

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
BANKACILIK VE SİGORTACILIK ENSTİTÜSÜ
AKTÜERYA ANABİLİM DALI

**ZORUNLU TRAFİK SİGORTALARINDA
DENEYİM FİYATLANDIRMASI İLE ÖDÜL-CEZA SİSTEMİNE
YENİ BİR YAKLAŞIM**

Yüksek Lisans Tezi

KEMAL BURAK BAYKAL

İSTANBUL, 2015

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
BANKACILIK VE SİGORTACILIK ENSTİTÜSÜ
AKTÜERYA ANABİLİM DALI

**ZORUNLU TRAFİK SİGORTALARINDA
DENEYİM FİYATLANDIRMASI İLE ÖDÜL-CEZA SİSTEMİNE
YENİ BİR YAKLAŞIM**

Yüksek Lisans Tezi

KEMAL BURAK BAYKAL

Danışman: Doç. Dr. SERPİL ERGÜN BÜLBÜL

İSTANBUL, 2015



T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü

Aşağıda belirtilen lisansüstü tez, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği hükümlerinde belirtilen esaslar çerçevesinde jüri önünde savunulmuş ve jüri tarafından başarılı bulunmuştur.

TEZ BAŞLIĞI : Zorunlu Trafik Sigortalarında Deneyim Fiyatlandırması ile
Ödül-Ceza Sistemine Yeni Bir Yaklaşım

TÜRÜ :Yüksek Lisans

TEZİ HAZIRLAYAN : Kemal Burak BAYKAL

ANABİLİM DALI : Aktüerya

SAVUNMA TARİHİ : 22.07.2015

JÜRİ ÜYELERİ

GÖREVİ

ADI SOYADI

İmza

Danışman

Doç.Dr.Serpil ERGÜN BÜLBÜL

Üye

Doç.Dr.İlyas AKHİSAR

Üye

Doç.Dr.Handan YOLSAL

TAAHHÜTNAME

**Marmara Üniversitesi
Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü Müdürlüğüne,**

Zorunlu Trafik Sigortalarında Deneyim Fiyatlandırması İle Ödül-Ceza Sistemine Yeri Bir Takasım... başlıklı tezime ilişkin olarak;

1. Tezimin fikir/hipotezi tümüyle tarafıma/tez danışmanıma/tez danışmanım ve tarafıma aittir.
2. Genel bilgiler ve tartışma kısmında yer alan tüm cümleler bana aittir. Kısmen veya tamamen kopyalama yapılması durumunda alınan kaynak belirtilmiştir.
3. Şekil, resim ve tablolar tarafımda oluşturulmuştur. Başka eserlerden yararlanılmış ise kaynak belirtilmiştir.
4. Tüm deneysel çalışma/araştırma anabilim dalımızda veya tez önerisinden itibaren açıkça belirtilen diğer kurumlarda bizzat yaptığım özgün çalışmamdır.
5. Materyal metod ve bulgular kısımlarında kullanılan tüm bilgiler özgün çalışmama aittir. İlgili fotoğraf, grafik ve tablolar bu çalışmanın bilimsel bulgularını içermektedir ve hiç bir kopyalama yapılmaksızın tarafımda oluşturulmuştur.
6. Tezin tümünde kaynaklar dışında tam kopyala-yapıştır usulüyle hazırlanmış metin yer almamaktadır.

Yukarıda belirtilen hususların doğruluğunu, aksi durumun tespiti halinde her türlü hukuki ve cezai sorumluluğun tarafıma ait olduğunu beyan, kabul ve taahhüt ederim.

Öğrencinin Adı Soyadı: **KEMAL BURAK BAYKAL**

Tarih: **30.06.2015**

İmza: **KB Baykal**

TAAHHÜTNAME

Marmara Üniversitesi Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü Müdürlüğüne,

Danışmanı olduğumKemal Burak Baykal..... isimli öğrenci tarafından kaleme alınanZararlı Trafik Sigortalarında Deneyim Fiyatlandırması başlıklı teze ilişkin olarak Te Ödül - Ceza Sistemine Yeni Bir Yaklaşım

1. Tezin fikir/hipotezi tümüyle tarafıma ve/veya öğrencime aittir.
2. Tezde yer alan deneysel çalışma/araştırma danışmanlığım altında bizzat öğrencimin yaptığı özgün bir çalışmadır.
3. "Genel Bilgiler" ve "Tartışma" bölümlerinde yer alan bilgi ve yorumlar danışmanlığım altında öğrencim tarafından yazılmıştır. Bu bilgilerin kısmen veya tamamen kopyalanması halinde kaynak belirtilmesine dikkat edilmiştir.
- 4 "Bulgular" bölümünde sunulan verilerin tamamı fotoğraf, grafik ve tablo gibi görsel materyal dahil öğrencimin özgün çalışmasına aittir.

Yukarıda belirtilen hususların doğruluğunu beyan ederim.

Danışmanın Adı Soyadı:

Tarih: 29.06.2015

İmza:

Serpil Ergün Bülbül

ÖZET

ZORUNLU TRAFİK SİGORTALARINDA DENEYİM FİYATLANDIRMASI İLE ÖDÜL-CEZA SİSTEMİNE YENİ BİR YAKLAŞIM

Ödül-ceza sistemleri zorunlu trafik sigortalarının fiyatlandırılmasında kullanılan en önemli araçlardan biridir. Sistemin amacı, uzun vadede her sigortalının kendi hasar frekansına göre prim ödemesini sağlayarak primlerde adaleti sağlamak ve sürücüleri daha dikkatli araç kullanmaya teşvik etmektir. Sigorta şirketleri açısından, verilen toplam ödül tutarı ile toplam ceza tutarının dengeli olması şirketlerin finansal dengesini muhafaza etmesi açısından oldukça önemlidir.

Türkiye’de 2014 yılı itibariyle trafik sigortalarında serbest tarife rejimine geçilmesiyle birlikte sigorta şirketleri ödül-ceza oranlarını serbestçe belirleyebilme imkanını elde etmişlerdir. Bu çalışmada, daha önceden kullanılması zorunlu olan ödül-ceza sisteminin basamak sistemi, geçiş kuralları ve devlet tarafından belirlenmiş ödül-ceza oranlarının getirdiği dezavantajlar göz önünde bulundurularak, sigortalıların hasar geçmişi bilgileri kullanılarak bir deneyim fiyatlandırması yapılmıştır. Eski sistemden farklı olarak, sigortalıların sadece bir önceki yılda yaptığı hasar talebi sayısına göre değil bir süreç boyunca yaptıkları hasar talebi sayıları dikkate alınarak, sigortalıların ceza primlerinden hızlı şekilde kurtulmaları engellenmeye çalışılmıştır.

Çalışmanın uygulama bölümünde, optimum bir ödül ceza sistemi oluşturabilmek amacıyla veri seti olarak sektörde faaliyet gösteren bir şirketten alınan, otomobiller için düzenlenmiş trafik sigortası hasar talebi sayıları kullanılmıştır. Söz konusu veri setinin hasar talebi sayılarını modellemede kullanılan dağılımlara uygunluğu incelenmiştir. Kredibilite teorisi, Bayesci yaklaşım, karesel kayıp fonksiyonu ve beklenen değer prim prensibi kullanılarak veri setine uygunluğu gösterilen negatif binom modeli ve iyi risk/kötü risk modeli ile optimal ödül-ceza sistemleri oluşturulmuş ve ödül-ceza oranları bulunmuştur. Ayrıca çalışmanın sonunda modellerden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: ödül-ceza sistemi, deneyim fiyatlandırması, sonsal fiyatlandırma, kredibilite, trafik sigortası

ABSTRACT

A NEW APPROACH TO BONUS-MALUS SYSTEM IN MOTOR THIRD-PARTY LIABILITY INSURANCE USING EXPERIENCE RATING

Bonus-malus systems are one of the most important instruments used in motor third-party liability insurance rating. The Purpose of the bonus-malus system in the long term is to provide a fairness of the premiums paid by ensuring everyone pays a premium that corresponds exactly to their own claim frequency and to encourage policyholders to drive more carefully. From insurer's perspective, a balance of total amount of bonuses and maluses is very important to maintain the financial stability of the companies.

With the adoption of free tariff regime in motor third-party liability insurance in Turkey in 2014, insurance companies had a chance to freely determine the bonus-malus rates. In this study, an experience rating was implemented using the insured's individual claim experience by taking the disadvantages of using mandatory bonus-malus system's transition rules, classes and bonus-malus scales determined by the government into consideration. Unlike the previous system where rates were determined by using only the claims of the previous year, policyholders are prevented from evading malus premium fast by taking the number of the individual claim experience of the policyholders observed through a period of time into account.

In the application section of the study, data taken from an insurance company are used in order to build an optimal bonus-malus system. These data involve information about the observed claim frequencies of automobiles over a year for motor third party liability policies. These data are in compliance with the claim frequency distributions. Optimal bonus-malus systems are created and bonus-malus rates are determined by negative binomial model and good risk/bad risk model whose accordance with the data is shown using credibility theory, Bayesian approach, quadratic loss function and the principle of expected value premium. Besides, results obtained from models are compared and evaluated.

Keywords: bonus-malus system, experience rating, a posteriori rating, credibility, motor third-party liability insurance

ÖNSÖZ

Tez çalışmamın gerçekleştirilmesinde, başlangıcından sonuna kadar desteğini bir an olsun esirgemeyen, bilgisi ve deneyimiyle karşılaştığım bütün sorunların çözümünde yol gösteren danışman hocam Sayın Doç. Dr. Serpil ERGÜN BÜLBÜL'e katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Gösterdikleri hoşgörü ve destek için M.Ü. Bankacılık ve Sigortacılık Yüksekokulu müdürümüz Sayın Prof. Dr. Erişah ARICAN'a, Yüksekokul Aktüerya Bölüm Başkanımız Sayın Prof. Dr. İlyas AKHİSAR'a, değerli bölüm hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Zor zamanlarımda derdimi dinleyip bana destek olan çok değerli arkadaşlarım Ünal KURT, Caner KOCABIYIK ve Berat Can CENGİZ'e de ayrıca teşekkür ederim.

Beni yetiştirip bu günlere getiren, hayatımın her döneminde maddi ve manevi desteklerini bir an olsun esirgemeyen aileme de üzerimdeki emekleri için teşekkürü bir borç bilirim.

İstanbul, 2015

Kemal Burak BAYKAL

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

İÇİNDEKİLER	ii
TABLolar LİSTESİ	iv
GRAFİKLER LİSTESİ.....	v
KISALTMALAR LİSTESİ.....	vi
GİRİŞ	1

I.BÖLÜM

HASAR TALEBİ SAYISI DAĞILIMLARI

1.1. Poisson Dağılımı	5
1.2. Karma Dağılımlar	8
1.2.1. Kesikli Karma Dağılımlar	9
1.2.2. Sürekli Karma Dağılımlar	9
1.3. Karma Poisson Dağılımları.....	10
1.3.1. Negatif Binom Dağılımı.....	12
1.3.2. Poisson-Ters Gauss Dağılımı	16
1.3.3. İyi Risk/Kötü Risk Dağılımı	17

II.BÖLÜM

DENEYİM FİYATLANDIRMASI VE ÖDÜL-CEZA SİSTEMİ

2.1. Deneyim Fiyatlandırması.....	19
2.1.1. Risk Sınıflandırması	19
2.1.2. Risk Fiyatlandırması	20
2.2. Ödül-Ceza Sistemi	22
2.2.1. Dünyada Ödül-Ceza Sistemleri.....	26
2.2.2. Türkiye’de Ödül-Ceza Sistemi.....	30
2.3. Türkiye’deki Otomobil ve Trafik Sigortası İstatistikleri	38

III.BÖLÜM

KREDİBİLİTE TEORİSİ İLE ÖDÜL-CEZA SİSTEMİ TASARIMI

3.1. Kredibilite Kavramı	45
3.2. Kredibilite Modelleri	47
3.2.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite Modeli	48
3.2.1.1. Sınırlı Dalgalanmalı Tam Kredibilite Yaklaşımı	48
3.2.1.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kısmi Kredibilite Yaklaşımı	49
3.2.2. Bayesci Yaklaşım	50
3.3. Kayıp Fonksiyonları	53
3.4. Prim Prensipleri	55
3.5. Optimal Ödül-Ceza Sistemi Tasarımı	56
3.5.1. Negatif Binom Modeli ile Ödül-Ceza Sistemi Tasarımı	58
3.5.2. İyi Risk/Kötü Risk Modeli ile Ödül-Ceza Sistemi Tasarımı	63

IV.BÖLÜM

OPTİMAL ÖDÜL-CEZA SİSTEMİ UYGULAMASI

4.1. Araştırmanın Amacı	65
4.2. Literatür Taraması	66
4.3. Veri Seti ve Yapısı	68
4.4. Veri Setinin Hasar Talebi Sayısı Dağılımlarına Uygunluğu	70
4.4.1. Poisson Dağılımı	70
4.4.2. Poisson-Ters Gauss Dağılımı	71
4.4.3. Negatif Binom Dağılımı	73
4.4.4. İyi Risk/Kötü Risk Dağılımı	74
4.5. Optimal Ödül-Ceza Sistemlerinin Oluşturulması	77
4.5.1. Ödül-Ceza Sistemi I: Negatif Binom Modeli	77
4.5.2. Ödül-Ceza Sistemi II: İyi Risk/Kötü Risk Modeli	79
SONUÇ	83
KAYNAKÇA	86

TABLolar LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 1: Örnek Ödül-Ceza Sistemi: Basamak Yapısı ve Ödül-Ceza Oranları	24
Tablo 2: Örnek Ödül-Ceza Sistemi: Geçiş Kuralları	24
Tablo 3: Hasarsızlık İndirimi ve Prim Artırım Oranları (2004)	33
Tablo 4: Hasarsızlık İndirimi ve Prim Artırım Oranları (2008)	34
Tablo 5: Hasar Sayısına Göre Yeni Basamak Numarasının Tespiti	36
Tablo 6: Gözlenen Hasar Frekansları	69
Tablo 7: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (Poisson Modeli)	70
Tablo 8: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (Poisson-Ters Gauss Modeli)	72
Tablo 9: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (Negatif Binom Modeli).....	73
Tablo 10: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (İyi Risk/Kötü Risk Modeli).....	76
Tablo 11: Negatif Binom Modeli Ödül-Ceza Sistemi Prim Oranları	78
Tablo 12: Sonsal (Posterior) Olasılıklar	80
Tablo 13: İyi Risk/Kötü Risk Modeli Ödül-Ceza Sistemi Prim Oranları.....	82

GRAFİKLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Grafik 1. Motorlu Kara Taşıtı Sayısının Yıllara Göre Değişimi	38
Grafik 2. Otomobil Oranının Yıllara Göre Değişimi	39
Grafik 3. Toplam Kaza Sayısı (2002-2013)	40
Grafik 4. Kaza Tespit Tutanağı Sayısı (2008-2014).....	41
Grafik 5. Toplam Trafik Sigortası-Otomobil Trafik Sig. Sayısı (2006-2014)	42
Grafik 6. Otomobil Trafik Sigortası Yüzdesi Değişimi (2006-2014).....	43

KISALTMALAR LİSTESİ

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
a.g.e.	: Adı Geçen Eser
a.g.m.	: Adı Geçen Makale
ÖCS	: Ödül-Ceza Sistemi
KTT	: Kaza Tespit Tutanağı
PIG	: Poisson-Ters Gauss
TRAMER	: Trafik Sigortası Bilgi ve Gözetim Merkezi

GİRİŞ

Sanayi devrimi ile üretim endüstrisi hızla gelişmiş, bilimsel ve teknolojik gelişmeler ışığında hayatımızı kolaylaştıran birçok ürün insanlığın kullanımına sunulmuştur. Günümüzde hayatımızın vazgeçilmez bir parçası haline gelen motorlu kara taşıtları bunun çok açık bir örneğini oluşturmaktadır. 1800'lerin sonunda yokuş bile çıkamayan araçlar varken günümüzde kendi kendine park yapabilen, sürücüsüz yol alabilen araçların geliştirilmiş olduğu düşünüldüğünde insanların her tür araçla gerek iş için gerekse kişisel kullanımları için her gün etkileşim içinde olacağı aşıkardır.

Artan dünya nüfusu ile birlikte, motorlu kara taşıtlarına ihtiyaç da giderek artmıştır. Büyük çaplı endüstriyel üretim imkanları ve küreselleşme ile birlikte üretim maliyetleri düşmüş ve bir araca sahip olmak, ekonomik olarak oldukça kolaylaşmıştır. Öyle ki, artık neredeyse her evde bir otomobil görülür hale gelmiştir. Kendi aracı olmayan insanlar dahi gündelik yaşamlarında, sokağa çıktıkları andan itibaren, gerek yolcu gerekse yaya olarak motorlu kara taşıtları ile iç içe kalmaktadırlar.

Motorlu kara taşıtlarının bu denli yoğun kullanımı trafik kazalarını da beraberinde getirmektedir. Trafikte sürücü, yaya veya yolcu olarak bu kazalara maruz kalma olasılığımız her zaman mevcuttur. Bu kazaların ağır maddi ve manevi sonuçları olabilmekte, ölümler ve sakatlanmayla sonuçlanan trafik kazaları ile karşılaşabilmektedir. Kişilerin, kullandıkları motorlu taşıtlar ile verdikleri maddi ve manevi zararlardan sorumlu olacakları düşüncesinden hareketle, dünyadaki birçok gelişmiş ve gelişmekte olan ülke trafik kazaları sonucunda 3. şahıslara verilecek maddi ve manevi hasarların tazmini için sürücülerin trafik sigortası yaptırmalarını kanunlar ile zorunlu hale getirmiştir.

İlk olarak 1930'da İngiltere'de uygulanmaya başlanan trafik sigortası, ülkemizdeki tam adıyla Karayolları Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası, Türkiye'de 1953'ten bu yana uygulanmaktadır. Trafik sigortası temel olarak, trafikte kazaya karışan bir aracın karşı tarafa vereceği zararı kusuru oranında tazmin eden bir sorumluluk sigortasıdır. Zorunlu trafik sigortasını yaptırmamış araçların trafiğe çıkması kanunen

yasaktır. Kanun koyucu tüm bu yasal düzenlemeler ve önlemlerle trafik kazaları sonucunda yaşanacak mağduriyetlerin önlenmesini amaçlamıştır.

Dünyada uygulanmakta olan trafik sigortaları tarifeleri; tamamen devlet kontrollü tarife, yarı serbest tarife veya tam serbest tarife olarak üç ana başlık altında toplanabilir. Tamamen devlet kontrolünde olan sistemlerde primler ve buna bağlı olarak hasarsızlık indirimi oranları ve ceza oranları kamu otoritesi tarafından belirlenmektedir. Yarı serbest tarife rejimlerinin uygulandığı yerlerde kamu otoritesi tarafından primlere alt ve üst limitler belirlenmekte sigorta şirketlerinin bu sınırlar dahilinde prim belirlemesine imkan verilmektedir. Tam serbest tarife rejiminin uygulandığı ülkelerde ise kamu otoritesi prim değerlerine, indirim ve ceza oranlarına müdahale etmemekte, şirketlerin mali yapısını denetleyerek ve yasal düzenlemeler yaparak sektöre yön vermektedir.

1990'larla beraber Avrupa'da başlayan serbestleşmeyi Türkiye de takip etmiş ve 1 Ocak 2014 tarihi itibariyle trafik sigortasında tam serbest rejime geçilmiştir. Türkiye'deki şirketler trafik sigortası primlerini serbestçe belirleme imkanına kavuşmuşlardır. Şirketler yedi basamaklı ödül-ceza sistemini kullanmaya devam edecek olup basamaklara ait indirim ve artırım oranlarını serbestçe belirleme imkanını elde etmişlerdir. Genel olarak rekabetin yoğun yaşandığı sigorta sektöründe, bu rekabetin en yoğun ve acımasız yaşandığı branşların başında gelen trafik sigortası branşındaki serbest rejim politikası, şirketler tarafından trafik sigortası branşından kar etmelerini sağlayacak şekilde avantaja dönüştürülebilir.

Trafik sigortaları primlerinin belirlenmesinde ödül-ceza (bonus-malus) uygulaması çok önemli bir etkiye sahiptir. Dünyanın çeşitli ülkelerinde "ödül-ceza sistemi", "hasarsızlık indirimi", "liyakat fiyatlandırması" ve "deneyim fiyatlandırması" adlarıyla anılan bu sistemler genel olarak, sigortalıların yaptıkları hasar talebi sayısına göre bir sonraki yıl sigorta primine indirim veya zam yapılmasını öngörür. Sigortalı içinde bulunduğu yıl bir hasar talebinde bulunmazsa ertesi yıl bir basamak yükselir ve belirli bir indirim oranı (bonus) ile ödüllendirilir. Aksi durumda, sürücü kusurlu olduğu bir kaza sonucunda hasar talebinde bulunursa bir sonraki sene, geçiş kurallarında belirtilen kadar basamak geriler ve belirli bir zam oranı ile (malus) cezalandırılır. Ödül-

ceza sistemlerinin en temel amaçlarından biri, her sigortalının sigorta havuzuna kattığı riski oranında prim ödemesini sağlayarak adaleti temin etmektir. Böylece az sayıda kaza yapan iyi sürücüler daha az prim, fazla sayıda kaza yapan kötü sürücüler ise daha fazla prim ödeyecek ve uzun vadede kimse bir başkasının mali yükünü yüklenmemiş olacaktır.

Sözü edilen ödül-ceza sistemi tipi Avrupa'da ve Asya'da yoğunlukla kullanılmaktadır. Çoğu ülkede indirim ve ceza oranları kamu otoritesi tarafından önceden belirlenmiştir ve sigorta şirketleri sürücünün yaptığı hasar talebi sayısına göre bu oranları uygulamak zorundadırlar. Bu sistemler kolay anlaşılmasına ve uygulamada kolaylık sağlanmasına rağmen basamaklar arası geçiş kuralları nedeniyle daha fazla kaza yapan kötü sürücüler daha az kaza yapan iyi sürücülerle aynı basamağa denk gelebilmektedir. Ödül ve ceza oranlarının da sabit olduğunu düşündüğümüzde bu durum oldukça adaletsiz olmaktadır. Bunun yanında, ödül-ceza oranları belirlenirken hangi kriterlerin göz önünde bulundurulduğu, herhangi bir istatistiksel ve/veya olasılık hesaplamalarına dayanan bir çalışma yapıp yapılmadığı bilinmemektedir. Her sigorta şirketinin müşteri portföyünün de farklı olacağı gerçeği göz önünde bulundurulduğunda portföyündeki kötü sürücü oranı fazla olan bir sigorta şirketi, uygulaması gerekenden daha az ceza oranı uygulamak durumunda kalabilir. Bu da şirketin hasar maliyetlerine mutlaka yansıtacak ve ilgili branştan zarar etmesine neden olacaktır.

Yıllarca ödül-ceza oranları olarak önceden belirlenmiş indirim ve artırım oranlarının kullanıldığı ülkemizde, 1 Ocak 2014 tarihi itibarıyla tam serbest tarife rejimi kapsamında sigorta şirketlerine bu alanda serbestlik tanınmıştır. Bu çalışmada serbest tarife rejimine geçildikten sonra sigorta şirketlerinin farklı oranlarla oluşturdukları ödül-ceza uygulamaları da incelenerek ödül-ceza oranlarının nasıl belirlenebileceği konusunda finansal ve bilimsel açıdan güvenilir yeni bir yaklaşım ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda çalışmanın amacı, daha önce uygulanan sistemden farklı olarak, sektörden alınan veriler bazında hasar sayılarının olasılık dağılımını tespit edip, sigortalıların hasar geçmişi bilgilerini kullanılarak kredibilite teorisi özelinde Bayesci yaklaşım ile sonsal hasar frekanslarını bulmak ve buna uygun bir prim belirlemektir. Böylece herkes kendi hasar frekansına göre prim ödeyecek ve ödül-ceza sistemi ile

verilen indirim ve artırımlar birbirini karşılayabilecek ve sigorta şirketi açısından finansal denge sağlanmış olacaktır.

Çalışmanın birinci bölümünde, hasar talebi sayılarını modellemede literatürde sıklıkla kullanılan olasılık dağılımlarından olan Poisson, karma Poisson dağılımlarından olan Negatif Binom (Poisson-Gamma), Poisson-Ters Gauss ve İyi Risk/Kötü Risk dağılımları incelenmiştir.

İkinci bölümde, deneyim fiyatlandırması kavramının ve ödül-ceza sisteminin tanımını üzerinde durulmuş, dünyadaki ödül-ceza sistemleri tanıtılmış, Türkiye'deki trafik sigortası tarifesinin ve bunun özelinde ödül-ceza sistemi yapısının geçirdiği değişimlere değinilmiş, son olarak da Türkiye'deki motorlu kara taşıtları ve trafik sigortası istatistiklerine yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde, ana hatlarıyla kredibilite teorisinin üzerinde durulmuş, Bayesci yaklaşıma, kayıp fonksiyonlarına ve prim hesaplama yöntemlerine kısaca değinildikten sonra karesel kayıp fonksiyonu ve beklenen değer prim prensibi kullanılarak Negatif Binom Modeli ve İyi Risk/Kötü Risk Modeli ile optimal ödül-ceza sistemlerinin nasıl dizayn edileceği tartışılmıştır.

Son bölümde ise Türkiye'de faaliyet gösteren köklü bir sigorta şirketinden alınan, otomobillere ait zorunlu trafik sigortası hasar talebi sayısı veri setinin Bölüm 1'de tanıtılan dağılımlara uygunluğu test edilmiş ve çıkan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Son olarak, veriye uygunluğu tespit edilen Negatif Binom Modeli ve İyi Risk/Kötü Risk Modeli kullanılarak optimal ödül-ceza sistemleri oluşturulmuş ve prim oranları bulunarak tablolandırılmıştır.

I.BÖLÜM

HASAR TALEBİ SAYISI DAĞILIMLARI

1.1. Poisson Dağılımı

Kesikli bir dağılım olan Poisson dağılımı adını Fransız matematikçi Simeon Poisson'dan (1781-1840) almıştır.¹ Gündelik yaşamda Poisson dağılımı gösteren pek çok olay olması sebebiyle uygulamada çok geniş kullanım alanı bulunan Poisson dağılımı araştırmacıların en çok kullandıkları olasılık dağılımlarından biridir.

Poisson dağılımında zaman, içinde birden fazla olayın gerçekleşemeyeceği kadar küçük zaman aralıklarına bölünür. Bölünen bu dar zaman birimleri içerisinde olay ya gerçekleşir ya da gerçekleşmez.²

Bir örnek ile açıklamak istersek; bir şehirdeki aylık otomobil kazalarının sayısı X rassal değişkeni olmak üzere;

- (i) İki ayrı zaman aralığında oluşan otomobil kazalarının sayısı bağımsızdır.
- (ii) Küçük bir zaman aralığında otomobil kazalarının meydana gelme olasılığı zaman aralığının uzunluğu ile orantılıdır.
- (iii) Küçük bir zaman aralığında iki ya da daha fazla sayıda kazanın meydana gelme olasılığı önemsizdir.

Bu özellikleri sağlayan X rassal değişkeni λ parametresiyle poisson dağılır.³

Olasılık yoğunluk fonksiyonu ($\lambda > 0$) ;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (1.1)$$

olarak ifade edilir.

¹ Irwin MILLER, Marylees MILLER, John E. Freund'dan **Matematiksel İstatistik**, Ümit ŞENESEN (çev.), İstanbul: Literatür Yayıncılık, 2002, s.187.

² Mustafa AYTAÇ, **Matematiksel İstatistik**, Bursa: Ezgi Kitabevi, 2004, s.246.

³ Bedriye SARAÇOĞLU ve Ferhan ÇEVİK, **Matematiksel İstatistik Olasılık ve Önemli Dağılımlar**, Ankara: Gazi Büro Kitabevi, 1995, s.444.

Moment çıkararak fonksiyonu;

$$M(t) = \exp[(e^t - 1)\lambda] \quad (1.2)$$

olarak gösterilir.

Beklenen değeri ve varyansı;

$$\begin{aligned} E(X) &= M_x'(0) = \lambda \\ V(X) &= M_x''(0) - [M_x'(0)]^2 = \lambda \end{aligned} \quad (1.3)$$

şeklinde ifade edilir.⁴

Poisson süreci olasılık teorisinde ve stokastik süreç teorisinde uzun süredir uygulanmaktadır. Filip Lundberg Poisson sürecini 1903'teki tezinde hasar sayısı süreci için kullanmıştır. 1930'larda ise ünlü İsveçli istatistikçi Harald Cramér, Poisson süreci tarafından oluşturulan toplam hasar miktarı sürecini kullanarak kollektif risk teorisini geliştirmiştir. Matematiksel özellikleri nedeniyle Poisson süreci sigorta matematiğinde önemli bir rol oynamaktadır.⁵

Bir stokastik süreçte $\{N(t), (t > 0)\}$ $[0, t]$ zaman aralığında meydana gelen olayları göstermek üzere, aşağıdaki koşullar sağlandığında bu sürecin Poisson süreci olduğu söylenir⁶:

- i) Süreç sıfırda başlar: $N(0) = 0$
- ii) Ayrık zaman aralıklarında meydana gelen olayların sayıları birbirinden bağımsızdır.
- iii) Verilen aralıkta oluşan olayların sayısının dağılımı aralığın konumuna değil, uzunluğuna bağlıdır.

$$P[N(t + \Delta) - N(t) = k] = P[N(s + \Delta) - N(s) = k]$$

⁴ Sheldon M. ROSS, **Olasılık ve İstatistiğe Giriş: Mühendis ve Fenciler İçin**, Salih ÇELEBİOĞLU ve Reşat KASAP (çev. ed.), Ankara: Nobel, 2012, s.148.

⁵ Thomas MIKOSCH, **Non-Life Insurance Mathematics: An Introduction with the Poisson Process**, 2nd Edition., Berlin: Springer Science & Business Media, 2009, s.7.

⁶ Michel DENUIT ve Diğerleri, **Actuarial Modelling of Claim Counts: Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems**, New York: John Wiley & Sons Ltd, 2007, s.17.

$$\text{iv) } \Pr[N(h) = k] = \begin{cases} 1 - \lambda h + o(h) , & k = 0 \\ \lambda h + o(h) & , k = 1 \\ o(h) & , k \geq 2 \end{cases}$$

burada $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{o(h)}{h} = 0$ dir. Başka bir deyişle, h yeteri kadar küçüldüğünde $o(h)$ ihmal edilebilir.

Bu varsayımlara göre, (ii) bir zaman noktasında oluşmuş bir kaza daha önceden oluşmuş bütün kazalardan bağımsızdır. (iii) bir günün herhangi bir zaman aralığı için kaza yapma olasılığı aynı varsayılmaktadır. (iv) bir poliçe sahibinin küçük bir zaman aralığında, iki veya daha fazla hasar bildiriminde bulunması olasılığı hiç hasar talebinde bulunmaması veya sadece bir tane hasar bildirimde bulunması olasılığı ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir olmaktadır.⁷

Bu kabullerin ışığında, $[0, t]$ zaman aralığında gerçekleşen olay sayısı $N(t)$ olmakla beraber $P\{N(t) = k\}$ 'ya ilişkin bir ifade elde etmek için $[0, t]$ aralığının her biri t/n uzunluğunda ve çakışmayan n alt aralığa bölüldüğü varsayıldığında aşağıdaki koşullardan biri gerçekleştiği anda $[0, t]$ aralığında k olay gerçekleşmiş olur.

- i) $N(t)$, k ' ya eşittir ve her bir alt aralıkta en fazla bir olay vardır.
- ii) $N(t)$, k ' ya eşittir ve en az bir alt aralık iki ya da daha çok olay içerir.

Bu iki olasılık karşılıklı dışlayıcıdır ve (i) koşulu, n alt aralığın k tanesinin 1 tane olay içermesi ve geriye kalan $n - k$ tanesinin 0 olay içermesi anlamına geldiğinden,

$$P\{N(t) = k\} = P\{n \text{ alt aralıktan } k \text{ tanesi tam 1 olay içerir ve diğer } n - k \text{ tanesi 0 olay içerir}\} + P\{N(t) = k \text{ ve en az 1 alt aralık 2 ya da daha fazla olay içerir}\}$$

olarak yazılabilir. Daha önce belirttiğimiz poisson süreci koşullarından bilindiği üzere,

$$n \rightarrow \infty \text{ iken } P\{N(t) = k \text{ ve en az 1 alt aralık 2 ya da daha fazla olay içerir}\} \rightarrow 0 \text{ olur.}$$

Poisson süreci koşullarından yararlanılarak;

⁷ DENUIT ve Diğerleri, a.g.e., s.19.

$$P\{\text{bir alt aralıkta tam 1 olay olması}\} \approx \frac{\lambda t}{n}$$

$$P\{\text{bir alt aralıkta 0 olay olması}\} \approx 1 - \frac{\lambda t}{n}$$

olduğu bulunabilir. Farklı alt aralıklarda oluşan olay sayılarının bağımsız olduğu bilindiğinden, alt aralık sayısı n 'nin ∞ 'a yaklaşmasıyla;

$P\{\text{alt aralıklardan } k \text{ tanesinin tam 1 olay ve diğer } n-k \text{ tanesinin 0 olay içermesi}\}$

$$\approx \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda t}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda t}{n}\right)^{n-k} \quad \text{olarak bulunur. Bu denklem, parametreleri } n \text{ ve } p = \frac{\lambda t}{n} \text{ olan}$$

binom rassal değişkeninin k ya eşit olması olasılığını vermektedir. Bilindiği üzere, n büyüdükçe bu olasılık, ortalaması $\frac{n\lambda t}{n} = \lambda t$ olan bir Poisson rassal değişkeninin k 'ya eşit olma olasılığına yaklaşır. Bu bilgiler ışığında, $n \rightarrow \infty$ iken,

$$P\{N(t) = k\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad (1.4)$$

olduğu gösterilmiş olur.⁸

1.2. Karma Dağılımlar

Otomobil sigortalarında fiyatlandırma yapabilmek amacıyla sigortacılar sigortalıları homojen gruplara ayırmaya çalışırlar. Sigortacılar bu grupları oluşturmak için yaş, cinsiyet, araç tipi, araç rengi, medeni durum, sürüş tecrübesi gibi bir çok değişken kullanmalarına rağmen sürücünün refleks hızı, direksiyon başındaki agresifliği, sürüş kabiliyeti gibi başka birçok değişkenin varlığı sebebiyle portföydeki gruplar içinde bir heterojenlik söz konusu olmaktadır.⁹ Heterojen popülasyonların modellenmesinde kullanılan karma dağılımlar kesikli ve sürekli olmak üzere iki grup altında incelenebilir.

⁸ ROSS, a.g.e., s.182.

⁹ Lluís BERMÚDEZ, Michel DENUIT, Jan DHAENE, "Exponential Bonus-Malus Systems Integrating a Priori Risk Classification", **Journal of Actuarial Practice**, Vol. 9, January 2001, s.68.

1.2.1. Kesikli Karma Dağılımlar

Bir yıl boyunca gerçekleşen hasar talebi sayısı N 'in dağılımının olasılık kütle fonksiyonu aşağıdaki gibi olsun,

$$p_k = \Pr(N = k) = q_1 p(k | \xi_1) + \dots + q_v p(k | \xi_v) \quad (1.5)$$

Bu model çoğunlukla kesikli veya sonlu karma model olarak anılmaktadır. Denklemden anlaşılacağı üzere popülasyonda v sayıda kategoride sigortalı vardır. ξ olasılık kütle fonksiyonunun karakteristiğini belirleyen bir parametre iken, v sayıda kategoriye ait yıllık beklenen hasar frekansları sırasıyla $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_v$ ile gösterilmiştir. q_1, q_2, \dots, q_v 'ler ise sırasıyla her bir kategorinin popülasyondaki oranını göstermektedir. Genel gösterimi bu şekilde olan kesikli karma dağılımın bileşenleri, ortalaması ξ_j olan Poisson dağılımı ile karma dağılım haline geldiğinde, sigorta şirketlerine bildirilen hasar talebi sayılarını veya bir sigortalı tarafından yapılan kaza sayılarını modellemede oldukça uygun bir çözüm olmaktadır. Popülasyondaki sadece bir sigortalıyı incelediğimizi düşündüğümüzde bu sigortalının hangi kategoriye ait olduğunu bilmemiz imkansızdır, fakat bu sigortalının kategori j 'den geliyor olması olasılığı q_j olarak bilinmektedir. Böylece, bu sigortalının bildirdiği hasar talebi sayısının olasılık kütle fonksiyonu, k adet kategorinin olasılık kütle fonksiyonlarının ağırlıklı ortalaması olmaktadır.¹⁰ Kesikli (sonlu) karma dağılımların bir dezavantajı ise tahmin edilmesi gereken parametre sayısının fazla olmasıdır. Bu nedenle, sürekli karma dağılımlar tercih sebebi olmaktadır.¹¹

1.2.2. Sürekli Karma Dağılımlar

Kesikli karma dağılımlardaki kategori sayısını ifade eden v 'nin artması q_j ve ξ_j parametrelerinde de artışa yol açacağından, fazla sayıda kategori olduğu durumlarda

¹⁰ DENUIT ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.23.

¹¹ Stuart A. KLUGMAN, Harry H. PANJER ve Gordon E. WILLMOT, "Loss Models: From Data Decisions", 4th. Edition, New Jersey: John Wiley & Sons Ltd, 2012, s.109.

sürekli karma dağılıma geçmek daha makul olmaktadır. Eğer ξ 'nin, olasılık yoğunluk fonksiyonu $g(\cdot)$ ile sürekli dağıldığı varsayılırsa olasılık kütle fonksiyonu,

$$p_k = \int p(k | \xi)g(\xi)d\xi \quad (1.6)$$

şeklini almaktadır. Büyük popülasyonlar ile çalışırken sürekli karma dağılımların kullanılması, sürekli yaklaşımın sağladığı matematiksel kolaylıklar nedeniyle daha uygun olabilmektedir.¹²

1.3. Karma Poisson Dağılımları

Karma Poisson dağılımlar, Poisson dağılımından daha kalın kuyruklu olduklarından heterojen portföylerin modellenmesinde kullanılmaya daha uygundur. Karma Poisson dağılımları Bühlmann (1969) tarafından kolektif risk teorisinde hasar talebi sayılarını modellemek için sıklıkla kullanılmışlardır. Lundberg (1940) ve McFadden (1945) karma Poisson'a ilişkin önemli çalışmalar yapmışlardır.¹³ Walhin ve Paris (1999) karma Poisson dağılımlarının ödül-ceza sistemleri ile ilişkisini incelemişlerdir. Λ rassal değişkeni sürüş kabiliyeti, refleks hızı gibi sigortalıdan sigortalıya değişen ve portföyde heterojenlik oluşmasına sebep olan rassal etkileri gösteren değişken olmak üzere, Poisson dağılımı parametresi λ 'nın Λ ile çarpılması ile frekans değeri portföy içinde sigortalıdan sigortalıya değişiklik göstermeye başlayacaktır. Portföyün frekansının değişmesi istenmediğinden $E[\Lambda]=1$ olarak seçilmelidir.

Bir sürücünün bir yıl içinde yaptığı kaza sayısı Poisson(λ) dağılımına sahip olsun. Dağılımın parametresi λ , heterojenlik sebebiyle sürücüden sürücüye değişecektir. λ 'yı heterojenliğe neden olan rassal değişken Λ 'in gözlenen değeri olarak kabul edelim. Böylece, $\Lambda = \lambda$ olarak biliniyorken bir yıl içindeki kaza sayısı

¹² DENUIT ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.24.

¹³ Gord WILLMOT, "Mixed Compound Poisson Distributions", **ASTIN Bulletin**, Volume 16, Supplement S1, April 1986, s.63

N 'in koşullu dağılımı $\text{Poisson}(\lambda)$ olacaktır.¹⁴ Λ rassal değişkeninin yoğunluk fonksiyonu $u(\lambda)$ ile gösterilmek üzere;

$$\begin{aligned} p_k &= \Pr(N = k) \\ &= \int_0^{\infty} \Pr[N = k | \Lambda = \lambda] u(\lambda) d\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} u(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (1.7)$$

eşitliği ile sürekli karma Poisson dağılımlarının genel hali elde edilmiş olur. $u(\lambda)$ fonksiyonuna genellikle *yapı fonksiyonu* denir.¹⁵

N 'nin ortalaması;

$$E[N] = E[E[N | \Lambda]] = E[\lambda \Lambda] = \lambda \quad (1.8)$$

ile ifade edilir. N 'in $\lambda \Lambda$ ortalama ile Poisson dağıldığı biliniyorken $E[N | \Lambda] = \lambda \Lambda$ ve $E[\Lambda] = 1$ olduğundan N 'in beklenen değeri λ olarak bulunur. Görüleceği üzere, Poisson dağılımı yerine karma Poisson dağılımı kullanılması portföyün beklenen hasar talebi sayısını değiştirmemiştir.¹⁶

N 'in varyansı;

$$\begin{aligned} \text{Var}[N] &= E[E(N^2 | \Lambda)] - [E[E(N | \Lambda)]]^2 \\ &= E[\text{Var}(N | \Lambda) + [E(N | \Lambda)]^2] - [E[E(N | \Lambda)]]^2 \\ &= E[\text{Var}(N | \Lambda)] + \text{Var}[E(N | \Lambda)] \\ &= E[\Lambda] + \text{Var}[\Lambda] \end{aligned} \quad (1.9)$$

şeklinde ifade edilmektedir.¹⁷ $\text{Var}[N] \geq E[N]$ olduğu açıkça görülmektedir. Varyansı ortalamasına eşit olan Poisson dağılımının aksine karma Poisson dağılımlarının

¹⁴ Rob KAAS ve Diğerleri, “**Modern Actuarial Risk Theory: Using R**”, 2nd. Edition, Springer Science & Business Media, 2008, s.45.

¹⁵ Michel DENUIT ve Philippe LAMBERT, “Smoothed NPML Estimation of the Risk Distribution Underlying Bonus-Malus Systems”, **Proceedings of the Casualty Actuarial Society**, Vol. 88, No.169, s.146.

¹⁶ DENUIT ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.25.

¹⁷ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.63.

varyansları ortalamalarından büyük olmaktadır. Sonuç olarak, karma Poisson dağılımları aşırı yayılım göstermekte ve bu yapıdaki verilerin modellenmesini mümkün kılmaktadır.¹⁸

1.3.1. Negatif Binom Dağılımı

Bir trafik sigortası poliçesinde sigortalanın hasar talebi örüntüsü ile ilgili bütün değişkenler bilinse bile hasar talebi sayıları bir stokastik süreç tarafından oluşturulur. Daha önce belirtildiği gibi bu stokastik sürecin Poisson süreci olduğunu kabul edersek, fiyatlandırma faktörleri bize sadece her yıla ilişkin hasar talebi sayılarının Poisson parametresini verebilir. Sigortacıların oluşturdukları poliçe gruplarındaki sigortalılar bütün risk faktörleri için aynı özelliklere sahip olsaydı bu gruplar homojen olacak ve bütün sigortalılar aynı Poisson parametresiyle aynı hasar talebi sayısı dağılımına sahip olacaklardı. Gerçekte ise parametrelere ilişkili bütün bilgilerin elde edilmesi imkansız olduğundan parametrelere ilişkin bir belirsizlik doğmaktadır. Bu durum bize poliçe gruplarının homojen değil heterojen olduğunu gösterir. Ödül-ceza sistemlerinin kullanılmasının en önemli gerekçelerinden biri de budur. Çünkü eğer bütün poliçe grupları homojen olsaydı, poliçe grubu içindeki her poliçe aynı riske sahip olur ve poliçelere farklı farklı primler uygulanmasına gerek kalmazdı.¹⁹

Bazı portföylerin yapısı gereği, ortalaması varyansına eşit olan Poisson dağılımından daha aşırı yayılım gösteren bir hasar talebi dağılımı kullanmak daha uygun olabilmektedir. Negatif binom dağılımı iki parametrelili bir dağılım olması sebebiyle Poisson dağılımına göre daha fazla daha esnekliğe sahiptir.²⁰ Bu nedenlerle negatif binom dağılımı aşırı yayılım gösteren verilerin incelenmesinde Poisson dağılımına bir alternatif olarak sıklıkla kullanılmaktadır.²¹ Negatif binom dağılımı 1714'lerin başlarında Montmort tarafından belirli sayıda başarı sayısına ulaşmak için gereken deney sayısının dağılımı olarak oluşturulmuştur.²²

¹⁸ MIKOSCH, **a.g.e.**, s.68.

¹⁹ KASS ve Diğerleri, **a.g.e.**, 223.

²⁰ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.83.

²¹ DENUIT ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.28.

²² Jean LEMAIRE, “**Bonus-Malus Systems In Automobile Insurance**”, 1.Baskı, Boston: Kluwer Academic Publisher, 1995, s.34.

Negatif binom dağılımını elde etmek için sigortalarının hasar talebi sayılarının Poisson dağılımına uyduğu, Poisson dağılımının parametresinin de portföydeki heterojenlik nedeni ile kişiden kişiye değiştiği ve (a, τ) parametreleriyle Gamma dağılımına uyduğu kabul edelim (Greenwood ve Yule (1920), Bichsel (1964), Seal (1969))²³ ve karma Poisson dağılımı fonksiyonlarının genel hali,

$$p_k = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} u(\lambda) d\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.10)$$

olarak biliniyorken yapı fonksiyonu olan $u(\lambda)$ 'yi

$$u(\lambda) = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} \quad a, \tau > 0 \quad (1.11)$$

parametreleri $a > 0$, $\tau > 0$ olan gamma dağılımı olarak seçelim.²⁴ Gamma dağılımının ortalaması a/τ , varyansı a/τ^2 , moment çıkarıcı fonksiyonu,

$$M(t) = \left(\frac{\tau}{\tau - t} \right)^a \quad 0 \leq t < \tau \quad (1.12)$$

olarak yazılabilir. Bunun yanında, $a=1$ olduğunda gamma dağılımı üstel dağılıma indirgenmektedir. $a \geq 50$ olduğunda gamma dağılımı normal dağılıma yakınsar. a ; $1/2, 1, 3/2, 2, \dots$ gibi değerlerin birine eşit olduğunda ise χ^2 (ki-kare) dağılımı elde edilir.²⁵

Γ fonksiyonunun bazı özellikleri ise şunlardır²⁶:

- i. $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$
- ii. $\Gamma(a+1) = a\Gamma(a)$
- iii. Eğer a tam sayı ise, $\Gamma(a+1) = a!$

²³ Georges DIONNE ve Charles VANASSE, "A Generalization of Automobile Insurance Rating Models: The Negative Binomial Distribution With A Regression Component", **ASTIN Bulletin**, Vol. 19, No. 2, 1989, s.201.

²⁴ Katrien ANTONIO ve Emiliano A. VALDEZ, "Statistical concepts of a priori and a posteriori risk classification in insurance", **ASTA Advances in Statistical Analysis**, Vol.19, No.2, 2012, s.195.

²⁵ AYTAC, **a.g.e.**, s.310.

²⁶ Jean LEMAIRE, "**Automobile Insurance: Actuarial Models**", Boston: Kluwer Academic Publisher, 1985, s.122.

Bu bilgiler ışığında, hasar talebi sayısı dağılımı $\{p_k; k = 0, 1, 2, \dots\}$ şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
 p_k &= \int_0^{\infty} p_k(\lambda) u(\lambda) d\lambda \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} d\lambda \\
 &= \frac{\tau^a}{k! \Gamma(a) (1+\tau)^{k+a}} \int_0^{\infty} e^{-\lambda(1+\tau)} [\lambda(1+\tau)]^{k+a-1} d[\lambda(1+\tau)] \\
 &= \frac{\Gamma(k+a)}{\Gamma(k+1)\Gamma(a)} \frac{\tau^a}{(1+\tau)^{k+a}}
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Eğer,

$$\frac{\Gamma(k+a)}{\Gamma(k+1)\Gamma(a)} = \binom{k+a-1}{k}, \quad p = \frac{\tau}{1+\tau} \quad \text{ve} \quad q = 1-p = \frac{1}{1+\tau}$$

olarak seçilirse negatif binom dağılımı elde edilmiş olur.²⁷ Negatif binom dağılımının ortalaması ve varyansı sırasıyla;

$$m = \frac{a}{\tau}, \quad \sigma^2 = \frac{a}{\tau} \left(1 + \frac{1}{\tau} \right) \tag{1.14}$$

olarak elde edilir. Görüleceği üzere, negatif binom dağılımının varyansı ortalamasını aşmaktadır. İstedığımız ve aradığımız bu özellik esasında bütün karma Poisson dağılımlarında bulunmakta ve aşırı yayılım gösteren verilerin incelenmesini mümkün kılmaktadır.²⁸

Negatif binom dağılımının çarpıklık katsayısı,

²⁷ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.83.

²⁸ Nicholas E. FRANGOS ve Spyridon D. VRONTOS, "Design of optimal bonus-malus systems with a frequency and a severity component on an individual basis in automobile insurance", **ASTIN Bulletin**, Vol.31, No.1, 2001 , s.5.

$$\frac{2 - \frac{\tau}{1+\tau}}{\sqrt{\frac{a}{1+\tau}}} \quad (1.15)$$

moment çıkaran fonksiyonu,

$$\left(\frac{\tau}{1+\tau - e^t} \right)^a \quad t < \ln(1+\tau) \quad (1.16)$$

biçiminde gösterilebilir. $\Gamma(k+a)$ ve $\Gamma(a)$ 'yı daha sade hale getirmek için $\Gamma(a+1) = a\Gamma(a)$ eşitliğinden yararlanılarak, negatif binom dağılımının olasılıkları,

$$p_0 = \left(\frac{\tau}{1+\tau} \right)^a \quad (1.17)$$

eşitliğinden başlayarak yinelemeli olarak,

$$p_{k+1} = \frac{k+a}{(k+1)(1+\tau)} p_k \quad (1.18)$$

formülü kullanılarak bulunabilir. Parametrelerin moment tahmin edicileri,

$$\hat{t} = \frac{\bar{x}}{s^2 - \bar{x}} \quad , \quad \hat{a} = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}} \quad (1.19)$$

olarak verilmiştir.²⁹

$a \rightarrow \infty$ ve $\tau \rightarrow 0$ iken ortalama sabit tutulursa negatif binom dağılımı Poisson dağılımına yakınsar. a zaman içinde oluşan hasar taleplerinin kümelenme derecesini ölçen bir parametre olarak yorumlanabilir. a 'nın değeri büyük iken kümelenmenin daha az olduğu ve dağılımın Poisson'a yaklaştığı söylenebilir. Tersisi durumda, a

²⁹ LEMAIRE, **Bonus-Malus Systems In Automobile Insurance**, s.32.

küçükken ve portföyde kümelenme olduğunda Poisson dağılımı yerine negatif binom dağılımı kullanımı daha uygun olmaktadır.³⁰

1.3.2. Poisson-Ters Gauss Dağılımı

Ters Gauss dağılımı, son otuz yılda, pozitif ve sağa çarpık veri setlerinin tanımlanmasında, analiz edilmesinde ve modellenmesinde artan sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır.³¹ Heterojen portföylerde hasar talebi sayısı dağılımlarını belirlemede yararlanılan Poisson-Ters Gauss (PIG) dağılımı Willmot (1986,1987) , Besson ve Partrat (1992), Tremblay (1992) ve Leamire'in (1992) çalışmalarına konu olmuş ve negatif binom dağılımına bir alternatif olarak sunulmuştur.³² Her bir kişinin hasar talebi sayısının λ parametresiyle Poisson dağıldığını ve λ parametresinin de kişiden kişiye değişen bir rassal değişken olarak dağılım fonksiyonu Λ 'nın gözlenen değeri olduğunu kabul edelim. Λ 'nın dağılımı Ters Gauss IG(g,h) olsun:

$$u(\lambda) = \frac{g}{\sqrt{2\pi h\lambda}} e^{-\frac{(\lambda-g)^2}{2h\lambda}} \quad g, h > 0 \quad (1.20)$$

Bu karma Poisson dağılımının sonucunda, ortalaması $m = g$ ve varyansı $\sigma^2 = g(1+h)$ olan Poisson-ters Gauss dağılımı elde edilmiş olur.

Olasılık dağılım fonksiyonu;

$$P(z) = e^{\frac{g}{h}[1-\sqrt{1+2h(1-z)}]} \quad z = 0, 1, 2, \dots \quad (1.21)$$

olur³³ ve olasılıklar da yinelemeli olarak;

$$P(0) = e^{\frac{g}{h}[1-\sqrt{1+2h}]} \quad (1.22)$$

$$P(1) = gP(0)(1+2h)^{-1/2} \quad (1.23)$$

³⁰ LEMAIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.34.

³¹ DENUIT ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.32.

³² LEMAIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.35.

³³ Luc TREMBLAY, "Using the Poisson Inverse Gaussian in Bonus-Malus Systems", **ASTIN Bulletin**, Vol. 22, No.1, 1992, s.97.

$$(1+2h)k(k-1)P(k) = h(k-1)(2k-3)P(k-1) + g^2P(k-2) \quad k = 2, 3, \dots \quad (1.24)$$

şeklinde bulunur.³⁴

g ve h 'nin moment tahmin edicileri ise;

$$\hat{g} = \bar{x} \quad \text{ve} \quad \hat{h} = (s^2 / \bar{x}) - 1 \quad (s^2 > x) \quad (1.25)$$

olarak verilmiştir.³⁵

1.3.3. İyi Risk / Kötü Risk Dağılımı

Bir diğer karma Poisson dağılımı modelinde ise Λ rassal değişkeninin iki-noktalı kesikli dağılıma sahip olduğu düşünülebilir. Bu modelde, portföydeki sürücülerin iyi risk olarak kabul edilen “iyi sürücüler” ve kötü risk olarak kabul edilen “kötü sürücüler” olarak iki grup altında sınıflandırıldığı ve her grubun kendi Poisson dağılımına sahip olduğu varsayılır.³⁶ Yapı fonksiyonu $u(\lambda)$ ’nin a_1 olasılıkla, hasar talebi frekansı parametresi λ_1 olan “iyi sürücüler” ve a_2 olasılıkla, hasar talebi frekansı parametresi λ_2 olan “kötü sürücüler” ürettiği kabul edilirse, rastgele seçilmiş bir sürücünün hasar talebi sayısının iki-noktalı dağılımla karma Poisson dağılıma uyduğu söylenebilir.³⁷

İyi risk / kötü risk dağılımının olasılık fonksiyonu,

$$p_k = a_1 \frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^k}{k!} + a_2 \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^k}{k!} \quad a_1, a_2, \lambda_1, \lambda_2 > 0 \quad , \quad a_1 + a_2 = 1 \quad (1.26)$$

ortalaması,

$$m = a_1 \lambda_1 + a_2 \lambda_2 \quad (1.27)$$

varyansı,

³⁴ WILLMOT, **a.g.m.**, s.66

³⁵ LEAMIRE, **Bonus-Malus Systems In Automobile Insurance**, s.35.

³⁶ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.109.

³⁷ KAAS ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.223.

$$\sigma^2 = \alpha_2 - m^2 \quad , \quad \alpha_2 = a_1 \lambda_1^2 + a_1 \lambda_1 + a_2 \lambda_2^2 + a_2 \lambda_2 \quad (1.28)$$

çarpıklık katsayısı,

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3m\alpha_2 + 2m^3 \quad , \quad \alpha_3 = a_1 \lambda_1^3 + a_2 \lambda_2^3 + 3(a_1 \lambda_1^2 + a_2 \lambda_2^2) + a_1 \lambda_1 + a_2 \lambda_2$$

biçiminde ifade edilmektedir.³⁸

İyi risk kötü risk modeli üç parametrelili bir karma Poisson dağılımıdır. Parametrelerin moment tahmin edicileri;

$$\hat{a}_1 = \frac{a - \hat{\lambda}_2}{\hat{\lambda}_1 - \hat{\lambda}_2} \quad , \quad \hat{\lambda}_1 = \frac{S - \sqrt{S^2 - 4P}}{2} \quad , \quad \hat{\lambda}_2 = \frac{S + \sqrt{S^2 - 4P}}{2} \quad (1.29)$$

şeklinde iken,

$$S = \frac{c - ab}{b - a^2} \quad , \quad P = \frac{ac - b^2}{b - a^2} \quad (1.30)$$

olarak verilmektedir. α_2^* ve α_3^* gözlenen dağılımın sırasıyla sıfıra göre ikinci ve üçüncü momentlerini, \bar{x} ise gözlenen dağılımın ortalamasını göstermek üzere;

$$a = \bar{x} \quad , \quad b = \alpha_2^* - \bar{x} \quad , \quad c = \alpha_3^* - 3\alpha_2^* + 2\bar{x} \quad (1.31)$$

şeklinde ifade edilmektedir.³⁹

İyi risk / kötü risk modeline ilişkin olarak, gerçek hayatta, “iyi sürücüler” ve “kötü sürücüler”den daha fazla tipte sürücünün var olduğu düşünülebilir. Fakat bu model, hali hazırdaki otomobil kaza verilerine uygulandığında pratikte ekseriyetle olumlu sonuç vermektedir.⁴⁰

³⁸ LEMAIRE, **Automobile Insurance**, s.125.

³⁹ LEAMIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.39.

⁴⁰ KAAS ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.223.

II.BÖLÜM

DENEYİM FİYATLANDIRMASI VE ÖDÜL–CEZA SİSTEMİ

2.1. Deneyim Fiyatlandırması

20. yy ile birlikte motorlu araçlar gündelik yaşamın bir parçası haline gelmiş, sayıları ve kullanım sıklıkları sürekli olarak artış göstermiştir. Buna bağlı olarak, trafik kazalarının sayısı da artış göstermiştir. Trafik kazalarının sonuçları maddi ve manevi açıdan çok ağır olabilmektedir. Bu nedenle, çoğu ülkede trafik kazaları neticesinde üçüncü şahıslara verilecek hasarları tazmin etmek için motorlu araçlar mali sorumluluk sigortaları yasama organları tarafından kanunlaştırılmış ve yapılması zorunlu tutulmuştur. Birçok ülkede sigortacılar, üçüncü şahıs otomobil sorumluluk sigortaları fiyatlandırmasında çeşitli sınıflandırma değişkenlerine ek olarak, hasar talebi geçmişinden yararlanarak primlerin belirlendiği bir *deneyim fiyatlandırması* (experience rating) da kullanmaktadır.⁴¹ Çoğu ülkede Ödül-Ceza (Bonus-Malus) sistemleri olarak anılan bu yöntemlerle, kazalarda kusuru bulunan poliçe sahipleri prim artırımını ile cezalandırılırken, bir yılını hasarsız geçiren poliçe sahiplerine ise indirim uygulanarak ödüllendirilmektedir.⁴² Deneyim fiyatlandırmasının kullanım amacını ve önemini daha iyi kavrayabilmek için risk sınıflandırması ve fiyatlandırmasının kısaca üzerinde durulmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

2.1.1. Risk Sınıflandırması

Sigortacılar primleri, teminat verdikleri hasarları tazmin edecek, yönetim masraflarını karşılayacak ve kendilerine de kar sağlayacak şekilde belirlerler. Sigorta ürünlerinin fiyatlandırılmasının anahtar unsuru ise risk sınıflandırmasıdır. Birçok ülkede sigorta sektörü oldukça gelişmiş ve rekabetçi bir yapıdadır. Bu rekabet, sigortacıların teminat verdikleri risklere yeterli primler alabilmeleri için, potansiyel müşterilerin gözlenebilen karakteristikleri göz önünde bulundurularak benzer risklere sahip müşterilerin gruplandırılmasına neden olmuştur. Buna “risk sınıflandırması”

⁴¹ Jean LEMAIRE, “Bonus-Malus Systems: The European And Asian Approach To Merit-Rating”, *North American Actuarial Journal*, Vol.2, No.1, 1998, s.26.

⁴² FRANGOS ve VRONTOS, *a.g.m.*, s.2.

denilmektedir.⁴³ Risk sınıflandırması, sigorta yaptırmak isteyen özel veya tüzel kişinin hali hazırda bilinen veya gözlenebilen karakteristik özelliklerine göre yapılır. Bu karakteristik özelliklere “önsel (a priori) değişkenler” denmektedir. Örneğin, otomobil sigortalarında sıklıkla kullanılan önsel değişkenler olarak; yaş, cinsiyet, medeni durum, aracın modeli, kullanım amacı, park edileceği yer, kullanılacağı şehir vb. birçok değişken sayılabilir. Fakat, ne kadar fazla önsel değişken kullanılırsa kullanılsın refleks hızı, direksiyon hakimiyeti, trafik kurallarına uyma, hız tutkusu, sürüş stili gibi riske ve fiyatlandırmaya doğrudan etki eden bazı karakteristikler gözlenememekte ve önceden bilinmemektedir. Gözlenemeyen bu faktörler, risk sınıflarının heterojen olmasına neden olmaktadır. Risk sınıflarında heterojenliğin bulunduğu portföylerde bu heterojenliğe sebep olan faktörler göz önünde bulundurulmalıdır.⁴⁴

2.1.2. Risk Fiyatlandırması

Daha önce belirtildiği gibi, günümüzde sigorta sektörünün içinde bulunduğu çetin rekabet ortamında düzgün bir fiyatlandırma yapabilmek, sektörde ayakta kalabilmek adına çok önemli görülmektedir. Ülkemizdeki gibi serbest piyasa ortamının bulunduğu ülkelerde sigortacılar primleri belirlerken üstlendikleri riskleri olabildiğince karşılayacak ve en azından rakip sigorta şirketlerinin kullandığı fiyatlandırma yapısına en yakın fiyatlandırma yapısını uygulamak zorundadırlar. Bunu yapmak için risklere ilişkin hemen hemen bütün parametreleri kullanmaları gerekmektedir.⁴⁵ Buna ek olarak, rekabette olduğu şirketlerden herhangi biri veya birkaçı yeni bir fiyatlandırma parametresi kullandığında sektördeki diğer şirketler de bu risk faktörünü fiyatlandırma denklemlerine ilave etmelidirler. Aksi takdirde, *iyi risk* olarak tabir edilen düşük riske sahip müşterileri kaybetme tehlikesiyle karşı karşıya kalırlar.⁴⁶ Sigortacılar gözlenebilen değişkenler olan önsel (a priori) değişkenler yardımı ile müşterileri sınıflandırır ve bir fiyatlama yaparlar. Buna önsel fiyatlama denmektedir. Amerika Birleşik Devletleri (ABD) ve Kanada’da çok çeşitli önsel değişkenler kullanılmakta ve fiyatlandırmanın

⁴³ Edward W. FREES, **Regression Modeling with Actuarial and Financial Applications**, Cambridge University Press, 2009, s.452.

⁴⁴ ANTONIO VALDEZ, **a.g.m.**, s.190.

⁴⁵ Jean LEMAIRE ve Hongmin ZI, “A Comparative Analysis of 30 Bonus-Malus Systems”, **Astin Bulletin**, Vol.24, No.2, 1994, s.228.

⁴⁶ N. Tuba DURAK ve Koray ERDOĞAN, “Trafik Sigortaları’nda Ödül-Ceza Sistemi Üzerine Bir Uygulama”, **Reasürör**, Ekim 2010, s.5.

temelini önsel fiyatlandırma oluşturmaktadır.⁴⁷ Diğer taraftan, daha önce belirtildiği üzere, gözlenemeyen risk faktörlerinden dolayı risk sınıflarında heterojenliğin bulunduğu portföylerde her müşteriye aynı primin uygulanmaması gerekmektedir. Aksi halde, *ters seçim* (adverse selection) denilen ve sigorta şirketini mali açıdan zor durumda bırakabilecek bir tehlikeyle karşı karşıya kalınabilir. Sigorta şirketinin müşterileri arasında ters seçim yapması durumunda, düşük risk profiline sahip “iyi müşteriler” risklerine nazaran daha fazla prim ödemek zorunda kalacak ve sonunda kendilerine daha iyi fiyat sunan başka şirkete geçeceklerdir. Diğer yandan, yüksek risk profiline sahip “kötü müşteriler” ise risklerine oranla daha az prim ödeyecekler ve hali hazırda müşterisi oldukları şirketi bırakmak istemeyeceklerdir. Bu durum sigortacının portföyünde “kötü müşteriler”in oranının artmasına neden olacak ve şirketin hasar maliyetlerini sürekli olarak arttıracaktır. Bunun bir sonucu olarak, sigorta şirketi primlerini arttırmak zorunda kalacak ve rekabet edemez duruma gelecektir.⁴⁸ Bu durumu engellemek için sigortacı müşterisinin risk durumunu iyi analiz etmeli ve risk sınıflarındaki heterojenliği primlere yansıtacak bir çözüm üretmelidir.

Eğer sigortacı müşterisinin hasar geçmişi hakkında bilgi sahibi ise bu, sigortacıya müşterinin gözlenemeyen karakteristikleri hakkında bilgi verir ve sigorta primini geçmiş hasar bilgisini göz önünde bulundurarak düzenleyebilmesini sağlar. Primlerin hasar geçmişi bilgisine göre modifiye edilmesine *deneyim fiyatlandırması* (experince rating), *liyakat fiyatlandırması* (merit rating), hasarsızlık indirimi (no claim discount) veya ödül-ceza sistemleri (bonus-malus systems) denmektedir.⁴⁹ Bireysel hasar geçmişi kullanılarak yapılan bu fiyatlandırmaya sonsal (a posteriori) fiyatlandırma denmektedir. Sonsal fiyatlandırma önsel fiyatlandırmaya düzeltici bir etki yaparak müşteriler arasında prim farklılaşmasını sağlamakta ve primleri daha adil ve makul hale getirmektedir. Bunun yanında, sadece önsel fiyatlandırmaya dayalı bir fiyatlandırma yapıldığında hiç hasarı olmayan bir müşteri dahi yaşı, cinsiyeti vb. kendi kontrolünde olmayan faktörler nedeniyle yüksek riske sahip müşteriler sınıfında yer alabilmekte ve riskine oranla yüksek prim ödemek zorunda kalabilmektedir. Sonsal fiyatlandırma yapılmasıyla, sadece önsel fiyatlandırma kullanılmasının yarattığı olumsuz etkiler

⁴⁷ FREES, a.g.e., s.464.

⁴⁸ ANTONIO ve VALDEZ, a.g.m., s.189.

⁴⁹ FREES, a.g.e., s.452.

giderilebilmektedir.⁵⁰ Deneyim fiyatlandırmasının önemi, yasa koyucuların bazı önsel değişkenlerin kullanılmasını yasakladığı durumlarda daha da ön plana çıkmaktadır. Örneğin, A.B.D.’nin Massachusetts eyaletinde sigortacıların yaş, cinsiyet ve medeni durum önsel değişkenlerini kullanmaları yasaklanmıştır. Bu da sigortacıları daha fazla liyakat fiyatlandırması kullanmaya yönlendirmiştir.⁵¹ Önsel fiyatlandırma ile sonsal fiyatlandırma sistemlerinin birbirini tamamlayıcı şekilde çalıştıkları düşünülebilir. Ödül-ceza sistemleri üzerinden bir örnek vermek gerekirse, daha az önsel değişken kullanılarak fiyatlama yapılan ülkelerde karmaşık ödül-ceza sistemleri uygulanırken, serbest piyasa koşullarına sahip ve önsel değişken kullanımında bir kısıtlama olmayan ülkelerde ise daha basit ödül-ceza sistemleri kullanılabilir.⁵²

2.2. Ödül - Ceza Sistemi

Ödül-Ceza (bonus-malus) sistemleri (ÖCS), primleri sigortalının geçmişteki hasar talebi sayısına göre düzenleyen bir deneyim fiyatlandırması şeklindedir. Sistemin ardında yatan felsefe, kusurlu olduğu bir kazadan sonra hasar talebinde bulunan sigortalıyı prim arttırımı ile cezalandırmak (malus), hasarsız bir yıl geçiren sigortalıyı ise priminde yapılacak bir indirim (bonus) ile ödüllendirmektir. Günümüzde Asya ve Avrupa ülkelerinde sıklıkla kullanılan Ödül-Ceza sistemleri Avrupa’da 1960’ların başlarında ortaya çıkmaya başlamıştır. Gènèral De Gaulle 1958’de Fransa Başkanı olduktan sonra Fransız sigorta şirketlerine otomobil sigortalarında bir ödül-ceza sistemi kullanılması için talimat vermiştir. Bunun üzerine Fransız aktüerler, konusu sadece ödül-ceza sistemleri olan ilk ASTIN toplantısını 1959 yılında Fransa’nın La Baule kentinde düzenlemişlerdir. Delaporte (1965), Bichel (1964) ve Bühlmann (1964)’ın çalışmaları ÖCS’lere ışık tutmuş ve takip eden süreçte ödül-ceza sistemleri Avrupa’da sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır.⁵³

⁵⁰ DURAK ve ERDOĞAN, **a.g.m.**, s.6

⁵¹ Jean LEMAIRE, “Bonus-Malus Systems: The European And Asian Approach To Merit-Rating”, **North American Actuarial Journal**, Vol.2, No.1, 1998, s.27.

⁵² LEAMIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.4.

⁵³ LEAMIRE, “Bonus-Malus Systems: The European And Asian Approach To Merit-Rating”, s.26.

Sigortacılar Ödül-Ceza sistemlerini otomobil sigortalarında iki ana amaç için kullanırlar:

- Hasarsız geçen bir yıl sonunda indirim vererek sürücüleri daha dikkatli araç kullanmaya teşvik etmek.
- Hasar geçmişi bilgisinden elde edilen bireysel riskleri primlere yansıtarak, her sigortalının, uzun vadede, kendi hasar frekansına göre prim ödemesini sağlamak.

Ödül-Ceza sistemleri, hasar geçmişi bilgisini kullanarak risk sınıflarındaki heterojenliği azaltmaktadır. Sigortalılar kendi risk seviyelerine göre prim ödemekte ve bunun bir sonucu olarak da primlerde adalet sağlanmış olmaktadır.⁵⁴

Ödül-Ceza sistemleri üç ana unsurdan oluşurlar. Bunlar; prim ölçeği, başlangıç basamağı ve geçiş kurallarıdır. Sistemin işleyiş şekli genel olarak şöyledir: Sigorta yaptırmak isteyen kişi belirli bir başlangıç basamağından sisteme girer. Sürüş hayatı boyunca sigortasını yenilediği her yıl, bir önceki yıldaki hasar talebi sayısına göre geçiş kuralları uygulanır ve yeni ödül-ceza basamağı belirlenir. Eğer sigortalı bir yılı hasarsız geçirmişse bir üst indirim basamağına yükseltip prim indirimi ile ödüllendirilirken kusuru bulunan bir kaza sonucunda hasar talebinde bulunmuş sigortalı ise prim artışı ile cezalandırılacağı, geçiş kurallarında belirtilen basamağa düşürülmektedir. Prim ölçeği ise sigortalının bulunduğu basamaktaki ödül veya ceza oranıdır. Bir başka deyişle, sigortalının geçiş kuralları sonucunda geldiği basamaktaki indirimi veya sürprimi gösteren orandır.⁵⁵

Dokuz basamaktan oluşan ve %40 indirim ile %40 zam arasında prim ölçeğine sahip olan bir ödül-ceza sistemi olduğunu farz edelim. Geçiş kuralları, “Sisteme ilk kez giren sürücüler indirim veya zam bulunmayan 5. basamaktan başlayacaklardır, her hasar talebi bir basamak düşme, hasarsız bitirilen her yıl ise bir basamak yükselme ile sonuçlanacaktır.” şeklinde belirlenmiş olsun.

⁵⁴ Georges DIONNE ve Olfa GHALI, “The (1992) Bonus-Malus System In Tunisia: An Empirical Evaluation”, **The Journal of Risk and Insurance**, Vol.72, No.4, 2005, s.611

⁵⁵ FREES, a.g.e., s.464

Örnek olarak oluşturulan bu ödül-ceza sistemi aşağıda Tablo 1’de gösterilmiştir:

Tablo 1: Örnek Ödül-Ceza Sistemi: Basamak Yapısı ve Ödül-Ceza Oranları

Basamak	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Ödül/Ceza Oranı	40%	30%	20%	10%	-	10%	20%	30%	40%
Prim	60	70	80	90	100	110	120	130	140

Ödül Bölgesi

Ceza Bölgesi

Hesaplama kolaylığı açısından 5.basamaktaki prim değeri 100 TL kabul edildiğinde 5.basamaktan sisteme giren bir sürücü hasarsız geçirdiği bir yılın sonunda ödül bölgesinin ilk basamağı olan 6.basamağa yükselecek ve ödül (bonus) olarak %10 indirim alıp 90 TL prim ödeyecektir. Bir sonraki hasarsız yılı için ise 7.basamağa yükselecek ve %20 indirim alarak 80 TL prim ödeyecektir. Hasarsız geçen dört yıl sonunda 9.basamağa ulaşıp %40 indirim almaya hak kazanacaktır. Sürücü her hasar talebi sayısı için bir basamak gerileyecektir. 9.basamakta bulunan sürücü bir hasar talebinde bulunduğu 8.basamağa düşecek ve indirim oranı %40’tan %30’a gerileyecektir. Bir sonraki yıl üç hasar talebinde bulunursa 5.basamağa gerileyip tüm indirim haklarını kaybedecektir. Bir sonraki yıl iki hasar talebinde bulunursa ceza bölgesine geçerek 3.basamağa düşecek ve %20 sürprim ile cezalandırılarak 120 TL ödemek durumunda kalacaktır. Bir sonraki yıl tekrar iki hasar talebinde bulunduğu ise 1.basamağa gerileyecek ve ceza (malus) olarak %40 prim artırımına tabi tutulup 140 TL ödeyecektir. Tablo 2’de ödül-ceza sisteminin geçiş kuralları gösterilmiştir.

Tablo 2: Örnek Ödül-Ceza Sistemi: Geçiş Kuralları

	Mevcut Basamak	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Hasar Sonrası Basamak	0 hasar	9	9	8	7	6	5	4	3	2
	1 hasar	8	7	6	5	4	3	2	1	1
	2 hasar	7	6	5	4	3	2	1	1	1
	3 hasar	6	5	4	3	5	1	1	1	1
	4 hasar	5	4	3	2	1	1	1	1	1
	≥5 hasar	4	3	2	1	1	1	1	1	1

Optimal bir ödül-ceza sistemi sigortalı ve sigortacı için finansal açıdan makul olmalıdır. Sigortacının penceresinden bakıldığında, vereceği toplam indirim tutarı toplam ceza tutarına eşit olmalıdır. Örneğin, sürücülerin birçoğunun indirimli basamaklarda toplanması durumunda bu sürücülere yapılacak prim indirimleri yüksek meblağlara ulaşabilir. Diğer yandan, ceza oranlarının yetersiz olduğu ödül-ceza sistemlerinde sigortacı, yeteri miktarda sürprim uygulayamayabilir. Bu durumlarda, sigortacı primler ile hasarlar arasındaki dengeyi kuramayabilir ve zarar edebilir. Sigortalı açısından bakıldığında ise, her sigortalı sigorta havuzuna yansıttığı hasar oranında prim ödemelidir. Böylece hasar frekansı az olan sürücüler fazla olan sürücülerin hasar yükünü çekmemiş olacaklardır.⁵⁶

Ödül-Ceza sistemlerinde çoğunlukla sadece bildirilen hasar talebi sayıları kullanılmaktadır. Hasar talebi derken kastedilenin sürücünün kusuru bulunan bir kaza sonucundaki hasar talebi olduğu bilinmelidir. Sürücünün kusurunun bulunmadığı kazalardaki hasar tutarları kazaya karışan diğer sürücü veya sürücülerin sigorta şirketlerinden tahsil edileceği için kusuru bulunmayan sürücünün hasarsızlık indirimini bozmayacaktır.

Ödül-Ceza sistemlerinde çoğunlukla sadece bildirilen hasar talebi sayıları kullanılmasının sebebi ise gözlenemeyen ve ölçülemeyen sürücü karakteristiklerinin hasar şiddetinden çok hasar frekansına etkisi olmasıdır. Otomobil sigortalarında çok az tercih edilmekle birlikte, hasar şiddeti baz alınarak oluşturulmuş ödül-ceza sistemleri de mevcuttur. Japonya bu tipte ÖCS kullanan istisnai bir örnek olarak diğer ülkelerden ayrılmaktadır.⁵⁷

Birçok çalışma göstermektedir ki, eğer sigortacıların sadece bir tane fiyatlama değişkeni kullanmalarına izin verilseydi, bu sigortalıların hasar geçmişi bilgisi olurdu. Çünkü, bir sürücünün gelecekte yapacağı hasar talebi sayısının en iyi tahmin edicisi sürücünün yaşı, cinsiyeti veya yaşadığı yer değil, hasar talebi geçmişidir.⁵⁸

⁵⁶ FRANGOS ve VRONTOS, **a.g.m.**, s.2.

⁵⁷ KAAS ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.138.

⁵⁸ Dilip C. NATH and Prasenjit SINHA, "A markovian study of no claim discount system of Insurance Regulatory and Development Authority and its application", **Thailand Statistician**, Vol.12, No.2, 2014, s.227.

Lemaire'in 1977 yılında yayınlanan makalesinde ve 1985 yılında yayınlanan kitabında otomobil sigortaları tarifelerindeki değişkenlerle yapılan regresyon analizleri sonucunda, gelecekteki hasar talebi sayısının en iyi tahminicisinin geçmişteki hasar talebi sayısı olduğu gösterilmiştir.⁵⁹

Sürücünün gelecekteki hasar frekansının gerçek değeri bilinmeyeceği ve bu nedenle kullanılamayacağı için yerine hasar geçmişi bilgisinden yararlanarak hasar frekansı tahminini kullanmak sigortacı açısından bir risk oluşturabilir. Sigortalının hasar frekansının tahmininin optimal düzeyde yapılması sigortacının maruz kaldığı bu riski minimize edebilir.⁶⁰

2.2.1. Dünyada Ödül-Ceza Sistemleri

Günümüzde birçok gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerde trafik kazaları sonucunda oluşan maddi ve manevi kayıpların tazmin edilebilmesi amacıyla karayolları üçüncü şahıs mali sorumluluk sigortaları veya bilinen adıyla trafik sigortaları devletler tarafından zorunlu sigorta kapsamına alınmış ve yasalaştırılmıştır. Sigortalılar tarafından anlaşılması kolay olan ödül-ceza sistemleri üçüncü şahıs mali sorumluluk sigortalarında en fazla kullanılan deneyim fiyatlandırması yöntemidir. Ödül-ceza sistemlerinin kuralları ülkeden ülkeye değişim göstermektedir. Kimi ülkelerde ödül-ceza sistemlerinin yapısı ve oranları tamamen mevzuat ile belirlenmişken, bazı ülkelerde yarı serbestlik, bazı ülkelerde ise tam serbestlik olabilmektedir.

Ödül-ceza sistemleri en basit haliyle ilk olarak 1910 yılında İngiltere'de kullanılmaya başlanmış olup daha sonraları yapılan aktüeryal çalışmalar neticesinde ödül-ceza sistemleri konusunda bir literatür oluşmuş ve 1960'lardan sonra özellikle Avrupa'da ve Asya ülkelerinde otomobil sigortacılığının değişmez bir parçası haline gelmiştir.⁶¹

Kuzey Amerika'da ödül-ceza sistemleri Avrupa'daki yoğunlukla kullanılmamakla beraber fiyatlandırmanın bir parçası olarak deneyim fiyatlandırılmasından

⁵⁹ LEMAIRE, *Automobile Insurance*, s.91.

⁶⁰ FRANGOS ve VRONTOS, *a.g.m.*, s.2.

⁶¹ Rahim MAHMOUDVAND ve Diğerleri, "Bonus-Malus System in Iran: An Empirical Evaluation", *Journal of Data Science*, Vol.11, 2013, s.32.

yararlanılmaktadır. Sürücüler genellikle beş basamağa ayrılmaktadır. Basamaklara girecek sigortalıların özellikleri, basamaklar arası geçiş kuralları ve uygulanacak indirim-zam oranları şirketten şirkete değişmektedir. Örneğin son üç yıl içinde kusurlu olduğu üç kazaya karışmış bir sürücü yaptığı her kaza başına %30 prim zammı ile cezalandırılmaktadır.⁶² Ayrıca, sürücülerin trafik kuralları ihlalleri sonucunda topladıkları ceza puanları da A.B.D.'nin bütün eyaletlerinde deneyim fiyatlandırmalarında kullanılmaktadır. Bütün sigorta şirketlerinin Motorlu Araçlar Dairesi'ne doğrudan erişimleri bulunmaktadır ve hız sınırı ihlali, kırmızı ışıkta geçme, dur tabelasına uymama vb. gibi trafik kurallarının çiğnenmesi hallerinde sigorta şirketleri bu bilgilere kolaylıkla ulaşmakta ve deneyim fiyatlandırmasında kullanabilmektedir. Bazı durumlarda, yaptığı trafik kuralları ihlalleri sonucunda sürücüye uygulanan prim zammı ile kusurlu olduğu bir trafik kazasına karışması sonucunda uygulanan prim zammı aynı olabilmektedir.⁶³

Avrupa Birliği, zorunlu trafik sigortası tarifelerindeki serbestleşmeyi takiben 1994 yılında, ödül-ceza sistemlerinin gerek ülkeler bazında gerekse uluslararası piyasada sigortacılar arasındaki rekabeti engellediği gerekçesiyle Avrupa Birliği'ne üye ülkelerin zorunlu ödül-ceza sistemlerini kaldırmaları yönünde bir karar almıştır. İndirim ve zam oranları mevzuatlarla belirlenmiş ödül-ceza sistemleri terk edilmeye başlanmıştır. Buna karşılık, sigorta şirketleri kendi ödül-ceza sistemlerini ve oranlarını kullanabilmektedirler.⁶⁴

Ödül-ceza sistemlerinin efektif olarak kullanıldığı ülkelerden biri olan Belçika 23 basamaktan oluşan ve en yüksek indirim basamağındaki sigortalıların primin %54'ünü ödediği, bir başka deyişle %46 indirim aldığı, en yüksek ceza basamağındaki sigortalıların ise primin %200'ünü ödediği bir sisteme sahipken 2002 ve 2003 senelerini geçiş dönemi olarak yaşamış ve 2004 senesi itibarıyla Belçika'da faaliyet gösteren sigorta şirketleri kendi ödül-ceza sistemlerini kullanmakta tam serbestliğe

⁶² LEMAIRE, **Automobile Insurance**, s.54

⁶³ Jean PINQUET, "Designing Optimal Bonus-Malus Systems from Different Types of Claims" . **ASTIN Bulletin**, Vol.28, No.2, s.206.

⁶⁴ DIONNE ve GHALI, **a.g.m.**, s.609.

kavuşmuşlardır. Şirketler aynı basamak sayısını kullanmakla yükümlü kılınmışlar fakat indirim ve zam oranlarını belirlemede özgür bırakılmışlardır.⁶⁵

Sigortacılığın doğduğu ülke olan İngiltere’de ödül-ceza sistemleri etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Hasarsızlık indirimi (no-claim discount) şeklinde bir sisteme sahip olan İngiltere’de uygulanan basamak sayısı ve indirim oranları sigorta şirketleri arasında farklılık göstermekle beraber genellikle beş yıl boyunca hasar talebinde bulunmayan sürücüler %75’e kadar hasarsızlık indiriminden yararlanabilmektedirler. Sürücüler hasarsız geçirdikleri her yıl için bir basamak indirim kazanırken hasar talebinde bulduklarında ise iki basamak kaybetmektedirler. Ayrıca sigortalılar hasarsız dört yıl geçirdikten sonra ek bir prim ödeyerek hasarsızlık indirimlerini üç yıl içinde yapacakları iki hasar talebine kadar koruma altına alabilmekte ve böylece hasarsızlıklarının bozulmasını engelleyebilmektedirler.⁶⁶

Almanya’da ise yirmi altı basamaktan oluşan bir ödül-ceza sistemi bulunmaktadır. Bu sistemde sigortalılar buldukları basamağa göre %25 ile %120 arasında değişen ödül-ceza oranlarına tabi tutulmaktadırlar. Ayrıca sigortalılara küçük hasarları kendilerinin ödeyebilmesi imkanı tanınmakta ve bu durumda hasarsızlık indirimi bozulmamaktadır.⁶⁷

Fransa’da basamak sistemi olmayan bir ödül-ceza sistemi kullanılmaktadır. İlk kez sigorta yaptıran sürücüler sisteme primlerinin tamamını ödeyerek girmektedirler. Hasarsız geçirdikleri her yıl %5 indirim kazanılan bu sistemde maksimum indirim miktarı %50’dir ve sürücülerin bu tutara ulaşması 13 yıl sürmektedir. Sürücünün %100 (tamamen) kusurlu olduğu bir kazadan sonra hasar talebinde bulunması halinde primi 1,25 ile çarpılmaktadır, bir başka deyişle %25 prim zammı uygulanmaktadır. Eğer sürücünün kazadaki kusuru %50 ise ceza oranı %12,5’e düşmektedir. Maksimum ceza oranı ise %350 ile sınırlandırılmıştır.⁶⁸

⁶⁵ Sandra PITREBOIS ve Diğerleri, “Fitting the Belgian Bonus-Malus System”, **Belgian Actuarial Bulletin**, Vol. 3, No. 1, 2003, s.58.

⁶⁶ <http://uk.angloinfo.com/transport/vehicle-ownership/car-insurance> (25.04.2015)

⁶⁷ <https://www.kfz.net/ratgeber/kfz-versicherung/tabelle-schadenfreiheitsrabatt> (25.04.2015)

⁶⁸ <http://www.insurance.fr/blog/how-does-no-claims-bonus-system-operate-france> (11.05.2015)

Portekiz ve İspanya’da sigorta şirketleri kendi ödül-ceza sistemlerini dizayn etmede ve uygulamada serbestliğe sahiptirler. Bunun bir sonucu olarak, sigorta şirketleri farklı basamak sayılarına ve farklı indirim-zam oranlarına sahip ödül-ceza sistemleri kullanmaktadırlar.⁶⁹ Bunun yanında, Portekiz’de sigorta şirketleri arasında etkin bir bilgi alışverişinin olmaması bir takım problemlere neden olmaktadır. Sürücüler bir sigorta şirketine hasar talebinde bulunduktan sonra o şirketten ayrılıp başka bir sigorta şirketinden poliçe satın almakta ve şirketler arası bilgi transferinin sorunlu olması sebebiyle hasar geçmişini maskeleyip zamlı prim ödemekten kaçabilmektedirler.

Nijerya’da hususi otomobiller için altı basamaktan oluşan ve %0 ile %50 arasında indirim sağlayan bir ödül-ceza sistemi bulunmaktadır. Sigortalı hasar talebinde bulunmadığı her yıl için bir basamak indirim kazanırken hasar talebinde bulunduğu ise hangi basamakta olursa olsun bütün indirim haklarını kaybederek %0 indirim basamağına geri dönmekte ve priminin tamamını, %100’ünü, ödemek durumunda kalmaktadır.⁷⁰

Hindistan altı basamaktan oluşan ve %0 ile %50 arasında indirim sağlayan bir ödül-ceza sistemine sahiptir. Sürücü hasarsız geçirdiği her yıl sonunda bir basamak indirim kazanmakta, hasar talebinde bulunduğu ise hangi basamakta olursa olsun bütün indirim haklarını kaybederek %0 indirim olan basamağına geri dönmektedir. Bir başka deyişle, sürücü sadece bir adet hasar talebinde bulunduğu başlangıç basamağına geri dönmekte ve sigorta priminin %100’ünü ödemek durumunda kalmaktadır.⁷¹

İran Paramentosu otomobil sigortalarında üçüncü şahıs mali sorumluluk sigortasını 1969 yılında yasalaştırmıştır. Bu tarihten itibaren birçok kez değişim geçiren yasaya göre İran’da uygulanan ödül ceza sistemi on bir basamaktan oluşmaktadır. Ödül bölgesinde bulunan sürücüler hasarsız geçen her yıl için bir basamak indirim kazanmakta ve 6 yıl hasarsızlıktan sonra en yüksek indirim basamağına ulaşip %50 indirim alabilmektedirler. Ceza bölgesinde bulunan bir sigortalı ise hasarsız geçen bir

⁶⁹ Jose A. Alvarez Jareno ve Prudencio Muniz Rodriguez, “Index of ranking for bonus-malus system”, **40th ASTIN Colloquia**, Valencia, 19-22 Haziran 2011, s.2.

⁷⁰ Ade IBIWOYE ve Diğerleri, “Quest for Optimal Bonus-Malus in Automobile Insurance in Developing Economies: An Actuarial Perspective”, **International Business Research**, Vol.4, No.4, 2011, s.75.

⁷¹ Dilip C. NATH and Prasenjit SINHA, **a.g.m.**, s.230.

yılın sonunda hangi ceza basamağında olursa olsun %5 indirim sağlanan ilk ödül basamağına geçmektedir. Bunun yanında, hasar talebinde bulunan sürücüler de hangi indirim basamağında olursa olsun %0 indirim bulunan giriş basamağına geçirilmekte ve her bir hasar talebi için bir basamak zam ile cezalandırılmaktadırlar. Ceza bölgesinin en yüksek basamağı olan 10. basamağına ulaşan sürücülere %100 prim cezası uygulanmaktadır.⁷²

Çin Sigorta Birliği'nin Haziran 2006'da yayınladığı mevzuata göre Çin'de hepsi 10 basamaktan oluşan fakat farklı geçiş kurallarına ve indirim-zam oranlarına sahip üç farklı ödül-ceza sistemi kullanılmaktadır. Sistem-A %70-%200 prim skalasına, Sistem-B %70-%150 prim skalasına ve Sistem-C %70-%200 prim skalasına sahiptir. Sistemlerin geçiş kuralları birbirinden tamamen farklıdır. Sistem-A hasar taleplerini genelde bir basamakla cezalandırırken, Sistem-B ceza bölgesinin herhangi bir basamağında bulunan sürücüyü hasarsız geçirdiği bir yıl sonunda hemen ödül bölgesine transfer ederek %10'lük indirim verilen ilk ödül basamağına geçirmektedir. Aynı şekilde, ödül bölgesinde bulunan bir sürücü de ilk hasar talebiyle birlikte ilk ceza basamağına gönderilmekte ve her hasar talebi için ceza bölgesinde bir basamak yükseltilmektedir. Sistem-C ise daha karmaşık geçiş kurallarına sahip olup hasar oranının %70'den az ya da fazla olmasına göre hareket etmektedir.⁷³

2.2.2. Türkiye'de Ödül-Ceza Sistemi

Türkiye'deki zorunlu trafik sigortasının ve bunun özelinde ödül-ceza sisteminin geçirdiği değişim, esasında, gelişmekte olan ülkelerdeki sistemlerin geçirdiği değişimin tipik bir örneği olarak düşünülebilir. Tamamen devlet kontrolündeki bir sistemden, 2014 yılbaşı itibariyle serbest tarife uygulamasına geçilmiştir.

Karayolları Trafik Kanunu, 11 Mayıs 1953 tarihinde Türkiye Büyük Millet Meclisi'nde kabul edilmiş ve 6085 sayılı kanun olarak 18 Mayıs 1953 ve 8411 sayılı Resmi Gazete'de yayınlanarak yürürlüğe girmiştir. Bu kanun kapsamında, sigorta primleri Bakanlar Kurulu kararnameleleri ile belirlenmekteydi. 6085 sayılı kanunda

⁷² Rahim Mahmoudvand ve Diğerleri, **a.g.m.**, s.32

⁷³ Tao QIAN and Yao RAY, "Analysis of Chinese Motor Insurance: Comparative Study of Third Party Liability Insurance systems", **37th ASTIN Colloquium**, Orlando, 19-22 Haziran 2007, s.21

birçok kez değişiklik yapılmasına rağmen uygulamada meydana gelen aksaklıklar ve eksiklikler tam olarak giderilememiştir. Bunun neticesinde, günün şartlarına ve uluslararası antlaşmalara uygun olacak şekilde düzenlenmiş yeni bir Karayolları Trafik Kanunu Yasası hazırlanmıştır. 13.10.1983 tarihinde Milli Güvenlik Konseyi'nce kabul edilen bu yeni yasa, 18 Ekim 1983 gün ve 18195 sayılı Resmi Gazete' de 2918 sayılı Karayolları Trafik Kanunu olarak yürürlüğe girmiştir. Yeni kanunda da sigorta tarifelerinin belirlenmesi devlet kontrolünde kalmaya devam etmiştir.⁷⁴

Karayolları Trafik Kanunu, trafik sigortasının zorunluluğunu ve ödül-ceza uygulamasını aşağıdaki maddelerde net olarak ifade etmektedir.

- Madde 85: “Bir motorlu aracın işletilmesi bir kimsenin ölümüne veya yaralanmasına yahut bir şeyin zarara uğramasına sebep olursa, motorlu aracın bir teşebbüsün unvanı veya işletme adı altında veya bu teşebbüs tarafından kesilen biletle işletilmesi halinde, motorlu aracın işleteni ve bağlı olduğu teşebbüsün sahibi, doğan zarardan müştereken ve müteselsilen sorumlu olurlar.”
- Madde 91: “İşletenlerin bu Kanunun 85 inci maddesinin birinci fıkrasına göre olan sorumluluklarının karşılanmasını sağlamak üzere mali sorumluluk sigortası yaptırması zorunludur.”
- Madde 93: “Tarife ve talimatların tespitinde; araç türleri; coğrafi bölge; sigorta süresi içinde herhangi bir hasar ödemesine neden olmayan işletenlerin primlerinin indirilmesi yoluyla ödüllendirilmesi, hasar ödemesine neden olan işletenlerin primlerinin yükseltilmesi yoluyla cezalandırılması ve gerekli görülen diğer hususlar dikkate alınır.”

Yukarıdaki kanun maddelerinde belirtilen “işleten” kavramı Karayolları Trafik Kanunu'nda;

“İşleten: Araç sahibi olan veya mülkiyeti muhafaza kaydıyla satışta alıcı sıfatıyla sicilde kayıtlı görülen veya aracın uzun süreli kiralama, ariyet veya rehni gibi hallerde kiracı, ariyet veya rehin alan kişidir. Ancak ilgili tarafından başka bir kişinin

⁷⁴ Türkiye'de Trafik Mevzuatının Gelişimi
http://www.arem.gov.tr/ortak_icerik/arem/Projeler/Arastirma_raporlari/trafik/B2.pdf, (13.05.2015), s.25

aracı kendi hesabına ve tehlikesi kendisine ait olmak üzere işlettiği ve araç üzerinde fiili tasarrufu bulunduğu ispat edilirse, bu kimse işleten sayılır.” olarak geçmektedir.⁷⁵

Zorunlu trafik sigortası teminatları ve limitleri Hazine Müsteşarlığı tarafından belirlenmektedir ve bu teminatlar sektörde faaliyet gösteren bütün şirketler için aynıdır. Hazine Müsteşarlığı her yıl uygulanacak teminat limitlerini önceden belirleyip Resmi Gazete’de yayınlamaktadır. Zorunlu trafik sigortasındaki teminatlar; “kişi ve kaza başına sağlık giderleri”, “kişi ve kaza başına sürekli sakatlanma ve ölüm masrafları”, “kişi ve kaza başına maddi hasar tutarları” olmak üzere üç ana başlık altında toplanmıştır.

Sigorta şirketleri, Trafik Sigortası ile ilgili bütün verilere ve istatistiklere Trafik Sigortası Bilgi ve Gözetim Merkezi (TRAMER) aracılığı ile kolayca ulaşabilmektedirler. TRAMER, T.C. Hazine Müsteşarlığı tarafından ve 16.12.2003 tarih ve 25318 sayılı Resmi Gazetede yayımlanan Trafik Sigortası Bilgi Merkezi Yönetmeliği ile kurulmuştur. 03.11.2011 tarih ve 28131 sayılı Resmi Gazete’de yayınlanan yönetmelik değişikliği ile ise ünvanı Sigorta Bilgi ve Gözetim Merkezi olarak değiştirilmiştir.⁷⁶

Sigorta şirketleri TRAMER üzerinden ulaştıkları bilgiler sayesinde sürücülerin hasar geçmişlerini takip edebilmekte ve hangi ödül-ceza basamağında bulduklarını tespit edebilmektedirler.

24.12.2004 tarihli, 25680 sayılı Resmi Gazete’de yayınlanarak yürürlüğe giren Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası Tarife ve Talimatı’nın “A.1.2.3. Hasarsızlık İndirimi ve Prim Artırımı Oranları” maddesi uyarınca ödül-ceza oranları aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

⁷⁵ <http://www.tsb.org.tr/kanunlar-ve-khk.aspx?pageID=415> , (13.05.2015)

⁷⁶ <https://www.sbm.org.tr/tr/Sayfalar/Tarihcemiz.aspx> ,(13.05.2015)

Tablo 3: Hasarsızlık İndirimi ve Prim Artırım Oranları (2004)

Basamak No	İndirim %	Artırım %
7	20	-
6	15	-
5	10	-
4	-	-
3	-	10
2	-	20
1	-	40

Kaynak: <http://www.resmigazete.gov.tr>, 24.12.2004, 25680 sayılı Resmi Gazete

2007 yılında, Avrupa Birliği'ne uyum süreci ve ülke içince rekabet ortamının daha sağlıklı olması amacıyla 14.07.2007 tarihli Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası'nda Tarife Uygulama Esasları Hakkında Yönetmelik ile 01.08.2007 tarihi itibarıyla trafik sigortası primlerinin, yönetmelikte belirlenen esaslar çerçevesinde, sigorta şirketlerince oluşturulması karara bağlanmıştır. Sigorta şirketlerine primleri %10 arttırma ve %5 düşürme hakkı tanınmıştır. Aynı yönetmelikte 06.02.2008 tarihinde değişiklik yapılmış ve 01.07.2008 tarihinden geçerli olacak şekilde şirketlere primlerini %10 indirim ve %20 zam aralığında kalmak koşulu ile serbestçe oluşturması imkanı verilmiştir. Hazine Müsteşarlığı'nın, bir bakıma birbiri ile çelişen, hem primleri belirleyen hem de sektörü denetleyen bir yapıdan sadece denetleme görevini sürdüren bir yapıya evrildiği görülmektedir. Başlarda ana amacı, yeterli fakat fahiş olmayan prim oranları ile zorunlu trafik sigortasının halk tarafından satın alınabilir olmasını sağlamak olan Hazine Müsteşarlığı, sigorta pazarının olgunlaşması ile birlikte sigorta şirketlerinin sermaye yeterliliğinin kontrolü, aktüeryal raporlama, denetim vb. konulara odaklanmıştır.⁷⁷

Hasarsızlık indirimi ve prim artırımları için Yönetmeliğin 5. maddesi uyarınca en fazla %20 indirim ve %60'a kadar artırım uygulanmasını sağlayan 7 basamaklı ödül-ceza sisteminin sigorta şirketleri tarafından kullanılması zorunlu hale getirilmiştir.

⁷⁷ Dünya Bankası, Motor Third-Party Liability Insurance in Developing Countries: Raising Awareness and Improving Safety, 2009, http://siteresources.worldbank.org/EXTFINANCIALSECTOR/Resources/282884-1242281415644/Motor_3rd_party_liability_insurance.pdf, (8.05.2015), s.170.

Hasarsızlık sebebiyle prim indirimi ve hasar sebebiyle prim artırımının uygulanmasına ilişkin tablo Madde 5 - (1)'de aşağıdaki şekilde belirtilmiştir:

Tablo 4: Hasarsızlık İndirimi ve Prim Artırım Oranları (2008)

Basamak No	İndirim %	Artırım %
7	20	-
6	15	-
5	10	-
4	-	-
3	-	20
2	-	40
1	-	60

Kaynak: <http://www.resmigazete.gov.tr> , 6.Şubat.2008, 26779 sayılı Resmi Gazete

(2) İşleten sıfatıyla ilk kez trafiğe çıkacaklar için prim artırımını ve indirimi içermeyen basamak uygulanır.

(3) Sigorta sözleşme süresi içinde işleten için herhangi bir tazminat ödemesi yapılmaması durumunda, müteakip sigorta sözleşmesinde uygulanacak prim indirimi oranı bir üst basamağa göre belirlenir. Sigorta süresi içinde meydana gelen her tazminat ödemesi için ise müteakip sigorta sözleşmesinde uygulanacak prim artırımını oranı bir alt basamağa göre belirlenir.

(4) Prim indirimi veya tazminat ödemesi nedeniyle yapılan prim artırımını uygulaması işleteni takip eder.

(5) Bir araç işletenine ait birden fazla motorlu aracın bulunması ya da birden fazla motorlu aracın bir teşebbüsün unvanı veya işletme adı altında veya bu teşebbüs tarafından kesilen biletle işletilmesi halinde, her bir araç için ayrı sigorta sözleşmesi yaptırılır ve uygulanacak olan prim basamağı her bir araç için münferit olarak tespit edilir.

şeklinde belirtilmiştir.⁷⁸

⁷⁸ “Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortasında Tarife Uygulama Esasları Hakkında Yönetmelikte Değişiklik Yapılmasına Dair Yönetmelik”, **Resmi Gazete**, Sayı : 26779, 6 Şubat 2008

Madde 5'in 2 inci fıkrasında belirtilen, ödül-ceza sistemine ilk kez girecek olan sürücüler herhangi bir ödül veya ceza oranının bulunmadığı 4.basamaktan sisteme girmektedirler. Bu sürücüler hasarsız geçirdikleri yıl için bir basamak yükselerek indirim almakta, kusurlarının bulunduğu her hasar talepleri için de bir alt basamağa geçmekte ve ceza olarak sürprim ödemek durumunda kalmaktadırlar. Sigorta şirketi değiştirilse dahi prim indirimleri ve artırımları işleteni takip etmektedir.

Bir örnek üzerinden açıklamak gerekirse; 4.basamaktan sisteme giren bir sürücü hasarsız geçirdiği bir yılın sonunda poliçesini yenilediğinde 5.basamağa yükselcek ve %10 indirim kazanacaktır. Bir yılı daha hasarsız geçirdiğinde 6.basamağa yükselerek %15 indirim alacaktır. Bir sonraki yılı da hasarsız geçirdiğinde 7.basamağa gelecek ve en yüksek ödül miktarı olan %20 indirim kazanacaktır. Kusurlu olduğu bir kaza sonucunda bir adet hasar talebinde bulunduğu bir basamak gerileyerek 3.basamağa gelecek ve %20 prim artırımına tabi tutulacaktır. Sonrasında ise iki adet hasar talebinde bulunduğunu düşünelim. Bu durumda ise iki basamak birden gerileyerek 1.basamağa gelecek ve %60 prim artırımını ile cezalandırılmış olacaktır.

Poliçelerin basamak durumu belirlenirken, dönem içinde yapılan hasar sayısına göre karar verilmektedir. Sürücü karıştığı bir kaza sonucunda hasar bildiriminde bulunduğu bu durum TRAMER' de kayıt altına alınmaktadır. Sigortalı bir sonraki sene poliçesini yenilerken, hasar sayısına göre yeni basamağı ve buna bağlı olarak ödül veya ceza oranı tespit edilebilmektedir. Örneğin, 6.basamakta bulunan bir sürücü poliçe vadesi (1 yıl) içinde dört kez hasar talebinde bulunmuşsa bir sonraki sene 2.basamağa geçecektir. Yine aynı şekilde, 3.basamakta bulunan bir sürücü yıl içinde iki kez hasar talebinde bulunursa 1.basamağa gerileyecektir. Tersisi durumda, 2.basamakta bulunan bir sürücü bir yılı hasarsız geçirirse bir basamak yükselcek ve 3.basamağa çıkacaktır. Sigortalının mevcut basamağı ve yıl içindeki hasar sayısı bilgileri kullanılarak sigortalının yeni basamak numarası aşağıdaki tablo yardımı ile kolayca bulunabilir.

Tablo 5: Hasar Sayısına Göre Yeni Basamak Numarasının Tespiti

Mevcut Basamak	Yıl İçindeki Hasar Sayısı						
	0	1	2	3	4	5	≥6
7	7	6	5	4	3	2	1
6	7	5	4	3	2	1	1
5	6	4	3	2	1	1	1
4	5	3	2	1	1	1	1
3	4	2	1	1	1	1	1
2	3	1	1	1	1	1	1
1	2	1	1	1	1	1	1

Son olarak, 19 Haziran 2013 tarihli ve 28682 sayılı Resmi Gazete’de “Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortasında Tarife Uygulama Esasları Hakkında Yönetmelikte Değişiklik Yapılmasına Dair Yönetmelik” ile 14.7.2007 tarihli ve 26582 sayılı Resmi Gazete’de yayımlanan Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortasında Tarife Uygulama Esasları Hakkında Yönetmeliğin 1 inci maddesinde yapılan değişiklik ile zorunlu trafik sigortası tarifelerinin sigorta şirketlerince serbest olarak belirlenmesine karar verilmiştir.

Yine aynı yönetmeliğin 5 inci maddesinin birinci fıkrası,

“(1) Hasarsızlık sebebiyle prim indirimi ve hasar sebebiyle prim artırımını bu maddede yer alan basamak esasına göre uygulanır. Müsteşarlık hasarsızlık ve hasar sebebiyle prim indirim ve artırımını için özel esaslar getirebilir.

Basamak No	*İndirim %	*Artırım %
7	-	-
6	-	-
5	-	-
4	-	-
3	-	-
2	-	-
1	-	-

* İndirim ve artırım oranları şirketlerce serbestçe belirlenecektir.”
şeklinde değiştirilmiştir.⁷⁹

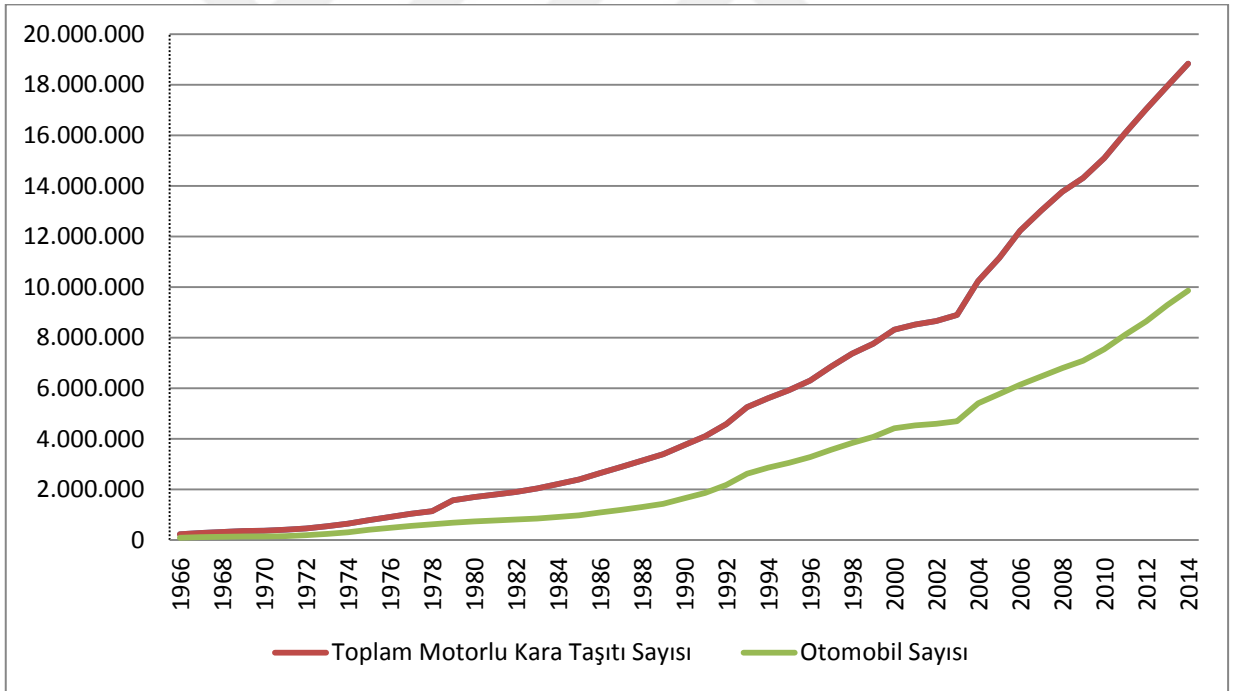
⁷⁹ <http://www.resmigazete.gov.tr> , Sayı: 28682, 19 Haziran 2013.

Böylece, Türkiye’de 1 Ocak 2014 tarihi itibariyle, Trafik Sigortası’nda yarı serbestlikten tam serbestliğe geçilmiştir ve sigorta şirketleri primleri istedikleri gibi belirleme imkânına kavuşmuşlardır. Mevcut basamak sistemi kullanılmaya devam edecek olup şirketler indirim ve artırım oranlarını serbestçe belirleyebileceklerdir. Bu durumda, çok yoğun rekabetin yaşandığı sektörde doğru fiyatlandırmanın yapılabilmesi adına müşteri profiline, sürücünün hasar geçmişi bilgisinin daha da ön plana çıkacağı söylenebilir.



2.3. Türkiye'deki Otomobil ve Trafik Sigortası İstatistikleri

Türkiye'deki motorlu kara taşıtı sayısı yıllar bazında incelendiğinde 1966 yılında 231.977 olan taşıt sayısının 2014 yılı itibariyle 18.828.721 adete çıktığı görülmektedir. Geride kalan 48 yılda motorlu kara taşıtı sayısı 59 kat artmıştır. Kara taşıtları içinde büyük yer tutan otomobilleri incelediğimizde, 1966 yılı itibariyle 91.469 olan otomobil sayısı 2014 yılı itibariyle 9.857.915 adete ulaşmıştır. Bir başka deyişle 1966'dan 2014'e kadar geçen 48 yılda otomobil sayısı yaklaşık 108 kat artmıştır. Gelişen ve büyüyen Türkiye'de motorlu kara taşıtlarının sayısının artması beklenen bir sonuç olsa da otomobil sayısındaki artışın motorlu kara taşıtları sayısındaki artış miktarının neredeyse iki katı kadar olduğu görülmektedir. Grafik 1'de toplam motorlu kara taşıtı sayısının ve otomobil sayısının 1966-2014 yılları arasında geçirdiği değişim görülmektedir.

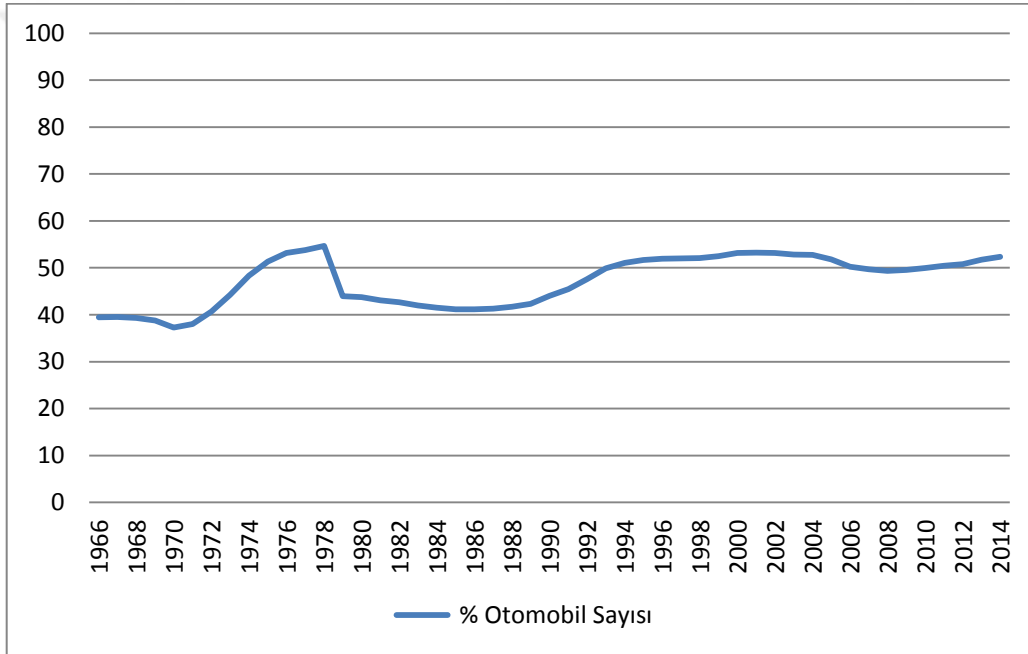


Grafik 1. Motorlu Kara Taşıtı Sayısının Yıllara Göre Değişimi

Kaynak: TÜİK, www.tuik.gov.tr (21.05.2015)

Grafikten de görüleceği üzere, 2014 yılı sonu itibariyle, Türkiye'deki motorlu kara taşıtı sayısı 20.000.000'e yaklaşırken otomobil sayısı da 10.000.000 sınırında görünmektedir.

Toplam motorlu kara taşıtları içinde otomobillerin oranını incelediğimizde, 1966 yılında 231.977 aracın 91.469 tanesinin otomobil olduğu, bir başka deyişle otomobil oranının %39,43 olduğu görülmektedir. Otomobil oranı, 1972 yılında %40'a, 1975 yılında ise ilk kez %51,35'e çıkarak tüm motorlu kara taşıtlarının yarısını oluşturacak düzeye ulaşmıştır. 1979 yılı itibariyle %43,3 e düşen otomobil oranı 15 yıl boyunca %40'lı oranlarda kalmış, 1994 yılında %51,04 ile tekrar %50'nin üzerine çıkmıştır. Dönem dönem dalgalanan bir seyir izleyen otomobil oranı 2014 yılsonu itibari ile %52,36'ya ulaşmış bulunmaktadır. Tüm motorlu kara taşıtlarının sayısı içinde otomobillerin oranı aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.

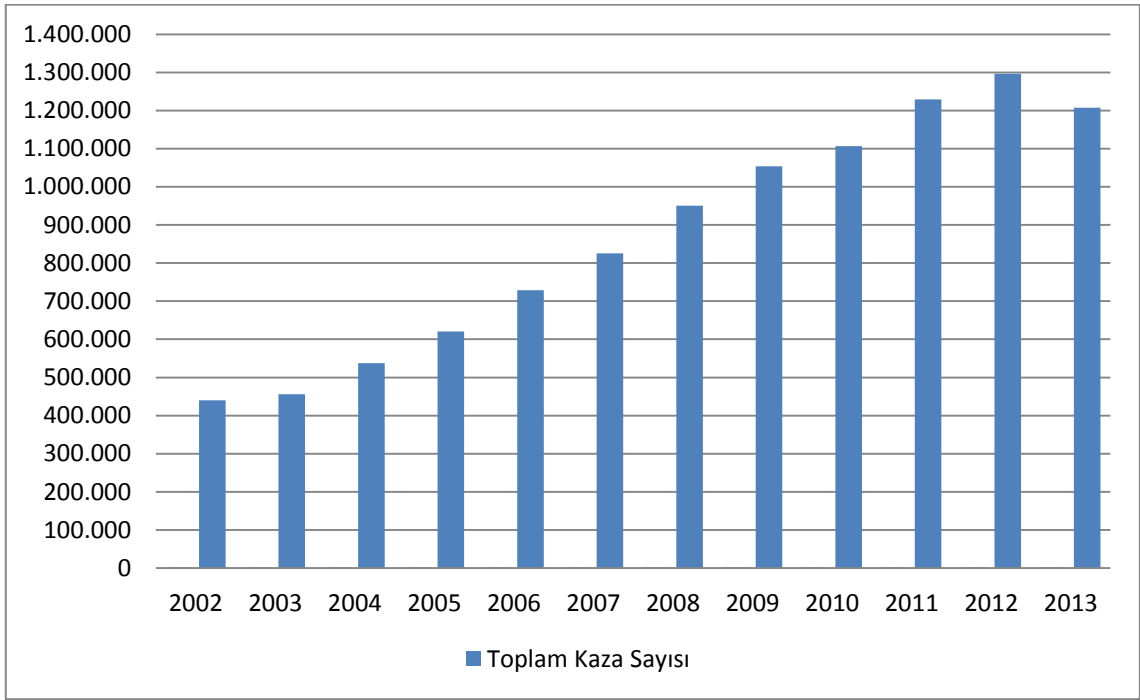


Grafik 2. Otomobil Oranının Yıllara Göre Değişimi

Kaynak: TÜİK, www.tuik.gov.tr (21.05.2015)

Grafikte yatay ekseninde *yıllar* düşey ekseninde ise *otomobil oranı* yüzde değerleri gösterilmektedir. Otomobil oranının %40 ile %50 değerleri arasında dalgalanma gösterdiğini görülmektedir. 1990'lı yıllardan sonra bu dalgalanmanın şiddeti azalmış ve son yıllar itibariyle de motorlu kara taşıtları içindeki otomobil oranının %50 seviyesinde devam ettiği görülmektedir. Bu oran ile birlikte otomobil sigortalarına olan talebin ve şirketler arası rekabetin de artarak devam edeceği öngörülebilir.

2002 ile 2013 yılları arasındaki maddi hasarlı ve ölümlü-yaralanmalı toplam kaza sayısını incelendiğinde, 2013 yılı hariç düzenli bir artış göze çarpmaktadır. 2002 yılında 439.777 adet kaza raporlanmış iken bu sayı 2013 yıl sonu itibariyle yaklaşık 2,8 kat artarak 1.207.354 adete ulaşmıştır.

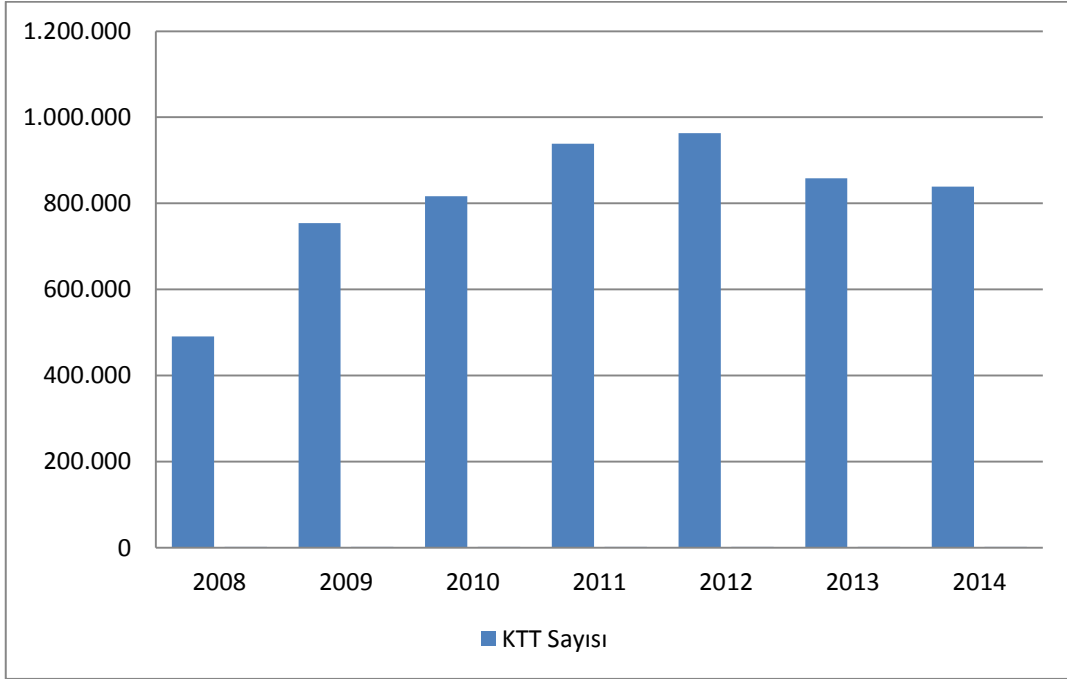


Grafik 3. Toplam Kaza Sayısı (2002-2013)

Kaynak: TÜİK, www.tuik.gov.tr (21.05.2015)

Artan araç sayısı göz önünde bulundurulduğunda toplam kaza sayısındaki bu artış normal bir artış olarak algılanabilir. Fakat, 2002 yılında 12.227.393 olan araç sayısının 2013 yılı itibariyle 17.939.447 adete ulaştığı, yaklaşık olarak 1,5 kat arttığı göz önünde bulundurulduğunda kaza sayısındaki 2,8 kat artışın araç sayısındaki artıştan fazla olduğu görülmektedir. Kaza sayısındaki bu artışın, sigorta şirketlerinin hasar maliyetlerini olumsuz etkileyeceği ve rekabet de göz önünde bulundurulduğunda gerek şirket bazında gerekse sektör bazında teknik karlılığı olumsuz etkileyeceği beklenen bir sonuç olarak değerlendirilebilir. Artan kaza sayısı göz önünde bulundurulduğunda primler belirlenirken hasar geçmişine bağlı sonsal fiyatlandırma yapılmasının önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır.

Artan araç ve artan kaza sayısının yanında, 1 Nisan 2008 tarihinden itibaren sigortalıların kullanımına sunulan ve yalnızca maddi hasarlı kazalar sonucunda tarafların kendi aralarında anlaşmalı olarak tutanak tanzim etmelerine imkan veren *kaza tespit tutanağı* (KTT) uygulamasının da hasar sürecinde ve maliyetlerinde önemli bir etkiye sahip olduğu söylenebilir. Kaza tespit tutanağı uygulaması ile birlikte trafikteki beklentilerin ve zaman kayıplarının önüne geçilmiş olmakla beraber kaza tespit tutanaklarının ne derece aslına uygun doldurulduğu ise soru işareti olarak kalmaktadır. 2008 yılından 2014 yıl sonuna kadar geçen zaman zarfında kaza tespit tutanağı sayısındaki değişim Grafik 4’te gösterilmiştir.

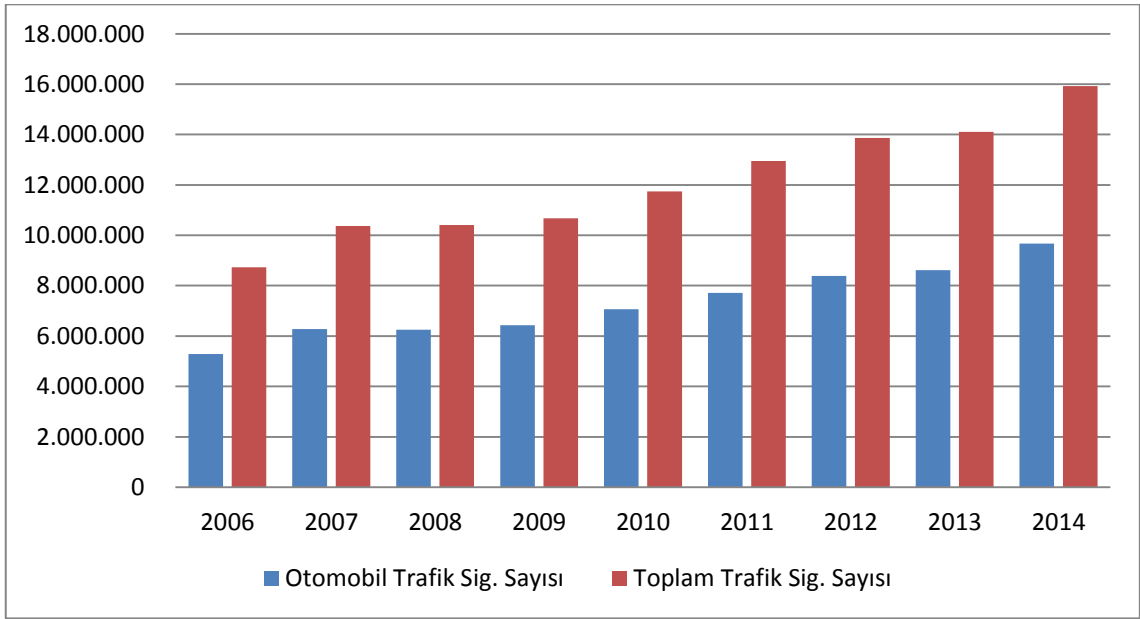


Grafik 4. Kaza Tespit Tutanağı Sayısı (2008-2014)

Kaynak: SBM, www.sbm.org.tr (21.05.2015)

2008 yılında 491.030 olan kaza tespit tutanağı sayısı 2014 yılı itibariyle 838.817’ ye ulaşmıştır. Grafik incelendiğinde KTT sayısının 2008-2012 yılları arasında sürekli olarak arttığı görülmektedir. 2012 yılında 963.105 adet ile en yüksek değerine ulaşan KTT’ler 2013 yılında 858.598, 2014 yılında ise 838.817 adet olarak gerçekleşerek 2010 yılı seviyesine gerilemiştir. 2014 yılında tam serbest tarifeye geçilmesi ve ödül-ceza oranlarının şirketlerce belirlenmesi neticesinde hasarsızlıklarının bozulmasını istemeyen sigortalıların KTT sayısındaki azalışa etki ettiği düşünülebilir.

2006 ile 2014 yılları arasında kesilen toplam trafik sigortası poliçe sayısı ve sadece otomobiller için kesilen trafik sigortası poliçe sayısı incelendiğinde, 2006 yılında otomobiller için düzenlenen trafik sigortası poliçesi sayısı 5.290.720 iken toplam trafik sigortası sayısı 8.726.799 olarak görülmektedir. 2014 yıl sonu itibariyle otomobiller için düzenlenen trafik sigortası poliçesi sayısı 9.675.840 olurken toplam trafik sigortası sayısı ise 15.924.574'e ulaşmıştır. Grafik 5.'te 2006-2014 dönemi içindeki toplam trafik sigortası ve otomobiller için düzenlenen trafik sigortası poliçe sayıları görülebilir.

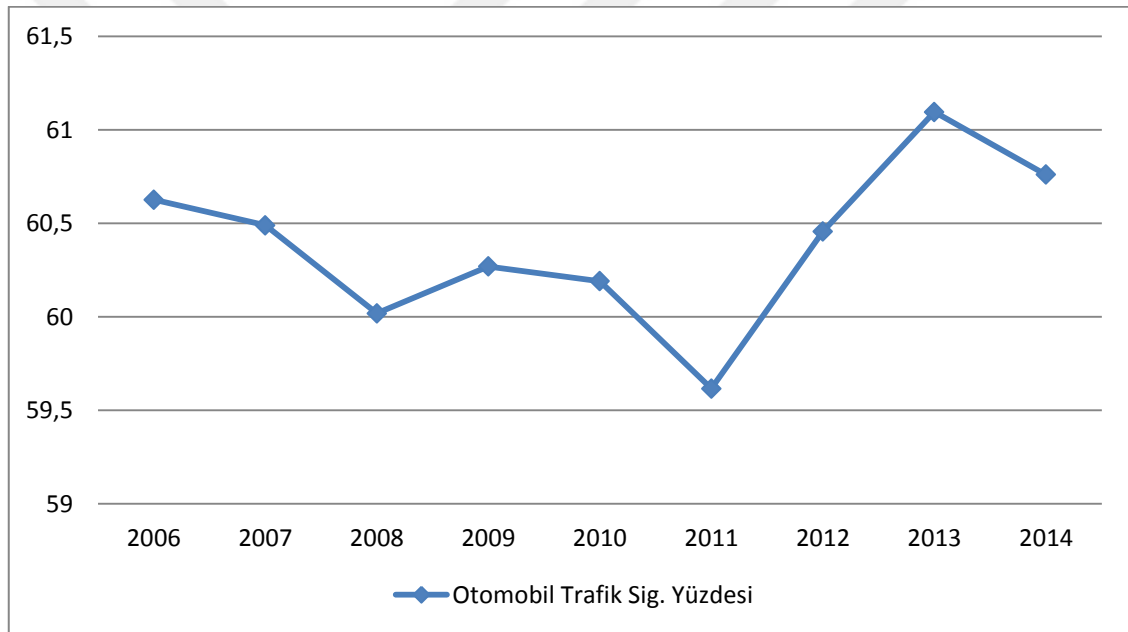


Grafik 5. Toplam Trafik Sigortası - Otomobil Trafik Sigortası Sayısı (2006-2014)
Kaynak: SBM, www.sbm.org.tr (22.05.2015)

Grafik incelendiğinde, toplam trafik sigortası sayısı ve otomobil trafik sigortası sayısı 2006 yılından 2014 yıl sonuna kadar sürekli olarak artış göstermiştir. Trafığe çıkan araç sayısındaki artış göz önünde bulundurulduğunda bu durum beklenen bir sonuçtur. 2006 yılında 8.726.799 olan toplam trafik sigortası sayısı 2014 yılsonu itibariyle yaklaşık olarak 1,8 kat artarak 15.924.574 adete ulaşmıştır. Bunun yanında, otomobiller için düzenlenen trafik sigortası poliçesi sayılarına bakıldığında, poliçe sayısının 2006 yılında 5.290.720 iken 2014 yıl sonu itibariyle yaklaşık olarak 1,8 kat artarak 9.675.840 adete ulaştığı görülmektedir. Buradan hareketle, otomobil trafik

sigortası sayısındaki artış miktarının toplam trafik sigortası sayısındaki artış miktarını takip ettiği söylenebilir. Yeşil kart sigortaları hesaplamalara dahil edilmemiştir.

2006-2014 yılları arasındaki tüm trafik sigortası portföyü içinde otomobiller için düzenlenen trafik sigortası poliçelerinin ağırlığı incelendiğinde 2006 yılında düzenlenen trafik sigortası poliçelerinin %60,62'sinin otomobiller için düzenlendiği görülmektedir. Bu oran 2011 yılında %59,61 ile en düşük seviyeye gerilerken 2013 yılında %61,09 ile en yüksek değerine ulaşmıştır. 2014 yılı itibariyle otomobiller 9.675.840 adet ile tüm trafik sigortası portföyünün %60,75'ini oluşturmaktadır. Tüm trafik sigortası portföyü içinde otomobillerin oranı Grafik 6.'da görülebilir.



Grafik 6. Otomobil Trafik Sigortası Yüzdesi Değişimi (2006-2014)

Kaynak: SBM, www.sbm.org.tr (22.05.2015)

Grafik oluşturulurken yeşil kart sigortaları hariç tutulmuştur. Grafik 6'da yıllar içinde bir dalgalanma mevcut ise de en yüksek değer ile en düşük değer arasındaki fark sadece %1,15 olduğu görülmektedir. Tüm trafik sigortası portföyü içinde otomobiller için düzenlenen trafik sigortaları oranının yaklaşık olarak %60 değerinde seyrettiği söylenebilir. Bu da, otomobillerin trafik sigortası branşı içindeki ağırlığını açıkça ortaya koymaktadır. Bu ağırlık, trafik sigortası satan sigorta şirketlerinin gerek prim

retimlerinde gerekse hasar maliyetlerinde, olumlu veya olumsuz olarak, oldukça açık bir Şekilde hissedilmektedir.



III. BÖLÜM

KREDİBİLİTE TEORİSİ İLE ÖDÜL-CEZA SİSTEMİ TASARIMI

Çalışmanın bu bölümünde, kredibilite kavramı genel hatlarıyla ele alınıp, kayıp fonksiyonları ve prim prensiplerinden kısaca bahsedildikten sonra Bayesci yöntem ile sonsal hasar tahminleri bulunarak, karma Poisson dağılımları olan İyi Risk / Kötü Risk modeli ve Negatif Binom (Poisson-Gamma) modeli ile nasıl ödül-ceza sistemi oluşturulacağı gösterilecektir.

3.1 Kredibilite Kavramı

Kredibilite kuramı, geçmiş hasar bilgileri biliniyorken, benzer risklere sahip bir sigortalı grubundaki herhangi bir birimin gelecek dönemdeki hasarının beklentisinin tahmin edilmesinde kullanılır. Sigortacılığın en temel unsurlarından biri sigortalılardan alınan primlerin her bir sigorta sözleşmesine uygun şekilde dağılmasını sağlamaktır. Bu dağıtımın hem sigortalı hem de sigortacı açısından adil, gerçekçi ve aslına uygun şekilde yapılabilmesi için uygulanan yöntemlerden biri de kredibilite teorisine dayanan kredibilite modelleri kullanılmasıdır. Kredibilite teorisinde, ağırlıklı tahmini hesaplama yapılarak, son döneme ilişkin veriler ile geçmişe ait veriler arasında dengeli bir paylaşım yapılmaya çalışılır.⁸⁰

Kredibilite teorisi, aktüerlere heterojen risklere sahip portföylerde sigorta primlerini belirlemelerinde yardımcı olur. Aktüerler kredibilite teorisinin sağladığı nicel araçları kullanarak sigortalıların hasar geçmişini primlere yansıtma imkanı elde ederler ve böylece deneyim fiyatlandırması yaparlar.⁸¹

Bir risk sınıfındaki tüm birimlere ait risklerin homojen olduğu varsayımı ile risk sınıfının beklenen hasarı hesaplandığında ve net prim olarak tüm sınıfa uygulandığında düzgün hasar geçmişi olan herhangi bir sigortalı kendisinden istenen primin fazla olduğunu düşünebilir. Bunun sonucu olarak, sigortalı prim indirimi isteyebilir veya kendisine daha iyi fiyat veren başka bir şirkete geçmeye çalışabilir.

⁸⁰ Abdurrahman ERDAL ve Meral EBEGİL, “Bühlmann-Straub Kredibilite Modelinde Kredibilite Faktörünün İncelenmesi”, *SAÜ Fen Edebiyat Dergisi*, (2013-II), s.41

⁸¹ DENUIT ve Diğerleri, *a.g.e.*, s.122

Oysa aynı risk sınıfı içinde homojenlik sağlanamayabilir ve her sigortalı aynı riske sahip olmayabilir. Diğer yandan, sigorta portföyü içerisinde beklenen hasardan daha fazla hasar yapacak sigortalılar da bulunmaktadır. Bu sigortalılar ise hasar geçmişleri ekseninde değil de buldukları risk sınıfının ortalama beklenen hasarı üzerinden prim ödemeleri durumunda, gerekenden daha az prim ödeyeceklerdir. Fiyatlandırmada adaletin sağlanması için kötü hasar geçmişine sahip sigortalıların daha fazla prim ödemesi gerekmektedir. Buna uygun bir deneyim fiyatlandırması yapmaya çalışan sigortacının karşılaştığı sorun, poliçe sahibinin hasar geçmişinin, fiyatlandırma yaparken, ne kadar güvenilir olduğudur. Bu sorun ile ilgili iki durum göz önüne alınmalıdır:

- 1) Sigortacı ilgili sigortalının hasar geçmişi hakkında ne kadar fazla bilgi sahibi ise poliçe sahibinin hasar geçmişi bilgisi o kadar güvenilir olmaktadır.
- 2) Sektördeki rekabet koşulları sigortacıyı prim hesabında tamamen müşterinin hasar geçmişinin kullanıldığı tam kredibilite uygulamaya zorlayabilir.

İstatistiksel pencereden bakıldığında kredibilite teorisi mantığa aykırı gibi algılanabilir. Eğer sigortalılara ait hasar geçmişi bilgisi mevcut ise, istatistiki açıdan, örneklem ortalaması veya yansız başka bir kestirici kullanılması gerektiği düşünülebilir. Fakat, kredibilite teorisine göre, hasar geçmişinden gelen bilgiye sadece belirli bir ağırlık verilip geri kalan ağırlığın ise diğer bilgilerden elde edilen tahminciye verilmesi gerekmektedir. Kredibilite kuramı, sigortacının bu sorununa nicel olarak çözüm üretecek araçları sağlamaktadır.⁸²

Kredibilite kestiricisi C ,

$$C = Z\bar{X}_j + (1 - Z)\bar{X} \quad (3.1)$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

⁸² KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.358

Kredibilite faktörü Z ile ağırlıklandırılmış olarak hesaplanan primlere *kredibilite primi* denilmektedir. Formülde \bar{X}_j güncel gözlemlerin ortalamasını ifade ederken, \bar{X} önsel ortalamayı göstermektedir. Diğer bir ifade ile, \bar{X}_j sigorta portföyünde bulunan herhangi bir sigortalının hasar geçmişi bilgisini gösterirken, \bar{X} portföyün tümüne ilişkin ortalamayı ifade etmektedir. Kredibilite faktörü Z güncel gözlemlere verilen ağırlığı, $(1-Z)$ ise geçmiş dönemlere verilen ağırlığı göstermektedir. $Z=1$ olduğunda, ileriye dönük tahminlemede sadece sigortalının hasar geçmişi bilgisi kullanılıyor demektir. Sigortalıya ait gözlem sayısı az olduğunda, Z değeri 0'a yaklaşır ve kredibilite kestirimi portföyün ortalamasına oldukça yakın olacak şekilde yapılmış olur. Portföyler homojen olduğunda sigorta primi olarak portföyün ortalaması kullanılabilir. Fakat heterojenliğin bulunduğu portföylerde, sigortalılara ilişkin yeterince fazla hasar geçmişi bilgisi de mevcut ise, primler belirlenirken her sigortalının bireysel hasar ortalaması kullanılabilir.⁸³

3.2. Kredibilite Modelleri

Kredibilite faktörü Z 'nin tahmini için çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemlere "kredibilite modelleri" denilmektedir. Temel kredibilite modelleri;

1. Sınırlı Dalgalanmalı (limited fluctuation) kredibilite modeli
2. En Fazla Kesinlik (greatest accuracy) kredibilite modeli

olarak iki grup altında incelenebilir.

Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modeli, tam kredibilite (full credibility) yaklaşımı ve kısmi kredibilite (partial credibility) yaklaşımı olmak üzere iki gruba ayrılırken en fazla kesinlik kredibilite modeli; Bayesci yaklaşım, Bühlmann kredibilite modeli ve Bühlmann-Straub kredibilite modeli olmak üzere üç gruba ayrılmaktadır. En fazla kesinlik kredibilite modelinde kredibilite faktörleri Bayesci bir modeldeki optimal katsayılar olarak elde edilmektedir.⁸⁴

⁸³ Aslıhan ŞENTÜRK ve Cenap ERDEMİR, "Kredibilite kuramında panel veri modelleri ve trafik sigortası için bir uygulama", *İstatistikçiler Dergisi*, 3, 2010, s.5.

⁸⁴ ERDAL ve EBEGİL, *a.g.m.*, s.45.

3.2.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite Modeli

Bu kredibilite modeli Mowbray (1914)'in işçi tazminatlarıyla ilgili çalışması ile oluşmuştur. Primlerin en güvenilir şekilde belirlenmesi için gereken hasar sayısı ne kadar olmalıdır sorusundan hareketle oluşturulan bu modelde tam kredibilite için beklenen hasar sayısının en küçük değeri ve kısmi kredibilite faktörü bulunur.

$j=1,2,\dots,n$ iken, bir risk sınıfındaki herhangi bir sigortalının j zaman dönemindeki hasar sayısını gösteren rassal değişken X_j olsun. Bu rassal değişkenler birbirinden bağımsız olmak üzere, $E(X_j)=\xi$ ve $Var(X_j)=\sigma^2$ şeklinde ifade edilsin. Sigortalının geçmiş hasarlarının ortalaması $\bar{X}=(X_1+X_2+\dots+X_n)/n$ biçiminde hesaplanabilir. Buradan, $E(\bar{X})=\xi$ ve $Var(\bar{X})=\sigma^2/n$ şeklinde elde edilmektedir.

Sigortacının primleri belirleyebilmesi için ξ değerini bulması gerekmektedir. Bunu yapabilmek için, sigortacı *sıfır kredibilite* uygulayarak, sigortalının kendine ait hasar geçmişi bilgisini kullanmadan, aynı karakteristiğe sahip olmayan diğer tüm sigortalıların hasar deneyimlerini kullanarak bir kılavuz prim (M) belirleyebilir. Alternatif olarak, sigortacı kılavuz prim M 'yi hiç kullanmayarak primleri hasar ortalaması \bar{X} 'ya göre belirleyip *tam kredibilite* uygulayabilir. Üçüncü bir seçenek olarak ise sigortacı M ve \bar{X} 'ya belirli ağırlıklar verip, ikisinin bir kombinasyonu olarak *kısmi kredibilite* yapabilir.

Sigortalıların hasar geçmişi bilgileri istikrarlı, bir başka deyişle değişkenliği az ise (σ^2 küçük) ise gelecek dönemde oluşacak hasarların tahmin edicisi olarak \bar{X} 'nin kullanılması, hasar geçmişi bilgileri daha dalgalı ise gelecek dönemde oluşacak hasarların tahmin edicisi olarak \bar{X} yerine M 'nin kullanılması daha doğru gözükmetedir.⁸⁵

⁸⁵ KLUGMAN ve Diğerleri, a.g.e., s359.

3.2.1.1. Sınırlı Dalgalanmalı Tam Kredibilite Yaklaşımı

Gelecek dönemlerdeki primlerin belirlenmesinde sadece sigortalıların kendi hasar geçmişi bilgilerinin kullanılmasına *tam kredibilite* (full credibility) denilmektedir. Tam kredibilite yaklaşımında kredibilite faktörü $Z=1$ olur. \bar{X} ile ξ arasındaki fark ξ 'e göre küçükse \bar{X} 'in değişkenliği azdır düşüncesinden hareketle istatistiki olarak,

$$\Pr(-r\xi \leq \bar{X} - \xi \leq r\xi) \geq p \quad r > 0 \text{ ve } 0 < p < 1$$

sağlanıyorsa tam kredibilite kullanılmaya karar verilebilir.

3.2.1.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kısmi Kredibilite Yaklaşımı

Tam kredibilite yaklaşımının kullanılmasının uygun görülmediği durumlarda hem \bar{X} 'den hem de M 'den yararlanılarak kısmi kredibilite faktörü oluşturulur. Bu yaklaşım neticesinde kredibilite primi,

$$Pc = Z\bar{X} + (1-Z)M \quad (3.2)$$

biçiminde elde edilir.

Sınırlı dalgalanmalı tam kredibilite yaklaşımında \bar{X} ile ξ arasındaki farkın yüksek olasılıkla en küçük değerde olması amaçlanırken aslında \bar{X} yansız bir tahmin edici olduğundan, bu \bar{X} 'in varyansının kontrol edilmesi manasına gelmektedir. \bar{X} 'in varyansının yeterince küçük olacağını garanti yoktur fakat kredibilite priminin varyansı kontrol edilebilir. Buradan hareketle,

$$\frac{\xi^2}{\lambda_0} = \text{Var}(Pc) = \text{Var}[Z\bar{X} + (1-Z)M] = Z^2 \text{Var}(\bar{X}) = Z^2 \frac{\sigma^2}{n} \quad (3.3)$$

eşitliği elde edilir.⁸⁶

⁸⁶ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s364.

Böylece, kredibilite faktörü

$$Z = \min \left\{ \frac{\xi}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}}, 1 \right\} \quad (3.4)$$

biçiminde elde edilir.

3.2.2. Bayesci Yaklaşım

Bayesci yaklaşımı incelemeye önce Bayes teoremine kısaca değinmenin faydalı olacağı düşünülmüştür. H bir hipotez B bir olay olmak üzere $P(H)$, H 'nin önsel (prior) olasılığı olarak ifade edilsin. Koşullu olasılığın tanımı gereği $P[B|H]$; H hipotezi verilmişken B olayının koşullu olasılığını ifade etmektedir. $P[B|H]$ 'ye H 'nin B üzerindeki olabilirliği denir ve bu ifade Bayesci analizin temelini oluşturur. Son olarak, $P[H|B]$ ifadesine ise H 'nin sonsal (posterior) olasılığı denmektedir. Bayes teoreminden,

$$P[H|B] = \frac{P[B|H]P[H]}{P[B]}, \quad P(B) > 0 \quad (3.5)$$

olduğu bilinmektedir.

$P(B)$, H 'ye bağlı olmayan bir sabit değer olması sebebiyle göz ardı edilirse, H 'nin sonsal olasılığının H 'nin önsel dağılımı ve H 'nin B üzerindeki olabilirliği $P[B|H]$ 'ye bağlı olduğu görülebilir.⁸⁷

Belirli bir risk sınıfındaki her poliçe sahibinin risk seviyesinin θ ile tanımlandığını ve bu risk seviyesinin her poliçe sahibinde farklılık gösterdiğini düşünelim. Sigortalıların risk seviyesini etkileyen θ değişkeninin var olduğu bilinmekte fakat gözlenememesi sebebiyle gerçek değerinin asla bilinmeyeceği varsayılmaktadır. Θ bir rassal değişken olmak üzere olasılık fonksiyonu $\pi(\theta)$ ile gösterilirsin. θ 'nin

⁸⁷ Thomas N. HERZOG, **Introduction to Credibility Theory**, 4th. Edition, Actex Publications, 1999, s.138

değeri bilinemediği için $\pi(\theta)$ fonksiyonunun bilindiği varsayılır. Grup içinde poliçe sahiplerinin risk seviyeleri birbirinden farklılık gösterebileceği için bu farklılık θ 'ya göre olacaktır. Poliçe sahiplerinin hasar deneyimleri $\pi(\theta)$ dağılımından θ parametresi ve $f_{Y|\Theta}(y|\theta)$ koşullu dağılımından gelmek üzere iki aşamada oluşur.

$T = 1, 2, \dots, T, T+1$ dönemi içinde Y_t herhangi bir sigortalının t zaman dönemi içinde gözlenen hasar talebi sayısı olmak üzere Y_t 'ler birbirinden bağımsız olarak kabul edilsin. $\Theta = \theta$ olarak verildiğinde, Y_t 'nin koşullu olasılık fonksiyonu $f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)$ olarak gösterilebilir. İstatistiki olarak Y_t 'ler bağımsız olmalarına karşın aynı dağılıma sahip olmak zorunda değildirler. Eğer Y_t 'ler aynı dağılıma sahip olurlarsa, $\Theta = \theta$ olarak biliniyorken, $f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)$ koşullu olasılık fonksiyonu t 'ye bağımlı olmayacaktır.

Fiyatlandırma yapabilmek için sigortalının bir dönem sonraki hasar talebi sayısının tahminini yapmak gerekmektedir. Bu nedenle, $\Theta = \theta$ koşulu altında Y_{T+1} 'in dağılımının bulunması gerekmektedir. Eğer θ bilinseydi $f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1}|\theta)$ kullanılabilirdi fakat θ bilinmemektedir. Bunun yerine, aynı sigortalı için, geçmiş hasar bilgisi olan y bilindiğinden, bu değer kullanılabilir. Bu nedenle, θ koşulu y ile değiştirilerek, $Y = y$ olduğu biliniyorken, Y_{T+1} 'in koşullu olasılık dağılımı elde edilir. Θ 'nin kesikli dağılımı durumunda integraller toplamlar ile değiştirilerek hesaplamalar yapılır. $\Theta = \theta$ koşulunda Y_T 'ler birbirinden bağımsız olduğundan,

$$f_{Y,\Theta}(y,\theta) = f(y_1, y_2, \dots, y_T | \theta) \pi(\theta) = \left[\prod_{t=1}^T f_{Y_t|\Theta}(y_t | \theta) \right] \pi(\theta) \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir.⁸⁸

⁸⁸ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.378.

θ 'ya göre integral alınarak Y 'nin marjinal dağılımı,

$$f_Y(y) = \int \left[\prod_{t=1}^T f_{Y_t|\Theta}(y_t | \theta) \right] \pi(\theta) d\theta \quad (3.7)$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (3.7)'de T yerine $T+1$ yazıldığında Y_1, Y_2, \dots, Y_{T+1} 'lerin birleşik olasılık dağılımına ulaşılır. $Y = y$ olduğu biliniyorken, Y_{T+1} 'in koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_{Y_{T+1}|Y}(y_{T+1} | y) = \frac{1}{f_Y(y)} \int \left[\prod_{t=1}^{T+1} f_{Y_t|\Theta}(y_t | \theta) \right] \pi(\theta) d\theta \quad (3.8)$$

şeklinde oluşur.

$Y = y$ olarak biliniyorken Θ 'nin sonsal (posterior) olasılığı, $Y_1, Y_2, \dots, Y_T, \Theta$ 'nin bileşik olasılık dağılımından faydalınalılarak,

$$\pi_{\Theta|Y}(\theta | y) = \frac{f_{Y,\Theta}(y, \theta)}{f_Y(Y)} = \frac{\left[\prod_{t=1}^T [f_{Y_t|\Theta}(y_t | \theta)] \right]}{f_Y(Y)} \pi(\theta) \quad (3.9)$$

biçiminde elde edilir.

$$\text{Eşitlik (3.9)'dan yararlanılarak } \pi_{\Theta|Y}(\theta | y) f_Y(Y) = \left[\prod_{t=1}^T [f_{Y_t|\Theta}(y_t | \theta)] \right] \pi(\theta)$$

eşitliğine geçildikten sonra Y_{T+1} 'in koşullu yoğunluğu,

$$\begin{aligned} f_{Y_{T+1}|Y}(y_{T+1} | y) &= \frac{\int f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1} | \theta) \pi_{\Theta|Y}(\theta | y) f_Y(y) d\theta}{f_Y(y)} \\ &= \int f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1} | \theta) \pi_{\Theta|Y}(\theta | y) d\theta \end{aligned} \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir.⁸⁹

3.3. Kayıp Fonksiyonları

Frekans dağılımlarına dayanan istatistikte her parametrenin sabit fakat bilinmeyen bir değeri olduğu kabul edilerek ve istatistiksel çıkarımlarla ilgili söz konusu parametrenin nokta tahmini veya parametreye ait bir güven aralığı bulunmaya çalışılır. Bayesci istatistikte ise her parametrenin bir rassal değişken olduğu kabul edilir. Henüz hiçbir gözlemlerde bulunulmamışken ilgili parametrenin bir önsel dağılımı olduğu düşünülür. İlgili veriler gözlemlendikten sonra parametrenin sonsal dağılımı Bayes Teoremi ile hesaplanır.

Parametrenin sonsal dağılımından bir nokta tahmini elde etmek için parametreye ilişkin bir kayıp fonksiyonu belirlemek gerekmektedir. Parametre Θ olarak, tahmincisi de $\hat{\Theta}$ olarak belirlenirse, kayıp fonksiyonu $L(\Theta, \hat{\Theta})$ olarak gösterilir. Θ 'nin tahmini olan $\hat{\Theta}$, kayıp fonksiyonu $L(\Theta, \hat{\Theta})$ 'nin beklenen değerini minimize edecek şekilde seçilir.

Hasar talebi sayılarının modellenmesi için hangi model seçilirse seçilsin sonsal prim düzeltilmesi, bir kayıp fonksiyonunun uygulanması sonucunda elde edilir. Uygulamada en çok tercih edilen kayıp fonksiyonu *karesel kayıp fonksiyonu* olmakla beraber diğer kayıp fonksiyonları da kullanılarak sonsal prim oluşturulabilmektedir. Bu aşamada kayıp fonksiyonlarının üzerinde kısaca durulmasının faydalı olacağı düşünülmüştür.

- **Karesel Kayıp Fonksiyonu;**

$L(\Theta, \hat{\Theta}) = (\Theta - \hat{\Theta})^2$ olarak tanımlanır. Burada kredibilite primi gelecek yılki hasar sayıları ile geçmiş hasar sayılarının karesel farkının beklenen değerini minimize eden bir fonksiyondur.⁹⁰

⁸⁹ KLUGMAN ve Diğerleri, **a.g.e.**, s.379.

⁹⁰ HERZOG, **a.g.e.**, s.31.

$h(\theta | x)$, x 'in gözlem değerleri vektörü biliniyorken Θ 'nin sonsal yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlansın. Kayıp fonksiyonunun beklenen değerini minimize eden Bayesci nokta tahmincisi $\hat{\Theta}$, Θ 'nin sonsal dağılımının ortalaması olmaktadır.⁹¹

Yapılan birçok çalışmada görülmüştür ki, karesel kayıp fonksiyonu kullanılarak bir kredibilite sistemi oluşturulduğunda ceza (malus) oranları, rekabet koşulları nedeniyle, pratikte uygulanamayacak kadar fazla çıkabilmektedir. Bu sorunun çözümü için daha makul ceza oranları sunan üstel kayıp fonksiyonu kullanılması önerilmiştir. Fakat, üstel kayıp fonksiyonu kullanıldığında da ceza oranları ile birlikte ödül oranları da azalmaktadır.⁹²

- **Üstel Kayıp Fonksiyonu;**

$L(\Theta, \hat{\Theta}) = e^{-c(\Theta - \hat{\Theta})}$ şeklinde ifade edilir. Asimetrik bir fonksiyon olan üstel kayıp fonksiyonu kullanılarak primlerin ödül ve ceza oranları arasındaki simetri yok edilmeye çalışılır. Üstel kayıp fonksiyonu kullanımı ile ceza oranlarında göreceli bir düşüş sağlanırken ödül oranları da düşmektedir. Böylece sistem sigortacı açısından finansal olarak dengede kalmaktadır.⁹³

- **Mutlak Kayıp Fonksiyonu;**

$L(\Theta, \hat{\Theta}) = |\Theta - \hat{\Theta}|$ olarak ifade edilir. $F(\theta | x)$, x 'in gözlem değerleri vektörü biliniyorken Θ 'nin sonsal dağılım fonksiyonu olarak tanımlansın. Mutlak kayıp fonksiyonunun beklenen değerini minimize eden Bayesci nokta tahmincisi $\hat{\Theta}$, Θ 'nin sonsal dağılımının medyanı olmaktadır.⁹⁴

⁹¹ HERZOG, a.g.e., s.34

⁹² DENUIT ve Diğerleri, a.g.e., s.124

⁹³ Isabel MORILLO ve Lluís BERMÚDEZ, "Bonus–malus system using an exponential loss function with an Inverse Gaussian distribution", **Insurance: Mathematics and Economics** 33, 2003, s.50.

⁹⁴ HERZOG, a.g.e., s.36

3.4. Prim Prensipleri

Prim, sigortacının kişilerin başına gelebilecek rassal olaylar için sağladığı teminatlar karşılığında poliçe sahibinden aldığı düzenli veya tek seferlik ödemelerdir. Sigortacının t anına kadar topladığı primlerin, t anına kadar gelen hasar taleplerinden büyük veya en azından eşit olması gerektiği aşıkardır. Prim prensibi belirlemek için birçok yöntem bulunmaktadır. X bir rassal değişken ve $F(X)$ bu rassal değişkenin dağılım fonksiyonunu göstermek üzere pratikte prim hesaplama prensipleri dağılım fonksiyonlarına bağlıdır. $H(X)$ prim prensibini göstermek üzere,

- **Beklenen Değer Prim Prensiibi:**

$H(X) = (1 + \alpha)E[X]$ olarak ifade edilebilir. Burada, α sabiti yükleme faktörünü ifade etmektedir ve $\alpha > 0$ 'dır. $\alpha = 0$ olarak alındığında ise net prim prensibi elde edilir. Net prim prensibinde herhangi bir yükleme yapılmamakta olup bu durum sigortacı açısından olumsuz sonuçlar doğurabilmektedir.

- **Varyans Prim Prensiibi:**

$H(X) = E[X] + \alpha V[X]$ olarak gösterilir. α yükleme faktörüdür ve $\alpha \geq 0$ 'dır. $V[X]$ ise varyansı göstermektedir. Bu prim prensibi, rassal değişkendeki rastgele sapmaları karşılamak için varyans ile orantılı bir yükleme faktörü kullanmaktadır.

- **Standart Sapma Prim Prensiibi:**

$H(X) = E[X] + \alpha \sqrt{V[X]}$ biçiminde gösterilir. α yükleme faktörüdür ($\alpha \geq 0$). Varyans prim prensibinden farklı olarak rassal değişkendeki rastgele sapmaları karşılamak için standart sapma ile orantılı bir yükleme faktörü kullanılmaktadır.⁹⁵

⁹⁵ Hernández Solís MONTSERRAT, "The use of the premium calculation principles in actuarial pricing based scenario in a coherent risk measure", **Journal of Applied Quantitative Methods**, Vol.9, No.3, 2014, s.37.

3.5. Optimal Ödül-Ceza Sistemi Tasarımı

Çalışmanın bu kısmında, Bölüm 1’de anlatılan hasar sayısı modelleri ve Bayesci analiz ile optimal bir ödül-ceza sisteminin nasıl oluşturulacağına üzerinde durulacaktır. Kredibilite primlerinin hesaplanmasında kayıp fonksiyonu olarak karesel kayıp fonksiyonu, prim prensibi olarak beklenen değer prim prensibi kullanılacaktır. Son olarak, negatif binom modeli ve iyi risk/kötü risk modelinde sonsal primlerin nasıl bulunacağı gösterilecektir.

Bir poliçe sahibinin t yıl boyunca gözlemlendiğini düşünelim. Poliçe sahibinin j inci yıl içinde ($j=1,2,\dots,t$) kusuru bulunan bir kaza sonucunda bulunduğu hasar talebi sayısı k_j ile gösterilsin. $K = \sum_{j=1}^t k_j$ ise sigortalının t yıl boyunca yapmış olduğu toplam hasar talebini ifade etmektedir. k_j gözlemlerinin bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Bir başka deyişle, hasar talebi frekansında zamanla değişme olmadığı kabul edilmektedir.

Her k_1,\dots,k_t gözleminin sigortalının hasar frekansı olan λ ’nin $t+1$ anındaki en iyi tahmin değeri $\lambda_{t+1}(k_1,\dots,k_t)$ ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Hasar geçmiş k_1,\dots,k_t ve sigortalının kendi hasar frekansı olan λ ile karakterize edilmiş hasar talebi sayısının t -boyutlu dağılımı da $P(k_1,\dots,k_t | \lambda)$ ile gösterilsin. Bayes teoremi gereği, hasar geçmişi (k_1,\dots,k_t) olarak verilmişken, sonsal yapı fonksiyonu,

$$u(\lambda | k_1,\dots,k_t) = \frac{P(k_1,\dots,k_t | \lambda)u(\lambda)}{\int_0^\infty P(k_1,\dots,k_t | \lambda)u(\lambda)d\lambda} \quad (3.11)$$

olarak ifade edilir. Burada $\int_0^\infty P(k_1,\dots,k_t | \lambda)u(\lambda)d\lambda$ portföyün t gözlem yılı boyunca hasarlarının dağılımını göstermektedir.⁹⁶

⁹⁶ LEMAIRE, *Automobile Insurance*, s.131.

$F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$; λ 'den $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$ tahminleme yaparken oluşacak kaybın beklentisini göstermektedir. Kayıp fonksiyonu $F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$; λ_{t+1} ile λ arasındaki farkı gösteren ve negatif olmayan bir fonksiyon olmak üzere, Λ 'nin sonsal (posteriori) riski,

$$\int_0^{\infty} F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) u(\lambda | k_1, \dots, k_t) d\lambda \quad (3.12)$$

ile ifade edilir.

$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) < \lambda$ olduğunda sigortalı olması gerekenden daha az prim ödüyor, sigortacı zarar ediyor demektir. Tersi durumda, $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) > \lambda$ olduğunda ise sigortalı olması gerekenden fazla prim ödüyor ve sigortacı müşterisini kaybetme riski ile karşı karşıya denilebilir. $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \lambda$ olduğunda ise hata sifıra indirilmiş ve sigortalının hasar frekansı doğru tahmin edilmiş demektir.

Daha önce bahsedildiği üzere, literatürde birçok kayıp fonksiyonu bulunmasına rağmen çalışmalarda sıklıkla karesel kayıp fonksiyonu kullanılmaktadır. Kayıp fonksiyonu olarak karesel kayıp fonksiyonu seçildiğinde Λ 'nin sonsal (posteriori) riski,

$$\int_0^{\infty} (\lambda_{t+1} - \lambda)^2 u(\lambda | k_1, \dots, k_t) d\lambda \quad (3.13)$$

olarak elde edilmektedir.

Λ 'nin sonsal beklenen değerini bulmak için eşitlik (3.13)'in minimumu bulunmalıdır. Eşitlik (3.13)'ün minimumu,

$$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \int_0^{\infty} \lambda u(\lambda | k_1, \dots, k_t) d\lambda \quad (3.14)$$

şeklinde bulunur. Bu Λ 'nin sonsal beklenen değeri olan $E[\Lambda | k_1, \dots, k_t]$ 'yi ifade etmektedir.⁹⁷

⁹⁷ LEAMIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.159.

Bir sigorta şirketi (k_1, \dots, k_t) hasar geçmişine sahip sigortalılarına, bu sigortalıların sonsal hasar frekanslarına eşit bir net prim uygulamalıdır. Tanımı gereği, Bayesci analiz kullanılarak oluşturulmuş bir ödül-ceza sistemi, optimal ödül-ceza sistemidir.

3.5.1 Negatif Binom Modeli ile Ödül-Ceza Sistemi Tasarımı

Negatif Binom (Poisson-Gamma) modelinin literatürde sıklıkla kullanılmasının birçok nedeni bulunmaktadır. Bunlardan en önemlisi modelin sahip olduğu matematiksel avantajlardır. Λ 'nin önsel dağılımı a ve τ parametreleri ile Gamma dağılımına sahip olduğunda, sonsal dağılımı da $a+k$ ve $\tau+t$ parametreleri ile Gamma olmaktadır.

Police sahibinin toplam hasar talebi sayısı $k = \sum_{i=1}^t k_i$ ile gösterilmek üzere, t yıl boyunca k tane kaza yapılması Gamma dağılımının parametrelerinin sadece a 'dan $a+k$ 'ya ve τ 'dan $\tau+t$ 'ya güncellenmesi gereğini doğurmuştur. Bu durumun Bayesci analiz yardımıyla ispatı aşağıda gösterilmiştir.

Modelin varsayımları gereği,

$$\begin{aligned}
 P(k_1, \dots, k_t) &= P(k_1 | \lambda) \dots P(k_t | \lambda) \\
 &= \frac{\lambda^{k_1} e^{-\lambda}}{k_1!} \dots \frac{\lambda^{k_t} e^{-\lambda}}{k_t!} \\
 &= \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

biçiminde elde edilir.⁹⁸

⁹⁸ LEMAIRE, *Automobile Insurance*, s.132.

Bayes teoremi uygulanırsa,

$$\begin{aligned}
u(\lambda | k_1, \dots, k_t) &= \frac{P(k_1, \dots, k_t | \lambda) u(\lambda)}{\int_0^\infty P(k_1, \dots, k_t | \lambda) u(\lambda) d\lambda} \\
&= \frac{\frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod (k_j!)} \cdot \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)}}{\int_0^\infty \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod (k_j!)} \cdot \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} d\lambda} = \frac{\lambda^{k+a-1} e^{-(t+\tau)\lambda}}{\int_0^\infty \lambda^{k+a-1} e^{-(t+\tau)\lambda} d\lambda} \\
&= \frac{(\tau+t)^{a+k} \lambda^{a+k-1} e^{-(\tau+t)\lambda}}{\int_0^\infty [\lambda(\tau+t)]^{a+k-1} e^{-(\tau+t)\lambda} d[(\tau+t)\lambda]} = \frac{(\tau+t)^{a+k} \lambda^{a+k-1} e^{-(\tau+t)\lambda}}{\Gamma(a+k)} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

biçiminde $a+k$ ve $\tau+t$ parametreleri ile Gamma dağılımının yoğunluk fonksiyonu elde edilmiş olur.⁹⁹

Sonuç olarak, (k_1, \dots, k_t) hasar geçmişine sahip sigortalıların ortalama hasar talebi sayısının tahmini,

$$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \frac{a+k}{\tau+t} \quad (3.17)$$

olarak bulunmuş olur.¹⁰⁰

Ödül-ceza sistemini beklenen değer prim prensibine göre oluşturalım. Daha önce belirtildiği gibi, beklenen değer prim prensibi sigortalının net primine ek olarak net primi ile orantılı bir güvenlik yüklemesini ödemesini öngören bir prim sistemidir. Bu prim sistemine göre (k_1, \dots, k_t) hasar geçmişine sahip sigortalılar,

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = (1+\alpha) \lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = (1+\alpha) \frac{a+k}{\tau+t} \quad (3.18)$$

primini ödeyeceklerdir.¹⁰¹

⁹⁹ LEAMIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.160

¹⁰⁰ FRANGOS ve VRONTOS, **a.g.m.**, s.5

Oluşturduğumuz optimal ödül-ceza sistemi aşağıdaki özellikleri taşımaktadır:

1. Sistem, Bayesci açıdan *adildir*. Sistemin adaletinden bahsedilirken vurgulanmak istenen, her sigortalının geçmiş hasar bilgisi ışığında, Bayes teoremi gereğince, kendi hasar frekansı oranında prim ödeyeceğidir.
2. Sistem finansal açıdan *dengededir*. Bu ardışık sürecin her aşamasında bireysel hasar frekanslarının ortalaması, genel ortalama a/τ 'ya eşittir. Her yıl bütün sigortalılardan toplanan primlerin ortalaması a/τ seviyesinde sabit kalmaktadır. Sigorta şirketinin topladığı prim miktarı, kapalı bir portföyde, sabit kalmaktadır. Klasik ödül-ceza sistemleri bu özelliği sağlamamaktadır. Kredibilite uygulanmayan klasik ödül-ceza sistemlerinde ortalama prim ilk yıllarla beraber ödül ve ceza oranları birbirini karşılamadığı için düşüşe geçmektedir. Kurduğumuz optimal ödül-ceza sisteminin finansal açıdan dengede olduğunu ispat etmek için bireysel hasar frekanslarının ortalamasının genel ortalama a/τ 'ya eşit olduğunu gösterelim.

Sigorta şirketinin sigortalı başına beklenen geliri,

$$\sum \lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) \int_0^\infty P(k_1, \dots, k_t | \lambda) u(\lambda) d\lambda \quad (3.19)$$

ile gösterilmek üzere,

$$\begin{aligned} &= \int_0^\infty \frac{a+k}{\tau+t} P(k_1, \dots, k_t | \lambda) u(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty \left[\frac{a+k}{\tau+t} \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} \right] u(\lambda) d\lambda \\ &= \int_0^\infty \left[\frac{a}{\tau+t} \sum_{j=1}^t \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} + \frac{1}{\tau+t} \sum_{j=1}^t \frac{k_j \lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} \right] u(\lambda) d\lambda \end{aligned}$$

¹⁰¹ LEMAIRE, *Automobile Insurance*, s.133.

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} \left[\frac{a}{\tau+t} \sum_{j=1}^t \prod_{k_j} \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j} + \frac{1}{\tau+t} \sum \sum_i k_i \prod_{j=1}^t \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} \right] u(\lambda) d\lambda \\
&= \int_0^{\infty} \left[\frac{a}{\tau+k} \prod_{j=1}^t \sum_{k_j=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} + \frac{1}{\tau+t} \sum_{i=1}^t \frac{k_i \lambda^{k_i} e^{-\lambda}}{k_i!} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^t \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} \right] u(\lambda) d\lambda \\
&= \int_0^{\infty} \left[\frac{a}{\tau+t} + \frac{1}{\tau+t} t\tau \right] u(\lambda) d\lambda \\
&= \frac{a}{\tau+t} \int_0^{\infty} u(\lambda) d\lambda + \frac{t}{\tau+t} \int_0^{\infty} \lambda u(\lambda) d\lambda \\
&= \frac{a}{\tau+t} + \frac{t}{\tau+t} \frac{a}{\tau} = \frac{a}{\tau} \tag{3.20}
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.¹⁰²

Böylece, sigortalıların bireysel hasar frekanslarının ortalamasının genel ortalama a/τ 'ya eşit olduğu gösterilmiş olur. Diğer bir ifadeyle, her yıl sigorta şirketinin topladığı prim miktarı sabittir, finansal denge sağlanmaktadır.

- Primler sadece bildirilen hasar sayısı k 'ya bağlıdır. Hasarların yıllar boyunca nasıl dağıldığına bağlı değildir. Bu özellik klasik ödül-ceza sistemlerinde bulunmamaktadır. Bu özelliği ülkemizde uygulanan ödül-ceza sistemi basamak geçişleri üzerinden anlatmak gerekirse, 4.basamaktan sisteme giren iki sigortalı düşünelim. A sigortalısının ilk yılda iki kaza, daha sonraki yılda üç kaza yaptığını sonraki beş yıl boyunca ise hiç kaza yapmadığını düşünelim. Bu sigortalı 6.basamakta yer alacaktır. B sigortalısının ise ilk yılda bir kaza yaptığını, sonraki altı yıl boyunca hiç kaza yapmadığını, yedinci yılda ise bir tane kaza yapıp 6.basamağa geldiğini farz edelim. Klasik ödül-ceza sistemlerinin bir örneği olan ülkemizdeki ödül-ceza sistemi aynı süre içinde beş adet kaza yapan sigortalı ile iki adet kaza yapan sigortalıyı aynı indirim basamağına

¹⁰² LEAMIRE, *Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance*, s.162.

getirmektedir. Bu durumun ne kadar adaletli olduğu üzerinde düşünülmesi gereken bir konudur. 1 Ocak 2014 tarihi itibariyle tam serbestliğe kavuşan sektörde aynı basamakta kişilere aynı indirim veya zam uygulanmasını gerektirecek bir zorunluluk bulunmamasına rağmen bu tarihe kadar primlere uygulanacak indirim ve artırım oranları Bölüm 2’de belirtilen sabit oranlar üzerinden yapılmıştır. Bu durumun risk seviyesi yüksek sürücülerin lehine bir durum olduğu söylenebilir.

4. $t = 0$ anında, sigortalıların risk seviyeleri hakkında henüz bir bilgi bulunmazken, tüm sigortalılar genel ortalama $\lambda = a/\tau$ ’ya eşit bir önsel prim ödeyeceklerdir. Zaman ilerleyip, t değeri arttıkça hasar frekansı tahminleri sürücüden sürücüye farklılaşmaya başlayacaktır. $t \rightarrow \infty$ iken poliçenin gerçek riski $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) \rightarrow k/t$ ’ye yaklaşacaktır. Λ ’nin sonsal dağılımının varyansı,

$$\text{Var}[\Lambda | k_1, \dots, k_t] = \frac{a+k}{(\tau+t)^2} \quad (3.21)$$

ile gösterilir ve $t \rightarrow \infty$ iken 0’a yaklaşmaktadır. Böylece, sigortalılar arasındaki farklılaşma asimptotik olarak mükemmel olmakta ve uzun vadede her sigortalı kendi risk seviyesine göre prim ödemektedir.

5. Oluşturduğumuz optimal ödül-ceza sisteminin kredibilite formülü, net primin hasar geçmiş bilgisi $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$ ile modifiye edildiği, önsel prim a/τ ve k/t gözlemlerinin doğrusal bileşimi,

$$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = z \frac{k}{t} + (1-z) \frac{a}{\tau} \quad (0 \leq z \leq 1) \quad (3.22)$$

biçiminde ifade edilir.¹⁰³

$z = \frac{t}{\tau+t}$ olduğu varsayılırsa, kredibilite formülünün $\frac{a+k}{\tau+t}$ ’ye indirgendiği görülür. Bireysel hasar geçmişine verilen ağırlığı temsil eden kredibilite faktörü z ,

¹⁰³ LEMAIRE, **Automobile Insurance**, s.135.

$t=0$ anında 0 değerini alırken zamanla birlikte artarak asimptotik olarak 1'e yaklaşmaktadır.¹⁰⁴

3.5.2. İyi Risk/Kötü Risk Modeli ile Ödül Ceza Sistemi Tasarımı

Hasar geçmişi (k_1, \dots, k_t) olan bir sigortalı olduğunu düşünelim ve iyi riske sahip sürücünün $a_1(k_1, \dots, k_t)$ sonsal olasılığını hesaplamak için Bayes teoremi kullanılacaktır. İyi riske sahip sürücüler "İR", kötü riske sahip sürücüler "KR" ile gösterilmek üzere $a_1(k_1, \dots, k_t)$ 'nin sonsal olasılığı,

$$\begin{aligned}
 a_1(k_1, \dots, k_t) &= P[\dot{I}R | k_1, \dots, k_t] \\
 &= \frac{P[k_1, \dots, k_t | \dot{I}R].P[\dot{I}R]}{P[k_1, \dots, k_t | \dot{I}R].P[\dot{I}R] + P[k_1, \dots, k_t | KR].P[KR]} \\
 &= \frac{\frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{k_t}}{k_t!} a_1}{\frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{k_t}}{k_t!} a_1 + \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{k_t}}{k_t!} (1-a_1)} \\
 &= \frac{\frac{\lambda_1^k e^{-t\lambda_1}}{\prod k_j!} a_1}{\frac{\lambda_1^k e^{-t\lambda_1}}{\prod k_j!} a_1 + \frac{\lambda_2^k e^{-t\lambda_2}}{\prod k_j!} (1-a_1)} \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{(1-a_1)}{a_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^k e^{-t(\lambda_2-\lambda_1)}} \tag{3.23}
 \end{aligned}$$

biçiminde ifade edilebilir.

¹⁰⁴ LEMAIRE, *Automobile Insurance*, s.135

$a_1(k_1, \dots, k_t)$ 'nin sonsal olasılığı bulunduktan sonra t yıl boyunca k adet hasar yapmış bir sigortalının primi,

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = (1 + \alpha) \left[a_1(k_1, \dots, k_t) \lambda_1 + (1 - a_1(k_1, \dots, k_t)) \lambda_2 \right] \quad (3.24)$$

ifadesi ile bulunur.¹⁰⁵

¹⁰⁵ LEAMIRE, **Bonus-Malus Sytems In Automobile Insurance**, s.171

BÖLÜM IV

OPTİMAL ÖDÜL-CEZA SİSTEMİ UYGULAMASI

Çalışmanın bu bölümünde, kredibilite teorisi kullanılarak örnek ödül-ceza sistemleri oluşturulmuş ve böylece klasik ödül-ceza sistemlerinden farklı olarak, her sigortalının uzun vadede kendi hasar frekansına göre prim ödeyeceği bir sistem elde edilmiştir. Araştırmada veri seti olarak, Türkiye’de faaliyet gösteren köklü bir sigorta şirketinden temin edilen otomobiller için düzenlenmiş 60.000 adet trafik poliçesinin hasar talebi sayıları kullanılmıştır. Öncelikle, bu veri setinin Poisson, Negatif Binom (Poisson-Gamma), Poisson-Ters Gaussian ve İyi Risk/Kötü Risk modellerine uygunluğu test edilmiş, sonrasında ise Negatif Binom ve İyi Risk/Kötü Risk modelleri kullanılarak kredibilite yöntemi ile örnek ödül-ceza sistemleri elde edilmiştir. Çalışma sürecinde, ham veri setinin incelenmesi, düzenlenmesi, parametre tahminleri, modellerin oluşturulması ve ödül-ceza katsayılarının hesaplanması süreçlerinde Microsoft Excel (2010) programı kullanılmıştır.

4.1 Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ile Türkiye’de uygulanan zorunlu trafik sigortalarına deneyim fiyatlandırması penceresinden bakılarak, kredibilite teorisi yardımı ile ödül-ceza prim oranları belirlenmesi amaçlanmıştır. Türkiye’de 1 Ocak 2014 tarihi itibarıyla geçilen serbest tarife rejimiyle birlikte ödül-ceza sistemlerinde uygulanacak indirim (ödül) ve artırım (ceza) oranları sigorta şirketleri tarafından serbestçe belirlenebilecek, bunun yanında aynı basamakta olan kişilere farklı indirim veya artırım oranların uygulanmasının önünde yasal bir engel bulunmaması sebebiyle ödül-ceza sisteminin basamak yapısının getirdiği bu dezavantaj da ortadan kalkmış olacaktır. Artık önceden belirlenmiş, sabit ödül-ceza oranları olmadığına göre sigortalılara yaptıkları hasar talebi sayısına göre efektif, optimal ve hem sigortalı hem de sigortacı açısından finansal olarak adil bir ödül-ceza sistemi kullanılması ihtiyacı doğmuştur. Bu çalışmada söz konusu ihtiyaca çözüm olabilecek nitelikte eski sistemden farklı bir yaklaşım sunulması amaçlanmıştır.

4.2. Literatür Taraması

Dünyada ödül-ceza sistemlerine ilişkin çalışmalar 1960'lı yıllardan itibaren yoğunluk kazanırken, Türkiye'de bu konuya ilişkin çalışmaların 2000'li yıllardan sonra başladığı görülmektedir.

Bichsel (1964), bu çalışmasında her poliçe sahibinin kendi beklenen hasar talebi sayısı oranında prim ödemesi düşüncesinden hareketle beklenen değer prim prensibini oluşturmuştur.¹⁰⁶

Bühlmann (1967), deneyim fiyatlandırması ve kredibilite konusunda yaptığı çalışmasında, dağılım fonksiyonun ortalamasının bireysel riskleri temsil eden rassal değişkenin sonsal ortalamasına eşit alınarak portföydeki risk grupları arasında, herkesin kendi riskine göre prim ödeyeceği bir yapı kurulabileceğini öne sürmüştür.¹⁰⁷

Corlier, Lemaire ve Muhokolo (1979), Belçika'da uygulanmakta olan ödül-ceza sisteminin denge olmaması ve verilen ödüller (indirim) nedeniyle prim gelirlerinin sürekli düşüş göstermesi nedeniyle hasar sayılarını Negatif Binom (Poisson-Gamma) dağılımı ile modelleyerek ve 70 yıllık bir simülasyon yapmışlar ve sürücülerin hangi ödül-ceza basamaklarında yer alacaklarını ve böylece ortalama prim gelirini araştırmışlardır.¹⁰⁸

Dionne ve Vanasse (1989), bütün olası bilgileri tahminlemede kullanabilmek için Poisson ve Negatif Binom modellerine regresyon bileşeni ekleyerek sadece sonsal bilgiye bağlı olarak geliştirilen bir ödül-ceza sisteminin, hem sonsal hem de önsel bilgilerin aynı anda kullanılmasıyla nasıl modifiye edilebileceğini göstermişlerdir.

Tremblay (1992), otomobillere ait kaza sayısı verilerini Poisson-Ters Gauss dağılımını kullanarak modellemiş ve karesel kayıp fonksiyonunu kullanarak, sigortacının riskini minimize edecek şekilde ödül-ceza sistemi oluşturmuştur. Poisson-

¹⁰⁶ Fritz BICHSEL, Erfahrungs-Tarifierung in der Motorfahrzeughaftpflicht-Versicherung, **Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker**, 64, 1964, 119-129.

¹⁰⁷ Hans BUHLMANN, "Experience Rating and Credibility", **ASTIN Bulletin**, Volume 4, Issue 03, July 1967, s.199-207

¹⁰⁸ Freddy CORLIER, Jean LEMAIRE ve Dunia MUHOKOLO, "Simulation of an automobile portfolio", **Geneva Papers on Risk and Insurance**, 1979, s.40-46.

Ters Gauss modelinin, aynı veri setinin başka bir çalışmada (Leamire,1985) Negatif Binom dağılımı ile modellenerek oluşturulan ödül-ceza sisteminin oranlarına oldukça yakın sonuçlar verdiğini görmüştür.

Walhin ve Paris (1999), yapı fonksiyonu olarak parametrik bir dağılım olan Hofmann dağılımı ile parametrik olmayan bir karma Poisson dağılımı seçerek ödül-ceza sistemleri oluşturmuşlar ve bunları karşılaştırmışlardır. Parametrik olmayan karma Poisson dağılımı ile oluşturulan modelin parametrik dağılımlı modele göre veri setini daha iyi temsil ettiği görülmesine rağmen, parametrik olmayan model ile oluşturulan ödül-ceza sistemindeki primlerin pratikte uygulanamayacak şekilde dalgalı bir seyir izlediği görülmüş ve bu sebeple ödül-ceza tablolarının oluşturulmasında, sürekli fonksiyon olmasının avantajıyla, parametrik dağılımın tercih edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.¹⁰⁹

Frangos ve Vrontos (2001), hasar sayısı için Negatif Binom dağılımı, hasar şiddeti için Pareto dağılımı ile sonsal hasar sayısı ve sonsal hasar şiddetini beraber kullanarak optimal bir ödül-ceza sistemi oluşturmuşlardır. Sonrasında, Dionne and Vanasse (1989)'in kurduğu sadece hasar frekansı bileşenine bağlı regresyon modelini geliştirerek hem hasar frekansı hem de hasar şiddetine bağlı bir genelleştirilmiş optimal ödül-ceza sistemi önermişlerdir.

Morillo ve Bermúdez (2003), karesel kayıp fonksiyonu yerine üstel kayıp fonksiyonu kullanarak Poisson-Ters Gauss dağılımı ile bir ödül-ceza sistemi oluşturmuşlardır. Üstel kayıp fonksiyonunun kullanılması ile ceza oranları ve ödül oranlarında bir azalma oluştuğunu tespit etmişlerdir.

Mert ve Saykan (2005), primlerin sadece hasar frekansı ile belirlendiği klasik ödül-ceza sistemleri ile primlerin hem hasar frekansı hem de hasar şiddeti ile belirlendiği ödül-ceza sistemini karşılaştırmışlardır. Hasar frekansı için Geometrik (Poisson-Üstel) dağılım, hasar şiddeti için Pareto dağılımını kullanarak, karesel kayıp fonksiyonu ve net prim prensibi ile oluşturdukları sistemler sonucunda sürücülerin ödül-

¹⁰⁹ Jean-François WALHIN ve José Paris, "Using Mixed Poisson Processes in Connection with Bonus-Malus Systems", *ASTIN Bulletin*, Volume 29, Issue 01, May 1999, s.81-99.

ceza oranlarının hem hasar frekansları hem de toplam hasar şiddetlerine göre belirlenmesinin daha adil olabileceğini öne sürmüşlerdir.¹¹⁰

Durak ve Erdoğan (2010), trafik sigortalarında ödül-ceza sistemi üzerine yaptıkları uygulamada Negatif Binom (Poisson-Gamma) kredibilite modeli ile örnek bir ödül-ceza sistemi oluşturmuşlardır. Önsel fiyatlandırma ve kredibilite primini birbirinden bağımsız ele almışlar, karesel kayıp fonksiyonu ve üstel kayıp fonksiyonu kullanarak iki ayrı prim tablosu oluşturup bunları karşılaştırarak üstel kayıp fonksiyonunun daha az ödül ve ceza oranları oluşturduğunu belirtmişlerdir.

4.3 Veri Seti ve Yapısı

Çalışmada kullanılan veri seti, Türkiye’de faaliyet gösteren köklü bir sigorta şirketinin Karayolları Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası kapsamında sigortaladığı otomobillerin hasar talebi sayılarından oluşmaktadır. Söz konusu veri seti, 60.000 poliçeden oluşmakta ve aracın kullanım tipi (özel/tüzel) ile her poliçenin bir yıl içerisinde bildirdiği hasar talebi sayısını içermektedir. Ödül-ceza sistemlerinin basamaklı yapısı ve geçiş kuralları gereği her poliçenin bir yıllık hasar talebi sayısı incelenmiş ve bir yılını doldurmadan, bir başka deyişle, poliçe vadesi bitmeden sigortalı veya sigortacı tarafından iptal edilen poliçeler veri setine alınmamıştır. Bunun yanında, ülkeler arasında seyahat eden sigortalıların seyahat ettikleri ülkelerde neden oldukları kazalara teminat veren yeşil kart poliçeleri de araştırma kapsamına alınmamıştır.

Her müşterinin yıl içinde farklı zamanlarda poliçe yaptırabileceği gerçeğinden hareketle ve çalışmanın da bir yılını dolduran poliçeler üzerinden yapılması gerektiğinden poliçeler için başlangıç tarihi aralığı belirlenmesi ihtiyacı doğmuştur. Bu nedenle, başlangıç tarihleri (01.01.2013 - 31.12.2013) tarihleri arasında olan ve bir yıl boyunca yaşayan poliçeler kullanılmıştır.

Veri seti incelendiğinde özel otomobil sayısının 51.093, tüzel otomobil sayısının ise 8.961 olduğu görülmüştür. Portföyün yaklaşık olarak %85’i özel otomobillerden oluşurken %15’i ise tüzel otomobillerden oluşmaktadır. Gerek

¹¹⁰ Mehmet MERT ve Yasemin SAYKAN, “On A Bonus-Malus System Where The Claim Frequency Distribution Is Geometric And The Claim Severity Distribution Is Pareto”, **Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics**, Volume 34, 2005, s.75-81.

portföydeki ağırlığı, gerekse tüzel otomobillerin kullanım şekli ve sıklığına bağlı olarak hasar frekansının özel otomobillerin hasar frekansının yaklaşık iki katı olması nedeniyle çalışmanın sadece özel otomobiller üzerinden yapılmasının daha uygun olacağı düşünülmüştür. Özel otomobiller için düzenlenmiş 51.093 trafik sigortası poliçesinin bir yıl süresince gözlenen hasar sayıları Tablo 6’de özetlenmiştir.

Tablo 6: Gözlenen Hasar Frekansları

Hasar Talebi Sayısı (k)	Gözlenen Frekanslar (n_k)
0	47.837
1	2.908
2	262
3	28
4	4
>4	0
Toplam	51.039

Tablo 6’da hasar sayıları k ile, bu hasar sayılarına ilişkin frekans değerleri ise n_k ile gösterilmiştir. Tablodan anlaşılacağı üzere, bir yıl boyunca hiç hasar talebinde bulunmamış poliçe sayısı 47.837, bir kez hasar talebinde bulunan poliçe sayısı 2.908, iki kez hasar talebinde bulunan poliçe sayısı 262, 3 kez hasar talebinde bulunan poliçe sayısı 28, dört kez hasar talebinde bulunan poliçe sayısı 4 iken dörtten daha fazla hasar talebinde bulunulmamıştır.

Özel otomobillere ait bir yıl içindeki gerçekleşen hasar talebi sayılarının ortalaması $\bar{x} = 0,0692$ ve varyansı $s^2 = 0,0789$ ’dur.

Çözümleme sürecinde veri setinin sırasıyla; Poisson, Poisson-Ters Gauss, Negatif Binom (Poisson-Gamma) ve İyi Risk/Kötü Risk modellerine uygunluğu Ki-Kare uygunluk testi ile araştırılmış, parametreleri tahmin edilmiş ve literatürde sıklıkla tercih edilen Negatif Binom (Poisson-Gamma) ve İyi Risk/Kötü Risk modelleri kullanılarak kredibilite yöntemi ile ödül-ceza sistemleri oluşturulmuştur.

4.4 Veri Setinin Hasar Talebi Sayısı Dağılımlarına Uygunluğu

4.4.1 Poisson Dağılımı

Portföydeki bütün sigortalıların aynı Poisson parametresiyle aynı hasar talebi sayısı dağılımına sahip olduğu ve portföyün homojen olduğu varsayımı altında veri setindeki gözlenen hasar frekansları, hasar talebi sayılarını modellemede sıklıkla kullanılan Poisson dağılımına uydurulmaya çalışılmıştır. Poisson dağılımı olasılık değerleri eşitlik (1.1) ile, gözlenen verilerin ortalaması $\bar{x} = 0,0692$, Poisson dağılımının parametresi $\lambda = 0,0692$ alınarak Poisson olasılık değerleri hesaplanmış ve bulunan olasılık değerleri toplam gözlem sayısı olan n ile çarpılarak beklenen frekans değerleri bulunmuştur. Gözlenen frekanslar ve Poisson Modeli'ne ilişkin beklenen frekanslar Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (Poisson Modeli)

k	n_k	$n p_k$
0	47.837	47.626,4
1	2.908	3.295,8
2	262	114,0
3	28	2,6
4	4	0,05
>4	0	0,001
Toplam	51.039	51.039,0

Tablo 7'den görüleceği üzere gözlenen frekanslar ile Poisson olasılık değerlerinden bulunan beklenen frekanslar arasında belirgin farklar mevcuttur. Poisson dağılımına uygunluğunu test etmek için ki-kare uyum iyiliği testi kullanılmıştır.

Hipotezler;

$H_o =$ Örneğin seçildiği anakütlenin dağılımı Poisson dağılımına uygundur.

$H_s =$ Örneğin seçildiği anakütlenin dağılımı Poisson dağılımına uygun değildir.

şeklinde oluşturulmuştur.

Hesaplamalar sonucunda, gözlenen sıklıkları 5'ten küçük olan gözeler birleştirilmiş ve χ^2 hesap değeri 315,86 olarak bulunmuştur. $\chi^2_{hesap} = 315,86 > \chi^2_{1;0,05} = 3,84$ olduğundan, H_0 hipotezi red edilebilir. Bir başka deyişle, ki-kare uyum iyiliği testi sonucuna göre, örneğin seçildiği anakütlenin dağılımının Poisson dağılımına uygun olmadığı %95 güvenle söylenebilir. Elde edilen bu sonuca göre, portföyün homojen olmadığı ve Poisson modelinin bu veri setine uygulanamayacağı kararına varılmıştır. Beklenen frekanslar incelendiğinde, Poisson dağılımının sağ kuyruğunda yeterince olasılık kütlesi olmadığı görülmektedir. Uygun model olarak, ortalaması ve varyansı aynı olan Poisson dağılımından daha fazla saçılım gösteren, bir başka deyişle varyansı ortalamasından büyük olan bir model kullanmak gerekliliği gözükmemektedir. Homojenlik varsayımının da red edilmesiyle herkese aynı prim değerlerinin uygulanmaması gerektiği, sigortalıların hasar geçmişi bilgisi ışığında bir ödül-ceza sistemi kullanılarak sonsal fiyatlandırma yapılması gerektiği bir kez daha görülmektedir.

4.4.2 Poisson-Ters Gauss Dağılımı

Veri setindeki risklerin homojen olmadığı tespit edildikten sonra, portföydeki heterojenliği temsil etmesi için karma Poisson dağılımlarından biri olan, pozitif ve sağa çarpık veri setlerinin tanımlanmasında, analiz edilmesinde ve modellenmesinde sıklıkla kullanılan Poisson-Ters Gauss kullanılarak gözlenen veriler dağılıma uydurulmaya çalışılmıştır.

Dağılımın parametreleri (g, h) , moment tahmin edicileri $\hat{g} = \bar{x}$ ve $\hat{h} = (s^2 / \bar{x}) - 1$ ($s^2 > \bar{x}$) dir. Gözlenen verilerden elde edilen $\bar{x} = 0,0692$ ve $s^2 = 0,0789$ değerleri biliniyorken, parametre tahminleri; $\hat{g} = 0,0692$ ve $\hat{h} = 0,1403$ olarak bulunmuştur.

Poisson-Ters Gauss olasılık değerleri eşitlik (1.21), eşitlik (1.22), eşitlik (1.23) ve eşitlik (1.24) ile hesaplanmış ve bulunan olasılık değerleri gözlem sayısı olan n ile çarpılarak modele ilişkin beklenen frekanslar elde edilmiştir. Gözlenen sıklıklar ve Poisson-Ters Gauss modeline ilişkin beklenen frekanslar Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (Poisson-Ters Gauss Modeli)

k	n_k	$n p_k$
0	47.837	47.830,4
1	2.908	2.924,9
2	262	249,7
3	28	29,2
4	4	4,1
>4	0	0,6
Toplam	51.039	51.093,0

Tablo 8'den görüleceği üzere, gözlenen frekanslar ile Poisson-Ters Gauss olasılık değerleri kullanılarak elde edilen beklenen frekanslar birbirine oldukça yakındır. Poisson modeli ile karşılaştırıldığında, özellikle $k=3$ ve $k=4$ değerleri için Poisson-Ters Gauss modelinin beklenen sıklıklarının oldukça tatmin edici sonuçlar verdiği görülmektedir. Poisson-Ters Gauss dağılımına uygunluğunu test etmek için ki-kare uyum iyiliği testi uygulanmıştır.

Hipotezler;

$H_o =$ Örneğin seçildiği anakütlenin dağılımı Poisson-Ters Gauss dağılımına uygundur.

$H_s =$ Örneğin seçildiği anakütlenin dağılımı Poisson-Ters Gauss dağılımına uygun değildir.

olarak belirlenmiştir.

Hesaplamalar sonucunda, gözlenen frekans değerleri 5'ten küçük olan gözeler birleştirilmiş ve χ^2 hesap değeri 0,81 olarak bulunmuştur. $\chi^2_{hesap} = 0,81 < \chi^2_{1;0,05} = 3,84$ olduğundan H_o hipotezi red edilememektedir. Ki-Kare uyum iyiliği testi sonucuna göre, örneğin seçildiği yığının dağılımının Poisson-ters Gauss dağılımına uygun olduğu %95 güvenle söylenebilir. Modelin sağ kuyruk olasılık değerleri veri setini oldukça tatmin edici şekilde açıkladığı söylenebilir.

4.4.3 Negatif Binom Dağılımı

Literatürde otomobil kaza sayılarının genellikle Poisson dağıldığı kabul edilerek araştırmalar yapılsa da heterojenliğin bulunduğu portföylerdeki kaza sayılarının modellenmesinde ilk başvuru dağılımların başında Negatif Binom dağılımı gelmektedir. Bölüm 1’de Poisson-Gamma karması olarak oluşturuluşu gösterilen Negatif Binom modeli kullanılarak gözlenen veriler dağılıma uydurulmaya çalışılmıştır. Dağılımın parametrelerinin (τ, a) moment tahmin edicileri,

$$\hat{\tau} = \frac{\bar{x}}{s^2 - \bar{x}}, \quad \hat{a} = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}}$$

formülleri ile, $\bar{x} = 0,0692$ ve $s^2 = 0,0789$ gözlenen veri setinden alınarak hesaplanmıştır. Parametre tahminleri $\hat{\tau} = 7,1270$ ve $\hat{a} = 0,4932$ olarak bulunmuştur.

Negatif Binom modelinin olasılık değerleri eşitlik (1.17), eşitlik (1.18) ile hesaplanmış ve bulunan olasılık değerleri gözlem sayısı olan n ile çarpılarak modele ilişkin beklenen frekanslar elde edilmiştir. Gözlenen sıklıklar ve Negatif binom modeline ilişkin beklenen frekanslar Tablo 9’de gösterilmiştir.

Tablo 9: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (Negatif Binom Modeli)

k	n_k	$n p_k$
0	47.837	47.838,6
1	2.908	2.903,2
2	262	266,7
3	28	27,3
4	4	2,9
>4	0	0,3
Toplam	51.039	51.093,0

Tablo 9 incelendiğinde, gözlenen frekanslar ile negatif binom olasılık değerlerinden bulunan beklenen sıklıkların birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Beklenen frekans değerlerinin Poisson modelinde elde edilen frekans değerleri ile karşılaştırıldığında negatif binom modelinin, beklenildiği üzere, veriyi

temsil kabiliyetinin çok daha iyi olduğu söylenebilir. Poisson-ters Gauss modelinde elde edilen beklenen frekans değerleri ile karşılaştırma yapıldığında ise, $k=0$, $k=1$, $k=2$ ve $k=3$ değerleri için negatif binom modelinin veri setinde gözlenen sıklıklara daha yakın sonuçlar verdiği fakat, $k=4$ hasar sayısı için Poisson-Ters Gauss modelinin gözlenen frekanslara, negatif binom modeline göre, daha yakın sonuçlar verdiği görülmüştür. Veri setinin negatif binom modeline uygunluğu test etmek için ki-kare uyum iyiliği testi uygulanmıştır.

Hipotezler;

H_o = Örneğin seçildiği anakütle dağılımı negatif binom dağılımına uygundur.

H_s = Örneğin seçildiği anakütle dağılımı negatif binom dağılımına uygun değildir.

şeklinde oluşturulmuştur.

Hesaplamalar sonucunda, gözlenen sıklık değerleri 5'ten küçük olan gözeler birleştirilmiş ve χ^2 hesap değeri 0,16 olarak bulunmuştur. $\chi^2_{hesap} = 0,16 < \chi^2_{1;0,05} = 3,84$ olduğundan H_o hipotezi red edilememektedir. Ki-Kare uyum iyiliği testi sonucuna göre, örneğin seçildiği anakütle dağılımının negatif binom dağılımına uygun olduğu %95 güvenle söylenebilir. Negatif binom modelinin veri setini oldukça iyi şekilde temsil ettiği görülmektedir.

4.4.4 İyi Risk/Kötü Risk Dağılımı

Bir diğer karma Poisson dağılımı modeli olan iyi risk/kötü risk modelinde sigortalılar “iyi risk” ve “kötü risk”e sahip sürücüler olarak iki ayrı grup altında incelenmektedir. Her grup kendi λ parametresiyle kendi Poisson dağılımına sahiptir. Üç parametrelili bir model olan iyi risk/kötü risk modeli otomobil kaza sayılarının modellenmesinde sıklıkla tercih edilmektedir. Çalışmanın bu bölümünde gözlenen veriler iyi risk/kötü risk modeline uydurulmaya çalışılmıştır.

Dağılımın parametreleri $\hat{a}_1, \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2$ 'nin moment tahmin edicileri,

$$\hat{a}_1 = \frac{a - \hat{\lambda}_2}{\hat{\lambda}_1 - \hat{\lambda}_2} \quad , \quad \hat{\lambda}_1 = \frac{S - \sqrt{S^2 - 4P}}{2} \quad , \quad \hat{\lambda}_2 = \frac{S + \sqrt{S^2 - 4P}}{2}$$

biçimindedir.

$$S = \frac{c - ab}{b - a^2} \quad , \quad P = \frac{ac - b^2}{b - a^2}$$

iken, α_2^* ve α_3^* gözlenen dağılımın sırasıyla sıfıra göre ikinci ve üçüncü momentlerini, \bar{x} ise gözlenen dağılımın ortalamasını göstermek üzere,

$$a = \bar{x} \quad , \quad b = \alpha_2^* - \bar{x} \quad , \quad c = \alpha_3^* - 3\alpha_2^* + 2\bar{x}$$

formüllerinden yararlanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda iyi risk/kötü risk modelinin parametreleri,

$$\hat{a}_1 = 0,9140 \quad , \quad \hat{a}_2 = 1 - \hat{a}_1 = 0,0860 \quad , \quad \hat{\lambda}_1 = 0,0390 \quad , \quad \hat{\lambda}_2 = 0,3904$$

olarak elde edilmiştir.

Bu parametre tahminleri bize portföyün %91,40'ının %3,9 hasar frekansına sahip “iyi risk”lerden, %8,60'ının ise %39,04 hasar frekansına sahip “kötü risk”lerden oluştuğunu göstermektedir.

İyi risk/kötü risk modelinin olasılık değerleri eşitlik (1.26) hesaplanmış ve bulunan olasılık değerleri gözlem sayısı olan n ile çarpılarak modele ilişkin beklenen frekanslar elde edilmiştir. Gözlenen sıklıklar ve iyi risk/kötü risk modeline ilişkin beklenen sıklıklar Tablo 10'da gösterilmiştir.

Tablo 10: Gözlenen ve Beklenen Frekanslar (İyi Risk/Kötü Risk Modeli)

k	n_k	$n p_k$
0	47.837	47.836,9
1	2.908	2.908,5
2	262	260,5
3	28	29,9
4	4	2,9
>4	0	0,2
Toplam	51.039	51.093,0

Tablo 10'dan görüleceği üzere, iyi risk/kötü risk modeli sonucunda elde edilen beklenen frekanslar gözlenen frekanslara oldukça yakın çıkmıştır. Beklenen frekans değerlerinin Poisson modelinde elde edilen beklenen frekans değerlerine göre çok daha iyi olduğu görülmektedir. Poisson-Ters Gauss ve negatif binom modelleri ile bir karşılaştırılma yapıldığında ise iyi risk/kötü risk modelinin $k=0$, $k=1$ ve $k=2$ hasar sayıları için gözlenen frekans değerlerine en yakın beklenen frekans değerlerini ürettiği görülmektedir. $k=3$, $k=4$ ve $k>4$ için de Poisson-ters Gauss ve negatif binom modellerinde elde edilen sonuçlara yakın sonuçlar elde edilmiştir. Veri setinin iyi risk/kötü risk modeline uygunluğunu test etmek için ki-kare uyum iyiliği testi kullanılmıştır.

Hipotezler;

$H_o =$ Örneğin seçildiği anakütle dağılımı iyi risk/kötü risk dağılımına uygundur.

$H_s =$ Örneğin seçildiği anakütle dağılımı iyi risk/kötü risk dağılımına uygun değildir.

biçiminde oluşturulmuştur.

Hesaplamalar neticesinde, gözlenen sıklık değerleri 5'ten küçük olan gözeler birleştirilmiş ve χ^2 hesap değeri 0,04 olarak bulunmuştur. $\chi^2_{hesap} = 0,04 < \chi^2_{1;0,05} = 3,84$ olduğundan H_o hipotezi red edilememektedir. Ki-kare

uyum iyiliği testi sonucuna göre, örneğin seçildiği anakütle dağılımının iyi risk/kötü risk modeline uygun olduğu %95 güvenle söylenebilir.

4.5 Optimal Ödül-Ceza Sistemlerinin Oluşturulması

Çalışmanın bu bölümünde veri setine uygunluğu ispatlanan negatif binom modeli ve iyi risk/kötü risk modeli üzerinden kredibilite yöntemi ile deneyim fiyatlandırması yapılarak ödül-ceza sistemi oluşturulmuştur. Sistem oluşturulurken kayıp fonksiyonu olarak literatürde sıklıkla tercih edilen *karesel kayıp fonksiyonu* kullanılmıştır. Prim prensibi olarak ise sigorta şirketlerinin sıklıkla kullandığı prim hesaplama yöntemlerinden biri olan ve sigortalının net priminin üstüne net primiyile orantılı bir güvenlik yüklemesi yapılmasını öngören *beklenen değer prim hesaplama prensibi* kullanılmıştır. Hesaplamalar süre olarak on yıl ($t = 10$), kaza sayısı olarak da altı ($k = 6$) ile sınırlandırılmıştır. Doğal olarak, bir sigortalının on yıldan uzun süre kaza yapmama ihtimali olduğu gibi on yıl içinde altıdan fazla kaza yapma olasılığı da vardır. Fakat hesaplamaların bir noktada bitirilmesi gerektiğinden çalışmaya bu sınırlar çerçevesinde devam edilmiştir.

4.5.1 Ödül-Ceza Sistemi I: Negatif Binom Modeli

Negatif binom modelinin veri setine uygunluğu gösterildikten sonra bu modele göre ödül ceza oranlarını oluştururken amacımız $P_{t+1}(k_1, \dots, k_2)$ prim değerlerinin kesin değerlerini bulmaktan ziyade bir ölçek bulmak olduğundan, $t = 0$ anında sisteme giren $k = 0$ hasar talebi sayısı olan bir sürücünün primi 100 kabul edilerek sonsal primler buna göre ölçeklendirilmiştir. Sonsal primler,

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \frac{100 \frac{a+k}{\tau+t}}{\frac{a}{\tau}}$$

formülü ile bulunmuştur. a ve τ değerleri yerine, daha önce veri setine uygunluğu gösterilen negatif binom modelinden elde edilen parametre tahmin değerleri yazılarak hesaplamalar yapılmıştır. Başlangıç primi 100 kabul edilerek, t yılda k adet hasar

talebinde bulunan sigortalının ödemesi gereken prim değerleri Tablo 11’de gösterilmiştir.

Tablo 11: Negatif Binom Modeli Ödül-Ceza Sistemi Prim Oranları

Yıllar (t)	Hasar Talebi Sayısı (k)						
	0	1	2	3	4	5	6
0	100						
1	87,70	265,50	443,31	621,12	798,93	976,73	1.154,54
2	78,09	236,41	394,74	553,07	711,39	869,72	1.028,04
3	70,38	213,07	355,76	498,45	641,14	783,84	926,53
4	64,05	193,92	323,79	453,66	583,52	713,39	843,26
5	58,77	177,93	297,09	416,25	535,41	654,57	773,72
6	54,29	164,37	274,46	384,54	494,62	604,70	714,78
7	50,45	152,74	255,03	357,32	459,61	561,90	664,19
8	47,11	142,64	238,17	333,70	429,22	524,75	620,28
9	44,19	133,80	223,40	313,00	402,61	492,21	581,82
10	41,61	125,98	210,36	294,73	379,10	463,47	547,85

Tablo 11 incelendiğinde, daha önce de belirtildiği gibi, sisteme yeni giren sigortalının priminin 100 olduğu görülmektedir. Sigortalı bir yılı hasarsız geçirdiğinde primi 87,70’e düşmektedir, %12,30 indirim almaktadır. Bir yılı daha hasarsız geçirdiğinde ödemesi gereken prim 78,09’a düşmektedir. Ertesi seneyi de hasarsız geçirirse ödemesi gereken prim 70,38’e inmektedir. Sigortalı bu şekilde on yıl boyunca hasar talebinde bulunmazsa sisteme girdiğinde 100 olan primi 41,61’e inmiş olacak ve %58,39 indirim kazanmış olacaktır. Tersisi durumda ise, sisteme yeni giren bir kişi ilk yıl bir adet hasar talebinde bulunursa primi 265,50’ye çıkmakta, % 165,50 zamlanmaktadır. İlk yılında iki adet hasar talebinde bulunursa primi 443,31’e, üç adet hasar talebinde bulunursa 621,12’ye, bu şekilde devam ederek son olarak altı hasar talebinde bulunduğu anda ise 1154,54’e ulaşmakta, %1054,54 zamlanmaktadır.

İlk yılda iki adet hasar talebinde bulunan ve primi 443,31’e çıkan sigortalı üzerinden tabloyu incelemeye devam ettiğimizde, eğer bu sigortalı o yılı hasarsız geçirirse iki yılda iki adet kaza yapmış olacak ve prim değeri 443,31’den 394,74’e inecektir. Bir yılı daha hasarsız geçirdiğinde, üç yılda iki adet kaza yapmış olacak ve

ödemesi gereken prim 394,75'ten 355,76'ya inecektir. Bu sigortalının bundan sonraki yıllarda hiç kaza yapmaması durumunda on yılda iki kez kaza yapmış olacak ve ödemesi gereken prim 210,36'ya inecektir.

Tablonun başka bir noktasını, örneğin beş yılda üç kez kaza yapmış bir sürücünün prim değerini incelediğimizde bu sürücünün ödemesi gereken primin 416,25 olduğu görülmektedir. Bu sürücü o yıl içinde bir kaza daha yaptığında altı yılda dört kez kaza yapmış olacak ödemesi gereken prim 494,62 olacaktır. O yıl içinde bir kez daha kaza yaptığında ertesi sene sigortasını yenilerken yedi yıl içinde beş kez kaza yapmış olacağından ödemesi gereken prim 561,90'a çıkacaktır. O yılı hasarsız geçirdiğinde ise sekiz yıl içinde beş kez kaza yapmış olacak ve primi 524,75'e inecektir.

Genel olarak, tablo incelendiğinde ceza oranlarının oldukça yüksek olduğu ve hasar geçmişinde kaza olan bir sürücünün uzun yıllar boyunca bunun mali külfetine katlanmak zorunda kaldığı görülmektedir. Sürüş hayatı boyunca, kusuru bulunan bir kaza sonucunda hasar talebinde bulunmuş bir sürücünün tekrar indirim alabilmesi yaklaşık olarak on beş yılı bulmaktadır. Bu durumun sürücülerini daha dikkatli araç kullanmaya teşvik edeceği söylenebilir. Bunun yanında, uzun yıllar zamlı prim ödemek istemeyen sürücüler, kendilerine göre göreceli olarak, küçük hasarları sigorta şirketlerine bildirmeyip ceplerinden karşılama yoluna da gidebilirler.

4.5.2 Ödül-Ceza Sistemi II: İyi Risk/Kötü Risk Modeli

Daha önce, portföydeki sigortalıları “iyi risk” ve “kötü risk” olarak ikiye ayıran iyi risk/kötü risk modelinin veri setine uygunluğu gösterilmişti. Parametre tahminleri ise $\hat{a}_1 = 0,9140$, $\hat{a}_2 = 0,0860$, $\hat{\lambda}_1 = 0,0390$ ve $\hat{\lambda}_2 = 0,3904$ olarak bulunmuştu.

\hat{a}_1 portföydeki iyi riske sahip sigortalıları, $\hat{a}_2 = 1 - \hat{a}_1$ portföydeki kötü riske sahip sigortalıları, $\hat{\lambda}_1$ iyi risk olarak nitelendirilen sigortalıların hasar frekansını, $\hat{\lambda}_2$ ise kötü risk olarak nitelendirilen sigortalıların hasar frekansını göstermek üzere, portföyün %91,40'ı iyi riske sahip, hasar frekansı $\hat{\lambda}_1 = 0,0390$ olan sürücülerden oluşurken,

portföyün %8,60'ı kötü riske sahip ve hasar frekansları $\hat{\lambda}_2 = 0,3904$ olan sürücülerden oluşmaktadır.

Hasar talebi geçmişi (k_1, \dots, k_t) olan bir sigortalı olduğunu varsayalım. Bu sigortalının “iyi risk” e sahip bir sürücü olduğunu düşündüğümüzde bu sigortalının sonsal dağılımı $a_1(k_1, \dots, k_t)$ 'nin Bayes teoremi aracılığı ile,

$$a_1(k_1, \dots, k_t) = P[\dot{I}Y | k_1, \dots, k_t] = \frac{1}{1 + \frac{(1-a_1)}{a_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^k e^{-t(\lambda_2-\lambda_1)}}$$

bulunabileceği daha önce gösterilmişti. Bu sonsal olasılığın hasar talebi sayısı k 'ya ve t zamana bağlı bir fonksiyon olarak gelişimi Tablo 12'de gösterilmiştir.

Tablo 12: Sonsal (Posterior) Olasılıklar

Yıllar (t)	Hasar Talebi Sayısı (k)						
	0	1	2	3	4	5	6
0	0,9140						
1	0,9379	0,6012	0,1308	0,0148	0,0015	0,0001	0,00001
2	0,9555	0,6817	0,1762	0,0209	0,0021	0,0002	0,00002
3	0,9682	0,7527	0,2331	0,0294	0,0030	0,0003	0,00003
4	0,9774	0,8122	0,3016	0,0413	0,0043	0,0004	0,00004
5	0,9840	0,8601	0,3803	0,0577	0,0061	0,0006	0,0001
6	0,9887	0,8973	0,4659	0,0801	0,0086	0,0009	0,0001
7	0,9920	0,9255	0,5535	0,1101	0,0122	0,0012	0,0001
8	0,9944	0,9464	0,6379	0,1495	0,0172	0,0017	0,0002
9	0,9960	0,9616	0,7145	0,1999	0,0243	0,0025	0,0002
10	0,9972	0,9727	0,7806	0,2620	0,0342	0,0035	0,0004

Tablo 12'den görüleceği üzere, $t=0$ ve $k=0$ anındaki sonsal olasılık $\hat{a}_1 = 0,9140$ olarak alınmıştır. Bayes teoreminin doğal bir sonucu olarak, sigortalının hasar talebinde bulunmadığı bilinirken bir sonraki yıl hasar talebinde bulunma olasılığı düşmekte, bir başka deyişle iyi riske sahip sigortalı olma olasılığı artmaktadır. Sigortalı

hasar talebinde bulunduğunda ise, hasar talebinde bulunduğu biliniyorken bir sonraki yıl hasar talebinde bulunma olasılığı artmakta, başka bir ifade ile iyi riske sahip sigortalı olma olasılığı azalmaktadır. Tablo 12'deki olasılık değerleri incelediğinde bu durum kolaylıkla görülebilmektedir. 10 yıl boyunca hiç hasar talebinde bulunmayan bir sigortalının iyi riske sahip bir sürücü olma olasılığı 0,9140'den 0,9972'ye çıkmaktadır. Ters durumda ise, bir yıl içinde 6 kez hasar talebinde bulunan bir sigortalının iyi riske sahip bir sürücü olma olasılığı 0,00001 gibi çok küçük bir değere gerilemektedir. Başka bir açıdan bakarsak, sistem bu sürücüyü artık iyi riske sahip sürücü olarak değil kötü riske sahip bir sürücü olarak değerlendirmektedir.

İyi riske sahip olma olasılığı ile kötü riske sahip olma olasılığı toplamalarının 1'e eşit olması gerektiği göz önünde bulundurulduğunda, bir sigortalının iyi riske sahip olma olasılığı ne kadar fazla ise kötü riske sahip olma olasılığı o kadar az, iyi riske sahip olma olasılığı ne kadar az ise kötü riske sahip olma olasılığı o kadar fazladır denilebilir.

Sigortalı kaç tane hasar talebinde bulunursa bulunsun iyi riske sahip olan bir sürücü olma sonsal olasılığı 0'a yakınsamakta fakat hiçbir zaman "0" olmamaktadır.

t yılda k adet hasar talebinde bulunmuş bir sigortalının ödeyeceği prim,

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = (1 + \alpha) \left[a_1(k_1, \dots, k_t) \lambda_1 + (1 - a_1(k_1, \dots, k_t)) \lambda_2 \right]$$

eşitliği ile bulunacaktır.

t inci yıla kadar olan hasar bilgisi ışığında $t+1$ inci yılda alınacak primin değerini veren bu formül incelendiğinde, sigortalının iyi riske sahip olma olasılığı $a_1(k_1, \dots, k_t)$ iyi riske sahip sürücülerin hasar frekansı tahmini olan λ_1 ile çarpılmakta iken, sigortalının kötü riske sahip olma olasılığı $(1 - a_1(k_1, \dots, k_t))$ kötü sürücülerin hasar frekansı tahmini olan λ_2 ile çarpılmakta ve elde edilen değerler toplanmaktadır. Denklemdaki $(1 + \alpha)$ ifadesi yüklem çarpanını göstermekte olup sigorta şirketi tarafından serbestçe belirlenebileceğinden hesaplamalara dahil edilmesine gerek

duyulmamıştır. $t=0$ ve $k=0$ anındaki prim değerini 100 olacak şekilde ölçeklendirdikten sonra, t yılda k adet hasar talebinde bulunmuş bir sigortalının ödeyeceği prim Tablo 13'deki gibi olacaktır.

Tablo 13: İyi Risk/Kötü Risk Modeli Ödül-Ceza Sistemi Prim Oranları

Yıllar (t)	Hasar Talebi Sayısı (k)						
	0	1	2	3	4	5	6
0	100,00						
1	87,86	258,86	497,73	556,64	563,39	564,08	564,15
2	78,93	217,94	474,69	553,54	563,07	564,05	564,14
3	72,44	181,89	445,80	549,20	562,62	564,00	564,14
4	67,77	151,67	410,99	543,17	561,98	563,94	564,13
5	64,43	127,37	371,02	534,84	561,07	563,84	564,12
6	62,05	108,47	327,58	523,48	559,78	563,71	564,11
7	60,37	94,17	283,09	508,24	557,96	563,53	564,09
8	59,17	83,56	240,23	488,21	555,39	563,27	564,06
9	58,33	75,79	201,29	462,63	551,79	562,89	564,03
10	57,74	70,18	167,76	431,08	546,77	562,36	563,97

Tablo 13 incelendiğinde ve negatif binom modeli ödül ceza sistemi prim değerleriyle karşılaştırıldığında iyi risk/kötü risk modelinden elde edilen prim değerlerinin genel olarak daha az olduğu görülmektedir. İyi risk/kötü risk modelinde sisteme girdiği ilk yıl 6 kez hasar talebinde bulunmuş bir sigortalının primi 564,15 iken bu değer negatif binom modelinde 1.154,54 olarak elde edilmiştir. İyi risk/kötü risk ödül-ceza sisteminde 5 yılda 2 kez hasar talebinde bulunan bir sigortalının ödeyeceği prim 371,02 iken bu değer negatif binom modelinde 297,09'dir.

Hasarsız geçen birkaç yılın sonunda ödül-ceza sistemi sigortalının “iyi risk” olduğuna karar vermekte ve $\bar{x}=0,0692$, $\hat{\lambda}_1=0,0390$ ve $\hat{\lambda}_2=0,3904$ olmak üzere, primi $(100 \times 0,0390) \div 0,0692 = 56,35$ 'e yaklaşmaktadır. Sigortalının yapacağı birkaç hasar talebinden sonra ise ödül-ceza sistemi sürücünün “kötü risk” olduğuna karar vermekte ve primi $(100 \times 0,3904) \div 0,0692 = 564,16$ 'ye yaklaşmaktadır. Kötü risk

kategorisine giren bir sürücünün ödül-ceza sistemi tarafından tekrar iyi riske sahip bir sürücü olarak değerlendirilebilmesi için uzun yıllar geçmesi gerekmektedir.

SONUÇ

Farklı basamak ve indirim oranları ile ülkeden ülkeye farklılıklar gösteren ödül-ceza sistemleri, bir yılı hasarsız geçiren sigortalıları bir sonraki yıl prim indirimi ile ödüllendiren (bonus), yıl içinde hasar talebinde bulunan sigortalıları ise bir sonraki yıl prim artırımını (malus) ile cezalandıran bir deneyim fiyatlandırması yöntemidir. Ödül-ceza (bonus-malus) sistemleri, sürücüleri daha dikkatli araç kullanmaya teşvik etmesinin yanında, sürücülerin hasar geçmişi bilgisinden elde edilen bireysel riskleri primlere yansıtarak uzun vadede herkesin kendi hasar frekansına göre prim ödemesini sağlar. Bunun yanında, deneyim fiyatlandırması ile yapılacak bir sonsal fiyatlandırma, önsel fiyatlandırma ile oluşan eksiklikleri gidererek primlere düzeltici bir etki yapar.

Türkiye’de uygulanan ödül-ceza sisteminde zorunlu trafik sigortasına ilişkin değişikliklere bağlı olarak yıllar itibariyle bir takım düzenlemeler olmuştur. 2004 yılında yürürlüğe giren Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası Tarife ve Talimatı’nın “Hasarsızlık İndirimi ve Prim Artırımı Oranları” maddesi uyarınca ödül-ceza oranları yedi basamak olarak belirlenmiştir. Yine sonraki yıllarda sistemde yarı serbestlik sağlayacak bir takım değişiklikler yapılmış ve nihayetinde 1 Ocak 2014 tarihi itibariyle tam serbestliğe geçilerek sigorta şirketlerine primleri istedikleri gibi belirleme imkanı verilmiştir. Bu tarihten itibaren mevcut basamak sistemini kullanarak indirim ve artırım oranlarını serbestçe belirleyen sigorta şirketleri açısından, sektörde yaşanan yoğun rekabet de göz önünde bulundurulduğunda doğru fiyatlandırmanın yapılabilmesi için müşteri profili ve sürücülerin hasar geçmişi bilgisi büyük önem kazanmıştır.

Bu nedenle bu çalışmada, Karayolları Motorlu Taşıtlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası’nda serbest tarifeye geçilmesiyle birlikte sigorta şirketleri tarafından serbestçe belirlenip uygulanabilecek ödül ve ceza (bonus-malus) oranlarına dair bir değerlendirme yapılarak optimal ödül-ceza sistemleri oluşturulmaya çalışılmıştır.

Araştırmada Türkiye’de faaliyet gösteren bir sigorta şirketinden alınan, (01.01.2013-31.12.2013) aralığında başlayan ve bir yıl boyunca yaşayan otomobillere ait zorunlu trafik sigortası poliçe hasar verileri kullanılmıştır. Veri setinin yapısı incelenerek tanımlayıcı istatistikleri hesaplanmış, portföyün homojen risklerden oluştuğu varsayımı altında, hasar talebi sayılarını modellemede literatürde en sık kullanılan dağılım olan Poisson dağılımına uygunluğu araştırılmıştır. Gözlenen veri setinin ortalaması Poisson dağılımının parametresinin değeri olarak kabul edilerek Poisson dağılımı olasılık değerleri hesaplanmış ve bu olasılık değerleri kullanılarak hasar talebi sayılarının beklenen frekansları bulunmuştur. Dağılıma uygunluk ki-kare uygunluk testi ile araştırılmıştır. Elde edilen ki-kare hesap değeri kritik değerden oldukça fazla çıkmış ve veri setinin Poisson dağılımına uymadığı belirlenerek, portföyün homojen risklerden oluşmadığı sonucuna varılmıştır.

Portföydeki risklerin heterojenliğini temsil etmesi için karma Poisson dağılımlarına yönelinmiş ve literatürde sıklıkla kullanılan Poisson-Gamma (Negatif Binom), Poisson-Ters Gauss ve İyi Risk/Kötü Risk dağılımlarının veri setine uygunluğu araştırılmıştır. Dağılımların parametre tahminleri yapıldıktan sonra hasar sayılarının olasılık değerleri bulunarak beklenen frekans değerleri elde edilmiştir. Bulunan beklenen frekanslar ile gözlenen frekans değerleri karşılaştırılmış ve ki-kare uygunluk testi kullanılarak dağılımların veri setine uygunluğu test edilmiştir. Yapılan ki-kare testi sonucunda Poisson-Ters Gauss, Negatif Binom ve İyi risk/Kötü risk dağılımlarının her üçünün de uygunluk hipotezine olumlu yanıt verdiği görülmüştür.

Dağılımların veri setine uygunluğu gösterildikten sonra, ödül-ceza prim oranlarının oluşturulmasında kredibilite teorisi ve Bayesci yaklaşım kullanılarak etkili ve adil bir deneyim fiyatlandırması yapılmaya çalışılmıştır. Kredibilite primleri oluşturulurken literatürde sıklıkla tercih edilen karesel kayıp fonksiyonu ve beklenen değer prim prensibi kullanılarak, veri setine uygunluğu gösterilen negatif binom ve iyi risk/kötü risk dağılımları ile optimal ödül-ceza sistemleri oluşturularak ödül-ceza sistemi prim oranları hesaplanmıştır.

Ulaşılan sonuçlar, serbest tarifeye geçilmeden önce uygulamada olan ödül ve ceza oranlarına göre oldukça farklı çıkmıştır. Eski sistemden farklı olarak, bu çalışmada

oluşturulan sistemlerde hasar talebinde bulunan bir sigortalı bu hasar talebinin neden olduğu ceza primlerine uzun yıllar katlanmak durumunda kalmaktadır. Yeni oluşturulan sistemlerin Bayesci yaklaşım ekseninde optimal olduğu ve finansal açıdan dengede olduğu düşünüldüğünde oluşturulan sistemlerin sigortacı açısından oldukça olumlu olduğu söylenebilir. Çünkü, her sigortalı geçmişte yaptığı hasar talebi sayısına göre prim ödeyeceğinden sigortacının az kaza yapan sigortalılara vereceği indirimler (bonus) ile fazla kaza yapan sürücülerden alacağı sürprimler (malus) birbirini dengeleyecektir. Önceki sistemlerde basamak sisteminin ve önceden belirli ödül-ceza oranlarının getirdiği dezavantajlar neticesinde sigortalılar sistemin ödül bölgesinde birikebiliyor ve bu durum sigorta şirketlerinin daha az prim toplayarak ödemeleri gerekenden daha fazla hasar ödemesi yapmalarına sebep olabiliyordu. Yeni oluşturulan sistemlerde bu ortadan kaldırılmaya çalışılmış ve ayrıca her sigortalının uzun vadede kendi hasar frekansına göre prim ödemesi sağlanarak adalet sağlanmaya çalışılmıştır.

Negatif binom modeli ödül ceza sistemi ile İyi Risk/Kötü Risk modeli ödül ceza sistemleri karşılaştırıldığında, negatif binom modeli ceza oranlarının çok daha fazla olduğu görülmüştür. İyi Risk/Kötü Risk modelinin ceza oranları daha az olmakla beraber ödül oranları da negatif binom modeline göre az çıkmaktadır. İki sistem arasında bir fark olması normal iken İyi Risk/Kötü Risk modelinin üç parametrelili yapısı nedeniyle veri setini daha iyi temsil ettiği söylenebilir.

Her iki sistemde elde edilen ödül ve ceza oranları eski sisteme göre genel olarak yüksek olarak değerlendirilebilir. Bu durumu değiştirmek ve ticari açıdan daha uygulanabilir kılmak için, hasar talebi sayılarını modellerken çalışmada kullanılan dağılımlardan farklı olasılık dağılımlarından yararlanılabilir. Bunun yanında, farklı kayıp fonksiyonları ve prim prensipleri kullanılarak elde edilen sonuçlar tartışılabilir.

KAYNAKÇA

ANTONIO, Katrien ve Emiliano A. VALDEZ. "Statistical concepts of a priori and a posteriori risk classification in insurance", **AStA Advances in Statistical Analysis**, Vol.19, No.2, 2012.

AYTAÇ, Mustafa. **Matematiksel İstatistik**, Bursa: Ezgi Kitabevi, 2004.

BERMÚDEZ, Lluís, Michel DENUIT ve Jan DHAENE. "Exponential Bonus-Malus Systems Integrating a Priori Risk Classification", **Journal of Actuarial Practice**, Vol. 9, January 2001.

BICHSEL, Fritz. "Erfahrungs-Tarifierung in der Motorfahrzeughaftpflicht-Versicherung", **Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker**, 64, 1964.

BUHLMANN, Hans. "Experience Rating and Credibility", **ASTIN Bulletin**, Volume 4, Issue 03, July 1967.

CORLIER, Freddy, Jean LEMAIRE ve Dunia MUHOKOLO. "Simulation of an automobile portfolio", **Geneva Papers on Risk and Insurance**, 1979.

DENUIT, Michel, Xavier Maréchal, Sandra Pitrebois ve Jean-François Walhin. **Actuarial Modelling of Claim Counts: Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems**, New York: John Wiley & Sons Ltd, 2007.

DENUIT, Michel ve Philippe LAMBERT. "Smoothed NPML Estimation of the Risk Distribution Underlying Bonus-Malus Systems", **Proceedings of the Casualty Actuarial Society**, Vol. 88, No.169, 2001.

DIONNE, Georges ve Charles VANASSE. "A Generalization of Automobile Insurance Rating Models: The Negative Binomial Distribution With A Regression Component", **ASTIN Bulletin**, Vol. 19, No. 2, 1989.

DIONNE, Georges ve Olfa GHALI. "The (1992) Bonus-Malus System In Tunisia: An Empirical Evaluation", **The Journal of Risk and Insurance**, Vol.72, No.4, 2005.

DURAK, N. Tuba ve Koray ERDOĞAN. "Trafik Sigortaları'nda Ödül-Ceza Sistemi Üzerine Bir Uygulama", **Reasürör**, Ekim 2010.

DÜNYA BANKASI, Motor Third-Party Liability Insurance in Developing Countries: Raising Awareness and Improving Safety, 2009, http://siteresources.worldbank.org/EXTFINANCIALSECTOR/Resources/282884-1242281415644/Motor_3rd_party_liability_insurance.pdf, (8.05.2015)

ERDAL, Abdurrahman ve Meral EBEGİL. "Bühlmann-Straub Kredibilite Modelinde Kredibilite Faktörünün İncelenmesi", **SAÜ Fen Edebiyat Dergisi**, (2013-II).

FRANGOS, Nicholas E. ve Spyridon D. VRONTOS. “Design of optimal bonus-malus systems with a frequency and a severity component on an individual basis in automobile insurance”, **ASTIN Bulletin**, Vol.31, No.1, 2001.

FREES, Edward W. **Regression Modeling with Actuarial and Financial Applications**, New York: Cambridge University Press, 2009.

HERZOG, Thomas N. **Introduction to Credibility Theory**, 4th. Edition, Actex Publications, 1999.

IBIWOYE, Ade, I. A. Adeleke ve S. A. Aduloju. “Quest for Optimal Bonus-Malus in Automobile Insurance in Developing Economies: An Actuarial Perspective”, **International Business Research**, Vol.4, No.4, 2011.

JARENO, Jose A. Alvarez ve Prudencio Muniz RODRIGUEZ. “Index of ranking for bonus-malus system”, **40th ASTIN Colloquia**, Valencia, 19-22 Haziran 2011.

KAAS, Rob, Marc Goovaerts, Jan Dhaene ve Michel Denuit. “**Modern Actuarial Risk Theory: Using R**” 2nd. Edition, Berlin: Springer Science & Business Media, 2008.

KLUGMAN, Stuart A., Harry H. PANJER ve Gordon E. WILLMOT. “**Loss Models: From Data Decisions**”, 4th. Edition, New Jersey: John Wiley & Sons Ltd, 2012.

LEMAIRE, Jean. “**Bonus-Malus Systems In Automobile Insurance**”, 1.Baskı, Boston: Kluwer Academic Publisher, 1995.

LEMAIRE, Jean. “**Automobile Insurance: Actuarial Models**”, Boston: Kluwer Academic Publisher, 1985.

LEMAIRE, Jean. “Bonus-Malus Systems: The European And Asian Approach To Merit-Rating”, **North American Actuarial Journal**, Vol.2, No.1, 1998.

LEMAIRE, Jean ve Hongmin ZI. “A Comparative Analysis of 30 Bonus-Malus Systems”, **Astin Bulletin**, Vol.24, No.2, 1994.

MAHMOUDVAND, Rahim ve Diğerleri. “Bonus-Malus System in Iran: An Empirical Evaluation”, **Journal of Data Science**, Vol.11, 2013.

MERT, Mehmet ve Yasemin SAYKAN. “On A Bonus-Malus System Where The Claim Frequency Distribution Is Geometric And The Claim Severity Distribution Is Pareto”, **Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics**, Volume 34, 2005

MIKOSCH, Thomas. **Non-Life Insurance Mathematics: An Introduction with the Poisson Process**, 2nd. Edition, Berlin: Springer Science & Business Media, 2009.

MILLER, Irwin ve Marylees MILLER. **John E. Freund'dan Matematiksel İstatistik**, Ümit ŞENESEN (çev.), İstanbul: Literatür Yayıncılık, 2002.

MONTSEERRAT, Hernández Solís. “The use of the premium calculation principles in actuarial pricing based scenario in a coherent risk measure”, **Journal of Applied Quantitative Methods**, Vol.9, No.3, 2014.

MORILLO, Isabel ve Lluís BERMÚDEZ. “Bonus–malus system using an exponential loss function with an Inverse Gaussian distribution”, **Insurance: Mathematics and Economics** 33, 2003.

NATH, Dilip C. and Prasenjit SINHA. “A markovian study of no claim discount system of Insurance Regulatory and Development Authority and its application”, **Thailand Statistician**, Vol.12, No.2, 2014.

PINQUET, Jean. “Designing Optimal Bonus-Malus Systems from Different Types of Claims” . **ASTIN Bulletin**, Vol.28, No.2, November 1998.

PITREBOIS, Sandra, Michel DENUIT ve Jean-François WALHIN. “Fitting the Belgian Bonus-Malus System”, **Belgian Actuarial Bulletin**, Vol. 3, No. 1, 2003.

ROSS, Sheldon M. **Olasılık ve İstatistiğe Giriş: Mühendis ve Fenciler İçin**, Salih ÇELEBİOĞLU ve Reşat KASAP (çev. ed.), Ankara: Nobel, 2012.

SARAÇOĞLU, Bedriye ve Ferhan ÇEVİK. **Matematiksel İstatistik Olasılık ve Önemli Dağılımlar**, Ankara: Gazi Büro Kitabevi, 1995.

ŞENTÜRK, Aslıhan ve Cenap ERDEMİR. “Kredibilite kuramında panel veri modelleri ve trafik sigortası için bir uygulama”, **İstatistikçiler Dergisi**, 3, 2010.

TREMBLAY, Luc. “Using the Poisson Inverse Gaussian in Bonus-Malus Systems”, **ASTIN Bulletin**, Vol. 22, No.1, 1992.

QIAN, Tao and Yao RAY. “Analysis of Chinese Motor Insurance: Comparative Study of Third Party Liability Insurance systems”, **37th ASTIN Colloquium**, Orlando, 19-22 Haziran 2007.

WALHIN, Jean-François ve José PARIS, “Using Mixed Poisson Processes in Connection with Bonus-Malus Systems”, **ASTIN Bulletin**, Volume 29, Issue 01, May 1999.

WILLMOT, Gord. “Mixed Compound Poisson Distributions”, **ASTIN Bulletin**, Volume 16, Supplement S1, April 1986.

İnternet Kaynakları

<http://uk.angloinfo.com/transport/vehicle-ownership/car-insurance> (25.04.2015)

<https://www.kfz.net/ratgeber/kfz-versicherung/tabelle-schadenfreiheitsrabatt>
(25.04.2015)

<http://www.insurance.fr/blog/how-does-no-claims-bonus-system-operate-france>
(11.05.2015)

<http://www.tsb.org.tr/kanunlar-ve-khk.aspx?pageID=415> (13.05.2015)

<https://www.sbm.org.tr/tr/Sayfalar/Tarihcemiz.aspx> (13.05.2015)

http://www.arem.gov.tr/ortak_icerik/arem/Projeler/Arastirma_raporlari/trafik/B2.pdf
(13.05.2015)

