KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DÖTERON SIYIRMA REAKSİYONLARININ BOZULMUŞ DALGA BORN YAKLAŞIMIYLA İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Eda MUTLU

HAZİRAN 2013 TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DÖTERON SIYIRMA REAKSİYONLARININ BOZULMUŞ DALGA BORN YAKLAŞIMIYLA İNCELENMESİ

Fizikçi Eda MUTLU

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce "YÜKSEK LİSANS (FİZİK)" Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih	: 11.06.2013
Tezin Savunma Tarihi	: 27.06.2013

Tez Danışmanı : Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Ana Bilim Dalında Eda MUTLU Tarafından Hazırlanan

DÖTERON SIYIRMA REAKSİYONLARININ BOZULMUŞ DALGA BORN YAKLAŞIMIYLA İNCELENMESİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 11 / 06 / 2013 gün ve 1509 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Rza ABBASOĞLU

Üye : Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ

Üye : Prof. Dr. Belgin KÜÇÜKÖMEROĞLU.....

Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Döteron Sıyırma Reaksiyonlarının Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımıyla İncelenmesi için yapılan bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlandı.

Tez çalışmam süresince beni sürekli ümitlendiren, emeğini ve yardımını hiçbir zaman esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ'a, karşılaştığım her sorunda usanmadan bana çözüm üreten değerli hocalarım Yrd. Doç. Dr. Tuncay BAYRAM ve Arş. Gör. Mehmet DEMİRCİ'ye teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın her anında beni destekleyen, yaşam kaynaklarım annem Nazlı GÜRSEN ve eşim Mustafa MUTLU'ya teşekkür ederim.

Eda MUTLU Trabzon 2013

TEZ BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Döteron Sıyırma Reaksiyonlarının Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımıyla İncelenmesi" başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ' ın sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 11/06/2013

EDA MUTLU

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa No</u>

ÖNSÖZ	III	
TEZ BE	YANNAMESİIV	
İÇİNDEKİLERV		
ÖZET		
SUMM	ARY	
ŞEKİLL	.ER DİZİNİXI	
TABLO	LAR DİZİNİXI	
SEMBC	DLLER DİZİNİXII	
1.	GENEL BİLGİLER 1	
1.1.	Giriş1	
1.2.	Reaksiyon Türleri ve Korunum Yasaları	
1.2.1.	Gözlenebilirler	
1.2.2	Korunum Yasaları	
1.3.	Nükleer Reaksiyon Enerjileri	
1.4.	Reaksiyon Tesir Kesitleri	
1.5.	Nükleer Reaksiyonların Sınıflandırılması	
1.5.1.	Bileşik Çekirdek Reaksiyonları	
1.5.2.	Direk Reaksiyonlar11	
1.5.2.1	Sıyırma (Stripping) Reaksiyonu14	
1.5.3.	Rezonans Reaksiyonları	
1.5.4.	Ağır İyon Reaksiyonları16	
1.6.	Biçimsel Saçılma Teorisi 17	
1.6.1.	Green Fonksiyonları	
1.6.2.	Serbest Parçacıkların Green Fonksiyonları 19	
1.6.3.	Saçılma Genliği	
1.6.4.	Born Yaklaşımı	
1.6.5.	Geçiş ve Saçılma Matrisleri	
1.6.6.	S-matrisinin Kısmi Dalga Açılımı	
1.6.7.	Sanal Potansiyeller: Soğurma Tesir Kesiti	

2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR	49
2.1.	Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımı	49
2.2.	Bozulmuş Dalga Green Fonksiyonları	49
2.3.	Gell-Mann-Goldberger Dönüşümü	54
2.4.	İki-Potansiyel Formülü	56
2.5.	DWBA Geçiş Genliği	56
2.6.	Yaklaşımların Tartışması	60
2.7.	Antisimetrizasyon	61
2.8.	Geçiş Genliğinin Çok Kutup Açılımı	64
3.	BULGULAR	70
3.1.	⁶ Li(d,p) ⁷ Li Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	70
3.2.	⁷ Li(d,p) ⁸ Li Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	73
3.3.	⁹ Be(d,p) ¹⁰ Be Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	75
3.4.	¹⁰ B(d,p) ¹¹ B Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	77
3.5.	¹¹ B(d,p) ¹² B Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	80
3.6.	¹² C(d,p) ¹³ C Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	82
3.7.	¹³ C(d,p) ¹⁴ C Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	84
3.8.	¹⁴ N(d,p) ¹⁵ N Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri	85
4.	TARTIŞMA VE SONUÇLAR	87
5.	KAYNAKLAR	88
6.	EKLER	89
ÖZGEÇ	MİŞ	

Yüksek Lisans

ÖZET

DÖTERON SIYIRMA REAKSİYONLARININ BOZULMUŞ DALGA BORN YAKLAŞIMIYLA İNCELENMESİ

Eda MUTLU Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Danışman: Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ 2013, 88 Sayfa, 15 Sayfa Ek

Bu çalışmada sıyırma (stripping) reaksiyonu için ${}^{6}Li(d,p){}^{7}Li$, ${}^{7}Li(d,p){}^{8}Li$, ${}^{9}Be(d,p){}^{10}Be$, ${}^{10}B(d,p){}^{11}B$, ${}^{11}B(d,p){}^{12}B$, ${}^{12}C(d,p){}^{13}C$, ${}^{13}C(d,p){}^{14}C$, ${}^{14}N(d,p){}^{15}N$ hesaplamaları Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımında (DWBA) yapıldı. Diferansiyel tesir kesitlerinin teta açısına göre değişimleri incelendi. Sonuçların hemen tüm açı değerlerinde deneysel neticelerle uyum içinde olduğu görüldü.

Anahtar	Kelimeler:	Bozulmuş	Dalga	Born	Yaklaşımı,	DWBA,	tesir	kesiti,	sıyırma
		reaksiyonla	r1						

Master Thesis

SUMMARY

Investigation of The Deuteron Stripping Reactions With Distorted Wave Born Approximation

Eda MUTLU Karadeniz Technical University The Graduate School of Natural and Applied Sciences Physical Graduate Program Supervisor: Assoc. Prof. A. Hakan YILMAZ 2013, 88 Pages, 15 Pages Appendix

In this thesis, the calculations for the stripping reactions such as ${}^{6}\text{Li}(d,p){}^{7}\text{Li}$, ${}^{7}\text{Li}(d,p){}^{8}\text{Li}$, ${}^{9}\text{Be}(d,p){}^{10}\text{Be}$, ${}^{10}\text{B}(d,p){}^{11}\text{B}$, ${}^{11}\text{B}(d,p){}^{12}\text{B}$, ${}^{12}\text{C}(d,p){}^{13}\text{C}$, ${}^{13}\text{C}(d,p){}^{14}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}(d,p){}^{15}\text{N}$ were done in Distorted Wave Born Approximation (DWBA). Differential cross section - theta angle relation was investigated. The results are compatible with experimental data.

Key Words: Distorted Wave Born Approximation, DWBA, cross section, stripping reactions

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

Şekil 1.1	Gelen demet, hedef ve θ, ϕ 'deki $d\Omega$ katı açısı içinde saçılan demeti gösteren reaksiyon geometrisi
Şekil 1.2.	^{64}Zn bileşik çekirdeğin oluşmasıyla sonuçlanan farklı reaksiyonlar için tesir kesitleri; bileşik çekirdek modelinin temel varsayımlarıyla uyumlu, benzer özellikler göstermektedir
Şekil 1.3.	BÇ eğrisi, ${}^{25}Mg(p,p){}^{25}Mg$ reaksiyon tesir kesitine bileşik çekirdek
	oluşumunun katkısını göstermektedir. DE eğrisi reaksiyonların katkısını göstermektedir. Direk kısmın kuvvetli bir açısal bağımlılık gösterdiğine ve bileşik çekirdek kısmının ise açıya daha az bağlı olduğuna dikkat ediniz 11
Şekil 1.4.	Çekirdek yüzeyinde meydana gelen direk reaksiyonların geometrisi 13
Şekil 1.5.	(a) Rezonanstan uzak, dış ve iç dalga fonksiyonları kötü uyumludur ve çekirdeğe girme ihtimali küçüktür. (b) Uyum arttıkça çekirdeğe girme ihtimali artar. (c) Rezonansta, genlikler tam olarak uyumludur, gelen parçacık kolayca çekirdeğe girer ve tesir kesiti maksimuma yükselir
Şekil 1.6.	Ağır iyon saçılmasındaki süreçler, Coulomb engelini geçebilecek kadar büyük olduğunda, vurma parametresine bağlıdır
Şekil 1.7.	Kompleks düzlem üzerindeki kapalı kontur ve gerçek eksenden kutupların kayması. a) $G_{E_i}^{(+)}$ 'ya karşılık gelir. b) $G_{E_i}^{(-)}$ 'ye karşılık gelir
Şekil 1.8.	Saçılma ve reaksiyon tesir kesitinin bir arada olduğu alan
Şekil 1.9.	Kırınım etkisi gösteren bir engel etrafında dalgaların saçılması
Şekil 1.10.	Ca, Sn ve Pb üzerine gönderilen 30 MeV enerjili protonların esnek saçılma açısal dağılımları
Şekil-1.11.	Birkaç çekirdek üzerine gelen 14 MeV enerjili nötronlar için σ toplam
	tesir kesitinden oluşturulan $\sigma / \left[2\pi (r_0 A^{1/3})^2 \right]$ orana bağımlılık
Şekil 2.1	2^+ ve Q = -1.45 durumundaki ⁵⁸ Ni'i uyaran 43-MeV enerjili alfa parçacığının esnek olmayan saçılması için düzlem dalga teorisinin çeşitli bozulma potansiyelleri <i>U</i> ve birkaç DWBA hesaplamaları ile karşılaştırılması
Şekil 2.2.	$0^+, 2^+$ ve 4^+ durumları için tesir kesiti hesaplaması, çok kutupluluğa bağımlılığın ayrımını gösterir. Bu durumda, yüksek dereceli katılım da dahildir. Burada kompleks Saxon potansiyel parametreleri $V = 47.6$ MeV,
	W = 13.8 MeV, $r_0 = 1.6$ fm, a=0.55 fm ve $\beta = \left\{ \left\langle \sum_m a_m ^2 \right\rangle \right\}^{\frac{1}{2}} = 0.2$ 'dir 59

Şekil 2.3	(a) kısmı x nükleonlarının transfer reaksiyonu için koordinat ilişkisini gösteriyor. Kanal koordinatları r_{α} ve r_{β} sırasıyla A ve a ile B ve b 'nin	
	kütle merkezini birleştiriyor. Öte yandan \vec{R} ve ρ ise sırasıyla A ve x ile b ve x in kütle merkezini birleştiriyor. (b) kısmı sınırlı ve sınırlı olmayan saçılma için A ve a 'nın kütle merkezini birleştiren r_{α} kanal koordinatını	
	gösteriyor	55
Şekil 3.1.	⁶ Li(d,p) ⁷ Li reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	72
Şekil 3.2.	6 Li(d,p) ⁷ Li reaksiyonunun E _x =0.48MeV durumundaki sonuçları	72
Şekil 3.3.	⁷ Li(d,p) ⁸ Li reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	74
Şekil 3.4.	7 Li(d,p) ⁸ Li reaksiyonunun E _x =0.98MeV durumundaki sonuçları	74
Şekil 3.5.	⁹ Be(d,p) ¹⁰ Be reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	76
Şekil 3.6.	9 Be(d,p) ¹⁰ Be reaksiyonunun E _x =3.37 MeV durumundaki sonuçları	76
Şekil 3.7.	¹⁰ B(d,p) ¹¹ B reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	78
Şekil 3.8.	10 B(d,p) ¹¹ B reaksiyonunun E _x =4.46 MeV durumundaki sonuçları	78
Şekil 3.9.	10 B(d,p) ¹¹ B reaksiyonunun E _x =6.78 MeV durumundaki sonuçları	79
Şekil 3.10.	¹¹ B(d,p) ¹² B reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	80
Şekil 3.11.	$^{11}B(d,p)^{12}B$ reaksiyonunun $E_x=0.95$ MeV durumundaki sonuçları	81
Şekil 3.12.	¹² C(d,p) ¹³ C reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	82
Şekil 3.13.	$^{12}C(d,p)^{13}C$ reaksiyonunun $E_x=3.68$ MeV durumundaki sonuçları	83
Şekil 3.14.	$^{13}C(d,p)^{14}C$ reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	84
Şekil 3.15.	¹⁴ N(d,p) ¹⁵ N reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları	86

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

Tablo 3.1.	Reaksiyonlar için DWBA hesaplarında kullanılan potansiyel parametreleri 71
Tablo 3.2.	⁷ Li için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri
Tablo 3.3.	⁸ Li için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri
Tablo 3.4.	¹⁰ Be için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri77
Tablo 3.5.	¹¹ B için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri
Tablo 3.6.	¹² B için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri
Tablo 3.7.	¹³ C için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri
Tablo 3.8	¹⁴ C için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri
Tablo 3.9	¹⁵ N için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

SEMBOLLER DİZİNİ

А	: Kütle Numarası
С	: Coulomb
DWBA	: Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımı
dΩ	: Katı Açı
e ⁻	: Elektron
eV	: Elektron volt
f(θ)	: Saçılma Genliği
E	: Kinetik Enerji
G	: Green İşlemcisi
Ι	: Akı
Н	: Hamiltonyen
k	: Dalga Sayısı
MeV	: Milyon Elektron volt
Р	: Momentum
Z	: Yük
σ	: Tesir Kesiti
$\sigma(heta)$: Diferansiyel Tesir Kesiti
Ψ	: Dalga Fonksiyonu
θ_{km}	: Kütle Merkezi Açısı
Q	: Enerji

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Nükleer fizik, Becquerel'in 1896 yılında radyoaktifliği keşfetmesi veya Rutherford'un1911'de çekirdeğin varlığını ileri süren hipotezi ile başlar. Çekirdek fiziği anlamına dagelen bu bilim dalı, atomu meydana getiren çekirdeğin özellikleri ve birbirleri ile yaptıkları etkileşmelerle ilgilenir. Bu nedenle nükleer fizik, çekirdeğin statik özellikleri (nükleer yapı) ve dinamik özellikleri (bozunma ve nükleer reaksiyonlar) olmak üzere iki ana kısma ayrılabilir. Nükleer fizik teknolojik yeniliklerin ortaya çıkması bakımından önemli bir alandır ve günümüzde pek çok kullanım alanına sahiptir [1].

Son zamanlarda, çekirdeklerin reaksiyon mekanizmalarının araştırılmasında ve birçok nükleer uygulama alanlarında önemli bir yer tutan reaksiyon tesir kesitlerini ölçmek için birçok deneysel teknikler ve bazı teorik modeller geliştirilmektedir. Nükleer uygulamalar için orta enerjilerde, içinde fisyon tesir kesitlerinin de bulunduğu, büyük miktarda nükleer reaksiyon tesir kesitlerinin bilinmesine gerek vardır. Özellikle parçacık hızlandırıcılarının, fisyon ve füzyon reaktörlerinin zırhlanmasında, uzay araştırmalarında kullanılan insan ve gereçlerin maruz kaldığı radyasyonun kestirilmesinde, tıbbi radyoizotop üretimi ve radyasyon tedavisi konularında, nükleer santral ve diğer nükleer tesislerde üretilen uzun yarı ömürlü nükleer atıkların hızlandırıcı kullanılarak daha kısa yarı ömürlü izotoplara dönüştürülmesi işlemlerinde nükleer veri eksiği bulunmaktadır. Bu bilgiler aynı zamanda nükleer etkileşmeler teorisi, nükleer yapı ve nükleer maddenin özelliklerinin geliştirilmesi için de gereklidir.

Nükleer reaksiyon tesir kesitleri başlıca; deneylerle ölçülerek veya teorik olarak hesaplanarak elde edilebilir. Doğada var olan veya laboratuarlar da üretilen yaklaşık 4000 civarındaki izotopun, nötron, proton, alfa ve diğer nükleer parçacıklar için, birkaç GeV'e kadar uzanan enerji aralığında, nükleer reaksiyon tesir kesitlerinin ölçülmesi fiziksel ve ekonomik olarak zordur. Bu nedenle, teorik model hesaplamaları çok önemli bir rol oynamaktadır. Bunun için güvenilir nükleer modeller ve nükleer bilgisayar programları gereklidir [2].

1.2. Reaksiyon Türleri ve Korunum Yasaları

Tipik bir nükleer reaksiyon

 $a + X \rightarrow Y + b$

biçiminde yazılır. Burada, *a* hızlandırılan parçacık, *X* hedef (genel olarak laboratuarda hareketsiz) ve *Y* ile *b* reaksiyon ürünleridir. Genellikle *Y* hedefte duran ve doğrudan gözlenmeyen ağır bir üründür. *b* ise tespit edilebilen ve ölçülebilen hafif bir parçacıktır. Genel olarak *a* ve *b* nükleon veya hafif çekirdekler olabilir, ancak bazen *b*, bir γ ışını da olabilir; bu reaksiyona ışımalı yakalama (radiative capture) denir. (Eğer *a* bir γ ışını ise, bu reaksiyona nükleer fotoelektrik olay denir).

Bu reaksiyonu göstermenin diğer ve kısa yolu,

dir. Bu gösterim, ortak özelliklere sahip reaksiyonların genel sınıfını, örneğin (α ,n) veya (n, γ) reaksiyonları, göstermenin doğal bir yolunu verdiğinden elverişlidir.

Reaksiyonları birçok biçimde sınıflandıracağız. Eğer gelen ve giden parçacıklar aynı (ve buna uygun olarak X ve Y aynı çekirdekler) ise buna saçılma reaksiyonu, Y ve b taban durumda iseler esnek, Y veya b (genel olarak γ yayınlanması ile çabucak bozunabilen) uyarılmış bir durumda ise esnek olmayan denir. Bazen a ve b aynı parçacıklardır, fakat reaksiyon, başka nükleonun da yayınlanmasına sebep olur, (yani son durumda üç parçacık olur) buna (knockout) reaksiyonu denir. Bir transfer reaksiyonunda bir veya iki nükleon, gelen ve hedef arasında transfer edilir, örneğin gelen bir döteron giden bir proton veya nötrona dönüşür. Böylece X hedefine bir nükleon eklenerek Yoluşur. Reaksiyonlar, sürecin yönetildiği mekanizmaya göre de sınıflandırılabilir. Direk reaksiyonlarda (transfer reaksiyonlarının önemli bir alt grubudur), yalnız birkaç nükleon reaksiyon katılır, hedefteki diğer nükleonlar pasif gözleyici olarak görev yaparlar. Böyle reaksiyonlarda, bir kabuk modeli durumuna bir tek nükleon ilave edilir veya koparılabilir ve bu nedenle çekirdeğin kabuk yapısını incelemede yardımcı olabilir. Y'nin birçok uyarılmış durumuna bu reaksiyonlarla ulaşılabilir. Diğer uç reaksiyon mekanizması, gelen ve hedef çekirdeklerin, giden nükleon yayınlamadan önce enerjinin tam olarak paylaşılması için, kısa süre birleştiği bileşik çekirdek mekanizmasıdır; bu olay biraz, sıcak bir sıvıdan bir molekülün buharlaşmasına benzer. Bu iki uç durum arasında, gelen parçacığın, parçacık yayınlanmasından önce, bir "yarıbağlı" (quasibound) durum oluşturduğu rezonans reaksiyonları bulunur.

1.2.1 Gözlenebilirler

Giden parçacıkların enerjilerini yüksek duyarlılıkla (bir manyetik spektrometre ile belki 10 keV civarında) ölçmek için bazı tekniklere sahibiz. Çıkan parçacığın yayınlanma doğrultusunu bulabiliriz ve değişik açılarda yayınlanan parçacıkları sayarak (genellikle gelen demet doğrultusuna göre) açısal dağılımı gözleyebiliriz. Diferansiyel tesir kesiti, gelen demet ekseniyle belirli bir (θ, ϕ) açısıyla yayınlanan belirli bir enerjiye sahip *b* parçacıklarının gözlenmesiyle elde edilir. Diferansiyel tesir kesitini tüm açılar üzerinden integre ederek, belli bir enerjide yayınlanan *b* parçacığı için toplam tesir kesitini (bazen diferansiyel tesir kesiti de denir) elde edebiliriz. Ayrıca, *b*'nin tüm enerjileri üzerinden integral alarak, reaksiyonda *Y* çekirdeğinin meydana gelmesi olasılığında etkili olan mutlak toplam tesir kesiti de elde edebiliriz. Bu nicelik,örneğin nötron aktivasyonu veya radyoizotop üretimiyle ilgilidir.

Kutuplanma deneyleri ile, Y ürün çekirdeğinin spin yönelimini veya reaksiyon tesir kesitinin spine bağlılığını çıkarabiliriz. Bu deneyler için, kutuplanmış bir gelen parçacıklar demeti, kutuplanmış çekirdeklerden oluşmuş bir hedef ve *b* giden parçacığının kutuplanmasını analiz etmek için bir spektrometre gereklidir.

Aynı zamanda Y'nin uyarılmış durumlarının bozunumundan yayınlanan γ ışınları veya dönüşüm elektronlarını da gözleyebiliriz. Bu genellikle, ışınımların hangi uyarılmış durumlardan yayınlandığına yardımcı olacak biçimde *b* parçacığı ile eşzamanlı olarak yapılır. Uyarılmış durumların özelliklerinin yorumlanmasında, özellikle bunların spinparitelerinin tayin edilmesinde yardımcı olan γ radyasyonunun açısal dağılımlarını da gözleyebiliriz.

1.2.2. Korunum Yasaları

analiz ederken, radyoaktif bozunmaları Nükleer reaksiyonları incelerken uyguladığımız korunum yasalarını uygulayacağız. Toplam enerji ve lineer momentumun korunumu, bilinmeyenleri birbirine, ancak belki ürünlerin ölçülebilen enerjilerini bilinenlere ve gelen parçacığın ayarlanabilir enerjilerine bağlamada kullanılabilir. Böylece, *b* 'nin ölcülen enerjisini, *Y* 'nin uyarılmış enerji durumlarını veya *X* ve Y arasındaki kütle farkını elde etmek için kullanabiliriz. Proton ve nötron sayılarının korunumu, reaksiyonun, mezon oluşumunun veya kuark düzenlemesinin meydana gelmediği, düşük enerjili bir süreç olmasının bir sonucudur. (Zayıf etkileşme, nükleer reaksiyonların zaman ölçeğinde, yaklaşık $10^{-16} - 10^{-22}$ s, ihmal edilebilir.) Yüksek enerjilerde, toplam nükleon sayısı, fakat düşük enerjide, proton ve nötron sayıları ayrı ayrı korunur. Açısal momentumun korunumu, reaksiyona giren parçacıkların spinleri ile açısal dağılımını ölçerek tayin edebildiğimiz giden parçacığın yörünge açısal momentumu arasında ilişki kurmamıza imkan verir. Böylece, nükleer durumların spinlerini saptayabiliriz. Paritenin korunumu, reaksiyondan önceki net paritenin reaksiyondan sonraki net pariteye eşit olmasını gerektirir. Eğer giden parçacığın yörünge açısal momentumunu bilirsek, uyarılmış durumların bilinmeyen paritelerini tayin etmek için, $(-1)^{\ell}$ kuralını ve reaksiyondaki diğer bilinen pariteleri kullanabiliriz[3].

1.3. Nükleer Reaksiyon Enerjileri

X(x, y)Y reaksiyonunu dikkate aldığımızda $x + X \rightarrow Y + y + Q$ şeklindedir.

Enerji korunumunu dikkate aldığımızda, $E_{top} = m_0 c^2 + K.E$ olmak üzere

$$E_{x} + m_{x}c^{2} + M_{x}c^{2} = E_{y} + M_{y}c^{2} + E_{y} + m_{y}c^{2}$$
(1.1)

$$Q = E_{Y} + E_{y} - E_{x} = \left(M_{X} + m_{x} - M_{Y} - m_{y}\right)c^{2}$$
(1.2)

olur. Eğer Q > 0 ise ekzotermik (1sı veren), Q < 0 ise endotermik (1sı alan) dir. Sabit bir X hedefine, x çekirdeğinin gönderildiği ve çarpışma sonrasında θ açısıyla saçılan bir y çekirdeği ve ϕ açısıyla saçılan bir Y çekirdeği oluştuğunu düşünelim. Çizgisel momentum korunumu; $\vec{P}_{ilk} = \vec{P}_{son}$ dur. Yani, $\vec{P}_x + \vec{P}_x = \vec{P}_y + \vec{P}_y$ olur.

$$Geliş Doğrultusunda \rightarrow m_x V_x = m_y V_y \cos\theta + M_y V_y \cos\phi$$

$$Geliş Doğrultusuna$$

$$dik doğrultuda \rightarrow 0 = m_y V_y \sin\theta - M_y V_y \sin\phi$$

$$M_y^2 V_y^2 = m_y^2 V_y^2 + m_x^2 V_x^2 - 2m_x m_y V_x V_y \cos\theta$$
(1.3)

$$E_x = \frac{1}{2}mV_x^2$$
 ve $m_xV_x = \sqrt{2m_xE_x}$ olduğundan,

$$Q - E_{y} + E_{x} = E_{y} \frac{m_{y}}{M_{Y}} + E_{x} \frac{m_{x}}{M_{Y}} - \frac{2}{M_{Y}} \sqrt{m_{x} m_{y} E_{x} E_{y}} \cos \theta$$
(1.4)

olur. İfadeler yerine koyulup ara işlemler yapıldığında,

$$Q = E_{y} \left[1 + \frac{m_{y}}{M_{y}} \right] - E_{x} \left[1 - \frac{m_{x}}{M_{x}} \right] - \frac{2}{M_{y}} \sqrt{m_{x} m_{y} E_{x} E_{y}} \cos \theta$$
(1.5)

olur. $\theta = 90^{\circ}$ özel halinde Denklem (1.5),

$$Q = E_{y} \left[1 + \frac{m_{y}}{M_{Y}} \right] - E_{x} \left[1 - \frac{m_{x}}{M_{Y}} \right]$$
(1.6)

ifadesine dönüşür. Bu reaksiyonlarda elektrik yükü korunmaktadır [4].

$$Z_{x} + Z_{x} = Z_{y} + Z_{y}$$

$$Q = \left[M_{x} + m_{x} - M_{y} - m_{y}\right]c^{2} + \left[\left(Z_{x} + Z_{x}\right)m_{e} - \left(Z_{y} + Z_{y}\right)m_{e}\right]c^{2}$$
(1.7)

$$Q = \left[M_X + m_x - M_y - m_y\right]_{atomik} c^2 .$$
(1.8)

1.4. Reaksiyon Tesir Kesitler

Kaba bir deyimle, tesir kesiti, reaksiyon oluşumunun bağıl olasılığının bir ölçüsüdür. Eğer demet doğrultusuna göre (θ , ϕ) doğrultusunda yayınlanan b parçacığını kaydetmek için bir dedektör yerleştirirsek, dedektör hedef çekirdekte küçük bir d Ω katı açısı tanımlar (Şekil 1.1). Birim zamanda gelen parçacıkların akımı I_a olsun ve birim alandaki hedef çekirdek sayısını N ile gösterelim. Çıkan parçacıkların sayısı R_b ise, reaksiyon tesir kesiti,

$$\sigma = \frac{R_b}{I_a N} \tag{1.9}$$

şeklinde tanımlanır. Bu yolla tanımlanan σ , çekirdek başına alan boyutuna sahiptir, ancak gelen demetin gördüğü alan, hedef çekirdeklerin kesitlerinin geometrik alanından daha küçük olabilir. Yarıçapı R=6 fm olan tipik bir çekirdek için, geometrik alan πR^2 , 100 fm²=1 barn,¹³⁵Xe'nin nötron yakalama tesir kesiti 10⁶'dır.



Şekil 1.1. Gelen demet, hedef ve θ, ϕ 'deki $d\Omega$ katı açısı içinde saçılan demeti gösteren reaksiyon geometrisi

Bununla birlikte daha uygun reaksiyonlar için tesir kesiti milibarn veya mikrobarn olarak ölçülür. σ 'yı alan boyutuna sahip, ancak reaksiyon olasılığı ile orantılı olan bir nicelik olarak düşünebilirsiniz.

Dedektör yalnızca küçük bir $d\Omega$ katı açısı işgal eder ve bu nedenle çıkan parçacıkların tümünü gözleyemez; aslında, parçacıkların sadece küçük bir dR_b kesri sayılır ve dolayısıyla tesir kesitinin yalnız küçük bir $d\sigma$ kesri elde edilir. Ayrıca, giden parçacıklar genel olarak tüm doğrultularda eş yönlü yayınlanmazlar; θ 'ya ve muhtemelen ϕ 'ye bağlı olan bir açısal dağılıma sahip olurlar. Açısal dağılım fonksiyonunu keyfi olarak $r(\theta, \phi)$ ile gösterirsek, $r(\theta, \phi) d\Omega/4\pi$ olur. (Burada 4π , saf bir $d\Omega/4\pi$ elde etmek için ilave edildi) o halde

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r(\theta, \phi)}{4\pi I_a N} \tag{1.10}$$

olur. $d\sigma/d\Omega$ niceliğine diferansiyel tesir kesiti denir ve bu niceliğin ölçülmesi, reaksiyon ürünlerinin açısal dağılımı ile ilgili önemli bilgi verir. Literatürde, genellikle $\sigma(\theta, \phi)$ veya $\sigma(\theta)$ ya da bazen sadece "tesir kesiti" denir. (Eğer θ 'ya göre bir "tesir kesiti" grafiğini görürseniz, diferansiyel tesir kesitinin kastedildiğini anlamalısınız.) Katı açı steradyan (bir kürenin yüzeyi, merkezinde 4π steradyanlık bir katı açı meydana getirir) cinsinden ölçüldüğünden diferansiyel tesir kesitinin birimi barn/steradyan'dır. $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ olmak üzere (Kürenin yüzeyi üzerindeki alan elemanı, küresel kutupsal koordinatlarda $r^2 d\Omega$ veya $r^2 \sin\theta d\theta d\phi$ 'dir, böylece $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ 'dir.)

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_{0}^{\pi} \sin\theta d\theta \int_{0}^{2\pi} d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega}$$
(1.11)

elde ederiz. Eğer $d\sigma/d\Omega$ sabit (açıdan bağımsız) ise, integral $\sigma = 4\pi (d\sigma/d\Omega)$ verir. Bu, 4π sabitinin Denklem (1.10)'a konulmasını doğrular ve R_b sabitine indirgenir ve Denklem (1.10), Denklem (1.9) ile aynı olur [3].

1.5. Nükleer Reaksiyonların Sınıflandırılması

1.5.1. Bileşik Çekirdek Reaksiyonları

Bir gelen parçacığın, çekirdek yarıçapına göre küçük bir çarpışma parametresi ile hedef çekirdeğe girdiğini varsayalım. Bu parçacığın muhtemelen basit bir saçılma ile, hedef nükleonlarından biri ile etkileşme ihtimali çok yüksektir. Geri tepen nükleon ve (şimdi daha az enerjili) gelen parçacık diğer nükleonlarla ardışık çarpışmalar yapabilir ve böyle birkaç etkileşmeden sonra gelme enerjisi, gelen parçacık + hedef bileşik sisteminin nükleonları arasında paylaşılır. Herhangi tek bir nükleonun enerjisindeki ortalama artış, çekirdeği terk etmesine yetecek kadar değildir, fakat, bu rastgele çarpışmalar meydana gelirken, enerjilerinde istatistiksel bir dağılım söz konusudur ve tek bir nükleonun çekirdeği terk etmesine yetecek kadar bir enerjiye sahip olması ihtimali vardır; bu ihtimal moleküllerin sıcak bir sıvıdan kaçması ihtimali kadardır.

Böyle reaksiyonlar, gelen parçacığın soğurulmasından sonra fakat giden parçacığın (veya parçacıkların) yayınlanmasından önce belirli bir ara duruma sahiptir. Bu ara duruma bileşik çekirdek denir. Sembolik olarak, $a + X \rightarrow Y + b$ reaksiyonu,

$$a + X \rightarrow C^* \rightarrow Y + b$$

şeklinde ifade edilir. Burada C^* bileşik çekirdeği göstermektedir.

Yazılıştan da görüleceği gibi, böyle bir reaksiyonu iki-basamaklı bir işlem olarak gözönüne alabiliriz: bileşik çekirdeğin oluşması ve sonra bozunumu. Belirli bir bileşik çekirdek, farklı yollarla bozunabilir ve nükleer reaksiyonların bileşik çekirdek modelinin temel varsayımı, bileşik çekirdeğin belirli bir son ürünler kümesine bozunması için bağıl olasılığı, bileşik çekirdeğin oluşma şeklinden bağımsızdır şeklinde ifade edilebilir. Bozunma olasılığı sadece sisteme verilen toplam enerjiye bağlıdır, etkin olarak bileşik çekirdek nasıl meydana geldiğini "unutur" ve öncelikle istatistiksel kurallara göre bozunur.

Özel bir örnek gözönüne alalım. ${}^{64}Zn^*$ bileşik çekirdeği, $p + {}^{63}Cu$ ve $\alpha + {}^{60}$ Ni'ı içeren birçok reaksiyon süreci ile oluşabilir. Aynı şekilde ${}^{63}Zn + n$, ${}^{62}Zn + 2n$ ve ${}^{62}C+p+n$ gibi değişik yollarla da bozunabilirler. Yani,



dir. Eğer bu model doğruysa, örneğin ${}^{63}Cu(p,n) {}^{63}Zn$ ve ${}^{60}Ni(\alpha,n) {}^{63}Zn$ için bağıl tesir kesitlerinin, ${}^{64}Zn^*$ 'e aynı uyarılma enerjisini veren gelme enerjileri için aynı olmasını bekleriz. Şekil 1.2 son üç durum için gelen proton ve α 'lar için tesir kesitlerini göstermektedir. Üç tesir kesiti çifti arasındaki uyum fevkalade iyidir; gerçekten ${}^{64}Zn^*$ 'un herhangi bir özel son duruma bozunumu, başlangıçta nasıl oluştuğundan hemen hemen bağımsız olduğunu göstermektedir.



Şekil 1.2 ⁶⁴*Zn* bileşik çekirdeğin oluşmasıyla sonuçlanan farklı reaksiyonlar için tesir kesitleri; bileşik çekirdek modelinin temel varsayımlarıyla uyumlu, benzer özellikler göstermektedir.

Bileşik çekirdek modeli, gelen parçacığın çekirdekten kaçma şansının küçük olduğu düşük geliş enerjileri (10-20 MeV) için en iyi işler. Bu model gelen enerjinin yeteri kadar soğurulması için büyük olduğu orta-ağır ve ağır çekirdeklerde de iyi işler.



Şekil 1.3 BÇ eğrisi, ${}^{25}Mg(p,p){}^{25}Mg$ reaksiyon tesir kesitine bileşik çekirdek oluşumunun katkısını göstermektedir. DE eğrisi reaksiyonların katkısını göstermektedir. Direk kısmın kuvvetli bir açısal bağımlılık gösterdiğine ve bileşik çekirdek kısmının ise açıya daha az bağlı olduğuna dikkat ediniz.

1.5.2. Direk Reaksiyonlar

Bileşik-çekirdek reaksiyonlarından başka diğer önemli reaksiyonlar direkt reaksiyonlardır. Bu reaksiyonda gelen parçacık öncelikle çekirdeğin yüzeyinde etkileşir; böyle reaksiyonlara peripheral reaksiyonlar da denir. Gelen parçacığın enerjisi arttıkça parçacığın dalga boyu, çekirdek boyutları mertebesindeki bir cisimle etkileşecek büyüklükten nükleon büyüklüğündeki bir cisimle etkileşecek kadar küçülür. 1 MeV enerjili

bir gelen nükleon 4 fm mertebesinde bir de Broglie dalga boyuna sahiptir ve bu nedenle tek nükleonları "göremez"; bu durumda bileşik-çekirdek reaksiyonu daha muhtemeldir. 20 MeV'lik bir nükleonun de Broglie dalga boyu 1fm civarındadır ve dolayısıyla direkt reaksiyon gerçekleşebilir. Direkt reaksiyonların hedef çekirdeğin yüzeyi civarındaki bir veya birkaç değerlik nükleonu ile gerçekleşmesi olasılığı çok yüksektir.

Tabi ki, herhangi bir reaksiyonda direk ve bileşik-çekirdek süreçleri katkıda bulunabilir. Bunların katkılarını nasıl ayırabiliriz ve hangisinin daha önemli olduğuna nasıl karar verebiliriz? Bu iki etki arasında deneyle gözlenebilen iki temel fark vardır: (1)Direk süreçler 10^{-22} sn mertebesinde bir süre içinde,çok hızlı oluşur, bileşik-çekirdek reaksiyonları ise, tipik olarak 10^{-16} ile 10^{-18} s arasında değişen, daha uzun bir sürede meydana gelir. Bu ilave süre, gelen enerjinin dağılımı ve yeniden yoğunlaşması için gereklidir. Bu inanılmaz derecede kısa iki zaman aralığını ayırt edebilecek maharetli deneysel teknikler vardır. (2) Direk reaksiyonlarda giden parçacıkların açısal dağılımı, bileşik-çekirdek reaksiyonlarınkinden daha keskin pikler meydana getirme eğilimindedir.

Esnek olmayan saçılma, büyük ölçüde gelen parçacığın enerjisine bağlı olmak üzere, ya bir direk reaksiyon veya bir bileşik çekirdek reaksiyonu ile meydana gelebilir. Bir tek protonun, gelen parçacıktan hedefe transfer edildiği bir transfer reaksiyonuna tipik bir örnek olan (d,n) döteron sıyırma (stripping) reaksiyonu, her iki mekanizma ile de gerçekleşebilir. Diğer döteron sıyırma reaksiyonu (d,p)'nin direk reaksiyon ile oluşması ihtimali daha büyüktür, çünkü protonun bileşik çekirdekten "buharlaşması" Coloumb engeli tarafından engellenir (α ,n) reaksiyonunun, hedefin değerlik durumlarına üç nükleonun birden transferi söz konusu olduğundan, bir direkt reaksiyon olma ihtimali daha azdır.

Tek-parçacık transfer reaksiyonlarının özellikle önemli bir uygulaması, özellikle (d,p) ve (d,n), kabuk-modelinin düşük uyarılmış durumlarının incelenmesidir. Böyle birkaç uyarılmış durum belirli bir reaksiyonda daha çok oluşabilir; özel bir uyarılmış durumu giden nükleonun enerjisinden seçebiliriz. Bunu yaptıktan sonra bunun hangi kabuk-model durumu olduğunu belirlemek isteriz. Bunun için yayınlanan parçacıkların açısal dağılımını bilmemiz gerekir. Açısal dağılım çoğu kez özel bir reaksiyonda işgal edilen durumun spin ve paritesini verir. Bu nedenle açısal dağılımlar transfer reaksiyonlarının incelenmesinde kritik bir öneme sahiptir. Alma (pick-up) reaksiyonları da, örneğin (p,d), bir nükleon gelen parçacık tarafından alıp götürülür, tek parçacık durumları hakkında bilgi verir.

Bir döteron sıyırma reaksiyonunda açısal momentum transferini biraz daha ayrıntılı ele alalım. Şekil 1.4'deki geometride, p_a momentumlu gelen bir parçacık, p_b momentumlu giden bir parçacık verir, kalan çekirdek (hedef çekirdek + transfer edilen nükleon) $p = p_a - p_b$ momentumu ile geri tepmelidir. Bir direk reaksiyonda, transfer edilen nükleonun bir anda geri tepme momentumuna sahip olduğunu ve etkileşmenin çekirdek yüzeyinde meydana geldiğini varsayarak, yörünge açısal momentumu $\ell = Rp$ olan bir yörüngeye yerleşmesi gerektiğini kabul edebiliriz. Momentum vektörleri, birbirine kosinüs teoremi ile bağlıdırlar:



Şekil 1.4 Çekirdek yüzeyinde meydana gelen direk reaksiyonların geometrisi

$$p^{2} = p_{a}^{2} + p_{b}^{2} - 2p_{a}p_{b}\cos\theta$$

= $(p_{a} - p_{b})^{2} + 2p_{a}p_{b}(1 - \cos\theta)$ (1.12)

Bilinen gelen ve giden parçacıkların enerjileri için, ℓ ve θ arasında belirli bir açıda yayınlanan parçacıkların açısal momentumu, özel bir yörüngedeki parçacığın açısal momentumuna karşılık gelmelidir, doğrudan bir bağıntı elde ederiz.

Özel bir örnek olarak, ${}^{91}Zr$ 'deki tek nötron-kabuk modeli durumunu meydana getiren ${}^{90}Zr$ 'nın (d,p) reaksiyonunu gözönüne alalım. Q değeri 5 MeV civarındadır. Buna

göre 5 MeV'lik bir gelen döteron, ⁹¹Zr 'deki herhangi bir uyarılmadan daha az, yaklaşık 10 MeV'de bir proton verir. Bu enerjilerde, $p_a \cong p_b \cong 140 MeV/c$ olduğundan, Denklem (1.12),

$$\ell = \left[\frac{2c^2 p_a p_b \left(2\sin^2\theta/2\right)}{\ddot{y}^2 c^2 / R^2}\right]^{1/2} \cong 8\sin\frac{\theta}{2}$$

ifadesini verir. Her açısal momentum transferi için protonların aşağıdaki açılarda çıkmasını bekleriz: $\ell = 0, 0^{\circ}; \ell = 1, 14^{\circ}; \ell = 2, 29^{\circ}; \ell = 3, 44^{\circ}$.

Bu basit yarı klasik kestirim burada ihmal ettiğimiz, parçacıkların özgün spinleri ile değişir. Ayrıca Şekil 1.4'de görüldüğü gibi, çekirdeğin zıt tarafında meydana gelen saçılmalar arasında girişim olabilir. Bu girişimler, açısal dağılımlarda maksimum ve minimumlara neden olur [3].

1.5.2.1. Sıyırma (Stripping) Reaksiyonu

Döteronlar çeşitli nükleer reaksiyonlara katılan etkili parçacıklardır. Bu çalışmada döterona ait (d, p) tipli sıyırma (stripping) reaksiyonları incelenecektir. Bu tip reaksiyonlarda döteronun hedef çekirdeğe yaklaşırken polarize olduğu ve nötronun protondan ayrılarak dışarı çıktığı kabul edilir. Yüzden fazla (d, p) reaksiyonu vardır ve bunların birçoğunda yüksek verimler gözlenmektedir. Hızlandırıcılardan gelen döteronlarla yararlı pek çok radyoizotop elde edilebilir [1].

1.5.3. Rezonans Reaksiyonları

Nükleer reaksiyonların bileşik-çekirdek modeli, bağlı olmayan nükleer durumları yapısız sürekli bir durum olarak inceler. Yani, kesikli nükleer durumlar bulunabilir, fakat bunlar o kadar çok sayıda ve birbirine o kadar çok yakındırlar ki sürekli bir spektrum oluştururlar. Kesikli durumlar olarak kabul edilen bu durumların her biri bozunmaya karşı kararsızdır ve dolayısıyla belirli bir genişliğe sahiptirler. Bu durumların sayısı, durumlar arasındaki mesafe, her durumun genişliğinden daha küçük olacak kadar çok olduğunda, bileşik-çekirdek sürekli durumu meydana gelir.

Direk reaksiyonlar ile incelenen bağlı durumlar, ölçeğin ters ucundadur. Bunlar, parçacık yayınlanmasına karşı kararlı olduklarından, ortalama ömürleri daha uzundur (örneğin, karakteristik γ bozunumu) ve bunlara karşılık gelen genişlikler çok daha küçüktür. Örneğin,1 ps ömürlü bir durum, bağlı durumlar arasındaki tipik uzaklıktan çok daha küçük, 10^{-3} eV civarında bir genişliğe sahiptir. Bundan dolayı bunları belirli dalga fonksiyonlarına sahip kesikli durumlar olarak ele alabiliriz.

Bu iki uç durum arasındaki rezonans bölgesidir. Bileşik-çekirdek bölgesindeki kesikli düzeyler. Bu düzeylerin meydana gelme olasılığı çok yüksektir (büyük tesir kesitleri) ve bunların genişlikleri çok küçüktür. Çünkü, bu rezonansların, meydana gelme olanaklarının çok yüksek olduğu düşük gelme enerjisinde, genel olarak sadece iki bozunma moduna sahip sanki bağlı durum, gelen parçacığı esnek veya esnek olmayan saçılma ya da γ olarak yeniden yayınlayabilir [3].



Şekil 1.5 (a) Rezonanstan uzak, dış ve iç dalga fonksiyonları kötü uyumludur ve çekirdeğe girme ihtimali küçüktür. (b) Uyum arttıkça çekirdeğe girme ihtimali artar. (c) Rezonansta, genlikler tam olarak uyumludur, gelen parçacık kolayca çekirdeğe girer ve tesir kesiti maksimuma yükselir.

1.5.4. Ağır İyon Reaksiyonları

Nükleer reaksiyonlar açısından, ağır bir iyon A > 4 olan bir parçacık olarak tanımlanır. Ağır-iyon reaksiyonlarını incelemek için tasarlanan hızlandırıcılar, nükleon başına 1-10 MeV mertebesindeki tipik enerjilerde, ²³⁸U'e kadar uzanan iyon demetleri üretilebilirler; bununla beraber daha yüksek enerjili iyonların elde edilmesi de mümkündür.

Ağır iyon reaksiyonlarında meydana gelen süreçlerin çeşitliliği Şekil 1.6'da şematik olarak gösterilmiştir. Büyük vurma parametrelerinde, Coulomb etkileri baskındır ve Rutherford saçılması veya Coulomb uyarılması oluşabilir. Hedef ve merminin nükleer yoğunlukları örtüşmeye başladığında, nükleer reaksiyonlar oluşabilir ve küçük örtüşmede esnek veya esnek olmayan saçılma ve direk reaksiyonlar yoluyla birkaç nükleon transferi oluşabilir [3].



Şekil 1.6 Ağır iyon saçılmasındaki süreçler, Coulomb engelini geçebilecek kadar büyük olduğunda, vurma parametresine bağlıdır.

1.6. Biçimsel Saçılma Teorisi

1.6.1. Green Fonksiyonları

Kısa menzilli bir V(r) potansiyelinden V(r) = 0, r > R için saçılan, $E_k = \ddot{y}^2 k^2/2\mu$ enerjili ve *k* dalga fonksiyonlu bir serbest parçacık için Schrödinger denkleminden işe başlayalım. Dirac notasyonunu kullanarak, bu eşitlikler

$$\left(E_{k}-H_{0}\right)\left|\phi_{k}\right\rangle=0\tag{1.13}$$

ve

$$\left(E_{k}-H\right)\left|\psi_{k}\right\rangle=0\tag{1.14}$$

gibi yazılabilir. Burada, H_0 kinetik enerji işlemcisi ve $H = H_0 + V$ 'dir. $H_0^+ = H_0$ ve $H^+ = H$, $|\phi_k\rangle$ ve $|\psi_k\rangle$ durumları normalize edilebilir. Böylece bağıntılar;

$$\left\langle \phi_{k'} \middle| \phi_{k} \right\rangle = \delta\left(k - k'\right), \left\langle \psi_{k'} \middle| \psi_{k} \right\rangle = \delta\left(k - k'\right) \tag{1.15}$$

ve

$$\langle \psi_m | \psi_n \rangle = \delta(m, n), \langle \psi_m | \psi_k \rangle = 0$$
 (1.16)

olur. Burada, *m* ve *n* Hamiltonyenin muhtemelen $H = H_0 + V$ olarak bağlandığı negatif enerji durumlarını temsil eder. $\delta(m,n) \equiv \delta_{mn}$ ve $\delta(k-k')$ sırasıyla Kronecker ve Dirac deltalardır. Hilbert uzayında $|\phi_k\rangle$ ve $|\psi_k\rangle$ tarafından yayılan tamlık bağıntısı

$$\int \left|\phi_{k}\right\rangle d^{3}k\left\langle\phi_{k}\right| = 1 \tag{1.17}$$

ve

$$\int |\psi_k\rangle d^3k \langle \psi_k | + \sum_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n | = 1$$
(1.18)

ifadeleriyle yazılabilir.

Serbest parçacığın, $G_0(E)$ ve tüm G(E) Green işlemcileri

$$G_0(E) = \frac{1}{E - H_0}$$
 $G(E) = \frac{1}{E - H}$ (1.19)

olarak tanımlanır. G ve G_0 arasındaki ilişkiyi bulmak için, işlemci özelliğini kullanırız.

$$A^{-1} = B^{-1} + B^{-1}(B - A)A^{-1}$$
(1.20)

 $A = E - H = E - (H_0 + V)$ ve $B = E - H_0$ alursak,

$$G(E) = G_0(E) + G_0(E)VG(E)$$
(1.21)

ifadesini veya $A = E - H_0$ ve $B = E - (H_0 + V)$ alırsak,

$$G(E) = G_0(E) + G(E)VG_0(E)$$
(1.22)

ifadesini elde ederiz.

 $|\psi_k\rangle$ durumu Green fonksiyonlarını içeren eşitlikleri sağlar. Bu eşitlikleri türetmek için, (1.14) formunda yazarız.

$$(E-H)|\psi_k\rangle = V|\psi_k\rangle. \tag{1.23}$$

$$|\psi_k\rangle = |\phi_k\rangle + |\psi_{ac}\rangle. \tag{1.24}$$

(1.24) eşitliğini, (1.23) eşitliğinde yerine yazar ve (1.13) eşitliğini kullanırsak

$$(E_k - H_0) |\psi_{ac}\rangle = V |\psi_k\rangle \tag{1.25}$$

ifadesini elde ederiz.

 $G_0(E)$ ile soldan çarpılması ve $|\psi_{ac}\rangle = |\psi_k\rangle - |\phi_k\rangle$ alınması ile istenilen eşitliği elde ederiz.

$$\left|\psi_{k}\right\rangle = \left|\phi_{k}\right\rangle + G_{0}(E_{k})V\left|\psi_{k}\right\rangle.$$

$$(1.26)$$

Benzer bir denklem tam Green fonksiyonu cinsinden elde edilebilir. Bu amaçla, (1.25) eşitliğinin sağ tarafında (1.24) eşitliğini kullanırız ve eşitliği yeniden düzenleyerek

$$(E_k - H_0 - V) |\psi_{ac}\rangle = V |\phi_k\rangle$$

ifadesini elde ederiz.

 $G(E_k)$ ile soldan çarparak

$$\left|\psi_{ac}\right\rangle = G(E_k)V\left|\phi_k\right\rangle$$

eşitliğini elde ederiz.

Eşitliğin her iki yanına $\left|\phi_{k}\right\rangle$ ifadesini ekleyerek ve (1.24) eşitliğini kullanarak

$$\left|\psi_{k}\right\rangle = \left|\phi_{k}\right\rangle + G(E_{k})V\left|\phi_{k}\right\rangle = \left[1 + G(E_{k})V\right]\left|\phi_{k}\right\rangle \tag{1.27}$$

ifadesini elde ederiz.

(1.26) ve (1.27) eşitlikleri genellikle Lippmann-Schwinger denklemleri olarak adlandırılır.

1.6.2. Serbest Parçacıkların Green Fonksiyonları

Serbest parçacığın Green fonksiyonunu değerlendirmek ve kendi alansal ayrışımını elde etmek için (1.17) eşitliğini kullanalım.

$$G_{0}(E_{k}) \equiv \int d^{3}k' \frac{|\phi_{k'}\rangle\langle\phi_{k'}|}{E_{k} - E_{k'}} = -\left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^{2}}\right) \int d^{3}k' \frac{|\phi_{k'}\rangle\langle\phi_{k'}|}{k'^{2} - k^{2}}$$
(1.28)

ve koordinat gösteriminde matris elemanlarını alırız. Böylece

$$G_0(E_k; r, r') = -\left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \int d^3k' \frac{\phi_{k'}(r)\phi_{k'}^*(r')}{k'^2 - k^2}$$
(1.29)

eşitliğini elde ederiz.

Daha sonra, normalize edilmiş serbest parçacıkların dalga fonksiyonu

$$\phi_{k'}(r) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}}} e^{ik'r},\tag{1.30}$$

kullanırız ve R yönü boyunca z-ekseni ile, R = r - r' notasyonunu tanımlayarak küresel koordinatlarda integrali hesaplarız. Eksenel simetri nedeniyle, azimutal açı üzerinden integral 2π önemsiz faktörünü üretir ve Green fonksiyonunun sadece R = r - r' mesafesi boyunca r ve r''ye bağlı olduğu gerçeği, H_0 'ın öteleme ve dönme invaryantının bir sonucudur.

$$G_{0}(E_{k};r,r') = -\left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^{2}}\right) \frac{1}{(2\pi)^{2}} \int \frac{k'^{2}dk'}{k'^{2}-k^{2}} \int_{-1}^{1} d\left(\cos\theta_{k'}\right) e^{ik'R\cos\theta_{k'}} = \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^{2}}\right) \frac{i}{(2\pi)^{2}R} (I_{1}+I_{2}),$$
(1.31)

ile

$$I_{1} = \int_{0}^{\infty} dk' \frac{k' e^{ik'R}}{k'^{2} - k^{2}}, \qquad I_{2} = -\int_{0}^{\infty} dk' \frac{k' e^{-k'R}}{k'^{2} - k^{2}}$$
(1.32)

ifadelerini elde ederiz. (1.32) eşitliğinde ikinci integralde k' yerine -k' yazıp denklemlerden birini alırsak

$$I_1 + I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk' \frac{k' e^{ik'R}}{k'^2 - k^2}$$
(1.33)

eşitliğini elde ederiz.

(1.33) eşitliğini ve (1.31) eşitliğindeki benzerliği kullanarak,

$$\frac{k}{k'^2 - k^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{k' - k} + \frac{1}{k' + k} \right]$$

aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$G_{0}(E_{k};r,r') = \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^{2}}\right) \frac{i}{2(2\pi)^{2}R} \int_{-\infty}^{\infty} dk' \left[\frac{1}{k'-k} + \frac{1}{k'+k}\right] e^{ik'R}.$$
(1.34)

Yukarıdaki integral $k' = \pm k$ 'da tanımlanacak integrantın kutuplarından dolayı tanımlı değildir. Ancak, anlamlı Green fonksiyonları $G_0^{(+)}(E_k;r,r')$ ve $G_0^{(-)}(E_k;r,r')$ kompleks düzlemi üzerinde kutupların kayması ile elde edilebilir. Bu ifadeye göre;

$$\pm k \to \pm (k + i\varepsilon') \qquad \left(G_0(E_k; r, r') \to G_0^{(+)}(E_k; r, r') \right); \text{ veya}$$

$$\pm k \to \pm (k - i\varepsilon') \qquad \left(G_0(E_k; r, r') \to G_0^{(-)}(E_k; r, r') \right). \tag{1.35}$$

olur. Bu süreçler, Green fonksiyonlarının

$$G_0^{(\pm)}(E_k) = \lim_{\varepsilon \to 0} \left(\frac{1}{E_k - H_0 \pm i\varepsilon} \right)$$
(1.36)

olarak yeniden tanımlanmasına karşılık gelir. Burada $\varepsilon = (\ddot{y}^2 k/\mu)\varepsilon'$ sonsuz küçük bir niceliktir. (1.36) eşitliği $E_k \pm i\varepsilon$ enerjileri için, kompleks düzlem üzerinde değişken E_k 'nın analitik devamlılığına eşdeğerdir. Benzer şekilde,

$$G^{(\pm)}(E_k) = \lim_{\varepsilon \to 0} \left(\frac{1}{E_k - H \pm i\varepsilon} \right)$$
(1.37)

ifadesini elde ederiz. Hamiltonyenlerin hermityenliği ile birlikte (1.36) ve (1.37) eşitlikleri aşağıdaki özelliklere sebep olur:

$$\left[G_{0}^{(\pm)}(E_{k})\right]^{+} = G_{0}^{(\mp)}(E_{k}), \quad \left[G^{(\pm)}(E_{k})\right]^{+} = G^{(\mp)}(E_{k}).$$
(1.38)

Standart sonucu kullanırsak,

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \left[\frac{1}{x \pm i\varepsilon} \right] = \mathbf{P}\left(\frac{1}{x}\right) \mp i\pi\delta(x)$$
(1.39)

olur. Burada P Cauchy'nin başlıca değerini temsil eder. $G_0^{(\pm)}(E_k)$,

$$G_0^{(\pm)}(E_k) = \mathbf{P}\left(\frac{1}{E_k - H_0}\right) \mp i\pi\delta(E_k - H_0)$$
(1.40)

olarak ikiye bölünür. (1.40) eşitliğinin sağ tarafındaki ilk terim, duran bir dalga Green fonksiyonuna karşılık gelir ve ikinci terim enerji-kabuk kısmıdır.

Kutupların değişikliği ile, (1.34) eşitliği

$$G_0^{(\pm)}(E_k;r,r') = \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \frac{i}{2(2\pi)^2 R} I^{(\pm)}$$
(1.41)

olarak yazılabilir. Burada,

$$I^{(\pm)} = \int_{-\infty}^{\infty} dk' \left\{ \frac{1}{\left[k' - \left(k \pm i\varepsilon'\right)\right]} + \frac{1}{\left[k' + \left(k \pm i\varepsilon'\right)\right]} \right\} e^{ik'R}$$
(1.42)

dir.



Şekil 1.7. Kompleks düzlem üzerindeki kapalı kontur ve gerçek eksenden kutupların kayması. a) $G_{E_i}^{(+)}$ 'ya karşılık gelir. b) $G_{E_i}^{(-)}$ 'ye karşılık gelir.

Bu integraller kompleks düzlem üzerinde değerlendirilebilir ve şekil (1.7)'de kapalı kontur üzerinde temsil edilmiştir. $D \rightarrow \infty$ limitinde, sonsuz yarıçaplı gerçek eksenli artı bir Γ yarım daireye karşılık gelir. (1.42) eşitliğindeki integralde üstel çarpan

$$e^{iR(\operatorname{Re}\{k'\}+i\operatorname{Im}\{k'\})} = e^{iR.\operatorname{Re}\{k'\}} \times e^{-R.\operatorname{Im}\{k'\}}$$

şeklinde yazılabilir. R = |r - r'|'nün belirli bir pozitif nicelik olduğu ve Γ yolu üzerinde Im $\{k'\} > 0$ olduğu düşünüldüğünde, $e^{-R.\text{Im}\{k'\}} D \rightarrow \infty$ 'da sıfıra gider. Bu nedenle, Γ üzerinden integral yok olur ve kapalı kontur üzerinden integral (1.42) eşitliğindeki gibi gerçek eksen boyunca azalır. Bu yolla, kapalı konturun kutuplarının kalıntısı tarafından verilir. Yani, $I^{(+)}$ için $k + i\varepsilon'$, $I^{(-)}$ için $-(k - i\varepsilon')$ 'dür. Saat yönünde kontur alırsak,

$$I^{(\pm)} = 2\pi i \times \operatorname{Res}\left\{k' = \pm \left(k \pm i\varepsilon'\right)\right\} = 2\pi i e^{\pm ikR}$$
(1.43)

ifadesini elde ederiz. (1.43) eşitliğini, (1.41) eşitliğinde yerine koyarsak

$$G_0^{(\pm)}(E_k;r,r') = -\left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \frac{1}{4\pi} \frac{e^{\pm ik|r-r'|}}{|r-r'|}$$
(1.44)
sonucunu elde ederiz.

Yukarıdaki tartışmanın pratik bir sonucu $G_0^{(+)}$ ve $G_0^{(-)}$ Green fonksiyonları tarafından üretilen farklı dalga fonksiyonlarıdır. Lippmann-Schwinger

$$\left|\psi_{k}^{(\pm)}\right\rangle = \left|\phi_{k}\right\rangle + G_{0}^{(\pm)}\left(E_{k}\right)V\left|\psi_{k}^{(\pm)}\right\rangle$$
(1.45)

denklemleriyle verilen $|\psi_k^{\pm}\rangle$ durumları birbirinden ayırt edilmelidir. Eşdeğer Lippmann-Schwinger denklemleri, $G^{(\pm)}(E_k)$ tüm Green fonksiyonları tarafından üretilir, yani

$$\left|\psi_{k}^{(\pm)}\right\rangle = \left|\phi_{k}\right\rangle + G^{(\pm)}\left(E_{k}\right)V\left|\phi_{k}\right\rangle = \left(1 + G^{(\pm)}\left(E_{k}\right)V\right)\left|\phi_{k}\right\rangle$$

$$(1.46)$$

dir. $\psi_k^{(+)}$ ve $\psi_k^{(-)}$ dalga fonksiyonları, aynı enerji ile, aynı eşitliğin çözümleri olmasına rağmen; farklı sınır koşullarına sahiptir.

Koordinat gösteriminde Lippmann-Schwinger denklemleri

$$\psi_{k}^{(\pm)}(r) = \phi_{k}(r) + \int d^{3}r' G_{0}^{(\pm)}(E_{k};r,r') V(r') \psi_{k}^{(\pm)}(r')$$
(1.47)

ve

$$\psi_{k}^{(\pm)}(r) = \phi_{k}(r) + \int d^{3}r' G^{(\pm)}(E_{k};r,r') V(r') \phi_{k}(r')$$
1.48)

olarak yazılır. Bu eşitlikler Green fonksiyonlarını sağlamaktadır.

$$\left(E_{k}+\frac{\ddot{\mathbf{y}}^{2}}{2\mu}\nabla^{2}r\right)G_{0}^{(\pm)}\left(E_{k};r,r'\right)=\delta\left(r,r'\right)$$
(1.49)

$$\left(E_{k}+\frac{\ddot{\mathbf{y}}^{2}}{2\mu}\nabla^{2}r-V(r)\right)G^{(\pm)}(E_{k};r,r')=\delta(r,r').$$
(1.50)

1.6.3. Saçılma Genliği

Green fonksiyonunun (1.38)'deki özelliğini kullanarak

$$\left(\psi_{k}^{(\pm)}(r)\right)^{*} = \psi_{-k}^{(\mp)}(r)$$
 (1.51)

olduğunu gösterebiliriz. (1.51) eşitliği, $\psi_k^{(-)}(r)$ 'nin asimtotik formunu türetmek için kullanılabilir.

$$\psi_{k}^{(-)}(r) = \left(\psi_{-k}^{(+)}(r)\right)^{*}$$
(1.52)

olduğundan

$$\psi_{k}^{(-)}(r) \to A\left(e^{ikr} + f^{*}(\pi - \theta)\frac{e^{-ikr}}{r}\right)$$
(1.53)

ifadesini yazarız. Yukarıdaki saçılma genliği argümanında $k \rightarrow -k$ dönüşümünün, $\theta \rightarrow \pi - \theta$ değişimine yol açtığına dikkat etmeliyiz.

Şimdi $|\psi_k^{(\pm)}\rangle$ durumlarının doğasını inceleyelim. (1.47) eşitliğinde, (1.44) eşitliğini kullanarak

$$\psi_{k}^{(\pm)}(r) = \phi_{k}(r) - \frac{2\mu}{4\pi \ddot{y}^{2}} \int d^{3}r' \frac{e^{\pm ik|r-r'|}}{|r-r'|} \left\langle r'|V|\psi_{k}^{(\pm)} \right\rangle$$
(1.54)

ifadesini elde ederiz. $|r| \to \infty$ iken asimtotik limiti alırız. Çünkü; r', (|r'| > R) potansiyel aralığı dışında olduğu zaman V sıfır olur. $\frac{|r'|}{|r|} \to 0$ 'a giderken ise

$$\frac{1}{|r-r'|} \to \frac{1}{r} \tag{1.55}$$

değişimi yapabiliriz. $Exp(\pm ik |r - r'|)$ çarpanı çok dikkatlice ele alınmak zorundadır. Seri açılımı için birinci mertebe gereklidir.

$$\lim_{|r|\to\infty} \left\{ \exp\left(\pm ik \left| r - r' \right| \right) \right\} = \lim_{|r|\to\infty} \left\{ \exp\left(\pm ik \sqrt{r^2 + r'^2 - 2r \cdot r'} \right) \right\}$$

=
$$\exp\left(\pm i \left(kr - k\hat{r} \cdot r' \right) \right).$$
 (1.56)

Burada \hat{r} , r boyunca birim vektördür. (1.55) ve (1.56) eşitliklerini (1.54) eşitliğinde kullanarak ve $k' = k\hat{r}$ son dalga fonksiyonunu tanımlayarak,

$$\left[\psi_{k}^{(\pm)}(r)\right]_{|r|\to\infty}\to\phi_{k}(r)+\frac{e^{\pm ikr}}{r}\left(\frac{-2\mu}{4\pi\ddot{y}^{2}}\int d^{3}r'e^{\mp ik'r'}\left\langle r'|V|\psi_{k}^{(\pm)}\right\rangle\right)$$

ifadesini veya (1.30) eşitliğini kullanarak,

$$\left[\psi_{k}^{(\pm)}(r)\right]_{|r|\to\infty} \to \frac{1}{\left(2\pi\right)^{3/2}} \left[e^{ikr} + \frac{e^{\pm ikr}}{r} \left(-2\pi^{2} \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^{2}}\right) \left\langle \phi_{\pm k'} \left| V \right| \psi_{k}^{(\pm)} \right\rangle \right)\right]$$
(1.57)

ifadelerini elde ederiz. Şimdi açıktır ki, $G_0^{(+)}(E_k;r,r')$ Green fonksiyonları, giden bir küresel dalga ile gelen düzlem dalganın toplamı ile asimtotik olarak davranan bir $\psi_k^{(+)}$ durumu üretir. Bu, istenen saçılma çözümüdür. Sonuç olarak $A = (2\pi)^{-\frac{3}{2}}$ normalizasyon sabiti olmak üzere

$$f(\theta) = -2\pi^2 \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \left\langle \phi_{k'} | V | \psi_k^{(+)} \right\rangle$$
(1.58)

yazarız. Yukarıda θ , ilk (k) ve son (k') dalga vektörleri arasındaki açıya karşılık gelen katı açıdır. Çözümün anlamı açık olmayan $G_0^{(-)}(E_k;r,r')$ tarafından üretilir.

Saçılma genliği ayrıca şu şekilde de yazılabilir:

$$f(\theta) = -2\pi^2 \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \left\langle \psi_{k'}^{(-)} | V | \phi_k \right\rangle$$
(1.59)

1.6.4. Born Yaklaşımı

(1.58) denkleminde $\psi_k^{(+)}$ 'nın ϕ_k ile yer değiştirebilmesi ile saçılma potansiyeli V 'nin zayıf olduğunu varsayarak, saçılma genliği için kullanışlı bir yaklaşım

$$f(\theta) = -2\pi^2 \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \left\langle \phi_{k'} \left| V \right| \phi_k \right\rangle = -\frac{\mu}{2\pi \ddot{y}^2} \int d^3 r e^{-iqr} V(r)$$
(1.60)

veya

$$f(\theta) = -2\pi^2 \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \tilde{V}(q)$$
(1.61)

elde ederiz. Burada

$$\tilde{V}(q) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 r e^{-iqr} V(r) \quad \text{ve} \quad q = k' - k.$$
(1.62)

(1.60) eşitliği "Born Yaklaşımı" olarak bilinir. Bu sadece birkaç esnek saçılma durumu için doğrudur. Bununla birlikte, esnek olmayan saçılma deneylerinde önemli uygulama alanları vardır; örneğin, çekirdek elektron saçılması.

1.6.5. Geçiş ve Saçılma Matrisleri

(1.58) eşitliği; gözlem yönü boyunca dalga vektörü ile, tüm saçılma durumu ve son bir serbest durum arasındaki potansiyelin matris elemanı ile saçılma genliğinin doğru orantılı olduğunu gösterir. Ancak, bu durumlar aynı ortagonal sete ait değildir. Bu nedenle, saçılma genliğini, ilk ve son serbest durumlar arasındaki matris elemanları cinsinden ifade etmek uygundur. Serbest durumlar arasındaki τ matris elemanları seti şeklinde temsil edilir

$$\tau_{k',k} = \left\langle \phi_{k'} \left| \tau \right| \phi_k \right\rangle = \left\langle \phi_{k'} \left| V \right| \psi_k^{(+)} \right\rangle$$
(1.63)

ve τ matrisi diye adlandırılır. Enerji kabuğu üzerindeki τ -matris elemanları, yani |k'| = |k|iken $\tau_{k',k}$; *V* potansiyelinin etkisiyle, ilk momentum ÿk'dan son momentum ÿk''ye geçiş için olasılık genliğini verir. Potansiyel olmadığında, aynı şekilde geçiş matrisi de yok olur. (1.63) eşitliğinin (1.58) eşitliğine yerleştirilmesi ile, saçılma genliği

$$f(\theta) = -2\pi^2 \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^2}\right) \tau_{k',k}$$
(1.64)

olur. Saçılma genliği ve τ -matrisi arasındaki orantı sabiti, düzlem dalga normalizasyon seçimine bağlıdır.

(1.27) eşitliğinin soldan V ile çarpılması ve (1.63) eşitliğinin kullanılması ile, geçiş operatörü için Lippmann-Schwinger eşitliğini elde ederiz.

$$\tau = V + VG_0(E_k)\tau \quad \text{ve} \quad \tau = V + VG(E_k)V.$$
(1.65)

Momentum gösteriminde (1.65) eşitliği yazılırsa şuna dikkat edilmelidir ki; hem enerji kabuğu üzerinde hem de enerji kabuğu dışında matris elemanları göz önüne alınmalıdır.

Optik teoremi içeren τ matrisi için Lippmann-Schwinger eşitliğini gösterebiliriz. Şimdi, *S* saçılma işlemcisini tanımlayabiliriz.

$$S_{k',k} = \left\langle \psi_{k'}^{(-)} \middle| \psi_{k}^{(+)} \right\rangle = \left\langle \phi_{k'} \middle| S \middle| \phi_{k} \right\rangle.$$
(1.66)

S matrisi birimsel olmanın önemli özelliğine sahiptir. Yani

$$(S^+S)_{k',k} = (SS^+)_{k',k} = \delta(k-k')$$
 (1.67)

Çünkü *S* işlemcisi fiziksel durumlarla ilşkilidir; *S*-matris elemanları, sadece $E_i = E_s$ aynı enerjiye sahip ilk ve son durumlar için tanımlanır. Böylece; *S*-matrisi, aşağıdaki ifade aracılığı ile, geçiş operatörü üzerindeki enerji kabuk matris elemanları ile ilişkilidir.

$$S_{k',k} = \delta(k - k') - 2\pi i \delta(E_k - E_{k'}) \tau_{k',k}$$
(1.68)

veya işlemci notasyonunda

$$S(E) = 1 - 2\pi i \delta(E - H_0) \tau(E).$$

$$(1.69)$$

Bu özellik Lippmann-Schwinger denklemleri kullanılarak ispat edilebilir.

Optik teoremi içeren saçılma işlemcisinin birimselliğine dikkat edilemelidir.

1.6.6. S-matrisinin Kısmi Dalga Açılımı

Bu kesimde Lippmann-Schwinger denklemlerinin kısmi dalga açılımını gerçekleştireceğiz. Bir başlangıç noktası olarak, sırasıyla $\ddot{y}^2 \ell(\ell+1)$ ve $\ddot{y}m$ özdeğerleri ile, L^2 ve L_z işlemcilerinin özdurumları olan $\{|\phi_{E\ell m}\rangle\}$ ve $\{|\psi_{E\ell m}\rangle\}$ durumların setlerini tanıtacağız. Bunlar Schrödinger denklemlerini sağlarlar.

$$\left(E - H_0\right) \left|\phi_{E\ell m}\right\rangle = 0 \tag{1.70}$$

$$\left(E - H\right) \left|\psi_{E\ell m}\right\rangle = 0 \tag{1.71}$$

ve bu durumlar bağıntıları sağlayacak şekilde normalize edilmiştir.

$$\left\langle \phi_{E'\ell'm'} \middle| \phi_{E\ell m} \right\rangle = \delta_{\ell,\ell'} \delta_{m,m'} \delta(E - E') \tag{1.72}$$

$$\left\langle \psi_{E'\ell'm'} \middle| \psi_{E\ell m} \right\rangle = \delta_{\ell,\ell'} \delta_{m,m'} \delta(E - E').$$
(1.73)

Koordinat gösteriminde, $\phi_{E\ell m}(r)$ ve $\psi_{E\ell m}(r)$ dalga fonksiyonları, uygun radyal dalga fonksiyonları ile $Y_{\ell m}(\hat{r})$ küresel harmoniklerin ürünleridir. $|\phi_{E\ell m}\rangle$ durumları için tamlık bağıntısı

$$\sum_{\ell m} \int \left| \phi_{E\ell m} \right\rangle dE \left\langle \phi_{E\ell m} \right| = 1 \tag{1.74}$$

şeklindedir.

 $\phi_{E\ell m}(r)$ serbest küresel dalgalar tamamen belirlenirken (1.72) eşitliğinin gerektirdiği normalizasyon hariç, $\psi_{E\ell m}(r)$ tam Hamiltonyen ile Schrödinger denkleminin çözümleri problemin kısmi potansiyeline bağlıdır. Çözümler

$$\phi_{E\ell m}\left(r\right) = A_{\ell} \frac{\hat{j}_{\ell}\left(kr\right)}{kr} Y_{\ell m}\left(\hat{r}\right)$$
(1.75)

eşitliği tarafından verilir. Burada $k = \sqrt{2\mu E}/\ddot{y}$ 'dir.küresel harmoniklerin ortanormalliğini ve Ricatti-Bessel fonksiyonlarının radyal integralini kullanarak (1.72) eşitliği

$$\left|A_{\ell}\right|^{2} = \frac{2\mu k}{\pi \ddot{y}^{2}} \rightarrow A_{\ell} = i^{\ell} \left(\frac{2\mu k}{\pi \ddot{y}^{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(1.76)

ifadesini verir. Burada A_{ℓ} 'nin keyfi fazı, i^{ℓ} olarak seçildi. $\psi_{E\ell m}(r)$ dalga fonksiyonları için benzer bir yöntem kullanabiliriz.

$$\psi_{E\ell m}\left(r\right) = A_{\ell} \frac{u_{\ell}\left(kr\right)}{kr} Y_{\ell m}\left(\hat{r}\right)$$
(1.77)

yazarız. Burada A_{ℓ} (1.76) eşitliğinin katsayıları ve $u_{\ell}(k,r)$ ise radyal denklemin çözümleridir. (1.73) eşitliği, radyal dalga fonksiyonlarının normalize olarak

$$\int_{0}^{\infty} u_{\ell}^{*}(k,r) u_{\ell}(k',r) dr = \frac{\pi}{2} \delta(k-k')$$
(1.78)

ilişkisini sağlaması gerekir.

Düzlem dalgalar ve saçılma durumları $\phi_{E\ell m}(r)$ ve $\psi_{E\ell m}(r)$ türünden ifade edilir. Sırasıyla

$$\phi_{k'}(r) = \frac{\ddot{y}}{\sqrt{\mu k}} \sum_{\ell,m} Y^*_{\ell m}\left(\hat{k}'\right) \phi_{E\ell m}\left(r\right)$$
(1.79)

ve

$$\psi_{k}^{(+)}(r) = \frac{\ddot{y}}{\sqrt{\mu k}} \sum_{\ell,m} Y_{\ell m}^{*}(\hat{k}) \psi_{E\ell m}(r)$$

$$(1.80)$$

yazılır.

Hedeflenen Lippmann-Schwinger kısmi dalga denklemini türetmek için $G_0^{(\pm)}(E;r,r')$ ' nün kısmi dalga açılımını gerçekleştiririz. Gren fonksiyonlarının kısmi dalga açılımında $\frac{1}{rr'}$ faktörünün kullanılması $u_\ell^{(\pm)}(k,r)$ için Lippmann-Schwinger denklemlerinin basit bir şekline sebep olur.

$$G_{0}^{(\pm)}(E;r,r') = \frac{1}{rr'} \sum_{\ell m} Y_{\ell m}^{*}(\hat{r}) g_{0,\ell}^{(\pm)}(r,r') Y_{\ell m}(\hat{r}').$$
(1.81)

Potansiyelin küresel simetrik olduğunu varsaydığımızdan dolayı, Hamiltonyen dönme değişmezidir. Bu nedenle, Green fonksiyonları açısal momentum gösteriminde köşegeneldir. O halde (1.47) Lippmann-Schwinger denkleminde $A = 1/(2\pi)^{\frac{3}{2}}$ alarak, saçılma durumu için gelen düzlem dalga halinde bu seriyi yerleştiririz. Lineer bağımsızlığı ve küresel harmoniklerin ortanormalliğini kullanarak

$$u_{\ell}(k,r) = \hat{j}_{\ell}(kr) + \int dr' g_{0,\ell}^{(+)}(r,r') V(r') u_{\ell}(k,r')$$
(1.82)

ifadesini elde ederiz.

 $g_{0,\ell}^{(-)}$ Green fonksiyonu içeren denklemler $\psi_k^{(-)}(r)$ 'nin kısmi dalga açılımını kullanarak elde edilebilir. Yani,

$$u_{\ell}^{*}(k,r) = \hat{j}_{\ell}(kr) + \int dr' g_{0,\ell}^{(-)}(r,r') V(r') u_{\ell}^{*}(k,r').$$
(1.83)

Ancak, bu denklemler basitçe kendi kompleks eşlenikleri olduğundan bunlardan $g_{0,\ell}^{(+)}$ 'yı içerenleri lineer bağımsız değillerdir.

Eşdeğer denklemler tam Green fonksiyonları ile elde edilebilir. Seri açılımını yaparak

$$G^{(\pm)}(E;r,r') = \frac{1}{rr'} \sum_{\ell m} Y^*_{\ell m}(\hat{r}) g^{(\pm)}_{\ell}(r,r') Y_{\ell m}(\hat{r}')$$
(1.84)

ve aynı işlemleri izleyerek

$$u_{\ell}(k,r) = \hat{j}_{\ell}(kr) + \int dr' g_{\ell}^{(+)}(r,r') V(r') \hat{j}_{\ell}(kr')$$
(1.85)

ifadesini elde ederiz.

Benzer denklemler $g_{\ell}^{(-)}$ türünden elde edilebilir.

Aynı enerji kabuğu arasındaki durumlar arasında τ -matris elemanlarının kısmi dalga açılımını da gerçekleştirmek uygundur. Bu amaçla, (1.63) eşitliğinin tanımından işe başlarız.

$$\psi_{k}^{(+)}(r) = A \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta) i^{\ell} e^{i\delta_{\ell}} \frac{u_{\ell}(k,r)}{kr} \qquad (a)$$

$$(1.86)$$

$$=A\sum_{\ell m} 4\pi Y_{\ell m}^*\left(\hat{k}\right) Y_{\ell m}\left(\hat{r}\right) i^{\ell} e^{i\delta_{\ell}} \frac{u_{\ell}\left(k,r\right)}{kr} \qquad (b)$$

$$\phi_k(r) = A \sum_{\ell m} 4\pi Y_{\ell m}^*(\hat{r}) Y_{\ell m}(\hat{k}) i^\ell \frac{\hat{j}_\ell(kr)}{kr}$$

$$\tag{1.87}$$

(1.86) eşitliğinde $\psi_k^{(+)}$ 'nın, (1.87) eşitliğinde $\phi_{k'}$ 'nün kısmi dalga açılımlarını kullanırız. (1.75), (1.77) ve (1.76) eşitliklerinin yardımı ile

$$\tau_{k',k} = \left\langle \phi_{k'} \left| V \right| \psi_k^{(+)} \right\rangle = \frac{\ddot{y}^2}{\mu k} \sum_{\ell m} Y_{\ell m} \left(\hat{k}' \right) Y_{\ell m}^* \left(\hat{k} \right) \tau_\ell \left(E_k \right)$$
(1.88)

ifadesini elde ederiz. Burada, aynı enerji kabuğu üzerindeki durumların arasındaki τ - matrisinin kısmi dalga bileşenini tanıttık.

$$\tau_{\ell}(E_{k}) = \left\langle \phi_{E\ell m} \middle| V \middle| \psi_{E\ell m} \right\rangle = \frac{2\mu}{\pi \ddot{y}^{2}k} \int_{0}^{\infty} dr \hat{j}_{\ell}(kr) V(r) u_{\ell}(k,r).$$
(1.89)

Küresel harmonikler için toplam teoremini kullanarak,

(1.88) eşitliği

$$\tau_{k',k} = \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell} \left(\cos\theta\right) \left[\frac{\ddot{y}^2}{4\pi\mu k} \tau_{\ell} \left(E_k\right)\right]$$
(1.90)

elde edilir.

Aynı işlem S-matrisi için gerçekleştirilebilir. Öncelikle, $|\phi_{E\ell m}\rangle$ durumlarının gösteriminde saçılma işlemcisi yazılır. (1.74) eşitliğinin tamlık bağıntısı yardımıyla,

$$S_{k',k} = \int \int dE dE' \sum_{\ell m,\ell'm'} \left\langle \phi_{k'} \middle| \phi_{E'\ell'm'} \right\rangle \left\langle \phi_{E'\ell'm'} \middle| S \middle| \phi_{E\ell m} \right\rangle \left\langle \phi_{E\ell m} \middle| \phi_{k} \right\rangle.$$
(1.91)

Küresel simetrik potansiyellerle ilgilendiğimiz için, H_0 ve H hamiltonyenleri dönmeler altında değişmezdir. Bu; S-işlemcisinin, açısal momentum işlemcisinin herhangi bir bileşeni ile sıra değişimli olduğunu gösterir. Ayrıca, $\langle \phi_{E'\ell'm'} | S | \phi_{E\ell m} \rangle$ m'den bağımsız olmalıdır, çünkü, S m'yi bir birim değiştiren $J_{\pm} = J_x \pm i J_y$ işlemcileriyle de sıra değişimlidir. S işlemcisinin H_0 hamiltonyeni ile de sıra değişimli olduğunu düşünerek,

$$\left\langle \phi_{E'\ell'm'} \left| S \right| \phi_{E\ell m} \right\rangle = S_{\ell} \left(E \right) \delta_{\ell,\ell'} \delta_{m,m'} \delta \left(E_k - E_{k'} \right)$$
(1.92)

ifadesini yazabiliriz. Öte yandan,

$$\left\langle \phi_{E\ell m} \left| \phi_{k} \right\rangle = \frac{\ddot{y}}{\sqrt{\mu k}} Y_{\ell',m'}^{*} \left(\hat{k} \right) \delta \left(E - E_{k} \right)$$
(1.93)

ve

$$\left\langle \phi_{k'} \left| \phi_{E'\ell'm'} \right\rangle = \frac{\ddot{y}}{\sqrt{\mu k}} Y_{\ell m} \left(k' \right) \delta \left(E' - E_{k'} \right)$$
(1.94)

yazılabilir. (1.92), (1.93) ve (1.94) eşitliklerini; (1.91) denklemine yerleştirirsek

$$S_{k',k} = \delta(E_{k'} - E_k) \frac{\ddot{y}^2}{\mu k} \sum_{\ell m} Y_{\ell m}(k') Y_{\ell m}^*(\hat{k}) S_{\ell}(E_k)$$
(1.95)

$$=\delta(E_{k'}-E_k)\frac{\ddot{y}^2}{4\pi\mu k}\sum_{\ell}(2\ell+1)P_{\ell}(\cos\theta)S_{\ell}(E_k), \qquad (1.96)$$

ifadelerini elde ederiz. Burada, (1.95) denkleminden (1.96) denklemini elde etmek için toplam teoremini kullandık.

Şimdi τ ve S-matrislerinin kısmi dalga bileşenlerini ilişkilendirebiliriz. Bu amaçla τ -matrisi için kısmi dalga açılımı ile (1.68) eşitliğinden başlayalım.

$$S_{k',k} = \delta(k'-k) - 2\pi i \delta(E_{k'}-E_k) \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta) \left[\frac{\ddot{y}^2}{4\pi\mu k} \tau_{\ell}(E_k)\right].$$
(1.97)

Sonraki adım $\delta(k'-k)$ 'yı $E_k, \Omega_k, E_{k'}, \Omega_{k'}$ türünden ifade etmektir.

$$\int d\Omega_k dk k^2 \delta(k'-k) = \int d\Omega_k dE_k \delta(E_{k'}-E_k) \delta(\Omega_{k'}-\Omega_k)$$
(1.98)

ifadesini elde etmemiz gereklidir.

$$dE_k = \frac{\ddot{y}^2}{\mu k} \left(k^2 dk \right)$$

yazarak

$$\delta(k'-k) = \frac{\ddot{y}^2}{\mu k} \delta(E_{k'} - E_k) \delta(\Omega_{k'} - \Omega_k)$$
(1.99)

ifadesini elde ederiz. Şimdi

$$\delta(\Omega_{k'} - \Omega_{k}) = \sum_{\ell m} Y_{\ell m}^{*}(\Omega_{k'}) Y_{\ell m}(\Omega_{k}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos\theta)$$

ifadesini yazmak için küresel harmoniklerin tamlığını kullanalım. (1.96) eşitliğinde bu bağıntıyı kullanarak ve (1.97) eşitliğine sonucu yerleştirerek,

$$S_{k',k} = \delta\left(E_{k'} - E_k\right) \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}\left(\cos\theta\right) \left[\frac{\ddot{y}^2}{4\pi\mu k} \left(1 - 2\pi i\tau_{\ell}\left(E\right)\right)\right]$$
(1.100)

ifadesini elde ederiz. (1.96) ve (1.100) eşitliklerinin karşılaştırılmasıyla, istenen ifadeyi elde ederiz:

$$S_{\ell}(E) = 1 - 2\pi i \tau_{\ell}(E). \tag{1.101}$$

Saçılma genliğini $\tau_{\ell}(E)$ türünden ifade edebiliriz. (1.90) eşitliğini (1.64) eşitliğinde yerine koyarak

$$f(\theta) = -2\pi^{2} \left(\frac{2\mu}{\ddot{y}^{2}}\right) \frac{\ddot{y}^{2}}{4\pi\mu k} \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta) \tau_{\ell}(E)$$
$$= -\frac{\pi}{k} \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta) \tau_{\ell}(E)$$

veya

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos\theta) \left[-2\pi i \tau_{\ell}(E) \right]$$
(1.102)

ifadelerini elde ederiz.

(1.101) eşitliğini kullanarak, saçılma genliği

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos\theta) \left[S_{\ell}(E) - 1 \right]$$
(1.103)

şeklini alır.

1.6.7. Sanal Potansiyeller: Soğurma Tesir Kesiti

Buraya kadar etkileşim potansiyeli gerçek olan yapısız parçacıkların saçılmasını tartıştık. Nükleer, moleküler, atomik ve diğer karışık sistem çarpışmalarını içeren fiziksel evrendeki çoğu uygulamada, saçılma süreçleri çok karmaşıktır. Dolayısıyla yeni kavramlara ihtiyacımız olacaktır. Bu yöndeki ilk adım karışık parçacıkların esnek saçılmasını açıklamayı sağlayacak olan karmaşık duruma etkileşim potansiyelinin genellenmesidir. Bu etkileşimin sanal kısmı esnek olmayan kanallardaki akı kaybını modelize eder. Çarpışma sürecinin mikroskobik işleyişinde kullanılan karmaşık potansiyelin (genellikle optik potansiyel olarak adlandırılır) daha geniş tanımı daha sonra geliştirilecektir.

Bu kesimde sadece kompleks olan etkileşimi ele alıp şimdiye kadar gözlenebilir esnek saçılmayla ilgili olan sonuçları araştıracağız.

Hamiltonyen genellikle Hermitsel olduğundan, toplam akım;

$$j = \frac{\ddot{y}}{2\mu i} \left[\psi^*(r) \nabla \psi(r) - \psi(r) \psi^*(r) \right]$$
(1.104)

süreklilik denklemini sağlar ve kararkı bir durum için

$$\nabla . j = 0$$

dır. Bununla birlikte, bu sonuç kompleks potansiyeller için geçerli değildir. Bu durumda Hamiltonyen şu şekildedir;

$$H = -\frac{\ddot{y}^{2}}{2\mu}\nabla^{2} + V(r) - iW(r).$$
(1.105)

Burada W(r) r'nin kısa menzilli pozitif fonksiyonudur. -iW terimi yaklaşık yolla uyarılmış kanalların akı kaybıyla ilgilidir. Bu durumda süreklilik denklemi değiştirilmelidir. Bu amaçla Schrödinger denklemini ve onun kompleks eşleniğini yazarız;

$$\left[-\frac{\ddot{y}^{2}}{2\mu}\nabla^{2}+V(r)-iW(r)\right]\psi(r)=E\psi(r)$$
(1.106)

$$\left[-\frac{\ddot{\mathbf{y}}^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r) + iW(r)\right]\psi^*(r) = E\psi^*(r)$$
(1.107)

ve $\psi^*(r)$ × denklem(1.106) – $\psi(r)$ × denklem(1.107) işlemini yaparız. Çıkan denklem

$$\frac{\ddot{\mathbf{y}}}{2\mu i} \left[\psi^*(r) \nabla^2 \psi(r) - \psi(r) \nabla^2 \psi^*(r) \right] = -\frac{2}{\ddot{\mathbf{y}}} W(r) \left| \psi(r) \right|^2$$
(1.108)

olur, veya toplam akımın diverjansı olarak (1.108) denkleminin sol tarafını tanımlayarak,

$$\nabla \cdot j = -\frac{2}{\ddot{y}}W(r)|\psi(r)|^2$$
(1.109)

r yarıçaplı büyük kürenin hacmi üzerinde (1.109) denkleminin integralini alıp ve diverjans teoremini kullanarak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\int d^{3}r \nabla . j = \int ds. j = -N_{a} = -\frac{2}{\ddot{y}} \int d^{3}r W(r) |\psi(r)|^{2}.$$
(1.110)

Burada N_a soğurulan parçacıkların sayısıdır (yani esnek kanaldan uzaklaşan parçacıklar). Soğurma (veya reaksiyon) tesir kesiti $J = |A|^2 v$ gelen akısının N_a 'ya bölünmesiyle elde edilir. Burada A = 1 normalizasyonu kabul edilerek

$$\sigma_a = \frac{2}{\ddot{\mathbf{y}}\boldsymbol{v}} \int d^3 r W(r) \left| \boldsymbol{\psi}(r) \right|^2 \tag{1.111}$$

veya E ve k terimlerinde v yazılırsa ve daha kısa bir gösterimle

$$\sigma_a = \frac{k}{E} \langle \psi | W | \psi \rangle \tag{1.112}$$

elde edilir. (1.111) ve (2.112) denklemlerinin A = 1 ile

$$\psi_k^{(+)}(r) \to A(e^{ik.r} + f(\Omega)\frac{e^{ikr}}{r})$$

tarafından verilen asimptotik şeklinin normalize edilmiş ψ fonksiyonu varsayımıyla elde edildiğini vurgulamaktayız. Bu yüzden, farklı bir normalizasyon kullanılırsa, Denklem (1.112) anlamsız olur. Aynı zamanda ψ dalga fonksiyonunun W'nın tam etkisini içerdiği de vurgulanmalıdır. Pratik uygulamalarda Denklem (1.112)'deki dalga fonksiyonu uygun giden dalga sınır koşuluna sahip olmalıdır. Yani;

$$\sigma_a = \frac{k}{E_k} \left\langle \psi_k^{(+)} \middle| W \middle| \psi_k^{(+)} \right\rangle.$$
(1.113)

Soğurma (veya reaksiyon) kesiti çok kapsamlı bilgi parçasıdır. Açık kanallar üzerinden dağılımın nasıl olduğu belirtilmeden esnek kanallardan kaldırılan toplam akıyı verir. Denklem (1.112) soğurma potansiyeli $W = W_1 + W_2 + ...$ terimlerinin toplamı olduğundan özellikle kullanışlıdır ve aynı zamanda özel kanallarla çiftlenimle de ilişkili olabilir. Bu durumda bazı *i* kanalı için tesir kesiti aynı dalga fonksiyonlu fakat $W \rightarrow W_i$ değişimli Denklem (1.112) tarafından öngörülebilir.

Pratik amaçlar için, σ_a radyal integrallerin terimleri cinsinden ifade edilebilir. Gelen düzlem dalga, gelen ve giden küresel dalgaların toplamı şeklinde asimptotik olarak yazılmıştır.

$$\psi_{k}^{(+)}(r) \to \frac{1}{2i} \sum_{\ell=0}^{\infty} C_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) \frac{S_{\ell} e^{i(kr-\ell\pi/2)} - e^{-i(kr-\ell\pi/2)}}{kr},$$

$$= \frac{e^{-ikr}}{r} X_{-} + \frac{e^{ikr}}{r} X_{+}$$
(1.114)

ifadesi, dalganın giden kısmındaki faz görünümü için sorumlu V(r) saçılma potansiyelinin varlığıyla değiştirilmiş dalga fonksiyonunu gösterir. Esnek saçılma, reaksiyonun yürütülebilmesi için gereken kanallardan sadece biri olup, esnek kanal olarak adlandırılır. Soğurmadan dolayı dalga fonksiyonunun değişimi soğurma (veya reaksiyon) kanalı olarak adlandırılır.

Soğurmanın oluşumu (1.114)'nin giden kısmının değişimine yol açar. Şimdi sadece faz faktörüyle değil aynı zamanda, esnek kanaldaki parçacıkların kaybını gösterecek şekilde, büyüklüğünü değiştiren çarpan da vardır. Bu şöyle ifade edilebilir;

$$\Psi \cong \frac{1}{2i} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)i^{\ell} P_{\ell}(\cos\theta) \frac{S_{\ell} e^{i(kr-\ell\pi/2)} - e^{-i(kr-\ell\pi/2)}}{kr}$$
(1.115)

Burada S_{ℓ} kompleks katsayısı yukarıda belirtilen faktördür. Esnek tesir kesitini hesaplamak için (1.114)'de Ψ 'ı yerleştirmeliyiz. Bu işlem

$$f(\theta) = \frac{1}{2k} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(2\ell + 1 \right) i \left(1 - S_{\ell} \right) P_{\ell} \left(\cos \theta \right)$$
(1.116)

ifadesini verir ve diferansiyel saçılma kesitindeki sonuçlar,

$$\frac{d\sigma_{es}}{d\Omega} = \left| f\left(\theta\right) \right|^2 = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)(1-S_{\ell}) P_{\ell}\left(\cos\theta\right) \right|^2$$
(1.117)

ile ifade edilir. Toplam saçılma tesir kesiti Legendre polinomlarının ortogonalliği kullanılarak hesaplanır,

$$\sigma_{es} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell + 1) \sin^2 \delta_{\ell}$$
(1.118)

denklemindeki sonuçlar, yani,

$$\sigma_{es} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) |1-S_{\ell}|^2$$
(1.119)

haline gelir.

 σ_s soğurma tesir kesitini hesaplamak için, Denklem (1.113)'deki Legendre polinomları

$$\int P_{\ell}(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta) d(\cos\theta) = \frac{2}{2\ell+1} \delta_{\ell,\ell'}$$
(1.120)

için ortogonallik bağıntısıyla birlikte dalga fonksiyonunun (Denklem (1.87), A=1'li) kısmi dalga açılımını kullanırız. Sonuçta,

$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell + 1) \mathbf{T}_{\ell} \tag{1.121}$$

elde edilir. Burada T_{ℓ} geçiş katsayısıdır,

$$T_{\ell} = \frac{4\pi}{E_k} \int_0^\infty dr \left| u_{\ell}(k,r) \right|^2 W(r) \,. \tag{1.122}$$

Bu geçiş katsayılarının S matrisinin ℓ bileşenleriyle ilgili olduğunu kolaylıkla gösterir,

$$\mathbf{T}_{\ell} = 1 - \left| S_{\ell} \right|^{2}. \tag{1.123}$$

Bu amaçla,

$$\sigma_s \equiv \frac{N_s}{J} = -\frac{1}{\nu} \int ds. j = -\frac{r^2}{\nu} \int d\Omega j_r$$
(1.124)

yazılır. Burada j_r toplam akımın radyal bileşenidir:

$$j_{r} = \frac{\ddot{y}}{2\mu i} \left[\left(\psi_{k_{i}}^{(+)} \right)^{*} \frac{\partial}{\partial r} \left(\psi_{k_{i}}^{(+)} \right) - \psi_{k_{i}}^{(+)} \frac{\partial}{\partial r} \left(\psi_{k_{i}}^{(+)} \right)^{*} \right]$$

$$= \frac{\ddot{y}}{\mu} \operatorname{Im} \left\{ \left(\psi_{k_{i}}^{(+)} \right)^{*} \frac{\partial}{\partial r} \left(\psi_{k_{i}}^{(+)} \right) \right\}.$$
(1.125)

 $j_{\rm r}$ 'yi hesaplamak için, Denklem (1.114)'yi hatırlayalım;

$$\psi_k^{(+)} = X_- \frac{e^{-ikr}}{r} + X_+ \frac{e^{ikr}}{r}$$
(1.126)

Denklem (1.127)'
in $\,C_\ell\,$ katsayılarıyla $\,X_\pm\,$ (Denklem (1.128) ve (1.129)) için

$$C_{\ell} = A(2\ell+1)i^{\ell} \tag{1.127}$$

$$X_{-} = \sum_{\ell} P_{\ell}(\cos\theta) \left[-\frac{C_{\ell}}{2ik} e^{i\ell\pi/2} \right]$$
(1.128)

$$X_{+} = \sum_{\ell} P_{\ell} \left(\cos \theta \right) \left[\frac{C_{\ell}}{2ik} e^{-i\ell\pi/2} e^{2i\delta_{\ell}} \right]$$
(1.129)

ifadeleri kullanarak, şunları elde edebiliriz;

$$X_{-} = -\sum_{\ell} \frac{2\ell + 1}{2ik} \left(-\right)^{\ell} P_{\ell}\left(\cos\theta\right)$$
(1.130)

$$X_{+} = \sum_{\ell} \frac{2\ell + 1}{2ik} S_{\ell} P_{\ell} \left(\cos\theta\right)$$
(1.131)

Denklem (1.125)'e Denklem (1.114)'ü eklersek;

$$j_{r} = \frac{v}{r^{2}} \left(\left| X_{+} \right|^{2} - \left| X_{-} \right|^{2} \right)$$

elde edilir. Denklem (1.124)'de bu sonucu kullanırsak,

$$\sigma_{s} = \int d\Omega |X_{-}|^{2} - \int d\Omega |X_{+}|^{2}$$

bulunur. Yukarıdaki birinci integral gelen küresel dalganın akısını belirtirken, ikincisi çıkan akıya karşılık gelir. X_{\pm} 'nin açık şekli, Denklem (1.130) ve (1.131), Denklem (1.120) Legendre polinomları için ortogonallik bağıntısıyla birlikte, şu sonuca götürür;

$$\sigma_{s} = \frac{\pi}{k^{2}} \sum_{\ell} (2\ell + 1) \left[1 - \left| S_{\ell} \right|^{2} \right]$$
(1.132)



Şekil 1.8 Saçılma ve reaksiyon tesir kesitinin bir arada olduğu alan

(1.132) ve (1.121) eşitliklerini karşılaştırarak, (1.123) eşitliğini kanıtlarız.

Gerçek potansiyeller için $|S_{\ell}| = 1$, σ_s 'nin sıfır olduğunu ve saf bir saçılmaya sahip olduğumuza dikkat edelim. Bununla beraber tersi, σ_{es} sıfır olurken, σ_s 'nin sıfır olmasını da gerektiren bir durum meydana gelemez. Genel olarak, iki tesir kesitinin bir arada olması için S_{ℓ} 'nin izinli değerlerinin bir bölgesi vardır. Şekil 1.8'de gösterilen eğrinin altında yer alan bölge bu tür bir bölgedir.

 σ_s maksimumu, toplam soğurulmaya karşılık gelir. $S_\ell = 0$ için meydana gelir. $R \cong \lambda = 1/k$ yarıçaplı çekirdek yüzeyinde soğurma potansiyelinin sınırlı olduğunu varsayalım, R yarıçapından daha küçük olan etki parametreleri ile tüm parçacıklar soğurulur. Yani, $\ell \leq R/\lambda$ için tüm parçacıkların soğurulacağını söylemeye eşdeğerdir. Bu durumda,

$$\sigma_s = \pi \lambda^2 \sum_{\ell=0}^{R/\lambda} (2\ell+1) = \pi (R+\lambda)^2$$
(1.133)

olur. Bu, toplam tesir kesit için sezgisel olarak yeterli olacak bir değerdir, yani geometrik tesir kesitine eşittir (λ kısmı gelen parçacığın konumunda bir belirsizlik olarak anlaşılabilir). Ancak, biz yukarıda saçılmanın varlığının her zaman zorunlu olduğunu gördük. $S_{\ell} = 0$ olduğunda, saçılma tesir kesiti toplam tesir kesitini üreten soğurma ile aynıdır.

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_{es} = \pi \left(R + \lambda \right)^2 + \pi \left(R + \lambda \right)^2 = 2\pi \left(R + \lambda \right)^2$$
(1.134)

Bu geometrik tesir kesitinin iki katıdır.

Saçılma kısmının varlığı (açıkça (1.134) sonucuna dönüşür); nükleer yüzeyde düzlem dalganın kırınımının etkisi olarak yorumlanabilir (Şekil 1.9).



Şekil 1.9 Kırınım etkisi gösteren bir engel etrafında dalgaların saçılması

Bu etki, belirli bir mesafede görünür. Çapı azalan çekirdeğin arkasında gölge'ye yol açar, çekirdeğin varlığına neden olan pertürbasyon yok olur ve düzlem dalga yeniden yapılanır. Bu durumda; σ_s ve σ_{es} eşitliğini doğrulayan, kırınıma uğramış demet parçalarının soğurulan parçalarla aynı olmak zorunda olduğunu söyleyebiliriz. Bir de belirsizlik prensibini kullanarak, çekirdeğin arkasında oluşan gölge uzantısını hesaplayabiliriz: $p/\ddot{y} = k = 1/\lambda$ ifadesini kullanarak, R yarıçaplı bir daire için soğurma sınırı enine momentum $\Delta p = \ddot{y}/R$ 'de bir belirsizlik oluşturur ve Şekil 1.9'da gösterilen d mesafesi $R/d = \Delta p/p$ oranının sonucudur. Bu, karanlık bir nesne tarafından bir ışık demetinin soğurulmasında, Fraunhofer kırınım calısmasında elde edilen sonuc ile aynıdır. Nükleer durumda; gelen parçacıkların enerjisi yeterince küçük ise, d mesafesi bazı nükleer çapların mertebesinde olabilirken, ancak bu durumda d mesafeleri optikte yaygın olarak kullanılan nesneler için büyüktür. Kırınım olayı, esnek saçılmada veya esnek olmayan açısal dağılımda (saçılma açısının fonksiyonu olarak farklı tesir kesiti) açıkça görülür. Şekil 1.10; ⁴⁰Ca, ¹²⁰Sn ve ²⁰⁸Pb üzerinde 30 MeV enerjili protonların esnek saçılması için açısal dağılımları göstermektedir. Tesir kesitinde salınımlar, bir opak disk tarafından saçılan ışığa benzer ve bu Fraunhofer kırınım şeklinin bir karakteristiğidir. Minimum kırınım arasındaki $\Delta \theta$ açısal mesafeleri, yukarıda dikkate alınan kabullenimlerin bir sonucu olan $\Delta \theta = \ddot{y}/pR$ makul ifadesine uymaktadır.

1.6.4 kesiminde tartışılan ilginç bir sınır hali Born yaklaşımıdır. Burada ψ dalga fonksiyonu düzlem dalga ile yer değiştirir ve böylece (1.112) eşitliğinin soğurma tesir kesiti basitçe

$$\sigma_s = \frac{k}{E_k} \int d^3 r W(r) \tag{1.135}$$

olur.



Şekil 1.10 Ca, Sn ve Pb üzerine gönderilen 30 MeV enerjili protonların esnek saçılma açısal dağılımları

Eğer bir sonrasında W(r) basamak fonksiyonunu alırsak, yani $W(r) = W_0 \Theta(r-R)$ olup, burada R soğurma aralığıdır,

$$\sigma_s = \frac{4\pi k}{3E} W_0 R^3 = \left(\frac{8\pi W_0 R^3}{3\ddot{y}}\right) \frac{1}{v}$$
(1.136)

basit ifadesini elde ederiz.

Böylece, yukarıdaki yaklaşım, soğurulan parçacıkların hızı ile ters orantılı giden bir soğurma tesir kesitini verir. Aslında bu davranış, atomlarda Wigner kanunu olarak adlandırılan olgunun yanı sıra, çekirdekten çok düşük enerjide nötron saçılımında gözlenir. Bu sistemde Born yaklaşımı geçerli değildir ve yukarıdaki sonuç bir rastlantı olarak kabul edilmelidir.

Şimdi kompleks potansiyeller için optik teoremin genelleştirilmesini gösterebiliriz. Temel fark, $|S_{\ell}| < 1$ durumundadır.

$$f(\theta) = \frac{1}{2k} \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell} (\cos \theta) [S_{\ell} - 1]$$

$$= \frac{1}{k} \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell} (\cos \theta) e^{i\delta_{\ell}}$$

(1.137)

eşitliğinden

$$\frac{4\pi}{k}\operatorname{Im}\left\{f\left(0\right)\right\} = \frac{2\pi}{k^{2}}\sum_{\ell}\left(2\ell+1\right)\left[1-\operatorname{Re}\left\{S_{\ell}\right\}\right]$$
(1.138)

ifadesini elde ederiz.



Şekil 1.11 Birkaç çekirdek üzerine gelen 14 MeV enerjili nötronlar için σ toplam tesir kesitinden oluşturulan $\sigma / \left[2\pi \left(r_0 A^{1/3} \right)^2 \right]$ orana bağımlılık

$$\sigma_{es} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell + 1) \Big[1 + |S_{\ell}|^2 - 2\operatorname{Re}\{S_{\ell}\} \Big]$$
(1.139)

(1.132) ve (1.139) eşitliklerini ekleyerek elde edilen aynı sonucu kontrol etmek kolaydır. Bu yüzden, kompleks potansiyeller için Optik Teorem:

$$\sigma_{es} + \sigma_{s} = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \left\{ f(0) \right\}$$
(1.140)

olur.

Yüklü parçacık saçılması için (1.140) eşitliğinin kullanılması özel bir dikkat gerektirir. Bu durumda Coulomb etkileşimi sonsuz σ_{es} oluşturur.

$$f(\theta) = f_C(\theta) + f_N(\theta) \tag{1.141}$$

Burada $f_c(\theta)$ Coulomb saçılma genliği ve $f_N(\theta)$ kısa menzilli kompleks potansiyelden gelen bir düzeltmedir. $f_N(\theta)$ için kısmi dalga açılımının yapılması ile

$$f_N(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell + 1) e^{2i\sigma_{\ell}} \left(e^{2i\delta_{\ell}} - 1 \right)$$
(1.142)

ifadesini elde ederiz. Yukarıda, σ_{ℓ} Coulomb faz kayması ve δ_{ℓ} kısa menzilli kompleks potansiyelden kaynaklanan karmaşık faz kaymasıdır. $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ tesir kesiti, $\frac{d\sigma_c}{d\Omega}$ olarak Coulomb tesir kesiti ile ilişkili olabilir [5].

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} - \frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \left| f_N(\theta) \right|^2 + 2\operatorname{Re}\left\{ f_c^*(\theta) f_N(\theta) \right\}.$$
(1.143)

Holdeman ve Thaler [6]'yı takip ederek; değiştirilmiş bir optik teorem, $\pi > \theta > \theta_0$ aralığında yukarıdaki eşitliğin integre edilmesi ile elde edilebilir. Burada θ_0 çok küçük olarak seçilir. "Farklı Methodların Toplamı" olarak bilinen bu işlem (FMT) σ_s 'nin çıkarımı için uygun bir ifade ile sonuçlanır. Optik teoremin FMT şekli

$$\sigma_{s} + 2\pi \int_{\theta_{0}}^{\pi} d\theta \sin \theta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{c}}{d\Omega} \right)$$

$$= \frac{4\pi}{k} \left| f_{N} \left(\theta_{0} \right) \right| + \sin \left[\arg f_{N} \left(\theta_{0} \right) - 2\sigma_{0} + 2\eta \ln \left(\sin \theta_{0} / 2 \right) \right]$$
(1.144)

olarak yazılabilir. (1.144) eşitliği; soğurma olduğunda yüklü parçacıkların esnek saçılmasının analizinde kullanılan optik teoremin uygun biçimidir.

(1.134) ifadesi; bir parçacık çekirdeğe ulaştığı zaman, eğer her zaman soğurma olsaydı; toplam tesir kesitinin enerji ile tekdüze olarak düşeceğini ve $A^{2/3}$ ile lineer olarak büyüyeceğini gösterir. Zaten 1940'ın on yılının sonunda mevcut deneysel veriler ile bu eğimlerden anlaşılır sapmalar olduğu fark edildi. Şekil 1.11'de, hedefin kütle bağımlılığının yanı sıra enerjisinin bağımlılığı için de dalgalı bir davranış gösteren nötron saçılmasının toplam tesir kesiti eğrilerini gösterir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımı

Direkt nükleer reaksiyonlar, iki kanal arasında meydana gelen, geçişi tetikleyen zayıf etkileşmeye neden olarak görülebilir. Bu kanalların her birinde optik potansiyel bağıl hareket ile tanımlanır. Bu bölümde, Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımı olarak bilinen (Distorted- Wave Born Approximation ≈DWBA), şüphesiz direkt nükleer reaksiyon teorisine en yararlı olan ve reaksiyon yeterince zayıf olduğu sürece geçerli olan yaklaşımı elde edeceğiz. Daha kuvvetli geçişler için; çiftlenmiş kanal biçimciliği, geçişe neden olan etkileşim içinde birinci derecenin ötesine geçerek en yararlı anlamlar sunar.

Gell-Mann ve Goldberger (1953) tarafından geliştirilen DWBA geçiş genliğini genel bir dönüşümden elde edeceğiz. Gell-Mann ve Goldberger çözülebilir bir problem olduğu varsayılan keyfi bir ek potansiyeli tanımladılar. Daha sonra geçiş genliğini dönüşüm probleminin çözümüne bağlı olarak dönüştürdüler. Bu bağlamda ek potansiyel optik potansiyel olacaktır.

2.2. Bozulmuş Dalga Green Fonksiyonları

Kendi merkez alanının etkisiyle bir diğer çekirdekten saçılma, parametreleri esnek ve reaksiyon tesir kesiti oluşturacak şekilde ayarlanabilen bir optik potansiyel ile hesaplanabilir. Özel bir dikkat ile direkt reaksiyonlar olarak adlandırılan, küçük düzeltmelere sebep olan zayıf etkileşimi izole edebiliriz. Böylece,

$$(E_{\alpha} - T_{\alpha})(\Phi_{\alpha}, \Psi_{\alpha}) = (\Phi_{\alpha}, V_{\alpha}, \Psi_{\alpha})$$

denkleminin her iki tarafından $(\Phi_{\alpha}, U_{\alpha}, \Psi_{\alpha})$ ortak terimi çıkarılarak

$$(E_{\alpha} - T_{\alpha} - U_{\alpha})\psi_{\alpha} = (\Phi_{\alpha}, [V_{\alpha} - U_{\alpha}]\Psi_{\alpha})$$

$$(2.1)$$

eşitliği elde edilir. Burada ψ_{α} ,

$$\psi_{\alpha}(r_{\alpha}) = (\Phi_{\alpha}, \Psi_{\alpha})$$

ile tanımlanan α kanalındaki bağıl hareketi açıklar. Çünkü U_{α} sadece bağıl koordinat r_{α} 'ya, Φ_{α} ise sadece özünlü koordinatlara bağlıdır:

$$\left(\Phi_{\alpha}, U_{\alpha}, \Psi_{\alpha}\right) = U_{\alpha} \left(\Phi_{\alpha}, \Psi_{\alpha}\right) = U_{\alpha} \psi_{\alpha}.$$
(2.2)

Denklem (2.1)'in çözümü için Green fonksiyonları yaklaşımını kullanabiliriz. İlgili Green fonksiyonu aşağıdaki denkleme karşılık gelir:

$$(E_{\alpha} - T_{\alpha} - U_{\alpha})G_{\alpha}(r_{\alpha}, r_{\alpha}') = \delta(r_{\alpha}, r_{\alpha}').$$

$$(2.3)$$

Denklem (2.1)'in genel çözümü;

$$\psi_{\alpha} = A\chi_{\alpha} + \int G_{\alpha}(r, r') \Big[\Phi_{\alpha}, (V_{\alpha} - U_{\alpha}) \Psi_{\alpha} \Big] dr', \qquad (2.4)$$

olarak yazılır. Burada χ ,

$$\left(T_{\alpha} + U_{\alpha} - E_{\chi}\right)\chi_{\alpha}(r_{\alpha}) = 0, \qquad (2.5)$$

denkleminin çözümüdür ve *A* bir sabittir. Fiziksel koşullar, tabii ki, *A* ve özellikle Green fonksiyonunu belirler.

Denklem (2.3)'ü ispatlayan Green fonksiyonu, genellikle kapalı formda yazılamaz. Çünkü U_{α} seçiminde özgürüz. Ancak, U_{α} seçimi ne olursa olsun Denklem (2.5)'in çözümlerinden onu oluşturabiliriz ve Denklem (2.5), eğer kapalı formda değilse, bilgisayar programı ile çözülebilecek bir diferansiyel denklemidir. Bu süreçte serbest alan sonucunu elde ederiz:

$$G_{\alpha}^{0(+)}(r,r') = -\frac{2m_{\alpha}}{4\pi\ddot{y}^{2}} \frac{\exp(ik_{\alpha}|r-r'|)}{|r-r'|}$$

$$\xrightarrow[r \to \infty]{} -\left(\frac{2m_{\alpha}}{4\pi\ddot{y}^{2}}\right) \frac{\exp(ik_{\alpha}r)}{r} \exp(-ik'_{\alpha}.r').$$
(2.6)

Gren fonksiyonu oluşturulması tek boyutta basittir, bu yüzden G'yi küresel harmoniklerde seriye açmalıyız.

İlk olarak, küresel harmoniklerin kapalılık ve ortanormalliğini dikkate almalıyız.

$$\delta(\hat{r}'-\hat{r}) = \sum_{\ell,m} Y_{\ell}^{m^*}(\hat{r}') Y_{\ell}^m(\hat{r}), \qquad (2.7)$$

burada \hat{r} , r vektörünün kutupsal açıları θ ve ϕ 'yi ifade eder. Buradan 3-boyutlu δ fonksiyonu

$$\delta(r'-r) = \frac{\delta(r'-r)}{rr'} \sum_{\ell m} Y_{\ell}^{m^*}(\hat{r}') Y_{\ell}^{m}(\hat{r})$$
(2.8)

olur. Bu nedenle Denklem (3.3)'den

$$G(r,r') = \frac{1}{rr'} \sum_{\ell m} g_{\ell}(r,r') Y_{\ell}^{m^*}(\hat{r}') Y_{\ell}^{m}(\hat{r})$$
(2.9)

olur, burada g_{ℓ} aşağıdaki denklemleri sağlar.

$$(E_{\alpha} - T_{\alpha\ell} - U_{\alpha}) f_{\ell}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) = 0, \qquad T_{\alpha\ell} = \frac{\ddot{y}^{2}}{2m_{\alpha}} \left(-\frac{d^{2}}{dr^{2}} + \frac{\ell(\ell+1)}{r^{2}} \right)$$

$$\chi_{\alpha}^{(+)}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) = \frac{1}{k_{\alpha}r_{\alpha}} \sum_{\ell} \left[4\pi \left(2\ell + 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} i^{\ell} e^{i\sigma_{\ell}} f_{\ell}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) Y_{\ell}^{0}(\theta)$$

$$= \frac{1}{k_{\alpha}r_{\alpha}} \sum_{\ell} \left(2\ell + 1 \right) i^{\ell} e^{i\sigma_{\ell}} f_{\ell}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) P_{\ell}(\cos\theta)$$

$$= \frac{4\pi}{k_{\alpha}r_{\alpha}} \sum_{\ell,m} i^{\ell} e^{i\sigma_{\ell}} f_{\ell}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) Y_{\ell}^{m}(\hat{r}_{\alpha}) Y_{\ell}^{m*}(\hat{k}_{\alpha})$$

$$(2.11)$$

$$\left(E_{\alpha}-T_{\alpha\ell}-U_{\alpha}\right)g_{\ell}\left(r,r'\right)=\delta\left(r-r'\right).$$
(2.12)

Denklem (2.11) ile gösterilen homojen denklemlerin bir çözümünü biliyoruz. Bu çözüm sürekli bir çözümdür. Diğer bağımsız çözüm, orijinde sürekli olmayan bir çözümdür. Sınır koşulları ile biz bu çözümü $h_{\ell}^{(+)}(k,r)$ ile gösteriyoruz.

$$h_{\ell}^{(+)}(k,r) \to 0_{\ell} = G_{\ell} + iF_{\ell} \to \exp\left[i\left(kr - \frac{1}{2}\ell\pi\right)\right].$$
(2.13)

Açıkça bu iki çözümden g aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$g_{\ell}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = N_{\ell}f_{\ell}(\boldsymbol{r}_{\ell})h_{\ell}^{(+)}(\boldsymbol{r}_{\ell})$$
(2.14)

 $r_{<} = r$ ve r''den daha küçüktür.

Bu $r \neq r'$ için Denklem (2.12)'yi sağladığı doğrudan yerine konularak görülebilir. Bu, istenilen giden-dalga Green fonksiyonu olma özelliğine sahiptir. Bu tekil noktadan normalizasyon yaparız. Denklem (2.12)'yi r' etrafında sonsuz küçük aralık üzerinden integre ederek,

$$\frac{2m}{\ddot{y}^{2}} = \int_{r'-\delta}^{r'+\delta} dr \frac{d^{2}}{dr^{2}} g_{\ell}(r,r') = \frac{d}{dr} g_{\ell}(r,r') \Big|_{r'-\delta}^{r'+\delta}$$
$$= N_{\ell} \Big[f_{\ell}(r') h_{\ell}^{(+)}(r'+\delta) - f_{\ell}'(r'-\delta) h_{\ell}^{(+)}(r') \Big]$$
$$\xrightarrow{\delta \to 0} N_{\ell} W \Big[f_{\ell}(r'), h_{\ell}^{(+)}(r') \Big]$$
(2.15)

ifadesini buluruz. h veya f 'deki üstler farklılık göstermektedir ve W ise Wranskion'ı gösterir. Wranskion r 'nin değerinden bağımsızdır. Bu, f ve h tarafından sağlanan Schörodinger denklemi ile kolayca ispat edilebilir. Böylece,

$$fT_{\ell}h - hT_{\ell}f = 0$$

ifadesini buluruz. a'dan b'ye keyfi iki nokta arasındaki integrasyon,

$$0 = \int_{a}^{b} dr \left[fT_{\ell}h - hT_{\ell}f \right]$$
$$= -\int_{a}^{b} \frac{d}{dr} \left[f\frac{dh}{dr} - h\frac{df}{dr} \right] dr$$
$$= -W(f,h) \Big|_{a}^{b}$$

dir. Bu ifade, W nerede değerlendirilse değerlendirilsin aynı değere sahip olacağını kanıtlamaktadır. Özellikle Denklem (2.13) ve

$$f_{\ell}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) \rightarrow e^{i\delta\ell} \sin\left(k_{\alpha}r_{\alpha} - \ell \pi/2 + \delta_{\ell}\right)$$

$$W\left[f_{\ell}, h_{\ell}^{(+)}\right] = -k , \qquad (2.16)$$

denklemlerini kullanarak büyük r için tek boyutta Green fonksiyonunun,

$$g_{\ell}(r,r') = -\frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{k} f_{\ell}(r_{<}) h_{\ell}^{+}(r_{>})$$
(2.17)

olduğunu göstermektedir.

Şimdi istenen üç boyutlu Green fonksiyonu oluşur.

$$G_{\alpha}^{(+)}(r,r') = -\frac{2m_{\alpha}}{\ddot{y}^{2}} \frac{1}{k_{\alpha}rr'} \sum_{\ell} f_{\ell}(r_{<})h_{\ell}^{(+)}(r_{>}) \sum_{m} Y_{\ell}^{m*}(\hat{r}') Y_{\ell}^{m}(\hat{r})$$

$$\xrightarrow{r \to \infty} -\frac{2m_{\alpha}}{\ddot{y}^{2}} \frac{e^{ik_{\alpha}r}}{r} \sum_{\ell} i^{-\ell} \frac{1}{k_{\alpha}r'} f_{\ell}(k_{\alpha},r') \sum_{m} Y_{\ell}^{m*}(\hat{r}') Y_{\ell}^{m}(\hat{r})$$

$$= -\frac{m_{\alpha}}{2\pi\ddot{y}^{2}} \frac{e^{ik_{\alpha}r}}{r} \chi_{\alpha}^{(-)*}(k_{\alpha}',r'), \qquad (2.18)$$

burada

$$\chi_{\alpha}^{(-)^{*}}(k_{\alpha}',r') = \frac{4\pi}{k_{\alpha}r'} \sum i^{-\ell} f_{\ell}(k_{\alpha},r') Y_{\ell}^{m^{*}}(\hat{r}') Y_{\ell}^{m}(\hat{k}_{\alpha}').$$
(2.19)

Bu, Denklem (2.11)'e benzemekte olup, gelen küresel dalgalar, dalga fonksiyonu için kısmi dalga seri açılımıdır. Burada k'_{α} , k_{α} büyüklüğü ve Denklem (2.4)'de r yönüdür. Denklem (2.19)'daki (-) işareti açık olarak

$$f_{\ell}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) \to F_{\ell} + T_{\ell}(G_{\ell} + iF_{\ell})$$
(2.20)

asimtotik formunu gösterir, $\chi^{(-)}$, $\chi^{(+)}$ ve $\chi^{(-)*}$ ters yönde gelen küresel dalgalardır. (Eğer Coulomb potansiyeli mevcut ise, daha sonra $e^{i\sigma_{\ell}}$ fazı Denklem (2.19) içine yerleştirilmiş olmalıdır.) Eğer U = 0 ise, χ bir düzlem dalga ve Denklem (2.19), (2.6) olur.

2.3. Gell-Mann-Goldberger Dönüşümü

Yukarıda elde edilen Green fonksiyonu kullanarak, kanal α 'daki gelen dalgayı ve giden küresel dalgaları tanımlayan Denklem (2.1)'in özel çözümünü yazabiliriz.

$$\psi_{\alpha} = \chi_{\alpha}^{(+)}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) + \int G^{(+)}(r_{\alpha}, r_{\alpha}') \Big[\Phi_{\alpha}, (V_{\alpha} - U_{\alpha}) \Psi_{\alpha}^{(+)} \Big] dr_{\alpha}'$$

$$\rightarrow \chi_{\alpha}^{(+)}(k_{\alpha}, r_{\alpha}) - \frac{m_{\alpha}}{2\pi \ddot{y}^{2}} \frac{e^{ik_{\alpha}r_{\alpha}}}{r_{\alpha}} \Big\langle \chi_{\alpha}^{(-)} \Phi_{\alpha} | U_{\alpha} - V_{\alpha} | \Psi_{\alpha}^{(+)} \Big\rangle.$$
(2.21)

Tamamen benzer bir gelişme olarak; Ψ_{α} dalga fonksiyonunun, giriş kanalı olmayan farklı bir β kanalı üzerindeki izdüşümüne bakarsak,

$$\psi_{\beta} \rightarrow \frac{m_{\beta}}{2\pi \ddot{y}^{2}} \frac{e^{ik_{\beta}r_{\beta}}}{r_{\beta}} \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \Phi_{\beta} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Psi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle$$
(2.22)

ifadesini buluruz. $\chi_{\alpha}^{(+)}$ 'nın giden dalga olduğunu ve böylece saçılma genliği ve τ matrisi olarak iki bölümden oluştuğuna dikkat etmeliyiz. $\chi_{\alpha}^{(+)}$ 'nın genliğini

$$f_{\beta\alpha}(\theta) = -\frac{m_{\beta}}{2\pi \ddot{y}^2} \int \exp(-ik_{\beta}r) \left(\Phi_{\beta}, V_{\beta}\Psi_{\alpha}^{(+)}\right) dr$$
(2.23)

$$\tau_{\beta\alpha} = \left\langle \phi_{\beta} \left| V_{\beta} \right| \Psi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle \tag{2.24}$$

ifadelerinden

$$\left\langle \exp\left(ik_{\alpha}^{\prime}.r_{\alpha}\right)|U_{\alpha}|\chi_{\alpha}^{(+)}\right\rangle$$

yazarız. Böylece tam au matrisini

$$\tau_{\beta\alpha} = \left\langle \exp(ik'_{\alpha}) | U_{\alpha} | \chi^{(+)}_{\alpha} \right\rangle \delta_{\alpha\beta} + \left\langle \chi^{(-)}_{\beta} \Phi_{\beta} | V_{\beta} - U_{\beta} | \Psi^{(+)}_{\alpha} \right\rangle$$
(2.25)

şeklinde yazarız. Bu bağıntının elde edilmesinde hiçbir yaklaşım kullanılmadı. Bu nedenle Gell-Mann-Goldberger dönüşümü olarak bilinen bu ifade Denklem (2.24)'e alternatif bir ifadedir (Gell-Mann and Goldberger,1953). (k'_{α} ve k_{α} 'nın yönünün farklı olduğunu unutmayın).

Denklem (3.11) ve (3.19)'daki tanımlamalardan, gelen ve giden küresel dalgalar ile bozulmuş dalgalar arasında bir ilişki kurabiliriz.

$$\chi^{(-)^{*}}(k,r) = \chi^{(+)}(-k,r)$$
(2.26)

burada

$$Y_{\ell}^{m}\left(\hat{k}\right) = \left(-\right)^{\ell} Y_{\ell}^{m}\left(-\hat{k}\right),$$

ifadesi kullanılmıştır ve $-\hat{k}, \hat{k}$ 'nın yansıma yönü anlamına gelir, yani $(\theta, \phi \rightarrow \pi - \theta, \phi + \pi)$. Denklem (2.26), $\chi^{(-)}(k,r)$ 'nin $\chi^{(+)}(k,r)$ dalga fonksiyonunun zaman tersinmesi olduğunu belirlemektedir.

2.4. İki-Potansiyel Formülü

Önceki sonuçlar da iki potansiyel formülünü elde etmek için kullanılabilir.

$$H = T + V_1 + V_2 \tag{2.27}$$

olduğunu varsayalım. Burada $T + V_1$, çözüm elde edebileceğimiz bir hamiltonyendir (örneğin optik potansiyel olarak). Oysa V_2 çok zor bir sorun ortaya çıkarmaktadır ve yaklaşık bir çözüme sahip olacaktır. Schrödinger denklemi

$$\left(E - T - V_1\right)\Psi = V_2\Psi \tag{2.28}$$

olur. Beklendiği gibi, basit problemi çözebiliriz.

$$(E - T - V_1)\chi = 0.$$
 (2.29)

Elde ettiğimiz sonuçlardan

$$\tau = \left\langle \exp(ik'.r) | V_1 | \chi^{(+)} \right\rangle + \left\langle \chi^{(-)} | V_2 | \Psi^{(+)} \right\rangle$$
(2.30)

olacağı açıkça görülür. Varsayım olarak; ilk terim bilinir, ikinci terim ise yaklaşık olmalıdır. Örneğin, $\Psi^{(+)} \simeq \chi^{(+)}$, Denklem (2.21)'de görülmektedir.

2.5. DWBA Geçiş Genliği

Elde ettiğimiz sonuçlar, bozulmuş dalga born yaklaşımı (DWBA) genliğini elde etmek için kullanılabilir. Tam ifadeler Denklem (2.24) ve (2.25)'de verilmiştir. Daha önceden de belirtildiği gibi, tam ifadeler çözülemez, çünkü çok-cisim problem de tam saçılma çözümü Ψ 'yı içerir. Ancak, Denklem (3.21)'de ilk terim χ yoluyla, en azından optik potansiyel U'nun saçılma etkilerini içeren değerli bir sonuca sahibiz. Bu, çözülebilir optik-model probleminin bir çözümüdür; çözülebilir, çünkü basit bir tek cisim problemidir. Ψ üzerine bir izdüşüm olarak ψ 'ın tanımını hatırlayarak, Denklem (2.21)'den Ψ 'ın yaklaşık olarak

$$\Psi_{\alpha}^{(+)} \cong \Phi_{\alpha} \chi_{\alpha}^{(+)} \left(k_{\alpha}, r_{\alpha} \right) \tag{2.31}$$

olduğunu görürüz. Bu, U_{α} optik potansiyel nedeniyle, giriş kanalındaki hareketi tanımlayan bir yaklaşımdır. Diğer kanallar, aslında diğer tüm bileşenlere sahip değildir.

 Ψ 'ın yaklaşımını Denklem (2.25)'de yerine koyarsak,

$$\tau_{\beta\alpha} \approx \left\langle \exp\left(ik'_{\alpha} \cdot r_{\alpha}\right) \left| U_{\alpha} \right| \chi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle \delta_{\alpha\beta} + \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \Phi_{\beta} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Phi_{\alpha} \chi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle$$
(2.32)

ifadesini elde ederiz.

İlk terim olmadığında, esnek olmayan genlikler için bu ifadeyi kullanırız. Böylece DWBA,

$$\tau_{\beta\alpha}^{DWBA} = \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \Phi_{\beta} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Phi_{\alpha} \chi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle$$
(2.33)

ifadesi olur. Burada χ_{α} ve χ_{β} , α ve β kanalında, çözülebilir optik-model problemlerinden elde edilir. Bu 1. Born yaklaşımına benzerdir;

$$\tau_{\beta\alpha} \cong \left\langle \phi_{\beta} \left| V_{\beta} \right| \phi_{\alpha} \right\rangle = \left\langle \exp\left(ik_{\beta} \cdot r_{\beta}\right) \Phi_{\beta} \left| V_{\beta} \right| \exp\left(ik_{\alpha} \cdot r_{\alpha}\right) \Phi_{\alpha} \right\rangle$$
(2.34)

ama daha çok fizik içermektedir (α ve β kanallarında bağıl hareketin açıklanması) ve bütün potansiyel saçılması ve soğurulmasından etkilenir. Şekil (2.1) düzlem dalga teorisi ile bozulmuş dalga Born yaklaşımı hesaplamalarını karşılaştırmaktadır.



Şekil 2.1. 2^+ ve Q = -1.45 durumundaki ⁵⁸Ni'i uyaran 43-MeV enerjili alfa parçacığının esnek olmayan saçılması için düzlem dalga teorisinin çeşitli bozulma potansiyelleri U ve birkaç DWBA hesaplamaları ile karşılaştırılması. [7]



Şekil 2.2. $0^+, 2^+$ ve 4^+ durumları için tesir kesiti hesaplaması, çok kutupluluğa bağımlılığın ayrımını gösterir. Bu durumda, yüksek dereceli katılım da dahildir. Burada kompleks Saxon potansiyel parametreleri V = 47.6 MeV, W = 13.8 MeV, $r_0 = 1.6$ fm, a=0.55

fm ve
$$\beta = \left\{ \left< \sum_{m} |a_{m}|^{2} \right> \right\}^{\frac{1}{2}} = 0.2$$
 'dir.
Bu hesaplama; çarpışan çekirdekler arasındaki etkileşmeden dolayı, bağıl hareketin dalga fonksiyonlarındaki bozulmasının çok güçlü olduğunu açıklamaktadır. Ancak, Şekil (2.2)'de açıklanan çok kutupluluk bağımlılığı oldukça farklıdır. Bu durumdaki hesaplama 1. Born yaklaşımından daha yüksek mertebeli katkılar içerdiğinden daha karmaşıktır.

2.6. Yaklaşımların Tartışması

Denklem (2.24) ve (2.25)'de τ matrisi ve saçılma genliği için iki tam ifade türetilmiştir. Her ikisi de, çok cisim saçılma problemlerinin tam çözümü olan Ψ_{α} 'yı içerir. Bu nedenle, eğer Ψ mümkün olsaydı; esnek olmayan, parçacık transferi ve çok cisim kanallarında yer alan tüm süreçlerin bilgilerini içerirdi. Bu mümkün değildir, fakat genliğinin varlığı, teorinin herhangi bir pratik uygulamasının yaklaşık olarak doğasını vurgulamaktadır. Esnek olmayan olaylar için τ matrisi için Denklem (2.25)'i yeniden yazalım:

$$\tau_{\beta\alpha} = \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \phi_{\beta} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Psi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle = \sum_{\gamma} \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \phi_{\beta} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \phi_{\gamma} \psi_{\gamma}^{(+)} \right\rangle,$$
(2.35)

burada tamlık bağıntısını kullandık.

$$\sum_{\gamma} \left| \phi_{\gamma} \right\rangle \left\langle \phi_{\gamma} \right| = 1 \tag{2.36}$$

Bu ifade bize $\alpha \rightarrow \beta$ geçişinin tüm diğer kanallar tarafından etkilendiğini söylemektedir. Eğer Denklem (2.33) DWBA ifadesine bakarsak, arada iki yaklaşım yaptığımızı görürüz. γ toplamı üzerindeki tüm terimleri, sadece giriş kanalı için seçtik, çünkü bu genel olarak çok önemli olup, Denklem (2.21)'in ilk terimi ψ_{α} yaklaşımı ile de bir sınırlama yaptık.

Bu nedenle DWBA her şeyden önce çıkış kanalı β 'nın, giriş kanalı α 'ya doğrudan ulaşmış olduğunu varsaymaktadır. Örneğin α' giriş kanalının uyarılması ve sonra β son reaksiyona geçilmesi, γ ara geçiş kanalı olarak, ihmal edilir. Daha sonra çiftlenmiş kanal metodu ile birden fazla süreç içerecek şekilde durumu inceleyeceğiz. Bunlara ek olarak DWBA, χ_{α} ve χ_{β} bozulmuş dalgaların bu kanallarda bağıl hareketi temsil etmek için kullanıldığını varsaymaktadır. Optik potansiyeller ayarlanabilir olsa da, ki böylece esnek ve toplam tesir kesitleri doğru olarak üretilebilir; bu sadece bize χ_{α} ve χ_{β} 'nın asimtotik olarak doğru olmasını sağlar, yani bunlar sonsuzda görülen doğru bir faz kaymasına sahiptirler. Bu nedenle çekirdek bölgesinde, bu dalga fonksiyonlarında matris elemanı katkısının nereden geldiği hakkında belirsizlikler vardır. Bu belirsizlik, α , hem a hem de A kompleks çekirdekleri olan bir kanalı temsil ettiği zaman daha da karmaşıklaşır.

Sonuç olarak $\psi_{\alpha} \cong \chi_{\alpha}$ yaklaşımı, $\alpha \to \beta$ geçişine neden olan etkileşmede sadece 1. dereceden davranan reaksiyonu ifade eder. Bu genellikle, esnek reaksiyonlara oranla küçük tesir kesitine sahip çoğu diğer reaksiyonlar tarafından doğrulanır.

2.7. Antisimetrizasyon

Şimdiye kadar, sistemin dalga fonksiyonunu herhangi benzer parçacık çiftlerinin değiş-tokuşuyla antisimetrik olması gerektiğinden bahsetmedik. Tabi ki sistemin ayrılmış kısımları için Φ_a ve Φ_A dalga fonksiyonları olarak kabul edilebilir. Kabuk model; problemi için kararlı çözümler olan bu dalga fonksiyonları zaten antisimetriktirler. Geri kalanların tümü kendi aralarında antisimetrizasyona dahil olurlar. Bu durumda antisimetrik fonksiyon

$$\tilde{\Phi}_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{N_{\alpha}}} \sum_{P} \left(-\right)^{P} P \Phi_{a}\left(a\right) \Phi_{A}\left(A\right)$$
(2.37)

ifadesi ile verilir. Burada P, permütasyon işlemcisidir. Örneğin, eğer sadece 3 tane nükleon varsa,

$$\tilde{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Big[\phi(1)\phi(2,3) - \phi(3)\phi(1,2) + \phi(2)\phi(3,1) \Big]$$

bütünüyle antisimetriktir. Eğer izospin formalizmi Φ_a ve Φ_A oluşturulmasında kullanılırsa, nötronları protonlardan ayıramayız. Aksi halde antisimetrizasyon nötron ve protonlar için ayrı ayrı yapılır.

Normalizasyon sabiti,

$$N_{\alpha} = \begin{pmatrix} A+a \\ a \end{pmatrix} = \frac{(A+a)!}{A!a!}$$
(2.38)

ifadesi ile verilir. Yani bu ifade, A+a'dan a nükleonlarını seçme yollarının sayısıdır. Şimdi Denklem (2.33) için antisimetrizasyonun bir sonucunu inceleyelim:

$$\tau_{anti} = \frac{1}{\sqrt{N_{\alpha}N_{\beta}}} \sum_{P_{\alpha}P_{\beta}} \left(-\right)^{P_{\alpha}+P_{\beta}} P_{\alpha}P_{\beta} \left\langle \chi_{\beta}^{(-)}\Phi_{b}\Phi_{B} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Phi_{a}\Phi_{A}\chi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle.$$
(2.39)

Toplamda direkt integraller ve değiş-tokuş integralleri olacaktır. Dört parçacıklı sistemi ve tek parçacık değiş-tokuş reaksiyonu için bu ifadevi gösterelim. Böylece $+\langle \phi_{b}(1)\phi_{B}(2,3,4)V\phi_{a}(1,2)\phi_{A}(3,4)\rangle$ ifadesi tipik bir direkt terim ve $-\langle \phi_b(4)\phi_B(1,2,3)V\phi_a(1,2)\phi_A(3,4)\rangle$ ifadesi ile tipik bir değiş-tokuş terimidir. Bunlardan ilkinde parçacık 2 a'dan çıkarılmış ve b, B'yi oluşturmak için A'ya eklenmiştir. Değiştokus integrallerinde, avnısı 2 parçacığı için yapılmış, fakat ek olarak, 1 parçacığı 4 parçacığı ile değiştirilmiştir. Değiş-tokuş integrallerinin, zayıf dalga fonksiyonları çakışmasından dolayı direkt integrallerden daha küçük olması beklenir.

Dolayısıyla sadece direkt integralleri dikkate alabiliriz, ancak, hepsinin sayılması gerektiğini belirtmemiz gerekir. Genel örneğe geri dönelim. Bir sıyırma (stripping) reaksiyonu ile ilgilendiğimizi varsayalım (a > b, B > A), yani,

$$a + A \rightarrow (a - x) + (A + x) \equiv b + B \tag{2.40}$$

burada x transfer edilen parçacık sayısıdır. $\Phi_a \Phi_A$ 'nın permütasyonları üzerindeki toplamdaki N_{α} terimlerinin her biri, hepsi eşit olan, $\begin{pmatrix} a \\ x \end{pmatrix}$ direkt integrallerini

oluşturacaktır. Bu nedenle $N_{\alpha} \begin{pmatrix} a \\ x \end{pmatrix}$ kadar eşit direkt integraller vardır. Denklem (2.37)'deki normalizasyon ile birlikte

$$\tau_{anti} = N_{\alpha} \begin{pmatrix} a \\ x \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{N_{\alpha}N_{\beta}}} \tau + de\breve{g}i \sim$$
$$= \left[\begin{pmatrix} a \\ x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ x \end{pmatrix} \right]^{\frac{1}{2}} \tau + de\breve{g}i \sim$$
(2.41)

yazılır. τ 'nun önündeki istatiksel ağırlık çoğu kez W ile gösterilir.

Denklem (2.33)'ün türetilmesinden anlaşılacağı gibi; τ , çekirdekler arasındaki antisimetrizasyon olmadan hesaplanan bir tek genliği gösterir. İstatiksel ağırlığın anlamı oldukça açıktır. Gelen parçacıktan x nükleonlarını seçme $\begin{pmatrix} a \\ x \end{pmatrix}$ yolları vardır ve xnükleonlarının her biri B nükleonlar arasında $\begin{pmatrix} B \\ x \end{pmatrix}$ yollarla dağıtılabilir. Bu nedenle, nükleonların doğrudan transferinin $\begin{pmatrix} a \\ x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ x \end{pmatrix}$ ayırtedilemez yolları birlikte bulunur ve hepsinin genliği τ 'ya eşittir. Ayrıca, integrallerin değiş-tokuş türü de bulunmaktadır. Bunlar genellikle, daha büyük yeniden düzenleme derecesiyle daha küçük integral verdiğinden genelde hesaplanmazlar.

Austern, Denklem (2.41)'den daha genel bir ifade elde etmiştir. Bu ifade hem direkt hem de değiş-tokuş integralleri içeren biraz daha farklı bir yapıdadır. Austern'nin sonucu

$$\tau_{anti} = \left(\frac{N_{\beta}}{N_{\alpha}}\right)^{1/2} \sum_{P_{\alpha}} \left(-\right)^{P_{\alpha}} \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \Phi_{\beta} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| P_{\alpha} \Psi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle$$
(2.42)

olarak yazılabilir. Bu ifadedeki direkt integrallerin sayısı W ile kesin olarak verilir. Bunu görmek için permütasyon üzerindeki toplamda N_{α} terimlerine dikkat etmeliyiz. $\begin{pmatrix} B \\ x \end{pmatrix}$ 'ler direkt integrallere eşittir. Örneğin, basitlik için 4 nükleon içeren toplamın bir şematik notasyonunda

$$\sum_{P_{a}} = \int \phi_{b}(1)\phi_{B}(2,3,4)V\{\phi_{a}(1,2)\phi_{A}(3,4)$$

$$-\phi_{a}(1,3)\phi_{A}(2,4) + \phi_{a}(1,4)\phi_{A}(2,3)$$

$$+\phi_{a}(2,3)\phi_{A}(1,4) - \phi_{a}(2,4)\phi_{A}(1,3)$$

$$+\phi_{a}(3,4)\phi_{A}(1,2)\}$$
(2.43)

olur. İkinci terimdeki ϕ_B 'de, 2 ve 3 değiştirilerek ve integralin iki koordinatı yeniden etiketlenerek 2. terim 1.'ye özdeş olduğu bulunur. Benzer şekilde, 3. terim 1. terime eşittir. Son üç terim değiş-tokuş integralleri ve ilk üç terim ise direkt integrallerdir. $\sum P_{\alpha}$ toplamında $\begin{pmatrix} 3\\1 \end{pmatrix}$ gibi terimler veya, genelde, $\begin{pmatrix} B\\x \end{pmatrix}$ gibi terimler vardır. x parçacıklarının yollarının sayısına karşılık gelen $\begin{pmatrix} B\\x \end{pmatrix}$ terimi, a ve A oluşturacak şekilde B'den seçilebilir. Böylece Denklem (2.42)'de direkt terimlerin ağırlığı

$$\left(\frac{N_{\beta}}{N_{\alpha}}\right)^{\frac{1}{2}} \binom{B}{x} = \binom{a}{x}^{\frac{1}{2}} \binom{B}{x}$$
(2.44)

olarak bulunur.

Eğer izospin formalizmi nükleer dalga fonksiyonu oluşumunda kullanılmıyorsa; $\Phi_a \Phi_A$ ürünü, nötron ve protonlar ile ilgili olarak ayrı ayrı antisimetrize edilmelidir. Karşılık gelen ağırlık *W*, önceki açık genelleme olup biri nötronlar için, biri de protonlar için bu iki ağırlığın çarpımını oluşturur. Hesaplamalar doğru bir şekilde yapıldığı takdirde, nihai sonuçlar özdeş olmalıdır.

2.8. Geçiş Genliğinin Çok Kutup Açılımı

Geçiş genliğinin bozulmuş dalga Born yaklaşımı uygulamalarında (Denklem 2.33 ve 2.41), her zaman açısal momentum çiftlenimine sahip belirli bir yapı ortaya çıkacaktır. Bunu oluşturan belirli faktörler vardır ve elbette ki, bunlar göz önüne alınan reaksiyon türüne bağlıdır. Bu noktada Denklem (2.33)'deki genlik tarafından alınacak olan genel formu tahmin edebiliyoruz ve aynı zamanda biraz daha açık hale getirebiliyoruz. Denklem (2.33)'ün içindeki ayraçlar; tüm nükleonların bulunduğu koordinatlar üzerinden bir integrali ve spin koordinatları üzerinden (varsa izospin) bir toplamı gösterir. (A+a) nükleonları vardır, böylece 3(A+a) uzaysal koordinatları da olacaktır. Kütle merkezi koordinatlarında olan, üçünü seçtik ve bu sistemde çalıştık. Geri kalan bağıl koordinatlardır. Denklem (2.40)'daki çarpışmanın yeniden düzenlenmesi için Şekil 2.3'de görüldüğü gibi, böylesi bir uygun bağıl koordinatlar, bağıl koordinatların 3(A+a)-3 doğru sayısını veren \vec{R} ve ρ ile birlikte A, x ve b özünlü koordinatları 3(A-1), 3(x-1) ve 3(b-1)'den meydana gelir.



Şekil 2.3. (a) kısmı x nükleonlarının transfer reaksiyonu için koordinat ilişkisini gösteriyor. Kanal koordinatları r_{α} ve r_{β} sırasıyla A ve a ile B ve b'nin kütle merkezini birleştiriyor. Öte yandan \vec{R} ve ρ ise sırasıyla A ve x ile b ve x'in kütle merkezini birleştiriyor. (b) kısmı sınırlı ve sınırlı olmayan saçılma için A ve a'nın kütle merkezini birleştiren r_{α} kanal koordinatını gösteriyor.

Hiçbir nükleonun transfer edilmediği bir reaksiyon için, esnek olmayan veya yük değiş-tokuş reaksiyonları gibi, iki çekirdeğin özünlü koordinatları r_{α} kanal koordinatı ile birlikte bağıl koordinatlarının uygun bir setini oluşturur. Sıfır alan yaklaşımı bazen nükleon-transfer reaksiyonlarında özellikle döteron ve trityum gibi hafif nükleonlar olduğu zaman kullanılır. Bu durumda etkileşim ρ koordinatı üzerinde bir delta fonksiyonu olarak alınır. Bu, integrasyon değişkenlerinin sayısını azalttığı için uygundur. Ayrıca bozulmuş dalgalar r_{α} ve r_{β} kanal koordinatlarına bağlı olup bu koordinatlar R ve ρ cinsinden

$$r_{\alpha} = R - (b/a)\rho, \qquad r_{\beta} = (A/B)R - \rho \qquad (2.45)$$

ifadeleri ile verilir.

Sıfır alan yaklaşımında, eğer $\rho \rightarrow 0$ ise, kanal koordinatları uygun bir şekilde orantılı olacak şekilde

$$r_{\alpha} \to R, \qquad r_{\beta} \to (A/B)R \qquad (2.46)$$

yazılır. Eğer sıfır-alan yaklaşımı yapılmazsa, r_{α} ve r_{β} 'nın R ve ρ 'ya dönüşümü en uygunudur. Çünkü bozulmuş dalgalar sadece, optik-potansiyel Schrödinger denkleminin çözümü gibi sayısal olarak bilinmektedir. Dönüşüm birimsiz bir jakopyen içerir ve

$$d\rho dR = J dr_{\alpha} dr_{\beta} \tag{2.47}$$

yazılır.

Burada J, bir 6×6 matris olup sembolik olarak, iki koordinat sisteminde hacim elemanlarıyla ilgili olan

$$J = \frac{\partial(\rho, R)}{\partial(r_{\alpha}, r_{\beta})} = \left(\frac{a}{x} \cdot \frac{B}{A+a}\right)^{3}$$
(2.48)

ifadesiyle gösterilir. Şimdi özünlü koordinatlar üzerinden alınan integralleri

$$\left(\Phi_{B}\Phi_{b}\left|V_{\beta}-U_{\beta}\right|\Phi_{A}\Phi_{a}\right)=W\int dAdbdx\left\{\Phi_{B}\Phi_{b}\left|V_{\beta}-U_{\beta}\right|\Phi_{A}\Phi_{a}\right\}$$
(2.49)

yazalım. Burada dA = 3(A-1) boyutlu integrasyonu ve küme parantezleri ise spin integrasyonunu göstermektedir. Böylece Denklem (2.33) ve (2.41)

$$\tau_{\beta\alpha} = \int \chi_{\beta}^{(-)*} \left(k_{\beta}, r_{\beta} \right) \left(\Phi_{B} \Phi_{b} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Phi_{A} \Phi_{a} \right) \chi_{\alpha}^{(+)} \left(k_{\alpha}, r_{\alpha} \right) dRd\rho$$
(2.50 a)

$$= J \int \chi_{\beta}^{(-)*} \left(k_{\beta}, r_{\beta} \right) \left(\Phi_{B} \Phi_{b} \left| V_{\beta} - U_{\beta} \right| \Phi_{A} \Phi_{a} \right) \chi_{\alpha}^{(+)} \left(k_{\alpha}, r_{\alpha} \right) dr_{\alpha} dr_{\beta}$$
(2.50 b)

olarak yazılabilir.

Burada görülen özünlü matris elemanını bazı örneklerle değerlendirip daha sonra aşağıdaki açılımı açık bir şekilde görebiliriz. Bu noktada, bu açık değerlendirmelerin alacağı şekil hakkında genel bir fikir oluşturabiliriz. Reaksiyon, ya parçacık transferi ya da parçacık uyarılması gereği, genellikle bağıl hareket ve sistemin içsel durumları arasında açısal momentum ve parite değiş-tokuşunda bulunacaktır.

Açısal momentum transferini aşağıdaki gibi ifade edelim:

$$j = J_B - J_A$$
 $s = J_a - J_b;$ (2.51 a)

ve

$$\ell = j - s \,. \tag{2.51 b}$$

Seçilen semboller keyfidir. Bozulmuş dalga açılımında α kanalında ℓ_{α} tarafından, β kanalında ℓ_{β} tarafından bir kısmi dalganın açısal momentumu ifade edilir. Açısal momentum korunumu gereği

$$J_a + J_A + \ell_\alpha = J_b + J_B + \ell_\beta \tag{2.52}$$

veya yeniden düzenlenirse

$$\ell_{\alpha} - \ell_{\beta} = J_{B} - J_{A} + J_{b} - J_{a} = j - s - \ell$$
(2.53)

olur. Bu ifade bize ℓ 'nin bağıl harekete açısal momentum transfer ettiğini ifade eder. Bu açısal momentum ilişkileri Denklem (3.49)'daki ayraç içindeki ifadenin çok kutup açılımı ile açıklanabilir. Böylece,

$$J\left(\Phi_{B}\Phi_{b}\left|V_{\beta}-U_{\beta}\right|\Phi_{A}\Phi_{a}\right)=\sum_{\ell s j, m_{\ell}m_{s}m_{j}}f_{\ell s j}^{*m_{\ell}}\left(r_{\beta}, r_{\alpha}\right)C_{M_{A}m_{j}M_{B}}^{J_{A}jJ_{B}}C_{M_{b}m_{s}M_{a}}^{J_{b}sJ_{a}}C_{m_{\ell}m_{s}m_{j}}^{\ell s j}$$

$$(2.54)$$

yazılır. $m_{\ell}m_{s}m_{j}$, C'deki ilk iki z izdüşümleri üçüncüye eşit olmalı gereğinden dolayı, toplamların sadece tek bir terime sahip olduğuna dikkat etmeliyiz ve benzer şekilde diğer dalga fonksiyonları için Φ_{B} 'nin $J_{B}M_{B}$ etiketlerini taşıyan kısaltılmış bir gösterim olduğuna dikkat edelim. Bu ifade, daha önce de belirtilen vektör yapı ilişkilerini vermektedir. *G* faktörü (2.45) denklemi ile ilişkili olan ya r_{β} ve r_{α} 'ya ya da *R* ve ρ 'ya bağlıdır. Ters bağıntı Clebsch-Gordan katsayılarının ortanormallik özelliğinden elde edilebilir. Böylece

$$f_{\ell s j}^{*m_{\ell}}\left(r_{\beta}, r_{\alpha}\right) = \frac{\hat{s}\ell}{\hat{J}_{a}\hat{J}_{B}} \sum_{M_{B}M_{A}M_{b}M_{a}, m_{s}m_{j}} J\left(\Phi_{B}\Phi_{b}\left|V_{\beta}-U_{\beta}\right|\Phi_{A}\Phi_{a}\right) C_{M_{A}m_{j}M_{B}}^{J_{A}jJ_{B}} C_{M_{A}m_{s}M_{a}}^{J_{b}sJ_{a}} C_{m_{\ell}m_{s}m_{j}}^{\ell s j}$$
(2.55)

elde edilir. Burada $\hat{\ell} = 2\ell + 1$ dir.

Denklem (2.54) sadece açısal momentum korunumunun ve bunların *z* izdüşümlerinin bir ifadesidir. Bu ifadeler tüm direkt reaksiyonların ortak özelliklerini vurgulamaktadır.

(2.54) denklemini, (2.50 b) denklemine yerleştirelim:

$$\tau_{\beta\alpha} = \sum_{\ell sj, m_\ell m_s m_j} C^{J_A j J_B}_{M_A m_j M_B} C^{J_b s J_a}_{M_b m_s M_a} C^{\ell sj}_{m_\ell m_s m_j} \sqrt{\ell} i^\ell B^{m_\ell}_{\ell sj}$$
(2.56)

ifadesi elde edilir. Burada

$$B_{\ell s j}^{m\ell} = \frac{i^{-\ell}}{\sqrt{\ell}} \int \chi_{\beta}^{(-)*} \left(k_{b}, r_{\beta}\right) f_{\ell s j}^{*m\ell} \left(r_{\beta}, r_{\alpha}\right) \chi_{\alpha}^{(+)} \left(k_{\alpha}, r_{\alpha}\right) dr_{\alpha} dr_{\beta}$$

$$(2.57)$$

dir.

$$J_A M_A J_a M_a \to J_B M_B J_b M_b \tag{2.58}$$

geçişi için tesir kesiti

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\beta\alpha} = \frac{m_{\alpha}m_{\beta}}{\left(2\pi\ddot{y}^{2}\right)}\frac{k_{\beta}}{k_{\alpha}}\left|\tau_{\beta\alpha}\right|^{2}.$$
(2.59)

Genellikle gelen ışın polarize değildir, hedef hizada değildir ve yönelimleri ne olursa olsun giden parçacıklar sayılır. Bu nedenle M_A, M_a yönelimleri üzerinden ve M_B, M_b toplamları üzerinden ortalama almak gerekir. Bu nedenle bildiğimiz tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m_{\alpha}m_{\beta}}{\left(2\pi\ddot{y}^{2}\right)^{2}} \frac{k_{\beta}}{k_{\alpha}} \frac{1}{\hat{J}_{A}\hat{J}_{a}} \sum_{M_{A}M_{a}M_{B}M_{b}} \left|\tau_{\beta\alpha}\right|^{2}$$

$$= \frac{m_{\alpha}m_{\beta}}{\left(2\pi\ddot{y}^{2}\right)^{2}} \frac{k_{\beta}}{k_{\alpha}} \frac{\hat{J}_{B}}{\hat{J}_{A}} \sum_{\ell s j m_{\ell}} \frac{1}{\hat{s}} \left|B_{\ell s j}^{m_{\ell}}\right|^{2}$$
(2.60)

yazılır. ℓ, s, j üzerinden toplam tutarlı değildir. Fakat, optik potansiyelde spin-yörünge etkileşimi varsa, kısmi dalgalar spin yönüne ve yörünge açısal momentum çiftlenimine bağlı olacaktır. Bu durumda sadece *j* uyumsuz olur ve farklı ℓ ile *s* arasında girişim terimler ortaya çıkar.

Sonuçta elde ettiğimiz (2.60) denkleminde, Clebsch-Gordan katsayılarının özellikleri yardımıyla, manyetik kuantum sayıları üzerinden alınan toplamlar, ℓsj arasındaki tüm çapraz terimleri eler.

3. BULGULAR

3.1. ⁶Li(d,p)⁷Li Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Lityum-6 çekirdeği 3 protonlu, 3 nötronlu ve 6 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = 1^+$ dir.

$${}^{6}_{3}Li + d \rightarrow {}^{7}_{3}Li + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ⁷Li'nin ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = \frac{3^-}{2}$ ve $I^{\pi} = \frac{1^+}{2}$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.1 ve Şekil 3.2'de verildi. Deneysel verilerle [8] hesaplanan değerler birbiriyle uyumludur. Küçük açılarda (0-40) uyum mükemmel olup, büyük açılarda deneysel verilerle hesaplanan değerler biraz farklıdır.

Potansiyel	Parçacık	V _R (MeV)	r _R (fm)	a _R (fm)	V _{SOR}	V _I (MeV)	r _I (fm)	a _I (fm)	V _{SOI}
Türü									
Hacimsel		-118	0.895	0.902	0.0	0.0	1.62	0.775	0.0
Wood-									
Saxon									
Yüzeysel		0.0	0.895	0.902	0.0	19.82	1.62	0.775	0.0
Wood-									
Saxon	d								
Hacimsel		-23.20	0.895	0.902	0.0	0.0	1.62	0.775	0.0
W.S'dan									
Spin-Orbit									
Potansiyel									
Hacimsel		-45.00	1.32	0.57	25.0	0.0	1.32	0.345	0.0
Wood-									
Saxon	р								
Yüzeysel		0.0	1.32	0.57	25.0	44.0	1.32	0.345	0.0
Wood-									
Saxon									
Hacimsel		-0.1	1.32	0.57	25.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Wood-	n								
Saxon									

Tablo 3.1. Reaksiyonlar için DWBA hesaplarında kullanılan potansiyel parametreleri



Şekil 3.1. ⁶Li(d,p)⁷Li reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları



Şekil 3.2. ${}^{6}Li(d,p)^{7}Li$ reaksiyonunun E_{x} =0.48MeV durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için taban ve uyarım enerjileri için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.2'de verildi.

⁶ Li(d,p) ⁷ Li					
Uyarma Enerjisi (MeV)	$E_x = 0.0$	Ex=0.48			
Soğurma Tesir Kesiti (fm ²)	9.7176E+01	9.7176E+01			
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	9.0846E+00	9.5979E+00			

Tablo 3.2. ⁷Li için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

3.2. ⁷Li(d,p)⁸Li Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Lityum-7 çekirdeği 3 protonlu, 4 nötronlu ve 7 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = \frac{3}{2}^{-}$ dir.

$${}^{7}_{3}Li + d \rightarrow {}^{8}_{3}Li + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ⁸Li'in ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = 2^+$ ve $I^{\pi} = \frac{1}{2}^+$ dır. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'te verildi. Deneysel verilerle [8] hesaplanan değerler bütün açı değerlerinde birbiriyle yaklaşık olarak uyumludur.



Şekil 3.3. ⁷Li(d,p)⁸Li reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları



Şekil 3.4. 7 Li(d,p) 8 Li reaksiyonunun E_{x} =0.98MeV durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için taban ve uyarım enerjilerine karşılık hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.3'de verildi.

	⁷ Li(d,p) ⁸ Li	
Uyarma Enerjisi	E _x =0.0	E _x =0.98
(MeV)		
Soğurma Tesir Kesiti	1.0274E+02	1.0274E+02
(fm ²)		
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	4.8003E+00	6.3640E+00

Tablo 3.3. ⁸Li için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

3.3. ⁹Be(d,p)¹⁰Be Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Berilyum-9 çekirdeği 4 protonlu, 5 nötronlu ve 9 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = \frac{3}{2}^{-}$ dir.

$${}^{9}_{4}Be + d \rightarrow {}^{10}_{4}Be + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 11.8 MeV enerjidedir. Döteronun, ¹⁰Be'un ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = 0^+$ ve $I^{\pi} = \frac{1^+}{2}$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'da verildi. Deneysel verilerle [8] hesaplanan değerler birbiriyle uyumludur. Büyük açı değerlerinde bu uyum nispeten daha azdır.



Şekil 3.5 ⁹Be(d,p)¹⁰Be reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları



Şekil 3.6 9 Be(d,p) 10 Be reaksiyonunun E_x =3.37 MeV durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için farklı uyarım enerjilerine karşılık hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.4'de verildi.

⁹ Be(d,p) ¹⁰ Be				
Uyarma Enerjisi	E _x =0.0	E _x =3.37		
(MeV)				
Soğurma Tesir Kesiti	1.0707E+02	1.0707E+02		
(fm ²)				
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	5.4775E+00	7.1805E+00		

Tablo 3.4. ¹⁰Be için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

3.4. ¹⁰B(d,p)¹¹B Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Bor-10 çekirdeği 5 protonlu, 5 nötronlu ve 10 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = 3^+$ dır.

$${}^{10}_{5}B + d \rightarrow {}^{11}_{5}B + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ¹¹B'in ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = \frac{3^+}{2}$ ve $I^{\pi} = \frac{1^+}{2}$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.7, Şekil 3.8 ve Şekil 3.9'da verildi. Deneysel verilerle[8] hesaplanan değerler arasında küçük açılarda (0-40) birbiriyle uyum daha az olurken büyük açılarda uyumludur.



Şekil 3.7. ${}^{10}B(d,p){}^{11}B$ reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları



Şekil 3.8. ${}^{10}B(d,p){}^{11}B$ reaksiyonunun E_x =4.46 MeV durumundaki sonuçları.



Şekil 3.9. ${}^{10}B(d,p){}^{11}B$ reaksiyonunun $E_x=6.78$ MeV durumundaki sonuçları.

Bu reaksiyon için farklı uyarım enerjilerine karşılık hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.5'de verildi.

Tablo 3.5. ¹¹B için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

¹⁰ B(d,p) ¹¹ B					
Uyarma Enerjisi	E _x =0.0	E _x =4.46	E _x =6.78		
(MeV)					
Soğurma Tesir Kesiti	1.0850E+02	1.0850E+02	1.0850E+02		
(fm ²)					
Toplam Tesir Kesiti	6.6685E+00	7.5874E+00	6.3602E+00		
(fm ²)					

3.5. ¹¹B(d,p)¹²B Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Bor-11 çekirdeği 5 protonlu, 6 nötronlu ve 11 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = \frac{3}{2}^{-}$ dir.

$${}^{11}_{5}B + d \rightarrow {}^{12}_{5}B + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ¹²B'nin ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = 1^+$ ve $I^{\pi} = \frac{1^+}{2}^+$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.10 ve Şekil 3.11'de verildi. Deneysel verilerle [8] hesaplanan değerler küçük açılarda birbiriyle uyumludur.



Şekil 3.10. ¹¹B(d,p)¹²B reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları



Şekil 3.11. ${}^{11}B(d,p){}^{12}B$ reaksiyonunun $E_x=0.95$ MeV durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için farklı uyarım enerjilerine karşılık hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.6'da verildi.

Tablo 3.6	$^{12}\mathbf{R}$	icin	hesan	lanan	soğurma	tesir	kesitleri	ve to	nlam	tesir	kesit	leri
1 abio 5.0.	\mathbf{D}	içm	nesap	lanan	soguima	uesn	RESILICIT		piam	usn	resit	1011

	$^{11}B(d,p)^{12}B$	
Uyarma Enerjisi	E _x =0.0	E _x =0.95
(MeV)		
Soğurma Tesir Kesiti	1.1302E+02	1.1302E+02
(fm ²)		
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	2.2859E+00	2.8628E+00

3.6. ¹²C(d,p)¹³C Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Karbon-12 çekirdeği 6 protonlu, 6 nötronlu ve 12 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = 0^+$ dır.

$${}^{12}_{6}C + d \rightarrow {}^{13}_{6}C + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ¹³C'ün ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = \frac{1^-}{2}$ ve $I^{\pi} = \frac{1^+}{2}$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.12 ve Şekil 3.13'de verildi. Deneysel verilerle[8] hesaplanan değerler küçük açılarda daha uyumludur.



Şekil 3.12. ${}^{12}C(d,p){}^{13}C$ reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları



Şekil 3.13. ${}^{12}C(d,p){}^{13}C$ reaksiyonunun $E_x=3.68$ MeV durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için farklı uyarım enerjilerine karşılık hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.7'de verildi.

	$^{12}C(d,p)^{13}C$	
Uyarma Enerjisi	E _x =0.0	E _x =3.68
(MeV)		
Soğurma Tesir Kesiti	1.1484E+02	1.1484E+02
(fm ²)		
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	2.8395E+00	4.6628E+00

Tablo 3.7.¹³C için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

3.7. ¹³C(d,p)¹⁴C Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Karbon-13 çekirdeği 6 protonlu, 7 nötronlu ve 13 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = \frac{1}{2}^{-}$ dir.

$${}^{13}_{6}C + d \rightarrow {}^{14}_{6}C + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ¹⁴C'ün ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = 0^+$ ve $I^{\pi} = \frac{1^+}{2}$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.14'de verildi. Deneysel verilerle [8] hesaplanan değerler birbiriyle uyumludur.



Şekil 3.14. ${}^{13}C(d,p){}^{14}C$ reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için taban durum enerjisi için hesaplanan soğurma tesir kesiti ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.8'de verildi.

Tablo 3.8. ¹⁴C için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

¹³ C(d,p)	¹⁴ C
Uyarma Enerjisi	$E_x = 0.0$
(MeV)	
Soğurma Tesir Kesiti	1.1828E+02
(fm ²)	
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	3.3756E+00

3.8. ¹⁴N(d,p)¹⁵N Reaksiyonunun Özellikleri ve Parametreleri

Azot-14 çekirdeği 7 protonlu, 7 nötronlu ve 14 nükleonlu bir çekirdektir. Taban durum spin-paritesi $I^{\pi} = 1^{+}$ dır.

$${}^{14}_{7}N + d \rightarrow {}^{15}_{7}N + p$$

Bu reaksiyonda gelen parçacık olan döteron 12.0 MeV enerjidedir. Döteronun, ¹⁵N'in ve protonun taban durum-spin pariteleri sırasıyla $I^{\pi} = 1^+$, $I^{\pi} = \frac{1}{2}^-$ ve $I^{\pi} = \frac{1}{2}^+$ dir. İndirgenmiş yük yarıçapları döteron ve proton için sırasıyla 0.895 fm ve 1.32 fm dir. Bu reaksiyonda kullanılan farklı potansiyel türleri için parametreler Tablo 3.1'de verildi.

Elde edilen sonuçlara ait grafikler diferansiyel tesir kesitinin θ_{km} 'ine göre değişimi farklı uyarma enerjilerinde Şekil 3.15'de verildi. Deneysel verilerle [8] hesaplanan değerler genelde birbiriyle uyumludur.



Şekil 3.15. ¹⁴N(d,p)¹⁵N reaksiyonunun taban durumundaki sonuçları

Bu reaksiyon için taban durum enerjisi için hesaplanan soğurma tesir kesiti ve toplam tesir kesitleri Tablo 3.9'da verildi.

Tablo 3.9. ¹⁵N için hesaplanan soğurma tesir kesitleri ve toplam tesir kesitleri

¹⁴ N(d,p)	¹⁵ N
Uyarma Enerjisi	E _x =0.0
(MeV)	
Soğurma Tesir Kesiti	1.1870E+02
(fm ²)	
Toplam Tesir Kesiti (fm ²)	3.6964E+00

4. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Hafif çekirdekler üzerine gönderilen döteron-uyarımlı reaksiyonlar nükleer fizikte çok yoğun olarak incelenen bir araştırma konusudur. Döteron-uyarımlı reaksiyonlar düşük enerjilerde çok iyi ölçülmektedir.

Bu tez çalışmasında X(d,p)Y türünde sıyırma (stripping) reaksiyonu için ${}^{6}Li(d,p){}^{7}Li$, ${}^{7}Li(d,p){}^{8}Li$, ${}^{9}Be(d,p){}^{10}Be$, ${}^{10}B(d,p){}^{11}B$, ${}^{11}B(d,p){}^{12}B$, ${}^{12}C(d,p){}^{13}C$, ${}^{13}C(d,p){}^{14}C$, ${}^{14}N(d,p){}^{15}N$ hesaplamaları Bozulmuş Dalga Born Yaklaşımında (DWBA) yapıldı.

DWBA direkt nükleer reaksiyonların analizlerinde özellikle sıyırma reaksiyonlarındaki analizlerde en güçlü modellerden biridir. Eldeki deneysel verilerle ilişkili olarak hesaplanan sonuçlar karşılaştırıldı. Sonuçlar hemen tüm açı değerlerinde uyum göstermektedir.

Sonuçların deneysel verilerle uyum halinde olması seçilen potansiyel değerlerinin ve diğer parametrelerin hesaplamada önemli olduğunu göstermektedir.

Bu modeli kullanmaktaki amaç, incelenen nükleer reaksiyonlara ilişkin eldeki deneysel verilere, teorik verileri en iyi şekilde uyumu verecek bir giriş seti oluşturmaktır. Potansiyel türüne ait parametrelerin modelin öngörüleriyle uyum içinde olması gerektiği açıktır. Seçilen parametrelerin isabetli olduğu sonuçlardan görülmektedir.

5. KAYNAKLAR

- 1. Kansu, M. E., Astrofizikteki Nükleer Reaksiyonların Tesir Kesiti Hesaplamaları, Yüksek Lisans Tezi, D.P.Ü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kütahya, 2007.
- Özdemir, E., ¹⁶⁵Ho İzotopunun 1-100 MeV Enerjili Parçacıklarla Reaksiyon Tesir Kesitlerinin Teorik Hesaplanması, Yüksek Lisans Tezi, A.K.Ü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar, 2009.
- 3. Krane, K. S., Nükleer Fizik 2, Başar, Palme, Ankara, 2002.
- 4. Yılmaz, A, H. ,Çekirdek Fiziği Ders Notları, Trabzon, 2010.
- 5. Joachain, C. J., Quantum Collision Theory, Amsterdam, 1983
- Holdeman J. T., Thaler R. M., Phys. Rev. Lett. 14 81; Phys. Rev. 139 B1186, 1965
- Glendenning, N. K., Direct Nuclear Reactions, Lawrence Berkeley National Laboratay, USA, 2004.
- 8. Schiezer, J.P., Morrison G. C., Siemssen R. H., Zeidman T. and B., Study of the (d, p) Reaction in the 1p Shell, 1967, 1274-1284.
- 9. http://spot.colorado.edu/~kunz/dwba/dw4_doc.pdf, 27 Ocak 2013.

6. EKLER

Ek1. Dwuck4'ün Genel Tanımı

Dwuck4 bilgisayar kodu, Bozunmuş Dalga Born Yaklaşımını kullanarak(DWBA) ikili nükleer reaksiyonlar için saçılma ve reaksiyon gözlemlerini hesaplar. Hesaplar sıfır alan etkileşimi kullanarak yapılmıştır. Bu sınırlama, genel olarak,inelastik saçılma için önemli olmazken, parçacık transfer reaksiyonlarının hesabı için önemlidir. Gelen parçacıkların spini 0, 1/2 ya da 1 spin kombinasyonlarından biri olabilir. Fiziksel tanım nükleer reaksiyon teorisini ayrıntılarıyla betimleyen notasyonu ve formülasyonu kullanır.

Bilgisayar kodu, A(a,b)B reaksiyon şekli için geçiş genliğini hesaplar.

$$T = J \int d^{3}r_{b} \int d^{3}r_{a} \psi^{(-)}(\vec{k}_{f}, \vec{r}_{b})^{*} \langle bB|V|aA \rangle \psi^{(+)}(\vec{k}_{i}, \vec{r}_{a})$$
(E1.1)

Burada $\psi^{(-)}$ ve $\psi^{(+)}$ saçılan (bozunmuş) dalgalar, \vec{r}_a ve \vec{r}_b sırasıyla (a,A) ile (b,B) sistemleri için göreli koordinatlar ve J ise bu koordinatların dönüşümü için Jacobian'dır. $\langle bB|V|aA \rangle$ niceliği reaksiyon için form faktörüdür ve \vec{r}_a ile \vec{r}_b koordinatları arasında bir delta fonksiyonu içermelidir. $\psi^{(\pm)}(\vec{k},\vec{r})$ bozunmuş dalgaları asimtotik olarak,

$$\psi^{(\pm)}(\vec{k},\vec{r}) \to e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\theta)\frac{e^{\pm ikr}}{r}$$
(E1.2)

şekline sahiptir. Coulomb potansiyeli olmayan durumdaki \vec{k} artı momentumu giden (ya da gelen) küresel saçılma dalgasının düzlem dalgasını tanımlar. Gelen saçılmış dalgadurumuna sahip son bozunmuş dalga,

$$\psi^{(-)^{*}}(\vec{k},\vec{r}) = \psi^{(+)}(-\vec{k},\vec{r})$$
(E1.3)

ifadesiyle giden dalgalar ile çözüme bağlantılıdır.

İlk ve son gelen parçacıklar spine sahip olduğu zaman; bozunmuş dalgalar, spin uzayındaki matrislerdir,

$$\psi^{(\pm)}(\vec{k},\vec{r})\eta_{s,m} = \sum_{m'} \psi^{(\pm)}_{m,m'}(\vec{k},\vec{r})\eta_{s,m'}$$
(E1.4)

burada $\eta_{s,m}$ spin fonksiyonlarıdır.

$$\psi_{m,m'}^{(\pm)}(\vec{k},\vec{r}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{kr} \sum_{J,L} i^L \sqrt{2L + 1} \psi_{JLs}(k,r) (LsMm | JM') (LsM' - m'm' | JM') \times Y_L^{M'-m'}(\hat{r}) d_{0,M'-m'}^L(\hat{k})$$
(E1.5)

ve $d_{0,m}^L$ tam sayı spin için rotasyon fonksiyonlarıdır. Bozunmuş dalgaların radyal kısmı bu eşitlikle karşılanır.

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{L(L+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[U(r) + U_c(r) + U_{Ls}(r) L.s \right] \right) \psi_{JLs}(k,r) = 0$$
(E1.6)

Burada U; reel ve imajinal kısımlarıyla merkezcil potansiyel, U_c ; R_c yarıçaplı düzgün yük dağılımı için Coulomb potansiyeli ve U_{Ls} spin-yörünge potansiyelidir. $\psi_{JLs}(k,r)$ radyal fonksiyonları büyük r için (burada U ve U_{Ls} ihmal edilebilir) ve orijinde $\psi_{JLs}(k,0) = 0$ sınır koşullarını sağlar.

$$\psi_{JLs}(k,r) \rightarrow \frac{i}{2} \Big[H_L^-(kr) - \eta_L^J H_L^+(kr) \Big] e^{i\sigma L}$$
(E1.7)

Burada $H_L^{\pm}(kr) = G_L(kr) \pm iF_L(kr)$ giden (+) ve gelen (-) Coulomb dalgaları, η_L^J elastik saçılma S matrisi ve σ_L Coulomb faz kaymasıdır.

 $\langle bB|V|aA \rangle$ form faktörü, nükleer yapı bilgisi içerir ve böyle ifade edilir:

$$\langle J_{B}M_{B}s_{b}m_{b}|V|J_{A}M_{A}s_{a}m_{a}\rangle = \sum_{lsj} B_{lsj}(J_{A}jM_{A}M_{B} - M_{A}|J_{B}M_{B})(s_{a}sm_{b}m_{a} - m_{b}|s_{a}m_{a})$$

$$\times (lsmm_{a} - m_{b}|jM_{A} - M_{B})f_{lsj}(r_{c})\delta(r_{b} - \frac{A}{B}r_{a})i^{-l}Y_{l}^{m}(\hat{r}_{a})^{*}.$$
(E1.8)

 B_{lsj} niceliği etkileşmenin şiddetinin büyüklüğüdür ve $\sqrt{(2s+1)/(2s_a+1)}A_{lsj}$ ifadesine eşittir. f_{lsj} fonksiyonu reaksiyon için radyal form faktörüdür. Reaksiyon modelinin ayrıntıları f_{lsj} de verilmiştir. Yukarıdaki eşitlikte, açısal momentumun üçgen ilişkileri sağlanmalıdır.

$$\vec{j} = \vec{J}_B - \vec{J}_A, \qquad \vec{s} = \vec{s}_a - \vec{s}_b, \qquad \vec{l} = \vec{j} - \vec{s}.$$

 $\left< bB | V | aA \right>$ ve $\psi_{\rm m,m'}^{\rm (\pm)}$ bozunmuş dalga fonksiyonlarının tanımları ile geçiş genliğini yazabiliriz,

$$T^{M_{A}M_{B};m_{a}m_{b}} = \frac{\sqrt{4\pi}}{k_{a}k_{b}} \sum_{l,s,j} \sqrt{2l+1}B_{lsj}(J_{A};M_{A}M_{B}-M_{A}|J_{B}M_{B})S^{mm_{a}m_{b}}_{lsj},$$
(E1.9)

burada açıya bağlı genlik S,

$$S_{lsj}^{mm_a m_b} = \sum_{Lb} \beta_{lsj;Lb}^{mm_a m_b} P_{Lb}^{m_a - m - m_b}$$
(E1.10)

olarak yazılır.

İnelastik saçılma genliği,

$$\beta_{lsj;L_{b}}^{mm_{a}m_{b}} = \sum_{J_{a}L_{a}J_{b}m} (L_{a}s_{a}0m_{a} | J_{a}m_{a})(L_{b}s_{b}m_{a} - m - m_{b}m_{b} | J_{b}m_{a} - m) \\ \times (J_{b}jm_{a} - mm | J_{a}m_{a})(2L_{b} + 1)(L_{b}l00 | L_{a}0) \\ \times \sqrt{(2s_{a} + 1)(2j + 1)(2J_{b} + 1)(2L_{a} + 1)} \begin{cases} L_{b} & s_{b} & J_{b} \\ l & s & j \\ L_{a} & S_{a} & J_{a} \end{cases}$$
(E1.11)
 \times I_{J_{a}L_{a}J_{b}L_{b}}^{lsj} i^{L_{a}-L_{b}+l}

ile verilir. Yukarıdaki {} içindeki ifade 9-j sembolüdür.

Radyal integral I,

$$I_{J_{a}l_{a}J_{b}l_{b\bar{c}}}^{lsj} = \frac{CB}{A^{2}} \int_{0}^{\infty} dr_{c} \psi_{J_{b}L_{b}}^{(-)}(k_{b}, \frac{A}{B}r_{a}) f_{lsj}(r_{c}) \psi_{J_{a}L_{a}}^{(+)}(k_{a}, r_{a}),$$
(E1.12)

burada C form faktör özünün kütlesidir. Radyal integral I ve saçılma genliği β dışa yazılabilir.

A(a,b)B reaksiyonu için diferansiyel tesir kesiti, T geçiş genliği cinsinden ifade edilebilir.

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \left(\frac{\mu_b}{2\pi\ddot{y}^2}\right)^2 \frac{V_b}{V_a} \frac{1}{(2J_A + 1)(2s_a - 1)} \sum_{M_A M_B m_a m_b} \left|T^{M_A M_B; m_a m_b}\right|^2
= \frac{1}{4\pi} \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \frac{1}{E_a E_b} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{2s_a + 1} \sum_{m_a m_b m} \left|\sum_{lsj} \sqrt{2l + 1} B_{lsj} S_{lsj}^{mm_a m_b}\right|^2,$$
(E1.13)

burada E_a ve E_b sırasıyla giriş ve çıkış kanalları için kütle merkezi enerjileridir.

Dwuck4 bilgisayar programı, parçacık transfer reaksiyonu ve ya esnek olmayan saçılma olup olmadığına bağlı farklı normalizasyonlar ile tesir kesitini hesaplar. Esnek olmayan uyarımlar söz konusu olduğunda (burada a ve b'nin kütleleri eşit), aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\sigma_{DW}^{lsj}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{E_a E_b} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{2s_a + 1} \sum_{m_a m_b m} \left| \sum_{lsj} S_{lsj}^{mm_a m_b} \right|^2 .$$
(E1.14)

Parçacık transfer durumu için (burada a ve b'nin kütleleri eşit değil),

$$\sigma_{DW}^{lsj}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{E_a E_b} \frac{k_b}{k_a} \frac{10^4}{2s_a + 1} \sum_{m_a m_b m} \left| \sum_{lsj} \sqrt{2l + 1} S_{lsj}^{mm_a m_b} \right|^2$$
(E1.15)

ifadesiyle tanımlanır.

Bu seçimler sırasıyla (p, p') ve (d, p) reaksiyonları için uygundur. Tesir kesiti $fm^2 / steradyan$ biriminde hesaplanır, burada $1 fm^2 = 10^{-26} cm^2$ dir.

Spin göstergeleri üzerinden reaksiyon şiddetlerini ve toplamlarını içeren fiziksel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma^{lsj}(\theta)}{d\Omega} = \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \frac{2l + 1}{2j + 1} \left| B_{lsj} \right|^2 \sigma_{DW}^{lsj}(\theta) \qquad \text{(eşit kütleler için)}, \tag{E1.16}$$

ve

$$\frac{d\sigma^{lsj}(\theta)}{d\Omega} = \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \frac{1}{2j+1} \frac{\left|B_{lsj}\right|^2}{10^4} \sigma_{DW}^{lsj}(\theta) \qquad \text{(eşit olmayan kütleler için),} \qquad \text{(E1.17)}$$

dır.

Tesir kesitine ek olarak, Dwuck4 belirli spin de gözlemlerini hesaplar. Eğer genel spin operatörü $\sigma_{m_a m_a'; m_b m_b'}$ 'yü tanımlarsak; sonra programda,

$$\left\langle \sigma \right\rangle = \frac{\sum_{mm_{a}m_{b}} \sum_{m_{a}'m_{b}'} S_{lsj}^{mm_{a}m_{b}*}(\sigma) m_{a}m_{b}; m_{a}'m_{b}'S_{lsj}^{mm_{a}'m_{b}'}}{\sum_{mm_{a}m_{b}} \left| S_{lsj}^{mm_{a}m_{b}} \right|^{2}},$$
(E1.18)

ifadesiyle verilen spin operatörünün beklenen değerini hesaplayacaktır. Son durum gelen parçacık polarizasyonu için spin işlemcisi;

$$(\sigma_{y})_{m_{a}m_{a}';m_{b}m_{b}'} = (\sigma_{y})_{m_{b}m_{b}'} \delta_{m_{a},m_{a}'}$$
(spin $\frac{1}{2}$ için)
$$(\sigma_{y})_{m_{a}m_{a}';m_{b}m_{b}'} = (S_{y})_{m_{b}m_{b}'} \delta_{m_{a},m_{a}'}$$
(spin 1 için) şeklindedir.

Benzer şekilde, ilk durum gelen parçacık polarizasyonu için spin işlemcisi;

$$(\sigma_{y})_{m_{a}m_{a}';m_{b}m_{b}'} = (\sigma_{y})_{m_{a}m_{a}'} \delta_{m_{b},m_{b}'} \qquad (\text{spin } \frac{1}{2} \text{ için})$$

$$(\sigma_{y})_{m_{a}m_{a}';m_{b}m_{b}'} = (S_{y})_{m_{a}m_{a}'} \delta_{m_{b},m_{b}'} \qquad (\text{spin } 1 \text{ için}) \text{ şeklindedir.}$$

Ayrıca ilk durumda polarizasyon asimetriktir. Tek spinli parçacıklar için tensör analiz güçleri de hesaplanır.

Ek 2. Dwuck4 İçin Girdi Tanımları

Programa giriş, 7 blok giriş ile tanımlanır; bunların birkaçı birden daha fazla satır girişi gerektirir. İlk 4 giriş bloğu programa temel giriş belirtir. Sonraki 2 blok 5 ve 6, ilk ve son bozunmuş dalgaları belirten çok satırlı bloklardır ve birçok terim içeren potansiyelleri biriktirmek için yapılandırılmışlardır. Son olarak 7. blok form faktör olarak tanımlanır ve girdisi seçilen bir reaksiyon modeline bağlıdır. Giriş şeması esneklik için tasarlanmıştır. Bu nedenle bazı fazlalık giriş mevcuttur. Formatlar FORTRAN 77 şeklinde sunulmaktadır. Çoğu bilgisayar sistemi uygulamalarında, virgül ayırıcıları ile kısaltılmış bir forma izin verilir. Bu uygulamada nokta kullanılır. Örneğin, girdi bloğu 2 için geçerli bir form 36. ,0. , 5. dır.

<u>Girdi Blog</u>	<u>ğu 1 (1.Sıra)</u>	ICON(20), ALPHA	FORMAT (2011,A60)
<u>i</u>	ICON(i)	<u>Tanımlama</u>	
1	0	Girdi bloğu 2'yi okum durumun açı verilerini k	az (varsayılan veya bir önceki xullanır).
	1	Girdi bloğu 2'yi okur (açısal veriler).
	9	Program durur ve çıka	ır.
2	0	Kollektif veya parçacı	k transfer nükleer modeli.
	2	Mikroskopik inelastik	nükleer model.
3	0	Her bir <i>l</i> -transferi içir kullanır (girdi bloğu 7	n aynı radyal form faktörünü 'nin sadece bir takımını okur).
	1	Her bir <i>l</i> -transferi içir hesaplar (her bir <i>l</i> -tran okur).	ı ayrı bir radyal form faktör nsferi için girdi bloğu 7'yi
	2	ICON(3)=1'e benzerli transferinden genlikler	k hariç, tesir kesiti her bir <i>l</i> - rin uygun toplamıdır.
4	0	Sonlu bölge ve yerel o her bir radyal form fak	ılmayan düzeltmelerden önce ttör çıktısını alır.
	1	Radyal form faktör çık	ttisini gizli tutar.
	2	Radyal form faktör çık faktöründeki orta çıktı	ttısını ve iki parçacık form yı gizli tutar.
	3	Sonlu bölge ve yerel o hesabından sonra form	ılmayan düzeltme faktörlerinin 1 faktör çıktısını alır.
5	0	Bozunmuş dalgalar içi çıktısını gizli tutar.	n elastik saçılma genliklerinin
	1	Elastik saçılma genliği	i çıktısı $\left[\exp(2i\delta_{ij})-1\right]/2i$.
6	0	Bozunmuş dalgalar içi kesitlerinin çıktısını gi	n elastik saçılma tesir zli tutar.
	1	Bozunmuş dalgalar içi kesitlerinin çıktısını al	n elastik saçılma tesir ır.
7	0	Radyal matris elemanl	arının çıktısını gizli tutar.
	1	Radyal matris elemanl 1.12 olarak tanımlanır	arının çıktısını alır (eşitlik).

Ek-2'nin devamı

8	0 1	İnelastik saçılma genliklerinin çıktısını gizli tutar. İnelastik saçılma genliklerinin çıktısını alır (eşitlik 1 11 olarak tanımlanır)
9	0	İnelastik tesir kesiti çıktı çizimini gizli tutar.
	Ν	N-on katlı logaritmik ölçekli inelastik tesir kesitinin çıktısını alır.
10	0	Dalgalar için kinematikler göreli olmayacak şekilde hesanlanır
11	1	Dalgalar için kinematikler göreli biçimde hesaplanır. Kullanılmaz
12	0	Bozunmuş dalgalar için radyal dalga fonksiyonlarının çıktısını gizli tutar.
	Ν	Her N. radyal noktadaki bozunmuş dalgalar için radyal dalga fonksiyonlarının çıktısını alır.
13	0	Ayrı bir dosyadaki inelastik tesir kesiti çıktısını gizli tutar
	1	İnelastik tesir kesiti ve açıların FOR007.DAT dosyasına çıktısını alır.
14		Kullanılmaz.
15	0	Her bir bozunmuş dalga için yerel dalga sayısının karesi $K(r)^2$ 'nin çıktısını gizli tutar
	1	Her bir bozunmuş dalga için yerel dalga sayısının
		karesi $K(r)^2$ 'nin çıktısını alır.
16	0	Bozunmuş dalgalar için elastik saçılma tesir kesitlerinin çıktı çizimini gizli tutar
	Ν	N-on katlı logaritmik çizim biçimindeki gibi
		bozunmuş dalgalar için elastik saçılma tesir
17	0	Cärlenen anin uzetilmia telum eilitigini girli tuter
17	0	İnalaştik bir konal işin çözlenen yaştılmış anin
	L	takımı EOD020 DAT ve EOD021 DAT diak
		dosvolori oiktisini olir
		uusyalali yikusiiii alli. Kartin 21 sütundan haslavarak, har 60 alfa numarik
ALITIA		karakterlerini calıştırmayı tanımlar
		Karakterierini yanştırmayı tanımlar.

Girdi Bloğu 2 (1.Sıra) N_ANGLES, ANGLE1, D_ANGLE FORMAT (3F8.4)

- N_ANGLES : Tesir kesitlerini hesaplamak için açıların sayısıdır.
- ANGLE1 : İlk açı değeridir (derece cinsinden). Bu değer 0 olabilir.

D_ANGLE : Açı değerindeki artıştır (derece cinsinden).

Program, hiçbir açı değeri okumadığı takdirde, 0° 'den 180° 'ye 5° 'lik artışlarla varsayılan bir açı takımına sahiptir.
<u>Girdi Bloğı</u> NLTR)	<u>u 3 (1</u>	<u>. Sıra)</u> LMAX, NLTR, (LTR(I), I=1 NLTR), (JTR(I), I=1, FORMAT(18I3)
LMAX	:	Bozunmuş dalgalar için maksimum kısmi daldadır. Başlangıçta ve sondaki fırlatılan parçacıkların spinlerinin s_a ve s_b olduğu
		$400/(2s_a + 2s_b + 2) - 1$ bellek tarafından sınırlanmaktadır.
NLTR	:	Hesaplanmış olan maksimum açısal momentum transferlerinin sayısıdır (NLTR ≤ 8).
LTR(I)	:	I. form faktör için açısal transferdir.
JTR(I)	:	I. radyal form faktörü için iki kat toplam açısal momentum transferleridir.

Girdi Bloğu 4 (1. Sıra) DR, RMIN, RMAX, COUEX, FNRNG

FORMAT (10F8.4)

DR	:	Radyal koordinatlar için integrasyon adım ölçüsüdür (fm'de).	
RMIN	:	Radyal integraller için daha alttaki kesme yarıçaplardır (fm'de).	
RMAX	:	Radyal integraller için daha üstteki kesme yarıçaplardır (fm'de). RMAX negatif ise, programda RMAX'ın otomatik olarak yeniden	
		boyutlandırması geçersiz olur ve RMAX 'ın giriş değeri	
kullanılır.			
		Programdaki bellek ayrımı radyal noktaların sayısını	
		$INT(RMAX / DR) \le 400$ değerine sınırlar.	
COUEX FNRNG	: :	Coulomb ayarı ölçü faktörüdür. Sonlu bölge düzeltme faktörüdür.	

<u>Girdi Bloğu 5 (Minimum 2 Sıra)</u>	Başlangıçtaki bozunmuş dalga girdi bloğudur.
Girdi sırası 1 (Kinematik Girdi Sırası)	E, MP, ZP, MT, ZT, r_{0c} , AC, PNLOC, 2*FS
	FORMAT

(**10F8.4**)

E olmalı).	:	Başlangıçta fırlatılan cismin laboratuar enerjisidir (> 0 ve MeV
MP	:	Fırlatılan cismin kütlesidir (atomik kütle biriminde).
ZP	:	Fırlatılan cismin yüküdür.
MT	:	Hedef cismin kütlesidir (atomik kütle biriminde).
ZT	:	Hedef cismin yüküdür.
<i>r</i> _{0<i>c</i>}	:	fm'de indirgenmiş yük yarıçapıdır ($R_c = r_{0c} A^{\frac{1}{3}}$).
AC	:	Yük yarıçapının yayılımıdır (uygulanmaz).
PNLOC	:	Yerel olmayan parametredir.

2*FS Fırlatılan cismin spininin iki katıdır. :

Girdi Sırası (2,...) (Potansiyel Girdisi) **OPTION, VR,** r_{0R} , **AR, VSOR, VI,** r_{0I} , **AI**, **VSOI, POWER FORMAT (10F8.4)**

OPTION:		Potansiyel şekli için seçenek numarasıdır.
VR	:	Gerçek potansiyel şiddetidir (MeV cinsinden).
r_{0R}	:	Gerçek potansiyelin indirgenmiş yarıçapıdır $(R_R = r_{0R} A^{\frac{1}{3}})$
(fm'de).		
AR	:	Gerçek potansiyelin yayılımıdır (fm'de).
VSOR	:	Gerçek potansiyel için spin-yörünge faktörüdür.
VI	:	Sanal potansiyel şiddetidir (MeV cinsinden).
<i>r</i> ₀₁	:	Sanal potansiyelin indirgenmiş yarıçapıdır ($R_I = r_{0I} A^{\frac{1}{3}}$) (fm'de).
AI	:	Sanal potansiyelin yayılımıdır (fm'de).
VSOI	:	Sanal potansiyel için spin-yörünge faktörüdür.
POWER:		Bazı potansiyel ve form faktör seçimlerinde kullanılan ekstra
parametred	ir.	

Potansiyel seçeneklerinin her numarası ardışık olarak kullanılabilir ve sonuç potansiyeli bireysel potansiyellerin süper pozisyonu olacaktır. Eğer OPTION negatif ise, seçim en son potansiyel olacaktır. Program, ardından bir sonraki girdi bloğunu işleme alacaktır.

<u>Girdi Bloğu 6 (Minimum 2 Sıra)</u> Girdi Sırası 1 (Kinematik Girdi Sırası) PNLOC, 2*FS (10F8.4)

Sondaki bozunmuş dalga girdi bloğudur. **QCODE**, MP, ZP, MT, ZT, r_{0c} , AC, **FORMAT**

OCODE: Reaksiyon için Q değeridir (MeV cinsinden).

Bu sıra üzerinde parametrelerin kalan kısımları, girdi bloğu 5'tekine tamamen benzer şekilde yorumlanır, ancak sondaki bozunmuş dalga için kinematikler ve potansiyel tanımı yapılır. Kinematik girdi sırasını, girdi bloğu 5'teki gibi tanımlanan potansiyel dizisi takip eder.

<u>Girdi Bloğu 7 (Minimum 2 Sıra)</u>	Kollektif model ve parçacık transfer
reaksiyonları için radyal form faktörüdür.	
Girdi Sırası 1 (Kinematik Girdi Sırası)	E, MP, ZP, MT, ZT, r_{0c} , AC, PNLOC, 2*FS
	FORMAT (10F8.4)

E	:	Tek parçacığın bağlanma enerjisidir (MeV cinsinden).
MP	:	Tek parçacığın kütlesidir (atomik kütle biriminde).
ZP	:	Tek parçacığın yüküdür.
MT	:	Çekirdek iç kütlesidir (atomik kütle biriminde).
ZT	:	Çekirdek iç yüküdür.

r_{0c}	:	İndirgenmiş yük yarıçapıdır ($R_c = r_{0c} A^{\frac{1}{3}}$) (fm'de).
AC	:	Yük yarıçapının yayılımıdır (uygulanmaz).
PNLOC:		Yerel olmayan parametredir.
2*FS	:	Form faktörün spin transferinin iki katıdır.

Girdi Sırası (2,...) (Potansiyel Sıraları) OPTION, VR, r_{0R} , AR, VSOR, VI, r_{0I} , AI, VSOI, POWER FORMAT (10F8.4)

Bu girdi sıraları girdi bloğu 5'teki gibi aynı anlama sahiptir.

Eğer 1. sıradaki E parametresi sıfır ise, sıra (2,...) ile tanımlanan potansiyel radyal form faktör olarak alınır. Bu, inelastik saçılma kolektif model için standart bir seçimdir. Eğer bu bloğun ilk sırasındaki E parametresi sıfırdan farklı ise, program, sıra (2,...) ile tanımlanan potansiyeli kullanarak özfonksiyon çözümünü hesaplar. Bu duruma ek olarak girdinin alt sırası, kuantum sayılarını ve diğer gerekli parametreleri tanımlamak için eklenmelidir.

Ekstra Girdi Sırası (Kinematik Girdi Sırası) FNODE, FL, 2*FJ, VTRIAL, FISW

FN :		Radyal fonksiyonda orijin ve sonsuz hariç düğümlerin sayısıdır.
FL	:	Radyal fonksiyonlar için yörünge açısal momentumudur.
2*FJ	:	Radyal fonksiyon için toplam açısal momentumun kuantum
sayısının		
		iki katıdır.
2*FS	:	Radyal fonksiyonun esas spininin iki katıdır.
VTRIAL:		Radyal fonksiyonu tanımlayarak potansiyel için ölçü faktörüdür.
		VTRIAL sıfır olursa, varsayılan +60.0 değeri kullanılır.
FISW	:	Radyal fonksiyonun integrasyonu için kontrol araştırmasıdır.
FISW	= 0	E bağlanma enerjisini sabit tutarak potansiyel ölçü faktörü
VTRIAL'in		
		şiddetindeki araştırmadır.
FISW	= 1	Potansiyel şiddeti VTRIAL'i sabit tutarak E bağlanma
enerjisindeki	Ĺ	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,
5		araştırmadır.
FISW	= 2	Arastırma yoktur (Sadece $E > 0$ için geçerlidir). Radyal dalga
fonksiyonu		, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,
5		verilen bir E enerjisi ile VTRIAL siddeti icin hesaplanır ve
hesaplanmis		
····t ·····		faz kayması ile asimtotik çözümle karşılaştırılır.

FORMAT (10F8.4)

Toplam potansiyelin sıra (2,...) tarafından hesaplanan VTRIAL ve formların ürünü olmasından dolayı, sonucun olası bir bağlı durumu vermesi için negatif olması gerekir; örneğin VTRIAL*VR sıfırdan daha düşük olmalıdır (OPT = 1.0 için).

Girdi Bloğu 7 (ICON (2) = 2 olduğunda kullanılır) Mikroskopik inelastik saçılma

modeli için radya	ıl form faktör tanımıdır.
Girdi Sırası 1 (C FJ2, FJI, FJF	Girdi Sırası Seçimi) CONTROL, OPCODE, FLMU, VZERO, FORMAT(10F8.4)
CONTROL	= 0.0, Tek parçacık için girdi bloklarının hiçbirini okumaz ve form faktör hesaplamasına son verir.
	= 1.0, Tek parçacıklar için girdi bloğu 7'nin birisini okur ve her iki parçacık için bu radyal fonksiyonu kullanır.
OPCODE	= 2.0, Her bir tek parçacığın biri için girdi bloğu 7'nin ikisini okur. = 0.0 , Seçim yok.
	= 1.0, Yukawa potansiyeli $V(r) = V_0 \exp(-\mu r)(\mu r)$ kullanarak form
	faktörü hesaplar. = 2.0, Coulomb potansiyeli kullanarak form faktörü hesaplar.
	= 3.0, Tensor kuvvet potansiyeli kullanarak form faktoru nesaplar. = 4.0, Kullanılmaz.
	= 5.0, Mikroskopik iki-nükleon transferi form faktörünü hesaplar.= 6.0, Sıfır-bölge knocout form faktörünü hesaplar.
FLMU	= İki-nükleon transferi form faktöründe kullanılan Gaussian dalga fonksiyonunun rms yarıçapı veya inelastik saçılma modelinde bölge parametresini (μ) tersine cevirir.
VZERO	 Seçim 1, 2 ve 3 üzerinde kullanılan potansiyel şiddetidir. Seçim 5'in iki-nükleon transfer reaksiyonu için konfigürasyon
= Secim 6'daki s	gemşingidir. ıfır-bölge knockout modelinde ikili-yapı potansiyelinin hacim integralidir
FJ2	= Aktif tek parçacığa çiftlenen iç spinin (j_2) iki katıdır.
FJI	= Başlangıçtaki çekirdek spininin iki katıdır $\left \vec{j}_1 + \vec{j}_2 \right = JI$.
FJF	= Son çekirdek spininin iki katıdır $\left \vec{j}_1 + \vec{j}_2 \right = JF$.
j_1 ve j'_1	spinleri için değerler, girdi bloğu 7'nin altında belirtilen kuantum
sayılarını, tanıml	anan girdi sıralarından alır.

Girdi Sırası (2,...) Girdi bloğu 1'in takibi, tek parçacık yörüngelerini tanımlayarak bir ya da iki girdi bloğu arasına alır (sıra 1'deki CONTROL değerine bağlı olarak). Girdi sıraları tek parçacık transfer durumu için girdi bloğu 7'lere özdeştir. Program, CONTROL için negatif ya da sıfır değeriyle karşılaşıncaya kadar form faktörleri tutarlı biçimde toplayacaktır.

EK 3. Girdi Blokları 5, 6 ve 7 için Mevcut Potansiyel Seçenekleri

OPT=1.0 Hacimsel Wood-Saxon Potansiyeli: $V(r) = V_R f(x_R) + iV_I f(x_I)$

Burada, $f(x_i) = 1.0/[1 + \exp(x_i)]$ ve $x_i = \frac{(r - r_0 iMT^{\frac{1}{3}})}{A_i}$ biçimindedir. VR

ve VI gerçek çekici ve sanal emici potansiyellerin her ikisininde negatif olması gerektiğine dikkat edilmelidir.

OPT=2.0 Yüzeysel Wood-Saxon (ya da türevli) Potansiyeli:

$$V(r) = V_R g(x_R) + iV_I g(x_I) \text{ ile } g(x) = \frac{df(x)}{dx}$$

şeklindedir. Burada x, OPT=1.0'a benzer olarak tanımlanır. Potansiyelin bu şekli tanımında hiçbir 4 faktöre sahip değildir; bu yüzden V_1 şiddeti,

 $V_I = 4W_D$ ile W_D 'ye bağlantılıdır. Dahası, V_R ile V_I gerçek çekici ve sanal emici özelliğe sahip potansiyeller pozitif olmalıdır. Wood-Saxon Potansiyelin İkinci Türeyi

OPT=3.0 Wood-Saxon Potansiyelin İkinci Türe

$$V(r) = V_R h(x_R) + iV_I h(x_I)$$

Burada $h(x) = \frac{d^2 f(x)}{d^2 f(x)}$ olarak verilir

Burada $h(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ olarak verilir.

OPT=4.0 Hacimsel Bir Wood-Saxon Formundan Spin-Yörünge Potansiyeli:

$$V_{LS}(r) = \left(-V_R \frac{1}{r} \frac{df(x_R)}{dr} - iV_I \frac{1}{r} \frac{df(x_I)}{dr}\right) \vec{L}.\vec{S}$$

Potansiyel, her $(\ddot{y} / m_{\pi}c)^2 \square 2$ etkisi dışında $\vec{L}.\vec{S}$ terimlerinde tanımlanır. V_R

şiddeti, $(\ddot{y} / m_{\pi}c)^2$ etkisi ve $\vec{L}.\sigma$ operatörüyle formların şiddeti yaklaşık 4 defa tanımlanır.

Girdi sırasındaki VSOR ve VSOI parametreleri OPT=1.0 durumu için benzer geometriyi kullanarak bir spin-yörünge potansiyelinide verecektir. VSOR ve VSOI çok katlı boyutsuz olarak yorumlanır (λ Thomas formudur). Potansiyel,

$$V_{LS}(r) = \left(-V_R \frac{VSOR}{45.2} \frac{1}{r} \frac{df(x_R)}{dr} - iV_I \frac{VSOI}{45.2} \frac{1}{r} \frac{df(x_I)}{dr}\right) \vec{L}.\vec{S} \quad \text{biciminde yazılır.}$$

OPT=5.0 Yüzeysel Bir Wood-Saxon Formundan Spin-Yörünge Potansiyeli:

$$V_{LS}(r) = \left(-V_R \frac{1}{r} \frac{dg(x_R)}{dr} - iV_I \frac{1}{r} \frac{dg(x_I)}{dr}\right) \vec{L}.\vec{S}$$

OPT=6.0 Bir r^{POWER} Etkisiyle Hacimsel Wood-Saxon Potansiyeli: $V(r) = (V_R f(x_R) + iV_I f(x_I))r^{POWER}$

OPT=7.0 Bir r^{POWER} Etkisiyle Yüzeysel Wood-Saxon Potansiyeli: $V(r) = (V_R f(x_R) + iV_I f(x_I))r^{POWER}$

OPT=8.0 Harici Potansiyel ya da Form Faktör: Bir potansiyel veya form faktör girdi dosyasından okunacaktır. Potansiyel seçimi sırasına ek olarak, ek bir sıra potansiyel ya da form faktörün gerçek

Ek-3'ün devamı

veya sanal kısımlarına eklenip eklenmediğini ve radyal noktaların sayısını belirtecektir. Ardından fonksiyonu içeren sıralar girilecektir. Fonksiyonun radyal artışı bozunmuş dalga ya da form faktörün eşlenmesine okunur. İlaveten, gerçek fonksiyon VR tarafından, sanal fonksiyon ise VI tarafından ölçeklenecektir. Eğer VR ve VI değeri sıfır ya da sol tarafı boş ise fonksiyon ölçeklenmeyecektir.

Girdi Sırası 1 F1, F2

F1 :	Okunan radyal noktaların sayısıdır.
F2:	=, Fonksiyonun gerçek olduğunu kabul eder.
	=, Fonksiyonun sanal olduğunu kabul eder.

Girdi Sıraları (2,...) (FF(I), I=1, F1)

FORMAT(5E16.7)

FORMAT(10F8.4)

OPT=9.0 Normalize Olmuş Harmonik Osilatör:

$$V(r) = V_R NL(r / r_{0R}) exp(-\frac{1}{2}(r / r_{0R}))^2.$$

Burada L(x) Legendre polinomudur ve N ise

$$N^{2} \int_{0}^{\infty} \left[L(r/r_{0R}) \right]^{2} \exp\left[-(r/r_{0R})^{2} \right] r^{2} dr = 1$$

olarak verilen normalizasyon sabitidir. Yarıçap parametresinin indirgenmiş yarıçap r_{0R} olduğuna dikkat ediniz.

OPT=10.0 Gaussyen r^{POWER} :

 $V(r) = V_R \exp(-(r/r_{0R})^2) r^{POWER}$

OPT=11.0 Yarıçap parametresinin yine indirgenmiş yarıçap olduğuna dikkat ediniz. Hacimsel Bir Wood-Saxon Potansiyelinin Legendre Polinomu Artışı:

$$V(r) = \int (V_R f [x_R(r,\theta)] + iV_I f [x_I(r,\theta)]) Y_{LTR}^0(\theta) d\Omega_r.$$

Durada $f(r)$

1

 $P_{LTR}(r,\theta) = \int (1 + \theta X^0)^2 (r, \theta) d\Omega_r.$

Burada
$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(x)}$$
 ve $x_i = \lfloor r - R_i (1 + \beta_\lambda Y_\lambda^0) \rfloor / a_i$ biçimindedir.

LTR bu form faktör için yörünge açısal transfer, λ LAMdeğeri deformasyonun çoklu dizisi ve β_{λ} deformasyon parametresidir. Ekstra girdi sırası β_{λ} ve LAM değeriyle bu potansiyel seçimini izlemelidir.

Ekstra Girdi Sırası

BETA, LAM

FORMAT(2F8.4)

- BETA : β_{λ} 'nın değeri, deformasyon parametresidir.
- LAM : LTR'den farklı olabilen deformasyon dizisi λ değeridir.
- OPT=12.0 Yüzeysel Bir Wood-Saxon Potansiyelinin Legendre Polinomu Artışı: $V(r) = \int (V_R \frac{df \left[x_R(r,\theta) \right]}{dx_R}) + iV_I \frac{df \left[x_I(r,\theta) \right]}{dx_I})Y_{LTR}^0(\theta) d\Omega_r.$

Ek-3'ün devamı

Burada f(x) ve x OPT=11.0'deki seçeneğe benzer anlam taşır. 11 ve 12 seçeneklerinin her ikisinde, bozunmuş dalgalar için potansiyeller yalnızcaLTR=0 için hesaplanır, ancak LAM her değere sahip olabilir; fakat bu seçenekler form faktörler olarak kullanıldığında açısal momentum transferi LTR kullanılır ve her değeri alabilir.

Girdi Bloğu 7 için Mevcut Form Faktör Seçenekleri

Bu seçenekler genel olarak, ICON(2) = 0 ve girdi bloğu 7'nin ilk sırasındaki E = 0.0 enerji parametresi olduğundaki örnekler gibi kolektif model durumlarında kullanılırlar. Bu seçenekler, kolektif model davranışındaki uygunluk için yapılmış olan değişimleri izlemesi haricinde, girdi bloğu 5 ve 6 üzerinde aynı temel şekle sahiptirler.

- OPT=1.0 Hacimsel Wood-Saxon Potansiyeli: $V(r) = V_R f(x_R) (R_R / a_R)^{(POWER+1.0)} + iV_I f(x_I) (R_I / a_I)^{(POWER+1.0)}$. *POWER* = 0.0 için varsayılan değer kolektif modelin tamamında olası (R/a) faktörünü verir.
- OPT=2.0, 3.0 OPT=1.0'daki durum gibi form faktörünün gerçek ve sanal bileşenleri, onların uygun bir $(R/a)^{(POWER+1.0)}$ etkisiyle çarpılır.
- OPT=4.0, 5.0 Bu seçenekler form faktörleri olarak mevcut değildir.
- OPT=6.0-12.0 Bu seçenekler girdi bloğu 5 ve 6 'da benzer olarak numaralanan aynı fonksiyonel şekli ve normalizasyonları verir [9].

EK 4. Optik Model

Nükleer reaksiyonları açıklamak için geliştirilen başarılı modellerden birisi de optik modeldir. Yarı saydam bir küre üzerine gelen ışığa benzemesinden dolayı bu şekilde adlandırılan optik model, saçılma deney verilerine uygun bir fit etme ve esnek saçılma tesir kesitleri ile kutuplanmalarda kullanılır. Gelen mermi parçacığın kompleks hedefle etkileşmesi sırasında gelen akının J_g bir kısmı hedefin uyarılmasından dolayı esnek olmayan kanallara gider. Son durumda ise çıkan akı gelen akıdan uyarılmanın şiddetiyle orantılı olarak azalmış olur. Böyle bir gerçeği modellemek için reel etkileşim potansiyelin yeterli olmamasından dolayı optik model geliştirilmiştir. Optik model, uyarılmış kanallarla etkileşimi temsil eden sanal potansiyel kullanmaktadır. Bu modele göre toplam etkileşim potansiyeli komplekstir ve

$$V_{op}(r) = V(r) + iW(r) \tag{E4.1}$$

biçiminde temsil edilir. Buradaki V ile W fonksiyonları, uygun radyal bağımlılığı verecek biçimde seçilir. V (r) gelen parçacık ile hedef çekirdek arasındaki çekirdek etkileşimini tanımlayan esnek saçılmadan sorumlu gerçel kısmı, W (r) ise soğurmadan sorumlu olan sanal kısmı ifade etmektedir. Optik model soğurulan akının hangi kanallara ve ne kadar miktarda gittiği ile ilgilenmeyip, sadece uyarılmış kanallara giden net akı hakkında bilgi vermektedir. Bu modelin tek ve önemli farkının nükleer potansiyeli kompleks almış olduğu belirtilebilir. Elastik saçılma için Radyal Schrödinger denklemi,

$$\frac{d^2 U_{\ell}}{dr^2} + \left[\frac{2m}{\ddot{y}^2} \left(E - V_{op}\left(r\right) - \frac{\ell\left(\ell + 1\right)}{r^2}\right)\right] U_{\ell} = 0$$
(E4.2)

biçiminde verilebilir. Bu noktada amaç bu denklemi çözerek saçılma matris elemanını elde edip buradan diferansiyel tesir kesitine ulaşmaktır. Denklem (E4.1)'de saçılma merkezi yakınlarında (r < R) potansiyel setinin parametreleri çok önemliyken, saçılma merkezinin dışında (r > R) ihmal edilebilir. Çünkü burada Coulomb alanının olmadığını düşünülür. Bu denklemi analitik yolla çözmek zor olduğu için nümerik yöntemler kullanılır [1].

ÖZGEÇMİŞ

1988 yılında Rize'de doğdu. Eğitimini 1994-2002 yılları arası İstanbul Bağlar İlköğretim Okulu'nda, 2002-2005 yılları arası İstanbul Bahçelievler Lisesi'nde tamamladı. 2005 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nde öğrenim görmeye hak kazandı ve 2010 yılında bölüm ikinciliği ile mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Fizik Bölümü Tezli Yüksek Lisans öğrenimine başladı.