

**BAZI HASAR REZERV YÖNTEMLERİNİN
PERFORMANSLARININ BENZETİM İLE
KARŞILAŞTIRILMASI**

**COMPARISON OF THE PERFORMANCE OF SOME
LOSS RESERVING METHODS WITH SIMULATION**

EZGİ NEVRUZ

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

AKTÜERYA BİLİMLERİ Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2012

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **AKTÜERYA BİLİMLERİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :.....
Prof. Dr. Fatma Zehra MULUK

Üye (Danışman) :.....
Öğr. Gör. Dr. Yasemin GENÇTÜRK

Üye :.....
Öğr. Gör. Dr. Murat BÜYÜKYAZICI

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından/...../..... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca/...../..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

BAZI HASAR REZERV YÖNTEMLERİNİN PERFORMANSLARININ BENZETİM İLE KARŞILAŞTIRILMASI

Ezgi NEVRUZ

ÖZ

Gelecekte ortaya çıkabilecek hasarların miktarı bilinemeyeceğinden, hasar sürecinde sigortacının yeterli rezerv ayırması, bunun için de beklenen yükümlülüğünü doğru tahmin edecek bir rezerv yöntemi seçmesi gerekmektedir. Ödenmemiş hasarları tahmin etmek ve bu hasarları karşılayacak büyüklükte rezerv ayırmak sigorta şirketlerinin en önemli görevlerinden biridir. Şirketlerin karı sadece ödenen hasarlara değil, gelecekteki hasarların tahminine de bağlıdır.

Performans testleri kullanılarak en uygun hasar rezerv yönteminin seçilmesi mümkündür. Bir yöntemin performansı, rezervin tahmin edilen değeri ile gerçekleşen değeri arasındaki sapma ile ölçülebilmektedir.

Bu çalışmada, hasar gelişim üçgenleri (sol-üst ve sağ-alt üçgenler) rastgele bildirilme faktörü yöntemi, rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi, değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemi ve Pentikäinen ve Rantala yöntemi olmak üzere dört farklı benzetim yöntemiyle üretilmiştir. Benzetimi yapılan sol-üst üçgenler kullanılarak zincir merdiven yöntemi, Bühlmann'ın tamamlayıcı hasar oranı yöntemi ve üç farklı regresyon modeli ile toplam hasar rezerv tahminleri ve her bir kaza yılına ilişkin hasar rezerv tahminleri elde edilmiştir. Hasar rezerv tahminlerinin gerçekleşen hasar rezervlerine yakınlığı performans ölçütleri yardımıyla test edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Benzetim, Hasar Gelişim Üçgeni, Hasar Rezervi, Performans Ölçütleri, Regresyon Modelleri, Zincir Merdiven Yöntemi

Danışman: Dr. Yasemin GENÇTÜRK, Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü, Aktüerya Bilimleri Anabilim Dalı

COMPARISON OF THE PERFORMANCE OF SOME LOSS RESERVING METHODS WITH SIMULATION

Ezgi NEVRUZ

ABSTRACT

Since knowing future losses precisely could not be possible, insurer should allocate an adequate reserve in the loss process. For this purpose, insurer needs to select a suitable reserving method which estimates the expected liabilities truly. Estimation of unpaid losses and allocating the reserve to compensate these losses are the most significant responsibilities of the insurer. Profit of the companies does not only depend on the paid losses, but also the estimation of the future losses.

It is possible to choose the most suitable reserve method by carrying out performance tests. The performance of a method can be measured by the deviation between the estimated and the actual reserve.

In this study, the loss development triangles (upper-left and lower-right triangles) are generated by using four simulation methods: random reporting factor method, random backward development factor method, individual losses with changing severity method and Pentikäinen and Rantala method. By using the simulated upper-left triangles, the estimated total reserves and the estimated loss reserves for each accident year are obtained with the chain ladder method, the Bühlmann complementary loss ratio method and three different regression models. The closeness of loss reserve estimations to actual loss reserves is tested by the performance criteria.

Keywords: Simulation, Loss Development Triangle, Loss Reserve, Performance Criteria, Regression Models, Chain Ladder Method

Advisor: Dr. Yasemin GENÇTÜRK, Hacettepe University, Department of Actuarial Sciences, Actuarial Sciences Section

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında değerli katkı ve eleştirileriyle bana yön veren ve karşılaştığım güçlükleri aşmamda yol gösterici olan danışmanım Sayın Dr. Yasemin GENÇTÜRK'e,

gösterdikleri hoşgörü ve destek için başta Bölüm Başkanımız Sayın Doç. Dr. Meral SUCU'ya, değerli hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma,

tezin uygulama aşamasındaki yardımları için Sayın Dr. Şule ŞAHİN'e,

maddi katkılarından dolayı TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na,

teşvik ve yardımlarını hiç esirgemeyen arkadaşlarım Arş. Gör. Ayşe ARIK'a, Arş. Gör. Başak BULUT'a ve Uzm. Furkan YILDIRIM'a,

hoşgörüleri ve tüm destekleri için Sezer ARIKAN'a ve Nurşen ARIKAN'a,

desteklerinin ve emeklerinin karşılığını hayatım boyunca ödeyemeyeceğim canım babam Emin NEVRUZ'a, ilk öğretmenim annem Mehtap NEVRUZ'a ve en büyük dayanaklarım kardeşlerim Feridun'a ve Hazal'a

sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZ	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Önceki Çalışmalar	2
2. HASAR SÜRECİ.....	5
2.1. Hasar Sürecinin Hasar Rezervine Etkisi.....	6
2.2. Hasar Gelişim Üçgeni.....	7
2.2.1. Hasar gelişim üçgeni elemanları.....	7
2.2.1.1. Aşamalı hasarlar	8
2.2.1.2. Birikimli Hasarlar	8
3. RASTGELE HASAR GELİŞİM ÜÇGENLERİNİN BENZETİMİ.....	10
3.1. Hasar Gelişim Üçgenleri Benzetim Yöntemleri.....	12
3.1.1. Rastgele bildirilme faktörü yöntemi	13
3.1.2. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi	15
3.1.3. Değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemi	16
3.1.4. Pentikäinen ve Rantala yöntemi	17
3.2. Performans Ölçütleri.....	19
3.2.1. Yanlılık.....	20
3.2.2. Ortalama karesel hataların karekökü	20

	<u>Sayfa</u>
3.2.3. Ortalama mutlak sapma.....	21
3.2.4. Ortalama hata yüzdesi.....	21
3.2.5. Korelasyon.....	22
4. HASAR REZERV YÖNTEMLERİ.....	23
4.1. Zincir Merdiven Yöntemi.....	24
4.2. Bühlmann'ın Tamamlayıcı Hasar Oranı Yöntemi	25
4.3. Regresyon Yöntemleri.....	26
4.3.1. Regresyon yöntemleri – Model 1	27
4.3.2. Regresyon yöntemleri – Model 2	28
4.3.3. Regresyon yöntemleri – Model 3	28
4.3.4. Regresyon yöntemleri ile rezerv tahmini	29
5. UYGULAMA.....	31
5.1. Benzetim ve Performans Ölçütleri.....	31
5.2. Senaryolar ve Veri Setleri.....	31
5.3. Toplam Hasar Rezervinin Performansı	36
5.4. Kaza Yıllarına İlişkin Hasar Rezervinin Performansı	43
6. SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	56
KAYNAKLAR.....	58
EKLER DİZİNİ	61
ÖZGEÇMİŞ	73

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Bir hasarın zaman çizelgesi	5
Şekil 2.2. Sol-üst ve sağ-alt hasar gelişim üçgenleri	8
Şekil 5.1. Senaryo 1-5 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	44
Şekil 5.2. Senaryo 6-10 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	45
Şekil 5.3. Senaryo 11-15 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	46
Şekil 5.4. Senaryo 16-20 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	47
Şekil 5.5. Senaryo 21-25 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	48
Şekil 5.6. Senaryo 26-30 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	49
Şekil 5.7. Senaryo 31-35 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	50
Şekil 5.8. Senaryo 36-40 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	51
Şekil 5.9. Senaryo 41-45 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	52
Şekil 5.10. Senaryo 46-50 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	53
Şekil 5.11. Senaryo 51-55 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	54
Şekil 5.12. Senaryo 56-60 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması	55

ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 5.1. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar (Senaryo 1-20)	32
Çizelge 5.2. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar (Senaryo 21-40)	33
Çizelge 5.3. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar (Senaryo 41-60)	34
Çizelge 5.4. Uygulamada kullanılan çeşitli veri setleri	35
Çizelge 5.5. Senaryo 1-20 için toplam hasar rezervinin performansı	37
Çizelge 5.6. Senaryo 21-40 için toplam hasar rezervinin performansı	39
Çizelge 5.7. Senaryo 41-60 için toplam hasar rezervinin performansı	41

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

AR modeli	Otoregresif Model
BTHO	Bühlmann'ın Tamamlayıcı Hasar Oranı
EKK	En Küçük Kareler
IBNR	Incurred But Not Reported (Meydana Gelmiş Ancak Bildirilmemiş)
OHY	Ortalama Hata Yüzdesi
OKHK	Ortalama Karesel Hataların Kökü
OMS	Ortalama Mutlak Sapma
r	Korelasyon Katsayısı
r.d.	Rastgele Değişken
Reg. Model 1	Regresyon Yöntemleri – Model 1
Reg. Model 2	Regresyon Yöntemleri – Model 2
Reg. Model 3	Regresyon Yöntemleri – Model 3
ZM	Zincir Merdiven

1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

1.1. Giriş

Sigorta en basit ve işlevsel haliyle, hasar sıklığı ve şiddeti itibarıyla farklılık gösteren risklerin; hem sigortalı ve sigortacı arasında, hem de sigortalıların kendi aralarında paylaşılmasına dayanan bir sistemdir. Yönetim biçimleri ve ekonomik sistemleri bakımından farklı olan ülkelerde söz konusu sistemin işletilmesi esnasında sigortacı çoğu zaman özel sigorta ve reasürans şirketleri olurken, devlet de bu rolü üstlenebilmektedir.

Sigortanın; sigortacı ve sigortalı arasında belirli bir risk üzerine yazılmış bir sözleşmeden ibaret olduğu dikkate alındığında, taraflar arasında sağlıklı bir ilişkinin var olabilmesinde karşılıklı güven duygusu önem taşımaktadır. Tarafların hakları yasalarla korunuyor olsa da; katılımcıların sistemde kalması ve yeni katılımcıların sisteme dahil olması için karşılıklı güven ortamının sağlanabilmesi, sözleşmenin gerektirdiği sorumlulukların azami ölçüde yerine getirilmesi gerekmektedir.

Sosyoekonomik küreselleşme sürecinin sigorta olgusuna yansımaları yadsınamaz boyuttadır. Tüm dünyada egemen olan serbest piyasa koşulları, sigorta şirketleri arasındaki rekabeti tırmandırmakta; söz konusu rekabet ürün çeşitliliğini ve sektörün sermaye birikimini artırmakta, sigortalıların satın alabilecekleri ürünler arasında kıyaslama yaparak alternatif seçenekler yaratmalarına imkan sağlamaktadır. Sigortacının sektör içerisinde tercih edilebilir olmasının başlıca koşulu, sözleşmeyle teminat altına aldığı bir riskin meydana gelmesi durumunda sigortalılarına karşı yükümlülüklerini karşılayabilme yeterliliğidir.

Gelecekte oluşabilecek hasarlara ilişkin tahminler geçmiş hasar tecrübelerine bağlı olarak yapılmakla birlikte, belirsizlik riski de dikkate alınmalıdır. Dolayısıyla, ödenmemiş hasarları tahmin etmek ve bu hasarları karşılayacak büyüklükte rezerv ayırmak sigorta şirketinin en önemli işlevlerinden biri olmaktadır. Belirleyici tüm değişkenler dikkate alınarak uygulanacak doğru ve pragmatik bir fiyatlandırma ile hesaplanan primin, sigortacının yükümlülüklerini karşılayabilmesi için gerekli olan rezervin hammadde olduğu kabul edilebilir. Fiyatlandırma ve hasar rezervi sigortacının en önemli iki işlevidir (Brown, 1993).

Teminat altına alınan risklerin gerçekleşmesi sonucu oluşan hasarların sıklığında meydana gelebilecek mevsimsel değişiklikler, büyük tutarlı hasarların etkileri, hasarın bildirilmesi ve kapatılmasındaki belirsizlikler gibi yapısal risklerin yanı sıra artan rekabet koşulları, kar beklentilerinde artan belirsizliğin sebep olduğu kar marjı düşüşleri, yatırım gelirlerinde durağanlığın kaybolmasından doğan potansiyel kayıplar ve portföyde ortaya çıkan yeni riskler gibi çevresel risk faktörleri de ortaya çıkmaktadır. Tüm yapısal ve çevresel faktörler göz önüne alındığında, sigortacının uygun bir hasar rezerv yöntemi seçmesinin büyük önem taşıdığı görülmektedir. Literatürde kabul görmüş ve belirli portföylerde iyi performans gösteren çok sayıda hasar rezerv yöntemi arasından; gerek portföye, gerekse rekabet içinde bulunulan ortamın koşullarına uygun olan yöntemin seçilerek rezervin tahmin edilmesi, sigortacının kurumsal varlığını ve rakebet gücünü devam ettirebilmesi noktasında hayati önem arz etmektedir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, hasar süreci ile hasar rezervlerinin etkileşimi ve hasar gelişim üçgeni hakkında genel bilgiler verilmiştir. Üçüncü bölümde, hasar rezerv yöntemlerinin karşılaştırılması için kullanılan benzetim yöntemlerinden rastgele bildirilme faktörü, rastgele geriye doğru gelişim faktörü, değişen tutarlı bireysel hasarlar ile Pentikäinen ve Rantala yöntemlerine yer verilmiş ve rezerv yöntemlerinin karşılaştırılmasında kullanılan performans ölçütleri açıklanmıştır. Çalışmanın dördüncü bölümünde; zincir merdiven (ZM) yöntemi, Bühlmann'ın tamamlayıcı hasar oranı (BTHO) yöntemi ve üç farklı modelin bulunduğu regresyon yöntemleri ele alınmıştır. Beşinci bölümde ise, çeşitli istatistiksel dağılımların kullanıldığı benzetim modelleri ve hasar rezerv yöntemlerinin birleştirilmesiyle elde edilen senaryoların tanımlandığı ve hasar rezerv yöntemlerinin, çeşitli veri setleri üzerindeki performanslarının değerlendirildiği bir uygulama yapılmıştır.

1.2. Önceki Çalışmalar

Hasar rezervi hesabı, uzun yıllar boyunca sigortacının yükümlülüğüne karar vermek için kullandığı basit bir algoritma olarak algılanmış ve hasar rezervinin tahmininde deterministik modeller kullanılmıştır. Stokastik hasar rezervi modelleri ise ilk olarak 1970'li yıllarda geliştirilmiştir (Wüthrich and Merz, 2008). Hasar rezervi ile stokastik modellerin ilişkisi uzun süre sonra literatürdeki yerini

aldığından, stokastik hasar rezervi modelleri halen yeterince anlaşılmiş değildir. Hasar rezerv yöntemlerinin karşılaştırılmasıyla ilgili çalışmalar ise çoğunlukla 'geriye dönük testler' ve 'benzetim yöntemleri' üzerine yoğunlaşmıştır.

Mahon (1997) çalışmasında 'puan çizelgesi (scorecard)' sistemini tanımlamıştır. 'Geriye dönük testler (hindcasting)' olarak da bilinen bu sistemde, geçmiş hasar gelişim üçgenindeki birkaç değerlendirme çıkarılarak geriye kalan hasar bilgisiyle nihai hasarlar öngörülmektedir. Daha sonra çıkarılan değerlemeler adım adım eklenerek nihai hasarlar tekrar öngörülmekte ve eski tahminlerle karşılaştırılmaktadır.

Choy et al. (2007), hasar rezervinde kullanılan farklı yöntemlerin karşılaştırılmasında 'büyüyen üçgen (growing triangle)' tekniğini tanımlamıştır. Büyüyen üçgen tekniğinde gözlemlenebilir hasar verisinin bulunduğu sol-üst üçgen daha küçük alt üçgenlere ayrılmaktadır. En küçük parçadaki hasar verisi kullanılarak gerçekte değeri bilinen hasarlar tahmin edilmekte ve böylece kullanılan rezerv yönteminin gerçek hasar değerlerine ne kadar yakın tahmin değerleri ürettiği gözlemlenmektedir.

Jing et al. (2009), aktüeryal projeksiyon yöntemlerinin performans testinde, 'çapraz-geçerlilik (cross-validation)' olarak adlandırılan standart bir istatistik tekniği ile tahmin hatalarına ilişkin bir ölçüt kullanmıştır. Çapraz-geçerlilik, bir model tarafından üretilen herhangi bir kestirime ilişkin hataların tahmininde kullanılan bir yaklaşım olup yeterli veri olduğunda uygulanması kolaydır. Çapraz-geçerlilikte, bir gözlem dışındaki tüm gözlemler kullanılarak bir model geliştirilmekte ve bu model atılan gözlemin kestiriminin elde edilmesi için kullanılmaktadır.

Hasar rezervinde benzetim yöntemlerinin kullanıldığı Stanard (1985) ile Pentikäinen ve Rantala (1992) tarafından yapılan çalışmalar literatürde önemli bir yere sahiptir. Bu çalışmalarda öngörülen yöntemlerde, sol-üst ve sağ-alt hasar gelişim üçgeni verisi benzetimle üretilmekte ve sol-üst üçgende bulunan hasar verisi sağ-alt üçgende gözlemlenebilir olmayan fakat benzetim yoluyla elde edilmiş 'gerçek' hasarların tahmininde kullanılmaktadır. Pentikäinen ve Rantala (1992)'da tanımlanan benzetim yöntemine göre ilk olarak; hasarlar benzetimle elde edilmekte, gözlemlenen gerçek hasarlara benzeyecek şekilde düzenlenmektedir. Daha sonra, benzetim algoritması 'gözlemlenen' hasar verisi (sol-üst üçgen) temel

alınarak belirlenmektedir. Son olarak, hasarlar ödenene kadar (sağ-alt üçgen tamamlanana kadar) benzetime devam edilmektedir. Rezerv miktarları ile ödenen hasarlar arasındaki fark, rezerv hatasını vermektedir. Rezerv hesabına ilişkin algoritma birçok defa tekrarlanarak hatanın dağılımı tahmin edilmektedir. Stanard (1985) ise hasar rezerv yöntemlerinin tahmin hatalarının beklenen değer ve varyansını ölçen bir benzetim modeli geliştirmiştir.

Verrall (1994) hasar rezervinde logaritmik doğrusal modellerin uygulanmasını incelemiştir. Doğrusal modellerin kullanılması, parametre tahminlerinin standart hatalarının elde edilebilmesini sağladığından daha avantajlıdır.

Deterministik bir hasar rezerv yöntemi olan 'zincir merdiven yöntemi' basit olması nedeniyle sıkça kullanılan yöntemlerden biridir. Renshaw ve Verrall (1998), hemen hemen bütün durumlarda ZM yöntemine eşit bir istatistiksel yöntem tanımlayarak ZM yöntemini genelleştirilmiş doğrusal modellerle doğrudan ilişkilendirmiştir. Çalışma; verinin modellenmesinde lognormal dağılımın uygulanması dışında, hasar rezervi tahmini için stokastik modellerin kullanımında önemli bir yere sahip Kremer (1982)'in çalışması ile benzerdir.

Mack (1993) ZM rezerv tahminlerinin standart hatası için 'dağılımdan-bağımsız (distribution-free)' formül türetmiştir. Temeli Schnieper (1991) tarafından geliştirilen 'standart hata' formülüne ek olarak Mack zincir merdiven yönteminde rezerv varyans tahmini elde edilmiştir.

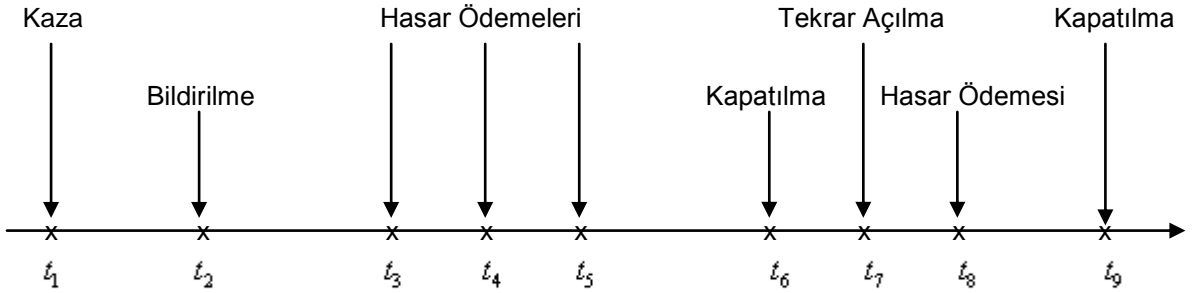
Narayan ve Warthen (2000)'de çeşitli benzetim yöntemleri kullanılarak hasar gelişim üçgenleri oluşturulmuştur. Benzetim yoluyla elde edilen geçmiş hasar verisi kullanılarak geleneksel yöntemler ve regresyon modelleri yardımıyla gelecek hasarlar tahmin edilmiş, rezervler hesaplanmış ve rezerv tahminlerinin gerçek rezervlerden sapmaları elde edilerek yöntemlerin performansları değerlendirilmiştir.

2. HASAR SÜRECİ

Aktüeryal çalışmalarda, eksiksiz bilgiyle oluşturulmuş bir veri setine ulaşmak oldukça zordur. Ayrıca; veriler, farklı kaynaklar (sigorta şirketleri, kamu kurumları, sandıklar vb.) tarafından farklı ölçütlere göre sınıflandırıldığından veri yapısının anlaşılması gibi problemler ile karşılaşmaktadır. Bu nedenle, kullanılan veriyi anlayıp çalışmayı veri bilgisine göre sürdürmek gerekmektedir.

Hasar verisi sınıflandırılırken kullanılan temel ölçütlerden biri, hasara neden olan olayların kronolojik sıralamasıdır. Hayat dışı sigortalarda rezerv hesaplanırken olayların gerçekleştiği farklı tarihlere göre yapılan analizlerde farklı sonuçlar elde edildiğinden, hasar verisi incelemesinde olayların tarihleri önem taşımaktadır.

Bir hasarın zaman çizelgesinin oluşturulmasında göz önüne alınan tarihler ve hasarın ortaya çıkışından kapatılana kadar geçtiği süreçler Şekil 2.1.'de verilmiştir.



Şekil 2.1. Bir hasarın zaman çizelgesi

Şekil 2.1.'de t₁ hasarın meydana gelme tarihini yani hasara yol açan olayın ortaya çıktığı tarihi, t₂ ise sigortacıya hasar ihbarının yapıldığı tarihi göstermektedir. Genel olarak tazminatlar hemen ödenmemektedir. Hasar ödemelerinin zamana yayılması poliçenin doğasında bulunan bir durumdur. Birkaç hasar ödemesi yapıldıktan sonra sigorta şirketi hasarla ilgili sürecin tamamlandığını düşünerek t₆ tarihinde dosyayı kapatmaktadır. Bazı durumlarda hasara ilişkin kapatılma kararı yanlış bulunduğundan t₇ tarihinde hasar dosyası yeniden açılmakta, t₈ tarihinde başka ödemeler de yapılmakta ve süreç tamamlanarak t₉ tarihinde hasar nihai olarak kapatılmaktadır (Taylor, 2000).

2.1. Hasar Sürecinin Hasar Rezervine Etkisi

Hasar verisinin sınıflandırılmasında, bir hasarın tahmin edilene kadar hangi süreçlerden geçtiğini ve hasar sürecinde kullanılan verinin çeşidini iyi anlamak; doğru rezerv tahmini yapılması açısından önem taşımaktadır. Örneğin; bir veri sınıfına büyük bir hasar dahil edilmişse, 'rezervi fazla ayrılmış hasarlar (over-reserved claims)' ve 'rezervi az ayrılmış hasarlar (under-reserved claims)' birbirlerini dengelemekte ve nihai rezerv tahminlerinde yanlılık olmadığı müddetçe rezerv tahmini doğru olmaktadır (Skurnick, 1973).

Ödenmiş hasarların birikimli (cumulative) ve aşamalı (incremental) olması farklı hesaplamalar gerektirmektedir. Friedland (2009), birikimli ödenmiş hasarları, değerlendirme tarihi boyunca ödenen bütün hasarların toplamı; aşamalı hasar ödemelerini ise belirlenmiş bir zaman aralığı boyunca ödenen bütün hasarların toplamı olarak ifade etmiştir. Öngörüsü yapılmış nihai hasarlar ile gerçek ödenen hasarlar arasındaki fark ödenmemiş hasar tahminini vermektedir. Kaza yılı verisi kullanıldığında, toplam ödenmemiş hasar; muallak hasar ve meydana gelmiş ancak bildirilmemiş (IBNR) hasardan oluşmaktadır.

Hasar rezervi ayırmanın temel amacı, ödenmemiş hasarlara karşı güvenlik sağlamaktır. Wiser (2001) ödenmemiş hasarlar için dört aşamalı bir tahmin süreci belirlemiştir. Rezerv tahmin sürecinin aşamaları; veriyi incelemek, uygun rezerv yöntemlerini kullanarak ödenmemiş hasarları tahmin etmek, kullanılan çeşitli rezerv yöntemlerinden elde edilen farklı sonuçları değerlendirmek ve hasar gelişimi projeksiyonlarını ardışık takvim yılları boyunca gözlemlemek olarak sıralanabilir. Gelecekteki hasarlar tahmin edildikten sonra tahminlerin doğruluğu test edilmektedir. Ayrıca, çeşitli hasar rezerv yöntemlerinin performansları ölçülmekte ve tahminlerin gerçek hasardan sapması değerlendirilmektedir.

Aktüeryal projeksiyon yöntemi, hasar yükümlülükleri için sistematik bir süreçtir. Yöntemin; algoritma, veri seti ve müdahale noktaları olmak üzere üç temel elemanı vardır. Algoritma; hasarın gerçekleşmesi, bildirilmesi ve kapatılmasının matematiksel gösterimidir. Tahmin için kullanılan veri seti, yöntem tarafından girdi olarak kullanılan veridir. Müdahale noktaları ise varsayımların seçilmesi ya da aykırı verilerin göz ardı edilmesi gibi görüş bildirilen durumlardır (Jing et al., 2009).

Gelecekte ortaya çıkabilecek hasarların yansız tahminini elde etmek her zaman mümkün olmayabilir. Diğer taraftan; kabul edilebilir sınırlar içerisinde bir rezerv tahmini, ödenmemiş hasarların nokta tahmini hakkında fikir verebilir. Hasar rezerv sürecinin, nokta tahmini ve güven aralığının bir birleşimi olarak ifade edilmesi gerekmektedir (Khury, 1980).

Bu çalışmada hasar süreci, stokastik modeller kullanılarak incelendiğinden; stokastik bir hasar rezervi sürecinin aşamaları Renshaw ve Verrall (1998)'in öngördüğü gibi;

- i. Hasara ilişkin parametrelerin esnek olarak belirlendiği bir modelin tanımlanması,
- ii. Tanımlanan model yardımıyla elde edilen verinin hasar gelişim üçgeni biçimine uygun bir şekilde (sol-üst üçgen) düzenlenmesi ve
- iii. Sol-üst hasar gelişim üçgeni ve uygun tahmin yöntemleri yardımı ile hedef üçgenin (sağ-alt üçgen) elde edilmesi

biçiminde ele alınmıştır.

2.2. Hasar Gelişim Üçgeni

Hasar verisini özetlemek ve analiz etmek için yaygın olarak kullanılan ve birçok hasar tahmin yönteminin önemli bir parçası olan hasar gelişim üçgeni, Friedland (2009) tarafından hasara ilişkin çeşitli veri gruplarının değerinin zaman içerisindeki değişimlerini gösteren bir tablo olarak tanımlanmıştır. Gelişim ise veri gruplarından herhangi biri için, hasar tutarı ya da hasar sayısı değerinin zaman içerisindeki değişimini ifade etmektedir.

2.2.1. Hasar gelişim üçgeni elemanları

Bir hasar gelişim üçgeninde kullanılan hasar verisi aşamalı ya da birikimli hasarlardan oluşmaktadır.

2.2.1.1. Aşamalı hasarlar

Bir risk portföyü düşünölsün ve portföyün her bir hasarı, kaza yılında ya da gelecekteki n gelişim yılı içerisinde kapatölsün. $S_{i,j}$ rastgele değışkeni i kaza yılı için j yıl gecikmeli (ertelemeli) aşamalı hasarları ifade etmektedir.

Hasar gelişim üçgenine dayalı hasar rezerv sürecinde $S_{i,j}$ aşamalı hasarlarının $i+j-1 \leq n$ takvim yılları için gözlemlenebilir olduğu ve $i+j-1 \geq n+1$ takvim yıllarında ise gözlemlenebilir olmadığı varsayılmaktadır.

2.2.1.2. Birikimli Hasarlar

n gelişim yılından sonra herhangi bir gelişimin olmadığı bir portföy için $L_{i,j}$ rastgele değışkeni, i kaza yılı için j 'inci gecikmedeki birikimli hasarları ifade etmektedir.

Birikimli hasarların da aşamalı hasarlar gibi sadece $i+j-1 \leq n$ takvim yıllarında gözlemlenebilir olduğu varsayılmaktadır.

Kaza yılları bazında düzenlenmiş hasar gelişim üçgenleri Şekil 2.2.'de verilmiştir.

Kaza Yılı (i)	Gelişim Yılı (j)										
	1	2	k-1	k	k+1	n-1	n
1											
2											
⋮											
⋮											
k-1											
k											
k+1											
⋮											
⋮											
n-1											
n											

Şekil 2.2. Sol-üst ve sağ-alt hasar gelişim üçgenleri

Şekil 2.2.'de; $i + j - 1 \leq n$ takvim yılları için geçmiş aşamalı ve birikimli hasarların gözlemlendiği sol-üst hasar gelişim üçgeni, $i + j - 1 \geq n + 1$ takvim yılları için ise tahmini aşamalı ve birikimli hasarların elde edildiği sağ-alt hasar gelişim üçgeni bulunmaktadır.

Aşamalı hasarların bilinmesi durumunda birikimli hasarlar,

$$L_{i,j} := \sum_{k=1}^j S_{i,k} \quad (2.1)$$

biçiminde elde edilmektedir. Birikimli hasarların bilinmesi durumunda ise aşamalı hasarlar,

$$S_{i,j} := \begin{cases} L_{i,1} & ; j = 1 \\ L_{i,j} - L_{i,j-1} & ; j = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (2.2)$$

biçiminde hesaplanmaktadır.

$\hat{S}_{i,j}$ aşamalı hasarların tahmin edicisi olmak üzere, $i + j - 1 \geq n + 1$ için gözlemlenemeyen birikimli hasarların tahmini;

$$\hat{L}_{i,j} := L_{i,n-i+1} + \sum_{k=n-i+2}^j \hat{S}_{i,k} \quad (2.3)$$

eşitliği ile elde edilmektedir.

Birikimli hasarların tahmin edicisi olan $\hat{L}_{i,j}$ 'nin bilinmesi durumunda ise $i + j - 1 \geq n + 1$ için gözlemlenemeyen aşamalı hasarların tahmini,

$$\hat{S}_{i,j} := \begin{cases} \hat{L}_{i,n-i+2} - L_{i,n-i+1} & ; j = n - i + 2 \\ \hat{L}_{i,j} - \hat{L}_{i,j-1} & ; j = n - i + 3, \dots, n \end{cases} \quad (2.4)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır (Schmidt and Zocher, 2008).

3. RASTGELE HASAR GELİŞİM ÜÇGENLERİNİN BENZETİMİ

Bir aktüer öngörü aşamasında, bir veya birden çok aktüeryal projeksiyon yöntemi arasından doğru yöntemi seçip uygulamak ve sonuçları yorumlayarak görüş bildirilmekten sorumludur. Doğru sonuçlara ulaşmanın tek yolu veri analizini doğru bir biçimde yapmaktır. Verrall (2000) herhangi bir veri analizi uygulamasında, kullanılan modeli ve modele uygun olan veriyi anlamının önemli olduğunu belirtmiştir. Hasar rezerv yöntemleri de veri analizi sonucunda uygulanabilir olduğundan, yöntemlerin iyi sonuçlar verebilmesi için veri yapısının doğru bir şekilde anlaşılması gerekmektedir. Yöntemler, genellikle sol-üst üçgen biçiminde olan verinin gelecekteki değerlerini doğru bir şekilde tahmin etme becerileri yönünden karşılaştırılmaktadır (Choy et al., 2007). Hasar rezerv yöntemlerinin karşılaştırılması 'performans testi' yardımıyla yapılabilmektedir.

Performans testi sonuçları, hasar yükümlülüklerinin aktüeryal tahminlerinin niteliklerini geliştirmenin yanı sıra nokta tahminleri çevresindeki aralıkları belirlemek ve rezerv riski için ihtiyaç duyulan ekonomik sermayeyi ölçmek gibi durumlarda da kullanışlı olmaktadır (Jing et al., 2009).

Pentikäinen ve Rantala (1992); çeşitli rezerv yöntemlerinin, hasar sürecini etkileyebilecek tahmin edilemeyen durumlara (düzensiz değişimlere, trend gibi durumlara) nasıl tepki verdiğini, en önemlisi de sigortacının finansal pozisyonunun göstergesi olan değişkenleri nasıl etkilediğini incelemiştir.

Bir hasar gelişim üçgeninin rastgele elemanlarının üretilebilmesi için hasar sürecinin modellenmesi karmaşık olabilmektedir (Narayan and Warthen, 2000). Modelin hasar verisinin özelliklerini yansıtmaması, rezervin hesaplanmasında da hatalara neden olabilmektedir. Pentikäinen ve Rantala (1992), rezerv hatalarının artmasına sebep olan kaynakları üçe ayırmıştır. Bu kaynaklardan ilki, kurulan modelin (rezerv kuralının, formülünün veya yönteminin) gerçek hasar sürecini iyi tanımlamaması anlamına gelen 'model hataları'dır. İkinci hata kaynağı olarak 'parametre hataları' gösterilmektedir. Hata kaynaklarından sonuncusu ise, gerçek hasarların ve gerçek hasar ödemelerinin stokastik dalgalanmalara maruz olması sonucu ortaya çıkan ve tahminlerden sapmalar anlamına gelen 'stokastik hatalar'dır.

Hasar rezerv yöntemlerinin karşılaştırılması amacıyla yapılan çalışmaların çoğunda geriye dönük testler (hindsight testing) ya da benzetim tercih edilmektedir. Geriye dönük testlerde sadece geçmiş hasar gelişimine bakılarak yöntemlerin performansları ölçülmektedir. Genellikle gelecekte gözlenecek çevresel koşulların geçmişten farklı olması beklenildiğinden geriye dönük testlerin kullanılması uygun olmamaktadır (Boles and Staudt, 2010). Ayrıca geçmişe dayalı çalışmalar yatırımcının tercihinin göre yanlı olmaya meyillidir. Tahmin edicilerin özelliklerinin analitik olarak elde edilemediği durumlarda tahmin yöntemlerinin karşılaştırılması için benzetim tekniklerinin kullanılması daha uygun olacaktır (Narayan and Warthen, 2000).

Benzetim tekniklerini kullanarak model kurma ve geliştirme bir avantajı hasar sürecini modelleyen algoritmalar belirleyebilmek, değişkenleri algoritmada tanımlayabilmek ve bunlarla ilgili istatistiksel varsayımlar yapabilmektir. Benzetim yöntemi; şirketin maliyetlerinin, modelde bulunan değişkenler ile bu değişkenleri etkileyen parametrelerdeki değişikliklere karşı duyarlılığı hakkında bilgi vermektedir (Rollins, 1997). Her ne kadar benzetim algoritmasının yeterli olduğu düşünülse de; kullanılacak modelin, şirketin iç dinamiklerini dikkate alacak biçimde uyarlanması gerekmektedir. Veri tabanının benzetim yoluyla elde edilmesi, rezerv tahminleri yapılmadan ve hasar rezerv yöntemlerinin performansları test edilmeden önce gerçek rezerv miktarlarının bilinmesine olanak sağlamaktadır.

Choy et al. (2007) benzetim metodolojisinde, temel varsayımların gerçekçi olmaması ve benzetimi yapılmış hasarların gerçek hasarlara yeterince benzememesi gibi problemler olabileceğini belirtmiştir. Diğer taraftan, benzetim modellerinde kullanılan varsayımların rezerv yöntemine avantaj sağladığı da düşünülebilir. Rollins (1997) ise benzetim modelinde ele alınan varsayımların var olan durum için gerekli olduğunu, ancak kesin olarak desteklenmediğini belirtmiş ve veriye farklı dağılımların uygulanmasıyla modelin ve parametrelerinin seçilebildiğini söylemiştir. Dolayısıyla portföydeki muhtemel değişikliklerin sonucu olarak yeni bir bilginin hesaba katılması ile varsayımlar uygun hale getirilip benzetim modeli düzeltilebilmektedir. Hasar gelişim üçgenlerinin benzetimini yapmak için kullanılan yöntemlerin, hasar sürecinin tüm karmaşıklığını ele aldığı söylenemez. Benzetim yöntemleri, hasar sürecindeki yapısal değişikliklerin

sonuçlarını içeren hasar gelişim ugenleri üretmez. Buna ek olarak, üretilen ugenlerde aşamalı hasarların pozitif olması gerekmektedir. Gerçekte ise bu kısıtlama bazı hasar gelişim ugenlerinde ihlal edilebilir. Benzetim yöntemlerinin ürettiği hasar gelişim ugenleri stokastiktir ve herhangi bir hasar rezerv tahmin yöntemine belirgin bir avantaj sağlamamaktadır. Belirli bir rezerv yönteminde hasar süreci hakkında bazı temel varsayımlar söz konusu olabilmektedir. Bu varsayımların doğru olması durumunda daha güvenilir hasar rezerv tahminleri elde edilmiş olur. Uygulamada ise belirli bir rezerv tahmin yöntemine ilişkin varsayımların test edilmesi her zaman mümkün olmayabilir (Narayan and Warthen, 2000).

Hem hasar gelişim ugenlerinin üretilmesinde rastgeleliğin hesaba katılması, hem de kullanılan varsayımların daha objektif olması sebebiyle bu çalışmada Narayan ve Warthen (2000) alışmasındaki benzetim teknikleri kullanılarak hasar verisi üretilecektir.

3.1. Hasar Gelişim Ugenleri Benzetim Yöntemleri

Bu bölümde hasar gelişim ugenlerinin elde edilmesinde kullanılan dört farklı benzetim yöntemine ilişkin bilgi verilecektir. Benzetim yöntemleri, karşılaştırılan çeşitli hasar rezerv yöntemlerinin temel bazı varsayımlarını sağlamayabilmektedir. Örneğin, log-regresyon modellemede aşamalı hasarların bağımsız olduğu varsayılmıştır; fakat bu varsayım rastgele hasar gelişim ugenlerinin benzetiminin yapılması için kullanılan tüm yöntemler tarafından ihlal edilmektedir. Benzer şekilde, bu bölümde ayrıntılı olarak ele alınan benzetim yöntemleri; zincir merdiven yönteminin temelinde bulunan; hasarın, gelecekteki gelişimine en son kullanılabilir veriyle karar verilmesi gerekliliğini yerine getirmemektedir. Hasar rezerv yöntemlerinin bazı temel varsayımlarının ihlal edilmesi benzetim tekniklerinin eksikliği olarak görünse de; çeşitli hasar rezerv yöntemlerinin, varsayımlarına uyumlu olmayan veri setlerine karşı sağlımlığının da test edildiği düşünülebilir.

Logaritmik regresyon yöntemi kullanılarak hasar rezervinin tahmin edilebilmesi için aşamalı hasarların pozitif olması gerektiğinden, pozitif aşamalı hasarlar üreten benzetim yöntemleri seçilmiştir.

Bu çalışmadaki benzetim tekniklerinde n kaza yılı ($i=1,2,\dots,n$) dikkate alınmıştır. Ayrıca, bütün hasarların vadesinin n 'inci gelişim yılında olduğu ($j=1,2,\dots,n$) yani, ilk kaza yılında gözlemlenen hasarların nihai hasar düzeyine ulaştığı, bu hasarlara ilişkin daha fazla bir gelişimin beklenmediği varsayılmıştır. Farklı rezerv tahmin yöntemleri ile elde edilen sonuçların karşılaştırılabilmesi için nihai hasarların tamamının bilinmesi gerektiğinden, her bir kaza yılı için bütün gelişim yılı hasarları üretilmiştir.

Rezerv tahmininde hasar gelişim üçgenini temel alan yöntemler için hasar karesinin sadece sol-üst üçgeni gözlemlenebilir. Mevcut veri kullanılarak sağ-alt hasar gelişim üçgeni, özellikle de nihai hasarların projeksiyonunu gösteren hasar karesinin en son (en sağ) sütunu tahmin edilmektedir. Bir kaza yılına ilişkin nihai hasar tutarı, ilgili kaza yılının tamamında ödenecek toplam hasar tutarını ifade etmektedir. Toplam hasar tutarının ödenmemiş kısmı ise ayrılması gereken rezervi vermektedir.

Benzetim yardımıyla $i, j=1,2,\dots,n$ için $L_{i,j}$ birikimli hasarları elde edilmektedir. i 'inci kaza yılı için L_i nihai hasarı ise $L_i = \lim_{j \rightarrow \infty} L_{i,j}$ 'dir. Hasarların gelişiminin n yıl sonunda tamamlanacağı varsayıldığında i 'inci kaza yılı için nihai hasar $L_i = L_{i,n}$ biçimindedir. Dolayısıyla, benzetim yöntemlerinin tamamında algoritmalar sonucu iterasyon sayısı kadar $n \times n$ boyutunda hasar karesi (sol-üst üçgen ve sağ-alt üçgen) üretilmektedir.

3.1.1. Rastgele bildirilme faktörü yöntemi

Rastgele bildirilme faktörü yönteminde, uygun istatistiksel dağılımlar ve dağılımlara ait uygun parametreler kullanılarak her bir kaza yılı için rastgele hasar sayıları ve bireysel hasar tutarları üretilip toplam hasar tutarları elde edilmektedir. Toplam hasar tutarları enflasyon oranı ile büyütülerek her bir kaza yılı için nihai hasar tutarları belirlenmektedir. Nihai hasar tutarları elde edildikten sonra üretilen rastgele bildirilme faktörleri yardımıyla her bir kaza yılı için belirlenen nihai hasar, aynı kaza yılının gelişim yıllarına dağıtılmaktadır.

Yönteme ilişkin algoritmanın adımları:

- i. i kaza yılı için hasar sayısı N_i üretilir.
- ii. N_i tane rastgele $\{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,N_i}\}$ bireysel hasar tutarı değişkeni üretilir.
- iii. e enflasyon oranı olmak üzere i kaza yılı için nihai hasarlar,

$$L_i = L_{i,n} = (1+e)^{(i-1)} \sum_{k=1}^{N_i} C_{i,k} \quad (3.1)$$

eşitliği ile elde edilir.

- iv. $j=1,2,\dots,n-1$ için $(0,1)$ aralığında tekdüze (uniform) dağılımdan $(n-1)$ adet $U_{i,j}$ rastgele sayısı üretilir.
- v. $j=1,2,\dots,n-1$ gelişim yıllarına ilişkin bildirilme faktörü,

$$T_{i,j} = 0,1 + 0,5U_{i,j} + 0,5\ln(j) \quad (3.2)$$

ve birikimli bildirilme faktörü,

$$X_{i,j} = T_{i,1} + T_{i,2} + \dots + T_{i,j} = \sum_{k=1}^j T_{i,k} \quad (3.3)$$

hesaplanır.

Eş. 3.2.'deki sabit terim ve $U_{i,j}$ değişkeni ile $\ln(j)$ 'nin modeldeki ağırlıklarını gösteren katsayı değerleri rastgele belirlenmektedir.

- vi. i kaza yılı için j yıl gecikmeli $L_{i,j}$ birikimli hasarlar,

$$L_{i,j} = L_{i,n} \left(1 - e^{-X_{i,j}}\right) \quad (3.4)$$

eşitliği ile elde edilir (Narayan and Warthen, 2000).

3.1.2. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi

Bölüm 3.1.1'deki benzetim yönteminde olduğu gibi rastgele geriye doğru gelişim yönteminde de; uygun bulunan istatistiksel dağılımlar ve parametreler kullanılarak her bir kaza yılı için rastgele hasar sayıları ve bireysel hasar tutarları üretilip o kaza yılına ait toplam hasar tutarları elde edilmektedir. Toplam hasar tutarına enflasyon uygulanarak her bir kaza yılı için nihai hasar tutarları belirlendikten sonra; her bir gelişim periyodu için, parametreleri j gelişim yıllarının fonksiyonu olan lognormal dağılımlı rastgele gelişim faktörü değişkenleri üretilmektedir. Gelişim faktörleri yardımıyla her bir kaza yılı için bildirilen hasarlar geriye doğru hesaplanmaktadır.

Yönteme ilişkin algoritmanın adımları:

- i. i kaza yılı için hasar sayısı N_i üretilir.
- ii. N_i tane rastgele $\{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,N_i}\}$ bireysel hasar tutarı değişkeni üretilir.
- iii. e enflasyon oranı olmak üzere i kaza yılı için nihai hasarlar,

$$L_i = L_{i,n} = (1 + e)^{(i-1)} \sum_{k=1}^{N_i} C_{i,k} \quad (3.5)$$

eşitliği ile elde edilir.

- iv. $j=1,2,\dots,n-1$ için $\mu_{i,j} = a_j = \frac{(j+(j-1)^2)}{100}$ ve $\sigma_{i,j} = b_j = \frac{(j+(j-1)^2)}{500}$

parametrelili rastgele $Y_{i,n-j}$ lognormal değişkenleri üretilir.

$Y_{i,j}$, i kaza yılı ve j gelişim periyodu için gelişim faktörüdür. a_j ve b_j parametreleri ε çok küçük bir değer olmak üzere $\Pr(Y_j > 1) = 1 - \varepsilon$ olacak şekilde seçildiğinden $Y_{i,j}$ büyük bir olasılıkla 1'den büyüktür.

- v. i 'inci kaza yılı için j yıl gecikmeli $L_{i,j}$ birikimli hasarlar,

$$L_{i,j} = \frac{L_{i,j+1}}{Y_{i,j}}; j = n-1, n-2, \dots, 2, 1 \quad (3.6)$$

biçiminde hesaplanır (Narayan and Warthen, 2000).

Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi, nihai hasarların elde edilmesinden sonra gelişim yılı hasarlarının tahmin edilmesi açısından rastgele bildirilme faktörü yöntemine benzer bir yöntemdir; ancak rastgele geriye doğru gelişim faktörü yönteminde birikimli hasarlar, üretilen gelişim faktörleri ile geriye doğru hesaplanır.

3.1.3. Değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemi

Değişen tutarlı bireysel hasarlar yönteminde; hasarların bildirilmesi ve kapatılması için geçen gecikme sürelerinin üstel dağılıma sahip olduğu varsayımına ek olarak, bireysel hasar tutarı rastgele değişkeninin λ ve θ parametreleriyle Pareto dağılımlı olduğu ve bireysel hasar tutarının gecikmeyle birlikte değişeceği varsayılmaktadır.

Bu yöntemde, uygun bulunan istatistiksel dağılımlar ve dağılımlara ilişkin uygun parametreler kullanılarak her bir kaza yılı için rastgele hasar sayıları ve bireysel hasar tutarları üretilmektedir.

Bireysel hasarların yüzdeler seviyesinin zaman boyunca sabit kalacağı, fakat λ ve θ parametrelerinin hasar kapatılana kadar değişeceği varsayılmaktadır. i kaza yılındaki k 'inci bireysel hasar tutarı olan $C_{i,k}$ 'nin yüzdeler seviyesi $U_{i,k}$;

$$U_{i,k} = 1 - \left(1 + \frac{C_{i,k}}{\lambda} \right)^{-\theta} \quad (3.7)$$

eşitliği ile elde edilmektedir.

Her bir hasar tutarının yüzdeler seviyesi ile hasarların meydana gelme tarihleri, bildirilme ve kapatılma gecikmeleri belirlendikten sonra, i kaza yılında meydana gelen k 'inci bireysel hasarın j gelişim yılında ödenen kısmını gösteren $\hat{C}_{i,k,j}$ hasar tutarı tahminleri hesaplanıp birikimli hasarlar ve nihai hasarlar bulunmaktadır.

Yönteme ilişkin algoritmanın adımları:

- i. i kaza yılı için hasar sayısı N_i üretilir.
- ii. N_i tane rastgele $\{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,N_i}\}$ bireysel hasar tutarı değişkeni üretilir. Bireysel hasar tutarlarına ilişkin $\{U_{i,1}, U_{i,2}, \dots, U_{i,N_i}\}$ yüzdeler seviyeleri Eş. 3.7. ile elde edilir.
- iii. $k = 1, 2, \dots, N_i$ için, $X_{i,k,1}$ meydana gelme tarihi, $X_{i,k,2}$ bildirilme gecikmesi ve $X_{i,k,3}$ kapatılma gecikmesi Ek 1'de anlatıldığı gibi belirlenir.
- iv. $j = 1, 2, \dots, n$ için $\hat{C}_{i,k,j}$ 'ler Ek 1'de anlatıldığı gibi hesaplandıktan sonra e enflasyon oranını göstermek üzere i kaza yılı için j yıl gecikmeli $L_{i,j}$ birikimli hasarlar,

$$L_{i,j} = (1 + e)^{(i-1)} \sum_{k=1}^{N_i} \hat{C}_{i,k,j} \quad (3.8)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır (Bühlmann et al., 1980; Stanard, 1985).

Değişen tutarlı bireysel hasarlar yönteminde; $\hat{C}_{i,k,j}$ tahminleri, zaman boyunca (j arttıkça) arttığından pozitif aşamalı hasarlar elde edilmektedir.

3.1.4. Pentikäinen ve Rantala yöntemi

Pentikäinen ve Rantala yöntemi, toplam hasarların bir kaza yılından diğerine büyüme göstereceği varsayımına dayanmaktadır. Hasarların bildirilme süreci ve takvim yıllarına ait enflasyon oranları, Ek 2'de tanımlanan otopregresif süreçlerle modellenmektedir. Sabit olmayan enflasyon oranı ve portföy büyüme faktörü hasar rezerv sürecine eklenerek i kaza yılı için j yıl gecikmeli $S_{i,j}$ aşamalı hasarlar üretildikten sonra aşamalı hasarların toplamı alınarak birikimli hasarlar elde edilmektedir.

Yönteme ilişkin algoritmanın adımları:

- i. Kaza yıllarına ilişkin toplam hasarlar için bir bildirilme yapısı varsayılmıştır. $X(j)$; $j=1,2,\dots,n$ olmak üzere $i+j-1$ takvim yılında bildirilen hasarın i kaza yılı toplam hasarına oranını göstermektedir. Tüm hasarların vadesinin $j=n$ tarihinde dolacağı varsayıldığı için $\sum_{j=1}^n X(j) = 1$ olmalıdır.

- ii. K , ilk kaza yılının toplam hasarıyla bağlantılı sabit bir parametre; $XP(i)$, portföy büyüme faktörü; $q(i, j)$, hasarların bildirilme süreci ve $\delta(k)$, k takvim yılına ait enflasyon oranını göstermek üzere $INF(t)$, t takvim yılına ilişkin birikimli enflasyon faktörü olacak şekilde;

$$S_{i,j} = K \times XP(i) \times X(j) \times q(i, j) \times INF(i+j-1) \quad (3.9)$$

eşitliği ile hasar karesinin aşamalı hasarları bulunur.

Eş. 3.9.'da; hasarların bildirilme süreci,

$$q(i, j) = 0,4 + 0,6q(i, j-1) + \varepsilon_{i,j}; \quad q(i, 0) = 1; \quad \varepsilon_{i,j} \sim N(0;0,05) \quad (3.10)$$

biçimindedir. Enflasyon oranı,

$$\delta(k+1) = \max[0,03; 0,06 + 0,7(\delta(k) - 0,06) + w_k];$$

$$\delta(1) = 0,06; \quad w_k \sim N(0;0,015) \quad (3.11)$$

olmak üzere birikimli enflasyon faktörü ise,

$$INF(t) = \prod_{k=1}^t [1 + \delta(k)] \quad (3.12)$$

biçiminde hesaplanır.

- iii. i kaza yılı için j yıl gecikmeli $L_{i,j}$ birikimli hasarlar, Eş. 3.9.'a göre elde edilen aşamalı hasarların toplamları alınarak,

$$L_{i,j} = \sum_{k=1}^j S_{i,k} \quad (3.13)$$

biçiminde hesaplanır (Pentikäinen and Rantala, 1992; Narayan and Warthen, 2000).

3.2. Performans Ölçütleri

Alternatif yöntemlere uygulanan performans testi, belirli durumlardaki en uygun yöntemin seçilmesini sağlamaktadır. Yöntemlerin performans testinin işlevleri;

- Herhangi bir yonteme ilişkin tahmin hatasını göstermesi,
- Belirli durumlarda çeşitli yöntemlerin zayıflıkları ve sağlımlıklarını göstermesi,
- Belli bir durum için aktüerin en iyi yöntemi kullanıyor olduğunun güvencesini vermesi,
- Her bir yonteme ne kadar önem verileceğine ilişkin fikir vermesi ve
- Aktüeryal tahminlerde gelişim sağlaması

olarak sıralanabilmektedir (Jing et al., 2009).

İyi bir performans testi, hasarların öngörü değerlerinin elde edildiği yaklaşımların uygunluğunu ve hızını incelemelidir. Bir hasar rezerv yönteminin tahmin başarısı genel olarak; tahmini değerlerin gerçek değerlere yakınlığına ve tahmini değerlerin ek bir bilgi elde edildiğinde ne hızla revize edildiğine bağlı olarak ölçülmektedir. Eğer yöntem doğru tahminler vermiyorsa; alternatif bir yaklaşım aramaktansa, kabul edilmiş modelin düzeltilmesi daha uygundur (Rollins, 1997).

Genel olarak en iyi yöntemin, yansız ve beklenen hata karesini minimize eden tahminler üreten yöntem olduğu savunulmaktadır. En küçük hata kareleri ölçütü performans ölçütlerinin en güçlüsüdür. Yansızlık ise daha zayıf bir ölçüttür. Eğer yan ölçülebilir ve önemsizse yanlı yöntemler kabul edilebilirdir. Yanlılığın kontrol edilebilir bir düzeyi için, hata karesi küçük olan yöntem tercih edilmektedir (Jing et al., 2009).

Bu çalışmada, çeşitli rezerv yöntemleriyle hesaplanan rezerv tahminlerinin, benzetim yoluyla elde edilmiş gerçek rezervlerden sapmaları hesaplanarak rezerv yöntemlerinin performansları incelenmiştir. İyi bir rezerv yöntemi için sapmanın küçük olması beklenmektedir. Bu bölümde rezerv tahminlerinin gerçek rezervlere yakınlığını ölçen performans ölçütlerine ilişkin bilgi verilecektir.

İki yansız tahmin edici arasında, daha küçük varyansa sahip tahmin edici; yanlış tahmin ediciler arasında ise, en küçük ortalama karesel hataya sahip olan tahmin edici seçilmektedir. Küçük yan değerleri veren fakat benzetimin bazı iterasyonlarında sapma miktarlarının büyük olduğu gözlemlenen bir hasar rezerv yöntemi, uygun bir rezerv yöntemi olmayabilir. Bu durumda rezerv tahminlerinin gerçek rezerv değerlerine yakınlığını test etmek amacıyla ortalama karesel hataların kökü (OKHK) ve ortalama mutlak sapma (OMS) ölçütleri kullanılabilir. OKHK ve OMS ölçütlerine ek olarak ortalama hata yüzdeleri (OHY) ve korelasyon katsayıları (r) hesaplanmıştır. Daha küçük tahmini hata yüzdesi veren hasar rezerv yönteminin daha uygun bir yöntem olduğu düşünülmektedir. Ayrıca iyi performans gösteren bir rezerv yönteminin gerçek rezervler ile rezerv tahminleri arasındaki ilişkiyi gösteren korelasyon değeri için de yüksek sonuçlar vermesi beklenmektedir (Narayan and Warthen, 2000).

3.2.1. Yanlılık

Bir tahmin edicinin beklenen değeri ile tahmin edilen parametrenin gerçek değeri arasındaki farkı gösteren yan,

$$Yan(\hat{\theta}) = E[\hat{\theta}] - \theta = E[\hat{\theta} - \theta] \quad (3.14)$$

biçiminde hesaplanmaktadır. $E[\hat{\theta}] = \theta$ ise $\hat{\theta}$, θ 'nın yansız bir tahminidir (Miller and Miller, 2004).

Benzetim yoluyla elde edilen gerçek rezervler ile hasar rezerv yöntemleriyle hesaplanan tahmini rezervlerin yakınlığı hakkında bilgi veren performans ölçütlerinden biri olan yan Eş. 3.14.'ten,

$$Yan = \frac{\sum (\text{Tahmini rezervler} - \text{Gerçek rezervler})}{\text{Benzetim sayısı}} \quad (3.15)$$

biçiminde hesaplanmaktadır.

3.2.2. Ortalama karesel hataların karekökü

Bir tahmin edicinin ortalama karesel hatası (OKH),

$$OKH(\hat{\theta}) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2] = \text{Var}(\hat{\theta}) + (Yan)^2 \quad (3.16)$$

biçiminde hesaplanmaktadır. Dolayısıyla, ortalama karesel hataların kökü (root mean square error),

$$OKHK(\hat{\theta}) = \sqrt{E[(\hat{\theta} - \theta)^2]} = \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}) + (\text{Yan})^2} \quad (3.17)$$

olarak bulunmaktadır.

Yansız bir tahmin edici için OKH, tahmin edicinin varyansına eşittir.

Rezerv tahmini için ortalama karesel hataların kökü,

$$OKHK = \sqrt{\frac{\sum (\text{Tahmini rezervler} - \text{Gerçek rezervler})^2}{\text{Benzetim sayısı}}} \quad (3.18)$$

biçiminde elde edilmektedir.

3.2.3. Ortalama mutlak sapma

Bir tahmin edicinin 'mutlak sapması (absolute deviation)' bu tahmin edicinin beklenen değeri ile tahmin edilen parametrenin gerçek değeri arasındaki farkın mutlak değeridir.

Rezerv tahmininde ortalama mutlak sapma,

$$OMS = \frac{\sum |\text{Tahmini rezervler} - \text{Gerçek rezervler}|}{\text{Benzetim sayısı}} \quad (3.19)$$

biçiminde benzetim sayısı kadar elde edilen mutlak sapmaların ortalaması alınarak elde edilmektedir.

3.2.4. Ortalama hata yüzdesi

Bir tahmin edicinin beklenen değeri ile tahmin edilen parametrenin gerçek değeri arasındaki farkın gerçek değer içindeki payı, tahmin edicinin 'hata yüzdesi (percentage error)' olarak tanımlanmaktadır.

Rezerv tahmini için ortalama hata yüzdesi,

$$OHY = \frac{\sum ((\text{Tahmini rezervler} - \text{Gerçek rezervler}) / \text{Gerçek rezervler})}{\text{Benzetim sayısı}} \quad (3.20)$$

biçiminde elde edilmektedir.

3.2.5. Korelasyon

Korelasyon, olasılık kuramı ve istatistikte iki rastgele değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü ve gücü hakkında bilgi vermektedir. İki değişken arasındaki ilişki; korelasyon katsayısı pozitif olduğunda aynı yönlü, negatif olduğunda ise ters yönlüdür. Ayrıca; iki değişken arasında ilişkinin gücü, korelasyon katsayısı 1'e yaklaştıkça artar, 0'a yaklaştıkça azalır. X ve Y rastgele değişkenleri için; gözlem sayısının n olduğu durumda $i = 1, 2, \dots, n$ iken, X_i ve Y_i bu iki rastgele değişkenin gözlemlenen gerçek değerleri ve \bar{X} ve \bar{Y} ise gözlemlenen değerlerin ortalaması olmak üzere bir örneklem için korelasyon katsayısı,

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (3.21)$$

biçiminde elde edilmektedir (Miller and Miller, 2004).

Korelasyon katsayısının hesaplanması için iki değişkene ilişkin (gerçek rezervler ve tahmini rezervler) n adet (benzetim sayısı kadar) gözlem olması gerektiğinden, işlem kolaylığı açısından yalnızca toplam gerçek rezervler ve toplam tahmini rezervler arasındaki korelasyon durumu incelenecektir. Korelasyon dışındaki performans ölçütleri ise, toplam rezervler ve her bir kaza yılına ilişkin rezervler için ayrı ayrı değerlendirilecektir.

4. HASAR REZERV YÖNTEMLERİ

Hayat dışı sigorta alanında yazılmış sigorta poliçelerinin vadesi genellikle bir yıl olduğundan, bu sigorta alanında kullanılan rezerv hesaplama yöntemleri hayat ve emeklilik branşlarında kullanılan tekniklerden farklıdır. Hasar rezerv yöntemlerinin büyük bir çoğunluğu deterministik modeller olarak ortaya çıkmış, daha sonra ise stokastik modeller geliştirilmiştir. Stokastik modeller arasında en çok bilinen yöntem, Mack (1993) tarafından geliştirilmiş olan dağılımdan-bağımsız zincir merdiven yöntemidir. Stokastik yöntemler; ödenmemiş hasar büyüklüklerinin tahminindeki belirsizliği analiz edip ölçmekte kullanılmaktadır.

Rezerv tahmininde en sık kullanılan yöntemler, geçmiş hasarların gruplanarak üçgensel hasarlar şeklinde düzenlenmesine dayalı yöntemlerdir (Wiser, 2001). Bu çalışmada; zincir merdiven yöntemi ve Bühlmann'ın tamamlayıcı hasar oranı yöntemi olmak üzere iki geleneksel hasar rezerv yöntemi ve üç farklı regresyon modeli kullanılarak hasar rezervleri tahmin edilmiştir.

Şekil 2.2.'deki gibi bir hasar gelişim üçgeni dikkate alındığında; zincir merdiven yöntemi, gelişim yılları (sütunlar) arasında benzer ilişki olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu varsayım her zaman geçerli olamayacağından birçok alternatif yöntem ortaya çıkmıştır. Stanard (1985); zincir merdiven, düzenlenmiş Bornhuetter-Ferguson, Cape Cod ve toplamsal (additive) yöntemler arasında en iyi tahmin sonuçlarının toplamsal modelden elde edildiği, toplamsal modelin yansızlık özelliğini sağladığı ve bu nedenle diğer yöntemlerden daha güvenilir olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Regresyon yöntemleri nokta tahmini ve güven aralığı tahminleri elde edilmesine olanak sağladığından, hasar gelişim üçgenlerinin regresyon ile modellenmesine olan ilgi giderek artmaktadır. Regresyon yöntemleri varyans tahmininin doğrudan elde edilmesini sağlamaktadır (Narayan and Warthen, 2000).

Bu çalışmanın amacı; n yılından sonra herhangi bir hasar gelişiminin olmadığı varsayıldığında, $i=1,2,\dots,n$ ve $j=1,\dots,n+1-i$ için $L_{i,j}$ biliniyorken, $i=1,2,\dots,n$ ve $j=n+2-i, n+3-i,\dots,n$ için $\hat{L}_{i,j}$ tahminlerini elde etmektir. Daha sonra kaza

yıllarına ilişkin \hat{R}_i rezerv tahminleri hesaplanabilmekte, her bir kaza yılı için hesaplanan rezervlerin toplamı ise \hat{R} toplam rezerv tahminini vermektedir.

4.1. Zincir Merdiven Yöntemi

Zincir merdiven yöntemi; herhangi bir dağılım varsayımına gerek kalmaksızın hesaplama yapılmasına olanak tanıyan deterministik bir yöntemdir (Mack, 1999). ZM yönteminde, birikimli hasarlar kullanılmakta ve hasar gelişim üçgeninin sol-üst bölgesinde bulunan geçmiş hasar verisi kullanılarak gelecek hasar tutarları tahmin edilmektedir. Gelecek yıllara ilişkin tahmini hasarların bulunduğu sağ-alt bölge 'hedef bölge' olarak adlandırılmaktadır (Renshaw and Verrall, 1998). ZM yönteminin en önemli ayırt edici özelliği, gelecek hasarların gelişiminin önceki yılların gelişimi ile benzer olduğu varsayımına dayalı olmasıdır. Diğer bir ifade ile geçmiş, geleceğin belirleyicisi olduğundan; yöntemin, istikrarlı bir sigorta portföyü için kullanılması uygun olacaktır. Önemli ve köklü değişikliklerin beklendiği bir ortamda, geçmiş hasar gelişim tecrübesinin gelecek hasarların tahmininde kullanılması doğru olmayacaktır (Friedland, 2009).

Yöntemde her bir gelişim yılı için bir 'gelişim faktörü' ya da 'bağ oranı' hesaplanmakta ve gelişim faktörleri kullanılarak ödenmemiş hasar tahminleri elde edilmektedir. Her bir kaza yılı için elde edilen nihai hasar tahmininden, ilgili kaza yılına ilişkin gözlemlenen son gelişim yılındaki birikimli ödenen hasar çıkarıldığında o kaza yılına ait ödenmemiş hasar tahmini yani rezerv tahmini elde edilmektedir.

Yönteme ilişkin algoritma aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- i. $j = 2, 3, \dots, n$ gelişim yılları için \hat{f}_j gelişim faktörleri

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} L_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} L_{i,j-1}} \quad (4.1)$$

hesaplanır.

- ii. Eş. 4.1. ile hesaplanan gelişim faktörleriyle her bir kaza yılının en son birikimli hasarı çarpılarak gelecek birikimli hasarlar,

$$\hat{L}_{t,n-i+2} = L_{t,n-i+1} \hat{f}_{n-i+2} \quad (4.2)$$

biçiminde elde edilir.

Her bir kaza yılı için nihai hasarlar ise,

$$\hat{L}_i = \hat{L}_{i,n} = L_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+2}^n \hat{f}_k \quad (4.3)$$

eşitliği ile bulunur.

- iii. i kaza yılı için rezerv tahmini,

$$\hat{R}_i = \hat{L}_i - L_{i,n-i+1} \quad (4.4)$$

eşitliğinden hesaplanır (England and Verrall, 2002).

ZM yöntemi kullanılarak hasar rezervinin tahmin edilmesi için çok sayıda geçmiş hasar bilgisine ihtiyaç duyulmakta, büyük hasar tutarlarının verinin niteliğini çok etkilemediği durumlarda yansız sonuçlar elde edilmektedir. Veri yetersiz olduğunda ise; büyük hasarlar, gelişim faktörlerinin ve ödenmemiş hasarların yanlış tahminlerine neden olabilmektedir (Friedland, 2009).

4.2. Bühlmann'ın Tamamlayıcı Hasar Oranı Yöntemi

Stanard (1985) çalışmasında 'toplamsal model' olarak ifade edilen Bühlmann'ın tamamlayıcı hasar oranı yöntemi (Bühlmann complementary loss ratio method), ilk kez Bühlmann (1983) tarafından geliştirilmiştir. Ödenmiş hasar verisine dayalı bu yöntem, belirli bir gecikme ile ödenen hasarların oranının zaman boyunca sabit kaldığı varsayımına dayanmaktadır. Hasar oranları, geçmiş hasar tecrübesi ile elde edilmekte ve gelecek hasarların öngörüsünde kullanılmaktadır.

BTHO yöntemine ilişkin algoritma aşağıdaki gibi verilebilir:

- i. $j = 2, 3, \dots, n$ gelişim yılları için aşamalı hasarlar hesaplanır.

- ii. e enflasyon oranı olmak üzere, her bir gelişim yılına ait enflasyonla büyütülmüş kaza yılı hasarlarının ortalamasına eşit olan hasar oranını gösteren \bar{M}_j ,

$$\bar{M}_j = \frac{1}{n-j+1} \sum_{i=1}^{n-j+1} S_{i,j} (1+e)^{n-i} ; j = 2, 3, \dots, n \quad (4.5)$$

eşitliğinden elde edilir.

Eş. 4.5.'te; her bir kaza yılına ait aşamalı hasarların, n yılındaki nihai değerleri elde edilecek şekilde enflasyonla büyütülerek ortalamalarının hesaplandığı görülmektedir.

- iii. Gelecekteki aşamalı hasarlar, Eş. 4.5.'te elde edilen oranlar kullanılarak,

$$\hat{S}_{i,j} = \bar{M}_j (1+e)^{i-n} ; j = n+2-i, \dots, n \text{ ve } i = 2, 3, \dots, n \quad (4.6)$$

biçiminde tahmin edilir.

Hasarların ortalaması, aşamalı hasarların n yılındaki nihai değerlerinden elde edildiğinden; herhangi bir kaza yılına ilişkin aşamalı hasar tahmini yapılırken \bar{M}_j ortalamasının o kaza yılı itibarıyla değeri kullanılmaktadır.

- iv. i kaza yılı için rezerv tahmini ise,

$$\hat{R}_i = \sum_{j=n+2-i}^n \hat{S}_{i,j} \quad (4.7)$$

eşitliğinden hesaplanır.

4.3. Regresyon Yöntemleri

Aşamalı hasarların bir dağılıma sahip olduğu varsayılan regresyon modellerinde, model parametreleri tahmin edilmeden önce, genellikle, hasarları doğrusallaştırmak için logaritmik dönüşüm gibi belirli dönüşümler uygulanmaktadır.

Regresyon yöntemleri kullanılarak ödenmemiş hasarların yansız tahminlerinin elde edilebilmesi için aşamalı hasarların pozitif olduğu hasar gelişim üçgenleri ele

alınmaktadır. $\theta_{i,j}$, aşamalı hasarların beklenen değerini göstermek üzere $i=2,\dots,n$ ve $j=n-i+2,\dots,n$ için $\theta_{i,j}$ 'lerin yansız tahminleri elde edilmektedir (Verrall, 1991).

Aşamalı hasarlarının pozitif olduğu varsayımı altında, logaritmik dönüşüm yardımı ile $Z_{i,j} = \ln(S_{i,j})$ 'ler elde edilir. μ , α_i ve β_j modelin parametrelerini, $\varepsilon_{i,j}$ hata terimini göstermek üzere regresyon modeli $Z_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{i,j}$ biçimindedir. Regresyon modelindeki hatalar, 0 ortalama ve σ^2 varyanslı normal dağılıma sahip bağımsız rastgele değişkenlerdir (Narayan and Warthen, 2000).

$\{S_{i,j} : i=1,\dots,n; j=1,\dots,n-i+1\}$ rastgele değişkenlerinin bağımsız ve lognormal dağılımlı olduğu varsayıldığında, $Z_{i,j}$ rastgele değişkenleri bağımsız ve normal dağılımlı olmaktadır. $E[Z_{i,j}] = X_{i,j}\beta$ ve $Var(Z_{i,j}) = \sigma^2$ olmak üzere aşamalı hasarların beklenen değeri $E[S_{i,j}] = \theta_{i,j} = \exp\left(X_{i,j}\beta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$ biçimindedir. Burada; $X_{i,j}$, açıklayıcı değişkenlerin satır vektörünü, β ise parametrelerin sütun vektörünü göstermektedir.

4.3.1. Regresyon yöntemleri – Model 1

Regresyon yöntemlerinin ilk modelinde logaritmik dönüşüm yapılan aşamalı hasarlar,

$$Z_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{i,j} \quad (4.8)$$

biçiminde ele alınmaktadır. Eş. 4.8.'de $i, j = 2, 3, \dots, n$ olmak üzere α_i ve β_j parametrelerinin tümü birbirinden farklıdır. Ayrıca Eş. 4.8.'de ifade edilen regresyon modelinde, $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ ve $\varepsilon_{i,j} \sim N(0, \sigma^2)$ olarak varsayılmaktadır.

En küçük kareler (EKK) yöntemiyle,

$$\beta = [\mu, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_2, \dots, \beta_n] \quad (4.9)$$

parametreler vektörü tahmin edilmektedir. Sonuç olarak, $i = 2, \dots, n$ ve $j = n - i + 2, \dots, n$ için aşamalı hasarların beklenen değeri olan $\theta_{i,j}$ 'lerin yansız tahminleri Eş. 4.14., Eş. 4.15. ve Eş. 4.16. yardımıyla elde edilerek her bir kaza yılına ilişkin ödenmemiş aşamalı hasarlar ve rezerv tahminleri hesaplanmaktadır.

4.3.2. Regresyon yöntemleri – Model 2

İkinci regresyon modelinde logaritmik dönüşüm yapılan aşamalı hasarlar;

$$Z_{i,j} = \mu + (i-1)\alpha + \beta_j + \varepsilon_{i,j} \quad (4.10)$$

biçimindedir. Eş. 4.10.'da $i = 2, 3, \dots, n$ için $\alpha_i = (i-1)\alpha$ 'dır ve $j = 2, 3, \dots, n$ için β_j parametreleri farklıdır. $\beta_1 = 0$ ve $\varepsilon_{i,j} \sim N(0, \sigma^2)$ olarak varsayılmaktadır.

$$\beta = [\mu, \alpha, \beta_2, \dots, \beta_n] \quad (4.11)$$

vektörünün tahmini EKK yöntemi ile elde edilmektedir. $i = 2, 3, \dots, n$ ve $j = n - i + 2, \dots, n$ için $\theta_{i,j} = E[S_{i,j}]$ 'lerin yansız tahminleri Eş. 4.14., Eş. 4.15. ve Eş. 4.16. ile elde edilerek her bir kaza yılına ait ödenmemiş hasarlar ve rezerv tahminleri hesaplanmaktadır.

4.3.3. Regresyon yöntemleri – Model 3

Regresyon yöntemleri altında incelenen son modelde ise,

$$Z_{i,j} = \mu + (i-1)\alpha + (j-1)\beta + \gamma \ln(j) + \varepsilon_{i,j} \quad (4.12)$$

olarak düşünülmektedir. $i = 2, 3, \dots, n$ için $\alpha_i = (i-1)\alpha$ ve $j = 2, 3, \dots, n$ için $\beta_j = (j-1)\beta + \gamma \ln(j)$ biçimindedir. Hata terimlerinin $\varepsilon_{i,j} \sim N(0, \sigma^2)$ olduğu varsayılmaktadır.

İlk iki modelde olduğu gibi,

$$\beta = [\mu, \alpha, \beta, \gamma] \quad (4.13)$$

parametreler vektörü tahmin edildikten sonra; Eş. 4.14., Eş. 4.15. ve Eş. 4.16. yardımıyla hasar karesinin sağ-alt üçgenindeki ödenmemiş hasarlara ilişkin $\theta_{i,j}$ 'lerin yansız tahminleri ve her bir kaza yılı için rezerv tahminleri elde edilir.

4.3.4. Regresyon yöntemleri ile rezerv tahmini

Regresyon yöntemlerinin tüm modellerine ilişkin Verrall (1991)'da öngörülen ve bu çalışmada kullanılan algoritma şu şekilde verilebilir:

- i. Logaritmik dönüşüm uygulanmış aşamalı hasarlar $Z_{i,j} = \ln(S_{i,j})$ biçiminde elde edilir.
- ii. $z = [Z_{1,1}, Z_{1,2}, \dots, Z_{1,n}, Z_{2,1}, \dots, Z_{n,1}]'$ olmak üzere; EKK yöntemiyle;

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'z \quad (4.14)$$

parametreler vektörü tahmin edildikten sonra,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{r-p} (z - X\hat{\beta})'(z - X\hat{\beta}) \quad (4.15)$$

hata varyansı hesaplanır.

Tahmin edilen parametreler gelecekteki aşamalı hasarların öngörüsü için kullanılmaktadır.

Eş. 4.15.'te r , gözlem sayısı ($r = \frac{1}{2}n(n+1)$) ve p parametre sayısı iken; X , satırları $X_{i,j}$ olan ($r \times p$) boyutunda bir matris ve z gözlemlenen hasarların vektörüdür. Regresyon modellerindeki parametre sayıları farklı olduğundan, X tasarım matrisi her bir model için farklılık göstermektedir. Her bir regresyon modeli için X tasarım matrisi Ek 3'te gösterilmiştir. Hatalar bağımsız, özdeş ve normal dağılıma sahiptir.

- iii. Son olarak, $\theta_{i,j}$ 'nin yansız tahmini;

$$\hat{\theta}_{i,j} = \exp(X_{i,j}\hat{\beta}) g_m \left[\frac{1}{2} (1 - X_{i,j}(X'X)^{-1} X'_{i,j}) s^2 \right] \quad (4.16)$$

biçiminde elde edilir.

$\hat{\sigma}^2$, σ^2 'nin yanlış tahmini iken, yansız tahmini $s^2 = \frac{r}{r-p} \hat{\sigma}^2$ biçiminde elde

edilir ve $m = r - p$ ise serbestlik derecesidir. Ayrıca $g_m(t)$ fonksiyonu, $\hat{\sigma}^2$ 'ye ilişkin serbestlik derecesinin m olması halinde;

$$g_m(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^k (m+2k)}{m(m+2)\dots(m+2k)} \frac{t^k}{k!} \quad (4.17)$$

biçimindedir (Finney, 1941).

Veri lognormal dağılıma sahip olduğunda, p uzunluğundaki herhangi bir Z satır vektörü ve a skaleri için $\exp(Z\beta + a\sigma^2)$ 'nin yansız tahmin edicisi

$$\exp(Z\hat{\beta}) g_m \left[\left(a - \frac{1}{2} Z(X'X)^{-1} Z' \right) s^2 \right] \quad (4.18)$$

biçimindedir (Bradu and Mundlak, 1970).

Regresyon yöntemlerinin algoritmasında, açıklayıcı değişkenlerin satır vektörü olan $X_{i,j}$; tahmin edilen hasar tutarının i ve j değerleri için, X tasarım matrisinin belirlenmesindeki mantık kullanılarak belirlenmelidir.

Hasar rezerv tahmininde kullanılan regresyon modellerinin parametre sayıları farklıdır. Regresyon modelleri; birbirleriyle karşılaştırma amaçlı değil, modeldeki parametre sayısının azaltılmasının etkisini incelemek amacıyla seçilmiştir.

5. UYGULAMA

5.1. Benzetim ve Performans Ölçütleri

Çalışmanın bu bölümünde dört farklı benzetim yöntemiyle 1.000, 5.000 ve 10.000 adet hasar gelişim üçgeni üretilmiştir. Üretilen her bir hipotetik veri seti için ZM yöntemi, BTHO yöntemi ve regresyon yöntemleriyle toplam rezervler ve kaza yıllarına ilişkin rezervler tahmin edilmiştir. Hasar rezerv tahminleri ile benzetim yoluyla üretilen gerçek hasar rezervleri arasındaki sapmalar hesaplanarak yöntemlerin performansları incelenmiştir. İterasyon sayısının 1.000 ve 5.000 olduğu durumlarda toplam hasar rezervine ilişkin elde edilen sonuçlar sırasıyla Ek 4 ve Ek 5'te verilmiştir. İterasyon sayısı artırıldığında; her bir benzetim yöntemiyle üretilen farklı veri setlerine göre en iyi performans gösteren rezerv yöntemleri, genel olarak değişiklik göstermemektedir.

Uygulamada kullanılan tüm senaryolara ilişkin programlar R programlama dilinde yazılmış, grafiklerin ve tabloların çizilebilmesi için Excel programı kullanılmıştır.

Bu çalışmada hasar gelişim üçgenlerinin üretilmesinde kullanılan benzetim yöntemlerinde; $i, j = 1, 2, \dots, 11$ olacak şekilde hasarların $n=11$ yılının sonunda tamamen gelişmiş olacağı varsayıldığından, sol-üst üçgen ve sağ-alt üçgeni içeren 11×11 boyutunda hasar kareleri üretilmiştir. Benzetim sayısı kadar üretilen hasar verisi bilgisinden sol-üst üçgenler çekilerek rezervler tahmin edilmiş yani sağ-alt üçgenlerdeki ödenmemiş hasarlar elde edilmiş ve gerçek değerleriyle karşılaştırılarak rezerv yöntemlerinin performansları test edilmiştir.

5.2. Senaryolar ve Veri Setleri

Benzetim ile üretilen değişik veri setleri 60 adet senaryo kapsamında belirlenmiştir. Senaryolarda hasar sayılarının ve bireysel hasar tutarlarının beklenen değerleri ve varyansları farklılaştırılarak, hasar sayısı ve hasar tutarı rastgele değişkenleri için farklı istatistiksel dağılımlar belirlenip veri setleri çeşitlendirilmiştir. Senaryolarda kullanılan benzetim yöntemleri ve rezerv yöntemleri, varsayımlar ve rastgele değişkenlerin sahip olduğu dağılımlara ilişkin ayrıntılı bilgi Çizelge 5.1., Çizelge 5.2. ve Çizelge 5.3.'te verilmiştir.

Çizelge 5.1. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar (Senaryo 1-20)

Senaryolar	Benzetim Yöntemi	Hasar sayısının dağılımı	Hasar tutarının dağılımı	Diğer Varsayımlar	Hasar Rezerv Yöntemi
Senaryo 1	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$	Lognormal $\mu=7,3659$ $\sigma=1,517427$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 2					BTTHO
Senaryo 3					Reg. Model 1
Senaryo 4					Reg. Model 2
Senaryo 5					Reg. Model 3
Senaryo 6	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$	Lognormal $\mu=7,3659$ $\sigma=1,517427$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 7					BTTHO
Senaryo 8					Reg. Model 1
Senaryo 9					Reg. Model 2
Senaryo 10					Reg. Model 3
Senaryo 11	Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi	Poisson $\lambda=100$	Pareto $\lambda=1.000$ $\theta=2,5$	Enflasyon oranı $e=\%6$ Meydana gelme tarihi Uniform (0,1) Bildirilme gecikmesi Üstel ($\lambda=0,5$) Kapatılma gecikmesi Üstel ($\lambda=0,2$)	ZM
Senaryo 12					BTTHO
Senaryo 13					Reg. Model 1
Senaryo 14					Reg. Model 2
Senaryo 15					Reg. Model 3
Senaryo 16	Pentikâinen ve Rantala Yöntemi	-	-	X(j) azalan K=500.000 Riske maruz birim sayısı büyümesi %1 Toplam hasarın bir kaza yılından diğerine büyümesi %6 Enflasyon oranı AR(1)	ZM
Senaryo 17					BTTHO
Senaryo 18					Reg. Model 1
Senaryo 19					Reg. Model 2
Senaryo 20					Reg. Model 3

Çizelge 5.2. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar (Senaryo 21-40)

Senaryolar	Benzetim Yöntemi	Hasar sayısının dağılımı	Hasar tutarının dağılımı	Diğer Varsayımlar	Hasar Rezerv Yöntemi
Senaryo 21	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$	Gamma $\alpha=1/9$ $\beta=1/45.000$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 22					BTHO
Senaryo 23					Reg. Model 1
Senaryo 24					Reg. Model 2
Senaryo 25					Reg. Model 3
Senaryo 26	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=100$	Gamma $\alpha=1/9$ $\beta=1/45.000$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 27					BTHO
Senaryo 28					Reg. Model 1
Senaryo 29					Reg. Model 2
Senaryo 30					Reg. Model 3
Senaryo 31	Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi	Poisson $\lambda=100$	Pareto $\lambda=10.000$ $\theta=3$	Enflasyon oranı $e=\%6$ Meydana gelme tarihi Uniform (0,1) Bildirilme gecikmesi Üstel ($\lambda=0,5$) Kapatılma gecikmesi Üstel ($\lambda=0,125$)	ZM
Senaryo 32					BTHO
Senaryo 33					Reg. Model 1
Senaryo 34					Reg. Model 2
Senaryo 35					Reg. Model 3
Senaryo 36	Pentikâinen ve Rantala Yöntemi	-	-	X(j) artan K=500.000 Riske maruz birim sayısı büyümesi %1 Toplam hasarın bir kaza yılından diğerine büyümesi %6 Enflasyon oranı AR(1)	ZM
Senaryo 37					BTHO
Senaryo 38					Reg. Model 1
Senaryo 39					Reg. Model 2
Senaryo 40					Reg. Model 3

Çizelge 5.3. Farklı benzetim ve rezerv yöntemleriyle oluşturulan senaryolar (Senaryo 41-60)

Senaryolar	Benzetim Yöntemi	Hasar sayısının dağılımı	Hasar tutarının dağılımı	Diğer Varsayımlar	Hasar Rezerv Yöntemi
Senaryo 41	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$	Lognormal $\mu=6,17152$ $\sigma=0,29356$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 42					BTHO
Senaryo 43					Reg. Model 1
Senaryo 44					Reg. Model 2
Senaryo 45					Reg. Model 3
Senaryo 46	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$	Lognormal $\mu=6,17152$ $\sigma=0,29356$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 47					BTHO
Senaryo 48					Reg. Model 1
Senaryo 49					Reg. Model 2
Senaryo 50					Reg. Model 3
Senaryo 51	Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$	Gamma $\alpha=100/9$ $\beta=1/45$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 52					BTHO
Senaryo 53					Reg. Model 1
Senaryo 54					Reg. Model 2
Senaryo 55					Reg. Model 3
Senaryo 56	Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi	Poisson $\lambda=1.000$	Gamma $\alpha=100/9$ $\beta=1/45$	Enflasyon oranı $e=\%6$	ZM
Senaryo 57					BTHO
Senaryo 58					Reg. Model 1
Senaryo 59					Reg. Model 2
Senaryo 60					Reg. Model 3

Tanımlanan senaryolarda, her bir benzetim yöntemiyle üretilen hasarlar kullanılarak beş hasar rezerv yöntemi yardımıyla rezerv tahminleri elde edilmiştir. Hasar rezervinin tahmin edilmesi için kullanılan üç regresyon yönteminde; $n = 11$ olduğunda parametre sayısı, Model 1 için $21 (\mu, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{11}, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{11})$, Model 2 için $12 (\mu, \alpha, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{11})$ ve Model 3 için ise $4 (\mu, \alpha, \beta, \gamma)$ 'tür.

Benzetim yoluyla 60 adet senaryo kapsamında üretilen çeşitli veri setlerine ilişkin istatistiksel bilgiler ve veri setlerinin kullanıldığı senaryolar Çizelge 5.4.'te gösterilmiştir.

Çizelge 5.4. Uygulamada kullanılan çeşitli veri setleri

Veri Setleri	Veri Setine İlişkin İstatistiksel Bilgiler			Veri Setinin Kullanıldığı Senaryolar
	Rastgele Değişken	Momentler	İstatistiksel Dağılımlar	
Veri Seti 1a	Bireysel hasar tutarı	Ortalama=5.000	Lognormal(7,3659;1,517427)	Senaryo 1-5 Senaryo 6-10
		Std. Sapma=15.000		
	Hasar Sayısı	Ortalama=100	Poisson(100)	
		Std. Sapma=100		
Veri Seti 1b	Bireysel hasar tutarı	Ortalama=5.000	Gamma(1/9;1/45.000)	Senaryo 21-25 Senaryo 26-30
		Std. Sapma=15.000		
	Hasar Sayısı	Ortalama=100	Poisson(100)	
		Std. Sapma=100		
Veri Seti 2a	Bireysel hasar tutarı	Ortalama=500	Lognormal(6,17152;0,29356)	Senaryo 41-45 Senaryo 46-50
		Std. Sapma=150		
	Hasar Sayısı	Ortalama=1.000	Poisson(1.000)	
		Std. Sapma=1.000		
Veri Seti 2b	Bireysel hasar tutarı	Ortalama=500	Gamma(100/9;1/45)	Senaryo 51-55 Senaryo 56-60
		Std. Sapma=150		
	Hasar Sayısı	Ortalama=1.000	Poisson(1.000)	
		Std. Sapma=1.000		
Veri Seti 3	Bireysel hasar tutarı	Ortalama=667	Pareto(2,5;1.000)	Senaryo 11-15
		Std. Sapma=1.491		
	Hasar Sayısı	Ortalama=100	Poisson(100)	
		Std. Sapma=100		
Veri Seti 4	Bireysel hasar tutarı	Ortalama=5.000	Pareto(3;10.000)	Senaryo 31-35
		Std. Sapma=8.660		
	Hasar Sayısı	Ortalama=100	Poisson(100)	
		Std. Sapma=100		
Diğer Veri Setlerine İlişkin Bilgiler				
Diğer	Bildirilme yapısı	Azalan Oranlar	X(1)=0,220; X(2)=0,180; X(3)=0,150; X(4)=0,120; X(5)=0,100; X(6)=0,080; X(7)=0,060; X(8)=0,040; X(9)=0,027; X(10)=0,016; X(11)=0,007.	Senaryo 16-20
		Artan Oranlar	X(1)=0,005; X(2)=0,015; X(3)=0,032; X(4)=0,047; X(5)=0,061; X(6)=0,092; X(7)=0,105; X(8)=0,130; X(9)=0,153; X(10)=0,165; X(11)=0,195.	Senaryo 36-40

Çizelge 5.4.'te özetlenen veri setlerinin dağılımlarına ait parametreler 'momentler yöntemi' ile elde edilmiştir.

Uygulamada hasar sayısı rastgele değişkeni için Poisson dağılımı, bireysel hasar tutarı rastgele değişkeni için ise sigortacılık verisine uygun dağılımlardan lognormal, gamma ve Pareto dağılımları kullanılmıştır. Pentikâinen ve Rantala yöntemi dışındaki benzetim yöntemlerinde enflasyon oranı sabit ve %6 olarak varsayılmıştır. Pentikâinen ve Rantala yönteminde ise enflasyon oranı en düşük %3 olacak şekilde her takvim yılı için AR(1) modelinden elde edilmiştir. Ayrıca riske maruz birim sayısının her bir kaza yılı için geometrik olarak %1 oranında artış gösterdiği ve bir kaza yılından diğerine toplam hasarın geometrik olarak %6 oranında büyüme gösterdiği varsayılmıştır. Değişen tutarlı bireysel hasarlar yönteminde ise; hasarların meydana gelme tarihi (0,1) aralığında tekdüze dağılımlı, hasarların bildirilme gecikmesi 2 ortalama ile üstel dağılımlı ve hasarların kapatılma gecikmesi ise 'Veri Seti 3' için 5, 'Veri Seti 4' için ise 8 ortalama ile üstel dağılımlı varsayılmıştır.

5.3. Toplam Hasar Rezervinin Performansı

Çalışmanın bu kısmında toplam gerçek rezervler ile toplam rezerv tahminleri arasındaki sapmalar ölçülerek performans ölçütlerinin değerleri hesaplanmıştır.

İterasyon sayısı artırıldığında sonuçlar belirli bir değere yakınsadığından 10.000 iterasyon sonucu elde edilen değerler incelenmiştir.

Toplam hasar rezervinin performansına ilişkin elde edilen sonuçlar Senaryo 1-20 için (Veri Seti 1a-lognormal, Veri Seti 3 ve azalan bildirilme yapısı durumları) Çizelge 5.5.'te verilmiştir.

Çizelge 5.5. Senaryo 1-20 için toplam hasar rezervinin performansı

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 1-5)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.115.631; Std. Sapma=259.393					
Yan	10.780	-693	219.078	70.034	114.164
OKHK	382.717	280.736	670.658	348.890	375.240
OMS	305.407	209.065	475.656	266.466	287.341
OHY	3,78%	4,45%	22,25%	10,49%	14,63%
r	0,32	0,09	0,31	0,16	0,15
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 6-10)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.369.280; Std. Sapma=705.527					
Yan	370.981	2.604	436.386	64.232	23.076.650
OKHK	1.846.395	1.770.114	1.977.457	1.714.218	23.739.510
OMS	1.394.576	1.305.028	1.488.845	1.314.898	23.076.650
OHY	5,90%	1,05%	6,94%	1,28%	363,06%
r	0,35	0,02	0,33	0,29	0,44
Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi (Senaryo 11-15)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=655.834; Std. Sapma=44.594					
Yan	1.484	61	17.048	3.151	2.588
OKHK	79.687	72.006	89.497	69.932	67.630
OMS	62.047	54.636	69.161	54.716	53.252
OHY	0,50%	0,42%	2,87%	0,75%	0,66%
r	0,24	0,07	0,22	0,27	0,28
Pentikâinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 16-20)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=5.495.777; Std. Sapma=723.005					
Yan	7.171	-1.784.272	752.638	11.512	85.764
OKHK	348.914	1.845.187	910.993	376.745	394.549
OMS	274.237	1.784.272	764.014	295.386	305.934
OHY	0,01%	-31,99%	13,33%	0,10%	1,44%
r	0,92	0,87	0,91	0,90	0,90

Çizelge 5.5.'e göre benzetim yöntemlerine ilişkin sonuçlar:

- Rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre incelenen yöntemler içerisinde en iyi hasar rezerv yöntemi BTHO yöntemidir.
- Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi ile üretilen hasar gelişim üçgenleri kullanıldığında en iyi performans gösteren hasar rezerv yönteminin regresyon yöntemlerinden Model 2 olduğu söylenebilir, ancak

performans ölçütlerinden yan ölçütü dikkate alındığında BTHO rezerv yönteminin de uygun olduğu düşünülebilir.

- Değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre elde edilen sonuçlara bakıldığında, en güçlü ölçüt olan OKHK'ye göre Model 3'ün performansının diğer rezerv yöntemlerinden yüksek olduğu görülmekle birlikte yan ölçütü dikkate alındığında BTHO yönteminin performansının daha iyi olduğu; genel olarak da Model 3 ve BTHO yönteminin her ikisinin de uygun yöntemler oldukları söylenebilir.
- Pentikäinen ve Rantala yöntemine göre ise veri setine en uygun rezerv yönteminin ZM yöntemi olduğu ancak Model 2'nin de iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.

Pentikäinen ve Rantala yöntemi dışındaki tüm benzetim yöntemlerinde hasar rezerv yöntemlerine ilişkin korelasyon katsayıları genel olarak düşüktür. Performansı yüksek olan hasar rezerv yöntemlerine ilişkin korelasyon katsayılarının düşük olması şaşırtıcıdır, ancak korelasyon ölçütünün güçlü bir performans ölçütü olmaması nedeniyle düşük korelasyon katsayısı değerleri dikkate alınmamıştır. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yönteminde, Model 3'ün güçlü performans ölçütleri için çok yüksek değerler verdiği yani bu regresyon modelinde kullanılan parametre sayısının yetersiz kaldığı gözden kaçırılmamalıdır.

Bireysel hasar tutarlarının yüksek ortalama ve standart sapmayla lognormal dağılımlı olduğu durumda en iyi hasar rezerv yönteminin, rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre BTHO yöntemi ve rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre Model 2 olduğu söylenebilir.

Bireysel hasar tutarlarının düşük ortalama ve standart sapmayla Pareto dağılımlı olduğu durumda ise değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre Model 3 ve BTHO yönteminin uygun olduğu görülmektedir.

Bildirilme yapısının azalan olması durumunda Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre hasar rezervi tahmininde en iyi performans gösteren yöntemin ZM yöntemi olduğu görülmektedir.

Toplam hasar rezervinin performansına ilişkin elde edilen sonuçlar Senaryo 21-40 için (Veri Seti 1b-gamma, Veri Seti 4 ve artan bildirilme yapısı durumları) Çizelge 5.6.'da verilmiştir.

Çizelge 5.6. Senaryo 21-40 için toplam hasar rezervinin performansı

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 21-25)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.118.430; Std. Sapma=260.424					
Yan	12.917	-4.213	227.057	77.833	124.167
OKHK	384.656	283.683	649.820	369.665	400.162
OMS	306.726	223.559	482.384	288.538	310.416
OHY	3,98%	4,90%	22,69%	11,71%	16,07%
r	0,31	0,07	0,29	0,16	0,15
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 26-30)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.355.014; Std. Sapma=657.144					
Yan	356.737	-12.731	412.986	45.081	23.228.850
OKHK	1.822.527	1.795.625	1.955.388	1.737.653	23.934.630
OMS	1.389.748	1.420.685	1.472.142	1.350.737	23.228.850
OHY	5,68%	0,79%	6,57%	0,88%	366,03%
r	0,34	0,03	0,33	0,31	0,46
Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemi (Senaryo 31-35)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=7.303.920; Std. Sapma=404.050					
Yan	19.775	-4.496	203.603	41.954	-49.615
OKHK	709.660	627.297	827.485	630.018	613.121
OMS	560.968	497.547	646.928	500.305	488.060
OHY	0,43%	0,21%	2,94%	0,74%	-0,52%
r	0,27	0,09	0,26	0,30	0,31
Pentikâinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 36-40)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=14.642.842; Std. Sapma=2.065.965					
Yan	79.362	-5.014.570	217.728	66.248	121.940
OKHK	1.342.274	5.195.793	1.418.733	1.400.746	1.423.555
OMS	1.040.589	5.014.570	1.095.284	1.088.819	1.104.680
OHY	0,35%	-33,76%	1,31%	0,29%	0,67%
r	0,87	0,83	0,86	0,85	0,85

Çizelge 5.6.'ya göre benzetim yöntemlerine ilişkin sonuçlar:

- Rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre en iyi hasar rezerv yönteminin BTHO yöntemi olduğu söylenebilir.
- Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi ile üretilen hasar gelişim üçgenleri kullanıldığında en iyi performans gösteren hasar rezerv yönteminin regresyon yöntemlerinden Model 2 olduğu, ancak performans

ölçütlerinden yan ölçütü dikkate alındığında rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemi için BTHO rezerv yönteminin de uygun olduğu söylenebilir.

- Değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre elde edilen sonuçlara bakıldığında, en güçlü ölçüt olan OKHK'ye göre Model 3'ün performansının diğer rezerv yöntemlerinden yüksek olduğu görülmekle birlikte yan ölçütü dikkate alındığında BTHO yönteminin performansının daha iyi olduğu; genel olarak da Model 3 ve BTHO yönteminin her ikisinin de uygun yöntemler olduğu söylenebilir.
- Pentikäinen ve Rantala yöntemine göre ise veri setine en uygun rezerv yönteminin ZM yöntemi olduğu ancak Model 2'nin de iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.

Senaryo 21-40 için de Senaryo 1-20'de olduğu gibi Pentikäinen ve Rantala yöntemi dışındaki tüm benzetim yöntemlerinde hasar rezerv yöntemlerine ilişkin korelasyon katsayıları düşüktür. Senaryo 1-20'deki benzer sebeplerden dolayı rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemi için Model 3'ün parametre sayısının yetersiz kaldığı söylenebilir.

Bireysel hasar tutarlarının yüksek ortalama ve standart sapmayla gamma dağılımlı olduğu durumda en iyi hasar rezerv yönteminin, rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre BTHO yöntemi ve rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre Model 2 olduğu söylenebilir.

Bireysel hasar tutarlarının yüksek ortalama ve standart sapmayla Pareto dağılımlı olduğu durumda ise değişen tutarlı bireysel hasarlar yöntemine göre Model 3 ve BTHO yönteminin uygun olduğu görülmektedir.

Bildirilme yapısının artan olması durumunda Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre hasar rezervi tahmininde en iyi performans gösteren yöntemin bildirilme yapısının azalan olduğu durumdaki sonuçlarla benzer bir şekilde ZM yöntemi olduğu söylenebilir.

Toplam hasar rezervinin performansına ilişkin elde edilen sonuçlar Senaryo 41-60 için (Veri Seti 2a/2b-gamma ve lognormal) Çizelge 5.7.'de verilmiştir.

Çizelge 5.7. Senaryo 41-60 için toplam hasar rezervinin performansı

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 41-45)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.114.407; Std. Sapma=117.025					
Yan	12.649	-221	190.559	45.253	79.520
OKHK	365.145	130.588	556.012	202.355	223.566
OMS	303.221	105.796	449.586	162.276	178.726
OHY	3,95%	1,07%	21,12%	5,54%	8,70%
r	-0,64	0,03	-0,65	-0,26	-0,27
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 46-50)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.357.241; Std. Sapma=88.882					
Yan	345.358	-3.296	409.388	160.121	22.737.390
OKHK	1.783.924	470.295	1.932.955	1.487.866	23.273.720
OMS	1.362.586	373.295	1.457.633	1.151.041	22.737.390
OHY	5,50%	-0,01%	6,50%	2,54%	357,91%
r	-0,12	-0,22	-0,10	0,00	-0,15
Rastgele Bildirilme Faktörü Yöntemi (Senaryo 51-55)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.114.443; Std. Sapma=117.338					
Yan	16.322	-416	195.115	44.833	79.185
OKHK	363.564	130.811	554.769	201.156	222.265
OMS	303.302	106.278	450.380	161.614	177.394
OHY	4,28%	1,07%	21,54%	5,50%	8,66%
r	-0,64	0,03	-0,65	-0,25	-0,26
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 56-60)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.354.624; Std. Sapma=90.138					
Yan	339.532	1.121	429.657	165.893	22.718.900
OKHK	1.779.336	469.305	1.950.667	1.489.785	23.257.810
OMS	1.365.497	371.793	1.479.477	1.149.145	22.718.900
OHY	5,40%	0,06%	6,82%	2,62%	357,77%
r	-0,10	-0,21	-0,08	0,02	-0,15

Çizelge 5.7.'ye göre benzetim yöntemlerine ilişkin sonuçlar:

- Rastgele bildirilme faktörü yöntemine göre lognormal dağılımlı ve gamma dağılımlı veri setleri için performans ölçütleri sonuçlarında büyük değişiklikler olmadığı ve en iyi hasar rezerv yönteminin her iki dağılım için de BTHO yöntemi olduğu söylenebilir.
- Rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemi ile lognormal ve gamma dağılımlı hasar verisi kullanıldığında performans ölçütleri sonuçlarının

değişmediği, en iyi performans gösteren hasar rezerv yönteminin her iki dağılım için de BTHO yöntemi olduğu görülmektedir.

Tüm senaryoların sonuçları göz önünde bulundurulduğunda; aynı ortalama ve standart sapmaya sahip veri setlerinde, bireysel hasar tutarlarının lognormal ya da gamma dağılımlı olmasının en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemlerini değiştirmedeği sonucuna varılmıştır.

Tüm senaryolar birlikte incelendiğinde; bireysel hasar tutarı rastgele değişkeninin, dağılımı aynı, fakat ortalama ve standart sapması farklı olduğunda elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Lognormal dağılımlı veri setleri için en iyi rezerv yönteminin rastgele bildirilme faktörü benzetim yöntemi baz alındığında değişiklik göstermediği görülmüştür. Rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemi için ise; en uygun rezerv yönteminin, ortalama ve standart sapmanın daha büyük olduğu veri setinde Model 2, daha düşük olduğu veri setinde ise BTHO olduğu söylenebilir.
- Gamma dağılımlı veri setleri için en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemleri, lognormal dağılıma sahip veri setlerinde olduğu gibidir.
- Pareto dağılımlı veri setinin ortalama ve standart sapmasının değişmesi en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemlerini etkilememiştir.

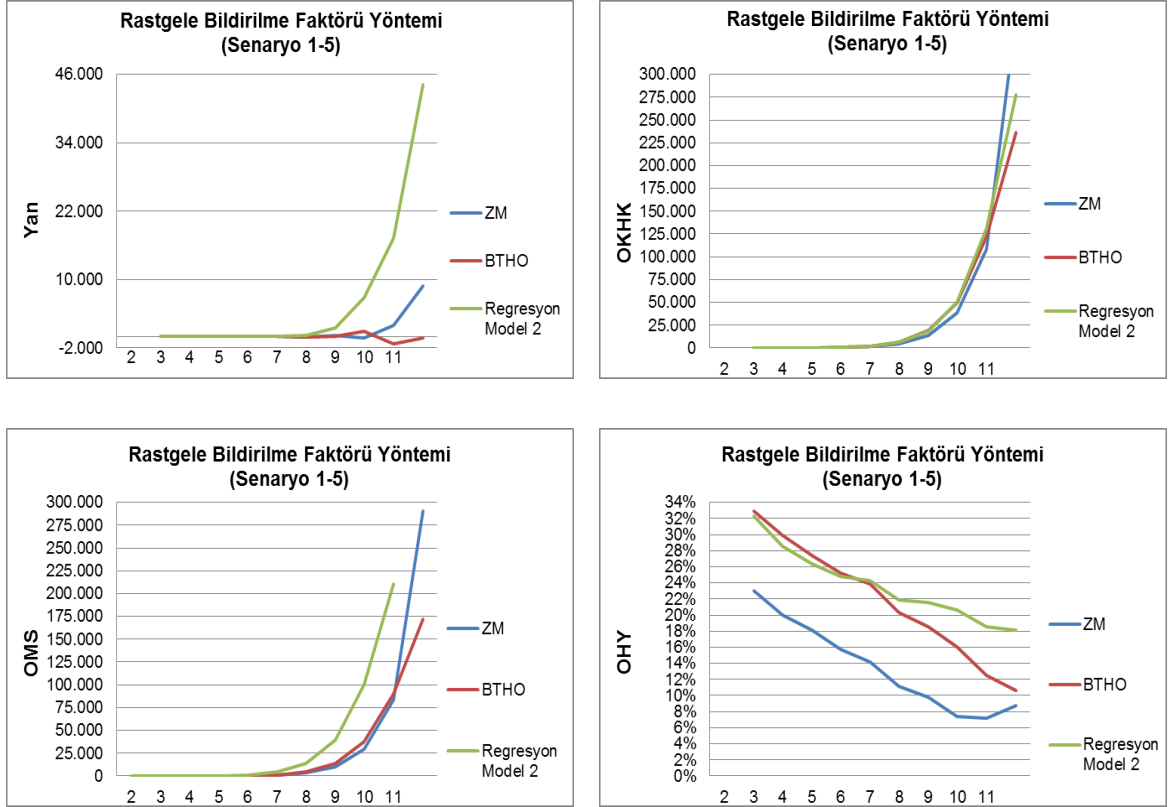
5.4. Kaza Yıllarına İlişkin Hasar Rezervinin Performansı

Çalışmanın bu bölümünde kaza yıllarına ait hasar rezervleri, 60 senaryo için her bir performans ölçütüne göre karşılaştırılmıştır. İterasyon sayısı 10.000 olduğunda elde edilen sonuçlar durağanlaştığından her bir senaryo için kaza yıllarına ait yan, OKHK, OMS ve OHY performans ölçütleri elde edilerek yöntemlerin performansları incelenmiştir.

Benzetim sonucu üretilen hasar karelerinin ilk kaza yılı hasarları $n=11$ 'de tamamen gelişmiş olacağından, ilk kaza yılı için rezerv hesabına gerek yoktur; yani bütün yöntemler için ilk kaza yılı rezervi $\hat{R}_1=0$ olduğundan grafiklerde $i=2,3,\dots,11$ için performans ölçütleri yer almaktadır.

Hasar rezervinin tahmininde kullanılan regresyon yöntemlerinin üç farklı modeli birbiriyle karşılaştırmak için değil, model parametre sayısının değişmesinin hasar rezervine etkisinin incelenmesi amacıyla geliştirilmiştir. Bu sebeple, kaza yılına ait hasar rezervi performansının regresyon yöntemleri arasında en iyi olduğu model ile ZM ve BTHO rezerv yöntemlerinin karşılaştırılması gösterilmiştir.

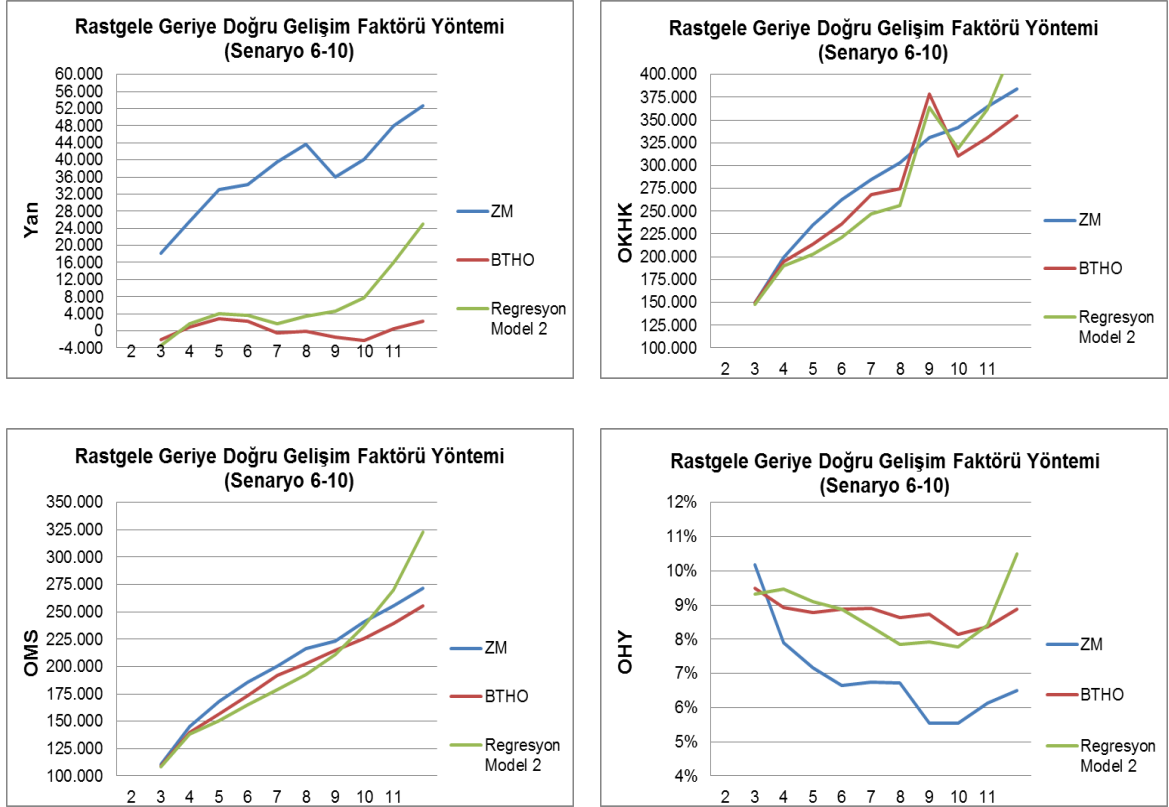
Bireysel hasar tutarlarının 5.000 ortalama ve 15.000 standart sapma ile lognormal dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 1-5 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.1.'de verilmiştir.



Şekil 5.1. Senaryo 1-5 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.1.'den rastgele bildirilme faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde, BTHO yönteminin diğer yöntemlere göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. İlk kaza yıllarında incelenen tüm rezerv yöntemleri için yan, OKHK ve OMS performans ölçütlerinin birbirine oldukça yakın sonuçlar verdiği görülmekle birlikte son birkaç kaza yılında OHY ölçütü dışındaki tüm ölçütler için ZM yöntemi ve Model 2'nin performanslarının düştüğü görülmektedir.

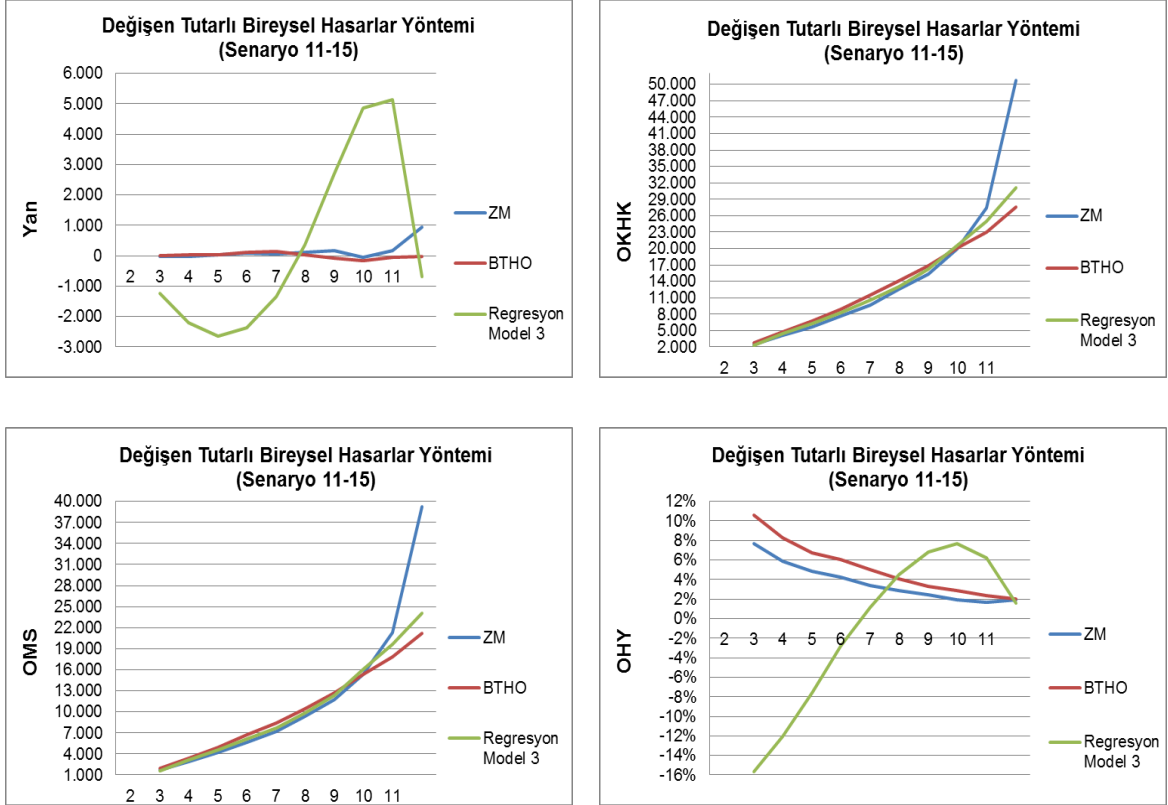
Bireysel hasar tutarlarının 5.000 ortalama ve 15.000 standart sapma ile lognormal dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 6-10 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.2.'de verilmiştir.



Şekil 5.2. Senaryo 6-10 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.2.'den rastgele geriye doğru gelişim faktörü yöntemine göre incelenen performans ölçütleri açısından gerçek rezervlere yakın sonuç veren rezerv yöntemlerinin farklılaştığı görülmekle birlikte, güçlü performans ölçütlerinden biri olan OKHK ölçütü baz alındığında Model 2'nin, yan ölçütü baz alındığında ise BTHO yönteminin tercih edilebileceği söylenebilir.

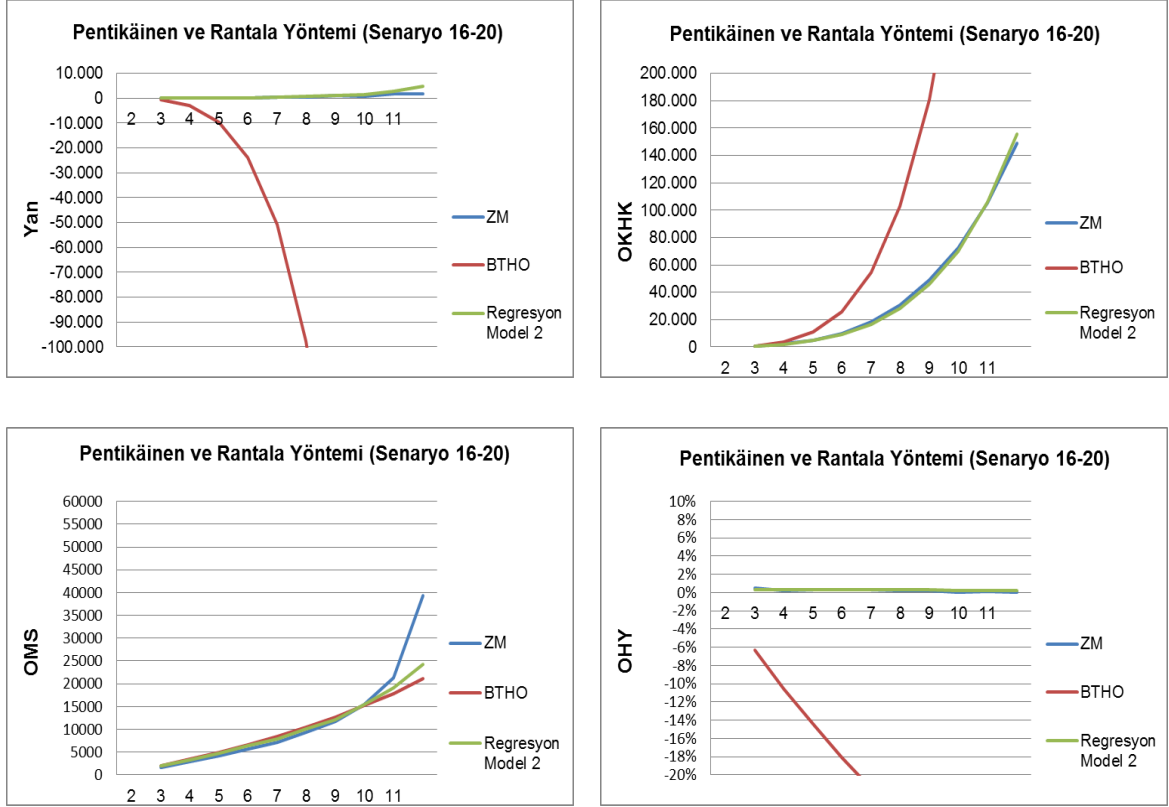
Bireysel hasar tutarlarının 667 ortalama ve 1491 standart sapma ile Pareto dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 11-15 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.3.'te verilmiştir.



Şekil 5.3. Senaryo 11-15 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.3.'ten değişen tutarlı bireysel hasarlar benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı yan ve OHY ölçütleri açısından incelendiğinde ZM ve BTHO yöntemlerinin yakın sonuçlar verdiği söylenebilir. OKHK ve OMS performans ölçütleri baz alındığında ise son birkaç kaza yılına kadar tüm yöntemlerin performansının hemen hemen aynı olduğu, son kaza yıllarında ise BTHO yönteminin diğer yöntemlerden daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

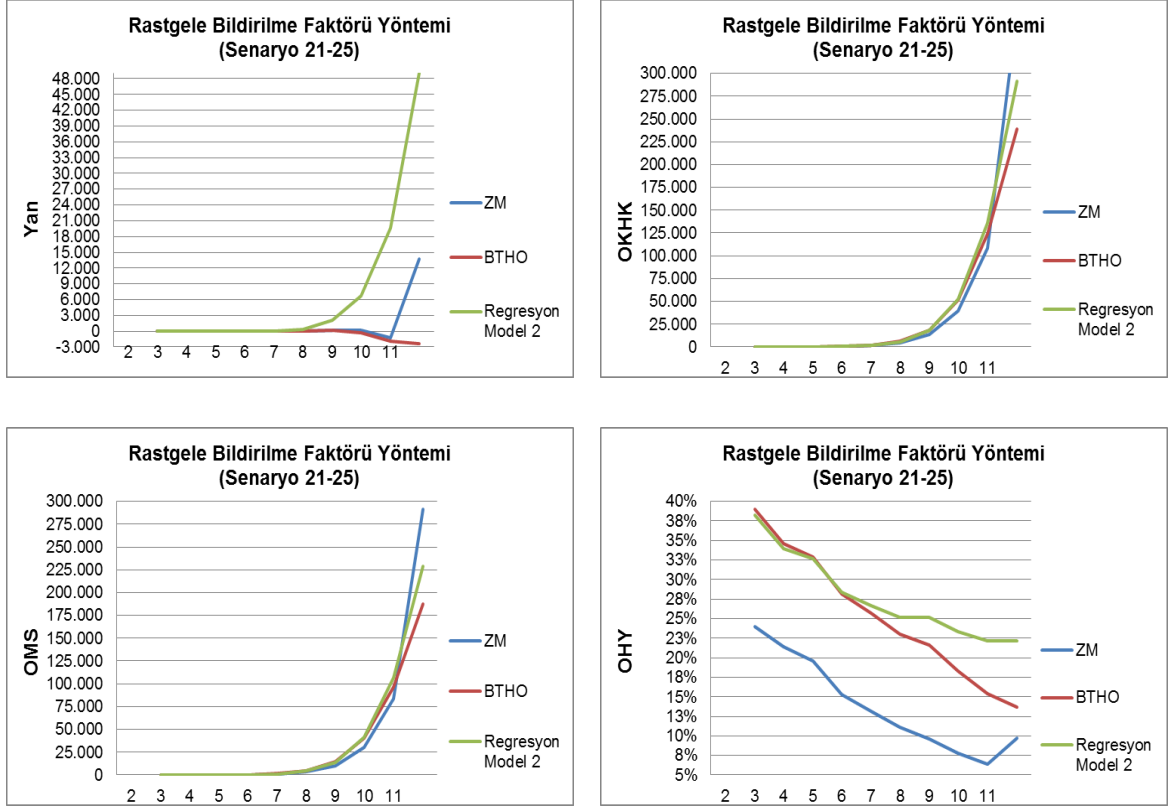
Bildirilme yapısının azalan oranlar biçiminde olduğu durumları içeren Senaryo 16-20 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.4.'te verilmiştir.



Şekil 5.4. Senaryo 16-20 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.4.'ten Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde tüm ölçütler için ZM yöntemi ve Model 2'nin birbirine oldukça yakın değerler verdiği görülmektedir. İncelenen bu senaryolar için OMS performans ölçütü dışındaki tüm ölçütler baz alındığında BTHO yönteminin tercih edilemeyeceği açıktır.

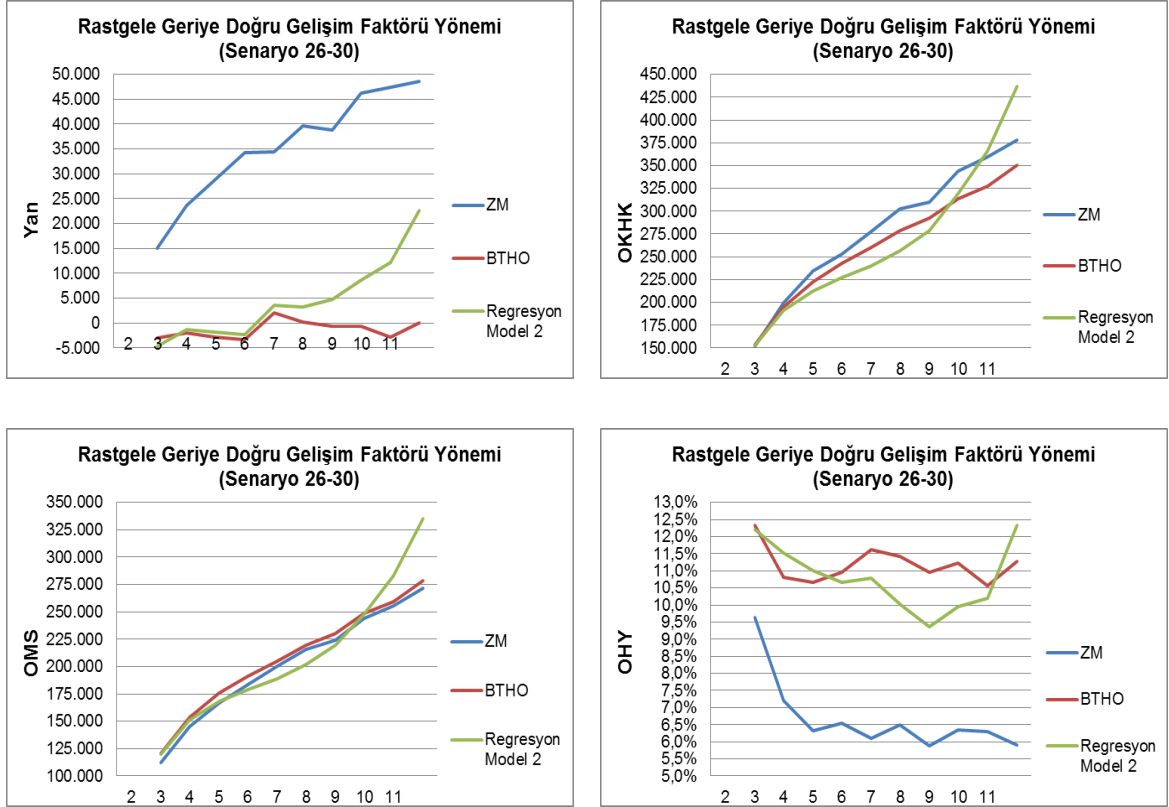
Bireysel hasar tutarlarının 5.000 ortalama ve 15.000 standart sapma ile gamma dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 21-25 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.5.'te verilmiştir.



Şekil 5.5. Senaryo 21-25 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.5.'ten rastgele bildirilme faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde yan, OKHK ve OMS ölçütleri baz alındığında son birkaç kaza yılına kadar tüm yöntemlerin hemen hemen aynı sonuç verdiği görülmekle birlikte, ZM yönteminin genel olarak en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemi olduğu söylenebilir.

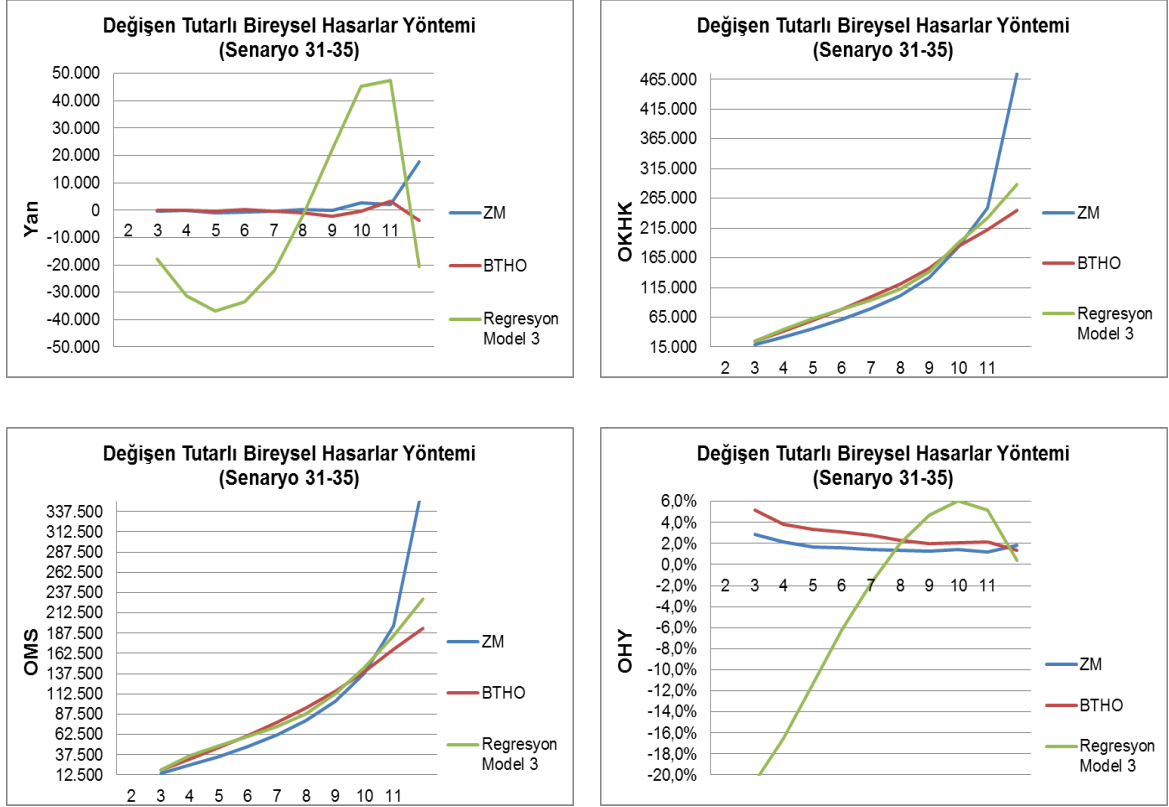
Bireysel hasar tutarlarının 5.000 ortalama ve 15.000 standart sapma ile gamma dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 26-30 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.6.'da verilmiştir.



Şekil 5.6. Senaryo 26-30 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.6.'dan rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde son kaza yılları dışında, toplam hasar rezervinde olduğu gibi, Model 2'nin daha iyi performans gösterdiği söylenebilir. OKHK ve OMS performans ölçütleri baz alındığında incelenen tüm rezerv yöntemlerinin son birkaç kaza yılına kadar birbirlerine yakın sonuçlar verdiği görülmektedir.

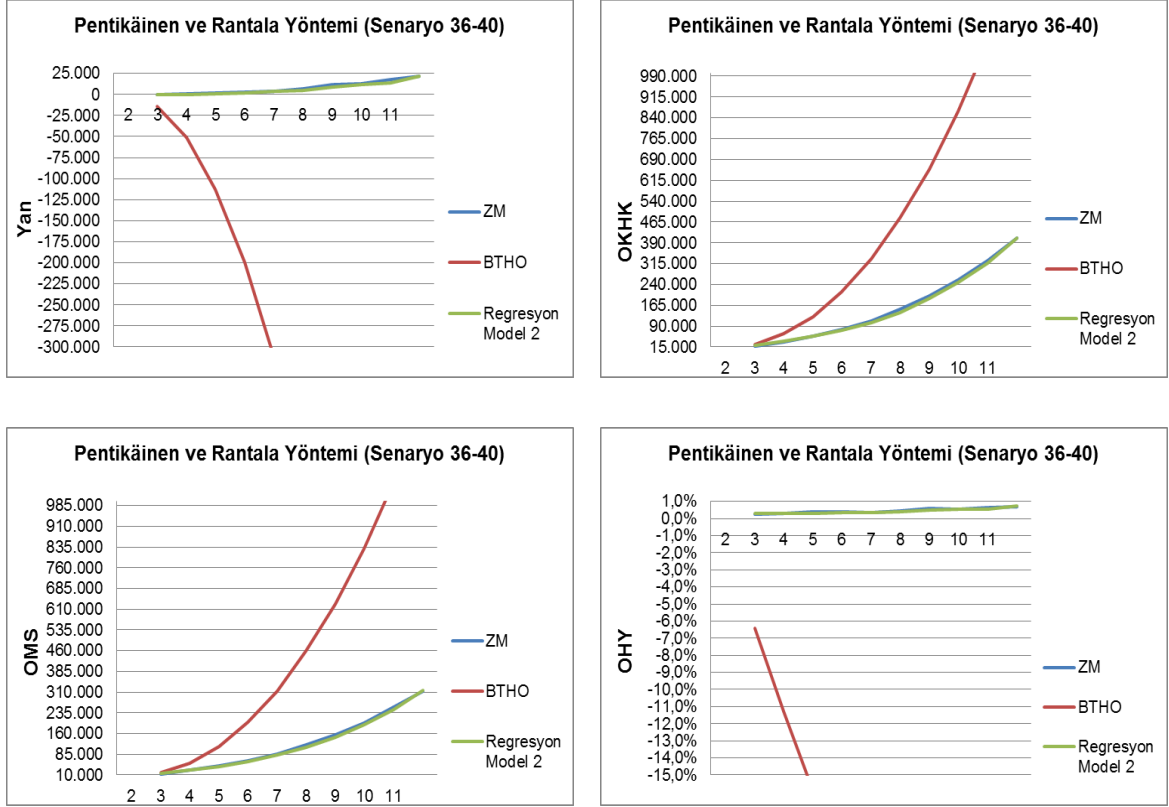
Bireysel hasar tutarlarının 5.000 ortalama ve 8660 standart sapma ile Pareto dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 31-35 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.7.'de verilmiştir.



Şekil 5.7. Senaryo 31-35 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.7.'den değişen tutarlı bireysel hasarlar benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde OKHK ve OMS ölçütleri baz alındığında son birkaç kaza yılına kadar tüm yöntemlerin hemen hemen aynı sonuç verdiği görülmekle birlikte, ZM yönteminin genel olarak en iyi performans gösteren hasar rezerv yöntemi olduğu söylenebilir.

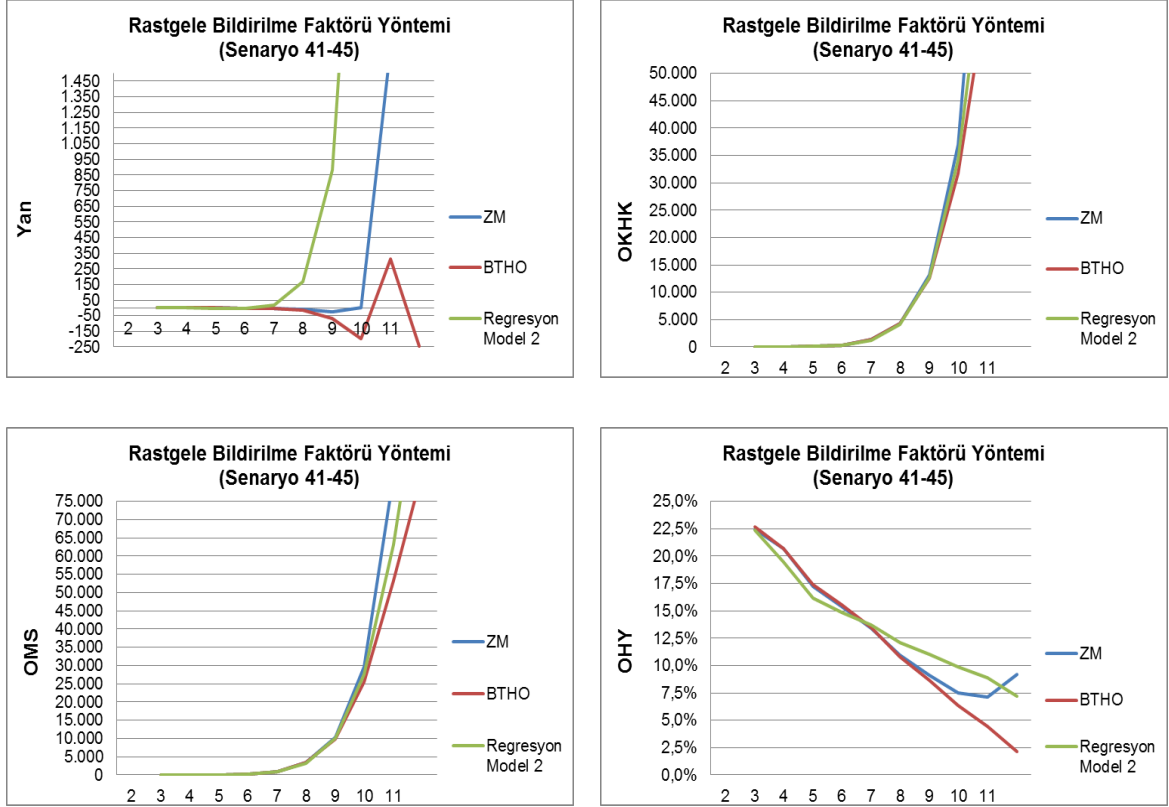
Bildirilme yapısının artan oranlar biçiminde olduğu durumları içeren Senaryo 36-40 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.8.'de verilmiştir.



Şekil 5.8. Senaryo 36-40 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.8.'den Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde tüm kaza yılları ve bütün ölçütler için ZM yöntemi ve Model 2'nin birbirlerine çok yakın değerler verdiği görülmektedir. İncelenen bu senaryolar için BTHO yönteminin tercih edilemeyeceği açıktır.

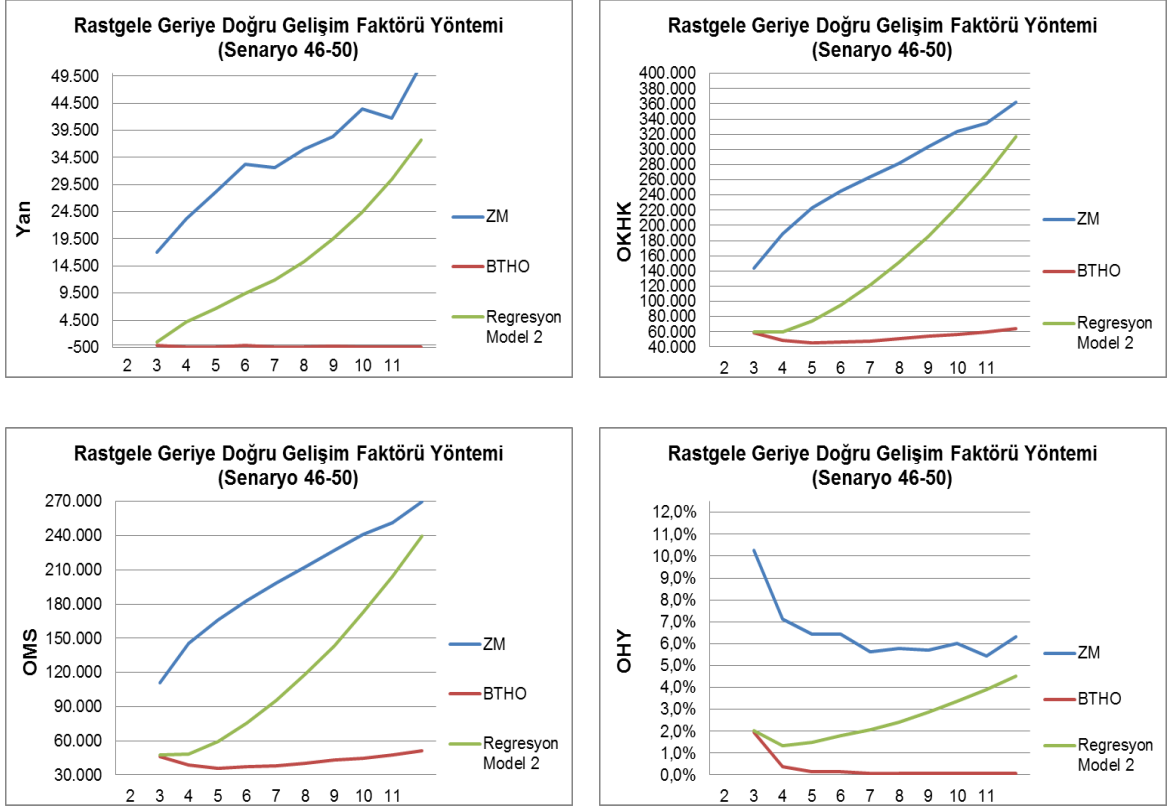
Bireysel hasar tutarlarının 500 ortalama ve 150 standart sapma ile lognormal dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 41-45 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.9.'da verilmiştir.



Şekil 5.9. Senaryo 41-45 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.9.'dan rastgele bildirilme faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde BTHO yönteminin diğer yöntemlere göre genel olarak daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. OKHK, OMS ve OHY ölçütleri için son birkaç kaza yılına kadar tüm rezerv yöntemlerinin yakın sonuçlar verdiği söylenebilir.

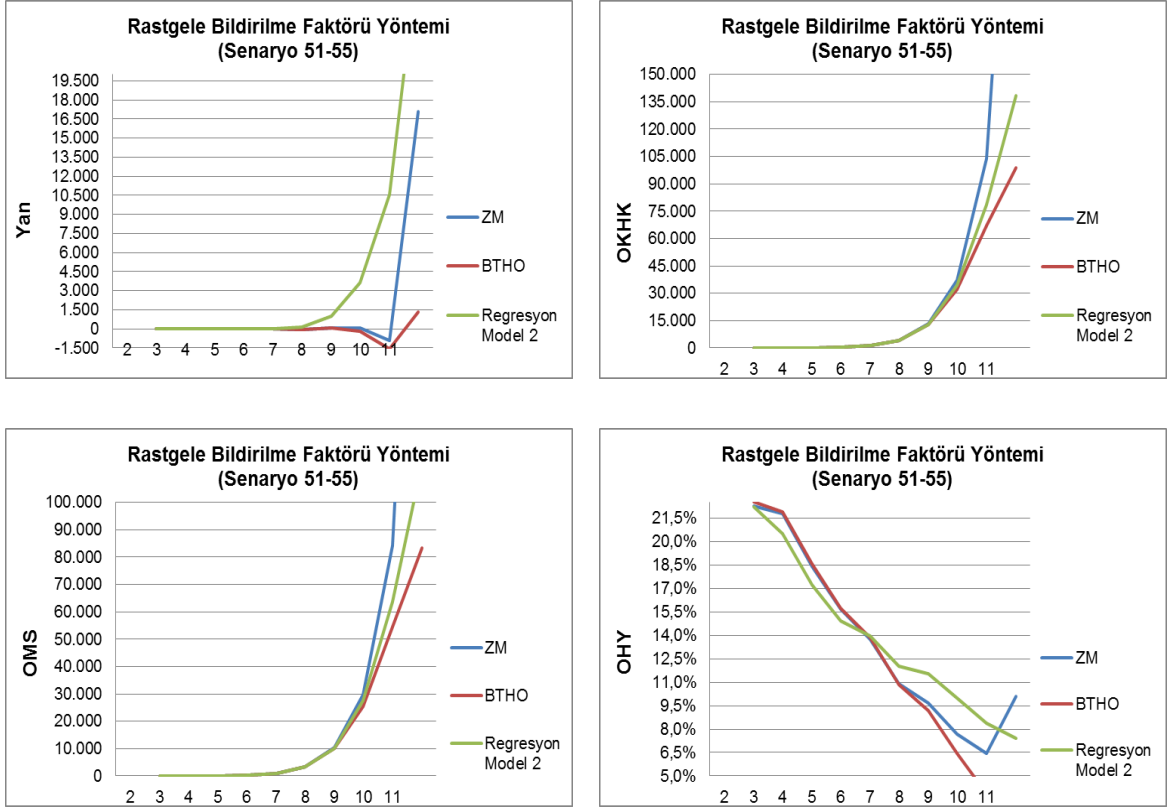
Bireysel hasar tutarlarının 500 ortalama ve 150 standart sapma ile lognormal dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 46-50 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.10.'da verilmiştir.



Şekil 5.10. Senaryo 46-50 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.10.'dan rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde tüm kaza yılları için, toplam hasar rezervinde olduğu gibi, BTHO yönteminin daha iyi performans gösterdiği; ZM yönteminin ise diğer iki yöntemle göre performansının oldukça düşük olduğu görülmektedir.

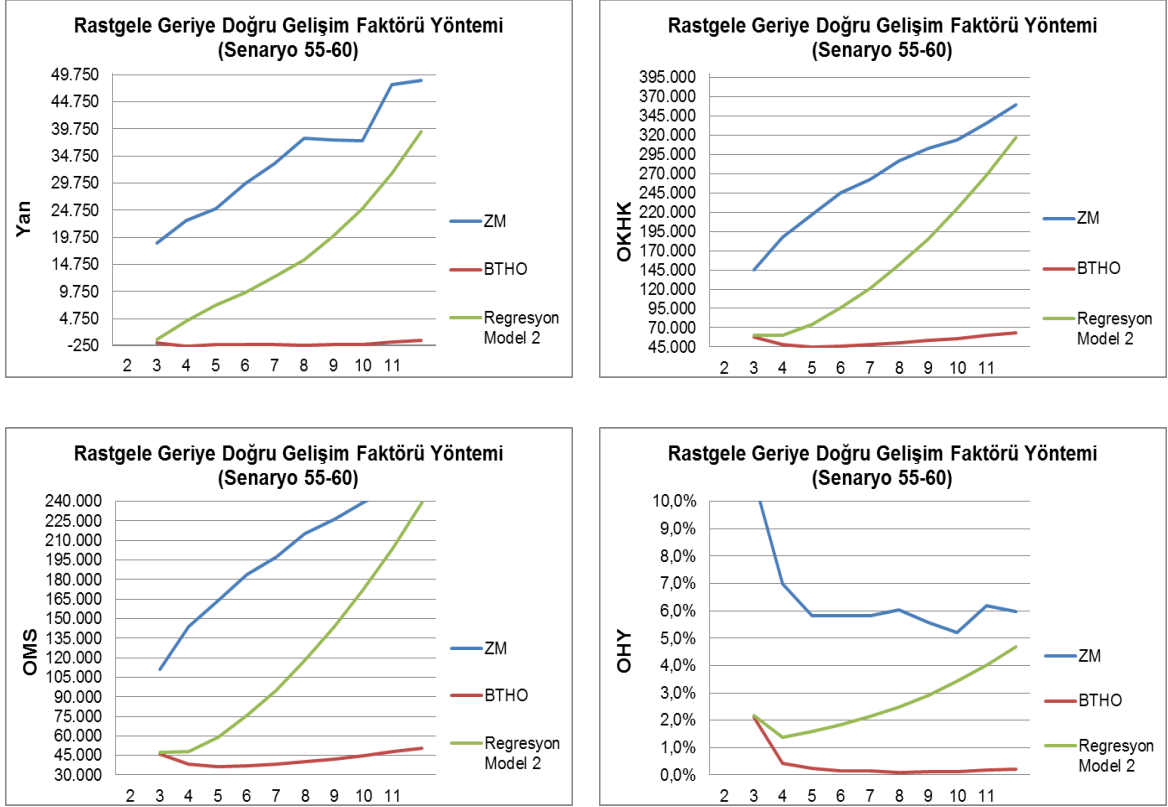
Bireysel hasar tutarlarının 500 ortalama ve 150 standart sapma ile gamma dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 51-55 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.11.'de verilmiştir.



Şekil 5.11. Senaryo 51-55 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.11.'den rastgele bildirilme faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde BTHO yönteminin genel olarak daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. OKHK, OMS ve OHY ölçütleri baz alındığında son birkaç kaza yılına kadar üç yöntemin de yakın sonuçlar verdiği söylenebilir.

Bireysel hasar tutarlarının 500 ortalama ve 150 standart sapma ile gamma dağılımlı olduğu durumları içeren Senaryo 56-60 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin, performans ölçütlerine göre karşılaştırılması Şekil 5.12.'de verilmiştir.



Şekil 5.12. Senaryo 56-60 için kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performans ölçütlerine göre karşılaştırılması

Şekil 5.12.'den rastgele geriye doğru gelişim faktörü benzetim yöntemine göre kaza yıllarına ilişkin hasar rezervlerinin performansı incelendiğinde tüm kaza yılları için, toplam hasar rezervinde olduğu gibi, BTHO yönteminin daha iyi performans gösterdiği; ZM yönteminin performansının ise diğer iki yöntemle göre oldukça düşük olduğu görülmektedir.

6. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Benzetim yöntemleri ve hasar rezerv yöntemlerinin kombinasyonlarıyla yapılan uygulama ile; bireysel hasar tutarlarının lognormal dağılımlı olduğu durumda BTHO yöntemi ve Model 2'nin hasar rezervi tahmininde daha iyi performans gösterdiği, hasar tutarları düşük olduğunda ise BTHO yönteminin tercih edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Bireysel hasar tutarlarının gamma dağılımına sahip olduğu durumda da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bireysel hasar tutarlarının Pareto dağılımlı olduğu durumda ise Model 3'ün ve çok düşük yan değerleri üreten BTHO yönteminin performanslarının yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, toplam hasarların bir kaza yılından diğerine büyüme göstereceği varsayımına dayanan Pentikäinen ve Rantala benzetim yöntemine göre hasar rezervi tahmininde en iyi performans gösteren yöntemin ZM yöntemi olduğu söylenebilir.

Sigortacının portföyüne ve rekabet içinde bulunduğu ortamın koşullarına uygun olan hasar rezerv yöntemini seçmesi gerektiğinden; ödenmemiş hasarların tahmininde kullanılan yöntemlerin portföye ilişkin bilgileri analize katıp katmadığı büyük önem taşımaktadır. Örneğin, geleneksel zincir merdiven yöntemi kullanılırken çevresel faktörler de dikkate alınmalıdır. Gelişim faktörleri farklı ağırlıklandırmalar kullanılarak çeşitlendirilebilir ve bunlar arasından portföye uygun olan gelişim faktörleri seçilebilir. Pentikäinen ve Rantala yöntemi dışında kullanılan benzetim yöntemlerinde enflasyon oranının sabit olduğu varsayılmış ve riske maruz birim sayısına ilişkin herhangi bir bilgi analize katılmamıştır. Riske maruz birim sayısında ve enflasyon oranında gelecekte meydana gelebilecek değişiklikler, hasar gelişim üçgeninin yapısını değiştirebilir. Bu durumların ortaya çıkması halinde; portföyün durağan olduğu varsayımının yapıldığı ZM yöntemiyle tahmin edilen rezerv, meydana gelebilecek hasarların karşılanmasında yetersiz kalabilir.

Hasar rezervinin tahmininde kullanılan regresyon modellerinin genel olarak iyi performans gösterdiği yapılan analizler sonucu ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada literatürde daha önce denenmiş modeller kullanılmıştır, ancak incelenen veri seti analiz edilerek regresyon modellerinin yapısı genişletilebilir. Veriye uygun regresyon modeli belirlendikten sonra, ödenmemiş hasarı karşılamak için gerekli olan hasar rezerv tahmininin elde edilmesi gerekir.

Bu çalışmada sadece hasar bilgisi üreten benzetim yöntemleri kullanıldığından, sadece hasar tutarı bilgisine dayalı hasar rezerv yöntemlerinin performansları değerlendirilmiştir. Yıllar itibarıyla kazanılan prim, hasar sayısı gibi bilgileri de kullanan hasar rezerv yöntemlerinin performanslarının incelenebileceği benzetim modelleri geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Boles T., Staudt A. (2010), On the Accuracy of Loss Reserving Methodology, CAS E-Forum Fall 2010, pp. 43-104.
- Bradu D., Mundlak Y. (1970), Estimation in Lognormal Linear Models, JASA Vol. 6, pp. 198-211.
- Brown R. L. (1993), Introduction to Ratemaking and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance, ACTEX Publications.
- Bühlmann H. (1983), Estimation of IBNR Reserves by the Methods of Chain-Ladder, Cape-Cod, and Complementary Loss Ratio, International Summer School 1983, Unpublished.
- Bühlmann H., Schnieper R., Straub E. (1980), Claims Reserves in Casualty Insurance Based on a Probabilistic Model, Mitt. SVVM 80, pp. 21-45.
- Choy S. T. B., Chan J. S. K., Makov U. E. (2007), Model Selection for Loss Reserves: The Growing Triangle Technique., Life&Pensions.
- Dağlıoğlu S. (2008), Bağımlı Risklerin Çoklu Zaman Serisi Modeli, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- England P. D., Verrall R. J. (2002), Standard Errors of Prediction in Claims Reserving: A Comparison of Methods, General Insurance Convention & Astin Colloquium, London: Institute of Actuaries, Vol. 1, pp. 459-478.
- Finney D. J. (1941), On the Distribution of a Variate Whose Logarithm is Normally Distributed, JRSS Suppl. 7, pp. 155-161.
- Friedland J. (2009), Estimating Unpaid Claims Using Basic Techniques, CAS-FCAS, KPMG LLP, Version II.
- Jing Y., Lebens J., Lowe S. (2009), Claim Reserving: Performance Testing and the Control Cycle, CAS: Variance Advancing the Science of Risk, Vol. 3 Issue 2.

- Khury C. K. (1980), Loss reserves: Performance Standards. , Proc. CAS 67, pp. 1-21.
- Klugman S. A., Panjer H. H., Willmot G. E. (2008), Loss Models: From Data to Decisions, John Wiley&Sons Ltd.
- Kremer E. (1982), IBNR Claims and the Two-way Model of ANOVA, Scand. Actuar. J., pp. 47-55.
- Mack T. (1993), Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain-Ladder Reserve Estimates, ASTIN Bull. 23, pp. 213-225.
- Mack T. (1999), The Standard Error of Chain-Ladder Reserve Estimates: Recursive Calculation and Inclusion of a Tail Factor, ASTIN Bull. 29, pp. 361-366.
- Mahon M. J. (1997), The Scorecard System, CAS Forum Summer 1997, Vol. 1, pp. 97-135.
- Miller I., Miller M. (2004), John E. Freund's Mathematical Statistics with Applications, 7th Edition, Prentice Hall, NJ.
- Narayan P., Warthen T. V. (2000), A Comparative Study of the Performance of Loss Reserving Methods Through Simulation: Journal of Actuarial Practice, Vol. 8.
- Pentikäinen T., Rantala J. (1992), A Simulation Procedure for Comparing Different Claims Reserving Methods, ASTIN Bull, Vol. 22, No. 2, pp. 191-216.
- Renshaw A. E., Verrall R. J. (1998), A Stochastic Model Underlying the Chain-Ladder Technique, British Actuarial Journal, Vol. 4, pp. 903-923.
- Rollins J. W. (1997), Performance Testing Aggregate and Structural Reserving Methods: A Simulation Approach, CAS Forum Summer 1997, Vol. 1, pp. 137-173.
- Schmidt K. D., Zocher M. (2008), The Bornhuetter-Ferguson Principle, CAS: Variance Advancing the Science of Risk, Vol. 3 Issue 2.

- Schnieper, R. (1991), Separating true IBNR and IBNER claims, ASTIN Bull. 21, pp. 111-127.
- Skurnick D. (1973), A Survey of Loss Reserving Methods, CAS Proceedings May 1973, Vol. 60, pp. 16-58.
- Stanard J. N. (1985), A Simulation Test of Prediction Errors of Loss Reserving Techniques, CAS Proceedings May 1985, Vol. 72, pp. 124-148.
- Taylor G. C. (2000), Loss Reserving : An Actuarial Perspective, Boston-Dordrecht-London: Kluwer.
- Tsay R. S. (2005), Analysis of Financial Time Series, John Willey&Sons Ltd.
- Verrall R. J. (1991), On the Unbiased Estimation of Reserves from Loglinear Models, Insurance: Mathematics and Economics, 10, 1, pp. 75-80.
- Verrall R. J. (1994), Statistical Methods for the Chain Ladder Technique, CAS Forum Spring 1994, pp. 393-446.
- Verrall R. J. (2000), An Investigation into Stochastic Claims Reserving Models and the Chain-ladder Technique, Insurance Math. Econom. 26, pp. 91-99.
- Wiser R. F. (2001), Loss reserving, Revised And Updated By Jo Ellen Cockley and Andrea Gardner, In: Foundations of Casualty Actuarial Science, New York, pp. 197-285
- Wüthrich M. V, Merz M. (2008), Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance, John Willey&Sons Ltd.

EKLER DİZİNİ

Sayfa

EK 1. Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemine Göre $X_{i,k,1}$, $X_{i,k,2}$, $X_{i,k,3}$ ve $\hat{C}_{i,k,j}$ 'lerin Elde Edilmesi.....	62
EK 2. Ototregresif Modeller (Pentikäinen ve Rantala yöntemi).....	65
EK 3. Regresyon Modelleri için X Tasarım Matrisleri.....	66
EK 4. Toplam hasar rezervinin performansı (1.000 iterasyon)	69
EK 5. Toplam hasar rezervinin performansı (5.000 iterasyon)	71

EK 1. Değişen Tutarlı Bireysel Hasarlar Yöntemine Göre $X_{i,k,1}$, $X_{i,k,2}$, $X_{i,k,3}$ ve $\hat{C}_{i,k,j}$ 'lerin Elde Edilmesi

Bir X rastlantı değişkeni λ ve θ parametreleriyle Pareto dağılımına sahipse, dağılım fonksiyonu;

$$\Pr(X \leq x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{x + \lambda} \right)^\theta; x > 0$$

biçimindedir (Klugman et al., 2008). Bu durumda,

$U_{i,k} = 1 - \left(1 + \frac{C_{i,k}}{\lambda} \right)^{-\theta}$ eşitliği; bir hasar tutarının $C_{i,k}$ 'dan küçük veya $C_{i,k}$ 'ya eşit olması olasılığını vermektedir. Dolayısıyla, $C_{i,k}$ gibi bir hasar tutarını aşan bir hasarın meydana gelmesi olasılığı $(1 - U_{i,k})$ 'dır.

$k = 1, 2, \dots, N_i$ için, i kaza yılındaki k 'inci hasar olan $C_{i,k}$, kaza yılının başlangıcından hasar kapatılana kadar üç rastgele süreçten geçmektedir. $X_{i,k,1}$ r.d. hasarın meydana gelme (ortaya çıkma) tarihini; $X_{i,k,2}$ r.d. hasarın bildirilme gecikmesini ve $X_{i,k,3}$ r.d. hasarın kapatılma gecikmesini göstermektedir.

Bir hasarın nihai değerinin hasar gerçekleştikten sonraki n yıl içerisinde bilinmesi gerektiğinden, $X_{i,k,1} + X_{i,k,2}$ ve $X_{i,k,1} + X_{i,k,2} + X_{i,k,3}$ değerleri (bildirilme tarihi ve kapatılma tarihi) n 'yi aştığı zaman n 'de kesilmektedir. Bu varsayım, her bir hasar için gecikmeler $j = 1, 2, \dots, n$ olacak şekilde hasar tutarılarının oluşmasını sağlamaktadır. Negatif olmayan $r_{i,k}$ ve $R_{i,k}$ tamsayıları; $\lfloor x \rfloor$, x 'ten küçük veya x 'e eşit en büyük tamsayıyı göstermek üzere,

$$r_{i,k} = \min \left\{ \lfloor (X_{i,k,1} + X_{i,k,2}) \rfloor, n \right\}$$

$$R_{i,k} = \min \left\{ \lfloor (X_{i,k,1} + X_{i,k,2} + X_{i,k,3}) \rfloor, n \right\}$$

biçiminde tanımlanmaktadır. O halde, i kaza yılındaki k 'inci hasar $i+r_{i,k}$ takvim yılında bildirilmekte ve $i+R_{i,k}$ takvim yılında kapatılmaktadır. $\lambda = \lambda(1)$ ve $\theta = \theta(1)$ olmak üzere; i kaza yılında meydana gelen k 'inci bireysel hasar için j gelişim yılındaki $\hat{C}_{i,k,j}$ hasar tutarı tahmini,

$$\hat{C}_{i,k,j} = \begin{cases} 0 & ; j = 1, 2, \dots, r_{i,k} \\ \lambda(j) \left[\frac{1}{(1-U_{i,k})^{1/\theta(j)}} - 1 \right] & ; j = r_{i,k} + 1, \dots, R_{i,k} \\ \lambda(R_{i,k} + 1) \left[\frac{1}{(1-U_{i,k})^{1/\theta(R_{i,k}+1)}} - 1 \right] & ; j = R_{i,k} + 1, \dots, n \end{cases}$$

olarak ifade edilmektedir. Burada 'Veri Seti 3' için $\lambda(j) = 50(20 + j - 1)(1,06)^{j-1}$ ve $\theta(j) = (50 - (j - 1)) / 20$, 'Veri Seti 4' için ise $\lambda(j) = 500(20 + j - 1)(1,06)^{j-1}$ ve $\theta(j) = (60 - (j - 1)) / 20$ olarak alınmaktadır. Bu eşitliğe göre; eğer bir hasar j gecikmesinde kapatılmışsa, $\hat{C}_{i,k,j}$ daha sonraki değerlemelerde sabit kalacaktır.

$j = r_{i,k} + 1, \dots, R_{i,k}$ için j değeri arttıkça $\hat{C}_{i,k,j}$ 'nin değerinin de artacağı görülmektedir. $\hat{C}_{i,k,j}$ 'nin hesaplanması için kullanılan işlemin asıl amacı aşamalı hasarların pozitif olmasını sağlamaktır. Diğer taraftan $j = r_{i,k} + 1, \dots, R_{i,k}$ için;

$$\hat{C}_{i,k,j} = \lambda(j) \left[\frac{1}{(1-U_{i,k})^{1/\theta(j)}} - 1 \right]$$

eşitliği, Pareto dağılımına ait riske maruz değer (Value-at-Risk) hesabına benzemektedir.

X bir rastgele hasar değişkeni olsun. X 'in % 100 p seviyesindeki riske maruz değeri $\text{VaR}_p(X)$ ile gösterildiğinde, X 'in $\text{VaR}_p(X)$ seviyesini aşması olasılığı

$$P(X > \text{VaR}_p(X)) = 1 - p$$

olarak yazılabilir.

λ ve θ parametrelili Pareto dağılımı için riske maruz değer,

$$\text{VaR}_p(X) = \lambda \left[(1-p)^{-1/\theta} - 1 \right]$$

olarak hesaplanmaktadır (Klugman et al., 2008).

O halde; bir hasar tutarının $U_{i,k}$ olasılığıyla en büyük $\hat{C}_{i,k,j}$ miktarında olabileceği söylenebilir. Diğer bir ifade ile, $\hat{C}_{i,k,j}$ hasar tutarını aşan bir hasarın meydana gelmesi olasılığı $(1-U_{i,k})$ 'dir. Sonuç olarak; hem aşamalı hasarların pozitif olmasını sağladığı, hem de riske ilişkin en sık kullanılan risk ölçütlerinden biri olduğu için $\hat{C}_{i,k,j}$ 'nin hesaplanmasında riske maruz değer ölçütü kullanılmıştır.

EK 2. Otoregresif Modeller (Pentikäinen ve Rantala yöntemi)

İstatistikte otoregresif (autoregressive) model (AR modeli), çeşitli olayları modellemek ve tahmin etmek için kullanılan rastgele bir süreçtir. Otoregresif model, bir sistemin çıktılarını önceki çıktılara dayalı olarak tahmin eden doğrusal bir yapıya sahiptir.

Pentikäinen ve Rantala yönteminde kullanılan AR(1) modeli, 1'inci mertebeden otoregresif model olup $r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + a_t$ biçiminde gösterilmektedir. Burada ϕ_0 sabit parametre, ϕ_1 model parametresidir. $\{a_t\}$ 'nin ise sıfır ortalama ve σ_a^2 varyansına sahip 'akgürültü (white noise)' serisi olduğu varsayılmıştır (Tsay, 2005). Akgürültü serisi rastlantısal hareketlere sahip modellenemez bir seridir (Dağlıoğlu, 2008). Otoregresif model r_t 'nin bağımlı değişken ve r_{t-1} 'in ise açıklayıcı değişken olduğu bilinen basit doğrusal regresyon modeliyle aynı biçime sahiptir. Bu çalışmada kullanılan AR modelleri ise,

$$q(i, j) = 0,4 + 0,6q(i, j-1) + \varepsilon_{i,j}; \varepsilon_{i,j} \sim N(0;0,05)$$

ve

$$\delta(k+1) = \max[0,03; 0,06 + 0,7(\delta(k) - 0,06) + w_k]; w_k \sim N(0;0,015)$$

biçimindedir.

EK 3. Regresyon Modelleri için X Tasarım Matrisleri

Regresyon Yöntemleri – Model 1

	μ	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}	β_{11}	
$X_{1,1}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{1,2}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{1,3}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.
.
.
$X_{1,11}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$X_{2,1}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{2,2}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{2,3}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.
.
.
$X_{2,10}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$X_{3,1}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{3,2}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{3,3}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.
.
.
$X_{3,9}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
.
.
.
$X_{10,1}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{10,2}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{11,1}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Regresyon Yöntemleri – Model 2

	μ	α	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}	β_{11}
$X_{1,1}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{1,2}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{1,3}$	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
.
.
.
$X_{1,11}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$X_{2,1}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{2,2}$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{2,3}$	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
.
.
.
$X_{2,10}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$X_{3,1}$	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{3,2}$	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{3,3}$	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
.
.
.
$X_{3,9}$	1	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
.
.
.
$X_{10,1}$	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{10,2}$	1	9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$X_{11,1}$	1	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Regresyon Yöntemleri – Model 3

	μ	α	β	γ
$X_{1,1}$	1	0	0	0
$X_{1,2}$	1	0	1	ln 2
$X_{1,3}$	1	0	2	ln 3
.
.
.
$X_{1,11}$	1	0	10	ln 11
$X_{2,1}$	1	1	0	0
$X_{2,2}$	1	1	1	ln 2
$X_{2,3}$	1	1	2	ln 3
.
.
.
$X_{2,10}$	1	1	9	ln 10
$X_{3,1}$	1	2	0	0
$X_{3,2}$	1	2	1	ln 2
$X_{3,3}$	1	2	2	ln 3
.
.
.
$X_{3,9}$	1	2	8	ln 9
.
.
.
$X_{10,1}$	1	9	0	0
$X_{10,2}$	1	9	1	ln 2
$X_{11,1}$	1	10	0	0

EK 4. Toplam hasar rezervinin performansı (1.000 iterasyon)

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 1-5)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.104.617; Std. Sapma=242.800					
Yan	-13.729	4.248	174.282	70.168	113.730
OKHK	377.637	267.471	596.073	343.100	370.992
OMS	307.834	208.405	451.802	266.171	286.757
OHY	2,04%	4,91%	19,12%	10,58%	14,72%
r	0,19	0,04	0,19	0,13	0,12
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 6-10)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.362.250; Std. Sapma=679.305					
Yan	334.939	69.965	393.742	32.171	22.870.970
OKHK	1.786.313	1.843.728	1.927.592	1.706.496	23.515.650
OMS	1.366.386	1.339.480	1.475.064	1.294.718	22.870.970
OHY	5,39%	2,03%	6,34%	0,80%	360,17%
r	0,34	0,06	0,31	0,28	0,47
Değişen Tutarlı Bireysel Rezervlar Yöntemi (Senaryo 11-15)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=655.150; Std. Sapma=45.397					
Yan	3.322	295	19.354	3.548	2.058
OKHK	87.467	76.654	99.348	80.569	69.323
OMS	63.853	53.088	72.440	56.546	54.491
OHY	0,79%	0,45%	3,23%	0,84%	0,59%
r	0,21	0,09	0,20	0,21	0,28
Pentikâinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 16-20)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=5.515.433; Std. Sapma=715.190					
Yan	33.009	-1.789.867	788.813	36.738	111.789
OKHK	338.891	1.850.500	928.710	356.146	379.095
OMS	265.564	1.789.867	797.884	279.789	295.706
OHY	0,51%	-31,98%	13,99%	0,58%	1,94%
r	0,91	0,87	0,91	0,91	0,91
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 21-25)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.109.018; Std. Sapma=256.202					
Yan	19.223	10.620	227.404	78.716	124.430
OKHK	378.778	278.558	628.474	361.582	390.596
OMS	301.746	223.157	475.785	283.709	303.744
OHY	4,79%	6,34%	23,20%	12,01%	16,37%
r	0,29	0,08	0,27	0,16	0,14
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 26-30)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.355.794; Std. Sapma=648.278					
Yan	296.227	41.173	342.625	21.002	23.253.110
OKHK	1.720.733	1.757.308	1.858.663	1.660.632	23.923.570
OMS	1.353.682	1.391.008	1.439.022	1.300.830	23.253.110
OHY	4,63%	1,64%	5,38%	0,46%	366,39%
r	0,38	0,03	0,35	0,32	0,46

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Değişen Tutarlı Bireysel Rezervlar Yöntemi (Senaryo 31-35)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=7.333.712; Std. Sapma=417.780					
Yan	54.223	-13.152	246.714	71.130	-22.664
OKHK	710.453	647.039	842.162	623.716	607.334
OMS	563.036	517.783	656.783	496.650	485.987
OHY	0,90%	0,11%	3,52%	1,13%	-0,15%
r	0,30	0,08	0,29	0,35	0,35
Pentikäinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 36-40)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=14.650.667; Std. Sapma=1.962.261					
Yan	31.947	-5.021.048	169.987	14.191	58.795
OKHK	1.234.821	5.184.741	1.305.601	1.290.202	1.308.129
OMS	978.725	5.021.048	1.023.899	1.017.671	1.026.155
OHY	0,03%	-33,83%	1,01%	-0,04%	0,27%
r	0,87	0,83	0,86	0,86	0,85
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 41-45)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.117.086; Std. Sapma=118.399					
Yan	10.533	-2.774	190.392	46.020	81.833
OKHK	363.806	130.862	557.762	207.909	230.871
OMS	305.738	104.741	455.623	165.140	182.301
OHY	3,79%	0,86%	21,15%	5,68%	8,98%
r	-0,65	0,03	-0,66	-0,30	-0,31
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 46-50)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.356.254; Std. Sapma=86.037					
Yan	439.967	4.693	456.892	221.725	22.688.080
OKHK	1.856.142	466.553	1.976.519	1.505.205	23.225.390
OMS	1.407.880	364.889	1.469.580	1.163.457	22.688.080
OHY	6,99%	0,11%	7,24%	3,51%	357,22%
r	-0,12	-0,22	-0,09	-0,02	-0,19
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 51-55)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.109.643; Std. Sapma=114.885					
Yan	25.629	2.149	206.954	48.789	83.794
OKHK	349.913	127.921	539.458	200.248	222.376
OMS	288.284	103.560	436.121	161.942	180.069
OHY	4,92%	1,23%	22,38%	5,80%	9,04%
r	-0,61	0,06	-0,63	-0,24	-0,25
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 56-60)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.356.256; Std. Sapma=89.645					
Yan	338.366	-9.284	399.070	170.014	22.681.800
OKHK	1.802.108	469.248	1.977.998	1.568.931	23.245.770
OMS	1.387.516	374.046	1.505.394	1.216.452	22.681.800
OHY	5,38%	-0,11%	6,35%	2,70%	357,13%
r	-0,10	-0,18	-0,11	0,00	-0,18

EK 5. Toplam hasar rezervinin performansı (5.000 iterasyon)

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 1-5)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.110.663; Std. Sapma=252.223					
Yan	19.148	3.570	221.441	74.731	118.465
OKHK	384.609	273.270	631.842	347.265	375.034
OMS	304.480	208.167	470.355	267.596	288.150
OHY	4,60%	4,83%	22,77%	10,89%	15,01%
r	0,29	0,10	0,26	0,17	0,16
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 6-10)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.375.108; Std. Sapma=697.803					
Yan	328.858	-11.337	413.475	44.191	22.971.280
OKHK	1.799.143	1.870.397	1.972.944	1.707.685	23.657.240
OMS	1.369.005	1.314.220	1.482.694	1.312.550	22.971.280
OHY	5,20%	0,85%	6,51%	0,93%	360,92%
r	0,37	0,03	0,36	0,31	0,47
Değişen Tutarlı Bireysel Rezervlar Yöntemi (Senaryo 11-15)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=655.099; Std. Sapma=45.902					
Yan	975	132	17.126	2.212	1.850
OKHK	79.603	70.917	89.676	70.409	68.502
OMS	61.952	54.398	69.303	55.111	53.805
OHY	0,43%	0,45%	2,88%	0,63%	0,57%
r	0,24	0,05	0,24	0,24	0,26
Pentikâinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 16-20)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=5.504.629; Std. Sapma=719.497					
Yan	16.306	-1.786.200	765.523	20.020	94.501
OKHK	351.699	1.846.434	922.364	378.930	398.363
OMS	273.702	1.786.200	776.726	293.848	307.162
OHY	0,18%	-31,98%	13,55%	0,26%	1,61%
r	0,91	0,87	0,91	0,90	0,90
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 21-25)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.112.347; Std. Sapma=261.995					
Yan	17.737	-2.616	232.386	82.877	129.601
OKHK	382.741	287.812	652.606	372.245	402.133
OMS	305.628	227.856	480.411	288.833	309.788
OHY	4,54%	5,33%	23,40%	12,59%	17,00%
r	0,32	0,05	0,29	0,15	0,14
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 26-30)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.366.634; Std. Sapma=664.007					
Yan	334.639	22.243	390.216	68.838	23.177.810
OKHK	1.802.399	1.823.289	1.945.559	1.761.057	23.857.510
OMS	1.372.907	1.422.458	1.470.293	1.362.297	23.177.810
OHY	5,34%	1,35%	6,25%	1,28%	364,69%
r	0,34	0,04	0,31	0,30	0,45

Performans Ölçütleri	Hasar Rezerv Yöntemleri				
	ZM	BTHO	Regresyon		
			Model 1	Model 2	Model 3
Değişen Tutarlı Bireysel Rezervlar Yöntemi (Senaryo 31-35)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=7.293.844; Std. Sapma=399.956					
Yan	20.980	6.157	199.916	49.350	-42.269
OKHK	705.690	616.744	824.093	619.801	601.699
OMS	562.435	491.676	645.349	494.366	481.661
OHY	0,43%	0,34%	2,87%	0,82%	-0,44%
r	0,30	0,11	0,29	0,33	0,34
Pentikäinen ve Rantala Yöntemi (Senaryo 36-40)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=14.681.839; Std. Sapma=2.097.294					
Yan	93.079	-5.029.551	243.475	87.240	134.913
OKHK	1.345.928	5.212.671	1.434.916	1.415.896	1.438.357
OMS	1.043.773	5.029.551	1.100.324	1.092.047	1.105.630
OHY	0,44%	-33,76%	1,47%	0,43%	0,75%
r	0,87	0,83	0,86	0,85	0,85
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 41-45)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.111.587; Std. Sapma=118.259					
Yan	21.331	2.641	203.591	48.607	83.499
OKHK	367.174	131.879	566.784	205.183	227.353
OMS	305.368	107.289	455.706	165.467	181.693
OHY	4,79%	1,37%	22,44%	5,89%	9,12%
r	-0,63	0,03	-0,65	-0,25	-0,27
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 46-50)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.355.585; Std. Sapma=88.054					
Yan	331.638	-572	403.115	152.900	22.742.400
OKHK	1.759.694	469.887	1.884.746	1.443.324	23.253.370
OMS	1.346.311	369.780	1.438.003	1.120.921	22.742.400
OHY	5,28%	0,03%	6,40%	2,42%	358,10%
r	-0,11	-0,20	-0,10	0,01	-0,17
Rastgele Bildirme Faktörü Yöntemi (Senaryo 51-55)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=1.113.388; Std. Sapma=119.619					
Yan	13.510	107	190.624	47.057	81.687
OKHK	365.877	132.050	556.298	204.306	225.720
OMS	302.833	107.438	446.441	164.483	180.841
OHY	4,09%	1,14%	21,22%	5,74%	8,94%
r	-0,64	0,05	-0,65	-0,25	-0,26
Rastgele Geriye Doğru Gelişim Faktörü Yöntemi (Senaryo 56-60)					
Gerçek Toplam Rezerv: Ortalama=6.356.642; Std. Sapma=90.407					
Yan	394.396	12.639	456.671	197.566	22.762.490
OKHK	1.786.757	467.809	1.937.808	1.481.708	23.297.640
OMS	1.375.301	370.476	1.473.534	1.141.814	22.762.490
OHY	6,28%	0,24%	7,25%	3,13%	358,37%
r	-0,13	-0,24	-0,11	0,00	-0,17

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ezgi NEVRUZ

Doğum Yeri : Kırşehir

Doğum Yılı : 1986

Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise : 2001 - 2004 Hacı Malike Mehmet Bileydi Anadolu Lisesi

Lisans : 2004 - 2009 Hacettepe Üniversitesi Aktüerya Bilimleri Bölümü

Yabancı Dil : İngilizce

İş Tecrübesi:

2011 - ... Hacettepe Üniversitesi Aktüerya Bilimleri Bölümü