

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**MEKANİZMA ANALİZİ İÇİN NOKTA KÜMESİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMI VE TARAYICI TABANLI  
YAZILIM ARACI GELİŞTİRİLMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Makina Müh. Hilmi Emre EFENDİOĞLU**

**HAZİRAN 2019  
TRABZON**



**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce**

**Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : / /**

**Tezin Savunma Tarihi : / /**

**Tez Danışmanı :**

**Trabzon**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun / / gün ve sayılı  
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
olarak kabul edilmiştir.

**Jüri Üyeleri**

**Başkan :** .....

**Üye :** .....

**Üye :** .....

**Prof. Dr. Asim KADIOĞLU**  
**Enstitü Müdürü**

## ÖNSÖZ

Mekanizmalar geçmişten günümüze bir çok mucitin ve bilim adamının ilgisini çeken makine parçalarıdır. Bu bağlamda belirli bir amaçla oluşturulmak istenen mekanizmaların üretim ve tasarım sürecine yardımcı yöntemlerin bulunması çağlar boyunca popüler bir problem olarak yerini korumuştur. Bilgi çağı ve hesaplama makinelerinin gelişmesine paralel olarak mekanizmaların sentezi ve analizi için bilgisayar destekli araçların geliştirilmesi hız kazanmıştır. Bu tez kapsamında kolay anlaşılır bir cebirsel çözüm yöntemi önerilmiş ve bu çözüm yöntemini kullanan bir tarayıcı tabanlı yazılım aracı geliştirilmiştir

Öncelikle yüksek lisans tezime başlamama vesile olan ilk tez danışmanım Prof. Dr. Muzaffer DOĞAN'a minnettar olduğumu belirtirim. Daha sonra uzun süredir tamamlanmayı bekleyen tezimin danışmanlığını üstlenen Dr. Öğr. Üyesi Nurhan GÜRSEL ÖZMEN'e sağladığı sonsuz destek için teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca tez yazım ve araştırmalarım sırasında bana sağladığı destek ve sabır nedeniyle değerli eşim Seda EFENDİOĞLU'na teşekkür ederim. Yaşamım boyunca süregelen yeni bir şeyler öğrenme isteğini erken yaşlarımda bana aşıl原因an babam Rasim EFENDİOĞLU ve annem Memnune EFENDİOĞLU'na minnetlerimi sunarım.

Hilmi Emre EFENDİOĞLU

Trabzon 2019

## **TEZ ETİK BEYANNAMESİ**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "MEKANİZMA ANALİZİ İÇİN NOKTA KÜMESİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMI VE TARAYICI TABANLI YAZILIM ARACI GELİŞTİRİLMESİ" başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Nurhan GÜRSEL ÖZMEN'in sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 18/06/2019

Hilmi Emre EFENDİOĞLU

## İÇİNDEKİLER

|  | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| ÖNSÖZ . . . . .  | III             |
| TEZ ETİK BEYANNAMESİ . . . . .                               | IV              |
| İÇİNDEKİLER . . . . .  | V               |
| ŞEKİLLER DİZİNİ . . . . .                                    | IX              |
| TABLolar DİZİNİ . . . . .                                    | XI              |
| KISALTMALAR DİZİNİ . . . . .                                 | XII             |
| 1 GİRİŞ . . . . .  | 1               |
| 2 GENEL BİLGİLER . . . . .                                   | 8               |
| 2.1. Düzlemsel, Küresel ve Uzaysal Mekanizmalar . . . . .    | 8               |
| 2.2. Serbestlik Derecesi . . . . .                           | 9               |
| 2.3. Ters Kinematik . . . . .                                | 11              |
| 2.4. Grashof Kanunu . . . . .                                | 12              |
| 2.5. Hareket Analizi . . . . .                               | 13              |
| 2.5.1. Hareket Eden Noktanın Yeri . . . . .                  | 13              |
| 2.5.2. Noktanın Konumu . . . . .                             | 14              |
| 2.5.3. İki Nokta Arasındaki Pozisyon Farkı . . . . .         | 15              |
| 2.5.4. Devre Kapalılık Denklemi . . . . .                    | 17              |
| 2.5.5. Grafikselsel Konum Analizi . . . . .                  | 20              |
| 2.5.6. Cebirsel Konum Analizi . . . . .                      | 25              |
| 3 YAPILAN ÇALIŞMA . . . . .                                  | 28              |
| 3.1. Teorik Tanım . . . . .                                  | 28              |
| 3.1.1. Analitik Geometri . . . . .                           | 29              |
| 3.1.2. Nokta Kümesi . . . . .                                | 29              |
| 3.1.3. Süperelips . . . . .                                  | 31              |
| 3.1.4. Öklid Uzaklığı . . . . .                              | 32              |
| 3.1.5. Mekanizmalar İçin Fiziksel Kısıtlar . . . . .         | 33              |
| 3.1.6. Mekanizmanın Hareketini Temsil Eden Denklem . . . . . | 34              |

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 3.1.7. | Koordinat Sisteminde Tanımlı Bir Noktanın Döndürülmesi . . . . .     | 35 |
| 3.1.8. | Doğrusal Olmayan Bir Denklemin Çözümü . . . . .                      | 35 |
| 3.2.   | Tez Kapsamında Geliştirilen Tarayıcı Tabanlı Yazılım Aracı . . . . . | 37 |
| 4      | BULGULAR VE TARTIŞMA . . . . .                                       | 39 |
| 4.1.   | Noktasal Çözüm yöntemine ait Uygulama Örnekleri . . . . .            | 39 |
| 4.1.1. | Uygulama 1: Dört Kol Mekanizması . . . . .                           | 40 |
| 4.1.2. | Uygulama 2: Krank Biyel Mekanizması . . . . .                        | 44 |
| 4.1.3. | Uygulama 3: Eliptik Yörüngeye Sahip Dört Kol Mekanizması . . . . .   | 48 |
| 4.1.4. | Uygulama 4: Beş Kol Mekanizması . . . . .                            | 52 |
| 5      | SONUÇ . . . . .  | 58 |
| 6      | ÖNERİLER . . . . .   | 59 |
| 7      | KAYNAKLAR . . . . .  | 60 |
|        | ÖZGEÇMİŞ   |    |

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

MEKANİZMA ANALİZİ İÇİN NOKTA KÜMESİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMI VE TARAYICI  
TABANLI YAZILIM ARACI GELİŞTİRİLMESİ

Hilmi Emre EFENDİOĞLU

Karadeniz Teknik Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr.Öğr.Üyesi Nurhan GÜRSEL ÖZMEN

2019, 62 Sayfa

Mekanizmaların analizinde geçmişten günümüze grafiksel çözüm yöntemleri kullanılagelmiştir. Bu yöntem, hassasiyetinin düşük oluşu ve uzun sürmesi gibi dezavantajlara sahiptir fakat bilgisayar ve yazılım alanındaki gelişmeler, grafiksel çözümlerin etkin ve hızlı bir şekilde yapılmasına olanak tanımıştır. Mekanizma analizinde kullanılan bir diğer yöntem ise cebirsel çözüm yaklaşımıdır yani bir takım trigonometrik ve geometrik bilgiler ışığında mekanizmaya ait fonksiyonun tanımlanması işlemidir. Bu yüksek lisans tez çalışması kapsamında da, mekanizmaların konum analizi için hem grafik hem de cebirsel çözüm metodunu kullanan yeni bir yaklaşım önerilmiştir. Bu yaklaşıma göre, başlangıçta mekanizmanın sabit bağlantı elemanları ve bu elemanların hareket kabiliyetleri sonucu oluşabilecek nokta kümeleri belirlenir. İki uzva ait nokta kümeleri arasındaki sabit mesafe bağlantı elemanının uzunluğunu vermektedir. Giriş uzvu ile bağlantı elemanındaki noktalara karşılık oluşacak fonksiyon sekant yöntemi ile çözümlenerek, çıkış uzvunun konumu belirlenir. Tez kapsamında bu yaklaşımı grafiksel olarak destekleyecek tarayıcı tabanlı bir yazılım da JavaScript ile geliştirilmiştir.

Son olarak önerilen çözüm yaklaşımının etkinliğini göstermek amacıyla farklı mekanizma tipleri (dört çubuk, krank-biyel, beş kol mekanizması vb.) için çözümler elde edilmiş ve sonuçları değerlendirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Mekanizmalar, Mekanizma analizi, Dört çubuk mekanizması, İteratif çözüm, Tarayıcı tabanlı yazılım aracı



Master Thesis

SUMMARY

POINT SET SOLUTION APPROACH TO MECHANISM SYNTHESIS AND  
DEVELOPING BROWSER BASED SOFTWARE TOOL

Hilmi Emre EFENDİOĞLU

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Mechanical Engineering Graduate Program  
Supervisor: Asst. Prof. Dr. Nurhan GÜRSEL ÖZMEN  
2019, 62 Pages

In the analysis of mechanisms, graphical solution methods have been used, from the past to the present. This method has the disadvantage of being low precision and long lasting, but developments in computer science and software technology have enabled the graphical solutions to be made efficiently and quickly. Another method used in the mechanism analysis is the algebraic solution approach, which is the process of defining the function of the mechanism in light of a set of trigonometric and geometric information. In the context of this master thesis, a novel approach that uses both graphical and algebraic solution methods is proposed for position analysis of mechanisms. According to this approach, the fixed linkages of the mechanism and the point sets that can occur as a result of the movement capabilities of these elements are determined. The fixed distance between the point sets of the two linkages is the length of the mechanism bar. The function that will be produced against the points in the connecting element with the input body is solved by the secant method and the position of the output member is determined. Within the scope of the thesis, a browser-based software that will support this approach graphically is also developed with JavaScript.

Finally, in order to demonstrate the effectiveness of the proposed solution approach, solutions for different mechanism types (four bar, slider-crank, five-bar mechanism, etc.) were obtained and the results were evaluated.

**Key Words:** Mechanisms, Mechanism analysis, Four-bar mechanism, Iterative solution, Browser-based software tool

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|   | <u>Sayfa No</u> |
|---|-----------------|
| Şekil 1.1. Fransız tasarım yaklaşımını ifade eden şema. . . . .   | 2               |
| Şekil 2.1. Düzlemsel mekanizmalar (a) Altı kol mekanizması (b) Krank-Biyel mekanizması . . . . .  | 8               |
| Şekil 2.2. Küresel mekanizma . . . . .  | 9               |
| Şekil 2.3. Kutzbach serbestlik derecesi kriterinin basit mekanizmalara uygulanması .  | 10              |
| Şekil 2.4. Ters kinematik örnekler . . . . .  | 11              |
| Şekil 2.5. Grashof kanunu için uzunlukların temsili . . . . .   | 12              |
| Şekil 2.6. P noktasının konumlandığı 3 boyutlu koordinat sistemi . . . . .  | 13              |
| Şekil 2.7. Vektör yardımıyla tanımlanan P noktasının konumu . . . . .   | 14              |
| Şekil 2.8. $R_{PO}$ yer değiştirme vektörünün gösterimi . . . . .   | 16              |
| Şekil 2.9. Örnek dört kol mekanizması . . . . .   | 17              |
| Şekil 2.10. Uzunlukları temsil eden vektörler . . . . .   | 18              |
| Şekil 2.11. Örnek mekanizmanın vektörel gösterimi . . . . .   | 19              |
| Şekil 2.12. (a) Vektörel toplama işlemi, (b) çıkarma işlemi . . . . .   | 20              |
| Şekil 2.13. İki doğrultu ve bir uzunluk bilinmesi durumu . . . . .  | 23              |
| Şekil 2.14. Üç doğrultunun bilinmesi durumu . . . . .   | 24              |
| Şekil 2.15. İki uzunluk ve bir doğrultunun bilinmesi durumu . . . . .   | 25              |
| Şekil 2.16. Örnek krank biyel mekanizması . . . . .   | 26              |
| Şekil 3.1. (a) iki boyutlu koordinat sistemi, (b) üç boyutlu koordinat sistemi . . . . .  | 29              |
| Şekil 3.2. (a) Doğru denklemi ile temsil edilebilen nokta kümesi. (b) Daire denklemi ile temsil edilebilen nokta kümesi. (c) Elips denklemiyle ifade edilebilen nokta kümesi. (d) Özel nokta kümesi . . . . . | 30              |
| Şekil 3.3. Denklemdaki parametrelerin değiştirilmesi ile oluşan farklı geometrik şekiller   | 31              |
| Şekil 3.4. İki boyutlu bir uzayda iki nokta arasındaki uzaklık . . . . .  | 32              |
| Şekil 3.5. Örnek dörtkol mekanizması için nokta ve uzunluk gösterimleri . . . . .   | 33              |
| Şekil 3.6. Belirli bir noktanın orjine göre döndürülmesi . . . . .  | 35              |
| Şekil 3.7. Sekant yöntemi grafik gösterim . . . . .   | 36              |
| Şekil 3.8. Yazılım aracına ait bir arayüz görüntüsü . . . . .   | 38              |
| Şekil 4.1. Dört kol mekanizması uygulamasına ait gösteri ve boyutlar . . . . .  | 40              |

|   |    |
|---|----|
| Şekil 4.2. Örnek dört kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş $x_1, y_1$ değerleri grafiği . . . . .   | 41 |
| Şekil 4.3. Örnek dört kol mekanizması için $x_1$ giriş değerlerine karşılık gelen $y_1, x_2, y_2$ değerlerinin grafik gösterimi . . . . .                                       | 43 |
| Şekil 4.4. Krank biyel mekanizması uygulamasına ait gösterim . . . . .  | 44 |
| Şekil 4.5. Örnek krank biyel mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş $x_1, y_1$ değerleri için grafiği . . . . .   | 45 |
| Şekil 4.6. Örnek krank biyel mekanizması için $x_1$ giriş değerlerine karşılık gelen $y_1, x_2, y_2$ değerlerinin grafik gösterimi . . . . .                                    | 47 |
| Şekil 4.7. Çıkış bağlantısında eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması uygulamasına ait gösterim ve boyutları . . . . .  | 48 |
| Şekil 4.8. Çıkış bağlantısında eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş $x_1, y_1$ değerleri için grafiği . . . . .      | 49 |
| Şekil 4.9. Çıkış bağlantısında eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması için $x_1$ giriş değerlerine karşılık gelen $y_1, x_2, y_2$ değerlerinin grafik gösterimi . . . . . | 51 |
| Şekil 4.10. Beş kol mekanizması uygulamasına ait gösterim ve boyutları . . . . .  | 52 |
| Şekil 4.11. Örnek beş kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş $x_1, y_1$ değerleri için grafiği . . . . .  | 56 |
| Şekil 4.12. Örnek beş kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş $x_2, y_2$ değerleri için grafiği . . . . .  | 56 |
| Şekil 4.13. Örnek beş kol mekanizması için $x_1$ giriş değerlerine karşılık gelen $y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ değerlerinin grafik gösterimi . . . . .                             | 57 |
| Şekil 4.14. Örnek beş kol mekanizması için $x_2$ giriş değerlerine karşılık gelen $y_{21}, x_{22}, y_{22}, x_{23}, y_{23}$ değerlerinin grafik gösterimi . . . . .              | 57 |

## TABLolar DİZİNİ

|   | <u>Sayfa No</u> |
|---|-----------------|
| Tablo 2.1. Bilinmeyenler ve kısıtlar . . . . .  | 22              |
| Tablo 4.1. Örnek dört kol mekanizması için bulunan değerler . . . . .                   | 42              |
| Tablo 4.2. Örnek krank biyel mekanizması için bulunan değerler . . . . .                | 46              |
| Tablo 4.3. Eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması için bulunan değerler . . . . . | 50              |
| Tablo 4.4. Örnek beş kol mekanizması birinci kısım için bulunan değerler . . . . .      | 54              |
| Tablo 4.5. Örnek beş kol mekanizması ikinci kısım için bulunan değerler . . . . .       | 55              |



## KISALTMALAR DİZİNİ

|     |                                     |
|-----|-------------------------------------|
| CAD | Bilgisayar Destekli Tasarım         |
| CAM | Bilgisayar Destekli Üretim          |
| DH  | Denavit Hartenberg                  |
| CCD | Döngüsel Koordinat Azalması         |
| WFP | Dalgacık Özellikli Parametre Metodu |

## 1. GİRİŞ

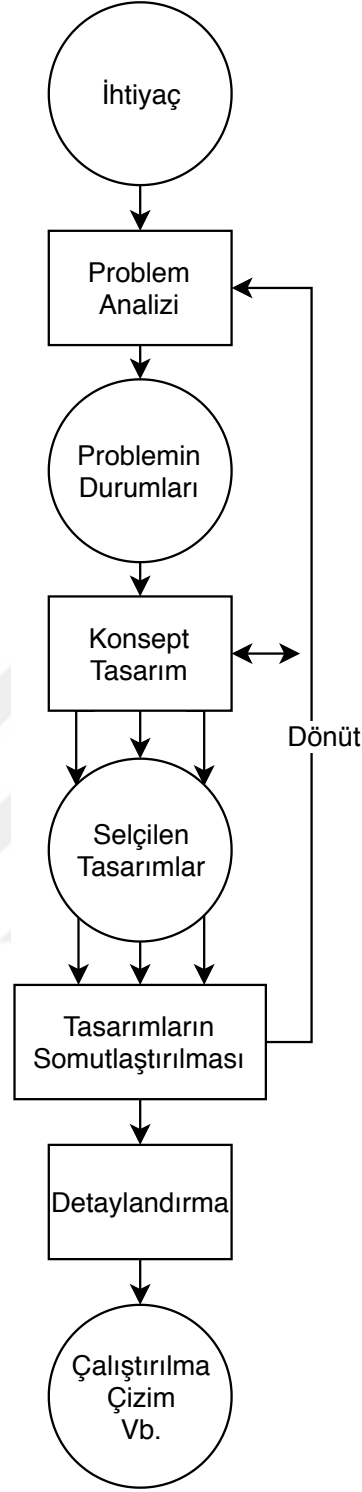
Sabit bir eksen etrafındaki düzgün dönme ve düzgün öteleme dışında makinelerin üreteceği hareketler genellikle düzensizdir. İşte makine tasarımcılarının görevi de, gerekli olan bu düzensiz hareketleri üretebilecek mekanizmaları tasarlamaktır. Mekanizma tasarımının iki temel yönü vardır, birincisi mekanizmaların sentezi ikincisi ise mekanizmaların analizi şeklindedir. Mekanizma analizinde, mekanizmaların uzuvları üzerindeki belirli noktaların konumları, hızları ve ivmeleri belirlenir. Mekanizma uzuvlarının analizi sırasında ayrıca mekanizmaların açısız konumları, hızları ve ivmelenmesi belirlenir. Mekanizmaların analizi ile belirli noktaların yörüngesi ve uzuvların belirli zaman noktalarında oryantasyonu elde edilir [1].

Mekanizma sentezinde ise, istenilen konumlar, açısız konumlar, hızlar veya açısız hızlar kümesi belli zaman noktalarında öngörülür. Daha sonra mekanizmaların sentezi, istenen sonuçları üretecek mekanizma uzuvlarının geometrisini matematiksel olarak belirlemeyi içerir. Bu mekanizma çalıştırıldığı zaman, öngörülen noktalardan istenen hız ve ivme ile geçecek ve uzuvlar da istenen oryantasyona sahip olacaktır. Mekanizma sentezinde iki yaklaşım vardır: Klasik cebirsel yaklaşım ve tahmini geometrik yaklaşım.

21. yüzyılın geçen bu son yirmi yılında, gelecekte önemli olan üç araştırma trendini şöyle belirlenebilir. Bunlar (i) uzaysal mekanizmalar ve robotik sistemlerin, (ii) uyumlu bağlantı sistemlerinin ve (iii) ip ve kablo tahrikli sistemlerin analizi ve sentezidir. Her durumda, araştırmacıların, önceki yüzyılın ana kinematik problemleri ile ilişkili olanları basit kılan toplam derece polinom sistemlerini formüle edip çözdüklerini gözlemledik [2].

Mühendislik tasarım süreci, Marcus Vitruvius Polio (yaklaşık 75 BCE - yaklaşık 15 CE)'nin De Architectura (Vitruvius, 28 B.C.E.) başlığı altındaki 10 ciltlik çalışmasından başlayarak yüzyıllar boyunca insanların çalışma konusu olmuştur. Modern mühendislik tasarım teorisi, kökenlerini büyük ölçüde, bir makinenin kinematik zincirini tanımlamak için bir gramer öneren Franz Reuleaux'ya (1829-1905) borçludur [3].

Tasarım süreci, Şekil 1.1'te gösterilmektedir. Bu modelde dört aşama göze çarpmaktadır: a) problemin analizi; b) kavramsal tasarım; c) düzenleme tasarımı; ve d) detaylandırma veya detaylı tasarım.



Şekil 1.1. Fransız tasarım yaklaşımını ifade eden şema.

Kinematik sentez, yukarıda sıralanan tasarım işleminin ilk üç aşamasında, makine tasarımında olduğu gibi kilit bir rol oynar. Sentez: Bir uzuv tarafından üretilecek bir iş verildiğinde, görevi en iyi yapan uzvun bulunması işlemidir. Bu görevler üç şekilde olabilir. (a) Fonksiyon üretimi: Çıkış uzvunun hareketi giriş uzvunun hareket değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak tanımlanmıştır; (b) Hareket üretimi : çıkış uzvunun / bağlantılarının hareketi, giriş uzvunun veya eklemlerinin hareket değişkenleri ile belirtilir; (c) Yol oluşturma: Kayan bir bağlantı üzerinde bir nokta (iz süren mekanizma çerçevesine bağlı olmayan bir bağlantı) tarafından izlenen yol, muhtemelen giriş bağlantı noktalarının hareketi ile zamanlanmış bir eğri olarak tanımlanır.

Mekanizma tasarımı ile ilgili ilk çalışmayı Hartenberg ve Denavit (1964) önerdi ve kinematik sentezin üç aşamasını şu şekilde belirledi:

1. tip sentezi
2. sayı sentezi
3. boyutsal sentez

Bunlardan tip ve sayı sentezi "nitel sentez" olarak, boyutsal sentez ise "kantitatif sentez" olarak ifade edilirler. Boyutsal senteze bir başka açıdan "kesin" ve "yaklaşık" sentez olarak da yaklaşılr. Kantitatif senteze "grafik çözüm yöntemi", "cebirsal çözüm yöntemi" ve "yarıcebirsal çözüm yöntemi" ile ulaşmak mümkündür.

Mekanizmaların sentezi sonucunda genellikle cebirsel denklem eşitlikleri elde edilir. Bu cebirsel denklem takımlarının çözümünde genellikle  $10^n$  ile ifade edilen sayılarda çözümler elde edilir. Fakat bazı mekanizma sentezlerinde elde edilen parabolik fonksiyonun milyarlarca ifade edilebilecek çözümleri oluşmaktadır [4, 5]. Bu da mekanizma sentezlerinde grafik ve yarı grafik yöntemlerin kullanımını gerektirmektedir. Belli bir uzunluk birimine sahip bir değişkenle ilişkilendirilen trigonometrik fonksiyonları içeren karakteristik denklemin kökleri, uzvun sonsuz sayıdaki titreşimlerinden herhangi birine ait titreşim modlarının ortaya koyulmasını sağlar. Her bir mod, bir kökü ifade etmektedir [4].

Bu çalışmada ele alınan kinematik analiz ve devamında önerilen çözüm yaklaşımı cebirsel çözüm için bir alternatif sunmaktadır. Temelde bir uzvun yapabileceği hareketi bir fonksiyonla tanımlayan Fredeustein'in denklemi [Fredeustein,1955] modern kinematiğin başlangıcı olarak kabul edilir. Freduenstein, uzuv uzunlukları ile uzuv yerleşim açıları arasında bir ilişki kurmuştur. Bu ilişkiye göre, eğer uzuv uzunluklarından boyutsuz parametrelere geçişte uygun bir doğrusal olmayan haritalama yapılabilirse o zaman bu parametre-



lere bağı doğrusal bir eşitlik elde edilebilir. Fakat küresel ve uzaysal uzuvların sentezinde Denavit-Hartenberg (DH) gösterimi daha kullanışlı olmaktadır. Fakat uzuv sayısının  $m > 4$  olduğu durumlarda, yaklaşık çözüme ihtiyaç duyulur. Denklemin gerçek köklerinin bulunmasında Newton-Raphson iteratif yaklaşımından faydalanılır. Cebirsel çözüme ait son yıllarda elde edilen sonuçlara genel bir bakış, mekanizma analizi ve sentezinden farklı örneklerle Husty 2007’de verilmiştir [8].

Cebirsel denklemlerin çözümünde serbestlik derecesi ile ilişkilendirilen problemlerin çözümünü için Kramer tarafından geometrik kısıtları ortaya koyan bir uygulama motoru geliştirilmiştir [6].

Bağlantı mekanizmalarının sentezi ve analizi için Simulink ve Matlab’a dayanan bir yazılım paketi olan SoftLink-I versiyonu geliştirilmiştir. Bu paketin amacı öğretmenlere / öğrencilere, Matlab / Simulink programlama platformunu kullanarak, analiz / öğrenme ve mekanizmaların sentezini öğretmeyi / öğrenmeyi kolaylaştıran, kullanımı kolay, bir araç sağlamaktır [7]. Pratikte Geometrik Cebir başlıklı bir çalışmada mühendislikteki geometrik problemler için cebirsel teknikleri ve aralarındaki ilişkileri gözden geçirilmiştir. İşlenen konular, güçlü yeni teorik gelişmelerden başarılı uygulamalara ve yeni yazılım ve donanım araçlarının geliştirilmesine kadar uzanmaktadır. Çizgilerin geometrik cebirini, alt boyutlu cebirleri ve 5 boyutlu cebirsel geometrik analizin diğer alternatiflerini tartışılmış ve diferansiyel geometri için koordinatsız geometrik analiz metotları önerilmektedir [10].

Döngüsel koordinat azalması (CCD), eklem zincirleri ve hareketli hedefler içeren uygulamalarda ters kinematik çözümleri için kullanılan yaygın bir algoritmadır. Bir CCD algoritması kolayca uygulanabilse de, bir çözüme yaklaşımadan önce bir dizi yineleme gerektirir ve ayrıca istenmeyen eklem rotasyonları üretebilir. Mukudan’ın çalışmasında CCD’ye göre, hızlı, uygunsuz ve büyük açılı dönüşlerle ilgili sorunları ortadan kaldıran yeni bir tek geçişli algoritma sunulmuştur. Önerilen algoritmanın CCD’ye göre performans yararlarını ve farklı maliyet fonksiyonlarını kullanarak ’üçgenleme’ yöntemlerini göstermek için deneysel sonuçlar sunulmuştur [9].

Mekanizma sentezi ve analizi için son yıllarda geliştirilen kullanışlı algoritma ve yazılımlardan birisi FABRIK’tir. FABRIK, dönme açılarının veya matrislerin kullanılmasından kaçınır ve bunun yerine, her bir eklem konumunu bir çizginin üzerine yerleştirerek bulur. Bu nedenle, birkaç yinelemeyle yaklaşır, düşük hesaplama maliyetine sahiptir ve görsel olarak gerçekçi pozlar üretir. Kısıtlamalar FABRIK içine kolayca dahil edilebilir ve çok uçlu

efektörlere sahip çok sayıda zincir de desteklenir [11]. . Geometrik yaklaşımın kullanıldığı bir başka çalışmada, hiper-artıksıl bir manipülörün uç efektörünün yolunu planlamak için ters kinematik içeren yeni bir yöntem önerilmiştir. Simülasyon sonuçları düzlemsel ve üç boyutlu manipülörler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Önerilen yöntemin etkinliği, son yirmi yıl boyunca tekillikten kaçınma için kullanılan iyi bilinen yöntem sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır [12].

Katı uzuvlu mekanizmaların hareket denklemlerinin elde edilmesinde fonksiyon tanımlamak önemlidir. Bu amaçla günümüzde genetik algoritmalarından faydalanılarak geliştirilen çözümler de literatürde yer almaktadır [13].

Bilindiği üzere, mekanizma uzuvlarının en yaygın kullanıldığı alanlardan biri robotik alanıdır. Karmaşık ve kısıtlı bölgelerde gerçek zamanlı keşif yapabilmek amacıyla geliştirilen arama robotlarında ters kinematik yerine uç nokta takibi yapan sezgisel programlamaya dayalı bir optimizasyon yöntemi kullanılmıştır [14]. Öte yandan artıksıl seri zincir manipülörlerin konfigürasyonları için geliştirilen ters kinematik çözümü ise oldukça zor olan bu problem için bir çözüm sunmaktadır. Bu çalışmada, genel  $2n + 1$  ( $n$  eklem sayısıdır) ters kinematik denklemi bilekte küresel eklemli olan manipülörlere uygulayan yeni ve etkin hesaplamalı bir yöntem sunulmuştur. Her bir bağlantı yerinde ayrı ayrı çalışan sayısal çözümlerin hızını artırmak için analitik çözümlerin basitliğinden faydalanılır [15].

Mekanizma uzuvlarının kullanıldığı bir başka uygulama alanı sanal gerçeklik uygulamalarıdır. Sanal gövdeye sahip olmak, sanal gerçeklik (VR) uygulamalarında düzenlemeyi artırabilir. Bununla birlikte, tüketici sınıfı VRlar tüm vücut hareketlerini yakalamak için yeterli duyuşal veri sağlama konusunda yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, mevcut VR uygulamalarının çoğunda, genellikle görüş alanında olsalar bile, kolları bile göstermemektedir. Bu eksikliği, sadece baş ve el sensörlerinden izlemeyi hedefleyen yeni bir insan üst vücut ekstremitesi ters kinematik algoritmasıyla ele alınmıştır [17].

Son yıllarda artıksıl ve karmaşık mekanizmalar için yeni kinematik sentez yaklaşımları üzerinde çalışılmaktadır. Liu ve arkadaşlarının, 2018 'deki çalışmasında RCCC mekanizması için periyodik olmayan fonksiyon sentezine yönelik çözümler dalgacık özellikli parametre (WFP) metoduyla geliştirilmiştir. Tasarlanan RCCC mekanizmasının MATLAB ve CATIA yazılımlarına benzetimi gerçekleştirilmiş ve verimli olduğu gözlenmiştir [18].

Geçmişten günümüze kadar geliştirilen mekanizma analiz yöntemlerinin çoğu dört çubuk mekanizması üzerinden yürütülmüştür. Kullanışlı ve verimli bir mekanizmanın eldesi

için ortaya koyulan onca teorik çalışma sonrasında, bazı mekanizma uzuvlarının montaj sonrasında çalışmadığı görülmüştür. Bu nedenle bilinen uzuvların hareket tipleri için geliştirilen çok geniş bir veri bankasından otomatik olarak yapay sinir ağları uygulamasıyla, hızlı ve verimli bir şekilde en uygun uzva karar verilmektedir [19].

Mekanizmaların hareket ve yörünge planlamasına göre yapılan çalışmalarda optimizasyon yöntemleri son yıllarda yaygın şekilde kullanılmaktadır [21, 22, 23, 24].

Beş çubuk mekanizması için önerilen bir başka yöntemde de diyadik ve triyadik noktalar kullanılarak, iki ekstremum nokta için çözüm araştırılmıştır. Önerilen metodun üstünlüğü, uygulama kolaylığı ve iteratif olmayan çözüm sunmasıdır [25].

Günümüzde kinematik sentez ve analiz için farklı ticari yazılımlar mevcuttur. Bunların bazıları ileri çözümler ve grafik gösterimler sunarken, bazıları daha alana özgü olarak hazırlanmıştır. Aşağıda günümüzde kullanılan yazılımların bazıları verilmiştir.

**SAM:** Paket kinematik analiz yanında statik analiz yapılmasına da imkan sağlıyor. Uygulama sadece windows işletim sistemi üzerinde çalıştırılabilir. Uygulama yalnızca ticari kullanıma uygun [29].

**PRO/ENGINEER:** Mekanik tasarım ve analize imkan sağlayan çok yaygın ve kapsamlı bir uygulamadır. **PRO/MECHANICA** modülü kompleks mekanizmaların hareket analizine, simülasyonuna ve animasyonuna imkan sağlamaktadır. Windows ve Unix sistemlerde çalıştırılabilmektedir [31].

**UNIGRAPHICS:** Sonlu elemanlar analizi, **CAD/CAM**, ve **CAE** (Bilgisayar Destekli Mühendislik) alanlarında çözümler sunan çok kapsamlı bir uygulamadır [35].

**CATIA:** Dünya genelinde en yaygın **CAD**, **CAE** ve **CAM** uygulamasıdır [32].

**ADAMS:** Mekanizma analizi için geliştirilmiş genel bir araçtır. Mekanizma sentezi özelliği barındırmamaktadır [33].

**AUTOCAD:** Mekanizma tasarımı ve geometrik analiz için çok kapsamlı bir uygulamadır. Mekanizma tasarımı için bir sentez aracı olarak kullanılabilir. Mekanizma sentezi için ek araçlar içermemektedir. Windows ve Unix sistemlerinde çalıştırılabilmektedir [34].

**MATLAB:** Genel amaçlı nümerik çözüm ve analiz rutinlerini kendi içinde barındıran çok kapsamlı bir programdır. İçinde bulunan ek araçlar mekanizma analizi ve sentezi için kullanılabilir. Mekanizma analizi ve sentezi için geliştirilmiş bir kaç özel araca sahiptir [30].

**MAXIMA, MAPLE, and MATHEMATICA:** Çok yaygın ve kapsamlı bu üç bilgisayar

destekli cebir sistemi uygulamaları da mekanizmaların görselleştirilmesi ve sayısal çözümü için kullanılabilir [40, 39, 38].

HOMLAB: Charles Wampler tarafından geliştirilen bu matlab rutinleri mekanizma analizi için kullanılabilir [36].

Ch: Nümerik çözüm için C/C++ dillerinde yazılmış bir kütüphanedir. Bu kütüphane yardımıyla kompleks kinematik problemler çözülebilmektedir [37].



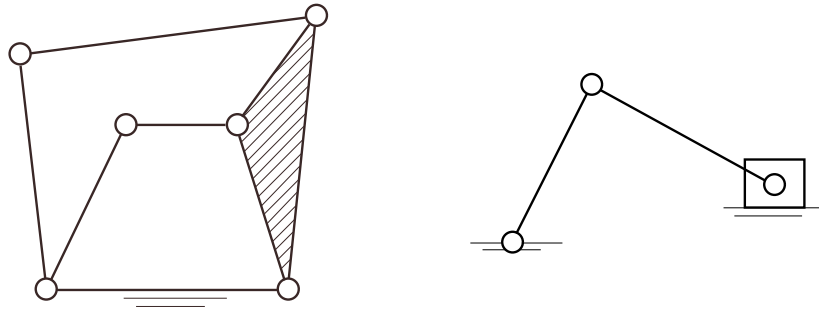
## 2. GENEL BİLGİLER

Bir mekanizma tasarlanırken dikkate alınması gereken ilk husus mekanizmanın kinematığıdır. Kinematik konusu hareketi oluşturan kuvvetleri gözardı ederek sistemin nasıl hareket ettiğini incelemeye odaklanır. Daha özel bir tanım ile kinematik, yerdeğiştirme, dönme ve bu hareketlere ilişkin hız ve ivme gibi kavramları inceler. Mekanizmaya bağlı kinematığın incelenmesi, mekanizma tarafından gerçekleştirilmesi beklenen işlevin yapılabileceği hakkında çıkarımda bulunabilmeyi sağlar.

Kinematik ve kinetik analizde incelenen mekanizma elemanlarının rijit olduğu kabul edilir. Eğer mekanizma elemanları rijit değilse yani kuvvet altında şekil değişikliğine uğruyorlarsa bu durum analiz sürecini zorlaştırarak doğrudan etkilemektedir. Her ne kadar gerçek hayatta üretilen mekanizma elemanları şekil değiştirebiliyor olsada, mekanizmaların tasarım süreçlerinde bu değişimler göz ardı edilebilir. Daha sonra üretilen mekanizma üzerinde yapılan fiziksel testler yardımıyla ihmal edilen bu değişimlerin mekanizmaya etkisi hakkında bilgi edinilebilir.

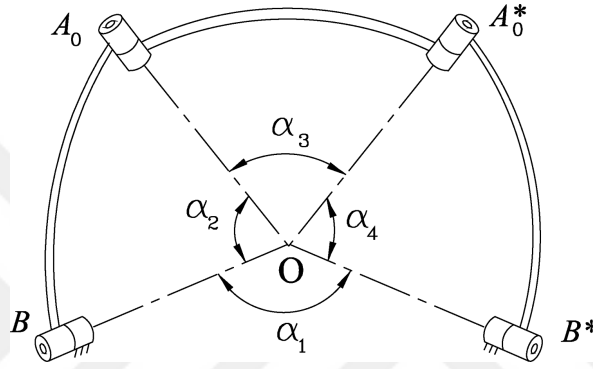
### 2.1. Düzlemsel, Küresel ve Uzaysal Mekanizmalar

Mekanizmalar, benzerliklerinin ve farklılıklarının daha kolay anlaşılabilmesi için sınıflandırılabilirler. Örnek bir sınıflandırma yapılacak olursa mekanizmalar düzlemsel, küresel ve uzaysal mekanizmalar şeklinde üç gruba ayrılabilir. Bu üç grubu birbirinden ayıran temel unsur, mekanizmalarda kullanılan bağlantı elemanlarının özellikleridir.



Şekil 2.1. Düzlemsel mekanizmalar (a) Altı kol mekanizması  
(b) Krank-Biyel mekanizması

Düzlemsel mekanizmalar, düzlem üzerindeki eğriler yardımıyla ifade edilebilirler. Bu türden mekanizmalar sadece birbirine paralel düzlemler üzerinde kısıtlanan bir hareket kabiliyetine sahiptirler. Bu nedenle basit şemalar yardımıyla gerçek boyutlarında ifade edilebilirler. Bu türden mekanizmalara dört çubuklu mekanizmalar, krank-biyel mekanizmaları örnek verilebilir. Günümüzde kullanılan mekanizmaların büyük çoğunluğu düzlemseldir. Ek olarak düzlemsel hareket için dönme hareketine sahip parçaların dönme eksenleri düzleme dik olmalı ve kayma hareketine sahip bütün parçaların kayma eksenleri tanımlama düzlemine paralel olmalıdır.



Şekil 2.2. Küresel mekanizma

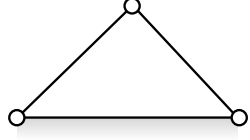
Küresel mekanizmalar'ın bağlantılarına ilişkin hareketler küresel geometriye sahip bir yüzey üzerinde ifade edilebilirler. Bu türden mekanizmalarda tanımı gereği mekanizmaya ait her bağlantının hareket edebileceği noktalar küresel bir yüzey üzerinde ifade edilmek zorundadır. Daha açıklayıcı bir tanımla bağlantı noktalarının hareket eksenini yüzeyi temsil eden kürenin merkezinden geçmelidir. Küresel mekanizma örneği Şekil 2.2'de gösterilmiştir.

Uzaysal mekanizmalar, bağlantıları ve bağlantı noktaları açısından herhangi bir yüzeyel hareket kısıtına sahip değildirler. Bağlantı elamanları ve bağlantılar  $x, y, z$  hareket eksenlerinde öteleme ve dönme hareketi yapabilirler. Bu türden mekanizmaların hareket analizi ve tasarımı karmaşık bir problemdir.

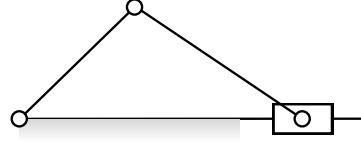
## 2.2. Serbestlik Derecesi

Mekanizmaların tasarımı veya analizindeki dikkat edilmesi gereken ilk şey, mekanizmanın serbestlik derecelerinin sayısal değeridir. Bir mekanizmanın serbestlik derecesi, makinenin belirli bir pozisyona getirmek için bağımsız olarak belirlenmesi gereken giriş pa-

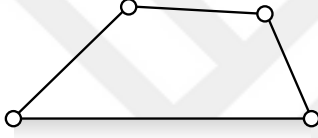
rametrelerinin sayısıdır. Bir mekanizmanın hareketliliğini doğrudan bağlantıların sayısı ve içerdiği bağlantı elemanlarının sayısı ve türlerinden doğrudan belirlemek mümkündür. Serbestlik derecesi tanımını yapmadan önce, düzlemsel bir mekanizmanın her bağlantısının en fazla üç serbestlik derecesine sahip olabileceği bilinmelidir.



$$\begin{aligned} n &= 3, j_1 = 3 \\ j_2 &= 0, m = 0 \\ (a) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n &= 4, j_1 = 4 \\ j_2 &= 0, m = 1 \\ (b) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n &= 4, j_1 = 4 \\ j_2 &= 0, m = 1 \\ (c) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n &= 5, j_1 = 5 \\ j_2 &= 0, m = 2 \\ (d) \end{aligned}$$

Şekil 2.3. Kutzbach serbestlik derecesi kriterinin basit mekanizmalara uygulanması

Yere sabit tutulan bağlantı sayılmadığında  $n$  adet bağlantıya sahip düzlemsel bir mekanizma, bağlantıların birbirine bağlanmasından önce  $3(n - 1)$  serbestlik derecesine sahiptir. Mafsal gibi tek serbestlik derecesine sahip bağlantı elemanları bağladıkları iki eleman çiftine hareket bakımından iki kısıtlama sağlar. İki serbestlik dereceli bir bağlantı elemanı bir kısıtlama sağlar. Mekanizmanın sahip olduğu toplam serbestlik derecesinden bağlı parçaların sağladığı kısıtlar çıkarıldığında mekanizmaya ait nihayi serbestlik derecesi bulunur. Tek serbestlik dereceli bağlama elemanlarının sayısını  $j_1$  ile, iki serbestlik dereceli bağlama elemanlarının sayısı  $j_2$  ile temsil edildiği biliniirse Eşitlik 2.1 yardımıyla mekanizmanın nihayi serbestlik derecesi  $m$  bulunabilir.

$$m = 4(n - 1) - 2j_1 - j_2 \quad (2.1)$$

Eşitlik 2.1 ile gösterilen denklem düzlemsel mekanizmalar için Kutzbach serbestlik derecesi kriteri olarak adlandırılır. Bu kritere ilişkin uygulamalar Şekil 2.3 da görülebilir.

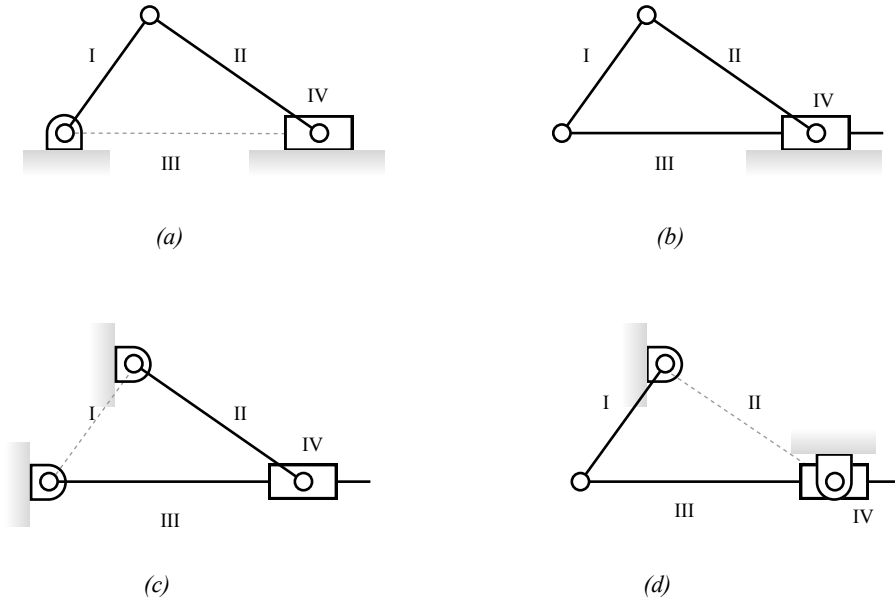
Bu kriteri temsil eden denklemde ilgili büyüklükler yerine koyulduğunda sonuç  $m > 0$  olursa, temsil edilen mekanizma  $m$  serbestlik derecesine sahiptir denebilir.  $m = 1$  için temsil edilen mekanizmanın çalışabilmesi için 1 adet giriş hareketine ihtiyaç duyulur. Bu bağlamda  $m = 2$  olduğunda Şekil 2.1 (d) de görüldüğü gibi 2 adet giriş hareketine ihtiyaç duyulur.

Eğer kriteri temsil eden denklem  $m = 0$  değerini üretiyorsa mekanizma konstrüksiyon olarak adlandırılır ve herhangi bir iç hareket kabiliyetine sahip olmadığı söylenebilir.

### 2.3. Ters Kinematik

Ters kinematik, kinematik bir zincirde bulunan bağlantılardan herhangi birinin sabitlenmesi işlemidir. Mevcut yapıda farklı hareket kabiliyetlerine sahip mekanizmalar oluşturmak için iyi bir yöntemdir. Sıklıkla bağlantılar arasındaki bağıl hareketin belirlenmesine yardımcı olacak şekilde mekanizmaların sentezi ve analizi için kullanılmaktadır.

Şekil 2.4 de görüldüğü gibi mekanizmaya ait bağlantı uzunlukları değiştirilmeden sadece referans bağlantı elemanı değiştirilerek tamamen farklı hareket karakteristiğine sahip mekanizmalar elde edilebilir.



Şekil 2.4. Ters kinematik örnekler



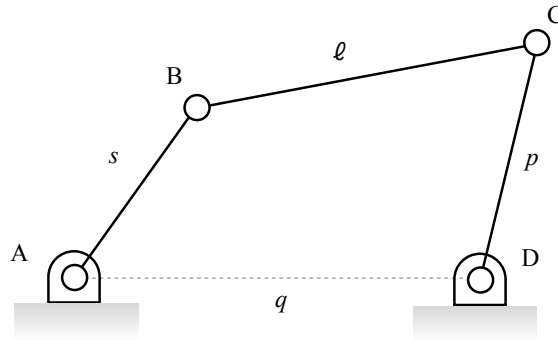
## 2.4. Grashof Kanunu

Dört bağlantılı bir mekanizmanın farklı üyelerini tanımlamak için bir terminolojiye ihtiyaç duyulur. Tabana veya herhangi hareketsiz bir referansa sabitlenen bağlantıya taban veya çerçeve adı verilir. Mafsallar yardımıyla tabana bağlanan iki bağlantı elemanına dönen bağlantılar denir. Dönen bağlantıları birbirine bağlayan ve tabana doğrudan bağlantısı olmayan bağlantıya, bağlama kolu adı verilir.

Mekanizmanın hareketi dönen kollara verilecek hareketlerle sağlanır. Bu hareket genellikle sürekli dönen bir motor yardımıyla verildiğinden bu bağlantıların süreli olarak dönebiliyor olması tercih edilir. Bu amaçla, süreli dönebilme kabiliyetine sahip bağlantıları olan dört çubuk mekanizmalarını tanımlayabilmek ve bu bağlantıların gerekli uzunluklarını bulabilmek önemlidir. Grashof'un kuralları adı verilen basit kurallar uygulanarak amaçlanan mekanizma uzunlukları belirlenebilir.

Grashof kanunları 2.2 eşitsizliği üzerinden ifade edilir. 2.2 eşitsizliğinde  $s$  en kısa bağlantının uzunluğunu,  $\ell$  en uzun bağlantı uzunluğunu ve  $p, q$  da diğer bağlantı uzunluklarını temsil etmektedir. Daha açık bir şekilde açıklanacak olursa, ilgili uzunluklara sahip mekanizma için eşitsizlik sağlanıyorsa kesintisiz dönme hareketi yapabilen bağlantı elemanı var demektir. Ters bir durumda mekanizma elemanları için hareket sürekli değildir denebilir.

$$s + \ell < p + q \quad (2.2)$$



Şekil 2.5. Grashof kanunu için uzunlukların temsili

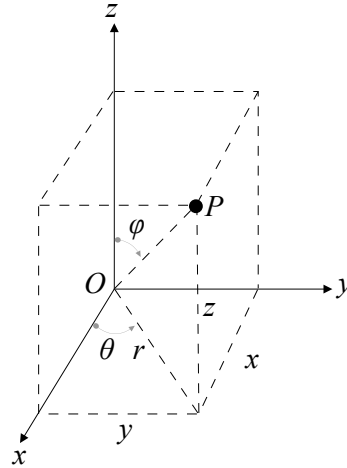
## 2.5. Hareket Analizi

Bir cismin veya mekanizmanın hareketi analiz edilirken karşılaşılan ilk ve en temel sorun pozisyon, duruş ve yer değiştirme kavramlarını tanımlamak ve bunları anlamaktır. Hareket, bir noktanın art arda pozisyonları veya bir cismin duruşlarının zamana bağlı bir dizisi olarak düşünülebilir. Bu durum pozisyon ve duruş terimlerinin anlaşılmasını zorunlu kılar.

### 2.5.1. Hareket Eden Noktanın Yeri

Bir noktanın veya parçacığın konumundan bahsetmemiz gerektiğinde "Nokta nerede", "konumu nedir?" gibi sorulara cevap vermemiz gerekir. Bu türden sorulara cevap verebilmemiz bize yardımcı olacak bir referans koordinat sistemine ihtiyaç duyarız.

Şekil 2.6'de gösterildiği gibi üç boyutlu koordinat sisteminde  $xyz$ 'i referans çerçevesi olarak kabul edilirse, P noktasının x eksenine x birim uzaklıkta, y eksenine y birim uzaklıkta ve z eksenine z birim uzaklıkta olduğu görülür. Bu türden bir konum tespitinin referans koordinat sistemine ihtiyaç duyduğu görülür.



Şekil 2.6. P noktasının konumlandığı 3 boyutlu koordinat sistemi

Bir referans koordinat sistemine olan ihtiyacı P noktasının Kartezyen koordinatlarını ifade eden  $(x, y, z)$  ile sınırlı değildir. Bu mutlak ihtiyaç, silindirik koordinatların  $(r, \theta, z)$ ,

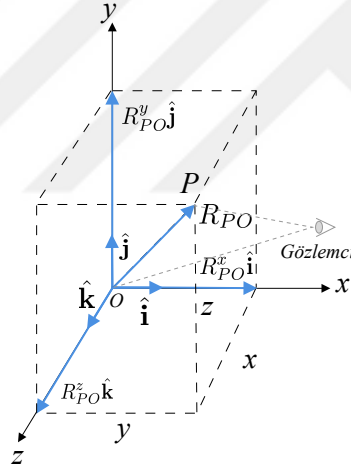
küresel koordinatların  $(R, \theta, \phi)$  tanımlanabilmesi için de gereklidir.

Bir noktanın hareketini ifade etmenin yolu, Eşitlik 2.3de görüldüğü gibi referans eksenleri boyunca oluşan yer değiştirmenin zamanın bir fonksiyonu olarak ifade edilmesidir.

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (2.3)$$

Zamanla konum arasındaki bu ilişki bilinebilirse noktanın belirli bir zaman için konumu kesin olarak tespit edilebilir.

### 2.5.2. Noktanın Konumu



Şekil 2.7. Vektör yardımıyla tanımlanan P noktasının konumu

Şekil 2.7'te görülebileceği gibi, bir noktanın konumunu gözlemlemek için gereken fiziksel süreç, gözlemcinin  $O$  ve  $P$ 'nin iki noktasının göreceli konumunu anlamlandırıldığını göstermektedir. Gözlemci her iki noktaya bakar, zihinsel bir karşılaştırma yapar ve  $P$  noktasının  $O$  noktasına göre belirli bir konumu olduğunu kabul edebilir. Bu tespit iki özellik ile anlamlandırılabilir,  $O$  ile  $P$  arasındaki mesafe ve göreceli koordinat sisteminde  $OP$  doğrultusunun açıl konumları. Bu iki özellik, vektöre ait büyüklük ve yönün tam olarak ifade edilebilmesi için gereklidir. Bu nedenle, bir noktanın konumunu belirtilen bir referans koordinat sisteminin kaynağından bu noktaya olan oluşumu vektör olarak tanımlayabiliriz. Ve bu

vektörel oluşum için  $\mathbf{R}_{PO}$  sembolünü seçeriz.

Yukarıda açıklanan konum vektörü koordinat eksenleri boyunca bileşenleri ile birlikte 2.4 denklemi ile gösterilebilir.

$$\mathbf{R}_{PO} = R_{PO}^x \hat{\mathbf{i}} + R_{PO}^y \hat{\mathbf{j}} + R_{PO}^z \hat{\mathbf{k}} \quad (2.4)$$

Ayrıca belirtilen konum vektörünün büyüklüğü 2.5 denkelemiyle matematiksel olarak ifade edilebilir.

$$R_{PO} = |\mathbf{R}_{PO}| = \sqrt{\mathbf{R}_{PO} \cdot \mathbf{R}_{PO}} = \sqrt{(R_{PO}^x)^2 + (R_{PO}^y)^2 + (R_{PO}^z)^2} \quad (2.5)$$

Ayrıca birim vektör 2.6 denlemiyle ifade edilebilir. Birim vektör belirtilen vektörün büyüklüğünden bağımsız ifade edilebilmesini sağlar.

$$\hat{\mathbf{R}}_{PO} = \frac{\mathbf{R}_{PO}}{R_{PO}} \quad (2.6)$$

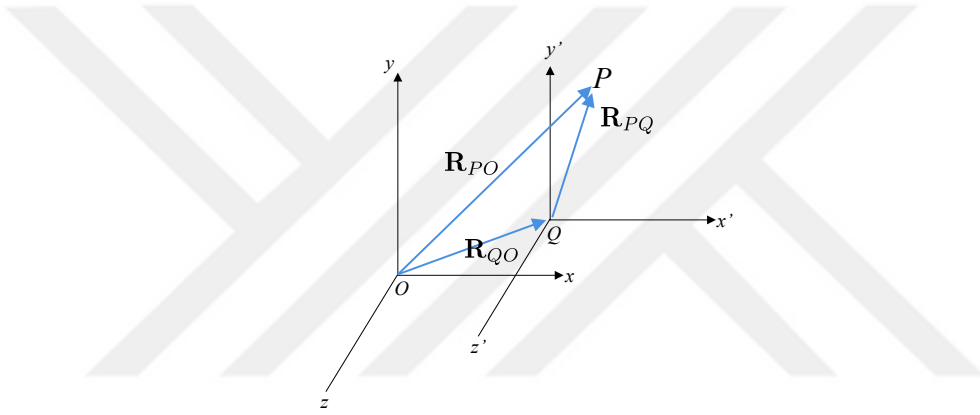
Genel olarak ifade edilirse, bir vektörün büyüklüğü, doğrultusu ve yönü vardır. Yön, vektörün pozitif veya negatif niteliğini tanımlar ve bir aynı doğrultuda ve aynı büyüklükteki iki vektörü nitelik bakımından birbirinden ayırır.

### 2.5.3. İki Nokta Arasındaki Pozisyon Farkı

İki farklı noktadaki konum vektörleri arasındaki ilişkiyi incelersek. Şekil 2.8’de gösterilen  $P$  ve  $Q$  noktalarını dikkate alın.  $xyz$  koordinat sisteminde sabitlenmiş bir gözlemci, her birini  $O$  başlangıç noktası ile ilişkilendirerek  $P$  ve  $Q$  pozisyonlarını belirleyecektir. Eşitlik 2.7’de iki noktanın konumları,  $\mathbf{R}_{PO}$  ve  $\mathbf{R}_{QO}$  vektörleri ile ifade edilmiştir. Bu iki vektör, üçüncü bir vektör olan  $\mathbf{R}_{PQ}$  aslında  $Q$  noktasından  $P$  noktasına olan pozisyon farkını ifade etmekte kullanılır ve 2.7 denklemi ile gösterilir.

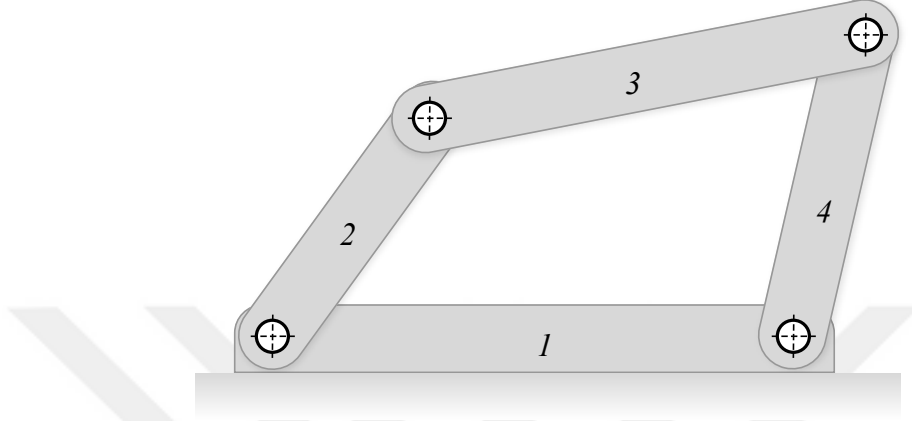
$$\mathbf{R}_{PQ} = \mathbf{R}_{PO} - \mathbf{R}_{QO} \quad (2.7)$$

Denklemin fiziksel yorumu, pozisyon vektörünün kendisinden farklıdır. Gözlemci, artık O'ya göre P'nin konumunu tanımlamamaktadır, ancak şimdi P'nin Q'ya göre konumunu tanımlamaktadır. Başka bir ifadeyle, P'nin konumu,  $x' y' z'$  koordinat sistemi içindeymiş gibi tanımlanmaktadır. Bu yaklaşım bize hareket halindeki noktanın vektör analizi için kolaylık sağlar.



Şekil 2.8.  $\mathbf{R}_{PO}$  yer değiştirme vektörünün gösterimi

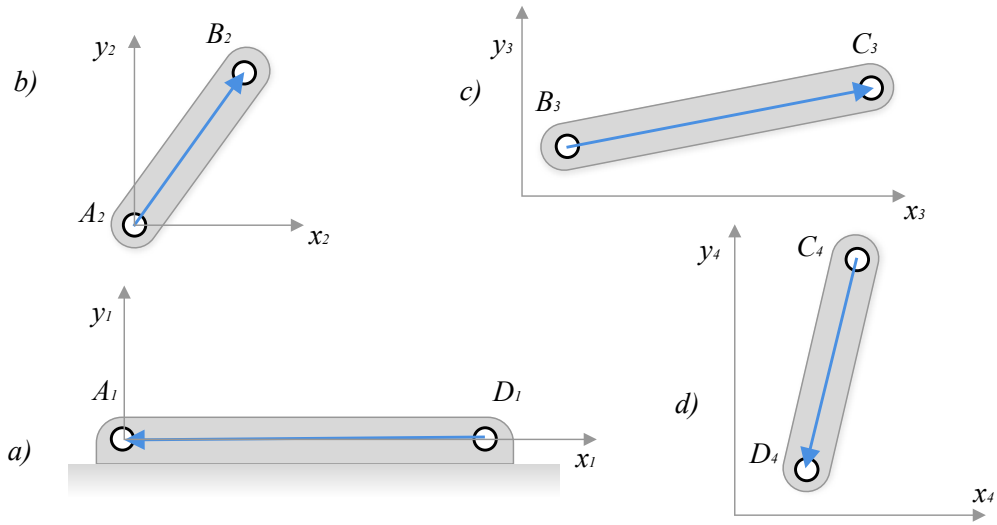
#### 2.5.4. Devre Kapalılık Denklemi



Şekil 2.9. Örnek dört kol mekanizması

Devre kapalılık denklemi oluşturmak için Şekil 2.9'da görülen düzlemsel 4 kol mekanizması ele alalım. Şekilden de görüldüğü üzere mekanizmaya ait biri tabana bağlı olmak üzere dört adet kol bulunmaktadır. Bu kollar üzerlerinde belirlenen noktalardaki mafsallar yardımıyla birbirine iliştilmiştir. Ayrıca daha önce de belirtildiği gibi bu kolların rijit olduğu varsayılmaktadır.

Mekanizmaya ait kollarda bulunan mafsallar A,B,C,D olarak etiketlenebilir.



Şekil 2.10. Uzuvarları temsil eden vektörler

Şekil 2.10'de gösterildiği üzere aynı mafsala ait noktalar farklı uzuvlar üzerinde uzuv numarasına bağlı olarak  $A_1$  şeklinde gösterilmektedir. Aynı mafsala noktalarına ait vektör büyüklüğü 0 dır (Eşitlik 2.8).

$$\mathbf{R}_{A_2A_1} = \mathbf{R}_{B_3B_2} = \mathbf{R}_{C_4C_3} = \mathbf{R}_{D_1D_4} = 0 \quad (2.8)$$

Öncelikle başlangıç vektörünü ilk bağıntılardan da yararlanarak aşağıdaki gibi elde edebiliriz.

$$\mathbf{R}_{A_2} = \mathbf{R}_{A_1} + \mathbf{R}_{A_2A_1}^0 = \mathbf{R}_A \quad (2.9)$$

Daha sonra 2.bağlantıyı ekleyerek aşağıdaki  $R_B$  vektörü bulunur.

$$\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{BA} \quad (2.10)$$

Aynı yaklaşımla 3. ve 4. bağlantılar içinde uygulanır.

$$\mathbf{R}_C = \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_{CB} = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{BA} + \mathbf{R}_{CB} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{R}_D = \mathbf{R}_C + \mathbf{R}_{DC} = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{BA} + \mathbf{R}_{CB} + \mathbf{R}_{DC}$$

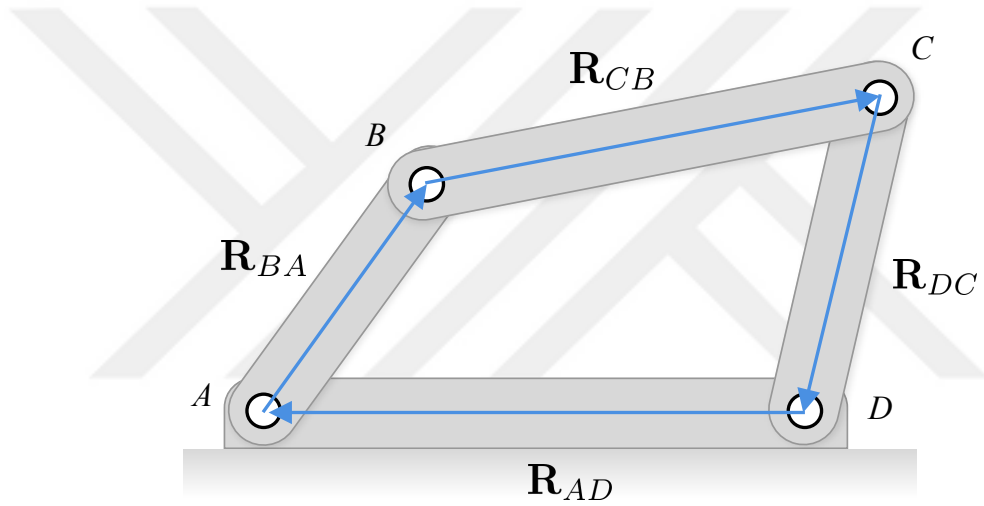
Sonuçta 2.12 denklemi elde edilir.

$$\mathbf{R}_A = \mathbf{R}_D + \mathbf{R}_{AD} = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{BA} + \mathbf{R}_{CB} + \mathbf{R}_{DC} + \mathbf{R}_{AD} \quad (2.12)$$

2.12 denklemi sadeleştirildiğinde 2.13'de gösterilen devre kapalılık denklemi elde edilir.

$$\mathbf{R}_{BA} + \mathbf{R}_{CB} + \mathbf{R}_{DC} + \mathbf{R}_{AD} = \mathbf{0} \quad (2.13)$$

Bu denklemin temsil ettiği mekanizma Şekil 2.11'de gösterilmiştir.



Şekil 2.11. Örnek mekanizmanın vektörel gösterimi



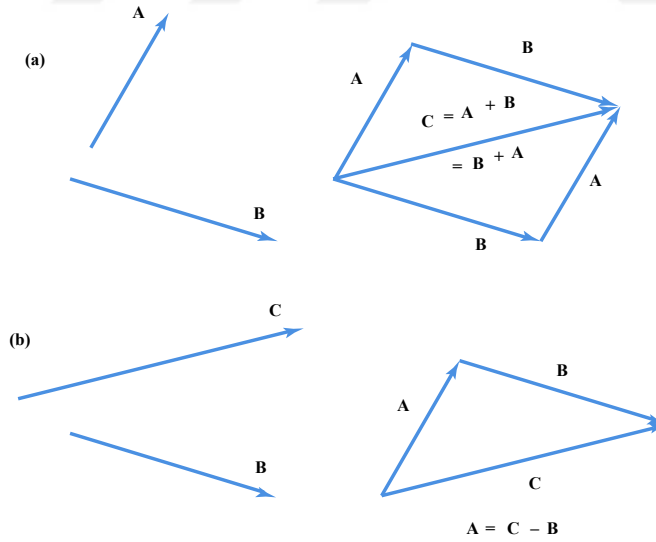
### 2.5.5. Grafiksel Konum Analizi

Grafik çözümü anlamak için vektörleri toplamının grafiksel sürecini kısaca gözden geçirmek gerekir. Bilinen herhangi iki vektör  $A$  ve  $B$ , Şekil 2.12’de gösterildiği gibi grafiksel olarak eklenebilir. Bir vektör doğrultusu ve büyüklüğü seçilen ölçeğe uygun olarak bir diğer vektörün ucuna eklenerek çizildiğinde Şekil 2.12 (a)’da görüldüğü gibi  $C$  vektörü elde edilir.

$$C = A + B = B + A \quad (2.14)$$

Şekil 2.12 (a)’da  $C$  vektöründen  $B$  vektörü çıkarılarak yine  $A$  vektörünün bulunabildiği görülmektedir.

$$A = C - B \quad (2.15)$$



Şekil 2.12. (a) Vektörel toplama işlemi, (b) çıkarma işlemi

Üç boyutlu bir uzayda  $\mathbf{C}$  vektörü

$$\mathbf{C} = \mathbf{D} + \mathbf{E} + \mathbf{B} \quad (2.16)$$

Şeklinde ifade edilebilir ve her üç eksen için aşağıdaki üç skaler denklem elde edilebilir.

$$C^x = D^x + E^x + B^x, \quad C^y = D^y + E^y + B^y, \quad \text{ve} \quad C^z = D^z + E^z + B^z \quad (2.17)$$

Bu üç denklem aynı vektörel büyüklükleri temsil eder. Bu nedenle üç bilinmeyen olması durumunda denklem takımının çözümü mümkündür.

İki boyutlu düzlemlerde tanımlanan vektör denklemleri iki bilinmeyen içermesi durumunda çözülebilir. Bu bilinmeyenler bir büyüklük bir yön, iki büyüklük, iki yön şeklinde olabilir.

Vektöre ait bilinen büyüklükleri (o) ve bilinmeyen büyüklükleri (?) ile gösterecek olursak, iki bilinmeyene sahip bir vektörel denklem aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$${}^?_o \mathbf{C} = {}^o_o \mathbf{A} + {}^o? \mathbf{B} \quad (2.18)$$

İlk sembol vektörel büyüklüğü ikinci sembol ise vektörün yönünü temsil etmektedir. Bu bilgiler doğrultusunda daha açık ve yukardakine eş gösterim aşağıdaki gibi olur.

$${}^?_o \hat{\mathbf{C}} = {}^o_o \hat{\mathbf{A}} + {}^o? \hat{\mathbf{B}} \quad (2.19)$$

Unutulmaması gereken temel konu bir düzlemsel vektör denkleminin çözülebilmesi için üç adet terime ve toplamda en fazla iki bilinmeyene indirgenmiş olması gerekliliğidir.

Tablo 2.1. Bilinmeyenler ve kısıtlar

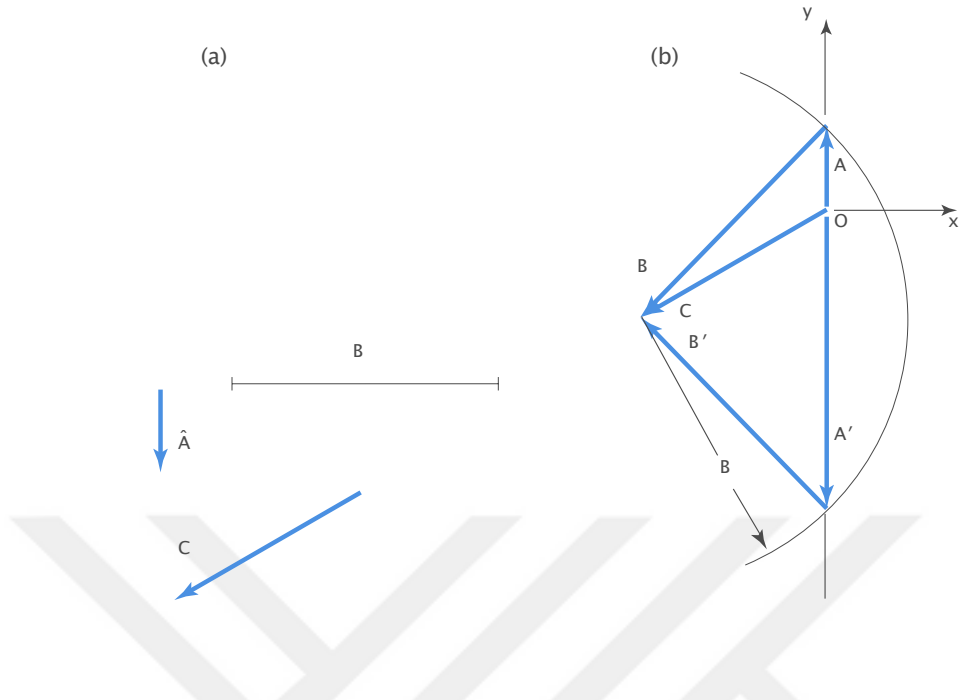
| Durum | Bilinmeyen           | Şekil | Eşitlik |
|-------|----------------------|-------|---------|
| 1     | $C, \theta_C$        | 2.12  | 2.20    |
| 2     | $A, \theta_B$        | 2.13  | 2.21    |
| 3     | $A, B$               | 2.14  | 2.22    |
| 4     | $\theta_A, \theta_B$ | 2.15  | 2.22    |

Tablo 2.1’de belirtilen 2.durum için birbirinden farklı iki vektör için birinin vektör uzunluğunun, bir diğerinin ise vektör yönünün bilinmediği durum belirtilmektedir.

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (2.20)$$

Grafiksel çözüm Şekil 2.13 de gösterilmektedir. Çözüm adımları Şekil 2.13’den de takip edileceği üzere aşağıdaki gibi olur.

1. Öncelikle  $C$  vektörü uygun ölçekte çizilir.
2.  $C$  vektörünün orjini  $O$  noktasından geçen ve  $\hat{A}$  doğrultusuna paralel bir çizgi çizilir.
3.  $B$  vektörünün uzunluğu kadar açılmış bir pergeli yardımıyla  $C$  vektörünün sonunu merkez kabul eden bir yay çizilir.
4. Çizilen doğru ve çemberin kesiştiği iki nokta iki farklı çözümü temsil eder.



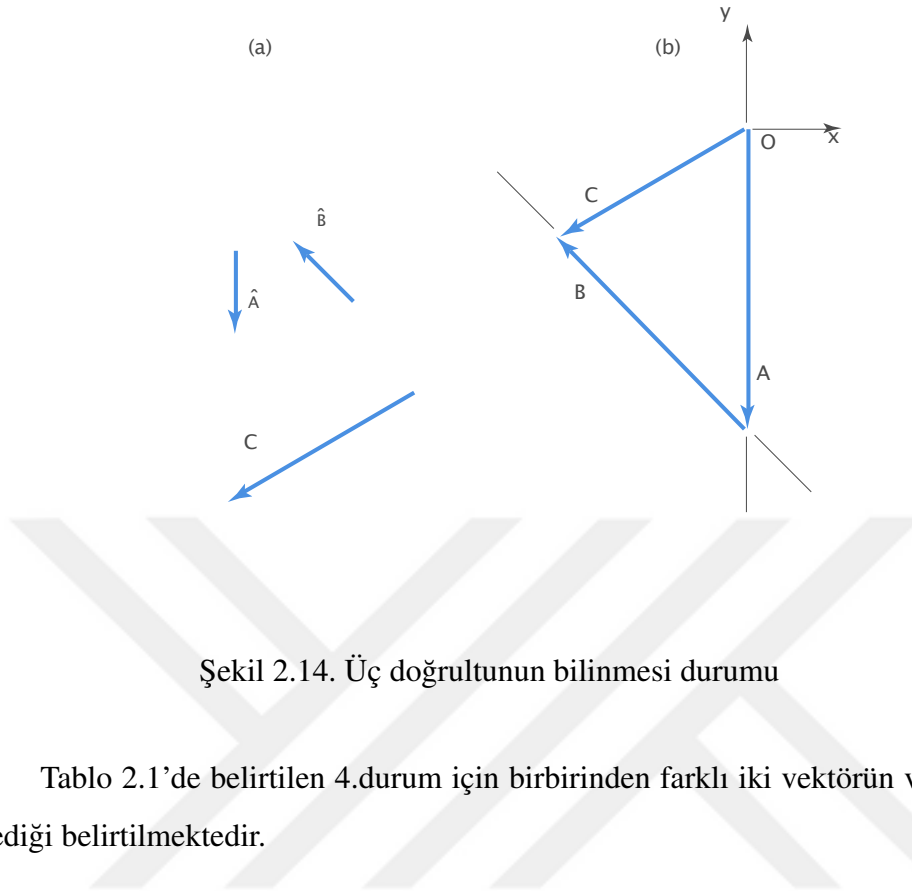
Şekil 2.13. İki doğrultu ve bir uzunluk bilinmesi durumu

Tablo 2.1’de belirtilen 3.durum için birbirinden farklı iki vektörün, vektör uzunluğunun bilinmediği durum belirtilmektedir.

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (2.21)$$

3.durum için grafiksel çözüm Şekil 2.14 de gösterilmektedir. Çözüm adımları Şekil 2.14’den de takip edileceği üzere aşağıdaki gibi olur.

1. Öncelikle  $\vec{C}$  vektörü uygun ölçekte çizilir.
2.  $\vec{C}$  vektörünün orjini  $O$  noktasından geçen ve  $\vec{A}$  doğrultusuna paralel bir doğru çizilir.
3.  $\vec{C}$  vektörünün sonundan geçecek şekilde  $\vec{B}$  doğrultusuna paralel bir doğru çizilir.
4. Çizilen bu iki doğrunun kesişim noktaları iki vektörün uzunluğunu tespit için yeterlidir.



Şekil 2.14. Üç doğrultunun bilinmesi durumu

Tablo 2.1’de belirtilen 4.durum için birbirinden farklı iki vektörün vektör yönü bilinmediği belirtilmektedir.

$$\overset{oo}{\vec{C}} = \overset{o?}{\vec{A}} + \overset{o?}{\vec{B}} \quad (2.22)$$

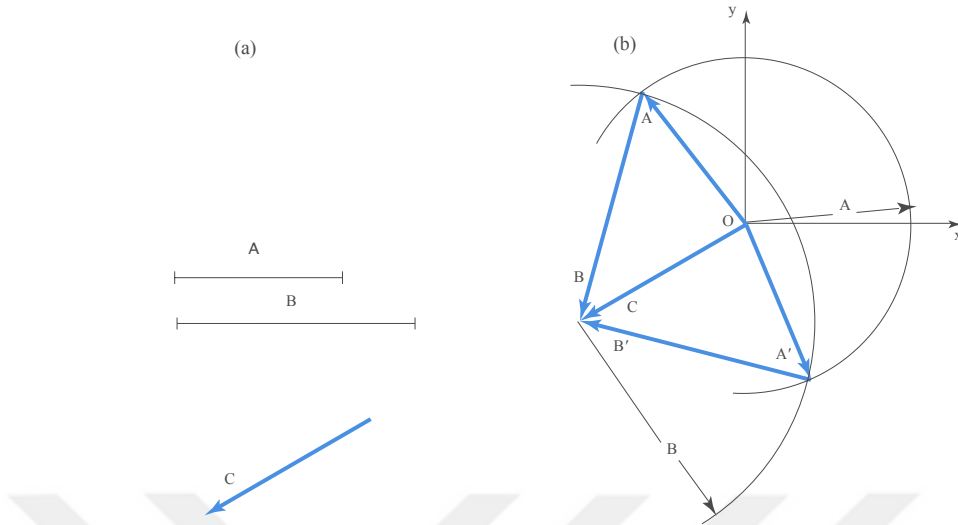
4.durum için grafiksel çözüm Şekil 2.15 de gösterilmektedir. Çözüm adımları Şekil 2.14’den de takip edileceği üzere aşağıdaki gibi olur.

1. Öncelikle  $C$  vektörü uygun ölçekte çizilir.

2.  $A$  vektörünün uzunluğu kadar açılmış bir pergel yardımıyla  $C$  vektörünün başlangıcını merkez kabul eden bir yay çizilir.

2.  $B$  vektörünün uzunluğu kadar açılmış bir pergel yardımıyla  $C$  vektörünün sonunu merkez kabul eden bir yay çizilir.

4. Çizilen bu iki yayın kesişim noktaları iki vektörün uzunluğunu tespit için yeterlidir.



Şekil 2.15. İki uzunluk ve bir doğrultunun bilinmesi durumu

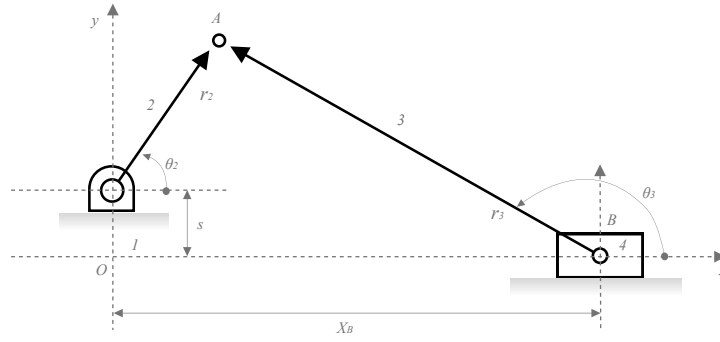
### 2.5.6. Cebirsel Konum Analizi

Düzlemsel mekanizmaların konum analizi için klasik cebirsel yaklaşımı açıklarken biri dört kol mekanizması ve bir diğeri de krank biyel mekanizması olmak üzere iki temel örnek mekanizma ele alınmıştır.

**Krank Biyel Mekanizması:** Şekil 2.16'de gösterilen mekanizma cebirsel konum analizi için ele alınacaktır. Şekil 2.16'deki gösterim, giriş krank açısının  $\theta_2$   $\mathbf{r}_2 = \mathbf{R}_{AO_2}$  vektörünün başlangıcını merkez alarak ölçüldüğü görülmektedir. Aynı şekilde  $\theta_3$  açısı  $\mathbf{r}_3 = \mathbf{R}_{AB}$  vektörünün başlangıcını merkez alarak ölçüldüğü görülmektedir. Her iki ölçüm de pozitif (saat yönünün tersine) açıları olarak alınır. Krank biyel mekanizması konum analizinde iki problem ortaya çıkabilir:

Problem 1: Verilen  $\theta_2$  açısına göre  $X_B$  ve  $\theta_3$  değerlerinin bulunması.

Problem 2: Verilen  $X_B$  uzunluğuna göre  $\theta_2$  ve  $\theta_3$  değerlerinin bulunması.



Şekil 2.16. Örnek krank biyel mekanizması

Yukarıda belirtilen birinci problemin çözümü için öncelikle  $A$  noktasının yeri  $\theta_2$  ve diğer değerlere bağlı bir denklem ile tanımlanır

$$x_A = r_2 \cos \theta_2 \quad \text{ve} \quad y_A = e + r_2 \sin \theta_2 \quad (2.23)$$

$A$  noktası için aşağıdaki eşitlik görülmektedir

$$s + r_2 \sin \theta_2 = r_3 \sin \theta_3 \quad (2.24)$$

bu denklemden

$$\sin \theta_3 = \frac{1}{r_3} (e + r_2 \sin \theta_2) \quad (2.25)$$

Şekil 2.16 deki şekil geometrisinden

$$x_B = r_2 \cos \theta_2 - r_3 \cos \theta_3 \quad (2.26)$$

Eşitlik 2.25,  $\cos \theta_3 = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta_3}$  trigonometrik bağıntısı yardımıyla aşağıdaki forma dönüştürülür.

$$\cos \theta_3 = -\frac{1}{r_3} \sqrt{r_3^2 - (e + r_2 \sin \theta_2)^2} \quad (2.27)$$

Son olarak Eşitlik 2.27, Eşitlik 2.26 de yerine konularak aşağıdaki nihayi denklem elde edil-

miş olunur.

$$x_B = r_2 \cos \theta_2 + \sqrt{r_3^2 - (e + r_2 \sin \theta_2)^2} \quad (2.28)$$

Elde edilen denklemin doğrusal olmadığı görülmektedir. Bu nedenle denkleme ait çözümlerin bulunabilmesi için Newton-raphson gibi sayısal yöntemlerden biri seçilip uygulanmalıdır.





### 3. YAPILAN ÇALIŞMA

#### 3.1. Teorik Tanım

Bu tez çalışmasının Giriş ve Genel Bilgiler bölümlerinde ifade edildiği gibi, mekanizmaların hareket analizlerinin yapılabilmesini sağlayan birden çok yöntem olduğu görülmektedir. Bunlardan ikisi geometrik ve cebirsel analiz yöntemleri, üçüncüsü ise her iki yöntemi içeren yarıcebirsel yöntem olarak adlandırılır. Geometrik yöntem, geometri bağlantıları ve çizim araçlarının kullanılmasıyla yapılan analizdir. İkinci alternatif olan cebirsel yöntem herhangi bir mekanizmaya ait bilinmeyen değerleri içeren bir denklemin vektör matematiği yardımıyla oluşturulmasıdır. Daha sonra bu denklemin doğrusal olması veya olmaması durumuna göre bir çözüm yöntemi seçilip bilinmeyen değerler bulunabilir.

Bu tez kapsamında önerilen çözüm yaklaşımında da cebirsel ve geometrik yöntemlere ait bazı çözüm aşamalarından faydalanılarak sistemi tanımlayan fonksiyon elde edilmektedir. Çözüm aşamaları aşağıda belirtildiği gibidir.

Adım 1: Analiz edilecek mekanizmaya ait sabit bağlantı elemanları belirlenir.

Adım 2: Bu elemanların sahip oldukları hareket kabiliyetleri doğrultusunda oluşturduğu nokta kümeleri belirlenir.

Adım 3: Birbirine sabit uzunlukta bir uzuv yardımıyla bağlı sabit bağlantı eleman çiftleri belirlenir.

Adım 4: Bu iki nokta kümesi arasındaki sabit uzaklık yardımıyla hareket denklemleri oluşturulur.

Adım 5: Hareket kaynağı bağlantı elemanındaki noktalara karşılık oluşan denklemler sekant yöntemi ile çözümlenir ve çıkış bağlantısındaki nokta belirlenir.

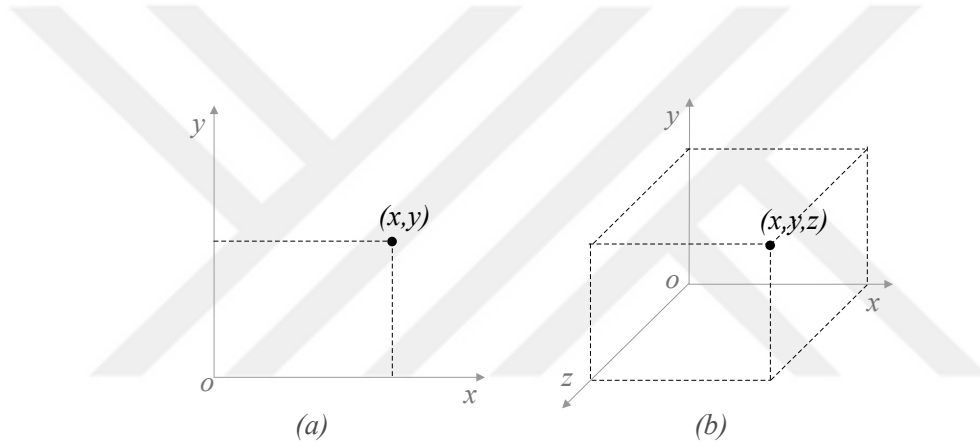
Adım 6: Eğer mekanizmaya ait uzuvların üzerinde ek bir bağlantı noktası bulunuyorsa bu noktanın bulunan her nokta çifti için yeni konumu bulunur.

Adım 7: Uzuvlar üzerindeki noktaların diğer sabit bağlantı elemanları ile oluşturduğu alt mekanizmalar birinci aşamadan başlanarak tekrar çözümlenir.

Bu bölümde, önerilen çözüm yaklaşımına geçmeden önce, belirtilen çözüm aşamalarına ilişkin bazı terimlerin tanımları verilecektir.

### 3.1.1. Analitik Geometri

Klasik matematikte, analitik geometri koordinat geometrisi veya Kartezyen geometrisi olarak da adlandırılır. Analitik geometri, çözümlenme için koordinat sistemi adı verilen bir aracı kullanır. Koordinat sistemi belirli bir noktanın yerini temsil edilebilmesine yardımcı olur. Şekil 3.1 (a) da görüldüğü gibi iki boyutlu bir koordinat sisteminde herhangi bir noktanın yeri koordinat merkezine yatay eksene uzaklığı  $x$  ve dikey ekesene olan uzaklığı  $y$  değişkenleri ile ifade edilir. Şekil 3.1 (b) de görüldüğü gibi üç boyutlu koordinat sistemlerinde noktanın ifade edilebilmesi için düzleme dik eksene olan uzaklık  $z$  değişkeninin de denkleme eklenmesi gerekir.



Şekil 3.1. (a) iki boyutlu koordinat sistemi, (b) üç boyutlu koordinat sistemi

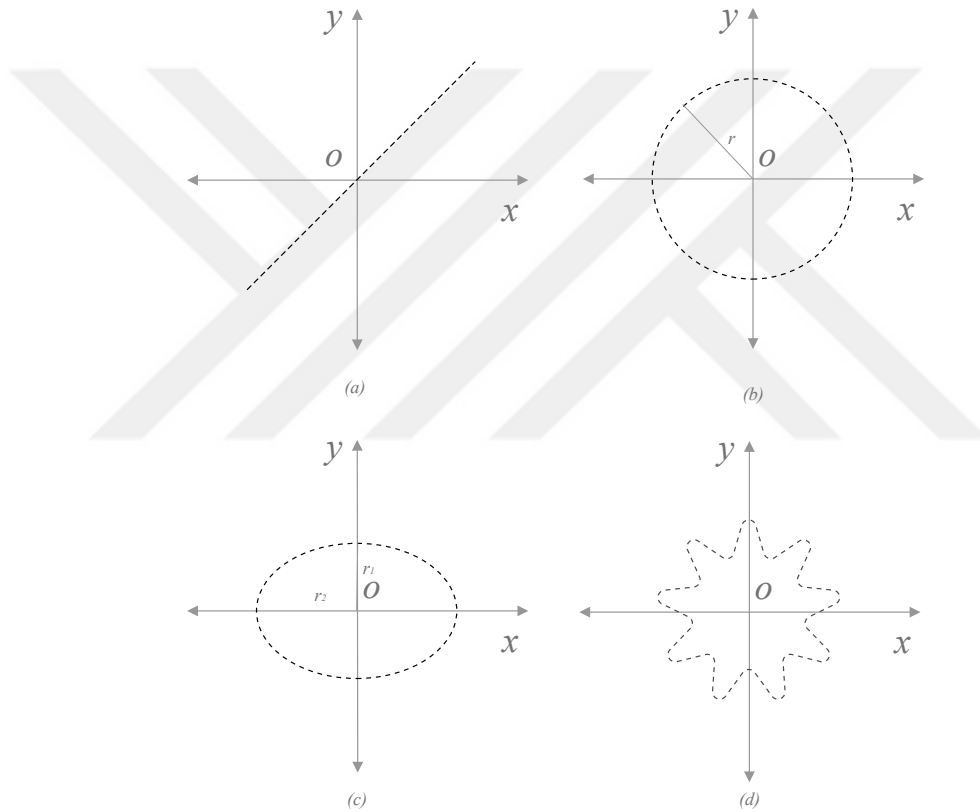
Analitik geometri için, bir noktanın kendi hareketiyle meydana getirdiği yüzeyin denklemi olarak ifade edilen iki veya üç boyutlu uzay kavramı önem taşır. Bu denklem temsil edilen eğriyi meydana getiren her bir nokta kümesi tarafından sağlanan sayısal terimlerle ifade edilir.  $r$ , dairenin yarıçapı ise çember denklemi  $x^2 + y^2 = r^2$  şeklinde ifade edilebilir. Sonuç olarak analitik geometride temel amaç belirli bir noktanın var olabileceği koordinatları temsil eden bir denklemin elde edilebilmesidir.

### 3.1.2. Nokta Kümesi

Nokta kümeleri bir denklemle temsil edilebilir veya koordinatlarını tutan belirli bir veri seti olarak da elde edilebilir. Bu veri seti belirli bir çözünürlükte olabilir. Çözünürlük

çözüm için yeterli değilse eğri uydurma yöntemiyle ara değerleri temsil eden bir denklem elde edilmeye çalışılabilir.

Şekil 3.2’de Nokta kümeleri için bazı örnekler gösterilmektedir. Şekil 3.2 (a) da gösterilen nokta kümesi  $x = y$  gibi bir denklemle temsil edilebilir. Şekil 3.2 (b) de ki nokta kümesi bir çember denklemi olan  $y^2 + x^2 = r^2$  ile temsil edilebilir. Şekil 3.2 (c) de ki nokta kümesi bir elips denklemi olan  $\frac{y^2}{r_1^2} + \frac{x^2}{r_2^2} = 1$  ile temsil edilebilir. Şekil 3.2 (d) de ki nokta kümesi için eğer bir denklem uydurulamıyorsa ilgili noktalar belirli bir çözünürlükte veri seti olarak tutulabilir.



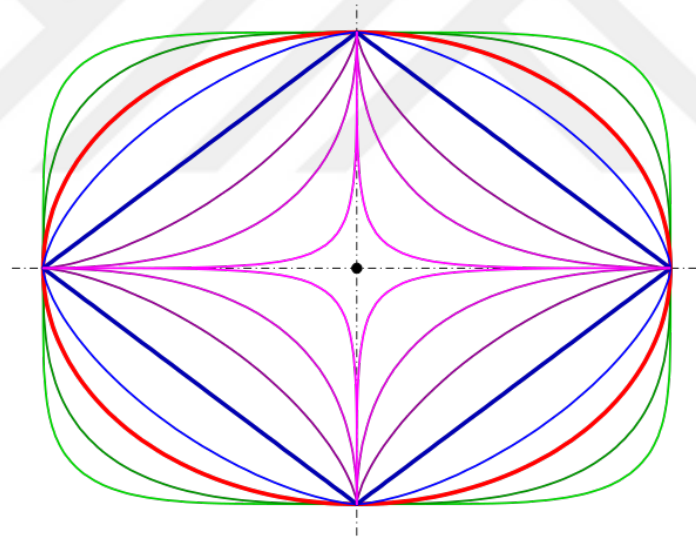
Şekil 3.2. (a) Doğru denklemi ile temsil edilebilen nokta kümesi. (b) Daire denklemi ile temsil edilebilen nokta kümesi. (c) Elips denklemiyle ifade edilebilen nokta kümesi. (d)Özel nokta kümesi

### 3.1.3. Süperelips

Süperelips adı verilen şekiller ayrıca Lamé eğrisi olarak da adlandırılır. Elips denklemine benzer şekilde süperelips eğrilerini temsil eden denklemler iki adet yarıçap terimi içerirler. Elips denkleminden farklı olarak terimlerin üst değerleri farklı değerler olarak farklı şekillerin oluşmasını sağlar.

Eşitlik 3.1'de verilen bir denklem yardımıyla koordinat sistemi üzerinde  $x, y$  pozisyon değerlerini içeren bir nokta kümesi elde edilebilir. Eşitlikteki  $n$  değerlerinin değişimine göre oluşan yeni eğriler yani süperelipsler Şekil 3.3'de görülebilir [27].

$$\left| \frac{x}{a} \right|^n + \left| \frac{y}{b} \right|^n = 1 \quad (3.1)$$



$$n = 5, 3, 2, 1.5, 1, 0.7, 0.5, 0.3$$

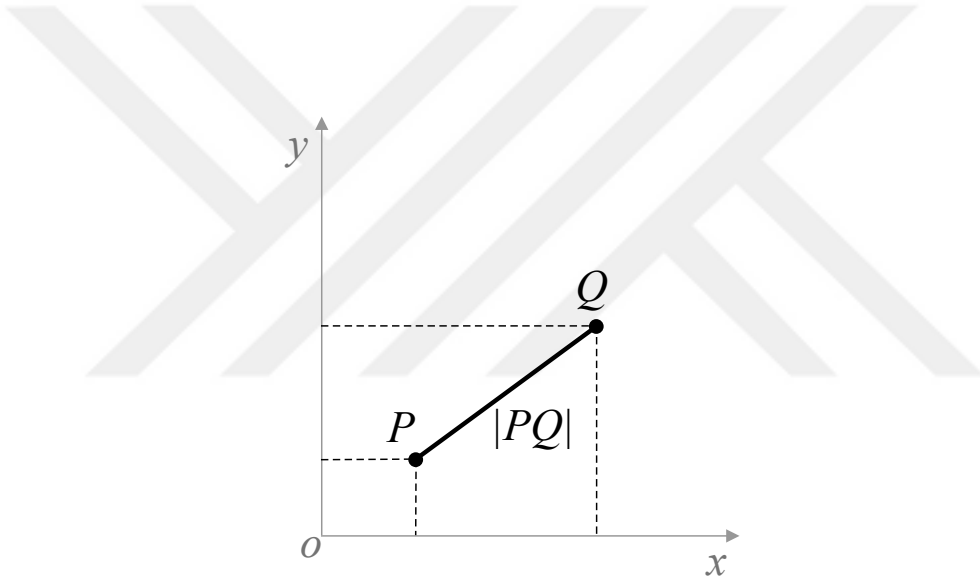
Şekil 3.3. Denklemdaki parametrelerin değiştirilmesi ile oluşan farklı geometrik şekiller

### 3.1.4. Öklid Uzaklığı

Öklid uzaklığı en kısa anlatımla belirli bir boyuttaki uzayda bulunan iki nokta arasındaki doğrusal uzaklığa verilen addır.

$n$  boyutlu bir uzayda  $P = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$  ve  $Q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$  ile tanımlanan iki nokta arasında uzaklık genel olarak Eşitlik 3.2 deki gibi ifade edilebilir.

$$\sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + \dots + (p_n - q_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2} \quad (3.2)$$



Şekil 3.4. İki boyutlu bir uzayda iki nokta arasındaki uzaklık

Bu bilgiler ışığında iki boyutlu bir uzay için  $P = (x_0, y_0)$  ve  $Q = (x_1, y_1)$  olarak belirlenen iki nokta arasındaki uzaklık Eşitlik 3.3 deki gibi ifade edilebilir.

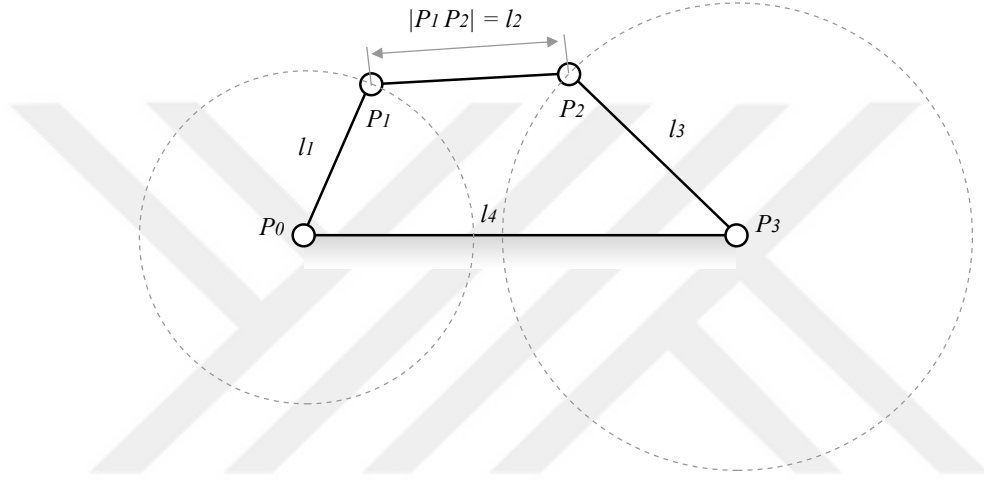
$$|P - Q| = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \quad (3.3)$$

3.2 bağıntısı kullanılarak üç boyutlu bir uzay için de iki nokta arası uzaklığı temsil eden bir denklem elde edilebilir [26].

### 3.1.5. Mekanizmalar İçin Fiziksel Kısıtlar

Örnek bir mekanizma Şekil 3.5’de görüldüğü gibi herhangi bir an için noktalar ve bu noktaları birleştiren sabit uzunluklar olarak ifade edilsin. Bu durum bağlama elemanlarını birleştiren uzuvların şekil değiştirmeyen rijit cisimler olduğu kabulü ile mümkün olur.

$l_2$  uzunluğuna sahip ikinci uzvun başlangıcının  $P_1$  noktası ve bitişinin  $P_2$  noktası ile ifade edilebileceği görülmektedir.



Şekil 3.5. Örnek dörtkol mekanizması için nokta ve uzunluk gösterimleri

Ayrıca  $P_1$  ve  $P_2$  noktalarının bulunabileceği nokta kümeleri de şekil üzerinde görülebilmektedir. Bu iki nokta kümesini birleştiren sabit bir uzunluğun varlığı, bu nokta kümesinin çözümü olarak açıklanabilir.

Belirtilen noktalar iki boyutlu bir düzlemde  $P_1 = (x_1, y_1)$  ve  $P_2 = (x_2, y_2)$  şeklinde temsil edilebilir. Şekil 3.5 de görüldüğü üzere noktalar arası uzaklık  $|P_1P_2| = l_2$  olarak gösterilebilir.

Eşitlik 3.2 kullanılarak bu noktalara bağlı sabit uzaklığı temsil eden bir 3.4 denklemi elde edilebilir.

$$l_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (3.4)$$

### 3.1.6. Mekanizmanın Hareketini Temsil Eden Denklem

3.4 denklemi Şekil 3.5’de gösterilen mekanizma çözümü için son haline getirilebilir.  $P_2$  noktasını temsil eden nokta kümesinin denkleminin Şekil 3.2 (b) de gösterilen daire denklemi olduğu görülmektedir. Daire denklemi  $P_3$  noktası merkez alınarak tekrar düzenlenerek  $y_2$  değeri  $x_2$  değeri cinsinden elde edilir.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = (x_2, y_2), P_3 = (x_3, y_3) \\ l_3^2 = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 \\ (y_2 - y_3)^2 = l_3^2 - (x_2 - x_3)^2 \\ y_2 = \sqrt{l_3^2 - (x_2 - x_3)^2} + y_3 \\ y_2 = -\sqrt{l_3^2 - (x_2 - x_3)^2} + y_3 \end{array} \right. \quad (3.5)$$

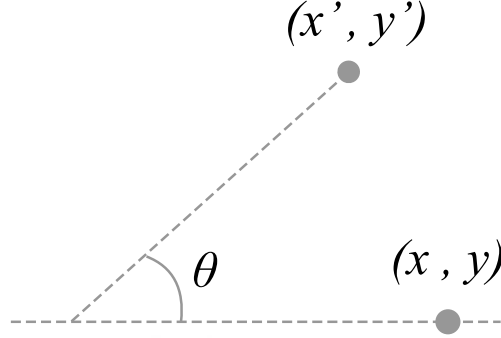
$P_2$  noktası için bulunan nokta kümesi denklemi Eşitlik 3.4 de yerine yazılırsa,(3.6) eşitliğine ulaşılır.

$$l_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \left( \sqrt{l_3^2 - (x_2 - x_3)^2} + y_3 - y_1 \right)^2} \quad (3.6)$$

Eşitlik 3.7 mekanizma için çözülmesi gereken sonuç denklemi olarak adlandırılabilir. Bu denklem doğrusal olmayan tek bilinmeyenli ( $x_2$ ) bir denklemdir.

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \left( \sqrt{l_3^2 - (x_2 - x_3)^2} + y_3 - y_1 \right)^2} - l_2 = 0 \quad (3.7)$$

### 3.1.7. Koordinat Sisteminde Tanımlı Bir Noktanın Döndürülmesi



Şekil 3.6. Belirli bir noktanın orjine göre döndürülmesi

Şekil 3.6 görüldüğü gibi koordinat sisteminde  $(x, y)$  konumunda bir noktanın varlığı biliniyor olsun. Bu nokta herhangi bir orjin etrafında  $\theta$  açısıyla döndürülmek istendiğinde yeni noktanın koordinatlarının  $(x', y')$  olduğu söylenebilir.

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta \quad (3.8)$$

$$y' = y \cos \theta + x \sin \theta \quad (3.9)$$

Yeni noktalara ait  $(x', y')$  değerlerinin bulunması için Eşitlik 3.8 ,3.8 kullanılabilir.

### 3.1.8. Doğrusal Olmayan Bir Denklemin Çözümü

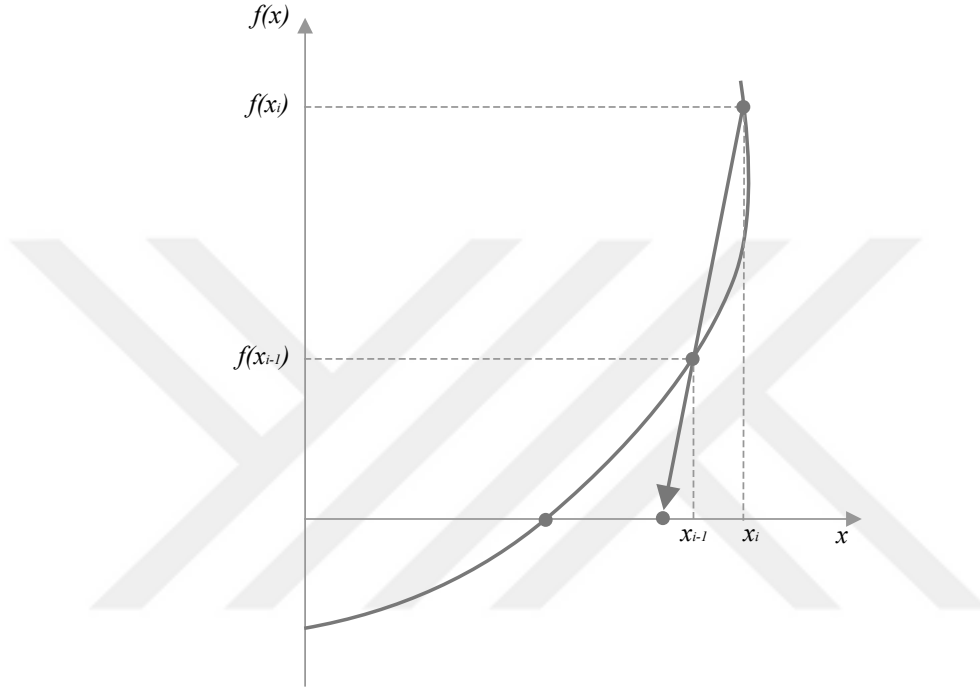
Eşitlik 3.7de elde edilen denklemin köklerinin belirli şartlar altında cebirsel yöntemlerle elde edilemeyeceği görülmektedir. Bu türden denklemlerin çözümü için sayısal yöntemler kullanılır. Bu yöntemlerin en büyük avantajı programlama dilleri kullanılarak uygulanabilmeleridir.

Bu tez kapsamında ortaya çıkacak doğrusal olmayan denklemler sekant yöntemi kul-



lanılarak çözümlendirilecektir. Sekant yöntemi Newton-Rapson yöntemi ile aynı yolları kullanmanın yanında kökü bulunacak denklemin sayısal türevini içermektedir. Bu yaklaşım ilgili yöntemin bilgisayar programlama dilleri kullanılarak gerçekleştirilmesini mümkün kılmaktadır.

Sayısal türev çözümü Şekil 3.7 gösterildiği gibi elde edilebilir.



Şekil 3.7. Sekant yöntemi grafik gösterim

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (3.10)$$

$$f'(x_i) \cong \frac{f(x_{i-1}) - f(x_i)}{x_{i-1} - x_i} \quad (3.11)$$

Denklemlerle elde edilen  $f(x)$ 'e ait sayısal türev denklemleri denklemler 3.10 ile gösterilen Newton-Rapson denkleminde yerine koyulursa;

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)} \quad (3.12)$$

Eşitlik 3.12 iteratif denklemi elde edilir. Bu denklem istenen hata değerine ulaşılan kadar iteratif olarak uygulandığında bulunmak istenen denklem köküne ulaşılabilir [28].

### 3.2. Tez Kapsamında Geliştirilen Tarayıcı Tabanlı Yazılım Aracı

Bu tez kapsamında JavaScript programlama dili ve bu dil evrenine ait yardımcı paketler kullanılarak bir araç geliştirilmiştir. Bu araç mekanizma analizi için yardımcı bir yazılım aracı olarak kullanılabilir. Araç herhangi bir web tarayıcısı yardımıyla kullanılacak şekilde tasarlanmıştır.

Kullanılan yardımcı paketler ve işlevleri sıralanacak olursa.

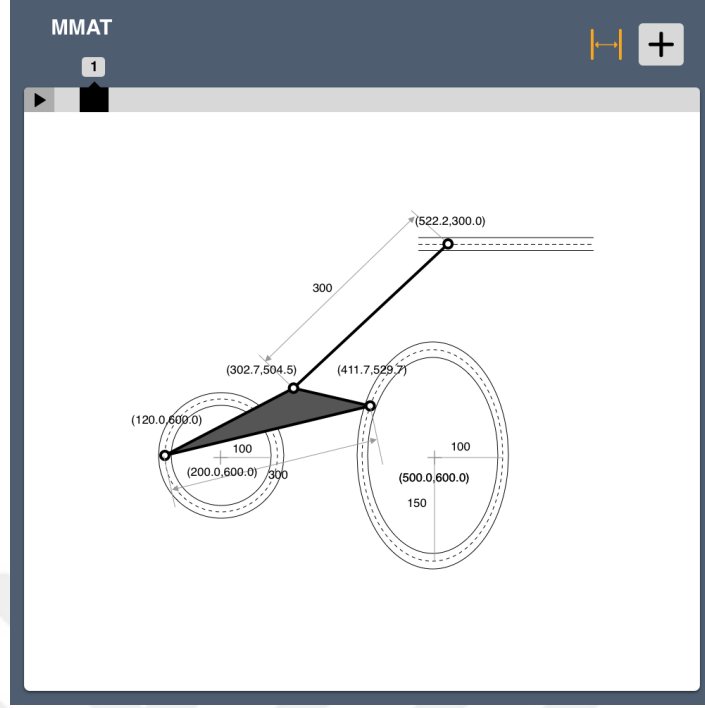
**Webpack :** Webpack açık kaynaklı bir JavaScript modülü paketleyicisidir. Birincil kullanım alanı JavaScript modüllerinin paketlenmesidir, ancak bazı başka eklentiler yardımıyla HTML, CSS gibi ön-uç varlıklarını dönüştürüp paketleyebilir. Kısaca Webpack bağımlılıkları olan modülleri alır ve bu modülleri temsil eden statik dosyalar oluşturur [41].

**react.js :** React (React.js veya ReactJS olarak da bilinir), kullanıcı arayüzleri oluşturmak için kullanılan bir JavaScript kütüphanesidir. Sürekliliği Facebook, bireysel geliştiriciler ve şirketler tarafından sağlanmaktadır [42].

**SVG.js :** SVG.js SVG oluşturup manipüle edilebilmesine yardımcı olan düşük boyutlu bir JavaScript kütüphanesidir [43].

**lodash :** JavaScript için yararlı ek fonksiyonlar içerir [44].

Geliştirilen yazılım aracına ait örnek ekran görüntüsü Şekil 3.8'da verilmiştir. Bu arayüz yardımıyla istenilen bağlantı elemanları sisteme eklenebilir. Arayüz daha sonra her iki bağlantı için onları ilişkilendirecek sabit uzunlukta bir bağlantının eklenmesine ve daha sonra sistemin çözümlenmesine olanak sağlar. Sonrasında mekanizma her giriş adımı için görülebilir. Ölçü göster gizle butonu yardımıyla animasyon sırasında ölçüler gizlenip gösterilebilirler.



Şekil 3.8. Yazılım aracına ait bir arayüz görüntüsü

Uygulamaya ait güncel kaynak kodlarına Github kod deposu üzerinden ulaşılabilir [45].

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

### 4.1. Noktasal Çözüm yöntemine ait Uygulama Örnekleri

Bu bölümde önerilen yöntem yardımıyla beş farklı mekanizmanın çözümleri incelenecektir. Çözümleri incelemeye başlamadan önce belirtilmesi gereken bir kaç ön bilgi verilmesi yararlı olacaktır.

Çözümlerde gösterim için verilen koordinat sistemi grafik uygulamalardan da alışık olduğumuz gibi aşağı yönlü pozitif  $y$  eksenini içermektedir.

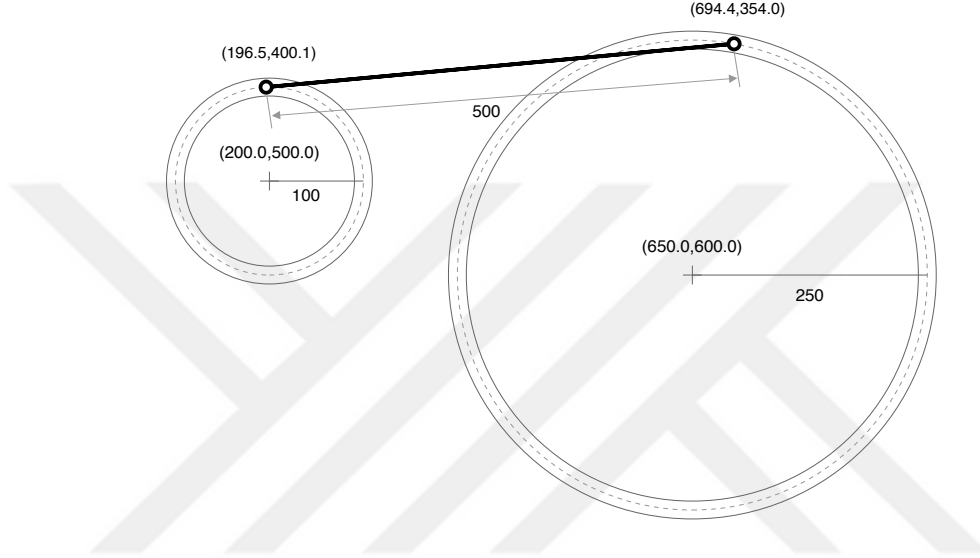
Sayısal çözümler tez kapsamında geliştirilen JavaScript yazılım dili kullanılarak yazılmış bir araç ile yapılmıştır. Uygulama Chrome web tarayıcısının 74.0.3729.131 versiyonu üzerinde çalıştırılmıştır.

Uygulamanın çalıştırıldığı bilgisayara ait donanım bilgileri aşağıdaki gibidir;

- Model: MacBook Pro (13-inch, 2017)
- İşlemci: 3,5 GHz Intel Core i7
- Bellek: 16 GB 2133 MHz LPDDR3

#### 4.1.1. Uygulama 1: Dört Kol Mekanizması

Düzlemsel bir dört kol mekanizmasına ait iki nokta arasındaki sabit uzaklığa sahip uzuv ve bu uzvun başlangıç ve bitiş noktalarının bulunabileceği nokta kümesi Şekil 4.1 da verilmiştir. Bu dört kol mekanizması için elde edilen hareket denklemi Eşitlik 4.1 ile verilmiştir.

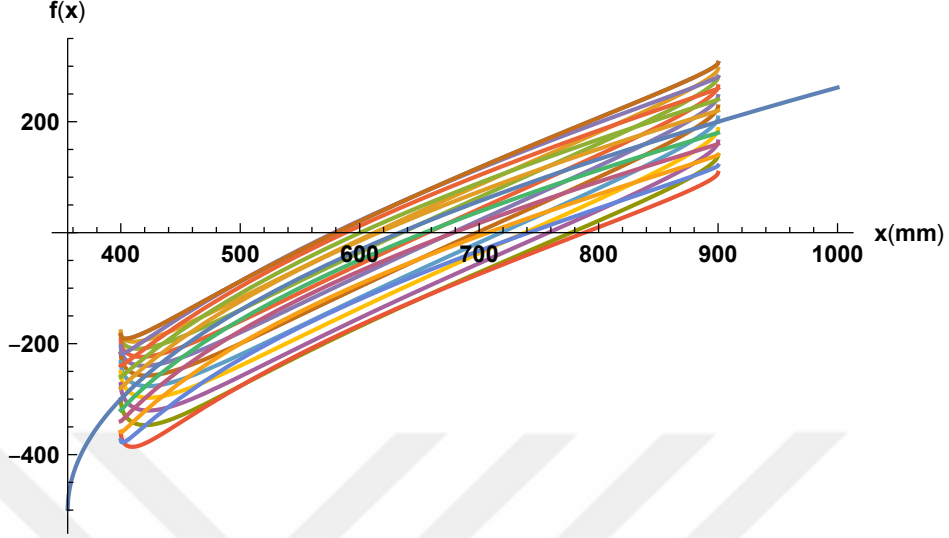


Şekil 4.1. Dört kol mekanizması uygulamasına ait gösteri ve boyutlar

İlgili sistemin denkleminin elde edilmiş aşamaları eşitlik 4.1’de gösterilmiştir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} - l = 0 \\ r_3^2 = (y_2 - y_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 \\ y_2 = \sqrt{r_2^2 - (x_2 - x_3)^2} + y_3 \\ y_2 = \sqrt{250000 - (x_2 - 650)^2} - 600 \\ \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \left(\sqrt{250000 - (x_2 - 650)^2} - 600 - y_1\right)^2} - l = 0 \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Elde edilen sonuç denkleminin  $(x_1, y_1)$  değerleri için nasıl bir davranış gösterdiği Şekil 4.2’de görülebilmektedir.



Şekil 4.2. Örnek dört kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş  $x_1, y_1$  değerleri grafiği

İlgili sonuç fonksiyonunun mekanizmanın çalışma aralığında tanımlı olduğu görülmektedir. Ele alınan mekanizmanın boyutları önerilen yöntemle tanımlanıp ortaya çıkan fonksiyon giriş değerleri için görselleştirilmiştir. Görselleştirme sonucu fonksiyonun beklendiği gibi [400,900] mm aralığında çözüm ürettiği görülmüştür. Denkleme ait kökler çıkış bağlantısı için aranan  $x_2$  değerini temsil etmektedir. Grafikten de görülebileceği gibi kökler [360, 790] mm aralığındadır.

Denklemin grafik karakteristiğinden sekant yöntemi için oldukça uygun olduğu görülmektedir. Bu örnek için fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta denklem sınırlarına uzak seçilen herhangi bir başlangıç değeri köke sağlıklı bir şekilde yakınsayabilmeyi sağlar.

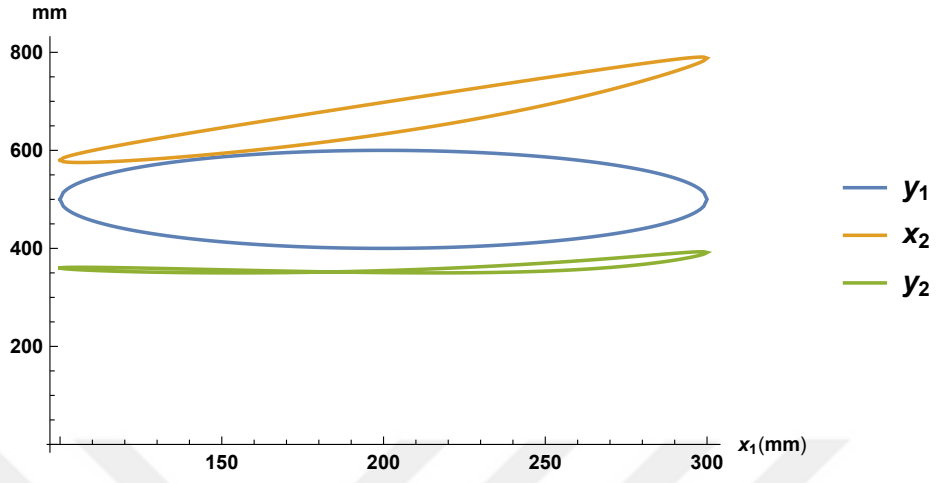
Eşitlik 4.1’de elde edilen doğrusal olmayan eşitlik sekant yöntemi kullanarak çözümlenmiştir. Çözümler Tablo 4.1’de verilmektedir. Tabloda  $x_1$  ve  $y_1$  sütunları ilgili uzvun başlangıç noktalarını ifade etmektedir.  $x_2$  ve  $y_2$  sütunları ise çözümleme sonucunda elde edilen noktaları ifade etmektedir.  $s$  sütünü ilgili satırdaki sonucun elde edilmesi için gereken iterasyon sayısını temsil etmektedir. Son olarak  $e$  sütünü sonuç değerlerine ilişkin hata değerini temsil etmektedir.

Tablo 4.1. Örnek dört kol mekanizması için bulunan değerler

| $x_1$  | $y_1$  | $x_2$  | $y_2$  | $s$ | $e$          |
|--------|--------|--------|--------|-----|--------------|
| 100.00 | 500    | 580.00 | 360    | 3   | 0.0000024593 |
| 106.03 | 534.2  | 575.24 | 361.44 | 2   | 1.6128e-10   |
| 123.40 | 564.28 | 579.79 | 360.06 | 2   | 5.5018e-8    |
| 150.00 | 586.6  | 593.85 | 356.39 | 2   | 8.5671e-8    |
| 182.64 | 598.48 | 617.71 | 352.09 | 2   | 2.2072e-8    |
| 217.36 | 598.48 | 651.25 | 350    | 2   | 3.8432e-8    |
| 250.00 | 586.6  | 692.40 | 353.62 | 2   | 4.6971e-7    |
| 276.60 | 564.28 | 735.15 | 364.95 | 2   | 0.0000012424 |
| 293.97 | 534.2  | 769.78 | 380.56 | 2   | 0.0000012368 |
| 300.00 | 500    | 788.11 | 391.61 | 2   | 2.3934e-7    |
| 293.97 | 465.8  | 788.47 | 391.85 | 2   | 1.8323e-7    |
| 276.60 | 435.72 | 773.80 | 382.8  | 2   | 0.0000014729 |
| 250.00 | 413.4  | 748.12 | 370.06 | 2   | 0.0000029444 |
| 217.36 | 401.52 | 715.53 | 358.74 | 2   | 0.0000037989 |
| 182.64 | 401.52 | 680.16 | 351.83 | 2   | 0.0000038075 |
| 150.00 | 413.4  | 645.97 | 350.03 | 2   | 0.0000030647 |
| 123.40 | 435.72 | 616.38 | 352.27 | 2   | 0.0000019066 |
| 106.03 | 465.8  | 593.91 | 356.37 | 2   | 8.1779e-7    |
| 100.00 | 500    | 580.00 | 360    | 2   | 1.7262e-7    |

Toplam hesaplama süresi: 3.429888981344445ms

Şekil 4.3’de çıkış nokta kümesindeki  $y_1, x_2, y_2$  değerlerinin değişim karakteristiği gösterilmektedir.



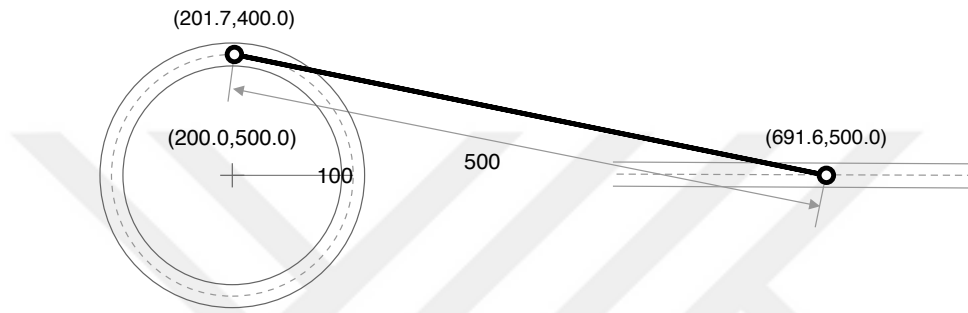
Şekil 4.3. Örnek dört kol mekanizması için  $x_1$  giriş değerlerine karşılık gelen  $y_1, x_2, y_2$  değerlerinin grafik gösterimi

Örnek dört kol mekanizması için  $x_1$  giriş değerlerine karşılık gelen  $y_1$  değerleri [400,600] mm arasında değerler almaktadır.



### 4.1.2. Uygulama 2: Krank Biyel Mekanizması

Düzlemsel bir krank biyel mekanizmasına ait iki nokta arasındaki sabit uzaklığa sahip uzuv ve bu uzvun başlangıç ve bitiş noktalarının bulunabileceği nokta kümesi Şekil 4.4 da verilmiştir. Bu krank biyel mekanizması için elde edilen hareket denkleminin elde edilmesi Eşitlik 4.2 ile verilmiştir.

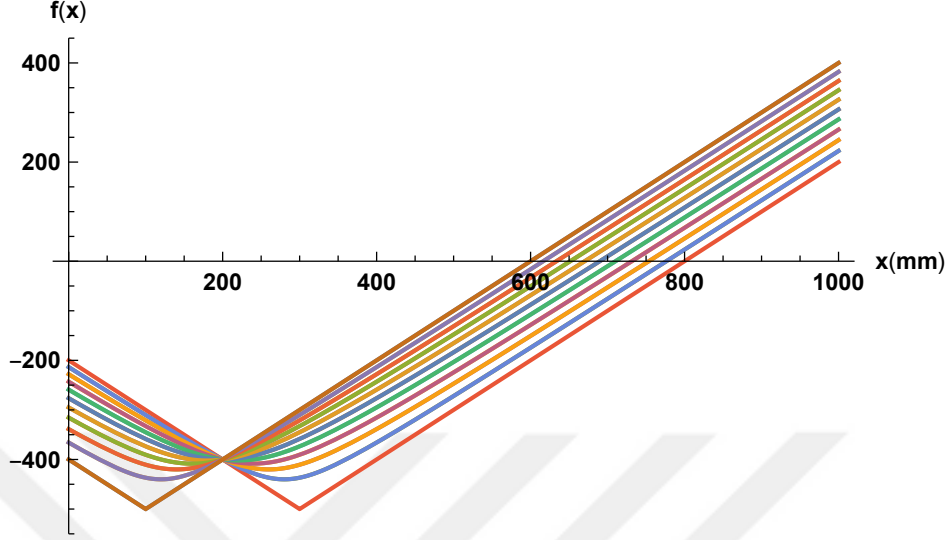


Şekil 4.4. Krank biyel mekanizması uygulamasına ait gösterim

İlgili sisteme ait denklemin elde edilmesine ilişkin aşamalar eşitlik 4.2’de gösterilmiştir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} - l = 0 \\ y_2 = 500 \\ \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (500 - y_1)^2} - 500 = 0 \end{array} \right. \quad (4.2)$$

Elde edilen sonuç denkleminin  $(x_1, y_1)$  değerleri için nasıl bir davranış gösterdiği Şekil 4.6'de görülebilmektedir.



Şekil 4.5. Örnek krank biyel mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş  $x_1, y_1$  değerleri için grafiği

Ele alınan mekanizmanın boyutları ile birlikte önerilen yöntemle ortaya çıkan fonksiyon giriş değerleri için görselleştirilmiştir. Denkleme ait kökler çıkış bağlantısı için aranan  $x_2$  değerini temsil etmektedir. Grafikten de görülebileceği gibi kökler [600, 800] mm aralığındadır.

Denklemin grafik karakteristiği sekant yöntemi için oldukça uygun olduğu görülmektedir. Bu örnek için kayar mafsallın bulunduğu konum aralığında seçilen başlangıç değeri köke sağlıklı bir şekilde yakınsayabilmeyi sağlar.

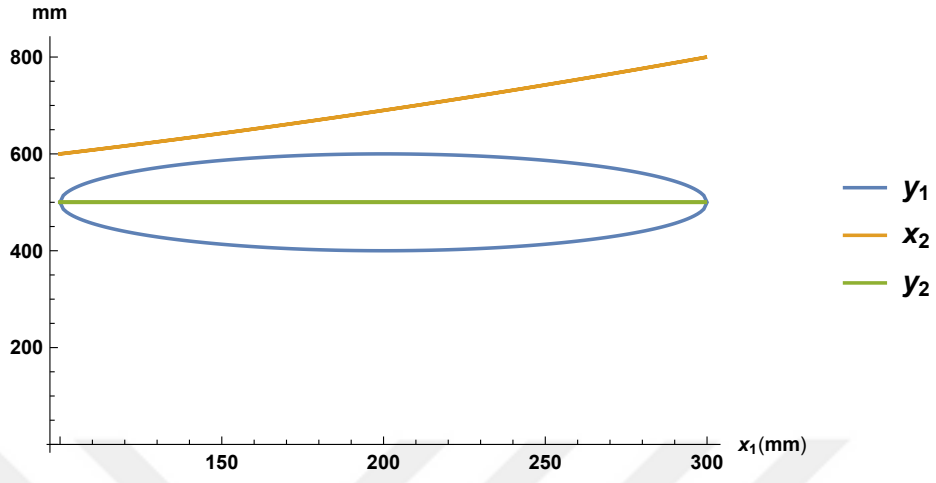
Eşitlik 4.2’de elde edilen doğrusal eşitlik sekant yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Çözümler Tablo 4.2’de verilmektedir. Tabloda  $x_1$  ve  $y_1$  sütunları ilgili uzvun başlangıç noktaları verilmektedir.  $x_2$  ve  $y_2$  sütunları çözümlenme sonucunda elde edilen noktaları içermektedir.  $s$  sütünü ilgili satırdaki sonucun elde edilmesi için gereken iterasyon sayısını temsil etmektedir. Ve son olarak  $e$  sütünü sonuç değerlerine ilişkin hata değerini temsil etmektedir.

Tablo 4.2. Örnek krank biyel mekanizması için bulunan değerler

| $x_1$  | $y_1$  | $x_2$  | $y_2$ | $s$ | $e$          |
|--------|--------|--------|-------|-----|--------------|
| 100.00 | 500    | 600.00 | 500   | 3   | 0.0000085702 |
| 106.03 | 534.2  | 604.86 | 500   | 2   | 3.7027e-7    |
| 123.40 | 564.28 | 619.25 | 500   | 2   | 0.0000014335 |
| 150.00 | 586.6  | 642.44 | 500   | 2   | 0.0000028831 |
| 182.64 | 598.48 | 672.84 | 500   | 2   | 0.0000041523 |
| 217.36 | 598.48 | 707.57 | 500   | 2   | 0.0000045802 |
| 250.00 | 586.6  | 742.44 | 500   | 2   | 0.0000038311 |
| 276.60 | 564.28 | 772.46 | 500   | 2   | 0.0000022368 |
| 293.97 | 534.2  | 792.80 | 500   | 2   | 6.6727e-7    |
| 300.00 | 500    | 800.00 | 500   | 2   | 4.1526e-10   |
| 293.97 | 465.8  | 792.80 | 500   | 2   | 6.0586e-7    |
| 276.60 | 435.72 | 772.46 | 500   | 2   | 0.0000021430 |
| 250.00 | 413.4  | 742.44 | 500   | 2   | 0.0000037505 |
| 217.36 | 401.52 | 707.57 | 500   | 2   | 0.0000045504 |
| 182.64 | 401.52 | 672.84 | 500   | 2   | 0.0000041805 |
| 150.00 | 413.4  | 642.44 | 500   | 2   | 0.0000029459 |
| 123.40 | 435.72 | 619.25 | 500   | 2   | 0.0000014968 |
| 106.03 | 465.8  | 604.86 | 500   | 2   | 4.0809e-7    |
| 100.00 | 500    | 600.00 | 500   | 2   | 2.4946e-10   |

Toplam hesaplama süresi: 2.4499999981344445ms

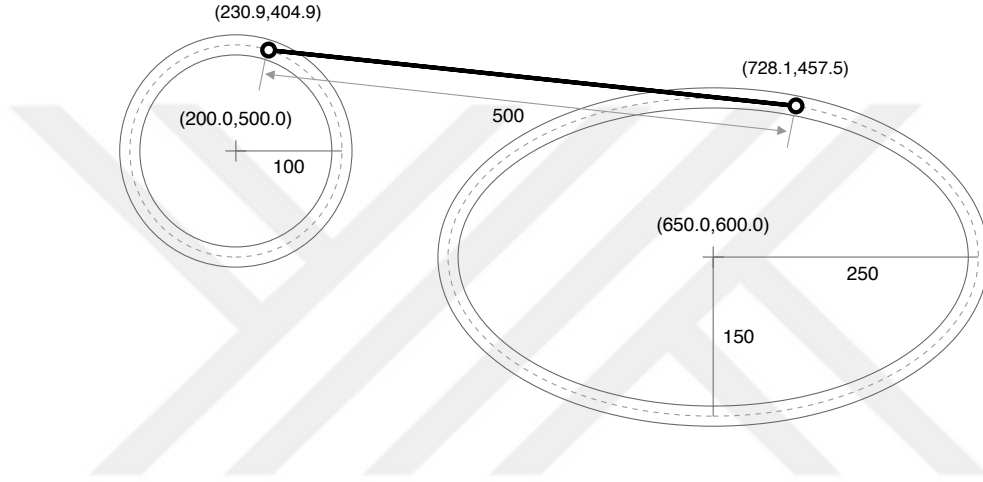
Şekil 4.6'da çıkış nokta kümesindeki  $x_2, y_2$  değerlerinin geçişim karakteristiği gösterilmektedir.



Şekil 4.6. Örnek krank biyel mekanizması için  $x_1$  giriş değerlerine karşılık gelen  $y_1, x_2, y_2$  değerlerinin grafik gösterimi

### 4.1.3. Uygulama 3: Eliptik Yörüngeye Sahip Dört Kol Mekanizması

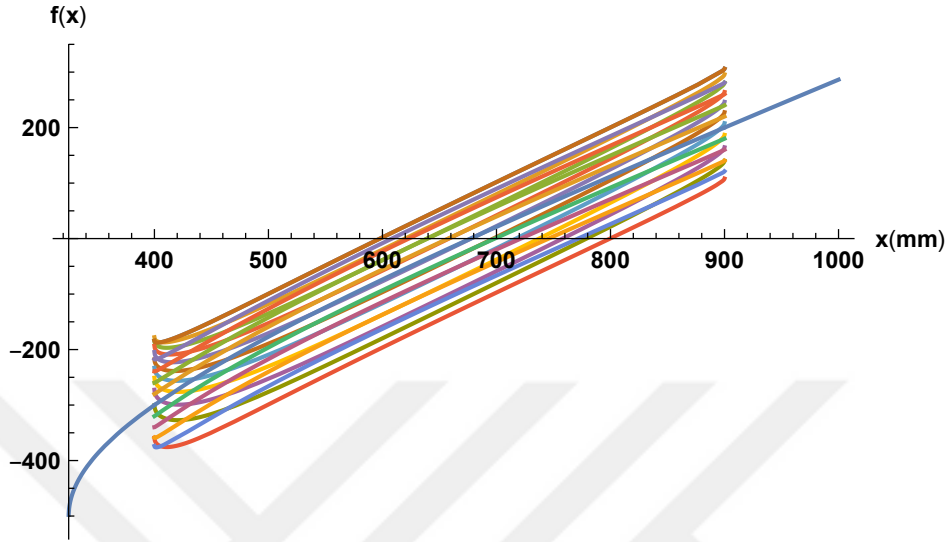
Düzlemsel kol mekanizmasına ait iki nokta arasındaki sabit uzaklığa sahip uzuv ve bu uzvun başlangıç ve bitiş noktalarının bulunabileceği nokta kümesi Şekil 4.7’de verilmiştir. Çıkış hareketi için belirlenen nokta kümesi bir elips denkleminde temsil edilmektedir. Bu mekanizma için elde edilen hareket denklemi Eşitlik 4.3 ile verilmiştir.



Şekil 4.7. Çıkış bağlantısında eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması uygulamasına ait gösterim ve boyutları

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} - l = 0 \\ 1 = \frac{(y_2 - y_3)^2}{r_2^2} + \frac{(x_2 - x_3)^2}{r_1^2} \\ \frac{(y_2 - y_3)^2}{r_2^2} = 1 - \frac{(x_2 - x_3)^2}{r_1^2} \\ y_2 = \sqrt{1 - \frac{(x_2 - x_3)^2}{r_1^2}} r_2 + y_3 \\ y_2 = \sqrt{1 - \frac{(x_2 - 650)^2}{250^2}} 150 + 600 \\ \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \left( \sqrt{1 - \frac{(x_2 - 650)^2}{250^2}} 150 + 600 - y_1 \right)^2} - 500 = 0 \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Elde edilen sonuç denkleminin  $(x_1, y_1)$  değerleri için nasıl bir davranış gösterdiği Şekil 4.2'de görülebilmektedir. İlgili sonuç fonksiyonunun mekanizmanın çalışma aralığında tanımlı olduğu görülmektedir.



Şekil 4.8. Çıkış bağlantısında eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş  $x_1, y_1$  değerleri için grafiği

İlgili sonuç fonksiyonunun mekanizmanın çalışma aralığında tanımlı olduğu görülmektedir. Ele alınan mekanizmanın boyutları göz önünde bulundurularak önerilen yöntemle oluşturulan fonksiyon giriş değerleri için görselleştirilmiştir. Görselleştirme sonucu fonksiyonun beklenildiği gibi [400,900] mm aralığında çözüm ürettiği görülmüştür. Denkleme ait kökler çıkış bağlantısı için aranan  $x_2$  değerini temsil etmektedir. Grafikten de görülebileceği gibi kökler [360, 790] mm aralığındadır.

Denklemin belirli bir aralıkta tek bir köke sahip olduğu görülmektedir. Bu durum denklemin sekant yöntemi için oldukça uygun olduğunu göstermektedir. Bu örnek için fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta denklem sınırlarına uzak seçilen herhangi bir başlangıç değeri köke sağlıklı bir şekilde yakınsayabilmeyi sağlar.

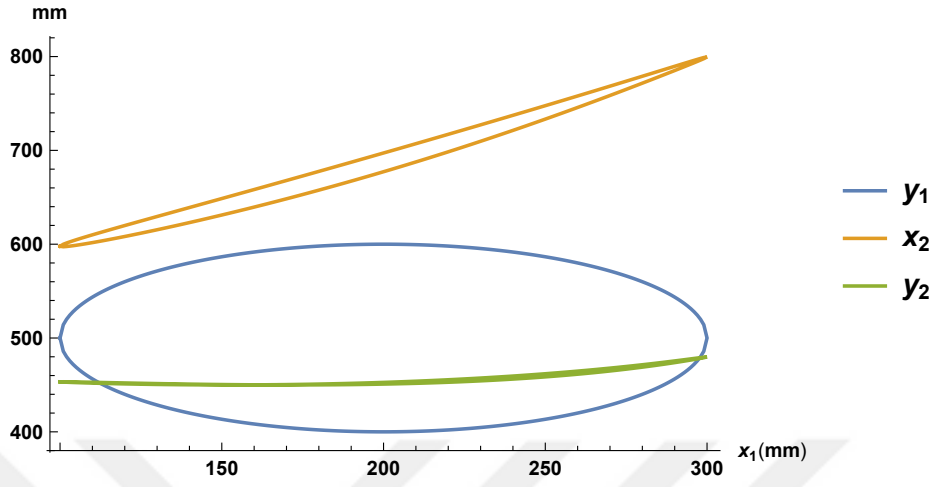
Eşitlik 4.3’de elde edilen doğrusal olmayan eşitlik sekant yöntemi kullanarak çözümlenmiştir. Çözümler Tablo 4.3’da verilmektedir. Tabloda  $x_1$  ve  $y_1$  sütunları ilgili uzvun başlangıç noktaları verilmektedir.  $x_2$  ve  $y_2$  sütunları çözümlenme sonucunda elde edilen noktaları içermektedir.  $s$  sütünü ilgili satırdaki sonucun elde edilmesi için gereken iterasyon sayısını temsil etmektedir. Ve son olarak  $e$  sütünü sonuç değerlerine ilişkin hata değerini temsil etmektedir.

Tablo 4.3. Eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması için bulunan değerler

| $x_1$  | $y_1$  | $x_2$  | $y_2$  | $s$ | $e$          |
|--------|--------|--------|--------|-----|--------------|
| 100.00 | 500    | 597.81 | 453.3  | 3   | 0.0000070732 |
| 106.03 | 534.2  | 599.41 | 453.1  | 2   | 1.2772e-7    |
| 123.40 | 564.28 | 610.60 | 451.87 | 2   | 7.3796e-7    |
| 150.00 | 586.6  | 631.10 | 450.43 | 2   | 0.0000016774 |
| 182.64 | 598.48 | 660.12 | 450.12 | 2   | 0.0000027348 |
| 217.36 | 598.48 | 695.58 | 452.51 | 2   | 0.0000035188 |
| 250.00 | 586.6  | 733.33 | 458.58 | 2   | 0.0000034827 |
| 276.60 | 564.28 | 767.15 | 467.49 | 2   | 0.0000024142 |
| 293.97 | 534.2  | 790.57 | 475.96 | 2   | 8.8265e-7    |
| 300.00 | 500    | 799.59 | 479.82 | 2   | 1.1558e-8    |
| 293.97 | 465.8  | 793.84 | 477.31 | 2   | 5.7579e-7    |
| 276.60 | 435.72 | 775.41 | 470.24 | 2   | 0.0000021738 |
| 250.00 | 413.4  | 747.64 | 461.91 | 2   | 0.0000038267 |
| 217.36 | 401.52 | 714.49 | 455.08 | 2   | 0.0000047733 |
| 182.64 | 401.52 | 680.17 | 451.1  | 2   | 0.0000046513 |
| 150.00 | 413.4  | 648.66 | 450    | 2   | 0.0000035516 |
| 123.40 | 435.72 | 623.17 | 450.87 | 2   | 0.0000019986 |
| 106.03 | 465.8  | 605.85 | 452.36 | 2   | 6.8095e-7    |
| 100.00 | 500    | 597.81 | 453.3  | 2   | 4.4992e-8    |

Toplam hesaplama süresi: 3.135000001748267 ms

Şekil 4.6'da çıkış nokta kümesindeki  $x_2, y_2$  değerlerinin geçişim karakteristiği gösterilmektedir.



Şekil 4.9. Çıkış bağlantısında eliptik yörüngeye sahip dört kol mekanizması için  $x_1$  giriş değerlerine karşılık gelen  $y_1, x_2, y_2$  değerlerinin grafik gösterimi





$$\left\{ \begin{array}{l}
 \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} - l = 0 \\
 1 = \frac{(y_2 - y_3)^2}{r_2^2} + \frac{(x_2 - x_3)^2}{r_1^2} \\
 \frac{(y_2 - y_3)^2}{r_2^2} = 1 - \frac{(x_2 - x_3)^2}{r_1^2} \\
 y_2 = \sqrt{1 - \frac{(x_2 - x_3)^2}{r_1^2}} r_2 + y_3 \\
 y_2 = \sqrt{1 - \frac{(x_2 - 500)^2}{100^2}} 150 + 600 \\
 \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \left( \sqrt{1 - \frac{(x_2 - 500)^2}{100^2}} 150 + 600 - y_1 \right)^2} - 300 = 0
 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} - l = 0 \\
 y_2 = 500 \\
 \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (300 - y_1)^2} - 300 = 0
 \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Eşitlik 4.4'de elde edilen doğrusal olmayan eşitlik sekant yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Çözümler Tablo 4.4'da verilmektedir. Tabloda  $x_1$  ve  $y_1$  sütunları ilgili uzvun başlangıç noktaları olarak verilmektedir.  $(x_2, y_2)$  ve  $(x_3, y_3)$  sütunları çözümleme sonucunda elde edilen noktaları içermektedir.  $s$  sütünü ilgili satırdaki sonucun elde edilmesi için gereken iterasyon sayısını temsil etmektedir. Ve son olarak  $e$  sütünü sonuç değerlerine ilişkin hata değerini temsil etmektedir.  $(x_2, y_2)$  noktaları iki nokta kümesini bağlayan sabit uzunluktaki bağlama elemanının üzerinde tanımlıdır.

Tablo 4.4. Örnek beş kol mekanizması birinci kısım için bulunan değerler

| $x_1$  | $y_1$  | $x_2$  | $y_2$  | $x_3$  | $y_3$  | $s$ | $e$          |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|--------------|
| 120.00 | 600.00 | 302.72 | 504.54 | 411.65 | 529.73 | 3   | 6.1312e-8    |
| 140.00 | 547.08 | 326.03 | 458.25 | 433.99 | 487.33 | 2   | 0.0000019465 |
| 160.00 | 530.72 | 344.94 | 439.64 | 453.24 | 467.41 | 2   | 8.0648e-7    |
| 180.00 | 522.54 | 363.86 | 429.29 | 472.48 | 455.79 | 2   | 1.9990e-7    |
| 200.00 | 520.00 | 382.98 | 425.03 | 491.84 | 450.50 | 2   | 1.1458e-7    |
| 220.00 | 522.54 | 402.30 | 426.27 | 511.34 | 450.97 | 2   | 2.2730e-7    |
| 240.00 | 530.72 | 421.69 | 433.31 | 530.89 | 457.33 | 2   | 1.7525e-7    |
| 260.00 | 547.08 | 440.45 | 447.40 | 549.94 | 470.04 | 2   | 1.4877e-7    |
| 280.00 | 600.00 | 438.93 | 468.70 | 550.72 | 470.72 | 3   | 4.7176e-7    |
| 260.00 | 652.92 | 375.19 | 481.94 | 482.96 | 452.19 | 3   | 8.7699e-10   |
| 240.00 | 669.28 | 351.31 | 495.76 | 458.39 | 463.60 | 2   | 0.0000071956 |
| 220.00 | 677.46 | 335.21 | 506.50 | 442.99 | 476.77 | 2   | 0.0000035945 |
| 200.00 | 680.00 | 323.04 | 514.59 | 432.08 | 489.90 | 2   | 0.0000022115 |
| 180.00 | 677.46 | 313.46 | 520.33 | 423.87 | 502.74 | 2   | 0.0000015401 |
| 160.00 | 669.28 | 305.98 | 523.72 | 417.47 | 515.30 | 2   | 0.0000011385 |
| 140.00 | 652.92 | 300.74 | 523.83 | 412.49 | 527.41 | 2   | 7.4357e-7    |
| 120.00 | 600.00 | 302.72 | 504.54 | 411.65 | 529.73 | 2   | 0.0000050511 |

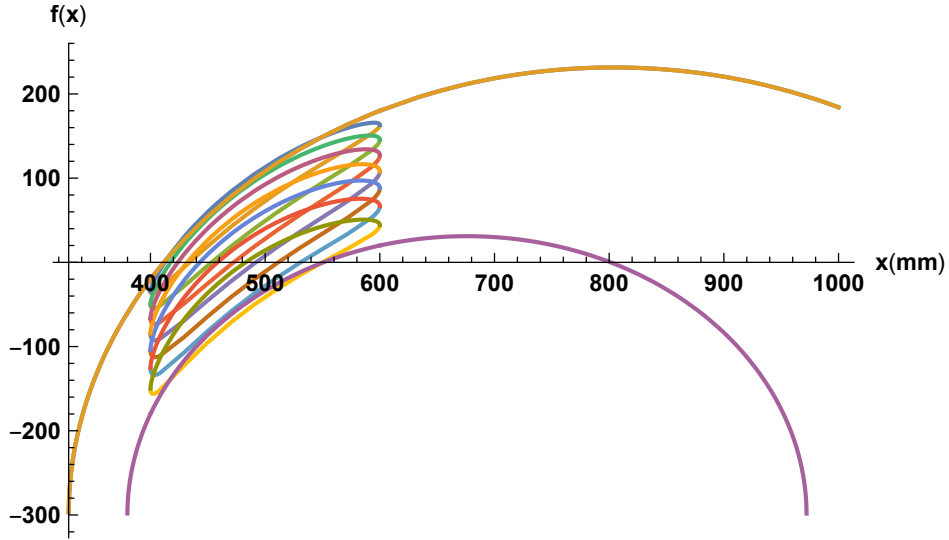
Toplam hesaplama süresi: 3.235504003456237 ms

Eşitlik 4.5’de elde edilen doğrusal olmayan eşitlik sekant yöntemi kullanarak çözümlenmiştir. Çözümler Tablo 4.5’de verilmektedir. Tabloda  $x_1$  ve  $y_1$  sütunları ilgili uzvun başlangıç noktaları verilmektedir.  $x_2$  ve  $y_2$  sütunları uzuv üzerindeki noktanın çözümlenmiş halini gösterir.  $x_3$  ve  $y_3$  sütunları uzvun son noktasının bulunan değerlerini gösterir.  $s$  sütünü ilgili satırdaki sonucun elde edilmesi için gereken iterasyon sayısını temsil etmektedir. Ve son olarak  $e$  sütünü sonuç değerlerine ilişkin hata değerini temsil etmektedir.

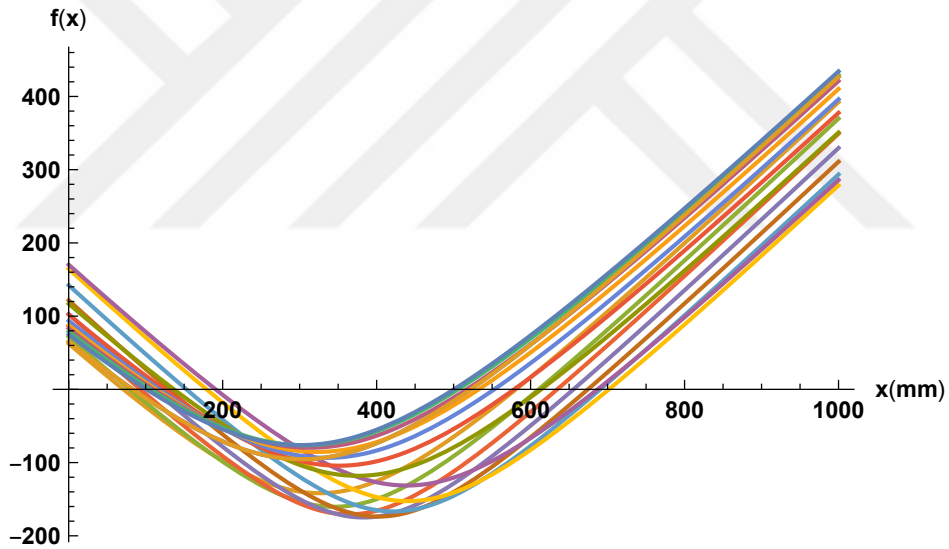
Tablo 4.5. Örnek beş kol mekanizması ikinci kısım için bulunan değerler

| $x_1$  | $y_1$  | $x_2$  | $y_2$  | $s$ | $e$          |
|--------|--------|--------|--------|-----|--------------|
| 302.72 | 504.54 | 522.18 | 300.00 | 5   | 9.7968e-9    |
| 326.03 | 458.25 | 580.90 | 300.00 | 3   | 1.2133e-10   |
| 344.94 | 439.64 | 610.47 | 300.00 | 2   | 0.0000053509 |
| 363.86 | 429.29 | 634.57 | 300.00 | 2   | 0.0000036925 |
| 382.98 | 425.03 | 655.68 | 300.00 | 2   | 0.0000027969 |
| 402.30 | 426.27 | 674.43 | 300.00 | 2   | 0.0000021154 |
| 421.69 | 433.31 | 690.44 | 300.00 | 2   | 0.0000013865 |
| 440.45 | 447.40 | 701.74 | 300.00 | 2   | 3.8788e-7    |
| 438.93 | 468.70 | 687.01 | 300.00 | 3   | 6.1143e-8    |
| 375.19 | 481.94 | 613.72 | 300.00 | 3   | 3.2160e-10   |
| 351.31 | 495.76 | 578.64 | 300.00 | 2   | 0.0000083236 |
| 335.21 | 506.50 | 552.83 | 300.00 | 2   | 0.0000053758 |
| 323.04 | 514.59 | 532.69 | 300.00 | 2   | 0.0000035721 |
| 313.46 | 520.33 | 517.06 | 300.00 | 2   | 0.0000021860 |
| 305.98 | 523.72 | 505.86 | 300.00 | 2   | 9.7101e-7    |
| 300.74 | 523.83 | 500.49 | 300.00 | 2   | 2.0787e-8    |
| 302.72 | 504.54 | 522.18 | 300.00 | 3   | 1.4844e-7    |

Toplam hesaplama süresi: 3.142040231544257 ms



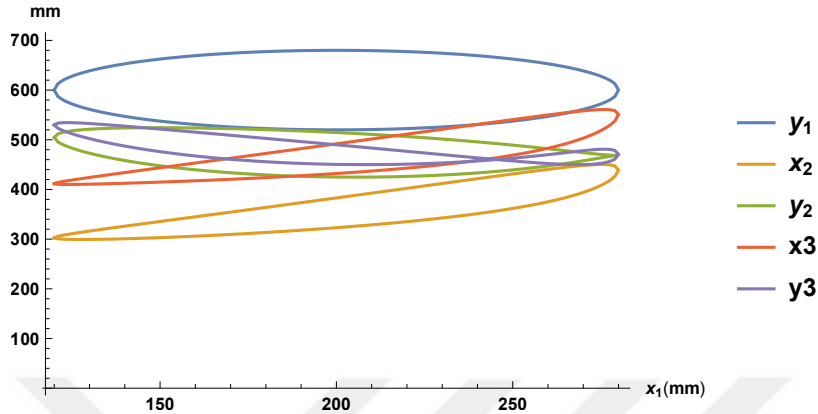
Şekil 4.11. Örnek beş kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş  $x_1, y_1$  değerleri için grafiği



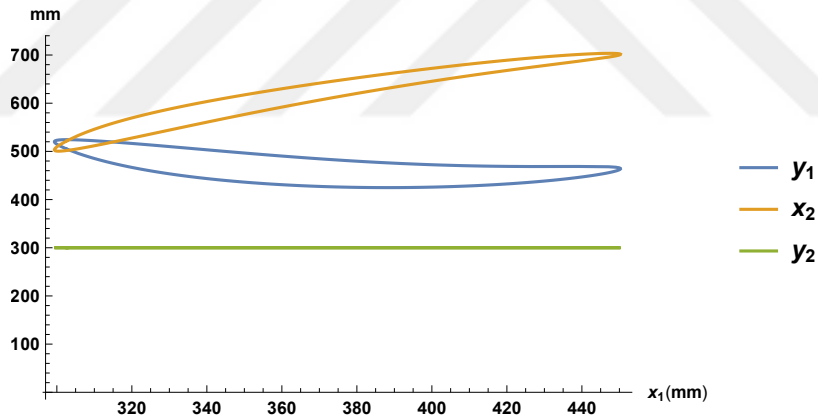
Şekil 4.12. Örnek beş kol mekanizması için elde edilen hareket denkleminin belirli giriş  $x_2, y_2$  değerleri için grafiği

İlgili sonuç fonksiyonlarının mekanizmaların çalışma aralığında tanımlı olduğu görülmektedir. Ele alınan mekanizma ve alt mekanizmanın boyutları göz önünde bulundurularak önerilen yöntemle oluşturulan fonksiyonlar giriş değerleri için görselleştirilmiştir. Görselleştirme sonucu fonksiyonun beklenildiği gibi [400,900] mm aralığında çözüm ürettiği görülmüştür. Denkleme ait kökler çıkış bağlantısı için aranan  $x_2, x_4$  değerlerini temsil etmektedir. Grafikten de görülebileceği gibi kökler [360, 790] mm aralığındadır.

Denklemlerin grafik karakteristiği sekant yöntemi için oldukça uygun olduğu görülmektedir. Bu örnek için fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta denklem sınırlarına uzak seçilen herhangi bir başlangıç değeri köke sağlıklı bir şekilde yakınsayabilmeyi sağlar.



Şekil 4.13. Örnek beş kol mekanizması için  $x_1$  giriş değerlerine karşılık gelen  $y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$  değerlerinin grafik gösterimi



Şekil 4.14. Örnek beş kol mekanizması için  $x_2$  giriş değerlerine karşılık gelen  $y_{21}, x_{22}, y_{22}, x_{23}, y_{23}$  değerlerinin grafik gösterimi

Yapılan örnek çözümler sonucunda önerilen yöntemin bilgisayar destekli bir sistem için uygun olduğu görülmektedir. Hem hesaplama kolaylığı bakımından hemde denklemin oluşturulması ile ilgili ek bir işleme gerek yoktur. Hesaplama süreleri ve hesaplama için gereken tekrar miktarları oldukça az olduğu görülmektedir. Ayrıca bulunan köklerin hata değerleri  $[0.0000053509 - 2.0787e-8]$  aralığında çıkmaktadır. Bu durum kullanılan yöntemin grafik uygulamalar ve diğer uygulamalar için hassas değerler üretecek hassasiyete sahip olduğunu göstermektedir.

## 5. SONUÇ

Bu yüksek lisans tez çalışması kapsamında rijit uzuvlu mekanizmaların analizine yönelik yarı cebirsel bir çözüm yaklaşımı önerilmiştir. Mekanizmaların çalışma mantığını algılayabilmesini kolaylaştıran ve daha sonra geliştirilebilecek daha gelişmiş uygulamalara temel teşkil edebilecek tarayıcı tabanlı bir uygulama geliştirilmiştir. Uygulama ve hesaplama yöntemine ilişkin avantajlar sıralanacak olursa;

- Yazılım aracı içerisinde kullanılan çözüm algoritması basit cebirsel bir çözüm yaklaşımı üzerine temellendirilmiştir.
- Önerilen çözüm yönteminin hesaplama maliyeti düşüktür.
- Yöntem farklı geometrik şekillere sahip nokta kümeleri üreten bağlantı elemanlarını içeren mekanizmalar için de çözüm üretebilir.
- Hesaplama maliyetindeki düşüklük çok daha kompleks mekanizmaların çözümüne olanak sağlar.
- Uygulamanın kullanılabilmesi için herhangi bir kurulum işlemine gerek yoktur.
- Uygulama açık kaynak kodlu olarak yazılmıştır ve üçüncü şahıslar tarafından geliştirilmeye imkan tanır.
- Uygulama kaynak kodları kolay anlaşılır ve uyarlanabilir.
- Farklı mekanizma türleri için yazılım aracı kabiliyetleri geliştirilebilir.

## 6. ÖNERİLER

Çalışmanın ilerde genişleyebileceği alanlar sıralanacak olursa;

- Farklı tür bağlantı tipleriyle uygulama kabiliyetleri genişletilebilir.
- Yazılım aracı uzaysal ve küresel mekanizmaların analizi için genişletilebilir.
- Yazılım aracına kullanılan yöntemin daha fazla irdelenmesiyle mekanizma sentez kabiliyeti kazandırılabilir.
- Arayüz geliştirilebilir.





## 7. KAYNAKLAR

1. Ghosh, A. ve Mallik, A., Theory of Mechanisms and Machines, 2015
2. McCarthy J., 21st Century Kinematics: Synthesis, Compliance, and Tensegrity, J. Mechanisms Robotics (2011) 3.
3. Moon F., Franz Reuleaux: Contributions to 19th century kinematics and theory of machines, Appl. Mech. Rev., 56 (2003).
4. Plecnik M., McCarthy J.M. ve Wampler C.W., Kinematic Synthesis of a Watt I Six-Bar Linkage for Body Guidance. Advances in Robot Kinematics, 2014.
5. Chen, C. ve Angeles, J., A novel family of linkages for advanced motion synthesis, Mechanism and Machine Theory, 43 (2008) 882-890.
6. Kramer, G., A Geometric Constraint Engine, Artificial Intelligence, 58 (1992) 327–360.
7. Smaili, A., ve Firas, Z., SoftLink : A Matlab / Simulink Based Code for the Analysis , Synthesis , Optimization and Simulation of Mechanisms, Proceedings of the 2003 American Society for Engineering Education Annual Conference Exposition (2003).
8. Husty, M. L., Pfulner M., Schröcker H. P., ve Brunthaler K. , Algebraic Methods in Mechanism Analysis and Synthesis, Robotica, 25 (2007) 661–75.
9. Mukundan, R., A Robust Inverse Kinematics Algorithm for Animating a Joint Chain, International Journal of Computer Applications in Technology, 34 (2009) 303.
10. Aristidou, A., ve Lasenby J., Guide to Geometric Algebra in Practice, Guide to Geometric Algebra in Practice (2011) 47–62.
11. Aristidou, A., ve Lasenby, J., FABRIK: A Fast, Iterative Solver for the Inverse Kinematics Problem, Graphical Models, 73 (2011) 243–60.
12. Yahya, S., Moghavvemi, M., ve Mohamed, H., Geometrical Approach of Planar Hyper-Redundant Manipulators: Inverse Kinematics, Path Planning and Workspace, Simulation Modelling Practice and Theory, 19 (2011) 406–22.
13. Heo, J. C., ve Yoon, G. H., Size and Configuration Syntheses of Rigid-Link Mechanisms with Multiple Rotary Actuators Using the Constraint Force Design Method, Mechanism and Machine Theory, 64 (2013) 18–38.
14. Palmer, D., Cobos-Guzman, S., ve Axinte, D., Real-Time Method for Tip Following Navigation of Continuum Snake Arm Robots, Robotics and Autonomous Systems, 62 (2014) 1478–85.
15. Ananthanarayanan, H., ve Ordonez, R., Real-Time Inverse Kinematics of  $(2n + 1)$  DOF Hyper-Redundant Manipulator Arm via a Combined Numerical and Analytical Approach, Mechanism and Machine Theory, 91 (2015) 209–26.

16. Tong, Y., Myszka H. D., ve Murray, A. P., Four-Bar Linkage Synthesis for a Combination of Motion and Path-Point Generation, ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2014, Portland, Oregon, ABD.
17. Parger, M., Mueller, J. H., Schmalstieg, D., Steinberger M., ve Stein M., Human Upper-Body Inverse Kinematics for Increased Embodiment in Consumer-Grade Virtual Reality, VRST '18, 2018, Tokyo, Japonya.
18. Liu W., Sun J., Zhang B., ve Chu J., A Novel Synthesis Method for Nonperiodic Function Generation of an RCCC Mechanism, ASME. J. Mechanisms Robotics, 10 (2018) 8 sayfa.
19. Deshpande S., ve Purwar A., A Machine Learning Approach to Kinematic Synthesis of Defect-Free Planar Four-Bar Linkages, ASME. International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2018, Quebec, Kanada.
20. Shigley, J. E., ve Uicker, J. J., Theory of machines and mechanisms, McGraw-Hill New York, 1980.
21. Rad, T., ve Schröcker, H., Optimal Synthesis of Overconstrained 6R Linkages by Curve Evolution, CoRR (2018).
22. Aboulissane B., ve diğerleri, An Improved Harmony Search Algorithm for a Planar Parallel Robot Synthesis, International Journal of Engineering Research in Africa, 35 (2018) 185-197.
23. Lee, W., ve Russell, K., (2017). Developments in quantitative dimensional synthesis (1970-present): four-bar motion generation. Inverse Problems in Science and Engineering. 26 (2018) 133-148.
24. Sharma S., Purwar A., ve Jeffrey Ge, Q. Q., An Optimal Parametrization Scheme for Path Generation Using Fourier Descriptors for Four-Bar Mechanism Synthesis, Journal of Computing and Information Science in Engineering, 19 (2018) 5 sayfa.
25. Nafees, K. ve Mohammad, A., Dimensional Synthesis of a Planar Five-bar Mechanism for Motion Between Two Extreme Positions, Australian Journal of Mechanical Engineering, 16 (2018) 74-81.
26. [https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean\\_distance](https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_distance) Euclidean distance. 9 Mayıs 2019.
27. <https://en.wikipedia.org/wiki/Superellipse> Superellipse. 16 Mayıs 2019.
28. Chapra S. C. ve CANALE R. P., Yazılım ve Programlama Uygulamalarıyla Mühendisler İçin Sayısal Yöntemler, McGraw-Hill, New York, 2002.
29. <https://www.artas.nl/en/> SAM Mechanism Design. 19 May 2019.
30. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> MATLAB - MathWorks. 19 May 2019.

31. [http://www.ptc.com/ Pro/ENGINEER](http://www.ptc.com/Pro/ENGINEER). 19 May 2019.
32. <https://www.3ds.com/products-services/catia/> CATIA. 19 May 2019
33. <https://www.mscsoftware.com/product/adams> ADAMS. 19 May 2019
34. <https://www.autodesk.com.tr/products/autocad/overview> AutoCAD. 19 May 2019
35. <https://grabcad.com/library/software/nx-unigraphics> NX Unigraphic. 19 May 2019
36. <https://www3.nd.edu/~cwample1/HomLab/main.html> HomLab. 19 May 2019
37. <https://www.softintegration.com/products/toolkit/mechanism/> Ch Mechanism Toolkit. 19 May 2019
38. <https://www.wolfram.com/mathematica/> Wolfram Mathematica. 19 May 2019
39. <https://www.maplesoft.com/products/maple/> Maple. 19 May 2019
40. <http://maxima.sourceforge.net/> Maxima. 19 May 2019
41. <https://webpack.js.org/> Webpack . 19 May 2019
42. <https://reactjs.org/> React.js . 19 May 2019
43. <https://svgjs.com/> SVG.js . 19 May 2019
44. <https://lodash.com/> Lodash . 19 May 2019
45. <https://github.com/emreefendioglu/mat> Uygulama kaynak kodları. 8 Haziran 2019

## ÖZGEÇMİŞ

Hilmi Emre EFENDİOĞLU, 1985 Trabzon'un Çaykara ilçesinde doğdu. İlk ve Orta derece öğretimini Trabzon'un Sürmene ilçesinde tamamladı. 2009 yılında Erzurum Atatürk Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. 2011 Yılından bu yana üç ortağından biri olduğu yazılım geliştirme şirketi Unicrow'da çalışmaktadır.

