



**UÇ DEĞERLER TEORİSİ VE RİSKE MARUZ DEĞER**

**EXTREME VALUE THEORY AND VALUE AT RISK**

**EMRAH ALTUN**

**PROF. DR. HASAN HÜSEYİN TATLIDİL**

**Tez Danışmanı**

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliğinin

İstatistik Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2014

**EMRAH ALTUN'** un hazırladığı “**Uç Değerler Teorisi ve Riske Maruz Değer**” adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'** nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

(Doç. Dr. Kasırga YILDIRAK)

.....

Danışman

(Prof. Dr. Hasan Hüseyin TATLIDİL)

.....

Üye

(Yrd. Doç. Dr. Filiz KARDİYEN)

.....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

/ /2014

EMRAH ALTUN

## ÖZET

### UÇ DEĞERLER TEORİSİ VE RİSKE MARUZ DEĞER

EMRAH ALTUN

Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. HASAN HÜSEYİN TATLIDİL

Mayıs 2014, 80 Sayfa

Riske Maruz Değer (RMD), belirli bir güven düzeyinde, belirlenen elde tutma süresince, ilgili yatırımının uğrayabileceği maksimum zarar miktarını ölçen yöntemdir. Klasik RMD modelleri incelendiğinde, bu modellerin normal dağılım varsayımına dayandığı görülmektedir. Finansal getiri serilerinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu yapıya sahip olmaları nedeniyle, normal dağılım varsayımı altında hesaplanan RMD öngörülleri gerçek piyasa koşullarını yansıtmamaktadır. Konuya ilişkin literatür taraması sonucunda, Uç Değerler Teorisi'nin (UDT), finansal getiri serilerindeki kalın kuyruklu yapıyı modellemek için kullanıldığı görülmüştür.

Tez çalışmasında, öncelikle klasik RMD modelleri incelenmiştir. UDT teorik yapısıyla birlikte ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Uygulama bölümünde BİST-30 endeksinde yer alan bankaların günlük getiri serileri kullanılarak statik RMD modellerine ilişkin sonuçlar elde edilmiş, istatistiksel ve finansal olarak yorumlanmıştır. Dinamik RMD modelleri altında GARCH-normal, GARCH-t, GARCH-UDT, GARCH-Monte Carlo ve Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon modellerine yer verilmiştir. Dinamik RMD modellerinin öngörü performansları Geriye Dönük Testler yardımıyla değerlendirilmiştir. Geriye Dönük Test sonuçları incelendiğinde, GARCH-UDT modelinin diğer dinamik modellere göre RMD öngörü performansının daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Riske Maruz Değer, Beklenen Kayıp, Uç Değerler Teorisi, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı, Geriye Dönük Test, ARCH, GARCH

## **ABSTRACT**

### **EXTREME VALUE THEORY AND VALUE AT RISK**

**EMRAH ALTUN**

**Master of Science, Department of Statistics**

**Supervisor: Prof. Dr. HASAN HÜSEYİN TATLIDİL**

**May 2014, 80 Pages**

Value-At-Risk (VaR) is a method, measures the maximum loss of the investment for a given confidence interval and holding period. When the classical VaR models are analyzed, it is shown that these models are based on the normal distribution assumption. Because of the fact that financial return series have fatter tail than the normal distribution, VaR forecasts, calculated under the normal distribution assumption, don't reflect the real market conditions. As a result of literature review related to topic, Extreme Value Theory (EVT) is used to model fat-tail structure in financial returns series.

At thesis study, firstly classical VaR models and then EVT with theoretical structure are analyzed comprehensively. In application part, banks in BİST-30 index, using their daily return series, VaR forecast of static VaR models are obtained; results are interpreted statistically and financially. Under dynamic VAR models, GARCH-normal, GARCH-t GARCH-EVT, GARCH-Monte Carlo and Filtered Historical Simulation models are included. Forecast performance of dynamic VaR models are evaluated by means of backtesting method. According to backtesting results, it is concluded that forecast performance of GARCH-EVT model is better than other dynamic models.

**Key Words:** Value-at-Risk, Expected Shortfall, Extreme Value Theory, Generalized Pareto Distribution, Backtesting, ARCH, GARCH

## TEŞEKKÜR

Çalışma sırasında bilimsel katkıları ile bana yardımcı olan, eğitimim süresince yardımlarını esirgemeyen, tez danışmanım ve hocam Prof. Dr. Hüseyin TATLIDİL'e,

Bu günlere gelmemde büyük pay sahibi olan aileme,

Değerli oda arkadaşlarım Arő. Gör. Mustafa Murat ARAT ve Arő. Gör. Hatice YENİAY'a,

teőekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. RİSK VE RİSK YÖNETİMİ.....	3
3. LİTERATÜR TARAMASI.....	5
4. RİSKE MARUZ DEĞER.....	7
4.1. Riske Maruz Değer Hesaplanırken Kullanılan Parametreler .....	8
4.1.1. Elde Tutma Süresi .....	9
4.1.2. Güven Düzeyinin Seçimi ( $1-\alpha$ ).....	9
4.1.3. Volatilite Modelleri .....	9
4.1.3.1. Tarihi Ortalama İle Volatilitenin Hesaplanması.....	10
4.1.3.2. Basit Hareketli Ortalama ile Volatilite Hesaplanması.....	10
4.1.3.3. Ağırlıklı Hareketli Ortalama ile Volatilite Hesaplanması .....	10
4.1.3.4. Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama (EWMA) ile Volatilite Hesaplanması .....	10
4.2 Riske Maruz Değer Hesaplama Yöntemleri.....	11
4.2.1 Varyans-Kovaryans (Parametrik) Yöntemi .....	11
4.2.2 Simülasyona Dayalı Yöntemler.....	13
4.2.2.1 Tarihsel Simülasyon Yöntemi .....	13
4.2.2.2 Monte-Carlo Simülasyon Yöntemi.....	16
4.2.3 Cornish-Fisher Yöntemi .....	18



4.2.4 Beklenen Kayıp .....	19
5.UÇ DEĞERLER TEORİSİ .....	21
5.1. Bloktaki Değerlerin En Büyüğü (BDEB).....	22
5.2. Eşik Seviyesini Aşan Değerler Yöntemi (ESAD) .....	25
5.3 Eşik Seviyesinin Belirlenmesinde Kullanılan Yöntemler .....	28
5.3.1 Ortalama Aşım Grafiği .....	30
5.3.2 Hill Grafiği .....	31
5.3.3 Yüzdesel Aşım.....	31
5.3.4 Parametre Durağanlık Grafiği .....	31
5.4 GPD Parametre Tahmin Yöntemleri .....	32
5.4.1 En Çok Olabilirlik Yöntemi .....	32
5.4.2 Momentler Yöntemi .....	32
5.4.3 Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi .....	33
5.4.4 Temel Yüzdesel Yöntem .....	33
5.4.5. Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması.....	35
5.5. ARCH/GARCH, GARCH-UDT ve Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon Modelleri.....	36
6. GERİYE DÖNÜK TEST (BACKTESTİNG).....	44
6.1 Aşım Sayısı.....	44
6.2 Kupiec Testi.....	45
6.3 Bağımsızlık Testi.....	45
6.4 Christoffersen Testi .....	46
6.5 Binom Dağılımlı Geriye Dönük Test .....	46
7. UYGULAMA.....	48
8. SONUÇ.....	74
KAYNAKLAR.....	76
ÖZGEÇMİŞ.....	80

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

Şekil 4.1. RMD'nin normal dağılım eğrisi altında gösterimi .....	7
Şekil 4.2. BK ve RMD arasındaki ilişki .....	19
Şekil 5.2. Frechet, Weibull ve Gumbel dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları.....	22
Şekil 5.3. Koşulsuz ve koşullu dağılım fonksiyonlarının grafiği .....	26
Şekil 5.4. Ortalama aşım grafiği.....	30
Şekil 5.5. Parametre tahmin yöntemlerinin asimptotik etkinlikleri.....	36
Şekil 7.1. Hisse senetlerinin günlük getiri grafiği .....	50
Şekil 7.2. Vakıfbank hisse senedinin GEV dağılımına uygunluğuna ilişkin grafik .....	52
Şekil 7.3. Vakıfbank hisse senedi için getiri düzeyi grafiği .....	53
Şekil 7.4. Ortalama aşım grafiği.....	54
Şekil 7.5. Vakıfbank hisse senedinin GPD dağılımına uygunluğunun grafiği.....	56
Şekil 7.6. BİST-100 endeksinin ilgili dönem için günlük getiri grafiği .....	59
Şekil 7.7. GARCH-normal modelinin artıklarına ilişkin betimleyici istatistikler.....	61
Şekil 7.8. Standartlaştırılmış artıkların normal dağılıma uygunluğu.....	61
Şekil 7.9. Kayan pencereler yaklaşımında parametre tahminlerinin değişimine ilişkin grafik .....	62
Şekil 7.10. Standartlaştırılmış artıkların t dağılıma uygunluğu.....	63
Şekil 7.11. Standartlaştırılmış artıkların normal dağılıma uygunluğu.....	65
Şekil 7.12. Artıkların GPD dağılımına uyumu .....	66
Şekil 7.13. Dinamik modellerin RMD öngörü değerlerine ilişkin grafik.....	67
Şekil 7.14. Dinamik modellerin RMD öngörü değerlerine ilişkin grafik.....	67
Şekil 7.15. Dinamik RMD modelleri için artık sermaye grafiği (%95 güven düzeyinde) ..	71
Şekil 7.16. Dinamik RMD modelleri için artık sermaye grafiği (%99 güven düzeyinde) ..	71
Şekil 7.17. GARCH-UDT modelinin %95 ve %99 güven düzeyi için BK öngörü değerlerine ilişkin grafik.....	72

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 4.1. Hipotetik olarak oluşturulan portföye ilişkin getiri serisi .....	14
Çizelge 4.2. Hipotetik portföy için RMD değeri .....	15
Çizelge 4.3. RMD ve BK için güçlü ve zayıf yönlerin karşılaştırılması .....	20
Çizelge 6.1. Basel komitesine göre belirlenen alanlar.....	44
Çizelge 7.1. Hisse senetlerine ilişkin betimleyici istatistikler .....	49
Çizelge 7.2. Hisse senetlerine ilişkin ADF test sonuçları .....	49
Çizelge 7.3. Hisse senetlerine ilişkin korelasyon matrisi .....	50
Çizelge 7.4. Statik ve Dinamik RMD modelleri .....	51
Çizelge 7.5. GEV dağılımı parametre tahminleri .....	52
Çizelge 7.6. Getiri düzeyi tahminleri .....	53
Çizelge 7.7. GPD dağılımı için parametre tahmin sonuçları .....	55
Çizelge 7.8. Bankalara ilişkin GPD parametre tahminleri .....	56
Çizelge 7.9. Statik RMD modellerinin 1 günlük RMD öngörü değerleri .....	57
Çizelge 7.10. Statik RMD modellerinin 1 günlük RMD öngörü değerleri .....	58
Çizelge 7.11. BİST-100 serisi için ADF test sonuçları .....	59
Çizelge 7.12. BİST-100 serisi için ARCH-LM testi sonuçları.....	59
Çizelge 7.13. GARCH-normal modelinin parametre tahminleri.....	60
Çizelge 7.14. GARCH-t modelinin parametre tahminleri.....	63
Çizelge 7.15. GARCH-UDT modelinin parametre tahminleri.....	64
Çizelge 7.16. GPD dağılımı için parametre tahmin sonuçları.....	66
Çizelge 7.17. Dinamik modellerin RMD öngörülerinin performans değerlendirmesi.....	68
Çizelge 7.18. Dinamik modellerin başarısız olduğu günlere ilişkin değerlendirme ( $\alpha = 0.01$ ).....	69
Çizelge 7.19. Aşımın meydana geldiği günlerde GARCH-UDT modeline ilişkin RMD ve BK öngörü değerleri .....	70

Çizelge 7.20. Aşımın meydana geldiği günler için GARCH-UDT modeline ilişkin RMD ve BK öngörü değerleri .....	72
--	----

## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Kısaltmalar

RMD	Riske Maruz Değer
BK	Beklenen Kayıp
UDT	Uç Değerler Teorisi
GDT	Geriye Dönük Test
ML	En Çok Olabilirlik
QML	Yarı En Çok Olabilirlik
BDEB	Bloktaki Değerlerin En Büyüğü
ESAD	Eşik Seviyesini Aşan Değerler
OAG	Ortalama Aşım Grafiği
GPD	Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı
GEV	Genelleştirilmiş Uç Değerler Dağılımı
FHS	Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon

# 1. GİRİŞ

Risk, bireysel veya kurumsal yatırımcının, yatırımı nedeniyle karşı karşıya kaldığı belirsizliktir. Risk yönetiminin amacı ise, bu belirsizliği olabildiğince ortadan kaldırmaktır. Risk yönetiminde temel amaç, olağan durumları değil, olağan dışı, yani beklenmedik durumlarda meydana gelebilecek kaybın maksimum değerinin ölçülmesine yöneliktir. Hipotetik bir örnek verilecek olursa, bir bankanın alım-satım portföyü nedeniyle maruz kaldığı piyasa riskine karşılık sermaye ayrılması durumunda, her 100 günden 99'unda ortaya çıkabilecek kaybın miktarı değil, sadece geriye kalan 1 günde ortaya çıkabilecek kaybın miktarı esas alınarak sermaye ayrılır. Piyasalarda meydana gelebilecek en kötü senaryo üzerinden sermaye ayrımı yapılır ki en kötü senaryo durumunda bile ilgili işletmenin kaybı ekonomik anlamda minimum olsun. Hiçbir işletme en kötü senaryo durumunda, finansal anlamda üstlenemeyeceği bir riski finansal yapısı içerisinde bulundurmamak istemez. Bu nedenle, riskin gerçek piyasa koşullarını yansıtabilecek düzeyde ölçülmesi kritik düzeyde önem taşımaktadır.

Son zamanlarda piyasalarda meydana gelen ani fiyat hareketleri, finansal risk yönetiminin revize edilmesi gerçeğini göstermiştir. Finansal anlamda risk modeli, piyasalarda meydana gelebilecek ani fiyat hareketlerine karşı duyarlı olmalıdır. Sadece olağan durumları değil, olağan dışı, yani sıra dışı durumları da bünyesinde bulunduran bir risk ölçüm sisteminin geliştirilmesi gerekmektedir. Piyasalarda meydana gelen ani volatilitate hareketleri, mevcut modeller tarafından önceden öngörülememektedir. Bu nedenle, son zamanlarda, piyasalardaki bu ani volatilitate hareketlerini daha iyi yansıtacağı ve yakalayacağı düşünülen Uç Değerler Teorisi'nden (UDT) yararlanılarak oluşturulan risk modelleri geliştirilmiştir. Çoğu risk modeli, finansal getiri serilerinin normal dağılımdan geldiği varsayımı üzerine kuruludur. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, finansal getiri serilerinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu yapıya sahip oldukları dikkat çekmektedir. Bu nedenle, riski çok yüksek ama olasılığı diğer durumlara göre oldukça küçük olan durumları, normal dağılım varsayımı altında gerçek piyasa koşullarını yansıtacak şekilde öngörmek mümkün değildir. Normal dağılım varsayımı altında yapılan risk ölçümleri yetersiz kalmaktadır. Gerçek piyasa koşullarını yansıtmayan risk ölçümleri, ilgili işletmelerin gereğinden fazla veya az sermaye ayırmalarına neden olmaktadır.

Normal dağılımın piyasalardaki volatilitate hareketlerini iyi temsil etmediği gerekçesiyle normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu olan t dağılımından veya çarpık-t dağılımından

yararlanılmıştır. UDT; tıp, mühendislik, sigortacılık ve diğer birçok alanda başarıyla uygulanmasına rağmen finansal piyasalardaki uygulamaları çok yenidir. Son yıllarda bu konu üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde, piyasalardaki bu beklenmedik, sıra dışı olayların UDT ile modellenmesi, diğer risk ölçüm modellerine göre daha etkin ve tutarlı öngörülerde bulunulmasını imkân sağlamıştır.

Tez çalışmasında, öncelikle risk ve risk yönetimi kavramları ele alınacak, Riske Maruz Değer teorik yapısıyla incelenecek, hem statik hem dinamik RMD hesaplama yöntemleri, öngörülen RMD değerinin geçerliliği ve güvenilirliği için Geriye Dönük Testler ile ayrıntılı olarak incelenecektir. Uygulama bölümünde ise, BİST-30'da bankacılık sektöründe yer alan hisse senetleri ve BİST-100 endeksi getirileri için RMD hesaplama yöntemlerinin etkinlikleri Geriye Dönük Testler ile incelenecektir.

## 2. RİSK VE RİSK YÖNETİMİ

Risk, daha önceden de belirtildiği gibi belirsizliktir. Risk yönetiminin amacı ise, çeşitli yöntemlerle belirsizliği tanımlama, ölçme ve önceden öngörmeye yöneliktir. Risk, sistematik ve sistematik olmayan riskler olarak iki grupta incelenmektedir. Sistematik riskler, tüm yatırım araçlarını etkileyen ve çeşitlendirme ile azaltılamayan riskler, sistematik olmayan riskler ise yatırımın kendisinden kaynaklanan ve çeşitlendirme ile azaltılabilen risklerdir [1].

Sistematik riskler; piyasa riski, politik risk, enflasyon riski, faiz oranı riski, operasyon riski ve kur riski, sistematik olmayan riskler ise; finansal risk, endüstri riski ve yönetim riski olarak sınıflandırılabilir. Finansal risk, fiyatlarının dalgalanırılığı karşısında işletmelerin ya da bireylerin aktif ve pasif değerlerinin değişmesidir [2].

Risk yönetimi, finans piyasalarında belirsizlikten kaynaklanan risklerin olumsuz etkilerinden korunabilmek, mali anlamda zararı azaltıp, karı arttırmak için uygulanmaktadır. Piyasalardaki bu belirsizlik halini ölçebilmek ve yönetebilmek amacıyla risk ölçüm yöntemleri ve modelleri geliştirilmiştir. Son zamanlarda finans sektöründe yaşanan hızlı gelişmeler ve değişimler, yatırımcıların karşılaştıkları riskleri artırmıştır. Bu nedenle, risk ölçüm yöntemleri de daha karmaşık hale gelmiştir. Asıl amaç, finansal kurum ve yatırımcılar tarafından kritik öneme sahip riskin doğru ölçülmesidir.

Dünya genelinde yaşanan hızlı ekonomik gelişmeler bütün sektörleri etkilemektedir. Fakat piyasalardaki ani fiyat hareketlilikleri hiç kuşkusuz en çok bankacılık sektörünü etkilemektedir. Bu sektörün kontrolsüz bir şekilde büyümesi ve küreselleşmesi, belirli bir standardın geliştirilmesini zorunlu hale getirmiştir. Bu nedenle, Basel-1 ve Basel-2 kriterleri oluşturulmuş ve birçok ülke tarafından kabul görmüştür. Türkiye ise, Basel-2 kriterlerini 2009 yılından itibaren uygulamaya başlamıştır.

1988 yılında kabul edilen Basel-1, bankaların krizlere ve finansal kırılganlığa karşı zararlarını azaltmak ve finansal istikrarı sağlamaları amacıyla gerekli temel kriterleri içermektedir. Basel-1 genel olarak, bankaların kredi verirken belirli esasları uygulamasını ve risk üstlenme katsayılarının belirli bir değerin üstünde olmamasını önermektedir. Basel-1' göre kredi verecek banka, sermayesinin en fazla 12,5 katı kadar riske girebilir. Başka bir ifadeyle, banka herhangi bir kaynağını belli bir kullanıma tahsis ederken, yarattığı 100 birim için 8 birim sermaye bulundurma zorunluluğu vardır. Buradan



Çıkarılacak diğer bir sonuç ise, sermayenin risk ağırlıklı aktiflere oranında alt sınır %8 olarak belirlenmiştir.

Basel-1 kriterleri, 2004 yılında yerini Basel-2 kriterlerine bırakmıştır. Basel-2, risk ölçümü ve yönetimindeki gelişmeleri dikkate alarak daha kapsamlı bir yaklaşım sunmuştur. Basel-2, bankalarda risk yönetimini ve piyasa disiplini geliştirmek ve etkinliğini arttırmak, sağlam bir bankacılık sistemi oluşturmak ve finansal istikrara katkı sağlamak için oluşturulmuştur. Basel-2’de, risk ölçümüne ilişkin olarak basit aritmetiğe dayalı standart yöntemlerin yanı sıra kredi, piyasa ve operasyonel riske ilişkin istatistiksel risk ölçüm metotlarını içeren yöntemler bulunmaktadır.

### 3. LİTERATÜR TARAMASI

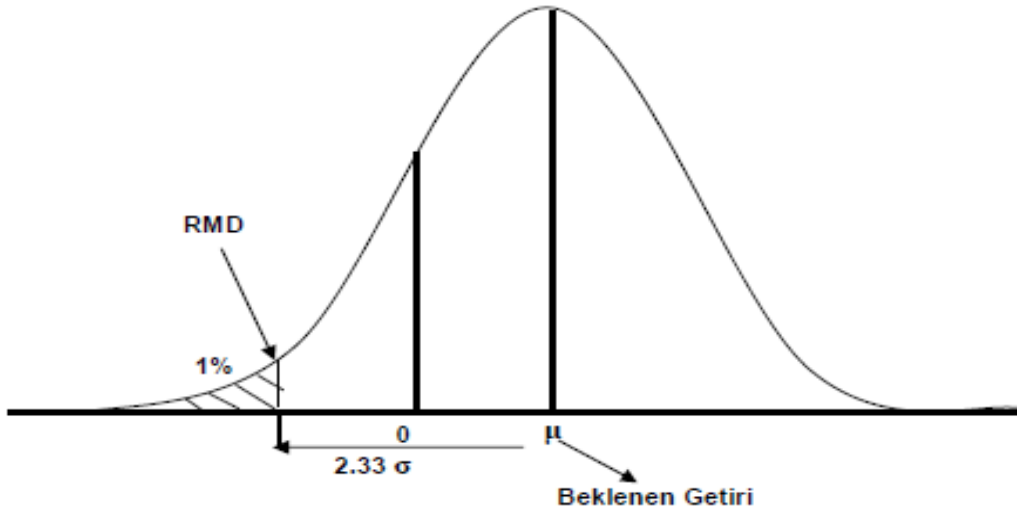
Bu tezle ilgili olarak şu ana kadar olan, Riske Maruz Değer (RMD) ve Uç Değerler Teorisi (UDT) ile ilgili yapılan çalışmalar incelenmiştir. Bu incelemede, RMD ölçüm yöntemlerinin çeşitlilik gösterdiği, ama UDT ile RMD ölçüm yöntemlerinin literatürde yeni yer edindiği görülmektedir. Tez çalışmasının asıl amacı, UDT ile mevcut RMD ölçüm yöntemlerinin varsayımsal (normal dağılım varsayımı) bozukluklarını gidermektir. UDT'nin hidroloji alanında [3; 4; 5], hava durumu ve çevre olaylarında sıkça uygulandığı görülmektedir [6; 7; 8]. Ayrıca UDT, mühendislik ve sigortacılıkta da yaygın bir uygulama alanına sahiptir [9; 10; 11].

Daha önceden de söylendiği gibi, finansal uygulamalarda, genellikle finansal yatırım aracına ilişkin getiri dağılımı için normal dağılım varsayımı bulunmaktadır. Bu varsayım, finansal yatırımlara ilişkin risk ölçümlerinin var olan riskin tam olarak ölçülmesi noktasında sorun teşkil ettiği görülmektedir. Son zamanlarda yapılan çalışmalar incelendiğinde, getiri dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu yapıya sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle, normal dağılım varsayımı altında yapılan risk ölçümleri, meydana gelme sıklığı çok düşük ama etkisi büyük olan sıra dışı durumları risk ölçümüne yeterince dâhil edememektedir. Bu nedenle, normal dağılım yerine finansal getiri serilerine daha uygun olduğu düşünülen  $t$  dağılımı, çarpık (*skewed*)  $t$  dağılımı ve özellikle de son zamanlarda Genelleştirilmiş Uç Değerler Dağılımı (GEV) ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımından (GPD) yararlanılmaktadır. Dacorogna v.d. (2001), Daniels-son ve De Vries (2000), Gençay v.d. (2003), Gilli ve Kellezi (2006), Mancini ve Trojanı (2010) ve Onuor (2010) yapmış oldukları çalışmalarda, finansal getiri serilerinin kuyruk dağılımlarının davranışlarını incelemişler ve UDT'nin risk yönetimindeki potansiyelini tartışmışlardır [12; 13; 14; 15; 16; 17]. Türkiye'de ise bu konuda üç çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların ilkinde, Ulugülyağcı (2001), UDT'yi statik olarak ele almış ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı kullanarak RMD öngörüsünde bulunmuş, elde edilen sonuçları GARCH modelleriyle karşılaştırmıştır [18]. İkinci çalışmada ise, Çifter v.d. (2007), dinamik RMD öngörüsünde GARCH-normal, GARCH-t ve GARCH-UDT modellerini geriye dönük testler ile karşılaştırmıştır. Son çalışmada ise, Çelik (2010), statik RMD hesaplamasında, EWMA, Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon ve UDT yöntemlerinin etkinliklerini karşılaştırmıştır. Genel olarak, bu konuda yapılan çalışmalar incelendiğinde, normal dağılım varsayımının geçerliliğinin tartışıldığı, finansal getiri serilerinin karakteristik yapısına uygun olmadığı görülmüştür. Normal dağılıma göre

kuyrukları daha kalın olan  $t$  dağılımının, çarpık  $t$  dağılımının risk öngörülerinde daha başarılı olduğu, UDT'nin ise,  $t$  dağılımına yakın sonuçlar vermekle birlikte finansal piyasalardaki volatilité hareketlerini daha iyi yansıttığı görülmüştür.

## 4. RİSKE MARUZ DEĞER

Riske Maruz Değer (RMD), belirli bir güven düzeyinde, belirlenen elde tutma süresine göre, ilgili yatırımının uğrayabileceği maksimum zarar miktarını ölçen yöntemdir. Son zamanlarda yaşanan büyük finansal krizler, piyasalardaki aşırı volatilité hareketleri bireysel ve/veya kurumsal yatırımcıların yanı sıra devletleri de finansal açıdan zor durumda bırakmaktadır. Bireysel veya kurumsal yatırımcılar ve bankalar, mümkün olası en kötü senaryo durumunda karşılaşacakları maksimum kayıp miktarlarını önceden bilmek yani tahmin etmek isterler. Bu nedenle ilgili kurum ve kuruluşlar tarafından RMD hesaplamaları kritik önem taşımaktadır.



Şekil 4. 1. RMD'nin normal dağılım eğrisi altında gösterimi

Şekil 4.1.'de beklenen getirisi  $\mu$  olan bir finansal varlığın, normal dağılım varsayımı altında %99 güven düzeyindeki RMD değerini göstermektedir. %99 güven aralığı bir yatırımın beklenen getirisinden normal dağılım varsayımı altında 2.33 standart sapma uzaklığındaki alanı göstermektedir.

İstatiksel açıdan RMD, örneklem üzerinde hesaplanan portföy zarar dağılımı olarak ifade edilmektedir [19]. RMD yöntemi  $(1-\alpha)\%$  güven düzeyi için aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [20].

$$RMD_{\alpha}(X) = -\inf\{x \mid P[X \leq x] > \alpha\} \quad (4.1)$$

Eşitlik (4.1)'de,  $X$ , portföy için kar/zarar değerini,  $\inf\{x|A\}$ ,  $A$  olayının  $x$  alt limitini göstermektedir.

Bir risk ölçüsünün tutarlı (coherent) olabilmesi için sağlaması gereken 4 aksiyom bulunmaktadır. Artzner v.d. (1998),  $X$  ve  $Y$  finansal yatırım aracı olmak üzere, risk ölçüsü  $\rho(\cdot)$ , aşağıda belirtilen özellikleri sağlıyorsa tutarlı risk ölçüsü olduğunu göstermişlerdir:

- ✓ Toplanabilirlik (*Subadditivity*)  $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$
- ✓ Homojenlik (*Homogeneity*)  $\rho(\alpha X) = \alpha\rho(X)$
- ✓ Monotonluk (*Monotonicity*)  $\rho(Y) \geq \rho(X), X \leq Y$
- ✓ Risksiz Durum *Risk Free Condition*  $\rho(X + k) = \rho(X) - k$

Bir risk ölçüsü olan, RMD, yukarıda verilen özelliklerden toplanabilirlik özelliğini sağlamadığı için tutarlı bir risk ölçüsü değildir. Artzner v.d. (1998) toplanabilirlik özelliğinin bir risk ölçüsü için arzu edilen bir özellik olduğunu göstermişlerdir. Toplanabilirlik özelliği, portföye ilişkin riskin, portföyü oluşturan yatırım araçlarının toplam riskinden eşit veya daha küçük olduğunu ifade etmektedir.

#### 4.1. Riske Maruz Değer Hesaplanırken Kullanılan Parametreler

RMD hesaplanırken, portföy değeri, elde tutma süresi, güven düzeyi ve volatilité faktörü temel parametrelerdir. Basitçe RMD aşağıda verilen eşitlik yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$RMD_p = \text{PortföyDeğeri} * \sigma * \sqrt{t} * \alpha$$

$\sigma$  : volatilité

$t$  : elde tutma süresi

$\alpha$  : anlamlılık düzeyi

Örnek üzerinden RMD değeri yorumlanacak olursa, günlük volatilitesi 0,01, portföy değeri 1000 TL, elde tutma süresi 10 gün olan yatırımın %95 güven düzeyindeki RMD değeri,

$$RMD_{0,05} = 1000 * 0.01 * \sqrt{10} * 1.645 = 52.019$$

olarak elde edilir. 1,645 normal dağılımda %95 ( $\alpha = 0.05$ ) güven düzeyine karşılık gelen z değeridir. Elde edilen RMD değerini, %95 güven düzeyinde 1000 TL değerindeki portföyün 10 günlük elde tutma süresi içerisinde uğrayacağı maksimum zarar miktarı 52.019 TL'dir, şeklinde yorumlayabiliriz.

#### **4.1.1. Elde Tutma Süresi**

RMD hesaplanırken kullanılan parametrelerden biri elde tutma süresidir. RMD hesaplanırken bu parametre, hesaplama işlemine çarpımsal olarak ( $\sqrt{t}$ ) katkı sağlamaktadır. Elde tutma süresi arttıkça ilgili finansal varlığa ilişkin hesaplanan RMD değeri de artacaktır.

Elde tutma süresi seçimini etkileyen üç ana faktör mevcuttur. Bunlardan birincisi faaliyet gösterilen piyasanın likiditesidir. Elde tutulan pozisyonların hızlı bir şekilde elden çıkartmaya imkan veren likit piyasalarda kısa elde tutma süresi, likit olmayan piyasalarda ise uzun elde tutma süresi belirlenmesi uygun olacaktır. Elde tutma seviyesini etkileyen diğer iki faktör modeldeki normallik varsayımı ve portföy içeriği değişim sıklığı olup, riskten kaçınmak için kısa elde tutma süresinin seçilmesini gerektirmektedir. Portföydeki varlıklarının getirilerinin normal dağılıma tam olarak uymamasına rağmen, normallik varsayımının geçerli olabilmesi ancak kısa elde tutma seviyesi ile sağlanmaktadır. Uzun dönemde portföy içeriğinin sık değişebileceği ihtimali de kısa elde tutma süresi seçimine neden olmaktadır [21].

Türkiye`de piyasalardaki likiditenin zayıf olması nedeniyle risklerin daha doğru ölçülmesi için uzun elde tutma süresi seçimi tercih edilmektedir. Bu nedenle BDDK risk ölçümlerinde elde tutma süresinin 10 gün olarak alınmasını benimsemiştir [21].

#### **4.1.2. Güven Düzeyinin Seçimi (1- $\alpha$ )**

Seçilen güven düzeyi, RMD değerini direk olarak etkilemektedir. Basel Komitesi ve BDDK, RMD hesaplamalarında %99 güven düzeyinin kullanılmasını istemektedirler. Riskmetrics ise, %99 güven düzeyinin gerçekte var olan RMD değerinden daha yüksek RMD değerlerinin hesaplanmasına yol açtığı gerekçesiyle güven düzeyinin %95 seçilebileceğini savunmaktadır [21].

#### **4.1.3. Volatilite Modelleri**

RMD parametrelerinden bir tanesi de volatilite faktörüdür. Finansal zaman serilerinde volatilite getirilerin standart ölçüsü olarak kabul edilir. RMD hesaplaması, finansal yatırımların davranışlarının modellenmesi ve getirilerin birbirleri arasındaki etkinin saptanmasına dayanmaktadır. Dolayısıyla tahmini yapılacak olan getirilerdeki hareketliliğin modellenmesi, RMD hesaplamalarında kritik önem taşımaktadır [21]. Volatilitayı ölçmek için kullanılan bazı modeller aşağıdaki alt başlıklarda incelenmiştir.

#### 4.1.3.1. Tarihi Ortalama İle Volatilitenin Hesaplanması

Tarihi ortalama ile elde edilen volatilitenin değeri, geçmiş dönemdeki gözlemlenmiş volatilitelerin ortalaması ile hesaplanmaktadır [22].

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_1}{t-1} \quad (4.2)$$

Eşitlik (4.2)'de, t gözlem sayısını ifade etmekte ve sadece bir önceki dönemde gerçekleşmiş volatilitenin yerine, tüm geçmiş dönemlerin standart sapmalarının ortalaması, volatilitenin tahmini olmaktadır [23].

#### 4.1.3.2. Basit Hareketli Ortalama ile Volatilitenin Hesaplanması

Basit hareketli ortalama ile hesaplanan volatilitenin için belli bir gözlem dönemi seçilmekte ve bu dönem için bir ortalama değeri hesaplanmaktadır. Basit hareketli ortalama standart sapma aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır [23].

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_{t-\tau}}{\tau} \quad (4.3)$$

Eşitlik (4.3)'te  $\tau$ , gözlem dönemini ifade etmektedir. Tüm geçmiş dönemlerin standart sapmalarının ortalaması yerine, sadece belli bir dönemin standart sapmalarının ortalaması volatilitenin tahmini olmaktadır.

#### 4.1.3.3. Ağırlıklı Hareketli Ortalama ile Volatilitenin Hesaplanması

Ağırlıklı hareketli ortalama ile standart sapma hesaplamak için geçmiş dönemlere azalan ağırlık verilmekte ve buna göre bir ortalama hesaplanmaktadır. Böylece geçmiş dönemlerin standart sapması ağırlıklı hareketli ortalama daha az etki etmektedir. Ağırlıklı hareketli ortalama ile standart sapmayı hesaplamak için aşağıdaki denklemden faydalanılmaktadır [23].

$$\hat{\sigma}_t = \frac{\tau \cdot \sigma_{t-1} + (\tau - 1) \cdot \sigma_{t-2} + \dots + 1 \cdot \sigma_{t-\tau}}{(\tau + (\tau - 1) + \dots + 1)} \quad (4.4)$$

Eşitlik (4.4)'te görüldüğü gibi, ağırlıklı hareketli ortalama ile hesaplanan standart sapma, geçmiş dönemlere daha az ağırlık vermesi nedeniyle, hareketli ortalama ile hesaplanan standart sapmaya göre daha yüksek volatilitenin tahmininde bulunmaktadır.

#### 4.1.3.4. Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama (EWMA) ile Volatilitenin Hesaplanması

Bu yöntem, finansal getirilerin bağımsız ve simetrik olarak dağıldığı varsayımı üzerine kurulmuş olup, zamana bağlı olarak değişiklik gösteren bir volatilitenin varsayımına

dayanmaktadır [24]. Volatilite tahmin edilirken, hesaplama yapılacak döneme yakın olan fiyat değişimlerine daha fazla ağırlık verilmektedir. Üstel ağırlıklı hareket ortalama aşağıda verilen eşitlik ile hesaplanmaktadır:

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{(1-\lambda) \cdot \sum_{i=1}^t \lambda^{i-1} \cdot (r_i - \bar{r})} \quad (4.5)$$

Eşitlik (4.5)'te,  $r_t$ , t zamanındaki getiriyi,  $\bar{r}$ , ortalama getiriyi ve  $\lambda$  ise sabit terimi göstermektedir. Bozulmuş katsayısı olarak bilinen  $\lambda$ , 0-1 arasında değer almakta olup, *Riskmetrics* tarafından kabul edilen değeri 0,94'tür [25].

## 4.2 Riske Maruz Değer Hesaplama Yöntemleri

RMD hesaplama yöntemleri, parametrik yaklaşım ve simülasyona dayalı yaklaşımlar olmak üzere iki grupta incelemek mümkündür. Parametrik yaklaşımda finansal getiri serileri için dağılım varsayımında bulunulurken, simülasyona dayalı yöntemlerde herhangi bir dağılım varsayımı bulunmamaktadır.

Simülasyona dayalı yöntemler ise kendi içerisinde ikiye ayrılmaktadır. Bunlar sırasıyla Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyon yöntemleridir.

### 4.2.1 Varyans-Kovaryans (Parametrik) Yöntemi

Herhangi bir yatırımın gelecekteki belirsizliği, ilgili yatırımın riskini göstermektedir. Yatırımın riskini belirlemede ve ölçmede kullanılan istatistiksel araç standart sapmadır. Standart sapma küçüldükçe, olasılık dağılımı eğrisi daralır ve buna uygun bir şekilde hisse senedinin riski azalır [1]. Standart sapma, ortalama getiriden sapmaları göstermesi nedeniyle risk ölçümünde kullanılmaktadır [26]. Bu yöntemin en önemli varsayımı, finansal getirilerin normal dağılıma sahip olduğu varsayımıdır ve parametrik bir modeldir. Son zamanlarda yapılan çalışmaların da gösterdiği gibi, finansal getiri serilerinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu bir yapıya sahip olduğu görülmüştür.

Tek bir yatırım için RMD, finansal getiri serisinin standart sapması ile ölçülmektedir. Örnek verilecek olursa:

Toplam yatırım değeri 10.000 TL, standart sapması 0,012, güven düzeyi %95 için 1 günlük RMD değeri

$$RMD_p = PortföyDeğeri * \sigma * \sqrt{t} * \alpha$$

eşitliği yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanır.



$$RMD_p = 10000 * 0,012 * \sqrt{1} * 1,65$$

$$= 198 \text{ TL}$$

t günlük RMD hesaplanacak olursa (t=10 için),

$$RMD_p = 10000 * 0,012 * \sqrt{10} * 1,65$$

$$= 626,13 \text{ TL}$$

olarak hesaplanır. Elde edilen sonuçlardan da görüldüğü gibi RMD değeri, elde tutma süresi parametresine bağlı olarak çok yüksek değerler alabilmektedir. Portföy için ise RMD aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır.

$\sigma_p$  : Portföyün standart sapması

$x$  : Yatırımlar için ağırlık vektörü

$\Sigma$  : Varyans-Kovaryans matrisi

P : Toplam yatırım değeri

$$\sigma_p = \sqrt{x^T \Sigma x}$$

olmak üzere, portföyün RMD değeri,

$$RMD_p = P * \sigma_p * z_\alpha$$

$$= P * \sqrt{x^T \Sigma x} * z_\alpha$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Varyans-Kovaryans matrisi portföydeki yatırım araçlarının getirileri arasındaki korelasyon matrisi ve standart sapmaları kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$\Sigma$  : Varyans-Kovaryans matrisi

$\sigma_i$  : i. yatırımın standart sapması

$\rho_{ij}$  : i. ve j. yatırım araçları arasındaki korelasyon

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix}_{n \times n}$$

## **4.2.2 Simülasyona Dayalı Yöntemler**

RMD hesaplama yöntemleri, daha önceden de söylendiği gibi iki grupta incelenebilir. Bunlardan birincisi, parametrik yöntem olarak bilinen, dağılım varsayımlarının bulunduğu yöntemdir. İkincisi ise, simülasyon yöntemlerinden oluşmaktadır. Bu yöntemler parametrik olmayan yöntemler olarak bilinir ve kendi içerisinde ikiye ayrılmaktadır. Bunlar sırasıyla, Tarihsel Simülasyon ve Monte-Carlo Simülasyon yöntemleridir. Bu yöntemler ayrıntılı bir şekilde aşağıdaki bölümde incelenmiştir.

### **4.2.2.1 Tarihsel Simülasyon Yöntemi**

Bu yöntem, finansal varlık getirilerinin dağılımı hakkında bir varsayım yapmadan RMD hesaplanmasına olanak sağlayan ve uygulanması oldukça basit bir yöntemdir [27]. Tarihsel yöntemi model riski de içermemektedir. Tarihsel Simülasyon yöntemi, Monte-Carlo simülasyon yönteminin basitleştirilmiş bir halidir ve geçmiş tarihi verilerin mevcut portföy değeri üzerindeki etkisini belirleyerek, kar ve zarar dağılımını gösterir [28]. Bu yöntemdeki temel varsayım, tarihin tekerrür edeceği yani tarihsel değerlerin tekrarlanacağıdır. Belirli bir zaman dilimi içerisinde gerçekleşen günlük fiyat hareketleri kullanılarak elde edilen dağılımda, günlük kar/zarar değerleri zarardan kara doğru sıralanarak belirli bir güven düzeyine karşılık gelen kantil değeri RMD olarak kabul edilir. Bu yaklaşım hipotetik bir örnek üzerinden açıklanacak olursa; üç farklı yatırım aracından oluşan bir portföy düşünülün. Yatırım araçlarının portföy içerisindeki ağırlıkları sırasıyla 0.10, 0.20, ve 0.70 olarak kabul edilsin. Çizelge 4.1. ve Çizelge 4.2.'de günlük fiyat hareketlilikleri dikkate alınarak oluşturulan portföy getiri serisi ve elde edilen getiri serisinin zarardan kara doğru sıralanmış hali verilmiştir.

**Çizelge 4.1.** Hipotetik olarak oluşturulan portföye ilişkin getiri serisi

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Portföy Getiri Serisi</b>
0.0001	-0.0006	-0.0065	-0.0047
-0.0213	-0.0279	-0.0094	-0.0143
-0.0189	-0.0123	0.0046	-0.0011
0.0008	0.0425	0.0165	0.0201
0.0127	0.0076	0.0024	0.0045
-0.0095	-0.0201	-0.0029	-0.0070
-0.0072	0.0299	-0.0283	-0.0146
-0.0082	0.0221	-0.0069	-0.0012
-0.0085	-0.0025	-0.0063	-0.0058
-0.0214	0.0173	-0.0194	-0.0123
-0.0255	-0.0187	-0.0131	-0.0155
-0.0039	-0.0028	0.0190	0.0124
-0.0050	-0.0055	-0.0200	-0.0156
-0.0640	-0.0039	-0.0076	-0.0125
-0.0209	-0.0007	0.0226	0.0136
-0.0461	0.0011	0.0038	-0.0017
0.0581	0.0250	0.0082	0.0166
0.0108	0.0099	-0.0153	-0.0077
-0.0394	-0.0055	0.0159	0.0061
0.0012	0.0234	0.0001	0.0049

**Çizelge 4.2.** Hipotetik portföy için RMD değeri

<b>Güven Düzeyi</b>	<b>Portföy Getiri Serisi</b>
100	-0.0156
<b>95</b>	<b>-0.0154</b>
90	-0.0145
85	-0.0142
80	-0.0125
75	-0.0122
70	-0.0076
65	-0.0070
60	-0.0057
55	-0.0046
50	-0.0017
45	-0.0012
40	-0.0011
35	0.0044
30	0.0048
25	0.0060
20	0.0123
15	0.0135
10	0.0165
5	0.0201

Çizelge 4.2. incelendiğinde, %95 güven düzeyinde, hipotetik oluşturulan portföyün RMD değeri %1,546 olarak elde edilmiştir. Bu değer hem istatistiksel hem de finansal olarak yorumlanacak olursa; %95 güven düzeyinde ilgili portföyün 1 günlük elde tutma süresi içerisinde uğrayacağı maksimum zarar miktarı %1,546'dır. Bankalar RMD hesaplamalarında bu yöntemi kullanırken genellikle 200 gün ve üzeri gözlem sayısını kullanarak modelleme yapmaktadırlar.

Bu yöntemin en büyük avantajı herhangi bir dağılım varsayımı gerektirmemesidir. Parametrik yöntemde normal dağılım varsayımı nedeniyle, hesaplanan RMD değeri gerçekte var olan RMD değerinden daha küçük bir değer olarak hesaplanmaktadır. Daha önce yapılan çalışmaların da gösterdiği gibi finansal getiri serileri normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu bir yapıya sahiptir. Tarihsel Simülasyon yönteminin eleştirilen ve zayıf olan yanı ise, modelleme işleminin geçmiş veriler üzerinden yapılmasıdır. Gözlemlerin alındığı dönemde getirilerde herhangi bir dalgalanma görülmemişse, model gelecekte meydana gelebilecek mümkün dalgalanmaları dikkate almamaktadır. Bu nedenle, bu

yöntem kullanılırken örnek alınan geçmiş dönemin, gelecek dönemi iyi bir şekilde temsil etmesine dikkat edilmelidir.

Tarihsel Simülasyon yönteminde volatilitenin sabit olduğu varsayılmaktadır. Finansal getiri serilerindeki değişen varyans probleminin dikkate alındığı, GARCH modellerinden yararlanılarak geliştirilmiş olan Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon yöntemi GARCH modelleri altında incelenecektir.

#### **4.2.2.2 Monte-Carlo Simülasyon Yöntemi**

Monte Carlo Simülasyonu ile Tarihsel Simülasyon yöntemleri arasında bazı benzerlikler olmasına rağmen iki yöntem arasındaki temel farklılık, Tarihsel Simülasyon yönteminin, varsayımsal portföy kar veya zararlarını oluşturmak için, tarihi örnekleme döneminde risk faktörlerinde gözlemlenen gerçek değişimleri kullanırken, Monte Carlo Simülasyon yöntemi ise, piyasa etkenlerindeki olası değişimleri yeterli düzeyde temsil edebileceği düşünülen bir istatistiksel dağılımdan, gerçek olmayan rassal piyasa fiyat ve oranlarının üretilmesi olduğu görülmektedir [29].

Bu yöntemde, getiriler için herhangi bir dağılım varsayımı bulunmamaktadır. Bu nedenle Monte-Carlo Simülasyon modeli, model riski içermemektedir. Risk faktörlerinin hepsi normal dağılım ve doğrusallık özelliğini sağladığında Varyans-Kovaryans yöntemi ile hesaplanan RMD ile Monte-Carlo Simülasyon yöntemi ile hesaplanan RMD aynı sonucu vermektedir.

Monte-Carlo Simülasyon yöntemi aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır [30].

- Portföyün risk faktörlerinin ve bu risk faktörlerindeki değişimin varlıkların piyasa değerinde yaratacağı değişimi ifade eden fonksiyonun tanımlanmasıdır. Bu adımda risk faktörünün fiyat davranışlarına uygun modelin belirlenmesi elde edilecek RMD değeri için çok önemlidir. Sadece bir risk faktörünün olduğu durumlar için genellikle kullanılan stokastik model *Geometrik Brownian Motion* (GBM) modelidir. GBM modeli değişimlerin birbirinden bağımsız olduğunu ve standart normal dağılıma sahip olduğu varsayımını içermektedir. Fiyatlardaki değişimler aşağıda verilen eşitlikle modellenmektedir:

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu \Delta t + \sigma \Psi \sqrt{\Delta t})$$

$$\begin{aligned} \Delta S_t &: \text{Fiyattaki değişim} \\ \mu &: \text{Ortalama getiri} \\ \Delta t &: \text{Zaman aralığı} \\ \sigma &: \text{Standart sapma} \\ \Psi &: \text{Standart normal dağılımdan türetilmiş rassal sayı} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Eşitlik (4.6)'da yer alan  $\mu$  ve  $\sigma$  zaman içinde sabit olduğu varsayılıp geçmiş verilerden elde edilebileceği gibi geçmiş verilerin bir fonksiyonu (GARCH, ARMA) olarak da modellenmektedir. Portföylerde RMD hesaplanırken, GBM süreci kullanımı için yatırım araçları arasındaki korelasyonun sıfır olması gerekmektedir. Uygulamada bu koşul sağlanmadığı için yatırım araçları arasındaki korelasyonlar dikkate alınmaktadır.  $\Psi_i$  değişkenleri, birbirinden bağımsız  $n_i$  değişkenleri ile tanımlanır. İki yatırım aracının yer aldığı bir portföy düşünöldüğünde:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= n_1 \\ \Psi_2 &= an_1 + bn_2 \end{aligned}$$

eşitlikleri elde edilir. Aralarında korelasyon olan  $\Psi_i$ 'leri türetebilmek için a ve b parametrelerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla Cholesky faktörizasyonu kullanılır. Cholesky faktörizasyonu, pozitif tanımlı bir matrisi, alt üçgensel matris ve bu matrisin transpozunun çarpımı olarak ifade edilmesini sağlar.

$$R = T.T'$$

$R$  : Pozitif tanımlı matris

$T$  : Cholesky matrisi

$T'$  : Cholesky matrisinin transpozu

Cholesky faktörizasyonunun uygulanması için R matrisinin pozitif tanımlı olması gerekmektedir. Uygulamalarda, R matrisi olarak, pozitif tanımlı olma özelliğini sağladığı için varyans-kovaryans matrisi veya korelasyon matrisi tercih edilmektedir. T matrisi bulunduktan sonra  $\Psi_i$ 'ler aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix}$$

- Bu işlemlerin yapılabilmesi için yatırım araçları için uygun dağılım belirlenmelidir. Bu aşamada, finansal getiri serilerinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu dağılım gösterdikleri düşünülebilir ve böylece normal dağılım yerine t dağılımı tercih edilebilir.
- Her bir yatırım aracı için belirlenen miktarda (1.000, 10.000 gibi) rassal sayı üretilir. Portföy kar/zarar dağılımı elde edilir ve bu dağılımdan RMD hesaplanır.

#### 4.2.3 Cornish-Fisher Yöntemi

Bu yöntemin avantajı, finansal getiri serilerine ilişkin dağılımın normal dağılıma uygun olmadığı durumda çarpıklık ve basıklık ölçülerini de dikkate alarak RMD değerini hesaplamasıdır. Zangari (1996), Campbell, Huisman, v.d. (2001), Favre ve Galeano (2002), doğruluğu ve hesaplama etkinliği nedeniyle normal dağılım göstermeyen seriler için RMD hesaplamasında, serinin gerçek dağılım özelliğini daha iyi yakınsayan Cornish-Fisher (1937) yaklaşımını ileri sürmüşlerdir [31]. Normallik varsayımının geçersiz olduğu durumda RMD değeri aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır [32]:

$$z_{cf}(\alpha) = \left[ z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)S + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)K - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha)S^2 \right] \sigma \quad (4.7)$$

Eşitlik (4.7)'de, S, çarpıklık, K, basıklık  $z_\alpha$ , normal dağılım için kritik değerdir. Cornish-Fisher yaklaşımına göre güven düzeyi  $z_{cf}(\alpha)$  olmak üzere, RMD değeri aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır [24]:

$$RMD_{CF}(\alpha) = -PV \cdot \sigma \cdot z_{cf}(\alpha) \cdot \sqrt{t} \quad (4.8)$$

Eşitlik (4.8)'de, PV, portföy değerini,  $\sigma$ , portföyün standart sapmasını,  $z_{cf}(\alpha)$ , Cornish-Fisher dağılımına göre güven düzeyini, ve t ise portföyün elde tutma süresini göstermektedir.

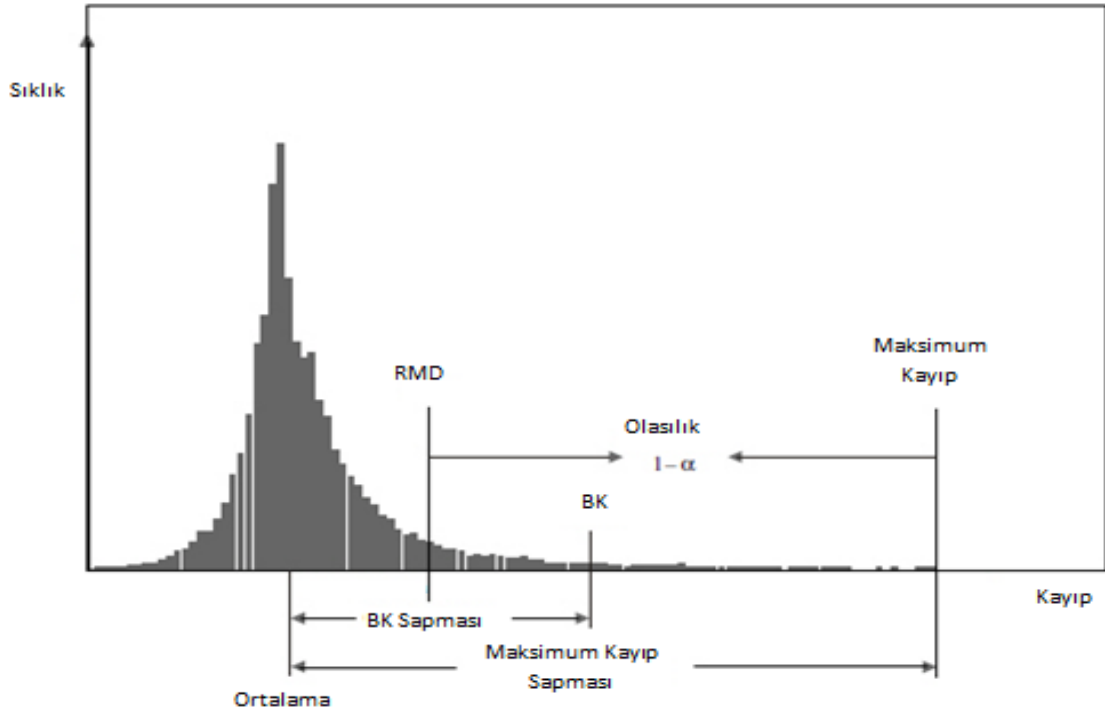
Cornish-Fisher yaklaşımıyla RMD hesaplama, genellikle tek bir yatırım aracı için kullanılmakta ve getiri serisi negatif çarpık veya şişman kuyruklu olduğunda Cornish-Fisher, Beklenen Kayıp yönteminde olduğu gibi geleneksel RMD değerine göre daha tutarlı risk ölçüm sonuçları vermektedir. Bu yöntem normal dağılımdan sapma küçük ise kullanılmalıdır. Aşırı basıklık ve şişman kuyruk probleminin büyük olduğu durumlarda bu yöntemle hesaplanan RMD değerlerinin dikkatlice yorumlanması gerekmektedir [32].

#### 4.2.4 Beklenen Kayıp

Beklenen Kayıp (BK) yöntemi, Artzner (1997) tarafından, ‘koşullu RMD’, ‘kuyruklu RMD’ veya ‘ortalamaı aşan kayıp’ şeklinde ifade edilmekte olup, RMD’nin yapısındaki zayıflıkları gidermek için önerilmiştir [33]. BK, aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$BK_{\alpha}(X) = E[X | X \geq RMD_{\alpha}] \quad (4.9)$$

Eşitlik (4.9)’da görüldüğü gibi BK, RMD değerinin ötesinde meydana gelen kayıplarının koşullu beklenen değerini ifade etmektedir.



Şekil 4. 2. BK ve RMD arasındaki ilişki

BK yöntemi, Şekil 4.2.’de görüldüğü gibi, geleneksel RMD yöntemlerindeki risk seviyesini aşan durumları dikkate almaktadır. Böylece RMD yönteminin bu konudaki



eksikliğini kapatmış olmaktadır. Ayrıcı BK, koşullu RMD (Conditional Value at Risk, CVaR) olarak da bilinir.

RMD ve BK'nın güçlü ve zayıf yönleri Çizelge 4.3.'te verilmiştir [33].

**Çizelge 4.3.** RMD ve BK için güçlü ve zayıf yönlerin karşılaştırılması

	<b>RMD</b>	<b>BK</b>
<b>Güçlü Yönleri</b>	Doğrudan kurumun kendi temerrüt (default) olasılığı ile ilişkilidir. Geriye Dönük Test uygulamak kolaydır. Risk ölçüm tekniği olarak yaygın kullanılmakta olup, software ve sistem desteğiyle altyapısı mevcuttur.	RMD'i aşan seviyedeki kayıplarla ilgilidir. Yatırımcıları ters pozisyona düşürme olasılığı daha düşüktür. Alt katmanlarına ayrılabilir (subadditive). Portföy optimizasyonunda kolaylıkla kullanılmaktadır.
<b>Zayıf Yönleri</b>	Şişman kuyruklu dağılımlarda kayıpları ölçmede yetersizdir. Yatırımcıları manipülatif işlemler yaşandığından ters pozisyona düşürme olasılığı vardır. Alt katmanlarına ayrılamamaktadır (not subadditive). Portföy optimizasyonunda kullanılması zordur.	Doğrudan kurumun kendi temerrüt (default) olasılığı ile ilişkili değildir. Etkin Geriye Dönük Test uygulamasına elverişli değildir. Durağan veri tahminlemesini sağlamak her zaman kolay değildir. BK ölçümü için yeterli sistem desteği ve altyapı henüz mevcut değildir.

Çizelge 4.3. incelendiğinde, RMD'nin risk ölçümünde yaygın olarak kullanıldığı ve yazılım desteğinin olduğu, ve geriye dönük test uygulamasının kolay olduğu görülmektedir. RMD'nin zayıf yönleri incelendiğinde, şişman kuyruklu dağılımlarda risk ölçümünde yetersiz kaldığı, yatırımcıları ters pozisyona düşürme olasılığının yüksek olduğu ve portföy optimizasyonunda kullanılmasının zor olduğu görülmektedir.

BK'nın güçlü yönleri incelendiğinde, yatırımcıları ters pozisyona düşürme olasılığının düşük olduğu, portföy optimizasyonunda kolaylıkla kullanıldığı görülmektedir. BK'nın zayıf yönleri incelendiğinde, geriye dönük test uygulamasına elverişli olmadığı ve gerekli sistem desteğinin olmadığı görülmektedir.

## 5.UÇ DEĞERLER TEORİSİ

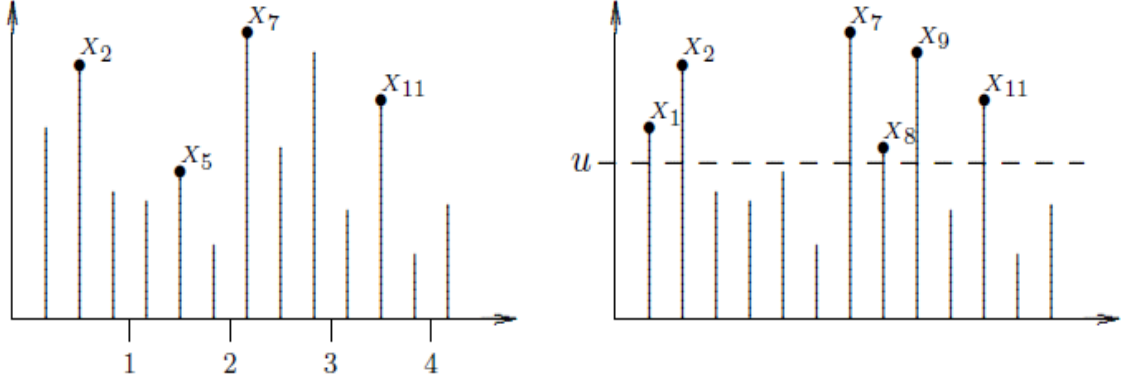
UDT, dağılımların kuyruk davranışlarının belirlenerek kuyruk olasılıklarının ve bunların asimptotik davranışlarının modellenmesinde kullanılmaktadır. UDT’de, normal dağılım varsayımının sağlanmadığı kalın kuyruklu dağılımlarda, dağılımın tamamı için değil sadece sıra dışı değerlerin bulunduğu kuyruk bölümlerine karşılık gelen olasılıkların modellenmesi gerçekleştirilmektedir [34].

UDT, rastgele değişkenler dizisinde yer alan çok küçük veya çok büyük değerlere ilişkin olasılıksal ve istatistiksel sorularla ilgilenir [35]. Sıra dışı durumlar (extreme events), düşük olasılıklarla meydana gelmekte olup, bu olayların görülme sıklığı finansal risk yönetiminde büyük önem taşımaktadır. İlgili risk miktarının ölçülebilmesi için, ilgilenilen sürece ilişkin dağılımın kuyruk bölgesinde yer alan olasılıkların tahmin edilmesi gerekmektedir. UDT, ilgili dağılıma ilişkin kuyruk bölgesinin en iyi şekilde tahmin edilmesi noktasında önemli bir araçtır.

UDT, sıradışı olaylara ilişkin geçmiş verilerden bilimsel anlamda çıkarsamalar yapmak ve geleceği tahmin etmek için kullanılmaktadır [36]. UDT’de asıl amaç, gerçekleşme olasılığı, diğer olası durumlara göre daha küçük olan, yani dağılımın kuyruk bölümüne karşılık gelen olaylara ilişkin olasılıkların ve dağılımın kuyruk bölümünün modellenmesidir.

Dağılımının kuyruk bölümünün UDT ile modellenmesinde kullanılan iki temel yaklaşım bulunmaktadır. Bunlar,

- Bloktaki Değerlerin En Büyüğü (BDEB)
- Eşik Seviyesini Aşan Değerler (ESAD)



Şekil 5. 1. Bloktaki değerlerin en büyüğü (sol), eşik seviyesini aşan değerler (sağ)

### 5.1. Bloktaki Değerlerin En Büyüğü (BDEB)

Bu yöntemin teorik olarak temelini Fisher-Tippett (1928) ve Gnedenko (1943) tarafından ortaya konulan uç değer limit yasaları oluşturmaktadır. Teori, örneklem içerisinde yer alan en küçük veya en büyük değerlerin davranışlarının belirlenmesini sağlar [37].

$X_1, X_2, \dots, X_n$  bağımsız ve aynı dağılıma sahip rastgele değişkenler olsun. Bu değişkenlerin ortak dağılım fonksiyonun  $F(x) = P\{X \leq x\}$  olduğu ve uç değerlerin, bu rastgele değişkenlerin bloktaki en büyük (veya en küçük) değer  $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  olduğu varsayalım. Her bir  $x$  değeri için bu dağılımı normalleştirmek (normal dağılıma yaklaştırmak) için kullanılacak uygun sabitler  $a_n > 0$  ve  $b_n$  için aşağıdaki koşulu sağlayacak bir limit yasası araştırılır [34].

$$\Pr\left\{\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right\} = F^n(a_n x + b_n) \rightarrow H(x)$$

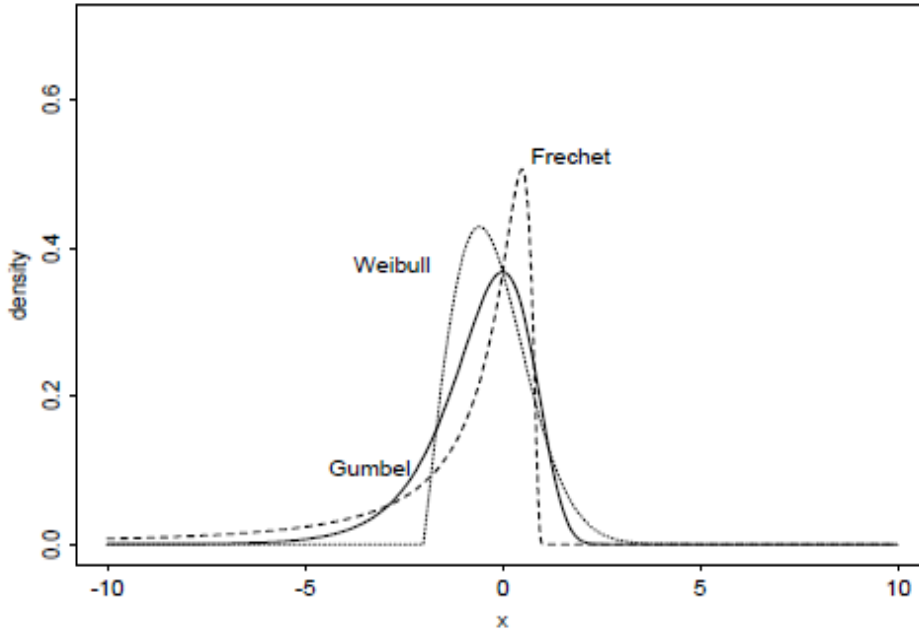
Fisher-Tippett teorimi, dejenere olmayan (yoğunluğunu tek bir noktada toplamayan dağılım fonksiyonu) bir  $H$  dağılım fonksiyonu mevcut ise, bu durumda, gözlenen verilerin hangi dağılımdan geldiğine bakılmaksızın,  $H$  dağılım fonksiyonun aşağıda belirtilen üç dağılım fonksiyonundan birisine ait olduğunu göstermektedir.

$$\text{Fréchet} \rightarrow \Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}), & x > 0, \alpha > 0 \end{cases}$$

$$\text{Weibull} \rightarrow \Psi_\alpha(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ \exp[-(-x^{-\alpha})], & x \leq 0, \alpha < 0 \end{cases}$$

$$\text{Gumbel} \rightarrow \Lambda(x) = \exp[-e^{-x}], \quad x \in \mathfrak{R}$$

Kuyruk endeks parametresi  $\alpha$ ,  $\infty$  ve  $-\infty$ 'a gittiğinde, sırasıyla Fréchet ve Weibull dağılımları, Gumbel dağılımının şeklini almaktadır.



**Şekil 5. 2.** Fréchet, Weibull ve Gumbel dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları

Von Mises (1936) ve Jenkinson (1955),  $\xi = 1/\alpha$  olmak üzere, Fréchet, Weibull ve Gumbel dağılımlarının tek parametrelilik birleşik bir model ile ifade edilebileceğini göstermişlerdir. Bu gösterim, ‘Genelleştirilmiş Uç Değer Dağılımı (GEV)’ olarak bilinmektedir.

$$H_{\xi, \mu, \sigma}(x) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma})^{-1/\xi}], & \xi \neq 0 \text{ ise } 1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} > 0 \\ \exp[-\exp(-\frac{x - \mu}{\sigma})], & \xi = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Eşitlik (5.1)’de görüldüğü gibi GEV dağılımına ilişkin 3 parametre yer almaktadır. Bunlar şekil parametresi  $\xi$ , konum parametresi  $\mu$ , ve ölçek parametresi  $\sigma$ ’dır. GEV dağılımı,  $\xi = \alpha^{-1}$  durumunda Fréchet dağılımını,  $\xi = -\alpha^{-1}$  durumunda Weibull dağılımını,  $\xi = 0$  durumunda ise Gumbel dağılımını ifade etmektedir.

Dağılımın şeklini gösteren parametre,  $\xi$  parametresidir. Kuyruk endeksi  $\alpha$  şekil parametresi ile yakından ilişkilidir ( $\alpha = 1/\xi$ ).

F dağılımının kuyruğu üstel olarak azalıyorsa, o zaman  $H_\xi$ , Gumbel tipi dağılım fonksiyonudur ve  $\xi = 0$  olur. Gumbel ince kuyruklu bir dağılım fonksiyonu olup normal, lognormal, üstel ve gamma tipi fonksiyonlar bu aile içerisinde.

F dağılımının kuyruğu bir kuvvet fonksiyonuna göre azalıyorsa ( $1 - F(x) = cx^{-1/\xi} = x^{-\alpha}$ ), dağılım Frechet tipi dağılıma uymaktadır ve şekil parametresi  $\xi > 0$  olur. Bu tip dağılımlar kalın kuyruklu olup Pareto, Cauchy ve  $t$  dağılımları bu aile içerisinde. Frechet tipi dağılım fonksiyonu finansal verilere en uygun türdeki dağılım fonksiyonudur.

F dağılımının kuyruğu sonlu (tüm momentleri mevcut) ise, dağılım Weibull türüne uymaktadır ve şekil parametresi  $\xi < 0$  olur. Bu sınıfa giren diğer dağılımlar düzgün dağılım ve beta dağılımıdır. Bu dağılımlar kuyruk endeksi (şekil parametresi), konum ve ölçek parametresine göre farklılık göstermektedirler.

BDEB yönteminin adımları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Öncelikle örneklem, her biri eşit uzunlukta olan  $m$  tane bloğa ayrılır.
- Her bir blok için, blok içerisindeki en büyük değer belirlenir.
 
$$M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$
- $M_n$  değerlerinden oluşan veri için GEV dağılımının parametre tahminleri yapılır. Bu parametrelerin tahmininde kullanılan başlıca yöntemler aşağıda verilmiştir.
  - ✓ Pickands Belirleyicisi (P)
  - ✓ En Çok Olabilirlik Yöntemi (ML)
  - ✓ Moment Yöntemi (MOM)
  - ✓ Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi (PWM)
  - ✓ Temel Yüzdesel Yöntem (EPM)

Standartlaştırılmış maksimumlar serisi ve genelleştirilmiş uç değerler dağılımını kullanarak RMD,

$$M = M_i^j; j = 1, 2, \dots, m \text{ olmak üzere,}$$

$$p = P(M < RMD) = \exp[-(1 + \xi(RMD - \mu) / \sigma)]^{-1/\xi}$$

$$RMD_p = \mu + \frac{\sigma}{\xi} [(-\ln(p))^{-\xi} - 1] \quad (5.2)$$

şeklinde hesaplanmaktadır [25]. Eşitlik (5.2)'de p, %95 ya da %99 güven düzeyini göstermektedir. M standartlaştırılmış maksimum değerli rasgele değişken,  $\mu$  konum parametresi (ortalama),  $\sigma$  ölçek parametresi (standart sapma),  $\xi$  ise şekil parametresidir. UDT'de finansal getiri serisi için herhangi bir dağılım varsayımında bulunulmadığından, RMD hesaplamasında model riski diğer yöntemlere göre azaltılmıştır.

BİDEB yönteminde, risk ölçümü için Getiri Düzeyi de hesaplanmaktadır. H, eşit uzunlukta ve birbiriyle çakışmayan periyotlarda gözlenen maksimum (minimum) getirilerin dağılımı olmak üzere, Getiri Düzeyi  $R_n^k$ ,

$$R_n^k = H^{-1}\left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

$$\hat{R}_n^k = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left( \left( 1 - \left( -\log\left(1 - \frac{1}{k}\right) \right)^{-\hat{\xi}} \right) \right) & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma} \log\left(\log\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right) & \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

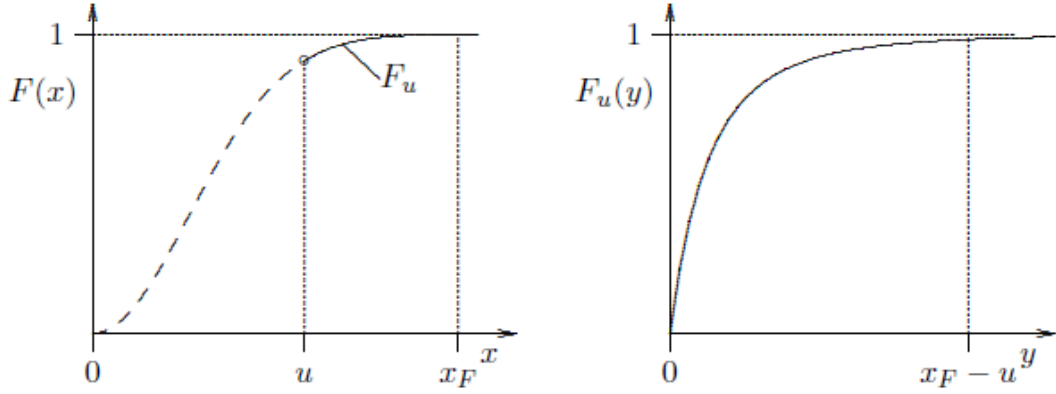
eşitliği ile hesaplanmaktadır [12]. Eşitlik (5.3)'te n, periyod uzunluğunu, k ise periyod sayısını göstermektedir. Getiri Düzeyi, portföyün maksimum kaybının bir ölçüsüdür.

## 5.2. Eşik Seviyesini Aşan Değerler Yöntemi (ESAD)

Eşik Seviyesini Aşan Değerler (ESAD) yönteminde, belirlenen eşik değerin ( $u$ ) üzerinde meydana gelen değerler, sıra dışı durumlar olarak kabul edilir. Bu değerler üzerinden modelleme işlemleri gerçekleştirilir. Bu yöntemde dağılımın kuyruk davranışı incelenir ve modellemesi yapılır. Modelleme aşamasında “*Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)*” kullanılır.

ESAD yöntemi, BDEB yöntemine alternatif olarak Smith(1989), Davison-Smith(1990) ve Leadbetter(1991) tarafından geliştirilen bir yöntemdir.

$X_1, X_2, \dots, X_n$  bağımsız ve aynı dağılıma sahip rastgele değişkenler için bilinmeyen F dağılım fonksiyonu düşünölsün. Eşik değeri aşan  $x$  değerlerine ilişkin  $F_u$  dağılım fonksiyonu ile ilgilenilmektedir.



Şekil 5. 3. Koşulsuz ( $F$ ) ve koşullu dağılım ( $F_u$ ) fonksiyonlarının grafiği

$F_u$  dağılım fonksiyonu “koşullu aşanların dağılım fonksiyonu” olarak isimlendirilmekte ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u), \quad 0 \leq y \leq x_F - u$$

$x$  rastgele değişken,  $u$  eşik değeri,  $y = x - u$  eşik değerini aşan gözlemleri göstermek üzere,  $F_u(y)$  aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} F_u(y) &= \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)} \\ &= \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \end{aligned}$$

Pickands(1975), Balkema ve de Haan (1974),  $F_u(y)$  dağılım fonksiyonunun büyük eşik değerleri ( $u \rightarrow \infty$ ) için  $G_{\xi, \sigma}(y)$  fonksiyonuna yakınsadığını göstermişlerdir [12].

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y), \quad u \rightarrow \infty$$

$$G_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{y}{\sigma})^{-1/\xi} & , \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\sigma} & , \xi = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

Eşitlik (5.4)'te yer alan dağılım  $x \leq y \leq x_F - u$  aralığı için “Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı” olarak adlandırılır.

$\xi$  şekil parametresi olmak üzere negatif veya pozitif değerler alabilmektedir. Parametre değeri dağılımın şeklini belirlemektedir.  $\xi$  parametresi pozitif değerli ise dağılım kalın kuyruklu, negatif değerli ise dağılım ince kuyruklu, 0 değerini aldığı anda ise normal kuyruklu olarak adlandırılmaktadır.

UDT-ESAD yöntemiyle RMD hesaplanmasında izlenecek olan adımlar aşağıda verildiği gibidir.

- Örneklem için eşik değeri belirlenir. Bu değerin üzerinde gerçekleşen gözlemler için modelleme yapılır. Eşik seviyesinin belirlenmesinde çeşitli tahmin ediciler kullanılmaktadır. Başlıca tahmin ediciler aşağıda verilmiştir.
- - ✓ Ortalama Aşım Grafiği
  - ✓ Hill Tahmincisi
  - ✓ Yüzdesele aşım
  - ✓ Pickands Tahmincisi
  - ✓ Q-Q Grafiği
  - ✓ Eşik Değer Durağanlık Grafiği (Threshold Stability Plot)
- Eşik seviyesini aşan değerler için GPD dağılımının parametre tahminleri yapılır. Parametre tahminlerinde kullanılan başlıca yöntemler şunlardır:
  - ✓ Pickands belirleyicisi(P)
  - ✓ Maksimum Olabilirlik Yöntemi(ML)
  - ✓ Moment yöntemi(MOM)
  - ✓ Olasılık ağırlıklı momentler yöntemi(PWM)
  - ✓ Temel yüzdesele yöntem(EPM)

Bu yöntemlerden en çok kullanılanı ML yöntemidir.
- GPD dağılımına ilişkin parametre tahminleri ile RMD değeri hesaplanır.

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (5.5)$$



Eşitlik (5.5)'ten,  $F(x)$  fonksiyonu çekilirse,  $F(x) = (1 - F(u))F_u(y) + F(u)$  eşitliği elde edilir.  $F(u) = \frac{n - N_u}{n} = 1 - \frac{N_u}{n}$  olmak üzere,

$$\begin{aligned}\hat{F}(x) &= \frac{N_u}{n} \left(1 - \left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x - u)\right)^{-1/\hat{\xi}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right) \\ \hat{F}(x) &= 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x - u)\right)^{-1/\hat{\xi}}\end{aligned}\quad (5.6)$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik (5.6)'daki dağılımın verilen  $p$  olasılık değeri için tersinin alınması ile RMD değeri elde edilir.  $\bar{F}$ ,  $F$  dağılımının tersini göstermek üzere,

$$\begin{aligned}RMD_p &= \bar{F}(p) \\ \bar{F}(p) &= \inf\{x \in \mathfrak{R} : F(x) \geq p\} \\ RMD_p &= \bar{F}(p) = \hat{G}_{\hat{\xi}, u, \hat{\sigma}} \left( \frac{p - F(u)}{1 - F(u)} \right) \\ RMD_p &= u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[ \left( \frac{n}{N_u} p \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right]\end{aligned}\quad (5.7)$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik (5.7)'de,  $n$ , toplam gözlem sayısını,  $N_u$  ise eşik seviyesini aşan gözlem sayısını göstermektedir.

BK öngörü değeri ise,

$$\begin{aligned}BK_p &= RMD_p + E(X - RMD_p | X > RMD_p) \\ &= \frac{RMD_p}{1 - \hat{\xi}} + \frac{\sigma - \hat{\xi}u}{1 - \hat{\xi}}\end{aligned}$$

eşitliği ile elde edilir [9; 38].

### 5.3 Eşik Seviyesinin Belirlenmesinde Kullanılan Yöntemler

Eşik değer belirlenmesinde hangi yöntemin tercih edileceğini veya hangi yöntemin etkinliğinin daha iyi olduğunu doğrudan belirleyen bir algoritma bulunmamaktadır. Eşik değeri, ne kadar büyük olursa kuyruk bölgesindeki gözlemlerin sayısı o kadar az olacaktır. Bu durum da parametre tahmininin varyansının büyük olmasına neden olacaktır. Diğer bir ifadeyle, yüksek eşik değeri verinin büyük bir kısmını elimine edecek, düşük eşik değeri ise modellemeye verinin büyük bir kısmını dâhil edecektir [39]. Böylece sıra dışı durumların (extreme events) yerine, veri setinin büyük bir kısmının modellenmesi yapılmış olacaktır.

Modelleme yapılırken uygun eşik değer belirleme kritik önem taşımaktadır. Eğer eşik değeri çok yüksek seçilirse, eşik değeri aşan gözlemlerin sayısı yeteri kadar olmayacak, bu durum da dağılıma ilişkin parametre tahminlerinin varyanslarının büyük ve tahminlerde yanlışlık olmasına neden olacaktır [40].

Klasik eşik değeri belirleme yöntemleri grafiksel yöntemlerden yararlanmaktadır. Bu yöntemlerin avantajı, uygulayıcıya veriyi grafiksel olarak inceleme ve özelliklerini anlama imkânı sağlamasıdır. Fakat bu yaklaşımdaki en önemli sorun, grafik üzerinden eşik değeri belirlemenin önemli bir uzmanlık gerektirmesi ve öznel olmasıdır. Diğer bir sorun ise çok sayıda veri seti olduğunda bu işlemlerin oldukça fazla zaman almasıdır. Bu durumdan kaçınmak için uygulayıcılar genellikle tüm veri seti üzerinden sabit bir yüzdelik dilim belirlemeyi tercih ederler.

Eşik değeri belirlemedeki diğer önemli bir sorun ise, bazı uygulamalarda görüldüğü gibi birden fazla uygun eşik değeri varlığıdır. Eşik değeri sabit olarak kabul edilip belirlenen eşik üzerinden modelleme yapılması farklı eşik değeri için var olan farklı kuyruk davranışlarının göz ardı edilmesine neden olmaktadır. Bu durumda yaygın olarak kullanılan yaklaşım ise farklı eşik değeri için elde edilen parametre tahminlerinin duyarlılıklarının (sensitivity) değerlendirilmesidir.

Literatürde eşik değeri belirleme konusunda farklı önerilerde bulunulmuştur. Örneğin sabit yüzdelik dilim (%10) kuralı [41], teorik olarak uygun olmamasına rağmen pratikte kullanılan bir yöntemdir. Diğer bir yöntem ise karekök kuralıdır.  $k$ , eşik seviyesini aşan durumların sayısını göstermek üzere  $k = \sqrt{n}$  şeklinde hesaplanmaktadır [42]. Loretan ve Philips tarafından önerilen diğer bir yöntem ise  $k$  değerini  $k = n^{2/3} / \log[\log(n)]$  ile hesaplamaktadır [43].

Reiss ve Thomas, en küçük sıra istatistiği  $k$  değerini belirlemek için Eşitlik (5.8)'de verilen fonksiyonu minimize etmeyi önermişlerdir [44].

$$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k i^{\beta} \left| \hat{\xi}_i - \text{medyan}(\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_k) \right| \quad (5.8)$$

Eşitlik (5.8)'de,  $\hat{\xi}_i$ ,  $i$ . sıra istatistiğinin üzerindeki değerler için hesaplanan şekil parametresinin tahmini,  $\beta$  ise ayar parametresidir (tuning parameter) ( $0 \leq \beta \leq 0.05$ ). Eşitlik (5.8)'de verilen fonksiyonun minimize edilmesi ile, tahmin edilen şekil parametrelerinin durağan (stable) olduğu durumda elde edilen  $k$  değerine göre eşik değeri belirlenmiş olur.

### 5.3.1 Ortalama Aşım Grafiği

Eşik seviyesinin belirlenmesinde ortalama aşım grafiği çoğunlukla tercih edilen yöntemlerden biridir. Eşik seviyesi  $u$  aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$(u, e_n(u)), \quad x_1^n < u < x_n^n$$

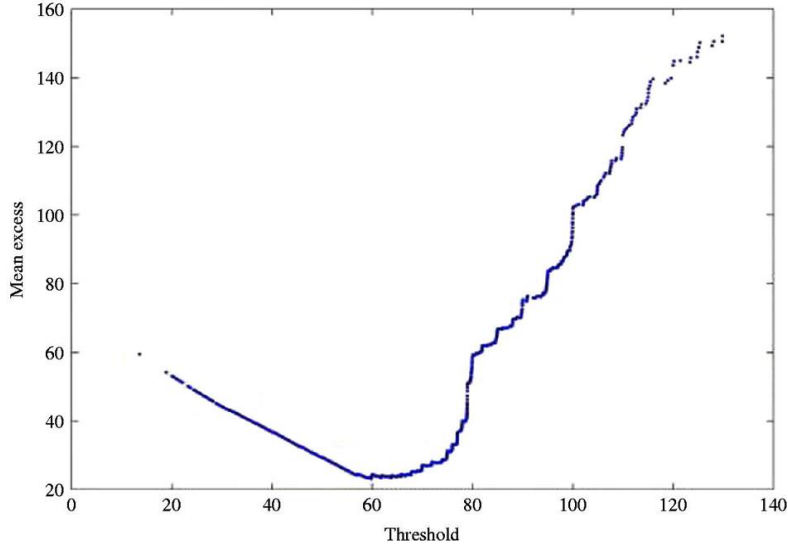
$e_n(u)$ , ortalama aşım fonksiyonu olmak üzere,

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=k}^n (x_i^n - u)}{n - k + 1}, \quad k = \min\{i / x_i^n > u\} \quad (5.9)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Eşitlik (5.9)'da,  $n-k+1$  değeri eşik seviyesini aşan gözlemlerin sayısını ifade etmektedir. Ortalama aşım fonksiyonu,  $u$  eşik seviyesinin üzerinde meydana

gelen aşımalarının toplamının  $(\sum_{i=k}^n (x_i^n - u))$ , eşik seviyesini aşan gözlem sayısına  $(n-k+1)$  bölünmesine ile hesaplanır.

Eşitlik (5.9)'da tanımlanan fonksiyon doğrusal olmalıdır. Bu doğrusallık özelliği kullanılarak  $u$  değeri seçilir. OAG grafiği aşağı yönlü bir trend gösteriyorsa ince kuyruklu, yukarı yönlü bir trend gösteriyorsa kalın kuyruklu yapının varlığını işaret etmektedir. Eğer grafik yatay bir çizgi şeklinde ise üstel olarak dağılmış veriyi göstermektedir [45].



Şekil 5. 4. Ortalama aşım grafiği

### 5.3.2 Hill Grafiği

Eşik değer belirlenmesinde kullanılan diğer bir yöntem ise Hill Grafiği'dir. Hill (1975),  $\xi > 0$  olduğu durumda,  $\xi$  için tahmin edici önermiştir [45].  $X_{1,n}, X_{2,n}, \dots, X_{n,n}$  gözlemleri, değerlerine göre  $X_{1,n} \geq X_{2,n} \geq \dots \geq X_{n,n}$  olacak şekilde sıralandığında  $\xi$  için Hill tahmin edicisi,

$$\hat{\xi} = \frac{1}{k} \sum_{i=j}^k \ln X_{j,n} - \ln X_{k,n} \quad (5.10)$$

eşitliği ile elde edilir. Eşitlik (5.10)'da,  $k$ , aşım sayısını,  $n$  örneklem büyüklüğünü ve  $\alpha = 1/\xi$  kuyruk endeksini göstermektedir. Hill grafiği, verilerin kuyruk davranışının belirlenmesinde kullanılır. Hill grafiğinde, her bir eşik seviyesi için hesaplanan  $\xi$  ve  $\alpha$  parametreleri, hesaplandıkları eşik seviyesi  $u$  ile o seviyede tüm kayıp verileri büyükten küçüğe doğru sıralandığında en üstte kalan kaç adet kayıp olduğunu gösteren  $k$  değerleri yer almaktadır [34].

Eşik değer belirlerken dikkat edilmesi gereken önemli hususlar bulunmaktadır. Eğer düşük eşik değer belirlenirse, eşik değeri aşan gözlemlerin sayısı artacak, daha da önemlisi dağılımın merkezinde bulunan gözlem değerleri de modellemeye dâhil olacak, bu durum da parametre tahmin sonuçlarında yanlılığa neden olacaktır. Eşik değerinin çok yüksek belirlenmesi ise, çok az sayıda gözlem değeriyle modelleme yapılacağından, parametre tahminlerine ilişkin varyans değerlerinin büyük olmasına neden olacaktır. Bu nedenle, farklı tekniklerin bir arada kullanılması ile daha doğru bir modelleme için gerekli olan eşik değerinin belirlenmesi, modelleme sürecini daha başarılı kılacaktır.

### 5.3.3 Yüzdesel Aşım

Eşik seviyesi, verinin sabit bir yüzdesel değerine göre seçilebilir [47]. Bu yöntemin avantajı, farklı yatırım araçlarına ilişkin RMD değerleri karşılaştırılırken, aynı sayıdaki sıra dışı durumların veya aşımların modellenmesinin gerçekleştirilmiş olmasıdır.

### 5.3.4 Parametre Durağanlık Grafiği

Eşik seviyesinin belirlenmesinde kullanılan bir diğer yöntem ise, Parametre Durağanlık Grafiği'dir (PDG). İlgili grafik, Davison ve Smith tarafından önerilmiş olup farklı eşik değerler için elde edilen parametre tahminlerinin durağanlığının değerlendirilmesine dayanmaktadır [48]. Bu yöntemin dayandığı temel prensip, yüksek eşik değer belirlenmesi az sayıda aşıma neden olacağı ve bu durumda GPD parametre tahminlerinin

durağanlığında gerileme meydana geleceğidir. Bu nedenle eşik değeri belirlenirken, GPD parametre tahminlerinin durağan olduğu durum dikkate alınmaktadır. PDG, hem ölçek ( $\sigma$ ) hem şekil ( $\xi$ ) parametreleri için çözülmektedir.

#### 5.4 GPD Parametre Tahmin Yöntemleri

ESAD yönteminde sıra dışı durumların modellenmesi yapılırken GPD dağılımı kullanılmaktadır. Bu dağılıma ilişkin parametre tahminlerini elde etmek için farklı yöntemler kullanılmaktadır. Castillo ve Hadi (1997), Hosking ve Wallis (1987) ve Jelena (2012), GPD dağılımına ilişkin parametre tahmin yöntemlerini aşağıda gibi özetlemiştir [49; 50; 51]

##### 5.4.1 En Çok Olabilirlik Yöntemi

$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  olmak üzere, GPD için log-olabilirlik fonksiyonu  $L(\xi, \sigma | x)$ , ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun logaritmasının alınması ile elde edilir. Log-olabilirlik fonksiyonu aşağıda verildiği gibidir [12]:

$$L(\xi, \sigma | x) = \begin{cases} -n \log \sigma - \left(\frac{1}{\xi} + 1\right) \sum_{i=1}^n \log\left(1 + \frac{\xi}{\sigma} x_i\right), & \xi \neq 0 \\ -n \log \sigma - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_i, & \xi = 0 \end{cases}$$

Hosking ve Wallis (1987), log-olabilirlik fonksiyonunun yerel maksimum değerini bulmak için Newton-Raphson iterasyonuna dayanan bir yöntem kullanmışlardır [49].

##### 5.4.2 Momentler Yöntemi

$x_1, x_2, \dots, x_n$  rastgele örnekleme, örneklem ortalaması  $\bar{x}$  ve varyansı  $s^2$  olan  $GPD(\xi, \sigma)$  dağılımından gelmiş olsun. GPD dağılımına ilişkin  $\xi$  ve  $\sigma$  parametreleri aşağıda verilen eşitlikler yardımıyla tahmin edilmektedir [50]:

$$\xi_{MOM} = \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{x}^2}{s^2} - 1 \right)$$

$$\sigma_{MOM} = \frac{1}{2} \bar{x} \left( \frac{\bar{x}^2}{s^2} + 1 \right)$$

MOM tahminlerini elde etmek oldukça kolaydır. Diğer tahmin yöntemlerinde, bu yöntemden elde edilen tahminler, başlangıç değerleri olarak kullanılabilir [49].

### 5.4.3 Olasılık Ağırlıklı Momentler Yöntemi

$x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$  sıralı rastgele örnekleme,  $GPD(\xi, \sigma)$  dağılımından gelmiş olsun. GPD dağılımına ilişkin PWM parametre tahminleri aşağıda verilen eşitlik yardımıyla elde edilir [49]:

$$\begin{aligned}\xi_{PWM} &= \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 2\alpha_1} \\ \sigma_{PWM} &= \frac{2\alpha_0\alpha_1}{\alpha_0 - 2\alpha_1} \\ \alpha_v &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1 - p_{j:n})^v \cdot x_{j:n} \\ p_{j:n} &= \frac{j - 0.35}{n}\end{aligned}\tag{5.11}$$

Eşitlik (5.11)'de,  $x_{j:n}$ ,  $n$  örneklem büyüklüğü olmak üzere  $j$ . sıra istatistiğini göstermektedir. Greenwood v.d. (1979), PWM tahmin yöntemini ayrıntılı bir şekilde incelemiştir [52].

### 5.4.4 Temel Yüzdesel Yöntem

Castillo ve Hadi (1997), EPM tahmin yöntemini çalışmalarında incelemiştir [32]. Bu yöntem 2 aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalardan ilkinde,  $\xi$  ve  $\sigma$  parametreleri için başlangıç tahminleri elde edilir. İkinci aşamada ise başlangıç tahminleri kullanılarak  $\xi$  ve  $\sigma$  parametrelerinin genel tahminleri elde edilir. Tahmin sürecinde aşağıdaki adımlar izlenmektedir.

- $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$  sıralı rastgele örnekleme,  $GPD(\xi, \sigma)$  dağılımından gelmiş olsun.  $x_{i:n}$  ve  $x_{j:n}$  rastgele seçilen iki sıralı istatistik olsun. Sıra istatistiklerinin yüzde değerlerini elde etmek için Eşitlik (5.12)'te verilen dağılım fonksiyonları kullanılır.

$$\begin{aligned}F(x_{i:n}; \xi, \sigma) &= p_{i:n} \\ F(x_{j:n}; \xi, \sigma) &= p_{j:n}\end{aligned}\tag{5.12}$$

$$p_{i:n} = \frac{i - \alpha}{n + \beta}$$

$$F(x) = 1 - \left(1 - \frac{x}{\delta}\right)^k; \quad k \neq 0, \quad \delta k > 0\tag{5.13}$$

Castillo ve Hadi (1997), yapmış oldukları simülasyon çalışmasında en iyi sonuçları  $\alpha=0$  ve  $\beta=1$  için elde etmişlerdir (31). Eşitlik (5.12)'i, Eşitlik (5.13)'te yerine yazıp logaritması alınırsa aşağıda verilen eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned}\ln(1-x_{i:n}/\delta) &= \xi C_i \\ \ln(1-x_{j:n}/\delta) &= \xi C_j\end{aligned}\quad (5.14)$$

Eşitlik (4.10)'da,  $C_i = \ln(1-p_{j:n}) < 0$  olma üzere, sırasıyla  $\xi$  ve  $\delta$  parametresi cinsinden eşitlikler yazıldığında,

$$C_j \ln(1-x_{i:n}/\delta) = C_i \ln(1-x_{j:n}/\delta) \quad (5.15)$$

$$x_{i:n} [1-(1-p_{j:n})^k] = x_{j:n} [1-(1-p_{i:n})^k] \quad (5.16)$$

eşitlikleri elde edilir. Eşitlik (5.15) ve eşitlik (5.16), ikiye ayırma yöntemi (bisection method) ile kolaylıkla çözülebilir. Eşitlik (5.14)'un çözümü ile  $\delta$  parametresinin tahmini  $\hat{\delta}(i, j)$ , bu parametre tahmininin Eşitlik (5.14)'te yerine koyulması ile  $\xi$  parametre tahmini  $\hat{\xi}(i, j)$  elde edilir.  $\sigma$  parametresi ise aşağıda verilen eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\hat{\sigma}(i, j) = \hat{\xi}(i, j) \hat{\delta}(i, j)$$

- İkinci adımda tüm mümkün kombinasyonlar için  $\hat{\xi}(i, j)$  ve  $\hat{\sigma}(i, j)$  parametre tahminleri elde edilir. Aşağıda verilen eşitlik yardımıyla  $\xi$  ve  $\sigma$  parametrelerinin genel tahminleri elde edilir.

$$\begin{aligned}\hat{\xi}_{EPM} &= \text{medyan}(\hat{k}(1, 2), \hat{k}(1, 3), \dots, \hat{k}(n-1, n)) \\ \hat{\sigma}_{EPM} &= \text{medyan}(\hat{\sigma}(1, 2), \hat{\sigma}(1, 3), \dots, \hat{\sigma}(n-1, n))\end{aligned}$$

Bu yöntemde  $n$  değeri büyük olduğunda, tüm mümkün kombinasyonlar için bu sürecin işletilmesinin zorluğu nedeniyle,  $i=1, 2, \dots, n-1$  olmak üzere, sadece  $j=n$  durumu dikkate alınabilir.

#### 5.4.5. Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Hosking ve Wallis (1987), ML, MOM ve PWM parametre tahmin yöntemlerinin etkinliklerini simülasyon çalışması ile karşılaştırmışlardır [49]. Bu çalışmada  $(-\frac{1}{2} < \xi < \frac{1}{2})$  durumu dikkate alınmıştır. Simülasyon çalışması sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

- $n \geq 500$  durumunda, ML tahmin yöntemi asimptotik etkinlik göstermemektedir.
- $\xi \leq -0.2$  durumunda, MOM tahmin yöntemiyle elde edilen sonuçlar güvenilir değildir.
- $-\frac{1}{2} < \xi < 0$  durumunda PWM tahmin yöntemi güvenilirdir.

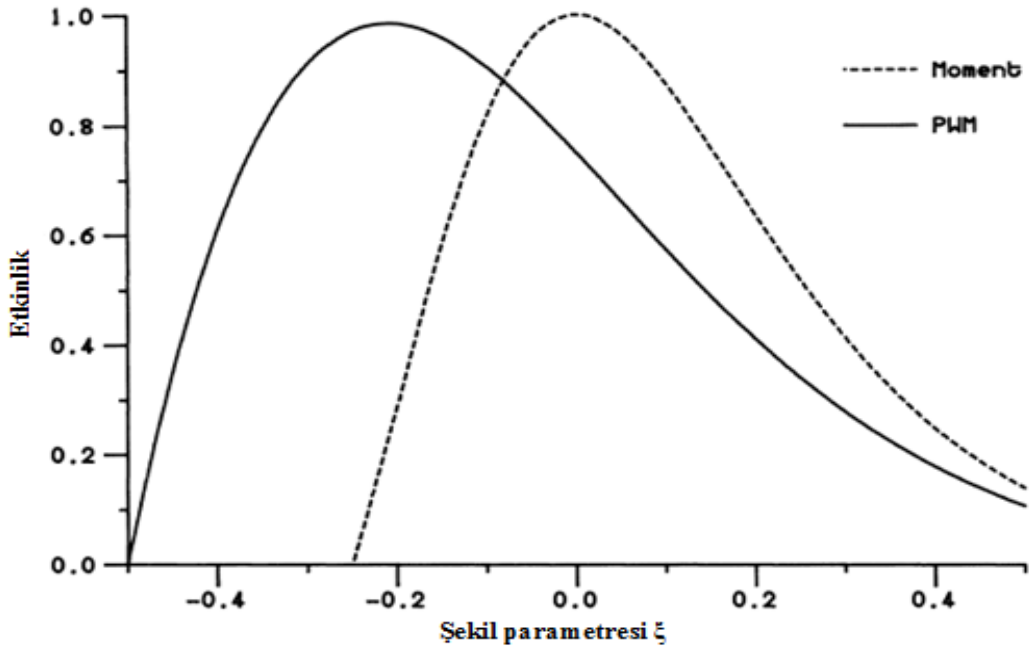
Hosking ve Wallis (1997), simülasyon çalışmasında  $(-\frac{1}{2} < \xi < \frac{1}{2})$  durumunu dikkate almalarının nedenini aşağıdaki durumlara bağlamışlardır:

- Uygulamalarda  $\xi$  parametresinin genellikle bu aralıkta yer alması.
- $X$ 'in  $r$ . momentinin  $\xi > -1/r$  durumunda var olması, varyansın hesaplanabilmesi için  $\xi$  parametresinin  $-\frac{1}{2}$ 'den büyük olması gerektiği.
- Üstel dağılımın, GPD dağılımının özel bir durumu olması ( $\xi = 0$ ).

Castillo ve Hadi (1997), önermiş oldukları EPM yöntemi ile diğer tahmin yöntemlerinin etkinliklerini yine bir simülasyon çalışması ile karşılaştırmışlar ve aşağıda verilen sonuçlara ulaşılmıştır [50].

- $n=15$  için, tüm parametre yöntemlerinde,  $\xi$  parametresi 0 değerinden uzaklaştıkça yanlılık (bias) ve RMSE değerleri artmaktadır.
- Örneklem büyüklüğü arttıkça tüm yöntemlerde yanlılık ve kök ortalama karesel hata değerleri azalmaktadır.
- $\xi = -2$  ve  $\xi = -1$  için, MOM ve PWM tahmin yöntemlerinde, yanlılık ve kök ortalama karesel hata değerleri aşırı boyutta büyümektedir.
- Parametre tahmin yöntemlerinin etkinliğinin  $\xi$ 'ye bağlı olduğu görülmüştür. PWM yöntemi  $-0.4 \leq \xi \leq 0$  aralığında, MOM yöntemi  $0 \leq \xi \leq 0.4$  aralığında, EPM yöntemi,  $\xi < -0.4$  ve  $\xi > 0.4$  aralığındayken en iyi performansı göstermektedirler.





Şekil 5. 5. Parametre tahmin yöntemlerinin asimptotik etkinlikleri

### 5.5. ARCH/GARCH, GARCH-UDT ve Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon Modelleri

Volatilite modelleme teknikleri, Engle'in (1982) otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) modeli ve Bollerslev'in (1986) genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans modelini önermesiyle birlikte çeşitlilik kazanmaya başlamıştır. Birçok araştırmacı tarafından farklı volatilite modelleri geliştirilmesine rağmen hangi modelin daha iyi olduğuna dair kesin bir kanı bulunmamaktadır. Volatilite modellerinin farklı koşullar altında birbirlerine karşı olan etkinlikleri değişmektedir.

Engle (1982) tarafından geliştirilen ARCH modelleri belirli bir zamanda serilerin varyansını tahmin etme imkânı sağlayan, koşullu varyansın zamanla değişimine izin veren ancak koşulsuz varyansı sabit kabul eden yöntemlerdir [53].

Standart doğrusal regresyon modeli dikkate alınır,

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$$

eşitliği ile ifade edilebilir. Burada, artıkların varyansı sabit olduğunda, bu durum eşvaryanslı (homoscedastic) olarak adlandırılır ve parametre tahmininde bilinen en küçük kareler yöntemi kullanılır. Artıkların varyansı sabit olmadığında, bu durum değişen varyans (heteroscedastic) olarak adlandırılır ve parametre tahminlerinde ağırlıklı en küçük kareler yöntemi kullanılır.

Değişen varyanslı zaman serileri bazı karakteristik özelliklere sahiptir. Öncelikle bu zaman serileri kalın kuyruklu yapı içerirler. Zaman serilerinin olasılık dağılımları, standart normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu gösterirler. İkinci özellik ise volatilité kümelenmesidir. Volatilité kümelenmesi, hisse senetleri fiyatlarında meydana gelen büyük değişimlerin, büyük değişimleri; küçük değişimlerin ise küçük değişimleri izlemesini ifade etmektedir [54].

### **ARCH Volatilité Modeli**

$r_t$ , finansal varlığa ilişkin  $t$  zamanındaki getiri olmak üzere, stokastik volatilité modeli aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$r_t = \mu_t + \sigma_t \varepsilon_t \quad (5.17)$$

Eşitlik (5.17)'de,  $\varepsilon_t$  birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip rastgele değişkenlerdir.  $\mu_t$ ,  $t$  zamanındaki ortalama getiri,  $\sigma_t$  ise volatilitéyi göstermektedir.

$t$  zamanındaki artık getiriler,  $r_t - \mu$  olmak üzere,

$$\alpha_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

eşitliği ile gösterilir. Genellikle uygulamalarda  $\varepsilon_t$  için varsayımsal dağılım, normal dağılım veya  $t$  dağılımıdır.

Engle (1982) tarafından geliştirilmiş olan ARCH modelinin en basit hali olan ARCH(1) modeli Eşitlik (5.18) ile gösterilmiştir:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 \quad (5.18)$$

Eşitlik (5.18)'de  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ , pozitif varyans için,  $\alpha_1 < 1$  ise durağanlık için gerekli kısıtları göstermektedir. ARCH modellerinin temel düşüncesi, artık getiriler,  $\alpha_t$ , arasında korelasyon yoktur, fakat birbirlerinden bağımsız değildirler. Bu bağımlılık yapısı, artık getirilerin gecikmeli değerleri üzerinden basit bir karesel fonksiyonla açıklanabilir [54].

ARCH(1) modelinde bir önceki döneme ait artık getiriler,  $\alpha_{t-1}^2$ , büyük olursa sonraki dönem için koşullu varyans öngörüsü,  $\sigma_{t+1}^2$  de büyük olacaktır. Zamana bağlı değişkenlik gösteren  $\sigma_t^2$ , normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu bir yapıya neden olmaktadır.  $\alpha_t$  için basıklık değeri:

$$\text{Basıklık}(\alpha_t) = \frac{E[\alpha_t^4]}{(E[\alpha_t^2])^2}$$

$\alpha_t$  normal dağılıma sahip olduğunda basıklık değeri 3 değerini alır. Burada  $\alpha_t$  için,

$$\begin{aligned} \text{Basıklık}(\alpha_t) &= \frac{E[\sigma_t^4]E[\varepsilon_t^4]}{(E[\sigma_t^2])^2(E[\varepsilon_t^2])^2} \\ &= \frac{3E[\sigma_t^4]}{(E[\sigma_t^2])^2} \end{aligned}$$

eşitliği elde edilir. Jensen eşitsizliği gereği ( $f(x)$  konveks fonksiyon olmak üzere,  $E[f(x)] > f(E[x])$ ),  $E[\sigma_t^4] > (E[\sigma_t^2])^2$  durumu geçerlidir. Bu nedenle  $\text{basıklık}(\alpha_t) > 3$  olacaktır. Görüldüğü gibi finansal uygulamaların birçoğunda kullanılan normallik varsayımı istatistiksel olarak geçerliliğini kaybetmektedir [55].

### **GARCH Volatilite Modeli**

ARCH(1) modelinde, sonraki dönem varyansı sadece bir önceki dönemin karesel artıklarına bağlıdır. Finansal krizler sonrası ise bu artıklar oldukça büyük değer almaktadırlar. Bu durum ise sonraki döneme ilişkin öngörü performansını etkilemektedir. Bu nedenle, ARCH modellerinin uzantısı olan GARCH modelleri geliştirilmiştir. Genelleştirilmiş ARCH modelleri olarak bilinen GARCH modelleri ilk olarak Bollerslev (1986) tarafından geliştirilmiştir.

GARCH(1,1) modeli:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ \alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \beta_1 > 0 \\ \alpha_1 + \beta_1 &< 1 \end{aligned} \tag{5.19}$$

eşitlikleri ile gösterilir.  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\beta_1 > 0$  pozitif varyans için ve  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  durağanlık için gerekli kısıtları göstermektedir. Eşitlik (5.19)'da görüldüğü gibi sonraki dönem için varyans öngörüsü, son dönemin koşullu varyans öngörüsüne,  $\sigma_{t-1}^2$ , son dönemin karesel artıklarına,  $\alpha_{t-1}^2$ , ve koşulsuz varyansa,  $\alpha_0$ , bağlıdır [56].

GARCH(1,1) modeli  $v_t = \alpha_t^2 - \sigma_t^2$  dönüşümü yapılarak ARMA(1,1) modeline eşit olur.

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ \alpha_t^2 - v_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 (\alpha_{t-1}^2 - v_{t-1}) \\ \alpha_t^2 &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \alpha_{t-1}^2 + v_t - \beta_1 v_{t-1}\end{aligned}$$

Yukarıda verilen model karesel artıklar üzerinden ARMA(1,1) modelini göstermektedir.

$\alpha_t$  için koşulsuz varyans:

$$\begin{aligned}\text{Var}(\alpha_t) &= E[\alpha_t^2] - (E[\alpha_t])^2 \\ &= E[\alpha_t^2] \\ &= E[\sigma_t^2 \varepsilon_t^2] \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 E[\alpha_{t-1}^2] + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) E[\alpha_{t-1}^2]\end{aligned}$$

$\alpha_t$  durağan süreç olmak üzere varyansı,

$$\text{Var}(\alpha_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

eşitliği elde edilir. GARCH(1,1) modeli, ARCH( $\infty$ ) olarak yazılabilir:

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 (\alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-2}^2 + \beta_1 \sigma_{t-2}^2) \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \alpha_{t-2}^2 + \beta_1^2 \sigma_{t-2}^2 \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \alpha_{t-2}^2 + \beta_1^2 (\alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-3}^2 + \beta_1 \sigma_{t-3}^2) \\ &\vdots \\ &= \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha_1 \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_{t-1-i}^2 \beta_1^i\end{aligned}$$

t zamanındaki koşulsuz varyans, ağırlıklı geçmiş karesel artıkların toplamıdır. Bu ağırlıklar geçmiş dönemlere gittikçe azalmaktadır. Getirilerin koşulsuz varyansı:

$$E[\sigma^2] = \frac{\alpha_0}{(1 - \alpha_1 - \beta_1)}$$

eşitliğiyle verilmişti. Bu eşitlikten yararlanarak GARCH(1,1) modeli aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ &= (1 - \alpha_1 - \beta_1) E[\sigma^2] + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2\end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitlikten görüldüğü, sonraki dönemin koşullu varyansı, getirilerin koşulsuz varyansının ağırlıklı birleşimine,  $E[\sigma^2]$ , son dönemin karesel artıklarına,  $\alpha_{t-1}^2$ , son dönemin koşullu varyansına,  $\sigma_{t-1}^2$ , bağlıdır [55].

### **Parametre Tahminlerinin En Çok Olabilirlik Yöntemi (MLE) ile Elde Edilmesi**

GARCH modelinin, MLE yöntemi ile parametre tahminlerini elde edebilmek için olabilirlik fonksiyonun tanımlanması gerekmektedir. Olabilirlik fonksiyonu  $L(\Theta | x_1, x_2, \dots, x_n)$ , parametrelere göre maksimize edilir.

Artık getiriler birbirinden bağımsızken, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu, marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonları üzerinden yazılabilir. GARCH modelinde, getiriler bağımsız değildir. Bu nedenle ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu, koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonları üzerinden yazılmaktadır.

$$\begin{aligned} f(r_1, r_2, \dots, r_T) &= f(r_T | r_1, r_2, \dots, r_{T-1}) f(r_1, r_2, \dots, r_{T-1}) \\ &= f(r_T | r_1, r_2, \dots, r_{T-1}) f(r_{T-1} | r_1, r_2, \dots, r_{T-2}) f(r_1, r_2, \dots, r_{T-2}) \\ &\vdots \\ &= f(r_T | r_1, r_2, \dots, r_{T-1}) f(r_{T-1} | r_1, r_2, \dots, r_{T-2}) \dots f(r_1) \end{aligned}$$

Normal dağılım varsayımı altında, GARCH(1,1) modeli için olabilirlik fonksiyonu,

$$\begin{aligned} L(\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \mu | r_1, r_2, \dots, r_T) &= \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_T^2}} \exp\left(-\frac{(r_T - \mu)^2}{2\sigma_T^2}\right) &\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{T-1}^2}} \exp\left(-\frac{(r_{T-1} - \mu)^2}{2\sigma_{T-1}^2}\right) \dots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(r_1 - \mu)^2}{2\sigma_1^2}\right) \end{aligned}$$

eşitliği ile ifade edilir.  $\ln L$  fonksiyonu,  $L$ 'nin monoton artan bir fonksiyonudur. *Log-olabilirlik* fonksiyonunun parametrelere göre maksimize edilmesi ile, parametre tahminleri elde edilir.  $\ln L$  fonksiyonu,

$$\ln L(\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \mu | r_1, r_2, \dots, r_T) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T \ln \sigma_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T \left( \frac{(r_i - \mu)^2}{\sigma_i^2} \right)$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada  $\sigma_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{i-1}^2 + \beta_1 \sigma_{i-1}^2$  olmak üzere, yukarıdaki eşitlikle yerine yazıldığında, olabilirlik fonksiyonu, getirilerin ve parametrelerin bir fonksiyonu olur.

Normal dağılım varsayımı yerine t-dağılımı varsayımını kullanılmak finansal getiriler için daha uygun bir tercih olabilir. Çoğu uygulamada, finansal getiri serilerinin normal

dağılıma göre daha kalın kuyruklu bir yapıya sahip olduğu dikkat çekmektedir. Bu nedenle normal dağılım yerine daha kalın kuyruklu dağılımlar tercih edilmektedir. Uygulamalarda normal dağılım yerine kullanılan kalın kuyruklu dağılımlar olarak t-dağılımı ve Genelleştirilmiş Hata Dağılımı (Generalized Error Distribution, GED) dikkat çekmektedir.

GARCH(1,1) modelinde,  $\varepsilon_t$ 'nin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olan t-dağılıma sahip olduğunu varsayarsak,  $\varphi$  serbestlik derecesi olmak üzere, *log-olabilirlik* fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir [57].

$$\ln L(\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \mu | r_1, r_2, \dots, r_T) = - \sum_{i=1}^T \left[ \frac{\varphi+1}{2} \ln \left( 1 + \frac{r_i - \mu}{(\varphi-2)\sigma_i^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\sigma_i^2) \right]$$

Yukarıda verilen *log-olabilirlik* fonksiyonun parametrelere göre maksimize edilmesi sonucunda parametre tahminleri elde edilir [57].

### **GARCH-UDT Volatilite Modeli**

UDT ile statik RMD hesaplanırken, finansal getiri serisine ilişkin koşulsuz  $F_X(x)$  dağılımının modellenmesi yapılır ve  $k$  gün için kayıp miktarı ile ilgilenir. Dinamik model yaklaşımında, koşullu getiri dağılımı modellenir ve bir sonraki gün için kayıp miktarı öngörüsünde bulunulur ( $k \geq 1$ ). GARCH(1,1) sürecine göre, 1 sonraki güne ilişkin RMD ve BK öngörü değerleri aşağıda verilen eşitlikler ile elde edilir:

$$\begin{aligned} RMD_q &= \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} RMD(Z_q) \\ BK_q &= \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} BK(Z_q) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Eşitlik (5.20)'de, artıklara ilişkin  $F_Z(z)$  dağılımının normal dağılıma sahip olduğu varsayılır. UDT yaklaşımında,  $F_Z(z)$  e ilişkin herhangi bir dağılım varsayımında bulunulmaz.

UDT'nin dayandığı temel varsayım, finansal getirilerin birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip olmasıdır. Bu varsayım, genellikle finansal verilerde sağlanmamaktadır. Bu nedenle, McNeil ve Frey (2000) iki aşamadan oluşan bir model önermişlerdir [9; 38].

**1. Adım:** GARCH (1,1) modelinin parametre tahminleri yarı en çok olabilirlik (Pseudo (Quasi) Maximum Likelihood, (QML)) yöntemiyle elde edilir. Bu adımda GARCH(1,1) modelinden elde edilen artıklar, bir sonraki gün için elde edilen  $\mu_{t+1}$  ve  $\sigma_{t+1}$  öngörü değerleri 2. adımda kullanılır.

**2. Adım:** UDT-ESAD yöntemi, uygun eşik seviyesi  $u$  belirlenerek, 1. adımdan elde edilen artıklara uygulanır. Eşitlik (5.20) yardımıyla RMD ve BK risk tahminleri elde edilir.

GARCH modelinde QML yöntemi, finansal getiri serilerinde kalın kuyruklu yapının bulunduğu durumda sıklıkla kullanılmaktadır. QML yönteminin ML yönteminden farkı herhangi bir dağılım varsayımında bulunmadan parametre tahminlerinin elde edilmesidir.

QMLE için olabilirlik fonksiyonu,  $\theta = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \mu)^T$  parametre vektörü olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$L_T(\theta | r_1, r_2, \dots, r_T) = \prod_{i=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(r_i - \mu)^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

GARCH(1,1) modeli için  $\sigma_i^2$ ,

$$\sigma_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{i-1}^2 + \beta_1 \sigma_{i-1}^2$$

eşitliği ile ifade edilir. Parametre vektörü  $\theta$ 'nın QML tahmini,

$$\theta_T = \arg \max L_T(\theta) = \arg \min I_T(\theta)$$

$$I_T(\theta) = T^{-1} \sum_{i=1}^T l_i$$

$$l_i = \frac{a_i^2}{\sigma_i^2} + \log \sigma_i^2$$

eşitlikleri ile elde edilir [58].

### **Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon Yöntemi**

Tarihsel Simülasyon yönteminin avantajlarından ve dezavantajlarından simülasyona dayalı yöntemler bölümünde değinilmiştir. Barone-Adesi v.d. (1999), tarihsel simülasyon yöntemini GARCH modelleri ile birleştirerek, Tarihsel Simülasyon yönteminin dezavantajlarını gidermeye çalışmışlardır [59]. Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon (FHS) yöntemi, yarı-parametrik bir yöntem olup aşağıda belirtilen önemli özelliklere sahiptir:

- Finansal getiri serisi için herhangi bir dağılım varsayımında bulunmaya gerek yoktur.
- Bu yöntemde doğrudan finansal getiri serisi kullanmak yerine, GARCH modellerinden elde edilen filtrelenmiş getiriler kullanılır.

- Bu yöntemin en önemli varsayımı, finansal getirilerin birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip olmasıdır. Bu varsayımı sağlamak için finansal getiri serilerindeki, serisel korelasyon ve volatilité kümelenmesi problemlerini gidermek gerekmektedir. Bu nedenle ARMA-GARCH modellerinden yararlanılmaktadır.

FHS modelinin ilk aşaması uygun bir volatilité modelinin belirlenmesidir. Bu amaçla kullanılan volatilité modeli GARCH modelidir.

$r_1, r_2, \dots, r_T$  gözlenen dönemdeki finansal getiriler olup  $r_t$  ile gösterilir. Bootstrap örneklem büyüklüğü  $M$  olmak üzere,  $r_s^*$  ile gösterilir.

$$r_s^* = r_{t_s}$$

Yukarıda verilen eşitlikte  $t_s$ , finansal getiri serisinden rastgele örnekleme (yerine koyarak) ile elde edilir. Bootstrap yöntemi, GARCH modelinden elde edilen standart artıklara kolaylıkla uygulanabilir. GARCH(1,1) modeli altında, bootstrap yöntemi için izlenmesi gereken adımlar aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} r_t &= a_0 + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= a_0 + a_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (5.21.)$$

Eşitlik (5.21.)'de verilen GARCH(1,1) modeline ilişkin standartlaştırılmış artıklar aşağıda verilen eşitlik ile tanımlanır.

$$e_t = \frac{\hat{\varepsilon}_t}{\sqrt{\hat{\sigma}_t^2}}$$

Standartlaştırılmış artıklar içerisinde, bootstrap yöntemi ile  $e_1^*$  değeri elde edilir.

$$\begin{aligned} z_{t+1}^* &= e_1^* \sqrt{\sigma_{t+1}^2} \\ R_{t+1}^* &= \hat{\alpha}_0 + z_{t+1}^* \end{aligned} \quad (5.22.)$$

Eşitlik (5.22.) yardımıyla  $t+1$  için simüle edilmiş getiri elde edilir. Bu işlemler bootstrap örneklem büyüklüğü kadar tekrar edilir. Elde edilen getiri serisi kullanılarak farklı güven düzeyleri için RMD öngörü değerleri elde edilir.



## 6. GERİYE DÖNÜK TEST (BACKTESTİNG)

Geriyeye Dönük Testler (GDT), hesaplanan RMD değeriinin öngörü performansını test etmek amacıyla kullanılan yöntemlerdir. Finansal zaman serileri kullanılarak, risk tahmine yönelik oluşturulan modellerinin öngörü performansı, güvenilirliği kritik önem taşımaktadır. Kullanılan modelin piyasa karakterini yansıtması en önemli unsurlardan biridir.

RMD analizinde, en önemli aşamalardan biri, ölçülen risk büyüklüklerinin geriye dönük testler aracılığıyla incelenmesi ve bu konuda aşım meydana gelmiş ise bu sapmaların nedenleri, aşımaların yüksek volatilitenin gözlemlendiği döneme denk geliyorsa, RMD ölçüm yöntemleri gözden geçirilmesi ve uygunlukları incelenmesidir. [60].

### 6.1 Aşım Sayısı

Bu yöntemde, öngörülen değeri gerçekteleşen değeri arasındaki farkın işaretine ve büyüklüğüne bakılmaz. Sadece meydana gelen aşım sayısı ile ilgilenilir. Daha önce belirlenen gözlem aralığında, portföyün veya ilgili yatırımın kaybının RMD modelinin öngördüğü değeriinden yüksek olan gün sayısı sayılır. İstatistiksel olarak, meydana gelen aşım sayısının gözlem sayısına oranının belirlenen güven aralığındaki oranı vermesi gerekmektedir.

Basel Komitesi, aşımaların sayısına bağılı olarak modelin kabul edilip edilemeyeceğine ilişkin bazı bölgeler belirlemiştir. Basel Komitesi %99 güven düzeyinde, 250 gözlem dönemi için aşağıda verilen bölgeleri belirlemiştir.

**Çizelge 6.1.** Basel komitesine göre belirlenen alanlar

Bölge	Aşım Sayısı
Yeşil	$\leq 4$
Sarı	5-9
Kırmızı	$\geq 10$

Basel Komitesine göre, %99 güven düzeyinde 250 gözlem içinde, 4'ten az sayıda aşım meydana gelmişse model yeşil bölgede, 5-9 arasında aşım sayısı meydana gelmişse model sarı bölgede, 10'dan fazla aşım sayısı meydana gelmişse model kırmızı bölgededir. Yeşil

bölgede olan model doğru, sarı bölgede olan model sorgulamaya açık, kırmızı bölgede olan model ise yanlış olarak değerlendirilmektedir [60].

## 6.2 Kupiec Testi

GDT kapsamında en çok kullanılan yöntem Kupiec (1995) testidir.  $\chi^2$  dağılımına sahip olan olabilirlik oranı aşağıda verilen eşitlikle hesaplanmaktadır [62]:

$$LR_{UC} = -2 \ln[\alpha^T (1-\alpha)^{N-T}] + 2 \ln \left[ \left( \frac{T}{N} \right)^T \left( 1 - \frac{T}{N} \right)^{N-T} \right] \sim \chi_1^2 \quad (6.1)$$

Eşitlik (6.1)'de T, RMD değerinin sapma sayısını, N toplam gözlem sayısını,  $\alpha$  ise RMD düzeyini göstermektedir. Olabilirlik oranı,  $\chi_1^2$  dağılımına sahiptir. Burada test edilen yokluk hipotezi başarısızlık oranının (öngörülen RMD düzeyinin ötesinde gerçekleşen kayıp oranı) belirlenen RMD düzeyine eşitliğinin testidir [63].

## 6.3 Bağımsızlık Testi

RMD tahminlerinin arzu edilen diğer bir özelliği ise bugün gerçekleşen RMD aşımının yarın meydana gelebilecek olan aşımından bağımsız olmasıdır. RMD aşımalarının kümelenme göstermemesi için zamandan bağımsız olması önem taşımaktadır. Kupiec testi bu durumu göz ardı etmektedir.

Aşım değişkeni  $V_t$ ,

$$V_t = \begin{cases} 1 & \text{if } r_t \geq RMD_{t,\alpha} \\ 0 & \text{if } r_t < RMD_{t,\alpha} \end{cases}$$

eşitliği ile verilmiştir. Burada, aşım meydana gelmişse  $V_t = 1$ , aşım meydana gelmemiş ise  $V_t = 0$  değerini almaktadır. Christoffersen (1998) bağımsızlık testi için  $V_t$  süreci birinci dereceden Markov zinciri süreci izlemektedir. Markov zinciri için geçiş matrisi aşağıdaki gibidir.

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{00} & 1 - \pi_{00} \\ \pi_{10} & 1 - \pi_{10} \end{bmatrix}, \quad \pi_{ij} = \Pr(V_{t+1} = j | V_t = i)$$

Bağımsızlık testi için hipotezler aşağıdaki gibidir.

$$H_0 : \pi_{00} = \pi_{10}$$

$$H_1 : \pi_{00} \neq \pi_{10}$$

Burada,  $n_{ij}$ , i durumundan j durumuna geçişlerin sayısını göstermektedir. Geçiş matrisinin ML tahminleri,

$$\pi_{00,mle} = \frac{\pi_{00}}{\pi_{00} + \pi_{01}}$$

$$\pi_{10,mle} = \frac{\pi_{00}}{\pi_{10} + \pi_{11}}$$

Yokluk hipotezi  $\pi_{00} = \pi_{10}$ , Kupiec testinde olduğu gibi test edilebilir.

$$\pi_{00,null} = \pi_{10,null} = n_0 / n_0 + n_1$$

Bağımsızlık testi için olabilirlik oranı,

$$LR_{ind} = -2(\ln L(\pi_{null}, V | V_1) - \ln L(\pi_{mle}, V | V_1))$$

ve olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\pi, V | V_1) = \hat{\pi}_{00}^{n_{00}} (1 - \hat{\pi}_{00})^{n_{01}} \hat{\pi}_{10}^{n_{10}} (1 - \hat{\pi}_{10})^{n_{11}}$$

şeklindedir. Yokluk hipotezi altında LR,  $\chi_2^2$  dağılımına sahiptir [64].

#### 6.4 Christoffersen Testi

Kupiec testi bağımsızlık durumunu kontrol etmemektedir. Bağımsızlık testi ise doğru yakınsama oranını içermemektedir. Doğru yakınsama oranını kontrol etmek için Christoffersen (1998), bağımsızlık testi ile Kupiec testinin toplamından oluşan hem bağımsızlık hem de doğru yakınsama oranının kontrolünün aynı anda yapılmasına imkan veren bir test önermiştir. Bu test için olabilirlik oranı,

$$LR_{CC} = -2(\ln L(1 - \alpha, V) - \ln L(\pi_{mle}, V | V_1))$$

$$LR_{CC} = -2(\ln L(1 - \alpha, V) - \ln L(\hat{p}_{mle}, V) + \ln L(\pi_{null}, V | V_1) - \ln L(\pi_{mle}, V | V_1))$$

$$LR_{CC} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

şeklindedir ve LR,  $\chi_2^2$  dağılımına sahiptir [64].

#### 6.5 Binom Dağılımlı Geriye Dönük Test

Yöntem temelde aşım sayısına dayanmaktadır.  $RMD'_q$ , t zamanındaki q. kantil değeri için öngörü değeri olmak üzere,  $r_{t+1}$  ile karşılaştırılır. Bu durum aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir:

$$r_{t+1} > RMD_q^t, \quad 1$$

$$r_{t+1} < RMD_q^t, \quad 0$$

Yukarıdaki ifadeden de görülebileceği gibi, aşım olması durumu 1 ile olmaması durumu ise 0 ile gösterilmektedir. Bu durumda, aşım sayısına bağlı olarak farklı kantil tahminlerine ilişkin binom testi geliştirilebilir.  $t$  zamanındaki aşım ( $t \in T$ ), Bernoulli dağılımına sahiptir:

$$I_t = 1_{\{r_{t+1} > RMD_q^t\}} \sim Be(1-q)$$

$I_t$  ve  $I_s$  birbirinden bağımsız olduğundan ve Bernoulli dağılımlılarının toplamı Binom dağılımını vereceğinden,

$$\sum_{t \in T} I_t \sim B(\text{card}(T), 1-q)$$

eşitliği elde edilir. Bu yöntemde alternatif hipotez iki yanlı olarak kurulur. Bunun nedeni, kullanılan yöntemin çok sayıda aşım (underestimate) veya çok az sayıda aşım (overestimate) durumlarını birlikte değerlendirilmesine imkân sağlamasıdır [9].

## 7. UYGULAMA

Tez çalışmasının uygulama bölümünde, BİST-30 endeksinde yer alan ve bankacılık sektöründe faaliyet gösteren şirketler dikkate alınmıştır. Bu sektörde yer alan şirketlerin, hisse senetlerine ait günlük getiri verileri kullanılmıştır. Uygulama çalışmasında hedef, yatırımcıyı en az riskli yatırıma yönlendirmek ve hisse senetleri arasında finansal anlamda karşılaştırmalar yapmaktır.

RMD hesaplamasında, durağan (static) ve dinamik (dynamic) olmak üzere farklı modeller kullanılmıştır. Durağan modellerde, finansal getiri serisinin belirli bir dağılımdan geldiği varsayılır. Dağılıma ilişkin parametreler zaman boyunca sabit olduğu için bu modeller durağan modeller olarak ifade edilir. Durağan modeller getirilerin birbirinden bağımsız ve aynı dağılımlı olduğunu varsayarlar. Fakat finansal getiri serilerinde güçlü bir bağımlılık yapısı vardır ve bu durum genellikle volatilité kümelenmesi olarak kendisini göstermektedir.

Durağan RMD modellerinde gözlem döneminin tamamı modellemede kullanılmıştır. Dinamik RMD modellerinde ise, gözlem dönemi ikiye bölünmüştür. Bunun nedeni, RMD öngörü değerlerini gerçekleştiren RMD değerleri ile karşılaştırabilmektir.

Durağan RMD uygulamasında, BİST-30 endeksinde yer alan bankaların 14.05.2010-16.01-2014 tarihleri arasındaki günlük getiri serileri kullanılmıştır. Dinamik RMD öngörüsünde ise, BİST-100 endeksinin 02.01.2006-16.01.2014 dönemindeki günlük getiri serisi kullanılmıştır. Günlük getiriler, kapanış değerleri üzerinden logaritmik fark alma işlemi ile elde edilmiştir. Eşitlik 7.1. kullanılarak günlük getiriler elde edilmiştir.

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (7.1.)$$

Dinamik RMD öngörüsünde kayan pencere (rolling window) yöntemi kullanılmıştır. 02.01.2006-31.12.2012 gözlem dönemi olarak belirlenirken, 02.01.2013-16.01.2014 dönemi ise öngörü performansının değerlendirilmesi için kullanılmıştır. Kayan pencere yönteminde, yeni gelen gözlem veriye dahil olurken en eski gözlem değeri veriden ayrılır. Böylece hem veri seti hem de parametreler güncellenmiş olmaktadır. BİST-30'da yer alan bankalar, Akbank, Garanti Bankası, İş Bankası, Vakıfbank ve Yapı Kredi Bankası'dır.

Uygulama bölümüne ait sonuçlar, R-Project, E-Views ve Matlab programları kullanılarak elde edilmiştir.

**Çizelge 7.1.** Hisse senetlerine ilişkin betimleyici istatistikler

Betimleyici İstatistikler							
Hisse Senetleri	n	Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Sapma	Çarpıklık	Basıklık
AKBANK	923	-9.8672%	9.2523%	-0.0120%	0.0227	-0.1325	1.2808
GARANTI	923	-14.1516%	12.4012%	-0.0010%	0.0226	-0.2290	2.5453
IS BANKASI	923	-11.2410%	7.2234%	0.0026%	0.0211	-0.4249	1.8258
VAKIFBANK	923	-11.4629%	8.9491%	0.0145%	0.0231	-0.4002	1.4938
YAPI KREDİ	923	-5.2706%	3.2433%	-0.0041%	0.0101	-0.5957	2.1464

Çizelge 7.2’de hisse senetlerine ilişkin betimleyici istatistikler verilmiştir. Standart sapma volatilitenin bir ölçüsü olarak kabul edildiğinde, volatilitesi en düşük olan hisse senedi Yapı Kredi Bankası’dır. Tüm hisse senetlerine ilişkin ortalama getiri 0 değerine oldukça yakındır. Basıklık ve çarpıklık değerleri dikkate alındığında, tüm hisse senetlerinin, normal dağılıma göre daha basık ve sola çarpık olduğu görülmektedir.

**Çizelge 7.2.** Hisse senetlerine ilişkin korelasyon matrisi

Hisse Senetleri	AKBANK	GARANTI	IS BANKASI	VAKIFBANK	YAPIKREDİ
AKBANK	1	0.8190 (0)	0.8162 (0)	0.7609 (0)	0.7842 (0)
GARANTI	0.8190 (0)	1	0.8365 (0)	0.8114 (0)	0.8216 (0)
IS BANKASI	0.8162 (0)	0.8365 (0)	1	0.8344 (0)	0.8611 (0)
VAKIFBANK	0.7609 (0)	0.8114 (0)	0.8344 (0)	1	0.8290 (0)
YAPIKREDİ	0.7842 (0)	0.8216 (0)	0.8611 (0)	0.8290 (0)	1

*\*Parantez içerisinde verilen değerler p değerleridir.*

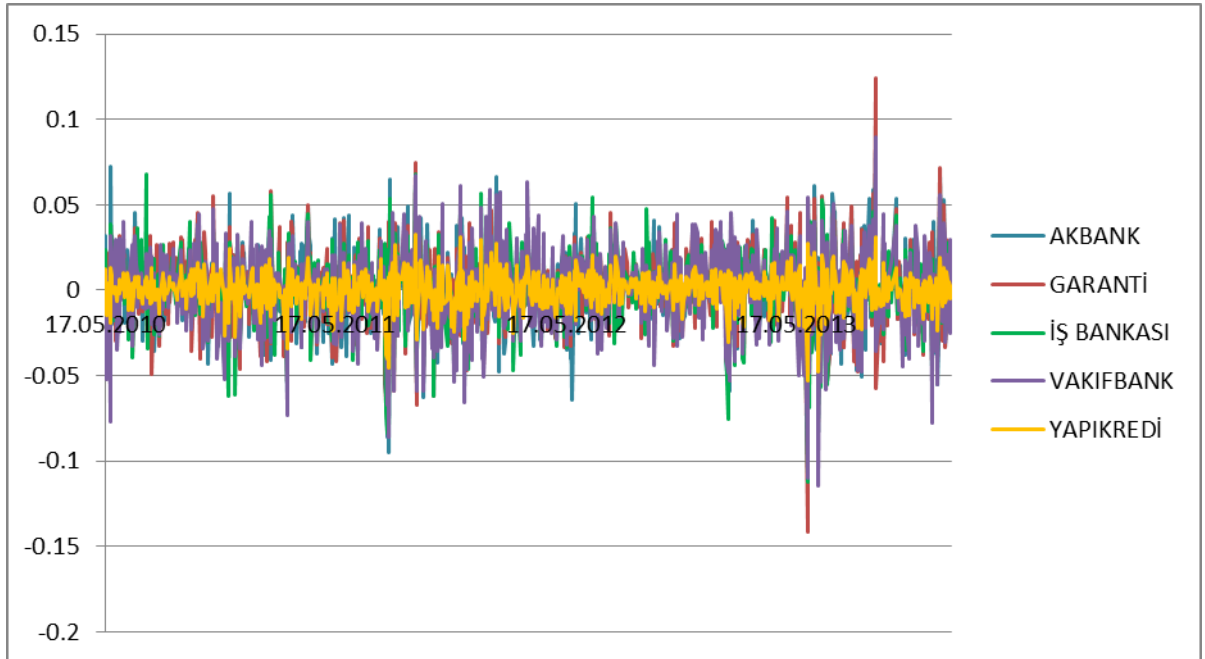
Çizelge 7.2.’de ilgili gözlem dönemi için seçilen 5 hisse senedine ilişkin korelasyon matrisi verilmiştir. Çizelge 7.2. incelendiğinde hisse senetleri arasındaki korelasyonun %99 güven düzeyinde anlamlı olduğu görülmektedir. Hisse senetleri arasındaki yüksek korelasyonun temel nedeni, bankacılık sektöründe meydana gelen değişimlerin bu yapı içerisinde yer alan ilgili kurum ve/veya kuruluşları bir bütün olarak etkilemesidir.

Günlük getiri serilerinin herhangi bir trend içerip içermediği ve durağan olup olmadığı ADF testiyle incelenmiştir, sonuçlar Çizelge 7.3.’te verilmiştir.

**Çizelge 7.3.** Hisse senetlerine ilişkin ADF test sonuçları

HİSSE SENETLERİ	ADF TESTİ	
	t-istatistiği	p değeri
AKBANK	-37.973	0
GARANTİ BANKASI	-31.783	0
İŞ BANKASI	-31.391	0
VAKIFBANK	-29.624	0
YAPI KREDİ BANKASI	-30.073	0
KRİTİK DEĞERLER		
%1 düzeyinde	-3.437	
%5 düzeyinde	-2.864	
%10 düzeyinde	-2.567	

ADF test sonuçlarına göre 5 bankaya ait hisse senetlerinin %99 güven düzeyinde durağan olduğu, birim kök içermediği sonucuna varılmıştır. Hisse senetlerine ilişkin günlük getiri grafikleri ise aşağıdaki grafikte birlikte verilmiştir. Hisse senetlerine ilişkin günlük getiri grafiklerinin, aynı grafik üzerinde gösterilmesinin nedeni, basit düzeyde hisse senetlerinin dönemsel hareketlerindeki benzerliklerini ve farklılıklarını görebilmektir.



**Şekil 7. 1.** Hisse senetlerinin günlük getiri grafiği

Şekil 7.1. incelendiğinde, Garanti Bankası ve Akbank'a ait hisse senetlerinin diğer hisse senetlerine göre volatilitésinin daha yüksek olduğu, Yapı Kredi Bankasına ait hisse senedinin ise volatilitésinin diğer hisse senetlerine göre daha düşük olduğu görölmektedir. Finansal veya istatistiksel analizler yapmadan, diğer hisse senetlerine göre, Yapı Kredi Bankasına ilişkin hisse senedinin riskten kaçan bir yatırımcı için uygun olduğu söylenebilir.

Daha önceden de söylendiği gibi, uygulama bölümü iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde durağan RMD öngörülerini, ikinci bölümde ise GARCH modelleri yardımıyla dinamik RMD öngörü değerleri elde edilecektir. Çizelge 7.4.'ten de görüldüğü gibi durağan RMD bölümünde 5 model, dinamik RMD bölümünde ise 6 model incelenecektir.

**Çizelge 7.4.** Statik ve Dinamik RMD modelleri

<b>Statik RMD</b>	<b>Dinamik RMD</b>
Varyans-Kovaryans	GARCH-normal
Tarihsel Simülasyon	GARCH-t
Monte Carlo Simülasyon	GARCH-UDT
Cornish-Fisher Yöntemi	EWMA
UDT-ESAD Yöntemi	GARCH-Monte Carlo
-	Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon

### **Statik RMD Öngörüsü**

Bu bölümde yer alan modeller, Varyans-Kovaryans Yöntemi, Tarihsel Simülasyon, Monte-Carlo Simülasyon, Cornish-Fisher ve UDT-ESAD modelleridir.

Öncelikle UDT-BİDEB yönteminin uygulaması tek bir hisse senedi üzerinden yapılacaktır. Bu amaçla Vakıfbank getiri serisi kullanılmıştır. Sonuçlar ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

- ***BİDEB Yöntemine Göre RMD Hesaplanması***

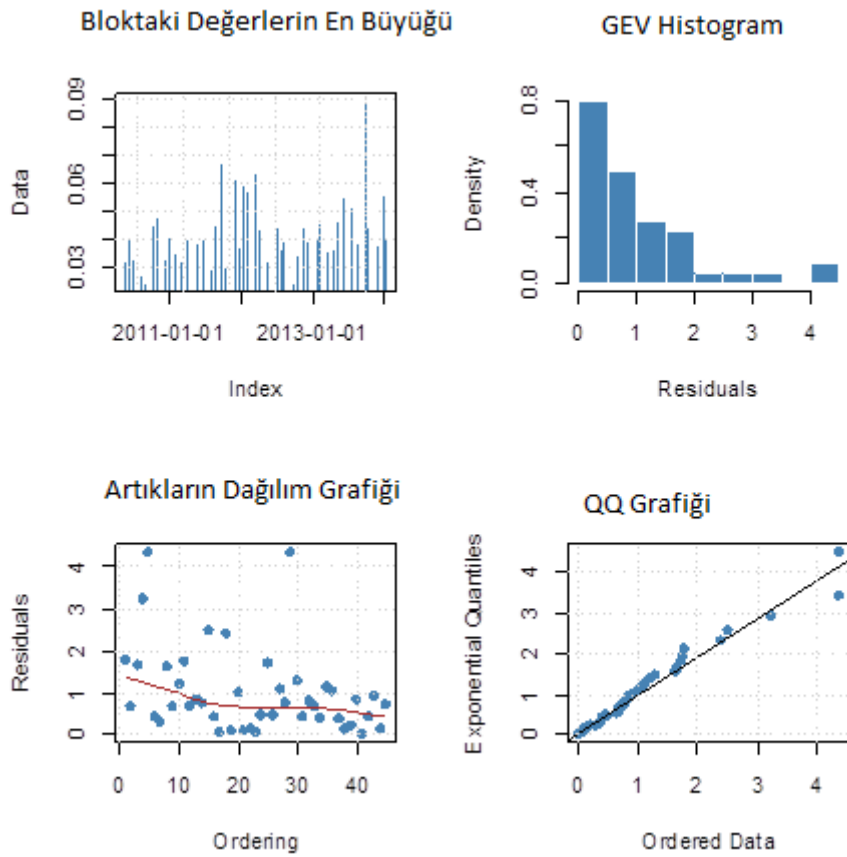
UDT-BİDEB yönteminde, getiri serisi öncelikle bloklara ayrılır. Bloklar keyfi olarak belirlenebilir. En çok kullanılan blok uzunlukları ise aylık ve çeyreklik (3 aylık) şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Uygulamada blok uzunluğu aylık olarak belirlenmiştir.



**Çizelge 7.5.** GEV dağılımı parametre tahminleri

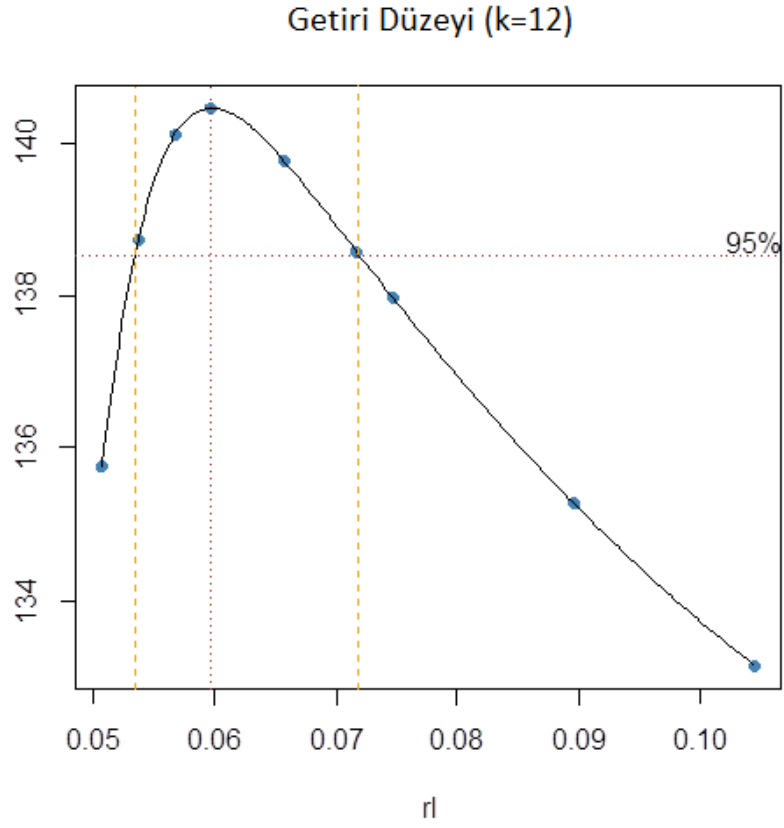
Parametre Tahminleri		
$\xi$	$\mu$	$\sigma$
0.0873	0.0365	0.0086

Maksimum kayıp serisi kullanılarak elde edilen GEV dağılıma ilişkin parametre tahminleri Çizelge 7.5.'te verilmiştir.  $\xi$  parametresi, dağılımın şekli hakkında bilgi vermektedir.  $\xi > 0$  durumunda, dağılım Frechet tipi dağılıma uymaktadır. Bu tip dağılımlar kalın kuyruklu olup Pareto, Cauchy ve t dağılımları bu aile içerisinde yer almaktadır. Frechet tipi dağılım fonksiyonu finansal verilere en uygun türdeki dağılım fonksiyonlarından biridir.



**Şekil 7. 2.** Vakıfbank hisse senedinin GEV dağılımına uygunluğuna ilişkin grafik

Şekil 7.2.'de maksimumlar serisinin GEV dağılımına uygunluğu gösterilmiştir. Şekil 7.2.'den görüldüğü gibi, maksimumlar serisi GEV dağılımına uyumda başarılıdır.



**Şekil 7. 3.** Vakıfbank hisse senedi için getiri düzeyi grafiği

**Çizelge 7.6.** Getiri düzeyi tahminleri

<b>Getiri Düzeyi</b>	<b>Alt Sınır</b>	<b>Nokta Tahmin</b>	<b>Üst Sınır</b>	<b>Blok</b>
	0.0534	0.0597	0.0718	12

Getiri düzeyi,  $R_n^k$  için elde edilen sonuçlar Şekil 7.3. ve Çizelge 7.6.'da verilmiştir. Getiri düzeyine ilişkin nokta tahmin değeri yorumlanacak olursa, ilgili hisse senedinin ortalama olarak 12 aylık periyot içerisinde sadece 1 ay içerisinde yaşayacağı maksimum değer kaybı %5,97 değerini geçecektir.

### Parametre Tahminleri Kullanılarak RMD'nin Elde Edilmesi

GEV dağılımına ilişkin parametre tahminleri kullanılarak RMD aşağıda verilen eşitlikler yardımıyla elde edilir.

$$p = P(M < RMD) = \exp[-(1 + \xi(RMD - \mu) / \sigma)]^{-1/\xi}$$

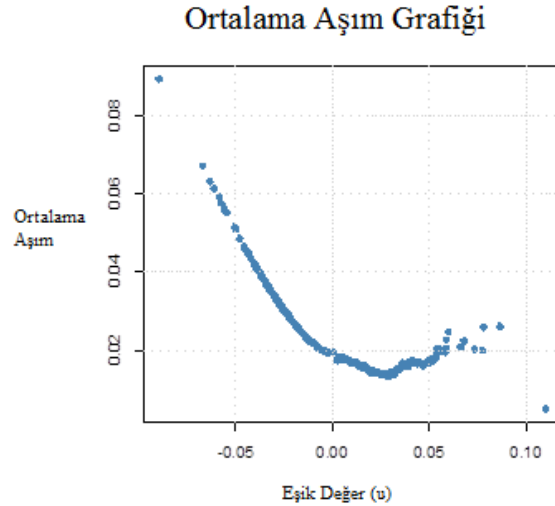
$$RMD_p = \mu + \frac{\sigma}{\xi} [(-\ln(p))^{-\xi} - 1]$$

$$RMD_p = 0,0364 + \frac{0,0086}{0,0873} [(-\ln(0,99))^{-0,0873} - 1] = 0,085$$

%99 güven düzeyinde, 1 günlük elde tutma süresi içerisinde, ilgili yatırımın uğrayacağı maksimum değer kaybının %8,5 olduğu söylenebilir. Güven düzeyi %95 olarak belirlendiğinde, ilgili yatırımın 1 günlük elde tutma süresi içerisinde uğrayacağı maksimum değer kaybı ise %6,55 olarak elde edilir.

- **ESAD Yöntemine Göre RMD Hesaplanması**

ESAD yöntemi ile modelleme yapılırken dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, uygun eşik seviyesinin belirlenmesidir. Bu amaçla farklı yöntemler kullanılmasına rağmen en çok tercih edilen yöntem, Ortalama Aşım Grafiği (OAG)'dir.



**Şekil 7. 4.** Ortalama aşım grafiği

OAG yardımıyla eşik değeri belirlenirken dikkat edilmesi gereken nokta, yukarı yönlü doğrusal bir trendin başladığı noktadaki eşik değerinin GPD için uygun olacaktır. Bu durum dikkate alınarak uygun eşik seviyesi 0.0256 olarak belirlenmiştir. GPD için parametre tahmininde En Çok Olabilirlik yöntemi kullanılmıştır. Parametre tahminleri Çizelge 7.7.'de verilmiştir.

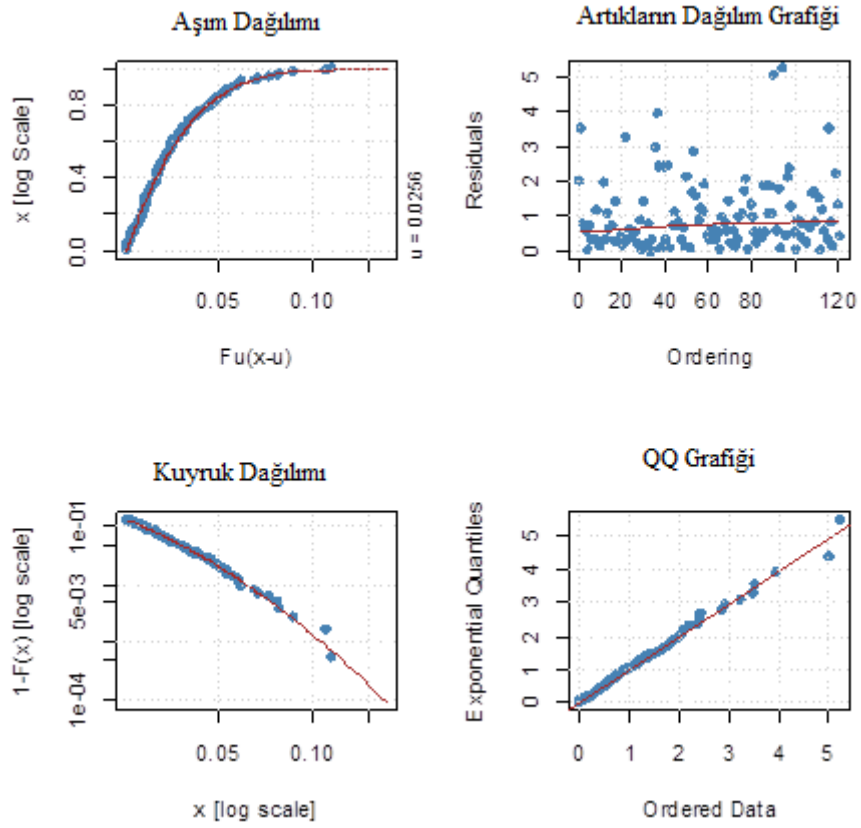
**Çizelge 7.7.** GPD dağılımı için parametre tahmin sonuçları

	$\xi$	$\sigma$
GPD Parametre Tahmin Sonuçları	0.1409 (0.10465)	0.0115 (0.0016)

Aşağıda verilen eşitlikte, parametre tahminlerinin yerine yazılması ile RMD elde edilir.

$$RMD_p = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[ \left( \frac{n}{N_u} p \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

%95 güven düzeyinde, 1 günlük elde tutma süresi için elde edilen RMD değeri 0,0374'dir. Finansal olarak yorumlayacak olursak, %95 güven düzeyinde, 1 günlük elde tutma süresi içinde ilgili yatırımın uğrayacağı maksimum değer kaybı %3.74'tür.



**Şekil 7. 5.** Vakıfbank hisse senedinin GPD dağılımına uygunluğunun grafiği

Şekil 7.5, eşik değer üzerinde yer alan finansal getirilerin, GPD dağılımına olan uyumunu göstermektedir. Şekil 7.5. incelendiğinde, eşik seviyesinin üzerinde gerçekleşen finansal kayıplar, GPD dağılımına uyumda oldukça başarılıdır.

**Çizelge 7.8.** Bankalara ilişkin GPD parametre tahminleri

Bankalar	GPD Parametre Tahminleri		
	$u$	$\xi$	$\sigma$
<b>Yapı Kredi Bankası</b>	0.0117	0.1193	0.0058
<b>Vakıfbank</b>	0.0256	0.1409	0.0115
<b>İş Bankası</b>	0.0240	0.1143	0.0125
<b>Garanti Bankası</b>	0.0280	0.1261	0.0105
<b>Akbank</b>	0.0255	0.0807	0.0163

Çizelge 7.8.'de, 5 banka için elde edilen GPD parametre tahmin sonuçları verilmiştir. Yapı Kredi Bankası hariç diğer bankalar için belirlenen eşik değerler birbirine oldukça yakındır.

Şekil parametresi  $\xi$ , tüm bankalar için  $\xi > 0$  olarak tahmin edildiği için 5 bankaya ilişkin finansal getiri serilerinin kalın kuyruklu yapıya sahip oldukları sonucuna varılabilir.

Şu ana kadar yapılan uygulama çalışması UDT yardımıyla RMD hesaplamasına yöneliktir. Statik RMD başlığı altında incelediğimiz modellere ilişkin sonuçlar Çizelge 7.9.'da verilmiştir.

**Çizelge 7.9.** Statik RMD modellerinin 1 günlük RMD öngörü değerleri

Bankalar	RMD ( $\alpha=0,05$ ; 1 gün)				
	Varyans-Kovaryans	Tarihsel Simülasyon	Monte-Carlo Simülasyon	Cornish-Fisher Yöntemi	UDT-ESAD
Yapı Kredi Bankası	0.01575	0.01590	0.0165	0.01668	0.01589
Vakıfbank	0.03777	0.03621	0.0376	0.03964	0.03747
İş Bankası	0.03464	0.03317	0.0333	0.03634	0.03417
Garanti Bankası	0.03724	0.03718	0.0358	0.03754	0.03665
Akbank	0.0373679	0.03729	0.0372	0.03763	0.03775

Çizelge 7.9'da, elde tutma süresi 1 gün, güven düzeyi %95 olarak belirlenmiştir. Çizelge 7.9'da yer alan sonuçlara göre, 5 banka içerisinde tüm modellere göre en risksiz yatırım aracı Yapı Kredi Bankası'dır. Diğer bankaların RMD öngörülleri birbirlerine oldukça yakın olmakla birlikte İş Bankası hisse senedinin diğer 3 bankaya göre daha az risk içerdiği söylenebilir. Modeller arasında karşılaştırılma yapılırsa, genel olarak Cornish-Fisher yönteminin diğer modellere göre daha yüksek RMD öngörü değerinde bulunduğu, UDT-ESAD ile elde edilen RMD öngörü değerinin ise, diğer modellerden elde edilen öngörü değerlerine oldukça yakın olduğu dikkat çekmektedir.

**Çizelge 7.10.** Statik RMD modellerinin 1 günlük RMD öngörü değerleri

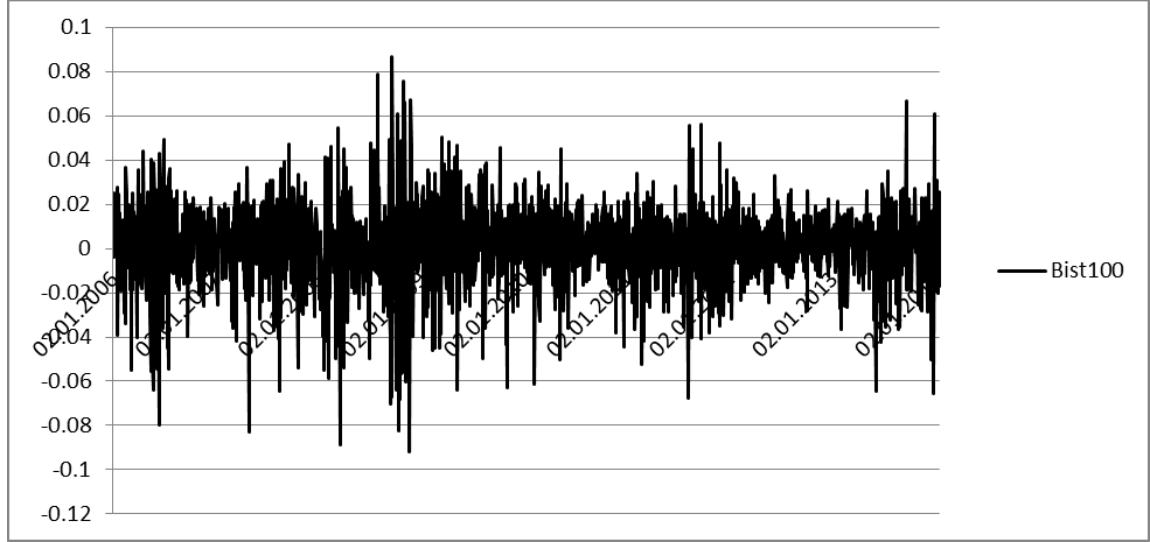
Bankalar	RMD ( $\alpha=0,01$ ; 1 gün)				
	Varyans-Kovaryans	Tarihsel Simülasyon	Monte-Carlo Simülasyon	Cornish-Fisher Yöntemi	UDT-ESAD
Yapı Kredi Bankası	0.02235	0.02682	0.02360	0.02881	0.0271
Vakıfbank	0.05349	0.05863	0.0534	0.06685	0.0613
İş Bankası	0.04901	0.06058	0.0477	0.06307	0.0584
Garanti Bankası	0.05267	0.05673	0.0512	0.06939	0.0574
Akbank	0.05349	0.05863	0.0515	0.06685	0.0609

Çizelge 7.10.'da ise, elde tutma süresi 1 gün, güven düzeyi %99 olarak belirlenmiştir. Çizelge 7.10.'da yer alan sonuçlara göre, Cornish-Fisher yönteminin diğer modellere göre RMD öngörü değeri daha büyüktür. Varyans-Kovaryans ve Monte-Carlo Simülasyon modellerinden elde edilen RMD öngörü değerleri birbirlerine oldukça yakın olmakla birlikte, UDT-ESAD yönteminden elde edilen sonuçlar, Cornish-Fisher yöntemi hariç olmak üzere, diğer modellerden elde edilen öngörü değerlerine göre daha büyüktür. UDT-ESAD ve Cornish-Fisher yönteminin diğer modellere göre daha yüksek öngörü değerleri vermesinin nedeni, hisse senetlerine ilişkin günlük getiri serilerinin dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu olmasıdır. Bu nedenle, yüksek kantil değerlerinde UDT-ESAD modelinde, diğer modellere göre daha yüksek RMD öngörü değerleri elde edilmektedir.

### **Dinamik RMD Öngürüsü**

Dinamik RMD öngürüsü için, GARCH (1,1)-normal, GARCH(1,1)-t, GARCH (1,1)-UDT, EWMA, GARCH- Monte Carlo ve Filtrelenmiş Tarihsel Simülasyon (FHS) modelleri incelenmiştir. Öngörü değerlerinin elde edilmesinde kayan pencereler (rolling window) yaklaşımı tercih edilmiştir. Bu yaklaşımda sabit bir pencere uzunluğu belirlenmektedir. Uygulamada pencere uzunluğu 1761 gün olarak belirlenmiştir.

Dinamik RMD için, 02.01.2010-31.12.2012 dönemi, pencere uzunluğu olarak belirlenirken, 02.01.2013-16.01.2014 dönemi ise öngörü performansının değerlendirilmesi için kullanılmıştır. Öngörü performansının değerlendirmesi için 261 güne ilişkin öngörü değerleri elde edilmiştir.



**Şekil 7. 6.** BİST-100 endeksinin ilgili dönem için günlük getiri grafiği

Şekil 7.6., BİST-100 serisinin 02.01.2010-31.12.2012 dönemini kapsayan günlük getirilerini göstermektedir. Bazı dönemlerde, seride volatilité kümelenmesi dikkat çekmektedir.

**Çizelge 7.11.** BİST-100 serisi için ADF test sonuçları

	Test critical values	t-statistic	Prob.
		-44.06	0
1% düzeyinde	-3.43		
5% düzeyinde	-3.86		
10% düzeyinde	-3.56		

ADF test sonucuna göre, BİST-100 serisi %95 güven düzeyinde durağandır. ARCH/GARCH ile modellemeye geçmeden önce seride değişen varyans probleminin olup olmadığını ortaya koymak için ARCH-LM testi uygulanmıştır. Bu teste ilişkin sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Çizelge 7.12.** BİST-100 serisi için ARCH-LM testi sonuçları

ARCH- LM Testi	
F istatistiği	Olasılık
26.23	0
Gecikme uzunluğu= 10	



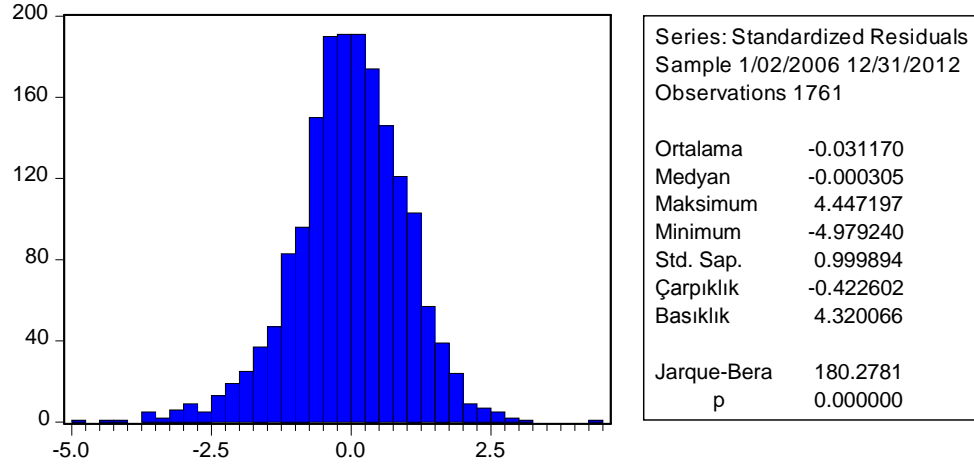
İlk 10 gecikmenin dikkate alındığı test sonucuna göre seride değişen varyans probleminin olduğu sonucuna varılmıştır. Seride değişen varyans problemi olması durumunda, seride ARCH/GARCH etkisinin bulunduğu ve bu problemin ARCH/GARCH modelleriyle giderilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. *AIC* ve *SIC* bilgi kriterlerine göre seriye en uygun modelin GARCH(1,1) olduğu sonucuna varılmıştır.

GARCH-normal, GARCH-t ve GARCH-UDT modellerine ilişkin parametre tahminleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Her üç modelde de tüm parametre tahminleri %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Tüm modeller için hata serisi akgürültüdür ve değişen varyans problemi giderilmiştir.

**Çizelge 7.13.** GARCH-normal modelinin parametre tahminleri

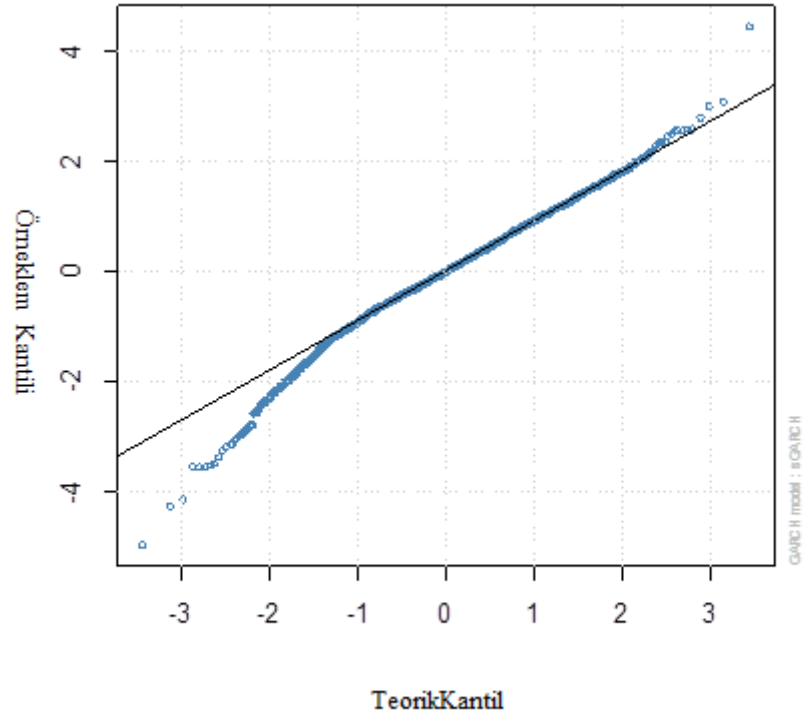
<b>Bağımlı Değişken: Bist100</b>			
<b>Tahmin Yöntemi: ML-ARCH (Marquardt) - Normal Dağılım</b>			
<b>Ortalama Denklemi: <math>Bist100_t = c</math></b>			
<b>Parametre Tahminleri</b>	<b>Katsayı</b>	<b>Standart Hata</b>	<b>Olasılık</b>
$c$	0.000877	0.000402	0.029
<b>Varyans Denklemi: <math>\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2</math></b>			
$\alpha_0$	0.000007	0.000002	0.0002
$\alpha_1$	0.087622	0.010423	0
$\beta_1$	0.892361	0.012302	0

Çizelge 7.13, GARCH(1,1)-normal modeli için parametre tahmin sonuçlarını içermektedir. Pozitif varyans ( $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0$ ) ve durağanlık ( $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ) koşulları sağlanmaktadır. Parametre tahminlerinin hepsi %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Model gerekli koşulları sağladığı için istatistiksel olarak anlamlıdır.



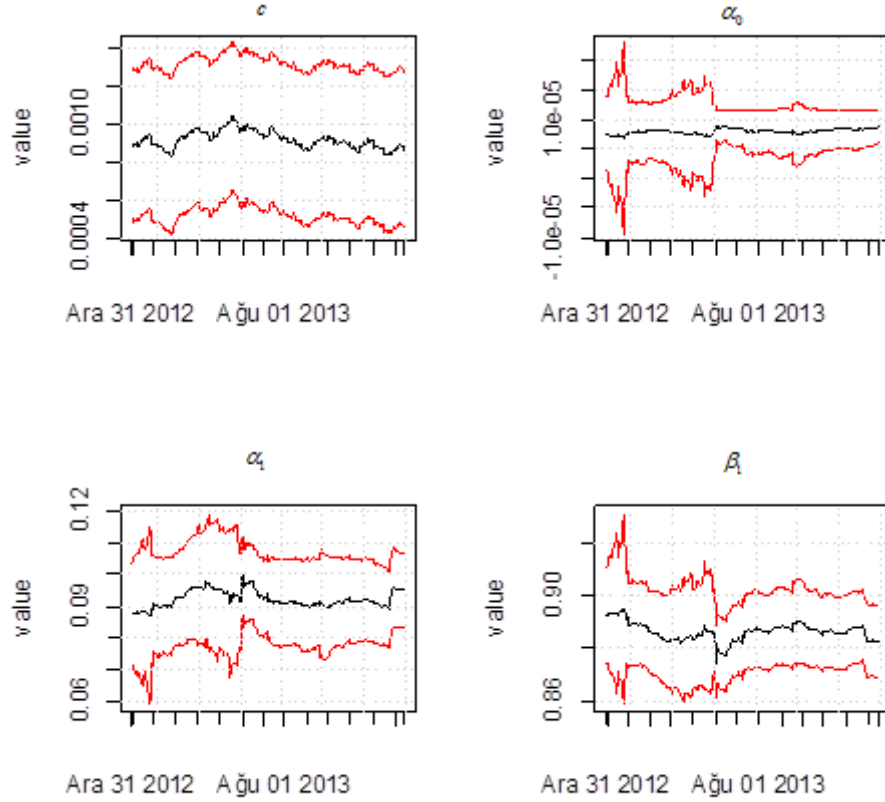
**Şekil 7. 7.** GARCH-normal modelinin artıklarına ilişkin betimleyici istatistikler

GARCH(1,1)-normal modelinden elde edilen standartlaştırılmış artıklara ilişkin sonuçlar Şekil 7.7.'de verilmiştir. Standartlaştırılmış artıklara ilişkin betimleyici istatistikler incelendiğinde, normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu olduğu ve sola çarpık olduğu görülmektedir. %95 güven düzeyinde standartlaştırılmış artıkların normal dağılıma uygun olmadığı görülmektedir ( $p=0$ ).



**Şekil 7. 8.** Standartlaştırılmış artıkların normal dağılıma uygunluğu

Şekil 7.8.'de, standartlaştırılmış artıkların özellikle sol kuyruğunun normal dağılıma göre daha kalın olduğu dikkat çekmektedir. Sol kuyruk finansal getiri serisinin kayıplarını göstermektedir. Sol kuyruğun normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu bir yapı göstermesi, normal dağılım varsayımının geçerliliğinin sorgulanması noktasında önemli bir kanıt oluşturmaktadır.



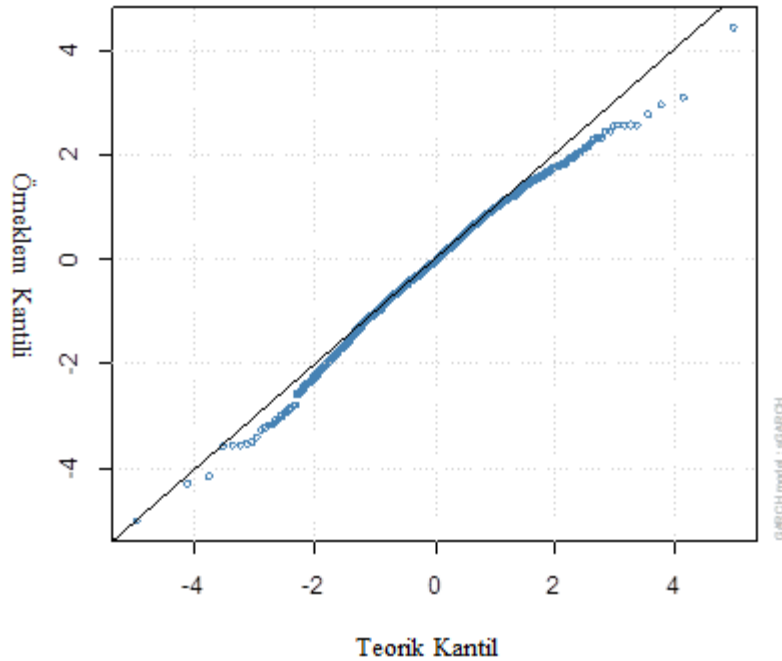
**Şekil 7. 9.** Kayan pencereler yaklaşımında parametre tahminlerinin değişimine ilişkin grafik

Kayan pencereler yaklaşımıyla  $\mu_{t+1}$  ve  $\sigma_{t+1}$  öngörü değerleri elde edilmiştir. Her bir yeni gözlem eklendiğinde parametre tahminleri güncellenmiştir. Parametre tahminlerinde meydana gelen değişimler Şekil 7.9.'da görülmektedir. Modele ilişkin parametreler 261 kere güncellenmiştir.

Çizelge 7.14. GARCH-t modelinin parametre tahminleri

Bağımlı Değişken: Bist100			
Tahmin Yöntemi: ML-ARCH (Marquardt) – t dağılımı			
Ortalama Denklemi: $Bist100_t = c$			
Parametre Tahminleri	Katsayı	Standart Hata	Olasılık
$c$	0.001105	0.000373	0.0030
Varyans Denklemi: $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$			
$\alpha_0$	0	0	0.0053
$\alpha_1$	0.086269	0.015003	0.0000
$\beta_1$	0.892572	0.018010	0.0000

Çizelge 7.14., GARCH(1,1)-t modeli için parametre tahmin sonuçlarını içermektedir. Pozitif varyans ( $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0$ ) ve durağanlık ( $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ) koşulları sağlanmaktadır. Parametre tahminlerinin hepsi %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Model gerekli koşulları sağladığı için istatistiksel olarak anlamlıdır.



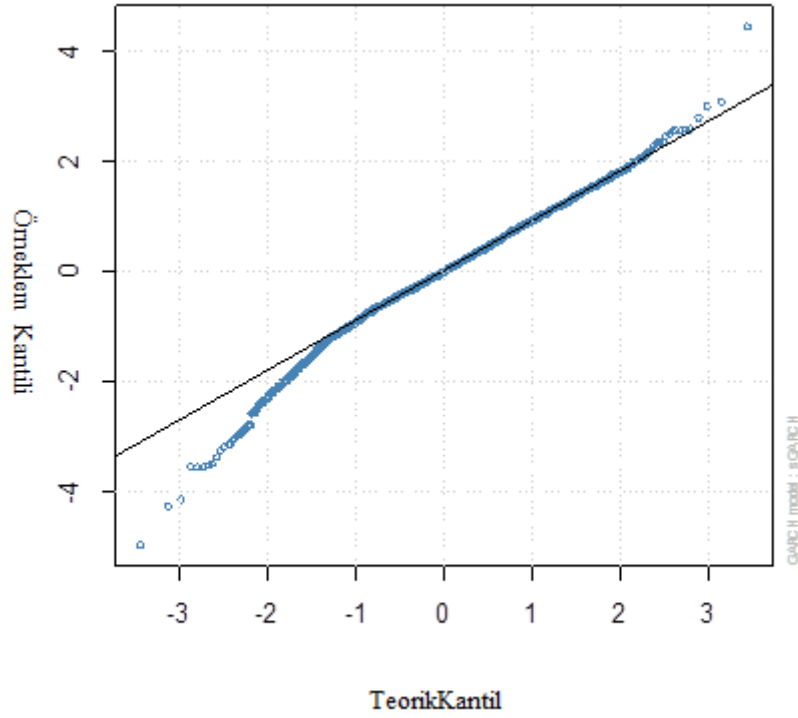
Şekil 7. 10. Standartlaştırılmış artıkların t dağılıma uygunluğu

Şekil 7.10.'da GARCH(1,1)-t modelinden elde edilen artıkların, t dağılımına olan uyumu incelenmiştir. Normal dağılıma göre t dağılımın, sol kuyrukta daha başarılı olduğu görülmektedir.

**Çizelge 7.15.** GARCH-UDT modelinin parametre tahminleri

<b>Bağımlı Değişken: Bist100</b>			
<b>Tahmin Yöntemi: QMLE</b>			
<b>Ortalama Denklemi: <math>Bist100_t = c</math></b>			
<b>Parametre Tahminleri</b>	<b>Katsayı</b>	<b>Standart Hata</b>	<b>Olasılık</b>
$c$	0.000876	0.000370	0.0030
<b>Varyans Denklemi: <math>\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2</math></b>			
$\alpha_0$	0.000007	0.000004	0.0476
$\alpha_1$	0.087600	0.021180	0.0000
$\beta_1$	0.892300	0.029140	0.0000

Çizelge 7.15., GARCH(1,1)-UDT modeli için parametre tahmin sonuçlarını içermektedir. Pozitif varyans ( $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0$ ) ve durağanlık ( $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ) koşulları sağlanmaktadır. Parametre tahminleri %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Model gerekli koşulları sağladığı için istatistiksel olarak anlamlıdır.

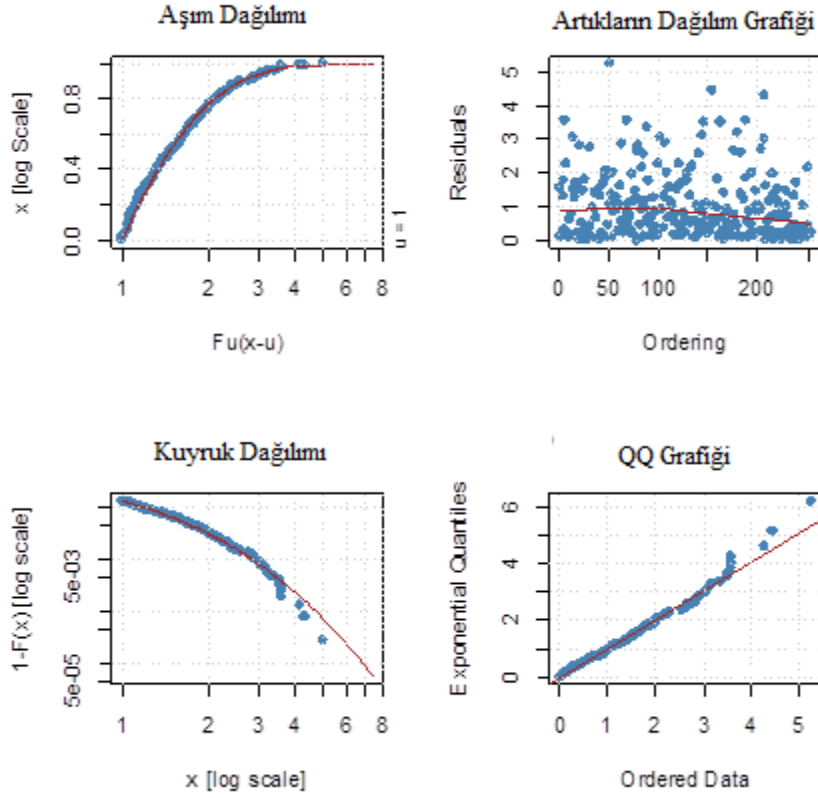


**Şekil 7. 11.** Standartlaştırılmış artıkların normal dağılıma uygunluğu

GARCH(1,1)-UDT modelinden elde edilen standartlaştırılmış artıklara ilişkin grafik Şekil 7.11.'de verilmiştir. Grafik incelendiğinde, sol kuyruğun özellikle kalın kuyruklu yapı içerdiği görülmektedir. GARCH(1,1)-UDT modelinden elde edilen artıklara UDT uygulanarak RMD öngörüsü için kuyruk tahmininde bulunacaktır. Bunun için öncelikle uygun eşik değerinin belirlenmesi gerekmektedir. Öngörü sürecinde kayan pencereler yaklaşımı kullanıldığı için grafiksel yöntemlerle eşik değer belirlenmesi mümkün değildir. Bu alanda yapılan çalışmalar incelendiğinde iki farklı yaklaşımın uygulandığı görülmektedir. Bu yaklaşımlar sabit eşik değer ve değişen eşik değer yaklaşımlarıdır. Sabit eşik değerde, kalın kuyruklu yapı dikkate alınarak sabit bir değer belirlenir. Değişen eşik değer seviyesinde ise her bir adımda yeni bir eşik değer hesaplanır. Değişen eşikte genellikle  $q=0.90$  veya  $q=0.95$  değerleri kullanılmaktadır. Burada  $q$  değeri kantil değeridir. Uygulamada sabit eşik değer belirlemek yerine, artıkların yapısında meydana gelebilecek küçük değişimleri de modele dahil edebilmek için değişen eşik yaklaşımı kullanılmıştır. Kantil değeri olarak 0.90 değeri kullanılmıştır. Bu değer genellikle eşik seviyesini 1 - 1.20 aralığında belirlemektedir. Özellikle standartlaştırılmış artıklara ilişkin grafik incelendiğinde, kopmaların 1-1.20 değerlerinden sonra meydana geldiği dikkat çekmektedir. Bu aralık eşik değer için uygun bir aralık olarak kabul edilebilir.

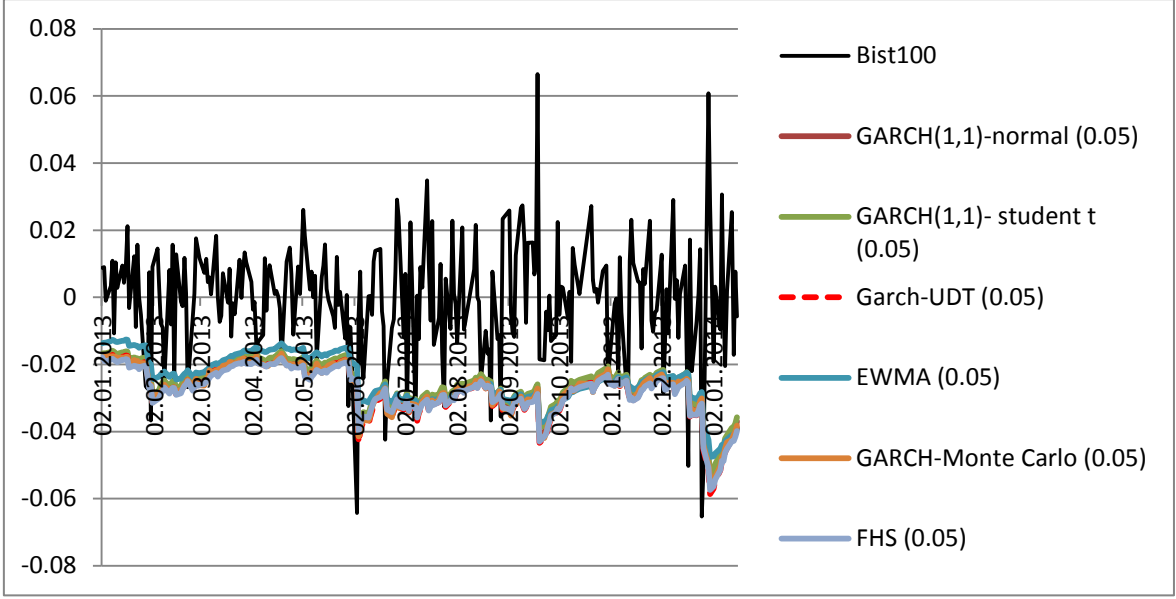
**Çizelge 7.16.** GPD dağılımı için parametre tahmin sonuçları

GPD Parametre Tahmin Sonuçları	$\xi$	$\sigma$
	0.0599	0.6462



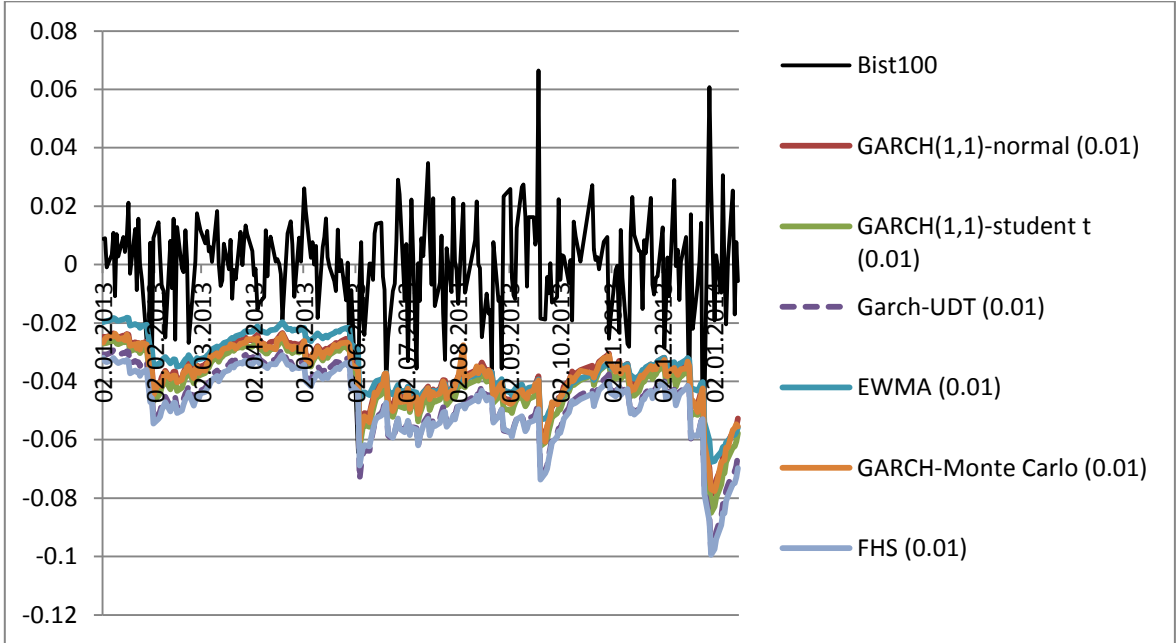
**Şekil 7. 12.** Artıkların GPD dağılımına uyumu

Eşik değerin 1 olarak belirlendiği ilk durum için artıkların GPD dağılımına uyumu ve GPD dağılımına ilişkin parametre tahmin sonuçları Çizelge 7.16. ve Şekil 7.12’de verilmiştir. Şekil parametresi  $\xi > 0$  olduğu için dağılım kalın kuyruklu yapıya sahiptir. Şekil 7.12. incelendiğinde eşik değerin üzerinde meydana gelen kayıpların GPD dağılımına uyumda oldukça başarılı olduğu görülmektedir.



**Şekil 7. 13.** Dinamik modellerin RMD öngörü değerlerine ilişkin grafik

Şekil 7.13, 6 model için, kayan pencereler yaklaşımıyla elde edilen 261 günlük RMD öngörü değerlerini göstermektedir. Grafik incelendiğinde, güven düzeyi %95 iken, 6 model arasında belirgin bir farklılık bulunmamakla birlikte GARCH(1,1)-UDT ve FHS modellerinin diğer modellere göre daha başarılı olduğu söylenebilir.



**Şekil 7. 14.** Dinamik modellerin RMD öngörü değerlerine ilişkin grafik

Şekil 7.14 incelendiğinde, %99 güven düzeyinde, GARCH-UDT ve FHS modellerinin diğer modellere göre daha başarılı öngörü değerlerinde bulunduğu görülmektedir. EWMA modelinin öngörü değerleri, incelendiğinde diğer modellere göre daha küçük öngörü



değerlerinde bulunduğu görülmektedir. GARCH(1,1)-normal, GARCH(1,1)-t ve GARCH(1,1)-Monte Carlo modellerinin ise birbirlerine yakın öngörü sonuçları verdiği görülmektedir.

### **Geri Dönük Test ile Model Başarılarının Değerlendirilmesi**

GDT ile model başarısının değerlendirilmesinde, aşım sayıları ve Kupiec testi dikkate alınmıştır. Güven düzeyi %95 ve %99 olmak üzere aşım sayıları Çizelge 7.16'da verilmiştir.

**Çizelge 7.17.** Dinamik modellerin RMD öngörülerinin performans değerlendirmesi

Modeller	Aşım Sayıları	
	Beklenen Aşım Sayısı	Gerçekleşen Aşım Sayısı
<b>GARCH-Normal (0.05)</b>	13	23 (0.012)
<b>GARCH-Normal (0.01)</b>	3	7 (0.027)
<b>GARCH-t (0.05)</b>	13	24 (0.006)
<b>GARCH-t (0.01)</b>	3	5 (0.170)
<b>GARCH-UDT (0.05)</b>	13	21 (0.037)
<b>GARCH-UDT(0.01)</b>	3	4 (0.46)
<b>EWMA (0.05)</b>	13	26 (0)
<b>EWMA (0.01)</b>	3	8 (0.007)
<b>GARCH-Monte Carlo (0.05)</b>	13	21 (0.037)
<b>GARCH-Monte Carlo (0.01)</b>	13	6 (0.098)
<b>FHS (0.05)</b>	13	21 (0.037)
<b>FHS (0.01)</b>	3	3 (0.60)

*\*Parantez içerisindeki değerler Kupiec testi için p değerleridir.*

%95 güven düzeyinde modeller arasındaki aşım sayıları incelendiğinde birbirlerine yakın sonuçlar vermekle birlikte, GARCH-UDT, GARCH-Monte Carlo ve FHS modellerinin aşım sayısının diğer 3 modele göre daha az olduğu dikkat çekmektedir. %99 güven düzeyindeki sonuçlar incelendiğinde, GARCH-UDT ve FHS modellerinin diğer modellere göre, aşım sayısı konusunda daha başarılı olduğu görülmektedir. Kupiec testine göre, GARCH-normal modeli her iki güven düzeyi içinde beklenen aşım miktarının ötesinde aşımına sahipken, GARCH-t, GARCH-UDT, GARCH-Monte Carlo ve FHS modellerinde, %99 güven düzeyinde, meydana gelen aşım sayısı, teorik olarak beklenen aşım sayısı ile aynıdır. Basel Komitesinin belirlemiş olduğu kriterlere göre GARCH-UDT ve FHS modelleri, en güvenilir bölge olan yeşil bölgede yer almaktadır.

**Çizelge 7.18.** Dinamik modellerin başarısız olduğu günlere ilişkin değerlendirme ( $\alpha = 0.01$ )

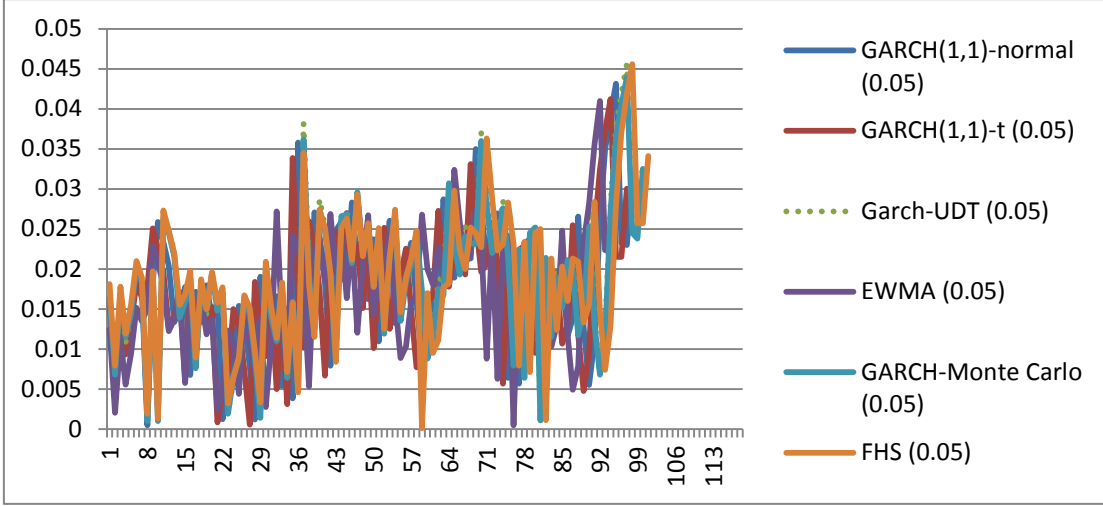
Modeller	Tarih	Bist100	RMD	Başarısızlık Oranı	Önemli Tarihler
<i>GARCH-UDT</i>	29.05.2013	-0.0324	-0.0316	0.0224	Gezi olayları
	18.12.2013	-0.0502	-0.0419	0.1638	17 Aralık Operasyonu
	26.12.2013	-0.0653	-0.0524	0.1967	
	03.06.2013	-0.0643	-0.0436	0.3213	Gezi olayları
<i>GARCH-t</i>	20.06.2013	-0.0424	-0.0402	0.0504	-
	29.05.2013	-0.0324	-0.0279	0.1361	Gezi olayları
	18.12.2013	-0.0502	-0.0372	0.2589	17 Aralık Operasyonu
	26.12.2013	-0.0653	-0.046	0.294	
	03.06.2013	-0.0643	-0.0382	0.4058	Gezi olayları
<i>GARCH-Normal</i>	28.01.2013	-0.0265	-0.0264	0.0022	-
	31.01.2013	-0.0367	-0.0351	0.0418	
	20.06.2013	-0.0424	-0.037	0.1255	
	29.05.2013	-0.0324	-0.0254	0.2132	Gezi olayları
	18.12.2013	-0.0502	-0.034	0.3212	17 Aralık Operasyonu
	26.12.2013	-0.0653	-0.0424	0.3503	
	03.06.2013	-0.0643	-0.0349	0.456	Gezi olayları
EWMA	03.06.2013	-0.0643	-0.0292	0.5464	Gezi olayları
	26.12.2013	-0.0653	-0.0402	0.3845	17 Aralık Operasyonu
	18.12.2013	-0.0502	-0.0327	0.3486	
	29.05.2013	-0.0324	-0.0216	0.3344	Gezi olayları
	31.01.2013	-0.0367	-0.0285	0.2234	-
	28.01.2013	-0.0265	-0.0206	0.2209	
	20.06.2013	-0.0424	-0.0370	0.1275	
	29.01.2013	-0.0273	-0.0253	0.0737	
03.06.2013	-0.0643	-0.0435	0.3235	Gezi olayları	
<i>FHS</i>	26.12.2013	-0.0653	-0.0529	0.1899	17 Aralık Operasyonu
	18.12.2013	-0.0502	-0.0427	0.1494	

Her üç modelinde RMD öngörülerinde başarısız olduğu günler incelenmiştir. Türkiye’de son dönemlerde meydana gelen beklenmedik olaylar sonucunda meydana gelen bazı büyük kayıpların modeller tarafından başarıyla tahmin edilemediği görülmekle birlikte, GARCH-UDT ve FHS modellerinin, aşımın meydana geldiği günlerde bile diğer modellere göre öngörü değerlerinin daha başarılı olduğu dikkat çekmektedir. Aşımın meydana geldiği tarihler dikkatle incelendiğinde medyada *Gezi Olayları* ve *17 Aralık Operasyonu* olarak geçen bu iki olayın etkili olduğu görülmektedir.

**Çizelge 7.19.** Dinamik RMD modellerine ilişkin artık sermaye incelemesi (Excess Capital)

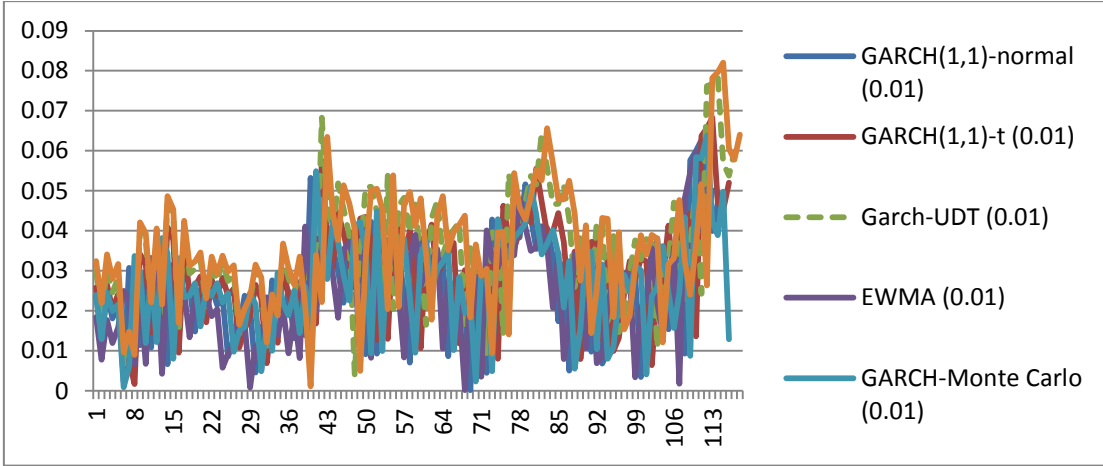
Modeller	Artık Sermaye	
	Ortalama	Standart Sapma
<b>GARCH-Normal (0.05)</b>	0.01792	0.00824
<b>GARCH-Normal (0.01)</b>	0.02638	0.01277
<b>GARCH-t (0.05)</b>	0.01714	0.00780
<b>GARCH-t (0.01)</b>	0.02923	0.01357
<b>GARCH-UDT (0.05)</b>	<b>0.01894</b>	0.00886
<b>GARCH-UDT(0.01)</b>	0.03486	0.01512
<b>EWMA (0.05)</b>	<b>0.01684</b>	0.00793
<b>EWMA (0.01)</b>	<b>0.02442</b>	0.01257
<b>GARCH Monte Carlo (0.05)</b>	0.01843	0.00854
<b>GARCH Monte Carlo (0.01)</b>	0.02701	0.01287
<b>FHS (0.05)</b>	0.01883	0.00868
<b>FHS (0.01)</b>	<b>0.03587</b>	0.01525

Artık sermaye incelemesi finansal kurumlar açısından büyük önem taşımaktadır. Hiçbir finansal yatırımcı ve/veya kurum bünyesinde piyasa koşullarının ötesinde sermaye miktarı bulundurmamak istemez. Dinamik modellere ilişkin artık sermayeler incelendiğinde, her iki güven düzeyi içinde EWMA modelinin ortalama olarak en düşük artık sermaye değerine sahip olduğu görülmektedir. GARCH-UDT modeli, %95 güven düzeyinde en yüksek artık sermaye miktarına sahipken, FHS modeli ise %99 güven düzeyinde en yüksek artık sermaye miktarına sahiptir. Aşım sayıları ve artık sermaye miktarı incelendiğinde, risk denetimi ve yönetimi konusunda, GARCH-UDT modelinin %99 güven düzeyinde diğer modellere göre daha başarılı olduğu söylenebilir. Bu durumunun nedeni, FHS modeli, %99 güven düzeyinde GARCH modeline göre aşım sayısı daha az olmasına rağmen artık sermaye miktarı GARCH-UDT modelinden daha fazladır.



**Şekil 7. 15.** Dinamik RMD modelleri için artık sermaye grafiği (%95 güven düzeyinde)

Şekil 7.15., %95 güven düzeyi için dinamik RMD modellerinin artık sermaye grafiğini göstermektedir. Şekil 7.15. incelendiğinde, %95 güven düzeyinde modeller arasında artık sermayeler bakımından önemli bir farklılık bulunmamaktadır.



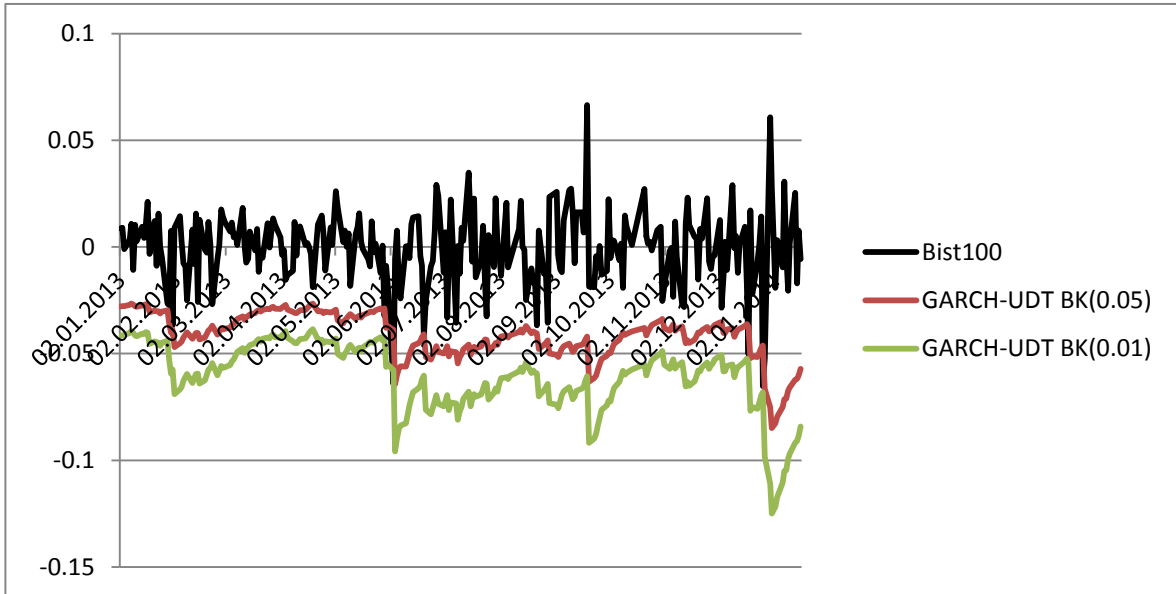
**Şekil 7. 16.** Dinamik RMD modelleri için artık sermaye grafiği (%99 güven düzeyinde)

Şekil 7.16., %99 güven düzeyi için dinamik RMD modellerinin artık sermaye grafiğini göstermektedir. Şekil 7.16. incelendiğinde GARCH-UDT ve FHS modellerinin artık sermaye miktarlarının diğer modellere göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

**Çizelge 7.20.** Aşımın meydana geldiği günler için GARCH-UDT modeline ilişkin RMD ve BK öngörü değerleri

Model	Tarih	Bist100	RMD(0.01)	BK(0.01)	RMD(0.05)	BK(0.05)	Önemli Tarihler
<i>GARCH-UDT</i>	29.05.2013	-0.0324	-0.0316	-0.0424	-0.0186	-0.0288	Gezi olayları
	18.12.2013	-0.0502	-0.0419	-0.0541	-0.0257	-0.0373	17 Aralık Depremi
	26.12.2013	-0.0653	-0.0524	-0.0681	-0.0312	-0.0462	
	03.06.2013	-0.0643	-0.0436	-0.0577	-0.0257	-0.0389	Gezi olayları

Çizelge 7.20.'de aşımın meydana geldiği günler için, GARCH-UDT modeline ilişkin %95 ve %99 güven düzeyinde hesaplanan RMD ve BK öngörü değerleri verilmiştir. Çizelge 7.20. incelendiğinde, risk ölçümünde RMD yönteminin yerine BK yönteminin kullanılması ile piyasalarda meydana gelen sıra dışı durumların öngörülmesi mümkün olmaktadır. Özellikle 06.03.2013 ve 26.12.2013 tarihlerinde BİST-100 endeksinde meydana gelen büyük kayıplar, BK yöntemiyle öngörülebilmektedir.



**Şekil 7.17.** GARCH-UDT modelinin %95 ve %99 güven düzeyi için BK öngörü değerlerine ilişkin grafik

Şekil 7.17.'de ilgili dönem için GARCH-UDT modeli ile elde edilen BK öngörü değerleri verilmiştir. Şekil 7.17. incelendiğinde %95 güven düzeyinde elde edilen BK öngörü değerlerinin BİST-100 endeksinde meydana gelen beklenmedik kayıpları, yani sıra dışı durumları, öngörmeye oldukça başarılı olduğu görülmektedir. %99 güven düzeyinde elde

edilen BK öngörü değerleri incelendiğinde, BİST-100 endeksinde meydana gelen kayıpların oldukça üzerinde öngörü sonuçları vermektedir. Elde edilen sonuçlara göre, %99 güven düzeyinin BK risk yöntemi için yüksek bir güven düzeyi olduğu söylenebilir. RMD yerine, BK risk yönteminin kullanılmasında dikkat edilmesi gereken nokta, belirlenen yüksek güven düzeylerinde elde edilen öngörü değerlerinin gerçek piyasa koşullarında meydana gelen kayıpların oldukça üzerinde olmasıdır. Bu nedenle, belirlenen güven düzeyinin kritik önem taşıdığı söylenebilir.

## 8. SONUÇ

Tez çalışmasında, UDT ve RMD ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Klasik RMD yöntemleri içerisinde Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon Yöntemi, Monte-Carlo Simülasyon Yöntemi, Cornish-Fisher Yöntemi, UDT-BDEB ve UDT-ESAD yöntemlerine yer verilmiştir. BİST-30’da yer alan bankalara ilişkin, günlük getiri serileri kullanılarak klasik RMD yöntemlerinin sonuçları incelenmiştir.

Öncelikle, BİST-30’da yer alan bankalara ilişkin betimleyici istatistikler incelenmiştir. Hisse senetlerinin ortalama getirilerinin 0 değerine oldukça yakın olduğu, normal dağılıma göre sola çarpık ve daha kalın kuyruklu oldukları sonucuna varılmıştır.

Uygulama bölümünde durağan ve dinamik RMD öngörülerinde bulunulmuştur. Durağan RMD bölümünde, Varyans-Kovaryans, Tarihsel Simülasyon, Monte-Carlo Simülasyon, Cornish-Fisher ve UDT-ESAD yöntemlerine yer verilirken, dinamik RMD bölümünde GARCH-normal, GARCH-t, GARCH-UDT, GARCH- Monte Carlo ve FHS modellerine yer verilmiştir.

Durağan RMD bölümünde yer alan yöntemlere ilişkin sonuçlar incelendiğinde, %95 güven düzeyinde 1 günlük elde tutma süresi içerisinde, Cornish-Fisher yönteminin diğer yöntemlere göre daha yüksek RMD öngörü değerlerinde bulunduğu, diğer yöntemlerin ise birbirlerine oldukça yakın RMD öngörü sonuçları verdiği görülmüştür. Güven düzeyi %99, elde tutma süresi 1 gün olarak belirlendiğinde, Cornish-Fisher ve UDT-ESAD yöntemlerinin birbirlerine yakın RMD öngörü sonuçları verdiği, bu iki yöntemin diğer modellere göre daha yüksek RMD öngörüsünde bulunduğu görülmüştür. Daha yüksek kantil değerlerinde, UDT-ESAD yönteminin, diğer yöntemlere göre daha yüksek RMD öngörü değerlerinde bulunmasının nedeni, uygulamada kullanılan finansal getiri serilerinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu yapıya sahip olmalarıdır.

Varyansın zamana bağlı değişkenliğinin modellendiği dinamik RMD modellerinin öngörü performansları GDT ile değerlendirilmiştir. GDT’de Kupiec testinden ve aşım sayılarından yararlanılmıştır

BİST-100 endeksinde yapılan uygulama çalışmasında ilgili serinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu yapıya sahip olduğu ortaya çıkarılmış, çoğu RMD modellerinde var olan normal dağılım varsayımının gerçeği yansıtmayı görülmüş, normal dağılıma göre

daha kalın kuyruklu dağılımların kullanılmasının RMD öngörülerini önemli ölçüde etkilediği sonucuna varılmıştır. RMD öngörülerini, ilgili kurum ve/veya kuruluşlar için risk denetimi ve yönetimi konusunda oldukça önemli bir yere sahiptir. Hiçbir kurum ve/veya kuruluş üstesinden gelemeyeceği bir riskle karşı karşıya kalmak istemez. Bu nedenle, risk yönetimi büyük önem taşımaktadır. Sadece normal piyasa koşullarında meydana gelebilecek kayıp miktarlarının değil, aynı zamanda, finans piyasalarında meydana gelen sıra dışı durumların da kullanılan risk yönetim sistemi tarafından doğru bir şekilde öngörülmesi gerekmektedir. Var olan RMD tekniklerine göre, GARCH-UDT modelinin öngörü performansının daha başarılı olduğu, sıra dışı durumların yaşandığı tarihlerde bile diğer modellere göre öngörü değerlerinin oldukça başarılı olduğu dikkat çekmiştir. Aşım sayıları üzerinden model karşılaştırılması yapıldığında bu farklılığın net bir şekilde görülmemesi yanılmamalıdır. Aşımın meydana geldiği günlerde, 6 modelle elde edilen öngörü değerleri incelendiğinde GARCH-UDT modelinin, diğer modellere göre, öngörü hata miktarı oldukça küçüktür. Risk yönetiminin önemli bir parçasını oluşturan RMD öngörülerinde, GARCH-UDT modelinin BASEL kriterlerine göre yeşil bölgede yer aldığı, bu bölgenin ise belirlenen en uygun bölge olduğu görülmüştür.



## KAYNAKLAR

- [1] Demireli E., Finansal Yatırım Kararlarında Risk Unsuru ve Riske Maruz Değer, *Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 9 (1), **2007**
- [2] Usta, Ö., *İşletme Finansı ve Finansal Yönetim*, Detay Yayıncılık, İzmir, **2005**
- [3] Coles, S. G., Tawn, J. A., Modelling extremes of the areal rainfall process, *Journal of the Royal Statistical Society*, 58, 329-347, **1996**
- [4] Tancredi, A., Anderson, C. W., O'Hagan, A., Accounting for threshold uncertainty in extreme value estimation, *Extremes*, 9, 87-106, **2006**
- [5] Katz, R. W., Parlange, M. B., Naveau, P., Statistics of extremes in hydrology, *Advances in Water Resources*, 25, 1287-1304, **2002**
- [6] Pielke, R. A., Downton M. W., Precipitation and damaging floods : Trends in the united states: 1932-97, *Journal of Climate*, 13,3625-3637, **2000**
- [7] Pielke, R. A., Landsea, C. W., Normalized hurricane damages in the United States: 1925-95, *Weather and Forecasting*, 13, 621-631, **1998**
- [8] Smith, R. L., Extreme value analysis of environmental time series: An application to trend detection in ground-level ozone, *Statistical Science*, 4, 367-393, **1989**
- [9] McNeil, A. J., Frey, R. Estimation of tail related risk measures for heteroscedasticity financial time series: An extreme value approach, *Journal of Empirical Finance*, 7, 271-300, **2000**
- [10] Coles, S. G., Tawn, J. A., Statistical methods for multivariate extremes: An application to structural design, *Applied Statistics*, 43, 1-48, **1994**
- [11] Reiss, R. D., Thomas, M., *Statistical Analysis of Extreme Values with Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*, 3rd Edition, Springer, **2007**
- [12] Gilli, M., Këllezli, E., An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk, *Computational Economics*, 27(1), 1-23, **2006**
- [13] Dacorogna, M. M., Müller, U. A., Pictet, O. V., de Vries, C. G., Extremal Forex returns in extremely large data sets, *Extremes*, 4, 105-127, **2001**
- [14] Danielsson, J., De, V. C. G., Value-at-risk and extreme returns, *Annals of Economics and Statistics*, 239-270, **2000**
- [15] Gençay, R., Selçuk, F., Ulugülyagci, A., High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation, *Insurance: Mathematics and Economics*, 33, 337-356, **2003**
- [16] Mancini, L., Trojani, F., Robust Value at Risk Prediction: Appendix, SSRN eLibrary, [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=776124](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=776124) (Mayıs **2014**)
- [17] Onuor, I. A., Extreme risk and fat-tails distribution model: empirical analysis, *Journal of Money, Investment and Banking*, **2010**
- [18] Ulugülyagcı, A., *Ekstrem Değer Teorisi ve Finansal Piyasalarda Risk Yönetimi*, Yüksek Lisans Tezi, Bilkent Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, **2001**

- [19] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., Heath, D., Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228, **1999**
- [20] Yoshiba, T., Yamai, Y., Comparative Analysis of Expected Shortfall and Value at Risk, *Institute for Monetary and Economic Studies*, 181-238, **2002**
- [21] Eser Ö., *Piyasa Riski Ölçümü Olarak Riske Maruz Değer ve Hisse Senedi Portföyleri İçin Bir Uygulama*, Yüksek Lisans Tezi, Kadir Has Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul, **2010**
- [22] Poon, S. H., Granger, C. W. J., Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature*, XLI, 478-539, **2003**
- [23] Korkmaz, T., Bostancı, A., RMD Hesaplamalarında Volatilite Tahminleme Modellerinin Karşılaştırılması ve Basel II Yaklaşımına Göre Geriye Dönük Test Edilmesi: İMKB 100 Endeksi Uygulaması, *Business and Economics Research Journal*, 2(3), **2011**
- [24] Teker, S., Karakurum, E., Tav, O., Yatırım Fonlarının Risk Odaklı Performans Değerlemesi, *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 9(1), 89-105, **2008**
- [25] Çelik, N., Uç Değerler Teorisi ile Riske Maruz Değer'in Tahmini ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Üzerine Bir Uygulama, *Bankacılık ve Sigortacılık Araştırma Dergisi*, 1(1), 19-32, **2010**
- [26] Jones, C. P., *Investments Analysis and Management*, John Wiley&Sons, **1996**
- [27] Duman, M., Bankacılık Sektöründe Finansal Riskin Ölçülmesi ve Gözetiminde Yeni Bir Yaklaşım: "Value at Risk Metodolojisi", *Bankacılar Dergisi*, 32, **2000**
- [28] Kayahan C., Topal Y., Tarihsel Riske Maruz Değer (RMD) Finansal Riskleri Açıklamada Yeterli mi?, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 14, 179-198, **2009**
- [29] Akan B. N., Piyasa Riski Ölçümü, *Bankacılar Dergisi*, 61, **2007**
- [30] Taş, O., İltüzer, Z., Monte Carlo Simulasyon Yöntemi ile Riske Maruz Değer İmkb30 Endeksi ve Dibs Portföyü Üzerine Bir Uygulaması, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 23(1), 67-87, **2008**
- [31] Ural, M., Riske Maruz Değer Hesaplamasında Alternatif Yaklaşımlar, *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar Dergisi*, 3(2), **2009**
- [32] Bali, T.G., Gökcan, S. ve Liang, B., Value at Risk and the Cross-section of Hedge Fund Returns. *Journal of Banking and Finance*, 31, 1135-1166, **2007**
- [33] Bozkuş, S., Risk Ölçümünde Alternatif Yaklaşımlar: Riske Maruz Değer (VaR) ve Beklenen Kayıp (ES) Uygulamaları, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 20(2), 27-45, **2005**
- [34] Küçüközmen, C. C., Mazıbaş M., Bankalarda Operasyonel Riskin Ölçümü: Uç Değer Teorisi Uygulaması, *9th Symposium on Econometrics and Statistics*, Aydın, **2008**
- [35] Smith R. L., Statistics of extremes with applications in environment, insurance and finance, <http://www.stat.unc.edu/postscript/rs/semstatrls.pdf> (Mayıs **2014**)
- [36] Cruz M., *Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk*, John Wiley&Sons, **2002**

- [37] Sibusisiwe K., Sonali D., Pravesh D., Chris E., What Can We Infer From Beyond The Data? The Statistics Behind The Analysis Of Risk Events İnt The Context Of Environmental Studies, *African Digital Scholarship and Curation Conference*, Pretoria, South Africa, 12-14 Mayıs, **2009**
- [38] Singh, A. K., Allen, D. E., Robert, P. J., Extreme market risk and extreme value theory, *Mathematics and Computers in Simulation*, 94, 310-328 **2013**
- [39] Pocernich M. J. , *Application of Extreme Value Theory and Threshold Models to Hydrological Events*, Yüksek Lisans Tezi, Colorado Üniversitesi, Uygulamalı Matematik, Denver, **2002**
- [40] Liu, X., Data Analysis in Extreme Value Theory, <http://www.unc.edu/~rls/s890/XinLiuWriteup.pdf> (Mayıs **2014**)
- [41] DuMouchel, W.H., Estimating the stable index  $\alpha$  in order to measure tail thickness: A critique, *The Annals of Statistics*, 11 (4), 1019–1031, **1983**
- [42] Ferreira, A., de Haan, L., Peng, L. On optimising the estimation of high quantiles of a probability distribution, *Statistics*, 37, 401–434, **2003**
- [43] Loretan, M., Philips, P.C.B., Testing the covariance stationarity of heavy Tailed time series: an overview of the theory with applications to several financial datasets, *Journal of Empirical Finance*, 1 (2), 211–248, **1994**
- [44] Reiss, R.-D. & Thomas, M., *Statistical Analysis of Extreme Values: With Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*, Springer, **2007**
- [45] Embrecht, P. , Kluppelberg C., Mikosch T., *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer, **1997**
- [46] Hill, B. M., A simple general approach to inference about the tail of a distribution, *The Annals of Statistics*, 3, 1163-1174, **1975**
- [47] Smith L. R., Trends in rainfall extremes, <http://www.stat.unc.edu/postscript/rs/rx.pdf>, (Nisan **2014**)
- [48] Davison, A. C. and Smith, R. L., Models for exceedances over high thresholds, *Journal of the Royal Statistical Society*, 52(3),393–442, **1990**
- [49] Hosking, J. R. M., Wallis, J. R., Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution, 29(3), *American Statistical Association and the American Society for Quality*, 29(3), 339-349, **1987**
- [50] Jocković, J., Quantile Estimation For The Generalized Pareto Distribution with Application to Finance, *Yugoslav Journal of Operations Research*, 22(2), 297-311, **2012**
- [51] Castillo, E., Hadi, A. S., Fitting Generalized Pareto Distribution to Data, 92, 1609-1620, **1997**
- [52] Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., Wallis, R., Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions, expressible in inverse form, *Water Resources Research*, 15(5), 1049-1054, **1979**
- [53] Akar, C., Volatilite Modellerinin Öngörü Performansları: ARCH, GARCH, ve SWARCH Karşılaştırması, *İşletme Fakültesi Dergisi*, 8(2), 201-207, **2007**

- [54] Yang, X., *Forecasting Volatility in Stock Market Using GARCH Models*, Yüksek Lisans Tezi, Kansas Üniversitesi, **2009**
- [55] Reider, R., Volatility Forecasting I: GARCH Models, [http://cims.nyu.edu/~almgren/timeseries/Vol\\_Forecast1.pdf](http://cims.nyu.edu/~almgren/timeseries/Vol_Forecast1.pdf), (Nisan, **2014**)
- [56] Soltane, H. B., Karaa, A., Bellalah, M., Conditional VaR using GARCH-EVT approach: Forecasting Volatility in Tunisian Financial Market, *Journal of Computations and Modelling*, 2(2), 95-115, **2012**
- [57] Songül, H., *Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri: Döviz Kurları Üzerine Bir Uygulama*, Uzmanlık Tezi, Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü, Ankara, **2010**
- [58] Francq, C., Zakoian, J. M., Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes, *Bernoulli*, 10(4), 605-637, **2004**
- [59] Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., Vosper, L., VaR without Correlations for Portfolios of Derivatives Securities, *Journal of Futures Markets*, 19, 33-45, **1999**
- [60] Çifter, A., Özün, A., Yılmaz, S., Geriye Dönük Testlerin Karşılaştırmalı Analizi: Döviz Kuru Üzerine Bir Uygulama, *Bankacılar Dergisi*, 62, **2007**
- [61] Ünal, Ö. S., *Döviz Kuru Oynaklığının Öngörülmesi ve Risk Yönetimi: Türkiye Örneği*, Uzmanlık Yeterlilik Tezi, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Piyasalar Genel Müdürlüğü, Ankara, **2009**
- [62] Kupiec, P.H., Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, *Journal of Derivatives*, Winter, 73-84, **1995**
- [63] Tang, T., Shieh, S. J., Long-Memory in Stock Index Futures Markets: A Value-at-Risk Approach, *Physica A*, 366, 437-448, **2006**
- [64] Ergen, I., VaR Prediction for Emerging Stock Markets: GARCH Filtered Skewed  $t$  Distribution and GARCH Filtered EVT Method, [http://www.richmondfed.org/banking/economists/pdf/ie\\_var\\_prediction.pdf](http://www.richmondfed.org/banking/economists/pdf/ie_var_prediction.pdf) (Nisan, **2014**)

# ÖZGEÇMİŞ

## Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı: Emrah ALTUN

Doğum Yeri: Ardanuç

Medeni Hali: Bekar

E-posta: emrahaltun@hacettepe.edu.tr

Adresi: Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü 06800 Beytepe, Ankara

## Eğitim

Lise: Dr. Binnaz Ege Dr. Rıdvan Ege Anadolu Lisesi

Lisans: Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü

Yüksek Lisans: Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik A.B.D.

## Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce, İleri Seviye

## İş Deneyimi

2012-... Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi

## Deneyim Alanları

-

## Tezden Türetilmiş Projeler ve Bütçesi

-

## Tezden Yazılmış Yayınlar

-

## Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

-