

**HASAR FAZLASI ANLAŞMALARINDA
GENELLEŞTİRİLMİŞ PARETO DAĞILIMI İLE RİSK
PRİMİNİN BELİRLENMESİ**

**ESTIMATING PROPERTY EXCESS OF LOSS RISK
PREMIUMS BY MEANS OF GENERALIZED
PARETO DISTRIBUTION**

MEHMET ALİ ABDULHAYOĞLU

**Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
AKTÜERYA BİLİMLERİ Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.**

2008

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **AKTÜERYA BİLİMLERİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :.....
Yrd. Doç. Dr. Serpil CULA

Üye (Danışman) :.....
Prof Dr. Ömer ESENSOY

Üye :.....
Öğr. Gör. Dr. Yasemin GENÇTÜRK

ONAY

Bu tez 26/06/2008 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Erdem YAZGAN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

HASAR FAZLASI ANLAŞMALARINDA GENELLEŞTİRİLMİŞ PARETO DAĞILIMI İLE RİSK PRİMİNİN BELİRLENMESİ

Mehmet Ali ABDULHAYOĞLU

ÖZ

Geçmiş verilerden yararlanılarak hasar kayıp dağılımlarının tahmin edilmesi önemli bir aktüeryal olgudur. Özellikle hayat dışı branşlarda (yangın, deprem vs.) meydana gelen bazı yüksek hasarlı olaylar, az sayıda olmasına rağmen sigorta şirketinin ödediği tazminatların büyük bir kısmını oluşturmaktadır. Bu nedenle, mevcut verinin analizinde, meydana gelen büyük hasarların yorumu daha fazla önem kazanmaktadır. Verinin kuyruk kısmının modellenmesinde Uç Değer Teorisine (Extreme Value Theory) başvurulmaktadır.

“Genelleştirilmiş Uç Değer Fonksiyonu”, “Fisher – Tippett Teoremi” ve “The Pickands – Balkema-de Haan Teoremi”, Uç Değer Teorisinin en önemli sonuçlarındandır. Bu sonuçlara dayanarak, uygun bir eşik değerini geçen hasarların Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenbildiği sonucuna varılmaktadır.

Bu çalışmada, hasar verilerinin kalın kuyrukluluğunun belirlenmesi, en uygun eşik düzeyinin bulunması, verinin kuyruk kısmının Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmesi ve tüm bu bilgilerin ışığında hasar fazlası anlaşmaları için risk priminin belirlenmesi anlatılmıştır.

ESTIMATING PROPERTY EXCESS OF LOSS RISK PREMIUMS BY MEANS OF GENERALIZED PARETO DISTRIBUTION

Mehmet Ali ABDULHAYOĞLU

ABSTRACT

Estimating the loss severity distributions by means of the prior data is an important fact. Especially in non-life insurance, even though the number of high claims is few, they form the major part of the indemnity paid by the insurer. Therefore, the interpretation of the analysis of existing data becomes so important. Extreme Value Theorem is applied while modelling the tail of the data.

“Generalized Extreme Value Function”, “Fisher – Tippett Theorem” and “The Pickands – Balkema-de Haan Theorem”, are the most important results of Extreme Value Theory. Based on these results, it's come to the conclusion that the claims passing an optimal threshold follow Generalized Pareto Distribution.

In this study, detection of heavy tailedness, detection of optimal threshold, modelling the tail of the data with Generalized Pareto Distribution and in light of the foregoing estimating the risk premium for excess of loss treaties are studied.

TEŞEKKÜR

Desteklerini hiçbir zaman benden esirgemeyen çok değerli aileme, değerli hocalarım Prof. Dr. Ömer Esensoy ve Doç. Dr. Meral Sucu'ya, dünyanın en tatlı müdürü Dr. Behiye Karayaka'ya, varlığı ve yardımlarıyla bu tezin bitmesinde çok önemli bir rol oynayan Deniz Akınç'a ve çok önemli katkılarından ötürü Aktüer Şirzat Çetinkaya, Dr. B. Burçak Başbuğ ve Gökyay Yavan'a teşekkürü borç bilirim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

| | |
|--|------|
| ÖZ..... | i |
| ABSTRACT..... | ii |
| TEŞEKKÜR..... | iii |
| İÇİNDEKİLER DİZİNİ..... | iv |
| SİMGELER (ve KISALTMALAR) DİZİNİ..... | vii |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | viii |
| ÇİZELGELER DİZİNİ..... | ix |
| | |
| 1. GİRİŞ..... | 1 |
| 2. SİGORTA VE REASÜRANS..... | 3 |
| 2.1 Sigorta..... | 3 |
| 2.2 Reasürans..... | 3 |
| 2.2.1 Reasürans Yöntemleri..... | 4 |
| 2.2.1.1 Zorunlu Reasürans..... | 4 |
| 2.2.1.2 İhtiyari (Fakültatif) Reasürans..... | 5 |
| 2.2.2 Reasürans Anlaşmaları..... | 5 |
| 2.2.2.1 Bölüşmeli Reasürans Anlaşmaları..... | 5 |
| 2.2.2.1.1 Belirli Paylı (Quota Share) Anlaşma..... | 5 |
| 2.2.2.1.2 Aşkın Bedel (Surplus) Anlaşması..... | 7 |
| 2.2.2.2 Bölüşmesiz Reasürans Anlaşmaları..... | 8 |
| 2.2.2.2.1 Stop – Loss Anlaşması..... | 8 |

| | |
|--|----|
| 2.2.2.2.2 Hasar Fazlası (HF) (Excess of Loss) Anlaşması | 9 |
| 2.2.3 Reasüransın Faydaları | 9 |
| 3. UÇ DEĞER TEORİSİ (UDT) (EXTREME VALUE THEORY)..... | 11 |
| 3.1. Genelleştirilmiş Uçdeğer Teorisi (GUT) (Generalized Extreme Value Theory)..... | 11 |
| 3.2 Fisher – Tippett Teoremi | 13 |
| 3.3 Pickands-Balkema-de Haan Teoremi..... | 14 |
| 3.4 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)..... | 15 |
| 3.4.1 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında Parametre ve Sıklık Derecesi (Quantile) Tahmini | 18 |
| 3.4.1.1 En Çok Olabilirlik Yöntemi..... | 19 |
| 3.4.1.2 Momentler Yöntemi | 20 |
| 3.4.1.3 Olasılıklı Ağırlıklandırılmış Momentler Yöntemi | 21 |
| 4. İSTATİSTİKSEL MODELLEME ve RİSK PRİMİNİN BELİRLENMESİ..... | 23 |
| 4.1 Kalın Kuyrukluluğun Tespiti (Detection of Heavy Tailedness)..... | 23 |
| 4.1.1 Deneysel Ortalama Fazlalık Fonksiyonu Grafiği (Plot of the Empirical Mean Excess Function)..... | 23 |
| 4.1.2 Üstel Q-Q Grafiği | 24 |
| 4.2 Eşik Düzeyinin (Threshold) Belirlenmesi..... | 26 |
| 4.2.1 Deneysel Ortalama Fazlalık Fonksiyonu Grafiği..... | 27 |
| 4.2.2 GPD Endeks Grafiği ve Hill Grafiği..... | 27 |
| 4.2.3 Gertensgarbe Grafiği..... | 29 |
| 4.3 Kuyruk Kısmının Modellenmesi..... | 30 |

| | |
|-------------------------------------|----|
| 4.4 Risk Priminin Belirlenmesi..... | 31 |
| 5. UYGULAMA..... | 33 |
| 5.1 Uygulama I..... | 33 |
| 5.2 Uygulama II..... | 39 |
| 6. SONUÇ ve ÖNERİ | 46 |
| KAYNAKLAR | 48 |
| EKLER | 50 |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

| | |
|-------------------------------|--|
| “HF” | Hasar Fazlası |
| “GPD” | Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı |
| “UDT” | Uç Değer Teorisi |
| “ $H_{\xi, \mu, \sigma}(x)$ ” | Genelleştirilmiş Pareto Dağılım Fonksiyonu |
| “ $-\xi = k$ ” | GPD Biçim Parametresi |
| “ $\sigma = \alpha$ ” | GPD Ölçek Parametresi |
| “ u ” | Eşik Düzeyi |
| “MDA” | Maksimum Çekim Alanı (Maximum Domain of Attraction) |
| \wedge | |
| “ q_{ε} ” | GPD Sıklık Derecesi Tahmin Edicisi |
| “ $e(u)$ ” | Ortalama Fazlalık Fonksiyonu |
| “ P ” | Risk Primi |
| “ S_w ” | Eşik Düzeyini Geçen Hasarlar İçin Toplam Yükümlülük |
| “ N_w ” | Eşik Düzeyini Geçen Hasar Sayısı |
| “PWM” | Olası Ağırlıklandırılmış Momentler Yöntemi (Probability Weighted Moments Method) |
| “MM” | Momentler Yöntemi (Method of Moments) |
| \sim | |
| “ σ ” | Verinin Kuyruk Kısmı İçin GPD Ölçek Parametresi Tahmin Edicisi |
| \sim | |
| “ μ ” | Verinin Kuyruk Kısmı İçin GPD Konum Parametresi Tahmin Edicisi |

ŞEKİLLER DİZİNİ

| | <u>Sayfa</u> |
|------------|---|
| Şekil 2.1 | Belirli Paylı Reasürans Anlaşması 6 |
| Şekil 2.2 | Aşkın Bedel Reasürans Anlaşması 7 |
| Şekil 2.3 | Reasüransın Düzeltme Etkisi 10 |
| Şekil 3.1 | Farklı Biçim Parametreleri İçin GPD..... 17 |
| Şekil 4.1 | 1980-1990 yılları arasında Danimarka'da meydana gelen yangın hasarları verisinin Üstel QQ grafiği 25 |
| Şekil 4.2 | 1980-1990 yılları arasında Danimarka'da meydana gelen yangın hasarları verisinin Örneklem Ortalama Fazlalık Grafiği 26 |
| Şekil 4.3 | GPD Endeks Grafiği 28 |
| Şekil 4.4 | Gertensgarbe Grafiği..... 30 |
| Şekil 5.1 | Yangın Verisi Ortalama Hasar Fazlalık Grafiği..... 34 |
| Şekil 5.2 | Yangın Verisi Üstel QQ Grafiği..... 34 |
| Şekil 5.3 | Yangın Verisi İçin Gertensgarbe Grafiği 35 |
| Şekil 5.4 | Yangın Verisi, Sıralı İstatistiğe Göre Hill Grafiği 36 |
| Şekil 5.5 | Yangın Verisi, Eşik Düzeyine Göre Hill Grafiği..... 36 |
| Şekil 5.6 | Yangın Verisi için Eşik Düzeyini Geçen Hasarların GPD ile Modellenmesi 37 |
| Şekil 5.7 | Yangın Verisi için Eşik Düzeyini Geçen Hasarların Kuyruk Kısmının Modellenmesi 38 |
| Şekil 5.8 | Kasko Verisi Ortalama Fazlalık Fonksiyon Grafiği 40 |
| Şekil 5.9 | Kasko Verisi Üstel QQ Grafiği 40 |
| Şekil 5.10 | Kasko Hasar Verisi İçin Gertensgarbe Grafiği..... 41 |
| Şekil 5.11 | Kasko Hasar Verisi İçin Hill Grafiği..... 42 |
| Şekil 5.12 | Kasko Hasar Verisinin GPD ile Modellenmesi..... 43 |
| Şekil 5.13 | Kasko Hasar Verisinin Kuyruk Kısmının GPD ile Modellenmesi 43 |
| Şekil 5.14 | Kasko Hasar Verilerinin Artıklarının (Residual) Dağılımı 44 |

ÇİZELGELER DİZİNİ

| | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| Çizelge 5.1. Yangın Verisi Yüksek Hasar Fazlası Katmanına Göre Risk Primi..... | 39 |
| Çizelge 5.2. Kasko Hasar Verisi Yüksek Hasar Fazlası Katmanına Göre Risk Primi..... | 45 |

1. GİRİŞ

İnsanoğlunun gelecekteki belirsizliklere karşı kendini güvence altına alma isteği, insan nesli kadar eskidir. Başlangıçta bu ihtiyacını elinden geldiği kadar bireysel olarak karşılamaya çalışmış olan insanoğlu, aile, grup ve zümreler sayesinde kendini güvence altına almıştır. Aslında zaman içerisinde sigorta anlayışının temeli olan “birimiz hepimiz, hepimiz birimiz için” olgusuna varılmıştır. İş dünyasının giderek kendi alanlarında uzmanlaştığı ve yoğunlaştığı günümüzde, sigortanın önemi de hızlı bir şekilde artmaktadır.

Tarihte sigorta ve reasürans fikri ilk olarak denizcilik alanında ortaya çıkmıştır. Bugünkü anlamda sigorta, 14. yy'da deniz ticaretinde lider olan İtalya'da ortaya çıkmıştır (TSRŞB, 2008). Denizcilik alanındaki fikrin milattan öncesine dayandığı bilinmekle birlikte reasürans özelliklerini taşıyan, bilinen en eski kontrat 1370 senesinde yapılmıştır (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002).

Orta Çağ'ın sonlarına doğru ticaretin ve dolayısı ile ekonominin gelişmesiyle, gerçek anlamda ticari sigorta alanı ortaya çıkmıştır. Dönemin sigortacıları, istatistiği, olasılık hesaplarını, oranları vs. kullanmadan, sadece kendi takdirleri doğrultusunda hareket etmişler, bu nedenle yanılma payları çok yüksek olmuştur. Zamanla sigortacılar risklerinin bir kısmını ya müşterek sigorta yoluyla ya da reasürans yoluyla diğer sigortacılara devretmeyi keşfetmişlerdir (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002).

Günümüzde, geçmiş verilerden yararlanılarak hasar şiddeti dağılımlarının tahmin edilmesi önemli bir aktüeryal olgudur. Özellikle hayat dışı branşlarda (yangın, deprem vs.) meydana gelen bazı yüksek şiddetli hasarlar, az sayıda olmasına rağmen sigorta şirketinin ödediği tazminatların büyük bir kısmını oluşturmaktadır. Bu nedenle, mevcut verinin analizinde, meydana gelen büyük hasarların yorumu daha fazla önem kazanmaktadır. Verinin kuyruk kısmının modellenmesinde Uç Değer Teorisine (Extreme Value Theory) başvurulmaktadır. De Haan ve Smith 'in

su bilimi ve iklim biliminde kullandıkları bu teori, Beirlant & Teugels ve Embrechts & Klüppelberg'in çalışmalarıyla yüksek tutarlı sigorta hasarlarının da modellenmesinde kullanılmaya başlanmıştır (McNeil, 1996).

Çalışmanın amacı, uç değer teorisinin en önemli sonuçlarından biri olan Pickands-Balkema-de Haan teoremini kullanarak, hasar fazlası (excess of loss) anlaşmalarında Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD) yordamıyla risk priminin hesaplanmasıdır. Pickands-Balkema-de Haan teoreminin baz alınmasının nedeni, teoremin belirli bir çok dağılım için, yeterli büyüklükteki bir eşik değerini geçen hasarların GPD ile dağıldıklarını belirtmesidir.

Çalışmanın ikinci bölümünde genel olarak sigorta ve reasürans tanımları, reasürans yöntemleri ve reasüransın faydaları anlatılmaktadır. Üçüncü bölümde uç değer teorisi, uç değer teorisinin sonuçları ve teoremin çalışma açısından en önemli sonucu olan GPD incelenmektedir. Dördüncü bölümde, meydana gelen yüksek tutarlı hasarların istatistiksel modellenmesi ve bu hasarlar için risk priminin belirlenmesi verilmektedir. Beşinci bölümde ise, ulusal bir sigorta şirketinden alınan 1990 yılına ait Türkiye yangın hasar verileri ve yine ulusal bir sigorta şirketinden alınan 2008 yılı içerisinde bir aylık kasko hasar verileri analiz edilerek risk primi hesaplanmıştır.

2. SİGORTA VE REASÜRANS

2.1. Sigorta

Sigorta, aynı türden tehlikeyle karşı karşıya olan kişilerin, belirli bir miktar para ödemesi yoluyla toplanan tutarın, sadece o tehlikenin gerçekleşmesi sonucu fiilen zarara uğrayanların zararını karşılamada kullanıldığı, bir risk transfer sistemidir (TSRŞB, 2008). İnsanların tüm varlık ve girişimleri riziko adı verilen belirsizliklerin tehdidi altındadır. Sigorta, risklerin gerçekleşmesi halinde doğan zararı karşılayarak, geleceğin maddi açıdan belirli hale gelmesini sağlamaktadır. Sigorta kişi ve kurumlara güven sağlayarak geleceğin planlanmasını mümkün kılmakta ve girişimciliği teşvik etmektedir.

Aynı riske maruz kalan kişiler bir araya gelerek gerçekleşen riskleri hep birlikte karşıladıklarında, kişi başına düşen ödeme miktarı düştüğünden, büyük bir risk bile herkes için karşılanabilir hale gelebilmektedir (TSRŞB, 2008). Bir araya gelen kişi sayısı ne kadar fazla olursa, kişi başına düşen zarar miktarı da o kadar tahmin edilebilir hale gelmektedir. Jakob & Bernoulli'nin büyük sayılar kanununa göre, olasılık hesaplarında aynı riske konu olan kıymetlerin sayısı ne kadar fazla olursa, gerçekleşecek hasar, riskin oluşma ihtimaline de o denli yakın olacaktır (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002).

Bir sigorta şirketinin organizasyonu altında biraraya gelen sigortalılar gelecekteki hasarları karşılamak için *prim* adı verilen ücreti öderler (TSRŞB, 2008). Prim tutarına, hasarlar için yapılacak ödemelerin yanı sıra, sigorta şirketinin işletme masrafları, kârı, vergileri, acente komisyonları gibi kalemler de dahildir.

2.2. Reasürans

Reasürans, sigorta edilmiş riskin, belli bir kısmının veya tamamının yeniden sigorta edilmesidir (TSRŞB, 2008). Sigorta şirketleri, teminat verdikleri rizikolarda büyük hasarların aynı zamanda meydana gelme ihtimaline karşı, hasar ödemelerinde zorlanmamak için reasürans (mükerrer sigorta) yaptırmaktadırlar. Reasürans, sigorta şirketlerine tek başlarına yüklenmeleri kendi sermayeleri,

ihtiyatları, özvarlıkları bakımından kısaca mali yönden mümkün olmayan riskleri, sigortalayabilme imkânı vermektedir (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002). Bir takım mali ölçüler esas alınarak, branş esasıyla tespit edilen saklama payları (konservasyon), sigorta şirketinin risk üzerindeki sorumluluk miktarını göstermekte, aşan kısımlar ise çeşitli reasürans anlaşmalarıyla, reasürans şirketlerine devredilmektedir. Reasürans işlemlerinde riski bu şekilde devreden şirkete sedan, devir alan şirkete de reasürör denmektedir. Sedan şirket, sigortalıdan toplamış olduğu primlerin ve sigortalıya ödemiş olduğu hasarların belli bir kısmını, değişik tekniklere göre yapılmış reasürans anlaşmaları vasıtasıyla, reasürans şirketine yansıtmaktadır. Ancak sedan şirket ile reasürör arasındaki risk transferi işlemi, yıllık anlaşmalar olmaksızın da yapılabilmekte; sedan şirket, her bir risk için, ihtiyari olarak da reasüröre müracaat edebilmektedir.

Reasürans, uluslararası bir iştir. Bir sigorta şirketi, risklerini pek çok reasüröre devredebilir. Böylece, deprem gibi felaket boyutlarındaki riskler bile dünya çapında pek çok şirkete dağılarak ödenebilir hale gelmektedir. Bu durumun bir yansıması olarak, dünyanın herhangi bir yerinde meydana gelen bir felaket, tüm sigorta piyasasını etkilemektedir.

2.2.1 Reasürans Yöntemleri

Başlıca reasürans yöntemleri:

2.2.1.1. Zorunlu Reasürans

Sigorta şirketinin reasürörle anlaşarak belli bir dönem içinde kabul ettikleri tüm poliçelerin sigortalanmasını sağlamasıdır. Bu durumda sigortacı ve reasürör bir anlaşma (trete) imzalamaktadır.

Zorunlu reasürans anlaşmalarında sigortacı üstlendiği her riski anlaşma kapsamına girdiği sürece reasüröre devretmek zorundadır. Buna karşılık reasürör de kendisine devredilen her riski kabul etmek zorundadır.

2.2.1.2. İhtiyari (Fakültatif) Reasürans

Zorunlu reasürans anlaşmalarının çoğu birden çok poliçe ile ilgilidir. İhtiyari reasürans ise sigorta şirketlerinin seçtikleri riskleri, risk bazında reasüröre devretmesi durumudur. Genellikle anlaşmaların üst teminat sınırlarının da üzerine taşan çok büyük riskler için kullanılmaktadır. Bu riskler, parça bazında sigortalanır. Reasürörler, çoğu kez ihtiyari reasürans için sigorta şirketinden risk hakkında ayrıntılı bilgi ve belge istenmektedir. Reasürör şirketlerde, ihtiyari risk kabulünde uzmanlaşmış kadrolar, bu bilgileri inceleyerek risk kabulü konusunda karar vermektedirler.

2.2.2 Reasürans Anlaşmaları

Reasürans anlaşmaları, riskin paylaşılma yöntemine göre çeşitli gruplara ayrılmaktadır. Aşağıda belirtilen reasürans türleri hem ihtiyari hem de zorunlu reasürans yöntemleri için geçerlidir (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002).

2.2.2.1. Bölüşmeli Reasürans Anlaşmaları

Sigortacı ile reasürör arasındaki anlaşmada belirlenen şekilde taraflar, sigorta primi ve hasarları belli oranda paylaşmaktadırlar. Anlaşmanın (trete) türüne göre, bu oran "belirli paylı reasürans" türünde olduğu gibi tüm risklerde aynı olabilmekte ya da "aşkın bedel reasürans" türünde olduğu gibi riskine göre değişiklik de gösterebilmektedir. Her türlü durumda reasürörün primdeki payı, meydana gelen hasar için ödeyeceği hasar oranıyla orantılıdır. Bir reasürörün belirli bir riskin %90'ını kabul ettiği varsayılırsa sigortacının konservasyonu %10 olacaktır ve paylaştırılan prim oranı da 90:10 şeklinde olacaktır.

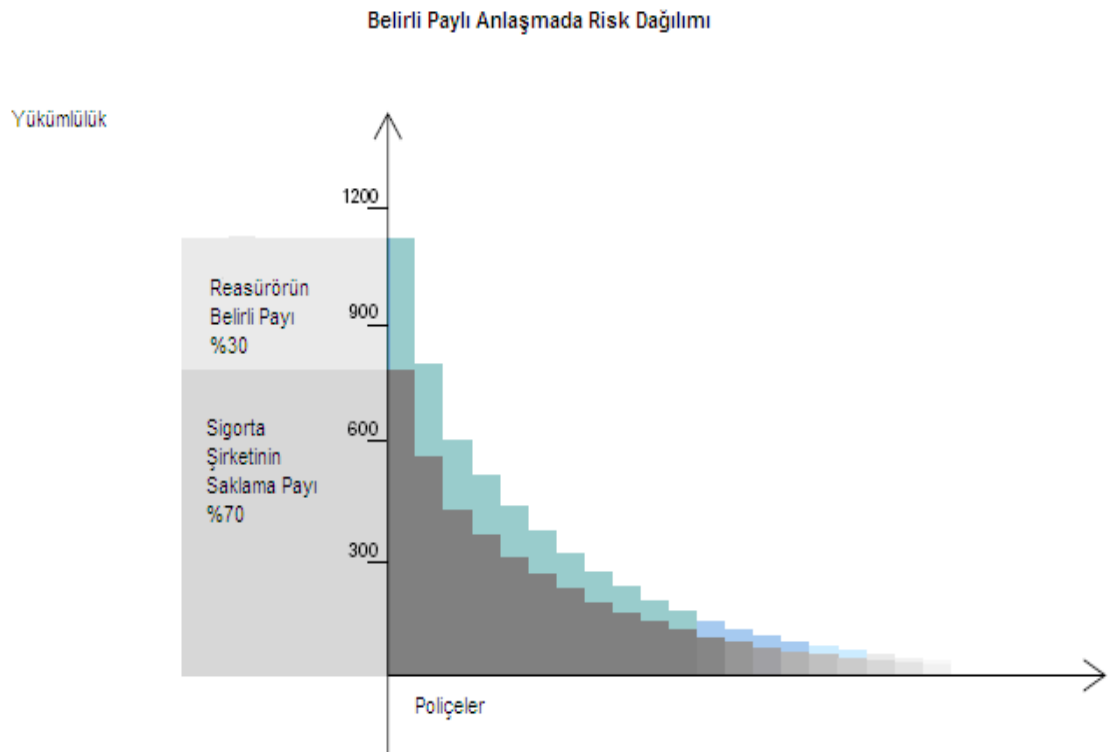
2.2.2.1.1. Belirli Paylı (Quota Share) Anlaşma

En basit haliyle üzerinde mutabık kalınan sabit bir oranla tüm sigorta poliçeleri için reasürör ve sigortacının üzerine düşen prim ve hasarların belirtildiği sabit bir kotadır. Sigortacının önceden belirlenmiş oranda primi devretmesi ve reasürörün

aynı oranda katkıda bulunması nedeniyle belirli paylı anlaşmalarda sigortacı ve reasürörün kâr/zarar durumu birbirine paralel gitmektedir.

Belirli paylı anlaşmaların en önemli avantajı uygun maliyetli olmasıdır. Ancak tüm riskleri tek bir kıstasla değerlendirdiği için sigortacının bir çok reasürans ihtiyacına cevap verememektedir. Genç gelişmekte olan sigorta şirketleri prim hesabında henüz tecrübesiz olduklarından ötürü belirli paylı anlaşmaları tercih etmektedirler.

Şekil (2.1)'de Belirli Paylı Anlaşma örneği görülmektedir. Riskin %70'ini sigortacı sabit bir şekilde yüklenirken, kalan %30'luk kısmı reasürör devralmaktadır (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002).

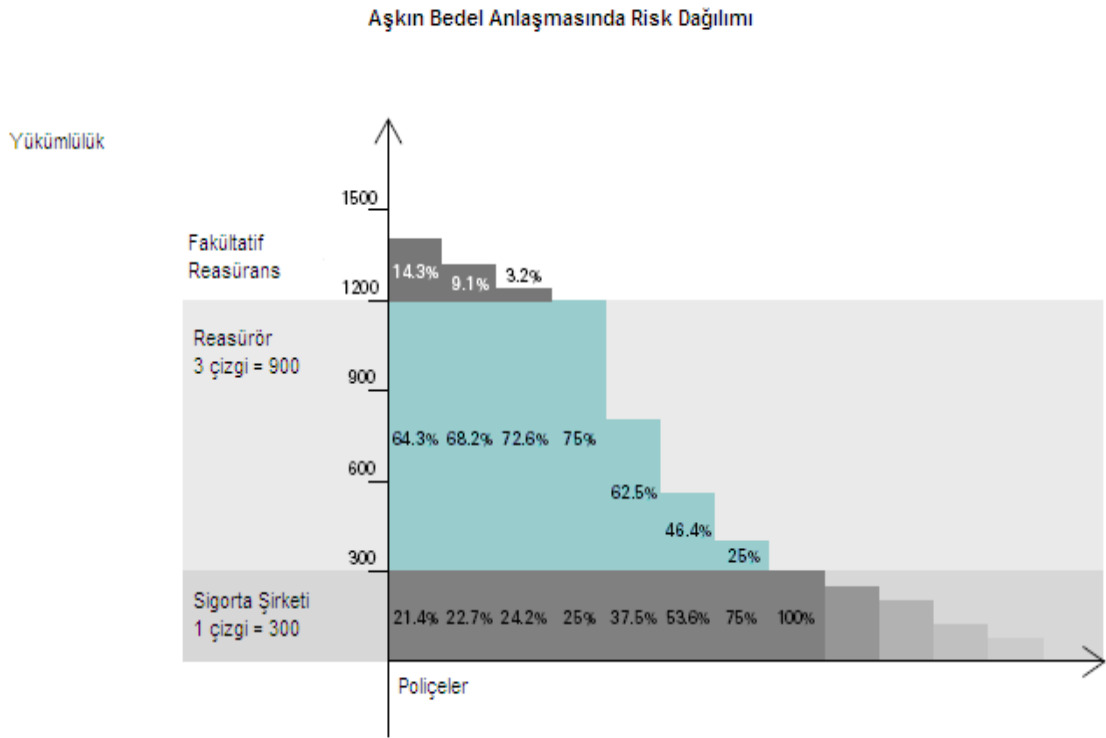


Şekil 2.1. Belirli Paylı Reasürans Anlaşması

2.2.2.1.2. Aşkın Bedel (Surplus) Anlaşması

Bu anlaşma, bölüşmeli reasürans anlaşmalarından olan belirli paylı reasürans anlaşmasına oranla daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu anlaşma tipinde reasürör tüm risklere iştirak etmemektedir. Aksine sigortacı belli bir orana kadar tüm riskleri kendi sorumluluğunda bulundurmaktadır. Bu saklama payı her bir risk için ayrıca tanımlanabilmektedir. Sigortacının saklama payını geçen hasarı reasürör belirtilen bir limit dahilinde ödemeyi kabul etmektedir. Bahsedilen limit, genellikle anlaşmada saklama payının katları olarak belirtilmektedir.

Belirli paylı anlaşmaların tersine, aşkın bedel anlaşması sayesinde sigortacının portföyü daha homojen bir şekilde dağılmakta; bunun sonucunda daha dengeli bir yapıya sahip olmaktadır.



Şekil 2.2. Aşkın Bedel Reasürans Anlaşması

Şekil (2.2)'de, Aşkın Bedel Anlaşmasında risk paylaşımı örneği görülmektedir (Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002).

2.2.2.2. Bölüşmesiz Reasürans Anlaşmaları

Sigortacı ile reasürör arasında, bölüşmeli reasürans anlaşmasının tersine, sigorta primiyle ödenecek hasarlar arasında önceden karar verilmiş bir oran söz konusu olmamaktadır. Reasürörün ödeyeceği hasar oranı, meydana gelen hasarın gerçek değerine göre farklılık göstermektedir. Trete, sigortacı için saklama payı adı altında bir sınır belirtmekte ve sigortacı meydana gelen hasarda bu sınıra kadar olan kısmı ödemekle yükümlü olmaktadır. Reasürör ise anlaşmada belirlenen bir limit dahilinde konservasyonun üzerinde kalan kısmı ödemekle yükümlüdür. Sigortacının ödemesi gereken saklama payı toplamı, yüksek meblağlara ulaştığında sigortacıyı koruma altına alan anlaşmalardır (Swiss Re Yayınları, 2002).

2.2.2.2.1. Stop Loss Anlaşması

Stop Loss, sigortacının yıllık zararındaki dalgalanmalara karşı kapsamlı bir koruma sağlayan anlaşmadır. Reasürör, anlaşmada belirtilen yıllık toplam konservasyonu geçen kısmı ödemekle yükümlüdür. Belirtilen konservasyon, yıllık prim gelirinin belli bir yüzdesi olabildiği gibi sabit bir toplam da olabilmektedir.

Stop Loss anlaşması en kapsamlı reasürans türüdür. Ancak reasürörlerin bu anlaşmaya karşı bazı şüpheleri vardır. Bu nedenledir ki stop loss çok fazla kullanılan bir anlaşma türü değildir. Reasürörlerin bu anlaşma türüne kısıtlama getirmelerinin bir çok nedeni bulunmaktadır.

Bu nedenlerden bazıları:

- Sigortacının maruz kalabileceği hasar limitlenirken, reasüröre çok büyük bir oranda risk transferi olur.
- Reasürörün çok fazla ve detaylı bilgiye ihtiyacı vardır. Ayrıca sedan şirketin bu bilgiyle oynama tehlikesi de ayrı bir tehdittir.

- İşin daha uluslararası bir hal almasıyla bir çok portfolyonun niteliği şeffaflığını yitirmektedir.

olarak verilebilir.

2.2.2.2.2. Hasar Fazlası (HF) (Excess of Loss) Anlaşması

Bölüşmeli reasürans anlaşmalarına göre tamamen farklı bir yapı içerisinde. Bölüşmeli anlaşmalarda reasüröre devredilen kısım sigorta tutarı ile bağlantılı iken hasar fazlası anlaşmalarında önemli olan meydana gelen hasardır. Bu anlaşma türünde sigorta tutarına bakılmaksızın reasürör sigortacının saklama payını geçen hasarı belli bir limite kadar ödemek zorundadır.

İki tür hasar fazlası anlaşması vardır. Katastrofik Hasar Fazlası anlaşmaları (Kat HF (Cat XL)), kaza, deprem, sel gibi belli bir olayda ortaya çıkan hasar saklama paylarının belli bir tutarı aşması halinde, aşan kısım için devreye girer. İşler HF (Working XL) ise tek bir risk için meydana gelen yüksek hasarlı olaylarda devreye girmektedir.

2.2.3 Reasüransın Faydaları:

Reasüransın sigortacıya sağladığı faydalar 3 ana başlık altında incelenebilir:

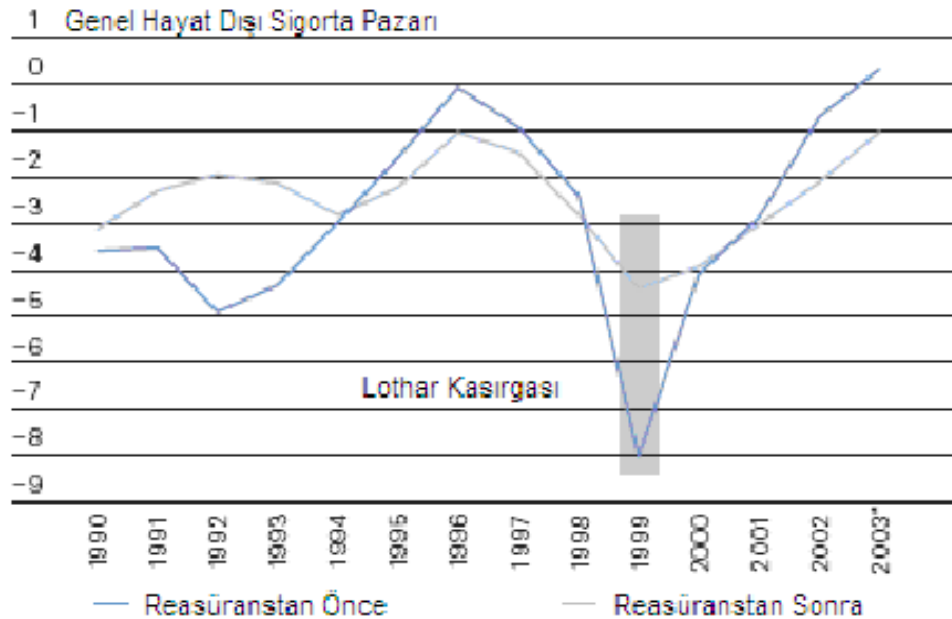
- Risk kabul sürecinin sonuçlarındaki oynaklığı azaltır,
- Sigortacıya sermaye yardımı ve esnek finansman sağlar,
- Ürün geliştirme, fiyatlandırma, risk kabul süreci (underwriting) ve hasar yönetimi başta olmak üzere sigortacı reasürörün uzmanlığından yararlanır.

Sigortacının riski reasüröre devretmesindeki en önemli nedenlerden biri, gerçekleşen hasarın beklenen hasardan çok büyük oranda sapması durumunda sermaye tabanını koruma altına alma isteğidir. Reasürans sayesinde risk kabul sürecinin sonuçları daha sabit olmakta ve sigortacının sermayesi koruma altına alınmış olmaktadır.

Reasüransın bir başka faydası ise, sigortacının riskinin bir kısmını reasüröre devrederek, bu kısım için sermaye toplamasına gerek duymaması ve bu sayede aynı sermaye birikimiyle daha çok iş kabul edebilmesine olanak sağlamasıdır.

Geçmişte reasürörler ekonomik kriz dönemlerinde sigorta kapasitelerinin devamlılığı için çok önemli bir rol oynamışlar, bunun sonucunda geçmişten günümüze anlaşmalardaki maddelerin belirlenmesinde ve risklerin değerlendirilmesinde çok geniş bir tecrübe edinmişlerdir. Günümüzde de sigortacılar yukarıda belirtilen konularda reasürörlerin uluslararası tecrübelerinden faydalanmaktadır.

Şekil (2.3), sigortacının reasürans yaptırdıktan sonraki sonuçlarının daha dengeli olduğunu gösteren bir örnektir. Şekilde reasüransın en yararlı olduğu sene, Lothar kasırgasının yaşandığı 1999 yılı olarak görülmektedir. Bireysel bir sigortacı için reasüransın bu düzeltme etkisi primin %50'si ve daha fazlasına kadar erişebilmektedir (Baur and O'Donoghue, 2004).



Şekil 2.3. Reasüransın Düzeltme Etkisi

3. UÇ DEĞER TEORİSİ (UDT) (EXTREME VALUE THEORY)

Yüksek düzeydeki hasarların modellenmesinde kullanılan Uç Değer Teorisi, 1978'den 1990'a çok hızlı bir gelişim göstermiştir. Galambos'un monografisi, daha sonra Leadbetter, Tiago de Oliveira, Resnick ve Reiss tarafından geliştirilmiştir (Davison and Smith, 1990).

En geniş anlamda, bir popülasyondaki ya da rastgele bir işlemdeki uç değerler hakkında nasıl bir istatistiksel çıkarım yapılacağına dair geleneksel yaklaşım Gumbel tarafından geliştirilmiştir. Gumbel bu yaklaşımını, ilk olarak Fisher-Tippett tarafından bahsedilen uç değer limit dağılımlarına dayandırmaktadır (Davison and Smith, 1990).

Klugman'a göre Gamma, Lognormal ve Loggamma dağılımları aktüerler tarafından hasar şiddetlerinin modellenmesinde sıkça kullanılmaktadır. Ancak asıl konu, hasar dağılımlarının kuyruk kısmı olunca meydana gelen çok büyük şiddetteki hasarların modellenmesi önem kazanmaktadır. Genel veriye uyan dağılımlar aynı başarıyı uç değerlerin modellenmesi için gösteremeyebilir. UDT ve GPD uç değerlere odaklanır ve güçlü teorik argümanlarla desteklenir (Cebrian et al., 2003).

Aşağıda Falk, Hüsler & Reiss, Embrechts, Klüppelberg & Mikosch ve Reiss & Thomas' tan derlenerek UDT'den doğan sonuçlar özetlenmiştir (McNeil, 1996).

3.1. Genelleştirilmiş Uçdeğer Teorisi (GUT) (Generalized Extreme Value Theory)

Merkezi limit teoreminde görüldüğü üzere, normal dağılım, örnek toplamları veya ortalamaları için önemli bir limit dağılımıdır. Aynı şekilde örnek uçdeğerleri için de önemli limit davranışları gösteren bazı dağılımlar vardır. Bunlar uç değer dağılımları ailesidir. Bu aileyi oluşturan dağılımlar "Genelleştirilmiş Uç Değer Teorisi" adı ile tek bir çatı altında toplanabilmektedir. Genelleştirilmiş uç değer dağılım fonksiyonu Eşitlik (3.1)'deki gibidir.

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{-1/\xi}) & \text{if } \xi \neq 0 \\ \exp(-e^{-x}) & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Burada, $1 + \xi x > 0$ ve ξ biçim (shape) parametresidir. Dağılım $\xi > 0$ durumunda $\alpha = 1/\xi$ biçim parametresiyle Frechet dağılımına, $\xi < 0$ durumunda $\alpha = -1/\xi$ parametresiyle Weibull dağılımına dönüşürken, $\xi \neq 0$ durumunda ise Gumbel dağılımına dönüşmektedir. Konum (location) parametresi olarak μ ve ölçek (scale) parametresi olarak $\sigma > 0$ ile uçdeğer dağılımları genişletilebilmektedir. Bu durumda genelleştirilmiş uçdeğer $H_{\xi, \mu, \sigma}(x)$, $H_{\xi}(\frac{x-\mu}{\sigma})$ olarak yazılabilmektedir (McNeil, 1996).

Ulusal Çevre Araştırma Konseyi (National Environment Researc Council), 1975 yılında genelleştirilmiş uç değer yaklaşımının hidroloji alanında kullanılmasını ve sayısal modelleme tekniklerini önermiştir. Bu öneriler Prescott & Walden ve Hosking tarafından geliştirilmiş, Macleod tarafından da düzeltilmiştir.

Klasik yaklaşım, gözlenen değerlerin en yüksekini (maxima) kullanmaktadır. Bu yaklaşıma alternatif olarak, tek bir maxima kullanmak yerine, en yüksek sıralı değerlerden birkaçı kullanılmaktadır. Bu yaklaşıma uygun dağılımlar, eşitlik (3.1)' de belirtilen fonksiyonun bir uzantısıdır. İstatistiksel bir yöntem olarak bu yaklaşımı ilk olarak Weissman önermiş, Gomes, Smith ve Tawn geliştirmiştir.

Eşik düzeyi (threshold) yöntemleri ise subilimciler tarafından 1970'lerden itibaren geliştirilmiştir. Bu yöntemler, eşik düzeyini (u) geçen fazlalıkların stokastik olarak modellenmesine dayanmaktadır. Eşik düzeyi yaklaşımının ilk sistematik gelişimi Todorovic & Zelenhasic ve Todorovic & Rousselle çalışmalarında görülmektedir (Davison and Smith, 1990).

3.2. Fisher –Tippett Teoremi

Mc Neil (1996)'e göre Fisher-Tippett teoremi uç değer teorisinin en temel sonuçlarından birisidir ve merkezi limit teoreminin toplamlar ya da ortalamaların incelenmesinde rolü neyse uç değer teorisinde de aynı rolü üstlenmektedir. Teorem, normalize edilmiş maksimum değerlerin limit davranışını açıklamaktadır.

Teoreme göre X_1, X_2, \dots birbirinden bağımsız ve herhangi bir F dağılımından gelen rastlantı değişkenleri olarak varsayılmakta ve gözlenen ilk n değişkenin maksimumu $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ şeklinde ifade edilmektedir. Ayrıca $a_n > 0$ ve b_n gibi reel sayı dizileri kullanılarak maksimumu normalize edilmiş diziler oluşturulabilmekte $\left(\frac{(M_n - b_n)}{a_n} > 0\right)$ ve bu dizilerin bir dağılıma yakınsadığı varsayılmaktadır. Başka bir deyişle, dejenere olmayan bir $H_n(x)$ fonksiyonu için:

$$P \left\{ \frac{(M_n - b_n)}{a_n} \leq x \right\} = F^n(a_n x + b_n) \rightarrow H(x) \quad n \rightarrow \infty \quad (3.2)$$

Bu koşul sağlandığı takdirde F, H 'nin maksimum çekim alanındadır (maximum domain of attraction) denilmekte ve $F \in MDA(H)$ şeklinde ifade edilmektedir.

Fisher & Tippett göstermiştir ki;

$F \in MDA(H)$ olduğu takdirde H , herhangi bir ξ için H_ξ ile aynı türdedir. Bu nedenle, eğer uygun bir şekilde herhangi bir dağılıma yakınsayan bir normalize edilmiş maksimum bulunursa, limit dağılımı, ξ, μ, σ parametreleriyle uç değer dağılımı olmak zorundadır.

Eşitlik (3.2)'deki koşulu sağlayan, kalın kuyruklu (heavy tailed) ve Frechet dağılımının ($H_\xi, \xi > 0$) çekim alanında bulunan bir F dağılımı bulmak mümkündür.

Gnedenko, yavaşca değişen bir $L(x)$ fonksiyonu için,

$$F \in MDA(H_\xi) \Leftrightarrow 1 = F(x) = x^{-\frac{1}{\xi}} L(x) \quad \xi > 0 \text{ olduğunu göstermiştir.}$$

Bu sonuç aslında, $F(x)$ dağılım fonksiyonunun kuyruğu üssel (power) bir fonksiyon gibi azalıyor, dağılım Frechet dağılımının çekim alanında denmektedir. Kuyruk kısmı üstel bir fonksiyon gibi azalan birçok dağılım bulunmaktadır. Bu dağılımlardan bazıları Pareto, Burr, Loggamma olarak verilebilir. Bu dağılımlara kalın kuyruklu dağılımlar denilmektedir.

Gumbel dağılımının ($F \in MDA(H_0)$) maksimum çekim alanında bulunan dağılımlar ise, Normal, Üstel, Gamma ve Lognormal dağılımlarıdır. Lognormal dağılımı kalın kuyruklu bir dağılımdır ve tarihsel olarak kayıp dağılımları için popüler bir modeldir. Ancak $F \in MDA(H_\xi)$ $\xi > 0$ durumundaki dağılımlar kadar kalın kuyruklu değildir.

Fisher-Tippett teoremi, genelleştirilmiş uç değer modelini örneklemedeki maksimum değerlere uygulanmasını öngörmektedir (McNeil, 1996).

3.3. Pickands-Balkema-de Haan Teoremi

Yüksek hasar fazlası katmanının alt sınırı (the lower attachment point of a high-excess loss layer) olabilecek belli büyüklükteki bir eşik değeri (u) göz önünde bulundurulduğunda, teoremi, (u) eşik değerini geçen hasarlar ilgilendirmektedir.

Diyelim ki x_0 , F dağılımının sağdan sınırlı ya da sonsuz bitiş noktası olsun. Başka bir deyişle:

$$x_0 = \sup\{x \in R: F(x) < 1\} \leq \infty \quad (3.3)$$

Bu durumda, (u) eşik düzeyini geçen hasarların dağılım fonksiyonu Eşitlik (3.4)'de gösterildiği gibidir.

$$F_u(x) = P\left\{X - u \leq \frac{x}{X} > u\right\} = \frac{F(x+u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad 0 \leq x \leq x_0 - u \quad (3.4)$$

Teorem (Balkema & de Haan 1974, Pickands 1975) göstermektedir ki, (u) sınırı x_0 noktasına eğimli olduğu sürece ve eşitlik (3.2)'deki MDA koşulu altında GPD, (u) düzeyini geçen hasarlar için limit dağılımıdır.

Başka bir deyişle (3.5) eşitliğini sağlayan bir $\sigma(u)$ fonksiyonu bulunabilmektedir.

$$\lim_{u \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq x \leq x_0} |F_u(x) - G_{\xi, \sigma(u)}(x)| = 0 \Leftrightarrow F \in MDA(H_\xi) \quad (3.5)$$

Teorem, yeterli düzeydeki bir (u) değeri için, bu eşiği geçen hasarların dağılım fonksiyonunun, belli ξ ve σ değerleri için $G_{\xi, \sigma}(x)$ ile tahmin edilebileceğini önermektedir. Aynı şekilde $x - u$ için ise eşiği geçen hasarların dağılım fonksiyonu Eşitlik (3.6)'de verilmiştir.

$$F_u(x - u), G_{\xi, \sigma}(x - u) = G_{\xi, u, \sigma}(x) \quad (3.6)$$

3.4. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)

Uç değer teorisinin daha ileri sonuçları, belirli bir eşiği geçen büyük gözlemlerin nasıl davrandığını tanımlamaktadır. Bir uç değer ne kadar yüksek olacağı yorumlanırken GPD öne çıkmaktadır (McNeil, 1996).

GPD, eşitlik (3.1)'in limit dağılımı olarak bir yorumudur. Bu fikir ilk olarak 1975 yılında Pickands tarafından önerilmiş, DuMouchel, Davison, Smith, van Montfort ve Witter, Hosking & Wallis ve Joe tarafından geliştirilmiştir (Davison and Smith, 1990).

GPD, genellikle iki parametrelilik olarak eşitlik (3.7)'deki gibi bir dağılım fonksiyonuna sahiptir.

$$G_{\xi,\sigma}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x/\sigma)^{-1/\xi} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-x/\sigma) & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Burada, $\sigma > 0$, $\xi \geq 0$ iken $x > 0$ ve $\xi < 0$ iken $0 \leq x \leq -\sigma/\xi$.

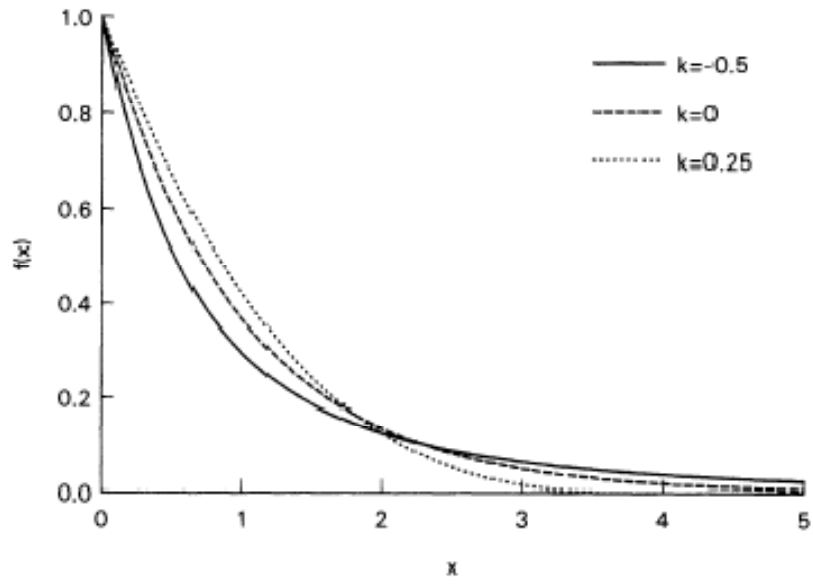
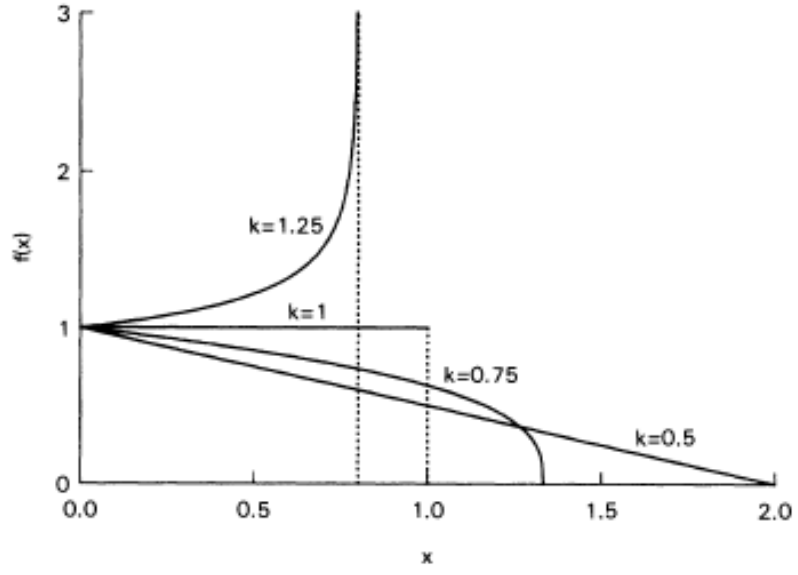
GPD'nın olasılık yoğunluk fonksiyonu eşitlik (3.8)'deki gibidir. Eşitlik (3.7) ile verilen dağılım fonksiyonunda biçim parametresi $-\xi = k$, ölçek parametresi ise $\sigma = \alpha$ şeklindedir (Mc. Neil, 1996).

$$g(x) = \begin{cases} \alpha^{-1}(1 - kx/\alpha)^{(1/k)-1} & \text{if } k \neq 0 \\ \alpha^{-1}\exp(-x/\alpha) & \text{if } k = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Burada $\sigma = \alpha > 0$, $-\xi = k < 0$ iken $x > 0$ ve $-\xi = k > 0$ iken $0 \leq x \leq -\frac{\sigma}{\xi} = \alpha/k$ (Hosking and Wallis, 1987).

GPD, belli durumlarda diğer bazı dağılımları içermektedir. $\xi > 0$ iken, parametresi $\alpha = 1/\xi$ olan Pareto dağılımı elde edilmektedir. $\xi < 0$ iken 2. tip Pareto (type II) ve $\xi = 0$ iken üstel (exponential) olarak dağılmaktadır.

Konum parametresini (μ) ekleyerek GPD genişletilebilmektedir. Başka bir deyişle $G_{\xi,\mu,\sigma}(x)$, $G_{\xi,\sigma}(x - \mu)$ olarak tanımlanmaktadır.



Şekil 3.1. Farklı Biçim Parametreleri İçin GPD

Şekil (3.1)'de farklı biçim parametre değerleri için GPD'nın şekilleri verilmektedir (Hosking and Wallis, 1987).

GPD'nın basit ama önemli özellikleri aşağıdaki gibidir.

- Hata oranı $r(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} = 1/(\alpha - kx)$ x'e göre monotondur. Hata oranı, $k < 0$ iken monoton azalan, $k > 0$ iken monoton artan ve $k = 0$ iken sabittir.
- Eğer rasgele değişken X , GPD'ndan geliyorsa $(X - t|X \geq t)$ 'de aynı k değeriyle Genelleştirilmiş Pareto dağılmaktadır (Hosking and Wallis, 1987)

3.4.1. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında Parametre ve Sıklık Derecesi (Quantile) Tahmini

GPD'nda sıklık derecesi aşağıdaki Eşitlik (3.9) ile hesaplanmaktadır.

$$\hat{q}_\xi = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left\{ \left(\frac{n}{N_u} (1 - \varepsilon) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right\} \quad (3.9)$$

ε derecesini hesaplayan bu eşitlikte n , örneklem büyüklüğünü, N_u ise eşik düzeyini geçen hasar sayısını göstermektedir (Cebrian et al., 2003).

GPD parametre tahmininde kullanılan üç önemli yöntem bulunmaktadır. Bunlar Maksimum ya da En Çok Olabilirlik Yöntemi (Method of Maximum Likelihood), Momentler Yöntemi (Method of Moments (MM)) ve Olasılıklı Ağırlıklandırılmış Momentler Yöntemidir (Method of Probability-Weighted Moments (PWM)).

En çok olabilirlik yönteminde asimtotik olarak en önemli nokta, biçim parametresi $k < 0.5$ iken düzenlilik koşullarının sağlanmasıdır. Ancak en çok olabilirlik yöntemi en etkili yöntem olmasına rağmen, küçük örneklerde etkisini gösterememektedir. Hosking (1985)'in savunduğu gibi bu yöneme en ciddi rakip, PWM'dir (Davison and Smith, 1990). Ayrıca $k < 0$ durumunda, tahmin edilen uç sıklık dereceleri yanlışlığının az olması arzu edildiğinde ve tahmin edicilerin asimtotik olarak standard hatalarının düşük olması istendiğinde PWM kullanılabilir. $k < -0.2$ durumu hariç diğer koşullarda momentler yöntemi de güvenilir bir yöntemdir (Hosking and Wallis, 1987).

3.4.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi

$x = \{x_1, \dots, x_n\}$ için Log-olabilirlik (log-likelihood) fonksiyonu Eşitlik (3.10)'deki gibidir.

$$\log L(x; \alpha, k) = -n \log \alpha - (1 - k) \sum_{i=1}^n y_i,$$

$$y_i = -k^{-1} \log \left(1 - \frac{kx_i}{\alpha} \right) \quad (3.10)$$

Log-likelihood fonksiyonu, keyfi olarak $k > 1$ ve α/k , $\max(x_i)$ 'a yakın alınarak genişletilebilmektedir. Böylelikle en çok olabilirlik tahmin edicileri $\log L$ 'in lokal maksimumunu sağlayan $\hat{\alpha}$ ve \hat{k} değerleri olarak alınmaktadır. $\log L$ 'in lokal maksimumunu bulmak için "Newton-Raphson İterasyonu" başta olmak üzere birçok yöneme ihtiyaç duyulmaktadır (Hosking, 1985).

$k < 1/2$ için, Smith (1989) bilgi matrisini (information matrix) kullanarak en çok olabilirlik tahmin edicilerin asimtotik varyansını Eşitlik (3.11)'deki gibi vermiştir.

$$n \cdot \text{var} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha^2(1-k) & \alpha(1-k) \\ \alpha(1-k) & (1-k)^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$k < 1/2$ durumunda, tahmin ediciler, tutarlı, asimtotik olarak normal ve etkindir (Hosking and Wallis, 1987).

3.4.1.2. Momentler Yöntemi

GPD' nin momentleri, $1 + rk > 0$ koşulunda $E\left(1 - \frac{kX}{\alpha}\right) = 1/(1 + rk)$ olarak hesaplanmaktadır. Dağılımın moment tahmin edicileri ise aşağıdaki eşitliklerden hesaplanabilmektedir.

\bar{x} örneklem ortalaması, s^2 örneklem varyansı ise:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{2} \bar{x} \left(\frac{\bar{x}^2}{s^2} + 1 \right) \quad \hat{k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{x}^2}{s^2} - 1 \right) \quad (3.12)$$

$k > -1/4$ iken moment tahmin edicileri eşitlik (3.13)'de belirtilen varyanslarla asimtotik olarak normal dağılmaktadırlar.

$$n \cdot \text{var} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \frac{(1-k)^2}{(1+2k)(1+3k)(1+4k)}$$

$$\mathbf{x} \begin{bmatrix} 2\alpha^2(1+6k+12k^2) & \alpha(1+2k)(1+4k+12k^2) \\ \alpha(1+2k)(1+4k+12k^2) & (1+2k)^2(1+k+6k^2) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$k \leq -1/4$ iken s^2 sonsuzdur ve moment tahmin edicilerin varyansları n^{-1} asimtotik sıralı değildir. $k = 0$ koşulunda ise (3.11) ve (3.13) özdeştir; bunun sonucunda moment tahmin edicileri %100 verimlidir (Hosking and Wallis, 1987).

3.4.1.3. Olasılıklı Ağırlıklandırılmış Momentler Yöntemi

F dağılım fonksiyonuna sahip, sürekli rastgele değişken X 'in olasılıklı ağırlıklandırılmış momentleri p, r, s reel değerleri için aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$M_{p,r,s} = E[X^p \{F(X)\}^r \{(1 - F(X))\}^s] \quad (3.14)$$

Hosking (1985), PMW kullanılarak GUD (Genelleştirilmiş Uç Değer) için etkin tahmin ediciler ve sıklık dereceleri bulunabileceğini göstermiştir. Hosking ve Wallis (1987) ise PMW teorisine genel bir yorum getirmiştir. Buna göre GPD'nın momentleri için $k > -1$ şartıyla (3.15) eşitliği uygun bulunmaktadır.

$$\alpha_s = M_{1,0,s} = E[X\{1 - F(X)\}^s] = \frac{\alpha}{(s+1)(s+1+k)} \quad (3.15)$$

$$\alpha = \frac{2\alpha_0\alpha_1}{\alpha_0 - 2\alpha_1}, \quad k = \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 2\alpha_1} - 2 \quad (3.16)$$

PMW tahmin edicileri $\hat{\alpha}$ ve \hat{k} , gözlenen n büyüklüğündeki örnekleme dayanarak bulunan tahmin ediciler (α_0 ve α_1) yardımıyla bulunmaktadır. Bu tahmin ediciler ise (3.17) eşitliği ile hesaplanmaktadır.

$$\alpha_r = n^{-1} \sum_{j=1}^n \frac{(n-j)(n-j-1)\dots(n-j-r+1)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{j:n} \quad (3.17)$$

$x_{1:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ sıralı örneklem değerlerini göstermektedir.

Landwehr, Matalas ve Wallis'e göre tahmin edici α_r yansızdır. Hangi değişken kullanılırsa kullanılsın, α , k ve α_r 'ın tahmin edicileri asimtotik olarak aynıdır. PWM tahmin edicileri $\hat{\alpha}$ ve \hat{k} asimtotik olarak Eşitlik (3.18)'de belirtilen varyanslarla normal dağılmaktadır.

$$n \cdot \text{var} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \frac{1}{(1+2k)(3+2k)} \times \begin{bmatrix} \alpha^2(7+18k+11k^2+2k^3) & \alpha(2+k)(2+6k+7k^2+2k^3) \\ \alpha(2+k)(2+6k+7k^2+2k^3) & (1+k)^2(2+k)^2(1+k+2k^2) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

(Hosking and Wallis, 1987).

4. İSTATİSTİKSEL MODELLEME ve RİSK PRİMİNİN BELİRLENMESİ

4.1. Kalın Kuyrukluluğun Tespiti (Detection of Heavy Tailedness)

Uç değer modelleri, eldeki X_i rasgele değişkenlerinin kalın kuyruklu olmasını esas almaktadır. Genelde sigorta verileri kalın kuyruklu olmalarına rağmen, verinin bu özelliğe sahip olup olmadığı araştırılmaktadır. İki basit ve güçlü grafiksel araç verinin kalın kuyruğa sahip olup olmadığının araştırılmasında öne çıkmaktadır (Cebrian et al., 2003).

4.1.1 Deneysel Ortalama Fazlalık Fonksiyonu Grafiği (Plot of the Empirical Mean Excess Function)

Değişken ortalamasının sonlu olduğu varsayılarak ($E(X) < +\infty$), X 'e bağlı ortalama fazlalık fonksiyonu $e(u) = E[X - u | X > u] = \int_0^{+\infty} (1 - F_u(x)) d_x$ olarak tanımlanmaktadır. Tanım, meydana gelen hasarın, belli u düzeyini aşan beklenen fazlalığı olarak da yorumlanmaktadır (Cebrian et al., 2003).

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)}{\sum_{i=1}^n 1_{\{X_i > u\}}} \quad (4.1)$$

$e_n(u)$, ortalama fazlalık fonksiyonunun ($e(u) = E(X - u | X > u)$) deneysel tahmin edicisidir (McNeil, 1996).

Deneysel ortalama fazlalık fonksiyon grafiği aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\{(u, e_n(u)), X_{1:n} < u < X_{n:n}\}$$

$X_{k:n}$, k. sıralı istatistiği göstermektedir.

Ortalama fazlalık grafiğinin yorumu, Beirlant, Teugels & Vynckier Embrecht ve Hogg & Klugman tarafından açıklanmıştır (Mc. Neil, 1996). Buna göre grafikteki noktaların, artan bir eğilim göstermesi verinin kalın kuyruklu olduğuna işaret etmektedir. Üstel dağılan bir verinin grafiği, yaklaşık olarak yatay bir çizgi şeklinde olmaktadır, kısa kuyruklu verilerin grafiği ise azalan bir eğilim göstermektedir.

Mc. Neil (1996)' e göre, eğer deneysel grafik belli bir (u) değerinin üstünde, pozitif eğimle oldukça düz bir çizgi olarak görülüyorsa, veri, pozitif shape parametresiyle (u)' nun üzerindeki kuyruk kısmında Genelleştirilmiş Pareto Dağılımına uymaktadır.

4.1.2. Üstel Q-Q Grafiği

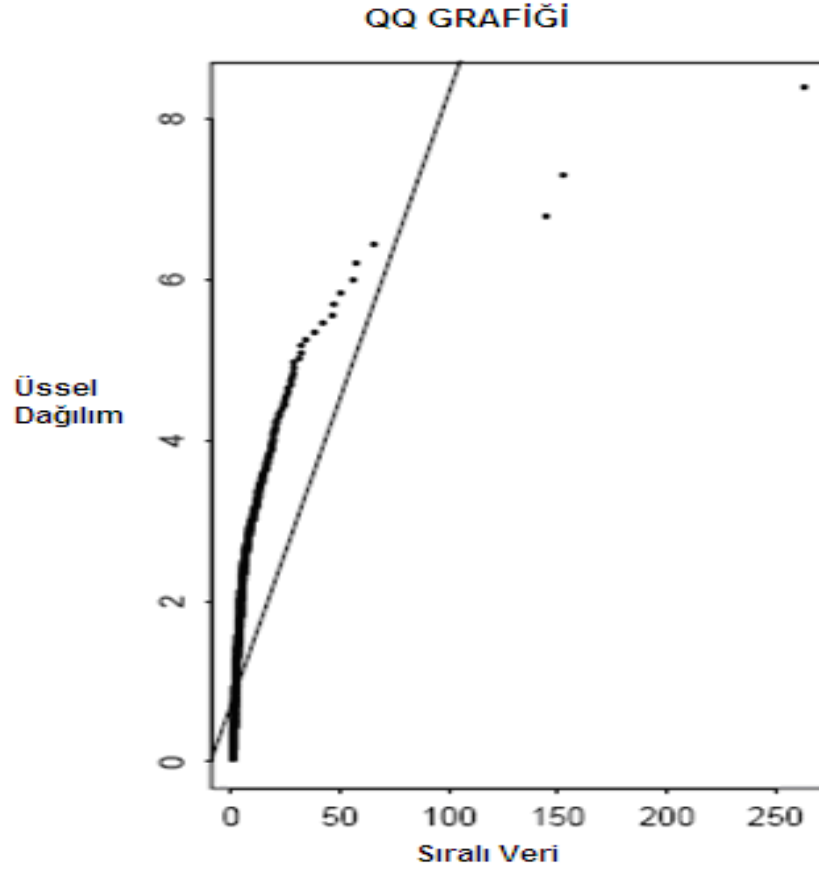
Üstel dağılımına karşılık çizilen QQ grafiği, verinin kalın kuyruklu olup olmadığına karar vermek için çok kullanışlı bir yol göstericidir. Grafik, görsel olarak verinin üstel dağılım gibi orta düzey kuyruğa sahip bir dağılımdan gelip gelmediğini sorgulamaktadır. $X_{k:n}$, k. sıralı istatistiği, $G_{0,1}^{-1}\left(\frac{n-k+1}{n+1}\right)$ ise ters üstel (inverse exponential) dağılım fonksiyonunu göstermektedir. Buna göre grafik:

$$\left\{ \left(X_{k:n}, G_{0,1}^{-1}\left(\frac{n-k+1}{n+1}\right) \right), k = 1, \dots, n \right\} \text{ noktaları kullanılarak çizilmektedir.}$$

Verinin bileşenleri birbirinden bağımsız ve aynı üstel dağılımdan geliyorsa, grafikteki noktalar düz bir çizgi şeklinde olmaktadır. İçbükey (konkav) bir görünüm verinin kalın kuyruklu olduğuna işaret ederken dışbükey görünüm ise verinin üstel dağılıma göre daha kısa kuyruklu olduğunu göstermektedir. (McNeil, 1996)

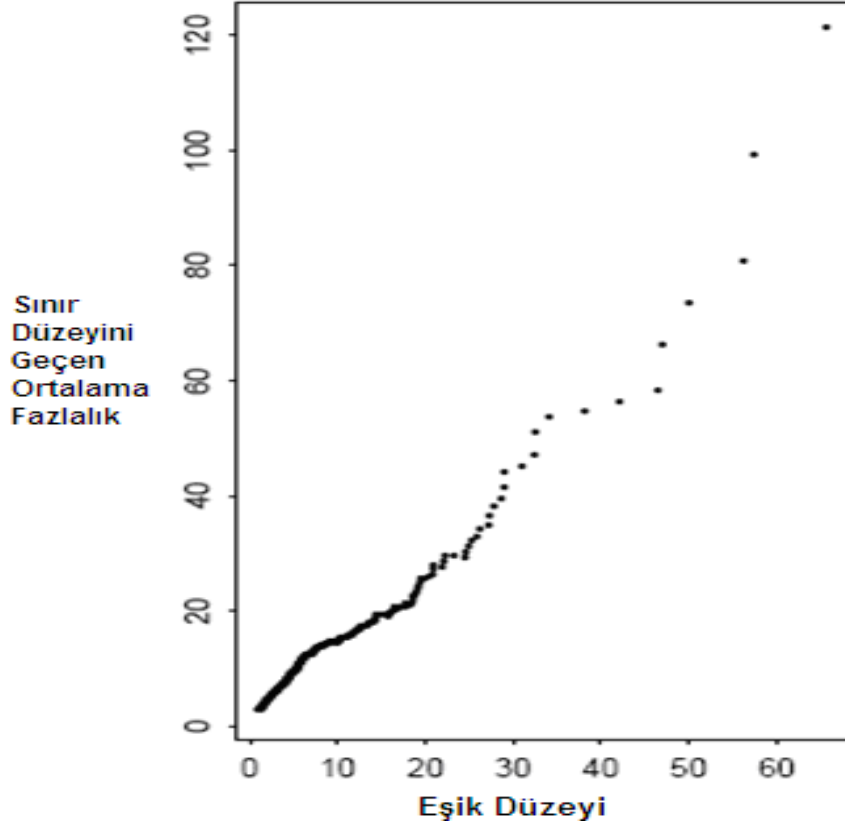
Şekil (4.1) ve Şekil (4.2) 'de sırasıyla 1980-1990 yılları arasında Danimarka'da meydana gelen yangın hasarları verisinin (1 Milyon Kron üzeri), Üstel QQ grafiği ve Örneklem Ortalama Fazlalık Grafiği gösterilmektedir (McNeil, 1996).

QQ grafiğindeki konkav yapı ve ortalama fazlalık grafiğindeki pozitif eğimle artan noktalar verinin kalın kuyruklu olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.1. 1980-1990 yılları arasında Danimarka'da meydana gelen yangın hasarları verisinin (1 Milyon Kron üzeri) Üstel QQ grafiği.

Örneklem Ortalama Fazlalık Grafiği



Şekil 4.2. 1980-1990 yılları arasında Danimarka'da meydana gelen yangın hasarları verisinin (1 Milyon Kron üzeri) Örneklem Ortalama Fazlalık Grafiği.

4.2. Eşik Düzeyinin (Threshold) Belirlenmesi

Verinin kalın kuyruklu olduğunun teyit edilmesi, yeterli düzeyde bir (u) eşik düzeyinin seçilmesi ve bu düzeyin üzerinde yeterli veri bulunması durumunda, yüksek hasarların modellenmesinde GPD kullanılmaktadır. Pratikte GPD'nin kullanılması için yeterli düzeyde bir eşik değeri bulunması, en büyük problemi oluşturmaktadır. En uygun eşik düzeyinin bulunmasında iki önemli faktör gözönünde bulundurulmalıdır (Cebrian et al., 2003).

- Çok yüksek bir eşik değeri, analiz edilecek veri sayısının az olmasına ve bunun sonucunda doğru olmayan sıklık derecesi tahminlerine yol açmaktadır.

- Çok düşük bir eşik değeri, genelleştirilmiş Pareto özelliğinin makul gözlemlere uygun olmamasına ve taraflı sıklık derecesi tahminlerine yol açmaktadır.

GPD'nın verinin kuyruk kısmına anlamlı bir şekilde uyması için, en uygun eşik düzeyinin belirlenmesinde kullanılan üç grafiksel yöntem bulunmaktadır.

4.2.1. Deneysel Ortalama Fazlalık Fonksiyonu Grafiği

Eğer X , $G_{\xi, \beta}$ dağılım fonksiyonu ile Genelleştirilmiş Pareto Dağılımına sahip ise, deneysel ortalama fazlalık fonksiyonu ($e(u)$), (u) eşik düzeyine göre doğrusal bir fonksiyondur.

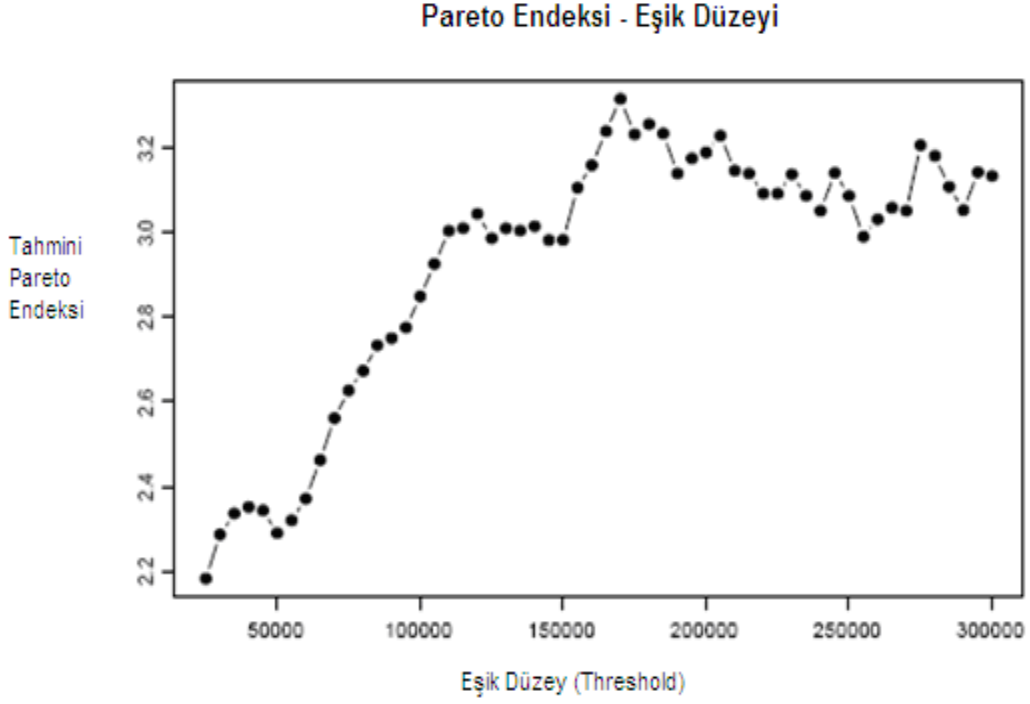
$$e(u) = \frac{\beta}{1-\xi} + \frac{\xi}{1-\xi}u, \quad \beta + u\xi > 0 \quad (4.2)$$

Bu yöntemdeki fikir, fazlalık fonksiyonunun deneysel tahmin edicisi \hat{e}_n bazlı olarak, $[u, +\infty)$ alanında ve $t > u$ için, $\hat{e}_n(x)$ 'nin yaklaşık olarak lineer olduğu bölgeye karar vermektir.

4.2.2. GPD Endeks Grafiği ve Hill Grafiği

GPD'nın kararlılık özelliğinin verdiği yetkiyle, eğer X , $G_{\xi, \beta}$ ile GPD'ndan geliyor ise $[X - u | X > u]$, herhangi bir $u > 0$ için $G_{\xi, \beta + \xi u}$ ile GPD'ndan gelmektedir (Cebrian et al., 2003).

Sonuç olarak, yükselen eşik düzeylerine karşılık maksimum olabilirlik tahmin edicisi $\hat{\xi}$ ile çizilen grafikte, belli bir noktadan sonra $\hat{\xi}$ değerleri sabitleşmektedir. GPD yaklaşımının uygulanabileceği ve $\hat{\xi}$ 'in sabitleşmeye başladığı nokta uygun eşik düzeyi olarak yorumlanmaktadır.



Şekil 4.3. GPD Endeks Grafiği

Şekil (4.3)'te 1991-1992 dönemi Aktüerler Birliği(SOA) Grup Sağlık Sigortası Veritabanında 25.000 \$'ı geçen hasarlara göre çizilen GPD Endex Grafiği görülmektedir. Grafikte noktaların sabitleşmeye başladığı nokta 150000 ile 200000 arasındadır. Model için seçilecek eşik düzeyi bu aralıktaki bir nokta olacaktır (Cebrian et al., 2003).

Biçim parametre tahmin edicisi kullanılarak eşik düzeyinin belirlendiği bir başka yöntem de Hill Grafiğidir. Hill'e göre biçim parametresi Eşitlik (4.3)'de gösterildiği gibidir.

$$\hat{\xi} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \ln X_{i,n} - \ln X_{k,n} \quad k \geq 2 \quad (4.3)$$

Hill grafiği “x” ekseninde sıralı istatistiklere karşı “y” ekseninde biçim parametresi olarak çizilmektedir. Uygun eşik düzeyi grafikte biçim parametresinin sabitleşmeye başladığı nokta olarak seçilmektedir.

4.2.3. Gertensgarbe Grafiği

Gertensgarbe prosedürü, uygun eşik düzeyini tahmin etmek için son derece güçlü bir yöntemdir. Ancak yukarıda anlatılan diğer iki yönteme göre çok daha fazla istatistiksel bir altyapı gerektirmektedir.

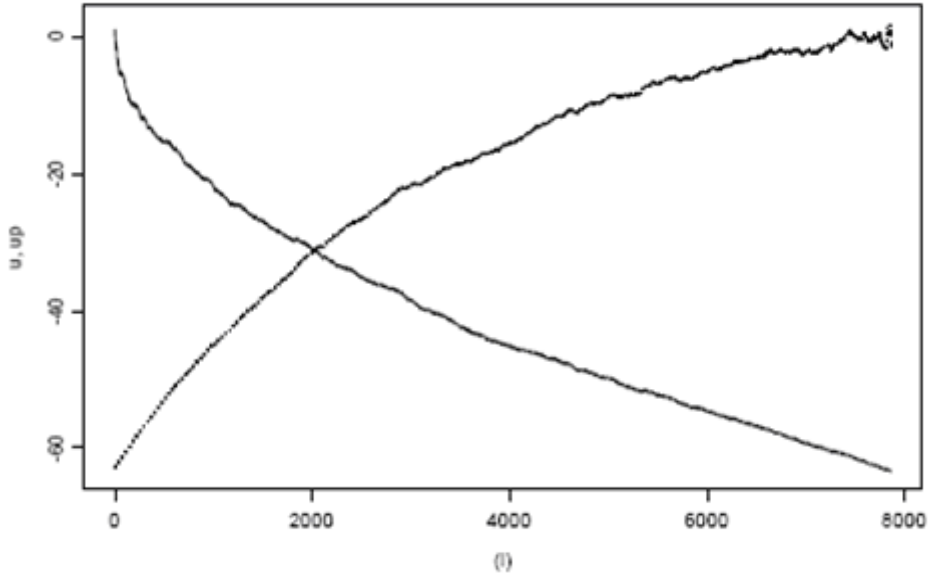
Gertensgarbe ve Werner (1989) tarafından, uygun bir eşik düzeyi seçmek için öne sürülen test, uç değer bölgesinin başlangıç noktasının karar verilmesine dayanmaktadır. Daha kesin olarak, verilen fark serilerinde $\Delta_i = x_{[i]} - x_{[i-1]}$ ($i = 2, 3, \dots, n$) ve $x_{[1]} \leq x_{[2]} \leq \dots \leq x_{[n]}$ iken uçdeğer bölgesinin başlangıç bölgesi, serilerin $\{\Delta_i, i = 2, 3, \dots, n\}$ değişim noktası olarak bulunacaktır. Burdaki en önemli fikir, gözlenen uçdeğerler arasındaki farklar ile normal değerler arasındaki farkların aynı davranışı göstermeyeceğidir. Bu değişim davranışı, fark serilerinin değişim davranışı olarak belirlemektedir.

Serilerdeki değişim noktasını tanımlamak için Mann-Kendall testinin sırasal bir uyarlamasına başvurulmaktadır. Bu testte normalize edilmiş seriler (U_i) Eşitlik (4.4)'deki gibi tanımlanmıştır.

$$U_i = \frac{U_i^* - \frac{i(i-1)}{4}}{\sqrt{\frac{i(i-1)(i+5)}{72}}} \quad (4.4)$$

$U_i^* = \sum_{k=1}^i n_k$ ve n_k , $(\Delta_1, \dots, \Delta_k)$ değerleri içinde Δ_k 'den küçük olan değerlerin sayısıdır. U_p ile ifade edilen bir başka seri de aynı usul ile sondan başa olacak şekilde $(\Delta_n, \dots, \Delta_1)$ serilerine uygulanır. U_i ve U_p arasındaki kesişim noktası anlamlı olabilecek değişim noktasını göstermektedir (Cebrian et al., 2003).

Gertensgarbe Grafiği



Şekil 4.4. Gertensgarbe Grafiği

Şekil (4.4)'de 1991-1992 dönemi Aktüerler Birliği (SOA) Grup Sağlık Sigortası Veritabanında bulunan, 25.000 \$'ı geçen hasarlara göre çizilen Gertengarbe grafiği görölmektedir. İki serinin keşiştiği nokta $i=2019$, veride 199,620 \$'a denk gelmektedir. Bu nokta en uygun eşik düzeyi olarak yorumlanmaktadır. Bir önceki şekil de (GPD Endex Grafiği) bu sonucu doğrulamaktadır (Cebrian et al., 2003).

Yukarıda bahsi geçen tekniklerin, aynı anda kullanılması, daha güvenilir sonuçlar için şiddetle önerilmektedir.

4.3. Kuyruk Kısımının Modellenmesi

Yeterli büyüklükteki eşik düzeyini aşan hasarların koşullu dağılımının GPD ile dağıldığı biliniyorsa, eşik düzeyinin üzerindeki orijinal verinin kuyruk kısmı da GPD ile modellenebilmektedir (Mc. Neil, 1996).

$x \geq u$ için,

$$F(x) = P\{X \leq x\} = (1 - P\{X \leq u\})F_u(x - u) + P\{X \leq u\} \quad (4.5)$$

ise $F(x)$ 'in tahmin edicisi Eşitlik (4.6)'deki gibidir.

$$\hat{F}_x(x) = (1 - F_n(u))G_{\xi, u, \sigma}(x) + F_n(u) \quad (4.6)$$

$\hat{F}_x(x)$, aynı ξ biçim parametresiyle $\tilde{\sigma} = \sigma(1 - F_n(u))^\xi$ ölçek ve $\tilde{\mu} = u = \tilde{\sigma}((1 - F_n(u))^{-\xi} - 1)/\xi$ konum parametre tahmin edicileriyle GPD ile dağılmaktadır (McNeil, 1996).

4.4. Risk Priminin Belirlenmesi

McNeil'e göre belli bir katman (layer) için risk priminin belirlenmesi Eşitlik (4.7)'deki gibidir.

$$P = \int_r^R (x - r)f_x(x)d_x + (R - r)(1 - F_x(R)) \quad (4.7)$$

Eşitlik (4.7)'de $f_x(x) = dF_x(x)/d_x$, X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonunu, r katmanın alt sınırını, R ise katmanın üst sınırını belirtmektedir. Yeterli düzeydeki eşik düzeyi ($u < r$) seçilerek ve bu eşik düzeyini geçen hasarlar için GPD modeli uygulanarak, $x > u$ için $F_x(x)$, Eşitlik (4.8)'deki gibi kuyruk tahmini prosedürü ile tahmin edilebilmektedir.

$$\hat{F}_x(x) = (1 - F_n(u))G_{\hat{\xi}, u, \hat{\sigma}}(x) + F_n(u) \quad (4.8)$$

Eşitlik (4.8)'de $\hat{\xi}$ ve $\hat{\sigma}$, en çok olabirlik tahmin edicileri, $F_n(u)$ ise $P\{X \leq u\}$ için deneysel tahmin edicidir. Eşitlik (4.8)'de belirtilen yoğunluk fonksiyonunun türevi alınarak Eşitlik (4.7)'de kullanılan olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilmektedir.

(Cebrian et al., 2003) ise risk primini hesaplarken belli bir eşiği geçen hasar sayısı için Poisson Dağılımını uygun görmektedir. Belli bir süre diliminde, w gibi yüksek bir değeri ($w > u$) geçen hasarlar için toplam yükümlülük S_w , Eşitlik (4.9)'teki gibidir.

$$S_w = \sum_{j: X_j > w} (X_j - w) \quad (4.9)$$

($w > u$) olduğundan ötürü, eşik düzeyini geçen hasar sayısı N_w yaklaşık olarak Poisson dağılımına uymakta, belirtilen yüksek hasarlar $[X - w | X > w]$, ξ ve $\beta = \sigma$ parametreleriyle GPD ile modellenabilmektedir. Buna göre S_w 'nin beklenen değeri Eşitlik (4.10)'deki gibidir.

$$\begin{aligned} E[S_w] &= E[N_w] E[X - w | X > w] \\ E[S_w] &= E[N_w] \left[\beta + (w - u) \frac{\xi}{1 - \xi} \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Eşitlik (4.10)'deki $E[N_w]$, Eşitlik (4.11)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$E[N_w] = E[N_u] \left[1 + \xi \left(w - \frac{u}{\beta} \right) \right]^{-1/\xi} \quad (4.11)$$

(Leadbetter et al., 1983)

Eşitlik (4.11)'teki $E[N_u]$ deneysel olarak hesaplanabilmektedir. Eşitlik (4.11)'i Eşitlik (4.10)'e uygulayarak risk primi hesaplanmaktadır.

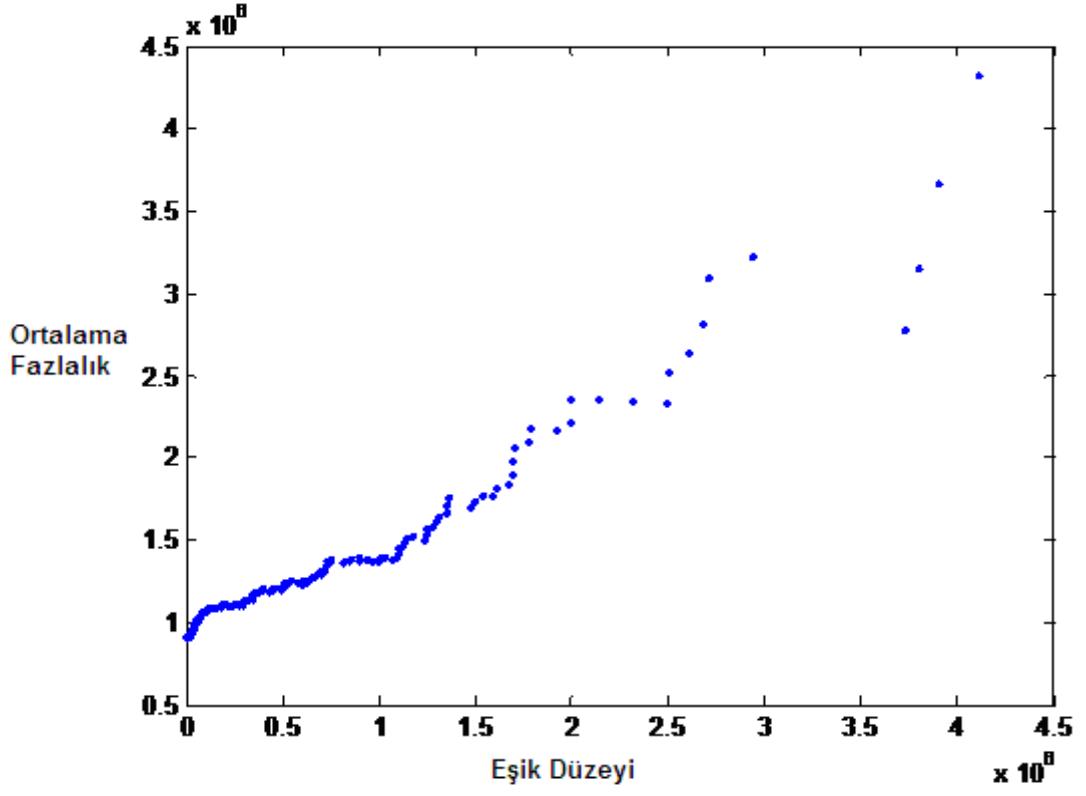
5. UYGULAMA

5.1. Uygulama I

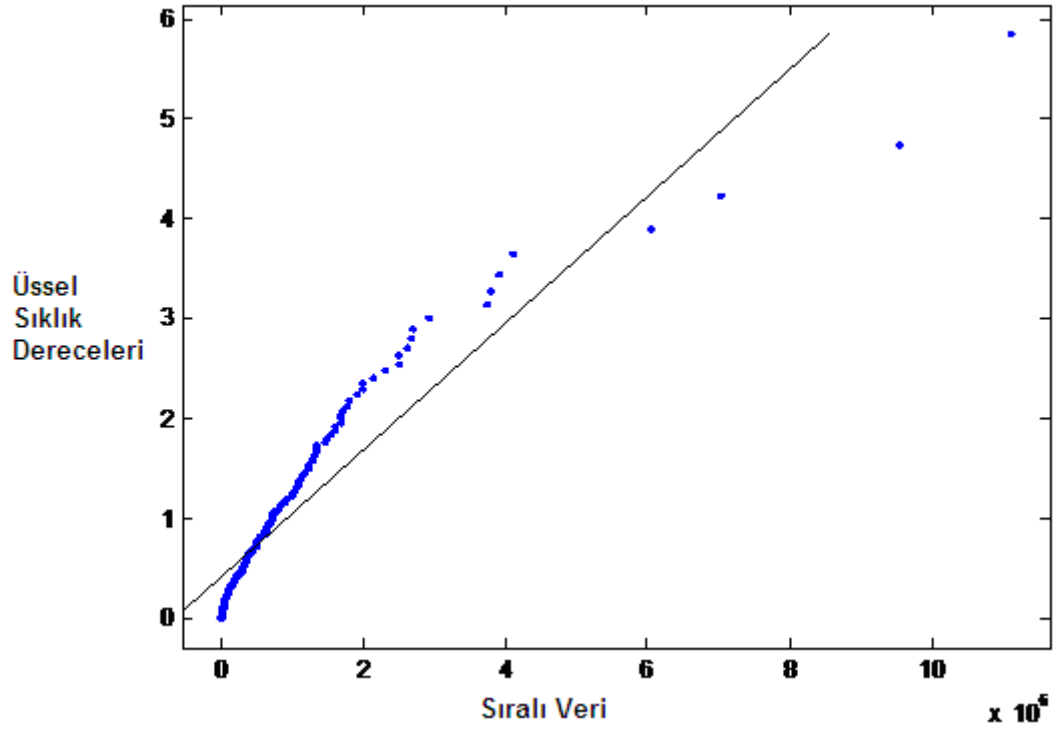
Çalışmanın bu bölümünde, ulusal bir sigorta şirketinden (gizlilik ilkesine göre firma adı verilmemiştir) alınan 1990 yılına ait yangın hasar verisinin kuyruk kısmı GPD ile modellenmiş ve hasar fazlası anlaşmalarında kullanılan yüksek hasar katmanları için risk primi belirlenmiştir. İstatistiksel analizlerde Stephenson and Gilleland (2006)' da belirtilen programlardan MATLAB kullanılmıştır.

1990 yılına ait yangın veri seti 172 hasardan oluşmaktadır. Verideki hasarların en düşük değeri 6345 YTL iken en yüksek hasar değeri 11099500 YTL olarak gözlenmiştir. Verinin ortalama hasar değeri 903463, standart sapması ise 1457000 olarak saptanmıştır. Veri setinin analizinde işlemsel kolaylık olması amacıyla Mc Neil'de olduğu gibi herbir veri 1/1000000 ile çarpılmıştır.

Genelde sigorta hasar verilerinin kalın kuyruklu olduğu bilinmesine rağmen yangın verisinin analizinde ilk olarak kalın kuyruklu test edilmiştir. Şekil (5.1)'deki Ortalama Hasar Fazlalık Grafiğindeki artan eğilim ve Şekil (5.2)'deki Üstel QQ Grafiğindeki konkav yapı, yangın verisinin kalın kuyruklu olduğuna işaret etmektedir (Gençay vd., 2002).

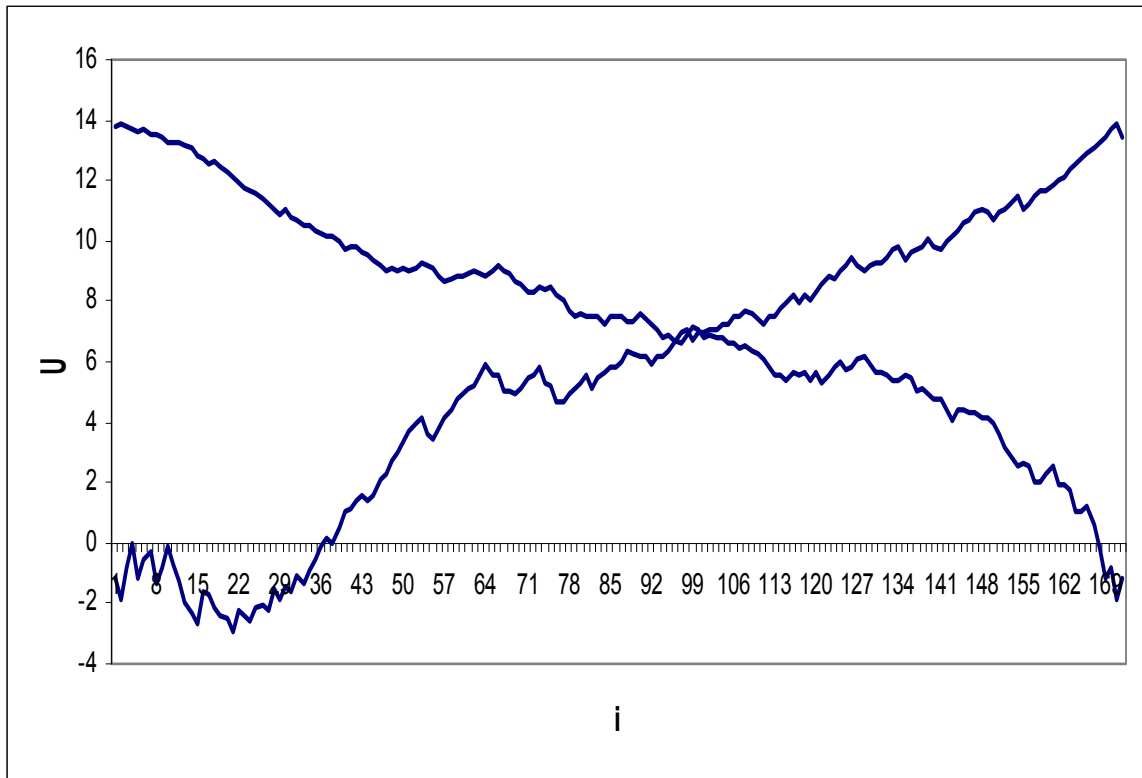


Şekil 5.1. Yangın Verisi Ortalama Hasar Fazlalık Grafiği

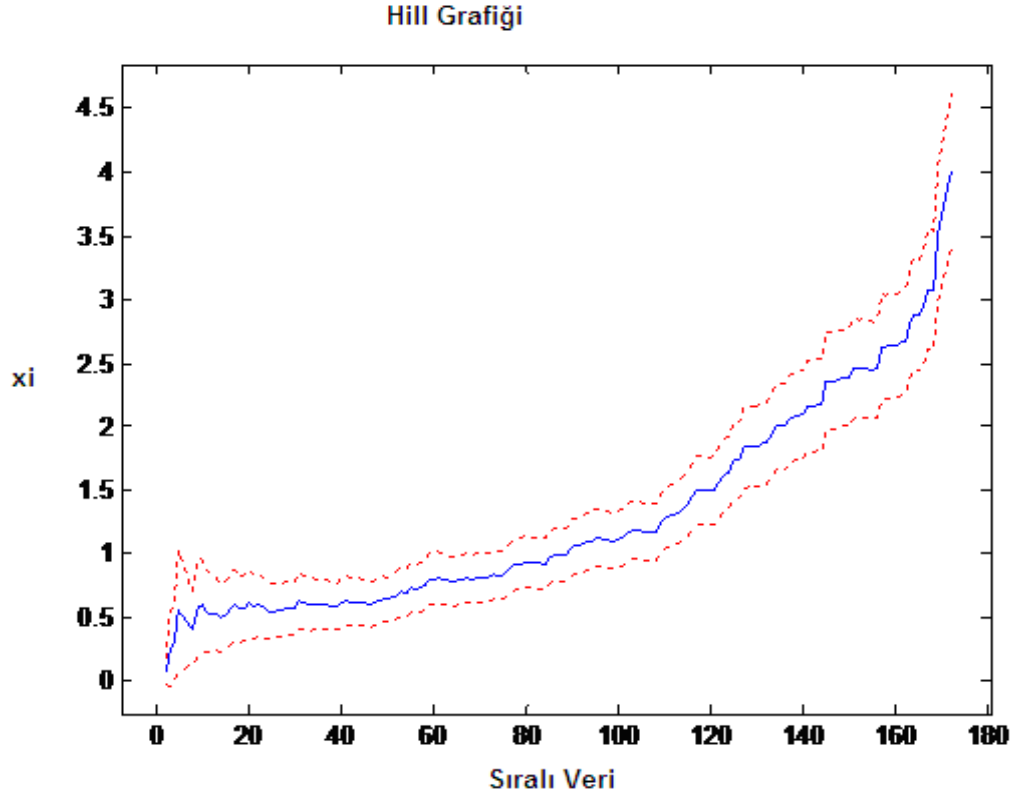


Şekil 5.2. Yangın Verisi Üstel QQ Grafiği

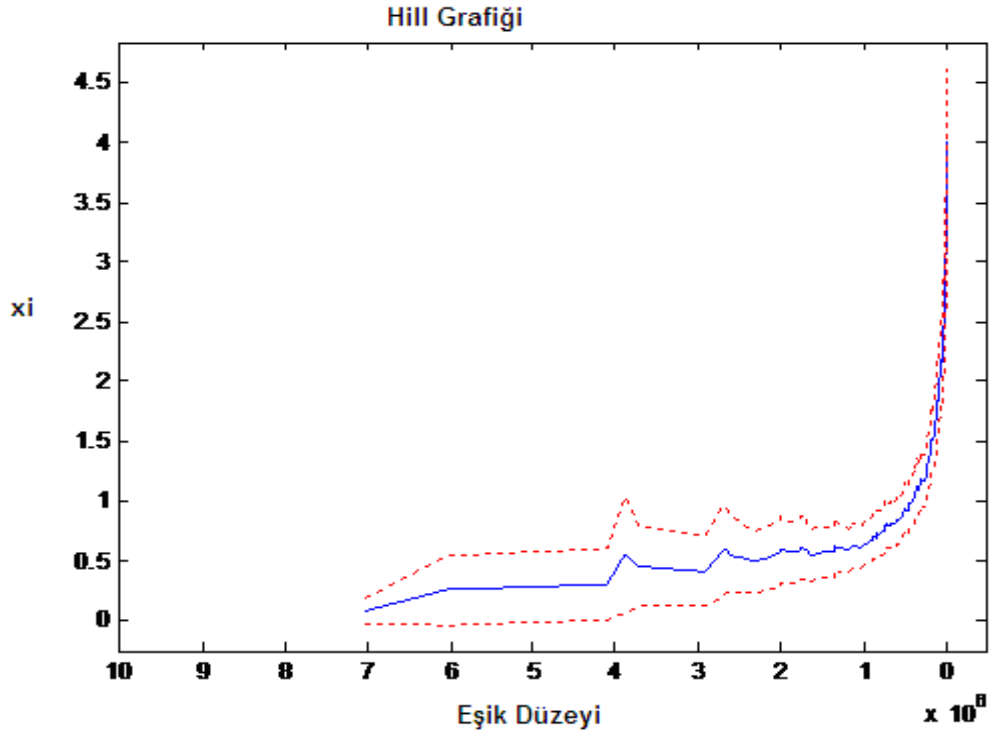
Verinin kalın kuyrukluluğu tespit edildikten sonra GPD'nı uygulamak için en uygun eşik düzeyinin belirlenmesi analizin en önemli kısmını oluşturmaktadır. Eşik düzeyini belirlemede Gertensgarbe Grafiği, en etkili ve istatistiksel olarak en sağlam altyapıya sahip olan yöntemdir (Cebrian et al., 2003). Şekil (5.3)'de yangın verisi için çizilen Gertensgarbe Grafiği görülmektedir. Bu grafiğe göre iki eğrinin kesiştiği nokta 102. değere denk gelmektedir. 102. sıradaki değer ise eşik düzeyi olarak ham veride (0.65×10^6) olarak gözlenmiştir. Şekil (5.4)'deki Hill Grafiği Gertensgarbe Grafiğinden çıkan sonucu tam olarak doğrulamamaktadır. Ancak şekil (5.5)'deki eşik düzeyine göre çizilen Hill grafiğinde daha kararlı bir yapı söz konusudur. Gençay (2002)'a göre Hill Grafiği yardımıyla eşik düzeyi, grafikte biçim parametresinin (Pareto Endeksi) yaklaşık olarak sabitleşmeye başladığı nokta olarak belirlenmektedir.



Şekil 5.3. Yangın Verisi İçin Gertensgarbe Grafiği

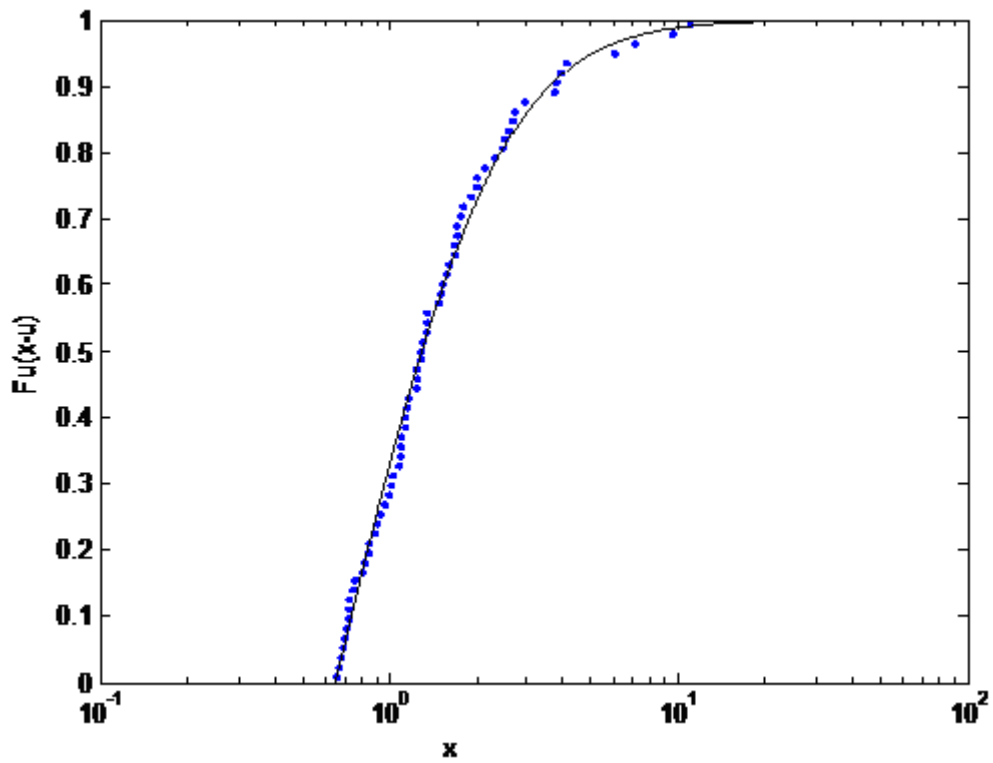


Şekil 5.4. Yangın Verisi, Sıralı İstatistiğe Göre Hill Grafiği

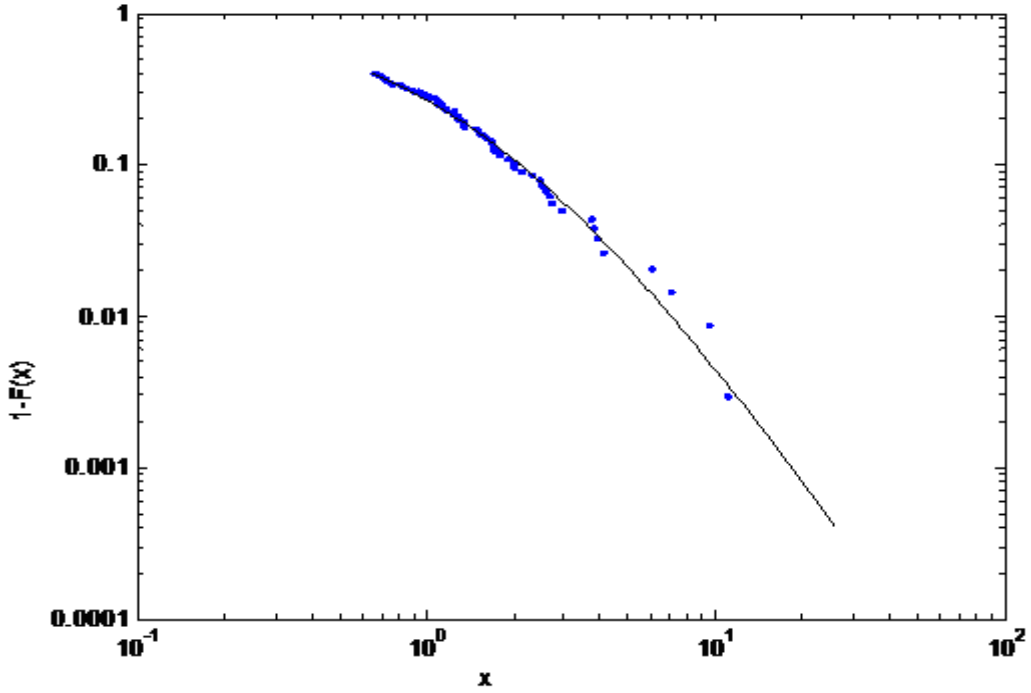


Şekil 5.5. Yangın Verisi, Eşik Düzeyine Göre Hill Grafiği

Gertensgarbe Grafiğinin sonucuna göre eşik düzeyi 0.65 olarak belirlenmiştir. Teoriye göre uygun eşik düzeyinin üzerindeki veri GPD ile modellenenbilmektedir. Şekil (5.6)'de görüldüğü üzere, yangın verisi için 0.65 eşik düzeyinin üzerindeki hasarlar GPD ile modellenmiştir. Şekil (5.7)'de ise 0.65 eşik düzeyinin üzerindeki hasarların kuyruk kısmının modellenmesi verilmiştir. Bu şekilde de GPD'nın verinin kuyruk kısmına uygun olduğı görülmektedir.



Şekil 5.6. Yangın Verisi için Eşik Düzeyini Geçen Hasarların GPD ile Modellenmesi



Şekil 5.7. Yangın Verisi için Eşik Düzeyini Geçen Hasarların Kuyruk Kısmının Modellenmesi

Eşik düzeyi 0.65 iken bu değeri geçen hasarlar $\hat{\xi} = 0.3649$, $\hat{\beta} = 0.8154$ en çok olasılık parametreleriyle GPD ile modellenmiştir. Parametrelerin standart hataları sırasıyla 0.160 ve 0.159 olarak bulunmuştur. Hasarların kuyruk kısmı ise $\hat{\xi} = 0.3649$ biçim parametre tahmin edicisi, $\hat{\beta} = 0.584$ ölçek parametre tahmin edicisi ve $u = 0.015$ konum parametre tahmin edicisiyle GPD ile modellenmiştir.

Bu parametre tahmin edicileri ile örnek olarak verilen yüksek hasar fazlası katmanına (2 - 10) göre risk primi Çizelge (5.1) 'deki gibi 0.16 olarak hesaplanmıştır. Yangın verisinde (2 - 10) katmanında 17 tane hasar gözlenmiştir. Bu hasarlar tüm yangın verisinin %9'luk kısmını oluşturmaktadır. Başka bir deyişle kuyruk kısmındaki %9'luk kısım için belirlenen risk primi Çizelge (5.1)'de belirtildiği gibi 0.16 olarak hesaplanmıştır.

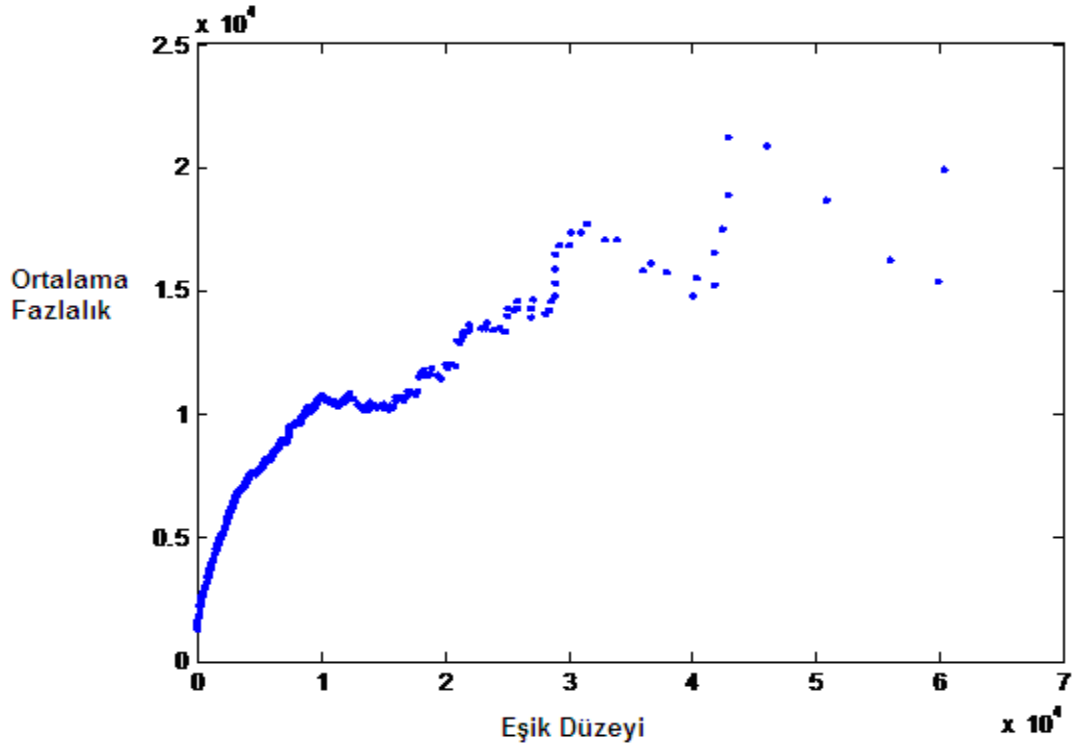
Çizelge 5.1. Yangın Verisi Yüksek Hasar Fazlası Katmanına Göre Risk Primi

| Eşik Değeri | Alt Katman Sınırı | Üst Katman Sınırı | RP |
|-------------|-------------------|-------------------|------|
| 0.65 | 2 | 10 | 0.16 |

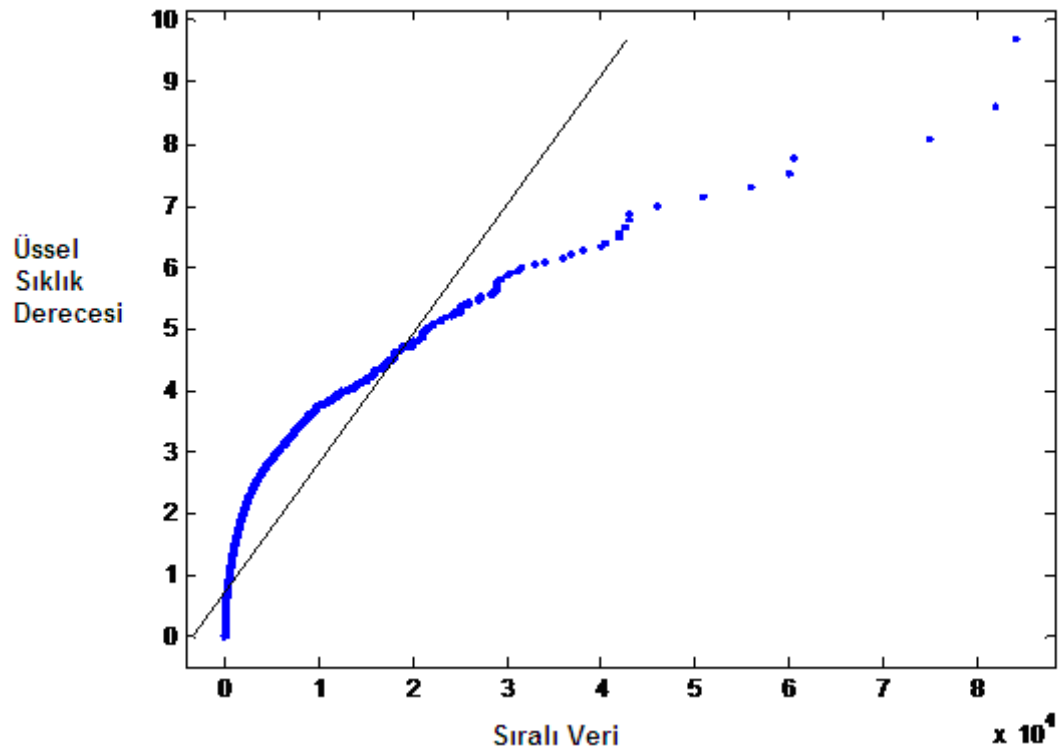
5.2. Uygulama II

Uygulama bölümünün ikinci kısmında ise yine ulusal bir sigorta şirketinden alınan, bir ay içinde ödenen kasko hasar verisi kullanılmıştır. Bir aylık kasko hasar veri seti 8156 hasardan meydana gelmektedir. Verinin en küçük değeri 0.81 YTL, en yüksek değeri ise 84000 YTL olarak saptanmıştır. Ortalama kasko hasarı 1320.8 iken bu değerlerin standart hatası ise 3811 olarak hesaplanmıştır. Bir önceki örnek uygulamada olduğu gibi hasar veri setinde de analizde işlem kolaylığı amacıyla her bir veri 1/1000 ile çarpılmıştır.

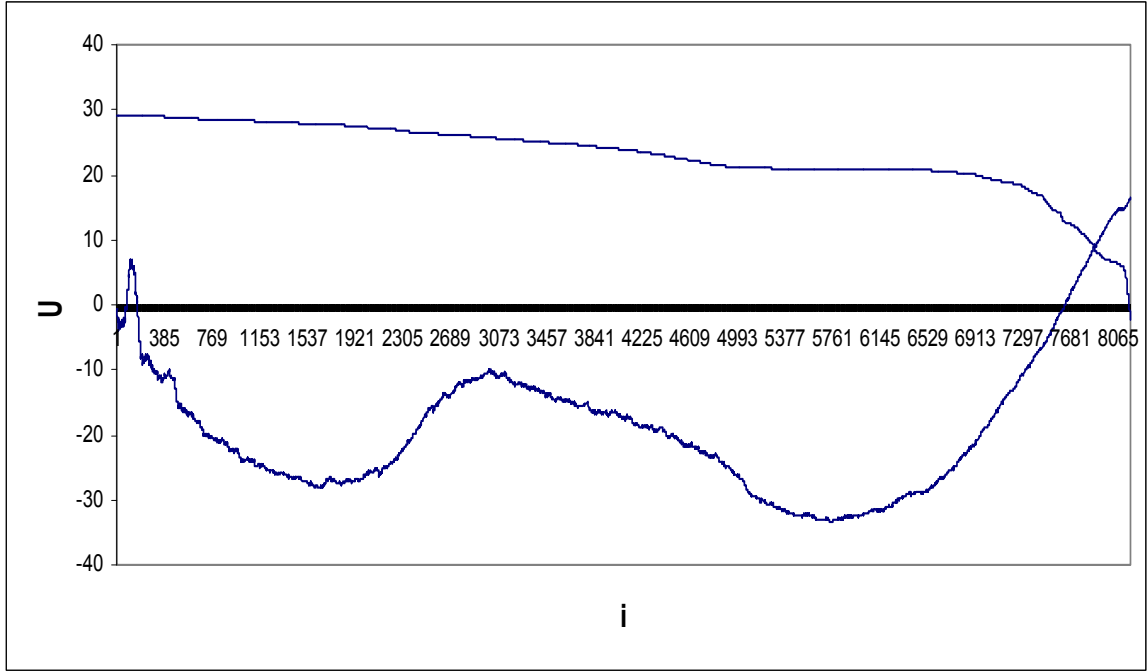
Hasar Veri setinin uzun kuyrukluluğu test edildiğinde, Şekil (5.8)'deki ortalama fazlalık fonksiyonundaki artan eğilim ve Şekil (5.9)'deki konkav yapı verinin uzun kuyruklu olduğuna işaret etmektedir.



Şekil 5.8. Kasko Verisi Ortalama Fazlalık Fonksiyon Grafiği

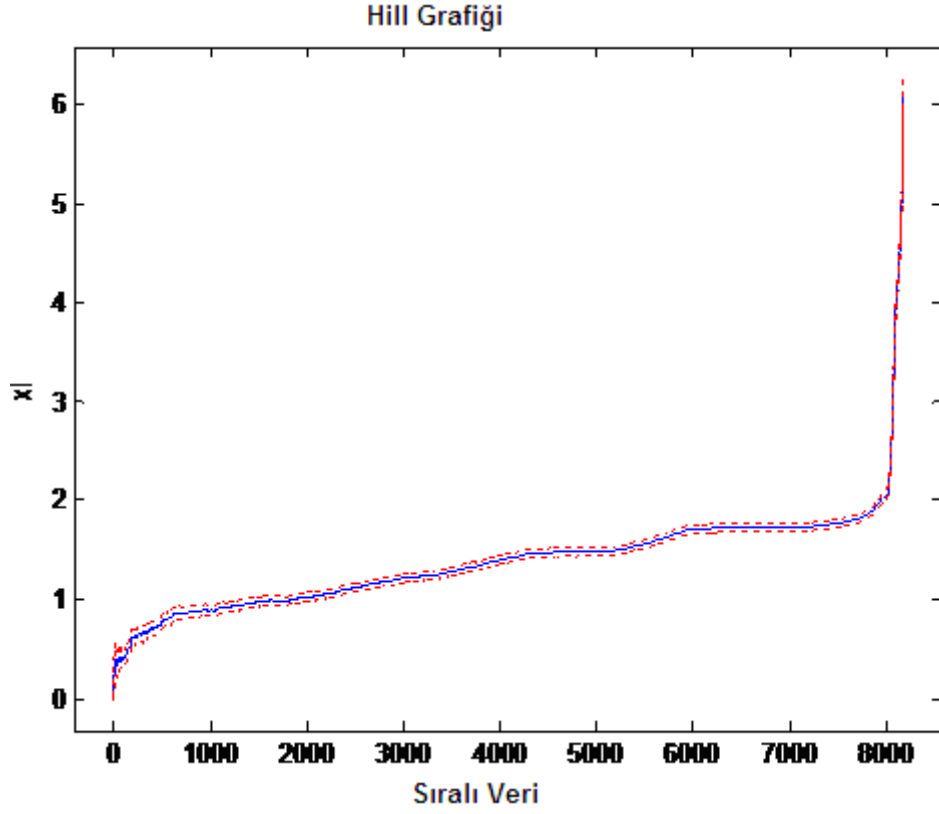


Şekil 5.9. Kasko Verisi Üstel QQ Grafiği



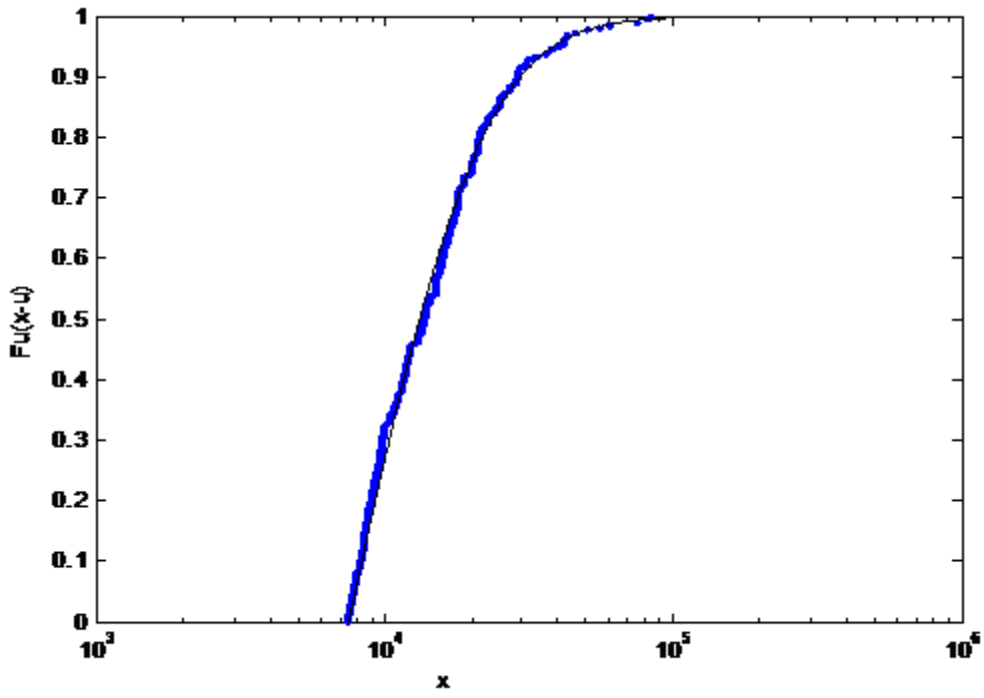
Şekil 5.10. Kasko Hasar Verisi İçin Gertensgarbe Grafiği

Kasko hasar verisi için en uygun eşik düzeyini belirlemek için öncelikle Gertensgarbe grafiğine başvurulmuştur. Şekil (5.10)'de Kasko hasar verisi için çizilen Gertensgarbe grafiği görülmektedir. Bu grafiğe göre iki eğrinin kesiştiği nokta $i=7878$ olarak görülmektedir. Veri setinde bu nokta 7.5×10^3 hasar değerine denk gelmektedir. Şekil (5.11)'de ise Kasko Hasar Verisi için çizilen Hill Grafiği görülmektedir. Bu grafikte görülmektedir ki 6000. değerden sonra "xi" değerleri sabitleşmektedir. Bu durum göstermektedir ki Gertensgarbe grafiğinden varılan sonucu Hill grafiği doğrulamaktadır.

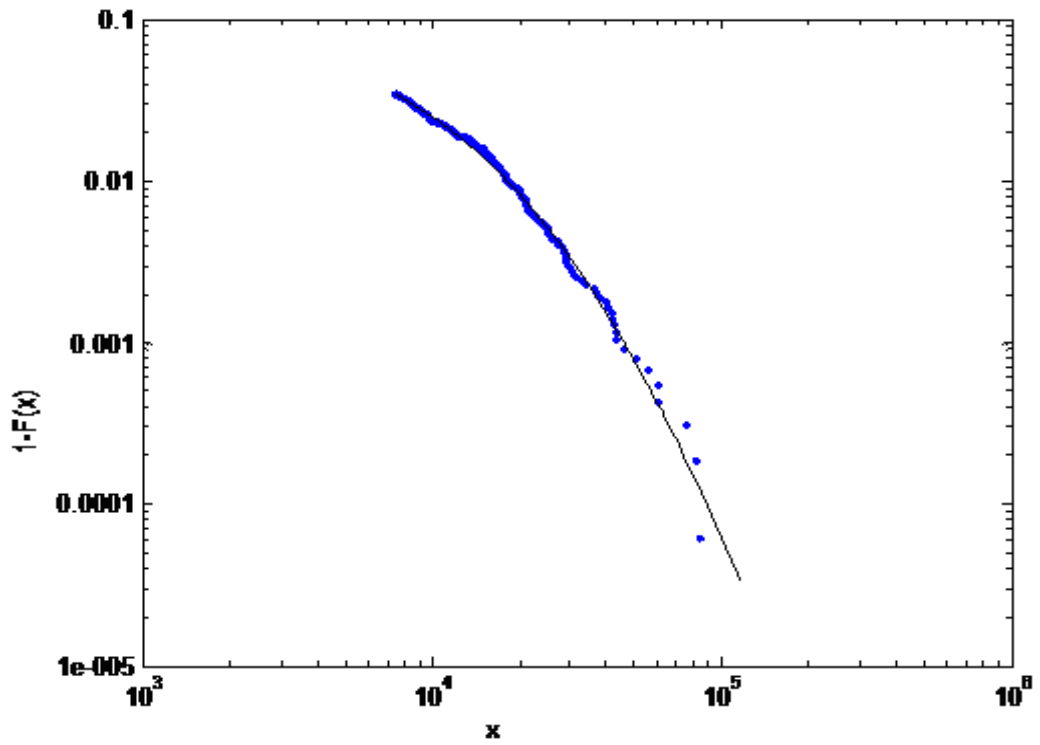


Şekil 5.11. Kasko Hasar Verisi İçin Hill Grafiği

Gertensgarbe grafiği ve Hill grafikleri sonucunda Kasko hasar veri seti için en uygun eşik düzeyi 7.5 olarak belirlenmiştir. Bu eşik düzeyini geçen 281 hasar GPD ile modellendiğinde $\hat{\xi} = 0.1866$ biçim parametresi tahmin edicisi ve $\hat{\beta} = 7.6678$ ölçek parametresi tahmin edicisi ile dağılmaktadır. Bu tahmin edicilerin standart hataları ise sırasıyla 0.0732 ve 0.719 olarak hesaplanmıştır. Şekil (5.13)'de görülen kasko hasar verisinin kuyruk kısmı ise $\hat{\xi} = 0.1866$ biçim parametre tahmin edicisi, $\hat{\beta} = 4.0899$ ölçek parametre tahmin edicisi ve $u = -11.6739$ konum parametre tahmin edicisi ile dağılmaktadır.

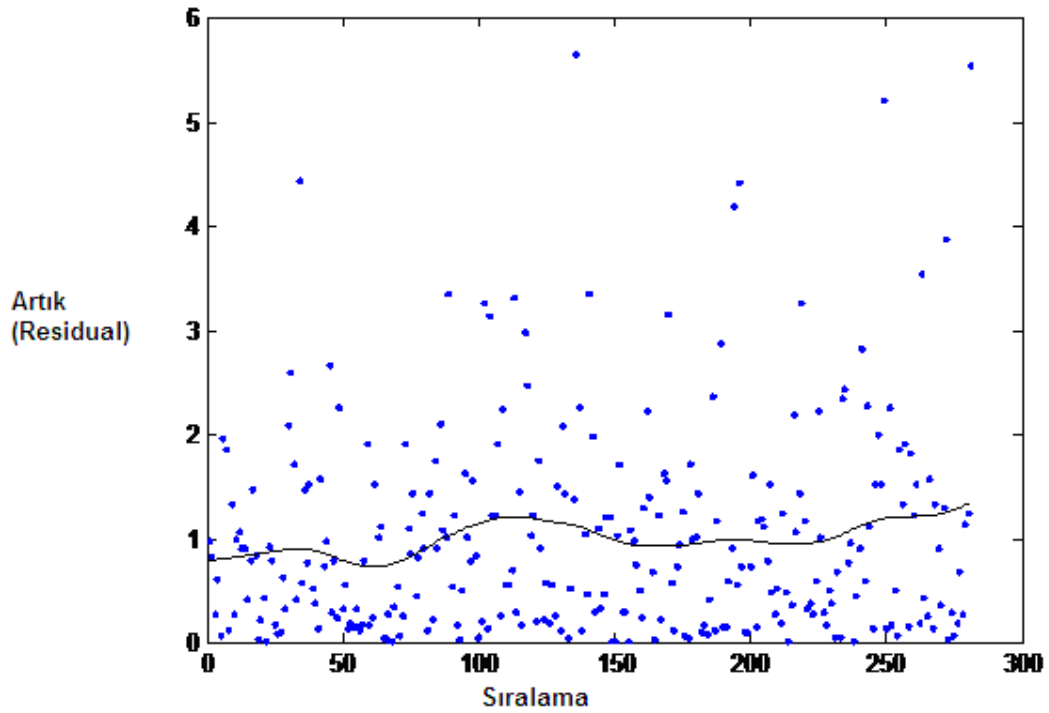


Şekil 5.12. Kasko Hasar Verisinin GPD ile Modellenmesi



Şekil 5.13. Kasko Hasar Verisinin Kuyruk Kısmının GPD ile Modellenmesi

Yukarıda belirtilen parametre tahmin edicileriyle eşik düzeyini geçen 281 verinin GPD ile modellenmesinin grafiği Şekil (5.12)'de verilmiştir. Şekil (5.13) de ise bu verinin kuyruk kısmının grafiği verilmiştir. Her iki şekilde de görülmektedir ki Uç Değer Teorisine uygun olarak 281 veri GPD ile dağılmaktadır. Şekil (5.14) ise modellenen verinin artıklarının (residual) dağılımını göstermektedir. Bu şekildeki dağınık yapı ise GPD'nin eşik düzeyini geçen 281 veriyi modellemede uygun olduğunu göstermektedir.



Şekil 5.14. Kasko Hasar Verilerinin Artıklarının (Residual) Dağılımı

Bu bilgiler ışığında, yüksek değerlerdeki hasar fazlası katmanları için risk primi hesabı eşitlik (4.7)'de verildiği üzere hesaplanabilmektedir. Kasko hasar verileri için örnek olarak seçilen (10 – 60) katmanı için risk primi 0.23 olarak hesaplanmıştır. Kasko verisinde bu katmana giren hasar sayısı 191 olarak gözlenmiştir ve bu hasarlar tüm veri setinin %2'lik kısmını oluşturmaktadır. Başka

bir deyişle verinin kuyruk kısmında bulunan ve %2'lik kısmını oluşturan hasarlar için risk primi 0.23 olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 5.2. Kasko Hasar Verisi Yüksek Hasar Fazlası Katmanına Göre Risk Primi

| Eşik Değeri | Alt Katman Sınırı | Üst Katman Sınırı | RP |
|-------------|-------------------|-------------------|------|
| 7.5 | 10 | 60 | 0.23 |

6. SONUÇ VE ÖNERİ

Günümüzde özellikle hayat dışı branşlarda (yangın, deprem, kasko vs.) meydana gelen yüksek hasarlı (kalın kuyruklu) olaylar az sayıda olmasına rağmen sigortacının ödediği tazminatların büyük bir kısmını oluşturmaktadır. Bu durumda hasar veri setlerinin kuyruk kısmının analizi büyük önem kazanmaktadır.

Verilerin kuyruk kısmının analizinde Uç Değer Teorisi çok önemli bir rol oynamaktadır. Bu çalışmanın da konusu olan Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı Uç Değer Teorisinin en önemli sonuçlarındandır. “Pickands – Balkema de Haan” ve “Fisher – Tippett” teoremleri seçilen uygun bir eşik düzeyinin üzerindeki hasarların GPD ile modellenebileceğini göstermektedir. Tüm bir veri seti için uygun olan bir dağılım o veri setinin kuyruk kısmı için uygun olmayabilmekte ya da verinin kuyruk kısmı için GPD’den daha iyi sonuçlar veren dağılımlar bulunabilmektedir. Ancak GPD, sağlam teorik temellere dayanarak kuyruk dağılımlarının modellenmesinde kullanılan en genel dağılımdır.

Sigorta hasar verilerinin kuyruk kısmının modellenmesi ve bu yolla reasüröre ödenecek risk priminin hesaplanması için öncelikle verinin kalın kuyrukluğunun tespit edilmesi gerekmektedir. GPD’nin yardımıyla kalın kuyruklu verinin kuyruk kısmının modellenmesinde en kritik nokta uygun düzeyde bir eşik değerinin belirlenmesidir. Günümüzde bu konu hala önemli bir araştırma konusudur. Bu çalışmanın uygulama bölümünde yeterli eşik düzeyinin belirlenmesi için Gertensgarbe grafiği ve Hill grafiği yöntemleri kullanılmıştır. Yeterli eşik düzeyinin hesaplanmasından sonra bu değeri geçen hasarlar, GPD biçim ve ölçek parametre tahmin edicileri ile modellenmektedir.

Çalışmanın uygulama bölümünde 172 hasardan oluşan yangın verisi ve 8156 hasardan oluşan kasko verisi kullanılmıştır. Yangın verisinin kalın kuyruklu olduğu gözlenmiş ve en uygun eşik düzeyi hesaplanmıştır. Çizilen GPD QQ Grafiklerinde de görüldüğü üzere yangın verisinin yeterli eşik düzeyinin üzerindeki hasarların gayet uygun olarak GPD ile modellenebileceği görülmüştür.

Yangın verisini oluşturan hasar sayısı az olmasına rağmen en çok olabilirlik parametre tahmin edicileri hesaplanabilmiş ve bu bilgilerle risk primi hesaplanmıştır.

Uygulama bölümünün ikinci kısmında ise 8156 hasardan oluşan kasko hasar verileri kullanılmıştır. Kasko verisinin kalın kuyruklu olup olmadığının tespitinden sonra en uygun eşik düzeyi belirlenmiştir. Veri setini oluşturan hasar sayısının fazlalığı, eşik düzeyini belirlemede kullanılan grafiklerin yorumunu kolaylaştırmıştır. Yangın verisinde olduğu gibi yine aynı işlem sırası izlenip reasüröre ödenmesi gereken risk primi hesaplanmıştır.

Verinin kuyruk kısmının modellenmesinde en kritik noktanın eşik düzeyinin belirlenmesinin olması, GPD parametre tahmin edicilerinin tamamen bu değere bağlı olmasından kaynaklanmaktadır. Değişen her eşik düzeyi farklı parametre tahmin edicilerine yol açmakta bu nedenle de farklı risk primi hesabına neden olmaktadır. Bu nedenle eşik düzeyinin belirlenmesi kalın kuyruklu verilerin analizinde çok önemli bir rol oynamaktadır.

Uç değerlerin modellenmesinde GPD'nın kullanılması elbette tek yöntem değildir. GPD'na ek olarak, bu çalışmada da kısaca değinilen Genelleştirilmiş Uç Değer dağılımı, uç değerlerin modellenmesinde kullanılabilir. Ayrıca bu çalışmanın uygulama kısmında, eşik düzeyini geçen hasarların dağılımı deneysel olarak belirlenmiştir. Ancak bu hasarların Poisson dağılımından geldiği varsayılarak başka bir risk primi de hesaplanabilirdi. İleriki çalışmalarda yukarıda önerilen yöntemler uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Balkema, A. ve de Haan, L., 1974. Residual Life Time at Great Age. *Annals of Probability*, 2:5, 792 – 804.
- Baur, P., Breutel-O'Donoghue, A., 2004, Understanding Reinsurance, Swiss Reinsurance Company
- Cebrian, A. C., Denuit, M. ve Lambert, P., 2003. Generalized Pareto Fit to the society of actuaries large claims database. *North American Actuarial Journal*, 7, 18 – 36.
- Davison, A. ve Smith, R., 1990. Models for exceedances over high thresholds (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, London, UK, Series B 52, 393.
- Gencay, R., Selçuk F. ve Ulugülyağcı, A., 2002. EVIM: A Software Package for Extreme Value Analysis in MATLAB. *Forthcoming in Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 5, 213 – 239.
- Gertensgarbe, F. W. ve Werner, P. C., 1989. A method for the statistical definition of extreme – value regions and their application to meteorological time series. *Z. Meteor.*, 39, 224 – 226.
- Hosking, J. R. M., 1985. Maximum-Likelihood Estimation of the Parameters of the Generalized Extreme-Value Distribution. *Applied Statistics*, 34:3, 301 – 310.
- Hosking, J. R. M. ve Wallis, J. R., 1987. Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*, Alexandria, VA, USA, 29:3, 339.

Leadbetter, M,R., Lindgren, G. ve Rootzen, H., 1983. Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes. *Springer-verlag*, New York, USA, 308.

McNeil, A. J., 1996. Estimating the tails of loss severity distributions using extreme value theory. *ASTIN Bulletin*, Arlington, VA, USA, 27,117 – 137.

Pickands, J., 1975. Statistical inference using extreme order statistics. *The Annals of Statistics*, 3, 119 – 131.

Smith, R. L., 1989. Extreme Value Analysis of Environmental Time Series: An Application to Trend Detection in Ground-Level Ozone. *Statistical Science*, 4:4, 367 – 377.

Stephenson, A. ve Gilleland, E., 2006. Software for the Analysis of Extreme Events: The Current State and Future Directions. *Extremes*, 8, 87 – 109.

Türkiye Sigorta ve Reasürans Şirketler Birliği, 2008. Sigortanın Tarihi. <http://www.tsrbs.org.tr/tsrbs/Sigorta/Sigortanın+tarihi/>

Swiss Reinsurance Company Chief Underwriting Office, 2002. An Introduction To The Reinsurance. <http://www.cs.elte.hu/probability/prokaj/vb/sigma1.pdf>

EK 1. 1990 Yılı Yangın Verileri

| | | | | |
|-------|--------|--------|---------|----------|
| 6345 | 82000 | 315000 | 678500 | 1351317 |
| 7950 | 87800 | 330000 | 697000 | 1360000 |
| 9528 | 89722 | 336000 | 702500 | 1473500 |
| 11249 | 90861 | 349004 | 719500 | 1500000 |
| 17888 | 98917 | 349500 | 724000 | 1535865 |
| 18058 | 107000 | 351500 | 726700 | 1595000 |
| 21113 | 108905 | 351953 | 728861 | 1614500 |
| 23006 | 112500 | 354500 | 749500 | 1674500 |
| 23100 | 114600 | 369500 | 755500 | 1694687 |
| 25378 | 116150 | 377848 | 809500 | 1700000 |
| 29500 | 118700 | 387652 | 824500 | 1703100 |
| 30800 | 132857 | 399500 | 849500 | 1774500 |
| 32009 | 135668 | 400000 | 852000 | 1793000 |
| 32139 | 149500 | 429500 | 896500 | 1919500 |
| 33250 | 153500 | 440000 | 899500 | 2000000 |
| 33687 | 164948 | 450000 | 937500 | 2000214 |
| 40570 | 178000 | 454540 | 971500 | 2141773 |
| 41903 | 182176 | 465000 | 1001500 | 2317189 |
| 42179 | 186500 | 496500 | 1008000 | 2490500 |
| 42500 | 187000 | 499500 | 1032000 | 2500000 |
| 43708 | 188500 | 503531 | 1073100 | 2604628 |
| 43978 | 199500 | 507415 | 1097500 | 2682540 |
| 48000 | 215500 | 509325 | 1099500 | 2707000 |
| 49000 | 224500 | 528000 | 1102944 | 2936166 |
| 50000 | 234927 | 532000 | 1125000 | 3728250 |
| 51878 | 245000 | 543225 | 1139500 | 3800000 |
| 53227 | 249500 | 573300 | 1149500 | 3900500 |
| 53666 | 254500 | 599500 | 1173454 | 4109500 |
| 66000 | 274500 | 609790 | 1236688 | 6052320 |
| 66317 | 294500 | 610446 | 1249000 | 7021750 |
| 68875 | 295795 | 632000 | 1249500 | 9539500 |
| 69500 | 299500 | 640000 | 1279500 | 11099500 |
| 75825 | 300000 | 649500 | 1296762 | |
| 76389 | 303042 | 655055 | 1316200 | |
| 79500 | 305500 | 673017 | 1349500 | |

EK 2. 2008 Kasko Hasar Verisi

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 4678 | 203 | 220 | 1212 | 1643 | 426 | 213,47 | 2871 | 1727 | 151,83 |
| 197,56 | 647 | 4052 | 95,29 | 181 | 354 | 800 | 6166 | 138,26 | 991 |
| 709 | 66,94 | 217,04 | 1168 | 82,61 | 65,83 | 77,64 | 253,77 | 305 | 85,76 |
| 92,65 | 478 | 208 | 104,25 | 1947 | 979 | 573 | 84,37 | 150 | 447 |
| 4904 | 758 | 208 | 114,05 | 1596 | 85,24 | 67,5 | 700 | 1323 | 212 |
| 636 | 805 | 70,38 | 1002 | 96,11 | 215 | 1804 | 73,4 | 92,28 | 209 |
| 205,11 | 72,63 | 223 | 98,6 | 192,65 | 230,64 | 1966 | 550 | 286 | 142,64 |
| 15739 | 297 | 1427 | 73,4 | 88,19 | 240,43 | 111,66 | 89,05 | 1452 | 411 |
| 445,32 | 1488 | 93,14 | 218,12 | 3201 | 102,68 | 118,76 | 4201 | 113,16 | 60,7 |
| 215 | 1226 | 501 | 2841 | 4117 | 16500 | 1688 | 213,86 | 65 | 550 |
| 39 | 111 | 1064 | 180,65 | 71,4 | 256,9 | 1473 | 897 | 4371 | 85,9 |
| 70,8 | 155,64 | 642 | 256 | 450 | 215,96 | 3226 | 122,72 | 3777 | 330 |
| 2092 | 3292 | 106,51 | 57,35 | 81,18 | 1013 | 207,36 | 176 | 910 | 514 |
| 161,18 | 118 | 991 | 25555 | 116,63 | 98,99 | 626 | 650 | 95,3 | 375 |
| 14300 | 198,82 | 75,52 | 591,81 | 141,2 | 900 | 70,26 | 70 | 526 | 59 |
| 144 | 137,51 | 95,89 | 500 | 112,99 | 1385 | 808 | 4973 | 84,89 | 478 |
| 289,8 | 355 | 435 | 491 | 9635 | 118,65 | 72,71 | 438 | 352 | 189 |
| 2,92 | 938 | 173 | 240 | 321,7 | 539 | 1621 | 94,27 | 234 | 5055 |
| 5964 | 98,91 | 1450 | 221 | 79,82 | 205,51 | 108,58 | 114,33 | 70,8 | 910 |
| 216,25 | 692 | 92,59 | 140,7 | 4837 | 6057 | 98,39 | 422 | 255 | 1862 |
| 224 | 110,15 | 7074 | 24500 | 1040 | 1327 | 203 | 227,7 | 255 | 147,5 |
| 209 | 76,51 | 1450 | 8428 | 1040 | 278 | 89,94 | 204 | 262 | 86,62 |
| 2209 | 6057 | 225 | 245,43 | 106,44 | 401,15 | 115,89 | 4275 | 260 | 721 |
| 157,64 | 566 | 141,27 | 223 | 392 | 462 | 102,21 | 230,12 | 600 | 91,99 |
| 121,66 | 63,96 | 340 | 400 | 114,53 | 706 | 112,88 | 241 | 367 | 1275 |
| 133,19 | 269 | 61 | 250 | 140,48 | 73,66 | 158,18 | 232 | 73,14 | 92,71 |
| 114,12 | 206 | 75,47 | 1115 | 850 | 213,72 | 1715 | 7333 | 649 | 3084 |
| 535 | 92,96 | 480 | 102,64 | 82,07 | 105,34 | 137,43 | 267,68 | 85,9 | 180,94 |
| 85,27 | 81,04 | 1030 | 353 | 322 | 223 | 1896 | 215,96 | 1061 | 63 |
| 201 | 9589 | 86,36 | 77,55 | 109,87 | 94,82 | 341 | 14000 | 107,18 | 308 |
| 259 | 5559 | 4602 | 19000 | 66,6 | 1166 | 149,82 | 80 | 110 | 2560 |
| 3022 | 236,27 | 196,35 | 413 | 192,47 | 85,63 | 115,57 | 290 | 673 | 365 |
| 159,68 | 3339 | 2225 | 652 | 1891 | 789 | 71,58 | 2207 | 120 | 182,71 |
| 447 | 212 | 149,14 | 90,23 | 180,73 | 75,23 | 1462 | 3078 | 95,8 | 350,46 |
| 981 | 161,44 | 185,43 | 930 | 75 | 898 | 182 | 204,48 | 1825 | 71,27 |
| 89,6 | 10,25 | 2941 | 102,05 | 3275 | 100,09 | 4115 | 20500 | 1299 | 10920 |
| 944 | 74,48 | 529 | 2954 | 184,55 | 3769 | 1581 | 704 | 115,6 | 177 |
| 3027 | 305,05 | 200,25 | 173,18 | 254 | 678 | 119,64 | 704 | 132,81 | 366,18 |
| 207 | 12387 | 686 | 200 | 1266 | 217,93 | 2000 | 14390 | 2148 | 5,94 |
| 190,84 | 390,89 | 72,81 | 2326 | 88,21 | 1503 | 10811 | 506 | 87,01 | 90,95 |
| 13,05 | 73,09 | 72,2 | 199 | 15851 | 100,5 | 223 | 80,1 | 1876 | 3819 |
| 1867 | 885 | 7927 | 171,94 | 2374 | 15087 | 3045 | 108,88 | 113,1 | 109,91 |
| 128,34 | 775 | 61 | 1958 | 135,02 | 85 | 548 | 187,36 | 871 | 96,1 |
| 92,41 | 380 | 63 | 352 | 807 | 15000 | 203,83 | 893 | 83,54 | 1755 |
| 446 | 77,55 | 76,04 | 154,06 | 91,59 | 949 | 1385 | 174 | 108,84 | 99,93 |
| 1608 | 88,49 | 1552 | 70,8 | 170 | 6325 | 249 | 7688 | 45 | 1325 |
| 117,87 | 53,1 | 116,17 | 1208 | 70,8 | 270,04 | 118,65 | 152,86 | 71,06 | 1878 |
| 6732 | 67,66 | 677 | 86,79 | 1302 | 313 | 3561 | 9250 | 1758 | 141,06 |
| 83,57 | 70,8 | 122 | 514 | 114,83 | 57,44 | 641 | 1180 | 131,28 | 146,13 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 311 | 101,46 | 91,3 | 85,1 | 974 | 301,83 | 99,71 | 508 | 2816 | 93,63 |
| 253 | 118 | 999 | 226,35 | 119,92 | 131,13 | 76,58 | 225,55 | 10742 | 2899 |
| 46 | 119 | 189,3 | 1118 | 124 | 637 | 1121 | 193,71 | 4386 | 177,92 |
| 350 | 525 | 1872 | 105,94 | 134 | 70,72 | 202 | 33000 | 229,95 | 492 |
| 380 | 84,84 | 1443 | 109,98 | 94 | 987 | 109,3 | 855 | 2570 | 81,86 |
| 77,55 | 170 | 92,45 | 413 | 5519 | 613 | 285 | 401 | 462 | 170,1 |
| 600 | 185 | 501 | 64 | 98,32 | 69,7 | 1662 | 801 | 183,17 | 450 |
| 5137 | 72,25 | 259 | 8251 | 593 | 7282 | 98,01 | 196 | 600 | 62,54 |
| 249,87 | 160,35 | 1232 | 243,45 | 785 | 247,28 | 6767 | 3353 | 5841 | 1356 |
| 75,73 | 113,45 | 87,39 | 1248 | 69,15 | 956 | 110 | 195,64 | 645 | 141,56 |
| 500 | 4500 | 105,27 | 93,16 | 128,74 | 262 | 3009 | 120,35 | 1278 | 241 |
| 4984 | 407,1 | 950 | 206 | 310 | 53,67 | 1650 | 390 | 383 | 60,94 |
| 6685 | 500 | 171 | 77,66 | 141,38 | 6650 | 116,44 | 851 | 69 | 1043 |
| 2476 | 83,78 | 102,9 | 891 | 182,49 | 91,43 | 42,74 | 130,82 | 77,7 | 100,09 |
| 1300 | 292 | 102,39 | 878 | 210,42 | 218 | 105,2 | 457 | 975 | 728 |
| 234 | 516 | 520 | 197,98 | 114,61 | 2264 | 465 | 322 | 1809 | 881 |
| 115,64 | 84,46 | 65,75 | 330 | 161 | 276,07 | 63,25 | 56,5 | 427 | 81,09 |
| 68 | 160 | 99,79 | 2478 | 2279 | 385 | 27057 | 725 | 78,28 | 1000 |
| 1187 | 1348 | 7406 | 139 | 169,78 | 76,72 | 581,79 | 1533 | 204 | 105,02 |
| 102,84 | 564 | 53,1 | 186,79 | 5740 | 430 | 93,13 | 276 | 510 | 450 |
| 425 | 564 | 275 | 12631 | 354 | 2003 | 413 | 124,97 | 84,2 | 81 |
| 839 | 402 | 96,39 | 397,46 | 2393 | 1288 | 75,99 | 383 | 217 | 105 |
| 613 | 15250 | 2301 | 693 | 2393 | 115,22 | 279 | 1456 | 70,8 | 1099 |
| 1251 | 259,85 | 1992 | 73,1 | 175,03 | 1095 | 194 | 95,08 | 100,82 | 240 |
| 113,91 | 3094 | 135,58 | 811 | 113,09 | 108,38 | 62,26 | 1580 | 57,73 | 219 |
| 7547 | 168,37 | 882 | 96,57 | 85 | 1180 | 288 | 1415 | 454 | 1810 |
| 3069 | 90,53 | 79,3 | 109,23 | 867 | 1988 | 164,76 | 5400 | 94,01 | 261 |
| 161,42 | 1078 | 14000 | 79 | 96,74 | 156,11 | 99,71 | 233,66 | 6339 | 627 |
| 1000 | 104,52 | 286,76 | 635 | 109,73 | 1444 | 36 | 223 | 234,82 | 201 |
| 497 | 2175 | 60 | 90,53 | 117,55 | 98,72 | 934 | 4242 | 450 | 89,4 |
| 220 | 240 | 1110 | 2951 | 906 | 2925 | 99,92 | 190,57 | 624 | 410 |
| 70,8 | 1870 | 206 | 1040 | 163 | 802 | 395 | 85,14 | 132,71 | 5719 |
| 376 | 112,21 | 233 | 187 | 62,78 | 96,61 | 57,11 | 2128 | 110,01 | 257,17 |
| 161,22 | 80,41 | 513 | 187 | 1091 | 3690 | 92,49 | 242 | 95,89 | 755 |
| 2660 | 709 | 69,95 | 89,26 | 295 | 664 | 3719 | 457 | 974 | 70,85 |
| 187,31 | 92,65 | 450 | 69,49 | 643 | 100 | 182,22 | 85,99 | 103,91 | 568 |
| 360 | 1575 | 81,18 | 825 | 917 | 18 | 53,71 | 184,45 | 112 | 695 |
| 73,66 | 98,38 | 2509 | 400 | 76 | 187,31 | 221,5 | 862 | 699 | 695 |
| 983 | 152 | 84,08 | 59,85 | 5057 | 5,08 | 122,22 | 80,28 | 87,69 | 92,06 |
| 118,08 | 84,12 | 716 | 2008 | 3480 | 10000 | 210 | 88,03 | 758 | 122,47 |
| 224 | 958 | 8785 | 2008 | 710 | 170 | 1626 | 1370 | 343 | 5006 |
| 194 | 112,24 | 293,83 | 150,1 | 252 | 1296 | 115,7 | 118,12 | 62 | 234 |
| 201 | 206,11 | 2006 | 490 | 1198 | 108,17 | 79,47 | 23000 | 75,63 | 53,1 |
| 219 | 516 | 131,69 | 2695 | 138 | 752 | 1038 | 313,83 | 758 | 37 |
| 2297 | 93 | 1454 | 219,7 | 112,03 | 94,48 | 191 | 491 | 1421 | 1150 |
| 1163 | 84,46 | 113,23 | 98,09 | 250 | 300 | 212,61 | 153,66 | 91,18 | 109,52 |
| 67 | 1005 | 460 | 280 | 417 | 85,05 | 486 | 99,33 | 215 | 3143 |
| 110,79 | 596 | 212 | 147 | 2930 | 3400 | 80,11 | 93 | 113,34 | 205,74 |
| 1697 | 920 | 693 | 1092 | 169,29 | 197,48 | 1080 | 93,39 | 995 | 2499 |
| 120,53 | 95,67 | 104,38 | 197 | 6,93 | 177,42 | 107,85 | 1382 | 1401 | 169,78 |
| 86 | 563 | 8160 | 108,28 | 198 | 629 | 255 | 4063 | 116,35 | 210 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 38 | 48 | 161 | 962 | 86,33 | 174,94 | 138 | 935 | 125 | 2274 |
| 560 | 221,2 | 100,56 | 621 | 1733 | 1005 | 95,17 | 96,18 | 1185 | 2118 |
| 84,44 | 1042 | 3793 | 1995 | 917 | 231 | 4128 | 472 | 112,6 | 120,49 |
| 1078 | 81,17 | 236,81 | 135,79 | 1901 | 96,05 | 200,66 | 210 | 1432 | 1718 |
| 107,78 | 705 | 824 | 1327 | 2191 | 252 | 585 | 470 | 257 | 1400 |
| 367 | 1380 | 95,46 | 109,41 | 147,16 | 1833 | 156,66 | 616 | 111 | 111,64 |
| 463 | 884 | 308 | 519 | 401 | 376 | 732 | 76,79 | 2695 | 830 |
| 78,18 | 180 | 192 | 80,66 | 519 | 1000 | 125 | 155,71 | 78,84 | 107,29 |
| 107 | 2499 | 902 | 370 | 168 | 101,88 | 23 | 176 | 1276 | 496 |
| 85,43 | 156,89 | 76,75 | 77,03 | 149,61 | 718 | 520 | 87,98 | 88,43 | 2600 |
| 3094 | 2034 | 203 | 1926 | 103,19 | 400 | 372 | 250 | 119,75 | 222,51 |
| 204,79 | 115,63 | 285 | 117,95 | 557 | 75,43 | 457 | 218 | 204 | 2646 |
| 2728 | 2153 | 100,43 | 1040 | 472 | 1650 | 236 | 126,68 | 1110 | 195,39 |
| 178,94 | 141,38 | 6490 | 106,44 | 684 | 126,41 | 457 | 413 | 108,91 | 495 |
| 60418 | 1598 | 1520 | 767 | 481 | 400 | 61,93 | 5848 | 125,19 | 64,66 |
| 621 | 129,42 | 124,09 | 95,12 | 481 | 102,66 | 687 | 179,76 | 4407 | 1890 |
| 72,66 | 290 | 907 | 114 | 1810 | 2392 | 400 | 866 | 198,36 | 1170 |
| 101 | 477 | 101,07 | 475 | 121,52 | 135,74 | 499 | 98,57 | 184,81 | 626 |
| 638 | 82,59 | 1070 | 597 | 2306 | 2226 | 79,78 | 1108 | 10,22 | 4556 |
| 5511 | 6073 | 101,07 | 2638 | 159,56 | 70,21 | 140 | 102,42 | 1400 | 504 |
| 252,76 | 257,17 | 410 | 430 | 1082 | 922 | 1758 | 957 | 64 | 65,07 |
| 566 | 111,04 | 102,77 | 269 | 1235 | 630 | 122,37 | 1718 | 2056 | 354 |
| 73,4 | 307 | 88 | 13721 | 92,8 | 70,42 | 445 | 132,03 | 139,29 | 687 |
| 460 | 354 | 92,32 | 448 | 805 | 4721 | 80 | 259,22 | 2235 | 68,38 |
| 95,06 | 500 | 850 | 732 | 96,74 | 198,26 | 80,92 | 1345 | 167,76 | 447 |
| 520 | 83,78 | 98,65 | 74,75 | 118,76 | 920 | 225 | 1144 | 91,01 | 81,03 |
| 216 | 2091 | 207 | 1300 | 1233 | 101,62 | 315 | 171 | 887 | 90,36 |
| 1740 | 255 | 780 | 1994 | 113,27 | 1212 | 5065 | 91,64 | 98,01 | 525 |
| 130,45 | 202 | 95,67 | 749 | 2981 | 1180 | 242 | 2283 | 462 | 138,6 |
| 769 | 12186 | 2813 | 87,25 | 181,19 | 86,14 | 1348 | 152,49 | 3712 | 473 |
| 2158 | 339,34 | 170,97 | 263 | 424 | 215 | 196 | 1046 | 182,12 | 78,64 |
| 213 | 1081 | 734 | 223 | 1463 | 85,69 | 5422 | 310 | 796 | 690 |
| 437 | 82,58 | 71,99 | 650 | 295 | 613 | 177 | 195 | 2690 | 1835 |
| 500 | 357 | 694 | 2705 | 994 | 410 | 217,93 | 191 | 188,69 | 143,05 |
| 1222 | 159,05 | 73,14 | 377 | 101,79 | 3894 | 7,11 | 91 | 600 | 516 |
| 693 | 102,13 | 5277 | 177 | 2267 | 580 | 677 | 2927 | 3120 | 60,89 |
| 86,12 | 831 | 197,67 | 919 | 409 | 1317 | 182,16 | 801 | 667 | 1112 |
| 1180 | 97,85 | 411 | 3000 | 169,22 | 116,24 | 204 | 144 | 71,99 | 105,23 |
| 111,39 | 1897 | 131,2 | 53,1 | 1584 | 479 | 762 | 1007 | 1670 | 300 |
| 2660 | 20500 | 616 | 91 | 78 | 220 | 324 | 98,81 | 77 | 290 |
| 168,63 | 236 | 88,71 | 3444 | 1800 | 1340 | 3193 | 1014 | 875 | 68,81 |
| 915 | 398,2 | 1574 | 3097 | 812 | 282 | 1495 | 3349 | 75,14 | 3200 |
| 82,53 | 4,58 | 151,32 | 209 | 91,77 | 195 | 119,46 | 204,69 | 82,74 | 2956 |
| 472 | 3138 | 657 | 309 | 47 | 495 | 416,54 | 1126 | 638 | 95,46 |
| 1235 | 1399 | 84 | 930 | 1680 | 201 | 295 | 122,01 | 89,64 | 702 |
| 1756 | 252 | 353 | 400 | 251 | 710 | 891 | 500 | 277 | 90,02 |
| 385 | 119,14 | 271 | 1201 | 354 | 92,7 | 313 | 77,18 | 72,2 | 1468 |
| 352 | 666 | 154,79 | 112,14 | 1156 | 64,98 | 252 | 1263 | 1608 | 116,6 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 199,05 | 67,61 | 607 | 673 | 90,55 | 2241 | 1960 | 7361 | 117,87 | 1344 |
| 6217 | 895 | 242,73 | 273 | 2680 | 768 | 117 | 21000 | 90 | 109,91 |
| 11696 | 118,61 | 104,85 | 83,78 | 842 | 172 | 149,75 | 110 | 85 | 330 |
| 359,75 | 40 | 5582 | 372 | 21500 | 1178 | 357 | 4839 | 1686 | 3954 |
| 882 | 1053 | 457 | 372 | 585 | 86,06 | 210 | 233,25 | 53,1 | 188,16 |
| 291 | 724 | 80,15 | 1039 | 86,2 | 92,91 | 210 | 1005 | 750 | 2192 |
| 548 | 69,74 | 1015 | 311 | 107 | 760 | 289,58 | 109 | 75,52 | 140,25 |
| 2080 | 1715 | 415 | 62,54 | 642 | 75,94 | 357 | 2035 | 9778 | 510 |
| 374 | 130 | 300 | 330 | 73,48 | 2746 | 2234 | 366 | 440 | 57 |
| 160,62 | 75,26 | 1440 | 287 | 1010 | 987 | 136,41 | 354 | 1207 | 1033 |
| 724 | 1170 | 1314 | 3607 | 85,24 | 608 | 18,61 | 400 | 86,79 | 99,71 |
| 91,13 | 1225 | 1335 | 374 | 2223 | 3994 | 383 | 107,38 | 389 | 403 |
| 1418 | 4554 | 95,63 | 688 | 157,54 | 72,83 | 680 | 531 | 59,66 | 307 |
| 116,28 | 76,24 | 1750 | 1138 | 13483 | 780 | 91,43 | 827 | 1726 | 677 |
| 1890 | 1973 | 117,41 | 103,49 | 357,27 | 93,13 | 1145 | 97,67 | 138,19 | 573 |
| 462 | 907 | 3158 | 1657 | 805 | 1489 | 2625 | 472 | 2760 | 83 |
| 78,18 | 590 | 160 | 133,13 | 237 | 114,26 | 1593 | 140 | 1721 | 1017 |
| 1056 | 60,72 | 164,83 | 870 | 545 | 3493 | 96,05 | 531 | 742 | 211 |
| 471 | 39,5 | 727 | 1235 | 63,11 | 206,5 | 218 | 80 | 92,02 | 491 |
| 321 | 1086 | 88,71 | 70,8 | 289 | 599 | 2001 | 210 | 988 | 1250 |
| 260 | 1252 | 428 | 1066 | 1254 | 460 | 113,72 | 372 | 473 | 111,29 |
| 2053 | 107,18 | 1253 | 840 | 1014 | 550 | 337 | 649 | 297 | 2150 |
| 358 | 886 | 1373 | 229 | 103,11 | 83,78 | 75,32 | 539 | 678 | 570 |
| 3430 | 100,18 | 115,39 | 81,14 | 7372 | 2179 | 1246 | 81,55 | 1043 | 1560 |
| 2768 | 286 | 1287 | 989 | 242,77 | 146,47 | 963 | 1837 | 100,09 | 126,83 |
| 1294 | 85,56 | 114,15 | 5080 | 838 | 318 | 728 | 135,45 | 420 | 96,13 |
| 108,45 | 76,1 | 1168 | 228,37 | 1777 | 252 | 131 | 455 | 723 | 768 |
| 512 | 707 | 90,9 | 291,54 | 939 | 300 | 93,47 | 177 | 1247 | 2439 |
| 2315 | 2320 | 1342 | 550 | 1542 | 1199 | 314 | 490 | 453 | 154,2 |
| 131,92 | 4057 | 109,91 | 85,9 | 125,6 | 105,59 | 830 | 63 | 43 | 513 |
| 854 | 335 | 10435 | 1715 | 230 | 590 | 97,8 | 223 | 2442 | 625 |
| 93,29 | 230 | 1334 | 98,97 | 484 | 1995 | 4032 | 297 | 168,26 | 2674 |
| 2645 | 256 | 354 | 130 | 5393 | 134,18 | 187,23 | 934 | 437 | 707 |
| 488 | 929 | 823 | 1482 | 271 | 191 | 200 | 99,88 | 500 | 73,69 |
| 450 | 76,36 | 78,62 | 607 | 15620 | 1352 | 876 | 2210 | 279 | 6408 |
| 476 | 92,49 | 148 | 195,29 | 111 | 114,68 | 106,29 | 397 | 280 | 216,82 |
| 82,53 | 213 | 111,93 | 495 | 325 | 6297 | 1001 | 166,6 | 72,36 | 5,99 |
| 1078 | 346 | 125 | 520 | 389 | 1071 | 105,06 | 2648 | 714 | 102 |
| 371 | 73,09 | 207 | 418 | 591 | 88,15 | 249 | 168,17 | 1210 | 1836 |
| 743 | 209,76 | 461 | 324 | 2982 | 1198 | 969 | 672 | 90,31 | 123,3 |
| 89,3 | 1888 | 2784 | 81 | 181,19 | 1041 | 817 | 238 | 126 | 1124 |
| 516 | 129,56 | 363 | 550 | 415 | 471 | 442 | 2917 | 6636 | 89,66 |
| 64,05 | 2697 | 1341 | 1057 | 78,12 | 1020 | 551 | 83 | 432 | 1203 |
| 567 | 1830 | 2150 | 1869 | 708 | 105,73 | 381 | 195,42 | 351 | 112,21 |
| 346 | 3395 | 183,73 | 99,03 | 69,15 | 153 | 1046 | 5,14 | 1142 | 3078 |
| 1319 | 213 | 202 | 2235 | 611 | 1906 | 106,65 | 529 | 2840 | 166,8 |
| 114,93 | 990 | 497 | 6765 | 991 | 158,59 | 400 | 441 | 1073 | 625 |
| 76,37 | 178 | 83,63 | 2163 | 1857 | 3087 | 3027 | 719 | 101,15 | 112 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1970 | 144,69 | 94,95 | 141,82 | 127,71 | 77,66 | 1045 | 266 | 455 | 89,09 |
| 865 | 866 | 917 | 1851 | 1178 | 33920 | 77 | 122 | 288 | 79 |
| 156 | 107,25 | 2286 | 1000 | 1178 | 3580 | 1503 | 2135 | 550 | 262 |
| 1634 | 1176 | 319 | 8528 | 91,18 | 1932 | 119,71 | 124 | 594 | 1855 |
| 455 | 673 | 6800 | 2562 | 90,45 | 1846 | 2163 | 1198 | 798 | 1303 |
| 77,86 | 365 | 128 | 472 | 2960 | 633 | 241 | 2228 | 105 | 416 |
| 1170 | 224 | 207 | 1098 | 714 | 208 | 220 | 332 | 50 | 1500 |
| 104,68 | 365 | 234 | 108,38 | 2587 | 282 | 839 | 8636 | 530 | 122,72 |
| 485 | 150 | 393 | 9995 | 1701 | 63 | 1217 | 160 | 65,67 | 282 |
| 743 | 702 | 1641 | 349 | 3808 | 368 | 219 | 420 | 473 | 395 |
| 89,3 | 2228 | 132,37 | 329 | 860 | 315 | 785 | 472 | 78,59 | 76 |
| 2158 | 149,27 | 196 | 72,31 | 155 | 1015 | 280 | 1192 | 103 | 201 |
| 1097 | 29000 | 512 | 1339 | 614 | 295 | 945 | 105,37 | 4072 | 1286 |
| 2231 | 6000 | 1070 | 241 | 87,1 | 91,03 | 47 | 202,55 | 1372 | 542 |
| 382 | 412 | 192 | 390 | 617 | 26,46 | 600 | 2323 | 90,75 | 258 |
| 73,5 | 62 | 116 | 76,88 | 3048 | 86,88 | 1704 | 600 | 438 | 199 |
| 1635 | 858 | 164 | 698 | 168,28 | 934 | 365 | 173 | 737 | 974 |
| 118,68 | 278 | 1961 | 90,45 | 250 | 99,24 | 1655 | 261 | 2090 | 175 |
| 100,3 | 246 | 163,75 | 816 | 71,89 | 97,67 | 119,29 | 959 | 804 | 103,91 |
| 1079 | 252 | 1009 | 79,98 | 2007 | 1030 | 4032 | 2789 | 77,81 | 1890 |
| 106,58 | 1025 | 424 | 217,52 | 1370 | 4758 | 217,19 | 1768 | 721 | 840 |
| 73,24 | 748 | 1316 | 2,94 | 5239 | 201,3 | 2274 | 134,01 | 93,17 | 92,75 |
| 13960 | 231 | 582 | 3912 | 1626 | 12000 | 151,95 | 251 | 212,93 | 879 |
| 1294 | 540 | 590 | 216,26 | 293 | 380 | 1570 | 750 | 1202 | 75,31 |
| 112,74 | 2410 | 1124 | 1273 | 131,35 | 374 | 283 | 94,4 | 1392 | 552 |
| 210 | 486 | 102,98 | 390 | 1500 | 8498 | 7377 | 1396 | 575 | 82,12 |
| 918 | 290 | 169 | 1019 | 467 | 297,53 | 847 | 251 | 1055 | 221 |
| 1037 | 255 | 228 | 99,24 | 78,69 | 530 | 93,04 | 119,04 | 2293 | 610 |
| 2265 | 740 | 2450 | 1410 | 4973 | 500 | 586 | 531 | 921 | 126,58 |
| 180,47 | 1052 | 181,68 | 745 | 235,73 | 1605 | 105 | 230 | 824 | 150 |
| 581 | 100,39 | 2196 | 1574 | 542 | 1032 | 87,44 | 2061 | 92,19 | 288 |
| 1200 | 564 | 708 | 98,83 | 84,2 | 106,15 | 488 | 203 | 1154 | 600 |
| 1025 | 549 | 3428 | 79,06 | 426 | 1794 | 3658 | 104 | 107,5 | 869 |
| 103,53 | 91,47 | 1392 | 728 | 77 | 133,6 | 548 | 1076 | 210 | 80,57 |
| 9319 | 821 | 97,24 | 81,76 | 61,41 | 1214 | 77,17 | 194 | 96 | 579 |
| 312 | 186 | 690 | 838 | 380 | 106,05 | 3158 | 480 | 115,78 | 66,09 |
| 72,4 | 52 | 87,39 | 301 | 897 | 661 | 63 | 82,74 | 450 | 99 |
| 406 | 120 | 309 | 500 | 414 | 1977 | 916 | 54 | 447 | 301 |
| 2127 | 89,47 | 50 | 5852 | 3078 | 213 | 285 | 537 | 1165 | 376 |
| 143,39 | 1311 | 55,88 | 773 | 215 | 106 | 51 | 209 | 603 | 223 |
| 3651 | 2477 | 4944 | 71,48 | 216 | 2253 | 114,83 | 2497 | 6005 | 473 |
| 204,79 | 169,83 | 425 | 136,07 | 60,94 | 413 | 539 | 1473 | 472 | 144,07 |
| 547 | 325 | 76 | 745 | 1165 | 84 | 547 | 87,95 | 2131 | 430 |
| 64,48 | 926 | 3394 | 93,04 | 2482 | 472 | 105 | 1393 | 200,42 | 77 |
| 500 | 164,21 | 735 | 542 | 605 | 248 | 1289 | 196 | 15,75 | 950 |
| 64,9 | 771 | 1790 | 1772 | 1038 | 4306 | 1399 | 87,86 | 71,12 | 627 |
| 481 | 3260 | 101,47 | 2697 | 244 | 204,02 | 97,44 | 480 | 1129 | 113 |
| 677 | 3708 | 205 | 658 | 275 | 170 | 322 | 78,95 | 224 | 89,17 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 460 | 357 | 472 | 92,7 | 222 | 60,18 | 1212 | 211 | 1156 | 250 |
| 107,5 | 216,74 | 967 | 202 | 250 | 402 | 217 | 70,8 | 175,4 | 531 |
| 1040 | 2592 | 625 | 485 | 1040 | 3825 | 239 | 566 | 202,96 | 354 |
| 81,13 | 173,46 | 123,5 | 2700 | 832 | 9000 | 244 | 964 | 922 | 2478 |
| 184 | 600 | 488 | 140 | 1011 | 417 | 86 | 101,11 | 97,75 | 1058 |
| 1550 | 641 | 285 | 1360 | 178 | 79,47 | 273 | 5986 | 1893 | 584 |
| 1473 | 198 | 190 | 320 | 1024 | 1221 | 539 | 134 | 1664 | 477 |
| 1769 | 534 | 432 | 634 | 702 | 106,26 | 647 | 136,67 | 119,53 | 529 |
| 100,3 | 260 | 102 | 141 | 92,36 | 1300 | 116 | 9,11 | 289 | 1373 |
| 249 | 563 | 324 | 978 | 1203 | 94,64 | 2253 | 422 | 903 | 110,83 |
| 1109 | 300 | 451 | 279 | 554 | 1421 | 128,29 | 175 | 1391 | 1218 |
| 83,54 | 1557 | 8793 | 50 | 250 | 112,24 | 527 | 455 | 97,21 | 204 |
| 4093 | 120,56 | 382 | 14000 | 2168 | 542 | 3210 | 590 | 1612 | 512 |
| 4093 | 499 | 222 | 2962 | 154,2 | 891 | 70 | 50 | 117,98 | 80,36 |
| 188,21 | 864 | 467 | 957 | 113,09 | 160 | 611 | 536 | 1253 | 502 |
| 2724 | 1836 | 1590 | 300 | 4159 | 595 | 556 | 189 | 107,18 | 483 |
| 505 | 133,19 | 286 | 450 | 1197 | 1198 | 850 | 191 | 112 | 480 |
| 210 | 275,08 | 800 | 625 | 107,96 | 108,84 | 79,77 | 56,07 | 2232 | 1156 |
| 400 | 5,35 | 212 | 570 | 472 | 538 | 702 | 1460 | 133,56 | 440 |
| 10000 | 395 | 118 | 200 | 370 | 2540 | 454 | 121,3 | 450 | 79 |
| 1107 | 161 | 57 | 562 | 76,92 | 391 | 180 | 4387 | 977 | 15 |
| 192,69 | 55,22 | 931 | 330 | 2096 | 267 | 743 | 525 | 100,82 | 401 |
| 351 | 330 | 695 | 118,65 | 295 | 1022 | 73,31 | 1050 | 781 | 551 |
| 63 | 462 | 90,32 | 46 | 158,13 | 271 | 590 | 436 | 104,81 | 1195 |
| 76,04 | 80,41 | 372 | 952 | 242 | 199 | 87,6 | 3985 | 5203 | 730 |
| 824 | 2752 | 106,22 | 476 | 255 | 7213 | 1940 | 530 | 1410 | 93,55 |
| 97,54 | 239 | 130 | 1565 | 248 | 224 | 160,11 | 270 | 115,5 | 484 |
| 255 | 214 | 197 | 287 | 533 | 885 | 132 | 428 | 734 | 855 |
| 1124 | 215 | 72,2 | 193 | 430 | 2342 | 433 | 72 | 74,84 | 98,86 |
| 202 | 217 | 834 | 2563 | 80,15 | 271 | 270 | 4318 | 1537 | 1323 |
| 109,41 | 717 | 3576 | 294 | 310 | 54,09 | 64,66 | 215,79 | 342 | 354 |
| 712 | 369 | 650 | 786 | 300 | 1220 | 150 | 857 | 1567 | 590 |
| 1860 | 895 | 117 | 876 | 587 | 106,22 | 220 | 2178 | 97,47 | 80 |
| 124,94 | 96 | 622 | 191 | 42 | 24998 | 51 | 902 | 373 | 200 |
| 626 | 2058 | 3098 | 87,86 | 94,7 | 578 | 2420 | 76,11 | 77,18 | 495 |
| 217 | 137,12 | 185,71 | 283 | 52 | 68,22 | 169 | 320 | 142 | 125 |
| 76,53 | 916 | 247 | 500 | 77 | 460 | 8867 | 74,43 | 3104 | 1461 |
| 4816 | 237 | 567 | 1638 | 70,8 | 63,01 | 174,69 | 2752 | 5720 | 502 |
| 199,75 | 214 | 916 | 160 | 6240 | 1230 | 3450 | 99 | 239 | 2365 |
| 200 | 590 | 165 | 2910 | 295 | 2399 | 206,55 | 469 | 280 | 70 |
| 4384 | 195 | 442 | 2857 | 212,39 | 1530 | 5292 | 82,18 | 798 | 236 |
| 226,32 | 354 | 80,77 | 491 | 10,04 | 102,35 | 56 | 500 | 72,38 | 1220 |
| 685 | 229 | 85 | 196,38 | 969 | 89,03 | 654 | 446 | 2243 | 756 |
| 250 | 141 | 3172 | 339 | 97,42 | 2013 | 315 | 80,97 | 450 | 590 |
| 568 | 8408 | 666 | 159 | 686 | 1216 | 695 | 1210 | 414 | 9334 |
| 1093 | 128 | 800 | 150 | 1690 | 112,67 | 91,98 | 1758 | 57,87 | 45 |
| 3004 | 1099 | 2569 | 226 | 98,34 | 2352 | 1271 | 457 | 404 | 200 |
| 1598 | 92,03 | 176,22 | 148 | 1551 | 156,46 | 100,12 | 62,87 | 184 | 156 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 248 | 308 | 1379 | 1987 | 101 | 926 | 353 | 2500 | 83,67 | 219 |
| 1225 | 71,37 | 462 | 330 | 803 | 952 | 207 | 450 | 248 | 283 |
| 69,36 | 323 | 2265 | 2442 | 630 | 6816 | 1131 | 156,94 | 260 | 500 |
| 210 | 478 | 129,04 | 267 | 745 | 167 | 510 | 540 | 4235 | 683 |
| 1670 | 712 | 126 | 98,01 | 244 | 1592 | 2061 | 117,23 | 93,19 | 472 |
| 745 | 69,28 | 363 | 63 | 1191 | 121,48 | 130,48 | 380 | 7,45 | 1203 |
| 75,31 | 2548 | 383 | 788 | 975 | 230 | 1359 | 561 | 1217 | 147 |
| 186 | 272,67 | 74,69 | 703 | 101,49 | 1582 | 2522 | 63,72 | 1287 | 475 |
| 415 | 895 | 761 | 78,07 | 107 | 1460 | 1449 | 221 | 854 | 1255 |
| 223 | 98,09 | 1167 | 118 | 430 | 2362 | 2578 | 835 | 1014 | 410 |
| 347 | 629 | 108,63 | 1400 | 61,6 | 2622 | 234 | 97,39 | 217 | 805 |
| 250 | 655 | 495 | 2504 | 760 | 185,2 | 1851 | 500 | 1491 | 634 |
| 867 | 86,12 | 382 | 522 | 79 | 1574 | 1201 | 1371 | 62,45 | 879 |
| 80,49 | 104,34 | 209 | 5469 | 123 | 105,36 | 586 | 631 | 3312 | 881 |
| 748 | 136 | 1041 | 5010 | 518 | 1577 | 50 | 2944 | 140 | 577 |
| 74,46 | 376 | 101 | 89 | 217,78 | 120,42 | 992 | 6231 | 6204 | 84,78 |
| 70,8 | 74,39 | 882 | 1961 | 1782 | 2941 | 179 | 7749 | 980 | 531 |
| 1568 | 807 | 231 | 421 | 134,84 | 1195 | 1088 | 1097 | 1266 | 3360 |
| 127,37 | 1697 | 639 | 160 | 850 | 133 | 166 | 83,12 | 111,36 | 2177 |
| 488 | 826 | 88,11 | 2197 | 83 | 2846 | 304 | 352 | 6562 | 1304 |
| 2316 | 319 | 159 | 775 | 477 | 2181 | 1083 | 2056 | 264,37 | 99,03 |
| 787 | 4067 | 3020 | 485 | 507 | 1936 | 774 | 854 | 1137 | 1524 |
| 1599 | 299 | 165,68 | 666 | 1623 | 144,82 | 2040 | 424 | 784 | 233 |
| 1460 | 343 | 1369 | 86,97 | 2182 | 292 | 178 | 2392 | 198 | 2674 |
| 21000 | 75,63 | 190 | 460 | 867 | 70,8 | 616 | 1765 | 118,58 | 1900 |
| 461 | 606 | 698 | 354 | 5908 | 1314 | 287 | 3496 | 233 | 1938 |
| 6930 | 590 | 1244 | 77,86 | 1791 | 256 | 1183 | 2758 | 70,8 | 2416 |
| 260,44 | 386 | 1001 | 223 | 560 | 383 | 3328 | 236 | 2660 | 1248 |
| 205 | 56,73 | 1780 | 509 | 2297 | 2563 | 4326 | 952 | 194 | 786 |
| 241 | 220 | 1072 | 150 | 236 | 1528 | 588 | 201 | 5682 | 315 |
| 463 | 53,1 | 438 | 469 | 225 | 102,21 | 1158 | 82,22 | 96 | 1095 |
| 1659 | 232 | 291,88 | 60,09 | 2700 | 115 | 2613 | 644 | 3148 | 101,96 |
| 1219 | 70,8 | 275 | 1238 | 477 | 209 | 1418 | 2369 | 1731 | 624 |
| 98,12 | 323 | 126 | 2129 | 1565 | 3323 | 61 | 134,87 | 311 | 87,23 |
| 315 | 160 | 3117 | 2719 | 281 | 598 | 219 | 5979 | 5159 | 560 |
| 6396 | 1767 | 1195 | 182,71 | 667 | 185,46 | 525 | 282 | 1537 | 268 |
| 1462 | 100,24 | 105,48 | 1188 | 380 | 879 | 380 | 54,61 | 130,86 | 444 |
| 369 | 387 | 381 | 4665 | 1039 | 94,19 | 495 | 3050 | 659 | 84 |
| 66 | 95 | 848 | 592 | 103,96 | 446 | 184,55 | 160,7 | 641 | 580 |
| 316 | 165 | 110,33 | 417 | 266 | 1223 | 685 | 78,2 | 470 | 287 |
| 1819 | 109,69 | 284 | 306 | 77 | 2563 | 72,76 | 2109 | 1202 | 2923 |
| 1106 | 1300 | 1479 | 867 | 543 | 333 | 350 | 192 | 229 | 1021 |
| 1171 | 108,63 | 491 | 747 | 77,99 | 6605 | 1338 | 377 | 3232 | 287 |
| 106,19 | 461 | 83,26 | 92,44 | 315,47 | 118 | 95,71 | 937 | 3226 | 791 |
| 191 | 16000 | 156 | 2295 | 370 | 731 | 2620 | 6575 | 290 | 1842 |
| 780 | 261,32 | 375 | 153,18 | 321 | 490 | 472 | 2485 | 451 | 1925 |
| 1432 | 1756 | 268 | 400 | 71,94 | 425 | 1639 | 1644 | 582 | 87,64 |
| 82 | 93,26 | 1103 | 220,02 | 1117 | 7824 | 123,82 | 483 | 1209 | 1065 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|-------|
| 237 | 1686 | 393 | 87 | 2085 | 897 | 996 | 620 | 301 | 490 |
| 555 | 241 | 676 | 1316 | 162 | 876 | 102 | 1425 | 956 | 558 |
| 400 | 251 | 411 | 95,08 | 655 | 2452 | 2693 | 9657 | 440 | 952 |
| 1696 | 2745 | 177,52 | 743 | 405 | 1410 | 179,44 | 1048 | 1827 | 84,1 |
| 986 | 217,72 | 686 | 508 | 202 | 143,54 | 398 | 359 | 525 | 601 |
| 482 | 567 | 68,35 | 196 | 3688 | 1318 | 78,18 | 77,92 | 1717 | 906 |
| 79 | 246 | 80,54 | 76 | 1324 | 170 | 762 | 1971 | 1471 | 413 |
| 630 | 16944 | 892 | 518 | 347 | 1799 | 1442 | 414 | 118,65 | 486 |
| 646 | 149 | 234 | 145 | 2831 | 148,26 | 332 | 413 | 312 | 634 |
| 89,99 | 536 | 190 | 1144 | 637 | 10,75 | 1225 | 73,14 | 71,53 | 1038 |
| 95,23 | 87 | 783 | 1647 | 430 | 528 | 664 | 126 | 95,91 | 2091 |
| 190 | 635 | 500 | 105 | 464 | 745 | 106 | 73,4 | 562 | 800 |
| 336 | 1502 | 830 | 775 | 137 | 559 | 325 | 495 | 124 | 700 |
| 650 | 350 | 95,04 | 816 | 911 | 82,38 | 412 | 985 | 834 | 982 |
| 210 | 1892 | 350 | 95,17 | 78 | 605 | 1380 | 528 | 1314 | 104 |
| 1728 | 401 | 1300 | 413 | 322 | 86,41 | 968 | 1281 | 703 | 191 |
| 99,29 | 2304 | 283 | 1855 | 625 | 379 | 466 | 251 | 1340 | 1121 |
| 236 | 3150 | 120 | 224 | 992 | 978 | 500 | 658 | 4287 | 1962 |
| 1680 | 567 | 6500 | 4542 | 684 | 94,07 | 217 | 67,37 | 1443 | 1629 |
| 1026 | 1965 | 3185 | 2138 | 571 | 61 | 2720 | 1054 | 228 | 807 |
| 509 | 5564 | 2889 | 5366 | 240 | 112 | 148,2 | 60 | 500 | 1720 |
| 741 | 750 | 1572 | 141,82 | 1574 | 1274 | 477 | 658 | 320 | 175 |
| 779 | 644 | 95,54 | 2221 | 451 | 225 | 1908 | 1307 | 135 | 723 |
| 71,7 | 88,32 | 71,11 | 1688 | 243 | 99 | 301 | 235 | 906 | 436 |
| 742 | 1132 | 201 | 2059 | 7632 | 561 | 600 | 94,84 | 706 | 195 |
| 899 | 81 | 1456 | 430 | 377 | 231 | 187 | 3037 | 504 | 1866 |
| 149 | 1092 | 354 | 950 | 465 | 208 | 332 | 2265 | 363 | 553 |
| 403 | 2517 | 600 | 2373 | 1123 | 290 | 607 | 1545 | 4616 | 1172 |
| 979 | 4288 | 610 | 300 | 887 | 537 | 260 | 180 | 3809 | 88,75 |
| 1996 | 690 | 220 | 760 | 438 | 500 | 259 | 892 | 257 | 33 |
| 926 | 609 | 534 | 330 | 268 | 1373 | 257 | 403 | 425 | 2960 |
| 2440 | 2319 | 195 | 390 | 469 | 1120 | 2463 | 2301 | 382 | 625 |
| 2240 | 157 | 1024 | 423 | 366 | 1108 | 161 | 1071 | 1169 | 390 |
| 7401 | 277 | 185 | 170 | 1190 | 1107 | 425 | 1347 | 350 | 101 |
| 87 | 1464 | 1210 | 329 | 365 | 298 | 229 | 413 | 128,02 | 1314 |
| 1735 | 115,9 | 86,87 | 377 | 3442 | 562 | 371 | 260 | 2453 | 1298 |
| 1905 | 1001 | 387 | 745 | 175,6 | 722 | 757 | 617 | 1294 | 1886 |
| 127,95 | 698 | 448 | 719 | 3418 | 91,38 | 554 | 341 | 1112 | 2461 |
| 95,4 | 690 | 250 | 483 | 722 | 104 | 255 | 360 | 60,18 | 691 |
| 846 | 2276 | 350 | 460 | 90,71 | 880 | 136,36 | 944 | 550 | 347 |
| 500 | 547 | 153 | 276 | 4782 | 2740 | 360 | 815 | 268 | 2067 |
| 2103 | 460 | 777 | 67,79 | 1185 | 5570 | 388 | 181 | 154 | 3686 |
| 1592 | 3185 | 90,49 | 330 | 281 | 519 | 2657 | 529 | 2406 | 183 |
| 310 | 500 | 617 | 713 | 506 | 332 | 81 | 695 | 11852 | 1151 |
| 56 | 96,64 | 500 | 1689 | 91 | 118 | 47 | 106 | 725 | 492 |
| 509 | 563 | 220 | 437 | 233 | 541 | 115 | 216 | 479 | 288 |
| 82,74 | 101 | 561 | 302 | 58 | 5376 | 278 | 1235 | 2629 | 1229 |
| 478 | 497 | 224 | 5726 | 239 | 250 | 215 | 650 | 1310 | 65,54 |

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|--------|--------|------|------|---------|--------|--------|--------|
| 168 | 589 | 507 | 2103 | 1040 | 410 | 332 | 389 | 218 | 919 |
| 6862 | 2056 | 692 | 119,6 | 1000 | 258 | 280 | 59 | 240 | 2183 |
| 377 | 522 | 425 | 810 | 3757 | 232 | 595 | 1194 | 42 | 240 |
| 221 | 83,21 | 500 | 1505 | 940 | 236 | 160 | 575 | 159 | 832 |
| 269 | 889 | 269 | 119,78 | 531 | 1640 | 1857 | 3301 | 1237 | 386 |
| 70,95 | 424 | 566 | 393 | 1481 | 1181 | 602 | 7479 | 3923 | 354 |
| 288 | 300 | 432 | 601 | 81 | 1985 | 3353 | 275,8 | 236 | 332 |
| 477 | 1607 | 520 | 1392 | 839 | 350 | 3124 | 4263 | 1699 | 260 |
| 427 | 3522 | 202 | 740 | 426 | 2972 | 3368 | 1386 | 448 | 2781 |
| 200 | 1340 | 1026 | 500 | 1795 | 319 | 1260 | 10204 | 265 | 1359 |
| 802 | 844 | 103,58 | 2100 | 547 | 421 | 822 | 483 | 448 | 90,45 |
| 513 | 500 | 702 | 471 | 4037 | 81 | 700 | 1587 | 826 | 505 |
| 1363 | 86,22 | 530 | 96 | 719 | 244 | 7252,29 | 85,01 | 27154 | 116,24 |
| 6876 | 92,15 | 914 | 1268 | 658 | 89 | 6000 | 207,68 | 1059 | 1927 |
| 1003 | 63,48 | 148 | 1140 | 300 | 170 | 4648 | 343 | 217,12 | 309 |
| 384 | 198 | 987 | 250 | 246 | 123 | 4062 | 1600 | 16687 | 103,04 |
| 75 | 1756 | 435 | 1013 | 157 | 340 | 750 | 577 | 3250 | 2348 |
| 2446 | 212 | 531 | 182 | 500 | 87 | 314 | 200 | 759 | 48,51 |
| 259 | 214 | 590 | 95,86 | 1539 | 276 | 229 | 248 | 86,14 | 106,37 |
| 475 | 281 | 349 | 310 | 1051 | 966 | 3296 | 551,4 | 245 | 70,8 |
| 1157 | 1370 | 507 | 1472 | 150 | 444 | 2515 | 1651 | 566 | 53,1 |
| 3223 | 643 | 179 | 1036 | 736 | 358 | 14584 | 686 | 687 | 86,59 |
| 500 | 66,81 | 870 | 1070 | 993 | 347 | 63 | 85 | 1950 | 72,2 |
| 568 | 409 | 274 | 718 | 600 | 453 | 2950 | 1416 | 110,71 | 177,89 |
| 4002 | 717 | 1709 | 121 | 2792 | 558 | 20000 | 750 | 1966 | 163,19 |
| 1367 | 375 | 1424 | 1223 | 98 | 489 | 11125 | 628 | 2700 | 797 |
| 304 | 67 | 2359 | 320 | 272 | 193 | 812 | 628 | 70,8 | 4302 |
| 435 | 307 | 1939 | 767 | 210 | 253 | 662 | 3778 | 1162 | 799 |
| 334 | 601 | 1225 | 206 | 413 | 1126 | 1375 | 611 | 152 | 1495 |
| 90 | 593 | 307 | 626 | 388 | 494 | 169 | 6215 | 6750 | 73,76 |
| 468 | 347 | 470 | 124 | 634 | 200 | 14200 | 54 | 541 | 648,09 |
| 1258 | 478 | 214 | 177 | 284 | 80 | 18200 | 2045 | 1183 | 7270 |
| 393 | 647 | 1760 | 955 | 1158 | 91 | 15000 | 333,94 | 86,22 | 248,61 |
| 281 | 98 | 2198 | 283 | 9564 | 1241 | 1223 | 90 | 300 | 200,22 |
| 1538 | 250 | 176 | 324 | 480 | 201 | 665,23 | 1904 | 195 | 770 |
| 181 | 311 | 749 | 2454 | 1759 | 813 | 3 | 1937 | 15947 | 192,52 |
| 378 | 610 | 510 | 1649 | 1616 | 514 | 2460 | 555 | 402 | 1852 |
| 450 | 110 | 888 | 1111 | 284 | 228 | 1607 | 89,2 | 208,8 | 146,82 |
| 700 | 68,94 | 1731 | 97 | 1110 | 664 | 1300 | 223 | 215 | 7035 |
| 810 | 197 | 520 | 607 | 216 | 570 | 7500 | 288 | 128,47 | 244,01 |
| 150 | 363 | 676 | 353 | 1387 | 242 | 8383 | 215 | 1535 | 4991 |
| 300 | 581 | 240 | 339 | 1871 | 216 | 5454 | 23291 | 208 | 118 |
| 739 | 56 | 263 | 590 | 749 | 572 | 146 | 190 | 230 | 1000 |
| 480 | 158 | 203 | 301 | 566 | 301 | 20000 | 5277 | 41 | 2393 |
| 164 | 1413 | 100 | 515 | 568 | 660 | 53,1 | 950 | 85,9 | 327,77 |
| 422 | 3653 | 208 | 195 | 744 | 137 | 53,1 | 337 | 3725 | 5,84 |
| 331 | 658 | 416 | 1515 | 350 | 71 | 53,1 | 1240 | 703 | 18000 |
| 492 | 250 | 230 | 394 | 527 | 324 | 53,1 | 1343 | 188,82 | 1534 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 365 | 7983 | 281 | 854 | 385 | 252 | 53,1 | 57,82 | 450 | 386,54 |
| 637 | 690 | 71 | 2154 | 257 | 285 | 53,1 | 169,67 | 663 | 32,94 |
| 1377 | 201 | 854 | 5357 | 764 | 324 | 2160 | 355,29 | 150 | 1259 |
| 581 | 270 | 225 | 1146 | 673 | 622 | 9230 | 1356 | 317,89 | 2055 |
| 50 | 325 | 413 | 160 | 413 | 75 | 53,1 | 597 | 492 | 1286 |
| 227,57 | 2404 | 1550 | 730 | 240 | 825 | 1284,44 | 437 | 2835 | 832 |
| 1553 | 177 | 221 | 1388 | 254 | 492 | 250 | 15090 | 275,72 | 73,4 |
| 2418 | 2290 | 577 | 575 | 1711 | 308 | 1714 | 160 | 1496 | 969 |
| 1546 | 204 | 127 | 250 | 237 | 133 | 308 | 88,5 | 5116 | 698 |
| 461 | 319 | 287 | 326 | 590 | 747 | 2795,63 | 3671 | 921 | 1048 |
| 448 | 89,4 | 82,53 | 245 | 619 | 300 | 105 | 1219 | 43028 | 500 |
| 1025 | 350 | 393 | 650 | 643 | 25000 | 611 | 245 | 11800 | 300 |
| 268 | 211 | 101 | 425 | 1230 | 4000 | 2172 | 496 | 551,95 | 8788 |
| 1239 | 1404 | 658 | 313 | 700 | 16777 | 170 | 848 | 151,37 | 7688 |
| 202 | 450 | 7411 | 1320 | 555,02 | 290,49 | 2776 | 23413 | 129,22 | 1232 |
| 4177 | 83,63 | 1593 | 2996 | 70 | 9831 | 165,91 | 295 | 155,91 | 112,99 |
| 189,56 | 601,3 | 199,69 | 2996,01 | 64,9 | 218,56 | 164,4 | 391,29 | 123,06 | 7462 |
| 396,7 | 262 | 6,33 | 354 | 139,29 | 2851 | 725 | 3,3 | 87,56 | 11976 |
| 11576 | 36 | 302 | 353,99 | 1687 | 231 | 595 | 214 | 4444 | 2155 |
| 2950 | 2478 | 220,54 | 93,22 | 98,32 | 183,63 | 86,33 | 2164 | 192,58 | 84,31 |
| 233 | 324,76 | 9135 | 1315 | 3188 | 420,68 | 203,22 | 2430 | 873 | 410 |
| 180 | 195 | 76,2 | 400 | 94 | 2,76 | 7440 | 153,8 | 75,1 | 79,11 |
| 593,62 | 2606 | 2267 | 75,37 | 165,42 | 977 | 249,37 | 132,12 | 2672 | 136,68 |
| 22000 | 2434 | 41842 | 600 | 4,88 | 215,84 | 431,87 | 122,72 | 217,12 | 522 |
| 344,42 | 3931 | 649 | 1876 | 74,54 | 72,62 | 16232 | 298,13 | 252,91 | 221 |
| 91,01 | 14450 | 644,05 | 53,1 | 179,64 | 374 | 457,34 | 4,07 | 3972 | 107 |
| 356 | 59 | 9,99 | 794 | 92,71 | 96,61 | 121,3 | 517,51 | 1237 | 234,53 |
| 835,62 | 152,46 | 233,84 | 91,13 | 628 | 86,33 | 7469 | 254,64 | 1120 | 6370 |
| 96,87 | 150,44 | 273,09 | 239 | 420 | 218 | 270,13 | 2107 | 2163 | 181 |
| 879 | 63,72 | 235 | 221,25 | 28876 | 320,79 | 2941 | 806,25 | 2163 | 1170 |
| 229 | 376 | 356 | 442,5 | 3124 | 65,75 | 210,75 | 6909 | 590 | 85,72 |
| 16005 | 209,67 | 3048 | 88,26 | 332 | 426 | 97,46 | 282,44 | 50 | 294,46 |
| 480,14 | 100,35 | 197,67 | 64,9 | 864 | 2403 | 845 | 158,56 | 1293 | 235,65 |
| 53,1 | 127,68 | 440,51 | 179,93 | 1752 | 1836 | 845 | 249,22 | 91,01 | 2428 |
| 100,3 | 2649 | 8494 | 206,38 | 164,78 | 330 | 92,82 | 419 | 75,18 | 311,78 |
| 114,9 | 3659 | 283,47 | 226,68 | 11945 | 120 | 1066 | 58,06 | 712 | 430 |
| 278,3 | 194 | 40000 | 644 | 11945 | 3826 | 430,87 | 128,81 | 2486 | 100 |
| 13871 | 162,77 | 1736 | 70,42 | 366,07 | 194,96 | 672 | 172,86 | 167,52 | 368 |
| 362,93 | 549 | 1260 | 482 | 683 | 20285 | 91,08 | 15087 | 122,51 | 159,48 |
| 1188 | 99 | 234,56 | 183 | 123 | 462,45 | 770 | 1180 | 1184 | 166,19 |
| 91,46 | 85,86 | 1979 | 146,45 | 13206 | 255,85 | 76,37 | 9264 | 216 | 124,5 |
| 501 | 468 | 221,89 | 4070 | 250 | 4881 | 207,81 | 326,44 | 171 | 1212 |
| 1237 | 113 | 245,18 | 150 | 5500 | 172,59 | 120,83 | 25,53 | 357,3 | 218 |
| 106,72 | 316,36 | 854 | 1260 | 500 | 114,67 | 3350 | 200,45 | 212,67 | 6610 |
| 345,43 | 229 | 226 | 738,69 | 83,78 | 106,75 | 4056 | 1368 | 197,76 | 151,69 |
| 506 | 249,89 | 64,9 | 2,85 | 1178 | 8734 | 223,52 | 150,84 | 816 | 9500 |
| 1096 | 4154 | 794 | 2603 | 59 | 100,3 | 290,76 | 1243 | 144,03 | 1525 |
| 113,99 | 191,94 | 18000 | 74 | 82,84 | 1498 | 195,81 | 87,56 | 99,33 | 230,34 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 200 | 133 | 18000 | 428 | 4,15 | 96,28 | 3,94 | 234 | 377 | 20812 |
| 364 | 395,14 | 399,02 | 9539 | 126,31 | 92,11 | 708 | 115,75 | 219,43 | 2369 |
| 98,65 | 4,66 | 7450 | 354 | 613 | 38018 | 497 | 248 | 9000 | 111,93 |
| 375 | 356,07 | 198,81 | 88,32 | 67,15 | 120,56 | 18000 | 766 | 118 | 152,86 |
| 4428 | 450 | 383,5 | 1127 | 67,58 | 224,73 | 292,88 | 1090 | 2307 | 71 |
| 21375 | 1637 | 1258 | 102,9 | 88,89 | 5000 | 353,71 | 266,92 | 3480 | 256,77 |
| 455,48 | 166,14 | 59 | 186,53 | 2295 | 31500 | 563,82 | 73,02 | 200,61 | 358,51 |
| 680 | 124,77 | 444 | 72,25 | 130,69 | 161,54 | 89,94 | 12144 | 79,26 | 8354 |
| 1000 | 116,14 | 678 | 243,55 | 42511 | 229,58 | 9072 | 358,83 | 603 | 243,55 |
| 81,44 | 1451 | 2500 | 5189 | 2735 | 4 | 1633 | 478,29 | 54,52 | 233 |
| 995 | 791 | 3000 | 232,79 | 634,65 | 93,2 | 332,1 | 116,77 | 195,74 | 490 |
| 157,51 | 74,8 | 41 | 354 | 40,83 | 94,87 | 460 | 75,94 | 362,26 | 64,14 |
| 382 | 466,3 | 106,15 | 1476 | 3386 | 661,08 | 78,59 | 250 | 5640 | 5000 |
| 69 | 194 | 88,21 | 373 | 5124 | 388 | 208,18 | 1177 | 1370 | 93,16 |
| 1780 | 7849 | 25058 | 109,02 | 210,48 | 115,92 | 220 | 1558 | 204,61 | 446 |
| 100,3 | 483 | 3970 | 495 | 74,43 | 116,84 | 221 | 95,2 | 151,29 | 174,7 |
| 27000 | 115,22 | 81,89 | 5318 | 251 | 139,63 | 91,98 | 258,17 | 21285 | 71,99 |
| 534,81 | 73,4 | 50 | 217,93 | 249 | 347 | 13615 | 906,81 | 1167 | 205,77 |
| 649,24 | 848 | 16356 | 67,74 | 154 | 196,88 | 4188 | 13000 | 310 | 59,33 |
| 51,02 | 89 | 452,6 | 387 | 77,81 | 306 | 132,61 | 2203 | 98,52 | 2078 |
| 182,11 | 67 | 248,58 | 7165 | 207,3 | 107,14 | 98 | 569 | 360,32 | 118,09 |
| 6561 | 275,03 | 3893 | 384,31 | 200,13 | 141,34 | 247,42 | 85 | 65,7 | 252,52 |
| 118 | 1138 | 86,56 | 150,24 | 130,41 | 629,21 | 431 | 106,93 | 66,17 | 244 |
| 272,66 | 90,05 | 89,17 | 512,53 | 345 | 151,95 | 328,51 | 6886 | 41,6 | 12126 |
| 4,9 | 520,23 | 453 | 5186 | 1890 | 28,01 | 552 | 94,7 | 178,89 | 358,55 |
| 97,49 | 6750 | 512 | 67,02 | 149,41 | 121,23 | 128,12 | 942 | 448 | 300,43 |
| 86,28 | 240,25 | 4341 | 928 | 609 | 726 | 82,85 | 77,56 | 59,24 | 3248 |
| 80,54 | 282,15 | 221,08 | 187,36 | 232,58 | 94,66 | 297,01 | 93,02 | 212,73 | 207,79 |
| 678 | 3,13 | 492,31 | 1921 | 270 | 112,31 | 209,38 | 222,25 | 85,42 | 8445 |
| 74,75 | 423,48 | 539 | 628 | 124,36 | 132,99 | 313,88 | 1081 | 130 | 250 |
| 162 | 4916 | 223,68 | 89,22 | 69,36 | 160,7 | 261,42 | 135 | 225 | 213,44 |
| 53,1 | 11611 | 295 | 280,39 | 248,13 | 81,89 | 206,64 | 146,23 | 208,98 | 6,32 |
| 493 | 315 | 73,14 | 164 | 551 | 299,74 | 11500 | 18,26 | 70,8 | 76,45 |
| 55 | 246,86 | 311,69 | 242 | 99 | 133,26 | 9312 | 850 | 237,13 | 5275 |
| 975 | 556 | 371 | 287,06 | 192 | 16716 | 444,72 | 237,49 | 545 | 120,35 |
| 3672 | 63,58 | 104 | 6,88 | 443 | 353,12 | 956 | 5,93 | 74,43 | 13498 |
| 661 | 701 | 11201 | 17788 | 472,45 | 7105 | 78,07 | 188,97 | 284 | 349,91 |
| 413,65 | 88,45 | 342,01 | 17788 | 10,17 | 70,8 | 2898 | 7735 | 51 | 7,78 |
| 705 | 19460 | 43000 | 496,15 | 213 | 102,55 | 205,84 | 275,68 | 239,95 | 5500 |
| 157,13 | 428,1 | 569 | 455,53 | 66,34 | 857 | 3148 | 18000 | 40328 | 500 |
| 2291 | 1509 | 86,71 | 274,59 | 108,91 | 720 | 164,43 | 2112 | 1180 | 191,4 |
| 600 | 100,13 | 25828 | 7546 | 80,04 | 982 | 82,74 | 230,34 | 109,37 | 17,4 |
| 84,46 | 426,08 | 114,83 | 230,34 | 9842 | 174,88 | 56,64 | 1882 | 1958 | 825 |
| 353,36 | 197,39 | 54,75 | 97,47 | 346,78 | 2057 | 164,44 | 312 | 133,6 | 95,77 |
| 2,12 | 84000 | 9737 | 72,25 | 136,68 | 15611 | 210,03 | 292,96 | 217,24 | 105,02 |
| 750 | 215,93 | 80,92 | 243,13 | 133,67 | 360,67 | 77,64 | 204,94 | 6385 | 3937 |
| 750 | 3859 | 16906 | 7517 | 411,78 | 784 | 87,78 | 281 | 222,54 | 3937 |
| 638,56 | 210,78 | 405,42 | 2204 | 3,59 | 94,64 | 1233 | 239,35 | 166,6 | 274,02 |

| | | | | | | | | | |
|---------|--------|----------|--------|--------|--------|--------|----------|--------|--------|
| 13,5 | 5648 | 225,97 | 16163 | 222 | 5360 | 377,09 | 98,01 | 204,73 | 242,71 |
| 6764 | 247,1 | 6486,44 | 1172 | 9764 | 100,48 | 29,95 | 141,54 | 5,69 | 1680 |
| 279,37 | 949 | 10013,62 | 199,6 | 3617 | 155,02 | 561 | 88,75 | 254,6 | 15397 |
| 1661 | 6209 | 69,56 | 1507 | 100 | 948 | 18684 | 53,1 | 167,8 | 404,35 |
| 1661 | 1912 | 107,38 | 396,79 | 202,48 | 102,81 | 28500 | 109,34 | 6040 | 4509 |
| 97,47 | 170,51 | 271,9 | 305,43 | 5,6 | 263,56 | 19721 | 459 | 218,57 | 327,82 |
| 324,74 | 101,28 | 2,92 | 372 | 257,77 | 1717 | 1000 | 166,31 | 100,22 | 7500 |
| 53,1 | 178,57 | 164,56 | 133,19 | 1066 | 104,61 | 461,91 | 29,91 | 285,68 | 256,79 |
| 20000 | 28888 | 39,83 | 2514 | 103,66 | 84,78 | 23,42 | 549,71 | 206 | 818 |
| 287,02 | 677,32 | 11185 | 453 | 339,23 | 83,31 | 115 | 1337 | 989 | 4016 |
| 460,2 | 8440 | 3897 | 109,74 | 1472 | 127,75 | 104,25 | 1147 | 88,49 | 231,27 |
| 469 | 1590 | 196,29 | 3641 | 91,8 | 383 | 134,24 | 110,22 | 106,9 | 131,19 |
| 80,71 | 326,41 | 72,42 | 4632 | 5000 | 211 | 184 | 9228 | 187,24 | 1,8 |
| 84,2 | 88,97 | 115,64 | 42 | 217,12 | 838 | 402 | 302,55 | 5,69 | 178,52 |
| 7785 | 5339 | 117 | 342,82 | 452,14 | 838 | 2365 | 22062,58 | 77,55 | 266,33 |
| 152,77 | 118 | 288,1 | 1307 | 7569 | 73,82 | 185 | 70,8 | 188,38 | 124,92 |
| 5000 | 908 | 108,38 | 23000 | 1395 | 101,62 | 59 | 261 | 590 | 5,01 |
| 98,65 | 195,64 | 106,61 | 526,28 | 91,3 | 693 | 5306 | 53,62 | 269,54 | 1505 |
| 18281 | 960 | 93,72 | 160 | 168,26 | 225 | 131,96 | 137 | 21800 | 882 |
| 150 | 223,42 | 592 | 218,74 | 3985 | 73,24 | 117,06 | 134,01 | 1857 | 100,01 |
| 454,11 | 134,5 | 94,84 | 8,27 | 186,48 | 12,9 | 728 | 210 | 127,78 | 688 |
| 3,73 | 2892 | 147,97 | 143,52 | 349,63 | 86,14 | 97,47 | 100,3 | 1279 | 68,43 |
| 4395 | 2892 | 246,04 | 116,17 | 86,54 | 492 | 1311 | 393,93 | 161,91 | 97,93 |
| 4395 | 197,99 | 83,78 | 30215 | 205,05 | 62,07 | 3726 | 8222 | 311 | 2897 |
| 164,72 | 23000 | 1020 | 627,58 | 189,34 | 93 | 50 | 244,68 | 3446 | 425,5 |
| 2266 | 1789 | 446,03 | 135,04 | 302 | 848 | 179,78 | 93,28 | 175,77 | 169,92 |
| 129,04 | 107 | 2064 | 8397 | 17500 | 95,72 | 2,41 | 357,26 | 393,9 | 62,21 |
| 103,18 | 85,69 | 120,83 | 358,72 | 298,54 | 2191 | 61,97 | 785 | 89 | 116,67 |
| 165,77 | 1638 | 273 | 237,31 | 250,14 | 84,08 | 6847 | 92,41 | 100,56 | 1265 |
| 6,86 | 101,33 | 86,14 | 5925 | 1493 | 201,58 | 259,58 | 179,36 | 180,65 | 86,14 |
| 344 | 248,91 | 293,73 | 217,4 | 53,1 | 5151 | 345,74 | 8189 | 2661 | 90,13 |
| 99 | 249 | 195,46 | 300 | 79,52 | 531 | 12000 | 230,34 | 164,16 | 97,59 |
| 3069,5 | 6718 | 8210 | 171,64 | 92,28 | 2760 | 220,42 | 5922 | 250,56 | 149,14 |
| 7930,46 | 472 | 242,99 | 101,33 | 184,79 | 168,6 | 88,69 | 73,9 | 3115 | 157,39 |
| 230,5 | 216,14 | 211,67 | 56,83 | 218,58 | 306,8 | 503,15 | 62,35 | 205,2 | 1792 |
| 595,54 | 15,19 | 5097 | 198,62 | 227,49 | 61,83 | 91,24 | 227,79 | 200 | 112,55 |
| 224,1 | 229 | 948 | 181,04 | 99,24 | 211 | 68,89 | 135 | 199,67 | 67,66 |
| 16,83 | 192,58 | 80,7 | 722 | 228,15 | 8667 | 176,17 | 24 | 7,56 | 142,05 |
| 1385 | 15863 | 258,89 | 2268 | 88,71 | 480,54 | 220,34 | 90,65 | 358 | 1328 |
| 97,04 | 390,11 | 1898 | 408 | 75,86 | 83,72 | 190,69 | 181,47 | 152,42 | 91,64 |
| 66,73 | 280,32 | 121,59 | 631 | 7195 | 80,7 | 111,32 | 6,39 | 8691 | 110,68 |
| 925 | 320 | 206,29 | 164,82 | 231,62 | 96,95 | 75,57 | 94,78 | 248,38 | 109,2 |
| 101,83 | 6780 | 160,76 | 125,01 | 1100 | 336 | 108,71 | 13500 | 90,07 | 1621 |
| 381 | 226,98 | 8863 | 92,78 | 154,93 | 12206 | 57,82 | 206,62 | 987 | 86,88 |
| 119,14 | 185,47 | 245 | 68,72 | 257,38 | 173,15 | 134,32 | 1592 | 17500 | 135,37 |
| 131,35 | 1902 | 8056 | 69,83 | 90,87 | 206,38 | 1742 | 294,6 | 307,97 | 14000 |
| 312,06 | 107,97 | 1431 | 91,59 | 246,49 | 158,18 | 91,38 | 183,41 | 17700 | 100 |
| 66,86 | 262 | 350 | 118,85 | 121,02 | 252,82 | 59940 | 190,58 | 267,28 | 172,36 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1557 | 244,28 | 197,61 | 1215 | 217,36 | 5496 | 3000 | 211,34 | 58,81 | 256,86 |
| 159,7 | 88,32 | 363,68 | 109,34 | 5369 | 118 | 202,96 | 98,94 | 114,37 | 102,6 |
| 53,1 | 2466 | 106,29 | 117,62 | 550 | 59 | 76,04 | 239,95 | 365 | 791 |
| 2870 | 143,58 | 65,2 | 84,57 | 220,77 | 246,99 | 1305 | 1248 | 17000 | 153,14 |
| 153,9 | 6637 | 2335 | 397,96 | 36680 | 7,95 | 229 | 118 | 460,2 | 161,64 |
| 3263 | 118 | 178,78 | 89 | 829,29 | 15000 | 126,07 | 96,35 | 1748 | 84,25 |
| 145,28 | 16000 | 881 | 3612 | 55,32 | 246,79 | 115,25 | 9,11 | 139,69 | 446,68 |
| 768 | 345,68 | 104,17 | 180,52 | 204,34 | 208,45 | 77,64 | 420,28 | 86,16 | 413,46 |
| 75,73 | 619 | 157 | 1100 | 368 | 832 | 7382 | 14,13 | 241,84 | 270 |
| 2548 | 91,26 | 96,52 | 47,83 | 308,43 | 80,25 | 233,72 | 5658 | 107,21 | 83 |
| 93,7 | 1067 | 2758 | 2,17 | 1803 | 143,39 | 1429 | 1129 | 413 | 1160 |
| 176,98 | 20000 | 149,64 | 99,71 | 120,83 | 110,33 | 3495 | 171,34 | 330 | 3328 |
| 7801 | 113,59 | 99,84 | 72,2 | 2622 | 122,92 | 487 | 68,3 | 375 | 307 |
| 279,57 | 260 | 10805 | 229,83 | 144,48 | 228,42 | 212,6 | 256,5 | 798 | 2689 |
| 121,37 | 98,22 | 274,49 | 111,96 | 86,14 | 1296 | 13406 | 147,97 | 2606 | 194,39 |
| 227 | 480 | 4,75 | 182,48 | 8624 | 91,26 | 390,2 | 207 | 101,7 | 1228 |
| 61,83 | 5890 | 1580 | 526 | 200 | 95,91 | 296,86 | 176,04 | 235,28 | 87,27 |
| 100,71 | 879 | 116,88 | 223 | 251,04 | 120,83 | 265,54 | 97,08 | 151,43 | 230 |
| 97,47 | 1079 | 147,22 | 326,42 | 5,82 | 54,89 | 97,69 | 170 | 577 | 217,39 |
| 358 | 82,48 | 4235 | 2,8 | 1277 | 56000 | 92,03 | 147,8 | 68,17 | 232,25 |
| 2104 | 146,62 | 8965 | 248,25 | 92,36 | 60,7 | 333,94 | 7479 | 94,02 | 1259 |
| 150,1 | 5,07 | 378,2 | 90,66 | 68,13 | 75,52 | 511 | 3037 | 113,73 | 114,19 |
| 21000 | 196,88 | 174 | 7553 | 315,7 | 20000 | 75,26 | 174,83 | 4726 | 476 |
| 277,34 | 950 | 881 | 287,73 | 1347 | 275,13 | 109,74 | 201 | 236,57 | 86 |
| 7362 | 181,84 | 98,01 | 455 | 927 | 97,18 | 176,13 | 53,1 | 110,86 | 82,53 |
| 298,06 | 291,12 | 1813 | 1260 | 83,04 | 96,05 | 138,8 | 687 | 5636 | 1082 |
| 178,11 | 831 | 102,77 | 670 | 1295 | 3162 | 1220 | 77,08 | 217,98 | 101,49 |
| 3439 | 96,18 | 204,25 | 91 | 165,27 | 68,51 | 108,31 | 209,57 | 28590 | 171,86 |
| 211,5 | 180 | 122,15 | 95,3 | 116,42 | 94,19 | 143,54 | 115,96 | 428,1 | 16000 |
| 279,87 | 53,1 | 106,86 | 1050 | 322,49 | 76,92 | 107,85 | 124,23 | 120,42 | 229,98 |
| 390 | 366,15 | 204,56 | 85,76 | 203 | 188,8 | 425 | 77,7 | 95,12 | 220,01 |
| 88,97 | 5472 | 219,46 | 246,92 | 260,93 | 106,73 | 122,72 | 7300 | 4178 | 129,42 |
| 112,88 | 573 | 126,31 | 102,05 | 259,82 | 1187 | 978 | 267,09 | 326,03 | 5452 |
| 186,7 | 93,55 | 964 | 92,42 | 122,72 | 105,23 | 756 | 94,95 | 301 | 251,51 |
| 19,02 | 86,75 | 81,68 | 2556 | 2536 | 97,72 | 177,05 | 762 | 196,2 | 95,33 |
| 254,62 | 92,91 | 110,4 | 147,48 | 337,2 | 86,62 | 493 | 87,58 | 107,82 | 54,56 |
| 6739 | 1348 | 197,71 | 97,11 | 110,68 | 109,3 | 220,28 | 3063 | 78,62 | 53,1 |
| 256,98 | 243 | 750 | 107,36 | 318 | 278 | 215,52 | 1137 | 59,38 | 97,81 |
| 1486 | 117,34 | 75,52 | 83,47 | 114,76 | 6040 | 1967 | 85,59 | 98,86 | 2274 |
| 6590 | 224 | 204,64 | 143,67 | 243,86 | 249,17 | 134,15 | 184,28 | 1397 | 133,29 |
| 2268 | 191,41 | 210,77 | 103,03 | 100,3 | 88,03 | 79,78 | 196,33 | 119,07 | 108,42 |
| 947 | 711 | 447,34 | 188,28 | 799 | 99,42 | 287,04 | 276,3 | 99,54 | 9850 |
| 315 | 88,16 | 62,21 | 217,9 | 5468 | 145,28 | 61,93 | 6,64 | 111,75 | 4150 |
| 83,89 | 247,58 | 2180 | 1618 | 984 | 13,91 | 180 | 85,1 | 63,53 | 370,52 |
| 1095 | 295 | 128,84 | 96,64 | 223,3 | 170,29 | 10522 | 364,64 | 160,53 | 114,19 |
| 101,92 | 70,8 | 108,81 | 2222 | 56,59 | 800 | 1894 | 0,92 | 266 | 73,27 |
| 11433 | 127,78 | 188,04 | 10350 | 779 | 1213 | 96,05 | 583 | 97,8 | 4932 |
| 320,72 | 92,28 | 1321 | 2877 | 74,75 | 112,56 | 338,85 | 66,39 | 142,37 | 888 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2,8 | 309,4 | 89,51 | 197,3 | 935 | 300 | 94,91 | 107,36 | 765 | 240,58 |
| 9686 | 393,59 | 70,8 | 28174 | 4039 | 41849 | 109,2 | 214,08 | 95,04 | 870 |
| 1744 | 78,28 | 18113 | 5071 | 218,6 | 654,9 | 121,76 | 3152 | 303,02 | 95,18 |
| 104,34 | 11632 | 200 | 1892 | 932 | 572 | 204,44 | 177,52 | 2851 | 833 |
| 91,8 | 508 | 427,62 | 84,23 | 114,79 | 64,19 | 105,2 | 411 | 117,41 | 6034 |
| 531 | 88,8 | 4,72 | 151,05 | 201,63 | 100,82 | 77,64 | 261,12 | 91,17 | 195 |
| 33 | 156,94 | 11344 | 422,32 | 129,04 | 257,22 | 9629 | 180,92 | 270,98 | 143,09 |
| 85,1 | 203,17 | 200 | 4354 | 1408 | 94,48 | 321,5 | 600 | 1913 | 427 |
| 99,33 | 55,79 | 325,45 | 299 | 111,85 | 1250 | 1464 | 94,82 | 113,99 | 77 |
| 73,5 | 67,92 | 5,74 | 469,34 | 161,64 | 90,39 | 99,29 | 111,07 | 246,95 | 79,99 |
| 713 | 713 | 167,8 | 7,38 | 216,45 | 1193 | 73 | 295 | 365 | 2498 |
| 69,36 | 203,02 | 58,34 | 16500 | 5,45 | 111,85 | 808 | 5430 | 200 | 4034 |
| 419 | 197,86 | 177,24 | 372 | 2278 | 215,26 | 72,76 | 216,02 | 439,8 | 187,25 |
| 237,51 | 77,86 | 1119 | 116,81 | 129,73 | 229,17 | 445,65 | 81,18 | 207 | 946 |
| 167,98 | 107 | 106,65 | 99,12 | 188,67 | 114,68 | 1616 | 425 | 1177 | 83,85 |
| 92,78 | 1016 | 78,33 | 83,89 | 2262 | 73,9 | 2156 | 645 | 104,89 | 107,83 |
| 2426 | 80,24 | 98,6 | 79,56 | 128,84 | 1044 | 120,83 | 89,94 | 114,37 | 379,69 |
| 782 | 349 | 93,34 | 111,32 | 111,11 | 17500 | 157,81 | 1679 | 206,05 | 231,53 |
| 90,66 | 603,18 | 2957 | 7000 | 114,06 | 312,58 | 93,6 | 119,99 | 118,9 | 2327 |
| 129,84 | 29,01 | 184,92 | 348,55 | 1089 | 583 | 12261 | 3132 | 106,44 | 129,71 |
| 2718 | 828 | 82,48 | 984 | 841 | 83,52 | 54 | 205,53 | 178,4 | 4124 |
| 94 | 77,38 | 1246 | 79,08 | 90,81 | 10000 | 2110 | 84,63 | 91,86 | 4252 |
| 391 | 109,52 | 96,87 | 77,64 | 855 | 239,47 | 1997 | 6394 | 937 | 3297 |
| 99,39 | 115,71 | 99,07 | 1372 | 259,41 | 217,43 | 134,32 | 140 | 83,76 | 264 |
| 102 | 142,15 | 507 | 99,45 | 116,6 | 74,03 | 333,94 | 245,4 | 2890 | 208,74 |
| 1905 | 110,29 | 282 | 71,27 | 161,42 | 324 | 196,66 | 5,37 | 154,65 | 59,99 |
| 150,44 | 80,66 | 1244 | 121,76 | 1605 | 413 | 30000 | 1180 | 80,19 | 107,14 |
| 1709 | 750 | 106,9 | 336 | 99,51 | 106,4 | 90 | 111,39 | 234,61 | 1257 |
| 142,5 | 94,4 | 1387 | 455 | 89,41 | 131,69 | 271,31 | 75,69 | 15000 | 202 |
| 3233 | 410 | 91,12 | 121,98 | 6,81 | 1437 | 0,81 | 154,25 | 2307 | 157,03 |
| 167,65 | 501 | 594 | 101,28 | 423 | 138,31 | 2170 | 183,91 | 160,62 | 2992 |
| 1192 | 108,67 | 107 | 161,59 | 280 | 119,36 | 708 | 69,15 | 430,97 | 158,51 |
| 103,27 | 1028 | 87,77 | 227,4 | 77,64 | 1565 | 69,1 | 268 | 36000 | 406 |
| 2901 | 844 | 169,64 | 259,32 | 69,15 | 127,17 | 60 | 330 | 338,42 | 94,91 |
| 178,01 | 106,22 | 88,11 | 121,37 | 86,14 | 1940 | 89 | 86,14 | 226,12 | 200 |
| 1320 | 109,16 | 186,94 | 134,52 | 60 | 145,03 | 89 | 242 | 64,9 | 101,46 |
| 1996 | 102 | 70,26 | 500 | 98,44 | 122,72 | 205,12 | 95,3 | 82,12 | 84,58 |
| 109,45 | 99,99 | 159 | 64,9 | 277,13 | 81,81 | 527 | 1008 | 79,63 | 495 |
| 81,34 | 149,99 | 101,79 | 3311 | 315,3 | 17 | 283 | 305,34 | 1994 | 61,12 |
| 146,95 | 187,45 | 77,18 | 87,77 | 216,74 | 97,93 | 83,67 | 142,91 | 156,53 | 81,42 |
| 8789 | 68,04 | 82,53 | 4135 | 120,95 | 7500 | 105,55 | 110,68 | 146,4 | 890 |
| 198,17 | 137,45 | 226,77 | 200,79 | 898 | 229,4 | 112,45 | 2298 | 196 | 80,41 |
| 193,85 | 448 | 179,36 | 246,88 | 898 | 223 | 159,05 | 113,13 | 146 | 145 |
| 185,74 | 1190 | 82,1 | 64 | 75,94 | 87,62 | 2993 | 806 | 59,42 | 2670 |
| 86,65 | 111,75 | 160,48 | 117,3 | 113,62 | 73,55 | 179,04 | 111,68 | 102,94 | 169,94 |
| 1472 | 2797 | 137,29 | 925 | 7904 | 110,33 | 2210 | 70,8 | 6497 | 116,56 |
| 118,72 | 69,15 | 1554 | 95,84 | 845 | 137,09 | 166,6 | 173 | 273,7 | 435 |
| 252,96 | 119,25 | 98,48 | 617 | 2320 | 7845 | 71,19 | 307 | 53,1 | 113,59 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 4,04 | 105,3 | 3000 | 88,75 | 132,2 | 220,12 | 1449 | 61,69 | 144,69 | 190,22 |
| 144,08 | 199,49 | 158,86 | 137,09 | 565 | 215,67 | 143,81 | 61,69 | 1553 | 151,74 |
| 525 | 4200 | 344,19 | 10500 | 63,86 | 908 | 161,49 | 143,25 | 511 | 97,37 |
| 329,1 | 202,02 | 344 | 221,95 | 96,52 | 95,2 | 280 | 4826 | 80,3 | 1681 |
| 3,66 | 91,77 | 81,66 | 239,43 | 81,55 | 490 | 90,93 | 199,94 | 12250 | 135,11 |
| 79,63 | 98,52 | 99,42 | 2,58 | 1154 | 64,43 | 58,24 | 100,26 | 253,69 | 235,04 |
| 1422 | 88,83 | 122,58 | 808 | 85,21 | 135,92 | 31000 | 109,8 | 199,15 | 101,07 |
| 112,28 | 86,14 | 120,63 | 76,51 | 5388 | 845 | 390,72 | 15596 | 29251 | 81,66 |
| 1082 | 902 | 4002 | 627 | 379 | 4815 | 66,17 | 443,63 | 42 | 189,11 |
| 566 | 54 | 100 | 89,17 | 62,82 | 120,99 | 200,66 | 7520 | 288,1 | 57 |
| 106,22 | 211,82 | 182,21 | 111,16 | 112,38 | 210,21 | 253 | 88,54 | 1094 | 44 |
| 425,2 | 6,89 | 4,55 | 3683 | 87,47 | 308,45 | 90,74 | 5105 | 83,04 | 301 |
| 137,64 | 3962 | 85,56 | 114,65 | 13000 | 83,67 | 200 | 228,78 | 1445 | 205,12 |
| 77,08 | 221,69 | 292 | 252 | 241,97 | 905 | 212 | 1431 | 2791 | 206,43 |
| 110,58 | 4389 | 1424 | 2276 | 94,27 | 106,19 | 3389 | 102,55 | 150,89 | 17000 |
| 257,97 | 216,95 | 250 | 107,18 | 863 | 983 | 662 | 2388 | 86,03 | 289,56 |
| 7,45 | 194,26 | 77 | 212,34 | 5526 | 1100 | 215 | 140,03 | 559,71 | 90,1 |
| 11500 | 53,1 | 530 | 263,56 | 253,07 | 88,97 | 13760 | 101,54 | 6000 | 78,41 |
| 325,4 | 53,1 | 314,35 | 86,99 | 3904 | 86,14 | 179,86 | 1160 | 296,89 | 196 |
| 97,98 | 624 | 911 | 1060 | 141,88 | 593 | 207,54 | 238 | 203 | 108,06 |
| 92,96 | 70,16 | 76,42 | 100,64 | 170,1 | 1180 | 87,33 | 196,88 | 209,21 | 6107 |
| 221,26 | 242,38 | 974 | 65,54 | 850 | 87,13 | 149,67 | 98,62 | 407 | 263,06 |
| 4,16 | 98,09 | 974 | 397 | 74,29 | 541 | 278,6 | 11020 | 94,61 | 129,29 |
| 183,12 | 83,78 | 103,91 | 106,01 | 103,06 | 62,92 | 83,78 | 373,15 | 83,78 | 91,34 |
| 95,51 | 70,8 | 60,18 | 28896 | 191 | 1906 | 84,78 | 1387 | 498 | 76,51 |
| 179,76 | 413 | 96,52 | 556,56 | 53,1 | 108,17 | 354 | 91,1 | 105,02 | 2130 |
| 148,53 | 3992 | 2939 | 97,29 | 156,6 | 137,66 | 201,17 | 630 | 233,47 | 143,59 |
| 162,27 | 222,28 | 162,32 | 140,66 | 94,64 | 2607 | 445 | 8693 | 181,44 | 504 |
| 91,34 | 1461 | 7500 | 112,74 | 90,87 | 193 | 1858 | 222,8 | 1570 | 227 |
| 3478 | 113,41 | 3119 | 964 | 2300 | 84,16 | 127,78 | 74,8 | 98,91 | 53,1 |
| 627 | 1963 | 200,06 | 224,62 | 94 | 101,36 | 3112 | 24000 | 155,91 | 54,85 |
| 212,27 | 8529 | 5862 | 2124 | 4067 | 108,42 | 181,47 | 187,5 | 162,56 | 122,12 |
| 97,16 | 300,22 | 241,26 | 1357 | 72 | 101,2 | 97,33 | 204,6 | 515 | 192,52 |
| 648 | 89,04 | 101,15 | 2402 | 188,93 | 58,29 | 19000 | 277 | 111,99 | 550 |
| 90,07 | 103,75 | 100,48 | 158,59 | 96,18 | 904 | 459,02 | 292 | 3329 | 85,9 |
| 990 | 78,58 | 95,2 | 400 | 353 | 95,08 | 76,66 | 91,59 | 180,09 | 664 |
| 122,58 | 239 | 196,52 | 60,18 | 73,77 | 90,51 | 175,77 | 234,38 | 207 | 94,27 |
| 103,4 | 100,13 | 25958 | 162,27 | 256,28 | 78,69 | 179 | 116,8 | 463 | 913 |
| 1235 | 1004 | 177,38 | 1694 | 67,53 | 222 | 229,01 | 183 | 122,22 | 81,68 |
| 1281 | 92,75 | 3380 | 107,82 | 109,27 | 906 | 70,8 | 105,94 | 92,41 | 101,83 |
| 230 | 136,89 | 210,36 | 87,9 | 118,15 | 76,29 | 940 | 67 | 194 | 429 |
| 94,09 | 1746 | 1139 | 161,03 | 100 | 737 | 82,66 | 985 | 279,07 | 77 |
| 1468 | 148 | 106,05 | 967 | 1218 | 74,97 | 64,9 | 78,92 | 1626 | 105,94 |
| 2327 | 27 | 146,67 | 103,62 | 4922 | 107,89 | 121,1 | 82,74 | 118,37 | 197,53 |
| 2293 | 83,21 | 21000 | 216,06 | 215,65 | 87,7 | 98,01 | 205,41 | 835 | 354 |
| 105,34 | 98,22 | 321,24 | 6321 | 1519 | 1232 | 88,83 | 2744 | 97,75 | 18000 |
| 2305 | 267 | 2690 | 249,46 | 145,82 | 54 | 2472 | 141 | 84,92 | 338,88 |
| 74,25 | 53,1 | 1123 | 131 | 81,89 | 371 | 292 | 241,84 | 11 | 170 |

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 823 | 225,04 | 75000 | 1470 | 415 | 1793 | 178,66 | 231,93 | 1157 | 89,31 |
| 128,18 | 310 | 1250 | 113,73 | 550 | 142,77 | 25000 | 143,74 | 324,74 | 108,1 |
| 737 | 194 | 622,26 | 230 | 24,9 | 100,69 | 533,34 | 109,34 | 6271 | 145,38 |
| 89,09 | 111,99 | 10,37 | 132,1 | 33,01 | 105,3 | 209 | 112 | 100 | 115,16 |
| 6101 | 105,98 | 101,54 | 315,01 | 168,3 | 540 | 4594 | 106,26 | 244,67 | 184,55 |
| 240 | 21000 | 61,08 | 4006 | 217,12 | 85,48 | 233,99 | 95,67 | 3,9 | 232 |
| 137,88 | 245,02 | 86,42 | 198,36 | 282 | 634 | 397,58 | 892 | 129 | 55,65 |
| 7296 | 86,99 | 7473 | 204 | 127,31 | 295 | 1458 | 1687 | 175,54 | 201,82 |
| 247,47 | 112,6 | 249,81 | 77,64 | 2190 | 55,22 | 99,11 | 122,78 | 79,63 | 1033 |
| 103,11 | 191,31 | 201,77 | 106,37 | 11575 | 807 | 446 | 325,99 | 70,8 | 674 |
| 290 | 91,4 | 276 | 127,18 | 318 | 91,56 | 80 | 695 | 115,96 | 175,3 |
| 104,97 | 593 | 570 | 6,49 | 54 | 55 | 62,35 | 100,9 | 225,36 | 89,42 |
| 75,86 | 829 | 3234 | 65,16 | 3605 | 115,6 | 93,39 | 613 | 185,74 | 69,66 |
| 94,74 | 131,97 | 358 | 227 | 230 | 236,26 | 94,82 | 69,7 | 302 | 223 |
| 83,78 | 876 | 1220 | 58,29 | 236 | 603 | 105,55 | 183,31 | 336 | 223 |
| 167,06 | 78 | 87,07 | 60,94 | 335 | 7359 | 414 | 174 | 57,16 | 278,65 |
| 4862 | 5500 | 137,29 | 356,28 | 169 | 233,45 | 280,01 | 400,35 | 364 | 105,02 |
| 203,75 | 2501 | 8500 | 85,86 | 104,6 | 84,29 | 70,8 | 70,8 | 364 | 783 |
| 180,6 | 180 | 115,96 | 75,37 | 290,54 | 3118 | 653 | 1900 | 1891 | 783 |
| 89,73 | 1681 | 98,18 | 104,51 | 128,54 | 167,08 | 168,4 | 138,53 | 133,33 | 90,71 |
| 458 | 120,03 | 6043 | 8813 | 8000 | 1746 | 98,66 | 94,11 | 1350 | 1474 |
| 3378 | 235 | 472 | 258,03 | 1196 | 132,57 | 1120 | 239 | 85,35 | 145 |
| 164,56 | 1373 | 242,94 | 4,79 | 112,42 | 24500 | 109,27 | 199 | 4536 | 121,8 |
| 8,62 | 114,19 | 18,98 | 2588 | 181,24 | 430,43 | 300,43 | 2869 | 139,49 | 53,1 |
| 5111 | 4679 | 910 | 1273 | 543 | 109,98 | 1652 | 153,85 | 700 | 113,66 |
| 500 | 213,34 | 164 | 105,69 | 79,26 | 1052 | 97,47 | 969 | 124,32 | 1266 |
| 98,65 | 121,33 | 357 | 124,84 | 124,16 | 97,33 | 2600 | 239 | 2534 | 86,41 |
| 557 | 3079 | 353 | 1696 | 1338 | 472 | 161,42 | 450 | 174,66 | 117,59 |
| 500 | 184,97 | 176 | 125,19 | 405 | 6412 | 80,41 | 81,18 | 9827 | 9638 |
| 1745 | 117,23 | 532 | 77 | 1489 | 579 | 60,51 | 495 | 341,33 | 271,44 |
| 152,15 | 359 | 62,59 | 82,74 | 750 | 579 | 115,95 | 3277 | 4262 | 211 |
| 93 | 88,54 | 758 | 259 | 94,4 | 206 | 78,22 | 120 | 149,21 | 112,52 |
| 6245 | 1732 | 375 | 1952 | 549 | 50 | 821 | 223,82 | 502 | 86,14 |
| 220,99 | 256 | 70,8 | 133,26 | 85,86 | 211,17 | 87,86 | 96,69 | 79,89 | 92,49 |
| 2164 | 92,49 | 268 | 112,28 | 728 | 76,15 | 853 | 203 | 67,02 | 108,77 |
| 123,16 | 270 | 268 | 1236 | 124,15 | 110,33 | 137 | 123,43 | 52 | 401 |
| 95,67 | 727 | 90,07 | 87,27 | 11000 | 920 | 10397 | 181,79 | 1439 | 1849 |
| 140,1 | 2514 | 724 | 54 | 4350 | 134,28 | 294,06 | 4505 | 6934 | 128,16 |
| 1099 | 150 | 93,29 | 366 | 204,85 | 83,73 | 117,27 | 227,13 | 400,02 | 927 |
| 108,6 | 150 | 1151 | 58,29 | 98,18 | 990 | 2246 | 234 | 467 | 196,8 |
| 320 | 175 | 103,96 | 830 | 220 | 104,6 | 6901 | 99,5 | 80,91 | 95,63 |
| 107,46 | 105,02 | 712 | 149 | 70,8 | 263 | 228,33 | 780 | 375,24 | 80,41 |
| 183,17 | 575 | 92,78 | 97,8 | 112,63 | 214,7 | 254 | 124,97 | 96,59 | 216,67 |
| 1142 | 83,11 | 770 | 9000 | 1004 | 91,72 | 95,08 | 84,5 | 650 | 500 |
| 88,57 | 181 | 74,59 | 3519 | 86,14 | 190,58 | 106,01 | 117,41 | 67,07 | 336 |
| 1140 | 492 | 431 | 274 | 91,17 | 750 | 67,32 | 6271 | 1390 | 223 |
| 90,1 | 295 | 80,19 | 70,8 | 53,1 | 94,4 | 70,8 | 99,12 | 97,18 | 938 |
| 2321 | 1170 | 90,66 | 116,84 | 499 | 5461 | 609 | 635 | 8000 | 102,39 |

| | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 154,62 | 47 | 243 | 316,98 | 116,28 | 924 | 147,77 | 193,48 | 172,22 |
| 5677 | 163,19 | 2017 | 4,4 | 660 | 95,8 | 784 | 430 | 98,73 |
| 238,21 | 64,88 | 322 | 94,95 | 86,28 | 193 | 76,96 | 120,77 | 495 |
| 451 | 105,02 | 135,29 | 5112 | 385 | 175 | 1354 | 92,57 | 146,4 |
| 59,33 | 184 | 217,93 | 127 | 70,63 | 53,1 | 1281 | 175,95 | 550 |
| 143,3 | 360 | 380 | 4487 | 74,72 | 108,95 | 114,97 | 234,3 | 1213 |
| 339 | 740 | 69 | 6290 | 4811 | 89,64 | 461 | 109,83 | 110,05 |
| 54,37 | 641 | 77,55 | 453 | 213,56 | 615 | 598 | 85,82 | 170 |
| 359 | 1495 | 153,38 | 62,68 | 62,4 | 65,8 | 84,04 | 398 | 690 |
| 76,46 | 226 | 118 | 4250 | 226 | 90,79 | 93,85 | 124,5 | 3518 |
| 98,06 | 2479 | 1783 | 254 | 246 | 277 | 1061 | 900,15 | 177 |
| 82,43 | 88,92 | 100,98 | 57 | 117,87 | 54 | 164,95 | 101,06 | 169,96 |
| 120,24 | 981 | 6270 | 19000 | 70,47 | 17130 | 4840 | 121,76 | 8,55 |
| 154 | 240,66 | 66,55 | 313,51 | 719 | 114,87 | 2056 | 75,26 | 198 |
| 86,03 | 169,87 | 91,69 | 332 | 69,53 | 400 | 159,51 | 265 | 500 |
| 115,99 | 207,77 | 62,82 | 15000 | 78,59 | 137,02 | 504 | 265 | 408 |
| 656 | 184,02 | 483 | 307 | 737 | 367 | 83,78 | 97 | 122,54 |
| 97,98 | 298 | 2667 | 117,66 | 93,85 | 18093 | 3621 | 97 | 500 |
| 3359 | 65,32 | 168,91 | 5400 | 1308 | 2036 | 180,66 | 85,48 | 153 |
| 172,46 | 3778 | 1869 | 222,41 | 108,84 | 115,7 | 139,49 | 926 | 584 |
| 1595 | 87,9 | 106,05 | 543 | 81,3 | 88,03 | 109,16 | 99,24 | 87,82 |
| 129,22 | 114,15 | 2448 | 118,51 | 59,19 | 184,41 | 5058 | 283,32 | 1160 |
| 660 | 439 | 260 | 2621 | 74,29 | 645 | 118 | 1260 | 110,68 |
| 71,7 | 92,15 | 1450 | 168,08 | 75,73 | 116 | 775 | 88,04 | 187,55 |
| 1433 | 76,66 | 137,23 | 109 | 50906 | 1260 | 180 | 1014 | 3750 |
| 112 | 96,44 | 3271 | 88,41 | 1650 | 89,94 | 1217 | 55,46 | 100,77 |
| 1500 | 341 | 169,14 | 188,33 | 859,14 | 1931 | 5442 | 227 | 144,88 |
| 9,06 | 105,62 | 2865 | 587 | 27,85 | 132,03 | 319 | 120,01 | 70,8 |
| 90,95 | 332 | 2143 | 106 | 7652 | 101 | 148,33 | 74,95 | 2534 |
| 361 | 146,33 | 133,08 | 87,47 | 248,54 | 1357 | 3020 | 112,38 | 163,7 |
| 420 | 231,17 | 1222 | 194,07 | 507 | 117,87 | 600 | 83 | 82000 |
| 57,82 | 3,65 | 106,26 | 136 | 235 | 353 | 88,03 | 1186 | 757,94 |
| 1080 | 89,48 | 9432 | 18750 | 1047 | 72,2 | 97,03 | 110,97 | 84 |
| 352,04 | 245,22 | 1698 | 1266 | 101,57 | 119,78 | 79,21 | 210 | 4055 |
| 426 | 608 | 393,97 | 93,67 | 746 | 1269 | 578 | 1602 | 199,28 |
| 61,41 | 69,49 | 100,39 | 163,43 | 94,23 | 213,41 | 3176 | 184,71 | 2862 |
| 566 | 79 | 135,79 | 54,04 | 75,52 | 2615 | 200,71 | 1100 | 196,61 |
| 199,23 | 203,86 | 83,67 | 943 | 1543 | 166,88 | 294 | 108,56 | 1588 |
| 1045 | 46000 | 58 | 89 | 278 | 216 | 122,72 | 264 | 117,27 |
| 158,32 | 307 | 127,17 | 81,34 | 125,66 | 211 | 214,31 | 90,71 | 69,2 |
| 177 | 52 | 118,26 | 1710 | 206 | 237 | 73,24 | 680 | 88 |
| 91,8 | 1072 | 21572 | 1710 | 9000 | 425 | 2273 | 91,43 | 68,89 |
| 241 | 82,27 | 1062 | 104,09 | 314,74 | 79,89 | 146,76 | 659 | |
| 21000 | 978 | 967 | 75,82 | 13000 | 1240 | 84,61 | 68,98 | |
| 111,39 | 1174 | 251,51 | 64,43 | 206 | 106,79 | 71,84 | 201 | |
| 757 | 111,18 | 89,23 | 96,74 | 220 | 90,16 | 193,93 | 122,19 | |
| 75,65 | 561 | 8500 | 110,4 | 675 | 430 | 110 | 4103 | |
| 192 | 63,77 | 118 | 120,45 | 91,21 | 94,35 | 3294 | 188,35 | |

EK 3. Gertensgarbe Grafiği İçin Excel Makro Kodu

```
Sub gerten()  
  
Range("n").ClearContents  
  
For i = 1 To 8155  
n = 0  
For j = 1 To i  
  
If Range("delt").Cells(j) < Range("delt").Cells(i) Then  
n = n + 1  
  
End If  
Next j  
Range("n").Cells(i, 1) = n  
Next i  
  
For w = 1 To 8155  
  
x = 0  
  
For q = 1 To w  
  
x = x + Range("n").Cells(q, 1)  
  
Next q  
Range("lam").Cells(w, 1) = x  
Next w  
  
End Sub
```

Ek 3'te ki excel makro kodunda "delt" kolonu Gertensgarbe formülündeki Δ_k 'yı, "n" kolonu $U_i^* = \sum_{k=1}^i n_k$ formülündeki n'lerin toplamını "lam" kolonu ise

$U_i = \frac{U_i^* - \frac{i(i-1)}{4}}{\sqrt{\frac{i(i-1)(i+5)}{72}}}$ formülündeki değeri hesaplamaktadır. Ek 3'te ki excel makro

kodu çalışmanın 5. bölümünde kullanılan (uygulama) her 2 veri seti için de kullanılmıştır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : MEHMET ALİ ABDULHAYOĞLU

Doğum Yeri : ANKARA

Doğum Yılı : 1982

Medeni Hali : BEKAR

Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise 1996 - 2000 (İskenderun Lisesi)

Lisans 2000 - 2005 (Orta Doğu Teknik Üniversitesi / İstatistik Bölümü)

Yabancı Dil: İngilizce

İş Tecrübesi:

2007 – 2008 AGB Nielsen Medya Araştırmaları / İstatistik Uzmanı