

**ÇARPIK DAĞILIMLAR İÇİN
X̄ VE R KONTROL KARTLARI**

**X̄ AND R CONTROL CHARTS FOR SKEWED
DISTRIBUTIONS**

DERYA ÇALIŞKAN

Hacettepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetmeliğinin
İstatistik Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak hazırlanmıştır.

2006

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :.....

Prof. Dr. Zehra MULUK

Üye :.....

Prof. Dr. Süleyman GÜNAY

Üye (Danışman) :.....

Yrd. Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU

ONAY

Bu tez .../.../2006 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

.../.../2006

Prof. Dr. Ahmet R. ÖZDURAL
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Dünyadaki en değerli varlığım

ANNEM'e...

ÇARPIK DAĞILIMLAR İÇİN \bar{X} VE R KONTROL KARTLARI

Derya Çalışkan

ÖZ

Bu çalışmanın amacı; lognormal, Weibull ve gamma çarpık dağılımları için klasik, ağırlıklı varyans, ağırlıklı standart sapma ve düzeltilmiş çarpıklık yöntemlerine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartlarının kontrol limitlerini elde ederek, yöntemleri farklı alt grup büyüklükleri için 1. tip hata ortalamaları açısından karşılaştırmaktır.

İkinci Bölüm'de istatistiksel süreç kontrolü hakkında genel bilgi verilmiştir.

Üçüncü Bölüm'de çarpık dağılımlar için klasik, ağırlıklı varyans, ağırlıklı standart sapma ve düzeltilmiş çarpıklık yöntemleri hakkında bilgi verilmiştir.

Dördüncü Bölüm'de lognormal, Weibull ve gamma dağılımları incelenmiştir.

Beşinci Bölüm'de simülasyon çalışmasının aşamaları hakkında bilgi verilmiştir.

Son Bölüm'de çalışmada ele alınmış yöntemler karşılaştırılarak sonuçlar verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İstatistiksel Süreç Kontrol, Shewhart Kontrol Kartları, Ağırlıklı Varyans Yöntemi, Ağırlıklı Standart Sapma Yöntemi, Düzeltilmiş çarpıklık Yöntemi, Lognormal, Weibull ve Gamma Dağılımları.

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Canan Hamurkaroğlu, Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Teorisi Anabilim Dalı.

\bar{X} AND R CONTROL CHARTS FOR SKEWED DISTRIBUTIONS

Derya Çalışkan

ABSTRACT

The aim of this study is to compare the false alarm rates of \bar{X} and R control charts based on the classic, weighted variance, weighted standard deviations and skewness correction methods with respect to different subgroup sizes for skewed distributions which are Weibull, gamma and lognormal.

In second chapter, statistical process control is mentioned.

In third chapter, classic, weighted variance, weighted standard deviations and skewness correction methods in the concept of \bar{X} and R control charts for skewed distributions are explained.

In fourth chapter, lognormal, Weibull and gamma distributions are given.

Finally, these mentioned methods are compared using the results of Monte Carlo simulations, given in the fifth part of the study. So the results of this study are presented and discussed.

Keywords: Statistical Process Control, Shewhart Control Charts, Weighted Variance Method, Weighted Standard Deviations Method, Skewness Correction Method, Lognormal, Weibull and Gamma Distributions

Advisor: Yrd.Doç.Dr. Canan Hamurkaroğlu, Hacettepe University, Department of Statistics, Statistics Theory Division.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın gerçekleşmesinde, gerekli ortamı hazırlayan Sayın Prof. Dr. Süleyman Günay'a,

Tez konusunun seçiminde beni teşvik eden, çalışmanın sonuca ulaşmasında ve karşılaşılan güçlüklerin aşılmasında yol gösteren, değerli katkı ve eleştirileriyle beni yönlendiren danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Canan Hamurkaroğlu'na,

Bilgisayar programının hazırlanmasında yardımlarını ve vaktini esirgemeyen karşılaşılan güçlüklerin aşılmasında yol gösteren Sayın Doç. Dr. İbrahim Zor'a,

Tezimin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen arkadaşım Araş. Gör. Haydar Demirhan'a,

Zor günlerimde manevi desteğini esirgemeyen arkadaşlarım Evrim Akalan, Çiğdem Turpan, Berna Kulaç , Dilek Güzel, Ayşe Sezer ve Serap Tümtaş 'a,

Çalışma arkadaşlarıma,

Her zaman yanımda olan manevi desteğiyle bana güç veren AİLEM'e

İçtenlikle TEŞEKKÜR EDERİM...

KISALTMALAR DİZİNİ

İSK	İstatistiksel Süreç Kontrol
AV	Ağırlıklı Varyans
ASS	Ağırlıklı Standart Sapma
DÇ	Düzeltilmiş Çarpıklık
r.d.	raslantı değişkeni

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZ	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
KISALTMALAR DİZİNİ	iv
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	v
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROL.....	4
3. ÇARPIK DAĞILIMLAR İÇİN KULLANILAN YÖNTEMLER	7
3.1. Klasik Yöntem	7
3.2. Ağırlıklı Varyans Yöntemi	8
3.2.1. Yarı varyans yaklaşımı	9
3.2.2. Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı kontrol kartları.....	12
3.2.3. Ağırlıklı Varyans yönteminde parametre tahminleri	15
3.2.4. Lognormal, Weibull ve gamma dağılımları için Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartları.....	17
3.3. Ağırlıklı Standart Sapma Yöntemi	19
3.3.2. Ağırlıklı Standart Sapma yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kartları	24
3.3.3. Ağırlıklı Standart Sapma yönteminde parametre tahminleri	25
3.4. Düzeltilmiş Çarpıklık Yöntemi.....	27
3.4.1. Düzeltilmiş Çarpıklık yönteminin ilkesi.....	27
3.4.2. Düzeltilmiş Çarpıklık yöntemine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartları	29
3.4.3. Düzeltilmiş Çarpıklık yönteminde parametre tahminleri.....	33
4. ÇALIŞMADA KULLANILAN ÇARPIK DAĞILIMLAR.....	34
4.1. Lognormal Dağılım	34
4.1.1. Lognormal dağılımın özellikleri	35
4.2. Gamma Dağılımı	36
4.2.1. Gamma dağılımının özellikleri	37
4.3. Weibull Dağılımı	37
4.3.1. Weibull dağılımının özellikleri	38

5. UYGULAMA	39
6. SONUÇLAR	47
KAYNAKLAR.....	49
EKLER DİZİNİ	51
EK 1. Shewhart Kontrol Kartları.....	52

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 3.1. Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kartı sabitleri.....	14
Çizelge 3.2. Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı R kontrol kart sabitleri.....	15
Çizelge 3.3. ASS yönteminde d_2^{**} kontrol kart sabit değeri.....	27
Çizelge 3.4. DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kart sabitleri $A_{\bar{U}}^*$ ve A_A^*	31
Çizelge 3.5. DÇ yöntemine dayalı R kontrol kart sabitleri D_4^* ve D_3^*	32
Çizelge 5.1. Lognormal, Weibull ve Gamma dağılımlarının parametreleri ve P_X değeri	40
Çizelge 5. 2. \bar{X} kontrol kartının 1. Tip hata ortalamaları	41
Çizelge 5.3. R kontrol kartının 1. Tip hata ortalamaları	42

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 3.1. Yarı varyans yaklaşımında X'in olasılık yoğunluk fonksiyonu	9
Şekil 3.2. (a) X'in o.y.f.,f(x)'in grafiği , (b) f(x)'in üst bölümünün o.y.f. grafiği ve ..	19
(c) f(x)'in alt bölümünün o.y.f. grafiği	19
Şekil 3.3. Yaklaşık o.y.f. : (a) üst bölüm (b) alt bölüm (c) orjinal ve yaklaşık dağılımlar.....	23
Şekil 3.4. R_n 'in alt ve üst bölüm olarak ikiye ayrılması.....	25
Şekil 4.1.(a) \bar{X} kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2)	43
(b) R kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2).....	43
Şekil 4.2.(a) \bar{X} kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3)	43
(b) R kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3).....	43
Şekil 4.3.(a) \bar{X} kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları(n=5)	43
(b)R kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5).....	43
Şekil 4.4.(a) \bar{X} kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2)	44
(b)R kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2).....	44
Şekil 4.5.(a) \bar{X} kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3)	44
(b)R kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3).....	44
Şekil 4.6.(a) \bar{X} kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5)	44
(b)R kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5).....	44
Şekil 4.7.(a) \bar{X} kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları(n=2)	45
(b)R kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları(n=2).....	45
Şekil 4.8.(a) \bar{X} kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları(n=3)	45
(b)R kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları(n=3).....	45
Şekil 4.9.(a) \bar{X} kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları(n=5)	45
(b)R kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları(n=5).....	45

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Kalite değişkenliğinde gözlenen değişim ortak değişkenliğe dayandırılmayacak kadar önemli olduğunda, bu değişimi zamanında belirleyebilmek ve analiz etmek amacı ile kontrol kartları kullanılır. Kontrol kartları, tekrarlanan işlemlerin kontrol altında tutulması için kullanılan önemli istatistiksel araçlardır. Teorik yapısı 1926 yılında Dr. Walter A. Shewhart tarafından oluşturulan kontrol kartları, bir sürecin istatistiksel yöntemler kullanılarak ekonomik ve güvenilir bir biçimde kontrol altında tutulmasında en etkili yöntemdir (Duncan,1974; Montgomery,1997).

İstatistiksel Süreç Kontrol'de; klasik kontrol kartları (\bar{X} , R, S gibi) bir sürecin istatistiksel olarak kontrolde olup olmadığını test etmek ya da izlemek için yaygın olarak kullanılan önemli araçlardır. Bu kartların oluşturulmalarındaki ve yorumlanmalarındaki kolaylık tercih nedenidir. Ancak bu kartlar kalite değişkeninin normallik varsayımına dayalıdır. Dolayısıyla; kalite değişkeni normal dağılıma sahip olmadığında, süreci klasik kontrol kartlarıyla izlemek yanıltıcı olabilir. Birçok durumda ilgilenilen kalite değişkeninin gösterdiği dağılım normallikten uzak, çarpık bir dağılım olabilir. Örneğin, bir materyalin dayanıklılık noktasının ya da yaşam sürelerinin uyduğu dağılımlar, kimyasal süreçlere ilişkin ölçümler, hayatta kalma zamanı ve arıza zamanlı verilerin dağılımı çarpıktır. Kitledeki değişkenlik nedeniyle, çarpık dağılımlarda klasik kontrol kartlarının kullanılması, çarpıklık arttıkça 1. tip hata olasılığının artmasına yol açmaktadır. Bunun için alt grup büyüklüğünün artırılması önerilse de bu çözüm zaman ve maliyet açısından pahalı bir çözümdür. Bu nedenle çarpık dağılımlarda kitlenin değişkenliğini yansıtmak için simetrik olmayan kontrol limitlerini kullanmak gerekmektedir (Bai&Choi,1995).

Çarpık dağılımlarla ilgili üç yaklaşım ileri sürülmektedir.

1.Yaklaşım: Dağılımın çarpıklığını göz ardı edilerek Shewhart tipi kartları kullanmaktır. Alt grup büyüklüğünü (n) arttırarak alt grup ortalamasını yaklaşık olarak normal dağılım haline getirmektir. Bu yaklaşım pahalı olduğundan genellikle tercih edilmez. Burr (1967), normal dağılımdan çok fazla sapma olmadığı sürece

\bar{X} ve R kontrol kartları için hesaplanan kontrol limitlerini kullanmıştır. (Choobineh&Ballard, 1987).

2.Yaklaşım: Süreç dağılımının bilindiği varsayımı altında simetrik olmayan limitlerini kullanan kontrol kartlarını oluşturmaktadır. Nelson, Bianco ve Ferrell bu yaklaşımı kullanmışlardır. Ferrell (1958) lognormal dağılıma uyan kalite değişkeni için klasik \bar{X} ve R kontrol kartları yerine geometrik genişliğe dayalı kontrol kartlarının kullanılmasını önermiştir (Bai&Choi,1995). Nelson (1979) Weibull dağılımı için \bar{X} , R, S kartlarının kontrol limitlerini elde etmiştir. Lucas (1985) ve Waldeman ve Ray (1985) üstel dağılım için CUSUM kartlarını oluşturmuşlardır. Bu yöntem, süreç dağılımı bilinmiyorsa uygulamalarda kullanılamamaktadır (Choobineh&Ballard, 1987, Bai&Choi, 1995).

3. Yaklaşım: Süreç dağılımı ile ilgili hiçbir varsayım gerektirmeyen, kontrol kartlarında simetrik olmayan kontrol limitlerini elde eden deneysel bir yöntem kullanmaktadır. Cowden (1957), sürecin çarpık dağılımlı olması durumunda dağılımın tepe değerinden ikiye bölünmesi ile oluşturulan parçaları normal dağılımlı olarak düşünmüş ve buna dayalı kontrol limitleri oluşturmuştur. Ancak R ve S kartları için yeni kontrol limitlerini elde edememiştir (Bai&Choi, 1995). Yourston ve Zimmer (1992) kontrol limitlerinin belirlenmesi için alt grup ortalamasını çarpıklık ve basıklık tahminleri ile genelleştirilmiş Burr dağılımını kullanarak süreç dağılımını tahmin etmişlerdir. Choobineh ve Ballard (1987), yarı varyans yaklaşımına dayalı Ağırlıklı varyans (weighted variance) yöntemini önermişlerdir. Bu yöntemde, çarpık dağılım ortalamaya göre iki parçaya ayrılarak, aynı ortalamaya ve farklı standart sapmaya sahip yeni simetrik dağılımlar elde edilir. Bu yöntemde kontrol kartları için simetrik olmayan kontrol limitleri elde edilir. Bai ve Choi (1995) lognormal, Weibull ve gamma dağılımı için ağırlıklı varyans yöntemine dayalı çarpıklık sabitlerini hesaplamışlardır (Choobineh&Ballard, 1987, Bai&Choi, 1995). Chang ve Bai (2001) çarpıklık derecesine ve yönüne göre standart sapmanın iki parçaya ayrılmasıyla elde edilen ağırlıklı standart sapmalara (weighted standard deviations) dayalı ortalamaya ilişkin deneysel bir yöntem önermişlerdir. Chan ve Cui (2003) \bar{X} ve R kontrol kartları için düzeltilmiş çarpıklık (skewness correction) yöntemini önermişlerdir. Bu yöntemin simetrik olmayan

kontrol limitleri, alt gruplardan tahmin edilen çarpıklık derecesine bağılı olarak elde edilmektedir. Bu yöntem süreç dağılımı ile ilgili hiçbir varsayım gerektirmez .

Çalışmanın ikinci bölümünde istatistiksel süreç kontrol hakkında genel bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde; klasik, ağırlıklı varyans (AV), ağırlıklı standart sapma (ASS) ve düzeltilmiş çarpıklık (DÇ) yöntemleri ele alınmıştır. Dördüncü bölümde simülasyon çalışmasının aşamaları hakkında bilgi verilmiştir. Son bölümde ise her bir dağılım ve yöntem için farklı alt grup büyüklüklerine ilişkin \bar{X} ve R kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları karşılaştırılmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Shewhart kontrol kartları çok bilinen bir konu olduğu için ek olarak verilmiştir.

Bu çalışmanın amacı; lognormal, Weibull ve gamma çarpık dağılımları için klasik, ağırlıklı varyans (weighted variance), ağırlıklı standart sapma (weighted standart deviations) ve düzeltilmiş çarpıklık (skewness correction) yöntemlerine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartlarının kontrol limitlerini elde ederek, yöntemleri farklı alt grup büyüklükleri için 1. tip hata ortalamaları açısından karşılaştırmaktır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROL

İstatistiksel süreç kontrol –İSK (Statistical Process Control – SPC); ürünün ya da hizmetin kalitesini belirlemede en önemli rolü olan değişkenin, işi yapan kişi tarafından ölçülerek istatistiksel teknikler ile kontrol altında tutulmasını sağlayan, süreçteki elverişsiz ve uygun olmayan değişimlerin hatalı ürün/hizmet üretilmeden önce belirlenip, sürecin düzeltilmesini sağlayan faaliyetlerin tümüdür (Hamurkaroğlu, 2002).

İSK'nın amacı; istatistiksel teknikler kullanarak ürün kalitesini izlemek, ürünün tasarlandığı ve dizayn edildiği gibi üretilmesini sağlamak, süreçleri kontrol altında tutmak, süreçleri sürekli geliştirmek ve süreç üretkenliklerini arttırılmaktır.

İSK'nın 4 temel işlevi :

- Süreç değişkenliğinin ölçülmesi,
- Süreç değişkenliğinin kontrol edilmesi,
- Süreç değişkenliğinin azaltılması,
- Sürecin yeterli hale getirilmesi

biçiminde verilebilir.

Üretim işlemi çok sayıda ve karışık faktörlerin etkisi altında meydana geldiğinden değişkenlik nedenlerinin tümünü saptamak ve saptananların etki derecelerini de belirlemek hemen hemen olanaksızdır. Genel olarak kalite değişkenliği açısından iki tip değişkenlik vardır.

Ortak değişkenlik (doğal nedenler - random causes): Süreçte rasgelelikten kaynaklanan, işi yapan kişilerin kontrolü dışında olan, doğrudan sistemden ya da sistemin içindeki genel nedenlerden kaynaklanan, nedeni tespit edilemeyen değişkenliktir. Bunların neden olduğu değişim miktarları süreçte meydana gelen değişimlerin küçük bir bölümü olup, kaliteyi bozmayan değişkenlik olarak adlandırılmaktadır. Üretimi etkileyen faktörlerin hepsinde sürekli olarak var olan ortak nedenlerdir. Bu nedenlere; hammadde yapısındaki küçük farklar, tezgahdaki

titreşimler, toz, ölçme hataları, makina titreşmesi, çalışma ortamında sıcaklık, nem ve basınç değişimi örnek olarak verilebilir (Cinel, 2003).

Özel değişkenlik (doğal olmayan nedenler – assignable causes): Bir süreçte üretim ya da uygulama aşamasında bazı özel nedenlerden kaynaklanarak ortaya çıkan, ürünün kalitesinin ortalama değerini ya da yayılımını değiştirebilen ve yok edilmesi gereken değişimlerdir. Üretim faktörlerinin bir ya da birkaçında zaman zaman ortaya çıkan, süreçte büyük değişkenlikler yaratan, kalite sorununa neden olan ve nedenlerinin belli bir sebebe bağlanabildiği değişkenliklerdir. Makinelere birinin arızalanması, işçilerden birinin işi aksatması ya da ham maddelerin istenilen nitelikte olmaması, işçi hatası, yanlış hammadde kullanımı örnek olarak verilebilir (Baskan,1997; Kamoy, 2002;Cinel,2003).

İSK, üretim sırasında doğal olmayan nedenlere ilişkin kalite sorunlarının geçiktirilmeden incelenip giderilmesini, böylece doğabilecek zararların önlenerek verimliliğin en üst düzeyde tutulmasını sağlar. İSK'nın işlevleri yapılırken ortak değişkenlik azaltılır, özel değişkenlik yok edilir.

İSK'nın faydaları; müşteri memnuniyetinin artması, ürün kalitesinin geliştirilmesi, kalite maliyetlerinin azaltılması, rekabet gücü ve pazar payının artması, süreçle ilişkin performansın geliştirilmesi, hatalı ürün sayısının azalması, muayane ve test masraflarının azalması ve ürün güvenilirliğinin artması biçiminde özetlenebilir.

İSK'da kullanılan temel istatistiksel teknikler;

- Kontrol çizelgeleri
- Histogramlar
- Neden-Sonuç analizi
- Pareto analizi
- Gruplandırma
- Dağılım diyagramları
- Kontrol kartları

biçimindedir (Montgomery, 1997). İSK'da temel istatistiksel teknikler yaygın olarak kullanılmaktadır. İSK'nın en temel soru çözme tekniği kontrol kartlarıdır. Bazı kaynaklarda İSK olarak sadece kontrol kartları tanımlanmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. ÇARPIK DAĞILIMLAR İÇİN KULLANILAN YÖNTEMLER

Çarpık dağılımlarda klasik kontrol kartlarının kullanılması, kitledeki değişkenlik nedeniyle, çarpıklık arttıkça 1. tip hata olasılığının artmasına yol açmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada kitlenin değişkenliğini yansıtmak için klasik yönteme alternatif olarak simetrik olmayan kontrol limitlerini kullanan AV, ASS ve DÇ yöntemleri ele alınmıştır.

3.1. Klasik Yöntem

Klasik yöntem olarak Shewhart kontrol kartları kullanılmaktadır. Shewhart kontrol kartları Ek.1'de verilmiştir.

Bir üretim işleminde ölçülebilen ya da ölçülemeyen kalite özelliklerine ilişkin ölçümler yapıldığında ya da sayıldığında bunların sıklık dağılımları oluşturulabilir. Çünkü kalite değişkenleri, bir rasgele değişken olarak tanımlanırlar. Günlük yaşamda karşılaşılan pek çok değişken gibi, üretim ortamında da makinalar, hammadeler, işçiler, istenilen koşullar gibi değişkenlere ilişkin verilerin belirli dağılımları vardır. Sürekli bir rasgele değişken olan ölçüm değerlerinin genellikle uyduğu dağılım normaldir. Hata oranı, hata sayısı gibi ölçülemeyen değişkenlerin uyduğu dağılım ise binom, poisson, hipergeometrik dağılımlar gibi kesikli dağılımlardır.

Shewhart Kontrol kartları, değişkenler (variable) ve özellikler (attribute) için yapılan kartlar olmak üzere iki grupta incelenebilir. Değişkenler için kullanılan kontrol kartları (\bar{X} , R, S) ölçülebilen kalite değişkenine ilişkindir. Özellikler için kullanılan kontrol kartları (p, np, u, c) sayılabilen kalite değişkenine ilişkindir.

Ölçülebilen değişkenler; uzunluk, ağırlık, hacim, aşınma miktarı, ışık hızı ve şiddeti gibi herhangi bir alet ve cihaz kullanarak ölçülebilen ve sayı ile ifade edilebilen özelliklerdir.

Sayılabilen değişkenler; hatalı-hatasız biçimde sınıflandırmanın yapıldığı özellikler olup, nitelik gösteren durumlarla ilgili olan kırık, çatlak, bozuk, kokulu, lekeli, pürüzlü, renk uyumsuzluğu, köşe kırığı gibi duyu organları kullanılarak tespit edilebilen özelliklerdir.

3.2. Ağırlıklı Varyans Yöntemi

AV yönteminde, çarpık dağılım ortalamaya göre iki parçaya ayrılarak, her bir parça aynı ortalama ve farklı standart sapmaya sahip yeni iki simetrik dağılım olarak düşünülür. \bar{X} ve R kontrol kartlarının kontrol limitleri bu iki yeni simetrik dağılım kullanılarak elde edilir. Başka bir deyişle, bir dağılım üst kontrol limitinin (ÜKL), öteki dağılım ise alt kontrol limitinin (AKL) elde edilmesinde kullanılır. Eğer dağılım sağa çarpık ise; ÜKL'nin süreç ortalamasına olan uzaklığı, AKL'nin süreç ortalamasına olan uzaklığından daha kısa; tersi durumda yani eğer dağılım sola çarpık ise, ÜKL'nin süreç ortalamasına olan uzaklığı, AKL'nin süreç ortalamasına olan uzaklığından daha uzundur. Dağılımın simetrik olması durumunda ise her iki kontrol limitinin süreç ortalamasına uzaklığı eşittir.

AV yönteminde, klasik yöntemde olduğu gibi \bar{X} ve R kontrol kartlarının kontrol limitleri standart sapma kullanılarak elde edilir. Aralarındaki fark; AV yönteminde standart sapmanın iki faktör değeri ile çarpılmasıdır. Dolayısıyla AV yöntemine dayalı kontrol kartları Shewhart–tipi kartlar olarak isimlendirilebilir.

AV yönteminde \bar{X} ve R kontrol kartlarının kontrol limitlerinin hesaplanmasında kullanılan iki faktör;

$$\sqrt{2P_x} \quad ; \quad \text{ÜKL için} \quad (3.1)$$

$$\sqrt{2(1-P_x)} \quad ; \quad \text{AKL için}$$

biçimindedir (Bai&Choi, 1995; Choobineh&Ballard, 1987).

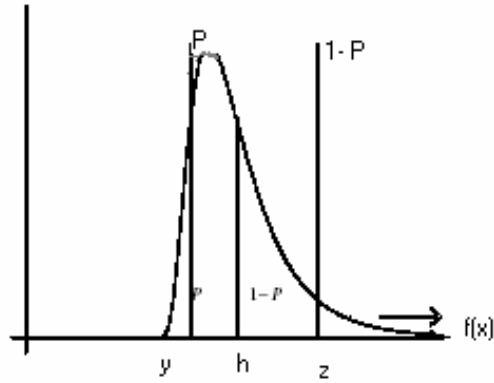
Eş. (3.1)'de P_X , ilgilenilen kalite değişkeni X raslantı değişkeni (r.d.) olmak üzere;

$$P_X = P (X \leq \mu_X) \quad (3.2)$$

olarak ifade edilir. Eş. (3.2)'deki μ_X , sürecin ortalamasıdır.

3.2.1. Yarı varyans yaklaşımı

AV yönteminde yarı varyans yaklaşımı (semivariance approximation) $F(x)$ X 'in yoğunluk fonksiyonu, $f(x)$ X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $P = P \{ X \leq h \}$ olmak üzere



Şekil 3.1. Yarı varyans yaklaşımında X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$YV_h = E [(\min (0, x - h))^2]$$

$$YV_h = \int_{-\infty}^h (x-h)^2 f(x) d(x)$$

biçimindedir (Choobineh&Branting,1985). Yukardaki eşitlikte E beklenen değeri göstermek üzere X r.d. ve h kritik değerdir. Bu eşitliğin optimizasyon modeli;

$$\max_y YV = P (h - y)^2 \quad (3.3)$$

$$\mu_k' = P y^k + (1 - P)Z^k \quad k=1,n, \quad (3.4)$$

biçimindedir (Choobineh&Branting,1985). Eş. (3.4)'deki μ_k' X r.d.'nin sıfır noktasına göre k. momentidir. $n \geq 2$ için n. dereceden polinom

$$P(1-P)^{n-1}y^n + (\mu_1 - Py)^n - (1-P)^{n-1}\mu_n = 0$$

biçimindedir. Bu polinomun köklerinden biri amaç fonksiyonunu maxsimize etmektedir.

μ_k' de k=1 için birinci moment

$$\mu = P y + (1 - P)Z,$$

μ_k' de k=2 için ikinci moment

$$\mu_2' = P y^2 + (1 - P)Z^2$$

biçiminde elde edilir. İkinci momentte μ_2' yerine $\sigma^2 + \mu^2$ konulursa

$$\sigma^2 + \mu^2 = P y^2 + (1 - P)Z^2$$

elde edilir.

İlk iki moment karşılaştırılırsa, optimizasyon modeli;

$$\max_y YV = P (h - y)^2$$

$$\mu = P y + (1 - P)Z \quad (3.5a)$$

$$\sigma^2 + \mu^2 = P y^2 + (1 - P)Z^2 \quad (3.5b)$$

biçimindedir.

Eş.(3.5a)'dan Z çekilip Eş.(3.5b)'de yerine konulursa

$$\sigma^2 + \mu^2 = P y^2 + (1 - P) \left(\frac{\mu - P y}{1 - P} \right)^2 \quad (3.6)$$

elde edilir. Eş. (3.6)'ı lagrange çarpanları yöntemiyle çözümlerse optimal sonuç y,

$$y^* = \mu - \left[\frac{1 - P}{P} \right]^{1/2} \sigma \quad (3.7)$$

biçiminde elde edilir.

Eş. (3.7)'i Eş.(3.3)'de yerine konulursa

$$\max_y YV = P \left(h - \mu - \left[\frac{1 - P}{P} \right]^{1/2} \sigma \right)^2$$

yaklaşık yarı varyans yaklaşımı;

$$YVY_h = [P^{1/2} (h - \mu) + (1 - P)^{1/2} \sigma]^2$$

biçiminde ifade edilebilir (Choobineh& Branting, 1985).

AV yönteminde $P_X = P \{ X \leq \mu \}$ olduğundan, Eş.(3.3)'te $h = \mu$ olduğunda; aşağıdaki eşitlik

$$\begin{aligned} YVY_\mu &= (1 - P) \sigma^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\mu} (y - \mu)^2 f(y) dy \end{aligned} \quad (3.8)$$

elde edilir (Choobineh& Branting, 1985).

3.2.2. Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı kontrol kartları

Eğer süreç parametreleri biliniyorsa AV yöntemine dayalı \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{x}} = \mu_x + 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{2P_x} \quad (3.9)$$

$$\text{AKL}_{\bar{x}} = \mu_x - 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{2(1-P_x)}$$

biçimindedir. Eş.(3.9)'daki σ_x sürecin standart sapması, n her bir alt grubun büyüklüğüdür.

AV yöntemine dayalı R kartının kontrol limitleri;

$$\text{ÜKL}_R = \mu_R + 3\sigma_R \sqrt{2P_x} \quad (3.10)$$

$$\text{AKL}_R = [\mu_R - 3\sigma_R \sqrt{2(1-P_x)}]^+$$

biçimindedir. Eş.(3.10)'da μ_R dağılım genişliğinin ortalaması, σ_R ise dağılım genişliğinin standart sapması, $[\mu_R - 3\sigma_R \sqrt{2(1-P_x)}] = a$ olmak üzere $[a]^+ = \max [0, a]$ olarak ifade edilir (Bai&Choi, 1995; Choobineh&Ballard, 1987).

$P_x = 0.5$ olduğunda (sürecin dağılımı simetrik), AV yöntemine dayalı kontrol kartlarının limitleri, klasik kontrol kartlarının limitlerine eşit olur. Deneysel çalışmalar, AV yönteminin klasik yöntemle göre daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir (Bai&Choi, 1995).

Parametreler bilinmediğinde AV yöntemine dayalı \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2^*} \sqrt{2\hat{P}_x} \\ \text{AKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}} \sqrt{2(1-\hat{P}_x)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

biçimindedir. Eş. (3.11)'de \bar{R} alt grup genişliklerinin ortalaması, \hat{P}_x P_x 'in tahmini ve d_2^* çarpık dağılımlar için kontrol kart sabiti olmak üzere

$$\begin{aligned} \frac{3}{d_2^* \sqrt{n}} \sqrt{2\hat{P}_x} &= W_{\bar{U}} \\ \frac{3}{d_2^* \sqrt{n}} \sqrt{2(1-\hat{P}_x)} &= W_{\bar{A}} \end{aligned}$$

ile gösterilirse;

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} + W_{\bar{U}} \bar{R} \\ \text{AKL}_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} - W_{\bar{A}} \bar{R} \end{aligned} \quad (3.12)$$

olarak ifade edilir (Bai&Choi, 1995). Eş. (3.12)'deki $W_{\bar{U}}$ ve $W_{\bar{A}}$ AV yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kart sabitleridir. Bu sabitler uygulama aşamasında \bar{X} kartı için kontrol limitlerinin elde edilmesinde kullanılmak üzere çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. incelendiğinde, $P_x = 0.5$ için $W_{\bar{U}}$ ile $W_{\bar{A}}$ değerlerinin eşit olduğu görülebilir. P_x arttıkça ($P_x > 0.5$) \bar{U} KL'nin merkez çizgiden uzaklığı artar. P_x azaldıkça ($P_x < 0,5$) \bar{A} KL'nin merkez çizgiden uzaklığı artar. Ayrıca $P_x < 0.5$ için hesaplanan $W_{\bar{U}}$ değeri ile $1 - P_x$ için hesaplanan $W_{\bar{A}}$ değeri aynıdır. Benzer şekilde $P_x > 0.5$ için hesaplanan $W_{\bar{U}}$ değeri ile $1 - P_x$ için hesaplanan $W_{\bar{A}}$ değeri aynıdır. Eğer P_x alt gruplardan tahmin edilirse, \hat{P}_x ve n için uygun katsayılar interpolasyon yardımıyla Çizelge 3.1'den bulunabilir. Örneğin $\hat{P}_x=0.51$ ve $n=2$ için $W_{\bar{U}}$ ve $W_{\bar{A}}$ değerleri, $\hat{P}_x=0.50$ ve $\hat{P}_x=0.52$ 'in $W_{\bar{U}}$ ve $W_{\bar{A}}$ değerleri kullanılarak interpolasyon yardımıyla elde edilir. $\hat{P}_x=0.51$ ve $n=2$ için $W_{\bar{U}} = 1.905$ ve $W_{\bar{A}} = 1.87$ 'dir.

Çizelge 3.1. Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kartı sabitleri

P_x	n=2	n=3	n=5	n=2	n=3	n=5
	W_A			W_U		
0.50	1.88	1.02	0.58	1.88	1.02	0.58
0.52	1.86	1.01	0.57	1.93	1.05	0.59
0.53	1.85	1.00	0.57	1.95	1.07	0.60
0.54	1.83	0.99	0.56	1.97	1.08	0.61
0.56	1.81	0.98	0.56	2.04	1.11	0.63
0.58	1.82	0.97	0.56	2.14	1.14	0.65
0.59	1.83	0.98	0.56	2.20	1.18	0.67
0.60	1.84	0.99	0.56	2.26	1.22	0.68
0.61	1.87	1.01	0.57	2.45	1.32	0.74
0.62	1.85	1.00	0.56	2.36	1.28	0.71
0.63	1.87	1.01	0.57	2.45	1.32	0.74
0.64	1.89	1.02	0.57	2.53	1.36	0.76
0.66	1.96	1.08	0.58	2.74	1.49	0.81
0.68	2.04	1.09	0.61	2.98	1.59	0.88
0.69	2.85	1.13	0.63	2.30	1.69	0.94
0.70	2.13	1.17	0.65	3.26	1.78	0.99

Parametreler bilinmediğinde AV yöntemine dayalı R kartının kontrol limitleri,

$$\bar{U}KL_R = \bar{R} \left[1 + 3 \frac{d_3^*}{d_2^*} \sqrt{2\hat{P}_x} \right] = V_U \bar{R} \quad (3.13)$$

$$\bar{A}KL_R = \bar{R} \left[1 - 3 \frac{d_3^*}{d_2^*} \sqrt{2(1-\hat{P}_x)} \right] = V_A \bar{R}$$

biçimindedir (Bai&Choi, 1995). Eş.(3.13)'deki V_U ve V_A AV yöntemine dayalı R kontrol kart sabitleri ; d_2^* ve d_3^* çarpık dağılımlar için kontrol kartı sabitleridir . d_2^* ve d_3^* değerleri görelî alt grup genişliğinin beklenen değeri ve standart sapmasından elde edilebilir.

Farklı n ve P_x değerleri için V_U ve V_A değerleri Çizelge 3.2'de verilmiştir. Eğer P_x alt gruplardan tahmin edilirse, \hat{P}_x ve n için uygun katsayılar interpolasyon yardımıyla Çizelge 3.2'den bulunabilir.

Çizelge 3.2. Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı R kontrol kart sabitleri

n=2	n=3	n=5	n=2	n=3	n=5
V_A			V_U		
0.00	0.00	0.00	3.25	2.58	2.11
0.00	0.00	0.00	3.34	2.64	2.18
0.00	0.00	0.00	3.39	2.68	2.22
0.00	0.00	0.00	3.43	2.72	2.25
0.00	0.00	0.00	3.58	2.83	2.38
0.00	0.00	0.00	3.79	2.96	2.52
0.00	0.00	0.00	3.93	3.10	2.61
0.00	0.00	0.00	4.06	3.23	2.70
0.00	0.00	0.00	4.06	3.36	2.82
0.00	0.00	0.00	4.30	3.48	2.93
0.00	0.00	0.00	4.51	3.62	3.06
0.00	0.00	0.00	4.72	3.76	3.18
0.00	0.00	0.00	5.23	4.16	3.52
0.00	0.00	0.00	5.71	4.64	4.02
0.00	0.00	0.00	5.90	5.03	4.34
0.00	0.00	0.00	6.10	5.41	4.66

Süreçten alınan alt grup noktaları \bar{X} kartı için süreç parametrelerinin bilindiği durumda Eş.(3.9), süreç parametrelerinin bilinmediği durumda Eş.(3.12) ile verilen kontrol limitlerinin dışına çıktığında, sürecin istatistiksel olarak kontrol dışında olduğu düşünülür. Benzer şekilde alt grup noktaları R kontrol kartı için Eş.(3.10) ve Eş.(3.13) ile verilen kontrol limitlerinin dışında ise süreç istatistiksel olarak kontrol dışındadır.

3.2.3. Ağırlıklı Varyans yönteminde parametre tahminleri

Genelde uygulamalarda süreç dağılımının parametreleri bilinmez.

\hat{P}_x , P_x 'in tahmini olmak üzere,

$$\hat{P}_x = \frac{\sum \sum \delta(\bar{\bar{x}} - x_{ij})}{nk} \quad (3.14)$$

olarak ifade edilebilir.

Eş.(3.14)'te,

$$\begin{aligned} \delta(X) &= 1 && ; X \geq 0 \\ &= 0 && ; X < 0 \end{aligned}$$

biçimindedir.

Sabit d_2 sayısı normallik varsayımı altında elde edildiğinden; çarpık dağılımlar için kullanılmaz. Bundan dolayı; çarpıklığın derecesini yansıtan kontrol kart sabitleri çarpık dağılımların standart sapmalarını tahmin etmek için yeniden düzenlenmelidir. Çarpık dağılımlarda d_2^* ve d_3^* sabitlerinin hesaplanabilmesi için dağılımın göreceli alt grup genişliğinin (R/σ) ortalamasını ve standart sapmasını tanımlamak gerekir. Bu değerler belirlenen bir dağılım için nümerik integral yardımıyla bulunabilir. d_2^* ve d_3^* sabitleri,

$$d_2^* = \frac{E(R)}{\sigma} \quad (3.15)$$

$$d_3^* = \frac{V(R)}{\sigma} \quad (3.16)$$

biçimindedir. Eş. (3.15) ve Eş.(3.16)'daki $R = X_{(n)} - X_{(1)}$ 'den elde edilir ve

R = n büyüklüğündeki alt grubun genişliği

$X_{(1)}$ = n büyüklüğündeki alt grubun birinci derece istatistiği(min değeri)

$X_{(n)}$ = n büyüklüğündeki alt grubun sonuncu derece istatistiğidir (max değeri).

3.2.4. Lognormal, Weibull ve gamma dağılımları için Ağırlıklı Varyans yöntemine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartları

Bu bölümde Eş.(3.9) ve Eş.(3.10) 'da her bir dağılım için $P_X = P \{ X \leq \mu \}$ yerine konularak aşağıdaki kontrol limitleri elde edilmiştir.

AV yöntemine göre lognormal dağılımına ilişkin \bar{X} kontrol kartının limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_X + 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right)}$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_X - 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2(1-\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right))}$$

biçiminde elde edilir.

AV yöntemine göre lognormal dağılımına ilişkin R kontrol kartının limitleri

$$\text{ÜKL}_R = \mu_R + 3\sigma_R \sqrt{2\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right)}$$

$$\text{AKL}_R = \left[\mu_R - 3\sigma_R \sqrt{2(1-\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right))} \right]^+$$

biçiminde elde edilir.

AV yöntemine göre Weibull dağılımına ilişkin \bar{X} kontrol kartının limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_X + 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2(1 - e^{-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^\beta})}$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_X - 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2e^{-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^\beta}}$$

biçiminde elde edilir.

AV yöntemine göre Weibull dağılımına ilişkin R kontrol kartının limitleri;

$$\text{ÜKL}_R = \mu_R + 3\sigma_R \sqrt{2(1 - e^{-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^\beta})}$$

$$\text{AKL}_R = \left[\mu_R - 3\sigma_R \sqrt{2e^{-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^\beta}} \right]^+$$

biçiminde elde edilir.

AV yöntemine göre gamma dağılımına ilişkin \bar{X} kontrol kartının limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_X + 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{2}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \int_0^{\alpha\beta} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt}$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_X - 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2\left(1 - \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \int_1^{\alpha\beta} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt\right)}$$

biçiminde elde edilir.

AV yöntemine göre gamma dağılımına ilişkin R kontrol kartının limitleri;

$$\text{ÜKL}_R = \mu_R + 3\sigma_R \sqrt{\frac{2}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \int_0^{\alpha\beta} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt}$$

$$\text{AKL}_R = \left[\mu_R - 3\sigma_R \sqrt{2\left(1 - \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \int_1^{\alpha\beta} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt\right)} \right]^+$$

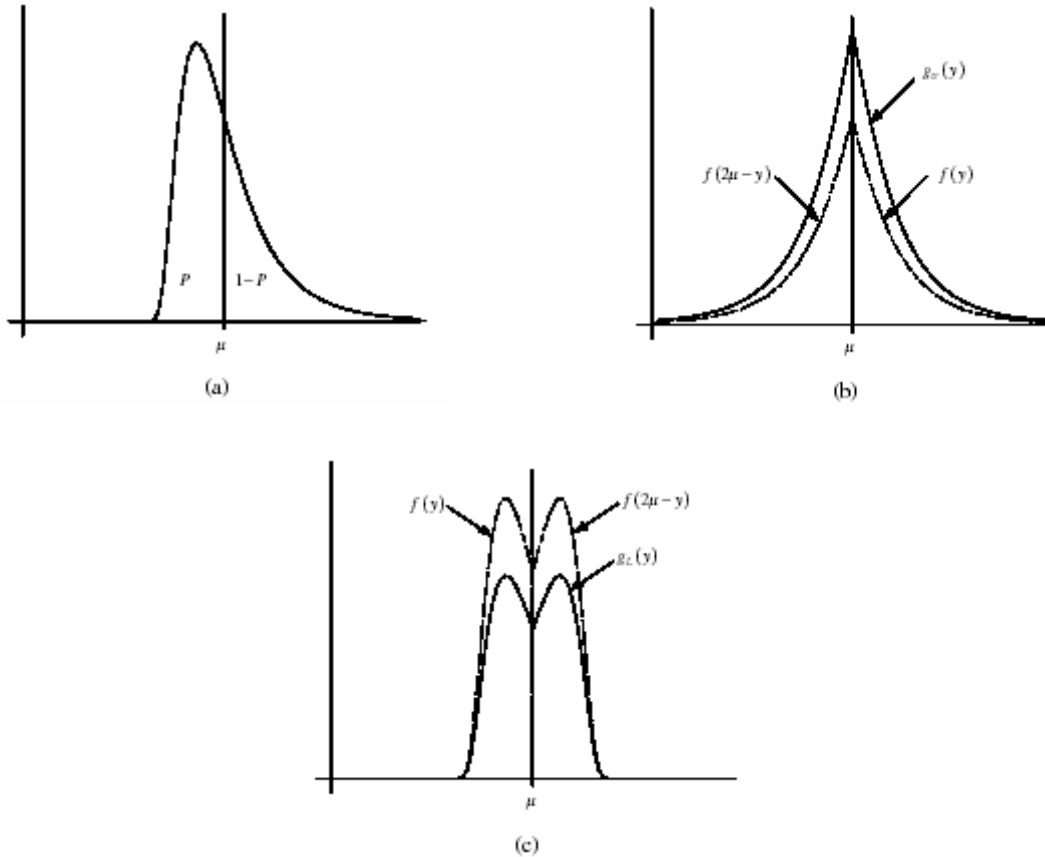
biçiminde elde edilir.

Süreç parametreleri bilinmiyorsa üç dağılım içinde \bar{X} ve R kontrol kartlarının limitleri Eş.(3.11) ve Eş.(3.12) kullanılarak elde edilir.

3.3. Ağırlıklı Standart Sapma Yöntemi

ASS yöntemi çarpıklık derecesine ve yönüne göre standart sapmanın iki parçaya ayrılmasıyla elde edilen Ağırlıklı standart sapmalara dayalı çarpık dağılımlar için ortalamaya ilişkin deneysel bir yöntemdir. Sürecin dağılımı simetrik olduğunda ağırlıklı standart sapma yöntemine dayalı kontrol kartları, klasik kontrol kartları biçimindedir.

ASS yöntemine göre; çarpık dağılım ortalamaya göre iki parçaya ayrılır ve her bir parça yeni birer simetrik dağılım olarak kullanılır. ASS'de, yeni simetrik dağılımların standart sapmaları toplamı σ 'ya eşittir ($\sigma_U + \sigma_A = \sigma$). Şekil 3.3. ASS yönteminin asıl mantığını gösterir. Şekil 3.2.(a)'daki $f(x)$ kalite değişkeni X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu (o.y.f.) ve $P = P_r \{ X \leq \mu \}$ 'dir (Chang&Bai, 2001).



Şekil 3.2. (a) X 'in o.y.f., $f(x)$ 'in grafiği , (b) $f(x)$ 'in üst bölümünün o.y.f. grafiği ve (c) $f(x)$ 'in alt bölümünün o.y.f. grafiği

Eğer $f(x)$ 'in sağ yarısının ortalamaya göre simetriği alınır; beklenen o.y.f. özelliklerini sağlamak üzere, simetrik o.y.f. $g_U(y)$ şekil 3.2.(b)'deki gibi biçimlendirilir. Benzer yöntemle, Şekil 3.2.(c)'deki gibi $f(x)$ 'in sol yarısının simetriği alınarak $g_A(y)$ biçimlendirilir. Simetrik o.y.f.'ları $g_U(y)$ ve $g_A(y)$ aynı ortalamaya fakat farklı standart sapmalara σ_U ve σ_A sahiplerdir. $g_U(y)$ ve $g_A(y)$ o.y.f.'ları aşağıdaki gibidir (Chang&Bai, 2001);

$$g_U(y) = \begin{cases} \frac{1}{2(1-P)} f(2\mu - y), & y \leq \mu \\ \frac{1}{2(1-P)} f(y), & y > \mu \end{cases} \quad (3.17a)$$

$$g_A(y) = \begin{cases} \frac{1}{2P} f(y), & y \leq \mu \\ \frac{1}{2P} f(2\mu - y), & y > \mu \end{cases} \quad (3.17b)$$

Eş. (3.17a) ve (3.17b) aşağıdaki gibi elde edilir.

Şekil 3.3. (a)'dan $P(X \leq \mu) = P \Rightarrow F(\mu) = P$ ve
 $P(X > \mu) = 1 - P \Rightarrow 1 - F(\mu) = 1 - P$ yazılabilir.

$y = 2\mu - X$ dönüşümü yapılırsa;

$f(y) = f(g^{-1}(y)) |dy/dX| \Rightarrow f(y) = f(2\mu - y)$ elde edilir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonunu sağlayan ağırlıklı faktörler ;

$$A \int_{-\infty}^{\mu} f(2\mu - y) dy + A \int_{\mu}^{\infty} f(y) dy = 1$$

$$A * (1 - P) + A * (1 - P) = 1$$

$$A = \frac{1}{2(1-P)}$$

$$B \int_{-\infty}^{\mu} f(y) dy + B \int_{\mu}^{\infty} f(2\mu - y) dy = 1$$

$$B * P + B * P = 1$$

$$B = \frac{1}{2P}$$

biçiminde elde edilmiştir.

Eş. (3.17a) ve (3.17b)'den elde edilen $\sigma_{\bar{U}}$ ve σ_A ;

$$\sigma_{\bar{U}}^2 = \int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{2(1-P)} (y - \mu)^2 f(2\mu - y) + \int_{\mu}^{\infty} \frac{1}{2(1-P)} (y - \mu)^2 f(y) dy$$

$$= \int_{\mu}^{\infty} \frac{1}{1-P} (y - \mu)^2 f(y) dy$$

$$\sigma_{\bar{U}} = \sqrt{\frac{1}{1-P} \int_{\mu}^{\infty} (y - \mu)^2 f(y) dy}$$

$$\sigma_A^2 = \int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{2P} (y - \mu)^2 f(y) dy + \int_{\mu}^{\infty} \frac{1}{2P} (y - \mu)^2 f(2\mu - y) dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{P} (y - \mu)^2 f(y) dy$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\mu} (y - \mu)^2 f(y) dy}$$

biçimindedir (Chang&Bai, 2001).

Choobineh ve Branting'in $\int_{\mu}^{\infty} (y - \mu)^2 f(y) dy \cong P\sigma^2$ yarı varyans yaklaşımı kullanılarak;

$$\sigma_{\bar{U}} \cong \sqrt{\frac{P}{1-P}} \sigma \quad (3.18)$$

$$\sigma_A \cong \sqrt{\frac{1-P}{P}} \sigma$$

biçiminde ifade edilebilir (Chang&Bai, 2001).

σ standart sapma $\sigma_{\bar{U}}^W$ üst sapma ve σ_A^W alt sapma olarak ayrılabilir; buradan $\sigma = \sigma_{\bar{U}}^W + \sigma_A^W$ eşitliği yazılabilir. $\sigma_{\bar{U}}^W$ 'nin σ 'ya oranının $\sigma_{\bar{U}}$ 'nın $\sigma_{\bar{U}} + \sigma_A$ 'ya oranına eşit olduğu düşünülürse, $\frac{\sigma_{\bar{U}}^W}{\sigma} = \frac{\sigma_{\bar{U}}}{\sigma_{\bar{U}} + \sigma_A}$ eşitliği yazılabilir ve aynı şekilde;

$$\frac{\sigma_A^W}{\sigma} = \frac{\sigma_A}{\sigma_{\bar{U}} + \sigma_A} \text{ olarak ifade edilebilir.}$$

Yukardaki eşitlikte $\frac{\sigma_{\bar{U}}}{\sigma_{\bar{U}} + \sigma_A} \cong P$ ve $\frac{\sigma_A}{\sigma_{\bar{U}} + \sigma_A} \cong 1-P$ yazılırsa,

$$\sigma_{\bar{U}}^W \cong P\sigma \quad (3.19)$$

$$\sigma_A^W \cong (1-P)\sigma$$

biçiminde ifade edilir(Chang&Bai, 2001).

Orjinal o.y.f.'nin üst bölümü

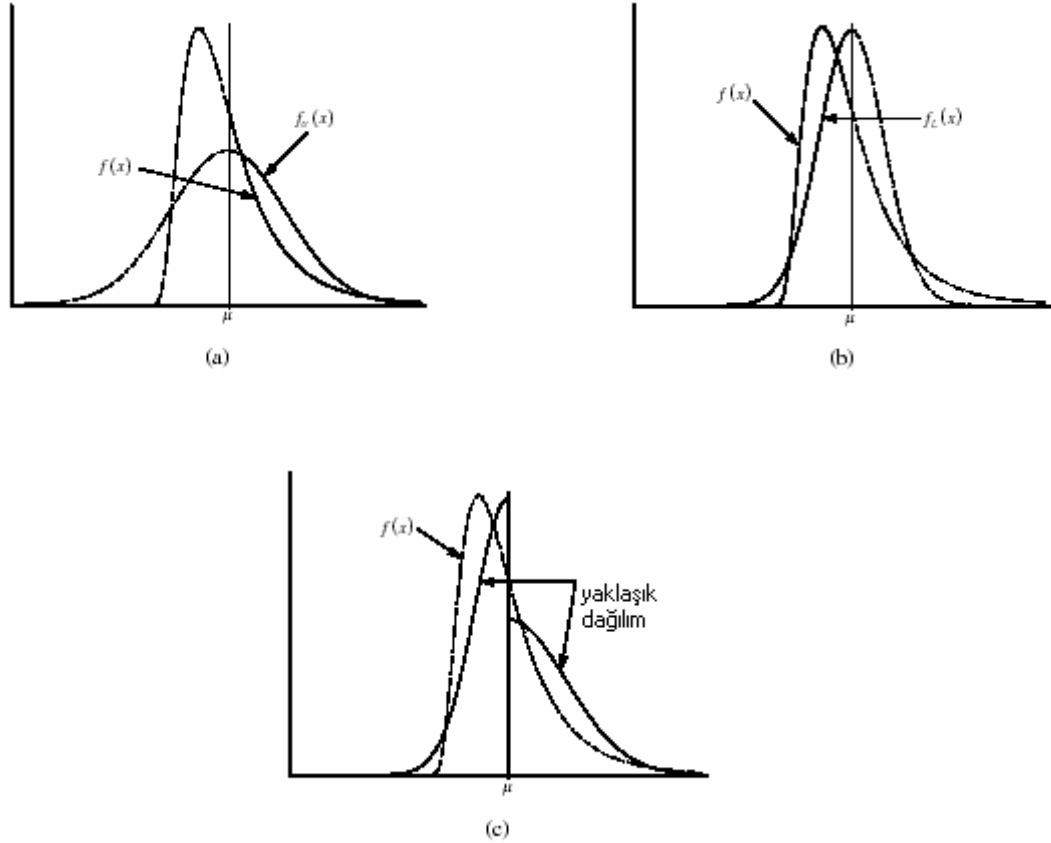
$$f_{\bar{U}}(x) = \frac{1}{2\sigma_{\bar{U}}^W} \phi\left(\frac{x - \mu}{2\sigma_{\bar{U}}^W}\right)$$

Şekil 3.3.(a)'daki gibi $f(x)$ 'in üst bölümüne yaklaşmaktadır. Aynı şekilde orjinal o.y.f.'nin alt bölümü,

$$f_A(x) = \frac{1}{2\sigma_A^W} \phi\left(\frac{x-\mu}{2\sigma_A^W}\right)$$

şekil 3.3.(b)'deki gibi $f(x)$ 'in alt bölümüne yaklaşmakta kullanılabilir.

Eğer süreç dağılımı simetrik ise, $P = 1/2$ ve $\sigma_{\bar{U}}^W = \sigma_A^W = 1/2 \sigma'$ dir. Ancak; $P > 1/2$ ve $\sigma_{\bar{U}}^W > \sigma_A^W$ ise dağılım sağa çarpık; $P < 1/2$ ve $\sigma_{\bar{U}}^W < \sigma_A^W$ ise dağılım sola çarpıktır.



Şekil 3.3. Yaklaşık o.y.f. : (a) üst bölüm (b) alt bölüm (c) orjinal ve yaklaşık dağılımlar

3.3.2. Ağırlıklı Standart Sapma yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kartları

Parametreler bilindiğinde ASS yöntemine dayalı \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}\text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \mu + Z_{\alpha/2} \frac{2\sigma_{\bar{X}}^W}{\sqrt{n}} \\ &= \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2P\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{AKL}_{\bar{X}} &= \mu + Z_{\alpha/2} \frac{2\sigma_A^W}{\sqrt{n}} \\ &= \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2(1 - P)\end{aligned}$$

biçimindedir (Chang&Bai, 2001).

Parametreler bilinmediğinde ASS yöntemine dayalı \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2^{**} \sqrt{n}} 2\hat{P}$$

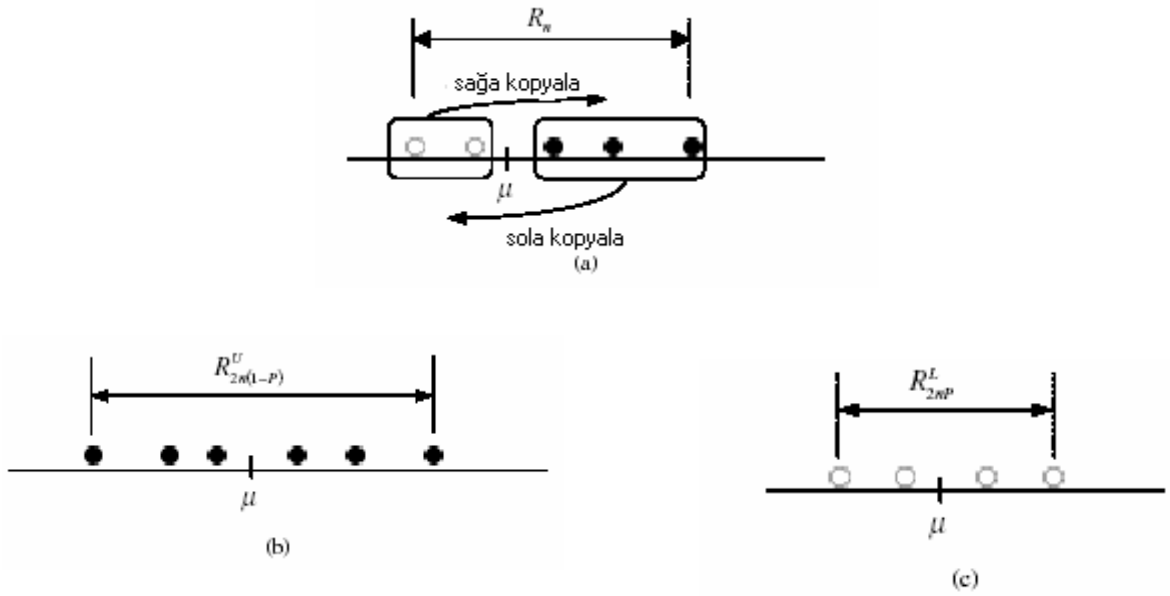
$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2^{**} \sqrt{n}} 2(1 - \hat{P})$$

biçimindedir (Chang&Bai, 2001).

3.3.3. Ağırlıklı Standart Sapma yönteminde parametre tahminleri

Uygulamalarda ASS yöntemi kullanılarak; P , μ ve σ alt gruptan tahmin edilebilir. P 'nin tahmini Eş.(3.14)'ten yapılır. μ genellikle genel ortalamadan (\bar{X}) tahmin edilir; σ ise \bar{R}/d_2 tarafından tahmin edilir.

Eğer $f(x)$ 'in n büyüklüğündeki alt gruptan elde edilen gözlemler μ 'ye göre iki bölüme ayrılırsa ve bir yarım bölümdeki gözlemler diğer bölüme kopyalanırsa; üst ve alt bölümdeki gözlemlerin sayısal ortalaması $2n(1-P)$ ve $2nP$ olur; şekil 3.4'teki gibi (Chang&Bai, 2001). Şekil 3.4.(b)'de üst bölüm μ 'ye göre sol tarafa kopyalanmış ve şekil 3.4(c)'de alt bölüm μ 'ye göre sağ tarafa kopyalanmıştır.



Şekil 3.4. R_n 'in alt ve üst bölüm olarak ikiye ayrılması

Simetrik dağılımlar için

$$E(R_n) = 2\{E(X_n) - \mu\} = 2\{\mu - E(X_{(1)})\}$$

biçimindedir. $f(x)$ 'in alt ve üst bölümlerinden elde edilen aralıklar

$$R_{2n(1-P)}^U = 2 (X_{(n)} - \mu)$$

$$R_{2nP}^A = 2 (\mu - X_{(1)})$$

olduğundan;

$$E(R_n) = \frac{1}{2} \{E(R_{2n(1-P)}^U) + E(R_{2nP}^A)\} \quad (3.20)$$

biçiminde elde edilir (Chang&Bai, 2001).

Eş. (3.15) ve Eş. (3.20)'den;

$$d_2^{**} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{E(R_{2n(1-P)}^U)}{\sigma} + \frac{E(R_{2nP}^A)}{\sigma} \right\} \quad (3.21)$$

$$d_2^{**} = P \frac{E(R_{2n(1-P)}^U)}{2\sigma_{\bar{U}}^W} + (1-P) \frac{E(R_{2nP}^A)}{2\sigma_A^W}$$

elde edilir (Chang&Bai, 2001).

$f(x)$ 'in üst ve alt bölümleri $f_U(x)$ 'in sağ bölümünü ve $f_A(x)$ 'in sol bölümünü kullanarak yaklaşık olarak tahmin edilebilir, d_2^{**} normal dağılımın d_2 'sinden tahmin edilebilir;

$$d_2^{**} \equiv P d_2(2n(1-P)) + (1-P) d_2(2nP)$$

alt grup büyüklüğü n olduğunda $d_2(n)$ d_2 'dir (Chang&Bai, 2001). Eğer P bilinmiyorsa; d_2^{**} 'den elde edilen \hat{P} değeri kullanılabilir. \bar{R}/d_2^{**} ile çarpık dağılımın standart sapması yaklaşık olarak tahmin edilebilir. Süreç dağılımı simetrik ise $d_2^{**} = d_2$ olur. Çizelge 3.3.'te d_2^{**} değerleri verilmiştir. Bu değerler uygulamada kullanılmak üzere verilmiştir. P arttıkça d_2^{**} azalmaktadır.

Çizelge 3.3. ASS yönteminde d_2^{**} kontrol kart sabit değerleri

P	d_2^{**}		
	n=2	n=3	n=5
0.50	1.128	1.693	2.326
0.53	1.124	1.670	2.313
0.54	1.121	1.660	2.307
0.56	1.112	1.637	2.291
0.57	1.106	1.623	2.282
0.59	1.091	1.593	2.264
0.60	1.083	1.577	2.249
0.61	1.073	1.559	2.228
0.63	1.051	1.520	2.184
0.64	1.039	1.500	2.161
0.66	1.012	1.454	2.110
0.68	0.982	1.402	2.055
0.69	0.965	1.373	2.025

3.4. Düzeltilmiş Çarpıklık Yöntemi

Düzeltilmiş çarpıklık yöntemi çarpık dağılımlar için çarpıklık derecesine dayalı kontrol kartlarının oluşturulmasına ilişkin ve süreç dağılımı ile ilgili hiçbir varsayım gerektirmeyen deneysel bir yöntemdir. Eğer süreç dağılımı simetrik ise, $k_3 = 0$, DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kartı klasik kontrol kartı biçimindedir.

3.4.1. Düzeltilmiş Çarpıklık yönteminin ilkesi

X , $\mu=0$, $\sigma=1$ ve k_3 ile standart r.d. olsun. Eğer k_3 biliniyorsa, DÇ yöntemine dayalı bireysel gözlemler için standartlaştırılmış kontrol kart limitleri;

$$\text{ÜKL} = 3 + \frac{\frac{4}{3}k_3}{1 + 0.2k_3^2}$$

$$\text{MÇ} = 0$$

$$\text{AKL} = -3 + \frac{\frac{4}{3}k_3}{1 + 0.2k_3^2}$$

biçimindedir (Chan&Chui, 2003).

Kontrol limitleri alt gruptan tahmin edilen çarpıklığın derecesine bağlıdır. Bu yöntem süreç dağılımı ile ilgili hiçbir varsayım gerektirmez. Bu kontrol limitleri

$\frac{4}{3}k_3 / (1 + 0.2k_3^2)$ ile standart kontrol kartlarının limitlerinden farklıdır. Bu yöntem

Cornish-Fisher açılımına dayalı bir yöntemdir.

3.4.1.1. Cornish-Fisher açılımı

X ortalaması 0, varyansı 1 olan standart r.d. olmak üzere, X_α α yüzdesine karşı gelen değeri ve Z_α , $\Phi(Z_\alpha) = \alpha$ ile α yüzdesine karşı gelen standart normal dağılımın değeri ve κ_r X 'in r 'inci kümülanıdır ($r \geq 3$). X standartlaştırılmış r.d., κ_3 X 'in çarpıklık katsayısı ve κ_4 X 'in basıklık katsayısıdır.

X 'in Cornish-Fisher açılımı;

$$X_\alpha = Z_\alpha + \frac{1}{6}(Z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 + \frac{1}{24}(Z_\alpha^3 - 3Z_\alpha)\kappa_4 - \frac{1}{36}(2Z_\alpha^3 - 5Z_\alpha)\kappa_3^2 + \dots$$

biçiminde ifade edilir (Chan&Cui, 2003; Zou&Wang, 2006).

Eğer $\alpha_1 = 1 - 0.0027/2$ ve $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ alınırsa, $Z_{\alpha_1} = 3$, $Z_{\alpha_2} = -3$ olur ve aşağıdaki eşitlikler elde edilir (Chan&Chui, 2003) :

$$X_{\alpha_1} = 3 + \frac{4}{3}\kappa_3 - \frac{13}{12}\kappa_3^2 + \frac{3}{4}\kappa_4 + \dots = 3 + \frac{4}{3}\kappa_3 - \frac{13}{12}\kappa_3^2 + Y_1 \quad (3.22)$$

$$X_{\alpha_2} = -3 + \frac{4}{3}\kappa_3 + \frac{13}{12}\kappa_3^2 - \frac{3}{4}\kappa_4 + \dots = -3 + \frac{4}{3}\kappa_3 + \frac{13}{12}\kappa_3^2 + Y_2 \quad (3.23)$$

Eş. (3.22) ve Eş. (3.23)'teki Y_1 ve Y_2 , X 'in yüksek kümülanlarını içeren karmaşık bir yapıya sahiptir. Sadece çarpıklığın etkisiyle ilgilenildiğinde, hem

$$\frac{4}{3}\kappa_3 - \frac{13}{12}\kappa_3^2 + Y_1 \quad \text{hemde} \quad \frac{4}{3}\kappa_3 + \frac{13}{12}\kappa_3^2 + Y_2 \quad \frac{4}{3}\kappa_3 h(\kappa_3) \text{ 'e yaklaştırılabilir. Eş. (3.22)}$$

ve Eş. (3.23)'teki Y_1 ve Y_2 yerine $\frac{4}{3}\kappa_3 h(\kappa_3)$ yazılırsa

$$X_{\alpha_1} \cong 3 + \frac{4}{3}\kappa_3 h(\kappa_3) = \text{ÜKL}$$

$$X_{\alpha_2} \cong -3 + \frac{4}{3}\kappa_3 h(\kappa_3) = \text{AKL} \quad (3.24)$$

elde edilir (Chan&Chui, 2003). Eş. (3.24)'teki $h(\kappa_3)$ düzleştirilmiş fonksiyon (smooth function) ve $h(0)=1$ 'dir. X_{α_1} ve X_{α_2} ÜKL ve AKL gibi kullanılır. DÇ yöntemin dayalı kontrol kartlarında $(\frac{4}{3}\kappa_3 h(\kappa_3)) c_4^*$ ile gösterilir) aşağıdaki özellikler geçerlidir (Chan&Chui, 2003) :

- κ_3 pozitif küçük olduğunda, süreç dağılımı yaklaşık simetriktir.
- κ_3 pozitif büyük olduğunda, süreç dağılımı sağa çarpıktır. Çarpıklık arttıkça birinci tip hata olasılığı artar.

DÇ yönteminde kontrol kartlarının limitleri Cornish-Fisher açılımı kullanılarak elde edilmektedir.

3.4.2. Düzeltilmiş Çarpıklık yöntemine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartları

Parametreler bilindiğinde DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_X + (3 + c_4^*)\sigma_X / \sqrt{n}$$

$$\text{MÇ}_{\bar{X}} = \mu_X \quad (3.25)$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_X + (-3 + c_4^*)\sigma_X / \sqrt{n}$$

biçimindedir (Chan&Chui, 2003).

Parametreler bilindiğinde DÇ yöntemine dayalı R kartının kontrol limitleri;

$$\text{ÜKL}_R = \mu_R + (3 + d_4^*)\sigma_R$$

$$\text{MÇ}_R = \mu_R \quad (3.26)$$

$$\text{AKL}_R = \mu_R + (-3 + d_4^*)\sigma_R$$

biçimindedir (Chan&Chui, 2003).

Eş. (3.25) ve Eş. (3.26)'daki c_4^* ve d_4^* düzeltilmiş çarpıklık sabitleridir. Eğer AKL_R negatifse sıfır olarak alınır. Süreç dağılımı simetrik olduğunda, $k_3=0$ ve $c_4^*=0$ olur. Bundan dolayı DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kartı klasik kontrol kartı biçimindedir.

Parametreler bilinmediğinde DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kartının limitleri;

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \left(3 + \frac{4k_3/(3\sqrt{n})}{1 + 0.2k_3^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*\sqrt{n}} \equiv \bar{\bar{X}} + A_U^*\bar{R}$$

$$\text{MÇ}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (3.27)$$

$$\text{LCL}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \left(-3 + \frac{4k_3/(3\sqrt{n})}{1 + 0.2k_3^2/n}\right) \frac{\bar{R}}{d_2^*\sqrt{n}} \equiv \bar{\bar{X}} - A_L^*\bar{R}$$

biçimindedir (Chan&Chui, 2003).

Çizelge 3.4. , çarpık dağılımlar için A_U^* ve A_A^* sabitlerinin değerlerini vermektedir. $k_3 < 0$ durumu için A_U^* $k_3 > 0$ durumu için A_A^* ile aynıdır. Örneğin Çizelge 3.3.'ten $n=5$ ve $k_3 = 2$ $A_U^*=0.85$ ve $A_L^*=0.42$ ve $k_3 = -2$ ile $A_U^*=0.42$ ve $A_L^*=0.85$ dir. Eğer k_3 değeri Çizelgede yoksa, k_3 'e en yakın değer alınır ya da interpolasyon yapılır.

$k_3= 0$ olduğunda, normal süreç dağılımı için d_2^* ve d_3^* sabitleri d_2 ve d_3 sabitleri ile aynıdır ve DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kartı, Shewhart kontrol kartı biçimindedir.

Çizelge 3.4. DÇ yöntemine dayalı \bar{X} kontrol kart sabitleri $A_{\bar{U}}^*$ ve A_A^*

k_3	n=2		n=3		n=5	
	$A_{\bar{U}}^*$	A_A^*	$A_{\bar{U}}^*$	A_A^*	$A_{\bar{U}}^*$	A_A^*
0.0	0.58	0.58	1.03	1.03	1.88	1.88
0.5	2.20	1.62	1.16	0.90	0.65	0.53
1.0	2.49	1.57	1.31	0.81	0.71	0.48
1.5	2.78	1.25	1.46	0.73	0.78	0.45
2.0	3.02	1.15	1.60	0.68	0.85	0.42
2.5	3.22	1.23	1.71	0.65	0.92	0.40
3.0	3.39	1.18	1.82	0.64	0.98	0.39

Parametreler bilinmediğinde DÇ yöntemine dayalı R kontrol kartı limitleri;

$$\bar{U}KL_R = \left[1 + (3 + d_4^*) \frac{d_3^*}{d_2^*} \right] \bar{R} \equiv D_4^* \bar{R}$$

$$M\check{C} = \bar{R} \quad (3.28)$$

$$AKL_R = \left[1 + (-3 + d_4^*) \frac{d_3^*}{d_2^*} \right]^+ \bar{R} \equiv D_3^* \bar{R}$$

biçimindedir (Chan&Chui, 2003).

$$\text{Eş.(3.28)'de } \left[1 + (-3 + d_4^*) \frac{d_3^*}{d_2^*} \right] = a \text{ olmak üzere } a > 0 \text{ için } a^+ = a \text{ ve } a < 0 \text{ için } a^+ = 0$$

olur. Çizelge 3.5. ise DÇ yöntemine dayalı R kontrol kartı için D_4^* ve D_3^* sabitlerini verir.

Çizelge 3.5. DÇ yöntemine dayalı R kontrol kart sabitleri D_4^* ve D_3^*

k_3	n=2		n=3		n=5	
	D_4^*	D_3^*	D_4^*	D_3^*	D_4^*	D_3^*
0.0	2.30	0.10	2.93	0.00	4.12	0.00
0.5	4.26	0.00	3.12	0.00	2.45	0.15
1.0	4.56	0.00	3.43	0.00	2.75	0.17
1.5	4.95	0.00	3.82	0.00	3.10	0.15
2.0	5.32	0.00	4.20	0.00	3.44	0.11
2.5	5.66	0.00	4.53	0.00	3.75	0.06
3.0	5.97	0.00	4.82	0.00	4.03	0.025

Bazı durumlarda, çarpıklık tahmin edilmelidir. Çarpıklık alt grup çarpıklığından tahmin edilebilir. $k_3^* = k_3'$

3.4.3. Düzeltilmiş Çarpıklık yönteminde parametre tahminleri

Normal dağılım için klasik kontrol kartlarındaki d_2 ve d_3 gibi, DÇ yöntemine dayalı kontrol kart sabitleri d_2^* ve d_3^* , AV yöntemindeki gibi elde edilir. c_4^* ve d_4^* düzeltilmiş çarpıklık sabitleri;

$$c_4^* = \frac{\frac{4}{3}k_3(\bar{X})}{1+0.2k_3^2(\bar{X})} \quad (3.24)$$

$$d_4^* = \frac{\frac{4}{3}k_3(R)}{1+0.2k_3^2(R)}$$

biçimindedir (Chan&Chui, 2003). Eş. (3.24)'teki $k_3(\bar{X})$; \bar{X} alt grup ortalamasının çarpıklığı ve $k_3(R)$; R alt grup genişliğinin çarpıklığıdır.

Eğer süreç dağılımı ve alt grup büyüklüğü n biliniyorsa; d_2^* , d_3^* ve d_4^* 'in değeri sayısal integral üzerinden doğrudan elde edilebilir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. ÇALIŞMADA KULLANILAN ÇARPIK DAĞILIMLAR

Bu çalışmada çarpık dağılımlar olarak lognormal, gamma ve Weibull dağılımları ele alınmıştır.

4.1. Lognormal Dağılım

X r.d. lognormal dağılıma sahip bir kalite değişkenini göstermek üzere dağılım fonksiyonu;

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \Phi\left(\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)\right) \quad (4.1)$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(X)-\mu}{\sigma}\right)^2\right)} \quad x > 0 \text{ için}$$
$$=0 \quad x \leq 0 \text{ için}$$

biçimindedir (Weisstein, 2006).

Eş.(4.1)'de $\Phi(\cdot)$, standart normal dağılım fonksiyonu, μ ve σ sırasıyla dağılımın konum ve ölçek parametreleridir. Lognormal dağılıma sahip r.d.'nin sıfır noktasına göre k. momentini

$$\mu_k' = E(x^k) = e^{\mu_k + 1/2\sigma^2 k^2} \quad (4.2)$$

biçimindedir (Weisstein, 2006).

Eş.(4.1)'den lognormal dağılımın beklenen değeri, ortalaması, varyansı ve çarpıklığı

$$\mu_1' = E(x) = e^{\mu+1/2\sigma^2}$$

$$\mu = e^{\mu+\sigma^2/2}$$

$$V(x) = e^{\sigma^2+2\mu}(e^{\sigma^2} - 1)$$

$$k_3 = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}(2 + e^{\sigma^2})$$

olarak ifade edilir (Weisstein, 2006).

Eş. (4.1)'den lognormal dağılım için P_X faktörü;

$$P_X = P(X \leq e^{\mu+1/2\sigma^2}) = \Phi\left(\frac{\log e^{\mu+1/2\sigma^2} - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) \quad (4.3)$$

biçiminde elde edilir. Eş.(4.3)'ten lognormal dağılım için P_X faktör değerinin sadece σ parametresine bağlı olduğu görülebilir.

4.1.1. Lognormal dağılımın özellikleri

- Lognormal dağılım her zaman sağa çarpık bir dağılımdır.
- $Y = \ln(x)$ r.d. μ ortalama ve σ standart sapma ile normal dağılıma sahiptir (Borghers, Wessa, 2006).

4.2. Gamma Dağılımı

X r.d. α biçim ve β ölçek parametreleri ile gamma dağılımına sahip bir kalite değişkenini göstermek üzere olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad x > 0 \text{ için} \quad (4.4)$$
$$= 0 \quad x \leq 0 \text{ için}$$

dağılım fonksiyonu ;

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt$$

biçimindedir (Weisstein, 2006).

Eş.(4.4)'teki $\Gamma(\alpha)$ gamma fonksiyonu;

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

biçimindedir.

Gamma dağılımına sahip r.d.'nin sıfır noktasına göre k . momenti

$$\mu'_k = \frac{\beta^k \Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)} \quad (4.5)$$

olarak elde edilir (Weisstein, 2006). Eş. (4.5)'ten X r.d.'nin beklenen değeri, ortalaması, varyansı ve çarpıklığı;

$$\mu'_1 = \beta\alpha$$

$$\mu = \alpha\beta$$

$$\sigma^2 = \alpha\beta^2$$

$$k_3 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$$

biçiminde elde edilir (Weisstein, 2006).

4.2.1. Gamma dağılımının özellikleri

- Gamma dağılımı sağa çarpık bir dağılımdır.
- Gamma dağılım parametresi α sonsuza giderken gamma dağılımı normal dağılıma yaklaşır.
- Gamma dağılım parametresi $\alpha=1$ olduğunda, dağılım üstel dağılıma dönüşür(Borghers, Wessa, 2006).

4.3. Weibull Dağılımı

X r.d. λ ölçek ve β biçim parametreleri ile Weibull dağılımına sahip bir kalite değişkenini göstermek üzere olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(x) = \beta\lambda^\beta x^{\beta-1} e^{-(x\lambda)^\beta} \quad x > 0 \text{ için}$$
$$= 0 \quad x \leq 0 \text{ için}$$

dağılım fonksiyonu;

$$F_X(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-(\lambda x)^\beta} \quad (4.6)$$

biçimindedir (Weibull Distributions, 2006).

X r.d.'nin sıfır noktasına göre k. momentini;

$$\mu_k' = \frac{1}{\lambda^k} \Gamma\left(1 + \frac{k}{\beta}\right)$$

biçimindedir (Weibull Distributions, 2006).

X r.d.'nin ortalaması, varyansı ve çarpıklığı;

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma^2 = \frac{\lambda^2}{\beta} \left[2\Gamma(2/\beta) - \frac{1}{\lambda} (\Gamma(1/\beta))^2 \right]$$

$$k_3 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{\beta}\right) \left(\frac{1}{\lambda}\right)^3 - 3\mu\sigma^2 - \mu^3}{\sigma^3}$$

biçimindedir (Weibull Distributions, 2006).

Eş.(4.6)'dan yararlanarak Weibull dağılımı için P_X faktörü;

$$P_X = P\left(X \leq \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right) = 1 - e^{-\left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^\beta}$$

biçimindedir.

4.3.1. Weibull dağılımın özellikleri

- Biçim parametresi β küçük olduğunda dağılım sola, β büyük olduğunda dağılım sağa çarpıktır.
- Biçim parametresi $\beta=1$ olduğunda Weibull dağılımı üstel dağılıma dönüşür.
- Weibull dağılımının P_X 'i sadece biçim parametresi β 'ya bağlıdır (Borghers, Wessa, 2006).

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. UYGULAMA

Çarpık dağılımlarda klasik, AV, ASS ve DÇ yöntemlerinin karşılaştırması, Monte Karlo simülasyon tekniği kullanılarak yapılmıştır. Bu çalışma için MATLAB 6.5'ta özel bir program yazılmıştır. Simülasyon çalışmasında 4 yöntemin 1. Tip hata ortalamaları açısından karşılaştırılması, lognormal, Weibull ve gamma dağılımları ele alınarak yapılmıştır. Tüm dağılımlar ve yöntemler için program üzerinde küçük değişiklikler yapılarak çalışılmıştır.

Bu çalışmada kalite değişkeninin α (biçim) ve β (ölçek) parametreleri ile gamma dağılımına, μ (konum) ve σ (ölçek) parametreleri ile lognormal dağılıma, λ (ölçek) ve β (biçim) parametreleri ile Weibull dağılımına sahip olduğu varsayılmaktadır. Lognormal dağılım için çarpıklık sadece σ parametresine bağlı olduğu için, $\mu = 0$ olarak; gamma dağılımında çarpıklık sadece α parametresine bağlı olduğu için, $\beta = 1$ olarak ve Weibull dağılımında çarpıklık sadece β parametresine bağlı olduğu için, $\alpha = 1$ olarak alınmıştır. Dağılımların parametreleri ve P_x değerleri Çizelge 5.1'de verilmiştir.

AV ve ASS yöntemlerinde kullanılan tüm dağılımların ortalamaları da MATLAB 6.5 kullanarak elde edilmiştir. Çarpık dağılımlar için kontrol limitleri parametrelerin bilinmediği varsayımı altında hesaplanmıştır.

Çalışmada \bar{X} kontrol kartı için klasik, AV, ASS ve DÇ yöntemleri 1. tip hata ortalamaları açısından karşılaştırılırken R kontrol kartı için klasik, AV ve DÇ yöntemleri 1. tip hata ortalamaları açısından karşılaştırılmaktadır.

Simülasyon çalışması 2 adımdan oluşmaktadır.

Adım 1:

1.1. MATLAB 6.5 paket programı kullanılarak lognormal (μ , σ), Weibull (λ , β) ve gamma (α , β) dağılımlarına göre n büyüklüğünde 30 alt grup türetilmiştir ($k=30$).

1.2. DÇ, ASS, AV ve Klasik yöntemle ilişkin kontrol limitleri hesaplanmıştır. AV yönteminde hesaplanmış P_x 'ler için Çizelge 3.1 ve Çizelge 3.2'deki W_U, W_L, V_U, V_L katsayıları, DÇ yönteminde çarpıklık katsayısı için Çizelge 3.4 ve Çizelge 3.5 'teki $A_{\bar{U}}, A_A, D_4$ ve D_3 katsayıları ve ASS yönteminde Çizelge 3.3'teki d_2^{**} katsayıları kullanılmıştır.

Adım 2 :

2.1. Adım 1.1 kullanılarak n büyüklüğünde 100 alt grup türetilmiştir (k=100).

2.2. Herbir alt grubun \bar{X} ve R istatistikleri hesaplanmıştır.

2.3. Adım 2.2'de hesaplanan istatistiklerin adım 1.2'deki kontrol limitlerinin içinde olup olmadığı tüm yöntemler için belirlenmiştir.

2.4. Adım 2.1'den Adım 2.3'e kadar yapılanlar 100 defa tekrarlanmıştır ve 1. tip hata olasılığı tahmin edilmiştir.

2.5. Adım 1.1'den Adım 2.4'e kadar yapılanlar 10000 defa tekrarlanmıştır ve çalışmada verilen yöntemler için 1. tip hata olasılığının ortalaması hesaplanmıştır.

Çizelge 5.1. Lognormal, Weibull ve Gamma dağılımlarının parametreleri ve P_x değerleri

k_3	Lognormal		Weibull		Gamma	
	σ	P_x	β	P_x	α	P_x
0.5	0.16	0.53	2.15	0.54	16.00	0.53
1.0	0.32	0.56	1.57	0.57	4.00	0.57
1.5	0.44	0.59	1.20	0.61	1.80	0.60
2.0	0.54	0.61	1.00	0.63	1.00	0.63
2.5	0.66	0.63	0.86	0.66	0.64	0.66
3.0	0.72	0.64	0.77	0.68	0.44	0.69

Simülasyon çalışması sonucunda \bar{X} kontrol kartı için elde edilen 1. tip hata ortalamaları Çizelge 5.2'de, R kontrol kartı için elde edilen 1. tip hata ortalamaları Çizelge 5.3'te verilmiştir.

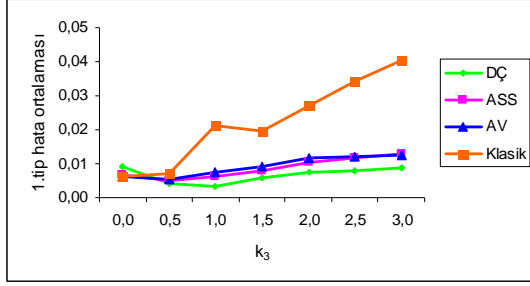
Çizelge 5. 2. \bar{X} kontrol kartının 1. Tip hata ortalamaları

Dağılımlar	k_3	n											
		2				3				5			
		DÇ Yöntemi	ASS Yöntemi	AV Yöntemi	Klasik Yöntem	DÇ Yöntemi	ASS Yöntemi	AV Yöntemi	Klasik Yöntem	DÇ Yöntemi	ASS Yöntemi	AV Yöntemi	Klasik Yöntem
Normal	0.0	0.0090	0.0065	0.0061	0.0061	0.0066	0.0046	0.0048	0.0048	0.0064	0.0040	0.0036	0.0036
Weibull	0.5	0.0043	0.0048	0.0053	0.0069	0.0034	0.0031	0.0038	0.0052	0.0018	0.0032	0.0032	0.0042
	1.0	0.0033	0.0061	0.0075	0.0212	0.0035	0.0036	0.0056	0.0094	0.0032	0.0035	0.0040	0.0071
	1.5	0.0059	0.0078	0.0091	0.0197	0.0039	0.0045	0.0067	0.0162	0.0038	0.0039	0.0049	0.0123
	2.0	0.0073	0.0105	0.0117	0.0271	0.0049	0.0062	0.0091	0.0231	0.0043	0.0054	0.0066	0.0181
	2.5	0.0078	0.0117	0.0120	0.0342	0.0057	0.0071	0.0088	0.0307	0.0051	0.0059	0.0069	0.0245
	3.0	0.0086	0.0130	0.0125	0.0404	0.0067	0.0084	0.0101	0.0367	0.0057	0.0069	0.0071	0.0298
Gamma	0.5	0.0060	0.0064	0.0067	0.0076	0.0047	0.0042	0.0049	0.0059	0.0036	0.0038	0.0039	0.0044
	1.0	0.0064	0.0070	0.0080	0.0125	0.0048	0.0043	0.0061	0.0098	0.0039	0.0040	0.0043	0.0073
	1.5	0.0072	0.0083	0.0096	0.0191	0.0047	0.0050	0.0072	0.0157	0.0043	0.0045	0.0053	0.0116
	2.0	0.0076	0.0102	0.0119	0.0273	0.0048	0.0062	0.0090	0.0233	0.0043	0.0052	0.0064	0.0181
	2.5	0.0073	0.0124	0.0128	0.0357	0.0057	0.0075	0.0096	0.0321	0.0046	0.0058	0.0069	0.0253
	3.0	0.0102	0.0137	0.0287	0.0445	0.0071	0.0085	0.0096	0.0412	0.0054	0.0070	0.0062	0.0327
Lognormal	0.5	0.0066	0.0065	0.0067	0.0080	0.0047	0.0044	0.0050	0.0059	0.0018	0.0039	0.0040	0.0046
	1.0	0.0070	0.0081	0.0097	0.0130	0.0058	0.0053	0.0068	0.0107	0.0044	0.0047	0.0049	0.0077
	1.5	0.0109	0.0095	0.0107	0.0184	0.0071	0.0061	0.0082	0.0151	0.0052	0.0053	0.0060	0.0116
	2.0	0.0135	0.0107	0.0121	0.0234	0.0088	0.0073	0.0096	0.0199	0.0060	0.0064	0.0075	0.0151
	2.5	0.0081	0.0126	0.0144	0.0295	0.0097	0.0090	0.0118	0.0266	0.0074	0.0081	0.0093	0.0213
	3.0	0.0088	0.0137	0.0155	0.0320	0.0093	0.0100	0.0131	0.0296	0.0085	0.0090	0.0102	0.0245

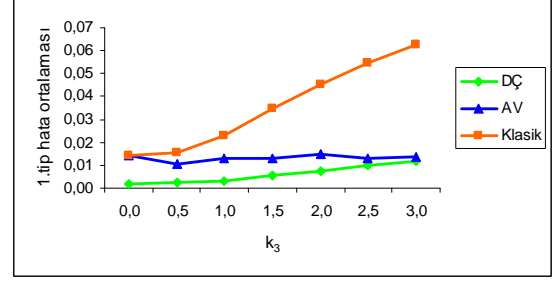
Çizelge 5.3. R kontrol kartının 1. Tip hata ortalamaları

		n								
		2			3			5		
Dağılımlar	k_3	DÇ Yöntemi	AV Yöntemi	Klasik Yöntem	DÇ Yöntemi	AV Yöntemi	Klasik Yöntem	DÇ Yöntemi	AV Yöntemi	Klasik Yöntem
Normal	0.0	0.0020	0.0144	0.0144	0.0013	0.0085	0.0085	0.0017	0.0064	0.0064
Weibull	0.5	0.0022	0.0108	0.0154	0.0013	0.0054	0.0086	0.0017	0.0029	0.0063
	1.0	0.0032	0.0127	0.0228	0.0020	0.0079	0.0175	0.0033	0.0047	0.0166
	1.5	0.0053	0.0127	0.0349	0.0036	0.0081	0.0326	0.0055	0.0056	0.0351
	2.0	0.0076	0.0148	0.0453	0.0052	0.0115	0.0467	0.0059	0.0084	0.0537
	2.5	0.0099	0.0132	0.0547	0.0074	0.0106	0.0605	0.0063	0.0083	0.0706
	3.0	0.0117	0.0136	0.0624	0.0092	0.0105	0.0701	0.0074	0.0083	0.0830
Gamma	0.5	0.0029	0.0133	0.0167	0.0023	0.0085	0.0116	0.0029	0.0063	0.0098
	1.0	0.0038	0.0133	0.0242	0.0028	0.0096	0.0195	0.0043	0.0065	0.0073
	1.5	0.0052	0.0130	0.0335	0.0036	0.0101	0.0319	0.0051	0.0079	0.0116
	2.0	0.0075	0.0149	0.0459	0.0052	0.0112	0.0466	0.0058	0.0083	0.0181
	2.5	0.0103	0.0139	0.0576	0.0076	0.0116	0.0637	0.0070	0.0080	0.0253
	3.0	0.0143	0.0250	0.0694	0.0103	0.0088	0.0793	0.0088	0.0093	0.0327
Lognormal	0.5	0.0031	0.0137	0.0176	0.0024	0.0088	0.0116	0.0032	0.0067	0.0105
	1.0	0.0046	0.0163	0.0247	0.0036	0.0125	0.0215	0.0054	0.0101	0.0223
	1.5	0.0056	0.0158	0.0320	0.0043	0.0133	0.0306	0.0059	0.0116	0.0352
	2.0	0.0065	0.0207	0.0389	0.0049	0.0142	0.0396	0.0060	0.0131	0.0464
	2.5	0.0081	0.0273	0.0467	0.0069	0.0163	0.0506	0.0065	0.0152	0.0605
	3.0	0.0084	0.0185	0.0502	0.0071	0.0176	0.0558	0.0064	0.0165	0.0678

Çarpık dağılımlar için önerilen yöntemleri karşılaştırmak için ele alınan tüm dağılımlarda 1. tip hata ortalamalarına ilişkin grafikler aşağıda verilmiştir



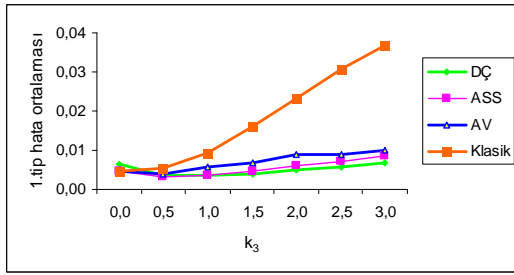
(a)



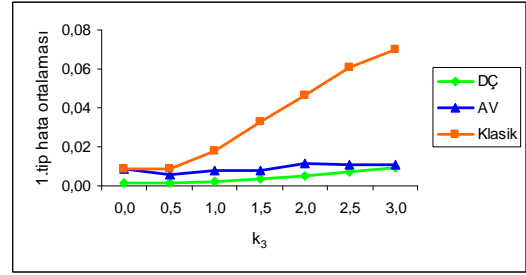
(b)

Şekil 4.1.(a) \bar{X} kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2)

(b) R kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2)



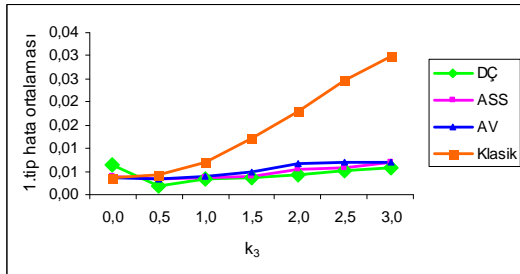
(a)



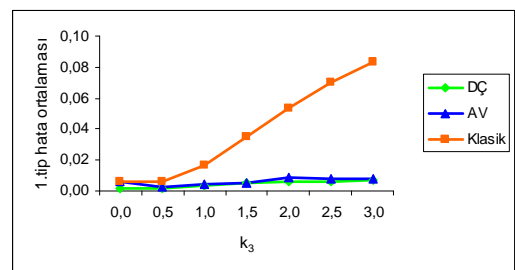
(b)

Şekil 4.2.(a) \bar{X} kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3)

(b) R kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3)



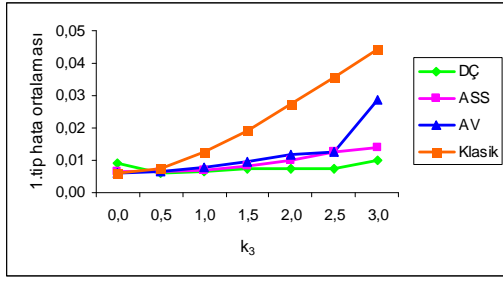
(a)



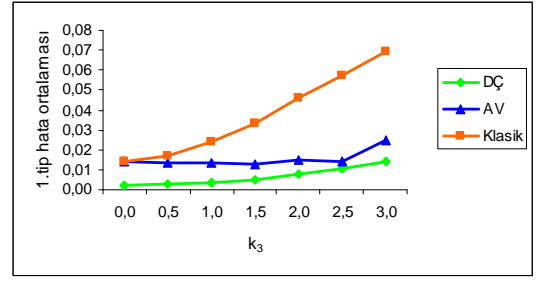
(b)

Şekil 4.3.(a) \bar{X} kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5)

(b) R kontrol kartının Weibull dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5)



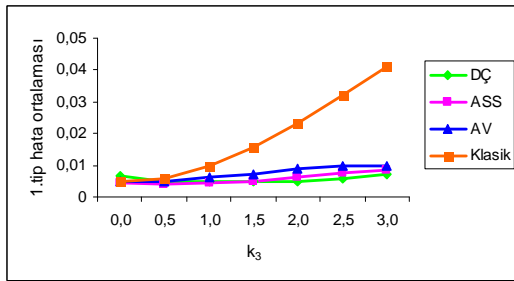
(a)



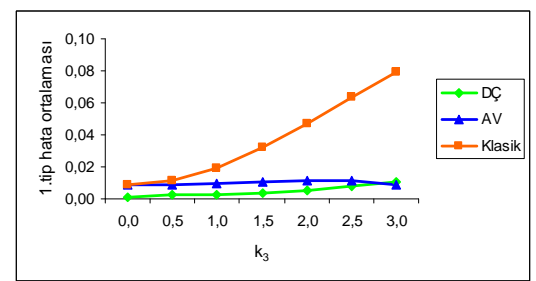
(b)

Şekil 4.4.(a) \bar{X} kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2)

(b) R kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=2)



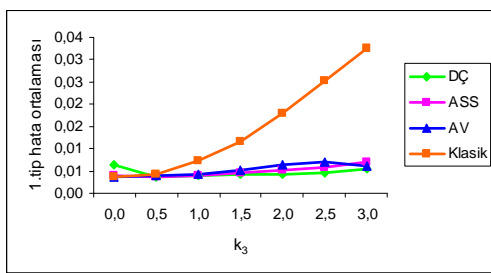
(a)



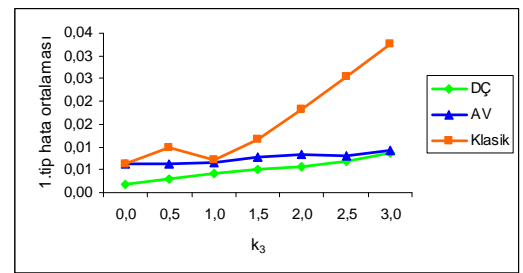
(b)

Şekil 4.5.(a) \bar{X} kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3)

(b) R kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=3)



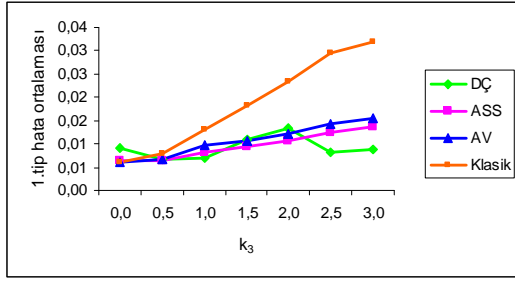
(a)



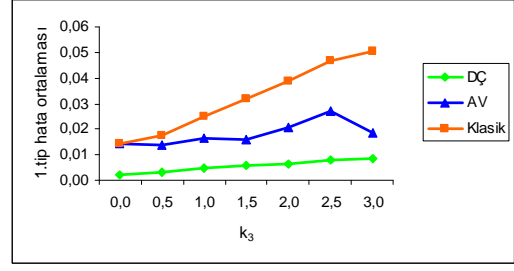
(b)

Şekil 4.6.(a) \bar{X} kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5)

(b) R kontrol kartının gamma dağılımı için 1. tip hata ortalamaları (n=5)



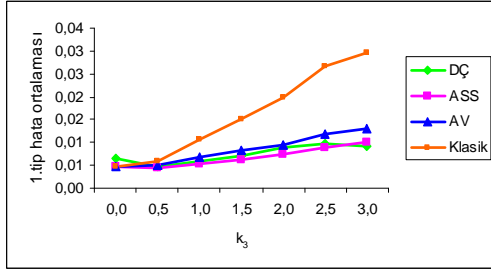
(a)



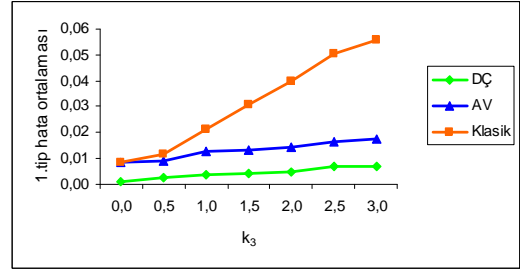
(b)

Şekil 4.7.(a) \bar{X} kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları (n=2)

(b) R kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları (n=2)



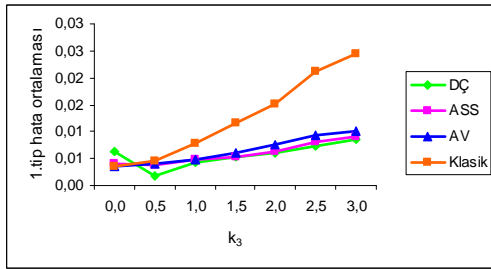
(a)



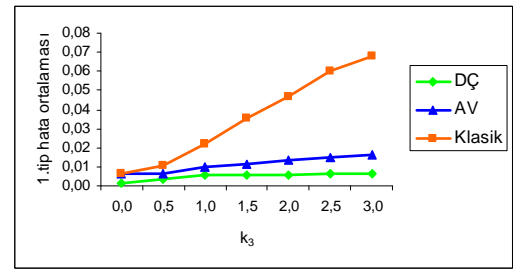
(b)

Şekil 4.8.(a) \bar{X} kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları (n=3)

(b) R kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları (n=3)



(a)



(b)

Şekil 4.9.(a) \bar{X} kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları (n=5)

(b) R kontrol kartının lognormal dağılım için 1. tip hata ortalamaları (n=5)

Grafikler incelendiğinde, dağılım yaklaşık olarak simetrik olduğunda ($k_3=0$) DÇ, ASS, AV ve klasik yöntemlere dayalı \bar{X} kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları birbirine çok yakındır. $k_3=0$ olduğunda AV ve klasik yöntemlere dayalı R kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları birbirine çok yakın iken DÇ yönteminde 1. tip hata ortalamaları küçülmüştür. Çarpıklık arttıkça klasik yöntemin 1. tip hata ortalamaları diğer yöntemlere göre çok fazla artmıştır. Klasik yöntemlere dayalı kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları diğer yöntemlere göre oldukça yüksektir.

ALTINCI BÖLÜM

6. SONUÇLAR

İlgilenilen kalite değişkeninin dağılımı çarpık olduğunda, süreci klasik kontrol kartlarıyla izlemek yanıltıcı olabilir. Kitledeki değişkenlik nedeniyle, çarpık dağılımlarda klasik kontrol kartlarının kullanılması, çarpıklık arttıkça 1. tip hata olasılığının artmasına yol açmaktadır. Bundan dolayı bu çalışmada kitlenin değişkenliğini yansıtmak için klasik yönteme alternatif olarak simetrik olmayan kontrol limitlerini kullanan AV, ASS ve DÇ yöntemleri önerilmiştir.

AV yönteminde, çarpık dağılım ortalamaya göre iki parçaya ayrılarak, her bir parça aynı ortalama ve farklı standart sapmaya sahip yeni iki simetrik dağılım olarak düşünülür. Bu yöntemde, standart sapma iki faktör değeri ile çarpılarak simetrik olmayan kontrol limitleri elde edilir.

ASS yöntemine göre; çarpık dağılım AV yönteminde olduğu gibi ortalamaya göre iki parçaya ayrılır. Her bir parça yeni birer simetrik dağılımdır. Bu yöntemin AV yönteminden farkı, her bir simetrik dağılım için standart sapma orijinal standart sapma kullanılarak yeniden elde edilir. ASS yöntemi ortalamaya ilişkin kontrol kartlarının oluşturulmasında kullanılan deneysel bir yöntemdir.

DÇ yöntemi çarpık dağılımlar için çarpıklık derecesine dayalı \bar{X} ve R kontrol kartlarının oluşturulmasına ilişkin ve süreç dağılımı ile ilgili hiçbir varsayım gerektirmeyen deneysel bir yöntemdir.

Simülasyon çalışması, çarpık dağılımlar için önerilen yöntemlerden hangisinin daha iyi sonuç verdiğini ve bu yöntemin süreç değişimlerini yeterli bir şekilde ortaya çıkarabildiğini göstermektedir.

Simülasyon çalışması sonucunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- Dağılım yaklaşık olarak simetrik olduğunda ($k_3=0$) DÇ, ASS, AV ve klasik yöntemlere dayalı \bar{X} kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları benzer sonuçlar

verir. Dağılım yaklaşık olarak simetrik olduğunda ($k_3=0$) AV ve klasik yöntemlere dayalı R kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları benzer sonuçlar verirken DÇ yöntminde 1. tip hata ortalamaları farkedilir biçimde küçülmüştür.

- AV yöntemi ve klasik yöntemlere göre DÇ yöntemine dayalı R kartlarının 1. tip hata ortalamaları 0.0027'ye daha yakındır.
- Klasik yöntemlere dayalı kontrol kartlarının 1. tip hata ortalamaları diğer yöntemlere göre oldukça yüksektir. Ayrıca çarpıklığın artmasıyla klasik yöntemde 1. tip hata olasılık değerleri çok fazla artarken, diğer yöntemlerde daha az artmaktadır.
- \bar{X} kontrol kartlarında, AV yöntemi klasik yöntemlere göre, ASS yöntemi AV ve klasik yöntemlere göre, DÇ yöntemi ise diğer yöntemlere göre 1. tip hata ortalamaları açısından daha iyi sonuç vermektedir. R kontrol kartlarında ise, AV yöntemi klasik yöntemlere göre, DÇ yöntemi diğer yöntemlere göre 1. tip hata ortalamaları açısından daha iyi sonuç vermektedir.
- n'ler açısından incelendiğinde, tüm yöntemler ve dağılımlar için \bar{X} ve R kontrol kartları için 1. tip hata ortalamaları n=5 için daha küçüktür.
- Çarpık dağılımlar için önerilen yöntemlerde R kontrol kartının 1. tip hata ortalamaları 0.0027'ye daha yakındır.

KAYNAKLAR

- Akın, B., 1996, ISO9000 Uygulamasında İşletmelerde İstatistik Proses Kontrol(İSK) Teknikleri, Bilim Teknik Yayınevi, İstanbul.
- Bai, D.S., Choi İ.S., 1995, \bar{X} And R Control Charts For Skewed Populations, Journal Of Quality Technology, 27, 120-131.
- Baskan, Ş.,1997, İstatistik Kalite Kontrolü, Ege Üniversitesi Yayınları, Bornova-İzmir.
- Borghers, E.; [Wessa](http://www.xycoon.com/Weibull.htm), P. "Gamma Distribution, Lognormal Distribution, Weibull Distributions.". Erişim : [<http://www.xycoon.com/Weibull.htm>] Erişim tarihi: 02.02.2006.
- Burr, I. W., 1967, The Effects Of Non-Normality on Constants for \bar{X} And R Charts, Industrial Quality Control 24, 563-569.
- Chan, L. K., Cui, H. J., 2003, Skewness Correction \bar{X} and R Charts for Skewed Distributions, Naval Research Logistics, 50, 1-19.
- Chan, L. K., Hapuarachchi, K. P., Macpherson, B. D., 1988, Robustness of \bar{X} and R Charts, IEEE Transactions on Reliability, 37, 117-123.
- Chang, Y. S., Bai, D. S., 2001, Control Charts for Positively Skewed Populations with Weighted Standart Deviations, Quality and Reliability Engineering International, 17, 397-406.
- Choobineh, F., Branting, D., 1986, A Simple Approximation for Semivariance, European Journal of Operations Research, 27, 364-370.
- Choobineh, F., Ballard, J.L., 1987, Control-Limits of QC Charts For Skewed Distributions Using Weighted Variance, IEEE Transactions on Reliability, 36, pp. 473-477.
- Cinel, O., 2003, Optik Veri Girişi Sisteminde Kalite Kontrol Sisteminin Kullanılması ve Uygulanması. Uzmanlık Tezi, Devlet İstatistik Enstitüsü, Ankara.
- Cowden, D.J., 1957, Statistical Methods in Quality Control, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Çılan, Ç.,2005, Kalite Kontrol Diyagramlarında Varsayımların Sağlanması Ve Cam Sanayinde Bir Uygulama,VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Bildirileri, 26.05.2005, İstanbul.
- Duncan, A.J., 1974 , Quality Control and Industrial Statistics (4Th Ed.), Richard D. Irwin, Inc, London, England.

- Ferrell, E.B., 1958, Control Charts for Log-Normal Universe, Industrial Quality Control, 15, pp. 4-6.
- Hamurkaroğlu, C., 2002, Kalite Kontrol Ders Notları, H.Ü. Fen Fakóltesi İstatistik Bölümü, Ankara.
- Kamoy, S., 2002, Altı Sigma Ve İstatistik Teknikler, Hacettepe Üniversitesi Bilim Uz. Tezi, Ankara.
- Montgomery, D.C., 1997, Introduction to Statistical Quality Control, John Wiley&Sons. Inc., USA.
- Nelson, P.R., 1979, Control Charts for Weibull Processes with Standards Given, IEEE Transactions on Reliability, 28, pp. 283-387.
- Weisstein, Eric W. "Gamma Distribution, Lognormal Distribution, Weibull Distributions." From [Mathworld](http://mathworld.wolfram.com/Gammadistribution.html)—Awolfram Web Resource. Erişim : [\[Http://Mathworld.Wolfram.Com/Gammadistribution.Html\]](http://Mathworld.Wolfram.Com/Gammadistribution.Html) Erişim tarihi: 01.03.2006.
- Weibull Distribution, [http://en.wikipedia.org/wiki/Weibull_distribution] Erişim tarihi: 30.05.2006.
- Yourstone, S.A., Zimmer, W.J., 1992, Non-normality and The Design of Control Charts for Average, Decision Science, 23, 1099-1113.
- Zou, C., Wang, Z., "A Robust Shewhart \bar{X} Control Chart Based on the Cornish-Fisher Expansion". Erişim: [<http://202.113.29.3/keyan/pre/preprint05/05-37.pdf>] Erişim tarihi: 17.02.2006.

EKLER DİZİNİ

EK1. SHEWHART KONTROL KARTLARI

EK 1. Shewhart Kontrol Kartları

Kalite değişkenliğinde gözlenen değişim ortak değişkenliğe dayandırılmayacak kadar önemli olduğunda, bu değişimi zamanında belirleyebilmek ve analiz etmek amacı ile kontrol kartları kullanılır. Kontrol kartları, tekrarlanan işlemlerin kontrol altında tutulması için kullanılan önemli istatistiksel araçlardır. Teorik yapısı 1926 yılında Dr. Walter A. Shewhart tarafından oluşturulan kontrol kartları, bir sürecin istatistiksel yöntemler kullanılarak ekonomik ve güvenilir bir biçimde kontrol altında tutulmasında en etkili yöntemdir (Duncan,1974; Montgomery,1997).

Alt grup sayısı k 20,25 arasındadır. İstatistiksel olarak güvenceli olma bakımından kontrol sınırlarının hesaplanmasında en az 25 alt gruba dayandırılmalıdır. Genel olarak, alt grup ölçümünün büyük olması kontrollerin etkinliğini artırır.

Alt grup alt grup büyüklüğü n genellikle 4-5 olarak alınır. Alt grup alt grup büyüklüğünün az olmasının nedenleri;

- İnceleme ve hesaplama maliyetlerinin düşük olması,
- Aynı alt grupta ölçümler arasındaki farkların az olması,
- Küçük alt gruplar sık alınacağından uzun zaman aralıkları ile alınan daha büyük alt gruplara göre kalitedeki değişimleri kolaylıkla yakalayabilir olmasıdır (Duncan,1974).

Kontrol kartları, üst kontrol limiti-ÜKL (upper control line-UCL), merkez çizgi-MÇ(center line-CL) ve alt kontrol limiti-AKL (lower control line-LCL) olmak üzere 3 yatay çizgiden oluşur. X kalite karakteristiğinin ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$) ile normal dağıldığı varsayılır. MÇ, kontrolde olan sürece ilişkin kalite karakteristiğinin ortalama değerini gösterir. Öte yandan bir sıklık dağılımındaki değerlerin bu ortalamadan ne kadar saptıklarını gösteren değişkenlik ölçülerine de ihtiyaç vardır. Kontrol sınırları genelde bu değişkenlik ölçüsünü temel alarak, 0.0027'lik bir hatayı kabullenen 3σ olarak alınmaktadır. Değişmeler $\pm 3\sigma$ sınırları içine yerleştirildiğinde, sürecin kontrolde olduğunu söylemek mümkündür (Baskan, 1997).

Değişimler, $\pm 3\sigma$ sınırları dışına çıktığında ise değişmeyi etkileyen ve rasgelelik dışındaki doğal olmayan nedenlerin varlığı gündeme gelir. Ancak, bu nedenler belirlenebilir nedenlerdir ve yeni bir düzenlemeyle ortadan kaldırılabilir.

Tüm alt grup noktaları kontrol sınırları içine düştüğünde “süreç istatistiksel olarak kontrol altındadır” denir. Bu alt grup değerleri arasındaki ayrılıkların sadece doğal nedenlerden kaynaklandığı anlamındadır. Alt grup noktaları kontrol sınırları dışına düştüğünde ise sürecin istatistiksel olarak kontrolsüz olduğu sonucu çıkarılır. Bu durumda alt grup değerleri arasındaki değişimler, doğal olmayan nedenlerden kaynaklanmakta ve bu değişimi yaratan özel nedenlerin bulunması, düzeltilmesi ve sürecin tekrar kontrol altına alınması gerekir.

Diğer taraftan, bazı süreçlerde tüm alt grup noktaları kontrol sınırları içinde rasgele bir davranış göstermez. Örneğin, alt grup noktaları merkez çizginin bir yanına doğru gitme eğiliminde olursa, ardı ardına 6-7 alt grup noktası merkez çizginin yukarısında ya da aşağısında toplanırsa ya da alt grup noktaları bir periyodiklik gösterirse, süreç gene istatistiksel olarak kontrol dışındadır(Hamurkaroğlu, 2002).

1. Ölçülebilen Kalite Karakteristiği (Değişkenler) için Kontrol Kartları

Bu kartlar sürece ilişkin belli sayıdaki gözlemin ortalamasında ve yayılmasında meydana gelen değişimi gösterir, kalite düzeyi ve değişkenliği hakkında bilgi verir ve doğal olmayan nedenlerin sürece olan etkisini kısa sürede belirleyerek sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını kontrol eder. Kontrol sınırları içine düşen bir nokta istatistiksel kontrol hipotezinin rededildiğini göstermektedir. Kontrol sınırı dışına düşen bir nokta ise istatistiksel kontrol hipotezinin kabul edildiğini göstermektedir.

Kalite kontrol kartlarının istatistiksel temeli kalite değişkeninin normal dağılıma sahip olduğu varsayımına dayanır. Kontrol altında sürecin ortalaması μ_x , standart sapması σ_x 'dir.

Ölçülebilir değişken olan kalite değişkeni ile ilgilenildiğinde, öncelikle değişkenin ortalaması ve yayılımı incelenir. Ortalama kalite düzeyini ya da süreç ortalamasını kontrol etmek için \bar{X} kontrol kartı kullanılır. Süreç yayılımı ya da değişkenliği ya

Uygulamada genellikle μ_x ve σ_x parametreleri bilinmez. Bu durum özellikle yeni bir malzemenin hizmete girişinde, yeni hammadde kullanıldığında ya da yeni bir ürün yapımında ortaya çıkar. Sürecin kontrol altında olduğunun bilindiği bir zaman içinde bu parametrelerin önceden tahmin edilmesi gerekir.

$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_k$ her bir altgrupun ortalaması ve k alt grup sayısı olsun. μ 'nün en iyi tahminedicisi ;

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_k}{k}$$

olur. Böylece $\bar{\bar{X}}$, \bar{X} kartında merkez çizgi olarak kullanılır. Kontrol limitlerinin oluşturulabilmesi için standart sapma σ 'nın da tahmin edilmesi gerekir. σ 'nın tahmin edicisi alt grup standart sapmasından (S) ve alt grup dağılım genişliğinden (R) elde edilir. Bu iki tahmin edici arasındaki tercih genellikle;

i) $n \leq 10$ ise $\frac{E(\bar{R})}{d_2} = \sigma_x$,

ii) $n > 10$ ise $\frac{E(\bar{S})}{c_4} = \sigma_x$

biçimindedir (Hamurkaroğlu,2002).

i) Normal dağılımdan alınan alt grubun genişliği ile bu dağılımın standart sapması arasında bir ilişki vardır. R/σ_x görelî alt grup genişliği olarak tanımlanmaktadır. R/σ_x r.d.nin ortalaması ve standart sapması, sırasıyla d_2 ve d_3 'tür ve bunlar n 'nin bir fonksiyonudur. Dolayısıyla, σ_x 'in tahmin edicisi, k altgruba ilişkin R kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir (Kamoy,2002):

$$\hat{\sigma}_x = \frac{E(\bar{R})}{d_2}$$

Parametreler bilinmediğinde, σ 'nın tahmini dağılım genişliğinden yapılırsa \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}
\text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \bar{X} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \\
\text{MÇ}_{\bar{X}} &= \bar{X} \\
\text{AKL}_{\bar{X}} &= \bar{X} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R}
\end{aligned} \tag{3}$$

biçimindedir (Montgomery, 1997). Eşitlik (3)'teki; standart sapmanın tahmini:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \text{ her bir alt grup genişliği: } R = X_{\max} - X_{\min}, \text{ genişliklerin tüm alt gruplar}$$

üzerinden ortalaması:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

biçimindedir.

ii) Benzer şekilde σ_x 'in diğer bir tahmin edicisi, alt grup standart sapmasından (S) elde edilir. Normal kitleden çekilmiş n hacimli alt grupların standart sapmalarının dağılımını saptamak olanaklı olduğundan \bar{S} ile σ_x oranı $c_4 = \frac{\bar{S}}{\sigma_x}$ 'dir ve n

büyükçe 1'e yaklaşır. Dolayısıyla c_4 faktörü σ_x 'i tahmin etmek için kullanılabilir. Buna göre;

$$\hat{\sigma}_x = E\left(\frac{\bar{S}}{c_4}\right) \text{ ya da } \hat{\sigma}_x = \frac{E(\bar{S})}{c_4}$$

elde edilir (Kamoy, 2002).

Parametreler bilinmediğinde σ 'nın tahmini standart sapmalardan yapılırsa \bar{X} kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}\ddot{ÜKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \bar{S} \\ M\check{Ç}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\ AKL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \bar{S}\end{aligned}\quad (4)$$

biçimindedir (Montgomery, 1997).

Parametreler bilindiğinde R kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}\ddot{ÜKL}_R &= d_2\sigma_X + 3\sigma_R \\ M\check{Ç}_R &= d_2\sigma_X \\ AKL_R &= d_2\sigma_X - 3\sigma_R\end{aligned}\quad (5)$$

biçimindedir.

Parametreler bilinmediğinde R kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}\ddot{ÜKL}_R &= \bar{R} + 3\frac{d_3}{d_2}\bar{R} \\ M\check{Ç}_R &= \bar{R} \\ AKL_R &= \bar{R} - 3\frac{d_3}{d_2}\bar{R}\end{aligned}\quad (6)$$

biçimindedir (Montgomery, 1997).

Parametreler bilindiğinde S kartının kontrol limitleri;

$$\begin{aligned}\ddot{ÜKL}_S &= c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} \\ M\check{Ç}_S &= c_4\sigma \\ AKL_S &= c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2}\end{aligned}\quad (7)$$

biçimindedir (Montgomery, 1997).

Parametreler bilinmediğinde S kartının kontrol limitleri;

$$\text{ÜKL}_S = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$\text{MÇ}_S = \bar{S} \quad (8)$$

$$\text{AKL}_S = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

biçimindedir (Montgomery, 1997).

Bir sürecin kalitesini göstermesi açısından tek başına ortalamanın kullanılması çoğu zaman yetersizdir. Bir süreçte ortalama kontrol altında olduğu halde sürecin dağılışında zaman içinde bir değişiklik olabilir. Süreçten elde edilen alt grup birimlerinin gereğinden daha büyük ya da istenenden daha küçük olması, ya çok ağır ya da çok hafif olması gibi nedenler alt grupların dağılışında değişkenliğe neden olur. Sonuç olarak, ortalama kalitenin tatminkar olmasına karşın, bireysel maddeler istenen özelliklere uymayabilir. Bu nedenle çoğu kez $\bar{X} - R$ yada $\bar{X} - S$ kartları birlikte kullanılır. Sürecin kontrolsüzlüğüne ortalamaı etkileyen nedenlerin eşlik ettiği durumlarda sadece \bar{X} kartı kullanılır. Öte yandan ortalamanın denetimi önemsiz ya da pahalı olduğunda sadece R ya da S kartı kullanılır (Duncan,1974; Montgomery,1997).

2. Sayılabilen Özellikler için Kontrol Kartları

Değişkenler için kullanılan kontrol kartları çok etkin kontrol araçları olmakla beraber bazı durumlarda kullanılmaları pratik olmayabilir. Bir ürünün çok fazla sayıda kalite özelliği varsa her bir kalite özelliği için \bar{X} ya da R bulunması gerekebilir. Oysa bu özelliklerden biri kontrol dışı olduğunda ürün hatalı olarak kabul edilir. Bu gibi durumlarda özellikler için olan kontrol kartlarını kullanmak daha uygun olur.

Sayılabilen özellikler için kontrol kartları:

- Hatalı oranı için kontrol kartı (\bar{p})
- Hata sayısı için kontrol kartı (c)
- Hatalı sayısı için kontrol kartı (np)
- Birim başına hata sayısı için kontrol kartı (u)

olarak adlandırılır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Derya Çalışkan

Doğum Yeri : Kangal

Doğum Yılı : 1980

Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu :

Lise : 1994-1998 Ayrancı Lisesi, Ankara

Lisans : 1998-2003 Hacettepe Üniversitesi, Ankara

Yabancı Dil : İngilizce

İş Tecrübesi :

Kasım, 2004 - ... Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü,
Araştırma Görevlisi