

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ
TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN TEKNOLOJİK
PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN ÖĞRENCİ
ZORLUKLARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Esra AKKAYA

İstanbul, 2009

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ
TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN TEKNOLOJİK
PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN ÖĞRENCİ
ZORLUKLARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Esra AKKAYA

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Hatice AKKOÇ

İstanbul, 2009

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Esra AKKAYA tarafından hazırlanan MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN TEKNOLOJİK PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ başlıklı bu çalışma, 07 Ekim 2009 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürilerimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmzalar

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Hatice AKKOÇ



Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Ali DELİCE



Jüri Üyesi : Dr. Sibel YEŞİLDERE



ÖNSÖZ

Ülkeler ve insanlık için eğitimin ve okullarda eğitimi gerçekleştirmekle görevli öğretmenlerin eğitiminin ne kadar önemli olduğu aşikârdır. Yapılan bu çalışma ile bu, bir kez daha vurgulanmakta ve öğretmen eğitimi için bir pencere daha açılmaya çalışılmaktadır. Bir matematik öğretmeni olarak bu çalışmayı gerçekleştirmenin, çalışma grubumuzdaki tüm öğretmen adayı arkadaşlarım kadar beni de öğretmen yeterlilikleri konusunda geliştirdiğini ifade etmeliyim.

Böyle bir çalışma yapmama ve bir projede çalışarak birçok açıdan yeni şeyler öğrenmeme vesile olan tez danışmanım Hatice Hocama; yüksek lisansta yol arkadaşım olan, her sohbetimizden bir şeyler öğrendiğim ve projede beraber çalıştığımız Ramazan Uğurlu'ya çok teşekkür ederim.

Yüksek lisansa başlamamda ve devam ettirmemde hep yanımda olan, desteğini eksik etmeyen aynı zamanda jüri üyeliğimi de kabul eden Ali Hocama ve uzak olmasına rağmen jüriliğimi kabul eden Sibel Yeşildere'ye ayrıca teşekkür ederim.

Yüksek lisans da dâhil olmak üzere eğitim hayatımın her aşamasında desteklerini hissettiğim ve bundan sonra da yanımda olacaklarından emin olduğum annem Sevgi, babam Tahsin ve kardeşim İrem'e var oldukları ve yanımda oldukları için sonsuz teşekkür ederim. Yüksek lisansa başlamamda ve devam ettirmemde hep yanımda olan hayat arkadaşım Ahmet'e de ayrıca teşekkür ederim.

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN TEKNOLOJİK PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Çağımızda teknoloji hayatımızın her alanında kendisine yer bulmakta ve her geçen gün yaygınlaşmaktadır. Teknoloji artık bilimin bütün dallarında kullanılmakta ve sürekli olarak gelişmektedir. Teknolojideki ilerlemeler sonucu üretilen teknolojik araçlar matematikçilerin pratiklerine, araştırma yöntemlerine hatta araştırma sorularına doğrudan yön vermiş ve vermeye devam etmektedir (Artigue, 2002; akt: Akkoç, 2008b). Dolayısıyla hayatımızda kendisine önemli bir yer bulan teknolojinin matematik öğretimi üzerine ciddi bir etkisi olmuş ve özellikle son 30 yılda çeşitli teknolojik araçların matematik öğretiminde kullanılması yaygın hale gelmiştir.

Çeşitli ülkelerdeki matematik öğretim programları teknoloji ile matematik öğretiminin gerekliliğine ve önemine değinmektedir (NCTM, 1989, 1991, 2000). Ülkemizde ise Ağustos 2005'te yayınlanan yeni "Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı" bilgisayar destekli matematik öğretimini önemle vurgulanmakta ve bilgisayar destekli matematik öğretiminin bir seçenek değil, sistemi tamamlayıcı bir rol üstlenmesi gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2005).

Nitekim bilgisayar yazılımları, bilimsel ve grafik hesap makineleri gibi teknolojik araçların teknik olarak nasıl kullanıldığını bilmek, bu teknolojik araçları etkin bir şekilde kullanarak öğretim yapabilmek anlamına gelmemektedir. Bu nedenle, öğretmenlere gerek hizmet öncesi gerekse hizmet içi öğretmen eğitiminde bu teknolojik araçların teknik olarak nasıl kullanıldığını öğretmek kendi başına yeterli olmayacaktır (Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008). Bununla birlikte teknolojik

araçları kullanmanın pedagojik yönünün öğretmen ve öğretmen adayları eğitimlerinde kazandırılması gerekmektedir. Literatürde bu bilgi “Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (TPAB)” olarak tanımlanmaktadır (Pierson, 1999; Niess, 2005). Bu doğrultuda şu an TÜBİTAK tarafından desteklenen 107K531 nolu “Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojiye Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı bir Program Geliştirme” (Akkoç, 2008) başlıklı proje yürütülmektedir. Bu çalışma belirtilen projenin bir parçası olup öğretmen adaylarının TPAB’nin “öğrenci zorlukları” bileşeninde gelişimlerini incelemektedir.

Proje kapsamında hazırlanan eğitimler 2008- 2009 eğitim öğretim yılında, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Ana Bilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bölümünde öğrenim gören, Seçmeli IIA ve Özel Öğretim Yöntemleri II dersine katılan 40 öğretmen adayına verilmiştir. Bu çalışmada belirtilen öğretmen adaylarından mikro öğretim yapan beş öğretmen adayının gelişimleri derinlemesine ortaya konmaktadır.

Çalışmanın veri analizleri öğretmen adaylarının verilen eğitimler sonucunda türev kavramına yönelik TPAB’nin öğrenci zorlukları bileşeninde kayda değer bir gelişim gösterdiklerini ortaya çıkarmaktadır. Literatürde türev kavramına ilişkin bu zorluklar türev-limit, türev-eğim ve türev değişim oranı ilişkisi kurmadaki zorluklar şeklinde üç başlıkla belirtilmektedir. Eğitimler öncesinde öğretmen adayları belirtilen üç başlıkta öğrencilerin zorluk yaşayabileceklerini öngörmezken, eğitimler sonrasında öngörmektedirler. Öğrencilerin zorluk yaşamamaları amacıyla teknolojinin imkânlarından yararlanmakta ve teknolojinin kısıtlamalarını da avantaja çevirmeye çalışmaktadırlar.

ANAHTAR KELİMELER: Teknolojik pedagojik alan bilgisi; öğrenci zorlukları; matematik öğretmeni yetiştirme; türev

ABSTRACT

INVESTIGATING TECHNOLOGICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE FOR DERIVATIVE CONCEPT: KNOWLEDGE OF STUDENT DIFFICULTIES

Technological developments have been widely used in almost every area of our lives. Technology have been also used and been developing in every branch of science. Advances in technology have affected mathematicians' practices and mathematical problems to be solved (Artigue, 2002). Therefore, teaching of mathematics is affected parallel to the advances in technology.

Statements in various curriculums in different countries have emphasized the necessity and importance of teaching mathematics by using technology (NCTM, 1989, 1991, 2000). In Turkey, new mathematics curriculum which was announced in 2005 have emphasized the computer-assisted mathematics education. It states that the use of technology should have an integral role (MEB, 2005).

Therefore, training pre-service teachers and teachers to use technological tools would not be enough in and of itself. Teachers should also have the pedagogical knowledge and skills for successful technology integration. This knowledge is defined as "Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK)" in mathematics education literature (Pierson, 1999; Niess, 2005). Using this framework, a project sponsored by Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBİTAK) entitled as "Developing a program for pre-service mathematics teachers which aims to develop technological pedagogical content knowledge" with project number 107K531 (Akkoç, 2008). This thesis is part of this project and focuses on one component of TPCK, namely "knowledge of student difficulties".

Within the project, a program is designed and implemented during “Teaching Methods II” and “Technology Assisted Mathematics Education” courses in the Department of Mathematics and Science Education in Atatürk’s Faculty of Education, Marmara University. This thesis focuses on a qualitative investigation of five pre-service mathematics teachers’ development.

The analysis of data aims to reveal pre-service teachers’ development of TPCK in terms of “knowledge of students’ difficulties” component. In the literature, student difficulties with derivative concept have been investigated under three categories: derivative-limit relationship, derivative-slope relationship and derivative-rate of change relationship. Before TPCK workshops, pre-service teachers did not foresee difficulties mentioned above. However, after TPCK workshops they could both foresee and address these student difficulties. Furthermore, they effectively used computer software to address these difficulties.

KEYWORDS: Technological pedagogical content knowledge; student difficulties, mathematics teacher education; derivative

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iv
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLOLAR.....	xiii
ŞEKİLLER	xiv

BÖLÜM I

GİRİŞ	1
1.1.PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ	1
1.2.TEKNOLOJİK PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ	3
1.3.ÖĞRENCİ ZORLUKLARI.....	7
1.3.1.Öğrenci zorlukları	9
1.3.2.Öğrenci zorluklarının kaynakları	9
1.4.TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI	11
1.4.1.Türev-limit ilişkisi	12
1.4.2.Türev-eğim ilişkisi	13
1.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	14
1.5.ARAŞTIRMANIN AMACI	16
1.5.1.Araştırmanın önemi	16
1.6.ARAŞTIRMA SORULARI.....	18
1.2.SINIRLILIKLAR	19
1.3.VARSAYIMLAR.....	19

BÖLÜM II

YÖNTEM	20
2.1.ARAŞTIRMA MODELİ.....	20

2.2.ÇALIŞMA GRUBU.....	21
2.3.ÇALIŞTAYLAR.....	22
2.4.VERİ TOPLANMA SÜRECİ.....	25
2.5.VERİ TOPLAMA ARAÇLARI	26
2.5.1.Türev alan bilgisi anketi.....	26
2.5.2.Mikro öğretim gözlemi.....	27
2.5.3.Ders planı üzerine mülakat.....	27
2.5.4.Ders planı ve ders notları	29
2.6.VERİ ANALİZİ	29
2.6.1.Alt araştırma sorular ve veri kaynakları	29
2.6.1.1.Çalıştaylar öncesi türev alan ilgisi.....	29
2.6.1.2.Çalıştaylar öncesi pedagojik alan bilgisi	30
2.6.1.3.PAB çalıştayı sonrası pedagojik alan bilgisi	31
2.6.1.4.TPAB çalıştayı sonrası türev alan bilgisi	32
2.6.1.5.TPAB çalıştayı sonrası teknolojik pedagojik alan bilgisi.....	32
2.6.2.Verİ analizi	33

BÖLÜM III

BULGULAR VE YORUM	35
3.1.AHU.....	35
3.1.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi	35
3.1.1.1.Türev-limit ilişkisi.....	35
3.1.1.2.Türev-eğim ilişkisi	36
3.1.1.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	36
3.1.2.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	37
3.1.2.1.Türev-limit ilişkisi.....	37
3.1.2.2.Türev-eğim ilişkisi	37
3.1.2.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	37
3.1.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları ...	38
3.1.3.1.Türev-limit ilişkisi.....	38
3.1.3.2.Türev-eğim ilişkisi	39

3.1.3.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	40
3.1.4. PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	40
3.1.4.1. Türev-limit ilişkisi	41
3.1.4.2. Türev-eğim ilişkisi	41
3.1.4.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	41
3.1.5. PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları	41
3.1.5.1. Türev-limit ilişkisi	42
3.1.5.2. Türev-eğim ilişkisi	43
3.1.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	44
3.1.6. TPAB çalıştayı sonrası türev alan bilgisi anketi	45
3.1.6.1. Türev-limit ilişkisi	46
3.1.6.2. Türev-eğim ilişkisi	46
3.1.6.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	47
3.1.7. TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	47
3.1.7.1. Türev-limit ilişkisi	47
3.1.7.2. Türev-eğim ilişkisi	48
3.1.7.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	48
3.1.8. TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları	48
3.1.8.1. Türev-limit ilişkisi	49
3.1.8.2. Türev-eğim ilişkisi	50
3.1.8.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	52
3.2. MURAT	55
3.2.1. Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi	55
3.2.1.1. Türev-limit ilişkisi	55
3.2.1.2. Türev-eğim ilişkisi	56
3.2.1.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	56
3.2.2. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	56
3.2.2.1. Türev-limit ilişkisi	57
3.2.2.2. Türev-eğim ilişkisi	57
3.2.2.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	57

3.2.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıklar	58
3.2.3.1.Türev-limit ilişkisi.....	58
3.2.3.2.Türev-eğim ilişkisi	59
3.2.3.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	59
3.2.4.PAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	60
3.2.4.1.Türev-limit ilişkisi.....	60
3.2.4.2.Türev-eğim ilişkisi	61
3.2.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	61
3.2.5.PAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları.....	61
3.2.5.1.Türev-limit ilişkisi.....	61
3.2.5.2.Türev-eğim ilişkisi	63
3.2.5.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	64
3.2.6. TPAB çalıştay sonrası türev alan bilgisi anketi.....	65
3.2.6.1.Türev-limit ilişkisi.....	65
3.2.6.2.Türev-eğim ilişkisi	65
3.2.6.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	66
3.2.7. TPAB Çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri....	66
3.2.7.1.Türev-limit ilişkisi.....	66
3.2.7.2.Türev-eğim ilişkisi	67
3.2.7.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	67
3.2.8. TPAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları.....	67
3.2.8.1.Türev-limit ilişkisi.....	68
3.2.8.2.Türev-eğim ilişkisi	70
3.2.8.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	73
3.3.REYHAN.....	77
3.3.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi	77
3.3.1.1.Türev-limit ilişkisi.....	77
3.3.1.2.Türev-eğim ilişkisi	78
3.3.1.3.Türev-değişim oranı ilişkisi	78
3.3.2. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri.....	79

3.3.2.1. Türev-limit ilişkisi.....	79
3.3.2.2. Türev-eğim ilişkisi	79
3.3.2.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	79
3.3.3. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları.....	80
3.3.3.1. Türev-limit ilişkisi.....	80
3.3.3.2. Türev-eğim ilişkisi	81
3.3.3.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	81
3.3.4. PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	82
3.3.4.1. Türev-limit ilişkisi.....	82
3.3.4.2. Türev-eğim ilişkisi	82
3.3.4.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	83
3.3.5. PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları.....	83
3.3.5.1. Türev-limit ilişkisi.....	83
3.3.5.2. Türev-eğim ilişkisi	86
3.3.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	87
3.3.6. TPAB çalıştayı sonrası türev alan bilgisi anketi.....	89
3.3.6.1. Türev-limit ilişkisi.....	89
3.3.6.2. Türev-eğim ilişkisi	90
3.3.6.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	90
3.3.7. TPAB Çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri....	90
3.3.7.1. Türev-limit ilişkisi.....	91
3.3.7.2. Türev-eğim ilişkisi	91
3.3.7.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	92
3.3.8. TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları.....	92
3.3.8.1. Türev-limit ilişkisi.....	92
3.3.8.2. Türev-eğim ilişkisi	95
3.3.8.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	96
3.4. İLKER.....	100
3.4.1. Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi	100

3.4.1.1. Türev-limit ilişkisi.....	100
3.4.1.2. Türev-eğim ilişkisi	100
3.4.1.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	100
3.4.2. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	101
3.4.2.1. Türev-limit ilişkisi.....	101
3.4.2.2. Türev-eğim ilişkisi	102
3.4.2.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	102
3.4.3. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıklar	102
3.4.3.1. Türev-limit ilişkisi.....	102
3.4.3.2. Türev-eğim ilişkisi	103
3.4.3.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	104
3.4.4. PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	104
3.4.4.1. Türev-limit ilişkisi.....	105
3.4.4.2. Türev-eğim ilişkisi	105
3.4.4.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	105
3.4.5. PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları.....	105
3.4.5.1. Türev-limit ilişkisi.....	106
3.4.5.2. Türev-eğim ilişkisi	106
3.4.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	107
3.4.6. TPAB çalıştayı sonrası türev alan bilgisi anketi	108
3.4.6.1. Türev-limit ilişkisi.....	108
3.4.6.2. Türev-eğim ilişkisi	108
3.4.6.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	108
3.4.7. TPAB Çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri....	109
3.4.7.1. Türev-limit ilişkisi.....	109
3.4.7.2. Türev-eğim ilişkisi	109
3.4.7.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	109
3.4.8. TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları.....	110
3.4.8.1. Türev-limit ilişkisi.....	110
3.4.8.2. Türev-eğim ilişkisi	111

3.4.8.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	113
3.5. DİLEK	115
3.5.1. Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi	115
3.5.1.1. Türev-limit ilişkisi	115
3.5.1.2. Türev-eğim ilişkisi	116
3.5.1.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	116
3.5.2. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	116
3.5.2.1. Türev-limit ilişkisi	116
3.5.2.2. Türev-eğim ilişkisi	117
3.5.2.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	117
3.5.3. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları	117
3.5.3.1. Türev-limit ilişkisi	118
3.5.3.2. Türev-eğim ilişkisi	118
3.5.3.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	119
3.5.4. PAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	119
3.5.4.1. Türev-limit ilişkisi	119
3.5.4.2. Türev-eğim ilişkisi	120
3.5.4.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	120
3.5.5. PAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları	120
3.5.5.1. Türev-limit ilişkisi	120
3.5.5.2. Türev-eğim ilişkisi	121
3.5.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	122
3.5.6. TPAB çalıştay sonrası türev alan bilgisi anketi	123
3.5.6.1. Türev-limit ilişkisi	124
3.5.6.2. Türev-eğim ilişkisi	124
3.5.6.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	124
3.5.7. TPAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri	125
3.5.7.1. Türev-limit ilişkisi	125
3.5.7.2. Türev-eğim ilişkisi	125
3.5.7.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	126

3.5.8. TPAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları.....	126
3.5.8.1. Türev-limit ilişkisi.....	126
3.5.8.2. Türev-eğitim ilişkisi	128
3.5.8.3. Türev-değişim oranı ilişkisi	129

BÖLÜM IV

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	132
4.1.SONUÇ VE TARTIŞMA	132
4.2.ÖNERİLER.....	144

KAYNAKÇA	146
----------------	-----

EKLER	152
Ek 1: Türev alan bilgisi anketi.....	152
Ek 2: Grafik analiz programından bir örnek görüntü	153
Ek 3: Mülakat soruları çerçevesi	154
Ek 4: Ders planı taslağı.....	155

TABLolar

Tablo 1: Ahu'nun 2.ders planındaki tablo	45
Tablo 2: Ahu'nun gelişim tablosu	53
Tablo 3: Murat'ın gelişim tablosu	76
Tablo 4: Reyhan'ın 2.ders planındaki tablo.....	84
Tablo 5: Reyhan'ın gelişim tablosu.....	98
Tablo 6: İlker'in gelişim tablosu.....	114
Tablo 7: Dilek'in gelişim tablosu	130
Tablo 8: Türev alan bilgisi anketi sonuçları	135
Tablo 9: Öğrenci zorlukları öngören öğretmen adayı sayıları.....	140
Tablo 10: Derslerinde öğrenci zorluklarını dikkate alan öğretmen adayı sayıları .	143

ŞEKİLLER

Şekil 1: TPAB'nin bileşenleri	4
Şekil 2: TPAB'nin bileşenlerinin kapsam ve içerikleri.....	7
Şekil 3: Ahu'nun 1.ders notlarında çizdiği grafik	39
Şekil 4: Ahu'nun 2.ders notlarında çizdiği grafik	43
Şekil 5: Ahu'nun 1.mikro öğretiminde çizdiği grafik	43
Şekil 6: Ahu'nun 2.mikro öğretiminde kullandığı büyütme penceresi	51
Şekil 7: Ahu'nun 2.mikro öğretiminde programda çizdiği grafik.....	52
Şekil 8: Murat'ın 1.ders notlarında çizdiği grafik	59
Şekil 9: Murat'ın 2.ders notlarında çizdiği grafik	63
Şekil 10: Murat'ın 1 mikro öğretiminde çizdiği grafikler	63
Şekil 11: Murat'ın 3.ders notlarında çizdiği grafik	70
Şekil 12: Murat'ın 2.mikro öğretiminde çizdiği grafik	72
Şekil 13: Murat'ın 2.mikro öğretiminde kullandığı büyütme penceresi	72
Şekil 14: Reyhan'ın 1 mikro öğretiminde çizdiği grafikler	87
Şekil 15: İlker'in 1.ders planında çizdiği grafik.....	103
Şekil 16: İlker'in 1.mikro öğretiminde çizdiği grafik	107
Şekil 17: İlker'in 3.ders notlarında çizdiği grafik	111
Şekil 18: İlker'in 2.mikro öğretiminde kullandığı büyütme penceresi	112
Şekil 19: Dilek'in 2.ders notlarında çizdiği grafik	122
Şekil 20: Grafik analiz yazılımı programından bir görüntü	153

BÖLÜM I

GİRİŞ

Günümüzde teknoloji; sağlık, tarım, eğlence, askeriye gibi hemen hemen her alanda kendini hissettirmektedir. Bu kadar hayatımızın içinde olan teknolojinin eğitimde de kendini göstermesi kaçınılmaz olmaktadır. Ülkemizde eğitim alanında teknoloji kullanımını son yıllarda hızlı bir artış göstermektedir. Ağustos 2005'te yayınlanan yeni "Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı" bilgisayar destekli matematik öğretiminin önemini vurgulamakta, bilgisayar destekli matematik öğretiminin bir seçenek değil, sistemi tamamlayıcı bir rol üstlenmesi gerektiğini belirtilmektedir (MEB, 2005). TÜBİTAK tarafından desteklenen 107K531 nolu "Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojiye Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı bir Program Geliştirme" (Akkoç, 2008) başlıklı projede geliştirilecek olan programla teknolojiyi öğretime başarılı ve etkin bir biçimde entegre edebilecek öğretmenler yetiştirmek hedeflenmektedir. Bu tez çalışması, belirtilen projenin bir parçası olarak proje kapsamında gerçekleştirilmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin (TPAB) öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesini hedefleyen çalışmanın bu bölümünde çalışmanın kuramsal çerçevesi üzerinde durulmaktadır. Öncelikle TPAB'ni anlamlı kılmak için, çıkış noktası olan pedagojik alan bilgisine (PAB) değinilmekte ve ardından TPAB ortaya konmaktadır. Bunların ardından çalışmada odaklanılacak olan TPAB'nin öğrenci zorlukları bileşeni ve sonrasında örneklendirmelerin yapıldığı kavram olan türev kavramına yönelik öğrenci zorlukları açıklanmaktadır. Son olarak da çalışmanın amacına ve araştırma sorularına değinilmektedir.

1.1.PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ

Öğretmen yetiştirme literatüründe "öğretmen bilgisi" tanımı ve bileşenleri çeşitli şekillerde ortaya konmaktadır. 1986'da Shulman öğretmenlerin sahip olduğu "içerik

bilgisi” ve genel pedagojik bilginin ilişkisini daha net ortaya koymak için içerik bilgisinin bileşenlerini şöyle tanımlamaktadır: konu alan bilgisi, PAB ve müfredat bilgisi. Sonrasında Shulman (1987) öğretmen bilgisini daha geniş bir çerçevede aşağıdaki bileşenleri ile ortaya koymaktadır:

- Konu alan bilgisi
- Genel pedagojik bilgi
- Müfredat bilgisi
- Öğrenenler hakkında bilgi
- Eğitimsel bağlam bilgisi
- Eğitimin felsefi ve tarihsel amaçları hakkında bilgi
- Pedagojik alan bilgisi

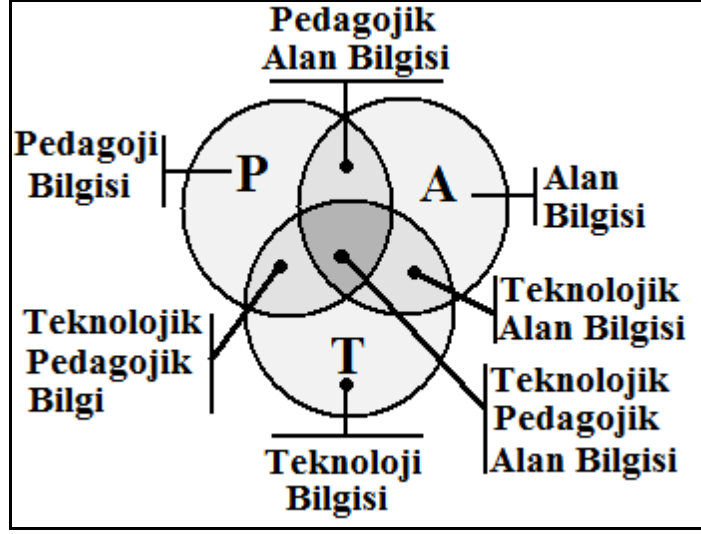
Bu şekilde PAB’ni, genel pedagojik bilgisinden ayrı bir bileşen olarak ilk defa ortaya koyan Shulman, PAB’ni konu alanının uzmanı ile eğitimciyi birbirinden ayıran bilgi olarak tanımlamaktadır. Bunu matematik eğitiminde örneklendirecek olursak da bu bilgi matematik eğitimcisini bir matematikçiden ayıran bilgidir (Akkoçi Özmantar ve Bingölbali, 2008). Burada aslında Shulman bir konuyu çok iyi bilmenin o konuyu iyi öğretebilmek anlamına gelmediğini belirtmektedir. Shulman (1986b) PAB’nin içeriğini konunun en faydalı temsilleri, en güçlü benzetmeleri, resimlemeleri, örnekleri yani konuyu başkaları için anlaşılır kılacak temsil ve öğretim biçimleri olarak açıklamaktadır.

Shulman’ın (1986) yukarıda bahsedilen PAB tanımında iki bileşen ön plana çıkmaktadır: (a) öğrenci zorlukları ve (b) öğretim stratejileri ve temsilleri. PAB bileşenlerini farklı araştırmacıların ne şekilde ele aldıklarını inceleyen Park ve Oliver (2008) araştırmacıların çoğunun araştırmalarında Shulman’ın ortaya koyduğu iki bileşeni esas aldığını ancak bunlara ek olarak yeni bileşenler de tanımladıklarını belirtmektedirler. Bu çalışmayı da kapsayan yukarıda belirtilen projede ise PAB bileşenleri bahsedilen literatür ve çalışmalar ışığında şu şekilde belirlenmiştir:

- Öğrenci zorlukları hakkındaki bilgi
- Matematiksel kavramların çoklu temsilleri
- Öğretim yöntem ve stratejileri hakkındaki bilgi
- Ölçme-değerlendirme bilgisi
- Müfredat bilgisi

1.2.TEKNOLOJİK PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ

PAB literatürünün öngördüğü gibi bir konuyu çok iyi bilmek, o konuyu iyi öğretebilmek anlamına gelmemektedir. Benzer şekilde, bilgisayar yazılımları, bilimsel ve grafik hesap makineleri gibi teknolojik araçların teknik olarak nasıl kullanıldığını bilmek de bu teknolojik araçları öğretimde etkin bir şekilde kullanabilmek anlamına gelmemektedir. Bu nedenle, gerek hizmet öncesi gerekse hizmet içi öğretmen eğitiminde bu teknolojik araçların teknik olarak nasıl kullanıldığını öğretmenlere öğretmek yeterli görülmemektedir. Bunun yanında teknolojik araçları kullanmanın pedagojik yönünün öğretmen ve öğretmen adaylarına kazandırılması önem arz etmektedir (Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008). Yani öğretmen adaylarına teknolojik araçları öğrencilerin matematiksel kavram ve ilişkileri öğrenmesinde etkili bir şekilde kullanabilme yetisi kazandırmak, teknoloji ile matematik eğitimi yapabilmek açısından önemlidir. Öğretmen ve öğretmen adayları teknolojik araçları kullanmayı bilebilir ancak bunu eğitimlerinde etkili bir şekilde kullanabilmek dersin amacı doğrultusunda teknolojinin kullanılmasını gerektirir ki bu ise pedagojik bilgiyle alakalıdır. İşte bu bahsi geçen bilgi literatürde “Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (TPAB)” olarak tanımlanmaktadır (Pierson, 1999; Niess, 2005). Araştırmacılar TPAB’ni farklı bileşenleri ile tanımlamış ve araştırmışlardır. Pierson (1999) TPAB’ni “alan bilgisi (AB)”, “teknolojik bilgi (TB)” ve “pedagojik bilgi (PB)” şeklindeki bilgilerin kesişimi olarak ifade ederken; Mishra ve Koehler (2006) bu üç bilginin kesişimlerini de dikkate alarak “pedagojik alan bilgisi (PAB)”, “teknolojik alan bilgisi (TAB)” ve “teknolojik pedagojik bilgiyi (TPB)” tanımlamaktadır (Şekil 1).



Şekil 1: TPAB'nin bileşenleri (Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008)

Alan bilgisi (AB) öğretmenin anlatacağı konu hakkındaki bilgisidir. Öğretilecek konu hakkındaki tam ve iyi bir AB'ne sahip olunmasının öğretmen açısından önemli olduğu (Begle, 1979; akt: Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008), kaliteli bir eğitim için derin AB'nin şart olduğu literatürde genel kabul gören bir konudur (Kahan, Cooper ve Bethea, 2004; Ball, 1988; akt: Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008). Pedagoji bilgisi (PB) geniş bir konu olmakla birlikte öğrenmenin ne olduğu, nasıl ortaya çıktığı ve nasıl gerçekleştiği, bilginin nasıl üretildiği, hangi bilgilerin önemli olduğu ve bilgi oluşumunun nasıl gerçekleştirilebileceğine dair sahip olunan görüşler perspektifinde şekillenen öğretime dair bilgi olarak ifade edilebilmektedir (Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008). Teknoloji bilgisi (TB) ise teknolojik araçların kullanımının nasıl olduğu yönündeki teknik bilgidir. TB işletim sistemi, temel bilgisayar donanımı, Word, Excel gibi temel yazılımlar hakkındaki bilgidir (Mishra ve Koehler, 2006). Matematik öğretimi açısından düşünecek olursak TB grafik çizen çeşitli yazılımlar, Cabri gibi dinamik geometri yazılımları, bilimsel ve grafik hesap makinelerinin kullanımına ilişkin teknik bilgidir.

Yukarıda da bahsedildiği üzere PAB Shulman'a (1986b) göre içeriğin en faydalı temsilleri, en güçlü benzetmeleri, resimlemeleri, örnekleri yani konuyu başkaları için anlaşılır yapacak temsil ve öğretim biçimleri hakkındaki bilgidir. Teknolojik alan

bilgisi (TAB) AB ile TB'ni birleştiren bilgidir. Bir konunun teknoloji ile nasıl temsil edilebileceği bilgisidir. Bir öğretmenin AB'nin çok iyi olması yanında o konunun teknoloji ile nasıl temsil edilebileceğini bilmesi de önemlidir. Teknolojik pedagojik bilgi (TPB) ise PB ile TB'ni kapsamaktadır. Çeşitli teknolojik araçların öğretim amaçlı olarak nasıl kullanılabilmesi ve öğrenme ve öğretimin teknoloji kullanımı ile nasıl değişebileceği hakkındaki bilgidir (Mishra ve Koehler, 2006). Yani pedagojik stratejilerin teknoloji kullanımı için uygulanmasına yönelik bilgidir. Bu bilgi, belli amaçlar için ne gibi teknolojik araçların var olduğunu bilmek, amaca uygun olarak bu teknolojik araçlar arasından seçim yapabilmek, teknolojik araçların katkı ve kısıtlamalarını dikkate alarak stratejiler geliştirmek, bu stratejileri uygulamak için gerekli pedagojik bilgi ve beceriler ile ilişkilidir.

Koehler ve Mishra (2008) TPAB kuramsal çerçevesindeki bileşenlerin birbiriyle etkileşim içinde olduğunu belirtmektedir. Yukarıda açıklanan TPAB kuramsal çerçevesini şimdiye kadar birkaç araştırmacı daha somut olarak ortaya koyarak incelemeye çalışmıştır (Pierson, 2001; Niess, 2005; Suhawoto, 2006). Bu araştırmacılar Shulman'ın (1986, 1987) PAB kuramsal çerçevesinin, Grossman (1990) tarafından belirlenen bileşenlerini TPAB kuramsal çerçevesine uyarlamışlardır:

- Teknoloji kullanarak matematik öğretmek olgusu,
- Teknoloji ile öğretme için kullanılan öğretim teknikleri ve temsiller,
- Öğrencilerin teknoloji ile konuyu öğrenmeleri ve anlamaları hakkında öğretmen bilgisi,
- Bir konunun öğretilmesine teknolojiyi entegre eden müfredat ve müfredat kaynakları hakkındaki bilgi.

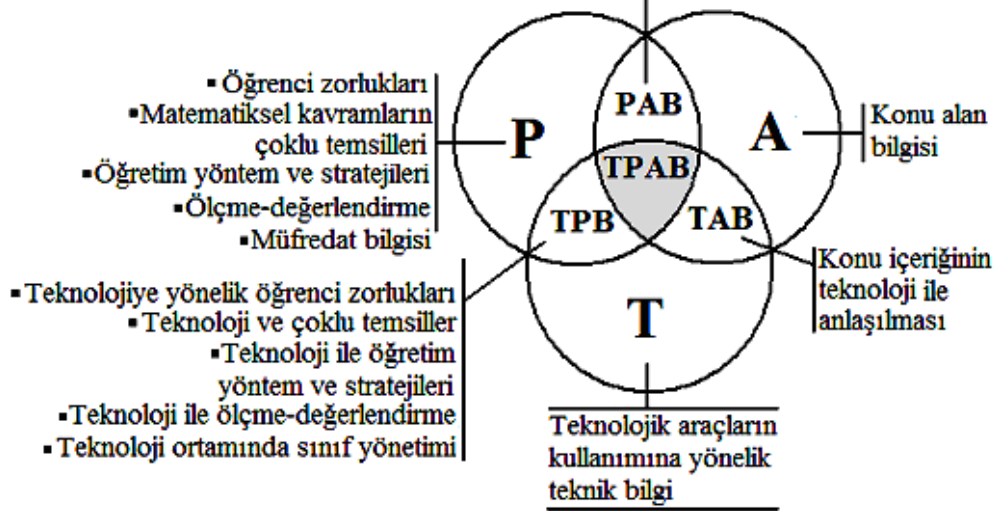
Her ne kadar bileşenler bu şekilde tanımlansa da, somut olarak TPAB içeriği net olarak ortaya konmamaktadır. Bu çalışmanın bir parçası olduğu projede, TPAB gelişimi için gerekli içeriğin daha net olarak ortaya konması hedeflenmektedir.

TPAB üzerine yapılmış çalışmalarda dikkat çeken diğer bir husus da öğretmen ve öğretmen adaylarının teknoloji kullanımı pratiklerinin incelenmesinde alan boyutunun gerektiği şekilde ele alınmayıp göz ardı edilmesidir. Çalışmalar TPAB gelişiminde genel bir bakış açısı sunmakta, başka bir deyişle TPB'yi araştırmaktadır. Oysa anlatılan konu teknoloji entegrasyonunda belirleyici rol oynamaktadır. Nitekim Oldknow (2006) teknoloji kullanımının konu öğretimi içine yerleştirilmesi gerektiğini belirtmektedir. Nasıl ki öğretmen yetiştirme literatürü genel PB'den öteye geçip konuya özel PB'sine doğru bir eğilim göstermişse, benzer şekilde teknoloji entegrasyonu için gerekli genel PB'den konuya özel teknolojik pedagojik bilgiyi (TPAB) araştırmaya doğru bir yönelim gerekmektedir. Dolayısıyla literatürdeki bu boşluklar da dikkate alınarak bu projede belli bir kavram bağlamında öğretmen adaylarının teknolojiyi bu kavramın öğretimine entegrasyonu için gerekli becerileri geliştirmeleri hedeflenmektedir. Bu becerilerin gelişimi TPAB çerçevesinde gerçekleştirilecektir. TPAB kuramsal çerçevesinin oluşturulmasında yukarıda ortaya konulan PAB bileşenleri göz önüne alınacaktır (Şekil 2).

- Öğrenci zorlukları hakkındaki bilgi
- Matematiksel kavramların çoklu temsilleri
- Öğretim yöntem ve stratejileri hakkındaki bilgi
- Ölçme-değerlendirme bilgisi
- Müfredat bilgisi

P: Pedagoji **A:** Alan **T:** Teknoloji
PAB: Pedagojik Alan Bilgisi
TPB: Teknolojik Pedagoji Bilgisi
TAB: Teknolojik Alan Bilgisi
TPAB: Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi

- Kavrama yönelik öğrenci zorlukları
- Kavramın çoklu temsilleri
- Kavramın öğretimine yönelik yöntem ve stratejiler
- Kavrama yönelik ölçme-değerlendirme
- Kavramın müfredatta işlenişi



Şekil 2: TPAB'nin bileşenlerinin kapsam ve içerikleri (Akkoç, Özmantar ve Bingölbalı, 2008)

Bu çalışmada yukarıda belirtilen TPAB'nin bileşenlerinden öğrenci zorlukları bileşeni üzerinde durulmaktadır. Bu noktadan sonra öğrenci zorlukları kavramı açıklanmaya çalışılmaktadır.

1.3.ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

Bu konuda karşımıza öğrenme güçlüğü, öğrenme zorluğu, kavram yanılgısı, öğrenci zorlukları gibi kavramlar çıkmaktadır. Matematik eğitimi literatüründe bazı araştırmacılar bu kavramları, kavramlar arasında bir ayırım gözetmeksizin kullanırken bazıları da kavramları ayırmakta ve tanımlamaktadır. Hata kavramı da yine bu kavramlarla bağlantılı olup aşağıda kısaca bu kavramlar üzerinde durulmaktadır.

Bayazıt (2008) fonksiyonlar üzerine yaptığı çalışmasında öğrenci zorluklarını öğrencilerin fonksiyon kavramını algılama, anlama ve anlamlandırma süreçlerinde yaşadıkları zihinsel güçlükler, kavram yanılgısını ise bireylerin fonksiyon kavramına ilişkin geliştirmiş olduğu eksik ve/veya yanlış bilgiler olarak kabul etmektedir.

Bayazıt kavram yanlışlarının asıl sebebi olarak öğrenme sürecindeki güçlükleri gösterirken bunu aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

“Kavram yanlışlarının asıl sebebi öğrenme sürecinde yaşanan güçlüklerdir. Çünkü öğrenciler, yaşadıkları güçlükler neticesinde eksik ve yanlış bilgiler ediniyorlar; süreç içerisinde de bu eksik ve yanlış bilgilerin doğru olduğuna dair çok güçlü kanaatler (bir manada inançlar) geliştiriyorlar ki biz bunlara kavram yanlışları diyoruz.” (Bayazıt, 2008)

Benzer şekilde bazı araştırmacılar öğrencilerin yeni kavramlar öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ettiklerini ve bazen ön bilgilerin yanlış öğrenmelere neden olabileceğini belirtmektedirler (Baki,1988; akt: Pesen, 2008, Özsoy ve Kemankaşlı, 2004, Duatepe-Paksu, 2008). Ön bilgilerin işlemin yürütülmesinde önceki bilgilere ters düşmemesinden dolayı öğrenci yaptıklarının matematiksel olarak tutarsız olduğunun farkına varmayabilir (Baki,1988; akt: Pesen, 2008) ya da daha önce sınırlı bir ortamda doğru olan bir kavram, ortam genişletildiği zaman kavram yanlışına dönüşebilmektedir (Özsoy ve Kemankaşlı, 2004).

Kavram yanlışını Zembat (2008a) yaptığı literatür taraması ışığında uzmanların üzerinde hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı veya kavrayış (Hammer, 1996; akt: Zembat, 2008) ya da başka bir deyişle bir alan ya da konudaki konunun uzmanıyla konuyu öğrenecek olan öğrenci arasındaki temel algı farkları (Smith, diSessa ve Roschelle, 1993; akt: Zembat, 2008) olarak tanımlamaktadır. Zembat (2008b) sayılar konusu öğreniminde yaşanan güçlükler ve oluşan kavram yanlışları üzerine yaptığı çalışmada ise kavram yanlışını; bu konuda geniş bir analiz yapan ve bu yönde matematik ile fen eğitimi alanlarına önemli bir etkide bulunan Smith, diSessa ve Roschelle’in (1993) tanımıyla ele almaktadır. Bu tanım “*sistemli bir şekilde hata üreten algıya sahip olma*” şeklinde olup kavram yanlışını basit hatadan çok sistemli bir şekilde insanı hataya teşvik eden algı biçimi olarak tarif edilmektedir. Örneğin $(1/2)+(3/4)=4/6$ şeklinde hesap yapan bir öğrenci için bu hata olarak kabul edilebilir ancak kesirlerde toplamayı payların ve paydaların doğrudan toplanması şeklinde yapıyorsa, yani hatayı sistematik olarak tekrar ediyorsa o halde bu konuda öğrencinin bir yanlış algılanmasının söz konusu olduğu düşünülebilmektedir (Zembat, 2008b).

Ubuz (1999) geometrideki hata ve kavram yanlışları üzerine yaptığı bir çalışmada hatayı yanıtlardaki yanlışlıklar, kavram yanlışısını ise öğrenmeye engel oluşturan kavramsal engeller olarak kullanmıştır. Özsoy ve Kemankaşlı (2004) da çemberler üzerine yaptıkları bir çalışmada aynı şekilde kavram yanlışısını öğrenmeye engel oluşturan kavramsal engeller anlamında kullanırken hatayı da yanıtlardaki yanlışlıklar (Baki ve Bell, 1997; akt: Özsoy ve Kemankaşlı, 2004) olarak ele almaktadırlar.

Zembat (2008) yanlış ve hata kavramlarının çoğu zaman birbirine karıştırıldığını ve birbirlerinin yerine kullanılabildiğini belirtmesine karşın görüldüğü gibi bazı araştırmacılar bunun ayırımını yapmaktadırlar ve hatta hatayı diğerlerinin sonucu oluşabilen bir kavram olarak ele almaktadırlar.

1.3.1.Öğrenci zorlukları

Bu çalışmada üzerinde durulan husus öğrencilerin bir konuyu öğrenirken en çok takıldığı noktaları, anlamakta zorluk çektiği ve ya yanlış anlamaya doğru gittikleri noktaları öğretimde dikkate almaktır. Dolayısıyla bu çalışmada bu husus öğrenci zorlukları olarak adlandırılmaktadır.

Öğrenci zorlukları bir kavramın öğrenilmesinde öğrencilerin yaşayabilecekleri, aşması gereken güçlüklerdir. Bu zorlukların kaynakları farklı farklı olabilmekle birlikte bu çalışmada üzerinde durulacak nokta kavramın kendisinden kaynaklanan zorluklardır. Aşağıda öğrenci zorluklarının kaynakları üzerinde durulmakta ardından da çalışmada ele alınacak olan türev kavramı öğreniminde öğrencilerin karşılaşılabileceği zorluklar açıklanmaktadır.

1.3.2.Öğrenci zorluklarının kaynakları

Fishbein'e (1987; akt: Zembat, 2008) göre üç çeşit matematiksel bilgi mevcuttur. Bunlar:

- Biçimsel bilgi: bir bilginin öyle olduğunu bilme , örneğin “konum-zaman fonksiyonu verilen bir hareketlinin birinci türevi hareketlinin hızını ikinci türevi ise hareketlinin ivmesini verir”
- Algoritmik bilgi: bir bilginin ya da kuralın nasıl işlediğini bilme, aşamalarını açıklama , örneğin “polinom fonksiyonların türevi alınırken değişkenin üssü önüne çarpan olarak indirilip üs bir eksiltiyle yazılır”
- Sezgisel bilgi: matematiksel çokluklarla ilgili ilkel anlamda fikir ve görüşlerimiz, zihinsel modeller, örneğin “bir fonksiyon limit değerine yaklaşır ancak asla o değere ulaşamaz”

Başka araştırmacılar da farklı bilgi çeşitleri tanımlamakla birlikte, öğrencilerin zorlanmalarına neden olarak var olan bilgilere eklenen yeni bilgilerin uyumsuzluğu gösterilmektedir. Bilgi çeşitleri arasındaki uyumsuzluğun ya da bu uyumsuzluk üzerine oluşturulmaya çalışılan yeni bilginin öğrencilerin zorlanmasına neden olduğu dikkate alındığında bu uyumsuzluğu tetikleyen öğretim yöntemlerinin uygulanmaması gerektiği sonucu çıkmaktadır (Fischbein,1993; Vosniadou, 2004; akt: Zembat, 2008). Burada işaret edildiği gibi öğrenci zorluklarının tek sebebi öğrenci başarısızlığı olmayıp uygulanan öğretim yöntem ve stratejileri de olduğu görülmektedir. Bu konuda Cornu (1991) öğrenci zorluklarının kaynaklarını daha detaylı ele almakta ve bunları epistemolojik, psikolojik ve pedagojik olmak üzere üç başlıkta toplamaktadır.

Epistemolojik kaynaklı zorluklar kavramın kendisinden oluşan zorluklardır. Örneğin Cornu (1991; akt: Bingölbali, 2008) çalışmasında limit kavramını ele almaktadır. Limit kavramının öğrenciler için oluşturduğu epistemolojik zorlukları bu kavramın tarihsel gelişim sürecinde geçtiği aşamalar, bu süreçte karşılaşılan zorluklar ve kavramın ifadesinde matematiksel olarak anlamlandırılması güç olan noktalar (mesela limitin ulaşılabilir olup olmadığı) gibi değişkenler üzerinden açıklamaya çalışmaktadır. Yani epistemolojik kaynakları zorluk kavramın kendisinden, tarihsel gelişim sürecinden vs. kaynaklanan zorluklardır.

Psikolojik kaynaklı zorlukları Cornu çalışmasında ayrıntılı açıklamamakla birlikte Bingölbali (2008) türeve yönelik öğrenci zorluklarını ortaya koyduğu çalışmasında bunu öğrencinin kişisel gelişimi, hazır bulunuşluk düzeyi, baskın zekâ türü ve/veya matematiksel kavrama yeteneği ve becerisinin derecesinden kaynaklanan zorluklar olarak ifade etmektedir. Bingölbali, pedagojik kaynaklı zorlukları ise öğretimin şekli, içeriği, yöntemi ve öğretmen olarak açıklamaktadır. Bunları daha basit bir şekilde ifade edecek olursak kavramın kendisinden kaynaklanan zorluklar epistemolojik; öğrenciden kaynaklanan zorluklar psikolojik ve öğretmenden kaynaklanan zorluklar pedagojik kaynaklı zorluklar olarak açıklanabilmektedir.

Bu çalışmada verilen eğitimlerde öğretmen adaylarının epistemolojik kaynaklı öğrenci zorluklarını dikkate alarak ders hazırlamaları ve öğrencilerin zorlanmaması için önlemler almaları amaçlanmaktadır. Dolayısıyla yukarıda açıklanan pedagojik kaynaklı zorlukları da azaltmaya yönelik program geliştirilmesi ve öğretmen adaylarının bu yönde gelişimlerinin sağlanması hedeflenmektedir. Aşağıda çalışmada üzerinde durulan türev kavramına ilişkin öğrenci zorlukları literatür ışığında ortaya konmaktadır.

1.4.TÜREV KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ ZORLUKLARI

Öğretmen adaylarının TPAB'lerinin geliştirilmesi amacıyla hazırlanan çalıştaylarda TPAB'nin örneklendirilmesi ihtiyacı doğmaktadır. Çalıştaylar kısıtlı bir sürede uygulanacağı için daha derin ve nitelikli bir eğitim yapılabilmesi amacıyla TPAB kuramsal çerçevesinin örneklendirilmesinin tek bir konu üzerinden yapılmasına karar verilmiştir. Bu amaçla farklı kavram temsillerine sahip olan ve dolayısıyla zengin ve çok yönlü teknoloji kullanımına da olanak sağlayacak olan türev kavramı seçilmektedir. Aynı zamanda türev kavramı gerek öğrenciler ve gerekse öğretmen adayları için anlaşılması güç olan bir kavram olup, bu konunun seçilmesiyle öğretmen adaylarının kendilerinin zorlandıkları noktaları görmeleri ve bunun yanında öğrencilerin bu alanla alakalı yaygın öğrenme güçlükleri hakkında bilgi sahibi olmaları amaçlanmaktadır.

Tall (1990) limit alma sürecinin matematiksel olarak sezgisel olduğunu ve dolayısıyla öğrencilerin türev kavramını anlamada zorluklar çektiğini belirtmektedir. Bingölbali (2008) ise türev kavramını anlamının bazı temel matematiksel kavramların ve konuların anlaşılmasıyla bağlantılı olduğunu ve geometri, fonksiyon, limit, teğet, eğim, süreklilik ve değişim oranı gibi kavramların tek başlarına bile öğrenciler için zorluk kaynağı olabiliyorken, bu kavramların hepsini içeren türevi anlamının öğrenciler için zor olmasının doğal olduğunu ifade etmektedir. Bingölbali (2008) çalışmasında türeve ilişkin epistemolojik kaynaklı zorlukları türev-teğet ve eğim, türev-değişim oranı ve türev-limit ilişkisi şeklinde üç kategoride incelemektedir. Aşağıda, belirtilen çalışma ışığında türeve yönelik üç başlıktaki öğrenci zorlukları ele alınmaktadır.

1.4.1. Türev-limit ilişkisi

“Bir fonksiyonun türevini bulma bir fonksiyonun limiti fikrinden geliştirilmiştir. Benzer şekilde, limit kavramı integral kavramının gelişiminin temelinde de yer almaktadır. Dolayısıyla, türevi ve integrali anlamak için limit kavramını anlamak önemlidir.” (Aksoy, 2007)

Orton (1993; akt: Aksoy, 2007) 110 öğrencinin türev ve integrali anlamaları ile ilgili yaptığı nitel ve nicel çalışmasında öğrencilerin türevin limit ile ilişkisini anlamada zorluk çektiklerini belirlemektedir. Benzer bir şekilde Aksoy (2007) da bilgisayar cebir sistemleri ile türev öğretimi üzerine yaptığı çalışmasında öğrencilerin türev konusunda limiti anlamada zorluk çektiklerini ortaya koymaktadır.

Mundy (1984; akt: Akkoç, 2008) öğrencilerin belirli integralde tanımdan yola çıkılarak yapılan açıklamaları anlamada zorlandıklarını, bu nedenle de integrali sadece basit teknikler ile özel durumlarda uygulayabildiklerini, fakat bunu yaparken de ne yaptıklarını açıklayamadıklarını belirtmektedir. Benzer şekilde türev kavramı da $f'(x) = \lim_{x_2 - x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ şeklinde limit ile tanımlanmaktadır. Dolayısıyla limit kavramı türevin doğasında var olan bir kavramdır. Türevde, ortalama değişim oranlarından anlık değişim oranına ve bununla bağlantılı olarak sekant (kiriş)

doğrularının eğimlerinden teğetin eğimine yaklaşımlarda hep limit kavramı söz konusudur limit kavramı hiçe sayılarak türevi anlamak mümkün görülmemektedir.

Burada öğrencilerin karşılaşılabilecekleri zorluklar öncelikle limit kavramını anlamayla ilgili zorluklardır. Limit bir noktaya sonsuz bir yaklaşımı ifade eder ki dolayısıyla öğrenci burada bulunacak değer gerçekte değeri olmadığını, bu değer ancak ulaşılmak istenen değere en yakın değer olabileceğini iddia edebilmektedir. Yine türev için neden limit kullanmamız gerektiği de bir soru işaretidir. Bunu anlamlandırabilmek anlık değişim oranı kavramını anlamlandırabilmekle de bağlantılıdır. Bu konuya aşağıda tekrar değinilmektedir.

Kısaca belirtmek gerekirse türev konusunda öğrenciler limitin neden gerekli olduğunu anlamakta, limit değerinin gerçekten gerçekte değere ulaşıp ulaşmadığını anlamakta zorlanabilmekte ve türev-limit ilişkisini kuramamaktadırlar. Ki türev tanımı verilerek bir eğitim uygulanmışsa bunları anlama gereği bile duymadan bu tanımı ezberlemekte ve orada türevi limit olarak görmektedir.

1.4.2. Türev-eğim ilişkisi

Türeve ilişkin öğrenci zorluklarından birisi de türev-eğim ilişkisini kuramamadır. Ders kitaplarında ve çeşitli yardımcı kitaplarda türev ile eğim arasındaki ilişki bir fonksiyon grafiği üzerinden ele alınarak “Bir fonksiyonun bir noktadaki türevi fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimidir” (örneğin; Tobi ve diğerleri, 2006) şeklinde verilmektedir. Orton (1983; akt: Aksoy, 2007) öğrencilerin türev kavramını anlamaları ile ilgili derinlemesine yaptığı çalışmada bu konuyla ilgili olarak öğrencilerin teğeti kirşlerin limiti olarak anlamada zorluk çektiklerini belirtmektedir. Benzer bir çalışmada ise $y = x^3 - 3x^2 + 4$ eğrisine $x=3$ noktasında çizilen teğetin eğimini bulması istendiğinde öğrencilerin önemli bir kısmının zorlandığı tespit edilmektedir (Artigue, 1997, akt: Aksoy, 2007)

Bir öğrencinin teğet doğrusunun eğimini kullanarak teğet noktasındaki türevin değerini bulma işlemlerini detaylı inceleyen bir çalışmada öğrenci türev kavramını

“türev bir grafiğe belirli bir noktada çizilen teğetin eğimidir” şeklinde tanımlamasına karşın, teğet doğrusunun teğet noktasındaki denklemini sanki o noktadaki türeviymiş gibi kullanmaktadır (Amit ve Vinner, 1990; akt: Bingölbali, 2008).

Çalışmalarda da görüldüğü gibi öğrenciler türev-eğim ilişkisini ezbere bilmelerine karşın buna dair işlem yapmada ve/veya akıl yürütmede zorluklar yaşamaktadırlar. Öğrenciler türev-eğim ilişkisine dair türevin, fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimini verdiğini anlamamanın yanında bulunan türevi fonksiyonun teğet denklemi olarak da alabilmektedirler. Aynı zamanda limit kavramıyla da alakalı olarak giriş doğrularından teğet doğrusuna geçişte zorluklar yaşayabilmektedirler.

1.4.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Değişim oranı türev kavramının temelinde var olan bir kavramdır. Ancak gerek matematik öğretim programında gerekse matematik ders/çalışma kitaplarında ön plana çıkmamaktadır. Örneğin Tobi ve diğerleri (2006) tarafından hazırlanan ÖSS’ye hazırlık matematik kitabında “Anlık hızın genel adı türevdir. Diğer bir ifadeyle, bir fonksiyonun bir noktadaki değişme hızı, fonksiyonun o noktadaki türevidir” şeklinde değişim oranına değinilmektedir ancak bu sadece bununla sınırlı tutulmakta başka bir açıklama yapılmamaktadır.

Aksoy (2007) bilgisayar cebir sistemleri ile türev öğretimi üzerine yaptığı çalışmasında bu konudaki çeşitli araştırmaları incelemekte ve kendi çalışması da dâhil olmak üzere öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluk yaşadıklarını belirtmektedir. Aksoy türev-değişim oranı ilişkisine dair şu açıklamayı yapmaktadır:

“Belirli bir noktadaki bir fonksiyonun eğimi (x) değeri değişirken (y) değerinin nasıl değiştiğinin ölçümüdür. Bu, fonksiyonun bu noktadaki anlık değişim oranı veya kısaca değişim oranı olarak adlandırılır. Bundan dolayı, bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulma problemi matematiksel olarak fonksiyonun bu noktadaki değişim oranını bulmaya denktir. Dolayısıyla, fonksiyonların değişim oranını bulma ile ilgili bütün uygulamalar bu fonksiyonların türevini bulma ile ilişkilidir.”

Bingölbali türev kavramına ilişkin öğrenci zorluklarını ele aldığı çalışmasında bu konuda birçok araştırmacının çalışmalarını incelemekte ve türevi değişim oranı olarak yorumlamanın öğrenciler için ciddi zorluk kaynağı olduğunu, öğrencilerin özellikle uygulama eksenli değişim oranı sorularıyla karşılaştıklarında bu zorluğu daha fazla yaşadıklarını belirtmektedir.

Türev nasıl ki limit kavramından ayrı düşünülemezse değişim oranı kavramından da ayrı düşünülememektedir. Nitekim türevin cebirsel tanımı

$$(f'(x) = \lim_{x_2 - x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}) \text{ değişim oranlarının limiti şeklindedir. Türevin teğet}$$

eğimi ve anlık hız yorumları da bu şekilde elde edilmektedir. Konum zaman fonksiyonundan bulunan ortalama hız aslında değişim oranı olup, limit olarak anlık hız bulunduğu fonksiyonun o noktadaki anlık değişim oranını bulunmuş olmaktadır ki bu da fonksiyonun o noktadaki türevidir. Aynı şekilde grafiği verilen bir fonksiyonun iki noktası bir doğruyla birleştirildiğinde kiriş doğrusu elde edilmektedir. Bu kirişinin eğimi fonksiyonun iki noktadaki değişim oranını vermektedir ki yine limit yardımıyla kiriş eğiminden teğet eğimi ulaşıldığında fonksiyonun o noktadaki anlık değişim oranını elde edilmiş olunmakta ve bu da az önce de belirtildiği gibi fonksiyonun o noktadaki türevi olmaktadır.

Türev-değişim oranı ilişkisini kurmada öğrencilerin zorlandığı noktalar başta böyle bir kavramın varlığından habersiz olmalarıdır. Ayrıca bir noktada değişimin olabileceğini anlamakta zorlanmanın yanında öğrenciler her bir nokta için de farklı değişim oranlarının olduğunu anlamakta da zorlanmaktadırlar. Yine değişim oranını fonksiyonun o noktadaki değeri olarak gören öğrenciler de mevcuttur (Bingölbali, 2008).

Yukarıda türeve ilişkin öğrenci zorlukları üzerinde durulmuştur. Her ne kadar bu zorluklar ayrı başlıklarla ele alınmış olsa da aslında hepsi bir bütün teşkil etmektedir. Öğrencilere verilecek türev eğitimlerinde yukarıda belirtilen her bir zorluk dikkate alınmalı aynı zamanda birbirleriyle ilişkilendirmeler yapılarak türev dersi hazırlanmalıdır ki verimli ve etkili bir türev dersi olsun.

1.5.ARAŞTIRMANIN AMACI

Yukarıda TPAB'nin çıkışı, kapsamı ve bileşenleri ile öncesinde TPAB'nin tanımlanmasında zemin olan PAB olgusu üzerinden tanıtılmıştır. Sonrasında bu çalışmada ele alınacak olan öğrenci zorlukları ve türev kavramına ilişkin öğrenci zorlukları üzerinde durulmuştur. Bu kısımda araştırmanın amacı ve önemi üzerinde durulacaktır.

Şimdiye kadarki literatür ve Ağustos 2005'te yayınlanan yeni "Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programının" misyon kısmında vurgulandığı üzere teknolojinin eğitime entegresi zorunlu hale gelmekte ve dolayısıyla bu donanıma sahip öğretmen yetiştirme programları da önem kazanmaktadır. TÜBİTAK tarafından desteklenen 107K531 nolu "Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojiye Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı bir Program Geliştirme" (Akkoç, 2008) başlıklı projenin bir parçası olan bu çalışmada öğretmen adaylarına TPAB kazandırma amaçlı hazırlanan programda öğretmen adaylarının öğrenci zorlukları bileşeninde nasıl bir gelişim sergilediği ve bu süreçte nerelerde zorlandıkları incelemektir.

Aşağıda bu çalışmanın önemine vurgu yapılarak sonrasında veri analizinin şekillenmesinde kullanılan araştırma soruları verilmektedir. Türev kavramına yönelik ilgili literatür üç ana başlıkta öğrenci zorluklarını ortaya koymaktadır. Dolayısıyla çalışmamızda üzerinde duracağımız araştırma soruları bu üç başlık için de analiz edileceğinden araştırma sorularının alt başlıkları da bu yönde verilmektedir.

1.5.1.Araştırmanın önemi

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün verilerine göre okullara tahsis edilen bilgisayarların büyük bir çoğunluğu kullanılmamakta ve okullara sağlanan bilgisayarlar ziyan olmaktadır (Aktürk, 2007). Bu ise teknolojik araçları etkin bir şekilde ve doğru pedagojilerle kullanabilecek öğretmenleri yetiştirmenin önemini ortaya koyması açısından önemli bir göstergedir. Nasıl ki bir

konuyu bilmek onu iyi öğretebilmeyi garanti edemiyorsa, teknik olarak teknolojik araçları kullanmayı bilmek de teknolojiyi öğretime başarılı bir şekilde entegre etmeyi garanti edememektedir. Bu açıdan baktığımızda, başarılı bir teknoloji entegrasyonu için öğretmenlere TB'nin yanında, TPBi ve AB kazandırmak gerekmektedir.

Dede ve Peker (2004) matematik öğretmen adaylarının cebir konusunda öğrencilerin hata ve yanlış anlamalarını tahmin etmeleri üzerine yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının tek türlü hata ve yanlış anlama tahmininde bulduklarını görmüşlerdir. Öğretmen adaylarının tahmin etmediği ancak öğrencilerin yaptığı hatalar olduğu gibi, öğretmen adaylarının tahmin ettiği ancak öğrencilerin yapmadığı hatalarda görülmektedir. Çalışmanın öneriler kısmında ise *“Özel Öğretim Yöntemleri I- II derslerinde, ilköğretim ve lise müfredatlarında bulunan konuların öğretimi ve konularla ilgili öğrencilerin hata ve yanlış anlamalarının belirlenmesine yönelik çalışmalara yer verilmelidir”* şeklinde öneride bulunmaktadır.

Öğrencilerde var olan kavram yanılgılarından haberdar olmanın ve bunları iyi analiz edebilmenin bir öğretmen için önemli ve gerekli olduğuna değinen Zembat (2008) bunun yanında öğrencilerin zorlanabilecek yerleri fark ettikten sonra öğretimde bir avantaja çevirmenin de öneminden bahsetmektedir ki burada öğretmenler özellikle öğrencilerin daha fazla zorlanmasının beklendiği konularda derslerini ona göre hazırlamalı ve öğrencilerin zorluğa düşmesini engelleyecek şekilde yaklaşımlar geliştirmelidirler. Yine gerekli durumlarda teknolojinin sunduğu imkanlardan da yararlanabilmeleri önem arz etmektedir.

Yukarıda bahsettiğimiz öğretmen yetilerini geliştirmek de öğretmen adaylarına TPAB'nin öğrenci zorluk ve yanılgıları boyutunca verilen eğitimlerle mümkün görülmekte ve dolayısıyla bu çalışma bu konuda verilen eğitimlerde öğretmen adaylarının gelişimlerini incelediğinden önem kazanmaktadır.

Aşağıda çalışmanın araştırma soruları sunulmaktadır. Sonrasında da ise çalışmanın varsayımları ve sınırlılıklarına yer verilmektedir.

1.6.ARAŞTIRMA SORULARI

Çalışmada kullanılan araştırma soruları öğretmen adaylarının gelişimlerini ortaya koymaya ve veri analizinde de hem yol göstermeye hem de çerçevemizi şekillendirmeye yarayacak şekilde oluşturulmaktadır. Çalışmanın araştırma soruları aşağıda sunulduğu şekildedir:

1. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?
2. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
3. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri bu zorlukların hangilerini ders planlarına yansıtmaktadırlar? Dile getirilen zorlukların aşılması için ders planlarında ne yapmayı planlamışlardır?
4. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
5. PAB çalışmayı sonrasında matematik öğretmen adayları öngördükleri bu zorlukların hangilerine ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde yer vermiştir? Bu zorlukların aşılması için ne yapmayı planlamış ve uygulamışlardır?
6. Matematik öğretmen adayları TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?
7. Matematik öğretmen adayları TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
8. TPAB çalışmayı sonrasında matematik öğretmen adayları, öngördükleri bu zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalanmakta, bunu ne şekilde planlamakta ve uygulamaktadırlar?

1.7.SINIRLILIKLAR

Çalışma, yürürlükte olan ve yukarıda belirtilen projenin bir parçası olarak, projenin türev kavramı üzerinden TPAB çalıştaylarının verildiği birinci dönem verileri ve matematik öğretmen adaylarının türev kavramına yönelik öğrenci zorlukları bağlamındaki TPAB gelişimleriyle sınırlı tutulmaktadır.

1.3.VARSAYIMLAR

Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin TPAB'lerinin, öğrenci zorlukları bileşenindeki gelişimlerini türev kavramı üzerinden inceleyecek olan bu çalışmada öğretmen adaylarının önceki dönemlerde aldıkları eğitimlerde başarılı oldukları ve türev kavramını bildikleri varsayılmaktadır. Ayrıca öğretmen adaylarının gelişimlerinin hazırlanan ve uygulanan program kapsamında gerçekleştiği kabul edilmektedir.

BÖLÜM II

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi ortaya konmaktadır. Bu amaçla öncelikle araştırmanın modeli belirtilmekte ve ardından çalışmanın gerçekleştirildiği grup hakkında bilgi sunulmaktadır. Sonrasında veri toplama sürecinin daha net anlaşılabilmesi amacıyla proje kapsamında geliştirilen ve uygulanan çalıştaylar açıklanmakta ve sonrasında da veri toplama araçları, veri toplama ve veri analizi süreçlerine yer verilmektedir.

2.1.ARAŞTIRMA MODELİ

Paradigma bilimsel faaliyetleri açıklayan, bir bilimsel topluluğun kabul ettiği genel kuramsal varsayımlar ile bunların uygulanmasına dair teknik ve kanunları içeren bir kavramdır (Kuhn, 1970; akt: Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004). Pozitivist paradigma bizim dışımızda bağımsız sosyal bir dünyanın varlığını ve bu dünyaya ait özelliklerin ancak nesnel yöntemlerle ölçülebileceğini, gerçekliğin dışsal ve nesnel olduğunu öngörürken, yorumlayıcı paradigma sosyal olay veya olguların yaşandıkları şekilde incelenme ve açıklanma yaklaşımını benimsemektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004).

“Nitel araştırma, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır” (Puntch, 2005). Nitel araştırmalarda araştırılan kişilerin davranışları, davranışların geçtiği durumlar içerisinde incelenip, anlaşılmaya çalışılmaktadır (Ekiz, 2003, S. 28). Nitel araştırmalarda amaç, araştırılan konu ile ilgili okuyucuya betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır. Bunun için de toplanan verilerin ayrıntılı ve derinlemesine olması ve araştırmaya konu olan bireylerin görüş ve deneyimlerinin mümkün olduğu ölçüde doğrudan sunulması önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 48).

Bu çalışmada verilen eğitimler doğrultusunda öğretmen adaylarının gelişimlerinin derinlemesine incelenmesi hedeflenmektedir. Bu gelişimler incelenirken öğretmen adaylarının sınıf ortamında uygulama yapma sürecinde edindikleri deneyimleri göz önünde bulundurulmaktadır. Çalışmanın hedefinden de anlaşılacağı üzere bu çalışma yorumlayıcı paradigmayı benimseyen nitel bir çalışmadır.

Cohen ve diğerleri (Cohen, Manion ve Morrison, 2000) durum çalışmasını tek bir öğrencinin, sınıfın, okulun karakteristiklerinin derinlemesine incelenmesi olarak tanımlamaktadır. Benzer şekilde bir başka tanım da “bir veya az sayıda birbiriyle ilgili denek üzerinde yapılan ayrıntılı çalışma” şeklinde olup sosyal süreçlerin anlaşılmasında diğer yöntemlere göre daha başarılı olduğu öne sürülmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004). Çalışılan durumlar arası farklılıkların incelenmesi açısından da Eisenhardt (1989) çoklu durum çalışması yöntemini tavsiye etmektedir.

Bu çalışmada farklı öğretmen adaylarının TPAB’lerinin olası farklı gelişim süreçlerinin öğrenci zorlukları bileşeninde ortaya konması ve karşılaştırılabilirliği hedeflendiğinden çoklu durum çalışması yöntemi kullanılmaktadır.

2.2.ÇALIŞMA GRUBU

Nitel araştırmalarda araştırılan kişilerin davranışları, davranışların geçtiği durumlar içerisinde incelenip, anlaşılmaya çalışılmaktadır (Ekiz, 2003). Çalışmanın araştırma sorusu gereği seçilecek çalışma grubunun belli bir eğitim almış matematik öğretmen adaylarından oluşması ve öğretmen yetiştirme programına dâhil olması gerekmektedir. Literatürde bu amaçlı örnekleme olarak tanımlanmaktadır (Mason, 1996; Ritchie ve Lewis, 2003). Amaçlı örneklemede çalışma için önemli ölçütler belirlenmekte ve bu ölçütlere uyan örneklem seçilmektedir (Tavşancıl ve Aslan, 2001; akt: Tekbıyık ve Akdeniz, 2008).

Çalışmada, bu çalışmayı da kapsayan proje kapsamındaki katılımcılardan yararlanılmaktadır. Bu katılımcılar 2008- 2009 eğitim öğretim yılında, Marmara

Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Eğitimi Bölümü, Matematik Öğretmenliği Anabilim dalında öğrenim gören, Seçmeli II ve Özel Öğretim Yöntemleri II dersine katılan 40 öğretmen adayından oluşmaktadır. Bu öğretmen adaylarından okul deneyimi dersini de aynı öğretim görevlisinden alan 10 öğretmen adayı mikro öğretim gerçekleştirmektedir. Öğretmen adaylarının TPAB'nin öğrenci zorlukları bileşenindeki gelişimlerinin derinlemesine ortaya konması hedeflendiğinden bu öğretmen adaylarından mikro öğretim yapan 5 öğretmen adayı ile çalışılmaktadır. Öğretmen adayları mikro öğretimlerinde türev konusunu anlatmakta ancak bazıları türeve giriş anlatırken bazıları da sağ ve sol türev konusunu anlatmaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının türev kavramına yönelik öğrenci zorluklarını dikkate alma bakımından gelişimleri incelendiğinden mikro öğretimlerinde türeve giriş yapan öğretmen adayları seçilmektedir. Bu 5 öğretmen adayı mikro öğretim gerçekleştiren öğretmen adayları arasından amaçlı örnekleme yönteminin bir çeşidi olan kolayda (uygun) örnekleme ile seçilmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004).

Bir sonraki kısımda öğretmen adaylarına uygulanan çalıştayların hazırlıkları ve uygulanması aşamaları ortaya konmaktadır.

2.3.ÇALIŞTAYLAR

Bu bölümde çalıştay ismi verilen ve öğretmen adaylarına TPAB kazandırma amacıyla hazırlanan eğitimler hakkında detaylı bilgi sunulmaktadır. Çalışmada öğretmen adayının TPAB'nin “kavrama yönelik öğrenci zorlukları hakkındaki bilgi” bileşenindeki gelişimi ortaya konmaya çalışıldığından çalıştaylar hakkındaki bilgi de çalıştayların bu bileşeni doğrultusunda hazırlanan kısmıyla sınırlı tutulmaktadır.

Çalıştay çalışmaları proje kapsamında belirlenen ve biri de bu çalışmada ele alınan “kavrama yönelik öğrenci zorlukları hakkındaki bilgi” bileşeni olmak üzere TPAB'nin beş bileşeni için de aşağıdaki aşamalardan oluşmaktadır:

- Öğretmen adayı kazanımlarının belirlenmesi,
- Belirlenen kazanımlar ışığında ders içeriklerinin oluşturulması,

- Oluşturulan ders içeriklerinin uygulanması ve
- Öğretmen adaylarının bu uygulamaların neticesinde mikro öğretim yapmaları

Çalışmanın giriş kısmında da belirtildiği üzere PAB ve TPAB'nin örneklendirmeleri türev kavramı üzerinden yapılmaktadır. Dolayısıyla hazırlanan çalıştaylarda türev kavramına yönelik öğrenci zorlukları dikkate alınmaktadır. Çalıştay çalışmalarının ilk aşaması olan kazanımlar belirlenirken öncelikle öğrencilerin matematik öğreniminde genel olarak çektikleri öğrenme zorlukları, sonrasında ise türev kavramına ilişkin yukarıda da bahsi geçen öğrenci zorlukları dikkate alınmakta ve kazanımlar aşağıdaki şekilde belirlenmektedir:

PAB'nin genel kazanımları

- Öğretmen adayı öğrenci zorluğunun ne anlama geldiğini ifade eder. Öğretmen adayı zorluk ve hata arasındaki ayrımı yapar.
- Öğretmen adayı öğrenci zorluklarının Cornu (1991) tarafından ortaya konan üç ana kaynağını ifade eder ve örnekler verir.
- Öğretmen adayı öğrenci zorluklarını kavramların öğretiminde dikkate alır.

PAB'nin türev bağlamındaki kazanımları

- Öğretmen adayı noktada türevin grafiksel yorumunu (türev- eğim ilişkisi) yapar.
- Öğretmen adayı türev- eğim ilişkisi kurmaya ilişkin öğrenci zorluklarını ifade eder.
- Öğretmen adayı noktada türevi anlık değişim oranı olarak ifade eder.
- Öğretmen adayı anlık değişim oranına yönelik öğrenci zorluklarını ifade eder.
- Öğretmen adayı noktada türev- limit ilişkisini kurar.
- Öğretmen adayı noktada türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarını ifade eder.
- Öğretmen adayı türevin üç yönü (eğim, değişim oranı ve limit) arasındaki ilişkiyi türev öğretiminde kullanır.

- Öğretmen adayı türevin üç yönüne (eğim, değişim oranı ve limit) ilişkin öğrenci zorluklarını dikkate alarak zorluklar hakkındaki bilgisini türev öğretiminde kullanır.

TAB kazanımları

- Öğretmen adayı kullanılan teknolojik araçlar ile türev-değişim oranı ilişkisinin nasıl kurulduğunu kavrar.
- Öğretmen adayı kullanılan teknolojik araçlar ile türev- eğim ilişkisinin nasıl kurulduğunu kavrar.
- Öğretmen adayı kullanılan teknolojik araçlar ile türev-limit ilişkisinin nasıl kurulduğunu kavrar.

TPAB kazanımları

- Öğretmen adayı, öğrencilerin türev kavramına yönelik zorlukları yenmede teknolojik araçların imkân ve kısıtlamalarını dikkate alarak nasıl kullanılabileceğine dair yaklaşımlar geliştirir.

Kazanımların belirlenmesinin ardından her kazanımla alakalı ders içerikleri ve etkinlikleri hazırlanmıştır. Hazırlanan ders içerikleri doğrultusunda öğretmen adaylarına ilk olarak PAB çalışmayı uygulanmış ve ardından öğretmen adayları aldıkları eğitim sonucu türeve giriş konulu ders planı hazırlamışlardır. Bu öğretmen adaylarından bazıları hazırladıkları planı mikro öğretim kapsamında sınıf arkadaşlarına uygulamışlardır. Sonrasında ise aynı şekilde TPAB çalışmayı uygulanmış ve ardından öğretmen adayları aldıkları eğitim sonucu türeve giriş konulu ders planı hazırlamışlardır. PAB çalışmayı sonrası mikro öğretim gerçekleştiren öğretmen adayları TPAB çalışmayı sonrasında da hazırladıkları planı mikro öğretim kapsamında sınıf arkadaşlarına uygulamışlardır.

Bingölbali (2008) türev kavramına ilişkin öğrenci zorluklarını ele aldığı çalışmasında bu konuda türev-limit, türev-eğim ve türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda öğrencilerin zorlandıklarını açıklamaktadır. Bingölbali'nin (2008) bir çalışmasının da yer aldığı "Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri" (Özmantar, Bingölbali ve

Akkoç, 2008) kitabı çalışmanın başında öğretmen adaylarına verilmiştir. Öğretmen adaylarına kaynak olarak verilen bu kitap aynı zamanda türeve yönelik öğrenci zorluklarına ilişkin ders içeriklerinin hazırlanmasında da kullanılmıştır.

2.4.VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Bu kısımda veri toplama süreci aşamalı olarak ortaya konmaktadır. Yukarıda hazırlanma süreci ve içeriği açıklanan çalıştaylar öncesinde öğretmen adaylarına ilk anket uygulamaları gerçekleştirilmekte ve öğretmen adaylarından türev kavramına giriş konusunu esas alarak ders planları hazırlamaları istenmektedir. Hazırladıkları bu ders planları üzerine 5 öğretmen adayı ile yaklaşık 40 dakika süren yarı-yapılandırılmış mülakatlar yapılmaktadır. Mülakatlarda öğretmen adaylarına anlatacakları kavramla ilgili öğrencilerin hangi noktalarda zorlanabilecekleri, bu zorlukları ders planlarında nasıl dikkate aldıkları, anlatacakları konuyu öğrencilerin anlamasını kolaylaştırmak için neler planladıkları sorulmaktadır.

Bu uygulamaların ardından ilk çalıştay olan PAB çalıştayını uygulanmaktadır. PAB çalıştayını sonrasında öğretmen adaylarından ikinci kez türeve giriş ders planı hazırlamaları istenmektedir. 5 öğretmen adayı bu hazırladıkları ders planlarını mikro öğretim kapsamında sunmakta ve bu öğretmen adayları ile PAB çalıştayını öncesi yapılan mülakat yeni hazırlanan ders planı üzerinden tekrar edilmektedir.

Mikro öğretim kapsamında 5 öğretmen adayının PAB çalıştayını sonrası hazırladıkları ders sunumları gerçekleştikten sonra TPAB çalıştayını uygulanmaktadır. sonrasında öğretmen adayları türeve giriş dersini üçüncü kez hazırlamakta ve 5 öğretmen adayı mikro öğretim kapsamında hazırladıkları ders planını uygulamaktadır. Bu hazırlanan ders planı üzerine öğretmen adayları ile yarı-yapılandırılmış mülakat yapılmaktadır. Planlanan uygulamaların tamamlanmasının ardından öğretmen adaylarına başta uygulanan türev alan bilgisi anketi tekrarlanmaktadır.

2.5.VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Nitel çalışmalarda çalışmaya katılan bireylerin algı, görüş ve deneyimlerinin büyük ölçüde ortaya konması önem arz ettiğinden veri toplama sürecinde birden fazla araç kullanılması gerekliliği doğmaktadır. Ayrıca durum çalışmasında veri toplama aracı olarak anketler, mülakat, gözlem ve doküman analizleri kullanabileceği belirtilmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004). Örneğin bir bireyden mülakat ile elde edebileceğimiz duygu ve düşüncelerini o bireyi doğal ortamında gözleyerek elde edeceğimiz uygulamaları ile birleştirebiliriz. Buna ek olarak bu şekilde elde edemeyeceğimiz verileri de belge analizi ile elde ettiğimizi ve bunu da diğer verilerle harmanladığımızı düşünürsek bu şekilde bir araçtan çok daha zengin bir veri ortaya çıkacaktır ve bireyi daha derin anlayabilmemize yarayacaktır. Bu şekilde araştırmacı araştırmasına en doğru ve zengin veri sağlayacak veri toplama araçlarını kullanmaktadır.

Bu çalışmada veri toplama araçları “türev alan bilgisi anketi”, “mikro öğretim gözlemi”, “ders planı üzerine mülakat” ve “ders planı ve ders notlarından” oluşmaktadır. Aşağıda bu veri toplama araçlarının içerikleri ve amaçları açıklanmaktadır.

2.5.1.Türev alan bilgisi anketi

Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin TPAB’lerinin, öğrenci zorlukları bileşenindeki gelişimlerini inceleyecek olan bu çalışmada öğretmen adaylarının öğrenci zorlukları hakkındaki bilgisini ve öğretmenin türev kavramında kendi sahip oldukları zorlukları ortaya çıkarmak amacıyla türev alan bilgisi anketi uygulanmaktadır (bkz: Ek1). Çalıştaylar öncesinde ve çalıştaylar sonrasında olmak üzere iki kez uygulanan bu anket başta belirtilen proje kapsamında bu projenin araştırmacıları tarafından geliştirilmiştir.

Türev alan bilgisi anketinin uygulanmasındaki amaç öğretmen adaylarının TPAB’lerindeki gelişimleri incelenirken bunun bir boyutu olan AB’ndeki

gelişimlerini de inceleyip bu bağlamda TPAB gelişimlerini incelemeye katkı sağlamaktır.

2.5.2.Mikro öğretim gözlemi

Yorumlayıcı yaklaşımın bir özelliği de izah yaparken olgunun gerçekleştiği ortamı, evreyi dikkate almasıdır (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu ve Yıldırım, 2004). Nitel araştırmalarda gözlem doğal ortamından veri sağlamaktadır. Nitekim araştırma konusu insanların ne yaptıklarıyla ilgili ise, bunun için yapılacak en basit iş onların ne yaptığını gözlemektir (Altunışık ve diğerleri, 2004). Böylece gözlem sayesinde sözel olmayan davranışlara da doğal ortamında ulaşılmış olmaktadır. Geçerlilik açısından baktığımızda ise veri doğal ortamından sağlandığı için gerçekliği daha yüksek olmakta dolayısıyla geçerliliği de artırmaktadır (Bailey,1982; akt: Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Bu çalışmada öğretmen adaylarının sahip oldukları kavrama yönelik öğrenci zorlukları bilgisini derslerinde ne şekilde ele aldıkları incelendiğinden öğretmen adaylarının mikro öğretim kapsamında sınıf arkadaşlarına sundukları dersler gözlenmektedir. Bunun yanında yapılan çalıştaylardaki sınıf içi tartışmalar öğretmen adaylarının gelişim süreçlerinde önem arz ettiğinden ve öğretmen adaylarının sınıf içinde videoya alışmaları için bu çalıştaylar da gözlem altına alınmaktadır. Hem çalıştayların uygulanma aşaması hem de öğretmen adaylarının mikro öğretim kapsamında sınıf arkadaşlarına yaptıkları sunumlar videoya kaydedilmektedir.

2.5.3.Ders planı üzerine mülakat

“Mülakat balık avlamak gibidir. Dikkatli bir hazırlık, çok fazla sabır ve yeterince araştırma gerektirir” (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu ve Yıldırım, 2004).

Patton’a göre mülakatın amacı, bir bireyin iç dünyasına girmek ve onun bakış açısını anlamaktır (Patton, 1987; akt, Yıldırım ve Şimşek, 2006, S.120). Mülakat ile bireyin ortaya koyduklarının ötesindeki nedene, duygu ve düşüncelerine ulaşma imkânı

doğmaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının türev kavramına yönelik sahip oldukları öğrenci zorlukları bilgisi ve bu bilgiyi derslerine yansıtılmalarındaki gelişimin ortaya konması hedeflenmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayının kendisinin yaşadığı zorluk, öğrencilerin hangi konuda zorlanacaklarını düşündüğü ve dersinde yaptıklarının bilinçli mi bilinçsiz mi yapıldığını anlayabilmek amacıyla öğretmen adayları ile yarı-yapılandırılmış mülakat yapılmaktadır (bkz: ek 3). Yarı-yapılandırılmış mülakatta araştırmacı bir yol haritasına sahiptir ancak mülakat bu harita çerçevesinde araştırmacı tarafından mülakat yapılırken hedefe yönelik olarak şekillendirilmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu ve Yıldırım, 2004). Çalıştaylar öncesinde ve PAB çalıştay sonrasında öğretmen adayları ile türev ders planları üzerine yapılan mülakatlar aşağıdaki çerçevede doğrultusunda gerçekleştirilmektedir:

- Öğrencilerin konuyla ilgili hangi noktalarda zorluk çekebileceği
- Öğretmen adayının bu zorlukları ders planında ne kadar dikkate aldığı ve buna dayalı ne yaptığı,
- Anlatılacak konuyu öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırmak amacıyla neler yapılabileceği ve öğretmen adayının ne yaptığı

TPAB çalıştay sonrasında ise öğretmen adaylarının ders planlarında teknoloji kullanımı da yer aldığından mülakat çerçevesine aşağıdaki maddeler de eklenmektedir:

- Öğretmen adayının bu konudaki zorlukları gidermeye yönelik teknolojiden nasıl faydalandığı
- Öğrenci zorluklarının önüne geçilmesi açısından teknolojinin bu derse neler kattığı

Öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar proje kapsamındaki diğer bileşenleri de içerecek şekilde yaklaşık 40 dakika süreyle gerçekleştirilmekte ve ses kaydına alınmaktadır.

2.5.4.Ders planı ve ders notları

Nitel araştırmalarda etkin veri kaynaklarından birisi de belgelerdir. Diğer verilerden elde edilen verilerle birlikte belgeler de çalışmadaki verileri güçlendirmekte ve veri kaynağı açısından zenginlik sağlamaktadır (Cohen, Manion ve Morrison, 2000). Bu çalışmada retmen adaylarının çalıştaylar ncesi, PAB alıştayı sonrası ve TPAB alıştayı sonrası hazırlamış oldukları ders planları retmen adaylarının analizleri için veri kaynağı olarak kullanılmaktadır. Ayrıca retmen adayları ile yapılan mülakatlar bu ders planları üzerine yapılmakta ve mülakatlar rencilerin hazırlıkları doğrultusunda şekillendirilmektedir.

2.6.VERİ ANALİZİ

Çalışmada üzerinde durulacak olan türev kavramına yönelik renci zorlukları literatürde üç başlıkta belirlenmekte ve araştırma soruları da bu üç başlık açısından ayrı ayrı incelemeye alınmaktadır. Bu doğrultuda veri analizlerini de şekillendirecek tarzda oluşturulan alt araştırma soruları ve analizlerde kullanılacak olan veri kaynakları aşağıda verilmekte, ardından veri analizine değinilmektedir.

2.6.1.Alt araştırma sorular ve veri kaynakları

Aşağıda alt araştırma soruları ve veri kaynakları çalışmanın alakalı oldukları aşamaları doğrultusunda başlıklara ayrılarak verilmektedir.

2.6.1.1.Çalıştaylar ncesi türev alan ilgisi

1. Matematik retmen adayları PAB alıştayı öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi renci zorluklarına sahiptirler?

i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik ne gibi renci zorluklarına sahiptirler?

ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik ne gibi renci zorluklarına sahiptirler?

iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?

Veri kaynakları: Birinci PAB çalışmayı öncesi uygulanan Türev Alan Bilgisi Anketi (bakınız ek 1).

- i) Türev Alan Bilgisi Anketi 1- 2- 5 ve 8.sorular
- ii) Türev Alan Bilgisi Anketi 1- 2 ve 7.sorular
- iii) Türev Alan Bilgisi Anketi 1- 2- 3- 4- 6 ve 8.sorular

2.6.1.2.Çalıştaylar öncesi pedagojik alan bilgisi

2. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?

- i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
- ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?

3. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri bu zorlukların hangilerini ders planlarına yansıtmaktadırlar? Dile getirilen zorlukların aşılması için ders planlarında ne yapmayı planlamışlardır?

- i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları ders planlarına nasıl yansıtmaktadırlar? (Bu zorluğa yönelik ders planlarında ne yapmayı planlamışlardır?)
- ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları ders planlarına nasıl yansıtmaktadırlar? (Bu zorluğa yönelik ders planlarında ne yapmayı planlamışlardır?)
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları ders planlarına nasıl yansıtmaktadırlar? (Bu zorluğa yönelik ders planlarında ne yapmayı planlamışlardır?)

Veri kaynakları: PAB çalışmayı öncesi uygulanan türev-PAB anketi, PAB çalışmayı öncesi hazırlanan birinci ders planı ve bu ders hazırlığı üzerine mülakat

2.6.1.3.PAB çalışmayı sonrası pedagojik alan bilgisi

4. Matematik öğretmen adayları PAB çalışmayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?

- i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
- ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?

5. PAB çalışmayı sonrasında matematik öğretmen adayları öngördükleri bu zorlukların hangilerine ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde yer vermiştir? Bu zorlukların aşılması için ne yapmayı planlamış ve uygulamışlardır?

- i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları derslerine nasıl yansıtmaktadırlar? (Bu zorluğa yönelik derslerinde ne yapmayı planlamış ve/veya uygulamışlardır?)
- ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları derslerine nasıl yansıtmaktadırlar? (Bu zorluğa yönelik derslerinde ne yapmayı planlamış ve/veya uygulamışlardır?)
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları derslerine nasıl yansıtmaktadırlar? (Bu zorluğa yönelik derslerinde ne yapmayı planlamış ve/veya uygulamışlardır?)

Veri kaynakları: PAB çalışmayı sonrası hazırlanan ikinci ders planı, bu ders hazırlığı üzerine mülakat ve bu ders planı kullanılarak gerçekleştirilen 1. mikro öğretim

2.6.1.4.PAB çalıştayı sonrası türev alan bilgisi

6. Matematik öğretmen adayları TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?

- i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?
- ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik ne gibi öğrenci zorluklarına sahiptirler?

Veri kaynakları: İkinci, TPAB çalıştayı sonrası uygulanan Türev Alan Bilgisi Anketi (bakınız ek 1)

- i) Türev Alan Bilgisi Anketi 1- 2- 5 ve 8.sorular
- ii) Türev Alan Bilgisi Anketi 1- 2 ve 7.sorular
- iii) Türev Alan Bilgisi Anketi 1- 2- 3- 4- 6 ve 8.sorular

2.6.1.5.TPAB çalıştayı sonrası teknolojik pedagojik alan bilgisi

7. Matematik öğretmen adayları TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?

- i) Türev- limit ilişkisini öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
- ii) Türev- eğim ilişkisini öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini ön görmektedirler?

8. TPAB çalıştayı sonrasında matematik öğretmen adayları, öğördükleri bu zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalanmakta, bunu ne şekilde planlamakta ve uygulamaktadırlar?

- i) Türev- limit ilişkisini kurmaya yönelik zorluklara karşı teknolojiden ne şekilde faydalanmaktadırlar?
- ii) Türev- eğim ilişkisini kurmaya yönelik zorluklara karşı teknolojiden ne şekilde faydalanmaktadırlar?
- iii) Türev- değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik zorluklara karşı teknolojiden ne şekilde faydalanmaktadırlar?

Veri kaynakları: TPAB çalışmayı sonrası hazırlanan üçüncü ders planı, bu ders hazırlığı üzerine mülakat ve bu ders planı kullanılarak gerçekleştirilen 2. mikro öğretim

2.6.2. Veri analizi

Toplanan verinin anlam kazanması veri analizi ile mümkün kılınmaktadır. Bu süreçte kullanılan veri toplama araçları kadar veri analiz yöntemi de önemlidir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu ve Yıldırım, 2004). Bu çalışma nitel bir çalışma olduğundan veriler nitel analiz yöntemleri ile analiz edilmektedir.

Çalışmada öğretmen adaylarına uygulanan anketler incelenerek öğretmen adaylarının sorulara verdikleri cevaplar türev kavramına yönelik üç bileşen için de kategorilere ayrılmaktadır. Bu kategoriler, üç farklı araştırmacı tarafından da gözden geçirilerek son halini almakta ve bu şekilde genel olarak öğretmen adaylarının türev alan bilgileri elde edilmektedir.

Öğretmen adaylarının hazırlamış olduğu çalıştaylar öncesi, PAB çalışmayı sonrası ve TPAB çalışmayı sonrası türeve giriş ders planları doküman analizine tabi tutulmaktadır. Bu ders planları, literatür taraması sonucu belirlenen türev kavramına ilişkin üç başlıktaki öğrenci zorlukları dikkate alınarak, her bir öğrenci zorluğu için ilgili kısımların işaretlenerek kategorilere ayrılması ve sonrasında ise diğer veriler ile değerlendirilmesi şeklinde analiz edilmektedir.

Öğretmen adayları ile hazırlamış oldukları ders planları üzerine yapılan mülakatları ses kaydına, öğretmen adaylarının bu ders planlarını sınıf arkadaşlarına uyguladıkları mikro öğretimleri ise görüntü kaydına alınmaktadır. Sonrasında bu kayıtlar birebir yazıya aktarılmakta ve analizler bunlar üzerinden gerçekleştirilmektedir. Yazıya aktarılan kayıtlara ders planlarında olduğu gibi türevin üç başlıktaki öğrenci zorlukları doğrultusunda ayrıştırma yapılmaktadır. Böylece her bir zorluk için ilgili kısımlar işaretlenmekte ve üzerinde kategoriler belirlenmektedir.

Betimsel analizde veriler araştırma sorularına göre sınıflandırılabilir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004). Betimsel analizde veriler okunarak kodlamalar yapılmakta bu de tematik kodlama olarak adlandırılmaktadır. Bu şekilde verilerin yukarıda belirtildiği gibi ayrıştırılmasının ve kodlamalarının yapılmasının ardından bu veriler her bir öğretmen adayının her bir alt araştırma sorusu için tek tek ele alınmaktadır. Bir öğretmen adayının bir alt araştırma sorusu için araştırma sorusuna cevap verecek şekilde ayrıştırılan ders planı, mülakat ve gözlem verileri bir bütün olarak ele alınmakta ve sentezlenerek araştırma sorusu cevaplanmaktadır.

Yukarıda belirtilen işlemler 5 öğretmen adayı için de tekrarlanmakta ve böylece öğretmen adaylarının TPAB'nin öğrenci zorlukları bağlamındaki gelişim süreçleri ve bu süreçte yaşadığı zorluklar, türev kavramından örneklendirilerek ortaya konmaktadır.

Bu şekilde gerçekleştirilen veri analiz sonuçlarına çalışmanın bir sonraki bölümü olan bulgular bölümünde yer verilmektedir. Betimsel analizde veri kaynaklarından alıntılar yapmak çalışmanın güvenilirliği ve sıhhati açısından yararlı görülmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu, Yıldırım, 2004). Ayrıca nitel araştırmalarda mümkün olduğunca yorumdan uzaklaşmak gerekliliğinden ve okuyucu için anlamayı kolaylaştırmak gerekmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın bulguları sunulurken öğretmen adaylarına ait verilerin ayrıntılı sunumuna ve verilerden bire bir örneklere yer verilmektedir.

BÖLÜM III

BULGULAR ve YORUM

Çalışmanın bu bölümünde veri analizinden elde edilen bulgular her bir öğretmen adayı için ayrı ayrı sunulmaktadır. Her öğretmen adayı için bulgular sunulurken araştırma soruları doğrultusunda alt başlıklara yer verilmekte ve öğretmen adaylarının gelişimleri çalıştaylar öncesi, PAB çalıştay sonrası ve TPAB çalıştay sonrası olmak üzere aşamalı olarak ortaya konmaktadır.

Burada belirtmek gerekir ki öğretmen adayları hazırladıkları ders planlarını mikro öğretim kapsamında sınıf arkadaşlarına uygulamaktadırlar. Dolayısıyla aşağıda geçen diyaloglar sunum yapan öğretmen adayı ve onun sınıf arkadaşları arasında geçmekte ancak öğretmen adaylarının oynadıkları rol gereği öğrenci oldukları düşünülerek diyaloglarda onlar öğrenci olarak ifade edilmektedir.

3.1.AHU

3.1.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi

Araştırma sorularından birincisinde matematik öğretmen adaylarının PAB çalıştay öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Ahu'nun türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır.

3.1.1.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Ahu'nun türev-limit ilişkisini kurmada çeşitli zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde Ahu türevin cebirsel (limit) tanımını verebilmektedir. Ancak tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda sağdan ve soldan birer değişim oranı değeri bulup bu değerlerin

başına limit ifadesi koymaktadır. Dahası bu limit değerlerinin eşit olmadığını belirterek fonksiyonun o noktada sürekli olmadığını iddia etmekte ve fonksiyonun sürekli olmamasından yola çıkarak o noktada türevi olmadığını sonucuna varmaktadır. Dolayısıyla Ahu'nun değişim oranından anlık değişim oranına geçişte limit kavramının kullanımına ilişkin zorluklara sahip olduğu görülmektedir.

3.1.1.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Ahu'nun türev-eğim ilişkisini kurmada nispeten başarılı olduğunu göstermektedir. Türevi tanımlaması istendiğinde Ahu'nun ilk cevabı şu şekildedir:

“sürekli olan bir fonksiyonun bir noktadaki eğimine fonksiyonun o noktadaki türevi denir”

Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi teğetin eğimi yardımıyla bulabilmektedir. Ancak, ileride ders planı analizinde bahsedileceği üzere, Ahu türev-eğim ilişkisini kurarken değişim oranı ile ilişkilendirme yapmamaktadır.

3.1.1.3.Türev-değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Ahu'nun türev-değişim oranı ilişkisini kurmada bazı zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Türevi kendi cümleleri ile tanımlaması istendiğinde türevin eğim ilişkisinin yanında türevi *“bir fonksiyonun herhangi bir noktadaki değişim hızı”* olarak da tanımlamaktadır. *“Anlık değişim oranı bulunabilir mi?”* sorusuna cevap olarak anlık değişimin olabileceğini ve bunun da o noktadaki değişim hızını vereceğini söylemesine rağmen, anlık değişime ilişkin daha fazla açıklama yapamamaktadır. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda değişim oranlarını hesaplamakta ancak anlık değişim oranı hakkında yorum yapamamaktadır.

3.1.2.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından ikincisinde matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.1.2.1.Türev- limit ilişkisi

Yukarıda da tartışıldığı üzere, türev alan bilgisine ilişkin analizler, Ahu'nun türev-limit ilişkisini kurmada zorluk çektiğini göstermektedir. Mülakat çözümlenmelerinin analizi Ahu'nun öğrencilerin türev-limit ilişkisine yönelik sahip olabilecekleri zorluklar hakkında da bilgi sahibi olmadığını göstermektedir. Mülakatlarda Ahu bu konuda herhangi bir yorumda bulunmamaktadır.

3.1.2.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev- eğim ilişkisini kurmada öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar bağlamında da Ahu öğrencilerin karşılaşılabileceği herhangi bir zorluktan bahsetmemektedir. Türev-eğim ilişkisini kurmada görsellikten faydalanılmadığı takdirde görsel zekâyaya sahip öğrencilerin zorluk çekebileceğini belirtmektedir. Bunun dışında, örneğin değişim oranlarını grafikte yorumlayarak eğime ulaşma açısından ya da kirişlerin eğiminden teğetin eğimine yakınsama bağlamında öğrencilerin çekebileceği zorluklardan bahsetmemektedir.

3.1.2.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

Ahu ile yapılan mülakatın analizi, Ahu'nun türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda da öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir.

Yukarıda sunulan üç zorluk kategorisi dışında Ahu şu zorluklara değinmektedir:

- Karmaşık fonksiyonların türevini almakta karşılaşılan zorluklar
- Türev-süreklilik ilişkisini kullanmada karşılaşılabilecek zorluklar
- Fonksiyonun verilen noktalarda türevli olup olmadığını incelemeden o noktalarda türev hesaplama
- Neden türev alındığı ve türev almaktaki amacı anlamakta karşılaşılan zorluklar

3.1.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorlukları bileşeninde dersine yansıttıkları

Araştırma sorularından üçüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik ders planlarında neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının ders planları analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.1.3.1.Türev-limit ilişkisi

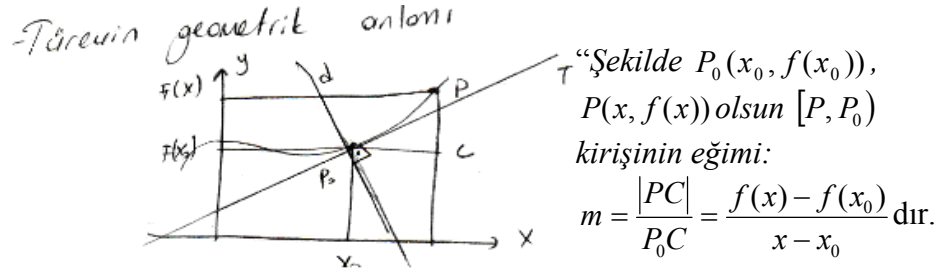
Ahu'nun ders planının analizi öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmalarına yardımcı olacak bir yaklaşım planlamadığını göstermektedir. Ders planında konum-zaman denkleminde ortalama hızlar buldurup ardından da " $h \rightarrow 0$ için $[5, 5+h]$ veya $[5-h, 5]$ aralığında ortalama hız inceleyecekleri" şeklinde açıklama yaparak limite geçip direk limit kullanmakta ve limiti ezbere vermektedir. Türev kavramında neden limite ihtiyaç duyulduğu ve neden limit kullanıldığı hakkında ne bir sezdirici soru sormakta ne de bir açıklamada bulunmaktadır.

3.1.3.2. Türev- eğim ilişkisi

Verilerin analizleri göstermiştir ki Ahu türev-eğim ilişkisini öğrencilere ezber bilgi şeklinde sunmaktadır. Türeve giriş dersi için öğretim programındaki şu kazanımı ders planına yazmıştır:

“Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur”

Ders planında da “Türevin geometrik anlamı” başlığı altında türev-eğim ilişkisine değinmektedir. Şekil 3'de de görüldüğü gibi Ahu bir fonksiyon grafiği çizmekte ve eğim tanımlamakta ardından da şu açıklamayı yapmaktadır.



Şekil 3: Ahu'nun 1.ders notlarında çizdiği grafik

“P noktası eğri üzerinde P_0 noktasına yaklaşırken, $[P, P_0]$ kirişlerinin limiti (varsa) P_0T doğrusudur. Bu doğruya grafiğin P_0 noktasındaki teğeti diyoruz. Öte yandan $x \rightarrow 0$ iken P noktası eğri üzerinden P_0 noktasına yaklaşır. O halde

$$m_{P_0T} = \lim_{x \rightarrow x_0} m_{P_0P} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) \text{ yani } f'(x_0) \text{ değeri } P_0T \text{ teğetinin eğimidir”}$$

Türev-eğim ilişkisi doğrultusunda bir öğrenci zorluğu öngörmeyen Ahu, kazanımında ve ders planında da görüldüğü gibi türev-eğim ilişkisini dersinde ezbere vermektedir. Örneğin, değişim oranlarını grafik üzerinde yorumlayarak ($\Delta y / \Delta x$ dik üçgende kiriş açısının tanjantını o da eğimi verir) eğim sonucuna ulaşmamakta, bunun yerine eğim kavramını direk gündeme getirememektedir.

3.1.3.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizleri sonucunda türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığı belirlenen Ahu dersinde de bu ilişkiye dair bir sezdirme ya da açıklamada bulunmamaktadır. Ahu türeve giriş dersi için öğretim programındaki şu kazanımı ders planına yazmıştır:

“Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur”

Bu kazanım doğrultusunda, Ahu “*Türevin fiziksel anlamı*” başlığı altında konum-zaman fonksiyonu verilen aracın bazı aralıklarda ortalama hızlarını buldurmakta ve ardından da “*Radara girdiği 5. saatteki hızını (anlık hızını) $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için $[5, 5+h]$ veya $[5-h, 5]$ aralığında ortalama hızını*” inceleyeceğini ders planında açıklamaktadır. Bu şekilde anlık hızın nasıl bulunacağını açıklamakla birlikte, birkaç aralık için ortalama hızı hesaplamakta ancak anlık hızı bulmadan “*türevin geometrik yorumu*” başlığını atmaktadır. Görüldüğü gibi Ahu türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik bir planlama yapmamakta ve konum-zaman fonksiyonunun belli bir noktadaki türev değerinin anlık hızı verdiğini ezbere sunmaktadır.

3.1.4. PAB Çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından dördüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.1.4.1.Türev-limit ilişkisi

Ahu mülakat esnasında öğrencilerin anlık limiti ve türev değerinin gerçek değere ulaşip ulaşmadığını anlamada zorlanabileceklerini belirtmektedir. Bunun da yakınsama ve limit kavramlarını anlayıp anlamamaya alakalı olduğunu söylemektedir. Mülakatta bu tarz açıklamalarda bulunan Ahu'nun türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir.

3.1.4.2.Türev-eğim ilişkisi

Ahu'ya mülakat esnasında öğrencilerin türev kavramını öğrenirken nerelerde zorlanabileceği sorulduğunda, direk türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini belirtmemektedir. Ancak, mülakat boyunca türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik neler yapılabileceğini, türev-eğim ilişkisinin kurulabilmesi için grafik üzerinde hangi yaklaşımların sergilenip hangi çizimlerle bu ilişkinin öğrencilere anlatılabileceğini ayrıntılı bir şekilde açıklamaktadır. Bu konudaki ayrıntılara bir sonraki kısımda değinilecektir. Buradan yola çıkılarak Ahu'nun türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkında olduğu söylenebilir.

3.1.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Veri analizleri göstermiştir ki Ahu türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik olarak öğrencilerin ne tür zorluklar çekebileceklerinin farkındadır. Mülakat esnasında öğrencilerin anlık değişim oranını anlamada zorlanacaklarını ifade etmekte, buna sebep olarak da değişim olabilmesi için iki noktaya ihtiyaç duyacaklarını belirtmektedir.

3.1.5.PAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından beşincisi matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik dersinde neler yapmayı

planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.1.5.1. Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Ahu bu bilgisini dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Ahu ders planında bakterilerin üremesi ile ilgili verdiği örnek üzerinden değişim oranları tablosu oluşturmakta daha sonra bu tablo üzerinde aşağıdaki soruyu sormaktadır:

“Tabloda, $t \rightarrow 2$ 'ye yakınsarken $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$ kaç'a yakınsar? $(\lim_{t \rightarrow 2} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = ?)$ ”

Hazırladığı ders planını kullanarak anlattığı mikro öğretim dersinde ise bu soruyu aşağıdaki şekilde dile getirmektedir:

“değerleri 0'a doğru yaklaştırırken aralıkları küçültmekteyiz aynı şekilde $f(t)$ değerlerine baktığımızda t , 2'ye giderken fonksiyonun değişim eğrisi 0'a yakınsamakta... t değerleri 2'ye yakınsarken bunun hakkında ne söyleyebiliriz, değerler neye yakınsamaktadır?”

Bu yönlendirici sorunun ardından öğrencilerden 4 cevabını aldıktan sonra limit işlemini $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{f(t) - f(2)}{t - 2} = 4$ şeklinde yazarak dersine devam etmektedir.

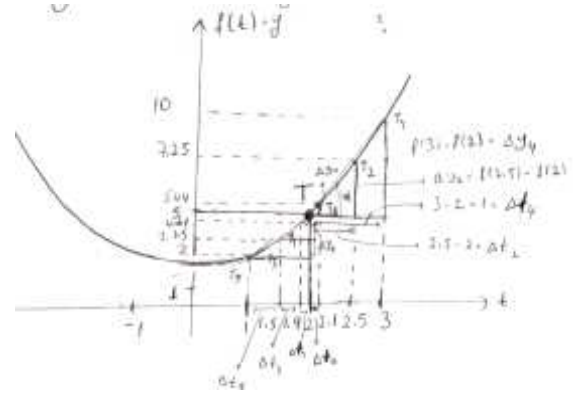
Ders planı ve mikro öğretimin son kısmında ise önce öğrencilere türevi nasıl ifade edebileceklerini sormakta ve sonra da türevin cebirsel (limit) tanımını vermektedir. Bu uygulamalarda Ahu öğrencilerde limit kullanma ihtiyacı doğuracak bir problem durumu oluşturmaktan ziyade öğrencilere “tablo değerlerine bakalım, değerler nereye yakınsamakta, bunu neyle hesaplarız” şeklinde sorular sormaktadır. Öğrencilerin bu sorulara cevap vermesiyle limit kavramına ulaşılmaktadır.

3.1.5.2. Türev-eğim ilişkisi

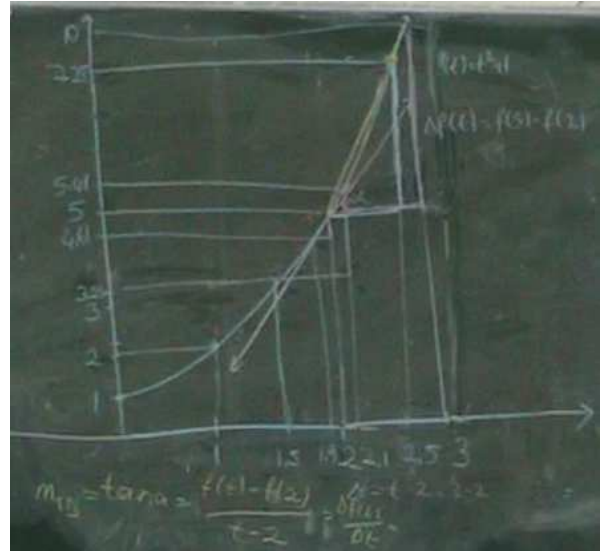
Mülakat analizinde türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkında olduğu belirlenen Ahu'nun bu bilgisini hazırladığı türeve giriş dersine de yansıtmaya çalıştığı görülmektedir. Ahu ders planında türev-eğim ilişkisi kurmaya yönelik “Değişim oranının kirişin eğimi olduğunu görür” şeklinde bir kazanıma yer

vermektedir. Bu kazanım doğrultusunda değişim oranları tablosu oluşturmakta ve öğrencilerin bu tabloyu inceleyerek 4'e yakınsamayı fark etmelerini hedeflemektedir. Daha sonra da tablo değerlerini grafiğe aktaracağını belirtmektedir. Şekil 4'deki gibi ders planında grafiği çizip, grafik üzerinde değişim oranlarını üçgen oluşturarak gösterip bu üçgenler yardımıyla değişim oranının tanjanta eşit olduğunu ve onun da kirişin eğimini verdiğini ifade etmektedir. Yine burada bir yakınsama olduğunu vurgulayıp limit yardımıyla kirişleri teğete ve kirişlerin eğimini de teğetin eğimine ulaştırmaktadır. Bu hazırlığın amacını mülakatta, değişim oranlarının yaklaştığı değerlerin teğetin eğiminin yaklaştığı değere eşit olduğunu öğrencilerin kendilerinin ilişkilendirme yaparak görmelerini istediği şeklinde dile getirmektedir.

Yukarıda bahsedilen ders planındaki hazırlık mikro öğretim esnasında şu şekilde hayata geçmektedir. Ahu öğrencilere “ $\Delta f(t)/\Delta t$ yi nasıl oluşturabiliriz?” şeklinde soru sormakta ve öğrencilerden “kiriş”,



Şekil 4: Ahu'nun 2.ders notlarında çizdiği grafik



Şekil 5: Ahu'nun 1.mikro öğretiminde çizdiği grafik

“tanjanttan” gibi cevaplar almaktadır. Ardından grafik üzerinde kirişi çizip üçgeni oluşturarak (Şekil 5) aşağıdaki şekilde onaylatıcı sorularla değişim oranının limitinin (yani türevin) fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimini verdiğini açıklamaktadır.

“Burada tan α neyi veriyor bize, karşı bölü komşu yani f' deki değişim bölü x 'deki değişimdir. $\Delta f(t)/\Delta t$ olmuş oluyor. Bu da bize kirişteki eğimi mi vermiş oluyor, $\Delta f(t)/\Delta t$ aynı zamanda kirişlerin eğimi bize değişim oranını mı veriyor”.

“Bütün değerler küçüldükçe, şu P noktasındaki teğete yakınsamış oluyor mu? O zaman değişim oranları bize aynı zamanda kirişlerin eğimini verir, kiriş eğimi de teğetin eğiminin yaklaştığı değerdir diyebilir miyiz?”

3.1.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizinde türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları bilgisine sahip olduğu belirlenen Ahu bu bilgisini hazırlamış olduğu türeve giriş dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Bununla ilgili ders planındaki bazı kazanımlar şu şekildedir:

“Bir noktaya göre belli bir aralıktaki ortalama hızı bulur, değişim oranıyla ilişki kurar”

“Fonksiyonun bir nokta ve civarındaki değerlerini, noktaya göre civarındaki fonksiyonların ve değerlerinin değişimini ve bunların oranını bulur, tabloda gösterir.”

Bu kazanımlar doğrultusunda Ahu ders planında ve mikro öğretiminde öğrencilere zamana bağlı bakteri sayısındaki değişimi ifade eden fonksiyonu vermektedir. Bunun ardından mikro öğretim esnasında sınıfa aşağıdaki soruyu sormakta ve cevap almakta ardından da ortalama hız (değişim oranları) tablosu (Tablo 1) doldurmaktadır.

Ahu: Bakterilerin üreme hızlarını nasıl hesaplayabiliriz?

Öğrenci: Mesela iki zaman aralığı aldık diyelim, üreme miktarlarının arasındaki fark bölü zamanın farkı yani $f(t_2)-f(t_1)/t_2-t_1$

İki zaman aralığında ortalama hızı bulabildiklerini belirten Ahu bunun ardından aşağıdaki soruyu sorarak tek noktadaki değişim oranını buldurmaya çalışmaktadır.

Tablo 1: Ahu'nun 2.ders planında çizdiği tablo

t	1	1,5	1,9	2	2,1	2,5	3
$f(t)$	2	3,25	4,61	5	5,44	7,25	10
$\Delta t = t - 2$	-1	-0,5	-0,1	0	0,1	0,5	1
$\Delta f(t) = \Delta y = f(t) - f(2)$	-3	-1,75	-0,39	0	0,44	2,25	5
$\frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \frac{f(t) - f(2)}{t - 2}$	3	3,5	3,9	tanımsız	4,4	4,5	5

“2 noktasında hızını bulamıyoruz, bakterinin... Bu aralıkları daha az tutarsak 2 ye daha yakın tutarsak o zaman bu değerler nasıl olacak?”

Mülakat esnasında öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini belirten Ahu bu konuda öğrencilere anlık değişime sadece yakınsanabildiğini ancak bunun gerçek değer olmadığını açıklayacağını ifade etmektedir.

Yukarıda incelenen üç başlığı tek bir örnek üzerinden irdeleyen Ahu ders planının son kısmında bunları şu şekilde birleştirmektedir.

$t \rightarrow 2$ 'ye yakınsarken $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$ ler (değişim oranı) 4'e yakınsar

$t \rightarrow 2$ 'ye yakınsarken kirişlerin eğimi de 4'e yakınsamaktadır, bu da $t=2$ noktasındaki (grafikten) teğetin eğimine yakınsamakta.

Buradan da;

* Değişim oranının yaklaştığı değer, teğetin eğiminin yaklaştığı değerdir.
*

t anındaki anlık hızın yaklaştığı değer = t anındaki teğetin eğiminin yaklaştığı değer = t anındaki değişim oranının yaklaştığı değer

* Anlık hızın genel adı türevidir. Diğer bir ifadeyle bir fonksiyonun bir noktadaki değişme hızı, fonksiyonun o noktadaki türevidir. Buradan da bir fonksiyonun bir noktadaki türevi fonksiyon o noktadaki teğetin eğimidir.

3.1.6.TPAB çalıştayı sonrası türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın altıncı araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip

olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Ahu'nun TPAB sonrası türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır:

3.1.6.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Ahu'nun türev-limit ilişkisini kurmada zorluk yaşamadığını göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde Ahu türevin cebirsel (limit) tanımını vermemektedir ancak bir fonksiyonun türevini bulmasını gerektiren sorularda türev bulmak için türevin limit tanımını kullanabilmektedir. Tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda ise $\Delta x=0,3$ 0,2 ve 0,1 değerleri için değişim oranı bulmakta ve Δx 0'a yaklaşırken değişim oranının limitinin türev olduğunu söyleyebilmektedir. Dolayısıyla burada Ahu değişim oranından anlık değişim oranına, limit yardımıyla geçebilmekte ve türev-limit ilişkisini kurabilmektedir.

3.1.6.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Ahu'nun türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmadığını göstermektedir. Türevi tanımlaması istendiğinde Ahu'nun cevabı türev-eğim ilişkisini de içine alacak şekilde şöyledir:

“Türev bir noktadaki anlık değişim oranının yaklaşık değeri, o noktadaki teğetin eğiminin yaklaşık değeri ve o noktadaki anlık hızın yaklaşık değeridir.”

Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi grafik üzerinden teğetin eğimi yardımıyla bulabilen Ahu türev-eğim ilişkisini kurabilmektedir.

3.1.6.3.Türev-anlık değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Ahu'nun türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluğa sahip olmadığını göstermektedir. Türevi kendi cümleleri ile tanımlaması istendiğinde yukarıda da belirtildiği üzere "*Türev bir noktadaki anlık değişim oranının yaklaşık değeri, o noktadaki teğetin eğiminin yaklaşık değeri ve o noktadaki anlık hızın yaklaşık değeridir.*" cevabını vermekte ve türev-değişim oranı ilişkisine değinmektedir. "*Anlık değişim oranı bulunabilir mi?*" sorusuna bir noktada değişimden bahsedilebileceği ve bunun da iki noktadaki değişim oranının limiti yardımıyla olabileceği şeklinde açıklama getirmektedir. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda ise türev bulmak için değişim oranları hesaplamasına giden Ahu görüldüğü gibi türev- değişim oranı ilişkisini kurma hususunda zorluk yaşamamaktadır.

3.1.7.TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Araştırma sorularından yedincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlemesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.1.7.1.Türev-limit ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Ahu'nun bu mülakatta türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan tekrar bahsettiği görülmektedir. Mülakatta türev-limit ilişkisini kurma konusunda yapacaklarına ve türevin üç yönünün ilişkilendirilmesine değinen Ahu'nun türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir. Bununla birlikte Ahu, grafik analizi programında Δx 'i küçülttüğçe bir noktadan sonra programın aynı sonucu

verdiğini yani programın bir noktadan sonra yuvarlama yaptığını bunun ise öğrencinin türev-limit ilişkisini anlamasında zorluk doğurabileceğini belirtmektedir.

3.1.7.2.Türev-eğim ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorluk yaşayabileceğinin farkında olduğu belirlenen Ahu'nun bu mülakatta türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta türev-eğim ilişkisini kurma konusunda kullandığı teknolojiye değinmekte ve öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarını anlatmaktadır

3.1.7.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Ahu'nun bu mülakatta da türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta değişim oranının limitiyle türeve geçişi teknoloji yardımıyla nasıl sağlayacağını anlatan Ahu öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarına değinmektedir.

3.1.8.TPAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından sekizincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalandıklarını ve bunu ne şekilde yaptıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.1.8.1. Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen Ahu bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Ahu mülakatta, zamana bağlı üreme hızı verilen fonksiyondan, bir zaman aralığında bakterilerin üreme hızının bulunabileceğini ancak bir andaki hızı bulmada öğrencilerin zorluk yaşayacağını ve işte o noktada öğrencinin limit kullanması gerektiğini görmesini sağlayacağını belirtmektedir. Yine değişim oranından anlık değişim oranına ve kirişin eğiminden teğetin eğimine geçişlerde bir yakınsama ve sonrasında limit kullanımına öğrencileri yönlendireceğini ifade etmektedir. Ahu tahtada grafik üzerinde kirişler çizip teğetin eğimine yaklaşım yaparken grafik üzerindeki kirişlerin birbirine karıştığını ancak program yardımıyla bu yaklaşımların daha rahat görülebildiğine dikkat çekmektedir. Mülakatta bahsettiği gibi ders planında bakterilerin üreme fonksiyonunu kullanan Ahu ortalama üreme hızları bulmasının ardından grafik analizi programı yardımıyla grafiği çizdireceğini belirtip şu açıklamayı yazmaktadır:

“t=2 ile t=3 anları arasındaki yani $\Delta t=1$ zaman aralığındaki hızı bulduk. Burada Δt 'yi küçültürsek yazılımdan; 2'ye yakınsamakta olan noktalara karşılık (t→2 için) $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$ ler 4'e yakınsamaktadır. (eğimler de 4'e yakınsamakta, hızlar da”

Bunun ardından bakterilerin t=2 anındaki üreme hızını sorarak eğim ve ortalama hız için iki noktaya ihtiyaç duyduklarını hatırlatıp tek nokta için ne yapmaları gerektiğine aşağıdaki şekilde sorularla geçiş yapmakta ve bunun ardından limit kullanmaktadır:

“Aralığı yeterince küçültürsek yani $\Delta t \rightarrow 0$ için bu durumda ne olur? $\Delta f(t)/\Delta t \rightarrow 4$ olur. Buradan kirişler için ne söylenebilir? T=2 anındaki hız için ne söylenebilir?”

Mikro öğretimde de yukarıda bahsettiği şekilde grafik analizi programından yararlanarak fonksiyonun grafiğini çizdirmekte ve program kullanarak aynı zamanda yaklaşımı şu şekilde ifade etmektedir:

“t’yi küçültürsek 2’ye doğru yaklaştığında bizim değişim oranlarımız bakalım adım adım Δt azaldıkça 4’e doğru yaklaşma göstermekte. Bunu şöyle söyleyelim t’ler 2 ye yaklaştıkça f(t)’ler 5’e yaklaşıyor, değişim oranları 4’e yaklaşıyor. Değişim oranını biz hız olarak ifade etmiştik. Hızlarımız 4’e yaklaşıyor ve kırımların eğimi olduğunu söylemiştik ve kırımların eğimi de 4’ee yaklaşıyor. Daha net görebilmek için bu Δt ’yi isterseniz biraz daha küçütelim. Hızlı olarak yaklaştırdığımızda daha net göreceksiniz”

“Yani t’yi çok 2 ye yaklaştırdığımızda oradaki aralığımız Δt nereye yaklaşmış olur, 0’a yaklaşmış olur. O halde biz Δt ’yi =’a yaklaştırdığımızda biraz daha biraz daha hızlandırılır.”

Bu şekilde grafik analizi programında hareket butonları ile yaklaşımları öğrencilere yaptırarak sezdirmekte ve öğrenciyi limite götürmektedir.

3.1.8.2. Türev-eğim ilişkisi

Yukarıda türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları konusunda bilgi sahibi olduğu belirtilen Ahu bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojidenden faydalanmaktadır. Mülakatta PAB sonrası ders planı ile şimdiki ders planını kıyaslayan Ahu iki ders arasındaki şu farka değinmektedir: Önceki ders planında hızı öğrencilere buldurduktan sonra grafiğe aktarıp oradan eğimi göstermekte, şimdiki ders planında ise grafik analiz programından faydalanmaktadır. Böylece önce tablo sonra grafik çizme şeklinde ilerlemek yerine program yardımıyla hepsini aynı anda yapabildiğini belirten Ahu grafiği kendi çizen öğrencinin orada değişim oranının ya da ortalama hızın eğimi verdiğini görmesinin daha kolay olduğunu ifade etmektedir. Aynı zamanda tahtada grafik üzerinde kırımlar çizip teğetin eğimine yaklaşım yaparken grafik üzerindeki kırımların birbirine karıştığını ancak program yardımıyla bu yaklaşımların çok daha rahat görülebildiğine değinmektedir.

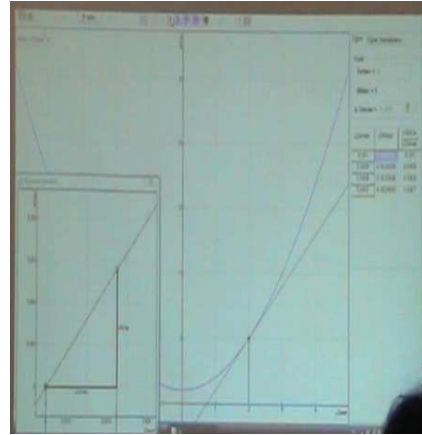
“Anlık değişim oranının eğim olduğunu görüyor öğrenci. Eğimin de kırımların eğiminin de teğetin eğimine yaklaştığını görüyor”

Mülakatta bahsettiği üzere ders planında bakterilerin üremesini zamana bağlı fonksiyon şeklinde vermesinin ardından bulduğu ortalama hızı grafik analiz programında çizdiren Ahu burada şu açıklamayı yazmıştır:

“Bu bize aynı zamanda $t=2$ ile $t=3$ anlarındaki noktalardan geçen kirişin eğimini verir. Buda kirişin t -ekseni ile yaptığı açının tanjantıdır. Aynı zamanda $f(t)$ deki değişimin t 'deki değişim oranıdır”

Bunun ardından bir andaki hızı sormakta ve programda yapacağı yaklaşımlara değinerek teğetin eğimine geçmektedir. Ahu'nun hazırladığı ders planını uygulamaya koyduğu mikro öğretimine baktığımızda ise bahsettiği şekilde grafik analiz programında fonksiyonun grafiğini çizmekte ve ortalama hızları göstermektedir. Bu aşamada bir taraftan program üzerinde uygulamalarına devam ederken bir taraftan da aşağıdaki şekilde açıklamalarda bulunmaktadır:

“ Δt zaman aralığında bizim hızlarımız fonksiyonların değişim oranlarını vermiş oluyor. Aynı zamanda buradaki 2 ve 3 noktasından geçen kirişlerin eğimini vermiş oluyor. Şimdi bu 2 ve 3 noktasındaki kirişin eğimi aynı zamanda zaman eksenine yaptığı açıyı alfa açısı olarak nitelendirirsek eğer, onun tanjantına eşit olur. 2 ile 3 arasındakiini bulduk Δt 'yi bulduk peki biz bu delta t 'yi küçültürsek 2'ye doğru yaklaştığımızda bizim değişim oranlarımız bakalım adım adım delta t azaldıkça 4'e doğru yaklaşıma göstermekte. Bunu şöyle söyleyelim t 'ler 2'ye yaklaştıkça $f(t)$ 'ler 5'e yaklaşmakta değişim oranları 4'e yaklaşmakta, değişim oranını biz hız olarak ifade etmiştik. Hızlarımız 4'e yaklaşmakta ve kirişlerin eğimi olduğunu söylemiştik ve kirişlerin eğimi de 4'e yaklaşmakta.”



Şekil 6: Ahu'nun 2.mikro öğretiminde kullandığı büyütme penceresi

Grafik analizi programı yardımıyla adım adım yaklaşımlara değinirken; Ahu ve bir öğrenci arasında şu diyalog geçmektedir:

“Ahu: Şimdi delta t yi ben küçülttüğümde kirişlerim artık bir saniye hızlandırayım şunu görünüyor buradaki kiriş değil mi Reyhan?”

Öğrenci: Evet hocam görebiliyoruz.

Ahu: Bu durum için kirişler hakkında ne söyleyebilirsin

Öğrenci: Hocam kirişlerin eğim değerleri de 4 e yaklaşıyor. Yani kiriş doğrularımda bir değere gidiyor olabilir bu durumda eğimleri bir yere gidiyorsa.

Ahu: Peki neye gidiyor olabilir burada?

Öğrenci: Hocam burada durmuş gibi sanki. Kiriş yok artık görünürde teğet var.”

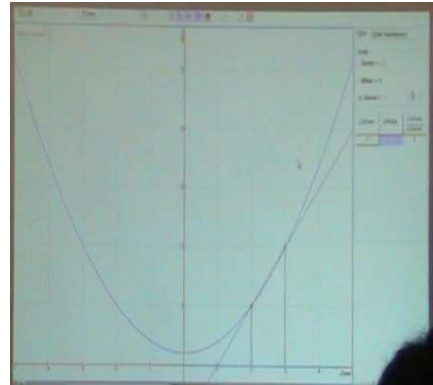
Bunların sonunda yaptıklarını aşağıdaki şekilde bağlayan Ahu türevin cebirsel tanımını vermeden önce öğrencilere grafik analizi programının sağ üst köşesinde eğim değerini veren fonksiyonun olduğunu ve bunun da türevin cebirsel tanımında kullanacaklarını söylemektedir.

“t=2 noktasında kirişlerin yaklaşık değeri aynı zamanda t=2 anında değişim oranının yaklaşık değerini bu da aynı zamanda t=2 anında anlık hızın yaklaşık değerine yakınsamış olduğunu gördük.”

3.1.8.3Türev-değişim oranı ilişkisi

Yukarıda türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen Ahu bu zorluğu dersinde de dikkate almakta ve bunun için teknolojiye faydalanmaktadır. Mülakatta değişim oranı ile ilgili zorluğa karşı grafik analizi programında değişim oranlarının zaten görüldüğünden ve deltayı istenildiği kadar küçülterek bu değişim oranını incelenebileceğinden bahsetmektedir. Aynı zamanda öğrencilerin ortalama hızların değişim oranını verdiğini görmelerini hedeflediğini belirtmektedir. Ahu'nun ders planına baktığımızda ise bakterilerin ortalama üreme hızını grafik üzerinde göstererek şu açıklamayı yazdığı görülmektedir:

“Bu bize aynı zamanda t=2 ile t=3 anlarındaki noktalardan geçen kirişin



Şekil 7: Ahu'nun 2.mikro öğretiminde programda çizdiği grafik

eğimini verir. Buda kirişin t-ekseni ile yaptığı açının tanjantıdır. Aynı zamanda f(t) deki değişimin t'deki değişime oranıdır”

Bunun ardından bir andaki hızı soran Ahu programda grafik üzerinde yapacağı yaklaşımları açıklayarak anlık hıza ulaşmaya çalışmaktadır. Hazırladığı ders planını uyguladığı mikro öğretime baktığımızda da aynı şekilde kolonideki bakterilerin zamana bağlı fonksiyonundan ortalama üreme hızını bulmakta ve bunu grafik analiz programında gösterelim diyerek grafik analiz programında fonksiyonu çizerek $\Delta t=1$ için değişim oranını göstermektedir.

“ Δt zaman aralığında bizim hızlarımız fonksiyonların değişim oranlarını vermiş oluyor. Aynı zamanda buradaki bizim 2 ve 3 noktasından geçen kirişlerin eğimini vermiş oluyor”

Sonrasında ise program yardımıyla grafik üzerinde yakınsamaları göstererek teğetin eğimine ulaşmakta ve sonunda teğetin eğimi ile anlık değişim oranını şu açıklamayla birbirine bağlamaktadır:

“t=2 noktasında kirişlerin yaklaşık değeri aynı zamanda t=2 anında değişim oranının yaklaşık değerini bu da aynı zamanda t=2 anında anlık hızın yaklaşık değerine yakınsamış olduğunu gördük.”

Araştırma soruları ışında Ahu'nun AB, PAB ve TPAB'ne ilişkin bulgular yukarıda ayrıntılı biçimde sunulmuştur. Ahu'nun gelişimini ortaya koymak açısından bu bulgular aşığadaki Tablo 2 de özetlenmektedir.

Tablo 2: Ahu'nun gelişim tablosu

Ahu		Türev-limit ilişkisi	Türev-eğim ilişkisi	Türev-değişim oranı ilişkisi
Çalıştaylar öncesi	Türev alan bilgisi anketi	Türevin cebirsel tanımını verebilmekte ancak türev için limitin gerekliliği konusunda zorluk çekmekte	Türevi tanımlarken eğim ilişkisinden bahsetmekte, grafik üzerinden türevi eğim olarak bulabilmekte	Türevi değişim hızı olarak da ifade etmekte, bir noktada değişim olabileceğinden bahsetmekte ancak türev-değişim oranı ilişkisini kurmakta zorlanmakta
	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Türev-limit ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Görsel zekaya sahip olan öğrenciler için görsellik	Türev-değişim oranı ilişkisi kurma zorluğu

			sağlamaktan bahsetmekte ancak türev-eğim ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	öngörmemekte
	Ders planında öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Ortalama hızların ardından limite ezbere geçmekte ve türev için limit ihtiyacı doğurmaktadır.	“türevin geometrik anlamı” başlığı altında türev-eğim ilişkisini ezbere vermekte	“türevin fiziksel anlamı” başlığı altında türev hız ilişkisine değinmekte ancak türev-değişim oranı ilişkisi kurmamakta
PAB çalışmayı sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Dersinde yaklaşım soruları sormakta ve öğrencileri anlık değişim oranı bulmada limit sürecine yönlendirmekte	Grafik üzerinde değişim oranları ile üçgen oluşturmakta ve tanjant yardımıyla giriş eğimi ve yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Kazanımlarında değişim oranını vurgulamakta ve ders sonunda diğer bileşenlerle değişim oranını ilişkilendirmekte
TPAB çalışmayı sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Dersinde yaklaşım soruları sormakta ve öğrencileri anlık değişim oranı bulmada limit sürecine yönlendirmekte ve program yardımıyla özellikle grafik üzerinde yaklaşıma sürecini daha net yaşatabilmekte	Değişim oranlarının giriş eğimini verdiğini program yardımıyla grafik üzerinde gösterebilmekte daha fazla değerlerle teğetin eğimine yaklaşımı daha net ortaya koyabilmekte	Türev-değişim oranı ilişkisine değinmekte ve programda zaten değişim oranının görüldüğünü belirtmekte

	Türev alan bilgisi anketi	Türev-limit ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Değişim oranından anlık değişim oranına geçebilmekte ve türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanmamakta
--	---------------------------	--	---	--

3.2.MURAT

3.2.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın birinci araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Murat'ın türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır:

3.2.1.1.Türev-limit ilişkisi

Çalıştaylar öncesi uygulanan türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Murat'ın türev-limit ilişkisini kurmada bazı zorluklar yaşadığını göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde Murat fonksiyondaki değişimle ilgili bir tanım yazıp ardından da türevin limit gösterimini vermektedir. Murat bir fonksiyon üzerinden türev bulmasını gerektiren sorulardan bazılarında fonksiyonun türevini limit yardımıyla hesaplamaktadır. Bununla beraber tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruyu cevapsız bırakmaktadır. Bu verilere dayanarak söyleyebiliriz ki Murat türev konusunda bir limit kullanımı bilgisine sahiptir ancak bu bilgi, 8.sorunun cevapsız kalmasından da anlaşılacağı üzere, türevin cebirsel (limit) tanımından gelmekte ve türev için neden limit almalıyız sorusunu cevaplayacak düzeyde yeterli değildir.

3.2.1.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Murat'ın türev-eğim ilişkisini kurmada nispeten başarılı olduğunu göstermektedir. Türevi ilk tanımladığından farklı şekilde tanımlayıp tanımlayamayacağı sorulduğunda “bir fonksiyonun sahip olduğu eğrinin bir p noktasındaki teğetin eğimidir” şeklinde cevap vermektedir. Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi teğetin eğimi yardımıyla bulabilmektedir. Ancak, ileride ders planı analizinde bahsedileceği üzere, Murat türev-eğim ilişkisini kurarken değişim oranı ile ilişkilendirme yapmamaktadır.

3.2.1.3.Türev-anlık değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Murat'ın türev-değişim oranı ilişkisini kurmada bazı zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Türevi kendi cümleleri ile tanımlaması istendiğinde “Herhangi bir fonksiyon için, bir noktadaki bir değişimin fonksiyonun değerindeki yapmış olduğu değişimdir diyebiliriz. Örneğin bir fonksiyon için x=2 noktasındaki değişim $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ile hesaplanır” şeklinde tanımlamaktadır. “Anlık değişim oranı bulunabilir mi?” sorusuna cevap olarak anlık değişimin olabileceğini, bunun da türev yardımıyla bulunabileceğini belirtmekte ancak daha fazla açıklama yapmamaktadır. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruyu ise cevapsız bırakmaktadır. Başta verdiği tanım bazı ÖSS hazırlık kitaplarında da yer alan tanıma yakın bir tanım olup ders planını da göz önüne aldığımızda bu tanımın ezber düzeyde olduğu söylenebilir.

3.2.2.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından ikincisinde matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların

çözümlemesi analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.2.2.1. Türev- limit ilişkisi

Yukarıda da tartışıldığı üzere, türev alan bilgisine ilişkin analizler, Murat'ın türev-limit ilişkisini kurmada çeşitli zorluklara sahip olduğunu göstermişti. Mülakatta öğrencilerin x^3-3x gibi fonksiyonların türevini almada üssü başa indirip bir eksiltme şeklinde kolay olabileceğini bunda öğrencilerin zorlanmayacaklarını ancak limit tanımını kullanarak türev bulmada (cebirsal işlemde) zorlanabileceklerini belirten Murat bunun dışında herhangi bir açıklamada bulunmamaktadır. Mülakat çözümlerinin analizi Murat'ın öğrencilerin türev-limit ilişkisine yönelik sahip olabilecekleri zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir.

3.2.2.2. Türev-eğim ilişkisi

Yukarıda da belirlendiği üzere Murat türev-eğim ilişkisi kurmaya yönelik “türev eğimdir” şeklinde ezber bir bilgiye sahiptir. Mülakatta da türevin eğimle ilişkisini açıklayacağından bahsetmekte ancak bunun dışında başka bir şey belirtmemektedir. Yani değişim oranlarının grafikte eğimi verdiği ve değişim oranlarının limiti ile de fonksiyonun o noktadaki teğelinin eğimine ulaşıldığına dair bir açıklamada bulunmamaktadır. Dolayısıyla söyleyebiliriz ki Murat türev-eğim ilişkisini kurmada öğrencilerin karşılaşabileceği herhangi bir zorluk öngörmemektedir.

3.2.2.3. Türev- değişim oranı ilişkisi

Mülakat esnasında anlık hızı anlatacağını belirtmenin dışında bir açıklama yapmayan Murat'ın analizleri türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda da öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir.

Yukarıda sunulan üç zorluk kategorisi dışında Murat şu zorluklara değinmektedir:

- Cebirsal işlem yapmada karşılaşılabilecek zorluklar

- Ön bilgi eksikliğinden dolayı karşılaşılabilecek zorluklar

3.2.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Araştırma sorularından üçüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik ders planlarında neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının ders planları analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.2.3.1.Türev-limit ilişkisi

Mülakat analizinde türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrencilerin zorlanabileceklerini öngörmediği belirlenen Murat'ın ders planı analizi öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmalarına yardımcı olacak bir yaklaşım planlamadığını göstermektedir. “Türev ile hız arasındaki ilişki” başlığı altında konum-zaman fonksiyonundan ortalama hızlar buldurup ardından da

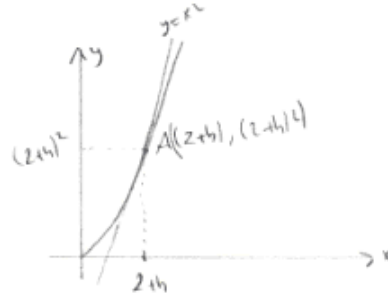
“hareketli 4. saatte radara girmiş olsun. O andaki hızını yani 4.saatteki hızını (anlık hızını) $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için $[4,4+h]$ veya $[4-h,4]$ aralığında ortalama hızdan yola çıkarak anlık hızı bulunur”

şeklinde açıklama yaparak anlık hızı bulmak için direk limit kullanmaktadır. Aynı şekilde “türev ile teğetin eğimi arasındaki ilişki” başlığı altında eğim tanımlayan Murat limiti kullanarak teğet eğimine geçmektedir. Türev kavramında neden limite ihtiyaç duyulduğu ve neden limit kullanıldığı hakkında ne bir sezdirici soru sormakta ne de bir açıklamada bulunmaktadır.

3.2.3.2.Türev- eğim ilişkisi

Murat türeve giriş dersi için orta öğretim matematik programındaki şu kazanımı ders planına yazmıştır: “Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur”. Bu doğrultuda ders planında türev-eğim ilişkisini “türev ile teğetin eğimi arasındaki ilişki” başlığı altında vermektedir. Bu başlık altında önce grafik üzerinde “m=y’deki değişim/x’deki değişim” şeklinde eğim tanımlayıp sonra da bazı eğimleri bularak

tablo oluşturmaktadır. Bunların ardından “ $f(x)=x^2$ parabolüne $A(2,2^2)$ noktasında çizilen teğetin eğimini $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için A ve $B((2+h),(2+h)^2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimini bulalım.” diyerek aşağıdaki şekilde grafik çizmekte ve eğimin limitini alarak sonuca ulaşmaktadır.



$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} m_{AB} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{(2+h) - 2} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4+h) = 4 \end{aligned}$$

Şekil 8: Murat’ın 1.ders notlarında çizdiği grafik

Türev-eğim ilişkisi kurma konusunda bir öğrenci zorluğu öngörmeyen Murat, kazanımında ve ders planında da görüldüğü gibi türev-eğim ilişkisini dersinde ezberlemektedir. Örneğin, değişim oranlarını grafik üzerinde yorumlayarak ($\frac{\Delta y}{\Delta x}$ dik üçgende kiriş açısının tanjantını o da eğimi verir) eğim sonucuna ulaşmamakta, bunun yerine eğim kavramını direk gündeme getirmektedir.

3.2.3.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizleri sonucunda türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığı belirlenen Murat dersinde de bu ilişkiye dair bir sezdirme ya da açıklamada bulunmamaktadır. Az önce de belirtildiği üzere ders planında şu kazanımı yazmaktadır: “Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur”. Bu kazanım doğrultusunda

“türev ile hız arasındaki ilişki” başlığı altında konum-zaman fonksiyonu verilen aracın bazı aralıklarda ortalama hızlarını buldurmakta ve ardından da “ hareketli 4. saatte radar girmiş olsun. O andaki hızını yani 4.saatteki hızını (anlık hızını) $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için $[4, 4+h]$ veya $[4-h, 4]$ aralığında ortalama hızdan yola çıkarak anlık hızı bulunur” şeklinde açıklamada bulunarak limit yardımıyla anlık hızı bulmaktadır. Yine türev-eğim ilişkisini işlediği “türev ile teğetin eğimi arasındaki ilişki” başlığı altında eğimi “ $m=y$ deki değişim/ x deki değişim” şeklinde tanımlamaktadır. Görüldüğü gibi Murat türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik bir planlama yapmamakta ve konum-zaman fonksiyonunun belli bir noktadaki türev değerinin anlık hızı verdiğini ezbere sunmaktadır.

3.2.4.PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından dördüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmektedir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.2.4.1.Türev-limit ilişkisi

Murat mülakat esnasında “öğrenci limit konusunda zorluklar yaşıyor” demekte ve öğrencinin “bir fonksiyonun bir noktadaki limiti o noktadaki değeridir” şeklinde yanılgıya düşebileceğini belirtmektedir. Ayrıca öğrencilerin limit bilgisine sahip olmadığı takdirde anlık değişimi bulurken karşısına çıkan 0/0 belirsizliğine karşın limit kullanması gerektiğinin de farkına varamayacağını ve anlık değişim oranına ulaşamayacağını belirtmektedir. Dolayısıyla mülakatta bu tarz açıklamalarda bulunan Murat’ın türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir.

3.2.4.2.Türev-eğim ilişkisi

Mülakat esnasında öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik zorluklarına değinen Murat öğrencilerin “türev=eğim” şeklinde bir ezberle zorluğa düşebileceklerini belirtmektedir. Dolayısıyla Murat türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğu bilgisine sahiptir.

3.2.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Veri analizleri göstermiştir ki Murat türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkındadır. Mülakat esnasında öğrencilerin anlık değişim oranını anlamada zorlanacaklarını ifade etmekte ve bunun önemine değinmektedir. Türevi anlamak için anlık değişim oranı ve limit bilgisinin çok önemli olduğunu ve mutlaka bunun kavratılması gerektiğini ifade etmektedir.

3.2.5.PAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından beşincisi matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik dersinde neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlemesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.2.5.1.Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Murat bu bilgisini dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Mülakatta bu konuyla ilgili öğrencilere “limit almamız gerektiğini hissettirdim” demektedir. Bunun için örneğin ortalama hızlar tablosu üzerinde daha yakın değerler

olarak yakınsamayı göstereceğini ve dolayısıyla limit kavramına ulaşacağını belirtmektedir. Ders planına baktığımızda Murat dersin başında bir fonksiyon üzerinden fonksiyonun değişen değerleriyle tablo oluşturmakta ve orada yakınsama ve limit kavramına değinmektedir. Böylece limit hakkında bir hatırlatma yapmakta sonrasında ise “şimdi de değişim oranlarına bakalım” diyerek fonksiyonun değişim oranları tablosunu oluşturmaktadır. Bu tablo üzerinden değişim oranının hareketini sorarak tekrar yakınsamayı vurgulamakta ve sonrasında limit kavramına geçerken şu açıklamayı yapmaktadır:

“Bu bulduğumuz anlık değişim oranıdır $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$. Fonksiyonun $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranı için) $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için $[2-h, 2]$ ve $[2, 2+h]$ aralıklarındaki değişim oranları bulunur.”

Bu aşamaları konum-zaman fonksiyonunda ortalama hızlardan anlık hıza geçişte ve grafik üzerinde kiriş eğiminden teğet eğimine geçişte de tekrar vurgulayarak ilerlemektedir. Bu ders planını uygulamaya koyduğu mikro öğretimde ise yine planladığı gibi ilerlemektedir. Değişim oranları tablosu üzerinde geçen bir diyalog aşağıdaki gibidir.

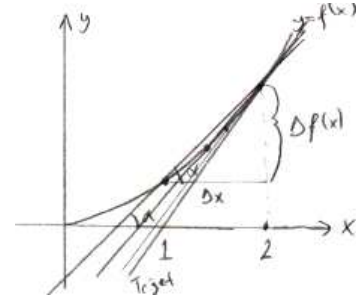
“Murat: Gözlemlediğiniz bir durum var mı? Soldan giderken 9’a doğru bir yaklaşma var. Peki, sağdan giderken? Yine 2,1 den 2 ye doğru bir yaklaşma var. 9’a doğru azalıyor. Peki, 2 noktasında bir değişim oranı bulabilir miyim? Ne dedik 0/0 belirsizliği oluşuyor dedik değil mi? Peki, bunu 0/0 yapmamak için çok yakın değerler bulabilir miyim? Δx i sıfıra çok yakın bir değer olarak alabilir miyim? Ona çok fazla yaklaşırsam öyle bir değer seçersem 1,99999999 belirsizliğimde olmaz değil mi. Ve 2 noktasındaki değişim oranına çok yakın bir değer bulurum. Bu bana hangi işlemi hatırlatıyor arkadaşlar.

Öğrenci: Limit.”

Fonksiyonun değişim oranları tablosundan limite ulaşmasının ardından buradaki limit kavramına atıfta bulunarak konum-zaman fonksiyonundan anlık hız bulurken ve grafik üzerinde teğetin eğimine geçiş yaparken limit kullanılmasını gerektiğini öğrencilerle birlikte teyit ederek limit kullanmakta ve sonuca ulaşmaktadır. Mülakatta, ders planında ve mikro öğretimde görüldüğü üzere Murat türev için limit kullanılması gerekliliğine birçok defa değinmekte ve tekrar etmektedir.

3.2.5.2. Türev-eğim ilişkisi

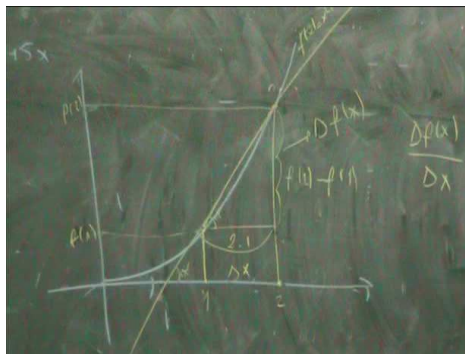
Mülakat analizinde türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkında olduğu belirlenen Murat'ın bu bilgisini hazırladığı türev giriş dersine de yansıtmaya çalıştığı görülmektedir. Bununla ilgili ders planındaki kazanım şu şekildedir:



Şekil 9: Murat'ın 2. ders planında

“Grafiği verilen bir fonksiyonun kırışlerinin eğiminin iki nokta arasındaki değişim oranı olduğunu kavrar ve belli bir noktaya çok yaklaşılarak elde edilen kırışlerin üzerinde olduğu doğruların o noktadaki teğet doğrusuna ve eğimlerin de teğetin eğimine yakınsadığını fark eder.”

Bu doğrultuda ortalama hızlardan anlık hız bulduğu konum-zaman fonksiyonunu tekrar verip, bu fonksiyonun grafiğini çizerek kırışleri incelemeye geçiyor. Grafik üzerinden değişim oranı neyi verir, 2 noktasına daha yakın kırışler incelendiğinde ne görülür gibi sorularla eğimi ve teğetin eğimini bulduracağını belirtmektedir. Sonrasında limit olarak teğetin eğimine ulaşmaktadır. Ders planında türev-eğim ilişkisine bu şekilde değinen Murat aynı şekilde mikro öğretimde de anlık hız bulmada kullandığı fonksiyonu grafiğe aktarmakta ve grafik üzerinde öğrencilere aşağıdaki gibi sorular sorup cevaplar almaktadır:



Şekil 10: Murat'ın 1 mikro öğretiminde çizdiği grafikler

“Murat: Şimdi şu iki noktayı birleştirdiğimde ne elde ederim kırış değil mi. Bunu uzatalım biraz. Peki fonksiyonumda şu mesafe bana neyi verir?”

Öğrenci: y'ler farkını verir.”

“Murat: değişim oranlarını alırsak şu delta $f(x)$ bölü delta x değişim oranı bana neyi verecek.

Öğrenci: Eğimi verecek.”

“Murat: Peki ben bu 2 noktasına daha yakın bir nokta seçersem ve bu yakınlaşma daha da devam ederse böyle sürekli yakınlaşırsa nereye yakınlaşmış olurum aslında.

Öğrenci: Teğete.”

“Murat: Peki, o zaman benim eğimim ne olur?

Öğrenci: Teğetin eğimi”

Bu şekilde önceki yaklaşımlara atıfta bulunarak bu bize limiti hatırlatır deyip limit işlemini kullanarak teğetin eğimini bulmaktadır.

3.2.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizinde türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları bilgisine sahip olduğu belirlenen Murat bu bilgisini hazırlamış olduğu türeve giriş dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Mülakatta ortalama hızın değişim oranı olduğunu öğrencilere vurgulayacağını belirten Murat'ın ders planındaki kazanımlar aşağıdaki şekildedir:

“Tablo değerleri verilen bir fonksiyonun belirlenen bir nokta civarındaki değişim oranlarını farkların oranı yardımıyla bulur, bu noktadaki anlık değişim oranını bulur ve bunu türev olarak adlandırır. Anlık hız kavramının temelinde anlık değişim oranının yattığını keşfeder. Grafiği verilen bir fonksiyonun kırımlarının eğiminin iki nokta arasındaki değişim oranı olduğunu kavrar ve belli bir noktaya çok yaklaşarak elde edilen kırımların üzerinde olduğu doğruların o noktadaki teğet doğrusuna ve eğimlerin de teğetin eğimine yakınsadığını fark eder. Türevin cebirsel tanımının da anlık değişim oranının bir ifadesi olduğunu anlar. Türevin tablo, grafik ve cebirsel temsillerinin temelinde anlık değişim oranı kavramının yattığını keşfeder. Bu üç temsili birbiri ile ilişkilendirir.”

Mülakat esnasında değişim oranı kavramı üzerinde bir hayli vurgu yapan Murat'ın kazanımları da türeve giriş dersinde birçok defa değişim oranı kavramının üzerinde durulacağını göstermektedir. Nitekim ders planında limit hatırlatmasının ardından bir fonksiyonun değişim oranları tablosunu oluşturmaktadır. Buradan limit yardımıyla anlık değişim oranına geçmekte ve “bu bulduğumuz anlık değişim oranıdır” diye belirtmektedir. Anlık hız bulurken de aynı şekilde değişim oranı vurgusu yapan

Murat grafik üzerinde fonksiyonu incelerken üçgen oluşturarak değişim oranlarını grafik üzerinde göstermektedir. Mülakatta da ders planında belirttiği şekilde her aşamada türev-değişim oranı ilişkisine değinmektedir. Bulduğu anlık hızı “Peki, bir noktada anlık hız dediğimiz şey neymiş anlık değişim oranı yani neymiş o noktadaki türev” şeklinde, bulduğu teğetin eğimini de “teğetin eğimi ne olacakmış arkadaşlar, anlık değişim oranı” şeklinde açıklamaktadır. Bir fonksiyonun bir noktadaki teğetin eğimini ne veriyormuş bana o noktadaki anlık değişim oranı mı?” şeklinde değişim oranı olarak ifade etmektedir.

3.2.6.TPAB çalışmayı sonrası türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın altıncı araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Murat’ın TPAB sonrası türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır.

3.2.6.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Murat’ın türev-limit ilişkisini kurmada zorluk yaşamadığını göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde Murat türevin cebirsel (limit) tanımını vermektedir. Tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda ise $x=3,3$ 3,2 ve 3,1 değerleri için değişim oranı bulmakta ve $\Delta x \rightarrow 0$ ’a yaklaşırken değişim oranının limitinin türev olduğunu söyleyebilmektedir. Dolayısıyla burada Murat değişim oranından anlık değişim oranına limit yardımıyla geçebilmekte ve türev-limit ilişkisini kurabilmektedir.

3.2.6.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Murat’ın türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmadığını göstermektedir. Grafiği verilen bir fonksiyonun

belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi grafik üzerinden teğetin eğimi yardımıyla bulabilen Murat türev-eğim ilişkisini kurabilmektedir.

3.2.6.3.Türev-anlık değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Murat'ın türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluğa sahip olmadığını göstermektedir. Türevi kendi cümleleri ile tanımlaması istendiğinde yukarıda da belirtildiği üzere “Türev bir fonksiyonun bir noktadaki anlık değişim oranıdır” cevabını vermekte ve türev-değişim oranı ilişkisine değinmektedir. “Anlık değişim oranı bulunabilir mi?” sorusuna anlık değişim oranının iki nokta arası değişimin limiti yardımıyla bulunabileceği şeklinde cevap vermektedir. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda ise türev bulmak için $x=3,3$ $3,2$ ve $3,1$ değerleriyle değişim oranları hesaplamasına giden Murat görüldüğü gibi türev-değişim oranı ilişkisini kurma hususunda zorluk yaşamamaktadır.

3.2.7.TPAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Araştırma sorularından yedincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.2.7.1.Türev-limit ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Murat'ın bu mülakatta da türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan tekrar bahsettiği görülmektedir. Mülakatta türev-limit ilişkisini kurma konusunda yapacaklarına ve türevin üç

yönünün ilişkilendirilmesine değinen Murat'ın türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir.

3.2.7.2.Türev-eğim ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorluk yaşayabileceğinin farkında olduğu belirlenen Murat'ın bu mülakatta da türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta türev-eğim ilişkisini kurma konusunda kullandığı teknolojiye değinmekte ve öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarını anlatmaktadır. Grafik analizde grafik çizip göstermekten bahsetmektedir.

3.2.7.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Murat'ın bu mülakatta türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta değişim oranının limitiyle türeve geçişi ve teğetin eğimine yaklaşımları teknoloji yardımıyla nasıl sağlayacağını anlatan Murat öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarına değinmektedir.

3.2.8.TPAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları

Çalışmanın araştırma sorularından sekizincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalandıklarını ve bunu ne şekilde yaptıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.2.8.1. Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Murat bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiye faydalanmaktadır. Murat mülakatta dersin başında bir fonksiyon üzerinden bir noktaya yaklaşımları öğrencilere göstererek limiti hatırlatacağını belirtmektedir. Bu doğrultuda ders planındaki hazırlığına baktığımızda, bir fonksiyon veren Murat öğrencilerden bu fonksiyonu grafik analiz programı yardımıyla çizmelerini isteyeceğini belirtmektedir. Sonrasında ise “2 noktasına çok yakın değerler aldığımızda ne yapmış oluruz” şeklinde öğrencilere soru soracağını ve bu soruya cevap olarak da öğrencilerden sağdan ve soldan 4 değerine yaklaştıklarını ve limit almış olacaklarını söylemelerini beklediğini yazmaktadır. Bunun mikro öğretim esnasında uygulamasına baktığımızda ise aynen Murat’ın planladığı şekilde gerçekleştirdiği görülmektedir. Grafik analiz programı yardımıyla verdiği fonksiyonu çizdiren Murat daha sonra daha küçük değerler için yaklaşıma değinerek şu şekilde öğrencilere limiti hatırlatmaktadır:

“Murat: burada 2’ye daha da yaklaştığımızda değerler de 14’e daha da yaklaştı. Biz bir noktada fonksiyona çok çok yaklaşırsak ne yapmış oluyorduk arkadaşlar?
Öğrenci: fonksiyonunun o noktadaki limitini alıyorduk.
Murat: tamam bunu cebinize koyun sonra kullanacağız.”

Mülakatta bu limit hatırlatmasının ardından değişim oranları üzerinden öğrencilere grafik analiz programı yardımıyla tekrar limit süreci yaşatacağını ifade etmekle birlikte bu süreç için teknoloji kullanımının faydasına da değinmektedir. Murat dersinde kullandığı grafik analiz programı ile tahtada gösteremeyeceği çoklukta yaklaşım yapabileceğini hatta normalde hesaplaması zor olan fonksiyonlar için bile öğrencilere yakınsamayı gösterebilme imkânı doğduğunu belirtmektedir. Murat grafik üzerinde kırımlardan teğete geçişte de limit süreci yaşatacağını ve öğrencileri yönlendireceğini belirtmektedir. Ders planına baktığımızda değişim oranları tablosu oluşturup ardından bunu grafik analiz programı yardımıyla görmek için değişim diyagramından yararlanacaklarını belirtmektedir. Sonrasında ise limite geçiş

sürecinde öğrencilere soracağı soruları ve öğrencilerden beklediği cevapları aşağıdaki şekilde yazmaktadır:

“Soru: Tablodaki değişim oranlarının hareketi ile ilgili neler söyleyebiliriz?

Cevap: $x=2$ noktasına yaklaştıkça yani Δx sıfıra yaklaştıkça değişim oranı da 9’a yaklaşıyor.

Soru: Peki, $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranını bulmak için ne yapmalıyız?

Cevap: $x=2$ ’ye çok yakın değerler seçmeliyiz

Soru: Bu süreç nereye kadar devam eder?

Cevap: Δx değeri iyice sıfıra yaklaşıncaya kadar devam eder.

Soru: Bu yaptığımız işlem bize hangi işlemi hatırlatıyor?

Cevap: iken değişim oranının limitini alma işlemi hatırlatıyor.

Yani anlık değişim oranı $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ dir. Fonksiyonumuzun $x=2$

noktasındaki anlık değişim oranı için $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $h \rightarrow 0$ iken $(2-h)$ ve 2 ile 2 ve $(2+h)$ noktaları için değişim oranlarını bulunuz.”

Bu şekilde limit kullanımına geçen Murat anlık hızı hesaplamaktadır. Bir fonksiyon üzerinden limit sürecini ders planında bu şekilde ele alan Murat yine ders planında bundan sonraki ortalama hızdan anlık hıza geçişte ve giriş eğiminden teğet eğimine geçişte de benzer yaklaşımları yapmakta ve her seferinde limit sürecini ortaya koymaktadır. Ders planında bu şekilde planlama yapan Murat mikro öğretiminde de aynen planladığı şekilde hareket etmektedir. Önce bir fonksiyon üzerinden limit hatırlatması yaptığını belirttiğimiz Murat aynı fonksiyonun değişim oranları tablosunu oluşturmakta ve bundan sonra grafik analiz programında grafik incelemesi yaparken aşağıdaki gibi bir diyalog geçmektedir:

Murat: 2 noktasına doğru yaklaştıkça gözümüze çarpan bir durum var mı? Değişim oranında...

Öğrenci: 9’a yaklaşıyor.

Murat: 9’a yaklaşıyor. Peki, ben bu Δx ’lerimi daha da küçültürsem ne yapmış olurum?

Öğrenci: (anlaşılmıyor)

Murat: değil mi? noktada 9’a daha da yaklaşmış olurum. Yani şu fonksiyonumu bir fonksiyon olarak alırsam bunu (değişim oranını işaret ediyor) ne yapmış olurum burada.

Öğrenci: limit almış oluruz.

Murat: limit almış olur muyuz? Çok yakın değerler alırsam? Olmaz mı?

Öğrenci: olmaz.

Murat: neden

Öğrenci: limit almam gerek.

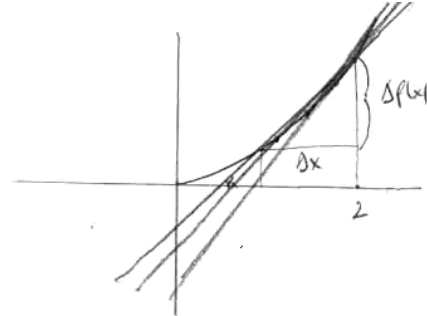
Murat: çok yakın değerler alırsam dx'i değil mi? Δx dediğim şey iyice yaklaşırsam 2'ye Δx 'de sıfıra yaklaşmış olur. Yani ben burada ne yapmış olurum? Limit almış olurum. Yani burada limitim ne oluyor? $\lim_{\Delta x \rightarrow 0}$ iken $\frac{\Delta f(x)}{dx}$. Yani neye eşit oluyor bu da 9'a doğru gidiyor.”

Sonrasında bunu grafik analiz programı yardımıyla göstermekte ve adım adım limit sürecini öğrenciye yaşatmaktadır. Son olarak yaptıklarını ilişkilendirerek türevin cebirsel tanımını vermektedir. Görüldüğü üzere Murat türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik dersinde etkinlikler planlamakta ve bu amaçla teknolojiden faydalanmaktadır.

3.2.8.2. Türev-eğim ilişkisi

Yukarıda türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları konusunda bilgi sahibi olduğu belirtilen Murat bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Mülakatta türev-eğim ilişkisini tahtada çizimlerle göstereceğini ve sonrasında ise grafik analiz programı yardımıyla bunu kanıtlayacağını ifade etmektedir. Bu konuda teknolojinin sağlayacağı yarara değinirken tahtada kiriş oluştururken oluşan kirişler yaklaştıkça noktaya ulaşırken grafik analiz programı bu kirişleri doğru şeklinde çizdiği için yaklaşımlarla teğet doğrusuna ulaşacağını ifade etmektedir. Ders planına baktığımızda kazanımlarından biri aşağıdaki gibidir:

“Grafiği verilen bir fonksiyonun kirişlerinin eğiminin iki nokta arasındaki değişim oranı olduğunu kavrar ve belli bir noktaya çok yakınlaşarak elde edilen kirişlerin üzerinde olduğu doğruların o noktadaki teğet doğrunun ve eğimlerinin de teğetine yakınsadığını fark eder.”



Şekil 11: Murat'ın 3.ders planında çizdiği grafik

Bu kazanım doğrultusunda ders notlarında bir fonksiyon için değişim oranları incelemesi yaptığı ve aynı fonksiyonu konum-zaman

fonksiyonu olarak tekrar ele alarak anlık hız bulduğu görülmektedir. Bunların ardından ders planında aynı fonksiyonun 2 noktasından geçen kiriş doğrularını inceleyelim deyip grafik çizmektedir. Şekilde de görüldüğü üzere değişimleri ifade ederek üçgen oluşturmakta ve $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ 'in neyi verdiğini sormaktadır

Devamında ders planında sorular ve öğrencilerden beklediği cevaplara yer vermekte ve bu şekilde teğetin eğimine ulaşmaktadır. Bu süreci grafik analiz yardımıyla öğrencilere göstermeyi planlayan Murat son olarak türev-eğim ilişkisini şu şekilde ifade etmektedir:

“fonksiyonun $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranı bize bu eğriye bu noktada teğet olan doğrunun eğimini vermektedir. Yani bir eğriye bir noktada var olan teğetin eğimi fonksiyonun o noktadaki anlık değişim oranı, bir başka ifadeyle türevidir”

Murat mikro öğretiminde de planladıkları doğrultusunda tahtaya fonksiyonun grafiğini çizmekte ve bir taraftan da öğrencilerle şu diyalogları yaşamaktadır:

Murat: Peki, şunu alırsam, şu şekilde burası nedir? $f(x)$ 'in değerindeki değişimdir değil mi?

Öğrenci: evet.

Murat: nedir yani, burası.

Öğrenci: $f(3)$ -...

Murat: delta diyelim dx , buraya da dy diyebilir miyiz?

Öğrenci: evet

Murat: burası x burası y eksenı oluyor. Peki burası nedir dy . Şimdi ne oldu? Bu $df(x)/dx$ 'im nedir arkadaşlar.

Öğrenci: değişim oranı.

Murat: peki bana neyi verir.

Öğrenci: eğimi

Murat: neyin eğimini

Öğrenci: orada çizdiğimiz kirişin.

Murat: bu kirişin üzerinde olduğu doğrunun değil mi? alfa'nın eğimini verir. O zaman

Öğrenci: tanjant

Murat: tanjant alfa'yı verir değil mi? eğimi verir. Peki ben daha fazla yaklaştırdıkça. Mesela şöyle bir nokta aldım birleştirdim. Gittikçe yaklaşıyorum tablomu... uzatıyorum bu şekilde. Gitgide ne oluyor arkadaşlar.

Öğrenci: eğim azalıyor.

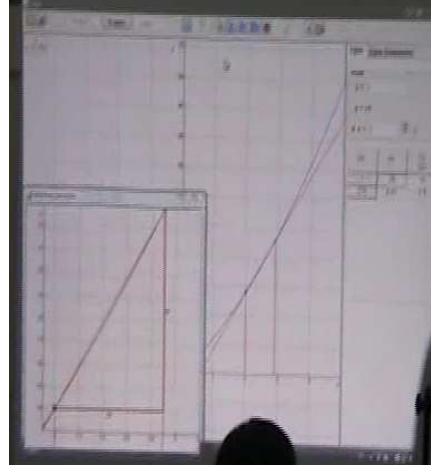
Murat: eğim azalıyor dedin tanjant alfa ne olacak değişiyor değil mi? peki bu doğrularımdaki hareket nasıl görünüyor. Bir fikri olan var mı?

Öğrenci: teğet

Murat: teğete yaklaşıyor. Bir de o zaman buradan bakalım (GA ya gidiyor)”



Şekil 12: Murat'ın 2.mikro öğretiminde çizdiği grafik



Şekil 13: Murat'ın 2.mikro öğretiminde programda kullandığı büyütme penceresi

Bu çizimi ve yaklaşımları tahtada göstermenin ardından grafik analiz programında da öğrencilere göstermektedir:

Murat: Bakın adım adım ilerliyoruz. Kirişler de bir değişiklik var mı? Hareketinde? Bir şey gördünüz mü? Bir daha bakın isterseniz.

Öğrenci: gitgide bir teğet gibi oluyor.

Murat: teğet gibi oluyor isterseniz x'i biraz daha düşürelim. Mesela 0,1 yapalım. Bakın ne oldu gitgide teğete yakınsıyor değil mi?

Öğrenciler: evet hocam.

Murat: neydi bu $\frac{dy}{dx}$ 'lerim kirişlerimin eğimleriydi. Değil mi? peki o zaman benim kirişim teğetime doğru gidiyorsa o zaman bu kirişlerimin eğimi de nasıl ne olacak arkadaşlar? Teğetin eğimine mi yakınsayacak?

Öğrenci: evet”

Hemen ardından:

“Murat: sıfıra. dx'imi sıfıra götürürken ben neyin limitine bakacağım?

Öğrenci: değişim oranının

Murat: değişim oranının limitine değil mi? $\lim_{dx \rightarrow 0}$ iken $\frac{dy}{dx}$ bu nedir o

zaman bana neyi verecek arkadaşlar özlem

Öğrenci: teğetin eğimini

Murat: teğetin eğimini verecek güzel. Buna kısaca alfa demiştik o zaman tanα kısaca teğetin eğimine eşit diyebiliriz. İşte burada bulmuş olduğumuz değişim oranının limiti bizim türev diye adlandırdığımız şeydir aslında. Türev de bir noktadaki teğetimizin eğimidir.

Görüldüğü gibi Murat ders planında ve mikro öğretimde türev-eğim ilişkisini kurmada öğrencilerin zorlanmaması için uygulamalar planlamakta ve farkında olduğu belirlenen zorluğu aşmak için teknolojiden de faydalanmaktadır.

3.2.8.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Yukarıda türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Murat bu zorluğu dersinde de dikkate almakta ve bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Murat mülakatta her fırsatta değişim oranına değinmektedir. Örneğin türev-eğim ilişkisini kurarken grafik üzerinde ortalama hızları göstereceğini ve aslında ortalama hızlarında da değişim oranı olduğunu belirtmiş olduğundan değişim oranını göstereceğini ifade etmektedir. Ayrıca ders planında ortalama hızların değişim oranı olduğunu vurguladığını söylerken ders planında yazmış olduğu soruları okumaktadır:

“Soru: Peki $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranını bulmak için ne yapmalıyız?

Cevap: x i 2 ye çok yakın değerler seçmeliyiz.

Soru: Bu süreç nereye kadar devam eder?

Cevap: Delta x değeri iyice sıfıra yaklaşınca kadar devam eder.

Soru: Bu yaptığımız işlem bize hangi işlemi hatırlatıyor?

Cevap: Delta x sıfıra giderken değişim oranının limitini alma işlemi hatırlatıyor. Yani anlık değişim oranı limit delta x sıfıra giderken delta $f(x)$ bölü delta x diye cevabında vermişsin”

“Bu hazırladığımız tablo size tanıdık geliyor mu? Cevap: Değişim oranı kullandık, burada ortalama hız diye bulduğumuz aslında değişim oranıdır. Peki, bu ortalama hızların hareketi hakkında ne söyleyebiliriz? Yine aynı, limite götürüyorsun.”

Murat’ın ders planındaki kazanımları aşağıdaki gibi olup kazanımlarında değişim oranı vurgusu hakimdir:

“Tablo değerleri verilen bir fonksiyonun belirtilen bir nokta civarındaki değişim oranlarını bulur. Bu noktadaki anlık değişim oranını bulur ve bunu türev olarak adlandırır. Anlık hız kavramının temelinde anlık değişim oranının yattığını keşfeder. Grafiği verilen bir fonksiyonun kırışlerinin eğiminin iki nokta arasındaki değişim oranı olduğunu kavrar ve belli bir noktaya çok yakınlaşarak elde edilen kırışlerin üzerinde olduğu doğruların o noktadaki teğet doğrunun ve eğimlerinin de teğetine yakınsadığını fark eder. Türevin cebirsel tanımının da anlık değişim oranının bir ifadesi olduğunu anlar. Türevin tablo, grafik ve cebirsel temsillerinin temelinde anlık değişim oranı kavramının yattığını keşfeder. Bu üç temsili üç temsili birbiri ile ilişkilendirir.”

Ders planında ilk başta bir fonksiyon üzerinden limit hatırlatması yapmasının ardından aynı fonksiyon ile değişim oranları tablosunu oluşturalım deyip oluşturmakta ve sonrasında bu değişim oranları hareketini daha iyi görebilmek için öğrencileri grafik analiz programına yönlendirmektedir.

“Soru: şimdi $x=2$ noktasına daha yakın değerler için değişim oranının hareketini Grafik Analizi yardımıyla inceleyelim. Bunun için değişim diyagramından yararlanalım.

Soru: Tablodaki değişim oranlarının hareketi ile ilgili neler söyleyebiliriz?

Cevap: $x=2$ noktasına yaklaştıkça yani Δx sıfıra yaklaştıkça değişim oranı da 9'a yaklaşıyor.

Soru: Peki, $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranını bulmak için ne yapmalıyız?

Cevap: $x=2$ 'ye çok yakın değerler seçmeliyiz

Soru: Bu süreç nereye kadar devam eder?

Cevap: Δx değeri iyice sıfıra yaklaşıncaya kadar devam eder.

Soru: Bu yaptığımız işlem bize hangi işlemi hatırlatıyor?

Cevap: iken değişim oranının limitini alma işlemi hatırlatıyor.

Yani anlık değişim oranı $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ dir. Fonksiyonumuzun $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranı için olmak üzere $h \rightarrow 0$ iken $(2-h)$ ve 2 ile 2 ve $(2+h)$ noktaları için değişi oranlarını bulunuz.”

Sonrasında limit yardımıyla hesaplamayı yapmasının ardından bulunan bu anlık değişim oranının genel adının türev olduğunu belirtmektedir. Ardından anlık hız bulma sürecinde mülakatta da belirttiği üzere ortalama hızların değişim oranını verdiğine değinmektedir. Grafik üzerinde aynı fonksiyonu inceleyerek türev-eğim ilişkisini kurmaya çalışırken de aşağıdaki şekilde açıklamada bulunmaktadır:

“Fonksiyonun $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranı bize bu eğriye bu noktada teğet olan doğrunun eğimini vermektedir. Yani bir eğriye bir noktada var olan teğetin eğimi fonksiyonun o noktadaki anlık değişim oranı, bir başka ifadeyle türevidir”

Ders planındaki hazırlıkları aynı şekilde mikro öğretimde de uygulayan Murat fonksiyondaki değişimleri yazmış olduğu tabloya değişim oranlarını da şu açıklamayla eklemektedir:

“şimdi arkadaşlar kullanacağım bir terimim var türev konusunda değişim oranı diye. Değişim oranı dediğimiz şey de arkadaşlar. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ Şimdi buradaki değişim oranını bana bulacak bir arkadaşım var mı?”

Bu şekilde limit kullanarak anlık değişim oranına ulaşan Murat grafik analiz programında da değişim oranları vurgulaması yapmaktadır. Grafik üzerinde aynı zamanda aşağıdaki şekilde türev-eğim ilişkisini kurarken de değişim oranına değinmektedir.

“Murat: sıfıra. Δx 'imi sıfıra götürürken ben neyin limitine bakacağım?
Öğrenci: değişim oranının

Murat: değişim oranının limitine değil mi? $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ bu nedir o

zaman bana neyi verecek arkadaşlar özlem

Öğrenci: teğetin eğimini

Murat: teğetin eğimini verecek güzel. Buna kısaca alfa demiştik o zaman $\tan \alpha$ kısaca teğetin eğimine eşit diyebiliriz. İşte burada bulmuş olduğumuz değişim oranının limiti bizim türev diye adlandırdığımız şeydir aslında. Türev de bir noktadaki teğetimizin eğimidir.”

Verilerin analizi Murat'ın hazırlamış ve uygulamış olduğu türeve giriş dersinde türev-değişim oranı kurmadaki öğrenci zorluğuna dikkat ettiğini ve öğrencilerin bu zorluğu yaşamaması için teknoloji yardımıyla uygulamalar yaptığını göstermektedir.

Araştırma soruları ışında Murat'ın AB, PAB ve TPAB'ne ilişkin bulgular yukarıda ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Murat'ın gelişimini ortaya koymak açısından bu bulgular tablo 3'de özetlenmektedir.

Tablo 3: Murat'ın gelişim tablosu

Murat		Türev-limit ilişkisi	Türev-eğim ilişkisi	Türev-değişim oranı ilişkisi
Çalıştaylar öncesi	Türev alan bilgisi anketi	Türevin limit gösterimi vermekte ve türev bulurken bunu kullanabilmekte ancak türev için neden limit gerektiği konusunda yetersiz kalmakta	Türevi tanımlarken eğim ilişkisinden bahsetmekte, grafik üzerinden türevi eğim olarak bulabilmekte	Türevi fonksiyondaki değişim olarak da ifade etmekte, bir noktada değişim olabileceğinden bahsetmekte ancak türev-değişim oranı ilişkisini kurmakta zorlanmakta
	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Türev-limit ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-eğim ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-değişim oranı ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte
	Ders planında öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Ortalama hızların ardından limite ezbere geçmekte ve türev için limit ihtiyacı doğurmaktadır.	“türev ile teğetin eğimi arasındaki ilişki” başlığı altında türev-eğim ilişkisini ezbere vermekte	“türev ile hız arasındaki ilişki” başlığı altında türev hız ilişkisine değinmekte ancak türev-değişim oranı ilişkisi kurmamakta
PAB çalıştayı sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin “türev=eğim” diye ezberleyerek zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Ortalama hızlarda ve grafik üzerinde yaklaşımlar göstererek limit sürecini yaşatmakta	Grafik üzerinde değişim oranları ile üçgen oluşturarak eğimi verdiğini belirtmekte ve yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Kazanımlarında değişim oranını vurgulamakta ve dersinde sürekli değişim oranı vurgusu yapmakta

TPAB çalışmayı sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Dersin başında bir fonksiyon üzerinden limit kavramını hatırlatmakta, sonrasında da gerek ortalama hızlardan anlık hıza gerekse kiriş eğiminden teğet eğimine geçişte yakınsamalar yaparak limit kullanımına gitmekte	Tahtada grafik üzerinde üçgen oluşturup değişim oranlarının tanjant ve dolayısıyla eğim olduğu gösteriyor, ay zamanda grafik analiz programında büyütme butonu yardımıyla yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Kazanımlarında değişim oranı vurgusu hakim olmakla birlikte ortalama hızların değişim oranını verdiği belirtmekte ve dersin tamamında değişim oranı kavramı üzerinde durarak ilişkilendirmeler yapmakta
	Türev alan bilgisi anketi	Türev-limit ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanmamakta

3.3.REYHAN

3.3.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın birinci araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Reyhan'ın türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır.

3.3.1.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Reyhan'ın türev-limit ilişkisini kurmada çeşitli zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde ilk önce eğime değinen Reyhan sonrasında türevin cebirsel (limit) tanımını vermektedir. Bir fonksiyonun bir noktadaki türevinin mümkün olan

en yaklaşık değerini bulması istendiğinde limitli ifadeyi kullanarak işlem yapmaya çalışmakta ancak işlemi sonlandıramamaktadır. Tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda sağdan ve soldan birer değişim oranı değeri bulup sonra o ikisinin ortasındaki sayıyı cevap olarak vermektedir ki bu cevap da hatalıdır (0,6 yerine 0,06 demiş işlem hatası). Burada limit kullanmamakta ya da yakınsamaya dair açıklama yapmamaktadır.

3.3.1.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Reyhan'ın türev-eğim ilişkisini kurmada bazı zorluklara sahip olduğunu göstermektedir Türevi tanımlaması istendiğinde Reyhan'ın ilk cevabı "Bir fonksiyona bir noktada çizilen teğetin eğimine türev denir" şeklinde olmaktadır. Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde grafik üzerinde çizimler yardımıyla eğim bulma girişimlerinde bulunmaktadır (grafik karmaşık eğim bulma çabası gerektirmemesine rağmen). Sonucunda ise grafik üzerinde sağ ve sol türev bakmakta (hatalı bir şekilde 4 ve 8 buluyor) ve bunların ortalaması olarak cevabı 6 vermektedir.

3.3.1.3.Türev-değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Reyhan'ın türev-değişim oranı ilişkisini kurmada kısmen daha başarılı olduğu göstermektedir. "Anlık değişim oranı bulunabilir mi" sorusuna cevap olarak anlık değişimin olabileceği ve türevin zaten bunu verdiği şeklinde cevap vermekte ancak anlık değişime ilişkin daha fazla açıklama yapmamaktadır. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda istenen noktanın sağında ve solunda birer değişim oranı hesaplamakta ancak değişim oranına dair başka açıklama getirememektedir. Bunun sonucunu getirirken de işlem hatası yapıp 0,6 yerine 0,06 cevabını vermektedir. Reyhan türevde değişim oranı kavramına dair bazı bilgilere sahip görünmektedir. Ancak bu bilgi derin bir bilgi olmayıp yüzeysel kalmakta ve sonraki analizler de görüleceği gibi dersine yansımamaktadır.

3.3.2.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından ikincisinde matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.3.2.1.Türev- limit ilişkisi

Yukarıda da tartışıldığı üzere, türev alan bilgisine ilişkin analizler, Reyhan'ın türev-limit ilişkisini kurmada zorluk çektiğini göstermişti. Mülakat çözümlenmelerinin analizi Reyhan'ın öğrencilerin türev-limit ilişkisine yönelik sahip olabilecekleri zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir. Mülakatlarda Reyhan bu konuda herhangi bir yorumda bulunmamaktadır.

3.3.2.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev- eğim ilişkisini kurmada öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar bağlamında Reyhan mülakatta öğrencilerin karşılaşılabileceği herhangi bir zorluktan bahsetmemektir.

3.3.2.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

Reyhan ile yapılan mülakatın analizi, Reyhan'ın türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda da öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir. Mülakata bu konudan bahsetmeyen Reyhan türev-PAB anketinde “bir noktadaki değişim benim de kafamı kurcalıyor, sanırım bu o noktaya çok yakın noktalar alarak mümkün oluyor” demektedir.

Yukarıda sunulan üç zorluk kategorisi dışında Reyhan şu zorluklara değinmektedir:

- Türev-süreklilik ilişkisini kullanmada karşılaşılabilecek zorluklar
- Dört işlem kabiliyeti yoksa karşılaşılabilecek zorlanırlar
- Matematiğe karşı fobileri varsa, dersi de espiyle işlemezek karşılaşılabilecek zorlanırlar

3.3.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Araştırma sorularından üçüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik ders planlarında neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlemesi ve öğretmen adaylarının ders planları analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır:

3.3.3.1.Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisi kurmaya yönelik öğrenci zorluğu öngörmediği belirlenen Reyhan türev-PAB anketinde “ değişim oranının limiti türevi verir” şeklinde bir ifade kullanıp “yani türev limitle alakalıdır” demektedir. Ders planında girişte türevin cebirsel (limit) tanımını vermekte sonra ise “Türevin fiziksel tanımı” başlığı altında ortalama hızlar buldurup ortalama hızlar tablosu oluşturduktan sonra

“Hareketli 6.saatte radara girmiş olsun. O andaki hızını yani 6saatteki hızını (anlık hızını) $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için $[6,6+h]$ veya $[6-h,6]$ aralığında ortalama hızını inceleyerek bulalım”

şeklinde açıklama yaparak limite geçip direk limit kullanmakta ve limiti ezbere vermektedir. Türev kavramında neden limite ihtiyaç duyulduğu ve neden limit kullanıldığı hakkında ne bir sezdirici soru sormakta ne de bir açıklamada bulunmaktadır.

3.3.3.2.Türev- eğim ilişkisi

Verilerin analizleri göstermiştir ki Reyhan türev-eğim ilişkisini öğrencilere ezber bilgi şeklinde sunmaktadır. Reyhan türeve giriş dersi için hazırladığı ders planına şu kazanımı yazmaktadır: “Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar. Türev tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur.” Ders planında da “Türevin geometrik tanımı” başlığı altında türev-eğim ilişkisine değinmektedir. Bu ilişkiyi “ $y=f(x)$ fonksiyonun $x=x_0$ daki türevi $A(x_0,y_0)$ noktasındaki teğetin eğimine eşittir. $f'(x_0)=m=\tan\alpha$ “ şeklinde ezbere vermektedir. Türev-eğim ilişkisi doğrultusunda bir öğrenci zorluğu öngörmeyen Reyhan, kazanımında ve ders planında da görüldüğü gibi türev-eğim ilişkisini dersinde ezbere vermektedir. Örneğin, değişim oranlarını grafik üzerinde yorumlayarak ($\frac{\Delta y}{\Delta x}$ dik üçgende giriş açısının tanjantını o da eğimi verir) eğim sonucuna ulaşmamakta, bunun yerine eğim kavramını direk gündeme getirmektedir.

3.3.3.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizleri sonucunda türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığı belirlenen Reyhan hazırlamış olduğu türeve giriş ders planında ilk önce aşağıdaki şu açıklamayı yapmaktadır:

“Bağımsız değişkendeki (x) artma veya azalma gibi bir değişime (dx) karşılık, bağımlı değişkende (y) de bir değişiklik (dy) olur. Bu iki değişim miktarının oranı ($\frac{dy}{dx}$), limit durumunda; yani serbest değişkende sifıra yakın bir değişiklik olduğunda; türev adını alır.”

Girişte yapmış olduğu bu açıklamanın ardından türevin cebirsel (limit) tanımını vermektedir. Yine ders planında “türevin geometrik tanımı” başlığı altında ele aldığı türev-eğim ilişkisinde de eğimi “ $m=y$ deki değişim/x deki değişim” şeklinde ifade etmektedir.

3.3.4.PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından dördüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.3.4.1.Türev-limit ilişkisi

Reyhan mülakat esnasında türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik zorlukları bir hayli açıklamaktadır. Öncelikle öğrencinin limit kavramını biliyor olması gerektiğini vurgulamakta ardından da şu açıklamayı ekliyor:

“Hani o noktaya ulaşmak için ulaşamıyoruz ama ulaşmak için çok küçük adımlar sergiliyoruz. Burada limitin kullanılacağını anlaması çocuğun görmesi için limit konusunda bir ön bilgiye sahip olması lazım.”

Ön bilgi olarak limit bilgisinin dışında öğrenciye türevde limitin gerekli olduğunun vurgulanması gerektiği ve bunun nasıl yapılabileceği üzerinde durmaktadır. Dersine türev-limit ilişkisini nasıl yansıttığı konusuna sonraki kısımlarda değinilmektedir. Dolayısıyla diyebiliriz ki Reyhan türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkındadır.

3.3.4.2.Türev-eğim ilişkisi

Mülakat analizleri Reyhan'ın türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkında olduğunu göstermektedir. Mülakat esnasında bunu “öğrencilerin zorluklarından bir tanesi teğetin denklemini direk türev olarak kabul etmeleri idi” şeklinde dile getirerek bunun üzerinde durulması gerektiğini vurgulamaktadır.

3.3.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat esnasında Reyhan türev konusunda öğrenci zorlukları sorulduğunda ilk başta limit ön bilgisi ve bunun engelini dile getirmesinin ardından değişim oranından bahsetmektedir. Reyhan öğrenciler değişim oranında zorlanırlar dememekte ancak dersin başında ortalama hız kavramıyla beraber değişim oranını vurgulayacağını belirtmektedir. Dolayısıyla Reyhan türev-değişim oranı ilişkisi kurma konusunda öğrenci zorluğunun farkındadır.

3.3.5.PAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından beşincisi matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik dersinde neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlemesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.3.5.1.Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Reyhan bu bilgisini dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Mülakat esnasında türev için neden limite ihtiyaç duyulduğunu öğrencilere anlatacağından bahseden Reyhan çok küçük aralıklar alacağını ancak hala daha da küçük aralıklar alabileceğini, işte o noktada öğrencilerin limite ihtiyaç duyacağını belirtmektedir. Sonrasında soracağı soruları ve öğrenciden beklediği limit cevabını da aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

“Nümerik tablo çizdik peki neyi gördük? Yani ben sağdan yaklaştım soldan küçük değerler aldım ne yapmaya çalışıyorum? O anı elde etmeye çalışıyorum. O anı ne diyorum 6. saatte -soruda verilen- radar üzerindeki anlık hızı. Nasıl bulurum? Tahmin edebilir miyim, hiçbir şey almadan

tahmin edebilir miyim? Evet, baktığım zaman iki taraftan da -çok fazla- 66 ya yaklaşıyor. Ortadaki değer illaki 66'dır. Tahminleyebilir. Çocuğun burada bana hocam bunların limitini alsak bir değere yaklaşıyoruz, biz bunları bir yere yaklaştığımızda o ifadenin değerini nasıl bulurum limite bulurum. Çocuğun bu cevabı vermesini bekliyorum bu örnekte”

Ortalama hızlardan nümerik tablo oluşturacağını belirttikten sonra Reyhan aşağıdaki şekilde nümerik tablodan nasıl yararlanacağını açıklamaktadır. Nümerik tabloyu limiti sezdirmek için kullanmaktadır:

“O noktada sıfır, 288- 288 yani sıfır buluyor, zamanı sıfır buluyor ve çocuk burada 0/0 gibi bir belirsizliğe düşüyor. Bunu nasıl çözümlenecek. Biz bu tür durumlarda belirsizlik gidermek için limit alırız l’hopital alırız ama çocuk daha türev kavramını bilmeden l’hopital’i veremem. Bu yüzden buradaki belirsizliği gördükten sonra buna yakın değerler alarak, çok yaklaştırarak, çok yakın h’lar seçerek, h’ları sıfıra yaklaştırarak değişim oranını o noktaymış gibi, o noktaya götürmeye çalışıyorum. Ve burada limiti kullanırsam o noktaya yakınsatarak düşünürsem nümerik tablo bu açıdan güzel.”

Reyhan’ın ders planına baktığımızda aşağıda verilen bazı kazanımları türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik olup limit sürecini sezdirmektedir:

- “Değişim oranı bir değere yakınsadığını nümerik tablo yardımıyla görür
- Bu değeri limit yardımıyla hesap edebileceğini görür.
- Kiriş doğrularının bir noktadaki teğetin eğimine yakınsadığını grafik yardımıyla görür.
- Limit yardımıyla bu değeri bulur. Bunu türev tanımına geneller”

Tablo 4: Reyhan’ın 2.ders planında çizdiği tablo

$[t_2, t_1]$	[4,6	[5,6	[5.5,6	[5.9,6	[5.95,6	[5.99,6	[6,6	[6.001,	[6,05,	[6.1,6	[6.5,6	[6,7	[6,8
$f(t_2)$	168	225	255,75	281,43	284,7075	287,3403	288	288,066203	291,3075	294,63	321,75	357	432
$\Delta t = t_2$	-2	-1	-0,5	-0,1	-0,05	-0,01	0	0,01	0,05	0,1	0,5	1	2
$\Delta s = s(t_2)$	-120	-63	-3225	-6,57	-3,2925	-0,65997	0	0,066003	3,3075	6,63	33,75	69	144
$V_{ort} \frac{\Delta s}{\Delta t}$	60	63	64,5	65,7	65,85	65,997	?	66,003	66,15	66,3	67,5	69	72

Mülakatta ve kazanımlarında yer verdiği nümerik tabloyu (Tablo 4) ders planında çizmekte ve ardından türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik hangi soruları soracağını yazmaktadır:

“6.saate gittikçe daha çok yaklaşan h değerleri için, ortalama hızın bir değere yakınsadığını görebiliyor musunuz? Bu değeri, yani hareketlinin 6.saattaki anlık hızını tahmin edebilir misiniz? Bu değere ne yardımıyla ulaşabilirim?”

Reyhan ders planında türev-eğim ilişkisini kurmaya çalışırken de limit gereksinimini vurgulamaya yönelik sorulara ve çizimlere yer vermektedir. Bu ders planını uyguladığı mikro öğretimine baktığımızda ise aynen ders planındaki gibi türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik bir ders işlediği görülmektedir. Ortalama hızları bulabildiklerini açıkladıktan sonra aracın belirtilen anda hızının olduğunu ve bunun ortalama hız bulmadaki gibi bulunmadığını anlatmakta ve bu hıza ne diyebileceklerini öğrencilere sormaktadır. Öğrencilerden “anlık hız” “tek bir andaki hız” gibi cevaplar almasının ardından aşağıdaki gibi bir diyalog geçmektedir:

“Reyhan: Gittikçe daha küçük h’lar aldığım zaman ben bu değerimin çok çok çok küçük hesap makinesinde zor hesaplanabilecek kadar küçük değerler aldığımız zaman neye gitmiş oluyor ortalama hızım? 70’e anlık hıza gitmiş oluyor...
Öğrenci: Hocam limitten bahsetmişsiniz, olabilir mi?”

Bu cevabın ardından limit gerekliliğini açıklayıp ve anlık hızı hesaplamaktadır. Yine ders planında da bahsettiği üzere mikro öğretimde türev-eğim ilişkisini açıklarken limiti sezdirici soru sormakta ve sonra limit vurgusu yapmaktadır. Mikro öğretim esnasında örneğin şu şekilde bir diyalog geçmektedir:

“Reyhan: Kiriş doğrularımın eğimlerini teğet doğrumun eğimine nasıl yakınsatabilirim? Az evvel yapmıştık aralıklar için belli aralıklar için ortalama hızları anlık hıza götürebilmek için biz ne kullanmıştık limit kullanmıştık. Burada da faydalanabilir miyiz? Eğer limit kullanırsak kiriş doğrularımın eğimleri bizi, bunların limitini alırsak bizi nereye götürür.
Öğrenci: Teğetin eğimine”

3.3.5.2. Türev-eğim ilişkisi:

Mülakat analizinde türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkında olduğu belirlenen Reyhan'ın bu bilgisini hazırladığı türeve giriş dersine de yansıtmaya çalıştığı görülmektedir. Reyhan bu zorluğa yönelik dersinde ne yaptığını şu şekilde açıklamaktadır:

“Bu zorluğu ortadan kaldırmak için önce dedim ki size limiti anlattık türevi anlattık değişim oranının bunların hepsindeki etkisini anlattık peki teğetin denklemi türeve eşit midir diye bir soru yönelttim öğrencilere. Hemen arkasından şöyle basit bir örnek verelim. Grafiği sabit olan bir doğru yani sabit hareketli, doğrusal grafik yani mantıkla teğetin hep kendisine eşit olması hani öğrenci hareketli bir şeyin teğetini direk göremediği için anlayamayabiliyor ama doğrusal bir grafikte teğetin kendisine eşit olduğunu biliyor. Ama o noktadaki türevini aldım türevin tanımından bakın dedim her seferinde türevin tanımından elde ettiğim türevden teğetin denklemi yani fonksiyonun kendisi, kendisinin türevine eşit olamaz. O zaman hiçbir zaman teğetin denklemi, hiçbir zaman demeyeyim çünkü belli noktalar için sağlayabilir belki, teğetin denklemi türeve eşit değildir, böyle bir yanlışlığı oluşmasın şeklinde.”

Reyhanın bu konuda ders planında şu kazanımlara yer vermektedir:

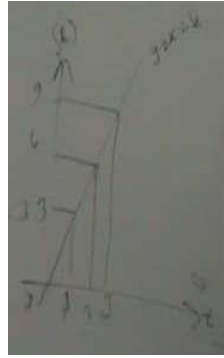
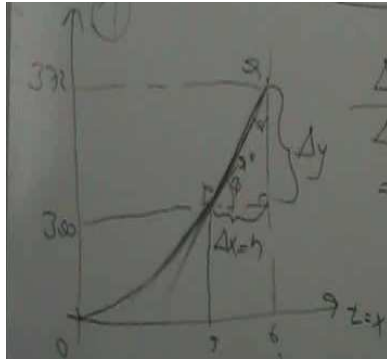
- “Teğetin eğiminin değişim oranına eşit olduğunu görür.
- Kiriş doğrularının bir noktadaki teğetin eğimine yakınsadığını grafik yardımıyla görür.
- Limit yardımıyla bu değeri bulur. Bunu türev tanımına geneller
- Bir noktadaki teğetle türevin farkını anlar”

Ders planında ortalama hızlardan anlık hıza ulaşım onun da türev olduğunu açıkladıktan sonra şimdi de tablo değerlerini grafiğe aktaralım diyerek fonksiyon grafiği çizmekte ve grafik üzerinde değişim oranlarından üçgen oluşturmaktadır Reyhan grafik üzerinden “ $\Delta y/\Delta x$ değişim oranını grafiğe uygularsak, bu bize oluşan dik üçgende α açısının tanjantını, yani teğetin eğimini verir” şeklinde açıklama yapmaktadır.

Bunun ardından Reyhan mülakatta da bahsettiği üzere doğrusal bir fonksiyon alıp bu fonksiyon üzerinden fonksiyonun türevini ve teğet denklemini inceleyerek bunların

eşit olmadığını öğrencilere göstermektedir. Reyhan'ın mikro öğretimi ise hazırladığı ders planı ve mülakatta bahsettiği doğrultuda türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik zorluğu dikkate alacak şekildedir. Reyhan ortalama hızlardan anlık hız bulduktan sonra grafik üzerinde türev-eğim ilişkisine değinmektedir. Örneğin grafik üzerinde yaptığı bir açıklama şu şekildedir:

“Arkadaşlar biz bu $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 'yi bir yerde daha kullanmıştık. Trigonometride kullanmıştık nasıl kullanmıştık? Şurada bir dik üçgen oluşur değil mi? Burada bir beta açısı var. $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 'im bana neyi verir? Betanın tanjantını verir. Ben buna ne diyebilirim? Şuraya p şuraya q dersem Burada bir kiriş doğrusu var öyle değil mi? Kirişin eğimi nedir o? Mq diyelim bununla gösterelim. 5-6 aralığındaki değişim oranı ortalama hızı verdi”



Şekil 14: Reyhan'ın 1 mikro öğretiminde çizdiği grafikler

Grafik üzerinde üçgen oluşturup eğim kavramını gösterdikten sonra ortalama hızdan anlık hıza geçtiği gibi burada da kiriş eğiminden teğet eğimine geçiş yapmaktadır. Limit kavramını sezdirerek az önce de kullandıklarını hatırlatıp tekrar limit kullanımına gidip teğetin eğimine ulaşmaktadır. Bunlardan sonra da mülakat ve ders planında açıklamasını yaptığı şekilde doğrusal bir fonksiyon üzerinden fonksiyonun türevini veren denklem ile o noktadaki eğim denkleminin aynı olmadığını vurgulamaktadır.

3.3.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizinde türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları bilgisine sahip olduğu belirlenen Reyhan bu bilgisini hazırlamış olduğu türeve giriş

dersine de yansıtmaaya çalışmaktadır. Bununla ilgili ders planındaki bazı kazanımlar şu şekildedir:

- Farkların oranını (değişim oranı) kavrar
- Değişim oranı bir değere yakınsadığını nümerik tablo yardımıyla görür
- Değişim oranının limiti yardımıyla hesaplar. Bunu türev kavramına geneller.
- Teğetin eğiminin değişim oranına eşit olduğunu görür.”

Kazanımları bu şekilde hazırlamış olan Reyhan mülakatta değişim oranı vurgusuna aşağıdaki şekilde değinmektedir:

“En başta değişim oranını tanıttım öğrencilere. Ve ortalama hız zaten direk kendisi değişim oranı, farkların oranıdır. İlk başta bunu kavratmaktı hedefim dersin başında, değişim oranı-limit, değişim oranı-eğim şeklinde hepsinin içerisine katmaya çalıştım”

Böyle bir açıklama yapan Reyhan mülakatta söylediği gibi ortalama hız sorup bunun

değişim oranı olduğunu “ $V_{ort} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ = yoldaki değişim/zamandaki değişim

(değişim oranı)” şeklinde vurgulamaktadır. Anlık hız bulmasının ardından da ‘bir fonksiyonun bir noktadaki değişim oranının limiti türevdir’ şeklinde anlık değişim oranının türev olduğunu belirtmektedir. Mikro öğretime baktığımızda ise Reyhan başta ortalama hızın değişim oranı olduğunu şu şekilde açıklamaktadır:

“Bu nedir? Zamandaki değişim.... Değil mi? Ben buna ne diyebilirim. Δx bölü Δt diyebilirim. Bunu arkadaşlar şöyle diyebilir miyiz? Değişim oranı. Değişimlerin oranından biz bu ifadeye değişimlerin oranı diyebiliyoruz. Yani ben belli bir zaman aralığındaki ortalama hızı değişim oranından ya da Δs bölü Δt den ya da yoldaki değişim bölü zamandaki değişim olarak ifade edebiliyorum”

Değişim oranını ortalama hız ile vurgulayıp ortalama hızlar tablosunu oluşturduktan sonra tek bir anda hız bulma noktasına değinmektedir. Öğrencilerin değişim için iki nokta gerekir zorluğuna karşın Reyhan mikro öğretim esnasında şöyle bir açıklama yapmakta ve ardından diyalog şu şekilde gelişmektedir:

Reyhan: Evet arkadaşlar değişik zaman aralıkları için hareketlimizin ortalama hızı bu şekilde değişmiş. Şurada ben 5,5'ten bahsetsem. Nedir bu? 5,5 nedir bir andır değil mi? Hareketlimizin anlık hızı var mıdır? Hareketli sürekli hareket eden bir şey” deyip “peki bu andaki hızı nasıl bulacağım?...Hani burada tam bu anda benim hızım mevcut ama ortalama hızdan bahsedemiyorum ortada bir hız var fakat şu anda belirsiz. Hesaplayamıyorum. Onu hesaplamaya çalışırsak ya da bunu daha güncel bir örneğe dönüştürsek. Hareketlimiz otobanda giderken radara girmiş olsun. Tam beşinci saatte radara girdiği an olmuş olsun. Belli saat aralıklarında ortalama hızdan bahsediyorsak, o andaki ortalama hızın adı ne olur?

Öğrenci1: anlık hız,

Öğrenci2: orda zaman yok hocam beşle beş,

Öğrenci3: tek bir an var.”

3.3.6.TPAB çalışmayı sonrası türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın altıncı araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Reyhan'ın TPAB sonrası türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır:

3.3.6.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Reyhan'ın türev-limit ilişkisini kurmada zorluk yaşamadığını göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde Reyhan türevin cebirsel (limit) tanımını verebilmektedir. Tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda ise 3,1ve 2,9 değerleri için değişim oranı bulmakta ve $\Delta x \rightarrow 0$ 'a yaklaşırken değişim oranının limitinin türev olduğunu söyleyebilmektedir. Dolayısıyla burada Reyhan değişim oranından anlık değişim oranına, limit yardımıyla geçebilmekte ve türev-limit ilişkisini kurabilmektedir.

3.3.6.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Reyhan'ın türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmadığını göstermektedir. Türevi tanımlaması istendiğinde ilk önce türevin cebirsel tanımını veren Reyhan başka bir şekilde tanımlanabilir mi sorusuna da aşağıdaki şekilde türev-eğim ilişkisine değinerek cevap vermektedir:

“Bir fonksiyonun grafiğine belli bir noktada çizilen teğetin eğimi bize fonksiyonun o noktadaki türevini verir.”

Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde grafik üzerinde değişim oranları işaretleyerek üçgen oluşturmakta ve türevi teğetin eğimi yardımıyla bulabilmektedir. Görüldüğü gibi Reyhan türev-eğim ilişkisini kurabilmektedir.

3.3.6.3.Türev-anlık değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Reyhan'ın türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluğa sahip olmadığını göstermektedir. “*Anlık değişim oranı bulunabilir mi?*” sorusunda bir noktada değişimden bahsedilebileceğine bunun limit süreciyle mümkün olduğuna değinmektedir. Dolaylı olarak türevin sorulduğu sorularda da aslında bunun bize sorduğu anlık değişim oranıdır şeklinde açıklama getirmektedir. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen 8.soruda ise türev bulmak için istenen nokta ile o noktanın sağından ve solundan birer nokta (3,1 ve 2,9) arasındaki değişim oranları hesaplamasına giden Reyhan görüldüğü gibi türev-değişim oranı ilişkisini kurma hususunda zorluk yaşamamaktadır.

3.3.7.TPAB Çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Araştırma sorularından yedincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma

sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.3.7.1. Türev-limit ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Reyhan'ın bu mülakatta türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan tekrar bahsettiği görülmektedir. Önceki dersiyle bu hazırladığı dersini kıyaslayan Reyhan önceki dersinde bir belirsizlik durumu karşımıza çıktığında limit kullanma gereği duyulduğunu ama o zaman da türev de belirsizlik olunca limit kullanmalıyız gibi bir yanlışlığı oluşabileceğini belirtmekte ve türev için her durumda limite ihtiyaç duyulduğunu eklemektedir. Grafik analiz programı kullanınca ise yaklaşımların görülebildiğini, belirsizlik oluşturup limit kullanma gibi bir durumdan ziyade direk yaklaşımları görüp bu süreci limite bağlayabildiğini söylemektedir. Mülakatta türev-limit ilişkisini kurma konusunda yapacaklarına ve türevin üç yönünün ilişkilendirilmesine değinen Reyhan'ın türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir. Bu konuda teknolojiden de faydalanmakta olun Reyhan teknolojinin kısıtlamalarını da avantaja çevirebileceğimizi açıklamaktadır.

3.3.7.2. Türev-eğim ilişkisi

PAB çalışmayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorluk yaşayabileceğinin farkında olduğu belirlenen Reyhan'ın bu mülakatta türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir.

“eğimlerinin limiti teğetin eğimine gidiyor falan ama çocuk o yine yakınlaştırma penceresinde çok rahat bir şekilde kirişlerin teğete yakınsadığını görebiliyor hani böyle bir eğim konusunda kavram zorluğunu da gidermiş oluyor”

Mülakatta türev-eğim ilişkisini kurma konusunda kullandığı teknolojiye değinmekte ve öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarını anlatmaktadır. Bahsettiği bu açıklamalara bir sonraki kısımda yer verilmektedir.

3.3.7.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

PAB çalıştay sonrası analizlerde öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Reyhan'ın bu mülakatta da türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta değişim oranının limitiyle türeve geçişi teknoloji yardımıyla nasıl sağlayacağını anlatan Reyhan öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarına da değinmektedir.

“Değişim oranı benim temelim olmalı ve ağ gibi onun üzerinden hepsine geçiş yapmalıyım. Ama bu teknoloji yardımıyla ben bunu daha rahat yapabildim.”

3.3.8.TPAB çalıştay sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları

Çalışmanın araştırma sorularından sekizincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştay sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalandıklarını ve bunu ne şekilde yaptıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.3.8.1.Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen Reyhan bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Mülakatta grafik analiz programında yaklaşım

yaparken belli bir noktadan sonra programın yuvarlama yaptığını bunun da limit değerine eşit olduğunu belirtiyor. Önceki ders planında öncelikle 0/0 belirsizliği oluşturup sonrasında limit ihtiyacı doğmasına karşın burada böyle bir şeyin söz konusu olmadığını dolayısıyla öğrencilerin 0/0 belirsizliği olunca limit kullanılmalı şeklinde bir yanlış anamaya düşmeden türev için limitin gerekliliğini anlayacaklarını ifade etmektedir. Ders planında hazırlanmış olduğu kazanımları şu şekildedir:

- Değişim oranları yardımıyla anlık değişim oranını tahminleyebileceğini kavrar.
- Limit yardımıyla bu anlık değişim oranını hesaplar.
- Bu anlık değişim oranı, yani anlık hızı türev kavramına geneller.

Bu kazanımlar doğrultusunda ders planında bakterilerin üremesini zamana bağlı fonksiyon olarak veren Reyhan ortalama hızlar bulmasının ardından grafik analiz programı yardımıyla ilerleyişini şu şekilde göstermektedir:

“-Programımız bizi daha küçük Δx 'ler seçerek hangi noktaya yaklaştırıyor?
-Ortalama hız değeri nasıl değişiyor?
-Daha küçük Δx değerleri için ortalama hızlarımız bir değere yaklaştığını görebiliyor muyuz?”
“-Görüntüyü yaklaştırıp, adımlarımızı görelim
Sonuçta 5 noktaya çok yaklaşıp da henüz ulaşamadığımızı görüyoruz?
-Değişim oranları yardımıyla, Δx değerlerini küçülterek 5.sn'ye ulaşmaya çalışıyoruz, peki, yaklaşınca ne olacak?”

Bunun ardından programdaki büyütme butonundan faydalanarak türev-eğim ilişkisi kurmaya çalışmaktadır. Türev-eğim ilişkisini kurarken de yaklaşım soruları sormakta ve eğim değerlerinin ortalama hız değerleri ile aynılığına değinmektedir. Burada Reyhan mülakatta da bahsettiği şekilde grafik analiz programının bir kısıtlaması olan belli bir noktadan sonra sayı değerlerini yuvarlamasını, lehine çevirmekte ve bu yuvarlama sürecini limit yardımıyla açıklayacağını belirtmektedir. Öğrencilere hesap makinesiyle türevi (türev alma kuralıyla) hesaplatmasının ardından programdaki yuvarlanmış sayıyla buldukları sayısı kıyaslayarak burada programın yaptığının limit alma olduğuna ulaşacaklarını yazmaktadır. Ardından ders planında limit yardımıyla ortalama hızlardan anlık hıza ve giriş eğimlerinden teğet eğimine ulaşmakta ve türevin cebirsel (limit) tanımını vermektedir.

Mikro öğretimde de aynı ders planında tasarladığı şekilde ilerleyen Reyhan grafik analiz programında grafiği çizip yaklaştırma butonundan faydalanmakta ve öğrencilerle arasında şu diyaloglar geçmektedir:

“Reyhan: Demek ki görüyoruz ki ne kadar yaklaşmış görünse de hala 5 ten baya uzaktayız. Şimdi biraz daha küçütelim. Ortalama hızlarımıza bakalım. Gittikçe bir değer etrafında toplanmaya başladılar sanki değil mi. Yani Δx lerimiz nereye doğru gidiyor arkadaşlar.

Öğrenci: Sıfır yapsak Δx i.

Reyhan: Delta x i sıfır yapabilir miyiz acaba bu program yardımıyla. Δx i sıfırlamaya çalışıyoruz. Δx lerimiz sıfıra yaklaşıyor sanki. Peki, program bizi nereye yaklaştırıyor. Küçük pencereden de göreceğiz 5 noktasına yaklaştırıyor değil mi bizi. Peki, 5 noktasına yaklaşınca ne olur sence S.?

Öğrenci: Burada sanki 5 e değişirmiş gibi görünüyor çok yakın olduğu için yani teğete götürüyor gibi.”

“Reyhan: Δx i iyice küçütelim. Ne buluyorsunuz arkadaşlar?

Öğrenci: Hocam burada $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nasıl oldu sıfır çıkıyor ama burada sayı var.

Reyhan: Sence ben aradığım değişim oranına ulaştım mı? Limitimi buldun mu?

Öğrenci: Bulmadım ama sıfır diye gözüküyor.

Reyhan: Ne yapmam gerekiyordu limitten tahminleyebildiğim bir değere ulaşmam gerekiyordu değil mi? O zaman bir limit değerim olabilir mi?”

“Reyhan: Δx imizi sıfıra götürüyoruz değil mi arkadaşlar. Program ne yaptı. Δx imiz sıfır olmadan net bir sonuca ulaştı ve hep aynı sonucu vermeye başladı. Yani bizim için bir çelişki oluştu. Δx imiz sıfır olduğumuz zaman limit değerimize ulaşmış olacaktık ama Δx imiz sıfıra ulaşmadan net bir değere ulaştı. Yani program yuvarladı. Sizce hesap makinesinin bulduğu sonuç gerçek değerimi? Değil. Bu nereye kadar gider? Sonsuza kadar gider”

Görüldüğü gibi Reyhan dersinde türev için neden limite ihtiyaç duyulduğuna değinmektedir. Bunu yaparken de teknolojiden faydalanmakta hatta grafik analizinin bir kısıtlaması olan yuvarlama yapmasını da avantaja çevirerek bu süreci limite açıklamaktadır.

3.3.8.2. Türev-eğim ilişkisi

Yukarıda türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları konusunda bilgi sahibi olduğu belirtilen Reyhan bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Mülakat bu konuyla ilgili şu açıklamayı yapmaktadır, soracağı sorulara değinmektedir:

”Eğimlerinin limiti teğetin eğimine gidiyor falan ama çocuk o yine yakınlaştırma penceresinde çok rahat bir şekilde kirişlerin teğete yakınsadığını görebiliyor hani böyle bir eğim konusunda kavram zorluğunu da gidermiş oluyor”

“Kirişlerle eğri arasında kalan parçaların daraldığını görebiliyor musunuz? Hani bu bizi neye ulaştırır sizce? Hani gittikçe o parçanın sıfırlaşması, o parçanın sıfırlaşması demek kirişin eğiminin teğetin eğimine eşit olması demek zaten”

Ders planında “kiriş doğrusunun eğiminin değişim oranı olduğunu kavrar” şeklinde kazanıma yer veren Reyhan ortalama hız bulmasının ardından grafik analiz programında grafiği çizeceğini belirterek aşağıdaki şekilde sorular yazmaktadır:

“- $\Delta x=2$ için ilk adımı tıklarsak, büyütme penceresinde değişim oranının bize neyi verdiğini görüyoruz?

- Trigonometriden bu değişim oranının ne ifade ettiğini hatırlayabiliyor musunuz?

(7,128) noktasına Q, (5,32)'ye P dersek, QP kiriş doğrusunun eğimi, α açısının tanjantı bize değişim oranımızı, yani ortalama hızı verir.

$$\tan \alpha = m_{QP} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Adımları ilerletirsek kiriş doğrusu ile eğrinin arasında kalan parçanın daraldığını görebiliyor musunuz?”

Bu şekilde limit kullanarak kiriş eğiminden teğet eğimine geçiş yapmakta sonunda da bunun türev olduğuna değinmektedir. Mikro öğretim esnasında ise grafik analiz programında büyütme penceresinde grafiği incelerken Reyhan ve sınıftakiler arasında aşağıdaki şekilde diyaloglar geçmektedir:

“Reyhan: büyütme penceresinde Δx i yine 2 seçelim. Büyütme penceresinde gördüğünüz şekil size tanıdık geliyor mu? İlk adım için $\Delta x=2$ için bakarsak. Seval ne görüyorsun orada.

Öğrenci: Bir tane kiriş çizmiş.

Reyhan: Kiriş varsa açısı da vardır değil mi? Peki, sence bu değişim oranı neye eşit olabilir?

Öğrenci: Şuradaki açının tanjantına eşit.

Reyhan: Bir başka deyişle

Öğrenci: Eğimine.

Reyhan: Şimdi adımları tıklarsak burada ne görüyoruz? Eğimlerinde az evvel bulduğumuz sonuçlara yaklaştığını görüyoruz. Yani eğimlerimizde aslında bize ortalama hızları veriyor”

“Reyhan: Baktığımız zaman $x=5$ değeri için yine aynı eğim sonucu elde ettiğimizi görüyoruz. Az evvel v ortalamamızı eğimi olarak bulmuştuk şimdi yine eğim değerlerimizin bu değere yaklaştığını görüyoruz. Kiriş doğrularımızın eğimini alırsak teğetin eğimini bulmamız lazım değil mi? Bunlarda yine bize aynı sonucu verdi”

Görüldüğü gibi ders planlayan ve mikro öğretim kapsamında hazırladığı dersi uygulayan Reyhan dersinde türev-eğim ilişkisini kurmaya ilişkin öğrencilerin zorluk yaşamaması için uygulamalar yapmakta ve bunu yaparken de grafik analiz programından faydalanmaktadır.

3.3.8.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Yukarıda türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen Reyhan bu zorluğu dersinde de dikkate almakta ve bunun için teknolojiye faydalanmaktadır. Mülakat alınan değerlerin küçültüldükçe değişim oranlarının da bire yaklaşacağını, Δx 'i 0'a götürünce de anlık hıza götüreceğini belirtmektedir. Anlık değişim oranını nasıl bulabiliriz diye sormak yerine anlık değişim oranını hangi aşamada tahmin edebileceklerine değinmeye çalıştığından bahsetmektedir. Ders planındaki kazanımlara baktığımızda kazanımların hepsinde değişim oranı ile bağlantılıdır:

- Ortalama hız formülü yardımıyla değişim oranını kavrar.
- Kiriş doğrusunun eğiminin değişim oranı olduğunu kavrar
- Değişim oranları yardımıyla anlık değişim oranını tahminleyebileceğini kavrar.
- Limit yardımıyla bu anlık değişim oranını hesaplar.
- Bu anlık değişim oranı, yani anlık hızı türev kavramına geneller.

Bu doğrultuda ders planının başında öğrencilere bir anlık hız problemi vermekte ve anlık hıza ulaşma sürecinde ortalama hız bulmaktadır. Bu ortalama hızı ise fizikten hatırlayarak tanımlarken bunun bir değişim oranı olduğu vurgusunu yapmaktadır. Ders planında soracağı sorulara yer verirken bu konuyla ilgili bir de benzetme yapmaktadır:

“-Değişim oranları yardımıyla, Δx değerlerini küçülterek 5.sn’ye ulaşmaya çalışıyoruz, peki, ulaştınca ne olacak?
-5.sn’deki değişim oranı nedir?(Anlık değişim oranı)
-Peki, anlık bir değişimden bahsetmek mümkün müdür?
-Elimizde şişirmek için tuttuğumuz bir balon olsun. (Balonun bir kalınlığı vardır) Üflemeğe başlayalım, üfledikçe balonun incelmesini görürsünüz. İncelir incelir incelir, balonun patlamadan şişebileceği bir sınır vardır değil mi? Ama bu sınırdan balon gerçekten çok incelmıştır. Tam patladığı anda, ulaştığımız inceliği, bir nevi balonun gerilim sınırını arıyoruz.”

Yukarıda yaptığı balon şişirme benzetmesi ile limit sürecini anlatmaya çalışan Reyhan değişim oranlarından anlık değişim oranına limit yardımıyla geçilebileceğine değinmektedir. Reyhan’ın hazırladığı ders planını uyguladığı mikro öğretime baktığımızda ise ortalama hızların değişim oranı olduğunu vurguladığı görülmektedir. Yine grafik analiz programında grafik üzerinde değişim oranlarına değinirken büyütme penceresinden yararlanmaktadır. Aşağıda değişim oranından anlık değişim oranına yaklaşım sürecinde öğrencilerle arasında geçen bazı diyaloglar yer almaktadır:

“Reyhan: Demek ki görüyoruz ki ne kadar yaklaşmış görünse de hala 5 ten baya uzaktayız. Şimdi biraz daha küçütelim. Ortalama hızlarımıza bakalım. Gittikçe bir değer etrafında toplanmaya başladılar sanki değil mi. Yani Δx lerimiz nereye doğru gidiyor arkadaşlar.

Öğrenci: Sıfır yapsak Δx i.

Reyhan: Delta x i sıfır yapabilir miyiz acaba bu program yardımıyla. Δx i sıfırlamaya çalışıyoruz. Δx lerimiz sıfıra yaklaşıyor sanki. Peki, program bizi nereye yaklaştırıyor. Küçük pencereden de göreceğiz 5 noktasına yaklaştırıyor değil mi bizi. Peki, 5 noktasına yaklaştınca ne olur sence S.?

Öğrenci: Burada sanki 5 e değişiyormuş gibi görünüyor çok yakın olduğu için yani teğete götürüyor gibi.

Reyhan: Evet ama hala küçük pencereden baktığımız zaman değişim oranlarımızın hala tam manasıyla istediğimiz sonuca ulaşmadığını görmüş oluyoruz. Peki, 5 e ulaşmış olsaydık bu değişim oranımız neye dönüşürdü?

Öğrenci: O noktadaki hızı bulmuş olurduk.

Reyhan: Yani anlık hızı değil mi. Yani değişim oranlarımız ne olmuş olurdu. Anlık değişim oranı olmuş olurdu. Peki, Seval sence bir anda değişim oranından bahsetmek mümkün mü?

Öğrenci: Bunları gördükten sonra mümkün.”

Görüldüğü gibi Reyhan ders planında türev-değişim oranı vurgusu yapmaktadır. Dersinde de buna değinerek öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluk yaşamamasını hedeflemektedir. Ayrıca bunu yaparken grafik analiz programından faydalanmakta ve özellikle yaklaşımlarda öğrencilere o süreci yaşatmaktadır. Böylece öğrencilerin tek noktada değişim olmaz, değişim için iki nokta gerekir gibi bir düşüncede olmalarını önlemeye çalışmaktadır.

Araştırma soruları ışında Reyhan'ın AB, PAB ve TPAB'lerine ilişkin bulgular yukarıda ayrıntılı bir biçimde sunulmuştur. Reyhan'ın gelişimi ortaya çıkarmak açısından bu bulgular Tablo 5 ile özetlenmektedir.

Tablo 5: Reyhan'ın gelişim tablosu

Reyhan	Türev-limit ilişkisi	Türev-eğim ilişkisi	Türev-değişim oranı ilişkisi	
Çalıştaylar öncesi	Türev alan bilgisi anketi	Türevin cebirsel tanımını vermekte, türev bulması gerektiğinde bu tanımdan faydalanabilmekte ancak limit gerekliliği konusunda zorluk yaşamakta	Türevi tanımlarken eğim ilişkisinden bahsetmekte, grafik üzerinden türevi eğim yardımıyla bulma girişimi sergilemekte	Bir noktada değişim olabileceğinden bahsetmekte ancak türev-değişim oranı ilişkisini kurmakta zorlanmakta
	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Türev-limit ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-eğim ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-değişim oranı ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte
	Ders planında öğrenci zorluğuna dair	Ortalama hızların ardından limite ezbere geçmekte ve türev için limit ihtiyacı	“türevin geometrik tanımı” başlığı altında türev-eğim ilişkisini ezbere vermekte	“türevin fiziksel tanımı” başlığı altında türev hız ilişkisine değinmekte ancak

	yaptıkları	doğurmaktadır.		türev-değişim oranı ilişkisi kurmamakta
PAB çalıştayı sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin teğetin denklemini direk türev denklemi görebileceklerini ve türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Ortalama hızlarda ve grafik üzerinde yaklaşımlar göstererek limit sürecini yaşatmakta	Grafik üzerinde değişim oranları ile üçgen oluşturarak eğimi verdiğini belirtmekte ve yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Kazanımlarında değişim oranını vurgulamakta, türev-değişim oranı ilişkisine değinmekte
TPAB çalıştayı sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Öğrencilerin önceki dersinde belirsizlik çıktığı durumda limit gerekli gibi zorluğa düşebileceklerini ve grafik analizi programında bunun engellendiğini belirtmekte ve dersinde türev-limit ilişkisini kurabilmekte	Üçgen üzerinde değişim oranlarının tanjant ve dolayısıyla eğim olduğu gösteriyor, aynı zamanda grafik analiz programında büyütme butonu yardımıyla yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Kazanımlarında değişim oranı vurgusu hakim olmakla birlikte ortalama hızların değişim oranını verdiğini belirtmekte ve dersin tamamında değişim oranı kavramı üzerinde durarak ilişkilendirmeler yapmakta
	Türev alan bilgisi anketi	Türev-limit ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanmamakta

3.4.İLKER

3.4.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın birinci araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda İlker'in türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır:

3.4.1.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi İlker'in türev-limit ilişkisini kurmakta çeşitli zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde İlker “bir doğrunun bir noktadaki eğimidir” demekte ve türevin cebirsel tanımından bahsetmemektedir. 5.soruyu cevapsız bırakan İlker aynı zamanda tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda da bir grafik üzerinde noktaları işaretlemekle yetinmektedir. İlker'in türev alan bilgisi anketinde türev-limit ilişkisine dair hiçbir bilgi bulunmamaktadır.

3.4.1.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri İlker'in türev konusunda baskın bir eğim imajı olduğunu göstermektedir. Türev nedir dendiğinde İlker'in ilk cevabı “bir doğrunun bir noktadaki eğimidir” şeklinde olmaktadır. Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi tanjant ve fonksiyonun bir noktasındaki teğetinin eğimi yardımıyla bulabilmektedir.

3.4.1.3.Türev-değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri İlker'in türev-değişim oranı ilişkisinde bazı zorluklara sahip olduğunu göstermiştir. Türevi kendi cümleleri ile tanımlaması istendiğinde türevin değişim oranı ile ilişkisine değinmemektedir. Anlık değişim oranı bulunabilir mi sorusunu ve konum zaman fonksiyonu verilen bir aracın anlık hızının bulunmasının istendiği soruyu cevapsız bırakmaktadır. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda ise tablo değerlerini grafik üzerinde işaretlemekle yetinmektedir. Dolayısıyla İlker türev alan bilgisi anketinde türev-değişim oranı ilişkisine yönelik sorularda yorumsuz kalmayı tercih etmektedir.

3.4.2.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından ikincisinde matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.4.2.1.Türev- limit ilişkisi

İlker'in türev alan bilgisine ilişkin analizler, türev-limit ilişkisi kurmakta zorluk çektiğini göstermişti. (İlker'in mülakatı gecikmeli olarak 2.mülakatla birlikte, geriye dönük cevaplama istenerek yapılmıştır) Mülakatta İlker türev-limit ilişkisini kurmadaki öğrenci zorluğuna dair limit konusundaki ön bilgi eksikliğinin öneminden bahsetmektedir. Bu konudan bahsederken “limit $h \rightarrow 0$ 'a giderken ne olduğunu kafasında tam olarak tasavvur edemeyen bir kişinin... işte bunlar tamamen ezber olur $h \rightarrow 0$ 'a giderken işte $h \rightarrow 0$ olacak deyip $h \rightarrow 0$ koyar $s(4)-s(4)$ falan diye düşünür” şeklinde açıklama da getirmektedir. Burada İlker limit konusunda ön bilgi eksikliğinden bahsetmekte, türev-limit ilişkisini kurma konusundaki öğrenci zorluklarına değinmemektedir.

3.4.2.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev- eğim ilişkisini kurmakta öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar bağlamında da İlker öğrencilerin karşılaşılabileceği herhangi bir zorluktan bahsetmemektir.

3.4.2.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

İlker ile yapılan mülakatın analizi, İlker'in türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda da öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermiştir. Bu konuya dair herhangi bir açıklamada bulunmamaktadır.

Yukarıda sunulan üç zorluk kategorisi dışında İlker şu zorluklara değinmektedir:

- Türev kavramına ilişkin ön bilgi eksiğinde karşılaşılabilecek zorluklar
- Türev-süreklilik ilişkisini kullanmada karşılaşılabilecek zorluklar

3.4.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Araştırma sorularından üçüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik ders planlarında neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlemesi ve öğretmen adaylarının ders planları analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.4.3.1.Türev-limit ilişkisi

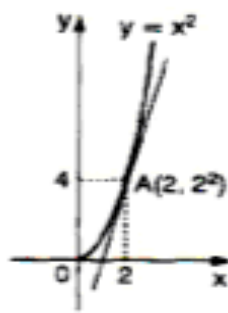
İlker'in ders notları kitap fotokopilerinden oluşmaktadır. Mülakatta bu kendisine sorulduğunda onları incelediğini ve kendi anlatacağı derse uygun olacak şekilde seçip planına eklediğini belirtmektedir. Dolayısıyla analizde o hazırlanan ders planı kullanılmaktadır. Bu ders notlarında ortalama hızlar bulunup ardından "Hareketli 4.saatte radara girmiş olsun. O andaki hızını yani 4.saatteki hızını (anlık hızını) hCR^+ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için $[4,4+h]$ veya $[4-h,4]$ aralığında ortalama hızdan yola çıkılarak

anlık hız bulunur. Anlık hız $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(4+h) - s(4)}{(4+h) - 4}$ “ şeklinde açıklama yapılarak limite

bir geçiş yapılmaktadır ki bu da ezber düzeyde kalmaktadır. Türev kavramında neden limite ihtiyaç duyulduğu ve neden limit kullanıldığı hakkında ne bir sezdirici soru sormakta ne de bir açıklamada bulunmaktadır. Dolayısıyla türev alan bilgisi anketinde türev-limit ilişkisini kurmada zorluk yaşayan İlker dersinde bu zorluğu dikkate almamakta ve öğrencilerin bu zorluğa düşmesini önleyici bir ders hazırlayamamaktadır.

3.4.3.2. Türev- eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinde türev-eğim ilişkisini kurmayla ilgili herhangi bir zorlukla karşılaşmadığı belirlenen İlker mülakat esnasında öğrencilerin bu konuda zorlanabileceği hususunda bir fikir belirtmemektedir. Kazanımı “türev kavramı, türevin geometrik yorumu anlaşılır. Fonksiyonların sürekliliği ve türevlenebilirliği arasındaki ilişki anlaşılır” şeklinde belirlenen dersin, fotokopilerden oluşan ders notlarına baktığımızda ise İlker’in bu konuyu “türev-teğet eğimi ilişkisi” başlığı altında ele aldığını görülmektedir. Bir fonksiyon grafiği üzerinden eğim tanımlanıp birkaç nokta için eğim bulunmaktadır.



Düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ ile}$$

geçen doğrunun eğimi:

hesaplanır. Örneğin; $y = x^2$ eğrisi üzerinde A

noktasına yakın $B_1(1, 1^2)$ noktası için, $m_{AB_1} = y$

$$\text{deki değişim/x deki değişim} = \frac{1^2 - 2^2}{1 - 2} = 3$$

Şekil 15: İlker’in 1. ders planında çizdiği grafik

Bulduğu eğimleri bir tabloda gösterip “ $f(x)=x^2$ parabolüne $A(2, 2^2)$ noktasında çizilen teğetin eğimi $h \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $h \rightarrow 0$ için A ve $C((2+h), (2+h)^2)$ noktasından geçen doğrunun eğimini bulalım” açıklamasının ardından eğimin limitini almaktadır. Görüldüğü gibi limitin ezbere verilmesinin yanında giriş

eğimlerinden teğet eğimi de ezber bir bilgi olarak karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla İlker öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmadaki zorluğuna yönelik bir ders planlamamaktadır.

3.4.3.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinde türev- değişim oranı bilgisini sınav sorularında cevapsız kalan İlker mülakatta da bu konuda bir öğrenci zorluğu belirtmemekteydi. Ders planında ise türev-değişim oranından “Türev-teğet eğimi ilişkisi” başlığı altında eğitim tanımlarken “ $m=y$ deki değişim/ x deki değişim” şeklinde ve dersin sonunda “Anlık hızın genel adı türevdir. Diğer bir ifadeyle bir fonksiyonun bir noktadaki değişme hızı, fonksiyonun o noktadaki türevidir.” Şeklinde bahsedilmektedir. Dolayısıyla ders planında türev-değişim oranı ilişkisi kurulamamakta sadece iki yerde ezber bir şekilde konuya değinilmektedir.

Yukarıda bahsedilen üç balığın dışında İlker öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırmak için ne yaptın sorusuna “Dedim ki türevi şimdi başlı başına sadece tanım olarak öğrenmesin farklı farklı gösterimleriyle görsün kavramaya çalışsın. Bir kısmı cebirsel ifadeyi anlar bir kısmı şundan anlar grafikten anlar geometrisinden anlar falan herkese hitap etmeye çalışıp öyle bir program hazırladık” şeklinde açıklama getirmektedir.

3.4.4.PAB çalıştıyı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından dördüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalıştıyı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.4.4.1.Türev-limit ilişkisi

İlker mülakatta öğrenciler türev-eğim ilişkisi kurmada zorlanır şeklinde bir açıklama yapmamaktadır. Ancak bu konudan “limite yönelik bir şey yapmadım... Limit buraya doğru gittiği zaman aslında o tam limitin değeri deyip de falan çocukların kafasını karıştırmak bence doğru değil ki bizim aramızda bile böyle bir tam ittifak çıkmamıştı” şeklinde bahsetmektedir. Çalıştaylar esnasında türeve yönelik öğrenci zorlukları hakkında konuşulurken sınıfta öğrenciler arasında yapılan tartışmaya atıfta bulunan İlker her ne kadar bu zorluğu direk dile getirmese de böyle bir zorluğun farkındadır.

3.4.4.2.Türev-eğim ilişkisi

İlker mülakat esnasında grafik üzerinde göstereceği yaklaşımı anlatmakta ve öğrencilere bu yönde yorumlar yaptıracağını belirtmektedir. “Burada işte sıkıntıları olacağını biliyoruz” diyen İlker dersinde bunu dikkate aldığını belirtmektedir.

3.4.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

İlker mülakat esnasında çalıştaylarda bu konunun incelendiğinin farkında olduğundan bahsederken kendisinin konu üzerine eğilmemesinden dolayı türev-değişim oranı ilişkisine dair çok fazla bilgi sahibi olmadığını belirtmektedir. Bunun üzerine derste tek noktada değişim olmaz, değişim için iki nokta gereklidir şeklinde soru gelirse nasıl açıklama yapacağı sorulduğunda da zorluğun farkında olursam derste gündeme getiririm ancak şu an pek bir şey bilmiyorum şeklinde cevap vermektedir.

3.4.5.PAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından beşincisi matematik öğretmen adaylarının PAB çalıştayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik dersinde neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak

amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.4.5.1. Türev-limit ilişkisi

İlker mülakatta “limite yönelik bir şey yapmadım... Limit buraya doğru gittiği zaman aslında o tam limitin değeri deyip de falan çocukların kafasını karıştırmak bence doğru değil ki bizim aramızda bile böyle bir tam ittifak çıkmamıştı” şeklinde türev-limit ilişkisini kurma zorluğuna yönelik bir şey yapmadığını belirtmişti. İlker aynı mülakatta ortalama hızdan anlık hıza geçişte “işte burada limite bağlarım” şeklinde limiti gündeme getireceğinden de bahsetmekte ve bu söylediğini ders planında belirtmektedir:

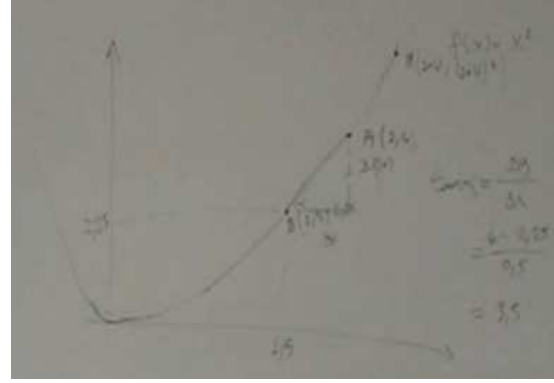
“ $h > 0$ ise tabloda 5’in solundaki zaman aralıklarını $5-h, 5$, 5’in sağındaki zaman aralıklarını $5, 5+h$ ile anlatabiliriz. Burada $h > 0$ için ortalama hızın 11 m/sn ’ye yaklaştığını görüyoruz. Bunu $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = 11 \text{ m/sn}$ şeklinde ifade edebiliriz.”

Mikro öğretim esnasında konum zaman fonksiyonundan ortalama hız tablosu oluşturup bu tablo üzerinde bu değerlerin nereye yaklaştığını öğrencilere sormaktadır. Ardından “yani $h \rightarrow 0$ ’a doğru gidiyorken bu neyi hatırlatıyor bize” şeklinde limit cevabını öğrenciden beklemektedir. Öğrencilerden limit cevabını alıp limit hesapladıklarında öncesinde tablo değerlerinden tahmin ettikleri değeri bulmaktadırlar. Bu şekilde İlker türev ile limit arasındaki ilişkiyi kurmaktadır.

3.4.5.2. Türev-eğim ilişkisi

Türev-eğim ilişkisini kurmadaki öğrenci zorluğu bilgisine sahip olduğu belirlenen İlker bunu ders planında da dikkate almaya çalışmaktadır. Ders planında önce ortalama hızlardan anlık hızı hesaplamakta ve sonra bu değerleri grafik üzerinde gösterip “y deki değişim/ x deki değişim” şeklinde ifade etmektedir. Bunun ardından

başka bir fonksiyon grafiği daha çizip değişim oranlarını belirterek eğim tablosu oluşturmaktadır. Burada h 'ı 0'a yaklaştırarak (limit yardımıyla) teğetin eğimine ulaşır aynı şeyi mikro öğretimi esnasında da farklı bir fonksiyon grafiği üzerinden göstermektedir. Bu grafikte bir noktayı sabit alıp başka



Şekil 16: İlker'in 1.mikro öğretiminde çizdiği grafik

bir noktayı git gide o noktaya yaklaştırarak kirişler çizmekte ve teğete ulaşmaktadır. Ardından $f(x)=x^2$ fonksiyonu için çizimleri tekrarlamaktadır. Burada üçgen oluşturup öğrencilerin tanjantı incelemelerini istemekte ve dersin başında “türev değişim oranıdır” diyerek başlamasına atıfta bulunarak bunun değişim oranı olduğundan bahsetmektedir.

3.4.5.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

İlker mülakatta türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda çok fazla bilgiye sahip olmadığını belirtmekteydi. Aynı zamanda “ $f(x)=x^2$ gibi bir parabol eğrisi verdik. Bu nokta için işte $2+h$, $(2+h)^2$ şeklinde bir b noktası seçtik. Bu da dedik ki y deki değişim x deki değişim şudur” şeklinde dersinde değişim oranını gündeme getireceğinden da bahsetmekteydi. Dolayısıyla türev-değişim oranı ilişkisi konusunda öğrenci zorluğunun farkında olan İlker bunu dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Mikro öğretiminde “türev değişim oranıdır” diyerek derse başlamakta ve öğrencilerden gelen bunun ne olduğu sorusuna da derse devam ederek bunun ne olduğunu anlayacakları şeklinde cevap vermektedir. Sonrasında grafik üzerinde üçgen oluşturduğunda bunun değişim oranı olduğunu vurgulamaktadır. Ders planında ilk örnekte ortalama hızları ve anlık hızı bulduktan sonra değerleri grafiğe aktarmakta ve buna “y deki değişim/ x deki değişim” demektedir. Sonrasında yeni bir fonksiyon grafiği üzerinden türev-eğim ilişkisini anlatmaya çalışırken tekrar “y deki değişim/ x deki değişim” yazarak burada da değişim oranı vardır şeklinde açıklamasını yapmaktadır.

3.4.6.TPAB çalışmayı sonrası türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın altıncı araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda İlker'in TPAB sonrası türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır:

3.4.6.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi İlker'in türev-limit ilişkisini kurmada zorluk yaşamadığını göstermektedir. Türev kavramını tanımlaması istendiğinde İlker türevin cebirsel (limit) tanımını vermektedir. Tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda ise $\Delta x=0,3$ 0,2 ve 0,1 değerleri için değişim oranı bulmakta ve Δx 0'a yaklaşırken değişim oranının limitinin türev olduğunu söyleyebilmektedir. Dolayısıyla burada İlker değişim oranından anlık değişim oranına, limit yardımıyla geçebilmekte ve türev-limit ilişkisini kurabilmektedir.

3.4.6.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri İlker'in türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmadığını göstermektedir. Grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi grafik üzerinden teğetin eğimi yardımıyla bulabilen İlker türev-eğim ilişkisini kurabilmektedir.

3.4.6.3.Türev-anlık değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri İlker'in türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluğa sahip olmadığını göstermektedir. “*Anlık değişim oranı bulunabilir mi?*” sorusunu cevapsız bırakmakla birlikte tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda ise türev bulmak için değişim oranları hesaplamasına giden İlker görüldüğü gibi türev-değişim oranı ilişkisini kurma hususunda zorluk yaşamamaktadır.

3.4.7.TPAB Çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Araştırma sorularından yedincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.4.7.1.Türev-limit ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen İlker'in TPAB sonrası da aynı şekilde bu zorluğun farkında olduğu görülmekte ve İlker türev konusunda öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmektedir.

3.4.7.2.Türev-eğim ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen İlker'in TPAB sonrası analizleri de aynı sonucu vermektedir. İlker türev konusunda öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmektedir.

3.4.7.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen İlker'in TPAB sonrası analizleri de aynı sonucu vermektedir. İlker türev konusunda öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmektedir.

3.4.8. TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından sekizincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalandıklarını ve bunu ne şekilde yaptıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlemesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.4.8.1. Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen İlker bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. İlker ders planında ortalama hızlar bulduktan sonra Δx 'i 0'a yaklaştıracak şekilde uygulamalar yapacağını ve Δx 'in 0'a gitmesinin öğrencilere limit kavramını hatırlatacağını yazmaktadır. Bu yaklaşımların ardından ise anlık hıza ulaşmak için ortalama hızın limit değerini bularak bunun türev konum-zaman fonksiyonunun türevi olduğunu belirtmektedir. İlker bunların ardından da ders planında Türevin cebirsel tanımını vermektedir.

Türev dersini ders planında bu şekilde planlayan İlker bu planı uyguladığı mikro öğretiminde ise planladığı şekilde uygulamalara yer vermektedir. Önce bir konum-zaman fonksiyonu veren İlker tahtada 2 noktası civarındaki ortalama hızları öğrencilere de sorarak bulmaktadır. Sonra bu grafiği grafik analiz programı yardımıyla çizelim diyerek, uygulamaya geçmekte ve program yardımıyla çizdiği grafik üzerinde 2 noktaya sağdan ve soldan yaklaşımları programın yan tarafında yer alan tablo yardımıyla göstermektedir. Aynı şekilde türev-eğim ilişkisini kurmaya çalışırken grafik analiz programı yardımıyla grafik üzerinde yaklaşımları göstermektedir. Aşağıdaki diyalogda da görüldüğü üzere öğrencilere yaklaşımı göstermesinin ardından limit kullanmak gerekliliği sonucuna ulaştırmaktadır.

İlker: bu teğetin üzerindeki neye benziyor?

Öğrenci: teğet

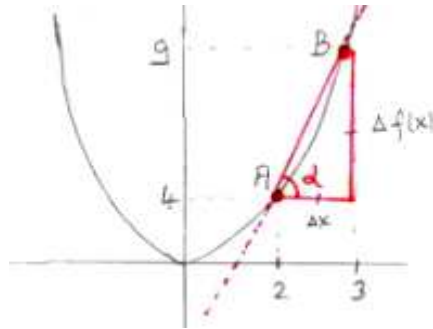
İlker: bu iyice küçüldüğü zaman Δx 0 a yaklaştığı zaman bu doğru A noktasında parabolü teğettir dimi. Şimdi Δx in 0 a doğru gitmesinden, yaklaşmasından falan bahsediyoruz bu bize neyi hatırlatıyor daha önce işlediğimiz bir konuyu hatırlatıyor

Öğrenci: limit

Bunun ardından değişim oranının limitini hesaplayarak bu değer in başında da söylediği gibi türev olduğunu ve aynı zamanda teğetin eğimi olduğunu açıklamaktadır. Görüldüğü gibi İlker dersinde hem ortalama hızdan anlık hıza geçişte hem de kiriş eğiminden teğet eğimine geçişte yaklaşımlar sergilemekte ve sonrasında öğrencileri limit almak gerek sonucuna götürmektedir. Bu yaklaşımları gösterirken de grafik analizi programı yardımıyla daha yakın ve daha çok değerler için uygulamalar yaptırabilmekte ve yaklaşım sürecini öğrencilere daha net yaşatabilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurma noktasında zorluk yaşamalarını engellemeye çalışmaktadır.

3.4.8.2. Türev-eğim ilişkisi

Yukarıda türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları konusunda bilgi sahibi olduğu belirtilen İlker bu zorluğu dersinde de dikkate almaya çalışmaktadır. Ancak ders planına baktığımızda türev-eğim ilişkisini ezbere verdiği görülmektedir. Aşağıda ders planında türev-eğim ilişkisine değindiği kısım yer almaktadır.



$f(x) = x^2$ fonksiyonunun grafiği için;
AB doğrusunun eğimi; Değişim oranı
 $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ şeklinde neye eşittir? ($\tan \alpha$)

B noktasını eğri üzerinde tutarak A noktasına yaklaştıralım yani $\Delta x \rightarrow 0$ gitsin AB kirişi neye dönüşür?

Şekil 17: İlker'in 3.ders notlarında çizdiği grafik

Türev-eğim ilişkisine yukarıdaki gibi değinen İlker mikro öğretiminde de değişim oranları tablosunu grafik analiz programından kontrol ettikten sonra fonksiyonun grafiğini yukarıdaki şekilde benzer şekilde tahtaya çizmektedir. Bu grafik üzerinde A ve B noktalarını birleştirmesinin ardından dik üçgen oluşturmakta ve x ile f(x) deki değişimleri grafik üzerinde göstermektedir. Sonrasında $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ oluşturup bunun neyi vereceğini soran İlker ve öğrencilerden aşağıdaki gibi cevap almakta ve sonrasında şu diyalog geçmektedir:

Öğrenciler: açı, dik açı

İlker: dik açı... Bu $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ bu açının nesi?

Öğrenci: tanjantı

İlker: işte bu zeki öğrenciler, peki bu tanjant AB doğrusunun neyi?

Öğrenci: eğimi”

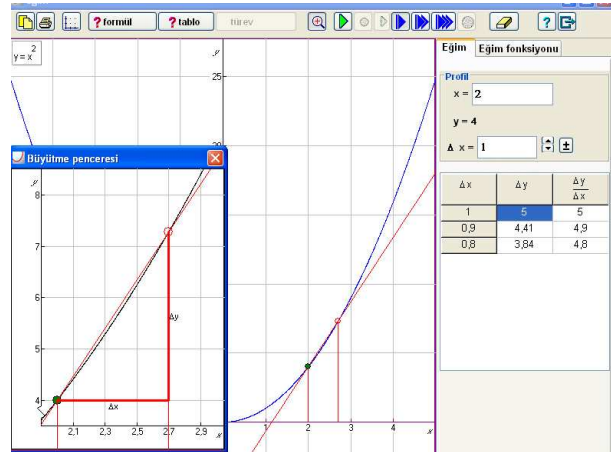
Bunun ardından kırışlarla yaklaşıma değinmekte ve bu yaklaşımı grafik analiz programında görebilmek için programda çizmiş olduğu grafiğe geçmektedir. Burada Δx 'e değerler vererek yaklaşımlar ortaya koymakta ve bunları daha rahat görmek amacıyla programda yer alan büyütme butonundan faydalanmaktadır. Aşağıda kırışlerden teğete geçiş esnasında geçen diyalog yer almaktadır:

İlker: bu teğetin üzerindeki neye benziyor?

Öğrenciler: teğet

İlker: bu iyice küçüldüğü zaman Δx 0 a yaklaştığı zaman bu doğru A noktasında parabole teğettir demi. Şimdi Δx in 0 a doğru gitmesinden, yaklaşmasından falan bahsediyoruz bu bize neyi hatırlatıyor daha önce işlediğimiz bir konuyu hatırlatıyor

Öğrenci: limit



Şekil 18: İlker'in 2.mikro öğretiminde programda kullandığı büyütme penceresi

İlker bunun ardından teğete geçişte limit kullanmakta ve yaptıklarını ilişkilendirerek dersin başından beri gördükleri değişim oranının limitinin aynı zamanda kiriş limitine ve bunun da türeve eşit olduğuna değinmektedir.

Bu verilerden de görüldüğü üzere İlker ders planında türev-eğim ilişkisini ezbere vermekte ancak bu ilişkiyi mikro öğretim esnasında biraz daha ezber bilgidan uzaklaşmaktadır. Son olarak da türevin üç yönünü ilişkilendirmeye çalışmaktadır.

3.4.8.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Yukarıda türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen İlker bu zorluğu dersinde de dikkate almakta ve bunun için teknolojidan faydalanmaktadır. İlker ders planının başında bir fonksiyon verip değişim oranlarını tablo olarak göstermekte ve sonrasında da grafik analiz programı yardımıyla çizeceklerini ifade etmektedir. Grafik analiz programında grafiği çizmenin ardından tablo değerlerini bu programın bulduğu değerlerle karşılaştıracağını belirten İlker'in ders planında x 'deki ve $f(x)$ 'deki değişimler tabloda yer alırken değişim oranları yer almamaktadır. Ders planında çok fazla açıklama yapmayan ve değişim oranı kavramına fazla değinmeyen İlker mikro öğretim esnasında bu açığı kapatmaktadır. İlker mikro öğretiminde ders planında da belirttiği gibi x 'deki ve $f(x)$ 'deki değişimler tablosu oluşturmaktadır. Sonrasında grafik analiz programının eğim fonksiyonu kısmından faydalanarak fonksiyonu çizmekte ve tablo değerlerini buradan kontrol etmektedir. Bunun ardından tahtada fonksiyonun grafiğini tekrar çizmekte ve değişim oranlarını grafik üzerinde göstermektedir. Değişim oranlarının grafik üzerinde neye eşit olduğunu öğrencilere sorarak eğim cevabını almaktadır. Üçgen oluşturduğu değişim oranlarından yaklaşımlar yardımıyla teğetin eğimine geçiş yapmakta böylece değişim oranı ve eğim ilişkisini kurmaktadır. Görüldüğü üzere İlker ders planında türev-eğim ilişkisine dair bir planlamaya yer vermezken mikro öğretim esnasında bu konu üzerinde durmakta ve grafik analiz programından bu konuda yararlanmaktadır.

Araştırma soruları ışında İlker'in AB, PAB ve TPAB'ne ilişkin bulgular yukarıda ayrıntılı bir biçimde sunulmuştur. İlker'in gelişimini ortaya çıkarmak açısından bu bulgular tablo 6'da özetlenmektedir.

Tablo 6: İlker'in gelişim tablosu

İlker		Türev-limit ilişkisi	Türev-eğim ilişkisi	Türev-değişim oranı ilişkisi
PAB çalışmayı öncesi	Türev alan bilgisi anketi	Türev-limit ilişkisini kuramamakla birlikte türevin cebirsel tanımını da vermemekte	Türevi tanımlarken eğim ilişkisinden bahsetmekte, grafik üzerinden türevi eğim olarak bulabilmekte	Türev-değişim oranına değinmemekte çoğu soruyu ya cevapsız ya da sonuçsuz bırakmakta
	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Türev-limit ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-eğim ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-değişim oranı ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte
	Ders planında öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Ortalama hızların ardından limite ezbere geçmekte ve türev için limit ihtiyacı doğurmaktadır.	“türev-teğet eğimi ilişkisi” başlığı altında türev-eğim ilişkisini ezbere vermekte	Eğim tanımında değişimden bahsetmekte ancak başka hiçbir şekilde türev-değişim oranı ilişkisi kurmamakta
Çalışmalar sonrası	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerinin farında ancak çok bir açıklama getirememekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanacaklarını bildiğini ifade etmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerinin farında ancak çok bir açıklama getirememekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Ortalama hız tablosunda yaklaşımlar göstererek limit kavramına geçmekte	Grafik üzerinde değişim oranları ile üçgen oluşturarak eğimi verdiğini belirtmekte ve yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Derse türev değişim oranıdır diyerek başlamakta ve dersinde de değişim oranı vurgusu yapmakta
TPAB çalışmayı	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte

	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Gerek ortalama hızlardan anlık hıza gerekse giriş eğiminden teğet eğimine geçişte yakınsamalar yaparak limit kullanımına gitmekte	Grafik üzerinde üçgen oluşturup değişim oranlarının tanjant ve dolayısıyla eğim olduğu gösteriyor, aynı zamanda grafik analiz programında büyütme butonu yardımıyla yaklaşımlarla teğet eğimine ulaşmakta	Ders planında fazla açıklama yapmamakta ancak mikro öğretimde değişim oranına değinmekte fakat ilişkiyi kurmakta yetersiz kalmakta
	Türev alan bilgisi anketi	Türev-limit ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanmamakta

3.5.DİLEK

3.5.1.Çalıştaylar öncesi türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın birinci araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Dilek'in türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır.

3.5.1.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Dilek'in türev-limit ilişkisini kurmada çeşitli zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Türev hesaplaması gereken durumlarda türev kurallarını kullanmayı tercih etmenin yanında türev kavramını tanımlaması istendiğinde türevin cebirsel (limit) tanımına da değinmemektedir. Değişim oranlarının limitini almasını gerektiren 8. soruyu da cevapsız bırakan Dilek'in anket cevaplarının hiç birisinde limit kavramına dair bir veri bulunmamakta dolayısıyla Dilek türev-limit ilişkisini kurma konusunda yetersiz kalmaktadır.

3.5.1.2. Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7. sorularının analizleri Dilek'in türev-eğim ilişkisini kurmada bazı zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. Grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde cevap olarak sadece değeri belirtmekte ve bu değeri nereden bulduğuna değinmemektedir.

3.5.1.3 Türev-değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8. sorularının analizleri Dilek'in türev-değişim oranı ilişkisini kurmada bazı zorluklara sahip olduğunu göstermektedir. “Anlık değişim oranı bulunabilir mi?” sorusuna cevap olarak anlık değişimin türev almak suretiyle belirlenebileceğini söylemesine rağmen, anlık değişime ilişkin daha fazla açıklama yapamamaktadır. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruyu ise cevapsız bırakmaktadır.

3.5.2. Çalıştaylar öncesi öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından ikincisinde matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlemesi analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.5.2.1. Türev- limit ilişkisi

Yukarıda da tartışıldığı üzere, türev alan bilgisine ilişkin analizler, Dilek'in türev-limit ilişkisini kurmada zorluk çektiğini ortaya çıkarmaktadır. Mülakat çözümlemelerinin analizi Dilek'in öğrencilerin türev-limit ilişkisine yönelik sahip olabilecekleri zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir. Mülakatta Dilek bu konuda herhangi bir yorumda bulunmamaktadır.

3.5.2.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev-eğim ilişkisini kurma konusunda öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar bağlamında Dilek öğrencilerin aklına, neden teğet çiziliyor buna ne gerek var gibi sorular takılabileceğini belirtmektedir. Bunun dışında, örneğin değişim oranlarını grafikte yorumlayarak eğime ulaşma açısından ya da kirişlerin eğiminden teğetin eğimine yakınsama açısından öğrencilerin çekebileceği zorluklardan bahsetmemektedir.

3.5.2.3.Türev- değişim oranı ilişkisi

Dilek ile yapılan mülakatın analizi, Dilek'in türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda da öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığını göstermektedir. Dilek mülakatta bu konu üzerine hiçbir açıklamada bulunmamaktadır.

Yukarıda sunulan üç zorluk kategorisi dışında Dilek şu zorluklara değinmektedir:

- Yeni bir konu olmasının zorluğu
- Grafik çiziminde zorlanma
- Neden türev alındığı ve türev almaktaki amacı anlamakta karşılaşılan zorluklar

3.5.3.Çalıştaylar öncesi öğrenci zorlukları bileşeninde dersine yansıttıkları

Araştırma sorularından üçüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı öncesinde öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik ders planlarında neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlemesi ve öğretmen adaylarının ders planları analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.5.3.1.Türev-limit ilişkisi

Dilek'in ders planının analizi öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmalarına yardımcı olacak bir yaklaşım planlamadığını göstermektedir. Ders planında türevi geometrik ve fiziksel uygulamalar ile anlatacağını belirten Dilek öğrencilerden hesaplama yapmalarını isteyeceğini ve bir parabolün bir noktada eğiminin nasıl bulunacağını açıklayacağını yazmaktadır. Çalıştaylar öncesi hazırladığı ders planında sadece ders planı taslağını doldurup ders notlarını hazırlamayan Dilek, çalıştaylar başladıktan sonra ders notlarını hazırlayabilmiştir. Dolayısıyla sonradan hazırlanan ders notları analizlerde dikkate alınmamaktadır. Bununla birlikte mülakattan elde edilen veriler Dilek'in türev-limit ilişkisini kurmadaki öğrenci zorluğunu dikkate almadığını göstermektedir.

3.5.3.2.Türev- eğim ilişkisi

Verilerin analizleri göstermiştir ki Dilek türev-eğim ilişkisini öğrencilere ezber bilgi şeklinde sunmaktadır. Dilek türeve giriş dersi için öğretim programındaki şu kazanımı ders planına yazmaktadır:

“Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur”

Bu kazanım doğrultusunda ders planında türevin geometrik uygulamalarını yaptıracığını belirtirken öğretmen aktivitesi kısmına da “Bir parabol çizip bir noktadan parabole çizilen teğetin eğiminin nasıl hesaplanacağını öğrencilerden açıklamalarını ister” yazmaktadır. Yukarıda da belirtildiği üzere Dilek'in ders notlarını çalıştaylar başladıktan sonra vermesinden dolayı analizlerde sadece ders taslağı kullanılmaktadır. Ders taslağı ve mülakatlar göstermektedir ki Dilek türev konusunda giriş dersinde öğrencilere türev-eğim ilişkisini ezbere vermektedir.

3.5.3.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizleri sonucunda türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda öğrencilerin sahip olabileceği zorluklar hakkında bilgi sahibi olmadığı belirlenen Dilek dersinde de bu ilişkiye dair bir sezdirme ya da açıklamada bulunmamaktadır. Dilek türeve giriş dersi için öğretim programındaki şu kazanımı ders planına yazmıştır:

“Türev kavramını fiziksel ve geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur”

Bu kazanım doğrultusunda dersini planlayan Dilek’in ne ders planı taslağında ne de mülakatında türev-değişim oranı ilişkisi kurmaya dair bir veriye rastlanmamaktadır.

3.5.4.PAB Çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Çalışmanın araştırma sorularından dördüncüsü matematik öğretmen adaylarının PAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.5.4.1.Türev-limit ilişkisi

Dilek mülakatta öğrencilerin bir noktadaki değişimi anlamakta zorlanabileceklerini limitin kendi epistemolojik zorluğundan dolayı bunu anlamakta güçlük çekeceklerini belirtmektedir. Mülakatta bu tarz açıklamalarda bulunan Dilek’in türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir.

3.5.4.2.Türev-eğim ilişkisi

Dilek mülakat esnasında öğrencilerin “türev teğetin o noktadaki eğimidir” şeklinde ezberlediklerini ve türev-eğim ilişkisini kurmada zorlandıklarını belirtmektedir. Ders planında bunu dikkate aldığını da ifade eden Dilek dolayısıyla türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkındadır.

3.5.4.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

Veri analizleri göstermiştir ki Dilek türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik olarak öğrencilerin ne tür zorluklar çekebileceklerinin farkındadır. Mülakat esnasında öğrencilerin anlık değişim oranını anlamada zorlanacaklarını şu şekilde ifade etmektedir:

“Bir noktadaki değişim oranını anlamayabilir. Hani değişim dediğimiz şey iki nokta arasında olur tek noktada değişim olur mu olursa nasıl olur. Bunu anlamakta güçlük çekebilir”

3.5.5.PAB çalışmayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıttıkları

Çalışmanın araştırma sorularından beşincisi matematik öğretmen adaylarının PAB çalışmayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini ders planlarına yansıttıklarını ve bu zorlukları gidermeye yönelik dersinde neler yapmayı planladıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.5.5.1.Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Dilek bu bilgisini dersine de yansıtmaya çalışmaktadır.

Mülakatta öğrencilerin limiti ve neden türevde limit alındığını anlamakta zorlanacaklarını belirtirken öğrencilere buldurmak için sorular sormayı planladığına değinmektedir. Dilek'in ders planına baktığımızda ortalama hızlar bulmasının ardından anlık hızı sormakta ve oluşturmuş olduğu ortalama hızlar tablosu üzerinden "3.sn den evvel ve sonraki zaman aralıklarında ortalama hızlar nasıl değişmektedir? Seçtiğimiz zaman aralığını minimum alırsak 3.sn deki hızı bulabilir miyiz?" şeklinde yönlendirerek limit kullanımına geçmektedir. Aynı şekilde mikro öğretiminde de ortalama hızların ardından anlık hızı sormakta ve biraz daha anlaşılır kılmak amacıyla noktaya yakın değerlerle ortalama hız bulmaya devam edelim demektedir. Tabloyu oluşturmasının ardından şu şekilde limit kullanımına geçmektedir:

"Dilek: bu tabloya baktığımızda 3.sn.ye yaklaşırken hızında bir yakınsama oluyor mu yani tahmin edecek olursak kaç oluyor hızı"

Öğrenciler: 9

Dilek: 9... Yine 3.sn.den hem önceki hem sonrakilerde de ikisinde de burada yakınsamayı görüyoruz. Daha önceki bir önceki konumuzda limitte bunu da aklımıza getirerek 3. sn.deki hızı hesaplamak için ne yapabiliriz. Yani anlık hızı bulmak için

Öğrenciler: yakınsama... yani h yı küçültürüz

Dilek: yani... Şuraya şöyle Δt ... bu Δt leri biz 0 a yaklaştırırsak o andaki anlık hızını bulabiliriz limit yardımıyla"

Görüldüğü üzere Dilek dersinde türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarına dikkat etmektedir. Ancak mikro öğretiminde sorularla öğrencileri yönlendirip limite geçişte biraz pasif kalmaktadır. Ancak bunun nedeni de hem öğretmen adayı Dilek'in kişisel özelliğinden hem de mikro öğretim kapsamında ders anlattığı kişilerin kendi sınıf arkadaşları olmasındandır.

3.5.5.2.Türev-eğim ilişkisi

Mülakat analizinde türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluklarının farkında olduğu belirlenen Dilek'in bu bilgisini hazırladığı türeve giriş dersine de yansıtmaya çalıştığı görülmektedir. Mülakatta öğrencilerin bu zorluğuna değinen Dilek bunu aşmak amacıyla tahtada çizimler yaparak yaklaşımı göstereceğini söylemektedir. Ders planında ortalama hızlardan anlık hızı buldurmanın ardından

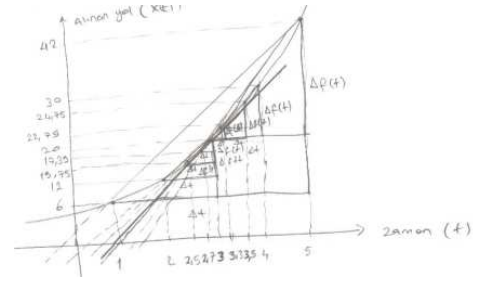
ortalama hızları grafik üzerinde gösterelim diyerek grafik çizdirmekte ve grafik üzerinde

$$v_{ort} = \frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$$

eder?” diye sormaktadır.

Mikro öğretimde ders planındaki gibi ortalama hızlardan anlık hıza geçmesinin ardından grafik üzerinde türev-eğim ilişkisine

değinirken öğrencilerle arasında aşağıdaki şekilde diyalog geçmektedir:



Şekil 19: Dilek'in 2.ders notlarında çizdiği grafik

“Dilek: 2 ile 4.sn.ler arasındaki aldığı yol farkı ise yani paydası 12 ile 30 yani bu mesafeyi ifade eder. Peki, bu oran yani değişim oranı bize neyi ifade eder”

Öğrenci: ortalama hızı verir

Dilek: ortalama hızı veriyor da grafik üzerinde analitik geometriden bilgilerinizi...

Öğrenci: eğim

Dilek: dik üçgen üzerinden buradan bilgilerinizi kullanarak yani bu uzunluk bölü bu uzunluk?

Öğrenci: tanjanttır

Öğrenci: hocam tanjantı verir o da eğimdir

Reyhan: Δx değerini vermez mi, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ değeri

Dilek: $\frac{\Delta x(t)}{\Delta t}$ işte bu tana ya da eğim diyoruz

“Dilek: bu aralığı iyice gitgide daraltırsak 3.ün yanında işte ne olur 2,99999... la alacak olursak buradaki kiriş neye yaklaşmış olur kiriş doğrusu? ... Bu noktada çizilebilecek olan teğete yaklaşmış olur değil mi?”

Görüldüğü üzere dersinde öğrencilere türev-eğim ilişkisini kurdurmaya çalışmaktadır. Bu şekilde türev-eğim ilişkisine değinen Dilek sonrasında fonksiyondaki anlık değişim oranının fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimini verdiğini açıklayarak iki kavramı ilişkilendirmektedir.

3.5.5.3. Türev-değişim oranı ilişkisi

Mülakat analizinde türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirlenen Dilek bu bilgisini hazırlamış olduğu türeve

giriş dersine de yansıtmaya çalışmaktadır. Öğrencilerin tek noktada değişimi anlamakta zorlanabileceklerini belirten Dilek bunu günlük hayattan bir örnekle anlamlı kılacağını aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

“Hız örneğinden esinlenecek olursak noktadaki hızı aslında nasıl yok kabul edemiyorsak oradaki noktada da bir değişim oranı söz konusudur. O örnekten çıkarmayı düşünüyorum”

Ders planına baktığımızda değişim oranına “grafik üzerinde $V_{ort} = \frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$ değişim oranı bize neyi ifade eder?” şeklinde bir soruyla değinmekte ve ders planında başka bir açıklama yer almamaktadır. Dolayısıyla ders planında türev-değişim oranı ilişkisi kurmada yetersiz kalmaktadır. Burada bir dip not olarak belirtmek gerekir ki Dilek ders planı üzerine yapılan mülakat esnasında notlar almaktadır. Bu notlardan biri de türev-değişim oranı ilişkisi kurmaya yönelik öğrenci zorluğuna dikkat edecek şekilde ders planı hazırlanması yönündedir. Yani mülakat ile birlikte Dilek kendi ders planını inceleme ve buradaki eksikliğini fark etme olanağı bulmaktadır. Mikro öğretimine baktığımızda aynı şekilde türev-değişim oranı ilişkisini kurma konusunda yetersiz kaldığı görülmektedir. Dersinde sadece ortalama hızları grafik üzerinde gösterirken “2 ile 4.sn.ler arasındaki aldığı yol farkı ise yani paydası 12 ile 30 yani bu mesafeyi ifade eder. Peki, bu oran yani değişim oranı bize neyi ifade eder” şeklinde bir değişim oranından bahsetmekte ancak burada da vurgusuz kalmaktadır.

3.5.6.TPAB çalışmayı sonrası türev alan bilgisi anketi

Çalışmanın altıncı araştırma sorusunda matematik öğretmen adaylarının TPAB çalışmayı sonrasında türev kavramıyla ilgili ne gibi öğrenci zorluklarına sahip olduğunun belirlenmesi hedeflenmektedir. Aşağıda Dilek’in TPAB sonrası türev alan bilgisi anketi analizleri üç alt başlık altında sunulmaktadır:

3.5.6.1.Türev-limit ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 5 ve 8.sorularının analizi Dilek'in türev-limit ilişkisini kurmada zorluk yaşamadığını göstermektedir. Türevi bulması gereken bazı durumlarda türevin cebirsel tanımını kullanarak türev bulmaktadır. Tablo değerlerinden yola çıkarak belli bir noktada türevin hesaplanmasını gerektiren 8.soruda 3,1 ve 2,9 için değişim oranını bulup, bunların limit $\Delta x \rightarrow 0$ a giderken yaklaşık değerinden cevabı 6 olarak hesaplayabilmektedir. Dolayısıyla burada Dilek değişim oranından anlık değişim oranına, limit yardımıyla geçebilmekte ve türev-limit ilişkisini kurabilmektedir.

3.5.6.2.Türev-eğim ilişkisi

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2 ve 7.sorularının analizleri Dilek'in türev-eğim ilişkisini kurma konusunda zorlanmadığını göstermektedir. Türevi tanımlaması istendiğinde Dilek'in cevaplarından biri: "Fonksiyona bir noktasında çizilecek olan teğetin eğiminin limiti " şeklindedir. Yine grafiği verilen bir fonksiyonun belli bir noktada türevini bulması istendiğinde türevi grafik üzerinden teğetin eğimi yardımıyla bulabilen Dilek türev-eğim ilişkisini kurabilmektedir.

3.5.6.3.Türev-anlık değişim oranı

Türev alan bilgisi anketinin 1, 2, 3, 4, 6 ve 8.sorularının analizleri Dilek'in türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluğa sahip olmadığını göstermektedir. Türevi kendi cümleleri ile tanımlaması istendiğinde tanımlarından biri de "Türev fonksiyondaki anlık değişim oranı" şeklindedir. "*Anlık değişim oranı bulunabilir mi?*" sorusuna, değişim oranının limiti ile bulunabileceği şeklinde cevap vermekte ancak arkasından da "değişim oranı kesin olarak belirlenemez" diye eklemektedir. Tablo değerleri verilen ve türevi tahmin etmeleri istenen soruda ise türev bulmak için 3,1 ve 2,9 için değişim oranını bulup, bunların limit $\Delta x \rightarrow 0$ a giderken yaklaşık değerden 6 diyebilmektedir

3.5.7.TPAB Çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde öngördükleri

Araştırma sorularından yedincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında türev kavramını öğrenmede öğrencilerin ne gibi zorluklar çekebileceklerini öngördüğünün belirlenmesini hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adayları ile yapılan mülakatların çözümlenmesi analiz edilmiştir. Veri analiz sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.5.7.1.Türev-limit ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Dilek'in bu mülakatta türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan tekrar bahsettiği görülmektedir. Mülakatta türev-limit ilişkisini kurma konusunda yapacaklarına ve türevin üç yönünün ilişkilendirilmesine değinen Dilek'in türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğunun farkında olduğu görülmektedir. Bununla birlikte Dilek, grafik analizi programında Δx 'i küçülttüğçe bir noktadan sonra programın yuvarlama yaparak aynı sonucu verdiğini yani programın bir noktadan sonra yuvarlama yaptığını bunun ise öğrenciler açısından avantaja çevrilebileceğini belirtmektedir.

3.5.7.2.Türev-eğim ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorluk yaşayabileceğinin farkında olduğu belirlenen Dilek'in bu mülakatta türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta türev-eğim ilişkisini kurma konusunda kullandığı teknolojiye değinmekte ve öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarını anlatmaktadır.

“ $3x^2$ fonksiyonunun eğiminin $2x^2$ olabileceğini çok da anlayamıyorlardı orada mesela tekrar bir türev alıp 2 ye eşit olabilir gibi çok fazla yanlış vardı. Orada eğim fonksiyonundan $3x^2$ nin türevi $2x^2$ dir yani bu da her bir noktadaki türev değerini ayrı ayrı hesaplayıp tekrar aynı grafik

üzerinde bu değerleri o noktalar için yazdığımızda elimize farklı bir fonksiyon geçmiş oluyor hani türev fonksiyonu geçmiş oluyor şeklinde. “

3.5.7.3.Türev-değişim oranı ilişkisi

PAB çalıştayı sonrası analizlerde öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceğinin farkında olduğu belirlenen Dilek’in bu mülakatta türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorluğundan bahsettiği görülmektedir. Mülakatta değişim oranının limitiyle türeve geçişi teknoloji yardımıyla nasıl sağlayacağını anlatan Dilek öğrencilerin bu zorluğa düşmemesi için yapacaklarına değinmektedir.

3.5.8.TPAB çalıştayı sonrası öğrenci zorluğu bileşeninde dersine yansıtıkları

Çalışmanın araştırma sorularından sekizincisi matematik öğretmen adaylarının TPAB çalıştayı sonrasında öngördükleri zorlukların hangilerini gidermek için ders planlarında ve/veya mikro öğretimlerinde teknolojiden faydalandıklarını ve bunu ne şekilde yaptıklarını belirlemeyi hedeflemektedir. Bu araştırma sorusuna cevap aramak amacıyla öğretmen adaylarının ders planları, öğretmen adayları ile ders planları üzerine yapılan mülakatların çözümlenmesi ve öğretmen adaylarının mikro öğretimleri analiz edilmiştir. Veri analizi sonuçları aşağıda üç başlık altında sunulmaktadır.

3.5.8.1.Türev-limit ilişkisi

Yukarıda türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen Dilek bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Mülakatta grafik analiz programının belli bir değerden sonra yuvarlayarak sonucu vermesini avantaja çevirip bu sayede öğrencilere o değer limit değeri olduğunu vurgulayacağını belirtmektedir. yine mülakat esnasında önceki dersi ile şimdi hazırladığı dersinin kıyaslamasına giden Dilek bu dersinde grafik analiz kullanarak önceden tahtada elle yapamadığı kadar

yakın değerleri hesaplayabildiğini ve dolayısıyla yaklaşımı daha iyi bir şekilde gösterebildiğini ifade etmektedir.

Ders planına baktığımızda grafik analizi programı yardımıyla grafiği çizdireceğini 5 noktasına soldan yaklaşırken fonksiyonun nümerik değerlerini inceleyeceğini belirtmektedir. Bunun ardından grafik analiz programında yaklaşımlar yaptıracağını ve burada grafik analiz programının yaptığı yuvarlamayı “ancak sonuçlar aynı olması mümkün değildir. Bilgisayar elde edilen sonuçları belli bir basamaktan sonra yuvarladığı için sonuçlar aynı çıkmıştır” şeklinde vurgulayacağını yazmaktadır. Son olarak da grafik analiz programındaki eğim fonksiyonunu da kullanarak yaptığı bu işlemi cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz diyerek türevin cebirsel (limit) ifadesini vermektedir. Bu ders planını uygulamaya koyduğu mikro öğretimini incelediğimizde ise ortalama hızı bulabildiklerini söylemesinin ardından bir andaki hızı bulup bulamayacaklarını sormaktadır. Bu soruya cevap ararken bulmaya çalıştıkları noktaya yakın değerle hesaplama yaparken öğrencilere nasıl bir değişim gördüklerini sormaktadır. Böylece ğrencilere bir değere yaklaştıklarını syletmesinin ardından aşağıdaki diyalog geçmektedir:

“Dilek: yani tam olarak bir andaki hızı hesaplayamıyoruz bu bildiğiniz bilgilerle ama sanki 13 olabilir hani bu süreçte bunu görmüş oluyoruz. Biz bu konudan önce limit konusunu işlemiştik arkadaşlar hatırlıyorsanız, biz burada 5.saatteki hızı bulamadık ya peki, limit yardımıyla da kullanarak bir, yani bulabilir miyiz? Bu zaman aralıklarını git gide git gide 0’a yaklaştırsak bu Δt leri, git gide bulabilir miyiz?”

Öğrenci: Fatma: daha yakın bir değer bulabiliriz belki”

Bu şekilde limit alma sürecini yaşatmakta sonunda da limit olarak hesaplamayı gerçekleştirmekte ve ardından grafik analiz programında aynı işlemi tekrarlamaktadır. Yaklaşımlar yaparak programın yuvarlaması ile birlikte sonuca ulaşmaktadır. Görüldüğü gibi Dilek türev-limit ilişkisini kurmaya çalışmakta hatta grafik analiz programının bir kısıtlaması olan belli bir noktadan sonra yuvarlama

yapmasını avantaja çevirmektedir. Ancak teknolojiyi dersine entegrasyonunda bazı zorluklar yaşamakta ve bir tahtada bir programda olmak üzere işlemleri tekrarlamaktadır.

3.5.8.2. Türev-eğim ilişkisi

Yukarıda türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları konusunda bilgi sahibi olduğu belirtilen Dilek bu zorluğu dersinde de dikkate almakta bunun için teknolojiden faydalanmaktadır. Mülakatta eğimin değişim oranından geldiğinden bahsedeceğini belirten Dilek bunun bir aralıktaki değişim oranı değil bir noktadaki değişim oranından geldiğini açıklayacağını ifade etmektedir. Yine mülakatta örnek vererek, öğrencilerin $3x^2$ fonksiyonunun eğiminin $2x^2$ olabileceğini anlamadığını ve hatta tekrar türev alarak 2'ye eşit olduğunu söyleyebileceklerini belirtmektedir. Her bir değeri ayrı ayrı hesaplayıp grafik üzerinde işaretlediklerinde elde edilenin teğet denklemi değil türev denklemi olduğunu öğrencilerin görececeklerini söylemektedir. Dilek'in ders planındaki kazanımı "Bir fonksiyona çizilen eğiminin fonksiyona o noktada çizilen teğetin eğimine yakınsadığını kavrar" şeklinde olup ders planında ortalama hızlar tablosu oluşturmanın ardından grafik analiz programında fonksiyonu çizdireceğini belirtmektedir. Burada limit yardımıyla anlık hızı hesaplamasının ardından "Grafik analizde büyütme butonuna basarak yaptığımız bu işlemin grafik üzerinde ne anlama geldiğini anlamaya çalışalım" demekte grafiği çizmektedir. Grafik üzerinde $\Delta x \rightarrow 0$ giderken çizilen kırımların eğimlerinin nereye gittiğini sormakta ve o noktadaki teğetin eğimine yakınsayacağı cevabını öğrenciden beklemektedir. Mikro öğretimde de ders planında hazırladığı şekilde tahtada anlık hıza ulaşmasının ardından grafik analiz programında fonksiyonu çizdirmekte ve büyütme butonunda çizilen kırımları göstermektedir. Türevin cebirsel tanımını vermesinin ardından tekrar programda eğim fonksiyonuna gelip orada ilerleme butonlarıyla programın her noktada bulunduğu eğim değerinin grafik üzerinde işaretlediğini belirtmektedir.

"Fonksiyonun -2 ile -1 deki aldığı değerlerden geçen kırımları çiziyor, bu kırımların eğimi de yandaki nümerik tabloya bakacak olursak, bu kırımların eğimi, x eksenine paralel oldu değil mi bu kırımların eğimi 0 olduğu için

yanda da belirtmiş. Aynı şekilde diğerleri için de -3 ve -2 arasındaki eğim de -2 olduğu için yanda işaretliyor (bu arada program çizmeye devam ediyor). Biz Δx ler 0 a yakınlaşıırken buradaki kırışler fonksiyonun teğetine yakınıyor yani o noktadaki türevini veriyor demiştik biraz önce. Bunu görmek için bu Δx i küçültelim bir de öyle bakalım 0,1 verelim. Daha da küçültelim (küçültüp tekrar çizdiriyor). Biz eğer bu Δx i 0 olarak düşünürsek, 0 olmuyor tabi ama, o zaman her bir noktadaki teğeti yani her bir noktadaki fonksiyonun türevini aşığıdaki fonksiyonda yani kırmızı olarak çizilen fonksiyonda işaretlemiş oluyor. Yani $2x^2 + 3x$ fonksiyonunun türevi bu kırmızı çizgiyle belirtilen bu fonksiyon oluyor”

3.5.8.3 Türev-değişim oranı ilişkisi

Yukarıda türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi olduğu belirtilen Dilek bu zorluğu dersinde de dikkate alacağını belirtmesine karşı bu konuda yetersiz kalmaktadır. Mülakatta değişim oranı vurgusu yapan Dilek eğimin değişim oranı kavramından geldiğini öğrencilere göstereceğini belirtmektedir. Ders planına baktığımızda kazanımları şu şekildedir:

- Bir fonksiyonun bir noktadaki değişim hızının fonksiyonun o noktadaki türevi olduğunu kavrar,
- Fonksiyondaki anlık değişim oranının teğetin eğimine eşit olduğunu öğrenir

Bu yönde planda ortalama hızlar tablosu oluşturmanın ardından ortalama hızın değişim oranı olduğunu ifade etmemektedir. Ancak grafik analiz programında eğim incelemesi yaparken programda görünen eğim fonksiyonunun değişim oranı olduğunu vurgulamakta ve aşığıdaki şekilde açıklama eklemektedir:

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ limiti bize fonksiyondaki anlık değişim oranını verir ve fonksiyonuna o noktada çizilen teğetin eğimine eşittir.

Mikro öğretimde aşığıdaki şekilde soruyu vermesinin ardından ortalama hız tanımlarken değişim oranı kullanmakta ancak türev-değişim oranı vurgusu eksik kalmaktadır.

“bir uçağın t saatte aldığı yol $x(t) = t^2 + 3t$ fonksiyonu ile verilmiş olsun. Bu uçağın 1-5 ve 2-5 saatleri arasında ortalama hızını bulalım. Ortalama hız formülünü fizikten hatırlıyorsunuzdur değil mi? Nasıldı yoldaki değişim bölü zamandaki değişim $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ”

“bunu hesaplayabiliyoruz rahatlıkla değil mi rahatlıkla, peki biz tek bir zaman aralığı aldığımızda bu uçağın hızını nasıl hesaplayabiliriz?”

Görüldüğü gibi Dilek ortalama hızda ve eğimde bir değişim olduğuna değinmekte ancak dersinde türev-değişim oranı ilişkisini kurmada yetersiz kalmaktadır.

Araştırma soruları ışında Dilek’in AB, PAB ve TPAB’ne ilişkin bulgular yukarıda ayrıntılı bir biçimde sunulmuştur. Dilek’in gelişimi ortaya çıkarmak açısından bu bulgular Tablo 7’de özetlenmektedir.

Tablo 7: Dilek’in gelişim tablosu

Dilek	Türev-limit ilişkisi	Türev-eğim ilişkisi	Türev-değişim oranı ilişkisi	
Çalıştaylar öncesi	Türev alan bilgisi anketi	Limit tanımına ve ya kullanımına hiç değinmemekte ve türev için limitin gerekliliği konusunda zorluk çekmekte	Türev-eğim ilişkisini kurmada zorluk yaşamakta	Bir noktada değişimin türevle mümkün olduğunu belirtmesine karşın bu ilişkiyi kuramamakta
	Öngördüğü öğrenci zorluğu	Türev-limit ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Neden teğet çizildiğinin anlaşılmasının zorluğuna değinmekte, ancak türev-eğim ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte	Türev-değişim oranı ilişkisi kurma zorluğu öngörmemekte
	Ders planında öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Dersinde türev-limit ilişkisini kurmaya yönelik zorluğu dikkate almamaktadır.	Dersinde türev-eğim ilişkisini kurmaya yönelik zorluğu dikkate almamaktadır.	Dersinde türev-değişim oranı ilişkisini kurmaya yönelik zorluğu dikkate almamaktadır.

PAB çalıştayı sonrası	Öğördüğü öğrenci zorluğu	Limitin epistemolojik zorluğundan dolayı öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev eğimidir şeklinde ezberleyeceklerini, türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin tek noktada değişimi anlamakta zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Türev-limit ilişkisini kurmaya dikkat etmekte, ancak mikro öğretimde pasif kalmakta	Grafik üzerinde ortalama hızları göstermekte ve türev-eğim ilişkisine değinmekte	Türev-değişim oranını dikkate aldığını belirtmekte ancak uygulamalarda yetersiz kalmakta
TPAB çalıştayı sonrası	Öğördüğü öğrenci zorluğu	Öğrencilerin türev-limit ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte	Öğrencilerin türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanabileceklerini öngörmekte
	Dersinde öğrenci zorluğuna dair yaptıkları	Dersinde yaklaşımlar yaparak türev-limit ilişkisine değinmekte, grafik analiz programının belli bir noktadan sonra yaptığı yuvarlamayı da avantaja çevirerek limitle bağdaştırmakta	Değişim oranlarının giriş eğimini verdiğini program yardımıyla grafik üzerinde gösterebilmekte daha fazla değerlerle teğetin eğimine yaklaşımı daha net ortaya koyabilmekte	Ortalama hızın değişim oranı olduğuna değinmemekte ancak eğitimde buna değinmekte, genel olarak türev-değişim oranı ilişkisi eksik kalmakta
	Türev alan bilgisi anketi	Türev-limit ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Türev-eğim ilişkisini kurmada zorlanmamakta	Değişim oranından anlık değişim oranına geçebilmekte ve türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorlanmamakta

BÖLÜM IV

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümünde veri analizlerinden elde edilen sonuçlar ortaya konmakta ve sonuçlar literatür ışığında tartışılmaktadır. Ardından bu konuyla bağlantılı olarak yapılabilecek çalışmalar için öneriler sunulmaktadır.

4.1.SONUÇ VE TARTIŞMA

Matematik öğretmen adaylarına TPAB'nin bir bileşeni olarak “öğrenci zorlukları hakkında bilgi” kazandırma amacıyla verilen çalıştaylar sonucunda genel olarak söylenebilir ki öğretmen adayları hem olası öğrenci zorlukları hakkında bilgi edinme hem de bu bilgilerini derslerinde dikkate alma bakımından gelişme göstermektedirler. Bu konuda aşağıda öncelikle türev kavramı üzerinden öğretmen adaylarının TPAB'nin bir boyutu olan AB gelişimlerine ve ardından da PAB ve TPAB gelişimlerine değinilmektedir. Bu gelişimler öğretmen adaylarına uygulanan çalıştayların kazanımları doğrultusunda irdelenmekte ve çalıştaylarla birlikte öğretmen adaylarının kazanımlara ne derece ulaştığı ve bu süreçte yaşadıkları zorluklar tartışılmaktadır.

Çalışmanın giriş kısmında da belirtildiği üzere Oldknow (2006) teknoloji kullanımının konu öğretimi içine yerleştirilmesi gerektiğini belirtmektedir. Literatürde PAB çerçevesi ile genel PB'den öteye geçilip konuya özel PB'ne doğru bir eğilim görülmektedir. Benzer şekilde TPAB çerçevesi ile teknoloji entegrasyonu için gerekli genel PB'den konuya özel TPB'yi araştırmaya doğru bir yönelim görülmektedir. Bu amaç doğrultusunda planlanan bu çalışmada konu olarak türev kavramı seçilmekte ve öğretmen adaylarının TPAB gelişimleri türev kavramı üzerinden irdelenmektedir. Çalıştayların şekillendirilmesinde literatürde yer alan türev kavramına ilişkin türev-limit, türev-eğim ve türev-değişim oranı ilişkisi olmak üzere üç başlıktaki öğrenci zorlukları dikkate alınmakta ve öğretmen adaylarına bu yönde eğitimler verilmektedir. Böylece konu tabanlı TPAB eğitimleriyle, öğretmen

adaylarının diğer gelişimlerinin yanında AB'lerinin de gelişimi beklenmektedir. Bu gelişimi inceleyebilmek amacıyla çalıştaylar öncesi ve sonrası uygulanan türev alan bilgisi anketi de az önce belirtilen çalıştayların şekillendirilmesinde kullanılan türevin üç yönü doğrultusunda şekillenmektedir. Bulgular kısmında sunulduğu üzere uygulanan anketler sonucunda öğretmen adaylarının türev alan bilgilerinin gelişme gösterdiği görülmektedir.

Çalıştaylar öncesinde türev alan bilgisi anketinde öğretmen adaylarından türevi tanımlamaları istendiğinde iki öğretmen adayı türevin üç yönüne de değinirken bir öğretmen adayı türevin cebirsel tanımının yanında türevin eğimle ilişkisine değinmektedir. Geriye kalan bir öğretmen adayı ise türevi integral kavramıyla karıştırarak eğri altında kalan alandan bahsetmekte ve dolayısıyla türevin üç yönüne de değinmemektedir. Burada türev-eğim ilişkisine değinen dört öğretmen adayından ikisi ve türev-değişim oranına değinen iki öğretmen adayı türevi tanımlarken bu ilişkilere doğru ve yeterli bir açıklama getirememektedir. Çalıştaylar sonrasında ise türev kavramını tanımlarken öğretmen adaylarından dördü türevin üç yönünden farklı ikisine değinmekte ve biri de türevi sadece cebirsel tanımıyla vermektedir. Dört öğretmen adayının seçmiş olduğu ikililer eğim ve değişim oranı, limit ve değişim oranı, limit ve eğim ile eğim ve değişim oranı şeklinde olup bütün öğretmen adaylarının türev kavramını tanımlamada kullandıkları ilişkileri doğru olarak ifade ettiği görülmüştür.

Öğretmen adayları çalıştaylar öncesi türevin diğer iki yönüne kıyasla türev-eğim ilişkisini kurma bağlamında daha az zorluk yaşamaktadır. Çalıştaylar öncesinde uygulanan ankette öğretmen adaylarından grafiği verilen bir fonksiyonun türevini bulmaları istendiğinde üç öğretmen adayı grafik üzerinde fonksiyonun türevini o noktadaki teğetin eğiminden yararlanarak bulabilmekte ve bir öğretmen adayı da bu girişimde bulunmakta ancak sonuca ulaşamamaktadır. Çalıştaylar sonrasında ise bütün öğretmen adayları grafiği verilen bir fonksiyonun bir noktadaki türevini fonksiyonun o noktadaki teğetin eğiminden yararlanarak bulabilmektedir.

Türev alan bilgisi anketinde öğretmen adaylarının grafik üzerinden türevi bulabildikleri görülmekle birlikte belirtmek gerekir ki giriş kısmında da değinildiği üzere türev-eğim ilişkisini kurabilmek aynı zamanda türev-değişim oranı ve türev-limit ilişkisini kurabilmekle de bağlantılıdır. Nitekim türevin grafik üzerinde teğetin eğimini verdiği bilgisine bu ilişkiler kurularak ulaşılmaktadır. Çalıştaylar öncesinde bu bilgi ezber olarak karşımıza çıkarken, öğretmen adaylarınca yaşanan zorluklar çalıştaylar sonrasında yerini doğru bir türev-eğim ilişkisi kurabilmeye bırakmaktadır.

Çalıştaylar öncesinde dört öğretmen adayı bir noktada değişimin türevle mümkün olabileceğini ifade ederken tablo değerleri verilen bir fonksiyonun türevini bulmaları istendiğinde ise bu öğretmen adaylarından sadece ikisi değişim oranı bulma girişiminde bulunmakta ancak onu da sonuçsuz bırakmaktadırlar. Burada türevin cebirsel tanımını veren öğretmen adayları da dâhil olmak üzere hiçbir öğretmen adayı fonksiyonun değişim tablosundan değişim oranlarının limitini alarak türev hesaplama yoluna gitmemektedir. Çalıştaylar sonrasında biri cevapsız bırakmakla birlikte dört öğretmen adayı fonksiyonun bir noktadaki değişiminin türevle yani değişim oranlarının limiti ile hesaplanabileceğini açıklamaktadır. Ve bunu bütün öğretmen adayları tablo değerleri verilen fonksiyonun bir noktadaki türevini bulurken uygulamaya koyarak tablo değerlerinden değişim oranları bulmakta ve limit yardımıyla tek noktada türevi hesaplayabilmektedirler. Görüldüğü gibi öğretmen adayları çalıştaylar öncesinde türev-değişim oranı konusunda kısmen bir bilgiye sahipken çalıştaylar sonrasında bu ilişkiyi kurma konusunda zorluk yaşamamaktadırlar.

Öğretmen adaylarının türev alan bilgisi bağlamında gelişimlerinin özetlendiği Tablo 8'de görüldüğü üzere türev kavramı üzerinden hazırlanan çalıştaylar öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin belirlenen üç zorluk bağlamında da gelişim göstermelerine neden olmaktadır.

Tablo 8: Türev alan bilgisi anketi sonuçları

Öğretmen adayı sayısı	Çalıştaylar öncesi	Çalıştaylar sonrası
Türev tanımlarken türev-limit ilişkisinden faydalanan öğretmen adayı sayısı	2	3
Türev tanımlarken türev-eğim ilişkisinden faydalanan öğretmen adayı sayısı	4 (2'si eksik)	3
Türev tanımlarken türev-değişim oranı ilişkisinden faydalanan öğretmen adayı sayısı	2 (2'si de eksik)	3
Grafiği verilen bir fonksiyonun türevini türev-eğim ilişkisi yardımıyla hesaplayabilen öğretmen adayı sayısı	3	5
Fonksiyonun tek bir noktada değişim oranının türev yardımıyla hesaplanabileceğini ifade eden öğretmen adayı sayısı	4 (yetersiz)	4
Tablo değerleri verilen bir fonksiyonda bir noktadaki türevi değişim oranlarının limitini alarak hesaplayabilen öğretmen adayı sayısı	2 (2'si de eksik)	5

Belirlenen kazanımlar doğrultusunda hazırlanan PAB çalıştayının uygulaması sonucu öğretmen adaylarının türevin üç yönüne (eğim, değişim oranı ve limit) ilişkin öğrenci zorluklarını dikkate alarak zorluklar hakkındaki bilgisini türev öğretiminde kullanma bakımından önemli gelişmeler gösterdiği gözlenmektedir.

2005'de yayınlanan yeni matematik öğretim programı (MEB, 2005) ile birlikte türev konusunun öğretimi de değişme göstermektedir. Türev konusunu konum-zaman fonksiyonundan ortalama hızlar bularak anlık hıza ulaşacak şekilde bir etkinlik ele alan yeni matematik öğretim programı bunun ardından grafik üzerinde yaklaşımlar göstermekte ve türevin eğimle ilişkisine değinmektedir. Bu çalışmada gelişimleri incelenen beş öğretmen adayı da çalıştaylar öncesinde hazırlamış oldukları birinci ders planlarını, yayınlanan yeni matematik öğretim programı doğrultusunda hazırlamaktadırlar. Öğretmen adayları ders planlarında kazanımlar kısmına programda yer alan türev konusunun ilk kazanımını yani “*Türev kavramını fiziksel ve*

geometrik uygulamalar yardımıyla açıklar, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun bir noktadaki türevini bulur” kazanımını yazmaktadırlar. Ders planını sadece taslak olarak hazırlamış olan bir öğretmen adayı dışında kalan dört öğretmen adayı da ders notlarında bu kazanım doğrultusunda türevin fizikle ve eğimle ilişkisini ayrı ayrı ele almaktadır. Türevin fizikle ilişkisini ele alırken konum-zaman fonksiyonu veren öğretmen adayları önce ortalama hızı sorgulamakta ve iki ya da üç ortalama hız değeri bulmaktadırlar. Ardından anlık hız için h değeri 0’a giderken ortalama hızı inceleyerek diyerek direk limit kullanımına geçmektedirler. Bu şekilde anlık hız bulmalarının ardından türevle geometri ilişkisine değinen öğretmen adayları burada da önce eğim tanımlamakta sonrasında ise grafik üzerinde bir fonksiyonun bir noktadaki teğetin eğimini bularak noktada türevin fonksiyonun o noktadaki teğetin eğimi olduğunu not etmektedirler. Türevin limit ve eğimle ilişkisine bu şekilde değinen öğretmen adayları değişime ise ortalama hız ya da eğim tanımını verirken “ y ”deki değişim/ x ’deki değişim” şeklinde değinmekte ancak bundan öteye gidememekte ve türev-değişim oranı ilişkisini kuramamaktadırlar.

Görüldüğü gibi çalıştaylar öncesi öğretmen adaylarının hazırladıkları dersler öğrencilerin zorlanabileceği noktaları dikkate almamaktadır. Literatürde öğrencilerin türev-teğit ilişkisinin ezberle ifade edebilmelerine karşın, uygulamaya geçince zorluk yaşadıkları belirtilmektedir (Amit ve Vinner, 1990; akt: Bingölbali, 2008; Aksoy, 2007). Ezber bir bilgi kalıcı olmamakla birlikte karşılaşılabilecek herhangi bir durumda da kullanımında zorluk oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarının hazırladıkları birinci ders planı türev-eğim ve türev-limit ilişkisine ezber şekilde değinirken türev-değişim oranı ilişkisine ise değinmemektedir. Bu şekilde türev öğretimi gerçekleştirildiğinde öğrenciler türev kavramında limit kullanıldığı ve bir noktada türevin fonksiyonun o noktadaki teğetin eğimine eşit olduğu gibi bilgilere ezberle sahip olabilmekte ancak karşılıklarına çıkabilecek bazı durumlarda bu ilişkileri kullanmada zorluk yaşayabilmektedirler. Aynı şekilde böyle bir eğitimle türevin değişim oranı ile ilişkisi de hiç ortaya konmamakta ve öğrencilerin türevin kavramsal olarak ne ifade ettiğini anlamaları hususunda problemler yaşanmaktadır. Dolayısıyla öğrenciler literatürde belirlenen türev-limit, türev-eğim ve türev-değişim oranı ilişkisini kurmada zorluklar çekebilmektedirler.

PAB çalıştayı sonrasında öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin öğrenci zorlukları hakkındaki bilgilerinde ciddi gelişimler gözlenmiştir. Çalıştaylar öncesi yukarıda açıklandığı şekilde ders planı hazırlamış olan öğretmen adayları, birinci ders planları üzerine yapılan mülakatlarda öğrencilerin literatürde belirlenen üç başlıkta zorlanabileceklerini öngörmemektedirler. Mülakatlarda öğretmen adayları öğrencilerin türev bulurken türevin cebirsel tanımını kullanmada, limit almada veya grafik çizmede vs. zorlanabileceklerini ifade etmektedirler. PAB çalıştayı sonrası öğretmen adayları ile hazırlamış oldukları ikinci ders planı üzerine yapılan mülakatlarda ise öğretmen adaylarından dördü limit ön bilgisinin türevi anlamak için gerekli olduğuna, üçü öğrencilerin “türev eğimdir” şeklinde algılayabileceğine ve yine üçü de öğrencilerin tek noktada değişimi anlamakta zorlanabileceğine değinmektedir. Çalıştaylar esnasında sınıfta bu konuda derin tartışmalar yaşanmıştır. Öğretmen adaylarından biri mülakatta bu tartışmalara atıfta bulunarak limit kavramının gerçek değere ulaşp ulaşmadığının zaten bir tartışma konusu olduğuna değinmekte ve dolayısıyla öğrencilerin bunu anlamakta zorlanacağını ifade etmektedir. Yani tek noktadaki anlık değişim oranını bulabilmek için iki nokta arası değişim oranının limiti alındığında bu değer gerçekten o noktadaki anlık değişim oranı olup olmadığının anlaşılmasının zorluğuna değinmektedir. Bunlarla birlikte öğretmen adaylarının hepsinin de literatürde yer alan türev kavramına ilişkin öğrenci zorlukları hakkında bilgi sahibi oldukları görülmektedir.

Verilen eğitimler sonrasında öğretmen adaylarının hepsinin öğrenci zorlukları hakkında yeterli bilgi sahibi olmalarına rağmen, öğrenci zorlukları hakkındaki bilgilerini derslerine yansıtma hususunda öğretmen adaylarının bazı zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir

PAB çalıştayı sonrası ikinci ders planı ve bu ders planını uyguladıkları mikro öğretimlerinde öğretmen adaylarından biri bakterilerin zamana bağlı üremelerini veren, dördü de bir hareketlinin zamana bağlı aldığı yol miktarını veren fonksiyonlar üzerinden anlık hız bulmaya çalışmaktadır. Bu amaçla öncelikle ortalama hızlar hesaplatıp bunlarla tablo oluşturmaktadırlar. Öğretmen adaylarından ikisi bu noktada

ortalama hızların aslında fonksiyonun iki nokta arasındaki değişim oranı olduğuna değinmektedir. Dolayısıyla bu tablo fonksiyonun değişim oranları tablosu olmaktadır. Oluşturulan bu tablo ile anlık hız bulunacak an (yani nokta) civarındaki değişim oranları daha net bir şekilde görülmekte ve dolayısıyla bu değerlerin belirlenen noktada bir değere yaklaştığı sezdirilebilmektedir. Öğretmen adayları derslerinde bu tablo değerlerinin nasıl değiştiği, bu noktadaki anlık hızın (anlık değişim oranının) tahmin edilip edilemeyeceği, bu tahmin edilen anlık hızın (anlık değişim oranının) ne şekilde hesaplanabileceği, iki nokta arası ortalama hız (değişim oranı) bulurken daha yakın noktalar seçme işleminin nereye kadar devam edebileceği gibi sorular sormaktadırlar. Dört öğretmen adayı bu sorular doğrultusunda öğrencilerden gelen yanıtlarla dersi şekillendirmekte ve öğrencilerin limit kullanılmalı sonucuna ulaşmalarını sağlamaktadırlar. Bir öğretmen adayı ise bu soruları sormaya çalışmakta ancak öğrencilerle diyalog kurmakta yani anlaşılır sorular sormakta pasif kalmakta ve dolayısıyla beklediği cevapları almakta zorluk yaşamaktadır. Ortalama hızın değişim oranı olduğunu da ifade etmemiş olan bu öğretmen adayı ortalama hızlar tablosundan anlık hıza geçişte limit kullanılması gerektiğini kendisi ifade etmek zorunda kalmakta ve bu şekilde türevde limit kullanılmasının gerekliliğine değinmektedir.

Öğretmen adayları anlık hız bulmalarının ardından bu değerleri yani tablodaki değişim oranlarını grafik üzerinde incelemeye koyulmaktadırlar. Tablodaki değerleri grafik üzerinde gösteren öğretmen adayları iki noktadan geçen kirişi çizmekte ve bu giriş üzerinde dik üçgen oluşturmaktadır. İki öğretmen adayı bu aşamada grafik üzerinde değişim oranına özellikle vurgu yapmakla birlikte öğretmen adaylarının hepsi de ortalama hız değerlerinin bu oluşan dik üçgende pozitif yöndeki açısının tanjantı yani girişin eğimi olduğunu öğrencilere sordukları sorularla söyletmeye çalışmaktadırlar. Bu şekilde öğretmen adayları, öğrencilerin *fonksiyonun bir noktadaki türevi fonksiyonun o noktadaki teğetinin eğimidir* bilgisine ezbere sahip olmalarından ziyade aslında türev kavramının grafik üzerinde böyle bir sonuç doğurduğunu görmelerini sağlamaktadırlar. Böylece öğretmen adayları türevin üç yönünü ilişkilendirmeye çalışmakta ve dolayısıyla öğrencilerin türev kavramını daha

net anlamalarına yardımcı olarak onların karşısına çıkabilecek farklı türev uygulamalarında zorlanmamalarını hedeflemektedirler.

Yukarıda özetle değinildiği gibi öğretmen adayları PAB çalıştayı sonrası derslerinde literatürde belirlenen üç başlıktaki zorluklara dikkat etmekte ve öğrencilerin zorlanmamaları için etkinlikler planlamaktadırlar. Öğretmen adaylarının derslerindeki değişim kazanımlarında da görülmektedir. Öğretmen adaylarının ilk ders planlarındaki kazanımları yeni ortaöğretim matematik programında yer alan kazanımdır. PAB çalıştaylarında bu konuya da değinilerek kazanımlarda öğrenci zorluklarını dikkate almak gerekliliği üzerinde durulmakta ve öğretmen adayları ile türev dersi için kazanım yazma etkinliği yapılmaktadır. Bu etkinlikte öğretmen adayları kazanımlar oluşturmakta ve oluşturdukları kazanımlarda türevin üç başlıktaki öğrenci zorluklarına yer vermektedirler. Çalıştaylar öncesinde öğretmen adayları ders planlarında programdaki kazanıma yer verirken çalıştaylar sonrası etkinlikte hazırladıkları kazanımlardan da faydalanmak suretiyle yeni kazanımlara yer vermektedirler.

Görüldüğü gibi kavrama yönelik PAB eğitimi ile birlikte öğretmen adayları hazırladıkları derse bir bütün olarak bakmakta ve her safhasında öğrenci zorlukları bilgilerini yansıtmaya çalışmaktadırlar. Dolayısıyla derslerinin her safhasını bilinçli ve belli kriterleri dikkate alarak hazırlayan öğretmen adayları yukarıda da görüldüğü gibi daha etkili bir öğretim gerçekleştirebilme yolunda ilerleme kaydetmektedirler.

Son yıllarda tanımlanan TPAB çerçevesi ile birlikte, öğretmen yetiştirmede teknolojik araçları kullanmanın pedagojik yönünün öğretmen ve öğretmen adaylarına kazandırılmasının önemine değinilmektedir (Akkoç, Özmantar ve Bingölbali, 2008). Bu çalışmada da PAB çalıştayı sonrası gelişme gösterdikleri görülen öğretmen adaylarına TPAB çalıştayı da uygulanmış ve öğretmen adaylarının bu yönde de gelişme gösterdikleri gözlemlenmiştir.

Öğretmen adaylarının PAB çalıştayı sonrasında türev kavramına ilişkin öğrenci zorlukları hakkında yeterli bilgiye sahip oldukları belirlenmişti. Dolayısıyla TPAB

çalışmayı sonrasında da bu bilgiye sahip olan öğretmen adayları mülakatlarda türev kavramında öğrencilerin hangi noktalarda zorlanabileceğini ifade edebilmektedirler. Tablo 9’da çalıştaylar öncesinde, PAB çalışmayı sonrasında ve TPAB çalışmayı sonrasında türeve ilişkin öğrenci zorluklarını öngören öğretmen adayı sayıları verilmektedir.

Tablo 9:Öğrenci zorlukları öngören öğretmen adayı sayıları

Öğretmen adayı sayısı	Çalıştaylar öncesi	PAB çalışmayı sonrası	TPAB çalışmayı sonrası
Türev-limit ilişkisi	1	5	5
Türev-eğim ilişkisi	0	5	5
Türev-değişim oranı ilişkisi	0	5	5

Bahsi geçen mülakatta öğretmen adayları türeve ilişkin öğrenci zorluklarına ek olarak teknolojinin görselleştirme sağladığından, öğrenciyi aktif tuttuğundan vs. bahsetmekte ve hazırladıkları derste kullandıkları grafik analizi programı ile ilgili aşağıdaki noktalara değinmektedirler:

- Dersi tahtada anlatırken önce ortalama hızlar bulunmakta ve ortalama hızlar tablosu çizilmekte ardından grafik üzerinde incelemeler yapılarak devam edilmektedir. Ancak program kullanıldığında bunların hepsi aynı ekran üzerinde görülmektedir (Bkz: Ek2). Dolayısıyla türevin üç yönüyle ilgili ilişkilendirmeler daha rahat yapılabilir.
- Programda fonksiyon çizimleri daha kısa sürede, daha rahat ve gerçekçi olmakta ve fonksiyon üzerinde çizilen kırımlar birbirine karışmadan görülebilecek şekilde çizilebilmektedir.
- Gerek tablo değerlerinde, gerekse grafik üzerindeki kırımlarda yaklaşımlar, Δ değeri istenildiği kadar küçük değerler alabildiği ve çok fazla nokta için değer hesaplatılabildiği için daha rahat sergilenmekte, öğrenci limit sürecini daha net görebilmektedir.

- Yine grafik üzerinde büyütme butonundan faydalanarak türev-eğim ilişkisi daha rahat kurulabilmekte ve kırımların teğete yakınsaması net bir şekilde görülebilmektedir.
- Tahtada türev anlatırken değişim oranında 0/0 belirsizlik durumu oluşmakta ve bunu gidermek için limit kullanılmaktadır. Burada öğrenciler belirsizlik durumunda limit kullanılır gibi bir ilişki kurabilmektedirler. Ancak türevde anlık değişim oranına ulaşmak için limite ihtiyaç vardır, yani türevde limit kaçınılmazdır. Program yardımıyla türev anlatılırken yaklaşımlar sezdirilip direk limite geçiş sağlanabilmekte ve belirsizlik durumu gibi bir durum üzerinde durulmasına gerek kalmamaktadır.
- Grafik analiz programı belli bir noktadan sonra hesaplama yapmamakta ve bu noktadan sonraki değerleri yuvarlamaktadır, dolayısıyla bu programın bir kısıtlamasıdır. Ancak türevde değişim oranlarının limiti alınmaktadır ki programın yaptığı bu yuvarlama limit değerini vermektedir. Dolayısıyla programın bu kısıtlaması öğretmenler tarafından türevde limite geçiş yaparken avantaja çevrilebilmektedir.

TPAB çalıştayı sonrası ders planları üzerine yapılan mülakatlarda teknolojinin öğrenci zorluklarını gidermeye yönelik avantaj ve dezavantajlarına değinen öğretmen adayları bu bilgilerini çalıştayı “Öğretmen adayı, öğrencilerin türev kavramına yönelik zorlukları yenmede teknolojik araçların imkân ve kısıtlamalarını dikkate alarak nasıl kullanılabileceğine dair yaklaşımlar geliştirir” kazanımında da hedeflendiği gibi derslerine yansıtmaya çalışmaktadır.

Öğretmen adayları TPAB çalıştayı kapsamında yeni programlar öğrenmekte ve çalıştaylarda da üzerinde durulduğu gibi teknolojiyi amaç değil araç olarak derslerine gerekli yerlerde entegre etmeye çalışmaktadırlar. PAB çalıştayı sonrası iki öğretmen adayı ortalama hızların değişim oranı olduğuna değinirken TPAB çalıştayı sonrası üç öğretmen adayı bunu dersinde ifade etmekte ve bir öğretmen adayı ise bunu üzerinde durmadan belirtmektedir. PAB çalıştayı öncesi çizilen grafik üzerinde değişim oranı vurgusunu iki öğretmen adayı yaparken TPAB çalıştayı sonrası grafik analiz

programında çizilen grafik üzerinde yan taraftaki tablodan da faydalanarak değişim oranı vurgusunu dört öğretmen adayı da yapmaktadır.

Öğretmen adayları hazırladıkları ikinci derslerinde de olduğu gibi TPAB çalışmayı sonrasında bakterinin zamana bağlı üremesini veya hareketlinin zamana bağlı aldığı yolu veren fonksiyondan hareketle anlık hız bulmaya çalışmaktadırlar. Bu amaçla önce ortalama hız hesaplamakta ancak bir önceki derslerinden farklı olarak ortalama hızları bulma aşamasında grafik analiz programında grafik çizimine geçmektedirler. Programda fonksiyonu çizdirdiklerinde oluşan ekranda değişim oranları tablosu da çıkmaktadır (bkz: Ek2). Burada ortalama hızların değişim oranı olduğu program ekranında görülebilmekte, ancak bu vurguyu üç öğretmen adayı yapmaktadır. Burada oluşan tabloyu bazı öğretmen adayları tahtada çizdikleri tabloya geçirirken bazıları buna gerek duymamaktadır. Ayrıca iki öğretmen adayı mülakatlarda bu konuyla ilgili tahtada ortalama hızları hesaplayıp tabloyu oluşturacaklarını ve programdan bu değerleri kontrol edip onaylama bakımından faydalanacaklarını ifade etmektedirler. Ancak öğretmen adayları bu ifadelerindeki gibi önce tahtada tablo oluşturup ardından program yardımıyla tablo oluşturmakla birlikte bunu yaparken derste bir kopukluk yaşatmamaktadırlar.

Öğretmen adayları fonksiyonun grafiğini çizdirdikleri program ekranında Δx 'e değerler vererek fonksiyonun sağından ve solundan yaklaşımları öğrencilere göstermektedirler. Burada Δ 'yı birkaç defa küçültmekte ve çok daha yakın noktaları incelemeye almaktadırlar. Bu yapılırken grafiğin sağındaki değişimleri gösteren tablodan da değerleri takip etmekte ve öğrencilere bununla ilgili sorular sormaktadırlar. Aynı zamanda ekranın sağ üst köşesinde tanımlanan eğim fonksiyonuyla tablodaki değerlerin nasıl hesaplandığı görülmektedir. Üç öğretmen adayı bundan faydalanarak değişim oranı vurgusunu yapmakla birlikte aynı zamanda bu eğim fonksiyonu olup türev-eğim ilişkisini görmede de fayda sağlamaktadır. Öğretmen adayları programın büyütme butonundan faydalanarak ekrandaki grafiğe daha yakından bakmakta ve orada oluşan üçgen üzerinden türev-eğim ilişkisine değinmektedirler. Yine bu şekilde istenen noktaya yaklaşımın sonsuza kadar devam edebileceği sezdirilmektedir. Bu ise öğrencileri limit alma sürecine sokmakta ve

limiti alınacak fonksiyon da ekranın sağ üst köşesinde yer alan eğim fonksiyonu olmaktadır. Bütün öğretmen adayları bu sürece değinirken aynı zamanda büyütme penceresindeki grafik üzerinde oluşan üçgeni tahtada çizdikleri grafik üzerinde de belirtmekte ve burada değişim oranı vurgusu yapmaktadırlar.

TPAB çalıştayı sonrası grafik analiz programını derslerinde kullanan öğretmen adayları türevin cebirsel tanımını vermeye çalışırken de ekranda görülen eğim fonksiyonu ve öğrencileri ulaştırdıkları limit süreci sonucu bunu çok daha kolay bir şekilde yapabilmektedirler. Türevin üç yönü arasındaki ilişkilendirmeler ise bir bütünlük oluşturmakta ve öğretmen adayları genel olarak bu ilişkilendirmeleri yapmada başarı göstermektedirler. Öğretmen adaylarının çalıştaylar öncesi, PAB çalıştayı sonrası ve TPAB çalıştayı sonrası derslerinde dikkate aldıkları öğrenci zorlukları Tablo 10’da özetlenmektedir.

Tablo 10: Derslerinde öğrenci zorluklarını dikkate alan öğretmen adayları sayıları

Öğretmen adayları sayısı	Çalıştaylar öncesi	PAB çalıştayı sonrası	TPAB çalıştayı sonrası
Türev-limit ilişkisi	0	5	5
Türev-eğim ilişkisi	0	5	5
Türev-değişim oranı ilişkisi	0	3	4

Burada amaç teknolojiyi kullanmaktan ziyade onu derste doğru ve gerekli durumlarda kullanmaktır. TPAB çalıştayı esnasında bununla ilgili sınıftaki tartışmalarda öğretmen adayları da bu konuda fikirlerini beyan ederken sırf teknoloji kullanmak adına konunun arka planda kalmasının anlamsızlığına değinmektedirler. Sınıftaki bazı öğretmen adayları “*ben tahtada bazı konuları öğrencilerin daha rahat anlamasını sağlayabiliyorsam neden teknoloji kullanayım ki neden zorlaştırayım ki?*” demektedirler. Bu soruların asıl amacın öğretimi en iyi şekilde gerçekleştirebilmek olduğunu vurgulamaktadır.

Bu çalışmayla TPAB’nin öğrenci zorlukları bileşeninde öğretmen adaylarının gelişimleri ortaya konmuştur. Görüldüğü gibi zorluklar hakkında sahip olunan

bilginin öğretime entegrasyonu uzun süreli bir gelişim gerektirmektedir ve bu gelişim sürecinde yaşanan bu zorlukların öğretmen yetiştiriciler tarafından takip edilmesi ve öğretmen adayları tarafından da ileriye yönelik gelişim hedefi olarak ortaya konarak özellikle staj öğretimleri sürecinde geliştirilmesi gerekmektedir.

Ayrıca literatürde de değinildiği gibi bir kez daha ifade etmek gerekir ki TPAB'nin bir boyutu kavram bilgisi olup TPAB eğitimlerinin kavramlar üzerinden verilmesi daha somut bir eğitim doğurmakta ve uygulamaya dönük olmaktadır. Dolayısıyla öğretmen eğitiminde kavramlar üzerinden TPAB eğitimi verilmesi önerilmekte ve bu çalışma da buna bir örnek teşkil etmektedir.

4.2.ÖNERİLER

Çalışmanın bu kısmında, çalışmayla birlikte ortaya konanlar ışığında yapılabilecek yeni çalışmalar için öneriler sunulmaktadır.

Çalışmada, TPAB üzerine yapılmış çalışmalarda AB'nin göz ardı edildiğine ve bu konudaki literatür boşluğuna değinilmiştir. Bu doğrultuda çalışmada hazırlanan çalıştaylar kavram tabanlı hazırlanıp uygulanmış ve bu yönde öğretmen adaylarının gelişme gösterdiği gözlenmiştir. Böylece kavramı ön plana çıkaran TPAB çerçevesi hem öğretmen adaylarının öğretmen yeterlilikleri bakımından gelişmesini sağlamak amacıyla verilecek eğitimleri şekillendirmekte hem de öğretmen adaylarının teknoloji entegrasyonuna yönelik gelişimlerini takip etmek için bir çerçeve sunmaktadır. Bu bağlamlarda bu çalışma mevcut literatüre somut bir çerçeve sunmaktadır.

Öğretmen adaylarının TPAB'nin öğrenci zorlukları bileşeninde gelişme gösterdiklerini türev kavramı üzerinden ortaya koyan bu çalışmanın bir parçası olduğu projede diğer bazı matematik kavramları üzerinden TPAB eğitimleri verilmeye devam edilmekte ve bu kavramlar üzerinden öğretmen adaylarının TPAB'lerinin gelişmesi hedeflenmektedir. TPAB konusundaki çalışmaların daha ziyade TPAB'ni genel anlamda ele aldığı, başka bir deyişle TPB çerçevesinde ele

aldığı düşünülürse bu çalışma bu bağlamda literatürdeki boşluğu doldurmaya yönelik bir adım teşkil etmektedir.

Park ve Oliver'ın (2008) belirttiği gibi öğrenci zorlukları bileşeni fen ve matematik eğitiminde pek çok araştırmacı tarafından PAB'nin bir bileşeni olarak ele alınmakta, öğretmen ya da öğretmen adaylarının öğretmenlik bilgi ve becerilerinin ölçülmesinde kullanılmaktadır. Bu çalışma TPAB'nin öğrenci zorlukları bileşenindeki kuramsal çerçevesinin öğretmen adaylarını yetiştirmede, öğretmen adaylarına sunulacak içerik ve onların geliştirmeleri hedeflenen beceriler konusunda yol gösterici olarak kullanılabilmesini göstermektedir. Dolayısıyla çalışmada bahsi geçen, TPAB kuramsal çerçevesinde hazırlanan çalıştaylardan özellikle fen ve matematik alanlarındaki öğretmen yetiştirme programlarının içeriğinin oluşturulmasında faydalanılabileceği görülmektedir. Bu konuda özellikle matematik eğitiminde sadece Türkiye bağlamında değil uluslar arası düzeyde de araştırmalara ve aynı şekilde farklı kavramlar için de yapılabilecek çalışmalara ihtiyaç vardır.

KAYNAKÇA

- Akkoç, H. (2006). *Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi: Grafik Analiz Yaklaşımı: İlköğretim İkinci Kademe ve Liseler için (CD Ekli Öğretmen Çalışma Kitabı)*. Toroslu Kitaplığı, İstanbul.
- Akkoç, H. (2008a). Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojiye Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı bir Program Geliştirme (TÜBİTAK - Sosyal ve Beşeri Bilimler Grubu (SOBAG) tarafından desteklenmektedir. 2008-2011
- Akkoç, H. (2008b). Kavramsal anlama için matematik eğitiminde teknoloji kullanımı. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Der.), *Matematiksel kavram yanılığları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi
- Akkoç, H., Özmantar, F. ve Bingölbali, E. (2008). Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı bir Program Geliştirme, 107K531 no'lu Tübitak Projesi, 1.dönem gelişme raporu.
- Aksoy, Y. (2007). *Türev kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisi*. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Aktürk, N. (2007). Açılış Konuşması. I. Uluslararası Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Sempozyumu, 16- 18 Mayıs 2007, Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale.
- Altunışık, R. ve Diğerleri (2004). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri* (3.baskı). Sakarya Kitabevi: Sakarya.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and

conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274.

Bayazıt, İ. (2008). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Der.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi

Bingölbali, E. (2008). Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Der.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi

Cohen, L., Manion, L., ve Morrison, K. (2000) *Research Methods in Education* (5 th edition). London, Routedledge.

Cornu, B. (1991). Limits. In. Tall, D. (Eds), *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Dede, Y., ve Peker, M.(2004). Öğrenciler'in Cebir'e yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adayları'nın tahmin becerileri ve çözüm önerileri. XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, 6- 9 Temmuz 2004 İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Malatya.

Duatepe-Paksu, A. (2008). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Der.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi

Eisenhardt, K. M. (1989). Building Theories from Case Study Research. *The Academy of Management Review*, 14 (4), 532-550.

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metotlarına Giriş*, Ankara: Anı

- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbein, E. (1993). The interaction between the formal and the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straser ve B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Koehler, & Mishra (2008). Introducing TPCK. In AACTE Committee on Innovation and Technology (Ed.). *Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK) for Educators*. New York: Routledge.
- Mason, J. (1996). *Qualitative Researching*. London: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). *Orta Öğretim Matematik (9, 10, 11 ve 12) Sınıflar Dersi Öğretim Programı*, Ankara.
- Mishra, P. & Koehler, M.J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards*. Reston: NCTM.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principle and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM.
- Niess, M. L. (2005) Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21, 509–523.
- Oldknow, A. (2006). Let's Get the Show on the Road!, *Mathematics Teaching Incorporating Micromath*, 196, pp. 16-21.
- Özsoy, N., ve Kemankaşlı, N. (2004). Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. *The Turkish Online Journal of Educational Technology - TOJET* October 2004 ISSN: 1303-6521 Volume 3, Issue 4, Article 19
- Özmantar, F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., (2008). (Der.), Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri. Ankara: Pegem Akademi
- Park, S., Oliver, J.S. (2008). Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals, *Research in Science Education*, 38:261–284.
- Pesen, C. Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* cilt 9 (15), 157-168.
- Pierson, M. (1999). Technology practice as a function of pedagogical expertise. (Doctoral dissertation, Arizona State University, 1999). UMI Dissertation Service, 9924200
- Pierson, M. E. (2001). Technology integration practice as a function of pedagogical expertise. *Journal of Research on Computing in Education*, 33 (4), 413-429.

- Punch, K. F.(2005). Sosyal Araştırmalara Giriş. (Çev: Bayrak, D., Arslan H.B., Akyüz Z.). Siyasal Kitabevi: Ankara.
- Ritchie, J., ve Lewis, J. (2003). Qualitative Researc Practice. London: Sage.
- Shulman, L.S. (1986a).Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In M.C. Wittrock (Ed.), Handbook of research on teaching (3rd Ed.). NewYork: Macmillan.
- Shulman, L. S. (1986b). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15, 4–14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57, 122.
- Suharwoto, G. (2006). Secondary Mathematics Preservice Teachers' Development of Technology Pedagogical Content Knowledge in Subject-Specific, Technology-Integrated Teacher Preparation Program, Unpublished PhD Thesis, Oregon State University.
- Tall, D. (1990). Inconsistencies in the learning of calculus and analysis. Focus on Learning Problems in Mathematics,12, 46- 63 linki: <http://scholar.google.com.tr/scholar?hl=tr&q=author:%22Tall%22+intitle:%22Inconsistencies+in+the+learning+of+calculus+and+analysis%22+&um=1&ie=UTF-8&oi=scholar>
- Tekbıyık, A., ve Akdeniz, A. R. (2008).İlköğretim fen ve matematik dersi öğretim programını kabullenmeye ve uygulamaya yönelik öğretmen görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi* (EFMED). 2 (2), 23-37

- Tobi, H., Tanfer, B., Tokar, İ., Türkkın, M., Köse, H., Tunç, H., ve Akyazı, Y. (2006). ÖSS Matematik 2 Konu Anlatımlı. İstanbul: Güvender Yayınları
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları Ve Kavram Yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17: 95-104.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Seçkin
- Zembat, İ. Ö. (2008a). Kavram yanılgısı nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Der.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi
- Zembat, İ. Ö. (2008b). Sayıların farklı algılanması- Sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Der.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi

EKLER

Ek 1: Türev alan bilgisi anketi

SORU 1: Türev kavramını istediğiniz şekilde tanımlayınız.

SORU 2: Türev kavramı, yukarıda vermiş olduğunuz tanım dışında başka türlü tanımlanabilir mi? Cevabınızı açıklayınız.

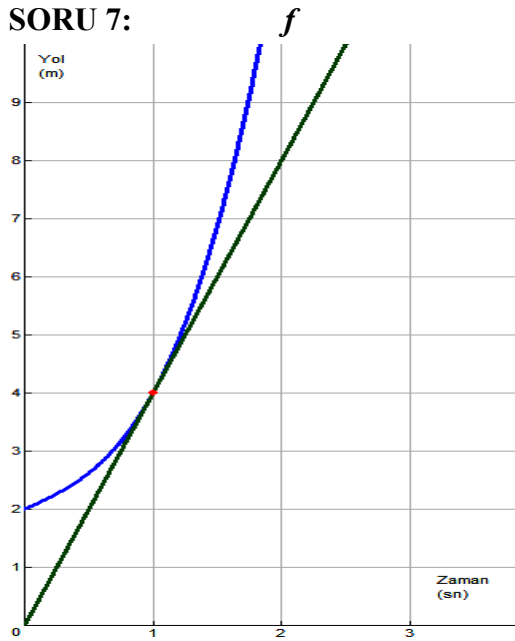
SORU 3: . Sizce bir fonksiyonun herhangi bir noktada ne oranda değiştiği belirlenebilir mi? Cevabınızı açıklayınız.

SORU 4: Bir otomobilin aldığı yolun zamana bağlı değişimi $f(t) = 5t^2 + 50t$ fonksiyonu ile verilmiştir. Buna göre otomobilin 5.saatteki hızını bulunuz.

SORU 5: $f(x) = 2^x$ fonksiyonun $x=1$ noktasındaki türevinin mümkün olan en yaklaşık değerini bulunuz.

SORU 6: $f(x) = 5x^2 + 50x$ fonksiyonun $x=2$ noktasındaki anlık değişim oranını bulunuz.

SORU 7:

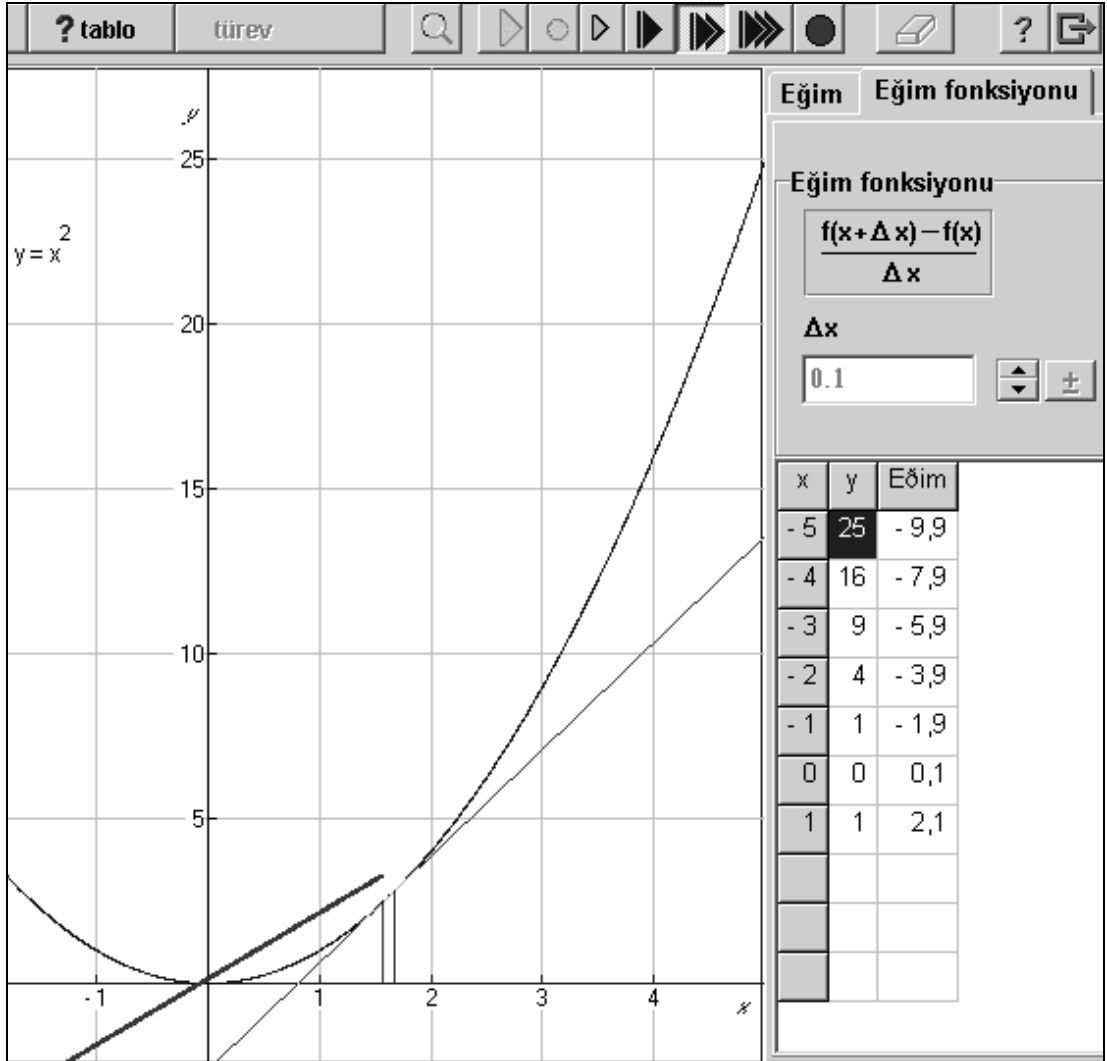


Bir bisikletlinin aldığı yolun zamana bağlı değişimi yandaki f fonksiyonu ile verilmiştir. Buna göre bisikletlinin 1. saniyedeki hızını bulunuz.

SORU 8: $f(x)$ fonksiyonun belli noktalardaki değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun $x=3$ noktasındaki türevinin değerini bulunuz.

x	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7
$f(x)$	7.29	7.76	8.25	8.76	9.29	9.84	10.41	11.00	11.61	12.24	12.89	13.56	14.25	14.96	15.69

Ek 2: Grafik analiz programından bir örnek görüntü



Şekil 20: Grafik analiz yazılımı programından bir görüntü (Akkoç, 2006)

Ek 3: Mülakat soruları çerçevesi

Öğrenci zorlukları (PAB):

1. Anlatacağın konuda öğrenciler hangi noktalarda zorluklar çekebilirler?
2. Sen bu zorlukları ders planında ne kadar dikkate aldın ve buna dayalı olarak ne yaptın?
3. Sence anlattığın konuyu öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırmak için neler yapılmalıdır ve sen neler yapmayı planladın?

Öğrenci zorlukları (TPAB):

1. Anlatacağın kavramla ilgili öğrenci zorluklarını gidermeye yönelik olarak teknolojiden nasıl faydalanmayı planladın?
2. Sence teknoloji bu açıdan dersine neler katmaktadır?

Sınıf	Gün	Tarih
Derslik no	Ders	
Öğrenci sayısı	Başlangıç zamanı	Bitiş zamanı

<u>Konu:</u>
<u>Müfredatta onunun yeri</u>

Öğrencinin öğrenmesi ile ilgili

<u>Ön bilgile</u>
<u>Kazanımlar:</u>

Kullanılan materyaller
Kullanılan kaynaklar
Sınıf organizasyonu

DERSİN TASLAĞI

süre	Öğretmen aktivitesi	Öğrenci aktivitesi

Ölçme-değerlendirme stratejileri

Ders sırasında

Ders sonrasında

Hatırlatmalar