

**HAYAT DIŞI SİGORTA RİSKİNİN ÇOK YILLIK DÖNEM  
İÇİN TOPLAMSAL HASAR REZERVİ YÖNTEMİ ile  
ANALİZİ**

**ANALYSIS OF MULTI-YEAR NON-LIFE INSURANCE RISK  
IN THE ADDITIVE LOSS RESERVING MODEL**

**RÜMEYSA KARATAŞ**

**Yrd.Doç.Dr. MURAT BÜYÜKYAZICI**  
**Tez Danışmanı**

Hacettepe Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim-Öđretim ve Sınav Yönetmeliđinin  
Aktüerya Bilimleri Anabilim Dalı İçin Öngördüđü  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
olarak hazırlanmıőtır.

2014

**RÜMEYSA KARATAŞ**'ın hazırladığı "**Hayat Dışı Sigorta Riskinin Çok yıllık Dönem için Toplamsal Hasar Rezervi Yöntemi ile Analizi**" adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **AKTÜERYA BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Serpil CULA  
Başkan



.....

Yrd. Doç. Dr. Murat BÜYÜKYAZICI  
Danışman



.....

Yrd. Doç. Dr. Yasemin GENÇTÜRK  
Üye



.....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof.Dr. Fatma SEVİN DÜZ  
Fen Bilimleri Enstitü Müdürü

## ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.



27/06/2014

Rümeysa Karataş

## ÖZET

### **Hayat Dışı Sigorta Riskinin Çok Yıllık Dönem için Toplamsal Hasar Rezervi Yöntemi ile Analizi**

**RÜMEYSA KARATAŞ**

**Yüksek Lisans, Aktüerya Bilimleri Bölümü**

**Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Murat Büyükyazıcı**

**Haziran 2014, 44 sayfa**

Hasar gelişim sonucu, zaman içerisinde hasar rezervlerindeki değişimdir ve bir sigorta şirketinin kar-zarar tablosundaki temel risk etmenlerinden birisidir.

Bu sonuçlar sigorta şirketinin bilançosunda yer aldığı ve şirketin finansal gücünü doğrudan etkilediği için Solvency kapsamındaki değerlendirmelerin önde gelen ilgi alanlarından biridir.

Bu çalışmada hasar gelişim sonuçları, bir şirketin geçmiş hasar verileri ve prim miktarları kullanılarak toplamsal hasar rezervi yöntemi ile hesaplanmıştır. Tezin uygulama kısmında, Türkiye’de zorunlu trafik sigortası branşında hizmet veren bir sigorta şirketinin 2007 – 2013 yılları için çeyrek dönemler halinde verilmiş hasar miktarı gelişim üçgeni verileri ve prim miktarları kullanılmıştır. Öncelikle, her gelişim yılı için toplamsal hasar rezervi yönteminin parametre tahminleri ile şirketin gelecek 12 dönemlik yani 3 yıllık prim tahminleri doğrusal regresyon ve doğrusal olmayan regresyon yöntemleri ile elde edilmiştir. Daha sonra parametre tahminleri ve prim miktarları kullanılarak gelecek 1 yıllık ve çok yıllık rezerv riski ve prim riski elde edilmiştir. Bu değerlerin elde edilmesiyle, sigorta şirketlerinin rezervlerindeki değişimler hakkında değerlendirme yapmalarına olanak sağlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Hayat dışı sigorta riski, toplamsal hasar rezerv yöntemi, hasar gelişim sonucu, solvency.

## **ABSTRACT**

### **ANALYSIS OF MULTI-YEAR NON-LIFE INSURANCE RISK IN THE ADDITIVE LOSS RESERVING MODEL**

**RÜMEYSA KARATAŞ**

**Master of Science, Department of Actuarial Sciences**

**Supervisor : Assist. Prof. Dr. Murat Büyükyazıcı**

**June 2014, 44 pages**

Claims development results are the changes in claims reserves and one of the major risk drivers in the profit and loss statement of a general insurance company.

These results are of central interest in every Solvency consideration because it corresponds to a balance sheet position directly influences the financial strength of an insurance company.

In this study, claims development triangle and volume measures used to calculate claims development results with additive loss reserving model. In the exercise part of this study, the claims development triangle data and premiums of an insurance company serving in the mandatory traffic insurance for the 2007 – 2013 quarter periods are used. Firstly, estimators of additive loss reserving model for each development year and estimators of premiums for 12 quarter periods (3 years) were calculated. The estimators of premiums were calculated by using linear and non-linear regression methods. Then, future one year and multi year reserve and premium risk computed with estimators of parameters and premiums. Thus, an opportunity will be given to the insurance companies for making an assessment of the changes in reserves.

**Keywords:** Non-life insurance risk, additive loss reserving model, claims development result, solvency.

## TEŞEKKÜR

Tez konusunun seğiminde yol gsteren ve ęalıŐma suresince desteğini esirgemeyen danıŐmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Murat BÜYÜKYAZICI'ya,

Önemli yorum ve değerlendirmeleri ile katkıda bulunan jüri üyeleri Sayın Doç. Dr. Serpil CULA ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Yasemin GENÇTÜRK'e,

Bu süreç boyunca beni her an destekleyen arkadaşlarım Bükre YILDIRIM ve Selin DEĞİRMENCİ'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak bugünlere gelmemde en büyük pay sahibi olan annem AyŐe KARATAŞ'a, kardeşim RuŐen KARATAŞ'a ve özellikle idolüm olan babam Prof. Dr. Mehmet KARATAŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER DİZİNİ

## Sayfa

ÖZET .....	iii
ABSTRACT .....	iv
TEŞEKKÜR .....	v
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ .....	1
2. HASAR GELİŞİM SONUÇLARI .....	4
2.1. Hasar Gelişim Sonucu ve Özellikleri .....	4
2.2. Bir Yıllık Hasar Gelişim Sonucu .....	5
3. ZİNCİR MERDİVEN ve TOPLAMSAL HASAR REZERVİ YÖNTEMİ ile HASAR GELİŞİM SONUCU .....	10
3.1. Zincir Merdiven Yöntemi ile 1 yıllık Hasar Gelişim Sonucu.....	10
3.2. Toplamsal Hasar Rezervi Yöntemi ile Hasar Gelişim Sonucu.....	17
3.2.1. Toplamsal Hasar Rezervi Yönteminin varsayımları .....	17
3.2.2. Toplamsal Hasar Rezervi Yöntemi ile Çok Yıllık Hasar Gelişim Sonucu.....	19
3.2.2.1. Hayat Dışı Sigorta Riski .....	21
3.2.2.2. Çok Yıllık Rezerv Riski .....	21
3.2.2.3. Çok Yıllık Prim Riski .....	22
3.2.2.4. Rezerv Riski ile Prim Riski arasındaki ilişki .....	22
3.2.2.5. Gelecek 1 Yıllık Gözlenebilir Hasar Gelişim Sonucunun Tahmininin Varyansı .....	23

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<b><u>Sayfa</u></b>
4. UYGULAMA .....	25
4.1. Gelecek Yıllara ait Primlerin Doğrusal Biçimde Artması Varsayımına İlişkin Uygulama Sonuçları.....	25
4.2. Gelecek Yıllara ait Primlerin Doğrusal Olmayan Biçimde Artması Varsayımına İlişkin Uygulama Sonuçları.....	31
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER .....	37
KAYNAKLAR .....	39
EK .....	42
ÖZGEÇMİŞ .....	44



# ŞEKİLLER DİZİNİ

## Sayfa

**Şekil 3.1.**  $t=I$  ve  $t=I+1$  zamanlarındaki hasar gelişim üçgenleri ..... 12

**Şekil 4.1.** Primlerin doğrusal biçimde artması varsayımı için prim miktarları ..... 27

**Şekil 4.2.** Primlerin doğrusal olmayan biçimde artması varsayımı için prim miktarları ..... 32

# ÇİZELGELER DİZİNİ

## Sayfa

<b>Çizelge 2.1.</b> Gelir-Gider Tablosu.....	4
<b>Çizelge 3.1.</b> Hasar gelişim üçgeni verisi .....	15
<b>Çizelge 4.1.</b> Prim miktarları ve tahminleri.....	26
<b>Çizelge 4.2.</b> Parametre tahminleri .....	28
<b>Çizelge 4.3.</b> Rezerv riski, prim riski ve aralarındaki korelasyon .....	29
<b>Çizelge 4.4.</b> Rezerv riski ve prim riski .....	30
<b>Çizelge 4.5.</b> Prim tahminleri .....	31
<b>Çizelge 4.6.</b> Rezerv riski, prim riski ve iki risk arasındaki korelasyon	34
<b>Çizelge 4.7.</b> Gelecek 1 yıl için rezerv riski ve prim riski .....	35

## 1. GİRİŞ

Hayat dışı sigorta riski temel olarak, rezerv riski ve prim riski olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır [1]. Rezerv riski, geçmiş kaza yıllarında meydana gelmiş ancak ödemesi tamamlanmamış hasar ödemelerine karşılık gelirken; prim riski gelecekte gerçekleşecek olan kazalara ilişkin ödemelere karşılık gelmektedir.

Rezerv riski, gelecek hasar ödemelerindeki belirsizliğin geçmiş deneyimlerden yararlanılarak belirlendiği ve buna göre hasar rezervi ayrıldığı geleneksel yöntem ile modellenmektedir. Ancak Solvency II kapsamında Avrupa Birliği Komisyonu'nun yayınladığı raporda tüm muhtemel hasarlar ve yükümlülükler hesaplanırken sadece şimdiki zaman için değil 1 yıl sonrasının da göz önüne alınması gerektiği vurgulanmıştır. Bu gelişme ile birlikte hasar ödemelerindeki belirsizlik, 1 yıllık zaman aralığında gerçekleşen hasar ödemelerine göre hesaplanmaya başlanmıştır. Geçmiş deneyimlerden yararlanılarak hesaplamaların yapıldığı geleneksel yöntemden farklı olarak, kısa dönemi göz önüne almak ve bu yönde hesaplamalar yapmak aşağıda belirtilen hususlar açısından önemlidir [2] :

- Sigorta şirketlerinin kısa dönem için yeterliliklerini karşılayabilip karşılayamaması uzun dönemdeki durumunu da etkilemektedir.
- Sigorta şirketlerinde finansal raporlamalar, sigorta ürünlerinin fiyatlandırılması, prim düzeltmeleri gibi faaliyetler yıllık olarak yapılmaktadır.
- Müşteriler, yatırımcılar, derecelendirme kuruluşları ve menkul kıymetler borsası şirketin kısa dönemdeki performansı ile ilgilendiği için şirketin kısa dönemdeki durumu finansal gücü ve sigorta piyasasındaki saygınlığı açısından önemlidir.

Böhm ve Glaab [3], Merz ve Wüthrich [4] çalışmalarında kısa dönemi göz önüne alarak *hasar gelişim sonuçlarındaki* belirsizliğin tahminlerini hesaplayabilmek için zincir merdiven yöntemi yardımıyla analitik bir

yaklaşım geliştirmişlerdir. Benzer şekilde, Mack [5] ve Merz ve Wüthrich [6] aynı tahminleri toplamsal yöntem kullanarak elde etmişlerdir.

Solvency II kapsamında önerilen ve risk yönetim sisteminin bir parçası olan ORSA (own risk and solvency assesment) ile birlikte şirketlerin sadece güncel risklerini değil uzun dönemde karşılaşacağı risklerini de göz önüne almasına dikkat çekilmiştir [2]. Ayrıca hayat dışı sigorta şirketlerinin; herhangi bir ek kaynağa ihtiyaç duymadan yükümlülüklerinin ne kadarını karşılayabildiği veya varlığını sürdürürebilmek için ne kadarlık bir sermayeye ihtiyaç duyduğu gibi konularda daha doğru stratejik kararlar verebilmesi için çok yıllık bir değerlendirme yapılması gerekmektedir [7].

Bir yıllık ve çok yıllık değerlendirme yapılırken hasar rezervlerinin yıldan yıla güncellenmesi ile ortaya çıkan değişimlerden yararlanılmaktadır. Bu değişimler hasar gelişim sonuçları olarak adlandırılmaktadır ve sigorta şirketinin kar-zarar durumları incelenirken göz önüne alınan temel risk etkenlerinden biridir [6].

Hasar gelişim sonuçları; ilk defa Merz ve Wüthrich [4] çalışmasında, nihai hasar miktarı tahmininin ardışık iki tahmini arasındaki fark olarak tanımlanmıştır. Çalışmada, hasar rezervi hesaplama konusunda kısa dönem ve uzun dönem karşılaştırılmış, kısa dönemin önemi üzerinde durulmuştur. Kısa dönem (1 yıl) göz önüne alınarak, zincir merdiven yöntemi ile herbir kaza yılı için gözlenebilir hasar gelişim sonuçlarının elde edildiği bu çalışma, hasar gelişim sonuçları için temel kaynak olarak değerlendirilmektedir.

Bühlmann, Felice, Gisler, Moriconi, Wüthrich [8] çalışmasında 1 yıllık kısa dönem hasar gelişim sonuçlarını Bayesci zincir merdiven yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve bu sonuçların koşullu hata kareler ortalamaları hesaplanmıştır.

Dahms, Merz, Wüthrich [9] çalışmasında 1 yıllık hasar gelişim sonucunun koşullu hata kareler ortalamasını tamamlayıcı hasar oranı

yöntemi (complementary loss ratio method, CLRM) ile hesaplanmıştır. Diğerlerinden farklı olarak, çalışmalarında veriyi oluşturan hasarlar ve ödenmiş hasarlar olmak üzere iki gruba ayırarak incelemişlerdir.

Hayat dışı sigorta türlerinde, ödenmemiş hasar tahminlerinin geçmiş deneyimlerden yararlanılarak belirlendiği birçok yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler arasında dağılımdan bağımsız olması ve uygulanmasının basit olması nedeniyle en çok kullanılan Zincir Merdiven Yöntemi'dir. Ancak Zincir Merdiven yönteminin; verilerin homojen olması gerekliliği, gelişim faktörünün doğru tahmin değerini vermekte yetersiz kalabilmesi ve kaza yıllarındaki ilk gözlemlerin hasar gelişim değerlerini bazen iyi temsil etmemesi gibi tahminde meydana gelebilecek sapmalara neden olabilecek bazı eksiklikleri bulunmaktadır [10].

Ayrıca hasar gelişim üçgeni verisi yanında başka değişkenler de göz önüne alınarak tahmin yapılmasıyla daha doğru sonuçlar elde edileceği düşüncesinden yola çıkılarak farklı yöntemler de kullanılmaya başlanmıştır. Bu yöntemlerden biri de toplamsal hasar rezervi yöntemidir. Toplamsal hasar rezervi yöntemi, hem hasar gelişim üçgenleri verisini hem de kaza yılları için poliçe sayısı veya elde edilen prim gibi önsel bilgileri kullanan bir hasar rezerv yöntemidir [11]. Bu çalışmada toplamsal hasar rezerv yöntemi kullanılacaktır.

Bu tez çalışmasında hasar gelişim sonuçlarına ait hesaplamalar, Türkiye'de zorunlu trafik sigortası branşında hizmet veren bir sigorta şirketinin 2007 – 2013 yılları arasındaki çeyrek dönemler için verilmiş hasar miktarı gelişim üçgeni ve prim verileri kullanılarak yapılmıştır. Şirketin gelecek 3 yıl için çeyrek dönemlik prim tahminleri, toplamsal hasar rezerv yönteminin parametre tahminleri ve gerekli prim miktarı toplamları elde edilmiştir.

## 2. HASAR GELİŞİM SONUÇLARI

Bu bölümde hasar gelişim sonuçları tanımlanacak ve hasar gelişim sonuçlarının özellikleri verilecektir.

### 2.1. Hasar Gelişim Sonucu Tanım ve Özellikleri

Hasar gelişim sonucu, zaman içerisinde hasar rezervlerindeki değişimdir ve bir sigorta şirketinin kar-zarar tablosundaki temel risk etmenlerinden birisidir [13]. Hasar gelişim sonuçlarının gelir-gider tablosundaki yeri ve önemi Çizelge 2.1 yardımıyla açıklanacaktır.

**Çizelge 2.1.** Gelir-Gider Tablosu

	<b>I yılı için 1 Ocak'taki tahmini değerler</b>	<b>I yılı için 31 Aralık'taki gerçekleşmiş değerler</b>
Kazanılan primler	4 000 000	4 020 000
I kaza yılında oluşan hasarlar	-3 200 000	- 3 240 000
Önceki kaza yılları için hasar deneyimi	0	-40 000
Masraflar	-1 000 000	-990 000
Yatırım geliri	600 000	610 000
<b>Vergiler ödenmeden önceki gelir</b>	<b>400 000</b>	<b>360 000</b>

Çizelge 2.1'de; I yılı için 1 Ocak'taki değerler gelecek takvim yılı (I,I+1] için tahmin edilen değerler, 31 Aralık'taki değerler ise aynı yıl için gerçekleşen değerlerdir [4].

Bu çizelgede yer alan kazanılan primler prim gelirini, masraflar ödenen komisyonları, yatırım geliri ise varlıklardan elde edilen finansal getirileri

ifade etmektedir. Tüm bu kavramlar ve içerdiği durumlar daha kolay anlaşılma ile birlikte "önceki kaza yılları için hasar deneyimi" kavramı diğerlerine göre daha az anlaşılırdır. Bu kavram I takvim yılından önceki takvim yıllarındaki hasarlar için, I takvim yılındaki hasar rezervi ile I+1 takvim yılındaki hasar rezervi arasındaki farkı ifade etmektedir.

I+1 takvim yılı için hasar rezervi, (I,I+1] takvim yılı boyunca oluşan hasar ödemeleri hesaba katılarak elde edilen düzeltilmiş bir hasar rezerve dir. Bu konuda yapılan çalışmalar incelendiğinde bu fark için; önceki yıllar için hasar deneyimi, önceki yıllarda oluşan hasarlar, önceki yıllar için kar ve zarar durumu, önceki yıllardaki ödemeler için hasarların gelişimi gibi ifadeler kullanılmış ancak belirli bir terim yaygın olarak kullanılmamıştır. Merz, Wüthrich ve Lysenko [12] çalışması ile bu fark "hasar gelişim sonucu" olarak ifade edilmeye başlanmıştır ve bu çalışmada da bu şekilde kullanılacaktır.

Bu sonuçlar sigorta şirketinin bilançosunda yer aldığı ve şirketin finansal gücünü doğrudan etkilediği için Solvency kapsamındaki değerlendirmelerin önde gelen ilgi alanlarından biridir [9].

## **2.2. Bir Yıllık Hasar Gelişim Sonucu**

Hasar rezervleri hesaplanırken kısa dönemin dikkate alınması yani 1 yıllık döneme ilişkin hesaplamaların yapılması Solvency II ile teşvik edilmiş ve literatürde son zamanlarda yer almaya başlamış bir bakış açısidir.

İlk olarak 2003'te M. De Felice ve F. Moriconi [14] tarafından yapılan çalışmada, sigortacının "yıl sonu yükümlülükleri" değerlendirilmiş ve bu yükümlülüklerin dağılımı aşırı yayımlı (over-dispersed) poisson modeli kullanılarak tahmin edilmiştir.

2006'da M. De Felice, F. Moriconi, S. Cavastracci ve L. Matarazzo [15] tarafından, stokastik hasar rezervi yöntemleri kullanılarak İtalyan Motorlu Taşıtlı Üçüncü Şahıs Mecburi Mali Sorumluluk Sigortası piyasasının bir analizi yapılmıştır. Bu çalışmada da "yıl sonu

yükümlülükleri" yaklaşımı kullanılarak Solvency kapsamındaki gereklilikler, bu piyasadaki şirketler için elde edilmiştir.

M. De Felice ve F. Moriconi tarafından, 2006'da yapılan çalışmada "yıl sonu yükümlülükleri" yaklaşımı zincir merdiveni yöntemi için uygulanmıştır. Bu çalışmada kullanılan formüller, zincir merdiven yöntemi ile hasar gelişim sonuçlarındaki belirsizlik tahmin edilirken kullanılan formüllerin temelini oluşturmaktadır. 2007 AISAM (Association of Mutual Insurance Companies) ve ACME (Association of European Cooperative and Mutual Insurers) tarafından Solvency II kapsamında rezerv riski ile ilgili yapılan çalışmada 1 yıllık hasar gelişim sonuçları ile elde edilen bu formüllerin sayısal sonuçları incelenmiştir.

Bu çalışmalarla birlikte, İsviçre'de 2006 yılında tanıtılan sigorta şirketleri için belirlenmiş risk bazlı standart sermaye miktarları, piyasa riski, sigortalama riski, kredi riski için senaryolar içeren ve stokastik bir model olan İsviçre Solvency Test 1 yıllık zaman aralığı baz alınarak oluşturulmuştur [15].

Ayrıca, Solvency II çalışmaları kapsamında Solvency Sermaye Gereksinimi(Solvency Capital Requirement) ile ilgili şu şekilde bir tanımlama yapılmıştır :

"Solvency Sermaye Gereksinimi, bir sigorta veya reasürans anlaşmasının iflas olasılığının %0.5'te sabitlenmesi için (iflasın her 200 yılda 1 kere meydana gelmesi) sahip olması gereken sermayeye karşılık gelmektedir. Bu sermaye miktarı, gelecek 12 ay boyunca tüm olası hasarlar göz önüne alınarak hesaplanır. Solvency Sermaye Gereksinimi; riski azaltma tekniklerinin etkisini gösterdiği gibi, sigorta veya reasürans anlaşmasının gerçek risk profilini ve bütün ölçülebilir risklerin hesaba alındığını da yansıtmaktadır."

"Solvency Sermaye Gereksinimi; yapılan hesapmalarda, bir sigorta veya reasürans anlaşmasının maruz kaldığı tüm risklerin hesaba katıldığı durum göz önüne alınarak belirlenmelidir. Bu durumun sonucu olarak



beklenmedik hasarlar da düşünölmelidir. Bu sermaye gereksinimi, bir sigorta veya reasürans şirketinin kendi sermayesinin 1 yıllık periyot süresince %99.5 güven aralığındaki riske maruz değerine karşılık gelmektedir [17].”

Bu tanım ve açıklamalar ile birlikte zaman periyodu 1 yıl alınarak yıl sonunda hasar rezervi, yıl içinde gözlenen hasar bilgisi kullanılarak tekrar tahmin edilir [18].

Bu şekilde, şirketlerin hasar rezervleri tahminlerindeki olası değişimler belirlenmektedir. Bu değişimlerin belirlenmesi için 1 yıllık zaman aralığı ile yapılan çalışmalarda, şirketin kar-zarar durumu incelenirken 1 yıllık hasar gelişim sonuçları dikkate alınmıştır.

Bir yıl için hasar gelişim sonucu aşğıdaki gibi hesaplanabilmektedir:

Belirli bir başlangıç yılı için;

$R_0$  : rezerv miktarının başlangıç tahmini

$R_1$  : 1 yıl sonrası için rezerv tahmini

$C_1$  : 1 yıl içinde yapılacak hasar ödemeleri

$CDR_1$  : hasar gelişim sonucu olmak üzere,

$CDR_1 = R_0 - C_1 - R_1 = U_0 - U_1$  eşitliği 1 yıllık hasar gelişim sonucunu ifade etmektedir.

Bu eşitlikte,

$U_0$  : nihai hasar miktarının başlangıç tahmini

$U_1$  : 1 yıl sonrası için nihai hasar miktarının tahminini göstermektedir.

Eşitlikten de anlaşılacağı üzere, hasar gelişim sonucu, nihai hasar miktarının ardışık iki tahmini arasındaki farktır [19].

1 yıllık hasar gelişim sonucunun hesaplanması ile 1 yıllık dönem içinde yapılacak hasar ödemelerini de göz önüne alarak, rezervlerin bu dönemin sonuna kadar ne kadar yeterli olduğu görülmektedir.

Literatürde sıkça kullanılan ve temel hasar rezerv yöntemlerinden olan geleneksel yöntem hasarlar ödemelerindeki oynaklığın tahmini ile ilgilenmekte iken 1 yıllık dönemin göz önüne alındığı kısa dönem bakış açısı rezervlerdeki oynaklığın tahminini konu almaktadır [20].

$CDR_1 = R_0 - C_1 - R_1 = U_0 - U_1$  eşitliği kullanılarak hesaplamalar aşağıdaki örnekte olduğu gibi yapılmaktadır:

31/12/2010 tarihi için :

Nakit akış periyodu	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>
Beklenen ödemeler	100	80	60

Rezerv	240 (iskonto edilmemiş değer)		
--------	-------------------------------	--	--

31/12/2011 tarihi için :

Gerçek ödeme	120
--------------	-----

Nakit akış periyodu	<b>2012</b>	<b>2013</b>
Beklenen ödemeler (Revize edilmiş)	85	65

Rezerv	150 (iskonto edilmemiş değer)	
--------	-------------------------------	--

Sonuç :

2011 başlangıç rezervi	240
2011'de yapılan ödeme	120
2011 kapanış rezervi	150
Oluşan artık değer	<b>-30</b>

Oluşan -30 birimlik değer "hasar gelişim sonucu"dur [21].

Bu değer, 31/12/2011 tarihinden bakıldığında 31/12/2010 tarihinde 1 yıl sonrası için ayrılan rezervlerin yeterli olmadığını ve 30 birim eksik kaldığını göstermektedir.

### **3. ZİNCİR MERDİVEN ve TOPLAMSAL HASAR REZERV YÖNTEMİ ile HASAR GELİŞİM SONUCU**

Bu bölümde hasar gelişim sonuçları zincir merdiven ve toplamsal hasar rezerv yöntemi kullanılarak elde edilecektir.

#### **3.1. Zincir Merdiven Yöntemi ile 1 Yıllık Hasar Gelişim Sonucu**

Zincir merdiven yöntemi, hasar karşılığı hesaplamada en çok kullanılan yöntemdir. Bunun temel sebebi yöntemin basit olması, dağılımdan bağımsız olması ve neredeyse hiçbir varsayıma bağlı olmaksızın kullanılabilmesidir [22].

Toplam nihai hasar miktarını tahmin etmekte kullanılan hasar rezervi modellerini oluştururken, hasar verilerinin birkaç farklı formu kullanılabilir. Bunlar birikimli hasar miktarı verileri, ödenmiş veya gerçekleşmiş hasarların verileri, hasar sayısı verileri vb. şeklindedir. Zincir merdiven yöntemi birikimli ödemeler, gerçekleşmiş hasarlar vb. verilere uygulanabilir. Zincir merdiven faktörlerinin uygun tahminleri kullanıldığında, güvenilir hasar rezervleri elde edilebildiği için, uygulamada çok tercih edilen bir yöntemdir. Modelin eksiklikleri ise şunlardır [10]:

- Veri homojen olmalıdır. Örneğin, gelişim faktörlerinde bir eğilim olmamalıdır.
- Son kaza yılları için, gelişim yıllarındaki hasar miktarlarının hesaplanmasında kullanılacak gelişim faktörü, doğru tahmin değerini vermekte yetersiz kalabilmektedir. Örneğin, kaza yılları 2011 yılına kadar, gelişim yılı sayısı ise 20 gibi büyük bir değer olsun. Bu durumda, son kaza yılları için, 19-20 yıl sonraki gelişim değerini tahmin etmekte, gelişim faktörü yetersiz kalabilmektedir.
- Kaza yıllarındaki ilk gözlemler, hasar gelişim değerlerini bazen iyi temsil etmeyebilir, bu da son kaza yılları için problemlere neden olabilmektedir.

Bu bölümde zincir merdiven yöntemi kullanılarak 1 yıllık hasar gelişim sonucunun nasıl elde edildiğine değinilecektir.

Bu çalışmada kullanılan  $i \in \{0, \dots, I\}$  kaza yılı,  $j \in \{0, \dots, J\}$  gelişim yılını göstermektedir.

$C_{i,j} = \sum_{l=1}^j X_{i,l}$  olmak üzere,  $C_{i,j}$  her bir kaza yılı için birbirinden bağımsız birikimli hasar miktarını,  $C_{i,J}$  i kaza yılı için nihai hasar miktarını,  $f_0, f_1, \dots, f_{j-1} > 0$  ise zincir merdiven gelişim faktörlerini ifade etmektedir.

Bu durumda,  $C_{i,j}$  raslantı değişkeninin kestirimi, aşağıdaki şekilde olur:

$$E[C_{i,j} | C_{i,j-1}] = f_{j-1} C_{i,j-1}$$

Kolaylık olması açısından  $I = J$  olduğu kabul edilir.

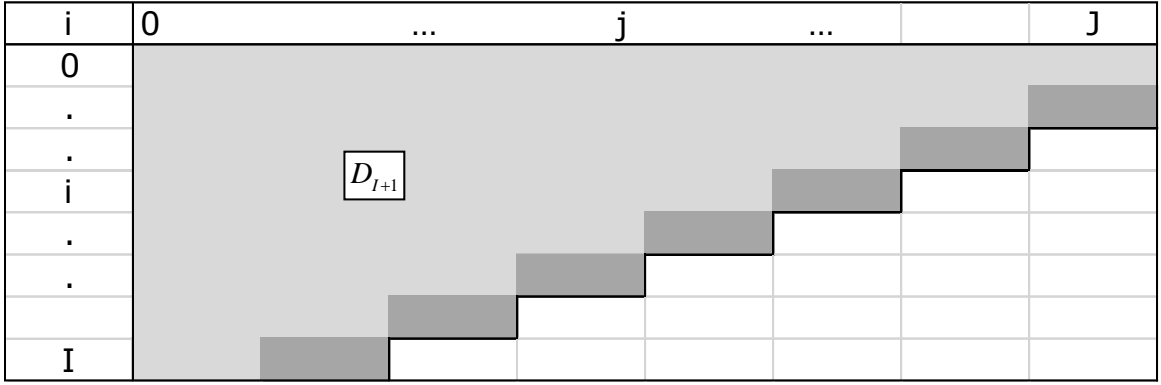
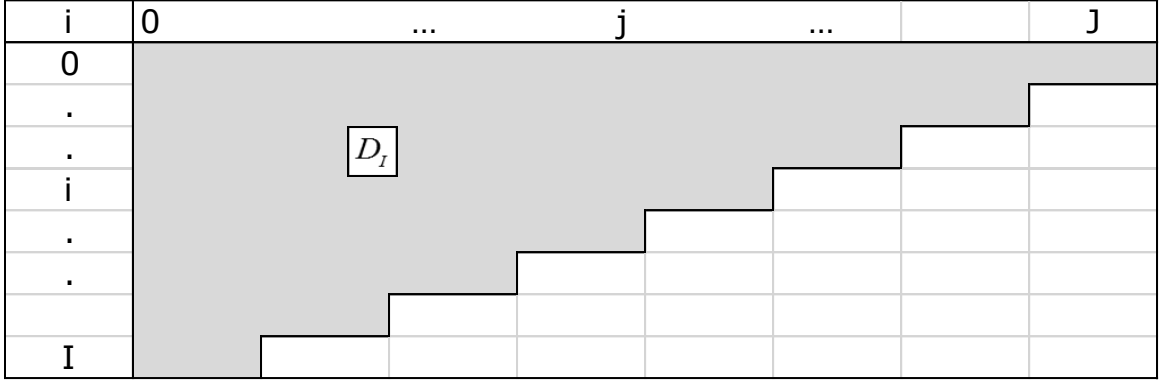
$i \in \{0, \dots, I\}$  kaza yılı için  $t = I$  zamanında ödenmemiş hasar miktarı yükümlülüğü :  $R_i^I = C_{i,J} - C_{i,I-i}$ ,  $t = I + 1$  zamanı için ise;  $R_i^{I+1} = C_{i,J} - C_{i,I-i+1}$  eşitlikleri ile hesaplanmaktadır.

$t = I$  anındaki tüm gözlem değerlerinin kümesi,

$$D_I = \{C_{i,j}; i+j \leq I, i \leq I\},$$

1 yıl sonra  $t = I + 1$  anındaki tüm gözlem değerlerinin kümesi,

$$D_{I+1} = \{C_{i,j}; i+j \leq I+1, i \leq I\} = D_I \cup \{C_{i,I-i+1}; i \leq I\} \text{ ile gösterilmektedir.}$$



**Şekil 3.1.**  $t=I$  ve  $t=I+1$  zamanlarındaki hasar gelişim üçgenleri

Zincir merdiven yönteminin varsayımları ve koşullu beklenen değerler kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$E[C_{i,J} | D_I] = C_{i,I-i} \prod_{j=I-i}^{J-1} f_j$$

$$E[C_{i,J} | D_{I+1}] = C_{i,I-i+1} \prod_{j=I-i+1}^{J-1} f_j$$

Eşitliklerden görüldüğü gibi, gelişim faktörleri  $f_j$ 'ler ile  $D_I$  ve  $D_{I+1}$  bilindiğinde nihai hasar miktarı  $C_{i,J}$ 'nin koşullu beklenen değeri hesaplanabilmektedir. Ancak, genellikle gelişim faktörleri bilinmediği için tahmin edilmesi gerekmektedir. Zincir merdiven yöntemi ile bu tahminler aşağıdaki eşitlikler kullanılarak bulunmaktadır:

$t = I$  zamanında,  $D_I$  bilgisi ile gelişim faktörleri  $f_j$ 'ler,

$$\hat{f}_j^I = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{S_j^I} \quad , \quad S_j^I = \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \quad \text{eşitlikleri ile}$$

$t = I + 1$  zamanında,  $D_{I+1}$  bilgisi ile gelişim faktörleri  $f_j$ 'ler ise  $I = I + 1$  yazımı ile,

$$\hat{f}_j^{I+1} = \frac{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j+1}}{S_j^{I+1}} \quad , \quad S_j^{I+1} = \sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j} \quad \text{şeklinde tahmin edilmektedir.}$$

$E[C_{i,j} | D_I]$ 'in zincir merdiven yöntemi ile bulunan yansız tahmin edicisi,  $C_{i,I-i}$  bilgisi ve  $f_j$ 'lerin tahminlerini kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\hat{C}_{i,j}^I = \hat{E}[C_{i,j} | D_I] = C_{i,I-i} \hat{f}_{I-i}^I \cdots \hat{f}_{j-2}^I \hat{f}_{j-1}^I \quad , \quad j \geq I - i$$

Aynı şekilde  $C_{i,I-i+1}$  bilgisi kullanılarak,  $E[C_{i,j} | D_{I+1}]$ 'in yansız tahmin edicisi

$$\hat{C}_{i,j}^{I+1} = \hat{E}[C_{i,j} | D_{I+1}] = C_{i,I-i+1} \hat{f}_{I-i}^{I+1} \cdots \hat{f}_{j-2}^{I+1} \hat{f}_{j-1}^{I+1} \quad , \quad j \geq I - i + 1 \quad \text{biçiminde elde edilmektedir.}$$

### Gerçek Hasar Gelişim Sonucu

$i \in \{0, \dots, I\}$  kaza yılı,  $(I, I + 1]$  takvim yılı için gerçek hasar gelişim sonucu

$$\begin{aligned} CDR_i(I+1) &= E[R_i^I | D_I] - (X_{i,I-i+1} + E[R_i^{I+1} | D_{I+1}]) \\ &= E[C_{i,j} | D_I] - E[C_{i,j} | D_{I+1}] \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Burada,  $X_{i,I-i+1} = C_{i,I-i+1} - C_{i,I-i}$  birikimli olmayan ödeme miktarını göstermektedir.

Toplam gerçek hasar gelişim sonucu ise;

$$\sum_{i=1}^I CDR_i(I+1) \text{ ile elde edilmektedir.}$$

### **Gözlenebilir Hasar Gelişim Sonucu**

Eşitliklerden de görüldüğü üzere, gerçek hasar gelişim sonucunun hesaplanabilmesi için zincir merdiven gelişim faktörlerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu gelişim faktörlerinin genellikle bilinmediği ve tahmin edildiği belirtilmişti. Bilinmeyen gelişim faktörlerinin ve nihai hasarın beklenen değerlerinin yerlerine tahminleri yazılarak *gözlenebilir hasar gelişim sonucu* hesaplanabilmektedir.

$i$  kaza yılı,  $(I, I+1]$  takvim yılı için zincir merdiven yöntemi ile gözlenebilir hasar gelişim sonucu :

$$CDR_i(I+1) = \hat{R}_i^{D_I} - (X_{i,I-i+1} + \hat{R}_i^{D_{I+1}}) = \hat{C}_{i,J}^I - \hat{C}_{i,J}^{I+1} \quad \text{ifadesi ile}$$

bulunmaktadır.

Dolayısıyla gözlenebilir toplam hasar gelişim sonucu,

$$\sum_{i=1}^I CDR_i(I+1) \text{ toplamı ile elde edilmektedir.}$$

Gözlenebilir hasar gelişim sonucu eşitliğinde;

$\hat{R}_i^{D_I} = \hat{C}_{i,J}^I - C_{i,I-i} \quad (1 \leq i \leq I)$  ,  $E[R_i^I | D_I]$ 'in yansız tahmin edicisini ve  $\hat{R}_i^{D_{I+1}} = \hat{C}_{i,J}^{I+1} - C_{i,I-i+1} \quad (1 \leq i \leq I)$  ,  $E[R_i^{I+1} | D_{I+1}]$ 'in yansız tahmin edicisini vermektedir.



### Örnek 3.1

Bu örnekte, Çizelge 3.1'deki veri seti yardımıyla her kaza yılı için hasar gelişim sonuçları hesaplanmıştır.

**Çizelge 3.1.** Hasar gelişim üçgeni verisi

	j=0	1	2	3	4	5	6	7	8
i=0	2.202.584	3.210.449	3.468.122	3.545.070	3.621.627	3.644.636	3.669.012	3.674.511	3.678.633
i=1	2.350.650	3.553.023	3.783.846	3.840.067	3.685.187	3.878.744	3.898.281	3.902.425	3.906.738
i=2	2.321.885	3.424.190	3.700.876	3.798.198	3.854.755	3.878.993	3.898.825	3.902.130	
i=3	2.171.487	3.165.274	3.395.841	3.466.453	3.515.703	3.548.422	3.564.470		
i=4	2.140.328	3.157.079	3.399.262	3.500.520	3.585.812	3.624.784			
i=5	2.290.664	3.338.197	3.550.332	3.641.036	3.679.909				
i=6	2.148.216	3.219.775	3.428.335	3.511.860					
i=7	2.143.728	3.158.581	3.376.375						
i=8	2.144.738	3.218.196							
$f_j^I$	1,4759	1,0719	1,0232	1,0161	1,0063	1,0056	1,0013	1,0011	
$f_j^{I+1}$	1,4786	1,0715	1,0233	1,0152	1,0072	1,0053	1,0011	1,0011	

Çizelge 3.1'de  $I=8$  ve  $I+1=9$  zamanlarına ait  $i \in \{0,1,\dots,8\}$  kaza yılları için  $C_{i,j}$  birikimli hasar ödemeleri ile  $j=0,\dots,7$  gelişim yılları için gelişim faktörlerinin tahminleri  $\hat{f}_j^I$  ve  $\hat{f}_j^{I+1}$ 'ler yer almaktadır. Bu tahminler kullanılarak  $t=I$  zamanındaki hasar rezervi  $\hat{R}_i^{D_I}$  ile  $t=I+1$  zamanı için  $X_{i,I-i+1}$  ve  $\hat{R}_i^{D_{I+1}}$  değeri hesaplanmaktadır. Bu değerler kullanılarak gözlenebilir hasar gelişim sonucunun her bir kaza yılı için değerleri ve toplam hasar gelişim sonucu elde edilmiştir.

i	$\hat{R}_i^{D_I}$	$X_{i,I-i+1}$	$\hat{R}_i^{D_{I+1}}$	$CDR_i(I+1)$
0	0	0	0	0
1	4.378	4.313	0	65
2	9.348	3.305	4.344	1.698
3	28.392	16.048	7.997	4.347
4	51.444	38.972	27.522	-15.050
5	111.811	38.873	54.577	18.360
6	187.084	83.525	106.326	-2.767
7	411.864	217.794	183.340	10.731
8	1.433.505	1.073.458	417.540	-57.458
	2.237.826	1.476.288	801.646	-40.074

i=2 kaza yılı için t=I zamanındaki ödenmemiş hasar yükümlülüğü,

$\hat{R}_2^{D_I} = C_{2,6} * \hat{f}_6^I * \hat{f}_7^I - C_{2,6}$  eşitliği ile hesaplanmaktadır. Aynı kaza yılına

ait birikimli olmayan hasar miktarı  $X_{i,I-i+1} = C_{2,7} - C_{2,6}$  eşitliği ile elde

edilir. i=2 kaza yılına ait t=I+1 zamanındaki ödenmemiş hasar

yükümlülüğü ise,  $\hat{R}_2^{D_{I+1}} = C_{2,7} * \hat{f}_7^{I+1} - C_{2,7}$  ile bulunur. Bu kaza yılına ait

hasar gelişim sonucu  $CD\hat{R}_i(I+1) = \hat{R}_i^{D_I} - (X_{i,I-i+1} + \hat{R}_i^{D_{I+1}})$  farkı alınarak

hesaplanmaktadır.

Oluşan -40.075 birimlik değer tüm kaza yılları için toplam hasar gelişim

sonucudur. Bulunan hasar gelişim sonucu,  $t = I + 1$  zamanından

bakıldığında  $t = I$  zamanında tüm kaza yılları için rezervlerin yeterli

olmadığını ve 40.075 birim eksik kaldığını göstermektedir

### 3.2. Toplamsal Hasar Rezervi Yöntemi ile Hasar Gelişim Sonucu

Toplamsal hasar rezerv yöntemi, zincir merdiven yöntemi gibi hasar gelişim üçgeni kullanılarak hesaplamaların basitçe yapılabilirdiği bir yöntemdir. Ancak bu yöntemde; zincir merdiven yönteminden farklı olarak, hasar gelişim üçgeni ile birlikte prim, poliçelerin sayısı, benzer portföylerin akış üçgeni verisi ve piyasa istatistikleri gibi hacim ölçüm parametreleri de kullanılmaktadır.

Zincir merdiven yönteminden farklı olarak [6];

- Hacim ölçüm parametrelerinin kullanımı ile toplamsal hasar rezerv yönteminde nihai hasar miktarı, zincir merdivende olduğu gibi tamamen son gözleme bağlı olmamaktadır.
- Nihai hasar miktarı son gözleme bağlı olmadığı için, hasar gelişim üçgenindeki aykırı bir değer nihai hasar miktarını doğrudan etkilemeyecektir. Bu da toplamsal hasar rezerv yönteminin aykırı değerlere karşı zincir merdiven yönteminden daha sağlam olduğunu göstermektedir [11].

Toplamsal hasar rezerv yönteminde, her gelişim yılı için birikimli olmayan ödemeler ve o döneme ait hacim ölçüm parametresi kullanılarak bulunan gelişim faktörleri yardımıyla gelecek yıllara ait hasar ödemeleri tahmin edilir. Bu gelişim faktörlerine artış oranı (incremental loss ratio) denilmektedir.

#### 3.2.1. Toplamsal Hasar Rezervi Yönteminin varsayımları

- $X_{i,k}$   $i \in \{1, \dots, n+m\}$  kaza yılı,  $j \in \{1, \dots, n\}$  gelişim yılı için birikimli olmayan ve birbirinden bağımsız hasar miktarlarıdır.
- $V_i$ ,  $i$  kaza yılına ait prim miktarıdır.
- $m_j$ ,  $j$  gelişim yılı için artış oranıdır.

- Yöntemin, her  $j$  gelişim yılı için

$$E[X_{i,j}] = v_i m_j \quad \text{ve} \quad V[X_{i,k}] = v_i s_k^2 \quad \text{olacak şekilde} \quad m_j \text{ ve} \quad s_j^2$$

parametreleri vardır.

$T=n$  zamanında  $m_j$  ve  $s_j^2$  parametrelerinin yansız tahmin edicileri:

$${}^{(n)}\hat{m}_j := \frac{\sum_{i=1}^{n+1-j} X_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n+1-j} v_i}, \quad j \in \{1, \dots, n\} \quad (3.1)$$

$$\hat{s}_j^2 := \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n+1-j} v_i \left( \frac{X_{i,j}}{v_i} - {}^{(n)}\hat{m}_j \right)^2, \quad j \in \{1, \dots, n-1\} \quad (3.2)$$

eşitlikleri ile hesaplanmaktadır.

Son gelişim yılı için  $\hat{s}_j^2$  değeri ise,  $\hat{s}_n^2 := \min\{\hat{s}_1^2, \dots, \hat{s}_{n-1}^2\}$  olarak seçilmektedir [5].

$T=n$  zamanındaki her  $i$  ( $2 \leq i \leq n+m$ ) kaza yılı için nihai hasar miktarlarının tahminleri yansızdır ve aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır :

$${}^{(n)}\hat{R}_i := v_i \sum_{j=\max(n+2-i,1)}^n {}^{(n)}\hat{m}_j, \quad {}^{(n)}\hat{R} := \sum_{i=1}^n {}^{(n)}\hat{R}_i \quad (3.3)$$

Gösterim kolaylığı açısından bazı toplamlar aşağıdaki gibi verilmiştir [23] :

$${}^{(y)}X_{\leq j} := \sum_{i=1}^{y+1-j} X_{i,j}, \quad {}^{(y)}v_{\leq j} := \sum_{i=1}^{y+1-j} v_i$$

$${}^{(y)}v_{+} := \sum_{i=1}^y v_i, \quad v_{>y} := \sum_{i=y+2-j}^j v_i = {}^{(y)}v_{+} - {}^{(y)}v_{\leq j}$$

### 3.2.2. Toplamsal Hasar Rezervi Yöntemi ile Çok Yıllık Hasar Gelişim Sonucu

$2 \leq i \leq n+m$  aralığındaki herhangi bir kaza yılı için çok yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonucu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir :

$$\begin{aligned} \widehat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)} &= {}^{(n)}\widehat{R}_i - \left( \sum_{t=1}^{\min(m, i-1)} X_{i, n+1+t-i} \right) - {}^{(n+m)}\widehat{R}_i \\ &= \sum_{t=1}^{\min(m, i-1)} \left[ v_i^{(n)} \widehat{m}_{n+1+t-i} - X_{i, n+1+t-i} \right] + v_i \sum_{j=n+m+2-i}^n \left[ {}^{(n)}\widehat{m}_j - {}^{(n+m)}\widehat{m}_j \right] \end{aligned}$$

Bu eşitlikte  ${}^{(n+m)}\widehat{m}_j$  m yıllık gelecek takvim yıllarının da eklenmesi ile  $m_j$  parametresinin güncellenmiş tahminini göstermektedir ve aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} {}^{(n+m)}\widehat{m}_j &:= \frac{{}^{(n+m)}X_{\leq j}}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}} \\ &= \frac{{}^{(n)}X_{\leq j} + \sum_{t=1}^m X_{n+1+t-j, j}}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}} \\ &= \frac{{}^{(n)}v_{\leq j}}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}} {}^{(n)}\widehat{m}_k + \frac{\sum_{t=1}^m X_{n+1+t-j, j}}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}} \end{aligned}$$

Her bir  $m_j$  değeri için  $^{(n+m)}\hat{m}_j$  değerleri yansız tahmin edicilerdir. Buradan;

$$E\left[\hat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)}\right] = 0 \text{ olduğu görülmektedir.}$$

Çok yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonucunun tahmin değeri olan 0'dan ne kadarlık bir sapma ile değiştiği tahmin belirsizliğine neden olmaktadır. Bu tahmin belirsizliğini ölçebilmek için hata kareler ortalaması kullanılmaktadır.

Bu belirsizlik aşağıda verilen şekilde ölçülmektedir [24]:

$$mse_{\hat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)}}(0) := E\left[\left(\hat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)} - 0\right)^2 \mid C_{i,1}, \dots, C_{i,n-i+1}\right]$$

Toplamsal hasar rezerv yönteminde hasar miktarlarının birbirinden bağımsız olması sebebiyle,

$$mse_{\hat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)}}(0) = E\left[\left(\hat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)} - 0\right)^2\right] = V\left[\hat{CDR}_i^{(n \rightarrow n+m)}\right] \text{ eşitliği elde}$$

edilmektedir.

Bu eşitlikten de görüleceği gibi, çok yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonucunun tahmin belirsizliğinin hesabı için koşulsuz varyansını hesaplamak yeterlidir.

Geçmiş kaza yılları için hasar gelişim sonucunun negatif veya pozitif olması, m takvim yılı boyunca bir zarar veya karın olduğunu göstermektedir. Gelecek kaza yılları için hasar gelişim sonucunun negatif veya pozitif olması ise tahmin edilen teknik sonucun başlangıç tahmininden düşük veya yüksek olduğunu göstermektedir. Herhangi bir kaza yılı için teknik sonuç, o kaza yılına ait primlerden masrafların ve nihai hasar miktarının çıkarılmasıyla elde edilmektedir.

### 3.2.2.1. Hayat Dışı Sigorta Riski

m gelecek takvim yıllarının sayısı olmak üzere, m yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonucunun varyansının tahmini aşağıdaki gibidir:

$$\hat{V} \left[ \hat{CDR}^{(n \rightarrow n+m)} \right] = \sum_{j=1}^n \frac{{}^{(n+m)}v_+^2}{{}^{(n+m)}v_{\leq j} {}^{(n)}v_{\leq j}} \left( \sum_{t=1}^m v_{n+1+t-j} \right) \hat{s}_j^2$$

Bu tahmin çok yıllık hayat-dışı sigorta riskine eşittir.

Bu eşitlik için m = 1 alınarak, 1 yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonucunun varyansı için bir tahmin elde edilebilir:

$$\hat{V} \left[ \hat{CDR}^{(n \rightarrow n+1)} \right] = \sum_{j=1}^n \frac{{}^{(n+1)}v_+^2}{{}^{(n+1)}v_{\leq j} {}^{(n)}v_{\leq j}} v_{n+2-j} \hat{s}_j^2$$

### 3.2.2.2. Çok Yıllık Rezerv Riski

Çok yıllık rezerv riski, çok yıllık hayat dışı sigorta riskinin önceki yıllar için elde edilmiş halidir. Bir diğer deyişle, çok yıllık rezerv riski önceki yıllar için m yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonuçlarının tahmini varyansına eşittir.

$$V \left[ \hat{CDR}_{PY}^{(n \rightarrow n+m)} \right] = \sum_{j=2}^n \frac{{}^{(n)}v_+^2}{\min({}^{(n+m)}v_{\leq j}, {}^{(n)}v_{\leq j}) {}^{(n)}v_{\leq j}} \chi \left( \sum_{t=1}^{\min(j-1, m)} v_{n+1+t-j} \right) \hat{s}_j^2 \quad (3.4)$$

m = 1 için eşitlik 1 yıllık rezerv riskine dönüşmektedir:

$$V \left[ \hat{CDR}_{PY}^{(n \rightarrow n+1)} \right] = \sum_{j=2}^n \frac{{}^{(n)}v_+^2}{{}^{(n+1)}v_{\leq j} {}^{(n)}v_{\leq j}} v_{n+2-j} \hat{s}_j^2$$

### 3.2.2.3. Çok Yıllık Prim Riski

Çok yıllık prim riski ise çok yıllık hayat-dışı sigorta riskinin gelecek yıllar için elde edilmiş halidir. Bir diğer deyişle, çok yıllık rezerv riski gelecek yıllar için m yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonuçlarının tahmini varyansına eşittir.

$$\begin{aligned}
 V \left[ \hat{CDR}_{NY}^{(n \rightarrow n+m)} \right] &= \sum_{j=1}^m \left[ \left( \sum_{t=1}^{m-j+1} v_{n+t} \right) \frac{{}^{(n+m)}v_{+}^2}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}^2} + {}^{(n)}v_{> j} \frac{{}^{(n+m)}v_{> j}^2}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}^2} \right] \hat{S}_j^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{{}^{(n)}v_{\leq j}} \\
 &= x \left[ \left( \sum_{t=1}^{m-j+1} v_{n+t} \right) \frac{{}^{(n+m)}v_{+}^2}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}^2} + {}^{(n)}v_{> j} \frac{{}^{(n+m)}v_{> j}^2}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}^2} \right]^2 \hat{S}_j^2 \\
 &+ \sum_{j=m+1}^n \frac{\left( \sum_{t=1}^m v_{n+t} \right)^2}{{}^{(n+m)}v_{\leq j}^2} \left( \sum_{t=1}^m v_{n+1+t-j} \right) \hat{S}_j^2
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Benzer şekilde, m = 1 için eşitlik 1 yıllık prim riskine dönüşmektedir:

$$V \left[ \hat{CDR}_{NY}^{(n \rightarrow n+1)} \right] = v_{n+1} \left( 1 + \frac{v_{n+1}}{{}^{(n)}v_{+}} \right) \hat{S}_1^2 + \sum_{j=2}^n \frac{v_{n+1}^2}{{}^{(n+1)}v_{\leq j}^2} \frac{v_{n+2-j}}{{}^{(n)}v_{\leq j}} \hat{S}_j^2$$

### 3.2.2.4. Rezerv Riski ile Prim Riski arasındaki ilişki

Ödenmemiş hasarların tahminleri ile gelecek yılların hasar miktarlarının tahminleri aynı modelin parametrelerine bağlı olarak elde edildiği halde, önceki ve yeni kaza yılları için hasar gelişim sonuçları bağımsız değildir.



Rezerv riski ile prim riski arasındaki korelasyon katsayısı Eşitlik (3.6) ile hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} & \hat{C}orr \left[ \hat{C}DR_{PY}^{(n \rightarrow n+m)}, \hat{C}DR_{NY}^{(n \rightarrow n+m)} \right] \\ &= \frac{\hat{V} \left[ \hat{C}DR^{(n \rightarrow n+m)} \right] - \hat{V} \left[ \hat{C}DR_{PY}^{(n \rightarrow n+m)} \right] - \hat{V} \left[ \hat{C}DR_{NY}^{(n \rightarrow n+m)} \right]}{2 \sqrt{\hat{V} \left[ \hat{C}DR_{NY}^{(n \rightarrow n+m)} \right]} \sqrt{\hat{V} \left[ \hat{C}DR_{PY}^{(n \rightarrow n+m)} \right]}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

### 3.2.2.5. Gelecek 1 Yıllık Gözlenebilir Hasar Gelişim Sonucunun Tahmininin Varyansı

$t \in N_0$  olsun. Gelecek takvim yılı  $n+t+1$  yılındaki gözlenebilir hasar gelişim sonucunun 1 yıllık değişkenliğinin bir tahmin edicisi olan varyans şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\hat{V} \left[ \hat{C}DR^{(n+t \rightarrow n+t+1)} \right] = \sum_{j=1}^n \frac{{}^{(n+t+1)}v_+^2}{{}^{(n+t)}v_{\leq j} \cdot {}^{(n+t+1)}v_{\leq j}} v_{n+t+2-j} \hat{S}_j^2$$

Herhangi bir kaza yılı için bu hesap Eşitlik (3.6) yardımıyla yapılmaktadır.

$t \in N_0$  olsun. Gelecek takvim yılı  $n+t+1$  yılındaki gözlenebilir hasar gelişim sonucunun 1 yıllık değişkenliğinin bir tahmin edicisi olarak varyans Eşitlik (3.7) ile hesaplanmaktadır:

$$\hat{V} \left[ \hat{C}DR_i^{(n+t \rightarrow n+t+1)} \right] = v_i \left( 1 + \frac{v_i}{{}^{(n+t)}v_{\leq j}} \right) \hat{S}_{n+t+2-i}^2 + v_i^2 \sum_{j=n+t+3-i}^n \frac{v_{n+t+2-j}}{{}^{(n+t+1)}v_{\leq j}^2} \left( 1 + \frac{v_{n+t+2-j}}{{}^{(n+t)}v_{\leq j}} \right) \hat{S}_j^2$$

$$\begin{aligned} & \hat{V} \left[ \hat{C}DR_i^{(n+t \rightarrow n+t+1)} \right] = v_i \left( 1 + \frac{v_i}{{}^{(n+t)}v_{\leq j}} \right) \hat{S}_{n+t+2-i}^2 \\ & + v_i^2 \sum_{j=n+t+3-i}^n \frac{v_{n+t+2-j}}{{}^{(n+t+1)}v_{\leq j}^2} \left( 1 + \frac{v_{n+t+2-j}}{{}^{(n+t)}v_{\leq j}} \right) \hat{S}_j^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

$0 \leq t \leq n-2$  için gelecek 1 yıllık gözlenebilir hasar gelişim sonucunun değişkenliğinin bir tahmin edicisi olarak varyans şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$V \left[ \hat{CDR}_{PY}^{(n+t \rightarrow n+t+1)} \right] = \sum_{j=t+2}^n \frac{{}^{(n)}v_+^2}{{}^{(n+t)}v_{\leq j} {}^{(n+t+1)}v_{\leq j}} v_{n+t+2-j} \hat{s}_j^2$$

## 4. UYGULAMA

Tezin uygulama kısmı için, T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı, Sigortacılık Genel Müdürlüğü'nden, zorunlu trafik sigortası dalında hizmet vermekte olan 25 şirkete ilişkin ödenmiş 2007-2013 yıllarına ait çeyrek dönemlik hasar miktarları verilerinin yer aldığı gelişim üçgenleri ve prim miktarları alınmıştır. 2007-2013 yılları arasındaki prim miktarları her çeyrek dönem için eksiksiz bir şekilde verilmiş olan 23 şirkete ilişkin prim miktarlarının grafikleri zaman içerisinde primlerin artış miktarına göre incelenmiştir. Geçmiş yıllardaki prim miktarları doğrusal artan bir şirketin, prim miktarlarının gelecekte artış biçimi varsayımına göre doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere 2 şekilde incelenmiştir.

### **4.1. Gelecek Yıllara ait Primlerin Doğrusal Biçimde Artması varsayımına İlişkin Uygulama Sonuçları**

23 şirket arasından seçilen, Türkiye'de halihazırda zorunlu trafik sigortası poliçesi satan, geçmiş yıllara ait primleri düzgün bir desene uygun biçimde artan bir şirketin gelecek yıllara ait primleri doğrusal biçimde artacağı varsayılarak incelenmiştir. Bu şirkete ilişkin ödenmiş hasar miktarı verileri Ek 1'de verilmiştir.

Bu şirketin hasar miktarları bilinen dönemlerdeki prim miktarları ve gelecek yıllar için prim miktarlarının doğrusal artması varsayımıyla gelecek 3 yıla ait prim tahminleri Çizelge 4.1’de yer almaktadır.

**Çizelge 4.1.** Prim miktarları ve tahminleri

Kaza yılı i		Prim	Kaza yılı i		Prim
1	2007Q1	30.542.768,5	21	2012Q1	82.517.599
2	2007Q2	27.444.071,2	22	2012Q2	89.576.027
3	2007Q3	30.042.957,4	23	2012Q3	96.316.269
4	2007Q4	33.116.540,3	24	2012Q4	103.891.234
5	2008Q1	35.016.535,6	25	2013Q1	105.057.550
6	2008Q2	36.975.229,4	26	2013Q2	112.589.844
7	2008Q3	36.994.258	27	2013Q3	120.316.078
8	2008Q4	38.330.344,6	28	2013Q4	142.612.597
9	2009Q1	39.216.905	29	2014Q1	146.206.761
10	2009Q2	41.174.327,8	30	2014Q2	149.800.924
11	2009Q3	44.294.204,5	31	2014Q3	153.395.088
12	2009Q4	47.590.908,5	32	2014Q4	156.989.252
13	2010Q1	49.938.910,9	33	2015Q1	160.583.415
14	2010Q2	51.174.033,6	34	2015Q2	1.641.77.579
15	2010Q3	55.163.653,7	35	2015Q3	167.771.743
16	2010Q4	57.732.277,8	36	2015Q4	171.365.906
17	2011Q1	54.952.975,6	37	2016Q1	174.960.070
18	2011Q2	56.428.189,6	38	2016Q2	178.554.234
19	2011Q3	63.688.729,4	39	2016Q3	182.148.397
20	2011Q4	70.464.495,2	40	2016Q4	185.742.561

Gelecek 3 yıla ait prim tahminlerini hesaplayabilmek için elde edilen regresyon modeli Eşitlik (4.1)’deki gibidir:

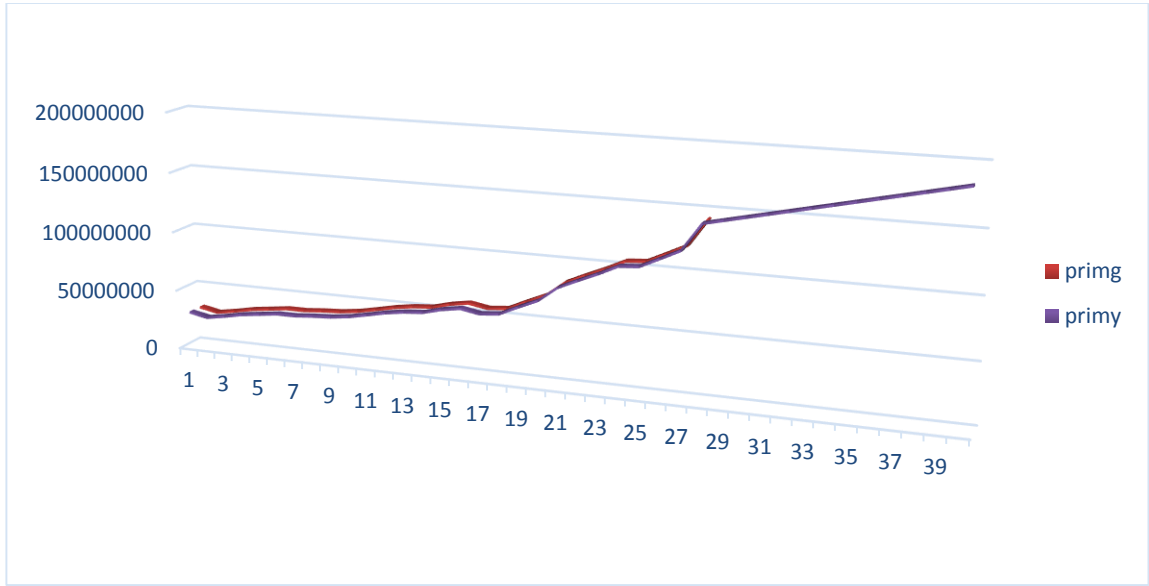
$$\hat{y}_i = 10497466,86 + 3594163,651\hat{x}_i \quad (4.1)$$

Bu modelde  $\hat{x}_i$  kaza yılını,  $\hat{y}_i$  ise o kaza yılına ilişkin prim tahminini göstermektedir. Bu modele göre 28.dönem için prim tahmini yapılmış,

gerçek değer ile tahmin arasındaki fark 10497466,86 katsayısına eklenerek bu katsayı düzeltilmiştir.

Buna göre yeni regresyon modeli Eşitlik (4.2)'deki gibi olmaktadır:

$$\hat{y}_i = 41976014,76 + 3594163,651\hat{x}_i \quad (4.2)$$



**Şekil 4.1.** Primlerin doğrusal biçimde artması varsayımı için prim miktarları

Şirketin geçmiş yıllara ait prim miktarları ve gelecek yıllara ait prim tahminleri Şekil 4.1'de gösterilmektedir. Bu grafikte "primg" şirketin 2007-2013 yıllarına ait çeyrek dönem prim miktarlarıdır. "primy" ise 2013'ten sonra gelecek 3 yıl için çeyrek dönemlik prim tahminlerinin doğrusal regresyon ile tahmin edildiği durum için çizilmiştir.

Her bir kaza ve gelişim yılı için  ${}^{(n)}\hat{m}_k$ ,  $\hat{s}_k^2$  parametreleri ile  ${}^{(j)}v_{\leq k}$ ,  ${}^{(j)}v_+$ ,  ${}^{(j)}v_{>k}$  değerleri hesaplanarak bu değerler yardımıyla hasar gelişim

sonuçları hesaplanmıştır. Eşitlik (3.1) ve Eşitlik (3.2) yardımıyla hesaplanan parametre tahmin değerleri Çizelge 4.2’de verilmiştir.

**Çizelge 4.2.** Parametre tahminleri

k	$\hat{m}_k^{(n)}$	$\hat{s}_k^2$	k	$\hat{m}_k^{(n)}$	$\hat{s}_k^2$
1	0,182425	176172,3	15	0,002514	69,89673
2	0,377896	519366,3	16	0,002148	84,95413
3	0,108408	127553	17	0,00256	42,14922
4	0,022932	5519,083	18	0,00163	57,48906
5	0,010472	401,793	19	0,00106	54,16382
6	0,008066	350,5881	20	0,001575	40,7017
7	0,006323	426,5692	21	0,001487	28,30703
8	0,00505	314,4503	22	0,001847	63,88908
9	0,002983	336,4783	23	0,001509	97,10007
10	0,002864	261,8237	24	0,001095	16,6107
11	0,002719	154,9293	25	0,000653	4,954716
12	0,001966	86,86564	26	0,001141	23,9515
13	0,002237	84,45999	27	0,001733	0,122534
14	0,001425	78,03922	28	-0,00021	0,122534

Parametre tahminlerinin elde edilmesiyle Eşitlik (3.3) kullanılarak 2013 yılının son çeyreğinden önceki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmini 152.737.843, 2013 yılının son çeyreğinden sonraki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmini 1.506.729.244, toplam ayrılması gereken rezerv miktarı tahmini ise 1.659.467.087 olarak bulunmuştur.

2013 yılının son çeyreğinden önceki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 11.485.531, 2013 yılının son çeyreğinden sonraki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 60.898.197, toplam ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası ise 64.344.699’dur. Son kaza yılından önceki ve sonraki yıllara ait rezerv tahminine ilişkin standart hatalar rezerv tahminlerine bölünerek

değişim katsayıları hesaplanmıştır. Bu katsayılar önceki yıllar için %7,52, sonraki yıllar için %4,04 ve toplam rezerv tahmini için %3,88 olarak bulunmuştur.

Çizelge 4.3'teki verilen sonuçlar Eşitlik (3.4), (3.5) ve (3.6) yardımıyla hesaplanmıştır. Bu sonuçlar gelecek m yıl için rezerv riski, prim riski ve rezerv riski ile prim riski arasındaki korelasyonu vermektedir.

**Çizelge 4.3.** Rezerv riski, prim riski ve aralarındaki korelasyon

m	Rezerv riski	Prim riski	Korelasyon
1	10.142.107,4	5.349.865,9	0,1580998
2	11.173.312,5	12.659.707	0,1490184
3	11.260.977,2	18.508.724	0,1559602
4	11.303.321,5	23.568.074	0,1658876
5	11.337.932,6	28.278.033	0,1754061
6	11.366.402,8	32.817.198	0,1839591
7	11.389.061	37.273.359	0,1915296
8	11.407.472,1	41.695.527	0,1982356
9	11.422.040,7	46.114.546	0,2041867
10	11.433.505,5	50.550.435	0,2094918
11	11.442.770,6	55.016.925	0,2142496
12	11.450.670,7	59.524.055	0,2185446

n = 28 değerine denk gelen 2013 yılının 4. çeyreği için 1 yıllık ileri döneme bakılacak olursa; rezerv riskinin 11.303.321,5, prim riskinin ise 23.568.074 olacağı görülmektedir. Bu sonuçlardan, 2014 yılının 4. çeyreğinden önce oluşan ve bu dönem içinde ödenmesi beklenen hasar miktarı tahmin edilenden 11.303.321,5 lira fazla olduğu görülmektedir.

Aynı dönem için prim riskinin 23.568.074 olduğu görülmektedir. Bu miktar 2014 yılının 4. çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarıdır.

Aynı dönem için rezerv riski ile prim risk arasındaki korelasyon %16,6 olarak bulunmuştur.

**Çizelge 4.4.** Rezerv riski ve prim riski

t	Rezerv riski	Prim riski
0	10.142.107,44	5.349.865,89
1	4.688.344,05	9.078.568,99
2	1.402.388,5	4.496.449,61
3	977.482,09	938.545,18
4	885.233,59	262.857,55
5	803.987,78	245.007,61
6	718.051,99	266.747,9
7	647.849,22	229.625,59
8	576.708,63	235.820,39
9	511.893,52	208.075,15
10	460.382,22	161.291,31
11	425.276,88	122.545,39
12	394.181,53	120.245,99

Çizelge 4.4'teki sonuçlar Eşitlik (3.7) yardımıyla hesaplanmıştır. Bu sonuçlar  $n+t$  yılından 1 yıllık gelecek yıl için rezerv riski, prim riski ve rezerv riskini vermektedir.

$t = 4$  değerine denk gelen 885.233,59 değeri 2014 yılının son çeyrek döneminden bir sonraki çeyrek döneme bakıldığında elde edilen hasar gelişim sonucudur.



Aynı dönem için prim riski 262.857,55 değerine eşittir. Bu miktar ise 2015 yılının ilk çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarıdır.

#### **4.2. Gelecek Yıllara ait Primlerin Doğrusal Olmayan Biçimde Artması varsayımına İlişkin Uygulama Sonuçları**

Gelecek yıllara ait prim miktarlarının doğrusal artacağı varsayımıyla hesaplamalar yapılan şirketin, gelecek yıllara ait primlerinin doğrusal olmayan şekilde artacağı varsayılarak incelenmiştir.

Bu şirketin hasar miktarları bilinen dönemlerdeki prim miktarları ve gelecek yıllar için prim miktarlarının doğrusal olmayan bir artış göstermesi varsayımıyla gelecek 3 yıla ait prim tahminleri Çizelge 4.5'te yer almaktadır.

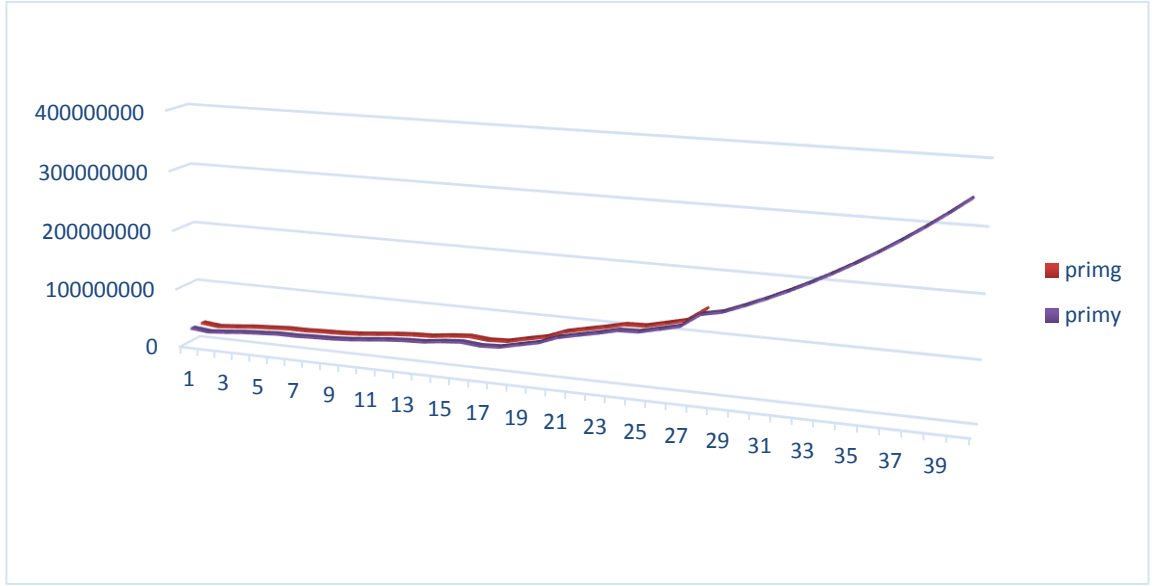
**Çizelge 4.5.** Prim tahminleri

Kaza yılı i		Prim	Kaza yılı i		Prim
1	2007Q1	3.0542.768,5	21	2012Q1	82.517.599
2	2007Q2	27.444.071,2	22	2012Q2	89.576.027
3	2007Q3	30.042.957,4	23	2012Q3	96.316.269
4	2007Q4	33.116.540,3	24	2012Q4	103.891.234
5	2008Q1	35.016.535,6	25	2013Q1	105.057.550
6	2008Q2	36.975.229,4	26	2013Q2	112.589.844
7	2008Q3	36.994.258	27	2013Q3	120.316.078
8	2008Q4	3.8330.344,6	28	2013Q4	142.612.597
9	2009Q1	39.216.905	29	2014Q1	149.259.348
10	2009Q2	41.174.327,8	30	2014Q2	161.987.086
11	2009Q3	44.294.204,5	31	2014Q3	17.5721.570
12	2009Q4	47.590.908,5	32	2014Q4	190.505.578
13	2010Q1	49.938.910,9	33	2015Q1	206.381.889
14	2010Q2	51.174.033,6	34	2015Q2	223.393.281
15	2010Q3	55.163.653,7	35	2015Q3	241.582.533
16	2010Q4	57.732.277,8	36	2015Q4	260.992.423
17	2011Q1	54.952.975,6	37	2016Q1	281.665.730
18	2011Q2	56.428.189,6	38	2016Q2	303.645.233
19	2011Q3	63.688.729,4	39	2016Q3	326.973.709
20	2011Q4	70.464.495,2	40	2016Q4	351693.938

Gelecek 3 yıla ait prim tahminlerini hesaplayabilmek için elde edilen regresyon modeli Eşitlik (4.3)'teki gibidir:

$$\hat{y}_i = 25799630,34 + 2271966,34\hat{x}_i - 138305,616\hat{x}_i^2 + 7129,76\hat{x}_i^3 \quad (4.3)$$

Bu modelde  $\hat{x}_i$  'ler kaza yılını,  $\hat{y}_i$  ise o kaza yılına ilişkin prim tahminini göstermektedir.



**Şekil 4.2.** Primlerin doğrusal olmayan biçimde artması varsayımı için prim miktarları

Şirketin geçmiş yıllara ait prim miktarları ve gelecek yıllara ait prim tahminleri Şekil 4.2'de gösterilmektedir. Aynı şekilde bu grafikte de "primg" şirketin 2007-2013 yıllarına ait çeyrek dönem prim miktarlarıdır. "primy" ise 2013'ten sonra gelecek 3 yıl için çeyrek dönemlik prim tahminlerinin doğrusal olmayan regresyon ile tahmin edildiği durum için çizilmiştir.

Her bir kaza ve gelişim yılı için  $^{(n)}\hat{m}_k$ ,  $\hat{s}_k^2$  parametreleri ile  $^{(j)}v_{\leq k}$ ,  $^{(j)}v_+$ ,  $^{(j)}v_{>k}$  değerleri hesaplanarak bu değerler yardımıyla hasar gelişim sonuçları hesaplanmıştır.

Hesaplanan tahmini parametre değerleri, Çizelge 4.2'de verilen değerlerle aynıdır. Parametre tahminlerinin elde edilmesiyle Eşitlik (3.3) kullanılarak 2013 yılının son çeyreğinden önceki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmini 15.273.7843, 2013 yılının son çeyreğinden sonraki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmini 2.174.047.720, toplam ayrılması gereken rezerv miktarı tahmini ise 2.326.785.563 olarak bulunmuştur.

2013 yılının son çeyreğinden önceki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 1.1485.531, 2013 yılının son çeyreğinden sonraki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 81.624.080, toplam ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası ise 85.011.114'tür. Son kaza yılından önceki ve sonraki yıllara ait rezerv tahminine ilişkin standart hatalar rezerv tahminlerine bölünerek değişim katsayıları hesaplanmıştır. Bu katsayılar önceki yıllar için %7,52, sonraki yıllar için %3,75 ve toplam rezerv tahmini için %3,65 olarak bulunmuştur.

Çizelge 4.6'daki sonuçlar gelecek m yıl için rezerv riski, prim riski ve rezerv riski ile prim riski arasındaki korelasyonu vermektedir.

**Çizelge 4.6.** Rezerv riski, prim riski ve iki risk arasındaki korelasyon

m	Rezerv riski	Prim riski	Korelasyon
1	10.142.107,4	5.411.068,8	0,1595751
2	11.173.312,5	12.944.418,6	0,1532436
3	11.260.977,2	19.292.032,6	0,1621351
4	11.303.321,5	25.125.413,9	0,1738456
5	11.337.932,6	30.894.599,8	0,1850167
6	11.366.402,8	36.798.680,9	0,1950808
7	11.389.061	42.950.204,1	0,2040134
8	11.407.472,1	49.425.212,8	0,2119325
9	11.422.040,7	56.283.095,6	0,2189516
10	11.433.505,5	63.573.649,9	0,2251863
11	11.442.770,6	71.341.457,3	0,2307445
12	11.450.670,7	79.628.440,3	0,2357209

Çizelge 4.6'daki sonuçlar Eşitlik (3.4), (3.5) ve (3.6) yardımıyla hesaplanmıştır. Bu sonuçlar ile Çizelge 4.3'teki sonuçlar karşılaştırıldığında rezerv riskinin aynı olduğu, prim riskinin ve buna bağlı olarak rezerv riski ile prim riski arasındaki korelasyonun değiştiği görülmektedir.

n = 28 değerine denk gelen 2013 yılının 4. çeyreği için 1 yıllık ileri döneme bakılacak olursa; rezerv riskinin aynı olduğu, prim riskinin ise 25.125.413,9 lira ile Çizelge 4.3'teki karşılık gelen değere göre daha büyük bir değer olduğu görülmektedir. Bu miktar ise 2014 yılının 4. çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarıdır.

Aynı dönem için rezerv riski ile prim risk arasındaki korelasyon %17,4 olarak bulunmuştur.

**Çizelge 4.7.** Gelecek 1 yıl için rezerv riski ve prim riski

t	Rezerv riski	Prim riski
0	10.142.107,44	5.411.068,79
1	4.688.344,05	9.180.385,12
2	1.402.388,5	4.546.825,74
3	977.482,09	949.122,90
4	885.233,59	266.002,38
5	803.987,78	247.929,39
6	718.051,99	269.865,41
7	647.849,22	232.320,34
8	576.708,63	238.556,27
9	511.893,52	210.490,14
10	460.382,22	163.186,17
11	425.276,88	122.545,39
12	394.181,53	121.679,80

Çizelge 4.7'deki sonuçlar Eşitlik (3.7) yardımıyla hesaplanmıştır. Bu sonuçlar  $n+t$  yılından 1 yıllık gelecek yıl için rezerv riski, prim riski ve rezerv riskini vermektedir.

Sonuçlar Çizelge 4.4'teki sonuçlar ile karşılaştırıldığında rezerv riskinin aynı olduğu görülmektedir.  $t = 4$  değeri için 2014 yılının son çeyrek döneminden bir sonraki çeyrek döneme bakıldığında prim riski 266.002,38 değerine eşittir. Bu miktar ise 2015 yılının ilk çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarıdır. Çizelge 4.6'daki sonuçlarda olduğu gibi, primlerin doğrusal

olmayan regresyon yöntemi kullanılarak tahmin edilmesi prim riskini artırmıştır.

## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışma ile gelecekteki herhangi bir kaza yılı için rezerv riski ve prim riskinin tahmini elde edilmiştir. Böylece çok yıllık hasar gelişim sonucunun tahminindeki belirsizlikler ortaya konmuştur. Rezerv riski ve prim riskinin öngörülebilmesi için toplamsal hasar rezerv yöntemi kullanılmıştır. Uygulama kısmında, seçilen bir şirketin hasar gelişim üçgeni verisi ve prim miktarları kullanılarak toplamsal hasar rezerv yöntemi parametreleri bulunmuştur. Bu parametreler ile geçmiş ve gelecek yıllara ait prim miktarları kullanılarak yapılan hesaplamalarda şirketin gelecek 1 yıllık ve m yıllık rezerv riski ile prim riski elde edilmiştir. Ek olarak bu iki risk arasındaki korelasyon değerleri hesaplanmıştır.

Prim riskinin elde edilebilmesi için gelecek yıllara ait prim tahminleri, geçmiş yıllardaki prim miktarları doğrusal olarak artan bir şirket üzerinden iki farklı varsayım altında elde edilmiştir. Birincisinde gelecek yıllara ait primlerin de doğrusal biçimde artacağı, ikincisinde ise gelecek yıllara ait primlerin doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayılmıştır. Bu iki varsayım altında yapılan hesaplamalar karşılaştırıldığında, primlerin doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayımı ile prim riskinin daha fazla olduğu görülmüştür. Buna bağlı olarak rezerv riski ile prim riski arasındaki korelasyon da artmıştır.

Son yıllarda, özellikle de Solvency II ile birlikte, rezerv tahminlerinin gerçek değerleri ile arasındaki farklardan kaynaklanacak potansiyel kayıpların tahmini ile de ilgilenilmektedir. Solvency II'de yer alan rezerv riski, şirketlerin teknik karşılıklarını belirlerken yanlış tahminlerde bulunmaları sonucu rezervlerin yetersiz kalması anlamına gelmektedir. Ayrıca Solvency II kapsamında hasar gelişim sonuçlarının elde edilmesi şirketlerin bilançosunda önemli bir yere sahiptir. Bu

durumda, hasar rezervi hesaplamaları, rezerv ve prim riskinin belirlenmesi ile hasar gelişim sonuçlarındaki belirsizlik şirketler için öncelikli bir problem haline gelmiştir. Bu çalışmada söz konusu belirsizlikler incelenmiş ve şirketin rezerv miktarlarındaki oynaklıklar elde edilmiştir.

İleride yapılacak olan çalışmalar için prim tahminlerinin farklı yöntemler kullanılarak hesaplanması önerilmektedir.



## KAYNAKLAR

- [1] Ohlsoon, E., Lauzenings, J., The one-year non-life insurance risk, *Insurance : Mathematics and Economics* ,45 (2), 203-208, **2009**.
- [2] CEIOPS, Own Risk and Solvency Assesment (ORSA) Issues Paper, **2008**.
- [3] Böhm, H., Glaab, H., Risk modelling with triangulation data, *Annual Meeting of the German Actuarial Society*, **2006**.
- [4] Merz, M., Wüthrich, M.V., Modelling the claims development result for solvency purposes, *Casualty Actuarial Society*, 542-568, **2008**.
- [5] Mack, T., Das Kalenderjahr-Risiko im Zuwachsquoten-Modell, Annual Meeting of the German Actuarial Society, *ASTIN-Tagung*, **2009**.
- [6] Merz, M., Wüthrich, M.V., Full and 1-year runoff risk for credibility-based additive loss reserving method, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, **2010**.
- [7] Diers, D., Linde, M. The multi-year non-life insurance risk in the additive loss reserving model, *Insurance : Mathematics and Economics*, **2013**.
- [8] Bühlmann, H., De Felice, M., Gisler, A., Moriconi, F., Wüthrich, M.V., Recursive credibility formula for chain ladder factors and the claims development result, *ASTIN Bulletin*, 39/1, 275-306, **2009**.
- [9] Dahms, R., Merz M., Wüthrich, M.V., Claims development result for combined claims incurred and claims paid data, *Bulletin Franc Ais D'actuariat*, 9/18 , 5-39, **2009**.
- [10] Merz, M., Wüthrich, M.V., Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance, Wiley, **2008**.

- [11] Merz, M., Wüthrich, M.V., Prediction error of the multivariate additive loss reserving method for dependent lines of business, *Variance* 3, 131–151, **2009**.
- [12] Merz, M., Wüthrich, M.V., Lysenko, N., Uncertainty of the claims development result in the chain ladder method, *Scandinavian Actuarial Journal*, 63-84, **2009**.
- [13] Merz, M., Wüthrich, M.V., Salzmänn, R., Higher moments of the claims development result in general insurance, *ASTIN Bulletin*, 42/1, 355-384, **2012**.
- [14] De Felice, M., Moriconi, F., *Insurance companies and pension funds, valuation models and asset-liability management*, Working paper n.1, **2003**.
- [15] Matarazzo, L., Cavastracci, S., Pasqualini, S., De Felice, M., Moriconi, F., Reserve requirements and capital requirements in non-life insurance, *ISVAP*, **2006**.
- [16] Eling, M., Gatzert, N., Schmeiser, H., *Swiss Solvency Test and Its Market Implications-Working Papers on Risk Management and Insurance*, No:53, **2008**.
- [17] Directive of the European Parliament, Article 101.
- [18] Bühlmann, H., Wüthrich, M.V., The one-year runoff uncertainty for discounted claims reserves, *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, Vol. LXXI, 1–37, **2008**.
- [19] Boisseau, J., *One-year reserve risk including a tail factor: closed formula and bootstrap approaches*, Working Paper, No:138, **2011**.

[20] Marron, D., Mulligan, R., *Non-life insurance technical provisions prediction errors : 'ultimo' and one-year perspectives*, **2011**.

[21] De Felice, M., Moriconi, F., *Process error and estimation error of year-end reserve estimation in the distribution free chain-ladder model*, Alef Working Paper, Rome, **2006**.

[22] Mack, T., Distribution-free calculation of the standard error of chain-ladder reserves estimates, *ASTIN BULLETIN*, Vol. 23, No. 2, **1993**.

[23] Mack, T., *Stochastische Schaden-Reservierung*, Lecture notes of the Correspondent Seminar Organized by the German Actuarial Academy DAA (Deutsche Aktuar-Akademie), Cologne, **2009**.

[24] Mack, T., *Schadenversicherungsmathematik*, Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe, **2002**.

## **EKLER**

EK 1. Örnek şirkete ilişkin hasar gelişim üçgeni verisi

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
1	6613076	9352170,33	3080642	712100	245917	189420	124153	82296,45	83260,1	-30952	104587	7286,69	86232,5	15432,5	32499,4	95173,7	78218,2	38831,7	3515,58	32427,8	30500,4	681,71	121691	53620,1	26002,1	52900,9	51589	-6489,6	
2	6736416	11426677,4	3657563	794874	439101	248281	51960,1	85165,93	23316,3	46959,1	49818,1	149311	55455,9	31080,9	48067,8	89553,3	49604,5	88259,9	3457,5	115,6	73358,1	44250,1	5162,17	58286,9	23424,8	44000,2	48882		
3	7091617	15160544	4100103	1256374	376891	262301	232592	137026,2	8526,55	9410,43	130805	100746	23755,8	8372,06	83838,4	-3607,3	76424,3	16069,1	99802,1	120362	48061,9	104341	44236,9	18405,4	1291,42	3579,96			
4	8628716	15524950,9	5197783	802054	268731	242899	274673	101098,7	-38488,4	55106,8	-4276,1	28939,5	-1244,67	53860,9	121711	11367,1	80786,1	5915,22	31456,2	62535	4763,57	112567	4427,85	21223	28383,9				
5	9013839	12779681	4460335	1002115	371045	261080	182504	96211,04	49942,3	-7457,8	80163	28810,7	87755,6	-64083,5	19377,2	170872	100695	45691,7	24728,1	33689,5	14971,7	77486,4	114410	19402,8					
6	7077392	14154265,1	5125530	1705904	694118	135912	106119	267960,2	121251	79780,3	39662,9	24452,6	67668,5	20414,7	195812	140215	190434	-5232,4	46757,8	88653,5	82720	4109,5	1562,62						
7	8139952	13676265,5	8140108	1827129	355419	214792	349909	202570,9	72840,1	41503,3	306763	97939,5	21629,9	54384,7	186903	35716,1	119592	120320	11323,3	26909,8	89396,1	81675,6							
8	7042572	18010203,4	6514231	864953	453384	164868	224281	164170,7	-8037,37	82589,4	148986	134293	29850,9	93047,2	93615,4	84603	22910,6	10997,7	-1239,4	50268,1	55450								
9	9494092	18369053	5929083	1182805	448006	362511	140171	127693	-31012,4	25918,6	126167	92632,3	68806,3	75456,7	74678,1	61117,6	70428,4	98703,5	16851,3	69664,3									
10	9440098	18488993	7141991	1507686	616314	233037	251373	187588,2	-92124,7	389532	83057	204507	208488	159596	71935,2	100116	105814	104465	132990										
11	9606200	19933937,3	7519386	1622270	375898	352393	383611	147589,5	73227,7	331534	249403	98157,3	137340	54649,2	101216	98296	98414	116922											
12	10844129	20690700,6	7426228	1260364	451753	334561	118270	163266,3	264038	124243	73709,2	44876,3	224840	19740,3	82609,7	5346,23	135149												
13	10499747	17792383,4	6134489	1466105	473490	233052	206387	217439,5	19602,5	67099,6	136315	11608,9	167456	106079	87210,9	165018													
14	10637015	20041744	7837969	1136662	602323	406702	250872	215169,2	221162	130943	35873	82580,9	99181,5	181235	162888														
15	10713245	22520292,1	8105206	1164730	597774	337689	484409	284131,3	231469	110650	42099,4	63908,9	132410	41646,8															
16	10892762	22528090,1	5974330	807794	596214	353474	202976	306245,9	235285	278814	124156	85755,6	54727,9																
17	11174278	22929674,9	4303599	1029111	334402	451506	200223	117019,4	256854	156381	187545	139769																	
18	13347822	25840397,9	6223902	1364196	529694	341587	430213	335367,6	298909	207264	168506																		
19	13014412	34151795,1	7672297	1603295	565632	725339	532575	849776,3	453911	277108																			
20	17692709	36036567,9	8916045	1470299	983994	703916	971577	452339,9	441509																				
21	19625418	36295825,6	7478816	1586521	773833	1082582	426213	422563,7																					
22	16741560	32822594,6	9713727	1648600	1104876	647119	635539																						
23	16230014	38941574,2	8080216	1969412	969360	1141236																							
24	16251238	32135125,5	5303325	1022500	698194																								
25	14494663	25344870,6	3222201	783865																									
26	14521604	25849278,7	4293736																										
27	12823490	27822272,8																											
28	11432572																												

## ÖZGEÇMİŞ

### Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : Rümeyza Karataş

Doğum Yeri : Ankara

Medeni Hali : Bekar

E-posta : rmys@hacettepe.edu.tr

Adres : Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü

### Eğitim

Lise : Tokat Fen Lisesi, 2003-2007

Lisans : Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri,2008-2012

Yüksek Lisans : Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri,2012-2014

### Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce, İleri

### İş Deneyimi

Hacettepe Üniversitesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü, 2012-...

### Deneyim Alanları

### Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

### Tezden Üretilmiş Yayınlar

### Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı

### Toplantılar