

**BULANIK MANTIĞA DAYALI
KONTROL KARTLARI VE SÜREÇ YETERLİLİĞİ**

**CONTROL CHARTS AND PROCESS CAPABILITY
BASED ON FUZZY LOGIC**

YASEMİN BURCU AÇIL

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İSTATİSTİK Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2011

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :.....

Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

Üye (Danışman) :.....

Yrd. Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU

Üye :.....

Doç. Dr. Durdu KARASOY

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından// tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetimi Kurulunca// tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Adil DENİZLİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

BULANIK MANTIĞA DAYALI KONTROL KARTLARI VE SÜREÇ YETERLİLİĞİ

Yasemin Burcu Açıl

ÖZ

Bu çalışmada, bulanık küme teorisine dayalı bulanık mantık çerçevesinde ölçülebilen kalite karakteristiği için yaygın olarak kullanılan kontrol kartları ve sürecin yeterliliğine ilişkin süreç yeterlilik indeksleri açıklanmıştır.

Bir sürecin değişkenliğini değerlendiren ve sürecin devamlı istenen nitelikte ürün verme yeteneğini sağlayan İstatistiksel Süreç Kontrol’de ürünlerin istatistiksel olarak kontrol ve analiz edilmesinde kullanılan en önemli araçlarından biri kontrol kartlarıdır. Kontrol kartları ile sürecin istatistiksel olarak kontrolde olduğu tespit edildikten sonra sürecin yeterliliğini değerlendirmek için süreç yeterlilik indekslerinden yararlanılır. Çalışmada özellikle üretim sektöründe yaygın olarak kullanılan \bar{X} , R ve S kontrol kartları dikkate alınmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde istatistiksel süreç kontrolü hakkında genel bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde klasik süreç yeterlilik analizi ve bu analizde kullanılan süreç yeterlilik indekslerinden bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde, bulanık mantık, bulanık kümeler ve bulanık sayılar ele alınmıştır. Beşinci bölümde, ölçülebilen kalite karakteristiğine ilişkin bulanık kontrol kartları incelenmiştir. Altıncı bölümde, bulanık süreç yeterlilik analizi ve bu analizde kullanılan bulanık süreç yeterlilik indeksleri verilmiştir. Yedinci bölümde uygulama, son bölümde ise bulanık mantığa dayalı kontrol kartları ve süreç yeterliliğinin klasik yöntemlere göre üstünlükleri verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık küme teorisi, bulanık kontrol kartları, bulanık süreç yeterlilik indeksleri.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Canan Hamurkaroğlu, Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü, Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı.

CONTROL CHARTS AND PROCESS CAPABILITY BASED ON FUZZY LOGIC

Yasemin Burcu Açıl

ABSTRACT

In this study, commonly used variable control charts and process capability indices related to process capability within the framework of fuzzy logic based on fuzzy set theory are examined.

Statistical process control is an approach that evaluates variability of a process and provides continuously the desired quality product making ability of a process. Control charts are one of the most important tools of statistical process control and this charts are used to control and analysis of products statistically. Firstly, whether the process is under statistical control or not is determined with control charts and then process capability indices are used to evaluate process capability. \bar{X} , R and S control charts which are used widely in production sector are considered. General information is given about statistical process control in the second section of the study. In section three, traditional process capability analysis which uses traditional process capability indices is discussed. Fuzzy logic, fuzzy sets and fuzzy numbers form the fourth section. Fuzzy process capability analysis which uses fuzzy process capability indices is examined in the sixth section. An application is given in seventh section. In the final section, advantages of control charts and process capability based on fuzzy logic so far as traditional control charts are given.

Keywords: Fuzzy set theory, fuzzy control charts, fuzzy process capability indices.

Advisor: Assist. Prof. Dr. Canan Hamurkaroğlu, Hacettepe University, Department of Statistics, Applied Statistics Section.

TEŞEKKÜR

Tez alıőmamın her aşamasında desteğini benden esirgemeyen ve değerli katkıları ile beni yönlendiren danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Canan HAMURKAROğLU'na,

Tez çalıőmam sırasında göstermiő olduğu anlayıő ve desteğinden dolayı oda arkadaşım Arő. Gör. Özge KARADAğ'a,

Tezimin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Arő. Gör. Duygu İÇEN ve Arő. Gör. Ceren Eda CAN'a,

Her zaman yanımda olan ve manevi desteklerini hiç esirgemeyen dostlarım Nazlı KOçAő ve Esra ATILGAN'a,

Çalıőmam boyunca desteğini bir an olsun esirgemeyen ve zor günlerimde hep yanımda olup beni cesaretlendiren sevgili Erkan GÜNDOğDU'ya,

Ayrıca hayatımın her aşamasında bana sağladığı imkanlarla bugünlere gelmemi sağlayan, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen canım ailem, annem Nurhan AÇIL, babam Ahmet AÇIL ve biricik kardeőim Duygu AÇIL'a,

içtenlikle teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROL.....	3
3. SÜREÇ YETERLİLİK ANALİZİ	5
3.1. Süreç Yeterlilik İndeksleri.....	5
3.1.1. C_p süreç yeterlilik indeksi.....	5
3.1.2. C_{pk} süreç yeterlilik indeksi.....	7
3.1.3. CPU tek taraflı süreç yeterlilik indeksi	7
3.1.4. CPL tek taraflı süreç yeterlilik indeksi	7
3.1.5. C_{pm} süreç yeterlilik indeksi.....	8
3.1.6. C_{pmk} süreç yeterlilik indeksi.....	9
3.2. Süreç Yeterlilik İndeksleri Arasındaki İlişkiler	9
3.3. Süreç Yeterlilik İndekslerinin Güven Aralıkları.....	11
4. BULANIK MANTIK.....	13
4.1. Bulanık Mantığın Tarihçesi ve Uygulama Alanları.....	14
4.2. Bulanık Mantık ve Bulanık Küme Teorisi.....	14
4.2.1. Bulanık kümelerde temel kavramlar	16
4.2.2. Bulanık kümelerde temel işlemler	18
4.2.3. Genişletme kuralı.....	22
4.3. Bulanık Mantık ve Bulanık Sayılar.....	23
4.3.1. Bulanık sayılarda işlemler.....	23
4.3.2. Bulanık sayı çeşitleri	25
4.3.2.1. L-R bulanık sayıları	25
4.3.2.2. Üçgensel bulanık sayılar	26
4.3.2.3. Yamuksal bulanık sayılar	28
5. BULANIK KONTROL KARTLARI.....	31

5.1. Bulanık Dönüştürme Teknikleri	31
5.2. Bulanık $\tilde{\bar{X}}$ ve \tilde{R} Kontrol Kartları.....	33
5.2.1. Dağılım aralığına dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı.....	34
5.2.2. Dağılım aralığına dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartları.....	35
5.2.3. Dağılım aralığına dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık	36
5.2.4. Bulanık \tilde{R} kontrol kartı	37
5.2.5. Alfa kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartı	37
5.2.6. Alfa kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık.....	38
5.3. Bulanık $\tilde{\bar{X}}$ and \tilde{S} Kontrol Kartları	39
5.3.1. Standart sapmaya dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı.....	39
5.3.2. Standart sapmaya dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı.....	40
5.3.3. Standart sapmaya dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık	41
5.3.4. Bulanık \tilde{S} kontrol kartı.....	42
5.3.5. Alfa kesim bulanık \tilde{S} kontrol kartı	42
5.3.6. Alfa kesim bulanık \tilde{S} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık.....	42
6. BULANIK SÜREÇ YETERLİLİK ANALİZİ	44
6.1. Bulanık Süreç Yeterlilik İndeksleri	45
6.1.1. Bulanık spesifikasyon limitleri.....	45
6.1.1.1. Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksi	45
6.1.1.2. Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksi	46
6.1.1.3. Bulanık \tilde{C}_{pm} süreç yeterlilik indeksi.....	46
6.1.1.4. Bulanık \tilde{C}_{pmk} süreç yeterlilik indeksi.....	47
6.1.1.5. Bulanık üstyapı $\tilde{C}_p(u, v)$ süreç yeterlilik indeksi	47
6.1.1.6. Bulanık süreç yeterlilik indeksleri arasındaki ilişkiler	48
6.1.2. Buckley yaklaşımı.....	51

6.1.2.1. C_p 'nin bulanık tahmini.....	52
6.1.2.2. C_{pk} 'nın bulanık tahmini	54
7. UYGULAMA	56
7.1. Bulanık $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ ve $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Kontrol Kartları	58
7.1.1. Dağılım aralığına dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı.....	62
7.1.2. Dağılım aralığına dayalı alfa kesmesi bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı.....	62
7.1.3. Dağılım aralığına dayalı alfa kesmesi bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık	63
7.1.4. Bulanık \tilde{R} kontrol kartı	63
7.1.5. Alfa kesmesi bulanık \tilde{R} kontrol kartı	64
7.1.6. Alfa kesmesi bulanık \tilde{R} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık.....	64
7.2. Bulanık Süreç Yeterlilik İndeksleri	66
7.2.1. Bulanık spesifikasyon limitleri	66
7.2.2. Buckley yaklaşımı	68
8. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	72
KAYNAKLAR	74
EKLER.....	78
EK 1. SHEWHART KONTROL KARTLARI.....	79
EK 2. KONTROL KARTLARI KATSAYILARI	89
ÖZGEÇMİŞ	90

ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 Kalite düzeyleri ve C_p değerleri	6
Çizelge 7.1 Normal dağılımdan türetilen veriler	56
Çizelge 7.2 Her bir alt grup için oluşturulan üçgensel bulanık sayılar	57
Çizelge 7.3 Alt grup noktalarının kontrolü	65

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.1 L-R tipindeki bulanık sayı	26
Şekil 4.2 Üçgensel bulanık sayı	26
Şekil 4.3 Yamuksal bulanık sayı	28
Şekil 7.1 Bulanık süreç spesifikasyon limitlerinin üyelik fonksiyonu.....	66
Şekil 7.2 Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu	67
Şekil 7.3 Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu	68
Şekil 7.4 Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu	69
Şekil 7.5 Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu	71

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

İSK	İstatistiksel Süreç Kontrol
IFSA	International Fuzzy Systems Association World Congress
IBM	International Business Machines
LIFE	Laboratory for International Fuzzy Engineering

1. GİRİŞ

Üretim sürecini izlemek, sürecin parametrelerini tahmin ederek süreç yeterliliğini belirlemek ve süreç değişkenliğini azaltmak için kullanılan kontrol kartları 1920'lerde Bell Telephone Laboratuvarı elemanlarından Dr. Walter A. Shewhart tarafından geliştirilmiştir. Shewhart kontrol kartları, ölçülebilen kalite karakteristikleri (değişkenler-variables) ve ölçülemeyen kalite karakteristikleri (özellikler-attributes) için kontrol kartları olmak üzere iki grupta incelenir. Ölçülebilen kalite karakteristikleri; boyut, uzunluk, hacim gibi herhangi bir alet ve cihaz kullanarak ölçülebilen ve sayı ile ifade edilebilen özelliklerdir. Ölçülemeyen kalite karakteristikleri; hatalı-hatasız biçimde sınıflandırmanın yapıldığı özellikler olup, nitelik gösteren durumlarla ilgili olan iyi-kötü, sağlam-bozuk gibi duyu organları kullanılarak tespit edilebilen özelliklerdir (Çetin vd., 2001; Montgomery, 2001; Özel, 2005).

Kontrol kartları ile sürecin istatistiksel olarak kontrolde olduğu tespit edildikten sonra süreç yeterlilik indeksleri kullanılarak sürecin "yeterli" olup olmadığına karar verilir. Dolayısıyla, kontrol kartları ve süreç yeterlilik analizi sayesinde ürettikleri ürünler hakkında fikir sahibi olan firmalar kârlılıklarını ve verimliliklerini arttırarak diğer firmalarla rekabet etme ve kendilerini geliştirme fırsatını bulabilirler (Lee, 2001).

Klasik yöntemlerde verilerin kesin olmasından dolayı karmaşık sistemleri modellemek ve kontrol etmek zordur. Bulanık mantık bu tip zorluklardan kurtulmak için etkin bir düşünce yapısı üretir. Bulanık küme teorisine dayanan bulanık mantığın, kontrol kartları ve süreç yeterlilik analizine uygulanması sonucunda üretim süreçlerinden elde edilen bilgilerin klasik yöntemlerden elde edilen bilgilere göre daha esnek ve gerçeğe daha uygun olduğu görülür (Ahlatçioğlu, 2005; Hsieh, 2005).

Çalışmanın amacı, ölçülebilen kalite karakteristiğine ilişkin kontrol kartları ile süreç yeterlilik indekslerine bulanık mantığın uygulanmasıdır. Bu amaç doğrultusunda, α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak elde edilen ölçülebilen kalite karakteristiğine ilişkin kontrol kartları ile öncelikle bir üretim sürecinin istatistiksel

olarak kontrolde olup olmadığı tespit edilmiş, daha sonra bulanık spesifikasyon limitleri ve Buckley yaklaşımı kullanılarak elde edilen bulanık süreç yeterlilik indeksleri ile sürecin yeterliliği değerlendirilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümünde, istatistiksel süreç kontrol kavramına ilişkin genel bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde, klasik süreç yeterlilik analizi ve bu analizde kullanılan süreç yeterlilik indeksleri ile bu indeksler arasındaki ilişkiler gözden geçirilmiştir. Dördüncü bölümde, bulanık mantık, bulanık kümeler ve bulanık sayılar kavramları tanıtılmıştır. Beşinci bölümde, bulanık mantığın ölçülebilen kalite karakteristiği için kontrol kartlarına uygulanması ile elde edilen bulanık kontrol kartlarından bahsedilmiştir. Altıncı bölümde, süreç yeterlilik indekslerinin bulanık tahminlerini elde etmek için Buckley yaklaşımı ve bulanık spesifikasyon limitleri olmak üzere iki farklı yöntem kullanılmıştır. Yedinci bölümde, ölçülebilen kalite karakteristiğine ilişkin bulanık kontrol kartları ve bulanık süreç yeterlilik indeksleri ile ilgili uygulamaya yer verilmiştir. Son bölümde yapılan çalışma ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır. Shewhart kontrol kartlarına ilişkin merkez çizgi ve kontrol limitleri ile kontrol kartları katsayıları ek olarak verilmiştir.

2. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROL

İstatistiksel süreç kontrol – İSK (Statistical process control – SPC); bir ürünün en ekonomik ve yararlı biçimde üretilmesini sağlamak amacı ile veri toplamak, analiz etmek, yorumlamak ve çözüm getirmek üzere istatistiksel prensip ve tekniklerin, üretimin tüm aşamalarında kullanılmasıdır (Kapıcı, 2005; Yücel, 2007).

Bir ürünün, birimden birime, örnekten örneğe ya da kitleden kitleye ölçülen kalitesi süreç, malzeme, operatör, çevre ve muayene gibi faktörlerden dolayı daima farklılık gösterir. “Değişkenlik” olarak adlandırılan bu farklılık, süreç ne kadar iyi planlanırsa planlansın ve çalışma koşulları ne kadar dikkatle denetlenirse denetlensin süreçte mevcuttur. Sürece ilişkin değişimler ortak ve özel değişkenlik olmak üzere ikiye ayrılır.

Ortak değişkenlik (doğal nedenler – chance causes): Sürecin yapısındaki genel nedenlerden kaynaklanan ve rasgele olarak ortaya çıkan, işi yapan kişinin kontrolü dışında olan ve nedeni tespit edilemeyen değişkenliktir. Genellikle etkisi çok küçük olan bu değişkenlik ürün kalitesinde pek fark yaratmadığı için kabul edilebilir düzeydedir. Bu değişkenlik türü tahmin edilebilmekte ve yok edilmedikçe süreçte kalmaktadır. Bu değişkenlik nedenlerinden bazıları; ekipmanın kurallarına uygun bir şekilde kullanılmaması, yenilenmeye ya da yeniden yerleştirmeye ihtiyaç duyan ekipman, elverişli olmayan ekipman kullanım kılavuzları, sürecin imal edildiği hammaddenin kalitesi, faaliyetin içerisinde icra edildiği elverişli olmayan çevre biçiminde sıralanabilir.

Özel değişkenlik (doğal olmayan nedenler – assignable causes): Bir süreçte üretim ya da uygulama aşamasında bazı özel nedenlerden kaynaklanarak ortaya çıkan, süreçte beklenilenin dışında büyük değişiklikler yaratan, nedeni tespit edilmesi gereken değişkenliktir. Bunların varlığı üretilen ürünlerin kalitesini etkiler. Süreçte, önceden tahmin edilemeyen bu değişkenliğin yok edilmesi önemlidir. Bu değişkenlik nedenlerinden bazıları; hammaddedeki değişkenlik, ekipmanın duruşunda ya da parçalarındaki değişiklik, ekipmanın ayarındaki değişiklik, ekipmandaki hasar, tecrübesiz operatör hataları biçiminde sıralanabilir (Hamurkaroğlu, 2002; Oktay, 1994; Özdemir, 2000).

Süreçteki değişkenliği değerlendiren İSK'da uygulanan dört temel işlev sırasıyla;

- 1- Süreç değişkenliğinin ölçülmesi,
 - 2- Süreç değişkenliğinin kontrol altına alınması,
 - 3- Sürecin yeterli hale getirilmesi,
 - 4- Süreç değişkenliğinin azaltılmasının sürdürülmesi
- biçimindedir (Yıldırım, 2006).

Süreç ortak değişkenlik altında işlem görüyorsa sürecin istatistiksel olarak kontrolde olduğu, özel değişkenlik altında işlem görüyorsa sürecin istatistiksel olarak kontrolde olmadığı ifade edilir. Bu nedenle İSK'nın temel amacı, değişimin özel nedenlerini ortadan kaldırarak sürecin kontrol altında tutulmasını ve hata oranının olabildiğince azaltılmasını sağlamaktır (Çolak, 2007; Montgomery, 2001).

İSK ile, süreci ve dolayısıyla kaliteyi kontrol altına almak, yüksek kalite sağlamak, verimliliği arttırmak, ürün taleplerini geliştirmek ve ürün için belirlenen limitleri iyileştirmek, müşteri memnuniyetini arttırmak ve üretim maliyetlerini azaltarak firmaların kârlılığını sürekli hale getirmek mümkün olabilir (Akın ve Öztürk, 2005).

İSK'da, yararlanılan temel istatistiksel teknikler olarak bilinen "Ishikawa'nın Yedi Temel Aracı";

- Kontrol tablosu
- Histogram
- Neden-sonuç diyagramı
- Pareto diyagramı
- Dağılıma diyagramı
- Gruplandırma
- Kontrol kartları (Kontrol çizelgeleri)

biçimindedir (Kolarik, 1995). Bu teknikler içerisinde İSK'nın en etkin aracı olan ve sürecin istatistiksel olarak kontrol ve analiz edilmesinde kullanılan kontrol kartları, İSK'nın kalbi biçiminde yorumlanır.

3. SÜREÇ YETERLİLİK ANALİZİ

Bir üretim sürecinde üretilen ürünlerin tüketici beklentilerini karşılaması gerekir. İstatistiksel süreç kontrolünde kullanılan ve sürecin beklentileri karşılayıp karşılamadığını araştıran süreç yeterlilik analizi, kalite ve verimliliklerini sürekli geliştirmek dolayısıyla yıkıcı rekabet koşullarında piyasaya egemen olmak isteyen firmalar tarafından başarılı bir şekilde uygulanır. Spesifikasyon limitleri (belirtme sınırları) olarak adlandırılan bu beklentiler ile süreçten elde edilen ürün ya da kalite karakteristiğinin davranışının karşılaştırılmasında süreç yeterlilik indekslerinden yararlanır. Bu karşılaştırma, spesifikasyon limitleri arasındaki genişlik ile altı süreç standart sapma birimi ile ölçülen doğal tolerans limitlerinin genişliğinin oranı oluşturularak yapılır. İstatistiksel olarak kontrol altında olan bir üretim süreci spesifikasyonlar içerisinde üretim yapıyorsa bu sürecin “yeterli” olduğu ifade edilir (Bucchianico, 2005; Lee, 2001; Parchami et al., 2005).

3.1. Süreç Yeterlilik İndeksleri

Sürecin spesifikasyonları ne ölçüde karşıladığını gösteren süreç yeterlilik indekslerinin güvenilir bir şekilde hesaplanabilmesi için sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olması, verilerin normal dağılım göstermesi ve örneklem genişliğinin yeterli olması gerekir (Parchami et al., 2005).

Literatürde üretim süreçlerinin yeterliliğini tahmin etmek için kullanılan C_p , C_{pk} , C_{pm} ve C_{pmk} gibi süreç yeterlilik indeksleri bulunur (Parchami and Mashinchi, 2007).

3.1.1. C_p süreç yeterlilik indeksi

Juran et al. (1974) tarafından geliştirilen C_p indeksi literatürde kullanılmaya başlanan ilk indekstir. Bu indeks sadece spesifikasyon limitlerine ilişkin süreç yayılımı hakkında bilgi verir. Normal dağılıma sahip bir X kalite karakteristiğinin ortalaması ve standart sapması sırasıyla μ_X ve σ_X olmak üzere C_p süreç yeterlilik indeksi,

$$C_p = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6\sigma_x} = \frac{w}{6\sigma_x} \quad (3.1)$$

biçiminde ifade edilir (Kane, 1986; Parchami et al., 2005; Yang, 2005). Eşitlik (3.1)'deki ÜSL; üst spesifikasyon limiti, ASL; alt spesifikasyon limiti, $w = \text{ÜSL} - \text{ASL}$; izin verilen süreç genişliği ve $6\sigma_x$; gerçek süreç genişliği ya da doğal tolerans limitidir.

Uygulamalarda genellikle σ_x parametresi bilinmez ve tahmin edilmesi gerekir. σ_x 'nin tahmin edilmesinde birçok yöntem bulunur. Ancak kolay bir yol izlemek için Ek 1'de verildiği gibi ya alt grup standart sapması S_i 'ye ($i = 1, 2, \dots, k$) ya da alt grup dağılım aralığı R_i 'ye ($i = 1, 2, \dots, k$) dayalı tahmin edicilerinden yararlanılır. Dolayısıyla, C_p indeksinin tahmini,

$$\hat{C}_p = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6\hat{\sigma}_x} \quad (3.2)$$

biçiminde ifade edilir (Montgomery, 2001).

C_p süreç yeterlilik indeksinin değerlendirilmesinde kullanılan karar tablosu Çizelge 3.1'de verildiği gibidir (Tsai and Chen, 2006).

Çizelge 3.1. Kalite düzeyleri ve C_p değerleri

Kalite düzeyi	C_p değeri
Çok mükemmel	$2.00 \leq C_p$
Mükemmel	$1.67 \leq C_p < 2.00$
Tatmin edici	$1.33 \leq C_p < 1.67$
Yeterli	$1.00 \leq C_p < 1.33$
Yetersiz	$0.67 \leq C_p < 1.00$
Çok yetersiz	$C_p < 0.67$

3.1.2. C_{pk} süreç yeterlilik indeksi

C_p indeksi süreç ortalamasının yerleşimi hakkında bilgi vermez ve süreç ortalaması spesifikasyon limitlerine yakın yerleştirildiği zaman dikkate alınmaz. Hem sürecin ortalaması hem de yerleşimi hakkında bilgi sahibi olmak için geliştirilen C_{pk} indeksi,

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{\bar{ÜSL} - \mu_x}{3\sigma_x}; \frac{\mu_x - ASL}{3\sigma_x} \right\} = \frac{w - 2|\mu_x - M|}{6\sigma_x} \quad (3.3)$$

biçiminde ifade edilir (Kane, 1986; Parchami et al., 2005). Eşitlik (3.3)'deki $M = (\bar{ÜSL} + ASL)/2$ 'dir.

C_{pk} süreç yeterlilik indeksinin yorumlanmasında da C_p süreç yeterlilik indeksinin karar tablosu kullanılabilir.

3.1.3. CPU tek taraflı süreç yeterlilik indeksi

C_{pk} indeksinin üst spesifikasyon limitini oluşturan CPU indeksi,

$$CPU = \frac{\bar{ÜSL} - \mu_x}{3\sigma_x} \quad (3.4)$$

biçiminde ifade edilir (Montgomery, 2001).

3.1.4. CPL tek taraflı süreç yeterlilik indeksi

C_{pk} indeksinin alt spesifikasyon limitini oluşturan CPL indeksi,

$$CPL = \frac{\mu_x - ASL}{3\sigma_x} \quad (3.5)$$

biçiminde ifade edilir (Montgomery, 2001).

Sürece ilişkin parametreler bilinmediğinde μ_x yerine tahmin edicisi olan \bar{X} kullanılır. σ_x 'nin tahmin edilmesinde ise yine Ek 1'de verildiği gibi ya alt grup standart sapması S_i 'ye ($i=1,2,\dots,k$) ya da alt grup dağılım aralığı R_i 'ye ($i=1,2,\dots,k$) dayalı tahmin ediciler kullanılır. Dolayısıyla, CPU ve CPL indekslerinin tahmini, sırasıyla,

$$C\hat{P}U = \frac{\bar{U}SL - \hat{\mu}_x}{3\hat{\sigma}_x} \quad \text{ve} \quad C\hat{P}L = \frac{\hat{\mu}_x - ASL}{3\hat{\sigma}_x} \quad (3.6)$$

biçiminde ifade edilir (Montgomery, 2001).

C_p indeksinin CPU ve CPL indekslerinden hesaplanması,

$$C_p = \frac{CPU - CPL}{2} \quad (3.7)$$

biçimindedir.

C_{pk} indeksinin CPU ve CPL indekslerinden hesaplanması ise,

$$C_{pk} = \min(CPU, CPL) \quad (3.8)$$

biçimindedir (Montgomery, 2001).

3.1.5. C_{pm} süreç yeterlilik indeksi

C_{pk} indeksi gibi süreç ortalamasının yerleşimi hakkında bilgi veren ve Chan et al. (1988) tarafından geliştirilen C_{pm} indeksi,

$$C_{pm} = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6\sqrt{\sigma_x^2 + (\mu_x - H)^2}} = \frac{w}{6\sqrt{E[(X - H)^2]}} \quad (3.9)$$

biçiminde ifade edilir (Parchami et al., 2005). Eşitlik (3.9)'daki H ; hedef değer ve $E[\cdot]$; beklenen değerdir.

3.1.6. C_{pmk} süreç yeterlilik indeksi

Karma indeks olarak da adlandırılan bu indeks,

$$C_{pmk} = \frac{w - 2|\mu_x - M|}{6\sqrt{\sigma_x^2 + (\mu_x - H)^2}} = \frac{w - 2|\mu_x - M|}{6\sqrt{E[(X - H)^2]}} \quad (3.10)$$

biçiminde ifade edilir.

Genellikle uygulamalarda simetrik toleranslar yani $H = M$ durumu kullanılır. Ancak $H \neq M$ olursa bu durum asimetrik toleranslar olarak adlandırılır (Parchami et al., 2005).

3.2. Süreç Yeterlilik İndeksleri Arasındaki İlişkiler

Süreç yeterlilik indeksleri incelendiğinde $C_p \geq C_{pk} \geq C_{pmk}$ ve $C_p \geq C_{pm} \geq C_{pmk}$ olduğu açıkça görülür. Süreç yeterlilik indeksleri arasında aşağıdaki gibi bazı ilişkiler bulunur.

Eşitlik (3.1) ve Eşitlik (3.3)'den

$$C_{pk} = C_p - \frac{1}{3} \left| \frac{\mu_x - M}{\sigma_x} \right| \quad (3.11)$$

Eşitlik (3.1) ve (3.9)'dan

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_X - H}{\sigma_X}\right)^2}} \quad (3.12)$$

Eşitlik (3.3) ve Eşitlik (3.10)'dan

$$C_{pmk} = \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_X - H}{\sigma_X}\right)^2}} \quad (3.13)$$

biçiminde ifade edilebilir.

Ayrıca verilen bütün süreç yeterlilik indeksleri arasında

$$C_{pmk} = \frac{C_{pm} C_{pk}}{C_p} \quad (3.14)$$

şeklinde bir ilişki bulunur.

Vannman (1995)'in "üstyapı süreç yeterlilik indeksleri (superstructure PCIs)" çalışmasında, süreç yeterlilik indeksleri arasındaki ilişkiler,

$$C_p(u, v) = \frac{w - 2u|\mu_X - M|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + v(\mu_X - H)^2}}, \quad u, v \geq 0 \quad (3.15)$$

biçiminde ifade edilir.

Eşitlik (3.1), (3.3), (3.9) ve (3.10) ile verilen dört süreç yeterlilik indeksi, $C_p(u, v)$ 'nin özel bir durumudur ve

$$\begin{aligned}
C_p &= C_p(0,0) \\
C_{pk} &= C_p(1,0) \\
C_{pm} &= C_p(0,1) \\
C_{pmk} &= C_p(1,1)
\end{aligned}
\tag{3.16}$$

biçiminde ifade edilir (Parchami et al., 2005).

3.3. Süreç Yeterlilik İndekslerinin Güven Aralıkları

Örneklem verilerinden hesaplanan süreç yeterlilik indeksi, kitle süreç yeterlilik indeksinin nokta tahmini olarak kullanılır. Fakat gerçek süreç yeterlilik indeksi değeri, örneklemden hesaplanan süreç yeterlilik indeksi değerine eşit olmayacağı için süreç yeterlilik indekslerinin $1 - \alpha$ güven aralıklarını bulmak daha uygundur.

Kitle süreç yeterlilik indeksi C_p 'nin güven aralığını bulmak kolaydır. Güven aralıklarında genellikle σ_x 'nin tahmin edicisi olarak S tercih edilir. C_p 'nin hesaplanmasında σ_x 'nin yerine S koyulursa örneklem tahmin edicisi \hat{C}_p elde edilir. Kalite karakteristiği normal dağılıma sahipse C_p 'nin $1 - \alpha$ güven aralığı,

$$\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq C_p \leq \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}
\tag{3.17}$$

ya da

$$\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq C_p \leq \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}
\tag{3.18}$$

biçiminde hesaplanır. Burada $\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2$ ve $\chi_{\alpha/2, n-1}^2$ sırasıyla $n-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımının alt $\alpha/2$ ve üst $\alpha/2$ yüzdeler noktalardır. Bu yüzdeler ki-kare tablo değerleridir (Breyfogle, 2003; Montgomery, 2001).

Kalite karakteristiği normal dağılım gösterdiğinde C_{pk} 'nın $1 - \alpha$ güven aralığı,

$$\hat{C}_{pk} \left[1 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq C_{pk} \leq \hat{C}_{pk} \left[1 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \quad (3.19)$$

biçiminde hesaplanır (Montgomery, 2001).

C_{pk} ve C_{pm} gibi süreç yeterlilik indeksleri için birçok güven aralığı geliştirilmiştir. Ancak en yaygın kullanılanları C_p ve C_{pk} süreç yeterlilik indeksleri olduğundan burada sadece bu iki yeterlilik indeksinin güven aralıkları verilmiştir.

4. BULANIK MANTIK

Bulanık mantık (fuzzy logic) kavramı ile ilgili ilk ciddi adım 1965 yılında California Berkeley Üniversitesinden Prof. Dr. Lotfi A. Zadeh tarafından yayınlanan bir makale ile bulanık mantık ya da bulanık küme teorisi adı altında ortaya konulmuştur. O tarihten sonra önemi gittikçe artarak günümüze kadar gelen ve birçok araştırmaya konu olan bulanık mantık, belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılabilmesi için kurulmuş bir matematik düzen olarak tanımlanabilir. Bilindiği gibi istatistikte ve olasılık kuramında, belirsizliklerle değil kesinliklerle çalışılır ama insanın yaşadığı ortam daha çok belirsizliklerle doludur. Bu yüzden insanoğlunun sonuç çıkarabilme yeteneğini anlayabilmek için belirsizliklerle çalışmanın da önemli olduğu açıktır. Bulanık mantık ile klasik mantık arasındaki temel fark burada ortaya çıkar. Klasik matematiksel yöntemlerde verilerin kesin (crisp) olmasından dolayı, karmaşık sistemleri modellemek ve kontrol etmek zordur. Bulanık mantık, bu tip zorluklardan kurtulmak için kullanılan etkin bir düşünce yapısı üretir (Ahlatçioğlu, 2005).

Bulanık mantık, kesin doğru ya da kesin yanlış ifadelerini içeren klasik mantıktan farklı olarak kesin doğru ile kesin yanlış arasındaki sonsuz sayıda değerleri de içerir. Zadeh, bulanık mantığın genel özelliklerini şu şekilde ifade etmiştir:

- Bulanık mantık, kesin değerlere dayanan düşünme yerine, yaklaşık düşünme kullanır.
- Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok, az gibi dilsel ifadeler şeklindedir.
- Bulanık mantıkta her şey $[0,1]$ aralığında belirli bir derece ile gösterilir.
- Bulanık çıkarım işlemi, dilsel ifadelerin birbirleri arasında tanımlanan kurallar ile gerçekleştirilir.
- Mantıksal olan tüm sistemler bulanık olarak ifade edilebilir.
- Bulanık mantık, matematiksel modelin elde edilmesi çok zor olan sistemler için oldukça uygundur (Baykal ve Beyan, 2004).

4.1. Bulanık Mantığın Tarihçesi ve Uygulama Alanları

1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya atılan bulanık mantık ile kontrol konusundaki ilk uygulama 1974'de Mamdani tarafından buhar makinesinin kontrolü ile gerçekleştirilmiştir. Bulanık mantık ile kontrol endüstriyel bir sürece ilk kez Danimarka'da bir çimento fırınının kontrolü ile 1980 yılında uygulanmıştır. 1987 yılında ikinci IFSA kongresinde ilk bulanık mantık denetleyicileri sergilenmiştir ve aynı yıl Hitachi firması tarafından tasarlanan Japon Sendai metrosu denetleyicisi çalışmaya başlamıştır. Bu bulanık mantık denetleyicisi ile metroda %10 enerji tasarrufu, daha rahat bir seyahat, düzgün bir yavaşlama ve hızlanma sağlanmıştır. 1988 yılında Yamaichi menkul kıymetler firması tarafından geliştirilen bulanık mantık tabanlı uzman sistem kullanılarak "Kara Pazar" denilen ekonomik kriz 18 gün önceden tahmin edilebilmiştir.

Ev elektronik aletleri, araç fren sistemleri, elektronik kontrol sistemleri gibi pek çok alana bulanık mantık uygulanmış ve elde edilen sonuçların başarılı olduğunun görülmesi ve özellikle Japon araştırmacıların yeni teknolojik cihazlarında bulanık mantığı kullanması bulanık mantığa ilgiyi gün geçtikçe arttırmıştır. Çalışmaların uluslararası alanda işbirliği amacıyla 1989 yılında aralarında Hitachi, Toshiba, IBM gibi dünyaca ünlü firmaların da bulunduğu elli bir firma tarafından LIFE isimli bir laboratuvar kurulmuştur. 1990 yılında Japonlar tarafından çamaşırın cinsine, miktarına, kirliliğine göre en etkili yıkama ve su kullanma programını seçebilen bulanık denetimli çamaşır makinesi üretilmiştir. Bulanık mantığın çeşitli sistemlere uygulanması ile önemli ölçüde zaman ve enerji tasarrufu sağlanmıştır (Çetin, 2003).

4.2. Bulanık Mantık ve Bulanık Küme Teorisi

Bulanık kümeler, verileri kesin olmayan problemlere çözüm üretmek amacıyla geliştirilmiştir. Örneğin 1.85 boyundaki bir erkek çok rahat olarak "uzun boylu erkekler" kümesine dahil edilebilir ancak 1.80 boyundaki bir erkeğin bu kümeye dahil olup olmayacağı bilinemez. Çünkü "uzun" kavramının sınırları net olarak belirtilmiştir. Bu ve benzeri durumlarla günlük hayatta defalarca karşılaşılır. Böyle durumlar keskin kümeler olarak da adlandırılan klasik kümelerle iyi bir şekilde

ifade edilemez. Çünkü klasik kümelerde bir eleman verilen kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Fakat klasik kümelerin genelleştirilmiş şekli olan bulanık kümelerde bir eleman birden fazla kümenin elemanı olabilir (Ahlatçioğlu, 2005).

Bir x elemanının A kümesinin elemanı olup olmadığı karakteristik fonksiyon kullanılarak ifade edilir. X evrensel kümesinde tanımlanan, klasik küme A için μ_A karakteristik fonksiyonu;

$$\mu_A(x): X \rightarrow \{0,1\} \quad (4.1)$$

biçiminde tanımlanır. Eşitlik (4.1) evrensel kümeden $\{0,1\}$ kümesine bir fonksiyon olarak da tanımlanabilir. Burada $\mu_A(x)=1$ ise x , A kümesinin elemanıdır ve $\mu_A(x)=0$ ise x , A kümesinin elemanı değildir, yani klasik kümelerde bir eleman bir kümeye ya aittir ya da değildir.

Bulanık kümelerde, karakteristik fonksiyon yerini genelleştirilmiş şekli olan üyelik fonksiyonuna bırakır. Bu durumda, X evrensel kümesinde tanımlanan, bulanık küme \tilde{A} için $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow [0,1] \quad (4.2)$$

biçiminde tanımlanır. Bulanık kümelerde elemanlar, klasik kümelerden farklı olarak 0 ile 1 arasındaki üyelik dereceleri ile kümeye ait olurlar.

Genel olarak küme üyelerinin değerleri ile değişiklik gösteren eğriye üyelik fonksiyonu adı verilir. Üyelik fonksiyonu grafiğinde x eksenini üyeleri gösterirken, y eksenini de üyelik derecelerini gösterir. x elemanının \tilde{A} bulanık kümesindeki üyelik derecesi $\mu_{\tilde{A}}(x)$ olmak üzere;

$$\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x)/x\}, x \in X \quad (4.3)$$

ya da

$$\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x), x\}, x \in X \quad (4.4)$$

biçiminde ifade edilebilir. Eşitlik (4.3) ve Eşitlik (4.4)'deki $\mu_{\tilde{A}}(x)$, $[0,1]$ aralığında bir gerçel sayıdır. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 'in değeri 1 'e yaklaştıkça x elemanının \tilde{A} bulanık kümesindeki üyeliği artar. Bu durumda $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir evrensel küme olmak üzere X 'deki bulanık küme \tilde{A} ,

$$\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i\} = \{\mu_{\tilde{A}}(x_1)/x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2)/x_2 + \dots + \mu_{\tilde{A}}(x_n)/x_n\} = \left\{ \sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i \right\} \quad (4.5)$$

biçiminde ifade edilir (Baykal ve Beyan, 2004). Eşitlik (4.5)'deki bölüm işareti, bölme işlemi değil alttaki elemana üstteki üyelik derecesinin karşılık geldiğini gösterir.

Eğer yukarıda tanımlanan X evrensel kümesi sonlu değilse, buna ait bulanık küme \tilde{A} ,

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x \quad (4.6)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik (4.5) ve Eşitlik (4.6)'daki \sum ve \int sembolleri sırasıyla toplam ve integral anlamında kullanılmayıp üyelik fonksiyonlarının birleşimini ifade eder (Bandemer and Gottwald, 1995).

4.2.1. Bulanık kümelerde temel kavramlar

(1) Bulanık kümenin desteği: \tilde{A} bulanık kümesinin desteği, üyelik derecesi sıfır olmayan elemanlarından oluşur ve

$$\text{Supp}(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (4.7)$$

biçiminde ifade edilir (Bandemer and Gottwald, 1995).

(2) Bulanık kümenin çekirdeği: \tilde{A} bulanık kümesinin çekirdeği, üyelik derecesi 1'e eşit olan elemanlarından oluşur ve

$$\text{Core}(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\} \quad (4.8)$$

biçiminde ifade edilir (Yager and Filev, 1994).

(3) Bulanık kümenin alfa kesmesi: Alfa kesimler, bulanık kümelerden klasik kümeler (bulanık olmayan kümeler) üreten dilimlerdir (Buckley, 2005a). \tilde{A} bulanık kümesinin α 'dan büyük üyelik derecesine sahip elemanlarının oluşturduğu güçlü α kesmesi,

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}, \quad \alpha \in (0,1] \quad (4.9)$$

biçiminde ifade edilir. \tilde{A} bulanık kümesinin α 'ya eşit ve α 'dan büyük üyelik derecesine sahip elemanlarının oluşturduğu zayıf α kesmesi ise,

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in (0,1] \quad (4.10)$$

biçiminde ifade edilir (Klir and Yuan, 1995).

(4) Bulanık kümenin yüksekliği: \tilde{A} bulanık kümesinin yüksekliği, elemanlarının üyelik derecesi en büyük olanıdır ve

$$\text{hgt}(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (4.11)$$

biçimindedir. Eşitlik (4.11)'deki \tilde{A} bulanık kümesinin yüksekliği 1'e eşitse bu küme, normal bulanık kümedir (Bandemer and Gottwald, 1995).

(5) Bulanık kümenin konveksliği: \tilde{A} bulanık kümesi $x_1, x_2 \in X$ ve $\lambda \in [0,1]$ için

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad (4.12)$$

eşitliğini sağlıyorsa konveks bulanık kümedir (Dubois and Prade, 1980).

(6) Bulanık kümenin tümleyeni: \tilde{A} bulanık kümesinin tümleyeninin üyelik fonksiyonu $\mu_{\complement \tilde{A}}(x)$,

$$\mu_{\complement \tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x), \quad x \in X \quad (4.13)$$

biçiminde ifade edilir (Zimmermann, 1991).

(7) Bulanık kümenin m. kuvveti: \tilde{A} bulanık kümesinin m. kuvvetinin üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A}^m}(x) = [\mu_{\tilde{A}}(x)]^m, \quad x \in X \quad (4.14)$$

biçimindedir (Dubois and Prade, 1980).

4.2.2. Bulanık kümelerde temel işlemler

\tilde{A} ve \tilde{B} , evrensel küme X 'in iki farklı bulanık alt kümesi olsun. Klasik kümelerde olduğu gibi bulanık kümelerde de kesişim, birleşim gibi bazı işlemler tanımlanabilir.

(1) Bulanık kümelerin eşitliği: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin eşitliği $\tilde{A} = \tilde{B}$ şeklinde gösterilir ve üyelik fonksiyonları,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x), \quad x \in X \quad (4.15)$$

biçiminde ifade edilir (Bandemer and Gottwald, 1995).

(2) Bulanık kümelerin kesişimi: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin kesişimi $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ şeklinde gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, \quad x \in X \quad (4.16)$$

biçiminde ifade edilir (Dubois and Prade, 1980).

(3) Bulanık kümelerin birleşimi: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin birleşimi $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ şeklinde gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, \quad x \in X \quad (4.17)$$

biçiminde ifade edilir (Dubois and Prade, 1980).

(4) Bulanık kümelere kapsama: \tilde{B} bulanık kümesinin \tilde{A} bulanık kümesini kapsama durumu $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$ şeklinde gösterilir ve

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x), \quad x \in X \quad (4.18)$$

eşitliğini sağlaması gerekir (Yager and Filev, 1994).

(5) Bulanık kümelere cebirsel çarpım: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin cebirsel çarpımı $\tilde{A} \cdot \tilde{B}$ ile gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x), \quad x \in X \quad (4.19)$$

biçiminde ifade edilir (Zimmermann, 1991).

(6) Bulanık kümelere cebirsel toplam: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin cebirsel toplamı $\tilde{A} + \tilde{B}$ ile gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}} = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x), \quad x \in X \quad (4.20)$$

biçiminde ifade edilir (Zimmermann, 1991).

(7) Bulanık kümelerde fark: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin farkı $\tilde{A} - \tilde{B}$ ile gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A}-\tilde{B}} = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}^c}(x)\} = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), 1 - \mu_{\tilde{B}}(x)\}, \quad x \in X \quad (4.21)$$

biçiminde ifade edilir (Zimmermann, 1991). Eşitlik (4.21)'deki \tilde{B}^c , \tilde{B} bulanık kümesinin tümleyenidir.

(8) Bulanık kümelerde kartezyen çarpım: Bulanık kümelerin kartezyen çarpımından elde edilen eşleştirme klasik kümelerdeki gibidir. Her bir eşleştirmeyi temsil edecek üyelik derecesi en küçükleme işlemi ile bulunur. Her $x_1 \in \tilde{A}_1, x_2 \in \tilde{A}_2, \dots, x_n \in \tilde{A}_n$ için $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{A}_1}, \mu_{\tilde{A}_2}, \dots, \mu_{\tilde{A}_n}$ olsun. Bu durumda $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ kartezyen çarpımının üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n}(x) = \min_i \left\{ \mu_{\tilde{A}_i}(x) \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in X_i \right\} \quad (4.22)$$

biçiminde ifade edilir (Baykal ve Beyan, 2004).

Örnek 1. Bir emlakçı, müşterilerine sunduğu evleri sınıflandırmak istesin. Bu evlerin rahatlığının göstergelerinden biri evdeki yatak odalarının sayısı olsun. Evdeki yatak odalarının sayısının kümesi, $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ biçiminde sonlu bir küme olmak üzere “4 kişilik bir aile için en rahat ev tipi” bulanık kümesi,

$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

biçiminde tanımlansın.

\tilde{A} bulanık kümesinde $x = 7, 8, 9$ ve 10 tane yatak odasına sahip ev tipi yoktur. Bu yatak odaları sayılarının üyelik dereceleri sıfırdır ve rahat bir ev için kabul edilebilir uygunlukta olmayan yatak odaları sayılarıdır. \tilde{A} bulanık kümesinin desteği, çekirdeği, 0.5 alfa kesmesi ve tümleyeni sırasıyla,

$$\text{Supp}(\tilde{A}) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{Core}(\tilde{A}) = \{4\}$$

$$\tilde{A}_{0.5} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$\notin \tilde{A} = \{(1, 0.8), (2, 0.5), (3, 0.2), (5, 0.3), (6, 0.7), (7, 1.0), (8, 1.0), (9, 1.0), (10, 1.0)\}$$

biçiminde elde edilir (Zimmermann, 1991).

Örnek 2. $X = \{\text{Pozitif gerçel sayılar}\}$ sonsuz kümesi olsun. $\tilde{A} = \text{"10'a göre kapalı gerçel sayılar"}$ bulanık kümesi,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = 1 / \{1 + [1/5(x - 10)]^2\}$$

üyelik fonksiyonu yardımıyla $\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x), x\}$ biçiminde tanımlanabilir ve

$$\tilde{A} = \int_{\mathbb{R}^+} \mu_{\tilde{A}}(x) / x$$

biçiminde ifade edilebilir (Dubois and Prade, 1980).

Örnek 3. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümeleri,

$$\tilde{A} = \{(3, 0.5), (5, 1.0), (7, 0.6)\}$$

$$\tilde{B} = \{(3, 1.0), (5, 0.6)\}$$

biçiminde tanımlanırsa \tilde{A} bulanık kümesinin 2. kuvveti,

$$\tilde{A}^2 = \{(3, 0.25), (5, 1.0), (7, 0.36)\}$$

biçiminde hesaplanır. Ayrıca \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin cebirsel toplamı, cebirsel çarpımı ve kartezyen çarpımı sırasıyla,

$$\tilde{A} + \tilde{B} = \{(3, 1.0), (5, 1.0), (7, 0.6)\}$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \{(3, 0.5), (5, 0.6)\}$$

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \{(3, 3), 0.5\}, \{(5, 3), 1.0\}, \{(7, 3), 0.6\}, \{(3, 5), 0.5\}, \{(5, 5), 0.6\}, \{(7, 5), 0.6\}$$

biçimindedir (Zimmermann, 1991).

4.2.3. Genişletme kuralı

Bulanık küme teorisinin temel kavramlarından biri, bulanık olmayan matematiksel kavramların bulanık durumlara bir genel genişlemesi olarak verilen, genişletme kuralıdır (Kandel, 1986).

$X = X_1 \times \dots \times X_n$ evrensel kümelerinin kartezyen çarpımı ve $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ evrensel kümelere bulanık kümeler olsun. X 'den $y = f(x_1, \dots, x_n)$ şeklindeki Y 'ye tanımlanan bir f fonksiyonu,

$$f : X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow Y, y \in Y, x_i \in X_i \quad (4.23)$$

biçimindedir.

Genişletme kuralı ile Eşitlik (4.23)'den Y 'de bir \tilde{B} bulanık kümesi,

$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y = f(x_1, \dots, x_n), (x_1, \dots, x_n) \in X\} \quad (4.24)$$

biçiminde tanımlanabilir.

Burada, üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \text{Sup}_{y=f(x_1, \dots, x_n)} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)), & f^{-1}(y) \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (4.25)$$

biçimindedir (Zimmermann, 1991). Eşitlik (4.25)'deki f^{-1} , f 'in ters fonksiyonudur.

Örnek 4. $\tilde{A} = \{(-1, 0.5), (0, 0.8), (1, 1.0), (2, 0.4)\}$ ve $f(x) = x^2$ olsun. Genişletme kuralı uygulanırsa,

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}) = \{(0, 0.8), (1, 1.0), (4, 0.4)\}$$

biçiminde elde edilir (Zimmermann, 1991).

4.3. Bulanık Mantık ve Bulanık Sayılar

Bulanık sayılar, konveks, normalleştirilmiş, sınırlı-süreklili üyelik fonksiyonu olan ve gerçel sayılarda tanımlanmış bir bulanık küme olarak ifade edilir (Kaufmann and Gupta, 1991).

Gerçel sayılarda tanımlı, kapalı ve konveks bir alt küme olan \tilde{A} bulanık sayısı $[a, c]$ sınırları ile tanımlanabilir. Burada a alt sınırı, c ise üst sınırı verir. Bundan dolayı bulanık sayının sol tarafı $a: [0, 1] \rightarrow \mathfrak{R}$ monoton artan iken $c: [0, 1] \rightarrow \mathfrak{R}$ monoton azalandır.

4.3.1. Bulanık sayılarda işlemler

İki uç noktası a ve c olmak üzere kesin olmayan fakat sınırlandırılmış olan ve $[a, c]$ biçiminde gösterilen aralıklara bulanık aralık denir. Bu aralık güven aralığı olarak da ifade edilebilir.

α kesme işlemi de bulanık sayılara uygulanabilir. \tilde{A} bulanık sayısı için α kesme aralığı A_α ,

$$\tilde{A}_\alpha = [a^\alpha, c^\alpha] \quad (4.26)$$

biçiminde ifade edilir (Baykal ve Beyan, 2004).

(1) Bulanık sayılarda toplama işlemi: \tilde{A} ve \tilde{B} herhangi iki bulanık sayı, A_α ve B_α , $\alpha \in [0,1]$ için güven aralıkları olarak verilsin. Bu durumda,

$$A_\alpha (+) B_\alpha = [a_1^\alpha, c_1^\alpha] (+) [a_2^\alpha, c_2^\alpha] = [a_1^\alpha + a_2^\alpha, c_1^\alpha + c_2^\alpha] \quad (4.27)$$

biçimindedir (Kaufmann and Gupta, 1991).

(2) Bulanık sayılarda çıkarma işlemi: \tilde{A} ve \tilde{B} herhangi iki bulanık sayı, A_α ve B_α , $\alpha \in [0,1]$ için güven aralıkları olarak verilsin. Bu durumda,

$$A_\alpha (-) B_\alpha = [a_1^\alpha, c_1^\alpha] (-) [a_2^\alpha, c_2^\alpha] = [a_1^\alpha - c_2^\alpha, c_1^\alpha - a_2^\alpha] \quad (4.28)$$

biçimindedir (Kaufmann and Gupta, 1991).

(3) Bulanık sayılarda çarpma işlemi: Çarpma işlemi \mathfrak{R}^+ pozitif gerçel sayılar ve \mathbb{N} doğal sayılar kümeleri üzerinde alınır. \tilde{A} ve \tilde{B} , \mathfrak{R}^+ 'da tanımlı herhangi iki bulanık sayı olmak üzere çarpma işlemi;

$$A_\alpha (\cdot) B_\alpha = [a_1^\alpha, c_1^\alpha] (\cdot) [a_2^\alpha, c_2^\alpha] = [a_1^\alpha \cdot a_2^\alpha, c_1^\alpha \cdot c_2^\alpha] \quad (4.29)$$

biçimindedir (Kaufmann and Gupta, 1991).

(4) Bulanık sayılarda bölme işlemi: \mathfrak{R}^+ pozitif gerçel sayılardaki herhangi iki bulanık sayının bölümü;

$$A_\alpha (/) B_\alpha = [a_1^\alpha, c_1^\alpha] (/) [a_2^\alpha, c_2^\alpha] = [a_1^\alpha / c_2^\alpha, c_1^\alpha / a_2^\alpha] \quad (4.30)$$

biçimindedir (Kaufmann and Gupta, 1991).

4.3.2. Bulanık sayı çeşitleri

Bulanık kümeler üyelik fonksiyonları ile tanımlanırlar. Bu nedenle bulanık sayı çeşidi kadar üyelik fonksiyonu çeşidi vardır (Kaufmann and Gupta, 1991).

4.3.2.1. L-R bulanık sayıları

Dubois and Prade (1980) tarafından önerilen L (left side-sol taraf) ya da R (right side-sağ taraf) bulanık sayısı,

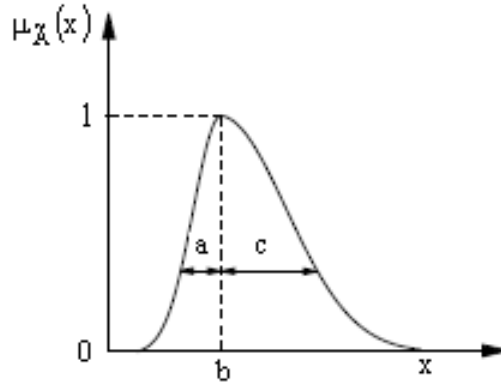
- 1) $L(x) = L(-x)$
- 2) $L(0) = 1$
- 3) $L, [0, +\infty)$ aralığında artan

şartlarını sağlarsa bir bulanık sayı olarak ifade edilir.

L-R tipindeki bir $\tilde{A} = (a, b, c)$ bulanık sayısı için üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{b-x}{a}\right), & x \leq b, a > 0 \\ R\left(\frac{x-b}{c}\right), & x \geq b, c > 0 \end{cases} \quad (4.31)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik (4.31)'deki b , \tilde{A} bulanık sayısının orta, a ve c ise sırasıyla sol ve sağ yayılım değerleridir. $a = c = 0$ olduğunda, A , bir b keskin sayısı olur (Dubois and Prade, 1980; Hanss, 2005). L-R tipindeki bulanık sayılar Şekil 4.1 ile verilmiştir.



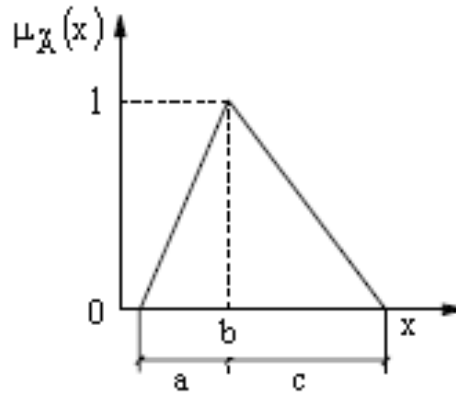
Şekil 4.1. L-R tipindeki bulanık sayı

4.3.2.2. Üçgensel bulanık sayılar

Üçgensel bulanık sayılar (a, b, c) biçiminde üç parametre ile ifade edilir. a ve c bulanık küme desteğinin alt ve üst sınır değerlerini ve b tam üyelikli tek sayı olmak üzere $\tilde{A} = (a, b, c)$ şeklindeki üçgensel sayı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x-a)/(b-a), & a \leq x \leq b \text{ ise} \\ (c-x)/(c-b), & b \leq x \leq c \text{ ise} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (4.32)$$

biçiminde ifade edilir ve Şekil 4.2'deki gibi gösterilir (Baykal ve Beyan, 2004; Hanss, 2005).



Şekil 4.2. Üçgensel bulanık sayı

Üçgensel bulanık sayılarda aritmetik işlemler α kesmeleri kullanılarak ya da aralık işlemleri kullanılarak yapılabilir (Baykal ve Beyan, 2004).

$\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1)$ ve $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2)$ şeklinde iki üçgensel bulanık sayı olmak üzere \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının,

(1) Toplama işlemi:

$$\tilde{A}(+) \tilde{B} = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2) \quad (4.33)$$

(2) Çıkarma işlemi:

$$\tilde{A}(-) \tilde{B} = (a_1 - c_2, b_1 - b_2, c_1 - a_2) \quad (4.34)$$

(3) Çarpma işlemi:

$$\tilde{A}(\cdot) \tilde{B} = (a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot c_2) \quad (4.35)$$

(4) Bölme işlemi:

$$\tilde{A}(/) \tilde{B} = (a_1 / c_2, b_1 / b_2, c_1 / a_2) \quad (4.36)$$

\tilde{A} bulanık sayının k gibi bir sabite bölümü,

$$\tilde{A}(/)k = (a_1 / k, a_2 / k, a_3 / k), \quad k > 0 \quad (4.37)$$

biçiminde ifade edilir (Parchami et al., 2005; Kaufmann and Gupta, 1988).

İki üçgensel bulanık sayının toplama ve çıkarma işlemlerinin sonucu yine bir üçgensel bulanık sayıdır. Ancak çarpma ve bölme işlemlerinin sonucu her zaman üçgensel bulanık sayı vermeyebilir. Ayrıca çarpma ve bölme işlemleri, sadece pozitif sayılar üzerinde tanımlıdır (Kaufmann and Gupta, 1988).

$\alpha \in [0,1]$ ve $a^\alpha, c^\alpha \in \mathfrak{R}$ olmak üzere $\tilde{A} = (a, b, c)$ üçgensel bulanık sayısının A_α güven aralığı,

$$\tilde{A}_\alpha = [a^\alpha, c^\alpha] = [(b-a)\alpha + a, (b-c)\alpha + c] \quad (4.38)$$

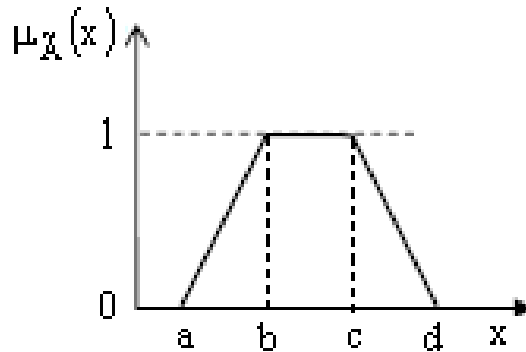
biçimindedir (Baykal ve Beyan, 2004).

4.3.2.3. Yamuksal bulanık sayılar

Yamuksal bulanık sayılar (a, b, c, d) biçimindeki dört parametre ile ifade edilir. a ve d sırasıyla bulanık küme desteğinin alt ve üst sınır değerlerini, b ve c ise tam üyelikli sayıların kümesinin sınırlarını göstermek üzere $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ şeklindeki bir yamuksal bulanık sayı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a \text{ ve } x > d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \end{cases} \quad (4.39)$$

biçiminde ifade edilir ve Şekil 4.3'deki gibi gösterilir (Baykal ve Beyan, 2004; Hanss, 2005).



Şekil 4.3. Yamuksal bulanık sayı

Üçgensel bulanık sayılarda olduğu gibi yamuksal bulanık sayılarda da aritmetik işlemler α kesmeleri kullanılarak ya da aralık işlemleri kullanılarak yapılabilir (Baykal ve Beyan, 2004).

$\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$ ve $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ şeklinde iki yamuksal bulanık sayı olmak üzere \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının,

(1) Toplama işlemi:

$$\tilde{A}(+) \tilde{B} = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2) \quad (4.40)$$

(2) Çıkarma işlemi:

$$\tilde{A}(-) \tilde{B} = (a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2) \quad (4.41)$$

(3) Çarpma işlemi:

$$\tilde{A}(\cdot) \tilde{B} = (a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot c_2, d_1 \cdot d_2) \quad (4.42)$$

(4) Bölme işlemi:

$$\tilde{A}(/) \tilde{B} = (a_1 / d_2, b_1 / c_2, c_1 / b_2, d_1 / a_2) \quad (4.43)$$

biçiminde elde edilir.

İki yamuksal bulanık sayının toplama ve çıkarma işlemlerinin sonucu yine bir yamuksal bulanık sayıdır. Ancak çarpma ve bölme işlemlerinin sonucu her zaman yamuksal bulanık sayı vermeyebilir. Ayrıca çarpma ve bölme işlemleri, sadece pozitif sayılar üzerinde tanımlıdır (Kaufmann and Gupta, 1988).

$\alpha \in [0,1]$ olmak üzere $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ yamuksal bulanık sayısının A_α güven aralığı,

$$\tilde{A}_\alpha = [a^\alpha, d^\alpha] = [(b-a)\alpha + a, (c-d)\alpha + d] \quad (4.44)$$

biçimindedir (Baykal ve Beyan, 2004).

Örnek 5. $\tilde{A} = (1, 2, 4)$ ve $\tilde{B} = (2, 4, 6)$ biçiminde üçgensel bulanık sayılar tanımlansın. Bu sayıların α kesimleri,

$$\tilde{A}_\alpha = [\alpha + 1, -2\alpha + 4]$$

$$\tilde{B}_\alpha = [2\alpha + 2, -2\alpha + 6]$$

biçiminde elde edilir. Bu iki üçgensel bulanık sayının toplamı, farkı, çarpımı ve bölümü, sırasıyla,

$$\tilde{A}_\alpha + \tilde{B}_\alpha = [3\alpha + 3, -4\alpha + 10]$$

$$\tilde{A}_\alpha - \tilde{B}_\alpha = [3\alpha - 5, -4\alpha + 2]$$

$$\tilde{A}_\alpha \cdot \tilde{B}_\alpha = [2\alpha^2 + 4\alpha + 3, 4\alpha^2 - 20\alpha + 24]$$

$$\tilde{A}_\alpha / \tilde{B}_\alpha = \left[\frac{\alpha + 1}{6 - 2\alpha}, \frac{4 - 2\alpha}{2\alpha + 2} \right]$$

biçiminde elde edilir (Baykal ve Beyan, 2004).

5. BULANIK KONTROL KARTLARI

İstatistiksel süreç kontrol, üretim sürecini izlemek için istatistiksel teknikleri kullanan bir yaklaşımdır. Shewhart tarafından ileri sürülen kontrol kartları, süreçte varolan özel nedenleri belirlemek için kullanılan kalite kontrolün en önemli tekniklerinden biridir. Shewhart kontrol kartlarından ölçülebilen kalite karakteristiklerine ilişkin $\bar{X}-R$ ve $\bar{X}-S$ kontrol kartları uygulamalarda yaygın olarak kullanılır. Klasik yöntemde ölçülebilen kalite karakteristiklerine ilişkin kontrol kartlarında merkez çizgi, üst kontrol limiti ve alt kontrol limiti sayısal değerlerle gösterilir. Sayısal alt grup noktalarına bağlı olarak süreç ya “kontrolde” ya da “kontrol dışındadır”. Operatör, ölçü aleti, çevresel şartlar gibi ölçüm sistemlerinden kaynaklanan belirsizlik olduğunda kontrol limitleri bu kadar kesin olmaz. Böyle durumlarda bulanık küme teorisi bu belirsizliği ele almada kullanılır. Sayısal kontrol limitleri, üyelik fonksiyonları kullanılarak bulanık kontrol limitlerine dönüştürülebilir.

Alt grup ortalaması kontrol limitlerine çok yakınsa ve kullanılan ölçüm sistemi çok hassas değilse verilen karar hatalı olabilir. Bu gibi durumlarda bulanık kontrol limitleri, süreç hakkında daha doğru ve daha esnek bir değerlendirme yapılmasını sağlar (Şentürk and Erginel, 2009).

5.1. Bulanık Dönüştürme Teknikleri

Tanımlayıcı istatistikte kullanılan bazı merkezi eğilim ölçüleri prensibine benzer şekilde bulanık kümeleri sayısal (kesin) değerlere dönüştürmek için bulanık mod, α seviyesinde bulanık orta aralık, bulanık medyan ve bulanık ortalama ölçüleri kullanılabilir.

(1) Bulanık mod: F bulanık kümesinin bulanık modu, üyelik derecesinin 1'e eşit olduğu temel değişken değeridir. Böylece f_{mod} ,

$$f_{\text{mod}} = \{x \mid \mu_F(x) = 1\}, x \in F \quad (5.1)$$

biçiminde ifade edilir ve üyelik fonksiyonu unimodal ise bu tektir (Wang and Raz, 1990).

(2) Alfa seviyesinde bulanık orta aralık: α seviyesinde bulanık orta aralık, α seviyesi kesimlerin sonlarının orta noktası olarak tanımlanır. A_α olarak gösterilen α kesmesi, üyelik derecesi α 'ya eşit ve α 'dan daha büyük üyelik dereceleri olan elemanlarının tümünün oluşturduğu bulanık olmayan kümedir. a_α ve b_α , A_α 'nın son noktaları ise, alfa seviyesinde bulanık orta aralık $f_{mr}(\alpha)$,

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{1}{2}(a_\alpha + b_\alpha) \quad (5.2)$$

biçiminde ifade edilir. Gerçekte, $\alpha = 1$ olduğunda bulanık mod, α seviyesinde bulanık orta aralığın özel bir durumudur (Wang and Raz, 1990).

Üçgensel bulanık sayılar kullanıldığında α seviyesinde bulanık orta aralık,

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{(a + c) + \alpha[(b - a) - (c - b)]}{2} \quad (5.3)$$

biçimindedir. Bu durumda alt grup j 'nin α seviyesinde bulanık orta aralığı, $S_{mr,j}^\alpha$,

$$S_{mr,j}^\alpha = \frac{(a_j + c_j) + \alpha[(b_j - a_j) - (c_j - b_j)]}{2} \quad (5.4)$$

biçiminde ifade edilir (Şentürk and Erginel, 2009; Wang and Raz, 1990).

(3) Bulanık medyan: Bulanık kümenin üyelik fonksiyonu altındaki eğriyi iki eşit alana bölen ve aşağıdaki eşitliği sağlayan noktadır ve

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(x) dx = \int_{f_{med}}^b \mu_F(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b \mu_F(x) dx \quad (5.5)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik (5.5)'deki a ve b , F bulanık kümesinin temel değişkenleri içindeki bitim noktalarıdır ve $a < b$ 'dir.

(4) Bulanık ortalama: Zadeh'e dayanarak bulanık ortalama f_{ort} ,

$$f_{ort} = Ort(x : F) = \frac{\int_{x=0}^1 x \mu_F(x) dx}{\int_{x=0}^1 \mu_F(x) dx} \quad (5.6)$$

biçiminde ifade edilir (Wang and Raz, 1990).

Bu bulanık ölçülerin seçimi için teorik bir temel yoktur. Bu seçim temel olarak hesaplama kolaylığına ve kullanıcının tercihine dayanır. Genelde ilk iki yöntemi hesaplamak özellikle üyelik fonksiyonu doğrusal olmadığında son iki yöntemi hesaplamaktan daha kolaydır. Bununla birlikte, bulanık mod, üyelik fonksiyonu oldukça asimetric olduğunda ikili sonuca neden olabilir. Bulanık orta aralık, ilgilenilen α üyeliği farklı seviyelerde seçilebildiğinden daha esnekler. Üyelik fonksiyonu altındaki alan, bulanıklığın uygun ölçüsü olarak alındığında bulanık medyan tercih edilebilir. Üyelik fonksiyonunun yeri kadar şekli de dikkate alınır, genişletme kuralından ayrıldığı ve temel değişkenlerin ağırlıklı ortalaması olduğundan bulanık ortalamanın seçimi daha uygun olacaktır (Waz and Rang, 1990).

5.2. Bulanık \tilde{X} ve \tilde{R} Kontrol Kartları

Bulanık durumda, her bir alt grup üçgensel bulanık sayı (a, b, c) ile gösterilir. Bu çalışmada, her bir bulanık alt grup (X_a, X_b, X_c) biçiminde üçgensel bulanık sayı olarak gösterilmiştir. Merkez çizgi $M\tilde{C}$, bulanık alt grupların aritmetik ortalamasıdır. $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$ genel ortalamalar olmak üzere $(\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)$ biçiminde gösterilir ve

$$\bar{X}_{k_j} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{k_{ji}}}{n}; \quad k = a, b, c; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.7)$$

$$\bar{\bar{X}}_k = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{k_j}}{m}; \quad k = a, b, c; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.8)$$

$$M\tilde{C} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) = \left(\frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{a_j}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{b_j}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{c_j}}{m} \right) \quad (5.9)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik (5.7)'deki n bulanık alt grup büyüklüğü, m bulanık alt grup sayısı ve $M\tilde{C}$, bulanık \tilde{X} kontrol kartı için merkez çizgidir.

5.2.1. Dağılım aralığına dayalı bulanık \tilde{X} kontrol kartı

Dağılım aralığına dayalı bulanık \tilde{X} kontrol kartları $M\tilde{C}$ kullanılarak hesaplanır. $\tilde{U}KL_{\tilde{X}}$ ve $\tilde{A}KL_{\tilde{X}}$ dağılım aralığına dayalı bulanık \tilde{X} kontrol kartlarının üst ve alt kontrol limitleri olmak üzere

$$\begin{aligned} \tilde{U}KL_{\tilde{X}} &= M\tilde{C} + A_2\tilde{R} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) + A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = (\bar{\bar{X}}_a + A_2\bar{R}_a, \bar{\bar{X}}_b + A_2\bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c + A_2\bar{R}_c) = (\tilde{U}KL_1, \tilde{U}KL_2, \tilde{U}KL_3) \\ M\tilde{C}_{\tilde{X}} &= (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) = (M\tilde{C}_1, M\tilde{C}_2, M\tilde{C}_3) \\ \tilde{A}KL_{\tilde{X}} &= M\tilde{C} - A_2\tilde{R} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) - A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = (\bar{\bar{X}}_a - A_2\bar{R}_a, \bar{\bar{X}}_b - A_2\bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c - A_2\bar{R}_c) = (\tilde{A}KL_1, \tilde{A}KL_2, \tilde{A}KL_3) \end{aligned} \quad (5.10)$$

biçimindedir. Eşitlik (5.10)'daki \bar{R}_a, \bar{R}_b ve \bar{R}_c sırasıyla en küçük, en uygun, en büyük olası değerlerin aritmetik ortalaması ve Ek 2'de verilen A_2 farklı alt grup büyüklükleri için tablo değeridir. İlk olarak R_{aj}, R_{bj}, R_{cj} ,

$$R_{aj} = X_{\max, aj} - X_{\min, cj}; \quad R_{bj} = X_{\max, bj} - X_{\min, bj}; \quad R_{cj} = X_{\max, cj} - X_{\min, aj}; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.11)$$

biçiminde bulunur. Eşitlik (5.11)'deki $(X_{\max,a_j}, X_{\max,b_j}, X_{\max,c_j})$ alt gruptaki maksimum bulanık sayıdır ve $(X_{\min,a_j}, X_{\min,b_j}, X_{\min,c_j})$ alt gruptaki minimum bulanık sayıdır. Bu durumda,

$$\bar{R}_a = \frac{\sum R_{aj}}{m} \quad (5.12)$$

$$\bar{R}_b = \frac{\sum R_{bj}}{m} \quad (5.13)$$

$$\bar{R}_c = \frac{\sum R_{cj}}{m} \quad (5.14)$$

biçimindedir.

5.2.2. Dağılım aralığına dayalı alfa kesim bulanık \tilde{X} kontrol kartları

Bir α kesim, α 'ya eşit ve α 'dan büyük üyelik derecelerine sahip tüm elemanların oluşturduğu bulanık olmayan bir kümedir. Bulanık kümelere α kesimlerin uygulanmasıyla \bar{X}_a^α ve \bar{X}_c^α değerleri,

$$\bar{X}_a^\alpha = \bar{X}_a + \alpha(\bar{X}_b - \bar{X}_a) \quad (5.15)$$

$$\bar{X}_c^\alpha = \bar{X}_c + \alpha(\bar{X}_c - \bar{X}_b) \quad (5.16)$$

biçiminde elde edilir.

Benzer şekilde, dağılım aralığına dayalı α kesim bulanık \tilde{X} kontrol kartı limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \tilde{U}KL_{\tilde{X}}^\alpha &= (\bar{X}_a^\alpha, \bar{X}_b, \bar{X}_c^\alpha) + A_2(\bar{R}_a^\alpha, \bar{R}_b, \bar{R}_c^\alpha) = (\bar{X}_a^\alpha + A_2\bar{R}_a^\alpha, \bar{X}_b + A_2\bar{R}_b, \bar{X}_c^\alpha + A_2\bar{R}_c^\alpha) = (\tilde{U}KL_1^\alpha, \tilde{U}KL_2, \tilde{U}KL_3^\alpha) \\ \tilde{M}\tilde{C}_{\tilde{X}}^\alpha &= (\bar{X}_a^\alpha, \bar{X}_b, \bar{X}_c^\alpha) = (\tilde{M}\tilde{C}_1^\alpha, \tilde{M}\tilde{C}_2, \tilde{M}\tilde{C}_3^\alpha) \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\tilde{A}KL_{\tilde{X}}^\alpha = (\bar{X}_a^\alpha, \bar{X}_b, \bar{X}_c^\alpha) - A_2(\bar{R}_a^\alpha, \bar{R}_b, \bar{R}_c^\alpha) = (\bar{X}_a^\alpha - A_2\bar{R}_a^\alpha, \bar{X}_b - A_2\bar{R}_b, \bar{X}_c^\alpha - A_2\bar{R}_c^\alpha) = (\tilde{A}KL_1^\alpha, \tilde{A}KL_2, \tilde{A}KL_3^\alpha)$$

biçiminde bulunur. Eşitlik (5.17)'de,

$$\bar{R}_a^\alpha = \bar{R}_a + \alpha(\bar{R}_b - \bar{R}_a) \quad (5.18)$$

$$\bar{R}_c^\alpha = \bar{R}_c + \alpha(\bar{R}_c - \bar{R}_b) \quad (5.19)$$

biçimindedir.

5.2.3. Dağılım aralığına dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık

α seviyesinde bulanık orta aralık, bulanık kontrol limitlerini belirlemek için kullanılan dört dönüşüm tekniğinden biridir. Bu kontrol limitleri, süreç için kontrolde ya da kontrol dışında gibi bir karar verebilmek için kullanılır. Bu çalışmada, kontrol limitlerini hesaplarken bulanık dönüşüm yöntemi olarak α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılmıştır.

α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak elde edilen dağılım aralığına dayalı α kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha &= \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha + A_2 \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \\ \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha &= f_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha(\text{M}\tilde{\bar{C}}) = \frac{\text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha + \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha}{2} \\ \text{AKL}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha &= \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha - A_2 \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

biçiminde ifade edilir.

Bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için j alt grubunun α seviyesinde bulanık orta aralığının tanımı,

$$S_{mr-\bar{X},j}^{\alpha} = \frac{(\bar{X}_{a_j} + \bar{X}_{c_j}) + \alpha[(\bar{X}_{b_j} - \bar{X}_{a_j}) - (\bar{X}_{c_j} - \bar{X}_{b_j})]}{2} \quad (5.21)$$

biçimindedir.

“Kontrolde” olma durumu “1”, “kontrol dışında” olma durumu “0” ile gösterilmek üzere her bir alt grup için süreç kontrolünün koşulu,

$$\text{Süreç kontrolü} = \begin{cases} 1, & \text{ÜKL}_{mr-\bar{X}}^{\alpha} \leq S_{mr-\bar{X},j}^{\alpha} \leq \text{AKL}_{mr-\bar{X}}^{\alpha} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (5.22)$$

biçiminde ifade edilir (Şentürk and Erginel, 2009).

5.2.4. Bulanık \tilde{R} kontrol kartı

Bulanık \tilde{R} kontrol kartı limitleri klasik R kontrol kartına benzer şekilde bulunur, ancak bu limitler üçgensel bulanık sayılar ile gösterilir ve

$$\begin{aligned} \text{Ü}\tilde{\text{K}}\text{L}_R &= D_4 \bar{R} = D_4 (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \\ \text{M}\tilde{\text{Ç}}_R &= \bar{R} = (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \\ \text{A}\tilde{\text{K}}\text{L}_R &= D_3 \bar{R} = D_3 (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \end{aligned} \quad (5.23)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik (5.23)'deki D_3 ve D_4 , Ek 2'de verildiği gibi farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir.

5.2.5. Alfa kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartı

α kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{Ü}\tilde{\text{K}}\text{L}_R^{\alpha} &= D_4 \bar{R}^{\alpha} = D_4 (\bar{R}_a^{\alpha}, \bar{R}_b^{\alpha}, \bar{R}_c^{\alpha}) \\ \text{M}\tilde{\text{Ç}}_R^{\alpha} &= \bar{R}^{\alpha} = (\bar{R}_a^{\alpha}, \bar{R}_b^{\alpha}, \bar{R}_c^{\alpha}) \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$A\tilde{K}L_R^\alpha = D_3 \bar{R}^\alpha = D_3 (\bar{R}_a^\alpha, \bar{R}_b, \bar{R}_c^\alpha)$$

biçiminde ifade edilir.

5.2.6. Alfa kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık

α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak elde edilen α kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{mr-R}^\alpha &= D_4 f_{mr-R}^\alpha (\tilde{M\check{C}}) \\ \text{M\check{C}}_{mr-R}^\alpha &= f_{mr-R}^\alpha (\tilde{M\check{C}}) = \frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \\ \text{AKL}_{mr-R}^\alpha &= D_3 f_{mr-R}^\alpha (\tilde{M\check{C}}) \end{aligned} \quad (5.25)$$

biçimindedir.

Bulanık \tilde{R} kontrol kartı için j alt grubunun α seviyesinde bulanık orta aralığının tanımı,

$$S_{mr-R,j}^\alpha = \frac{(R_{aj} + R_{cj}) + \alpha[(R_{bj} - R_{aj}) - (R_{cj} - R_{bj})]}{2} \quad (5.26)$$

biçimindedir.

“Kontrolde” olma durumu “1”, “kontrol dışında” olma durumu “0” ile gösterilmek üzere her bir alt grup için süreç kontrolünün koşulu,

$$\text{Süreç kontrolü} = \begin{cases} 1, & \text{ÜKL}_{mr-R}^\alpha \leq S_{mr-R,j}^\alpha \leq \text{AKL}_{mr-R}^\alpha \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (5.27)$$

biçiminde ifade edilir (Şentürk and Erginel, 2009).

5.3. Bulanık $\tilde{\bar{X}}$ and \tilde{S} Kontrol Kartları

Bir kalite karakteristiği ile ilişkili yayılımı izlemek için yapısının basitliği nedeniyle R kontrol kartı yaygın olarak kullanılır. Dağılım aralığı, küçük alt grup büyüklükleri için iyi bir değişkenlik ölçüsüdür. Alt grup büyüklüğü arttığında ($n > 10$), yayılım ölçüsü olarak aralık ölçümünün etkinliği azalır ve standart sapma ölçüsü tercih edilir.

Standart sapmanın ortalaması, \bar{S} ,

$$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^m S_j}{m} \quad (5.28)$$

biçiminde elde edilir ve burada S_j , j alt grubun standart sapmasıdır ve

$$S_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{n-1}} \quad (5.29)$$

biçiminde elde edilir.

5.3.1. Standart sapmaya dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı

Bulanık S_j , j alt grubun standart sapmasıdır ve

$$\tilde{S}_j = \sqrt{\frac{\sum [(X_a, X_b, X_c)_{ij} - (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)_j]^2}{n-1}} \quad (5.30)$$

biçiminde elde edilir.

Bulanık ortalama \tilde{S} ise,

$$\tilde{S} = \left(\frac{\sum_{j=1}^m S_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{cj}}{m} \right) = (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) \quad (5.31)$$

biçimindedir.

Standart sapmaya dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartlarının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \tilde{ÜKL}_{\tilde{\bar{X}}} &= \tilde{M\tilde{C}} + A_3 \tilde{S} = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c) + A_3 (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) = (\bar{X}_a + A_3 \bar{S}_a, \bar{X}_b + A_3 \bar{S}_b, \bar{X}_c + A_3 \bar{S}_c) = (\tilde{ÜKL}_1, \tilde{ÜKL}_2, \tilde{ÜKL}_3) \\ \tilde{M\tilde{C}}_{\tilde{\bar{X}}} &= (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c) = (\tilde{M\tilde{C}}_1, \tilde{M\tilde{C}}_2, \tilde{M\tilde{C}}_3) \\ \tilde{AKL}_{\tilde{\bar{X}}} &= \tilde{M\tilde{C}} - A_3 \tilde{S} = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c) - A_3 (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) = (\bar{X}_a - A_3 \bar{S}_a, \bar{X}_b - A_3 \bar{S}_b, \bar{X}_c - A_3 \bar{S}_c) = (\tilde{AKL}_1, \tilde{AKL}_2, \tilde{AKL}_3) \end{aligned} \quad (5.32)$$

biçiminde elde edilir.

5.3.2. Standart sapmaya dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı

Standart sapmaya dayalı α kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \tilde{ÜKL}_{\tilde{\bar{X}}}^\alpha &= (\bar{X}_a^\alpha, \bar{X}_b^\alpha, \bar{X}_c^\alpha) + A_3 (\bar{S}_a^\alpha, \bar{S}_b^\alpha, \bar{S}_c^\alpha) = (\bar{X}_a^\alpha + A_3 \bar{S}_a^\alpha, \bar{X}_b^\alpha + A_3 \bar{S}_b^\alpha, \bar{X}_c^\alpha + A_3 \bar{S}_c^\alpha) = (\tilde{ÜKL}_1^\alpha, \tilde{ÜKL}_2^\alpha, \tilde{ÜKL}_3^\alpha) \\ \tilde{M\tilde{C}}_{\tilde{\bar{X}}}^\alpha &= (\bar{X}_a^\alpha, \bar{X}_b^\alpha, \bar{X}_c^\alpha) = (\tilde{M\tilde{C}}_1^\alpha, \tilde{M\tilde{C}}_2^\alpha, \tilde{M\tilde{C}}_3^\alpha) \\ \tilde{AKL}_{\tilde{\bar{X}}}^\alpha &= (\bar{X}_a^\alpha, \bar{X}_b^\alpha, \bar{X}_c^\alpha) - A_3 (\bar{S}_a^\alpha, \bar{S}_b^\alpha, \bar{S}_c^\alpha) = (\bar{X}_a^\alpha - A_3 \bar{S}_a^\alpha, \bar{X}_b^\alpha - A_3 \bar{S}_b^\alpha, \bar{X}_c^\alpha - A_3 \bar{S}_c^\alpha) = (\tilde{AKL}_1^\alpha, \tilde{AKL}_2^\alpha, \tilde{AKL}_3^\alpha) \end{aligned} \quad (5.33)$$

biçimindedir.

Eşitlik (5.33)'de,

$$\bar{S}_a^\alpha = \bar{S}_a + \alpha(\bar{S}_b - \bar{S}_a) \quad (5.34)$$

$$\bar{S}_c^\alpha = \bar{S}_c + \alpha(\bar{S}_c - \bar{S}_b) \quad (5.35)$$

biçimindedir.

5.3.3. Standart sapmaya dayalı alfa kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık

α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak elde edilen standart sapmaya dayalı α kesim bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha &= \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha + A_3 \left(\frac{\bar{S}_a^\alpha + \bar{S}_c^\alpha}{2} \right) \\ \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha &= f_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha (\text{MC}) = \frac{\text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha + \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha}{2} \\ \text{AKL}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha &= \text{MC}_{\text{mr}-\bar{X}}^\alpha - A_3 \left(\frac{\bar{S}_a^\alpha + \bar{S}_c^\alpha}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.36)$$

biçiminde elde edilir.

Her bir alt grup için $S_{\text{mr}-\bar{X},j}^\alpha$,

$$S_{\text{mr}-\bar{X},j}^\alpha = \frac{(\bar{X}_{a_j} + \bar{X}_{c_j}) + \alpha[(\bar{X}_{b_j} - \bar{X}_{a_j}) - (\bar{X}_{c_j} - \bar{X}_{b_j})]}{2} \quad (5.37)$$

biçimindedir.

“Kontrolde” olma durumu “1”, “kontrol dışında” olma durumu “0” ile gösterilmek üzere her bir alt grup için süreç kontrolünün koşulu,

$$\text{Süreç kontrolü} = \begin{cases} 1, & \text{ÜKL}_{\text{mr}-\bar{x}}^{\alpha} \leq S_{\text{mr}-\bar{x},j}^{\alpha} \leq \text{AKL}_{\text{mr}-\bar{x}}^{\alpha} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (5.38)$$

biçiminde ifade edilir (Şentürk and Erginel, 2009).

5.3.4. Bulanık \tilde{S} kontrol kartı

Bulanık \tilde{S} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_S &= B_4 \bar{S} = B_4 (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) \\ \text{MÇ}_S &= \bar{S} = (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) \\ \text{AKL}_S &= B_3 \bar{S} = B_3 (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) \end{aligned} \quad (5.39)$$

biçiminde ifade edilir.

5.3.5. Alfa kesim bulanık \tilde{S} kontrol kartı

α kesim bulanık \tilde{S} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_S^{\alpha} &= B_4 \bar{S}^{\alpha} = B_4 (\bar{S}_a^{\alpha}, \bar{S}_b^{\alpha}, \bar{S}_c^{\alpha}) \\ \text{MÇ}_S^{\alpha} &= \bar{S}^{\alpha} = (\bar{S}_a^{\alpha}, \bar{S}_b^{\alpha}, \bar{S}_c^{\alpha}) \\ \text{AKL}_S^{\alpha} &= B_3 \bar{S}^{\alpha} = B_3 (\bar{S}_a^{\alpha}, \bar{S}_b^{\alpha}, \bar{S}_c^{\alpha}) \end{aligned} \quad (5.40)$$

biçiminde ifade edilir.

5.3.6. Alfa kesim bulanık \tilde{S} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık

α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak elde edilen α kesim bulanık \tilde{S} kontrol kartının kontrol limitleri, α kesim bulanık \tilde{R} kontrol kartına benzer şekilde bulunabilir ve

$$\ddot{U}KL_{mr-S}^{\alpha} = B_4 f_{mr-S}^{\alpha}(\tilde{M}\check{C})$$

$$M\check{C}_{mr-S}^{\alpha} = f_{mr-S}^{\alpha}(\tilde{M}\check{C}) = \frac{\bar{S}_a^{\alpha} + \bar{S}_c^{\alpha}}{2} \quad (5.41)$$

$$AKL_{mr-S}^{\alpha} = B_3 f_{mr-S}^{\alpha}(\tilde{M}\check{C})$$

biçiminde elde edilir.

Bulanık \tilde{S} kontrol kartı için j alt grubunun α seviyesinde bulanık orta aralığı,

$$S_{mr-S,j}^{\alpha} = \frac{(S_{aj} + S_{cj}) + \alpha[(S_{bj} - S_{aj}) - (S_{cj} - S_{bj})]}{2} \quad (5.42)$$

biçimindedir.

“Kontrolde” olma durumu “1”, “kontrol dışında” olma durumu “0” ile gösterilmek üzere her bir alt grup için süreç kontrolünün koşulu,

$$\text{Süreç kontrolü} = \begin{cases} 1, & \ddot{U}KL_{mr-S}^{\alpha} \leq S_{mr-S,j}^{\alpha} \leq AKL_{mr-S}^{\alpha} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (5.43)$$

biçiminde ifade edilir (Şentürk and Erginel, 2009).

6. BULANIK SÜREÇ YETERLİLİK ANALİZİ

İstatistiksel süreç kontrolünde süreç yeterliliğini ölçmek için kullanılan en yaygın yöntemlerden biri olan klasik süreç yeterlilik indeksleri C_p ve C_{pk} ile alt gruplar kesin sayılar olarak değerlendirilir. Fakat bu durum veriler belirsiz olduğunda süreç yeterlilik indekslerinden elde edilen sonuçların hatalı olmasına neden olur. Bu gibi durumlar için ileri sürülen bulanık mantığın süreç yeterlilik indekslerine uygulanması ile elde edilen sonuçlar, sürecin daha esnek bir şekilde değerlendirilmesine olanak tanır (Yang, 2005).

Zadeh (1965) ile bulanık kümeler kavramının başlamasından sonra Viertl (1996) ve Taheri (2003) gibi pek çok kişi, bu kavramı istatistiğe uygulamak için çalışmalar yapmışlardır. Yongting (1996), C_p süreç yeterlilik indeksinin değerini klasik aralık $[-\infty, \infty]$ 'dan farklı olarak 0 ile 1 arasında tanımlamıştır ve bu indeks Sadeghpour-Gildeh (2003) tarafından kullanılmıştır. Lee (2001), C_{pk} süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonunu elde etmek için bulanık sayıların standart sapmasını tanımlamıştır. Hong (2004), Lee (2001)'nin çalışmasının hatalı olduğunu göstermiştir. Parchami et al. (2005) bulanık sayıları spesifikasyon limitlerine uygulayarak bulanık \tilde{C}_p , \tilde{C}_{pk} , \tilde{C}_{pm} , \tilde{C}_{pmk} ve $\tilde{C}_p(u, v)$ indekslerini elde etmişlerdir. Parchami and Mashinchi (2007), Buckley yaklaşımını C_p ve C_{pk} indekslerine uygulayarak bu indekslerin bulanık tahminlerini elde etmişlerdir. Chen et al. (2008) bulanık sayıların C_{pm} süreç yeterlilik indeksine uygulanmasını göstermişlerdir. Parchami et al. (2008), bulanık C_p indeksi için bulanık güven aralığını, Ali et al. (2008) normal ve üstel dağılım ile farklı büyüklükteki alt gruplar için C_{pk} indeksini göstermişlerdir. Kaya and Kahraman (2008a), yamuksal ve üçgensel bulanık sayılar kullanarak elde ettikleri süreç yeterlilik indekslerini bulanık sıralama yöntemleri ile karşılaştırmışlardır. Kaya and Kahraman (2008b), bulanık normal dağılım kullanarak süreç yeterlilik analizini göstermişlerdir. Parchami et al. (2009), bulanık \tilde{C}_p indeksinin yeterliliğinin test edilmesi üzerine çalışmışlardır. Kahraman ve Kaya (2009a), bulanık süreç doğruluk indeksini göstermişlerdir. Kahraman and Kaya (2009b), Buckley yaklaşımını yeniden düzenleyerek bulanık süreç yeterlilik

indekslerine uygulamışlardır. Kaya and Kahraman (2009c), bulanık süreç yeterlilik indekslerini altı sigma yaklaşımında değerlendirmişlerdir.

6.1. Bulanık Süreç Yeterlilik İndeksleri

Süreç yeterlilik indekslerinin bulanık tahminlerini elde etmek için bulanık spesifikasyon limitleri ve Buckley yaklaşımı olmak üzere başlıca iki yöntem kullanılmıştır.

6.1.1. Bulanık spesifikasyon limitleri

Parchami et al. (2005)'e göre yaklaşık olarak normal dağılım gösteren ve spesifikasyon limitleri bulanık olan sürece "bulanık süreç" adı verilir. Bulanık sürece ilişkin X kalite karakteristiğinin ortalaması ve standart sapması sırasıyla μ_x ve σ_x biçiminde kesin sayılarla ifade edilir. Üst ve alt spesifikasyon limitleri sırasıyla $\tilde{U}SL = (u_1, u_2, u_3)$ ve $\tilde{A}SL = (l_1, l_2, l_3)$, $u_1 \geq l_3$ biçiminde üçgensel bulanık sayılarla gösterilen bir bulanık süreç varsayalım.

Bulanık süreç spesifikasyon limitleri arasındaki genişlik, $\tilde{\omega}$ olarak ifade edilen üçgensel bulanık sayıdır ve

$$\tilde{\omega} = (u_1, u_2, u_3) - (l_1, l_2, l_3) \quad (6.1)$$

biçimindedir (Parchami et al., 2005).

6.1.1.1. Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksi

Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksi,

$$\tilde{C}_p = \tilde{\omega} / (6\sigma_x) \quad (6.2)$$

biçimindedir

Eşitlik (6.1) ve Eşitlik (6.2)'den

$$\tilde{C}_p = \left(\frac{u_1 - l_3}{6\sigma_x}, \frac{u_2 - l_2}{6\sigma_x}, \frac{u_3 - l_1}{6\sigma_x} \right) \quad (6.3)$$

üçgensel bulanık sayısı elde edilir (Parchami et al., 2005).

Benzer şekilde diğer bulanık süreç yeterlilik indeksleri de hesaplanabilir.

6.1.1.2. Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksi

Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksi,

$$\tilde{C}_{pk} = \left(\frac{u_1 - l_3 - 2|\mu_x - m|}{6\sigma_x}, \frac{u_2 - l_2 - 2|\mu_x - m|}{6\sigma_x}, \frac{u_3 - l_1 - 2|\mu_x - m|}{6\sigma_x} \right) \quad (6.4)$$

biçiminde ifade edilen üçgensel bulanık sayıdır (Parchami et al., 2005). Eşitlik (6.4)'deki $m = (u_2 + l_2)/2$ 'dir.

6.1.1.3. Bulanık \tilde{C}_{pm} süreç yeterlilik indeksi

Bulanık \tilde{C}_{pm} süreç yeterlilik indeksi,

$$\tilde{C}_{pm} = \left(\frac{u_1 - l_3}{6\sqrt{\sigma_x^2 + (\mu_x - h)^2}}, \frac{u_2 - l_2}{6\sqrt{\sigma_x^2 + (\mu_x - h)^2}}, \frac{u_3 - l_1}{6\sqrt{\sigma_x^2 + (\mu_x - h)^2}} \right) \quad (6.5)$$

biçiminde ifade edilen üçgensel bulanık sayıdır (Parchami et al., 2005). Eşitlik (6.5)'deki h ; süreç ortalamasına ilişkin hedef değerdir.

6.1.1.4. Bulanık \tilde{C}_{pmk} süreç yeterlilik indeksi

Bulanık \tilde{C}_{pmk} süreç yeterlilik indeksi,

$$\tilde{C}_{pmk} = \left(\frac{u_1 - l_3 - 2|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}}, \frac{u_2 - l_2 - 2|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}}, \frac{u_3 - l_1 - 2|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} \right) \quad (6.6)$$

biçiminde ifade edilen üçgensel bulanık sayıdır (Parchami et al., 2005).

6.1.1.5. Bulanık üstyapı $\tilde{C}_p(u, v)$ süreç yeterlilik indeksi

Bulanık üstyapı $\tilde{C}_p(u, v)$ süreç yeterlilik indeksi,

$$\tilde{C}_p(u, v) = \left(\frac{u_1 - l_3 - 2u|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + v(\mu_X - h)^2}}, \frac{u_2 - l_2 - 2u|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + v(\mu_X - h)^2}}, \frac{u_3 - l_1 - 2u|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + v(\mu_X - h)^2}} \right), u, v \geq 0 \quad (6.7)$$

biçiminde ifade edilen üçgensel bulanık sayıdır (Parchami et al., 2005).

Eşitlik (6.3) ile Eşitlik (6.6) arasında verilen dört bulanık süreç yeterlilik indeksi, $\tilde{C}_p(u, v)$ indeksinin özel durumları olup,

$$\tilde{C}_p = \tilde{C}_p(0, 0)$$

$$\tilde{C}_{pk} = \tilde{C}_p(1, 0)$$

$$\tilde{C}_{pm} = \tilde{C}_p(0, 1)$$

$$\tilde{C}_{pmk} = \tilde{C}_p(1, 1)$$

biçiminde ifade edilir (Parchami et al., 2005).

Bulanık süreç spesifikasyon limitleri $\tilde{U}\tilde{S}L = (u_1, u_2, u_3)$ ve $\tilde{A}\tilde{S}L = (l_1, l_2, l_3)$ kesin sayılar ise örneğin $u_1 = u_2 = u_3$ ve $l_1 = l_2 = l_3$, o zaman tüm verilen bulanık süreç yeterlilik indeksleri kesin sayılardır ve klasik süreç yeterlilik indeksleri ile örtüşebilir. Bu durumda üçüncü bölümde Eşitlik (3.1), (3.3), (3.9) ve (3.10) ile verilen süreç yeterlilik indeksleri,

$$\begin{aligned} C_p &= \tilde{C}_p = (C_p, C_p, C_p) \\ C_{pk} &= \tilde{C}_{pk} = (C_{pk}, C_{pk}, C_{pk}) \\ C_{pm} &= \tilde{C}_{pm} = (C_{pm}, C_{pm}, C_{pm}) \\ C_{pmk} &= \tilde{C}_{pmk} = (C_{pmk}, C_{pmk}, C_{pmk}) \end{aligned} \quad (6.9)$$

biçimindeki bulanık süreç yeterlilik indeksleri ile ifade edilebilir (Parchami et al., 2005).

6.1.1.6. Bulanık süreç yeterlilik indeksleri arasındaki ilişkiler

Teorem 1. Bulanık bir süreçte $u_1 \geq l_3$ olmak üzere Eşitlik (6.3) ile Eşitlik (6.6) arasında verilen bulanık süreç yeterlilik indeksleri arasındaki ilişkiler,

$$\tilde{C}_{pk}(x) = \tilde{C}_p(x + |\mu_x - m|/3\sigma_x) \quad (6.10)$$

$$\tilde{C}_{pm}(x) = \tilde{C}_p\left(x\sqrt{1 + (\mu_x - h)^2/\sigma_x^2}\right) \quad (6.11)$$

$$\tilde{C}_{pmk}(x) = \tilde{C}_{pk}\left(x\sqrt{1 + (\mu_x - h)^2/\sigma_x^2}\right) \quad (6.12)$$

biçimindedir (Parchami et al., 2005).

İspat 1. $k = |\mu_x - m|/3\sigma_x$ olmak üzere üçgensel üyelik fonksiyonundan yararlanılarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilir.

$$\tilde{C}_p(x+k) = \begin{cases} \frac{l_3 - u_1 + 6\sigma_X(x+k)}{u_2 + l_3 - l_2 - u_1}, & (u_1 - l_3)/6\sigma_X \leq x+k < (u_2 - l_2)/6\sigma_X \text{ ise} \\ \frac{u_3 - l_1 - 6\sigma_X(x+k)}{u_3 + l_2 - l_1 - u_2}, & (u_2 - l_2)/6\sigma_X \leq x+k < (u_3 - l_1)/6\sigma_X \text{ ise} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (6.13)$$

$$\tilde{C}_{pk}(x) = \begin{cases} \frac{l_3 - u_1 + 6\sigma_X(x+k)}{u_2 + l_3 - l_2 - u_1}, & (u_1 - l_3)/6\sigma_X - k \leq x < (u_2 - l_2)/6\sigma_X - k \text{ ise} \\ \frac{u_3 - l_1 - 6\sigma_X(x+k)}{u_3 + l_2 - l_1 - u_2}, & (u_2 - l_2)/6\sigma_X - k \leq x < (u_3 - l_1)/6\sigma_X - k \text{ ise} \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases} \quad (6.14)$$

Böylece Eşitlik (6.10) ispatlanır. Benzer şekilde, Eşitlik (6.11) ve Eşitlik (6.12) de ispatlanabilir (Parchami et al., 2005).

Teorem 2. $\alpha \in [0,1]$ olmak üzere \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayıları eşitse ($\tilde{A} = \tilde{B}$) bu sayıların α kesimleri de birbirine eşittir ($\tilde{A}_\alpha = \tilde{B}_\alpha$).

Teorem 3. Bulanık bir süreçte $u_1 \geq l_3$ ve $\tilde{C}_p, \tilde{C}_{pk}, \tilde{C}_{pm}$ ve \tilde{C}_{pmk} , sırasıyla Eşitlik (6.3), (6.4), (6.5) ve (6.6) ile verilen bulanık süreç yeterlilik indeksleri arasında $\tilde{C}_p \tilde{C}_{pmk} = \tilde{C}_{pm} \tilde{C}_{pk}$ ilişkisi vardır (Parchami et al., 2005).

İspat 3. $\tilde{C}_p, \tilde{C}_{pk}, \tilde{C}_{pm}, \tilde{C}_{pmk}$ süreç yeterlilik indekslerinin α kesimleri üçgensel bulanık sayıların güven aralıklarından yararlanılarak sırasıyla,

$$(\tilde{C}_p)_\alpha = \left[\frac{u_1 - l_3}{6\sigma_X} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_1 + l_3}{6\sigma_X}, \frac{u_3 - l_1}{6\sigma_X} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_3 + l_1}{6\sigma_X} \right] \quad (6.15)$$

$$(\tilde{C}_{pk})_\alpha = \left[\frac{u_1 - l_3 - 2|\mu_X - m|}{6\sigma_X} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_1 + l_3}{6\sigma_X}, \frac{u_3 - l_1 - 2|\mu_X - m|}{6\sigma_X} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_3 + l_1}{6\sigma_X} \right] \quad (6.16)$$

$$(\tilde{C}_{pm})_\alpha = \left[\frac{u_1 - l_3}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_1 + l_3}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}}, \frac{u_3 - l_1}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_3 + l_1}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} \right] \quad (6.17)$$

$$(\tilde{C}_{pmk})_\alpha = \left[\frac{u_1 - l_3 - 2|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_1 + l_3}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}}, \frac{u_3 - l_1 - 2|\mu_X - m|}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \alpha \frac{u_2 - l_2 - u_3 + l_1}{6\sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} \right] \quad (6.18)$$

biçiminde elde edilir. Bulanık sayıların çarpma işleminden yararlanarak, her $\alpha \in [0,1]$ için,

$$\begin{aligned} (\tilde{C}_p)_\alpha \cdot (\tilde{C}_{pmk})_\alpha &= \left[\frac{(u_1 - l_3)(u_1 - l_3 - 2|\mu_X - m|)}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \frac{\alpha(u_1 - l_3)(u_2 - l_2 - u_1 + l_3)}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} \right. \\ &\quad + \frac{\alpha(u_2 - l_2 - u_1 + l_3)(u_1 - l_3 - 2|\mu_X - m|)}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \frac{\alpha^2(u_2 - l_2 - u_1 + l_3)^2}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}}, \\ &\quad \left. \frac{(u_3 - l_1)(u_3 - l_1 - 2|\mu_X - m|)}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \frac{\alpha(u_3 - l_1)(u_2 - l_2 - u_3 + l_1)}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha(u_2 - l_2 - u_3 + l_1)(u_3 - l_1 - 2|\mu_X - m|)}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} + \frac{\alpha^2(u_2 - l_2 - u_3 + l_1)^2}{36\sigma_X \sqrt{\sigma_X^2 + (\mu_X - h)^2}} \right] \quad (6.19) \\ &= (\tilde{C}_{pm})_\alpha \cdot (\tilde{C}_{pk})_\alpha \end{aligned}$$

elde edilebilir ve $(\tilde{C}_p \tilde{C}_{pmk})_\alpha = (\tilde{C}_p)_\alpha \cdot (\tilde{C}_{pmk})_\alpha = (\tilde{C}_{pm})_\alpha \cdot (\tilde{C}_{pk})_\alpha = (\tilde{C}_{pm} \tilde{C}_{pk})_\alpha$ biçiminde yazılabilir.

Sonuç olarak, Teorem 2'den yararlanılarak $\tilde{C}_p \tilde{C}_{pmk} = \tilde{C}_{pm} \tilde{C}_{pk}$ elde edilir (Parchami et al., 2005).

Süreç ortalaması μ_X bilinmediğinde yerine tahmin edicisi olan \bar{X} ve süreç standart sapması σ_X bilinmediğinde ise yerine yine Ek 1'de verildiği gibi ya alt grup standart sapması S_i 'ye ($i=1,2,\dots,k$) ya da alt grup dağılım aralığı R_i 'ye ($i=1,2,\dots,k$) dayalı tahmin edicileri kullanılır. Ancak bulanık süreç yeterlilik

indekslerinde σ_x 'nin tahmin edicisi olarak genellikle alt grup standart sapması S_i ($i = 1, 2, \dots, k$) tercih edilir.

6.1.2. Buckley yaklaşımı

Herhangi bir süreç yeterlilik indeksi için nokta tahmini bulunabilir, ancak yeterlilik indekslerinin gerçek değerleri hakkında çıkarım yapabilmek için alt grup değişkenliğine bağlı belirsizliği tam olarak açıklamak önemlidir. Bu nedenle süreç yeterlilik indekslerinin bulanık tahminlerini elde ederken rasgele hatalara karşı önlem almak için güven aralıklarının kullanılması önerilir (Parchami and Mashinchi, 2007).

Bu yaklaşımda, olasılık yoğunluk fonksiyonundaki parametrelerin tahmini için üçgensel bulanık sayılar kullanılır ve bu bulanık sayılar güven aralıkları kümesinden elde edilir. θ parametrelili X rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonunun $f(x; \theta)$ olduğu varsayalım. Buckley yöntemi kolay bir şekilde θ 'nın parametre vektörü olduğu duruma genelleştirilebilir. θ 'nın bilinmediği ve X_1, \dots, X_n rastgele örneklemeden tahmin edildiği ve θ 'yı tahmin etmek için $Y = u(X_1, \dots, X_n)$ istatistiğinin kullanıldığı varsayalım. Bu rastlantı değişkenlerin değerleri $X_i = x_i, 1 \leq i \leq n$ biçiminde verildiğinde, θ için $\hat{\theta} = y = u(x_1, \dots, x_n)$ nokta tahmini elde edilir. Bu nokta tahmini tam olarak θ 'ya eşit olamayacağından, genellikle θ için $(1 - \beta)100\%$ güven aralığı hesaplanır. Çalışmada, bulanık sayıların alfa kesimlerini belirtirken α kullanıldığından güven aralıklarında kullanılan α yerine β kullanılır. Bu güven aralığında β genellikle 0.10 , 0.05 ya da 0.01 olarak alınır (Buckley, 2005a).

θ için $(1 - \beta)100\%$ güven aralığı,

$$[\theta_1(\beta), \theta_2(\beta)], 0 < \beta < 1 \quad (6.20)$$

biçimindedir. Bu güven aralığına θ için 0% güven aralığı olan $\theta_1 = [\hat{\theta}, \hat{\theta}]$ aralığı eklendiğinde $0 \leq \beta \leq 1$ için θ 'nin $(1-\beta)100\%$ güven aralıkları elde edilir. Bir bulanık sayının en küçük α kesmesine ilişkin güven aralığı genişliği en büyüktür. Bu bulanık sayının α kesmelerindeki güven aralıklarının üst üste yerleştirildiği düşünülerek θ üçgensel bulanık sayısının α kesimleri,

$$\theta_\alpha = [\theta_1(\alpha), \theta_2(\alpha)], 0 < \alpha < 1 \quad (6.21)$$

biçiminde elde edilir (Buckley, 2005b; Parchami and Mashinchi, 2007).

6.1.2.1. C_p 'nin bulanık tahmini

X_1, X_2, \dots, X_n bağımsız ve $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımı gösteriyorsa ortalamadan sapmaların kareleri toplamının χ^2 dağılımı gösterdiği bilinmektedir. Böylece S^2 ,

$$\sigma^2 \times \frac{\chi_{n-1}^2}{(n-1)} \quad (6.22)$$

biçiminde dağılır. Ayrıca σ^2 'nin güven aralığının,

$$P \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \right] = 1 - \alpha \quad (6.23)$$

olduğu da bilinmektedir.

C_p 'yi tahmin etmek için $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımından X_1, X_2, \dots, X_n rastgele örnekleme alınır. Bu durumda σ^2 için $(1-\beta)100\%$ güven aralığı,

$$[\sigma_1^2(\beta), \sigma_2^2(\beta)] = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\beta}{2}}^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, \frac{\beta}{2}}^2} \right] \quad (6.24)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik (6.24)'deki S; σ 'nın tahmin edicisi ve $(n-1)$; ki-kare dağılımının serbestlik derecesidir.

Buckley yaklaşımına göre S^2 'nin α kesimi,

$$(S^2)_\alpha = \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \right], \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.25)$$

biçimindedir (Parchami and Mashinchi, 2007).

Teorem 4.

$b \in (S^2)_\alpha$; $\alpha \in (0,1)$ olmak üzere

$$C_p(b) = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6\sqrt{b}} \quad (6.26)$$

biçiminde tanımlanırsa C_p indeksinin α kesimi,

$$(C_p)_\alpha = \left[\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}}, \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} \right], \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.27)$$

biçiminde ifade edilir (Parchami and Mashinchi, 2007). Eşitlik (6.27)'deki

$$\hat{C}_p = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6S}, \text{dir.}$$

Bazı durumlarda, Eşitlik (6.27)'den üçgensel üyelik fonksiyonu elde edilemediği için bu eşitlik tekrar düzenlenmiştir. Bu düzenlemenin amacı, $\alpha = 1$ durumunda fonksiyonun üyelik değerinin kesin durumda elde edilen değere eşit olmasını sağlamaktır. Bunu gerçekleştirmek için Eşitlik (6.27)'in her iki tarafına \hat{C}_p ve $(\hat{C}_p)_{\alpha=1,0}$ arasındaki fark eklenir ve

$$(C_p)_\alpha = \left[\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} + \left(\hat{C}_p - \left(\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 0.5}^2}{n-1}} \right) \right), \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} + \left(\hat{C}_p - \left(\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 0.5}^2}{n-1}} \right) \right) \right] \quad (6.28)$$

eşitliği elde edilir (Kahraman and Kaya, 2009b).

6.1.2.2. C_{pk} 'nin bulanık tahmini

σ^2 'nin bulanık tahmini üçgensel bulanık sayı S^2 olduğu varsayılarak S^2 'nin α kesimi Eşitlik (6.25)'de verilmişti. μ 'nün bulanık tahmininin de üçgensel bulanık sayı \bar{X} olduğu varsayılırsa \bar{X} 'nin α kesimi,

$$(\bar{X}_\alpha) = \left[\bar{X} - t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}} \right], \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.29)$$

biçimindedir (Parchami and Mashinchi, 2007). Eşitlik (6.29)'da t_{n-1} ; $(n-1)$ serbestlik dereceli t dağılımıdır.

Teorem 5.

$a \in (\bar{X})_\alpha$ ve $b \in (S^2)_\alpha$; $\alpha \in (0,1)$ olmak üzere,

$$C_{pk}(a, b) = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|a - M|}{6\sqrt{b}} \quad (6.30)$$

biçimindedir. Eşitlik (6.30)'da $M = \frac{\text{ÜSL} + \text{ASL}}{2}$ 'dir.

C_{pk} 'nın α kesimi de,

$$(C_{pk})_{\alpha} = \left[\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| - 2 \times t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}}}, \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| + 2 \times t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}}} \right] \quad (6.31)$$

biçiminde ifade edilir (Parchami and Mashinchi, 2007).

Bazı durumlarda, Eşitlik (6.31)'den üçgensel üyelik fonksiyonu elde edilememektedir. Bu nedenle bu eşitlik tekrar düzenlendiğinde,

$$(C_{pk})_{\alpha} = \left[\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| - 2 \times t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}}} + \left(\hat{C}_{pk} - \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| - 2 \times t_{n-1, 0.5} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 0.5}}}} \right) \right], \quad (6.32)$$

$$\left[\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| + 2 \times t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}}} + \left(\hat{C}_{pk} - \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| - 2 \times t_{n-1, 0.5} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 0.5}}}} \right) \right]$$

eşitliği elde edilir (Kahraman and Kaya, 2009b).

7. UYGULAMA

Süreç yeterliliğinde ilk adım kontrol kartları ile sürecin istatistiksel olarak kontrolde olup olmadığını incelemektir. Uygulamada öncelikle ölçülebilen kalite karakteristiği için bulanık kontrol kartları kullanılarak süreçte üretilen ürünlerin istatistiksel kontrolü yapılmış daha sonra bulanık spesifikasyon limitleri ve Buckley yaklaşımı kullanılarak elde edilen bulanık \tilde{C}_p ve \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksleri ile sürecin yeterliliği değerlendirilmiştir.

Uygulama için Minitab 14 programında, üretim sürecinde kullanılmak üzere ortalaması 90, standart sapması 0.4 olan normal dağılımdan alt grup sayısı $k = 25$ ve alt grup büyüklüğü $n = 5$ olan 125 adet veri türetilmiştir. Normal dağılımdan türetilen veriler Çizelge 7.1'de verilmiştir.

Çizelge 7.1. Normal dağılımdan türetilen veriler

Alt grup	Alt grup büyüklüğü				
Numarası	1	2	3	4	5
1	89.75	90.21	90.30	89.57	89.50
2	90.03	89.45	90.15	90.24	90.17
3	90.17	90.02	89.99	90.72	89.59
4	89.78	90.13	90.06	89.14	90.76
5	89.45	89.94	88.98	89.71	89.42
6	90.75	89.51	90.45	89.96	90.29
7	89.87	89.90	90.14	89.56	89.80
8	90.44	89.63	89.80	90.19	90.07
9	90.11	89.81	90.14	89.63	89.41
10	90.20	89.80	89.59	89.84	89.76
11	89.95	90.24	89.58	90.73	89.80
12	90.04	89.87	90.51	90.37	89.81

Çizelge 7.1. Normal dağılımdan türetilen veriler (Devam)

13	90.07	90.36	90.13	89.72	90.02
14	90.45	89.52	89.54	90.47	90.39
15	90.00	89.89	90.27	90.63	90.44
16	89.75	90.33	90.42	90.14	90.14
17	89.66	90.07	89.76	89.70	89.65
18	90.48	90.21	90.57	89.39	90.01
19	90.07	90.07	89.18	89.89	89.83
20	89.52	90.14	90.08	90.01	90.68
21	90.47	89.61	90.11	90.54	90.54
22	90.21	89.85	89.91	89.98	89.37
23	89.55	89.78	89.41	89.32	90.23
24	89.67	90.76	89.46	89.68	89.55
25	90.58	90.36	90.09	90.14	90.16

Her bir alt grup için oluşturulan üçgensel bulanık sayılar Çizelge 7.2’de verilmiştir.

Çizelge 7.2. Her bir alt grup için oluşturulan üçgensel bulanık sayılar

Alt grup	Alt grup büyüklüğü				
Numarası	1	2	3	4	5
1	[89.73,89.75,89.78]	[90.14,90.21,90.26]	[90.28,90.30,90.32]	[89.52,89.57,89.60]	[89.48,89.50,89.53]
2	[90.01,90.03,90.05]	[89.40,89.45,89.48]	[90.11,90.15,90.19]	[90.20,90.24,90.26]	[90.10,90.17,90.18]
3	[90.13,90.17,90.20]	[89.97,90.02,90.04]	[89.95,89.99,90.03]	[90.68,90.72,90.74]	[89.53,89.59,89.63]
4	[89.72,89.78,89.81]	[90.11,90.13,90.17]	[90.04,90.06,90.08]	[89.11,89.14,89.17]	[90.71,90.76,90.80]
5	[89.41,89.45,89.48]	[89.90,89.94,89.98]	[88.94,88.98,89.03]	[89.65,89.71,89.75]	[89.40,89.42,89.46]
6	[90.71,90.75,90.80]	[89.49,89.51,89.54]	[90.40,90.45,90.48]	[89.96,89.98,90.03]	[90.25,90.29,90.31]
7	[89.80,89.87,89.93]	[89.86,89.90,89.94]	[90.10,90.14,90.19]	[89.51,89.56,89.60]	[89.75,89.80,89.83]
8	[90.40,90.44,90.49]	[89.60,89.63,89.67]	[89.71,89.80,89.85]	[90.15,90.19,90.23]	[90.04,90.07,90.10]
9	[90.07,90.11,90.14]	[89.77,89.81,89.82]	[90.10,90.14,90.16]	[89.58,89.63,89.67]	[89.35,89.41,89.44]
10	[90.15,90.20,90.23]	[89.76,89.80,89.82]	[89.54,89.59,89.60]	[89.80,89.84,89.87]	[89.71,89.76,89.78]

Çizelge 7.2. Her bir alt grup için oluşturulan üçgensel bulanık sayılar (Devam)

11	[89.90,89.95,89.98]	[90.20,90.24,90.26]	[89.51,89.58,89.60]	[90.69,90.73,90.77]	[89.75,89.80,89.83]
12	[90.02,90.04,90.09]	[89.83,89.87,89.89]	[90.47,90.51,90.53]	[90.35,90.37,90.40]	[89.79,89.81,89.83]
13	[90.03,90.07,90.10]	[90.30,90.36,90.39]	[90.09,90.13,90.15]	[89.73,89.78,89.82]	[89.98,90.02,90.03]
14	[90.41,90.45,90.47]	[89.49,89.52,89.55]	[89.52,89.54,89.56]	[90.41,90.47,90.51]	[90.37,90.39,90.42]
15	[89.96,90.00,90.03]	[89.85,89.89,89.91]	[90.21,90.27,90.32]	[90.60,90.63,90.66]	[90.40,90.44,90.47]
16	[89.71,89.75,89.77]	[90.29,90.33,90.35]	[90.37,90.42,90.47]	[90.10,90.14,90.17]	[90.10,90.14,90.18]
17	[89.62,89.66,89.70]	[90.03,90.07,90.09]	[89.72,89.76,89.80]	[89.65,89.70,89.72]	[89.63,89.65,89.69]
18	[90.43,90.48,90.52]	[90.17,90.21,90.25]	[90.53,90.57,90.59]	[89.35,89.39,89.43]	[89.97,90.01,90.05]
19	[90.03,90.07,90.09]	[90.03,90.07,90.09]	[89.14,89.18,89.20]	[89.84,89.89,89.91]	[89.78,89.83,89.85]
20	[89.48,89.52,89.54]	[90.09,90.14,90.18]	[90.05,90.08,90.11]	[89.97,90.01,90.06]	[90.64,90.68,90.73]
21	[90.45,90.47,90.51]	[89.56,89.61,89.63]	[90.05,90.11,90.13]	[90.50,90.54,90.58]	[90.50,90.54,90.57]
22	[90.18,90.21,90.25]	[89.81,89.85,89.89]	[89.87,89.91,89.93]	[89.93,89.98,90.02]	[89.33,89.37,89.40]
23	[89.52,89.55,89.60]	[89.74,89.78,89.80]	[89.37,89.41,89.45]	[89.27,89.32,89.34]	[90.19,90.23,90.25]
24	[89.61,89.67,89.73]	[90.71,90.76,90.82]	[89.43,89.46,89.49]	[89.60,89.68,89.73]	[89.53,89.55,89.58]
25	[90.55,90.58,90.62]	[90.30,90.36,90.40]	[90.07,90.09,90.13]	[90.09,90.14,90.19]	[90.10,90.16,90.21]

7.1. Bulanık $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ ve $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Kontrol Kartları

Alt grup büyüklüğü $n = 5 < 10$ olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrolde olup olmadığını belirlemek için bulanık $\tilde{\bar{X}} - R$ kontrol kartı tercih edilmiştir. Bulanık $\tilde{\bar{X}} - R$ kontrol kartının merkez çizgi ve kontrol limitlerini elde etmek için;

$$\bar{\bar{X}}_a = 89.94$$

$$\bar{\bar{X}}_b = 89.98$$

$$\bar{\bar{X}}_c = 90.02$$

$$R_{a_1} = X_{\max,a_1} - X_{\min,c_1} = 90.28 - 89.53 = 0.75$$

$$R_{a_2} = X_{\max,a_2} - X_{\min,c_2} = 90.20 - 89.48 = 0.72$$

$$R_{a_3} = X_{\max,a_3} - X_{\min,c_3} = 90.68 - 89.63 = 1.05$$

$$R_{a_4} = X_{\max,a_4} - X_{\min,c_4} = 90.71 - 89.17 = 1.54$$

$$R_{a_5} = X_{\max,a_5} - X_{\min,c_5} = 89.90 - 89.03 = 0.87$$

$$R_{a_6} = X_{\max,a_6} - X_{\min,c_6} = 90.71 - 89.54 = 1.17$$

$$R_{a_7} = X_{\max,a_7} - X_{\min,c_7} = 90.10 - 89.60 = 0.50$$

$$R_{a_8} = X_{\max,a_8} - X_{\min,c_8} = 90.40 - 89.67 = 0.73$$

$$R_{a_9} = X_{\max,a_9} - X_{\min,c_9} = 90.10 - 89.44 = 0.66$$

$$R_{a_{10}} = X_{\max,a_{10}} - X_{\min,c_{10}} = 90.15 - 89.60 = 0.55$$

$$R_{a_{11}} = X_{\max,a_{11}} - X_{\min,c_{11}} = 90.69 - 89.60 = 1.09$$

$$R_{a_{12}} = X_{\max,a_{12}} - X_{\min,c_{12}} = 90.47 - 89.83 = 0.64$$

$$R_{a_{13}} = X_{\max,a_{13}} - X_{\min,c_{13}} = 90.30 - 89.82 = 0.48$$

$$R_{a_{14}} = X_{\max,a_{14}} - X_{\min,c_{14}} = 90.41 - 89.55 = 0.86$$

$$R_{a_{15}} = X_{\max,a_{15}} - X_{\min,c_{15}} = 90.60 - 89.91 = 0.69$$

$$R_{a_{16}} = X_{\max,a_{16}} - X_{\min,c_{16}} = 90.37 - 89.77 = 0.60$$

$$R_{a_{17}} = X_{\max,a_{17}} - X_{\min,c_{17}} = 90.03 - 89.69 = 0.34$$

$$R_{a_{18}} = X_{\max,a_{18}} - X_{\min,c_{18}} = 90.53 - 89.43 = 1.10$$

$$R_{a_{19}} = X_{\max,a_{19}} - X_{\min,c_{19}} = 90.03 - 89.20 = 0.83$$

$$R_{a_{20}} = X_{\max,a_{20}} - X_{\min,c_{20}} = 90.64 - 89.54 = 1.10$$

$$R_{a_{21}} = X_{\max,a_{21}} - X_{\min,c_{21}} = 90.50 - 89.63 = 0.87$$

$$R_{a_{22}} = X_{\max,a_{22}} - X_{\min,c_{22}} = 90.18 - 89.40 = 0.78$$

$$R_{a_{23}} = X_{\max,a_{23}} - X_{\min,c_{23}} = 90.19 - 89.34 = 0.85$$

$$R_{a_{24}} = X_{\max,a_{24}} - X_{\min,c_{24}} = 90.71 - 89.49 = 1.22$$

$$R_{a_{25}} = X_{\max,a_{25}} - X_{\min,c_{25}} = 90.55 - 90.13 = 0.42$$

$$\bar{R}_a = \frac{\sum R_{aj}}{m} = \frac{20.41}{25} = 0.8164 \cong 0.82$$

$$R_{b_1} = X_{\max,b_1} - X_{\min,b_1} = 90.30 - 89.50 = 0.80$$

$$R_{b_2} = X_{\max, b_2} - X_{\min, b_2} = 90.24 - 89.45 = 0.79$$

$$R_{b_3} = X_{\max, b_3} - X_{\min, b_3} = 90.72 - 89.59 = 1.13$$

$$R_{b_4} = X_{\max, b_4} - X_{\min, b_4} = 90.76 - 89.14 = 1.62$$

$$R_{b_5} = X_{\max, b_5} - X_{\min, b_5} = 89.94 - 88.98 = 0.96$$

$$R_{b_6} = X_{\max, b_6} - X_{\min, b_6} = 90.75 - 89.51 = 1.24$$

$$R_{b_7} = X_{\max, b_7} - X_{\min, b_7} = 90.14 - 89.56 = 0.58$$

$$R_{b_8} = X_{\max, b_8} - X_{\min, b_8} = 90.44 - 89.63 = 0.81$$

$$R_{b_9} = X_{\max, b_9} - X_{\min, b_9} = 90.14 - 89.41 = 0.73$$

$$R_{b_{10}} = X_{\max, b_{10}} - X_{\min, b_{10}} = 90.20 - 89.59 = 0.61$$

$$R_{b_{11}} = X_{\max, b_{11}} - X_{\min, b_{11}} = 90.73 - 89.58 = 1.15$$

$$R_{b_{12}} = X_{\max, b_{12}} - X_{\min, b_{12}} = 90.51 - 89.81 = 0.70$$

$$R_{b_{13}} = X_{\max, b_{13}} - X_{\min, b_{13}} = 90.36 - 89.78 = 0.58$$

$$R_{b_{14}} = X_{\max, b_{14}} - X_{\min, b_{14}} = 90.47 - 89.52 = 0.95$$

$$R_{b_{15}} = X_{\max, b_{15}} - X_{\min, b_{15}} = 90.63 - 89.89 = 0.74$$

$$R_{b_{16}} = X_{\max, b_{16}} - X_{\min, b_{16}} = 90.42 - 89.75 = 0.67$$

$$R_{b_{17}} = X_{\max, b_{17}} - X_{\min, b_{17}} = 90.07 - 89.65 = 0.42$$

$$R_{b_{18}} = X_{\max, b_{18}} - X_{\min, b_{18}} = 90.57 - 89.39 = 1.18$$

$$R_{b_{19}} = X_{\max, b_{19}} - X_{\min, b_{19}} = 90.07 - 89.18 = 0.89$$

$$R_{b_{20}} = X_{\max, b_{20}} - X_{\min, b_{20}} = 90.68 - 89.52 = 1.16$$

$$R_{b_{21}} = X_{\max, b_{21}} - X_{\min, b_{21}} = 90.54 - 89.61 = 0.93$$

$$R_{b_{22}} = X_{\max, b_{22}} - X_{\min, b_{22}} = 90.21 - 89.37 = 0.84$$

$$R_{b_{23}} = X_{\max, b_{23}} - X_{\min, b_{23}} = 90.23 - 89.32 = 0.91$$

$$R_{b_{24}} = X_{\max, b_{24}} - X_{\min, b_{24}} = 90.76 - 89.46 = 1.30$$

$$R_{b_{25}} = X_{\max, b_{25}} - X_{\min, b_{25}} = 90.58 - 90.09 = 0.49$$

$$\bar{R}_b = \frac{\sum R_{b_j}}{m} = \frac{22.18}{25} = 0.8872 \cong 0.89$$

$$R_{c_1} = X_{\max,c_1} - X_{\min,a_1} = 90.32 - 89.49 = 0.83$$

$$R_{c_2} = X_{\max,c_2} - X_{\min,a_2} = 90.26 - 89.40 = 0.86$$

$$R_{c_3} = X_{\max,c_3} - X_{\min,a_3} = 90.74 - 89.53 = 1.21$$

$$R_{c_4} = X_{\max,c_4} - X_{\min,a_4} = 90.80 - 89.11 = 1.69$$

$$R_{c_5} = X_{\max,c_5} - X_{\min,a_5} = 89.98 - 88.94 = 1.04$$

$$R_{c_6} = X_{\max,c_6} - X_{\min,a_6} = 90.80 - 89.49 = 1.31$$

$$R_{c_7} = X_{\max,c_7} - X_{\min,a_7} = 90.19 - 89.51 = 0.68$$

$$R_{c_8} = X_{\max,c_8} - X_{\min,a_8} = 90.49 - 89.60 = 0.89$$

$$R_{c_9} = X_{\max,c_9} - X_{\min,a_9} = 90.16 - 89.35 = 0.81$$

$$R_{c_{10}} = X_{\max,c_{10}} - X_{\min,a_{10}} = 90.23 - 89.54 = 0.69$$

$$R_{c_{11}} = X_{\max,c_{11}} - X_{\min,a_{11}} = 90.77 - 89.51 = 1.26$$

$$R_{c_{12}} = X_{\max,c_{12}} - X_{\min,a_{12}} = 90.53 - 89.79 = 0.74$$

$$R_{c_{13}} = X_{\max,c_{13}} - X_{\min,a_{13}} = 90.39 - 89.73 = 0.66$$

$$R_{c_{14}} = X_{\max,c_{14}} - X_{\min,a_{14}} = 90.51 - 89.49 = 1.02$$

$$R_{c_{15}} = X_{\max,c_{15}} - X_{\min,a_{15}} = 90.66 - 89.85 = 0.81$$

$$R_{c_{16}} = X_{\max,c_{16}} - X_{\min,a_{16}} = 90.47 - 89.71 = 0.76$$

$$R_{c_{17}} = X_{\max,c_{17}} - X_{\min,a_{17}} = 90.09 - 89.62 = 0.47$$

$$R_{c_{18}} = X_{\max,c_{18}} - X_{\min,a_{18}} = 90.59 - 89.35 = 1.24$$

$$R_{c_{19}} = X_{\max,c_{19}} - X_{\min,a_{19}} = 90.09 - 89.14 = 0.95$$

$$R_{c_{20}} = X_{\max,c_{20}} - X_{\min,a_{20}} = 90.73 - 89.48 = 1.25$$

$$R_{c_{21}} = X_{\max,c_{21}} - X_{\min,a_{21}} = 90.58 - 89.56 = 1.02$$

$$R_{c_{22}} = X_{\max,c_{22}} - X_{\min,a_{22}} = 90.25 - 89.33 = 0.92$$

$$R_{c_{23}} = X_{\max,c_{23}} - X_{\min,a_{23}} = 90.25 - 89.27 = 0.98$$

$$R_{c_{24}} = X_{\max,c_{24}} - X_{\min,a_{24}} = 90.82 - 89.43 = 1.39$$

$$R_{c_{25}} = X_{\max,c_{25}} - X_{\min,a_{25}} = 90.62 - 90.07 = 0.55$$

$$\bar{R}_c = \frac{\sum R_{cj}}{m} = \frac{24.03}{25} = 0.9612 \cong 0.96$$

biçiminde elde edilmiştir.

7.1.1. Dağılım aralığına dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı

Dağılım aralığına dayalı bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \bar{U}\tilde{K}L_{\tilde{\bar{X}}} &= (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c) + A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = (\bar{U}\tilde{K}L_1, \bar{U}\tilde{K}L_2, \bar{U}\tilde{K}L_3) \\ &= (89.94, 89.98, 90.02) + 0.577(0.82, 0.89, 0.96) = (90.41, 90.49, 90.57) \end{aligned}$$

$$M\tilde{C}_{\tilde{\bar{X}}} = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c) = (M\tilde{C}_1, M\tilde{C}_2, M\tilde{C}_3) = (89.94, 89.98, 90.02)$$

$$\begin{aligned} \bar{A}\tilde{K}L_{\tilde{\bar{X}}} &= (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c) - A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = (\bar{A}\tilde{K}L_1, \bar{A}\tilde{K}L_2, \bar{A}\tilde{K}L_3) \\ &= (89.94, 89.98, 90.02) - 0.577(0.82, 0.89, 0.96) = (89.39, 89.47, 89.55) \end{aligned}$$

biçiminde elde edilir. $A_2 = 0.577$, $n = 5$ için Ek 2'de verilen tablo değeridir.

7.1.2. Dağılım aralığına dayalı alfa kesmesi bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı

Üyelik derecesi 0.5'den büyük olacak şekilde α kesmesi 0.65 alınarak,

$$\bar{X}_a^{0.65} = \bar{X}_a + \alpha(\bar{X}_b - \bar{X}_a) = 89.94 + 0.65(89.98 - 89.94) = 89.97$$

$$\bar{X}_c^{0.65} = \bar{X}_c - \alpha(\bar{X}_c - \bar{X}_b) = 90.02 - 0.65(90.02 - 89.98) = 89.99$$

$$\bar{R}_a^{0.65} = \bar{R}_a + \alpha(\bar{R}_b - \bar{R}_a) = 0.82 + 0.65(0.89 - 0.82) = 0.87$$

$$\bar{R}_c^{0.65} = \bar{R}_c - \alpha(\bar{R}_c - \bar{R}_b) = 0.96 - 0.65(0.96 - 0.89) = 0.91$$

biçiminde elde edilir.

Dağılım aralığına dayalı α kesmesi bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned}\tilde{ÜKL}_{\bar{X}}^{0.65} &= (\bar{\bar{X}}_a^{0.65}, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c^{0.65}) + A_2 (\bar{R}_a^{0.65}, \bar{R}_b, \bar{R}_c^{0.65}) = (\tilde{ÜKL}_1^{0.65}, \tilde{ÜKL}_2, \tilde{ÜKL}_3^{0.65}) \\ &= (89.97, 89.98, 89.99) + 0.577(0.87, 0.89, 0.91) = (90.47, 90.49, 90.52)\end{aligned}$$

$$\tilde{MÇ}_{\bar{X}}^{0.65} = (\bar{\bar{X}}_a^{0.65}, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c^{0.65}) = (MÇ_{\bar{X}}^{0.65}, MÇ_{\bar{X}}^{0.65}, MÇ_{\bar{X}}^{0.65}) = (89.97, 89.98, 89.99)$$

$$\begin{aligned}\tilde{AKL}_{\bar{X}}^{0.65} &= (\bar{\bar{X}}_a^{0.65}, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c^{0.65}) - A_2 (\bar{R}_a^{0.65}, \bar{R}_b, \bar{R}_c^{0.65}) = (\tilde{AKL}_1^{0.65}, \tilde{AKL}_2, \tilde{AKL}_3^{0.65}) \\ &= (89.97, 89.98, 89.99) - 0.577(0.87, 0.89, 0.91) = (89.44, 89.47, 89.49)\end{aligned}$$

biçiminde elde edilir. $A_2 = 0.577$, $n = 5$ için Ek 2'de verilen tablo değeridir.

7.1.3. Dağılım aralığına dayalı alfa kesmesi bulanık $\tilde{\bar{X}}$ kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık

Dağılım aralığına dayalı α kesmesi bulanık \bar{X} kontrol kartı için α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak kontrol limitleri ve merkez çizgi,

$$\tilde{ÜKL}_{mr-\bar{X}}^{0.65} = MÇ_{mr-\bar{X}}^{0.65} + A_2 \left(\frac{\bar{R}_a^{0.65} + \bar{R}_c^{0.65}}{2} \right) = 89.98 + 0.577 \left(\frac{0.87 + 0.91}{2} \right) = 90.49$$

$$\tilde{MÇ}_{mr-\bar{X}}^{0.65} = f_{mr}^{\alpha} (MÇ) = \frac{MÇ_{(\bar{X})l}^{0.65} + MÇ_{(\bar{X})b}^{0.65}}{2} = \frac{89.97 + 89.99}{2} = 89.98$$

$$\tilde{AKL}_{mr-\bar{X}}^{0.65} = MÇ_{mr-\bar{X}}^{0.65} - A_2 \left(\frac{\bar{R}_a^{0.65} + \bar{R}_c^{0.65}}{2} \right) = 89.98 - 0.577 \left(\frac{0.87 + 0.91}{2} \right) = 89.47$$

biçiminde elde edilir. $A_2 = 0.577$, $n = 5$ için Ek 2'de verilen tablo değeridir.

7.1.4. Bulanık \tilde{R} kontrol kartı

Bulanık \tilde{R} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\tilde{ÜKL}_R = D_4 \bar{R} = D_4 (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = 2.115(0.82, 0.89, 0.96) = (1.73, 1.88, 2.03)$$

$$M\tilde{C}_R = \bar{R} = (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = (0.82, 0.89, 0.96)$$

$$A\tilde{K}L_R = D_3 \bar{R} = D_3 (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) = 0(0.82, 0.89, 0.96) = (0, 0, 0)$$

biçiminde elde edilir. $D_4 = 2.115$ ve $D_3 = 0$, $n = 5$ için Ek 2'de verilen tablo değerleridir.

7.1.5. Alfa kesmesi bulanık \tilde{R} kontrol kartı

Alfa kesmesi bulanık \tilde{R} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\tilde{U}KL_R^{0.65} = D_4 \bar{R}^{0.65} = D_4 (\bar{R}_a^{0.65}, \bar{R}_b, \bar{R}_c^{0.65}) = 2.115(0.87, 0.89, 0.91) = (1.84, 1.88, 1.92)$$

$$M\tilde{C}_R^{0.65} = \bar{R}^{0.65} = (\bar{R}_a^{0.65}, \bar{R}_b, \bar{R}_c^{0.65}) = (0.87, 0.89, 0.91)$$

$$A\tilde{K}L_R^{0.65} = D_3 \bar{R}^{0.65} = D_3 (\bar{R}_a^{0.65}, \bar{R}_b, \bar{R}_c^{0.65}) = 0(0.87, 0.89, 0.91) = (0, 0, 0)$$

biçiminde elde edilir. $D_4 = 2.115$ ve $D_3 = 0$, $n = 5$ için Ek 2'de verilen tablo değerleridir.

7.1.6. Alfa kesmesi bulanık \tilde{R} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık

Alfa kesmesi bulanık \tilde{R} kontrol kartı için alfa seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak kontrol limitleri ve merkez çizgi,

$$\tilde{U}KL_{mr-R}^{0.65} = D_4 f_{mr-R}^{0.65} (M\tilde{C}) = 2.115(0.89) = 1.88$$

$$M\tilde{C}_{mr-R}^{0.65} = f_{mr-R}^{0.65} (M\tilde{C}) = \frac{\bar{R}_a^{0.65} + \bar{R}_c^{0.65}}{2} = \frac{0.87 + 0.91}{2} = 0.89$$

$$A\tilde{K}L_{mr-R}^{0.65} = D_3 f_{mr-R}^{0.65} (M\tilde{C}) = 0(0.89) = 0$$

biçiminde elde edilir. $D_4 = 2.115$ ve $D_3 = 0$, $n = 5$ için Ek 2'de verilen tablo değerleridir.

Sürecin kontrolde olup olmadığı Çizelge 7.3’de verilmiştir.

Çizelge 7.3. Alt grup noktalarının kontrolü

Alt grup numarası	$S_{mr-\bar{X},j}^{0.65}$	$89.47 \leq S_{mr-\bar{X},j}^{0.65} \leq 90.49$	$S_{mr-R,j}^{0.65}$	$0 \leq S_{mr-R,j}^{0.65} \leq 1.88$
1	89.87	Kontrolde	0.80	Kontrolde
2	90.00	Kontrolde	0.79	Kontrolde
3	90.10	Kontrolde	1.13	Kontrolde
4	89.97	Kontrolde	1.62	Kontrolde
5	89.50	Kontrolde	0.96	Kontrolde
6	90.20	Kontrolde	1.24	Kontrolde
7	89.85	Kontrolde	0.58	Kontrolde
8	90.03	Kontrolde	0.81	Kontrolde
9	89.82	Kontrolde	0.73	Kontrolde
10	89.83	Kontrolde	0.61	Kontrolde
11	90.06	Kontrolde	1.16	Kontrolde
12	90.12	Kontrolde	0.70	Kontrolde
13	90.07	Kontrolde	0.58	Kontrolde
14	90.07	Kontrolde	0.95	Kontrolde
15	90.24	Kontrolde	0.74	Kontrolde
16	90.15	Kontrolde	0.67	Kontrolde
17	89.77	Kontrolde	0.41	Kontrolde
18	90.13	Kontrolde	1.18	Kontrolde
19	89.80	Kontrolde	0.89	Kontrolde
20	90.09	Kontrolde	1.17	Kontrolde
21	90.25	Kontrolde	0.94	Kontrolde
22	89.86	Kontrolde	0.84	Kontrolde
23	89.66	Kontrolde	0.91	Kontrolde
24	89.82	Kontrolde	1.30	Kontrolde
25	90.27	Kontrolde	0.49	Kontrolde

Tüm alt grup noktaları kontrolde olduğundan sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olduğu söylenir. Sürecin kontrolde olduğu tespit edildikten sonra bulanık süreç yeterlilik indeksleri ile sürecin yeterliliği değerlendirilmiştir.

7.2. Bulanık Süreç Yeterlilik İndeksleri

7.2.1. Bulanık spesifikasyon limitleri

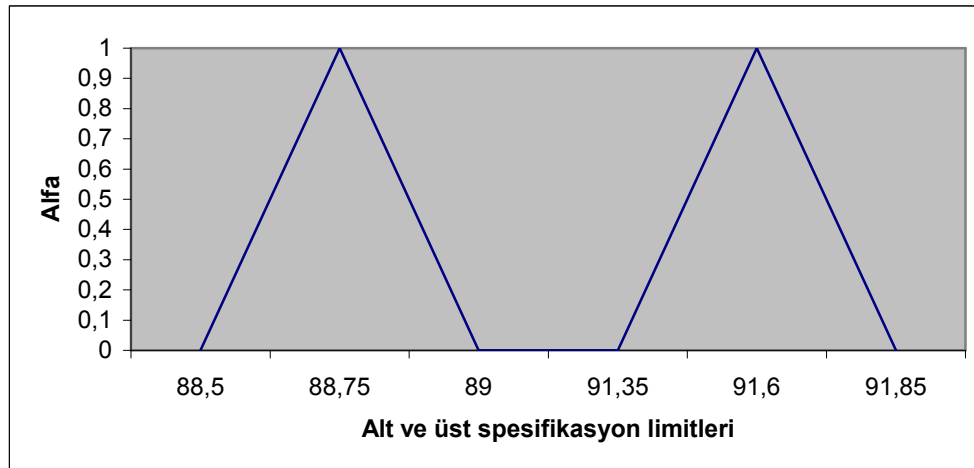
Sağa ve sola yayılım değerleri 0.25 alınarak elde edilen üçgensel bulanık sayılar şeklindeki spesifikasyon limitlerinin,

$$\tilde{U}\tilde{S}L = \text{yaklaşık olarak } 91.60 = (91.35, 91.60, 91.85)$$

$$\tilde{A}\tilde{S}L = \text{yaklaşık olarak } 88.75 = (88.50, 88.75, 89.00)$$

biçiminde olduğu varsayalım.

Süreç ortalaması $\bar{X} = 90$ ve süreç standart sapması $S = 0.4$ olarak verilen sürecin bulanık spesifikasyon limitleri Şekil 7.1.'de verilmiştir.

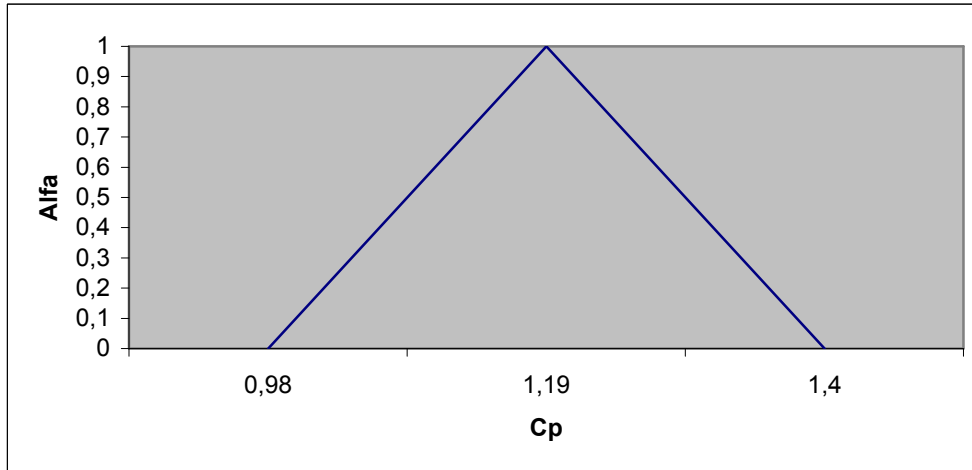


Şekil 7.1. Bulanık süreç spesifikasyon limitlerinin üyelik fonksiyonu

Eşitlik (6.1)'den süreç spesifikasyon limitleri arasındaki genişlik $\tilde{\omega} = (2.35, 2.85, 3.35)$ biçiminde elde edilir. Eşitlik (6.2)'den bulanık \tilde{C}_p indeksi,

$$\tilde{C}_p = \left(\frac{2.35}{2.4}, \frac{2.85}{2.4}, \frac{3.35}{2.4} \right) = (0.98, 1.19, 1.40)$$

biçiminde elde edilir. Bu durumda bulanık \tilde{C}_p indeksi Şekil 7.2'den de görüldüğü gibi “yaklaşık olarak 1.19” dur.



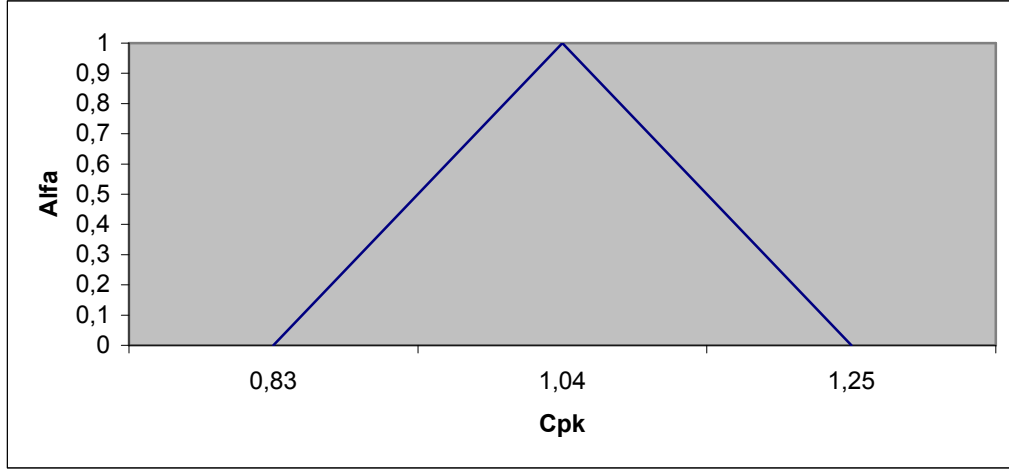
Şekil 7.2. Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu

Eşitlik (6.4)'den \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksinin bulanık tahmini,

$$M = \frac{\text{ÜSL} + \text{ASL}}{2} = \frac{91.60 + 88.75}{2} = 90.175$$

$$\tilde{C}_{pk} = \left(\frac{2.35 - 2|90 - 90.175|}{2.4}, \frac{2.85 - 2|90 - 90.175|}{2.4}, \frac{3.35 - 2|90 - 90.175|}{2.4} \right) = (0.83, 1.04, 1.25)$$

biçiminde elde edilir. Bu durumda bulanık \tilde{C}_{pk} indeksi Şekil 7.3'den de görüldüğü gibi “yaklaşık olarak 1.04” tür.



Şekil 7.3. Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu

7.2.2. Buckley yaklaşımı

C_p indeksinin α kesmesi Eşitlik (6.28)'den,

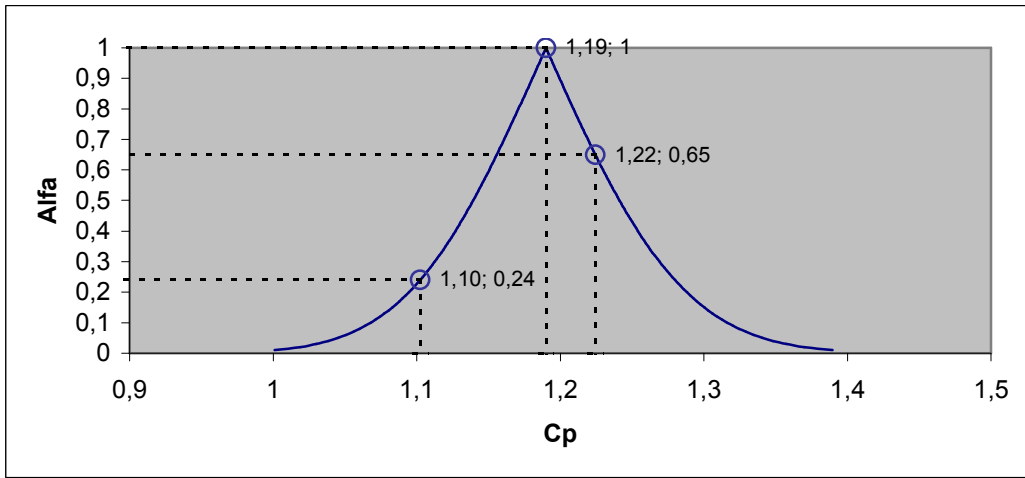
$$(C_p)_\alpha = \left[\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} + \left(\hat{C}_p - \left(\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 0.5}^2}{n-1}} \right) \right), \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} + \left(\hat{C}_p - \left(\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 0.5}^2}{n-1}} \right) \right) \right]$$

$$(C_p)_\alpha = \left[\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} \sqrt{\frac{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} + \left(\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} - \left(\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 0.5}^2}{n-1}} \right) \right), \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n-1}} + \left(\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} - \left(\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL}}{6 \times S} \sqrt{\frac{\chi_{n-1, 0.5}^2}{n-1}} \right) \right) \right]$$

$$(C_p)_\alpha = \left[\frac{91.60 - 88.75}{6 \times 0.4} \sqrt{\frac{\chi_{124, \frac{\alpha}{2}}^2}{124}} + \left(\frac{91.60 - 88.75}{6 \times 0.4} - \left(\frac{91.60 - 88.75}{6 \times 0.4} \sqrt{\frac{\chi_{124, 0.5}^2}{124}} \right) \right), \frac{91.60 - 88.75}{6 \times 0.4} \sqrt{\frac{\chi_{124, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{124}} + \left(\frac{91.60 - 88.75}{6 \times 0.4} - \left(\frac{91.60 - 88.75}{6 \times 0.4} \sqrt{\frac{\chi_{124, 0.5}^2}{124}} \right) \right) \right]$$

$$(C_p)_\alpha = \left[\begin{array}{l} 1.19\sqrt{\frac{\chi_{124, \frac{\alpha}{2}}^2}{124}} + \left(1.19 - \left(1.19\sqrt{\frac{\chi_{124, 0.5}^2}{124}} \right) \right) \\ 1.19\sqrt{\frac{\chi_{124, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{124}} + \left(1.19 - \left(1.19\sqrt{\frac{\chi_{124, 0.5}^2}{124}} \right) \right) \end{array} \right]$$

biçiminde elde edilir ve üyelik fonksiyonu Şekil 7.4'de verildiği gibidir.



Şekil 7.4. Bulanık \tilde{C}_p süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu

$\alpha = 1$ olması durumunda $C_p(\alpha = 1) = 1.19$ 'dur ve klasik C_p indeksine eşit olur. Bu durumda bulanık süreç yeterlilik indekslerinin klasik süreç yeterlilik indekslerinden daha fazla bilgi içerdiği görülür. Ayrıca klasik süreç yeterlilik indekslerinin bulanık süreç yeterlilik indekslerinin özel bir hali olduğu söylenebilir. \tilde{C}_p indeksinin 1.19 olması halinde sürecin yeterli olduğu söylenir. $\alpha = 0.24$ ve $\alpha = 0.65$ için sırasıyla $C_p(\alpha = 0.24) = 1.10$ ve $C_p(\alpha = 0.65) = 1.22$ 'dir. Diğer bir deyişle, bulanık \tilde{C}_p indeksi 1.10 değerini $\alpha = 0.24$, 1.22 değerini $\alpha = 0.65$ üyelik derecesi ile alır. Bu durumda süreç yine yeterlidir. Ancak 0.24 düşük bir üyelik derecesi olduğundan \tilde{C}_p indeksinin 1.10 değerini alması tercih edilmez. Sürecini iyileştirmek isteyen bir firma 0.65 göz ardı edilemeyecek kadar büyük bir üyelik derecesi olduğundan \tilde{C}_p indeksinin değerini 1.22 olarak süreç çalışmalarına devam edebilir. Böylece klasik

C_p süreç yeterlilik indeksi değeri 1.19'dan daha büyük bir değer olan yani daha yeterli bir süreç ile çalışılır.

C_{pk} indeksinin α kesmesi ise Eşitlik (6.32)'den,

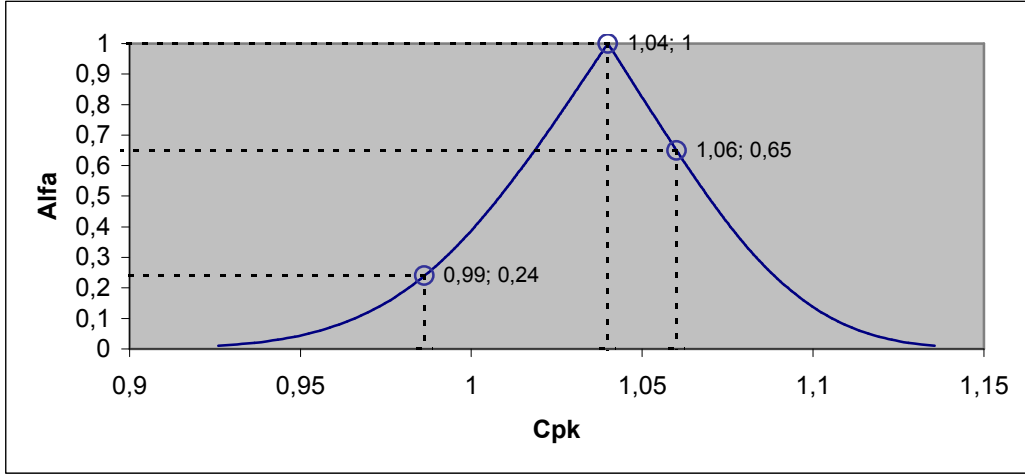
$$(C_{pk})_{\alpha} = \left[\frac{\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| - 2 \times t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}}} + \hat{C}_{pk} - \left(\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| - 2 \times t_{n-1, 0.5} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 0.5}}}} \right)}{\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| + 2 \times t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}}} + \hat{C}_{pk} - \left(\frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\bar{X} - M| + 2 \times t_{n-1, 0.5} \times \frac{S}{\sqrt{n}}}{6 \times S \times \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 0.5}}}} \right)} \right]$$

$$\hat{C}_{pk} = \frac{\text{ÜSL} - \text{ASL} - 2|\mu - M|}{6 \times S} = \frac{91.60 - 88.75 - 2|90 - 90.175|}{6 \times 0.4} = 1.04$$

$$(C_{pk})_{\alpha} = \left[\frac{\frac{91.60 - 88.75 - 2|90 - 90.175| - 2 \times t_{124, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{6 \times 0.4 \times \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, \frac{\alpha}{2}}}}} + 1.04 - \left(\frac{91.60 - 88.75 - 2|90 - 90.175| - 2 \times t_{124, 0.5} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{6 \times 0.4 \times \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, 0.5}}}} \right)}{\frac{91.60 - 88.75 - 2|90 - 90.175| + 2 \times t_{124, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{6 \times 0.4 \times \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, 1-\frac{\alpha}{2}}}}} + 1.04 - \left(\frac{91.60 - 88.75 - 2|90 - 90.175| + 2 \times t_{124, 0.5} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{6 \times 0.4 \times \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, 0.5}}}} \right)} \right]$$

$$(C_{pk})_{\alpha} = \left[\frac{\frac{2.5 - 2 \times t_{124, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{2.4 \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, \frac{\alpha}{2}}}}} + 1.04 - \left(\frac{2.5 - 2 \times t_{124, 0.5} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{2.4 \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, 0.5}}}} \right)}{\frac{2.5 + 2 \times t_{124, \frac{\alpha}{2}} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{2.4 \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, 1-\frac{\alpha}{2}}}}} + 1.04 - \left(\frac{2.5 + 2 \times t_{124, 0.5} \times \frac{0.4}{\sqrt{125}}}{2.4 \sqrt{\frac{124}{\chi^2_{124, 0.5}}}} \right)} \right]$$

biçiminde elde edilir ve üyelik fonksiyonu Şekil 7.5'de verildiği gibidir.



Şekil 7.5. Bulanık \tilde{C}_{pk} süreç yeterlilik indeksinin üyelik fonksiyonu

$\alpha = 1$ olması durumunda $C_{pk}(\alpha = 1) = 1,04$ 'tür ve klasik C_{pk} indeksine eşit olur. \tilde{C}_{pk} indeksinin 1,04 olması halinde sürecin yeterli olduğu söylenir. $\alpha = 0,24$ ve $\alpha = 0,65$ için sırasıyla $C_{pk}(\alpha = 0,24) = 0,99$ ve $C_{pk}(\alpha = 0,65) = 1,06$ 'dır. Diğer bir deyişle, bulanık \tilde{C}_p indeksi 0,99 değerini $\alpha = 0,24$, 1,06 değerini $\alpha = 0,65$ üyelik derecesi ile alır. \tilde{C}_p indeksi 0,99 değerini aldığı anda süreç yetersizdir. Ancak 0,24 düşük bir üyelik derecesi olduğundan \tilde{C}_p indeksinin 0,99 değerini alması tercih edilmez. Ayrıca hiçbir firma da yeterli olan bir sürecin yetersiz hale getirilmesini istemez. Sürecini daha da yeterli bir hale getirmek isteyen firmalar \tilde{C}_{pk} indeksinin değerini 1,06 olarak alabilir.

8. SONUÇ VE TARTIŞMA

Günümüzde özellikle üretim sektöründe yer alan firmaların pazardan pay alabilmeleri ve yıkıcı rekabet koşulları ile baş edebilmeleri için istatistiksel süreç kontrolünün ve süreç yeterliliğinin analizi önemlidir.

Çalışmada istatistiksel süreç kontrol kavramı, önemi, istatistiksel süreç kontrole ilişkin kontrol kartları, süreç yeterliliği konularının bulanık mantık çerçevesinde anlatılması amaçlanmıştır. Bu doğrultuda öncelikle istatistiksel süreç kontrol kavramı açıklanmış, istatistiksel süreç kontrolün işlevleri ortaya konmuş ve ölçülebilen kalite karakteristiğine ilişkin kontrol kartları verilmiştir.

Klasik kümelere dayalı kontrol kartları ve süreç yeterlilik indeksleri kesin sayılarla ifade edilir. Kesin değerler yerine yaklaşık ifadeleri de içine alan bulanık kümelere dayalı kontrol kartları ve süreç yeterliliği sürece ilişkin bilginin daha esnek ve gerçeğe daha uygun yorumlanmasını sağlar.

Çalışmada ölçülebilen kalite karakteristiği için kullanılan \bar{X} , R ve S kontrol kartları ile süreç yeterliliğine ilişkin C_p ve C_{pk} süreç yeterlilik indeksleri elde alınmıştır. Bu kontrol kartlarının ve süreç yeterlilik indekslerinin bulanık kümelere dayalı olarak elde edilişi ayrıntılı olarak verilmiştir.

Bulanık dönüşüm tekniklerinden α seviyesinde bulanık orta aralık kullanılarak bulanık $\tilde{\bar{X}}$, \tilde{R} ve \tilde{S} kontrol kartları elde edilmiştir. Buckley yaklaşımı ve bulanık spesifikasyon limitleri kullanılarak C_p ve C_{pk} süreç yeterlilik indekslerinin nokta ve aralık tahmininden daha fazla bilgi içeren bulanık tahminleri ile süreç yeterliliği değerlendirilmiştir.

Bulanık kontrol kartları ile sürecin kontrolde olduğu tespit edildikten sonra süreç yeterlilik dereceleri bulanık süreç yeterlilik indeksleri ile verilebilir. Elde edilen bilgi klasik küme teorisine göre daha esnek ve gerçeğe daha uygun değerlendirilme yapılmasını sağlar. Böylece firmalar bulanık yöntemleri kullanarak daha az maliyet ve daha az zaman ile süreç iyileştirme çalışmalarında bulunabilirler.

Çalışmada bir üretim sürecinin yeterliliğinin değerlendirilmesi için öncelikle ölçülebilen kalite karakteristiği için bulanık kontrol kartlarından $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ kontrol kartları kullanılarak sürecin kontrolde olduğu tespit edildikten sonra Buckley yaklaşımı ve bulanık spesifikasyon limitleri kullanılarak bulanık tahminleri elde edilen \tilde{C}_p ve \tilde{C}_{pk} indeksleri ile sürecin yeterliliği değerlendirilmiştir. Bunun için Minitab 14'den yararlanılarak normallik varsayımına dayalı bir örneklem verisi türetilmiştir.

KAYNAKLAR

- Ahlatçioğlu, B., 2005, Bulanık Karar Verme ve Tesis Yeri Seçimine Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul, 98s.
- Akın, B. ve Öztürk, E., İstatistik Proses Kontrol Tekniklerinin Bilgisayar Ortamında Uygulanması, VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 26-27 Mayıs 2005, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.
- Ali, S.M., Sarwar, M.A. and Sultana, A., 2008, Finding Characteristics of Process Capability Index C_{pk} with Different Distributions and Sample Sizes, Journal of Quality and Technology Management, 4, 11, 5-11.
- Bandemer, H. and Gottwald, S., 1995, Fuzzy Sets Fuzzy Logic Fuzzy Methods with Applications, John Wiley & Sons, England, 239p.
- Baykal, N. ve Beyan, T., 2004, Bulanık Mantık İlke ve Temelleri, Bıçaklar Kitabevi, Ankara, 413s.
- Breyfogle, F.W., 2003, Implementing Six Sigma Smarter Solutions Using Statistical Methods, JohnWiley & Sons, New Jersey, 1143p.
- Bucchianico, A.D., 2005, <http://www.win.tue.nl/~adibucch/2WS02/capability.pdf>.
- Buckley, J.J., 2005a, Fuzzy statistics: regression and prediction, Soft Computing, 9, 769-775.
- Buckley, J.J., 2005b, Fuzzy statistics: hypothesis testing, Soft Computing, 9, 512-518.
- Çalışkan, D., 2006, Çarpık Dağılımlar için \bar{X} ve R Kontrol Kartları, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 60s.
- Çetin, C., Akın, B. ve Erol, V., 2001, Toplam Kalite Yönetimi ve Kalite Güvence Sistemi, Beta Yayınları, İstanbul, 806s.
- Çetin, E., 2003, Bulanık mantık denetleyiciler: Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık, Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Chen, C.-C., Lai, C.-M. and Nien, H.-Y., 2008, Measuring process capability index C_{pm} with fuzzy data, Qual Quant, DOI 10.1007/s11135-008-9211-x.
- Çolak, T., 2007, İstatistiksel Süreç Kontrolü ve Uygulamalar, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 101s.
- Değerli, Z., 2006, Toplam Kalite Yönetiminde İstatistiksel Süreç Kontrolünün Önemi ve Bir İşletme Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Antalya, 115s.

- Dubois, D. and Prade, H., 1980, Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, United States of America, 393p.
- Duncan, A. C., 1974, Quality Control and Industrial Statistics, Richard D. Irwin, United States of America, 1047p.
- Hamurkaroğlu, C., 2002, Kalite Kontrol Ders Notları, H.Ü. Fen Fakóltesi İstatistik Bölümü, Ankara.
- Hanss, M., 2005, Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications, Springer Berlin Heidelberg, New York.
- Hong, D.H., 2004, A note on C_{pk} index estimation using fuzzy numbers, European Journal of Operational Research, 158, 529-532.
- Hsieh, Y.-W., 2005, On the Construction of Fuzzy Control Charts for Variables, Master's Thesis, National Cheng-Kung University, Department of Statistics, Tainan, Taiwan.
- Kaya, İ. and Kahraman, C., 2008a, Fuzzy process capability analyses: An application to teaching processes, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 19, 259-272.
- Kaya, İ. and Kahraman, C., 2008b, On Process Capability Analysis under Fuzzy Normal Distribution, Proceedings of 2008 3rd International Conference on Intelligent System and Knowledge Engineering, İstanbul.
- Kahraman, C. and Kaya, İ., 2009a, Süreç Doğruluk İndeksi ve Bulanık Karar Ortamında Kullanılması, Tübav Bilim Dergisi, 2, 2, 148-156.
- Kahraman, C. and Kaya, İ. 2009b, Fuzzy process capability indices for quality control of irrigation water, Stoch Environ Res Risk Assess, 23, 451-462.
- Kaya, İ. And Kahraman, C., 2009c, Air Pollution Control Using Fuzzy Process Capability Indices in the Six-Sigma Approach, Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal, 15, 4, 689-713.
- Kandel, A., 1986, Fuzzy Mathematical Techniques with Applications, Addison-Wesley Publishing Company, United States of America, 274p.
- Kane, V. E., 1986, Process Capability Indices, Journal of Quality Technology, 18, 1, 41-52
- Kapıcı, A., 2005, İstatistiksel Proses Kontrol Teknikleri ve Tersanelerde Kaynak Prosesine Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, T.C. Deniz Harp Okulu Deniz Bilimleri ve Mühendisliği Enstitüsü, İstanbul, 150s.
- Kaufmann, A. and Gupta, M.M., 1988, Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science, Elsevier Science Publishers Co., United States of America, 338p.

- Kaufmann, A. and Gupta, M.M., 1991, Introduction to Fuzzy Arithmetic, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 351p.
- Klir, G.J. and Yuan, B., 1995, Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications, Prentice Hall Inc., United Saddle River, 574p.
- Kolarik, W., 1995, Creating Quality-Concepts, Systems, Strategies, and Tools, McGraw Hill, Singapore, 925p.
- Lee, H.T., 2001, C_{pk} index estimation using fuzzy numbers, European Journal of Operational Research, 129, 683-688.
- Montgomery, D.C., 2001, Introduction to Statistical Quality Control, John Wiley & Sons, United States of America, 796p.
- Oktay, E., 1994, Shewhart, Cusum ve Ewma Kontrol Grafiklerinin Şeker Sanayiine Uygulanması Üzerine Bir Deneme, Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Erzurum, 206s.
- Özdemir, T., 2000, İstatistiksel Kalite Kontrol, A.Ü.F.F. Döner Sermaye İşletmesi Yayınları, Ankara, 303s.
- Özel, S., 2005, Çok Değişkenli Kalite Kontrolün Döküm Sanayiinde Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırıkkale, 116s.
- Parchami, A., Mashinchi, M., Yavari, A.R. and Maleki, H.R., 2005, Process Capability Indices as Fuzzy Numbers, Austrian Journal of Statistics, 34, 4, 91-402.
- Parchami, A. and Mashinchi, M., 2007, Fuzzy Estimation for Process Capability Indices, Information Sciences, 177, 1452-1462.
- Parchami, A., Mashinchi, M. and Partovi Nia, V., 2008, A Consistent Confidence Interval for Fuzzy Capability Index, Appl. Comput. Math. 7, 1, 119-125.
- Parchami, A. and Mashinchi, M., 2009, Testing the Capability of Fuzzy Processes, Quality Technology & Quantitative Management, 6, 2, 125-136.
- Sadeghpour-Gildeh, B., 2003, Comparison of C_p , C_{pk} and \tilde{C}_p process capability indices in the case of measurement error occurrence, IFSA World Congress, İstanbul.
- Şentürk, S., 2002, Niceliksel Kalite Kontrol Grafiklerinin Varsayımlarının Sınanması ve Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 89s.
- Şentürk, S. and Erginel, N., 2009, Development of fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ and $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ control charts using α -cuts, Information Sciences, 179, 1542-1551.

- Taheri, S.M., 2003, Trends in fuzzy statistics, Austrian Journal of Statistics, 32, 239-257.
- Tsai, C.-C. and Chen, C.-C., 2006, Making decision to evaluate process capability index C_p with fuzzy numbers, 30, 334-339.
- Viertl, R., 1996, Statistical Methods for Non-Precise Data, CRC Press, Boca Raton.
- Wang J.-H. and Raz, T., 1990, On the construction of control charts using linguistic variables, Int. J. Prod. Res., 28, 3, 477-487.
- Yager, R.R. and Filev, D.P., 1994, Essentials of Fuzzy Modeling and Control, John Wiley & Sons, United States of America, 388p.
- Yang, H.-P., 2005, Process Capability Indices with Fuzzy Numbers, Master's Thesis, Department of Statistics, National Cheng-Kung University, Tainan, Taiwan.
- Yıldırım, S., 2006, Toplam Kalite Yönetiminde İstatistiksel Süreç Kontrolü'nün Önemi ve Bir Demirdöküm İşletmesinde Yapılan Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir, 78s.
- Yongting, C., 1996, Fuzzy quality and analysis on fuzzy probability, Fuzzy Sets and Systems, 83, 283-290.
- Yücel, M., Toplam Kalite Kontrolü Açısından İstatistiksel Süreç Kontrol Tekniklerinin Önemi, 8. Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi, 24-25 Mayıs 2007, İnönü Üniversitesi, Malatya.
- Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy sets, Information and Control, 8, 338-359.
- Zimmermann, H.J., 1991, Fuzzy Set Theory and Its Applications, Kluwer Academic Publishers, United States of America, 406p.

EKLER

EK 1. SHEWHART KONTROL KARTLARI

1920'lerde Bell Telephone Laboratuvarı elemanlarından Dr. Walter A. Shewhart tarafından geliştirilen kontrol kartlarının amacı, üretim sürecini izlemek, sürecin parametrelerini tahmin ederek süreç yeterliliğini belirlemek, ortak değişkenlik faktörlerini özel değişkenlik faktörlerinden ayırarak süreçteki normal olmayan değişimlerin önüne geçmek ve süreç değişkenliğini azaltmaktır (Montgomery, 2001; Özel, 2005).

Bir kontrol kartı, üst kontrol limiti-ÜKL (upper control line-UCL), merkez çizgi-MÇ (center line-CL) ve alt kontrol limiti-AKL (lower control line-LCL) olmak üzere üç yatay çizgiden oluşur. MÇ, kontrolde olan sürece ilişkin kalite karakteristiğinin ortalama değerini gösterir. Sürece ilişkin X kalite karakteristiğinin μ_x ortalama ve σ_x standart sapma ile normal dağılım gösterdiği varsayılır. Ayrıca, kontrol limitleri süreç ortalamasından simetrik olarak $\pm 3\sigma$ limitlerine yerleştirildiğinde normal dağılımdan alınan alt grup noktalarının %99,73'ünün 3 sigmalık kontrol limitleri içerisinde kalması durumunda sürecin kontrolde olduğu ifade edilir (Montgomery, 2001; Şentürk, 2002).

Tüm alt grup noktaları kontrol limitleri içine düştüğünde "süreç istatistiksel olarak kontrol altındadır" denir. Bu alt grup noktaları arasındaki ayrılıkların sadece doğal nedenlerden kaynaklandığı anlamına gelir. Alt grup noktaları kontrol limitleri dışına düştüğünde ise sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olmadığı sonucu çıkarılır. Bu durumda alt grup noktaları arasındaki değişimler doğal olmayan nedenlerden kaynaklanır ve bu değişimi yaratan özel nedenlerin bulunması, düzeltilmesi ve sürecin tekrar kontrol altına alınması gerekir.

Bazen de tüm alt grup noktaları kontrol limitleri içine düştüğü halde rasgele bir davranış göstermez. Örneğin, alt grup noktaları merkez çizginin bir yanına doğru gitme eğiliminde olabilirler. Bu şekilde ardı ardına 6-7 alt grup noktası merkez çizginin yukarısında ya da aşağısında toplanırsa sürecin yine istatistiksel olarak kontrol dışında olduğu kararına varılır. Böylece, kontrol kartı, süreci yeniden

kontrol altına sokarak, değişikliğin önemli zarara neden olmasını önlemiş olur (Hamurkaroğlu, 2002).

Kontrol kartları ile sürecin kontrol altında olup olmadığını anlamak, gerçekte “süreç kontrol altındadır” hipotezini test etmektir. Kontrol limitleri içine düşen bir nokta, “süreç kontrol altındadır” hipotezini kabul etmek, kontrol limitleri dışına düşen bir nokta ise “süreç kontrol altındadır” hipotezini reddetmek anlamına gelir (Değerli, 2006).

1. Ölçülebilir Kalite Karakteristiği için Kontrol Kartları

Bir sürece ilişkin belli sayıdaki gözlemin ortalamasında ve yayılmasında meydana gelen değişimleri görebilme aracı olan bu kartlar, sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığı hakkında bilgi verir (Hamurkaroğlu, 2002).

Ölçülebilir kalite karakteristiği ile ilgilenildiğinde hem süreç ortalamasının hem de değişkenliğin incelenmesi gerekir. Süreç ortalamasının ya da ortalama kalite seviyesinin kontrolü için \bar{X} kontrol kartı geliştirilmiştir. Süreç değişkenliği ya da yayılımı, ya dağılım aralığı için kontrol kartı olan R kartı ile ya da standart sapma için kontrol kartı olan S kartı ile kontrol edilir. Bir sürecin kalitesini göstermesi açısından tek başına ortalamanın kullanılması genellikle yetersizdir. Çünkü bir süreçte ortalama kontrol altında olduğu halde sürecin dağılışında zaman içerisinde bir değişiklik olabilir. Süreçten elde edilen alt grup noktalarının gereğinden daha büyük ya da daha küçük olması gibi nedenler alt grup noktalarının dağılışında değişkenliğe neden olur. Sonuç olarak, ortalama kalitenin tatminkar olmasına karşın, bireysel maddeler istenen özelliklere uymayabilir. Bu nedenle çoğu kez \bar{X} kontrol kartının R ya da S kontrol kartları ile birlikte kullanılması gerekir. Böylece süreç hem ortalama hem de değişkenlik açısından kontrol edilebilir.

Bu kartlardan birinin kullanılmasının yeterli olduğu durumlar da bulunur. Sürecin kontrol dışında olmasına daima ortalamayı etkileyen nedenlerin eşlik ettiği durumlarda sadece \bar{X} kontrol kartı kullanılabilir. Ortalamanın denetimi önemsiz ya

da pahalı olduğunda ise sadece R ya da sadece S kontrol kartı kullanılabilir (Duncan, 1974; Montgomery, 2001).

Eğer sürece ilişkin parametreler; süreç ortalaması μ_x ve süreç standart sapması σ_x biliniyorsa \bar{X} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \mu_x + 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \\ \text{MC}_{\bar{X}} &= \mu_x \\ \text{AKL}_{\bar{X}} &= \mu_x - 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (1)$$

biçimindedir (Montgomery, 2001). Eşitlik (1)'deki n ; her bir alt grubun büyüklüğüdür.

Ek 2'de verilen $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$ değerleri farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir.

Bu durumda \bar{X} kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \mu_x + A\sigma_x \\ \text{MC}_{\bar{X}} &= \mu_x \\ \text{AKL}_{\bar{X}} &= \mu_x - A\sigma_x \end{aligned} \quad (2)$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

Yeni bir malzemenin hizmete girişi, yeni hammadde kullanılması ya da yeni bir ürün yapımı gibi durumlarda genellikle μ_x ve σ_x parametreleri bilinmez. Bu durumda parametreler kontrolde olduğu düşünülen süreçten alınan önsel örneklem ya da alt gruplardan tahmin edilebilir. Bu tahminler en az $k = 20,25$ alt gruba ve $n = 4,5$ ya da 6 alt grup büyüklüğüne dayandırılır (Montgomery, 2001; Hamurkaroğlu, 2002).

\bar{X}_i ($i = 1, 2, \dots, k$), i . nci alt grubun ortalamasını ve k alt grup sayısını göstermek üzere μ_x 'in en iyi tahmin edicisi $\bar{\bar{X}}$,

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{X}_i \quad (3)$$

biçimindedir (Montgomery, 2001). Eşitlik (3)'deki $\bar{\bar{X}}$, \bar{X} kontrol kartında merkez çizgi olarak kullanılır.

Kontrol limitlerinin oluşturulabilmesi için standart sapma σ_x 'nın da tahmin edilmesi gerekir. σ_x 'nın tahmin edilmesinde ya alt grup standart sapması ($S_i, i = 1, 2, \dots, k$) ya da alt grup dağılım aralığı ($R_i, i = 1, 2, \dots, k$) kullanılır. Üretimden alınan alt grup büyüklüğü 10'dan büyük ($n > 10$) olduğunda \bar{X} kontrol kartı ile birlikte S kontrol kartının kullanılması tercih edilir (Montgomery, 2001).

(i) Normal dağılımdan alınan alt grubun dağılım aralığı ile dağılımın standart sapması arasında bir ilişki vardır. Alt grup dağılım aralığı, R , en büyük ve en küçük gözlem arasındaki farktır ve R/σ_x rastlantı değişkeni ise görelî dağılım aralığı olarak tanımlanır. R/σ_x rastlantı değişkeninin ortalaması ve standart sapması, sırasıyla d_2 ve d_3 'tür ve bu parametreler n alt grup büyüklüğünün bir fonksiyonudur. Sonuç olarak, σ_x 'in bir tahmin edicisi $\hat{\sigma}_x = R/d_2$ 'dir. Ek 2'de verilen d_2 değerleri, farklı alt grup büyüklükleri için tablolaştırılmıştır (Montgomery, 2001).

Sürece ilişkin parametreler bilinmediğinde, σ_x 'nın tahmini dağılım aralığından yapılırsa \bar{X} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \\ \text{MÇ}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$AKL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R}$$

biçimindedir (Montgomery, 2001). Eşitlik (4)'deki \bar{R} ; k alt grubun ortalama dağılım aralığıdır ve

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i \quad (5)$$

biçimindedir.

Ek 2'de verilen $A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$ değerleri farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir. Bu durumda $\bar{\bar{X}}$ kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \bar{ÜKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ \bar{MÇ}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\ \bar{AKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (6)$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

(ii) Benzer şekilde σ_x 'in diğer bir tahmin edicisi, alt grup standart sapmasından ($S_i, i=1,2,\dots,k$) elde edilir. Normal dağılımdan alınan n büyüklüğündeki alt grupların standart sapmalarının dağılımını saptamak olanaklı olduğundan \bar{S} ile σ_x oranı $c_4 = \bar{S}/\sigma_x$ 'dir ve bu oran "1"den küçüktür ve n büyüdükçe 1'e yaklaşır. c_4 değeri bilinmeyen süreç standart sapması σ_x 'yi \bar{S} 'dan tahmin etmek için kullanılabilir. Ek 2'de verilen c_4 değerleri farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir. Dolayısıyla, σ_x 'yi tahmin etmek için, σ_x 'nin yansız tahmin edicisi olan $\hat{\sigma}_x = \bar{S}/c_4$ kullanılır (Hamurkaroğlu, 2002).

Sürece ilişkin parametreler bilinmediğinde, σ_x 'nin tahmini standart sapmalardan yapılırsa \bar{X} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \bar{S} \\ \text{MÇ}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\ \text{AKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \bar{S} \end{aligned} \quad (7)$$

biçimindedir (Montgomery, 2001). Eşitlikte (7)'deki \bar{S} ; k alt grubun ortalama standart sapmasıdır ve

$$\bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i \quad (8)$$

biçimindedir.

Ek 2'de verilen $A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}$ değerleri farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir. Bu durumda \bar{X} kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\ \text{MÇ}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\ \text{AKL}_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \end{aligned} \quad (9)$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

Sürece ilişkin parametreler bilindiğinde, R kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\text{ÜKL}_R = \mu_R + 3\sigma_R$$

$$M\check{C}_{R} = \mu_R \quad (10)$$

$$AKL_R = \mu_R - 3\sigma_R$$

biçimindedir. R 'nin ortalaması ve standart sapması, sırasıyla $\mu_R = d_2\sigma_X$ ve $\sigma_R = d_3\sigma_X$ biçimindedir. Bu durumda R kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\ddot{U}KL_R = d_2\sigma_X + 3d_3\sigma_X$$

$$M\check{C}_{R} = d_2\sigma_X \quad (11)$$

$$AKL_R = d_2\sigma_X - 3d_3\sigma_X$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

Eğer σ_X parametresi bilinmiyorsa, R kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi $\hat{\sigma}_X = \frac{\bar{R}}{d_2}$ kullanılarak;

$$\ddot{U}KL_R = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$M\check{C}_{R} = \bar{R} \quad (12)$$

$$AKL_R = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

biçiminde ifade edilir (Montgomery, 2001).

Ek 2'de verilen $D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$ ve $D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$ değerleri, farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir. Bu durumda R kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\ddot{U}KL_R = D_4\bar{R}$$

$$M\check{C}_{R} = \bar{R} \quad (13)$$

$$AKL_R = D_3 \bar{R}$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

Sürece ilişkin parametreler bilindiğinde, S kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\text{ÜKL}_S = \mu_S + 3\sigma_S$$

$$MÇ_S = \mu_S \quad (14)$$

$$AKL_S = \mu_S - 3\sigma_S$$

biçimindedir. S 'nin ortalaması ve standart sapması, sırasıyla $\mu_S = c_4 \sigma_X$ ve $\sigma_S = \sigma_X \sqrt{1 - c_4^2}$ biçimindedir. Bu durumda S kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\text{ÜKL}_S = c_4 \sigma_X + 3\sigma_X \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$MÇ_S = c_4 \sigma_X \quad (15)$$

$$AKL_S = c_4 \sigma_X - 3\sigma_X \sqrt{1 - c_4^2}$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

Ek 2'de verilen $B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$ ve $B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$ değerleri, farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir. Bu durumda S kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\text{ÜKL}_S = B_6 \sigma_X$$

$$MÇ_S = c_4 \sigma_X \quad (16)$$

$$AKL_S = B_5 \sigma_X$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

Eğer σ_x parametresi bilinmiyorsa, S kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi, $\hat{\sigma}_x = \frac{\bar{S}}{c_4}$ kullanılarak;

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_S &= \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \\ \text{MÇ}_S &= \bar{S} \\ \text{AKL}_S &= \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \end{aligned} \quad (17)$$

biçiminde ifade edilir (Montgomery, 2001).

Ek 2'de verilen $B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$ ve $B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$ değerleri, farklı alt grup büyüklükleri için tablo değerleridir. Bu durumda S kontrol kartının kontrol limitleri ve merkez çizgisi,

$$\begin{aligned} \text{ÜKL}_S &= B_4 \bar{S} \\ \text{MÇ}_S &= \bar{S} \\ \text{AKL}_S &= B_3 \bar{S} \end{aligned} \quad (18)$$

biçiminde ifade edilebilir (Montgomery, 2001).

2. Ölçülemeyen Kalite Karakteristiği için Kontrol Kartları

Değişkenler için kullanılan kontrol kartları çok etkin kontrol araçları olmakla beraber bazı durumlarda kullanılmaları pratik olmayabilir. Bir ürünün çok fazla sayıda kalite özelliği varsa her bir kalite özelliği için \bar{X} ya da R bulunması gerekebilir. Oysa bu özelliklerden biri kontrol dışında olduğunda ürün hatalı olarak kabul edilir. Bu gibi durumlarda özellikler için olan kontrol kartlarını kullanmak daha uygun olur.

Ölçülemeyen kalite karakteristiği için kontrol kartları;

- Hatalı oranı için kontrol kartı (p)
- Hata sayısı için kontrol kartı (c)
- Hatalı sayısı için kontrol kartı (np)
- Birim başına hata sayısı için kontrol kartı (u)

olarak adlandırılır (Çalışkan, 2006).

EK 2. KONTROL KARTLARI KATSAYILARI

n	A	A ₂	A ₃	c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	0	3.267	0	2.606	1.128	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	0	2.568	0	2.276	1.693	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	0	2.266	0	2.088	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	0	2.089	0	1.964	2.326	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Yasemin Burcu Açıl

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Yılı : 1985

Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise : 1999-2003 Ankara Atatürk Lisesi

Lisans : 2004-2008 Başkent Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü

Yabancı Dil : İngilizce

İş Tecrübesi:

2009 - ... Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü Araştırma Görevlisi