DAĞILIMI BİLİNMEYEN ORTAMLARDA RADAR EŞİK SEVİYESİNİN KESTİRİLMESİ

ESTIMATION OF RADAR THRESHOLD IN ENVIRONMENTS WITH UNKNOWN DISTRIBUTION

AKIN ÖZDEMİR

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
ELEKTRİK ve ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2011

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından ELEKTRİK ve ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan	:	
		Prof.Dr. Orhan Arıkan
Üye (Danışman)	:	
		Yrd.Doç.Dr. Mücahit K. Üner
Üye	:	
		Prof.Dr. Salim Kayhan
Üye	:	
		Doç.Dr. Cenk Toker
Üye	:	
		Doç.Dr. Emre Aktaş

ONAY

Bu tez, Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki juri üyeleri tarafından ... / ... / 2011 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ... / ... / 2011 tarihinde kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Adil DENİZLİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

DAĞILIMI BİLİNMEYEN ORTAMLARDA RADAR EŞİK SEVİYESİNİN KESTİRİLMESİ

AKIN ÖZDEMİR

ÖZ

Radar eşik seviyesi, sezimleme ve yanlış alarm olasılığı arasında ödünleşmeye neden olarak radar performansını doğrudan etkileyen bir parametredir. Bu nedenle, radar sistemleri tasarlanırken eşik seviyelerinin doğrulukla belirlenmesi gereklidir.

Bu tez çalışmasında; dağılımı bilinmeyen ortamlar için Monte Carlo yöntemlerinde olduğu gibi çok fazla sayıda deney yapmadan ve klasik eşik seviyesi kestirilmesi yöntemlerinde olduğu gibi çok sayıda örneğe ihtiyaç duymadan radar eşik seviyesinin kestirilmesi yöntemi sunulmuştur. Bu yöntemde ilk olarak, ortamdan alınan bağımsız örnekler küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır. Sıralı örneklerden belli bir miktardaki en büyük örnekler alınmış, Uç Değer Teorisi' ne göre Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmiş ve istenilen yanlış alarm olasılıkları için radar eşik seviyesi kestirim denklemi elde edilmiştir.

Bu noktada, radar eşik seviyesinin kestirilmesi problemi Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi problemine dönüşmektedir. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametreleri ise, En Büyük Olabilirlik Kestirimi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirimi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirimi ve Zhang Stephens' ın kestirim yöntemi ile kestirilmiştir.

Daha sonra; bu eşik seviyesi kestirim yöntemi farklı kuyruk bölümü karakteristikleri sergileyen dağılımlara uygulanarak, istenilen yanlış alarm olasılıkları için eşik seviyeleri kestirilmiş ve herbir dağılımın teorik olarak hesaplanan eşik seviyeleri ile karşılaştırılarak yöntemin başarımı incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda, hem ağır hem de hafif kuyruk bölümüne sahip dağılımlarda çok fazla örnek üretmeden ve çok sayıda deney yapmadan yöntemin başarıyla uygulanabilir olduğu gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Eşik Seviyesi, Radar Eşik Seviyesi Kestirimi, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı Parametre Kestirimi, Uç Değer Teorisi, Yanlış Alarm Olasılığı

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Mücahit K. Üner, Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

ESTIMATION OF RADAR THRESHOLD IN ENVIRONMENTS WITH UNKNOWN DISTRIBUTION

AKIN ÖZDEMİR

ABSTRACT

Radar threshold is a parameter that affects radar performance directly by causing a trade off between detection and false alarm probability. Therefore, thresholds must be determined correctly while designing radar systems.

In this study, a radar threshold estimation method is shown for environments with unknown distribution without making lots of trials such as Monte Carlo Methods and using lots of samples such as classical threshold estimation methods. In this method, firstly, received samples from the environment are sorted in ascending order. Then, some of the largest samples are selected and modeled by Generalized Pareto Distribution based on Extreme Value Theory. Finally, a radar threshold estimation equation is obtained for any desired false alarm probability.

At this point, estimating radar threshold problem is turned into estimation of the shape and scale parameters of Generalized Pareto Distribution problem. Because of this, the parameters of Generalized Pareto Distribution are estimated by Maximum Likelihood Estimation, Probability Weighted Moments, Ordered Sampled Least Squares and Zhang - Stephens' Estimation Method.

Afterwards, this threshold estimation method is applied to various distributions having different tail characteristics. Thresholds are estimated for any desired false alarm probabilities and then the performance of this method is analyzed by comparing estimated thresholds with theoretical thresholds of the selected distributions. As a result of this analysis; it is observed that this threshold estimation method can be applied to both light and heavy tailed distributions successfully without using lots of samples and making lots of trials.

Keywords: Threshold, Estimation of Radar Threshold, Generalized Pareto Distribution, Parameter Estimation of Generalized Pareto Distribution, Extreme Value Theory, False Alarm Probability

Advisor: Yrd.Doç.Dr. Mücahit K. Üner, Hacettepe University, Department of Electrical and Electronics Engineering

TEŞEKKÜR

Sabrı, tecrübesi ve ilgisiyle tez çalışmamı sürdürmem için desteğini, bilgisini ve yol göstericiliğini hiçbir zaman esirgemeyen danışmanım Sayın Yrd.Doç.Dr. Mücahit K. Üner'e,

Çalışkanlığı, disiplini ve bilgisiyle örnek davranış sergileyen Genelkurmay Muhabere, Elektronik ve Bilgi Sistemleri (MEBS) Proje Yönetim Şube Müdürü Yük.Müh.Alb. Turgay ÇİNCE'ye,

Mühendis bir subay olarak bilgisiyle hep yanımda olan eski şube müdürüm Dr.Müh.Alb.(E) Sedat NAZLIBİLEK'e,

MEBS Proje Yönetim Şube Müdürlüğünün yegâne personeline,

Sevgisiyle, sabrıyla bana her zaman güç veren, beni bugünlere getiren, en iyi şekilde yetiştiren annem ve babama,

Bana olan sonsuz inancını, güvenini ve sevgisini hissettiğim eşim Sevda'ya

Her koşulda kayıtsız şartsız yanımda olan abim ve yengeme ,

içtenlikle teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZ i
ABSTRACT ii
TEŞEKKÜR iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ iv
ŞEKİLLER DİZİNİ vi
ÇİZELGELER DİZİNİ viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ix
1. GİRİŞ 1
2. RADAR SİSTEMLERİNİN TEMELLERİ 3
2.1. Temel Radar Kavramları 3
2.1.1. Menzil (Range) 3
2.1.2. Çevresel Yansıma (Clutter) 3
2.1.3. Radar Kesit Alanı (Radar Cross Section) 4
2.1.4. Doppler Frekansı 4
2.1.5. Genel Radar Denklemi 4
2.2. Sezimleme İşlemi 5
3. UÇ DEĞER TEORİSİNE GÖRE GENELLEŞTİRİLMİŞ PARETO DAĞILIMI KULLANILARAK RADAR EŞİK SEVİYESİNİN KESTİRİLMESİ 9
3.1. Eşik Seviyesi Belirlenmesinin Klasik Yöntemi 10
3.2. Uç Değer Dağılımlarının Elde Edilmesi 11
3.3. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD) 12
3.4. Olasılık Yoğunluk İşlevlerinin Kuyruk Bölümlerinin Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı İle Modellenmesi 16
3.5. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı Kullanılarak Radar Eşik Seviyesinin Kestirilmesi 19
3.6. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının Şekil ve Ölçek Parametrelerinin Kestirilmesi 21
3.6.1. En Büyük Olabilirlik Kestirim (EBOK) Yöntemi 21

3.6.2. Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim (OAMK) Yöntemi 23
3.6.3. Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirim (SÖEKKK) Yöntemi . . 26
3.6.4. Zhang ve Stephens'ın (Z. – S.) Kestirim Yöntemi 31
4. BAŞARIM ANALİZİ 36
4.1. Başarım Analizinde Kullanılacak Örneklerin Belirlenmesi 37
4.2. Eşik Seviyelerinin Kestirilmesi 39
4.3. Eşik Seviyesi Kestirimi Başarımının İncelenmesi 41
4.4. Sonuçların Değerlendirmesi 71
5. SONUÇLAR 73
KAYNAKLAR DİZİNİ 76
EKLER DİZİNİ 78
ÖZGEÇMİŞ 102

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Sezimleme ve Yanlış Alarm Olasılığı 7

Şekil 3.1. GPD - Olasılık Yoğunluk İşlevi 14

Şekil 3.2. GPD - Olasılık Yoğunluk İşlevinin Kuyruk Bölümü 14

Şekil 3.3. GPD - Olasılık Dağılım İşlevi 15

Şekil 3.4. GPD - Olasılık Dağılım İşlevinin Kuyruk Bölümü 15

Şekil 3.5. Kuyruk Bölümü Modellenecek Tipik Bir Olasılık Yoğunluk İşlevi 16

Şekil 4.1. Standart Gauss Dağılımı - EBOK Yönteminin Kullanılması 57

Şekil 4.2. Standart Gauss Dağılımı - OAMK Yönteminin Kullanılması 57

Şekil 4.3. Standart Gauss Dağılımı - SÖEKKK Yönteminin Kullanılması 58

Şekil 4.4. Standart Gauss Dağılımı - Z. – S. Yönteminin Kullanılması 58

Şekil 4.5. Chi Kare Dağılımı - EBOK Yönteminin Kullanılması 59

Şekil 4.6. Chi Kare Dağılımı - OAMK Yönteminin Kullanılması 59

Şekil 4.7. Chi Kare Dağılımı - SÖEKKK Yönteminin Kullanılması 60

Şekil 4.8. Chi Kare Dağılımı - Z. – S. Yönteminin Kullanılması 60

Şekil 4.9. Lognormal Dağılımı - EBOK Yönteminin Kullanılması 61

Şekil 4.10. Lognormal Dağılımı - OAMK Yönteminin Kullanılması 61

Şekil 4.11. Lognormal Dağılımı - SÖEKKK Yönteminin Kullanılması 62

Şekil 4.12. Lognormal Dağılımı - Z. – S. Yönteminin Kullanılması 62

Şekil 4.13. Standart Gauss Dağılımı - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200 64

Şekil 4.14. Standart Gauss Dağılımı - Üretilen Örnek=50000, Deney Sayısı=200 64

Şekil 4.15. Weibull (Şekil=3, Ölçek=1) - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200 65

Şekil 4.16. GPD (Şekil=-0.25, Ölçek=1) - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200 65

Şekil 4.17. K (Şekil=0.5, Ölçek=1) - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200 65

Şekil 4.18. Lognormal Dağılımı - Üretilen Örnek = 10000, Deney Sayısı = 200 66

Şekil 4.19. Lognormal Dağılımı - Üretilen Örnek = 50000, Deney Sayısı = 200 66
Şekil 4.20. Gauss Dağılımı - 10000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları 68
Şekil 4.21. Gauss Dağılımı - 50000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları 68
Şekil 4.22. Chi Kare (4) Dağılımı - 10000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları 69
Şekil 4.23. Chi Kare (4) Dağılımı - 50000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları 69
Şekil 4.24. Lognormal Dağılımı - 10000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları 70
Şekil 4.25. Lognormal Dağılımı - 50000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları 70
Şekil E. 2 .1. Standart Gauss Dağılımı, $L(\theta; z)$ 99
Şekil E. 2 .2. Chi Kare Dağılımı (Bağ.Der. = 4), $L(\theta; z)$ 99
Şekil E. 2 .3. Lognormal Dağılımı, $L(\theta; z)$ 100

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 4.1. Gauss (Ortalama=0, Değişinti=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 43
Çizelge 4.2. Üstel (Ölçek=0.1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 44
Çizelge 4.3. Lognormal Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 45
Çizelge 4.4. Weibull (Şekil=3, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 46
Çizelge 4.5. Weibull (Şekil=0.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 47
Çizelge 4.6. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımın (Şekil=-0.25, Ölçek=1) Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 48
Çizelge 4.7. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımın (Şekil=0.5, Ölçek=1) Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 49
Çizelge 4.8. Chi Kare (Bağ.Der.=4) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 50
Çizelge 4.9. Student-t (Bağ.Der.=4) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 51
Çizelge 4.10. Student-t (Bağ.Der.=8) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 52
Çizelge 4.11. K (Şekil=-0.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 53
Çizelge 4.12. K (Şekil=0.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 54
Çizelge 4.13. K (Şekil=1.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri 55

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

P_f	:	yanlış alarm olasılığı
P_d	:	sezimleme olasılığı
γ	:	şekil parametresi
σ	:	ölçek parametresi
η	:	teorik eşik seviyesi
$\hat{\eta}$	:	eşik seviyesi kestirimi
n	:	toplam örnek sayısı
m	:	kuyruk bölümüne ait örnek sayısı
$f(.)$	:	olasılık yoğunluk işlevi
$F(.)$	:	olasılık dağılım işlevi
$L(.)$	:	olabilirlik işlevi
LRT	:	Olabilirlik Oran Sınaması (Likelihood Ratio Test)
GPD	:	Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (Generalized Pareto Distribution)
EBOK	:	En Büyük Olabilirlik Kestirimi (Maximum Likelihood Estimation)
OAMK	:	Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirimi (Probability Weighted Moments Estimation)
SÖEKKK	:	Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirimi (Ordered Sampled Least Squares Estimation)
Z.–S.	:	Zhang ve Stephens Kestirim Yöntemi (Zhang and Stephens Estimation Method)

1. GİRİŞ

Radar tarafından alınan sinyallerin istatiksel dağılımlarının analitik olarak hesaplanamadığı durumlarda eşik seviyesinin belirlenmesi için Monte Carlo yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemde, verilen bir yanlış alarm olasılığı için eşik seviyesinin kestirilmesinde çok fazla sayıda deney yapılması gerekmektedir (Weiner, 2006). Ayrıca, klasik eşik seviyesi kestirilmesi yöntemlerinde kullanılan örnek sayısı yanlış alarm olasılığı azaldıkça artmaktadır ki, bu da tercih edilen bir durum değildir (Boss, 1984).

Bu nedenle, çok fazla sayıda deney yapmadan ve çok sayıda örnek kullanmadan radar eşik seviyesinin kestirilmesine ilişkin çalışmalar önem kazanmıştır. J. Pickands (Pickands, 1975) tarafından, Uç Değer Teorisi sonuçlarına göre Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık yoğunluk işlevlerinin kuyruk bölümlerinin modellenmesinde etkin olarak kullanılabileceği gösterilmiştir. B.M. Hill (Hill, 1975), de önerdiği kısıtlayıcı dağılım modeli ile dağılımların kuyruk bölümü hakkında gözlemler yapabilmiştir.

I.Weissman (Weissmann, 1978) alınan en büyük sıralı örnekler ve üstel dağılımın kullanılmasıyla dağılımların kuyruk bölümlerinin kestirilmesine ilişkin bir yöntem geliştirmiştir. Ancak, daha sonra bu yöntemin kuyruk bölümü birebir üstel özellik göstermeyen dağılımlarda etkin olarak çalışmadığı anlaşılmıştır.

F.E. Harrel ile C.E. Davis (Harrel and Davis, 1982) tarafından sıralı örneklerin doğrusal kombinasyonunun kullanılması ile eşik seviyesi kestirim yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntem ile ihtiyaç duyulan örnek ve deney sayısı azaltılmış ancak, sadece olasılık yoğunluk işlevinin orta bölgelerine yakın bölümlerdeki eşik seviyeleri kestirilebilmiş, kuyruk bölümüne ait eşik seviyeleri doğru olarak kestirilememiştir.

M. Guida, D. Iovino ve M. Longo (Guida *et al.*, 1988) tarafından da, Uç Değer Dağılımları kullanılarak geliştirilen kuyruk bölümü kestirim yöntemi başarımının diğer yöntemlere göre daha iyi olduğu ve Monte Carlo yöntemine göre çok daha az sayıda örnek kullanılarak gerçekleştirildiği gösterilmiştir.

A. Öztürk, P.R. Chakravarthi ve D.D. Weiner (Ozturk *et al.*, 1996) tarafından, radar sinyallerinden alınan örnekler için Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile kuyruk bölümü modellenmesi yapılmış ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirimi için yeni bir yöntem olan Sıralı Örnekli En Küçük Kareler

Kestirim yöntemi geliştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında, dağılımı bilinmeyen herhangi bir ortamdan alınan bağımsız örnekler Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmiş ve bu modelleme sonucunda istenilen yanlış alarm olasılıkları için eşik seviyesi kestirim yöntemi elde edilmiştir. Daha sonra, bu eşik seviyesi kestirim yöntemi; Gauss, Üstel, Lognormal, Genelleştirilmiş Pareto, Weibull, Chi Kare, Student-t ve K dağılımlarından üretilen örneklere uygulanmış ve elde edilen sonuçlar teorik olarak hesaplanan eşik seviyeleri ile karşılaştırılarak yöntemin başarımı incelenmiştir.

Bölüm 2' de, radar sistemlerin temellerinden bahsedilerek, sezimleme işlemi ve eşik seviyesinin radar performansı açısından önemi değerlendirilmiştir. Bölüm 3' de, Uç Değer Teorisi sonuçlarına göre Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile olasılık yoğunluk işlevlerinin kuyruk bölümlerinin modellenmesi, bu modelleme sonucunda radar eşik seviyesi kestirim yönteminin elde edilmesi ve bu yöntemin uygulanabilmesi için Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin En Büyük Olabilirlik Kestirimi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirimi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirimi ve Zhang - Stephens' ın kestirim yöntemi ile kestirilmesi incelenmiştir. Bölüm 4' de, Bölüm 3' de sunulan eşik seviyesi kestirim yönteminin standart Gauss, Üstel, Lognormal, Genelleştirilmiş Pareto, Weibull, Chi Kare, Student-t ve K dağılımlarına uygulanmasıyla elde edilen başarımı incelenmiştir. Başarım analizi sonuçları sayısal olarak çizelgeler ve grafikler ile gösterilmiştir. Bölüm 5' de ise, sunulan bu eşik seviyesi kestirim yönteminin başarım sonuçlarının yorumlanması ve çıkarılan sonuçlar verilmiştir.

2. RADAR SİSTEMLERİNİN TEMELLERİ

2.1 Temel Radar Kavramları

Radar (Radio Detection And Ranging) Sistemleri, en genel tanımıyla, uzayda istenilen bir bölge içerisinde muhtemel hedef varlığının sezimlenmesi; eğer hedef varsa radara göre konumunun ve hızının belirlenebilmesi amacıyla tasarlanan gelişmiş elektronik sistemlerdir.

İlk olarak askeri alanlarda hedef tespiti ve takibi amacıyla kullanılmaya başlanılan radar sistemleri günümüzde atmosferik doğa olaylarının incelenmesi, sivil kara, deniz ve hava trafiğinin kontrol edilmesi ve uzay araştırmaları gibi bir çok alanda kullanılmak üzere geliştirilmektedir.

Radarlar, uygulama alanlarına göre çeşitlilik göstermesine rağmen temellerinde benzer özellikleri barındırırlar. Bu bölümde, günümüzde kullanılan radarların en temel çalışma kavramlarından kısaca bahsedilecektir.

2.1.1 Menzil (Range)

Radarın hedefe olan uzaklığı olarak tanımlanan menzil, sinyallerin hedef ile radar arasında gidiş geliş süresi ölçülerek hesaplanır.

Radyo dalgaları boşlukta ışık hızıyla ilerlediğinden;

$$R = \frac{cT}{2} \tag{2.1}$$

Burada, R menzili, $c = 3.10^8 m/sn$ ışık hızını ve T ise gönderilen sinyal ile alınan sinyal arasında geçen zamanı göstermektedir.

2.1.2 Çevresel Yansıma (Clutter)

Hedef dışındaki cisimlerden yansıyan ve istemsiz olarak radar antenine ulaşan sinyallere çevresel yansıma (clutter) adı verilir.

Çevresel yansıma radar tarafından alınan sinyalde hedeften gelen yansımalarla birlikte, toprak, deniz, hava, ağaçlar, nem ve sis gibi bir çok cisimden doğan yansımaları da barındıran, radarın hedef sezimlemesini zorlaştıran, giderilmesi çok kolay olmayan bir etkendir.

2.1.3 Radar Kesit Alanı (Radar Cross Section)

Hedef tarafından radara doğru yansıtılan sinyal gücünü belirten bir radar sistemi parametresidir. Radarın sezimlemeye çalıştığı hedefin fiziksel yapısınının ve elektromanyetik sinyal yansıtma özelliğinin radar sistemindeki ifadesine karşılık gelmektedir.

2.1.4 Doppler Frekansı

Radar sistemleri tarafından, hedef hızının ölçülmesi ve hareketli ile sabit hedeflerin birbirinden ayırt edilmesi amacıyla kullanılır. Radardan uzaklaşan hedeflere çarpıp geri yansıyarak radara ulaşan sinyallerin frekansında azalış, radara yaklaşan hedeflere çarpıp geri yansıyarak radara ulaşan sinyallerin frekansında ise artış gözlemlenir.

Doppler frekansı,

$$f_D = \frac{2v}{\lambda}\cos\alpha \text{ ile hesaplanır.} \tag{2.2}$$

Burada, f_D doppler frekansını, v hedefin hızını, λ radar sinyalinin dalga boyunu, α ise radar tarafından gönderilen sinyal ile hedefin hareket yönü arasındaki açıyı göstermektedir.

2.1.5 Genel Radar Denklemi

Radar sistemlerinin çalışma prensipleri temelde aynıdır. Bu özellikten dolayı, hedef sezimlemesi yapacak bütün radarlar için geçerli olan genel radar denklemi yazılabilir. Bu denklem oluşturulurken, radar vericisinin çıkış gücü, anteninin kazancı (dolaylı olarak yönselliği), tespit etmeye çalışacağı hedefin nitelikleri, kapsama alanına giren bölgenin özellikleri, radar sinyalinin kat ettiği yoldaki bozulmaları ve ortamdaki gürültüler radarın çalışmasını doğrudan etkileyen etkenler olduğu için göz önüne alınmalıdır.

Yukarıda belirtilen özellikler düşünüldüğünde genel radar denklemi şu şekilde yazılabilir: (Skolnik, 2001)

$$P_r = \frac{PtG}{4\pi R^2}\frac{\sigma}{4\pi R^2}\frac{1}{L}A_e t_w = \frac{P_t G\sigma A_e t_w}{(4\pi)^2 R^4 L} \tag{2.3}$$

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2}$$

P_r : Hedeften yansıyan sinyal gücü
P_t : Radar göndermeç gücü
G : Anten kazancı
σ : Radar kesit alanı
A_e : Anten eşdeğer alanı
t_w : Hedefi görme süresi
R : Menzil
L : Kayıplar
λ : Dalga boyu

2.2 Sezimleme İşlemi

Radar sistemlerindeki sezimleme işlemi, hedef varlığını tespit edebilmek amacıyla gerçekleştirilen bir işlemdir. Bu işlemde, radar tarafından alınan sinyalin gücü daha önceden tanımlanmış bir eşik seviyesi ile karşılaştırılır. Alınan sinyalin büyüklüğü eşik seviyesinden yüksekse "hedef var", düşükse "hedef yok" kararı verilir. Bu nedenle, radarın en önemli görevlerinden biri olan sezimlemenin doğru yapılabilmesi için eşik seviyesinin doğru belirlenmesi hayati derecede önemlidir.

Eşik seviyesi, genelde alınan gürültü sinyallerinin seviyesinden daha büyük olarak belirlenir. Ancak, ortamdaki bu gürültü sinyalleri rastgele değişkenlere bağlı olduğundan değerleri her zaman eşik seviyesinin altında olmayacaktır. Bu nedenle, hedef yokken ortamdaki gürültü sinyali seviyesinin eşik değerini geçmesi durumunda radar "hedef var" kararı verecektir. Bu durum "Yanlış Alarm" olarak adlandırılmaktadır. Radar sisteminin iyi performans göstermesi için "Yanlış Alarm" durumlarının çok az sayıda gerçekleşmesi gerekmektedir ve bu gerçekleşme sıklıkları da "Yanlış Alarm Olasılığı" ile ölçülür.

Hedeften geri yansıyarak ortamdaki gürültüler ile birleşen ve radara ulaşan sinyaller de rastgele değişkenler içerdiğinden, büyüklükleri her zaman belirlenen eşik seviyesinin üzerinde olmayacaktır. Bu nedenle, hedef varken radara ulaşan sinyalin büyüklüğünün belirlenen eşik seviyesinin altında kalması durumunda radar "hedef yok" kararı verecektir. Bu durum kayıp tespit (miss) olarak adlandırılır.

Radar eşik seviyesinin belirlenmesi, aslında yanlış alarm ile kayıp tespit arasında bir seçim yapmaktır. Yanlış alarm sayısının oldukça az olması tercih edilirse, yanlış alarm olasılığı azalırken kayıp tespit olasılığı artacak ve radar var olan hedeflerin bazılarını tespit edemeyecektir. Benzer şekilde, kayıp tespit sayısının oldukça az olması tercih edilirse, kayıp tespit olasılığı azalırken yanlış alarm olasılığı artacak, bu sefer de radar hedefin olmadığı durumların bazılarında "hedef var" kararı vererek doğru sezimleme yapamayacaktır.

Bu nedenle, radar performansını doğrudan etkileyen bir faktör olan eşik seviyesinin belirlenmesi oldukça kritik ve önemli bir konudur.

Hedefin varlığını tespit edebilmek için istatistiksel sezimleme teorisindeki Olabilirlik Oran Sınama (LRT) işlemi gerçekleştirilir. Bu işlemde, ilk olarak H_0 ve H_1 olmak üzere iki hipotez oluşturulur. H_0 hipotezi hedefe çarpıp yansıyan sinyalin olmadığını yani hedef yok kavramını, H_1 hipotezi ise hedefe çarpıp yansıyan sinyalin varlığını yani hedef var kavramını içermektedir.

N tane gözlem yapıldığında, radar anteni tarafından alınan sinyal vektörü $\overline{R}^T = [R_1, R_2, \ldots, R_N]$ olarak ifade edilirse;

$$\begin{aligned} &H_0 : r_i = c_i + n_i \\ &H_1 : r_i = s_i + c_i + n_i \qquad\qquad i = 1, 2, \ldots, N \end{aligned} \tag{2.4}$$

olarak yazılabilir.

H_0 hipotezinde alınan sinyalde sadece çevresel yansıma, c_i, ve gürültü, n_i, H_1 hipotezinde ise çevresel yansıma ve gürültüye ilave olarak hedeften yansıyan sinyal,s_i, yer almaktadır.

$H_k(k = 0, 1)$ hipotezi altında yapılan gözlemlerin bileşik dağılımı $f_{\overline{R}}(\overline{r}|H_k)$ olarak belirtilirse, Olabilirlik Oran Sınaması:

$$L(r_1, r_2, \ldots, r_N) = \frac{f_{\overline{R}}(\overline{r}|H_1)}{f_{\overline{R}}(\overline{r}|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \tag{2.5}$$

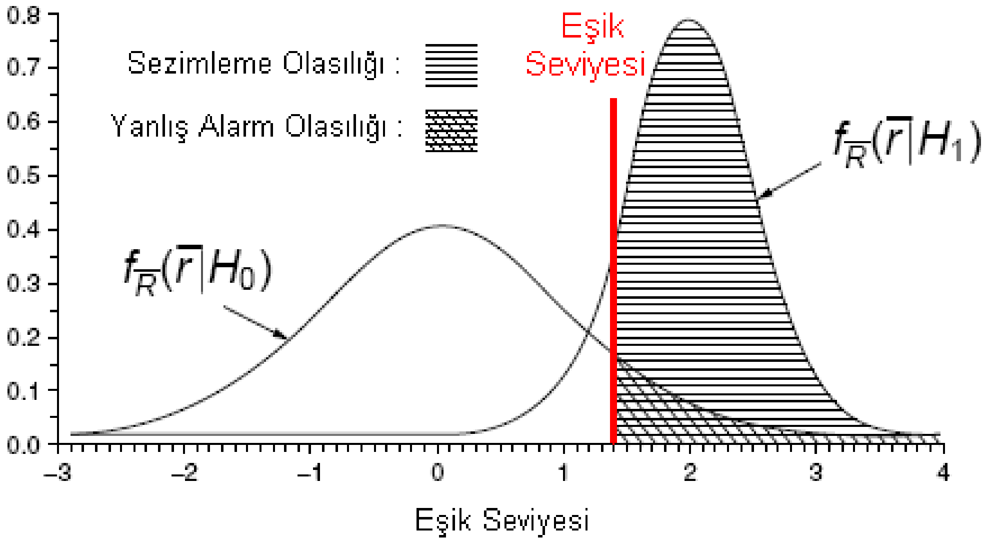
şeklinde yazılabilir (VanTrees, 2001). Burada, L yeterli istatistik, η eşik seviyesi değeridir.

Yeterli istatistik bilgisinin $H_k(k = 0, 1)$ hipotezi altındaki olasılık yoğunluk işlevi $f_L(l|H_k)$ olarak ifade edildiğinde:

$$\begin{aligned} P_F &= \int_{\eta}^{\infty} f_L(l|H_0)\, dl \\ P_D &= \int_{\eta}^{\infty} f_L(l|H_1)\, dl \end{aligned} \tag{2.6}$$

olarak yazılır. Eş. 2.6' da ifade edilen P_F yanlış alarm olasılığı, P_D ise sezimleme olasılığıdır.

Yanlış alarm olasılığı ve sezimleme olasılığı Şekil 2.1' de gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Sezimleme ve Yanlış Alarm Olasılığı

Şekil 2.1’ den de görüldüğü üzere; eşik seviyesinin belirlenmesi radarın sezimleme ve yanlış alarm olasılıkları arasında bir ödünleşmeye neden olmakta ve radar performansını doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle, radar eşik seviyesinin belirlenmesi radar performansı açısından kritik öneme haizdir.

3. UÇ DEĞER TEORİSİNE GÖRE GENELLEŞTİRİLMİŞ PARETO DAĞILIMI KULLANILARAK RADAR EŞİK SEVİYESİNİN KESTİRİLMESİ

Radar tarafından alınan sinyallerin istatiksel dağılımlarının analitik olarak hesaplanamadığı durumlarda eşik seviyesinin belirlenmesi için Monte Carlo yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemde, hedefin olmadığı H_0 hipotezi altında M tane deney yapılır ve $f_{Li}(l_i|H_0)$, $i = 1, 2, ..., M$ dağılımına sahip alınan değerler kaydedilir. Daha sonra kaydedilen bu değerler incelenerek istenilen yanlış alarm olasılığı, P_f, için gerekli eşik seviyesi belirlenebilir. Söz konusu bu eşik seviyesinin doğrulukla belirlenebilmesi için genel kural olarak;

$$M \geq \frac{10}{P_f} \tag{3.1}$$

tane deney yapılması gereklidir.

Eş.3.1' den görüldüğü üzere, Monte Carlo yöntemine göre ihtiyaç duyulan deney sayısı oldukça fazladır. Mesela; $P_f = 10^{-5}$ için, en az bir milyon tane deney yapılması gereklidir ki, bu da her zaman mümkün değildir. Bu nedenle, makul sayıda deney yaparak çok düşük yanlış alarm olasılıkları için eşik seviyeleri bu yöntem ile belirlenememektedir.

Monte Carlo yönteminde M tane deney yapmadan eşik seviyesinin belirlenmesi için bir çok çalışma yapılmıştır. Mesela, I.Weissman (Weissmann, 1978) tarafından en büyük sıralı örneklerin kısıtlayıcı bir dağılım ile modellenmesi ve F.E. Harrel ile C.E. Davis (Harrel and Davis, 1982) tarafından sıralı örneklerin doğrusal kombinasyonunun kullanılması ile eşik seviyesi kestirim yöntemleri geliştirilmiştir. Ancak, bu yöntemler ile sadece test örneklerinin olasılık yoğunluk işlevinin orta bölgelerine yakın bölümlerdeki eşik seviyeleri kestirilebilmiş, kuyruk bölümüne ait eşik seviyeleri doğru olarak kestirilememiştir.

M. Guida, D. Iovino ve M. Longo (Guida *et al.*, 1988) tarafından, Uç Değer Teorisi kullanılarak geliştirilen kuyruk bölümü kestirim yönteminin performasının diğerlerine göre daha iyi olduğu ve Monte Carlo yöntemine göre çok daha az sayıda örnek kullanılarak gerçekleştirildiği gösterilmiştir.

Bu tez çalışmasında, Uç Değer Teorisi' nden yola çıkarak örneklerin alındığı olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümünün modellenmesi için Pickands (Pickands, 1975) tarafından geliştirilen Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılacaktır. Bu modelleme ile eşik seviyesinin kestirilmesi işlemi Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi işlemine dönüşmektedir. Söz konusu bu kestirim işlemi ise, En Büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim Yöntemi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi ve Zhang-Stephens' ın Kestirim Yöntemi ile yapılacaktır.

3.1 Eşik Seviyesi Belirlenmesinin Klasik Yöntemi

Radar tarafından alınan $F(x)$ dağılımlı n tane bağımsız örneğin küçükten büyüğe doğru sıralanmış şekli $X_1 \leq X_2 \leq ... \leq X_n$ olarak ifade edilebilir. Bu durumda, istenen yanlış alarm olasılığı p ile gösterilirse, $n(1-p) = j + g$ olarak yazılabilir.

j, $n(1-p)$ ifadesinin tam sayı bölümü, g ise $n(1-p)$ ifadesinin ondalık bölümüdür. Bu durumda, alınan örneklerin gözlemlenmesi ile aşağıda belirtilen dört adet eşik seviyesi kestirim ifadesi yazılabilir. (Boss, 1984)

$$\begin{aligned}
&\eta_p^{(1)} = (1-g)X_j + gX_{j+1} \\
&\eta_p^{(2)} = X_w, && w = \lfloor [n(1-p) + 1/2] \rfloor \\
&\eta_p^{(3)} = (1-\delta)X_j + \delta X_{j+1}, && \delta = 0 \text{ eğer } g = 0, \quad \delta = 1 \text{ eğer } g > 0 \\
&\eta_p^{(4)} = \delta X_{j+1} + (1-\delta)(X_j + X_{j+1})/2, && \delta = 0 \text{ eğer } g = 0, \quad \delta = 1 \text{ eğer } g > 0
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Burada, $\eta_p^{(k)}$ $(k = 1, 2, 3, 4)$ eşik seviyesini, $\lfloor(\cdot)\rfloor$ işlevi ise kendisinden küçük olan en büyük tam sayı değerini göstermektedir.

Boss tarafından (Boss, 1984), alınan örnek sayısı yeterince fazla ise Eş. 3.2' de verilen yöntemlerin hepsinin iyi performans sergilediği gösterilmiş ve bu dört yöntemin $1 \leq n(1-p) \leq (n-1)$ şartıyla geçerli olduğu belirtilmiştir. Bu şarta göre, yanlış alarm olasılığı $1/n$ değerinden daha düşük olamamaktadır.

Sonuç olarak, eşik seviyesinin kestiriminde Eş. 3.2' de verilen yöntemler kullanıldığında, yanlış alarm olasılığı değeri alınan örnek sayısına doğrudan bağlı olmaktadır. Mesela, yanlış alarm olasılığının 10^{-6} olması durumunda en az bir milyon adet örnek alınması gerekmektedir ki, bu da tercih edilen bir durum değildir. Bu kısıtlama Eş. 3.2' de verilen klasik eşik seviyesi kestirim yöntemlerinin en büyük dezavantajıdır.

3.2 Uç Değer Dağılımlarının Elde Edilmesi

Sıralı örneklerin en büyük değerinin dağılım işlevinin modellenmesinde kullanılan dağılımlar uç değer dağılımlardır (Oliviera, 1984). Bağımsız deneyler yapıldığında tek bir $F(x)$ dağılım işlevinden alınan sıralı örnekler $X_1 \leq X_2 \leq \cdots \leq X_n$ şeklinde ifade edilebilir. En büyük örneğin dağılım işlevi:

$$\begin{aligned} G_n(x) = P(X_n \leq x) &= P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \cdots, X_n \leq x) \\ &= F^n(x) \end{aligned} \tag{3.3}$$

olarak yazılabilir. Burada, $n \to \infty$:

$$\begin{aligned} G_n(x) &= 0 \quad \text{eğer } F(x) < 1 \\ G_n(x) &= 1 \quad \text{eğer } F(x) = 1 \end{aligned} \tag{3.4}$$

olacaktır. Eş. 3.4'den görüldüğü üzere $G_n(x)$ dağılımı bozulmaya uğramaktadır. Bu nedenle, X_n değerine $a_n X_n + b_n$ doğrusal dönüşümü yapılarak en büyük örneğin kısıtlayıcı dağılım işlevi elde edilir. Burada, a_n ve b_n örnek sayısına bağlı olan sabit katsayılardır.

Galambos (Galambos, 1984) tarafından yukarıdaki doğrusal dönüşüm işlemi ve Kısıtlayıcı Dağılım Teorisi kullanılarak :

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = \lim_{n\to\infty} F^n(a_n x + b_n) \;\to\; \Lambda(x) \tag{3.5}$$

ifadesi büyük n değerleri için elde edilmiştir.

Eş.3.5' in çözülmesi ile $G_n(x)$ dağılım işlevi için mümkün olan kısıtlayıcı dağılım işlevleri aşağıdaki şekilde elde edilir. (Galambos, 1984)

$$\Lambda(x) = exp(-e^{-x}), \qquad x \geq 0 \tag{3.6}$$

$$\Lambda(x) = exp(-x^{-k}), \qquad x \geq 0, \;\; k > 0 \tag{3.7}$$

$$\Lambda(x) = exp(-(-x)^{k}), \qquad x \leq 0, \;\; k > 0 \tag{3.8}$$

$n \to \infty$, Eş. 3.6, 3.7 ve 3.8 herhangi bir $F(x)$ dağılım işlevinden alınmış sıralı örneklerden en büyük örneğin dağılım işlevi modelleridir. Bu dağılım işlevlerinin türevleri alınarak yoğunluk işlevleri elde edilebilir.

$x \geq 0$ için Eş.3.6 ve 3.7'nin türevleri alınırsa:

$$\frac{d\Lambda(x)}{dx} \approx e^{-x} \tag{3.9}$$

$$\frac{d\Lambda(x)}{dx} \approx kx^{-(k+1)} \quad k \geq 0 \tag{3.10}$$

Burada, Eş.3.9 üstel dağılımı, Eş.3.10 ise pareto dağılım ailesini göstermektedir.

Elde edilen bu sonuca göre; herhangi bir olasılık yoğunluk işlevinden alınan n tane bağımsız örneğin en büyük k tanesi Eş.3.10' da belirtilen pareto dağılım ailesinde kullanılarak, n tane örneğin alındığı olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümünün modellenmesi mümkündür. (Ozturk *et al.*, 1996)

3.3 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)

Dağılım işlevlerinin kuyruk bölümlerinin modellenmesinde kullanılan Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık dağılım işlevi:

$$G(x) = P(X \leq x) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{-1/\gamma} \tag{3.11}$$

olarak ifade edilir (Pickands, 1975). Burada, γ şekil parametresini, σ ise ölçek parametresini göstermektedir. Eş.3.11 ile verilen dağılım işlevi,

$x > 0$, $-\infty < \gamma < \infty$, $\sigma > 0$ ve $\gamma x > -\sigma$ için tanımlıdır.

Eş. 3.11 ile verilen ifadenin türevi alınarak aşağıdaki şekilde Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık yoğunluk işlevi elde edilebilir.

$$g(x) = \frac{d}{dx}\left[1 - \left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{-1/\gamma}\right] = \frac{1}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{(-1/\gamma)-1} , \quad x > -\frac{\sigma}{\gamma} \tag{3.12}$$

Farklı şekil ve ölçek değerleri için Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık yoğunluk işlevi ve olasılık dağılım işlevi elde edilirken ortalama güç aşağıdaki şekilde hesaplanarak bire eşitlenmiştir.

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 g(x)dx = \int_{0}^{\infty} x^2 \frac{1}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{(-1/\gamma)-1} dx = 1 \tag{3.13}$$

Eş.3.13' deki integral, aşağıdaki eşitlik (Gradshteyn and Ryzhik, 2007) kullanılarak hesaplanır.

$$\int_{0}^{\infty} x^{\mu-1}(p + qx^{v})^{-(n+1)}dx = \frac{1}{v\, p^{(n+1)}} \left(\frac{p}{q}\right)^{\mu/v} \frac{\Gamma(\frac{\mu}{v})\,\Gamma(1+n-\mu/v)}{\Gamma(1+n)} \tag{3.14}$$

$$p \neq 0, \quad q \neq 0, \quad 0 < \frac{\mu}{v} < n + 1$$

Burada, $\Gamma(\cdot)$ standart gamma işlevidir. Eş.3.13' ün, Eş.3.14 ile çözümü için, μ = 3, p = 1, $q = \gamma/\sigma$, v = 1, $n = 1/\gamma$ olarak belirlenir. Bu değerler, Eş.3.14' te yerine yazılır ve $\Gamma(m+1) = m\,\Gamma(m)$, $m > 0$ özelliği uygulanırsa,

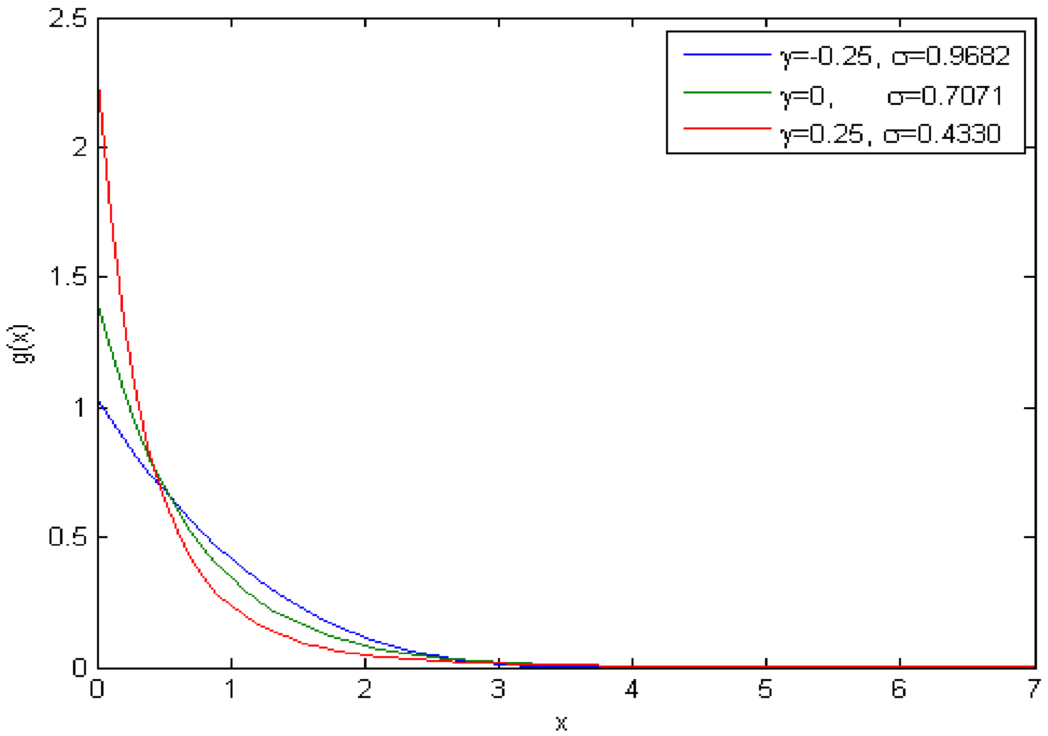
$$\begin{aligned}
E[X^2] = 1 &= \frac{1}{\sigma}\int_{0}^{\infty} x^2\left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{(-1/\gamma)-1} dx = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\sigma}{\gamma}\right)^3 \frac{\Gamma(3)\,\Gamma(1/\gamma - 2)}{\Gamma(1/\gamma + 1)} \\
&= \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\sigma}{\gamma}\right)^3 \frac{2\Gamma(2)\,\Gamma(1/\gamma - 2)}{1/\gamma\,\Gamma(1/\gamma)} \\
&= \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\sigma}{\gamma}\right)^3 \frac{2\Gamma(2)\,\Gamma(1/\gamma - 2)}{1/\gamma\;(1/\gamma - 1)\;\Gamma(1/\gamma - 1)} \\
&= \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\sigma}{\gamma}\right)^3 \frac{2\Gamma(2)\,\Gamma(1/\gamma - 2)}{1/\gamma\;(1/\gamma - 1)\;(1/\gamma - 2)\;\Gamma(1/\gamma - 2)} \\
&= \frac{2\,\sigma^2}{(1-\gamma)(1-2\gamma)}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

olarak bulunur. Buradan,

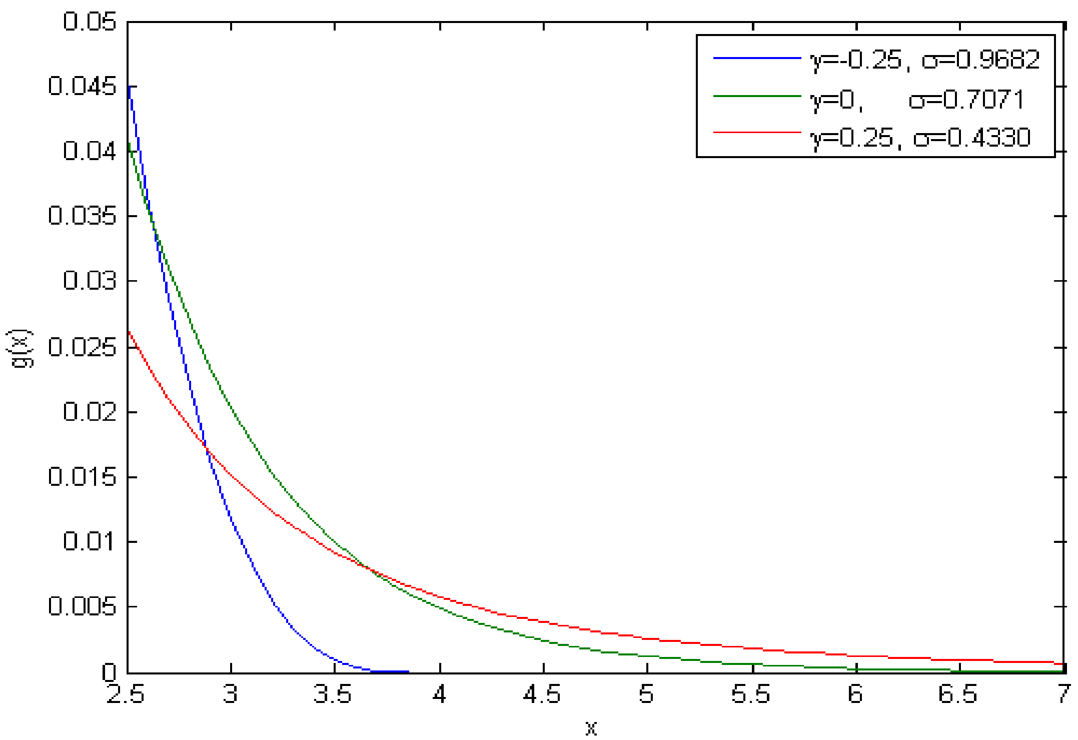
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}(1-\gamma)(1-2\gamma)} \tag{3.16}$$

olarak elde edilir.

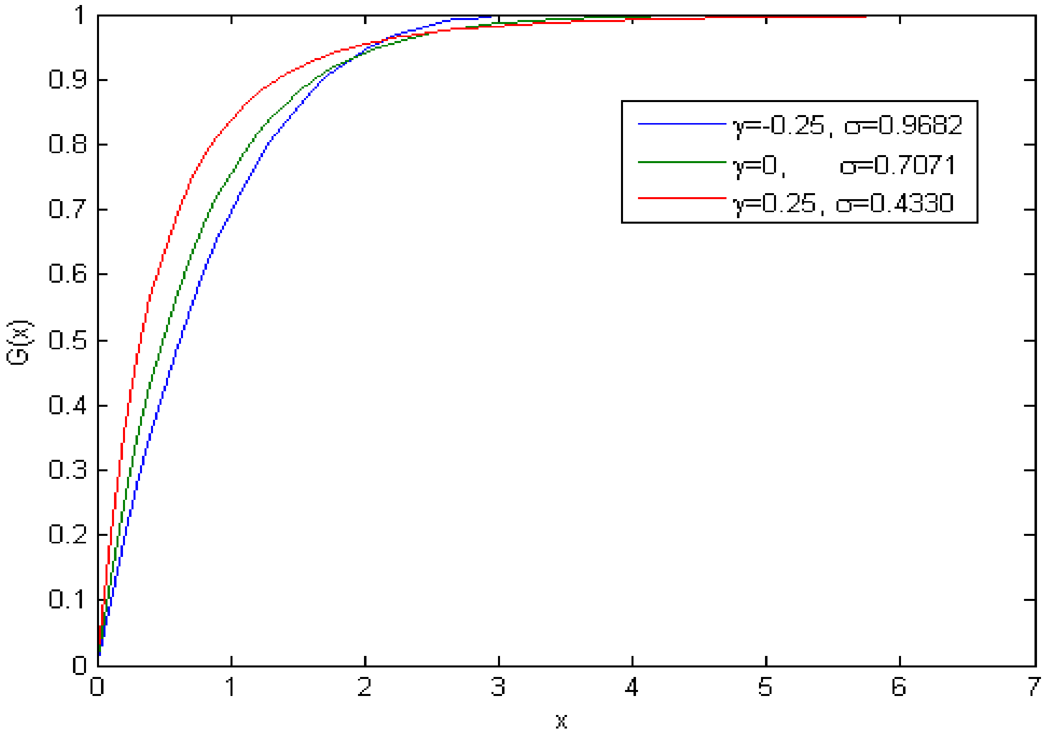
Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık yoğunluk işlevi Şekil 3.1' de, olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümü Şekil 3.2' de, olasılık dağılım işlevi Şekil 3.3' de ve olasılık dağılım işlevinin kuyruk bölümü Şekil 3.4' de verilmiştir.



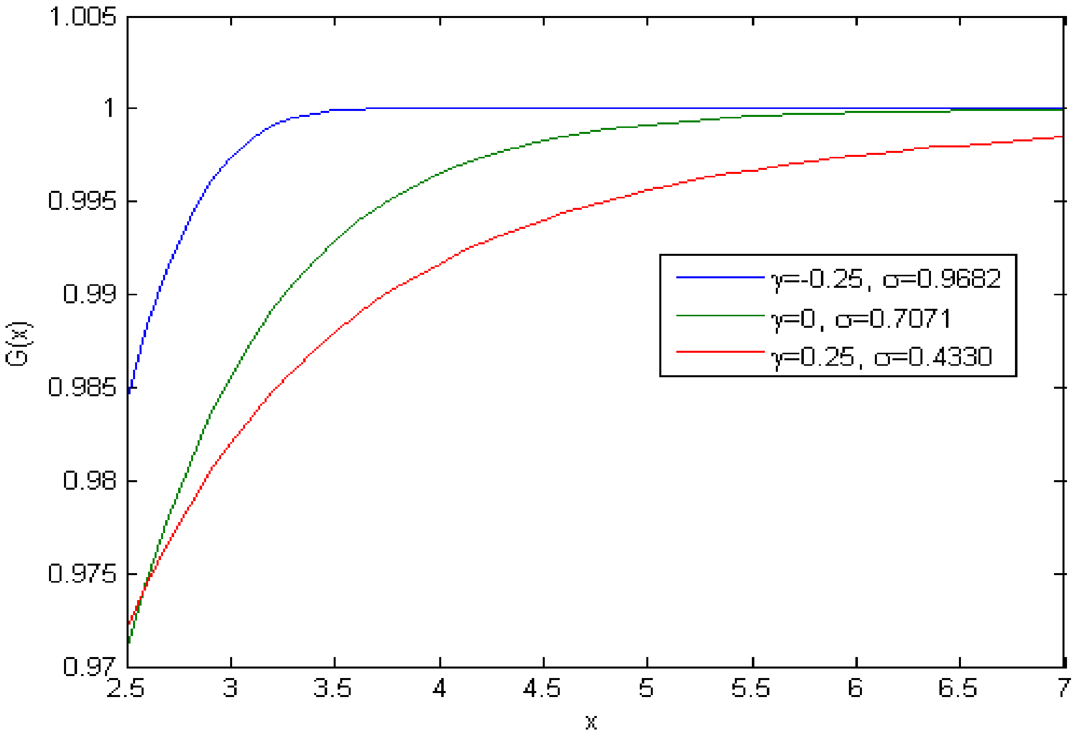
Şekil 3.1. GPD - Olasılık Yoğunluk İşlevi



Şekil 3.2. GPD - Olasılık Yoğunluk İşlevinin Kuyruk Bölümü



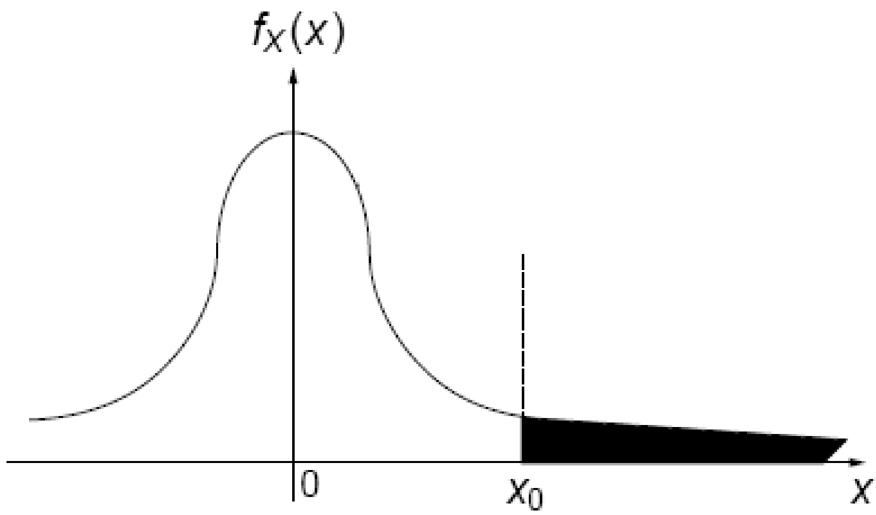
Şekil 3.3. GPD - Olasılık Dağılım İşlevi



Şekil 3.4. GPD - Olasılık Dağılım İşlevinin Kuyruk Bölümü

3.4 Olasılık Yoğunluk İşlevlerinin Kuyruk Bölümlerinin Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı İle Modellenmesi

Düşük yanlış alarm olasılıklarında eşik seviyesinin doğrulukla kestirilebilmesi için örneklerin alındığı olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümünün doğrulukla modellenmesi gereklidir. Şekil 3.3' te herhangi bir olasılık yoğunluk işlevinin modellenecek olan bölümü siyah bölge ile gösterilmiştir.



Şekil 3.5. Kuyruk Bölümü Modellenecek Tipik Bir Olasılık Yoğunluk İşlevi

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılarak harhangi bir olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümünün modellenmesi işleminde ilk olarak alınan toplam örnekler küçükten büyüğe doğru sıralanır. Daha sonra bu olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümüne ait olan, yani sıralanmış toplam örneklerden belli bir miktardaki en büyük örnekler belirlenir. Bu örnekler, Şekil 3.3' teki siyah bölgede bulunan ve x_0 değerinden büyük olan örneklerdir. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile yapılacak olan olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümünün modellenmesinde x_0 değerinden büyük olan sıralı örnekler orijine kaydırılarak kullanılacaktır. Bu nedenle, $z = x - x_0$ ifadesi yazılarak kullanılacak olan z değerleri elde edilir.

Kullanılacak z örnekleri yukarıdaki şekilde belirlendikten sonra, bu örnekler Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında modelleme için kullanılabilir. Burada; x_0 değerinin de belirlenmesi gereklidir. Buradaki x_0 değeri hem modellenecek olan kuyruk bölümünün başlangıç noktasını, hem de söz konusu bu modelleme işleminde toplam sıralanmış örneklerin en büyük olanlarından kaç tane alınacağını belirlemektedir.

Alınan toplam örneklerin histogramı çizilerek, kırılım noktasındaki örnek, x_0 değeri olarak kullanılabilir. DuMouchel tarafından (DuMouchel, 1983) yapılan deneysel gözlemler sonucunda, Şekil 3.3' deki taralı alan 0.1 olacak şekilde x_0 değerinin belirlenebileceği ifade edilmiştir. DuMouchel' in yöntemi Eş. 3.17' de gösterilmiştir.

$$\int_{x_0}^{\infty} f_X(x)\,dx = 0.1 \tag{3.17}$$

DuMouchel (DuMouchel, 1983), yaptığı çok sayıda gözlem sonucunda, herhangi bir dağılım işlevinden alınan toplam örneklerin küçükten büyüğe doğru sıralanmasından sonra en büyük % 10' luk kısmının kullanılmasının kuyruk bölümünün modellenmesi için yeterli olduğunu tespit etmiştir. % 10' luk kısımdan daha fazla bölümün kullanılmasında olasılık yoğunluk işlevinin orta bölümlerine daha fazla bağlı kalınmaktadır. Alınan toplam örnek sayısının çok fazla olması durumunda ise, kuyruk bölümünün modellenmesi için küçükten büyüğe doğru sıralanmış tüm örneklerin % 1' lik bölümünün kullanılması da mümkündür. Bu tez çalışmasında, kuyruk bölümleri modellenecek olan her bir olasılık yoğunluk işlevinden 1000, 5000, 10000 ve 50000 adet örnek üretilerek küçükten büyüğe doğru sıralanmış ve DuMouchel (DuMouchel, 1983) tarafından önerilen en büyük % 10' luk kısma ait 100, 500, 1000 ve 5000 adet örnek Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmiştir.

DuMouchel' in yöntemine göre x_0 değeri için;

$$1 - F(x_0) = \int_{x_0}^{\infty} f_X(x)\,dx = \alpha \tag{3.18}$$

ifadesi yazılabilir. Buradaki α değeri modellenecek olan kuyruk bölümünü, yani Şekil 3.3' deki taralı alanı göstermektedir. DuMouchel (DuMouchel, 1983), α' nın 0.1 olarak seçilmesinin yeterli olduğunu göstermiştir.

Kuyruk bölümündeki tüm örnekler x_0 değerinden büyük olanlardır. x_0 değerinden büyük, yani kuyruk bölümüne ait olan herhangi bir örneğin olasılık dağılım işlevi

$F^{[x_0]}(x)$ olarak gösterilir. Buna göre:

$$\begin{aligned} F^{[x_0]}(x) &= P\left(X \le x\right)|X > x_0) = \frac{P\left(X \le x, X > x_0\right)}{P(X > x_0)} \\ &= \frac{F(x) - F(x_0)}{1 - F(x_0)}, \qquad x > x_0 \end{aligned} \tag{3.19}$$

olarak yazılır. Eş. 3.18, Eş. 3.19' da yerine yazılırsa,

$$F(x) = F(x_0) + \alpha F^{[x_0]}(x) \tag{3.20}$$

olarak bulunur. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile kuyruk bölümünün modellenmesinde, $F^{[x_0]}(x)$ yerine x_0 noktasına kaydırılmış Genelleştirilmiş Pareto Dağılım işlevi, $G(x - x_0)$ kullanılır.

$f_X(x)$ olasılık yoğunluk işlevinin x_0 noktasından itibaren sağ taraf kuyruğunun, Eş. 3.20 ile modellenmesinde,

$$\begin{aligned} F(x) &= F(x_0) + \alpha G(x - x_0) \\ &= (1 - \alpha) + \alpha G(x - x_0) \\ &= (1 - \alpha) + \alpha \left(1 - \left(1 + \frac{\gamma(x - x_0)}{\sigma}\right)^{-1/\gamma}\right) \\ &= 1 - \alpha \left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}(x - x_0)\right)^{-1/\gamma} \qquad x > x_0 \end{aligned} \tag{3.21}$$

şeklinde elde edilir. Böylece herhangi bir olasılık dağılım işlevinin x_0 noktasından itibaren başlayan kuyruk bölümü Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılarak Eş. 3.21 ile modellenmiş olur.

3.5 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı Kullanılarak Radar Eşik Seviyesinin Kestirilmesi

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılarak herhangi bir olasılık yoğunluk işlevinin kuyruk bölümü Eş. 3.21 ile modellenebilir. Bu durumda, eşik seviyesinin kestirimi $\hat{\eta}$, yanlış alarm olasılığı da P_f ile gösterilirse,

$$P_f = 1 - F(\hat{\eta}) = \int_{\hat{\eta}}^{\infty} f_X(x)\,dx \tag{3.22}$$

olarak yazılır. Eş. 3.22, Eş. 3.21'de yerine yazılırsa,

$$F(\hat{\eta}) = 1 - P_f = 1 - \alpha\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}(\hat{\eta} - x_0)\right)^{-1/\gamma} \qquad \hat{\eta} > x_0 \tag{3.23}$$

elde edilir. Bu ifadede yer alan $\hat{\eta}$ değeri çekilirse,

$$\begin{aligned}
\left(\frac{P_f}{\alpha}\right)^{-\gamma} &= \left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}(\hat{\eta} - x_0)\right) \\
(\hat{\eta} - x_0) &= \frac{\sigma}{\gamma}\left(\left(\frac{P_f}{\alpha}\right)^{-\gamma} - 1\right) \\
\hat{\eta} &= x_0 + \frac{\sigma}{\gamma}\left(\left(\frac{P_f}{\alpha}\right)^{-\gamma} - 1\right) \qquad \hat{\eta} > x_0
\end{aligned} \tag{3.24}$$

olarak bulunur. Burada, $\alpha = 1 - F(x_0)$ *ve* $x_0 = F^{-1}(1-\alpha)$' dır. Eş. 3.24, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılarak elde edilen radar eşik seviyesi kestirim denklemidir.

Eş. 3.24' deki eşik seviyesi kestirim denkleminde yer alan $F(x)$ dağılım işlevi bilinmediğinden, seçilen bir α değeri için x_0 değerini bulmak mümkün değildir. Bunun için, Öztürk tarafından (Ozturk *et al.*, 1996), küçükten büyüğe doğru sıralanmış örneklerden x_{n-m} değerinin x_0 değeri olarak kullanılabileceği önerilmiştir. Buradaki, n toplam alınan örnek sayısı, m ise modellenecek olan kuyruk bölümünde bulunan örnek sayısı, yani $m = \alpha n$ 'dir.

Radar eşik seviyesi Eş. 3.24 ile kestirilirken, ilk olarak birbirinden bağımsız olan toplam n tane örnek küçükten büyüğe doğru sıralanarak $x_k,\ \ k = 1, 2, \cdots, n$ vektörü elde edilir. Burada, x_0 ($x_0 = x_{n-m}$) değerinden büyük $m = \alpha n$ tane sıralı örnek,

n tane sıralı örnek içerisinden alınır. Alınan bu m tane sıralı örnek (x_{n-m+r}, $r = 1, 2, \cdots, m$, $x_{n-m+r} > x_0$) $z_r = x_{n-m+r} - x_0$, $r = 1, 2, \cdots, m$ ifadesine göre orijine kaydırılarak z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ vektörü elde edilir. Yani, z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ vektörü, $x_{n-m+1} - x_0$, $x_{n-m+2} - x_0$, $\cdots$, $x_n - x_0$ vektörüne karşılık gelmektedir. Olasılık yoğunluk işlevlerinin kuyruk bölümlerinin modellenmesinde elde edilen bu z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ vektörü kullanılmıştır.

Eş. 3.24' deki radar eşik seviyesi kestirim denklemi incelendiğinde, bilinmeyen parametrelerin sadece Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametleri olduğu görülmektedir. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılarak radar eşik seviyesinin kestirilmesi problemi, bu noktada Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi problemine dönüşmüştür. Bu nedenle, tez çalışmasının buradan sonraki bölümünde Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi incelenmiştir.

Sonuç olarak, radar eşik seviyesinin kestirilmesi için gerekli adımlar:

1. Alınan n tane örneğin küçükten büyüğe doğru sıralanması ve x_k, $k = 1, 2, \cdots, n$ vektörünün elde edilmesi,
2. Modellenecek olan kuyruk bölümünün belirlenmesi, yani α değerinin Dumouchel tarafından (DuMouchel, 1983) önerildiği şekilde seçilmesi,
3. Kuyruk bölümüne ait olan örnek sayısının, m , $m = \alpha n$, ve kuyruk bölümünün başlangıç noktasının, x_0 , $x_0 = x_{n-m}$, hesaplanması,
4. Kuyruk bölümüne ait ve x_0 değerinden büyük olan sıralı m tane örneğin (x_{n-m+r}, $r = 1, 2, \cdots, m$, $x_{n-m+r} > x_0$), $z_r = x_{n-m+r} - x_0$, $r = 1, 2, \cdots, m$, ifadesi ile orijine kaydırılması ve z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ vektörünün elde edilmesi,
5. Orijine kaydırılmış olan z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ örneklerinin Eş. 3.21' deki şekilde Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmesi,
6. Yapılan bu modelleme sonucunda, verilen bir yanlış alarm olasılığı, P_f, için Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilerek Eş. 3.24 ifadesinde yerine yazılması,
7. Eş. 3.24 denklemine göre radar eşik seviyesinin kestiriminin hesaplanmasıdır.

3.6 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının Şekil ve Ölçek Parametrelerinin Kestirilmesi

Eş. 3.24' de verilen yöntem ile radar eşik seviyesinin kestirilmesi problemi Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi problemine dönüşmüştür.

Tezin bu bölümünde, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi için kullanılan En Büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim Yöntemi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi ile Zhang ve Stephens'ın Kestirim Yöntemi anlatılmıştır.

3.6.1 En Büyük Olabilirlik Kestirim (EBOK) Yöntemi

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık dağılım işlevi:

$$G(x) = P(X \leq x) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{-1/\gamma} \tag{3.25}$$

$x > 0$, $-\infty < \gamma < \infty$, $\sigma > 0$ ve $\gamma x > -\sigma$ olarak tanımlıdır.

Eş. 3.25' in türevi alınarak Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık yoğunluk işlevi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{d}{dx}\left[1 - \left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{-1/\gamma}\right] \\ &= \frac{1}{\gamma}\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}x\right)^{-\frac{1}{\gamma}-1}\frac{\gamma}{\sigma} \\ &= \frac{1}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}x\right)^{-\frac{1}{\gamma}-1} \end{aligned} \tag{3.26}$$

$x > 0$, $-\infty < \gamma < \infty$, $\sigma > 0$ ve $\gamma x > -\sigma$.

Dağılımların kuyruk bölümünden alınan ve daha sonra orijine kaydırılarak elde edilen m tane bağımsız sıralı z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ örnekleri Eş. 3.26' da kulanılırsa,

$$g(z) = \frac{1}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}z\right)^{-(1/\gamma+1)} \quad z \in \{z_1, z_2, \cdots, z_m\} \tag{3.27}$$

ifadesi elde edilir.

Eş. 3.27' deki m tane örnek birbirinden bağımsız olduğundan bileşik olasılık yoğunluk işlevi:

$$\begin{aligned} g\left(z_1, z_2, \cdots, z_m\right) &= \prod_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma}\left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right)^{-\left(\frac{1}{\gamma}+1\right)} \\ &= \sigma^{-m} \prod_{i=1}^{m}\left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right)^{-\left(\frac{1}{\gamma}+1\right)} \end{aligned} \tag{3.28}$$

olarak yazılabilir. Eş. 3.28' in logaritması alınırsa:

$$\begin{aligned} L(\gamma, \sigma ; z) &= -m \ln (\sigma)+\left(-\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\right) \sum_{i=1}^{m} \ln \left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right) \\ &= -m \ln (\sigma)-\left(1+\frac{1}{\gamma}\right) \sum_{i=1}^{m} \ln \left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right) \end{aligned} \tag{3.29}$$

olarak elde edilir. Burada; $L(\gamma, \sigma; z)$, log-olabilirlik işlevidir. σ ve γ değerlerinin kestirilmesi için Eş. 3.29' un σ ve γ' ya göre türevi alınarak sıfıra eşitlenmesi gereklidir.

$$\frac{\partial L(\gamma, \sigma ; z)}{\partial \gamma} = \left(\frac{1}{\gamma^2}\right) \sum_{i=1}^{m} \ln \left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right)-\left(\frac{1}{\gamma}+1\right)\left(\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^{m} z_i\left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right)^{-1}\right)=0 \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial L(\gamma, \sigma ; z)}{\partial \sigma} = -\left(\frac{m}{\sigma}+\left(\frac{1}{\gamma}+1\right)\left(-\frac{\gamma}{\sigma^2}\right) \sum_{i=1}^{m} z_i\left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right)^{-1}\right)=0 \tag{3.31}$$

Eş. 3.30 ile Eş. 3.31 birlikte çözülürse,

$$\gamma=\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \ln \left(1+\frac{\gamma}{\sigma} z_i\right) \tag{3.32}$$

olarak elde edilir. Bu ifade ile, γ' nın kestirimi için kapalı formda bir eşitlik elde edilmiştir. Bu nedenle, $\theta = \frac{\gamma}{\sigma}$ şeklinde bir değişken dönüşümü yapılarak, Eş. 3.32' de yerine yazılırsa,

$$\gamma=\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \ln \left(1+\theta z_i\right) \quad \text{olarak bulunur.} \tag{3.33}$$

Daha sonra; θ, $\sigma = \gamma/\theta$ ve Eş. 3.33 log-olabilirlik ifadesinde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
L(\theta; z) &= -m \ln \frac{\gamma}{\theta} - \left(m \left(\sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \right)^{-1} + 1 \right) \sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \\
&= -m \left(\ln \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \right) - \ln(\theta) \right) - m \\
&\quad - \sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \\
&= -m \left(\ln \left(\sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \right) - \ln(m) - \ln(\theta) \right) - m - \sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \\
&= m \left(\ln(m) + \ln(\theta) - \ln \left(\sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \right) - 1 \right) - \sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i)
\end{aligned} \tag{3.34}$$

olarak elde edilir. Eş. 3.34, sadece kullanılan örnekler ile θ değişkenine bağlıdır. Eş. 3.34' ün θ' ya göre türevi doğrusal olmayan bir ifadeye dönüşmektedir. Bu nedenle, Eş. 3.34' ü maximum yapan θ değeri nümerik olarak Nelder-Mead (Nelder-Mead, 1965) optimizasyon yöntemi ile bulunabilir.

Sonuç olarak, $\hat{\theta}$ değeri yukarıdaki şekilde bulunduktan sonra, Eş. 3.33' te yerine yazılarak $\hat{\gamma}$ değeri, buradan da $\hat{\sigma} = \hat{\gamma}/\hat{\theta}$ ifadesi ile $\hat{\sigma}$ değeri bulunabilir. Böylece, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametreleri En Büyük Olabilirlik Kestirim yöntemi ile kestirilmiş olur.

3.6.2 Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim (OAMK) Yöntemi

Olasılık dağılım işlevi $G(z)$ ile gösterilen herhangi bir sürekli rastgele değişken z' nin olasılık ağırlıklı momentleri:

$$M_{p,r,s} = E\left[z^p G^r(z)\,(1 - G(z))^s\right] \tag{3.35}$$

olarak verilir (Hosking and Wallis, 1987). Burada, E ortalama işlemini, p, r, s ise pozitif tamsayıları göstermektedir.

Hosking ve Wallis (Hosking and Wallis, 1987), Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin Eş. 3.35' deki olasılık ağırlıklı momentler ile kestirilebilmesi için yaptıkları çok sayıda deneyler sonucunda, $p = 1$ ve $r = 0$ olarak alınması gerektiğini önermişlerdir. Bu durumda, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın olasılık ağırlıklı momentleri:

$$M_{1,0,s} = E[z(1 - G(z))^s] \tag{3.36}$$

olarak yazılır. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın şekil ve ölçek olmak üzere iki parametresi kestirileceğinden Eş. 3.36' da $s = 0$ ve $s = 1$ durumları incelenmiştir. $s = 0$ için:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = M_{1,0,0} &= E[z] \\ &= \int_0^\infty \frac{z}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}z\right)^{-(1/\gamma)-1} dz \end{aligned} \tag{3.37}$$

olarak yazılabilir. Eş. 3.37' de $(1 + (\gamma z/\sigma)) = y$ değişken dönüşümü yapılırsa:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{\sigma}{\gamma^2}\int_1^\infty (y-1)y^{-(1/\gamma)-1}dy \\ &= \frac{\sigma}{\gamma^2}\left|\frac{y^{-(1/\gamma)-1}}{-\frac{1}{\gamma}+1} - \frac{y^{-1/\gamma}}{-\frac{1}{\gamma}}\right|_1^\infty = \frac{\sigma}{\gamma^2}\left[0 - \left(\frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}} + \frac{1}{\frac{1}{\gamma}}\right)\right] \\ &= -\frac{\sigma}{\gamma^2}\left[\frac{1/\gamma + 1 - 1/\gamma}{1/\gamma(1-1/\gamma)}\right] = \frac{\sigma}{\gamma^2}\left[\frac{1}{(1-1/\gamma)}\right]\gamma \\ &= -\frac{\sigma}{\gamma^2}\left[\frac{\gamma}{\gamma-1}\right]\gamma \\ &= \frac{\sigma}{1-\gamma} \end{aligned} \tag{3.38}$$

olarak bulunur. $s = 1$ değeri için Eş. 3.36 :

$$\varepsilon_1 = M_{1,0,1} = E[z(1 - G(z))] \tag{3.39}$$

olarak yazılabilir. Burada, $z(1 - G(z)) = h(z)$ değişken dönüşümü yapılarak,

$$E[z(1 - G(z))] = E[h(z)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(z)g(z)dz \quad \text{yazılır.} \tag{3.40}$$

Burada $g(z)$, z rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk işlevidir.

Yukarıdaki değişken dönüşümü uygulandığında,

$$\begin{aligned} h(z) = z(1-G(z)) &= z\left(1 - 1 + (1+\frac{\gamma}{\sigma})^{-1/\gamma}\right) \\ &= z\left(1+\frac{\gamma}{\sigma}\right)^{-1/\gamma} \end{aligned} \tag{3.41}$$

olarak bulunur. Eş. 3.40 yeniden yazılırsa :

$$\varepsilon_1 = E[z(1-G(z))] = E[h(z)] = \int_0^\infty z\left(1+\frac{\gamma}{\sigma}z\right)^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{1}{\sigma}\left(1+\frac{\gamma}{\sigma}z\right)^{-\frac{1}{\gamma}-1} dz \tag{3.42}$$

olarak elde edilir. $(1+\frac{\gamma}{\sigma}z) = y$ değişken dönüşümü yapıldığında:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \int_1^\infty \frac{\sigma}{\gamma}(y-1)\, y^{-1/\gamma}\, \frac{1}{\sigma}\, y^{-\frac{1}{\gamma}-1}\, \frac{\sigma}{\gamma}\, dy \\ &= \frac{\sigma}{\gamma^2}\int_1^\infty (y-1)\, y^{-\frac{2}{\gamma}-1}\, dy \\ &= \frac{\sigma}{\gamma^2}\int_1^\infty \left(y^{-2/\gamma} - y^{-\frac{2}{\gamma}-1}\right) dy \\ &= \frac{\sigma}{\gamma^2}\left|\frac{y^{-\frac{2}{\gamma}+1}}{\frac{-2}{\gamma}+1} - \frac{y^{-2/\gamma}}{\frac{-2}{\gamma}}\right|_1^\infty \\ &= -\frac{\sigma}{\gamma^2}\left[\frac{1}{1-\frac{2}{\gamma}} + \frac{1}{\frac{2}{\gamma}}\right] = -\frac{\sigma}{\gamma^2}\left[\frac{\frac{2}{\gamma}+1-\frac{2}{\gamma}}{\frac{2}{\gamma}(1-\frac{2}{\gamma})}\right] \\ &= -\frac{\sigma}{\gamma^2}\frac{\gamma}{2}\left(\frac{1}{1-\frac{2}{\gamma}}\right) = -\frac{\sigma}{2\gamma}\frac{\gamma}{\gamma-2} \\ &= \frac{\sigma}{2(2-\gamma)} \end{aligned} \tag{3.43}$$

olarak bulunur.

Eş. 3.38 ve Eş. 3.43 birlikte çözülürse:

$$\sigma = \varepsilon_0 - \varepsilon_0\gamma = 4\varepsilon_1 - 2\varepsilon_1\gamma \tag{3.44}$$

olarak yazılabilir. Eş. 3.44' ün çözümünden σ ve γ çekilirse:

$$\hat{\sigma} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1}{\varepsilon_0 - 2\varepsilon_1} \tag{3.45}$$

$$\hat{\gamma} = \frac{\varepsilon_0 - 4\varepsilon_1}{\varepsilon_0 - 2\varepsilon_1} \tag{3.46}$$

olarak bulunur. Eş. 3.45 ve Eş. 3.46, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın Olasılık Ağırlıklı Momentler yöntemi ile kestirilen ölçek ve şekil parametresidir.

ε_0 ve ε_1 ise Hosking ve Wallis (Hosking and Wallis, 1987) tarafından Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı için geliştirilen ve aşağıdaki eşitliklerde verilen olasılık ağırlıklı kestiricilerdir.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{\binom{m-i}{r}}{\binom{m-1}{r}} z_i \qquad r = 0, 1, 2 \tag{3.47}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} z_i \qquad i = 1, 2, \cdots, m \tag{3.48}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{m-i}{m-1} z_i \qquad i = 1, 2, \cdots, m \tag{3.49}$$

Eş. 3.48 ve Eş. 3.49' da verilen ε_0 ve ε_1 değerleri, Eş. 3.45 ve Eş. 3.46' da yerine yazılarak Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin olasılık ağırlıklı momentler yöntemi ile kestirimleri bulunur.

3.6.3 Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirim (SÖEKKK) Yöntemi

Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirim Yöntemi, sıralı örnek ile bu sıralı örneğin beklenen değeri arasındaki farkın karesinin minimize edilmesini içerir ve ilk kez (Ozturk *et al.*, 1996) tarafından geliştirilmiştir.

Bu yöntemde, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında kullanılacak olan *m* tane sıralı örnekler ile bu sıralı örneklerin beklenen değerleri arasındaki farkın karesinin minimize edilmesi, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesini sağlayacaktır.

Z rastgele değişkeni için Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın olasılık dağılım işlevi $F(z)$ ile gösterildğinde ters dağılım işlevi:

$$F(z) = U \quad \Rightarrow \quad z = \frac{\sigma}{\gamma}\left[(1-U)^{-\gamma} - 1\right] \tag{3.50}$$

olarak yazılır.

Yöntemin uygulanabilmesi için, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'na ilişkin m tane sıralı örnek kümesindeki r' ninci örneğin beklenen değeri ve değişintisinin bulunması gerekmektedir. Bunun için, alınan sıralı örnekler $z_1 \leq z_2 \leq, \cdots, \leq z_m$ ile, r' ninci sıralı örnek ise z_r ile gösterilirse, $F_{z_r}(z) = P(z_r \leq z)$ dağılım işlevi m tane örnek içerisinden en az r tanesinin z 'den küçük veya eşit olma olasılığını gösterecektir. Buna göre:

$$F_{z_r}(z) = P(z_r \leq z) = \sum_{i=r}^{m} \frac{m!}{i!(m-i)!} F^i(z)\left[1 - F(z)\right]^{m-i} \tag{3.51}$$

olarak yazılır. Eş. 3.51 aynı zamanda,

$$F_{z_r}(z) = \frac{m!}{(r-1)!(m-r)!} \int_0^{F(z)} t^{r-1}(1-t)^{m-r} dt \tag{3.52}$$

şeklinde yazılabilir (Hogg and Craig, 1994). Eş. 3.52' nin aşağıdaki şekilde türevi alınarak r' ninci sıralı örneğin olasılık yoğunluk işlevi elde edilir:

$$\begin{aligned} f_{z_r}(z) &= \frac{d}{dz} F_{z_r}(z) = \frac{m!}{(r-1)!(m-r)!} \frac{d}{dz}\left[\int_0^{F(z)} t^{r-1}(1-t)^{m-r} dt\right] \\ &= \frac{m!}{(r-1)!(m-r)!} F^{r-1}(z)\left[1 - F(z)\right]^{m-r} f(z), \quad f(z) = \frac{d}{dz}F(z) \end{aligned} \tag{3.53}$$

Eş. 3.53, r' ninci sıralı örneğin olasılık yoğunluk işlevini göstermektedir. Buna göre, r' ninci sıralı örneğin beklenen değeri:

$$E[Z_r] = \frac{m!}{(r-1)!(m-r)!} \int_{-\infty}^{\infty} zF^{r-1}(z)\left[1 - F(z)\right]^{m-r} f(z)\, dz \tag{3.54}$$

olarak yazılır. Eş. 3.50, Eş. 3.54' de uygulanırsa:

$$
\begin{aligned}
E[Z_r] &= \frac{m!}{(r-1)!(m-r)!}\int_0^1 F^{-1}(u)\, u^{r-1}(1-u)^{m-r}\, du \\
&= \frac{m!}{(r-1)!(m-r)!}\int_0^1 \frac{\sigma}{\gamma}\left[(1-u)^{-\gamma}-1\right] u^{\,r-1}(1-u)^{m-r}\, du \\
&= \frac{\sigma}{\gamma}\,\frac{\displaystyle\int_0^1 u^{\,r-1}(1-u)^{m-r-\gamma}\, du \;-\; \int_0^1 u^{\,r-1}(1-u)^{m-r}\, du}{\left[\dfrac{(r-1)!(m-r)!}{m!}\right]^{-1}}
\end{aligned}
\tag{3.55}
$$

olarak yazılır. $a > 0$ ve $b > 0$ değerleri için standart Beta işlevi, B (a,b), aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$
\int_0^1 y^{a-1}\,(1-y)^{\,b-1}\, dy = B\,(a,b) = \frac{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \tag{3.56}
$$

Burada; $\Gamma(\cdot)$ standart gamma işlevidir. Eş. 3.55' deki integraller, Eş. 3.56' da belirtilen standart gamma işlevleri cinsinden yazılırsa,

$$
\int_0^1 u^{r-1}\,(1-u)^{\,m-r-\gamma}\, du = \frac{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-\gamma+1)} \tag{3.57}
$$

$$
\int_0^1 u^{r-1}\,(1-u)^{\,m-r}\, du = \frac{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r+1)}{\Gamma(m+1)} \tag{3.58}
$$

ifadeleri yazılabilir. Eş. 3.57 ve Eş. 3.58' deki ifadeler Eş. 3.55' de yerine yazılır ve $\Gamma(t+1) = t!$, $t \in Z^+$ özelliği kullanılırsa :

$$
\begin{aligned}
E[Z_r] &= \frac{\sigma}{\gamma}\frac{m!}{(r-1)!(m-r)!}\left[\frac{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-\gamma+1)} - \frac{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r+1)}{\Gamma(m+1)}\right] \\
&= \frac{\sigma}{\gamma}\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r+1)}\left[\frac{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-\gamma+1)} - \frac{\Gamma(r)\,\Gamma(m-r+1)}{\Gamma(m+1)}\right] \\
&= \frac{\sigma}{\gamma}\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(m-r+1)}\left[\frac{\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-\gamma+1)} - \frac{\Gamma(m-r+1)}{\Gamma(m+1)}\right] \\
&= \frac{\sigma}{\gamma}\left[\frac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-r+1)\,\Gamma(m-\gamma+1)} - 1\right]
\end{aligned}
\tag{3.59}
$$

olarak elde edilir. Burada,

$$Q_r(\gamma) = \frac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-r+1)\,\Gamma(m-\gamma+1)} \tag{3.60}$$

tanımlaması yapılrsa,

$$\begin{aligned} E[Z_r] = \mu_r &= \frac{\sigma}{\gamma}\left[\frac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-r+1)\,\Gamma(m-\gamma+1)} - 1\right] \\ &= \frac{\sigma}{\gamma}\left[Q_r(\gamma) - 1\right] \end{aligned} \tag{3.61}$$

şeklinde yazılabilir.

Eş. 3.60' daki:

$$Q_r(\gamma) = \frac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(m-r-\gamma+1)}{\Gamma(m-r+1)\,\Gamma(m-\gamma+1)} \quad \text{ifadesi,} \tag{3.62}$$

$$Q_{r-1}(\gamma) = \frac{\Gamma(m+1)\,\Gamma(m-r-\gamma+2)}{\Gamma(m-r+2)\,\Gamma(m-\gamma+1)} \tag{3.63}$$

şeklinde yazılabilir. Eş. 3.62 ve Eş. 3.63 oranlanırsa:

$$\begin{aligned} \frac{Q_r(\gamma)}{Q_{r-1}(\gamma)} &= \frac{\Gamma(m-r-\gamma+1)\,\Gamma(m-r+2)}{\Gamma(m-r+1)\,\Gamma(m-r-\gamma+2)} \\ &= \frac{(m-r-\gamma)!(m-r+1)!}{(m-r)!(m-r-\gamma+1)!} \\ &= \frac{(m-r-\gamma)!(m-r+1)(m-r)!}{(m-r)!(m-r-\gamma+1)(m-r-\gamma)!} \\ &= \frac{m-r+1}{m-r-\gamma+1} \end{aligned} \tag{3.64}$$

olarak elde edilir. Benzer şekilde, Q_{r-1} ve Q_{r-2} oranlanırsa,

$$\frac{Q_{r-1}(\gamma)}{Q_{r-2}(\gamma)} = \frac{m-r+2}{m-r-\gamma+2} \tag{3.65}$$

olarak bulunur. Bu şekilde devam edilirse:

$$\frac{Q_r(\gamma)}{Q_{r-1}(\gamma)}\,\frac{Q_{r-1}(\gamma)}{Q_{r-2}(\gamma)}\,\frac{Q_{r-2}(\gamma)}{Q_{r-3}(\gamma)} \cdots\cdots \frac{Q_1(\gamma)}{Q_0(\gamma)} = Q_r(\gamma), \qquad Q_0(\gamma) = 1 \tag{3.66}$$

$$Q_r(\gamma) = \frac{m-r+1}{m-r-\gamma+1}\,\frac{m-r+2}{m-r-\gamma+2}\,\cdots\cdots\,\frac{m}{m-\gamma} \tag{3.67}$$

$$Q_r(\gamma) = \prod_{i=1}^{r} \frac{m-i+1}{m-i+1-\gamma} \tag{3.68}$$

olarak elde edilir. Böylece $Q_r(\gamma)$ için, Eş. 3.62' ye göre hesaplanması daha kolay bir ifade bulunmuştur.

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının bu yöntem ile parametrelerinin kestirilmesi amacıyla, r' ninci sıralı örnek için aşağıdaki doğrusal olmayan ifade yazılabilir:,

$$Z_r = E[Z_r] + e_r \qquad r = 1, 2, \cdots, m \tag{3.69}$$

Burada; e_r ortalaması 0 olan hata değişkenidir.

Eş. 3.61' de r' ninci sıralı örneğin beklenen değeri için bulunan ifade incelendiğinde, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının ölçek parametresinin doğrusal olarak, şekil parametresinin ise doğrusal olmayarak değiştiği gözlemlenir. Bu nedenle ölçek parametresinin kestirimi için,

$$S = \sum_{r=1}^{m} {e_r}^2 = \sum_{r=1}^{m} \left[Z_r - \frac{\sigma}{\gamma}(Q_r(\gamma) - 1) \right]^2 \tag{3.70}$$

ifadesinin σ' ya göre türevi alınarak sıfıra eşitlenebilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\sigma} \left\{ \sum_{r=1}^{m} \left[Z_r - \frac{\sigma}{\gamma}\,(Q_r(\gamma) - 1) \right]^2 \right\} &= 0 \\ 2\sum_{r=1}^{m} \left[(Z_r - \frac{\sigma}{\gamma}\,(Q_r(\gamma) - 1)\;(-\frac{1}{\gamma}\,(Q_r(\gamma) - 1) \right] &= 0 \end{aligned} \tag{3.71}$$

elde edilir. Buradan,

$$\left(\frac{-Z_1}{\gamma}(Q_1(\gamma) - 1) + \frac{\sigma}{\gamma^2}(Q_1(\gamma) - 1)^2 \right) + \left(\frac{-Z_2}{\gamma}(Q_2(\gamma) - 1) + \frac{\sigma}{\gamma^2}(Q_2(\gamma) - 1)^2 \right) + ... +$$

$$\left(\frac{-Z_m}{\gamma}(Q_m(\gamma) - 1) + \frac{\sigma}{\gamma^2}(Q_m(\gamma) - 1)^2 \right) = 0 \tag{3.72}$$

$$\sum_{r=1}^{m} \frac{Z_r(Q_r(\gamma) - 1}{\gamma} = \frac{\sigma}{\gamma^2} \sum_{r=1}^{m} (Q_r(\gamma) - 1)^2 \tag{3.73}$$

$$\sigma_{min} = \gamma \frac{\sum_{r=1}^{m} Z_r \; (Q_r(\gamma) - 1)}{\sum_{r=1}^{m} (Q_r(\gamma) - 1)^2} \quad \text{olarak bulunur.} \tag{3.74}$$

Eş. 3.74' deki ifade de σ' nın en küçük değeri, alınan örneklere ve γ' ya bağlı çıkmaktadır. Bu nedenle, σ_{min} ifadesi Eş. 3.70' de yerine konulursa,

$$S = \sum_{r=1}^{m} e_r{}^2 = \sum_{r=1}^{m} \left[Z_r - \frac{\sum_{r=1}^{m} Z_r \; (Q_r(\gamma) - 1)}{\sum_{r=1}^{m} (Q_r(\gamma) - 1)^2} (Q_r(\gamma) - 1) \right]^2 \tag{3.75}$$

olarak elde edilir. Eş. 3.75' deki γ değişkeni doğrusal olarak değişmemektedir. Bu nedenle, Eş. 3.75' i minimize eden γ değeri Nelder-Mead (Nelder-Mead, 1965) minimizasyon algoritması kullanılarak nümerik hesaplama ile bulunur.

Yukarıda açıklanan yöntem ile $\hat{\gamma}$ bulunduktan sonra, Eş. 3.74' de yerine yazılarak $\hat{\sigma}$ değeri bulunur. Böylece, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirim yöntemi ile Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının ölçek ve şekil parametreleri kestirilmiş olur.

3.6.4 Zhang ve Stephens'ın (Z. – S.) Kestirim Yöntemi

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesine yönelik olarak, J. Zhang ve M.A. Stephens tarafından (Zhang and Stephens, 2009) yapılan çok sayıda deneyler sonucunda ilk kez geliştirilen nümerik bir yöntemdir. En Büyük Olabilirlik Kestirimi ile Bayesian Kestirim Yönteminin birlikte kullanılmasıyla gerçeklenmektedir. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı için elde edilen olabilirlik işlevinin şekil ve ölçek parametrelerinin kestirimi için doğrudan çözülmesi yerine Bayesian kestirim denkleminde yerine yazılarak nümerik olarak çözülmesi önerilmiştir.

Bu yöntemde; Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil parametresi log olabilirlik işlevinden , ölçek parametresi ise Bayesian kestirim denkleminin numerik olarak çözülmesinden kestirilmiştir. Böylece; Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesinde, En Büyük Olabilirlik Kestirimindeki minimizasyon işlemine gerek duyulmadan uygulanması oldukça basite indirgenmiş yeni bir yöntem elde edilmiştir.

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının log olabilirlik işlevi aşağıdaki şekilde elde edilmiştir (Bkz.Eş.3.29):

$$L(\gamma, \sigma; z) = -m \ln(\sigma) - \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \sum_{i=1}^{m} \ln\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma} z_i\right) \tag{3.76}$$

Bu ifadenin γ ve σ parametrelerine göre türevlerinin alınıp sıfıra eşitlenmesi sonucunda γ parametresinin kestirimi için,

$$\gamma = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \ln\left(1 + \frac{\gamma}{\sigma} z_i\right) \tag{3.77}$$

ifadesi Eş.3.32 ile elde edilmiştir. Burada, $\theta = \gamma/\sigma$ değişken dönüşümü uygulanırsa,

$$\gamma = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \ln(1 + \theta z_i) \tag{3.78}$$

olarak elde edilir.

Bayesian denklemi,

$$f(x|y) = \frac{f(y|x)\, f(x)}{f(y)} \tag{3.79}$$

şeklinde yazılır. Burada $f(\,\cdot\,)$ olasılık yoğunluk işlevini, $f(\,\cdot \mid \cdot\,)$ koşullu olasılık yoğunluk işlevini göstermektedir. Bayesian denklemi, herhangi bir olayın gözlem yapılmadan önceki olasılığı ile gözlem yapıldıktan sonraki olasılığı arasındaki temel ilişkidir.

Eş. 3.79,

$$f(x|y) = \frac{f(y|x)\, f(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(y|x)\, f(x) dx} \tag{3.80}$$

şeklinde yazılabilir. Burada, Eş. 3.80' nın her iki tarafının da ortalaması alınırsa,

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\ f(x|y)dx = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x\ f(y|x)\ f(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(y|x)\ f(x)dx}$$

$$E[x|y] = \hat{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x\ f(y|x)\ f(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(y|x)\ f(x)dx} \tag{3.81}$$

olarak elde edilir. Eş. 3.81, Bayesian parametre kestirim ifadesidir (Berger, 1985). Burada; $f(y|x)$, olabilirlik işlevini ve $f(x)$ ise önsel olasılık yoğunluk işlevini ifade etmektedir.

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının parametrelerinin kestirilmesi için Eş. 3.81 aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\hat{\theta} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \theta\ L(\theta)\ H(\theta)d\theta}{\int_{-\infty}^{\infty} L(\theta)\ H(\theta)d\theta} \tag{3.82}$$

Burada, $H(\theta)$, θ değerinin önsel olasılık işlevi, $L(\theta)$ ise olabilirlik işlevidir.

J. Zhang ve M.A. Stephens (Zhang and Stephens, 2009) Eş. 3.82 ifadesinin çözümü için yaptıkları çok sayıda gözlemler ve deneyler sonucunda nümerik bir yöntem geliştirmişlerdir.

Bu yöntemde, önsel olasılık işlevi, $H(\theta)$, şekil parametresi 0.5, ölçek parametresi ise $\frac{1}{6x^*}$, $x^* = z_{m/4}$, olan Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık yoğunluk işlevi olarak seçilmiştir. Burada, z_i, $i = 1, 2, \cdots, m$, küçükten büyüğe doğru sıralanmış örnekleri, x^* ise bu sıralı örneklerin ilk çeyrek değerini göstermektedir. Bu değerler belirtildiği şekilde, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olasılık dağılım işlevinde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} G(y) &= 1 - \left(1 + \frac{\gamma}{\sigma}y\right)^{-\frac{1}{\gamma}} \\ &= 1 - (1 + 3x^* y)^{-2}, \quad y > 0 \end{aligned} \tag{3.83}$$

olarak elde edilir. Nümerik çözüm için, $y = (1/z_m) + \theta$ değişken dönüşümü ile $k = 20 + \lfloor \sqrt{m} \rfloor$ şeklinde seçilmiş ve önsel dağılım olan Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının, $(j - 0.5)/k$ 'nıncı dağılım dilimi Eş.3.82' de yer alan $(\theta_j,\ j = 1, 2, \cdots, k)$ ifadesine eşitlenmiştir (Zhang and Stephens, 2009). Buradaki, $\lfloor \cdot \rfloor$ işlevi kendisinden küçük en büyük tamsayıya yuvarlama işlevidir.

Sonuç olarak, $(j - 0.5)/k$'nıncı dağılım dilimi Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı cinsinden yazılırsa:

$$\begin{aligned} \frac{j - 0.5}{k} = 1 - G(y) &= \left[1 + 3x^* \left(\frac{1}{z_m} + \theta_j\right)\right]^{-2} \\ \sqrt{\frac{k}{j - 0.5}} &= 1 + 3x^* \left(\frac{1}{z_m} + \theta_j\right) \\ \theta_j &= \frac{\sqrt{\frac{k}{j - 0.5}} - 1}{3x^*} - \frac{1}{z_m}, \quad j = 1, 2, \cdots, k \end{aligned} \tag{3.84}$$

olarak elde edilir.

θ_j, Eş.3.84' deki şekilde elde edildikten sonra, Eş.3.82' de belirtilen $\hat{\theta}$ ifadesi denklemi yerine,

$$\hat{\theta} = \sum_{j=1}^{k} \theta_j \frac{L(\theta_j)}{\sum_{i=1}^{k} L(\theta_i)} \tag{3.85}$$

ifadesinin kullanılabileceği önerilmiştir.

J.Zhang ve M.A.Stephens (Zhang and Stephens, 2009), Eş. 3.85' de nümerik olarak bulunan $\hat{\theta}$ değerinin Eş. 3.82' deki karmaşık integral denkleminin çözümü ile aynı sonucu verdiğini göstermiştir.

$\hat{\theta}$ değeri Eş. 3.85 ile bulunduktan sonra,

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \ln\left(1 + \hat{\theta} z_i\right) \tag{3.86}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\theta}} \tag{3.87}$$

şeklinde elde edilir.

Böylece, Eş.3.86 ve Eş.3.87 ile Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametreleri kestirilmiş olur.

4. BAŞARIM ANALİZİ

Tez çalışmasının buraya kadar olan bölümünde, herhangi bir dağılımın kuyruk bölümünden alınan örneklerin Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmesi ve bu modelleme sonucunda radar eşik seviyesinin kestirilmesi yöntemine ilişkin teorik çalışma anlatılmıştır. Bu bölümde ise,

- Gauss Dağılımı (Ortalama = 0, Değişinti = 1)
- Üstel Dağılım (Ölçek = 0.1)
- Lognormal Dağılımı
- Weibull Dağılımı (Şekil = 3, Ölçek = 1 ve Şekil = 0.5, Ölçek = 1)
- Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (Şekil = -0.25, Ölçek = 1 ve Şekil = 0.5, Ölçek = 1)
- Chi Kare Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4)
- Student-t Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4 ve Bağımsızlık Derecesi = 8)
- K Dağılımı (Şekil = -0.5, Ölçek = 1, Şekil = 0.5, Ölçek = 1 ve Şekil = 1.5, Ölçek = 1)

olmak üzere, farklı kuyruk bölümü karakteristikleri sergileyen bu dağılımlara ilişkin örnekler üretilmiş, bu örneklerden kuyruk bölümlerine ait olanlar Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmiş ve verilen farklı yanlış alarm olasılıkları için Bölüm 3.5' de sunulan eşik seviyesi kestirim yöntemi ile eşik seviyeleri kestirilmiştir.

Daha sonra, kestirilen bu eşik seviyesi değerleri herbir dağılımın teorik olarak hesaplanan eşik seviyesi değerleriyle karşılaştırılarak sunulan bu eşik seviyesi kestirim yönteminin başarım analizi incelenmiştir.

Bu başarım analizi sonuçları, hem sayısal çizelgeler halinde sunulmuş, hem de grafiklerle karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

4.1 Başarım Analizinde Kullanılacak Örneklerin Belirlenmesi

Bölüm 4' de belirtilen herbir dağılıma ilişkin birbirinden bağımsız örneklerin üretilmesi ve verilen yanlış alarm olasılığı değerleri için eşik seviyelerinin teorik olarak hesaplanması EK-1' de detaylı olarak gösterilmiştir.

Bölüm 3.5' de sunulan eşik seviyesi kestirim yönteminin başarım analizinde kullanılacak örneklerin belirlenmesine ilişkin yapılan işlemler aşağıda sıralanmıştır:

1. Bölüm 4' de verilen herbir dağılım için birbirinden bağımsız 1000, 5000, 10000 ve 50000 adet örnek EK-1' de belirtilen yöntemlerle ayrı ayrı üretilmiştir. Üretilen bu örnek sayıları n ile gösterilmiştir.

2. Üretilen bu örnekler küçükten büyüğe doğru sıralanarak sıralı örnek paketleri elde edilmiştir.

3. Bölüm 3.4' de belirtildiği gibi , DuMouchel tarafından (DuMouchel, 1983) önerildiği şekilde,

$$1 - F(x_0) = \int_{x_0}^{\infty} f_X(x)\, dx = \alpha = 0.1 \tag{4.1}$$

   eşitliğine göre, sıralı örnek paketlerinin en büyük %10' luk kısmı Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmek üzere seçilmiştir. Yani, toplam üretilen n tane sıralı örneğin, $m = (0.1)\, n$ tanesi kuyruk bölümünün modellenmesi için kullanılmıştır.

4. x_0 değerinin Eş. 4.1' deki ifadeden belirlenmesi yerine, Öztürk tarafından (Ozturk *et al.*, 1996), yapılan istatiksel deneyler sonucunda, küçükten büyüğe doğru sıralanmış n tane örnekten x_{n-m}' inci örnek değerinin x_0 değeri olarak kullanılabileceği önerilmiştir. Buna göre,

$$x_0 = x_{n-m}, \quad m = (0.1)\, n \tag{4.2}$$

   olarak alınmıştır.

5. Daha sonra alınan bu m tane örnek (x_{n-m+r}, $r = 1, 2, \cdots, m$),

$$z_r = x_{n-m+r} - x_0 \;\; r = 1, 2, \cdots, m \tag{4.3}$$

   ifadesine göre orijine kaydırılarak, z_r, $r = 1, 2, \cdots, m$ örnekleri elde edilmiştir.

6. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile olasılık yoğunluk işlevlerinin kuyruk bölümlerinin modellenmesinde Eş. 4.3 ile elde edilen örnekler kullanılmıştır.

1000 adet örnek için,

$$\begin{aligned} n &= 1000 \\ m &= (0.1)n = 100 \\ x_0 &= x_{(n-m)} = x_{(900)} \\ z_r &= x_{(n-m+r)} - x_0 = x_{(900+r)} - x_{(900)} \quad r = 1, 2, \cdots, 100 \end{aligned} \tag{4.4}$$

5000 adet örnek için,

$$\begin{aligned} n &= 5000 \\ m &= (0.1)n = 500 \\ x_0 &= x_{(n-m)} = x_{(4500)} \\ z_r &= x_{(n-m+r)} - x_0 = x_{(4500+r)} - x_{(4500)} \quad r = 1, 2, \cdots, 500 \end{aligned} \tag{4.5}$$

10000 adet örnek için,

$$\begin{aligned} n &= 10000 \\ m &= (0.1)n = 1000 \\ x_0 &= x_{(n-m)} = x_{(9000)} \\ z_r &= x_{(n-m+r)} - x_0 = x_{(9000+r)} - x_{(9000)} \quad r = 1, 2, \cdots, 1000 \end{aligned} \tag{4.6}$$

50000 adet örnek için,

$$\begin{aligned} n &= 50000 \\ m &= (0.1)n = 5000 \\ x_0 &= x_{(n-m)} = x_{(45000)} \\ z_r &= x_{(n-m+r)} - x_0 = x_{(45000+r)} - x_{(45000)} \quad r = 1, 2, \cdots, 5000 \end{aligned} \tag{4.7}$$

değerleri kullanılmıştır.

4.2 Eşik Seviyelerinin Kestirilmesi

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanılarak eşik seviyelerinin kestirilmesi denklemi Eş. 3.24' de çıkarılmıştır. Bu ifade,

$$\hat{\eta} = x_0 + \frac{\sigma}{\gamma}\left(\left(\frac{P_f}{\alpha}\right)^{-\gamma} - 1\right) \qquad \hat{\eta} > x_0 \tag{4.8}$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$\hat{\eta}$: Eşik seviyesinin kestirimi,
x_0 : Bölüm 4.1' de belirtilen x_{n-m} değeri,
σ : Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının ölçek parametresi,
γ : Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil parametresi,
P_f : Yanlış alarm olasılığı,
α : Modellenen kuyruk bölümünün alanıdır.

Bölüm 4' de belirtilen herbir dağılım için, 1000, 5000, 10000 ve 50000 adet örnek EK-1' de belirtilen yöntemlerle ayrı ayrı üretilmiş ve Bölüm 4.1.' de belirtilen parametreler belirlenerek $z_r = x_{n-m+r} - x_0 \;\; r = 1, 2, \cdots, m$ örnekleri elde edilmiştir. Elde edilen bu örnekler Genelleştirilmiş Pareto Dağılımında kullanılarak, Bölüm 3.6.' da verilen En Büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim Yöntemi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi ve Zhang ve Stephens'ın Kestirim Yöntemi ile Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı'nın şekil ve ölçek parametreleri kestirilmiştir. Böylece, elde edilen bu parametreler Eş. 4.8' de yerine yazılarak $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$, ve 10^{-7} değerleri için eşik seviyesi kestirimi yapılmıştır.

Yukarıda anlatılan yöntemin, Bölüm 4' de belirtilen herbir dağılıma uygulanması aşağıda verilen adımlarla yapılmıştır. Bu adımların gerçekleştirilmesinde MATLAB programının 2009-A versiyonu kullanılmıştır.

1. İlk olarak, ilgili dağılımdan alınan toplam 1000 adet örnekten ($n = 1000$) Bölüm 4.1' de belirtilen parametreler ve $z_r = x_{n-m+r} - x_0 \;\; r = 1, 2, \cdots, m$ örnekleri elde edilmiştir.

2. Bu m tane $z_r = x_{n-m+r} - x_0 \quad r = 1, 2, \cdots, m$, örnekleri Bölüm 3.4.'de belirtildiği şekilde Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmiştir.

3. Yapılan bu modellemede, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametreleri Bölüm 3.6' da verilen En Büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim Yöntemi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi ve Zhang ve Stephens'ın Kestirim Yöntemi ile kestirilerek dört farklı şekil ve ölçek parametre ikilisi elde edilmiştir.

4. Elde edilen bu dört farklı parametre kümeleri, Eş. 4.8' de yerine yazılarak, $P_f = 10^{-2}$ değeri için dört farklı eşik seviyesi kestirimleri elde edilmiş ve kaydedilmiştir.

5. Böylece, 1000 adet örnek kullanılarak eşik seviyesi kestirimi için 1 deney tamamlanmıştır.

6. Sonra, ilgili dağılımdan ikinci bir 1000 adet bağımsız örnek alınmış ve yukarıdaki işlemler tekrarlanarak Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının 4 farklı parametre kestirim yöntemi için ikinci bir 4 farklı eşik seviyesi değerleri elde edilerek kaydedilmiş ve eşik seviyesi kestirimine ilişkin ikinci deney tamamlanmıştır.

7. Yukarıdaki belirtilen deneyler birbirinden bağımsız olarak 50, 200 ve 800 kez tekrarlanarak Geneleştirilmiş Pareto Dağılımının dört farklı parametre kestirim yöntemi ve $P_f = 10^{-2}$ değeri için elde edilen eşik seviyesi kestirim değerleri kaydedilmiştir.

8. Daha sonra; bu işlemler, aynı m tane $z_r = x_{n-m+r} - x_0 \quad r = 1, 2, \cdots, m$, örnek kullanılarak $P_f = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}$ değerleri için tekrarlanmış ve elde edilen eşik seviyesi kestirim değerleri kaydedilmiştir.

9. Böylece, 1000 adet örnek için 50, 200 ve 800 adet eşik seviyesi kestirim deneyleri, P_f' in yukarıda belirtilen $10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ ve 10^{-7} değerleri için tamamlanmıştır.

10. İlgili dağılımdan birbirinden bağımsız olarak alınan 5000, 10000 ve 50000 adet örnek için yukarıdaki tüm işlemler tekrar edilerek elde edilen eşik seviyesi kestirimleri kaydedilmiştir.

11. Sonuç olarak, tüm bu uygulama, Bölüm 4’ de belirtilen herbir dağılım için yapılmış ve eşik seviyesi kestirimleri kaydedilmiştir.

4.3 Eşik Seviyesi Kestirimi Başarımının İncelenmesi

Bölüm 4’ de belirtilen herbir dağılımın $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ ve 10^{-7} değerleri için eşik seviyesi kestirimleri yukarıdaki bölümde yapılmıştır.

Bu bölümde, kestirilen bu eşik seviyeleri EK-1’ de teorik olarak hesaplanan eşik seviyeleri ile karşılaştırılarak, Eş. 4.8’ de verilen eşik seviyesi kestirim yönteminin başarımı incelenecektir. Bu karşılaştırma,

$$e = \left| \frac{\hat{\eta} - \eta}{\eta} \right| \tag{4.9}$$

denklemi kullanılarak yapılacaktır. Burada, $|\cdot|$ mutlak değer işlevini,

$\hat{\eta}$: Eşik seviyesinin kestirimini,
η : Teorik eşik seviyesi değerini,
e : Normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatasını, ifade etmektedir.

Bölüm 4.2’ de yapılan çalışmada 50, 200 ve 800 adet deney sonucunda elde edilen eşik seviyesi kestirim değerleri, Eş. 4.9’ da teorik eşik seviyesi değerleri ile birlikte yerine yazılarak eşik seviyesi kestirimi hata değerleri elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen bu eşik seviyesi kestirimi hata değerlerinin orta değerleri alınarak kaydedilmiştir.

Böylece, Bölüm 4’ de belirtilen herbir dağılıma ilişkin olarak, $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$, $10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}$ değerleri için Bölüm 3.6.’ da verilen En Büyük Olabilirlik Kestirim (EBOK) Yöntemi , Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim (OAMK) Yöntemi , Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirim (SÖEKKK) Yöntemi ile Zhang ve Stephens’ın Kestirim Yöntemi (Z. – S.) kullanılarak gerçekleştirilen 50, 200 ve 800 adet deney sonuçlarına göre kestirilen eşik seviyelerinin normalize edilmiş hata değerleri bulunmuş ve orta değerleri alınarak aşağıdaki çizelgelerde sunulmuştur.

Çizelge 4.1’ de Standart Gauss Dağılımının, Çizelge 4.2’ de Üstel Dağılımının (Şekil = 0.1), Çizelge 4.3’ te Lognormal Dağılımının, Çizelge 4.4’ te Weibull Dağılımının (Şekil = 3, Ölçek = 1), Çizelge 4.5’ te Weibull Dağılımının (Şekil = 0.5, Ölçek = 1), Çizelge 4.6’ da Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının (Şekil = -0.25, Ölçek = 1), Çizelge 4.7’ de Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının (Şekil = 0.5, Ölçek = 1), Çizelge 4.8’ de Chi Kare Dağılımının (Bağımsızlık Derecesi = 4), Çizelge 4.9’ da Student-t Dağılımının (Bağımsızlık Derecesi = 4), Çizelge 4.10’ da Student-t Dağılımının (Bağımsızlık Derecesi = 8), Çizelge 4.11’ de K Dağılımının (Şekil = -0.5, Ölçek = 1), Çizelge 4.12’ de K Dağılımının (Şekil = 0.5, Ölçek = 1), Çizelge 4.13’ te K Dağılımının (Şekil = 1.5, Ölçek = 1) normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatalarının orta değerleri verilmiştir.

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Gauss Ortalama=0 Değişinti=1	EBOK	1000	50	0,3210	0,4214	0,4163	0,4256	0,4792	0,4994
			200	0,2506	0,3087	0,3164	0,4210	0,4514	0,4759
			800	0,2010	0,2041	0,2089	0,2178	0,2264	0,2399
		5000	50	0,0835	0,1021	0,1097	0,1329	0,1593	0,2180
			200	0,0527	0,0802	0,0911	0,1148	0,1201	0,1408
			800	0,0389	0,0510	0,0716	0,0811	0,0912	0,1073
		10000	50	0,0010	0,0012	0,0074	0,0240	0,0455	0,0702
			200	0,0009	0,0011	0,0037	0,0112	0,0185	0,0550
			800	0,0004	0,0008	0,0019	0,0087	0,0119	0,0418
		50000	50	0,0006	0,0008	0,0041	0,0119	0,0206	0,0217
			200	0,0002	0,0005	0,0018	0,0110	0,0133	0,0171
			800	0,0001	0,0000	0,0010	0,0055	0,0066	0,0153
	OAMK	1000	50	0,2102	0,2257	0,3231	0,4123	0,4876	0,5473
			200	0,1634	0,1700	0,2140	0,3258	0,3791	0,4385
			800	0,1118	0,1204	0,1299	0,1538	0,2146	0,3276
		5000	50	0,1053	0,1127	0,1372	0,1779	0,2146	0,2541
			200	0,0710	0,0891	0,0913	0,1016	0,1483	0,1519
			800	0,0432	0,0610	0,0713	0,0816	0,0907	0,1231
		10000	50	0,0043	0,0058	0,0254	0,0779	0,1303	0,1785
			200	0,0028	0,0032	0,0172	0,0454	0,0803	0,1164
			800	0,0018	0,0029	0,0143	0,0438	0,0785	0,1141
		50000	50	0,0018	0,0025	0,0123	0,0280	0,0498	0,0730
			200	0,0012	0,0020	0,0106	0,0203	0,0409	0,0652
			800	0,0003	0,0017	0,0078	0,0199	0,0374	0,0606
	SÖEKKK	1000	50	0,3902	0,4041	0,4237	0,4426	0,4577	0,4679
			200	0,2280	0,2918	0,3168	0,3228	0,3584	0,3927
			800	0,1606	0,1906	0,2043	0,2294	0,2514	0,2705
		5000	50	0,0948	0,1044	0,1172	0,1347	0,1545	0,1793
			200	0,0632	0,0794	0,0811	0,0900	0,0913	0,1015
			800	0,0412	0,0576	0,0611	0,0698	0,0713	0,0814
		10000	50	0,0033	0,0025	0,0141	0,0538	0,0952	0,1423
			200	0,0019	0,0016	0,0126	0,0226	0,0465	0,0771
			800	0,0011	0,0025	0,0081	0,0188	0,0383	0,0635
		50000	50	0,0019	0,0023	0,0116	0,0207	0,0348	0,0570
			200	0,0014	0,0017	0,0091	0,0153	0,0319	0,0545
			800	0,0008	0,0012	0,0062	0,0126	0,0272	0,0449
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,3154	0,3323	0,4352	0,5881	0,6926	0,7093
			200	0,2510	0,2705	0,3684	0,4243	0,4950	0,5779
			800	0,2119	0,2370	0,3038	0,4156	0,4327	0,4798
		5000	50	0,1072	0,1051	0,1170	0,1415	0,1661	0,1908
			200	0,0610	0,0657	0,0711	0,0813	0,0915	0,1179
			800	0,0506	0,0610	0,0637	0,0691	0,0714	0,0915
		10000	50	0,0018	0,0020	0,0121	0,0300	0,0556	0,0838
			200	0,0015	0,0012	0,0094	0,0217	0,0311	0,0721
			800	0,0009	0,0011	0,0064	0,0117	0,0147	0,0676
		50000	50	0,0011	0,0012	0,0105	0,0162	0,0264	0,0583
			200	0,0009	0,0011	0,0088	0,0126	0,0225	0,0463
			800	0,0004	0,0005	0,0053	0,0087	0,0107	0,0253

Çizelge 4.1. Gauss (Ortalama=0, Değişinti=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Üstel Ölçek = 0.1	EBOK	1000	50	0,4907	0,5012	0,5102	0,5194	0,5221	0,5297
			200	0,4034	0,4095	0,4150	0,4286	0,4357	0,4769
			800	0,3090	0,3138	0,3271	0,3326	0,3377	0,3420
		5000	50	0,1038	0,1071	0,1185	0,1248	0,1548	0,1737
			200	0,0502	0,0607	0,0760	0,0823	0,0911	0,1132
			800	0,0301	0,0402	0,0527	0,0695	0,0728	0,0840
		10000	50	0,0029	0,0056	0,0096	0,0192	0,0236	0,0299
			200	0,0018	0,0045	0,0086	0,0152	0,0183	0,0191
			800	0,0010	0,0022	0,0052	0,0078	0,0104	0,0119
		50000	50	0,0013	0,0028	0,0079	0,0103	0,0163	0,0225
			200	0,0012	0,0025	0,0069	0,0119	0,0128	0,0135
			800	0,0007	0,0019	0,0033	0,0076	0,0083	0,0090
	OAMK	1000	50	0,4191	0,4194	0,4553	0,5687	0,5425	0,6150
			200	0,3540	0,3641	0,3845	0,4154	0,4756	0,5357
			800	0,2741	0,2802	0,2840	0,3250	0,3643	0,4046
		5000	50	0,1256	0,1314	0,1455	0,1633	0,1774	0,1916
			200	0,0963	0,1086	0,1186	0,1225	0,1311	0,1421
			800	0,0601	0,0703	0,0818	0,0824	0,0963	0,1116
		10000	50	0,0074	0,0130	0,0246	0,0366	0,0463	0,0560
			200	0,0054	0,0098	0,0166	0,0220	0,0304	0,0378
			800	0,0030	0,0054	0,0105	0,0155	0,0206	0,0279
		50000	50	0,0024	0,0078	0,0137	0,0196	0,0268	0,0341
			200	0,0021	0,0055	0,0103	0,0170	0,0225	0,0276
			800	0,0013	0,0042	0,0083	0,0095	0,0116	0,0179
	SÖEKKK	1000	50	0,5141	0,5189	0,5263	0,5394	0,5418	0,5491
			200	0,3150	0,3652	0,3954	0,4155	0,4454	0,4754
			800	0,2240	0,2441	0,2742	0,2943	0,3144	0,4102
		5000	50	0,1023	0,1083	0,3118	0,4012	0,4812	0,4914
			200	0,0611	0,0810	0,2877	0,3412	0,3987	0,3112
			800	0,0320	0,0510	0,1806	0,1906	0,2307	0,2609
		10000	50	0,0059	0,0092	0,0212	0,0316	0,0318	0,0400
			200	0,0033	0,0087	0,0116	0,0201	0,0259	0,0274
			800	0,0037	0,0047	0,0068	0,0096	0,0165	0,0168
		50000	50	0,0021	0,0050	0,0095	0,0132	0,0229	0,0296
			200	0,0018	0,0037	0,0086	0,0131	0,0164	0,0189
			800	0,0011	0,0032	0,0056	0,0083	0,0093	0,0121
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,5131	0,5221	0,5332	0,5520	0,5655	0,5914
			200	0,3151	0,3353	0,3754	0,3983	0,4139	0,4640
			800	0,2641	0,2740	0,2801	0,2841	0,2942	0,3142
		5000	50	0,1049	0,1078	0,1170	0,1238	0,1303	0,1358
			200	0,0610	0,0662	0,0711	0,0829	0,0903	0,1108
			800	0,0368	0,0411	0,0558	0,0594	0,0611	0,0826
		10000	50	0,0044	0,0081	0,0136	0,0225	0,0242	0,0311
			200	0,0025	0,0064	0,0089	0,0191	0,0200	0,0212
			800	0,0022	0,0039	0,0059	0,0085	0,0123	0,0131
		50000	50	0,0020	0,0040	0,0090	0,0127	0,0168	0,0182
			200	0,0017	0,0031	0,0044	0,0125	0,0142	0,0155
			800	0,0010	0,0025	0,0041	0,0080	0,0089	0,0102

Çizelge 4.2. Üstel (Ölçek=0.1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Log Normal	EBOK	1000	50	0,5964	0,6067	0,7315	0,7615	0,8638	0,9638
			200	0,3995	0,4524	0,4714	0,4945	0,6629	0,8869
			800	0,1691	0,1969	0,2213	0,3366	0,4721	0,5740
		5000	50	0,2054	0,2240	0,2694	0,3807	0,4857	0,5409
			200	0,1734	0,1885	0,2178	0,3015	0,3170	0,4338
			800	0,1458	0,1637	0,1924	0,2229	0,2405	0,3605
		10000	50	0,0150	0,1181	0,1809	0,2132	0,2423	0,2733
			200	0,0115	0,0911	0,1719	0,1911	0,2013	0,2415
			800	0,0104	0,0811	0,1201	0,1607	0,1809	0,2311
		50000	50	0,0124	0,0203	0,1507	0,2100	0,2371	0,2617
			200	0,0096	0,0193	0,1252	0,1802	0,1924	0,2304
			800	0,0067	0,0136	0,1086	0,1651	0,1790	0,2241
	OAMK	1000	50	0,4956	0,5304	0,5248	0,5718	0,6047	0,6639
			200	0,2432	0,2604	0,2552	0,2958	0,3814	0,3875
			800	0,0488	0,0507	0,0690	0,1216	0,1415	0,1727
		5000	50	0,1078	0,1249	0,2044	0,2527	0,4451	0,5137
			200	0,0715	0,0883	0,0987	0,0990	0,1900	0,2865
			800	0,0448	0,0636	0,0699	0,0710	0,0822	0,1309
		10000	50	0,0097	0,0996	0,1482	0,1693	0,1934	0,2584
			200	0,0066	0,0790	0,1104	0,1208	0,1611	0,2098
			800	0,0044	0,0216	0,0700	0,0902	0,1164	0,1771
		50000	50	0,0067	0,0151	0,1207	0,1409	0,1778	0,2059
			200	0,0043	0,0121	0,0892	0,1209	0,1504	0,1971
			800	0,0032	0,0088	0,0299	0,1107	0,1251	0,1430
	SÖEKKK	1000	50	0,5136	0,5791	0,6524	0,6309	0,8597	0,8934
			200	0,3053	0,3278	0,3978	0,4110	0,5272	0,7633
			800	0,1345	0,1807	0,2004	0,2081	0,2153	0,4168
		5000	50	0,1047	0,1172	0,2279	0,3429	0,6408	1,0053
			200	0,0694	0,0811	0,1158	0,2029	0,3379	0,5914
			800	0,0438	0,0537	0,0646	0,0803	0,1529	0,2690
		10000	50	0,0031	0,0809	0,0914	0,1071	0,1620	0,1820
			200	0,0025	0,0511	0,0612	0,0917	0,1421	0,1523
			800	0,0024	0,0411	0,0582	0,0712	0,1141	0,1179
		50000	50	0,0027	0,0089	0,0713	0,1161	0,1593	0,1623
			200	0,0020	0,0076	0,0611	0,0814	0,1302	0,1421
			800	0,0013	0,0035	0,0110	0,0629	0,0915	0,1291
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,5175	0,6045	0,6817	0,6234	0,6778	0,7570
			200	0,3027	0,3668	0,2884	0,3283	0,4398	0,4653
			800	0,0910	0,1098	0,1102	0,1217	0,2261	0,3034
		5000	50	0,1063	0,1381	0,1997	0,2917	0,3701	0,4331
			200	0,0740	0,0858	0,1426	0,2124	0,2588	0,2833
			800	0,0455	0,0547	0,1077	0,1650	0,2030	0,2327
		10000	50	0,0082	0,0738	0,1163	0,1319	0,1844	0,2252
			200	0,0054	0,0699	0,0952	0,1073	0,1578	0,1803
			800	0,0032	0,0641	0,0631	0,0784	0,1203	0,1309
		50000	50	0,0042	0,0112	0,0816	0,1211	0,1683	0,1931
			200	0,0029	0,0095	0,0741	0,1025	0,1509	0,1790
			800	0,0021	0,0065	0,0245	0,0952	0,1028	0,1305

Çizelge 4.3. Lognormal Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Weibull Şekil = 3 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,4920	0,5034	0,5164	0,5722	0,5855	0,6104
			200	0,2671	0,2825	0,2939	0,3095	0,3325	0,3496
			800	0,1314	0,1386	0,1411	0,1435	0,1547	0,1717
		5000	50	0,0910	0,1010	0,1079	0,1202	0,1366	0,1557
			200	0,0500	0,0598	0,0660	0,0782	0,0957	0,1159
			800	0,0324	0,0327	0,0370	0,0489	0,0640	0,0825
		10000	50	0,0019	0,0022	0,0032	0,0199	0,0267	0,0401
			200	0,0007	0,0017	0,0029	0,0093	0,0234	0,0387
			800	0,0001	0,0011	0,0023	0,0056	0,0221	0,0344
		50000	50	0,0013	0,0015	0,0028	0,0119	0,0207	0,0304
			200	0,0005	0,0012	0,0024	0,0041	0,0183	0,0201
			800	0,0001	0,0006	0,0011	0,0025	0,0064	0,0192
	OAMK	1000	50	0,5104	0,5005	0,5137	0,6047	0,6025	0,6146
			200	0,3115	0,2778	0,2903	0,3328	0,3578	0,3875
			800	0,0433	0,1451	0,1490	0,1654	0,1949	0,2253
		5000	50	0,1076	0,1022	0,1155	0,1220	0,1429	0,1627
			200	0,0619	0,0599	0,0661	0,0776	0,0960	0,1132
			800	0,0337	0,0321	0,0386	0,0499	0,0631	0,0737
		10000	50	0,0045	0,0061	0,0084	0,0272	0,0396	0,0591
			200	0,0034	0,0044	0,0070	0,0213	0,0392	0,0595
			800	0,0018	0,0033	0,0060	0,0180	0,0344	0,0548
		50000	50	0,0026	0,0041	0,0078	0,0210	0,0398	0,0548
			200	0,0019	0,0036	0,0058	0,0179	0,0344	0,0534
			800	0,0013	0,0025	0,0038	0,0136	0,0287	0,0483
	SÖEKKK	1000	50	0,4146	0,4824	0,4499	0,5068	0,5557	0,6966
			200	0,1775	0,1830	0,1476	0,1014	0,1488	0,1865
			800	0,0512	0,0544	0,1040	0,0895	0,1377	0,1429
		5000	50	0,0855	0,1033	0,1247	0,1558	0,1838	0,2165
			200	0,0617	0,0701	0,0846	0,0962	0,1198	0,1448
			800	0,0331	0,0315	0,0494	0,0752	0,1018	0,1307
		10000	50	0,0026	0,0032	0,0046	0,0231	0,0313	0,0480
			200	0,0018	0,0027	0,0033	0,0145	0,0283	0,0418
			800	0,0006	0,0023	0,0030	0,0101	0,0241	0,0399
		50000	50	0,0015	0,0025	0,0031	0,0143	0,0301	0,0414
			200	0,0009	0,0017	0,0030	0,0082	0,0265	0,0379
			800	0,0004	0,0011	0,0028	0,0075	0,0093	0,0255
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,4175	0,5010	0,5097	0,5633	0,5977	0,6071
			200	0,1764	0,2836	0,2933	0,3078	0,3163	0,3264
			800	0,0592	0,0460	0,0467	0,1350	0,1832	0,2068
		5000	50	0,1062	0,1025	0,1089	0,1280	0,1486	0,1652
			200	0,0627	0,0600	0,0653	0,0797	0,0959	0,1160
			800	0,0329	0,0319	0,0328	0,0498	0,0640	0,0829
		10000	50	0,0037	0,0045	0,0067	0,0254	0,0339	0,0514
			200	0,0022	0,0032	0,0054	0,0163	0,0310	0,0454
			800	0,0011	0,0029	0,0038	0,0136	0,0287	0,0483
		50000	50	0,0017	0,0038	0,0066	0,0172	0,0355	0,0551
			200	0,0015	0,0026	0,0053	0,0122	0,0274	0,0432
			800	0,0009	0,0019	0,0032	0,0117	0,0110	0,0280

Çizelge 4.4. Weibull (Şekil=3, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Weibull Şekil = 0.5 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,6716	0,7150	0,7449	0,7791	0,8541	0,9184
			200	0,2992	0,3291	0,3614	0,3807	0,6181	0,8642
			800	0,2438	0,2568	0,2847	0,3181	0,5532	0,7508
		5000	50	0,1211	0,1299	0,1634	0,2111	0,4344	0,7127
			200	0,0814	0,0911	0,1070	0,1846	0,3681	0,6376
			800	0,0601	0,0756	0,0880	0,1398	0,2469	0,4115
		10000	50	0,0104	0,0203	0,0257	0,0452	0,0622	0,1042
			200	0,0091	0,0166	0,0182	0,0260	0,0424	0,0829
			800	0,0088	0,0117	0,0158	0,0224	0,0357	0,0568
		50000	50	0,0048	0,0108	0,0131	0,0234	0,0475	0,0821
			200	0,0036	0,0093	0,0100	0,0179	0,0221	0,0798
			800	0,0024	0,0087	0,0092	0,0111	0,0160	0,0482
	OAMK	1000	50	0,4716	0,4770	0,4883	0,4914	0,5220	0,5346
			200	0,3226	0,3419	0,3541	0,3685	0,3843	0,4566
			800	0,1297	0,1920	0,2555	0,3314	0,3431	0,3812
		5000	50	0,1165	0,1380	0,1600	0,1967	0,2320	0,2453
			200	0,0844	0,1015	0,1427	0,1836	0,2047	0,2145
			800	0,0681	0,0814	0,1296	0,1633	0,1928	0,1977
		10000	50	0,0212	0,0624	0,0969	0,1008	0,1310	0,1623
			200	0,0178	0,0421	0,0543	0,0794	0,0891	0,1428
			800	0,0135	0,0219	0,0470	0,0717	0,0789	0,1163
		50000	50	0,0095	0,0294	0,0632	0,0814	0,0994	0,1458
			200	0,0052	0,0196	0,0390	0,0708	0,0790	0,1350
			800	0,0028	0,0158	0,0211	0,0634	0,0650	0,0968
	SÖEKKK	1000	50	0,4304	0,4687	0,5226	0,6524	0,7662	0,8444
			200	0,3239	0,3317	0,3695	0,4595	0,5798	0,6809
			800	0,1660	0,1824	0,2443	0,3249	0,4298	0,5691
		5000	50	0,1104	0,1371	0,2204	0,2578	0,2980	0,3665
			200	0,0826	0,0952	0,1731	0,2324	0,2674	0,3092
			800	0,0659	0,0830	0,1252	0,1463	0,1812	0,2267
		10000	50	0,0125	0,0234	0,0549	0,0653	0,0888	0,1376
			200	0,0119	0,0210	0,0413	0,0514	0,0601	0,1039
			800	0,0097	0,0181	0,0206	0,0263	0,0404	0,0716
		50000	50	0,0062	0,0116	0,0491	0,0297	0,0486	0,0928
			200	0,0051	0,0105	0,0352	0,0291	0,0407	0,0805
			800	0,0044	0,0104	0,0183	0,0217	0,0264	0,0664
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,4507	0,4864	0,5232	0,5392	0,5815	0,6065
			200	0,2233	0,3432	0,3363	0,3713	0,4031	0,4525
			800	0,0726	0,1713	0,1905	0,2095	0,2333	0,3396
		5000	50	0,1183	0,1371	0,1419	0,1630	0,3137	0,4804
			200	0,0857	0,0972	0,1044	0,1182	0,1329	0,2194
			800	0,0689	0,0852	0,0805	0,0969	0,1049	0,1882
		10000	50	0,0165	0,0570	0,0770	0,0982	0,1168	0,1422
			200	0,0140	0,0301	0,0425	0,0643	0,0715	0,1281
			800	0,0129	0,0195	0,0234	0,0343	0,0516	0,0870
		50000	50	0,0081	0,0229	0,0529	0,0699	0,0839	0,1215
			200	0,0076	0,0169	0,0395	0,0377	0,0576	0,1097
			800	0,0068	0,0135	0,0199	0,0228	0,0366	0,0766

Çizelge 4.5. Weibull (Şekil=0.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hataları-nın Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
GPD Şekil = - 0.25 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,5274	0,6143	0,6310	0,6378	0,6489	0,6566
			200	0,4035	0,4004	0,4650	0,4987	0,5033	0,5041
			800	0,2430	0,2999	0,3691	0,4024	0,4269	0,4438
		5000	50	0,1096	0,1063	0,1080	0,1113	0,1138	0,1160
			200	0,0726	0,0675	0,0695	0,0712	0,0734	0,0753
			800	0,0569	0,0512	0,0513	0,0529	0,0549	0,0518
		10000	50	0,0059	0,0108	0,0121	0,0147	0,0164	0,0244
			200	0,0025	0,0034	0,0051	0,0068	0,0080	0,0095
			800	0,0013	0,0028	0,0034	0,0033	0,0038	0,0052
		50000	50	0,0012	0,0031	0,0087	0,0104	0,0126	0,0139
			200	0,0010	0,0023	0,0044	0,0051	0,0064	0,0073
			800	0,0008	0,0009	0,0010	0,0012	0,0015	0,0024
	OAMK	1000	50	0,5385	0,6152	0,6225	0,6266	0,6336	0,6484
			200	0,4078	0,5027	0,5007	0,5110	0,5235	0,5347
			800	0,3108	0,4022	0,3930	0,3910	0,3923	0,3938
		5000	50	0,1121	0,1072	0,1141	0,1176	0,1236	0,1244
			200	0,0742	0,0663	0,0688	0,0701	0,0716	0,0709
			800	0,0588	0,0517	0,0501	0,0519	0,0520	0,0530
		10000	50	0,0041	0,0098	0,0118	0,0132	0,0153	0,0219
			200	0,0017	0,0026	0,0042	0,0054	0,0074	0,0087
			800	0,0009	0,0019	0,0021	0,0024	0,0037	0,0043
		50000	50	0,0009	0,0024	0,0072	0,0099	0,0117	0,0123
			200	0,0008	0,0021	0,0035	0,0050	0,0060	0,0071
			800	0,0005	0,0007	0,0009	0,0009	0,0012	0,0019
	SÖEKKK	1000	50	0,6162	0,6151	0,6104	0,6168	0,6188	0,6256
			200	0,4050	0,4150	0,4251	0,4652	0,4972	0,5300
			800	0,3990	0,3989	0,3921	0,3983	0,4068	0,3922
		5000	50	0,1118	0,1084	0,1128	0,1249	0,1265	0,1292
			200	0,0715	0,0668	0,0695	0,0728	0,0769	0,0811
			800	0,0557	0,0514	0,0502	0,0516	0,0510	0,0512
		10000	50	0,0017	0,0042	0,0075	0,0114	0,0134	0,0155
			200	0,0009	0,0014	0,0022	0,0036	0,0060	0,0061
			800	0,0006	0,0009	0,0009	0,0011	0,0013	0,0017
		50000	50	0,0005	0,0028	0,0055	0,0084	0,0092	0,0115
			200	0,0004	0,0015	0,0018	0,0029	0,0032	0,0038
			800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0004	0,0009
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,5623	0,5171	0,5671	0,6047	0,6247	0,6369
			200	0,4165	0,4334	0,4534	0,4906	0,5123	0,5247
			800	0,3253	0,3309	0,3525	0,3874	0,4079	0,4196
		5000	50	0,1163	0,1138	0,1178	0,1301	0,1388	0,1459
			200	0,0507	0,0660	0,0805	0,0909	0,0922	0,0989
			800	0,0442	0,0502	0,0558	0,0615	0,0637	0,0725
		10000	50	0,0026	0,0091	0,0108	0,0125	0,0142	0,0198
			200	0,0011	0,0018	0,0028	0,0041	0,0063	0,0072
			800	0,0008	0,0014	0,0016	0,0021	0,0030	0,0034
		50000	50	0,0009	0,0042	0,0069	0,0096	0,0108	0,0121
			200	0,0007	0,0028	0,0026	0,0036	0,0039	0,0042
			800	0,0003	0,0006	0,0008	0,0008	0,0009	0,0016

Çizelge 4.6. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımın (Şekil=-0.25, Ölçek=1) Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
GPD Şekil = 0.5 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,3512	0,3763	0,6994	0,7254	0,7552	0,7845
			200	0,2105	0,1930	0,4028	0,4708	0,5286	0,5440
			800	0,1071	0,1428	0,3217	0,3450	0,3901	0,4752
		5000	50	0,1186	0,1150	0,2355	0,2378	0,2442	0,2628
			200	0,0744	0,1058	0,1285	0,1385	0,1729	0,1995
			800	0,0523	0,0555	0,0593	0,0616	0,0630	0,0698
		10000	50	0,0192	0,0228	0,0424	0,0494	0,0511	0,0714
			200	0,0071	0,0089	0,0093	0,0112	0,0126	0,0167
			800	0,0023	0,0047	0,0057	0,0068	0,0075	0,0091
		50000	50	0,0083	0,0112	0,0195	0,0214	0,0400	0,0599
			200	0,0039	0,0063	0,0074	0,0095	0,0113	0,0227
			800	0,0026	0,0035	0,0047	0,0060	0,0071	0,0086
	OAMK	1000	50	0,3685	0,3579	0,5951	0,6601	0,6810	0,6883
			200	0,1722	0,1946	0,3503	0,4732	0,5799	0,6904
			800	0,1231	0,1162	0,2744	0,3726	0,4414	0,4995
		5000	50	0,1124	0,1414	0,1825	0,2058	0,2206	0,2444
			200	0,0721	0,0829	0,0886	0,1372	0,1651	0,1664
			800	0,0450	0,0485	0,0501	0,0520	0,0532	0,0543
		10000	50	0,0121	0,0192	0,0306	0,0383	0,0491	0,0610
			200	0,0059	0,0067	0,0079	0,0095	0,0106	0,0114
			800	0,0016	0,0039	0,0050	0,0060	0,0063	0,0078
		50000	50	0,0062	0,0085	0,0169	0,0196	0,0320	0,0426
			200	0,0014	0,0040	0,0055	0,0068	0,0078	0,0117
			800	0,0011	0,0017	0,0023	0,0034	0,0053	0,0060
	SÖEKKK	1000	50	0,4630	0,5746	0,5205	0,5481	0,5697	0,5841
			200	0,2676	0,4035	0,3538	0,3321	0,3771	0,3653
			800	0,2462	0,2663	0,2385	0,1930	0,2036	0,2081
		5000	50	0,1182	0,1058	0,1420	0,1409	0,1509	0,2055
			200	0,0714	0,0723	0,0743	0,0792	0,0933	0,1415
			800	0,0519	0,0493	0,0497	0,0503	0,0506	0,0513
		10000	50	0,0066	0,0143	0,0183	0,0226	0,0262	0,0338
			200	0,0019	0,0028	0,0036	0,0048	0,0056	0,0068
			800	0,0002	0,0002	0,0005	0,0007	0,0010	0,0015
		50000	50	0,0029	0,0036	0,0096	0,0118	0,0165	0,0204
			200	0,0009	0,0011	0,0013	0,0017	0,0028	0,0043
			800	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,5472	0,6052	0,6042	0,6142	0,6503	0,6728
			200	0,3283	0,3633	0,3856	0,4147	0,4788	0,5698
			800	0,2931	0,3040	0,3154	0,3479	0,3123	0,3389
		5000	50	0,1112	0,1431	0,1624	0,2122	0,2541	0,2465
			200	0,0754	0,0975	0,0949	0,2090	0,2138	0,2094
			800	0,0547	0,0641	0,0624	0,1833	0,2008	0,2004
		10000	50	0,0098	0,0179	0,0206	0,0268	0,0312	0,0562
			200	0,0039	0,0043	0,0054	0,0068	0,0081	0,0099
			800	0,0013	0,0026	0,0037	0,0043	0,0058	0,0061
		50000	50	0,0057	0,0070	0,0137	0,0172	0,0255	0,0263
			200	0,0012	0,0019	0,0032	0,0044	0,0057	0,0092
			800	0,0004	0,0008	0,0009	0,0011	0,0036	0,0041

Çizelge 4.7. Genelleştirilmiş Pareto Dağılımın (Şekil=0.5, Ölçek=1) Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Chi Kare Bağ.Der.=4	EBOK	1000	50	0,4606	0,4943	0,5018	0,5011	0,5122	0,5467
			200	0,3338	0,3668	0,3747	0,3956	0,4088	0,4255
			800	0,1816	0,1952	0,2036	0,2322	0,2661	0,3015
		5000	50	0,1033	0,1104	0,1267	0,1438	0,1664	0,1915
			200	0,0609	0,0667	0,0837	0,0998	0,1223	0,1415
			800	0,0462	0,0516	0,0660	0,0841	0,1068	0,1174
		10000	50	0,0016	0,0081	0,0315	0,0435	0,0640	0,0874
			200	0,0013	0,0063	0,0237	0,0331	0,0541	0,0836
			800	0,0011	0,0038	0,0201	0,0253	0,0429	0,0625
		50000	50	0,0012	0,0063	0,0185	0,0387	0,0603	0,0861
			200	0,0009	0,0040	0,0176	0,0302	0,0508	0,0789
			800	0,0001	0,0018	0,0097	0,0222	0,0401	0,0590
	OAMK	1000	50	0,2871	0,3432	0,3911	0,4181	0,4458	0,5541
			200	0,1406	0,2152	0,2575	0,2740	0,3007	0,4167
			800	0,0713	0,1049	0,1241	0,1481	0,1877	0,2351
		5000	50	0,1048	0,1150	0,1332	0,1614	0,1924	0,2488
			200	0,0617	0,0700	0,0944	0,1144	0,1382	0,1658
			800	0,0465	0,0517	0,0681	0,0886	0,1108	0,1417
		10000	50	0,0052	0,0192	0,0581	0,0606	0,0962	0,1018
			200	0,0034	0,0142	0,0317	0,0476	0,0737	0,0993
			800	0,0026	0,0116	0,0284	0,0452	0,0715	0,0941
		50000	50	0,0047	0,0108	0,0297	0,0548	0,0732	0,0999
			200	0,0037	0,0101	0,0261	0,0496	0,0701	0,0889
			800	0,0021	0,0082	0,0190	0,0384	0,0685	0,0824
	SÖEKKK	1000	50	0,4017	0,5153	0,5227	0,5478	0,5643	0,5814
			200	0,2920	0,3746	0,3289	0,3625	0,3937	0,4184
			800	0,1936	0,2100	0,2332	0,2567	0,2924	0,3156
		5000	50	0,1053	0,1157	0,1348	0,1569	0,1758	0,1950
			200	0,0610	0,0666	0,0873	0,1029	0,1269	0,1507
			800	0,0460	0,0518	0,0632	0,0910	0,1127	0,1354
		10000	50	0,0025	0,0116	0,0392	0,0489	0,0771	0,0951
			200	0,0019	0,0087	0,0259	0,0432	0,0699	0,0870
			800	0,0015	0,0048	0,0215	0,0365	0,0647	0,0770
		50000	50	0,0019	0,0071	0,0219	0,0493	0,0627	0,0907
			200	0,0015	0,0065	0,0188	0,0451	0,0587	0,0816
			800	0,0010	0,0036	0,0151	0,0318	0,0543	0,0750
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,4028	0,4276	0,4459	0,4871	0,5337	0,6506
			200	0,2757	0,2837	0,3167	0,2927	0,3382	0,4705
			800	0,1540	0,1641	0,2029	0,2054	0,2624	0,3585
		5000	50	0,1037	0,1172	0,1404	0,1636	0,1873	0,2122
			200	0,0614	0,0695	0,0867	0,1132	0,1401	0,1754
			800	0,0468	0,0553	0,0694	0,0909	0,1160	0,1424
		10000	50	0,0036	0,0170	0,0428	0,0513	0,0847	0,0996
			200	0,0022	0,0103	0,0295	0,0459	0,0713	0,0954
			800	0,0018	0,0072	0,0229	0,0430	0,0662	0,0910
		50000	50	0,0032	0,0096	0,0261	0,0499	0,0688	0,0990
			200	0,0023	0,0094	0,0247	0,0445	0,0664	0,0878
			800	0,0016	0,0057	0,0165	0,0371	0,0652	0,0791

Çizelge 4.8. Chi Kare (Bağ.Der.=4) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Std.'s t Bağ.Der.=4	EBOK	1000	50	0,4315	0,4644	0,5634	0,5872	0,7372	0,8199
			200	0,3333	0,3765	0,4222	0,4962	0,5312	0,5751
			800	0,1897	0,1955	0,2862	0,3659	0,4435	0,5056
		5000	50	0,1062	0,1191	0,1470	0,1931	0,3126	0,3894
			200	0,0801	0,0878	0,1001	0,1066	0,1346	0,1692
			800	0,0604	0,0621	0,0641	0,0658	0,1057	0,1103
		10000	50	0,0070	0,0166	0,0235	0,0736	0,1099	0,1301
			200	0,0046	0,0081	0,0121	0,0321	0,0435	0,0812
			800	0,0034	0,0053	0,0109	0,0194	0,0335	0,0515
		50000	50	0,0033	0,0040	0,0131	0,0199	0,0737	0,1178
			200	0,0019	0,0031	0,0104	0,0268	0,0338	0,0740
			800	0,0010	0,0014	0,0092	0,0125	0,0233	0,0398
	OAMK	1000	50	0,4037	0,4895	0,5451	0,6423	0,8341	0,9619
			200	0,3730	0,4085	0,4334	0,5013	0,6262	0,7270
			800	0,1919	0,2184	0,2949	0,3745	0,5207	0,6499
		5000	50	0,1082	0,1229	0,1748	0,2614	0,3782	0,4862
			200	0,0811	0,0908	0,1406	0,2229	0,3503	0,4614
			800	0,0634	0,0593	0,0897	0,1791	0,2791	0,3876
		10000	50	0,0093	0,0626	0,1107	0,1750	0,2288	0,2631
			200	0,0069	0,0205	0,0503	0,1176	0,1722	0,2232
			800	0,0055	0,0141	0,0337	0,0810	0,1420	0,1528
		50000	50	0,0057	0,0093	0,0335	0,0706	0,1201	0,1843
			200	0,0048	0,0064	0,0285	0,0603	0,1067	0,1337
			800	0,0034	0,0039	0,0184	0,0421	0,0758	0,0976
	SÖEKKK	1000	50	0,4346	0,4801	0,4906	0,5991	0,7573	0,8478
			200	0,3890	0,3010	0,2942	0,3945	0,4446	0,5106
			800	0,1137	0,1376	0,1527	0,2394	0,3469	0,3985
		5000	50	0,1077	0,1213	0,1447	0,2178	0,2794	0,3580
			200	0,0821	0,0887	0,1154	0,1584	0,2303	0,3019
			800	0,0634	0,0608	0,1007	0,1138	0,1579	0,2013
		10000	50	0,0061	0,0319	0,0953	0,1524	0,2118	0,2458
			200	0,0058	0,0132	0,0354	0,0780	0,1370	0,2026
			800	0,0051	0,0119	0,0281	0,0536	0,1107	0,1291
		50000	50	0,0049	0,0057	0,0263	0,0682	0,0993	0,1639
			200	0,0032	0,0050	0,0211	0,0488	0,0943	0,1167
			800	0,0024	0,0035	0,0136	0,0318	0,0602	0,0664
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,4516	0,4718	0,5527	0,7900	0,9565	1,0546
			200	0,3730	0,3938	0,4266	0,6621	0,8465	0,9553
			800	0,2319	0,2729	0,3083	0,5423	0,7129	0,8286
		5000	50	0,1081	0,1210	0,1727	0,2797	0,3540	0,4542
			200	0,0807	0,0854	0,1346	0,2236	0,3258	0,4184
			800	0,0634	0,0669	0,0874	0,1147	0,1643	0,2225
		10000	50	0,0097	0,0207	0,0658	0,1492	0,2002	0,2432
			200	0,0055	0,0108	0,0327	0,0661	0,1231	0,1444
			800	0,0046	0,0081	0,0223	0,0487	0,0973	0,1164
		50000	50	0,0041	0,0048	0,0183	0,0555	0,0996	0,1569
			200	0,0028	0,0039	0,0176	0,0373	0,0929	0,1204
			800	0,0019	0,0024	0,0127	0,0229	0,0504	0,0791

Çizelge 4.9. Student-t (Bağ.Der.=4) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Std.'s t Bağ.Der.=8	EBOK	1000	50	0,4028	0,4349	0,4917	0,4929	0,5482	0,6813
			200	0,2932	0,3072	0,3162	0,3577	0,4115	0,5769
			800	0,2188	0,0401	0,2186	0,2691	0,3388	0,4142
		5000	50	0,1111	0,1125	0,1252	0,1393	0,1519	0,1934
			200	0,0727	0,0719	0,0867	0,0994	0,0904	0,1205
			800	0,0540	0,0514	0,0512	0,0685	0,0569	0,0963
		10000	50	0,0052	0,0062	0,0104	0,0282	0,0456	0,0559
			200	0,0039	0,0044	0,0097	0,0192	0,0248	0,0316
			800	0,0023	0,0025	0,0066	0,0091	0,0116	0,0166
		50000	50	0,0019	0,0055	0,0063	0,0124	0,0354	0,0436
			200	0,0010	0,0026	0,0048	0,0112	0,0220	0,0268
			800	0,0003	0,0008	0,0020	0,0077	0,0102	0,0123
	OAMK	1000	50	0,4071	0,4565	0,4861	0,5721	0,7002	0,8087
			200	0,2837	0,3142	0,3124	0,4738	0,6161	0,7263
			800	0,2078	0,2170	0,2295	0,4029	0,5560	0,6728
		5000	50	0,1069	0,1174	0,1582	0,2176	0,3045	0,3911
			200	0,0717	0,0720	0,1166	0,1720	0,2571	0,3304
			800	0,0534	0,0536	0,0769	0,1432	0,2072	0,2750
		10000	50	0,0082	0,0116	0,0297	0,0555	0,1032	0,1162
			200	0,0064	0,0087	0,0190	0,0453	0,0931	0,1055
			800	0,0042	0,0046	0,0172	0,0376	0,0684	0,0815
		50000	50	0,0066	0,0139	0,0204	0,0348	0,0750	0,0913
			200	0,0059	0,0063	0,0179	0,0291	0,0486	0,0714
			800	0,0048	0,0058	0,0127	0,0252	0,0325	0,0682
	SÖEKKK	1000	50	0,4248	0,5573	0,5711	0,5905	0,6318	0,7114
			200	0,2933	0,4220	0,4061	0,4788	0,5015	0,5062
			800	0,2096	0,3309	0,3167	0,3203	0,3392	0,4642
		5000	50	0,1094	0,1214	0,1346	0,1825	0,2427	0,3148
			200	0,0709	0,0717	0,0961	0,1047	0,1539	0,1578
			800	0,0500	0,0514	0,0621	0,0717	0,0972	0,1365
		10000	50	0,0061	0,0096	0,0269	0,0449	0,0846	0,1035
			200	0,0052	0,0068	0,0161	0,0398	0,0676	0,0813
			800	0,0039	0,0043	0,0123	0,0165	0,0391	0,0630
		50000	50	0,0058	0,0108	0,0131	0,0343	0,0613	0,0710
			200	0,0046	0,0047	0,0097	0,0226	0,0407	0,0590
			800	0,0034	0,0039	0,0088	0,0194	0,0211	0,0481
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,4193	0,4903	0,5023	0,6136	0,6101	0,7011
			200	0,2911	0,3202	0,3586	0,4283	0,4836	0,6632
			800	0,2178	0,2583	0,2803	0,3397	0,4169	0,5811
		5000	50	0,1049	0,1173	0,1421	0,1892	0,2342	0,2929
			200	0,0657	0,0725	0,0862	0,1206	0,1731	0,2212
			800	0,0400	0,0522	0,0558	0,0792	0,1173	0,1747
		10000	50	0,0054	0,0074	0,0207	0,0336	0,0762	0,0813
			200	0,0048	0,0054	0,0155	0,0245	0,0530	0,0648
			800	0,0033	0,0037	0,0086	0,0119	0,0223	0,0580
		50000	50	0,0047	0,0098	0,0113	0,0241	0,0544	0,0629
			200	0,0036	0,0038	0,0083	0,0195	0,0421	0,0458
			800	0,0022	0,0023	0,0072	0,0152	0,0171	0,0303

Çizelge 4.10. Student-t (Bağ.Der.=8) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
K Şekil = - 0.5 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,4135	0,4932	0,5552	0,6185	0,6357	0,6564
			200	0,3062	0,3406	0,4184	0,4294	0,4563	0,5226
			800	0,2147	0,2309	0,2588	0,3942	0,4133	0,4228
		5000	50	0,1425	0,1817	0,2114	0,2340	0,2627	0,2911
			200	0,1120	0,1471	0,1779	0,1964	0,2218	0,2454
			800	0,0921	0,1205	0,1543	0,1770	0,1977	0,2018
		10000	50	0,0470	0,0734	0,1089	0,1398	0,1676	0,1780
			200	0,0393	0,0720	0,0951	0,1234	0,1342	0,1435
			800	0,0382	0,0707	0,0810	0,1033	0,1245	0,1378
		50000	50	0,0270	0,0865	0,1010	0,1166	0,1208	0,1265
			200	0,0230	0,0513	0,0611	0,0714	0,0915	0,1151
			800	0,0214	0,0307	0,0510	0,0692	0,0748	0,0903
	OAMK	1000	50	0,4362	0,4864	0,5805	0,5878	0,5938	0,6615
			200	0,3305	0,3673	0,4277	0,4501	0,5541	0,6327
			800	0,2428	0,2676	0,2715	0,4080	0,5120	0,5867
		5000	50	0,1335	0,1833	0,2409	0,2953	0,3425	0,3965
			200	0,1052	0,1497	0,2047	0,2607	0,3164	0,3570
			800	0,0754	0,1249	0,1902	0,2496	0,3058	0,3404
		10000	50	0,0843	0,1021	0,1302	0,1642	0,2033	0,2177
			200	0,0633	0,0915	0,1113	0,1411	0,1936	0,2058
			800	0,0533	0,0793	0,1044	0,1385	0,1647	0,1964
		50000	50	0,0552	0,0909	0,1210	0,1416	0,1633	0,1889
			200	0,0403	0,0714	0,1068	0,1350	0,1467	0,1790
			800	0,0368	0,0671	0,0934	0,1179	0,1384	0,1656
	SÖEKKK	1000	50	0,4516	0,4767	0,4939	0,5263	0,5676	0,6025
			200	0,3174	0,3380	0,3458	0,3552	0,3919	0,4655
			800	0,2069	0,2182	0,2399	0,2549	0,3217	0,3777
		5000	50	0,1462	0,1726	0,2228	0,2682	0,3081	0,3402
			200	0,1119	0,1506	0,1842	0,2238	0,2596	0,2901
			800	0,0916	0,1316	0,1663	0,1908	0,2176	0,2406
		10000	50	0,0756	0,0931	0,1210	0,1503	0,1810	0,2070
			200	0,0548	0,0815	0,0984	0,1373	0,1686	0,1916
			800	0,0432	0,0754	0,0911	0,1259	0,1438	0,1807
		50000	50	0,0458	0,0897	0,1085	0,1239	0,1446	0,1690
			200	0,0321	0,0704	0,0925	0,1182	0,1404	0,1612
			800	0,0274	0,0564	0,0894	0,1144	0,1382	0,1564
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,4937	0,4719	0,5221	0,5484	0,5873	0,6062
			200	0,3662	0,3585	0,4150	0,4426	0,4724	0,5719
			800	0,2466	0,2692	0,3178	0,3293	0,3712	0,4262
		5000	50	0,1410	0,1794	0,2044	0,2313	0,2497	0,2645
			200	0,1072	0,1455	0,1704	0,1917	0,2085	0,2224
			800	0,0623	0,1051	0,1108	0,1304	0,1529	0,1634
		10000	50	0,0456	0,0704	0,1004	0,1084	0,1270	0,1302
			200	0,0310	0,0526	0,0943	0,1005	0,1118	0,1144
			800	0,0322	0,0451	0,0586	0,0628	0,0713	0,0804
		50000	50	0,0222	0,0671	0,0976	0,1032	0,1133	0,1129
			200	0,0116	0,0204	0,0558	0,0695	0,0778	0,0887
			800	0,0093	0,0107	0,0182	0,0251	0,0320	0,0450

Çizelge 4.11. K (Şekil=-0.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri

				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
K Şekil = 0.5 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,5011	0,6122	0,6199	0,6421	0,7256	0,7662
			200	0,3641	0,4758	0,5098	0,6052	0,6156	0,6789
			800	0,2503	0,3431	0,3813	0,4170	0,4652	0,4845
		5000	50	0,0911	0,1042	0,1170	0,1383	0,1551	0,1827
			200	0,0760	0,0792	0,0825	0,0936	0,1186	0,1461
			800	0,0603	0,0637	0,0674	0,0829	0,1049	0,1272
		10000	50	0,0035	0,0048	0,0138	0,0335	0,0569	0,0742
			200	0,0027	0,0036	0,0063	0,0256	0,0385	0,0625
			800	0,0018	0,0030	0,0051	0,0159	0,0271	0,0354
		50000	50	0,0026	0,0035	0,0070	0,0225	0,0470	0,0644
			200	0,0017	0,0021	0,0061	0,0194	0,0348	0,0603
			800	0,0015	0,0018	0,0047	0,0096	0,0143	0,0228
	OAMK	1000	50	0,3714	0,4095	0,4763	0,4816	0,5247	0,6308
			200	0,2541	0,2510	0,2804	0,2968	0,3689	0,4290
			800	0,1355	0,1533	0,1655	0,1950	0,2713	0,3296
		5000	50	0,0942	0,1030	0,1219	0,1626	0,2077	0,2558
			200	0,0747	0,0769	0,0986	0,1365	0,1636	0,1973
			800	0,0636	0,0652	0,0878	0,1220	0,1649	0,2086
		10000	50	0,0076	0,0098	0,0358	0,0536	0,0878	0,1254
			200	0,0047	0,0074	0,0177	0,0417	0,0752	0,1071
			800	0,0031	0,0055	0,0168	0,0346	0,0680	0,0912
		50000	50	0,0048	0,0060	0,0090	0,0492	0,0637	0,0876
			200	0,0021	0,0042	0,0074	0,0328	0,0588	0,0784
			800	0,0018	0,0028	0,0066	0,0201	0,0421	0,0451
	SÖEKKK	1000	50	0,4075	0,4167	0,5180	0,5390	0,6131	0,6081
			200	0,2883	0,3105	0,3309	0,3466	0,4953	0,5014
			800	0,2003	0,2115	0,2244	0,2450	0,3768	0,3969
		5000	50	0,1064	0,1075	0,1208	0,1268	0,1612	0,2025
			200	0,0757	0,0759	0,0853	0,0956	0,1266	0,1537
			800	0,0646	0,0632	0,0677	0,0876	0,0995	0,1258
		10000	50	0,0045	0,0073	0,0280	0,0393	0,0655	0,0943
			200	0,0044	0,0056	0,0071	0,0289	0,0548	0,0849
			800	0,0022	0,0038	0,0064	0,0280	0,0343	0,0510
		50000	50	0,0041	0,0052	0,0075	0,0347	0,0533	0,0771
			200	0,0018	0,0039	0,0069	0,0247	0,0430	0,0716
			800	0,0017	0,0020	0,0058	0,0106	0,0302	0,0425
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,6026	0,6138	0,6649	0,7571	0,7167	0,7203
			200	0,4857	0,5036	0,5024	0,5259	0,5549	0,5607
			800	0,3043	0,3073	0,3886	0,3914	0,3992	0,4048
		5000	50	0,0793	0,0851	0,0912	0,1139	0,1191	0,1267
			200	0,0742	0,0747	0,0775	0,0852	0,0964	0,1168
			800	0,0630	0,0622	0,0691	0,0719	0,0880	0,1075
		10000	50	0,0023	0,0043	0,0076	0,0092	0,0157	0,0300
			200	0,0024	0,0021	0,0045	0,0089	0,0139	0,0258
			800	0,0016	0,0018	0,0020	0,0057	0,0096	0,0182
		50000	50	0,0018	0,0022	0,0046	0,0101	0,0107	0,0280
			200	0,0012	0,0014	0,0022	0,0040	0,0094	0,0169
			800	0,0004	0,0009	0,0017	0,0026	0,0044	0,0093

Çizelge 4.12. K (Şekil=0.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değeri									
				Yanlış Alarm Olasılığı					
Dağılım	Kestirim Yöntemi	Üretilen Toplam Örnek Sayısı	Deney Sayısı	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
K Şekil = 1.5 Ölçek = 1	EBOK	1000	50	0,2117	0,4181	0,4067	0,4332	0,4675	0,5084
			200	0,0977	0,2962	0,3128	0,3311	0,3425	0,3954
			800	0,0840	0,1621	0,1856	0,2222	0,2424	0,2654
		5000	50	0,1071	0,1128	0,1242	0,1330	0,1567	0,1879
			200	0,0719	0,0848	0,0900	0,0958	0,1097	0,1344
			800	0,0607	0,0620	0,0689	0,0733	0,0974	0,1257
		10000	50	0,0102	0,0134	0,0172	0,0220	0,0448	0,0648
			200	0,0097	0,0107	0,0121	0,0173	0,0221	0,0423
			800	0,0052	0,0065	0,0103	0,0136	0,0162	0,0342
		50000	50	0,0083	0,0096	0,0152	0,0248	0,0316	0,0491
			200	0,0069	0,0078	0,0132	0,0140	0,0257	0,0412
			800	0,0049	0,0062	0,0128	0,0132	0,0150	0,0287
	OAMK	1000	50	0,4235	0,2225	0,3185	0,4126	0,4828	0,5358
			200	0,2951	0,1049	0,2076	0,2959	0,3724	0,4313
			800	0,2178	0,0160	0,1046	0,1943	0,2705	0,3308
		5000	50	0,1171	0,1123	0,1241	0,1709	0,2043	0,2544
			200	0,0881	0,0877	0,0995	0,1402	0,1795	0,2195
			800	0,0694	0,0609	0,0738	0,0933	0,1249	0,1736
		10000	50	0,0152	0,0290	0,0474	0,0524	0,0853	0,0897
			200	0,0106	0,0163	0,0382	0,0443	0,0673	0,0797
			800	0,0093	0,0217	0,0234	0,0279	0,0563	0,0684
		50000	50	0,0113	0,0168	0,0232	0,0456	0,0565	0,0777
			200	0,0092	0,0119	0,0184	0,0262	0,0388	0,0653
			800	0,0072	0,0100	0,0182	0,0195	0,0237	0,0591
	SÖEKKK	1000	50	0,6017	0,6160	0,6297	0,6755	0,6951	0,7386
			200	0,4577	0,4755	0,4895	0,4815	0,5363	0,5736
			800	0,2040	0,3148	0,3166	0,3464	0,3876	0,4324
		5000	50	0,1157	0,1136	0,1130	0,1205	0,1407	0,1737
			200	0,0768	0,0809	0,0864	0,0937	0,1144	0,1460
			800	0,0483	0,0589	0,0620	0,0687	0,0945	0,1139
		10000	50	0,0116	0,0152	0,0195	0,0211	0,0517	0,0693
			200	0,0100	0,0109	0,0133	0,0197	0,0272	0,0555
			800	0,0063	0,0071	0,0114	0,0158	0,0206	0,0393
		50000	50	0,0091	0,0110	0,0160	0,0197	0,0332	0,0542
			200	0,0073	0,0082	0,0138	0,0165	0,0296	0,0496
			800	0,0052	0,0077	0,0132	0,0147	0,0195	0,0335
	Zhang ve Stephens Yöntemi	1000	50	0,5215	0,5956	0,6170	0,6525	0,6487	0,6815
			200	0,3135	0,3939	0,4634	0,4752	0,5027	0,5942
			800	0,1946	0,3030	0,3148	0,4101	0,4020	0,4185
		5000	50	0,1142	0,1152	0,1367	0,1578	0,1738	0,1850
			200	0,0366	0,0480	0,0574	0,0685	0,0844	0,1168
			800	0,0293	0,0314	0,0413	0,0663	0,0710	0,0882
		10000	50	0,0094	0,0102	0,0127	0,0169	0,0245	0,0392
			200	0,0071	0,0082	0,0098	0,0114	0,0196	0,0268
			800	0,0031	0,0039	0,0046	0,0060	0,0095	0,0158
		50000	50	0,0060	0,0071	0,0084	0,0102	0,0161	0,0247
			200	0,0030	0,0044	0,0068	0,0089	0,0121	0,0213
			800	0,0025	0,0031	0,0037	0,0057	0,0094	0,0138

Çizelge 4.13. K (Şekil=1.5, Ölçek=1) Dağılımın Eşik Seviyesi Kestirim Hatalarının Orta Değerleri

Sunulan bu çizelgelerde; $P_f = 10^{-2}$, $10^{-3}, 10^{-4}$, $10^{-5}, 10^{-6}$ ve 10^{-7} değerleri için Eş. 4.8' de verilen eşik seviyesi kestirim yönteminin Bölüm 4' de belirtilen herbir dağılıma uygulanmasında; dağılımlardan alınan toplam örnek sayıları, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının dört farklı parametre kestirim yöntemi ve icra edilen deney sayılarının kestirim yöntemi başarımına olan etkileri gözlemlenebilir.

Bölüm 4' de verilen dağılımlardan Lognormal dağılımı ağır kuyruk özelliği, standart Gauss dağılımı hafif kuyruk özelliği, diğer dağılımlar ise ağır ile hafif arasında kuyruk özelliği göstermektedir. Çizelge (4.1-4.13)' deki tüm dağılımlara ilişkin sonuçların hepsinin grafiklerle gösterilmesi yerine, bu üç farklı kuyruk özelliğine sahip birer dağılıma ilişkin sonuçlar grafikler ile gösterilmiştir.

$P_f = 10^{-4}$ değeri için seçilen bu dağılımlar,

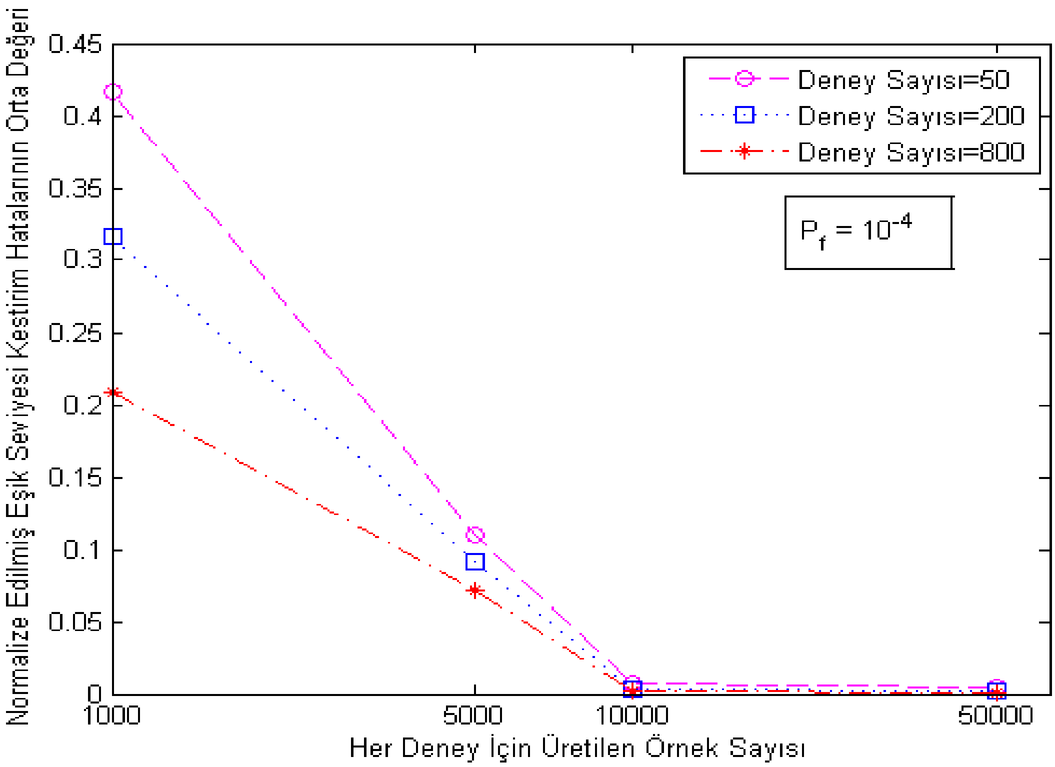
- Gauss Dağılımı (Ortalama = 0, Değişinti = 1),
- Chi Kare Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4),
- Lognormal Dağılımı' dır.

$1000, 5000, 10000$ ve 50000 adet örnek için 50, 200 ve 800 kez eşik seviyesi kestirimi deneyi yapılırken,

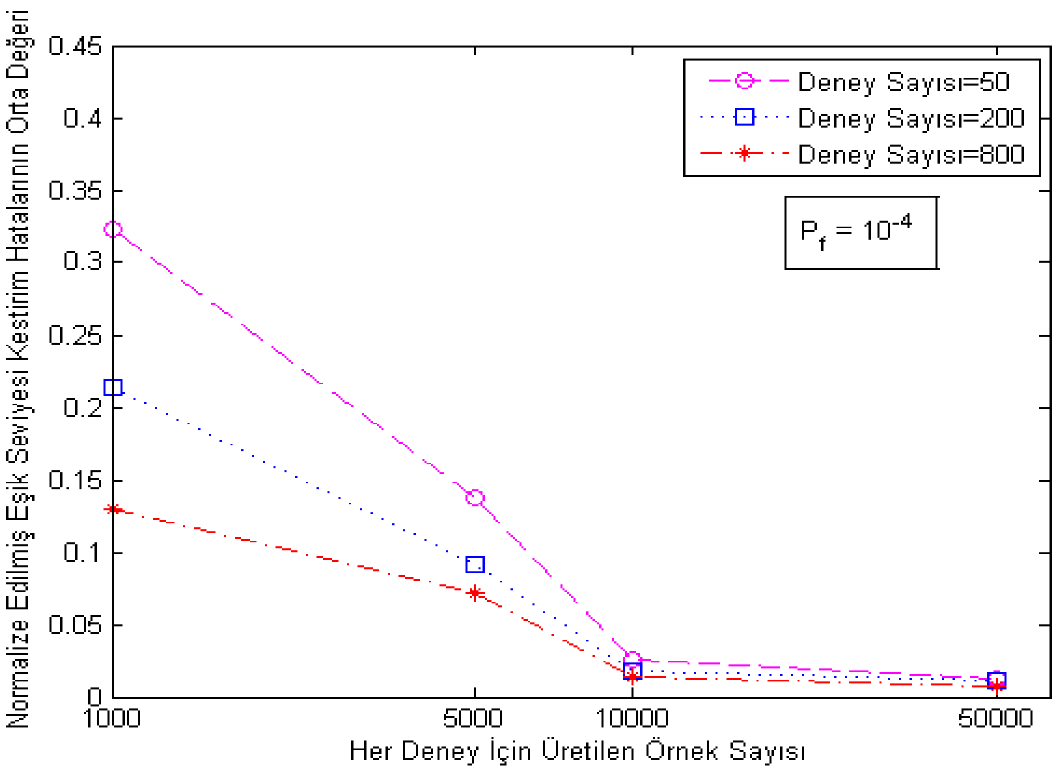
Standart Gauss Dağılımında; EBOK, OAMK, SÖEKKK ve Zhang - Stephens' ın kestirim yöntemi kullanılması ile elde edilen normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatalarının orta değerleri sırasıyla Şekil 4.1, Şekil 4.2, Şekil 4.3 ve Şekil 4.4' de,

Chi Kare Dağılımında; EBOK, OAMK, SÖEKKK ve Zhang - Stephens' ın kestirim yöntemi kullanılması ile elde edilen normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatalarının orta değerleri sırasıyla Şekil 4.5, Şekil 4.6, Şekil 4.7 ve Şekil 4.8' de,

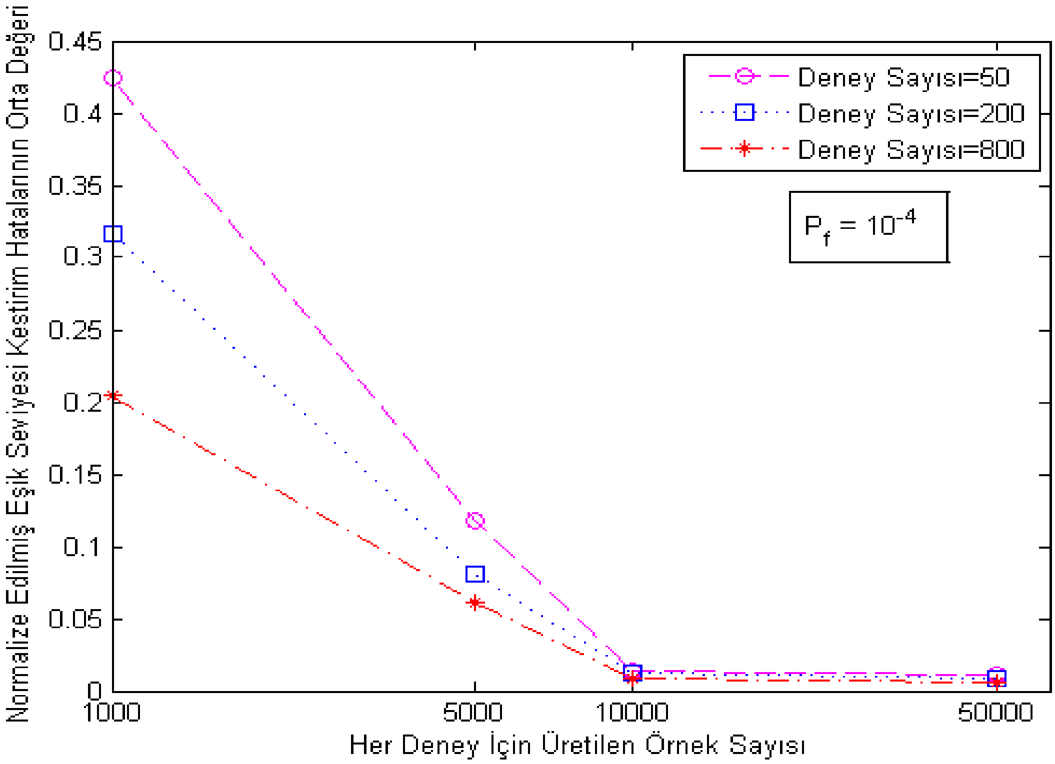
Lognormal Dağılımında; EBOK, OAMK, SÖEKKK ve Zhang - Stephens' ın kestirim yöntemi kullanılması ile elde edilen normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatalarının orta değerleri sırasıyla Şekil 4.9, Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12' de gösterilmiştir.



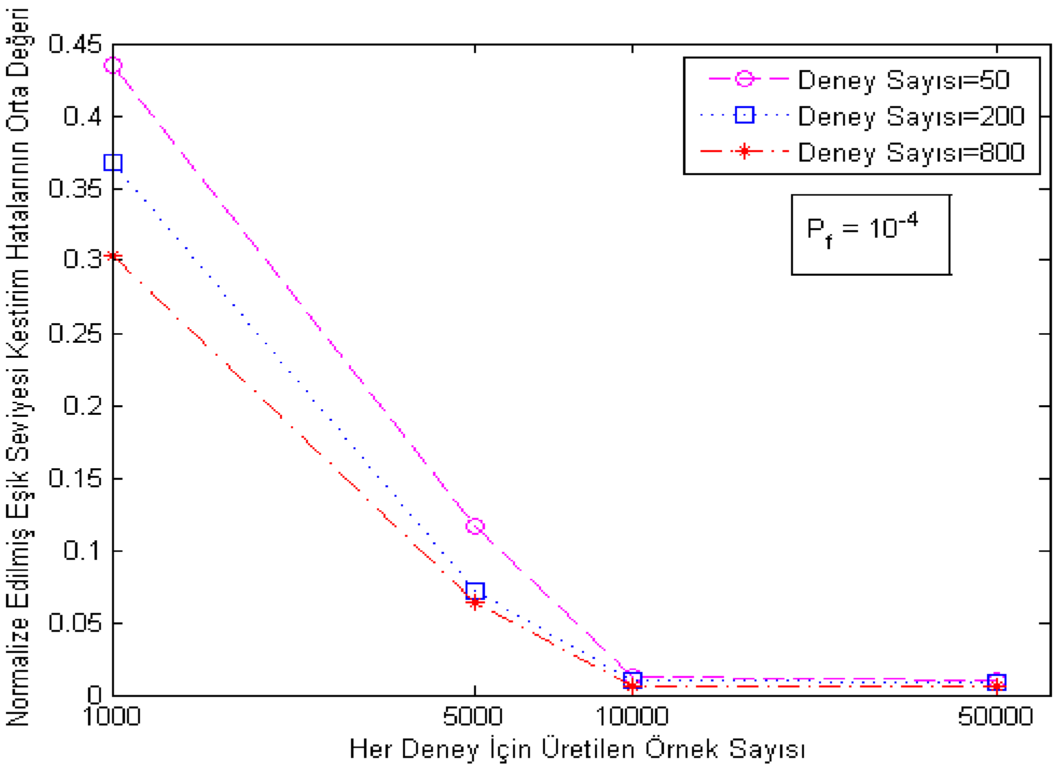
Şekil 4.1. Standart Gauss Dağılımı - EBOK Yönteminin Kullanılması



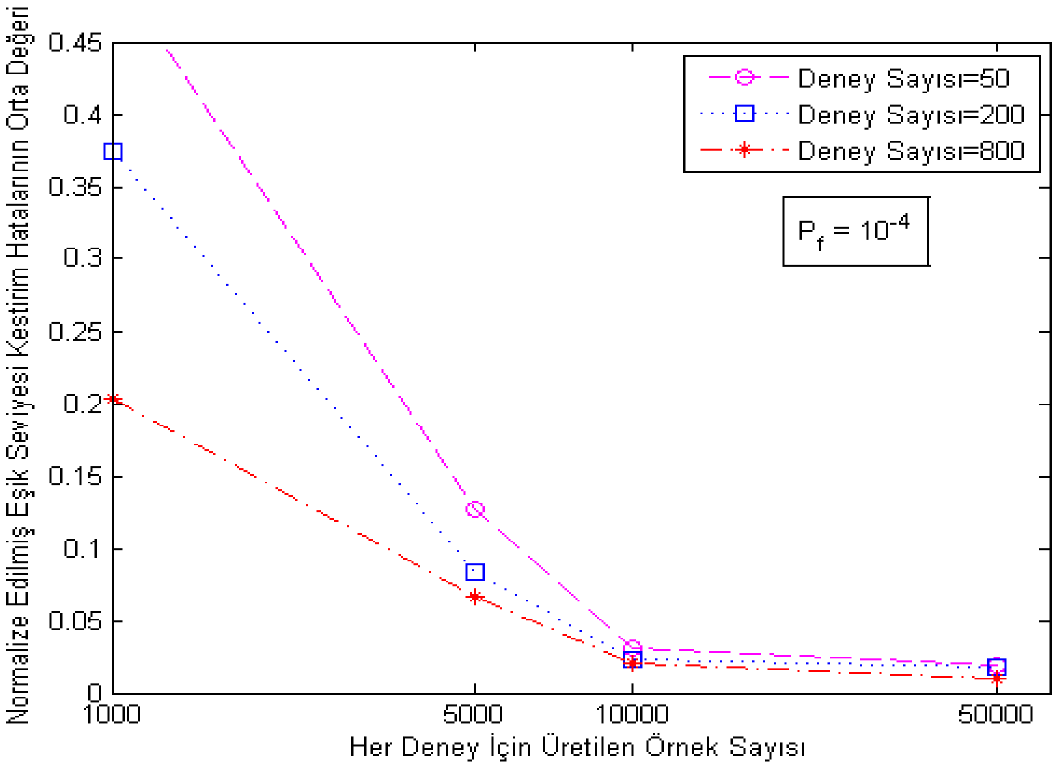
Şekil 4.2. Standart Gauss Dağılımı - OAMK Yönteminin Kullanılması



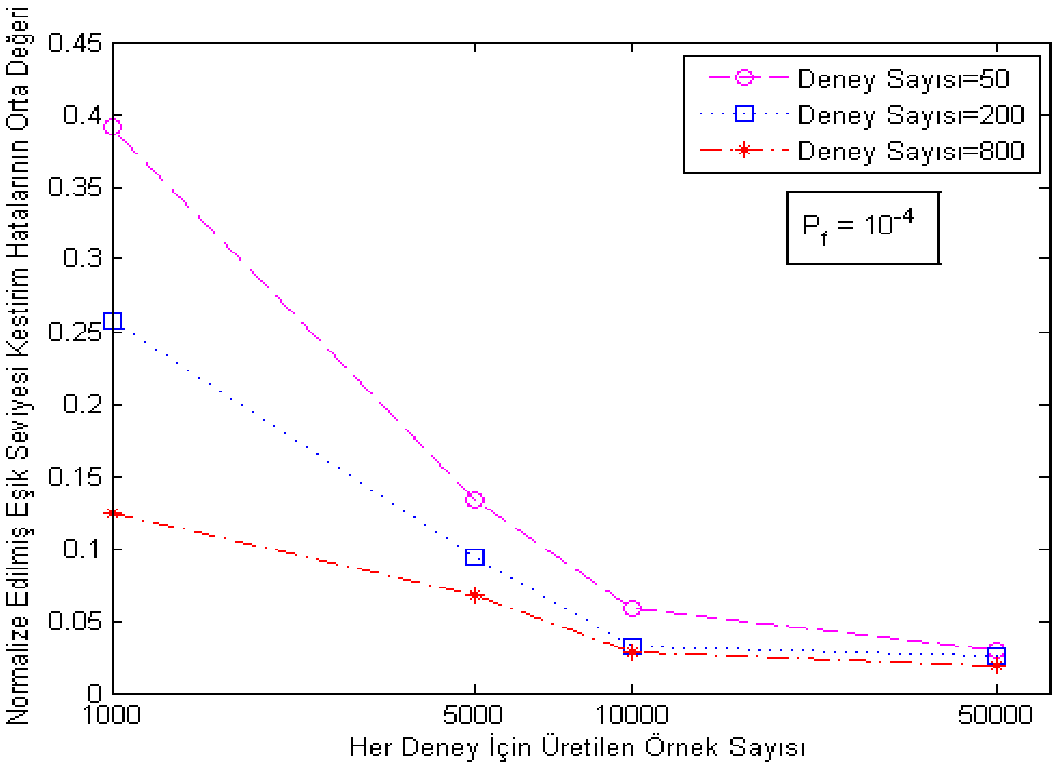
Şekil 4.3. Standart Gauss Dağılımı - SÖEKKK Yönteminin Kullanılması



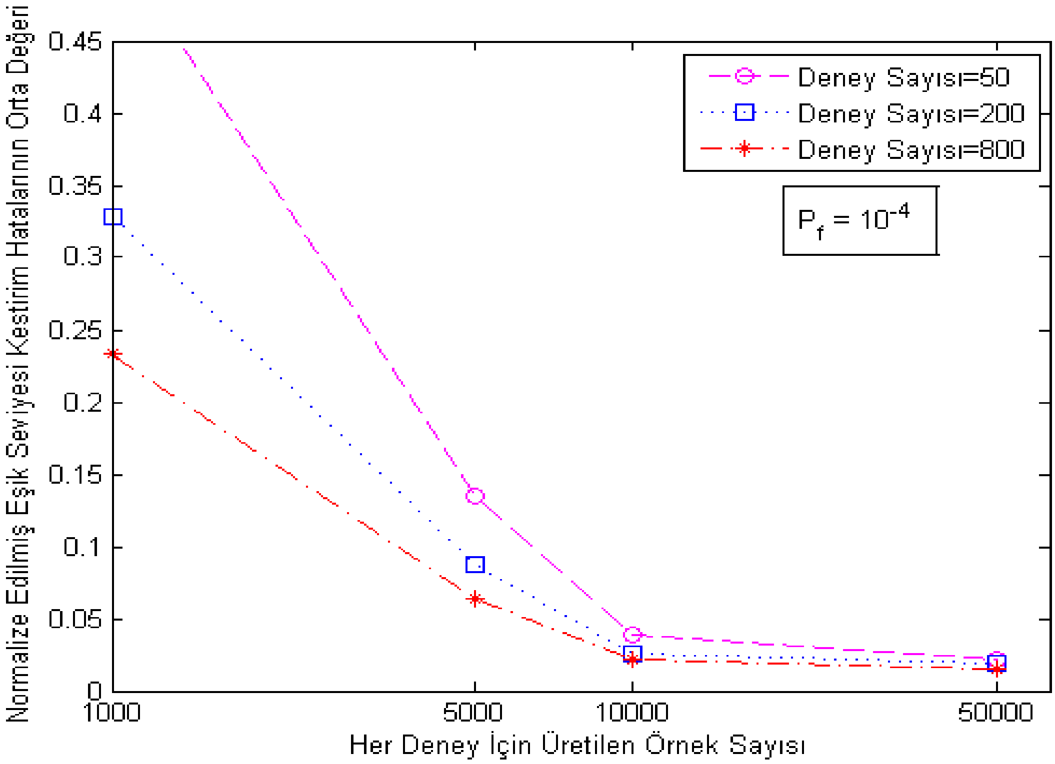
Şekil 4.4. Standart Gauss Dağılımı - Z. – S. Yönteminin Kullanılması



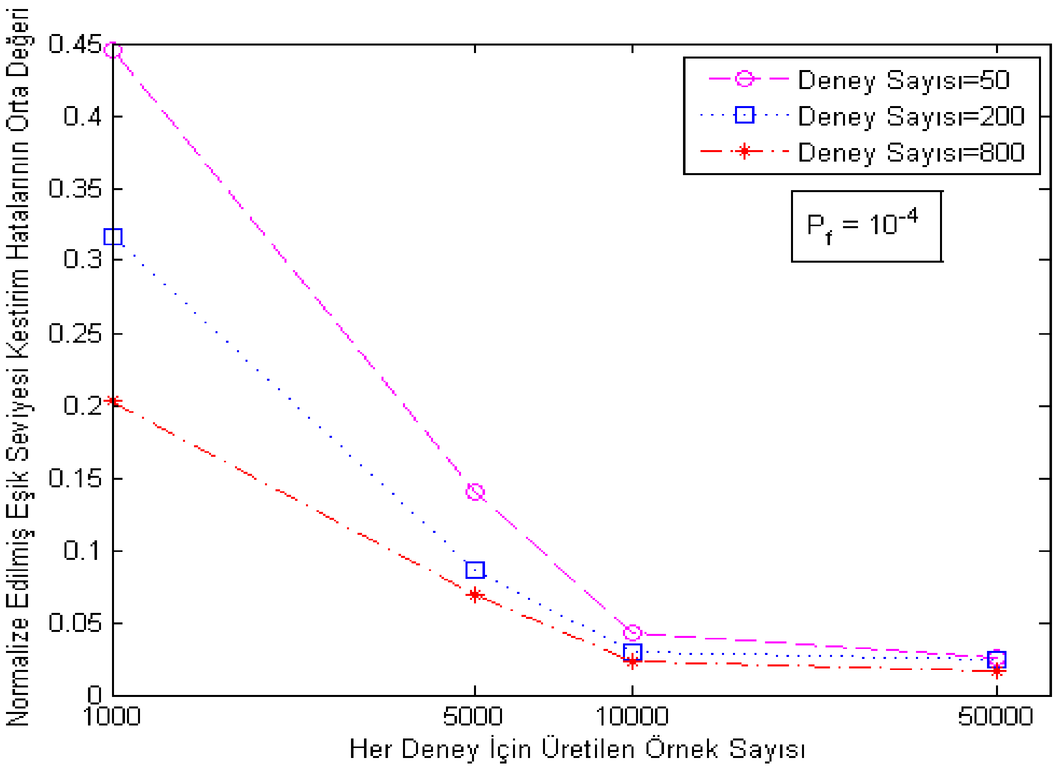
Şekil 4.5. Chi Kare Dağılımı - EBOK Yönteminin Kullanılması



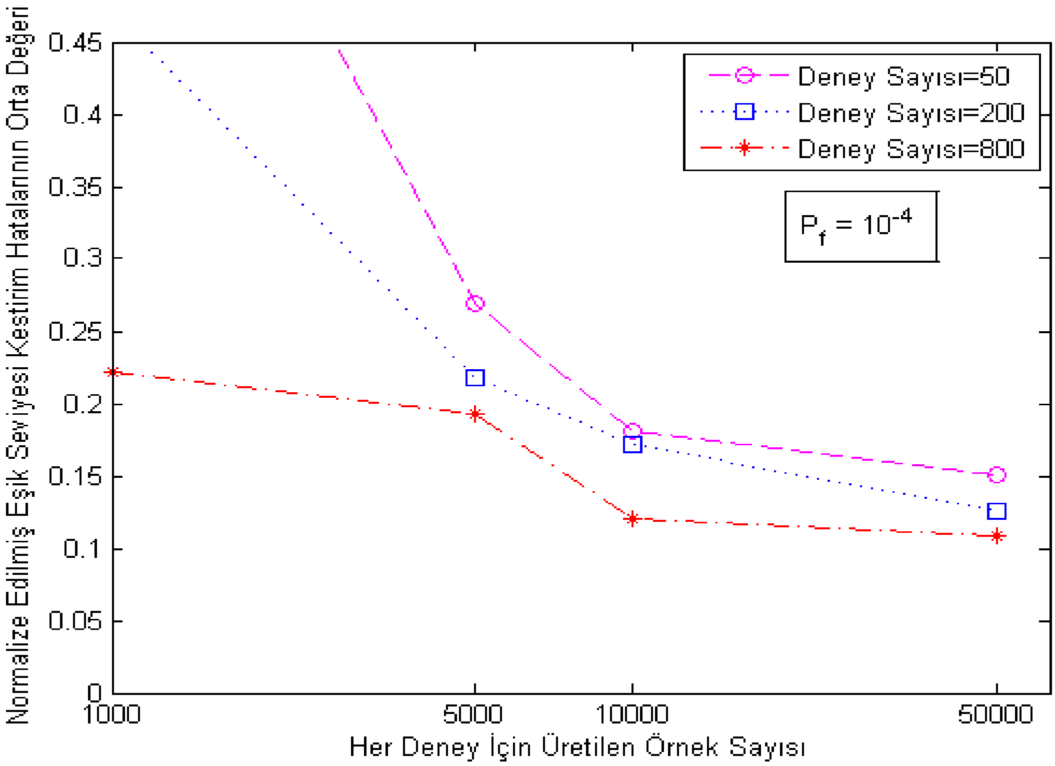
Şekil 4.6. Chi Kare Dağılımı - OAMK Yönteminin Kullanılması



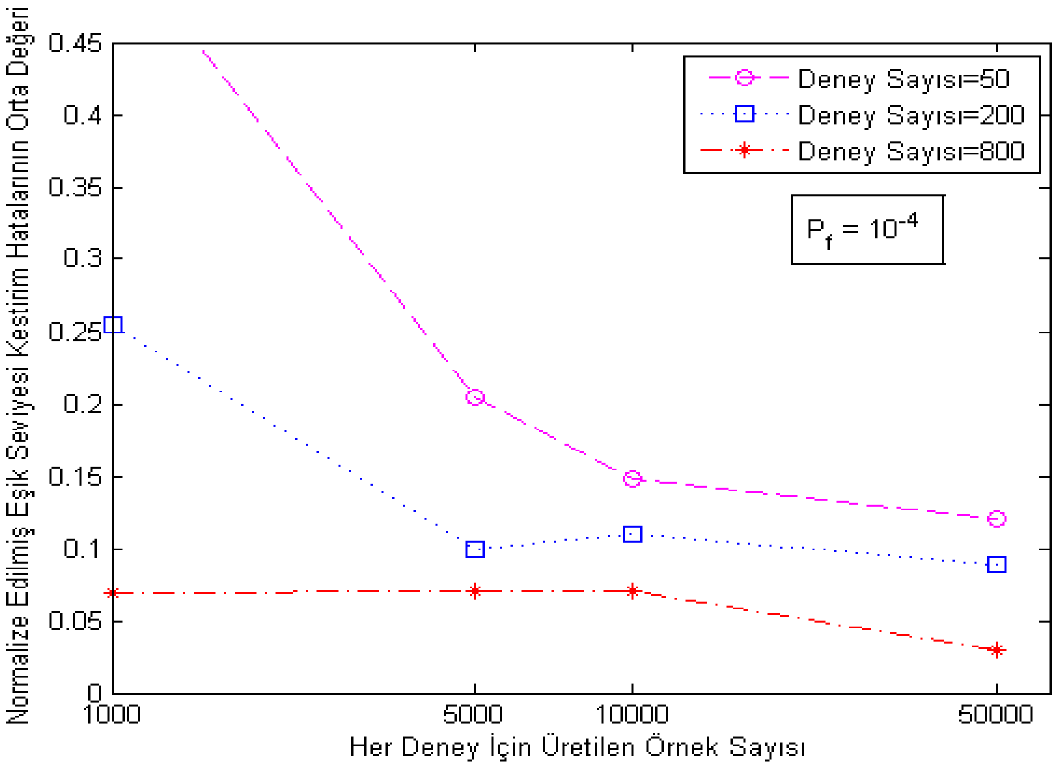
Şekil 4.7. Chi Kare Dağılımı - SÖEKKK Yönteminin Kullanılması



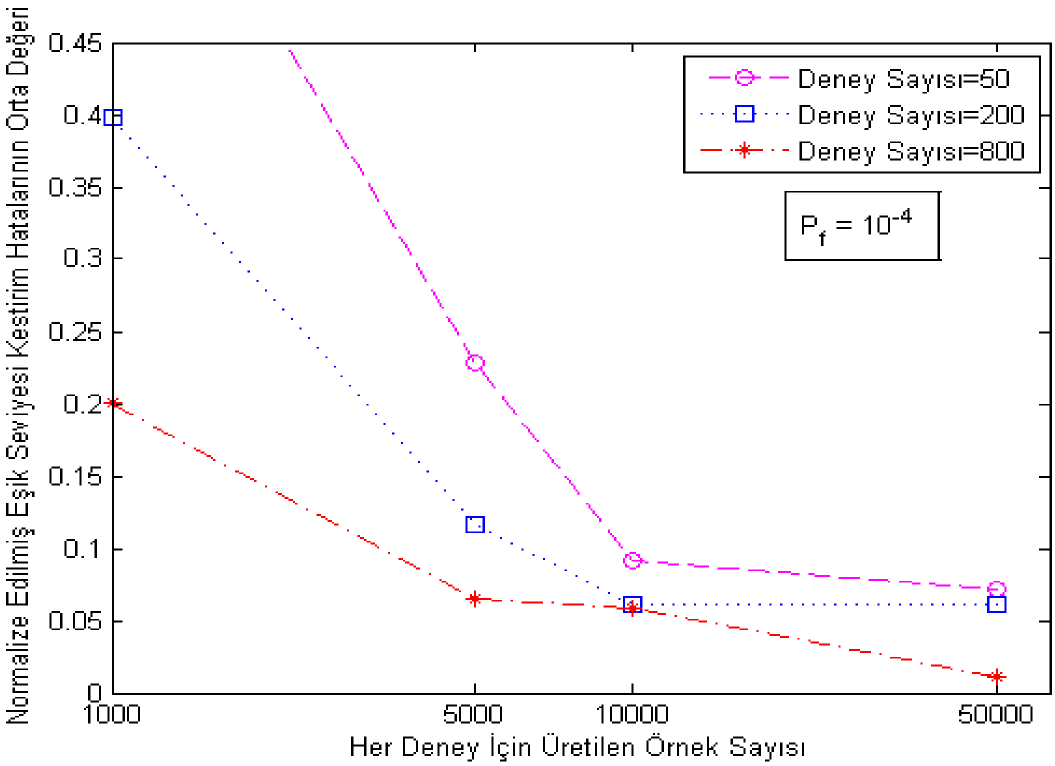
Şekil 4.8. Chi Kare Dağılımı - Z. – S. Yönteminin Kullanılması



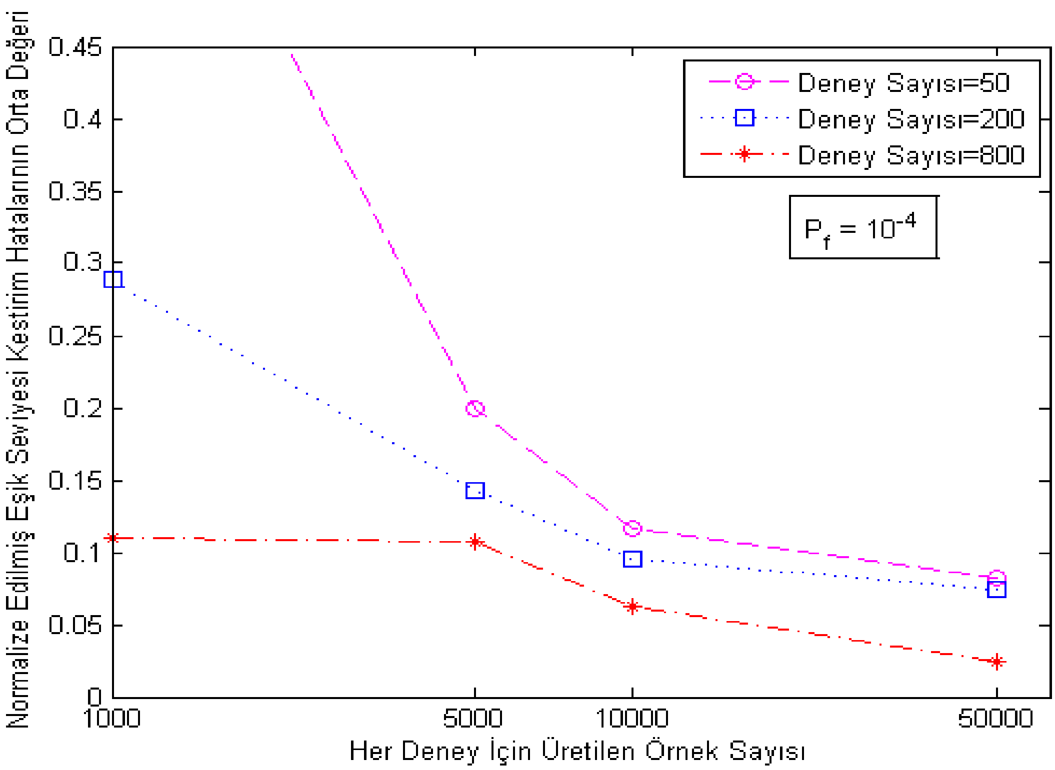
Şekil 4.9. Lognormal Dağılımı - EBOK Yönteminin Kullanılması



Şekil 4.10. Lognormal Dağılımı - OAMK Yönteminin Kullanılması



Şekil 4.11. Lognormal Dağılımı - SÖEKKK Yönteminin Kullanılması

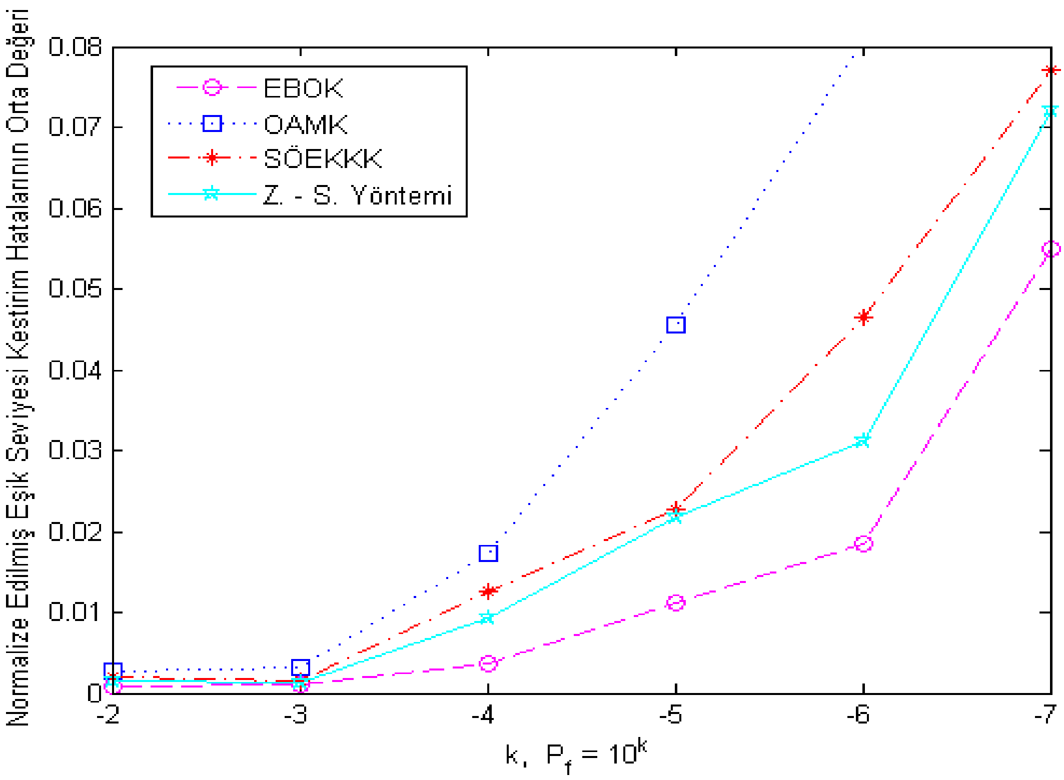


Şekil 4.12. Lognormal Dağılımı - Z. – S. Yönteminin Kullanılması

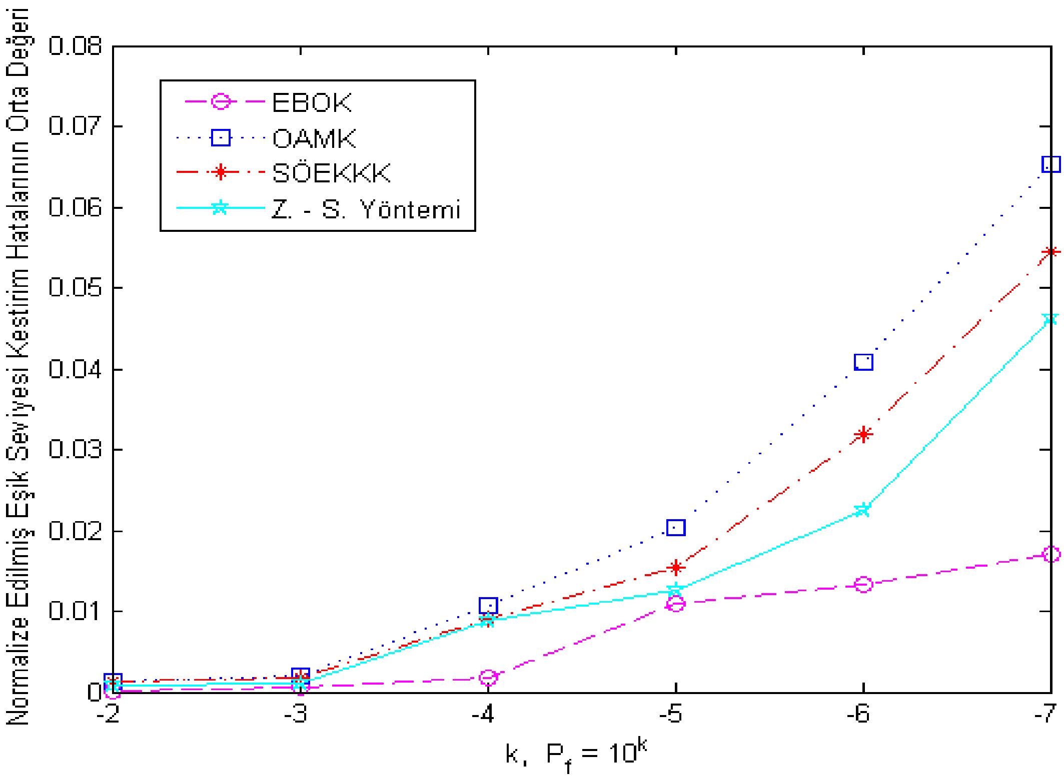
Bu grafiklere ilave olarak,

- Şekil 4.13, standart Gauss dağılımından 10000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,
- Şekil 4.14, standart Gauss dağılımından 50000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,
- Şekil 4.15, Weibull dağılımından (Şekil = 3, Ölçek =1) 10000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,
- Şekil 4.16, Genelleştirilmiş Pareto dağılımından (Şekil = -0.25, Ölçek = 1) 10000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,
- Şekil 4.17, K dağılımından (Şekil = 0.5, Ölçek = 1) 10000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,
- Şekil 4.18, Lognormal dağılımından 10000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,
- Şekil 4.19, Lognormal dağılımından 50000 örnek alınarak 200 deney yapıldığında,

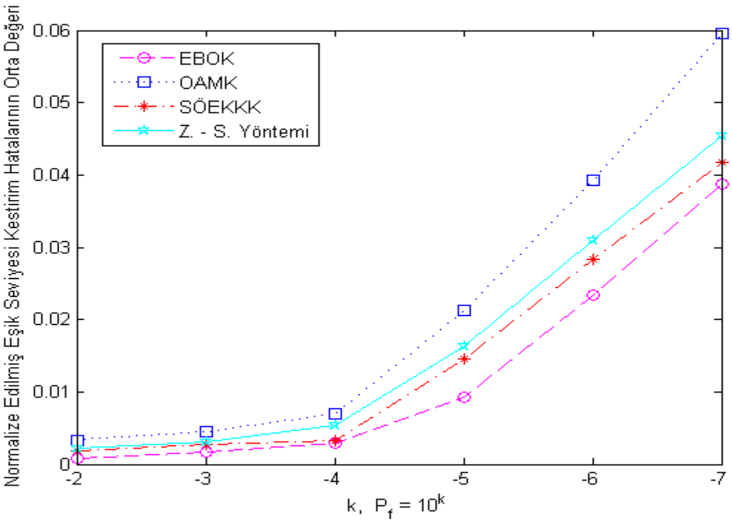
EBOK, OAMK, SÖEKKK ve Z.– S. yöntemleri başarımlarının karşılaştırılmasını göstermektedir.



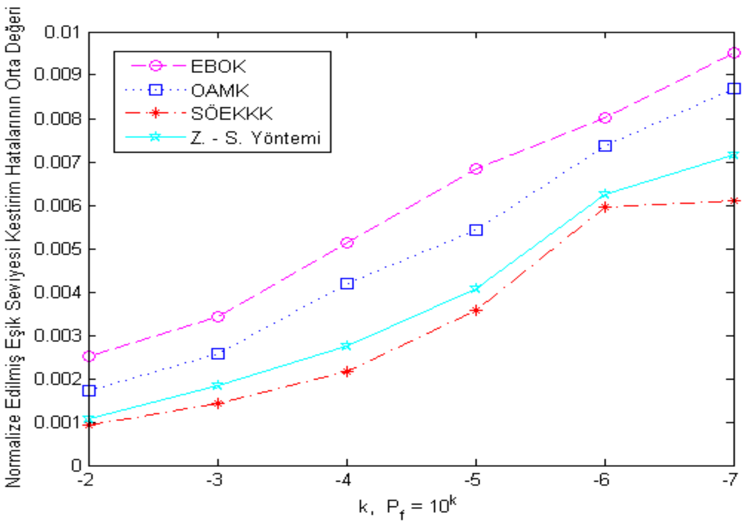
Şekil 4.13. Standart Gauss Dağılımı - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200



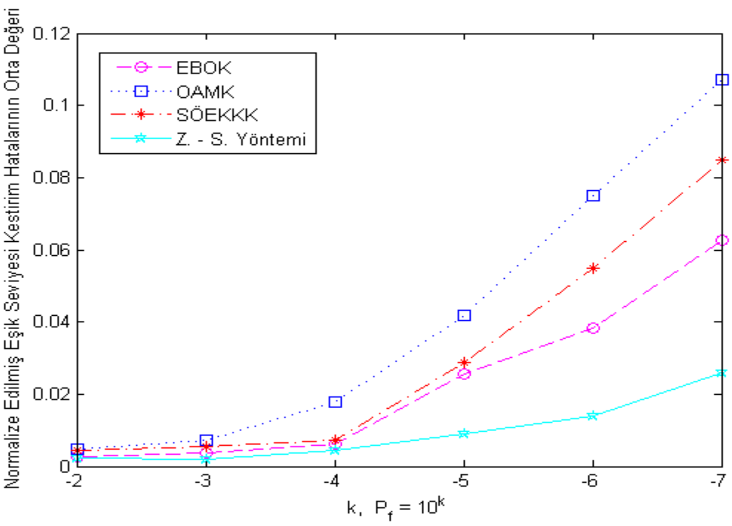
Şekil 4.14. Standart Gauss Dağılımı - Üretilen Örnek=50000, Deney Sayısı=200



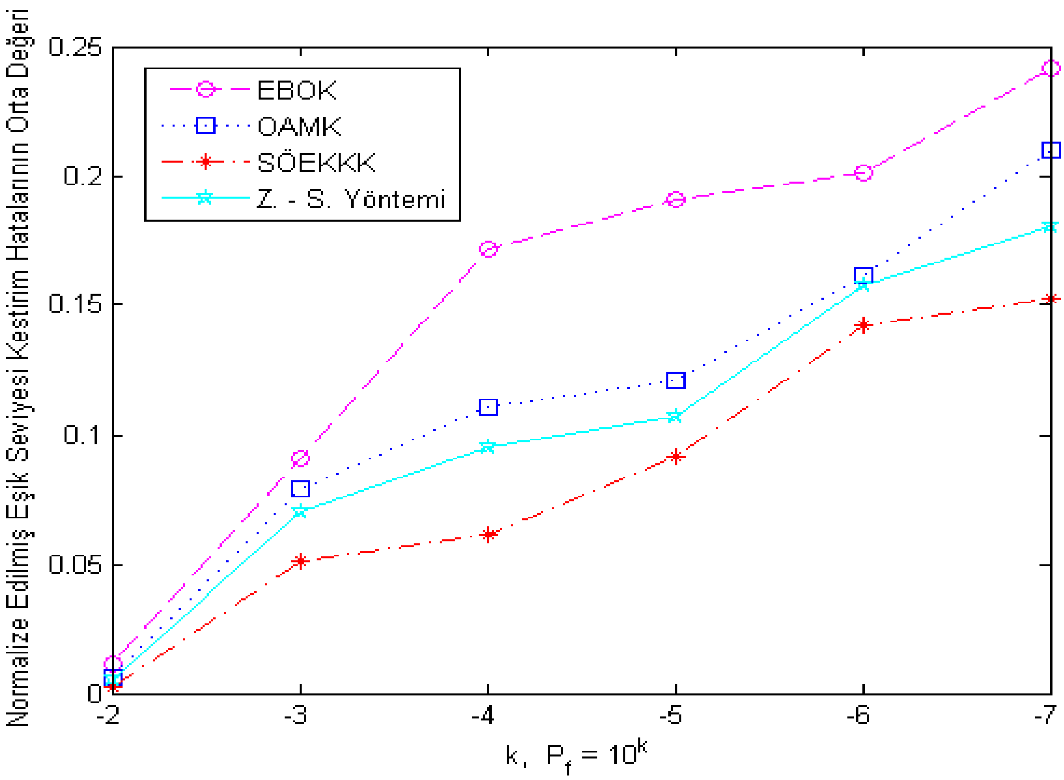
Şekil 4.15. Weibull (Şekil=3, Ölçek=1) - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200



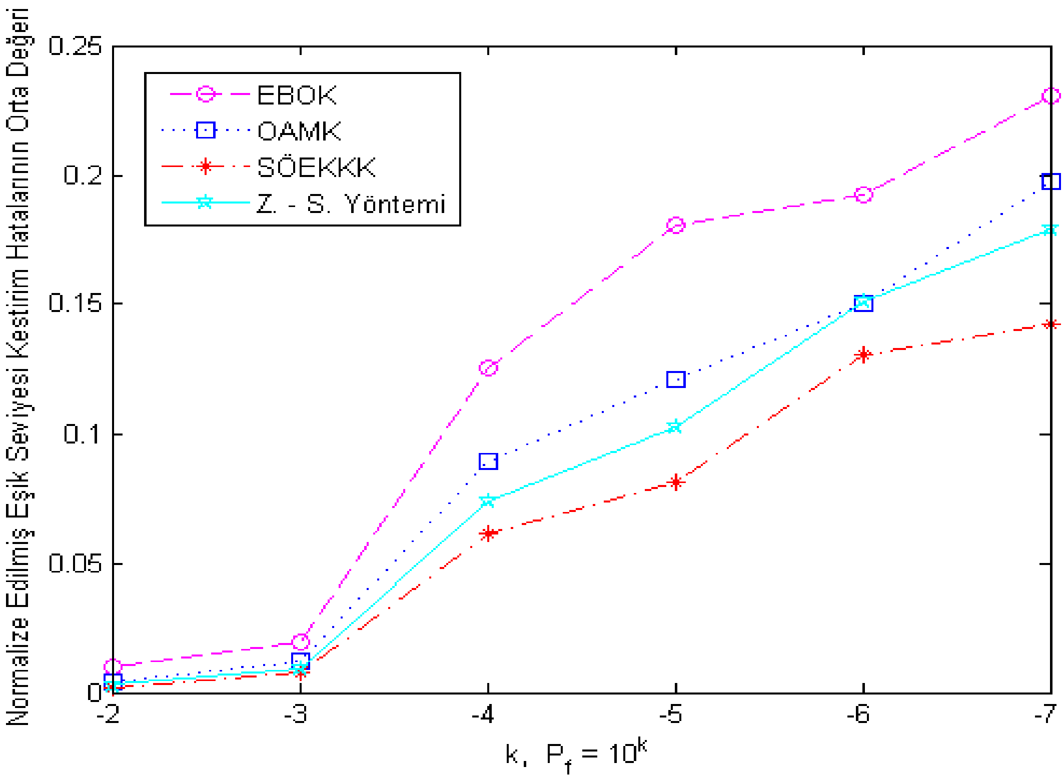
Şekil 4.16. GPD (Şekil=-0.25, Ölçek=1) - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200



Şekil 4.17. K (Şekil=0.5, Ölçek=1) - Üretilen Örnek=10000, Deney Sayısı=200



Şekil 4.18. Lognormal Dağılımı - Üretilen Örnek = 10000, Deney Sayısı = 200



Şekil 4.19. Lognormal Dağılımı - Üretilen Örnek = 50000, Deney Sayısı = 200

Eş. 4.9 ile, Bölüm 4' de verilen herbir dağılıma ilişkin $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}$, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7} değerleri için normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hataları elde edilmiştir. Elde edilen bu hatalar, verilen P_f değerini artırabilir veya azaltabilir. En kötü durumun incelendiği varsayılırsa;

$$e = \left| \frac{\hat{\eta} - \eta}{\eta} \right| \quad \Rightarrow \quad \hat{\eta} = \eta - e\,\eta \tag{4.10}$$

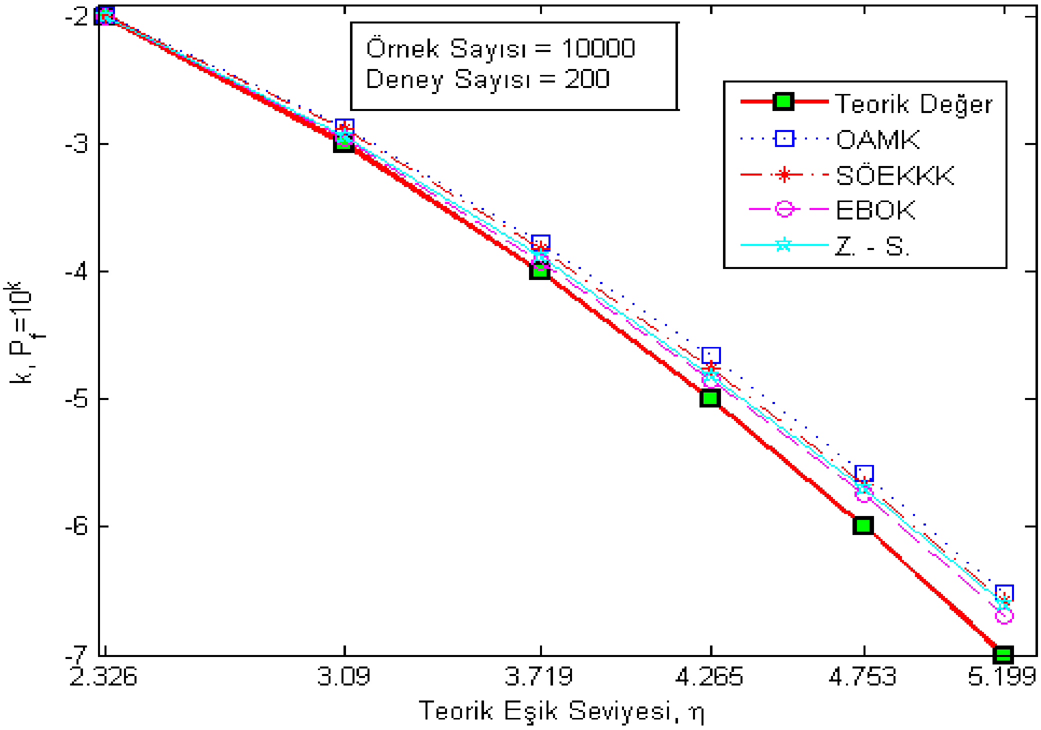
olarak elde edilir. Burada; elde edilen normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatasının artmasıyla istenilen P_f değerinden daha büyük P_f değerinin elde edileceği görülmektedir. Bu eşitlik kullanılarak,

- Hafif kuyruk özelliği gösteren Gauss Dağılımı (Ortalama = 0, Değişinti = 1),
- Hafif ile ağır arasında kuyruk özelliği gösteren Chi Kare Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4),
- Ağır kuyruk özelliği gösteren Lognormal Dağılımında,

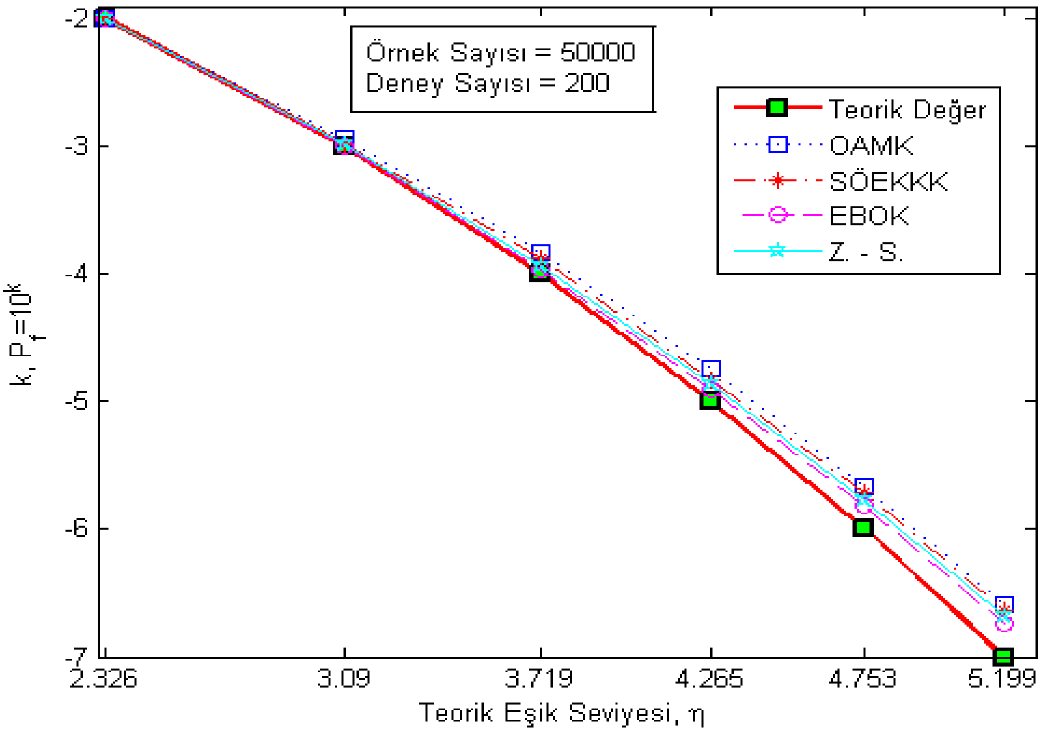
verilen $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}$, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7} değerleri için eşik seviyesi kestirimlerinin 10000 ve 50000 adet örnek kullanılarak 200 deney yapılması sonucunda P_f değerlerinden ne kadar uzaklaşıldığı aşağıdaki grafiklerde sunulmuştur:

- Şekil 4.20, Standart Gauss Dağılımı, 10000 örnek - 200 deney,
- Şekil 4.21, Standart Gauss Dağılımı, 50000 örnek - 200 deney,
- Şekil 4.22, Chi Kare (Bağ.Der. = 4) Dağılımı 10000 örnek - 200 deney,
- Şekil 4.23, Chi Kare (Bağ.Der. = 4) Dağılımı 50000 örnek - 200 deney,
- Şekil 4.24, Lognormal Dağılımı, 10000 örnek - 200 deney,
- Şekil 4.25, Lognormal Dağılımı, 50000 örnek - 200 deney,

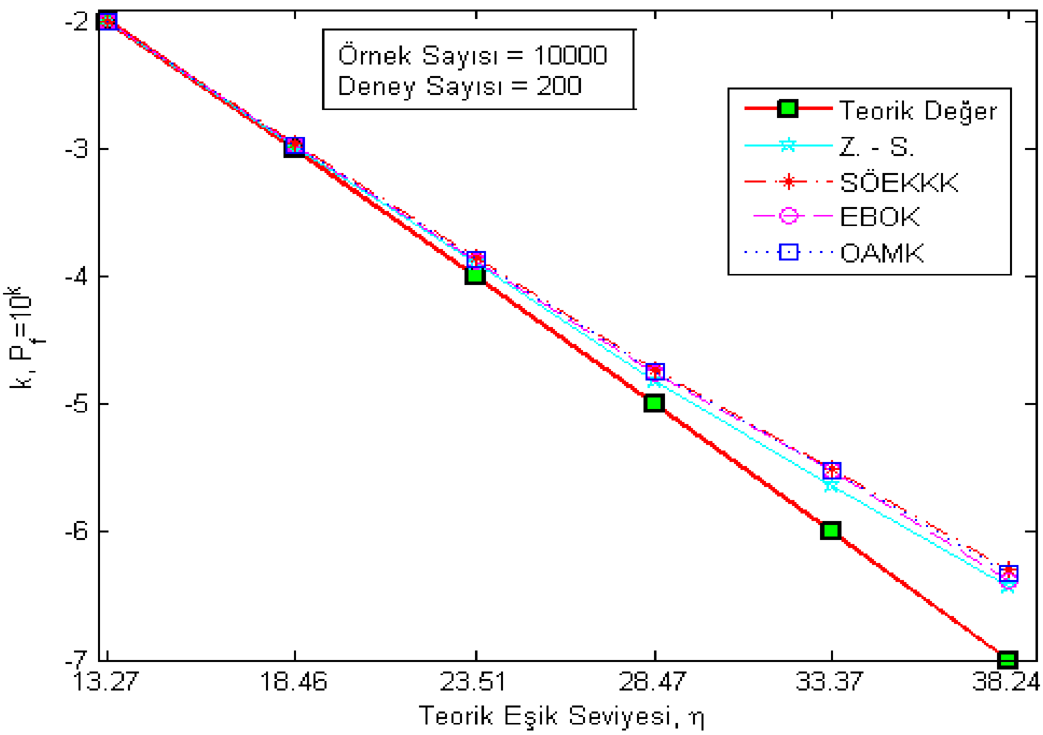
yapılması sonucunda verilen P_f değerlerindeki sapmaları göstermektedir.



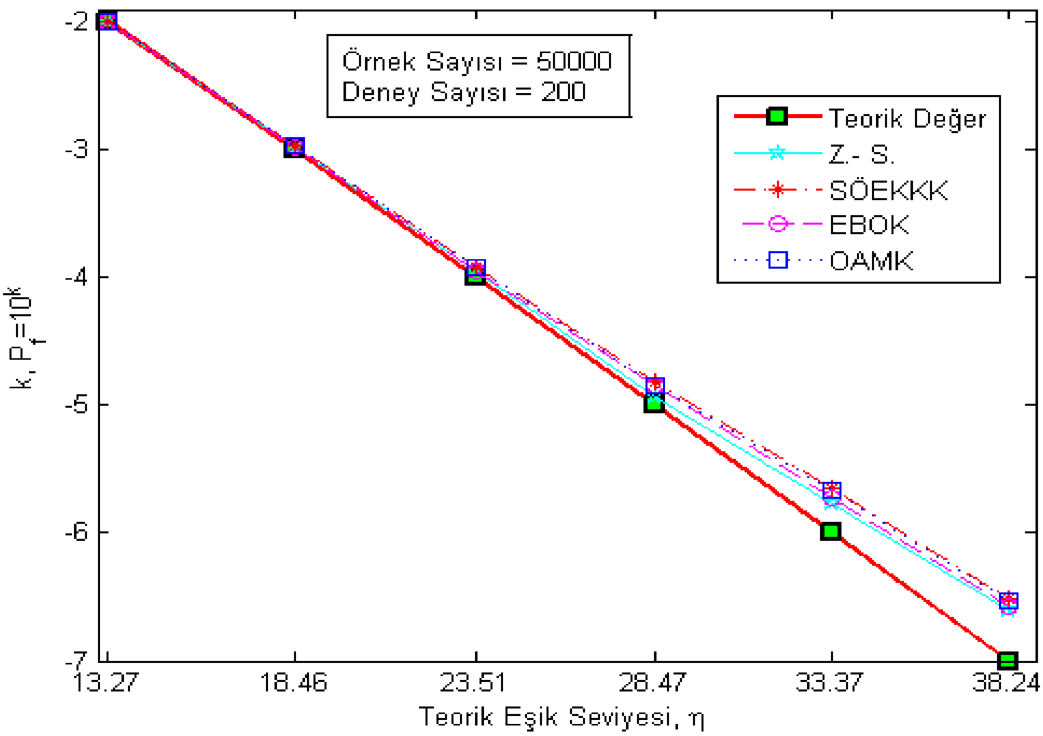
Şekil 4.20. Gauss Dağılımı - 10000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları



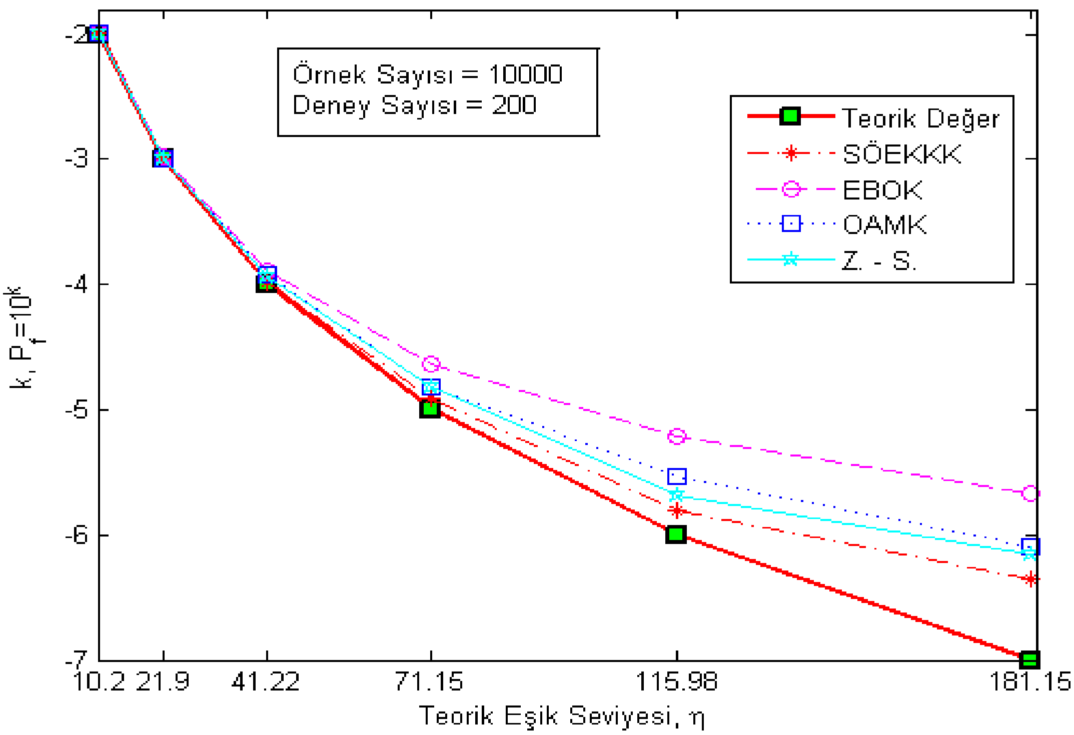
Şekil 4.21. Gauss Dağılımı - 50000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları



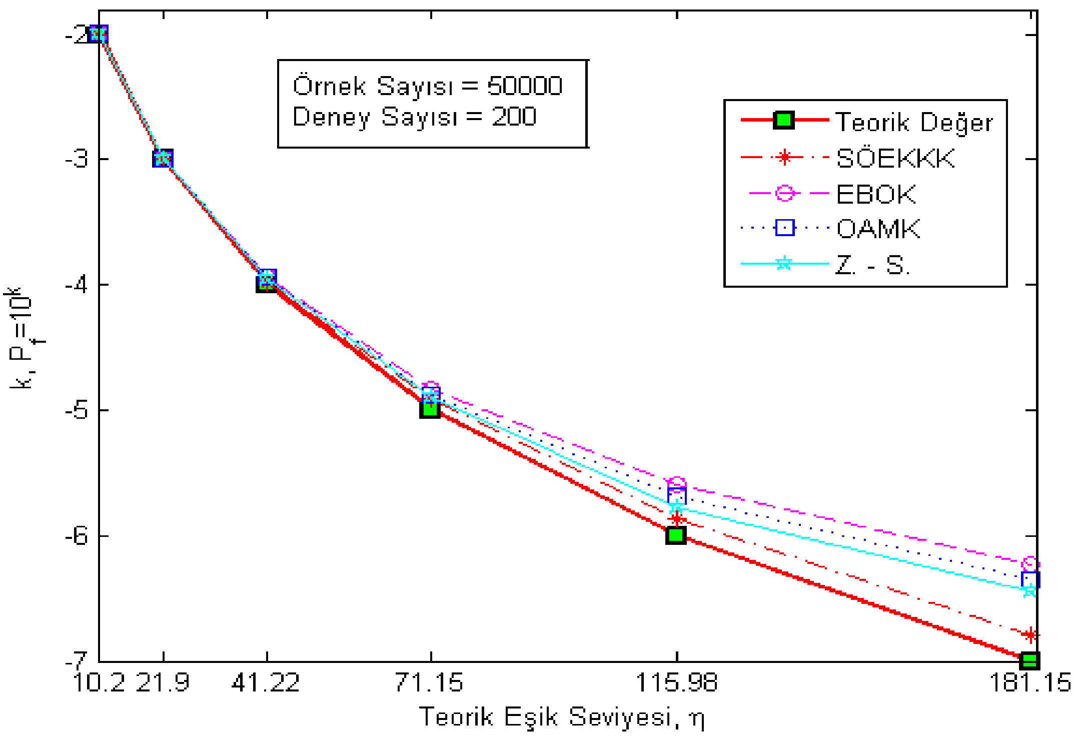
Şekil 4.22. Chi Kare (4) Dağılımı - 10000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları



Şekil 4.23. Chi Kare (4) Dağılımı - 50000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları



Şekil 4.24. Lognormal Dağılımı - 10000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları



Şekil 4.25. Lognormal Dağılımı - 50000 örnek ve 200 deney için P_f Sapmaları

4.4 Sonuçların Değerlendirmesi

Eş. 4.8' de verilen eşik seviyesi kestirim yönteminin, Bölüm 4' de belirtilen herbir dağılımdan alınan bağımsız 1000, 5000, 10000 ve 50000 adet örneğe 50, 200 ve 800 kez bağımsız olarak uygulanması sonucunda elde edilen normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatalarının orta değerleri Çizelgeler 4.1 - 4.13' de sunulmuştur. Bu çizelgelerde sunulan değerlerin yorumlanması ile aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Dağılımlardan 1000 veya 5000 adet örnek alınarak yapılan eşik seviyesi kestirimlerinin 10000 veya 50000 adet örnek alınarak yapılan eşik seviyesi kestirimlerinden genelde daha hatalı olduğu gözlenmiştir. 10000 ve 50000 adet örnek kullanılarak elde edilen eşik seviyesi kestirim hatalarının ise birbirine oldukça yakın olduğu gözlenmiştir.

10000 ve daha fazla örnek alınarak Genelleştirilmiş Pareto dağılımı ile kuyruk modellemesinin kabul edilebilir doğrulukla yapılabildiği, dolayısıyla Eş. 4.8' de verilen eşik seviyesi kestirim yönteminde en az 10000 adet örnek kullanılmasının uygun olduğu değerlendirilmiştir. Bu durumun, Çizelgeler 4.1 - 4.13' de gösterilen tüm dağılımlar için geçerli olduğu gözlenmiştir.

Bütün dağılımlar için yapılan 50, 200 ve 800 adet deney sonucunda elde edilen eşik seviyesi kestirim hatalarının giderek azaldığı gözlenmiştir. Buradan, daha çok deney yaptıkça daha düşük hatalı eşik seviyesi kestirimlerinin elde edilmesinin mümkün olduğu görülmüştür. Ayrıca, yine bütün dağılımlar için, verilen yanlış alarm olasılığı azaldıkça elde edilen eşik seviyesi kestirim hatalarının arttığı gözlenmiştir.

Hafif kuyruk özelliği sergileyen standart Gauss dağılımında, Bölüm 3.6' da verilen parametre kestirim yöntemlerinin Eş. 4.8' de verilen eşik seviyesi kestirim yöntemi başarımına olan etkileri Şekil 4.13' te sunulmuştur. 10000 adet örnek ve 200 adet deney sonuçlarına göre çizilen bu grafikten, en iyi başarımı En büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi'nin gösterdiği gözlenmiştir. 50000 adet örnek ve 200 adet deney sonuçları ise Şekil 4.14' de gösterilmiştir. Burada da, en iyi başarımı En büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi'nin gösterdiği gözlenmiştir. Şekil 4.13 ile Şekil 4.14' ün birlikte incelenmesiyle, 50000 adet örnek kullanmanın 10000 adet örnek kullanmaya göre biraz daha doğru eşik seviyesi kestirimine olanak sağladığı da anlaşılmıştır.

Hafif ile ağır kuyruk özellikleri arasında kuyruk özelliklerine sahip Weibull (Şekil = 3 ve Ölçek = 1), Genelleştirilmiş Pareto (Şekil = - 0.25 ve Ölçek = 1) ve K (Şekil = 0.5 ve Ölçek =1) dağılımlarında 10000 adet örnek ve 200 adet deney için, Bölüm 3.6' da verilen parametre kestirim yöntemlerinin Eş. 4.8' de verilen eşik seviyesi kestirim yöntemi başarımına olan etkileri sırasıyla Şekil 4.15, Şekil 4.16 ve Şekil 4.17' de sunulmuştur. Burada; en iyi eşik seviyesi kestirim başarımını; Weibull (Şekil = 3 ve Ölçek = 1) dağılımı için En Büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (Şekil = - 0.25 ve Ölçek = 1) için Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi ve K dağılımı (Şekil = 0.5 ve Ölçek =1) için Zhang - Stephens'ın Kestirim Yöntemi göstermiştir.

Ağır kuyruk özelliği sergileyen Lognormal dağılımında, 10000 adet örnek ve 200 adet deney sonuçlarına göre, Bölüm 3.6' da verilen parametre kestirim yöntemlerinin Eş. 4.8' de verilen eşik seviyesi kestirim yöntemi başarımına olan etkileri Şekil 4.18' de sunulmuştur. Burada, en iyi başarımı Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi göstermiştir. 50000 adet örnek ve 200 adet deney sonuçları ise Şekil 4.19' da gösterilmiştir. Burada da, en iyi başarımı Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi göstermiştir. Şekil 4.13 ile Şekil 4.14' ün birlikte incelenmesiyle, 50000 adet örnek kullanmanın 10000 adet örnek kullanmaya göre biraz daha doğru eşik seviyesi kestirimine olanak sağladığı gözlenmiştir.

Şekilller 4.20 - 4.25' in incelenmesiyle, ağır kuyruk özelliği gösteren dağılımlarda yapılan eşik seviyesi kestirimlerinin hafif kuyruk özelliği gösteren dağılımlara göre verilen P_f değerinde daha fazla sapmalar meydana getirdiği gözlenmiştir.

Genel olarak; En büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi' nin hafif kuyruklu dağılımlarda, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim Yöntemi ile Zhang - Stephens' ın Kestirim Yöntemi' nin hafif ile ağır arasında kuyruk özelliğine sahip dağılımlarda, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Kestirim Yöntemi' nin ise ağır kuyruklu dağılımlarda iyi başarım gösterdiği gözlenmiştir.

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, dağılımı bilinmeyen ortamlarda verilen yanlış alarm olasılıkları için eşik seviyesi kestirimleri yapılmıştır. Bu kestirim yönteminde, ortamdan alınan örnekler küçükten büyüğe doğru sıralanarak, kuyruk bölümüne ait olanlar Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmiştir. Modelleme sonucunda elde edilen eşik seviyesi kestirim denkleminde, bilinmeyen olarak sadece Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametresinin yer aldığı görülmüştür.

Bu noktada; verilen yanlış alarm olasılığı için eşik seviyesi kestirilmesi problemi, kuyruk bölümü modellemesinde kullanılan Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi problemine dönüşmüştür.

Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin kestirilmesi için En Büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi, Olasılık Ağırlıklı Momentler Kestirim Yöntemi, Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi ile Zhang ve Stephens'ın Kestirim Yöntemi olmak üzere dört farklı yöntemin başarımları incelenmiştir.

Sunulan tüm bu teorik çalışmanın başarım analizi için, farklı kuyruk davranışları sergileyen Standart Gauss Dağılımı, Üstel Dağılım (Ölçek = 0.1), Lognormal Dağılımı, Weibull Dağılımı (Şekil = 3 - Ölçek = 1 ve Şekil = 0.5 - Ölçek = 1), Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (Şekil = -0.25 - Ölçek = 1 ve Şekil = 0.5 - Ölçek = 1), Chi Kare Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4), Student-t Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4 ve Bağımsızlık Derecesi = 8) ve K (Şekil = -0.5 - Ölçek = 1, Şekil = 0.5 - Ölçek = 1 ve Şekil = 1.5 - Ölçek = 1) Dağılımı'ndan 1000, 5000, 10000 ve 50000 adet örnek üretilerek, $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ ve 10^{-7} değerleri için eşik seviyesi kestirimleri yapılmıştır.

Bu kestirimler, $P_f = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}$ değerleri için, 50, 200 ve 800 kez herbir dağılımdan birbirinden bağımsız olarak üretilen 1000, 5000, 10000 ve 50000 adet örnek için tekrarlanmıştır. Daha sonra, elde edilen eşik seviyesi kestirimleri herbir dağılımın teorik olarak hesaplanan eşik seviyesi değerleriyle karşılaştırılarak normalize edilmiş eşik seviyesi hata değerleri bulunmuş ve orta değerleri alınarak Çizelgeler 4.1 - 4.13' de sunulmuştur.

Yukarıdaki tüm dağılımlar içinden seçilen, hafif kuyruk özelliği gösteren Standart Gauss Dağılımı, ağır kuyruk özelliği gösteren Lognormal Dağılımı ve ağır ile hafif arasında kuyruk özelliği gösteren Weibull (Şekil = 3 - Ölçek = 1), Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (Şekil = -0.25 - Ölçek = 1), Chi Kare Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4) ve K (Şekil = -0.5 - Ölçek = 1) dağılımlarına ilişkin elde edilen normalize edilmiş eşik seviyesi kestirim hatalarının orta değerleri Şekil (4.1 - 4.19)' da sunulmuştur.

Sunulan bu çizelgeler ve şekillerin incelenmesiyle, dağılımlardan 1000 veya 5000 adet örnek alınarak yapılan eşik seviyesi kestirimlerinin 10000 veya 50000 adet örnek alınarak yapılan eşik seviyesi kestirimlerinden daha hatalı olduğu gözlenmiştir. 10000 ve 50000 adet örnek kullanılarak elde edilen başarımların ise birbirine çok yakın olduğu gözlenmiştir. Buna göre, en az 10000 adet örnek kullanılmasının uygun olduğu değerlendirilmiştir.

Bütün dağılımlar için; yapılan deney sayısı arttıkça, daha düşük hatalı eşik seviyesi kestirimlerinin elde edilmesinin mümkün olduğu anlaşılmış ve verilen P_f değeri azaldıkça buna karşılık elde edilen eşik seviyesi kestirim hatalarının arttığı gözlenmiştir.

Hafif kuyruk özelliği sergileyen dağılımlarda, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının parametre kestirim yöntemlerinden En büyük Olabilirlik Kestirim Yöntemi'nin en iyi başarımı gösterdiği gözlenmiştir. Ağır kuyruk özelliği sergileyen dağılımlarda ise Sıralı Örnekli En Küçük Kareler Yöntemi'nin en iyi başarımı gösterdiği gözlenmiştir. Olasılık Ağırlıklı Mometler Kestirim Yöntemi ile Zhang - Stephens' ın Kestirim Yöntemi' nin ise genelde hafif ile ağır arasında kuyruk özelliği gösteren dağılımlarda iyi başarım sergilediği görülmüştür.

$P_f = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}$ değerleri için eşik seviyelerinin kestirilmesinde; Monte Carlo yöntemlerindeki gibi çok fazla deney sayısına ihtiyaç duyulmamıştır. 50, 200 veya 800 adet deney uygulanarak kestirimler yapılabilmiştir. Ayrıca, eşik seviyesi kestirimi klasik yöntemlerindeki gibi ilgili dağılımdan çok fazla sayıda örnek üretilmesine de gerek duyulmamıştır. Yaklaşık 10000 adet örnek kullanılarak kestirimlerin kabul edilebilir doğrulukla yapılabildiği görülmüştür.

Hafif kuyruk özelliği gösteren dağılımlarda yapılan eşik seviyesi kestirimlerinin ağır kuyruk özelliği gösteren dağılımlarda yapılan kestirimlere göre daha az hatalı olduğu gözlenmiştir. Elde edilen eşik seviyesi kestirimlerine karşılık gelen P_f değerlerinin incelenmesiyle, kullanılan eşik seviyesi kestirim yönteminin kabul edilebilir bir başarım sağladığı gözlenmiştir.

İleriye yönelik çalışmalarda, burada sunulan eşik seviyesi kestirim yönteminin dağılımlardan alınan ilişkili örneklere uygulanması incelenebilir. Böylece, dağılımı analitik olarak modellenemeyen çevresel yansıma ve gürültü sinyallerine ait ilişkili örneklerin Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmesi ve istenen yanlış alarm olasılığı için eşik seviyesi kestirim başarımı incelenebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Berger, J.O., 1985, *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*, Springer.

Boss, D.D., 1984, Using extreme value theory to estimate large samples, *Technometrics* 20, 33–39.

Box, G.E.P., and Muller, M.E., 1958, A note on the generation of random normal deviates, *The Annals of Math.Stats.* 1, 610–611.

Deak, I., 1990, *Random Number Generators and Simulations*, Akademiai Kiado.

Dudewicz, E.J., and Ralley, T.G., 1981, *The Handbook of Random Number Generation and Testing with TESTRAND Computer Code*, American Sciences Press.

DuMouchel, W. H., 1983, Estimating the stable index n in order to measure tail thickness: A critique, *Annals Stats.* 11, 1019–1031.

Galambos, J., 1984, Asymptotics; stable laws for extremes , tail prooerties in statistical extremes and applications, *Tiago de Oliviera, Ed.NATO ASI Series C* 131, 19–29.

Gentle, J.E., 2003, *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, Springer.

Gradshteyn, I.S., and Ryzhik, I.M., 2007, *Table of Integrals, Series and Products*, Elsevier.

Guida, M., Iovino, D., and Longo, M., 1988, Comparative performance analysis of some extrapolative estimators of probability tails, *IEEE J. Sel. Area. Commun.* 6, 76–84.

Harrel, F.E., and Davis, C.E., 1982, A new distribution-free quantile estimator, *Biometrika* 69, 635–640.

Hill, B.M., 1975, A simple general approach to inference about the tail of a distribution, *Ann. Stat.* 3, 1163–1174.

Hogg, Robert V., and Craig, Allen T., 1994, *Introduction to Mathematical Statistics*, Macmillan.

Hosking, J.R.M., and Wallis, J.R., 1987, Parameter and quantile estimation of generalized pareto distribution, *Technometrics* 29, 339–349.

Karian, Z.A., and Dudewicz, E.J., 1990, *Modern Statistical Systems and GPSS Simulation*, Computer Science Press.

Krishnamoorthy, K., 2006, *Handbook of Statistical Distributions with Applications*, Chapman.

L'Ecuyer, P., 1987, *A portable Random Number Generator for 16 bit Computers, Modelling and Simulation on Microcomputers*, Hogan.

Nelder-Mead, J.A., 1965, A simplex method for function minimization, *Annals Stats.* 73, 812–815.

Oliviera, T., 1984, *Statistical Extremes and Applications*, D. Reidel Publishing Co.

Ozturk, A., Chakravarthi, R., and Weiner, D., 1996, On determining the radar threshold for non-gaussian processes from experimental data, *IEEE Transactions on Information Theory* 42, 1310–1316.

Papoulis, Athanasios, and Pillai, S.Unnikrishna, 2002, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGrawHill.

Pickands, J., 1975, Statistical inference using extreme order statistics, *Ann. Stat.* 3, 119–131.

Rubinstein, R.Y., and Kroese, D.P., 2008, *Simulation and The Monte Carlo Method*, Wiley Interscience.

Skolnik, Merrill I., 2001, *Introduction to Radar Systems*, Mc Graw Hill.

VanTrees, Harry L., 2001, *Detection, Estimation and Modulation Theory*, Wiley.

Ward, K.D., 1981, Compound representation of high resolution sea clutter, *Electron Lett.* 17, 561–563.

Weiner, Melvin M., 2006, *Adaptive Antennas and Receivers*, Taylor & Francis.

Weissmann, I., 1978, Estimation of parameters and large quantiles based on the k largest observations, *J. Am. Stat. Assoc.* 73, 812–815.

Zhang, J., and Stephens, M.A., 2009, A new and efficient estimation method for the generalized pareto distribution, *Technometrics* 51, 316–325.

EKLER DİZİNİ

Sayfa

EK 1. BAŞARIM ANALİZİNDE KULLANILAN ÖRNEKLERİN ÜRETİLMESİ 79
E-1.1 Bağımsız Birbiçimli Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 79
E-1.2 Ters Alma Yöntemi 79
E-1.3 Kabul Ret Yöntemi 80
E-1.4 Gauss Dağılımı..81
E-1.4.1 Gauss Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 81
E-1.4.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 83
E-1.5 Üstel Dağılım 84
E-1.5.1 Üstel Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 84
E-1.5.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 85
E-1.6 Lognormal Dağılım 85
E-1.6.1 Lognormal Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi86
E-1.6.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 86
E-1.7 Weibull Dağılım 87
E-1.7.1 Weibull Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 87
E-1.7.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 87
E-1.8 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD) 88
E-1.8.1 GPD’ ye Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 88
E-1.8.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 88
E-1.9 Chi Kare Dağılım 89
E-1.9.1 Chi Kare Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi ..89
E-1.9.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 90
E-1.10 Student-t Dağılımı 91
E-1.10.1 Student-t Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 91
E-1.10.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 93
E-1.11 K Dağılımı 93
E-1.11.1 K Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi 94
E-1.11.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması 96
EK 2. EN BÜYÜK OLABİLİRLİK İŞLEVİNİN EVRENSEL EN BÜYÜK DEĞERİNİN İNCELENMESİ 98
EK 3. İNGİLİZCE-TÜRKÇE TERİMLER SÖZLÜĞÜ 101

EK 1. BAŞARIM ANALİZİNDE KULLANILAN ÖRNEKLERİN ÜRETİLMESİ

Bu bölümde, başarım analizi çalışmasında kullanılan, Gauss, Üstel, Lognormal, Weibull, Genelleştirilmiş Pareto, Chi Kare, Student-t ve K dağılımlarından bağımsız örneklerin üretilmesi ve teorik eşik seviyelerinin hesaplanması yöntemleri anlatılmıştır. Burada; yanlış alarm olasılığı P_f, teorik eşik seviyesi değeri ise η ile gösterilmiştir.

E-1.1 Bağımsız Birbiçimli Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Z.A. Karian ve E.J. Dudewicz (Karian and Dudewicz, 1990) tarafından, bir rastgele sayı üretecinin birbirinden bağımsız ve birbiçimli dağılıma sahip örnekler üretebilmesi için periyotunun en az 1 milyar olması ve TESTRAND testlerini (Dudewicz and Ralley, 1981) geçebilmesi gerektiği belirtilmiştir. P.L' Ecuyer (L'Ecuyer, 1987) tarafından geliştirilen URN35 isimli üreteç bu koşulları sağlamaktadır (Karian and Dudewicz, 1990). Bu nedenle, bu çalışmadaki bağımsız birbiçimli rastgele değişkenlerin üretilmesinde aşağıda verilen URN35 üreteci kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} w_i &= 157 w_{i-1} \mod 32363 \\ y_i &= 146 y_{i-1} \mod 31727 \\ z_i &= 142 z_{i-1} \mod 31657 \\ x_i &= (w_i + y_i + z_i - 3) \mod 32362 \\ U_i &= (x_i + 1)/32363 \end{aligned} \tag{E-1.1}$$

Burada, $w_0 = y_0 = z_0 = 1$ alındığında üreteçin periyotu, $(32362)(31726)(31656)/4 = 8.12543685x10^{12}$ olarak verilmektedir (Karian and Dudewicz, 1990).

U_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, n tane $(0, 1)$ aralığında birbirinden bağımsız birbiçimli rastgele değişkendir.

E-1.2 Ters Alma Yöntemi

Bu yöntem, $(0, 1)$ aralığındaki birbiçimli rastgele değişkenleri kullanarak, dağılım işlevi analitik olarak hesaplanabilen dağılımlardan örnekler üretilmesinde kullanılan pratik bir yöntemdir.

$F(x)$, sürekli ve artan bir dağılım işlevi, $U, (0, 1)$ aralığında birbiçimli rastgele değişkense,

$$P(X \leq x) = P\left(F^{-1}(U) \leq x\right) = P\left(U \leq F(x)\right) = F_X(x) \tag{E-1.2}$$

olarak elde edilir. Böylece, $X = F^{-1}(U)$ olarak, X rastgele değişkeni bulunur.

E-1.3 Kabul Ret Yöntemi

Kabul Ret Yöntemi, dağılım işlevi analitik olarak hesaplanamayan dağılımlardan rastgele değişkenler üretmek için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde, rastgele değişkenlerin üretilmek istendiği olasılık yoğunluk işlevi $f(x), x \in [a, b]$ ile gösterilebilir. $g(x)$ ise $[a, b]$ aralığında integrali alınabilen ve $f(x)$' e eşit veya daha büyük olan bir işlev olarak tanımlanabilir. Bu durumda,

$$f(x) \leq g(x) \qquad x \in [a, b] \tag{E-1.3}$$

eşitsizliği yazılabilir. $g(x)$ işlevini tanımlı bir olasılık yoğunluk işlevi olarak yazabilmek için, $c = \int_a^b g(x)dx$ ve $h(x) = \frac{1}{c}\, g(x)$ olarak yazılabilir. Burada, $h(x)$ bir olasılık yoğunluk işlevidir. Bu durumda,

$$f(x) \leq g(x) = ch(x) \qquad x \in [a, b] \tag{E-1.4}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeye göre, kabul ret yöntemi aşağıda verilen adımlarla uygulanabilir (Rubinstein and Kroese, 2008).

1. $U, (0, 1)$ aralığında birbiçimli rastgele değişkeni üretilir.
2. $h(x)$ yoğunluk işlevinden Y rastgele değişkeni üretilir.
3. $U \leq f(Y)/g(Y)$ ifadesi sağlanıyorsa, Y rastgele değişkeni $f(x)$ işlevine göre üretilmiş rastgele değişkeni olarak kaydedilir (kabul).
4. $U \leq f(Y)/g(Y)$ ifadesi sağlanmıyorsa (ret), 1. adımdan itibaren tüm işlemler tekrarlanır.

Kabul edilen Y değerleri $f(x)$ işlevine göre üretilmiş rastgele değişkenlerdir (Rubinstein and Kroese, 2008).

E-1.4 Gauss Dağılımı

Gauss dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \qquad -\infty < x < \infty \tag{E-1.5}$$

olarak verilir (Papoulis and Pillai, 2002). Burada; μ, ortalamayı, σ^2 ise değişintiyi göstermektedir.

E-1.4.1 Gauss Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Gauss dağılımına sahip birbirinden bağımsız rastgele değişkenlerin üretilmesinde G.E.P. Box ve M.E. Muller (Box and Muller, 1958) tarafından geliştirilen Box-Muller dönüşümü kullanılmıştır. Bu dönüşüm ile oldukça hızlı ve kesin rastgele Gauss değişkenleri elde edilmektedir (Karian and Dudewicz, 1990).

Box-Muller dönüşümü ile ilk olarak birbirinden bağımsız, ortalaması sıfır, değişintisi bir olan X ve Y rastgele gauss değişkenleri üretilecektir. Bu durumda,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \tag{E-1.6}$$

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} \tag{E-1.7}$$

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x^2+y^2)/2} \tag{E-1.8}$$

olarak yazılabilir. x ve y değişkenleri kutupsal koordinatlarda yazılırsa; $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $r = \sqrt{x^2+y^2}$ olarak elde edilir. Burada; r, orijinden olan uzaklığı, θ ise x ekseni ile yapılan pozitif açıyı ifade etmektedir. Bu durumda, r ve θ değişkenlerinin ortak yoğunluk işlevi:

$$f(r,\theta) = J(r,\theta) f(x,y) \tag{E-1.9}$$

şeklinde yazılabilir. Burada; $J(r,\theta)$ Jacobian matrisini göstermektedir.

$$J(r,\theta) = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r\cos^2\theta + r\sin^2\theta = r \tag{E-1.10}$$

olarak yazılır. Eş. E-1.8 ve Eş. E-1.10, Eş. E-1.9' da yerine yazılırsa,

$$f(r,\theta) = \frac{1}{2\pi} r e^{-r^2/2} \tag{E-1.11}$$

Buradan, r ve θ' nın yoğunluk işlevleri,

$$f(r) = re^{-r^2/2}, \quad r > 0 \tag{E-1.12}$$

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \tag{E-1.13}$$

olarak elde edilebilir. Buna göre r ve θ birbirinden bağımsızdır. $(0,1)$ aralığında birbiçimli dağılıma sahip rastgele değişkenler, U_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, kullanılarak r ve θ değişkenleri elde edilebilir. Bunun için,

$$F(r) = \int_{-\infty}^{r} f(t)dt = \int_{0}^{r} te^{-t^2/2}dt = 1 - e^{-r^2/2}, \quad r > 0 \tag{E-1.14}$$

ifadesi ters alma yöntemine göre,

$$\begin{aligned}
1 - e^{-r^2/2} &= U \\
e^{-r^2/2} &= 1 - U \\
r^2 &= -2\ln(1-U) \\
r &= \sqrt{-2\ln(U)}, \quad i = 1, 2, \cdots, n
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. Burada $(1 - U)$ ifadesi $(0,1)$ aralığında birbiçimli olduğundan bu ifade yerine doğrudan U kullanılmıştır.

Aynı şekilde; $(0,1)$ aralığında birbiçimli rastgele değişkenler kullanılarak Eş.E-1.13' teki $(0, 2\pi)$ aralığında birbiçimli rastgele değişkenler elde edilebilir. Buna göre; $\theta = 2\pi U$, $(0, 2\pi)$ aralığında birbiçimli dağılıma sahip rastgele değişkenlerdir. r ve θ ifadeleri kutupsal koordinatlarda yerine yazılarsa,

$$x = r\cos(\theta) = \sqrt{-2\ln(U_1)}\cos(2\pi U_2) \qquad \text{(E-1.15)}$$

$$y = r\sin(\theta) = \sqrt{-2\ln(U_1)}\sin(2\pi U_2) \qquad \text{(E-1.16)}$$

şeklinde birbirinden bağımsız standart gauss dağılımına sahip rastgele değişkenler elde edilir. Daha sonra istenilen ortalama (μ) ve değişinti (σ^2) değerleri için,

$$z = \mu + \sigma\sqrt{-2\ln(U_1)}\cos(2\pi U_2) \qquad \text{(E-1.17)}$$

$$w = \mu + \sigma\sqrt{-2\ln(U_1)}\sin(2\pi U_2) \qquad \text{(E-1.18)}$$

olarak gauss dağılımına sahip rastgele değişkenler elde edilebilir.

E-1.4.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

Standart Gauss Dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}, \qquad -\infty < x < \infty \qquad \text{(E-1.19)}$$

şeklinde verilir. Gauss dağılımı için hata işlevi,

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt, \qquad 1 - erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^\infty e^{-t^2}dt, \qquad -\infty < x < \infty \quad \text{(E-1.20)}$$

şeklinde tanımlanır (Weiner, 2006). Standart Gauss dağılımı için yanlış alarm olasılığı,

$$P_f = \int_\eta^\infty f(x)dx = \int_\eta^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx \qquad \text{(E-1.21)}$$

olarak yazılabilir. Yukarıdaki integralde, $x^2/2 = t^2$ değişken dönüşümü uygulanırsa,

$$P_f = \int_{\eta/\sqrt{2}}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2}\sqrt{2}dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\eta/\sqrt{2}}^\infty e^{-t^2}dt \qquad \text{(E-1.22)}$$

olarak elde edilir. Eş. E-1.20, Eş.E-1.22' de uygulanırsa,

$$\begin{aligned} 1 - erf(\eta/\sqrt{2}) &= 2P_f \\ 1 - 2P_f &= erf(\eta/\sqrt{2}) \\ \eta &= \sqrt{2}\, erf^{-1}(1 - 2P_f) \end{aligned} \qquad \text{(E-1.23)}$$

olarak bulunur.

E-1.5 Üstel Dağılım

Üstel dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \qquad \lambda > 0, \qquad x \geq 0 \qquad \text{(E-1.24)}$$

olarak verilir (Papoulis and Pillai, 2002). Burada; λ, üstel dağılımın ölçek parametresidir.

E-1.5.1 Üstel Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Üstel dağılımın olasılık dağılım işlevi,

$$F(x) = \int_0^x f(x)dx = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x}, \qquad \lambda > 0 \qquad \text{(E-1.25)}$$

olarak elde edilir. Ters alma yöntemi kullanılarak,

$$1 - e^{-\lambda x} = U \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - U) = -\frac{1}{\lambda}\ln(U) \qquad \text{(E-1.26)}$$

olarak üretilebilir.

Burada; U, $(0, 1)$ aralığında bağımsız birbiçimli rastgele değişkendir.

E-1.5.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

$$\int_{-\infty}^{\eta} f(x)dx + \int_{\eta}^{\infty} f(x)dx = F(\eta) + P_f = 1 \tag{E-1.27}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$P_f = 1 - F(\eta) = e^{-(\lambda\eta)} \;\Rightarrow\; \eta = -\frac{1}{\lambda}\ln P_f \tag{E-1.28}$$

şeklinde bulunur.

E-1.6 Lognormal Dağılımı

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, Gauss dağılımına sahip bir rastgele değişkense, $Y = e^X$ lognormal dağılımına sahip bir rastgele değişkendir (Papoulis and Pillai, 2002). Buradaki $y = g(x) = e^x, y > 0$ dönüşüm işleminde $x = \ln y$ olarak bulunur. Y rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk işlevi,

$$f_Y(y) = f_X(x)\left|\frac{d}{dx}g(x)\right|^{-1}, \qquad y > 0 \tag{E-1.29}$$

dönüşümü ile bulunabilir. Burada;

$g(x) = e^x \;\Rightarrow\; \dfrac{d}{dx}g(x) = e^x = e^{\ln y} = y$ olarak elde edilir. Bu ifadeler Eş. E-1.29' da yerine yazılırsa,

$$f_Y(y) = \frac{1}{y} f_X(\ln y), \qquad y > 0 \tag{E-1.30}$$

şeklinde bulunur. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, Gauss dağılımına sahip bir rastgele değişken olduğundan, olasılık yoğunluk işlevi $x = \ln y$ değeri için yuarıdaki eşitlikte yerine yazılırsa,

$$f_Y(y) = \frac{1}{y} f_X(\ln y) = \frac{1}{\sigma y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln y-\mu)^2/2\sigma^2}, \qquad y > 0 \tag{E-1.31}$$

olarak bulunur. Bu ifade, Lognormal dağılımının olasılık yoğunluk işlevidir (Papoulis and Pillai, 2002).

E-1.6.1 Lognormal Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Eş. E-1.31’ de bulunan sonuca göre, Lognormal dağılımına ait rastgele değişken, Y, Gauss dağılımına sahip rastgele değişkenin, $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, $Y = e^X$ dönüşümü ile elde edilebilir. Bu çalışmada, $\mu = 0, \sigma^2 = 1$ parametreli Lognormal dağılımına sahip rastgele değişkenler üretilerek kullanılmıştır.

E-1.6.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

Lognormal dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sigma y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln y-\mu)^2/2\sigma^2}, \qquad y > 0 \tag{E-1.32}$$

şeklinde verilmiştir. Bu çalışmada, $\mu = 0, \sigma^2 = 1$ parametreli Lognormal dağılımına sahip rastgele değişkenler üretildiğinden Eş. E-1.32,

$$f_Y(y) = \frac{1}{y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln y)^2/2}, \qquad y > 0 \tag{E-1.33}$$

olarak elde edilir. Bu dağılım için yanlış alarm olasılığı,

$$P_f = \int_{-\infty}^{\eta} \frac{1}{y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln y)^2/2} dy, \qquad y > 0 \tag{E-1.34}$$

olarak yazılır. Burada; $\ln y/\sqrt{2} = t$ değişken dönüşümü uygulanırsa, $y = e^{\sqrt{2}t}$ olarak elde edilir. Bu dönüşüm Eş. E-1.34’ te uygulanırsa,

$$P_f = \int_{\eta}^{\infty} \frac{1}{y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln y)^2/2} dy = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\ln \eta}{\sqrt{2}}}^{\infty} e^{-t^2} dt \tag{E-1.35}$$

olarak elde edilir. Bu eşitliğin her iki tarafı 2 ile çarpılırsa,

$$2P_f = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\ln \eta}{\sqrt{2}}}^{\infty} e^{-t^2} dt = 1 - erf\left(\frac{\ln \eta}{\sqrt{2}}\right) \tag{E-1.36}$$

olarak bulunur. Buradan η çekilirse,

$$\eta = \exp\left(\sqrt{2} erf^{-1}(1 - 2P_f)\right) \tag{E-1.37}$$

olarak elde edilir.

E-1.7 Weibull Dağılımı

Weibull dağılımın olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{\gamma}{\sigma}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\gamma-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\gamma}\right), \quad x > 0, \quad \gamma > 0, \quad \sigma > 0 \tag{E-1.38}$$

şeklinde verilir (Krishnamoorthy, 2006). Burada; γ, şekil, σ ise ölçek parametresini göstermektedir.

E-1.7.1 Weibull Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Weibull dağılımın olasılık dağılım işlevi,

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(t)dxt = \int_0^x \frac{\gamma}{\sigma}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\gamma-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^{\gamma}\right) dt \\ &= 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\gamma}\right) \end{aligned} \tag{E-1.39}$$

şeklinde elde edilir. Burada; $x > 0$, $\gamma > 0$, $\sigma > 0$' dır. Ters alma yöntemi kullanılarak,

$$1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\gamma}\right) = U \;\Rightarrow\; x = \sigma\left(-\ln(1-U)\right)^{1/\gamma} = \sigma\left(-\ln(U)\right)^{1/\gamma} \tag{E-1.40}$$

olarak elde edilebilir. Burada; U, $(0, 1)$ aralığında birbiçimli rastgele değişkendir.

E-1.7.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

$$\int_{-\infty}^{\eta} f(x)dx + \int_{\eta}^{\infty} f(x)dx = F(\eta) + P_f = 1 \tag{E-1.41}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$P_f = 1 - F(\eta) = \exp\left(-\left(\frac{\eta}{\sigma}\right)^{\gamma}\right) \;\Rightarrow\; \eta = \sigma\left[-\ln(P_f)\right]^{1/\gamma} \tag{E-1.42}$$

şeklinde bulunur.

E-1.8 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)

GPD' nin olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{(-1/\gamma)-1} \tag{E-1.43}$$

şeklinde verilmiştir (Weiner, 2006). Burada; şekil parametresi, γ, ölçek parametresi ise σ ile gösterildiğinde, $x > 0$, $-\infty < \gamma < \infty$, $\sigma > 0$, $\gamma x > -\sigma$ ' dır.

E-1.8.1 GPD' ye Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

GPD' nin olasılık dağılım işlevi,

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \frac{1}{\sigma}\left(1 + \frac{\gamma t}{\sigma}\right)^{(-1/\gamma)-1} dt \\ &= 1 - \left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{-1/\gamma} \end{aligned} \tag{E-1.44}$$

şeklinde elde edilir. Ters alma yöntemi kullanılarak,

$$1 - \left(1 + \frac{\gamma x}{\sigma}\right)^{-1/\gamma} = U \;\Rightarrow\; x = \frac{\sigma}{\gamma}\left[(1-U)^{-\gamma} - 1\right] = \frac{\sigma}{\gamma}\left[(U)^{-\gamma} - 1\right] \tag{E-1.45}$$

şeklinde elde edilir. Burada; U, $(0, 1)$ aralığında birbiçimli rastgele değişkendir.

E-1.8.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

$$\int_{-\infty}^{\eta} f(x)dx + \int_{\eta}^{\infty} f(x)dx = F(\eta) + P_f = 1 \tag{E-1.46}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$P_f = 1 - F(\eta) = \left(1 + \frac{\gamma\eta}{\sigma}\right)^{-1/\gamma} \;\Rightarrow\; \eta = \frac{\sigma}{\gamma}\left[(P_f)^{-\gamma} - 1\right] \tag{E-1.47}$$

şeklinde bulunur.

E-1.9 Chi Kare Dağılımı

Bağımsızlık derecesi B, şekil parametresi v ve ölçek parametresi a olan Chi Kare Dağılımın olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{x^v \; e^{-(x/2a^2)}}{2^{v+1} a^{\,2(v+1)} \; \Gamma(v+1)}, \quad x > 0 \tag{E-1.48}$$

şeklinde verilmiştir (Krishnamoorthy, 2006). Burada, $B = 2(v+1)$' dir.

E-1.9.1 Chi Kare Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Bağımsızlık derecesi B olan Chi Kare dağılımına sahip bir rastgele değişken (X), B tane standart Gauss dağılımına sahip bağımsız rastgele değişkenlerin ($N_i, i = 1, 2, \cdots, B$) karelerinin toplamı olarak ifade edilir. Bu ifade aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$X = \sum_{i=1}^{B} (N_i)^2 \tag{E-1.49}$$

Standart Gauss dağılımına sahip bağımsız rastgele değişkenlerin üretilmesi, Bölüm E-1.3.1' de sunulmuştur. Buna göre; v pozitif bir çift tam sayı olduğunda,

$$\begin{aligned} N_i &= \sqrt{-2\ln(U_i)}\cos(2\pi U_{i+1}) \\ N_{i+1} &= \sqrt{-2\ln(U_i)}\sin(2\pi U_{i+1}), \qquad i = 1, 2, \cdots, (B-1) \end{aligned} \tag{E-1.50}$$

olarak yazılabilir. Burada; U_i, $i = 1, 2, \cdots, B$ $(0, 1)$ aralığında bağımsız birbiçimli rastgele değişkendir. Eş. E-1.50, Eş. E-1.49' da yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} X &= \sum_{i=1}^{B} (N_i)^2 = N_1^2 + N_2^2 + \cdots + N_{B-1}^2 + N_B^2 \\ &= [-2\ln(U_1)]\cos^2(2\pi U_2) + [-2\ln(U_1)]\sin^2(2\pi U_2) + \cdots + \\ &\quad [-2\ln(U_{B-1})]\cos^2(2\pi U_B) + [-2\ln(U_{B-1})]\sin^2(2\pi U_B) \\ &= [-2\ln(U_1)] + [-2\ln(U_3)] + [-2\ln(U_5)] +, \cdots, +[-2\ln(U_{B-1})] \\ &= \sum_{i=1}^{B/2} [-2\ln(U_{2i-1})] \end{aligned} \tag{E-1.51}$$

olarak elde edilir. Eş. E-1.51 incelendiğinde, bağımsızlık derecesi B olan Chi Kare dağılımına sahip bir rastgele değişkenin üretilmesinde, sadece $(0,1)$ aralığında birbiçimli dağılıma sahip bağımsız $B/2$ tane rastgele değişkene ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. Bu nedenle, Eş. E-1.51,

$$\sum_{j=1}^{B/2}\left[-2\ln(U_j)\right] = -2\ln\left(\prod_{j=1}^{B/2} U_j\right) \tag{E-1.52}$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Böylece; Eş.E-1.52' de, $(0,1)$ aralığında birbiçimli dağılıma sahip bağımsız $B/2$ tane rastgele değişken kullanılarak, bağımsızlık derecesi B olan Chi Kare dağılımına sahip bağımsız rastgele değişkenler üretilebilir.

B' nin pozitif tek tam sayı olması durumunda, $B-1$ çift tam sayı değeri için yukarıdaki işlemler yapılır. Daha sonra, elde edilen rastgele değişkenlere bir tane standart Gauss dağılımına sahip rastgele değişkenin karesi eklenir. Böylece; B tek tam sayı değeri için, Chi Kare dağılımına sahip bağımsız rastgele değişkenler üretilmiş olur.

E-1.9.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

Chi Kare Dağılımının olasılık dağılım işlevi,

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \frac{t^v\ e^{-(t/2a^2)}}{2^{v+1}a^{\ 2(v+1)}\ \Gamma(v+1)}\,dt \\ &= \left(2^{B/2}\ \Gamma(B/2)a^B\right)^{-1}\int_0^x t^{(B/2)-1}\ e^{-(t/2a^2)}\,dt \end{aligned} \tag{E-1.53}$$

şeklinde yazılabilir. Bağımsızlık derecesi 4 ve ölçek parametresi 1 olan Chi Kare dağılımında,

$$F(x) = \frac{1}{4}\int_0^x te^{-t/2}dt \tag{E-1.54}$$

olarak elde ediliir. $t = U$ ve $e^{-t/2}dt = dV$ değişken dönüşümü uygulanarak kısmi integral yöntemi uygulanırsa,

$$
\begin{aligned}
F(x) = \frac{1}{4}\int_0^x te^{-t/2}dt &= \frac{1}{4}\left[-2te^{-t/2}\Big|_0^x + \int_0^x 2e^{-t/2}dt\right] \\
&= \frac{1}{4}\left[-2xe^{-x/2} - 4e^{-t/2}\Big|_0^x\right] \\
&= \frac{1}{4}\left[-2xe^{-x/2} - 4\left(e^{-x/2} - 1\right)\right] \\
&= 1 - e^{-x/2}\left(\frac{x}{2} + 1\right), \qquad x > 0
\end{aligned}
\tag{E-1.55}
$$

olarak elde edilir. Yanlış alarm olasılığı için,

$$
P_f = 1 - F(\eta) = e^{-\eta/2}\left(1 + \frac{\eta}{2}\right) \tag{E-1.56}
$$

ifadesi yazılabilir. Bu ifadenin istenilen P_f değeri için çözülmesi sonucunda, η bulunur.

E-1.10 Student-t Dağılımı

Bağımsızlık derecesi n olan Student-t dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$
f(x) = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma(n/2)}\left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad n \in N^+ \tag{E-1.57}
$$

şeklinde verilmiştir (Krishnamoorthy, 2006).

E-1.10.1 Student-t Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Z standart Gauss dağılımına sahip bir rastgele değişken olsun. Y' de, bağımsızlık derecesi n olan Chi Kare dağılımına sahip bir rastgele değişken olsun. Birbirinden bağımsız Z ve Y rastgele değişkenlerinin olasılık yoğunluk işlevleri sırasıyla,

$$
f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}, \qquad -\infty < z < \infty \tag{E-1.58}
$$

$$
f(y) = \frac{1}{2^{n/2}\,\Gamma(n/2)}\,y^{(n/2)-1}e^{-y/2}, \qquad y > 0, \quad n \in N^+ \tag{E-1.59}
$$

şeklinde yazılabilir.

Buna göre,

$$x = \frac{z}{\sqrt{y/n}} \tag{E-1.60}$$

rastgele değişkeni, bağımsızlık derecesi n olan Student-t dağılımına sahip bir rastgele değişkendir. Bu özelliğin ispatı aşağıdaki şekilde yapılabilir.

$x = \frac{z}{\sqrt{y/n}}$ değişkeni ve $w = y$ yardımcı değişkeni kullanılarak Jacobian matrisi,

$$J(z, y) = \begin{vmatrix} \frac{dx}{dz} & \frac{dx}{dy} \\ \frac{dw}{dz} & \frac{dw}{dy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{y/n}} & \frac{z}{\sqrt{n}}\frac{1}{2\sqrt{y}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \sqrt{n/y} = \sqrt{n/w} \tag{E-1.61}$$

olarak bulunur. X ve W rastgele değişkenlerin bileşik yoğunluk işlevi,

$$\begin{aligned} f(x, w) &= \frac{1}{J(z, y)} f(z, y) = \sqrt{\frac{w}{n}} \frac{1}{2\pi} e^{-x^2 w/2n} \frac{w^{(n/2)-1}}{2^{n/2}\,\Gamma(n/2)}\, e^{-w/2} \\ &= \frac{w^{(n/2)-1}}{\sqrt{2\pi n} 2^{n/2}\,\Gamma(n/2)}\, e^{-w\,(1+x^2/n)/2} \end{aligned} \tag{E-1.62}$$

şeklinde elde edilir. Eş.E-1.62' nin w üzerinden integrali alınırsa, $f(x)$ bulunabilir. Bunun için,

$$u = \frac{w(1 + x^2/n)}{2} \quad \Rightarrow \quad du = \frac{(1 + x^2/n)}{2} dw \tag{E-1.63}$$

şeklinde değişken dönüşümü yapılrsa;

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma(n/2)} (1 + x^2/n)^{-(n+1)/2} \int_0^\infty u^{\,(n-1)/2} e^{-u} du \tag{E-1.64}$$

olarak elde edilir. Standart gamma fonksiyonu,

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt, \quad a > 0 \tag{E-1.65}$$

şeklinde tanımlıdır. Bu tanıma göre, Eş.E-1.64' teki integral $\Gamma((n + 1)/2)$ işlevidir.

Sonuç olarak, Eş.E-1.64 yeniden yazılırsa,

$$f(x) = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma(n/2)}(1 + x^2/n)^{-(n+1)/2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad n \in N^+ \tag{E-1.66}$$

olarak bulunur. Bu ifade, Eş.E-1.57 ile verilen Student-t dağılımının olasılık yoğunluk işlevidir. Böylece, Eş.E-1.60 ile verilen dönüşüm kullanılarak, bağımsızlık derecesi n olan Student-t dağılımına sahip birbirinden bağımsız rastgele değişkenler üretilebilir.

E-1.10.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

Bağımsızlık derecesi n olan Student-t dağılımının olasılık dağılım işlevi,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma(n/2)} \int_{-\infty}^{x} (1 + x^2/n)^{-(n+1)/2} dx \tag{E-1.67}$$

şeklinde yazılabilir. Dağılım işlevinin kapalı denklem ifadesi mevcut değildir. Bu nedenle; yanlış alarm olasılığı,

$$P_f = 1 - F(\eta) = 1 - \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma(n/2)} \int_{-\infty}^{\eta} (1 + t^2/n)^{-(n+1)/2} dt \tag{E-1.68}$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlik, istenilen P_f için çözülerek η değeri bulunur.

E-1.11 K Dağılımı

Bileşik K dağılım modeli, deniz çevresel yansıması için Ward (Ward, 1981) tarafından önerilmiştir. Bu modele göre K dağılımı, iki rastgele değişkenin çarpımı olarak ifade edilir. İlk bileşen çevresel yansıma gücünün yerel ortalama seviyesidir ve genelleştirilmiş Chi dağılımına sahip bir rastgele değişkendir. Doku bileşeni olarak adlandırılır. İkinci bileşen ise, ortalaması sıfır ve değişintisi bir olan karmaşık Gauss dağılımına sahip bir rastgele değişkendir. Zerrecik olarak adlandırılır.

Buna göre, K dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{2}{a\,\Gamma(v+1)}\left(\frac{x}{2a}\right)^{v+1} K_v(x/a) \quad x > 0, \ \ v > -1, \ \ a > 0 \tag{E-1.69}$$

şeklinde verilmiştir. Burada; v, şekil, a, ölçek parametresi, $K_t(\cdot)$, derecesi t olan ikinci tip değiştirilmiş Bessel işlevi, $\Gamma(\cdot)$ ise standart gamma işlevidir.

E-1.11.1 K Dağılımına Sahip Rastgele Değişkenlerin Üretilmesi

Ward (Ward, 1981) tarafından önerilen modele göre; K dağılımına sahip bir rastgele değişken, doku ve zerrecik bileşenlerinin büyüklüklerinin çarpımına eşittir. Buna göre, genelleştirilmiş Chi dağılımına sahip bir rastgele değişken (doku bileşeninin büyüklüğü) ile Rayleigh dağılımına (ölçek=1) sahip bir rastgele değişkenin (zerrecik bileşeninin büyüklüğü) çarpımı K dağılımına sahip bir rastgele değişkendir.

K dağılımına sahip rastgele değişkenlerin üretilmesi için öncelikle genelleştirilmiş Chi dağılımı ve Rayleigh dağılımına sahip değişkenlerin üretilmesi incelenecektir.

Şekil parametresi v, ölçek parametresi a olan Chi Kare dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = \frac{x^{v}\ e^{-(x/2a^2)}}{2^{v+1}a^{\ 2(v+1)}\ \Gamma(v+1)}, \quad x > 0 \tag{E-1.70}$$

olarak verilir (Krishnamoorthy, 2006). Chi Kare dağılımında bağımsızlık derecesi, $n = 2(v+1)$ olarak tanımlanmıştır. Buna göre, n' nin pozitif tam sayı olması durumunda, Chi Kare dağılımına sahip rastgele değişkenlerin üretilmesi Bölüm E-1.9' da gösterilmiştir.

Eş.E-1.70' deki şekil parametresi, aynı zamanda üretilecek olan K dağılımına sahip örneklerin de şekil parametresidir (v, $-0.9 < v < \infty$). v değerindeki genelleştirilmiş Chi dağılımına sahip örnekler üretildiğinde, aynı v değerine sahip K dağılımına ait örnekler de üretilebilir.

Bunun için ilk olarak Chi Kare dağılımının Gamma dağılımına özdeş olmasından faydalanılmıştır. Çünkü, Chi Kare dağılımına sahip bir rastgele değişkenin karekökü Chi dağılımına sahip bir rastgele değişkendir (Gentle, 2003).

Gamma dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

$$f(x) = c^{-b}x^{b-1}e^{-x/c}\frac{1}{\Gamma(b)}, \quad z > 0, \ \ b > 0, \ \ a > 0 \tag{E-1.71}$$

şeklinde verilmiştir. Burada; $b = v + 1$ ve $c = 2a^{\ 2}$ olarak alınırsa Eş.E-1.70' deki Chi Kare dağılımı elde edilir.

Şekil parametresi, $b = v + 1$ ve ölçek parametresi $c = 2a^2$ olan gamma dağılımına sahip örneklerin üretilmesi için, öncelikle $b = b_1 + b_2$ şeklinde yazılır. Burada b_1 şekil parametresinin tamsayı bölümünü, b_2 ise kesirli sayı bölümünü göstermektedir. Gamma dağılımında, şekil parametresi b_1 ve b_2 olan iki farklı rastgele değişken üretilip toplanırsa, şekil parametresi b olan gamma dağılımına ait bir rastgele değişken elde edilir. Çünkü, b_1 ve b_2 şekil parametreli gamma işlevlerinin moment üretici işlevlerinin çarpımı, parametresi b olan gamma dağılımının moment üretici işlevine eşittir.

Şekil parametresi, b_1, tam sayı olan gamma dağılımına ait örnekler, bağımsızlık derecesi $n = 2(v+1) = 2b_1$ olan Chi Kare dağılımına ait örneklere eşittir. Bu nedenle, b_1 şekil parametreli gamma dağılımına sahip örnek, g_1, Eş.E-1.52' de verilen;

$$g_1 = -2a^2 \ln\left(\prod_{j=1}^{n/2} U_j\right) \tag{E-1.72}$$

yöntem ile üretilir. Burada, U, $(0,1)$ aralığında birbiçimli dağılıma sahip rastgele değişkendir. Şekil parametresi b_2 olan gamma dağılımına sahip örnekler (g_2) ise Deak (Deak, 1990) tarafından gamma dağılımı için önerilen Kabul Ret Yöntemi ile üretilmiştir.

Böylece, g_1 ve g_2 toplanarak şekil parametresi b ($b = b_1+b_2$) olan gamma dağılımına sahip örnekler üretilmiş olur.

Rayleigh dağılımının olasılık dağılım işlevi,

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{m}\right), \quad z > 0, \quad m > 0 \tag{E-1.73}$$

şeklinde verilir (Krishnamoorthy, 2006). Burada, m ölçek parametresidir. Rayleigh dağılımına sahip bağımsız örnekler ters alma yöntemi ile üretilebilir. Bu durumda,

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{m}\right) = U \Rightarrow x = \sqrt{-2m\ln(1-U)} = \sqrt{-2m\ln(U)} \tag{E-1.74}$$

olarak elde edilir. Burada; U, $(0,1)$ aralığında birbiçimli dağılıma sahip rastgele değişkendir.

Şekil parametresi v, ölçek parametresi a olan K dağılımına ait rastgele değişkenlerin üretilmesinde aşağıdaki adımlar izlenir.

1. Şekil parametresi, $b = v + 1$ ve ölçek parametresi, $c = 2a^2$ olan gamma dağılımına ait örnekler üretilir. Bu örnekler aynı zamanda, şekil parametresi v ve ölçek parametresi a olan Chi Kare dağılımına ait örneklerdir.
2. Üretilen bu örneklerin karekökü alınarak v ve a parametreli genelleştirilmiş Chi dağılımına ait örnekler elde edilir.
3. Ölçek parametresi 1 olan Rayleigh dağılımına ait örnekler üretilir.
4. Daha sonra, v ve a parametreli genelleştirilmiş Chi dağılımına ait örnek ile ölçek parametresi 1 olan Rayleigh dağılımına ait örnek çarpılır.
5. Böylece, şekil parametresi v ve ölçek parametresi a olan K dağılımına ait rastgele değişkenler üretilmiş olur.

E-1.11.2 Teorik Eşik Seviyesinin Hesaplanması

Eş.E-1.69 ile verilen K dağılımı için yanlış alarm olasılığı,

$$P_f = \int_{\eta}^{\infty} f(x)dx = \frac{2}{a\,\Gamma(v+1)} \left(\frac{x}{2a}\right)^{v+1} K_v(x/a)dx$$
$$= \frac{1}{2^v a\,\Gamma(v+1)} \left(\frac{x}{a}\right)^{v+1} K_v(x/a) \quad \text{(E-1.75)}$$

şeklinde yazılır. Bu eşitlik (Gradshteyn and Ryzhik, 2007)' deki aşağıda verilen eşitlik kullanılarak çözülebilir.

$$\int_{z}^{\infty} t^{-u} K_{u+1}(t)dt = z^{-u} K_u(z), \quad K_{-u}(z) = K_u(z) \quad \text{(E-1.76)}$$

Eş.E-1.75' te $t = x/a$ ve $u = -(v+1)$ olarak alındığında,

$$\int_{\eta}^{\infty} \left(\frac{x}{a}\right)^{v+1} K_v(x/a)dx = \int_{\eta/a}^{\infty} t^{-u} K_{-u-1}(t)dt \quad \text{(E-1.77)}$$

olarak elde edilir. Eş.E-1.76, Eş.E-1.77’ de kullanılır ve elde edilen ifade Eş.E-1.75’ te yerine yazılırsa,

$$P_f = \frac{1}{2^v \Gamma(v+1)} \left(\frac{\eta}{a}\right)^{v+1} K_{v+1}(\eta/a) \qquad \text{(E-1.78)}$$

olarak elde edilir. Eş.E-1.78, istenilen P_f için çözülerek η değeri bulunur.

EK 2. EN BÜYÜK OLABİLİRLİK İŞLEVİNİN EVRENSEL EN BÜYÜK DEĞERİNİN İNCELENMESİ

Bölüm 3.6.1' de Genelleştirilmiş Pareto Dağılımının olabilirlik işlevi:

$$L(\theta; z) = m\left(\ln(m) + \ln(\theta) - \ln\left(\sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i)\right) - 1\right) - \sum_{i=1}^{m} \ln(1+\theta z_i) \tag{E-1.79}$$

olarak elde edilmiştir. Verilen m tane z değerleri için bu eşitliği en büyük yapan θ değeri Nelder Mead numerik optimizasyon yöntemi ile bulunmuştur.

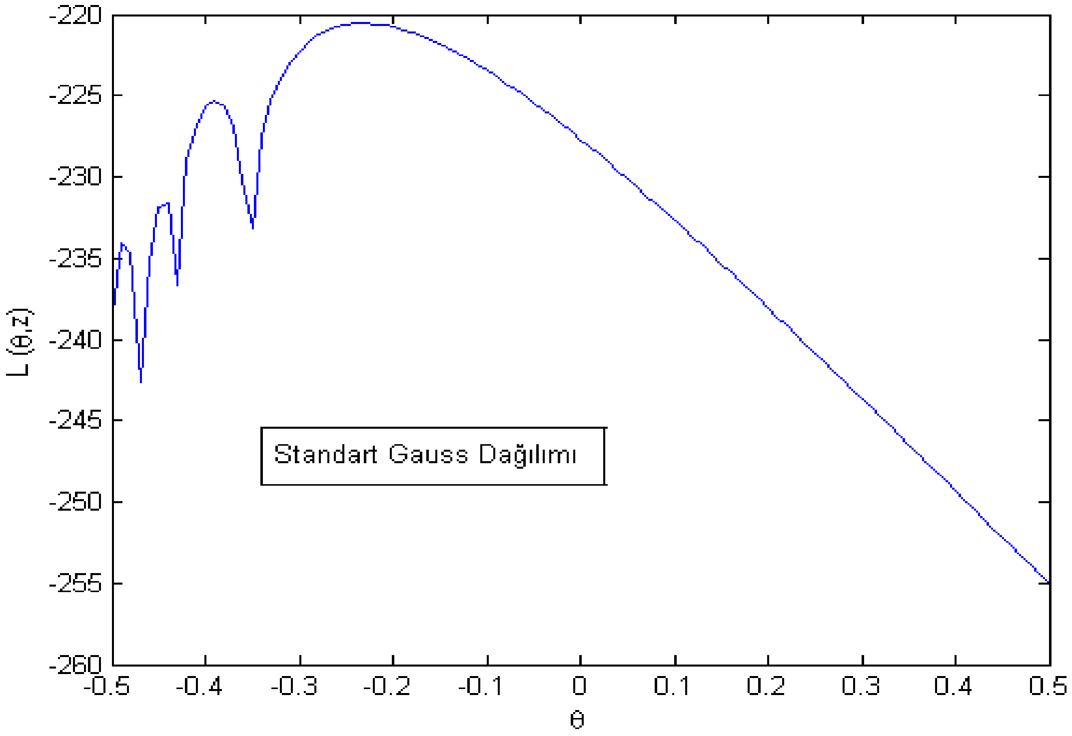
Bu bölümde;

- Hafif kuyruk özelliği gösteren Gauss Dağılımı (Ortalama = 0, Değişinti = 1),
- Hafif ile ağır arasında kuyruk özelliği gösteren Chi Kare Dağılımı (Bağımsızlık Derecesi = 4),
- Ağır kuyruk özelliği gösteren Lognormal Dağılımının,

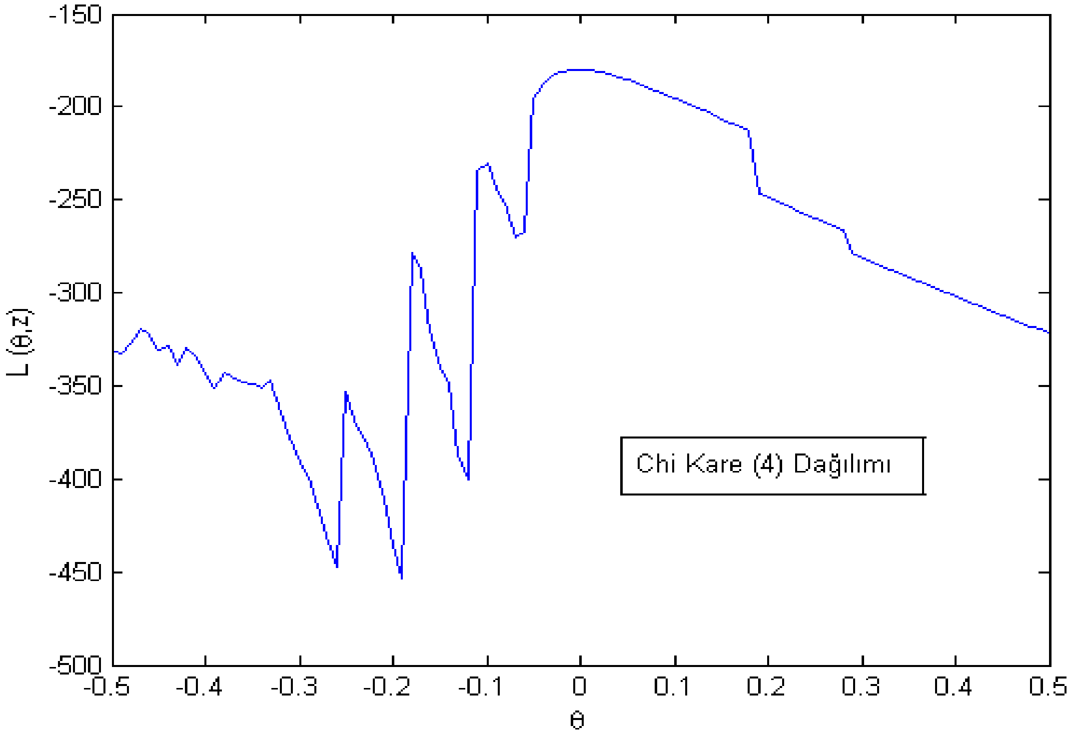
kuyruk bölümlerine ait z örnekleri için $L(\theta; z)$ işlevinin evrensel en büyük değeri grafiksel gösterim ile incelenmiştir.

- Şekil E.2.1 standart Gauss Dağılımının,
- Şekil E.2.2 Chi Kare Dağılımının (Bağ.Der. = 4),
- Şekil E.2.3 Lognormal Dağılımının

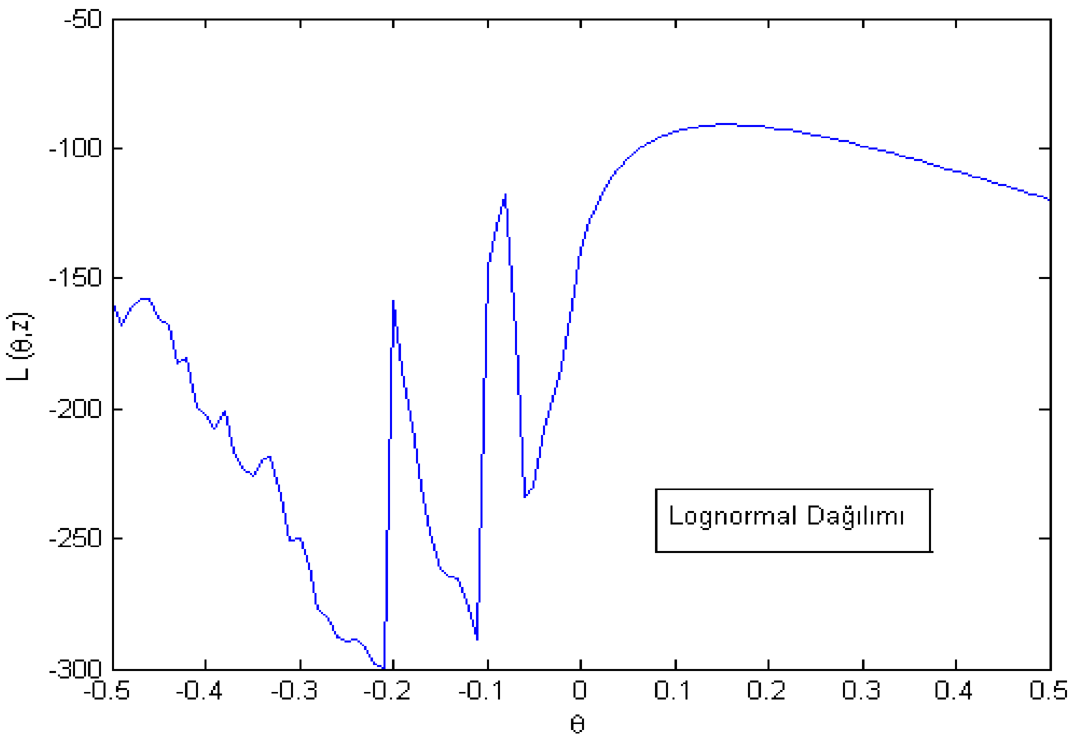
$L(\theta; z)$ işlevlerini göstermektedir.



Şekil E. 2 .1. Standart Gauss Dağılımı, $L(\theta; z)$



Şekil E. 2 .2. Chi Kare Dağılımı (Bağ.Der. = 4), $L(\theta; z)$



Şekil E. 2 .3. Lognormal Dağılımı, $L(\theta;z)$

En Büyük Olabilirlik Kestirim Yönteminde;

Standart Gauss Dağılımının kuyruk bölümüne ait $z_i, i = 1, 2, \cdots, m$ ($m = 1000$) örneklerin Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile modellenmesi sonucunda elde edilen $L(\theta;z)$ işlevinin Nelder Mead yöntemi ile en büyük θ değeri,

$$\hat{\theta} = -0,2326 \qquad \text{(E-1.80)}$$

Chi Kare (Bağ.Der.=4) dağılımında,

$$\hat{\theta} = -0,0143 \qquad \text{(E-1.81)}$$

Lognormal dağılımında,

$$\hat{\theta} = 0.1019 \qquad \text{(E-1.82)}$$

olarak bulunmuştur. Bulunan bu $\hat{\theta}$ değerleri, sırasıyla Şekil E.2.1, Şekil E.2.2 ve Şekil E.2.3' de de gözlenmiştir.

EK 3. İNGİLİZCE-TÜRKÇE TERİMLER SÖZLÜĞÜ

acceptance rejection method	:	kabul ret yöntemi
chi square	:	chi kare
degrees of freedom	:	bağımsızlık derecesi
density	:	yoğunluk
detection	:	sezim
distribution	:	dağılım
estimation	:	kestirim
expected value	:	beklenen değer
exponential	:	üstel
extreme value	:	uç değer
false alarm	:	yanlış alarm
function	:	işlev
generalized pareto distribution	:	genelleştirilmiş pareto ağılımı
global maximum	:	evrensel en büyük
heavy tail	:	ağır kuyruk
inversion method	:	ters alma yöntemi
joint	:	bileşik
light tail	:	hafif kuyruk
limiting distribution	:	kısıtlayıcı dağılım
maximum likelihood	:	en büyük olabilirlik
mean	:	ortalama
ordered	:	sıralı
performance	:	başarım
random variable	:	rastgele değişken
shape	:	şekil
scale	:	ölçek
tail	:	kuyruk
trade off	:	ödünleşme
trial	:	deney
sample	:	örnek
threshold	:	eşik seviyesi
uniform	:	birbiçimli
variance	:	değişinti

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	:	AKIN ÖZDEMİR
Doğum Yeri	:	Ankara
Doğum Yılı	:	08.09.1983
Medeni Hali	:	Evli

Eğitim ve Akademik Durumu

Lise 1997-2001	:	Ankara Ayrancı Lisesi
Lisans 2001-2005	:	Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA

Yabancı Dil	:	İngilizce

İş Tecrübesi

Şubat 2006-...	:	Genelkurmay Başkanlığı Muhabere, Elektronik ve Bilgi Sistemleri (MEBS) Başkanlığı Telsiz ve Uydu Sistemleri Proje Subayı