

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

JEOSANTRİK DİK VE COĞRAFİ KOORDİNAT DÖNÜŞÜM YÖNTEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Harita Müh. Yasin KAPLAN

**MART 2010
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

JEOSANTRİK DİK VE COĞRAFİ KOORDİNAT DÖNÜŞÜM YÖNTEMLERİ

Harita Müh. Yasin KAPLAN

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Harita Yüksek Mühendisi”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :18.02.2010

Tezin Savunma Tarihi :15.03.2010

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ahmet KAYA

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Faruk YILDIRIM

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Zafer ÇAKIR

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2010

ÖNSÖZ

“Jeosantrik Koordinatlardan Coğrafi Koordinatlara Dönüşüm Yöntemlerinin İrdelenmesi” konulu bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır.

Yapmış olduğum çalışma süresince bende desteğini hiç esirgemeyen bilgi, görüş ve önerilerinden faydalandığım kıymetli hocam sayın Prof. Dr. Ahmet KAYA’ya şükranlarımı sunarım.

Yardımlarından dolayı değerli hocam sayın Yard. Doç. Dr. Faruk YILDIRIM’a, yazılım desteğiyle bana yardım eden Prof. Dr. Joachim FELTENS’e teşekkür ederim. Son olarak hayatımın her aşamasında benden desteklerini esirgemeyen ve bugünlere gelmemde hiçbir fedakarlıktan kaçınmayan sevgili aileme sonsuz sevgi, saygı ve hürmetlerimi sunarım.

Yasin KAPLAN
Trabzon 2010

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER	III
ÖZET	V
SUMMARY	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	VII
TABLolar DİZİNİ	VIII
SEMBOLLER DİZİNİ.....	IX
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Jeodezik Datum.....	2
1.3. Koordinat Sistemleri	2
1.3.1. Elipsoid Coğrafi Koordinat Sistemi.....	2
1.3.2. Uzay Dik Koordinat Sistemi	3
1.3.3. Ulusal Jeodezik Referans Sistemleri.....	5
1.3.3.1. Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı.....	6
1.3.3.2. Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı (TUDKA-99).....	7
1.3.3.3. Türkiye Ulusal Sabit GPS İstasyonları Ağı (TUSAGA).....	8
1.4. Problemin Tanımı.....	10
1.5. Çalışmanın Amacı.....	11
1.6. Metodoloji.....	12
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	13
2.1. Çözüm Yöntemleri.....	13
2.1.1. İteratif Çözümler	15
2.1.1.1. Heiskanen ve Moritz Yöntemi.....	15
2.1.1.2. Bartelme ve Meissl Yöntemi.....	16
2.1.1.3. Bowring Yöntemi.....	17
2.1.1.4. Borkowski Yöntemi.....	18
2.1.1.5. Hekimoğlu Yöntemi.....	19
2.1.1.5.1. Bowring ve Borkowski İteratif Yöntemlerinin Genelleştirilmesi ...	19

2.1.1.5.2.	Yüksekliğin Daha Kararlı Olarak Bulunması.....	21
2.1.1.6.	Lin ve Wang Yöntemi.....	22
2.1.1.7.	Jones Yöntemi.....	23
2.1.1.8.	Pollard Yöntemi.....	24
2.1.1.9.	Seemkoei Yöntemi.....	26
2.1.1.10.	Wu - Wang - Hu Yöntemi.....	27
2.1.1.11.	Fukushima Yöntemi.....	28
2.1.1.12.	Clynch Yöntemi.....	30
2.1.1.13.	Feltens Yöntemi.....	31
2.1.2.	Doğrudan Çözümler.....	33
2.1.2.1.	Paul Yöntemi.....	33
2.1.2.2.	Bowring Yöntemi.....	34
2.1.2.3.	Heikkinen Yöntemi.....	34
2.1.2.4.	Ozone Yöntemi.....	35
2.1.2.5.	Vanicek ve Krakiwsky Yöntemi.....	35
2.1.2.6.	Borkowski Yöntemi.....	36
2.1.2.7.	Zhu Yöntemi.....	37
2.1.2.8.	Fotiou Yöntemi.....	38
2.1.2.9.	Gargiulo ve Vassallo Yöntemi.....	40
2.1.2.10.	By Rey ve Jer You Yöntemi.....	41
2.1.2.11.	Vermeille Yöntemi.....	42
2.1.2.12.	Zhang Yöntemi.....	45
2.1.2.13.	Sjöberg Yöntemi.....	47
3.	BULGULAR VE İRDELEME.....	49
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	62
5.	KAYNAKLAR	66
6.	EKLER	69
	ÖZGEÇMİŞ	80

ÖZET

Günümüzde GPS ölçüleri, hassasiyet gerektiren mühendislik ölçmelerinde ve yersel jeodezik referans ağlarına altlık teşkil edecek WGS84, ITRS ve ETRS koordinat sistemlerinin oluşturulmasında yoğun olarak kullanılmaktadır. Jeosantrik kartezyen koordinatlardan (x, y, z) elipsoid coğrafi koordinatlarının (B, L, h) karşılıklı hesabı, sıkça kullanılan jeodezik hesaplamalardan birisidir. Ülkemizin deprem kuşağı içinde bulunması nedeniyle jeodezik referans noktalarının hassas belirlenmesi gerekir. Ayrıca nokta sayısının fazla olduğu projelerde dönüşüm algoritmasının işlem hızı, yazılımda tercih sebebidir. Bu nedenlerden dolayı birçok yöntem geliştirilmiştir. (B, L, h) dan (x, y, z) hesabı ortak olup, ters dönüşüm hesabı için oldukça farklı yöntemler mevcuttur. Bu çalışmada; (x, y, z) koordinatları verilmişken (B, L, h) hesabı için geliştirilen farklı 27 yöntemin çözüm algoritması incelenmiştir. Enlemin $0^{\circ} \leq B \leq 90^{\circ}$ ve elipsoid yüksekliğinin $-1000km \leq h \leq 10000km$ arasında artan değişken alınıp diğer elemanların sabit tutulmasıyla, yöntemlerin enlem ve yükseklik değişimine göre doğrulukları incelenmiştir. Ayrıca, yöntemlerin işlem zamanları da belirlenmiştir. Uygulama sonucunda, üç karşılaştırma kriterlerinde en hassas sonuçları veren yöntemler önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Jeosantrik dik koordinatlar, Elipsoid coğrafi koordinatlar, GPS, WGS84, ITRS, ETRS

SUMMARY

Conversion Methods Geocentric (x, y, z) and Geodetic (B, L, h) Coordinates

Today, GPS measurements are used densely in engineering surveys which require high accuracy and in construction of WGS84, ITRS and ETRS coordinate systems which are bases of ground geodetic reference networks. Calculation of ellipsoid geographic coordinates (B, L, h) from geocentric cartesian coordinates (x, y, z) or vice versa is one of the frequently used geodetic calculations. Because Turkey is in seismic belts, geodetic reference points should be determined accurately. Also, operation speed of conversion algorithm is a preference reason in the projects having lots of points. For these reasons, many methods have been developed. While calculation of (x, y, z) from (B, L, h) is common, there are different methods for inverse conversion. In this paper, the solution algorithms of twenty seven different methods were developed for calculation of (B, L, h). When the case that latitude is between $0^{\circ} \leq B \leq 90^{\circ}$, ellipsoidal elevation is between $-1000km \leq h \leq 10000km$ and the other components are fixed, accuracies of the methods were examined with respect to variations of latitudes and elevations. Besides, some researches were realized for determining of operation time of the methods. At the end of the application, the method appropriate for these comparison criteria has been proposed.

Key Words: Geocentric Cartesian Coordinates, Elipsoidal Geographic Coordinates, GPS, WGS84, ITRS, ETRS.

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 1. Jeoid ve elipsoid.....	2
Şekil 2. Elipsoid coğrafi koordinatlar.....	3
Şekil 3. Uzay dik koordinat sistemi.....	4
Şekil 4. Türkiye ulusal temel GPS ağı.....	6
Şekil 5. Türkiye ulusal düşey kontrol ağı-1999(TUDKA-99).....	7
Şekil 6. Türkiye ulusal sabit GPS istasyonları ağı (TUSAGA).....	9
Şekil 7. Jeosantrik ve coğrafi koordinat sistemi.....	14
Şekil 8. Jeosantrik koordinatlarda coğrafi koordinatlara dönüşüm.....	38
Şekil 9. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = -1000 \text{ km} (\Delta B < \pm 20'' E + 10)$	50
Şekil 10. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = -1000 \text{ km} (\Delta B > \pm 20'' E + 10)$	51
Şekil 11. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = 0 \text{ km} (\Delta B < \pm 4'' E + 10)$	51
Şekil 12. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = 0 \text{ km} (\Delta B > \pm 4'' E + 10)$	52
Şekil 13. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = 0 \text{ km} (\Delta B < \pm 5'' E + 10)$	53
Şekil 14. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = 0 \text{ km} (\Delta B > \pm 5'' E + 10)$	54
Şekil 15. $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$, $B = 0^\circ (\Delta h < \pm 200 \text{ mm} E + 10)$	55
Şekil 16. $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$, $B = 0^\circ (\Delta h > \pm 200 \text{ mm} E + 10)$	56
Şekil 17. $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$, $B = 45^\circ (\Delta h < \pm 200 \text{ mm} E + 10)$	57
Şekil 18. $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$, $B = 45^\circ (\Delta h > \pm 200 \text{ mm} E + 10)$	58
Şekil 19. $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$, $B = 90^\circ (\Delta h < \pm 30 \text{ mm} E + 10)$	59
Şekil 20. $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$, $B = 90^\circ (\Delta h > \pm 30 \text{ mm} E + 10)$	60
Şekil 21. Yöntemlerin işlem zamanı.....	61

TABLULAR DİZİNİ

	Sayfa No
Ek Tablo 1. Yöntemlerin farklı kriterlere göre irdelenmesi.....	74

SEMBOLLER DİZİNİ

a	: Elipsoid Büyük Yarı Ekseni
b	: Elipsoid Küçük Yarı Ekseni
(B, L)	: Elipsoid Coğrafi Koordinatları
c	: Kutup Eğrilik Yarıçapı
e^2	: 1.Eksentrisite, $(a^2-b^2)/a^2$
e'^2	: 2.Eksentrisite, $(a^2-b^2)/b^2$
α	: Basıklık, $(a-b)/a$
h	: Elipsoidal Yükseklik
x, y, z	: Jeosantrik Dik Koordinatlar
M	: Meridyen Eğrilik Yarıçapı
N	: Enine Eğrilik Yarıçapı
Sgn	: İşaret Fonksiyonu
β	: İndirgenmiş Enlem
R	: \sqrt{MN}
ΔB	: Enlem Farkı
Δh	: Yükseklik Farkı

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

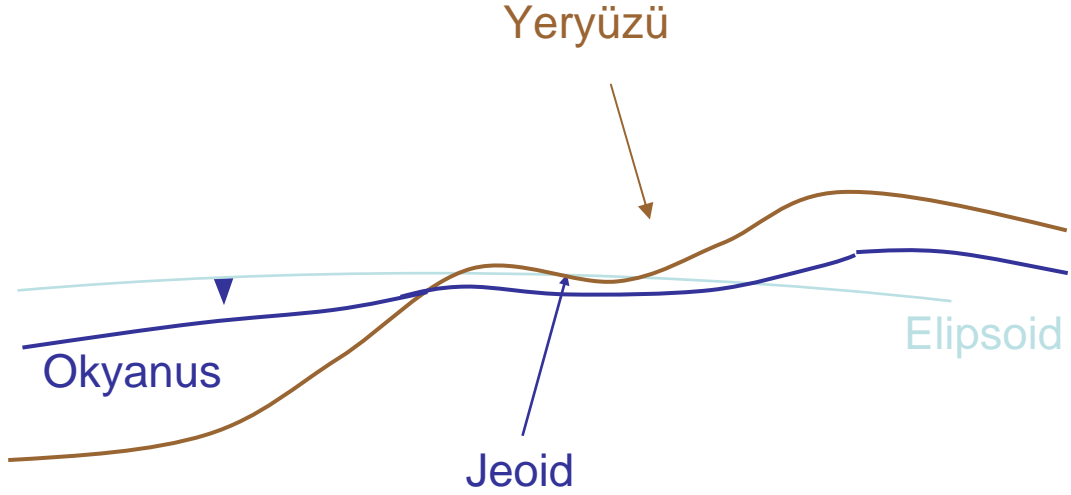
Uydu teknolojilerinin gelişmesi ve günlük kullanıma geçmesiyle jeodezik çalışmalarda da bu teknolojiler kullanılmaya başlanmıştır. Klasik yöntemlerle oldukça zahmetli olan ülke jeodezik ağların ölçülmesi ve sıklaştırılması işlerinde GPS kullanılmaktadır. Ayrıca GPS; detay ölçmelerine, aplikasyon uygulamalarına, deformasyon ölçülerine, hidrografi ve daha birçok ölçme alanına, CBS için veri toplamaya kolaylıklar sağlayan ve çalışmalara hız ve ekonomi getiren bir yöntem olarak jeodezi ve fotogrametri mühendisliğinin uygulama alanına girmiştir (Çelik, 2000).

GPS sisteminin aktif ve doğru olarak kullanımını sağlamak için ülke sistemiyle arasındaki ilişkilerin tanımlanması gerekir. Her iki sistemin jeodezik alt yapısı farklıdır. Dolayısıyla GPS ile elde edilen bir koordinat bilgisinin ülke sistemi içerisinde kullanılması için, elipsoid merkezli jeosantrik dik (x, y, z) koordinat sistemiyle elipsoid coğrafi (B, L, h) koordinat sistemi arasındaki dönüşüm kullanılmaktadır.

Hassasiyet gerektiren jeodezik uygulamalarda (h boyutu olarak derinlik veya yüksekliğin alındığı) GPS kullanımının artması, (x, y, z) ve (B, L, h) koordinat sistemleri arasındaki dönüşüm algoritmalarının önemini gündeme getirmiştir.

Yerin gerçek biçimine “jeoid” adı verilmektedir. Fakat jeoid geometrik olarak ifade edilebilen bir yüzeye sahip olmadığından haritacılık çalışmalarında yalnızca noktalar arası yükseklik farklarının çok doğru olarak bilinmesi gereken bazı işler dışında referans yüzeyi olarak alınmaz.

Yerin jeoide en yakın biçimi ise “elipsoid” dir. Elipsoid geometrik bağıntıları bilinen bir yüzeydir. Elipsoidle jeoidin birbirlerine göre konumunu belirlemek için jeodezik datum tanımlanır. (x, y, z) uzay dik koordinat sisteminin, (B, L, h) elipsoid coğrafi koordinat sisteminin belirlenmesi ve bunlar arasındaki dönüşümlerin yapılabilmesi için jeodezik datumlarının belirlenmiş olması gerekir.



Şekil 1. Jeoid ve elipsoid

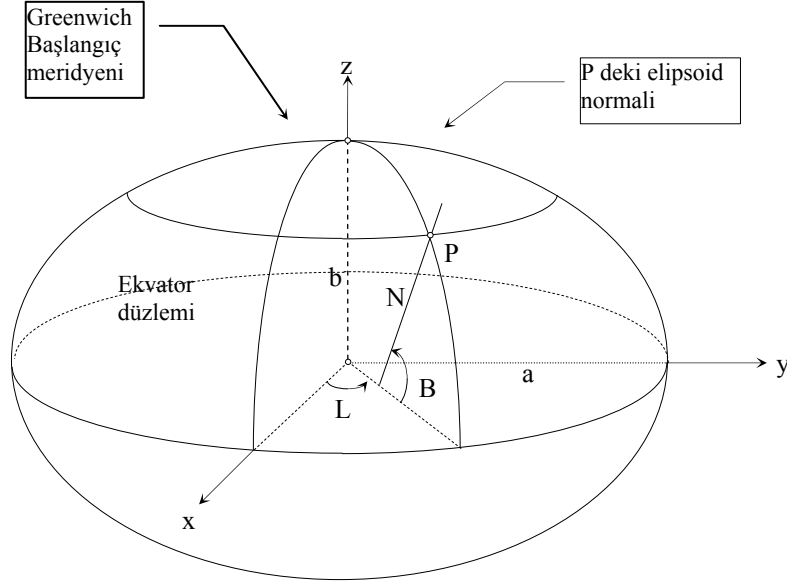
1.2. Jeodezik Datum

Jeodezik datum, jeosantrik yersel ağ ile tanımlanmış ölçeği, yöneltmesi, orijini, şekli ve boyutu uyarlanmış elipsoidin gelişmiş hali olan referans yüzeyidir. Elipsoid seçildiğinde, uzaydaki bir noktanın koordinatları kartezyen veya jeodezik (eğrisel) koordinatlarda (jeodezik boylam, enlem ve elipsoid yüksekliği) ifade edilebilir. Başka bir ifadeyle datum, herhangi bir noktanın yatay ve düşey konumunu tanımlamak için başlangıç alınan referans yüzeyi olarak da tanımlanabilir.

1.3. Koordinat Sistemleri

1.3.1. Elipsoid Coğrafi Koordinat Sistemi

Elipsoid üzerindeki bir P noktasının coğrafi koordinatları, B ve L dir. L, elipsoidal coğrafi boylamdır ve bir başlangıç meridyeni ile P' den geçen meridyen arasındaki açıdır. B ise, elipsoid coğrafi enlemidir ve P noktasında elipsoid normalinin dönme eksenine dik bir düzlemle yaptığı açıdır. Bu düzlem elipsoid merkezinden geçerse, elipsoid ekvator düzlemi olur (Şekil 1). Boyamlar x ekseninin pozitif yönünden itibaren doğuya doğru 0'dan 2π 'ye kadar değerler alırlar. Enlemler ise, ekvatorдан kuzeye doğru pozitif ve güneye doğru negatif olmak üzere 0'dan $\pm \pi/2$ ' ye kadar değerler alırlar (Özbenli, 2001).



Şekil 2. Elipsoid coğrafi koordinatlar

1.3.2. Uzay Dik Koordinat Sistemi

Jeodezinin en önemli amaçlarından birisi de yeryüzündeki noktaların 3 boyutlu konumlarının belirlenmesidir. Söz konusu nokta konumları belirli bir koordinat sistemine dayalı olarak tanımlanmaktadır. Ölçme sistemleri geliştikçe ve elde edilen doğruluklar arttıkça koordinat sisteminin tanımlarında da önemli değişimler ortaya çıkmaktadır. Özellikle uydulara dayalı konum belirleme problemlerinin çözümünde, uyduların ve ölçü yapılan noktaların konumları belirli koordinat sistemlerinde tanımlanmalıdır. Genel olarak iki temel koordinat sistemi mevcut olup, bunlar uzay sabit (inertial, space-fixed) ve yer sabit (earth-fixed) koordinat sistemidir.

Yer merkezli İnersiyal koordinat sistemi (ECI; Earth-Centered Inertial Coordinate System); GPS uydu yörüngelerinin ölçülmesi ve belirlenmesinde ECI koordinat sistemi kullanılmaktadır. ECI koordinat sisteminin başlangıcı olarak yeryüzünün kitle merkezi alınır.

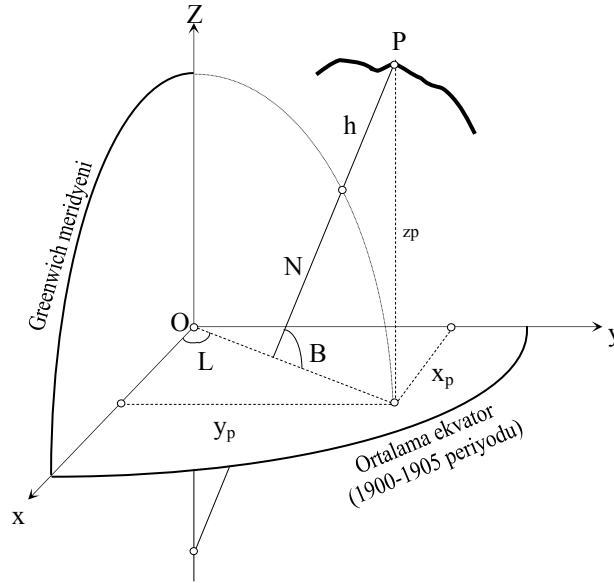
Yer merkezli yer sabit koordinat sistemi (ECEF; Earth-Centered Earth-Fixed Coordinate System); ECI koordinat sistemi yıldızlara göre sabit inersiyal bir koordinat sistemi olup uydu yörüngelerinin ve dolayısıyla uydu koordinatlarının hesaplanmasında kullanılmaktadır. Bu sistemlerin yıldızlara göre sabit olmasının anlamı, yeryüzü ile birlikte dönmemesi demektir. Diğer taraftan üzerinde ölçü yapılan nokta koordinatları yeryüzü ile

birlikte dönen bir koordinat sisteminde tanımlanmaktadır. Bu koordinat sistemine yer merkezli yer sabit (ECEF; Earth-Centered Earth Fixed) koordinat sistemi denmektedir. ECEF koordinat sistemine CTRS (Conventional Terrestrial Reference System) adı da verilmektedir.

GPS alıcı anteni koordinatlarının ECEF koordinat sisteminde belirlenmesi gerekmektedir. Çünkü alıcı ekranında görülen koordinatların (Enlem, Boylam, Elipsoit Yüksekliği) bu koordinat sisteminde hesaplanması oldukça kolay bir işlemdir.

Yeryüzünde sabit bir noktanın ECEF koordinat sistemindeki koordinatları sürekli sabit kalır. ECEF koordinat sisteminin temel amacı, yeryüzünde GPS ölçüsü yapan ve bunun sonucunda zamana bağlı koordinat elde eden kullanıcının ulaşabileceği uygun bir referans sistemi oluşturmaktır.

Uzay dik koordinat sistemi ise; karşılıklı birbirine dik 3 referans düzlemi tarafından tanımlanan ve uzayda yer alan noktaların tanımlandığı bir koordinat sistemidir. Sistem tüm dünyayı ve uzay boşluğunu da kapsar. Sistemin orijini dünyanın ağırlık merkezidir (Kahveci ve Yıldız, 2001).



Şekil 3. Uzay dik koordinat sistemi

1.3.3. Ulusal Jeodezik Referans Sistemleri

Ülkemizde, diğer birçok ülkede de olduğu gibi jeodezik referans sistemleri günümüze kadar birçok aşamadan geçmiştir. Ulusal düzeyde yürütülen çalışmaların yanı sıra problemlerin çözümünü hızlandırmak amacıyla yerel (lokal) çalışmalar düzeyinde yürütülen jeodezik referans sistemleri teknolojinin olanakları dahilinde yatay konum bilgisi için iki boyutlu (2D), düşey konum bilgisi için bir boyutlu olmak üzere iki farklı yapıda tasarlanmışlardır. Bu yaklaşımla üretilen konum bilgileri ve bu konum bilgilerinin ilişkilerinde elde edilen haritalar lokal datumda üretilmiş ve haritaları üretilen alanlar için yeryüzünün fiziksel geometrisi düzlem olarak kabul edilmiş ve haritalar bu yaklaşımla üretilmiştir. Ülkemizde bu biçimde üretilmiş birçok harita güncelleme çalışmalarının tamamlanmamış olması nedeniyle halen geçerliliğini korumaktadır. Bununla beraber ulusal düzeydeki jeodezik referans sistemi çalışmaları yine bilim ve teknolojinin sağladığı olanaklar çerçevesinde yatay ve düşey 2D+1D jeodezik referans sistemleri olarak ayrı yapılar olarak üretilmişlerdir. Türkiye Ulusal Nirengi Ağı en son 1954 yılında Avrupa datumuna bağlı 8 noktaya dayalı dengelenerek ED50 (European Datum 1950) datumunda yatay olarak konumlandırılmıştır. Yine Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı'nın datumu Antalya mareografına bağlı olarak 1967'de belirlenmiştir. Bu ağların tasarımlarında hiyerarşik jeodezik ağ yaklaşımı benimsenmiş ve kontrol noktalarının zamana bağlı fiziksel yer değişimleri göz ardı edilmiştir. Gelişen bilim ve teknolojiler ışığında, özellikle Yapay uydu bazlı konum belirleme sistemlerinin hızla gelişmesiyle jeodezik referans ağlarının tasarım yaklaşımı değişime uğramış, bilgi teknolojilerinin geleceğe yönelik gereksinimlerini karşılamak amacıyla dört boyutlu jeodezik referans sistemleri tasarlanmaya başlanmıştır. Bu kapsamda ülkemizde Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı (TUTGA) 1997–1999 yılları arasında ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame 1996) datumunda oluşturulmuştur. Uydu konum belirleme ve bilgi teknolojilerine altlık oluşturmak amacıyla oluşturulan TUTGA, GPS teknolojisinin yükseklik bilgisini elipsoidal olarak sağlaması dolayısıyla Türkiye Geoidi (TG) ile birlikte üretilmiştir. Böylece TUTGA'nın yükseklik bileşeni fiziksel yeryüzü ile ilişkilendirilmiştir. Bununla beraber TUTGA'nın tasarımında var olan Türkiye Ulusal Sabit GPS Ağı (TUSAGA) oluşturulmuştur.

1.3.3.1. Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı

Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı 1997–1999 yılları arasında Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü adına Harita ve Genel Komutanlığı ile imzalanan bir protokol kapsamında Harita Genel Komutanlığı Jeodezi Dairesi tarafından gerçekleştirilmiştir. Gelişen harita ve harita bilgilerinin üretim teknolojilerine altlık oluşturan önemli bir jeodezik altyapıdır. 4D olarak tasarlan TUTGA küçük ölçekli/düşük çözünürlüklü tüm çalışmalara altlık oluşturabilecek özelliktedir. Ayrıca ITRF (Uluslar arası Yersel Referans Sistemi) datumunda olması dolayısıyla TUTGA'ya bağlı üretilen harita ve harita bilgileri global düzeyde kullanılabilir ve paylaşılabilir özelliktedir. Türkiye Ulusal Temel GPS ağının özellikleri aşağıda verilmiştir (Demir, 1999).

Datum: ITRF96

Elipsoit: GRS80

Toplam nokta sayısı: 594

Ülke Ağı ile çakışık: 91

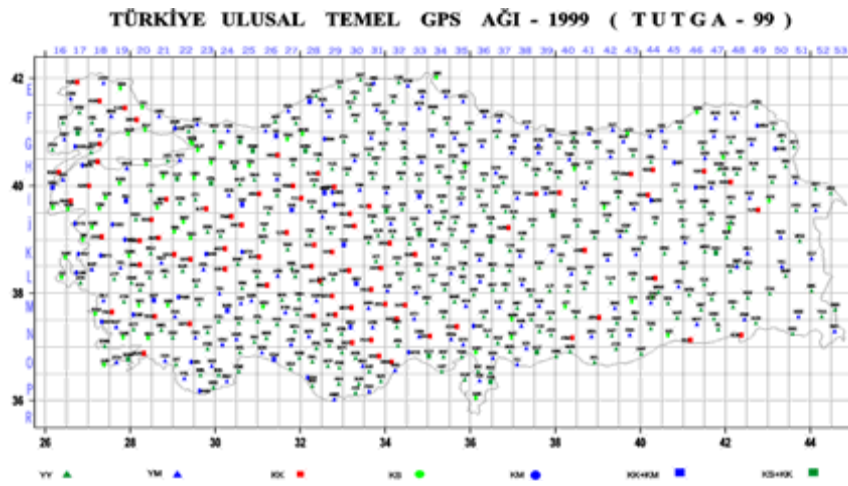
Jeodinamik çalışmalarla ortak: 53

Nivelman yüksekliği olan: 181

SLR nokta sayısı: 5

Noktalar arası uzaklıklar: 25 ile 70 km

Ortalama: 1315 km²/nokta

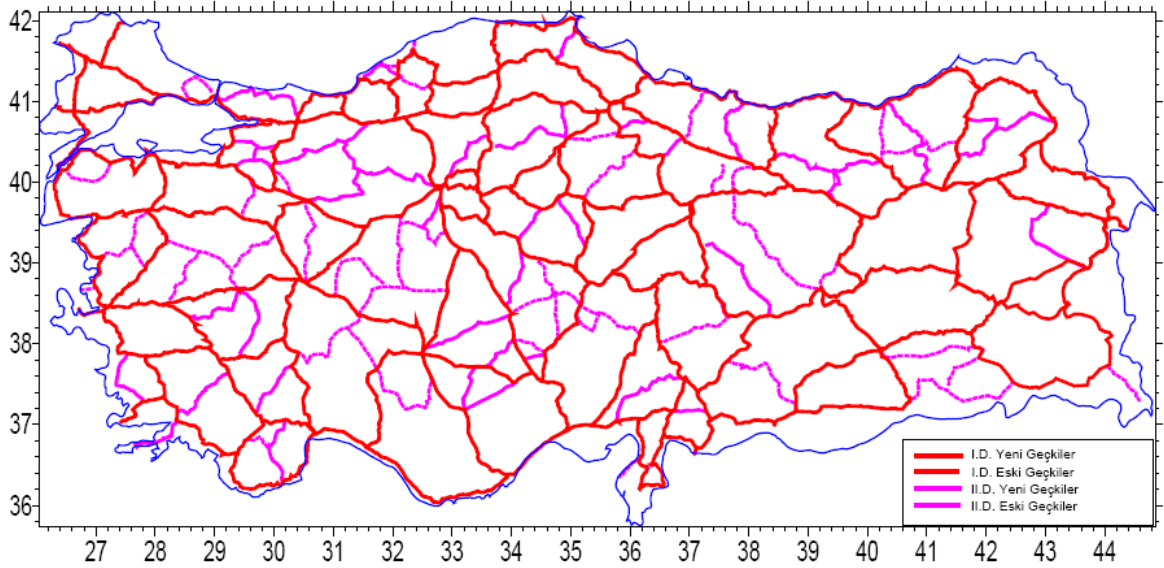


Şekil 4. Türkiye ulusal temel GPS ağı

1.3.3.2. Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı (TUDKA-99)

Türkiye'de Düşey Kontrol (Nivelman) Ağı ile ilgili çalışmalar 1935 yılında Antalya mareograf (deniz seviyesi ölçer) istasyonunun kurulması ile başlamıştır. Sonraki yıllarda ana karayolları boyunca oluşturulan 158 I nci derece ve 87 II nci derece geometrik nivelman geçkisinin ilk faz ölçüleri 1970 yılına kadar yapılarak Düşey Kontrol Ağı tesis edilmiştir. I ve II nci derece ölçülerde gidiş-dönüş kapanması için sırasıyla $4\sqrt{S}$ mm ve $8\sqrt{S}$ mm (S km biriminde geçki uzunluğu) ölçütleri alınmıştır. Gravite ağı ile ilgili çalışmalar 1956 yılında başladığından 1970 yılına kadar düşey kontrol noktalarında gravite ölçülmemiştir. 1973 yılından itibaren ikinci faz geometrik nivelman ölçüleri başlatılmıştır. Bu kapsamda günümüze kadar sürdürülen çalışmalarda daha önce tesis edilen geçki ölçüleri yenilenmiş, alt yapı nedeniyle tahrip olan geçkiler yerine yenileri, gerek duyulan yerlerde ise yeni geçkiler tesis edilmiş ve düşey kontrol noktalarında gravite ölçülmüştür. 1993 yılına kadar gerçekleştirilen ölçü çalışmaları ile 151 I nci derece ve 39 II nci derece geçki ölçüsü yenilenmiş, 2 yeni II nci derece geçki tesis edilerek ölçülmüştür.

1985–1992 yıllarında yapılan çalışmalarla, 1973–1991 yıllarında ölçüsü yenilenen 151 adet I nci derece ve 35 adet II nci derece geçki ile 1970 yılından önce ölçülen 5 adet I nci derece geçkinin, gravite değerleri ile birlikte ilk değerlendirmesi yapılarak Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı–1992 (TUDKA-92) oluşturulmuştur(Demir, 1999).



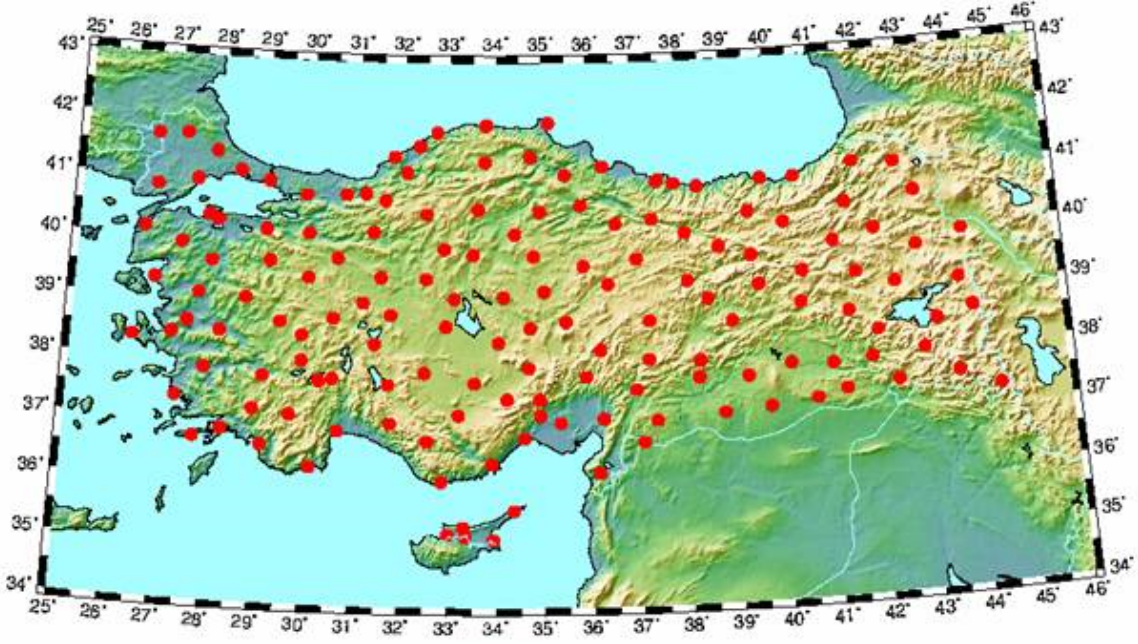
Şekil 5. Türkiye ulusal düşey kontrol ağı–1999(TUDKA-99)

1.3.3.3. Türkiye Ulusal Sabit GPS İstasyonları Ağı (TUSAGA)

GPS Amerika Birleşik Devletleri Savunma Bakanlığı tarafından dünyanın her yerinde askeri amaçlı olarak konum belirleme gayesiyle tesis edilmiş uydu bazlı bir konumlama sistemidir. Fakat son yıllarda GPS'in kalkınma amaçlı kullanım alanları askeri amacının çok ötesine taşınmıştır. Bugün dünyada haritacılar başta olmak üzere konum bilgisine ihtiyacı olan tüm bilim dalları ve iş kolları hızlı ve doğru konum bilgisi elde etmek üzere GPS' kullanmaktadır. GPS askeri amaçlı konum belirlemenin yanında kalkınma amaçlı kullanım olarak yer bilimleri çalışmaları, Coğrafi Bilgi Sistemleri (CBS) için veri toplama, jeodezik ölçme, navigasyon ve ulaşım, uzaktan algılama, çevre çalışmaları, hidroloji ve tarım alanlarında kullanılmaktadır.

Bu amaçlara yönelik olarak tüm dünyada 365 gün 24 saat veri toplayan Sabit GPS (SGPS) istasyonları bulunmaktadır. İstasyonlarda toplanan veriler kullanıcılara belli bir ücret karşılığı veya bedelsiz olarak internet üzerinden sunulmaktadır. SGPS istasyonlarının haritacılık sektörü açısından önemi şöyle açıklanabilir; Türkiye coğrafi konumu itibarı ile üç adet yer kabuğu plakasının kesişim yerinde bulunmaktadır. Bu plakaların hareketleri neticesinde Türkiye sınırları içerisindeki her noktanın konumu değişmektedir. Bu yer değiştirmenin yönü ve şiddeti noktanın coğrafi konumuna bağlı olarak değişmekle birlikte yıllık ortalama 2,5 cm. civarındadır.

Örneğin, harita yapımına esas olmak üzere nirengi noktaları tesis edilmektedir. Nirengi noktaları taşınmazların koordinatlarının belirlenmesi nedeni ile Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü ve ilgili diğer kurumlar tarafından da kullanılmaktadır. Bu kurumlar üretilen yeni nirengi noktalarının koordinatlarının mevcut ağa bağlanması koşulunu aramaktadır. Bu nedenle her an koordinatı güncel referans noktalarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bir nirengi noktasının yerinin yılda 2,5 cm. değiştiği göz önüne alınırsa 10 yılda 25 cm. 100 yılda 2,5 m. yer değiştireceği sonucu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca depremler nedeniyle de nirengi noktalarının konumlarında depremin büyüklüğüne bağlı olarak 2-3 m'ye varan yer değiştirmeler meydana gelebilmektedir. Bu sonuç nirengi noktalarının koordinatlarındaki yer değiştirmelerin sürekli olarak izlenmesi gereksinimini ortaya çıkarmaktadır. Yani nirengi noktalarının bir kez ölçülmesi ile iş sona ermemektedir. Bu nedenle şu anda kullanılmakta olan nirengi ağlarının periyodik olarak tekrardan ölçülmesine gereksinim duyulmaktadır.



Şekil 6. Türkiye ulusal sabit gps istasyonları ağı (TUSAGA)

Bütün dünyada periyodik olarak nirengi noktalarının ölçüleri yenilenerek koordinatları güncellenmektedir. Bu yenileme esnasında bütünü temsil eden örnek bir nirengi grubu ölçülerek diğer nokta koordinatlarına gelecek düzeltmeler hesaplanabilmektedir. Fakat Türkiye gibi üç plakanın kesişme yerinde bulunan bir ülkede daha fazla sayıda nirengi noktasında ve daha kısa periyotlar ile bu ölçümlerin tekrarlanmasına gereksinim duyulmaktadır. Türkiye Sabit GPS İstasyonları Ağı (TUSAGA), Türkiye genelinde dağılmış noktalarda 365 gün 24 saat kesintisiz olarak askeri ve sivil kullanıma yönelik jeodezik ve jeodinamik amaçlar doğrultusunda uydu bilgileri toplayan “sabit GPS istasyonlarından” oluşan bir ağıdır.

TUSAGA'nın amaçlarını özetlemek gerekirse; sabit GPS noktasında sürekli GPS verileri toplamak, jeodezik ve jeodinamik amaçlar doğrultusunda hesaplamalar yapmak, yer kabuğu hareketlerine yönelik kinematik modelleme çalışmalarını gerçekleştirmektir (Demir, 1999).

1.4. Problemin Tanımı

Jeodezik dik koordinatlardan elipsoid coğrafi koordinatlara dönüşümde enlem ve yüksekliğin bulunması için çok sayıda algoritmalar geliştirilmiştir. Boylam için ise kapalı bir çözüm olduğu için, bunun hesabı için farklı çözüm yöntemleri yoktur. Dolayısıyla algoritmalar enlem hesabı için irdelenmiştir. Bunlar iki ana grupta toplanabilir.

- İteratif çözümler
- Doğrudan çözümler

Problemin iteratif çözümü ilk olarak Hirvonen ve Moritz (1963), Heiskanen ve Moritz (1967) tarafından verilmiştir. Bartelme ve Meissl (1975) seriye açmak suretiyle iteratif çözümler geliştirmişlerdir. İterasyon sürecini kısaltmak için Bowring (1976) ve Borkowski (1989) tarafından yeni çözümler önerilmiştir. Genel olarak iteratif çözümler yaklaşıktır, fakat hesaplamaları kolay ve açıktır. İterasyon sürecinin nezaman durdurulacağı istenilen hassasiyete bağlıdır (Burtch, 2006).

Doğrudan çözümler kuramsal olarak tam olarak doğru olmalarına karşın, sayısal bakımdan bazı durumlarda kararsızdırlar. Özellikle enlemin 0° veya 90° 'ye yakın olduğu bölgelerde doğru sonuç vermezler. Dolayısıyla yuvarlatma hatalarının artmasına neden olurlar.

Şimdiye kadar tartışmalar hep enlemin bulunması üzerine yapılmıştır. Global konum belirleme sisteminin uygulamada yaygınlaşması, üçüncü boyutunda yeterli bir doğrulukla belirlenmesi gereğini gündeme getirmiştir. Japonya iç işleri bakanlığı Mayıs 2004'te aldığı kararla 2007 yılına kadar tüm 3G cep telefonlarında GPS alıcısının bulunması zorunluluğunu getirmiştir. Bu durumda GPS alıcının kullandığı algoritma ne kadar hassas ve hızlı ise acil durumlarda yapılacak müdahaleler de doğru yere, doğru zamanda yapılabilecektir.

1963 'ten günümüze kadar enlemin ve yüksekliğin bulunması için birçok algoritma geliştirilmiştir. Gelişen teknoloji yöntemlerden beklenen hassasiyetin artmasına neden olmuştur. Ayrıca yöntemlerin hesaplama süresinin kısalığı da ayırt edici bir kriter olmuştur.

1.5. Çalışmanın Amacı

Elipsoid coğrafi koordinatlardan (B, L, h) jeodezik dik koordinatların hesabında kapalı formüller kullanılır. Bu dönüşüm basittir. Fakat jeodezik dik koordinatlardan (x, y, z) elipsoid coğrafi koordinatların (B, L, h) hesaplanması bir dönüşümle gerçekleşir. Bu dönüşüm çok basit değildir ve uygulamada bazı sorunlar vardır. Global konum belirleme sisteminin (Global Positioning System) yaygın olarak kullanılmasıyla bu dönüşüm güncellik ve önem kazanmıştır. Yapılan çalışmada, jeodezik dik koordinatlardan (x, y, z) elipsoid coğrafi koordinatlarından (B, L, h) hesaplanması için iteratif ve doğrudan çözüm veren toplam 27 farklı yöntem irdelenecektir.

Yöntemlerin; enlemde, $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve yükseklikte $-1000km \leq h \leq 1000000km$ aralığında seçilerek hassasiyetleri irdelenmiştir. Ayrıca enlemde; $B=0^\circ$, $B=90^\circ$ ve yükseklikte; $h = 0$, $h = -1000km$ ve $h = 1000000 km$ gibi özel durumlar içinde yöntemlerin sonuç verip vermediği araştırılmıştır. Bunun yanı sıra yöntemlerin algoritmaların kolaylığı ve işlem zamanları da aranan kriterler arasındadır.

Bu irdelemeler sonucunda kullanıcının, hangi yöntemi hangi nedenden dolayı tercih etmesi gerektiği belirtilecektir.

1.6. Metodoloji

Elipsoid coğrafi koordinatlardan (B, L, h) jeodezik dik koordinatların hesabı için Microsoft Excel 2003 programı ve makroları kullanılarak çözüm yöntemlerinin programları yazılmıştır. Enlem için $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ aralığında 5° , yükseklik için $-1000km \leq h \leq 1000000km$ aralıklarında 10 kat arttırılarak belirlenmiştir. Belirlenen bu enlem (B) ve yükseklik (h) değerleriyle jeodezik dik koordinatlar elde edilmiştir. Elde edilen jeodezik dik koordinatlardan (x, y, z) ters dönüşüm yapılarak yeniden Elipsoid coğrafi koordinatlar bahsedilen yöntemlerde hesaplanmıştır. Böylece yöntemlerin algoritmaları ilk aşamada test edilmiştir.

Yöntemlerin sabit enlemde yükseklik değişimine karşı durumları ve sabit yükseklikte enlem değişimine karşı durumlarını irdelemek için farklı test değerleri hazırlanmıştır.

Bunlar;

- $h = -1000$ km sabit ve B ise $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$
- $h = 0$ km sabit, B ise $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$
- $h = 1000000$ km sabit, B ise $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$
- $B = 0^\circ$ ve $-1000km \leq h \leq 1000000km$
- $B = 45^\circ$ ve $-1000km \leq h \leq 1000000km$
- $B = 90^\circ$ ve $-1000km \leq h \leq 1000000km$

Aralıklarında tüm yöntemlerin verdikleri sonuçlar irdelenmiştir.

Başlangıçta seçilen $(B, L, h)_{KD}$ değerleri kesin değer olarak kabul edilmiş, farklı yöntemlerle (x, y, z) değerleri hesaplanmış ve bu değerlerden tekrar $(B, L, h)_{yöntem}$ hesaplanarak $\Delta B = B_{KD} - B_{yöntem}$ ve $\Delta h = h_{KD} - h_{yöntem}$ farkları alınarak yöntemlerin hassasiyetleri irdelenmiştir. Ayrıca yöntemlerin işlem zamanları da ölçülerek yöntemlerin algoritma hızları tespit edilmiştir.

Yapılan bu çalışmalar sonucunda enlemde ve yükseklik en küçük farklara sahip, işlem zamanı en kısa ve programlaması kolay olan yöntem veya yöntemler belirlenmeye çalışılmıştır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Çözüm Yöntemleri

(B, L, h) koordinatlarından (x, y, z) koordinatlarının hesabı için ortak tek bir kapalı formül kullanılır.

$$x = (N + h) \cos B \cos L \quad (1)$$

$$y = (N + h) \cos B \sin L \quad (2)$$

$$z = (N(1 - e^2) + h) \sin B \quad (3)$$

Uzayda herhangi bir noktadan geçen elipsoid normalinin referans elipsoidini kestiği noktanın (x₀, y₀, z₀) koordinatları ise yukarıdan h=0 ile

$$x_0 = N \cos B \cos L \quad (4)$$

$$y_0 = N \cos B \sin L \quad (5)$$

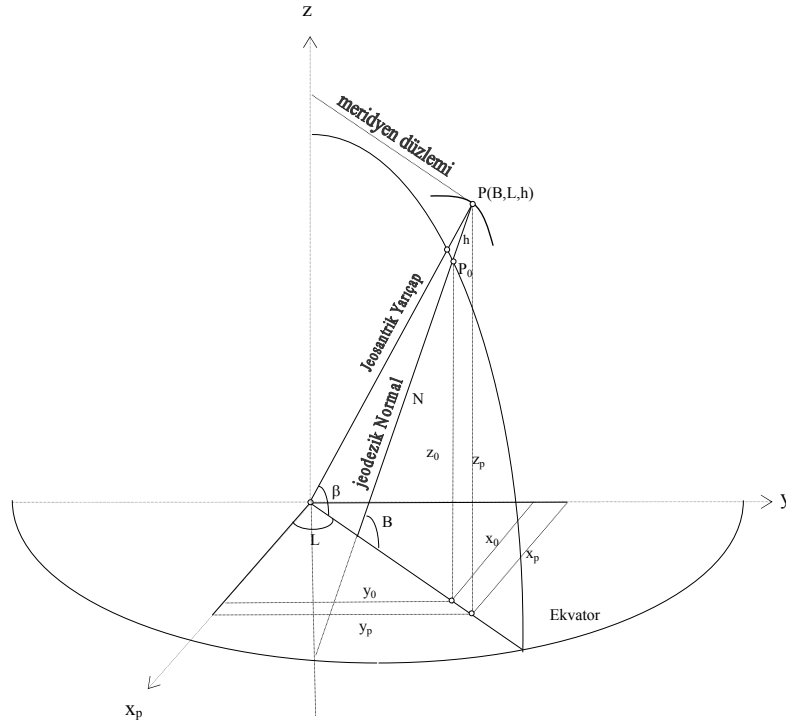
$$z_0 = N(1 - e^2) \sin B \quad (6)$$

$$N = \frac{c}{\sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B}} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad (7)$$

bağıntılarından hesaplanır. Ters dönüşüm işlemi için farklı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. L hesabı için iki kapalı formül kullanılır.

$$L = \arctan \frac{y}{x} \quad (8)$$

$$L = 2 \arctan \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (9)$$



Şekil 7. Jeosantrik ve coğrafi koordinat sistemi

İki formül takımı da aynı sonucu vermekle beraber; farklılıkları birinci denklemin özel hallerden $x = 0$ için belirsiz olmasıdır. Programcılık için ikinci formülün kullanılması tercih sebebidir. B ve h hesabı için genellikle kullanılan iteratif işlem adımları Heiskanen ve Moritz'in çalışmalarına dayanmaktadır. Bu yöntemde B ve h değerleri

$$B_{(0)} = \arctan\left(\frac{z}{(1-e^2)p}\right) \quad (10)$$

$$N_{(i)} = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_{(i)}}} \quad (11)$$

$$h_{(i)} = \frac{p}{\cos B_{(i)}} - N_{(i)} \quad (12)$$

$$B_{(i+1)} = \arctan\left[\frac{z}{p} \left(1 - \frac{e^2 N_{(i)}}{N_{(i)} + h_{(i)}}\right)^{-1}\right] \quad (13)$$

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (14)$$

iteratif işlem adımlarıyla devam ettirilir (Hekimoğlu, 1993). İki değer arasındaki farkın mutlak değerce $0.00001''$ 'den küçük olması beklenir. Programcılık açısından bu fark 3.10^{-9} derece ve 5.10^{-12} radyandır. (13)'teki iteratif işlem adımıyla hesaplanan B için farklı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler iteratif ve kapalı çözümler olarak iki grupta toplanır.

2.1.1. İteratif Çözümler

2.1.1.1. Heiskanen ve Moritz Yöntemi

(3)'teki z eşitliği ve p parametresi aşağıdaki gibi verilebilir.

$$z = (N + h - e^2 N) \sin B \quad (15)$$

$$p = (N + h) \cos B \quad (16)$$

z eşitliği p eşitliğine bölünürse ve tanB yalnız bırakılırsa

$$\tan B_{i+1} = \frac{z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N_i}{N_i + h} \right)^{-1} \text{ eşitliği elde edilir.} \quad (17)$$

bu eşitliğin sağında N ve h hala bilinmemektedir. Bu yüzden problem iteratif olarak çözülecektir. İlgili formülde $h = 0$ başlangıç kabulü ile B coğrafi enlemi için

$$B_0 = \arctan \left[\frac{z}{p(1 - e^2)} \right] \quad (18)$$

elde edilir. Bu formülden B_0 ve N_0 değerleri hesaplanır. (17) formülünde bulunan değerler yerlerine konularak Newton-Raphson yöntemine göre iterasyon başlatılır (Ek.3). İterasyon bir önceki enlem değeri ile bir sonraki enlem değeri arasındaki fark 5.10^{-12} radyan olana kadar devam ettirilir. Yükseklik hesabı için,

$$h = \frac{p}{\cos B} - N \quad (19)$$

formülü kullanılır (Yıldırım ve Kaya, 2004).

2.1.1.2. Bartelme ve Meissl Yöntemi

Aşağıda verilen formüle göre iterasyon $\mu^k = 0$ değeriyle başlar. Burada iterasyonun yakınsama hızı R'nin seçimine bağlıdır. Bartelme ve Meissl yöntemine göre R'nin seçimi aşağıda verilmiştir.

$$1 + \frac{\mu^{k+1}}{R^2} = \sqrt{\left(\frac{p}{a}\right)^2 \left(\frac{1 + \frac{\mu^k}{R^2}}{1 + \frac{\mu^k}{a^2}}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 \left(\frac{1 + \frac{\mu^k}{R^2}}{a + \frac{\mu^k}{b^2}}\right)^2} \quad (20)$$

$$R^2 = \frac{a^2}{1 + \frac{e'^2 z^2}{z^2 + p^2}} \quad (21)$$

R'nin seçiminde Vincenty'nin önerdiği yakınsama hızını daha da artıran R seçimi ise aşağıda verildiği gibidir.

$$R^2 = a^2 \left\{ 1 - \frac{\left[1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right] z^2}{p^2 \left(\frac{b}{a}\right)^4 + z^2} \right\} \quad (22)$$

İterasyondan sonra yükseklik için aşağıdaki formül kullanılır.

$$h = \sqrt{(p - p_e)^2 + (z - z_e)^2} \quad (23)$$

Burada p_e, z_e değerleri aşağıda verilmiştir.

$$p_e = \left(1 + \frac{\mu}{a^2}\right)^{-1}, \quad z_e = z \left(1 + \frac{\mu}{b^2}\right)^{-1} \quad (24)$$

Yükseklik bulunduktan sonra enlem değeri için,

$$B = \arctan\left(\frac{z_e a^2}{p_e b^2}\right) \quad (25)$$

kullanılır (Burtch, 2006).

2.1.1.3. Bowring Yöntemi

Bowring'in iteratif yönteminde indirgenmiş enlemin ilk değeri ile iterasyon başlatılır. Yöntem üçüncü ya da dördüncü iterasyonda yakınsar. Aşağıda verilen formül (10) formülü ile aynıdır.

$$\beta_0 = \arctan\left[\frac{(az)}{(bp)}\right] \quad (26)$$

$$\beta_{i+1} = \arctan\left[\frac{b(z + be'^2 \sin^3 \beta_i)}{a(p - ae^2 \cos^3 \beta_i)}\right] \quad (27)$$

$\beta_{i+1} = \beta_i$ olana kadar iterasyon işlemine devam edilir. Daha sonra indirgenmiş enlemden coğrafi enleme geçiş yapılır.

$$B = \arctan\left(\frac{a}{b} \tan \beta\right) \quad (28)$$

Yükseklik hesabı için (19) formülü kullanılır (Yıldırım ve Kaya, 2004).

2.1.1.4. Borkowski Yöntemi

Bu algoritma β ve Newton-Raphson yönteminden yararlanır. Çözüm için;

$$f(\beta) = 2 \sin(\beta - \theta) - k \sin 2\beta \quad (29)$$

eşitliği kullanılır. Bu denklemde

$$\theta = \arctan\left(\frac{bz}{ap}\right), \quad k = \frac{a^2 - b^2}{(a^2 p^2 + b^2 z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (30)$$

olarak alınır. İteratif işlem adımları için gerekli başlangıç değeri ile işlem,

$$\beta_0 = \arctan(az / bp) \quad (31)$$

$$\beta_{i+1} = \beta_i - \frac{2 \sin(\beta_i - \theta) - k \sin 2\beta_i}{2 \cos(\beta_i - \theta) - 2k \cos 2\beta_i} \quad (32)$$

bağıntısı ile gerçekleştirilir. İndirgenmiş enlemden coğrafi enleme geçiş için (28) formülü ve yükseklik için,

$$h = (p - a \cos \beta) \cos B + (z - b \sin \beta) \sin B \quad (33)$$

formülü kullanılır (Borkowski, 1989).

2.1.1.5. Hekimoğlu Yöntemi

2.1.1.5.1. Bowring ve Borkowski İteratif Yöntemlerinin Genelleştirilmesi

Enlemi veren (13) eşitliğinde, N ve h yerine sırasıyla (7) ve (19)'daki değerleri,

$$\frac{N}{N+h} = \frac{a \cos B}{p\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} \quad (34)$$

göz önüne alınırsa,

$$\tan B = \frac{z}{p} \left(1 - \frac{e^2 a}{p} \sqrt{\frac{1 - \sin^2 B}{1 - e^2 \sin^2 B}} \right)^{-1} \quad (35)$$

ifadesi yazılabilir. Bu eşitliğin sağındaki karekök içinde de yine hala enlem bulunmaktadır. Halbuki burada enlem aranıyor. Bunun için tıpkı iteratif çözümde olduğu gibi, karekök içindeki enlem yerinde yaklaşık bir enlem değeri alınır.

$$B_0 = \arctan \left[\frac{z}{p} (1 + e'^2) \right] \quad (36)$$

Burada,

$$\sin B = \frac{\tan B}{\sqrt{1 + \tan^2 B}} \quad (37)$$

olduğu düşünülüp (18) eşitliği göz önüne alınırsa

$$\frac{1 - \sin^2 B}{1 - e^2 \sin^2 B} = \frac{p^2}{p^2 + z^2(1 + e'^2)} \quad (38)$$

eşitliği bulunur. Bu eşitlik (35)'da yerine konursa ikinci adımda aşağıdaki eşitlik bulunur.

$$\tan B_1 = \frac{z}{p} \left(1 - \frac{e^2 a}{\sqrt{p^2 + z^2(1 + e'^2)}} \right)^{-1} \quad (39)$$

Sonra (35) eşitliğinin ikinci yaklaşımı elde edilmiş olur. Daha sonra (39) eşitliği, bunun yanındaki parantez μ_1 ile gösterilirse aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tan B_1 = \frac{z}{p} \mu_1^{-1}, \quad (40)$$

$$\mu_1 = 1 - \frac{e^2 a}{\sqrt{p^2 + z^2(1 + e'^2)}} \quad (41)$$

Bu kez, (35) eşitliğinin sağındaki enlem yerine (39)'den elde edilen B_1 değeri konursa, (38) eşitliğine benzer olarak,

$$\frac{1 - \sin^2 B}{1 - e^2 \sin^2 B} = \frac{p^2 (\mu_1)^2}{p^2 + \mu_1^2 + z^2(1 - e^2)} \quad (42)$$

$$\tan B_2 = \frac{z}{p} \left(1 - \frac{e^2 a \mu_1}{\sqrt{p^2 (\mu_1)^2 + z^2(1 - e^2)}} \right)^{-1} \quad (43)$$

yazılabilir. Böylece (35) eşitliğinin üçüncü yaklaşımı elde edilir. Bu adım adım yaklaşma yöntemi daha da geliştirilip genelleştirilirse,

$$\tan B_i = \frac{z}{p} \left(1 - \frac{e^2 a (\mu_{i-1})}{\sqrt{p^2 (\mu_{i-1})^2 + z^2(1 - e^2)}} \right)^{-1} \quad (44)$$

$$\mu_{i-1} = 1 - \frac{e^2 a (\mu_{i-2})}{\sqrt{p^2 (\mu_{i-2})^2 + z^2(1 - e^2)}} \quad (45)$$

$$\mu_0 = \frac{e^2}{e'^2}, \quad i = 2, 3, 4, \dots$$

denklemleri yazılabilir. Ayrıca daha açık olarak şöyle de verilebilir:

$$\tan B_i = \frac{z}{p} K_i^{-1}, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

$$K_0 = 1 - e^2, \quad i = 0 \text{ için} \quad (46)$$

$$K_n = 1 - \frac{e^2 a K_{n-1}}{\sqrt{p^2 K_{n-1}^2 + z^2 (1 - e^2)}}, \quad i = n \text{ için}$$

2.1.1.5.2. Yüksekliğin Daha Kararlı Olarak Bulunması

Şimdiye kadar elipsoid yüksekliği (h) , (19) veya aşağıdaki

$$h = |z / \sin B| - N(1 - e^2) \quad (47)$$

formülünden bulunmuştur. h (19)'dan bulunduğunda $B \approx 90^\circ$ iken, enlemdeki küçük değişimlere karşı çok duyarlı olduğundan (19) yerine daha kararlı olması nedeniyle (47) önerilir. Tersine $B \approx 90^\circ$ iken ise (47) yerine (19) tercih edilmelidir. $B = 90^\circ$ ise (1), (2) ve (3) formüllerinden $h = p - a$ ve $B = 90^\circ$ ise $x=y=0$ olacağından $h = z - b = z - a\sqrt{1 - e^2}$ yazılabilir. Uzayda bir noktanın referans elipsoidine olan yüksekliği, bu noktadan geçen normalin elipsoide kadar olan uzaklığı olarak düşünülebilir.(1), (2) ve (3) formüllerinden

$$h = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}, \quad |z| < |z_0| \text{ ise } h < 0 \quad (48)$$

denklemi yazılabilir (Hekimoğlu, 1993).

2.1.1.6. Lin ve Wang Yöntemi

Yöntemde çözüm prensibi olarak,

(x_e, y_e, z_e) elipsoid üzerindeki $h=0$ jeosantrik koordinatlar,

(x, y, z) elipsoid dışında ilgili noktanın jeosantrik koordinatları olmak üzere,

$$\frac{x_e^2}{a^2} + \frac{y_e^2}{a^2} + \frac{z_e^2}{b^2} = 1 \quad (49)$$

$$x_e = \frac{x}{1 + \frac{2m}{a^2}}, \quad y_e = \frac{y}{1 + \frac{2m}{a^2}}, \quad z_e = \frac{z}{1 + \frac{2m}{b^2}} \quad (50)$$

$$f(m) = \frac{x^2}{\left(a + \frac{2m}{a}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(a + \frac{2m}{a}\right)^2} + \frac{z^2}{\left(b + \frac{2m}{b}\right)^2} - 1 = 0 \quad (51)$$

$$f(m) = \frac{p^2}{(a + 2m/a)^2} + \frac{z^2}{(b + 2m/b)^2} - 1 = 0 \quad (52)$$

eşitliği kullanılır. m parametresine bağlı olan eşitlik Newton-Raphson yöntemine göre

$$m_0 = \frac{abk^{\frac{3}{2}} - a^2b^2k}{2(a^4z^2 + b^4p^2)} \quad (53)$$

$$k = a^2z^2 + b^2p^2 \quad (53)$$

$$m_i = m_{i-1} - \frac{f(m_{i-1})}{f'(m_{i-1})}$$

$$f'(m) = -4 \left[\frac{p^2}{a(a + 2m/a)^3} + \frac{z^2}{b(b + 2m/b)^3} \right] \quad (54)$$

$f(m)$ sıfır olana kadar devam ettirilir. m değeri bulunduğundan sonra

$$p_e = \frac{p}{(1 + 2m/a^2)}, \quad z_e = \frac{z}{(1 + 2m/b^2)} \quad (55)$$

katsayıları kullanılarak B ve h,

$$B = \arctan\left(\frac{a^2 z_e}{b^2 p_e}\right) \quad (56)$$

$$h = \left[(p - p_e)^2 + (z - z_e)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (57)$$

formülleri ile hesaplanır (Lin ve Wang,1995).

2.1.1.7. Jones Yöntemi

İndirgenmiş enlem ile Newton metodu kullanılarak iteratif bir çözüm geliştirilmiştir. Bu çözüm uzaydaki tüm noktalar için kullanılabilir. İterasyon işlemi için indirgenmiş enleme bağlı fonksiyon

$$F(\beta) = \arctan\left(\frac{bz}{ap} + \frac{p^*}{p} \sin \beta\right) - \beta \quad (58)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $p^* = ae^2 = (a^2 b^2) / a$ dir. Newton metoduyla

$$\beta_{n+1} = \beta_n - \frac{F(\beta_n)}{F'(\beta_n)} \quad (59)$$

$$F'(\beta) = \frac{1}{1 + A^2} \frac{p^*}{p} \cos \beta - 1$$

indirgenmiş enlem hesaplanır. Burada A değeri aşağıdaki gibidir.

$$A = \frac{bz}{ap} + \frac{p^*}{p} \sin \beta \quad (60)$$

İterasyon işleminde indirgenmiş enlemin başlangıç değeri noktanın konumuna göre üç özel durum için aşağıda tanımlanmıştır.

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} \geq 1 \quad \beta_{(0)} = \arctan\left(\frac{az}{bp}\right) \quad (61)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} < 1 \\ p \leq p^* + \frac{az}{b} \end{array} \right\} \beta_{(0)} = \arctan\left(\frac{bz}{a(p-p^*)}\right) \quad (62)$$

İndirgenmiş enlemden B enlemine geçiş için (28) formülü kullanılır. h hesabı için

$$h = p \cos B + z \sin B - a(1 - e^2 \sin^2 B)^{-1/2} \quad (63)$$

eşitliği kullanılır (Jones, 2002).

2.1.1.8. Pollard Yöntemi

Pollard, çalışmasında iki iteratif yöntem geliştirmiştir. İki yöntem arasındaki fark; birinci yöntemde önce yükseklik ve daha sonra enlem, ikinci yöntemde ise önce enlem ve daha sonra yükseklik hesaplanır. Çözüm algoritmaları için P_0 yardımcı noktasındaki z_0 koordinatı kullanılır. P_0 noktası h yüksekliğindeki bir P noktasının N eğrilik yarıçapı doğrultusundaki vektörün elipsoidi kestiği noktadır. Bu noktanın tam olarak belirlenmesi için iterasyon işlem adımı gereklidir.

Birinci algoritma z_0 için başlangıç değeri ile son değeri istenilen hassasiyete ulaşıncaya kadar devam ettirilir.

$$z_{0(i)} = \frac{bz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (64)$$

$$\ell = x/k, \quad m = y/k, \quad n = (z + e'^2 z_{0(i)})/k \quad (65)$$

$$k = \sqrt{(x^2 + y^2 + (z + e'^2 z_{0(i)})^2)} \quad (66)$$

$$r = \ell + e'^2 n^2, \quad s = \ell x + m y + (a/b)^2 n z \quad (67)$$

$$t = x^2 + y^2 + (a/b)^2 z^2 - a^2 \quad (68)$$

$$h = (s \pm \sqrt{s^2 - rt}) / r \quad (69)$$

$$z_{0(i+1)} = z - nh \quad (70)$$

Burada h değerinin negatif olan kökü alınır. Böylece bu iterasyon işleminde h değeri hesaplanmış olur. B enleminin hesabı için,

$$B = \arctan\left(\frac{z + e^{i^2} z_0}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad (71)$$

eşitliği kullanılır. İkinci algoritmada da yine z_0 için iteratif işlem adımı Newton iterasyon metodu ile gerçekleştirilir.

$$z_{0(i)} = \frac{bt}{\sqrt{1+t^2}}, \quad t = \frac{b(z + e^{i^2} z_{0(i)})}{a\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (72)$$

$$z_{0(i+1)} = \frac{bt(1+t^2) - bz_{0(i)}t'}{(1+t^2)^{3/2} - bt'} \quad (73)$$

$$t' = \frac{dt}{dz_0} = \frac{be^{i^2}}{a\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (74)$$

z_0 'ın kesin değeriyle (71) kullanılarak B enlemi hesaplanır. h hesabı için (19) formülü kullanılır (Pollard, 2002).

2.1.1.9. Seemkoei Yöntemi

(3) Eşitliğindeki z ifadesi

$$z + Ne^2 \sin B = (N + h) \sin B \quad (75)$$

şeklinde düzenlenir, x ve y değerleri yerine (1), (2) ve (3)'deki karşılıkları yazılırsa (75) eşitliğini sağ tarafı yeniden düzenlenerek B enlemi hesabındaki iteratif işlem adımı için

$$\begin{aligned} z + Ne^2 \sin B &= p \tan B \\ \tan B &= (z + Ne^2 \sin B) / p \\ p \sin B &= z \cos B + Ne^2 \sin B \cos B \quad (76) \\ \sin B(p - Ne^2 \cos^3 B) &= \cos B(z + Ne^2 \sin^3 B) \\ \tan B &= \frac{z + Ne^2 \sin^3 B}{p - Ne^2 \cos^3 B} \end{aligned}$$

bağıntısı elde edilir. Böylece

$$\begin{aligned} B_{(0)} &= \arctan\left(\frac{z}{p(1 - e^2)}\right) \\ N_{(i)} &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_{(i)}}} \quad (77) \\ B_{(i+1)} &= \arctan\left(\frac{z + N_{(i)} e^2 \sin^3 B_{(i)}}{p - N_{(i)} e^2 \cos^3 B_{(i)}}\right) \end{aligned}$$

iteratif işlem adımlarıyla B hesaplanır. h hesabı için (19) formülü kullanılır (Seemkoei, 2002).

2.1.1.10. Wu - Wang - Hu Yöntemi

Newton-Raphson yöntemini kullanarak iteratif bir algoritma geliştirilmiştir. Algoritma formülleri aşağıda verilmiştir.

$$x_0 = p = \sqrt{x^2 + y^2}, z_0 = z \quad (78)$$

$$A = bz, Be = 2ax_0, C = 2(a^2 - b^2) \quad (79)$$

Burada $z_0 = 0$ ise $B = 0$ ve $h = x_0 - a$ olur. $z_0 \neq 0$ ise

$$t_0 = -(1 - \alpha) \frac{x_0}{z_0} + \operatorname{sgn}(z_0) \sqrt{1 + \left[(1 - \alpha) \frac{x_0}{z_0} \right]^2} \quad (80)$$

olur.

$$f(t) = At^4 + (B + C)t^3 + (B - C)t - A \quad (81)$$

$$f'(t) = 4At^3 + 3(B + C)t^2 + (B - C) \quad (82)$$

$$t_{k+1} = t_k - \frac{f(t_k)}{f'(t_k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (83)$$

t_{k+1} ile t_k arasındaki fark yaklaşık olarak sıfır olana kadar iterasyona devam edilir.

Daha sonra,

$$B = \operatorname{arc cot} \left[(1 - \alpha) \frac{1 - t^2}{2t} \right] \quad (84)$$

$$h = \operatorname{sgn}(B) \left(z_0 - b \frac{2t}{1 + t^2} \right) \sqrt{1 + \left[(1 - \alpha) \frac{1 - t^2}{2t} \right]^2} \quad (85)$$

B ve h değerleri bulunur (Wu vd., 2003).

2.1.1.11. Fukushima Yöntemi

Yöntem, dördüncü dereceden denklemin Newton iterasyon çözümüne dayanmaktadır. Yöntemin en önemli özelliği; yermerkezine yakın, elipsoid üzerinde ve uzaydaki herhangi bir nokta için kullanılabilir olmasıdır. Dördüncü dereceden denklem ve katsayıları aşağıda verilmiştir (Spiegel, 1968).

$$t^4 + 2Et^3 + 2Ft - 1 = 0 \quad (86)$$

$$E = \frac{z\sqrt{1-e^2} - ae^2}{p}, \quad F = \frac{z\sqrt{1-e^2} + ae^2}{p} \quad (87)$$

$$t = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right) = \tan\left[\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\tan B\sqrt{1-e^2}}\right)\right] \quad (88)$$

Newton iterasyon işlemi için

$$t_{(i+1)} = t_{(i)} - \frac{f(t)}{f'(t)}, \quad f(t) = pt^4 + ut^3 + vt - p \quad (89)$$

$$f'(t) = 4pt^3 + 3ut^2 + v, \quad u = 2pE, \quad v = 2pF \quad (90)$$

eşitlikleri kullanılır. t için iterasyon işleminde başlangıç değeri; elipsoidin merkezine yakın, üzerinde ve dışında gibi özel durumlar için farklı seçilmiştir. Dolayısıyla başlangıç değeri için $t_m = -u/(2p)$ alınarak

$$\left. \begin{array}{l} t_m \leq 0 \\ 0 < t_m < 1 \text{ ve } f(t_m) < 0 \end{array} \right\} t_{(0)} = \frac{4p + 2u}{4p + 3u + v} \quad (91)$$

$$\left. \begin{array}{l} t_m \geq 1 \\ 0 < t_m < 1 \text{ ve } f(t_m) \geq 0 \end{array} \right\} t_{(0)} = \frac{p}{v} \quad (92)$$

irdelemesi yapılır. t bulunduktan sonra (88)'deki t ve B ilişkisinden B hesaplanır. h için

$$h = \frac{2pt\sqrt{(1-e^2)} + z(1-t^2) - a(1+t^2)\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{(1+t^2)^2 - 4e^2t^2}} \quad (93)$$

denklemini kullanılır (Fukushima, 1999).

Fukushima bu yöntemi Halley'in üçüncü derece denklemini kullanarak iteratif yeni bir yöntem daha geliştirmiştir.

$$g(T) = PT - z - \frac{ET}{\sqrt{1+T^2}} = 0 \quad (94)$$

$$P = \frac{p}{a}, \quad z = \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{a} \right), \quad E = e^2 \quad (95)$$

$$T_{n+1} = T_n - \frac{g(T_n)}{g'(T_n) - g''(T_n)g(T_n)/(2g'(T_n))} \quad (96)$$

$g'(T_n)$ ve $g''(T_n)$ fonksiyonların birinci ve ikinci türevlerini göstermek üzere

$$g'(T) = P - \frac{E}{(\sqrt{1+T^2})^3} \quad (97)$$

$$g''(T) = \frac{3ET}{(\sqrt{1+T^2})^5} \quad (98)$$

$$T_{n+1} = T_n - \frac{g(T_n)}{g'(T_n)} \quad (99)$$

(99) eşitliğinde $T_{n+1} = T_n$ değerine eşit olana kadar iterasyona devam edilir.

$$B = \text{sign}(z) \tan^{-1} \left(\frac{T_{n+1}}{\sqrt{1-e^2}} \right) \quad (100)$$

$$h = \frac{\sqrt{1-e^2} + |z|T_{n+1} - b\sqrt{1+T_{n+1}}}{\sqrt{\sqrt{1-e^2}T_{n+1}^2}} \quad (101)$$

İlk iterasyon değeri olarak

$$T_0 = \frac{z}{(1 - e^2)P} \quad (102)$$

kullanılır (Fukushima, 2006).

2.1.1.12. Clynch Yöntemi

Jeosantrik koordinatlardan (x, y, z) elipsoid coğrafi koordinatlara dönüşüm için yüksekliğin sıfır olmadığı durumda sonuç veren iteratif bir yöntemdir. İterasyon için yaklaşık enlem değeri seçilir. Bu değer seçilirken jeosantrik enlemin jeodezik enleme eşit olduğu kabul edilir.

$$\tan B = \frac{p}{z} \quad (103)$$

Hesaplanan bu yaklaşık enlem ile N, h ve yeni enlem değeri (12) ve (13) formülü ile hesaplanır. Bu işlemler 3–4 iterasyon sonra yakınsar. Jeodezik enlem bulunduğundan sonra h (19)'dan tekrar hesaplanır. (19) denklemi kutuplarda yakınsamaz, bu durumda iki alternatif söz konusudur. Bunlardan ilki,

$$Le = z + e^2 N \sin B \quad (104)$$

$$h = \frac{Le}{\sin B} - N \quad (105)$$

diğeri ise,

$$h = \sqrt{Le^2 + z^2} - N \quad (106)$$

dir (URL-1, 2009).

2.1.1.13. Feltens Yöntemi

Feltens tarafından geliştirilen vektör metodunda ilk olarak elipsoid yüzeyindeki herhangi bir nokta için başlangıç x , y , z değerlerini hesaplar.

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \approx \begin{cases} N(\beta) \cos \beta \cos L \\ N(\beta) \cos \beta \sin L \\ N(\beta)(1 - e^2) \sin \beta \end{cases} \quad (107)$$

$$= \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2 + z_w^2(1 - e^2)}} x_w \\ \frac{a}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2 + z_w^2(1 - e^2)}} y_w \\ \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2 + z_w^2(1 - e^2)}} z_w \end{cases} \quad (108)$$

Sonraki adımda \vec{r}'_s vektörünün koordinatları hesaplanır.

$$\vec{r}'_s = \vec{R}_w = \vec{s} = \begin{cases} x_w - e^2 x \\ y_w - e^2 y \\ z_w \end{cases} \quad (109)$$

Aşağıdaki denklemlerden faydalanılarak elipsoidal dik birim vektör bulunur.

$$\bar{\eta} = \frac{\vec{R}'_s}{|\vec{R}'_s|} = \frac{\vec{r}'_s}{|\vec{r}'_s|}, \quad \cos \beta = \frac{|\vec{P}|}{|\vec{R}|} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (110)$$

$$\frac{N}{N + h} = a \sqrt{\frac{\eta_x^2 + \eta_y^2}{(x_w^2 + y_w^2)(1 - e^2 \eta_z^2)}} \quad (111)$$

Θ değeri hesaplanır.

$$\Theta = \left\{ \frac{N}{N+h} + \left(\frac{N}{N+h} - 1 \right) \Omega \right\} \Rightarrow \vec{R}'_s = \Theta \vec{r}'_s \quad (112)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{s^2 + t^2}{(x_w - e^2 x)^2 + (y_w - e^2 y)^2 + z_w^2}}, \quad \sqrt{s^2 + t^2} = \frac{e^2}{(1 - e^2)} \quad (113)$$

Bulunan değerler yardımıyla elipsoid üzerinde herhangi bir noktanın koordinatları hesaplanır.

$$x = \frac{1}{(1 - e^2)} \Theta (x_w - e^2 x) \quad (114)$$

$$y = \frac{1}{(1 - e^2)} \Theta (y_w - e^2 y) \quad (115)$$

$$z = \Theta z_w \quad (116)$$

Eski ve yeni hesaplanan kartezyen koordinatlar arasındaki fark,

$$\Delta R_E = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (117)$$

ΔR_E değeri belirlenen sınırdan küçük ise iterasyon durdurulur. ΔR_E değeri belirlenen sınırdan büyük ise \vec{r}'_s değeri yeniden hesaplanarak elipsoid üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatları yeniden hesaplanır. Bu şekilde iterasyona devam edilir. Son olarak B, L, h değerleri aşağıdaki formüllerden faydalanılarak hesaplanır (Feltens, 2008).

$$\tan B = \frac{\eta_z}{\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}} \quad (118)$$

$$\tan L = \frac{\eta_y}{\eta_x} \quad (119)$$

$$h = \vec{\eta} \left(\vec{R}_w - \vec{R}_E \right) \quad (120)$$

2.1.2. Doğrudan Çözümler

2.1.2.1. Paul Yöntemi

Birkaç orta dereceli değişken hesaplandıktan sonra jeodezik enlemin hesabı için kapalı bir çözüm yöntemi geliştirilmiştir (Ek.2).

$$\begin{aligned} z + Ne^2 \sin B &= p \tan B \\ p \tan B - z &= \frac{ae^2 \sin B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \end{aligned} \quad (121)$$

Eşitliğin sağ tarafının $\cos B$ ile bölünüp bütün terimlerinin karesinin alınmasıyla

$$B = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{z}{2} + \sqrt{t_1} + \sqrt{-\frac{\beta}{2} + \frac{z^2}{4} - t_1} + \frac{\alpha z}{4\sqrt{t_1}}}{p} \right) \quad (122)$$

$$t_1 = \frac{z^2 + \beta}{12} \left(\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - 1}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - 1}} \right) - \frac{\beta}{6} + \frac{z^2}{12} \quad (123)$$

$$q = 1 + \frac{27z^2(\alpha^2 - \beta^2)}{2(z^2 + \beta^2)^3} \quad (124)$$

$$\alpha = \frac{p^2 + a^2 e^4}{1 - e^2} \quad (125)$$

$$\beta = \frac{p^2 - a^2 e^4}{1 - e^2} \quad (126)$$

eşitlikleri elde edilir. h hesabı için (19) formülü kullanılır (Paul, 1973).

2.1.2.2. Bowring Yöntemi

İterasyon işlemi olmadan geliştirilen kapalı bir çözüm yöntemidir. Enlem için

$$B = \arctan \left[\frac{z + be^{1^2} \sin^3 \theta}{p - ae^2 \cos^3 \theta} \right] \quad (127)$$

kapalı formülü kullanılır. Burada θ değeri, $\theta = (bz/(ap))$ olarak verilmiştir. h hesabı için (19) formülü kullanılır (Yıldırım ve Kaya, 2004).

2.1.2.3. Heikkinen Yöntemi

Dördüncü derece denklem çözümünde “t” değişkenin çözümüne dayanan iteratif olmayan bir yöntemdir.

$$F = 54b^2z^2, G = p^2 + (1 - e^2)z^2 - e^2(a^2 - b^2), r = e^4Fp^2 / G^3 \quad (128)$$

$$S = \sqrt[3]{1 + r + \sqrt{r^2 + 2r}}, P = \frac{F}{3(s + 1/s + 1)^2 G^2}, Q = \sqrt{1 + 2e^4 P} \quad (129)$$

$$r_0 = -\frac{Pe^4 p}{1 + Q} + \sqrt{\frac{a^2}{2} \left(1 + \frac{1}{a} - \frac{P(1 - e^2)z^2}{Q(1 + Q)} - \frac{Pp^2}{2}\right)}, U = \sqrt{(p - e^2 r_0)^2 + z^2} \quad (130)$$

$$V = \sqrt{(p - e^2 r_0)^2 + (1 - e^2)z^2}, Z_0 = \frac{b^2 z}{aV} \quad (131)$$

$$h = U \left[1 - \frac{b^2}{aV} \right] \quad (132)$$

$$B = \arctan((z + e^2 Z_0) / p) \quad (133)$$

olarak bulunur (Zhu, 1994).

2.1.2.4. Ozone Yöntemi

Dördüncü derece denklemin u parametresinin çözümüne göre kapalı bir yöntem olan Ozone yöntemi aşağıdaki denklemin çözümü ve gerekli katsayıların hesaplanmasıyla coğrafi enlem bulunur. h için (19) formülü kullanılır (Fok ve Iz, 2003).

$$u^4 - 4Mu^3 - 4Nu - 1 = 0 \quad (134)$$

$$B = \arctan\left(\frac{2au}{b(u^2 - 1)}\right) \quad (135)$$

$$M = \frac{ap - (a^2 - b^2)}{2bz}, \quad N = \frac{ap + (a^2 - b^2)}{2bz} \quad (136)$$

$$V = 4NM + 1, \quad W = 2(N^2 - M^2) \quad (137)$$

$$I = \left(\sqrt{\left(\frac{V}{3}\right)^3 + \left(\frac{W}{2}\right)^2} + \frac{W}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\sqrt{\left(\frac{V}{3}\right)^3 + \left(\frac{W}{2}\right)^2} - \frac{W}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (138)$$

$$J = \sqrt{2I + 4M^2}, \quad K = \frac{2(N - MI)}{J}$$

$$G = (2M + J)^2 - 4(I - K) \quad (139)$$

$$u = \frac{2M + J + \sqrt{G}}{2}$$

2.1.2.5. Vanicek ve Krakiwsky Yöntemi

(3) ve (14) formüllerinden $p \tan B - z = e^2 N \sin B$ denklemi elde edilir. Burada B değeri, buna bağlı olarak da N değeri bilinmemektedir. N_0 değeri $p \tan B - z = e^2 N \sin B$ denkleminde yerine yazılırsa, pay ve payda $\cos^2 B$ ile bölünürse

$$p^2 \tan^4 B - 2pz \tan^3 B + \left(\frac{p^2 - a^2 e^4}{1 - e^2} + z^2\right) \tan^2 B - \frac{2pz}{1 - e^2} \tan B + \frac{z^2}{1 - e^2} = 0 \quad (140)$$

$\tan B$ 'ye bağlı dördüncü dereceden denklem elde edilir. Buradan B çözülür, yükseklik için (19) formülü kullanılır (Vanicek ve Krakiwsky, 1982).

2.1.2.6. Borkowski Yöntemi

Borkowski'nin kapalı yöntemi ise dördüncü derece denklem çözümüne dayanır.

$$t^4 + 2Et^3 + 2Ft - 1 = 0 \quad (141)$$

Burada E ve F

$$E = [bz - (a^2 - b^2)]/(ap), \quad F = [bz + (a^2 - b^2)]/(ap)$$

$$P = \frac{4}{3}(EF + 1), \quad Q = 2(E^2 - F^2) \quad (142)$$

$$D = P^3 + Q^2$$

eğer $D < 0$ ise

$$v = -\left(Q + \sqrt{D}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(Q - \sqrt{D}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$D > 0$ ise (143)

$$v = 2\sqrt{-P} \cos\left\{\left(1/3\right)\arccos\left[-Q/(P)^{\frac{3}{2}}\right]\right\}$$

olarak bulunur. (141)'deki denklemin kökü ve G aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$t = \pm\sqrt{G + (F - vG)/(2G - E)} - G, \quad G = (\pm\sqrt{E^2 + v + E})/2 \quad (144)$$

Enlem ve yükseklik değerleri

$$B = \arctan(a(1 - t^2)/(2bt)) \quad (145)$$

$$h = (p - at) \cos B + (z - b) \sin B \quad (146)$$

şeklinde hesaplanır (Borkowski, 1987).

2.1.2.7. Zhu Yöntemi

Yöntem dördüncü derece denklem çözümüne dayanır ve $\tan B = z(t+l)(r(t-l))$ denkleminin çözümü ile özdeşdir. B ve h değişkenlerini bulmak için gerekli ara değerlerin hesabı aşağıdaki verilmiştir (Zhu, 1994).

$$l = e^2 / 2, \quad m = \left(\frac{p}{a}\right)^2, \quad n = [(1 - e^2)z/b]^2 \quad (147)$$

$$i = -(2l^2 + m + n)/2, \quad k = l^2(l^2 - m - n) \quad (148)$$

$$q = (m + n - 4l^2)^3 / 216 + mnl^2 \quad (149)$$

$$D = \sqrt{(2q - mnl^2)mnl^2} \quad (150)$$

$$\beta = i/3 - \sqrt[3]{q + D} - \sqrt[3]{q - D} \quad (151)$$

$$t = \sqrt{\sqrt{\beta^2 - k} - (\beta + i)/2} - \operatorname{sgn}(m - n)\sqrt{(\beta - i)/2} \quad (152)$$

$$r_0 = r/(t+1), \quad z_0 = (1 - e^2)z/(t-1) \quad (153)$$

$$B = \arctan[z_0 / ((1 - e^2)r_0)] \quad (154)$$

$$h = \operatorname{sgn}(t-1+l)\sqrt{(p-r_0)^2 + (z-z_0)^2} \quad (155)$$

Zhu tarafından geliştirilen başka bir iteratif olmayan algoritma ise,

$$E = [ap + (a^2 - b^2)]/(b|z|), \quad F = [ap - (a^2 - b^2)]/(b|z|) \quad (156)$$

$$P = \left(\frac{4}{3}\right)(EF + 1), \quad Q = 2(E^2 - F^2), \quad D = P^3 + Q^2 \quad (157)$$

$$v = -\sqrt[3]{\sqrt{D} + Q} + \sqrt[3]{\sqrt{D} - Q}, \quad G = (\sqrt{E^2 + v} + E)/2 \quad (158)$$

$$t = \sqrt{G^2 + (F - vG)/(2G - E)} - G \quad (159)$$

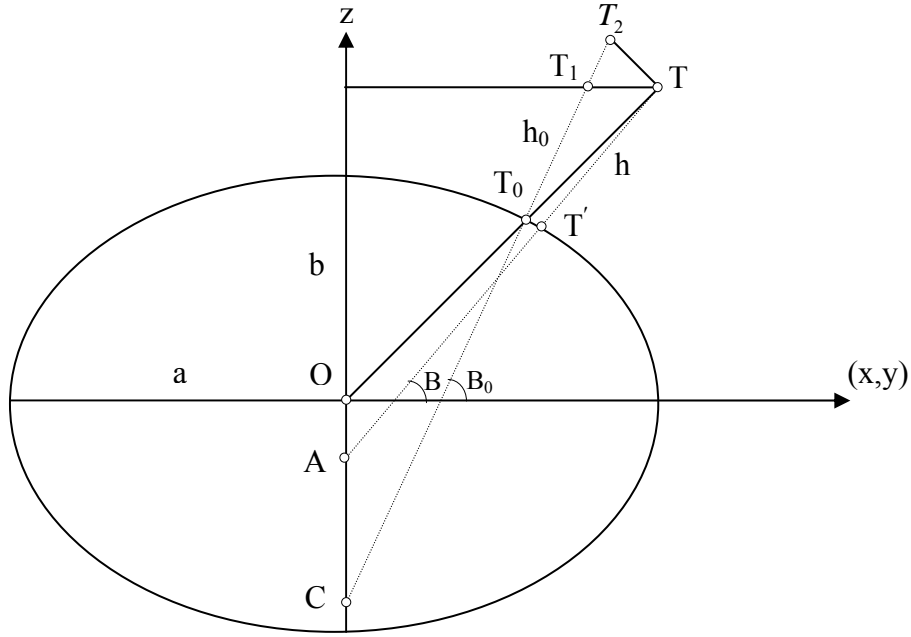
$$B = \operatorname{sgn} \arctan[2at / (b(1 - t^2))] \quad (160)$$

$$h = (p - a)\cos B + (|z| - bt)\sin B \quad (161)$$

biçimindedir (Zhu, 1994).

2.1.2.8. Fotiou Yöntemi

Aşağıdaki şekilde T noktası (x, y, z) koordinatları verilen, T' noktası elipsoid üzerinde projeksiyon noktası OZ, OT meridyen kesişimidir.



Şekil 8. Jeosantrik koordinatlarda coğrafi koordinatlara dönüşüm

Enlem ve yükseklik iteratif olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\tan B = \frac{z + e^2 N \sin B}{p}, \quad h = \frac{z}{\sin B} - (1 - e^2)N \quad (162)$$

$$p = (ZT) = \sqrt{x^2 + y^2} = (N + h)\cos B \quad (163)$$

(162) formülü 3 ya da 4 iterasyonda çözülür. (162) ve (163) denklemleri birleştirilirse,

$$\tan B = \frac{z (1 + e'^2)(N + h)}{p N + (1 + e'^2)h} \quad (164)$$

denklemleri elde edilir.

$h = 0$ için

$$\tan B_0 = \left(1 + e'^2 \frac{h}{N+h}\right) \tan B \quad (165)$$

olur. B_0 , T_0 noktasının enlemi ve iteratif çözümde ilk yaklaşık değer için uygundur. Coğrafi enlemi bulmak için ilk adımda p, B_0, h_0 ve p_0 değerleri (162), (163), (164) denklemlerinden çıkarılır.

$$\tan B_0 = \frac{z}{p} (1 + e'^2) \quad (166)$$

$$h_0 = \frac{z}{\sin B_0} - (1 - e'^2) N_0, \quad p_0 = (N_0 + h_0) \cos B_0 \quad (167)$$

İkinci adımda $s_k = (TT_1)$ ve $s_0 = (T_1T_2)$ mesafesi hesaplanır.

$$s_k = p - p_0, \quad s_0 = s_k \sin B_0 \quad (168)$$

Daha sonra meridyen uzunluğu hesaplanır.

$$s = \left(1 - \frac{h_0}{M_0}\right) s_0 \quad (169)$$

Üçüncü adımda (168) ve (169) denklemlerinden faydalanılarak coğrafi enlem hesaplanır.

$$B = B_0 - \frac{s}{M_0} \quad (170)$$

$$B = B_0 - \frac{\sin B_0}{M_0} \left(1 - \frac{h_0}{M_0}\right) (p - p_0) \quad (171)$$

p, B_0, h_0 ve p_0 değerleri (183) ve (184) denklemlerinden hesaplanmıştı. Şekilden ve (165) formülünden yararlanarak,

$$h = s_k \cos B_0 = (p - p_0) \cos B_0 \quad (172)$$

formülü elde edilir (Fotiou, 1998).

2.1.2.9. Gargiulo ve Vassallo Yöntemi

Enlemin B_0, B_1 değeri hesaplanır.

$$B_0 = \arctan\left(\frac{z}{p(1-e^2)}\right) \quad (173)$$

$$B_1 = \arctan\left(\frac{z + e^2 N_0 \sin B_0}{p}\right) \quad (174)$$

Bulunan bu değerlere göre N_0, N_1 ve N değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}}$$

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_1}} \quad (175)$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

En sonunda B enlem değeri son olarak hesaplanan N değerini kullanarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$B = \arctan\left(\frac{z + e^2 N \sin B_1}{p}\right) \quad (176)$$

Enlem hesabından sonra h için (19) formülü kullanılır (Gargiulo ve Vassallo, 1998).

2.1.2.10. By Rey ve Jer You Yöntemi

Uzaydaki herhangi bir P noktasından geçen elipsoidin indirgenmiş enlemi (β_0) ve küçük yarı eksenini (u) tanımlanırsa, bunlar arasındaki dönüşümler

$$u = \sqrt{\frac{1}{2}(r^2 - E^2) + \frac{1}{2}\sqrt{(r^2 - E^2)^2 + 4E^2z^2}} \quad (177)$$

$$\tan \beta_0 = \frac{z\sqrt{u^2 + E^2}}{u\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (178)$$

$$E = \sqrt{a^2 - b^2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (179)$$

denklemlerle sağlanır. P'den geçen elipsoid ile referans elipsoidi ortak merkeze sahiptir ve eksenleri çakışmıştır. P noktasıyla aynı enleme sahip referans elipsoidi üzerinde bir R noktası alınır, P ve R noktaları arasında

$$z = z_r + \frac{a}{b} \left(\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x_r^2 + y_r^2} \right) \tan \beta \quad (180)$$

ilişkisi yazılır. x ve y , indirgenmiş enlem değerlerinden hesaplanıp (180)'de yerine yazılır ve düzenlenirse

$$bu \sin \beta_0 = a\sqrt{u^2 + E^2} \cos \beta_0 \tan \beta - E^2 \sin \beta \quad (181)$$

denklemlerle hata analizi yapılabilir. Denklemin sağ tarafı, $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$ dikkate alınarak $\beta = \beta_0$ da Taylor serisine açılırsa β 'nin hatası yaklaşık olarak

$$\Delta\beta = \frac{(bu - a\sqrt{u^2 + E^2} + E^2) \sin \beta_0}{(a\sqrt{u^2 + E^2} \sec \beta_0 - E^2 \cos \beta_0)} \quad (182)$$

belirlenir. B enlemi ve h için kapalı formüller aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\beta_{(1)} &= \beta_0 + \Delta\beta \\ \tan B &= \frac{a}{b} \tan \beta_{(1)}\end{aligned}\quad (183)$$

h için

$$h = \sqrt{(z - b \sin \beta_{(1)})^2 + (p - a \cos \beta_{(1)})^2} \quad (184)$$

formülü kullanılır (By Rey-Jer You, 2000).

2.1.2.11. Vermeille Yöntemi

Daha önceki denklem çözümüne dayanan yöntemlerden daha sade bir çözüme sahiptir. Kapalı çözüm için B ve h'nin hesabında k gibi değişmez pozitif katsayı belirlenir.

$$k = \frac{h + N - e^2 N}{N} \quad (185)$$

k'nın tanımından h'ı çekersek,

$$h = (k + e^2 - 1)N \quad (186)$$

(3) denkleminde k eşitliği yerine yazılırsa $z = kN \sin B$ elde edilir. Buradan

$$\sin B = \frac{z}{kN} \quad (187)$$

olur. $\sin B$ değeri (7) denkleminde yerine yazılırsa ve her iki tarafın karesi alınırsa,

$$N^2 = a^2 + e^2 \frac{z^2}{k^2} \quad (188)$$

elde edilir. (1) ve (2) denklemlerinin karesini alıp toplar ve (186)'deki h değeri yerine yazılırsa

$$x^2 + y^2 = N^2(k + e^2)^2(1 - \sin^2 B) \quad (189)$$

denklemini elde edilir. (187)'deki $\sin B$ değeri ve (7)'deki N değeri yerine yazılırsa ve gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{x^2 + y^2}{(k + e^2)^2} + \frac{(1 - e^2)z^2}{k^2} = a^2 \quad (190)$$

Burada k'yı çözdüğümüz zaman (187) ve (189) denklemlerinde B'yi (186), (7) ve (190) denkleminde h'ı hesaplayabiliriz. (189) denklemini dördüncü dereceden $k^4 + 2e^2k^3 - (s + q - e^4)k^2 - 2e^2qk - e^4q = 0$ k'ya bağlı bir denklem olarak yazılabilir. Dördüncü dereceden denklemin çözümünden sonra aşağıdaki kısaltmalarla B ve h değerleri bulunur.

$$B = 2 \arctan \frac{z}{D + \sqrt{D^2 + z^2}} \quad (191)$$

$$h = \frac{k + e^2 - 1}{k} \sqrt{D^2 + z^2} \quad (192)$$

Eşitlikleri geçerlidir. Buradaki katsayılar

$$D = \frac{k\sqrt{x^2 + y^2}}{k + e^2}, \quad k = \sqrt{u + v + w^2} - w \quad (193)$$

$$u = r \left(1 + t + \frac{1}{t} \right), \quad v = \sqrt{u^2 + e^4 q} \quad (194)$$

$$w = e^2 \frac{u + v - q}{2v}, \quad t = \sqrt[3]{1 + s + \sqrt{s(2 + s)}} \quad (195)$$

$$s = e^4 \frac{gq}{4r^3}, \quad r = \frac{g + q - e^4}{6} \quad (196)$$

$$g = \frac{x^2 + y^2}{a^2}, \quad q = \frac{1 - e^2}{a^2} z^2 \quad (197)$$

formülleriyle hesaplanır (Vermeille, 2002).

Vermeille daha sonraki çalışmasında boylam değerini hesaplamak için yeni formüller geliştirmiştir. Buna göre

x ve y $\neq 0$ ve $y \geq 0$ ise

$$L = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} + y} \right) \quad (198)$$

x ve y $\neq 0$ ve $y < 0$ ise

$$L = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} - y} \right) \quad (199)$$

olarak hesaplanır (Vermeille, 2004).

2.1.2.12. Zhang Yöntemi¹

İterasyon işlemi olmadan geliştirilen kapalı bir çözüm yöntemidir. λ Langrange parametresi biliniyor iken B ve h direkt olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\tan B = \frac{1}{(1-e^2)} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (200)$$

$$h = \text{sign}(\lambda) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (201)$$

Lagrange parametresinin bulunması için gereken işlem adımları;

a. α, β, γ hesaplanır.

$$\alpha = \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2}, \quad \beta = \frac{x^2 + y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2}, \quad \gamma = \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \quad (202)$$

b. p, q, r hesaplanır.

$$p = 2 - \beta - \frac{\gamma^2}{2}, \quad q = \beta\gamma - 2\frac{\alpha + \beta}{\gamma}, \quad r = 1 + \beta - \frac{\gamma^2}{2} - \frac{\beta\gamma^2}{4} + \frac{\gamma^4}{16} \quad (203)$$

c. E ve F hesaplanır.

$$E = -\frac{r}{12} - \frac{p^2}{144}, \quad F = \frac{pr}{48} - \frac{q^2}{128} - \frac{p^3}{1728} \quad (204)$$

d. m hesaplanır.

$$m = \sqrt[3]{F + \sqrt{E^3 + F^2}} - \frac{E}{\sqrt[3]{F + \sqrt{E^3 + F^2}}} \quad (205)$$

¹ Yöntem yedi yazarlı bir çalışma olduğundan, yöntem ilk yazarın adı ile ifade edilmiştir.

s'_0 hesaplanır. burada s'_0 hesaplanırken mutlak değere negatif değerlerle çalışmamak için alınır.

$$s'_0 = |-m - p/6| \quad (206)$$

e. $u + v$ hesaplanır.

$$u + v = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{p}{2} + 2s'_0\right)^2 - r} - \frac{p}{2} - s'_0} \quad (207)$$

f. t_0 hesaplanır.

$$t_0 = -\text{sign}(q)\sqrt{s'_0} + (u + v) \quad (208)$$

Burada kullanılan t_0 aşağıdaki denklemde yeniden yazılarak son olarak hesapta kullanılacak t_0 bulunmuş olur.

$$t_0 = \sqrt{-\frac{p}{2} + \frac{\sqrt{p^2 - 4(qt_0 + r)}}{2}} \quad (209)$$

$$\mathbf{h.} \lambda = t_0 - \frac{\gamma}{2}$$

biçimindedir (Zhang vd., 2005).

2.1.2.13. Sjöberg Yöntemi

İndirgenmiş enlemden B ve h değerleri aşağıdaki formüllerle hesaplanır.

$$\tan \beta = \sqrt{1-e^2} \tan B \quad (210)$$

$$\cos \beta = \frac{\cos B}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}}, \quad \sin \beta = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin B}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} \quad (211)$$

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} = ak \cos \beta \quad (212)$$

$$z = \sqrt{1-e^2} = a(k-e^2) \sin \beta \quad (213)$$

$$k = \frac{N+h}{N} \quad (214)$$

(212) ve (213) denklemlerinden k ve β çözülür ve k parametresi daima pozitif olmalıdır. (212) ve (213) denklemlerindeki ak ve $a(k-e^2)$ ifadeleri birbirlerine bölüp karelerini aldığımızda β elimine olup k'ya bağlı dördüncü dereceden bir denklem elde ederiz.

$$\frac{P}{k^2} + \frac{Q}{(k-e^2)^2} = 1 \quad (215)$$

$$P = \frac{p}{a}, \quad Q = z^2(1-e^2)/a^2 \quad (216)$$

Elde ettiğimiz bu dördüncü dereceden denklemi yeniden yazacak olursak

$$k^4 - 2e^2k^3 - k^2(P+Q-e^4) + 2kPe^2 - Pe^4 = 0 \quad (217)$$

elde edilir. Dördüncü derece denklem çözümüyle aşağıdaki kısaltmalarla B ve h değerleri bulunur (Spiegel, 1968).

$$r = \frac{P+Q-e^4}{6}, \quad s = e_4 \frac{PQ}{4r^3} \quad (218)$$

$$t = \sqrt[3]{1+s+\sqrt{s(2+s)}}, \quad u = r(1+t+t^{-1}) \quad (219)$$

$$v = \sqrt{u^2 + e^4 P}, \quad w = e^2 \frac{v+u-P}{2v} \quad (220)$$

$$k = w + \sqrt{w^2 + v + u}, \quad W = k \sqrt{\frac{1-e^2}{k^2 - e^2 P}} \quad (221)$$

Eğer $P < Q$ ise

$$B = \pm \arccos(W \sqrt{P} / k) \quad (z' \text{nin işaretiyle birlikte}) \quad (222)$$

Eğer $P > Q$ ise

$$B = \pm \arcsin\left(\frac{k}{k-e^2} \sqrt{\frac{Q}{k^2 - e^2 P}}\right) \quad (223)$$

olarak alınır.

$$h = \frac{a}{W}(k-1) \quad (224)$$

Eşitliği kullanılır (Sjöberg, 2008).

3. BULGULAR VE İRDELEME

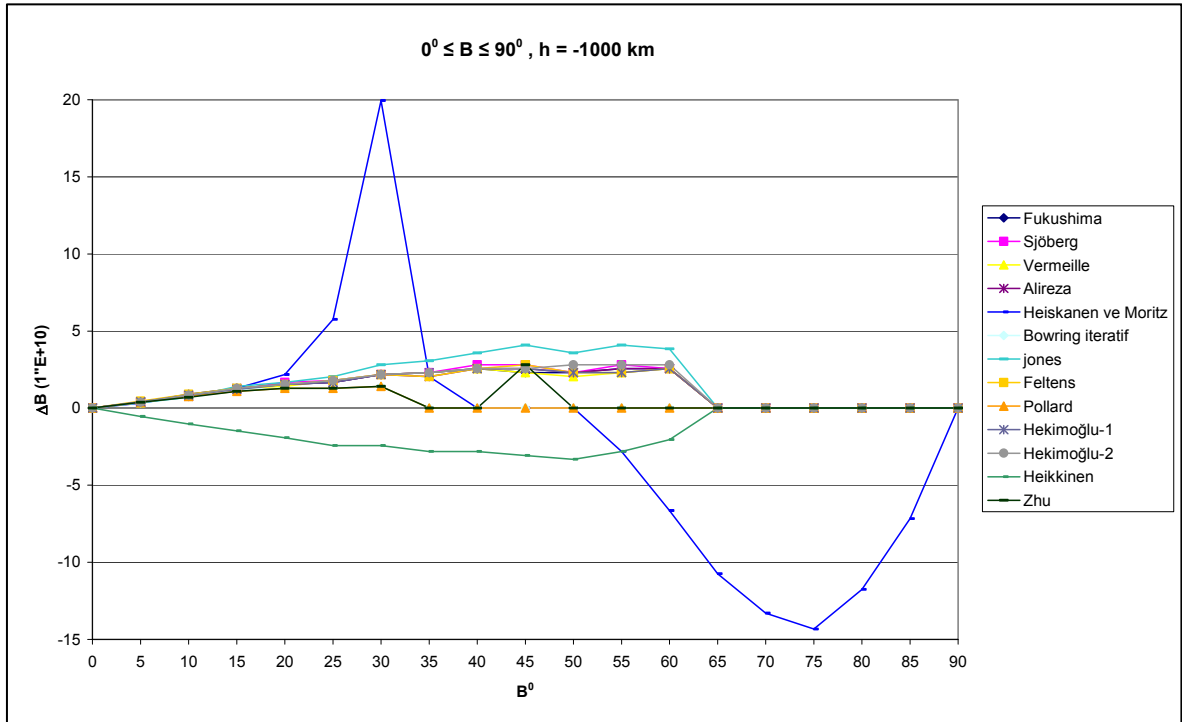
Yöntemlerin irdelenmesi için bu çalışmada takip edilen işlem sırası ve sayısal değerler aşağıda verilmiştir.

- a) $L = 39^\circ$ ve $h = -1000$ km sabit, B ise 5° aralıklarla ve $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ enlemleri arasında değişken alınarak hesaplanan (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.
- b) $L = 39^\circ$ ve $h = 0$ km sabit, B ise 5° aralıklarla ve $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ enlemleri arasında değişken alınarak hesaplanan (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.
- c) $L = 39^\circ$ ve $h = 1000000$ km sabit, B ise 5° aralıklarla ve $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ enlemleri arasında değişken alınarak hesaplanan (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.
- d) $L = 39^\circ$, $B = 0^\circ$ ve h değeri $-1000km \leq h \leq 1000000km$ aralığında 10 kat artırılarak hesaplanan (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.
- e) $L = 39^\circ$, $B = 45^\circ$ ve h değeri $-1000km \leq h \leq 1000000km$ aralığında 10 kat artırılarak hesaplanan (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.
- f) $L = 39^\circ$, $B = 90^\circ$ ve h değeri $-1000km \leq h \leq 1000000km$ aralığında 10 kat artırılarak hesaplanan (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.

Sayısal uygulamalarda ve grafik çizimlerinde Microsoft Excel 2003 programı ve makroları kullanılmıştır. Sayısal değerler Uluslar arası (Hayford) elipsoid değerleri ile Intel(R) core(TM)2 CPU T7200 2.00 Ghz bir bilgisayarda hesaplanmıştır. Grafiklerde; seçilen (B, h) değerleri, kesin değer (KD) alınarak buradan (x, y, z) hesabı ve yöntemlerin her biriyle ters dönüşümden tekrar hesaplanan (B, h) değerleri arasındaki farklar, $\Delta B = B_{KD} - B_{yöntem}$, $\Delta h = h_{KD} - h_{yöntem}$ olarak belirlenmiştir. Yöntemlerdeki hassasiyetlerin

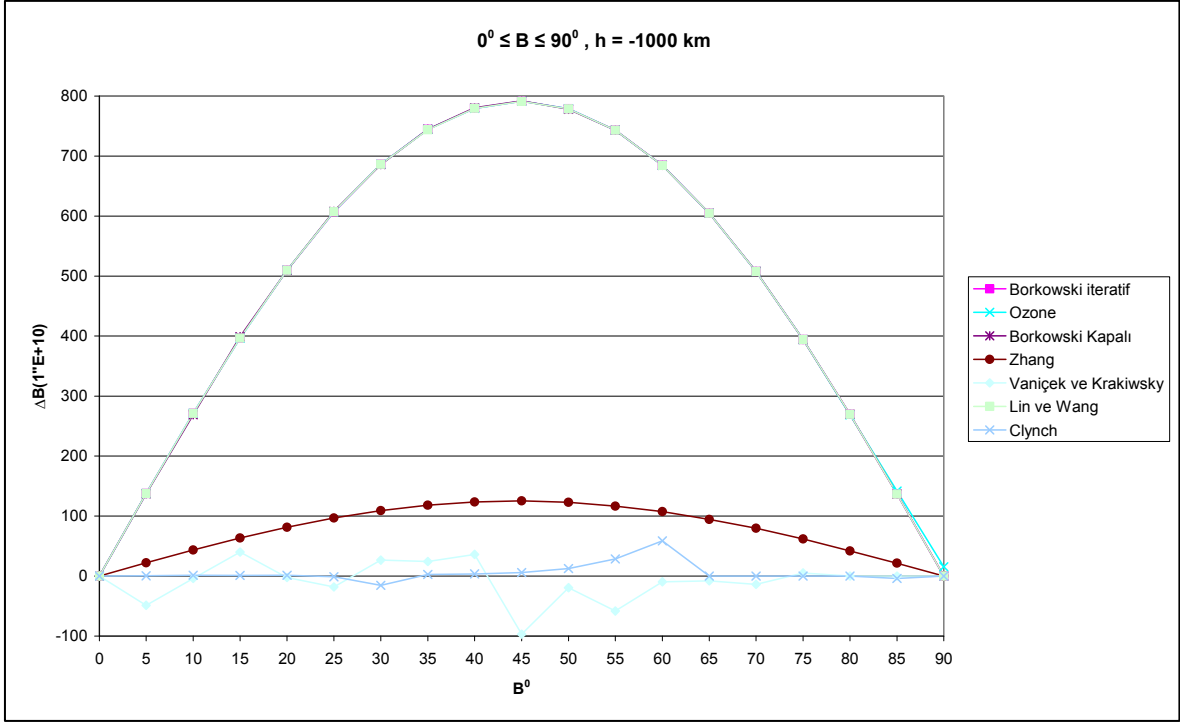
irdelenmesi için, bu farklar enlemin derece saniye biriminde ($1E + 10$) ve yüksekliğin mm biriminde ($1E+05$) değerleriyle çarpılmıştır.

Yükseklik için test değerlerinin belirlenmesinde; dünyanın en derin yeri olan büyük okyanustaki Mariana çukuru (11034 m), atmosferin en dış katmanı olan Ekzosferin yeryüzüne uzaklığı 800 km (bu dünya ile uzayın sınırı olarak kabul edilmekte olup, yapay uydular bu katmanda bulunur) ve ayın dünyaya en uzak olduğu zamanki mesafesi 404340 km dikkate alınmıştır.



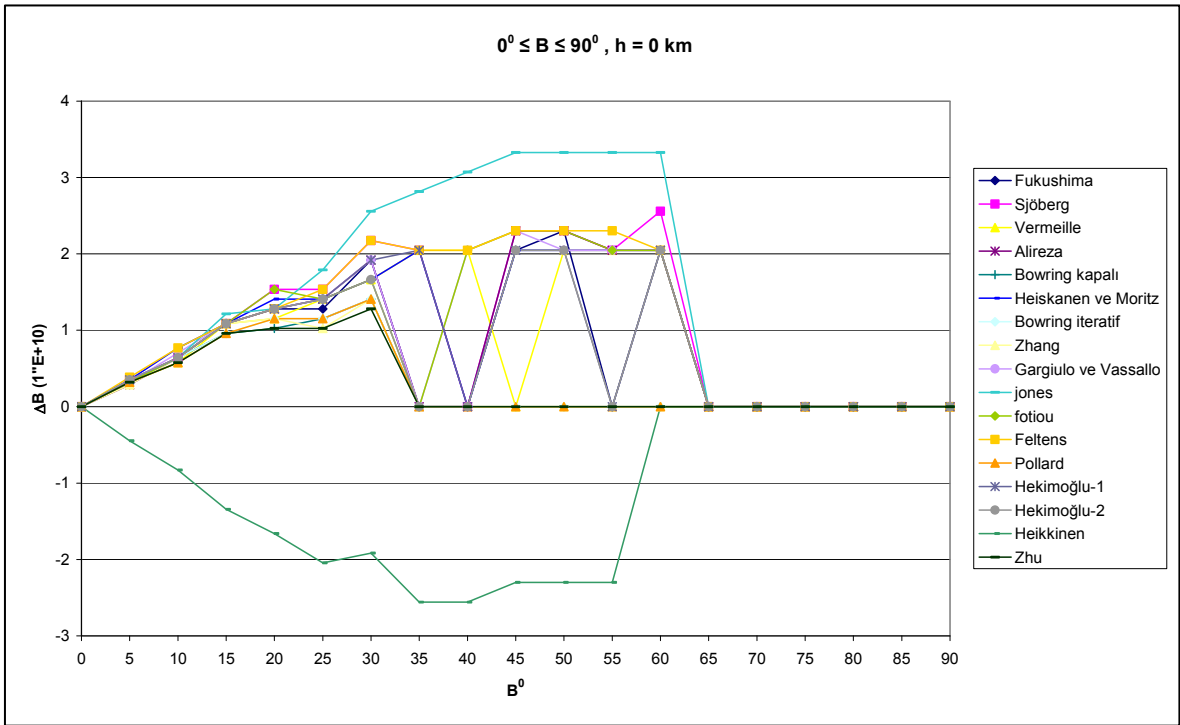
Şekil 9. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h = -1000$ km ($\Delta B < \pm 20''E+10$)

Şekil 9.'dan Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Heiskanen - Moritz, Bowring iteratif, Jones, Feltens, Pollard, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Heikkinen ve Zhu yöntemlerinin B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $20''E+10$ 'nin altında kaldığı görülmektedir. Burada Paul, Ozone, Vaniçek - Krakiwsky, Fotiou yöntemleri enlemin 0° olduğu durumda, Borkowski kapalı, Wu-Wang-Hu, Heikkinen yöntemleri enlemin 90° olduğu durumda, Clynch yöntemi ise enlemin 0° ve 90° olduğu durumda çözüm vermemektedir. Borkowski iteratif, Ozone, Borkowski kapalı, Zhang, Vaniçek - Krakiwsky, Lin - Wang, Clynch yöntemleri ise $20''E+10$ 'nin üstünde sonuç vermişlerdir.



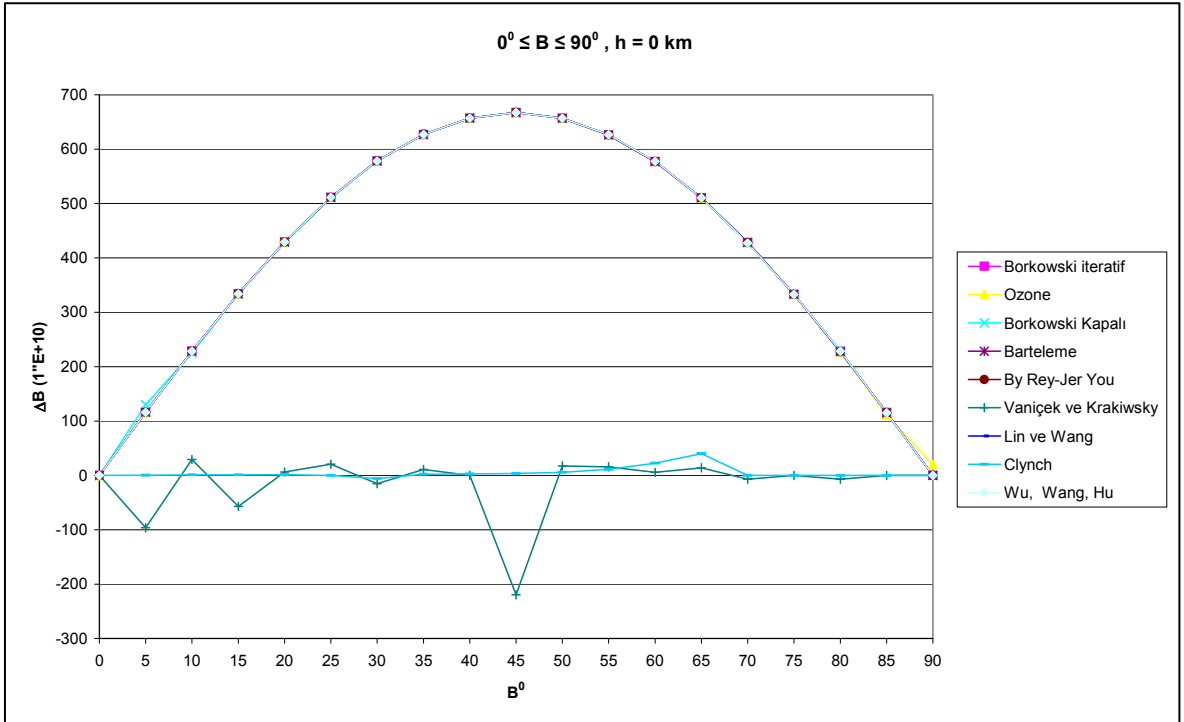
Şekil 10. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ, h = -1000 \text{ km} (\Delta B > \pm 20'' E + 10)$

Şekil 10.'dan Borkowski iteratif, Ozone, Borkowski kapalı, Zhang, Vaniçek - Krakiwsky, Lin - Wang, Clynch yöntemlerinin B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $800'' E + 10$ 'nin altında olduğu görülmektedir.



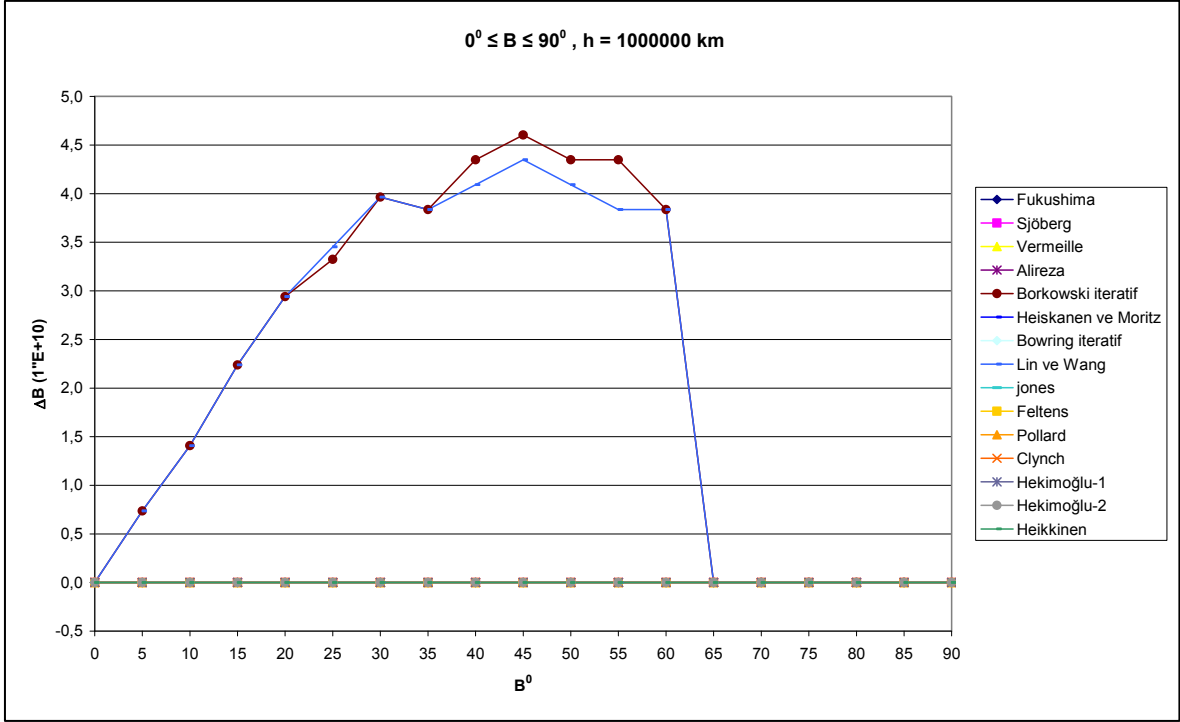
Şekil 11. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ, h = 0 \text{ km} (\Delta B < \pm 4'' E + 10)$

Şekil 11.'den Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Bowring iteratif, Zhang, Gargiulo - Vassallo, Jones, Fotiou, Feltens, Pollard, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Heikkinen ve Zhu yöntemlerinin B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $4''E+10$ 'nin altında olduğu görülmektedir. Burada Paul, Ozone, Fotiou yöntemleri enlemin 0° olduğu durumda, Borkowski kapalı ve Heikkinen yöntemlerinin enlemin 90° olduğu durumda, Vaniçek - Krakiwsky ve Clynch yöntemlerinin ise enlemin 0° ve 90° olduğu durumda çözüm vermemektedir. Borkowski iteratif, Ozone, Borkowski kapalı, Barteleme, By Rey-Jer You, Vaniçek - Krakiwsky, Lin - Wang, Clynch, Wu-Wang-Hu yöntemleri ise $4''E+10$ 'nin üzerinde sonuç vermektedirler.



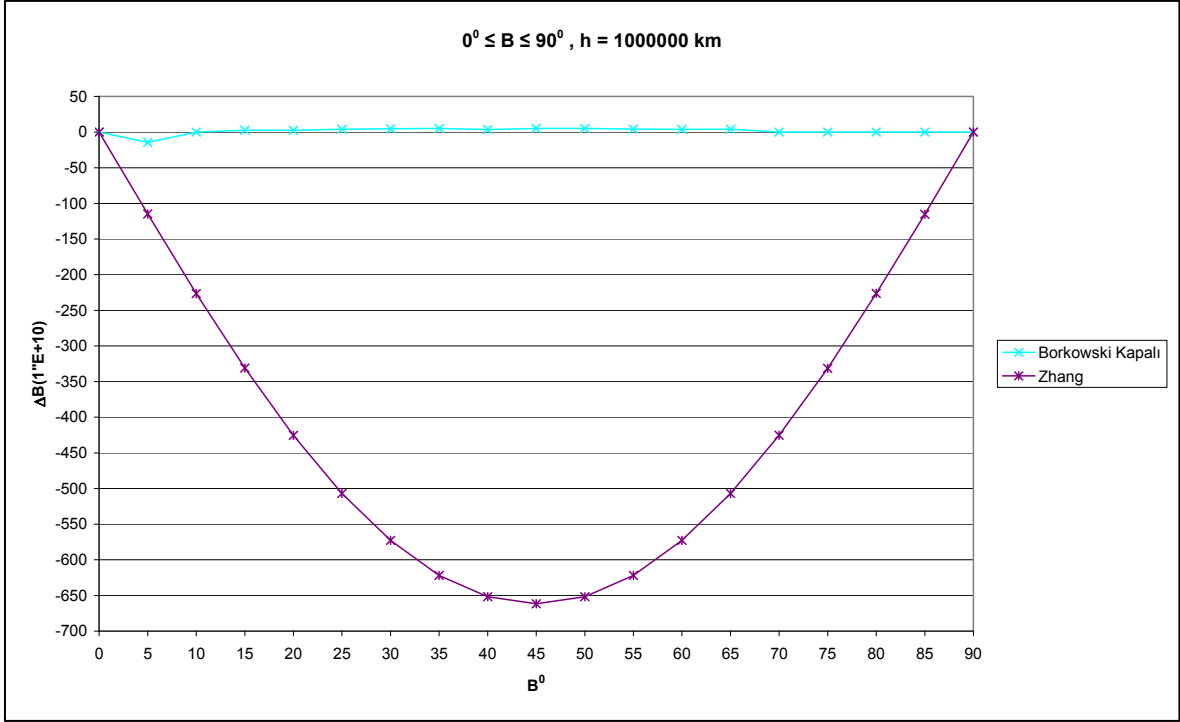
Şekil 12. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h=0$ km ($\Delta B > \pm 4''E+10$)

Şekil 12.'de Borkowski iteratif, Ozone, Borkowski kapalı, Barteleme, By Rey-Jer You, Vaniçek - Krakiwsky, Lin - Wang, Clynch, Wu-Wang-Hu yöntemlerinin B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $800''E+10$ 'nin altında kaldığı görülmektedir.



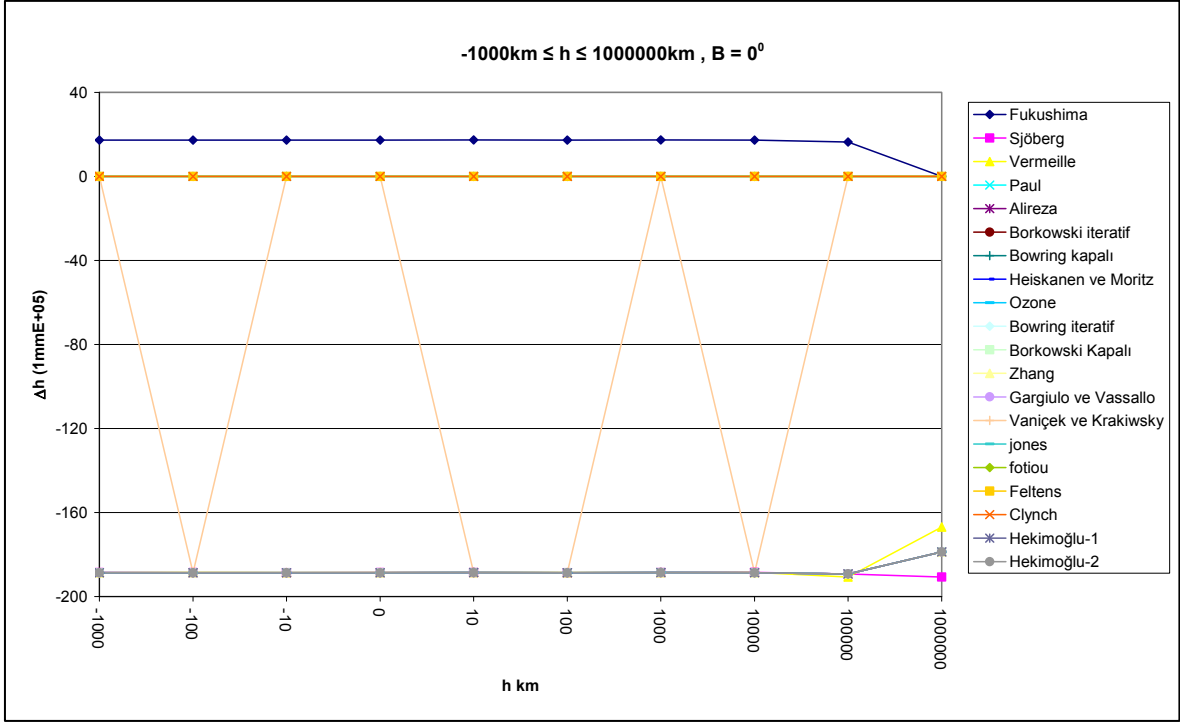
Şekil 13. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$, $h=1000000$ km ($\Delta B < \pm 5''E+10$)

Şekil 13.'de Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Heiskanen - Moritz, Boring iteratif, Lin - Wang, Jones, Feltens, Pollard, Clynch, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Heikkinen ve Zhu yöntemlerinin B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $5''E+10$ 'nin altında kaldığı görülmektedir. Burada Paul, Ozone, Vaniçek - Krakiwsky ve Clynch yöntemleri enlemin 0° olduğu durumda, Borkowski kapalı, Wu-Wang-Hu ve Heikkinen yöntemlerinin enlemin 90° olduğu durumda çözüm vermemektedir. Borkowski kapalı ve Zhang yöntemlerinin ise B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $5''E+10$ 'nin üzerinde kaldığı görülmektedir.



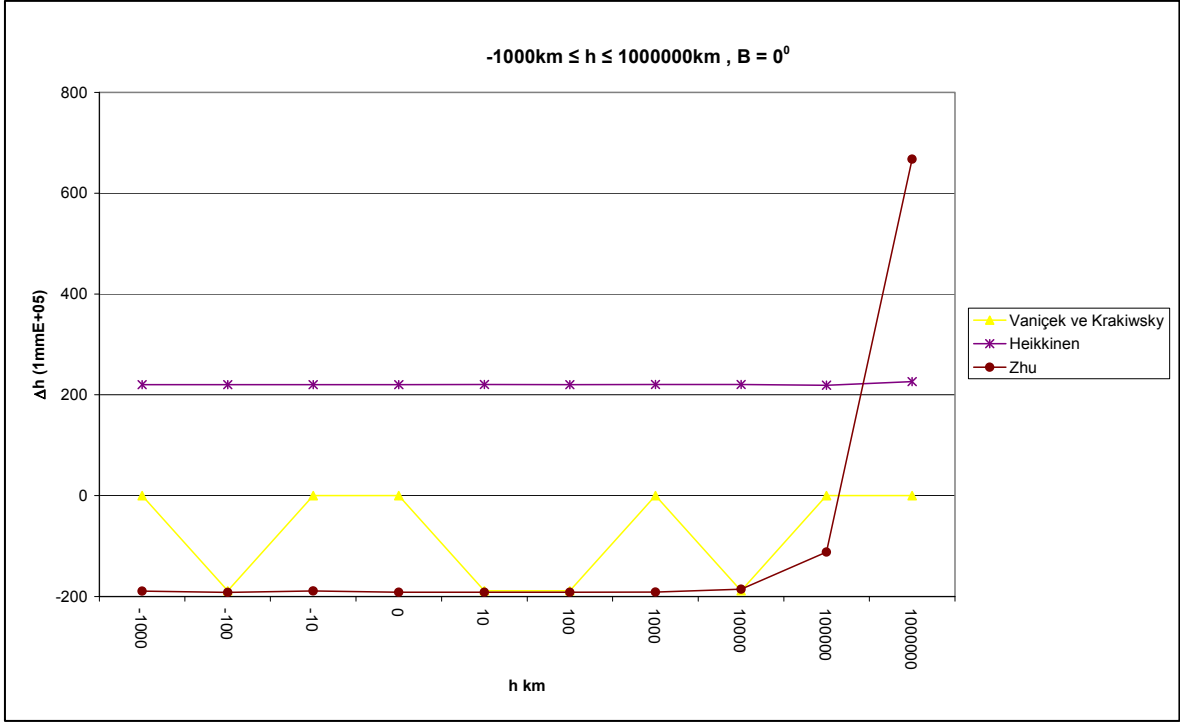
Şekil 14. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ, h=1000000 \text{ km}(\Delta B > \pm 5''E+10)$

Şekil 14. 'de Borkowski kapalı ve Zhang yöntemlerinin $700''E+10$ 'nin altında bir hassasiyete sahip oldukları, Paul, Bowring kapalı, Ozone, Barteleme, By Rey-Jer You, Gargiulo - Vassallo, Vaniçek - Krakiwsky, Fotiou ve Wu-Wang-Hu yöntemlerinin ise B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $700''E+10$ 'nin üzerinde olduğu görülmüştür.



Şekil 15. $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}, B = 0^\circ (\Delta h < \pm 200\text{mmE}+05)$

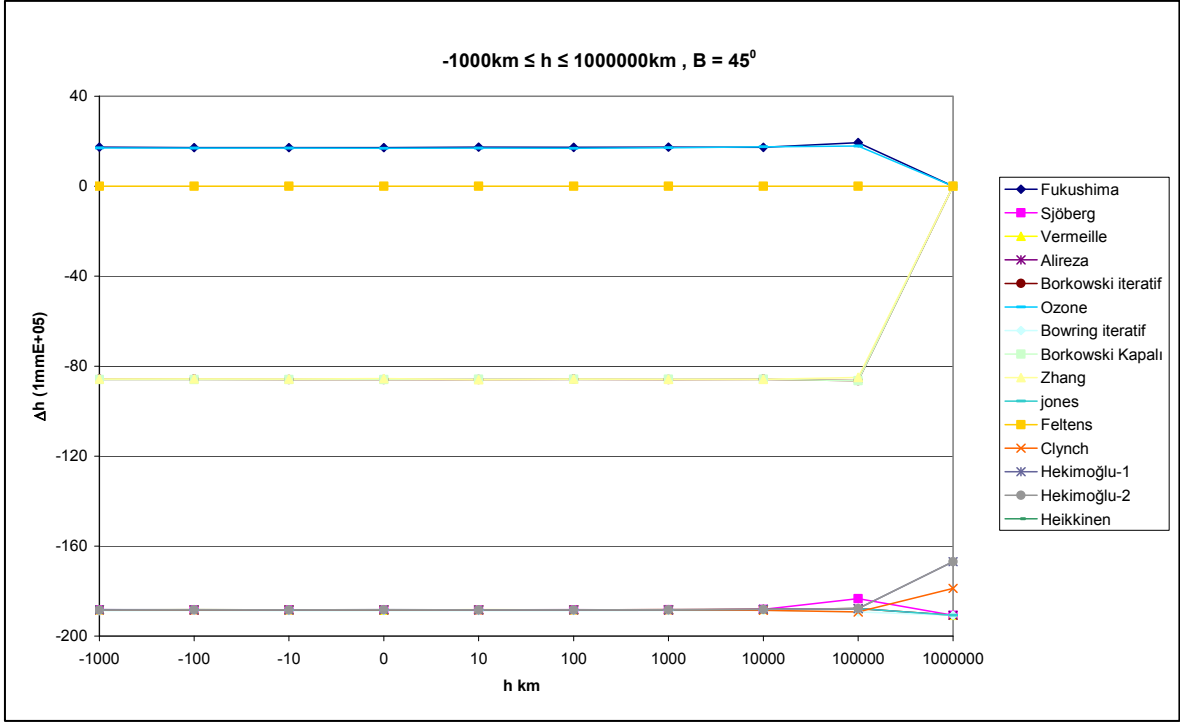
Şekil 15.'de Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Bowring iteratif, Borkowski kapalı, Zhang, Gargiulo - Vassallo, Jones, Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif yöntemleri h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $200\text{mmE}+05$ 'nin altında kaldığı görülmektedir. Paul, Ozone, Fotiuo ve Clynch yöntemleri hiçbir durumda sonuç vermezken, Vaniçek - Krakiwsky yöntemi; -1000, -10, 0, 1000, 10000, 100000 km yüksekliklerde sonuç vermemiştir. Vaniçek - Krakiwsky, Heikkinen ve Zhu yöntemlerinin ise h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $200\text{mmE}+05$ 'in üzerinde kaldığı görülmektedir.



Şekil 16. $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}, B = 0^\circ (\Delta h > \pm 200\text{mmE}+05)$

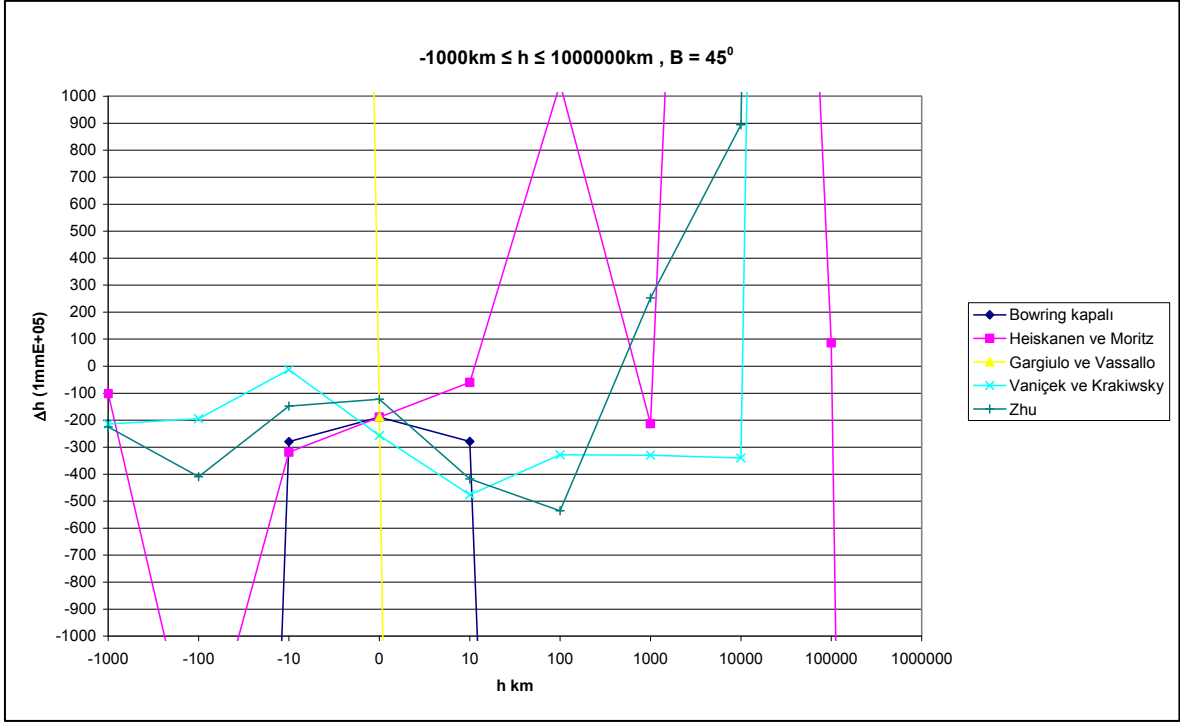
Şekil 16.'dan Vanıcek - Krakiwsky, Heikkinen ve Zhu yöntemlerinin h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $800\text{mmE}+05$ 'nin altında kaldığı görülmektedir.

Barteme, By Rey- Jer You ve Lin - Wang yöntemlerinin ise -1000, -100, -10 km yüksekliklerini ters işaretli olarak hesapladıklarından yükseklik farkları bu yöntemlerde kaba kalmaktadır.



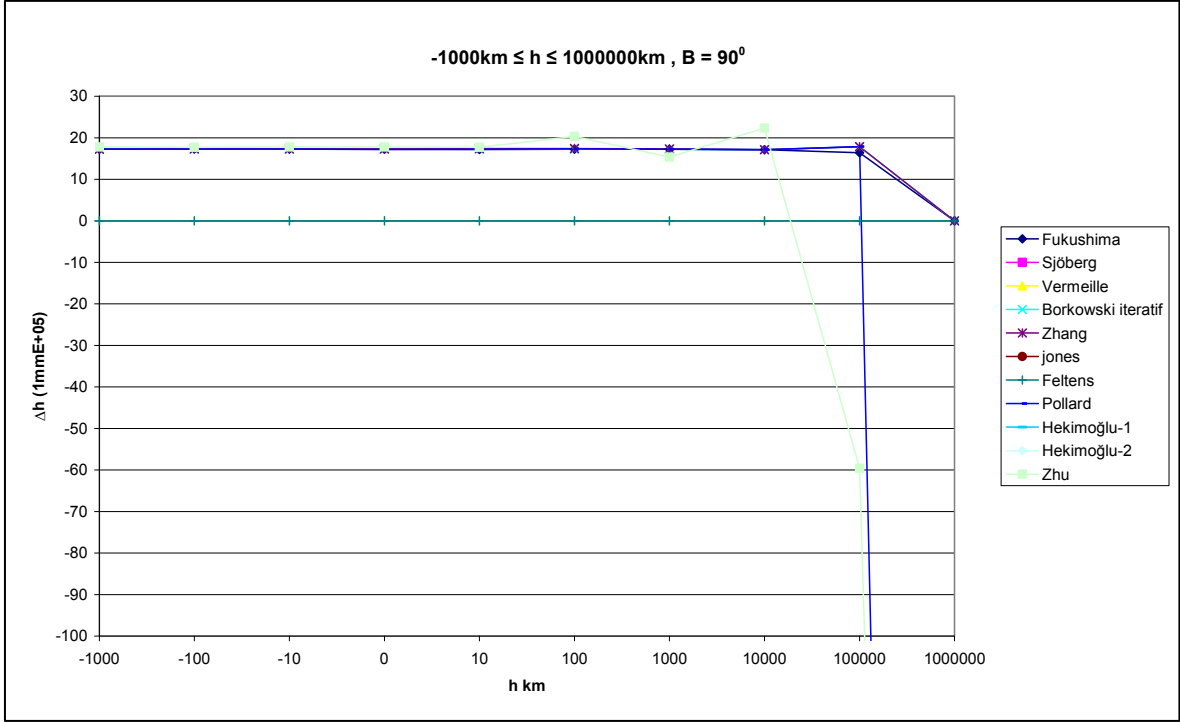
Şekil 17. $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}, B = 45^\circ (\Delta h < \pm 200\text{mmE}+05)$

Şekil 17.'de Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Ozone, Bowring iteratif, Borkowski kapalı, Zhang, Jones, Feltens, Clynch, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2iteratif, Heikkinen yöntemleri h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $200\text{mmE}+05$ 'nin altında kaldığı görülmektedir. Paul yöntemi 1000000 km hatalı sonuç vermiş, Barteleme, By Rey-Jer You ve Lin - Wang yöntemleri $-1000, -100, -10$ km yüksekliklerde sonuçları ters işaretli olarak hesaplamışlardır. Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Gagiulo ve Vassallo, Vaniçek - Krakiwsky ve Zhu yöntemlerinin ise h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $200\text{mmE}+05$ 'nin üzerinde kaldıkları görülmektedir.



Şekil 18. $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}, B = 45^\circ (\Delta h > \pm 200\text{mmE}+05)$

Şekil 18.'de Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Gargiulo ve Vassallo, Vaniçek - Krakiwsky ve Zhu yöntemleri ise h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $100000\text{mmE}+05$ 'nin üzerinde olduğu görülmektedir. Fotiou ve Wu-Wang-Hu yöntemleri ise metre mertebesinde hatalı sonuç vermektedirler.

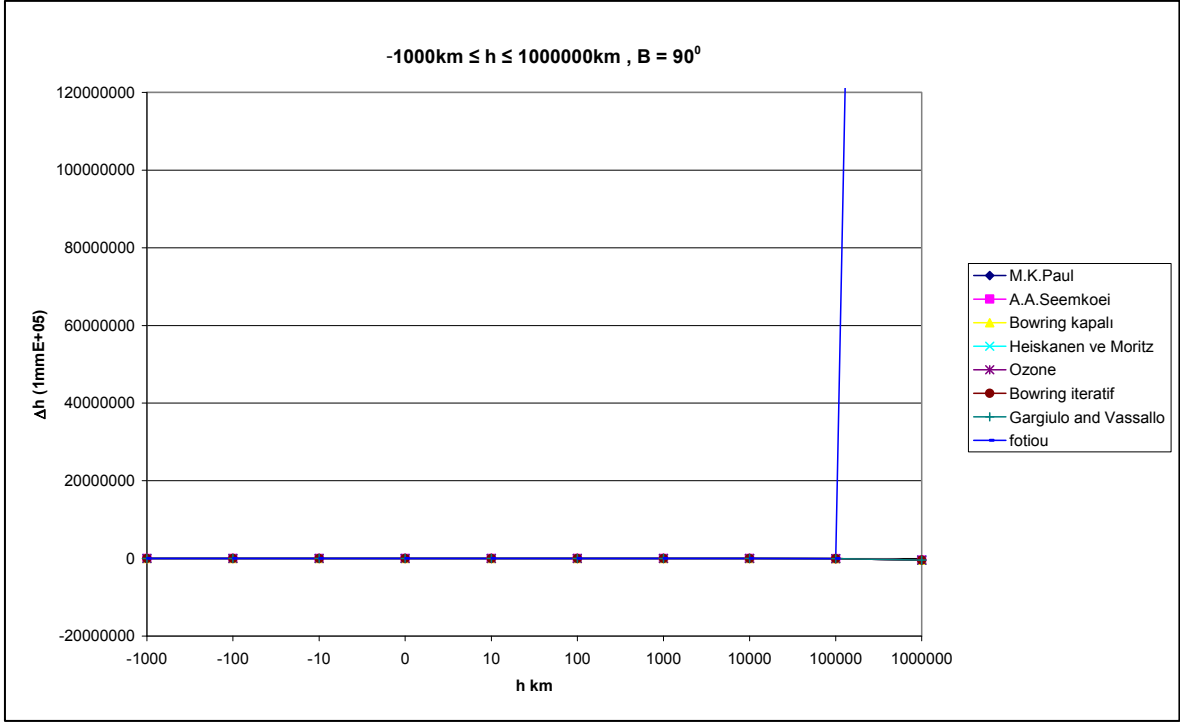


Şekil 19. $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}, B = 90^\circ (\Delta h < \pm 30\text{mmE}+05)$

Şekil 19.'da Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Borkowski iteratif, Zhang, Jones Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif yöntemleri h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $30\text{mmE}+05$ 'nin altında kaldığı görülmektedir. Burada Pollard ve Zhu yöntemleri sadece 1000000 km 'de hassasiyetleri azalmış, diğer yüksekliklerde yeterli hassasiyette sonuç vermişlerdir.

Clynch yöntemi $-1000, -100, -10, 0, 10, 100\text{ km}$ değerlerinde sonuç vermemektedir. Vanicek - Krakiwsky yöntemi ise $0, 10, 1000, 10000\text{ km}$ değerlerinde sonuç vermemiştir. Borkowski kapalı ve Heikkinen yöntemleri tüm durumlarda sonuç vermişlerdir. Wu-Wang-Hu yöntemi sadece -1000 ve 1000000 km yüksekliğinde sonuç vermemiştir. Diğer durumlarda h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $30\text{mmE}+05$ 'nin altında kaldığı görülmüştür.

Clynch yöntemi ise $-1000, -100, -10, 0, 10, 100, 1000\text{ km}$ değerlerinde sonuç vermemiş, diğer durumlarda h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının $200\text{mmE}+05$ 'nin altında sonuç vermiştir. Barteleme, By Rey-Jer You ve Lin - Wang yöntemleri $-1000, -100, -10$ değerlerinde sonuçları ters işaretli olarak hesaplamışlardır.



Şekil 20. $-1000km \leq h \leq 1000000km$, $B = 90^\circ$ ($\Delta h > \pm 30 + 05mm$)

Şekil 20.'de Paul, Seemoei, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Ozone, Bowring iteratif, Gargiulo - Vassallo, Fotiou yöntemlerinin verdiği sonuçların ise hatalı oldukları gözlenmiştir.

Boylamlar için ayrı bir grafik çizilmemiştir. Fakat Vermeille, Hekimoğlu 1.iteratif ve Hekimoğlu 2.iteratif yöntemleri $-180^\circ \leq L \leq 180^\circ$ aralığında doğru sonuçlar verdikleri gözlenmiştir.

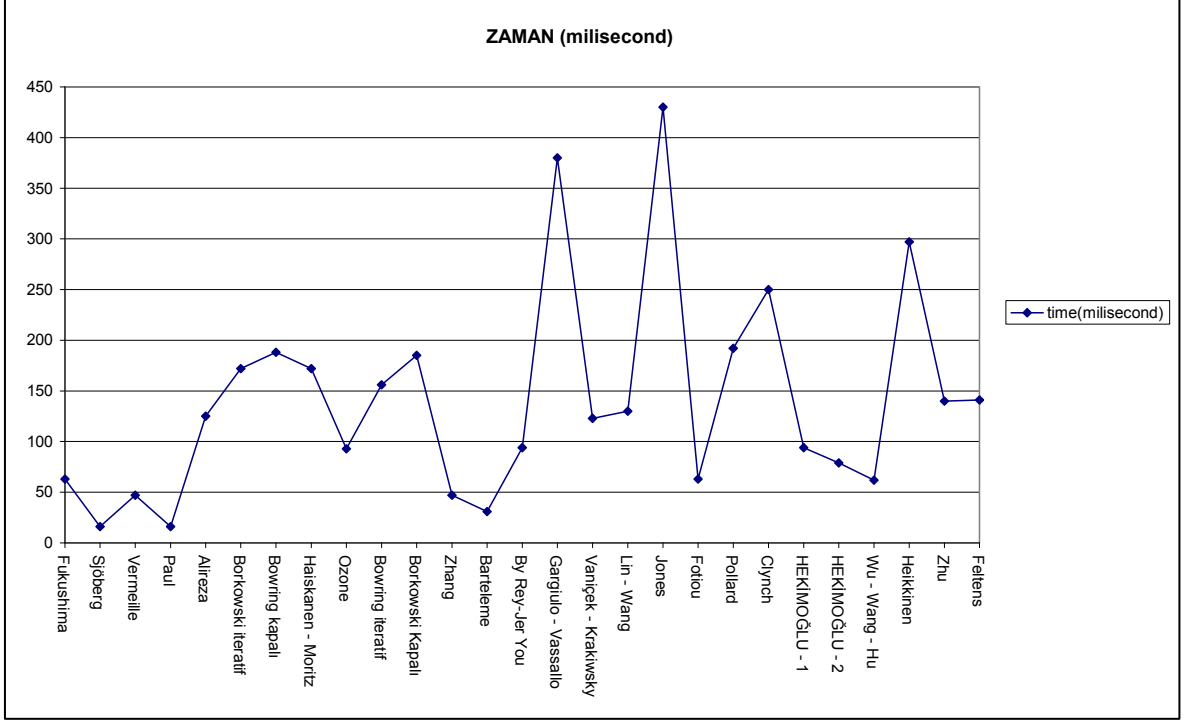
Fukushima, Sjöberg, Paul, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Ozone, Bowring iteratif, Borkowski kapalı, Zhang, Barteleme, By Rey-Jer You, Gargiulo - Vassallo, Vaniçek - Krakiwsky, Lin - Wang, Jones, Fotiou, Feltens, Pollard, Clynch, Wu-Wang-Hu, Heikkinen ve Zhu yöntemleri 0° ve negatif boylamlarda hatalı sonuç vermektedir.

Yukarıda 0° ve negatif boylamlarda hatalı hesaplayan tüm yöntemler 0° 'ye karşılık 360° , -20° 'ye karşılık olarak da -340° gibi sonuç vermektedirler.

Yöntemler arasında B enleminin dönüşüm hesabında kesin değerle olan farkın en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Vermeille, Seemkoei, Sjöberg, Bowring iteratif, Feltens, Pollard, Zhu, Hekimoğlu 1.iteratif ve Hekimoğlu 2.iteratif 'dir.

Yöntemler arasında h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Feltens ve Fukushima yöntemi ön plana çıkmaktadır. Bu iki yöntemden en hassas sonuç veren yöntem ise Feltens yöntemidir.

Şekil 9 ve Şekil 20 arasındaki grafiklerin çizimindeki sayısal değerlerden örnek olarak şekil 9 ve Şekil 10'a ait olan veriler Ek Tablo 1'de gösterilmiştir.



Şekil 21. Yöntemlerin İşlem Zamanı

Yöntemlerin nokta sayısının fazlaca hesaplandığı projeler düşünüldüğünde işlem zamanları önem arz etmektedir. Bir nokta için yapılan irdeleme şekil 21.'de gösterilmiştir ve Fukushima, Sjöberg, Paul, Barteleme, Vermeille, Wu-Wang-Hu, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Ozone yöntemleri ön plana çıkmaktadır. Bunlar arasında en kısa hesaplama süresine sahip Sjöberg ve Paul yöntemleridir.

Yöntemlerin algoritmaları programlama kolaylığı açısından irdelendiğinde, iteratif yöntemlerden; Alireza, Borkowski, Boring, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Fukushima yöntemleri, doğrudan yöntemlerden; Borkowski, Boring, Vermeille ve Sjöberg yöntemleri ön plana çıkmaktadırlar.

4.SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yöntemler enlem değişimi, yükseklik değişimi, programlama kolaylığı ve işlem zamanlarına göre irdelenmiştir. Yöntemleri test etmek için jeodezik çalışmalarda maksimum sınırlar olan $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve $-1000km \leq h \leq 10000km$ değerleri belirlenmiştir. Belirlenen bu değerler kullanılarak (B, L, h) değerlerinden jeodezik dik koordinatlar (x, y, z) hesaplanmıştır. Jeodezik dik koordinatlardan da her bir yöntemde elipsoid coğrafi koordinatlar hesaplanmaya çalışılmıştır. Çözümü gerçekleştiren yöntemlerin;

Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Borkowski İteratif, Zhang, By Rey- Jer You, Lin - Wang, Jones, Feltens, Pollard, Hekimoğlu 1.İteratif, Hekimoğlu 2.İteratif, Zhu, Alireza, Bowring Kapalı, Heiskanen ve Moritz, Bowring İteratif, Barteleme, Gargiulo - Vassallo olduğu gözlenmiştir.

Doğrudan çözüm gerçekleştiren yöntemler; Sjöberg, Vermeille, Zhang, By Rey- Jer You, Zhu, Bowring Kapalı, Heiskanen ve Moritz, Barteleme, Gargiulo – Vassallo,

İteratif çözüm gerçekleştiren yöntemler; Fukushima, Borkowski iteratif, Feltens, Pollard, Hekimoğlu1.İteratif, Hekimoğlu 2.İteratif yöntemleridir.

Enlemin $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve $h = -1000$ km olduğu durumda, B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Heiskanen – Moritz, Bowring iteratif, Jones, Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Heikkinen ve Zhu yöntemleridir. Burada Paul, Ozone, Vaniçek - Krakiwsky, Fotiou yöntemleri enlemin 0° olduğu durumda, Borkowski kapalı, Wu-Wang-Hu, Heikkinen yöntemleri enlemin 90° olduğu durumda, Clynch yöntemi ise enlemin 0° ve 90° olduğu durumda çözüm vermemektedir.

Enlemin $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve $h = 0$ km olduğu durumda, B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Bowring iteratif, Zhang, Gargiulo - Vassallo, Jones, Fotiou, Feltens, Pollard, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Heikkinen ve Zhu yöntemleridir. Paul, Ozone, Fotiou yöntemleri enlemin 0° olduğu durumda, Borkowski kapalı ve Heikkinen yöntemlerinin enlemin 90° olduğu durumda, Vaniçek - Krakiwsky ve Clynch yöntemlerinin ise enlemin 0° ve 90° olduğu durumda çözüm vermemektedir.

Enlemin $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve $h = 1000000$ km olduğu durumda, B enleminin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Heiskanen - Moritz, Bowring iteratif, Lin - Wang, Jones, Feltens, Pollard, Clynch, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Heikkinen ve Zhu yöntemleridir. Burada Paul, Ozone, Vaniçek - Krakiwsky ve Clynch yöntemleri enlemin 0° olduğu durumda, Borkowski kapalı, Wu-Wang-Hu ve Heikkinen yöntemlerinin enlemin 90° olduğu durumda çözüm vermemektedir.

Yüksekliğin $-1000km \leq h \leq 1000000km$ ve enlemin $B = 0^\circ$ olduğu durumda h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Bowring iteratif, Borkowski kapalı, Zhang, Gargiulo - Vassallo, Jones, Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif yöntemleridir. Paul, Ozone, Fotiuo ve Clynch yöntemleri hiçbir durumda sonuç vermezken, Vaniçek - Krakiwsky yöntemi; -1000, -10, 0, 1000, 10000, 100000 km yüksekliklerde sonuç vermemiştir. Barteme, By Rey- Jer You ve Lin - Wang yöntemlerinin ise -1000, -100, -10 km yüksekliklerini ters işaretli olarak hesapladıklarından yükseklik farkları bu yöntemlerde kaba kalmaktadır.

Yüksekliğin $-1000km \leq h \leq 1000000km$ ve enlemin $B = 45^\circ$ olduğu durumda h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Seemkoei, Borkowski iteratif, Ozone, Bowring iteratif, Borkowski kapalı, Zhang, Jones, Feltens, Clynch, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2iteratif, Heikkinen yöntemleridir. Paul yöntemi 1000000 km hatalı sonuç vermiş, Barteleme, By Rey-Jer You ve Lin - Wang yöntemleri -1000, -100, -10 km yüksekliklerde sonuçları ters işaretli olarak hesaplamışlardır.

Yüksekliğin $-1000km \leq h \leq 1000000km$ ve enlemin $B = 90^\circ$ olduğu durumda h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkının en küçük olduğu yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Borkowski iteratif, Zhang, Jones Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif yöntemleridir. Burada Pollard ve Zhu yöntemleri sadece 1000000 km 'de hassasiyetleri azalmış (0.0000001778826m farklı) diğer yüksekliklerde yeterli hassasiyette sonuç vermişlerdir. Clynch yöntemi $-1000km \leq h \leq 100$ km değerlerlerinde sonuç vermemektedir.

Vaniçek - Krakiwsky yöntemi ise 0, 10, 1000, 10000 km değerlerinde sonuç vermemiştir. Borkowski kapalı ve Heikkinen yöntemleri tüm durumlarda sonuç vermemişlerdir.

Wu-Wang-Hu yöntemi sadece -1000 ve 1000000 km yüksekliğinde sonuç vermemiştir. Clynch yöntemi ise -1000, -100, -10, 0, 10, 100, 1000 km değerlerinde sonuç vermemiştir. Paul, Seemoie, Bowring kapalı, Heiskanen - Moritz, Ozone, Bowring iteratif, Gargiulo - Vassallo, Fotiou yöntemlerinin verdiği sonuçların ise hatalı oldukları gözlenmiştir

Yukarıdaki irdelemelerden sonra enlemin hesaplanmasında yükseklik değişimden etkilenmeyip hassasiyetleriyle öne çıkan yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Heiskanen – Moritz, Bowring iteratif, Jones, Feltens, Pollard, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2. iteratif ve Zhu yöntemleridir.

Yüksekliğin hesaplanmasında enlem değişimden etkilenmeyip hassasiyetleriyle öne çıkan yöntemler; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Borkowski iteratif, Jones, Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif ve Zhu yöntemleridir. Burada Feltens yöntemi h yüksekliğinin dönüşüm hesabı sonucunda kesin değerle olan farkını tüm test değerlerinde “0” olarak vermiştir.

B ve h hesabında öne çıkan yöntemler ise; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Jones, Feltens, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif yöntemleridir.

İrdemeye alınan yöntemler arasında hızlı işlem zamanına sahip olan yöntemler ise; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Paul, Ozone, Barteleme, By Rey – Jer You, Fotiou, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif ve Wu – Wang – Hu yöntemleri ön plana çıkmaktadırlar.

Yöntemlerin algoritmaları programlama kolaylığı açısından irdelendiğinde, iteratif yöntemlerden; Alireza, Borkowski, Bowring, Hekimoğlu 1.iteratif, Hekimoğlu 2.iteratif, Fukushima yöntemleri, doğrudan yöntemlerden; Borkowski, Bowring, Pollard, Vermeille ve Sjöberg yöntemleri ön plana çıkmaktadırlar.

Özetle;

- Enlemin hesaplanmasında en hassas sonuç veren yöntem, Pollard
- Yüksekliğin hesaplanmasında en hassas sonuç veren yöntem, Feltens
- En kısa işlem zamanına sahip olan yöntemler Paul ve Sjöberg (16 milisaniye)
- Algoritmaların programlama kolaylığı açısından Pollard ve Sjöberg yöntemleri ön plana çıkmaktadır.

Sonuç olarak (x, y, z) koordinatlarından ters dönüşümle ilk değerlerin (B, h) tekrar hesaplanarak farkların karşılaştırılmasında hassas, işlem zamanı kısa ve algoritmasının programlama kolaylığı kriterleri bir arada düşünüldüğünde Pollard yönteminin kullanılması tavsiye edilmektedir.

5. KAYNAKLAR

- Akpınar, A., S., 2008, KTÜ Mühendislik Fakültesi Fakülte Ders Notları Serisi, Trabzon.
- Borkowski, K., M., 1987. Transformation of Geocentric to Geodetic Coordinates Without Approximations, *Astrophysics and Space Science*, 139, 1-4.
- Borkowski, K., M., 1989. Accurate Algorithms to Transform Geocentric to Geodetic Coordinates, *Bulletin Géodésique*, 63, 50-56.
- Burtch, R., 2006. A Comparison of Methods Used in Rectangular to Geodetic Coordinate Transformation, ACSM Annual Conference and Technology Exhibition, Orlando.
- Çelik, R., N., 2000. GPS ve Ülke Nirengi Ağı, HKMO Dergisi İstanbul Şube Bülteni, Temmuz, 12-12.
- Demir, C., 1999. Türkiye Ulusal Düşey Kontrol (Nivelman) Ağı-1999 (TUDKA-99), Harita Genel Komutanlığı, Jeodezi Dairesi Başkanlığı, Teknik Rapor No:Jeofniv-02.
- Feltens, J., 2008. Vector Methods to Compute Azimuth, Elevation, Elipsoidal Normal and the Cartesian (x, y, z) to Geodetic (ϕ, λ, h) Transformation, *Journal of Geodesy*, 82, 493-504.
- Fok, H., S. ve Iz, H., B., 2003. A comparative analysis of the performance of iterative and non-iterative solutions to the Cartesian to geodetic coordinate transformation, *Journal of Geospatial Engineering* 5, 61-74.
- Fotiou, A., 1998. A pair of closed expressions to transform geocentric to geodetic coordinates, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 123, 133-135.
- Fukushima, T., 1999. Fast Transform from Geocentric to Geodetic Coordinates, *Journal of Geodesy*, 73, 603-610.
- Fukushima, T., 2006. Transformation from Cartesian to Geodetic Coordinates Accelerated by Halley's Method, *Journal of Geodesy*, 76, 36-40.
- Gargiulo, R. ve Vassallo, A., 1998, The Spatial Solution of the First Fundamental Geodetic Problem, *Survey Review*, 34, 405-412.
- Hekimoğlu, Ş., 1993, Jeodezik Dik Koordinatlardan Eğri Koordinatlara Dönüşüm, *Harita Dergisi*, 111, 1-22.
- Jones, G., C., 2002. New Solutions for the Geodetic Coordinates Transformation, *Journal of Geodesy*, 76, 437-446.
- Kahveci, M. ve Yıldız, F., 2001, "Global Konum Belirleme Teknikleri", Nobel Yayın Evi, Ankara, 184 s.

- Lin, K.,C. ve Wang, J., 1995. Transformation from Geocentric to Geodetic Coordinates using Newton's Iteration, Bulletin Géodésique, 69, 300-303.
- Özbenli, E., 2001. Jeodezi I - Elipsoid, Elipsoid Yerine Kullanılacak Küreler ve Küre Üzerinde Jeodezik Hesaplar, II. Baskı, KTÜ Mühendislik Mimarlık Fakültesi genel yayın no:154, Trabzon, 520 s.
- Paul, M., K., 1973. A note on computation of geodetic coordinates from geocentric (Cartesian) coordinates, Bulletin Géodésique, 108, 135-139.
- Pollard, J., 2002. Iterative Vector Methods for Computing Geodetic Latitude and Height from Rectangular Coordinates, Journal of Geodesy, 76, 36-40.
- Rey, B., ve You, J., 2000. Transform of cartesian to geodetic Coordinates Without Iterations, Journal of surveying Engineering, 126, 1, 1-7.
- Seemkooei, A., A., 2002. Comparison of Different Algorithms to Transform Geocentric to Geodetic Coordinates, Survey Review, 36, 286, 627-633.
- Sjöberg, L., E., 2008. A Strict Transformation from Cartesian to Geodetic Coordinates, Survey Review, 40, 156-163.
- Spigel, M.R, Mathematical Handbook, 32, Mcgraw-Hill Book Company, 1968.
- Vanicek, P. ve Krakiwsky, E., 1982. Geodesy: The Concepts, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, Holland 665 s.
- Vermeille, H., 2002. Direct Transformation from Geocentric Coordinates to Geodetic Coordinates, Journal of Geodesy, 76, 451-454.
- Vermeille, H., 2004. Computing Geodetic Coordinates from Geocentric Coordinates, Journal of Geodesy, 78, 94-95.
- Wu, W., Wang, H. ve Hu, X., 2003. Algorithm of Earth-Centred Earth-Fixed Coordinates to Geodetic Coordinates, Aerospace & Electronic Systems Society, 39, 4, 1457-1461.
- Yıldırım, F. ve Kaya, A., 204, Jeosantrik Dik Koordinatlardan Elipsoid Coğrafi Koordinatlarının Hesabı İçin Farklı Yöntemlerin Karşılaştırılması, TUJK 2004 Yılı Bilimsel Toplantısı, Mühendislik Ölçmelerinde Jeodezik Ağlar, ZKÜ, Zonguldak.
- Zhang, C-D, Hsu, H.T, Wu, X.P, Li, S.S, Wang, Q.B, Chai, H.Z. ve Du, L., 2005. An Alternative Algebraic Algorithm to Transform Cartesian to Geodetic Coordinates, Journal of Geodesy, 79, 413-420.
- Zhu, J., 1994. Conversion of Earth-Centered Earth-Fixed Coordinates to Geodetic Coordinates, Aerospace & Electronic Systems Society, 30, 3, 957-961.

URL-1, http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/clynch_pdfs/coordcvt.pdf 10 Şubat 2009.

6. EKLER

Ek 1. Üçüncü Derece Denklem Çözümü

Üçüncü derece denklem çözümü aşağıdaki gibidir (Spiegel, 1968).

$$x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0 \quad (\text{E.1.1})$$

$$Q = \frac{3a_2 - a_1^2}{9}, \quad R = \frac{9a_1a_2 - 27a_3 - 2a_1^3}{54} \quad (\text{E.1.2})$$

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}}, \quad T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}} \quad (\text{E.1.3})$$

Denklemin kökleri

$$x_1 = S + T - \frac{1}{3}a_1 \quad (\text{E.1.4})$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S - T) \quad (\text{E.1.5})$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{1}{3}a_1 - \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S - T) \quad (\text{E.1.6})$$

Diskriminant

$D = Q^3 + R^2 > 0$ ise bir reel iki kompleks kök vardır.

$D = Q^3 + R^2 = 0$ ise en az iki kök birbirine eşit ve tüm kökler reel sayıdır.

$D = Q^3 + R^2 < 0$ ise tüm kökler birbirinden farklı reel sayıdır.

eğer $D < 0$ ise

$$\begin{aligned}x_1 &= 2\sqrt{-Q} \cos\left(\frac{1}{3}\theta\right) - \frac{1}{3}a_1 \\x_2 &= 2\sqrt{-Q} \cos\left(\frac{1}{3}\theta + 120^\circ\right) - \frac{1}{3}a_1, \quad \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{-Q}^3} \\x_3 &= 2\sqrt{-Q} \cos\left(\frac{1}{3}\theta + 240^\circ\right) - \frac{1}{3}a_1\end{aligned}\tag{E.1.7}$$

Ek 1.'in Devamı

Denklemin kökleri x_1, x_2, x_3 ise
kökler toplamı,

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a_1 \quad (\text{E.1.8})$$

ikişerli kökler çarpımı,

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = a_2 \quad (\text{E.1.9})$$

kökler çarpımı,

$$x_1x_2x_3 = -a_3 \text{ dir.} \quad (\text{E.1.10})$$

Ek 2. Dördüncü Derece Denklem Çözümü

$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ Denkleminin çözümü,

kübik eşitliğin bir reel kökü y_1 olur,

$$y^3 - a_2y^2 + (a_1a_3 - 4a_4)y + (4a_2a_4 - a_3^2 - a_1^2a_4) = 0 \text{ olur.}$$

$$z^2 + \frac{1}{2} \left\{ a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2 + 4y_1} \right\} z + \frac{1}{2} \left\{ y_1 \pm \sqrt{y_1^2 - 4a_4} \right\} = 0 \quad (\text{E.2.1})$$

denkleminin dört kökü vardır.

$$y^3 - a_2y^2 + (a_1a_3 - 4a_4)y + (4a_2a_4 - a_3^2 - a_1^2a_4) = 0 \quad (\text{E.2.2})$$

Denklemindeki tüm kökler reel ise ikinci derece denklemin tüm reel katsayıları hesaplanarak çözüm basitleştirilebilir.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -a_1 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1 + x_1x_3 + x_2x_4 = a_2 \\ x_1x_2x_3 + x_2x_3x_4 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 = -a_3 \\ x_1x_2x_3x_4 = a_4 \end{cases} \quad (\text{E.2.3})$$

Buradan dört kök elde edilir (Spiegel, 1968).

Ek 3. Newton-Raphson Yöntemi

x_0 Yaklaşık bir kökü, h ise yaklaşımdan dolayı ortaya çıkan hatayı gösterebilir. Bu takdirde kökün düzeltilmiş değeri $x_1 = x_0 + h$ olur. Bu x_1 'in $f(x)$ fonksiyonunun kökü olduğu kabul edilirse $f(x)$ olmalıdır. Yani $f(x_0 + h) = 0$ olmalıdır $f(x_0 + h) = 0$ 'ı Taylor serisine açacak olursak

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots \quad (\text{E.3.1})$$

h yeteri kadar küçükse (genellikle 1 den küçük bir sayı) bu açılımın ilk iki terimini almak, diğer terimlerini terk etmekle fazla bir hata yapılmış olmaz. O halde,

$$f(x_1) = f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0) \quad (\text{E.3.2})$$

x_1 , $f(x)$ 'in bir kökü olduğundan

$$f(x_0) + hf'(x_0) = 0 \quad (\text{E.3.3})$$

veya

$$h = x_1 - x_0 \cong -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (\text{E.3.4})$$

olur. Buradan yeni kök

$$x_1 = x_0 + h = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (\text{E.3.5})$$

Eğer hesaplanan her h hatasının mutlak değeri verilen bir ε değerinden küçük değilse x_1 değeri yaklaşık kök olarak kabul edilip x_2 gibi yeni bir kök hesaplanır. İşlemler

$$x_2 = x_1 + \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad (\text{E.3.6})$$

$$x_3 = x_2 + \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \quad (\text{E.3.7})$$

·
·
·

$$x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (\text{E.3.8})$$

şeklinde ardışık bir halde yapılır. Her adımda $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ kontrolü yapılır. Eğer bu koşul sağlanıyorsa iterasyona son verilir (Akpınar, 2008).

Ek tablo 1. Kesin enlem değerinden yöntemlerin hesapladığı enlem değerlerinin farkları.

			1	2	3	4	5
h(km)	L	B	Fukushima	Sjöberg	Vermeille	Paul	Alireza
-1000	39	0	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	#DEĞER!	0.000000000000
-1000	39	5	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000000000115	0.000000000000
-1000	39	10	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000000000026	0.000000000000
-1000	39	15	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000008	0.000000000000
-1000	39	20	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000000000002	0.000000000000
-1000	39	25	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	30	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	35	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000001	0.000000000000
-1000	39	40	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	45	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	50	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	55	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	60	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	65	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	70	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	75	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	80	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	85	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	90	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000

			6	7	8	9	10
h(km)	L	B	Borkowski iteratif	Bowring kapalı	Heiskanen ve Moritz	Ozone	Bowring iteratif
-1000	39	0	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	#DEĞER!	0.000000000000
-1000	39	5	0.000000000004	-0.000000000710	0.000000000000	0.000000000004	0.000000000000
-1000	39	10	0.000000000008	-0.000000005429	0.000000000000	0.000000000008	0.000000000000
-1000	39	15	0.000000000011	-0.000000016962	0.000000000000	0.000000000011	0.000000000000
-1000	39	20	0.000000000014	-0.000000036041	0.000000000000	0.000000000014	0.000000000000
-1000	39	25	0.000000000017	-0.000000061008	0.000000000000	0.000000000017	0.000000000000
-1000	39	30	0.000000000019	-0.000000088156	0.000000000001	0.000000000019	0.000000000000
-1000	39	35	0.000000000021	-0.000000112630	0.000000000000	0.000000000021	0.000000000000
-1000	39	40	0.000000000022	-0.000000129655	0.000000000000	0.000000000022	0.000000000000
-1000	39	45	0.000000000022	-0.000000135761	0.000000000000	0.000000000022	0.000000000000
-1000	39	50	0.000000000022	-0.000000129678	0.000000000000	0.000000000022	0.000000000000
-1000	39	55	0.000000000021	-0.000000112670	0.000000000000	0.000000000021	0.000000000000
-1000	39	60	0.000000000019	-0.000000088202	0.000000000000	0.000000000019	0.000000000000
-1000	39	65	0.000000000017	-0.000000061049	0.000000000000	0.000000000017	0.000000000000
-1000	39	70	0.000000000014	-0.000000036070	0.000000000000	0.000000000014	0.000000000000
-1000	39	75	0.000000000011	-0.000000016978	0.000000000000	0.000000000011	0.000000000000
-1000	39	80	0.000000000007	-0.000000005434	0.000000000000	0.000000000007	0.000000000000
-1000	39	85	0.000000000004	-0.000000000711	0.000000000000	0.000000000004	0.000000000000
-1000	39	90	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000

			11	12	13	14	15
h(km)	L	B	Borkowski Kapah	Zhang	Barteleme	By Rey-Jer You	Gargiulo ve Vassallo
-1000	39	0	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	5	0.000000000004	0.000000000001	-0.000000000707	-0.000000000526	0.000000391916
-1000	39	10	0.000000000007	0.000000000001	-0.000000005421	-0.000000004130	0.000000737399
-1000	39	15	0.000000000011	0.000000000002	-0.000000016951	-0.000000013406	0.000000998049
-1000	39	20	0.000000000014	0.000000000002	-0.000000036027	-0.000000030046	0.000001149839
-1000	39	25	0.000000000017	0.000000000003	-0.000000060991	-0.000000054545	0.000001186461
-1000	39	30	0.000000000019	0.000000000003	-0.000000088137	-0.000000086071	0.000001119085
-1000	39	35	0.000000000021	0.000000000003	-0.000000112609	-0.000000122514	0.000000972749
-1000	39	40	0.000000000022	0.000000000003	-0.000000129633	-0.000000160708	0.000000780358
-1000	39	45	0.000000000022	0.000000000003	-0.000000135739	-0.000000196790	0.000000575769
-1000	39	50	0.000000000022	0.000000000003	-0.000000129657	-0.000000226657	0.000000387536
-1000	39	55	0.000000000021	0.000000000003	-0.000000112649	-0.000000246461	0.000000234645
-1000	39	60	0.000000000019	0.000000000003	-0.000000088183	-0.000000253068	0.000000124974
-1000	39	65	0.000000000017	0.000000000003	-0.000000061033	-0.000000244452	0.000000056464
-1000	39	70	0.000000000014	0.000000000002	-0.000000036056	-0.000000219960	0.000000020336
-1000	39	75	0.000000000011	0.000000000002	-0.000000016967	-0.000000180419	0.000000005190
-1000	39	80	0.000000000007	0.000000000001	-0.000000005427	-0.000000128094	0.000000000720
-1000	39	85	0.000000000004	0.000000000001	-0.000000000707	-0.000000066487	0.000000000023
-1000	39	90	#DEĞER!	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000

			16	17	18	19	20	21
h(km)	L	B	Vanıcek ve Krakiwsky	Lin ve Wang	jones	fotiou	Feltens	Pollard
-1000	39	0	#DEĞER!	0.000000000000	0.000000000000	#DEĞER!	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	5	-0.000000000001	0.000000000004	0.000000000000	0.000161485954	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	10	0.000000000000	0.000000000008	0.000000000000	0.000317654010	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	15	0.000000000001	0.000000000011	0.000000000000	0.000463398222	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	20	0.000000000000	0.000000000014	0.000000000000	0.000594023831	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	25	-0.000000000001	0.000000000017	0.000000000000	0.000705422250	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	30	0.000000000001	0.000000000019	0.000000000000	0.000794212537	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	35	0.000000000001	0.000000000021	0.000000000000	0.000857843094	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	40	0.000000000001	0.000000000022	0.000000000000	0.000894650786	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	45	-0.000000000003	0.000000000022	0.000000000000	0.000903878103	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	50	-0.000000000001	0.000000000022	0.000000000000	0.000885652079	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	55	-0.000000000002	0.000000000021	0.000000000000	0.000840931077	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	60	0.000000000000	0.000000000019	0.000000000000	0.000771427084	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	65	0.000000000000	0.000000000017	0.000000000000	0.000679511652	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	70	0.000000000000	0.000000000014	0.000000000000	0.000568113300	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	75	0.000000000000	0.000000000011	0.000000000000	0.000440612940	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	80	0.000000000000	0.000000000007	0.000000000000	0.000300742187	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	85	0.000000000000	0.000000000004	0.000000000000	0.000152487373	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	90	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000

			22	23	24	25	26	27
h(km)	L	B	Clync	hekimoğlu-1	hekimoğlu-2	Wu, Wang, Hu	Heikkinen	Zhu
-1000	39	0	#DEĞER!	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	5	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000000045164	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	10	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000000351049	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	15	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000001128659	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	20	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000002497346	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	25	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000004457346	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	30	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000006881405	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	35	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000009527414	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	40	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000012070943	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	45	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000014153639	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	50	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000015441077	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	55	0.000000000001	0.000000000000	0.000000000000	-0.000015682041	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	60	0.000000000002	0.000000000000	0.000000000000	-0.000014760727	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	65	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000012733932	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	70	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000009846972	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	75	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000006524605	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	80	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000003336318	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	85	0.000000000000	0.000000000000	0.000000000000	-0.000000938616	0.000000000000	0.000000000000
-1000	39	90	#DEĞER!	0.000000000000	0.000000000000	#DEĞER!	#DEĞER!	0.000000000000

ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında Sivas'ta doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Sivas'ta tamamladı.1999 yılında yüksek öğrenimine başladığı Muğla Üniversitesi Harita Kadastro Programından Harita Teknikeri olarak mezun oldu. 2002 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğine girdi; 2007 yılında lisans öğrenimini tamamladı. Orta derecede İngilizce bilmektedir.