### KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

### ÇATLAKLI ELASTİK KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ ANALİTİK, SAYISAL VE DENEYSEL YÖNTEMLERLE İNCELENMESİ

# YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Sebahat KARACA

ARALIK 2016 TRABZON



# KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

# ÇATLAKLI ELASTİK KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ ANALİTİK, SAYISAL VE DENEYSEL YÖNTEMLERLE İNCELENMESİ

İnş. Müh. Sebahat KARACA

# Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce "İNŞAAT YÜKSEK MÜHENDİSİ" Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 09 / 12 /2016 Tezin Savunma Tarihi : 29 / 12 /2016

Tez Danışmanı 💦 : Doç. Dr. Volkan KAHYA

### KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

### İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında Sebahat KARACA Tarafından Hazırlanan

### ÇATLAKLI ELASTİK KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ ANALİTİK, SAYISAL VE DENEYSEL YÖNTEMLERLE İNCELENMESİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 13/12/2016 gün ve 1680 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Ragıp ERDÖL

Üye : Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ

Üye 🥂 Doç. Dr. Volkan KAHYA

Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ Enstitü Müdürü 

### ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans tezi olarak hazırlanmıştır.

"Çatlaklı Elastik Kirişlerin Dinamik Davranışlarının Analitik, Sayısal ve Deneysel Yöntemlerle İncelenmesi" isimli tez çalışmasını bana öneren ve her aşamasında beni destekleyen, daha iyi ve güzel çalışmalar için devamlı teşvik eden değerli Hocam Sayın Doç. Dr. Volkan KAHYA'ya teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Tez çalışmamın gerçekleştirilmesinde değerli görüşlerini ve bilgilerini benimle paylaşan, yardım ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen değerli Hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr. Hasan Basri BAŞAĞA'ya, Sayın Doç. Dr. Temel TÜRKER'e ve Sayın Doç. Dr. Ahmet Can ALTUNIŞIK'a göstermiş oldukları özveri, anlayış ve içtenliklerinden dolayı çok teşekkür ederim. Tezin hazırlanması sırasında bana destek olan ve bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan Arş. Gör. Gökhan ADIYAMAN'a, Arş. Gör. Muhittin TURAN'a, Arş. Gör. Fatma Nur KUDU'ya, Arş. Gör. Ali Fuat GENÇ'e, Dr. Murat GÜNAYDIN'a ve İnş. Müh. Fatih Yesevi OKUR'a teşekkür ederim.

Bu günlere gelmemde ellerinden gelen tüm imkanları sağlayan, özellikle hayatımın bu önemli aşamasında maddi ve manevi desteklerini eksik etmeyen, haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim değerli aileme minnet ve şükranlarımı sunmayı hayatımın sonuna kadar bir borç bilirim. Bu çalışmanın, benzer çalışmalara kaynak ve örnek teşkil etmesini ve ülkemize yararlı olmasını temenni ederim.

> Sebahat KARACA Trabzon 2016

### TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Çatlaklı Elastik Kirişlerin Dinamik Davranışlarının Analitik, Sayısal ve Deneysel Yöntemlerle İncelenmesi" başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Doç. Dr. Volkan KAHYA'nın sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 29/ 12/2016

Sebahat KARACA

# İÇİNDEKİLER

### <u>Sayfa No</u>

ÖNSÖZ		I
TEZ ETİK	BEYANNAMESİIV	/
İÇİNDEK	İLERV	1
ÖZET	VI	I
SUMMAR	۲۷ VII	I
ŞEKİLLE	R DİZİNİIX	ζ
TABLOL	AR DİZİNİXI	I
SEMBOL	LER DİZİNİXIV	1
1.	GENEL BİLGİLER	1
1.1.	Giriş	1
1.2.	Literatür Taraması	1
1.2.1.	Serbest Titreşim Davranışını Esas Alan Çalışmalar	2
1.2.2.	Zorlanmış Titreşim Davranışını Esas Alan Çalışmalar	3
1.3.	Çatlak Modellemesinde Yerel Esneklik Kavramı	1
1.4.	Çatlaklı Kirişin Dinamik Karakteristiklerinin Belirlenmesi14	4
1.4.1.	Transfer Matrisi Metodu14	4
1.4.2.	Sonlu Elemanlar Metodu	9
1.4.3.	Operasyonel Modal Analiz	1
1.4.3.1.	OMA ile Modal Parametrelerin Elde Edilmesi	3
1.4.3.1.1.	Geliştirilmiş Frekans Tanım Alanında Ayrıştırma Yöntemi	3
1.4.3.1.2.	Stokastik Altalan Belirleme Yöntemi	1
1.5.	Modal Güvence Kriteri	3
1.6.	Hareketli Yük Altındaki Çatlaklı Kirişin Zorlanmış Titreşimleri 34	4
1.7.	Tezin Amacı ve Kapsamı	7
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR VE BULGULAR	3
2.1.	Çatlaklı Konsol Kirişin Serbest Titreşim Analizi	3
2.1.1.	Dinamik Karakteristiklerin Analitik Olarak Elde Edilmesi	)
2.1.2.	Dinamik Karakteristiklerin Sonlu Elemanlar Metoduyla Elde Edilmesi 44	4
2.1.3.	Dinamik Karakteristiklerin Deneysel Ölçümlerle Elde Edilmesi47	7

2.2.	Çatlaklı Basit Kirişin Hareketli Yük Altında Zorlanmış Titreşim Analizi	. 56
3.	İRDELEME	. 64
3.1.	Çatlaklı Konsol Kirişin Serbest Titreşimleri	. 64
3.2.	Çatlaklı Basit Kirişin Hareketli Yük Altında Zorlanmış Titreşimleri	. 80
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	. 88
5.	KAYNAKLAR	. 91
ÖZGECM	İS	



#### Yüksek Lisans Tezi

#### ÖZET

#### ÇATLAKLI ELASTİK KİRİŞLERİN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ ANALİTİK, SAYISAL VE DENEYSEL YÖNTEMLERLE İNCELENMESİ

#### Sebahat KARACA

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Danışman: Doç. Dr. Volkan KAHYA 2016, 95 Sayfa

Bu tez çalışmasında, çatlaklı elastik kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimleri ele alınmıştır. Çatlağın kiriş davranışı üzerindeki etkileri; analitik, sayısal ve deneysel yöntemlerle incelenmiştir. Sunulan tez çalışması, dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, konuyla ilgili literatürde mevcut çalışmalar özetlendikten sonra, çatlaklı kirişin serbest ve zorlanmış titreşim karakteristiklerinin elde edilmesinde kullanılan yöntemlere ait formülasyon verilmiştir. İkinci bölümde, seçilen konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için dinamik karakteristiklerin analitik, sayısal ve deneysel olarak elde edilmesi sunulmuştur. Ayrıca hareketli yük altındaki basit kirişin, hasarsız ve hasarlı durumları için dinamik karakteristiklerinin transfer matrisi yöntemiyle elde edilmesi ve hareketli yük altındaki zorlanmış titreşim davranışına ait bilgiler sunulmuştur. Üçüncü bölümde, çatlaklı konsol kirişin serbest titreşim karakteristikleri için kullanılan üç yöntemden elde edilen sonuçların karşılaştırılması verilmiştir. Ayrıca, basit kirişin zorlanmış titreşiminde, hasarsız ve hasarlı durumlar için kiriş orta noktasında meydana gelen yer değiştirmeler ile hasarlı kirişler için orta noktada hesaplanan gerilme şiddeti faktörleri sunulmuştur. Dördüncü bölümde, tez çalışmasından elde edilen sonuçlar ile çalışmanın devamı niteliğinde olabilecek bazı öneriler sunulmuştur. Çalışma sonucunda, bir yapı elemanındaki çatlağın varlığı, miktarı ve boyutlarının o yapı elemanının dinamik karakteristikleri ve davranışı üzerinde son derece etkili olduğu görülmüştür.

#### Anahtar Kelimeler: Çatlaklı Kiriş, Serbest Titreşim, Zorlanmış Titreşim, Dinamik Karakteristikler, Transfer Matrisi Yöntemi, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Operasyonel Modal Analiz

#### Master Thesis

#### SUMMARY

#### ANALYTICAL, NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF DYNAMIC BEHAVIOR OF CRACKED ELASTIC BEAMS

#### Sebahat KARACA

Karadeniz Technical University The Graduate School of Natural and Applied Sciences Civil Engineering Graduate Program Supervisor: Assoc. Prof. Volkan KAHYA 2016, 95 Pages

In this thesis, free and forced vibrations of cracked elastic beams are considered. The effects of the crack on the beam behavior are analyzed by analytical, numerical and experimental methods. The present thesis consists of mainly four chapters. In the first chapter, after summarizing the related literature, the formulation of the methods used to obtain free and forced vibration characteristics of the cracked beam is given. In the second chapter, analytical, numerical and experimental results of the dynamic characteristics for the undamaged and damaged cantilever beams are presented. In addition, the dynamic characteristics of the simple beam under moving load are obtained by the transfer matrix method for undamaged and damaged cases, and the information on the forced vibration behavior under moving load is presented. In the third chapter, comparison of the dynamic characteristics of the cracked cantilever beam obtained from the three methods is presented. In addition, displacements at the mid-point of the beam are given for the undamaged and damaged cases in the forced vibration of the simple beam, as well as the stress intensity factors calculated at the mid-point for the damaged cases. In the fourth chapter, the results of the study and some suggestions for future studies are presented. As a conclusion, it is observed that the presence amount and dimensions of a crack in a building element have a great effect on its dynamic characteristics as well as its response to dynamic loads.

### Key Words: Cracked Beam, Free Vibration, Forced Vibration, Dynamic Characteristics, Transfer Matrix Method, Finite Element Method, Operational Modal Analysis

# ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 1.	Çatlaklı kiriş elemanı ve kesit tesirleri	. 11
Şekil 2.	Çatlaklı kesite ait geometrik özellikler	. 13
Şekil 3.	N tane çatlağı bulunan kirişin geometrisi ve koordinat eksenleri	. 15
Şekil 4.	Eşdeğer kütlesiz dönel yay modeli ve çatlak sebebiyle kesit dönmesindeki süreksizlik	. 15
Şekil 5.	Sonlu Elemanlar Metodunda (SEM) kullanılan eleman tipleri	. 19
Şekil 6.	Operasyonel Modal Analiz metodu ölçüm düzeneği	. 22
Şekil 7.	B&K8210 tipi darbe çekici	. 24
Şekil 8.	İvmeölçerlerin genel yapısı	. 24
Şekil 9.	B&K4507 tipi tek eksenli ivmeölçerler	. 24
Şekil 10.	B&K3560-C tipi on yedi kanallı veri toplama ünitesi	. 25
Şekil 11.	Modal sönüm oranının elde edilmesi	. 31
Şekil 12.	Hareketli yük etkisindeki çatlaklı basit kiriş	. 35
Şekil 13.	Serbest titreşim analizinde kullanılacak konsol kirişin geometrik özellikleri	. 38
Şekil 14.	Serbest titreşim analizinde göz önüne alınan hasar durumları	, 39
Şekil 15.	Konsol kirişin analitik modelinin hasarsız durum için ilk altı mod şekli	. 43
Şekil 16.	Konsol kirişin analitik modelinin Hasar-6 durumu için ilk altı mod şekli	. 44
Şekil 17.	SOLID186 elemanı (ANSYS, 2013)	. 45
Şekil 18.	PLANE183 elemanı (ANSYS, 2013)	. 45
Şekil 19.	Çatlaklı kirişin üç boyutlu sonlu eleman modeli	. 45
Şekil 20.	Konsol kirişin hasarsız durum için SEM analiziyle elde edilen ilk altı mod şekli	. 46
Şekil 21.	Konsol kirişin Hasar-6 durumu için SEM analiziyle elde edilen ilk altı mod şekli	. 47
Şekil 22.	Konsol kiriş için oluşturulan ölçüm düzeneği ve ivmeölçer yerleşimi	. 47
Şekil 23.	Konsol kirişe ait temsili model ve ölçüm düzeneği	. 48
Şekil 24.	Konsol kiriş modelin hasarsız durum için spektral yoğunluk fonksiyonları	. 48
Şekil 25.	Konsol kiriş modelin hasarsız durum için ilk altı mod şekli	. 49
Şekil 26.	Konsol kiriş modelinde oluşturulan Hasar-1 durumu	. 50

Şekil 27.	Konsol kiriş modelin Hasar-1 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları	50
Şekil 28.	Konsol kiriş modelinde oluşturulan Hasar-2 durumu	51
Şekil 29.	Konsol kiriş modelin Hasar-2 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları	52
Şekil 30.	Konsol kiriş modelinde oluşturulan Hasar-3 durumu	52
Şekil 31.	Konsol kiriş modelin Hasar-3 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları	53
Şekil 32.	Konsol kiriş modelin Hasar-4 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları	54
Şekil 33.	Konsol kiriş modelin Hasar-5 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları	55
Şekil 34.	Konsol kiriş modelin Hasar-6 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları	55
Şekil 35.	Hareketli yük etkisindeki çatlaklı basit kiriş	56
Şekil 36.	Zorlanmış titreşim analizinde göz önüne alınan hasar durumları	57
Şekil 37.	Basit mesnetli kirişin analitik modelinin hasarsız durum için ilk altı mod şekli	60
Şekil 38.	Basit mesnetli kirişin analitik modelinin Hasar-3 durumu için ilk altı mod şekli	61
Şekil 39.	Hasarsız konsol kirişin üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	70
Şekil 40.	Konsol kirişin Hasar-1 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	71
Şekil 41.	Konsol kirişin Hasar-2 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	72
Şekil 42.	Konsol kirişin Hasar-3 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	73
Şekil 43.	Konsol kirişin Hasar-4 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	74
Şekil 44.	Konsol kirişin Hasar-5 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	75
Şekil 45.	Konsol kirişin Hasar-6 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması	76
Şekil 46.	Hasarsız konsol kirişin analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	77
Şekil 47.	Konsol kirişin Hasar-1 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	77
Şekil 48.	Konsol kirişin Hasar-2 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	78
Şekil 49.	Konsol kirişin Hasar-3 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	78

Şekil 50.	Konsol kirişin Hasar-4 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	79
Şekil 51.	Konsol kirişin Hasar-5 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	79
Şekil 52.	Konsol kirişin Hasar-6 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği	80
Şekil 53.	Farklı hızlar için hasarsız basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler	81
Şekil 54.	$v = 0,1v_{kr}$ olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler	82
Şekil 55.	$v = 0.3v_{kr}$ olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler	82
Şekil 56.	$v = 0.5v_{kr}$ olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler	83
Şekil 57.	$v = v_{kr}$ olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler	83
Şekil 58.	Hasar-3 durumunda çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri	85
Şekil 59.	$v = 0,1v_{kr}$ olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri	85
Şekil 60.	$v = 0,3v_{kr}$ olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri	86
Şekil 61.	$v = 0.5v_{kr}$ olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri	86
Şekil 62.	$v = v_{kr}$ olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri	87

# TABLOLAR DİZİNİ

### Sayfa No

Tablo 1.	B&K4507 tipi tek eksenli ivmeölçere ait bazı teknik özellikler	24
Tablo 2.	Konsol kiriş modele ait malzeme ve kesit özellikleri	38
Tablo 3.	Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için analitik olarak elde edilen doğal frekanslar	43
Tablo 4.	Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için 3B SEM analizi ile elde edilen doğal frekansları	46
Tablo 5.	Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için 2B SEM analizi ile elde edilen doğal frekansları	46
Tablo 6.	Konsol kiriş modelin hasarsız durum için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	49
Tablo 7.	Konsol kiriş modelin Hasar-1 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	51
Tablo 8.	Konsol kiriş modelin Hasar-2 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	52
Tablo 9.	Konsol kiriş modelin Hasar-3 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	53
Tablo 10.	Konsol kiriş modelin Hasar-4 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	54
Tablo 11.	Konsol kiriş modelin Hasar-5 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	55
Tablo 12.	Konsol kiriş modelin Hasar-6 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları	56
Tablo 13.	Basit mesnetli kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için analitik olarak elde edilen doğal frekanslar	60
Tablo 14.	Konsol kirişte hasar şiddetinin arttırılması durumunda analitik çözümden elde edilen doğal frekanslardaki değişim	64
Tablo 15.	Hasarsız konsol kirişin için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	65
Tablo 16.	Hasar-1 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	66
Tablo 17.	Hasar-2 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	66
Tablo 18.	Hasar-3 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	66

Tablo 19.	Hasar-4 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	66
Tablo 20.	Hasar-5 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	67
Tablo 21.	Hasar-6 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması	67
Tablo 22.	Hasarsız konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	67
Tablo 23.	Hasar-1 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	67
Tablo 24.	Hasar-2 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	68
Tablo 25.	Hasar-3 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	68
Tablo 26.	Hasar-4 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	68
Tablo 27.	Hasar-5 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	69
Tablo 28.	Hasar-6 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması	69

# SEMBOLLER DİZİNİ

$a_0, a_n, b_n$	Fourier dönüşümü katsayıları
a	Çatlak derinliği
$A_{c}$	Çatlaklı kesit alanı
A	Kirişin kesit alanı
$\left[A_k\right]$	Tepki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonuna ait k. artık değer matrisi
$\begin{bmatrix} A_* \end{bmatrix}$	Durum matrisi
$[B_*]$	Veri matrisi
$C_{ij}$	Esneklik katsayısı
$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix}$	Sönüm matrisi
$\begin{bmatrix} C_* \end{bmatrix}$	Sistem davranış matrisi
$d_{i}$	Boyutsuz çatlak derinliği
$[D_*]$	Doğrudan iletim matrisi
E	Elastisite modülü
$E_*$	Değer operatörü
f	Frekans (Hz)
$f(d_i)$	Çatlaklı kesitin yerel esnekliğini tanımlayan boyutsuz bir fonksiyon
$\left\{f(t)\right\}$	Zamana bağlı kuvvet vektörü
F <sub>ni</sub>	Kesit geometrisine bağlı olarak değişen boyutsuz çatlak şekil fonksiyonu
$\left[G_{yy}(j\omega)\right]$	Tepki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonu
$\left[G_{xx}(j\omega)\right]$	Etki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonu
h	Kesit yüksekliği
$\left[H(j\omega)\right]$	Frekans davranış fonksiyonu
Ι	Kesit atalet momenti
J	Şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu fonksiyonu
k	Rijitlik

$K_{ni}$	Gerilme şiddeti faktörü
[K]	Rijitlik matrisi
L	Kiriş boyu
$[m_r]$	Genelleştirilmiş kütle matrisi
[M]	Kütle matrisi
Ν	Çatlak sayısı
Р	Hareketli yükün büyüklüğü
$P_1$	Normal kuvvet
$P_{2}, P_{3}$	Kesme kuvvetleri
$P_{4}, P_{5}$	Eğilme momentleri
$P_6$	Burulma momenti
$q_n(t)$	Genelleştirilmiş koordinatlar
$R_k$	Artık değer fonksiyonu
S <sub>ij</sub>	Skaler tekil değerler
$[S_i]$	Skaler tekil değerleri içeren diyagonal matris
t	Zaman
Т	Periyot
T(t)	Genlik
$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}$	Transfer matrisi
u <sub>ij</sub>	Tekil vektör
u <sub>i</sub>	$P_1$ yüklemesinden dolayı <i>i</i> doğrultusunda meydana gelen ek yer değiştirme
U	Çatlak sebebiyle meydana gelen şekil değiştirme enerjisi
$\begin{bmatrix} U_i \end{bmatrix}$	Tekil vektörleri içeren matris
$\{u_k\}$	Belirgin etki sinyal vektörü
$\left\{ U ight\}$	$N \times 1$ boyutunda zamandan bağımsız genlik vektörü
$\left\{ U(t) \right\}$	Zamana bağlı yer değiştirme vektörü
$\left\{ \dot{U}(t) ight\}$	Zamana bağlı hız vektörü

$\left\{ \ddot{U}(t) ight\}$	Zamana bağlı ivme vektörü
$\{v_k\}$	İvmeölçer kusurlarından dolayı işlenen gürültü sinyali vektörü
v	Yükün hızı
$\left\{w_k\right\}$ $x_i$	Modeldeki belirsizlikler ve kusurlar nedeniyle işlenen gürültü sinyalleri vektörü Çatlağın sol mesnete olan mesafesi
$\{x_k\}$	Ayrık-zaman durum vektörü
$\{x(t)\}$	Durum vektörü
$X_{i,n}(\overline{x})$	Çatlaklı sistemin mod şekil fonksiyonu
$Y_i(x,t)$	Kiriş parçalarının düşey yer değiştirmesi
$\delta(\circ)$	Dirac delta fonksiyonu
${\delta}_{_{pq}}$	Kronecker delta
$\Phi_i(\overline{x})$	Mod şekil fonksiyonu
$\{ \phi \}$	Normalleştirilmiş mod şekilleri vektörü
$\lambda_k$	Kutup fonksiyonu
ν	Poisson orani
ρ	Malzeme yoğunluğu
$\sigma_{_i}$	i. bağımsız yüklemeden dolayı çatlaklı kesitte meydana gelen gerilme
ω	Doğal açısal frekans (rad / sn)
ξ	Modal sönüm oranı
$\{\psi_a\}$	Analitik mod şekil vektörü
$\{\psi_d\}$	Deneysel mod şekil vektörü
$\{\psi\}_r$	r. moda ait mod şekil vektörü

### **1. GENEL BİLGİLER**

#### 1.1. Giriş

Mühendislik yapıları, farklı statik ve dinamik yükleme koşuları altında çeşitli gerilme ve şekil değiştirmelere maruz kalırlar. Zaman geçtikçe bu gerilme ve şekil değiştirmeler yapının servis ömründe azalmaya sebep olur. Yapısal yaşlanma olarak adlandırabileceğimiz bu durum, yapının performansını ciddi boyutta etkileyebilecek çeşitli hasarlara yol açabilir. Yapısal hasarların erken tespit edilip gerekli önlemlerin zamanında alınmaması, insan hayatını etkileyebilecek ciddi kazalara ve onarım için oldukça yüksek ekonomik maliyetlere sebep olabilir.

Yapısal titreşimlerden dolayı ortaya çıkan tekrarlı gerilmeler, yapıda yorulma olayına yol açar. Yorulma, yapısal hasarların en yaygın sebeplerinden biridir. Tekrarlı gerilmelerin belli bir seviyenin üstüne çıkması durumunda yapıda çatlaklar meydana gelir. Yapı titreştikçe, kırılma meydana gelinceye kadar bu çatlaklar yayılmaya devam eder.

Yapı elemanlarında meydana gelen çatlaklar, yapı rijitliğinin azalmasına, sönümün artmasına sebep olur. Bu ise yapının dinamik davranışını değiştirir. Bu sebeple, bir yapı elemanındaki çatlağın tespiti ve davranış üzerindeki etkilerinin bilinmesi, gerekli önlemlerin alınması açısından hayati önem taşımaktadır.

#### 1.2. Literatür Taraması

Çatlak sebebiyle yapıların dinamik davranışında meydana gelen değişimlerin incelenmesiyle çatlağın yeri ve boyutları belirlenebilir. Bu kapsamda yapılan çalışmalar genelde iki gruba ayrılmaktadır. Birinci gruptakiler, yapının dinamik karakteristikleri (doğal frekans ve mod şekilleri) üzerinde çatlağın etkisini araştırırken (Direkt çözüm), ikinci gruptakiler ise çatlaklı yapının deneysel olarak ölçülen dinamik karakteristiklerinden yararlanarak yapıda olabilecek bir çatlağın yerini ve derinliğini tahmin etmeye çalışmaktadırlar (Ters çözüm). Bununla birlikte, bir yapı elemanında dinamik karakteristikler yardımıyla çatlağın yerinin ve derinliğinin tespit edilebilmesi için öncelikle çatlaklı yapının frekans denkleminin direkt çözüm ile bulunması gerekmektedir.

Kirişler, yapısal çatlakların yaygın olarak görüldüğü yapı elemanlarıdır. Bir kirişte çatlağın modellemesi için genellikle iki yaklaşım kullanılmaktadır. Bunlardan en sık kullanılanı, çatlak sebebiyle kesitte meydana gelen rijitlik kaybını ağırlıksız dönel yay (*rotational spring*) olarak modellemektedir. Bu şekilde kiriş, çatlağın sağında ve solunda iki parçaya ayrılmış olur. Çatlak yayılma fonksiyonları (*crack disturbance functions*), çatlağın modellenmesinde kullanılan diğer bir yaklaşımdır. Bu fonksiyonlar yardımıyla çatlaklı kiriş için hareket denklemi elde edilmekte ve çözüme gidilmektedir. Her iki yöntemde de kesitteki çatlağın etkisi yerel esneklik (*local flexibility*) kavramı ile ifade edilmektedir. Yerel esneklik, uygulanan yük ile çatlak çevresinde meydana gelen şekil değiştirme arasındaki ilişkiyi tanımlar ve lineer elastik kırılma mekaniği teorisi kullanılarak elde edilir. Yerel esneklik, çatlağın boyutuna ve çatlağın içinde bulunduğu düzlemin geometrisine bağlıdır. Çatlak yayılma fonksiyonları daha doğru bir hasar modeli sağlamakla birlikte, kütlesiz dönel yay modeli, hem çatlaklı kiriş davranışını yeterli doğrulukta temsil edilebildiği için hem de kolaylığı açısından araştırmacılar tarafından tercih edilmektedir.

Literatürde, çatlağın kirişlerin dinamik davranışı üzerindeki etkileri ya serbest titreşim karakteristikleri (doğal frekansalar ve mod şekilleri) ya da zorlanmış titreşim altında yer değiştirme veya şekil değiştirmeler esas alınarak incelenmektedir.

#### 1.2.1. Serbest Titreşim Davranışını Esas Alan Çalışmalar

Dimarogonas (1996) çatlaklı yapıların titreşimi ile ilgili 1971-1992 yılları arasında yapılmış 500'ün üzerinde çalışmayı tarayarak konu ile ilgili genel bir değerlendirme yapmıştır. İzleyen çalışmalarında ise çatlaklı Euler-Bernoulli kirişinin enine ve boyuna titreşimleri için yeni bir model önermiştir (Chondros vd., 1998; Chondros ve Dimarogonas, 1998; Chondros vd., 1998). Bu çalışmalarda, çatlaklı kirişin diferansiyel denklemi Hu-Washizu-Barr varyasyonel formülasyonu kullanılarak elde edilmiştir. Analitik sonuçlar deneysel ölçümlerle test edilmiştir.

Mahmoud vd. (1999), enine kenar çatlaklı üniform kirişlerin doğal frekans ve mod şekillerini belirlemek için etkili bir hesaplama tekniği geliştirmişlerdir. Çatlak sebebiyle oluşan yerel esneklik, kırılma mekaniği esasları kullanılarak ifade edilmiştir. Frekans denklemi, transfer matrisi metodu yardımıyla elde edilmiştir. Teorinin doğruluğunu göstermek için konsol kirişin frekans analizi sonuçları, deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Analizler, kiriş titreşimi üzerinde çatlak yerinin etkisinin oldukça karmaşık olduğunu göstermiştir.

Shifrin ve Ruotolo (1999) keyfi sayıda enine çatlak içeren kirişin doğal frekanslarını hesaplamak için yeni bir teknik önermişlerdir. Metodun yeniliği, frekans denklemi için gerekli olan transfer matrisinin boyutunu azaltmasıdır. Yazarlar aynı tekniği kullanarak keyfi sayıda simetrik enine açık çatlak içeren izotropik bir çubuğun boyuna doğal titreşimlerini de incelemişlerdir (Ruotolo ve Surace, 2004).

Khiem ve Lien (2001), keyfi sayıda çatlağa sahip kirişin doğal frekans analizi için transfer matris metoduna dayalı yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde çatlak, dönel yay olarak modellenmektedir. Birden fazla çatlak içeren kiriş için frekans denklemi hem klasik mesnet şartları hem de elastik mesnet şartları için analitik olarak elde edilmiştir. Yazarlar diğer bir çalışmada ise aynı yöntemi kullanarak elde ettikleri frekans denkleminin çözümü lineer olmayan bir optimizasyon probleminin çözümüne indirgemişlerdir (Khiem ve Lien, 2004). Bu yöntem, çatlak yeri ve boyutlarının tespitine ek olarak, kirişte ortaya çıkabilecek çatlakların niteliği hakkında da bilgi sağlamaktadır.

Lin vd. (2002), keyfi sayıda çatlağı olan Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşimlerini transfer matrisi metoduyla ele almışlardır. Çalışmada çatlak, dönel yay olarak modellenmiş, süreklilik şartları yardımıyla kirişin transfer matrisi elde edilmiştir. Bu matrisin determinantı, doğal frekansların bulunması için gerekli frekans denklemini vermektedir. Benzer problem, bu kez Timoshenko kirişi için Lin (2004) tarafından ele alınmıştır. Frekans denkleminin, doğal frekanslar, çatlak yeri ve çatlaklı kesitin yerel esnekliği cinsinden ifade edilebilmesinden hareketle çatlak tayini için bir metot önerilmiştir. Çatlaklı kirişin ölçülen herhangi iki doğal frekansı yardımıyla, çatlağın yeri ve kesit esnekliği karakteristik denklem kullanılarak belirlenmiştir. Çatlak boyutu ise kesit esnekliği ile çatlak boyutu arasındaki ilişki kullanılarak hesaplanmıştır. Teorik sonuçlar deneysel ölçümlerle karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Zheng ve Fan (2003), çatlaklı kutu profil kesitli kirişlerin titreşim ve stabilite analizlerini yapmışlardır. Çalışmada önce dikdörtgen ve dairesel dolu ve boşluklu kesitli kirişler için yerel esneklikler integral formda ifade edilmiştir. Bu integraller daha sonra 128 noktalı Gauss integrasyonu yardımıyla açık formda yazılmıştır. En küçük kareler metodu kullanılarak yerel esneklik için elde edilen ifadelere yaklaşık formüller uydurulmuştur. Ardından elde edilen bu esneklik katsayıları, dikdörtgen ve dairesel kutu kesitli kirişlerin titreşim ve stabilite analizlerinde kullanılmıştır. Çatlaklı kiriş, dönel yaylarla birbirine

bağlanmıştır. Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemi elde edilmiş ve ardından Fourier serilerini kullanan basit bir teknik ile bunlar çözülmüştür.

Patil ve Maiti (2003; 2005), keyfi sayıda çatlak içeren narin Euler-Bernoulli kirişlerinde çatlak tayini için frekans ölçümlerine dayalı bir yöntem geliştirmişlerdir. Transfer matrisi metoduna dayalı yöntemde, çatlağın modellemesi dönel yaylarla yapılmıştır. Direkt problem çözülüp frekans denklemi elde edildikten sonra, çatlağın tayini için enerji yöntemine dayalı bir yaklaşım kullanılmıştır. Tüm çatlakların derinliklerini ve yerlerini tayin etmek için ölçülen frekansların sayısının çatlak sayısının iki katına eşit olması yeterlidir. Analitik olarak elde edilen sonuçlar deneysel olarak da doğrulanmıştır.

Behzad vd. (2005), açık kenar çatlak içeren kirişin eğilme titreşimlerini ele almışlardır. Hamilton prensibi yardımıyla kirişin hareket denklemi elde edilmiştir. Çatlak sebebiyle kesit atalet momentindeki kayıp, çatlak yayılma fonksiyonu ile dikkate alınmıştır. Galerkin yöntemi kullanılarak hareket denklemi çözülmüş ve çatlaklı kirişin doğal frekansları elde edilmiştir Artan çatlak derinliğinin çatlaklı kirişin doğal frekanslarını azalttığı gösterilmiştir. Teorik olarak hesaplanan doğal frekanslar ile sonlu elemanlar metodu kullanılarak hesaplananlar karşılaştırılmış ve aralarında iyi bir uyum olduğu görülmüştür.

Binici (2005), keyfi sayıda çatlağa sahip ve eksenel yüke maruz kirişin mod şekilleri ve doğal frekanslarını elde etmek için yeni bir metot geliştirmiştir. Çatlağın modellenmesi için dönel yay modeli kullanılmıştır. Bu metot, mod şekil fonksiyonlarını belirlemek için bir ucun sınır şartlarını başlangıç parametreleri olarak almakta, çatlağın bulunduğu yerdeki süreklilik şartlarını kullanarak diğer parçaların mod şekil fonksiyonlarını belirlemektedir. Diğer ucun sınır şartlarından ise köklerin çözülmesi için gereken bir denklem elde edilmektedir. Statik duruma yaklaşıldığında bu karakteristik denklemin kökleri, yapının burkulma yükünü vermektedir. Önerilen metot ve sonlu eleman sonuçları arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Çalışmada çatlağın ve eksenel yükün doğal frekanslar üzerindeki etkisi araştırılmış; doğal frekansların çatlağın yeri ve şiddeti ile eksenel yükten etkilendiği görülmüştür. Önerilen metodun kolon ve kirişlerde çatlak yeri ve şiddeti ile kritik burkulma yükü tespitinde etkin olarak kullanılabileceği gösterilmiştir.

Mei vd. (2005), eksenel yüke maruz, çatlaklı Timoshenko kirişinin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Çalışmada kullanılan teori, çatlak sebebiyle meydana gelen süreksizliklerden dolayı dalga yayılması ile ilgili özelliklerde (iletilme ve yansıma) meydana gelen değişimleri esas almaktadır. Eksenel yüklü Timoshenko kirişinin

üzerindeki çeşitli süreksizlikler için dalga iletimi ve yansıması matrisleri elde edilmiş, bunlar yardımıyla da kiriş içinde yayılan dalgalar ile dış kuvvet ve momentler arasındaki bağıntılar türetilmiştir.

Loya vd. (2005), çatlak içeren basit mesnetli Timoshenko kirişinin eğilme titreşimlerini ele almışlardır. Kiriş, biri uzamayı diğeri eğilmeyi temsil eden kütlesiz yaylarla bağlı iki parça olarak modellenmiştir. Bu modelde eğilme sebebiyle çatlaklı kesitte düşey deplasmanlar ile dönmelerde meydana gelen süreksizlikler dikkate alınmıştır. Bu süreksizlikler, sırasıyla çatlaklı kesitte oluşan kesme kuvveti ve moment ile orantılıdır. Serbest eğilme titreşimleri için elde edilen diferansiyel denklemler, çatlaklı kesitte sınır koşulları ve uygunluk bağıntıları dikkate alınarak çözülmüştür. Problem, pertürbasyon yöntemi ile de çözülmüş ve çatlaklı kirişlerin doğal frekansları için bu yöntemin basit ifadeler sağladığı ve sığ çatlaklar için de iyi sonuç verdiği gösterilmiştir.

McAdams vd. (2007), sonlu farklar ve Myklestad yöntemleri ile çataklı kirişlerin davranışını incelemişlerdir. Her iki yaklaşımda da çatlak modeli, o bölgede elastisite modülünün azalmasına dayandırılmıştır. Çatlağı tanımlamak için uygun modelleme tekniklerinin seçimi ve bunun izlenen sinyaller üzerindeki etkisi ile yapıda rastgele imalat hataları olması durumunda, izlenen sinyallerin dağılım özellikleri hakkında sonuçlar sunulmuştur.

Viola vd. (2007), eksenel yük altındaki çatlaklı Timoshenko kirişinin serbest titreşimlerini dinamik rijitlik matrisi yöntemini kullanarak incelemişlerdir. Çatlağın modellenmesinde uzama, eğilme ve burulma için çizgisel yay elemanları kullanılmıştır. Önerilen teori, farklı sınır şartlarına sahip ve eğilmeli burulma etkisindeki iki kiriş üzerinde uygulanmış, eksenel kuvvet, kayma deformasyonu ve dönel ataletin doğal frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Caddemi ve Caliò (2009), keyfi sayıda çatlağı bulunan Euler-Bernoulli kirişinin titreşim modları için kapalı çözümler elde etmişlerdir. Yazarlar, çatlak etkisiyle eğilme rijitliğinde meydana gelen değişimi Dirac delta fonksiyonu ile tanımlamışlardır. Bu şekilde herhangi bir süreklilik şartına ihtiyaç duyulmaksızın çatlaklı kirişin hareket denklemi elde edilmiş ve çözüme gidilmiştir.

Lee (2009), kirişte birden fazla çatlağı tespit etmek için basit bir yöntem geliştirmiştir. Çatlaklar dönel yay olarak modellenmiş ve direkt problem sonlu elemanlar metodu kullanılarak çözülmüştür. Ters problem, çatlakların yerlerini ve boyutlarını bulmak

için Newton-Raphson yöntemi kullanılarak iteratif olarak çözülmüştür. İki ve üç çatlaklı kirişler için sayısal çözümler sunulmuştur.

Rosales vd. (2009), kirişlerde çatlak tayini için iki yaklaşım sunmuşlardır. Bunlardan biri yapay sinir ağları ile diğeri ise bir kuvvet serisi tekniği ile ters problemin çözülmesini esas almaktadır. Daha iyi sonuçlar için iki tekniğin birlikte kullanılması tavsiye edilmiştir.

Sasmal ve Ramanjaneyulu (2009), yapıda hasarın belirlenmesi için doğal frekanslardaki değişimi esas alan ve transfer matrisi tekniğini kullanan bir yöntem geliştirmişlerdir. Hasarlı kirişte her elemanın eğilme rijitliğini ayarlayarak, ölçülen ve hesaplanan frekansların birbirine yaklaştırılabilmesi için iteratif bir çözüm yolu geliştirilmiştir. Geliştirilen metodoloji, iteratif olmakla birlikte transfer matrisi tekniği yardımıyla hesaplamalar önemli ölçüde azaltılmıştır. Önerilen yöntemin hasarın yerini ve büyüklüğünü oldukça doğru bir şekilde belirleyebildiği görülmüştür.

Zhang vd. (2009), çatlak tayini için dönüşüm matrisi ile dalgacık analizini (*wavelet analysis*) birleştiren bir yöntem geliştirmişlerdir. Temel titreşim moduna dalgacık analizi uygulanarak dalgacık katsayılarının pikleri yardımıyla çatlağın yeri tespit edilmiştir. Ardından, ölçülen ilk iki frekans kullanarak dönüşüm matrisi yöntemiyle çatlak derinliği belirlenmiştir.

Xiaoqing vd. (2010), keyfi sayıda çatlak içeren elastik kirişlerde çatlak tayini için analitik bir yaklaşım sunmuşlardır. Çatlaklar, dönel yay olarak modellenmiştir. Transfer matrisi yöntemi yardımıyla çatlaklı kirişin doğal frekanslarının, çatlak yerinin ve derinliğinin bir fonksiyonu olan frekans denklemi elde edilmiştir. Çatlaklı kirişin doğal frekansları deneysel olarak ölçülebildiğinden frekans denklemi yardımıyla çatlağın yeri ve derinliği açıkça belirlenebilmektedir. Sunulan yöntem, literatürde mevcut değerlerin yanı sıra deneysel olarak da doğrulanmıştır.

Caddemi ve Morassi (2011), kirişin statik yer değiştirmelerinde hasar sebebiyle meydana gelen değişimlerden hareketle birden fazla çatlağın belirlenmesini çalışmışlardır. Her çatlak, kirişin iki parçasını birbirine bağlayan eşdeğer lineer yay olarak modellenmiştir. Hasarın belirlenmesi için statik ölçümler üzerindeki gerekli koşullar sunulmuş ve bazı ideal sınır şartları altında üniform olmayan kirişler de ele alınmıştır. Teorik sonuçlar, hasarlı çelik kirişe uygulanan statik testler ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Attar (2012), keyfi sayıda enine çatlak içeren ve genel sınır şartları altındaki kademeli kirişin doğal frekansları ve mod şekilleri için analitik bir yaklaşım önermiştir.

Birden fazla çatlak olması durumunda, çatlak derinliği ve yerinin belirlenmesi için yeni bir yöntem sunulmuştur. Kademeli çatlaklı kiriş, çatlakların olduğu yerlerden dönel yaylar ile üniform parçalara ayrılarak modellenmiştir. Çatlaklı kirişin, fiziksel ve geometrik parametrelerine, frekansına, sınır şartlarına ve çatlağın derinliği ve yerine bağlı olan frekans denklemini elde etmek için Transfer Matrisi Metodu kullanılmıştır. Hasarlı kirişin ölçülen 2N tane doğal frekansı yardımıyla N tane çatlağı belirlemek üzere 2N denklemden oluşan bir denklem sistemi önerilen metot kullanılarak elde edilmiştir. Önerilen metot, çeşitli sayısal örneklerle doğrulanmıştır. Çalışma sonuçlarının sonlu eleman ve deneysel yöntemler ile elde edilenlerle iyi bir uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

Gillich vd. (2012), prizmatik konsol kirişlerin dinamik davranışı üzerinde süreksizliklerin etkisini gösteren yeni bir bağıntı ortaya koymuşlardır. Hasarlı kirişin zayıf ekseni etrafındaki eğilme titreşimlerinin frekanslarını veren bu bağıntı, literatürdekilerin aksine sürekli bir model ele alınarak elde edilmiştir. Önerilen bağıntının geçerliliğini göstermek için konsol kiriş çatlaklı ve çatlaksız durumlarda analiz edilmiştir. Çeşitli çatlak senaryoları için süreksizlikten dolayı doğal frekanslarda meydana gelen değişim incelenmiş ve bu değişimi temsil eden eğriler çizilmiştir.

Bakhtiari-Nejad vd. (2014), bir veya iki çatlak içeren kirişin doğal frekanslarını ve mod şekillerini bulmak için Rayleigh yöntemine dayalı bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Bu yöntemin klasik öz değer bulma yöntemlerine göre avantajı, Rayleigh yöntemiyle doğal frekanslar ve mod şekilleri için açık ifadeler elde edilebilmesidir. Bu sayede, çatlak boyu ve yeri gibi doğal frekans ve mod şekilleri üzerinde etkili parametreler analitik olarak incelenebilmiştir.

Behera vd. (2014), eğik yönlenmiş kenar çatlağı bulunan konsol kirişin doğal frekanslarını ve mod şekillerini ANSYS sonlu eleman programıyla elde etmişlerdir. Yazarlar, buldukları sonuçları deneysel olarak da doğrulamışlardır.

Nakhaei vd. (2014), çatlaklı kirişi, bir kademeli kiriş olarak ele almış ve bu şekilde çatlaklı kirişin doğal frekanslarını bulma problemini kademeli kirişin doğal frekanslarını bulma problemine indirgemişlerdir. Bu yöntemde çatlak, dönel yaylarla değil kiriş elemanı olarak modellenmiştir.

Nandakumar ve Shankar (2013; 2014; 2015), her düğüm noktasında iki serbestliği bulunan yeni bir çatlaklı kiriş sonlu elemanı önermişlerdir. Çatlaklı kiriş elemanına ait kütle ve rijitlik matrislerini ve ardından çatlağı dönel yay olarak modelleyerek aynı eleman için transfer matrisini elde etmişlerdir. Sayısal uygulama olarak birden çok çatlağı bulunan

bir konsol ile bir kafes sisteme ait çatlaklı çubuk elemanı ele alınmıştır. Önerilen çözüm algoritması deneysel olarak da doğrulanmıştır. Bu yöntemin en önemli avantajının tek bir elemanda bir veya daha fazla çatlağın tespit edilebilmesine imkân vermesi olduğu belirtilmiştir.

#### 1.2.2. Zorlanmış Titreşim Davranışını Esas Alan Çalışmalar

Hareketli yükler, yapılarda statik yüklere göre daha büyük yer değiştirme ve gerilmelerin ortaya çıkmasına sebep olurlar. Köprüler, hareketli yük altındaki yapılardır ve bir kiriş şeklinde basitçe modellenebilirler. Gelişen teknolojiyle birlikte daha hızlı ve ağır araçların ulaşım hizmetlerinde kullanılması sebebiyle özellikle serviste olan mevut köprülerde yükler, tasarım sırasında öngörülen yükleri aşabilmektedir. Tekrarlı yükler ve zamanla malzemenin yorulması gibi sebeplerle köprü kirişlerinde çatlaklar meydana gelebilmektedir. Bu hasarın tehlikeli boyutlara gelmeden tespiti son derece önemlidir. Bu sebeple, hareketli yükler altındaki kirişlerde çatlağın dinamik davranışa etkisinin incelenmesi ve bu şekilde hasarın önceden tespiti için yöntemler geliştirilmesi pek çok araştırmacının üzerinde çalıştığı bir konu olmuştur. Bu bölümde hareketli yük altında çatlaklı kirişlerin dinamik davranışını inceleyen çalışmalar özetlenmiştir. Ayrıca, kirişin hareketli yük altında meydana gelen yer değiştirme ve şekil değiştirmelerinden hareketle çatlağın yeri ve boyutlarını belirlemeye yönelik çalışmalara da yer verilmiştir.

Mahmoud (2001a), hareketli yük altındaki çatlaklı basit kirişin dinamik davranışını incelemiştir. Çatlaklı kirişin doğal frekansları ve mod şekil fonksiyonları transfer matrisi metoduyla elde edilmiştir. Ardından, hareketli yük altındaki kirişin diferansiyel denklemi Duhamel integrali yardımıyla çözülmüştür. Benzer bir problem bu kez hareketli yükün kütle ataleti dikkate alınarak Mahmoud ve Abou Zaid (2002) tarafından çözülmüştür. Mahmoud (2001b), tek veya çift taraflı kenar çatlak içeren ve hareketli yüke maruz basit kiriş için gerilme şiddeti faktörlerini aynı yöntemi kullanarak elde etmiştir.

Bilello ve Bergman (2004), hareketli kütle etkisindeki hasarlı Euler-Bernoulli kirişinin dinamik davranışını teorik ve deneysel olarak ele almışlardır. Hasarın modellenmesi için dönel yaylar kullanılmıştır. Transfer matrisi metoduyla doğal frekanslar ve mod şekilleri bulunmuş, ardından zorlanmış titreşime ait diferansiyel denklem sayısal olarak çözülmüştür. Elde edilen analitik sonuçlar deneysel testlerle doğrulanmıştır. Deneysel ölçümler için statik ve dinamik benzetme kuralları ile küçük ölçekli laboratuvar

modelleri yapılmıştır. Bu modeller yardımıyla elde edilen sonuçların analitik olanlarla iyi bir uyum içinde oldukları görülmüştür.

Lin ve Chang (2006), hareketli yüke maruz çatlaklı konsol kirişin dinamik davranışı için analitik bir yöntem geliştirmişlerdir. Çatlaklı kiriş, dönel yaylarla birbirine bağlanmış iki açıklıklı kiriş olarak modellenmiştir. Transfer matrisi yöntemini kullanarak bu çatlaklı sistemin öz çözümleri elde edilmiştir. Zorlanmış titreşim davranışı, belirlenen öz fonksiyonlar kullanılarak mod birleştirme yöntemiyle elde edilmiştir. Çatlağın dinamik davranış üzerindeki etkileri hareketli yükün farklı hızları için incelenmiştir.

Ettefagh vd. (2009), hareketli yük altındaki çatlaklı kirişin dinamik davranışını incelemişlerdir. Hareketli yük, kütle-yay-damper şeklinde (*oskülator*) tek serbestlik dereceli bir sistem olarak modellenmiştir. Oskülator parametrelerinin rastgele değiştiği düşünülmüştür. Kiriş yer değiştirmelerinin istatistiksel karakteristikleri, Monte-Carlo simülasyonuyla elde edilmiştir. Simülasyonu hızlandırmak için iyileştirilmiş pertürbasyon tekniği kullanılmıştır.

Ariaei vd. (2009), hareketli kütle etkisindeki çatlaklı kirişlerin dinamik davranışını ayrık eleman tekniği (*discrete element technique*) ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak incelemişlerdir. Yük hızı ile çatlak yeri ve boyutunun kirişin yer değiştirmesine etkisi incelenmiştir. Çatlak ve yük etkilerinin hız, zaman, çatlak boyutu, çatlak konumu ve hareketli kütle seviyesine bağlı olduğu belirtilmiştir. Ariaei vd. (2013), hareketli kütle etkisindeki çok açıklıklı Timoshenko kirişini ele almışlardır. Kiriş, uçlarından ve iç noktalarından elastik yaylarla tutulmuştur. Serbest titreşim, transfer matrisi metoduyla; ardından zorlanmış titreşim ise mod birleştirme metoduyla çözülmüştür. Önerilen yöntemin çatlaklı kirişler için de kullanılabileceği gösterilmiştir.

Reis ve Pala (2010), hareketli kütle etkisindeki çatlaklı konsol kiriş problemini; Pala ve Reis (2013) ise hareketli kütle etkisindeki çatlaklı basit kirişin titreşimlerini incelemişlerdir. Çözümde, kütle atalet, merkezkaç ve Coriolis kuvvetleri hesaba katılmıştır. Problemlerin çözümü Duhamel integrali ile elde edilmiştir. Sağ taraftaki karmaşık terimleri içeren diferansiyel denklem, yinelemeli bir prosedürle çözülmüştür. Hareketli yükün geçişi sırasında deforme olmuş kiriş içbükey kaldığı için merkezkaç ve Coriolis kuvvetlerinin kiriş üzerindeki deformasyonlarda azalmaya sebep olduğu gösterilmiştir.

Heydari vd. (2014), yer değiştirme alanı için sürekli bilineer model kullanarak çatlaklı kirişlerin zorlanmış eğilme titreşimlerini incelemişlerdir. Modelde, kayma deformasyonları ve dönel atalet etkisi dikkate alınmıştır. Kiriş için hareket denklemi, Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Bu çalışmadan elde edilen frekans tepki diyagramları, yöntemin doğruluğunu göstermek için sonlu eleman sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Öztürk vd. (2016), sabit hızla hareket eden tekil kuvvete maruz çatlaklı elastik kirişin dinamik davranışını incelemişlerdir. Kiriş, basit mesnetli olup elastik zemine oturmaktadır. Çözüm, sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Kiriş üzerinde farklı yerlerde hesaplanan yer değiştirmelere, çatlak derinliği ve yeri, elastik mesnet ve yük hızının etkileri araştırılmıştır.

Law ve Lu (2005), şekil değiştirme veya yer değiştirme ölçümlerinden yararlanarak bir yapı elemanında çatlağın tayini için bir yöntem önermişledir. Çatlak modellemesi için Dirac delta fonksiyonu kullanılmıştır. Uygulama için ele alınan bir veya daha fazla çatlağı olan kirişe sinüzoidal ve impulsif yüklemeler yapılmıştır. Önerilen çatlak tespit algoritması, tek çatlaklı durum için deneysel olarak da doğrulanmıştır.

Zhu ve Law (2006), hareketli yük altındaki kirişte çatlak tayini için dalgacık analizine dayalı yeni bir yöntem sunmuşlardır. Çatlak, dönel yaylar ile modellenmiştir. Hareketli yüke maruz çatlaklı kirişin dinamik analizi mod birleştirme yöntemiyle yapılmıştır. Tek bir ölçüm noktasından elde edilen tepkiler, sürekli dalgacık dönüşümü kullanılarak analiz edilmiş ve çatlakların yeri tahmin edilmiştir. Çatlak yerleri, dönüştürülmüş tepkilerdeki ani değişimlere göre belirlenmiştir. Çatlakların derinliğini hesaplamak için çatlakların boyutunu dalgacık dönüşümü katsayılarıyla ilişkilendiren bir hasar faktörü oluşturulmuştur. Önerilen yöntem, hem simülasyon hem de deney ile doğrulanmıştır. Sonuçların gürültü, hareketli yükün hızı ve büyüklüğü, ölçüm yeri vb. gibi faktörlere duyarlı olmadığı belirtilmiştir.

Nguyen (2013), hareketli araç etkisindeki bir kirişte açılır-kapanır çatlakların tayini için yeni bir yöntem önermiştir. Hareketli araç, dört serbestlik dereceli yarım araba olarak modellenmiştir. Çalışmada, açık çatlaklı sistem, karşılaştırma amaçlı kullanılmış ve iki sistem karşılaştırılarak dalgacık spektrumu tekniği ile çatlak tayini yapılmıştır.

#### 1.3. Çatlak Modellemesinde Yerel Esneklik Kavramı

Elastik bir yapı üzerinde bulunan çatlağın ucunu çevreleyen bölgede şekil değiştirme enerjisi yoğunlaşır. Bu ise çatlağın bulunduğu kesitte rijitliğin (k) veya tersi olarak esnekliğin (f = 1/k) aniden değişmesi anlamına gelir. Uygulanan yükler ile şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu arasındaki ilişkiyi kurmak için çatlağı temsilen kütlesiz bir yay kullanılabilir. Burada, çatlağın bulunduğu kesitten sistem ayrılmakta ve bu ayrık sistemler kütlesiz bir yay vasıtasıyla birbirlerine bağlı olarak düşünülmektedir. Bu kütlesiz yaya ait yay sabitleri en genel halde  $6 \times 6$  boyutundaki bir matrisle (esneklik matrisi) tanımlanmaktadır. Bu matrisin katsayıları, Castigliano teoremi yardımıyla gerilme şiddeti faktörleri cinsinden ifade edilebilmektedir.

Şekil 1'de enine doğrultuda yüzeysel çatlağı olan dikdörtgen kesitli kiriş elemanı görülmektedir. Genel yükleme koşulları altında kiriş kesitine  $P_1$  normal kuvvet,  $P_2$  ve  $P_3$ kesme kuvvetleri,  $P_4$  ve  $P_5$  eğilme momentleri ve  $P_6$  burulma momenti etki etmektedir. Castigliano teoremine göre, çatlak sebebiyle meydana gelen ek yer değiştirme

$$u_i = \frac{\partial U}{\partial P_i} = \frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \int_{A_c} J dA \right]$$
(1)

şeklinde tanımlanır. Burada, U, çatlak sebebiyle meydana gelen şekil değiştirme enerjisini;  $A_c$ , çatlaklı kesiti;  $u_i$ ,  $P_i$  yüklemesinden dolayı *i* doğrultusunda meydana gelen



Şekil 1. Çatlaklı kiriş elemanı ve kesit tesirleri

ek yer değiştirmeyi; J, şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu fonksiyonunu göstermektedir. J şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu fonksiyonu

$$J = \left(\frac{1}{E'}\right) \left[ \left(\sum_{i=1}^{6} K_{Ii}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{6} K_{IIi}\right)^2 + (1+\nu) \left(\sum_{i=1}^{6} K_{IIIi}\right)^2 \right]$$
(2)

olarak verilmektedir. Bu ifadede *v*, Poisson oranı; *E*, Elastisite modülüdür. Düzlem gerilme halinde E' = E, düzlem şekil değiştirme halinde ise  $E' = E / (1 - v^2)$  şeklinde alınacaktır. (2) ifadesinde görülen  $K_{ni}$  (n = I, *II*, *III*), gerilme şiddeti faktörü olup

$$K_{ni} = \sigma_i \sqrt{\pi a} F_{ni}$$
 (n = I, II, III), (i = 1, 2, ..., 6) (3)

şeklinde tanımlıdır. Bu ifadede;  $\sigma_i$ , *i*. bağımsız yüklemeden dolayı çatlaklı kesitte meydana gelen gerilmeyi; *a*, çatlak derinliğini;  $F_{ni}$ , kesit geometrisine bağlı olarak değişen boyutsuz çatlak şekil fonksiyonunu göstermektedir.

Esneklik katsayısı, tanım gereği

$$C_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[ \int_{A_c} J dA \right]$$
(4)

şeklinde ifade edilmektedir. (2)-(4) denklemlerine göre yerel esneklik matrisinin elemanları, sadece çatlaklı kesite uygulanan kuvvet ve momentlere karşılık gelen serbestlik derecelerine bağlıdır. En genel halde bu matris  $6 \times 6$  boyutundadır. Bu çalışmada, kirişin sadece *x-y* düzlemindeki eğilme titreşimleri ele alınacağından (4) ifadesinde sadece  $P_5$ eğilme momentinin etkisi hesaba katılacaktır. Bu durumda esneklik matrisinin sadece  $C_{55}$ elemanı dikkate alınacak demektir. Buna göre (3) ifadesiyle verilen gerilme şiddeti faktörü

$$K_{I5} = \sigma_5 \sqrt{\pi \zeta} F_{I5} \tag{5}$$

şekline indirgenir. Burada  $\sigma_5 = P_5 h/2I$ , çatlaklı kesitte meydana gelen gerilmeyi;  $P_5$ , eğilme momentini;  $I = bh^3 / 12$ , kesit atalet momentini; h, kesit yüksekliğini

göstermektedir. Şekil 2'den görüleceği üzere çatlaklı kesitte çatlak derinliği ve genişliği doğrultusunda yeni bir  $\zeta$ - $\eta$  eksen takımı tanımlanmıştır. Bu yeni eksen takımının başlangıç noktası *y*-*z* eksen takımınınkinden farklıdır. (5) ifadesi (4)'te yerine yazılırsa

$$C_{55} = \frac{\partial^2}{\partial (P_5)^2} \left[ \int_{A_c} \left( \frac{K_{15}^2}{E'} \right) dA \right] = \frac{\partial^2}{\partial (P_5)^2} \left[ \int_0^a \int_{-b/2}^{b/2} \left( \frac{K_{15}^2}{E'} \right) d\eta d\zeta \right]$$
(6)

elde edilir. Bu integralde, parantez içindeki ifadenin  $\eta$  değişkeninden bağımsız olduğu dikkate alınır ve  $K_{I5}$  yerine de (5)'teki değeri açık olarak yazılarak integral işlemi gerçekleştirilirse, dikdörtgen kesitli bir kiriş için yerel esneklik

$$C = \frac{6\pi h}{E'I} \left[ \int_0^{a/h} \xi F^2 d\xi \right]$$
(7)

olarak elde edilir. Bu ifadede  $\xi = \zeta / h$  dır. Ayrıca, kolaylık açından  $C = C_{55}$  ve  $F = F_{15}$  olarak değiştirilmiştir. *F* fonksiyonu

$$F = \frac{\sqrt{(1/\lambda)\tan\lambda} \left[ 0.923 + 0.199(1 - \sin\lambda)^4 \right]}{\cos\lambda}$$
(8)

şeklinde tanımlı olup  $\lambda = \pi \xi / 2$  olarak verilmektedir.



Şekil 2. Çatlaklı kesite ait geometrik özellikler

#### 1.4. Çatlaklı Kirişin Dinamik Karakteristiklerinin Belirlenmesi

Çatlaklı kirişlerin dinamik davranışları, analitik, sayısal veya deneysel olarak incelenebilmektedir. En çok tercih edilen analitik yöntemlerden biri Transfer Matrisi Metodu (TMM) olup burada çatlaklı kiriş, kütlesiz elastik yaylarla birbirlerine bağlanmış kiriş parçaları şeklinde düşünülmektedir. Bu kiriş parçaları için ayrı ayrı elde edilen çözümler, sınır ve süreklilik şartları yardımıyla birleştirilerek elde edilen matrisin determinantı sıfıra eşitlenip bir frekans denklemi bulunmaktadır. Bu frekans denklemi, kirişin doğal frekansına, çatlak derinliğine ve çatlak yerine bağlıdır. Sonlu Elemanlar Metodu (SEM), sayısal metotlar arasında yaygın olarak kullanılanıdır. Burada kirişin kütle, rijitlik ve sönüm özellikleri kullanılarak doğal titreşim frekansları ve mod şekilleri belirlenmektedir. Deneysel yöntemlerde ise yapının titreşimleri ölçülerek doğal titreşim frekansları, mod şekilleri ve sönüm oranları elde edilmektedir. İzleyen kısımlarda yukarıda sözü geçen metotlar hakkında genel bilgiler verilecektir.

#### 1.4.1. Transfer Matrisi Metodu

Transfer Matrisi Metodu (TMM), dinamik karakteristiklerin analitik olarak belirlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu metotta keyfi sayıda çatlak içeren elastik kirişin frekans denklemi 4×4 boyutundaki bir matrisin determinantıyla elde edilmektedir. Doğal frekansa, çatlak derinliğine ve çatlak yerine bağlı olarak elde edilen bu frekans denklemi, hem çatlağın yeri ve derinliği bilindiğinde doğal frekansların elde edilmesinde (Direkt çözüm) hem de doğal frekanslar deneysel ölçümlerle belliyken çatlağın yerinin ve derinliğinin belirlenmesinde (Ters çözüm) kullanılmaktadır.

Şekil 3'te dikdörtgen kesitli, homojen, elastik kirişin geometrisi ve koordinat eksenleri verilmiştir. Kiriş üzerinde açıklık boyunca N tane çatlak bulunmaktadır. Kirişin boyu L, kesit alanı A, kiriş kesitinin atalet momenti I, Elastisite modülü E ve malzeme yoğunluğu  $\rho$  olarak verilmektedir. Kirişte çatlaklar, sol mesnetten itibaren  $x_i$  (i = 1, 2, ..., N) mesafelerinde bulunmaktadır. Çatlak uzunlukları  $a_i$  (i = 1, 2, ..., N) olarak verilmektedir. Şekil 4'te görüldüğü gibi kiriş, çatlağın bulunduğu kesitlerden (N + 1) parçaya ayrılmış olarak düşünülecek ve her parça kütlesiz dönel yaylarla birbirlerine bağlanacaktır. Burada kütlesiz dönel yay, çatlağı temsil etmektedir.



Şekil 3. N tane çatlağı bulunan kirişin geometrisi ve koordinat eksenleri



Şekil 4. Eşdeğer kütlesiz dönel yay modeli ve çatlak sebebiyle kesit dönmesindeki süreksizlik

Dönel yaylar vasıtasıyla uç uca bağlanmış kiriş sisteminin serbest titreşimleri için hareket denklemi

$$EI\frac{\partial^4 Y_i(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 Y_i(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (i = 1, 2, ..., N+1)$$
(9)

şeklindedir. Burada  $Y_i(x,t)$ , kiriş parçalarının düşey yer değiştirmeleridir. (9) ifadesinde

$$\overline{x} = x / L \tag{10}$$

boyutsuz değeri tanımlansın. Bu durumda  $Y(x,t) \equiv y(\overline{x},t)$  olacağından (9) diferansiyel denklemi

$$\frac{EI}{L^4} \frac{\partial^4 y_i(\overline{x},t)}{\partial \overline{x}^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_i(\overline{x},t)}{\partial t^2} = 0 \quad (i = 1, 2, ..., N+1)$$
(11)

şeklinde yeniden yazılabilir. Bu kısmi türevli diferansiyel denkleminin çözümü

$$y_i(\bar{x},t) = X_i(\bar{x})T(t)$$
 (*i*=1,2,...*N*+1) (12)

şeklinde kabul edilip (11) ifadesinde yerine yazılırsa, gerekli düzenlemelerin ardından

$$\frac{d^{4}X_{i}}{d\bar{x}^{4}} - \frac{\rho AL^{4}}{EI} \omega^{2}X_{i} = 0 \quad (i = 1, 2, ..., N + 1)$$

$$\frac{d^{2}T}{dt^{2}} + \omega^{2}T = 0 \qquad (14)$$

şeklinde yer ve zaman koordinatlarına bağlı iki tane adi diferansiyel denklem elde edilir. Bu denklemlerin çözümleri ise

$$X_{i}(\overline{x}) = A_{i}\sin(m\overline{x}) + B_{i}\cos(m\overline{x}) + C_{i}\sinh(m\overline{x}) + D_{i}\cosh(m\overline{x}) \quad (i = 1, 2, ..., N+1)$$
(15)

$$T(t) = a_0 \sin(\omega t) + b_0 \cos(\omega t)$$
(16)

olarak elde edilir. Burada  $X_i(\overline{x})$ , mod şekil fonksiyonu; T(t), genliktir. (15) ve (16) ifadelerinde

$$m^4 = \frac{\rho A L^4}{EI} \omega^2 \tag{17}$$

olarak tanımlıdır. Burada  $\omega$ , kirişin doğal frekansıdır. İfadelerde görülen  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$ ,  $a_0$  ve  $b_0$  sabitleri ise problemin sınır ve başlangıç şartlarından elde edilecektir.

Çatlağın bulunduğu kesitte süreklilik şartları aşağıdaki gibi yazılır:

$$y_{i}(\overline{x}_{i},t) = y_{i+1}(\overline{x}_{i},t)$$

$$y_{i}''(\overline{x}_{i},t) = y_{i+1}''(\overline{x}_{i},t)$$

$$y_{i}''(\overline{x}_{i},t) = y_{i+1}'''(\overline{x}_{i},t)$$

$$y_{i+1}''(\overline{x}_{i},t) - y_{i}'(\overline{x}_{i},t) = \frac{h}{L}f(d_{i})y_{i+1}''(\overline{x}_{i},t) \quad (i = 1, 2, ..., N)$$
(18)

Burada  $f(d_i)$ , çatlaklı kesitin yerel esnekliğini tanımlayan boyutsuz bir fonksiyon olup tek taraflı açık çatlaklar için

$$f(d_i) = 2\left(\frac{d_i}{1-d_i}\right)^2 (5.93 - 19.69d_i + 37.14d_i^2 - 35.64d_i^3 + 13.12d_i^4)$$
(19)

şeklinde tanımlıdır (Bakhtiari-Nejad vd., 2014). Bu ifadede  $d_i = a_i / h$  şeklinde boyutsuz olarak verilmektedir.

(15) ve (16) ifadeleri, (18) süreklilik şartlarında yazılır ve düzenlenirse

$$X_{i}(\overline{x}_{i}) = X_{i+1}(\overline{x}_{i})$$

$$X_{i}''(\overline{x}_{i}) = X_{i+1}''(\overline{x}_{i})$$

$$X_{i}'''(\overline{x}_{i}) = X_{i+1}''(\overline{x}_{i})$$

$$X_{i}'(\overline{x}_{i}) = X_{i+1}'(\overline{x}_{i}) - \frac{h}{L}f(a_{i})X_{i+1}''(\overline{x}_{i})$$
(20)

ifadeleri elde edilir. (20) denklemleri matris formda

$$\begin{bmatrix} P_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, ..., N)$$
(21)

şeklinde yazılabilir. Burada

$$[P_i] = \begin{bmatrix} \sin(m\overline{x}_i) & \cos(m\overline{x}_i) & \sinh(m\overline{x}_i) & \cosh(m\overline{x}_i) \\ \cos(m\overline{x}_i) & -\sin(m\overline{x}_i) & \cosh(m\overline{x}_i) & \sinh(m\overline{x}_i) \\ -\sin(m\overline{x}_i) & -\cos(m\overline{x}_i) & \sinh(m\overline{x}_i) & \cosh(m\overline{x}_i) \\ -\cos(m\overline{x}_i) & \sin(m\overline{x}_i) & \cosh(m\overline{x}_i) & \sinh(m\overline{x}_i) \end{bmatrix}$$
(22)

$$\left[\mathcal{Q}_{i}\right] = \left[P_{i}\right] + \left[S_{i}\right] \tag{23}$$

şeklinde, [S<sub>i</sub>] matrisi ise

$$[S_i] = -m\frac{h}{L}f(a_i) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(m\overline{x}_i) & -\cos(m\overline{x}_i) & \sinh(m\overline{x}_i) & \cosh(m\overline{x}_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(24)

şeklinde tanımlıdır. (21) ifadesinden

$$\begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, ..., N)$$
(25)

elde edilir. Bu ifade yardımıyla (N + 1). parçanın sabitleri ile 1. parçanın sabitleri arasında

$$\begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \\ C_{N+1} \\ D_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_N \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{N-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_{N-1} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} Q_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{bmatrix}$$
(26)

bağıntısı kurulabilir. Burada [*T*], transfer matrisi olarak adlandırılmaktadır. Böylece, çatlağın sağ tarafındaki kiriş parçasının yer değiştirme fonksiyonuna ait sabitler, sol tarafındaki kiriş parçasının yer değiştirmesine ait sabitlere transfer matrisi ile bağlanmış olur.

#### 1.4.2. Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu Elemanlar Metodunda (SEM) öncelikle yapının modeli oluşturulur. Burada yapının gerçek davranışını temsil edebilecek elemanların seçilmesi önemli bir yer tutmaktadır. Birçok mühendislik yapısında kullanılması gereken eleman türleri bilinmekte ve genellikle kafes sistemler için bir boyutlu, döşemeler ve perdeler için iki boyutlu, köprüler ve barajlar için üç boyutlu elemanlar kullanılmaktadır (Şekil 5). Geometrik olarak gerçek yapıyı en iyi yansıtacak sonlu eleman modeli, her bir yapı elemanını parçalara (ağlara) bölerek ve ağ yakınsaması kontrolü yaparak oluşturulur. Hasar tespitinde frekanslara dayalı karşılaştırma yapılması durumunda ağ yakınsamasının önemi daha çok ortaya çıkmaktadır. Yeterli ağ yakınsaması sağlanmamış modellerin hassas sonuç vermeyeceği açıktır.

Modellerin oluşturulmasında, malzeme özelliklerinin ve sınır şartlarının yapıyı temsil edecek doğrulukla tanımlanması gerekmektedir. Yapıların inşası süresince, kullanılan malzemelerin dayanımlarının değişebileceği düşünülerek, gerekli olduğu durumlarda her bir inşa aşaması için farklı malzeme özellikleri tanımlanabilir. Benzer şekilde, yapının zeminle etkileşimi, mesnetlenme şartları ve sistem içerisinde bağlılık özellikleri göz önüne alınmalı ve model gerçek şartları mümkün olduğunca yansıtacak şekilde oluşturulmalıdır (Bjorhovde vd., 1990; Awkar ve Lui, 1997; Türker, vd., 2009).



Şekil 5. Sonlu Elemanlar Metodunda (SEM) kullanılan eleman tipleri *N* serbestlik dereceli bir sistem için hareket denklemi,
$$[M]\{\dot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{f(t)\}$$
(27)

şeklindedir. Burada, [M], [C] ve [K] sırasıyla çok serbestlik dereceli sistemin kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini,  $\{\dot{U}(t)\}$ ,  $\{\dot{U}(t)\}$ ,  $\{U(t)\}$  ve  $\{f(t)\}$  sırasıyla çok serbestlik dereceli sistemin zamana bağlı ivme, hız, yer değiştirme ve kuvvet vektörlerini göstermektedir.

Yapıda sönüm olmaması durumunda yapının serbest titreşimleri için hareket denklemi,

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{0\}$$
(28)

şeklindedir. Bu denklemin çözümü

$$\{u(t)\} = \{U\}e^{i\omega t}$$

olarak kabul edilir ve (28) ifadesinde yazılırsa

$$\left(\left[K\right] - \omega^2 \left[M\right]\right) \left\{U\right\} e^{i\omega t} = \left\{0\right\}$$
<sup>(29)</sup>

denklemi elde edilir. Burada  $\{U\}$ ,  $N \times 1$  boyutunda zamandan bağımsız genliği göstermektedir (29) denkleminin sıfırdan farklı çözümlerinin olabilmesi için

$$\det\left[K\right] - \omega^2 \left[M\right] = 0 \tag{30}$$

sağlanmalıdır. (30) denkleminin çözümünden  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, ..., \omega_N$  doğal açısal frekansları (özdeğerler) elde edilir. Normalleştirilmiş mod şekilleri için ise aşağıdaki ifade kullanılır:

$$\{\phi\} = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\}_r \tag{31}$$

Burada,  $m_r$ , r. moda ait genelleştirilmiş kütle matrisi;  $\{\psi\}_r$ , r. moda ait mod şeklidir.

#### 1.4.3. Operasyonel Modal Analiz

Deneysel modal analiz metodu, yapı dinamik karakteristiklerinin belirlenmesinde etkili sonuç vermesi ve ölçüm alınan yapılarda hasar oluşturmaması sebebiyle yaygın olarak tercih edilmektedir. Bu yöntem, ölçümlerde kullanılan titreşim etkisinin bilinip bilinmemesine bağlı olarak Geleneksel Deneysel Modal Analiz ve Operasyonel Modal Analiz olmak üzere kendi içerisinde iki gruba ayrılmaktadır. Bu tez çalışmasında, çevresel titreşim şartları altında dinamik karakteristiklerin belirlenmesini sağlayan Operasyonel Modal Analiz (OMA) metodu kullanılmıştır.

Operasyonel Modal Analiz, yapılarda deprem, rüzgâr, trafik, insan hareketi gibi çevresel etkiler sebebiyle meydana gelen titreşimleri dikkate alarak yapıların dinamik karakteristiklerin deneysel olarak belirlenmesinde kullanılan bir metottur. Burada, yapıya etkiyen titreşimlerin genliği ve zamanla değişimi bilinmemektedir. Dinamik karakteristikler, yapı üzerinden ölçülen tepki verilerinin zaman ve frekans tanım alanlarında işlenmesiyle elde edilmektedir. OMA metodunda yapıların dinamik karakteristiklerinin nasıl belirlendiğini gösteren akış şeması Şekil 6'da verilmiştir (Zhang vd., 2002; Brincker vd., 2003).

OMA günümüzde makine parçalarından büyük mühendislik yapılarının titreşimlerine kadar birçok alanda kullanılmaktadır. Genel olarak bu metot

- a) Yapılarda proje aşamasında yapılan kabullerin gerçekte sağlanıp sağlanmadığının belirlenmesinde,
- b) Teorik analizlerden elde edilen dinamik karakteristiklerin deneysel olarak elde edilenlerle karşılaştırılması ve sonlu eleman modellerinin güncelleştirilmesinde,
- c) Teorik analizlerin zor olması durumunda dinamik karakteristiklerin deneysel olarak belirlenmesinde,
- d) Yapıların hasar görmüş durumlarının değerlendirilmesinde



Şekil 6. Operasyonel Modal Analiz metodu ölçüm düzeneği

kullanılmaktadır. OMA ile yapılan ölçümlerde

- a) Sıcaklık değişimi ve nem gibi etkiler altında yapının malzeme özelliklerinin ve sınır şartlarının ölçümler sırasında değişmediği,
- b) Yapıda meydana gelen titreşimlerin küçük olduğu, yani yapının lineer davranış sergilemeye devam ettiği,
- c) Yapının bir bütün ve sürekli olduğu, yani yapının bir noktasında elde edilen davranışın bütün yapıyı temsil ettiği

kabul edilmektedir.

Ölçümlerin sağlıklı yapılabilmesi için test düzeneğinin hazırlanmasında aşağıda belirtilen hususlara dikkat edilmelidir:

- a) Ölçülecek yapının dinamik karakteristikleri hakkında ön bilgiye sahip olunmalı (yaklaşık frekans değerleri, mod şekilleri),
- b) Yapının frekans değerlerine göre ölçümlerde kullanılacak ivmeölçer tipi seçilmeli,
- c) Hedeflenen modal hareketlere göre ivmeölçer bağlanacak noktalara ve ivmeölçerlerin yönlerine karar verilmeli,
- d) Ölçülecek yapıdaki titreşim düzeyi gözlemlenerek, gerekli ise taşıt, kalabalık insan hareketi gibi titreştiriciler kullanılmalı,

 e) Sinyallerin toplanacağı veri toplama ünitesinin ayarları yapılmalı (frekans aralığı seçilmeli, model ve ivmeölçer bağlantıları oluşturulmalı, ölçüm süresi belirlenmeli, vb.).

Operasyonel Modal Analizde kullanılan başlıca ekipmanlar, titreşim kaynakları, ivmeölçerler, veri toplama üniteleri ve sinyal işleme programlarıdır.

a) Titreşim Kaynakları: OMA'da yapıların deprem, rüzgâr, taşıt ve insan hareketleri gibi çevresel etkiler altında veya özel sarsma ekipmanlarıyla (shaker, darbe çekici) titreştirildiği varsayılmaktadır. Büyük boyutlu pek çok mühendislik yapılarını özel sarsıcı cihazlarla titreştirmek mümkün olmayacağı için bu tür yapıların ölçümlerinde genellikle çevresel etkilerden yararlanılır.

Darbe çekiçleri, küçük veya orta ölçekli mühendislik yapılarını veya laboratuvar modellerini titreştirmek için kullanılmaktadır. Darbe çekiçleri, hem genliği ve zamanla değişimi bilinmeyen rastgele titreşimler için hem de ölçülebilen büyüklüklerde titreşimler üretmek için kullanılabilir. Darbe çekiçleriyle uygulanan titreşimin genliği, çekicin başlığı içerisindeki kuvvetölçer yardımıyla ölçülebilmektedir. Ayrıca, yapıda farklı frekans içeriğine sahip etkiler oluşturabilmek amacıyla yumuşak, orta ve sert başlıklar kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında, laboratuvar ölçümlerinde B&K8210 tipi darbe çekici kullanılarak, genliği ve zamanla değişimi bilinmeyen rastgele titreşimler üretilmiştir. Şekil 7'de, kullanılan darbe çekicine ait görüntüler verilmiştir.

b) İvmeölçerler: İvmeölçerler, yapılarda oluşan titreşimleri ölçmek amacıyla kullanılmaktadır. İvmeölçerlerde tepkinin iletimi sismik kütle kullanılarak yapılır. Şekil 8'de tipik bir ivmeölçerin iç yapısı görülmektedir. Bu sistemde, kristallerde oluşan kuvvet, sismik kütlenin atalet kuvvetidir. İvmeölçerlerin çalışma mantığı, oluşan titreşimlere karşı elektrik voltajlarının üretilmesine dayanmaktadır. Bu elektrik yükünün kristal üzerindeki değişimi, yer çekimi ivmesinin değişimi ile doğru orantılıdır. İvmeölçerlerdeki sismik kütlenin ivme altında maruz kaldığı atalet kuvveti, piezoelektrik kristale etkimekte ve ivme ile doğru orantılı bir elektrik sinyali çıkışı vermektedir. Bu ivmeölçerlerin içinde sinyali taşınabilir voltaj sinyaline çeviren sinyal koşullayıcı bir devre vardır. Bu şekilde üretilen sinyal, veri toplama ünitesine aktarılır. Farklı tipte ivmeölçerler olmasına karşın yapı titreşimlerinin ölçümlerinde genellikle piezoelektrik ivmeölçerler tercih edilmektedir.



Şekil 7. B&K8210 tipi darbe çekici



Şekil 8. İvmeölçerlerin genel yapısı



Şekil 9. B&K4507 tipi tek eksenli ivmeölçerler

Tablo 1. B&K4507 tipi tek eksenli ivmeölçere ait bazı teknik özellikler

Hassasiyet	1 V/g
Frekans Aralığı	0.4-6000
Maksimum İvme	±7g
Çalışma Sıcaklığı	-54 ile +121°C arası
Boyutlar	10×10×10mm
Toplam Kütle	5gr

İvmeölçer tipine bağlı olarak hassasiyet değişkenlik gösterir. Genellikle ölçümlerde yüksek hassasiyetli ivmeölçerler kullanılması istenildiğinden ivmeölçerin büyüklüğü ve ağırlığı artmaktadır. Bu ise ölçülecek yapının küçük olması durumunda ölçüm işlemi için elverişsiz olmaktadır. Bu nedenle, ölçülecek sisteme bağlı olarak yeterli hassasiyeti sağlayan ivmeölçerler kullanılmalıdır. İvmeölçer seçiminde ölçüm frekans aralığı, hassasiyeti, maksimum ivme değeri, çalışma sıcaklığı ve ağırlığı gibi özellikler dikkate alınmalıdır. Ölçüm frekans aralığı, ivmeölçerin ölçebileceği maksimum ve minimum frekans aralığını; hassasiyet, ivmeölçerin yerçekimi ivmesiyle orantılı üretebileceği elektrik gücünü; maksimum ivme değeri, ivmeölçerin elektrik sinyali bozulmadan veya kaybolmadan ölçebileceği en büyük ivme genliği değerini; çalışma sıcaklığı ise ivmeölçerin sağlıklı sinyal üretebileceği maksimum ve minimum ortam sıcaklığını belirtmektedir.

Ölçüm işlemi için ivmeölçerin bağlandığı yer ve bağlanma şekli önemlidir. İvmeölçerin ölçülecek sisteme bağlanmasında vidalı, yapışkanlı vb. birkaç farklı yol olup her birinin avantaj ve dezavantajları vardır. Bu sebeple, ölçülecek yapı ve kullanılacak ivmeölçer türüne göre uygun bağlantı düzeni oluşturulmalıdır. Bu tez çalışmasında B&K4507 türü tek eksenli ivmeölçerler, yapışkanlı bağlantılarla kullanılmıştır. Şekil 9'da kullanılan ivmeölçerler görülmekte, Tablo 1'de ise ivmeölçerlere ait teknik bilgiler verilmektedir.

c) Veri Toplama Ünitesi: Veri toplama ünitesi, ivmeölçerlerden gelen sinyallerin ölçüm geometrisi de dikkate alınarak derlenmesini sağlar. İvmeölçerler, yapıdan aldıkları elektrik sinyallerini doğrudan ya da çeşitli sinyal koşullama ünitelerinden geçirdikten sonra veri toplama sistemine aktarmaktadır. Sinyaller içeriklerine göre uygun hızda ve çözünürlükte örneklendikten sonra bilgisayar ortamında kaydedilir. İvmeölçerlerden veri toplama ünitesine aktarılan sinyaller ham olup, ölçüm ortamındaki gürültüleri (rüzgâr sesi, insan sesi, dere sesi vb.) içermektedir. Bu tarz gürültü sinyalleri, yapı dinamik karakteristiklerinin sağlıklı bir şekilde belirlenmesine engel olmaktadır. Bu bakımdan veri toplama sisteminin en önemli işlevlerinden biri sinyal koşullamadır. Bu işlem, genellikle düşük seviyeli bir sinyalin kalitesini artırmak, gürültü sinyallerinin etkisini azaltmak, istenmeyen sinyalleri filtrelemek, gerekli durumlarda ivmeölçerlerdeki elektrik gücünü ayarlamak veya ivmeölçerlerin davranışlarını kontrol etmek için yapılmaktadır. Burada en önemli işlem, istenmeyen sinyallerin filtrelenmesidir. İstenmeyen sinyaller, seçilen frekans ölçüm aralığı dışında kalan yüksek frekans sinyalleridir. Eğer sinyaller düşük bir hızda ölçülüyorsa yüksek frekans içeriğine sahip sinyaller, düşük frekanslara sahipmiş gibi algılanmakta ve yapılan ölçüm hatalı olmaktadır.

Bu tez çalışmasında gerçekleştirilen deneysel ölçümlerde B&K3560-C tipi on yedi kanallı veri toplama ünitesi kullanılmıştır. Şekil 10'da gösterilen veri toplama ünitesi bir adet beşlik ve bir adet on ikilik olmak üzere iki adet ivmeölçer giriş devresine sahiptir. Ayrıca, zorlanmış titreşim testlerinde darbe çekicinden gelen etki sinyallerini ölçmek için bir adet kuvvet sensörü girişine sahiptir. Kullanılan veri toplama ünitesinin en önemli özelliği, yapının büyük olması ve ivmeölçer sayısının yetersiz olması durumunda referanslı ölçüm alınabilmesidir. Referanslı ölçümlerde, yapı üzerine bağlanan ivmeölçerlerden bir tanesi sabit tutulurken diğer ivmeölçerler farklı noktalara yerleştirilmekte ve ölçüm işlemlerinden sonra elde edilen ivme kayıtları birleştirilerek tek seferde ölçüm yapılmış gibi dikkate alınabilmektedir.

d) Sinyal İşleme: Dinamik karakteristiklerin belirlenebilmesi için ivmeölçerlerden veri toplama ünitesine aktarılan sinyallerin sinyal işleme sürecine tabi tutulması gerekir. Sinyallerin veri toplama ünitesinde sinyal koşullama işleminden geçmesinin ardından bilgisayar ortamına aktarılmasıyla başlayan bu süreç, özel bilgisayar yazılımları ile yapılır. Sinyaller, bilgisayara zaman tanım alanında aktarılmaktadır. Ancak gerek pratik sebeplerden gerekse hesaplama gereksinimlerinden dolayı zaman tanım alanından gelen sinyaller frekans tanım alanı dönüştürülmektedir. Zaman tanım alanındaki sinyallerin frekans tanım alanına aktarılmasında Fourier dönüşümlerinden yararlanılır. u(t) ile gösterilen periyodik bir sinyal Fourier serisine açıldığında



Şekil 10. B&K3560-C tipi on yedi kanallı veri toplama ünitesi

$$u(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \right]$$
(32)

şeklinde ifade edilmektedir. Burada T periyot olup,  $a_0$ ,  $a_n$  ve  $b_n$  katsayıları

$$a_{0} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} u(t) dt, \quad a_{n} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} u(t) \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) dt, \quad b_{n} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} u(t) \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) dt$$
(33)

olarak tanımlıdır. Fourier serisine açılan sinyal,  $t_k$  (k = 1, 2, ..., N) gibi sonlu bir zamana karşılık gelmektedir. Bu durumda sonlu sinyal, Fourier serisine açıldığında

$$u_{k} = u(t_{k}) = \frac{a_{0}}{2} + \sum_{n=1}^{N/2} \left[ a_{n} \cos\left(\frac{2\pi k}{N}n\right) + b_{n} \sin\left(\frac{2\pi k}{N}n\right) \right], \quad k = 1, 2, \dots, N$$
(34)

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $a_0$ ,  $a_n$  ve  $b_n$  sırasıyla

$$a_0 = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N} u_k, \quad a_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} u_k \cos \frac{2\pi nk}{N}, \quad b_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} u_k \sin \frac{2\pi nk}{N}$$
(35)

şeklindedir.

Sinyal işleme sırasında sızıntı hatası gibi bazı problemlerle karşılaşılmaktadır. Sızıntı hatası, sinyal periyodunun tam katlı olmamasından yani sinyalin periyodik olmamasından kaynaklanmaktadır. Bu hatayı azaltmak için ölçüm süresi uzun tutulur. Diğer bir çözüm ise pencereleme yöntemlerini kullanmaktır. Pencereleme, sinyal periyodunu tam katlı hale getirerek sızıntı problemini ortadan kaldırmaktadır (Heylen vd., 2007; Ramos, 2007).

Bu tez çalışması kapsamında yapılan deneysel ölçümlerde, ivmeölçerlerin veri toplama ünitesine tanıtılmasında, ivmeölçerlerden sinyallerin alınarak veri toplama ünitesinde depolanmasında, depolanan sinyallerin sinyal koşullandırma işlemlerinin tamamlanmasında ve bilgisayara dayalı sinyal işleme programına aktarılmasında PULSE (PULSE, 2006) yazılımı kullanılmıştır. Titreşim testlerinden alınan sinyallerin işlenmesinde ve yapıların dinamik karakteristiklerinin belirlenmesinde ise OMA (OMA, 2006) yazılımı kullanılmıştır.

#### 1.4.3.1. OMA ile Modal Parametrelerin Elde Edilmesi

OMA metodunda, yapının sadece belirli noktalarından ölçüm alındığından dinamik karakteristikler bu veriler kullanılarak elde edilmektedir. Bu durumda, yapıların dinamik karakteristikleri, frekans ve zaman tanım alanında algoritmalara sahip yöntemlerle belirlenmektedir (Zhang vd., 2002; Brincker vd., 2003). Frekans tanım alanındaki yöntemler, her bir noktada ölçülen sinyalin analizine ve sinyaller arasındaki korelasyona dayanmaktadır. Bu yöntemler, parametrik olmayan yöntemler olarak da adlandırılmaktadır. Zaman tanım alanındaki yöntemler ise her bir noktada sinyalin zaman geçmişine veya korelasyon fonksiyonlarıyla model uydurmaya dayanmaktadır.

Bu tez çalışması kapsamında yapıların dinamik karakteristiklerinin belirlenmesinde OMA yazılımında yer alan ve literatürde sıklıkla tercih edilen Geliştirilmiş Frekans Tanım Alanında Ayrıştırma (GFTAA) ve Stokastik Altalan Belirleme (SAB) yöntemleri kullanılmıştır.

#### 1.4.3.1.1. Geliştirilmiş Frekans Tanım Alanında Ayrıştırma Yöntemi

Geliştirilmiş Frekans Tanım Alanında Ayrıştırma (GFTAA) yöntemi, kullanımı kolay olan Frekans Tanım Alanında Ayrıştırma yönteminin genişletilmiş halidir. Bu yöntemde modlar, sinyal işleme sonucunda elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonlarındaki piklerin seçilmesiyle bulunur. GFTAA yönteminde bir titreşim pikinin etrafında tanımlanan tek serbestlik dereceli Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonu, Ters Ayrık Fourier Dönüşümü kullanılarak zaman tanım alanına geri dönüştürülebilmektedir. Doğal frekans zamana bağlı sıfır geçiş sayısıyla, sönüm ise tek serbestlik dereceli normalleştirilmiş oto-korelasyon fonksiyonunun logaritmik azalışıyla elde edilmektedir. GFTAA yönteminde, ölçülmeyen etki kuvveti ve ölçülen davranış fonksiyonu arasındaki bağıntı

$$\left[G_{yy}(j\omega)\right] = \left[H(j\omega)\right]^* \left[G_{xx}(j\omega)\right] \left[H(j\omega)\right]^T$$
(36)

şeklindedir (Bendat ve Piersol, 2004). Burada,  $[G_{xx}(j\omega)]$ , etki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonunu;  $[G_{yy}(j\omega)]$ , tepki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonunu;  $[H(j\omega)]$ , frekans davranış fonksiyonunu göstermektedir. (36) denklemindeki \* ve *T* indisleri sırasıyla ifadelerin kompleks eşleniğini ve transpozesini göstermektedir. Frekans davranış fonksiyonu, tek kutuplu artık değer fonksiyonu formunda

$$\left[H(j\omega)\right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*}$$
(37)

şeklinde elde edilir. Burada *n*, mod sayısını;  $\lambda_k$ , kutup fonksiyonunu;  $R_k$ , artık değer fonksiyonunu göstermektedir. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra (36) denklemi

$$\left[G_{yy}(j\omega)\right] = \sum_{k=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \left[\frac{R_{k}}{j\omega - \lambda_{k}} + \frac{R_{k}^{*}}{j\omega - \lambda_{k}^{*}}\right] \left[G_{xx}(j\omega)\right] \left[\frac{R_{s}}{j\omega - \lambda_{s}} + \frac{R_{s}^{*}}{j\omega - \lambda_{s}^{*}}\right]^{H}$$
(38)

şekline dönüşür (Brincker vd., 2000). Burada *s*, tekil değerleri;  $\overline{H}$ , kompleks eşleniğin transpozesini ifade etmektedir. Matematiksel ifadeler sadeleştirildiğinde (38) ifadesi

$$\left[G_{yy}(j\omega)\right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_{k}}{j\omega - \lambda_{k}} + \frac{A_{k}^{*}}{j\omega - \lambda_{k}^{*}} + \frac{B_{k}}{-j\omega - \lambda_{k}} + \frac{B_{k}^{*}}{-j\omega - \lambda_{k}^{*}}$$
(39)

şeklinde elde edilir. Burada  $A_k$ , tepki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonuna ait k. artık değer matrisini göstermektedir.

GFTAA yönteminde ilk adım, Güç Spektral Yoğunluk matrisini belirlemektir. Ayrık frekanslarda tepki sinyalinin Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonu tahminen  $\omega = \omega_i$  olarak bilinmekte ve sonra tekil değer ayırışım matrisi alınarak ayrıştırılmaktadır. Buna göre (39) denklemi

$$\left[G_{yy}(j\omega_i)\right] = \left[U\right]_i \left[S_i\right] \left[U_i\right]^{\overline{H}}$$
(40)

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada  $[U_i] = [\{u_{i1}\}, \{u_{i2}\}, \dots, \{u_{im}\}]$ , tekil vektörleri içeren matrisi ve  $S_i = [s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}]$ , skaler tekil değerleri içeren diyagonal matrisi göstermektedir.  $\{u_{ij}\}$  ve  $s_{ij}$  ise sırasıyla,  $\{u_{ij}\}$ , tekil vektörleri ve  $s_{ij}$ , skaler tekil değerleri göstermektedir. (40) denkleminde verilen Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonunda pik değer yapan noktalar, doğal frekanslara karşılık gelmektedir. Pik noktaları oluşturan tekil vektörler  $(u_{ij})$  ise doğal mod şekillerine karşılık gelmektedir.

Pik etrafındaki Güç Spektral Yoğunluk fonksiyonundan elde edilen tek serbestlik dereceli tekil değer yoğunluk fonksiyonu kullanılarak doğal frekans ve sönüm elde edilmektedir. Bu işlem, ters Hızlı Fourier Dönüşümü ile yapılarak zaman tanım alanında doğal frekans ve sönüm belirlenebilmektedir. İki modun belirgin olması durumunda birinci tekil vektör, her zaman için iyi bir mod şekli ortaya koyacaktır. Bununla birlikte iki modun ortogonal olması durumunda bu modlara ait tekil vektörler, ilgili mod şekil vektörlerini göstermektedir. Yapının modları, ayrık değerler halinde ölçülebildiği durumda en yüksek genlik metodu kullanılarak yapının modal parametreleri elde edilebilir. Bu yöntemin işlem adımları aşağıda sıralanmıştır:

- a) Spektral yoğunluk fonksiyonunda her bir rezonansa ait tepe noktası ve bu noktaya karşılık gelen frekans değeri (yapının doğal frekansı)  $f_r$  belirlenir.
- b) Tepe noktasına karşılık gelen genlik değeri  $|\alpha|$  belirlenir. Bu tepe noktasından genlik değerinin  $1/\sqrt{2}$ 'si kadar aşağıda o rezonansa ait frekans bant genişliği  $\Delta f$  belirlenir. Bu noktalar  $f_a$  ve  $f_b$  olarak frekans davranış fonksiyonu üzerinde işaretlenir ve yarı-güç noktaları olarak adlandırılırlar (Şekil 11).
- c) Modal sönüm oranı  $\xi$

$$\xi = 2n_r, \quad n_r = \frac{f_a^2 - f_b^2}{2f_r^2} = \frac{\Delta f}{f_r}$$
(41)

ile hesaplanır. Bu yöntemde sönüm, maksimum genliğe bağlı olarak hesaplandığından maksimum genlik değeri ne kadar doğru olarak belirlenirse yapının sönümü de o kadar doğru hesaplanır.



Şekil 11. Modal sönüm oranının elde edilmesi

#### 1.4.3.1.2. Stokastik Altalan Belirleme Yöntemi

Zaman tanım alanına dayalı Stokastik Altalan Belirleme (SAB) yöntemi, korelasyon veya spektrum dönüşümüne ihtiyaç duymadan doğrudan zaman tanım alanındaki verilerle sonuç vermektedir. Bu yöntem, dinamik karakteristiklerin belirlenmesi için çok uygundur (Overschee ve Moor, 1996; Peeters ve Roeck, 2000; Peeters, 2000). Bu yöntemde yapı sisteminin dinamik davranışı, lineer, sabit katsayılı ikinci derece diferansiyel bir denklem olarak

$$[M] \{ \dot{U}(t) \} + [C] \{ \dot{U}(t) \} + [K] \{ U(t) \} = \{ R(t) \} = [B] \{ u(t) \}$$
(42)

şeklinde ifade edilmektedir. Burada; [M], [C], [K] sırasıyla sistemin kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini,  $\{R(t)\}$ , titreşim kuvvetini;  $\{U(t)\}$ ,  $\{\dot{U}(t)\}$ ,  $\{\ddot{U}(t)\}$  ise zamana bağlı yer değiştirme, hız ve ivme vektörlerini göstermektedir. Burada  $\{R(t)\}$  kuvvet vektörü, ortamdaki verileri simgeleyen [B] matrisi ve  $\{u(t)\}$  vektörü cinsinden ifade edilebilmektedir. Dinamik denge denklemi, titreşen yapının davranışını temsil etmesine rağmen bu şekliyle SAB yöntemine uygun değildir. Bu sebeple, (42) denklemi daha uygun bir form olan ayrık-zaman stokastik durum-uzayı modeline dönüştürülmektedir (Yu ve Ren, 2005). Durum-uzay modeli, kontrol teorisinden üretilmekte ve viskoz sönüme sahip yapıların dinamik karakteristiklerini hesaplamak için kullanılmaktadır. Aşağıdaki tanımlamalar yardımıyla

$$\left\{ x(t) \right\} = \begin{pmatrix} \left\{ U(t) \right\} \\ \left\{ \dot{U}(t) \right\} \end{pmatrix}, \quad \left[ A_* \right] = \begin{pmatrix} 0 & \left[ I_{n_2} \right] \\ \left[ -M^{-1} \right] \left[ K \right] & \left[ -M^{-1} \right] \left[ C \right] \end{pmatrix}, \quad \left[ B_* \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ \left[ M^{-1} \right] \left[ B \right] \end{pmatrix}$$
(43)

(42) ifadesi

$$\{\dot{x}(t)\} = [A_*]\{x(t)\} + [B_*]\{u(t)\}$$
(44)

şeklinde düzenlenebilir. Burada  $[A_*]$  durum matrisini,  $[B_*]$  veri matrisini ve  $\{x(t)\}$ durum vektörünü göstermektedir. Deneysel olarak yapının bütün serbestliklerini ölçmek mümkün olmadığından durum-uzay vektörünün eleman sayısı, sistemin durumunu tanımlayan bağımsız değişken sayısına eşitlenir ve gözlem denklemi

$$\{y(t)\} = [C_*]\{x(t)\} + [D_*]\{u(t)\}$$
(45)

şeklinde ifade edilir (Yu ve Ren, 2005). Burada  $[C_*]$  sistem davranış matrisini,  $[D_*]$ doğrudan iletim matrisini göstermektedir. (44) ve (45) denklemleri sürekli-zaman belirli durum-uzayı modelini oluşturmaktadır. Burada "sürekli zaman" ile eşitliklerin herhangi bir  $t \in N$  anında değerlendirilebileceği ifade edilmektedir. Bununla birlikte, ölçümler  $k\Delta t (k \in N)$  gibi ayrık zamanlarda gerçekleştirilmektedir. Örnekleme süresi ve ortamdaki gürültü, sinyal verilerini her zaman etkilemektedir. Örneklemeden sonra durum-uzay modeli

$$\{x_{k+1}\} = [A_*]\{x_k\} + [B_*]\{u_k\}, \quad \{y_k\} = [C_*]\{x_k\} + [D_*]\{u_k\}$$
(46)

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $\{x_k\} = \{x(k\Delta t)\}$  ayrık-zaman durum vektörünü,  $\{u_k\}$  belirgin etki sinyal vektörünü göstermektedir. Gerçek çalışma koşullarında yapılan ölçümler, yapıya ve dış ortamdaki gürültüye ait sinyalleri içermektedir. Dolayısıyla (46) denklemine stokastik gürültü bileşenleri eklendiğinde belirli-stokastik durum-uzayı modeli

$$\{x_{k+1}\} = [A_*]\{x_k\} + [B_*]\{u_k\} + \{w_k\}, \quad \{y_k\} = [C_*]\{x_k\} + [D_*]\{u_k\} + \{v_k\}$$
(47)

şeklini alır. Burada  $\{w_k\}$  modeldeki belirsizlikler ve kusurlar nedeniyle işlenen gürültü sinyallerini,  $\{v_k\}$  ise ivmeölçer kusurlarından dolayı işlenen gürültü sinyalini göstermektedir. Her iki vektör de değeri ölçülemeyen sinyallerden oluşmaktadır. Etkisi olmayan beyaz gürültü ve kovaryans matrisleri,

$$E_* \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq}$$
(48)

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $E_*$ , beklenen değer operatörünü;  $\delta_{pq}$ , Kronecker deltayı göstermektedir. Kronecker delta iki değişkenli bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\delta_{pq} = \begin{cases} 1 & \text{eger } p = q \\ 0 & \text{eger } p \neq q \end{cases}$$
(49)

SAB yönteminde yapı sisteminin davranışı, normal operasyon koşullarında değeri ölçülemeyen sinyallerle titreştirilerek belirlenmektedir. Bu veri eksikliğinden dolayı (49) denkleminde gösterilen belirgin sinyal verisi  $\{u_k\}$ ,  $\{w_k\}$  ve $\{v_k\}$  gürültü terimlerinden ayırt edilemez. Bu durumda  $\{u_k\}$  gürültü terimleri,  $\{w_k\}$  ve  $\{v_k\}$  cinsinden yazılırsa yapının ayrık-zaman stokastik durum-uzay modeli

$$\{x_{k+1}\} = [A_*]\{x_k\} + \{w_k\}, \quad \{y_k\} = [C_*]\{x_k\} + \{v_k\}$$
(50)

şeklinde ifade edilir. (50) denklemi, çevresel titreşimlerden dolayı dinamik karakteristiklerin belirlenmesinde zaman alanının temelini oluşturmaktadır.

#### 1.5. Modal Güvence Kriteri

Bir yapının analitik/sayısal hesaplamalarla bulunan modları ile deneysel yöntemlerle ölçülen modlarının uyumuna sadece frekans değerlerinin yakınlığına bakılarak karar

verilemez. Bunun için modların karşılaştırılması daha doğru bir yoldur. Modal Güvence Kriteri (MGK), hesaplanan ve ölçülen farklı mod şekil vektörlerinin karşılaştırılmasında ya da farklı yöntemlerle hesaplanan mod şekil grubunun uyumunun kontrol edilmesinde kullanılmaktadır. İki mod şekli arasındaki MGK

$$\mathrm{MGK}(\{\psi_a\},\{\psi_d\}) = \frac{\left|\left\{\psi_a^T\right\}\{\psi_d\}\right|^2}{\left(\left\{\psi_a^T\right\}\{\psi_a\}\right)\left(\left\{\psi_d^T\right\}\{\psi_d\}\right)}$$
(51)

ile ifade edilmektedir (Allemang, 2003; Heylen vd., 2007; Şahin, 2009; Sevim, 2010). Burada  $\{\psi_a\}$  analitik ve  $\{\psi_d\}$  deneysel mod şekil vektörlerini göstermektedir. Eğer  $\{\psi_a\}$ ve  $\{\psi_d\}$  aynı mod şekil vektörleri iseler, MGK birim matris olmalıdır. Eğer  $\{\psi_a\}$  ve  $\{\psi_d\}$  farklı mod şekil vektörleri iseler, MGK değeri sıfıra yakın olmalıdır.

### 1.6. Hareketli Yük Altındaki Çatlaklı Kirişin Zorlanmış Titreşimi

*N* çatlaklı, dikdörtgen kesitli, homojen elastik kiriş üzerinde bir *P* yükünün sabit *v* hızıyla hareket etmesi durumu Şekil 12'de gösterilmiştir. Hareketli yük altında kirişin dinamik davranışını belirlemek için kullanılacak boyutsuz hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{EI}{L^4} \frac{\partial^4 y_i(\overline{x}, t)}{\partial \overline{x}^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_i(\overline{x}, t)}{\partial t^2} = \frac{P}{L} \delta \left( \overline{x} - \frac{vt}{L} \right) \quad (i = 1, 2, ..., N + 1)$$
(52)

Burada P = hareketli yükün büyüklüğünü,  $\delta(\circ)$ , Dirac delta fonksiyonunu; v, yükün hızını; t, zamanı göstermektedir.

Kirişin boyutsuz düşey yer değiştirmesi

$$y_i(\bar{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{i,n}(\bar{x})q_n(t) \quad (i = 1, 2, ..., N+1)$$
(53)



Şekil 12. Hareketli yük etkisindeki çatlaklı basit kiriş

şeklinde kabul edilsin. Burada  $X_{i,n}(\overline{x})$ , çatlaklı sistemin mod şekil fonksiyonunu;  $q_n(t)$ , genelleştirilmiş koordinatları göstermektedir. (53) ifadesi (52)'da yerine yazılır, tüm ifade  $X_{i,m}(\overline{x})$  ile çarpılır ve 0'dan 1'e integrali alınırsa

$$\sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) E I \int_0^1 X_{i,n}^{\nu}(\overline{x}) X_{i,m}(\overline{x}) d\overline{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{q}_n(t) \rho A \int_0^1 X_{i,n}(\overline{x}) X_{i,m}(\overline{x}) d\overline{x}$$

$$= \frac{P}{L} \int_0^1 X_{i,m}(\overline{x}) \delta\left(\overline{x} - \frac{vt}{L}\right) d\overline{x} \quad (i = 1, 2, ..., N+1)$$
(54)

elde edilir. Bu ifadede  $\ddot{q}_n = d^2 q_n / dt^2$  dir. (13) ifadesinden  $X_i^{iv} = m^4 X_i$  olduğu dikkate alınırsa

$$\sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) E I \int_0^1 \frac{\rho A}{E I} \omega^2 X_{i,n}(\overline{x}) X_{i,m}(\overline{x}) d\overline{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{q}_n(t) \rho A \int_0^1 X_{i,n}(\overline{x}) X_{i,m}(\overline{x}) d\overline{x}$$

$$= \frac{P}{L} \int_0^1 X_{i,m}(\overline{x}) \delta\left(\overline{x} - \frac{vt}{L}\right) d\overline{x} \quad (i = 1, 2, ..., N+1)$$
(55)

elde edilir. Bu ifadede

$$\int_{0}^{1} X_{i,n}(\overline{x}) X_{i,m}(\overline{x}) d\overline{x} = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$
(56)

şeklinde modal ortogonalite şartı dikkate alınırsa, hareket denklemi

$$\ddot{q}_{n} + \omega_{n}^{2} q_{n} = \frac{P}{M_{n}L} X_{i,n} (vt / L) = \begin{cases} \frac{P}{M_{n}L} X_{1,n} (vt / L) & 0 \le vt / L \le \overline{x}_{1} \\ \frac{P}{M_{n}L} X_{2,n} (vt / L) & \overline{x}_{1} < vt / L \le \overline{x}_{2} \\ \vdots \\ \frac{P}{M_{n}L} X_{N+1,n} (vt / L) & \overline{x}_{N} < vt / L \le 1 \end{cases}$$
(57)

şeklinde elde edilir. Bu ifadede

$$M_{n} = \rho A \left\{ \int_{0}^{\overline{x}_{1}} X_{1,n}^{2}(\overline{x}) d\overline{x} + \int_{\overline{x}_{1}}^{\overline{x}_{2}} X_{2,n}^{2}(\overline{x}) d\overline{x} + \dots + \int_{\overline{x}_{N}}^{1} X_{N+1,n}^{2}(\overline{x}) d\overline{x} \right\}$$
(58)

olarak tanımlıdır. (57) denklemi matris formda

$$[M]{\ddot{u}} + [K]{u} = {F}$$
(59)

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \omega_n^2 \end{bmatrix},$$
(60)  
$$\{F\} = \{F_{i,1} \quad F_{i,2} \quad \cdots \quad F_{i,n}\}^T \quad (i = 1, 2, ..., N+1), \quad \{u\} = \{q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_n\}^T$$

olarak tanımlıdır. (59) matris denklemi, Newmark metodu yardımıyla sayısal olarak çözülerek 
$$q_n(t)$$
 değerleri elde edilir. Daha sonra (53) denklemi kullanılarak kirişte

meydana gelen yer değiştirmeler ve diğer ilgili büyüklükler kolayca hesaplanır.

#### 1.7. Tezin Amacı ve Kapsamı

Çatlağın varlığı, yapı elemanlarında rijitliğin azalmasına, sönümün artmasına ve dolayısıyla dinamik davranışın büyük ölçüde değişmesine sebep olmaktadır. Literatür taramasından anlaşılacağı üzere, çatlaklı yapının dinamik davranışı araştırmacıların üzerinde yoğun olarak durduğu bir konudur. Çatlaklı yapıların serbest veya zorlanmış titreşim davranışlarının yeterince anlaşılması, yapıda hasarın meydana gelmeden önce tespiti için çok önemli bir husustur.

Bu tez çalışmasında, çatlaklı elastik kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimleri analitik, sayısal ve deneysel yöntemlerle ele alınmıştır. Çalışmanın amacı, çatlak sebebiyle kirişin doğal frekans ve mod şekilleri ile hareketli yük altındaki davranışında meydana gelen değişimlerin incelenmesidir.

Bu tez çalışması, başlıca dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, konuyla ilgili yapılmış çalışmalar özetlendikten sonra, çatlaklı kirişin analitik, sonlu eleman ve deneysel olarak serbest titreşim karakteristiklerinin elde edilmesinde kullanılan yöntemlerden bahsedilmiştir. Ayrıca, hareketli yük altındaki çatlaklı kirişin dinamik davranışına ait formülasyon verilmiştir. İkinci bölümünde, seçilen konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için dinamik karakteristikleri analitik, sayısal ve deneysel olarak elde edilmiş ve bunlara ilişkin sonuçlar sunulmuştur. Ayrıca hareketli yüke maruz basit kirişin, hasarsız ve hasarlı durumları için transfer matrisi metoduyla elde edilen doğal frekansları ve mod şekilleri verilmiş ve kirişin dinamik davranışına ait bilgiler sunulmuştur. Üçüncü bölümde, çatlaklı konsol kirişin serbest titreşiminde kullanılan üç yöntemden elde edilen doğal frekansları ve mod şekillerinin karşılaştırılması verilmiştir. Ayrıca, basit kirişin zorlanmış titreşiminde hasarsız ve hasarlı durumlar için kiriş ortasında meydana gelen yer değiştirmeler ile hasarlı kirişte, kiriş ortasındaki çatlak için hesaplanan gerilme şiddeti faktörleri verilmiştir. Dördüncü bölümde ise gerçekleştirilen çalışmalardan çıkarılan sonuçlar ve gelecek çalışmalara ışık tutacağı ümit edilen bazı öneriler sunulmuştur.

#### 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR VE BULGULAR

Bu bölümde, çatlaklı elastik kirişin serbest ve zorlanmış titreşim analizleri sunulmuştur. Serbest titreşim analizinde, ele alınan konsol kirişin hasarsız duruma ek olarak altı adet hasar durumu için doğal frekanslar ve mod şekilleri analitik, sonlu eleman ve deneysel metotlarla elde edilmiştir. Zorlanmış titreşim analizinde ise bir basit kiriş ele alınmış ve bunun üzerinde bir *P* tekil yükünün sabit hızla hareket ettiği düşünülmüştür. Hem serbest hem de zorlanmış titreşim analizlerinde amaç, hasarın kirişin dinamik davranışı üzerindeki etkisini incelemektir.

#### 2.1. Çatlaklı Konsol Kirişin Serbest Titreşim Analizi

Şekil 13'te serbest titreşim analizinin yapılacağı konsol kirişin geometrik özellikleri, Tablo 2'de ise kirişin malzeme ve kesit özellikleri görülmektedir. Konsol kiriş, dolu dikdörtgen kesitli çelik profil kullanılarak oluşturulmuştur. Kesit boyutları 3cm × 1cm, kirişin uzunluğu ise 90cm'dir. Serbest titreşim analizinde göz önüne alınacak hasar durumları Şekil 14'te görülmektedir.



Şekil 13. Serbest titreşim analizinde kullanılacak konsol kirişin geometrik özellikleri

Tablo 2. Konsol kiriş modele ait malzeme ve kesit özellikleri

Elastisite Modülü (N / m <sup>2</sup> )	2,06×10 <sup>11</sup>
Birim Kütle (kg / m <sup>3</sup> )	7800
Kesit Alanı (m <sup>2</sup> )	$3,00 \times 10^{-4}$
Kesit Atalet Momenti (m <sup>4</sup> )	$2,50 \times 10^{-9}$



Şekil 14. Serbest titreşim analizinde göz önüne alınan hasar durumları

#### 2.1.1. Dinamik Karakteristiklerin Analitik Olarak Elde Edilmesi

Geometrisi ve malzeme özellikleri yukarıda verilen çelik konsol kirişin dinamik karakteristiklerinin analitik olarak belirlenmesinde Transfer Matrisi Metodu (TMM) kullanılmıştır. Konsol kiriş için sınır şartları

$$y_1(0,t) = y_1'(0,t) = y_{N+1}''(1,t) = y_{N+1}'''(1,t) = 0$$
(61)

şeklindedir. (61) ifadeleri (12) ifadesinde yerine yazılır ve (15) ve (16) ifadeleri de dikkate alınırsa

$$X_{1}(0,t) = X_{1}'(0,t) = X_{N+1}''(1,t) = X_{N+1}'''(1,t) = 0$$
(62)

elde edilir. (62) ifadelerinden ilk ikisi (15) ifadesinde yazılırsa

$$B_1 + D_1 = 0, \quad A_1 + C_1 = 0 \tag{63}$$

elde edilir. Buradan  $D_1 = -B_1$  ve  $C_1 = -A_1$  olarak bulunur. Kalan iki şart (15) ifadesinde yazılırsa

$$\begin{bmatrix} W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \\ C_{N+1} \\ D_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(64)

ifadesini verir. Burada [W] matrisi

$$\begin{bmatrix} W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(m) & -\cos(m) & \sinh(m) & \cosh(m) \\ -\cos(m) & \sin(m) & \cosh(m) & \sinh(m) \end{bmatrix}$$
(65)

şeklinde tanımlıdır. (26) ifadesinde

$$\begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \\ C_{N+1} \\ D_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{bmatrix}$$
(66)

# olduğundan (66) ifadesi (65)'de yazılırsa

$$[W][T]\begin{bmatrix} A_1\\ B_1\\ C_1\\ D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(67)

şeklinde elde edilir. Bu ifadede

$$[Z] = [W][T] \tag{68}$$

olarak tanımlanır,  $D_1 = -B_1$  ve  $C_1 = -A_1$  olduğu dikkate alınırsa

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ -A_1 \\ -B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(69)

elde edilir. Bu ifade tekrar düzenlenerek

$$\begin{bmatrix} Z_{11} - Z_{13} & Z_{12} - Z_{14} \\ Z_{21} - Z_{23} & Z_{22} - Z_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(70)

denklemine ulaşılır. Bu denklemin sıfırdan farklı çözümlerinin olabilmesi için

$$\det \begin{bmatrix} Z_{11} - Z_{13} & Z_{12} - Z_{14} \\ Z_{21} - Z_{23} & Z_{22} - Z_{24} \end{bmatrix} = 0$$
(71)

olmalıdır. (71) eşitliği  $f(m, \overline{x}_i, d_i) = 0$  şeklinde doğal frekans, çatlak yeri ve çatlak derinliğine bağlı bir karakteristik denklem verir. Direkt çözümde çatlağın yeri ve derinliği bilindiğinden frekans denkleminin çözümü bize n = 1, 2, ... tane *m* kökü verir. Bu köklerin (17) ifadesinde yerine yazılmasıyla doğal frekanslar

$$\omega_n = \frac{{m_n}^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$
(72)

şeklinde elde edilir. Eğer deneysel ölçümlerle elde edilmiş  $\omega_n$  doğal frekans değerleri varsa bu durumda aynı frekans denklemini sağlayan  $\overline{x}_i$  ve  $d_i$  değerleri bulunabilir. Yalnız burada, bulunmak istenen çatlak özelliklerinin (yer ve derinlik) iki katı kadar doğal frekans değerine ihtiyaç olduğuna dikkat edilmelidir. Her bir kiriş parçasının mod şekillerinin belirlenebilmesi için gerekli  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  ve  $D_i$  katsayıları kolayca elde edilebilir. (70) ifadesinden

$$A_{1}(Z_{11} - Z_{13}) + B_{1}(Z_{12} - Z_{14}) = 0$$

$$A_{1}(Z_{21} - Z_{23}) + B_{1}(Z_{22} - Z_{24}) = 0$$
(73)

elde edilir. Burada  $A_1 = 1$  olduğu kabul edilirse, ilk denklemden

$$B_1 = -\frac{Z_{11} - Z_{13}}{Z_{12} - Z_{14}} \tag{74}$$

bulunur. Sırasıyla diğer katsayılar ise

$$C_1 = -A_1 = -1 \tag{75}$$

$$D_1 = -B_1 = \frac{(Z_{11} - Z_{13})}{(Z_{12} - Z_{14})}$$
(76)

şeklinde elde edilir. İlk kiriş parçası için katsayılar bu şekilde bulunduktan sonra diğer kiriş parçaları için katsayılar (25) denklemi yardımıyla elde edilir.

MATLAB programında yazılan bir kod yardımıyla, ele alınan kirişin hasarsız ve belirlenen hasar durumlarına göre doğal frekans ve mod şekilleri elde edilmiştir. Yazılan programda kirişin özellikleri (boyu *L*, genişliği *b*, yüksekliği *h*, Elastisite modülü *E*, malzeme yoğunluğu  $\rho$ ) ve hasarlı ise verilen çatlağın özellikleri (sol mesnetten itibaren hangi mesafede bulunduğu  $x_i$  (i = 1, 2, ..., N), derinliği  $a_i$  (i = 1, 2, ..., N), sayısı *N*) başlangıçta verilmiştir. Çelik konsol kirişin frekans denklemi oluşturulmuş ve bunun çözümüyle doğal frekanslar ve ardından modal yer değiştirmeler hesaplanmıştır. Hasarsız ve hasar durumlarına göre elde edilen ilk altı doğal frekans Tablo 3'te görülmektedir.

Tablo 3. Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı modelleri için analitik olarak elde edilen doğal frekanslar

Mod			Doğa	al Frekansla	r (Hz)		
Mou	Hasars1z	Hasar-1	Hasar-2	Hasar-3	Hasar-4	Hasar-5	Hasar-6
1	10,2533	10,1008	10,0412	10,0304	9,1839	8,8760	8,7746
2	64,2406	63,8853	63,7352	63,1640	61,2786	60,4794	57,0765
3	179,8324	179,6493	178,0737	178,0281	177,1181	168,5860	168,5890
4	352,4202	352,4202	351,1712	347,9154	347,9154	342,2067	323,5190
5	582,6075	581,6188	580,8367	580,7544	575,8276	571,7379	571,7379
6	870,2477	866,2231	857,9517	849,8694	830,0769	796,0012	767,3618



Şekil 15. Konsol kirişin analitik modelinin hasarsız durum için ilk altı mod şekli



Şekil 16. Konsol kirişin analitik modelinin Hasar-6 durumu için ilk altı mod şekli

#### 2.1.2. Dinamik Karakteristiklerin Sonlu Elemanlar Metoduyla Elde Edilmesi

Konsol kirişin SEM modeli ANSYS 13.0 programı ile yapılmıştır. Üç boyutlu (3B) modelleme için SOLID186 katı elemanı kullanılmıştır. Bu eleman, toplam 20 düğüm noktasına ve her bir düğüm noktasında 3 serbestlik derecesine sahiptir (Şekil 17). SOLID186 elemanı tetrahedral (dörtyüzlü), piramit veya prizma şeklinde olabilmektedir. İki boyutlu (2B) modelleme için PLANE183 düzlem elemanı kullanılmıştır. Bu eleman, 8 veya 6 düğüm noktasına ve her bir düğüm noktasında 2 serbestlik derecesine sahiptir (Şekil 18). Modelin sol ucundaki mesnet şartları tamamen tutulu (ankastre) olarak kabul edilmiştir. Konsol kirişin ANSYS programında oluşturulan üç boyutlu model, Şekil 19'da görülmektedir. Hasarsız ve hasarlı kirişler için konsol kirişlerin iki ve üç boyutlu modal analizinden elde edilen ilk altı doğal frekansları Tablo 4 ve Tablo 5'te verilmiştir.

44



Şekil 17. SOLID186 elemanı (ANSYS, 2013)



Şekil 18. PLANE183 elemanı (ANSYS, 2013)



Şekil 19. Çatlaklı kirişin üç boyutlu sonlu eleman modeli

Mad	Doğal Frekanslar (Hz)							
Mod	Hasarsız	Hasar-1	Hasar-2	Hasar-3	Hasar-4	Hasar-5	Hasar-6	
1	10,2978	10,129	10,066	10,047	9,3668	9,0928	9,0073	
2	64,4986	63,983	63,862	63,2821	61,7836	61,0269	58,2066	
3	180,444	179,71	178,32	178,32	177,492	170,43	170,255	
4	353,168	352,05	351,06	347,92	347,868	343,128	327,519	
5	582,907	580,23	579,69	579,69	575,276	572,133	572,055	
6	869,118	862,87	855,96	848,74	831,053	802,021	775,782	

Tablo 4. Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için 3B SEM analizi ile elde edilen doğal frekansları

Tablo 5. Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için 2B SEM analizi ile elde edilen doğal frekansları

Mod							
MOU	Hasarsız	Hasar-1	Hasar-2	Hasar-3	Hasar-4	Hasar-5	Hasar-6
1	10,250	10,101	10,039	10,022	9,2823	8,9805	8,8866
2	64,197	63,859	63,737	63,116	61,509	60,644	57,634
3	179,59	179,41	177,98	177,95	177,09	169,50	169,16
4	351,45	351,43	350,43	346,99	346,92	341,94	325,26
5	579,96	579,00	578,43	578,47	573,45	569,78	569,60
6	864,53	860,62	853,51	845,73	826,18	795,36	767,92



Şekil 20. Konsol kirişin hasarsız durum için SEM analiziyle elde edilen ilk altı mod şekli



Şekil 21. Konsol kirişin Hasar-6 durumu için SEM analiziyle elde edilen ilk altı mod şekli

## 2.1.3. Dinamik Karakteristiklerin Deneysel Ölçümlerle Elde Edilmesi

Konsol kiriş modeli üzerinde gerçekleştirilen deneysel ölçümlerde toplam altı adet tek eksenli ivmeölçer kullanılmıştır. İvmeölçerler model üzerine eşit aralıklarla ve düşey doğrultudaki tepkileri ölçecek şekilde yerleştirilmiştir. Şekil 22'de konsol kiriş modeli için oluşturulan ölçüm düzeneği görülmektedir.



Şekil 22. Konsol kiriş için oluşturulan ölçüm düzeneği ve ivmeölçer yerleşimi

47

Gerçekleştirilen ölçümlerde frekans aralığı 0 – 800 Hz olarak seçilmiş ve toplam 10 dk'lık bir ölçüm alınmıştır. Konsol modelde homojen (her noktadan) titreşim temin edebilmek amacıyla modelin bağlı olduğu beton bloğa plastik uçlu balyozla rastgele vurularak titreşim üretilmiştir. Deneysel ölçüm sırasında ivmeölçerlerden gelen sinyaller, PULSE veri toplama programında eşzamanlı olarak Fourier dönüşümlerine tabi tutularak bilgisayara kaydedilmiştir. Deneysel ölçümler için PULSE programında oluşturulan temsili model ve ivmeölçer yerleşimi Şekil 23'de görülmektedir.



Şekil 24. Konsol kiriş modelin hasarsız durum için spektral yoğunluk fonksiyonları

Ölçümden elde edilen verilere OMA programında ağırlık fonksiyonları yardımıyla filtreleme işlemi uygulanmıştır. Konsol kiriş modeli üzerinde gerçekleştirilen ölçümlerde modal parametreler GFTAA yöntemi ile elde edilmiştir. Bu şekilde her bir kanaldaki

sinyale ait spektral yoğunluk fonksiyonları da elde edilmiştir. Konsol modelin hasarsız durumu için gerçekleştirilen ölçümden elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 24'te görülmektedir.

Spektral yoğunluk fonksiyonları kullanılarak doğal frekanslar ve modal sönüm oranları belirlenmiştir. Konsol modelin hasarsız durumu için gerçekleştirilen ölçümden elde edilen ilk altı frekans ve modal sönüm oranı değerleri Tablo 6'da verilmektedir. Konsol kiriş modelin hasarsız durum için ölçümlerden elde edilen mod şekilleri ise Şekil 25'te verilmiştir.

Mod Frekans (Hz) Sönüm (%) 1 9,926 5,805 2 62,53 1,122 3 175,3 0,4631 4 342,1 0,5082 5 562 0,6694 6 856,7 1,621

Tablo 6. Konsol kiriş modelin hasarsız durum için ölçülen doğal frekansları ve modal

sönüm oranları



Şekil 25. Konsol kiriş modelin hasarsız durum için ilk altı mod şekli



Şekil 26. Konsol kiriş modelde oluşturulan Hasar-1 durumu

Konsol kirişte Hasar-1 etkisi oluşturularak deneysel ölçümler aynı çevresel şartlar altında tekrarlanmıştır. Şekil 26'da çelik testere kullanılarak oluşturulan 1 mm genişliğindeki kesik gösterilmektedir. Hasar-1 durumu için elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 27'de, ilk altı doğal frekans ve modal sönüm oranları ise Tablo 7'de verilmiştir.



Şekil 27. Konsol kiriş modelin Hasar-1 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları

Mod	Frekans (Hz)	Sönüm (%)
1	9,769	6,559
2	62,26	1,095
3	175,21	0,5002
4	341,8	0,4775
5	560,6	0,6064
6	850,3	1,738

Tablo 7. Konsol kiriş modelin Hasar-1 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları



Şekil 28. Konsol kiriş modelde oluşturulan Hasar-2 durumu

Konsol kiriş modelde çelik testere kullanılarak Hasar-2 etkisi oluşturulmuş (Şekil 28) ve deneysel ölçümler aynı çevresel şartlar altında tekrarlanmıştır. Hasar-2 durumuna ait ölçüm Hasar-1 durumda kullanılan ölçüm, düzeneği kullanılarak tekrarlanmıştır. Deneysel ölçümden bu durum için elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 29'da, ilk altı doğal frekans ve modal sönüm oranlarıda Tablo 8'de verilmektedir.

Konsol kiriş modelde çelik testere kullanılarak Hasar-3 etkisi oluşturulmuş (Şekil 30) ve deneysel ölçümler aynı çevresel şartlar altında tekrarlanmıştır. Hasar-3 durumuna ait ölçüm Hasar-2 durumda kullanılan ölçüm, düzeneği kullanılarak tekrarlanmıştır. Deneysel ölçümden bu durum için elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 31'de, ilk altı doğal frekans ve modal sönüm oranları Tablo 9'da verilmektedir.



Şekil 29. Konsol kiriş modelin Hasar-2 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları

Tablo 8. Konsol kiriş modelin Hasar-2 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları

Mod	Frekans (Hz)	Sönüm (%)
1	9,699	7,085
2	61,98	1,181
3	173,4	0,5748
4	340,9	0,5258
5	559,1	0,7869
6	844,4	1,403



Şekil 30. Konsol kiriş modelde oluşturulan Hasar-3 durumu



Şekil 31. Konsol kiriş modelin Hasar-3 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları

Tablo 9. Konsol kiriş modelin Hasar-3 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları

Mod	Frekans (Hz)	Sönüm (%)
1	9,748	6,799
2	61,64	1,114
3	173,7	0,5262
4	338,6	0,3906
5	560,0	0,6014
6	828,6	2,337

Konsol kiriş modelde çelik testere kullanılarak Hasar-1 etkisinin derinliği arttırılmış ve Hasar-4 oluşturulmuştur. Deneysel ölçümler Hasar-1 ile aynı çevresel şartlar altında ve aynı ölçüm düzeneği kullanılarak tekrarlanmıştır. Deneysel ölçümden bu durum için elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 32'de, ilk altı doğal frekans ve modal sönüm oranları ise Tablo 10'da verilmektedir.



Şekil 32. Konsol kiriş modelin Hasar-4 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları

Tablo	10.	Konsol	kiriş	modelin	Hasar-4	durumu	için	ölçülen	doğal	frekansları	ve	modal
		sönüm	oranla	arı								

Mod	Frekans (Hz)	Sönüm (%)
1	8,926	6,837
2	59,96	1,136
3	172,8	0,5399
4	338,3	0,457
5	552,1	0,6667
6	808,6	1,019

Konsol kiriş modelde Hasar-2 etkisinin derinliği artırılarak Hasar-5 oluşturulmuş ve deneysel ölçümler aynı çevresel şartlar altında ve aynı ölçüm düzeni kullanılarak tekrarlanmıştır. Deneysel ölçümden bu durum için elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 33'te, ilk altı doğal frekans ve modal sönüm oranları Tablo 11'de verilmektedir.

Konsol kiriş modelde Hasar-3 etkisinin derinliği artırılarak Hasar-6 oluşturulmuş ve deneysel ölçümler aynı çevresel şartlar altında ve aynı ölçüm düzeni kullanılarak tekrarlanmıştır. Deneysel ölçümden bu durum için elde edilen spektral yoğunluk fonksiyonları Şekil 34'te ilk altı doğal frekans ve modal sönüm oranları Tablo 12'de verilmektedir.



Şekil 33. Konsol kiriş modelin Hasar-5 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları

Tablo 11. Konsol kiriş modelin Hasar-5 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları

Mod	Frekans (Hz)	Sönüm (%)
1	8,678	8,136
2	59,34	0,8504
3	167,2	0,6415
4	334,8	0,4379
5	548,2	0,8815
6	776,7	2,599



Şekil 34. Konsol kiriş modelin Hasar-6 durumu için spektral yoğunluk fonksiyonları
Mod	Frekans (Hz)	Sönüm (%)
1	8,591	8,68
2	57,54	1,228
3	166,9	0,6199
4	325,3	0,4783
5	547,5	0,9737
6	763,5	1,892

Tablo 12. Konsol kiriş modelin Hasar-6 durumu için ölçülen doğal frekansları ve modal sönüm oranları

#### 2.2. Çatlaklı Basit Kirişin Hareketli Yük Altında Zorlanmış Titreşim Analizi

Çatlaklı kirişin hareketli yük altında zorlanmış titreşim analizinde önceki bölümde kullanılan konsol kirişin sadece sınır şartları basit mesnet olarak değiştirilmiş, geometrisi ve malzeme özellikleri ise aynı alınmıştır. Şekil 35'te, göz önüne alınan kirişin yükleme durumu görülmektedir. Seçilen basit kiriş için üç farklı hasar durumu göz önüne alınmıştır. Hasar-1 durumunda çatlağın kirişin tam ortasında ve 2,5mm derinliğinde olduğu kabul edilmiştir. Hasar-2 durumunda Hasar-1 durumuna ek olarak kirişte sol mesnetten 9cm ileride 2,5 mm derinliğinde ikinci bir çatlağın daha olduğu düşünülmüştür. Hasar-3 durumunda ise çatlağın kirişin tam ortasında ve 5mm derinliğinde olduğu kabul edilmiştir. Şekil 36'da göz önüne alınan hasar durumları gösterilmiştir.



Şekil 35. Hareketli yük etkisindeki çatlaklı basit kiriş

Hasar-1 ₿B |▷ A ÞΑ I⊳ B 90<u>mm</u> 360mm 450mm 900mm A-A B-B 2,5mm [ ..... 10mm 10mm Hasar-2 Þ A ₿ ▶ A I⊳ B  $\sum_{mm}$ 450mm 360mm 90mm ¥ 900mm B-P 2,5mm [ 2,5mm ӏ 10mm 10mm Hasar-3 |▷ A ₿ |⊳ <sub>A</sub> |⊳ B  $\square$ hmì 90mm 360mm 450mm 900mm A-A B-B 5mml ..... 10mm 10mm

Şekil 36. Zorlanmış titreşim analizinde göz önüne alınan hasar durumları

Basit kirişin doğal frekansları ve mod şekilleri TMM ile bulunacaktır. Sınır şartları:

$$y_1(0,t) = y_1''(0,t) = y_{N+1}(1,t) = y_{N+1}''(1,t) = 0$$
(77)

şeklindedir. Bunlar modal yer değiştirmeler cinsinden

$$X_{1}(0,t) = X_{1}''(0,t) = X_{N+1}(1,t) = X_{N+1}''(1,t) = 0$$
(78)

olarak yazılırlar. Verilen ilk sınır şartı kullanılarak

$$B_1 + D_1 = 0, \quad -B_1 + D_1 = 0 \tag{79}$$

elde edilir. Bunların çözümüyle  $D_1 = B_1 = 0$  bulunur. Kalan iki sınır şartı yardımıyla

$$\begin{bmatrix} W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \\ C_{N+1} \\ D_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(80)

ifadesi elde edilir. Burada

$$\begin{bmatrix} W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(m) & \cos(m) & \sinh(m) & \cosh(m) \\ -\sin(m) & -\cos(m) & \sinh(m) & \cosh(m) \end{bmatrix}$$
(81)

şeklinde tanımlıdır. (26) ifadesi, (80)'de yerine yazılırsa

$$\begin{bmatrix} W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(82)

denklemi elde edilir. Bu ifadede daha önce (68) ile verilen [Z] = [W][T] hatırlanır ve  $D_1 = B_1 = 0$  olduğu da dikkate alınırsa

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \\ C_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(83)

denklemi elde edilir. Bu ifade tekrar düzenlenirse

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(84)

elde edilir. Bu denklemin sıfırdan farklı çözümlerinin olabilmesi için katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır. Buna göre

$$\det \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{23} \end{bmatrix} = 0$$
(85)

yazılır. Bu ifade frekans denklemi olup, bu denklemin *m* kökleri bulunduktan sonra (17) ifadesi yardımıyla kirişin doğal frekansları elde edilir.

Mod şekil fonksiyonları sağ taraf vektörünün hesabında gerekli olduğundan (84) denkleminden

$$A_{1}Z_{11} + C_{1}Z_{13} = 0$$

$$A_{1}Z_{21} + C_{1}Z_{23} = 0$$
(86)

elde edilir. Burada  $A_1 = 1$  olduğu kabul edilirse ilk denklemden  $C_1$  için

$$C_1 = -\frac{Z_{11}}{Z_{13}} \tag{87}$$

yazılır. Böylece birinci kiriş parçası için mod şekli belirlenmiş olur. Diğer parçalara ait katsayılar da (25) denklemi yardımıyla sırayla elde edilir. Bu çalışmada seçilen basit mesnetli kirişin hasarsız ve hasar durumları için elde edilen ilk altı doğal frekansı Tablo 13'te hasarsız ve Hasar-6 durumları için ilk altı mod şekli ise Şekil 37 ve Şekil 38'de verilmiştir.

Doğal Frekanslar (Hz) Mod Hasarsız Hasar-1 Hasar-2 Hasar-3 1 28,7676 28,5665 28,5483 27,7152 115,0890 115,0890 115,0890 114,7961 2 3 258,9091 257,1539 256,0053 250,0307 4 460,3196 460,3196 457,4668 460,3196 5 719,1921 714,3469 709,6091 695,8503 1035,6916 1035,6916 1029,4373 1035,6916 6

Tablo 13. Basit mesnetli kirişin hasarsız ve hasarlı modelleri için analitik olarak elde edilen

doğal frekanslar



Şekil 37. Basit mesnetli kirişin analitik modelinin hasarsız durum için ilk altı mod şekli



Şekil 38. Basit mesnetli kirişin analitik modelinin Hasar-3 durumu için ilk altı mod şekli

Seçilen basit kirişin üzerinde P = 1kN büyüklüğünde yükün sabit hızla hareket etmesi durumunda kiriş ortasında meydana gelecek yer değiştirmenin hesabı için (59) denklemi Newmark yöntemiyle sayısal olarak çözülecektir.

Newmark yönteminde, i. ve (i + 1). zaman adımlarındaki hız ve yer değiştirmeler

$$\left\{ \dot{U}_{i+1} \right\} = \left\{ \dot{U}_{i} \right\} + (1 - \gamma)\Delta t \left\{ \ddot{U}_{i} \right\} + \gamma \Delta t \left\{ \ddot{U}_{i+1} \right\}$$
(88)

$$\{U_{i+1}\} = \{U_i\} + \Delta t \{\dot{U}_i\} + (0.5 - \beta)(\Delta t)^2 \{\ddot{U}_i\} + \beta(\Delta t)^2 \{\ddot{U}_{i+1}\}$$
(89)

olarak ifade edilmektedir (Chopra, 2006). Burada  $\{U_i\}, \{\dot{U}_i\}, \{\ddot{U}_i\}$  sırasıyla t anındaki yer değiştirme, hız ve ivme vektörlerini,  $\{U_{i+1}\}, \{\dot{U}_{i+1}\}, \{\ddot{U}_{i+1}\}$  sırasıyla  $t + \Delta t$  anındaki yer değiştirme, hız ve ivme vektörlerini göstermektedir. Bu denklemde,  $\beta$  ve  $\gamma$ integrasyon parametreleri olup,  $\Delta t$  zaman aralığında ivmenin değişimini tanımlamaktadır. Ayrıca bu parametreler, kullanılan yöntemin stabilite ve doğruluk karakteristiklerini belirlemektedir.  $\gamma = 1/2$  ve  $1/6 \le \beta \le 1/4$  seçilmesi Newmark yönteminin doğruluğu için yeterli olmaktadır (Chopra, 2006). Bu tez çalışmasında  $\gamma = 1/2$  ve  $\beta = 1/4$  olarak alınmıştır.

Lineer sistemler için (i + 1). zaman adımında hareket denklemi

$$[M]\{\dot{U}_{i+1}\} + [C]\{\dot{U}_{i+1}\} + [K]\{U_{i+1}\} = \{P_{i+1}\}$$
(90)

şeklinde ifade edilir. (89) ifadesi yardımıyla

$$\left\{ \ddot{U}_{i+1} \right\} = \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \left( \left\{ U_{i+1} \right\} - \left\{ U_i \right\} \right) - \frac{1}{\beta \Delta t} \left\{ \dot{U}_i \right\} - \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \left\{ \ddot{U}_i \right\}$$
(91)

elde edilir. (91) ifadesinin (88)' te yerine yazılmasıyla

$$\left\{\dot{U}_{i+1}\right\} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t} \left(\left\{U_{i+1}\right\} - \left\{U_{i}\right\}\right) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \left\{\dot{U}_{i}\right\} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \left\{\ddot{U}_{i}\right\}$$
(92)

elde edilir. (91) ve (92) ifadelerinin (90)'de yerine yazılmasıyla (i + 1). zaman adımındaki hareket denklemi elde edilir. Bu işlem yapılırsa

$$\left[\widehat{K}\right]\left\{U_{i+1}\right\} = \left\{\widehat{P}_{i+1}\right\} \tag{93}$$

elde edilir. Burada,

$$\left[\widehat{K}\right] = \left[K\right] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \left[C\right] - \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \left[M\right]$$
(94)

$$\left\{\widehat{P}_{i+1}\right\} = \left\{P_{i+1}\right\} + \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \left[M\right] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} \left[C\right]\right] \left\{U_i\right\} + \left[\frac{1}{\beta\Delta t} \left[M\right] + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \left[C\right]\right] \left\{\dot{U}_i\right\} + \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \left[M\right] + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) \left[C\right]\right] \left\{\ddot{U}_i\right\}\right\}$$

$$(95)$$

şeklindedir. *i*. adımdaki yer değiştirme, hız ve ivmenin bilinmesi durumunda (i + 1). adımdaki yer değiştirme (93) denklemi çözülerek elde edilir. Ardından (91) ve (92) ifadeleri yardımıyla (i + 1). adımdaki ivme ve hız değerleri bulunur. Newmark yönteminde hesap sırası şu şekildedir:

- 1.  $[M]\{\ddot{U}_0\} = \{P_0\} [C]\{\dot{U}_0\} [K]\{U_0\}$  denkleminden  $\{\ddot{U}_0\}$  hesaplanır.
- 2.  $\Delta t$  zaman adımı seçilir.

3. 
$$[a_1] = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} [M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} [C], [a_2] = \frac{1}{\beta\Delta t} [M] + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) [C]$$
 ve  
 $[a_3] = \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) [M] + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) [C]$  matrisleri hesaplanır.

- 4.  $\left\lceil \hat{K} \right\rceil = \left\lfloor K \right\rfloor + \left\lfloor a_1 \right\rfloor$  matrixi elde edilir.
- 5.  $\{\hat{P}_{i+1}\} = \{P_{i+1}\} + [a_1]\{U_i\} + [a_2]\{\dot{U}_i\} + [a_3]\{\ddot{U}_i\}$  vektörü elde edilir.
- 6.  $\left[\hat{K}\right]\left\{U_{i+1}\right\} = \left\{\hat{P}_{i+1}\right\}$  çözülerek  $\left\{U_{i+1}\right\}$  yer değiştirme değeri hesaplanır.

$$7. \left\{ \dot{U}_{i+1} \right\} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \left\{ \left\{ U_{i+1} \right\} - \left\{ U_{i} \right\} \right\} + \left( 1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \left\{ \dot{U}_{i} \right\} + \Delta t \left( 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \left\{ \ddot{U}_{i} \right\},$$
$$\left\{ \ddot{U}_{i+1} \right\} = \frac{1}{\beta \left( \Delta t \right)^{2}} \left\{ \left\{ U_{i+1} \right\} - \left\{ U_{i} \right\} \right) - \frac{1}{\beta \Delta t} \left\{ \dot{U}_{i} \right\} - \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \left\{ \ddot{U}_{i} \right\}$$

şeklinde hız ve ivme değerleri hesaplanır.

8. 5-7 arasındaki işlemler i = 0, 1, 2, ... zaman adımları için tekrar edilir.

Kirişin ortasındaki yer değiştirmeler MATLAB programı yardımıyla  $v = 0,1v_{kr}$ ,  $v = 0,3v_{kr}$ ,  $v = 0,5v_{kr}$ ,  $v = v_{kr}$  olacak şekilde seçilerek sayısal olarak elde edilmiştir. Burada  $v_{kr}$  hasarsız durumdaki kritik hız olup

$$v_{kr} = \frac{2\pi}{m_1} f_1 L \tag{96}$$

şeklinde tanımlıdır (Fryba, 1990). Seçilen basit kiriş için hasarsız durumda  $v_{kr} = 51,7834$  m/sn olarak hesaplanmıştır.

## **3. İRDELEME**

Bu bölümde çatlaklı kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimleri için elde edilen sonuçlar sunularak tartışılmıştır. Önce, çatlaklı konsol kirişin serbest titreşimlerine ait sonuçlar, ardından çatlaklı basit kirişin hareketli yük altında zorlanmış titreşimlerine ait sonuçlar değerlendirilmiştir.

#### 3.1. Çatlaklı Konsol Kirişin Serbest Titreşimleri

Hasarsız kiriş ve göz önüne alınan hasar durumları için transfer matrisi yöntemiyle analitik olarak elde edilen ilk altı doğal frekans Tablo 3'te verilmiştir. Görüleceği üzere hasar arttıkça doğal frekanslar tüm modlarda azalmaktadır. Tablo 14'de hasar şiddetinin arttırılması durumunda analitik çözümden elde edilen doğal frekanslarda meydana gelen değişim verilmiştir. Frekanslar arasındaki en büyük fark, çatlak derinliği arttığında (Hasar-3-Hasar-4) birinci doğal frekansta meydana gelmektedir. Bu iki durumun birinci doğal frekansları arasında %8,44'lük bir değişim görülmektedir. Çatlak derinliğinin artması özellikle temel frekans üzerinde daha çok etkilidir. Şekil 15 ve Şekil 16'da çelik konsol kirişin sırasıyla Hasarsız ve Hasar-6 durumları için analitik çözümden elde edilen ilk altı mod şekli verilmiştir. Hasarsız ve hasarlı durumlara ait mod şekilleri karşılaştırıldığında hasar bulunan yerlerde eğrilerde kırıklıkların olduğu görülmektedir. Bu kırıklıklar, çatlak derinliğine bağlı olarak bazı mod şekillerinde belirgin bir şekilde görülmekte, bazılarında ise fark edilmemektedir.

Tablo 14. Konsol kirişte hasar şiddetinin arttırılması durumunda analitik çözümden elde edilen doğal frekanslardaki değişim

		Doğ	al frekanslar	daki değişir	n (%)	
Durum	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
Hasarsız – Hasar-1	1,48	0,55	0,10	0,00	0,17	0,46
Hasar-1 – Hasar-2	0,59	0,24	0,87	0,35	0,13	0,95
Hasar-2 – Hasar-3	0,11	0,89	0,03	0,93	0,01	0,94
Hasar-3 – Hasar-4	8,44	2,98	0,51	0,00	0,85	2,33
Hasar-4 – Hasar-5	3,35	1,30	4,82	1,64	0,71	4,11
Hasar-5 – Hasar-6	1,14	5,63	0,00	5,46	0,00	3,59

Tablo 4 ve Tablo 5'te sırasıyla çelik konsol kirişin hasarsız ve göz önüne alınan hasar durumları için üç boyutlu (3B) ve iki boyutlu (2B) sonlu eleman modellerinden elde edilen ilk altı doğal frekansı verilmiştir. 3B ve 2B modellerden elde edilen frekanslar arasındaki fark, en büyük %1,02 olarak Hasar-6 durumunun altıncı doğal frekansında görülmektedir. İki model arasındaki en büyük farkın burada görülmesinin sebebi hasar sayısının artarak modelin daha karmaşık hale gelmesidir. Sonlu eleman çözümünde de analitik çözümde olduğu gibi kirişte hasar miktarı ve derinliği arttıkça doğal frekansların azaldığı görülmektedir. Şekil 20 ve Şekil 21'de çelik konsol kirişin sonlu eleman modeline ait Hasarsız ve Hasar-6 durumları için ilk altı mod şekli verilmiştir. Mod şekillerinde hasarın bulunduğu yerlerde kırıklıklar açıkça görülmektedir.

Analitik ve sayısal olarak hesaplanan doğal frekanslar ile deneysel ölçümlerden elde doğal frekanslar sırasıyla Tablo 15 – Tablo 21'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Bu tablolardan da görüleceği üzere deneysel ölçümle elde edilen doğal frekanslar hesapla elde edilenlerden her zaman daha küçük olmaktadır. SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların analitik olarak elde edilenlerle arasındaki farklar yüzde olarak Tablo 22 – Tablo 28'de verilmiştir. Genel bir değerlendirme yapılacak olursa, sonlu elemanlar yöntemi, konsol kirişin gerçek davranışını gayet iyi bir şekilde temsil edebilmektedir. Bununla beraber, deneysel modelde ankastre mesnetin tam olarak sağlanamaması, kesitlerin çubuk ekseni boyunca homojen olmaması gibi sebeplerle konsol kirişte analitik çözüme göre daha küçük frekans değerleri elde edilmektedir. Kullanılan bu üç yöntemle elde edilen ilk altı mod şeklinin hasarsız ve hasarlı kirişler için karşılaştırılması Şekil 39 – Şekil 45'te gösterilmiştir. Şekillerden de görüleceği üzere, üç yöntemden elde edilen mod şekilleri oldukça uyumludur.

Tablo 15. Hasarsız konsol kirişin için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması

			Doğal fr	ekanslar (Hz)	1	
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	10,2533	64,2406	179,8324	352,4202	582,6075	870,2477
2B SEM	10,250	64,19	179,59	351,45	579,96	864,53
3B SEM	10,2978	64,4986	180,444	353,168	582,907	869,118
OMA	9,926	62,3	175,3	342,1	562,0	856,7

			Doğal fr	ekanslar (Hz)		
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	10,1008	63,8853	179,6493	352,4202	581,6188	866,2231
2B SEM	10,101	63,859	179,41	351,43	579,00	860,62
3B SEM	10,129	63,983	179,71	352,05	580,23	862,87
OMA	9,769	62,26	175,21	341,8	560,6	850,3

Tablo 16. Hasar-1 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansları karşılaştırılması

Tablo 17. Hasar-2 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması

			Doğal fre	ekanslar (Hz)		
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	10,0412	63,7352	178,0737	351,1712	580,8367	857,9517
2B SEM	10,039	63,737	177,98	350,43	578,43	853,51
3B SEM	10,066	63,862	178,32	351,06	579,69	855,96
OMA	9,699	61,98	173,4	340,9	559,1	844,4

Tablo 18. Hasar-3 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması

			Doğal fr	ekanslar (Hz)		
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	10,0304	63,1640	178,0281	347,9154	580,7544	849,8694
2B SEM	10,039	63,116	177,95	346,99	578,47	845,73
3B SEM	10,047	63,2821	178,32	347,92	579,69	848,74
OMA	9,748	61,64	173,7	338,6	560,0	828,6

Tablo 19. Hasar-4 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması

			Doğal fr	ekanslar (Hz	)	
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	9,1839	61,2786	177,1181	347,9154	575,8276	830,0769
2B SEM	9,2823	61,509	177,09	346,92	573,45	826,18
<b>3B SEM</b>	9,3668	61,7836	177,492	347,868	575,276	831,053
OMA	8,926	59,96	172,8	338,3	552,1	808,6

			Doğal fr	ekanslar (Hz	)	
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	8,8760	60,4794	168,5890	342,2067	571,7379	796,0012
2B SEM	8,9805	60,644	169,50	341,94	569,78	795,36
<b>3B SEM</b>	9,0928	61,0269	170,43	343,128	572,133	802,021
OMA	8,678	59,34	167,2	334,8	548,2	776,7

Tablo 20. Hasar-5 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması

Tablo 21. Hasar-6 durumu için üç yöntemle elde edilen doğal frekansların karşılaştırılması

			Doğal f	rekanslar (Hz	z)	
Metot	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
TMM	8,7746	57,0765	168,5890	323,5190	571,7379	767,3618
2B SEM	8,8866	57,634	169,16	325,26	569,60	767,92
3B SEM	9,0073	58,2066	170,255	327,519	572,055	775,782
OMA	8,591	57,54	166,9	325,3	547,5	763,5

Tablo 22. Hasarsız konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Mod -		% Fark	
Mod –	2B SEM	3B SEM	OMA
1	0,032	0,43	3,19
2	0,078	0,40	3,02
3	0,13	0,34	2,52
4	0,28	0,21	2,92
5	0,45	0,05	3,53
6	0,66	0,13	1,55

Tablo 23. Hasar-1 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Mad		% Fark	
Mod	2B SEM	3B SEM	OMA
1	0,002	0,28	3,28
2	0,041	0,15	2,54
3	0,13	0,033	2,47
4	0,28	0,11	3,01
5	0,45	0,24	3,61
6	0,64	0,38	1,83

Mod		% Fark	
Mod —	2B SEM	3B SEM	OMA
1	0,022	0,24	3,40
2	0,002	0,19	2,75
3	0,052	0,13	2,62
4	0,21	0,031	2,92
5	0,41	0,19	3,74
6	0,52	0,23	1,57

Tablo 24. Hasar-2 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Tablo 25. Hasar-3 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Mod —	% Fark		
	2B SEM	3B SEM	OMA
1	0,085	0,16	2,81
2	0,075	0,18	2,41
3	0,044	0,16	2,43
4	0,26	0,0013	2,67
5	0,39	0,18	3,57
6	0,48	0,13	2,50

Tablo 26. Hasar-4 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Mod –	% Fark		
	2B SEM	3B SEM	OMA
1	1,07	1,99	2,80
2	0,37	0,82	2,15
3	0,015	0,21	2,44
4	0,28	0,013	2,76
5	0,41	0,095	4,12
6	0,47	0,12	2,58

Mod -	% Fark		
	2B SEM	3B SEM	OMA
1	1,17	2,44	2,23
2	0,27	0,91	1,88
3	0,54	1,09	0,82
4	0,07	0,26	2,16
5	0,34	0,06	4,11
6	0,08	0,75	2,42

Tablo 27. Hasar-5 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Tablo 28. Hasar-6 durumu için konsol kirişte SEM ve OMA ile elde edilen doğal frekansların TMM ile karşılaştırılması

Mod –	% Fark		
	2B SEM	3B SEM	OMA
1	1,27	2,65	2,09
2	0,97	1,97	0,81
3	0,34	0,98	1,00
4	0,54	1,23	0,55
5	0,37	0,05	4,24
6	0,07	1,09	0,50

Hasarsız ve hasarlı kirişler için analitik ve deneysel yöntemlerden elde edilen mod şekilleri arasındaki uyumu gösteren Modal Güvence Kriteri (MGK) grafikleri Şekil 46 – Şekil 52'de verilmiştir. MGK değerlerinin 1'e yakın olması iki farklı yöntemle elde edilen mod şekillerinin birbirleriyle uyumlu olduğunu göstermektedir. Grafiklerden anlaşılacağı üzere, analitik ve deneysel mod şekilleri arasında gayet iyi bir uyum bulunmaktadır.



Şekil 39. Hasarsız konsol kirişin üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 40. Konsol kirişin Hasar-1 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 41. Konsol kirişin Hasar-2 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 42. Konsol kirişin Hasar-3 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 43. Konsol kirişin Hasar-4 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 44. Konsol kirişin Hasar-5 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 45. Konsol kirişin Hasar-6 durumu için üç yöntemle elde edilen mod şekillerinin karşılaştırılması



Şekil 46. Hasarsız konsol kirişin durum analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği



Şekil 47. Konsol kirişin Hasar-1 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği



Şekil 48. Konsol kirişin Hasar-2 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği



Şekil 49. Konsol kirişin Hasar-3 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği



Şekil 50. Konsol kirişin Hasar-4 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği



Şekil 51. Konsol kirişin Hasar-5 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği



Şekil 52. Konsol kirişin Hasar-6 durumu için analitik ve deneysel mod şekillerine ait MGK grafiği

## 3.2. Çatlaklı Basit Kirişin Hareketli Yük Altında Zorlanmış Titreşimleri

Basit kirişin hasarsız ve hasarlı durumları için TMM ile elde edilen ilk altı doğal frekansı ve mod şekilleri sırasıyla Tablo 13 ve Şekil 37 – Şekil 38'e verilmiştir. Konsol kiriş modelinde olduğu gibi burada da çatlak sebebiyle doğal frekanslar önemli ölçüde değişmektedir. Çatlak derinliğinin artması, çatlak sayısının artmasına kıyasla sonuçlar üzerinde daha etkilidir.

Kirişin zorlanmış titreşim analizleri için hareketli yükün hız değerleri  $v = 0,1v_{kr}$ ,  $0,3v_{kr}$ ,  $0,5v_{kr}$  ve  $v_{kr}$  olarak seçilmiştir. Bu hız değerleri dikkate alınarak hasarsız kiriş için kiriş ortasında meydana gelen yer değiştirmeler Şekil 53'te verilmiştir. Hız değiştikçe kiriş ortasında meydana gelen yer değiştirme grafiğinin şekli değişmektedir. En büyük değer  $v = 0,5v_{kr}$  hızında yük kirişin ortasını geçtikten sonra elde edilmektedir. Bu hız değerine kadar yer değiştirmeler genel olarak artma eğilimindedir. Hız arttıkça en büyük yer değiştirme değerleri yük kiriş ortasını geçtikten sonra meydana gelmektedir.  $v = v_{kr}$  hızında en büyük yer değiştirme

Hasarsız ve hasarlı durumlar için kiriş ortasında meydana gelen yer değiştirmelerin belirlenen hızlara göre karşılaştırılması Şekil 54 – Şekil 57'de verilmiştir. Sonuçlara bakıldığında hasarlı kirişte meydana gelen yer değiştirmelerin hasarsız kirişte meydana gelen yer değiştirmelerden daha büyük olduğu açıkça görülmektedir. Hasar-3 durumunda en büyük yer değiştirmelerin elde edilmesi, çatlağın yer değiştirme üzerindeki etkisinin çatlak derinliği arttıkça daha fazla olduğunu göstermektedir.

Şekil 53 – Şekil 57'de verilen yer değiştirme değerleri

$$\overline{y} = \frac{y}{y_0}, \quad y_0 = \frac{PL^3}{48EI}$$
(97)

şeklinde boyutsuzlaştırılmıştır. Burada  $y_0$ , *P* tekil yükü altında kiriş ortasındaki statik yer değiştirmeyi göstermektedir.



Şekil 53. Farklı hızlar için hasarsız basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler



Şekil 54.  $v = 0,1v_{kr}$  olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler



Şekil 55.  $v = 0.3v_{kr}$  olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler



Şekil 56.  $v = 0.5v_{kr}$  olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler



Şekil 57.  $v = v_{kr}$  olması durumunda hasarsız ve hasarlı durumlar için basit kirişin ortasında meydana gelen yer değiştirmeler

Hareketli yükten dolayı basit kirişin ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörü, yük hızının  $v = 0,1v_{kr}, 0,3v_{kr}, 0,5v_{kr}$  ve  $v_{kr}$  olması halinde göz önüne alınan hasar durumları için (5) denkleminden yararlanılarak hesaplanmıştır. Çeşitli hız değerleri için Hasar-3 durumunda çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri Şekil 58'de verilmiştir. Burada,  $\lambda$  boyutsuz gerilme şiddeti faktörü olup

$$\lambda = \frac{K_{I5}}{3PL\sqrt{\pi d} / (2bh^2)} \tag{98}$$

şeklinde tanımlıdır. Hız değiştikçe çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörü grafiğinin şeklinin değiştiği görülmektedir. En büyük değer, yer değiştirme grafiğinde de olduğu gibi  $v = 0.5v_{kr}$  hızında yük kirişin ortasını geçtikten sonra elde edilmektedir. Hız arttıkça, en büyük gerilme şiddeti faktörleri yük kiriş ortasını geçtikten sonra meydana gelmektedir. Yer değiştirme grafiklerinde olduğu gibi  $v = v_{kr}$  hızında yük tam kirişi terk ederken en büyük gerilme şiddeti faktörü ortaya çıkmaktadır.

Ele alınan hasar durumları için kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörlerinin çeşitli hız değerlerine göre karşılaştırılması Şekil 59 – Şekil 62'de verilmiştir. Grafiklere bakıldığında kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörlerinin Hasar-1 ve Hasar-2 durumları için neredeyse aynı çıktığı hasar derinliğinin arttığı Hasar-3 halinde ise daha büyük olduğu görülmüştür. Buna göre, çatlak derinliğinin tıpkı yer değiştirmelerde olduğu gibi gerilme şiddeti faktörleri üzerinde de çatlağın yerine oranla daha etkili bir parametre olduğu söylenebilir.



Şekil 58. Hasar-3 durumunda çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri



Şekil 59.  $v = 0.1v_{kr}$  olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri



Şekil 60.  $v = 0.3v_{kr}$  olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri



Şekil 61.  $v = 0.5v_{kr}$  olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri



Şekil 62.  $v = v_{kr}$  olması durumunda kiriş ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri

# 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, çatlaklı elastik kirişin serbest ve zorlanmış titreşimleri ele alınmıştır. Çatlağın kiriş davranışı üzerindeki etkileri, analitik, sayısal ve deneysel yöntemlerle incelenmiştir. Serbest titreşim analizlerinde, kesit boyutları 3cm × 1cm, uzunluğu 90cm olan, dolu dikdörtgen kesitli çelik konsol kiriş seçilmiştir. Bu konsol kiriş için altı farklı hasar durumu göz önüne alınmıştır. Hasar-1 durumunda, mesnetten 9cm uzaklıkta derinliği 3mm olan bir çatlak bulunduğu kabul edilmiştir. Hasar-2 durumunda, buna ek olarak mesnetten 27cm uzaklıkta derinliği 3mm olan ikinci bir çatlak daha düşünülmüştür. Hasar-3 durumunda ise kirişin tam ortasında aynı derinlikte üçüncü bir çatlak olduğu kabul edilmiştir. Hasar-4, Hasar-5 ve Hasar-6 durumlarında, ilk hasar durumlarındaki çatlakların derinlikleri sırasıyla 6mm'ye arttırılmıştır. Konsol kirişin hasarsız ve hasarlı durumlarında serbest titreşim analizi, transfer matrisi metoduyla analitik olarak yapılmış; bulunan sonuçlar, sonlu elemanlar metoduyla sayısal olarak ve operasyonel modal analizle de deneysel olarak doğrulanmıştır.

Zorlanmış titreşim analizlerinde kullanılan konsol kirişin sadece sınır şartları basit mesnet olarak değiştirilmiş, geometrik ve malzeme özellikleri ise aynı alınmıştır. Seçilen basit kiriş için üç farklı hasar durumu göz önüne alınmıştır. Hasar-1 durumunda, çatlağın kirişin tam ortasında ve 2,5mm derinliğinde olduğu kabul edilmiştir. Hasar-2 durumunda ise Hasar-1 durumuna ek olarak kirişte sol mesnetten 9cm ileride 2,5mm derinliğinde ikinci bir çatlağın daha olduğu düşünülmüştür. Hasar-3 durumunda ise çatlağın kirişin tam ortasında ve 5mm derinliğinde olduğu kabul edilmiştir. Basit kirişin hasarsız ve hasarlı durumlarında, transfer matrisi metoduyla önce mod şekil fonksiyonları elde edilmiş, ardından probleme ait diferansiyel denklem Newmark metoduyla sayısal olarak çözülmüştür. Ayrıca, çatlaklı kirişte gerilme şiddeti faktörleri de hesaplanmıştır.

Bu tez kapsamında yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlar aşağıda maddeler halinde sunulmuştur:

- 1. Çelik konsol kirişte, hasar şiddeti arttıkça doğal frekansların tüm modlarda azaldığı görülmüştür.
- Analitik, sonlu eleman ve deneysel yöntemlerle elde edilen doğal frekanslara bakıldığında, çatlak derinliğindeki artmanın, çatlak sayısının artmasına göre sonuçlar üzerinde (özellikle temel frekanslar) daha etkili olduğu görülmüştür.

- 3. Konsol kirişin mod şekilleri karşılaştırıldığında hasar bulunan yerlerde, eğrilerde kırıklıkların olduğu görülmüştür. Bu durum, çatlağın sağında ve solunda mod şekil fonksiyonun değişmesinden kaynaklanmaktadır. Eğrilerdeki kırıklıklar, çatlak derinliğine bağlı olarak bazı mod şekillerinde daha belirgin görülürken bazılarında neredeyse hiç fark edilememektedir.
- 4. Analitik ve sonlu eleman yöntemlerinden elde sonuçları karşılaştırıldığında, sonlu elemanlar yönteminin konsol kirişin gerçek davranışını gayet iyi bir şekilde temsil ettiği görülmüştür. Kirişin iki ve üç boyutlu sonlu eleman modellerinden elde edilen frekanslar arasında çok büyük farklar görülmemiştir. En büyük fark, Hasar-6 durumunda altıncı modda modelin daha karmaşık hale gelmesinden dolayı %1,02 olarak elde edilmiştir. Buna göre, sadece düzlem içi titreşimlerin çalışılması durumunda iki boyutlu modellerin yeterli olacağı söylenebilir.
- 5. Deneysel ölçümlerle elde edilen doğal frekansların, hesapla elde edilenlerden her zaman daha küçük olduğu görülmüştür. Bunun nedenleri arasında, deneysel modelde ankastre mesnet şartının tam olarak sağlanamaması, kesitlerin çubuk ekseni boyunca üniform olmamasından dolayı atalet momentinin değişmesi sayılabilir.
- 6. Hasarsız ve hasarlı kirişler için analitik ve deneysel yöntemlerden elde edilen mod şekilleri arasındaki uyumu göstermek için Modal Güvence Kriteri (MGK) hesaplanmıştır. Hesaplanan MGK değerlerinden iki farklı yöntemle elde edilen mod şekillerinin birbirleriyle uyumlu olduğu görülmüştür. Bu, ölçümlerin yeterli hassasiyette yapıldığını göstermektedir.
- Hareketli yük altındaki basit kirişte, kiriş ortasında meydana gelen yer değiştirmelerin hasarlı durumda hasarsız duruma göre daha büyük olduğu görülmüştür. Bunun sebebi, kirişin eğilme rijitliğinde çatlak sebebiyle meydana gelen azalmadır.
- Çatlağın yer değiştirme üzerindeki etkisinin çatlak derinliği arttıkça daha belirgin olduğu görülmüştür.
- 9. Hareketli yükün hızı, kritik hızın %10'u, %30'u, %50'si ve %100'ü olarak seçilmiştir. En büyük yer değiştirme değeri, yükün hızı  $v = 0.5v_{kr}$  iken ve yük kirişin ortasını geçtikten sonra elde edilmiştir. Bu hız değerine kadar yer değiştirmelerin genel olarak artma eğiliminde olduğu görülmüştür.

- 10. Hız arttıkça, en büyük yer değiştirme değerlerinin yük kiriş ortasını geçtikten sonra meydana geldiği görülmüştür. Yükün kritik hızla hareketi sırasında ise en büyük yer değiştirmenin yük tam kirişi terk ederken ortaya çıktığı görülmüştür.
- Hareketli yükten dolayı basit kirişin ortasındaki çatlak ucunda meydana gelen gerilme şiddeti faktörleri, göz önüne alınan hasar durumları için hesaplanmıştır. Çatlak derinliği arttıkça gerilme şiddeti faktörlerinin arttığı görülmüştür.
- 12. En büyük gerilme şiddeti faktörlerinin  $v = 0.5v_{kr}$  hız değerinde ve yük, kiriş ortasını geçtikten sonra elde edildiği görülmüştür. Bu hız değerine kadar gerilme şiddeti faktörlerinin tıpkı yer değiştirmelerde olduğu gibi genel olarak artma eğiliminde olduğu;  $v = v_{kr}$  değerinde ise yük tam kirişi terk ederken en büyük gerilme şiddeti faktörlerinin elde edildiği görülmüştür

Gerek literatür incelemesi ve gerekse bu tez kapsamında yapılan çalışmalardan hareketle, gelecekte yapılacak çalışmalara ışık tutması ümit edilen bazı öneriler aşağıda verilmektedir:

- 1. Çalışma, değişken kesitli kirişler ve düzlem çerçeveler için tekrarlanabilir.
- 2. Hareketli yük katarı durumu göz önüne alınabilir. Böylece tekrarlı yüklemenin çatlaklı kiriş davranışına etkileri incelenebilir.
- 3. Hareketli yük altındaki davranış, sonlu elemanlar yöntemiyle sayısal ve laboratuvar ortamında deneysel olarak ele alınabilir.
- 4. Bu çalışmada sadece çatlağın dinamik davranışa etkileri incelenmiştir (direkt çözüm). Deneysel ölçümlerle elde edilen doğal frekans ve mod şekillerindeki değişim yardımıyla kirişte veya başlıca bir yapı sisteminde çatlak yeri ve derinliği belirlenebilir (ters çözüm). Bununla ilgili mevcut yöntemler arasında bir karşılaştırma yapılarak bunların birbirlerine olan üstünlük ve eksiklikleri değerlendirilebilir. Buradan hareketle yeni bir yöntem önerilebilir.
- 5. Zorlanmış titreşim davranışını esas alarak çatlak tayini yapan yöntemler arasında bir karşılaştırma yapılabilir.
- 6. Tabakalı kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler için çalışma tekrarlanabilir.
- Çalışmada sadece eğilme titreşimleri dikkate alınmıştır. Kirişin boyuna ve burulma titreşimleri de göz önüne alınarak problem tekrar incelenebilir.

## 4. KAYNAKLAR

- Allemang, R.J., 2003. The Modal Assurance Criterion: Twenty Years of Use and Abuse, Sound and Vibration, 37, 8, 14-23.
- ANSYS, 2013. Swanson Analysis System, USA.
- Ariaei, A., Ziaei-Rad, S. ve Ghayour, M., 2009. Vibration Analysis of Beams with Open and Breathing Cracks Subjected to Moving Mass, <u>Journal of Sound and</u> <u>Vibration</u>, 326, 709-724.
- Ariaei, A., Ziaei-Rad, S. ve Malekzadeh, M., 2013. Dynamic Response of a Multi-Span Timoshenko Beam with Internal and External Flexible Constraints Subject to a Moving Mass, <u>Archive of Applied Mechanics</u>, 83, 1257-1272.
- Attar, M., 2012. A Transfer Matrix Method for Free Vibration Analysis and Crack Idendification of Stepped Beams with Multiple Edge Cracks and Different Boundary Conditions, <u>International Journal of Mechanical Sciences</u>, 57, 19-33.
- Awkar, J.C. ve Lui, E.M., 1997. Seismic Analysis and Response of Multi-Story Semi-Rigid Frames, Journal of Engineering Structures, 30, 425-441.
- Bakhtiari-Nejad, F., Khorram, A. ve Rezaeian, M., 2014. Analytical Estimation of Natural Frequencies and Mode Shapes of a Beam Having Two Cracks, <u>International Journal of Mechanical Sciences</u>, 78, 193-202.
- Behera, R.K., Pandey, A. ve Parhi, D.R., 2014. Numerical and Experimental Verification of a Method for Prognosis of Inclined Edge Crack in Cantilever Beam Based on Synthesis of Mode Shapes, <u>Procedia Technology</u>, 14, 67-74.
- Behzad, M., Meghdari, A. ve Ebrahimi, A., 2005. A New Approach for Vibration Analysis of a Cracked Beam, <u>International Journal of Engineering</u>, 18, 4, 319-330.
- Bendat, J.S. ve Piersol, A.G., 2004. Random Data: Analysis and Measurement Procedures, 3th Edition, John Wiley and Sons, USA.
- Bilello, C. ve Bergman, L.A., 2004. Vibration of Damaged Beams Under a Moving Mass: Theory and Experimental Validation, Journal of Sound and Vibration, 274, 567-582.
- Binici, B., 2005. Vibration of Beams with Multiple Open Cracks Subjected to Axial Force, Journal of Sound and Vibration, 287, 277-295.
- Bjorhovde, R., Colson, A. ve Brozzetti, J., 1990. Classification System for Beam-To-Column Connections, Journal of Structural Engineering, 116, 11, 3059-3076.
- Brincker, R., Ventura, C.E. ve Andersen, P., 2003. Why Output-Only Modal Testing is a Desirable Tool for a Wide Range of Practical Applications, Proceeding of the 21st International Modal Analysis Conference (IMAC XXI), Kissimmee, Florida.
- Brincker, R., Zhang, L. ve Andersen, P., 2000. Modal Identification from Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition, 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, USA, Conference Book: 4062, 2, 625-630.
- Caddemi, S. ve Caliò, I., 2009. Exact Closed-Form Solution for the Vibration Modes of the Euler-Bernoulli Beam with Multiple Open Cracks, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 327, 473-489.
- Caddemi, S. ve Morassi, A., 2011. Detecting Multiple Open Cracks in Elastic Beams by Static Tests, Journal of Engineering Mechanics, 137, 2, 113-124.
- Caddemi, S. ve Morassi, A., 2013. Multi-Cracked Euler-Bernoulli Beams: Mathematical Modeling and Exact Solutions, <u>International Journal of Solids and Structures</u>, 50, 944-956.
- Chondros, T.G. ve Dimarogonas, A.D., 1998. A Continuous Cracked Beam Vibration Theory, Journal of Sound and Vibration, 215, 1, 17-34.
- Chondros, T.G. ve Dimarogonas, A.D., 1998. Vibration of a Cracked Cantilever Beam, Journal of Vibration and Acoustics, 120, 742-746.
- Chondros, T.G., Dimarogonas, A.D. ve Yao, J., 1998. Longitudinal Vibration of a Continuous Cracked Bar, Engineering Fracture Mechanics, 61, 593-606.
- Dimarogonas, A.D., 1996. Vibration of Cracked Structures: A State of the Art Review, <u>Engineering Fracture Mechanics</u>, 55, 5, 831-857.
- Chopra, A.K., 2006. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, Third Edition, Prentice Hall, USA.
- Ettefagh, M.M., Sadeghi M.H. ve Rezaee, M., 2009. Dynamic Simulation of Beam-Like Structure with a Crack Subjected to a Random Moving Mass Oscillator, Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 8, 447-458.
- Fyrba, L., 1972. Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, First Edition, Noordhoff International Publishing, Groningen, The Netherlands.
- Gillich, G.R., Minda, P.F., Praisach, Z.L. ve Minda, A.A., 2012. Natural Frequencies of Damaged Beams A New Approach, <u>Romanian Journal of Acoustics and Vibration</u>, 9, 2, 101-108.
- Heydari, M., Ebrahimi, A. ve Behzad, M., 2014. Forced Vibration Analysis of a Timoshenko Cracked Beam Using a Continuous Model for the Crack, <u>Engineering Science and Technology</u>, 17, 194-204.

- Heylen, W., Lammens, S. ve Sas, P., 2007. Modal Analysis Theory and Testing, Katholieke Universiteit, Leuven, Department of Mechanical Engineering, Belgium.
- Khiem, T.N. ve Lien, T.V., 2001. A Simplified Method for Natural Frequency Analysis of a Multiple Cracked Beam, Journal of Sound and Vibration, 245, 4, 737-751.
- Law, S.S. ve Lu, Z.R., 2005. Crack Identification in Beam from Dynamic Responses, Journal of Sound and Vibration, 285, 967-987.
- Lee, J., 2009. Identification of Multiple Cracks in a Beam Using Natural Frequencies, Journal of Sound and Vibration, 320, 482-490.
- Lin, H.P. ve Chang, S.C., 2006. Forced Responses of Cracked Cantilever Beams Subjected to a Concentrated Moving Load, <u>International Journal of Mechanical Sciences</u>, 48, 1456-1463.
- Lin, H.P., Chang, S.C. ve Wu, J.D., 2002. Beam Vibrations with an Arbitrary Number of Cracks, Journal of Sound and Vibration, 258, 5, 987-999.
- Loya, J.A., Rubio, L. ve Fernández-Sáez, J., 2006. Natural Frequencies for Bending Vibrations of Timoshenko Cracked Beams, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 290, 640-653.
- Mahmoud, M.A. ve Abou Zaid, M.A., 2002. Dynamic Response of a Beam with a Crack Subject to a Moving Mass, Journal of Sound and Vibration, 256, 4, 591-603.
- Mahmoud, M.A., 2000. Effect of Cracks on the Dynamic Response of a Simple Beam Subject to a Moving Load, <u>Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F: Journal of Rail & Rapid Transit</u>, 215, 207-215.
- Mahmoud, M.A., 2001. Stress Intensity Factors for Single and Double Edge Cracks in a Simple Beam Subject to a Moving Load, <u>International Journal of Fracture</u>, 111, 151-161.
- Mahmoud, M.A., Zaid, M.A. ve Harashani, S.A., 1999. Numerical Frequency Analysis of Uniform Beams with a Transverse Crack, <u>Communications in Numerical Methods in Engineering</u>, 15, 709-715.
- McAdams, D.A., Comella, D. ve Tumer, İ.Y., 2007. Exploring Effective Methods for Simulating Damaged Structures with Geometric Variation: Toward Intelligent Failure Detection, Journal of Applied Mechanics, 74, 191-202.
- Mei, C., Karpenko, Y., Moody, S. ve Allen, D., 2006. Analytical Approach to Free and Forced Vibrations of Axially Loaded Cracked Timoshenko Beams, <u>Journal of</u> <u>Sound and Vibration</u>, 291, 1041-1060.

- Nakhaei, A., Dardel, M., Ghasemi, M. ve Pashaei, M., 2014. A Simple Method for Modeling Open Cracked Beam, <u>International Journal of Engineering</u>, 28, 2, 321-329.
- Nguyen, K.V., 2013. Comparison Studies of Open and Breathing Crack Detections of a Beam-Like Bridge Subjected to a Moving Vehicle, <u>Engineering Structures</u>, 51, 306-314.
- OMA, 2006. Operational Modal Analysis, Release 4.0. Structural Vibration Solution A/S, Denmark.
- Overschee, P.V. ve Moor, B.D., 1996. Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation and Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.
- Öztürk, H., Kıral, Z. ve Gören Kıral, B., 2016. Dynamic Analysis of Elastically Supported Cracked Beam Subject to a Concentrated Moving Load, <u>Latin American</u> Journal of Solids and Structures, 13, 1, 175-200.
- Pala, Y. ve Reis, M., 2013. Dynamic Response of a Cracked Beam under a Moving Mass Load, Journal of Engineering Mechanics, 139, 9, 1229-1238.
- Patil, D.P. ve Maiti, S.K., 2003. Detection of Multiple Cracks Using Frequency Measurements, <u>Engineering Fracture Mechanics</u>, 70, 1553-1572.
- Patil, D.P. ve Maiti, S.K., 2005. Experimental Verification of a Method of Detection of Multiple Cracks in Beams Based on Frequency Measurements, <u>Journal of</u> <u>Sound and Vibration</u>, 281, 439-451.
- Peeters, B. ve Roeck, G.D., 2000. Reference Based Stochastic Subspace Identification in Civil Engineering, <u>Inverse Problems in Civil Engineering</u>, 8, 47-74.
- Peeters, B., 2000. System Identification and Damage Detection in Civil Engineering, PhD Thesis, Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium.
- PULSE, 2006. Analyzers and Solutions, Release 11.2. Bruel and Kjaer, Sound and Vibration Measurement A/S, Denmark.
- Ramos, J.L.F.S., 2007. Damage Identification on Masonry Structures Based on Vibration Signatures, PhD Thesis, University of Minho, Portugal.
- Reis, M. ve Pala, Y., 2012. Vibration of a Cracked Cantilever Beam under Moving Mass Load, Journal of Civil Engineering and Management, 18, 1, 106-113.
- Rosales, M.B., Filipich, C.P. ve Buezas, F.S., 2009. Crack Detection in Beam-Like Structures, <u>Engineering Structures</u>, 31, 2257-2264.
- Ruotolo, R. ve Surace, C., 2004. Natural Frequencies of a Bar with Multiple Cracks, Journal of Sound and Vibration, 272, 301-316.

- Sasmal, S. ve Ramanjaneyulu, K., 2009. Detection and Quantification of Structural Damage of a Beam-Like Structure Using Natural Frequencies, Engineering, 1, 167-176.
- Sevim, B., 2010. Kemer Barajların Dinamik Davranışlarının Sonlu Eleman ve Deneysel Modal Analiz Yöntemleriyle Belirlenmesi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Shifrin, E.I. ve Ruotolo, R., 1999. Natural Frequencies of a Beam with an Arbitrary Number of Cracks, Journal of Sound and Vibration, 222, 3, 409-423.
- Şahin, A., 2009. Yapıların Deneysel ve Operasyonel Modal Analizleri için Sayısal Sinyal İşleme, Dinamik Karakteristikleri Belirleme ve Sonlu Eleman Model İyileştirme Yazılımları: SignalCAD – ModalCAD – FemUP, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Türker, T., Kartal, M.E., Bayraktar, A. ve Muvafik, M., 2009. Assessment of Semi-Rigid Connections in Steel Structures by Modal Testing, <u>Journal of Constructional</u> <u>Steel Research</u>, 65, 7, 1538-1547.
- Viola, E., Ricci, P., ve Aliabadi, M.H., 2007. Free Vibration Analysis of Axially Loaded Cracked Timoshenko Beam Structures Using the Dynamic Stiffness Method, Journal of Sound and Vibration, 304, 124-153.
- Xiaoqing, Z., Qiang, H. ve Feng, L., 2010. Analytical Approach for Detection of Multiple Cracks in a Beam, Journal of Engineering Mechanics, 136, 3, 345-357.
- Yu, D.J. ve Ren, W.X., 2005. EMD-Based Stochastic Subspace Identification of Structures from Operational Vibration Measurements, <u>Engineering Structures</u>, 27, 1741-1751.
- Zhang, L., Brincker, R. ve Andersen, P., 2002. An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues, <u>B&K Technical Paper</u>, 152-161.
- Zhang, W., Wang, Z. ve Ma, H., 2009. Crack Identification in Stepped Cantilever Beam Combining Wavelet Analysis with Transform Matrix, <u>Acta Mechanica Solida</u> <u>Sinica</u>, 22, 4, 360-368.
- Zheng, D.Y. ve Fan, S.C., 2003. Vibration and Stability of Cracked Hollow-Sectional Beams, Journal of Sound and Vibration, 267, 933-954.
- Zhu, X.Q. ve Law, S.S., 2006. Wavelet-Based Crack Identification of Bridge Beam from Operational Deflection Time History, <u>International Journal of Solids and Structures</u>, 43, 2299-2317.

## ÖZGEÇMİŞ

Sebahat KARACA, 1991 yılında Malatya'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Kütahya'da tamamladı. 2009 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü'nü kazandı. 2014 yılında İnşaat Mühendisliği Bölümü'ndeki lisans eğitimini bölüm birinciliği ile tamamladı. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı ve 2015 yılında Araştırma Görevlisi olarak atandı. Halen Araştırma Görevliliği ile birlikte Lisansüstü çalışmalarına devam eden Sebahat Karaca, İngilizce bilmektedir.