SİGORTACILIKTA FİNANSAL RİSKLER

FINANCIAL RISKS IN INSURANCE

ŞİRZAT ÇETİNKAYA

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin
AKTÜERYA BİLİMLERİ Anabilim Dalı için Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

2007

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **AKTÜERYA BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :…...........................
Prof. Dr. Cenap ERDEMİR

Üye(Danışman) :.…...........................
Yrd. Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU

Üye :…...........................
Yrd. Doç. Dr. Fatih TANK

ONAY

Bu tez ..... / ..... / 2007 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Erdem YAZGAN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

SİGORTACILIKTA FİNANSAL RİSKLER

Şirzat ÇETİNKAYA

ÖZ

Sigorta şirketleri sigorta risklerinin dışında finansal risklerden de etkilenmekte ve bunun sonucunda yükümlülüklerini karşılamada bir takım sıkıntılarla karşılaşmaktadır. Finansal piyasa da gerçekleşecek ani bir değişiklik kısa süre içerisinde etkisini gösterecektir. Dolayısıyla finansal riskler sigorta şirketleri için önemli bir sorun olmaktadır. Çalışmada finasal riskler ve finansal risklerden korunmak için neler yapılabileceği ve finansal risk hesabında sıklıkla kullanılan riske maruz değer yöntemi ve risk ölçümünde geliştirilen diğer teknikler açıklanmıştır.

Sigorta şirketlerinin yeni ürünler çıkartarak sigorta piyasasına olan talebi arttırmaları, sigorta piyasasının daha derin olmasını sağlayabilir. Çalışmada son yıllarda literatürde ve sigorta piyasasında yer alan opsiyona dayalı sigorta sözleşmelerinden biri olan garanti edilmiş annüite opsiyonları açıklanmış ve uygulaması yapılmıştır.

Çalışmanın, sigorta ve diğer şirketlerin karşılaşabilecekleri riskleri tanımlamaları ölçmeleri ve sigorta şirketlerinin opsiyona dayalı ürünler çıkartarak ürün portföylerini geliştirmeleri ve müşterilerine yeni ürünler sunmaları konusunda Türk Sigorta piyasasına katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Finansal risk, garanti edilmiş annüite opsiyonları, risk ölçüm yöntemleri, riske maruz değer, beklenen kuyruk kaybı, stokastik ölüm oranı, finansal türev araçları.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU, Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

FINANCIAL RISKS IN INSURANCE

Şirzat ÇETİNKAYA

ABSTRACT

Insurance companies are affected not only from insurance risks but also financial risks and because of these risks, they sometimes meet solvency problems. The changes in a financial market suddenly affect financial positions of firms, so financial risks are important problems for insurance companies. In this study, financial risks and hedging strategies and value at risk and other risk measurement techniques which are used to evaluate risks, were explained.

Insurance companies can satisfy deeper insurance market by selling new products to their customers. In recent years, in the literature, option based insurance products have taken place frequently. A guaranteed annuity option is an example of such products. In this study, the theoritical aspects of guaranteed annuity options were explained and their numerical application was done.

It is thought that this study will contribute to insurance and other companies to analyse their risks and to evaluate their risks and it is also thought that this study will contribute to Turkish Insurance market as insurance companies design new option based insurance products and diversify their products potfolio.

Key Words: Financial risk, guaranteed annuity options, risk measurement methods, value at risk, expected tail loss, stochastic mortality rate, financial derivatives.

Adviser: Assist. Prof. Dr. Canan HAMURKAROĞLU, Hacettepe University, Departmant of Statistics.

TEŞEKKÜR

Çalışmanın sonuçlandırılmasında ve karşılaşılan güçlüklerin aşılmasında yol gösterici olan Sayın Yrd. Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU'na,

Değerli katkıları için Doç. Dr. Meral SUCU'ya

Çalışma süresince yardım ve hoşgörülerini esirgemeyen çalışma arkadaşlarım ve hocalarıma,

Hayattaki en değerli şeyim olan aileme ve en değerlim olan canım kardeşim Merve ÇETİNKAYA'ya,

Teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Sayfa</u>

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

ARCH	Autoregressive Conditional Heteroscedastic
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic
RMD	Riske Maruz Değer
BKK	Beklenen Kuyruk Kaybı
O.D.	Opsiyon Değeri
S&P	Standart and Poor’s

EKLER DİZİNİ

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Sigorta şirketleri, sigorta risklerinin dışında finansal risklerden de etkilenmekte ve bunun sonucunda yükümlülüklerini karşılamada bir takım güçlüklerle karşılaşmaktadırlar. Şirketler genellikle alacağı primleri kendi finansal yapılarını göz önünde bulundurarak belirlemektedirler. Örneğin, kendilerine en uygun teknik faiz oranını ya da hayat tablosunu seçebilmektedirler. Böylece aktüeryal anlamda yaptıkları hesaplamalarda yükümlülüklerini karşılayabilecekleri kadar hatta daha fazla prim toplamaktadırlar. Aktüeryal risklerin etkileri finansal riskler kadar ani olmasa da uzun zaman diliminde etkisi büyük olabilir. Finansal piyasa da gerçekleşecek ani bir değişiklik kısa süre içerisinde etkisini gösterecektir. Dolayısıyla finansal riskler sigorta şirketleri için önemli bir sorun olmaktadır.

Sigorta poliçeleri, özellikle hayat sigortası poliçeleri 5 yıl, 10 yıl gibi uzun vadeli ürünlerdir. Sigorta şirketinin poliçe hesaplamalarında kullandığı faiz ve ölümlülük oranı gibi bazı varsayımlar, poliçenin başlangıç yıllarında şirket için finansal yönden bir problem yaratmamasına karşın ilerleyen yıllarda yükümlülükleri karşılamada önemli finansal problemlere yol açabilirler. Dolayısıyla şirketler, poliçe sahiplerine sağlayacağı garantilerde risk hesaplarını dikkatli yaparak sağlayacakları garanti oranlarını doğru belirlemelidir.

Son yıllarda minimum garanti içeren değişik türde bir çok hayat sigortası poliçesi satılmaya başlanmıştır. Garanti edilmiş annüite opsiyonları *(guaranteed annuity option)*, iştirakli hayat sigortası poliçeleri *(participating life insurance contract)* bu tür poliçelere örnektir.

Çalışmanın İkinci Bölümünde finansal riskler ve bu risklerden korunma yolları, Üçüncü Bölümünde şirketler tarafından sıklıkla kullanılan risk ölçme yöntemlerinden riske maruz değer (RMD, *value-at-risk*), beklenen kuyruk kaybı (BKK, *expected tail loss*) ve diğer risk ölçüm yöntemleri, Dördüncü Bölümünde garanti edilmiş annüite opsiyonları anlatılmıştır. Beşinci Bölümünde RMD, BKK yöntemlerine ve garanti edilmiş annüite opsiyonlarına ilişkin sayısal u9ygulamalar yapılmıştır. Altıncı Bölümde ise ulaşılan sonuçlar yer almaktadır.

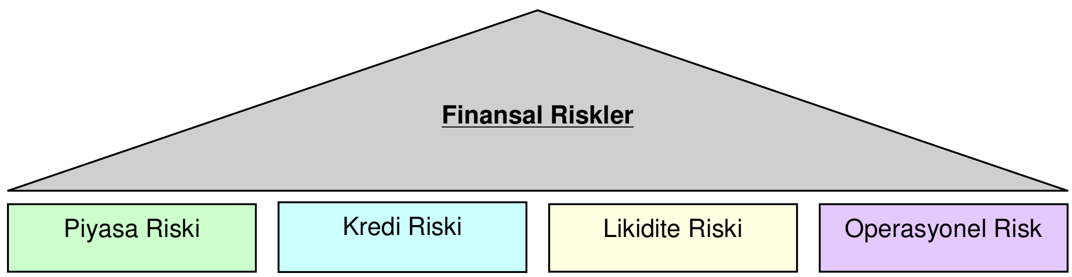
İKİNCİ BÖLÜM

2. FİNANSAL RİSKLER VE KORUNMA YOLLARI

Türk Dil Kurumu riski “zarara uğrama tehlikesi, riziko” şeklinde ifade etmektedir. Finansal risk ise bir organizasyonun stratejilerini ya da amaçlarını gerçekleştirmesine olumsuz yönde etki eden olaylar ya da hareketler olarak, şirketlerin beklediğinden az getiri elde etmeleri ya da gelen hasarlardaki değişiklik olarak tanımlanabilir (Embrechts, 2005).

Risk belirsizlik kavramı ile ilişkili bir kavramdır. Örneğin herhangi bir şirkete ait hisse senedini tutan bir yatırımcıyı, her hangi bir sigorta poliçesini düzenleyip satan bir sigorta şirketini, sabit faiz mortgage ödemelerini değişken faiz ile değiştirmeyi planlayan bir bireyi düşünelim. Hisse senedine yatırım yapan yatırımcı, varlığın gelecekteki değerini; sigorta şirketi sattığı poliçede güvence altına aldığı riskin gerçekleşip gerçekleşemeyeceğini; sabit faiz oranından çıkıp değişken faiz oranında ödeme yapmayı seçen birey ise gelecekte faiz oranlarının nasıl olacağını bilemez. Gerçekleşecek olaylar bireyleri, yatırımcıları ya da şirketleri olumlu ya da olumsuz yönde etkileyecektir. Ama olumlu ya da olumsuz etkilerden hangisinin gerçekleşeceği bir belirsizliktir ve rastgelelik içerir. Gerek sigorta şirketleri, gerek ise diğer finansal kurum ya da kuruluşların ürünlerinin fiyatlandırılmasında rastgelelik önemli bir rol oynamaktadır. Genel anlamında risk varlıklarda ya da yükümlülüklerde beklenmeyen değişkenlik olarak tanımlanabilir (Jorion, 2001).

Finansal riskler temel olarak piyasa riski *(market risk)*, kredi riski *(credit risk)*, likidite riski *(liquidity risk)* ve operasyonel risk *(operational risk)* olarak ayrılabilir (Jorion, 2001). Piyasa riski, bir finansal pozisyonun değerinin değişim riskidir. Bu değişime neden olan etkenler o pozisyonu oluşturan bileşenlerin değerlerinin değişmesidir, örneğin hisse senedi, bono, döviz, varlık fiyatlarında gerçekleşen deşiklikler gibi. Bir diğer risk ise kredi riskidir (*credit risk*) borç verilen kişilerin borçlarını zamanında ya da tam olarak ödeyememesi durumudur. Finansal bir kurum olan banka açısından bakıldığında bankanın müşterisine vermiş olduğu krediyi, müşterinin bankaya geri ödeyememesi riskidir. Likidite riski, şirketlerin karşılaması gereken yükümlülüklerini yeteri kadar nakit para bulamadıklarından dolayı karşılayamaması durumudur. Genellikle şirketlerin yatırımlarını kısa süre içerisinde nakte dönüştürememesinden ortaya çıkar (Jorion, 2001). Son zamanlarda önemi gittikçe artan bir diğer risk ise operasyonel risktir (operational risk), kredi ve piyasa riski kategorilerine girmeyen bir risktir. Yetersiz ve başarısız içsel süreçlerden, kişilerden ve sistemlerden ya da dışsal olaylardan kaynaklanan, doğrudan veya dolaylı kayıpların ortaya çıkması durumudur (Basel Committee, 2001).



Şekil 2.1 Finansal riskler

Aktüerler Enstitüsü *(Institute of Actuaries)* bir aktüerin en önemli görevlerinden birisini, geçmiş dönemdeki olayları inceleyerek varlık-yükümlülük yönetimini gerçekleştirmek, o andaki riski hesaplamak ve gelecekte olabilecek olası hareketleri modeller ile kestirebilmek olarak tanımlamıştır.

İyi bir finansal risk yönetimi şirketin değerini arttıracak, genel ekonomi ve finansal denge bakımından ise ülke için istikrarlı bir sistem yaratacaktır.

Bundan sonraki alt bölümlerde piyasa riskini oluşturan hisse senedi riski, faiz oranı riski, kur riski ve mal riski açıklanarak bu risklerden korunma yollarına değinilecektir.

2.1 Türev Ürünler

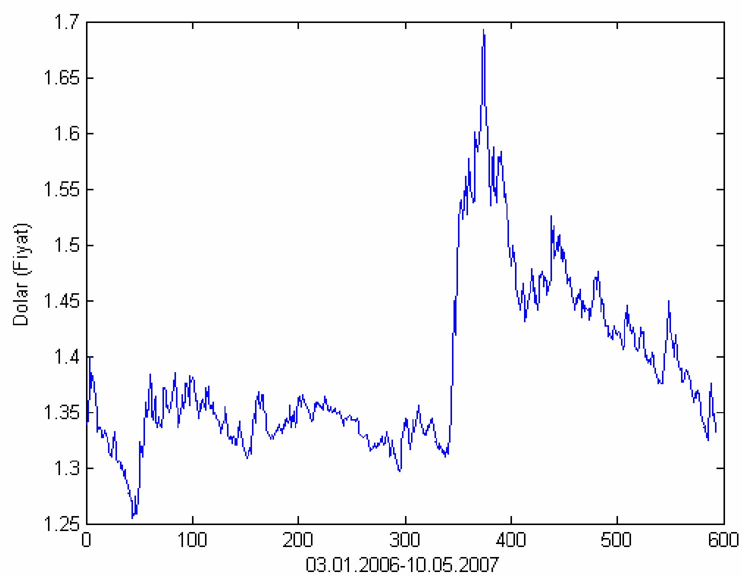
Türev ürünler finansal risklerden korunmak için kullanılan araçlardır. Bu ürünler finansal risklerden korunmak için kullanılabileceği gibi kimi yatırımcılar tarafından da kâr elde etmek amacıyla kullanabilir (Jorion, 2001).

Türev ürünler, genellikle hazine bonosu, devlet tahvili gibi, endeksler, mal ya da para birimine endeksli olan finansal araçlardır. Opsiyonlar (*options*) ve vadeli işlem sözleşmeleri (*futures*) başlıca türev ürünleridir.

Türev ürününe sahip bir kişi kendisini, karşılaşabileceği risklere karşı (beklenmeyen dalgalanmalar) koruma altına alabileceği gibi, ürünü satın almak için ödeyeceği prim ile türev ürünü ileride yüksek kârlar elde etmek amacı ile de kullanabilir. Ödeyeceği prim ise konu olan varlığın değerinden daha düşük olacaktır. Dolayısıyla düşük bir maliyet ile yüksek kâr elde etmesi mümkün olacaktır.

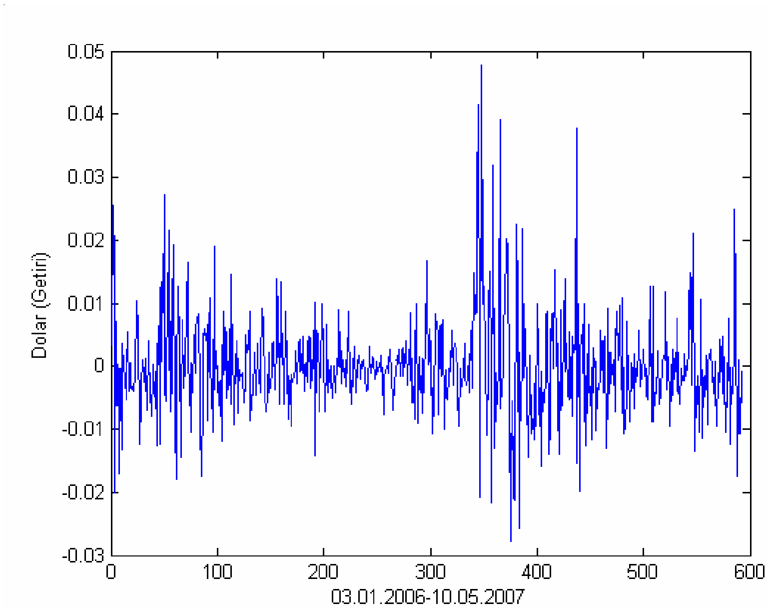
2.2 Finansal Riskler

Özellikle gelişmekte olan ülkelerde finansal piyasada zaman zaman dalgalanmalar görülmektedir. Dalgalanmalar sonucunda finansal piyasaya yatırım yapan yatırımcılar beklenmeyen kâr ve zarar elde edebilirler. Örneğin 03.01.2006-10.05.2007 tarihleri arasındaki bir ABD dolarının YTL karşısındaki hareketleri incelendiğinde, Şekil 2.2'den de görülebileceği gibi değerinde düşüşler ve artışlar olduğu görülmektedir.



Şekil 2.2 03.01.2006-10.05.2007 tarihleri arasında bir Amerikan dolarının değerindeki değişiklikler

Bir ABD dolarının değerinde meydana gelen değişikliklerin daha net görülebilmesi için Amerikan dolarına ilişkin getiri grafiği incelenebilir (Şekil 2.3).

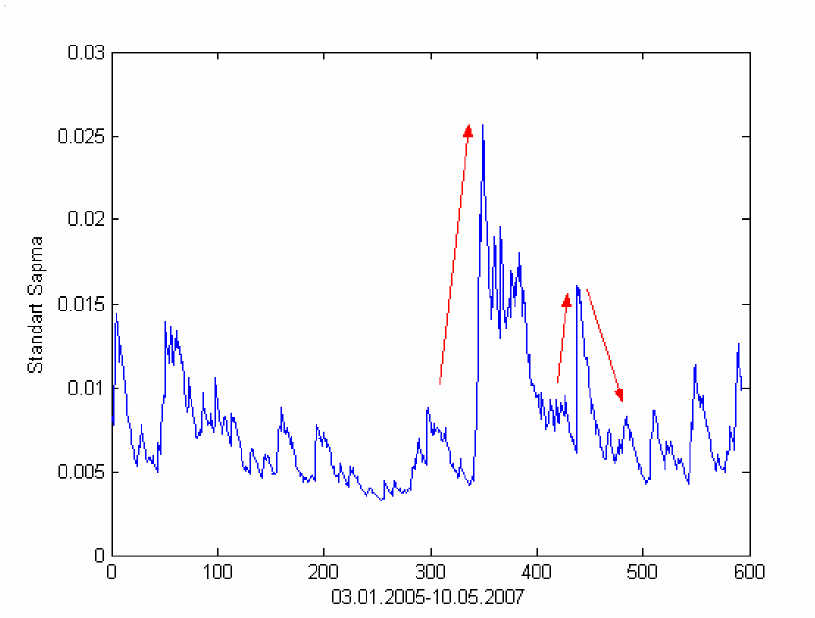


Şekil 2.3 03.01.2006-10.05.2007 tarihleri arasında Amerikan dolar getirileri

Finansal piyasalarda getirilere ilişkin varyansın modellenmesinde ARCH (*autoregressive conditional heteroscedastic*) ve ARCH modelinin genelleştirilmiş biçimi olan GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroscedastic*) modelleri sıklıkla kullanılan modellerdir. Getiri değerleri GARCH(1,1) yardımı ile modellenerek getiri değerlerine ilişkin standart sapma grafiği Şekil 2.4'de ve GARCH(1,1) modeline ilişkin tahmini parametre değerleri ile bu parametre değerlerine ilişkin standart hatalar Eşitlik 2.1'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
r_t &= -0.00027 + \varepsilon_t \\
&\quad (0.00026) \\
\varepsilon_t &= \sigma_t z_t \\
\sigma_t^2 &= 1.6e-006 + 0.83\sigma_{t-1}^2 + 0.15\varepsilon_{t-1}^2 \\
&\quad (4.8e-007) \quad (0.017) \quad\quad (0.02)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Burada z_t standart normal dağılıma uyan rastlantı değişkenidir.

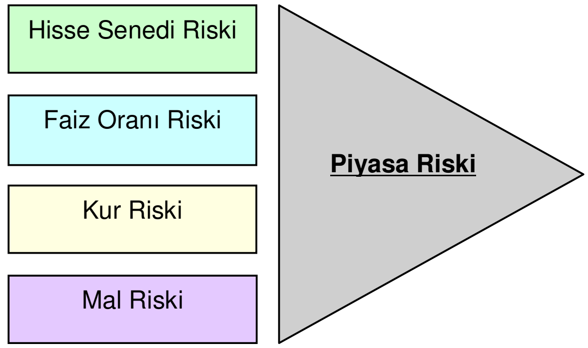


Şekil 2.4 Amerikan dolar getirilerinin standart sapması

Şekil 2.4'den de görüldüğü gibi değişkenlik zamanla değişmekte olup sabit bir yapıda seyretmemektedir. Bu da finansal piyasaya yatırım yapan kuruluşlar için bir risk oluşturmaktadır. Dolayısıyla finansal piyasada gerçekleşebilecek ani değişikliklere karşı şirketlerin, yükümlülüklerini karşılamada sorunla karşılaşmamaları için kendilerini korumaları ve karşılaşabilecekleri maksimum kaybı belirleyip ona göre sermaye durumlarını düzenlemeleri gerekmektedir. Finansal risklerden korunmanın yollarından biri elde finansal türev araçları tutmak, finansal kuruluşların karşılaşabilecekleri kayıp miktarını belirlemenin yollarından biri ise RMD yaklaşımını kullanmaktır.

2.2.1 Piyasa riski

Piyasa riski, yapılan yatırımların piyasa faktörlerindeki değişimler sonucunda gerçekleşmesi mümkün olan kayıpları ifade eden risktir. Hisse senedi riski, faiz oranı riski, kur riski ve mal riski olmak üzere dört temel riski içermektedir.



Şekil 2.5 Piyasa riskleri

Piyasa riskinin ölçmede kullanılabilecek en yaygın yöntem RMD yaklaşımıdır. Bu yaklaşıma Bölüm 3'de değinilecektir.

2.2.1.1 Faiz oranı riski ve korunma yolları

Faiz oranı riski, sabit getiriye sahip bir varlığın değerindeki düşüş ve bundan dolayı piyasadaki faiz oranlarındaki değişiklik olarak tanımlanabilir (Crouhy et al., 2001). Sigorta şirketlerini finansal yönden etkileyen en önemli risklerden birisi faiz oranı riskidir.

Son yıllarda sigorta şirketleri çeşitli garantiler içeren poliçeler satmaktadırlar. Bu poliçeler ile sigortalıya garanti edilen sabit bir faiz oranına bağlı olarak vade sonunda minimum bir gelir garantisi verilmektedir. Garanti edilen faiz oranlarında sigorta şirketlerinin karşılaşabileceği en önemli risk vade sonunda şirketin garanti ettiği miktardan daha az kazanmasıdır. Aktüerlerin garanti edecekleri faiz oranlarını belirlerken, şirketlerinin portföy yapısını, gelecekte faiz oranlarının olası değerlerini göz önünde tutmaları gerekmektedir.

Yakın geçmişte garanti edilen annüite faizi yönünden kötü tecrübelerle karşılaşılmıştır. Buna en iyi örnek *Equitable Life* şirketidir. İngiltere'nin ilk hayat sigortası şirketi olan *Equitable Life* 1762 yılında kurulmuştur. Şirket 1950'lerde garanti edilmiş annüite oranına (*guaranteed annuity rate*) sahip poliçe satışına başlamıştır. 1988'de bu tip poliçelerin satışını durdurmuştur. 1990'lardaki faiz oranlarında ki düşüş şirketin yükümlülüklerini olumsuz etkilemiştir. 2000 yılında ise şirket poliçe satışlarını durdurmuştur[1]. Şirketin piyasa getiri oranları yüksek iken verdiği garanti oranları bir süre sonra faizlerin düşmesi ile şirketin finansal problemler ile karşılaşmasına neden olmuştur ve bir süre sonra da yükümlülüklerini karşılayamayacak duruma gelmiştir.

Garanti edilmiş yükümlülükler şirket için bir risk oluşturmaktadır. Bu risk üç farklı yol ile azaltılabilir (Boyle, 2003).

1. Belli bir miktar sermayenin ayrılması ile yükümlülüklerin karşılanması güvence altına alınabilinir. Karşılaşılabilecek olası yükümlülük tahminleri benzetim tekniği ile bulunabilir.
2. Yükümlülükler bir başka kuruluşa, örneğin reasürans şirketlerine devredilebilir.
3. Sigorta şirketi oluşturacağı bir portföy yardımı ile vade sonunda yükümlülüklerini karşılayabilir.

Faiz oranı riskinden korunmak, faiz oranı türevlerinin kullanılmasıyla da mümkündür. Faiz oranı türev ürünleri, ileride gerçekleşebilecek faiz oranının değerindeki değişikliklere karşı, şirketlerin karşılaşabilecekleri olumsuzluklara karşı kendilerini koruma altına alabilecekleri araçlardır (Cuthbertson, Nitzsche, 2001). Faiz oranı türevleri kullanılarak yapılacak ödemeler, faiz oranının değerine ya da faiz oranı kullanılarak fiyatı belirlenen bir varlığa (bono, tahvil) göre belirlenir. Faiz oranı türev ürünlerinden bazılarına bu bölümde değinilecektir.

Devlet bonoları temel alınarak düzenlenen opsiyonlar, sözleşmeye sahip kişiye belirlenen bir fiyattan belirlenen bir vadede üzerinde anlaşılan bonoyu alma ya da satma hakkını verir (Cuthbertson, Nitzsche, 2001).

Faiz oranı opsiyonları, ödemelerin faiz oranı seviyesine bağlı olduğu ürünlerdir (Hull, 2006).

---

[1] http://money.guardian.co.uk/equitablelife/story/0,,603254,00.html

Faiz oranı tavan sözleşmeleri (caps), faiz oranının belirli bir seviyeyi (*cap rate*) aşması durumunda ürün sahibine ödemelerin yapılacağı türev ürünleridir (Hull, 2006). Örneğin,

- T: Toplam ürün ömrü,
- L: Yapılacak ödemelerin belirleneceği ana para,
- R_K : Faiz oranı için belirlenen seviye,
- $t_1, t_2, ..., t_n$: Gelecek döneme ilişkin değişken faiz oranlarının belirleneceği tarihler $t_{n+1} : T$,
- $R_k : t_k$ ve t_{k+1} tarihleri arasındaki t_k'da gözlemlenen faiz oranı,

ise tavan sözleşmesinin t_{k+1}'de yapacağı ödeme,

$$L\delta_k \max(R_k - R_K, 0) \tag{2.2}$$

biçimindedir. Eş. 2.2'de $\delta_k = t_{k+1} - t_k$'dır (Cuthbertson, 2001).

Faiz oranı tavan sözleşmeleri, gelecekte faiz oranlarındaki yükselmenin etkisinin azaltılmasında kullanılabilecek bir üründür.

Faiz oranı taban sözleşmeleri (floors), faiz oranının belirli bir seviyeden (*floor rate*) aşağı olması durumunda ürün sahibine ödemelerin yapılacağı türev ürünleridir (Hull, 2006). Faiz oranı tavan sözleşmelerinde belirtilen gösterimlere bağlı olarak eşliğinde faiz oranı taban sözleşmesi ile t_{k+1}'de yapılacak ödeme,

$$L\delta_k \max(R_K - R_k, 0) \tag{2.3}$$

ile tanımlanabilir (Cuthbertson, 2001).

Faiz oranı taban sözleşmeleri, gelecekte faiz oranlarındaki düşüşün etkisinin azaltılmasında kullanılabilecek bir üründür.

Faiz oranı yaka sözleşmeleri (collars), faiz oranının belirlenen bir aralığın dışına çıkması durumunda ürün sahibine ödemelerin yapılacağı türev ürünleridir (Hull, 2006).

Vadeli faiz oranı anlaşması (forward rate agreement), belirlenmiş bir faiz oranının ileride borç verilecek ya da borç alınacak olan miktara uygulanması konusunda yapılan tezgah üstü (*over the counter*) bir anlaşmadır (Hull, 2006).

Swap sözleşmeleri, anlaşmayı yapan tarafların belirli bir zaman dilimi içerisinde nakit akışlarını değiş tokuş edebildikleri sözleşmelerdir. Para (*currency*), faiz (*interest rate*) ve hisse (*equity*) swapları sıklıkla kullanılan swap sözleşmeleridir. Döviz swap sözleşmesinde taraflar birbirlerine farklı para birimleri cinsinden sabit ya da değişken faiz ödemeleri, faiz swap sözleşmelerinde ise taraflar birbirlerine çoğunlukla aynı para birimi üzerinden faiz ödemeleri yaparlar. Hisse swap sözleşmelerinde ise taraflardan en az birinin yapacağı ödemeler bir hisse senedinin değeri, hisse senetlerinden oluşan bir portföy ya da hisse senedi endeks seviyesi dikkate alınarak belirlenirken diğer tarafın yapacağı ödemeler başka bir hisse senedi, portföy, endeks seviyesi dikkate alınarak ya da sabit olarak belirlenir (Chance, 2004).

Swap opsiyonu (swaption), ürününe sahip bir kişinin ödediği prim ile, sabit ödeme yaptığı ancak değişken ödemeler aldığı ya da değişken faiz oranında ödeme yaptığı ancak sabit bir oranda ödeme aldığı bir swap sözleşmesine girme hakkını elde ettiği bir üründür (Chance, 2004).

Vadeli swap sözleşmeleri (forward swap), swap sözleşmesine girmek için düzenlenen bir vadeli kontrattır. Vadeli swap sözleşmeleri iki tarafın ileride bir swap işlemine gireceğine ilişkin bir kontrattır (Chance, 2004).

Faiz oranı riskinin sigorta şirketlerince en fazla görüleceği poliçe türü belirli bir faiz oranının garanti edildiği ürünlerdir. Bu ürünlerden, faiz oranı riskinin karşılaşılabileceği, literatürde sıklıklıkla yer verileni garanti edilmiş annüite opsiyonlarıdır. Garanti edilmiş annüite opsiyonlarının anlatımı Dördüncü Bölümde ve uygulaması Beşinci Bölümde yapılmıştır.

2.2.1.2 <u>Hisse senedi riski ve korunma yolları</u>

Annüiteler sigortalıya belirli bir dönem boyunca sabit ödemenin taahhüt edildiği sigorta poliçeleridir. Poliçenin süresi, sigortalının hayatı boyunca olacağı gibi belirli bir periyot da olabilmektedir. Bu tür poliçeler sigortalılara faiz oranları ya da hisse senedi piyasasındaki getiri değerleri yüksek olduğu zaman çekici gelmektedir. Ama faiz oranlarının düşük ve hisse senedi piyasasındaki getirilerin yüksek olmadığı piyasalarda sigortalılar klasik annüite poliçeleri yerine daha yüksek getiri elde edecekleri annüiteler aramaktadırlar. Değişken annüitelerin gelecekteki tazminat değerleri, şirketin oluşturduğu içinde hisse senetlerinin de bulunduğu portföye bağlıdır (Coleman et al., 2006). Dolayısıyla hisse senetlerinin değerlerinde gerçekleşecek olan bir değişiklik şirketi zarara uğratabilecektir. Gerçekleşebilecek bu riske hisse senedi riski denilmektedir.

Bu riskten korunmak, sigortalıların ve yatırımcıların ilgisini çekmesine ve şirketin değerinin de artmasına yol açacaktır. Hisse senedi riskinden korunmak için hisse senedi türevleri kullanılabilir. Örneğin ileride bir hissenin değerinin artacağını düşünen bir kişi hisse senedi alım opsiyonu satın alarak ileride bu hisseyi opsiyonun üzerinde yazan fiyattan alma hakkını elde eder. Hisse senedi fiyatlarının düşeceğini düşünen bir yatırımcı ise hisse senedi satım opsiyonu alarak ileride gerçekleşecek bir düşüşte elindeki hisse senedini opsiyonun üzerinde yazan fiyattan satma hakkını elde eder.

2.2.1.3 <u>Kur riski ve korunma yolları</u>

Yatırımların, döviz kurlarında gerçekleşen değişimlerinden kaynaklanan riskdir. Her alım satım işleminde bir taraf alan, (uzun pozisyondaki taraf) diğer taraf ise satan (kısa pozisyon alan) taraftır. Döviz vadeli işlem sözleşmelerinde (*foreign currency futures*) uzun pozisyon alarak riskten korunmak mümkündür. Uzun pozisyon alan bir firma ileriki tarihlerde dövizin yükseleceğini düşünmektedir. Döviz vadeli işlem sözleşmelerinde (*foreign currency futures*) kısa pozisyon alarak riskten korunmak da mümkündür. Kısa pozisyon alarak koruma sağlayan kişi dövizi vadeli işlem sözleşmeleri (*futures*) kullanarak satma hakkı elde eder. Kısa pozisyon alan bir firma ileriki tarihlerde dövizin düşeceğini düşünmektedir.

2.2.2 Kredi riski ve korunma yolları

Kredi riski ya da iflas riski olarak adlandırılan risk, iki taraf arasında yapılan anlaşmada ödemeyi yapmakla yükümlü olan tarafın ödemeyi yapamamasıdır.

Kredi türevleri yardımı ile bu riskten korunmak mümkündür. Kredi temerrüdüne dayalı swap sözleşmeleri (*credit default swap - CDS*) bu ürünlere örnek olabilir. Sözleşmeyi alan taraf, satan tarafa sözleşme sonuna kadar ya da iflas gerçekleşene kadar yapacağı düzenli ödemeler ile iflas olayı gerçekleştiğindeki kaybının karşılanmasını garanti eder (Hull, 2006).

2.2.3 Likidite riski ve korunma yolları

Likidite riski şirketin yükümlülüklerini yerine getirmesi için gereken nakti temin edememesi durumudur. Elde hızlı bir şekilde nakte çevirilemeyen varlıkların tutulması bu riski arttırır.

S&P (*Standard and Poor's*) likidite riski ile ilgili olarak hayat sigortası derecelendirme kriterlerinde sigorta şirketlerinin portföylerinin likiditeye sahip olduğuna ama beklenilenin üzerinde bir olay gerçekleştiğinde yeterli likiditeyi temin edemeyeceklerine ve geçmişte yükümlülük karşılama konusunda sıkıntıya düşen şirketlerin yeterli likiditeye sahip olmadığını belirtmektedir (Kelliher et al., 2004).

Firmalar likidite riskinin kontrolü için çeşitli yöntemler kullanmaktadırlar. Temel yaklaşımlar üç kategoride toplanabilir: Likit varlıklar yaklaşımı, nakit akışı yaklaşımı ve ikisinin karışımı olan bir diğer yaklaşım. İlk yaklaşımda firma bilançosunda likiditeye sahip varlıklar tutmakta ve genellikle devlet varlıklarından oluşan bir havuz oluşturmaktadır. İkinci yaklaşımda firma nakit çıkışlarına karşılık, aynı vadelere rastlayacak nakit girişleri eşleştirmesi yapmaya çalışır. Son yaklaşımda ise firma nakit çıkışlarını elinde tutuğu likiditeye sahip varlıkların satışı ile gerçekleştirmeye çalışmaktadır. Sigorta ve bankacılık sektörü genellikle ikinci yaklaşım üzerinden likidite yönetimini gerçekleştirirler (Basel Committee, 2006).

2.2.4 Operasyonel risk ve korunma yolları

Operasyonel risk, kişilerden ve teknik hatalardan kaynaklanan ya da kazalar sonucunda gerçekleşebilecek kayıplara ilişkin risktir. Operasyonel risk kötü yönetim, yetersiz içsel denetimin olması durumlarında yüksek seviyede olacaktır.

Operasyonel riskten korunmak için şirketler kendilerini sigortalatabilir, gerçekleşebilecek riskler için sermaye ayırabilir ya da türev ürün alabilirler (Cruz, 2002).

2.3 Avrupa Birliği'nde Yükümlülük Karşılama Yeterliliği: Solvency II

Solvency II, şirketlerin karşı karşıya olduğu tüm riskler dikkate alınarak sigorta şirketlerinin sermaye yeterliliklerinin, hesaplanılmasını amaçlayan düzenlemeleri içermektedir. Solvency II, sigorta şirketlerinin yükümlülük karşılama yeterliliğine ilişkin daha önceki düzenlemeleri içeren Solvency I'e göre daha ayrıntılı düzenlemeler getiren bir sistemdir.

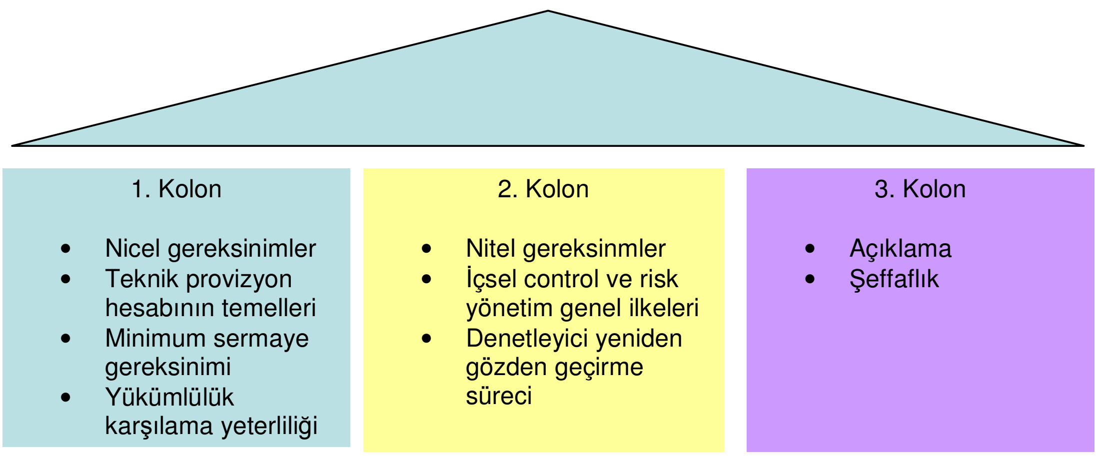
Solvency II'nin amaçları şu şekilde sıralanabilir (Swiss Re., 2006):

- Poliçe sahiplerini güvence altına almak.
- Sigorta şirketine ilişkin risklerle daha iyi örtüşen sermaye gereksinimini belirlemek.
- Gereksiz karmaşadan kaçınmak.
- Piyasadaki gelişmeleri yansıtmak.
- Gereksiz yere tutulan fazla sermayeden kaçınmak.

Solvency II yapı olarak, bankaların sermaye yeterliliklerinin ölçülmesine ve değerlendirilmesine ilişkin olarak Basel Bankacılık Denetim Komitesi tarafından yayımlanan standartları içeren Basel II'ye benzer ve onun gibi üç kolon sistemini kullanır (Şekil 2.6). Birinci kolon finansal kaynaklar üzerindeki kuralları kapsamaktadır, teknik provizyonlar, yatırımlar ve sermaye yeterlilikleri gibi. Teknik provizyonların belirlenmesinde kullanılan kurallar birinci kolonun merkezini oluşturur. Solvency II, aşağıda belirtilen iki sermaye yeterliliği seviyesi tanımlamaktadır (Swiss Re., 2006):

- *Minimum sermaye gereksinimi (minimum capital requirement):* Şirketin bu sermaye seviyesinin altına düşmesi durumunda denetim otoritesinin bir müdehalesi söz konusu olmaktadır.

- *Yükümlülük karşılama sermaye gereksinimi (solvency capital requirement):* Beklenilmeyen kayıpların gerçekleşmesi durumunda yükümlülükleri karşılamaya yardımcı olan sermayedir.



Şekil 2.6 Solvency II'nin 3 kolonlu yapısı (Swiss Re., 2006)

Yükümlülük karşılama sermaye gereksinimini hesaplamak için bir risk ölçüsü ve bir güven aralığı tanımlanmalıdır. Risk ölçümü şirkete ilişkin kar ya da zarar dağılımına sermaye atayan bir fonksiyondur. Yaygın olarak kullanılan risk ölçümleri RMD ve BKK'dır.

İkinci kolon'da denetim süreci ve sigorta şirketlerinin kullanacağı içsel kontrol ve risk yönetimi için kuralları içermektedir. Birinci kolon'da ele alınamayan riskler bu kolonda ele alınmaktadır (Swiss Re., 2006).

Üçüncü kolonun amacı poliçe sahiplerine, yatırımcılara, derecelendirme kuruluşlarına şirketin durumuna ilişkin bilgi vermektir. Bu amaçla üçüncü kolon yayınlanacak bilgilere ilişkin düzenlemeleri içerir (Swiss Re., 2006).

Yapılacak düzenlemelerle şirketlerin varlık-yükümlülük dengelerini doğru kurmaları karşılaşabileceği riskleri doğru analiz etmeleri ve yönetmeleri sağlanacaktır. Böylece poliçe sahiplerinin mağduriyeti gibi olabilecek olumsuz olayların önüne geçilmesi sağlananacaktır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. RİSK ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ

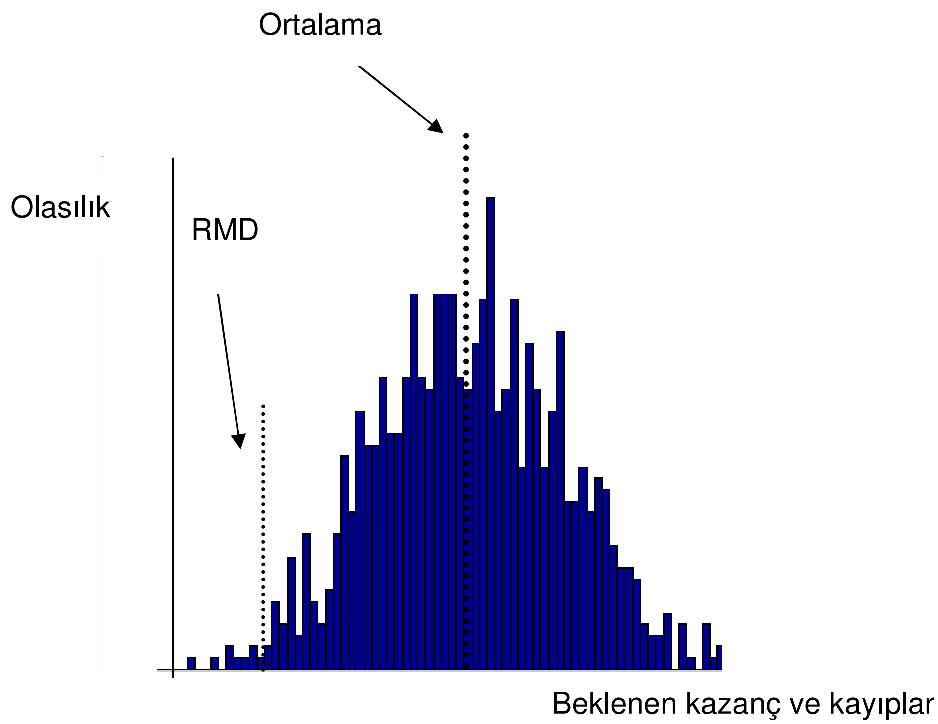
3. 1 Riske Maruz Değer

Finansal piyasalarda aşırı fiyat hareketleri nadir olarak meydana gelmesine rağmen, dikkate alınması gereken bir durumdur. Son yıllarda hisse senedinde ya da dövizde meydana gelen büyük fiyat değişiklikleri finansal risk ölçümününün gerekliliğini ortaya koymuştur. Bunun sonucu olarak RMD piyasa riskinin ölçülmesinde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır.

Kredi riski, operasyonel risk ve piyasa riski finansal riskin üç ana kategorisini oluşturmaktadır. RMD yaklaşımı genel olarak piyasa riskini ölçmede kullanılmasına rağmen diğer riskler içinde uygulanabilir. RMD ölçümü finansal kuruluşlar tarafından risklerini ölçmek ya da düzenleyici birimler için gerekli marjin düzenlemelerini yapmak için kullanılabilir. RMD ölçümü, herhangi bir beklenmeyen olay gerçekleştikten sonra RMD ile belir6lenen sermaye kullanılarak şirketin varlığını sürdürmesi için kullanılır.

RMD, şirketler bakımından, belirlenen zaman aralığında belirlenen olasılık düzeyinde belirlenen kategoride maksimum kaybı belirleyen bir yöntemdir. Düzenleyici kurumlar bakımından ise sıradışı olaylarda kaybedilmesi olası minimum hasar miktarı olarak tanımlanabilir.

RMD belirli bir dönem içerisinde (örn: bir gün) belirli bir güven düzeyi (örn: %95) içerisinde gerçekleşebilecek kaybı gösteren bir ölçümdür (Jorion, 2001). Örneğin, bir sigorta şirketi hisse senetleri ve dövizden oluşan bir portföye sahip olsun. Hisse ve döviz piyasındaki dalgalanmalardan dolayı şirket günlük olarak kar ve zarar etmektedir. Ertesi gün için belirlenen bir güven düzeyi içerisinde gerçekleşebilecek maksimum zarar büyüklüğü RMD yaklaşımı ile hesaplanabilir. Şirket söz konusu beklenen zararın büyüklüğüne göre çeşitli önlemler alabilir.



Şekil 3.1 Riske maruz değer

RMD yaklaşımı ile piyasa riskinden kaynaklanan kayıplar ölçülebilmektedir. RMD modelleri ile geçmişteki piyasa değişkenlerinin hareketleri ile öngörü yapılmaktadır. Parametrik,tarihi benzetim ve Monte Carlo benzetim yöntemi olmak üzere üç temel RMD ölçüm yöntemi mevcuttur. Her yöntemin kendine göre zayıf ve güçlü yönleri bulunmaktadır. RMD, $(1-\alpha)$ güven düzeyinde,

$$VaR_{\alpha}(X) = \sup\{x \mid P[X \geq x] > \alpha\} \tag{3.1}$$

biçimindedir. Eş. 3.1'de *sup{x|A}*, *A* olayı verildiğinde *x*'in üst sınırıdır. $\sup\{x \mid P[X \geq x] > \alpha\}$ kayıp dağılımının üst α yüzdeliğini gösterir. Burada *X* ilgili portföydeki kaybı gösteren rastlantı değişkenidir (Yamai, Yoshiba, 2005).

Bir risk ölçümü yeterli sermayenin doğru hesaplanabilmesi için dört özellik taşımalıdır (Artzner et al., 1999).

1. **Monotonluk:** Eğer bir portföyün değeri diğer portföyün değerinden büyükse, değeri büyük olan portföyün RMD daha düşüktür. Eğer bir portföyün getirileri her durumda diğer portföyün getirilerinden daha

düşükse, o portföyün risk ölçüsü daha büyük olmalıdır. Bu durum matematiksel olarak,

$$X_1 < X_2, \quad \rho(X_1) \geq \rho(X_2) \tag{3.2}$$

biçiminde yazılabilir.

2. **Değişmezlik:** Bir portföye eklenen nakit para o portföyün riskini eklenen miktar kadar azaltır ve matematiksel olarak

$$\rho(X + k) = \rho(X) - k \tag{3.3}$$

biçiminde yazılabilir.

3. **Homojenlik:** Portföyün büyüklüğünün arttırılması portföyün risk değerinin aynı oranla çarpılması ile aynı değeri vermelidir. Matematiksel olarak,

$$\rho(bX) = b\rho(X) \tag{3.4}$$

eşitliği ile yazılabilir.

4. **Portföy ayrıştırması:** Portföyleri birleştirmek riski arttırmaz ve

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2) \tag{3.5}$$

ile ifade edilebilir.

RMD yaklaşımı bu dört özellikten en son özelliği sağlamamaktadır (Artzner et al., 1999). Bu durum tersi bir örnekle şu şekilde açıklanabilir, iflas olasılıkları %4 olan A ve B bonolarından yatırımcının elde edeceği zarar,

- Eğer iflas olursa 100,
- Olmaz ise 0'dır.
- Bu bonoların %95 düzeyinde RMD'i sıfırdır ($VaR_{0.95}(A) = VaR_{0.95}(B) = VaR_{0.95}(A) + VaR_{0.95}(B) = 0$) ,
- Bonoların birbirlerinden bağımsız olduğu varsayımı altında $0.96^2 = 0.9216$ olasılıkla sıfır hasar,
- $0.04^2 = 0.0016$ olasılıkla 200 birimlik hasar,
- $1 - 0.9216 - 0.0016 = 0.0768$ olasılıkla 100 birimlik hasar gerçekleşebilir.

Bu durumda $VaR_{0.95}(A + B) = 100 > 0 = VaR_{0.95}(A) + VaR_{0.95}(B)$ olacaktır. Dolayısıyla portföy ayrıştırması özelliği gerçekleşmemiş olacaktır (Dowd, Blake, 2006).

Uygulamada RMD hesaplamak için bazı faktörlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar,

- O andaki portföyün piyasa fiyatlarına göre uyarlanması,
- Risk faktörlerinin değişkenliğinin ölçülmesi (örneğin günde %4),
- Zaman diliminin belirlenmesi,
- Güven sınırının belirlenmesi,

biçimindedir.

3.1.1 Parametrik yöntem ile RMD hesabı

RMD yöntemi bir varlığın ya da portföyün değerinin belirli bir değerden aşağıya düşmesi olasılığını ölçtüğü için portföye ya da varlığa ilişkin olasılık dağılımının bilinmesi durumunda bu değer kolaylıkla hesaplanabilir. Bu yöntemde risk faktörlerinin normal dağıldığı varsayılır.

Portföye ilişkin RMD hesabı aşağıdaki adımlar izlenerek yapılabilir (Jorion, 2001):

- t anından t+1 anına portföy getirisi,

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{i,t+1} \tag{3.6}$$

eşitliği ile hesaplanır. Eş. 3.6'da N portföydeki varlık sayısıdır, $R_{i,t+1}$ i. varlığa ilişkin getiri değeridir, w_i ise i. varlığın portföydeki ağırlığını gösterir.

Portföye ilişkin getiri matris gösterimi ile,

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + ... + w_NR_N = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & ... & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ . \\ . \\ . \\ R_N \end{bmatrix} = w^{'}R \tag{3.7}$$

biçiminde ifade edilebilir. Eş. 3.7'de w' ağırlık vektörünün devriğidir.

Portföyün beklenen getirisi,

$$E(R_P) = \mu_P = \sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i \tag{3.8}$$

ve varyansı ise

$$V(R_P)=\sigma_P^2=\sum_{i=1}^{N} w_i^2\sigma_i^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,j\neq i}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}=\sum_{i=1}^{N} w_i^2\sigma_i^2+2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j<i}^{N} w_i w_j\sigma_{ij} \tag{3.9}$$

biçimindedir.

Portföye ilişkin varyans matris gösterimi ile,

$$\sigma_P^2=\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N}\\ . & & & \\ . & & & \\ . & & & \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_{NN}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1\\ w_2\\ .\\ .\\ .\\ w_N\end{bmatrix} \tag{3.10}$$

biçimindedir. Varyans kovaryans matrisi Σ ile gösterilirse. Eş. 3.10,

$$\sigma_P^2 = w'\Sigma w \tag{3.11}$$

biçiminde de yazılabilir.

Portföye ilişkin RMD,

$$VaR_P=\alpha\sigma_P W \tag{3.12}$$

biçimindedir, Eş.3.12'de α, ilgili güven aralığı seviyesi için standart normal dağılım tablo değeridir, *W* portföyün toplam değeri olup bir periyot sonrası için bir değer verir. Eğer *n* uzunluğunda bir dönem söz konusu ise bulunan sonucun *n*'nin karekökü ile çarpılması gerekmektedir (Hull,2006).

Örneğin fonlarını 3 ayrı yatırım aracında değerlendiren bir sigorta şirketinin karşılaşacağı RMD,

$$VaR=\sqrt{VaR_1^2+VaR_2^2+VaR_3^2+2\rho_{12}VaR_1VaR_2+2\rho_{23}VaR_2VaR_3+2\rho_{13}VaR_1VaR_3} \tag{3.13}$$

eşitliğinden bulunur. Eş. 3.13'ün genelleştirilmiş biçimi,

$$VaR=\sqrt{\sum_{i=1}^{m} VaR_i^2+2\sum_{i<j}^{m}\rho_{ij}VaR_iVaR_j} \tag{3.14}$$

ile ifade edilebilir. Eş. 3.14'te ρ_{ij}, i. yatırım aracı ile j. yatırım aracı arasındaki ilişkiyi gösteren korelasyon katsayısıdır. VaR_i, i. yatırım aracına ilişkin RMD olmaktadır (Jorion, 2001).

Bu yöntemin en büyük avantajı normal dağılım varsayımı olduğundan uygulanabilirliğinin kolay olmasıdır. Ancak karmaşık portföylerde yanlış sonuçlar vermesi mümkündür.

3.1.2 Tarihi benzetim yöntemi ile RMD hesabı

Tarihi benzetim (*historical simulation*) yöntemi ile RMD bulunurken geçmişteki veri kümesine ait değerlere (örneğin 250 gün öncesine kadar olan değerler) bugünkü portföyde bulunan varlıkların ağırlıkları uygulanır. Geçmişteki getiri değerlerine bugünkü portföy ağırlıklarının uygulanması,

$$R_{p,k} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,k}, \qquad k = 1,2,\ldots,t. \tag{3.15}$$

biçiminde gösterilebilir. Eş. 3.15'te w_t, *t* anındaki, bugünkü portföyde bulunan varlıkların portföy içindeki ağırlıklarını, *N* ise portföydeki varlık sayısını gösterir. Elde edilen getiriler sıralandıktan sonra belirlenen α olasılık düzeyine karşılık gelen değer bulunarak bu değer bugünkü portföy değeri ile çarpılır. Bulunan bu değer RMD'dir (Alexander, 2001).

Bu yöntemin avantajı getiriler üzerinde herhangi bir dağılım varsayımı yapmaması, böylece de kalın kuyruk özelliği gösteren getiri serilerini de göz önünde bulundurmasıdır. Ancak geçmiş değerler ele alındığı için öngörülerde tutarsızlık olabilir bunun nedeni sadece gözlemlenen periyottaki verilerin dikkate alınmasıdır.

3.1.3 Monte Carlo benzetim yöntemi ile RMD hesabı

Firmalar genellikle Monte Carlo yöntemi adı ile bilinen benzetim tekniği ile karmaşık türev ürünlerinin fiyatını belirler. Benzetim yöntemlerinde bilgisayar yardımı ile rasgele fiyat patikaları üretilerek finansal varlığın fiyatına yaklaşılmaya çalışılır. Bu yöntem belirlenen dönem için değişik senaryolar ile portföy değerini oluşturur. Oluşturulan portföy değerleri kullanılarak RMD değeri hesaplanır (Jorion, 2001).

Bu yöntem daha esnek bir yöntemdir ancak daha çok işlem gerektirmekte bu nedenle zaman kaybına neden olmaktadır.

3.1.3.1 Bir fiyat patikasının benzetimi

Bir benzetim çalışmasında yapılması gereken ilk ve en önemli iş fiyatın gidişatını temsil edecek stokastik bir modelin belirlenmesidir. Bu amaçla geometrik brownian hareketi (*geometric brownian motion*) yaygın olarak kullanılan bir modeldir. Model

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dw_t \qquad (3.16)$$

biçiminde kurulabilir. Eş. 3.16'da dw ortalaması *0* ve varyansı *dt* olan normal dağılımdan gelen rasgele ve ayrıca fiyata rasgele şoklar uygulayan geçmiş bilgilere bağlı olmayan bir değişkendir (Jorion, 2001). μ_t ve σ_t sırasıyla *t* anında anlık eğilimi ve değişkenliği göstermektedir. Bu parametreler zamana bağlı değişken alınabileceği gibi kolaylık sağlaması açısından sabit olarak da alınabilinir.

Uygulamada, *dt*'ye kesikli olarak Δt ile yaklaşılabilir. *t* bugünü, *T* ise hedeflenen zamanı gösterirse, $\tau = T - t$, RMD'e ilişkin periyot olur.

S_{t+i}'ye ilişkin rasgele değerleri üretmek için ilk olarak öngörü yapılacak dönem olan τ, *n* parçaya (örneğin $\Delta t = \tau / n$ olacak şekilde) bölünür. Bu durumda

dS / S yaklaşık olarak,

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu \Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}) \qquad (3.17)$$

biçiminde olur. Eş. 3.17'de ε standart normal dağılmaktadır. *S* için fiyat patikası aşağıdaki şekilde üretilebilir:

- ε_i *(i=1,2,...,n)* değerleri üretilir
- S_0 varlığa ilişkin bugünkü değerdir
- Bu değerler kullanılarak $S_{t+1} = S_t + S_t(\mu \Delta t + \sigma \varepsilon_1 \sqrt{\Delta t})$,
- $S_{t+2} = S_{t+1} + S_{t+1}(\mu \Delta t + \sigma \varepsilon_2 \sqrt{\Delta t})$
- Son olarak $S_{t+n} = S_T$ hesaplanır.

Yukarıda yapılan hesaplama bir çok defa (örneğin 10000) tekrarlanarak, eldeki finansal varlığa ilişkin bir dağılım oluşturulur ve belirlenen olasılık düzeyine ilişkin değer bulunduktan sonra varlığa ilişkin *T* anındaki beklenen değerinden çıkartılarak RMD bulunur. Yapılan işlemler adımsal olarak,

1. Stokastik süreç ve sürece ilişkin parametre fonksiyonları belirlenir.
2. ε_i (i=1,2,...,n) değerleri üretilir ve portföydeki varlıkların değeri, S_t (t=1,2,...,n), hesaplanır.
3. *T* anında ki varlığın ya da porföyün değeri hesaplanır, $F_{t+n} = F_T$, bu değer bugünkü portföy ya da varlık değerinden çıkartılır.
4. 2. ve 3. adımlar yeterli görülen sayıda tekrarlanır, örneğin *10000*.

biçiminde verilebilir.

RMD değeri,

$$\mathrm{VaR}(c,T) = E(F_T) - Q(F_T, c) \tag{3.18}$$

olur. Eş. 3.18'de $Q(F_T, c)$, *c*. yüzdeliğe ilişkin değerdir.

Yukarıda yapılan açıklamalar bir varlığı içeren portföy için geçerlidir. Ancak portföylerde birden çok varlık olduğundan benzetim işlemi daha farklıdır.

Eğer portföydeki varlıklar birbirleri ile ilişkisiz ise her bir varlığa ilişkin fiyat patikaları,

$$\Delta S_{j,t} = S_{j,t-1}(\mu_j \Delta t + \sigma_j \varepsilon_{j,t} \sqrt{\Delta t}) \tag{3.19}$$

biçiminde gerçekleştirilebilir.

Portföyde bulunan varlıklar çoğu zaman birbirleri ile ilişkilidir. Bu durum, birbirleri ile ilişkisiz η değişkenleri ile ε'ların oluşturulması ile ele alınabilir. Örneğin,

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \eta_1 \\ \varepsilon_2 &= \rho\eta_1 + (1-\rho^2)^{1/2}\eta_2 \end{aligned} \tag{3.20}$$

şeklinde oluşturulabilir. Eş. 3.20'de ρ, ε'lar arasındaki korelasyon katsayısıdır. Bu durumun genelleştirilmiş hali için önce ε arasındaki korelasyon yapısı belirlenir, $V(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = R$, daha sonra *R* simetrik pozitif tanımlı matrisi Choloskey ayrıştırması ile ayrıştırılır, $R = TT'$ ve $\varepsilon = T\eta$ ile oluşturulur.

Örneğin iki değişken için Cholesky ayrıştırması ile,

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ 0 & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

korelasyon matrisi yukarıdaki biçimde iki ayrı matrise ayrılabilir ve ε'lar

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

biçiminde elde edilebilir (Jorion, 2001).

3.1.4 Kullanılan RMD yönteminin işlerliğinin testi

Kullanılan RMD ölçüm tekniklerinin doğruluğu test edilmek istenebilir. Bu işlem geriye dönük test (backtesting) ile yapılabilir. Bunun için hesaplanan RMD ile gerçekleşen hasar büyüklüğü karşılaştırılır. Doğru bir RMD yaklaşımında örneğin %1 güven düzeyinde 1000 gün için bu yaklaşım test edildiğinde, RMD'yi aşan 10 hasar değerinin olması beklenir. RMD seviyesini aşan hasarların binom dağılımına uyduğu düşünülebilir. Başarı olasılığı (RMD seviyesinin aşılması) %99 güven seviyesine ait RMD için 0.01'dir. *n* geriye dönük testte kullanılan gün sayısıdır, (örn. *n=1000*). RMD'i aşması beklenen hasar sayısı *np=10* ve varyansı *np(1-p)=9.9* olacaktır. Büyük *N* ve küçük *p* değerleri için binom dağılımının normal dağılıma yakınsaması özelliği kullanılarak RMD modelinin geçerli olacağı ve RMD değerini aşan hasarların sayısı için güven aralığı oluşturulabilir. Oluşturulan güven aralığı,

$$(np - z_{0.005}\sqrt{np(1-p)}, np + z_{0.005}\sqrt{np(1-p)}) \tag{3.27}$$

biçimindedir. Yukarıdaki örnek için güven aralığı,

$$(10 - (2.576)(3.146), 10 + (2.576)(3.146)) = (1.896, 18.104)$$

biçiminde bulunur. %99 güven düzeyinde hesaplanan RMD doğru ise, beklenen RMD'i aşan hasar sayısının 2 ile 18 arasında olacağı beklenmektedir (Alaxender, 2001).

Kupiec testi (Kupiec, 1995) ile belirlenen güven seviyesinde kullanılan modelin geçerliliği test edilebilir. Bu test gözlemlenen aşımların, yani RMD'yi aşan hasarların sayısı, beklenen aşımlar ile tutarlı olup olmadığını test eder. Kurulacak olan hipotez testi ve test istatistiği,

$$H_0 = p^* = x/n$$
$$H_1 = p^* \neq x/n$$

$$LR = -2\log\left[(1-p^*)^{n-x}(p^*)^x\right] + 2\log\left[(1-\frac{x}{n})^{n-x}(\frac{x}{n})^x\right] \longrightarrow \chi_1 \qquad (3.28)$$

biçimindedir. Eş. 3.28'de LR asimptotik olarak bir serbestlik derecesi ile ki kare dağılımına uymaktadır. Eş. 3.28'te *x* aşım sayısı, *p* belirlenen güven aralığında aşımın gerçekleşmesi olasılığı ve *n* deneme sayısıdır (Haas, 2001).

Kupiec testinin bazı dezavantajları mevcuttur. Kullanılan örneklem küçük olduğunda doğru sonuç vermeyebilir, ayrıca test aşımların sayısının beklenen ile gözlenen değerleri arasında fark olup olmadığının testinde kullanılır. İki yanlı bir test olduğu için büyük ve düşük aşım oranları hipotezin reddine neden olabilir (Goorbergh, Vlaar,1999).

3.2 Diğer Risk Ölçüm Yöntemleri

RMD yönteminden daha etkin risk ölçüm yöntemleri mevcuttur ancak en iyi risk ölçümünün belirlenmesi subjektiftir ve konuya göre değişir. Sigortacılıkta risk hesapları bir çok risk faktörü olmasından dolayı karmaşıktır ve stokastik benzetim tekniklerinin kullanılmasını gerektirir (Dowd, K., Blake, D., 2006).

Aşağıda diğer risk ölçüm yöntemlerinden bazılarına yer verilmiştir.

3.2.1 Beklenen kuyruk kaybı

BKK yöntemi, RMD yaklaşımındaki bazı eksiklikleri gidermek için geliştirilmiş ve RMD seviyesini aşan hasarların ortalama hasar büyüklüğünü gösteren bir yöntemdir. Matematiksel olarak BKK,

$$ES_\alpha(x) = E\left[X \mid X \geq VaR_\alpha(X)\right] \qquad (3.23)$$

eşitliği ile yazılabilir (Yamai, Yoshiba, 2005). Bir risk ölçümünde olması gereken dört özellikten en son özellik olan portföy ayrıştırması özelliğinin RMD yaklaşımında sağlanmaz iken, BKK'da ise Bölüm 3.1'de belirtilen dört özelliğin tümü sağlamaktadır.

3.2.2 Spektral risk ölçümleri

Acerbi (2002, 2004) tarafından önerilen, kişilerin risk kabul durumlarının da risk hesabına katıldığı bir yöntemdir (Dowd, K., Blake, D., 2006). M_ϕ eldeki hasar dağılımına ait yüzdeliklerin ağırlıklandırılmış ortalamaları olmak üzere,

$$M_\phi = \int_0^1 \phi(p) q_p dp \tag{3.24}$$

biçimindedir. Eş. 3.24'te $\phi(p)$ risk kabul durumunu gösteren fonksiyondur. $\phi(p)$'nin sağlaması gereken bazı koşullar vardır bunlar;

- Negatif olmama: $\phi(p) \geq 0, \forall p \in [0,1]$.
- Normalleşme: $\int_0^1 \phi(p) dp = 1$.
- Artanlık: $\phi(p_1) \leq \phi(p_2)$, $0 \leq p_1 \leq p_2 \leq 1$.

olarak sıralanabilir. Ilk koşul ağırlıkların negatif olmaması, ikinci koşul verilen ağırlıklarının toplamının bir olması koşuludur. Üçüncü koşul ise, büyük kayıplara, düşük kayıplardan daha yüksek oran verilmesi ya da eşit oran verilmesi gerektiğini ifade etmektedir. RMD yaklaşımı bu kuralı sağlamadığı için tutarlı bir risk ölçüm yöntemi olmamasına karşın, BKK yöntemi tutarlı bir risk ölçüm yöntemidir.

Bu yöntemin kullanılabilmesi için bir risk kabul fonksiyonu belirlemek gerekmektedir. Bu fonksiyonun seçimi subjektiftir. Üstel azalan bir fonksiyon seçilebilir. Bu fonksiyon,

$$\phi(p) = \frac{ke^{-k(1-p)}}{1-e^{-k}} \tag{3.25}$$

biçiminde olacaktır. Burada k>0 olmak üzere bir katsayıdır (Dowd, K., Blake, D., 2006).

BKK her kayıba aynı ağırlığı verdiği için kişiler riske duyarsız (*risk-neutral*) ise uygundur. Fakat genellikle kişilerin riskten kaçtıkları (*risk-averse*) varsayılır (Dowd, K., Blake, D., 2006).

3.2.3 Dönüştürülmüş risk ölçümleri

Denneberg (1990) ve Wang (1996) tarafından önerilen bir yöntemdir (Dowd, K., Blake, D., 2006). Dönüştürülmüş risk ölçümü (*distortion risk measure*) dönüştürülmüş dağılım fonksiyonu kullanılarak hesaplanan beklenen hasar miktarıdır. Örneğin, *F(x)* herhangi bir dağılım fonksiyonu olsun, dönüştürülmüş fonksiyon $F^{*}(x) = g(F(x)),\ g:[0,1] \rightarrow [0,1]$ şeklinde olacaktır. Dönüştürülmüş risk ölçümü, *F(x)* yerine $F^{*}(x)$'den elde edilen olasılıklar ile rasgele hasarların beklenen değerinin hesaplanmasıdır.

Literatürde değişik tipte dönüştürülmüş risk fonksiyonu önerilmiştir, en bilineni Wang dönüşümü (Wang, 2000) olarak bilinen fonksiyondur. Fonksiyon,

$$g(u) = \Phi\left[\Phi^{-1}(u) - \lambda\right] \tag{3.26}$$

biçimindedir. Eş. 3.26'da $\Phi(.)$ standart normal dağılım fonksiyonu, λ ise piyasa riskidir (Dowd, K., Blake, D., 2006).

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. GARANTİ EDİLMİŞ ANNÜİTE OPSİYONLARI

Hayat sigortası şirketleri ödemekle yükümlü oldukları tazminatları poliçenin vadesinde öderler. Şirketin yapacağı ödemeler düşük getiri oranları kullanılarak hesaplanır ve eğer şirket hesap ettiği oranlardan daha yüksek bir getiri kazanırsa şirket karını poliçe sahipleri ile paylaşır. Bazı durumlarda şirket minimum bir getiri oranını poliçe sahiplerine garanti etmektedir. Bu tipteki poliçeler literatürde Aase ve Persson (1997), Grosen ve Jørgensen (1997, 2000, 2002), Miltersen ve Persson (1999, 2003), Bouwknegt ve Pelsser (2002) tarafından ele alınmıştır. İştirakli hayat sigortası poliçelerine ilişkin bilgiler ve örnek uygulama Çetinkaya, Ş. (2007)'nin çalışmasında ele alınmıştır.

Garanti edilmiş annüite opsiyonları, poliçe sahibine, fonda birikmiş olan yatırımlarını alma ya da sigorta şirketi tarafından garanti edilen bir annüiteye dönüştürme oranı ile birikimini hayat annüitesine çevirme hakkını sağlar. Eğer vade sonunda sigorta şirketinin belirlemiş olduğu annüiteye dönüştürme oranı ile belirlenen hayat annüitesinin değeri, o anda piyasada satılan hayat annüitesinden daha düşük ise sigortalı hayat annüitesi alma hakkını kullanmak isteyecektir. Tersi durumda ise sigortalı fonda değerlenen birikimli tutarını sigorta şirketinden isteyecektir (Boyle, 2003).

Opsiyonun fiyatını yaşama olasılıkları, yatırımların değerlendirildiği fonun performansı ve faiz oranları etkilemektedir. Doğru belirlenemeyen fiyatlar sebebiyle ya da annüiteye dönüştürmede kullanılan faiz oranının yanlış belirlenmesi durumunda şirketlerin yükümlülüklerini karşılamada bir takım finansal problemler yaşaması mümkündür (Boyle, 2003).

Yaşama olasılığındaki gelişmelerin genel olarak etkisi bir örnek ile şu şekilde açıklanabilir: 1000 birimlik bir ödemeye ilişkin 13 dönemlik %5.7 faiz oranı kullanılarak yapılacak düzenli ödemeler hesaplandığında 111 birimlik tazminat ödemesi yapıldığı bulunacaktır. Aynı başlangıç ödemesi ve aynı düzenli ödeme büyüklüğü ile dönem sayısı 16 olarak alındığında 111 birimlik tazminat öde9mesi yapılması için faiz oranının %7.72 olarak alınması gerekecektir. Yaşama olasılıklarındaki olumlu gelişmeler poliçe sahiplerinin daha uzun yaşamasına neden olacağından garanti edilen dönüştürme oranları kullanılarak yapılan ödemelerde şirkete yansıyan faiz oranları artacaktır (Boyle, 2003).

Garanti edilmiş annüite opsiyonları yakın geçmişte Lee (2001), Cairns (2002), Ballotta ve Haberman (2003), Wilkie et al. (2003), Boyle ve Hardy (2003), Pelsser (2003) ve Ballotta ve Haberman (2006) tarafından ele alınmıştır.

4.1 Finansal Model

Sigorta şirketi poliçe sahiplerinden aldığı tek primi, oluşturduğu *S* fonunda değerlendirildiği varsayılsın. Fonun risk nötr olasılık uzayı altındaki yapısı

$$\begin{aligned} dS_t &= r_t S_t dt + \sigma_S S_t d\hat{z}_t \\ S_0 &\in R^+ \end{aligned} \tag{4.1}$$

biçiminde tanımlanabilir (Ballotta ve Haberman, 2006). Eş. 4.1'de $(\hat{z}_t : t \geq 0)$ standart $\hat{P}$ Brownian hareketidir ve $\sigma_S \in R^+$'dir. Forward faiz oranı tek faktörlü Heath Jarrow Morton yaklaşımı ile (Heath, 1992),

$$df(t,T) = (\sigma_f(t,T)\int_t^T \sigma_f(t,u)du)dt + \sigma_f(t,T)d\hat{w}_t \tag{4.2}$$

biçiminde olacaktır. $\sigma_f(t,T)$, $\int_0^T \sigma_f^2(s,T)ds < \infty$ koşulunu sağlayan F_t uyarlanmış bir fonksiyondur. σ_f üstel olarak azalan bir fonksiyon şeklinde alındığında forward faiz oranının yapısı,

$$df(t,T) = (\sigma^2 e^{-\lambda(T-t)}\int_t^T e^{-\lambda(u-t)}du)dt + \sigma e^{-\lambda(T-t)}d\hat{w}_t \tag{4.3}$$

şeklinde olacaktır (Ballotta, Haberman, 2006). Burada $(\hat{w}_t : t \geq 0)$, $\hat{z}_t$ ile ilişkili olan $\hat{P}$ Brownian hareketidir, $\hat{w}_t$ ile $\hat{z}_t$ arasındaki ilişki,

$$d\hat{w}_t\, d\hat{z}_t = \rho dt,\ \rho \neq 0 \tag{4.4}$$

ile gösterilir.

$\hat{z}_t$, birbiri ile ilişkisi olmayan iki Brownian hareketi ile yeniden düzenlenebilir. Bu durumda $\hat{z}_t$,

$$\hat{z}_t = \rho\,\hat{w}_t + \sqrt{1-\rho^2}\,\hat{w}_t' \tag{4.5}$$

biçiminde olacaktır. İlişki katsayısı olan ρ, oluşturulan portföy ile faiz oranı arasındaki ilişkiyi göstermektedir (Ballotta, Haberman, 2006).

Vadesi *T* olan kuponsuz bononun fiyatı ve banka hesap değeri

$$P_t(T) = e^{-\int_t^T f(t,u)du} \tag{4.6}$$

$$B_t = e^{\int_0^t r_u du} \tag{4.7}$$

ile tanımlanabilir, Eş. 4.7'de $r_t = \lim_{T\to t} f(t,T)$'dir.

4.2 Garanti Edilmiş Annüite Opsiyonlarının Değerlemesi

Garanti edilmiş annüite opsiyonları poliçe sahibine, fonda birikmiş olan yatırımlarını alma ya da sigorta şirketi tarafından garanti edilen bir annüiteye dönüştürme oranı ile birikimini hayat annüitesine çevirme hakkını sağlar. *x* poliçe sahibinin opsiyonu satın aldığı yaşı, *N* ise opsiyonun vadesindeki yaşını göstersin. Bu durumda *T, T=N-x,* opsiyonun süresini gösterir. Opsiyonun vadede yaptığı ödeme miktarı,

$$C_T = (gS_T \sum_{t=1}^{w-(T+x)} {}_t p_{T+x} P_T(T+t) - S_T)^+ \tag{4.8}$$

$$C_T = gS_T(\sum_{t=1}^{w-(T+x)} {}_t p_{T+x} P_T(T+t) - K)^+, \quad K=1/g \tag{4.9}$$

biçimindedir. Opsiyonun *t=0* anındaki değeri, ölümlülük riski ve finansal risk birbirinden bağımsız varsayıldığında,

$$V_x(x,t=0,T=N-x) = \hat{E}\left[B_T^{-1}C_T 1_{(\tau_x>T)}\right] = \hat{E}\left[B_T^{-1}C_T\right]\hat{E}\left[1_{(\tau_x>T)}\right] = \hat{E}\left[B_T^{-1}C_T\right]E\left[1_{(\tau_x>T)}\right] = {}_T p_x C_0 \tag{4.10}$$

biçiminde elde edilir.

$\tilde{P}$, $\hat{P}$'ya eş değer martingale bir olasılık yasası ise iki olasılık uzayı arasındaki geçiş η_t süreci ile yapılabilir (Geman et al., 1995), sürec

$$\eta_T := \frac{d\tilde{P}}{d\hat{P}}\Big|_{F_T} = \frac{S_T}{S_0 B_T} = e^{-(\sigma_S^2/2)T+\sigma_S \hat{z}_T} = e^{-\rho^2(\sigma_S^2/2)T-(1-\rho^2)(\sigma_S^2/2)T+\sigma_S\rho \hat{w}_T+\sigma_S\sqrt{1-\rho^2}\,\hat{w}_t'} \tag{4.11}$$

ile ifade edilir. Eş. 4.11'de F_T vadeye kadar olan bilgi akışıdır.

Girsanov teoreminin belirttiği gibi yeni Brownian hareketleri $\tilde{P}$ olasılık uzayı altında,

$$\begin{aligned} \tilde{w}_t &= \hat{w}_t - \rho\sigma_S t \\ \tilde{w}_t' &= \hat{w}_t' - \sigma_S\sqrt{1-\rho^2}\,t \end{aligned} \tag{4.12}$$

biçiminde yazılabilir.

Forward faiz oranının ve faiz oranının $\tilde{P}$ olasılık uzayı altındaki yapısı,

$$df(t,T) = (\sigma^2 e^{-\lambda(T-t)}(\int_t^T e^{-\lambda(u-t)}du + \rho\sigma_S))dt + \sigma e^{-\lambda(T-t)}d\tilde{w}_t \tag{4.13}$$

$$r_t = f(0,t) + (1-e^{-\lambda t})\left[\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}(1-e^{-\lambda t}) + \frac{\rho\sigma\sigma_s}{\lambda}\right] + \sigma\int_0^t e^{-\lambda(t-v)}d\tilde{w}_v \tag{4.14}$$

biçiminde gösterilebilir.

T anında, T_j anında *(T<*T_j, $j = 1,...,w-(T+x)$*)* vadesi dolacak olan sıfır kuponlu bir bononun fiyatı

$$P_T(T_j) = \frac{P_0(T_j)}{P_0(T)} e^{-(1/2)\gamma^2(T,T_j)\sigma_r^2(T)-\gamma(T,T_j)(r_T-f(0,T))} \tag{4.15}$$

$$\gamma(T,T_j) = \left(\frac{1-e^{-\lambda(T_j-T)}}{\lambda}\right) \tag{4.16}$$

$$\sigma_r^2(T) = \sigma^2\left(\frac{1-e^{-2\lambda T}}{2\lambda}\right) \tag{4.17}$$

biçimindedir. Burada $(r_T - f(0,T))$ ortalaması $m_r(T)$ ve varyansı $\sigma_r^2(T)$ ile normal dağılıma sahiptir. $m_r(T)$ ve $\sigma_r^2(T)$ sırası ile

$$m_r(T) = (1-e^{-\lambda T})\left[\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}(1-e^{-\lambda T}) + \frac{\rho\sigma\sigma_s}{\lambda}\right], \tag{4.18}$$

$$\sigma_r^2(T)=\sigma^2\left(\frac{1-e^{-2\lambda T}}{2\lambda}\right) \tag{4.19}$$

biçimindedir.

C_0'ın değeri, $\tilde{P}$ olasılık uzayı altında aşağıdaki şekilde bulunabilir,

$$\begin{aligned}C_0 &= \hat{E}\left[B_T^{-1}C_T\right]=\hat{E}\left[B_T^{-1}gS_T\left(\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}P_T(T+t)-K\right)^+\right]\\ &= g\hat{E}\left[\eta_T S_0\left(\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}P_T(T+t)-K\right)^+\right]=gS_0\,\hat{E}\left[\eta_T\right]\tilde{E}\left[\left(\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}P_T(T+t)-K\right)^+\right]\\ &= gS_0\,\tilde{E}\left[\left(\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}P_T(T+t)-K\right)^+\right]\end{aligned} \tag{4.20}$$

t=0 anında kontratın değeri $\tilde{P}$ olasılık uzayı altında,

$$V_x(x,t=0,T=N-x)={}_T p_x gS_0\,\tilde{E}\left[\left(\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}P_T(T+t)-K\right)^+\right] \tag{4.21}$$

biçiminde olacaktır.

Aşağıdaki eşitliği sağlayacak *r* değerinin bulunması mümkündür, bulunan bu değer r^* ile gösterilmektedir,

$$\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}\frac{P_0(T+t)}{P_0(T)}e^{-(1/2)\gamma^2(T,T+t)\sigma_r^2(T)-\gamma(T,T+t)(r_T-f(0,T))}=K \tag{4.22}$$

ve

$$K_t=\frac{P_0(t+T)}{P_0(T)}e^{-(1/2)\gamma^2(T,T+t)\sigma_r^2(T)-\gamma(T,T+t)(r_T^*-f(0,T))} \tag{4.23}$$

biçimindedir (Ballotta, Haberman, 2003).

$C_0=gS_0\sum_{t=1}^{w-(T+x)}{}_t p_{T+x}\,\tilde{E}\left[(P_T(T+t)-K_t)^+\right]$ denkleminin beklenen değer kısmı,

$$\begin{aligned}\tilde{E}\left[(P_T(T+t)-K_t)^+\right] &= \tilde{E}\left[\left(\frac{P_0(T+t)}{P_0(T)}e^{-(1/2)\gamma^2(T,T+t)\sigma_r^2(T)-\gamma(T,T+t)(r_T-f(0,T))}-K_t\right)^+\right]\\ &= \int_{-\infty}^{d_t}\left(\frac{P_0(T+t)}{P_0(T)}e^{-(1/2)\gamma^2(T,T+t)\sigma_r^2(T)-\gamma(T,T+t)(m_r(T)+\sigma_r(T)y)}-K_t\right)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-y^2/2}dy\end{aligned} \tag{4.24}$$

olur. Eş. 4.24'te *y~N(0,1)* ve

$$d_t = \frac{\ln(P_0(T+t)/K_tP_0(T)) - (1/2)\sigma_r^2(T)\gamma^2(T,T+t) - m_r(T)\gamma(T,T+t)}{\gamma(T,T+t)\sigma_r(T)} \tag{4.25}$$

biçimindedir. Böylece,

$$\begin{aligned}\tilde{E}\left[(P_T(T+t)-K_t)^+\right] &= \frac{P_0(T+t)}{P_0(T)} e^{-(1/2)\gamma^2(T,T+t)\sigma_r^2(T)-\gamma(T,T+t)m_r(T)} \int_{-\infty}^{d_t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)(y^2+2\gamma(T,T+t)\sigma_r(T)y)}dy \\ &\quad -K_t \int_{-\infty}^{d_t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}dy \\ &= \frac{P_0(T+t)}{P_0(T)} e^{-\gamma(T,T+t)m_r(T)} \int_{-\infty}^{d_t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)(y+\gamma(T,T+t)\sigma_r(T))^2} dy - K_tN(d_t) \\ &= \frac{P_0(T+t)}{P_0(T)} e^{-\gamma(T,T+t)m_r(T)} N(d_t^{'}) - K_tN(d_t)\end{aligned} \tag{4.26}$$

olur. Burada $d_t^{'} = d_t + \gamma(T,T+t)\sigma_r(T)$ 'dir.

t=0 anında garanti edilmiş annüite opsiyonunun değeri,

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{gS_0}{P_0(T)} \sum_{t=0}^{w-(T+x)} {}_tp_{T+x}\left[P_0(T+t)e^{-\gamma(T,T+t)m_r(T)}N(d_t^{'}) - P_0(T)K_tN(d_t)\right] \\ V_x(x,t=0,T=N-x) &= \frac{{}_Tp_x gS_0}{P_0(T)} \sum_{t=0}^{w-(T+x)} {}_tp_{T+x}\left[P_0(T+t)e^{-\gamma(T,T+t)m_r(T)}N(d_t^{'}) - P_0(T)K_tN(d_t)\right]\end{aligned} \tag{4.27}$$

biçiminde olacaktır (Ballotta, Haberman, 2003).

4.3 Stokastik Ölüm Oranı

Son yıllarda stokastik ölüm oranı modellemeleri önemli olmuştur. Bunun nedenleri özellikle hayat sigortası ve emeklilik şirketlerinin ölüm oranı yapısındaki değişikliklerden etkilenmesi ve ölüm oranına ilişkin türev ürünlerin fiyatlanmasında kullanılmasıdır (Cairns et al., 2004).

Stokastik ölüm oranı literatürde Milevsky ve Promislow (2001), Dahl (2004), Biffis (2005), Luciano ve Vigna (2005), Biffis, Denuit ve Devolder (2006), Schrager (2006) ve Çetinkaya, Ş. (2007) tarafından ele alınmıştır.

İlk olarak ele alınacak olan stokastik ölüm oranı modeli, Ballotta ve Haberman (2006)'nın kullandıkları yöntemdir. Haberman ve Ballota (2006)'nın da belirttiği gibi bu yönteme ilişkin detaylar, Renshaw ve Haberman (2003), Sithole et al. (2000) çalışmalarında bulunabilir.

τ_x, kişinin kalan yaşam süresini gösteren raslantı değişkenidir. τ_x'in yaşam fonksiyonu,

$$ {}_s p_x = P(\tau_x > s \mid F_t) = E\left[e^{-\int_0^s \mu(x+z,t+z)dz} \mid F_t \right] \tag{4.28} $$

Anlık ölüm oranı,

$$ \mu(x+z,t+z) = \mu(x+z,0)e^{(\alpha+\beta(x+t))(t+z)+\sigma_h Y_{t+z}} \tag{4.29} $$

$$ \mu(x+z,0) = a_1 + a_2 R + e^{b_1+b_2R+b_3(2R^2-1)} $$

biçimindedir. Eş. 4.29'da $R = \dfrac{(x+z)-70}{50}, \qquad x \geq 50$

ve $(Y_t : t \geq 0)$, öngörülerde modele rasgalelikler katan (Ω, F, P) üzerinde bir stokastik süreç olup

$$ \begin{aligned} dY_t &= -aY_t dt + dX_t \\ Y_0 &= 0 \end{aligned} \tag{4.30} $$

biçimindedir. Eş. 4.30'da $(X_t : t \geq 0)$, finansal piyasadaki rasgeleliklerden bağımsız olan *P*-Brownian hareketidir.

İleride yaşam olasılığında gerçekleşebilecek gelişmelerin göz önüne alınacağı stokastik ölüm oranı modeli bir başka şekilde,

$$ \begin{aligned} {}_t p_x^* &= {}_t p_x + a_t \\ a_t &\sim N(\mu_t, \sigma_t^2) \end{aligned} \tag{4.31} $$

biçimde kurulabilir. Eş. 4.31'de a_t, ortalaması μ_t ve varyansı σ_t^2 ile normal dağılmaktadır. a_t ileride olması olası gelişmelere karşılık olarak yaşama olasıklıklarına değişkenlik katan rasgele değişkendir. Şirketler kendi portföylerindeki yaşam olasılıkları için belirleyeceği varyans ve ortalama fonksiyonu ile ileride olası gelişmelere karşılık benzetimler yapabilirler. Böylece portföylerinin karşılaşabilecekleri olası durumlarını görmeleri ve olumsuzluklara karşı önlem almaları mümkündür. a_t'ye ilişkin fonksiyonlar belirlenirken Eş. 4.31'i negatif yapmayacak fonksiyonların seçilmesine dikkat edilmelidir.

4.4 Garanti Edilmiş Annüite Opsiyonlarında Karşılaşılaşılabilecek Riskler

Garanti edilmiş annüite opsiyonlarının değerinin artmasına etki eden üç temel neden vardır. Bunlar: birinci olarak, faizlerin düşmesi ile annüitelerinin değerinin artması, ikinci olarak, hisse senedi piyasasında gerçekleşebilecek yüksek getiriler ve üçüncü olarak yaşam olasılıklarında gerçekleşebilecek gelişmelerdir (Chu, Kwok, 2007).

Boyle (2003)'ünde ifade ettiği gibi, Pelsser (2003) uzun vadeli tahsilat hakkı sağlayan swap opsiyonlarının garanti edilmiş annüite opsiyonlarındaki faiz riskinden korunmak için kullanılabileceğini belirtmiştir. Swap sözleşmeleri iki tarafın belirlenen tarihlerde ödemelerini değiştirdiği sözleşmelerdir. Ödemelerin yapılacağı miktar belirlenen bir nominal değer ile hesaplanır. Kullanılan bu nominal değer el değiştirmez. Swap opsiyonu, ileri bir tarihte swap sözleşmesine girme hakkını sağlayan opsiyon tipidir. İki tür swap opsiyonu vardır. Tahsilat hakkı sağlayan swap opsiyonları (*receiver swaption*) ve ödeme hakkı sağlayan swap opsiyonları (*payer swaption*). Tahsilat hakkı sağlayan swap opsiyonları, opsiyon sahibine sabit ödemeler alıp değişken ödemeler de bulunma hakkı verir, swap işlemine girmek tamamiyle opsiyon sahibine bağlıdır herhangi bir zorunluluk yoktur. Ödeme hakkı sağlayan swap opsiyonları ise opsiyon sahibine istediği takdirde sabit oranda ödeme yapacağı değişken oranda ise ödemeler alacağı bir swap işlemine girme hakkı verir. Tahsilat hakkı sağlayan swap opsiyonları sahibi olan biri ileride faiz oranlarının düşüşünden korunmak için bu opsiyona sahip olabilir. Dolayısıyla garanti edilmiş annüite opsiyonunun vadesi geldiğinde, faizlerin düşük olmasından dolayı annüitenin değerinin büyük olması sebebiyle karşılaşabileceği finansal sıkıntının önüne geçmiş olacaktır. Ancak swap opsiyonlarında hisse senedi riski ve ölümlülük riskinin ele alınmasında bazı problemler vardır (Boyle, 2003).

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. UYGULAMA

Tezin uygulama aşamasında. Opsiyon fiyatları, RMD ve BKK yazılan bilgisayar programları ile bulunmuştur.

Uygulamada kullanılan 03.01.2006-10.05.2007 tarihleri arasındaki Amerikan doları, Euro ve IMKB endeks değerleri TCMB'nın internet sayfasından[2] ve 2003 Genel US yaşama olasılıkları ise "The Human Mortality Database" isimli internet sayfasından[3] elde edilmiştir.

5.1 Riske Maruz Değer

Bölüm 3'de anlatılan riske maruz değer yaklaşımları ile Türk finans piyasasındaki Euro, Amerikan doları ve IMKB100 endeks değerleri kullanılarak bir günlük RMD'ler bulunmuştur. Bunun için ilk önce varlıklara ilişkin ayrı ayrı RMD'ler bulunarak üçünden oluşturulan bir portföyün RMD'i hesaplanmıştır. Üç varlığın birden kullanıldığı portföyde varlıklara eşit ağırlıklar verilerek portföy oluşturulmuştur.

Çizelge 5.1 Farklı portföy ve yöntemler ile hesaplanan RMD değerleri

Portföy 1 (P1): Amerikan Doları
Portföy 2 (P2): Euro
Portföy 3 (P3): IMKB100
Portföy 4 (P4): A.Doları, Euro, IMKB100
Portföy Değeri *(P1, P2, P3, P4)*: 1000 YTL

	P1	**P2**	**P3**	**P4**
Monte Carlo Benzetim Yöntemi:	-13.4698	-13.5287	-27.024	0.1485
Tarihi Benzetim :	-11.7605	-11.005	-28.6878	-10.6351
Parametrik Yöntem :	-22.3105	-22.4272	-45.9095	-11.9637

[2] www.tcmb.gov.tr

[3] www.mortality.org

%95 güven seviyesinde, 1000YTL'lik bir portföy için bir günlük toplam zararın Çizelge 5.4 verilen değerleri aşamayacağı söylenebilir.

Euro, Amerikan doları ve IMKB100 endeks değerleri kullanılarak Bölüm 3'de anlatılan BKK değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler RMD aşıldığı zaman kaybedilecek ortalama hasar miktarını göstermektedir.

Çizelge 5.2 Farklı portföy ve RMD yöntemleri ile hesaplanan BKK değerleri

Portföy Varlıkları	Portföy Değeri	Monte Carlo Benzetim	Tarihi Benzetim
Amerikan Doları	1000 Ytl	-15.822	-15.175
Euro	1000 Ytl	-15.895	-14.673
IMKB100	1000 Ytl	-31.887	-35.71
A.Doları, Euro, IMKB100	1000 Ytl	0.119	-13.436

Kullanılan RMD yöntemlerinin işlerliğinin testi için 594 veriden oluşan Amerikan doları serisi 1'den 494'e kadar olan veri kullanılarak ertesi gün için RMD hesaplanmış ardından 2'den 495'e kadar olan veri kullanılarak benzer biçimde RMD hesaplanmıştır. Süreç 100 RMD değeri bulunana kadar sürdürülmüştür. Daha sonra gerçekleşen değer ile hesaplanan RMD karşılaştırılarak RMD'i aşan hasarların sayısı bulunmuştur.

Çizelge 5.3 RMD'i aşan hasarların sayısı ve Kupiec testi sonucu

Portföy Değeri: 1000 YTL3

$\chi_{1,0.95} = 3.84$

Monte Carlo Benzetim Yöntemi	**:**2	**Kupiec Test Değeri:**2.428
Tarihi Benzetim Yöntemi	**:**0	**Kupiec Test Değeri:**10.258
Parametrik Yöntem	**:**1	**Kupiec Test Değeri**:4.947

Yapılan geriye dönük test ile,

- Monte Carlo Benzetim yöntemi ile hesaplanan riske maruz değeri aşan iki adet hasar olduğu,
- Geçmiş verilere dayalı yöntem ile RMD'i aşan hasar olmadığı,

- Paremetrik yöntem ile hesaplanan riske maruz değeri aşan bir hasar olduğu görülmüştür.

Yapılan %95 güvenilirlikte Kupiec testi ile Monte Carlo benzetim yönteminin, beklenilen RMD seviyesini aşan hasar gelmesi olasılığı ile gözlediğimiz olasılık arasında, test istatistiği ile ki kare (χ_1) tablo değeri karşılaştırıldığında aralarında fark olmadığı görülmüştür, tarihi benzetim ve parametrik yöntemde ise kurulan hipotez reddedilmiştir $(H_0 = p^* = x/n)$. Hipotezin reddedilmesinin sebebi gözlenen aşımların sayısının beklenenden az olmasıdır. Dolayısıyla tüm yöntemler RMD hesabı için kullanılabilir. Çünkü %95 güvenilirlikte 100 gün için beş günlük bir aşım normal karşılanırken burada karşılaşılan en yüksek aşım sayısı iki olmaktadır.

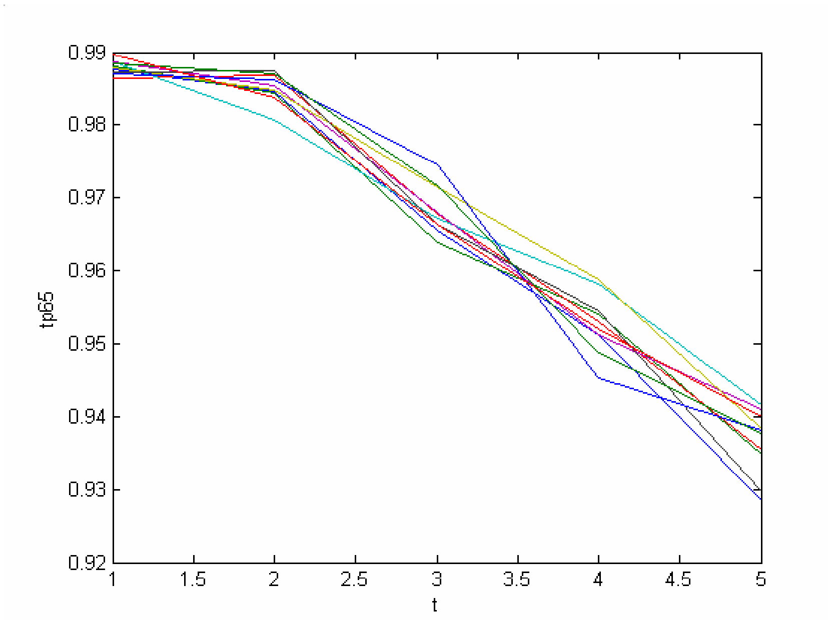
Tarihi benzetim yöntemi ile riske maruz değer yaklaşımı diğer yöntemlere göre daha iyi sonuç vermiştir. Geçmişte yaşananların öngörünün yapıldığı dönemde de yinelendiği düşünülebilir.

5.2 Garanti Edilmiş Annüite Opsiyonları

Opsiyon fiyatı risk nötr olasılık uzayı altında hesaplanmıştır. Piyasanın ölümlülük riskine kayıtsız kaldığı varsayımı altında, diğer bir ifade ile gerçek olasılık uzayı altında hesaplamalar yapılmıştır. Farklı parametre değerlerine göre opsiyonun değeri bulunmaya çalışılmıştır. Opsiyonun fiyatını bulurken Monte-Carlo benzetim tekniğinden yararlanılmış ve *10000* benzetim yapılmıştır. Genellikle bu tip opsiyonlar uzun vadeli olacağından portföyün getirisini tahmin etmek oldukça zor olacaktır. Portföydeki varlıklar ile faiz oranı arasında ilişki olacağından, opsiyon değeri, portföydeki varlıklar ve faiz oranı hareketlerinden etkilenecektir. Şirket için önemli olan hangi parametre ise o parametrenin çeşitli değerleri için opsiyon fiyatı hesaplanabilir.

Bu bölümde garanti edimiş annüite opsiyonunun hesaplanabilmesi için sıfır kuponlu (kuponsuz) bonolara ihtiyaç olduğu görülmüştür. Hayat sigortaları uzun vadeli olduğundan dolayı, uygulamada uzun vadeli bonolara ihtiyaç olduğu görülmüştür. Ancak ülkemizde uzun vadeli YTL üzerine bono olmadığı için uygulamada kupon ödemesi yapılan Eurobond verileri kullanılmıştır. Bu bonoların ilk olarak verim değerleri bulunmuş ardından bu verim değerleri kullanılarak sıfır kuponlu bono fiyatları hesaplanmış ve gereken değerler interpolasyon yöntemi ile türetilmiştir.

Temel alınan yaşam tablosu 2003 US ve $a_t \sim N(0,0.001t)$ alındığında yapılan benzetim çalışması için yaşama olasılıklarının grafiği Şekil 2.1'de bulunabilir.



Şekil 5.1 ${}_tp_{65}\ (t = 1,2,3,4,5)$ için örnek benzetimler

Kesim 4.3'te açıklanan stokastik ölüm oranının opsiyon fiyatlandırmasındaki uygulaması aşağıdaki gibi açıklanabilir.

Y_t sürecinin integrali,

$$Y_t = \int_0^t e^{-a(t-s)} dX_S \tag{5.1}$$

biçimindedir. Y_t, ortalaması sıfır ve varyansı $\xi^2(t)$ ile normal dağılmaktadır. Burada $\xi^2(t)$,

$$\xi^2(t) = \frac{1-e^{-2at}}{2a} \tag{5.2}$$

olmaktadır. $u > t$ için

$$Y_u = \int_0^u e^{-a(u-s)} dX_S = e^{-a(u-t)} Y_t + \int_t^u e^{-a(u-s)} dX_S \tag{5.3}$$

biçimindedir.

[0,T-t] aralığı n eşit parçaya bölündüğünde her bir adımının büyüklüğü $\Delta t = \dfrac{T-t}{n}$ olacaktır. Ornshtein-Uhlenbeck süreci olan *Y*,

$$Y_{t+\tau_i} = e^{-a(\Delta t)} Y_{t+\tau_{i-1}} + \xi(\Delta t) z_{\tau_i} \tag{5.4}$$

biçiminde olacaktır. Burada $\tau_i = i\Delta t,\;\; i = 0,1,2,\ldots,n$ ve z_{τ_i} bağımsız standart normal dağılan raslantı değişkenleridir.

Anlık ölüm oranı,

$$\mu(x^{(t)} + \tau_i, t + \tau_i) = \mu(x^{(t)} + \tau_i, 0) e^{(\alpha + \beta(x^{(t)} + \tau_i))(t + \tau_i) + \sigma_h Y_{t+\tau_i}} \tag{5.5}$$

$$\mu(x^{(t)} + \tau_i, 0) = a_1 + a_2 R_i + e^{b_1 + b_2 R_i + b_3 (2R_i^2 - 1)}$$

$$R_i = \frac{(x^{(t)} + \tau_i) - 70}{50}$$

biçimindedir.

Kişinin opsiyon vadesine kadar olan yaşama olasılığı, integral hesabında kullanılan yamuk kuralı yaklaşımı ile,

$$e^{-\int_0^{T-t} \mu(x^{(t)} + z, T+z) dz} = \frac{\Delta t}{2}\left[\mu(x^{(t)} + \tau_0, t + \tau_0) + \mu(x^{(t)} + \tau_n, t + \tau_n) + 2\sum_{k=1}^{n-1} \mu(x^{(t)} + \tau_k, t + \tau_k)\right] \tag{5.6}$$

ve opsiyonun vadesinden sonraki yaşama olasılığı ise gerçek olasılık uzayı altında,

$${}_{T_j - T}p_{x^{(T)}} = e^{-\int_0^{T_j - T} \mu(x^{(T)} + z, T+z) dz} \tag{5.7}$$

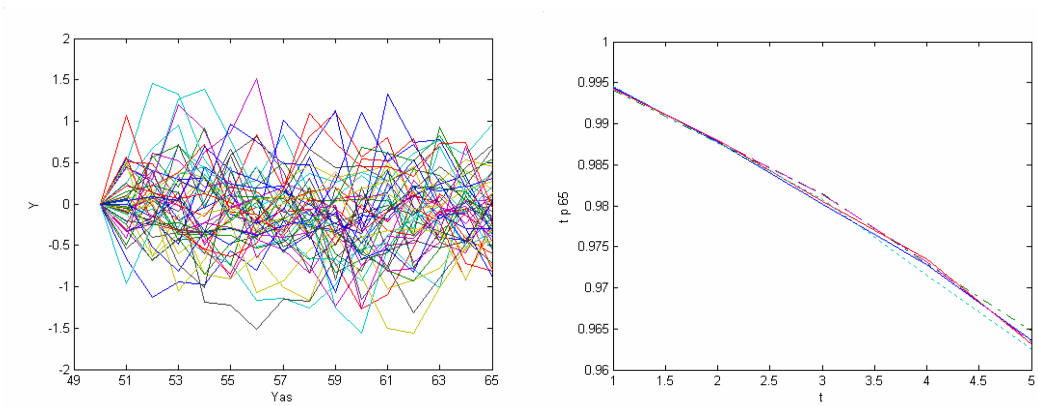
biçimindedir (Ballotta ve Haberman, 2006).

Garanti edilmiş annüite opsiyonlarının hesaplamalarında Çizelge 5.1'de verilen parametre kümesi kullanılmıştır.

Çizelge 5.4 Garanti edilmiş annüite opsiyonlarının hesabında kullanılan parametre kümesi

$\rho = -0.5$	$S_0 = 100$	$\sigma_S = 0.2$	$\sigma = 0.01$	$\lambda = 0.15$
$g = 0.3$	$x = 50$	$T = 15$	$\alpha = -0.028$	$\beta = 0.0002$
$\sigma_h = 0.1$	$a = 0.5$	$a_1 = \dfrac{0.03}{100}$	$a_2 = 0$	$b_1 = -5.265363$
$b_2 = 6.685363$		$b_3 = -0.9$	$f_0 = 0.04$	

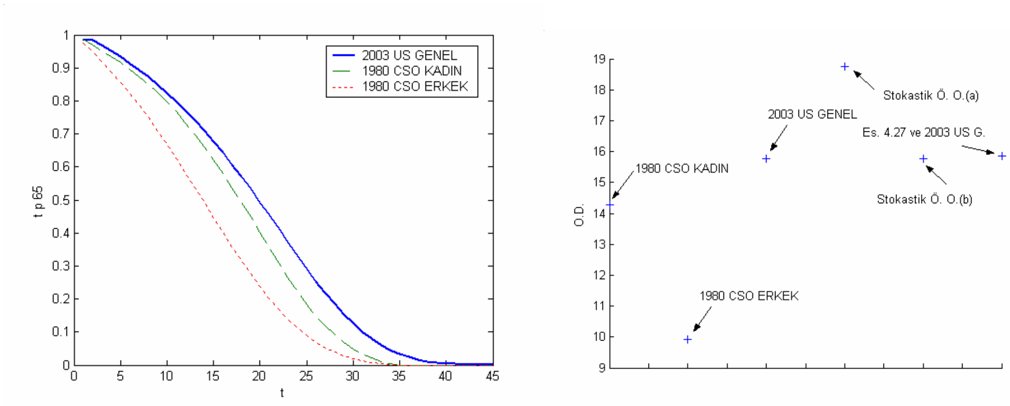
Y sürecine ve 65 yaş yaşama olasılıkları için (${}_tp_{65}$) yapılan örnek benzetimlere ilişkin grafikler Şekil 5.2'de verilmiştir.



(a) (b)

Şekil 5.2 (a) *Y* sürecine ilişkin benzetim örneği, (b) 65 yaş için yaşama olasılıkları (${}_tp_{65}$) örnek benzetimi

Uygulamada Çizelge 5.1'de verilen parametre setine göre 1980 CSO Kadın ve Erkek, 2003 US Genel yaşam tabloları ve Bölüm 4'de verilen yaklaşımlar ile beş yıl boyunca yıllık düzenli ödemelerin yapıldığı garanti edilmiş annüite opsiyonunun değeri hesaplanmıştır. Ayrıca σ_S, ρ ve *g*'nin farklı değerleri için de opsiyon değeri hesaplanarak opsiyon değerinin bu parametrelere olan duyarlılığı incelenmiştir.



(a) (b)

Şekil 5.3 (a) 65 yaş için yaşam olasılıkları, (b) hayat tablolarına göre opsiyon değerleri

Çizelge 5.5 Farklı hayat tablosu ve stokastik ölüm durumlarına göre garanti edilmiş opsiyon değerleri

	Opsiyon Değeri (O.D.)
1980 CSO Kadın	14.273
1980 CSO Erkek	9.934
2003 US Genel	15.755
Stokastik Ölüm Oranı[a]	18.737
Stokastik Ölüm Oranı[b]	15.759
Eş. 4.27 ve 2003 US Genel	15.854

Stokastik ölüm oranı[a]: Ballotta ve Haberman (2006)'da kullanılan yöntem.

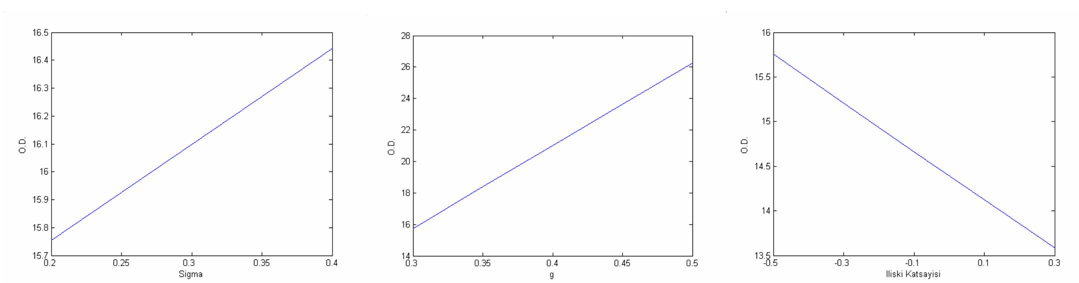
Stokastik ölüm oranı[b]: Eş. 4.31 ile, 2003 US Genel tablosu ve $a_t \sim N(0,0.001t)$ kullanılan yöntem.

Farklı hayat tabloları ve aynı parametre kümesi kullanılarak değişik opsiyon değerleri bulunmuştur.

En yüksek opsiyon değerini veren hayat tablosu, 2003 US Genel tablosudur bunun nedeni yaşama olasılıklarının giderek artmış olmasıdır. Şirketler opsiyon değerini belirlerken hayat tablosu seçimlerinde dikkali olmalıdırlar tersi durumda sigortalılardan yanlış prim toplayarak ileride yükümlülüklerini karşılamada birtakım problemler ile karşılaşabilirler. Eş. 4.27 ve 2003 Genel US yaşam tablosu kullanılarak hesaplanan opsiyon değeri ile, 2003 Genel US yaşam tablosu ve Monte Carlo benzetim yöntemiyle hesaplanan opsiyon değerleri beklenildiği gibi yaklaşık çıkmıştır. Şekil 5.3'de kullanılan hayat tablolarının 65 yaş için yaşama olasılıkları ve opsiyon değerlerine ilişkin grafikler verilmiştir.

Çizelge 5.6 Değişik parametre değerlerine göre garanti edilmiş annüite opsiyon değerleri

			2003 Genel US		
σ_S	**O.D.***	g	**O.D.**	ρ	**O.D.**
0.2	15.755	0.3	15.755	-0.5	15.755
0.25	16.098	0.35	18.381	-0.3	15.207
0.3	16.443	0.4	21.006	-0.1	14.661
0.35	16.790	0.45	23.634	0.1	14.122
0.4	17.138	0.5	26.259	0.3	13.584



(a) (b) (c)

Şekil 5.4 Opsiyon değerinin (a) şirketin oluşturduğu fonun değişkenliğine, (b) garanti edilen annüiteye dönüştürme oranına ve (c) ilişki katsayısına göre değişim grafikleri

Faiz oranı ve sigorta şirketinin oluşturduğu fon arasındaki ilişki katsayısı arttıkça opsiyon değerinin azaldığı, ancak portföye ilişkin değişkenlik ve garanti edilen annüiteye dönüştürme oranı arttıkça opsiyon değerinin arttığı görülmüştür. İlişki katsayısı negatif oldukça faiz oranı ile fon arasında ters yönlü bir ilişki söz konusudur. Bu durumda sigorta şirketi tarafından garanti edilen annüite poliçe sahiplerine portföyün değişkenliği arttıkça daha cazip gelmektedir. İlişki katsayısı pozitif olduğunda ve portföye ilişkin değişkenlik arttığında sigorta piyasasında önerilen annüite poliçe sahiplerine daha cazip gelecektir. Bu nedenle garanti edilmiş annüite opsiyonunun değeri düşük olacaktır. Değişkenlik arttıkça opsiyon değerinin artmasının nedeni, değişkenlik arttıkça riskin artması ve dolayısıyla elde edilebilecek getiri oranının artmasına bağlı olarak sigortalıya yapılacak düzenli ödemelerin artmasıdır. Garanti edilen annüiteye dönüştürme oranı arttıkça, opsiyon değerinin artmasının nedeni; sigortalıya opsiyonun vadesinden sonra yapılacak düzenli ödemelerin artmasıdır. Şekil 5.4'te sigorta şirketinin fonunun değişkenliğinin, garanti edilen annüite oranının ve ilişki katsayısının opsiyon fiyatına etkisi verilmiştir.

ALTINCI BÖLÜM

6. SONUÇLAR

Sigorta şirketleri sigorta risklerinin dışında finansal risklerden de etkilenmekte ve bunun sonucunda yükümlülüklerini karşılamada bir takım sıkıntılarla karşı karşıya gelmektedirler. Finansal piyasa da gerçekleşecek ani bir değişiklik kısa süre içerisinde etkisini gösterecektir. Dolayısıyla finansal riskler sigorta şirketleri için önemli bir sorun olmaktadır. Özellikle Türkiye'de son yıllarda yaşanan ekonomik krizler şirketlerin finansal risklere karşı kendilerini korumaları gerekliliğini ortaya koymuştur. Bu bağlamda tezde finasal riskler ve finansal risklerden korunmak için neler yapılabileceği açıklanmıştır.

Son yıllarda bireysel emeklilik sistemine olan ilgi artmıştır. Türkiyede bireysel emeklilik olanağı sağlayan bir çok şirket bulunmaktadır. Kişiler tercih haklarını bu şirketlerden kendilerine en uygun getiriyi sağlayan fona sahip şirketten yana kullanmak isteyeceklerdir. Dolayısıyla yüksek getirilerin elde edilmesi iyi portföy ve finansal risk yönetimi ile olabilmektedir. Bu bağlamda çalışmada finansal risk hesabında sıklıkla kullanılan RMD ve BKK açıklanarak farklı yöntemler için hesaplamalar uygulama bölümünde verilmiştir. Ayrıca risk ölçümünde geliştirilen diğer teknikler açıklanmıştır.

Çalışmada son yıllarda literatürde ve sigorta piyasasında yer alan opsiyona dayalı sigorta sözleşmelerinden biri olan garanti edilmiş annüite opsiyonları açıklanmış ve uygulaması yapılmıştır. Opsiyon değeri Monte-Carlo benzetim tekniği ve Bölüm 4'te anlatılan Eş. 4.27 ile hesaplanmıştır. Ayrıca farklı parametre değerleri değiştirilerek ve çeşitli hayat tabloları kullanılarak opsiyon değerinin nasıl değiştiği incelenmiştir. Opsiyon değerleri hayat tabloları ve stokastik ölüm oranı kullanılarak hesaplanmıştır.

Şirketler finansal risklerden korunmak için genellikle türev ürünler kullanır. Ancak her ürün bir riske karşı korumakla birlikte başka riskleri de beraberinde getirmektedir. Burada önemli olan risklerin doğru ölçülüp doğru ürünlerin kullanılmasıdır.

Çalışmada yapılan uygulamalarda garanti edilmiş annüite opsiyonunun değerinin bulunmasında kullanılan bazı değerler sabit olarak verilmiştir. Doğru opsiyon değerinin hesaplanabilmesi için şirketlerin bu parametreleri kendi portföylerine uyacak şekilde belirlemeleri gerekmektedir. Ayrıca şirketler kullanacakları hayat tablosunun seçiminde de dikkatli olmalıdır. Tersi durumda şirketlerin, belirledikleri opsiyon değeri yanlış olacak ve opsiyonun vadesi geldiğinde yükümlülüklerini karşılamada problemler ile karşılaşacaktır.

Bundan sonraki çalışmalarda herhangi bir sigorta şirketine ilişkin gerçek veri kümesi ile uygulama yapılması, faiz oranı modellerinde kullanılan parametre değerlerinin Türkiye'deki faiz oranları dikkate alınarak belirlenmesi, sigorta şirketine ilişkin fonun yapısı değiştirilip şirketin fonunun getirilerini en iyi temsil edecek modelin belirlenmesi önerilir.

KAYNAKLAR

Aase, K., Persson, S., 1997, Valuation of the Minimum Guaranteed Return Embedded in Life Insurance Products, Journal of Risk and Insurance 64 (4), 599–617.

Acerbi, C., 2002, Spectral Measures of Risk: A Coherent Representation of Subjective Risk Aversion, Journal of Banking and Finance, 26:1505-1518.

Acerbi, C., 2004, Coherent Representations of Subjective Risk Aversion, in:G. Szegö, ed., Risk Measures for the 21st Century (New York:Wiley), 147-207.

Alexander, C., 2001, Market Models: A Guide to Financial Data Analysis, John Wiley.

Artzner , P., Delbaen, F., Eber, J., Heath, D., 1999, Coherent Measures of Risk, Mathematical Finance, 9 (3), 203-228.

Basel Committee on Banking Supervision, 2001, Operational Risk, Bank for International Settlements.

Basel Committee on Banking Supervision, 2006, The Management of Liquity Risk in Financial Groups, Bank for International Settlements.

Ballotta, L., Haberman, S., 2003, Valuation of Guaranteed Annuity Conversion Options, Insurance: Mathematics and Economics 33, 87–108.

Ballotta, L., Haberman, S., 2006, The Fair Valuation Problem of Guaranteed Annuity Options: The Stochastic Mortality Environment Case, Insurance: Mathematics and Economics 38, 195–214.

Biffis, Denuit, Devolder, 2006, Stochastic Mortality Under Measure Changes, Universite Catholique de Louvain.

Biffis, 2005, Affine Process for Dynamic Mortality and Actuarial Valuations, Insurance: Mathematics and Economics, 37, 443-468.

Boyle, P., Hardy, M., 2003, Guaranteed Annuity Options, ASTIN Bulletin 33(2), 125-152.

Bouwknegt, P., Pelsser, A., 2002, Market Value of Profit-Sharing, Journal of Risk Finance 3 (3), 60–64.

Cairns, Blake, Dowd, 2004, Pricing Death: Frameworks for the Valuation and Securitization of Mortality Risk, ASTIN Bulletin, 36, 79-120.

Cairns, A., 2002, A Family of Models for the Term-Structure of Interest Rates: An Application to Guaranteed Annuity Options. Presentation at the IME2002 Conference, Lisbon.

Chance, D., 2004, An Introduction to Derivatives and Risk Management, South Western.

Chu, C., Kwok, K., 2007, Valuation of guaranteed annuity options in affine term structure models, International Journal of Theoretical and Applied Finance, vol. 10(2), 363-387.

Coleman, T., Li, Y., Patron, M., 2006, Hedging Guarantees in Variable Annuities Under Bıth Equity and Interest Rate Risks, Insurance: Mathematics and Economics, 38, 215-228.

Crouhy, M., Galai, D., Mark, R., 2001, Risk Management, McGraw Hill.

Cruz, M., 2002, Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk, John Wiley & Sons.

Cuthbertson, K., Nitzsche, D., 2001, Financial Engineering: Derivatives and Risk Management, John Wiley.

Çetinkaya, Ş., 2007, Valuation of Life Insurance Contracts Using Stochastic Mortality Rate and Risk Process Modeling, Thesis, METU.

Dahl, M., 2004, Stochastic Mortality in Life Insurance: Market Reserves and Mortality Linked Insurance Contracts, Insurance Mathematics and Economics, 35, 113-136.

Denneberg, D., 1990, Distorted Probabilities and Insurance Premiums, Methods of Operations Research, 63, 3-5.

Dowd, K., 2002, An Introduction to Market Risk Measurement, John Wiley&Sons.

Dowd, K., Blake, D., 2006, After VaR: The theory, estimation, and insurance applications of quantile based risk measures, The journal of Risk and Insurance, Vol.73, No.2, 193-229.

Embrechts, P., Frey, R., McNeil, A., 2005, Quantitative Risk Management, Princeton University Press.

Geman, H., El Karoui, N., Rochet, J., 1995, Changes of Numeraire, Changes of Probability Measures and Pricing of Options, Journal of Applied Probability, 32, 443-458.

Goorbergh, R.W.J., Vlaar, P., 1999, Value at Risk Analysis of Stock Returns: Historical Simulation, Variance Techniques or Tail Index Estimation, Netherlands Central Bank, Research Department.

Grosen, A., Jørgensen, P., 1997, Valuation of Early Exercisable Interest Rate Guarantees, Journal of Risk and Insurance, 64 (3), 481–503.

Grosen, A., Jørgensen, P., 2000, Fair Valuation of Life Insurance Liabilities: The Impact of Interest Rate Guarantees, Surrender Options, and Bonus Policies. Insurance: Mathematics and Economics, 26, 37–57.

Grosen, A., Jørgensen, P., 2002, Life Insurance Liabilities at Market Value, Journal of Risk and Insurance, 69 (1), 63–91.

Haas, M., 2001, New Methods in Backtesting, Financial Engineering Research Center, Bonn, Germany.

Heath, D., Jarrow, R., Morton, A., 1992, Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation, Econometrica, 60 (1), 77–105.

Hull, J., 2006, Options, Futures, and Other Derivatives, Pearson Prentice Hall.

Jorion, P., 2001, Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, McGraw Hill.

Kelliher, P. O. J., D. L. Bartlett, M. Chaplin, K. Dowd, C. O'Brien, 2004, Liquidity Management in UK Life Insurance: A Discussion Paper, Discussion Paper, Faculty and Institute of Actuaries Working Party of Risk Management in Life Insurance Companies, Edinburgh and London.

Kupiec, P., 1995, Techniques for verifying the accuracy of risk management models, Journal of Derivatives, 3, 73-84.

Lee, P., 2001, Pricing and Reserving for Guaranteed Annuity Options, Presentation for Den Danske Aktuarforening.

Luciano, E., Vigna, E., 2005, Non Mean Reverting Affine Processes for Stochastic Mortality, International Centre for Economic Research, Working Paper, 4.

Milevsky, M., Promislow, S., 2001, Morality Derivatives and the Option to Annuitize, Insurance: Mathematics and Economics, 29, 231-245.

Miltersen, K., Persson, S., 1999, Pricing rate of return guarantees in a Heath–Jarrow–Morton framework, Insurance: Mathematics and Economics 25 (3), 307–325.

Miltersen, K., Persson, S., 2003, Guaranteed investment contracts: distri9buted and undistributed excess return, Sc3andinavian Actuarial Journal.

Pelsser, A., 2003, Pricing and Hedging Guaranteed Annuity Options via Static Option Replication, Insurance: Mathematics and Economics 33, 283-296.

Renshaw, A., Haberman, S., 2003, Lee-Carter Mortality Forecasting: A Parallel Generalized Linear Modelling Approach for England and Wales Mortality Projections, Applied Statistics, 52, 1-19.

Schrager, D., 2006, Affine Stochastic Mortality, Insurance: Mathematics and Economics, 38, 81-97.

Sithole, T., Z., Haberman, S., Verrall, R., J., 2000, An Investigation into Parametric Models for Mortality Projections, with Applications to Immediate Annuitants' and Life Office Pensioners' Data, Insurance: Mathematics and Economics 27, 285–312.

Swiss Reinsurance Company Economic Research and Consulting, 2006, Solvency II: An Integrated Risk Approach for European Insurers, Sigma, 4.

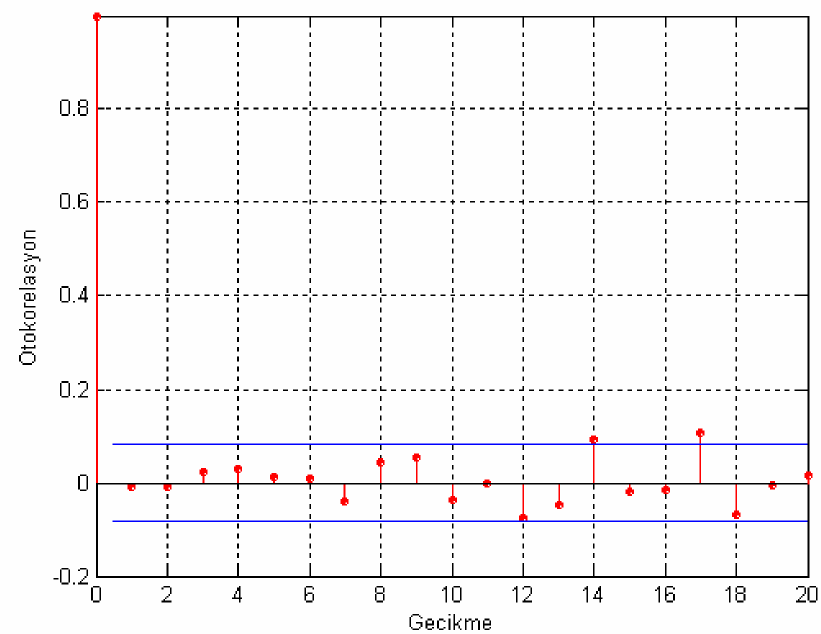
Wilkie, D., Waters, H., Yang, S., 2003, Reserving, pricing and hedging for policies with guaranteed annuity options, British Actuarial Journal.

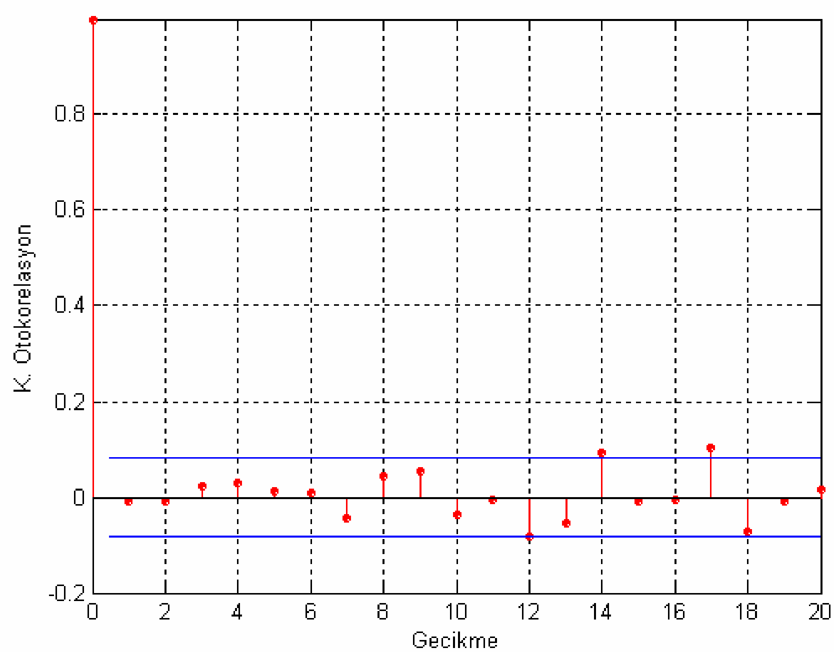
Yamai, Y., Yoshiba, T., 2005, Value-at-Risk Versus Expected Shortfall: A Practical Perspective, Jounal of Banking and Finance, 29, 997-1015.

Wang, S. S., 1996, Premium Calculation by Transforming the Layer Premium Density, ASTIN Bulletin, 26:71-92.

EK 1: GARCH modeline ilişkin otokorelasyon, kısmi otokorelasyon grafikleri ve ARCH etkisi testi sonuçları

r_t'ye ilişkin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafikleri sırası ile,





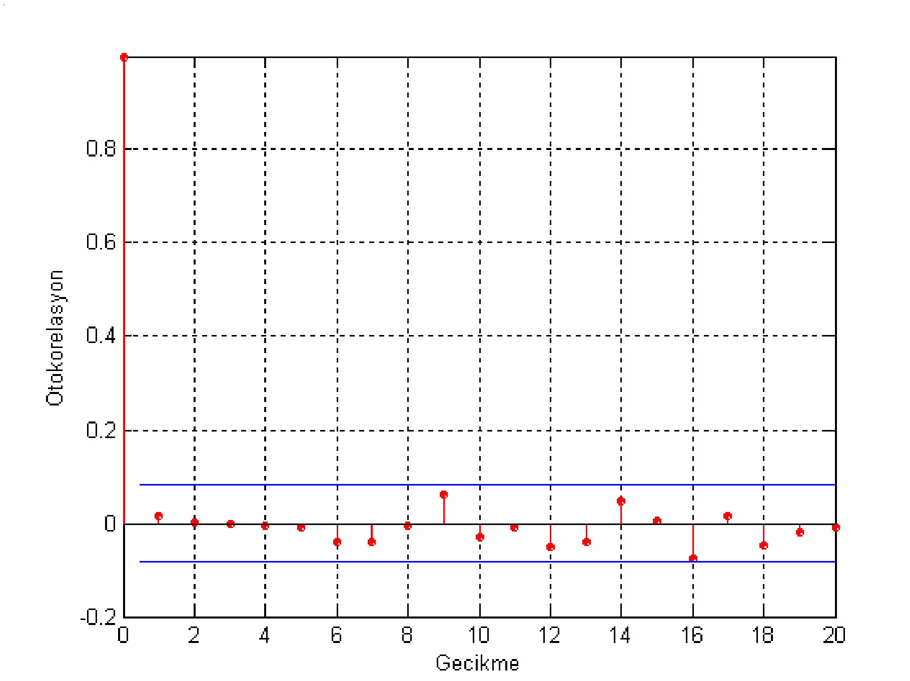
şeklindeki gibidir.

Kurulan model ve parametre değerleri ile,

$$r_t = -0.00027 + \varepsilon_t$$
$$(0.00026)$$
$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$
$$\sigma_t^2 = 1.6e-006 + 0.83\sigma_{t-1}^2 + 0.15\varepsilon_{t-1}^2$$
$$(4.8e-007) \quad (0.017) \quad (0.02)$$

biçimindedir.

$z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$'ye ilişkin otokorelasyon grafiği,



şeklindedir. Serinin birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci gecikmelerinde ARCH etkisi olup olmadığı incelenmiş ve ARCH etkisi bulunamamıştır. Test sonuçları,

	1. Gecikme	**2. Gecikme**	**3. Gecikme**	**4. Gecikme**	**5. Gecikme**
p-değeri =	0.532	0.640	0.165	0.251	0.298

biçimindedir.

EK 2: Amerikan doları, Euro ve IMKB getirilerine ilişkin betimleyici istatistikler ve normallik testi sonuçları

	Amerikan Doları	Euro	IMKB
Gözlem Sayısı	593	593	593
Ortalama	-6.068253e-006	-1.916105e-005	0.00096352
Standart Sapma	0.00822	0.00826	0.016915
Minimum	-0.027763	-0.0265813	-0.086708
Maksimum	0.0476985	0.0450307	0.051027
Basıklık	8.05936	8.22767	4.31453
Çarpıklık	1.08873	1.18809	-0.51705
Jarque Bera Testi-p değeri	0.000	0.000	0.000

EK 3: 65 yaş ($_t p_{65}$) için farklı hayat tablolarına göre yaşama olasılıkları

	2003 Genel US	1980 CSO Kadın	1980 CSO Erkek
1	0,98736	0,98541	0,97458
2	0,985131146	0,96964344	0,947437947
3	0,969451703	0,952742555	0,918597936
4	0,952393051	0,934792885	0,88810967
5	0,934281843	0,915760502	0,855986744
6	0,91504549	0,895513037	0,822166707
7	0,894163763	0,873814756	0,786566889
8	0,872374661	0,850335354	0,749086977
9	0,848964383	0,824731756	0,709655038
10	0,82419909	0,796748608	0,668360212
11	0,798175571	0,766280941	0,62545817
12	0,77013163	0,733353849	0,581344605
13	0,740599593	0,69812353	0,536511309
14	0,709652052	0,660808827	0,49149801
15	0,6773253	0,621589824	0,446747116
16	0,643328978	0,580571111	0,402590631
17	0,607711479	0,537841077	0,35932019
18	0,570751065	0,493522973	0,317189898
19	0,532931669	0,447857292	0,276507122
20	0,492946671	0,401365226	0,237726998
21	0,453300426	0,354766724	0,201366654
22	0,412686314	0,308898934	0,167921666
23	0,371479384	0,264627539	0,137771331
24	0,330466028	0,222768755	0,111144266
25	0,29055362	0,184020357	0,088105171
26	0,253302846	0,148918474	0,068566087
27	0,218435443	0,117813873	0,052317296
28	0,185358595	0,09085688	0,039057477
29	0,154398955	0,068005466	0,028429547
30	0,12601626	0,04901086	0,020017244
31	0,10109369	0,033458734	0,013412354
32	0,079401374	0,020886949	0,008254633
33	0,061036101	0,010966275	0,004290758
34	0,045840592	0,003774043	0,001467525
35	0,033609175	0	0
36	0,024015196	0	0
37	0,016707801	0	0
38	0,011299845	0	0
39	0,007428378	0	0
40	0,004742547	0	0
41	0,002939895	0	0
42	0,001766357	0	0
43	0,001028358	0	0
44	0,00058072	0	0
45	0,000314557	0	0

EK 4: VKGS (vadeye kalan gün sayısı)'na göre sıfır kuponlu bono fiyatları

VKGS	Fiyat
170	97,41000
238	96,11100
284	95,84000
315	94,44000
350	94,87200
420	92,89900
462	92,34900
621	91,07300
749	87,53800
803	88,66900
1022	84,95000
1168	83,14400
1260	79,99100
1288	79,30900
1548	77,65400
1755	74,60400
2112	69,58400
2478	64,57600
2902	59,33000
3463	53,16700
4811	40,76300
6517	28,69900
8322	20,41900
9813	14,69200
10575	12,67400

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Şirzat ÇETİNKAYA

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Yılı : 1981

Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise 1995-1999 : Ankara 50. Yıl (Yabancı Dil Ağırlıklı) Lisesi

Lisans 2000-2004 : Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

Yüksek Lisans 2004-2006: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Uygulamalı Matematik Enstitüsü, Finansal Matematik Bölümü.

Yabancı Dil: İngilizce

İş Tecrübesi:

Aralık, 2004 - : Hacettepe Üniversitesi Aktüerya Bilimleri Bölümü, Araştırma Görevlisi