

**FAYDASI BELİRLİ ÖZEL EMEKLİLİK SİSTEMLERİ VE  
OPTİMAL DAĞITIM PERİYODU MODELLEMESİ**

**DEFINED BENEFIT PRIVATE PENSION SYSTEMS AND  
OPTIMAL SPREADING PERIOD MODELLING**

**BURCU CEREN ÇAKIROĞLU**

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin  
AKTÜERYA BİLİMLERİ Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

Olarak Hazırlanmıştır.

2006

***kardeşime & anneme & babama***

# FAYDASI BELİRLİ ÖZEL EMEKLİLİK SİSTEMLERİ VE OPTİMAL DAĞITIM PERİYODU MODELLEMESİ

**B.Ceren Çakıroğlu**

## ÖZ

Bu çalışmanın amacı, yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız rasgele değişkenler ve MA(1) biçiminde modellenmesi durumunda faydası belirli özel emeklilik planları için aktüerin kontrolündeki parametrelerden biri olan optimal dağıtım periyodunun bulunmasıdır.

Bu çalışmada öncelikle Avrupa Birliği'ne üye ve Avrupa Birliği'yle ilişkili ölkelerdeki emeklilik sistemine ilişkin bilgi verilmiş, bu sistemin alt kolu olan faydası belirli tamamlayıcı özel emeklilik planlarında uygulanan aktüeryal çalışmalar incelenmiştir. Daha sonra yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız rasgele değişkenler ve MA(1) biçiminde modellenmesi durumunda faydası belirli özel emeklilik planı için, katkı ve fon seviyelerindeki değişkenliği azaltacak şekilde artığın ya da açığın dağıtılabileceği optimal bir dağıtım periyodu incelenmiştir. Söz konusu inceleme yapılırken bireysel aktüeryal masraf yöntemleri ele alınmış, toplamsal aktüeryal masraf yöntemleri üzerinde durulmamıştır ve en son olarak, elde edilen sonuçlar, yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız rasgele değişkenler ve MA(1) biçiminde modellendiği durumlar için karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Emeklilik sistemi, faydası belirli özel emeklilik planları, bireysel aktüeryal masraf yöntemleri, MA(1) modeli, optimal dağıtım periyodu, katkı ve fon seviyelerinin değişkenliği

Danışman: Doç. Dr. Turhan MENTEŞ, Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakóltesi, İstatistik Bölümü

# DEFINED BENEFIT PRIVATE PENSION SYSTEMS AND OPTIMAL SPREADING PERIOD MODELLING

**B.Ceren Çakıroğlu**

## ABSTRACT

The aim of this study is choosing the optimal spreading period that is controlled by actuary for a private pension scheme (defined benefit) in the cases the rates of investment returns are modelled in independent identically distributed random variables and MA(1) forms.

In this study, general issues on pension systems in the member states of the European Union (EU) and associated countries, and actuarial involvement in defined benefit private pension schemes, that is subsystem of pension system, have been introduced first. For a defined benefit private pension scheme, choosing the priod for spreading surpluses and deficiencies in order to reduce the variability of both contributions and fund levels in the cases the rates of investment returns are modelled in independent identically distributed random variables and MA(1) forms, have been examined afterwards. During this examination, individual actuarial cost methods have been studied. Aggregate actuarial cost methods, on the other hand, have not been taken into account. The result are compared with those obtained when the investment returns are modelled in independent identically distributed random variables and MA(1) forms.

**Keywords:** Pension system, defined benefit private pension schemes, individual actuarial cost methods, MA(1) model, optimal spreading period, variability of contributions and fund levels

Supervisor: Doç.Dr. Turhan MENTEŞ, Hacettepe University, Faculty of Science, Department of Statitics.

## TEŞEKKÜR

Master eğitim s¼recindeki t¼m alıŐmalarımda olduğu gibi, bu çalıŐmamda da t¼m y¼ređiyle bana destek olan, bilgi ve tecr¼belerini aktaran, değerli katkı ve eleŐtirileriyle y¼n veren hocam Doç Dr. Meral SUCU'ya;

Tezin anlatım dilinin d¼zeltilmesinde yardımcı olan Yrd. Doç. Dr. İlknur ÖZMEN'e;

Bug¼nlere gelmemde katkısı olan b¼t¼n hocalarıma ve arkadaşlarıma;

Tez yazma ve faydası belirli emeklilik planları konusunda ufkumu aan, arŐivindeki kaynaklardan yararlanmama izin veren ve çalıŐmama daha bilinçli bir Şekilde baŐlamamı sağlayan hocam Ali Haydar ELVEREN'e;

Bu çalışmada kullandığım kaynakların bir kısmını temin eden Prof. Dr. Steven HABERMAN'a;

Hayatım boyunca yanımda olan aileme teŐekk¼r ederim...

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL BİLGİLER.....	3
3. AVRUPA BİRLİĞİ'NE ÜYE VE AVRUPA BİRLİĞİ İLE İLİŞKİLİ ÜLKELERDEKİ FAYDASI BELİRLİ TAMAMLAYICI ÖZEL EMEKLİLİK PLANLARINDA UYGULANAN AKTÜERYAL ÇALIŞMALAR.....	11
3.1. Aktüeryal Çalışma.....	12
3.1.1. Ana Aktüeryal Hesaplamalar.....	13
3.1.2. Diğer Aktüeryal Hesaplamalar.....	18
3.2. Muhasebe Standartları .....	19
3.3. Aktüeryal Masraf Yöntemleri.....	20
3.4. Varlık Değerlendirmesi.....	22
3.4.1. Tarihi değer (Defter değeri) (Acquisition method).....	23
3.4.2. Piyasa değeri (Actual value) (Fair value).....	23
3.4.3. İskontolanmış kazanç değeri (Bugünkü değer metodu) (Perpetuity method).....	23
3.5. Aktüeryal Varsayımlar.....	26
3.5.1. Ekonomik Varsayımlar.....	26
3.5.1.1. Yatırım getirisi varsayımı.....	27

3.5.1.2. Tüm varsayım setinin kullanımı.....	28
3.5.2. Demografik Varsayımlar .....	33
3.6. Avrupa Birliğine Üye ve Avrupa Birliği İle İlişkili Ülkelerde Özel Emeklilik Faydalarının Değerlendirilmesinde Ana Farklılıklar.....	34
4. FAYDASI BELİRLİ EMEKLİLİK PLANLARINDA YATIRIM GETİRİSİNİN RASGELE DEĞİŞKEN OLMASI DURUMUNDA OPTİMAL DAĞITIM PERİYODUNUN BELİRLENMESİ.....	36
4.1. Yatırım Getirilerinin Birbirinden Bağımsız Aynı Dağılımlı Rasgele Değişkenler Olması Durumunda $F(t)$ ile $C(t)$ ' nin Beklenen Değer ve Varyansının Bulunması.....	40
4.1.1. Yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız aynı dağılımlı rasgele değişkenler olması durumunda optimal dağıtım periyodunun bulunması.....	44
4.1.2. Yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız aynı dağılımlı rasgele değişkenler olması durumunda optimal dağıtım periyodu ile ilgili olarak elde edilen sonuçlar.....	46
4.2. Yatırım Getirilerinin MA(1) Serisine Uygunluğu Durumunda $F(t)$ ve $C(t)$ 'nin Beklenen Değer ve Varyansının Bulunması.....	48
4.2.1. Durağanlık .....	48
4.2.2. Beyaz gürültü serisi.....	48
4.2.3. MA(1) modeli.....	48
4.2.4. Yatırım getirilerinin MA(1) serisine uygunluğu durumunda optimal dağıtım periyodunun bulunması.....	55
4.2.5. Yatırım getirilerinin MA(1) serisine uygunluğu durumunda optimal dağıtım periyodu ile ilgili olarak elde edilen sonuçlar ve IID, AR(1), MA(1) modelleri için sonuçların karşılaştırılması.....	57
5. SONUÇLAR VE ONERİLER.....	61
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	64
ÖZGEÇMİŞ.....	65

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 4.1. $i=Ei(t)=.03$ ve $\sqrt{\text{Vari}(t)} =.10$ için, $\sqrt{\text{VarF}(\infty)}/AL$ ve $\sqrt{\text{VarC}(\infty)}/AL$ Değerlerinin Grafiği.....	45
--	----



## ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 3.1. Emeklilik Faydaları Sağlamada Kullanılan Finansman Araçları .....	17
Çizelge 3.2. Avrupa Birliğine Üye ve Avrupa Birliği ile İlişkili Ülkelerdeki Finansman Araçlarının, Aktüeryal Değerlendirme Frekansının ve Varlık Değerlendirmesinin Karşılaştırılması.....	25
Çizelge 3.3. Avrupa Birliğine Üye ve Avrupa Birliği ile İlişkili Ülkelerde Kullanılan Net İskonto Oranı.....	30
Çizelge 3.4. Net iskonto Oranı Belirlemede, Yatırım Getirisinin ya da Varsayım Setinin Kullanıldığı Ülkeler.....	31
Çizelge 4.1. $i=Ei(t)=.03$ ve $\sqrt{\text{Vari}(t)} =.10$ için, $\sqrt{\text{VarF}(\infty)}/AL$ ve $\sqrt{\text{VarC}(\infty)}/AL$ Değerleri.....	45
Çizelge 4.2. $i=0.01$ , $v=0.05$ , $\varphi=-0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1$ için $X(M)$ ve $Y(M)$ Değerleri.....	57
Çizelge 4.3. $i=0.01$ , $v=0.10$ , $\varphi=-0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1$ için $X(M)$ ve $Y(M)$ Değerleri.....	57
Çizelge 4.4. $\varphi=0.1$ Olduğunda ve Anlık Yatırım Getirisi MA(1) Zaman Serisi Biçiminde Modellendiğinde, M İçin Optimal Aralık.....	60
Çizelge 4.5. $\varphi=-0.1$ Olduğunda ve Anlık Yatırım Getirisi MA(1) Zaman Serisi Biçiminde Modellendiğinde, M İçin Optimal Aralık.....	60
Çizelge 4.6. $\varphi=-0.3$ Olduğunda ve Anlık Yatırım Getirisi MA(1) Zaman Serisi Biçiminde Modellendiğinde, M İçin Optimal Aralık.....	60

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

a	$= (1 - k)^2 ((1 + i)^2 + \sigma^2)$
ADJ(t)	k.UL(t)
AL	Aktüeryal yükümlülük
b	$= \sigma^2 (1 + i)^{-2}$
B	Plan üyelerine ödenen emeklilik faydası
c	$= \exp(\theta + \frac{1}{2} v^2)$
C	Toplam katkı ödemesi = NC + k(AL - F)
d	$= i / (1 + i)$ birleşik iskonto oranı
$E(\delta(t))$	$= \theta$
F	Emeklilik fonundaki miktar
H(t,r,s)	$= [3(t - r) + (t - s)]v^2 - 2\phi\sigma^2[3(t - r) + (t - s) - 3]$
IID	Birbirinden bağımsız rasgele değişken
i	$= Ei(t)$
$i_v$	Değerlendirme yatırım getirisi
i(t)	(t-1,t) zaman aralığında fon varlıkları üzerinden kazanılan yatırım getirisi
k	Normal katkı için düzeltmeyi oluşturan fonlanmamış yükümlülüğün bir kesri
M	Fonlanmamış yükümlülüğün dağıtıldığı dönem
NC	Normal katkı
q	$= (1 + i)(1 - k)$
Q	$= 1 - k$
r	$= (1 + i)(NC - B + kAL)$
R	$= NC - B + k.AL$
w(t)	$= \frac{(1 + i(t))}{1 + i}$

$\sigma^2$  IID modeli için  $\text{Var}(\delta(t))$ , MA(1) modeli için  $\text{Var}(\delta(t))$

$\delta(1+t)$   $(t, t+1)$  aralığındaki anlık yatırım getirisi

$\gamma(h)$  Zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu

$$v^2 = \text{Var}(\delta(t)) = (1 + \phi^2)\sigma^2$$

$\phi$  Hareketli ortalama parametresidir.

$$\Delta(t) = \sum_{u=1}^t \delta(u)$$

$$\alpha = ce^{-\phi\sigma^2}$$

$$\beta = \exp\left(\theta + \frac{3}{2}v^2 - 3\phi\sigma^2\right)$$

$$\varepsilon = \exp(3\phi\sigma^2)$$

## 1. GİRİŞ

Emeklilik sistemi, insanların çalışma hayatından sonra gelir elde edebilmelerini sağlayan bir sistemdir. Çoğu emeklilik sistemi üç alt ayaktan oluşur. Bu ayaklar: Devlet emeklilik sistemi, özel emeklilik planı ve üyenin emeklilik faydası oluşturmada gereken kaynağın ne olacağına kendisinin karar verdiği bir sistemdir. Devlet emeklilik sistemi bir sigorta sistemi biçimini alabilen ya da gelir vergisinden finanse edilen temel bir emeklilik faydasının sağlandığı bir sistemdir.

Emeklilik sisteminin bir parçası olarak kullanılabilen özel sigortalar, temelde sosyal sigortaları ikame edici olarak değil, tamamlayıcı olarak faaliyet göstermektedirler. Çalışanların yaşlılık durumunda temel güvenceleri olan sosyal sigortalara ek olarak güvence sağlayan özel sigorta uygulamaları giderek önem kazanmaktadır. Uluslararası Para Fonu (IMF), Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Teşkilatı (OECD), Dünya Bankası gibi uluslararası kuruluşlar tarafından, devlet emeklilik sisteminin kamu hizmeti eleştirilmektedir. Bu bağlamda, mevcut devlet emeklilik sisteminin tümüyle ortadan kaldırılıp onun yerine zorunlu özel sigorta modelinin ikame edilmesine ilişkin yaklaşımlar çok etkili olmuştur. Bununla beraber kamu ve özel emeklilik sigortası kurumları arasında sigortalıya tercih yapma olanağı veren alternatif rekabetçi özel model ve kamu emekliliğinin temel olup, özel emeklilik modeli ile birleştirildiği zorunlu ya da gönüllü özel emeklilik planlarına dayalı bir sistem, tamamlayıcı özel model, uygulamaya geçmiştir. Çeşitli yöntemlerin kullanıldığı tamamlayıcı özel sigorta sistemlerinde güvence, ya işveren tarafından ya bağımsız yardım sandıklarınca sağlanmakta ya da hayat sigortası yapan bir şirkete işçilerin sigortalanması şeklinde olmaktadır.

Özel emeklilik planlarına yönelik en temel ayırım, emeklilik faydasının hesaplanmasında esas alınan kıstasa dayanmaktadır. Söz konusu kıstasa göre özel emeklilik planları, faydası belirli planlar (defined benefit plans) ve katkısı belirli planlar (defined contribution plans) olmak üzere iki gruba ayrılır.

Bu çalışmanın amacı, yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız rasgele değişkenler ve MA(1) biçiminde modellenmesi durumunda faydası belirli tamamlayıcı özel emeklilik planları için optimal dağıtım periyodunun bulunmasıdır.

Bu çalışmada öncelikle Avrupa Birliği'ne üye ve Avrupa Birliği'yle ilişkili ülkelerdeki emeklilik sistemine ilişkin bilgi verilmiş, bu sistemin alt kolu olan faydası belirli tamamlayıcı emeklilik planlarında uygulanan aktüeryal çalışmalar incelenmiştir. Daha sonra yatırım getirisinin rasgele değişken olması durumunda faydası belirli özel emeklilik planı için, katkı ve fon seviyelerindeki değişkenliği azaltacak şekilde artığın ya da açığın dağıtılabileceği bir optimal dağıtım periyodu araştırılmıştır. Bu araştırmada toplamsal aktüeryal masraf yöntemleri üzerinde durulmamış, bireysel aktüeryal masraf yöntemleri ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar, yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız rasgele değişkenler ve MA(1) biçiminde modellendiği durumlar için karşılaştırılmıştır.

## 2. GENEL BİLGİLER

Avrupa Birliği'ne üye ve Avrupa Birliği ile ilişkili ülkelerde, emeklilik sisteminin üç alt ayağına verilen önem göreceli olarak değişir. Ayrıca devlet emeklilik sistemi ve özel emeklilik planının yapısı da ülkeler arası farklılık gösterir.

Devlet emeklilik sistemi iki çeşitir: Anında ödeme sistemi (pay as you go) ve fonlama sistemi (funded systems). Anında ödeme sisteminde, emekli nüfus için faydalar, o an çalışan jenerasyondan sağlanır. Bu sürecin özelliği, sistemi işleten kurumun yüksek miktarda varlığı tutmamasıdır. Böyle bir sistemin devamlılığını sağlamak için doğrudan devlet yaptırımını ya da ödenecek azami miktar için devlet garantisi gereklidir. Fonlanmış emeklilik sistemi, üyenin çalışma hayatı boyunca sermaye piyasasına yatırdığı tasarrufları faiziyle birlikte, emekli olduğunda geri aldığı bir sistemdir. Sermaye piyasasına yapılan bu yatırım devlet ya da özel finans kurumlarınca düzenlenebilir. Özel finans kurumlarınca yatırım düzenlendiğinde, bu düzenlemeler devletin yaptırım gücü ya da yasal güç ile özel sözleşmelere uygun olarak yapılmalıdır.

Özel emeklilik planları iki farklı şekilde düzenlenebilir: Fonlar şirkete bırakılır ve emeklilik faydası almaya hakkı olan plan üyeleri şirketin uzun dönem alacaklısı olurlar ya da fonlar şirket dışında bir kuruma yatırılır ve üyeler emeklilik fonunun alacaklısı olurlar. Fonların şirkete bırakıldığı içsel finansmanlı düzenlemede çalışanlara emekli olduktan sonra işverenlerce sürekli ödeme yapılır. Almanya'daki yaygın emeklilik türlerinden olan doğrudan emeklilik vaadi bu tür bir emekliliktir. Söz konusu emeklilik planları başka ülkelerde de vardır. Memurlar ve diğer kamu çalışanları için uygulanan emeklilik planları da genellikle doğrudan emeklilik vaadi şeklinde işlemektedir. Fonların şirket dışında bir kuruma yatırıldığı düzenlemeler, sözleşmeye uygun özel fayda sağlayan ya da işveren adına emeklilik düzenlemesinin bir kısmını idare eden bankalar, sigorta şirketleri, emeklilik fonları ve diğer finansal kurumlar tarafından yapılabilmektedir. Sigorta şirketleri ve diğer finansal kurumlar, bir çok ülkede emeklilik düzenlemelerinde önemli rol oynamaya devam etmektedir. Şili'de başlayan ve şu anda Meksika, Macaristan, Polonya gibi çok sayıda ülkede özellikle katkı esaslı bireysel emeklilik planlarında özel emeklilik fonu kurumları oluşturulmuştur. Bireysel hesaplarda toplanan emeklilik yatırım fonundaki varlıklar, katılımcılara ait olup yaratılan sermaye tutarı ve zamanla

eklenen nemalarla biriktirilmektedir. Yönetici şirket, ilgili düzenleyici otorite tarafından emeklilik fonunun idaresi için yetkilendirilmektedir. Yönetici şirketlerin finansal yeterlilik için belirli kriterleri taşımaları gerekmektedir.

Tamamlayıcı özel emeklilik planları ülkeden ülkeye farklılıklar göstermekte, genelde bireysel inisiyatifte bağlı olmakla birlikte, zorunluluk esasına da dayalı olabilmektedir. Kurumsal ve teknik yapılarında farklılıklar bulunan tamamlayıcı programlar; ulusal düzeyde, işletme düzeyinde ve mesleğe göre örgütlenebilmektedir. Örneğin, Japonya ve Finlandiya'da devlet emeklilik sistemlerinin yasal bir parçası olarak zorunlu; Fransa, İtalya, İsviçre ve İsveç'te toplu sözleşmelerle meslek gruplarına zorunlu; Avustralya, Hollanda, Yeni Zelanda, Danimarka, Avusturya, Belçika, İrlanda, Lüksemburg, Portekiz, Yunanistan, İspanya, ABD, Kanada, Norveç ve İngiltere'de isteğe bağlı özel sandıklar şeklinde faaliyet göstermektedir.

Özel emeklilik kısmen olsa da özel sektör yatırımlarıyla fonlanmakta, devlet emeklilik sistemi ise genellikle fonlanmamakta ya da hazine bonoları ile sınırlı olacak şekilde fonlanmaktadır. Bütün iş ve işyeri değişikliklerinde, devlet emeklilik sistemi uygulanabilirken, faydası belirli özel emeklilik planları uygulanmamaktadır. Yani, devlet emeklilik sisteminin geleceğe ilişkin faydası iş değişikliği durumunda kaybolmamaktadır. Bununla birlikte, işveren destekli özel fonlu emeklilik planları, kazançlarla bağlantılı zorunlu devlet emeklilik sistemine karşı alternatif olarak önem kazanmaktadır. Çoğunlukla bireylerin çalışma statüleri ile ilgili olan tamamlayıcı özel emeklilik programlarının gönüllü ya da zorunlu olması pek çok ülkede tartışılmaktadır. Yaygın görüş, devlet tarafından finanse edilen sosyal güvenlik gelirleri çok düşük ise, sadece çalışanları kapsayan gönüllü mesleki emeklilik programı yerine, işveren ya da işveren ve çalışan tarafından birlikte finanse edilen zorunlu özel emeklilik planlarının gerekli olduğu yönündedir.

ABD ve Batı Avrupa'da özel emeklilik planları, kapsamlı ve istikrarlı bir şekilde gelişmektedir. Son zamanlarda yapılan uluslararası reformlar, emeklilik gelirlerinin artırılmasını amaçlayan özel emekliliğe verilen önemi göstermektedir.

Ayrıca bir ülkenin emeklilik sistemi, özellikle sermaye piyasalarının gelişmişliği ile ilgili ekonomik faaliyetlerin büyüklüğünü göstermek açısından da önem taşımaktadır.

Özel emeklilik fonlarının başarısı ve emeklilik sistemi içindeki yeri ve önemi bazı hususlarla yakından ilgilidir. Söz konusu hususlardan ilki, özel emeklilik fonlarının emeklilik sistemindeki oranı ile bağlantılıdır. Bireylerin gelirleri içerisinde devlet emeklilik sisteminin kapsamı ve payı büyüdükçe özel emeklilik planlarına ayrılacak gelir azalmaktadır. İkincisi, özel emeklilik ürünlerine sağlanan vergi teşvikleri ve emeklilik gelirlerinin vergi dışı tutulması özel emeklilik planlarına katılımı artırmaktadır. Üçüncüsü, insanların gönüllü olarak uzun dönemde düzenli bir biçimde tasarruflarını yönlendirdikleri özel emeklilik sisteminde güven unsuru ön plana çıkmaktadır. Sistemin görev ve sorumluluklarının detaylarıyla sıralanması, risk kontrolü, fon yönetiminin etkinlikle gerçekleşmesine olanak veren bir mevzuatın varlığı, bu mevzuata uygunluğu aktif olarak değerlendiren uzman bir denetim biriminin olması, sistemin ciddi krizlerle karşılaşmadan gelişebilmesi açısından çok önemlidir. Dördüncüsü, sermaye piyasası, finansal kurumlar ve sigorta kurumlarının sağlıklı bir şekilde işlemekte olması ve işlemesine herhangi bir engel bulunmaması gerekmektedir. Beşincisi ise, istikrarlı makro ekonomik bir ortamın varlığı özel emeklilik fonlarının başarılı olmasında etkili olmaktadır. Özel emeklilik kurumları zaman içerisinde yeterli varlığa ulaştıkça makro ekonomik istikrarın güvencelerinden birisi konumuna da gelmektedir.

Özel emeklilik planları, farklı hesaplama yöntemlerine göre sınıflandırılmaktadır. Söz konusu sınıflandırma, katkı miktarının ya da fayda miktarının belirli olduğu yöntemlerle yapılmaktadır. Sayısal yöntemlerle, katkıya bağlı olarak alınabilecek fayda miktarını yani emeklilik maaşını, aynı şekilde istenen emeklilik maaşını almak için ödenmesi gereken katkı miktarını hesaplamak mümkündür. Birbirine zıt bir tarzda işleyen belirli fayda esaslı ya da belirli katkı esaslı olmayan bir çok emeklilik planları da vardır. Bu bağlamda fayda miktarının yatırım sonucuna bağlı olduğu sözleşmeler, ya yatırım getirisi ya da yıllık asgari hesap birikimi şeklinde garanti sunabilmektedir. Bazı tür garantiler, emeklilik fonunun kendisi tarafından değil hükümet tarafından sağlanabilmektedir. Görünüşte belirli fayda esaslı olan emeklilik sözleşmeleri, yapılan katkının doğrudan yatırımına bağlı olarak asgari



faydalar verebilmektedir. Özel emeklilik planlarının farklı şekillerde finansman mekanizmaları da vardır. Maliyet işveren ya da çalışan tarafından karşılanabilmektedir. Paylaştırılmış maliyet esaslı olması durumunda, belirli oran söz konusu olabilmekte ya da ücretin yüzdesi şeklinde sabit katkı bir tarafça, kalan kısmı ise diğer tarafça ödenebilmektedir.

Fayda esaslı ve katkı esaslı emeklilik planlarının karışımı biçiminde düzenlenen planlar da vardır. Örneğin Belçika'da yaygın olarak uygulanan katkı esaslı tamamlayıcı emeklilik planlarında, genelde işverenlerce ücretler üzerinden belirli bir yüzde ile ödenen katkılardan bireysel ya da toplu limitli faydalar sağlanmaktadır. Şayet limit bireyselse, işverenin birey için yaptığı ödeme limite ulaştığında sabitlenmektedir. Böylelikle faydalanan açısından plan, fayda esaslıdan katkı esaslıya dönüşmektedir. Şayet limit toplu ise limite ulaşmak, tüm faydalananlar için sistemde köklü bir değişikliğe neden olmaktadır. Söz konusu değişiklik ya gelecekteki faydalarda bir düşüşle ya da fayda esaslıdan katkı esaslıya kayma ile gerçekleşmektedir. Her iki durumda da kazanılmış haklar, o günün mevzuatına tabi olmaktadır. İşveren katkısını, ücretlerin belirli bir yüzdesine kadar sınırlayan bu tür hükümler Almanya, Lüksemburg gibi ülkelerde yaygın değildir.

Üç büyük Avrupa ülkesinde emeklilik sistemi şu şekilde yapılandırılmıştır:

Almanya'da üç alt ayaktan biri olan devlet emeklilik sigorta sistemi, emeklilik sisteminin en güçlü ayağıdır ve diğer Avrupa ülkelerindeki uygulamalarıyla karşılaştırıldığında, Almanya'da faydaları finanse etmede bu ayağın daha baskın olduğu görülür. Emeklilik fayda miktarı, çalışma hayatı boyunca gelir seviyesine göre ödenmesi zorunlu katkılara bağlıdır. Devlet emeklilik sistemi anında ödeme sistemine bağlı olarak finanse edilir.

Almanya'da devlet emeklilik sistemi ile bir emekli ailesinin ortalama gelirinin %85'i, şirket içinde tutulan emeklilik rezervleri ile finanse edilen özel emeklilik planı ile %5'i, özel hayat sigortası poliçesi ile %10'u sağlanır. Almanya'da taşınmaz varlıklar üzerinden yatırım yapılması da fayda gelir kaynağı olarak kullanılabilir. Devlet emeklilik sisteminin anında ödeme sistemi ile finanse edildiği, çoğu özel emeklilik planında içsel rezervlerin kullanıldığı ve yatırımın taşınmaz varlıklar

üzerinden yapılabildiği göz önüne alındığında, sermaye piyasasına yapılan yatırımın önemli ölçüde göz ardı edildiği sonucuna varılır.

İngiliz emeklilik sistemi Almanya ile karşılaştırıldığında, İngiltere’de devlet emeklilik sisteminin öneminin azaldığı, özel emeklilik planlarının öneminin arttığı görülür. İngiltere’de devlet emeklilik faydaları üyenin çalışma hayatı boyunca elde ettiği kazancın bir fonksiyonu değildir. İngiltere’deki devlet emeklilik planı ‘Devlet Kazancına Bağlı Emeklilik Planı (State Earning Related Pension Scheme, SERPS)’ olarak bilinir ve anında ödeme sistemine göre, çalışan üye ve işverenin yaptığı katkılarla gelir vergisinden finanse edilir. Böylece Almanya’ya göre faydalar için daha az karşılık ayrılmış olur. Bir erkek çalışanın ortalama aylık gelirin %16’sı SERPS ile sağlanması beklenen temel faydadır. 2030 yılına kadar bu oranın %7-8’ e düşmesi beklenmektedir. Üyeler SERPS’ yi reddedebilirler, bu durumda zorunlu olarak özel emeklilik sistemine ya da kişisel sigorta planına katılmak durumunda kalırlar. İngiliz işçilerin %75’ i SERPS’ yi reddetmişlerdir. Reddedenlerin üçte ikisi özel emeklilik fonlarını, üçte biri ise bireysel sigortayı tercih etmiştir, böylece sermaye piyasalarına para akışı sağlanmıştır. Bu sebeple, sigorta şirketlerinin ve emeklilik fonlarının İngiliz sermaye piyasasında çok önemli rolü vardır.

Fransız emeklilik sisteminde, anında ödeme sistemi ile finanse edilen devlet emeklilik sistemi (Régime Général de la Sécurité Sociale) ve işveren tarafından başlatılan, zorunlu tamamlayıcı özel emeklilik planı özelliğindeki sigorta (Régime Complémentaire) baskındır. Bu sigorta, işçi ve işveren tarafından anında ödeme yöntemine göre finanse edilir. Fransız özel emeklilik planı Almanya’ daki özel emeklilik planlarından farklıdır, özel mesleki gruplar, bölge yada kurumlar için oluşturulan fonlara ödenen katkılarla finanse edilen, zorunlu bir sigorta sistemidir. Fransız özel emeklilik planı iki kurum tarafından (the Association des Régimes de Retraites Complémentaires (ARCO) and the Association Générale des Institutions de Retraites Complémentaires (AGIRC)) düzenlenir. Bu kurumlar 180 bireysel fona sahip olduklarında, verimli ve kıt fonlar arasındaki finansal dengesizliği düzelterek şekilde, bünyelerindeki üye şirketler arasında kaynak transferinin yapılıp yapılmadığını denetlerler. Kurumların, fonları işverenler ve sendikalar arasında eşit olarak paylaşırma sorumluluğu vardır, bu sorumluluk ilgili bakanlığın

gözetimindedir. Fransa'daki özel emeklilik planı, devlet emeklilik sisteminin bir parçası olarak düşünülebilir, bağımsız özel emeklilik planı yoktur.

Fransa'da devlet emeklilik sistemi, ortalama işçi kazancının %80'ini, düşük ücret alan bir meslek grubunda çalışan işçi için ise kazancın %100'ünü fayda olarak sağlar, sistem anında ödeme yöntemine göre finanse edilir. Son yıllarda faydalar için bireysel sigorta kullanımında önemli artış olmuştur.

Tamamlayıcı özel emeklilik planları, dünyada yaygın uygulama alanı bulmasına karşın ülkemizde kurumsallaşamamıştır. Emekli Sandığı, SSK ve Bağ-Kur adı altında faaliyet gösteren kapsamlı ve zorunlu kamusal emeklilik kurumlarına ek olarak sosyal güvenlik yardımları sağlayan Ordu Yardımlaşma Kurumu, Amele Birliği, İlkokul Öğretmenleri Sağlık ve Sosyal Yardım Sandığı ile Özel Hayat Sigortaları tamamlayıcı Sigorta Kurumlarıdır.

Kısa adı OYAK olan Ordu Yardımlaşma Kurumu, Milli Savunma Bakanlığı'na bağlı olarak faaliyet göstermektedir. Türk Silahlı Kuvvetleri kadrosunda görevli bütün muvazzaf subay, sözleşmeli subay, askeri memur, astsubay, sözleşmeli astsubay ve uzman jandarmalar ile emekli maaşı sistemi'ne giren üyeler ve ölümleri halinde sistem'e devam etmek isteyen eşleri OYAK daimi üyesidir. Uzman erbaşlar ile Milli Savunma Bakanlığı, Jandarma Genel Komutanlığı teşkilatında, OYAK ve OYAK'ın sermayesinin %50'sinden fazlasına sahip olduğu ya da iştirak edeceği şirketlerde çalışan bütün maaşlı ve ücretli memur ve müstahdemlerden arzu edenler OYAK daimi üyesi olabilmektedir. Muvazzaflık hizmetini yapmakta olan yedek subaylar OYAK'ın geçici üyesi olmaktadır. Kurumun gelirleri, daimi üyelerin maaşlarından kesilecek %10, geçici üyelerin maaşlarından kesilecek %5 oranındaki primlerle ve kurum mevcutlarının işletilmesi ile sağlanmaktadır. OYAK, daimi üyelerine emeklilik, maluliyet ve ölüm yardımı yapmaktadır. Ayrıca, Kurumun daimi ve geçici üyesi iken ölenlerin mirasçıları, ölüm yardımına hak kazanmaktadır. OYAK, daimi üyelerin her türlü sosyal ihtiyaçlarını gidermek için; mesken inşa etmek, mesken kredisi vermek, ordu pazarları, ordu evleri, ordu öğrenci yurtları, özel okullar kurmak, üye çocuklara yurt içi ve yurt dışı eğitim ve staj bursları vermek gibi faaliyetlerde bulunmaktadır.

1921 yılında kurulan Amele Birliği, Çalışma ve Sosyal Güvenlik Bakanlığı'na bağlı, yönetim, işleyiş ve denetimini kendi yönetmeliğine göre yapan, idari ve mali açıdan özerk tüzel kişiliğe sahip bir sosyal güvenlik kuruluşu olarak faaliyet göstermektedir. Türkiye Taşkömürü Genel Müdürlüğu, Karaelmas Elektrik Dağıtım A.ř., Çatalağzı İşletme Müdürlüğu ve Türkiye Elektrik Üretim-İletim A.ř., Zonguldak ve Ereğli Kömür Havzasında çalışan işçilere ek sosyal güvenlik yardımı yapma amacı taşımaktadır. Amele Birliği, kapsamında bulunan personele geçici iş göremezlik yardımı, tedavi yardımları, öğrenim, cenaze, defin, iş kazası yardımları ile ikraz yardımları yapmaktadır. Prim oranı %3 olup, zorunlu üyeler için yarısı işveren yarısı da işçi tarafından, gönüllü üyeler için ise tamamı işçi tarafından ödenmektedir. Sandık üyesi işçiler, aynı zamanda 506 sayılı kanuna tabi olduklarından, geçici iş göremezlik ödeneğini SSK'dan talep etmektedir. Ancak, yasada öngörülen koşular mevcut bulunmadığı için edimleri elde edemeyen sigortalıların açıkları sandık tarafından telafi edilmektedir. 506 Sayılı Kanun kapsamına giremeyen büyükanne, kardeş gibi bazı sigorta yakınlarına sandık tarafından sağlık hizmeti sunulmaktadır.

İlkokul Öğretmenleri Sağlık ve Sosyal Yardım Sandığı (İLKSAN), bir ek güvenlik kurumu fonksiyonu görmek üzere kurulmuştur. Bütçeden maaş alan ilkokul öğretmenleri, ilkokul yardımcı ve stajyer öğretmenleri, yetiştirme yurtları öğretmenleri, engelli çocuklara ilk eğitimlerini veren okulların öğretmenleri, eğitim müdürleri, ilköğretim müfettiş ve denetmenleri, uygulama okulu öğretmenleri, İlköğretim Genel Müdürlüğu ve eğitim müdürlüklerinde görevli memurlar ile Sandık işlerinde çalışan memurlar Sandığa üyedir. Sandık üyesi iken emekliye ayrılanlar, isterlerse üyeliklerini devam ettirebilmektedir. Sandığın en önemli gelir kaynağı, sandık üyelerinden alınan ve genel kurul tarafından miktarı tespit edilen aidatlardır. Sandığın yapacağı yardımların neler olacağı ana statü ile belirlenmektedir. Hazırlanan ana statüler çeşitli şekillerde değişikliğe uğramıştır. Son değişiklikle sandık üyelerine; borç para verme, evlenme yardımı yapma, ölüm yardımı yapma, maluliyet yardımı yapma ve emeklilik yardımı yapma gibi sosyal yardımlar sağlanmaktadır. Sandık, yardım faaliyetleri yanında öğretmen pazarları işletmek, öğretmen evleri kurmak gibi faaliyetlerde de bulunmaktadır.

Özel hayat sigortaları; ölüm, yaşama ve her ikisinin birlikte kapsandığı hem ölüm hem de yaşama olasılıklarına bağlı teminatlar ile ferdi kaza, hastalık sonucu maluliyet ve tehlikeli hastalıklara güvence vermektedir. Özel hayat sigortaları, sigorta sözleşmesinin konusuna göre vade sonuna kadar muhtemel rizikonun ortaya çıkması ya da çıkmaması durumuna bağlı olarak sigortalıya sözleşmede belirtilmiş miktarda tazminat ödenmesini ya da nemalandırılmış toplu ya da aylık ödeme yapılmasını sağlamaktadır.

Sigortacılık sektörünün yeniden yapılandırılması, yeni kurulan şirketlerin artan rekabeti ve hepsinden önemlisi 1 Ocak 1998 tarihinde yürürlüğe giren düzenlemeler, bu alandaki hızlı gelişmelerin esas nedenleridir. Söz konusu düzenlemelerle gelişmiş sigortacılık piyasalarındaki uygulamalar, ülkemizde de olanaklı hale gelmiştir. Bu bağlamda; sigortalıların ödediği primlerin şirkete intikal ettikten hemen sonra sigorta adına yatırıma yönlendirilmesi gerekmektedir. Sigortalılar, portföyün ortalama rizikosu yerine kendi yaşlarına karşılık gelen riziko primi kadar ödemede bulunmaktadır. Sigorta şirketlerinin sigortalılara olan taahhütlerinin toplamı olan hayat fonlarını yatıracakları yatırım alanları ve türleri çeşitlendirilmiştir. Riskin dağıtılması ve en uygun portföy yapısının oluşturulması amacıyla yatırım türlerine göre azami oranlar belirlenmiştir. Şirketlerin hayat fonlarının yatırım gelirlerinin hesaplanması ve sigortalılara dağıtılmasına ilişkin esaslar ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Şirketlerin hayat sigorta portföylerinin yapısı, iptaller ve ayrılmaların takibine yönelik düzenlemeler yapılmıştır. İptal oranı yüksek olan şirketler için ek önlemler alınmak suretiyle onların sağlıklı bir portföy yapısı oluşturması amaçlanmıştır. Şirketlerin teknik ve idari altyapılarının geliştirilmesi, sigortalılara daha iyi hizmet sunmaları ve sigortacılık için hayati öneme haiz istatistiki verilerin oluşturulması ayrıntılı olarak düzenlenmiştir (Uğur, 2004; Collinson, 2001; Tyrell and Reinhard, 2001).

### **3. AVRUPA BİRLİĞİ'NE ÜYE VE AVRUPA BİRLİĞİ İLE İLİŞKİLİ ÜLKELERDEKİ FAYDASI BELİRLİ TAMAMLAYICI ÖZEL EMEKLİLİK PLANLARINDA UYGULANAN AKTÜERYAL ÇALIŞMALAR**

'Emeklilik provizyonu', özel emeklilik planında maruz olunabilecek, miktarı ve zamanı kesin olmayan yükümlülük ya da kaybın sağlanması için elde tutulan değerdir. Bireyin sonraki yaşamı için yaptığı bireysel tasarruflar ya da yatırımlar emeklilik provizyonunu oluşturur. Emeklilik provizyonu kapsamında olan ana faydalar ve yapılan aktüeryal hesaplamalar aşağıdaki gibidir:

- Belirlenen bir emeklilik yaşından sonraki yaşam için ödenebilir bir fayda.
- Üyenin ölümünde (üye aktif çalışan ya da emekli olduğunda) lehdarlara ödenebilir bir fayda.

Bu ana faydalar farklı şekilde olsa bile her ülkede mutlaka hesaplanır. Faydası belirli planlar için;

- (a) Fayda seviyesi, işçinin hizmet süresine bağlı, sabit bir miktar olarak belirlenebilir. Bu sabit faydalar bir fiyat indeksine (örneğin yarı- dinamik emeklilik planlarında faydalar fiyat indeksine bağlanmıştır) bağlanabilir.
- (b) Fayda seviyesi işçinin ücretine ve hizmet süresine bağlı olarak tanımlanabilir. Tanım, emeklilik ödemelerinin başlangıcından hemen önceki (ya da belirli bir dönemdeki) kazanca bağlı olabileceği gibi hizmet boyunca elde edilen kazanca da bağlı olabilir. Bu farklı yapılar sırasıyla son ücret düzenlemeleri ve ortalama kariyer düzenlemeleri olarak belirtilir.

Katkısı belirli planlar için faydalar yapılan katkılara göre hesaplanır. Katkı seviyeleri sabit seviyede ya da işçinin kazancına bağlı olarak tanımlanabilir. Faydalar katkılardan elde edilen gerçek ya da tahmini yatırım kazancına göre hesaplanabilir.

Fayda yapıları bu farklı 2 sınıflandırmadan birine uymak yerine bazen iki sınıflandırmanın da özelliklerini gösterebilir. Fransada'ki zorunlu fayda sistemlerinde kullanılan "points" yöntemi bu duruma örnektir.

### 3.1. Aktüeryal Çalışma

Faydası belirli emeklilik planlarında faydalar, ödeme yapılacak kişiye bağlı olan, zamanlaması ve devam süresi kesin olmayan ödemelerdir. Faydaların tanımı, fayda miktarının değişebilir olduğu anlamına gelebilir (Örn, Faydaların son ücrete göre belirlendiği düşünülürse). Vadedilen faydaların ödenmeye başlanacağı düşünülen zaman ile gerçek fayda ödemeleri zamanlaması arasında gecikme olabilir. Burada aktüeryal çalışma, vadedilen faydalarla ilgili bilginin faydalar gerçekten ödenmeden önce edinilmesi gerektiği için yapılır. Yani özel emeklilik provizyonunun belirlenmesinde;

(a) Fayda ödemelerinin yapılacağı zamanı tasarlamak (demografik projeksiyon)

(b) Ödenmesi gereken faydaların seviyelerini tasarlamak (ekonomik projeksiyon) gereklidir.

Bu tasarımlar için gelecekle ilgili varsayım yapmada aktüere gerek duyulur.

AB ülkelerinin çoğunda emeklilik faydalarını sağlamadaki maliyet, emeklilik ödemelerinin yapılmasından önce karşılanır (faydaların önceden fonlanması). Bu faydalar varlık için ayrı dışsal bir fon oluşturumu, sigorta sözleşmesi ile ya da içsel fon tahsis edilmesi ile fonlanabilir. Önceden belirlenmiş emeklilik faydaları için provizyonu fark etmek ve oluşturmak amacıyla, aktüerin gelecekte belirsiz olan yükümlülüğü karşılayabilmek için şimdiden elde tutulması gereken miktarı belirlemesi gerekir.

Toplam gelecek faydaların ödenmeye başlanacağı andaki bugünkü değerinin tümü, plana giriş zamanında karşılık olarak ayrılmaz. Emeklilik vaadinin maliyeti genelde, işverenin, işçinin hizmetinden yararlandığı periyot boyunca azar azar tamamlanır. Maliyetin dağıtımı birçok farklı yol ile yapılır ve aktüere faydaları fonlamak için kullanılan yöntemin seçiminde gerek duyulur.

### 3.1.1. Ana aktüeryal hesaplamalar

Aktüerlerin faydası belirli emeklilik planlarında yaptıkları ana hesaplamalarda şunlar belirlenir:

- (a) Faydaları sağlayabilmek için ödenmesi gereken yıllık katkı (dıştan finansman aracı için ya da bir içsel ayrı rezerv (book reserve) tahsisi için gereken katkı).
- (b) Belirlenen herhangi bir zamanda sağlanması gereken yükümlülüklerin düzeyi (gereken rezervler ya da teknik provizyonlar).

Üye ülkelerin çoğunda aktüerler, hesaplama yönteminin ve varsayımların belirlenmesinde serbest değildir. Yöntem ve varsayımlar, hesaplamaların amaçlarına ve emeklilik planının finansman aracına bağlı olabilir. Hesaplama yönteminin ve varsayımların belirlenmesindeki sınırlama, yöntemin ve varsayımlar setinin önceden tanımlanmasıyla kesinlik özelliği gösterebilir ya da bir minimum, maximum değerinin belirlenmesiyle oluşturulabilir. Sınırlamalar, hesaplama sonuçları ile ilgilenen farklı kurullarca belirlenebilir. Başlıcaları vergilendirme kurumu, denetleme kurumu ve muhasebe birimleridir.

Vergilendirme kurumu içsel ayrı rezerv (book reserve) ya da dışsal bir fon için katkıların düzeyini sınırlandırırken, katkıdaki kesintileri gelir vergisinden kesilen masraf olarak düşmek amacındadır. Denetleme kurumu, bir emeklilik planı fonlamasının, ödenecek tüm faydalar için yeterli olduğunu garanti altına almak amacındadır. Bu amaç, ödenecek katkıların ve elde tutulması gereken varlıkların (dışsal fon ya da fayda sağlayan kurumdaki) minimum seviyelerinin belirlenmesini gerektirebilir. Muhasebe Birimleri emeklilik faydaları sağlamadaki maliyetin, kabul edilen muhasebe ilkelerine göre belirlendiğini garanti altına almak amacındadır.

Her finansman aracında yapılan ana aktüeryal çalışma farklıdır. Emeklilik faydalarının sağlanmasındaki ana finansman araçları Çizelge 3.1'de gösterilmiştir.



## **Doğrudan Fayda Vaadi**

Fonların şirkete bırakıldığı içsel finansmanlı düzenlemede, çalışanlara emekli olduktan sonra, doğrudan işverenlerce vadedilen fayda ödemeleri yapılır. Aktüeryal çalışma, emeklilik faydaları sağlamadaki maliyetin içsel olarak bilinmesi gerektiğinden yapılır. Aktüeryal çalışma, bilânço raporunda (balance sheet), içsel ayrı rezerv (book reserve) olarak gösterilmesi gereken yükümlülükleri ve kar ve zarar hesabındaki yıllık katkıyı hesaplamayı içerir. Bilânço raporu, varlıklar ve yükümlülüklerin bir finansal raporudur. Hesapların doğru ve net kanı (true and fair view) göstermesi için tasarlanmıştır. Doğru ve net kanı göstermekten anlaşılan, hesapların mantıklı beklentiler sağlayabilmesi için yeterli miktarda ve kalitede bilgi içermesidir. Bu bağlamda muhasebe ilkelerine ve standartlarına uymak önemlidir. Doğrudan fayda vaadini ana finansman aracı olarak kullanan ülkeler:

- Almanya
- Lüksemburg (kullanımı azalıyor)
- Avusturya (kullanımı azalıyor)
- İsveç
- Kalifiye statüsünde olmayan planların uygulandığı diğer ülkeler

Faydalar için karşılık ayırmada içsel ayrı rezervin kullanımı, İtalya, İspanya ve Portekiz'de azalmaktadır. Bu ülkelerde esasen dışsal bir kuruma ödenerek oluşturulan fondan faydalar sağlanır, faydaların sağlanmasında ek olarak ayrı fon kullanılır. İspanya'da ayrı fon kullanımı 2002'den sonra yasa dışı ilan edilmiştir ve tüm şirketler 2002'den sonra yükümlülüklerini dışsal olarak fonlamak zorunda kalmışlardır.

Fonlanmamış geçmiş hizmet yükümlülükleri için karşılık ayırımını sağlamak amacıyla, Hollanda'da ayrı fon ek olarak kullanılır. 1 Ocak 2000'den itibaren Hollanda'da fonlanmamış geçmiş yükümlülüklerin fonlanmamış kalmasına izin verilmemiştir ve 31 Aralık 1999'dan itibaren geçmiş hizmet yükümlülüklerinin 10 yıllık sürede finanse edilmesi zorunlu kılınmıştır.

## Dışsal Sponsor Kurumlar

Tamamlayıcı emeklilik faydaları sistemi gelişmiş ülkeler için dışsal sponsor kurumlar (Almanya dışında), fayda sağlamada kullanılan en yaygın yoldur. Katkılar işveren, işçi, ya da her ikisi tarafından aynı kuruma ödendiğinde kurum faydaları işçilere öder. Aktüeryal çalışma, şirkete ödenmesi gereken katkıların ve şirketin yükümlülük miktarının belirlenmesi için yapılır. İkinci hesaplama genelde şirketin fonlama statüsü (funded status) hususunu içerir, yani şirketin tuttuğu varlıkların değeri, değerlendirme tarihine kadar biriktirilen yükümlülüklerin değeri (kullanılan aktüeryal yöntemeye göre) ile karşılaştırılır.

Dışsal sponsor kurumların emeklilik faydası sağlamadaki ana araç olduğu ülkeler:

- İngiltere-emeklilik fonları
- İrlanda-emeklilik Fonları
- Hollanda-emeklilik fonları
- Finlandia-tamamlayıcı emeklilik planları için emeklilik fonları
- Fransa- zorunlu tamamlayıcı emeklilik planlarını düzenleyen AGIRC, ARRCO emeklilik fonları
- Belçika- büyük planlar için emeklilik fonları
- Portekiz-emeklilik fonları
- İspanya-emeklilik fonları
- Yunanistan-emeklilik fonlar
- Avusturya-özellikle katkısı belirli planlar için emeklilik fonları
- İsviçre-emeklilik fonları
- Kıbrıs-emeklilik fonları
- İzlanda adası-emeklilik fonları

Bu yöntemin ek olarak kullanıldığı ülkeler;

- Almanya-emeklilik fonları
- Lüksemburg-emeklilik fonları
- İtalya-emeklilik fonları
- Danimarka-emeklilik fonları (sadece DC planları için)

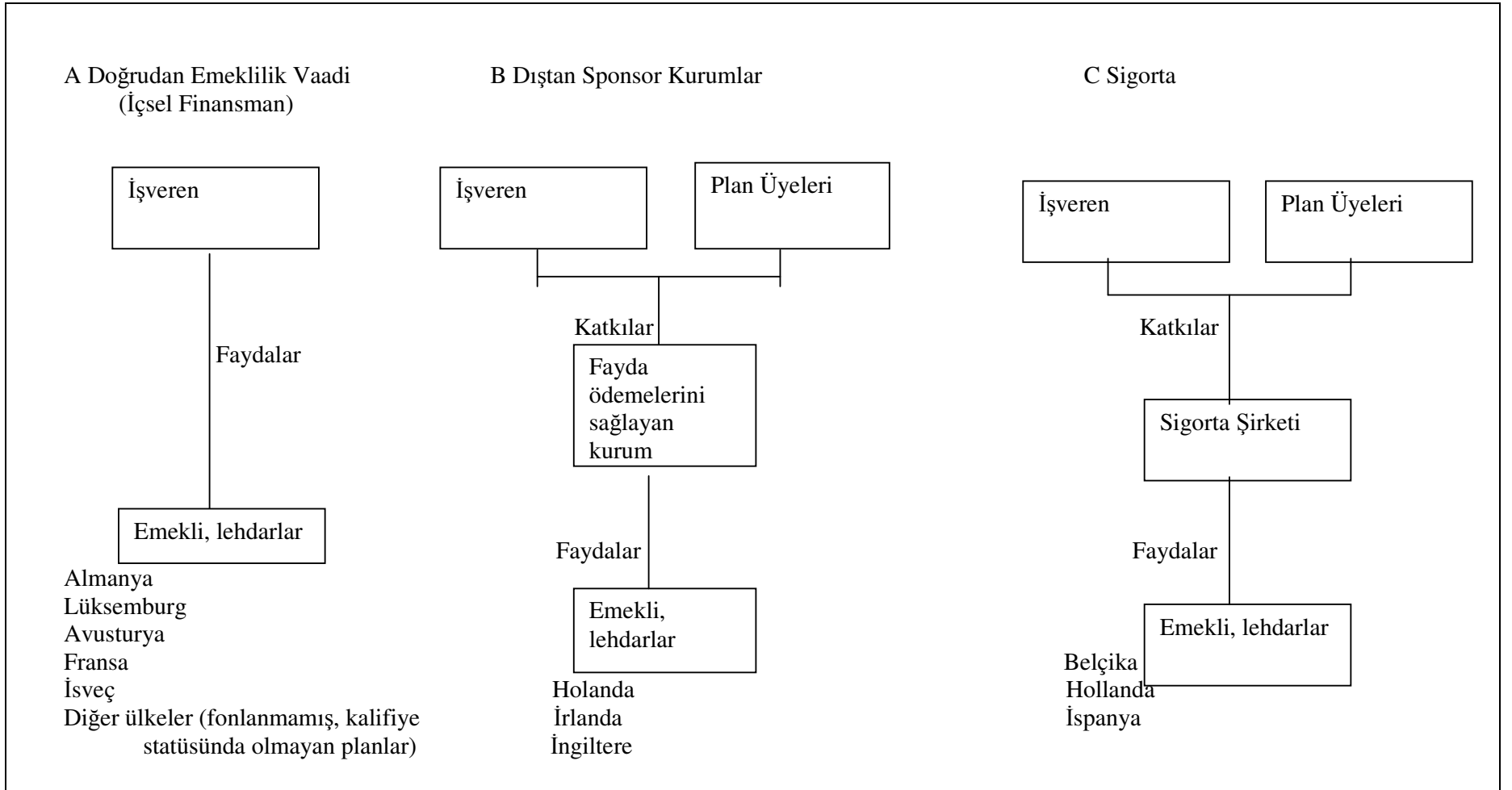
- Slovenya-emeklilik fonları (sigorta şirketleri tarafından yönetilen DC planları için)
- İsveç-Emeklilik fonları

## **Sigorta**

Burada sigortalının sorumlu olduğu kişilerin yaşamlarında başlatılan sigorta sözleşmesini kullanarak faydalar sağlanır. Katkılar işveren, işçi ya da her ikisi tarafından sigortacıya ödenir ve sigorta sözleşmesinden kaynaklanan faydalar sigortacı tarafından sigortalının lehdarlarına ödenir. Sigorta sözleşmesine ödenmesi gereken katkıların ve sigortacıların teknik provizyonlarının bir parçası olarak tanınan yükümlülüklerin belirlenmesinde, aktüeryal hesaplamalar gereklidir. Sigorta ile finansman, en çok katkısı belirli planlar işletildiğinde uygulanır. Katkısı belirli planlarda sözleşmeler genellikle plan varlıklarının emeklilik planının her bir bireysel üyesi için ayrı fona tahsis edilebileceği (allocated basis) esasları üzerine oluşturulmuştur. Faydası belirli emeklilik planlarının finansmanı için grup sigorta sözleşmelerinin kullanımı, plan varlıklarının ortak bir fonda toplanması durumunda (non allocated basis) yaygındır (Belçika'da olduğu gibi).

Üye ülkelerin birçoğunda emeklilik faydaları sağlamak için ana araç sigortadır. Bu ülkelerin bazılarında (Hollanda, İrlanda, Almanya, İngiltere) sigortanın finansman aracı olarak kullanımına sadece küçük emeklilik planlarında izin verilmiştir (Collinson, 2001).

**Çizelge 3.1.** Emeklilik planlarında kullanılan finansman araçları



### 3.1.2. Diğer Aktüeryal Hesaplamalar

Tüm üye ülkelerde faydası belirli planlardaki aktüeryal çalışma, yıllık katkı ve birikmiş yükümlülüklerin hesaplanmasıyla sona ermez. Yapılması gereken diğer aktüeryal hesaplamalar şunlardır:

- İşçilerin bireysel hareketinden (bireysel transfer değerler) ya da şirketin satılmasından dolayı (toptan transfer değer) emeklilik haklarının (kazanılmış hakların) transfer edileceği zaman ödenmesi gereken para miktarının hesaplanması
- Bir emeklilik planının demografik ve ekonomik deneyim analizi
- Ödenecek emeklilik faydalarının hesaplanması, özellikle:
  - (a) Erken emeklilik kesintisi etmenlerinin hesaplanması.
  - (b) Emeklilik ikramiyesi ya da toptan ödeme (lump sum) olarak alınabilen faydalarla, annuite biçimindeki emeklilik faydaları arasındaki değişim için değiştirme etmenlerinin hesaplanması.

Bir işçinin bireysel hareketinde, işverenden ya da emeklilik fonundan yapılan “transfer değer” ödemesi sadece İrlanda, İngiltere, İsviçre ve Hollanda’da yapılan bir uygulamadır. Kazanılmış haklar işçiye verildiğinde ödeme yapılır. Kazanılmış hak, çalışanın emeklilik öncesi işten ayrılması durumunda işverenin yapmış olduğu katkılara ilişkin haklarla ilgili bir kavramdır, genelde hizmet süresi ve bazen de katılımcının yaşı ile ilişkilidir.

İrlanda’da ve İngiltere’de kanunla bir minimum transfer değeri tanımlanmıştır. Bu tanımlama, ertelenmiş (kişinin kendi katkılarıyla sağlanan ödemeler) ya da kazanılmış (işveren katkıları ile sağlanan ödemeler) fayda ödemelerinin bugünkü değeri olarak yapılmıştır. Transfer değerinin hesaplanmasında aktüerin kullanacağı ilkeler rehber GN11 (Guidance Note 11)’de belirtilmiştir (Collinson, 2001).

Hollanda’da bireysel transferler çok yaygındır. Transfer edilen miktar genelde, birikmiş ve/ya da kazanılmış faydaların %4 faiz oranı (piyasa değeri düzeltilmesiyle birlikte) ve standart demografik varsayımları kullanarak hesaplanmış bugünkü değeridir. 2004 yılından itibaren piyasa değeri düzeltilmesinin kullanımına izin verilmemiştir.

Emeklilik fonunun finansman aracı olarak kullanıldığı bütün ülkelerde varsayımların uygunluğuna karar vermek için emeklilik fonu deneyimi aktüer tarafından izlenir.

Ana aktüeryal hesaplamaların yapılmasıyla ilgili sınırlamalar, ülkeden ülkeye değişir ve kullanılan yöntem ve varsayımların seçimindeki özgürlük derecesini yansıtır. Aktüeryal masraf yöntemi ve varsayım seçiminde en özgür ülke olan İngiltere ve İrlanda'da yapılan aktüeryal hesaplamalar tümüyle koşullara bağlanmıştır. Diğer taraftan içsel ayrı rezerv için (book rezerve) yükümlülük hesaplamasında kullanılan yöntemlerin ve varsayımların tümüyle belirli olduğu Almanya'da, aktüeryal hesaplamalar için sınırlandırma yoktur.

### **3.2. Muhasebe Standartları**

Emeklilik faydalarıyla ilgili, gelişmiş muhasebe standartına sahip olan ilk iki ülkenin İngiltere ve İrlanda (Ticari Muhasebe Standartı Uygulaması, SSAP24) olduğu dönemde, diğer Avrupa Birliği ülkelerinde emeklilik yükümlülükleri için muhasebe standartları, genel muhasebe kuralları ve yönetmelikleri ile belirleniyordu. Bu durum 1998 yılında Avrupa Birliğine üye ülkelerin Uluslararası Muhasebe Standartına (IAS19) uyumları ile son buldu. IAS19 'un tanıtımı, ülkeye özgü muhasebe standartlarının gelişimini etkiledi, İngiltere'de var olan ticari muhasebe standartı uygulamasının (SSAP24) yerini FRS17 aldı, ve faydalar için İsveç ve Hollanda muhasebe standartları geliştirildi (Collinson, 2001).

Uluslararası Muhasebe Standartı IAS19 gibi muhasebe standartlarının önemli faydası, sponsor şirketlerin bilanço raporlarındaki fonlanmamış yükümlülüklerin daha eksiksiz tanıtımını sağlamasıdır.

Avrupa'daki genel eğilim, piyasa koşullarını daha yakından yansıtan muhasebe standartlarının gerekliliğidir. Avrupa'da emeklilik yükümlülükleri için muhasebe standartlarındaki genel eğilim şöyledir:

- ✓ Varlık değerlendirmesinde piyasa esaslı yaklaşım
- ✓ Uzun dönemli, yüksek kaliteli bono getirilerini yansıtan iskonto oranının kullanımı
- ✓ Tasarlanmış birim kredi yönteminin kullanımı

- ✓ Özel olarak her bir varsayımın tanımlandığı varsayım seti yerine, net iskonto oranına bağlı olarak birbirini tamamlayan varsayım seti kullanmak.

### **3.3. Aktüeryal Masraf Yöntemleri**

Aktüeryal masraf yöntemleri emeklilik faydalarının fonlamasında kullanılan yöntemlerdir. Fonlama yöntemi "funding method" dışsal bir kurum için ya da içsel ayrı rezerv için emeklilik faydaları sağlamanın maliyetini karşılamak amacıyla yapılan katkıların miktarını ve zamanını belirleme yolu olarak kullanılır. Maliyet dağıtımının sonucu olarak, çoğu yöntem herhangi bir zamanda tutulması gereken fonu da ayrıca tanımlar. Kullanılan tüm yöntemlerin gelecek yükümlülüklerden ve gelecek katkılardan bahsettiği için ileriye dönük yaklaşımda olduğu düşünülebilir.

Avrupa Birliği ülkelerinde kullanılan yöntemler arasındaki önemli farklılık maliyetin ne zaman karşılanacağıdır. Anında ödeme yönteminde emeklilik provizyonu maliyeti, fayda ödemelerinin yapıldığı zaman karşılanır. Bu yüzden üye fayda beklentisi içindeyken katkının tahsisi yapılmaz. Anında ödeme yöntemi, bir kuşağın (o anki işçiler) yaptığı katkıları kullanarak diğer bir kuşağın (o anki emekliler) birikmiş faydalarını ödeme yöntemidir. Bu, katkı oranının aktif ve emekli nüfusundaki gelişime ve emeklilik faydalarıyla ilgili reel kazanç gelişimine duyarlı olduğu anlamına gelir. Yöntemin avantajı emeklilik planının başlangıcında aktif işçilerin katkılarının, çalışma yaşamları boyunca planın üyesi olmuş emekli insanlara emeklilik faydası ödemek için hemen kullanılabilmesidir. Fonlanmış emeklilik planlarında ise, katkıların hem aktif üyelerin fonu için hem de emeklilerin faydalarını ödemek için geliştirilmesi zordur.

Anında ödeme yöntemi yerine, emeklilik provizyonu maliyeti, işveren, işçinin hizmetinden yararlanırken karşılanabilir. Amaç, bu süre içinde gelecek fayda ödemelerinin bugünkü değerine eşit bir miktarı biriktirebilmektir. Biriktirme süresi boyunca elde edilen yatırım getirisi seviyesine (dışsal fonlama) ya da işverenin varlığına (içsel fonlama- book reserving) güven duyulur. Avrupa Ülkelerinde kullanılan, kapitalization, fonlama ya da aktüeryal masraf yöntemi olarak bilinen bu yöntemler güvenlik derecesine göre sıralanabilir.

Güvenlik, özel bir yöntem ile ilişkilendirildiğinde, herhangi bir zamanda yükümlülüklerle bağlı olarak gerekli standart fon miktarının tutulabilirliği olarak tanımlanabilir. Standart fon, kullanılan aktüeryal masraf yöntemine göre değerlendirme tarihinde tanınması gereken yükümlülüklerin (yani tutulması gereken teorik fon değeri) miktarıdır. Metotlar artan güvenliğe göre şu şekilde sıralanmıştır:

En düşük güvenlik: 1. Anında ödeme yöntemi  
2. Birim kredi yöntemi  
3. Tasarlanmış birim kredi yöntemi/erişilen yaş yöntemi

En yüksek güvenlik: 4. Giriş yaşı yöntemi (tasarlanmış; yani maaş skalası ile değerlendirme tarihindeki ücret tahmin edilmiş)

Son iki yöntem belirli faydalara ve varsayımlara göre yer değiştirebilir.

Birim kredi yönteminde risk faydaları (ölüm ve malullük için ödenen faydalar) birikim yöntemiyle ya da risk prim yöntemi ile sağlanır. Birikim yönteminde, çalışma hayatı boyunca, sistemli bir biçimde ödenen katkılarla, risk faydalarının biriktiği varsayılır. Risk prim yönteminde, risk faydaları birikmiş faydaların bir bölümünü oluşturmaz, bunun yerine risk faydalarının değerlendirme tarihini takip eden yıl içerisinde oluşmasının beklenen değeri standart katkıya eklenir. Birim kredi yönteminin kullanıldığı ülkeler: Belçika, Hollanda, İsviçre emeklilik fonları.

Tasarlanmış birim kredi yönteminde risk faydaları, birim kredi yönteminde olduğu gibi, birikim esasına ya da risk primi esasına bağlı olarak sağlanabilir. Tasarlanmış birim kredi yönteminin kullanıldığı ülkeler: İngiltere, İrlanda, Belçika, İspanya, Portekiz emeklilik fonları.

Giriş yaşı yönteminin iki farklı biçimi vardır: Bireysel giriş yaşı yönteminde, her birey için, bireyin giriş yaşı esas alınarak, ayrı bir standart katkı oranı belirlenir. Normal giriş yaşı yönteminde ise, standart katkı oranı normal giriş yaşında plana giren hayali bir üyeye göre belirlenir. Bu şekilde türetilen standart katkı, daha sonra tüm aktif üyelere uygulanır. Normal giriş yaşı aktüer tarafından gerçek üye deneyimine bağlı olarak belirlenebilir. Giriş yaşı yönteminin kullanıldığı ülkeler:



Almanya: Ayrı (içsel) fon emeklilik planları (Bireysel giriş yaşı yöntemi-tasarlanmamış)

İngiltere: Emeklilik fonları için bazen kullanılır (Normal giriş yaşı yöntemi-tasarlanmamış)

İspanya: Emeklilik fonları

Anında ödeme yöntemi Fransa'da kullanımı zorunlu bir yöntem olmadığı halde emeklilik provizyonunun fonlanmasındaki ana yöntemdir. Birim kredi yöntemi Almanya, Finlandiya, Norveç ve İsveç' te isteğe bağlı yönetilen emeklilik fonlarında (self-administered pension funds) en yaygın olarak kullanılan yoldur. Self-administered terimi yatırımın yapılış şekli ile ilgili bir terimdir, yatırımın sadece sigorta primi ödemeleriyle yapılmadığını ifade eder. İngiltere, İrlanda ve Belçika'da emeklilik fonları için tasarlanmış birim kredi yöntemi en yaygın seçimdir, ayrıca bu yöntem İspanya, Portekiz ve Almanya emeklilik fonlarında ve IAS19'un ticari muhasebe amaçları için uygulandığı yerlerde de kullanılır. Giriş yaşı yöntemi Almanya'da daima ayrı rezervi (book reserve) hesaplamak için kullanılır, başka yerlerde de kullanımı vardır. Sigorta fonlamasının popüler olduğu yerlerde genelde sabit yıllık prim (Level annual premium method) yöntemi kullanılır (Collinson, 2001).

Her ülkede; aktüerlerin emeklilik planlarını fonlama ve emeklilik maliyetini belirleme hususundaki farklı felsefeleri, emeklilik provizyonun oluşturan etmenler, aktüerlerin seçim özgürlüğü, vergilendirme, denetleme, muhasebe ve diğer birimlerce aktüere getirilen kısıtlamalar nedeniyle farklı aktüeryal masraf yöntemi kullanılır.

AB'ye üye ya da AB ile ilişkili ülkelerde, muhasebe amaçları için, tasarlanmış birim kredi yöntemine doğru genel bir yönelim vardır.

### **3.4. Varlık Değerlendirmesi**

Bir emeklilik planında varlıklar, aşağıda belirtilen üç yöntemden biri ile değerlendirilir:

### **3.4.1. Tarihi değer (Defter değeri) (Acquisition method)**

Varlıklar piyasa değerleri yerine, satın alındığı fiyatlar üzerinden değerlendirilirler. Amerika'da uygulanan muhasebe standartındaki (Generally Accepted Accounting Principles, GAAP) dört ana ilkeden biridir. AB ülkelerinde kullanıldığı yerler:

Almanya: Emeklilik fonları

Hollanda: Emeklilik fonları

### **3.4.2. Piyasa değeri (Actual value) (Fair value)**

Değerlendirme tarihinde varlıkların satıldığı fiyatlar esas alınarak değerlendirme yapılır.

Her varlığın özel bir zaman boyunca oluşan piyasa değerlerinin ortalaması alınarak belirlenen bir ortalama piyasa değeri kullanılabilir. Alternatif olarak, varlıkların piyasa değerleri, piyasadaki hareketlenmeye göre düzeltilebilir. AB ülkelerinden İngiltere, İrlanda, Belçika, Hollanda, Portekiz emeklilik fonlarının değerlendirilmesinde kullanılır.

### **3.4.3. İskontolanmış kazanç değeri (Bugünkü değer metodu) (Perpetuity method)**

Varlıkların gelecekteki beklenen değerlerinin değerlendirme tarihine iskontolanmasıyla bulunan değerdir. İskonto oranı; değerlendirme faiz oranına eşit alınabilir, plandaki yatırımlardan farklı olarak, hipotetik (varsayıma dayanan) bir varlık portföyü üzerinden gelmesi beklenen getiriye yansıtılabilir ya da Aktüeryal Uygulama Standartı 27 ile uyumlu yöntemlerden biri kullanılarak belirlenebilir.

Kullanıldığı ülkeler: İngiltere, İrlanda emeklilik fonları

Aktüeryal değerlendirmenin yapıma sıklığı üye ülkeler arasında farklılık gösterir.

Fonlama hesaplarında hangi faydalar için matematiksel karşılık ayrıldığı, hangi faydaların ayrıca ele alınıp risk primi esasına göre yüklendiği konusu da ülkeler arasında değişiklik gösterir: Almanya'da yetim faydaları dışında tüm varsayımlar için faydalar biriktirildiği için tam çoklu azalım tablosu kullanılır. İngiltere'deki en yaygın yöntem tasarlanmış birim yöntemidir. Bu yöntemde yaşlılık, bağımlılık ve malullük faydaları biriktirildiği için, fonlama hesaplarında çoklu azalım tablosu

kullanılır (bazı küçük planların dışında), üye öldüğünde yapılan toptan ödeme (lump sum) için birikim esasına göre karşılık ayrılmaz. Bu yüzden toptan ödeme biçimindeki ölüm faydalarının maliyeti ve malullük faydalarının birikim esasına göre ayrılan karşılığında fazlalığı ya da eksikliği risk primi esasına ile karşılanır. İngiltere’de malullük faydaları için karşılık ayırma biçimi, Hollanda’da tasarlama esasına göre bağımlıların faydaları için karşılık ayırmada kullanılan yöntem ile aynıdır. Diğer taraftan malullük faydaları Belçika emeklilik fonlarından sağlandığında, maliyet tamamen risk primi esasına göre karşılanır.

Çizelge 3.2’ de Avrupa Birliğine üye ve Avrupa Birliği ile ilişkili ülkelerdeki finansman araçları, aktüeryal değerlendirme sıklığı ve varlık değerlendirmesi ile ilgili karşılaştırma gösterilmiştir (Collinson, 2001).

**Çizelge 3.2.** Avrupa Birliğine üye ve Avrupa Birliği ile ilişkili ülkelerdeki finansman araçlarının, aktüeryal değerlendirme sıklığının ve varlık değerlendirmesinin karşılaştırılması.

ÜLKE	FİNANSMAN ARACI	AKTÜERYAL DEĞERLENDİRME SIKLIĞI	VARLIK DEĞERLENDİRMESİ
<b>Avusturya</b>	Ayrı fon/ Emeklilik fonu/ Sigorta	Yıllık	Piyasa değeri
<b>Belçika</b>	Emeklilik fonu/ Grup Sigortası	Yıllık	Piyasa değeri
<b>Kıbrıs</b>	Emeklilik fonu	3 yıl, bazen yıllık	Piyasa değeri
<b>Danimarka</b>	Emeklilik fonu/ Sigorta	Yıllık	Defter değeri
<b>Finlandiya</b>	Emeklilik fonu	2 yıl	Defter değeri (bazen piyasa değ.)
<b>Almanya</b>	Ayrı fon/ Emeklilik Fonu	Yıllık	Defter değeri (IAS19 için market değ.)
<b>İzlanda</b>	Emeklilik fonu	Yıllık	Düzeltilmiş piyasa değeri
<b>İrlanda</b>	Emeklilik fonu	3 yıl	İskontolanmış kazanç değeri/ Ortalama piyasa değeri/ Piyasa değeri
<b>Lüksemburg</b>	Ayrı fon/ Emeklilik fonu	Yıllık	Defter değeri
<b>Hollanda</b>	Emeklilik fonu	Yıllık	Piyasa değeri/ Defter değeri
<b>Portekiz</b>	Emeklilik fonu	Yıllık	Piyasa değeri
<b>İspanya</b>	Emeklilik fonu	Yıllık, bazen 3 yıl	Piyasa değeri
<b>İsviçre</b>	Emeklilik fonu	Yıllık, bazen 3 yıl	Bölgesel yasal raporlar için defter değer, IAS19 için piyasa değeri
<b>İngiltere</b>	Emeklilik fonu	3 yıl	İskontolanmış kazanç değeri/ Piyasa değeri (Market Değeri yaygın)

### 3.5. Aktüeryal Varsayımlar

Faydası belirli emeklilik aylığı yükümlülüklerinin ölçümü, plan masraflarının ve aktüeryal bugünkü değerin belirlenmesinde ve gelecekteki plan yükümlülüklerinin tahmininde kullanılan hesaplamaları içerir. Faydası belirli emeklilik planındaki yükümlülükleri ölçmede kullanılan aktüeryal varsayımlar iki şekilde sınıflandırılabilir:

- (i) Ekonomik Varsayımlar: Ekonomik varsayımlar ödenecek olan faydaların miktarını tasarlamak için gereklidir.
- (ii) Demografik Varsayımlar: Demografik varsayımlar ödenecek olan faydaların ne zaman ödeneceğini tasarlamak için gereklidir.

#### 3.5.1. Ekonomik varsayımlar

Aktüerin, faydası belirli emeklilik planındaki yükümlülükleri ölçmede kullandığı ekonomik varsayımlar genel olarak şöyledir:

Yatırım getirisi (bazen değerlendirme faiz oranı olarak da kullanılır)

Gelecekteki nakit akışlarının iskontolandırılmasında kullanılan iskonto oranı

Fiyat enflasyon oranı

Ücretlerdeki artış oranı (fayda skalası)

Ertelenmiş emekliler için emeklilik faydalarındaki artış oranı

Devlet emeklilik faydalarındaki artış oranı

Kar payı/varlıkların geliri'ndeki artış oranı

Bu varsayımların hangilerinin değerlendirmede kullanılacağı, sağlanacak faydaların türüne, ülkeyi/işçiyi etkileyen ekonomik faktörlere ve aktüerin hesaplama yaparken uymak zorunda olduğu kısıtlamalara bağlıdır.

Değerlendirmede ekonomik varsayımlar iki farklı şekilde belirlenir:

- ✓ Yatırım getirisinin kanun, yönetmelik ya da bir diğer bağlayıcı otorite tarafından kabul edilip, belli bir aralıkta seçilmesiyle belirlendiği ve değerlendirmede diğer varsayımların kullanılmadığı durum.
- ✓ Varsayım belirlemede kısıtlamanın olmadığı, aktüer tarafından tüm varsayımların birbirleriyle tutarlı olacak şekilde bir en iyi tahmin aralığının belirlendiği durum.

### 3.5.1.1. Yatırım getirisi varsayımı

Faydaların, ücret artışlarına ya da enflasyona bağlı olarak, gelecekteki artışlarıyla ilgili varsayım yapılmaz, değerlendirme tarihinde geçerli olan fayda düzeyleri kullanılır. Bu nedenle yapılan tek açık ve net ekonomik varsayım iskonto işleminde kullanılan yatırım getirisidir.

Sadece yatırım getirisi varsayımının kullanımı, genellikle vergilendirme ve denetleme kurumlarının aktüer üzerindeki sınırlamalarını yansıtır, kullanılan yatırım getirisi uzun dönem gerçekçi yatırım getirisinden daha düşüktür ve bu nedenle dolaylı olarak yatırım getirisinin gelecek fayda artışlarını barındırdığı düşünülür (yani bu oran net iskonto oranını gösterir).

Fayda hesaplamalarında varsayımın, kanun, yönetmelik ya da bir diğer bağlayıcı otorite tarafından kabul edilip, belli bir aralıkta seçilmesiyle belirlendiği ve bu şekilde belirlenmiş yatırım getirisi oranının iskonto oranına eşit olarak alındığı ülkeler ve uygulama esasları aşağıdadır:

Almanya: Ayrı rezervli emeklilik planları için vergi koduna (tax code) göre yapılan hesaplamalarda, %6'lık net faiz oranı kullanılmalıdır (diğer varsayımlar yapılmaz). Emeklilik fonu için yapılan hesaplamalarda %3.5'lik net faiz oranı kullanılır. Artan sayıdaki şirketler, muhasebe amaçları için IAS19 ya da FAS87 muhasebe standartlarını uygular.

Hollanda: Emeklilik fonları için denetleme kurumlarının izin verdiği maksimum net iskonto oranı %4'tür. Uygulamada ender olarak kullanılmasına rağmen, bu kurumların izin verdiği maksimum ücret artış oranı %4'tür. Ayrı rezervler (book reserves), hükümet bonoları paketinden elde edilen piyasa faiz oranına göre hesaplanmak zorundadır. Bazı fonlar için tüm ekonomik varsayım seti uygulanır ve Hollanda'daki yeni muhasebe standardı tüm ekonomik varsayımların kullanımını gerektirir.

İsveç: Finansman aracı ayrı rezerv olduğunda, yükümlülük hesaplamalarında kullanılan oran, vergi ve masraflar için kesinti olmadan, %3.75'lik iskonto oranı olarak belirlenir. Sigorta şirketleri, vergi ve masraflar için kesinti olmadan, maksimum %3'lük oran kullanabilirler.

Grup sigortası sözleşmelerinin kullanıldığı ve katkıların yürürlükteki sigorta tarifesine göre hesaplandığı durumda, sigorta şirketi, katkıların belirlenmesinde bölgesel şartlarla uyum gösteren bir basit net yatırım getiri oranı kullanmalıdır, örneğin Almanya'da %3.25, Hollanda'da %3'tür.

### **3.5.5.2. Tüm varsayım setinin kullanımı**

Geleceğin ekonomik anlamda ne getireceğini hiç kimse bilemeyeceği için, bir aktüerin yapabileceği en iyi şey geçmiş deneyimine ve gelecekle ilgili beklentilerine dayanarak, gelecekte olabilecek ekonomik olayların tahmininde profesyonel kanısını kullanması ve varsayımları bu yargıya göre seçmesidir. Bu nedenle, bir aktüerin en iyi tahmin varsayımı genellikle tek bir varsayımla değil, bir aralıkla temsil edilir. Aktüer, her ekonomik varsayım için bir en iyi tahmin aralığı belirlemeli ve bu aralıktan belirli bir nokta seçmelidir (Actuarial Standart of Practice No.27, 1997).

Tüm varsayımlar için en iyi tahmin aralığının belirlenmesi, aktüerin kullanılacak varsayımları seçmede özgür olduğunda yapabileceği bir çalışmadır. Faydası belirli emeklilik planındaki yükümlülükleri ölçmede tüm varsayım setinin kullanıldığı ülkeler aşağıdadır:

İngiltere

İrlanda

Hollanda (Bazen ve yeni muhasebe standardı için)

Portekiz

İspanya

Belçika

Kıbrıs

IAS19'un takip edildiği diğer ülkeler

Yatırım getirisi, ücret artış oranı ve fiyat enflasyonu ile ilgili varsayımlar bu varsayımların uzun dönem gelişiminin bir en iyi tahminini gösterir. İskonto oranı, beklenen gelecek ödemelerin bugünkü değerini belirlemede kullanılır ve genelde yatırım getirisi varsayımıyla aynıdır. Fakat iskonto oranı yatırım getirisi oranından bağımsız olarak da seçilebilir. Böyle durumlarda iskonto oranı, plandaki

yatırımlardan çok, hipotetik (varsayıma dayanan) bir varlık portföyü üzerinden gelmesi beklenen getiriyi yansıtır (Actuarial Standart of Practice No.27, 1997).

En iyi tahmini yatırım getirisi aralığı, ASOP 27 ile uyumlu olan çeşitli yöntemleri kullanarak oluşturulabilir. Kabul edilmiş yöntemlerden iki örnek Building-Block Yöntemi ve Nakit Akışı Eşleştirme Yöntemi' dir.

Building-Block Yöntemine göre her varlık sınıfının beklenen gelecek yatırım getirisi, yatırım getirisini oluşturan parçaların kombinasyonu ile oluşturulur. Bu parçalar enflasyon ve gerçek getiri gibi faktörlerden oluşur. Bu yönteme göre yatırım getirisi için en iyi tahmin aralığı şöyle belirlenir:

- (i) Varlık sınıfı için kullanılabilir olan devlet tahvil ve bonoları gibi sabit getirili menkul kıymetler ve hisse senetleri namına beklenen gelecek gerçek getiri için bir en iyi tahmin aralığı oluşturulur (bu ya doğrudan yapılır ya da gerçek getirinin bileşenleri için en iyi tahmin aralıkları birleştirilir).
- (ii) Planın beklenen varlık sınıfı karışımını yansıtacak bir ortalama, ağırlıklandırılmış gerçek getiri aralığı hesaplanır.
- (iii) (ii) basamağında bulunan aralık, beklenen enflasyon aralığı ile birleştirilir.
- (iv) (iii) basamağında, enflasyon ve gerçek getiri aralıklarının sadece en alt ve en üst uç noktalarını birleştirip bir aralık belirlemek genellikle çok uygun değildir, çünkü geniş bir en iyi tahmin aralığı ortaya çıkarabilir. Bu durumda enflasyon ve farklı varlık sınıfı getirileri arasındaki korelasyonları dikkate alan stokastik simulasyon modellerinin kullanımı daha uygundur. Bu modellemeler sonucu yatırım getirisi için, belli güven düzeylerinde bir en iyi tahmin aralığı geliştirilebilir.

Aynı seçim süreci iskonto oranı için de, emeklilik planının beklenen yatırımlarının hipotetik bir portföyle yer değiştirmedeği durum için uygulanabilir.

Yatırım getirisi için en iyi tahmin aralığının belirlenmesindeki diğer yöntem ve diğer tüm varsayımlar için en iyi tahmin aralığının belirlenmesinde kullanılan yöntemler ASOP 27' de belirtilmiştir.



Çizelge 3.3, Avrupa Birliği'ne üye ve Avrupa Birliği ile ilişkili ÷lkelerde kullanılan net iskonto oranını, Çizelge 3.4 ise bu oranı belirlerken, hangi ÷lkelerin sadece yatırım getirisi oranından yararlandığı, hangi ÷lkelerin hipotetik bir varlık portföyü üzerinden gelmesi beklenen getiriyi esas aldıklarını ya da diğer varsayımlara göre bir seçim sürecini kullandığını göstermektedir (Collinson, 2001).

**Çizelge 3.3.** Avrupa Birliği üyesi ve ilişkili ÷lkelerde kullanılan net iskonto oranı

÷LKE	NET İSKONTO ORANI
Avusturya	6
Belçika	2-3.5
Kıbrıs	2
Finlandiya	3.5-4.25
Almanya	6
İrlanda	3.5
İzlanda	2-3
Hollanda	4
Portekiz	2
İspanya	1-2
İsviçre	3.75
İsveç	4
İngiltere	2-3

**Çizelge 3.4.** Net iskonto oranı belirlemede, basit bir yatırım getiri oranının ya da varsayım setinin kullanıldığı ülkeler

ÜLKE	FİNANSMAN ARACI	YATIRIM GETİRİ ORANI %	FİYAT ENFLASYONU%	ÜCRET ARTIŞI%	EMEKLİLİK ARTIŞI%	DEVLET EMEKLİLİK FAYDASI(SOSYAL GÜVENLİK) ARTIŞI%
Avusturya	Emeklilik fonları	3.5-6.5	1.0-2.5	2.0-5.0	1.0-4.0	1.0-3.0
	Ayrı Fonlar	6.0	0	0	0	0
Belçika	Emeklilik fonları	6.0	1.5-2.5	2.5-4.0	0	1.5-2.5
Kıbrıs	Emeklilik fonları	6.5	2.5	4.5	4-4.5	4.5
Danimarka	Tümü katkısı belirli düzenlemedir					
Finlandiya	Emeklilik fonları	3.5-4.25	0	0	0	0
Almanya	Ayrı Fonlar	6.0	0	0	0	0
	Emeklilik fonları	3.5	0	0	0	0
İzlanda	Emeklilik fonları	3.5	0	0	0	0
İrlanda	Emeklilik fonları	7.0	3.0	5.0	0	4.0
Hollanda	Emeklilik fonları	4.0	0	0	0	0
Portekiz	Emeklilik fonları	5.5	2.0	3.5	2.5	2.0
İspanya	Emeklilik fonları	4.0	1.5-2.0	2-3		1.5-2.0
İsviçre	Emeklilik fonları	3.75	0	0	0	0
İsveç	Emeklilik fonları	4.0	0	0	0	0
İngiltere	Emeklilik fonları	6.5	3.0	4.5	0	3.0

Sadece yatırım getiri oranı kullanılarak iskonto oranının belirlendiği ülkelerde, faydaların aynı faktörden etkilendiği (ücretler ya da fiyat enflasyonu) ve aynı aktüeryal masraf yöntemi kullanıldığında, Alman hesaplarının faydası belirli emeklilik planları yükümlülüklerinin bugünkü değeri için en düşük değeri üreteceğini, bunu Finlandiya, İsveç ve Hollanda hesaplarının izleyeceği görülür. İngiltere, İrlanda, Belçika ve İspanya faydası belirli emeklilik planları yükümlülüklerinin bugünkü değeri için en yüksek değeri üretir. Ekonomik varsayımların seçimi, aktüeryal masraf yönteminin seçiminde olduğu gibi üç farklı şekilde sınırlandırılabilir:

#### **(i) Kesin Sınırlamalar**

Almanya'da ayrı rezerv için vergi kodu hesaplamalarında ve sigorta tarifesinin uygulandığı AB üyesi ülkelerde.

#### **(ii) Minimum ve Maksimum Sınırlamalı Seçim Özgürlüğü**

Belçika: denetleme kurumu, emeklilik fonunda tutulan varlıkların, biriktirilmiş yükümlülüklerin %6 oranıyla hesaplanan bugünkü değerleri geçmesi gerektiğini belirtmektedir.

İngiltere: vergilendirme kurumları önceden belirtilen esaslara göre bir maksimum fonlama seviyesi ve bir minimum fonlama seviyesi belirlemiştir.

İspanya: maksimum net iskonto oranı %4'tür, diğer ekonomik varsayımlar kullanılan iskonto oranı ile uyumlu olmak zorundadır.

Hollanda: net iskonto oranının maksimum %4 olması gerekir.

#### **(iii) Belirli Hedefli Seçim Özgürlüğü**

İngiltere ve İrlanda:

Aktüerin seçtiği her ekonomik varsayım, seçilen diğer tüm varsayımlarla tutarlı olmalıdır. Genellikle bu tutarlılık koşulu, aktüer tarafından seçilen tüm varsayımlarda aynı enflasyon bileşenini kullanılarak gerçekleştirilir.

### 3.5.2. Demografik varsayımlar

Demografik varsayımlar, sağlanacak faydaların ne zaman ödeneceğini belirlemek için emeklilik planındaki nüfus gelişimini tasarlamak amacıyla kullanılır.

Avrupa Birliği ülkelerinde aktif üye için gelecek faydaların değerlendirilmesinde kullanılan demografik varsayımlar aşağıdadır:

- Tüm ülkelerde hesaplamalarda ölümlülük oranı kullanılır.
- Almanya, İrlanda, Danimarka, Lüksemburg, İspanya ve İngiltere’de malullük faydaları için karşılık ayrılır. Bu nedenle aktif bir üye için malullük faydalarının değerlendirilmesi normal bir uygulamadır. Belçika ve Portekiz’de malullük faydaları uygulandığında, risk primi esasına göre katkı üzerine yükleme yapılır. Bu yüzden Belçika ve Portekiz’ de aktifler için tek azalımlı tablo kullanılır.
- İngiltere ve İrlanda’da ayrılış ve erken emeklilik azalımlarının kullanımı normal bir uygulamadır ama İspanya ve Portekiz’de bazen bu azalımlar kullanılır. Alman vergi koduna göre, ayrı rezerv hesaplamalarında kullanmak için 30 yaşının altındaki tüm plan üyelerini hariç tutularak, bu yaş minimum giriş yaşı olarak belirlenir ve ayrılış için karşılık ayrılır. Almanya’da aktüeryal değerlendirmelerde, başka yere devrolunma (take over) amaçları için daha düşük minimum giriş yaşı ile bağdaştırılarak, devrolunma için varsayım üretilir (Collinson, 2001).

Belçika denetleme kurumları fonlama hesaplamalarında ayrılma varsayımının kullanımını yasaklamıştır. Bu durum, katkılar sigorta tarifesi koşullarına göre hesaplandığında da geçerlidir.

- Bağımlıların faydaları birçok ülkede bütünsel yönteminin kullanımıyla değerlendirilir. Belçika bu durum için istisnadır ve bireysel yöntem kullanılır.
- Terfi artışlarının modellenmesi için ücret skalasının kullanımı İngiltere ve İrlanda’da genel bir uygulamadır. Ücret skalası Portekiz’de kullanılabilir (Collinson, 2001).

Ölümlülük ve malullük için standart tablo kullanımı yaygındır. Standart tabloların kullanılmasının nedeni, tabloların kesin ya da dolaylı olarak ilgili kurumlar tarafından

belirlenmesi ya da emeklilik planı deneyiminin, plana özel tablolar oluşturulmasında yeterli olmamasıdır.

Belçika'da neredeyse her hesaplamada MF/FR ve MK/FK standart tabloları kullanılır, denetleme kurumları bunların kullanımını minimum fonlama ve sigorta tarife hesaplamaları için gerekli kılar.

Danimarka'da tarifeler G82 standart ölümlülük ve malullük tablolarına göre hesaplanır.

İngiltere'de vergilendirme kurumları, emeklilik fonunun maksimum fonlama seviyesinin hesaplanması için bir ölümlülük esas belirler.

Hollanda'da CBS beş yılda bir ölümlülük ile ilgili istatistik verileri toplar. Aktuarieel Genootschap, sigorta şirketlerinin yaptığı gibi, bu istatistiklere dayanarak standart tablolar üretir. Kullanılacak tablo aktüer tarafından seçilir.

Her yaş için basit ölümlülük oranının kullanımı Danimarka ve Portekiz'de uygulanır. Belçika'da aktifler ve emekliler için farklı ölümlülük varsayımları uygulanır. Almanya, İrlanda, Luxemburg ve İngiltere'de aktifler, emekliler ve malul emekliler için farklı ölümlülük oranları varsayılır. Erkekler ve bayanlar için farklı ölümlülük varsayımlarının uygulanması genel bir çalışmadır, farklı ölümlülük varsayımlarının uygulanması düzeltme faktörünün uygulanmasıyla da yapılabilir. Farklı işçi grupları için farklı varsayımların kullanımı İngiltere ve İrlanda'da yaygın bir uygulamadır.

Ayrılmalar için standart tablo kullanımı yaygın bir kullanım değildir. Ayrılma varsayımlarının yapıldığı yerlerde tablolar, emeklilik planının kendi deneyimi ya da benzer planların deneyimleri esas alınarak yapılır (Collinson, 2001).

### **3.6. Avrupa Birliğine Üye ve Avrupa Birliği İle İlişkili Ülkelerde Özel Emeklilik Faydalarının Değerlendirilmesinde Ana Farklılıklar:**

AB üyesi ve AB ile ilişkili ülkelerde, emeklilik sisteminin üç alt ayağına verilen önem ve devlet emeklilik sistemi ile özel emeklilik planının yapısı ülkeler arası değişim gösterdiği gibi, özel emeklilik faydalarının değerlendirilmesinde ele alınan ölçütler de önemli değişim gösterir. Aktüeryal değerlendirmede ele alınan ölçütler arasındaki ana farklılıklar şu şekilde özetlenebilir:

- ✓ Farklı aktüeryal masraf yöntemlerinin kullanımı
- ✓ Aynı aktüeryal masraf yöntemin farklı uygulaması, özellikle hangi faydaların fonlanacağıının, hangi faydaların yıldan yıla risk primi üzerine yükleneceğinin seçimindeki farklı uygulama
- ✓ Gelecek faydaların modellenmesinde, basit bir yatırım getirisi oranının kullanılması ya da ekonomik varsayımların hepsinin ya da bir bölümünün kullanılması
- ✓ Her durum için aktüer tarafından belirlenen demografik varsayımların kullanımı (ayrılış azalımını da içerecek şekilde) ya da standart, belirlenmiş varsayımların kullanımı.
- ✓ Varlık değerlendirmesinde aktüerin gerekliliği, defter ya da market değerinin kullanımı
- ✓ Açık ya da artıkların belirlenmiş bir yöntemle göre amortismanı ya da doğrudan işverene yüklenmesi.

Son madde için, ticari muhasebe standartına (SSAP24) uyan ülkelerde, açık ya da artıkların belirlenmiş bir yöntemle göre amortismanı söz konusudur. İngiltere ve İrlanda'da Ticari Muhasebe Standartı (SSAP24) uygulamasına göre; " Artıklar ve açıkların, sistematik bir biçimde, işçilerin beklenen gelecek hizmetleri boyunca amortismanı sağlanmalıdır."

Planın kararlı ve güvenilir yapısını bozmadan, artıkların ya da açıkların amortismanının sağlanabileceği optimum dönemi bulmak İngiltere'de kullanılan bir yöntemdir (Haberman, 1994).

Bu tez çalışmasında amaç, yatırım getirisinin rasgele değişken olması durumunda optimal dağıtım periyodunun bulunmasıdır.

#### 4. FAYDASI BELİRLİ EMEKLİLİK PLANLARINDA YATIRIM GETİRİSİNİN RASGELE DEĞİŞKEN OLMASI DURUMUNDA OPTİMAL DAĞITIM PERİYODUNUN BELİRLENMESİ

Avrupa Birliği üyesi ülkeler için faydası belirli özel emeklilik planlarındaki işverene ait yatırım riski, katkısı belirli özel emeklilik planlarına olan talebin artmasıyla işçiye yüklenmiş olmaktadır. Faydası belirli özel emeklilik planında işverene ait olan yatırım riski, aktüerin kontrolünde olan faktörlerin etkin kullanımıyla azaltılabilir (Cairns, 1994; Haberman, 1994). Bu faktörler;

- ✓ Amortisman periyodu ve yöntemi
- ✓ Aktüeryal değerlendirmenin yapılma sıklığı,
- ✓ Karar kılınan katkı oranının uygulamasındaki gecikme,
- ✓ Aktüeryal masraf yöntemi,
- ✓ Değerlendirme esası,
- ✓ Varlık -yükümlülük stratejisidir.

Fon seviyesi, fayda ödemeleri oldukça azalacak ve işverenin ya da işveren ve işçilerin yaptığı katkılar, mülk, hisse senedi ve diğer menkul kıymetler gibi varlıklardan ve sermaye karlarından (varlık-yükümlülük) elde edilen yatırım gelirleri ile artacaktır. Her değerlendirmede aktüer, beklenen ileriye dönük yükümlülükleri (belirlenmiş faydaları) değerlendirip, gelecekte ödenmesi gereken katkıları hesaplar ve yükümlülükleri tutulan varlıkların değeri ile karşılaştırır.

Bu karşılaştırmada artık ya da zararın oluşmasındaki en önemli nedenlerden biri, plan varlıkları üzerindeki yatırım getirisidir. Yatırım getirisinin değişkenliğini dikkate alarak, planın mali durumuna özgü basit bir stokastik model aracılığıyla artık ya da zararın amortismanı için kullanılan yöntemin (dağıtım yöntemi) etkisi incelenir.

Bu çalışmada, fon seviyesi;

$$F(t+1) = (1+i(t+1))(F(t)+C(t)-B), \quad t=0,1,2,\dots$$

$$C(t) = NC+k(AL-F(t))$$

$$C(t) = \sum NC(x,t) + ADJ(t) = NC(t) + ADJ(t) \quad (4.1)$$

eşitlikleri ile verilen matematiksel bir modelle temsil edilir.  $t$  anında  $x$  yaşındaki bir üyenin normal katkısı  $NC(x,t)$ 'dir ve toplam, tüm bireysel üyeler üzerinden alınmıştır,  $t$  anındaki toplam normal katkı  $NC(t)$ 'dir.  $ADJ(t)$ ,  $t$  anındaki fonlanmamış yükümlülüğün ( $UL(t)$ ) dağıtımıyla oluşturulan,  $t$  anındaki katkı oranı için bir düzeltmedir.  $ADJ(t)$ ; aktüeryal varsayımlardan önceki ve bugün olan deneyimsel sapmaların amortismanı için ödenen ek katkı ya da katkı düzeltmesidir. Bu sapmalar aktüeryal kar ya da zarar olarak karşımıza çıkar ve

$$UL(t) = \sum AL(x,t) - F(t) = AL(t) - F(t)$$

şeklinde tanımlanır.

$t$  anında  $x$  yaşındaki bir üyenin aktüeryal yükümlülüğü  $AL(x,t)$ 'dir, toplam tüm üyeler üzerinden alınmıştır ve  $AL(t)$   $t$  anındaki toplam aktüeryal yükümlülüktür.  $B$  ise fondan çıkan toplam faydayı gösterir (Dufresne, 1988).

Modelde  $t$  yılındaki katkı oranı  $C(t)$  ile,  $t$  yılındaki fon seviyesi  $F(t)$  arasındaki ilişki tanımlanır. Bu model, yatırım getirileri; birbirinden bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele değişkenler ve hareketli ortalama (MA) zaman serisi biçiminde modellendiği durumda katkı oranı ve fon seviyesindeki değişkenliği incelemek için oluşturulmuştur. Kullanılan aktüeryal masraf yöntemleri, aktüeryal yükümlülük ( $AL$ ) ve aktüeryal yükümlülük ile gerçek fon arasındaki farkın (bu fark fonlanmamış yükümlülük olarak bilinir) bir  $k$  sabit oranı ile çarpımıyla düzeltilebilen normal katkı ( $NC$ ) üreten bireysel aktüeryal masraf yöntemleridir. Model oluşturulduktan sonra, önemli bir kontrol parametresi olan 'dağıtım periyodunun uygun bir seçimi ile ilgilenilip, özellikle katkı ve fon seviyesindeki değişkenliği azaltacak "optimal" bir seçimin olup olmadığı araştırılır. Son olarak, farklı stokastik yatırım dönüşümü modelleri için elde edilen sonuçlar karşılaştırılır (Dufresne, 1988; Haberman, 1994; Haberman and Wong, 1997).

Bu çalışmalar yapılırken üyenin arzusuna bağlı ya da ek fayda ödemelerinin olmadığı faydası belirli emeklilik planı göz önüne alınır. Son ücret esaslı, normal emeklilik yaşındaki emeklilik faydaları için provizyonlar oluşturulur ve aktüeryal değerlendirmeler herhangi bir  $t$  kesikli zamanında ( $t=0,1,2,\dots$ ) yapılır. Fon seviyesi  $F(t)$  ve katkı  $C(t)$  aktüer tarafından belirlenen varsayımlara göre tahmin edilir.



Aktüeryal değerlendirme, belirlenen finansal ve demografik varsayımlara bağlıdır. Değerlendirmedeki varsayımlar aşağıda tanımlanmıştır:

- (1) Yatırım getirisi dışında, plan uygulamaya başladıktan sonraki gerçek deneyimle varsayılan deneyim aynıdır.
- (2) Yeni üyeler nüfusu durağan yapacak şekilde plana katılırlar, yani yeni üye girişleri her yaş grubunda aynı sayıda üye olacak şekilde olur.
- (3) Ücret artış oranı sıfırdır.
- (4) Değerlendirmedeki yatırım getirisi varsayımı sabittir,  $i_v$ .
- (5)  $i(t)$ ,  $F(t)$ 'nin tanımına uygun bir tarzda tanımlanır.  $F(t)$ , varlıkların piyasa değeri olarak tanımlandığında,  $i(t)$  fondaki toplam yatırım getirisi olur.  
( $t, t+1$ ) yılında IID (birbirinden bağımsız rasgele değişken) modeli için yatırım getirisi,  $(i(t+1), t \geq 0)$ ' dir.  
 $P(i(t) > -1) = 1$  ve  $E(i(t)^2) < \infty$ 'dur.

MA(1) modeli için ( $t, t+1$ ) periyodu boyunca fondan kazanılan gerçek yatırım getirisi  $i(1+t)$ 'dir. Buna karşılık gelen gerçek anlık yatırım getirisinin ( $t, t+1$ ) aralığında sabit olduğu varsayılır ve  $\delta(1+t)$  olarak yazılır.  
 $1+i(1+t) = \exp(\delta(1+t))$  'dir.

- (6) IID modeli için yatırım getirisi dağılımının ortalaması, değerlendirme yatırım getirisidir ( $E(i(t)) = i_v = i$ ). MA(1) modelinde,  $E(1+i(t)) = E[\exp(\delta(t))] = (1+i)$  olarak tanımlanır ve değerlendirme yatırım getirisi olan  $i_v$ ' nin  $i$  ye eşit olduğu varsayılır.  $i_v < i$  gibi daha tutucu varsayımlar da kullanılabilir ama bu tür varsayımların uzun dönemli olması mümkün değildir. Varsayımdaki farklı genelleme için (örn; nüfus asimptotik olarak durağan,  $i_v \neq E(i(t))$ ), bütünsel yöntem gibi) Dufresne 1988 incelenebilir.
- (7) Fona yapılan katkılar ve fondan yapılan ödemeler her periyodun başında yapılır.

(8) Fon başlangıç değeri bilinir.  $P(F(0) = F_0) = 1$

(9) Değerlendirme yıllık aralıklarla yapılır.

Yukarıda verilen (1)-(4) varsayımlarına dayalı olarak toplam normal NC, toplam aktüeryal yükümlülük AL ve ödenecek emeklilik faydası B'nin sabit olduğu ya da zamana bağlı olarak değişmediği söylenebilir.

(1),(2),(4),(7) ve (9) ile verilen varsayımlara bağlı olarak AL,

$$AL = (1 + i_v)(AL + NC - B) \text{ ya da } B = dAL + NC, \quad (4.2)$$

biçiminde verilen denge eşitliğini sağlar. Burada d, bileşik faiz iskonto oranıdır.

ADJ(t) belirlenirken kullanılan en yaygın iki yöntem "dağıtım yöntemi" ve "kayıpların amortismanı yöntemi". Fonlanmamış yükümlülüğün yayıldığı dağıtım yöntemi İngiltere'de, kayıpların amortismanı yöntemi ise Amerika'da yaygın olarak kullanılır ve daha karmaşık matematiksel özellikleri vardır.

Dağıtım yöntemine göre, katkıya yapılan ek, ADJ(t), fonlanmamış yükümlülüğün kesri olarak tanımlanır:

$$ADJ(t) = k \cdot UL(t) \quad (4.3)$$

$k = \left( \frac{e^{i_v}}{e^{i_v} - 1} \right)^{-1}$  olarak tanımlanır ve  $i_v$  değerlendirme faiz oranı ile hesaplanmıştır. Böylece, fonlanmamış yükümlülük M yıla dağıtılmıştır. M değeri, aktüerin karar vereceği kontrol değişkeni gibi kullanılır ve fon seviyesinin, katkının davranışını etkiler. Uygulamada M değeri ortalama plana üyelik periyoduna bağlı olarak 20-25 yıl olarak alınır. k; ADJ(t)'yi oluşturan UL(t)'nin bir kesridir ve UL(t)'ye yüklenen ceza faiz oranı olarak ta düşünülebilir.

Aşağıdaki eşitlikler F(t)'nin birbirini izleyen değerlerini ve C(t)'yi belirtir:

$$F(t+1) = (1 + i(t+1))(F(t) + C(t) - B), \quad t=0,1,2,\dots \quad (4.4)$$

$$C(t) = NC + k(AL - F(t)), \quad (4.5)$$

Burada B(t), NC(t) ve AL(t)'nin zamana bağlı olarak sabit olma avantajı kullanılır.

#### 4.1. Yatırım Getirilerinin Birbirinden Bağımsız Aynı Dağılımlı Rasgele Değişkenler Olması Durumunda F(t) ile C(t)' nin Beklenen Değer ve Varyansının Bulunması

Bu alt kesimde yatırım getirilerinin aynı dağılımlı bağımsız rasgele değişkenler olması durumunda katkı ve fon seviyelerinin,  $t \rightarrow \infty$  durumunda ortalama ve varyansı hesaplanacaktır. Bu limitlerin k parametresinden nasıl etkilendiği araştırılacaktır. k için kabul edilebilir uygun bir aralığın olduğu ve sadece yatırım getirilerinin ortalama ve varyansına bağlı olan bu aralık dışında F ve C' nin varyansının yüksek olduğu gözlemlenecektir (Dufresne, 1988).

F(t) ve C(t)'nin beklenen değerlerini bulmak amacıyla, Eş.(4.5), Eş.(4.4)' te yerine konulursa;

$$\begin{aligned} F(t+1) &= (1+i(t+1))(F(t)+C(t)-B) \\ &= (1+i(t+1))((1-k)F(t)+NC-B+kAL) \\ &= w(t+1)(qF(t)+r) \end{aligned} \tag{4.6}$$

bulunur. Bu eşitlikte;

$$w(t+1) = \frac{(1+i(t+1))}{1+i}$$

$$q = (1+i)(1-k)$$

$$r = (1+i)(NC-B+kAL) \text{ dir.}$$

Eş.(4.6), F(t)'nin momentleri için tekrarlamalı eşitliklerin türetilmesini sağlar. Çünkü F(t);  $s \leq t$  için sadece i(s)'ye bağlıdır. Bu durum  $w(t+1)$  ve  $qF(t)+r(t)$ 'nin bağımsız rasgele değişken olması demektir.

$n=1,2,\dots$  için, Eş. (4.6)'ya göre

$$F(t+1)^n = w(t+1)^n (qF(t)+r)^n \text{ olarak yazılabilir.}$$

$$E(F(t+1)^n) = E(w(t+1)^n) E((qF(t)+r)^n)$$

$$= E(w(t+1)^n) \left[ r^n + \sum_{j=1}^n \binom{n}{j} q^j E F(t)^j r^{n-j} \right] \tag{4.7}$$

n=1 için;

$$E(F(t+1))=E(w(t+1))[r+qE(F(t))] \quad (4.8)$$

olur.

$E(w(t+1))=1$  olduğundan  $E(F(t+1))$ ,  $s \leq t$  için  $E(F(s))$ 'ye bağlıdır.

Eş.(4.8) kullanılarak  $E(F(t))$ 'nin tekrarlamalı eşitlikleri aşağıdaki eşitlikte yerlerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} E(F(t)) &= [r+qE(F(t-1))] \\ &= q^t F_0 + \frac{r(1-q^t)}{1-q}, t \geq 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

elde edilir.

$q=(1+i)(1-k)<1$  yani  $(q < 1 \Rightarrow k > \frac{i}{1+i} = d)$  olduğunda yakınsaklık vardır ve

$$E(F(\infty)) = \frac{r}{1-q} \text{ olur.}$$

(4.2)'deki denge eşitliğinden

$r=(1+i)(k-d)AL$  elde edilebilir. Sonuç olarak

$$E(F(\infty)) = \frac{r}{1-q} = \frac{AL(1+i)(k-d)}{[1-(1+i)(1-k)]} = AL \text{ 'dir.}$$

Bu sonuç,  $E(C(\infty)) = NC + k(AL - E(F(\infty))) = NC$  olmasını sağlar.  $k>d$  koşulu altında,  $E(i(t))=i_v = i$  alındığından  $E(F(\infty))$  ve  $E(C(\infty))$ , hedeflenen değerlere yakınsar.

$F(t)$  ve  $C(t)$ 'nin ikinci dereceden momentlerini bulmak için Eş. (4.7)'den yararlanılır ve

$$\begin{aligned} E(F(t+1))^2 &= E(w(t+1))^2 E(qF(t) + r)^2 \\ &= Ew(t+1)^2 E[q(F(t) - EF(t)) + qEF(t) + r]^2 \quad (\pm qEF(t)) \\ &= Ew(t+1)^2 E[(q^2(F(t) - EF(t))^2 + 2q(F(t) - EF(t))(qEF(t) + r) + (qEF(t) + r)^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= Ew(t+1)^2 [q^2[EF(t)^2 - (EF(t))^2] + (qEF(t) + r)^2] \\
&= Ew(t+1)^2 [q^2 \text{Var}F(t) + (qEF(t) + r)^2]
\end{aligned}$$

elde edilir.

$$\begin{aligned}
\text{Var}F(t+1) &= EF(t+1)^2 - (EF(t+1))^2 \\
&= Ew(t+1)^2 [q^2 \text{Var}F(t) + (qEF(t) + r)^2] - [r + qE(F(t))]^2 \\
&= Ew(t+1)^2 q^2 \text{Var}F(t) + (qEF(t) + r)^2 (Ew(t+1)^2 - 1) \\
&= Ew(t+1)^2 q^2 \text{Var}F(t) + (EF(t+1))^2 (Ew(t+1)^2 - 1)
\end{aligned}$$

w(t+1) tanımından;

$$\begin{aligned}
Ew(t+1)^2 &= (1+i)^{-2} E(1+i(t+1))^2 \\
&= (1+i)^{-2} ((1+i)^2 + \sigma^2)
\end{aligned}$$

elde edilir.

$$\begin{aligned}
\text{Var}F(t+1) &= (1-k)^2 ((1+i)^2 + \sigma^2) \text{Var}F(t) + \sigma^2 (1+i)^{-2} (EF(t+1))^2 \\
&= a \text{Var}F(t) + b (EF(t+1))^2 \tag{4.10}
\end{aligned}$$

Buradaki notasyonda;

$$(1-k)^2 ((1+i)^2 + \sigma^2) = a \quad \text{ve} \quad \sigma^2 (1+i)^{-2} = b \text{ 'dir.}$$

F(0) değerini bilindiğinde yani VarF(0)=0 olduğu düşünüldüğünde, VarF(t) eşitliği ve VarF(t)'nin tekrarlı eşitlikleri Eş.(4.10) kullanılarak yazıldığında;

$$\begin{aligned}
\text{Var}F(t) &= a \text{Var}F(t-1) + b (EF(t))^2 \\
&= b \sum_{j=1}^t a^{t-j} (EF(j))^2, \quad t \geq 1 \tag{4.11}
\end{aligned}$$

bulunur.

Eş.(4.5)'ten VarC(t) = k<sup>2</sup>VarF(t) elde edilir.

Buna bağılı olarak  $\text{VarF}(t)$  ve  $\text{VarC}(t)$  için limitleri bulunabilir. Bu limitler  $a < 1$  olduğunda yakınsaktır.

$$(1-k)^2((1+i)^2 + \sigma^2) = a < 1 \text{ olduğunda}$$

$$k > 1 - \frac{1}{[(1+i)^2 + \sigma^2]^{1/2}} > 1 - \frac{1}{(1+i)} = d \text{ olur.}$$

$k > d$  iken  $E(F(\infty)) = AL$  bulunmuştur. Bu koşul altında Eş.(4.10) ile

$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t)$  ve  $\lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t)$  eşitsizlikleri elde edilir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t) = a \lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t-1) + b \lim_{t \rightarrow \infty} \sup (EF(t))^2$$

$$\leq a \lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t) + bAL^2 \quad *$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t) \leq bAL^2 / (1-a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t) = a \lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t-1) + b \lim_{t \rightarrow \infty} \inf (EF(t))^2$$

$$\geq a \lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t) + bAL^2 \quad *$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t) \geq bAL^2 / (1-a)$$

$\text{VarF}(t)$  sayı dizisi,  $\text{VarF}(t-1)$  sayı dizisini kapsayan bir dizidir. Böyle bir dizinin supremumu, alt küme olabilecek dizilerin supremumundan büyüktür ya da eşittir, infimumu ise alt dizilerin infimumuna eşittir ya da küçüktür. Yukarıda \* ile işaretli eşitsizlikleri bu noktadan hareketle yazılmıştır.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t) \leq bAL^2 / (1-a) \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t)$$

sonucuna varıldığı ve her zaman için

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t) \geq \lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t) \text{ sağlandığından}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \text{VarF}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \inf \text{VarF}(t) = bAL^2 / (1-a) \quad , a < 1 \quad \text{sonucuna ulaşılır.}$$

Model için belirtilen varsayımlar altında yukarıdaki sonuçların bir özeti:

(a)  $k < d$  ise  $E(F(\infty)) = AL$  ve  $E(C(\infty)) = NC$ .

(b)  $(1-k)^2((1+i)^2 + \sigma^2) = a = (1-k)^2 E(1+i(t))^2$  ve  $\sigma^2(1+i)^{-2} = b$  olarak tanımlandığında;

$$a < 1 \text{ yani } k > 1 - \frac{1}{[E(1+i(t))^2]^{1/2}} \text{ ise;}$$

$$\text{Var}F(\infty) = bAL^2 / (1-a)$$

$$\text{Var}C(\infty) = bAL^2k^2 / (1-a)$$

olarak bulunur.

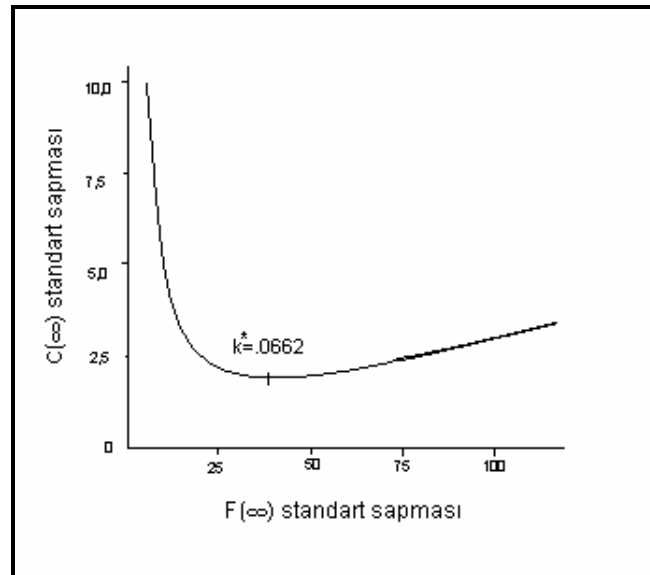
#### **4.1.1. Yatırım getirilerinin birbirinden bağımsız aynı dağılımlı rasgele değişkenler olması durumunda optimal dağıtım periyodunun bulunması**

Belirli koşullar altında, yatırım getirisinin IID olarak modellendiğinde  $\text{Var}(C(t))$  değerini minimum yapan özel bir  $M^*$  değeri olduğu bulunmuştur.  $M^*$  periyodundan sonra,  $C(t)$  ve  $F(t)$  varyansları artmaya başlar. Bu  $M^*$  değeri, aktüer için çok yararlıdır. Çünkü aktüer fona yapılan katkıların önemli değişikliklerden etkilenmemesini yani yatırım performansının emeklilik fonuna yapılacak katkılarda beklenmedik önemli artışlara neden olmamasını (planın kararlılığı) ve aynı zamanda yükümlülükleri karşılayabilecek fon büyüklüğüne de ulaşmak (planın güvenliği) isteyeceğinden, fona yapılacak katkı ve fon düzeyinin varyansı minimum olacak şekilde, katkı oranı riskini ve yükümlülüklerin yerine getirilememe riskini minimum yapan en iyi maliyet dağıtımını sağlayabilmek için 1 ve  $M^*$  değerleri arasından bir  $M$  değeri seçebilir. Bu durumda,  $1 < M < M^*$  periyodu dağıtım periyodu seçimindeki optimal aralıktır.

Aşağıda, yatırım getirisi IID modeline uyduğunda ve  $i = E(i(t)) = .03$ ,  $\sqrt{\text{Var}(i(t))} = .10$  olarak alındığında,  $M$  için uygun bir bölgenin olduğu gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.1.**  $i=Ei(t)=.03$  ve  $\sqrt{\text{Var}(t)} =.10$  için,  $\sqrt{\text{Var}F(\infty)}/AL$  ve  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}/AL$  değerleri.

k	$\sqrt{\text{Var}F(\infty)}/AL$	$\sqrt{\text{Var}C(\infty)}/AL$
.04	84.96	3.40
.05	53.03	2.65
.06	41.88	2.51
<b>.0662</b>	<b>37.73</b>	<b>2.498</b>
.07	35.74	2.502
.08	31.74	2.54
.09	28.86	2.60
.10	26.66	2.67
.20	17.31	3.46
.30	14.08	4.22
.40	12.39	4.95
.50	11.35	5.67
.60	10.67	6.40
.70	10.21	7.15
.80	9.92	7.94
.90	9.76	8.79
1.00	9.71	9.71



**Şekil 4.1.**  $i=Ei(t)=.03$  ve  $\sqrt{\text{Var}(t)} =.10$  için,  $\sqrt{\text{Var}F(\infty)}/AL$  ve  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}/AL$  değerlerinin grafiği.



Çizelge 4.1  $i_v = 0.03$ ,  $\sigma = (\text{Var}(t))^{1/2} = 0.1$  varsayıldığında,  $k$ 'nın farklı değerleri için,  $\text{Var}F(\infty)$  ve  $\text{Var}C(\infty)$ 'nin standart sapmalarını gösterir.  $k=1$  iken  $\sqrt{\text{Var}F(\infty)}$  minimum değerde,  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}$  ise maksimum değerdedir.  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}$ 'nin  $k$ 'nın monoton bir fonksiyonu olmaması önemli bir noktadır;  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}$ ,  $k^* = 0.0662 < k \leq 1$  için  $k$ 'nın artan bir fonksiyonudur,  $k < k^*$  için  $k$ 'nın azalan bir fonksiyonudur.

Şekil 4.1, standart sapmaların bir grafiğidir. Eğrinin azalan kısmı  $k^* < k \leq 1$ 'in karşılığıdır. Burada  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}$  ve  $\sqrt{\text{Var}F(\infty)}$  arasında bir değişim görülüyor, yani  $k$ 'nın değişimi bir standart sapmayı azaltırken, diğerini artırıyor. Eğrinin artan kısmı  $k < k^*$  in karşılığıdır. Burada iki standart sapma da  $k$ 'nın azalan fonksiyonlarıdır.

$k < k^*$  a karşılık gelen  $\sqrt{\text{Var}C(\infty)}$  ve  $\sqrt{\text{Var}F(\infty)}$  değerlerinin her ikisinin de  $k = k^*$ 'a karşılık gelen değerlerden yüksek olduğu görülür. Bu nedenle,  $k < k^*$  değerlerine “uygun olmayan değerler” denir. Uygun olan aralık  $k^* \leq k \leq 1$  aralığıdır.

#### 4.1.2. Faiz oranının birbirinden bağımsız aynı dağılımlı rasgele değişken olması durumunda optimal dağıtım periyoduna ilişkin sonuçlar

Dönüşüm oranının birbirinden bağımsız rasgele değişken olması durumunda, (4.6) eşitliği ile  $F(t)$  ve  $C(t)$ 'nin momentleri hesaplanmıştır.  $k$ 'nın en iyi değerlerinin  $[k^*, 1]$  aralığında yer aldığı görülmüştür.

$i \geq 0$  olduğunda;

$$k^* = 1 - \frac{1}{[(1+i)^2 + \sigma^2]} > 1 - \left(\frac{1}{(1+i)^2}\right) = d(1+i) \approx 2i \quad \text{olduğu gözlenir. Bu gözlemlerle,}$$

varyansları minimum yapmak için, normal katkı düzeltmesinin yaklaşık olarak fonlanmamış yükümlülüğün faiz oranının iki katından biraz fazlasını alarak yapılması gerektiği sonucuna varılır.

Genelde  $F(0) \neq AL$  'dir ve nüfus durağan değildir.  $k$ 'nın farklı değerlerine göre  $(EF(t)^n, EC(t)^n, n = 1, 2, t \geq 1)$  momentler dizisi karşılaştırılarak da  $k$  için uygun bir değer bulunabilirdi.

Plan varlıklarının piyasa değeri  $F(t)$  ve katkı  $C(t)$ , plan varlıkları üzerindeki rasgele yatırım getiri oranı  $i(t)$ 'nin bir sonucu olarak rasgele değişkendir.  $F(t)$  ve  $C(t)$

momentleri,  $i(t)$  iid olduğunda, kar ve zararların dağıtıldığı Eş.(4.3) durum için türetildiğinde en sonunda planın tam olarak fonlandığı görülür:  $t \rightarrow \infty$  iken  $Eul(t) \rightarrow 0$  ve  $Eadj(t) \rightarrow 0$  olur.

Kar ve zarar çok uzun periyotlara dağıtılmadığında (yani  $k > 1 - 1/\sqrt{E(1+i(t))^2}$  sağlandığında) stokastik emeklilik fonlama sürecinin  $t \rightarrow \infty$  iken yakınsak olduğu gösterilerek,  $t \rightarrow \infty$  iken  $VarC(t)$  ve  $VarF(t)$ ' nin  $k'$  ya bağlı sonuçları için aşağıdakiler elde edilmiştir (Haberman and Owadally, 2001):

**SONUÇ 1:** Stokastik emeklilik fonlama sürecinin fonlama seviyesinin varyansı, karlar ve zararlar uzun döneme yayıldığında artar.

**SONUÇ 2:** Kar ve zararın dağıtıldığı periyot artırılsa, durağan emeklilik fonlama sürecindeki katkı oranı varyansı başlangıçta azalır,  $m^*$  noktasında minimuma ulaşır ve artmaya başlar.

**SONUÇ 3:** Katkı oranının ve fonlama seviyelerinin varyanslarının minimum olması kriteri esas alındığında, kar ve zararı  $m \in [1, m^*]$  dönemi boyunca dağıtmak daha etkilidir.

Kar ve zarar değişkendir. Bunların daha kısa periyotlara dağıtılmasıyla tam olarak fonlanmış duruma daha kısa sürede geçilmektedir. Bu durum, faydaların güvenliğini artırır ve Sonuç 1 ile doğrulanmıştır. Daha uzun dönem boyunca kar ve zarar dağıtımı, düzgünleştirilmiş ve daha durağan katkı oranına neden olur. Sonuç 2'de, kısmen bu doğrulanmıştır.  $m^*$  den daha uzun dönem boyunca dağıtım yapıldığında, katkı oranı kararlılığı ve fon güvenliği arasında değişim olmaz ve fon seviyesinin ve katkı oranının varyanslarını azaltacak daha kısa bir dağıtım periyodu daima bulunur. Bu nedenle karı ve zararı  $m \in [1, m^*]$  boyunca dağıtmak daha etkilidir, bu durum ise Sonuç 3'te doğrulanmıştır.

(Dufresne, 1988)'de belirtildiği gibi modern ekonomik şartlar altında,  $m \in [1, 10]$  karların ve zararların dağıtımı için etkili bir aralıktır. Bu sonuç İngiltere'deki aktüeryal uygulamalar üzerinde etkilidir.

## 4.2. Yatırım Getirilerinin MA(1) Serisine Uygunluğu Durumunda F(t) ve C(t)'nin Beklenen Değer ve Varyansının Bulunması

Bu çalışmada, gerçek yatırım getirileri hareketli ortalama serisi biçiminde modellendiğinde ve hareketli ortalama serisi için durağanlık koşulu sağlandığında, anlık yatırım getirisine bakarak ve Haberman (1994)'deki yaklaşıma uyarak C(t) ve F(t) 'nin momentleri bulunup optimum dağıtım periyodu (M\*)'nin seçimi araştırılacaktır (Haberman and Wong, 1997).

### 4.2.1. Durağanlık

{ $\delta(t) : t \in T$ } zaman serisi;

(i)  $E(\delta(t)) = \mu$  (yani beklenen değer zamana göre değişmiyor)

(ii)  $Cov(\delta(t), \delta(t+h))$  sadece  $|h|$ 'ın bir fonksiyonu

koşullarını sağlıyorsa zayıf durağan, ikinci dereceden durağan, kovaryans durağan ya da kısaca durağandır denir.

Yukarıdaki tanımda  $\gamma(h) = Cov(\delta(t), \delta(t+h))$  fonksiyonuna zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu denir. Bu fonksiyon zaman serileri analizinde çok kullanışlı özelliklere sahiptir. Özellikle uygulamada zaman serilerinin modellenmesinde, sezgisel olarak modelin türü ve model derecesinin belirlenmesinde kullanıldığı gibi serinin durağan olup olmaması hakkında da bilgi verir.

### 4.2.2. Beyaz gürültü serisi

Ortalaması 0 olan herhangi bir  $(e(t) : t \in T)$  zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2 & , \quad h = 0 \\ 0 & , \quad \text{d.d} \end{cases}$$

şeklinde ise  $(e(t) : t \in T)$  serisine Beyaz Gürültü (White Noise) Serisi denir.

### 4.2.3 MA(1) modeli

$(e(t) : t \in T)$  beyaz gürültü serisi olmak üzere

$$\delta(t) = \theta + e(t) - \phi e(t-1) \quad (4.12)$$

şeklinde modellenen  $\{\delta(t):t \in T\}$  zaman serisine birinci dereceden hareketli ortalama zaman serisi denir. Buna göre  $t=1,2,\dots$  için birbirinden bağımsız aynı dağılımlı 0 ortalamalı ve  $\sigma^2$  varyanslı  $e(t)$  normal rasgele değişkenleriyle tanımlanan  $\delta(t)$  rasgele değişken dizisi, MA(1) zaman serisi biçiminde modellenmiş olur. Bu çalışmada anlık yatırım getirilerinin  $\delta(t)$  birinci dereceden, kesikli zamanlı, durağan hareketli ortalama serisi ile modellendiği varsayılır. Model üzerinden

$$E(\delta(t)) = \theta$$

$$\text{Var}(\delta(t)) = (1 + \varphi^2)\sigma^2 = v^2 \text{ olsun.}$$

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2(1 + \varphi^2) & ; \quad h = 0 \\ -\varphi\sigma^2 & ; \quad h = 1 \\ 0 & ; \quad h > 1 \end{cases}$$

olduğu görülür.

Buradaki  $\varphi$ , hareketli ortalama parametresidir ve bu modelde tersinirlik koşulunun sağlanması için  $-1 < \varphi < 1$  olması gerekir. Tersinirlik MA serisinin AR gösterimiyle yazılabildiğini sağlar. AR sürecinin MA gösterimiyle yazılabildiği için aynı şart aranır (Box and Jenkins, 1976).

Lognormal dağılımın özelliğinden;

$$E(\exp \delta(t)) = \exp(\theta + 1/2v^2) = 1 + i, \quad \text{Var}(\exp \delta(t)) = \exp(2\theta + v^2)(\exp(v^2) - 1) \quad (4.13)$$

dir.

MA(1) modeline dayanarak, bireysel aktüeryal masraf yöntemleri için C(t) ve F(t) incelenebilir:

Eş.(4.6)'daki tekrarlama ilişkisi için yeniden parametrelendirme yapılırsa,  $Q=1-k$ ,  $R=NC-B+k.AL$  olduğunda Eş.(4.6)

$$F(t+1) = (1+i(t+1))(QF(t)+R) \quad (4.14)$$

şeklinde yazılabilir.

Eş.(4.14)'deki  $F(t+1)$  ifadesi iki bağımsız rasgele değişkenin çarpımı olarak yazılamayacağından, fon seviyesinin beklenen değeri bu eşitlikten bulunamaz. Bu durum Dufresne 1988 yaklaşımındaki yatırım dönüşümünün IID şeklinde modellendiği durumla uyuşmaz.  $F(t)$  başka bir yaklaşımla şu şekilde açıklanabilir (Haberman, 1994);

$(t-1, t)$  yılındaki anlık yatırım getirisi  $\exp(\delta(t)) - 1$ 'dir. Bu dönüşüm oranını kullanarak Eş.(4.4)

$F(t+1) = \exp(\delta(t+1))[F(t) + C(t) - B]$  olarak yazılabilir.

Yukarıdaki  $F(t+1)$  tekrarlamalı ifadesinde,  $F(t)$  eşitliği için  $F(t-1)+C(t-1)-B$  yerine

$QF(t-1)+R$  yazıp  $F(0)$ , 0 anında varlıkların bilinen piyasa değeri olarak kabul edilirse,

$$F(t) = F_0 Q^t e^{\Delta(t)} + R \sum_{j=1}^t Q^{t-j} e^{\Delta(t)-\Delta(j-1)} \quad (4.15)$$

olarak bulunur. Burada  $\Delta(t) = \sum_{u=1}^t \delta(u)$  dir ve  $\Delta(0) = 0$  olarak alınmıştır.

$e(t)$ 'nin dağılımı göz önüne alındığında ve  $e(0)$ 'in bir rasgele değişken olduğu varsayıldığında, aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$E(\Delta(t)) = E\left(\sum_{u=1}^t \delta(u)\right) = \theta t$$

$$\text{Var}(\Delta(t)) = \text{Var}\left(\sum_{u=1}^t \delta(u)\right) = t v^2 - 2(t-1)\phi\sigma^2 \quad (4.16)$$

$$E(e^{\Delta(t)}) = \exp\left[\left(\theta + \frac{1}{2}v^2\right)t - (t-1)\phi\sigma^2\right]$$

Eş.(4.16)'ya göre;

$$E(\Delta(t) - \Delta(s)) = (t-s)\theta$$

$$\text{Var}(\Delta(t) - \Delta(s)) = (t-s)v^2 - 2(t-s-1)\phi\sigma^2$$

$$E(e^{\Delta(t)-\Delta(s)}) = \exp\left[(t-s)\left(\theta + \frac{1}{2}v^2\right) - (t-s-1)\phi\sigma^2\right] = c^{t-s} \exp(-(t-s-1)\phi\sigma^2) \quad (4.17)$$

olarak tanımlanır.  $c = \exp(\theta + \frac{1}{2}v^2) = (1+i)$ ' dir.

Eş.(4.15)' te  $j-1=s$  dönüşümü yapıldığında;

$$\begin{aligned}
E(F(t)) &= F_0 Q^t E(e^{\Delta(t)}) + R \sum_{s=0}^{t-1} Q^{t-s-1} E(e^{\Delta(t)-\Delta(s)}) \\
&= F_0 Q^t c^t e^{-(t-1)\varphi\sigma^2} + R \sum_{s=0}^{t-1} Q^{t-s-1} (c^{t-s} e^{-t\varphi\sigma^2} e^{s\varphi\sigma^2} e^{\varphi\sigma^2}) \\
&= F_0 Q^t c^t e^{-(t-1)\varphi\sigma^2} + e^{\varphi\sigma^2} c e^{-\varphi\sigma^2} R \sum_{s=0}^{t-1} Q^{t-s-1} c^{t-s-1} e^{\varphi\sigma^2(-t+s+1)} \\
&= F_0 Q^t c^t e^{-(t-1)\varphi\sigma^2} + e^{\varphi\sigma^2} c e^{-\varphi\sigma^2} R \sum_{s=0}^{t-1} (Q c e^{-\varphi\sigma^2})^{t-s-1} \\
&= F_0 Q^t c^t e^{-(t-1)\varphi\sigma^2} + \frac{R e^{\varphi\sigma^2}}{Q} Q c e^{-\varphi\sigma^2} \left( \frac{1 - Q^t c^t e^{-\varphi\sigma^2 t}}{1 - Q c e^{-\varphi\sigma^2}} \right) \tag{4.18}
\end{aligned}$$

elde edilir.

$Q c e^{-\varphi\sigma^2} < 1$  ise,  $\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t))$  vardır ve

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t)) = \frac{R e^{\varphi\sigma^2} c e^{-\varphi\sigma^2}}{1 - Q c e^{-\varphi\sigma^2}} \tag{4.19}$$

dır.

$\alpha = c e^{-\varphi\sigma^2}$  olsun.

$$\alpha = c e^{-\varphi\sigma^2} = \exp(\theta + \frac{1}{2}v^2 - \varphi\sigma^2) = (1+i) \exp(-\varphi v^2 / (1 + \varphi^2))$$

Eş.(4.19) eşitliği Eş.(4.2)'nin yardımıyla;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t)) = \frac{AL(k-d)\alpha e^{\varphi\sigma^2}}{1 - Q\alpha} \tag{4.20}$$

şeklinde yazılabilir.

$E(C(t))$ , aşağıdaki eşitlikten hesaplanır:

$$E(C(t)) = NC + k.(AL - E(F(t)))$$

$t$ 'nin sonlu değerleri için Eş.(4.18), sonsuz değeri için Eş.(4.19), bu eşitlikte yerine koyulur.

Yukarıdaki eşitliklerden şu sonuçlar elde edilir:

(1)  $\varphi = 0$  olduğunda Eş.(4.20)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t)) = \frac{R(1+i)}{1-Q\alpha} = AL \text{ olur, IID durumu sağlanır.}$$

(2)  $\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t))$  değerinin yakınsak olması için  $Qce^{-\varphi\sigma^2} = Q\alpha < 1$  şartı sağlanmalıdır.

$F(t)$  ve  $C(t)$ 'nin varyansını bulalım;

$\text{Var}(F(t))$  değerini elde edebilmek için öncelikle  $E(F(t)^2)$  ifadesi hesaplanmalıdır. Bu ifade  $r, s=0,1,\dots,t-1$  için  $E(e^{\Delta(t)-\Delta(s)+\Delta(t)-\Delta(r)})$ 'ye bağlıdır.  $e^{\Delta(t)-\Delta(s)+\Delta(t)-\Delta(r)}$ , log-normal dağıldığından

$$E(e^{\Delta(t)-\Delta(s)+\Delta(t)-\Delta(r)}) =$$

$$\exp[E(\Delta(t) - \Delta(s) + \Delta(t) - \Delta(r)) + \frac{1}{2} \text{Var}(\Delta(t) - \Delta(s) + \Delta(t) - \Delta(r))]$$

yazılır.

$t > r > s \geq 0$  için;

$\Delta(t) - \Delta(s) + \Delta(t) - \Delta(r) = \Delta(r) - \Delta(s) + 2(\Delta(t) - \Delta(r))$  olduğundan;

$$\begin{aligned} \text{Var}(\Delta(t) - \Delta(s) + \Delta(t) - \Delta(r)) &= \text{Var}(\Delta(r) - \Delta(s) + 2(\Delta(t) - \Delta(r))) \\ &= \text{Var}(\Delta(r) - \Delta(s)) + 4\text{Var}(\Delta(t) - \Delta(r)) + 4\text{Cov}(\Delta(r) - \Delta(s), \Delta(t) - \Delta(r)) \end{aligned} \quad (4.21)$$

elde edilir.

$\text{Cov}(\Delta(r) - \Delta(s), \Delta(t) - \Delta(r)) = -\varphi\sigma^2$  olduğundan

$\text{Var}(\Delta(t) - \Delta(s) + \Delta(t) - \Delta(r))$

$$\begin{aligned} &= (r - s)v^2 - 2(r - s - 1)\varphi\sigma^2 + 4(t - r)v^2 - 8(t - r - 1)\varphi\sigma^2 - 4\varphi\sigma^2 \\ &= [3(t - r) + (t - s)]v^2 - 2\varphi\sigma^2[3(t - r) + (t - s) - 3] = H(t, r, s) \end{aligned} \quad (4.22)$$

bulunur.

$E(e^{\Delta(t) - \Delta(s) + \Delta(t) - \Delta(r)})$

$$\begin{aligned} &= \exp[(t - s)\theta + (t - r)\theta + \frac{1}{2}H(t, r, s)] \\ &= \exp[(t - s)(\theta + \frac{1}{2}v^2 - \theta\sigma^2)] \exp[(t - r)(\theta + \frac{3}{2}v^2 - 3\varphi\sigma^2)] \exp(3\varphi\sigma^2) \\ &= \alpha^{t-s} \beta^{t-r} \varepsilon \end{aligned} \quad (4.23)$$

yazılabilir.

Burada  $\alpha$  önceden tanımlandığı gibi,  $\beta = \exp(\theta + \frac{3}{2}v^2 - 3\varphi\sigma^2)$ ,  $\varepsilon = \exp(3\varphi\sigma^2)$  'dir.

$r=s$  olduğunda;

Eş.(4.21)'den  $H(t, s, s) = 4\text{Var}(\Delta(t) - \Delta(s))$  bulunur.

Eş.(4.23) ;

$$\begin{aligned} E(e^{2(\Delta(t) - \Delta(s))}) &= \exp[2(t - s)\theta + 2\text{Var}(\Delta(t) - \Delta(s))] \\ &= \exp[(t - s)(\theta + \frac{1}{2}v^2 - \varphi\sigma^2) + (t - s)(\theta + \frac{3}{2}v^2 - 3\varphi\sigma^2) + 4\varphi\sigma^2] \\ &= (\alpha\beta)^{(t-s)} \varepsilon e^{\varphi\sigma^2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

olarak yeniden biçimlenir.

Gösterimi kolaylaştırmak için,  $F_0=0$  olarak alıp, daha sonra Eş.(4.15)'in karesinin beklenen değeri alınarak  $E(F(t)^2)$  elde edilir:



$$\begin{aligned}
E(F(t)^2) &= E\left(\sum_{s=0}^{t-1} \sum_{r=0}^{t-1} e^{\Delta(t)-\Delta(s)} e^{\Delta(t)-\Delta(r)} Q^{t-1-s} Q^{t-1-r} R^2\right) \\
&= \frac{2R^2}{Q^2} \sum_{r=1}^{t-1} \sum_{s=0}^{r-1} Q^{t-s} Q^{t-r} E(e^{\Delta(t)-\Delta(s)+\Delta(t)-\Delta(r)}) + \frac{R^2}{Q^2} \sum_{s=0}^{t-1} Q^{2(t-s)} E(e^{2(\Delta(t)-\Delta(s))}) \quad (4.25)
\end{aligned}$$

$$\frac{2R^2}{Q^2} \sum_{r=1}^{t-1} \sum_{s=0}^{r-1} Q^{t-s} Q^{t-r} E(e^{\Delta(t)-\Delta(s)+\Delta(t)-\Delta(r)}), r>s \text{ ve } r<s \text{ durumu için çözümdür.}$$

$r<s$  için beklenen değer,  $r>s$  için beklenen değer ile aynı olduğundan,  $r<s$  durumu ayrıca hesaplamayıp, ifadenin başına  $\times 2$  konulmuştur.

$$\frac{R^2}{Q^2} \sum_{s=0}^{t-1} Q^{2(t-s)} E(e^{2(\Delta(t)-\Delta(s))}), r=s \text{ için çözümdür.}$$

Eş.(4.23 ) ve Eş.( 4.24), Eş.(4.25)'te yerine konulduğunda

$$\begin{aligned}
E(F(t)^2) &= \frac{2R^2\varepsilon\alpha}{Q(1-Q\alpha)} \left[ \frac{Q^2\alpha\beta(1-Q^{2t}\alpha^t\beta^t)}{1-Q^2\alpha\beta} - \frac{Q\alpha^t\beta Q^t(1-Q^t\beta^t)}{1-Q\beta} \right] \\
&\quad + \frac{R^2\varepsilon e^{\varphi\sigma^2}}{Q^2} \frac{Q^2\alpha\beta(1-Q^{2t}\alpha^t\beta^t)}{(1-Q^2\alpha\beta)} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

eşitliği elde edilir.

$Q\alpha < 1$  ve  $Q^2\alpha\beta < 1$  olduğunda,  $\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t)^2)$  yakınsaktır ve

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t)^2) = \frac{2R^2\varepsilon\alpha}{Q(1-Q\alpha)} \frac{Q^2\alpha\beta}{(1-Q^2\alpha\beta)} + \frac{R^2\varepsilon e^{\varphi\sigma^2} Q^2\alpha\beta}{Q^2(1-Q^2\alpha\beta)} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow \infty} \text{Var}(F(t)) &= \lim_{t \rightarrow \infty} E(F(t)^2) - \lim_{t \rightarrow \infty} (E(F(t)))^2 \\
&= \frac{2R^2\varepsilon\alpha^2 Q\beta}{(1-Q\alpha)(1-Q^2\alpha\beta)} + \frac{R^2\varepsilon e^{\varphi^2} \alpha\beta}{(1-Q\alpha\beta)} - \frac{R^2\alpha^2 e^{2\varphi\sigma^2}}{(1-Q\alpha)^2} \quad (4.27)
\end{aligned}$$

Eş.(4.26) ve Eş.(4.27) ile ilgili şu sonuçlara varılır:

(1)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \text{Var}(F(t))$ 'nin yakınsak olabilmesi  $Q\alpha < 1$  ve  $Q^2\alpha\beta < 1$  şartlarına bağlıdır.

Bu;  $\theta + v^2 - 2\phi\sigma^2 < -\ln(1-k)$  ya da amortisman süresinin (M),

$M < M_1 = \frac{1}{\delta} \ln\left(\frac{\sqrt{\alpha\beta} - 1}{v\sqrt{\alpha\beta} - 1}\right)$  eşitsizliğini sağlaması demektir. İkinci koşulun sağlanması

$\beta > \alpha$  olduğu için daha zordur.  $\phi > 0.1$  değerleri için  $Q^2\alpha\beta < 1$  koşulu sağlanmaz.

(2)  $\phi = 0$  IID durumu için, Dufresne 1988 sonuçları elde edilir.

#### 4.2.4. Yatırım getirilerinin MA(1) serisine uygunluğu durumunda optimal dağıtım periyodunun bulunması

Bu kesimde  $\text{Var}(C(t))$  ve  $\text{Var}(F(t))$ 'nin limit değerleri araştırılacaktır. Dağıtım yöntemine göre,  $\text{Var}(C(t))$  ve  $\text{Var}(F(t))$  M değerine bağlıdır (ya da aynı anlamda k'nın fonksiyonuna) bağlıdır. Dufresne (1988) ve Haberman (1994) çalışmalarında, belirli şartlar altında, IID ve AR(1) durumları için  $\text{Var}(C(t))$  değerini minimum yapan özel bir  $M^*$  değeri bulmuştur.  $M^*$  periyodundan sonra, C(t) ve F(t) varyansları artmaya başlar. Bu  $M^*$  değeri, aktüer için çok yararlıdır. Çünkü aktüer fona yapılan katkıların önemli değişikliklerden etkilenmemesini yani yatırım performansının emeklilik fonuna yapılacak katkılarda beklenmedik önemli artışlara neden olmamasını (planın kararlılığı) ve aynı zamanda yükümlülükleri karşılayabilecek fon büyüklüğüne de ulaşmak (planın güvenliği) isteyeceğinden, fona yapılacak katkı ve fon düzeyinin varyansı minimum olacak şekilde, katkı oranı riskini ve yükümlülüklerin yerine getirilememesi riskini minimum yapan en iyi maliyet dağıtımını sağlayabilmek için 1 ve  $M^*$  değerleri arasından bir M değeri seçebilir. Bu durumda,  $1 < M < M^*$  periyodu dağıtım periyodu seçimindeki optimal aralıktır.

Optimal aralığı belirlemek için, fon ve katkı seviyesi ile ilgili olarak aşağıdaki değerler tanımlandı (Haberman and Wong, 1997):

$$X(M) = \frac{(\text{Var}(F(\infty)))^{\frac{1}{2}}}{|E(F(\infty))|} \quad \text{ve} \quad Y(M) = \frac{(\text{Var}(C(\infty)))^{\frac{1}{2}}}{|E(C(\infty))|} \quad (4.28)$$

$\text{Var}(F(\infty))$  ve  $\text{Var}(C(\infty))$ , AL'nin oranları olduğundan varyansları minimize edilmesi aktüeryal yükümlülükte ya da rezervde azalmaya neden olur. Varyansların minimize edilmesi, üyelerin fayda güvenliğini riske attığından ve yasalarla belirlenmiş borç ödeyebilirlik şartlarının, örneğin **minimum fonlama koşulunun** ihlaline neden olduğundan, mantıklı bir strateji değildir. Bu nedenle varyansları dengelemek ya da Eş olduğu gibi normalleştirmek gerekir.

Eş.(4.20) ve Eş.(4.27)'den elde edilen kesin sonuçlar kullanarak,  $X(M)$  ve  $Y(M)$  bulunmuş ve birçok farklı parametre kombinasyonu için  $M$ 'nin fonksiyonu olan  $X$  ve  $Y$ 'nin davranışları incelenmiştir. Burada birinci dereceden hareketli ortalama serisini ele alınmıştır ve yakınsaklık için  $Q\alpha < 1$  ve  $Q^2\alpha\beta < 1$  sınırlamasına uyulmuştur.

Yatırım getirisi MA(1) modeline uyduğunda,  $i, v$  ve  $\varphi$  parametrelerinin aldığı değerlere bağlı olarak  $X(M)$  ve  $Y(M)$  incelendiğinde üç farklı durum gözlenmektedir:

- ✓  $M$  arttıkça  $X(M)$ 'in arttığı  $Y(M)$ ' in ise belirli bir  $m$  değerine kadar azalıp daha sonra artmaya başladığı durum, yani minimum  $M^*$  noktasının, dolayısıyla optimal aralığın  $1 < M < M^*$  olduğu A tipi grafik.
- ✓  $M$  arttıkça  $X(M)$ 'in arttığı ve  $Y(M)$ 'in azaldığı durum, yani grafik monoton olarak azaldığı için optimal aralığın olmadığı ve  $M$ 'nin seçiminin plan sponsorunun belirleyeceği bir yarar fonksiyonuna bağlı olduğu B tipi grafik.
- ✓  $M$  arttıkça  $X(M)$  ve  $Y(M)$ ' in arttığı durum, yani grafik monoton olarak arttığı için  $M$  değerinin,  $F(\infty)$  ve  $C(\infty)$ 'nin varyanslarının her ikisinin de minimum olduğu noktada 1 olarak alınması gerektiği C tipi grafik.

Takip eden bölüm 4.2.5'te beklenen yatırım getirisi, yatırım getirisinin varyansı ve model parametresindeki değişiklikten optimal dağıtım periyodunun nasıl etkileneceği ve yukarıdaki üç durumdan hangisinin gözlemleneceği araştırılacaktır.

**4.2.5. Yatırım getirilerinin MA(1) serisine uygunluğu durumunda optimal dağıtım periyodu ile ilgili olarak elde edilen sonuçlar ve IID, AR(1), MA(1) modelleri için sonuçların karşılaştırılması:**

Yatırım getirisi varyansı ( $v=0.05$  ,  $0.10$ ), beklenen yatırım getirisi ( $i=0.01$ ), model parametresi ( $\phi=-0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1$ ) için sonuçlar gösterilmiştir (Haberman, S.,Wong, L.Y.P, 1997) :

**Çizelge 4.2.**  $i=0.01, v=0.05, \phi=-0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1$  için X(M) ve Y(M) değerleri

X(M)	$\phi$				
M	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1
1	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
5	7.7	6.3	5.0	4.2	3.8
10	10.7	8.3	6.2	4.5	3.8
20	15.2	11.6	8.1	5.4	3.8
30	19.1	14.3	9.8	6.1	3.9
40	22.7	16.8	11.4	6.9	4.0
50	26.2	19.2	12.9	7.6	4.1
60	29.7	21.6	14.3	8.3	4.2
70	33.2	23.9	15.7	9.0	4.3
80	36.8	26.2	17.0	9.7	4.5
90	40.5	28.5	18.4	10.3	4.6
100	44.4	30.8	19.7	11.0	4.7

Y(M)	$\phi$				
M	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1
1	157	157	157	157	157
5	75.8	74.7	71.8	66.5	58.7
10	57.0	60.0	53.6	49.1	42.6
20	45.4	44.5	42.3	38.3	32.6
30	41.9	41.0	38.7	34.7	29.1
40	41.4	40.3	37.8	33.4	27.5
50	42.5	41.3	38.4	33.4	27.0
60	45.1	43.6	40.1	34.3	27.1
70	49.2	47.3	42.9	35.9	27.7
80	55.2	52.7	47.0	38.4	28.6
90	64.1	60.6	52.8	41.7	30.0
100	77.8	72.5	61.2	46.2	31.8

**Çizelge 4.3.**  $i=0.01, v=0.10, \phi=-0.9,-0.7,-0.5,-0.3,-0.1$  için X(M) ve Y(M) değerleri

X(M)	$\phi$				
M	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1
1	5	5	5	5	5
5	11.4	11.2	10.9	10.2	9.1
10	16.5	16.2	15.6	14.5	12.8
20	24.4	24.1	23.1	21.3	18.7
30	31.5	31.0	29.7	27.3	23.7
40	38.6	37.9	36.1	33.0	28.4
50	45.9	45.1	42.8	38.8	33.0
60	54.0	52.9	50.0	44.9	37.8
70	63.3	61.8	58.0	51.5	42.8
80	74.4	72.3	67.2	58.8	48.1
90	88.5	85.5	78.3	67.3	53.9
100	107.9	103.2	92.5	77.3	60.3

Y(M)	$\phi$				
M	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1
1	157	157	157	157	157
5	49.2	39.5	31.3	25.7	23.3
10	34.7	26.5	19.4	14.2	11.6
20	25.9	19.2	13.2	8.7	6.1
30	22.7	16.4	11.0	7.0	4.3
40	21.1	15.0	9.9	5.9	3.4
50	20.2	14.2	9.2	5.3	2.8
60	19.9	13.6	8.7	5.0	2.5
70	19.8	13.2	8.4	4.7	2.2
80	19.9	13.1	8.1	4.5	2.0
90	20.2	13.0	7.9	4.3	1.9
100	20.6	13.0	7.8	4.2	1.8

Bu hesaplamalardan ve sonuçları verilmemiş diğer parametre kombinasyonlarının hesaplamalarından 2 genel sonuç ortaya çıkar:

- (i)  $X(\varphi, M)$ ;  $\varphi$  sabitken, M arttıkça artar ve M sabitken  $\varphi$  arttıkça azalır.
- (ii)  $Y(\varphi, M)$ ; M sabitken  $\varphi$  arttıkça ve  $\varphi$  sabitken M arttıkça, azalır. Bu durum  $\varphi$ 'nin bazı değerleri için (örneğin  $v=0.05$ ,  $\varphi=-0.1$ ) gerçekleşmez. Bu değerlerde minimum  $M^*$  değerinin olduğu görülür.

$X(M)$ ,  $Y(M)$  ve M arasındaki bu ilişkiler sezgisel olarak da mantıklıdır. Artık ya da açık daha uzun bir periyoda yayıldığında, normal olarak (i)'de olduğu gibi fon seviyesinin daha çok iniş çıkış göstermesini beklerken, katkıların (ii)'de olduğu gibi daha az iniş çıkış göstermesi beklenir.

Çizelge 4.4, 4.5 ve 4.6;  $\varphi=0.1, -0.1$  ve  $0.3$  olduğunda X-Y profilini ve M için optimal aralığı verir. Bu durumlar için A,B ve C tipi grafiklere ulaşıldığı görülür. Tablolarda  $\text{Var}(C(t))$  ve  $\text{Var}(F(t))$  arasındaki değişim  $Y(M)$  değerinin minimuma ulaştığı  $M^*$  değerine kadar sürer. Yani aktüer, hem  $\text{Var}(F(t))$ 'yi hem de  $\text{Var}(C(t))$  'yi azaltmak için, bu periyottan  $(1, M^*)$  uygun bir M değeri seçebilir. 25'e eşit ya da küçük olan  $M^*$  değerinin uygulamada önemi vardır çünkü açıklar ya da artıklar, ortalama plan üyeliği çalışma yaşamı sırasında optimal olarak dağıtılabilir.

$\varphi$ 'nin pozitifliği arttıkça  $Q\alpha < 1$  şartı sağlanamaz hale geldiğinden ilgili grafiklerin hepsi B tipindedir.  $\varphi = .3, .5, .7, .9$  için X-Y profilleri bu sebepten dolayı verilmemiştir. Yani pozitiflik, optimum dağıtım periyodunun, plan sponsorlarının özellikleri esas alınarak aktüerin seçimine bağlı olmasını sağlar. Bu özellikler fon seviyesindeki değişkenliğe karşı, katkılardaki değişkenliği seçip seçmeme gibi görece hedefleri içerir.

Çizelge 4.4, 4.5 ve 4.6'den,  $\varphi$  değerlerinin -1'e yaklaştıkça ya da  $v$  değeri 0.35'e yaklaştıkça ilgili X-Y profilinin C tipine yönelim gösterdiği gözlenir. Bu, yatırım dönüşümü oranının stokastik doğasının öneminin az olduğunu ve artık ya da açıkların dağıtımı için kısa bir dağıtım periyodu seçilmesi gerektiği anlamına gelir.

IID ve MA(1) arasındaki ilişkiyi göstermek için IID ile ilgili sonuçlarla Çizelge 4.4 ve 4.5'deki sonuçları karşılaştırılabilir: Örneğin,  $E_i(t) = 0.03$  ve  $\sqrt{\text{Var}_i(t)} = 0.10$  olduğunda

IID için  $k$  değerinin 0.0662, buna karşılık gelen  $M^*$  değeri'nin ise 19 olduğu gözlemlenmiştir. Bu değer 25 (Çizelge 4.4,  $\varphi=-0.1$ ) ve 15 (Çizelge 4.5,  $\varphi=0.1$ ) arasındadır. Çünkü, IID modeli, hareketli ortalama parametresi 0 olan hareketli ortalama serisinin özel bir hali olarak düşünülebilir.

Çizelge 4.4, 4.5 ve 4.6 boyunca gösterilen optimal  $M$  değerlerinin gidişi, IID modelindeki gidişi yansıtır (Haberman, 1994). Optimal dağıtım periyodu, sabit  $v$ ,  $\varphi$  değerleri için, gerçek yatırım getirisindeki artışla azalır ve sabit  $i$  ve  $\varphi$  değerleri için,  $v'$  deki artışla yine azalır. Bu gidiş 2 modelde de aynıdır.

MA(1) modeli için,  $\varphi$ 'nin negatifliği arttıkça optimal dağıtım periyodu azalır.

**Çizelge 4.4.**  $\phi=0.1$  olduğunda ve anlık yatırım getirisi MA(1) zaman serisi biçiminde modellendiğinde, M için optimal aralık.

	i				
v	-0.01	0.005	0.01	0.03	0.05
0.05	B	A(1.130)	A(1.70)	A(1.25)	A(1.15)
0.10	B	A(1.90)	A(1.60)	A(1.25)	A(1.15)
0.15	B	A(1.55)	A(1.45)	A(1.25)	A(1.20)
0.20	A(1.130)	A(1.35)	A(1.30)	A(1.20)	A(1.15)
0.25	A(1.50)	A(1.25)	A(1.20)	A(1.15)	A(1.15)
0.30	A(1.30)	A(1.20)	A(1.15)	A(1.15)	A(1.10)
0.35	A(1.20)	A(1.15)	A(1.15)	A(1.10)	A(1.10)

**Çizelge 4.5.**  $\phi=-0.1$  olduğunda ve anlık yatırım getirisi MA(1) zaman serisi biçiminde modellendiğinde, M için optimal aralık.

	i				
v	-0.01	0.005	0.01	0.03	0.05
0.05	B	A(1.85)	A(1.55)	A(1.20)	A(1.15)
0.10	B	A(1.45)	A(1.30)	A(1.15)	A(1.10)
0.15	A(1.60)	A(1.25)	A(1.20)	A(1.10)	A(1.8)
0.20	A(1.25)	A(1.15)	A(1.15)	A(1.8)	A(1.7)
0.25	A(1.15)	A(1.10)	A(1.9)	A(1.6)	A(1.4)
0.30	A(1.9)	A(1.7)	A(1.6)	A(1.4)	A(1.2)
0.35	A(1.6)	A(1.5)	A(1.4)	A(1.3)	C

**Çizelge 4.6.**  $\phi=-0.3$  olduğunda ve anlık yatırım getirisi MA(1) zaman serisi biçiminde modellendiğinde, M için optimal aralık.

	i				
v	-0.01	0.005	0.01	0.03	0.05
0.05	B	A(1.70)	A(1.45)	A(1.20)	A(1.10)
0.10	A(1.250)	A(1.30)	A(1.25)	A(1.10)	A(1.8)
0.15	A(1.35)	A(1.15)	A(1.15)	A(1.7)	A(1.4)
0.20	A(1.10)	A(1.8)	A(1.7)	A(1.3)	C
0.25	A(1.6)	A(1.4)	A(1.2)	C	C
0.30	A(1.2)	C	C	C	C
0.35	C	C	C	C	C

(Haberman and Wong, 1997; Dufresne, 1988; Haberman, 1994)

## 5 SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu çalışma 3 ana bölümden oluşmaktadır. Bu bölümler, Avrupa'daki emeklilik sistemine ilişkin genel bilgi, Avrupa Birliği'ne üye ve Avrupa Birliği ile ilişkili ülkelerdeki faydası belirli özel emeklilik planlarında uygulanan aktüeryal çalışmalar, faydası belirli emeklilik planlarında yatırım getirisinin rasgele değişken olması durumunda optimal dağıtım periyodunun belirlenmesi olarak sıralanabilir.

Bölüm 3' te, emeklilik sisteminin üç alt ayağına verilen önemin ve devlet emeklilik sistemi ile özel emeklilik planının yapısının değişim gösterdiği AB üyesi ve AB ile ilişkili ülkelerde, özel emeklilik faydalarının değerlendirilmesinde aktüerlerin kullandığı yöntemler ve varsayımların da önemli ölçüde değişim gösterdiği, ayrıca ticari muhasebe standartına (SSAP24) uyan ülkelerde, açık ya da artıkların belirlenmiş bir yöntemle göre amortismanının söz konusu olduğu, uymayan ülkelerde ise açık ya da artıkların doğrudan işverene yüklendiği gözlemlenmiştir. İngiltere ve İrlanda'da Ticari Muhasebe Standartı (SSAP24) uygulamasına göre " Artıklar ve açıkların, sistematik bir biçimde, işçilerin beklenen gelecek hizmetleri boyunca amortismanı sağlanmalıdır."

Planın kararlı ve güvenilir yapısını bozmadan, artıkların ya da açıkların amortismanının sağlanabileceği optimum dönemi bulmak İngiltere'de kullanılan bir yöntemdir. Bu çalışmada yatırım dönüşüm oranının rasgele değişken olması durumunda optimal dağıtım periyodu incelenmiştir.

Gerçekte, yatırım getirisi oranı deterministik değildir, bilinen herhangi bir stokastik modele de uymadığı için gelecek getiriler kısmen kestirilebilir. Benzer olarak, ekonomik büyüme oranının modellenmesi zordur. Bu önemli ekonomik değişkenlere karar vermek aktüer için zor bir problemdir ama emeklilik planı aktüeri için değerlendirmede var olan katkı oranının planın beklenen gelecek yükümlülüklerini karşılama konusunda yeterli olup olmadığına karar vermek önemlidir. Genel olarak, birçok istatistiksel ve ekonometrik modeller üzerinde, geçmiş trendleri tanımlamak ve gelecek tahminleri ya da ekonomik değişkenlerin kestirimini yapmak için çalışılmıştır. En çok kullanılan modellerden birisi zaman serisi modelleridir. Bu çalışmadaki hedefler, IID ve hareketli ortalama serisi sonuçlarının emeklilik planı için fon seviyelerinin ve katkının değişkenliğini matematiksel olarak incelemek için



kullanılabilir olduğunu göstermek ve yatırım dönüşümlerindeki değişimin katkı ve fon seviyelerindeki değişime nasıl dönüştüğünü ölçmektir.

Ele alınan aktüeryal masraf yöntemi bireysel aktüeryal masraf yöntemidir. Bireysel aktüeryal masraf yöntemiyle bulunan normal katkı, aktüeryal yükümlülük ve cari fon farkının M dönemlik dönemsel annuitenin bugünkü değeri ile bölünmesiyle bulunan terim ile düzeltilmiştir.  $F(t)$  ve  $C(t)$  'nin ilk iki moment formülünün türetilmesini sağlayan basit bir demografik/finansal model kurulmuştur. Yaklaşım, gerçek yatırım dönüşümü oranının IID biçiminde, anlık yatırım getirisinin ise birinci dereceden hareketli ortalama zaman serisi ile modellendiği durum için uygulanmıştır.  $C(t)$  ve  $F(t)$  nin ilk iki momentinin detaylı özellikleriyle M değeri için optimal aralık bulunmuştur. Bölüm 4'te farklı stokastik modeller altındaki (IID ve MA(1)) M değeri için optimal aralıklar araştırılmıştır. Sayısal sonuçlardan, yatırım dönüşümü oranının birinci dereceden hareketli ortalama serisi biçiminde modellenmesiyle M değerleri için optimal bir aralık olduğu bulunmuştur. Sonuçlar Dufresne (1988) IID modeliyle karşılaştırılmıştır.

Bölüm 4'te kullanılan MA(1) stokastik modelinin dezavantajları  $\delta(t)$ 'nin değişkenliğinin t'den bağımsız olmasıdır, yani  $\text{Var}(\delta(t))$  her durumda sabittir. Gerçekte, bu değişkenliğin t'ye bağlı olması istenir.  $\delta(t)$  momentlerinin t'nin bir fonksiyonu olması için belirli başlangıç koşullarıyla kurulmuş koşullu MA(1) modelini kullanmak daha gerçekçi bir yaklaşım olabilir.

Mevcut veri ve tasarlanan uygulamaya bağlı olarak, yatırım dönüşüm oranı için en uygun modelin seçimi önemli bir konudur. Burada kullanılan yöntem bilim, yatırım dönüşümü oranı için daha karışık zaman serisi modellerine genişletilebilirdi. Örneğin, hayat sigortaları ve annuiterler bağlamında, anlık faiz oranı için, genel otoregresive bütünleştirilmiş hareketli ortalama süreçlerini dikkate alınabilirdi.

Bu tez çalışmasında oluşturulan model için, esas alınan finansal/demografik varsayımlardan farklı varsayımlar oluşturulabilir. Örneğin; nüfusun durağan olduğu varsayılmıştır, gerçekte nüfus her planda sürekli olarak değişir. Deterministik enflasyon oranının ücretlere etkisi yerine, ekonomik artış oranı gibi dışsal faktörlere bağlı rasgele değişken olan enflasyon oranının ücretlere etkisi üzerinde durulabilir.

Yatırım getirisinin dinamik olduğu ve son n yılın yatırım getirisine bağlı olduğunu düşünmek ileriki çalışmalar için ilginç bir konu olabilir.

Yatırım riski, değerlendirmede aktüerin kontrolünde olan faktörlerin etkin kullanımıyla azaltılır. Faydası belirli planlar için bu faktörler amortisman yöntemi ve periyodu, değerlendirme arasındaki süre, önerilen katkı oranının uygulamasındaki gecikme süresi, varlık tahsis stratejisidir. Bu faktörlerden amortisman yöntemi ve periyodu üzerinde duruldu ve ayrıntılı olarak incelendi. Tezde yapılan çalışmaya alternatif olarak diğer faktörlerle ilgili şu makaleler incelenebilir:

- Bu çalışmada artık ya da açıkların 'dağıtım yöntemine' göre amortismanı sağlanmışır, özellikle Amerika'da kullanılan ve matematiksel olarak daha karmaşık diğer amortisman yöntemi olan kayıpların amortismanı yöntemi, 'dağıtım yöntemiyle' birlikte ya da tek başına kullanılabilir (Owadally and Haberman, 1999; Gerrard and Haberman, 1996; Dufresne, 1989).
- Bu çalışmada değerlendirmelerin yıllık esasa göre yapıldığı durum göz önüne alınmışır. Büyük fonlar için böyle bir yaklaşım uygundur ama küçük fonlar için bu ekonomik değildir (Haberman, 1993; Zimbidis and Haberman, 1993).
- Bu çalışmada yeni katkı oranının değerlendirme tarihinde uygulamaya koyulduğu varsayılmışır. Gerçekte değerlendirme sonuçları değerlendirme tarihinden altı ya da 12 ay sonrasına kadar uygulamaya konulmayabilir ve gecikme yaşanabilir. (Haberman, 1993)
- Bu çalışmada optimal bir dağıtım periyodu ( $1 \leq m \leq m^*$ )  $F(t)$  ve  $C(t)$  varyanslarının minimum olması esasına dayanmaktadır. Dağıtım periyodu oluşturmada özel bir hedef ya da yarar fonksiyonu gerekli görülebilir (Haberman et al., 2000; Haberman, 1996).

## KAYNAKLAR DİZİNİ

Actuarial Standarts Board, Actuarial Standart of Practice No.27, 1997, Selection of Economic Assumptions for Measuring Pension Obligations, US

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1976, Time Series Analysis: Forecasting and Control, Revised Edition, San Francisco, Holden Day.

Cairns, A.J.G., 1994, An introduction to stochastic pension plan modelling, Department of Actuarial Mathematics and Statistics, Heriot-Watt University, UK

Collinson, D., 2001, Actuarial methods and asumptions used in the valuation of retirement benefits in the EU and other European countries, [http:// www.actuaries.org.uk/groupe\\_consultatif](http://www.actuaries.org.uk/groupe_consultatif)

Dufresne, D., 1988, Moments of pension contributions and fund levels when rates of return are random, The Journal of the Institute of Actuaries, 115, UK

Haberman, S. and Owadally, I., 2001, Modelling defined benefit pension schemes: Funding and asset valuation, Department of Actuarial Science and Statistics, City University, UK

Haberman, S. and Wong, L.Y.P., 1997, Moving average rate of return and the variability of pension contributions and fund levels for a defined benefit pension scheme, Mathematics and Economics, 20, 115-135, UK

Haberman, S., 1994, Defined benefit pension funding models and stochastic investment returns, Department of Actuarial Science and Statistics, City University, UK

Tyrell, M. and Reinhard, H. S., 2001, Pension systems and financial systems in Europe: A comparison from the point of view of complementarity, Frankfurt University, Germany

Uğur, S., 2004, Sosyal güvenlik sistemlerinde özel emeklilik programlarının yeri ve gelişimi, Biga İkt. ve İdari Bil. Fak., Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

## **ÖZGEÇMİŞ**

**Adı Soyadı** : Burcu Ceren ÇAKIROĞLU

**Doğum Yeri** : Ankara

**Doğum Yılı** : 1981

**Medeni Hali** : Bekar

### **Eğitim ve Akademik Durumu:**

**Lise** :1995-1999 Ayrancı Süper Lisesi, Ankara

**Lisans** :1999-2003 Ankara Üniversitesi İstatistik Bölümü, Ankara

**Yabancı Dil** : İngilizce

### **İş Tecrübesi:**

Temmuz 2005-Haziran 2006, Finansbank A.Ş, Bireysel Bankacılık