' \{\text{Var}(\hat{y}(\mathbf{x}))\}^{-1} (\hat{y}(\mathbf{x}) - \hat{\phi})} \quad (5.17)$$

şeklinde yazılır. Eşitlik (5.17)'daki en önemli terim, $\text{Var}(\hat{y}(\mathbf{x}))$ 'dir. Eğer $\hat{\phi}$ vektörü biliniyor ve sabit (known and fixed) olarak kabul edilirse ve aynı zamanda cevap değişkenleri birbirinden bağımsız olarak düşünülürse,

$$\rho_1(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi}) = \sqrt{\frac{(\hat{y}(\mathbf{x}) - \hat{\phi})' \begin{pmatrix} 1/\hat{\sigma}_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\hat{\sigma}_{vv} \end{pmatrix} (\hat{y}(\mathbf{x}) - \hat{\phi})}{\mathbf{z}'(\mathbf{x})(\mathbf{X}_0' \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{z}(\mathbf{x})}} \quad (5.18)$$

şeklinde bir uzaklık tanımlamasına gidilebilir. Eğer cevap değişkenleri birbiriyle ilişkili ve $\hat{\phi}$ vektörü sabit kabul edilirse,

$$\rho_2(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi}) = \sqrt{\frac{(\hat{y}(\mathbf{x}) - \hat{\phi})' \Sigma^{-1} (\hat{y}(\mathbf{x}) - \hat{\phi})}{\mathbf{z}'(\mathbf{x})(\mathbf{X}'_0 \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{z}(\mathbf{x})}} \quad (5.19)$$

şeklinde bir uzaklık fonksiyonu tanımlaması yapılabilir. Bu fonksiyon, Eşitlik (5.17)'de $\text{Var}(\hat{y}(\mathbf{x}))$ yerine Eşitlik (5.16)'nın kullanılması ile bulunmuştur. Bir diğer uzaklık fonksiyonu,

$$\rho_3(\hat{y}(\mathbf{x}), \hat{\phi}) = \sqrt{\sum_{i=1}^v \frac{(\hat{y}_i(\mathbf{x}) - \hat{\phi}_i)^2}{\hat{\phi}_i^2}} \quad (5.20)$$

şeklinde. Bu tip fonksiyon tanımlamalarının sayısı artırılabilir.

Genelleştirilmiş uzaklık yöntemine dayalı uzlaşık çözümler üreten ticari bilgisayar programları malesef yoktur. Ancak, Conlon ve Khuri (1990) tarafından ANSİ C dilinde yazılan 3644 satırlı MR isimli ticari olmayan bir program vardır. Bu program, yazarlardan özel istekle istenebilmektedir. MR programı yukarıda tanıtılan uzaklık metriklerinin her biri için uzlaşık çözümler üretebilmektedir. Bu işlem için, uygun metriğin seçilmesi ve bir komutla programa bildirilmesi gerekmektedir.

6. TAGUCHI PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM

Taguchi problemlerinin çözümü için, bugüne kadar literatürde tartışılmayan bir yaklaşımı bu bölümde önermekteyiz. Çözüm stratejisinin yanında, problemlerin tasarlanış şeklinde de bir değişikliğe gidilmiştir. Önerilen yeni çözüm stratejisi, literatürdeki diğer yaklaşımlar ile karşılaştırılmış ve üstün yönleri sıralanmıştır. Ayrıca, cevap değişkenleri arasındaki bağımlılık durumunun teşhisine yönelik bir inceleme yapılmış ve bağımlılık durumunda Taguchi problemlerinin çözümü için önerilerde bulunulmuştur. Bu bölümde son olarak, ikili cevap probleminin maliyet kavramı ile genişletilmesi önerisinde bulunulmuştur. Değişik maliyet tanımlamaları altında, yeni problemler tasarlanmıştır.

6.1. İkili Cevap Problemi: Yeni Bir Çözüm Stratejisi

Literatür tarandığında, Taguchi problemlerinin tek amaçlı optimizasyon problemleri gibi tasarlanarak çözüldüğü görülmektedir. Kısaca hatırlanacak olursa, öncelikle süreç ortalama ve varyansı cevap yüzeyle Bölüm (4.2)'de verildiği şekilde modellenir. Modellemenin ardından, Taguchi felsefesine uygun olarak değişik optimizasyon problemleri tasarlanır. Bu sözü geçen problemler, Eşitlik (4.14), (4.15) ve (4.16)'da verilmektedir. Eşitlik (4.15) ve (4.16)'dan görüldüğü gibi, süreç standart sapması, σ_0 gibi uygun bir değerde kontrol altında tutulmaya çalışılır ve ortalama kalite mümkün olduğunca maksimum veya minimum yapılır. Ancak, standart sapma hangi değerde kontrol edilmelidir? Sorusunu cevaplamak her zaman kolay değildir veya bu sorunun cevabı uzun mühendislik çalışmalarını gerektirecektir.

Vining ve Myers (1990)'in çözüm tekniğinde, standart sapmanın kontrol edilmek istendiği değer tam olarak bilinemediği için, farklı σ_0 değerlerinde çözüm süreci tekrarlanmıştır. Bu sorun, Eşitlik (4.14)'deki 'hedef-en-iyi' problemi için geçerli değildir. Çünkü standart sapma fonksiyonu ana cevaptır ve firmanın ulaşmak istediği ortalama kalite değeri, yani μ_0 , genellikle bellidir. Sonuç olarak, Vining ve Myers'in çözüm yöntemi, 'hedef-en-iyi' durumu için genel ve doğal bir yaklaşım olarak kabul edilebilir.

Del Castillo ve Montgomery (1993), Vining ve Myers (1990)'in Lagrange çarpanları yöntemine dayanan çözüm tekniğinin yerine, doğrusal olmayan programlama

yöntemlerinden olan ‘genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan’ yöntemini çözüm için önermişlerdir. Del Castillo ve Montgomery’nin yaptığı bir diğer katkı, eşitlik kısıtları yerine eşitsizlik kısıtlarını içeren (4.17) problemini tanımlamalarıdır. Dolayısıyla, standart sapma kısıtı eşitlikten kurtarılmıştır. Del Castillo ve Montgomery’nin kullandığı yöntem, kübik bölge kısıtları altında da çözüm üretebilmektedir. Del Castillo ve Montgomery, Vining ve Myers’in makalesinde geçen ‘Printing Data’ isimli örnek problemi çözmüşlerdir. Bulunan sonuçlar Vining ve Myers’e göre daha iyidir.

Lin ve Tu (1995), standart sapmanın belli bir değerde veya aralıkta kontrol edilme fikrini eleştirmişlerdir. Çünkü σ_0 düzeyi genellikle bilinemez ve dolayısıyla da standart sapma mümkün olduğunca minimum yapılmaya çalışılmalıdır. Bu amaçla, Eşitlik (4.18)’de verilen fonksiyonun minimum yapılması fikri benimsenmiştir. Eşitlik (4.18)’deki fonksiyon, varyans ve yan bileşenlerinden oluşmaktadır. Bu fonksiyon yapı olarak Eşitlik (5.2)’deki bileşik amaç fonksiyonu tanımına da uymaktadır. Sonuç olarak Eşitlik (4.18) tanımlaması ile, standart sapma fonksiyonu kısıttan kurtarılarak amaç fonksiyonunun bir parçası haline getirilmiştir. Lin ve Tu tarafından önerilen optimizasyon yöntemi ‘Printing Data’ örneğine uygulanmıştır. Bulunan çözümler, Vining ve Myers (1990)’in çözümlerine göre %25 daha küçük hata kareler ortalamasına sahiptirler.

Lin ve Tu (1995)’nin süreç standart sapması ile ilgili görüşlerine katılmaktayız. Ancak Eşitlik (4.18)’deki fonksiyon, konum ve dağılma etkilerinin birbirine karışmasına yol açabilecektir. Bölüm (4.1.2)’den hatırlanacağı gibi, Taguchi’nin sinyal-gürültü oranları da benzer bir karışma etkisinden dolayı eleştirilmiştir. Bu nedenle, konum ve dağılma fonksiyonlarının ayrı ayrı incelenmesi fikri Montgomery (1997)’de savunulmuştur.

İkili cevap problemini çözebilmek için yukarıda önerilen yöntemler, KV’nin tercih bilgisini yeterince kullanmamaktadır. Böylece, bulunacak son çözüm KV’yi tatmin etmeyebilir ve hatta son çözümün reddi bile gündeme gelebilir. Uygulamada yaşanabilecek bir diğer problem, bulunacak tek bir çözümün sürece yansıtılması sırasında meydana gelebilecek güçlüklerdir. Bu sorun sistem ayarlarıyla ilgilidir. Tek

bir çözüm yerine, alternatif çözümlerin üretilmesi ve bu çözümler içinden sisteme uyanlarının süratle seçimi gerekmektedir.

İkili cevap problemlerinin çok amaçlı programlama problemleri gibi ele alınıp çözülebileceğini düşünmekteyiz. Tasarladığımız optimizasyon problemi,

$$\begin{aligned} \text{Min } \{ \hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma \} \\ \mathbf{x} \in \mathbf{R} \end{aligned} \quad (6.1)$$

şeklindedir. Bu problem, Eşitlik (5.12)'deki yapıya uymaktadır. Eşitlik (6.1)'den görüldüğü gibi, ortalama ve standart sapma fonksiyonları eşanlı olarak minimum yapılacaktır. Bulunacak çözüm, 'en-küçük-en-iyi' durumunun çözümü olarak kabul edilecektir. Tasarlanan problem 'en-büyük-en-iyi' durumuna uyarsa, Eşitlik (6.1)'de \hat{y}_μ yerine $-\hat{y}_\mu$ alınarak minimum problemi biçiminde çözülebilecektir. 'Hedef-en-iyi' durumunda çözüm, diğer durumlara göre farklıdır. 'Hedef-en-iyi' durumu, yapı olarak kısıtlı problem tanımına uymaktadır. Diğer taraftan, problemin çok amaçlı biçimde çözülmesi de mümkündür. Örneğin, problem başlangıçta 'en-büyük-en-iyi' gibi düşünülebilir. Ancak, çözüm sırasında \hat{y}_μ fonksiyonunu maksimum yapmak yerine, $\hat{y}_\mu = m$ gibi bir hedefin aranmasına dikkat edilecektir.

İkili cevap problemini çözebilmek için, çok amaçlı doğrusal olmayan programlama yöntemlerinden olan NIMBUS yöntemini önermekteyiz. Bu yöntemle ilgili bilgiler, Bölüm (5.2.2)'de verilmektedir. İkili cevap probleminin NIMBUS yöntemine uygun olarak ifade edilmiş biçimini Eşitlik (6.1)'de vermekteyiz.

İkili cevap probleminin Eşitlik (6.1) şeklindeki yeni tanımı ve NIMBUS yönteminin kullanımından dolayı sağlanacak faydalar:

- Ortalama kalite ile ilgili hedeflere ulaşırken, süreç standart sapmasının mümkün olduğunca minimum yapılması ilkesi benimsenecek,
- NIMBUS yönteminin kullanımı ile, KV çözüm sürecine dahil edilecek,
- Tek çözüm yerine alternatif çözümlerin bulunması ilkesi benimsenecek,
- NIMBUS yönteminin kullanım alanı oldukça geniştir. Yöntemin bir avantajı, diferensiyelsiz fonksiyonlardan oluşan problemleri bile çözebilmesidir. Böylece,

karşılaşık cevap yüzey fonksiyonlarını gerektiren problemlerde bile, NIMBUS'un kullanımını mümkün olabilecek,

şeklinde sıralanabilir.

İkili cevap yaklaşımı, çok cevaplı yüzey analizinin özel bir durumudur. Çok cevaplı sistemlerle ilgili bilgi için Bölüm (5.2.1)'e bakılmalıdır. Çok cevaplı yüzey analizinin önemli konularından birisi, cevap değişkenleri arasındaki bağımlılık yapılarıdır. İkili cevap problemini çözebilmek için, hem literatürde önerilen yöntemler hem de bu bölümde önerdiğimiz çözüm stratejisi bağımlılık yapısını dikkate almadan çözüm üretmektedirler. Ancak bağımlılık durumunda, bu yöntemlerin bulacağı çözümlere kuşku ile bakılması gerekir. Bağımlılık yapısıyla ilgili bir ilginç yorum, Lin ve Tu (1995)'nin makalesinin son paragrafında verilmektedir: Vining ve Myers (1990)'in çözüm stratejisi ancak ve ancak cevapların bağımsız olduğu durumlarda olumlu sonuçlar verebilecektir. Eğer cevap değişkenlerinin bağımsız olması varsayımını ihlal edecek durumlarla karşılaşılırsa, öncelikle bağımlılık yapısının incelenmesi ve uygun bir yöntemin kullanılması önerisi yapılmıştır. Benzer bir yoruma, Vining (1998)'in makalesinde de raslanılmaktadır.

İkili cevap probleminde bağımlılık yapısı nasıl incelenir? Bağımlılık durumunda ikili cevap problemi nasıl çözülebilir? soruları ile ilgilenmekteyiz. Bu sorulara cevap aramak için, Bölüm (6.2)'de ikili cevap probleminin bağımlılık yapısı incelendi.

6.2. İkili Cevap Probleminde Bağımlılık Yapısının İncelenmesi

Bir çok cevaplı sistemde bağımlılık yapısı, DD' matrisinin özdeğerleri üzerinden araştırılmaktadır (Bkz: Box et al. 1973). D matrisi $v \times N$ boyutlu bir matris olup,

$$D = Y' \left[I_N - \frac{1_N 1_N'}{N} \right] \quad (6.2)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Khuri ve Cornell, 1996). Burada 1_N , 1'lerden oluşan $N \times 1$ boyutlu bir vektörü göstermektedir. Y' ise, cevap değişken değerlerinin $v \times N$ boyutlu bir matrisidir. İkili cevap probleminde, cevap değişkenlerinin sayısı $v = 2$ 'dir. Cevap değerleri, her bir deneme noktasında s kez tekrarlanan gözlemlerin ortalama ve standart sapmaları olarak düşünülebilir. Bu sözü geçen ortalama ve standart

sapmalar sırasıyla \bar{y}_i ve s_i ($i = 1, 2, \dots, N$) sembolleriyile gösteriliyor olsun. Yukardaki bilgilerden yararlanarak ikili cevap problemi için \mathbf{DD}' matrisi,

$$\mathbf{DD}' = \begin{bmatrix} \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N \bar{y}_i^2 - \frac{2}{N} \sum_{i < j} \bar{y}_i \bar{y}_j \right] & \sum_{i=1}^N \left\{ \left(1 - \frac{1}{N}\right) \bar{y}_i - \frac{1}{N} \sum_{j \neq i} \bar{y}_j \right\} s_i \\ \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N s_i^2 \right] - \frac{2}{N} \sum_{i < j} s_i s_j & \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

şeklinde oluşturuldu. \mathbf{DD}' 'nün özdeğerleri bulunurken, $ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde bir denklem çözülecektir. Bu denklemin c ile gösterilen katsayısı sıfıra eşit ise, özdeğerlerden birisi mutlaka sıfır olacaktır. \mathbf{DD}' matrisinden hareketle bulunacak c katsayısı Eşitlik (6.4)'de verilmiştir. Eşitlik (6.4)'deki a^2 katsayısı, \mathbf{DD}' matrisinin köşegen dışındaki elemanının karesini göstermektedir.

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N \bar{y}_i^2 \right] - \frac{2}{N} \sum_{i < j} \bar{y}_i \bar{y}_j \right\} \left\{ \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N s_i^2 \right] - \frac{2}{N} \sum_{i < j} s_i s_j \right\} - a^2 \quad (6.4) \\ & = \left\{ \sum_i \bar{y}_i^2 - \frac{1}{N} \sum_i \bar{y}_i^2 - \frac{2}{N} \sum_{i < j} \bar{y}_i \bar{y}_j \right\} \left\{ \sum_i s_i^2 - \frac{1}{N} \sum_i s_i^2 - \frac{2}{N} \sum_{i < j} s_i s_j \right\} - a^2 \\ & = \left\{ \sum_i \bar{y}_i^2 - \frac{1}{N} \left[\sum_i \bar{y}_i^2 + 2 \sum_{i < j} \bar{y}_i \bar{y}_j \right] \right\} \left\{ \sum_i s_i^2 - \frac{1}{N} \left[\sum_i s_i^2 + 2 \sum_{i < j} s_i s_j \right] \right\} - a^2 \\ & = \left\{ \sum_i \bar{y}_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_i \bar{y}_i \right)^2 \right\} \left\{ \sum_i s_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_i s_i \right)^2 \right\} - a^2 \\ & = \sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 - a^2 \end{aligned}$$

Burada $\bar{\bar{y}} = \frac{\sum \bar{y}_i}{N}$ ve $\bar{s} = \frac{\sum s_i}{N}$ şeklinde tanımlanmıştır.

Eğer $\sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 = a^2$ ise, \mathbf{DD}' matrisinin özdeğerlerinden biri mutlaka sıfır olacaktır. Bu durumda tam bir bağımlılık söz konusu olur. Tam bağımlılık söz konusu olduğunda,

$$\begin{aligned}
& \sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 - \underbrace{\left\{ \sum_{i=1}^N \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \bar{y}_i - \frac{1}{N} \sum_{j \neq i} \bar{y}_j \right] s_i \right\}^2}_{a^2} = 0 \\
& = \sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 - \left\{ \sum_i \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \bar{y}_i - \frac{1}{N} \left\{ \underbrace{\sum_{j=1}^N \bar{y}_j}_{N\bar{\bar{y}}} \right\} - \bar{y}_i \right] s_i \right\}^2 = 0 \\
& = \sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 - \left\{ \sum_i \left[\left(1 - \frac{1}{N}\right) \bar{y}_i - \bar{\bar{y}} + \frac{1}{N} \bar{y}_i \right] s_i \right\}^2 = 0 \\
& = \sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 - \left\{ \sum_i [\bar{y}_i - \bar{\bar{y}}] s_i \right\}^2 = 0 \\
& = \sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 - [\text{Kov}(\bar{y}, s)]^2 = 0 \tag{6.5}
\end{aligned}$$

bulunur. Sonuç olarak tam bağımlılık durumunda, $\sum_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 \sum_i (s_i - \bar{s})^2 = [\text{Kov}(\bar{y}, s)]^2$ olmalıdır. Diğer bir deyişle, \bar{y} ve s vektörleri arasındaki korelasyon katsayısının karesi 1 ise, bu durumda tam bir bağımlılık söz konusu olacaktır.

Uygulamada tam bağımlılığa yakın durumlara da raslanmaktadır. Yani, \mathbf{DD}' 'nin özdeğerlerinden en az biri sıfıra yakın bir değer alacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken husus, özdeğerlerin sıfıra yakın çıkması, işlemlerdeki yuvarlama hatalarının (rounding error) bir sonucu da olabilecektir (Bkz: Khuri ve Cornell, 1996, s.256).

Bu bölümde, ikili cevap problemindeki bağımlılık yapısı kısaca incelenmiştir. Eğer cevaplar arasında bir bağımlılık varsa, bu durumu dikkate alacak yöntemlerin ve stratejilerin geliştirilmesi veya kullanılması gerekecektir. Bu konunun önemi, Vining (1998) makalesinde vurgulanmaktadır.

6.3. İkili Cevap Problemi: Bağımlılık Durumunda Çözüm Stratejisi

Bağımlılık durumunda ikili cevap problemini çözebilmek için, Khuri ve Conlon (1981) tarafından geliştirilen genelleştirilmiş uzaklık yöntemini önermekteyiz. Bu orijinal yöntem, Conlon ve Khuri (1990) tarafından yeniden ele alınıp geliştirilmiştir. Genelleştirilmiş uzaklık yöntemi, Bölüm (5.2.2)'de tanıtılmaktadır.

Genelleştirilmiş uzaklık yöntemi, Eşitlik (6.1)'de verilen problemi çözebilecektir. Bölüm (6.1)'den hatırlanacağı gibi, NIMBUS yöntemi de aynı tarzdaki problemleri çözebilmek için önerilmişti. İki yöntem arasındaki en belirgin farklılık, KV'nin çözüm sürecindeki rolüdür. Genelleştirilmiş uzaklık yöntemi, KV'nin tercih bilgisine danışmadan tek bir çözüm üretmektedir. Yöntemi kullanabilmek için kısıtlı sayıda ticari olmayan bilgisayar yazılımı vardır. Bu yazılımlardaki temel varsayım, yüzey fonksiyonlarının sadece ikinci derece polinomlardan oluşmasıdır. Diğer bir deyişle, karmaşık fonksiyonlardan oluşacak problemleri bu yöntemle çözmek oldukça zordur. Bu durum NIMBUS için geçerli değildir.

6.4. Maliyet Öğeleri

Üretim sektöründe faaliyet gösteren firmaların ortak hedefi, yüksek ürün kalitesine düşük maliyetle ulaşabilmektir. Rekabet ortamında bunu başarabilen firmalar, diğerlerine göre pazarda üstünlük sağlayabilecektir. Küreselleşen dünyada rekabet, sadece bir ülkenin firmaları arasında kalmayıp, bu firmaların uluslar arası rakipleriyle de olmaktadır. Kalitesi yüksek, maliyeti düşük ürün üretebilme problemi; mühendislik, istatistik, ekonomi, işletme gibi bilimlerin ortaklaşa çalışmalarını gerektiren bir konudur. Sonuç olarak, hangi maliyette ne kadar kalite? Sorusunu cevaplayacak bir stratejinin geliştirilmesi gerekecektir.

Phadke (1989), maliyet öğelerini üç ana başlık altında sınıflandırmıştır. Bu sözü geçen sınıflar aşağıda verilmektedir:

1. İşletme Maliyeti (Operating Cost): İşletme maliyetinin bileşenleri, enerji, çevresel kontrol, bakım ve yedek parça maliyetleri olarak sıralanabilir. Farklı işletmelerin üretim için harcayacakları enerji miktarları (dolayısıyla da enerji maliyetleri) farklı olabilecektir. Eğer bir ürün sıcaklık ve nem gibi çevresel etkenlere karşı duyarlılık gösteriyorsa, bu durumda havalandırma ve ısıtmadan

dolayı bir maliyet de ortaya çıkabilecektir. Yüksek bozulma oranına sahip bir ürün, bakım ve yedek parça maliyetini de beraberinde getirebilecektir. İşletme maliyetini azaltmanın bir yolu, sağlam ürün tasarımıdır. Yani, bir ürünün çevresel koşullara, işletmeler arasındaki değişkenliğe ve yedek parça farklılıklarına karşı olan duyarlılığı, deney tasarımının etkin kullanımı ile azaltılabilecektir.

2. Yapım Maliyeti (Manufacturing Cost): Yapım maliyetinin bileşenleri, işçilik, ham madde, makina vb. olarak sıralanabilir. Birim yapım maliyetini (unit manufacturing cost) düşük tutabilmek için, kalitesi düşük ham madde, kalifiye olmayan işçi, ucuz makina ve teknoloji kullanımı tercih edilebilir. Bu yolla yapım maliyetini düşürmeye çalışan işletmeler, aynı anda kalite seviyesini de istenen bir düzeyde tutmak isteyeceklerdir. Aksi halde, rekabet ortamında yarış dışı kalma tehlikesi de vardır. Yapım maliyetini düşürmenin bir başka yolu, sağlam ürün tasarımıdır. Yapıma ilişkin aksaklıklara karşı, sürecin duyarlılığı sağlam hale getirilmelidir.
3. Araştırma ve Geliştirme (ARGE) Maliyeti (R&D Cost): Araştırma ve Geliştirme maliyetinin bileşenleri, yeni bir ürün geliştirmek için harcanan zaman, gerekli mühendislik ve laboratuvar kaynaklarının miktarı vb olarak sıralanabilir. ARGE faaliyetlerinin amacı, işletme ve birim yapım maliyetlerinin düşürülmesidir. Bu amaca ulaşmak için, sağlam ürün ve süreç tasarımına başvurulabilir.

Yapım ve ARGE maliyetleri doğrudan üreticileri ilgilendirir. Ancak bu maliyetler, ürün fiyatları ile müşteriye de bir ölçüde yansıtacaktır. İşletme maliyeti ise, doğrudan ürün kalitesi ile ilgilidir ve müşteriye etkiler. Yüksek kalite denildiği zaman, genellikle düşük işletme maliyeti anlaşılır. Yukardaki maliyet öğelerinden görüldüğü gibi, sağlam tasarımla yüksek kaliteye ulaşılması ve işletme maliyetinin düşürülmesi mümkündür.

6.4.1. Taguchi Felsefesinde Maliyet Araştırması

Taguchi felsefesinde, belirlenmiş bir kalite hedefinden ayrılışın yaratacağı ekonomik kaybın miktarı, kayıp fonksiyonları aracılığıyla bulunmaktadır. Kayıp fonksiyonları Bölüm (3.2) ve Bölüm (3.3)'de incelenmiştir. Kayıplar sadece ilgili işletme ile kısıtlı kalmayıp, toplumun tüm kesimlerini etkileyecektir. Hedeften ayrılıştan dolayı ortaya çıkacak kaybın yansımaları, işletme ve yapım maliyetleri olacaktır.

Kayıpların cevap yüzeleriyle modellenebileceğini gösteren değişik makaleler vardır (Bkz: Welch et al. 1990, Ames et al. 1997). İkili cevap problemlerini ilgilendiren kayıp fonksiyon tanımlamaları Eşitlik (3.5)'de verilmiştir. İkili cevap probleminde, sadece kayıpların modellenmesi de düşünülebilir. Ancak, konum ve dağılıma etkileri birbirine karışacaktır (Bkz: Eşitlik (3.3)).

Hedeften ayrılış maliyeti yanında, üzerinde önemle durulması gereken bir diğer maliyet unsuru da deney maliyetidir. Bu maliyet, ARGE maliyetinin bileşenidir. Deney tasarımlarının sanayide kullanım amacı, ideal bir prototip ürün geliştirmek veya mevcut üründeki değişkenlik etkisini azaltmak olarak kısaca özetlenebilir. Tasarlanmış bir deneyde, her bir denemenin firmaya yükleyeceği maliyet farklı farklı olacaktır. Deneme maliyetlerinin cevap yüzeleriyle modellenebileceğini gösteren güzel bir örnek, Lind et al. (1960) makalesinde bulunmaktadır. Bu makale literatürün klasikleri arasında yer almaktadır. İdeal bir ürün üretebilmek için, gereğinden fazla ham madde, işçilik veya maddi olanak harcayan işletmeler olabilir. Bu duruma ilişkin bazı çarpıcı örnekler, ilaç ve kimya sanayilerinde görülmektedir. Bu sorunu çözebilmek için, öncelikle ARGE faaliyetlerine önem verilmelidir. Tasarlanmış bir deneydeki deneme maliyetlerinin hesaplama şekli, ilgilenilen üretim sürecine göre değişebilir. Örneğin, kimya ve otomobil sektörlerindeki maliyet hesaplama usülleri birbirinden farklı olabilecektir.

Eşitlik (6.1)'de önerdiğimiz çok amaçlı optimizasyon problemini, deneme maliyeti ile geliştirmeyi düşünmekteyiz. Tasarladığımız “üçlü cevap” problemi,

$$\text{Min } \{ \hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma, \hat{y}_{dm} \} \quad (6.6)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

şeklindedir. Eşitlik (6.6)'da, deneme maliyetine ilişkin yüzey tahmin modeli \hat{y}_{dm} ile gösterilmiştir. Eşitlik (6.6)'da verilen problem çözüldüğünde, Taguchi felsefesindeki sağlam ürün tanımına en düşük maliyetle ulaşmayı sağlayacak kontrol değişken düzeyleri bulunmuş olacaktır. Problemi çözebilmek için, Bölüm (5.2.2)'de verilen NIMBUS yöntemini önermekteyiz.

Maliyet konusunda ilgimizi çeken bir başka durum, deneme ve hedeften ayrılış maliyetlerinin birlikte incelenmesidir. Hedeften ayrılış maliyetleri, her bir deneme

noktası için ayrı ayrı hesaplanır. Bu hesapların uygun bir kayıp fonksiyon aracılığı ile yapıldığını yukarıda belirtmiştik. Hedeften ayrılış maliyetine ilişkin yüzey tahmin modeli \hat{y}_{ham} olsun. Tasarladığımız problem,

$$\text{Min } \{ \hat{y}_{dm}, \hat{y}_{ham} \} \quad (6.7)$$
$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}$$

şeklindedir. Bu problem çözüldüğünde, her iki maliyet fonksiyonunu eşanlı olarak minimum yapacak kontrol değişken düzeyleri bulunacaktır.

7. UYGULAMA

Altıncı bölümde, Taguchi problemlerinin çözümü için yeni bir yaklaşım önerilmiş, yeni problemler tasarlanmış ve cevaplar arasındaki bağımlılık konusu incelenmişti. Yedinci bölümde ise, altıncı bölümde önerdiğimiz problem ve çözüm stratejilerinin sayısal uygulamalarına yer verilecektir.

7.1. Basım Verisi

Vining ve Myers (1990)'in Taguchi ve cevap yüzey felsefelerinin birleştirilmesine yönelik makalesi, bu konuda yayımlanan ilk makaledir. Bu makaledeki felsefeyi ve yöntemi konu alan birçok makale ilerleyen yıllarda yayımlanmıştır. Vining ve Myers'in makalesinde kullanılan veri, Çizelge (7.1)'de verilmektedir. Bu veri literatürde benimsenmiş ve farklı makalelerde de kullanılmıştır.

Çizelge 7.1. Basım Verisi

u	x ₁	x ₂	x ₃	y _{u1}	y _{u2}	y _{u3}	\bar{y}_u	s _u
1	-1	-1	-1	34	10	28	24.0	12.5
2	0	-1	-1	115	116	130	120.3	8.4
3	1	-1	-1	192	186	263	213.7	42.8
4	-1	0	-1	82	88	88	86.0	3.7
5	0	0	-1	44	178	188	136.7	80.4
6	1	0	-1	322	350	350	340.7	16.2
7	-1	1	-1	141	110	86	112.3	27.6
8	0	1	-1	259	251	259	256.3	4.6
9	1	1	-1	290	280	245	271.7	23.6
10	-1	-1	0	81	81	81	81.0	0.0
11	0	-1	0	90	122	93	101.7	17.7
12	1	-1	0	319	376	376	357.0	32.9
13	-1	0	0	180	180	154	171.3	15.0
14	0	0	0	372	372	372	372.0	0.0
15	1	0	0	541	568	396	501.7	92.5
16	-1	1	0	288	192	312	264.0	63.5
17	0	1	0	432	336	513	427.0	88.6
18	1	1	0	713	725	754	730.7	21.1
19	-1	-1	1	364	99	199	220.7	133.8
20	0	-1	1	232	221	266	239.7	23.5
21	1	-1	1	408	415	443	422.0	18.5
22	-1	0	1	182	233	182	199.0	29.4
23	0	0	1	507	515	434	485.3	44.6
24	1	0	1	846	535	640	673.7	158.2
25	-1	1	1	236	126	168	176.7	55.5
26	0	1	1	660	440	403	501.0	138.9
27	1	1	1	878	991	1161	1010.0	142.5

Bu bölümde “Basım” verisi kullanılarak literatürdeki sonuçlarla bir karşılaştırma yapılacaktır.

Renkli mürekkep püskürterek paketlere etiken basan bir baskı makinesinin görüntü kalitesini etkileyen üç kontrol değişkeni hız (x_1), basınç (x_2) ve uzaklık (x_3) olarak belirlenmiştir. Her bir kontrol değişkeni üç düzeylidir. Görüntü kalitesi ile ilgili hedeflere ulaşabilmek için, üç tekrarlı ($s=3$) bir 3^3 çöketkenli deney tasarlanmıştır. Geçmiş tecrübelerden faydalanarak, bu deneyden önce bir başlangıç deneyinin (preliminary experimentation) yapılmasına gerek duyulmamış ve ikinci derece cevap modelinin kullanılmasına karar verilmiştir. Bu sözü geçen deneyin sonuçları Çizelge (7.1)'de verilmektedir. Kontrol değişkenleri kodlanmış olup, her biri üç düzeylidir. Bu deneyde toplam 27 deneme vardır ve her bir deneme üç defa tekrar ederek görüntü kalite değerleri (yani y_{u1} , y_{u2} ve y_{u3}) bulunmuştur. Sürecin ortalama ve varyansı Bölüm (4.2.1)'de verdiğimiz tekrarlı yöntemle modellenecektir. Çizelge (7.1)'de, görüntü değerlerinin ortalama ve standart sapmaları sırasıyla \bar{y}_u ve s_u sütunlarında gösterilmektedir.

Görüntü kalitesiyle ilgili olarak bulunacak ortalama ve standart sapma cevap yüzey modelleri,

$$\hat{y}_\mu = 327.6 + 177x_1 + 109.4x_2 + 131.5x_3 + 32.0x_1^2 - 22.4x_2^2 - 29.1x_3^2 + 66x_1x_2 + 75.5x_1x_3 + 43.6x_2x_3 \quad (7.1)$$

$$\hat{y}_\sigma = 34.9 + 11.5x_1 + 15.3x_2 + 29.2x_3 + 4.2x_1^2 - 1.3x_2^2 + 16.8x_3^2 + 7.7x_1x_2 + 5.1x_1x_3 + 14.1x_2x_3 \quad (7.2)$$

şekindedir. Model parametrelerinin tahmininde Eşitlik (5.11) kullanılmıştır. Bulunan modellerin uyum eksikliği testleri, model parametrelerinin önem kontrolü ve model belirleme katsayılarına ilişkin sonuç ve yorumlar ayrıntılı olarak Vining ve Myers (1990)'in makalesinde tartışılmaktadır.

Görüntü kalitesiyle ilgili olarak Vining ve Myers (1990)'in tasarladıkları problemler, ‘hedef-en-iyi’ ve ‘en-büyük-en-iyi’dir. Bu problemlerin ifadesi, Eşitlik (4.14) ve (4.15)'de verilmektedir. Problemlerin çözümünde kullanılan yöntem için Bölüm (4.3.1)'e bakılmalıdır.

Hedef-en-iyi probleminin çözümü için önceden belirlenen hedef değer 500'dür. Bu bilgiye bağlı olarak problemin çözümü,

$$\hat{\mu} = 500 \text{ iken, } \hat{\sigma} = 51.778 \text{ (} x_1 = 0.614, x_2 = 0.228, x_3 = 0.100 \text{)}$$

şeklindedir. En-büyük-en-iyi probleminde ise, görüntü kalitesi mümkün olduğunca maksimum yapılmaya çalışılacaktır. Problemin çözümü, standart sapmanın 60, 75 ve 90 değerleri için yapılmıştır. Problemin çözümü,

$$\hat{\sigma} = 60 \text{ iken, } \hat{\mu} = 557.9 \text{ (} x_1 = 0.722, x_2 = 0.307, x_3 = 0.204 \text{)}$$

$$\hat{\sigma} = 75 \text{ iken, } \hat{\mu} = 687.5 \text{ (} x_1 = 1.048, x_2 = 0.442, x_3 = 0.292 \text{)}$$

$$\hat{\sigma} = 90 \text{ iken, } \hat{\mu} = 813.9 \text{ (} x_1 = 1.333, x_2 = 0.558, x_3 = 0.368 \text{)}$$

şeklindedir. Vining ve Myers (1990)'in çözüm tekniği sadece küresel bölge ve eşitlik kısıtları altında çözüm üretebilmektedir. Küresel bölge altında, hedef-en-iyi problemi için kısıt değeri $\mathbf{x}'\mathbf{x} = 0.4389 = r^2$ 'dir.

Del Castillo ve Montgomery (1993), ikili cevap problemini çözebilmek için doğrusal olmayan programlama yöntemlerinden 'genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan' yöntemi çözüm için önermişlerdir. Bu yöntem Çizelge (7.1)'de verilen 'basım' verisine de uygulanmıştır. Hedef-en-iyi problemi için kısıt değeri $\mathbf{x}'\mathbf{x} = 0.4389$ iken, 'genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan' yöntemin ürettiği çözüm vektörü ile Vining ve Myers (1990)'in çözümü aynıdır. Ancak farklı kısıt değerlerinde standart sapmayı daha da küçültmek mümkündür. Del Castillo ve Montgomery'nin çözümleri,

$\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$	$\hat{\sigma}$	\mathbf{x}'
1.0	45.31	(0.9839, 0.0265, -0.1760)
1.5	43.60	(1.1898, -0.2237, -0.1857)
2.0	42.45	(1.3395, -0.4261, -0.1544)
3.0	46.98	(0.9525, 1.2461, -0.7348)

şeklinde bulunmuştur. Del Castillo ve Montgomery, eşitlik kısıtları yerine eşitsizlik kısıtlarını kullanarak standart sapmayı daha da küçültmüşlerdir. Örneğin, $\mathbf{x}'\mathbf{x} = 3$ yerine $\mathbf{x}'\mathbf{x} \leq 3$ alınarak bulunacak çözüm vektörü $\mathbf{x}' = (1.5719, -0.7220, -0.0874)$ 'dir. Bu çözüm vektörüne bağlı olarak yapılacak sistem ayarlamaları sonucunda, $\hat{\sigma} = 40.65$ değerine ulaşabileceklerini belirtmişlerdir.

Vining ve Myers (1990)'in çözüm tekniği ridge analizinin genelleştirilmiş biçimidir. Bu nedenle, sadece küresel bölge kısıtına bağlı olarak çözüm üretmektedir. Ancak, kübik bölgenin uygun olabileceği durumlara da raslanması mümkündür. Örneğin, Çizelge (7.1)'de verilen 'Basım' verisi incelendiğinde, kübik bölgenin daha uygun bir seçim olabileceğini Del Castillo ve Montgomery (1993) ifade etmektedirler. Böylece, kontrol değişkenlerinin alabileceği değerler için, $[-1,1]$ şeklinde bir aralık sınırlaması getirilecektir. Del Castillo ve Montgomery, hedef-en-iyi probleminin kübik bölge kısıtı altında çözümünü $\mathbf{x}'=(1.0, 0.1184, -0.259)$ ve standart sapmasını $\hat{\sigma}=45.097$ olarak bulmuşlardır.

Del Castillo ve Montgomery (1993), en-büyük-en-iyi problemini de genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan yöntemiyle çözmüşlerdir. Örneğin, standart sapma 60 iken, Vining ve Myers (1990)'in çözüm vektörüyle ulaşılabilecek maksimum kalite değeri $\hat{\mu} = 557.9$ olarak yukarıda bulunmuştu. Bu çözüme ilişkin kısıt değeri $r^2=0.6571$ 'dir. Kısıt değeri kademeli olarak artırıldığında bulunacak çözümler,

$\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$	$\hat{\mu}$	\mathbf{x}'
1.0	594.08	(0.9459, 0.3120, 0.0887)
1.5	626.87	(1.1928, 0.2759, -0.0323)
2.0	647.64	(1.3977, 0.1863, -0.1074)
3.0	672.50	(0.7245, -0.0973, -0.1284)

şeklinindedir. Bu sonuçlar $\hat{\mu} = 557.9$ değerine göre daha iyidir. Aynı problemin kübik bölge altında çözümü ise,

$$\hat{\sigma} = 60 \text{ iken, } \hat{\mu} = 616.7 \quad (x_1 = 1.0, x_2 = 1.0, x_3 = -0.2810)$$

şeklinde bulunmuştur.

İkili cevap probleminin çözümü için, Lin ve Tu (1995) tarafından bir çözüm stratejisi geliştirilmiştir. Lin ve Tu'nun yaklaşımı, literatürdeki diğer makalelere göre farklılık göstermektedir. Bu yaklaşımda, tek bir amaç fonksiyonu kullanılarak, Taguchi'nin belirlediği hedeflere ulaşılmaya çalışılmaktadır (Bakınız: Eşitlik (4.18)). Ancak, bu çözüm stratejisinin sakıncalı yanları olduğunu düşünmekteyiz. Bu konu ile ilgili kısa bir yorum, Bölüm (6.1)'de verilmektedir. Çizelge (7.1)'de verilen 'basım' verisi, Lin ve Tu tarafından da kullanılmıştır. Lin ve Tu'nun bulduğu sonuçlar, Vining ve Myers

(1990)'in sonuçlarına göre %25 daha küçük hata kareler ortalamasına sahiptir. Aynı sonuçlar, Del Castillo ve Montgomery (1993)'nin makalesinde bulunan sonuçlarla da karşılaştırılmıştır. Lin ve Tu'nun sonuçları, daha küçük hata kareler ortalamalıdır. Burada sözü geçen karşılaştırmalarla ilgili tablolar, Lin ve Tu (1995)'de bulunabilir.

Bu bölümde şimdiye kadar anlatılanlar, ikili cevap probleminin çözülmesine yönelik olarak literatürde önerilen çözüm stratejileridir. Literatürdeki sonuçlarla karşılaştırma yapabilmek için, daha önce Çizelge (7.1)'de verilen 'basım' verisine NIMBUS yöntemi uygulanacaktır. NIMBUS yöntemi, Bölüm (5.2.2)'de kısaca tanıtılmıştır. Bu yöntemin literatürdeki diğer önerilen yöntemlere karşı üstünlükleri, Bölüm (6.1)'de tartışılmıştır. Literatürdeki problem tanımlamalarından farklı olarak, tasarladığımız ikili cevap problemi Eşitlik (6.1)'de verilmektedir. Problemin çözümü için, internet ortamında çalışan bir program kullanılacaktır (Bkz: <http://nimbus.math.jyu.fi/>).

'Basım' verisine ilişkin NIMBUS sonuçları, deneysel bölgenin küresel ve kübik durumları için aşağıda verilmektedir:

Çizelge 7.2. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları ($x'x \leq 1$)

Alternatifler	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x'
Alternatif1	385.022	33.136844	(0.872042, -0.281908, -0.369838)
Alternatif2	411.162	35.380547	(0.911013, -0.318307, -0.247984)
Alternatif3	432.276	37.583400	(0.939062, -0.244572, -0.234209)
Alternatif4	454.974	40.064492	(0.961596, -0.207495, -0.177722)
Alternatif5	475.638	42.397141	(0.975109, -0.065498, -0.208822)
Alternatif6	497.518	45.012047	(0.983539, 0.014553, -0.17798)
Alternatif7	519.178	47.788163	(0.978887, 0.128301, -0.159089)
Alternatif8	540.330	50.726091	(0.977247, 0.185429, -0.102969)
Alternatif9	560.623	53.848691	(0.971082, 0.235385, -0.039911)
Alternatif10	579.750	57.168893	(0.958998, 0.282012, 0.028125)
Alternatif11	597.347	60.698580	(0.941896, 0.319552, 0.103524)
Alternatif12	612.941	64.449173	(0.916735, 0.354756, 0.183700)
Alternatif13	625.896	68.435940	(0.882922, 0.383552, 0.270806)
Alternatif14	635.264	72.684207	(0.836698, 0.408107, 0.365216)
Alternatif15	639.369	77.232327	(0.772835, 0.426516, 0.469904)

İkinci Sınıflama Sonuçları:

Alternatif11	608.607	63.325067	(0.924927, 0.345066, 0.159497)
Alternatif12	605.173	62.483987	(0.930479, 0.338030, 0.141221)
Alternatif13	601.647	61.658930	(0.935975, 0.329576, 0.123813)
Alternatif14	598.038	60.849675	(0.941034, 0.321025, 0.106764)
Alternatif15	594.354	60.056112	(0.945372, 0.313416, 0.089660)

Çizelge 7.3. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları ($x'x \leq 2$)

Alternatifler	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x'
Alternatif1	401.362	32.275372	(1.189510, -0.715445, -0.184947)
Alternatif2	447.345	36.893022	(1.255159, -0.643451, -0.098767)
Alternatif3	480.244	40.328639	(1.315381, -0.495586, -0.153520)
Alternatif4	513.991	43.981132	(1.354635, -0.373965, -0.155945)
Alternatif5	548.549	47.835310	(1.385230, -0.233407, -0.162789)
Alternatif6	583.775	51.921023	(1.402535, -0.078677, -0.163341)
Alternatif7	618.970	56.231401	(1.405140, 0.072018, -0.142772)
Alternatif8	653.260	60.774737	(1.396378, 0.202111, -0.095438)
Alternatif9	685.822	65.575602	(1.384193, 0.289329, -0.017265)
Alternatif10	716.015	70.652049	(1.364442, 0.365159, 0.070411)
Alternatif11	743.146	75.980851	(1.331709, 0.448737, 0.158138)
Alternatif12	766.724	81.602127	(1.297854, 0.495723, 0.264208)
Alternatif13	785.985	87.508041	(1.253073, 0.537554, 0.375286)
Alternatif14	799.934	93.703240	(1.196636, 0.569475, 0.493720)
Alternatif15	807.049	100.212000	(1.123780, 0.593571, 0.620315)

İkinci Sınıflama Sonuçları:

Alternatif3	497.117	42.161314	(1.34174, -0.404859, -0.189273)
-------------	---------	-----------	---------------------------------

Çizelge 7.4. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları ($x'x \leq 3$)

Alternatifler	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x'
Alternatif1	380.513	31.254596	(1.204667, -1.200665, 0.325959)
Alternatif2	440.664	34.496682	(1.467451, -0.901148, -0.056345)
Alternatif3	484.575	39.046861	(1.549846, -0.758399, -0.095243)
Alternatif4	530.990	44.029965	(1.600986, -0.649950, -0.056546)
Alternatif5	578.306	49.178464	(1.663046, -0.469376, -0.101657)
Alternatif6	627.924	54.892568	(1.709483, -0.185231, -0.208230)
Alternatif7	679.753	60.877512	(1.725159, -0.056948, -0.135445)
Alternatif8	731.567	67.357972	(1.720873, 0.160252, -0.112444)
Alternatif9	781.333	74.244331	(1.698512, 0.336678, -0.040846)
Alternatif10	827.378	81.604974	(1.668718, 0.458767, 0.070090)
Alternatif11	868.252	89.451380	(1.632950, 0.540376, 0.203638)
Alternatif12	902.827	97.791929	(1.582258, 0.615085, 0.343585)
Alternatif13	929.797	106.650000	(1.520277, 0.664430, 0.497282)
Alternatif14	947.147	116.012000	(1.437595, 0.706787, 0.658613)
Alternatif15	952.051	123.917000	(1.353042, 0.730452, 0.797316)

İkinci Sınıflama Sonuçları:

Alternatif3	497.555	40.398060	(1.568680, -0.728856, -0.087665)
-------------	---------	-----------	----------------------------------

Çizelge 7.5. Basım Verisi NIMBUS Sonuçları (Küçük Bölge)

Alternatifler	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x'
Alternatif1	396.303	32.909049	(1.0, -0.638974, -0.104701)
Alternatif2	454.415	39.689567	(1.0, -0.238328, -0.193388)
Alternatif3	514.920	46.893776	(1.0, 0.241577, -0.278094)
Alternatif4	579.621	55.014851	(1.0, 0.697896, -0.278890)
Alternatif5	643.993	64.204356	(1.0, 1.0, -0.17830)
Alternatif6	707.733	75.921637	(1.0, 1.0, 0.072979)

Alternatif7	768.015	89.815753	(1.0, 1.0, 0.325190)
Alternatif8	819.608	104.302000	(1.0, 1.0, 0.554488)
Alternatif9	867.134	120.190000	(1.0, 1.0, 0.778881)
Alternatif10	911.100	137.500000	(1.0, 1.0, 1.0)

İkinci Sınıflama Sonuçları:

Alternatif2	616.700	59.999356	(1.0, 1.0, -0.281688)
Alternatif5	495.981	44.647205	(0.999997, 0.164332, -0.308491)

Çizelge (7.2), (7.3), (7.4) ve (7.5), ikili cevap probleminin ‘basım’ verisine bağlı olarak bulunmuş NIMBUS sonuçlarını göstermektedir. Literatürde önerilen diğer yöntemlerden farklı olarak, birçok alternatif çözüm bulunmuştur.

Çizelge (7.2)’de, küresel bölge yarıçapı 1 iken, öncelikle 15 alternatif çözüm üretilmiştir. En-büyük-en iyi durumunda, ortalama kalite ($\hat{\mu}$) mümkün olduğunca maksimum yapılırken, süreç standart sapması da minimum yapılacaktır. Çizelge (7.2)’den görüldüğü gibi, $\hat{\mu}$ ’nın değeri arttıkça, standart sapmada belirli bir artış gözlenmektedir. Standart sapmanın minimum olduğu durumda, $\hat{\mu}=385.022$ ’dir. Diğer taraftan, $\hat{\mu}$ maksimum iken, standart sapmanın alacağı değer $\hat{\sigma}=77.232327$ ’dir. Sonuç olarak, karar organının uygun bir alternatifi seçerek durması veya yeniden bir sınıflamaya geçmesi gerekmektedir. En-büyük-en-iyi problemi çözlürken, bulunan çözümlerden birisi hedef-en-iyi probleminin de çözümü olabilir. Çizelge (7.2)’deki 6 nolu alternatif çözüm, hedef-en-iyi durumunun çözümü olarak kabul edilebilir. Hatırlanacağı gibi, aynı problemin literatürdeki çözümlerinde, hedef değer $\hat{\mu}=500$ olarak tespit edilmişti. Çizelge (7.2)’deki 14 nolu alternatife bağlı olarak yeni bir sınıflandırma yapılmış ve bulunan sonuçlardan bizim için uygun olanları, ‘ikinci sınıflama sonuçları’ olarak aynı çizelgede gösterilmiştir. İkinci sınıflandırmadaki 15. alternatif çözüm, Del Castillo ve Montgomery (1993)’nin çözümü ile aynıdır. Yani, $\hat{\sigma}=60$ iken, NIMBUS ve doğrusal olmayan programlama yöntemlerinden olan ‘genelleştirilmiş indirgenmiş gradyan’ yöntem aynı çözüm vektörüne ulaşmışlardır.

Küresel bölge yarıçap değeri artırıldığında, aynı problemin çözümünden bulunacak sonuçlar Çizelge (7.3) ve (7.4)’de gösterilmektedir. Bu çizelgeler için yapılacak yorumlar, Çizelge (7.2)’ye benzerdir. Çizelge (7.3)’deki 8 nolu alternatif çözüm, Del Castillo ve Montgomery (1993)’nin çözümüne çok yakındır. İkinci sınıflandırmadaki 3 nolu alternatif ise, hedef-en-iyi durumunun çözümü olarak kabul edilebilir. Benzer

şekilde, Çizelge (7.4)'deki 7 nolu alternatif çözüm, Del Castillo ve Montgomery (1993)'nin çözümlerine çok yakındır. Aynı çizelgenin ikinci sınıflandırma sonucu (Alternatif3), hedef-en-iyi durumunun çözümü olarak kabul edilebilir.

Kübik bölge kısıtı altında bulunan alternatif çözümler Çizelge (7.5)'de verilmektedir. 'Basım' verisi için küresel bölge yerine kübik bölge varsayımı daha gerçekçi olabilir. Çünkü, etken düzeyleri -1 , 0 ve 1 değerlerini alacak şekilde kodlanmıştır. Kübik bölge kısıtı altında bulunacak çözüm vektörünün elemanları $[-1,1]$ kapalı aralığında değerler almaktadırlar. Böylece, deneysel bölgenin dışına çıkma ve orada kestirim yapma (extrapolation) sorunu ortadan kalkacaktır. Çizelge (7.5)'de verilen ikinci sınıflama sonuçlarına bakıldığında, 2 nolu alternatif çözümün Del Castillo ve Montgomery (1993)'nin 'en-büyük-en-iyi' durumundaki çözümü ile aynı olduğu görülmektedir. Hedef-en-iyi durumu için, ikinci sınıflamanın 5 nolu alternatifine bakılmalıdır.

NIMBUS yöntemi, cevap değişkenleri arasındaki bağımlılık yapısını dikkate almaz. İkili cevap problemindeki bağımlılık yapısının teşhisi için, Bölüm (6.2)'de bir inceleme yapılmıştı. Bu incelemenin sonucunda, tam bir bağımlılık olabilmesi için, ortalama ve standart sapma cevaplarına ilişkin korelasyon katsayısının karesinin 1 olması yorumu yapılmıştı. Bağımlılık durumunda önerdiğimiz çözüm stratejisi, Bölüm (5.2.2)'de verilen 'genelleştirilmiş uzaklık yöntemi'dir. 'Basım' verisi için korelasyon katsayısının karesi 0.330216 'dır. Yani, bu veri için güçlü bir bağımlılık yapısına raslanmamıştır. 'Basım' verisi için 'genelleştirilmiş uzaklık yöntemi'nin kullanımı uygun olmasa bile, analiz sonuçları Çizelge (7.6)'da verilmiştir.

Çizelge 7.6. Uzaklık Yöntemi Sonuçları

$\hat{\phi}_i$	\mathbf{x}'
$\hat{y}_\mu = 640.1874$	$(0.769474, 0.428563, 0.477757)$
$\hat{y}_\sigma = 15.6521$	$(-0.11971, -0.938725, -0.328844)$
Uzaklık Ölçüsü = "Default"	İterasyon =337
Minimum Uzaklık = 30.04115	$\rho^2 \leq 1$
Eşanlı Çözüm Sonuçları:	
$\hat{y}_\mu = 600.51830$	
$\hat{y}_\sigma = 61.80480$	
$\mathbf{x}' = (0.955059, 0.234721, 0.169416)$	

Çizelge (7.6)'dan görüldüğü gibi, uzaklık ölçüsü olarak MR programında “default” tanımlaması yapılmıştır. “Default” durumunda, cevapların birbiriyle ilişkili ve eşanlı optimum noktanın yerinin uzayda rasgele bir nokta olduğu varsayılmaktadır. Deneysel bölge olarak 1 yarıçaplı küresel bölge dikkate alınmıştır. Çizelge (7.6)'da ikili cevap probleminin eşanlı sonuçları, $\hat{y}_\mu = 600.51830$ ve $\hat{y}_\sigma = 61.80480$ olarak bulunmuştur.

7.2. Kağıt Helikopter Verisi

Bu bölümde, ‘Taguchi felsefesinde maliyet araştırması’ konusuna yönelik olarak bir uygulama yapılacaktır. Maliyet kavramıyla ilgili olarak tasarladığımız problemler, Bölüm (6.4.1)'de verilmektedir.

Uygulama için, bir kağıt helikopter deneyi gerçekleştirilmiştir. Bu deneyin sonuçları Çizelge (7.7)'de verilmektedir.

Çizelge 7.7. Kağıt Helikopter Deneyi

No	Kanat	ku/ka	En	ort.	ssap.	mal.
1	6	0.5	4	26.00	6.48	42
2	6	0.5	6	26.25	6.40	63
3	6	0.5	8	40.50	13.77	84
4	6	1	4	21.00	7.70	54
5	6	1	6	24.00	9.42	81
6	6	1	8	33.75	3.30	108
7	6	1.5	4	22.00	7.07	66
8	6	1.5	6	27.75	10.47	99
9	6	1.5	8	37.25	10.90	32
10	8	0.5	4	29.75	8.62	54
11	8	0.5	6	28.75	6.80	81
12	8	0.5	8	17.63	13.40	108
13	8	1	4	18.25	6.18	70
14	8	1	6	26.00	9.42	105
15	8	1	8	26.00	5.94	140
16	8	1.5	4	27.00	4.83	86
17	8	1.5	6	29.75	20.85	129
18	8	1.5	8	34.00	15.25	172
19	10	0.5	4	22.25	5.56	66
20	10	0.5	6	28.25	7.80	99
21	10	0.5	8	35.25	21.33	132
22	10	1	4	30.25	13.60	86
23	10	1	6	33.00	7.44	129
24	10	1	8	39.00	8.87	172
25	10	1.5	4	22.00	5.94	106
26	10	1.5	6	39.75	32.55	159
27	10	1.5	8	52.75	26.13	212

Kağıt helikopter deneyinin yapılışı, bu deneyin deney tasarımı eğitiminde kullanımı konularında Hacettepe Üniversitesi İstatistik bölümü öğrencilerinin de katkılarıyla üç yılı aşan bir süredir çalışmalarımız devam etmektedir (Bkz: Muluk, Balce ve Köksoy

(2000), Köksoy ve Hocoğlu (2000)). Çizelge (7.7)'de, tasarladığımız helikopter deneyinin sonuçları görülmektedir. Bu deneyde üç kontrol değişkeni kullanılmıştır. Bu değişkenler sırasıyla kanat uzunluğu (kanat), kuyruk-kanat oranı (ku/ka) ve kuyruk eni (en) olarak Çizelge (7.7)'de gösterilmektedir. Deney süresince sabit tutulan değişkenler de vardır. Örneğin, helikopterler sadece A4 kağıttan yapılmış olup, tüm helikopterler için gövde uzunluğu 1.5cm olarak belirlenmiştir. Tasarlanan deney, 4 tekrarlı bir 3^3 çoketkenli deneyidir. Deneme kombinasyonları ve tekrarların sırası tamamen rasgele olacak şekilde belirlenmiştir. Değişken düzeylerini belirlemek için, pilot denemeler yapılmıştır. Bu pilot denemeler sonucunda, Çizelge (7.7)'deki tasarıma karar verilmiştir. Deneyin geliştirilmesi ve 27 deney noktasının artırılması mümkündür. Ancak, bu durumun maliyeti artırıcı etkisi de düşünülerek, yüzey modellemesi için mevcut deneyin yeterli olabileceğine karar verilmiştir. Her ne kadar helikopter deneyi sanayi sektörü için uygun bir deney olmasa bile, Taguchi felsefesinde maliyet araştırması ile ilgili problem ve analizlerimizi uygulamak için yeterli bir araç olabileceğini düşünmekteyiz.

Helikopterler yaklaşık 4 metre yüksekten serbest düşme olarak bırakılmıştır. Yere düşen helikopterlerin, daha önce belirlediğimiz bir hedeften uzaklıkları santimetre cinsinden ölçülmüştür. Her bir deneme 4 kez tekrar ettiği için, bulunan uzaklıkların ortalama ve standart sapmaları hesaplanarak, Çizelge (7.7)'nin 'ort.' ve 'ssap.' isimli sütunları oluşturulmuştur. Deneme maliyetleri, helikopterlerin yapıldığı materyalin alanı üzerinden ölçülmüştür. Her bir deneme noktasında, helikopterleri yapmak için kullanılacak kağıdın 1cm^2 'sinin maliyeti 1TL olarak belirlenmiştir. Çizelge (7.7)'de deneme maliyetleri, 'mal.' isimli sütunda gösterilmiştir. Sonuç olarak, üç kontrol ve üç cevap değişkenli bir sistemle ilgilenilecektir. Cevap değişkenleri ile kontrol değişkenleri arasındaki ilişkiyi tespit edebilmek için, ikinci dereceden yüzey model yapısının kullanılması düşünülmüştür. Modellemeye ilişkin varyans analiz sonuçları, Çizelge (7.8), (7.9) ve (7.10)'da verilmektedir. Çizelge (7.9)'daki standart sapma modeli hariç, ortalama ve maliyet modelleriyle ilgili R^2 değerleri yeterince büyüktür. Ortalama ve maliyet için ikinci derece modeller $\alpha = 0.05$ düzeyinde anlamlıdır. Standart sapmanın ikinci derece modeli ise, $\alpha = 0.10$ düzeyinde anlamlı bulunmuştur (p-değeri = 0.0631). Modellerdeki terimlerin anlamlılığı test edilmiş ve sonuçları Çizelge (7.8), (7.9) ve (7.10)'da verilmiştir. Modellere ilişkin R^2 değerlerinin büyük

olması, tasarlanacak optimizasyon problemlerinin güvenilir çözümlere ulaşması için önemlidir. Bu nedenle, test sonuçları önemsiz çıkan terimlerin bile modele eklenmesi düşünülebilir. Helikopter deneyindeki kontrol değişkenlerinin sayısı oldukça azdır ve gerçek sanayi deneylerindeki durumu yansıtmamaktadır. Çünkü, sanayi deneylerinde genellikle çok sayıda kontrol değişkeni bulunmaktadır. Bu değişkenler içinden, sadece önemli olanları modele eklenebilir.

Çizelge 7.8. 'Ortalama' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon	s.d.	KT	R ²	F	P>F
Doğrusal	3	715.715628	0.4487	8.505	0.0011
Karesel	3	176.882017	0.1109	2.102	0.1379
Çaprazçarpım	3	225.459533	0.1414	2.679	0.0798
ToplamReg.	9	1118.057178	0.7010	4.429	0.0041

Değişken	t	p	
x1	-2.437	0.0261	HKO=28.050960
x2	-2.470	0.0244	
x3	-0.457	0.6536	
x1*x1	2.229	0.0396	
x2*x2	1.140	0.2700	
x3*x3	0.196	0.8469	
x1*x2	1.880	0.0773	
x1*x3	0.545	0.5928	
x2*x3	2.050	0.0561	

Çizelge 7.9. 'Standart Sapma' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon	s.d.	KT	R ²	F	P>F
Doğrusal	3	422.516728	0.3352	4.248	0.0206
Karesel	3	154.766583	0.1228	1.556	0.2367
Çaprazçarpım	3	119.679975	0.0949	1.203	0.3386
ToplamReg.	9	696.963286	0.5529	2.336	0.0631

Değişken	t	p	
x1	-0.894	0.3841	HKO=33.156667
x2	-2.097	0.0513	
x3	0.384	0.7057	
x1*x1	0.523	0.6074	
x2*x2	1.900	0.0745	
x3*x3	-0.885	0.3887	
x1*x2	1.411	0.1764	
x1*x3	1.229	0.2359	
x2*x3	0.331	0.7448	

Çizelge 7.10. 'Deneme Maliyeti' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon	s.d.	KT	R ²	F	P>F
Doğrusal	3	37453.000000	0.7641	39.748	0.0000
Karesel	3	555.555556	0.0113	0.590	0.6301
Çaprazçarpım	3	5668.000000	0.1156	6.015	0.0055
ToplamReg.	9	43.676000	0.8911	15.451	0.0000

Değişken	t	p	
x1	-0.0602	0.9527	HKO=314.082789
x2	-0.4030	0.6918	
x3	-0.0384	0.9699	
x1*x1	-0.7680	0.4531	
x2*x2	-0.7680	0.4531	
x3*x3	-0.7680	0.4531	
x1*x2	2.8020	0.0123	
x1*x3	3.1930	0.0053	
x2*x3	-0.0652	0.9488	

Helikopter deneyine bağlı olarak bulunan, 'ortalama', 'standart sapma' ve 'deneme maliyeti' değişkenlerine ilişkin yüzey kestirim modelleri (kodlu) Eşitlik (7.3), (7.4) ve (7.5)'de verilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken bir husus, modellemeye geçmeden önce, değişkenlerin -1, 0 ve 1 düzeylerini alacak şekilde kodlanmış olmalarıdır.

$$\hat{y}_{\mu} = 24.42 + 2.44x_1 + 2.09x_2 + 5.42x_3 + 4.82x_1^2 + 2.47x_2^2 + 0.42x_3^2 + 2.88x_1x_2 + 0.83x_1x_3 + 3.14x_2x_3 \quad (7.3)$$

$$\hat{y}_{\sigma} = 8.55 + 2.98x_1 + 2.44x_2 + 2.94x_3 + 1.23x_1^2 + 4.47x_2^2 - 2.08x_3^2 + 2.35x_1x_2 + 2.04x_1x_3 + 0.55x_2x_3 \quad (7.4)$$

$$\hat{y}_{dm} = 112.41 + 29.56x_1 + 18.44x_2 + 29.44x_3 - 5.56x_1^2 - 5.56x_2^2 - 5.56x_3^2 + 14.33x_1x_2 + 16.33x_1x_3 - 0.33x_2x_3 \quad (7.5)$$

Yukarıda verilen bilgiler doğrultusunda, Taguchi felsefesi altında tasarladığımız ve Eşitlik (6.6)'da verdiğimiz 'üçlü cevap' probleminin çözümüne geçilecektir. Bu problemin çözümünde, deneysel bölge kısıtı olarak kübik bölge kullanılacaktır. 'Üçlü cevap' probleminin NIMBUS çözümleri Çizelge (7.11)'de verilmektedir. Çözüm vektörünün elemanları, basit bir dönüşümle yeniden kodsuz biçime çevrilebilir.

Çizelge 7.11. 'Üçlü Cevap' Probleminin NIMBUS Çözümleri

Alternatifler	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	dm.	x'
Alternatif1	19.204638	4.258531	73.311731	(-0.484852, 0.371348, -1.0)
Alternatif2	19.452590	3.842284	71.083483	(-0.542091, 0.259334, -1.0)
Alternatif3	19.831039	3.576402	68.863034	(-0.599330, 0.147321, -1.0)
Alternatif4	20.339983	3.460883	66.650384	(-0.656568, 0.035307, -1.0)
Alternatif5	20.978455	3.495726	64.445490	(-0.714308, -0.075638, -1.0)
Alternatif6	21.693570	3.631480	61.899179	(-0.844008, -0.054997, -1.0)
Alternatif7	22.299545	3.773457	59.396907	(-0.974376, 0.033895, -1.0)
Alternatif8	23.502207	4.085066	57.526649	(-1.0, -0.197436, -1.0)
Alternatif9	24.829487	4.882106	55.602068	(-1.0, -0.438704, -1.0)
Alternatif10	26.134057	5.925414	53.538254	(-1.0, -0.636774, -1.0)

Bu bölümde son olarak, Eşitlik (6.7)'de verdiğimiz problemin çözümü yapılacaktır. Her bir deneme noktasındaki hedeften ayrılış maliyetlerini hesaplamak için, Bölüm (3.2)'de verilen Taguchi'nin karesel kayıp fonksiyonu kullanılmıştır. Kayıp katsayısı $k=1TL$ olarak alınmıştır. Helikopter deneyi için hedef değer $m = 25cm$ olarak belirlenmiştir. Bu probleme konu olan deneme maliyeti (dm) ve hedeften ayrılış maliyeti (ham) cevap değişkenlerine ilişkin yüzey fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (7.5) Eşitlik (7.6)'da verilmektedir. Ayrıca, hedeften ayrılış maliyetine ilişkin varyans analizi sonuçları Çizelge (7.12)'de görülmektedir.

Çizelge 7.12. 'Hedeften Ayrılış Maliyeti' için Varyans Analiz Sonuçları

Regresyon	s.d.	KT	R^2	F	P>F
Doğrusal	3	212639	0.3419	6.047	0.0054
Karesel	3	75209	0.1209	2.139	0.1330
Çaprazçarpım	3	134849	0.2168	3.835	0.0289
ToplamReg.	9	422698	0.6796	4.007	0.0067

Değişken	t	p
x1	-2.379	0.0294
x2	-2.601	0.0186
x3	-1.964	0.0661
x1*x1	1.783	0.0925
x2*x2	1.094	0.2892
x3*x3	1.429	0.1712
x1*x2	2.532	0.0215
x1*x3	1.563	0.1365
x2*x3	1.628	0.1219

HKO=11722

$$\hat{y}_{ham} = -47.00 + 50.24x_1 + 45.22x_2 + 85.12x_3 + 78.79x_1^2 + 48.35x_2^2 + 63.16x_3^2 + 79.14x_1x_2 + 48.84x_1x_3 + 50.88x_2x_3 \quad (7.6)$$

Eşitlik (6.7)'deki problemin NIMBUS çözümleri Çizelge (7.13)'de verilmektedir. Bu çizelgede, sadece beş alternatif çözüme yer verilmiştir. Helikopter deneyi gerçek bir sanayi deneyi değildir. Bu deneyde karar vericinin istekleri tam olarak tarafımızca bilinmemektedir. Bu nedenle, daha fazla alternatif çözüm üretimine gidilmemiştir.

Çizelge 7.13. 'Deneme' ve 'Hedeften Ayrılış' Maliyetlerinin NIMBUS Çözümleri

Alternatifler	dmal.	ham.	x'
Alternatif1	58.099653	17.747861	(-1.0, -0.10375, -0.999994)
Alternatif2	52.519793	33.250221	(-0.431399, -1.0, -1.0)
Alternatif3	52.099483	48.441907	(-0.530357, -1.0, -1.0)
Alternatif4	50.589208	92.723187	(-0.775507, -1.0, -1.0)
Alternatif5	48.644683	141.000000	(-0.997533, -1.0, -1.0)

8. SONUÇ VE TARTIŞMA

Ürün veya süreç değişkenliğinin azaltılmasının muhtemel bir sonucu olarak ortaya çıkabilecek mükemmelliğin ifadesi, kaliteli ürün veya hizmet üretmek olacaktır. Bu amaçla, değişkenlik yaratacak unsurların belirlenmesi ve laboratuvar koşullarında kontrol edilmesi gerekmektedir. Tüm bu çalışmalar, süreç-dışı kalite geliştirme kapsamında ele alınmaktadır.

Üretim devam ederken, kalitenin kontrol kartları aracılığıyla kontrolü mümkündür. Böylece, süreçte meydana gelebilecek anlık veya sistematik arızalar tespit edilebilir. Kontrol kartları uzun yıllardır sanayide kullanılmaktadır. Süreç üzerinde gerekli ayarlamalar yapıldıktan sonra, kontrol kartlarında istenmeyen bir değişkenliğin gözlenmesi veya belirli hedeflere ulaşmadaki başarısızlık sonucunda, kalitenin geliştirilmesi ihtiyacı gündeme gelebilir. Kalitenin üretim sırasında geliştirilmesi oldukça zordur. Bu nedenle, son yıllarda süreç-dışı kalite geliştirme konusunda yoğun çalışmalar yapıldığını literatürden gözlemekteyiz. Bu çalışmalarda, deney tasarımı, cevap yüzeyleri, güvenilirlik testleri gibi ileri istatistiksel yöntemler etkin olarak kullanılmaktadır.

Deney tasarımı çalışmalarının istatistik literatüründe önemli bir yeri vardır. Bu alandaki çalışmaların temeli, 1930'lu yıllara dayanmaktadır. Yates, Fisher, Tukey ve Box'ın büyük katkılarıyla sağlam temellere oturan tasarım çalışmalarının; ziraat, kimya, biyoloji ve tıp gibi alanlarda etkin bir biçimde kullanıldığını görmekteyiz. Diğer taraftan, bu çalışmaların sanayi sektörüne yansımaları biraz geç olmuştur. Bunun bir nedeni, tarımsal yaşayıştan makinalaşmaya geçiş sürecindeki harcanan zamandır. Sanayi devriminden sonra, üretim artışı ve rekabete bağlı olarak, "kaliteli üretim ve hizmet" olgusu tüm dünyada önem kazanmaya başlamıştır. Japon mühendis G. Taguchi istatistiksel deney tasarımlarını sanayi sektörüne uygulamış ve süreç-dışı kalite geliştirme konusunda büyük başarılar elde etmiştir.

Genichi Taguchi'nin ürün veya süreç değişkenliğinin azaltılması ve belirli hedeflerin tutturulması yönündeki fikirleri, değişik bilim çevrelerinin ilgisini çekmiştir. Ancak, Taguchi'nin kalite geliştirme konusundaki fikirlerini destekleyen tasarım ve analiz stratejileri yetersiz bulunmuştur. Bu eleştirilerin temelinde, etkileşim kavramına

yeterli önemin verilmemesi ve düşük çözömlü tasarımların kullanılması yatmaktadır. Tasarım bazındaki bir diğer eleştiri, çaprazlanmış dizim formatının söylendiği gibi az sayıda deneme ile özöme ulaşamamasıdır. Çaprazlanmış dizim formatının bir diğer eksikliği de, güröltü değişkenleri ile kontrol değişkenleri arasındaki etkileşim etkisinin bulunamamasıdır. Analiz bazındaki eleştiriler ise, genellikle Taguchi'nin sinyal-güröltü oranları üzerinde yoğunlaşmıştır. Taguchi felsefesinde, süreç varyansı ve ortalaması aynı anda tek bir istatistikle öölülmeye çalışılmaktadır. Ancak bu durumda, konum ve dağılma etkileri birbirine karışacaktır. Halbuki, süreç varyansı ve ortalamasının ayrı ayrı değerlendirilmesi ve stokastik bir modellemeye gidilerek değişkenliği yaratan mekanizmanın anlaşılmaya çalışılması, mühendislik açısından daha bilgilendirici olabilir. Bu amaçla, cevap yüzeý yöntemlerinin alternatif olarak kullanıldığını görmekteyiz. Bu şekilde, Taguchi'nin önerdiği basit analiz teknikleri yerine, ileri istatistik yöntemlerin kullanılması gündeme gelmiş ve bunun yararları literatürde ayrıntılı olarak tartışılmıştır.

Bu alışmada, Taguchi ve cevap yüzeý felsefelerinin birleştirilmesi konusu üzerinde durulmuştur. Taguchi felsefesindeki hedeflere ulaşabilmek için, literatürdeki "ikili cevap" probleminin tasarlanış ve çözüm şekilleri üzerinde ayrıntılı bir inceleme yapılmıştır. Bu incelemenin ardından, literatürde önerilen yaklaşımların bazı eksik ve yetersiz yanları çalışmamızda ele alınmıştır. Bu amaçla, literatürde bilinen problemin tasarlanış formatı değiştirilmiştir. Taguchi felsefesindeki hedeflere ulaşabilmek için, problemin bir çok amaçlı doğrusal olmayan programlama problemi gibi ele alınıp özölmesinin faydaları çalışmamızda tartışılmıştır. Problemin özümünde NIMBUS isimli bir yöntem kullanılmıştır. Sanayide, karar organının özöme ön bilgiler ile müdahale etmesi, bu çözüm yönteminin kullanılması ile sağlanmıştır. Bugüne kadar ikili cevap problemlerinde yapılmayan alternatif çözüm kümeleri, bu önerilen yöntemin kullanılmasıyla elde edilebilmiştir. Bu yöntemin bir başka avantajı, daha önce önerilen yöntemlerdeki ikinci dereceden cevap yüzeý varsayımı aşılarak, daha kompleks yüzeý yapılarının olduğu durumlarda bile çözümün bulunabilmesidir. Literatürün her yeni çözüm önerisinde kullandığı ortak veri seti bu çalışmada da ele alınıp, ikili cevap problemlerinin çözümünde kullanılan diğer yöntemler ile bir karşılaştırma yapılmıştır.

Problemin yeni tasarlanış biçimi ile, süreç veya ürüne ilişkin standart sapma, belirlenmiş bir sabit değer olmaktan kurtarılmıştır. Böylece, ikincil cevabın mümkün olduğunca minimum yapılması ilkesi benimsenmiştir. Diğer taraftan, standart sapma belirli bir değerde sabitlense bile, önerilen yöntemin Del Castillo ve Montgomery (1993)'nin önerdiği "genelleştirilmiş ve indirgenmiş gradyan" yöntemi ile aynı sonuçları üretebileceği gözlenmiştir. Diğer bir deyişle, önerilen yöntemin ürettiği alternatif çözümlerden birisi, Del Castillo ve Montgomery'nin çözümü olabilecektir. Ancak, tek çözüm yerine alternatif çözümlere ulaşmanın avantajları büyüktür. Bu durum, özellikle sistem ayarları sırasında önem kazanacaktır. Çünkü bulunan tek bir çözümün ilgili sürece tatbiki her zaman kolay veya mümkün olmayabilir.

Çalışmanın bir başka katkısı da, ikili cevap probleminde bağımlılık yapısının teşhisine yönelik yapılan bir inceleme olmuştur. Bağımlılık durumu için literatürden bir çözüm önerisi getirilmiştir. Yapılan literatür taramalarında, ikili cevap problemi için, bağımlılık yapısı konusunda henüz bir çalışmanın olmadığı saptanmıştır. Bu durum, 1998-99 yıllarındaki makalelerde de vurgulanmaktadır. Ancak, bu alanda daha fazla çalışma yapılması gerekmektedir.

Bu çalışmada, yine literatürde henüz raslamadığımız, Taguchi felsefesi altında üçlü cevap probleminin tasarlanması ve çözülmesi üzerinde durulmuştur. Üçlü cevap probleminde, ikili cevap probleminde farklı olarak, bir üçüncü cevap değişkeni (deneme maliyeti) ele alınmıştır. Tasarlanan problemin çözümü ile, hem sağlam hem de ekonomik ürünlere ulaşılması hedeflenmiştir. Çalışmamızda son olarak, deneme maliyetinin yanında hedeften ayrılış maliyetini de dikkate alacak yeni bir problem tasarlanmıştır. Sonuçta, iki ayrı maliyet cevabının birlikte incelenmesi sağlanmıştır.

Gelecekte, karmaşık yüzey fonksiyonları ve bu fonksiyonları üretebilecek sistemler üzerinde durulabilir. Karmaşık sistemlerde bağımlılık yapıları incelenebilir. Maliyet kavramı üzerinde daha geniş araştırmalar yapılarak, tasarım ve modelleme stratejileri geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Ames, A.E., Mattuchi, N., Macdonald, S. et al. (1997). "Quality Loss Functions for Optimization Across Multiple Response Surfaces", *J. Quality Tech*, 29, 339-346.
- Bartlett, M.S. and Kendall, D.G. (1946). "The Statistical Analysis of Variance Heterogeneity and the Logarithmic Transformation", *J. Royal Stat. Soc. B8*, 128-138.
- Bates, D.M., Watts, D.G. (1985). "Multiresponse Estimation with Special Application to Linear Systems of Differential Equations", *Technometrics*, 27, 329-339.
- Borkowski, J.J., Lucas, J.M. (1997). "Designs of Mixed Resolution for Process Robustness Studies", *Technometrics*, 39, 1, 63-70.
- Box, G.E.P, Hunter, W.G., MacGregor, J.F., and Erjavec, J. (1973). "Some Problems Associated with the Analysis of Multiresponse Data", *Technometrics*, 15, 33-51.
- Box, G.E.P. (1985). "Discussion of Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method", *J. Quality Tech.*, 17, 198-206.
- Box, G.E.P., Behnken, D.W. (1960). "Some New Three-Level Designs for the Study of Quantitative Variables", *Technometrics*, 2, 455-475.
- Box, G.E.P., Draper, N.R. (1965). "The Bayesian Estimation of Common Parameters from Several Responses", *Biometrika*, 52, 355-365.
- Box, G.E.P., Draper, N.R. (1987). *Empirical Model-Building and Response Surfaces*, John Wiley & Sons, New York, NY.
- Box, G.E.P., Wilson, K.B. (1951). "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions", *Journal of the Royal Statistical Society B*, 13, 1-45.
- Brinkley, P.A., Meyer, K.P., and Lu, J.C. (1996). "Combined Generalized Linear Modelling-Nonlinear Programming Approach to Robust Process Design – A Case-study in Circuit Board Quality Improvement", *Appl. Statist.*, Vol 45, No 1, 99-110.
- Buchanan, J.T. (1986). "Multiple Objective Mathematical Programming: A Review", *New Zealand Operational Research*, 14, 1, 1-27.
- Carlyle, W.M., Montgomery, D.C., and Runger, G.C. (2000). "Optimization Problems and Methods in Quality Control and Improvement", *J. Quality Tech.*, 32,1, 1-17.
- Carter, W.H., Chinchilli, V.M., Myers, R.H., and Campbell, E.D. (1986). "Confidence Intervals and an Improved Ridge Analysis of Response Surfaces", *Technometrics*, 28, 339-346.
- Conlon, M., Khuri, A. I. (1990). "MR: Multiple Response Optimization", Technical Report, University of Florida, 1-10.
- Danacıoğlu, N. (1998). *Taguchi Deneylerinde Kullanılan Dikey Dizimleri Oluşturma Yöntemlerinin Karşılaştırılması*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Del Castillo, E., Montgomery, D.C. (1993). "A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem", *J. Quality Technology*, Vol 25, No 3, 199-204.
- Derringer, G. , Suich, R. (1980). "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", *J. Quality Technology*, 12, 214-219.

DeVor, R.E., Chang, T., and Sutherland, J.W. (1992). *Statistical Quality and Control*, Macmillan Publishing Company, New York.

Draper, N.R. (1963). "Ridge Analysis of Response Surfaces", *Technometrics*, 5, 469-479.

Hahn, G., Doğanaksoy, N., Hoerl, R. (2000). "The Evolution of Six Sigma", *Quality Engineering*, 12, 3, 317-326.

Hill, W.J., Hunter, W.G. (1966). "A Review of Response Surface Methodology: A literature Review", *Technometrics*, 8, 571-590.

Hinkelmann, K., Kempthorne, O. (1994). *Design and Analysis of Experiment*, Vol.1., John Wiley & Sons, Inc.

Hoerl, A.E. (1959). "Optimum Solution of Many Variables Equations", *Chemical Engineering Progress*, 55, 69-78.

Hoerl, A.E. (1964). "Ridge Analysis", *Chemical Engineering Symposium Series*, 60, 67-77.

Hooke, R., Jeeves, T.A. (1961). "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems", *J. Assoc. of Computing Machinery*, 8, 2, 212-229.

Hwang, C.L., Masud, A.S.M. (1979). *Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 164, Springer-Verlag, Berlin.

Hwang, C.L., Paidy, S.R., Yoon, K., and Masud, A.S.M. (1980). "Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial", *Computers & Operations Research*, 7, 5-31.

Kavrakoğlu, İ. (1996). *Toplam Kalite Yönetimi*, KalDer Yayınları, İstanbul.

Khattre, R. (1996). "Robust Parameter Design – A Response-Surface Approach", *J. Quality Tech*, 28, 2, 187-198.

Khuri, A.I. (1996). "Multiresponse Surface Methodology", *Handbook of Statistics*, Vol 13, 377-406.

Khuri, A.I., Myers, R.H. (1979). "Modified Ridge Analysis", *Technometrics*, Vol 21, No 4, 467-473.

Khuri, A.I., Conlon, M. (1981). "Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions", *Technometrics*, 23, 363-375.

Khuri, A.I., Cornell, J.A. (1996). *Response Surfaces*, 2nd Ed., Dekker, New York.

Köksoy, O., Hocaoğlu, G. (2000). "Ridge Analiz ve GİG Sonuçlarının Kağıt Helikopter Deneyi Üzerinde Karşılaştırılması", *İstatistik Sempozyumu 2000*, Gazi Üniversitesi Fen-Ed. Fak. İstatistik Böl., Ankara.

Lieberman, E.R. (1991a). *Soviet Multi-Objective Programming Methods: An Overview*, *Multiobjective Problems of Mathematical Programming*, Edited by A. Lewandowski, V. Volkovich, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 351, Springer-Verlag, 21-31.

Lieberman, E.R. (1991b). "Soviet Multi-Objective Programming Methods: An Overview", *Management Science*, 37, No.9, 1147-1165.

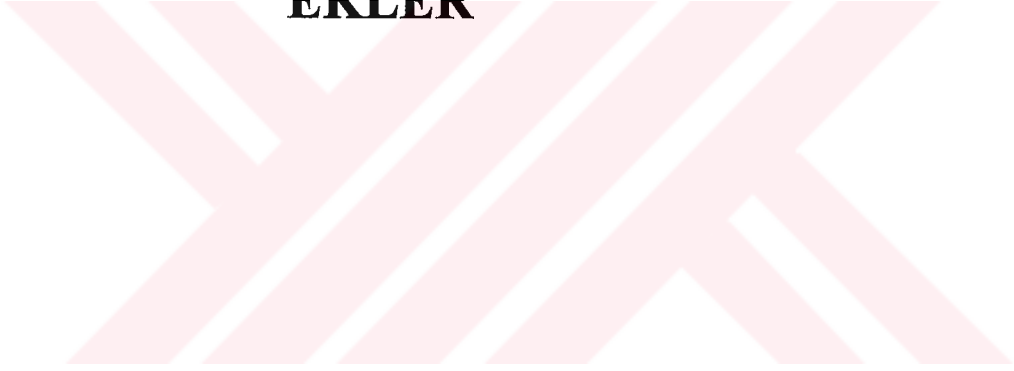
Lin, D.K.J., Tu, W. (1995). "Dual Response Surface Optimization", *J. Quality Tech*, 27, 1, 34-39.

Lind, E.E., Goldin, J. and Hickman, J.B. (1960). "Fitting Yield and Cost Response Surfaces", *Chemical Engineering Progress*, 56, 62-68.

- Lucas, J.M. (1994). "How to Achieve a Robust Process Using Response-Surface Methodology", *J. Quality Tech*, 26, 4, 248-260.
- Machsoodloo, S. (1990). "The Exact Relation of Taguchi's Signal-to-Noise Ratio to his Quality Loss Function", *J. Quality Technology*, 22, 1, 57-67.
- Mead, R., Pike, D.J. (1975). "A Review of Response Surface Methodology from a Biometric Viewpoint", *Biometrics*, 31, 803-851.
- Miettinen, K. (1994). *On the Methodology of Multiobjective Optimization with Applications*, Ph.D. Dissertation, Report No. 60, University of Jyväskylä, Department of Mathematics.
- Miettinen, K. (1999). *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, US.
- Miettinen, K., Mäkelä, M.M. (1995). "Interactive Bundle-Based Method for Nondifferentiable Multiobjective Optimization: NIMBUS", *Optimization*, 34, No. 3, 231-246.
- Miettinen, K., Mäkelä, M.M. (1997). *Interactive Method NIMBUS for Nondifferentiable Multi-objective Optimization Problems, Multicriteria Analysis*, Edited by J. Climaco, Springer-Verlag, Berlin.
- Montgomery, D.C. (1997). *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons.
- Muluk, Z., Balce, A.O. ve Köksoy, O. (2000). "Deney Tasarımı Eğitimi-Helikopter Deneyi", İstatistik Sempozyumu 2000, Gazi Üniversitesi Fen-Ed. Fak. İstatistik Böl., Ankara.
- Muluk, Z., Saraçbaşı, T., Aktaş, S. ve Başar, Ç. (1998). *Taguchi Üzerine Araştırma*, DPT Tarafından Desteklenen Proje Raporu, Proje No: 94K120340/2.
- Muluk, Z., Toktamış, Ö., Kurt, S. ve Karaağaoğlu, E. (1985). *Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler*. (Charles R. Hicks'den Çeviri), Akademi Matbaası, Ankara.
- Myers, R.H. (1971). *Response Surface Methodology*, Ally and Bacon, Inc., Boston.
- Myers, R.H. (1976). *Response Surface Methodology*, Blacksburg, VA: Author.
- Myers, R.H. (1990). *Classical and Modern Regression with Applications*, Duxbury Press, Belmont, California.
- Myers, R.H. (1999). "Response Surface Methodology – Current Status and Future Directions", *J. Quality Technology*, Vol 31, No 1, 30-44.
- Myers, R.H., Carter, W.H. (1973). "Response Surface Techniques for Dual Response Systems", *Technometrics*, 15, 301-317.
- Myers, R.H., Khuri, A.I., and Carter, W.H. (1989). "Response Surface Methodology:1966-1988", *Technometrics*, Vol 31, No 2, 137-157.
- Myers, R.H., Khuri, A.I., and Vining, G. (1992). "Response Surface Alternatives to the Taguchi Robust Parameter Design Approach", *The American Statistician*, 46, 2, 131-139.
- Myers, R.H., Kim, Y., and Griffiths, K.L. (1997). "Response-Surface Methods and the Use of Noise Variables", *J. Quality Tech*, 29, 429-440.
- Myers, R.H., Montgomery, D.C. (1995). *Response Surface Methodology*, John Wiley & Sons, New York.

- Myers, R.H., Vining, G.G., Giovannitti-Jensen, A. and Myers, S.L. (1992). "Variance Dispersion Properties of Second-Order Response Surface Designs", *J. Quality Technology*, Vol 24, No 1, 1-11.
- Nair, V.N. (1992). "Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion", *Technometrics*, 34, No: 2, 127-161.
- Phadke, M.S. (1989). *Quality Engineering Using Robust Design*, AT&T Bell Labs, New Jersey.
- Roy, R.K. (1990). *A Primer on the Taguchi Method*, Van Nostrand Reinhold: New York.
- Shoemaker, A.C., Tsui, K.L., and Wu, C.F.J. (1991). "Economical Experimentation Methods for Robust Parameter Design", *Technometrics*, 33, 415-427.
- Tsui, K.L. (1992). "An Overview of Taguchi Method and Newly Developed Statistical Methods for Robust Design", *IIE Transactions*, 24, 5, 44-57.
- Tuck, M.G., Lewis, S.M., and Cottrell, J.I.L. (1993). "Response Surface Methodology and Taguchi : A Quality Improvement Study from the Milling Industry", *Applied Statistics*, 42, 4, 671-681.
- Vining (1998). "A Compromise Approach to Multiresponse Optimization", *J. Quality Tech*, 30, 4, 309-313.
- Vining, G.G., Myers, R.H. (1990). "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: Dual Response Approach", *J. Quality Tech*, 22, 1, 38-45.
- Watts, D.G. (1995). "Understanding Canonical Analysis", *J. Quality Technology*, 40-44.
- Welch, W.J., Yu, T.K., Kang, S.M., and Sacks, J. (1990). "Computer Experiments for Quality Control by Parametric Design", *J. Quality Tech*, 22, 15-22.
- Wijesinha, M.C., Khuri, A.I. (1987). "The Sequential Generation of Multiresponse D-optimal Designs when the Variance-Covariance Matrix is not known", *Communications in Statistics, Part B, Simulation and Computation*, 16, 239-259.

EKLER



EK1: Nimbus Ekran Görüntüleri

Start New Problem

Name of the problem

Problem description

Number of objective functions

Number of variables

Max. 20 variables (normal) or 325 (when inserting the problem as a fortran file)

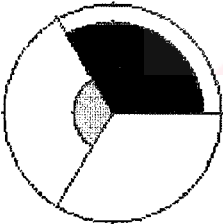
Number of linear constraints

Number of nonlinear constraints

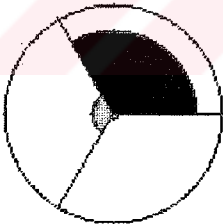
Select operation

- Input the problem
- Input the problem as a fortran file (only for local users!)
- Open a saved problem
- Remove a saved problem
- Show guestbook
- Change the password

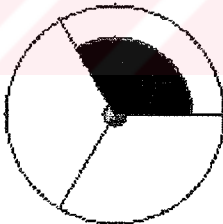
Alternative 1



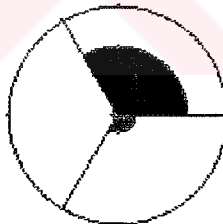
Alternative 2



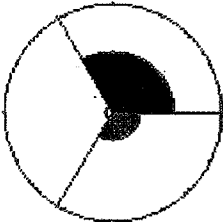
Alternative 3



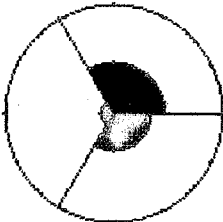
Alternative 4



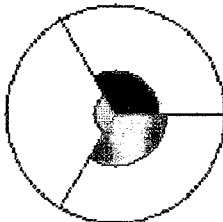
Alternative 5



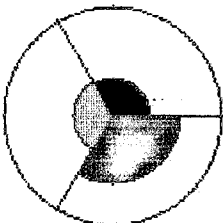
Alternative 6



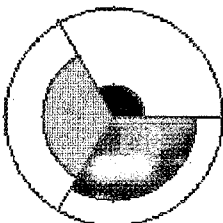
Alternative 7



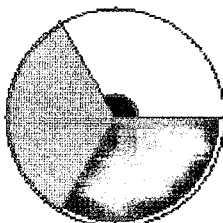
Alternative 8






Alternative 9

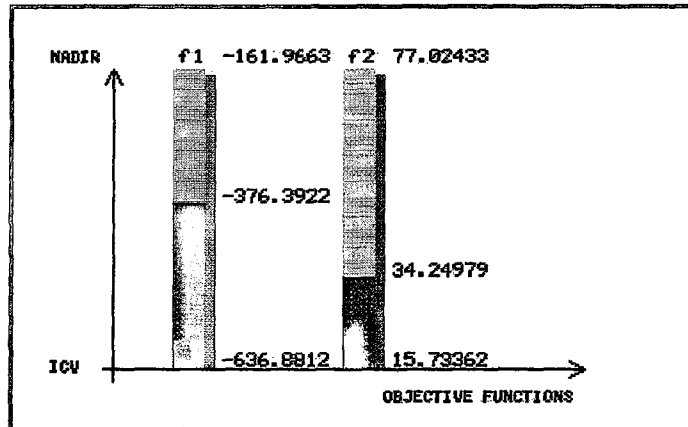


Alternative 10



 = ort
 = sap
 = mal

Classify Functions Graphically



Function	ICV (estim.)	Current Solution	Nadir (estim.)
kalite	-0.636881E+03	-0.376392E+03	-0.161966E+03
sapma	15.73362	34.249792	77.024335

Enter Classification Parameters

Aspiration functions (<=)

Enter aspiration level(s)

Function	ICV (estim.)	<=	Aspiration level	<=	Current solution
sapma	15.73362	<=	<input type="text"/>	<=	34.249792

Select operation

- Change the problem
- Save the current problem
- Remove a saved problem
- Calculate a new solution (continue)
- Correct ICV or Nadir
- Show the whole problem

ÖZGEÇMİŞ

Onur Köksoy 1971 Ankara doğumludur. İlk, orta ve lise eğitimini Ankara'da tamamladıktan sonra, 1992 yılında Gazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünden Birincilikle mezun olmuştur. 1993-1997 tarihleri arasında eğitimine Amerika Birleşik Devletlerinde devam eden Köksoy, Yüksek Lisans eğitimini ABD'nin Virginia Tech Üniversitesinin İstatistik Bölümünde tamamlamıştır. Doktora derslerini North Carolina State Üniversitesinin İstatistik Bölümünde tamamlayan Köksoy, 1997 yılının sonunda Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak göreve başlamış ve doktora tez çalışmalarını sürdürmüştür. Köksoy'un ilgi duyduğu bazı alanlar: Deney Tasarımı, Cevap Yüzeyleri ve Endüstriyel İstatistiktir. Köksoy, "American Statistical Assoc. (ASA)" ve "Türk İstatistik" Derneklerinin üyesidir. Köksoy, İngilizce bilmektedir.

