



**ÇOK KATLI YAPILARIN GEÇİCİ
TİTREŞİMLERİNİN DURUM-UZAYI YAKLAŞIMI İLE
İNCELENMESİ VE MODLARIN BİRLEŞTİRİLMESİ
YÖNTEMİYLE BİR KARŞILAŞTIRMA**

Ahmad Yamin RASA

Yüksek Lisans Tezi

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekanik Bilim Dalı

Doç. Dr. Mehmet ÖZYAZICIOĞLU

2017

Her hakkı saklıdır

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ÇOK KATLI YAPILARIN GEÇİCİ TİTREŞİMLERİNİN DURUM-
UZAYI YAKLAŞIMI İLE İNCELENMESİ VE MODLARIN
BİRLEŞTİRİLMESİ YÖNTEMİYLE BİR KARŞILAŞTIRMA**

Ahmad Yamin RASA

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
Mekanik Bilim Dalı**

**ERZURUM
2017**

Her hakkı saklıdır



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



TEZ ONAY FORMU

Doç. Dr. Mehmet ÖZYAZICIOĞLU danışmanlığında, Ahmad Yamin RASA tarafından hazırlanan bu çalışma, 15/12/2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı –Mekanik Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak **oybirliği / oy çokluğu (.../...)** ile kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Ahmet BUDAK

İmza : 

Üye : Doç. Dr. Mehmet ÖZYAZICIOĞLU

İmza : 

Üye : Doç. Dr. Oğuz A. DÜZGÜN

İmza : 

Üye : Doç. Dr. İlker KAZAZ

İmza : 

Üye : Yrd. Doç. Dr. Süleyman Nazif ORHAN

İmza : 

Yukarıdaki sonuç;

Enstitü Yönetim Kurulu 28./12/2017 tarih ve 51/.../8 nolu kararı ile onaylanmıştır.



Prof. Dr. Cavit KAZAZ
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaklardan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ÇOK KATLI YAPILARIN GEÇİCİ TİTREŞİMLERİNİN DURUM-UZAYI YAKLAŞIMI İLE İNCELENMESİ VE MODLARIN BİRLEŞTİRİLMESİ YÖNTEMİYLE BİR KARŞILAŞTIRMA

Ahmad Yamin RASA

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Mekanik Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Mehmet ÖZYAZICIOĞLU

Bu çalışmada, yapı dinamiğindeki geçici ve kararlı hal titreşimlerin tam ve yaklaşık çözümü için karşılaştırmalı bir araştırma yapılmıştır. Tam çözümü için Durum-Uzayı Metodu ve yaklaşık çözümü için Mod Birleştirme Metodu kullanmıştır. Yaklaşık yöntemlerle hesaplanan en büyük tepkilerin aynı olmadığı görülmüştür. Yaklaşık yöntemlerin tam çözüme hangi parametrelerin değiştirilmesi ile yakınlaştırılabileceği tartışılmıştır.

Örnek yapılar için dinamik tepkiler (Deplasman, Hız ve İvme) karşılaştırmalı grafiklerde verilmiştir. En büyük tepkiler, yapı dinamiğinde en çok kullanılan karelerin toplamının karekökü (KTK) metodu ile bulunmuştur. Örnek karşılaştırmalar üç, beş, on ve yirmi katlı binalar üzerinde gösterilmiştir. Hesaplamalar MATLAB ortamında yapılmıştır.

Çalışmanın sonunda, değiştirilmesi gereken parametreler ve gerçek çözüme en yakın yanıt veren metot bulunmuştur.

2017, 228 sayfa

Anahtar Kelimeler: Yapı Dinamiği, Durum-Uzayı Metodu, Mod Çözümleme Yöntemi, Geçici Titreşimler, Modların Birleştirilmesi

ABSTRACT

Master Thesis

AN INVESTIGATION OF TRANSIENT VIBRATIONS OF MULTISTOREY STRUCTURES BY THE STATE-SPACE APPROACH AND A COMPARISON WITH MODE SUPERPOSITION METHOD

Ahmad Yamin RASA

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Civil Engineering
Division of Mechanics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Mehmet ÖZYAZICIOĞLU

In this research, a comparative study of exact and approximate solution of transient and steady state vibrations in structural dynamics is presented. State-Space method provides the exact solution while Mode Superposition method presents an approximate solution. It is seen that the maximum responses obtained by different methods are not the same. It is discussed that how structural parameters must be adjusted to obtain the best approximation.

Dynamic responses (displacement, velocity and acceleration) are computed and compared for simple structures. The maximum responses are obtained by square root of sum of the squares (SRSS) method. Sample comparisons are discussed for three, five, ten and twenty storey building. Calculations are programmed in MATLAB platform.

As a result of the study, the most suitable parameters for the approximate mode superposition method to render the results as close as possible to the exact solution are given.

2017, 228 pages

Keywords: Structural Dynamics, State-Space Approach, Modal Analysis Method, Transient Vibrations, Mode Superposition

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanması sırasında bilgi, araştırma ve yardımlarını esirgemeyen Danışman Hocam Sayın Doç. Dr. Mehmet ÖZYAZICIOĞLU'na, maddi manevi desteklerini esirgemeyen değerli aileme ve Türkiye'deki arkadaşlarıma teőekkürlerimi sunarım.

Ahmad Yamin RASA

Aralık, 2017



İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiv
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	18
3.1. Çok Serbestlik Dereceli Doğrusal Sistemlerin Dinamik Analizi	18
3.2. Klasik Sönüm (Viskos)	20
3.3. Rayleigh Sönüm Modeli.....	20
3.4. Caughey Sönüm Modeli	22
3.5. Doğal Titreşim Frekanslar ve Modlar	23
3.6. Modal ve Spektral Matrisler	25
3.7. Modların Dikliği.....	26
3.8. Modların Ölçeklenmesi (Normalizasyon)	27
3.9. Serbest Titreşim.....	28
3.9.1. Sönümsüz sistemlerin serbest titreşim denklemlerinin çözümü.....	28
3.9.2. Sönümlü sistemlerin serbest titreşim denklemlerinin çözümü.....	30
3.9.3. Klasik sönümlü sistemlerin serbest titreşim denklemlerinin çözümü	31
3.10. Zorlanmış Titreşim	32
3.10.1. Klasik sönümlü sistemlerin zorlanmış titreşim denklemlerinin çözümü	32
3.11. En Büyük Tepkilerin Hesaplanması (Mod Birleştirme).....	35
3.11.1. Mutlak değerlerin toplanması.....	35
3.11.2. Karelerin toplamının karekökü.....	35
3.11.3. Tam karesel birleştirme	36
3.12. ÇSD’li Sistemlerde Durum-Uzayı Formülasyonu	36
3.13. Durum-Uzayı Denkleminin Analitik Çözümü	38

3.13.1. Homojen çözüm	38
3.13.2. Homojen Olmayan Çözüm.....	39
3.14. A Matrisinin Özdeğer ve Özvektörleri.....	40
3.15. e^{At} Matrisinin Oluşturulması.....	41
3.16. İvme Tepkilerinin Hesabı.....	43
3.17. Sayısal İntegrasyon.....	43
3.17.1. Yamuk kuralı.....	43
3.17.2. Özel durum (Kuvvetin dt aralığında sabit olması)	44
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA.....	46
4.1. Sayısal Uygulama.....	46
4.1.1. Binanın mod frekansları ve mod sönümlenme faktörleri.....	47
4.1.2. Binanın modları.....	47
4.2. Sayısal Uygulama.....	56
4.2.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri.....	57
4.2.2. Sönüm faktörlerin ortalaması	57
4.3. Sayısal Uygulama.....	65
4.3.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri.....	66
4.4. Sayısal Uygulama.....	75
4.4.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri.....	76
4.5. Sayısal Uygulama.....	85
4.5.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri.....	86
4.6. Sayısal Uygulama.....	95
4.6.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri.....	96
4.7. Sayısal Uygulama.....	104
4.8. Sayısal Uygulama.....	108
4.9. Sayısal Uygulama.....	111
4.10. Sayısal Uygulama.....	114
4.11. Sayısal Uygulama.....	117
4.12. Sayısal Uygulama.....	120
4.13. Sayısal Uygulama.....	123
4.14. Sayısal Uygulama.....	126

4.15. Sayısal Uygulama.....	130
4.16. Sayısal Uygulama.....	134
4.17. Sayısal Uygulama.....	138
5. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	143
KAYNAKLAR	144
EKLER.....	148
EK 1.....	148
EK 2.....	153
EK 3.....	158
EK 4.....	163
EK 5.....	168
EK 6.....	173
EK 7.....	178
EK 8.....	183
EK 9.....	193
EK 10.....	203
EK 11.....	213
EK 12.....	216
EK 13.....	217
EK 14.....	220
EK 15.....	222
ÖZGEÇMİŞ	229

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

\underline{F}_1	Atalet kuvveti
\mathbf{I}	Birim matris
ζ_{ij}	Çapraz korelasyon katsayısı
\underline{u}	Deplasman vektörü
\underline{F}	Dinamik yük vektörü
$\underline{f}(t)$	Dinamik yük vektörü
\mathbf{k}	Direngenlik matrisi
β_{ij}	Doğal frekansların oranı
\underline{q}	Dönüştürülmüş koordinatlarda deplasman vektörü
\underline{F}	Dönüştürülmüş koordinatlarda dinamik yük vektörü
$\underline{\dot{q}}$	Dönüştürülmüş koordinatlarda hız vektörü
$\underline{\ddot{q}}$	Dönüştürülmüş koordinatlarda ivme vektörü
$q_n(t)$	Dönüştürülmüş koordinatlarda n. moda ait deplasman
$q_n(0)$	Dönüştürülmüş koordinatlarda n'inci serbestlik derecesinin deplasman başlangıç koşulu
$\dot{q}_n(0)$	Dönüştürülmüş koordinatlarda n'inci serbestlik derecesinin hız başlangıç koşulu
F_n	Dönüştürülmüş koordinatta n'inci serbestlik derecesine ait dinamik yük
\underline{Z}_h	Durum-Uzayı denklemin homojen çözüm vektörü
\underline{Z}_p	Durum-Uzayı denklemin homojen olmayan özel çözüm vektörü
$\underline{Z}(0)$	Durum-Uzayı denkleminde başlangıç koşulları vektörü
$\underline{P}(t)$	Durum-Uzayı denkleminde dinamik yük vektörü
\underline{Z}	Durum-Uzayı denkleminde durum değişken vektörü

A	Durum-Uzayı denkleminde katsayılar matrisi, $2n \times 2n$ kare matris
0	Elamanları sıfır kare matrisi
\underline{F}_K	Elastik kuvvet
$\underline{\dot{u}}$	Hız vektörü
$\underline{\ddot{u}}$	İvme vektörü
K_n	Köşegenleştirilmiş direnç matrisinin n'inci elemanı
K	Köşegenleştirilmiş direngenlik matrisi
M	Köşegenleştirilmiş kütle matrisi
M_n	Köşegenleştirilmiş kütle matrisinin n'inci terimi
C	Köşegenleştirilmiş sönüm matrisi
C_n	Köşegenleştirilmiş sönüm matrisinin n'inci terimi
m	Kütle matrisi
R_{\max}	Maksimum tepkiler (Deplasman, Hız ve İvme)
Ψ	Modal matris
ϕ_{jn}	Modal matrisin j satır, n sütundaki bileşeni
s_n	n'inci karmaşık mod frekansının kompleks kısmı
e_n	n'inci karmaşık mod frekansının reel sayısı
$\underline{\chi}_n$	n'inci karmaşık mod vektörünün kompleks kısmı
$\underline{\alpha}_n$	n'inci karmaşık mod vektörünün reel kısmı
$\underline{\phi}_n$	n'inci mod vektörü
\underline{v}_n	n'inci moda ait karmaşık eşlenik frekansı
\underline{x}_n	n'inci moda ait karmaşık eşlenik mod vektörü
v_n	n'inci moda ait kompleks frekans (kompleks öz-değer)
\underline{x}_n	n'inci moda ait kompleks mod vektörü
ω_n	n'inci modun doğal frekansı

r_n	n'inci modun maksimum tepkisi (Deplasman, Hız ve İvme)
ζ_n	n'inci modun sönümlenme oranı
ωd_n	n'inci modun sönümlü frekansı
u_n	n'inci serbest derecesine ait deplasman
$u_n(0)$	n'inci serbestlik derecesinin deplasman başlangıç koşulu
$\dot{u}_n(0)$	n'inci serbestlik derecesinin hız başlangıç koşulu
a_0	Rayleigh sönüm denkleminde Alfa katsayısı
a_1	Rayleigh sönüm denkleminde Beta katsayısı
A_n	Serbest titreşim çözümünde n'inci mod genliği
B_n	Serbest titreşim çözümünde n'inci mod genliği
$\underline{u}_s(t)$	Serbest titreşim deplasman vektörü
$u_s(t)$	Serbest titreşim deplasmanı (tek serbestlik dereceli sistem)
$\underline{\dot{u}}_s(t)$	Serbest titreşim vektörü (Hız)
$\dot{u}_s(t)$	Serbest titreşim (Hız)
$\underline{0}$	Sıfır vektörü
ζ	Sistemin sönüm oranı (tek serbestlik dereceli sistem)
\mathbf{c}	Sönüm matrisi
λ	Spektral matris
\underline{F}_s	Viskoz kuvvet
$\underline{\ddot{u}}_g(t)$	Yer ivmesi vektörü
$\underline{u}_z(t)$	Zorlanmış titreşim vektörü (Deplasman)
$\underline{\dot{u}}_z(t)$	Zorlanmış titreşim vektörü (Hız)
$u_z(t)$	Zorlanmış titreşim (Deplasman)
$\dot{u}_z(t)$	Zorlanmış titreşim (Hız)

Kısaltmalar

ÇSD	Çok serbestlik dereceli
DOTSM	Diyagonal olmayan terimleri sıfırlama metodu
DUM	Durum-Uzayı metodu
KTK	Karelerin toplamının karekökü
MÇM	Mod çözümlene metodu
SSO	Sistemin sönüm oranı



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Modal sönüm oranlarının doğal frekansla değişimi	22
Şekil 3.2. Yamuk kuralı	44
Şekil 3.3. Dinamik yükün sabit varsayılmış durumu	45
Şekil 4.1. Sönümleyicisi brinci katta olan üç katlı bina.....	46
Şekil 4.2. 1. kat deplasman grafiği.....	48
Şekil 4.3. 1. kat hız grafiği.....	48
Şekil 4.4. 1. kat ivme grafiği.....	49
Şekil 4.5. 2. kat deplasman grafiği.....	50
Şekil 4.6. 2. kat hız grafiği.....	51
Şekil 4.7. 2. kat ivme grafiği.....	51
Şekil 4.8. 3. kat deplasman grafiği.....	53
Şekil 4.9. 3. kat hız grafiği.....	53
Şekil 4.10. 3. kat ivme grafiği.....	54
Şekil 4.11. Sönümleyicisi ikinci katta olan üç katlı bina.....	56
Şekil 4.12. 1. kat deplasman grafiği.....	57
Şekil 4.13. 1. kat hız grafiği.....	58
Şekil 4.14. 1. kat ivme grafiği.....	58
Şekil 4.15. 2. kat deplasman grafiği.....	60
Şekil 4.16. 2. kat hız grafiği.....	60
Şekil 4.17. 2. kat ivme grafiği.....	61
Şekil 4.18. 3. kat deplasman grafiği.....	62
Şekil 4.19. 3. kat hız grafiği.....	63
Şekil 4.20. 3. kat ivme grafiği.....	63
Şekil 4.21. Sönümleyicisi son katta olan üç katlı bina	66
Şekil 4.22. 1. kat deplasman grafiği.....	67
Şekil 4.23. 1. kat hız grafiği.....	67
Şekil 4.24. 1. kat ivme grafiği.....	68
Şekil 4.25. 2. kat deplasman grafiği.....	69
Şekil 4.26. 2. kat hız grafiği.....	70

Şekil 4.27. 2. kat ivme grafiği.....	70
Şekil 4.28. 3. kat deplasman grafiği.....	72
Şekil 4.29. 3. kat hız grafiği.....	72
Şekil 4.30. 3. kat ivme grafiği.....	73
Şekil 4.31. Sönümleyicisi ilk iki katta olan üç katlı bina	76
Şekil 4.32. 1. kat deplasman grafiği.....	77
Şekil 4.33. 1. kat hız grafiği.....	77
Şekil 4.34. 1. kat ivme grafiği.....	78
Şekil 4.35. 2. kat deplasman grafiği.....	79
Şekil 4.36. 2. kat hız grafiği.....	80
Şekil 4.37. 2. kat ivme grafiği.....	80
Şekil 4.38. 3. kat deplasman grafiği.....	82
Şekil 4.39. 3. kat hız grafiği.....	82
Şekil 4.40. 3. kat ivme grafiği.....	83
Şekil 4.41. Sönümleyicisi ilk ve son katta olan üç katlı bina	85
Şekil 4.42. 1. kat deplasman grafiği.....	86
Şekil 4.43. 1. kat hız grafiği.....	87
Şekil 4.44. 1. kat ivme grafiği.....	87
Şekil 4.45. 2. kat deplasman grafiği.....	89
Şekil 4.46. 2. kat hız grafiği.....	89
Şekil 4.47. 2. kat ivme grafiği.....	90
Şekil 4.48. 3. kat deplasman grafiği.....	91
Şekil 4.49. 3. kat hız grafiği.....	92
Şekil 4.50. 3. kat ivme grafiği.....	92
Şekil 4.51. Üç sönümleyicisi olan üç katlı bina.....	95
Şekil 4.52. 1. kat deplasman grafiği.....	96
Şekil 4.53. 1. kat hız grafiği.....	97
Şekil 4.54. 1. kat ivme grafiği.....	97
Şekil 4.55. 2. kat deplasman grafiği.....	99
Şekil 4.56. 2. kat hız grafiği.....	99
Şekil 4.57. 2. kat ivme grafiği.....	100
Şekil 4.58. 3. kat deplasman grafiği.....	101

Şekil 4.59. 3. kat hız grafiği.....	102
Şekil 4.60. 3. kat ivme grafiği.....	102
Şekil 4.61. Sönümleyicisi ilk iki katta olan beş katlı bina.....	105
Şekil 4.62. Sönümleyicisi ilk ve üçünü katta olan beş katlı bina.....	108
Şekil 4.63. Sönümleyicisi ilk ve dördüncü katta olan beş katlı bina	111
Şekil 4.64. Sönümleyicisi ilk ve son katta olan beş katlı bina.....	114
Şekil 4.65. Sönümleyicisi ilk üç katta olan beş katlı bina	118
Şekil 4.66. Sönümleyicisi ilk, üçüncü ve dördüncü katta olan beş katlı bina.....	121
Şekil 4.67. Sönümleyicisi ilk, üçüncü ve beşinci katta olan beş katlı bina	124
Şekil 4.68. Dört sönümleyicisi olan on katlı bina.....	127
Şekil 4.69. Beş sönümleyicisi olan on katlı bina	131
Şekil 4.70. Dokuz sönümleyicisi olan on katlı bina	135
Şekil 4.71. On bir sönümleyicisi olan yirmi katlı bina	139

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Binanın gerçek mod frekansları ve mod sönümleme oranları	47
Çizelge 4.2. Binanın modları	48
Çizelge 4.3. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler	49
Çizelge 4.4. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	50
Çizelge 4.5. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler	52
Çizelge 4.6. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	52
Çizelge 4.7. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler	54
Çizelge 4.8. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	55
Çizelge 4.9. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	55
Çizelge 4.10. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler	59
Çizelge 4.11. 1. mod için mod sönümü ve frekanslar.....	59
Çizelge 4.12. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler	61
Çizelge 4.13. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	62
Çizelge 4.14. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler	64
Çizelge 4.15. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	64
Çizelge 4.16. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	65
Çizelge 4.17. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler	68
Çizelge 4.18. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	69
Çizelge 4.19. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler	71
Çizelge 4.20. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	71
Çizelge 4.21. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler	73
Çizelge 4.22. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	74
Çizelge 4.23. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	74
Çizelge 4.24. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler	78
Çizelge 4.25. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	79
Çizelge 4.26. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler	81
Çizelge 4.27. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	81
Çizelge 4.28. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler	83
Çizelge 4.29. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	84

Çizelge 4.30. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	84
Çizelge 4.31. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler	88
Çizelge 4.32. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	88
Çizelge 4.33. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler	90
Çizelge 4.34. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	91
Çizelge 4.35. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler	93
Çizelge 4.36. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	93
Çizelge 4.37. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	94
Çizelge 4.38. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler	98
Çizelge 4.39. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar	98
Çizelge 4.40. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler	100
Çizelge 4.41. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekansla.....	101
Çizelge 4.42. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler	103
Çizelge 4.43. 3. mod için mod sönümü ve frekansları.....	103
Çizelge 4.44. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	104
Çizelge 4.45. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)	106
Çizelge 4.46. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	106
Çizelge 4.47. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları	106
Çizelge 4.48. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	107
Çizelge 4.49. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)	109
Çizelge 4.50. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	109
Çizelge 4.51. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları	110
Çizelge 4.52. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	110
Çizelge 4.53. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)	112
Çizelge 4.54. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	112
Çizelge 4.55. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları	113
Çizelge 4.56. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	113
Çizelge 4.57. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)	115
Çizelge 4.58. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	115
Çizelge 4.59. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları	116
Çizelge 4.60. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	116
Çizelge 4.61. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)	118

Çizelge 4.62. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	119
Çizelge 4.63. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları.....	119
Çizelge 4.64. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	119
Çizelge 4.65. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri).....	121
Çizelge 4.66. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	122
Çizelge 4.67. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları.....	122
Çizelge 4.68. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	122
Çizelge 4.69. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri).....	124
Çizelge 4.70. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	125
Çizelge 4.71. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları.....	125
Çizelge 4.72. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	125
Çizelge 4.73. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri).....	128
Çizelge 4.74. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	128
Çizelge 4.75. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları.....	129
Çizelge 4.76. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	129
Çizelge 4.77. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri).....	131
Çizelge 4.78. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	132
Çizelge 4.79. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları.....	132
Çizelge 4.80. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	133
Çizelge 4.81. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri).....	135
Çizelge 4.82. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	136
Çizelge 4.83. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları.....	136
Çizelge 4.84. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	137
Çizelge 4.85. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri).....	140
Çizelge 4.86. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları.....	140
Çizelge 4.87. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler	141

1. GİRİŞ

Yapı dinamiğinde geleneksel yaklaşım, modların birleştirilmesi yöntemidir. Bu yöntemin uygulamasında çoğunlukla geçici titreşimler göz ardı edilerek, kararlı hal titreşimleri için, her modda meydana gelen en büyük tepkiler (yer değiştirme, hız, ivme veya iç kuvvet) hesaplanarak, Karelerin Toplamının Karekökü (KTK), Tam Karesel Birleştirme (TKB) ve benzer metodlarla toplanıp yaklaşık değerleri bulunur. Halbuki geçici titreşimler göz önüne alındığında gerçek tepkiler geleneksel yaklaşımdan oldukça farklı olabilmektedir.

Bu çalışmada sistem dinamiğinde kullanılan ve tam çözümü veren Durum-Uzayı Metodu (DUM), yapı dinamiğinde modların birleştirilmesi yöntemine bir alternatif olarak sunulmuş ve iki yöntemin birbiri ile karşılaştırılması yapılmıştır. Geçici titreşim cevabı dahil edildiğinde çözümün kararlı hal tepkilerinden ne derece farklı olabileceği de araştırılmıştır.

Geleneksel yaklaşım olarak yapı dinamiğinde çok yaygın olan metot, Mod Çözümleme Metodu (MÇM)'dur. Bu çalışmada MÇM için, sistemin oransal sönüm matrisi (Rayleigh Sönümü) üç şekilde oluşturulmuştur; (a) ilk iki mod frekansları, (b) ilk ve son mod frekansları, (c) beş katlı örnekte ilk ve üçüncü mod frekansları, on katlı örnekte ise ilk ve beşinci mod frekansları kullanılmıştır.

Örnek incelemeler için literatürden alınan üç, beş ve on katlı çerçeveler üzerinde çalışılmıştır. Katlardaki sönümleyicilerin yerleri değiştirilerek binanın doğal frekansları, sönüm oranları ve diğer tepkilerde meydana gelebilecek değişimler incelenmiştir. Binanın frekansları ve sönüm oranlarına bağlı elde edilen en küçük tepkinin büyüklüğü, rijitliği ile ilişkilendirilmiştir.

Literatürlerden alınan diğer yaklaşık metot, Diyagonal Olmayan Terimleri Sıfırlama Metodu (DOTSM) ile de çözümler yapılmıştır.

Yukarıda söz edilen dört farklı yaklaşımdan (DUM, MÇM (a), MÇM (b), MÇM (c) ve DOTSM) hangisinin gerçek davranışa daha yakın olacağı sorusuna cevap aranmıştır.

Günümüzde yapıların dinamik analizinde yapının sönüm oranını tahminen %5 betonarme için, %3 çelik için vb. kabul edilerek çözüm yapılmaktadır. Bu tahminin ne kadar doğru olduğu sayısal uygulamalarda tartışılmaktadır. Aradaki fark grafiklerde gösterilmektedir.

Bu çalışmada, sistemin üzerine dinamik yükler harmonik kuvvetler şeklinde uygulanmıştır. Yükün frekansı ve genliğini değiştirerek genel bir durumu sağlayan yaklaşık metodun bulunması hedeflenmiştir.

Bütün hesaplamalar MATLAB ortamında programlanıp çözülmüştür. MATLAB ile elde edilen sonuçlar (Deplasman, Hız ve İvme) bütün metodlar için karşılaştırmalı grafiklerde sunulmaktadır. Gerçek davranışa ait (DUM) grafikler kırmızı renkli çizgi ile gösterilmiştir.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Caughey (1960), lineer sönümlü bir sistemde, klasik normal modları elde etmek için genel bir yöntem geliştirmiştir. Burada Rayleigh sönümü geliştirilmiştir. Bu çalışmada klasik normal modları elde etmek için üç transformasyon yapılmıştır.

Caughey and O'Kelly (1965), bu makalede, sürekli sönümlü doğrusal dinamik sistemlerin, klasik normal modları için gerekli ve yeterli koşulları belirlemişlerdir.

Wilson and Penzien (1972), ortogonal sönümlenme matrislerinin sayısal değerlendirmesi için iki yöntem geliştirmiştir. İlki modal sönüm oranlarını Caughey serilerinin katsayılarıyla ilişkilendirir. İkincisi, her biri belirli bir modda sönüm üreten bir dizi matrisin toplamı olarak sönümlenme matrisini ifade eden doğrudan bir yaklaşımdır. Doğrudan yaklaşımın uygulanması daha kolay olduğu ve seri yaklaşıma göre sayısal olarak daha az duyarlı olduğu bulunmuştur.

Tetsuji (1973), her bir elemanın sönümlenme karakteristiklerinin bağımsız olduğu son derece karmaşık yapısal sistemlerin dinamik tepki analizinde sönümlenme matrisi, sönümsüz serbest titreşim modu şekilleri kullanılarak her zaman köşegenleştirilmektedir. Bu makalede bu gibi yapısal sistemler için sönümlü serbest titreşim mod şekillerinin kullanılması ile bir mod-süperpozisyon yöntemi geliştirilmiştir. Doğrusal yapısal sistemlerin dinamik tepki analizi için kullanılabilen Hızlı Fourier Dönüşümü prosedürlerinin, bu mod-üstüste binme yönteminde iyi doğrulukla etkin bir şekilde kullanıldığı da gösterilmiştir.

Cronin (1976), bu çalışmada sistem, klasik olmayan sönüme sahiptir. Ama yaklaşık çözülmesi ve diagonalize edilmesi için farklı bir metodla sönüm matrisi köşegenleştirilir. Bu yaklaşımda köşegenleştirilmiş sönüm matrisi frekans ve dağıtılmış dinamik yüke bağlıdır.

Hasselman (1976), bu türetmeden anlaşılacağı gibi, iki klasik normal mod arasındaki kuplaj derecesi, yalnızca modal sönümlenme matrisinin köşegen ve köşegen olmayan terimlerinin oranına değil, aynı zamanda iki moddaki kritik sönümlenme oranına ve bunların frekans ayırımına bağlıdır. Kritik sönümlenme yüzdesi ne kadar yüksek olursa, denklemlerin ayrıştırılması için frekans ayırımı da o kadar büyük olmalıdır. Klasik normal modlar sönümlenme matrisini köşegenleştirmese bile, hareket denklemleri, modlar arasında yeterli frekans ayırımı olması koşuluyla pratik amaçlar için yeterince ayrıklaştırılacağı ifade edilmiştir.

Clough and Mojtahed (1976), orantılı olmayan sönüm, sönümsüz olan hareketin modal koordinat denklemleri arasındaki kuplajı sağlayan doğrusal bir viskoz sönüm biçimidir. Dolayısıyla, deprem tepki analizinin standart mod çözümleme yöntemi, oransal olmayan sönümlenmiş yapılarda kullanılamaz. Bu makalede, oransal olmayan sönümlenmiş yapıların dinamik tepkilerini analiz etmek için birkaç yöntem anlatılmıştır. Sonuç olarak, en etkin prosedürün, tepkinin kesilmemiş bir mod birleştirme cinsinden ifade edilmesi ve sonuçta ortaya çıkan bağlanmış denklemlerin bütünleştirilmesi olduğu sonucuna varılmıştır. Metodun etkinliği sayısal bir örnekle gösterilmiştir.

Beredugo (1976), bu makalede, yatay olarak uyarılmış gömülü temellerin hareket denklemlerinin modal analiz formülasyonunu sunmuştur. Bu denklemlerle elde edilen sayısal çözümler doğrudan çözümlerden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. İki çözüm yönteminin ilk rezonansa yakın frekanslar için davranışı iyi bir şekilde yansıttığı gösterilmiştir.

Warburton and Soni'ye göre (1977), tepkinin belirlenmesinde mod çözümleme yöntemi pratik hesaplamalar için son derece yararlıdır, ancak sönümlenme matrisinin modal vektörlere göre ortogonal olmasına bağlıdır. Bu koşul gerçekleşmediğinde yöntemin kullanılmasına izin veren bazı yaklaşımlar önerilmiştir; Sönümlenme ve modal matrislerden oluşan üçlü matris sisteminde ürününde köşegen olmayan terimleri ihmal etmenin en kolay yoludur. Bu makalede, bu yaklaşımın yol açtığı yanıt hataları, çok

çeşitli sönümlenme parametreleri ve farklı uyarılma türleri için birkaç basit yapı için hesap edilmiştir.

Ole and Kolbein (1979), mod süperpozisyonlu dinamik tepki analizinde yer alması gereken modların sayısının frekans içeriğine ve yük dağılımına bağlı olduğuna dikkat çekmektedir. Yükleme frekansı düşükse, yüksek modların etkisine statik bir analizle yaklaşılabılır. Yüksek modlardan statik katkıyı hesaplayabilmesi için bir teknik açıklanmıştır; Toplam tepki daha sonra alt mod dinamik yanıtı ve daha yüksek mod statik etkilerin toplamı ile temsil edilir. Prosedürün etkinliği sayısal bir örnekle gösterilmiştir.

Meirovitch and Ryland (1979), düşük sönümlü jiroskopik sistemlerin yanıtı için ikinci dereceden bir pertürbasyon teorisi geliştirmiştir. Çözüm, sönümsüz jiroskopik sistemler için tek hücrelere dayalıdır ve tek başına gerçek büyüklüklerle ifade edilir.

Duncan and Eatock (1979), orantısız olarak sönümlenen sistemlerin ana koordinatlarını dönüştürülüp sönümlenme matrisinde sıfır olmayan köşegen dışı elemanlarla birleştirilir. Bu sönümlenmenin etkileri araştırılmakta ve bu tür sistemlerin dinamik analizi yapılmıştır. Bu modların arasındaki sönümlenme akuplemanı çözüme dahil edildiğinde, toplam sistem modlarının kesilmiş bir kümesine dayanıyorsa önemli hataların oluşabileceği bulunmuştur. Etki ideal bir zemin-yapı sistemi için gösterilmiştir.

Inman and Andry (1980), bu çalışmada, sönümlü doğrusal sistemlerde, sistemlerin kritik sönümlü, az sönümlü ve aşırı sönümlü olup olmadığı matrislerin kombinasyonu ile açıklanmıştır. Yöntem, birkaç örnekle netleştirilmiştir.

Traill-Nash (1981), bu makalede, yapısal dinamiğinde modal analiz yöntemleri tartışılarak bunların çeşitleri kısaca anlatılmaktadır. Bunlara geleneksel mod yer değiştirme yöntemi ve normal modları kullanan kuvvet toplama yöntemi ve sönümlü modlarla benzer prosedürler dahildir. Klasik olmayan sönümlenme ve dört yaklaşım kullanılarak dinamik yükleme çözümleri, esnek bir temel üzerindeki bir yapıyı temsil

eden basit bir modelle gösterilmiştir. Sonuçlar, sönümlemenin klasik olmadığı halde sönümlü modların en iyi, kuvvet toplamıyla gerçekleştirilebileceğini göstermektedir.

Wilson *et al.* (1981), bu çalışmada modların kombinasyonu yöntemi tartışılmıştır. Burada Karelerin Toplamının Kare Kökü (KTK) metodun yerine Tam Karesel Birleştirme (TKB) metodu önerilmiştir.

Wilson and Dickens (1982), büyük yapılar için özdeğer probleminin çözümü, genellikle dinamik tepki analizinin en çok işlem gerektiren fazıdır. Bu makalede, bir büyük özdeğer probleminin tam çözümüne olan ihtiyaç Ritz indirgeme yöntemi ile ortadan kaldırılmaktadır. Ritz vektörleri dizisinin oluşturulması için hata minimizasyonuna dayanan yeni bir algoritma sunulmuştur. Bu ortogonal vektörler, sistemin boyutunu küçültmek için kullanılır. Sonraki mod süperpozisyon analizinde yalnızca büyük katılım faktörüne sahip olan Ritz vektörleri kullanılır. İncelenen tüm örneklerde, Ritz vektörlerinin üst üste binmesi, tam özvektörlerin kullanıldığı duruma göre daha az vektörle daha doğru sonuçlar verir. Önerilen yöntem yalnızca bilgisayarın çalışma zamanını önemli ölçüde azaltmakla kalmaz aynı zamanda dinamik analiz için hata tahmini de sağlar.

Thambirajah *et al.* (1982), elastik bir temel üzerine burulmaya maruz binalar için yaklaşık normal modları ve modal sönümlemeyi belirlemek için bir yöntem sunmuştur. Modal sönüm, yaklaşık normal mod çözümü yinelemeli bir prosedürle belirlenir. Böylece bulunan normal modlar, sönümleme oranları ve tepki spektrumu tekniği ile sisteminin sismik tepkisini belirlemek için kullanılır.

Veletsos and Kumar (1983), bu makalede, ayırık doğrusal sistemin kararlı hal tepkisinin, uyarımın tek bir döngüsü boyunca geçici tepkisinin bir analizinden hesaplanabileceği basit ve hesaplamalı bir prosedür sunulmuştur. İşlemler, tek dereceli sistemler referans alınarak sunulmuştur. Teknik, modal birleştirme yönteminin uygulanabileceği çok serbestlik dereceli sistemlere genişletilmiş ve bir dizi basit örnekle gösterilmiştir. Hem sönümsüz hem de viskoz sönümlü sistemler için örnek verilmiştir.

Cornwell and Johnson (1983), mod çözümlene metodu, karmaşık yapıların dinamik tepkilerinin hesaplanmasında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Mod-süperpozisyonun iki versiyonu, yani mod değiştirme yöntemi ve mod-hızlandırma yöntemi kullanılmıştır. Bu makalede, farklı düzeylerde sönümlene veya çeşitli uyarılma frekanslarına sahip yapılara uygulandığında, mod-yer değiştirme ve mod-hızlandırma yöntemlerinin doğruluğunu karşılaştıran sistematik bir çalışmanın özetleri verilmektedir.

Maison and Neuss (1983), üç deprem uyarımına maruz on beş katlı bir çelik çerçeve binasının iki farklı matematiksel modelinin tepe dinamik tepkilerini tepki spektrumu ve zaman geçmişi yöntemleri ile hesaplamıştır. Bu makalede dört modal kombinasyon kuralı tartışılmış ve tepe tepkilerini tahmin etmek için kullanılmıştır : (1) karelerin toplamının karekökü (KTK) yöntemi; (2) çift toplam kombinasyonu (ÇTK) yöntemi; (3) tam kresel birleştirme (TKB) yöntemi; ve (4) mutlak toplam (MT) yöntemi. ÇTK ve TKB yöntemleri hem düzenli hem de düzensiz yapı modelleri için en büyük tepkiyi iyi tahmin ettiği gösterilmiştir. TKB yönteminin düzenli binalar için iyi çalıştığı, ancak düzensiz binalarda önemli hatalar vereceği tartışılmıştır.

Veletsos and Ventura (1984), bu makalede, klasik olarak sönümlenmiş doğrusal bir sisteme karşılık gelen kararlı durum tepkisinden dinamik geçici tepkisinin değerlendirilmesi için yakın zamanda önerilen bir prosedür kısaca gözden geçirildikten sonra, klasik olarak sönümlenmemiş sistemler için son derece etkili olduğu düşünülen bir değişiklik önerilmiştir. İlgili kavramlar, viskoz süspansiyonlu tek serbestlik dereceli sistemlere nispeten geliştirilmiş ve sayısal çözümlerle önerilen prosedürün doğruluğu ve verimliliği ve klasik Ayrık Fourier Dönüşümüne üstünlüğü gösterilmiştir.

Bahram and Ray (1984), bu makalede, Lanczos vektörlerinin türetilmesi için bir prosedür açıklanmış ve bunların modal koordinatlara alternatif olarak yapısal dinamik analizinde kullanımı tartışılmıştır. Dik vektörler, ardışık ters yineleme işlemi ile elde etmiştir. Bu Lanczos vektörleri ile hareket denklemleri, çok etkili bir zaman adımlı

çözüm sağlayan üçgen formuna indirgenir. Metodun etkinliği sayısal bir örnekle gösterilmiştir.

Gupta and Chen (1984), bu çalışmada, tepki spektrumu yönteminde, modal tepkileri birleştirmek için yeni bir yöntem, Gupta yöntemi olarak önerilmektedir. Gupta'nın tepki spektrum analizi yönteminde, en büyük tepkiler zaman-geçmiş yönteminden elde edilen sonuçlara çok yakın çıkmaktadır. Önerilen yöntem, 11 farklı deprem kaydı ve 3 yapı için test edilmiştir.

Ajay and Jing (1985), bu makalede, yeni bir yöntem tepki spektrum formülasyonuna geliştirilmiştir. Her karmaşık mod şekli ve eşleniği, iki gerçek vektöre indirgenir. Bu vektörler sırasıyla yer değiştirme spektral değeri ve hız spektrumu değeri ile çarpıldığında, iki yanıt vektörü verirler. Bu tepkilerin birleştirilmesi ve yer değiştirme spektrumundan hız spektrumunu tahmin edilmesi için bir yöntem sunulmuştur. 12 deprem hareketi altında 9 sistem, önerilen tepki spektrumu yöntemi kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar, zaman geçmişi yöntemi ile karşılaştırılmıştır.

James (1985) bu makale, mühendislikte ortaya çıkan sönümlü doğrusal dinamik sistemlerin analizinde genellikle kullanılan bir prosedürünü tartışmaktadır.

Veletsos and Ventura (1986), bu çalışmada, genelleştirilmiş mod çözümleme yöntemi, klasik olmayan sönümlü sistemler için gözden geçirilmektedir. Klasik olmayan sönümlü n-serbestlik dereceli sistemlerin yer değiştirmelerinin benzer şekilde uyarılmış tek serbestlik dereceli sistemlerin yer değiştirme ve hızlarının doğrusal bir birleşimi olarak ifade edilebileceği gösterilmiştir. Sistem için kesin ve yaklaşık çözümler karşılaştırılır, ve iki çözüm setinin karşılıklı ilişkisi tartışılmıştır. Kavramlar bir dizi örnek ile gösterilmiş ve üç serbestlik dereceli bir sistem için kapsamlı sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Borino and Muscolin (1986), doğrusal klasik veya klasik olmayan sönümlenmiş yapıların dinamik analizi için mod-süperpozisyon yöntemleri çerçevesinde, hem integral hem de artımsal analizde yeni bir yöntem sunmuş ve diğer yöntemlerle karşılaştırmışlardır. Önerilen yöntemin diğer yöntemlere göre daha doğru olduğu, klasik ve klasik olmayan sönümlenmeli sistemler için geniş sayısal testlerle kanıtlanmıştır.

Carlos and Anesti (1986), bu makalede, çok serbestlik dereceli klasik sönümlü doğrusal sistemlerin kararlı ve geçici tepkilerini birbiriyle ilişkilendirmek için önerilen bir yöntem klasik olmayan sönümlenmeli sistemlere genişletilmiştir.

Chung and Lee (1986), bu makalede, zayıf orantısız olarak sönümlenmiş sistemlerin titreşimlerini incelemek için etkili bir yöntem pertürbasyon tekniği kullanılmıştır. Denklemler, sönümsüz sistemin modal koordinatlarına dönüştürülür ve dönüştürülmüş sönümleme matrisi, orantılı ve tamamen oransal olmayan terimler haline dönüştürülür. Sadece oransal olmayan sönümleme matrisi ve muhtemel dizeltme matrisleri, oransal olarak sönümlenmiş sistem için pertürbasyon matrisi olarak ele alınır. Sayısal örnekler, mevcut yöntemin geleneksel yöntemlerle karşılaştırıldığında etkinliğini göstermektedir.

Prater and Singh (1986), bu makalenin amacı, ayırık bir titreşim sistemi içerisinde bulunan oransal olmayan sönümlenme miktarını nicel olarak belirlemek üzere geliştirilen sayısal indeksleri sunmaktır. Toplam beş farklı indeks dikkate alınmıştır. Her indeks, sıfır (oransal sönüm durumu) ve bir değer arasında varsayılmak üzere normalize edilmiştir. Endekslerin uygulanması, dört serbestlik dereceli sistem örneği problemiyle gösterilmiştir.

Singh and Ghafory (1986), bu çalışmada, adım adım modal zaman geçmişi entegrasyon yöntemleri, depreme bağlı zemin hareketlerine tabi tutulan klasik olarak sönümlenmemiş doğrusal yapıların dinamik analizi için geliştirilmiştir. Hem modal yerdeğiştirme hem de modal ivme tabanlı algoritmalar tepkilerin hesaplanması için sunulmuştur. Kompleks değerli özvektörler, hareket denklemlerinin modal ayrıştırılmasını gerçekleştirmek için kullanılır. Bu yaklaşımlarla elde edilen ivme yanıtı

ve taban tepki spektrumu için sayısal sonuçlar sunulmuştur. Mod hızlanma yaklaşımı, modların kesilmesinden çok etkili bir şekilde kaynaklanan eksik kütle etkisini hafiflettiği için, mod yerdeğiştirme yaklaşımından kesinlikle daha iyi olduğu gözlemlenmiştir. Deprem kaynaklı zemin hareketleri için tüm dinamik analizlerde modal ivme dayalı algoritmaların kullanılması önerilmiştir.

Chen and Taylor (1988), bu makalede, sönümlü doğrusal dinamik sistemlerin analizinde ortaya çıkan özdeğer probleminin verimli bir çözümünü veren standart Lanczos algoritmasının bir varyantı sunulmuştur. Algoritma, ilişkili matrislerin seyrekliği ve simetrisinden tam olarak yararlanır. Gösterilen sonuçlardan, önerilen Lanczos algoritmasının, sönümlü dinamik sistemlerin alt modlu özdevimlerini çıkarmak için altuzay iterasyon algoritmasından çok daha ekonomik olduğu sonucuna varılmıştır.

Hong and Lee (1988), bu çalışmada, frekans bağımlı parametrelere sahip sistemler için bir modal analiz şeması geliştirmiştir. Frekansa bağlı parametrelere sahip sistemler, özdeş frekans tepki matrislerine yol açan gerçek sabit parametrelerle eşdeğer sistemlere dönüştürülür. Önerilen yöntemi kullanarak frekans bağımlı parametrelere sahip sistemlerin dinamik özelliklerini araştırmak için iki örnek problem göz önüne alınmıştır.

Mau (1988)'e göre, orantısız sönümlemeli yapılarda, hareket denklemlerini ayırıklaştırmak için karmaşık özvektörler veya mod şekilleri kullanılmalıdır. Ortaya çıkan denklemler daha sonra sistematik bir şekilde çözülebilir. Büyük bir sistemin karmaşık bir özdeğer probleminin çözülmesi gerekliliği, yöntemin pratikte uygulanması için bir zorluk teşkil etmektedir. Pratikte az sayıda karmaşık moda ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle, karmaşık modlar, daha az maliyetle iyi kurulmuş yöntemlerle elde edilebilen az sayıda sönümsüz modun doğrusal bir kombinasyonu ile yaklaşık elde edilebilir. Daha sonra, her karmaşık mod için en iyi kombinasyon katsayısını sağlamak üzere çok daha küçük bir boyuta sahip bir alt uzayda bir ek özdeğer problemi çözülür. Ayrıştırılmış denklemler için çözüm metodu, sönümsüz mod şekillerinde ifade edilen yaklaşık karmaşık modları kullanarak, zaman ve frekans-alan çözümü için basit formüller elde etmek üzere taşınır. Böylece, oransal olmayan sönümlü

sistemler için etkili bir modal süperpozisyon yöntemi geliştirilmiştir. Bu yaklaşık yöntemin doğruluğu bir örnek üzerinden incelenmiştir. Yaklaşık yöntemi kullanarak frekans yanıtı sonuçlarını tam karmaşık modları kullanarak karşılaştırarak, hatanın ihmal edilebilir olduğu bulunmuştur.

Shahruz and Ma (1988) bu makalede , oransal olmayan sönümlü çok serbestlik dereceli bir sistemde hareket denklemlerinin ayrıklaştırılması için bir yol gösterilmiştir. Sistemin normalize edilmiş sönüm matrisinin köşegen olmayan terimleri zorla sıfırlanarak hareket denklemleri ayrık duruma getirilip çözülmektedir. Bu yaklaşımın hata oranı da hesaplanmaktadır.

Claret and Filho (1989), bu makalede, klasik olmayan sönümlü sistemlerin dinamik analizi için modal sözde-kuvvet yöntemi anlatmıştır. Mevcut yöntemde, bu birleştirilmiş denklemlere yalancı-kuvvetler olarak ele alınıp yinelemeli bir süreçle çözülmektedir. Bu makalede sunulan örneklerden, bu yöntemin diğer yöntemlere üstün olduğu ortaya konulmuştur.

Felszeghy (1989), bu makalede, değişkenlerin ayrılması yöntemi kullanılarak doğrusal ayrık viskoz sönümlü bir sistemin, bir genlik vektörü ile bir skalar fonksiyonunun çarpımının serbest hareketi temsil ettiği çıkarılır. Bu hareketler sistemin doğal modlarıdır. Özellikle, sönümlenmiş sistemin modal vektörlerinin veya mod şekillerinin tamamı değil, bir kısmı sönümsüz "klasik" normal modlarla çakıştığı koşullar araştırılmaktadır.

Harn and Robert (1989), bu makalede, Lanczos vektörleri ve Ritz vektörleri, doğrusal yapıların dinamik tepkilerini hesaplamak için kullanılmıştır. Bu iki takım vektörü kullanma prosedürleri, yaklaşık bir çözüm bulmak için özvektörlerin kullanılma prosedürüne benzer görünse de, üçünün temel mekanizmaları farklıdır. Lanczos veya Ritz vektörleri dinamik tepki hesaplamasında kolaylık vaat ederken, üç vektör grubunun bazı önemli farklılıklar gösterdiği ayrıntılı olarak ortaya konmuştur.

Ibrahimbegovic and Wilson (1989)'a göre, doğrusal yapısal sistemler için sönümsüz özvektörleri veya yüke bağlı Ritz vektörleri modal tepkileri bulmak için kullanılabilir. Sistemde keyfi viskoz sönümlenme mevcut olduğunda modal denklemler modal sönümlenme matrisi ile birleştirilir. Bu makalede, Sağlam ve verimli bir sayısal algoritma ile bu birleştirilmiş modal denklemleri yenileme metodu ile çözülmesi anlatılmaktadır. Yöntem, oransal sönümlü ve yüklemesi keyfi bir zaman aralığında doğrusal olarak değişen sistemler için kesin bir çözüm üretir. İki sayısal örnek algoritmanın pratik uygulamasını göstermek için sunulmuştur.

Bellos and Inman (1990), bu makalede, orantısız (klasik olmayan) sönümlü doğrusal ayrık kütleli sistemlerin frekans tepkisini incelenmektedir. Kesin yöntem, Laplace dönüşümleri aracılığıyla sunulmuştur. Altı serbestlik dereceli sisteme ait bir uygulama, sönümsüz doğal frekans ve orta dereceli sönüm için çözülmüştür. Önerilen yöntemin kesin yöntemle göre doğruluğu ve avantajları tartışılmaktadır.

Shahruz (1990), normalize edilmiş bir sönümlü lineer sistemin çözülmesinde, normalleştirilmiş sönümlenme matrisini seçilen bir köşegen matrise değiştirmektir. Bu sistemin, çözümünde ortaya çıkan yaklaşıklık derecesi değerlendirilmiş ve hataların üst sınırları çıkarılmıştır. Dahası, normalize edilmiş sönümlenme matrisi çapraz dominant olduğunda, köşegen olmayan elemanları ihmal ederek sistemin ayrıştırılmasının aslında hata üst sınırını en aza indirdiği gösterilmiştir.

Cronin (1990), karmaşık olmayan sönümlü dinamik sistemlerin özdeğer analizi için bir pertürbasyon yöntemi türetilmiş ve tartışılmıştır. Yöntem, jirokobik ve diğer ilginç sistemlerin özdeğer analizi için uygundur. Metot, homojen hareket denklemlerinin, sönümsüz sistemin öz vektörleri kısmen köşegenleştirilmesini içerir. Kısmen diyagonalleştirilmiş sönümlenme matrisinin kapalı köşegen terimlerine dayanan bir pertürbasyon miktarı tanımlanır. Sönümlenmiş sistem için özdeğerler ve özvektörler pertürbasyon miktarındaki güç serileri cinsinden tanımlanmaktadır. Her güç serisinde genel katsayı için denklemler geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntem, standart Foss yaklaşımından daha hızlı yakınsar.

Harn and Taylor (1990), bu makalede, geçici yüklemeye tabi, viskoz sönümlü doğrusal yapısal sistemler için bir çözüm yöntemi ele alınmıştır. Bu tür sistemlerin hareket denklemleri birinci derece formda yazılmıştır. Altuzay çözümü, sönümlü dinamik matris ve hareket denklemlerinin birinci derece formundan kullanarak oluşturulur. Bu alt uzay için iki uygun taban, Lanczos ve Ritz vektörleridir. Lanczos vektörlerinin veya Ritz vektörlerinin birleştirilmesi ile yaklaşık bir çözüm elde edilir. Sönümlü dinamik sistemlerin tepkilerini hesaplamak için Ritz vektörlerinin kullanılma potansiyelini göstermek üzere sayısal örnekler sunulmuştur.

Kangming and Igusa (1991), modal koordinatlarda sönümlenme matrisinin köşegen olmayan terimlere sahip olabileceğini ve bu terimlerin genel olarak ihmal edilmesine rağmen, dinamik tepki üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Bu makalede, bu sönümlenme terimlerinin yapının modal özelliklerini ve tepkisini ne zaman etkileyeceğini belirlemek için iki bağımsız ölçüt geliştirilmiştir. Yapı, birbirine yakın doğal frekanslara sahipse, küçük sönümlenme değerlerinin bile önemli olabileceği bulunmuştur. Bu sönüm terimlerinin etkisini ölçmek ve anlamak için, yakın frekanslara sahip yapıların harmonik ve stokastik tepkileri kapalı formda ifadeler şeklinde çıkarılmıştır.

Roberto (1991), bu makalede, deprem yer hareketlerine maruz kalan binalara bağlı ekipman veya diğer ikincil sistemlerin maksimum tepkisini hesaplamak için basit yaklaşık formüller önerilmiştir. Formüller, geleneksel tepki spektrumu yönteminin değiştirilmiş bir versiyonu ve bina ve birleşmeyi tek bir birim olarak dikkate alarak türetilmiştir. Sunulan formüller, bağımsız birincil ve ikincil sistemlerin doğrusal elastik, ikincil sistemin kütlelerinin, birincil sisteminkine göre küçük olduğu durum için elde edilmiştir. Zaman tanım aralığı çözüm yöntemi ile karşılaştırıldığında, yaklaşık formüllerde %4'lük ortalama bir hata ve maksimum %22'lik bir hata ortaya çıkmaktadır.

Shahruz and Langari'ye göre (1992), doğrusal hareket denklemlerini ayrıştırmanın en basit tekniği, köşegen olmayan elemanları ihmal etmektir. Bu çalışmada gerçek ve yaklaşık çözümlerin arasında ne kadar fark olduğu bir örenkle hesaplanmaktadır.

Sinha and Igusa (1992), bu makalede, klasik olmayan sönümlü dinamik sistemlerde mod kombinasyonu için iki yöntem sunulmuştur. Bu metodlarda sadece her mod için gerçek değerli katılım faktörü, tek bir korelasyon katsayısı, ve standart görelî yer değıştirme tepki spektrumları gerekmektedir. TKB ve KTK mod kombinasyon metodları, doğruya yakın sonuç vermektedir. Önerilen yöntemler, çoğu deprem mühendisliği problemi için kullanılmaktadır.

Shahruz and Packard (1993), bu makalede, zayıf sönümlü bir sisteme harmonik yük uygulanmış ve hareket denkleminin yaklaşık çözümü, diagonal olmayan terimlerin yerine sıfır konarak hesaplanmıştır. Sistemin sönümsüz doğal frekansları dinamik yük frekansına yakın olduğunda, bu yaklaşımda hata çok büyümeaktadır. Metot bir örnekle daha acık açıklanmıştır.

Hwang (1993), klasik olmayan sönümlü doğrusal bir sistemin çözümü için ortak bir prosedür sunulmuştur. Modal sönümlenme matrisinin köşegen olmayan elemanları ihmal edilmektedir. Bu makalede, köşegen olmayan elemanları gözardı ederek ortaya çıkan hata değerlendirilir ve yaklaşık hata için bir karesel formül çıkarılmıştır. Daha sonra hata sınırı elde edilir. Buna ek olarak, yaklaşık çözümün doğruluğunu iyileştirmek için etkili bir şema özetlenmiştir.

Felszeghy (1993), bu makalede, sönüm matrisin köşegen olmayan terimlerinin yerine sıfır konarak hareket denklemleri ayırık hale getirilmiştir. Bu çalışmada mod çözümleme metodunun dinamikte ne kadar kullanışlı olduğunu örneklerle gösterilmektedir.

Gupta (1994), klasik olmayan sönümlenmeli sistemlerde iki sismik analiz yöntemini karşılaştırmıştır. Birinci yöntem, zaman alanındaki yanıtın gerçek modal vektörler ve eşdeğer tek serbestlik dereceli göreceli yer değıştirmeler ve hızlar açısından temsil edildiği Foss yöntemidir. Kanonik yöntem olarak bilinen ikinci yöntemde, eşdeğer tek serbestlik dereceli sistemlerinin sinüs ve kosinüs tepkileri ile birlikte farklı gerçek modal vektör seti kullanılır. Kanonik metodun modifiye Foss metoduyla aynı çizgide

türetilbileceği gösterilmiştir. İki metodun zaman alanı tepkileri aynıdır ve karşılık gelen tepki spektrumlarının karşılaştırılabilir nitelikte olduğu gösterilmiştir. Yöntemde kullanılan görece yer değiştirmelerin ve hızların fiziksel önemi nedeniyle modifiye Foss yöntemi tercih edilmektedir.

Firdaus and Kumar (1994)'e göre klasik olmayan sönümlü yapısal sistemler mod birleştirme yöntemine uygun değildir. Çünkü bu sistemler birleştirilmiş ikinci dereceden diferansiyel denklemleri üretirler. Bu makalede, bu tür sistemlerin tepkisini belirlemek için çeşitli yeni ve hesaplamalı yinelemeli yöntemler geliştirilmiştir. Burada sunulan yineleyici yaklaşımlar, hesaplama üstünlüğü ve yapısal sistemlerin daha geniş sınıflarının yanıtlarının belirlenmesine uygulanabilir olması açısından, daha önce sunulanlardan farklı oluşu söylenmektedir. Verilen sayısal örnekler, önceki iterasyon şemalarına kıyasla yeni tekniklerin daha iyi yakınsadıklarını göstermektedir.

Federico (1994), bu makalede, oransal olmayan sönümlemeye sahip doğrusal sistemlerin tepkilerini hesaplamak için karmaşık modal analiz yöntemi ele alınmaktadır. Karmaşık modların yaklaşık olarak değerlendirilmesi problemi ilk kez ele alınmıştır: diğer araştırmacılar tarafından önerilen ikinci dereceden bir pertürbasyon tekniğinin çok serbestlik dereceli sistemlerin analizine uygulanması benimsenmiştir. Modal yanıtın hesaplanması için frekans alanı algoritmaları test edilmiş ve ters Fourier Dönüşümlerinin performansından ötürü hesaplama zamanını azaltmak için bir teknik önerilmiştir. İki uygulama örneği verilmektedir.

Gawronski and Sawicki (1997), bu makalede, küçük, oransal olmayan sönümlenmeli esnek yapılar için, en pratik durumlarda modal sönümleme matrisinin köşegen olmayan terimlerinin ihmal edilmesi, büyük hatalar getirdiği gösterilmektedir. Sönümleme matrisinin köşegen baskınlığı küçük sönümleme durumunda gerekli değildir. Doğal frekanslar kümelenmezse, sönümleme matrisinin köşegen olmayan terimlerinin sıfırlanması ihmal edilebilir hatalar vermektedir.

Zhou *et al.* (2004), bu makalede, klasik olarak sönümlü doğrusal çok serbestlik dereceli sistem için tepki spektrumuna dayalı maksimum sismik tepkilerinin hesaplanması için karmaşık komple kuadratik kombinasyon KKKK yöntemi, iyi bilinen komple kuadratik kombinasyon KKK yöntemine benzer bir yolla türetilmiştir. Bu yeni yöntemde, KKK formülündeki modal yer değiştirme korelasyon katsayısının yanında, hız korelasyon katsayıları da kullanılmaktadır. KKKK yöntemi, normal KKK yöntemininkiyle aynı derecede basit değil, açık fiziksel anlamı da vardır. KKK yaklaşımından elde edilen sonuçlar, öngörülen bir deprem hareketi altında adım adım entegrasyon hesaplaması ile tartışılmakta ve doğrulanmaktadır. Örnek analizler KKKK algoritmasının emniyetli sonuçlar verdiğine işaret etmektedir.

Zhou *et al.* (2004), karmaşık özdeğerleri ve özvektörleri olan genel sönümlü doğrusal titreşim sisteminin sismik tepkisinin hesaplanması için kapalı bir formül çıkarılmaktadır. Zaman alanındaki oransal olmayan sönümlemeli sistemin sismik tepkisinin hesaplanması için önerilen gerçek form karmaşık modlu süperpozisyon formülüne dayanarak, yeni bir katsayı kombinasyonu algoritması çıkarılır. Modal koordinat sisteminde sönüm matrisindeki tüm köşegen dışı elemanları ihmal eden zorla ayrıştırma yaklaşımıyla hesaplanan sonuçların sadece birkaç örnekte CCQC algoritmasından elde edilen sonuçlara kıyasla oldukça iyi ve aynı zamanda daha doğru olduğu da ilginçtir.

Villaverde (2008), bu makalede, sönümleyiciler eklenmiş yapıların sismik analizi için bir tepki spektrumu yöntemi sunulmuştur. Yöntem, hareket denklemlerinin modal ayrışması ve yüksek sönümlenme oranları için geçerli olan spektral ivmeler, hızlar ve yer değiştirmeler arasındaki ilişkilerin türetilmesine dayanır. Karmaşık doğal frekansların, mod şekillerinin ve sistemin katılım faktörlerinin ve ivme tepki spektrumunun hesaplanmasını içerir. Sayısal bir örnek prosedürün uygulanmasını göstermek ve elde edilen sonuçları bir zaman-geçmiş analizi ile karşılaştırmak için hazırlanmıştır. Bu örnekle, önerilen yöntemin kullanımının basit ve zaman-geçmiş analize yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Fai *et al.* (2010), bu makalede, herhangi bir viskoz sönümlü lineer sistemi ayırmak için klasik modal analizi geliştirilmiştir. Bir sistemdeki üstel bozunmanın hayali salınımlar olarak görülebileceğine dair bir açıklamaya dayanarak, hayali titreşimin sönümlü modları kavramı ortaya konmuştur. Bu gerçek ve fiziksel olarak uyarılabilir modların faz senkronizasyonu ile zamana bağlı olmayan serbest titreşimi ayırmak için zamana bağlı bir dönüşüm oluşturulur. Viskoz sönümlemenin neden olduğu sürüklenme ve harici uyarımın her ikisi de hesaba katıldığında, zorlanmış titreşim için zamanla değişen bir ayrılma dönüşümü elde edilir. Burada ortaya konan ayrıştırma prosedürü sönümsüz veya klasik olarak sönümlenmiş sistemler için klasik modal analizi indirgemektedir. Metot dört örnek üzerinde gösterilmiştir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Çok Serbestlik Dereceli Doğrusal Sistemlerin Dinamik Analizi

Tabiatta yüke maruz sistemler, Newton'un ikinci yasasına uygun davranış gösterirler. Yavaş yükleme ve yer değiştirme oluşumu durumlarında, atalet kuvvetleri ihmal edilerek statik veya quasi-statik analiz yapılabilir. Yapı sistemlerinin gerçekte sonsuz sayıda serbestlik dereceleri vardır. Dinamik analizde bütün bu özelliklerin göz önüne alınması çözümsüzlük getirir. Yaklaşık yöntemlerle bir takım kabuller yaparak yola çıkılırsa makul bir hata ile çözüme ulaşılabilir. Elastik olarak modellenmiş bir sistemin dinamik hareketini incelemek için kullanılan temel denklem,

$$\underline{F}_I + \underline{F}_S + \underline{F}_K = \underline{F} \quad (3.1)$$

ile gösterilir. Burada \underline{F}_I , \underline{F}_S , \underline{F}_K sırası ile atalet, viskoz ve elastik kuvvetleri, \underline{F} ise dinamik yükü temsil etmektedir. Bu denklem, kütle \mathbf{m} , sönüm \mathbf{c} ve direngenlik \mathbf{k} matrisleri cinsinden yeniden yazılabilir:

$$\mathbf{m}\ddot{\underline{u}} + \mathbf{c}\dot{\underline{u}} + \mathbf{k}\underline{u} = \underline{f}(t) \quad (3.2)$$

Burada $\ddot{\underline{u}}$, $\dot{\underline{u}}$, \underline{u} sırası ile ivme, hız ve yer değiştirme vektörlerini göstermektedir. Sistemin çözümünde öncelikle problemin basite indirgenebilmesi için bir takım kabuller yapmak gerekir. Probleme ait esaslara ters düşmedikçe yapılan kabuller ile gerçek sonuca belirli bir yaklaşıklıkla ulaşılabilir. Üstelik, yaklaşık ve karmaşık yöntemlerin her ikisi ile çözülmüş örnekler kıyaslandığında bulunan sonuçların genellikle birbirine oldukça yakın olduğu görülmüştür.

Analiz yöntemlerindeki kabullerden biri serbestlik derecesi ile ilgilidir. Gerçekte sürekli (sonsuz serbestlik) sistemlerin hesaplamalarında başlangıç olarak tek serbestlik dereceli ve daha iyi olan çok serbestlik dereceli bir sistem kabulü yapılmaktadır.

Eleman kütle matrisi sürekli veya toplu kütle yaklaşımları ile tanımlanabilir. Hesaplamalarda kütlelerin düğüm noktalarında toplandığı kabulü kolaylık açısından tercih edilir.

$$\mathbf{m} = \text{diyağ}(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (3.3)$$

Bu durumda kütleler köşegen olarak matrise yerleştirilir. Matrisin diğer öğeleri sıfır olarak atanır. Kütlelerin düğüm noktalarında toplandığı kabul edilirse dinamik denge eşitliğinde kullanılan elastik direngenlik matrisi, statik eşitlikte kullanılan ile aynıdır.

Yapıda dinamik hareket sonucu oluşan sönümler (\mathbf{c}), iç ve dış viskoz sönüm, Coulomb sönümü (kuru sürtünme), çevrimsel sönüm (histeretik) ve enerji yayılma sönümü olarak sınıflandırılabilir.

Direngenlik (\mathbf{k}), elastik (yay) kuvvetini temsil eder. Sistemde depolanan potansiyel enerjiyi temsil eden F_k kuvveti, denge konumundan ayrılma durumunda geri çağırıcı bir etki oluşturur. Kütlelerin düğüm noktalarında toplandığı kabulüne göre, taban hareketine maruz çok serbestlik dereceli sistemlerde titreşimler aşağıdaki denklem tarafından yönetilir.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (3.4)$$

Burada \mathbf{m} , \mathbf{c} , \mathbf{k} ve $\ddot{\mathbf{u}}_g(t)$ sırası ile kütle, sönüm, direngenlik matrisleri ve yer hareketin ivmesidir, $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$, \mathbf{u} sırası ile sistemin ivmesi, hızı ve yer değiştirmesidir.

Bu denklem, dinamik yükün sıfır olması, yani serbest titreşim ve sönümün sıfır olması durumlarına göre özelleştirilebilir.

Dinamik yükün sıfırdan farklı olduğu duruma “zorlanmış titreşim” adı verilir. Dinamik analizde sisteme ait özellikler bu şekilde sıfırlanarak veya ihmal edilerek problemin basitleştirilmesi yoluna gidilir. Çok serbestlik dereceli bir sistemin sönümsüz serbest titreşimi:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = 0 \quad (3.5)$$

denkleminde uyar.

3.2. Klasik Sönüm (Viskoz)

Klasik sönüm, eşdeğer sönüm mekanizmalarının yapıda düzgün biçimde bulunduğu, (örneğin, taşıyıcı sistemi ve yapı malzemeleri yüksekliği boyunca fazla değişmeyen çok katlı yapı gibi) durumlarda uygun bir idealleştirilmedir. Burada, yapıların klasik sönüm matrislerini oluşturmakta kullanılan iki yöntemden söz edilecektir: (a) Rayleigh, (b) Caughey yöntemleri

3.3. Rayleigh Sönüm Modeli

Önce kütle ile orantılı ve dirençlilikle orantılı sönümleri ele alalım:

$$\mathbf{c} = a_0\mathbf{m} \text{ ve } \mathbf{c} = a_1\mathbf{k} \quad (3.6)$$

Denklem (3.6) ’nın fiziksel anlamı vardır. Rayleigh sönümü denklem (3.6) ’nın toplamından elde edilir:

$$\mathbf{c} = a_0 \mathbf{m} + a_1 \mathbf{k} \quad (3.7)$$

Böylesi bir sistemin n'inci modunun sönüm oranı denklem (3.7) \mathbf{m}^{-1} ile çarpıldıktan sonra bulunur:

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1 \omega_n}{2} \quad (3.8)$$

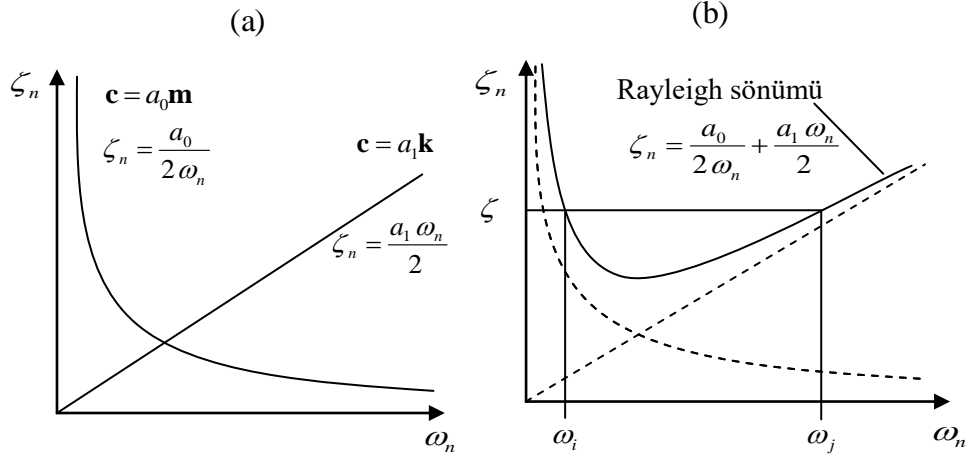
a_0 ve a_1 katsayıları, i ve j modları için verilen sönüm oranları ζ_i ve ζ_j ye bağlı olarak belirlenir. Denklem (3.8), bu iki mod için matris biçiminde ifade edilebilir:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Yukarıdaki iki denklem çözülüp a_0 ve a_1 katsayıları bulunur. Eğer her iki modun sönüm oranının aynı ve ζ kadar olduğu varsayılırsa, bu durumda aşağıdaki sonuçlar i ve j frekanslarına bağlı olarak elde edilir:

$$a_0 = \zeta \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j}, \quad a_1 = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.10)$$

Sonrasında Rayleigh sönüm matrisi denklem (3.7) 'den bulunur ve diğer modların sönüm oranları denklem (3.8) 'den hesaplanır. Sönüm oranlarının doğal frekansa bağlı değişimi Şekil 3.1 'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Modal sönüm oranlarının doğal frekansla değişimi
(a) kütle orantılı ve direngelik orantılı sönüm; (b) Rayleigh sönümü (orantılı sönüm)

3.4. Caughey Sönüm Modeli

Eğer iki moddan fazlası için sönüm oranlarının belirtilmesi isteniyorsa, bu durumda klasik sönüm matrisinin daha genel biçimi olan Caughey sönümü kullanılabilir:

$$\mathbf{c} = \mathbf{m} \sum_{l=0}^{N-1} a_l [\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k}]^l \quad (3.11)$$

Buradaki N , sistemin serbestlik derecesi, a_l ise belirlenecek katsayılardır. Serinin ilk üç terimi aşağıdaki gibidir:

$$a_0\mathbf{m}(\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k})^0 = a_0\mathbf{m} \quad a_1\mathbf{m}(\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k})^1 = a_1\mathbf{k} \quad a_2\mathbf{m}(\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k})^2 = a_2\mathbf{km}^{-1}\mathbf{k} \quad (3.12)$$

Dolayısı ile denklem (3.12) 'deki ilk iki terim, Rayleigh sönümüne karşılık gelir. Sönüm oranları (ζ_n) aşağıdaki denklemden bulunur:

$$\zeta_n = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{j-1} a_l \omega_n^{2l-1} \quad (3.13)$$

a_l ($l = 1, 2, 3, \dots, j-1$) katsayıları, herhangi j mod için verilen sönüm oranlarından bulunabilir.

3.5. Doğal Titreşim Frekanslar ve Modlar

Bu bölümde, özdeğer probleminin çözümü ve sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemlerin doğal frekansları ve modları üzerine bilgiler verilecektir. Sönümsüz çok serbestlik dereceli bir sistemin belli bir moddaki serbest titreşimi matematiksel olarak,

$$u_n = \underline{\phi}_n q_n(t) \quad (3.14)$$

biçiminde yazılabilir. Burada mod şekili $\underline{\phi}_n$ zamanla değişmez ama deplasmanların genliğini veren $q_n(t)$ basit harmonik fonksiyonla gösterilir,

$$q_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \quad (3.15)$$

burada A_n ve B_n , başlangıç koşullarından belirlenebilen sabitlerdir. Denklem (3.14) ve (3.15)'in birleştirmesinden,

$$u(t) = \underline{\phi}_n (A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)) \quad (3.16)$$

elde edilir, ki denklem (3.16)'da ω_n ve $\underline{\phi}_n$ bilinmeyenlerdir. Eğer Denklem (3.16) denklem (3.5)'te yerine konulursa:

$$\left[-\omega_n^2 \mathbf{m} \underline{\phi}_n + \mathbf{k} \underline{\phi}_n \right] q_n(t) = 0 \quad (3.17)$$

ifadesi verir. Bu denklem iki şekilde sağlanabilir. Eğer $q_n(t) = 0$ olursa $u(t) = 0$ olur, ki bu faydasız bir çözümdür. Eğer,

$$-\omega_n^2 \mathbf{m} \underline{\phi}_n + \mathbf{k} \underline{\phi}_n = 0 \quad (3.18)$$

yazılırsa titreşime müsaade eden çözüme ulaşılır. Bu cebirsel denklem bir özdeğer problemidir. Direngenlik ve kütle matrisleri \mathbf{k} ve \mathbf{m} bilinenler, ω_n^2 skaler ve $\underline{\phi}_n$ vektörü bilinmeyenler olarak belirlenecektir. Denklem (3.18) yeniden şöyle yazılabilir:

$$|\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}| \underline{\phi}_n = 0 \quad (3.19)$$

Denklem (3.19) 'da eğer $\underline{\phi}_n = 0$ olarak yazılırsa çözüm yine faydasız olur (titreşim yok), sıfırdan farklı çözümler için

$$\det|\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}| = 0 \quad (3.20)$$

yazılırsa önce ω_n^2 , sonra $\underline{\phi}_n$ bulunabilir. Denklem (3.20) açılınca n'inci derece bir polinom denklem elde edilir. Denklem (3.20) karakteristik denklem veya frekans denklemi olarak bilinir. Bu denklemin N gerçek ve pozitif kökü (ω_n^2) vardır, çünkü \mathbf{m} ve \mathbf{k} yapısal kütle ve direngenlik matrisleri simetrik ve pozitif kesindir. Denklem (3.20) 'nin N adet kökü ω_n^2 geleneksel olarak küçükten büyüğe ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 \dots \omega_n$) sıralı olarak düzenlenmiş titreşimin N doğal frekanslarını ω_n , ($n = 1, 2, \dots, N$) belirler. Karakteristik denklemin kökleri, özdeğerler, karakteristik değerler veya mod frekansları olarak bilinir.

Eğer denklem (3.19) 'un doğal frekansı ω_n biliniyorsa, denklem (3.19) 'un ω_n 'e karşılık gelen karakteristik vektör $\underline{\phi}_n$ çarpımsal bir sabit dahilinde çözülebilir. Doğal

titreşim modları veya doğal mod titreşim şekilleri olarak bilinen vektörler $\underline{\phi}_n$ özvektörler, karakteristik vektörler veya normal modlar olarak ta bilinirler. Bu titreşim özelliklerinin her biri, serbest titreşimdeki yapının doğal özellikleri olduğu gerçeğini vurgulamak için kullanılır ve yalnızca sistemin kütle ve direngenlik özelliklerine bağlıdır. n altsimgesi modun sayısını belirtir. Birinci $[n = 1]$ moda temel mod denir. Bir modda serbestçe titreşen sistem, modun doğal frekansı ile salınım yapar ve tüm serbestlikler aynı fazda olur; bir diğer deyişle, hareket sırasında tüm serbestlikler, denge konumlarından ve bunun iki tarafında ulaşılabilecekleri en uç konumlarından aynı anda geçerler.

3.6. Modal ve Spektral Matrisler

N tane özdeğer ve N tane doğal mod, matrislerle kolayca bir araya getirilebilir. Doğal frekans ω_n 'ye karşılık gelen doğal mod $\underline{\phi}_n$ 'nin bileşenleri ϕ_{jn} olsun ve buradaki j, sistemin ilgili serbestliğini belirtsin. N tane özvektör, kolonlarının her biri bir doğal mod olan tek bir kare matrisle gösterilebilir:

$$\Psi = [\phi_{jn}] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ , & , & , & , \\ , & , & , & , \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Ψ matrisine, denklem (3.19) 'daki özdeğer probleminin **modal matrisi** denir. N tane ω_n^2 özdeğeri de λ^2 ile gösterilen köşegen bir matriste toplanılabilir:

$$\lambda^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \underline{0} \\ & \omega_2^2 & & \\ & & , & \\ \underline{0} & & & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Bu matrise, denklem (3.19) 'daki özdeğer probleminin **spektral matrisi** denir.

3.7. Modların Dikliği

Farklı doğal frekanslara karşılık gelen doğal modların aşağıdaki diklik koşullarını sağladığı gösterilebilir. $\omega_n \neq \omega_r$ olduğunda:

$$\underline{\phi}_n^T \mathbf{k} \underline{\phi}_r = 0, \underline{\phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\phi}_r = 0 \quad (3.23)$$

olur. Bu önemli özellik, aşağıda anlatılan yaklaşımla ispatlanabilir. n'inci doğal frekans ve mod, denklem (3.19) 'u sağlar; bu eşitlik önden $\underline{\phi}_r^T$ ($\underline{\phi}_r$ vektörün devriği) ile çarpıldığında,

$$\underline{\phi}_r^T \mathbf{k} \underline{\phi}_n = \omega_n^2 \underline{\phi}_r^T \mathbf{m} \underline{\phi}_n \quad (3.24)$$

elde edilir. Benzer biçimde r'inci doğal frekans ve mod da denklem (3.19) 'u sağlar:

$\mathbf{k} \underline{\phi}_r = \omega_r^2 \mathbf{m} \underline{\phi}_r$ bu denklem önden $\underline{\phi}_n^T$ ile çarpıldığında,

$$\underline{\phi}_n^T \mathbf{k} \underline{\phi}_r = \omega_r^2 \underline{\phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\phi}_r \quad (3.25)$$

elde edilir. Denklem (3.24) 'ün sol tarafındaki matrisin devriği, sağ tarafındaki matrisin devriğine eşit olacaktır:

$$\underline{\phi}_n^T \mathbf{k} \underline{\phi}_r = \omega_n^2 \underline{\phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\phi}_r \quad (3.26)$$

Denklem (3.26) 'da kütle ve direnç matrislerinin simetrik olduğu bilgisi kullanılmıştır. Denklem (3.26) ve (3.25) 'in farkından,

$$(\omega_n^2 - \omega_r^2) \underline{\phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\phi}_r = 0 \quad (3.27)$$

sonucuna ulaşılır. Dolayısı ile $\omega_n^2 \neq \omega_r^2$ için denklem (3.23) 'ün geçerli olduğu bulunmuş olur. Denklem (3.27) 'deki ifadeyi (3.25) 'te kullanıldığında, $\omega_n^2 \neq \omega_r^2$ için denklem (3.23) 'un geçerli olduğu anlaşılır. Böylece denklem (3.23) 'teki diklik koşulları ispatlanmış olur. Doğal modların dikliği, aşağıdaki kare matrislerin köşegen olmasına yol açar:

$$\mathbf{K} \equiv \underline{\psi}^T \mathbf{k} \underline{\psi} \quad \mathbf{M} \equiv \underline{\psi}^T \mathbf{m} \underline{\psi} \quad \underline{F} \equiv \underline{\psi}^T \underline{f} \quad (3.28)$$

Köşegen üzerindeki bileşenler aşağıdaki gibidir:

$$K_n = \underline{\phi}_n^T \mathbf{k} \underline{\phi}_n \quad M_n = \underline{\phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\phi}_n \quad F_n = \underline{\phi}_n^T \underline{f} \quad (3.29)$$

\mathbf{m} ve \mathbf{k} kesin-pozitif matrisler olduğundan, \mathbf{K} ve \mathbf{M} 'nin köşegenlerindeki bileşenler artı değerlidir; aralarındaki ilişki ise aşağıda verilmiştir:

$$K_n = \omega_n^2 M_n \quad (3.30)$$

3.8. Modların Ölçeklenmesi (Normalizasyon)

Özdeğer probleminde (denklem (3.19)), doğal modlar bir çarpan dışında tümü ile tanımlanır. Eğer $\underline{\phi}_n$ bir doğal mod ise, s bir skaler olmak üzere $s \underline{\phi}_n$ de bir doğal moddur, çünkü denklem (3.19) 'u sağlar. Kimi zaman bir doğal modun çeşitli

serbestliklerdeki değerlerini boyutlandırmak üzere, bu mod vektörü bir katsayı ile çarpılır. Bu işleme **ölçekleme** denir. Kimi durumlarda, her modun en büyük bileşeninin 1'e eşit olması ya da tüm mod vektörlerinin aynı serbestlikteki bileşeninin 1'e eşit olması tercih edilebilir. Teorik tartışmalarda ve bilgisayar yazılımlarında genelde yapılan, modları, her M_n değeri 1 olacak şekilde ölçeklemektir (kütleye göre normleştirme). Bu durumda,

$$M_n = \underline{\phi}_n^T \mathbf{m} \underline{\phi}_n = 1 \quad \underline{\psi}^T \mathbf{m} \underline{\psi} = \mathbf{I} \quad (3.31)$$

olur; buradaki \mathbf{I} , ana köşegenindeki bileşenleri 1'e eşit olan birim matrisi göstermektedir. Denklem (3.31) 'e göre modlar hem diktir, hem de \mathbf{m} 'ye göre boyutlanmışlardır. Böylesi modların, kütleye göre **birim-dik** oldukları söylenir. Modlar bu şekilde ölçeklendiğinde, Denklem (3.28) ve (3.29) 'daki ifadeler aşağıdakilere dönüşürler:

$$K_n = \underline{\phi}_n^T \mathbf{k} \underline{\phi}_n = \omega_n^2 M_n = \omega_n^2 \quad \mathbf{K} = \underline{\psi}^T \mathbf{k} \underline{\psi} = \lambda^2 \quad (3.32)$$

3.9. Serbest Titreşim

3.9.1. Sönümsüz sistemlerin serbest titreşim denklemlerinin çözümü

Artık Denklem (3.5) ile tanımlanan probleme çözüm üretilebilir. Denklem (3.5) 'teki türevsel denklemin çözümü aranırken, denklem (3.19) 'daki matris özdeğer problemi ile karşılaşılır. Bu özdeğer probleminde doğal frekans ve modların bulunduğu varsayılırsa, denklem (3.5) 'in serbest titreşim hali için çözümü, denklem (3.15) 'teki modların üst üste toplamından elde edilir. bu çözüm,

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N \underline{\phi}_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad (3.33)$$

olarak ifade edilebilir; buradaki A_n ve B_n integrasyon sonucu ortaya çıkan $2N$ tane sabittir. Bu katsayıları belirtmek için aşağıdaki hız vektörüne de gerek duyulur:

$$\underline{\dot{u}}(t) = \sum_{n=1}^N \underline{\phi}_n \omega_n (-A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t) \quad (3.34)$$

$t=0$ için denklem (3.33) ve (3.34) 'ü kullanarak $A_n = q_n(0)$, $B_n = \dot{q}_n(0)/\omega_n$ elde edilir.

Bu ifadeler denklem (3.33) 'te yerlerine konduğunda,

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N \underline{\phi}_n (q_n(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{q}_n(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t) \quad (3.35)$$

ya da, diğer bir deyişle,

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N \underline{\phi}_n q_n(t) \quad (3.36)$$

olarak yazılabilir. Denklem (3.33) ve (3.34) 'de $q_n(0)$ ve $\dot{q}_n(0)$, n 'inci serbestlik derecesinin dönüştürülmüş koordinattaki başlangıç koşuludur.

Sistemin gerçek koordinatlardaki (u koordinat) başlangıç koşulları, denklem (3.14) 'ü kullanarak dönüştürülmüş koordinatlara (q koordinat) aşağıdaki ifadeler ile bağlanır:

$$q_n(0) = \underline{\phi}_n^{-1} u_n(0) \quad \dot{q}_n(0) = \underline{\phi}_n^{-1} \dot{u}_n(0) \quad (3.37)$$

3.9.2. Sönümlü sistemlerin serbest titreşim denklemlerinin çözümü

Sönüm hesaba katıldığında, sistemin serbest titreşimlerini yöneten denklem, $\underline{f}(t) = 0$ için denklem (3.2) 'den bulunur:

$$\mathbf{m}\ddot{\underline{u}} + \mathbf{c}\dot{\underline{u}} + \mathbf{k}\underline{u} = 0 \quad (3.38)$$

Mod çözümü yöntemleri, viskoz sönüm modelinin klasik ya da karmaşık olmasına göre farklılık gösterir; bu terimler aşağıda tanımlanmaktadır.

Eğer doğrusal sistemin sönüm matrisi,

$$\mathbf{c}\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} = \mathbf{k}\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c} \quad (3.39)$$

bağıntısını sağlıyorsa, tüm titreşim modları sönümsüz sistemlerle aynı olur, çünkü \mathbf{c} klasik sönüm matrisidir; bu modlar, gerçek özdeğer problemini tanımlayan denklem (3.7) 'den bulunur ve bu tür sistemlere **klasik sönümlü** sistemler denir, (Caughey 1960).

Klasik sönümlü sistemlerde \mathbf{c} matrisi de köşegenleştirilebilir, \mathbf{M} ve \mathbf{K} matrisleri gibi köşegen matrise dönüştürülebilir. Serbest titreşimlerde hareket denkleminin köşegenleştirilmiş genel hali:

$$\mathbf{M}\ddot{\underline{q}} + \mathbf{C}\dot{\underline{q}} + \mathbf{K}\underline{q} = \underline{0} \quad (3.40)$$

biçimindedir, denklem (3.40)'de \underline{q} sistemin dönüştürülmüş koordinatıdır. Klasik sönümlü sistemlerde \mathbf{c} matrisi de diyagonalleştirilebilir. \mathbf{M} ve \mathbf{K} matrisleri gibi köşegen matrise dönüştürülebilir.

$$\mathbf{C} = \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{c} \boldsymbol{\psi} \quad C_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_n = 2\zeta_n \omega_n \quad (3.41)$$

bruada \mathbf{C} matrisi bir köşegen matristir. C_n , \mathbf{C} matrisin köşegenlerindeki pozitif-değerli bileşenleridir.

3.9.3. Klasik sönümlü sistemlerin serbest titreşim denklemlerinin çözümü

Klasik sönümlü sistemlerde denklem (3.40)'deki N sayıda ayrışık türevsel denklemin her biri aşağıdaki biçimdedir:

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = 0 \quad (3.42)$$

her mod için bir sönüm oranı tanımlanabilir:

$$\zeta_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n} \quad (3.43)$$

Denklem (3.42) M_n 'ye bölünerek aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = 0 \quad (3.44)$$

Bu denklemin çözümü, sönümlü tek serbestik dereceli sistemin serbest titreşim çözümü ile aynıdır:

$$q_n(t) = e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[q_n(0) \cos \omega_{d_n} t + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n \omega_n q_n(0)}{\omega_{d_n}} \sin \omega_{d_n} t \right] \quad (3.45)$$

Buradaki n'inci sönümlü doğal frekans, aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\omega d_n = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (3.46)$$

ω_n , ilgili sönümsüz sistemin n'inci doğal frekansdır. Sistemde oluşacak yerdeğiştirmeleri bulmak üzere, $q_n(t)$ için denklem (3.45)'te verilen ifade denklem (3.14) 'te yerine konulursa:

$$u_n(t) = \phi_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[q_n(0) \cos \omega d_n t + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n \omega_n q_n(0)}{\omega d_n} \sin \omega d_n t \right] \quad (3.47)$$

Tüm modlar birleştirilerek sistemin serbest titreşimi $\underline{u}_S(t)$:

$$\underline{u}_S(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[q_n(0) \cos \omega d_n t + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n \omega_n q_n(0)}{\omega d_n} \sin \omega d_n t \right] \quad (3.48)$$

ifadesine ulaşılır

3.10. Zorlanmış Titreşim

3.10.1. Klasik sönümlü sistemlerin zorlanmış titreşim denklemlerinin çözümü

Klasik sönümlü sistemlerde denklem (3.2), N tane ayrışık türevsel denklemdir, ki her biri aşağıdaki biçimdedir:

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = F_n(t) \quad (3.49)$$

Denklem (3.49)'da sistemin üzerinde dinamik yük bulunduğundan dolayı $F_n(t) \neq 0$ olur. Her mod için sönüm oranı denklem (3.43)'ten hesaplanabilir. Denklem (3.49)'u M_n 'ye bölünerek aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{F_n(t)}{M_n} \quad (3.50)$$

Bu denklem, Laplas dönüşümü ile çözülerek, zorlanmış titreşim için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$q_n(t) = \frac{1}{M_n \omega d_n} \int_0^t F_n(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \sin[\omega d_n (t-\tau)] d\tau \quad (3.51)$$

Yukarıdaki integrale konvolüsyon integrali denir, bu integralin genel şekli aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

$$q_n(t) = \int_0^t P(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (3.52)$$

$$P(\tau) = F_n(\tau) \quad (3.53)$$

$$h(t-\tau) = \frac{e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)}}{M_n \omega d_n} \sin[\omega d_n (t-\tau)] \quad (3.54)$$

Sistemin gerçek yerdeğişmelerini bulmak üzere, $q_n(t)$ için denklem (3.51)'de verilen ifadeyi denklem (3.14) 'de taşıyarak,

$$u_n(t) = \frac{\phi_n}{M_n \omega d_n} \int_0^t F_n(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \sin[\omega d_n (t-\tau)] d\tau \quad (3.55)$$

elde edilir. Tüm modlar birleştirilerek sistemin zorlanmış titreşimi $u_z(t)$ için,

$$\underline{u}_z(t) = \sum_{n=1}^N \frac{\phi_n}{M_n \omega d_n} \int_0^t F_n(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \sin[\omega d_n (t-\tau)] d\tau \quad (3.56)$$

ifadesi bulunur. Eğer sistemin üzerine dinamik yük ve başlangıç koşulları aynı zamanda uygulanırsa, yukarıda bulunan tepkilerin toplamından genel çözüm,

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \left\{ e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[q_n(0) \cos \omega d_n t + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n \omega_n q_n(0)}{\omega d_n} \sin \omega d_n t \right] + \frac{1}{M_n \omega d_n} \int_0^t P_n(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \sin[\omega d_n (t-\tau)] d\tau \right\} \quad (3.57)$$

şeklinde elde edilir.

Hız tepkileri, denklem (3.48) ve (3.57) t'ye göre türetilerek elde edilir:

$$\dot{\underline{u}}_s(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \left\{ e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[\dot{q}_n(0) \cos \omega d_n t - \left(\frac{\dot{q}_n(0) \zeta_n^2 \omega_n^2 q_n(0)}{\omega d_n} + q_n(0) \omega d_n \right) \sin \omega d_n t \right] \right\} \quad (3.58)$$

$$\dot{\underline{u}}_z(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \int_0^t P_n(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[\cos \omega d_n t - \frac{\zeta_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \sin \omega d_n t \right] d\tau \quad (3.59)$$

$$\dot{\underline{u}}(t) = \dot{\underline{u}}_s(t) + \dot{\underline{u}}_z(t) \quad (3.60)$$

Denklem (3.60)'da $\dot{\underline{u}}_s(t)$ serbest titreşim, $\dot{\underline{u}}_z(t)$ zorlanmış titreşim olarak isimlendirilmiştir.

Sistemin ivme tepkileri denklem (3.57) ve (3.60), hareket denkleminde yerine yazılarak,

$$\ddot{\underline{u}}(t) = \mathbf{m}^{-1} [\mathbf{f}(t) - \mathbf{c}\dot{\underline{u}}(t) - \mathbf{k}\underline{u}(t)] \quad (3.61)$$

elde edilir. Bu denklemde \mathbf{c} sistemin klasik sönüm matrisidir ve denklem (3.7) ile oluşturulmaktadır.

3.11. En Büyük Tepkilerin Hesaplanması (Mod Birleştirme)

Mod çözüleme metodunda asıl hedef en büyük tepkileri bulmaktır. Bu amaçla, yaygın olarak kullanılan üç farklı kısa (hızlı) yöntem bulunmaktadır, (Maison and Neuss 1983; Sinha and Igusa 1992).

3.11.1. Mutlak değerlerin toplanması

Bu kombinasyonda, modların en büyük katkılarının aynı zamanda olduğu düşünülerek mutlak değerlerinin toplamı alınır. Bu gerçekçi bir yaklaşım değildir. Elde edilen değerler oldukça büyük olup ekonomik sonuçlar veremeyebilir.

$$R_{\max} \leq \sum_{j=1}^N \left| r_j(t) \right|_{\max} = |r_1| + |r_2| + \dots + |r_n| + \dots + |r_N| \quad (3.62)$$

3.11.2. Karelerin toplamının karekökü

Bu yaklaşımda, elde edilen maksimum değerlerin karelerinin toplamının karekökü alınarak hesap yapılır. Bu yöntemle elde edilen sonuçların zaman tanım alanında elde edilenlere oldukça yakın olduğu düşünülmektedir,

$$R_{\max} \approx \sum_{j=1}^N \left| r_n \right|_{\max} = \sqrt{|r_1|^2 + |r_2|^2 + \dots + |r_n|^2 + \dots + |r_N|^2} \quad (3.63)$$

3.11.3. Tam karesel birleştirme

Bu yöntem, diğer iki yöntemden daha gerçekçi sonuçlar verir. ζ_{ij} çapraz korelasyon katsayıları kullanılarak aşağıdaki ifade ile sonuçlar birleştirilir:

$$R_{\max} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \zeta_{ij} r_i r_j} \quad (3.64)$$

$$\zeta_{ij} = \frac{8\zeta^2 (1 + \beta_{ij}) \beta_{ij}^{\frac{3}{2}}}{(1 - \beta_{ij}^2)^2 + 4\zeta^2 \beta_{ij} (1 + \beta_{ij})^2} \quad (3.65)$$

$$\beta_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} \quad (3.66)$$

β_{ij} serbest titreşim frekanslarının oranını temsil etmektedir.

3.12. ÇSD'li Sistemlerde Durum-Uzay Formülasyonu

Lineer çok serbestlik dereceli sistemlerde hareket denkleminin genel şekli

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (3.67)$$

Bu hareket denkleminde \mathbf{m} , \mathbf{c} , \mathbf{k} zamanla değişmez $n \times n$ Kütle, Sönüm ve dirençlik matrisleridir. Sırasıyla, \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$, $\ddot{\mathbf{u}}$ deplasman, hız ve ivme vektörleridir, $\mathbf{f}(t)$ sistemin üzerine etkiyen dinamik yük vektörüdür. Denklem (3.67) (ikinci dereceden diferansiyel denklem) birinci dereceden diferansiyel denklem sistemine indirilip, **Durum-Uzay** formuna getirilebilir. Eğer $\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{z}$ ve $\ddot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{z}}$ değiştirilip, denklem (3.67)'nin yerine konulursa:

$$\dot{\underline{u}} = \underline{z} \quad (3.68)$$

$$\mathbf{m}\dot{\underline{z}} + \mathbf{c}\underline{z} + \mathbf{k}\underline{u} = \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (3.69)$$

yeni değişkenler aşağıdaki \underline{Z} vektörüne toplanabilir,

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} \underline{u}_{n \times 1} \\ \underline{z} \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (3.70)$$

Görüldüğü gibi \underline{Z} vektöründe sistemin deplasmanları ve hızları yer almaktadır. Denklem (3.68) ve (3.69) \underline{Z} vektörüne göre yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{u}} \\ \dot{\underline{z}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{k} & \mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\mathbf{f}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{u}} \\ \dot{\underline{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} \end{bmatrix}^{-1} \times \left(- \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{k} & \mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\mathbf{f}}(t) \end{bmatrix} \right) \quad (3.72)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{u}} \\ \dot{\underline{z}} \end{bmatrix}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} & -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{z} \end{bmatrix}_{2n \times 1} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{m}^{-1}\underline{\mathbf{f}}(t) \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (3.73)$$

$$\dot{\underline{Z}} = \mathbf{A}\underline{Z} + \underline{\mathbf{P}}(t) \quad (3.74)$$

Denklem (3.74) Durum-Uzayı denklemin genel şeklidir,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} & -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (3.75)$$

$$\underline{\mathbf{P}}(t) = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}}_{n \times 1} \\ \mathbf{m}^{-1} \underline{\mathbf{f}}(t) \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (3.76)$$

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{n \times 1} \\ \underline{\dot{\mathbf{u}}} \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (3.77)$$

olarak tanımlanabilir. Eğer, başlangıç koşulları uygulanırsa, $t=0$ 'ta $\mathbf{Z}(t=0)$ vektörü:

$$\underline{\mathbf{Z}}(0) = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}(0)_{n \times 1} \\ \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (3.78)$$

olarak yazılabilir.

3.13. Durum-Uzayı Denkleminin Analitik Çözümü

3.13.1. Homojen çözüm

Durum-Uzayı denkleminin genel hali, birinci dereceden bir diferansiyel denklem sistemidir.

$$\underline{\dot{\mathbf{Z}}} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{Z}} + \underline{\mathbf{P}}(t) \quad (3.79)$$

Burada $\underline{\mathbf{Z}}$ vektörünün içinde durum değişkenleri olarak deplasman ve hız vardır. Eğer sisteme etkiyen dinamik yük yoksa $\underline{\mathbf{P}}(t) = 0$ olur ve denklem (3.79)'un homojen kısmı denilen:

$$\underline{\dot{\mathbf{Z}}} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{Z}} \quad (3.80)$$

şeklini alır. Homojen denklemin $[t_0, t)$ aralığındaki çözümü $\underline{\mathbf{Z}}_h$ ile gösterilirse,

sistemde dinamik yük olmadığından bu çözüm, durum değişkenlerinin genel olarak sıfırdan farklı olduğu varsayılan başlangıç anındaki değerleri nedeniyle ortaya çıkar. Daha açıkçası, homojen denklemin çözümü sistemin serbest titreşim davranışını belirler. Denklem (3.80)'in genel çözümü:

$\underline{Z}_h = \underline{c} e^{At}$ biçimindedir. Burada \underline{c} vektörünün değerini bulmak için $t=0$ 'daki başlangıç koşulu uyguladığında,

$$\underline{Z}(0) = \underline{c}$$

bulunur.

$$\underline{Z}_h = e^{At} \underline{Z}(0) \quad (3.81)$$

Bulunan \underline{Z}_h fonksiyonuna denklemin öz çözümü denir.

3.13.2. Homojen Olmayan Çözüm

Denklem (3.74) 'ün genel çözümünü bulmak için parametrelerin değişimi yöntemi kullanılarak Durum-Uzayı denkleminin genel çözümü elde edilebilir. Eğer homojen çözüme \underline{K} olarak isim verilirse, homojen olmayan çözüm parametrelerin değişimi yöntemine göre:

$$\underline{Z}_p = \underline{V} \times \underline{K} \quad (3.82)$$

olarak yazılabilir. Denklem (3.82)'nin birinci türevini alıp denklem (3.74)'de yerine koyduktan sonra, homojen olmayan çözüm elde edilir. Denklem (3.74)'ün genel çözümü homojen ve homojen olmayan çözümlerin toplamından elde edilir. Durum-Uzayı denklemin genelleştirilmiş çözümü aşağıdaki:

$$\underline{Z}(t) = e^{\mathbf{A}t} \underline{Z}(0) + e^{\mathbf{A}t} \int_0^t e^{-\mathbf{A}\tau} \underline{P}(\tau) d\tau \quad (3.83)$$

veya

$$\underline{Z}(t) = e^{\mathbf{A}t} \underline{Z}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \underline{P}(\tau) d\tau \quad (3.84)$$

ifadesinden elde edilir. Denklem (3.83) ve (3.84) 'in sağ taraftaki ilk terimine, çözümün homojen kısmı, veya öz çözümü denir. Sisteme etkiyen dinamik yük fonksiyonu nedeniyle ortaya çıkan ikinci terimi ise zorlanmış çözüm adını alır.

3.14. A Matrisinin Özdeğer ve Özvektörleri

A matrisinin özdeğerleri ve özvektörleri aşağıdaki denklemden elde edilebilir:

$$(\mathbf{A} - v_n \mathbf{I}) \underline{x}_n = \underline{0} \quad n=1,2,3... \quad (3.85)$$

Denklem (3.85) 'te v_n , \mathbf{I} , \underline{x}_n sırası ile öz-değer, birim matris ve öz-vektör olarak bilinmektedir. Eğer **A** matrisinin n tane öz vektörü (\underline{x}_n) ve özdeğeri (v_n) iki ayrı matrise yerleştirilerek,

$$\lambda = \begin{bmatrix} v_1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot & \\ & & & & v_n \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

$$\Psi = [\underline{x}_1 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \underline{x}_n] \quad (3.87)$$

mod matrisi (Ψ) ve doğal frekans matrisi (λ) oluşturulabilir. Bulunan öz-değerler (v_n) ve özvektörler (\underline{x}_n) her zaman kompleks eşlenik çiftler şeklinde elde edilir, yani

$$\left. \begin{array}{l} v_n \\ \bar{v}_n \end{array} \right\} = -e_n \pm i s_n \quad n=1,2,3\dots \quad (3.88)$$

$$\left. \begin{array}{l} \underline{x}_n \\ \bar{\underline{x}}_n \end{array} \right\} = \underline{\chi}_n \pm i \underline{\alpha}_n \quad n=1,2,3\dots \quad (3.89)$$

Yukarıda eşlenik öz-değerler ve özvektörler üstünde çizgi işareti ile gösterilmiştir. Farklı bir deyişle özdeğerler, sistemin frekansları ve özvektörler, sistemin kompleks modlarıdır.

Özdeğerlerin reel kısmı her zaman negatif olmalıdır, çünkü sönümü temsil ederler ve kompleks kısmı da sönümlü (gerçek) frekansı temsil etmektedir. Sistemin mod sönümlenme faktörleri aşağıdaki denklemden elde edilebilir.

$$\zeta_n = \frac{e_n}{\sqrt{e_n^2 + s_n^2}} \quad (3.90)$$

Her mod için farklı mod sönümlenme faktörü vardır, (Veletsos and Venura 1986).

3.15. e^{At} Matrisinin Oluşturulması

Bu ifadenin analitik çözümü için aşağıdaki örnekte bir adi diferansiyel denklemin genel çözümü verilmiştir;

$$\dot{z}(t) = a z(t) \Rightarrow z(t) = e^{at} z(0) \quad (3.91)$$

Bu genel çözümde a ve $z(0)$ (başlangıç koşulu) birer sayıdır. Eğer a yerine \mathbf{A} bir kare matris gelirse, diferansiyel denklemin genel çözümü (3.91)'e benzer olarak,

$$\dot{\underline{z}}(t) = \mathbf{A} \underline{z}(t) \Rightarrow \underline{z}(t) = e^{\mathbf{A}t} \underline{z}(0) \quad (3.92)$$

şeklini alır. $e^{\mathbf{A}t}$ ifadesi Taylor serisi açılımı ile tanımlanmaktadır:

$$e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{1}{2!} \times (\mathbf{A}t)^2 + \dots \quad (3.93)$$

Lineer Cebirden bilindiği üzere, eğer \mathbf{A} matrisinin n tane öz vektörü \underline{x}_n ve öz değeri λ_n varsa:

$$\mathbf{A} = \Psi \times \Lambda \times \Psi^{-1} \quad (3.94)$$

yazılabilir.

Eğer denklem (3.94) 'ü denklem (3.93) 'ün sağ tarafında \mathbf{A} yerine konulursa:

$$e^{\mathbf{A}t} = \Psi \times \left(\mathbf{I} + \Lambda t + \frac{1}{2!} (\Lambda t)^2 + \dots \right) \times \Psi^{-1} \quad (3.95)$$

elde edilir. Eğer,

$$e^{\lambda t} = \mathbf{I} + \lambda t + \frac{1}{2!} (\lambda t)^2 + \dots \quad (3.96)$$

olarak kabul edilirse:

$$e^{At} = \Psi \times e^{\lambda t} \times \Psi^{-1} \quad (3.97)$$

elde edilir. Denklem (3.97) e^{At} 'nin analitik ifadesidir. Bu denklemde $e^{\lambda t}$ köşegen bir kare matristir.

3.16. İvme Tepkilerinin Hesabı

Sistemin ivme tepkilerini bulmak için denklem (3.83) veya (3.84) 'den sistemin yerdeğiştirme ve hızını bulduktan sonra, (3.2) denkleminde yerine konularak,

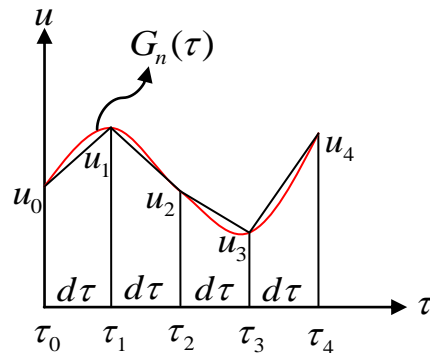
$$\ddot{\underline{u}} = \mathbf{m}^{-1} [\underline{f}(t) - \mathbf{c}\dot{\underline{u}} - \mathbf{k}\underline{u}] \quad (3.98)$$

elde edilebilir. Denklem (3.98) sistemin ivme tepkilerini bulmak için kullanılacaktır.

3.17. Sayısal İntegrasyon

3.17.1. Yamuk kuralı

Hareket denkleminin genel çözümündeki (3.83) integral yamuk kuralı ile kolayca hesaplanabilir. Bu kurala göre integral içindeki ifade ($G(\tau)$) ile temsil edilirse, $G_n(\tau)$ ordinatlarına sahip eğrinin altındaki alan yamuklara bölünerek hesaplanabilir.



Şekil 3.2. Yamuk kuralı

$$A_1 = \left(\frac{u_0 + u_1}{2} \right) \times d\tau, A_2 = \left(\frac{u_1 + u_2}{2} \right) \times d\tau, \dots A_n = \left(\frac{u_{n-1} + u_n}{2} \right) \times d\tau \quad (3.99)$$

$$d\tau = \frac{\tau_n - \tau_0}{n} \quad (3.100)$$

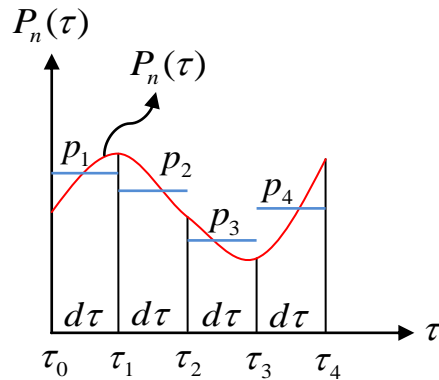
$$A_{top.} = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n \quad (3.101)$$

$$A_{top.} = \frac{d\tau}{2} [u_0 + 2u_1 + 2u_2 + \dots + 2u_{n-1} + u_n] \quad (3.102)$$

A_1, A_2, \dots, A_n her yamuğun alanıdır, $A_{top.}$, $G_n(\tau)$ altındaki eğrinin toplam alanıdır, $d\tau$ zaman aralığı ve n trapezlerin sayısıdır.

3.17.2. Özel durum (Kuvvetin dt aralığında sabit olması)

Bu durumda, integralin içindeki dinamik yük vektörü $\underline{P}(\tau)$ her zaman aralığında sabit varsayıлып sadece $e^{-A\tau}$ ifadesinin integrali alınabilir. Dinamik yük vektöründen $P_n(\tau)$ ayrılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.



Şekil 3.3. Dinamik yükün sabit varsayılmış durumu

$$\int_{t_0}^{t_n} e^{-A\tau} P_n(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_1} e^{-A\tau} p_1 d\tau + \int_{t_1}^{t_2} e^{-A\tau} p_2 d\tau + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{-A\tau} p_n d\tau \quad (3.103)$$

$$= p_1 \int_{t_0}^{t_1} e^{-A\tau} d\tau + p_2 \int_{t_1}^{t_2} e^{-A\tau} d\tau + \dots + p_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{-A\tau} d\tau \quad (3.104)$$

Bu durumda integrali n tane integrale bölüp, her integral ayrı hesaplanır, sonuçlar toplandığında eğrinin altındaki alan hesaplanmış olur.

Yamuk kuralının, yukarıdaki özel durumdan daha başarılı olması nedeniyle bu çalışmada yamuk kuralı tercih edilmiştir.

MATLAB'ta bir $P_n(\tau)$ fonksiyonunun integralini Cumtrapz komutu ile hesaplanabilmektedir.

Denklem (3.84)'deki integrale konvolüsyon integrali denir ki bu integralin analitik çözümü MATLAB'ta İnt(fonksiyon, tau, 0, t) komutu ile hesaplanabilmektedir. Durum-Uzayı metodun hesaplamalarında kesinlik amaçlandığından, sayısal hesaplamalardan mümkün mertebe uzak durulmuş, bu nedenle konvolüsyon integrali MATLAB'teki "İnt" komutu ile hesaplanmıştır.

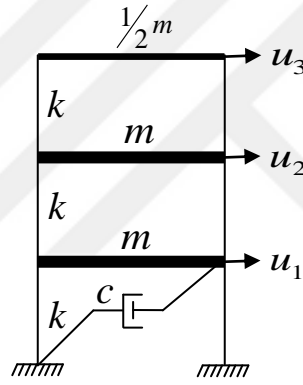
Yukarıda anlatılan hesaplamalara ait akış şeması **EK 14**'te mevcuttur.

Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodun iki serbestlik dereceli bir sistem için MATLAB kodu, **EK 15**'te mevcuttur.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

4.1. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen sönümleyicisi birinci katta olan üç katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip en büyük tepkilerin hangi saniyede olduğu bir çizelgede gösterilecektir. Son olarak, binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.1. Sönümleyicisi birinci katta olan üç katlı bina

Sistemin başlangıç koşulları $\underline{u}(0) = \{0 \ 0 \ 0,1\}^T m$, $\dot{\underline{u}}(0) = \{0 \ 0,5 \ 0\}^T m/sn$ ve uygulanan dinamik yük $f_1 = 0,1\sin(\pi t/0,3)$ olarak verilmiştir. Sistemin parametreleri $m = 1 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kN/m}$ ve $c = 0,2 \text{ kNs/m}$ olarak alınmıştır.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 0,1\sin(\pi t/0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m \quad \dot{\underline{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

4.1.1. Binanın mod frekansları ve mod sönümleme faktörleri

Durum-Uzayı metodunda denklem (3.85) kullanılarak sistemin mod frekansları ve denklem (3.90) kullanılarak sistemin mod sönümleme faktörleri elde edilir:

Çizelge 4.1. Binaın gerçek mod frekansları ve mod sönümleme oranları

No	1. Mod	2. Mod	3. Mod
Mod Frekansı	$-0,0163 \pm 1,9290i$	$-0,0671 \pm 1,4126i$	$-0,0167 \pm 0,5181i$
Mod Sönümleme Oranı (ζ_n)	0,0084	0,0474	0,0322

Mod sönümleme oranları ortalaması (0,033) oransal sönüm matrisi oluşturulurken sistemin sönüm oranı olarak kullanılmıştır, sistemin sönüm oranı %5 kabul ederek aynı çözüm tekrarlanmıştır.

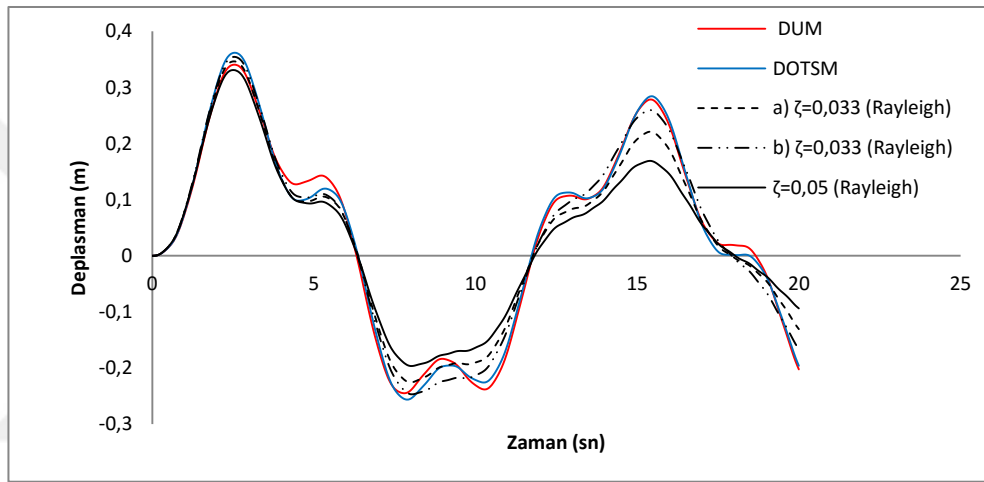
4.1.2. Binaın modları

Durum-Uzayı denkleminde **A** kare matrisi, dinamik yük $\underline{P}(t)$ vektörü ve denklem (3.85) kullanılarak binanın mod matrisi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

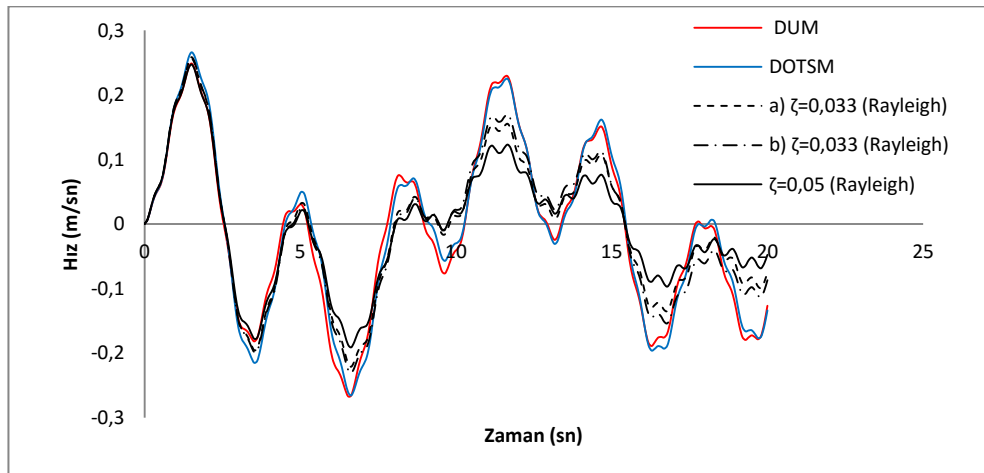
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -0,2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{P}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1\sin(\pi t/0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Çizelge 4.2. Binanın modları

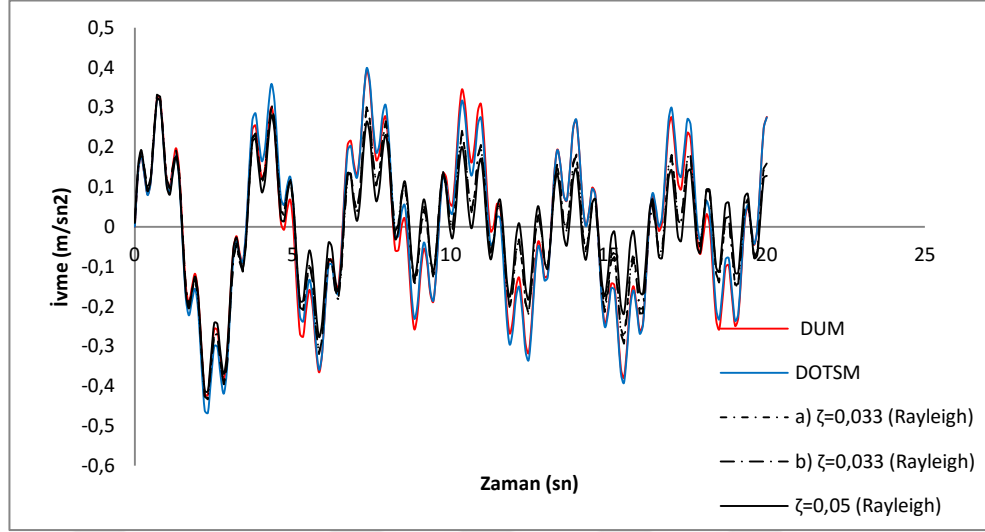
0,0340 - 0,1568i	0,0340 + 0,1568i	0,0195 + 0,4105i	0,0195 - 0,4105i	-0,3135 + 0,0188i	-0,3135 - 0,0188i
-0,0079 + 0,2813i	-0,0079 - 0,2813i	-0,0383 + 0,0000i	-0,0383 - 0,0000i	-0,5436 + 0,0054i	-0,5436 - 0,0054i
-0,0028 - 0,3269i	-0,0028 + 0,3269i	-0,0198 - 0,4032i	-0,0198 + 0,4032i	-0,6277 + 0,0000i	-0,6277 + 0,0000i
0,3019 + 0,0680i	0,3019 - 0,0680i	-0,5812 + 0,0000i	-0,5812 + 0,0000i	-0,0045 - 0,1628i	-0,0045 + 0,1628i
-0,5426 - 0,0198i	-0,5426 + 0,0198i	0,0025 - 0,0541i	0,0025 + 0,0541i	0,0063 - 0,2817i	0,0063 + 0,2817i
0,6306 + 0,0000i	0,6306 + 0,0000i	0,5709 - 0,0010i	0,5709 + 0,0010i	0,0105 - 0,3252i	0,0105 + 0,3252i

**Şekil 4.2.** 1. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

**Şekil 4.3.** 1. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.4. 1. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.3. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler

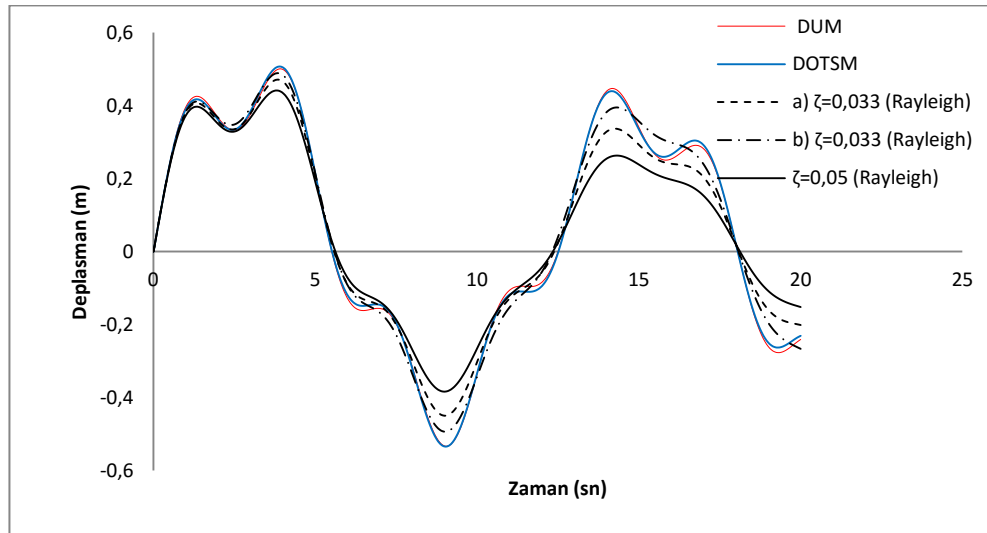
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,513	0,3405	6,533 (1,508)	0,266 (0,248)	2,312	0,423
DOTSM	2,513	0,3617	1,508	0,266	2,312	0,4671
a) MÇM ζ = 0,033	2,513	0,3465	1,508	0,2564	2,312	0,4314
b) MÇM ζ = 0,033	2,513	0,3544	1,508	0,2585	2,312	0,4332
MÇM ζ = 0,05	2,513	0,331	1,508	0,2473	2,312	0,413

Çizelge 4.3'te görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (b) vermektedir. İkinci sırada Diyagonal Olamayan Terimleri Sıfırlama Metodu (DOTSM) vermektedir. DUM ile hesaplanan en büyük hız tepkisi 6,533 saniyede oluşurken diğer yaklaşık metodlarda 1,508 saniyede oluşmaktadır, DUM ile hesaplanan 1,508 saniyedeki hız tepkisi 0,248 olmaktadır. Birinci katın çizilen hız ve ivme grafikleri sinüs grafiğine çok benzer çünkü harmonik yük birinci kata uygulanmaktadır.

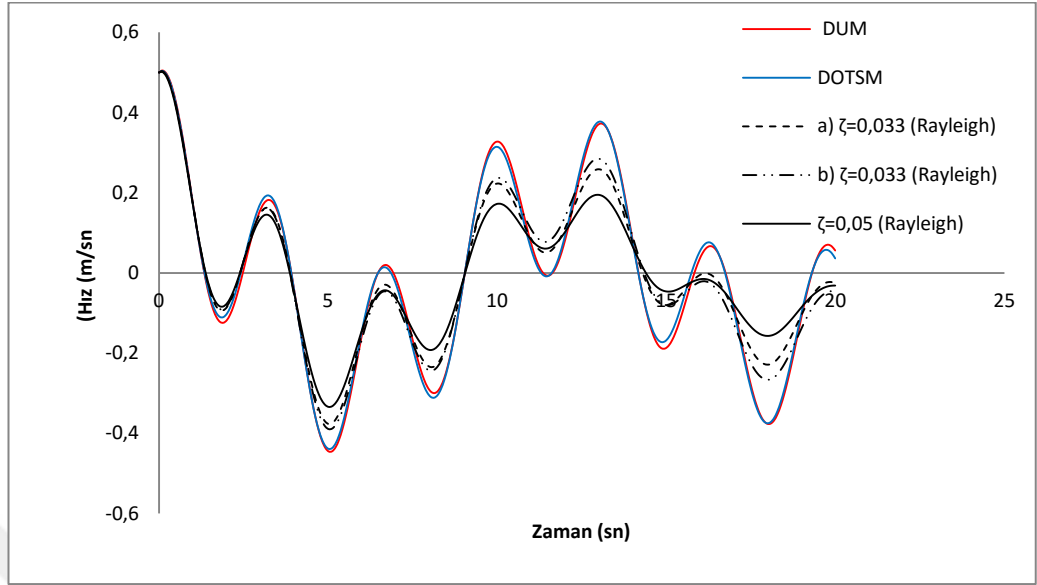
Çizelge 4.4. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_1	ω_1	ωd_1
DUM	0,0084	1,929	1,9290
DOTSM	0,0086	1,9319	1,9318
a) MÇM $\zeta = 0,033$	0,033	1,9319	1,9308
b) MÇM $\zeta = 0,033$	0,033	1,9319	1,9308
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,9319	1,9294

Çizelge 4.4'te görüldüğü gibi birinci modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0084 ve 1,929 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0086 ve 1,9319 (DOTSM) olarak bulunmaktadır. Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan değerler gerçek çözümden çok büyüktür. 1. katın tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermiştir.

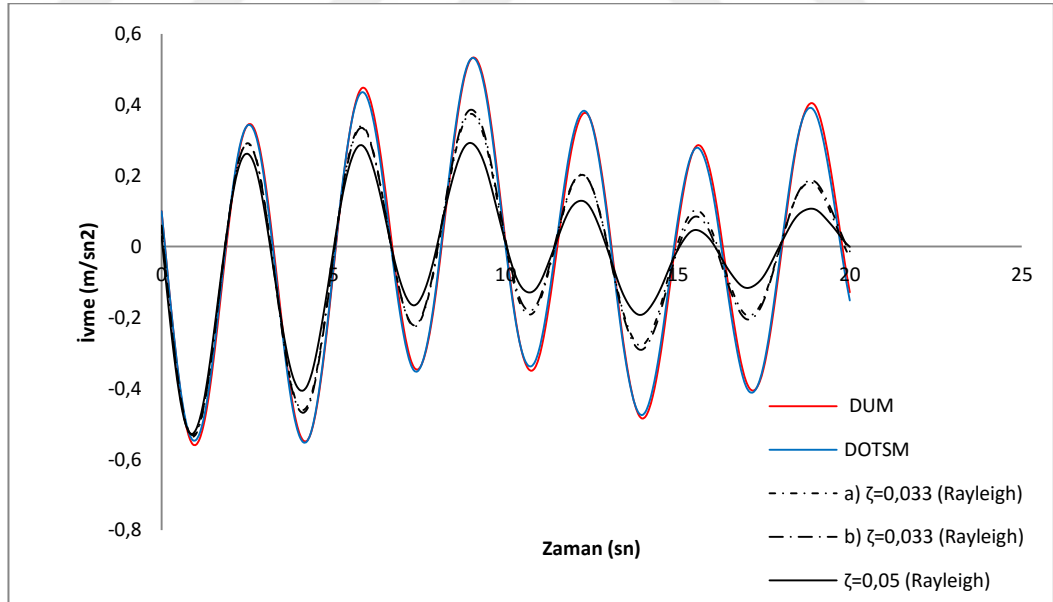
**Şekil 4.5.** 2. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.6. 2. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.7. 2. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.5. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler

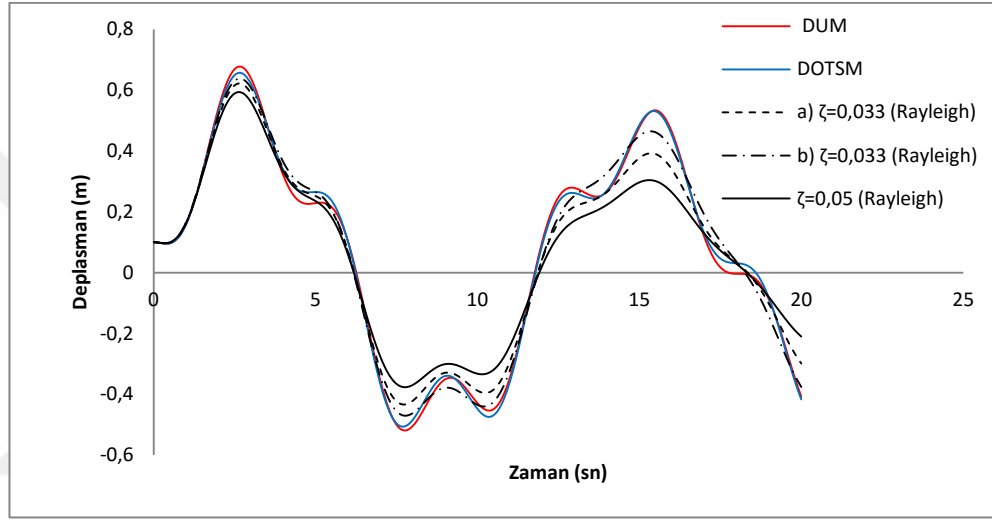
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	9,045 (3,819)	0,5332 (0,4983)	0	0,5	1,005 (4,121)	0,5587 (0,5473)
DOTSM	9,045	0,5341	0	0,5	4,121	0,5522
a) MÇM $\zeta = 0,033$	3,819	0,471	0	0,5	0,9045	0,5367
b) MÇM $\zeta = 0,033$	3,819	0,4887	0	0,5	0,9045	0,532
MÇM $\zeta = 0,05$	3,819	0,4413	0	0,5	0,9045	0,528

Çizelge 4.5'te görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM vermektedir. İkinci sırada MÇM (b) vermektedir. Diğer yaklaşık metodlar gerçek çözümden çok farklı yanıt vermiştir. DUM ve DOTSM ile hesaplanan en büyük deplasman tepkisi 9,045 saniyede oluşurken diğer yaklaşık metodlar 3,819 saniyede vermektedir. DUM ile hesaplanan 3,819 saniyedeki deplasman tepkisi 0,4983'e denk gelmektedir. DUM ile elde edilen en büyük ivme tepkisi 1,005 saniyede oluşurken, DOTSM ile tepkiyi 4,121 saniyede oluşmaktadır.

Çizelge 4.6. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

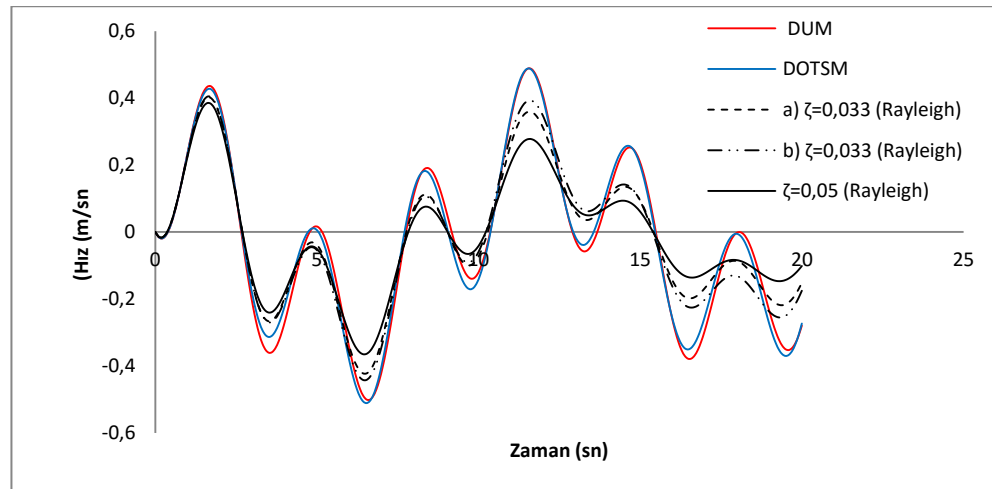
Yöntem	ζ_2	ω_2	ωd_2
DUM	0,0474	1,4141	1,4126
DOTSM	0,0471	1,4142	1,4126
a) MÇM $\zeta = 0,033$	0,033	1,4142	1,4134
b) MÇM $\zeta = 0,033$	0,0286	1,4142	1,4136
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,4142	1,4124

Çizelge 4.6'da görüldüğü gibi ikinci modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0474 ve 1,4141 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıtı 0,0471 ve 1,4142 (DOTSM) olarak bulunmaktadır. Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden küçük elde edilmiştir. 2. katın tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi, gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermiştir.



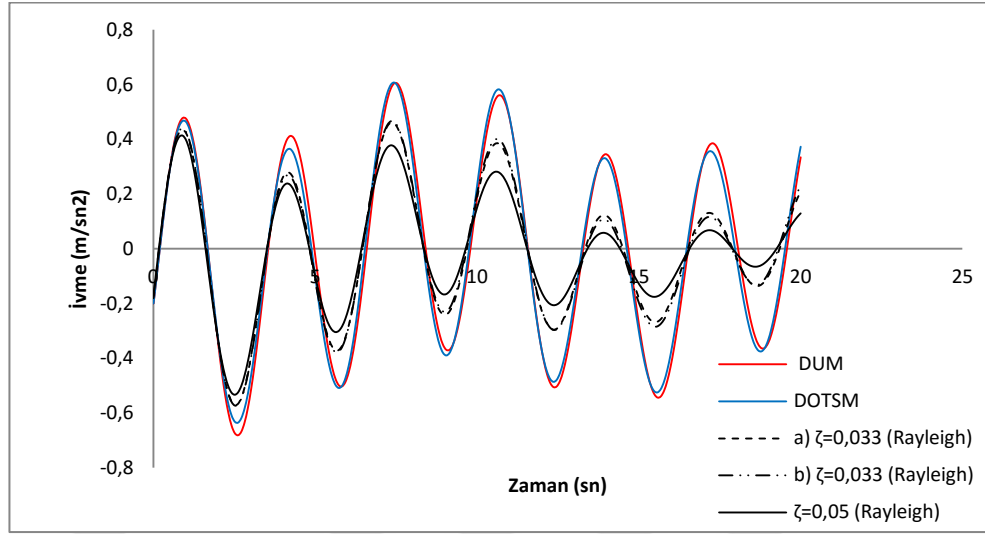
Şekil 4.8. 3. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.9. 3. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.10. 3. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.7. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,613	0,6768	6,633 (1,608)	0,501 (0,4339)	2,613	0,6811
DOTSM	2,613	0,6564	6,533	0,511	2,613	0,6349
a) MÇM ζ = 0,033	2,613	0,6217	6,533	0,4225	2,513	0,5708
b) MÇM ζ = 0,033	2,613	0,6374	6,633	0,4422	2,513	0,5726
MÇM ζ = 0,05	2,613	0,5935	1,608	0,3852	2,513	0,5331

Çizelge 4.7’de görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM ikinci sırada MÇM (b) metodu vermektedir. Bütün metodlar ile hesaplanan en büyük tepkiler neredeyse aynı zamanda oluşmaktadır, ancak DUM ile hesaplanan hız tepkisi 6,633 saniyede oluşurken, MÇM (%5) metodu ile hesaplanan en büyük hız tepkisi 1,608 saniyede oluşmaktadır.

Çizelge 4.8. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_3	ω_3	ωd_3
DUM	0,0322	0,5183	0,5181
DOTSM	0,0322	0,5176	0,5174
a) MÇM , $\zeta = 0,033$	0,0572	0,5176	0,5168
b) MÇM , $\zeta = 0,033$	0,0330	0,5176	0,5174
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,0866	0,5176	0,5157

Çizelge 4.8’de görüldüğü gibi üçüncü modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0322 ve 0,5183 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıtı 0,0322 ve 0,5176 (DOTSM) olarak bulunmaktadır. Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden büyük elde edilmektedir. 3. kata ait tepki grafiğinden görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.

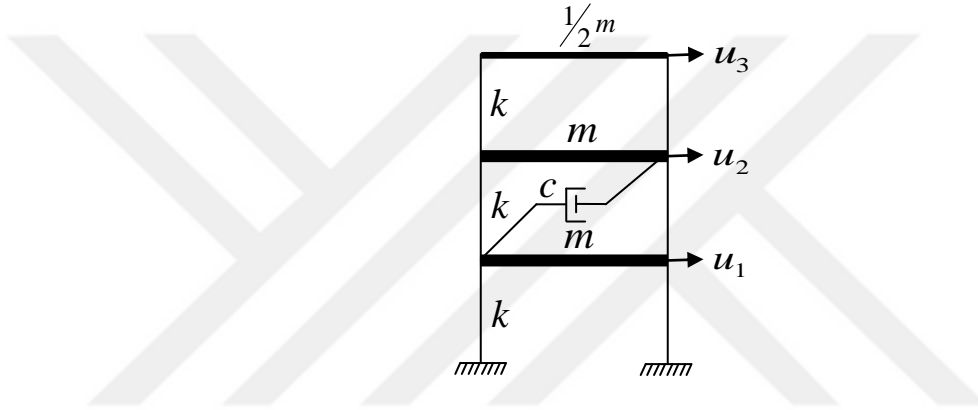
Çizelge 4.9. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,7486	0,5095	0,9638
DOTSM	0,7495	0,5095	0,9624
a) MÇM , $\zeta = 0,033$	0,7249	0,5081	0,8944
b) MÇM , $\zeta = 0,033$	0,7487	0,5086	0,8936
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,6975	0,5071	0,8564

Çizelge 4.9’da görüldüğü gibi deplasmanların gerçek çözüme en yakın değer 0,7487 m , hızlarda en yakın 0,5095 m/sn ve ivmelerde en yakın 0,9624 m/sn² DOTSM metodu ile hesaplanmıştır. Çizelge 4.9’daki dört yaklaşık metottan iki metot DOTSM ve MÇM (b) gerçek çözüme çok yakın yanıt vermiştir. Yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%5) yapmıştır, sapma oranı %11,14 olmuştur.

4.2. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen sönümleyicisi ikinci katta olan üç katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip en büyük tepkilerin hangi saniyede oluştuğu bir çizelgede gösterilecektir. Son olarak, binanın en büyük tepkilerini KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.11. Sönümleyicisi ikinci katta olan üç katlı bina

Sistemin başlangıç koşulları $\underline{u}(0) = \{0 \ 0 \ 0,1\}^T m$, $\dot{\underline{u}}(0) = \{0 \ 0,5 \ 0\}^T m/sn$ ve uygulanan dinamik yük $f_1 = 0,1\sin(\pi t/0,3)$ olarak verilmiştir. Sistemin parametreleri $m = 1 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kN/m}$ ve $c = 0,2 \text{ kNs/m}$ olarak alınmıştır.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,2 & 0 \\ -0,2 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 0,1\sin(\pi t/0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m \quad \dot{\underline{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

4.2.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri

Durum-Uzayı metodu ile hesaplandığında,

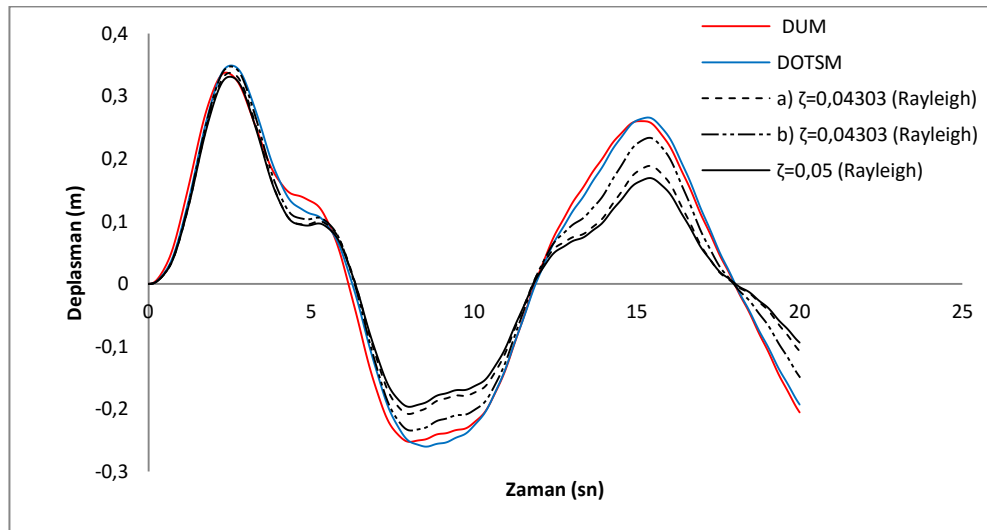
$$\zeta_1 = 0,0649 \quad \zeta_2 = 0,047 \quad \zeta_3 = 0,0172$$

olarak elde edilir.

4.2.2. Sönüm faktörlerin ortalaması

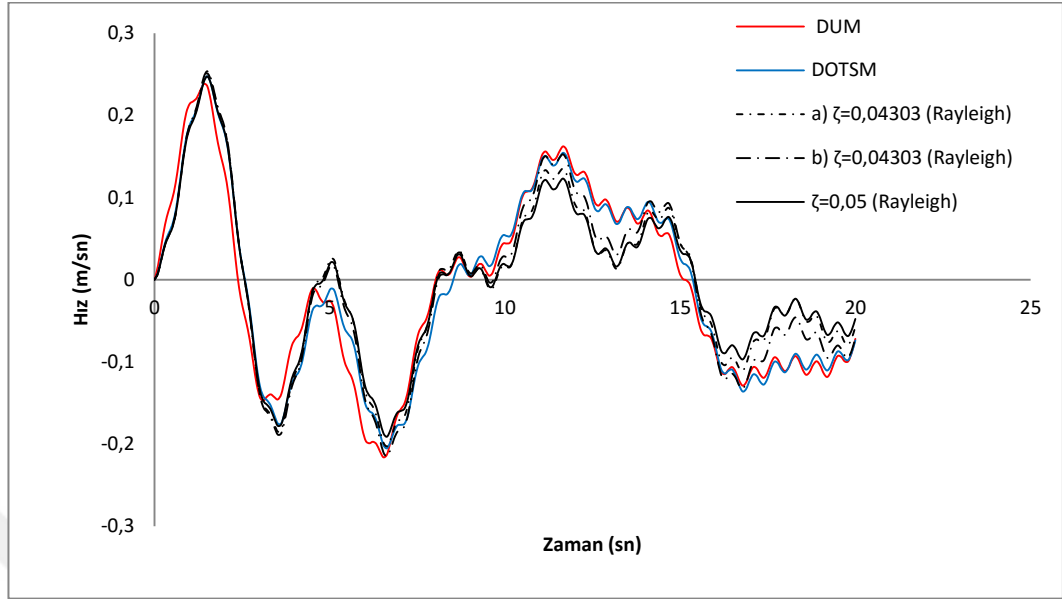
$$\zeta = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3}{3} = 0,04303$$

Oransal sönüm matrisi (Rayleigh Sönümü) oluşturulurken yapının sönüm oranı olarak sistemin mod sönümlenme faktörlerin ortalaması (0,04303) kullanılmıştır, sistemin sönüm oranı %5 kabul edilerek te aynı çözüm tekrarlanmıştır.



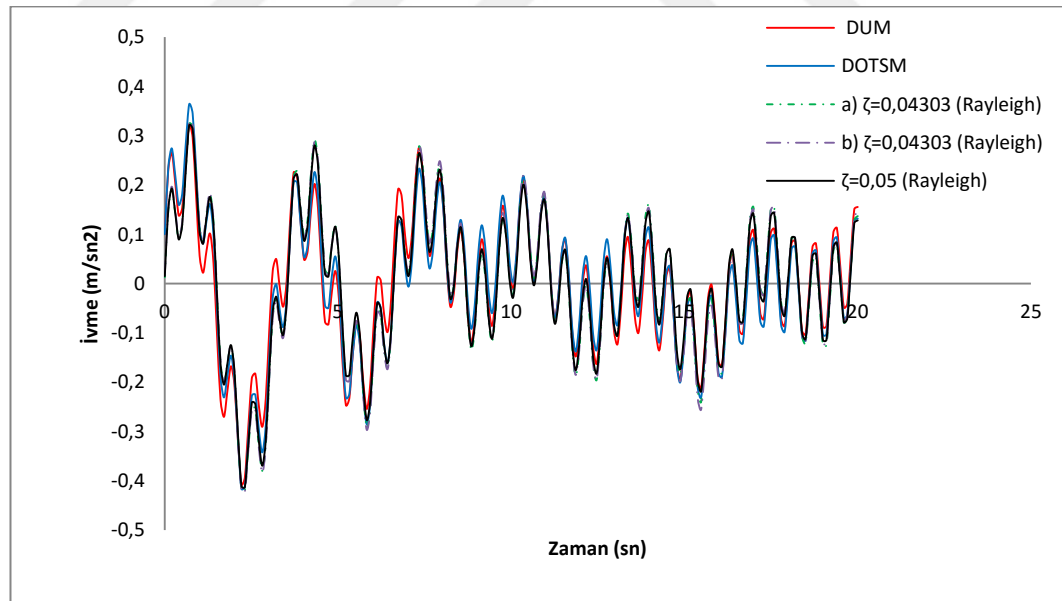
Şekil 4.12. 1. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.13. 1. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.14. 1. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.10. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler

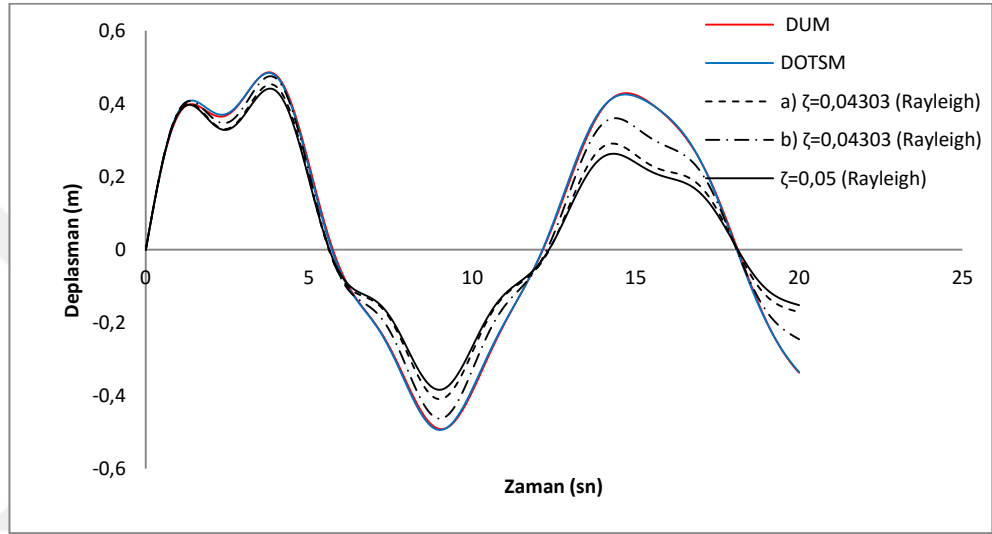
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,412	0,3375	1,407	0,2382	2,211	0,4073
DOTSM	2,513	0,3488	1,508	0,2476	2,211	0,4161
a) MÇM $\zeta = 0,043$	2,513	0,3373	1,508	0,251	2,312	0,4204
b) MÇM $\zeta = 0,043$	2,513	0,3474	1,508	0,2536	2,312	0,4227
MÇM $\zeta = 0,05$	2,513	0,331	1,508	0,2473	2,312	0,413

Çizelge 4.10'da deplasmanlarda gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (a) ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. Hızlarda gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM sönüm oranı %5, ikinci sırada DOTSM vermektedir. İvmelerde de aynı hızlardaki gibi sonuç vermektedir. En büyük tepkiler neredeyse aynı zamanda oluşmaktadır. Deplasman hız ve ivme grafiklerinden en yakın yanıt veren metod görebilmektedir. Birinci modda çizilen hız ve ivme grafikleri sinüs grafiğine çok benzer, çünkü harmonik yük birinci kata uygulanmaktadır.

Çizelge 4.11. 1. mod için mod sönümü ve frekanslar

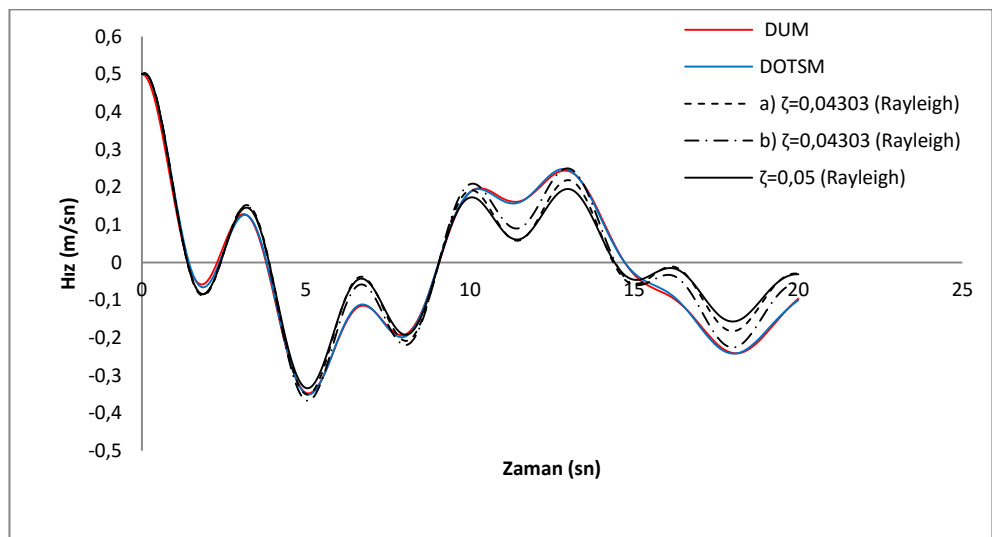
Yöntem	ζ_1	ω_1	ωd_1
DUM	0,0649	1,9115	1,9075
DOTSM	0,0644	1,9319	1,9278
a) MÇM $\zeta = 0,043$	0,0430	1,9319	1,9301
b) MÇM $\zeta = 0,043$	0,043	1,9319	1,9301
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,9319	1,9294

Çizelge 4.11’de görüldüğü gibi birinci modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0649 ve 1,9115 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıtı 0,0644 ve 1,9319 olarak bulunmaktadır. Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük, tersi halde frekanslar çok büyük elde edilmektedir.



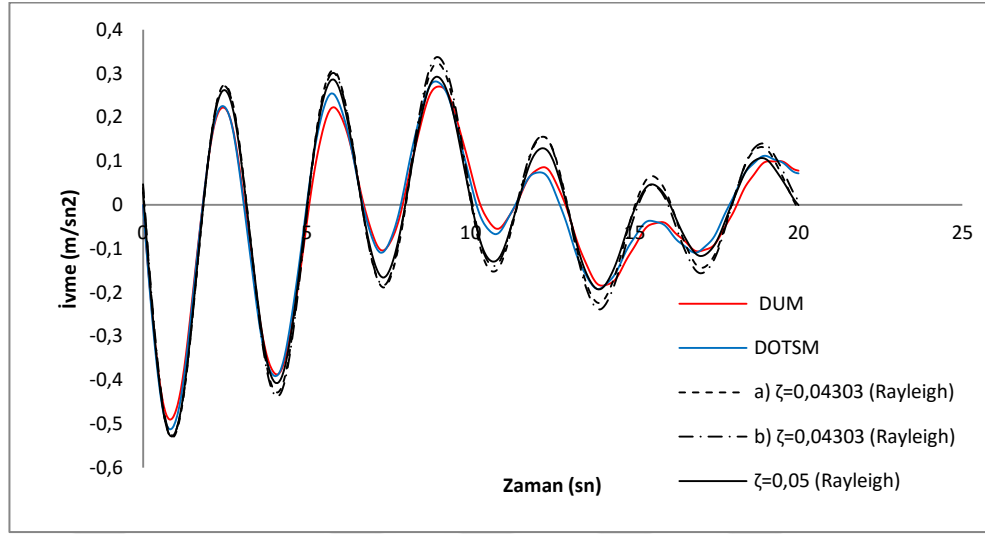
Şekil 4.15. 2. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.16. 2. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.17. 2. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.12. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler

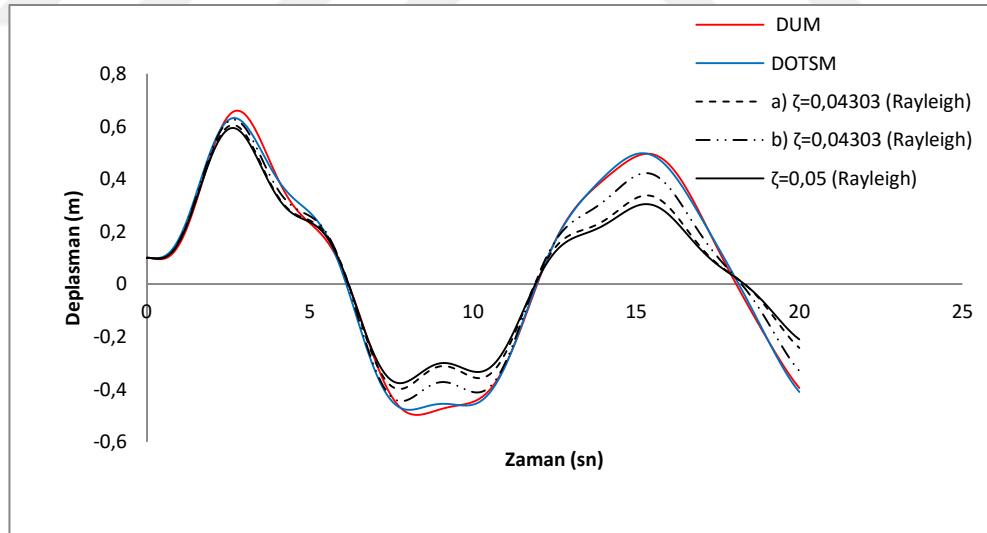
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	9,045 (3,819)	0,4914 (0,4858)	0	0,5	0,804	0,4895
DOTSM	9,045	0,4935	0	0,5	0,804	0,5116
a) MÇM ζ = 0,043	3,819	0,4532	0	0,5	0,9045	0,5315
b) MÇM ζ = 0,043	3,819	0,4753	0	0,5	0,9045	0,5255
MÇM ζ = 0,05	3,819	0,4413	0	0,5	0,9045	0,528

Çizelge 4.12’de gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM vermektedir. İkinci sırada MÇM (b) vermektedir. DUM (%0,5) ve DOTSM’ta en büyük deplasman tapkisi 9,045 saniyede oluşurken diğer yaklaşık metodlarda 3,819 saniyede oluşmaktadır.

Çizelge 4.13. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

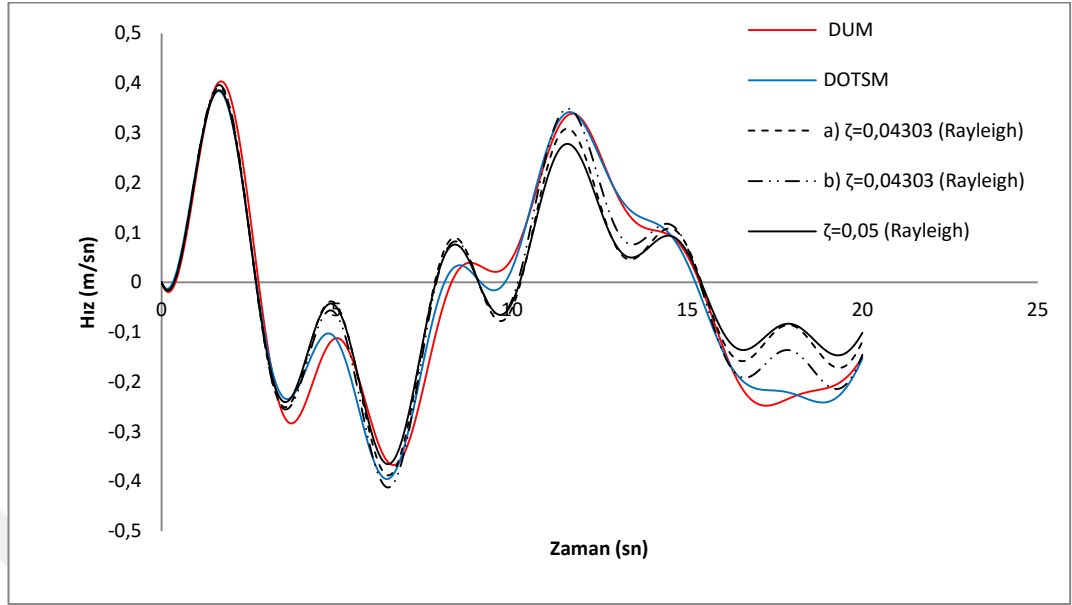
Yöntem	ζ_2	ω_2	ωd_2
DUM	0,0470	1,4273	1,4258
DOTSM	0,0471	1,4142	1,4126
a) MÇM $\zeta = 0,043$	0,0430	1,4142	1,4129
b) MÇM $\zeta = 0,043$	0,0373	1,4142	1,4132
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,4142	1,4124

Çizelge 4.13'te ikinci modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sıra ile 0,0470 ve 1,4247 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0471 ve 1,4142 olarak bulunmaktadır. 2. katın tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi, gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.



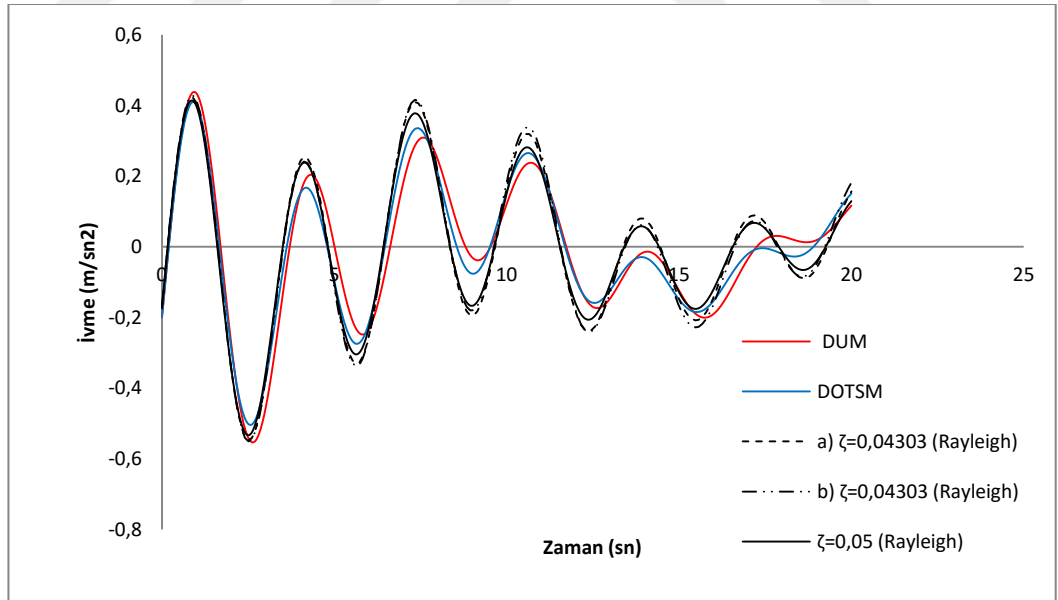
Şekil 4.18. 3. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.19. 3. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.20. 3. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.14. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,814	0,659	1,709 (6,432)	0,4037 (0,3586)	2,613	0,5531
DOTSM	2,714	0,6311	6,432	0,3955	2,613	0,5025
a) MÇM $\zeta = 0,043$	2,613	0,6049	1,608	0,3917	2,513	0,5482
b) MÇM $\zeta = 0,043$	2,613	0,6248	6,432	0,412	2,513	0,5504
MÇM $\zeta = 0,05$	2,613	0,5935	1,608	0,3852	2,513	0,5331

Çizelge 4.14'te görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. Bütün metodlar ile hesaplanan en büyük tepkilerin meydana gelmesi neredeyse aynı zamanda olmaktadır. DUM ile hesaplanan en büyük hız tepkisi 1,709 saniyede oluşurken, DOTSM ve MÇM (b) metodu ile en büyük tepki 6,432 saniyede oluşmaktadır, DUM ile hesaplanan hız tepkisi 6,432 saniyede 0,3586'ya denk gelmektedir.

Çizelge 4.15. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_3	ω_3	ωd_3
DUM	0,0172	0,5182	0,5182
DOTSM	0,0173	0,5176	0,5176
a) MÇM , $\zeta = 0,043$	0,0745	0,5176	0,5162
b) MÇM , $\zeta = 0,043$	0,0430	0,5176	0,5172
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,0866	0,5176	0,5157

Çizelge 4.15'te üçüncü modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0172 ve 0,5182 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0173 ve 0,5176 olarak bulunmaktadır. Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan

mod sönüm oranı gerçek çözümden çok büyüktür. 3. katın tepkilerinin grafiğinden görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.

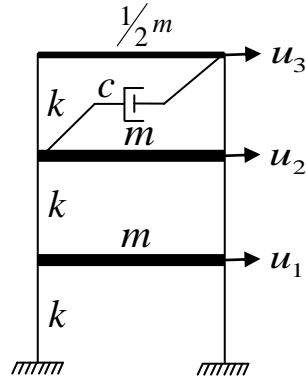
Çizelge 4.16. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,7646	0,5073	0,8345
DOTSM	0,7654	0,5073	0,8291
a) MÇM, $\zeta = 0,043$	0,7085	0,5075	0,8716
b) MÇM, $\zeta = 0,043$	0,7387	0,5077	0,8705
MÇM, $\zeta = 0,05$	0,6975	0,5071	0,8564

Çizelge 4.16'da deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın değer $0,7654 m$, hızlarda en yakın $0.5073 m/sn$ ve ivmelerden en yakın olan $0.8291 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Çizelge 4.16'daki dört yaklaşık metottan iki metot, DOTSM ve MÇM (b) gerçek çözüme çok yakın yanıt vermiştir. Yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%5) yapmıştır, sapma oranı %8,77 olmuştur.

4.3. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen sönümleyicisi son katta olan üç katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip en büyük tepkilerin hangi saniyede olduğu bir çizelgede gösterilecektir. Son olarak, binanın en büyük tepkilerini KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.21. Sönümleyicisi son katta olan üç katlı bina

Sistemin başlangıç koşulları $\underline{u}(0) = \{0 \ 0 \ 0,1\}^T m$, $\dot{\underline{u}}(0) = \{0 \ 0,5 \ 0\}^T m/sn$ ve uygulanan dinamik yük $f_1 = 0,1 \sin(\pi t/0,3)$ olarak verilmiştir. Sistemin parametreleri $m = 1 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kN/m}$ ve $c = 0,2 \text{ kNs/m}$ olarak verilmiştir.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & -0,2 \\ 0 & -0,2 & 0,2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 0,1 \sin(\pi t/0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{u}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m \quad \dot{\underline{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

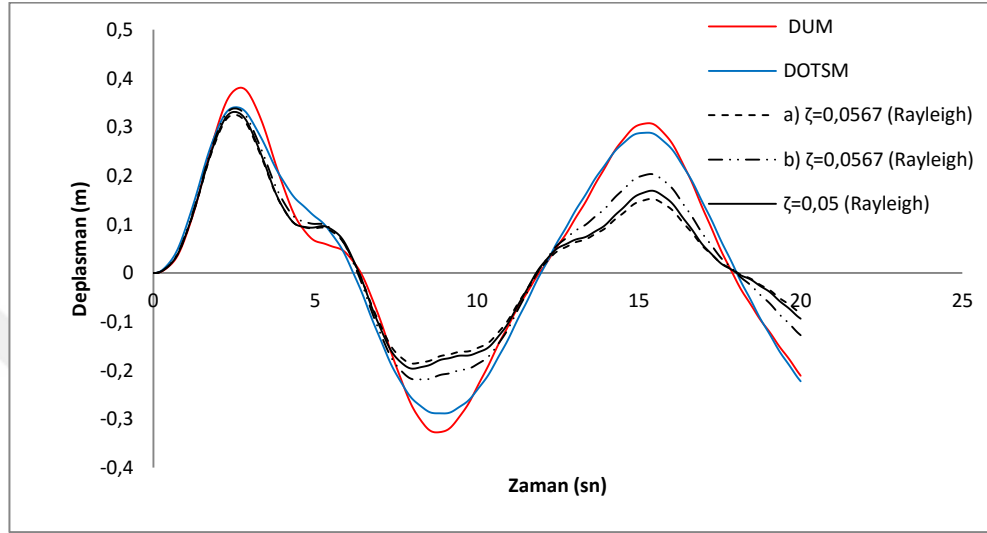
4.3.1. Sistemin mod sönümleme faktörleri

Durum-Uzayı metodu ile hesaplandığında,

$$\zeta_1 = 0,1251 \quad \zeta_2 = 0,0427 \quad \zeta_3 = 0,0023$$

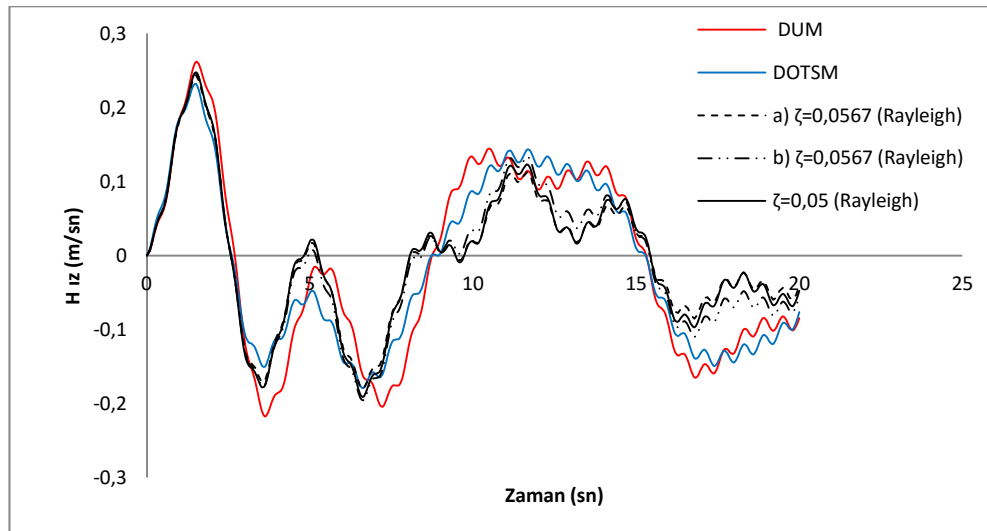
olarak elde edilir.

Oransal sönüm matrisi (Rayleigh Sönümü) oluşturulurken yapının sönüm oranı olarak sistemin mod sönümlenme faktörlerin ortalaması (0,0567) kullanılmış, sistemin sönüm oranı %5 kabul edilerek te aynı çözüm yapılmıştır.



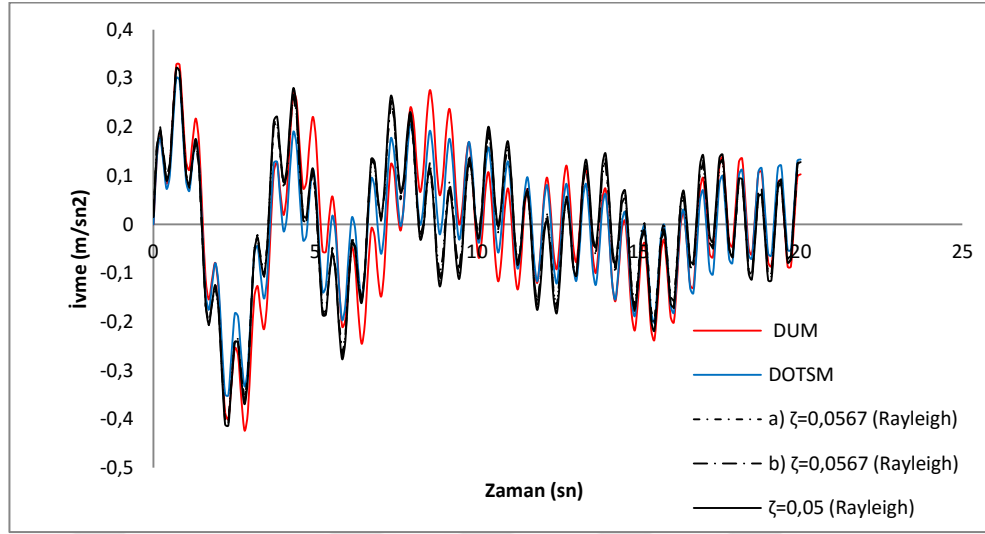
Şekil 4.22. 1. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.23. 1. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu , b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.24. 1. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile luşturulmuştur

Çizelge 4.17. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler

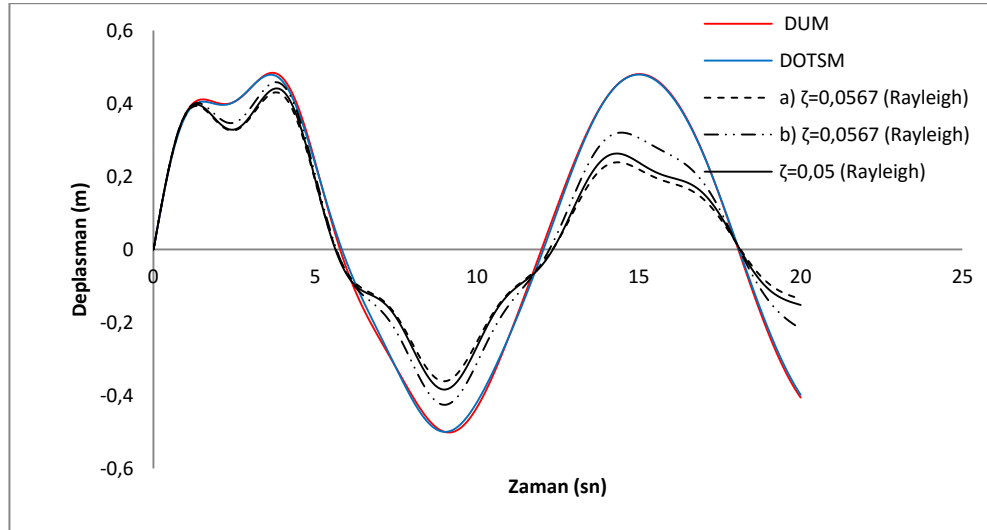
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,714	0,3087	1,508	0,2617	2,814	0,4236
DOTSM	2,513	0,3405	1,508	0,2317	2,312	0,351
a) MÇM ζ = 0,0567	2,513	0,3252	1,508	0,2438	2,312	0,406
b) MÇM ζ = 0,0567	2,513	0,3382	1,508	0,2471	2,312	0,4089
MÇM ζ = 0,05	2,513	0,331	1,508	0,2473	2,312	0,413

Çizelge 4.17’de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (a) ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. Hızlarda gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (%5), ikinci sırada MÇM (b) metodu vermektedir. İvmelerde de aynı durum vardır. Birinci katın çizilen hız ve ivme grafikleri sinüs grafiğine çok benzer, çünkü harmonik yük birinci kata uygulanmaktadır.

Çizelge 4.18. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

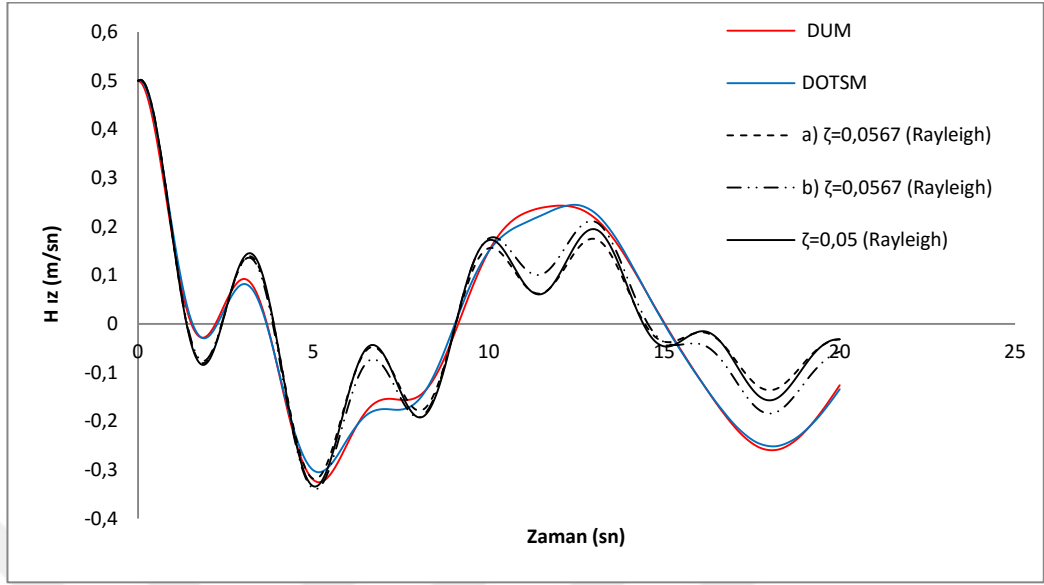
Yöntem	ζ_1	ω_1	ωd_1
DUM	0,1251	1,8973	1,8824
DOTSM	0,1202	1,9319	1,9179
a) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,0567	1,9319	1,9287
b) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,0567	1,9319	1,9287
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,9319	1,9294

Çizelge 4.18’de görüldüğü gibi birinci modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sıra ile 0,1251 ve 1,8973 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,1202 ve 1,9319 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük çıkmaktadır.



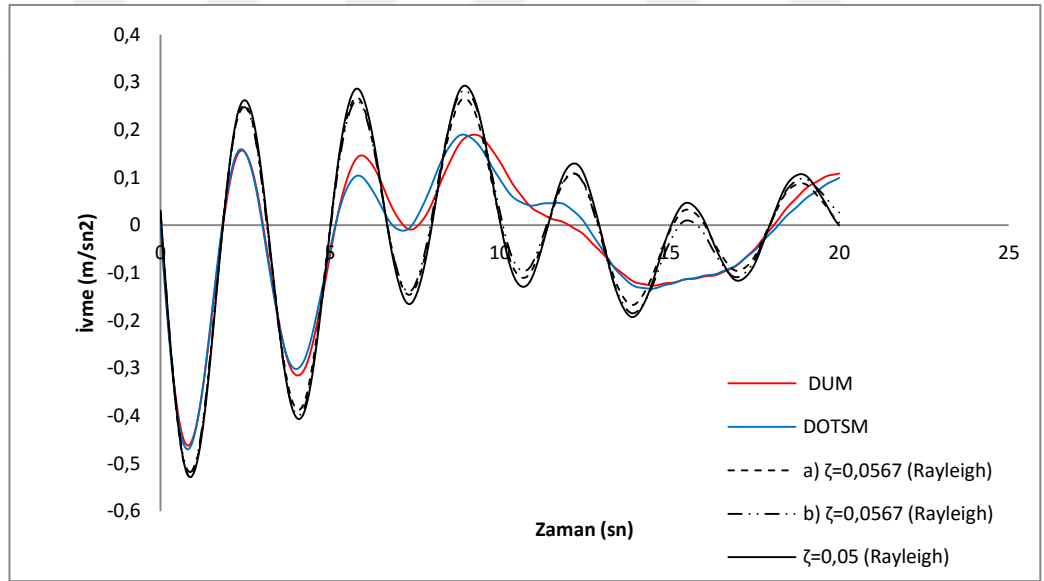
Şekil 4.25. 2. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.26. 2. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.27. 2. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.19. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	9,146 (3,819)	0,5011 (0,4819)	0	0,5	0,804	0,4623
DOTSM	9,045	0,4993	0	0,5	0,804	0,4703
a) MÇM $\zeta = 0,0567$	3,819	0,4303	0	0,5	0,9045	0,5246
b) MÇM $\zeta = 0,0567$	3,819	0,4581	0	0,5	0,9045	0,5169
MÇM $\zeta = 0,05$	3,819	0,4413	0	0,5	0,804	0,5244

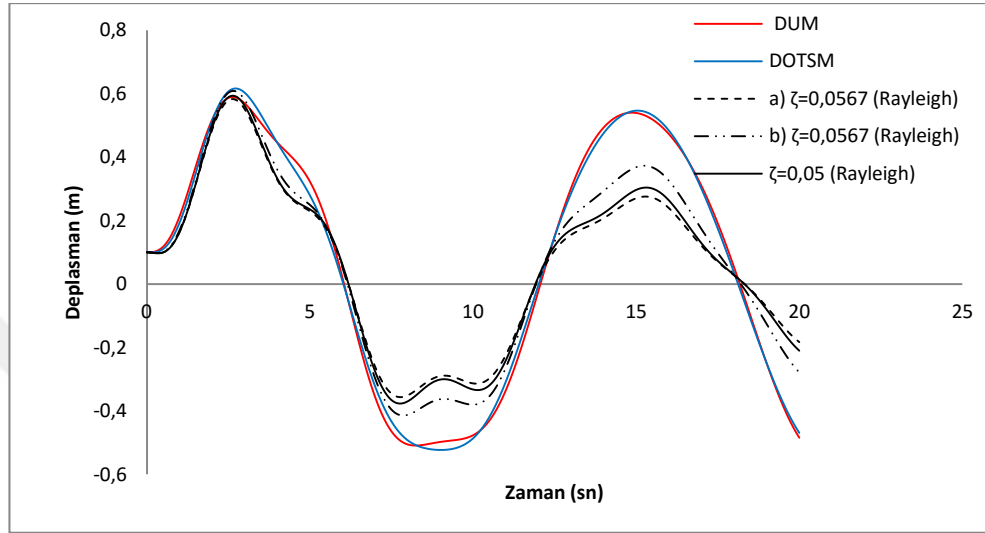
Çizelge 4.19’da görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. DUM ve DOTSM ile hesaplanan en büyük deplasman tepkisi 9,146 ve 9,045 saniyede oluşurken diğer yaklaşık metodlar 3,819 saniyede oluşmaktadır, DUM ile hesaplanan 3,819 saniyedeki deplasman 0,4819’e denk gelmektedir.

Çizelge 4.20. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_2	ω_2	ωd_2
DUM	0,0427	1,4396	1,4383
DOTSM	0,0471	1,4142	1,4126
a) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,0567	1,4142	1,4119
b) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,0491	1,4142	1,4125
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,4142	1,4124

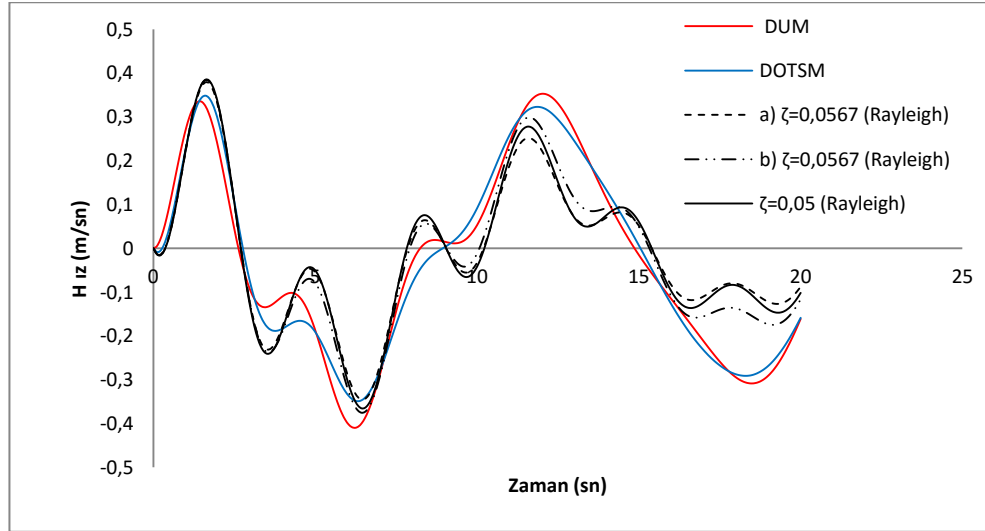
Çizelge 4.20’de görüldüğü gibi ikinci modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0427 ve 1,4396 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en

yakın yanıt 0,0471 ve 1,4142 (DOTSM) olarak bulunmaktadır. 2. katın tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.



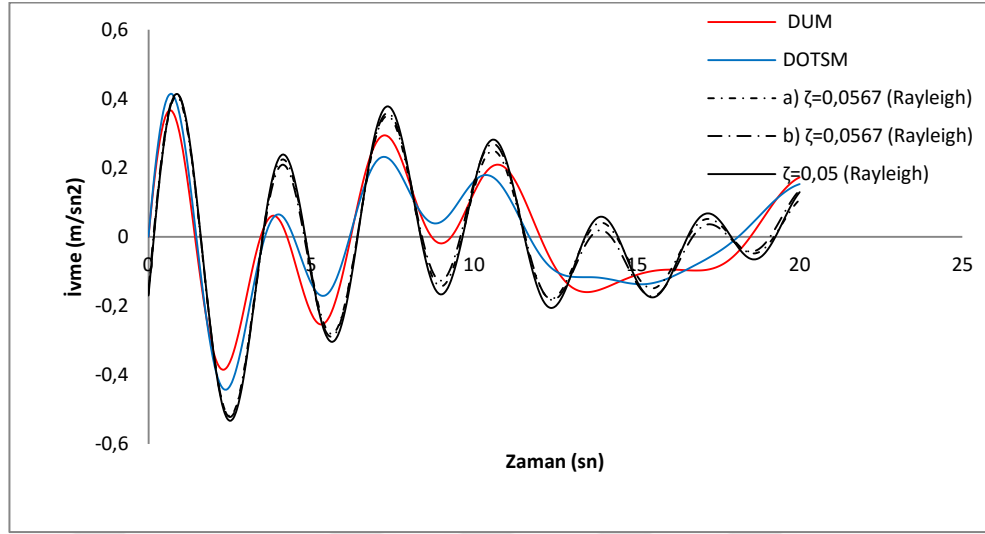
Şekil 4.28. 3. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki mod, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.29. 3. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.30. 3. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.21. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,613	0,5894	6,231 (1,608)	0,4096 (0,3243)	2,312	0,3851
DOTSM	2,714	0,6164	6,332	0,3488	2,412	0,442
a) MÇM ζ = 0,0567	2,613	0,5829	1,608	0,3791	2,513	0,5191
b) MÇM ζ = 0,0567	2,613	0,6083	1,608	0,3841	2,513	0,522
MÇM ζ = 0,05	2,613	0,5935	1,608	0,3852	2,513	0,5331

Çizelge 4.21'de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (a), ikinci sırada MÇM (%0,5) vermektedir. Hızlarda gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (%0,5), ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. İvmelerde gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM ikinci sırada MÇM (a) vermektedir. DUM ile elde edilen en büyük hız tepkisi 6,231

saniyede oluşurken son üç yaklaşık metot ile 1,608 saniyede oluşmaktadır, ki DUM ile hesaplanan 1,608 saniyedeki hız tepkisi 0,3243'e denk gelmektedir.

Çizelge 4.22. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_3	ω_3	ωd_3
DUM	0,0023	0,5178	0,5178
DOTSM	0,0023	0,5176	0,5176
a) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,0982	0,5176	0,5151
b) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,0567	0,5176	0,5168
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0866	0,5176	0,5157

Çizelge 4.22'de görüldüğü gibi üçüncü modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sıra ile 0,0172 ve 0,5182 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0173 ve 0,5176 olarak bulunmaktadır (DOTSM). 3. katın tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, kesikli siyah çizgiler vermektedir.

Çizelge 4.23. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,7823	0,5093	0,7367
DOTSM	0,7826	0,5091	0,7347
a) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,6871	0,5067	0,8424
b) MÇM $\zeta = 0,0567$	0,7254	0,5068	0,8408
MÇM $\zeta = 0,05$	0,6975	0,5071	0,8564

Çizelge 4.23'te görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın değer $0,7826 m$ MÇM (b), hızlardan en yakın olan $0,5091 m/sn$ DOTSM, ve ivmelerde en yakın olan $0,7347 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Çizelge 4.23'teki dört yaklaşık metot ile hesaplanan tepkilere göre iki metot DOTSM ve MÇM (b) gerçek çözüme çok yakın yanıt vermiştir. Yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) yapmıştır, sapma oranı %16,24 olmuştur.

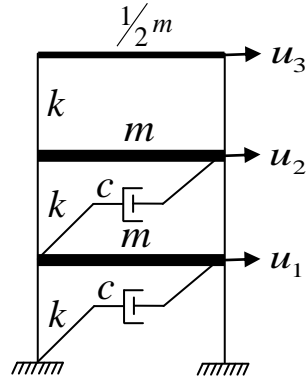
Sönümleyicisi farklı katlarda olan üç katlı binanın gerçek ve yaklaşık titreşim grafikleri, doğal frekansları ve mod sönüm oranları hesaplanmıştır. Çeşitli metodlar ile yaklaşık tepkiler elde edilmiştir. Yaklaşık metodlardan gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren DOTSM olmuştur.

Sistemin sönüm matrisini değiştirerek yaklaşık metodlar ile hesaplanan doğal frekanslar değişmemiştir. Halbuki gerçek çözüm ile hesaplanan doğal frekanslar değişmiştir.

Sönümleyicisi ilk katta olan bina diğerlerinden daha rijittir, çünkü binanın doğal frekansları diğerlerinden daha büyüktür. Yukarıdaki üç örnekten görüldüğüne göre tek sönümleyicinin konulması gereken en uygun kat birinci kat olduğu görülmüştür.

4.4. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen sönümleyicisi ilk iki katta olan üç katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamı) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip en büyük tepkilerin hangi saniyede oluştuğu bir çizelgede gösterilecektir. Son olarak, binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.31. Sönümleyicisi ilk iki katta olan üç katlı bina

Sistemin başlangıç koşulları $\underline{u}(0) = \{0 \ 0 \ 0,1\}^T m$, $\underline{\dot{u}}(0) = \{0 \ 0,5 \ 0\}^T m/sn$ ve uygulanan dinamik yük $f_1 = 0,1\sin(\pi t/0,3)$ olarak verilmiştir. Sistemin parametreleri $m = 1 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kN/m}$ ve $c = 0,2 \text{ kNs/m}$ olarak verilmiştir.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0,4 & -0,2 & 0 \\ -0,2 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 0,1\sin(\pi t/0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m \quad \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

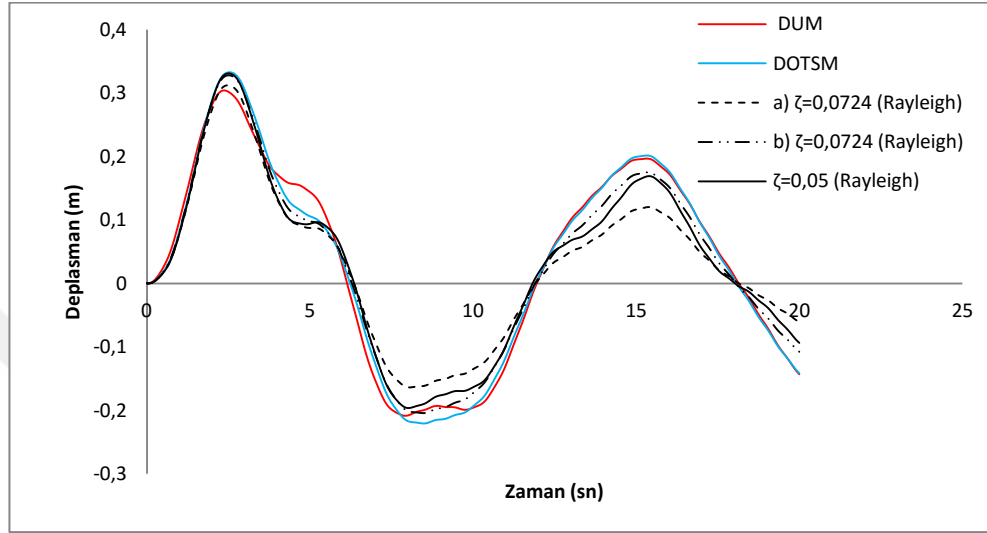
4.4.1. Sistemin mod sönümleme faktörleri

Durum-Uzayı metodu ile hesaplandığında,

$$\zeta_1 = 0,0718 \quad \zeta_2 = 0,0959 \quad \zeta_3 = 0,0495$$

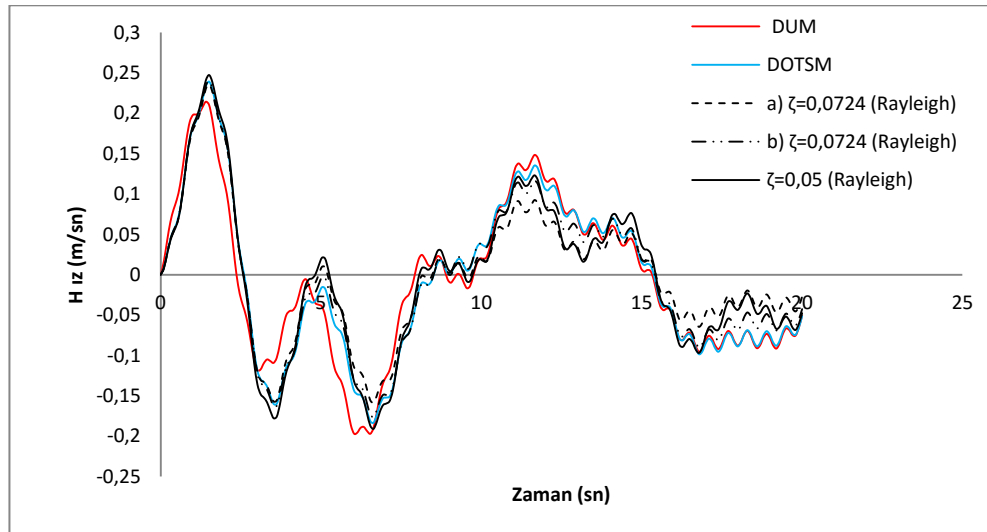
olarak elde edilir.

Oransal sönüm matrisi (Rayleigh Sönümü) oluşturulurken yapının sönüm oranı olarak sistemin mod sönümlenme faktörlerin ortalaması (0,0724) kullanılmıştır, sistemin sönüm oranı %5 kabul edilerek aynı çözüm yapılmıştır.



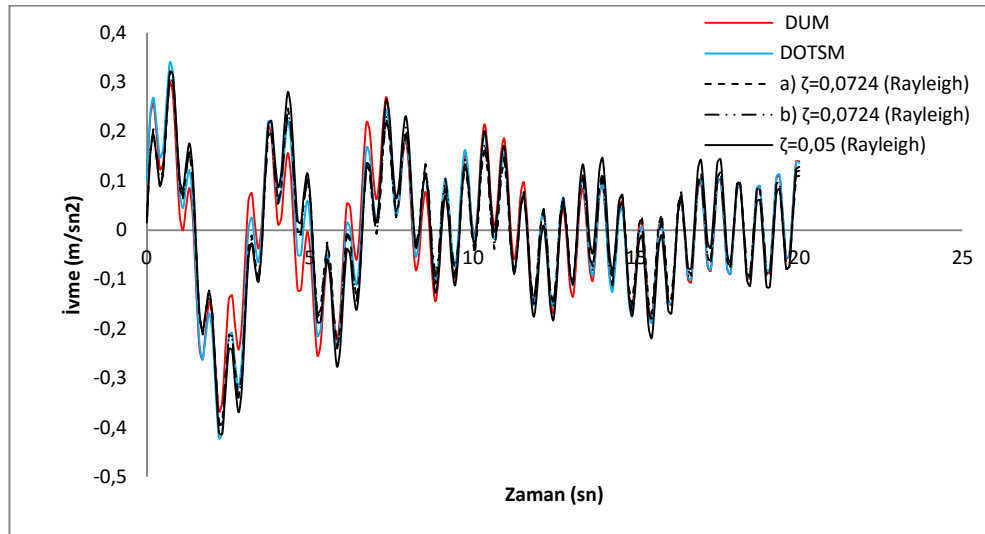
Şekil 4.32. 1. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.33. 1. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.34. 1. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.24. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler

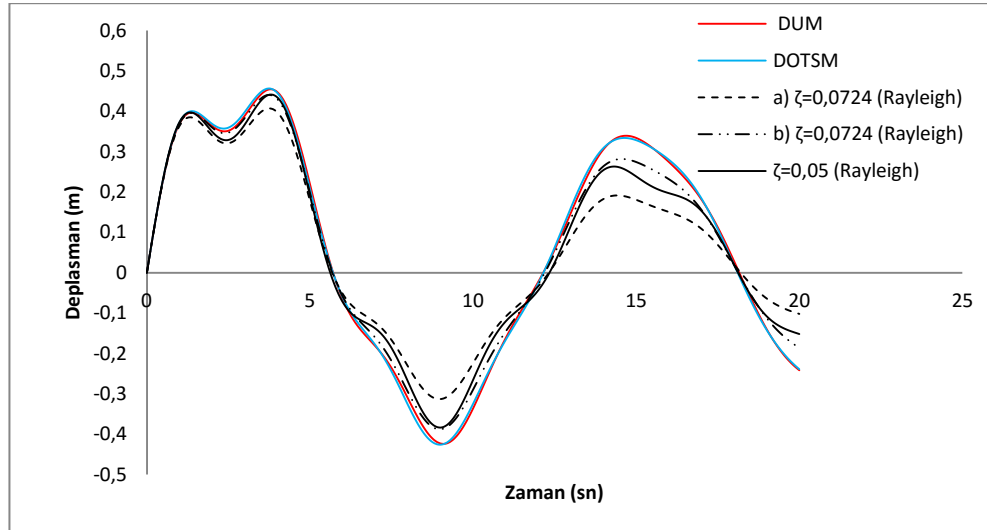
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,412	0,3039	1,407	0,2142	2,211	0,3675
DOTSM	2,513	0,3328	1,508	0,2391	2,211	0,4218
a) MÇM ζ = 0,0724	2,513	0,3121	1,508	0,2353	2,312	0,3928
b) MÇM ζ = 0,0724	2,513	0,3281	1,508	0,2399	2,211	0,3956
MÇM ζ = 0,05	2,513	0,331	1,508	0,2473	2,312	0,413

Çizelge 4.24'te görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (a), ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. Hızlarda gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (a), ikinci sırada DOTSM vermektedir. İvmelerde de aynı sonucu vermektedir. Birinci modda çizilen hız ve ivme grafikleri sinüs grafiğine çok benzer, çünkü harmonik yük birinci kata uygulanmaktadır.

Çizelge 4.25. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

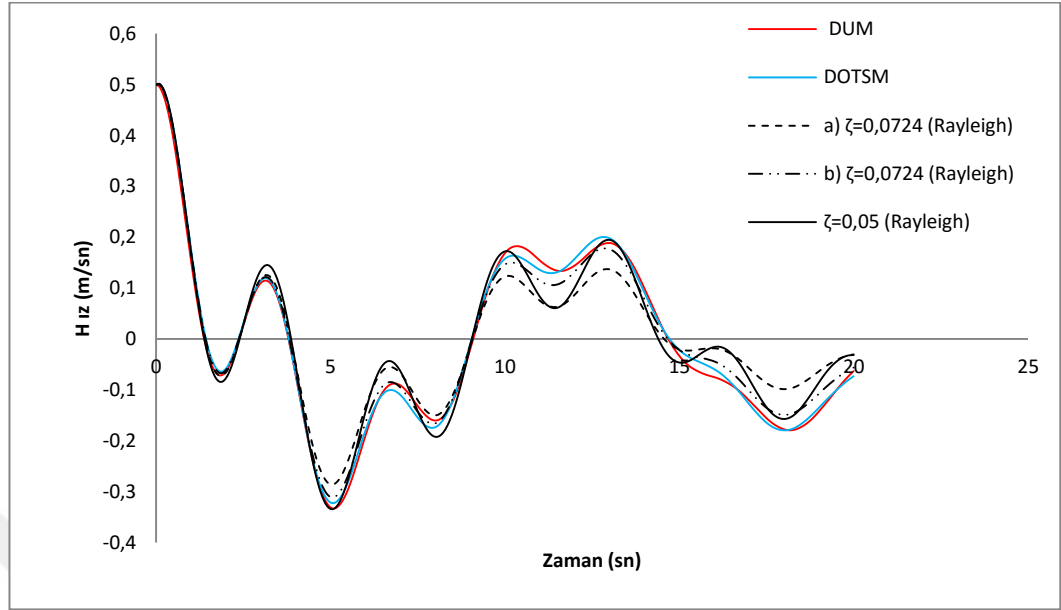
Yöntem	ζ_1	ω_1	ωd_1
DUM	0,0718	1,8949	1,8901
DOTSM	0,0730	1,9319	1,9267
a) MÇM $\zeta = 0,0724$	0,0724	1,9319	1,9268
b) MÇM $\zeta = 0,0724$	0,0724	1,9319	1,9268
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,9319	1,9294

Çizelge 4.25'te görüldüğü gibi birinci modda binanın gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,07181 ve 1,8949 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,073 1,9319 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları gerçek çözüme yakın çıkmakta ancak frekanslar çok büyük olduğu görülmektedir.



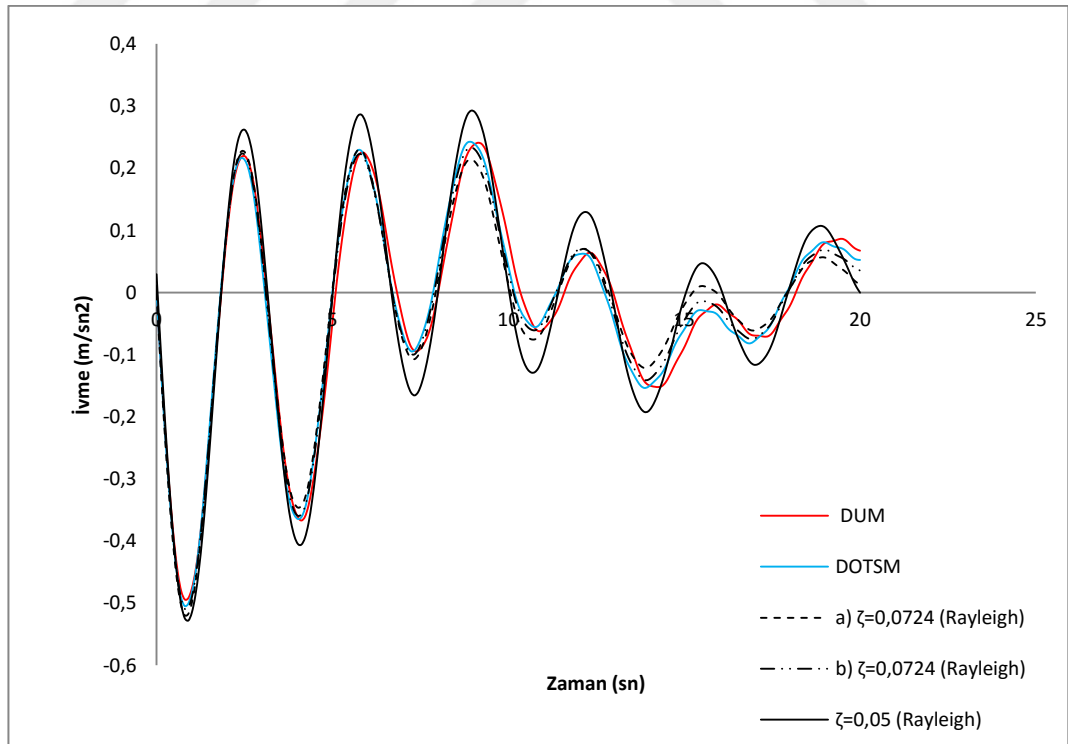
Şekil 4.35. 2. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.36. 2. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.37. 2. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.26. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	3,819	0,4543	0	0,5	0,804	0,4941
DOTSM	3,719	0,4562	0	0,5	0,804	0,5046
a) MÇM $\zeta = 0,0724$	3,719	0,4068	0	0,5	0,804	0,5196
b) MÇM $\zeta = 0,0724$	3,719	0,4403	0	0,5	0,804	0,5092
MÇM $\zeta = 0,05$	3,819	0,4413	0	0,5	0,9045	0,528

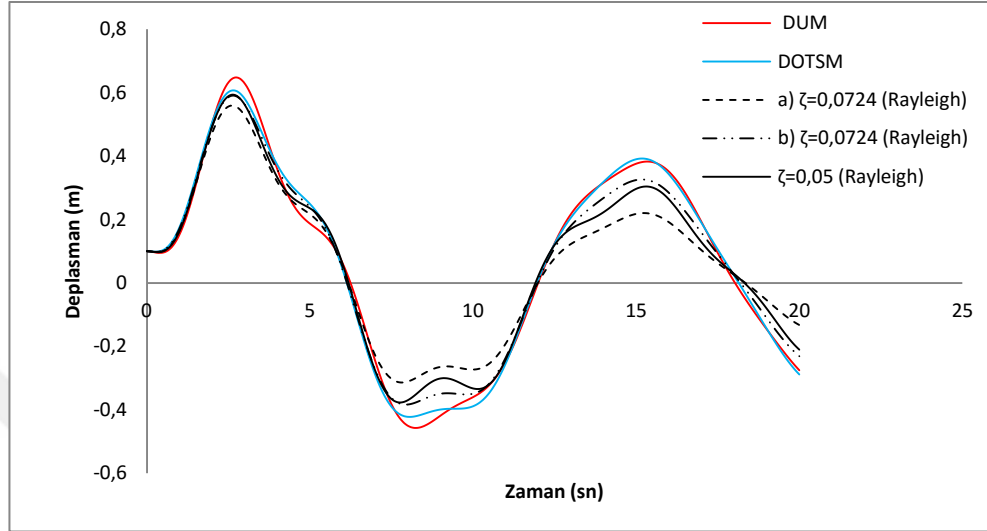
Çizelge 4.26'da görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi DOTSM vermektedir. Çizelge 4.26'daki metodlar ile hesaplanan en büyük tepkiler aynı zamanda oluşmaktadır.

Çizelge 4.27. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_2	ω_2	ωd_2
DUM	0,0959	1,4413	1,4347
DOTSM	0,0943	1,4142	1,4079
a) MÇM $\zeta = 0,0724$	0,0724	1,4142	1,4105
b) MÇM $\zeta = 0,0724$	0,0627	1,4142	1,4114
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,4142	1,4124

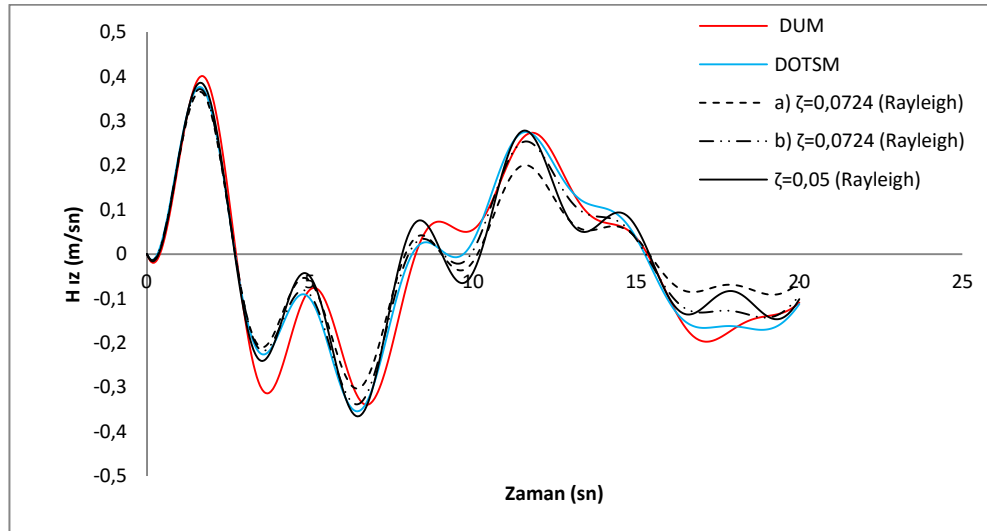
Çizelge 4.27'de ikinci modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0959 ve 1,4413 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0943 ve 1,4142 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Son üç yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir, aynı halde frekanslar

da küçük elde edilmektedir. 2. katın en büyük tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.



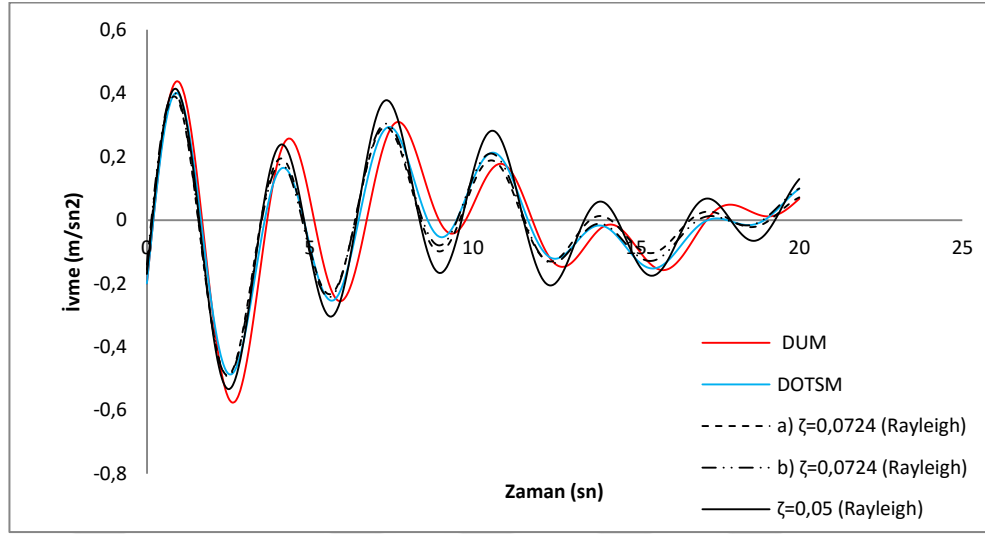
Şekil 4.38. 3. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.39. 3. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.40. 3. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.28. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,714	0,6478	1,709	0,4007	2,613	0,5752
DOTSM	2,613	0,6068	1,608	0,3761	2,513	0,4856
a) MÇM ζ = 0,0724	2,613	0,5593	1,608	0,3653	2,513	0,4882
b) MÇM ζ = 0,0724	2,613	0,5905	1,608	0,3714	2,513	0,4918
MÇM ζ = 0,05	2,613	0,5935	1,608	0,3852	2,513	0,5331

Çizelge 4.28'de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi DOTSM vermektedir. Hızlarda en yakın tepkiyi MÇM (%0,5) vermektedir. İvmelerde en yakın tepkiyi yine MÇM (%0,5) vermektedir. Hesaplanan en büyük tepkiler neredeyse aynı zamanda oluşmaktadır.

Çizelge 4.29. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_3	ω_3	ωd_3
DUM	0,0495	0,5177	0,5171
DOTSM	0,0495	0,5176	0,5170
a) MÇM $\zeta = 0,0724$	0,1254	0,5176	0,5136
b) MÇM $\zeta = 0,0724$	0,0724	0,5176	0,5163
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0866	0,5176	0,5157

Çizelge 2.29'da üçüncü modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,0495 ve 0,5177 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0495 ve 0,5176 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları gerçek çözümden çok büyüktür. 3. katın çizilen tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıt, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.

Çizelge 4.30. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

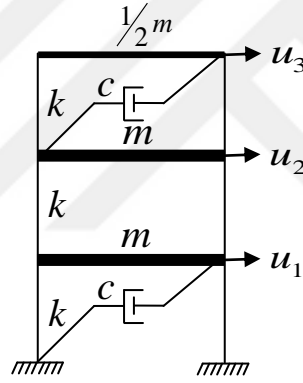
Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,7323	0,5055	0,8313
DOTSM	0,7325	0,5055	0,8175
a) MÇM , $\zeta = 0,0724$	0,6645	0,5058	0,8140
b) MÇM , $\zeta = 0,0724$	0,7105	0,5059	0,8109
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,6975	0,5071	0,8564

Çizelge 4.30'da deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın değeri 0,7325 m, hızlardan en yakın 0,5055 m/sn ve ivmelerden en yakın 0,8175 m/sn² DOTSM ile hesaplanmıştır. Çizelge 4.30'deki dört yaklaşık metottan iki metot DOTSM ve MÇM (b) gerçek

çözümüne çok yakın yanıt vermiştir. Yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (a) yapmıştır, sapma oranı %9,25 olmuştur.

4.5. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen sönümleyicisi ilk ve son katta olan üç katlı binanın toplam titreşim tepkileri (serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip en büyük tepkilerin hangi saniyede oluştuğu bir çizelgede gösterilecektir. Son olarak, binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.41. Sönümleyicisi ilk ve son katta olan üç katlı bina

Sistemin başlangıç koşulları $\underline{u}(0) = \{0 \ 0 \ 0,1\}^T m$, $\dot{\underline{u}}(0) = \{0 \ 0,5 \ 0\}^T m/sn$ ve uygulanan dinamik yük $f_1 = 0,1 \sin(\pi t/0,3)$ olarak verilmiştir. Sistemin parametreleri $m = 1 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kN/m}$ ve $c = 0,2 \text{ kNs/m}$ olarak verilmiştir.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & -0,2 \\ 0 & -0,2 & 0,2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{f}(t) = \begin{bmatrix} 0,1 \sin(\pi t / 0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{u}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} \quad m \quad \underline{\dot{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ m/sn}$$

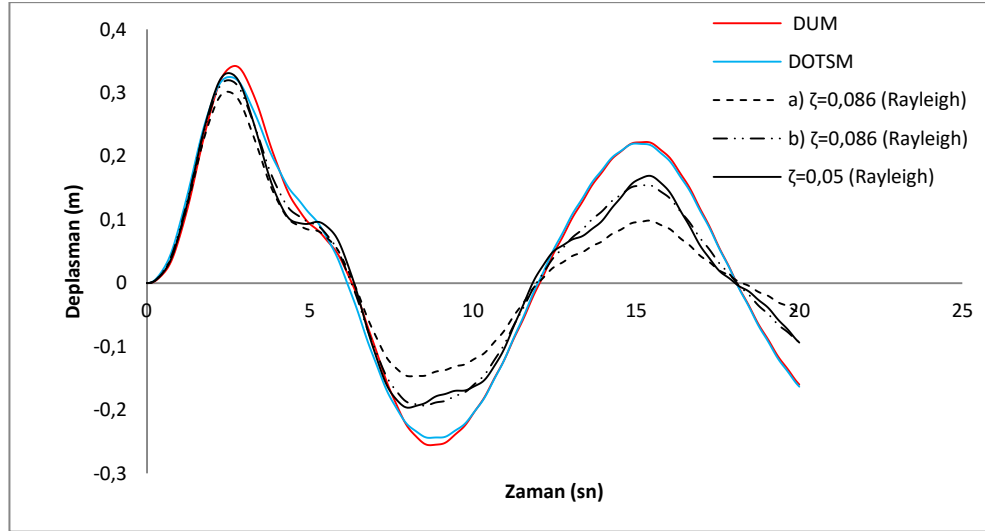
4.5.1. Sistemin mod sönümlenme faktörleri

Durum-Uzayı metodu ile hesaplandığında,

$$\zeta_1 = 0,1304 \quad \zeta_2 = 0,093 \quad \zeta_3 = 0,0345$$

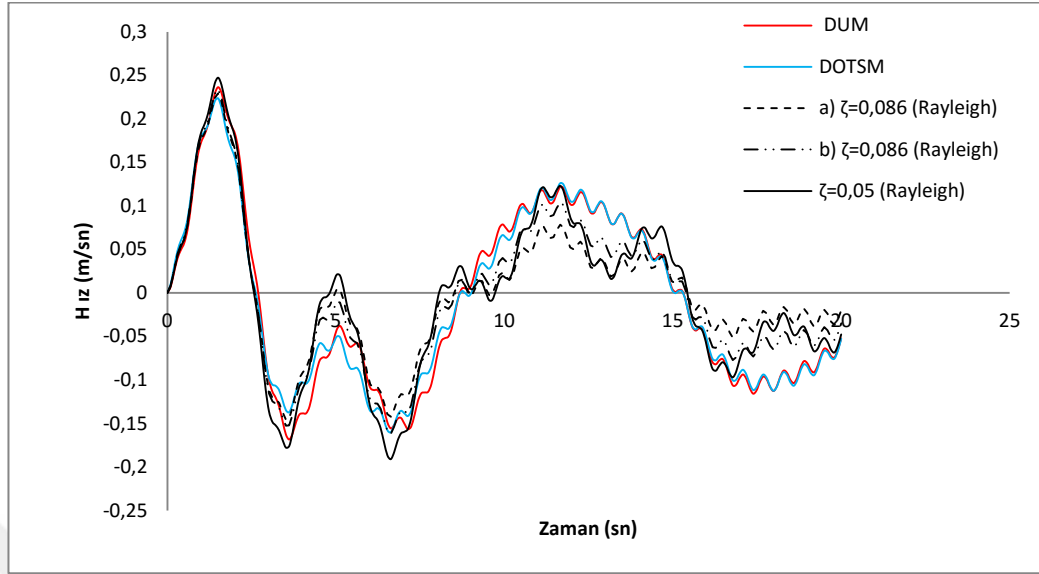
olarak elde edilir.

Oransal sönüm matrisi (Rayleigh Sönümü) oluşturulurken yapının sönüm oranı olarak sistemin mod sönümlenme faktörlerin ortalaması (0,086) kullanılmıştır. Sistemin sönüm oranı %5 kabul edilerek te aynı çözüm yapılmıştır.



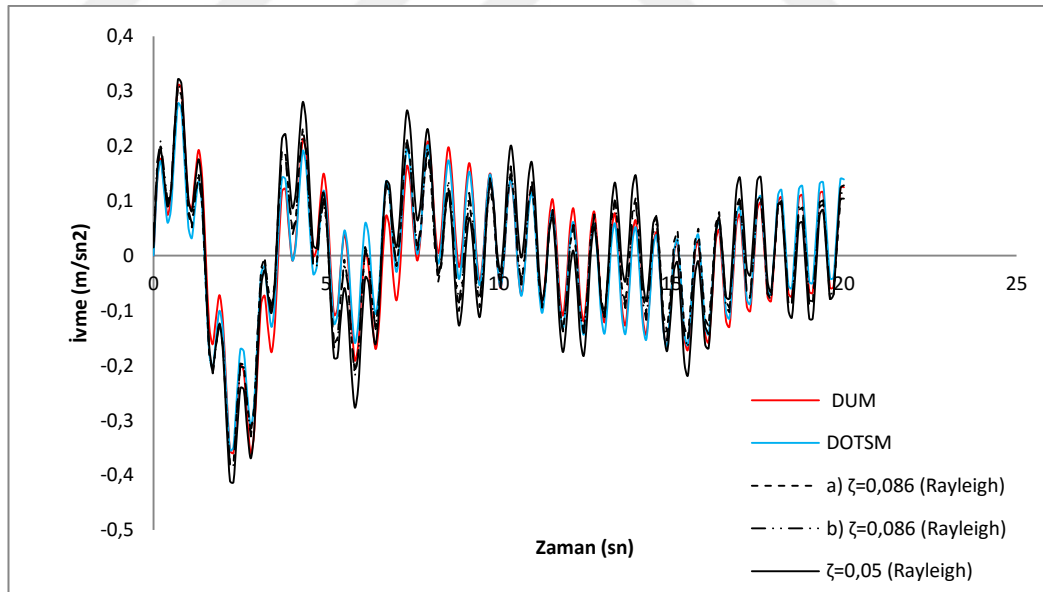
Şekil 4.42. 1. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.43. 1. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.44. 1. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.31. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,714	0,3423	1,508	0,2364	2,814	0,36
DOTSM	2,513	0,3248	1,508	0,2235	2,312	0,3487
a) MÇM $\zeta = 0,086$	2,513	0,3014	1,508	0,2292	2,211	0,3827
b) MÇM $\zeta = 0,086$	2,513	0,32	1,508	0,2339	2,211	0,3858
MÇM $\zeta = 0,05$	2,513	0,331	1,508	0,2473	2,312	0,413

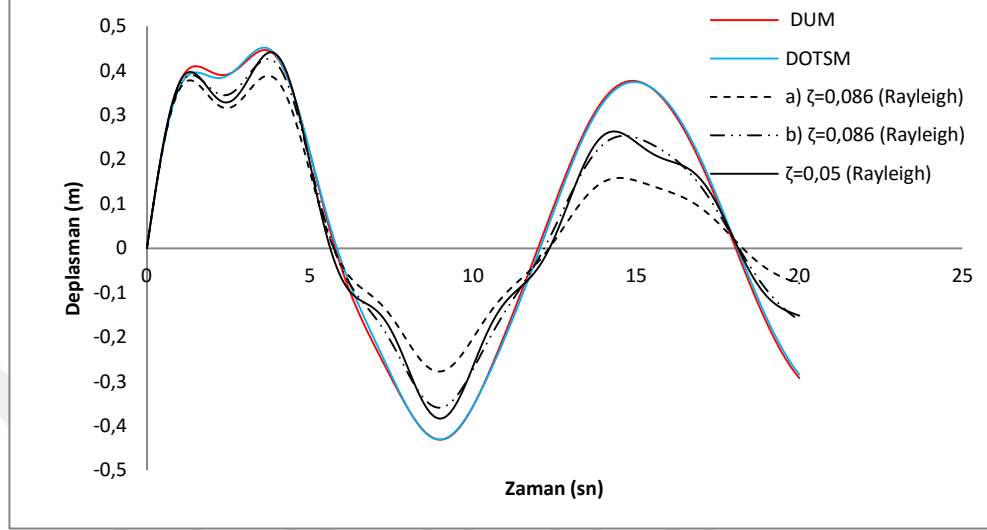
Çizelge 4.31’de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (%0,5), ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. Hızlarda gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada MÇM (b), ikinci sırada MÇM (a) metodu vermektedir. İvmelerde gerçek çözüme en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM, ikinci sırada MÇM (b) metodu vermektedir.

Çizelge 4.32. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_1	ω_1	ωd_1
DUM	0,1304	1,9117	1,8954
DOTSM	0,1288	1,9319	1,9158
a) MÇM $\zeta = 0,086$	0,0860	1,9319	1,9247
b) MÇM $\zeta = 0,086$	0,0860	1,9319	1,9247
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,9319	1,9294

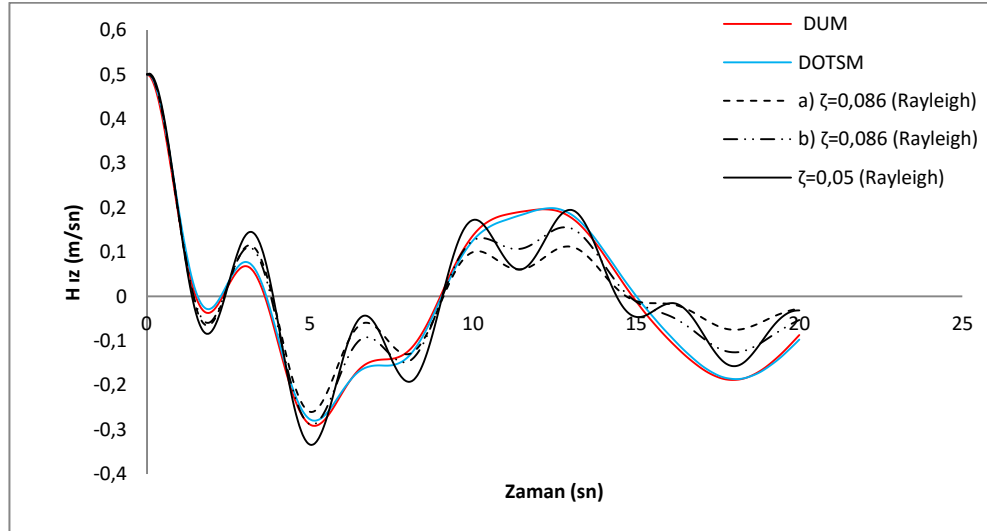
Çizelge 4.32’de görüldüğü gibi birinci modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,1304 ve 1,9117 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,1288 ve 1,9319 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar

ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir ama frekanslar çok büyük elde edilmektedir.



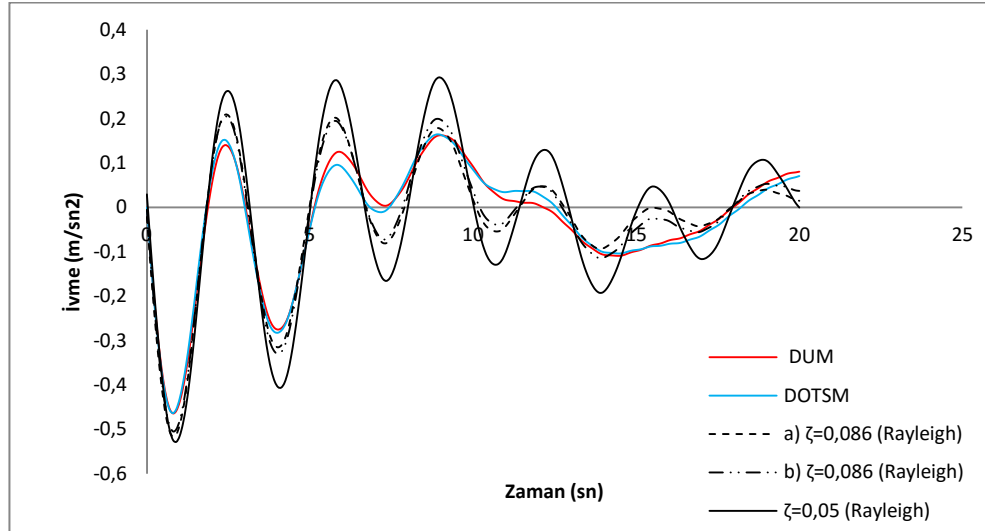
Şekil 4.45. 2. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.46. 2. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.47. 2. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.33. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler

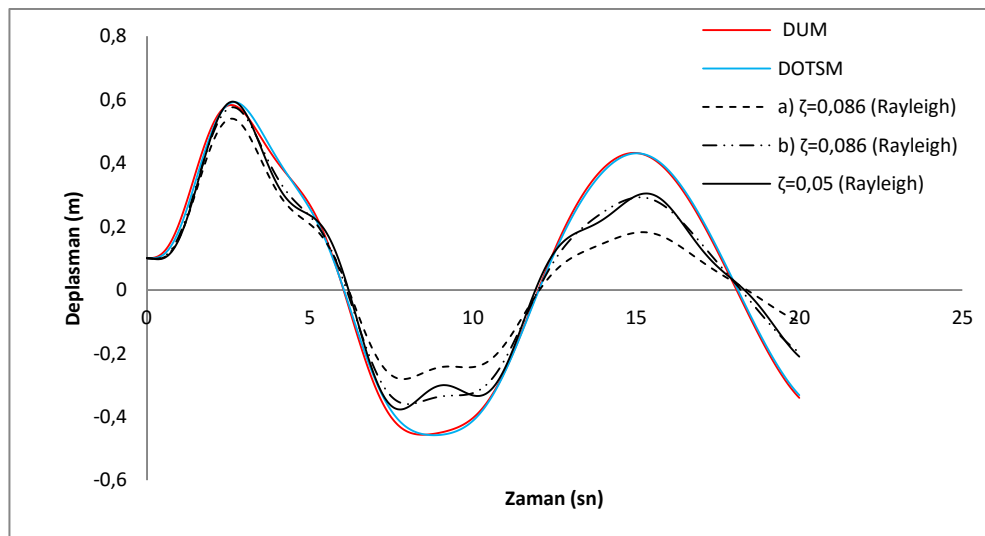
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	3,618	0,4463	0	0,5	0,804	0,4641
DOTSM	3,618	0,4517	0	0,5	0,804	0,4634
a) MÇM $\zeta = 0,086$	3,719	0,388	0	0,5	0,804	0,5168
b) MÇM $\zeta = 0,086$	3,719	0,4263	0	0,5	0,804	0,5047
MÇM $\zeta = 0,05$	3,819	0,4413	0	0,5	0,9045	0,528

Çizelge 4.33'te görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi DOTSM vermektedir.

Çizelge 4.34. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

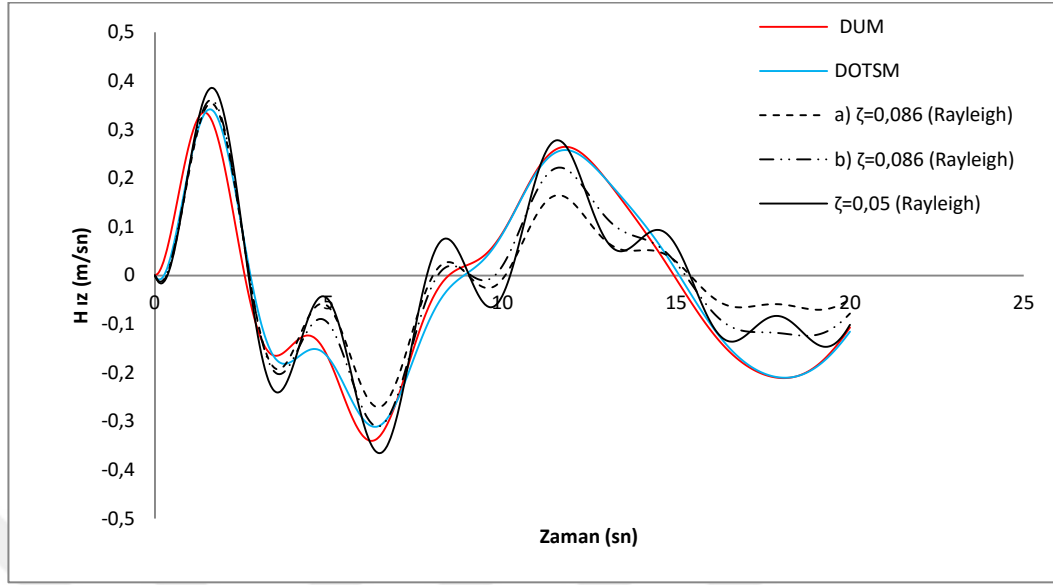
Yöntem	ζ_2	ω_2	ωd_2
DUM	0,0930	1,4271	1,4210
DOTSM	0,0943	1,4142	1,4079
a) MÇM $\zeta = 0,086$	0,0860	1,4142	1,4090
b) MÇM $\zeta = 0,086$	0,0745	1,4142	1,4103
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,4142	1,4124

Çizelge 4.34'te görüldüğü gibi ikinci modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,093 ve 1,4271 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0943 ve 1,4142 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir, aynı durumda frekanslar çok küçük elde edilmektedir. 2. katın çizilen tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermiştir.



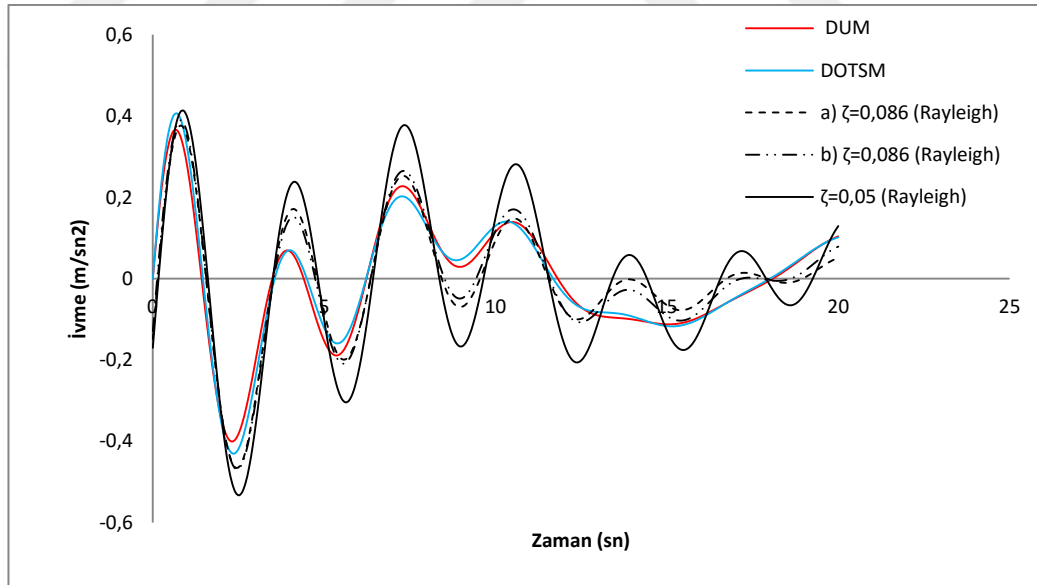
Şekil 4.48. 3. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.49. 3. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.50. 3. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.35. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,613	0,5829	1,407	0,3351	2,312	0,4
DOTSM	2,714	0,592	1,608	0,3414	2,312	0,4296
a) MÇM $\zeta = 0,086$	2,613	0,54	1,608	0,3539	2,412	0,4648
b) MÇM $\zeta = 0,086$	2,613	0,5758	1,608	0,3608	2,412	0,4678
MÇM $\zeta = 0,05$	2,613	0,5935	1,608	0,3852	2,513	0,5331

Çizelge 4.35'te görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi DOTSM vermektedir.

Çizelge 4.36. 3. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_3	ω_3	ωd_3
DUM	0,0345	0,5183	0,5180
DOTSM	0,0345	0,5176	0,5173
a) MÇM $\zeta = 0,086$	0,1490	0,5176	0,5119
b) MÇM $\zeta = 0,086$	0,086	0,5176	0,5157
MÇM $\zeta = 0,05$	0,086	0,5176	0,5157

Çizelge 4.36'da görüldüğü gibi üçüncü modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sıra ile 0,0345 ve 0,5183 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0345 ve 0,5176 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir ama frekanslar çok büyük elde edilmektedir. 3. katın çizilen tepkilerinin grafiğinde

görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıtı, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.

Çizelge 4.37. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,7470	0,5049	0,7607
DOTSM	0,7479	0,5048	0,7243
a) MÇM $\zeta = 0,086$	0,6459	0,5050	0,7935
b) MÇM $\zeta = 0,086$	0,6981	0,5051	0,7889
MÇM $\zeta = 0,05$	0,6975	0,5071	0,8564

Çizelge 4.37’de deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın değer 0,7470 m MÇM (b), hızlardan en yakın 0,5048 m/sn DOTSM ve ivmelerden en yakın 0,7889 m/sn² MÇM (b) ile hesaplanmıştır. Çizelge 4.37’deki dört yaklaşık metottan iki metot DOTSM ve MÇM (b) gerçek çözüme çok yakın yanıt vermiştir. Yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) yapmış ve sapma oranı %12,58 olmuştur.

Yukarıdaki iki farklı üç katlı binanın gerçek ve yaklaşık titreşim grafiklerini, doğal frekanslarını ve mod sönüm oranlarını hesaplanmıştır. Çeşitli yaklaşık metodlar ile yaklaşık tepkiler elde edilmiştir. Yaklaşık metodlardan gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren DOTSM olmuştur.

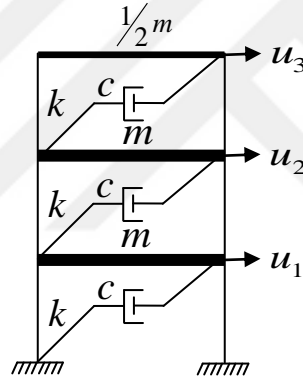
Sistemin sönüm matrisini değiştirerek yaklaşık metodlar ile hesaplanan doğal frekanslar değişmemiştir. Halbuki gerçek çözüm ile hesaplanan doğal frekanslar değişmiştir.

Sönümleyicisi ilk ve son katta olan bina diğerinden daha rijittir, çünkü binanın doğal frekansları diğerinden daha büyük elde edilmiştir. Yukarıdaki iki örnekte iki

sönümleyicinin konulması gereken en uygun katların birinci ve sonuncu kat olduğu görülmüştür.

4.6. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen her katta sönümleyicisi olan üç katlı binanın toplam titreşim tepkileri (serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamı) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip en büyük tepkilerin hangi saniyede olduğu bir çizelgede gösterilecektir. Son olarak, binanın en büyük tepkilerini KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.51. Üç sönümleyicisi olan üç katlı bina

Sistemin başlangıç koşulları $\underline{u}(0) = \{0 \ 0 \ 0,1\}^T m$, $\dot{\underline{u}}(0) = \{0 \ 0,5 \ 0\}^T m/sn$ ve uygulanan dinamik yük $f_1 = 0,1\sin(\pi t/0,3)$ olarak verilmiştir. Sistemin parametreleri $m = 1 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kN/m}$ ve $c = 0,2 \text{ kNs/m}$ olarak verilmiştir.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0,4 & -0,2 & 0 \\ -0,2 & 0,4 & -0,2 \\ 0 & -0,2 & 0,2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 0,1\sin(\pi t/0,3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

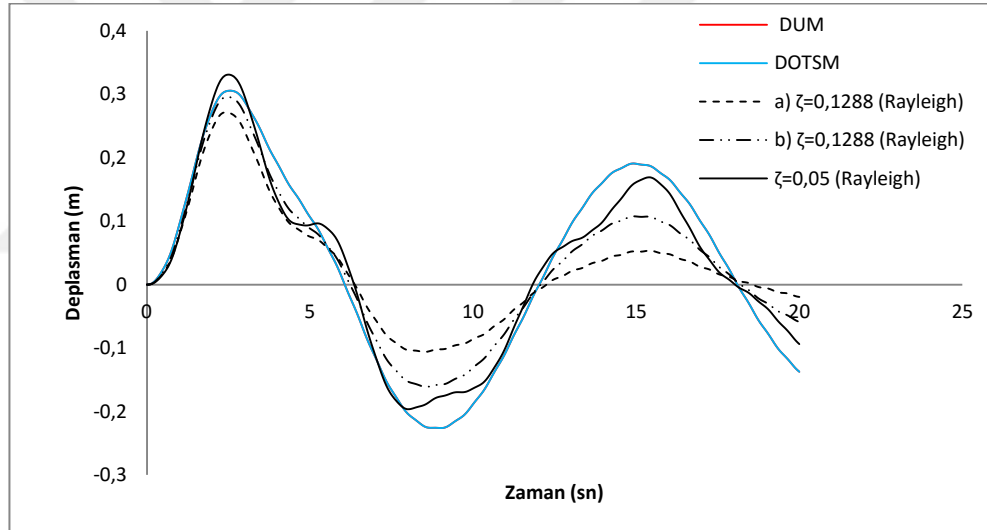
$$\underline{u}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m \quad \dot{\underline{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

4.6.1. Sistemin mod sönümleme faktörleri

Durum-Uzayı metodu ile hesaplandığında,

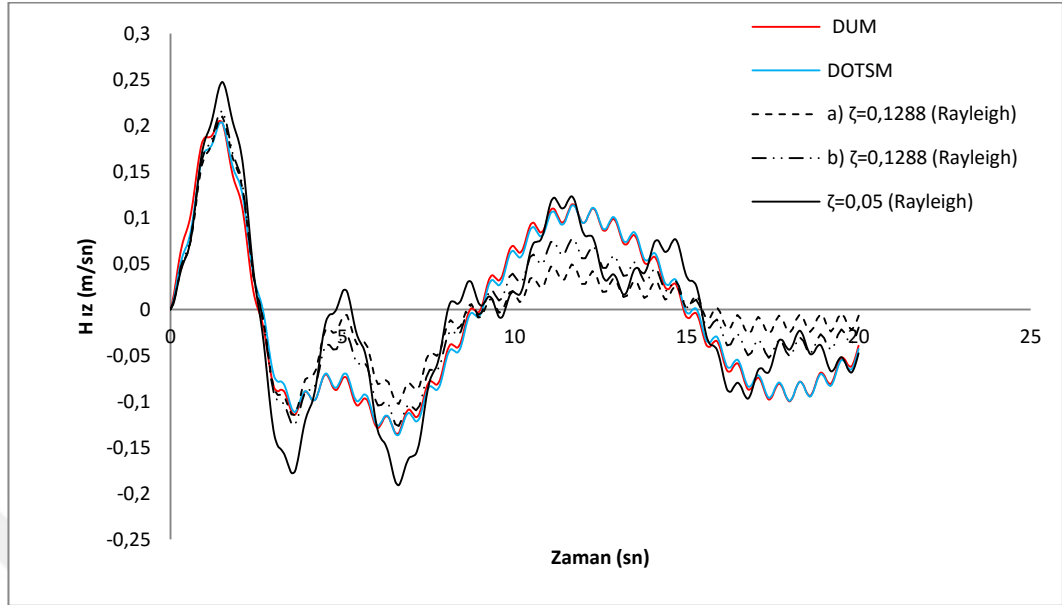
$$\zeta_1 = 0,1932 \quad \zeta_2 = 0,1414 \quad \zeta_3 = 0,0518$$

olarak elde edilir. Oransal sönüm matrisi (Rayleigh Sönümü) oluşturulurken yapının sönüm oranı olarak sistemin mod sönümleme faktörlerin ortalaması (0,1288) kullanılmıştır. Sistemin sönüm oranı %5 kabul edilerek aynı çözüm yapılmıştır.



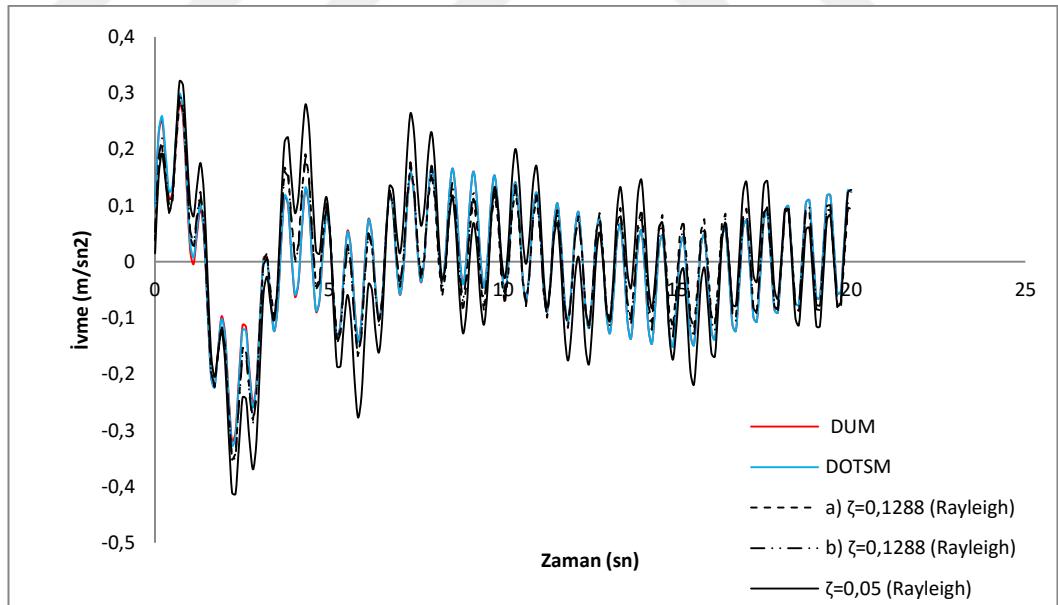
Şekil 4.52. 1. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.53. 1. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.54. 1. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.38. 1. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,513	0,3056	1,407	0,2047	2,211	0,3188
DOTSM	2,513	0,3056	1,507	0,2029	2,211	0,327
a) MÇM $\zeta = 0,1288$	2,412	0,2718	1,407	0,2099	2,211	0,3513
b) MÇM $\zeta = 0,1288$	2,513	0,2957	1,508	0,2162	2,211	0,3574
MÇM $\zeta = 0,05$	2,513	0,331	1,508	0,2473	2,312	0,413

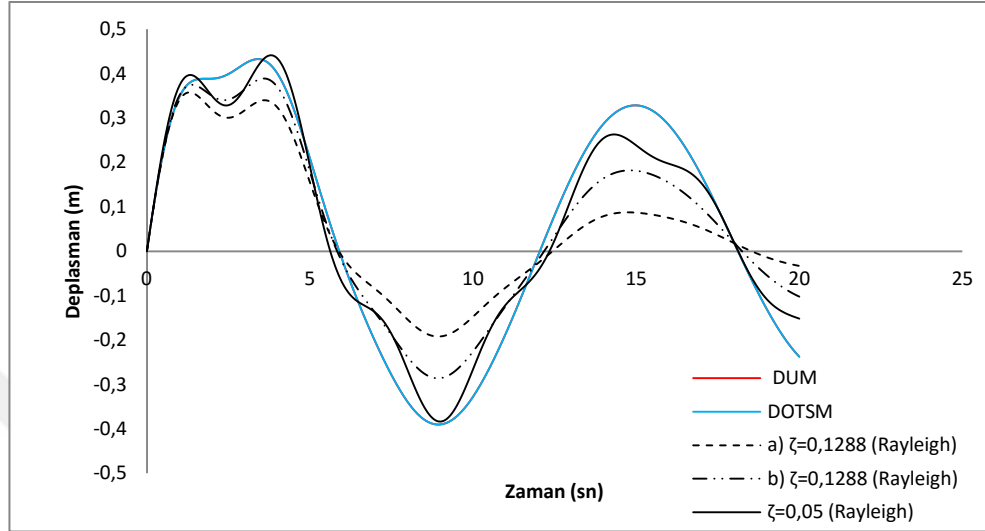
Çizelge 4.38'de görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM, ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. Deplasman hız ve ivme grafiklerinde de en yakın yanıt veren metod DOTSM olarak görülebilmektedir. Birinci modda çizilen hız ve ivme grafikleri sinüs grafiğine çok benzer, çünkü harmonik yük birinci kata uygulanmaktadır.

Çizelge 4.39. 1. mod için mod sönüm oranı ve frekanslar

Yöntem	ζ_1	ω_1	ωd_1
DUM	0,1932	1,9318	1,8955
DOTSM	0,1932	1,9318	1,8955
a) MÇM $\zeta = 0,1288$	0,1288	1,9319	1,9158
b) MÇM $\zeta = 0,1288$	0,1288	1,9319	1,9158
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,9319	1,9294

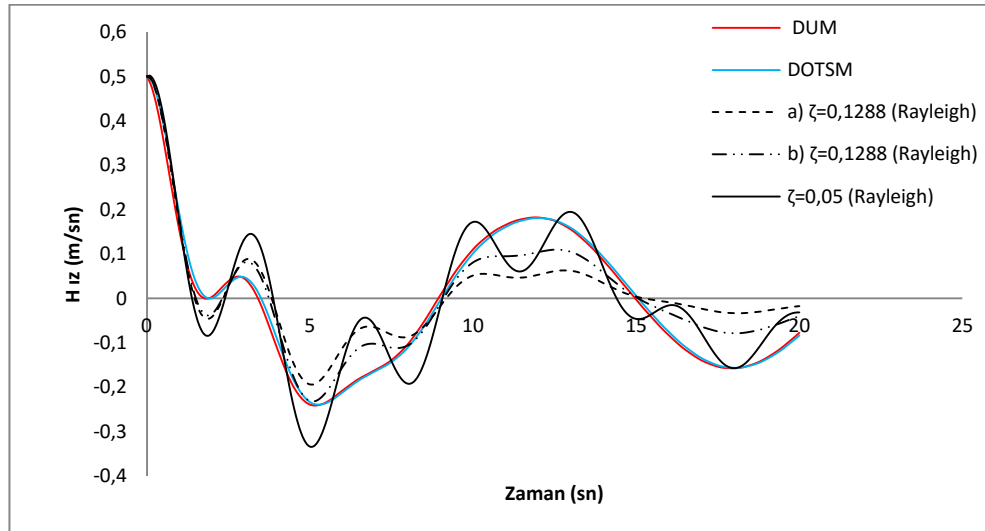
Çizelge 4.39'da görüldüğü gibi birinci modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sırası ile 0,1932 ve 1,9318 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,1932 ve 1,9318 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar

ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir, ama frekanslar çok büyük elde edilmektedir.



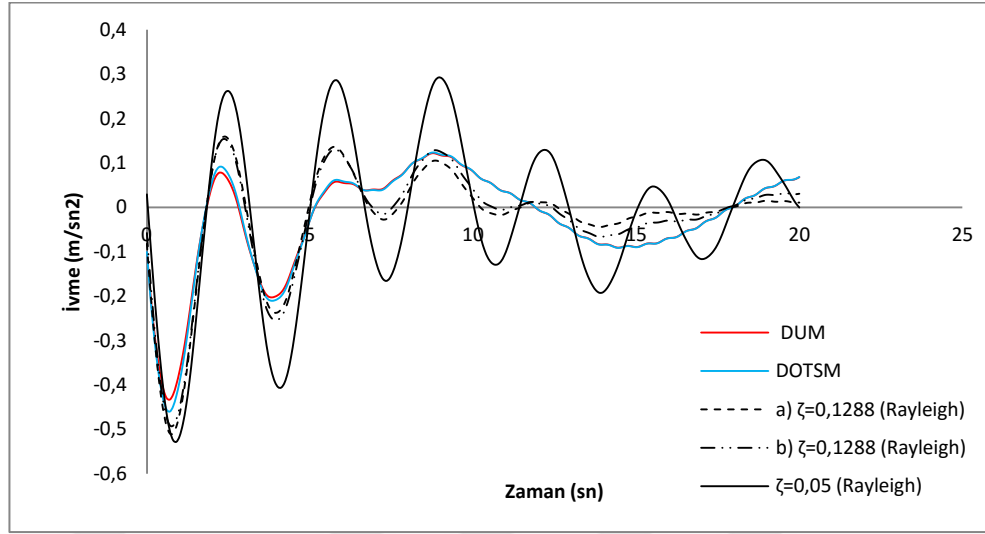
Şekil 4.55. 2. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.56. 2. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.57. 2. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.40. 2. katta meydana gelen maksimum tepkiler

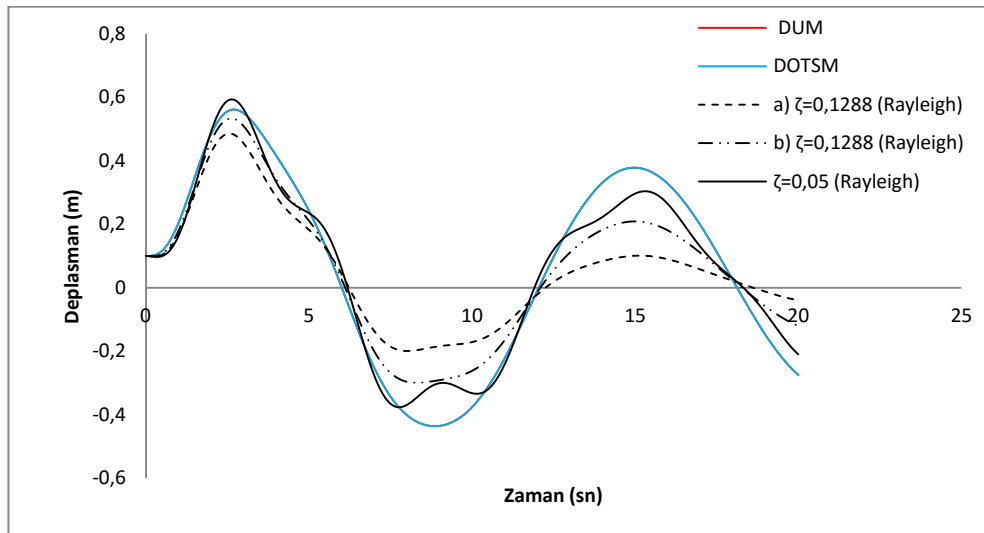
Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	3,417 (1,307)	0,4327 (0,3791)	0	0,5	0,7035	0,4329
DOTSM	3,417	0,4327	0	0,5	0,7035	0,4598
a) MÇM ζ = 0,1288	1,307	0,3577	0	0,5	0,7035	0,5091
b) MÇM ζ = 0,1288	3,618	0,3889	0	0,5	0,804	0,4916
MÇM ζ = 0,05	3,819	0,4413	0	0,5	0,9045	0,528

Çizelge 4.40'da görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi ilk sırada DOTSM, ikinci sırada MÇM (b) vermektedir. MÇM (a) ile hesaplanan 1,307 saniyedeki deplasman tepkisi 0,3577'dir. Halbuki DUM ile hesaplanan 1,307 saniyedeki deplasman tepkisi 0,3791'e denk gelmektedir.

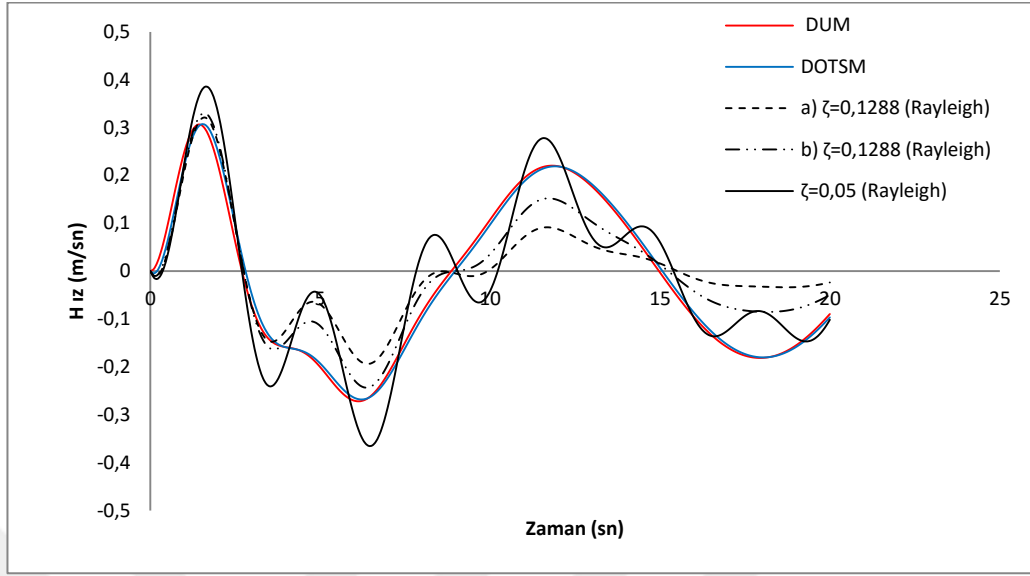
Çizelge 4.41. 2. mod için mod sönüm oranı ve frekansla

Yöntem	ζ_2	ω_2	ωd_2
DUM	0,1414	1,4142	1,4000
DOTSM	0,1414	1,4142	1,4000
a) MÇM $\zeta = 0,1288$	0,1288	1,4142	1,4024
b) MÇM $\zeta = 0,1288$	0,1115	1,4142	1,4048
MÇM $\zeta = 0,05$	0,05	1,4142	1,4124

Çizelge 4.41’de görüldüğü gibi ikinci modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sıra ile 0,1414 ve 1,4142 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıtı 0,1414 ve 1,4142 (DOTSM) olarak bulunmaktadır. Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranı gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir. Ters halde frekanslar çok büyük elde edilmektedir. 2. katın çizilen tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıt, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.

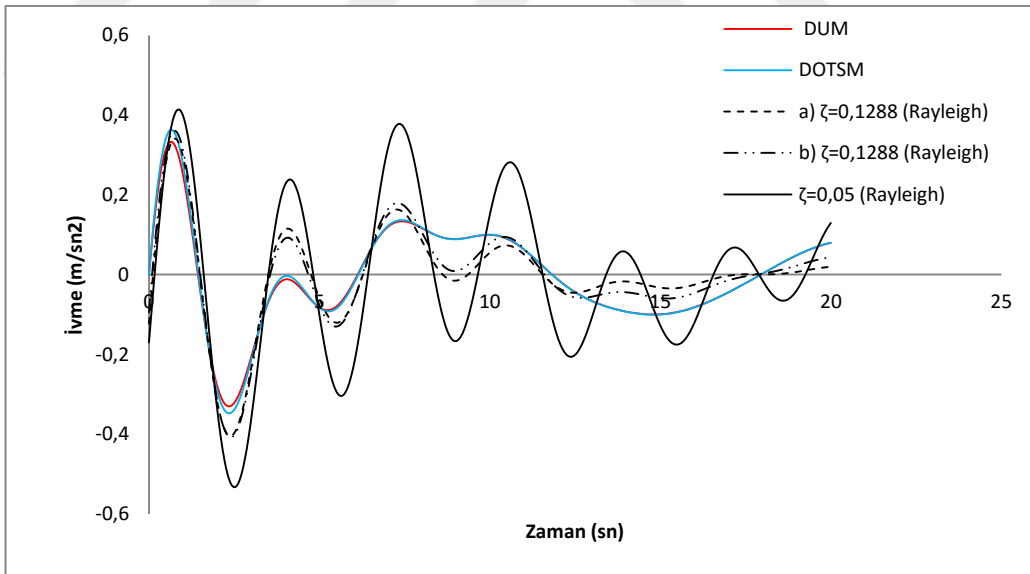
**Şekil 4.58.** 3. kat deplasman grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.59. 3. kat hız grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur



Şekil 4.60. 3. kat ivme grafiği

a) Rayleigh sönümü yapının ilk iki modu, b) Rayleigh sönümü yapının ilk ve son modu ile oluşturulmuştur

Çizelge 4.42. 3. katta meydana gelen maksimum tepkiler

Yöntem	Zaman (sn)	Maks. Dep. (m)	Zaman (sn)	Maks. Hız (m/sn)	Zaman (sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	2,714	0,5616	1,407	0,3062	0,603 (2,312)	0,3312 (0,33)
DOTSM	2,714	0,5616	1,508	0,3068	2,312	0,3471
a) MÇM $\zeta = 0,1288$	2,613	0,4853	1,608	0,3209	2,412	0,4044
b) MÇM $\zeta = 0,1288$	2,613	0,5336	1,608	0,3301	2,412	0,4083
MÇM $\zeta = 0,05$	2,613	0,5935	1,608	0,3852	2,513	0,5331

Çizelge 4.42’de görüldüğü gibi gerçek çözüme (DUM) en yakın en büyük tepkiyi DOTSM vermektedir. Çizelgedeki diğer yaklaşık metodlar gerçek çözümden daha uzak yanıt vermektedir. Her metot ile hesaplanan en büyük tepkiler neredeyse aynı zamanda oluşmaktadır. Sadece DUM (%0,5) ile hesaplanan en büyük ivme tepkisi 0,603 saniyede oluşurken diğer yaklaşık metodlarda 2,312 saniye civarında oluşmaktadır.

Çizelge 4.43. 3. mod için mod sönümü ve frekansları

Yöntem	ζ_3	ω_3	ωd_3
DUM	0,0518	0,5176	0,5169
DOTSM	0,0518	0,5176	0,5169
a) MÇM $\zeta = 0,1288$	0,2231	0,5176	0,5046
b) MÇM $\zeta = 0,1288$	0,1288	0,5176	0,5132
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0866	0,5176	0,5157

Çizelge 4.43’de üçüncü modun gerçek mod sönümü ve doğal frekansı sıra ile 0,0518 ve 0,5176 iken diğer yaklaşık metodların arasından gerçek çözüme en yakın yanıt 0,0644 ve 1,9319 olarak bulunmaktadır (DOTSM). Diğer yaklaşık metodlar ile hesaplanan

mod sönüm oranı gerçek çözümden çok büyük elde edilmektedir. 3. katın çizilen tepkilerinin grafiğinde görüldüğü gibi gerçek tepkiye en yakın yanıt, açık mavi çizgi ile gösterilen DOTSM vermektedir.

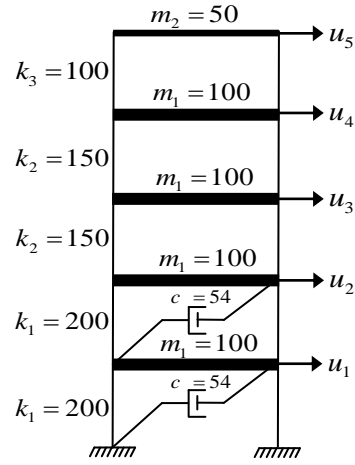
Çizelge 4.44. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,7318	0,5039	0,6698
DOTSM	0,7317	0,5039	0,6698
a) MÇM, $\zeta = 0,1288$	0,5937	0,5041	0,7400
b) MÇM, $\zeta = 0,1288$	0,6619	0,5043	0,7322
MÇM, $\zeta = 0,05$	0,6975	0,5071	0,8564

Çizelge 4.44’de deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın değeri $0,7317 m$, hızlardan en yakın $0,5039 m/sn$ ve ivmelerden en yakın olan $0,6698 m/sn^2$ DOTSM metodu ile hesaplanmıştır. Çizelge 4.44’teki dört yaklaşık metottan, DOTSM gerçek çözüme çok yakın yanıt vermiştir. Yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) yapmıştır ve sapma oranı %27,85 olmuştur.

4.7. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen iki sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Sönümleyicilerin yerini değiştirerek en uygun koyulması gereken kat bulunacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.61. Sönümleyicisi ilk iki katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, direngenlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 108 & -54 & 0 & 0 & 0 \\ -54 & 54 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10\sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} \quad m \quad \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad m/sn$$

Durum-Uzayı denkleminin A katsayılar matrisi, dinamik yük vektörü $\underline{\mathbf{P}}(t)$ ve sistemin modal matrisi **EK 13**'te mevcuttur.

Çizelge 4.45. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,6391 \pm 2,2924i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,0437 \pm 2,1911i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,0528 \pm 1,6933i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,0594 \pm 1,1384i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0149 \pm 0,4210i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.46. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,2686	0,0200	0,0312	0,0521	0,0353
DOTSM	0,2133	0,0644	0,0403	0,0523	0,0354
a) MÇM $\zeta = 0,081$	0,0810	0,0810	0,0848	0,1016	0,2283
b) MÇM $\zeta = 0,081$	0,0810	0,0772	0,0752	0,0810	0,1598
c) MÇM $\zeta = 0,081$	0,0810	0,0795	0,0810	0,0935	0,2011
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.47. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,2924	2,1911	1,6933	1,1384	0,4210
DOTSM	2,4342	2,1202	1,6742	1,1359	0,4203
a) MÇM $\zeta = 0,081$	2,4833	2,1176	1,6696	1,1316	0,4094
b) MÇM $\zeta = 0,081$	2,4833	2,1183	1,6709	1,1337	0,4151
c) MÇM $\zeta = 0,081$	2,4833	2,1179	1,6701	1,1325	0,4119
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.48. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,3941	0,3409	0,6119
DOTSM	0,2933	0,3597	0,4919
a) MÇM , $\zeta = 0,081$	0,2423	0,2970	0,4304
b) MÇM , $\zeta = 0,081$	0,2571	0,3131	0,4338
c) MÇM , $\zeta = 0,081$	0,2480	0,3029	0,4312
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.46, Çizelge 4.47 ve Çizelge 4.48 sırası ile binan gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

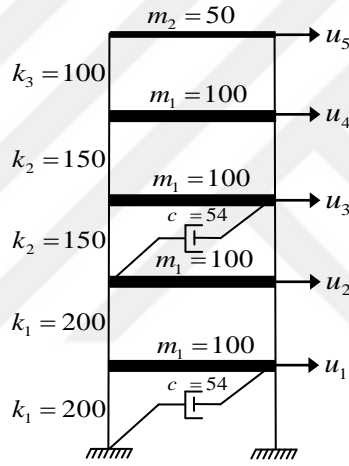
Çizelge 4.46'da görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metot ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranlarının arasında pek fark görülmemektedir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok küçük elde edilmektedir. Çizelge 4.46'da görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın sönüm oranına oldukça yakın değerler vermektedir, ancak dördüncü ve beşinci modda büyük fark vardır.

Çizelge 4.47'de görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.48'de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2933 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,3597 m/sn$ ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,4919 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metodun DOTSM olduğu görülmüştür. Beş yaklaşık metot arasında en çok sapmayı MÇM (a) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %38,51 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız, ivme grafikleri **EK 1**'de mevcuttur.

4.8. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen iki sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.62. Sönümleyicisi ilk ve üçüncü katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, direngenlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & -54 & 0 & 0 \\ 0 & -54 & 54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10\sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \quad \underline{u}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m, \quad \underline{\dot{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

Çizelge 4.49. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,3942 \pm 2,4168i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,0725 \pm 2,0744i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,2538 \pm 1,6824i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,0734 \pm 1,1617i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0161 \pm 0,4211i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.50. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,161	0,0349	0,1492	0,063	0,0382
DOTSM	0,1615	0,0453	0,1294	0,0691	0,0382
a) MÇM $\zeta = 0,09$	0,0900	0,0900	0,0943	0,1129	0,2536
b) MÇM $\zeta = 0,09$	0,0900	0,0858	0,0835	0,0900	0,1776
c) MÇM $\zeta = 0,09$	0,0900	0,0883	0,0900	0,1038	0,2235
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.51. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,4168	2,0744	1,6824	1,1617	0,4211
DOTSM	2,4588	2,1224	1,6615	1,1347	0,4202
a) MÇM $\zeta = 0,09$	2,4814	2,1160	1,6681	1,1302	0,4068
b) MÇM $\zeta = 0,09$	2,4814	2,1168	1,6697	1,1328	0,4138
c) MÇM $\zeta = 0,09$	2,4814	2,1163	1,6688	1,1313	0,4099
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.52. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,2709	0,3195	0,4572
DOTSM	0,2678	0,3150	0,4469
a) MÇM , $\zeta = 0,09$	0,2360	0,2876	0,4248
b) MÇM , $\zeta = 0,09$	0,2495	0,3034	0,4269
c) MÇM , $\zeta = 0,09$	0,2410	0,2934	0,4256
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.50, Çizelge 4.51 ve Çizelge 4.52 sırası ile binanın gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.50'de görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metot ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranlarının arasında pek fark görülmemektedir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok küçüktür. Çizelge 4.50'de görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın

sönüm oranına oldukça yakın sonuç vermektedir, ancak dördüncü ve beşinci modda çok büyük fark vardır.

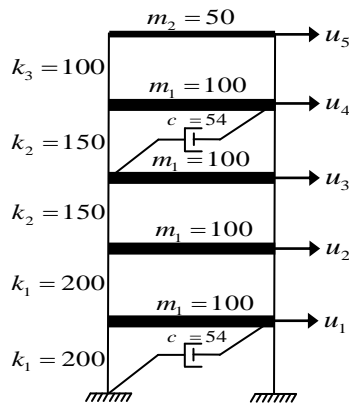
Çizelge 4.51’de görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.52’de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2678 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,3150 m/sn$, ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,4469 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıtı veren metodun DOTSM olduğu görülmüştür.

Beş yaklaşık metod arasında en çok sapmayı MÇM (c) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %12,88 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 2**’de mevcuttur.

4.9. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen iki sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.63. Sönümleyicisi ilk ve dördüncü katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, direngenlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54 & -54 & 0 \\ 0 & 0 & -54 & 54 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10\sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m, \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

Çizelge 4.53. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,1632 \pm 2,4384i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,4410 \pm 2,0518i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,0543 \pm 1,6884i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,1400 \pm 1,1537i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0115 \pm 0,4212i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.54. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,0668	0,2101	0,0321	0,1205	0,0273
DOTSM	0,0759	0,1919	0,0383	0,1207	0,0274
a) MÇM $\zeta = 0,091$	0,0910	0,0910	0,0953	0,1142	0,2564
b) MÇM $\zeta = 0,091$	0,0910	0,0867	0,0844	0,0910	0,1795
c) MÇM $\zeta = 0,091$	0,0910	0,0893	0,0910	0,1050	0,2260
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.55. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,4384	2,0518	1,6884	1,1537	0,4212
DOTSM	2,4843	2,0851	1,6744	1,1291	0,4204
a) MÇM $\zeta = 0,091$	2,4812	2,1158	1,668	1,1300	0,4065
b) MÇM $\zeta = 0,091$	2,4812	2,1166	1,6696	1,1327	0,4137
c) MÇM $\zeta = 0,091$	2,4812	2,1161	1,6686	1,1312	0,4096
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.56. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,2612	0,3226	0,4459
DOTSM	0,2638	0,3239	0,4413
a) MÇM , $\zeta = 0,091$	0,2354	0,2866	0,4242
b) MÇM , $\zeta = 0,091$	0,2487	0,3023	0,4263
c) MÇM , $\zeta = 0,091$	0,2403	0,2925	0,4250
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.54, Çizelge 4.55 ve Çizelge 4.56 sırası ile binanın gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.54'te görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metot ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranlarının arasında pek fark görülmemiştir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok farklıdır. Çizelge 4.54'te görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın sönüm

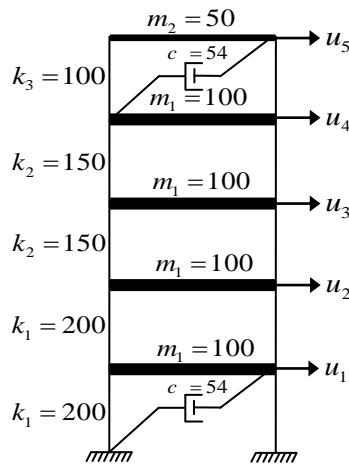
oranına oldukça yakın sonuç vermektedir, ancak dördüncü ve beşinci modda büyük fark vardır.

Çizelge 4.55'te görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.56'da deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2638 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,3239 m/sn$ ve ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,4413 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın sonucu veren metodun DOTSM olduğu görülmektedir. Beş yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (a) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %9,8 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 3**'te mevcuttur.

4.10. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen iki sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.64. Sönümleyicisi ilk ve son katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, dirençlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 54 & -54 \\ 0 & 0 & 0 & -54 & 54 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10\sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m, \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m/sn$$

Çizelge 4.57. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,1065 \pm 2,4574i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,1653 \pm 1,9460i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,6958 \pm 1,6449i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,1033 \pm 1,1692i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0090 \pm 0,4212i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.58. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,0433	0,0846	0,3896	0,0880	0,0214
DOTSM	0,0473	0,1889	0,2588	0,0216	0,1039
a) MÇM $\zeta = 0,1253$	0,1253	0,1253	0,1312	0,1572	0,3531
b) MÇM $\zeta = 0,1253$	0,1253	0,1194	0,1163	0,1253	0,2472
c) MÇM $\zeta = 0,1253$	0,1253	0,1230	0,1253	0,1446	0,3112
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.59. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,4574	1,9460	1,6449	1,1692	0,4212
DOTSM	2,4887	2,0864	1,6185	1,1313	0,4204
a) MÇM $\zeta = 0,1253$	2,4719	2,1079	1,6611	1,1233	0,3934
b) MÇM $\zeta = 0,1253$	2,4719	2,1094	1,6642	1,1285	0,4075
c) MÇM $\zeta = 0,1253$	2,4719	2,1085	1,6624	1,1255	0,3996
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.60. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,2553	0,3043	0,4785
DOTSM	0,2490	0,2940	0,4391
a) MÇM , $\zeta = 0,1253$	0,2169	0,2665	0,4061
b) MÇM , $\zeta = 0,1253$	0,2304	0,2769	0,4080
c) MÇM , $\zeta = 0,1253$	0,2211	0,2694	0,4068
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.58’de görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metodu ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranlarının arasında pek fark görülmemektedir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok büyüktür. Çizelge 3.58’de görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın sönüm oranına oldukça yakın sonuç vermektedir, ancak dördüncü ve beşinci modda farklıdır.

Çizelge 4.59’da görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.60’ta deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2490 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,294 m/sn$ ve ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,4391 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metot DOTSM olduğu görülmektedir.

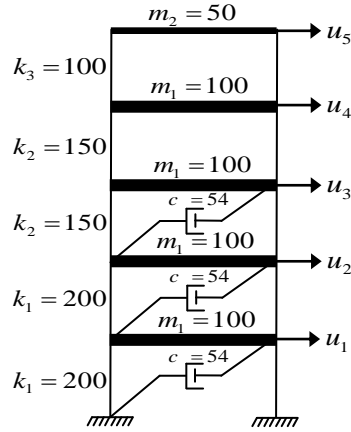
Beş yaklaşık metot arasında en çok sapmayı MÇM (a) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %15,13 hesaplanmıştır.

Yukarıda araştırılan dört örnekte, iki sönümleyicinin en uygun ve konulması gereken ilk ve son kattır, çünkü en büyük frekanslar ve en küçük tepkileri verilmektedirler.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 4**’te mevcuttur.

4.11. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen üç sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Sönümleyicilerin yerini değiştirerek en uygun koyulması gereken kat bulunacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.65. Sönümleyicisi ilk üç katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, direngenlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 108 & -54 & 0 & 0 & 0 \\ -54 & 108 & -54 & 0 & 0 \\ 0 & -54 & 54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10 \sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m, \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m / sn$$

Çizelge 4.61. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,8631 \pm 2,3138i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,1095 \pm 2,0589i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,2747 \pm 1,6836i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,0799 \pm 1,1576i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0229 \pm 0,4203i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.62. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,3495	0,0531	0,1610	0,0688	0,0543
DOTSM	0,3354	0,0847	0,1351	0,0749	0,0543
a) MÇM $\zeta = 0,1373$	0,1373	0,1373	0,1438	0,1723	0,3869
b) MÇM $\zeta = 0,1373$	0,1373	0,1309	0,1274	0,1373	0,2709
c) MÇM $\zeta = 0,1373$	0,1373	0,1347	0,1373	0,1584	0,3410
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.63. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,3138	2,0589	1,6836	1,1576	0,4203
DOTSM	2,3472	2,1170	1,6603	1,1343	0,4199
a) MÇM $\zeta = 0,1373$	2,4679	2,1045	1,6582	1,1204	0,3878
b) MÇM $\zeta = 0,1373$	2,4679	2,1064	1,6620	1,1267	0,4048
c) MÇM $\zeta = 0,1373$	2,4679	2,1053	1,6597	1,1231	0,3953
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.64. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,2645	0,3140	0,4495
DOTSM	0,2613	0,3085	0,4394
a) MÇM , $\zeta = 0,1373$	0,2126	0,2631	0,4012
b) MÇM , $\zeta = 0,1373$	0,2247	0,2719	0,4025
c) MÇM , $\zeta = 0,1373$	0,2166	0,2661	0,4014
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.62, Çizelge 4.63 ve Çizelge 4.64 sırası ile binanın gerçek ve yaklaşık mod sönümlenme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.62’de görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metot ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranlarının arasında pek fark görülmemektedir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok büyüktür. Çizelge 4.62’de görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın sönüm oranına oldukça yakın sonuç verilmiştir, ancak dördüncü ve beşinci modda büyük farklıdır.

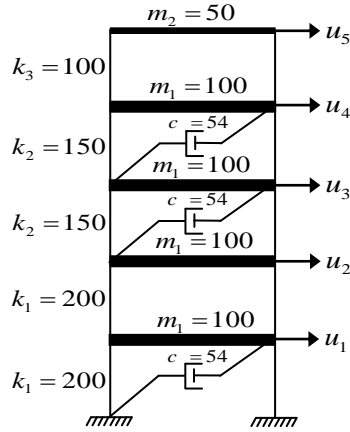
Çizelge 4.63’te görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.64’te deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2613 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,3085 m/sn$, ve ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,4394 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metot DOTSM olduğu görülmektedir.

Beş yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (a) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %19,62 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 5**’te mevcuttur.

4.12. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen üç sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.66. Sönümleyicisi ilk, üçüncü ve dördüncü katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, direngenlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & -54 & 0 & 0 \\ 0 & -54 & 108 & -54 & 0 \\ 0 & 0 & -54 & 54 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10 \sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m, \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m / sn$$

Çizelge 4.65. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,3293 \pm 2,3222i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,6720 \pm 2,0522i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,1581 \pm 1,7071i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,1712 \pm 1,1468i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0195 \pm 0,4209i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.66. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,1404	0,3112	0,0922	0,1476	0,0463
DOTSM	0,1981	0,2123	0,1331	0,1433	0,0463
a) MÇM $\zeta = 0,1475$	0,1475	0,1475	0,1545	0,1851	0,4157
b) MÇM $\zeta = 0,1475$	0,1475	0,1406	0,1368	0,1475	0,2910
c) MÇM $\zeta = 0,1475$	0,1475	0,1448	0,1475	0,1702	0,3663
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.67. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,3222	2,0522	1,7071	1,1468	0,4209
DOTSM	2,4422	2,0762	1,6607	1,1257	0,4201
a) MÇM $\zeta = 0,1475$	2,4643	2,1014	1,6555	1,1178	0,3825
b) MÇM $\zeta = 0,1475$	2,4643	2,1035	1,6598	1,1250	0,4023
c) MÇM $\zeta = 0,1475$	2,4643	2,1022	1,6573	1,1209	0,3913
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.68. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,2309	0,2709	0,3860
DOTSM	0,2350	0,2743	0,3817
a) MÇM , $\zeta = 0,1475$	0,2090	0,2604	0,3991
b) MÇM , $\zeta = 0,1475$	0,2202	0,2684	0,3996
c) MÇM , $\zeta = 0,1475$	0,2133	0,2634	0,3992
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.66, Çizelge 4.67 ve Çizelge 4.68 sırası ile binanın gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.66'da görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metot ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranlarının arasında pek fark görülmemiştir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok farklıdır. Çizelge 4.66'da görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın sönüm oranına oldukça yakın sonuç vermektedir, ancak dördüncü ve beşinci modda çok fark vardır.

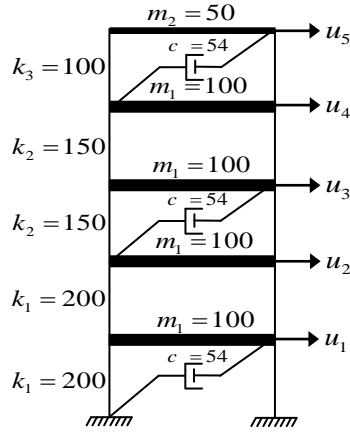
Çizelge 4.67'de görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.68'de deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,235 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2743 m/sn$ ve ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,3817 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metot DOTSM olduğu görülmektedir.

Beş yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) metodu yapmıştır, sapma yüzdesi %23,14 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 6**'da mevcuttur.

4.13. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen üç sönümleyicisi olan beş katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. Her serbestlik derecesi için karşılaştırmalı grafikler çizilip binanın en büyük tepkileri KTK metodu ile hesaplanacaktır.



Şekil 4.67. Sönümleyicisi ilk, üçüncü ve beşinci katta olan beş katlı bina

Sistemin matrisleri sırası ile kütle matrisi, sönüm matrisi, direngenlik matrisi, dinamik yük vektörü, başlangıç koşulları vektörü şöyledir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & -54 & 0 & 0 \\ 0 & -54 & 54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 54 & -54 \\ 0 & 0 & 0 & -54 & 54 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} 10 \sin(3/2t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 350 & -150 & 0 & 0 \\ 0 & -150 & 300 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & -150 & 250 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}, \underline{\mathbf{u}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} m, \underline{\dot{\mathbf{u}}}(0) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m / sn$$

Çizelge 4.69. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,4078 \pm 2,3997i$	ω_1	2,4915
v_2	$-0,3435 \pm 1,9842i$	ω_2	2,1246
v_3	$-0,7114 \pm 1,5889i$	ω_3	1,6756
v_4	$-0,1402 \pm 1,1712i$	ω_4	1,1374
v_5	$-0,0170 \pm 0,4212i$	ω_5	0,4205

Çizelge 4.70. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5
DUM	0,1676	0,1706	0,4087	0,1189	0,0404
DOTSM	0,1695	0,2092	0,3536	0,0405	0,1264
a) MÇM $\zeta = 0,1812$	0,1812	0,1812	0,1898	0,2273	0,5106
b) MÇM $\zeta = 0,1812$	0,1812	0,1727	0,1681	0,1812	0,3575
c) MÇM $\zeta = 0,1812$	0,1812	0,1778	0,1812	0,2091	0,4500
MÇM $\zeta = 0,05$	0,0500	0,0500	0,0524	0,0627	0,1409

Çizelge 4.71. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	ωd_1	ωd_2	ωd_3	ωd_4	ωd_5
DUM	2,3997	1,9842	1,5889	1,1712	0,4212
DOTSM	2,4555	2,0776	1,5674	1,1283	0,4202
a) MÇM $\zeta = 0,1812$	2,4503	2,0895	1,6451	1,1077	0,3616
b) MÇM $\zeta = 0,1812$	2,4503	2,0927	1,6518	1,1186	0,3927
c) MÇM $\zeta = 0,1812$	2,4503	2,0908	1,6479	1,1123	0,3755
MÇM $\zeta = 0,05$	2,4884	2,1220	1,6733	1,1352	0,4163

Çizelge 4.72. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,2382	0,2855	0,3903
DOTSM	0,2375	0,2815	0,3834
a) MÇM , $\zeta = 0,1812$	0,1981	0,2523	0,3943
b) MÇM , $\zeta = 0,1812$	0,2105	0,2606	0,3938
c) MÇM , $\zeta = 0,1812$	0,2028	0,2553	0,3940
MÇM , $\zeta = 0,05$	0,2754	0,3382	0,4764

Çizelge 4.70'ta görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına en yakın sonucu DOTSM vermektedir. Bu yaklaşık metot ile hesaplanan yaklaşık mod sönüm oranları ve gerçek mod sönüm oranların arasında pek fark görülmemektedir. Diğer dört yaklaşık metot ile elde edilen mod sönüm oranları, gerçek çözümden çok farklıdır. Çizelge 4.70'ta görüldüğü gibi yaklaşık metodlar ile hesaplanan mod sönüm oranları, binanın sönüm oranına oldukça yakın sonuç vermektedir, ancak dördüncü ve beşinci modda farklıdır.

Çizelge 4.71'de görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur. Çizelge 4.72'de deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2375 m$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hızlarda gerçek çözüme en yakın sonuç $0,2815 m/sn$ DOTSM ile hesaplanmıştır. İvmelerde gerçek çözüme en yakın sonuç $0,3834 m/sn^2$ DOTSM ile hesaplanmıştır. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metot DOTSM olduğu görülmektedir.

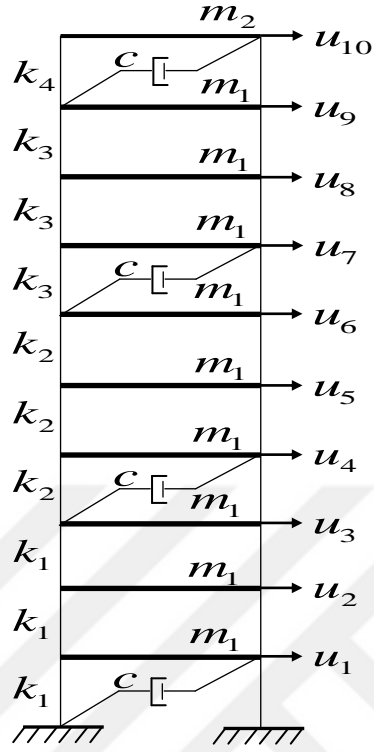
Beş yaklaşık metodların arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) metodu yapmıştır, sapma yüzdesi %22,05 olarak hesaplanmıştır.

Yukarıda araştırılan üç uygulamada, birinci, üçüncü ve dördüncü katta sönümleyicisi olan bina en uygun durumdadır, çünkü en büyük frekanslar ve en küçük tepkileri vermektedirler.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 7**'de mevcuttur.

4.14. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen on katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve Zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. En büyük tepkileri KTK metodu ile bulunup sonuçlar karşılaştırmalı grafikler ve tablolar halinde verilecektir.



Şekil 4.68. Dört sönümleyicisi olan on katlı bina

Binanın sistem parametreleri $k_1 = 400$, $k_2 = 300$, $k_3 = 200$, $k_4 = 100$, $m_1 = 200$, $m_2 = 100$, $c = 100$ olarak alınmıştır. kat altıya bir harmonik kuvvet $f_6 = 120\sin(3\pi/2t)$ uygulanmıştır, dördüncü ve onuncu kata sırası ile $-0,2 m$ ve $0,1 m$ yer değiştirme, birinci ve dördüncü kata sırası ile $0,2 m/sn$ ve $-0,3 m/sn$ hız başlangıç koşulları olarak verilmektedir.

Durum-Uzayı denkleminin **A** kare matrisi, $\underline{P}(t)$ vektörü ve sistemin modal matrisi **EK 13**'te mevcuttur.

Çizelge 4.73. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,1609 \pm 2,5539i$	ω_1	2,6232
v_2	$-0,2496 \pm 2,1810i$	ω_2	2,2945
v_3	$-0,2897 \pm 1,9735i$	ω_3	2,0305
v_4	$-0,2316 \pm 1,8168i$	ω_4	1,8404
v_5	$-0,1241 \pm 1,6254i$	ω_5	1,6236
v_6	$-0,2154 \pm 1,2553i$	ω_6	1,3768
v_7	$-0,6489 \pm 1,0577i$	ω_7	1,1107
v_8	$-0,0515 \pm 0,9056i$	ω_8	0,8682
v_9	$-0,0255 \pm 0,5389i$	ω_9	0,5340
v_{10}	$-0,0029 \pm 0,2008i$	ω_{10}	0,2007

Çizelge 4.74. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,1335$	b) MÇM $\zeta = 0,1335$	c) MÇM $\zeta = 0,1335$	MÇM $\zeta = 0,05$
ζ_1	0,0629	0,0734	0,1335	0,1335	0,1335	0,0500
ζ_2	0,1137	0,0988	0,1335	0,1228	0,1305	0,0500
ζ_3	0,1452	0,1735	0,1356	0,1150	0,1298	0,0508
ζ_4	0,1265	0,0884	0,1387	0,1100	0,1306	0,0520
ζ_5	0,0761	0,1631	0,1447	0,1051	0,1335	0,0542
ζ_6	0,1691	0,2624	0,1561	0,1012	0,1405	0,0584
ζ_7	0,5229	0,2861	0,1773	0,1003	0,1555	0,0664
ζ_8	0,0568	0,1061	0,2118	0,1049	0,1815	0,0793
ζ_9	0,0472	0,0499	0,3205	0,1335	0,2675	0,1200
ζ_{10}	0,0146	0,0146	0,8196	0,3036	0,6734	0,3070

Çizelge 4.75. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,1335$	b) MÇM $\zeta = 0,1335$	c) MÇM $\zeta = 0,1335$	MÇM $\zeta = 0,05$
ωd_1	2,5539	2,6161	2,5997	2,5997	2,5997	2,6199
ωd_2	2,1810	2,2833	2,2740	2,2771	2,2749	2,2916
ωd_3	1,9735	1,9997	2,0117	2,0170	2,0133	2,0278
ωd_4	1,8168	1,8331	1,8226	1,8292	1,8246	1,8379
ωd_5	1,6254	1,6018	1,6065	1,6146	1,6090	1,6212
ωd_6	1,2553	1,3285	1,3599	1,3697	1,3631	1,3744
ωd_7	1,0577	1,0643	1,0931	1,1051	1,0972	1,1083
ωd_8	0,9056	0,8633	0,8485	0,8634	0,8538	0,8655
ωd_9	0,5389	0,5333	0,5058	0,5292	0,5145	0,5301
ωd_{10}	0,2008	0,2007	0,1150	0,1912	0,1484	0,1910

Çizelge 4.76. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,3514	0,5058	1,4572
DOTSM	0,3416	0,4895	1,4143
a) MÇM $\zeta = 0,1335$	0,3294	0,4831	1,3929
b) MÇM $\zeta = 0,1335$	0,3414	0,5026	1,4224
c) MÇM $\zeta = 0,1335$	0,3323	0,4876	1,3995
MÇM $\zeta = 0,05$	0,3488	0,5460	1,5488

Çizelge 4.74, Çizelge 4.75 ve Çizelge 4.76 sırası ile binanın gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.74'te görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına yaklaşık metotlardan en yakın sonuç veren DOTSM'dur. Bu yaklaşık metottan hesaplanan mod sönüm oranlarında pek fark görülmemiştir, ancak dördüncü ve sekizinci modlar arasında farklar çok büyümüştür. Örnek olarak beşinci modun gerçek ve yaklaşık sönüm oranları arasında neredeyse yüzde elli fark görülmektedir. Son dört yaklaşık metotta görüldüğü gibi mod sönüm oranları oldukça binanın gerçek sönüm oranına yakın sonuç vermektedir, ancak dokuzuncu ve onuncu modda büyük fark vardır.

Çizelge 4.75'te görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur, ancak son modda fark çok artmıştır.

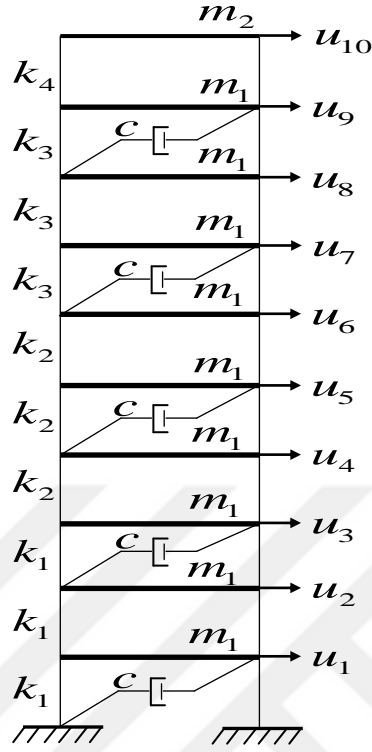
Çizelge 4.76'da görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonucu 0,3416 m DOTSM vermiştir. Hızlarda gerçek çözüme en yakın sonucu 0,4895 m/sn DOTSM vermiştir. İvmelerde gerçek çözüme en yakın sonucu 1,4224 MÇM (b) vermiştir. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en yakın yanıt veren metot DOTSM olduğu görülmektedir.

Binanın ilk ve son modlarını kullanan MÇM (b) metodundan da gerçek çözüme yeterince yakın sonuç elde edilmiştir. Beş yaklaşık metot arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %7,94 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 8**'de mevcuttur.

4.15. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen on katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve Zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. En büyük tepkileri KTK metodu ile bulunup sonuçlar karşılaştırmalı grafikler ve tablolar halinde verilecektir.



Şekil 4.69. Beş sönümleyicisi olan on katlı bina

Binanın sistem parametreleri $k_1 = 400$, $k_2 = 300$, $k_3 = 200$, $k_4 = 100$, $m_1 = 200$, $m_2 = 100$, $c = 100$ olarak alınmıştır. Kat altıya bir harmonik kuvvet $f_6 = 120\sin(3\pi/2t)$ uygulanmıştır, dördüncü ve onuncu kata sırası ile $-0,2\text{ m}$ ve $0,1\text{ m}$ yer değiştirme, birinci ve dördüncü kata sırası ile $0,2\text{ m/sn}$ ve $-0,3\text{ m/sn}$ hız başlangıç koşulları olarak verilmektedir.

Çizelge 4.77. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,4336 \pm 2,5592i$	ω_1	2,6232
v_2	$-0,4057 \pm 2,2182i$	ω_2	2,2945
v_3	$-0,2696 \pm 1,9727i$	ω_3	2,0305
v_4	$-0,4296 \pm 1,7689i$	ω_4	1,8404
v_5	$-0,4047 \pm 1,4902i$	ω_5	1,6236

Çizelge 4.77. (devam)

v_6	$-0,1216 \pm 1,4129i$	ω_6	1,3768
v_7	$-0,0783 \pm 1,1662i$	ω_7	1,1107
v_8	$-0,0721 \pm 0,8831i$	ω_8	0,8682
v_9	$-0,0312 \pm 0,5369i$	ω_9	0,5340
v_{10}	$-0,0035 \pm 0,2008i$	ω_{10}	0,2007

Çizelge 4.78. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,129$	b) MÇM $\zeta = 0,129$	c) MÇM $\zeta = 0,129$	MÇM $\zeta = 0,05$
ζ_1	0,1671	0,1651	0,1290	0,1290	0,1290	0,0500
ζ_2	0,1799	0,1786	0,1290	0,1187	0,1261	0,0500
ζ_3	0,1354	0,1402	0,1310	0,1112	0,1254	0,0508
ζ_4	0,2360	0,2184	0,1341	0,1063	0,1262	0,0520
ζ_5	0,2621	0,2462	0,1398	0,1016	0,1290	0,0542
ζ_6	0,0857	0,0789	0,1508	0,0978	0,1358	0,0584
ζ_7	0,0670	0,0929	0,1713	0,0969	0,1502	0,0664
ζ_8	0,0814	0,0852	0,2046	0,1014	0,1754	0,0793
ζ_9	0,0581	0,0586	0,3097	0,1290	0,2585	0,1200
ζ_{10}	0,0176	0,0176	0,7919	0,2934	0,6507	0,3070

Çizelge 4.79. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,129$	b) MÇM $\zeta = 0,129$	c) MÇM $\zeta = 0,129$	MÇM $\zeta = 0,05$
ωd_1	2,5592	2,5872	2,6013	2,6013	2,6013	2,6199
ωd_2	2,2182	2,2576	2,2753	2,2783	2,2762	2,2916
ωd_3	1,9727	2,0104	2,0130	2,0179	2,0144	2,0278
ωd_4	1,7689	1,7959	1,8237	1,8299	1,8256	1,8379

Çizelge 4.79. (devam)

ωd_5	1,4902	1,5736	1,6076	1,6152	1,6100	1,6212
ωd_6	1,4129	1,3725	1,3611	1,3702	1,3640	1,3744
ωd_7	1,1662	1,1059	1,0943	1,1055	1,0981	1,1083
ωd_8	0,8831	0,8651	0,8498	0,8637	0,8548	0,8655
ωd_9	0,5369	0,5331	0,5078	0,5295	0,5159	0,5301
ωd_{10}	0,2008	0,2007	0,1225	0,1919	0,1524	0,1910

Çizelge 4.80. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,3405	0,4628	1,3769
DOTSM	0,3390	0,4636	1,3695
a) MÇM $\zeta = 0,129$	0,3303	0,4854	1,3996
b) MÇM $\zeta = 0,129$	0,3421	0,5050	1,4232
c) MÇM $\zeta = 0,129$	0,3332	0,4904	1,4054
MÇM $\zeta = 0,05$	0,3488	0,5460	1,5488

Çizelge 4.78, Çizelge 4.79 ve Çizelge 4.80 sırası ile binan gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.78'de görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına yaklaşık metodlardan en yakın sonuç veren DOTSM'dur. Bu yaklaşık metottan hesaplanan mod sönüm oranlarında pek fark görülmemiştir. Son dört yaklaşık metotta görüldüğü gibi mod sönüm oranları oldukça binanın gerçek sönüm oranına yakın sonuç vermektedir, ancak dokuzuncu ve onuncu modda büyük fark vardır.

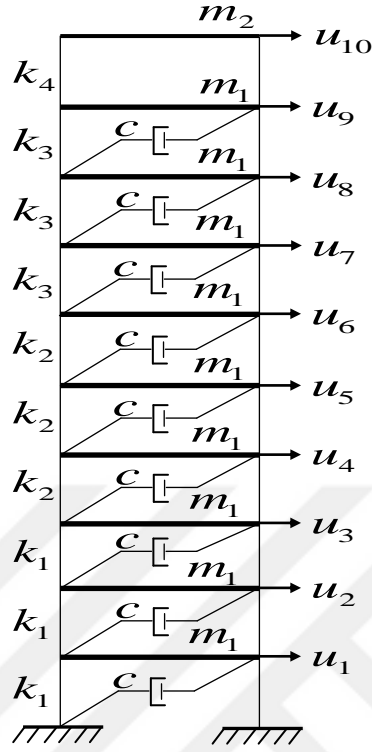
Çizelge 4.79'da görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur, ancak son dört yaklaşık metodlar ile hesaplanan son moddaki sonuç çok artmıştır.

Çizelge 4.80'de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonucu 0,3390 *m*, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonucu 0,4636 *m/sn*, ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonucu 1,3695 *m/sn²* DOTSM vermiştir. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metod DOTSM olduğu görülmektedir. Binanın ilk ve son modlarını kullanan MÇM (b) metodundan da gerçek çözüme yeterince yakın sonuç elde edilmiştir. Beş yaklaşık metod arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %12,5 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 9**'da mevcuttur.

4.16. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen on katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve Zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. En büyük tepkileri KTK metodu ile bulunup sonuçlar karşılaştırmalı grafikler ve tablolar halinde verilecektir.



Şekil 4.70. Dokuz sönümleyicisi olan on katlı bina

Binanın sistem parametreleri $k_1 = 400$, $k_2 = 300$, $k_3 = 200$, $k_4 = 100$, $m_1 = 200$, $m_2 = 100$, $c = 100$ olarak alınmıştır. Kat altıya bir harmonik kuvvet $f_6 = 120\sin(3\pi/2t)$ uygulanmıştır, dördüncü ve onuncu kata sırası ile $-0,2\text{ m}$ ve $0,1\text{ m}$ yer değiştirme, birinci ve dördüncü kata sırası ile $0,2\text{ m/sn}$ ve $-0,3\text{ m/sn}$ hız başlangıç koşulları olarak verilmektedir.

Çizelge 4.81. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,8942 \pm 2,4455i$	ω_1	2,6232
v_2	$-0,8612 \pm 2,1135i$	ω_2	2,2945
v_3	$-0,6280 \pm 1,8613i$	ω_3	2,0305
v_4	$-0,8156 \pm 1,6996i$	ω_4	1,8404
v_5	$-0,4682 \pm 1,5478i$	ω_5	1,6236

Çizelge 4.81. (devam)

v_6	$-0,2742 \pm 1,3057i$	ω_6	1,3768
v_7	$-0,1281 \pm 1,1463i$	ω_7	1,1107
v_8	$-0,1193 \pm 0,8750i$	ω_8	0,8682
v_9	$-0,0547 \pm 0,5325i$	ω_9	0,5340
v_{10}	$-0,0065 \pm 0,2006i$	ω_{10}	0,2007

Çizelge 4.82. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,2349$	b) MÇM $\zeta = 0,2349$	c) MÇM $\zeta = 0,2349$	MÇM $\zeta = 0,05$
ζ_1	0,3434	0,3443	0,2349	0,2349	0,2349	0,0500
ζ_2	0,3774	0,3768	0,2349	0,2161	0,2296	0,0500
ζ_3	0,3197	0,3457	0,2386	0,2024	0,2283	0,0508
ζ_4	0,4327	0,3945	0,2441	0,1936	0,2298	0,0520
ζ_5	0,2896	0,2828	0,2546	0,1850	0,2349	0,0542
ζ_6	0,2055	0,1923	0,2746	0,1781	0,2473	0,0584
ζ_7	0,1111	0,1393	0,3119	0,1765	0,2735	0,0664
ζ_8	0,1351	0,1320	0,3726	0,1846	0,3194	0,0793
ζ_9	0,1021	0,1021	0,5639	0,2349	0,4707	0,1200
ζ_{10}	0,0326	0,0326	1,4421	0,5342	1,1849	0,3070

Çizelge 4.82’de görüldüğü gibi MÇM (a) ve MÇM (c) metodlar ile hesaplanan onuncu mod sönümleme faktörleri birden büyük sayı çıkmıştır. Bu durumda onuncu moddaki titreşimler sönüm dışı olarak bilinmektedir. Bu modun zorlanmış titreşimleri denklem (3.52) ve serbest titreşimleri aşağıdaki denklem ile elde edilir.

$$q_s(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (4.1)$$

Bu denklemde lamdalar karakteristik değerlerdir, sistemin üzerine başlangıç koşulları uygulandıktan sonra A ve B değerleri:

$$A = q(0) + \frac{\dot{q}(0) - \lambda_1 q(0)}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad \text{ve} \quad B = \frac{\lambda_1 q(0) - \dot{q}(0)}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (4.2)$$

olarak elde edilebilir.

Çizelge 4.83. Binanın gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,2349$	b) MÇM $\zeta = 0,2349$	c) MÇM $\zeta = 0,2349$	MÇM $\zeta = 0,05$
ωd_1	2,4455	2,4628	2,5498	2,5498	2,5498	2,6199
ωd_2	2,1135	2,1254	2,2303	2,2403	2,2332	2,2916
ωd_3	1,8613	1,9053	1,9718	1,9884	1,9768	2,0278
ωd_4	1,6996	1,6911	1,7847	1,8055	1,7911	1,8379
ωd_5	1,5478	1,5573	1,5700	1,5955	1,5781	1,6212
ωd_6	1,3057	1,3511	1,3239	1,3548	1,3340	1,3744
ωd_7	1,1463	1,0999	1,0553	1,0933	1,0684	1,1083
ωd_8	0,8750	0,8606	0,8057	0,8533	0,8228	0,8655
ωd_9	0,5325	0,5312	0,4410	0,5191	0,4712	0,5301
ωd_{10}	0,2006	0,2006	0,0000	0,1697	0,0000	0,1910

Çizelge 4.84. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	0,3317	0,4237	1,4527
DOTSM	0,3314	0,4232	1,4478
a) MÇM $\zeta = 0,2349$	0,3138	0,4405	1,3280
b) MÇM $\zeta = 0,2349$	0,3286	0,4582	1,3470
c) MÇM $\zeta = 0,2349$	0,3173	0,4437	1,3322
MÇM $\zeta = 0,05$	0,3488	0,5460	1,5488

Çizelge 4.82, Çizelge 4.83 ve Çizelge 4.84 sırası ile binanın gerçek ve yaklaşık mod sönümleme faktörü, sönümlü frekansları ve en büyük tepkileri için karşılaştırmalı tablolarıdır.

Çizelge 4.82’de görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına yaklaşık metotlardan en yakın sonuç veren DOTSM’dur. Bu yaklaşık metotta hesaplanan mod sönüm oranlarında pek fark görülmemiştir. Son dört yaklaşık metotta görüldüğü gibi mod sönüm oranları oldukça binanın gerçek sönüm oranına yakın sonuç vermektedir, ancak dokuzuncu ve onuncu modda büyük fark vardır.

Çizelge 4.83’te görüldüğü gibi hesaplanan gerçek ve yaklaşık sönümlü frekansların arasında çok fark yoktur, ancak son dört yaklaşık metodlar ile hesaplanan son moddaki sonuç çok artmıştır.

Çizelge 4.84’te görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonucu $0,3314 m$, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonucu $0,4232 m/sn$ ve ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonucu $1,4478 m/sn^2$ DOTSM vermiştir. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metod DOTSM olduğu görülmektedir.

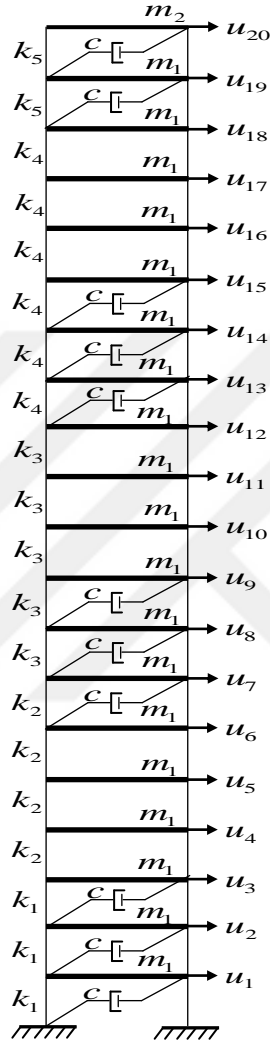
Binanın ilk ve son modlarını kullanan MÇM (b) metodundan da gerçek çözüme yeterince yakın sonuç elde edilmiştir. Beş yaklaşık metod arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) metodu yapmıştır ve sapma yüzdesi %28,86 olarak hesaplanmıştır.

Bütün katların karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 10**’da mevcuttur.

4.17. Sayısal Uygulama

Şekilde gösterilen yirmi katlı binanın toplam titreşim tepkileri (Serbest ve Zorlanmış tepkilerin toplamını) Durum-Uzayı ve Mod Çözümleme Metodu ile hesaplanacaktır. En

büyük tepkileri KTK metodu ile bulunup sonuçlar karşılaştırmalı grafikler ve tablolar halinde verilecektir.



Şekil 4.71. On bir sönümleyicisi olan yirmi katlı bina

Binanın sistem parametreleri $k_1 = 800$, $k_2 = 600$, $k_3 = 400$, $k_4 = 200$, $k_5 = 100$, $m_1 = 400$, $m_2 = 200$ ve $c = 200$ olarak verilmiştir. Kat altıya bir harmonik kuvvet $f_8 = 320\sin(\pi/2t)$ uygulanmıştır, beşinci ve on dördüncü kata sırası ile $-0,1 m$ ve $0,2 m$ yer değiştirme, ikinci ve on sekizinci kata sırası ile $0,3 m/sn$ ve $-0,3 m/sn$ hız başlangıç koşulları olarak verilmektedir.

Çizelge 4.85. Binanın gerçek ve yaklaşık mod frekansları (özdeğerleri)

DUM	v_n	DOTSM ve MÇM	ω_n
v_1	$-0,7875 \pm 2,4565i$	ω_1	2,6235
v_2	$-0,0960 \pm 2,2706i$	ω_2	2,3404
v_3	$-0,3333 \pm 1,9479i$	ω_3	2,1199
v_4	$-0,0533 \pm 1,8405i$	ω_4	1,9393
v_5	$-0,7423 \pm 1,7995i$	ω_5	1,8415
v_6	$-0,3992 \pm 1,6813i$	ω_6	1,6882
v_7	$-0,1542 \pm 1,4649i$	ω_7	1,4793
v_8	$-0,0380 \pm 1,2933i$	ω_8	1,3772
v_9	$-0,1527 \pm 1,2608i$	ω_9	1,3047
v_{10}	$-0,8272 \pm 1,0205i$	ω_{10}	1,2362
v_{11}	$-0,3541 \pm 0,9855i$	ω_{11}	1,1061
v_{12}	$-0,1152 \pm 0,9795i$	ω_{12}	1,0012
v_{13}	$-0,1413 \pm 0,8822i$	ω_{13}	0,9328
v_{14}	$-0,0815 \pm 0,7161i$	ω_{14}	0,8411
v_{15}	$-0,1969 \pm 0,5645i$	ω_{15}	0,7323
v_{16}	$-0,0934 \pm 0,4831i$	ω_{16}	0,5928
v_{17}	$-0,0277 \pm 0,3658i$	ω_{17}	0,4618
v_{18}	$-0,8947 \pm 0,3234i$	ω_{18}	0,3495
v_{19}	$-0,0101 \pm 0,2135i$	ω_{19}	0,2123
v_{20}	$-0,0013 \pm 0,0844i$	ω_{20}	0,0844

Çizelge 4.86. Binanın gerçek ve yaklaşık mod sönüm oranları

Yöntem	DUM	DOTSM	a) MÇM $\zeta = 0,2183$	MÇM $\zeta = 0,05$
ζ_1	0,3052	0,2782	0,2183	0,0500
ζ_2	0,0422	0,1208	0,2183	0,0500
ζ_3	0,1686	0,2185	0,2206	0,0505
ζ_4	0,0289	0,1593	0,2245	0,0514

Çizelge 4.86. (devam)

ζ_5	0,3813	0,1595	0,2276	0,0521
ζ_6	0,231	0,1995	0,2342	0,0536
ζ_7	0,1047	0,1828	0,2476	0,0567
ζ_8	0,0294	0,2793	0,2566	0,0588
ζ_9	0,1202	0,2249	0,2643	0,0605
ζ_{10}	0,6297	0,2529	0,2728	0,0625
ζ_{11}	0,3382	0,2723	0,2928	0,0671
ζ_{12}	0,1168	0,3175	0,3137	0,0719
ζ_{13}	0,1581	0,6236	0,3305	0,0757
ζ_{14}	0,1131	0,2817	0,3580	0,0820
ζ_{15}	0,3293	0,1606	0,4010	0,0918
ζ_{16}	0,1898	0,2220	0,4816	0,1103
ζ_{17}	0,0756	0,0151	0,6050	0,1386
ζ_{18}	0,9405	0,0487	0,7879	0,1805
ζ_{19}	0,0473	0,1888	1,2810	0,2934
ζ_{20}	0,0151	0,1094	3,2034	0,7337

Çizelge 4.86’da görüldüğü gibi MÇM (a) metot ile hesaplanan 19 ve 20’inci mod sönümlenme faktörleri birden büyük sayı çıkmıştır. Bu durumda o modlardaki titreşimler sönüm dışı olarak bilinir. Bu modların zorlanmış titreşimleri denklem (3.52) ve serbest titreşimleri aşağıdaki denklem ile elde edilir.

$$q_s(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (4.1)$$

Bu denklemde lamdalar karakteristik değerlerdir, sistemin üzerine başlangıç koşulları uygulandıktan sonra A ve B değerleri:

$$A = q(0) + \frac{\dot{q}(0) - \lambda_1 q(0)}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad \text{ve} \quad B = \frac{\lambda_1 q(0) - \dot{q}(0)}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (4.2)$$

olarak elde edilebilir.

Çizelge 4.87. KTK metodu ile hesaplanan en büyük tepkiler

Yöntem	Maks. Dep. (m)	Maks. Hız (m/sn)	Maks. İvme (m/sn ²)
DUM	1,4810	1,1012	1,7012
DOTSM	1,4712	1,1006	1,6620
a) MÇM $\zeta = 0,2183$	0,7580	0,9203	1,4692
MÇM $\zeta = 0,05$	1,6308	2,0548	3,5309

Çizelge 4.86’da görüldüğü gibi binanın gerçek mod sönüm oranına yaklaşık metotlardan yakın sonuç veren DOTSM’dur. Bu yaklaşık metottan hesaplanan mod sönüm oranlarında pek fark görülmemiştir.

Çizelge 4.87’de görüldüğü gibi deplasmanlarda gerçek çözüme en yakın sonucu 1,4712 m, hızlarda gerçek çözüme en yakın sonucu 1,1006 m/sn ve ivmelerde gerçek çözüme en yakın sonucu 1,6620 m/sn² DOTSM vermiştir. Hesaplanan en büyük tepkilerin arasında gerçek çözüme en çok yakın yanıt veren metot DOTSM olduğu görülmektedir.

Üç yaklaşık metot arasında en çok sapmayı MÇM (%0,5) metodu yapmış ve sapma yüzdesi % 107,55 olarak hesaplanmıştır.

Birinci, onuncu ve yirminci katlı karşılaştırmalı deplasman, hız ve ivme grafikleri **EK 11**’de mevcuttur.

Son dört örnekten, Veletsos tarafından sunulan bağıntının (3.90) mod sönümleme faktörleri için tam doğru olmadığı görülmektedir.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, yapı dinamiğinde bina titreşimlerinin hesaplanması için tam doğru (Durum-Uzayı) ve yaklaşık metodlar (Modların Birleştirilmesi) arasında karşılaştırmalı bir araştırma yapılmıştır. Bu iki metotta geçici titreşimler göz önüne alınarak bina titreşiminde bazı önemli sonuçlar elde edilmiştir. En büyük tepkilerin genelde, geçici titreşimlerde meydana geldiği görülmüş, halbuki yaklaşık metodlarda en büyük tepkiler kararlı hal titreşimleri için hesaplanmaktadır.

Yaklaşık metodların arasında gerçeğe en yakın değerler, Diyagonal Olmayan Terimleri Sıfırlama Metodu (DOTSM) ile elde edilmiştir. mod Çözümleme Metodu ile elde edilen sonuçların, sistemin sönüm oranına tahmini bir değer (%5 gibi) verildiğinde çok gerçekçi olmadığı görülmüş ve gerçek çözümden en büyük sapma bu durumda ortaya çıkmıştır. Sistemin sönüm oranı için Durum-Uzayı Metodu (DUM) ile hesaplanan mod sönümleme faktörlerinin ortalaması seçildiğinde, Mod Çözümleme Metodu ile daha iyi bir netice elde edilmiştir.

Mod Çözümleme Metodunda oransal sönüm matrisi oluştururken sistemin ilk ve son modlarının kullanılması, daha iyi sonuç elde edilmesi için tavsiye edilmiştir. Bu şekilde elde edilen sonuçlar gerçeğe yakınlıkta ikinci sıradadır.

Yapı sistemlerinin rijitliği olması doğal frekanslarını artmaktadır ve bu durum çözülmüş uygulamalarla tartışılmıştır. Buna göre en büyük doğal frekansa sahip bir yapının tepkileri en küçüktür. Dolayısıyla yapının doğal frekansı ile dinamik tepkisinin ters orantılı olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- Ajay, K.G. and Jing, W.J., 1985. Response spectrum method for nonclassically damped systems. *Nuclear Engineering and design*, 91(2), 161-169.
- Bahram, N.O. and Ray, W.C., 1984. Dynamic analysis of structures using Langzos Coordinates. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 12, 565-577.
- Bellos, J. and Inman, D.J., 1990. Frequency response of nonproportionally damped, lumped parameter. *Linear dynamic systems*, 112, 194-201.
- Beredugo, 1976. Modal analysis of coupled motion of horizontally excited embedded footings. *E E and S D*, 4, 403-410.
- Borino, G. and Muscolin, G., 1986. Mode-Superposition methods in dynamic analysis of classically and non-classically damped linear systems. *Earthquake Engineering and structural dynamics*, 14,705-717.
- Carllos, E.V. and Anesti, S.V., 1986. Steady-state and transient responses of nonclassically damped linear systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14, 595-608.
- Caughey, T.K. and O'Kelly, M. E. J., 1965. Classical normal modes in damped linear dynamic system. *Journal of Applied Mechanics*, 32(3), 583-588.
- Caughey, T.K., 1960. Classical normal modes in damped linear dynamic systems. *Transaction of ASME, Journal of Applied Mechanics*, 27, 269-271.
- Chung, K.R. and Lee, C.W., 1986. Dynamic reanalysis of weakly non-proportionally damped systems. *Journal of Sound and Vibration*, 111(1),37-50.
- Claret, A.M. and Filho, F.V., 1991. Modal superposition pseudo-force method for dynamic analysis with nonproportional damping. *Earthquake Eng Srruct*, 20, 303-315.
- Clough, w. and Mojtahed, S., 1976. Earthquake response analysis considering non-proportional damping. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 4, 489-496.
- Cornwell, R.E. and Johnson, P., 1983. On the application of the mode acceleration method to structural engineering problems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2, 679-688.
- Cronin, D. L., 1976. Approximation for determining harmonically excited response of nonclassically damped systems. *Journal of Engineering for Industry*, 43-47.
- Cronin, D.L., 1990. Eigenvalue and eigenvector determination for non-classically damped dynamic systems. *Contpurcru & Srruc/urer*, 36(1), 133-138.
- Duncan, P.E., and Eatock, T.R., 1979. A note on the dynamic analysis of non-proportionally damped systems. *E E and Structural Dynamics*, 7, 99-105.
- Fai, M., Matthias, M. and Ali I., 2010. The decoupling of damped linear systems in free or forced vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 329, 3182-3202.
- Federico, P., 1994. Analytical and numerical techniques for the dynamic analysis of non-classically damped linear systems. *Soil dynamics and E E*, (13), 197-212.
- Felszeghy, S.F., 1989. The development of natural modes of free vibration for linear discrete systems from the synchronous motion assumption. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 111,77-81.

- Felszeghy, S.F., 1993. On uncoupling and solving the equations of motion of vibrating linear discrete systems. *Transactions of the ASME*, 60, 456-462.
- Firdaus, E.U. and Kumar, R., 1994. Iterative methods for non-classically damped dynamic systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23, 137-152.
- Gawronski, W. and Sawicki, J.T., 1997. Response errors of non-proportionally lightly damped structures. *Journal of Sound and Vibration*, 200(4), 543-550.
- Gupta, A.K. and Chen, D.C., 1984. Comparison of modal combination methods. *Nucl. Engng. Des.*, 78, 53-68.
- Gupta, A.K., 1994. Two methods for seismic analysis of non-classically damped systems. *Nuclear Engineering and Design*, 152, 117-120.
- Harn, C.C. and Robert L.T., 1989. Using Lanczos vectors and Ritz vectors for computing dynamic responses. *Engineering Computations*, 6(2), 151-157.
- Harn, C.C. and Taylor, 1988. Solution of eigenproblems for damped structural systems by the Lanczos Algorithm. *Cmqmms & Saw&w*, 30(112), 151-161.
- Harn, C.C. and Taylor, L., 1990. Solution of viscously damped linear systems systems using a set of load-dependent vectors. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 653-665.
- Hasselmann, T.K., 1976. Modal coupling in lightly damped structures. *AIAA Journal*, 14(11), 1627-1628.
- Hong, S.W. and Lee C.W., 1988. Frequency and time domain analysis of linear systems with frequency dependent parameters. *Journal of Sound and Vibration*, 127(2), 365-378.
- Hwang, J. H., 1993. On the Approximate Solution of nonclassically damped linear systems. *Journal of Applied Mechanics*, 60, 695-701.
- Ibrahimbegovic, A. and Wilson, E.L., 1989. Simple numerical algorithms for the mode superposition analysis of linear structural systems with non-proportional damping. *Comput. stmt.*, 33, 523-531.
- Inman, D.J. and Andry, A.N., 1980. Some results on the nature of eigenvalues of discrete damped linear systems. *ASME, J. appl. Mech.*, 47, 927-930.
- James, K.K., 1985. Linear dynamical systems and an approximation problem for linear transformations. *Division of Engineering and Applied Science*, 16(4), 489-492.
- Kangming, X.A. and Igusa, T., 1991. Dynamics characteristics of non-classically damped structures. *Earthquake Engineering And Structural Dynamics*, 20, 1127-1144.
- Maison, B.F. and Neuss F., 1983. The comparative performance of seismic response spectrum combination rules in building analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 11, 623-647.
- Mau, S.T., 1988. A subspace modal superposition method for non-classically damped systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 931-942.
- Meirovitch, L. and Ryland, G., 1979. Response of slightly damped gyroscopic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 67(1), 1-19.
- Ole, E.H. and Kolbein, B., 1979. On the accuracy of mode superposition analysis in structural Dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 7, 405-411.

- Prater, G. and Singh, R., 1986. Quantification of the extent of non-proportional viscous damping in discrete vibratory systems. *Journal of Sound and Vibration*, 104(1), 109-125.
- Roberto, V., 1991. Approximate formulas to calculate the seismic response of light attachments to buildings. *Nuclear Engineering and Design*, 128, 349-368.
- Shahruz, S.M. and Langari, C., 1992. Closeness of the solutions of approximately decoupled damped linear systems to their exact solutions. *ASME Journal Of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 114, 369-374.
- Shahruz, S.M. and Packard, A.K., 1993. Approximate decoupling of weakly nonclassically damped linear second-order systems under harmonic excitations. *ASME Journal Of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 115, 214-218.
- Shahruz, S.M., 1990. Approximate decoupling of the equations of motion of damped linear systems. *Journal of Sound and Vibration*, 136(1), 5 1-64.
- Shahruz, S.M., and Ma, F., 1988. Approximate decoupling of the equations of motion of linear underdamped systems. *ASME Journal Of Applied Mechanics*, 55(3), 716-720.
- Singh, M.P. and Ghafory, A.M., 1986. Modal time history analysis of non-classically damped structures for seismic motions. *E E and S D*, 14, 133-146.
- Sinha, R. and Igusa, T., 1992. CQC and SRSS methods for non-classically damped structures. 21, 615-619.
- Tetsuji, I., 1973. Damped vibration mode superposition methods for dynamic response analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2, 47-57.
- Thambirajah, B., Chan, W.T. and Seng-Lip, L., 1982. Modal damping for torsionally coupled buildings on elastic foundation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 735-756.
- Traill-Nash, R.W., 1981. Modal methods in the dynamics of systems with non-classically damping. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 153-169.
- Veletsos, A. and Kumar, S.A., 1983. Steady-state and transient response of linear structures. *J. Eng. Mech*, 111(4), 1215-1230.
- Veletsos, A.S. and Ventura, C.E., 1984. Efficient analysis of dynamic response of linear systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 12, 521-536.
- Veletsos, A.S. and Ventura, C.E., 1986. Modal analysis of nonclassically damped linear systems. *Earthquake eng. struct. dyn.*, 14, 217-243.
- Villaverde, R., 2008. A complex modal superposition method for the seismic analysis of structures with supplemental sönümleyicis. *The 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, Beijing, China.*
- Warburton, G.B. and Soni, S.R., 1977. Errors in response calculations for non-classically damped structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 5, 365-376.
- Wilson, E. and Dickens, J., 1982. Dynamic analysis by direct superposition of Ritz vectors. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 813-821.
- Wilson, E.L. and Penzien, J., 1972. Evaluation of orthogonal damping matrices. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 4, 5-10.
- Wilson, E.L., Kiureghian, A. and Bayo, E.P., 1981. A replacement for the SRSS method in seismic analysis. *Earthquake eng. struct. dyn.*, 9, 187-192.

- Zhou, X.Y., Rui, F. and Dong, D., 2004. Complex mode superposition algorithm for seismic responses of non-classically damped linear MDOF system. *Journal Of Earthquake Engineering*, 8(4), 597-641.
- Zhou, X.Y., Yu, R. and Dong, D., 2004. The complex-complete-quadratic combination (CCQC) method for seismic responses of non-classically damped linear MDOF system. 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada, paper No. 848



ÖZGEÇMİŞ

1991 Yılında Afganistan, Mezar-ı-Şerif şehrinde doğdu. İlköğretim ve lise eğitimini Mezar-ı-Şerif'te yaptı. 2010 yılında Belh Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Bölümünü kazandı. 2014 yılında mezun olduktan sonra Türkiye'ye yüksek lisans yapma amacı ile geldi. 2015 yılında Atatürk Üniversitesinde yüksek lisansa başladı ve 2017 yılında bitirdi.

