T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ LİNEER CEBİR KAVRAMLARINI ANLAYIŞLARININ DÜŞÜNME YAPILARI VE UZAMSAL YETENEKLERİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

(Doktora Tezi)

Deniz KARDEŞ BİRİNCİ

İstanbul, 2016

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ LİNEER CEBİR KAVRAMLARINI ANLAYIŞLARININ DÜŞÜNME YAPILARI VE UZAMSAL YETENEKLERİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

(Doktora Tezi)

Deniz KARDEŞ BİRİNCİ

Danışman:
Doç. Dr. Ali DELİCE

İstanbul, 2016

ONAY

Deniz Kardeş Birinci tarafından hazırlanan "Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Cebir Kavramları Anlayışlarının Düşünme Yapıları ve Uzamsal Yetenekleri Bağlamında İncelenmesi" isimli bu çalışma 22 Temmuz 2016 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jüri tarafından başarılı bulunmuş ve Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	**İmza**
TEZ DANIŞMANI	Doç. Dr. Ali DELİCE	
JÜRİ ÜYESİ	Prof. Dr. Ünsal TEKİR	
JÜRİ ÜYESİ	Doç. Dr. Mustafa ÇAKIR	
JÜRİ ÜYESİ	Prof. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR	
JÜRİ ÜYESİ	Yrd. Doç. Dr. Ercan MASAL	

ÖZGEÇMİŞ

Öğrenim	
1999-2003	: Körfez Oruç Reis Anadolu Lisesi
2004-2008	: Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü, Lisans
2008-2010	: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans
Mesleki Deneyim	
2015-2016	: Misafir Araştırmacı, Kaliforniya Üniversitesi, Los Angeles (UCLA)
İletişim Bilgileri	
E-posta	: kardes.deniz@yahoo.com

ÖNSÖZ

Lineer cebir dersi, üniversitelerin matematik, mühendislik, ekonomi, fen bilimleri, istatistik bölümlerinde öğretilen, soyut yapısıyla üniversite öğrencilerinin öğrenirken ve öğretim elemanlarının öğretirken güçlük çektiği en önemli matematik dallarından biridir. Bu çalışmada, birçok bölümde öğretimi yapılan lineer cebir dersinde öğretilen kavramların matematik öğretmen adayları tarafından nasıl anlamlandırıldığı ve bu kavramlarda nasıl performans sergilediklerini, öğretmen adaylarının uzamsal yetenekleri ve matematiksel düşünme yapılarının lineer cebir kavramlarını anlamalarını ve bu kavramlar üzerindeki performanslarını nasıl farklılaştırdığını inceledim. Lisans seviyesi matematik eğitimi araştırmaları çerçevesinde yürüttüğüm bu araştırmanın sonuçlarını paylaşmaktan mutluyum, lineer cebir öğrenme ve öğretme problemlerinin başlıcalarına ışık tutacağı kanaatindeyim.

Doktora tezimin şekillenmesinden sonuçlanmasına kadar her aşamasında bilgi ve tecrübesiyle yol gösteren, gündüz-gece gözetmeksizin değerli vaktini ayıran danışman hocam Doç. Dr. Ali Delice'ye; tez izleme komitesinde yer alarak araştırmamın gelişim sürecinde önemli dönütlerini benimle paylaşan hocalarım Prof. Dr. Ünsal Tekir ve Doç. Dr. Mustafa Çakır'a; değerli vakitlerini ayırarak jürimde yer alan Prof. Dr. Ahmet Şükrü Özdemir ve Yrd. Doç. Dr. Ercan Masal'a; Amerika'da araştırmanın nasıl yürütüleceğinin küçük bir demosunu bana yaşatan hocalarım Prof. Dr. James W. Stigler ve Dr. Karen B. Givvin'e; katılımlarıyla araştırmamın temelini oluşturan gelecekleri parlak ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümü lineer cebir dersi öğrencilerine çok teşekkür ederim.

En büyük moral ve motivasyon kaynağım babam ve eşim Fatih'e sonsuz teşekkürler… İyi ki varsınız…

Doktora öğrenim sürecimde kaybettiğim dedem Mevlüt Kardeş'e sarı kızından selam olsun! Muallime olmama az kaldı dedem…

Beni lisansüstü öğrenimin boyunca hem yurt içi hem de yurtdışı araştırma burs programlarıyla destekleyen TÜBİTAK'a çok teşekkür ederim.

Temmuz 2016 Deniz KARDEŞ BİRİNCİ

ÖZET

Lineer cebir dersinin öğrenciler tarafından kavramların anlaşılmasından ziyade dersi geçmek için problem çözme sürecinde çeşitli tekniklerin kullanıldığı ve işlemsel süreçlerin takip edildiği bir ders olarak görülmesi bulgusu, lineer cebir eğitimi üzerine yapılan araştırmaların artmasını sağlamıştır. Anlayarak lineer cebir öğretimi ve öğrenimi odağından yola çıkarak yürütülen bu araştırmada, matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutları performansları, uzamsal yetenekleri ve matematiksel düşünme yapıları bağlamında değerlendirilmiştir.

Amacına uygun olarak, araştırma nitel-yorumlayıcı paradigmaya sahiptir. Araştırmada desen olarak iç içe geçmiş tek durum deseni kullanılmıştır. Araştırmanın durumunu lineer cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutları; analiz birimlerini matematiksel düşünme yapıları, uzamsal yetenek ve lineer cebir performansı oluşturmaktadır. Araştırmada geçen lineer cebir kavramları ifadesi, vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim ve bağımsızlık, taban ve boyut kavramlarını kapsamaktadır. Katılımcılar, olasılıksız örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme tekniği ile belirlenmiş olup 2012-2013 eğitim-öğretim yılında, bir devlet üniversitesi eğitim fakültesi ortaöğretim matematik eğitimi lisans programına kayıtlı 41 lineer cebir öğrencisinden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geçerlik ve güvenirliği sağlanan Lineer Cebir Testi, Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi ve Matematiksel Süreç Aracı kullanılmış olup katılımcıların bu testlerde sergiledikleri performanslara göre seçilen öğretmen adayları ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen veriler, betimsel istatistik ve içerik analizi yöntemlerinden faydalanılarak analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının kavram tanımlarında kullandıkları kelimelerin analizinde Wordaizer programı kullanılmıştır.

Veri analizleri sonucunda, öğretmen adaylarının her bir lineer cebir kavramı için çeşitli imgeler kullandıkları ve bu imgelerin kavramlara göre farklılaştığı, ilişkili kavramların tanım ve tariflerinde kullanılan ortak kelime yüzdesinin yüksek olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri performanslar kavram bazında farklılaştığı gibi bireysel farklılık olarak katılımcıların matematiksel düşünme yapılarına ve uzamsal yeteneklerine göre de farklılaşmaktadır.

Öğretmen adaylarının sergiledikleri anlama boyutları kavram bazında farklılaştığı gibi genel olarak en yüksek yüzde ile beceri-algoritma anlama boyutunu ve en düşük yüzde ile temsil-metafor anlama boyutunu sergilemişlerdir. Sergilenen anlama boyutları, öğretmen adaylarının performanslarına, matematiksel düşünme yapılarına ve uzamsal yeteneklerine göre de farklılaşmaktadır. Çalışma kapsamında elde edilen diğer bulgular, ilgili literatür ışığında tartışılarak, öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını anlamalarını geliştirecek ve bu gelişimi performanslarına yansıtacakları önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Lineer Cebir, Kavram, Anlama, Performans, Matematiksel Düşünme Yapıları, Uzamsal Yetenek.

ABSTRACT

The findings of the research on linear algebra, which is understood as a technique to solve the problems rather than having conceptual understanding and algorithm by students, provided to increase the research about linear algebra education. In this research whose main points are learning and teaching linear algebra with understanding, pre-service mathematics teachers' dimensions of understanding are investigated within the context of their performance, spatial abilities, and thinking modes.

The research has a qualitative paradigm which is convenient for the purpose of the study. In the research, embedded single case study design is used as a research design. The units of research consist of mathematical thinking modes, spatial abilities and linear algebra performance and the case of research consist of dimensions of understanding linear algebra concepts. The linear algebra concepts which are used in the research consist of vector spaces, subspaces, linear combination and linear independence, basis, and dimension. The participants of this research were identified with purposeful sampling technique which is one of the improbable sampling methods. The participants are 41 linear algebra students who studied in the department of secondary mathematics education at a public university between 2012-2013. All the data were collected by Linear Algebra Test, Purdue Spatial Visualization Test and Mathematical Processing Instrument and semi-structured interviews were conducted with some of the students. All the data were analyzed with descriptive and content analysis methods. The pre-service mathematics teachers' definitions-descriptions of linear algebra concepts are analyzed by using Wordaizer Program.

At the end of the analyses, it seems that pre-service mathematics teachers have various concept images of each linear algebra concept and those images changes by the concept. Also, it seems that the percentage of the words which are used to define related concept are very high. As pre-service mathematics teachers' performance on linear algebra is differentiated by concepts, it is differentiated by their spatial abilities and

mathematical thinking modes. Generally, participants have performed the highest percentage in the dimension of skill-algorithm understanding and the lowest percentage in the dimension of representation-metaphor understanding. Pre-service mathematics teachers' dimensions of understanding are differentiated by their performance, spatial ability and mathematical thinking modes. The findings from the research are argued with the knowledge of literature and offers are suggested to improve linear algebra students' understanding of linear algebra concepts and their performance.

Keywords: Linear Algebra, Concept, Understanding, Performance, Mathematical Thinking Modes, Spatial Ability.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR

MSA	: Matematiksel Süreç Aracı
LCT	: Lineer Cebir Testi
PUGT	: Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi
YDP	: Yüksek Düzeyde Performans
ODP	: Orta Düzeyde Performans
DDP	: Düşük Düzeyde Performans
UGBY	: Uzamsal Görselleştirme Becerisi Yüksek
UGBO	: Uzamsal Görselleştirme Becerisi Orta
UGBD	: Uzamsal Görselleştirme Becerisi Düşük
B-A	: Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu
T-M	: Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu
Ö-İ	: Anlamanın Özellik-İspat Boyutu
K-M	: Anlamanın Kullanım-Modelleme Boyutu
T-K	: Anlamanın Tarih-Kültür Boyutu
DC	: Doğru Cevap
KC	: Kısmi Cevap
YC	: Yanlış Cevap
CY	: Cevap Yok
F	: Frekans
%	: Yüzde

BÖLÜM I: GİRİŞ

"İyi, daha iyinin düşmanıdır."

R. Skemp (1976)

Bu bölümde, çalışmanın ana hatları hakkında bilgi verecek olan araştırmanın problem durumu, amacı, soruları, önemi, sınırlılıkları ve varsayımlarına, çalışmada geçen kavramların tanımlarına yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Matematiğin birçok önemli dalı olan soyut cebir, analitik geometri, kaos teori, kriptoloji, diferansiyel denklemler, fraktal geometri, oyun teorisi, grafik teorisi, lineer programlama gibi alanlarda kendini gösteren lineer cebir'in, aynı zamanda anatomi, kimya, bilgisayar bilimleri, elektrik mühendisliği, ekonomi, genetik, fizik, istatistik gibi birçok disiplinde de uygulaması mevcuttur.

Yaygın kullanım alanına sahip ve öğretim programlarında yerini alan Lineer Cebir dersiyle ilgili olarak kendi deneyimlerimden bahsetmek istiyorum: İlköğretim matematik öğretmenliği anabilim dalından 100 üzerinden 87 (pekiyi) not ortalaması ile birinci olarak mezun oldum. Fakat transkriptimde yer alan derslerin genelinden farklı notu olan iki ders var: Lineer Cebir I ve Lineer Cebir II. Diğer derslerde yüksek performans gösterip de lineer cebir derslerinde orta-düşük performans göstermiş olmamın sebebi neydi? Dersten ve dersin içeriğinden mi kaynaklanıyordu? Dersi veren öğretim elemanı ve onun dersi işleyişinden mi? Yoksa benden mi? Merak ettiğim üç temel soru oluşmuştu zihnimde. Dersin yapısı, dersin öğretimi, öğrencinin öğrenmesi. Danışmanlarım eşliğinde lisansüstü çalışmalarımda bu soruların cevaplarını aramaya çalışacak ve başka bulunmuş cevaplarla kendi cevaplarıma ışık tutacaktım. Bu sırada okuduğum bir yayında öğrencilerin lineer cebir öğrenmedeki yaşadıkları güçlükler lineer cebirin doğası, lineer cebirin öğretimi ve öğrencilerin lineer cebiri nasıl öğrendikleri şeklinde üç boyuttan ele alınmıştı (Haddad, 1999). Ayrıca bu alanın, son yirmi yıldır üzerinde sayılı araştırmacının çalışmalar yürüttüğü bir alan olduğunu fark ettim. Bu çalışmalarda da temel konu lisans öğrencilerinin lineer cebir derslerinde yaşadıkları zorluklar temel problem olarak görülüyordu.

Lineer cebir dersinin öğretiminin ve öğreniminin hem öğrenciler hem öğretim elemanları için kötü birer deneyim olduğu ve tüm öğretim programı geliştirme çabalarına rağmen birçok öğrencinin lineer cebir dersini zor bir ders olarak nitelendirdiği hususlarında fikir birliği söz konusuydu (Hillel ve Sierpinska, 1993; Dorier ve Sierpinska, 2001). Başlamak için doğru yerde olduğumu düşünmüştüm. Bu durumu danışmanlarımla görüşüp verdikleri fikirler ve öngörüleri doğrultusunda yüksek lisans tezimde, ilkokul ikinci kademeden itibaren matematik öğretim programlarında yerini alan lineer denklem sistemleri konusundaki öğretmen adaylarının performanslarını öz-yeterlik algıları ve çoklu temsil kullanımları bağlamında inceledim (Kardeş, 2010). Bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri performansları orta düzeyde çıkmıştır. Çözüm sürecinde en sık başvurdukları yöntem olan elemanter satır işlemleri aynı zamanda en çok yanlış yaptıkları yöntem olmuştur. Lineer denklem sistemlerinin çözüm kümelerini cebirsel yorumlamakta gösterilen performans maalesef ki geometrik yorumlamada gösterilememiştir. Denklem sistemlerindeki satır ve sütun sayısının birbirine eşit ya da eşit olmama durumları performansları üzerinde etkilidir. Bu ve diğer sonuçlar, bizlere bu alanda çalışmalar yürütmek için zemin hazırlamıştı.

Doktoraya başladığım süreçte, danışman hocamla birlikte yürüttüğümüz Lineer Cebir dersinde ve problem çözme saatlerinde öğrencilerin lineer bağımsızlık, germe, taban, lineer dönüşümler gibi lineer cebir kavramları ile ilgili güçlük yaşadıklarını gözlemledik. Neticede bu kavramlar matematik öğretmeni adaylarının ilk defa bu derste karşılaştıkları ve hiç tecrübelerinin olmadığı kavramlardı. Dersin içeri itibariyle de arka arkaya yeni kavramlar ve tanımlarının öğretimi yapılıyor olması öğretmen adaylarının benden soruları çözme sürecinde kullanacakları işlem prosedürlerini göstermemi istemelerine yol açıyordu. O zaman anlamıştım ki performans ile anlama aynı şey değildi. Bununla ilgili, Dorier (1990) lineer cebir öğrencilerinin, dersin sonunda kavramları anlamak yerine sınavlarda gerekli teknik ve prosedürleri uygulayarak dersi geçmeyi hedeflediklerini ifade etmiştir. Başka bir çalışmada ise lineer cebir dersi alan öğrencilerin lineer cebir kavramlarını ve tanımlarını anlamakta güçlükler yaşadığına vurgu yapılmaktadır (Stewart ve Thomas, 2003).

Derslerde gözlemlediğimiz problemlerden bir diğeri de öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını ve ilgili soruları geometrik olarak yorumlamakta yaşadıkları güçlükler ile ilgiliydi. Bu durum, lineer cebir dersinin yapısıyla ilgili olduğu kadar öğretmen adaylarının kendilerinden de kaynaklanıyor olabilir. Nitekim bireysel farklılıkların öğrenme ve öğretme üzerindeki etkisi pek çok çalışmanın temel konusunu oluşturmaktadır. Bu araştırmada bireysel farklılıklar, uzamsal yetenek ve matematiksel düşünme yapıları bağlamlarında ele alınmıştır. Geometrik yorumlamanın en önemli yordayıcılarından biri olarak bireyin uzamsal yetenek kabul edilebilir. Uzamsal yetenek, bir ya da birden çok parçadan oluşan iki ve üç boyutlu nesnelerin ve bunların parçalarına ait görüntülerin, üç boyutlu uzayda hareket ettirilmesi sonucu oluşacak yeni durumların zihinde canlandırılabilmesi becerisi olarak tanımlanır (Sevimli, 2009). Matematiksel düşünme yapıları ise matematiksel düşünmeyi açıklamak için kullanılan bir teorik çatı olup Presmeg (1985) tarafından matematiksel düşünme sürecinde bireyin sahip olduğu bilişsel becerileri kullanmadaki tercihi olarak açıklanmaktadır. Lineer cebir dersi, yapısı itibariyle görsellemenin kullanılabileceği ve sorulara farklı çözüm yolları ile çözümlerin üretilebileceği bir alandır. Bu açıdan, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sahip oldukları anlama boyutlarını ve bu alandaki performanslarını farklı uzamsal yeteneğe ve düşünme yapılarına sahip olmalarının nasıl etkilediği merak edilmektedir. Uzamsal yetenek ve düşünme yapılarının anlama boyutları üzerine etkisinin incelendiği bir araştırma ile henüz karşılaşılmamıştır.

Bu bağlamda, farklı uzamsal yetenek ve düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim, lineer bağımsızlık, taban ve boyut gibi lineer cebir kavramlarında sahip oldukları anlama boyutları ve bu kavramlarla ilgili performanslarının incelenmesi bu araştırmanın problem durumunu oluşturmaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Matematik öğretimi sürecinde, öğrencilere matematiği anlama haklarının verilmesi için bireysel farklılıkların göz önünde bulundurulması gerekir (Köroğlu ve Yeşildere, 2004). Yapı ve yetenekler bağlamında ortaya çıkan bu farklılıklar matematiksel başarıyı etkiler

(Krutetskii, 1976). Bu araştırmada bireysel farklılıklar, uzamsal yetenek ve matematiksel düşünme yapıları bağlamlarında ele alınmıştır. İlgili alanda yapılan araştırmalarda, uzamsal yeteneği yüksek olan öğrencilerin problem çözümlerinde daha esnek düşünebildiği ve farklı soru türlerinde muhakeme becerisini etkin kullanabildiğine yönelik olumlu sonuçlara ulaşılmıştır (Guay, 1980); ayrıca uzamsal yeteneklerin matematikteki birçok konunun öğrenilmesini etkilediği ve bu becerilerin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde durulmaktadır (Arcavi, 2003; Olkun, 2003; Duval, 2002). Öğrencinin sahip olduğu düşünme yapısı ve öğrenme stilinin belirlenerek öğretimde gerekli düzenlemelerin yapılmasının öğrenci başarısını olumlu yönde etkilediği vurgulanan noktalardan olmuştur (Carbo, 1980).

Matematiksel disiplinlere analiz dersinden sonra en çok hizmet eden lineer cebir dersi, matematik yapan kişiler için amaç olmakla birlikte çoğu alanda, alanların gelişmesi ve ilerlemesinde araç vazifesi ile yer almaktadır. Bu derece önemli bir dersin öğrenilmesi ve kapsamındaki kavramların anlaşılması bu dersi alan bireylerin gelecek hayatlarına sağlam bir zemin hazırlamaktadır. Bu bağlamda, araştırma en temel anlamda, lineer cebir kavramlarının anlaşılması üzerine yoğunlaşmaktadır. Bununla beraber lineer cebir alanı görselleme yaklaşımlarının sıklıkla kullanılabileceği bir alandır. Görselleme yaklaşımlarının kullanımı üzerine yapılmış çalışmalarda bu yaklaşımların kullanılmasındaki yararlara vurgular yapılmıştır (Mallet, 2007; Kardeş, 2010, Turğut, 2010). Bu yaklaşımların kullanılması kadar öğretim yapılan bireylerin bunları anlaması ve yorumlaması ve de kendi problem çözme süreçlerine bunları yansıtması da önemlidir. Bu açıdan öğretmeni adaylarının uzamsal yetenekleri ve matematiksel düşünme yapıları araştırılmıştır. Araştırmanın en genel amacı, matematik öğretmen adaylarının vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim, lineer bağımsızlık, taban ve boyut gibi lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarını uzamsal yeteneğin ve matematiksel düşünme yapılarının nasıl farklılaştırdığını incelemektir.

1.3. Araştırma Soruları

Bu araştırmanın süreç temelli değişerek kesinleşen en genel araştırma sorusu, "Matematik öğretmen adaylarının vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim, lineer bağımsızlık, taban ve boyut gibi lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutları, adayların performansları, düşünme yapıları ve uzamsal yeteneklerine göre nasıl farklılaşmaktadır?" şeklinde belirlenmiştir. Daha sonra veri toplama ve analiz sürecinde incelenen durumlar aşağıda ifade edilmiştir:

1. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki performanslarının incelenmesi
    a. Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme yapılarının incelenmesi
    b. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki performanslarının düşünme yapıları açısından incelenmesi
    c. Matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin incelenmesi
    d. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki performanslarının uzamsal yetenekleri açısından incelenmesi
2. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarının incelenmesi
    a. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarının performansları açısından incelenmesi
    b. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarının düşünme yapıları açısından incelenmesi
    c. Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarının uzamsal yetenekleri açısından incelenmesi

1.4. Araştırmanın Önemi

Matematiği anlama, hassas ve derin bir süreçtir (Stewart, 2008) ve bir matematiksel kavramı anlamanın ne anlama geldiğini açıklamanın zor olduğu dile getirilmektedir (Dreyfus, 1991, s. 25). Birçok araştırmacı matematiksel anlamayı açıklamaya yönelik çalışmalarda bulunmuşlardır (Skemp, 1976, 1987; Byers ve Herscovics, 1977; Backhouse, 1978; Tall, 1978; Buxton, 1978; Pirie ve Kieran, 1989; Hiebert ve Carpenter, 1992; Sierpinska, 1994, Usiskin, 2012). Dikkat çeken birçok noktaya rastlanmaktadır, örneğin, tarihsel gelişim sürecinde bir çalışmanın açıkladığını diğeri eleştirmiş, bazı çalışmalar bulunan üzerine bir şeyler katarak geliştirmeye çalışmış, bazıları ise yeni katkılarda bulunmaya çalışmışlardır. Matematiksel anlama üzerine yapılan çalışmalara ilgili literatürde detaylı yer verilecektir.

Bu çalışmada ise matematiksel anlamaya yeni bir yaklaşım getiren Usiskin'in (2012) anlama boyutları teorik çatı olarak yerini almıştır. Bu çatının yeni oluşturulmuş olması ve henüz ortaokul seviyesi haricinde uygulamasının yapılmamış olması bu araştırmaya özgünlük katmıştır.

Araştırmada matematiksel alan olarak belirlenen lineer cebir alanında yapılan çalışmalar incelendiğinde çalışmaların daha erken dönemlerde yurt dışında başladığı ve ağırlığın bu çalışmalarda olduğu gözlemlenmektedir (Turğut, 2010). Ulaşılabilen ilgili alan yazında lineer cebir kavramları ile anlama boyutlarının, uzamsal yetenek ve matematiksel düşünme yapılarının bir arada değerlendirildiği çalışmaya rastlanmamıştır. Çalışma bu bağlamda lineer cebir öğretimi literatürüne hem ülkemiz adına hem de uluslar arası statüde değerli olduğu düşünülmektedir.

Ayrıca lineer cebir literatüründe yapılan çalışmalar, öğrencilerin öğrenme zorluklarının bazı sebeplerini ortaya çıkarmak ve yeni programlar geliştirmek için yapılan tarihsel incelemeler, lineer cebirde geometri kullanımını dengelemeyi amaçlayan ve lineer cebirin formal yapısı gibi konular üzerinde yapılan bilişsel esneklik araştırmaları, yazılım programları ile yapılan lineer cebir öğretiminin değerlendirilmesi şeklinde gruplandırılmıştır (Aydın, 2009). Öğrencilerin bu alanı anlamlandırma, bu alana yönelik problemleri çözme ile bu süreçlerin incelenmesine yönelik çalışmaların yetersiz kaldığı düşünülmektedir. Bu çalışma bu anlamda, alan yazınındaki doldurmaya yönelik ve yapılan çalışmalara çeşitlilik katması adına önemlidir.

1.5. Tanımlar

Matematiksel Anlama: Öğrencilerin matematik yaparken neyi, ne zaman, niçin ve nasıl yaptığını anlaması.

Performans: Herhangi bir eseri, oyunu, işi vb.ni ortaya koyarken gösterilen başarı (Güncel Türkçe Sözlük).

Lineer Cebir Performansı: Matematik öğretmen adaylarının uygulanan Lineer Cebir Testinde gösterdikleri performans.

Uzamsal Yetenek: Bir ya da birden çok parçadan oluşan iki ve üç boyutlu nesnelerin ve bunların parçalarına ait görüntülerin, üç boyutlu uzayda hareket ettirilmesi sonucu oluşacak yeni durumların zihinde canlandırılabilmesi becerileri (Sevimli, 2009).

Matematiksel Düşünme Yapısı: Matematiksel düşünme sürecinde bireyin sahip olduğu bilişsel becerileri kullanmadaki tercihi (Presmeg, 1985).

Lineer Cebir Kavramları: Bu araştırmada, vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim, lineer bağımsızlık, taban ve boyut kavramlarının hepsini ifade etmek için bu kavramlar yerine "lineer cebir kavramları" ifadesi kullanılmaktadır.

1.6. Kapsam, Sınırlılıklar ve Varsayımlar

Araştırma, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sahip oldukları anlama boyutlarını performansları, düşünme yapıları ve uzamsal yetenekleri açısından incelemeyi hedeflediği için kullanılan veri toplama yöntemi ve teknikleriyle sınırlıdır. Öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sahip oldukları anlama boyutları ve performanslarını incelemek için farklı araç ve teknikler kullanılabilir. Bu araştırmada bu amaca yönelik olarak Lineer Cebir Testi oluşturulmuştur. Ayrıca, araştırmada görsel uzamsal yetenekleri belirlemek üzere Purdue Uzamsal Görselleme Testi ve düşünme yapılarını belirlemek üzere Matematiksel Süreç aracı kullanılmıştır. Araştırma, lineer cebir dersindeki kavramlara yönelik olduğundan, matematiksel alan açısından ortaöğretim matematik öğretmenliği lisans programında öğretimi yapılan Lineer Cebir I-II dersleriyle sınırlıdır. Araştırmanın katılımcıları, Lineer Cebir I-II derslerini alan öğrenciler içerisinden seçilen bir devlet üniversitesindeki 41 matematik öğretmen adayı ile sınırlıdır.

Süre açısından araştırma, 2012-2014 eğitim-öğretim yılları ile sınırlıdır. Araştırma deseni, bir tür durum çalışması üzerinden yürütüldüğünden, elde edilen bulgular herhangi bir genelleme kaygısı taşımamaktadır. Ayrıca öğretmen adaylarının araştırma kapsamındaki soruları yanıtlarken gerçek duygu ve düşüncelerini içtenlikle yansıttıkları varsayılmıştır.

BÖLÜM II: İLGİLİ ALAN YAZIN

Bu bölümde, araştırmanın amacı, yöntemi ve sonuçlarını aydınlatmaya yönelik bilgilere ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir. Çalışmada, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutları, bu kavramlarda sergiledikleri performansları ve bireysel farklılık olarak uzamsal yetenekleri ve matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelenmesi hedeflenmiştir. Bu sebeple, "İlgili Alan Yazın" bölümünde öncelikle araştırmanın temelini oluşturan lineer cebir eğitimi, matematiksel anlama, uzamsal yetenek ve matematiksel düşünme yapıları ile ilgili alan yazın sunulacaktır.

2.1. Lineer Cebir Eğitimi

Matematik biliminin konusu; sayı, nokta, küme gibi soyut nesneler ve bu tür nesneler arasındaki ilişkilerdir (Altun, 2005). Milli Eğitim Bakanlığı (MEB, 1976) matematiği, düşüncelerin tümdengelimli bir işletim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar gibi soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel ad şeklinde tanımlamaktadır. Matematiğin nasıl doğduğuna dair yaklaşımlardan biri matematiği, araç ve amaç olmak üzere iki şekilde inceler. Araç olarak matematik, bir takım bağlantı ve yorumlarıyla insan hayatına destek verir; amaç olarak matematik ise yalnızca bilme ihtiyacının ürünü, bir düşünme ve doğruyu arama uğraşıdır (Altun, 2005). Matematik konu alanları itibari ile sayılar, cebir, ölçme, geometri ve istatistik olmak üzere beş temel alana ayrılır. Matematiğin önemli alanlarından bir olan cebiri, Sfard (1995) genel hesaplama bilimi olarak tanımlarken, Usiskin (1988) cebiri 4 kategoride ele almıştır. Bunlar, cebir genelleşmiş aritmetiktir, cebir belli tür problemleri çözen yöntemler bilgisidir, cebir nicelikler arasındaki ilişkilerin bir çalışmasıdır, cebir yapıların bir çalışmasıdır (akt. Akgün, 2007). Cebir genelleşmiş matematik olarak ele alınırsa, değişme özelliği, birleşme özelliği gibi sayı sistemlerinin özellikleri ile ilgilenir. İşlemlerin bir çalışması olarak düşünüldüğünde, denklemlerin, eşitsizliklerin ve denklem sistemlerinin çözümlerini bulmak için öğretilen işlemler kümesidir. Nicelikler arasındaki ilişkilerin bir çalışması olarak değerlendirilirse fonksiyon ve bağlantıların nümerik, sembolik veya grafik olarak gösterilip gösterilmeyeceği ile ilgilidir. Diğer bir boyutu ise nicelikler arasındaki bağlantılarla çalışırken, genellikle işlemler bilgisinin verilen problemleri çözmek için gerekli olmasını sağlar. Cebire yapıların bir çalışması olarak bakıldığında ise soyut cebir ve lineer cebir çalışmaları öne çıkmaktadır. Soyut cebir, grup, halka ve cisimler üzerinde çalışılan matematiğin bir dalıdır. Lineer cebirin ise temelinde vektörler ve matrisler yer alır. Lineer cebir alanına, matematiğin cebir, analitik geometri, analiz, diferansiyel denklemler, fraktal geometri, nümerik analiz gibi birçok alanında karşılaşıldığı gibi; anatomi, genetik, kimya, fizik, istatistik, bilgisayar teknolojileri, mühendislik, ekonomi gibi farklı disiplinlerde de karşılaşılmaktadır. Matematiğin alt dallarında lineer cebir amaç olarak yer almakta iken farklı disiplinlerde araç olarak değerlendirilmektedir. Bilgisayar bilimlerinde lineer cebirin kullanımının bir örneği olarak üç boyutlu grafikler verilebilir. Gözlemcinin bakış açısı değiştikçe grafiğe lineer bir dönüşüm uygulanır. Kimyanın en temel prensibi olan Kütlenin Korunumu Yasası'nda lineer bileşim kavramı ve lineer denklem sistemleri ön plana çıkmaktadır. Ekonomi alanında maliyet, kar-zarar hesapları yapılırken değişkenler çok fazla olduğu için matris gösteriminde faydalanılır ve bu hesaplamalar esnasında lineer denklem sistemlerinden faydalanılır. Hem disiplin için hem de disiplinler arası bu denli uygulamaya sahip lineer cebir dersinin önemi ülkemizde son on yıldır kendini göstermekte iken uluslararası platformda özellikle son otuz yıldır öğrenimi ve öğretimi üzerine vurgu yapılmaktadır.

Lineer cebir eğitimi üzerine yapılan çalışmaların temeli 1990'lı yıllarda kurulan Lineer Cebir Öğretim Programı Çalışma Grubu'nun (Linear Algebra Curriculum Study Group, LACSG) tespitleri ve önerileri ile başlamıştır. Carlson ve diğerlerine (1993) göre lineer cebir ders planı ve sunumu üniversite öğrencilerinin ihtiyaçlarını karşılamalı ve ilgisini uyandırmalı, teknoloji desteği ile öğretim yapılmalıdır. Ayrıca Dubinsky (1997) bu önerilere öğrencilere zorluk yaşatan çoğu temel lineer cebir konuları belirtilmeli; bu zorlukların nedenleri öğrenilmeli ve öğrencilere yöneltilen sorular bu zorlukları aşmak için olmalı şeklinde yeni öneriler eklemiştir. Harel (1997), öğrencilerin lineer cebir dersini anlamlandırmada ve şimdiye kadar gördükleri matematik dersleriyle ilişkilendirmede çektikleri güçlükleri üzerine yürüttüğü çalışmasında öğrencilerin altyapılarının ve hazır bulunuşluk düzeylerinin lineer cebiri öğrenmede önemli olduğunu ifade etmektedir. Dorier ve Sierpinska (2001) öğrencilerin lineer cebiri neden zor bulduklarını 3 sebeple açıklıyor:

1. Öğrencilerin karşılaştığı tüm lineer cebir problemleri vektör uzayları teorisi olmadan da çözülebiliyor. Soru çözümünde aksiyomatik yaklaşımı kullanmak öğrenciler için gereksiz gelebiliyor.
2. Lineer cebir dersi dillerin ve temsillerin patlayıcı bir birleşimidir. Doğrular ve düzlemlerin geometrik dili, n boyutluların, matrislerin ve lineer denklemlerin cebirsel dili, vektör uzaylarının ve lineer dönüşümlerin soyut dili yansıtmaktadır.
3. Lineer cebir çok yüksek seviyede bilişsel bakış açısı gerektirmektedir. Öğrencilerin bu gerekliliği karşılamaları için öğrencilerin beklentilerini arttırmak gerekmektedir.

Lineer cebirde yaşanılan güçlüklere yönelik yaptığı araştırmasında kendi tecrübesini paylaşan Carlson (1993) öğrencilerinin lineer denklem sistemlerini nasıl çözüldüğünü ve matris hesaplamalarının nasıl yapıldığını öğrendiklerini; alt vektör uzayları, germe ve lineer bağımsızlık konularına geldiklerinde ise öğrencilerinin zihinlerinin karıştığını ifade etmektedir ve bunu üzerlerine sis bulutu çökmesi şeklinde analoji ile sunmaktadır. Öğretmenler olarak sis bulutunu tamamen kaldırılamasa bile azaltılabileceğini belirtmektedir. Bir başka araştırmasında Carlson (1997) , alt vektör uzayları, germe ve lineer bağımsızlık kavramlarının lineer cebirin merkezi olduğu ifade etmiştir. Bu kavramlarda yaşanılan zorlukların sebepleri olarak lineer cebir dersinin okul döneminin erken zamanlarında öğretildiği, bazı kavramların Gauss Eleme yöntemi ya da matrislerin çarpımı gibi işlemsel algoritmalarının olmadığı, zorlanılan kavramların farklı sorularda farklı algoritmalar gerektirmesi, bu kavramların öğrencilerin önceki bilgileri ilişkilendirilmeden öğretilmesi olarak gösterilmektedir.

Lineer cebirle ilgili yapılan çalışmalar eğitim seviyesi bağlamında ele alındığında, ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde çeşitli araştırmalara rastlanmıştır (Dede, 2005; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Erçerman, 2008; Oktaç, 2008). Üniversite düzeyinde yürütülen çalışmalar ise oldukça kapsamlıdır (Aydın, 2007; Pecuch-Herrero, 2000;

Uhlig, 2002; Sierpinska, 2000; Stewart; 2008; Mingus, 1996; Berry ve diğerleri; 2008; Doğan- Dunlap, 2006; Harel ve Tall, 1989; Trigueros, Oktaç ve Manzanero; 2007; Kardeş, 2010; Stewart ve Thomas, 2004; Kardes-Birinci, Givvin ve Stigler, 2016a, 2016b).

Bu araştırmada "lineer cebir kavramları" ifadesi, vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim ve bağımsızlık, taban ve boyut kavramlarını kapsamaktadır.

2.2. Matematiksel Anlama

Anlama, okulda ve okul dışında sıklıkla kullanılan bir terimdir. Okul dışında karşılıklı duyguların kabul edilmesi olarak ifade edilirken, okulda entelektüel kapasitenin sorgulanması olarak algılanmaktadır. Matematiksel anlama ise, öğretmen tarafından öğrencinin matematiği anlaması öğretimin amacına ulaştığı, önemli bir başarı; öğrenci için ise matematiği anlama parlak bir gelecek anlamı taşır.

Teorik olarak anlama, ilk kez Piaget (1951) tarafından dengeye ulaşma ile açıklanır. Bireyde doğuştan getirilen nesne, olay ve olguların yerleştirildiği en basit çerçeveye şema olarak adlandırılır. Şemalar çevre ile etkileşim-deneyim sonucunda çoğalırlar ve yeniden düzenlenebilen yapıları vardır. Denge sürecinin diğer iki önemli kavramı ise özümseme ve uyumsamadır. Özümseme, bireyin karşılaştığı yeni bir durumu var olan şemalarıyla açıklamaya çalışması olarak tanımlanmaktadır. Uyumsama ise bireyin mevcut şemaları yetersiz kaldığında şemaların genişlemesi ya da değişmesi olarak açıklanmaktadır. Birey, yeni karşılaştığı bir durumu ya da nesneyi ilk olarak daha önceden oluşturduğu şeması için değerlendirmektedir (özümleme), ardından bu değerlendirmenin yetersiz kalması halinde bilişsel denge bozulacağı için bu dengeyi uyma (dengeleme) aracılığıyla yeniden kurmaya çalışmaktadır. Bireyin içinde bulunduğu çevreye uyum sağlama isteğine bağlı olarak dengeleme gerçekleşmektedir.

Matematiksel anlama yaklaşımları ise Skemp (1976) ile başlar. Skemp'e göre anlama, eşsesli bir kelime olarak tanımlanır ve ilişkisel ve işlemsel anlama olarak sınıflandırılır. İlişkisel anlama, neyi niçin yaptığını bilmek olarak tanımlanırken; ilişkisel anlama ise sebepsiz kurallar listesi olarak açıklanabilir. İlişkisel anlamanın yararları;

- Yeni durumlara daha kolay adapte edilebilir. İlişkisel anlama, sadece hangi yöntemin işlediğini bilme değildir niçin işlendiğine bilmektir. Yöntemi mümkünse yeni problemlere adapte edilebilmektir. Kurallı anlama ve yöntemin hangi problemlerde çalıştığını, hangilerinde çalışmadığını ezberlemek, ayrıca her yeni problem için farklı bir yöntem ezberlemektir.
- Hatırlaması kolaydır, fakat öğrenmesi zordur. Öğrencilere üçgenin alan formülünün a.b/2 olduğunu öğretmek neden öyle olduğunu öğretmekten kolaydır. Fakat dikdörtgen, paralelkenar yamuk alan formüllerinin üçgenin alan formülünden bulunabileceğini bilmeyi ilişkisel anlama sağlar. Her defasında kuralları türetmesi beklenmez nereden çıktığını bilmesi önemlidir ve bu şekilde bağlantıları hatırlamak daha kolaydır. İlişkisel anlama için yapılan öğretim daha zordur.
- İlişkisel bilgi kendi içinde bir amacı olarak etkili olabilir. Öğretmenlik mesleğinin motivasyonel tarafı kullanılarak ceza ve ödül ihtiyaçları önemli ölçüde azalır.
- İlişkisel şemalar organik özelliktedir. Yeni öğrenilen mevcut şemanın içine yerleşiyor ve yeni bağlantılar kurmak için arayış devam ediyor. Tıpkı bir hayvanın beslenme için yeni bölge keşfetmesi gibi.

İşlemsel anlamanın yararları ise,

- Kolay anlaşılır, kullanması pratiktir, hızlıca doğru cevaba götürür.
- Öğrenciye kolaylıkla ve hızlıca doğru cevap verdiği için öğrencinin özgüvenini geliştirir.
- Geçerli, hızlı ve doğru cevap vermek için daha az bilgi gerektirir.

Bu anlama türlerinden hangisinin iyi olduğunun tartışmasının yerine öğretmen ve öğrenci arasında oluşabilecek uyumsuzluklara önem verilmelidir. İki çeşit uyumsuzluk oluşabilir. Birincisi, kurallı anlamak isteyen öğrencilere ilişkisel anlamalarını isteyen öğretmen öğretim yapabilir. İkincisi, ilişkisel anlamak isteyen öğrencilere kurallı anlamalarını isteyen öğretmen öğretim yapabilir. Üçüncü uyuşmazlık ise öğretmen ve kitap arasında olabilir. Öğretmen kurallı anlamayı dikkate alırken kitap ilişkisel anlamayı vurgulayabilir. Öğretmenler daha çok kurallı anlamaya dayalı öğretimi tercih etmektedir. Bunun sebepleri olarak ise ilişkisel anlamada başarıya giden yolun uzun olması, öğrencilerin sınav için ihtiyaç duyduğu bilgiyi ilişkisel anlamasının çok zor olması, öğrencilerin ilişkisel anlamaları için mevcut şemalarını kullanmalarının ekstra beceri gerektiriyor olması, meslekte yeni olan bir öğretmenin kurallı anlamaya dayalı öğretim yapılan okullarda başlaması gösterilebilir. Skemp teorisini bir analoji ile açıklar. Bir kasabaya ilk kez giden biri kasabanın bilişsel haritasını çıkartırsa, kaybolmayacağını, yolları karıştırmayacağını ve başlangıç ile bitiş noktalarına bağımlı kalmayacağını ifade eder. Harita çıkarmak yerine ofis, yemekhane ve kaldığı yer arasındaki yolları ezberlediğinde yolları karıştırması beklenir.

Skemp'in (1976) öne sürdüğü anlama modelinden sonra, Byers ve Herscovics (1977) dört yüzlü anlama modeli öne sürmüşlerdir. Skemp'e ek olarak sezgisel anlama ve formal anlamanın varlığından bahsedilmektedir. Bu anlama modellerinin zayıflıklarını göstermek için çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Backhouse, 1978; Buxton, 1978; Tall, 1978). Herscovics ve Bergeron (1983) sezgisel anlama, ilk kavramsallaştırma, soyutlama ve formalleştirme seviyelerinin olduğu bir anlama yaklaşımını açıklamıştır. Skemp (1987) ise yaklaşımına formal anlamayı katarak yaklaşımını revize etmiştir.

Matematiksel anlamayı açıklamaya çalışan teoriler bunlarla sınırlı kalmamıştır. Günümüze kadar matematiksel anlamayı açıklamaya yönelik birçok araştırmacı tarafından yaklaşımlar getirilmeye çalışılmıştır (Pirie ve Kieran, 1989; Hiebert ve Carpenter, 1992; Sierpinska, 1994).

Matematiksel anlamayı açıklamaya çalışan en güncel anlama yaklaşıma Usiskin'e (2012) aittir. Usiskin'e göre, matematiksel aktiviteler kavramları, problemleri ve soruları içerir. Matematikçi kavramları soruları ve problemleri cevaplamak için bulur ve kullanır, matematikçi kavramları betimlemek için soruları ve problemleri kurar. Matematiği tam olarak anlamak için kavramları, problemleri ve ne anlama geldiğini anlamak gerekmektedir. Fakat matematik eğitimcisi için matematiği anlamayı bir kimsenin matematiği öğrenme bakış açısıyla görmesi (bu öğrenmeyi hayatta, işte, keyfi olarak veya bir testte kullanıp kullanmaması) doğaldır.

Usiskin, Skemp'in bu yaklaşımının hala matematiksel anlamanın anlamının ne olduğuna yönelik en yaygın betimleme olduğunu düşünmektedir ve Skemp'in ilişkisel ve ilişkisel anlama yaklaşımına katıldığını ama bunların farklı ders olduğunu düşünmediğini belirtmektedir. Aynı dersi anlamanın farklı yönleri olarak düşünmektedir. Ayrıca her biri Skemp'in iki çeşidinden farklı olarak anlama çeşitleri ya da yönlerinin ikiden daha fazla olduğunu düşünmektedir. Fakat bütün farklı anlama yönleri aynı derse aittir. Bu sebeple, bu yönlere anlama boyutu ismini vermiştir. Anlamayı 5 boyutta ele almaktadır:

2.2.1. Beceri-Algoritma Boyutu

Yoldan çevrilen rastgele birine kesirlerde çarpma işlemini anlayıp anlamadığını sorduğunuzda tipik cevap "evet, payları ve paydaları çarpıp cevabı elde ediyorsun." olmaktadır. Akademi dünyası hariç, anlama doğru cevap vermeyle eşit görülmektedir. Cevabı nasıl elde edeceğini bilme, bir kavramın prosedürel anlaşılmasının özüdür. Çünkü, algoritmalar otomatik olarak yapılmaktadır ve biz bir prosedür uygulamayı anlamanın karşıtı olarak görürüz. Prosedürel anlama algoritma uygulamadan daha fazlasıdır. İki kesrin çarpılması işleminde kesirlerinin durumuna göre, en az yedi farklı yol bulunur.

Becerinin bazen düşünmenin en alt sırasında yer aldığı düşünülür. Buna göre prosedürel anlama, kavramsal anlama kadar derin olmadığı görülmektedir. Prosedürel anlamanın düşünüldüğü gibi en alt düzeyde olmadığını düşünüyorum. Bu kişiler becerilerini gösterirken çok sayıda karar vermektedirler ve beceri- algoritma anlamalarına sahiptirler. Siz ve ben kesirlerde çarpma işlemi yaparken beceri-algoritma anlamasını gösterir ve doğru cevabı elde ederiz. Birçok kişi bu çeşit anlamaya sahip çünkü beceri üzerinde çalışmaya çok zaman harcıyoruz.

- "Kesirlerde çarpma işlemi yapılırken, paylar çarpılır paya, paydalar çarpılır paydaya yazılır ve cevap elde edilir."
- "Kesirlerde çarpma işlemi yapılırken sadeleştirme yapılabilen sayılar varsa önce sadeleştirme yapılır, sonra paylar çarpılır paya, paydalar çarpılır paydaya yazılır ve cevap elde edilir."

- “Kesirlerde çarpma işleminde çarpanlardan biri tam sayı ise onun paydasında ‘gizli 1’ vardır.”

Anlamanın bu boyutu Skemp’in (1976) işlemsel anlama boyutu ile örtüşmektedir. Cevaba “nasıl” ulaşılacağını bilme olarak özetlenebilir.

2.2.2. Özellik-ispat boyutu:

Birçok insan için anlama, kolaylıkla doğru cevabı elde etmekten daha farklı anlam taşımaktadır. Cevabın altında yatan matematiksel özellikleri belirleyemedikçe bir şeyi gerçekten anlamış olunmayacağı düşünülmektedir. Bu çeşit anlama ortaokul matematik öğretmenleri için matematik derslerinde sıklıkla bulunur.

Anlamanın özellik-ispat anlama boyutu, beceri-algoritma anlama boyutundan oldukça farklıdır. Bu boyut sayesinde öğrenci matematiksel bir kuralı türetirken, kuralın rastgele oluşmadığını, özelliğin daha genel özellikler kullanılarak çıkarılabildiğini öğrenmiş olmaktadır. Kavramların özelliklerini anlamanın beceri olarak anlamaya dönüşmesi otomatik gerçekleşmemektedir. Beceri pratik gerektirir ve zamanla gelişir. Bugün hala geçerlidir ki bir kimse aritmetiğin altında yatan matematiksel teoriyi bilmeden gerçekten aritmetiği anlayamaz. Aşağıda kesirlerde bölme işleminin altında yatan matematiksel teorinin örneği sunulmaktadır.

$\frac{a}{b}.\frac{c}{d} = \left(a.\frac{1}{b}\right).\left(c.\frac{1}{d}\right)$ Bölmenin tanımı

$= a.\left(\frac{1}{b}.c\right).\frac{1}{d}$ Çarpmanın birleşme özelliği

$= a.\left(c.\frac{1}{b}\right).\frac{1}{d}$ Çarpmanın değişme özelliği

$= (a.c).\left(\frac{1}{b}.\frac{1}{d}\right)$ Çarpmanın birleşme özelliği

$= (ac).(\frac{1}{bd})$ (Çarpmaya göre tersinin tekliği)

$= \frac{ac}{bd}$ Bölmenin tanımı

Anlamanın özellik ispat boyutu, cevabı “niçin” elde ettiğini bilme olarak özetlenebilir.

2.2.3. Kullanım-Uygulama (modelleme) boyutu:

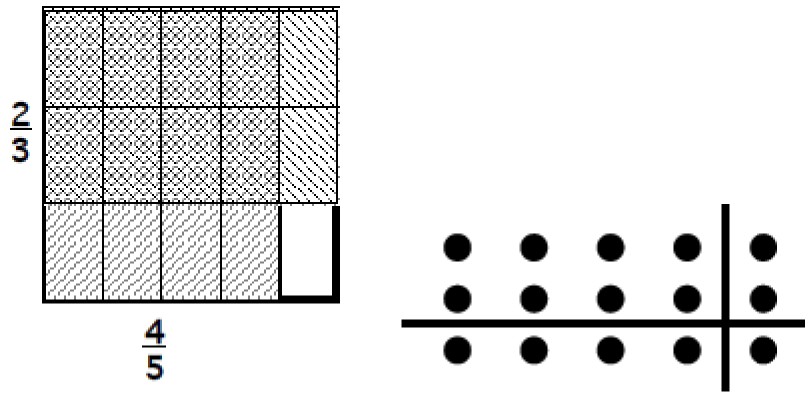
Bir kimse bir şeyin nasıl yapıldığını ve niçin kullandığı metodun çalıştığını bilebilir fakat “ne zaman” kullanacağını bilmeden tam olarak anlamış sayılmaz. Anlamanın bu boyutu, beceri-algoritma ve özellik-ispat anlama boyutlarından farklıdır. Anlamanın bu boyutu, beceri- algoritma boyutuna göre daha yüksek düzeyde düşünme içermektedir.

Öğrenciler bir kavramın kullanımlarını bilmeden hem matematiksel özelliklerini hem de algoritmalarını bilmektedirler. Bu durum dünya çapında ortaktır. Kağıt-kalem çalışması ile öğrencilere haftalarca aritmetiği öğretmek için zaman harcanmaktadır. Fakat bu aritmetiği öğrencilere nasıl uygulayacaklarını öğretmek için çok daha az zaman harcanılmaktadır. Kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili kullanım-uygulama anlama boyutunu içeren uygulama örnekleri aşağıda sunulmaktadır:

- Dikdörtgensel bölge şeklindeki bir tarlanın kenar uzunlukları 2/3 ve 4/5 km’dir. Bu tarlanın alanı nedir?
- Bir inek 3 saatte 2 km yol yürüyebiliyorsa, 48 dakikada kaç km yürür?
- İki bağımsız olayın gerçekleşme olasılıkları 2/3 ve 4/5’tir. İkisinin birlikte gerçekleşme olasılığı nedir?

2.2.4. Temsil-metafor boyutu:

Yukarıda bahsedilen anlamanın üç boyutu bir matematiksel kavramı anlamanın ne anlama geldiğini tam anlamıyla açıklamamaktadır. Bilişsel psikologlara göre, bir kimse kavramı bir şekilde temsil edemedikçe matematiği gerçekten anlamış sayılmaz. Bu yollar somut materyal, grafik, metafor olabilir. Bir kimse kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili bu temsilleri hiç görmemiş olsa bile kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili derin bir bilgiye sahip olabilir. Birçok öğrenci matematiğin herhangi bir konusunu bir somut materyale dokunmadan ya da bir temsili görmeden öğrenmektedir. Aşağıda kesirlerde çarpma işleminin cebirden farklı temsilleri ile ifade edilmesinin örnekleri sunulmaktadır.



Şekil 2.1. Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu

Yukarıda anlamanın dört farklı boyutuna yer verilmiştir. Bu anlama boyutları birbirinden bağımsızdır ve her biri ayrı ayrı öğrenilebilir. Hiçbir anlama boyutu diğerinin öncülü değildir. Bazı matematikçiler gerçek hayat durumlarıyla başlar, bazıları beceriyle, diğerleri somut materyalle ve şimdilerde olduğu gibi bazıları önce matematik teorisiyle başlar ve diğerlerinin sonradan geldiğine inanır. Bu anlama boyutlarında farklı ama okul matematiğinde pek sık rastlanmayan bir anlama boyutu daha vardır: Tarih-kültür anlama boyutu. Matematik nasıl ve niçin doğdu? Zamanla nasıl gelişti? Farklı kültürlerde nasıl kabul edilir? Matematik tarihi ve kültürler arası matematik çalışan kimselere bu çalışmalar matematiksel kavramları anlamalarını sağlamaktadır.

2.2.5. Tarih-kültür boyutu

Anlamanın beşinci boyutu olan ve çoğu matematik tarihi kitabında yer alan ve aşina olduğumuz bu boyut, genetik yaklaşımla öğrenmeye (öğrenme aktivitelerinin konunun tarihsel gelişimine paralel olarak ilerlemesi) inanan matematik eğitimcileri için oldukça önemlidir. Ayrıca matematiksel kavramların kültürel tarihi etnomatematiğin merkezidir. Örnek olarak, Öklid, Fermat, Descartes'in geometri ile ilgili çalışmaları verilebilir.

Matematik tarihinin matematik eğitimindeki rolü son yıllarda araştırmacılar tarafından üzerinde durulan bir başka önemli husustur; birçok ulusal ve uluslararası konferanslarda önemine işaret edilmektedir. Örneğin, matematik tarihinin matematik öğretimine entegrasyonu International Congress on Mathematics Education (ICME) 2000'in ana temasını oluşturmaktadır (Baki, 2015, s. 4). Matematik tarihinin sınıflarda hangi alanlarda kullanılmışının daha etkili olacağı sorusunun cevabı, 2002 yılında düzenlenen ICTM-2 Uluslar arası Matematik Öğretimi Konferansı'ndaki "Matematik Eğitiminde Matematik Tarihinin Rolü" isimli panelde aranmıştır (Özdemir ve Göktepe, 2012).

2.2.6. Usiskin Anlama Boyutlarının Matematik Eğitimindeki Yeri

Anlama boyutları teorisi matematik eğitimi araştırmalarında birçok farklı şekilde kullanılmıştır. Thompson, Kaur ve Bleiler (2010) bu çok boyutlu yaklaşımı öğrencilerin matematiksel bilgilerin değerlendirilmesinde kullanmışlardır ve anlamalarının boyutlara göre nasıl farklılaştığını betimlemişlerdir. Plooy ve Long (2014) bu yaklaşım ile bilişsel düzeylerin nasıl değerlendirilebileceği ile ilgili bir matris hazırlamışlardır. Bu matrisin satır ve sütunlarını anlama düzeyleri ve anlama boyutları oluşturmaktadır. Long ve Dunne (2014) anlama boyutlarının ilkokul düzeyinde matematik öğretimi yaklaşımlarına bir örnek olarak sunmuşlardır. Yı, Yoo ve Lee (2013) trigonometrik oranlar konusunda özellik okul matematiğinde olmayan tarih-kültür boyutunun kavramların anlaşılmasındaki etkisini incelemişlerdir. Deneysel desen kullanılan çalışmada, deney grubunun kontrol grubuna göre daha iyi anlamaya sahip olduğu gözlemlenmiştir. O'Sullivan (2014) ise matematik ders kitaplarının analizinde anlama boyutlarını kullanmıştır. Ders kitaplarını anlamanın beş boyutu bağlamında analiz etmiştir.

2.3. Uzamsal Yetenek

Dünya genelinde uzamsal yetenek kavram ile ilgili yapılan ilk çalışmalar 20. yüzyılın başlarında psikologlar tarafından yürütülmüştür. 1950'ler itibariyle matematik eğitimi alanında matematiksel yetenekler ile uzamsal yetenekler arasındaki ilişkiyi açıklamak amacıyla araştırmalar yapılmıştır (Ünal, 2005). Ülkemizde ise, bu kavram özellikle son on yılda matematik eğitimi alanında birçok araştırmanın odağında yer almıştır (Taşova, 2011; Ünal, 2005; Tuğrut, 2007, 2010; Sevimli, 2009; Kösa, 2011).

Terminolojik açıdan bu kavram farklı araştırmalarda uzamsal yetenek, uzamsal beceri, uzamsal algı, uzamsal his olarak isimlendirilip kullanılmıştır. Bu araştırmada kavram, "uzamsal yetenek" olarak kullanılacaktır.

Uzamsal yetenek kavramının isimlendirilmesinde karşılaşılan farklılık tanımlanmasında da karşımıza çıkmaktadır (Kösa, 2011; Turğut, 2007, Kayhan, 2005; Olkun ve Altun, 2003). Uzamsal yetenek ilk olarak üç boyutlu uzaydaki nesnelerin hareketlerinin canlandırılması ile kavrama ve zihinde nesnelerin hareket ettirilmesi yeteneği olarak tanımlanmıştır (French, 1951; akt. McGee, 1979). Lohman (1979) uzamsal yeteneği, bir görsel imgeyi oluşturabilme, bir şekli yeniden düzenleme ya da başka bir şekle dönüştürebilme olarak tanımlarken; Ekstrom ve arkadaşlarına (1976) göre uzamsal yetenek, bir yapılandırmayı oluşturan şekillerin veya bu şekilleri oluşturan kısımların değiştirilmesi ile verilen düzenin veya yapının nasıl değiştiğini belirleme yeteneğidir (akt. Delialioğlu, 1996). Olkun (2003) ise nesnelerin ve bu nesnelerin parçalarının döndürülmelerini üç boyutlu uzayda hayal edebilme olarak tanımlamaktadır.

Uzamsal yeteneğin tanımlanmasındaki temel farklılıklar, bu kavramın farklı bileşenlerden oluştuğu iddiasından kaynaklanmakta ve araştırmacılar arasında bu konuda da fikir birliği görülmemektedir. Bileşenler, sayısı ve isimleri bakımından farklılaşmakla birlikte, aynı isme sahip bileşenler farklı tanımlandığı literatürde görülmektedir. Bileşenlerle ilgili sınıfta Tablo 2.1.'de görüldüğü şekilde Tuğrul'dan (2007) geliştirilerek aktarılmıştır.

Bu araştırmada, McGee (1979) ile Clements'in (1998) uzamsal yetenek bileşenlerine yaklaşımları esas alınmıştır. Bu araştırmacılar uzamsal yeteneği, uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim olmak üzere iki bileşen ile açıklamışlardır. Uzamsal görselleştirmeyi Clements (1998) iki boyutlu ve üç boyutlu nesnelerin zihinde canlandırılan hareketlerini anlamak ve bu hareketleri gerçekleştirebilme becerisi olarak tanımlarken, McGee (1979) görsel bir nesneyi zihinde açma, döndürme, bükme ve tersyüz etme beceri si olarak tanımlamıştır. Ayrıca McGee (ibid), daha önce yapılmış çalışmaları özetleyecek şekilde uzamsal görselleştirme bağlamında dört yetenekten bahsetmektedir: Çizilmiş bir şeklin yönünü belirleyebilme; tamamı ya da bir bölümü hareketli bir nesneyi algılama; üç boyutta hayali hareketleri anlama, hayal gücüyle nesneleri hareket ettirebilme; bir uzamsal ilişkiyi başka bir forma dönüştürebilme yeteneği. Uzamsal yeteneğin bir diğer bileşeni olan uzamsal yönelimi, Clements (1998) kişinin kendi konumunu göz önünde bulundurarak uzaydaki farklı pozisyonlar arasındaki ilişkiler üzerinde yapılan işlemleri anlama becerisi olarak tanımlarken, McGee (1979) hareket etmeyen bir cisme başka bir açıdan bakmak olarak tanımlamaktadır.

Tablo 2.1. Uzamsal Yeteneğin Bileşenleri

		Bileşenler				
		Uzamsal Kavrama	Uzamsal Yönelim	Uzamsal Görselleştirme	Zihinde Döndürme	Uzamsal İlişkiler
Yaklaşımlar	McGee (1979) ile Clements (1998)		x	x		
	Linn ve Petersen (1985)	x	x	x		
	Lohman (1988) ile Smith (1998)		x	x	x	
	Pellegrino ve diğerleri (1984) ile Olkun (2003)			x		x
	Contero ve diğerleri (2005)		x	x		x

Ayrıca McGee (ibid), uzamsal yöenlim başlamında altı farklı yetenekten bahsetmektedir:

- Farklı üç boyutlu nesneler arasındaki ilişkileri belirleyebilme,

- Farklı açılardan verilmiş ya da hareket ettirilmiş bir nesneyi tanımlayabilme,
- Gözlemcinin hareketi durumunda uzamsal ilişkileri düşünebilme,
- Uzamsal ilişkileri sezebilme ve birbirleriyle tamamlayabilme,
- Karışık bir şekilde verilmiş bir nesneyi eski haline döndürebilme,
- Üç boyutlu nesneleri algılama ve boşlukta nesnelere göre bir yön sürdürme.

Uzamsal yönelim bileşeninde cismin zihinde hareket etmesi değil, cisme bakan kişinin bakış açısının ya da bakış noktasının değişimi söz konusudur. Uzamsal yetenek bileşenleri olan uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim arasındaki temel fark budur (McGee, 1979).

Uzamsal yetenek her ne kadar isimlendirilmesi, tanımlanması ve bileşenleri itibariyle matematiğin geometri alanına işaret etse de aynı zamanda diğer alanları ile de ilişkili olduğu çeşitli araştırmalarla görülmektedir (Taşova, 2011; Turğut, 2010; Yıldız, 2009).

Taşova (2011) matematiksel modelleme sürecinde görselleme beceri düzeylerinin nasıl etkili olduğunu incelemiş ve araştırmasında uzamsal yetenek bileşenlerinden uzamsal görselleştirme yeteneğinin zihinde döndürme yeteneğine göre daha zayıf olduğunu ve uzamsal yetenek düzeylerinin matematiksel modelleme sürecini etkilediğini ifade etmiştir.

Araştırma problemlerinden biri teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin matematik öğretmeni adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisinin incelenmesi olan Turğut (2010) araştırmasında, teknoloji destekli lineer cebir öğretimi yapılan deney grubu öğrencilerinin uzamsal test puanları daha yüksek çıkmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının uzamsal yetenek düzeyleri ile lineer cebir performansları arasında pozitif orta düzeyde bir ilişkiye rastlanmıştır.

Üç boyutlu sanal ortam kullanımı ve somut materyal kullanımın uzamsal yeteneğe etkisinin araştırılması amacıyla yürütülen araştırmada uzamsal yetenek bileşenleri puan düzeylerinde artış olmuştur (Yıldız, 2009).

2.4. Matematiksel Düşünme Yapıları

Matematiksel düşünme yapılarından bahsetmeden önce matematiksel düşünme kavramının tanımlanması daha uygun görülmüştür. Matematiksel düşünme, bireyin önceden öğrenmiş olduğu matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak, tahminde bulunma, soyutlama, genelleme, ispatlama, hipotezle test etme, yeni yaklaşımlar ve bilgiler elde etme ve yeni ulaşılan bilgiyi olumlu veya olumsuz örnekleyebilmesi olarak tanımlanmaktadır (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005). Bu süreçler kişiden kişiye değiştiği gibi bireyin düşünme şekli zamana, duruma, karşılaşılan probleme göre de değişiklik gösterir (Tekin, Özmutlu ve Erhan, 2009). Matematiksel düşünme sürecinin bir çeşit sınıflandırması olan matematiksel düşünme yapıları, Krutetskii (1976) tarafından geliştirilmiştir. Bu modelde matematiksel düşünme analitik, harmonik ve geometrik olmak üzere üç düşünme yapısı sınıfından oluşmaktadır. Bu yapılar, bireyin yeteneğini değil sözel-mantıksal ya da görsel-resimsel öğelere yatkınlığını yani tercihini açıklamaya çalışır; düşünme yapıları yetenek değil tercihtir. Bu iki öğenin güçlülüğü veya zayıflığı, öğrencinin analitik, geometrik ya da harmonik düşünme yapısında olup olmadığını belirlemektedir. Fakat bu düşünme yapıları arasındaki sınırlar kesin bir ifadeyle birbirinden ayrılmamaktadır.

Analitik düşünme tarzı geometride görüldüğü gibi geometrik düşünme tarzı da cebirde görülebilmektedir. Analitik düşünme yapısına sahip bireyler, problem çözüm sürecinde sözel-mantıksal yöntemlere güçlü yatkınlıkları söz konusudur. Bu kişilerin uzamsal yetenekler geometrik düşünme yapısına sahip olan bireylere göre daha zayıftır. Geometrik düşünme yapısına sahip bireyler, problem çözüm sürecinde görsel-resimsel yöntemlere güçlü yatkınlıkları söz konusudur. Bu kişilerin aynı zamanda ortalamanın üzerinde sözel-mantıksal yöntemlere yatkınlıkları vardır. Harmonik düşünme yapısına sahip bireylerin ise sözel-mantıksal ve görsel-resimsel öğelere güçlü ve eşit yatkınlıklara sahip olduğu görülmektedir.

Carbo (1980) matematik başarısı için, öğrencinin sahip olduğu düşünme yapısının belirlenip ona göre hareket edilmesinin öğrenci başarısını olumlu yönde etkileyecek bir hareket olduğunu belirtir. Birkey ve Rodman (1995) ise öğretmenlerin öğrencilerinin hangi düşünme yapısına sahip olduğunu bilmesi ve ders planını ona göre düzenlemesi gerektiğini ifade eder.

Matematiksel düşünme yapıları ile ilgili yapılan araştırmalarda, düşünme yapılarındaki farklılıkların bireylerin performansları, anlamaları vb. gibi değişkenler üzerinde etkili olduğu görülmektedir (Taşova, 2011; Delice ve Sevimli, 2012; Özhan-Turhan, 2011).

Ortaöğretim öğrencilerinin analitik geometri dersinde doğru birbirlerine göre durumları konusunda temsil geçişlerinin ve soruları çözerken tercih ettikleri temsil türlerinin düşünme yapıları bağlamında nasıl farklılaştığını inceleyen Özhan-Turhan (2011) analitik düşünme yapısına sahip öğrencilerin formül temsilli soruları ve geometrik düşünme yapısına sahip öğrencilerin şekil temsilini tercih ettikleri gözlemlemiştir. Harmonik düşünme yapısına sahip öğrencilerden geometrik düşünme yapısına sahip öğrencilere yakın puan alanların geometrik düşünme yapısına sahip öğrenciler gibi düşündükleri, analitik düşünme yapısına sahip öğrencilere yakın puan alanların da analitik düşünme yapısına sahip öğrenciler gibi düşündükleri sonuçlarına ulaşılmıştır.

Matematik öğretmeni adaylarının sahip olduğu matematiksel düşünme yapılarının matematiksel modelleme etkinliklerindeki görselleme sürecini nasıl etkilediğinin ve bu durumun bireysel veya grup olarak çalışıldığında nasıl değiştiğini inceleyen Taşova (2011), geometrik düşünen öğretmen adaylarının zihnin görsel-resimsel bileşenlerini sözel-mantıksal bileşenlerine göre büyük oranda daha az tercih ettikleri, modelleme etkinlikleri çözüm süreçlerinde farklı perspektiflerden yaklaşarak daha yüksek performans sergiledikleri görülmüştür.

Araştırmalarında "Farklı matematiksel düşünme yapısına sahip analiz dersi öğrencilerinin integral yoluyla hacim hesabı problemlerini çözme yaklaşımları arasında bir farklılık var mıdır?" sorusuna cevap arayan Delice ve Sevimli (2011) düşünme yapısı farklılıklarının matematik öğretmeni adaylarının problem çözme yaklaşımlarını ve başarısını doğrudan etkilemediğini fakat farklı düşünme yapısındaki katılımcıların, görsel süreçleri kullanma, yorumlama ve tercih etme algıları yönüyle farklılıklarının olduğunu ifade etmektedirler.

2.5. Kavram Tanımı ve Kavram İmgesi

Araştırma sürecinde ortaya çıkan problemlerden bir diğeri ise öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sahip oldukları kavram imgelerinin neler olduğudur. Bu bağlamda literatürde bir alt başlık olarak kavram tanımı ve kavram imgesi teorik çerçevesine yer verilmiştir.

Kavram tanımı ve imgesi, Tall ve Vinner (1981) tarafından önerilen, zihinsel yapıların oluşma sürecini açıklamaya çalışan modellerden biridir. Bu çatıya göre, tüm matematik kavramlarının ortak (formel) ve kişisel (informel) olarak çeşitli tanımları mevcuttur. Kavram tanımı, matematikçiler arasında kabul gören ve o kavramı kesin bir şekilde belirleyen kelimeler ve semboller bütünü olan ifadedir. Ders kitaplarında görülen veya öğretmenler tarafından sunulan ifadeler olarak da yorumlanabilir. Kavram imgesi, kavramla ilgili zihnimizdeki bütün bilişsel görüntüler, özellikler ve oluşumlar olarak ifade edilmiştir (Vinner, 1983; Tall ve Vinner, 1981). Kavram imgesi birikimlidir, zamanla değişebilir ve hafızada durağan olarak kalmaz (Vinner, 1991). Kavram imgesi kavramın formal tanımından farklı boyutlara sahip olabilir, bu ayrım karşılaşılan tüm durum veya problemlere uyumlu olmayabilir. Kavram imgelerinin bir boyutu aynı kavramın diğer imgeleri veya tanımı ile uyumsuzluk durumu potansiyel uyuşmazlık faktörü olarak adlandırılmıştır (Tall ve Vinner, 1981). Bazı kavram imgeleri ise bazı soruları ve problem durumlarını cevaplarken aktifleşebilir. Bu kavram imgeleri ise uyandırılmış kavram imgesi olarak adlandırılır (Tall ve Vinner, ibid).Bu modele göre öğrenciler birçok durumda kavram tanımı üzerinden değil o kavrama dair sahip oldukları kavram imgelerinden yola çıkarak hareket etmektedirler (Tall ve Vinner, 1981). Kavram imgesini, kavramı anlama yollarından biri olarak değerlendiren Harel'in (1998) Anderson'dan (1980) aktardığı üzere kavram imgesinin hafıza ve kavrama üzerinde derin etkilerinin olduğu belirtilmiştir. Etkili kavram imgesine sahip olan bir öğrenci kendi kelimeleriyle kavram tanımını ilişkilendirebilir, genel terimler üzerine düşünebilir, diğer kavramlarla bağlantı kurabilir ve zaman geçmesine rağmen kavramın anlamını hatırlayabilir (Harel, 1997).

Kavram tanımı ve imgesi teorik çatısı ilk olarak limit ve süreklilik kavramları örnekleri ile ele alınmıştır. Tall ve Vinner (1981) öğrencilerin bu kavramları zihinlerinde yapılandırma sürecinde formal tanımlarından ziyade imgeleri kullandıklarını ve ayrıca bu yaklaşımı problem çözme sürecinde de devam ettirdiklerini ifade etmektedirler. Bu çatı, öne sürüldüğünden itibaren günümüze kadar birçok matematiksel kavramın yapılandırılma sürecini açıklamaya yönelik araştırmalarda kullanılmıştır. Polinom, denklem ve fonksiyon (Tossavainen, Attorps ve Väisänen, 2012; Süzer, 2011; Dede, Bayazit ve Soybaş, 2010; Meehan, 2002; Vinner, 1983), monoton fonksiyon (Tossavainen, Haukkanen ve Pesonen, 2013), trigonometrik fonksiyon (Öner, 2013), kuadratik fonksiyonlar (Eraslan, 2005), limit (Aztekin 2012; Duru, 2011; Barak, 2007; Çetin, 2009; Przenioslo, 2004), süreklilik (Aydın ve Kutluca, 2010; Takači, Pešić ve Tatar, 2004), dörtgenler ve çokgenler (Türnüklü, 2014; Erşen ve Karakuş 2013; Türnüklü, Gündoğdu-Alaylı ve Akkaş 2013, Berkün, 2011), açı, çember, geometrik yer ve metrik (Gülkılık, 2008), silindir ve koni (Ertekin, Solak ve Delice, 2014), radyan (Akkoç, 2008), teğet (Tall, 1986), eğim (Aydeniz, 2011; Moore-Russo, Conner ve Rugg, 2011), grafikteki dönüm noktaları (Tsamir ve Ovodenko, 2013); değişim oranı (Bezuidenhout, 1998), türev (Hartter, 1995), integral (Delice ve Sevimli, 2011), irrasyonel sayılar (Kara ve Delice, 2012), kompleks sayılar (Nordlander ve Nordlander, 2012) bu kavramların başlıcalarıdır.

Adı geçen kavramlar çoğunlukla matematiğin analiz ve geometri alanlarına ait olmakla birlikte cebir alanında da araştırmalar yapılmıştır. Literatür taraması, lineer cebir alanında kavram imgeleri ve kavram tanımı üzerine yapılan araştırmaların sınırlı olduğunu göstermiştir. Harel (1998) lineer bağımsızlık, germe, vektör uzayları ve alt vektör uzayları kavramları üzerinden yürüttüğü araştırmasında, öğrencilerin bu kavramlarla ilgili olarak etkili kavram imgesi geliştirmek yerine tüm odaklarını kavramların tanımlarına ayırdıklarını, kavram tanımlarını kelimesi kelimesine ezber yaparak final sınavına kadar hatırlamaya çalıştıklarını ve sınavdan sonra tanımları hatırlamakta zorlandıklarını ifade etmektedir. Ayrıca öğrencilerin kavram tanımlarını unuttukları zaman tanımları yeniden yapılandırmak ve oluşturmak için yetersiz kaldıklarını eklemektedir. Lineer bağımsızlık/ bağımlılık kavramı üzerinden yürütülen araştırmalarında Ertekin, Solak ve Yazıcı (2010) öğretmen adaylarının teste verdikleri cevaplarında tanımı kullanmadıklarını, kavram tanımı üzerinden kavram imgesi olarak kabul edilebilecek geometrik yorumlanmasını kavramada başarısız olduklarını, kavramın formal tanımının ilgili kavram imgelerini oluşturmada yetersiz kaldığını ve kavramın tanımını işlemsel düzeyde yorumlayabildiklerini ifade etmektedirler. Ayrıca öğretmen adayları “Vektörler kesişiyorsa veya ortak noktaları varsa lineer bağımlıdırlar.” gibi yanlış varsayımlara dayalı kavram imgeleri geliştirmişlerdir. Öğrencilerin alt vektör uzayında sahip oldukları kavram imgeleri ve bu imgelerin formal kavram tanımı ile etkileşimi üzerine yapılan araştırmalarında Wawro, Sweeney ve Rabin (2011) öğrencilerin sahip oldukları imgeleri geometrik obje, cebirsel obje ve bütünün parçası olarak adlandırmıştır. Öğrencilerin kavram tanımına yaptığı yorumları ile sahip oldukları kavram imgeleri arasında tutarlılık olduğunu ve öğrencilerin tanım kullanmanın örnek olan ile örnek olmayanı belirlerken, alt vektör uzayı kavramının özelliklerini sıralarken yararlı olduğunun farkına vardıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmanın sonucunda lineer cebirde tanım kullanmanın kavramlar hakkında sezileri geliştirmek için önemli bir araç olduğu, farklı imgelerin birleştirilmesinde katalizör görevi üstlendiği, potansiyel uyuşmazlık faktörünü ortadan kaldırdığını belirtmişlerdir. Kavram tanımının bu fonksiyonlarının yanı sıra farklı kavramlarla bağlantı kurulmasının sağlandığını (alt vektör uzayı kavramı bazında izomorfizma kavramı ile de ilişkilendirme yapılmıştır.) eklemişlerdir. Bu araştırmada, lineer cebir kavramlarında öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram imgeleri betimlenecektir. Nitekim, kavram tanımı ve imgeleri ile ilgili yapılabilecek araştırma çeşitlerinden biri olarak özel matematiksel kavramların imgelerinin belirlenmesidir (Zandieh ve Rasmussen, 2010).

BÖLÜM III: YÖNTEM

Bilimsel araştırmalar, verilerin planlı ve sistemli bir şekilde toplanarak, analiz edilmesi ve yorumlanmasıyla problemlerin güvenilir çözümlerine ulaşma süreci olarak ifade edilebilir (Mouly, 1978). Bu çözümlere ulaşma sürecinin belirli basamakları vardır (Bailey, 1978). Bu sürecin en önemli basamaklarından bir olan yöntem (metodoloji) yürütülen araştırmaya yön veren, araştırmanın niçin ve nasıl yapılacağını gösteren felsefi ve pratiksel açıklamalar, destekleyiciler ve süreçler olarak tanımlanır (Ekiz, 2003). Hollinger'in (1994) ifadesi ile yöntem, doğruya giden yoldur. Doğa bilimlerinde araştırma soruları cevaplanırken "bilimsel metodlar" kullanılmakta fakat eğitim bilimlerinde bu şekilde kesin bir yöntem bulunmamaktadır (Kandlbinder, 2003). Bu bağlamda, eğitim araştırmalarını yürütmekte olan araştırmacıların en önemli görevlerinden biri, araştırmanın amacına hizmet edecek ve sorularını cevaplayacak en uygun araştırma yöntemini seçmesidir. Araştırmanın bu bölümünde, araştırmacı tarafından belirlenen, araştırma sorularını cevaplamak için izlenilen yol ve geçirilen süreçler açıklanmıştır. Araştırma modeli hakkında bilgi verilmiş, modelin seçilmesinde dayanak alınan dünya görüşüne değinilmiştir. Ayrıca, araştırmanın veri kaynaklarına (katılımcılara), veri toplama araçlarına, veri toplama sürecine, verilerin çözümlenmesi ve yorumlanmasına, geçerlik ve güvenirliğine dair bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Yaklaşımı

Araştırma yöntemine ve tekniklerine karar vermeden önce, araştırmacıya rehberlik eden dünya görüşü ya da temel inanç sistemi olarak tanımlanan paradigmanın belirlenmesi gerekliliği Guba ve Lincoln (1994, s. 105) tarafından tartışılmıştır. Bilimsel anlamda ilk olarak Thomas Kuhn tarafından kullanılan paradigma kavramı, bilim topluluğunun çalışmalarında örnek aldığı model, yine bilim topluluğunun paylaştığı bütün değerler ve alışkanlıklar olarak tanımlanmıştır.

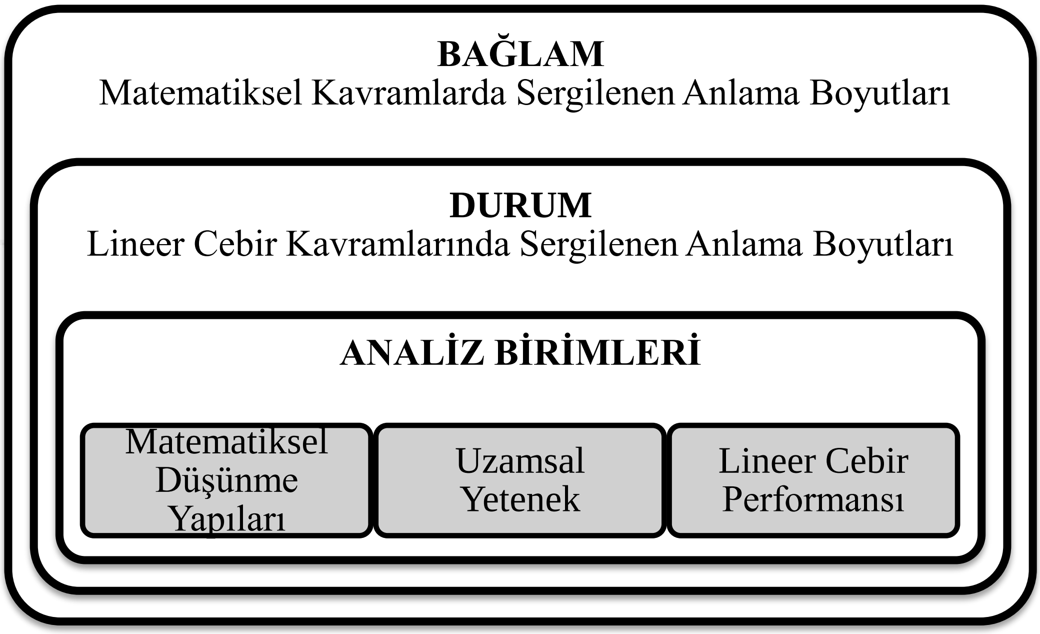
Eğitim araştırmalarında kullanılan yöntemlere bakıldığında temelde nitel (yorumlayıcı) ve nicel (pozitivist, görgül, ampirik) olmak üzere iki yaklaşımdan bahsedilmektedir. Nicel araştırmaların temel çalışma prensibi, elde edilen bulguların bir şekilde sayısal değerlerle ifade edilmesi ve ölçülebilmesidir (Ekiz, 2003). Nicel araştırmalarda, özel ifadelerden genel ifadelere gidişin objektif ve deneyimlerden bağımsız olarak gerçekleşmesi veya bir ifadenin doğru olup olmadığının test edilmesi söz konusudur. Nitel araştırmalar ise sosyal gerçekliğin, bir ölçüde de olsa, kişisel yorumlarla oluştuğu varsayılmaktadır (Kırcaali-İftar, 1999). Nitel araştırma, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik bir süreç olarak tanımlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 39; Lodico, Spaulding ve Voegtle, 2006, s. 264). Nitel araştırma yöntemleri; karmaşık, değişken, tartışmalı –birçok yöntem ve araştırma uygulamalarının olduğu- bir alandır (Punch, 2005). Bu yaklaşımda amaç bir durumu aydınlatmak ve olaylar arası ilişkileri ortaya çıkarmaktır (Çepni, 2007). Üzerinde çalışılan bir olgu ya da olay ancak araştırmacının bakış açısıyla bir bağlamda yorumlanabilir (Altunışık vd., 2004, s. 5). Herhangi bir yöntemin diğerine tercih edilmesi birbirlerine olan üstünlükten ziyade araştırmanın doğası ile ilgilidir. Araştırmacı, nitel veya nicel veriler arasından seçim yapma yapaylığından kurtulmalı, her birinin değerli taraflarını kullanarak birleştirmelidir. Önemli olan hangi durum ve koşullarda hangisinin kabul edilmesi gerektiğidir (Kendall, 1963; akt. Yılmaz, 2008). Ancak son yıllarda nicel yaklaşımlar sürekli değişim halinde olan insan davranışları ve sosyal olguları açıklamakta yetersiz kalmasından dolayı nitel yaklaşımların önemi ve kullanımı artmıştır. Yine de yapılan birçok çalışmada elde edilen verilerin kalitesini ve güvenilirliğini artırmaya yönelik olarak nitel ve nicel yöntemlerin birlikte kullanıldığı gözlemlenmektedir. Bu bağlamda, nitel yaklaşımın sosyal olguları derinlemesine incelemesi yönünden nicel araştırmalara göre eğitim araştırmalarının doğasına daha uygun olduğunun düşünüldüğünden bu araştırmada paradigma olarak nitel-yorumlayıcı paradigma belirlenmiştir.

3.2. Araştırmanın Deseni

Araştırma deseni, araştırmanın probleminin oluşturulmasından raporlaştırılmasına kadar yer alan bilimsel süreçlerde, araştırmanın amacına uygun olarak araştırmacıyı yönlendirir. Yönlendirme sürecinin ilk basamağı araştırmanın amacının belirlenmesidir. Bu araştırmada, -temel olarak- matematik öğretmen adaylarının vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim, lineer bağımsızlık, taban ve boyut gibi lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaca uygun, nitel araştırma desenlerinden “durum çalışması” araştırma deseni olarak kullanılmaktadır. Durum çalışmasını Merriam (2013, s. 40) sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenmesi ve incelenmesi olarak tanımlamaktadır. Creswell (2007, s.73), araştırmacının bir ya da birkaç sistemi (olaylar), pek çok kaynaktan topladığı ayrıntılı derinlemesine verileri kullanarak zaman içinde keşfettiği ve olayı betimleyerek olayla ilgili temaları raporladığı bir yaklaşım olarak tanımlar. Diğer bir tanımda, durum çalışması niçin ve nasıl soruları ön plana çıktığı araştırmacının olaylar üzerinde çok az bir müdahale şansının olduğu, gerçek yaşamla ilgili fenomenlere odaklanıldığı olarak açıklanır (Yin, 2003, s.1).

Durum çalışmalarının çeşitli sınıflandırması olmakla beraber, kullanım amacına göre keşfedici, betimleyici ve açıklayıcı durum çalışmaları olarak sınıflandırılabilir (Yin, 2003, s.3). Keşfedici durum çalışması bir çalışmanın araştırma sorularının ya da hipotezlerinin tanımlanması amacıyla; betimleyici durum çalışması bir fenomenin kendi çerçevesi içerisinde tam anlamıyla sunulması amacıyla ve açıklayıcı durum çalışması sebep-sonuç ilişkisine dayalı olarak verilerin sunulması amacıyla kullanılır (a.g.e., s. 5, 6). Bu araştırmada lineer cebir kavramlarını anlamlandırma süreci ve bu sürece etki eden değişkenlerin birbiriyle olan ilişkisi ile anlamlandırma sürecine etkisinin incelenmiş ve betimlenmiş olmasından dolayı kullanım amacına göre betimleyici durum çalışmasıdır.

Durum çalışmasına yönelik yapılan başka bir sınıflamada Yin (2003, s. 39, 40) durum çalışma desenlerini 2x2 boyuttaki bir matriste ifade etmiş ve dört çeşide ayırmıştır: bütüncül tek durum, bütüncül çoklu durum, iç içe geçmiş tek durum, iç içe geçmiş çoklu durum desenleri. Bütüncül tek durum deseninde tek bir durum ve tek bir analiz birimi vardır. Bütüncül çoklu durum deseninde birden fazla kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusudur, her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbirleriyle karşılaştırılır. İç içe geçmiş tek durum deseninde, çoğu kez birden fazla alt tabaka veya birim yer almaktadır yani birden fazla analiz birimi söz konusudur. Buradaki ayrım, bir durum çalışmasının ilgili durumu bütüncül ve tek bir durum olarak ele alması veya bir durum içinde olabilecek birden fazla alt birime yönelmesine ilişkindir. Birinci durumda bütüncül tek durum deseni kullanılırken ikinci durumda iç içe geçmiş tek durum deseni kullanılır. İç içe geçmiş çoklu durum deseninde ise birden fazla durum ve her bir durum kendi içinde alt analiz birimlerine ayrılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 290, 291, 292). Araştırmada, lineer cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutlarının değerlendirilmesi yapılacağından tek durum deseni kullanılmıştır. İlgili anlama boyutlarının değerlendirilmesi matematiksel düşünme yapıları, uzamsal yetenek ve performans gibi birden fazla birimce betimlenecek olmasından dolayı da tek durum deseni altında incelenen iç içe geçmiş tek durum deseni kullanılmıştır. Şekil 3.1'de araştırmanın deseni yer almaktadır.

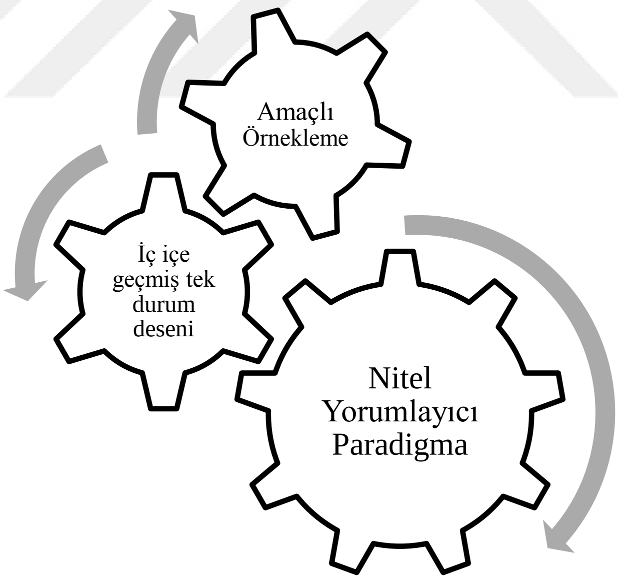


Şekil 3.1. İç İçe Geçmiş Tek Durum Deseni

İç içe geçmiş tek durum deseni olan araştırmanın bağlamını matematiksel kavramlarda sergilenen anlama boyutları, durumunu lineer cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutları ve analiz birimlerini matematiksel düşünme yapıları, uzamsal yetenek ve lineer cebir performansı oluşturmaktadır.

3.3. Çalışma Grubu

Araştırmanın örneklemini belirleme stratejisi en az paradigmasını ve yöntemini belirlemek kadar önemlidir (Cohen, Manion ve Morrison; 2007, s. 100). Bu sebeple, araştırmanın niteliğini arttıracak ve doğasına uygun bir örnekleme yöntemiyle örneklem seçimi yapılmalı ve örnekleme büyüklüğüne karar verilmelidir. Bu çalışma nitel bir çalışma olduğundan amaç genelleme yapmak değil belli bir durumum inceleyip ortaya çıkarmaktır. Olasılıksız örnekleme yöntemlerinden bir olan amaca yönelik örnekleme tekniği, katılımcıların araştırma soruları kapsamındaki bilgi birikimleri ve özellikleri dikkate alınarak seçilmesi olarak tanımlanır (Lodico, Spaulding ve Voegtle, 2006). Bu örnekleme tekniğinin diğer avantajları arasında araştırmaya hız ve pratiklik kazandırması, göreli olarak daha az maliyetli olması yer alır (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s.113). Bu bağlamda, araştırmanın çalışma grubu, araştırma için gerekli olan, belirli ihtiyaçları karşılayan, olasılıklı olmayan, amaçlı örnekleme tekniği (Cohen, Manion ve Morrison, 2007, s. 156) ile belirlenmiş olup 2012-2013 eğitim öğretim yılında, bir devlet üniversitesi eğitim fakültesi ortaöğretim bölümü matematik öğretmenliği lisans programına kayıtlı olan Lineer Cebir dersi alan 41 öğretmen adayından oluşmaktadır. Çalışmaya katılan öğretmen adayları ve Lineer Cebir dersi öğretimi yapan öğretim üyesi ile yapılan görüşmeler sonucu vektör uzayları, alt vektör uzayı, lineer bileşim ve bağımsızlık, taban ve boyut kavramlarının öğretimi öğretmen merkezli olarak sunuş yoluyla işlendiği ve süreçte herhangi bir öğretim materyali ya da yazılım kullanılmadığı belirlenmiştir. Dönem boyunca tek ders kitabından yararlanıldığı ve adayların da aynı kitabı temin ettikleri görülmüştür.



Şekil 3.2. Araştırma Planı

Bu araştırmanın amacı ve soruları göz önünde bulundurulduğunda araştırmanın planı Şekil 3.2'deki gibidir. Buna göre, lineer cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutlarının lineer cebir performansı, matematiksel düşünme yapıları ve uzamsal yetenek bağlamında betimlenmesi, amaçlı örnekleme tekniği ile seçilen matematik öğretmen adayları üzerinden, iç içe geçmiş tek durum deseni ile nitel yorumlayıcı paradigma yaklaşımıyla açıklanmıştır.

3.4. Veri Toplama Araçları

Veri toplama sürecinin önemini Dey (1993, s. 15, akt. Merriam, 2013, s. 84), "Bilgiyi toplamak için önce onu seçmek gereklidir ve bu seçim uygun olan tekniklerle yapılmalıdır, süreçte yapılanlar da araştırmanın amacına ulaşmak için gerekli olan veriyi nelerin oluşturacağını etkiler." sözleriyle ifade eder. Bu araştırmada veri toplama sürecinde kullanılan veri toplama teknikleri test ve görüşmedir. Araştırmada iki veri toplama tekniği kullanılarak dört farklı problem durumuna yönelik veriyi toplamak için, dört farklı veri toplama aracı kullanılmıştır (Tablo 3.1).

Tablo 3.1. Problem Durumları, Veri Toplama Araç ve Teknikleri

Problem Durumu	Veri Toplama Aracı	Veri Toplama Tekniği
Matematiksel düşünme yapılarındaki farklılıkların belirlenmesi	Matematiksel Süreç Aracı	Test
Uzamsal yeteneğin ölçülmesi	Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi	Test
Lineer cebir kavramları performanslarının ve soruları çözüm süreçlerinin belirlenmesi	Lineer Cebir Testi Görüşme Formu	Test Görüşme
Lineer Cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutlarının belirlenmesi	Lineer Cebir Testi Görüşme Formu	Test Görüşme

Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarından Matematiksel Süreç Aracı, matematik öğretmeni adaylarının matematiksel düşünme yapılarındaki farklılıkların belirlenmesi için kullanılmıştır. Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi, matematik öğretmeni adaylarının uzamsal yeteneklerinin ölçülmesi amacıyla uygulanmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının hem lineer cebir kavramları performanslarının ve soruları çözüm süreçlerinin hem de bu kavramlarda sergiledikleri anlama boyutlarının belirlenmesinde Lineer Cebir Testinden yararlanılmıştır. Ayrıca bazı kriterlere göre seçilen matematik öğretmeni adaylarıyla yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu başlık altında, araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının geliştirilme ya da Türkçeye adaptasyonu, deneme ve geçerlik-güvenirlik çalışmalarına yer verilmiştir.

3.4.1. Lineer Cebir Testi

Lineer Cebir Testi (LCT), öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki performanslarını ve soruları çözüm süreçlerini betimlemek ve bu kavramlarda sergiledikleri anlama boyutlarını keşfetmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen 17 sorudan oluşan klasik yazılı bir testtir. Bu test, öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarıyla ilgili bilgilerini kullanmasının yanı sıra işlem ve yorumlama becerilerini de aktif hale getirip kullanabilecekleri gerçek hayat problemleri, ispat, modelleme gibi soru çeşitlerini de içermektedir.

Lineer Cebir Testinin oluşturulmasında öncelikli olarak kullanılacak olan kavramların öğretimi ile ilgili kazanımlar baz alınmıştır. Bunun için alanla ilgili ortaöğretim matematik öğretmenliği lisans programındaki Lineer Cebir dersleri öğrenme çıktıları referans alınmıştır. Öğrenme çıktıları şu şekildedir:

Bu dersi alan öğrenciler,

1. Vektör uzayı ve alt vektör uzayını açıklayabilecek ve problemleri çözebilecektir.
2. Lineer bağımsızlık, taban ve boyutla ilgili problemleri çözebilecektir.
3. Vektör uzayında verilen kavramları R^n'ye uygulayabilecek ve bu kavramlara ait basit ispatları yapabilecektir.
4. R^3 ve R^n'ni geometrik problemlere uygulayabilecektir.

Bu öğrenme çıktılarından hareketle ve araştırmanın amacına uygun olarak ders kitapları, ders notları, sınav soruları ve alan yazınındaki çeşitli veri toplama araçları (Kar, 2010, Turğut, 2010, Stewart, 2008) kullanılarak soru havuzu oluşturulmuştur. Bu havuzdan kavramlar, anlama boyutu ve bilişsel seviyeler göz önünde bulundurularak seçim yapılmıştır. Bu seçim sonucunda Lineer Cebir Testinin taslak hali oluşturulmuştur. Soruların karakteristikleri Tablo 3.2.’de gösterilmektedir.

Tablo 3.2. LCT Sorularının Anlama ve Kavram Boyutuna Göre Dağılımını Gösteren Matris

		LİNEER CEBİR KAVRAMLARI				
		Vektör Uzayı	Alt Vektör Uzayı	Lineer Bileşim	Lineer Bağımsızlık	Taban Boyut
ANLAMA BOYUTU	B-A	2, 3, 4	5, 6	8, 12	7, 9, 13	10, 11
	Ö-İ	1, 2, 4	1, 5, 6, 17	1, 8	1, 7, 9, 13, 15	1, 10, 11, 16
	T-M	2, 3, 4	5, 6	12	7, 9, 13	
	K-M			12	13	
	T-K			14		

Test sorularının bilişsel seviyelerinin belirlenmesinde ise Webb’in (2009) Bilginin Derinliği (Depth of Knowledge) seviyeleri referans alınmıştır. Bilginin Derinliği seviyeleri (BDS) modeli, öğrenenlerin bilişsel gerekliliklerini karşılayacak eğitim materyalleri üzerine çalışmalarını analiz etmek ve standartlar ile değerlendirme arasındaki tutarlılığı incelemek için geliştirilen bir çerçevedir. Matematik, fen bilimleri, yabancı dil ve sosyal bilimler olmak üzere dört önemli alanda kullanılan bu model bilişsel gelişimin ulaşabileceği en üst seviyeye erişmeyi amaçlar. Model, akademik standartlarda ve öğretim programlarındaki çeşitli seviyelerdeki bilişsel karmaşıklıkları analiz etmek üzerine kuruludur. Ayrıca bu model bir taksonomiden ziyade bir sınıflamadır ve bu sınıflama dört seviyeden oluşmaktadır: hatırlama ve yeniden üretme, beceri ve kavramlar, stratejik düşünme, geniş düşünme. Bu seviyelerle ilgili olarak Webb geniş ölçekli değerlendirme çalışmaları için ilk üç seviyenin uygun olduğunu ancak dördüncü seviyenin sadece lokal değerlendirmelerde kullanılmasını tavsiye etmiştir. Webb'e göre yüksek Bilginin Derinliği seviyeleri, düşük Bilginin Derinliği seviyelerine göre daha zor olma eğilimindedir fakat bu her zaman gerekli ve olası bir durum değildir.

Hatırlama/ Yeniden Üretme Seviyesi (Seviye 1): Bu seviye tanım, terim ve basit süreç bilgisinin geri çağrılmasını veya basit işlemlerin/ formüllerin uygulamasını içerir. Matematikte tek basamaklı ve iyi tanımlanmış algoritmalar bu en düşük seviyenin içindedir. Daima bir tane doğru cevap vardır. Bu seviye öğrenciden beklenen matematik performansları şöyledir:

- Bir tanımı, terimi veya durumu hatırlama, açıklama
- İyi bilinen bir algoritmayı uygulama
- Formül uygulama
- Çizimi verilen bir dikdörtgeni ve üçgenin çevre ve alanını belirleme
- Bir düzlemi veya üç boyutlu şekli tanımlama
- Uzunluk ölçme
- Belirli veya rutin prosedürü uygulama
- Bir ifadeyi değerlendirme
- Tek aşamalı kelime problemi çözme
- Bir tablo veya grafikten bilgi alma
- Sayılar (kesirler, ondalıklı sayılar ve yüzdeler) ve temsillerini belirleme ve aralarında dönüşüm yapma
- Sayıları sayı doğrusu üzerinde işaretleme
- Lineer denklemleri çözme
- Matematiksel ilişkileri kelimelerle, resimlerle, sembollerle gösterme

Beceriler ve Kavramlar (Seviye 2): Alışılmış cevapların ötesinde bazı zihinsel süreçlerin kullanımını kapsar. Birinci seviyedeki öğrencinin sadece iyi bilinen bir algoritmayı uygulaması, açıkça tanımlanmış işlemler serisini takip etmesi beklenirken bu seviyede öğrenci probleme ya da aktiviteye nasıl yaklaşacaklarını düşünmesi gerekmektedir. Bu düzeyde eylemler birden fazla bilişsel süreci ve basamağı içerir. Bu seviye öğrenciden beklenen matematik performansları şöyledir:

- Düzlem ve üç boyutlu şekilleri sınıflandırma

- Basit bit grafikteki bilgiyi yorumlama
- Matematiksel kavramları göstermek için modeller kullanma
- Çok aşama gerektiren rutin problemleri çözme veya çoklu kavramların uygulamasını yapma
- Şekil ve durumları karşılaştırma
- Şekilleri karşılaştırma ve aralarındaki farklılıkları gösterme
- Çözüm sürecindeki basamaklar için gerekçeler sunma
- Örüntüyü genişletme
- Bir tablo, grafik veya şekilden bilgi alma ve çok basamaklı problem çözümlerinde bilgiyi kullanma
- Tablolar, grafikleri, kelimeler ve sembolik notasyonlar arasından dönüşüm yapma.
- Kriterlere uygun prosedür belirleme ve uygulama

Stratejik Düşünme (Seviye 3): Planlamanın yapıldığı, ispatın kullanıldığı ve akıl yürütme gerektiren seviyedir. Birden fazla cevap olabilir. Önceki iki seviyeden yüksek mertebeden düşünmeyi yani kompleks ve soyut düşünmeyi gerektirir. Öğrencilerin varsayım oluşturmasını gerektiren aktiviteler de bu seviyededir. Süre açısından bu seviyedeki aktiviteler genellikle on dakikadan daha kısa sürer. Bu seviye öğrenciden beklenen matematik performansları şöyledir:

- Kompleks bir grafikteki bilgiyi yorumlama
- Birden fazla cevabı olan durumları açıklama
- Savunma oluşturma ve yapma
- Bir kavram için mantıksal argümanlar geliştirme
- Problemleri çözme için kavramları kullanma
- Çok basamaklı ve karar alma noktaları olan prosedürleri uygulama
- Bir örüntüyü genelleme
- Çözüm yöntemlerini açıklama, karşılaştırma ve aralarındaki farkı gösterme
- Kompleks bir durum için matematiksel bir model oluşturma
- Matematiksel gerekçeler oluşturma
- Çözümü matematiksel olarak desteleyen çok basamaklı problem çözme
- Verilen bir durumda orijinal bir problem oluşturma

Geniş Düşünme (Seviye 4): İlişkilendirme yapmayı gerektiren ve problem durumlarına farklı yollardan yaklaşılması beklenen seviyedir. İnceleme yapma, planlama, geliştirmeyi içerir. Süre açısından bu seviyedeki aktiviteler rutin olmayan manipülasyonları yapmak için genellikle on dakikadan daha uzun sürer. Yeni durumlarda gerçek hayat uygulaması yapmayı içerir. Bu seviye öğrenciden beklenen matematik performansları şöyledir:

- Matematiksel kavramları diğer alanlarla ilişkilendirme
- Matematiksel kavramları gerçek hayat problemleri ile ilişkilendirme
- Bir problem veya durumu aydınlatmak için matematiksel model uygulama
- Proje yürütme (problemi belirleme, çözüm yolları geliştirme, problemi çözme ve sonuçlarını raporlandırma)
- Soyut bir durumu açıklamak için matematiksel bir model tasarlama

Webb'in Bilginin Derinliği Seviyeleri ve Bloom Taksonomisi

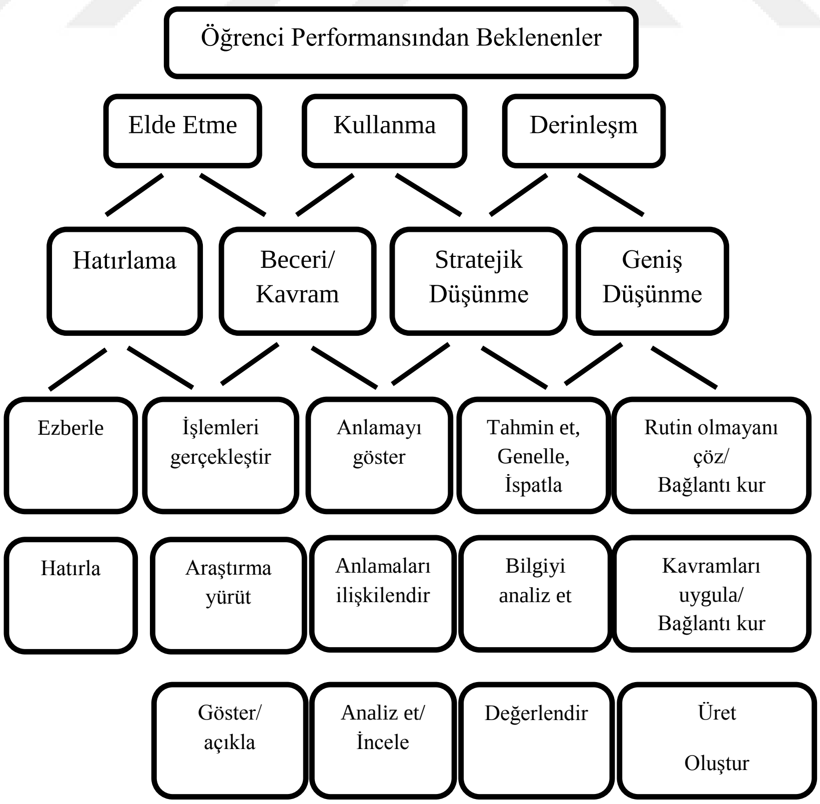
Webb'in BDS ile Bloom taksonomisine ilk olarak bakıldığında birbirlerine benziyor gibi görünüyor olabilirler fakat BDS, Bloom taksonomisinden kesinlikle farklıdır. Bloom taksonomisinde öğrenenin aktiviteleri üzerine odaklanılır. BDS'de ise öğrenenin Bloom taksonomisinde yer alan her bir aktivite esnasında, bilişsel süreçte yaşadığı karmaşıklığa vurgu yapılır. Bloom taksonomisinde bilme, kavrama vb. eylemler önemlidir. Bu sınıflandırmada ise eylemlerin birlikte kullanıldığı içeriğe ve gerekli olan düşünme derinliği önemlidir.

Webb'in BDS ile Bloom'un eski ve revize edilmiş taksonomilerindeki basamaklarının karşılaştırılması Tabl0 3.3'te yer almaktadır. BDS'nin ilk seviyesi olan hatırlama ve yeniden üretme seviyesi Bloom taksonomilerinin ilk iki basamağına tekabül etmektedir. İkinci seviye olan beceri ve kavramlar seviyesi Bloom taksonomilerinin uygulama basamağına, üçüncü seviye olan stratejik düşünme Bloom taksonomilerinin analiz etme basamağına denktir. BDS'nin son basamağı olan geniş düşünme seviye Bloom taksonomilerinin son iki basamağını karşılamaktadır.

Tablo 3.3. Webb'in Bilginin Derinliği Seviyeleri ve Bloom Taksonomilerinin Karşılaştırılması

Bloom Taksonomisi (1956)	Bloom Taksonomisi (2001)	Bilginin Derinliği Seviyeleri (2009)
Bilme	Hatırlama	Hatırlama ve Yeniden Üretme
Kavrama	Anlama	
Uygulama	Uygulama	Beceri ve Kavramlar
Analiz	Analiz etme	Stratejik Düşünme
Sentez	Değerlendirme	Geniş Düşünme
Değerlendirme	Yaratma	

Webb, BDS'ni öğrencilerin matematik ve fen bilimleri performanslarından beklenenleri Şekil 3.3'teki şematize etmiştir.



Şekil 3.3. Öğrencilerin Performanslarından Beklenenler

Ayrıca bu modelde zorluk ile karmaşıklık arasında önemli bir ayrım söz konusudur. Bu ayrıma göre, zorluk kaç tane öğrencinin soruyu doğru cevapladığı ile ilgilenir, karmaşıklık ise soruyu cevaplamak için kaç basamak gerekli olduğu ille ilgilidir. Webb, bu ayrım ile ilgili olarak eğitimciler ve ölçek geliştiriciler iyi bildikleri bir gerçeğe vurgu yapar ve sınava katılan öğrenciler için hiçbir sorunun eşit zorlukta olmadığını ancak, bu öğrencilerin bir maddenin karmaşıklığının değerlendirmesinin çok daha tutarlı olacağını belirtir. Ayrıca, sorunun karmaşık olmasının soruda problem olduğu anlamına gelmediğini aksine sınava katılanlar öğrencilerin doğru cevaba ulaşmak için gerekli bilişsel basamakları geçmek zorunda olduğu anlamına geldiğini ekler. Zorluk ve karmaşıklık aşağıdaki örneklerle açıklanabilir.

6+7→ S1, kolay

4678895+9578885 →S1, zor.

Bu iki örnekte, iki farklı toplama işlemi yapılmaktadır. Bu farklılık sayıların değerlerinden kaynaklanmakta çok basamaklı sayıların toplanması işlemi zor, bir basamaklı sayıların toplamı kolay olarak değerlendirilmektedir. Fakat her iki örnekte de tek adımda işlem yapılıyor olması ise BDS'ye göre aynı seviyede yer almasını gerektirir.

Webb'in BDS ile ilgili etraflıca verilen bilgi sonrasında araştırmada lineer cebir kavramlarındaki performansı ve sergilenen anlama boyutlarını belirlemek üzere hazırlanan Lineer Cebir Testinde yer alan soruların BDS'ye göre dağılımı Tablo 3.4'teki gibidir:

Tablo 3.4. Lineer Cebir Testinde Yer Alan Soruların BDS'ye Göre Dağılımı

BDS		Test Soruları
S1	Hatırlatma ve Yeniden Üretme	1, 2, 3, 7, 10,
S2	Beceri ve Kavram	4, 5, 6, 9,
S3	Stratejik Düşünme	8, 11, 15, 16, 17
S4	Geniş Düşünme	12, 13,

Lineer Cebir Testinde yer alan soruların bilişsel karmaşıklık seviyelerine göre dağılım tablosu incelendiğinde, hatırlama ve yeniden değerlendirme seviyesinde 5, beceri ve kavramlar seviyesinde 4, stratejik düşünme seviyesinde 5 ve geniş düşünme seviyesinde 2 soru yer almaktadır. Soruların dağılım yüzde olarak ifade etmek gerekirse soruların yaklaşık %30'u hatırlama ve yeniden üretme seviyesinde, %25'i beceri ve kavramlar seviyesinde, %30'u stratejik düşünme seviyesinde ve %15'i geniş düşünme seviyesinde bulunmaktadır. Geniş düşünme seviyesindeki soru sayısının diğer seviyelere göre daha az olmasına gerekçe olarak bu seviyedeki soruların çözüm sürelerinin uzun olduğu gösterilebilir.

Lineer cebir testinin hazırlanmasında, yukarıda da ifade edildiği üzere, kavramlar, anlama boyutu ve bilişsel karmaşıklık seviyeleri dikkate alınmıştır. Bu bağlamda testte yer alan soruların örnekleri ve karakteristikleri Tablo 3.5'teki gibidir.

LCT'nin 4. sorusunda öğretmen adaylarından R^3 uzayında yer alan iki kümenin kesişiminin ne belirttiğini ve bunun geometrik olarak neye karşılık geldiğini cevaplamaları istenmiştir. Bu soru cebirsel olarak kümelerin kesişimi kullanılarak çözülebileceği gibi grafik üzerinde iki düzlemin kesişiminin bir doğru belirteceği şeklinde de çözülebilir. Bu bakımdan bu soruda anlamanın beceri-algoritma ve temsil-metafor boyutlarının kullanımı belirlenmesi hedeflenmiştir. Ayrıca bu soru öğretmen adaylarının iyi bildikleri bir algoritmayı uygulamalarından çok düşünmelerini gerektirdiği için beceri ve kavram seviyesindedir.

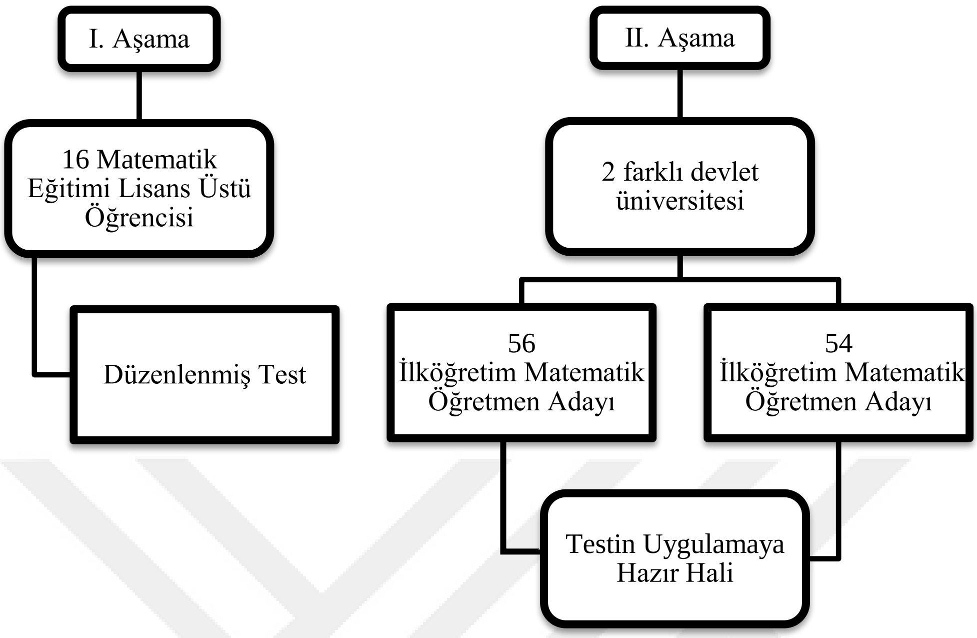
LCT'nin 8. sorusunda öğretmen adaylarının "u= (a,b,c) vektörünün H alt uzayının elemanı olması için gerek ve yeter şartın u vektörünün α_1, α_2 ve $\alpha_3$vektörlerinin lineer bileşimi olarak yazılmasıdır." özelliğini bilmeleri ve bu özelliği kullanarak çeşitli işlem basamaklarından geçip buldukları sonuçları karşılaştırmaları beklenmektedir. Bu bakımdan bu soruda anlamanın beceri-algoritma ve ispat-özellik boyutlarının kullanımı belirlenmesi hedeflenmiştir. Ayrıca bu soru öğretmen adaylarının sebep-sonuç ilişkisini açıklamalarını, planlamalarını, kanıtlar kullanmalarını gerektirdiği için stratejik düşünme bilişsel seviyesindedir.

Tablo 3.5. Lineer Cebir Testi Soru Karakteristikleri

Soru	Sorunun Karakteristiği
Soru 4: R^3 uzayının $\{(3, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in R\} \cap \{(x_1, x_2, 2) : x_1, x_2 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?	• Vektör uzayı kavramı • Beceri ve kavram bilişsel düzeyi • Anlamanın beceri-algoritma ve temsil- metafor boyutu
Soru 8: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. a. u=(a,b,c) olmak üzere u vektörünün H alt uzayında bulunması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz. b. { α_1, α_2, α_3} kümesinde bazı elementer işlemler yaparak bu kümeye denk bir {β_1, β_2, β_3} kümesi bulunuz. Sonra u= (a,b,c) olmak üzere u $\in$ Sp{ β_1, β_2, β_3} olması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz. c. (a) ve (b) de bulduğunuz koşullar neden aynı çıktı?	• Lineer bileşim kavramı • Stratejik düşünme bilişsel düzeyi • Anlamanın beceri- algoritma ve özellik-ispat boyutu

3.4.1.1. Lineer Cebir Testinin Deneme Çalışması

Üniversitelerde uygulanan öğretim programının beklediği kazanımlar ışığında, ilgili alan yazınındaki çalışmaların sentezi ve araştırmacının konu ile ilgili gözlemlediği eksikler doğrultusunda derlenen, 17 maddeden oluşan Lineer Cebir Testi deneme çalışması iki aşamada gerçekleşmiştir. Deneme çalışma süreci Şekil 3.4’te şematize edilmiştir.



Şekil 3.4. Lineer Cebir Testi Deneme Çalışmaları Süreci

Deneme çalışmalarının birinci aşamasında taslağı oluşturulan 16 matematik eğitimi lisansüstü öğrencilerine uygulama yapılmıştır. Lisansüstü öğrencilerine uygulama gerekçeleri olarak bu öğrencilerin birer akademisyen adayı olması, araştırma yapmayı öğreniyor olmaları ve lineer cebir derslerini geçme performansları göstermiş olmaları gösterilebilir. Yapılan deneme çalışması testin ortalama uygulama süresinin belirlenmesi, karşılaşılan anlam ve mantık hatalarının giderilmesi, teste yer alan imla ve yazım hatalarının düzeltilmesi, benzer özellikler taşıyan grubun çözüm süreçleri ile gerçek uygulamalara yönelik fikir edinilmesi açısından önemlidir. Deneme çalışmalarında Lineer Cebir Testi'nin 75 dakikada tamamlandığı gözlendiğinden bu testin gerçek uygulama süresi bu süre referans gösterilerek belirlenmiştir. Ayrıca Lineer Cebir Testinde yer alan soruların sıralamasında, öncelik tanım ve bilgi sorularına verilmiş olup uygulama sorularına testte sonradan yer verilmiştir. Deneme çalışmalarının birinci aşaması sonucunda, soruların karışık verilmesinin daha uygun olduğu gözlenmiştir. Ayrıca lisansüstü öğrencilerinin, testin 6. ve 12. sorusunu anlamakta zorlandıkları görülmüş olup görüşleri doğrultusunda sorular, anlama güçlüğü giderilmek üzere düzeltilmiştir. Soruların düzeltme öncesi ve sonrasındaki halleri Tablo 3.6'da gösterilmektedir.

Tablo 3.6. Deneme Çalışmaları Birinci Aşama Sonucu Düzeltilen Sorular

Soru		Soru İçeriği
6	Düzeltmeden önce	R^3 uzayında {(2,1,3)} kümesinin gerdiği (ürettiği) alt vektör uzayını belirtiniz.
	Düzeltmeden sonra	R^3 uzayında {(2,1,3)} kümesinin gerdiği (ürettiği) alt vektör uzayını tanımlayınız. Bu alt vektör uzayını geometrik olarak açıklayınız.
12	Düzeltmeden önce	Akıntının olmadığı bir nehrin bir kenarında O başlangıç noktasında bulunan V_1 ve V_2 kayığı sırasıyla (-2, 1), (1, 4) doğrultularında hareket etmektedir. Her bir kayık belirlenen doğrultuda bir saatte sırasıyla $\sqrt{5}$, $\sqrt{17}$ km yol almaktadır. Bir çoban O noktasına göre konumu B=(8, 23) noktasında bulunan bir koyunu alıp geri götürmek istemektedir. Buna göre; a. Bu çoban bu kayıklar sayesinde O noktasından B noktasına varabilir mi? b. Eğer B noktasına varabilirse hangi kayık ile ne kadar süre yol almalıdır?
	Düzeltmeden sonra	Çobanın biri bir gün merasında koyunlarından birinin eksik olduğunu fark eder. Koyununu arayıp bulmak için iki aracının da park halinde oldu yere gelir ve görür ki araçlarının direksiyonları kırılmış ve araçlardan birinin üzerinde bir not ve bir ip bulmuştur. Notta "Şu an sen O başlangıç noktasındasın, koyunun ise başlangıç noktasına göre A(8,23) noktasında. Araçların tek bir doğrultuda ve tek bir hızla hareket edecek şekilde düzenlendi. Birinci aracın (2,-1) doğrultusunda $\sqrt{5}$ km hızla, ikinci aracın ise (1,4) doğrultusunda $\sqrt{17}$ km hızla yol alabilirler. İp ise hangi aracı kullanacaksan diğerin kullandığın araca bağlayıp çekebilirsin, bu kullandığın aracın hızını etkilemeyecek. Koyununu ya gelir alırsın ya da kokusunu meranda duyarsın." yazıyordu. Çoban lineer cebir bilen sizden yardım istemektedir. Sizce, a. Bu çoban araçlar sayesinde bulunduğu O noktasından A noktasına varabilir mi? b. Eğer A noktasına varabiliyorsa hangi araç ile ne kadar süre yol almalıdır?

Yapılan bu değişikliklerle testin altıncı sorusundaki belirsizlik ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır. Testin on ikinci sorusunda ise dere-akıntı problemi olarak verilen problemin çoban-koyun analojisinden faydalanılarak kurgusu değiştirilmiş ve anlaşılır hale gelmesi amaçlanmıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda düzenlenen testin deneme çalışmalarının ikinci aşamasına geçilmiştir. Deneme çalışmalarında ikinci aşamanın yapılmasındaki amaç, yapılan değişikliklerle soruların anlaşılabilirliğini teşhis etmek ve kurumsal farklılıkların bir etkisi olup olmadığını incelemektir. Bu bağlamda iki farklı devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören Lineer Cebir dersi alan 54 ve 56 öğrenciye uygulama yapılmıştır. Bu uygulama sonucunda yapılan incelemelerde testte yer alan soruları anlaşılmasına yönelik hataların giderildiği ve uygulanabilir hale geldiğini söylemek mümkündür.

3.4.1.2. Lineer Cebir Testinin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Kötü bir ölçme, her türlü bilimsel çabayı değersiz kılabilir (Karasar, 2012, s. 147). İyi bir ölçme için ölçüm aracında bulunması gereken en temel nitelikler geçerlik ve güvenirliktir. Bu başlık altında matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki performanslarını ve soruları çözüm süreçlerini betimlemek ve bu kavramlarda sergiledikleri anlama boyutlarını keşfetmek amacıyla geliştirilen LCT'nin geçerlik ve güvenirlik çalışmalarına yer verilmiştir.

3.4.1.2.1. Geçerlik Çalışmaları

LCT'nin geçerlik çalışmaları kapsam ve görünüş geçerliği açısından değerlendirilmiştir.

Kapsam Geçerliği: Lineer Cebir Testi'nde yer alan maddeler düzenlenirken, ders kitapları, sınav soruları, okul notları ve konu ile ilgili yapılmış çalışmalar dikkate alınarak soru havuzu oluşturulmuştur. Soru havuzundan lineer cebir kavramları, anlama boyutları ve bilişsel karmaşıklık seviyeleri göz önünde bulundurularak seçim yapılmış ve 17 soru seçilmiştir. Özellikle Lineer cebir kavramları ile ilgili tanım/ anlam bilgisi ve işlem/ yorumlama becerisinin sorgulandığı ve sıkça karşılaşılan soru türlerinden seçimler yapılmıştır. Seçilen sorulardan her biri testin kapsam geçerliğini sağlayacak şekilde, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki anlamalarının ve yeterliklerini belirlemek üzere seçilmiştir. Aşağıdaki tabloda lineer cebir kavramlarına göre testte yer alan soru sayısı dağılımı gösterilmiştir.

Tablo 3.7. LCT'nin Lineer Cebir Kavramlarına Göre Dağılımı

Lineer Cebir Kavramı	Soru Sayısı
Vektör Uzayları	1, 2, 3, 4
Alt vektör Uzayları	1, 5, 6, 17
Lineer Bileşim	1, 8, 12
Lineer Bağımsızlık	1, 7, 9, 13, 15
Taban ve Boyut	1, 10, 11, 16

Her bir lineer cebir kavramı için en az üçer soru sorulmuş ve alınan üç uzman görüşü desteği ile kapsam geçerliğine sahip olduğu tespit edilmiştir.

Görünüş Geçerliği: Yapılan deneme çalışmasından sonra anlam hataları ve teste yer alan şekillerin görünümü ile ilgili çeşitli düzenlemelere gidilerek test uzman görüşüne sunulmuştur. Görünüş geçerliği Matematik eğitimi alanında doçentlik unvanı almış iki uzman kontrolü doğrultusunda yapılmıştır. Uzmanlar, testi tamlık (doğruluk) ve madde formatı bağlamında değerlendirmişlerdir. Sonuçlar verilen çözüm yollarının doğru olduğu ve madde yapılarının uygunluğu ve dolayısıyla testin görünüş geçerliğine sahip olduğu yönündedir. Alınan uzman görüşleri testin görünüş geçerliliği için yeterli kabul edilmiştir.

3.4.1.2.2. Güvenirlik Çalışmaları

Yapılan bir ölçmede aranacak güvenirlik ölçütlerinden biri iç tutarlıktır (Karasar, 2012, s. 148). LCT'nin güvenirlik çalışmasında öncelikli olarak iç tutarlık analizlerinden faydalanılmıştır. İç tutarlık temelinde, her ölçme aracının amacını gerçekleştirmek için bütünü oluşturan parçaların hepsinin eşit ağırlığa sahip olduğunun varsayılması görüşü yer alır. İç tutarlılığın hesaplanması için kullanılan yöntemler Pearson, Spearman-Brown, Guttman, Rulon, Horst, Flanagan, Stanley, Mosier, Kuder Richardson ve Cronbach alfa'dır (Ergin 1995; Anastasi, 1988). Bu testin iç tutarlığı Cronbach Alpha ve Spearman-Brown güvenirlik katsayıları ile sınanmıştır.

Tablo 3.8. İç Tutarlık Analizi

	Madde Sayısı	r
Cronbach α	17	0,92
Spearman-Brown	17	0,81

Her bir sorunun varyansına dayalı olarak hesaplanan Cronbach α yönteminde güvenirlik katsayısı 0.92 olarak bulunmuştur. Buna karşılık, testin iki ayrı yarıya ayrılmasına dayalı olarak hesaplanan güvenirlik katsayılarından Spearman-Brown değeri 0.81 larak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar testin, maksimum düzeyde %92, minimum düzeyde ise % 81 düzeyinde güvenilir olduğunu göstermektedir.

Yapılan bir ölçmede aranacak güvenirlik ölçütlerinden bir diğeri ise bağımsız gözlemciler arası uyumdur (Karasar, 2012, s. 148). Bu analiz türünde birbirinden bağımsız birden çok gözlemcinin ayrı ayrı yaptıkları ölçümlerinin ortalamasının birbirlerine yakın olması güvenirliği arttırmaktadır. LCT'nin güvenirlik çalışmasında gözlemciler arası uyumdan da faydalanılmıştır. Bunun için, testi cevaplayan öğrencilerden rastgele seçilen 10 öğrencinin cevap kâğıtları seçilmiş Lineer cebir dersine vakıf olan üç uzman tarafından değerlendirilmiştir. Uzmanlar, araştırmacı tarafından hazırlanan puanlama cetvelini (rubrik) kullanarak seçilen cevap kağıtlarını değerlendirmiştir ve cevap kağıtlarına verilen puanlar arasındaki ilişkiye Spearman korelasyon katsayısı ile bakılmış, sonuçlar Tablo 3.9'da ifade edilmiştir.

Tablo 3.9. Bağımsız Gözlemciler Arası Uyum Analizleri

	1. Uzman	**2. Uzman**	**3. Uzman**
1. Uzman	r=1	.92	.86
2. Uzman		r=1	.88
3. Uzman			r=1

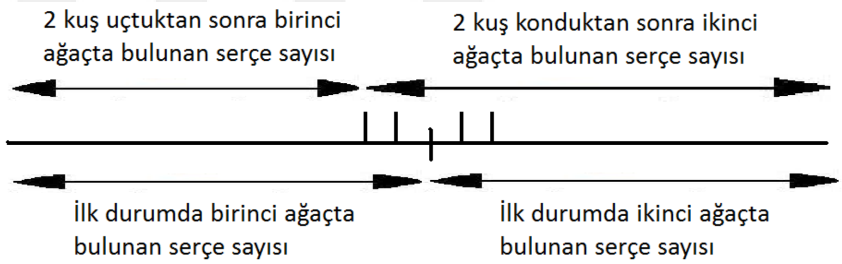
Bağımsız gözlemciler arası uyum analizleri sonucunda, uzmanların değerlendirmeleri arasındaki korelasyonlara bakıldığında bu değerin 0,88, 0,86 ve 0,92 olduğu hesaplanmıştır. Bu değerler, farklı gözlemcilerin aynı cevap kâğıtlarına birbirine yakın puan verdikleri, LCT için hazırlanan puanlama cetvelinin standart olduğu sonucunu destekler niteliktedir. Sonuç olarak, güvenirlik çalışmaları ve analizleri ile bu testin güvenilir bir ölçme aracı olduğunu söylemek mümkündür.

3.4.2. Matematiksel Süreç Aracı

Araştırmanın cevaplamaya çalıştığı sorulardan biri de matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarındaki farklılıklarının lineer cebir kavramlarını anlamaları üzerinde etkisinin olup olmadığıdır. Bu soruyu cevaplamak için öncelikle matematik öğretmen adaylarının düşünme yapıları belirlenmelidir. Bunun için veri toplama aracı olarak ilgili literatürde yer alan Krutetskii'nin (1976) düşünme yapıları teorik çerçevesine yönelik hazırlanan ve Presmeg (1985) tarafından geliştirilen Matematiksel Süreç Aracı (MSA, Mathematical Process Instrument) kullanılmıştır. MSA, lise ve yüksek öğrenim öğrencilerinin rutin olmayan matematik problemleri çözümünde görsel ve görsel olmayan yöntem tercihini belirlemek amacıyla geliştirilmiştir. Presmeg'e (1985) göre bu araç öğrencileri düşünme yapılarına göre analitik, harmonik ve görsel düşünenler şeklinde sınıflama yeterliğine sahiptir. Araç, A, B ve C bölümleri olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Bölüm-A ve Bölüm-B lise öğrencileri, Bölüm-B ve Bölüm-C yüksek öğretim öğrencileri için hazırlanmıştır. Her iki grup için ortak olan Bölüm-B'de 12 problem varken, Bölüm-A ve Bölüm-C'de 6 problem yer almaktadır. Bu araştırmada matematik öğretmen adayları ile çalışıldığından Bölüm-B ve Bölüm-C'nin kullanılması araştırma kapsamında yer almaktadır. Bunun için öğretmen adaylarına toplamda 18 rutin olmayan matematik problemi yöneltilmiştir. Ayrıca MSA, rutin olmayan problemlerin yer aldığı sorular bölümüyle birlikte bu problemlerin olası çözümlerinin de yer aldığı cevap anahtarı olmak üzere 2 kısımdan oluşmaktadır. Aşağıdaki tabloda yöneltilen sorulardan biri ve bu sorunun olası çözümleri yer almaktadır:

Araştırma kapsamında, matematik öğretmen adaylarına MSA'nın problemlerden oluşan birinci kısım dağıtılmış, uygulaması yapıldıktan sonra problemlerin olası çözümlerinin yer aldığı dağıtılarak kendi çözüm yollarına en yakın olan çözümü cevap kâğıdına işaretlemeleri istenmiştir. Kendi çözüm yöntemlerini cevap anahtarında bulamadıkları durumlarda ise cevap kâğıdında orijinal çözümler için ayrılan seçeneği işaretlemeleri istenmiştir.

Tablo 3.10. MSA, Bölüm-B, 6. Problem

	MSA Örnek Problem ve Olası Cevaplar
Problem:	**B-6:** İki ağaçta aynı sayıda serçe bulunmaktadır. Birinci ağaçtan kalkan 2 serçe ikinci ağaca konmuştur. Buna göre ikinci ağaçtaki serçe sayısı birinci ağaçtakinden kaç fazladır?
Olası Çözümler	**B-6: Çözüm1:** Soruyu muhakeme yoluyla çözdüm. İki serçe birinci ağaçtan uçup ikinci ağaca konduklarında, birinci ağaçtaki serçe sayısı öncekine göre 2 tane azalırken, ikinci ağaçta öncekine göre 2 tane artmıştır. Böylelikle ikinci ağaçta birinci ağaca göre 4 tane daha fazla serçe vardır. **B-6. Çözüm 2:** Bir diyagram çizdim.  İkinci ağaçta birinciye göre 4 tane daha fazla serçe vardır. **B-6. Çözüm 3:** İkinci çözümdeki yöntemi kullandım, fakat diyagramı "zihnimde" canlandırdım. (kâğıt üstüne çizmedim) **B-6. Çözüm 4:** Bu soruyu bir örnek kullanarak çözdüm. Örneğin; her iki ağaçta 8 tane serçe olsun. 2 tane serçe birinci ağaçtan ikinci ağaca uçtuktan sonra, birinci ağaçta 6 tane, ikinci ağaçta 10 tane serçe vardır. Buradan; ikinci ağaçta birinciye göre 4 tane daha fazla serçe vardır. **B-6. Çözüm 5:** Bu soruyu semboller kullanarak çözdüm. En başında, her iki ağaçta bulunan serçe sayısına x diyelim. 2 tane serçe birinci ağaçtan ikinci ağaca uçtuktan sonra; birinci ağaçta x-2, ikinci ağaçta x+2 tane serçe bulunur. Serçe sayıları arasındaki fark = (x+2)-(x-2) = 4

3.4.2.1. Matematiksel Süreç Aracının Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Bu bölümde, MSA'nın araştırmada kullanılan Bölüm-B ve Bölüm-C'nin geçerlik-güvenirlik çalışmaları yer almaktadır. Bu aracın Türkçeye adaptasyonu ile ilgili yapılan literatür taramasında Bölüm-B'nin Türkçeye adaptasyonunun Sağlam ve Bülbül (2010) tarafından yapıldığı; Bölüm-B ve Bölüm-C'nin ise Türkçeye adaptasyonunun Taşova (2011) tarafından yapıldığı görülmüştür. Araştırmada, Taşova'nın (a.g.e) Türkçeye adapte ettiği Bölüm-B ve Bölüm-C birlikte kullanılmıştır. Yapılan deneme çalışmasında, asıl çalışmada kullanılacak olan problemleri benzer özellikler taşıyan belirli bir gruba uygulamayı ve öğrencilerin çözüm süreçlerini incelemeyi, sorulardaki eksiklikleri belirlemeyi ve düzeltmeyi, problemler hakkında uzman görüşleri almayı hedeflemiştir. Bu bağlamda 2 uzman yardımıyla Türkçeye çevrilen ve daha sonra tekrar İngilizceye çevrilerek aslına uygun çeviri yapılıp yapılmadığı kontrol edilen problemler 24 kişilik bir grup öğrenciye uygulamıştır. Bu uygulama sonucunda sorularda bulunan anlam ve mantık hataları belirlenmiş ve uzman görüşlerine başvurularak çeviri kaynaklı anlam hataları giderilmiştir. Bu uygulama sonucunda testin testi yarılama (split-half) yöntemi ile ölçülen güvenirlik katsayısı, alfa=0,89 olarak tespit edilmiştir. Ayrıca, Sağlam ve Bülbül (2010) tarafından, Bölüm-B için yapılan uyarlama çalışması bulguları da, testi yarılama yöntemi için güvenirlik katsayısının alfa=0.96, test-tekrar-test güvenirlik katsayısının ise r=.803 olduğunu göstermiştir. Matematiksel Süreç Aracının B bölümü için, Taşova (2011) ile Sağlam ve Bülbül (2010) tarafından yapılan iki çalışmanın sonuçları, aracın orijinalinde olduğu gibi, yüksek güvenirlik oranlarına sahip olduğunu göstermiştir. Ayrıca, aynı araca yönelik bu iki adaptasyon çalışması, yapı geçerliliği açısından karşılaştırılmış, Spearman'ın sıralama korelâsyonuna bakılarak MSA'da yer alan Bölüm-B puanları arasında r=.713'lük bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. MSA problemlerinin Türkçe'ye çevrilmesi çalışmasında, her bir problemdeki anlam hataları ve eksiklikleri, deneme çalışmaları ile giderilmiş; uzman görüşleri desteğinin de alındığı araç, uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

3.4.3. Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi

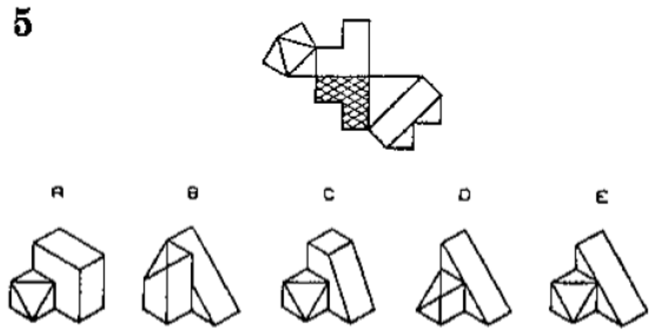
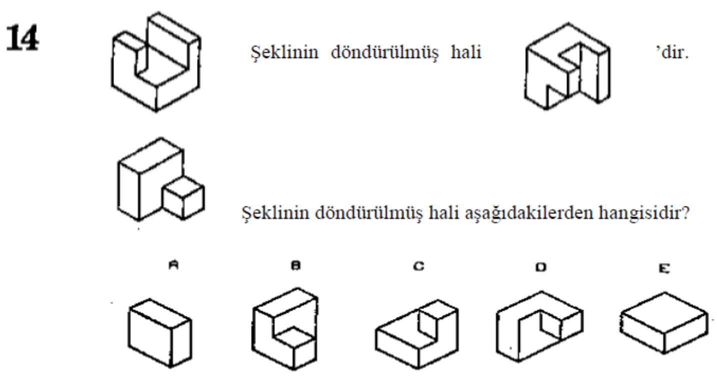
Araştırmanın cevaplamaya çalıştığı sorulardan bir diğeri de matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin vektör uzayları alanını anlamaları üzerinde etkisinin olup olmadığıdır. Bu soruyu cevaplamak için öncelikle matematik öğretmen adaylarının uzamsal yetenekleri belirlenmelidir. Bunun için veri toplama aracı olarak ilgili literatürde yer alan Guay (1977) tarafından geliştirilen, Sevimli (2009) tarafından Türkçeye adaptasyonu gerçekleştirilen ve birçok araştırmada (Güven ve Kösa, 2008;

Haciömeroglu, 2007) veri toplama aracı olarak yer alan Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi (PUGT, Purdue Spatial Visualization Test) kullanılmıştır. İlgili literatürde incelendiğinde uzamsal yeteneği ölçmek üzere geliştirilmiş çok sayıda test ile karşılaşılmıştır. Araştırmada tercih edilen uzamsal yetenek teorik çerçevesi bağlamında en uygun test olarak PUGT belirlenmiş olup, bu sebeple bu test seçilmiştir. PUGT, bireyin görsel uzamsal yeteneklerini ölçmeye yönelik hazırlanan ve üç bölümden oluşan bir veri toplama aracıdır. Testte, sırasıyla oluşturma, döndürme ve görünümler olmak üzere üç bölüm yer almaktadır. Her bir bölüm 12 maddeden oluşmakta ve testte toplam 36 soru bulunmaktadır. PUGT, analitik işleme ve işlem değişkenliğini belirlemekten öte bireyin uzamsal görselleştirme becerilerini belirlemek üzere tasarlanmıştır. PUGT 24 dakikalık bir zaman diliminde uygulanması düşünülen kalem-kâğıtla çözülmesi hedeflenen bir hız testidir. İçerisinde 36 maddenin bulunduğu test 13 yaş ve üzeri düzeydeki bireylere yönelik olarak kolaydan zora doğru tasarlanmıştır.

Her bölümün başında ilgili bölümde öğrenciden beklenen kazanımlar ve ikişer örneğin bulunduğu yönergeler kısmı yer almaktadır. İçerdeki yönergeler bölümünde bulunan direktifler problem çözme sürecini açıklamakta ve öğrencinin süreci anlamlandırmasına hizmet etmektedir. Dairesel silindir, dikdörtgensel prizma, döndürülmüş altıgenler ve üçgensel prizmalardan oluşan nesneler bireyde uyarıcı etkisi göstermekte sorular bu geometrik cisimler üzerinden çevirme, katlama ve döndürme becerilerini ölçmeyi hedeflemektedir. Aşağıdaki tabloda her bir bölümde yer alan soru örnekleri yer almaktadır:

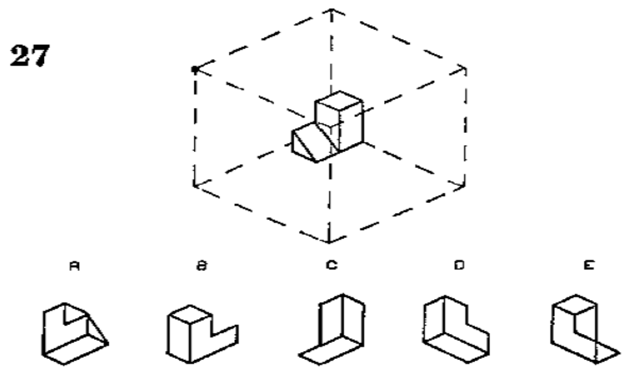
PUGT'nin Türkçeye adapte çalışması Sevimli (2009) tarafından yapılmıştır. Sevimli (a.g.e) yaptığı deneme çalışmasında, asıl çalışmada kullanılacak olan problemleri benzer özellikler taşıyan belirli bir gruba uygulamayı ve öğrencilerin çözüm süreçlerini incelemeyi, sorulardaki eksiklikleri belirlemeyi ve düzeltmeyi, problemler hakkında uzman görüşleri almayı hedeflemiştir. Bu bağlamda 2 uzman yardımıyla Türkçeye çevrilen ve daha sonra tekrar İngilizceye çevrilerek aslına uygun çeviri yapılıp yapılmadığı kontrol edilen problemler 110 kişilik bir grup öğrenciye uygulamıştır. Bu uygulama sonucunda sorularda bulunan anlam ve mantık hataları belirlenmiş ve uzman görüşlerine başvurularak çeviri kaynaklı anlam hataları giderilmiştir. Bu uygulama sonucunda testin testi-yarılama (split-half) yöntemi ile ölçülen güvenirlik katsayısı olan alfa=0,82 ve formlar arasındaki korelasyon katsayısı r=0,23 olarak bulunmuş ve paralel-test yöntemi ile elde edilen güvenirlik katsayısı ise alfa=0,88 olarak bulunmuştur.

Tablo 3. 11. PUGT'ne Bölüm Bazında Örnek Sorular

Testin Bölümleri	**Bölümlere Ait Örnek Sorular**
OLUŞTURMA	 Soruda beş tane üç boyutlu cisim ve bir tane açılım bulunmaktadır. Açılım üç boyutlu bir nesnenin iç yüzeyini göstermektedir. Açılımdaki taralı kısımlar cismin tabanını göstermektedir. Öğrenciden istenen bu açılımın üç boyutlu nesne olarak katlandığında, nasıl gözüktüğünü zihinlerinde belirlemeleri ve yapılan katlamalar ile oluşan üç boyutlu şekli, şıklar arasından seçmeleridir.
DÖNDÜRME	

Soruda, üç cisim (şıklar hariç) bulunmaktadır. Çözüm sürecinde öğrencilerden sorunun üst kısmında bulunan cisim döndürüldüğünde zihinsel olarak bu nesnenin nasıl görüldüğünü tasarlamaları, sorunun orta kısmında bulunan nesne aynı şekilde döndürüldüğü zaman nasıl göründüğünü bulmaları ve doğru şıkkı işaretlemeleri istenmektedir.

GÖRÜNÜMLER



Soruda, saydam bir kutunun ortasına yerleştirilmiş bir nesneyi göstermektedir. Beş çizim aynı nesnenin değişik açılardan bakıldığındaki görüntüsünü ifade etmektedir. Saydam kutunun sol üst köşedeki siyah nokta cismin istenen noktalara döndürülmesini göstermektedir. Öğrenciden istenen saydam kutunun köşesindeki siyah noktanın öğrenciyle cam kutu arasında oluncaya kadar hareket etmesi gerektiğini hayal etmeleri, bu bakış açısı doğrultusunda saydam kutudaki nesnenin zihinde nasıl göründüğünü bulmaları verilen şıklar arasında öğrencinin bakış açısıyla görünen nesnenin hangisi olduğunu belirleyip seçmeleridir.

3.4.3.1.Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Daha sonraki çalışmalarda da testin uygulanabilirliğini göstermek üzere, test-tekrar-test yöntemi ile ilk deneme uygulamasından iki ay sonra aynı öğrenciler ikinci kez uygulanmış ve uygulama sonuçları arasındaki paralelliğe bakılmıştır. Sonuçta oluşturma bölümü için r=0,91 döndürme bölümü için r= 0,77 görünümler bölümü için r=0,85 ve tüm testin genel sonuçları için r= 0,84 ile test verilerinin güvenilir olduğu bulgularına ulaşılmıştır. Sonuçlar testin orijinalindeki katsayılar ile paralellik göstermektedir. Ayrıca, elde edilen sonuçlar doğrultusunda uzman görüşlerine başvurularak soruların anlamına uygun bir şekilde Türkçeye çevrilmesi sağlanmıştır. Toplam 36 maddeden oluşan PUGT sorularının Türkçeye çevrilmesi çalışmasında her bir sorudaki anlam hataları ve eksiklikleri deneme çalışmalarında belirlenen öğrencilerin sorulardan ne anladıklarına göre ve sonrasında uzman görüşleri alınarak uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

3.4.4. Yarı-Yapılandırılmış Görüşme

Nitel araştırmalarda temel veri toplama araçlarından biri olan görüşme tekniği insanların gerçekliğe ilişkin algılarına, anlamlarına, tanımlamalarına ve gerçeği inşa edişlerine vakıf olmanın iyi bir yolu olarak tanımlanır (Punch, 2005, s. 165). Görüşme tekniği araştırmanın amacı doğrultusunda doğrudan bilgi toplanması, bir hipotezin test edilmesi veya yenisinin kurulması ve araştırmada kullanılan diğer tekniklerle elde edilen bilgilerin doğrulanması olmak üzere üç farklı amaçla kullanılabilir (Cohen ve diğerleri, 2007). Yapı ya da kuralların katılığı bakımından görüşme tekniği yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış olarak üçe ayrılır (Karasar, 2012). Yapılandırılmış görüşmelerde her şey önceden belirlenmişken yapılandırılmamış görüşmede ise görüşme tamamen esnektir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde ise izlenecek yol ve sorulacak temel sorular belirlenir ve görüşme sürecinde yeni sorular eklenebilir ya da sorular değiştirilebilir.

Bu araştırmada, farklı lineer cebir performansına, düşünme yapısına ve uzamsal görselleştirme becerisine sahip uygun amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiş 13 matematik öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarına dair görüşleri alınarak derinlemesine bilgi elde etmek ve testten elde edilen bilgilerin teyit edilmesini sağlamak hedeflenmiştir. Yapılan görüşmelerde görüşme formu yaklaşımı (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 122) benimsenmiştir. Bu yaklaşımın araştırmacıya önemli faydaları vardır. Araştırmacı, önceden hazırlanmış konu ve alanlara sadık kalarak hem hazır soruları sorma hem de ayrıntılı bilgi almak için ek sorular sorma imkânına sahiptir. Bu durum aynı zamanda yarı-yapılandırılmış görüşme yapma ruhuna da uygundur. Görüşme formu yaklaşımına uygun olarak hazırlanmış Görüşme Formu Ek 4'te yer almaktadır. Bu form kapsamındaki sorular sorulmakla birlikte görüşme sürecindeki gelişmeler farklı soruların gelişmesine olanak tanımıştır. Seçilen öğretmen adayların profilleri tablodaki gibidir (Tablo 3.12.):

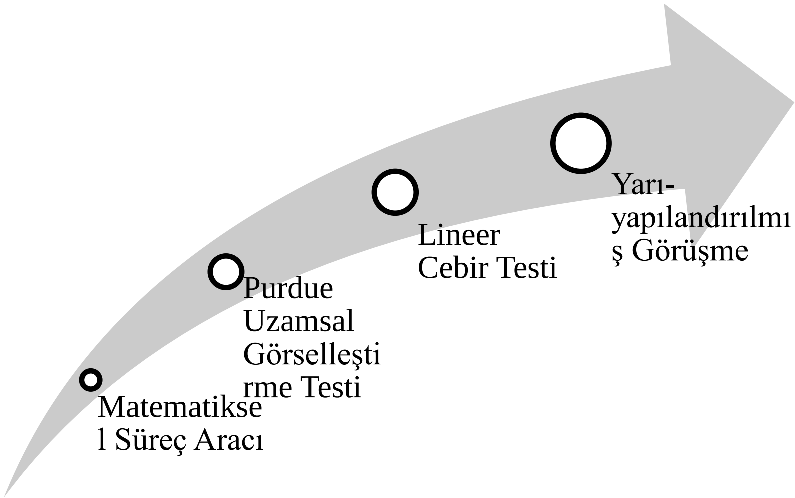
Tablo 3.12. Görüşme yapılan öğretmen adaylarının değişkenlere bağlı profilleri

Değişkenler			Seçilen Öğretmen Adayları
Matematiksel Düşünme Yapıları	Uzamsal Yetenek	Performans	
Geometrik	Yüksek	Yüksek	Ö1
Harmonik	Orta	Yüksek	Ö2, Ö3, Ö4
Analitik	Orta	Orta	Ö5, Ö6, Ö7, Ö8
Harmonik	Orta	Düşük	Ö9
Harmonik	Düşük	Orta	Ö10, Ö11
Analitik	Yüksek	Yüksek	Ö12
Harmonik	Yüksek	Yüksek	Ö13

3.5. Veri Toplama Süreci

Yöntem bölümünde bu başlığa kadar, araştırmanın dünya görüşünden, deseninden, çalışma grubundan ve kullanılan veri toplama araçlarından bahsedilmiştir. Araştırma sürecinde bu basamakların belirlenmesi kadar uygulama şekli de önemlidir. Araştırmada uygulanan sürecin akış şeması Şekil 3.5'te görülmektedir.

Matematik öğretmeni adaylarıyla 2012-2013 öğretim yılı bahar yarı yalında araştırmanın uygulaması yapılmıştır. Süreçte, ilk olarak matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları düşünme yapıları, Matematiksel Süreç Aracı ile belirlenmiştir. Sonrasında Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi ile uzamsal görselleştirme beceri düzeyi sınanmıştır. Dönem sonunda ise öğretmen adaylarının lineer cebir performansı ve sergiledikleri anlama boyutları belirlemek üzere Lineer Cebir Testi uygulanmıştır. Son olarak ise lineer cebir performansı, düşünme yapıları ve uzamsal görselleştirme becerisi seviyelerine göre seçilen öğretmen adayları ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.



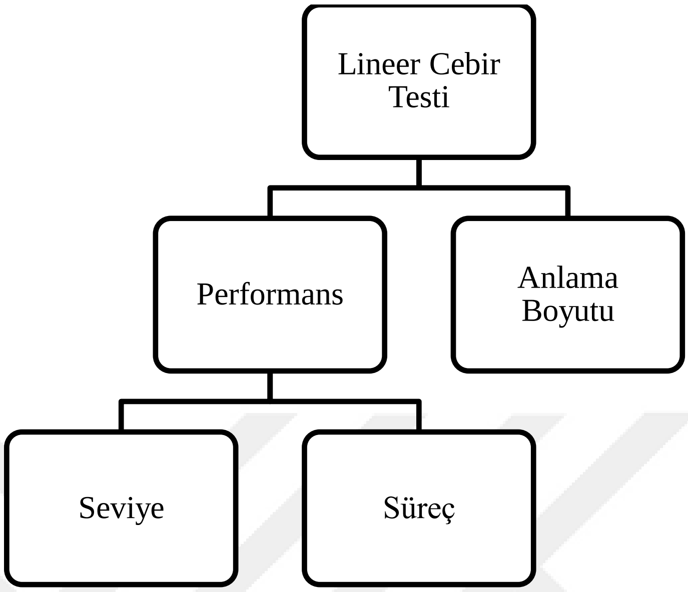
Şekil 3.5. Uygulama Süreci Akış Şeması

3.6. Veri Analiz Süreci

Bir araştırmanın veri analizi süreci, verilerin toplanmasından sonra elde edilen işlenmemiş verilerin araştırma sorularına, kuramsal ya da pratik yönden, çözüm önerileri geliştirmesini sağlayacak şekilde çözümlenip yorumlanması ve değerlendirilmesi olarak ifade edilmektedir (Karasar, 2012, s. 197). Araştırmada, farklı kaynaklardan elde edilen veriler, betimsel istatistik ve içerik analizi yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Betimsel istatistik yöntemi ile özetlenen ve yorumlanan veriler, süreçlerin daha derinden bir işleme tabi tutulabilmesi için, içerik analizi ile değerlendirilmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2006, s.227). İçerik analizinde, kategoriler altında kodlanan verilerin ortak yönleri üzerinden temalara ulaşılmış; böylece, temalar arasında ilişkiler kurularak bulgular yorumlanmıştır (Cohen ve diğerleri, 2007). Araştırmada verilerin nasıl analiz edildiğine ilişkin açıklamalar veri toplama araçları bazında ele alınarak sunulmuştur.

3.6.1. Lineer Cebir Testi Verilerinin Analizi

Lineer Cebir Testi, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarındaki performanslarını ve soruları çözüm süreçlerini betimlemek ve bu kavramlarda sergiledikleri anlama boyutlarını keşfetmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen bir testtir. Bu bakımdan test, performans ve anlama boyutları olmak üzere iki boyutta analiz edilmiştir. LCT'nin analiz süreci Şekil 3.6'da gösterilmektedir. Verilerin analizinde hem betimsel istatistik yöntemlerinden hem de içerik analizlerinden faydalanılmıştır.



Şekil 3.6. Lineer Cebir Testi Analiz Süreci

3.6.1.1.Performans Verilerinin Analizi

LCT performans analizleri yapılırken çalışma grubunun hem lineer cebir bilgisi düzeyleri belirlenmiş hem de sorulardaki çözüm süreçleri incelenmiştir. Bu bağlamda performans analizleri iki aşamada gerçekleşmiştir. Bu durumla ilgili olarak, Robson (2002) aynı veri türünün cevap türlerine ve içerikteki basamakların puanlanmasına göre sınıflandığı durumlarda değerlendirme geçerliğinin arttırılabileceğine dikkat çekmiştir (akt. Sevimli, 2013). LCT performans verileri öncelikle grupların cevap türleri bağlamında doğru cevap, kısmi cevap, yanlış cevap ve cevapsız olmak üzere dört kategoride değerlendirilmiştir. Doğru cevap, işlem prosedürü doğru uygulanmış, sonuç doğru bulunmuş, grafikte sonuç doğru gösterilmiş, grafikte işlem doğru yapılmış, kavram tanımı doğru yapılmış, teorem ispatı doğru yapılmış olması gibi durumları; yanlış cevap, işlem prosedürü yanlış uygulanmış ve sonuç bulunamamış, işlem prosedürü yanlış uygulanmış ve sonuç yanlış bulunmuş, grafikte sonuç yanlış gösterilmiş, grafikte işlem yanlış yapılmış, kavram tanımının yanlış yapılmış, teorem ispatı yanlış yapılmış olması gibi durumları kapsamaktadır. Cevapsız olma durumu ise sorunun cevap olarak yeniden yazılması ile boş bırakılması olarak değerlendirilmiştir. Kısmi cevap ise, işlem prosedürü doğru uygulanmış ve sonuç yanlış bulunmuş, işlem prosedürü doğru uygulanmış fakat sonuç bulunamamış, kavram tanımı doğru fakat eksik yapılmış, teorem ispatı doğru fakat eksik yapılmış olması gibi durumları içermektedir. Lineer cebir performansının betimlenmesi için ayrıca araştırmacı tarafından testte yer alan sorular bazında bir rubrik geliştirilmiştir. EK 6'te yer alan bu rubrikte her bir soru için, sorunun karakteristiği, çözüm süreçlerindeki çeşitlilik ve cevap türü bulunmaktadır.

3.6.1.2.Anlama Verilerinin Analizi

Lineer Cebir Testinin bir diğer amacı, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarını betimlemektir. Anlama boyutlarına yönelik analiz sürecinde çerçeve belirleme araştırmacı ciddi sorunsallarla karşılaşmıştır. Performans ile anlamanın aynı şey olmadığı iddiasıyla yürütülen bu çalışmada verilen yanlış cevapların anlama boyutlarına göre değerlendirilmesi bir çelişki oluşturmuş ve anlama boyutları yaklaşımı sahibi Usiskin'den analiz süreci ile ilgili destek almıştır. Usiskin'in elektronik postadaki ifadesiyle,

"We in education act both as behaviorists and cognitivists. We view "understanding" as something that goes on in the brain without external actions yet we want students to exhibit their understanding by responding to tasks we present before them. Specifically, as behaviorists, we want students to answer questions correctly and sometimes do not care how they got their answers. As cognitivists, we want to know what students are thinking as they work with mathematics and we ask students to show their work. This relates to the dilemma that your supervisor has. How do we know a person understands anything unless we give that person tasks to do that exhibit that understanding? So many times we may think a person understands something, then we ask a question and we find that the person does not possess the understanding we thought the person had. When examining understanding of a particular concept, you must look for more than the answer to a question; you must look at the process. Careless mistakes do not void understanding. A person can quite fully understand an idea but make errors in some process. Also, a person can have a full grasp of one dimension (for instance, skill-algorithm understanding) and have little grasp of any other dimension."

Bu bağlamda, analizler yapılırken hem davranışçı hem de bilişselci olarak hareket edilmesi kararlaştırılmıştır. Verilen cevaplarda hem doğruluk durumu göz önünde bulundurulmuş hem de sürece bakılmıştır. Anlama boyutları analizleri kapsamında doğru ve kısmi cevaplar değerlendirmeye alınmıştır. Analizlerde kullanılmak üzere araştırmacı tarafından bir rubrik geliştirilmiştir ve bu rubrik EK 7'da yer almaktadır.

3.6.2. MSA Verilerinin Analizi

Matematiksel Süreç Aracı iki bölümden oluşan bir testtir. Birinci bölümünde toplamda 18 soru yer almaktadır. İkinci bölümde ise birinci bölümde yer alan soruların 3 ile 6 arasında değişen farklı çözümlerin bulunduğu bir liste ile bu çözümlerden yaptıkları çözümleri seçip işaretleyecekleri bir anketten oluşmaktadır. Araçta yer alan her problem görsel veya görsel olmayan yöntemlerle çözülebilmektedir. Orijinal bir çözüm yöntemi kullananlar kişiler için ankette bir boşluk yer almaktadır. Çalışma grubunun verdiği cevapların doğruluk durumu dikkate alınmaksızın her görsel çözümün puanı 2 ve her görsel olmayan çözümün puanı 0'dır. Karma çözümlere ise 1 puan verilmektedir. Bu durumda, bir kimsenin MSA'da alabileceği maksimum puan 36 olabilmektedir.

MSA'dan elde edilen puan ile ilgili bu testi kullananların çeşitli sınıflamaları olmuştur. Richardson (1977), öğrencileri MSA puanlarına göre ilk %15'lik dilime giren öğrencileri analitik, son %15'lik dilime giren öğrencileri geometrik, diğer öğrencileri ise harmonik düşünen sınıfına dâhil etmiştir (akt. Taşova, 2011). Galindo-Morales (1994) araştırmasında MSA puanına göre düşünme yapılarını sınıflarken, puanı 22 veya üstü olanları geometrik, 12 veya altı olanları analitik, diğer puanları ise harmonik tip olarak belirlemiştir.

Bu araştırmada ise yukarıda bahsedilen sınıflama yöntemleri ile mutlak değerlendirmenin (0-12 analitik, 13-24 harmonik, 25-36 geometrik) yanı sıra bağıl değerlendirme yapılmıştır. Yani, her bir grubunun alt ve üst sınırları belirlenerek karar verilmiştir. Presmeg (1985) de çalışmasında bu tür sınıflamayı kullanmış ve MSA'dan alınan puanlara göre puanı en düşük olan grubu analitik, en yüksek olan grubu geometrik, puanı orta düzeyde olanları ise harmonik düşünme yapısına sahip şeklinde kodlamıştır. Düşünme yapılarına ait sınıflamada kullanılan yöntem ise şöyledir: MSA'dan elde edilen verilerden en büyük ve en küçük değerin farkı alınarak grubun puan dağılım aralığı hesaplanır. Dağılım aralığı grup sayısına (araştırmada üç grup yer almaktadır; analitik, geometrik ve harmonik) bölünerek sınıf aralığı hesaplanır. Elde edilen sınıf aralığı, grubun en düşük puanına ilk eklendiğinde analitik düşünme yapısı sınıfının üst sınırı ve harmonik düşünme yapısının alt sınırı, ikinci eklendiğinde ise harmonik düşünme yapısı sınıfının üst sınırı ve görsel düşünme yapısının alt sınırı hesaplanmış olur.

Araştırmada çalışma grubunun MSA'dan aldığı en düşük puan 5, en yüksek puan 24"tür. Dağılım aralığı 24 – 5 = 19 ve bu verilere göre sınıf aralığı 19/3 = 6,33 olmaktadır. Elde edilen sınıf aralığı MSA'dan elde edilen en küçük değerle iki kere toplandığında grupların alt ve üst sınırları belirlenmiş olur. Sonuç olarak araştırmada 5-11 puan aralığında yer alanlar analitik, 12-18 arasında olanlar harmonik, 19-24 arasında olanlar ise geometrik düşünme yapısına sahip olduğu belirlenmiştir.

3.6.3. PUGT Verilerinin Analizi

Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi, çoktan seçmeli ve tek doğru cevaplı bir hız testidir. Test her bir bölümde 12 soru olmak üzere 3 bölümden ve toplamda 36 sorudan oluşmaktadır. Bu test Guay (1977) tarafından geliştirilmiştir ve Guay (a.g.e) teste verilen yanıtların doğru cevap sayısının önemli olduğunu ve gerekli değerlendirmelerin doğru cevaplar üzerinden yapılabileceğini belirtmiştir. Bu bağlamda, testin analizinde doğru cevap sayısı üzerinden değerlendirme yapılmıştır. Testten her bir bölümde en fazla 12 puan olmak üzere toplamda en fazla 36 puan alınabilmektedir.

Uzamsal görselleme becerisinin sınıflandırılmasında mutlak değerlendirme kullanılmıştır. PUGT puanı 0 ile 12 arasında olan katılımcıların uzamsal görselleme becerisi düşük düzeyde, 13 ile 24 arasında olan katılımcıların uzamsal görselleme becerisi orta düzeyde, 25 ile 36 arasında yer alan katılımcıların uzamsal görselleme becerisi yüksek düzeyde olduğu kabul edilmiştir.

3.6.4. Görüşme Verilerinin Analizi

Nitel araştırma yöntemlerinin temel veri toplama araçlarından biri olan görüşme tekniği ile elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilip yorumlanmıştır. Bu analiz sürecinde betimleme, sınıflandırma ve ilişkilendirme olmak üzere üç bölümden faydalanılmıştır (Dey, 1993; akt. Özdemir, 2011). Ses kayıt cihazı ile kaydedilen veriler öncelikle birebir transkript edilmiştir. Transkript edilen veriler isimlendirilerek betimlenmesi sağlanmıştır. Betimleme sürecinde, görüşme formunun hazırlanmasında da dikkat edilen lineer cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutları ile veri toplama sürecinde ortaya çıkan yeni durumlar dikkate alınmıştır. Görüşmedeki konu başlıkları şöyle sıralanabilir:

- Lineer cebir kavramları tanımı ve kavram imajları
- Matematiksel anlama
- Matematiksel anlama boyutları
- Düşünme yapılarındaki farklılıklar
- Daha iyi bir anlama için lineer cebir dersi öğretimi planlama

Betimleme süreci sonrasında benzerlik ve farklılıklara göre veriler sınıflandırılmıştır. Analiz sürecinin son basamağında ise veriler, transkriptlerden yapılan doğrudan alıntılarla birlikte ilişkilendirmeler ve yorumlamalar yapılarak bulgular bölümünde sunulmuştur.

BÖLÜM IV: BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde, araştırmanın cevaplamaya çalıştığı problemlere yönelik matematik öğretmeni adaylarının sahip oldukları matematiksel düşünme yapıları, uzamsal yetenek düzeyleri, lineer cebir kavramlarındaki performansları ve bu kavramlarda sergiledikleri anlama boyutları bulgularına yer verilmiştir. Ayrıca lineer cebir kavramları bazında araştırmanın teorik çerçevesini oluşturan anlama boyutları, düşünme yapıları, uzamsal yetenek ve performansa ilişkin bulgular sunulmuştur ve karşılaştırmalar yapılarak değerlendirilmiştir.

4.1. Matematiksel Düşünme Yapıları ve Uzamsal Yetenek

Araştırmanın problem durumlarından biri, matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutları ve performanslarının bireysel farklılık olarak matematiksel düşünme yapıları ve uzamsal yeteneklerine göre nasıl farklılaştığının incelenmesidir. Bu başlık altında, matematik öğretmeni adaylarının sahip oldukları matematiksel düşünme yapılarına, uzamsal yetenek seviyelerine ve matematiksel düşünme yapıları ile uzamsal yeteneklerinin birbirlerine göre durumlarına yer verilmiştir.

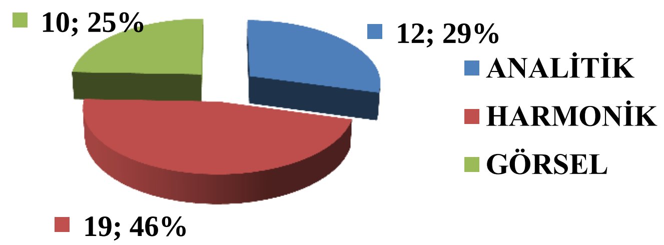
4.1.1. Matematiksel Düşünme Yapıları

Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme yapılarını belirlemek amacıyla kullanılan MSA, analizi bölümünde de ifade edildiği gibi Presmeg'in (1986) kendi araştırmasında da kullandığı bağıl değerlendirme yöntemi ile analiz edilmiştir. Bunun için her bir grubun alt ve üst sınırı belirlenmiştir. Bu bağlamda, MSA'da alınan puanlara göre 5'ten 11'e kadarki aralıkta yer alan öğrenciler analitik düşünme yapısına; 12'den 18'e kadarki aralıkta yer alan öğrenciler harmonik düşünme yapısına ve 19'dan 24'e kadarki aralıkta yer alan öğrenciler ise görsel düşünme yapısına sahiptir. Tablo 4.1'de öğretmen adaylarının MSA'dan aldıkları puanlar ve frekans değerleri matematiksel düşünme yapılarına göre dağılımı yer almaktadır.

Tablo 4.1. MSA'dan Alınan Puanlar ve Frekans Değerlerinin Matematiksel Düşünme Yapılarına Göre Dağılımı

Analitik D.Y.		Harmonik D.Y.		Görsel D.Y.	
Puan	**f**	**Puan**	**f**	**Puan**	**f**
5	1	12	3	19	2
6	2	13	2	20	2
7	0	14	3	21	3
8	1	15	2	22	1
9	1	16	5	23	0
10	3	17	1	24	2
11	4	18	3		

Öğretmen adaylarının MSA'da aldıkları en yüksek puan 24, en düşük puan ise 5'tir. Bu aralıkta, en çok yığılma 16 puandayken 7 ve 23 puan alan öğretmen adayı bulunmamaktadır. Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme yapıları dağılımının frekans ve yüzdeleri Şekil 4.1'deki gibidir.



Şekil 4.1. Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarına Göre Dağılımının Betimsel İstatistiği

Öğretmen adaylarının %29'u analitik, %25'i görsel ve %46'sı harmonik düşünme yapısına sahiptir.

4.1.2. Uzamsal Yetenek

Öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerini belirlememek amacıyla Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi kullanılmıştır. PUGT çoktan seçmeli, tek doğru cevaplı bir testtir.

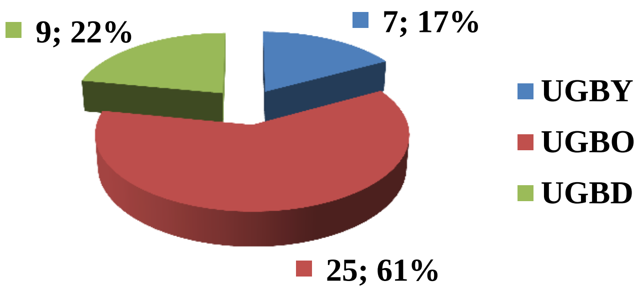
Öğretmen adaylarının test sorularına verdikleri cevaplarının analizinde, testi geliştiren Guay (1977) testteki doğru cevap sayısının önemli olduğunu ve gerekli değerlendirmelerin doğru cevaplar üzerinden yapılabileceğini önemsemiştir. Bu anlamda öğretmen adaylarının testin her boyutunda ve tamamında verdikleri doğru cevap sayısı dikkate alınmıştır. PUGT için en yüksek doğru cevap sayısı 36, bu testin her bir alt bölümü için en yüksek doğru cevap sayısı ise 12'dir. PUGT'nin öğretmen adaylarına uygulanması sonucunda elde edilen doğru cevap sayıları ve özellikleri Tablo 4.2'de sunulmuştur. Her bir alt boyutun ortalama doğru cevap sayısı ile standart sapmasının verildiği tabloda aynı zamanda tüm testteki ortalama doğru cevap sayısı ve standart sapmasına da yer verilmiştir.

Tablo 4.2. PUGT'ye Verilen Cevapların Puan Ortalamaları ve Özellikleri

	Oluşturma	**Döndürme**	**Görünümler**	**PUGT Genel Puan**
Min. Puan	0	1	0	4
Max. Puan	12	10	9	30
Ortalama	7,41	5,24	4,49	16,88
Std. Sapma	3,02	2,57	2,56	6,58

PUGT'nin alt bölümleri arasında doğru cevap sayıları yönüyle belirgin bir fark olmamakla birlikte en düşük doğru cevap ortalamasına sahip alt bölüm 4,49'luk cevap ortalaması ile görünümler alt bölümüdür. PUGT bulguları, öğretmen adaylarının, üç boyutlu bir cisme değişik noktalardan bakmayı gerektiren sorularda zorlandıklarını göstermektedir. Öğretmen adayları üç boyutlu bir cismin oluşturulmasını içeren soru türlerinde daha yüksek performans göstermişlerdir. En yüksek doğru cevap sayısının 30, en düşük doğru cevap sayısının 4 olduğu PUGT bulgularında, ortalama cevap sayısının 17 etrafında yığıldığı görülmektedir.

PUGT'deki maksimum ve minimum doğru cevap sayıları dikkate alınarak, ortalamaya bir standart sapma puan eklenmesi ve çıkartılması yoluyla üç gruptan oluşan bir sınıflama yapılmıştır. Ortalamaya eklenen bir standart puan ile (23,46); 23 ve üzeri doğru cevaba sahip öğretmen adayları "Uzamsal Görselleştirme Becerisi Yüksek (UGBY)", ortalamadan bir standart puanın çıkarılması ile (10,29); 10 ve 10 altındaki doğru cevaba sahip öğretmen adayları ise "Uzamsal Görselleştirme Becerisi Düşük (UGBD)" şeklinde kodlanmıştır. Cevaplanan PUGT sonucunda 10 ile 23 (sınırlar hariç) arasında doğru cevabı bulunan adaylar ise "Uzamsal Görselleştirme Becerisi Orta Düzeyde (UGBO)" olarak sınıflandırılmış ve kodlanmıştır. Bu bağlamda üç gruba ayrılan öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerine ilişkin yüzdelik dilimleri ve her gruptaki kişi sayısı Şekil 4.2'de verilmiştir.

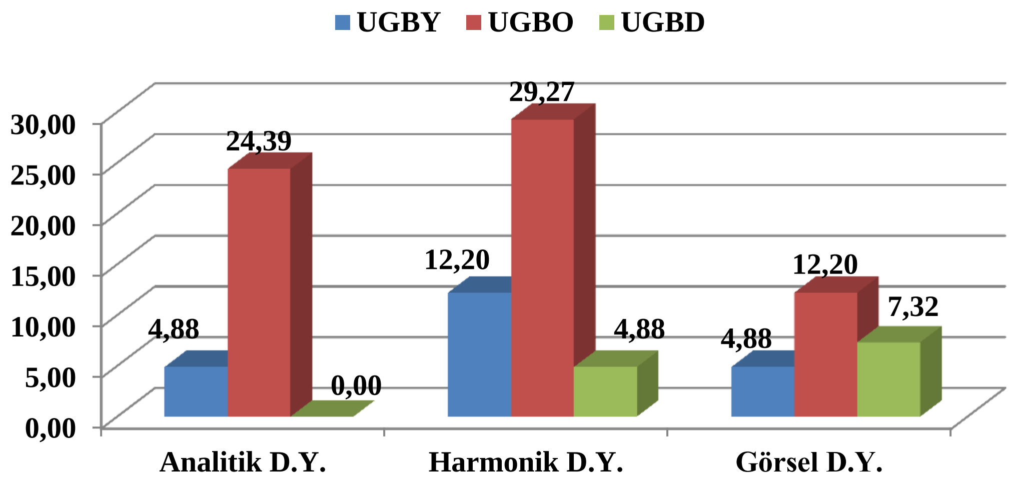


Şekil 4.2. Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerine Göre Dağılımının Betimsel İstatistiği

Öğretmen adaylarının PUGT'ye verdikleri cevaplar doğrultusunda, % 22'sinin uzamsal görselleştirme becerisi yüksek, % 61'sının uzamsal görselleştirme becerisi orta, %17'sinin uzamsal görselleştirme becerisi düşüktür.

4.1.3. Matematiksel Düşünme Yapıları ve Uzamsal Yeteneğin Birbirlerine Gore Durumları

Araştırmanın çekirdeği anlama boyutları bulgularına geçmeden evvel öğretmen adaylarının bir prototipini çizmek adına uzamsal yetenek seviyesi ve matematiksel düşünme yapıları farklılıkları arasındaki ilişkinin betimlenmesi araştırmacı tarafından gerekli görülmüştür. Bu amaçla, matematiksel düşünme yapısı ve uzamsal yetenek arasındaki ilişki Şekil 4.3'te sunulmuştur.



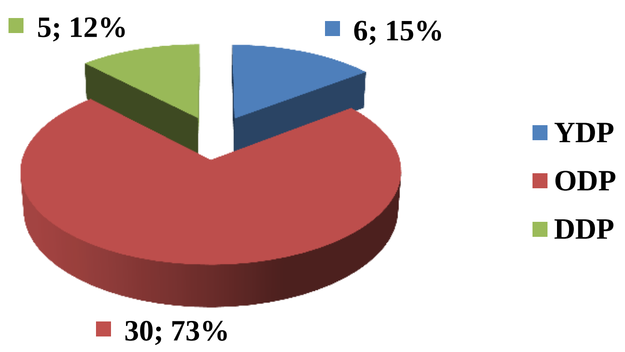
Şekil 4.3. Öğretmen Adaylarının Matematiksel Düşünme Yapılarına Göre Uzamsal Yetenek Seviyeleri ve Yüzdeleri

Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme yapılarına göre uzamsal yetenekleri incelenmiştir. Öğretmen adaylarının %4,88'i yüksek düzeyde uzamsal yeteneğe ve analitik düşünme yapısına, %24,39'u orta düzeyde uzamsal yeteneğe ve analitik düşünme yapısına, %12,20'si yüksek düzeyde uzamsal yeteneğe ve harmonik düşünme yapısına, % 29,27'si orta düzeyde uzamsal yeteneğe ve harmonik düşünme yapısına, % 4,88'i düşük düzeyde uzamsal yeteneğe ve harmonik düşünme yapısına, %4,88'i yüksek düzeyde uzamsal yeteneğe ve görsel düşünme yapısına, %12,20'si orta düzeyde uzamsal yeteneğe ve görsel düşünme yapısına, %7,32'si düşük düzeyde uzamsal yeteneğe ve görsel düşünme yapısına sahiptir. Düşük düzeyde uzamsal yeteneğe ve analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adayı bulunmamaktadır.

4.2. Lineer Cebir Performansı

LCT, matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir kavramları ve uygulamalarına yönelik performanslarını betimlemek amacıyla hazırlanmış 17 sorudan oluşan klasik yazılı testtir. Öğretmen adaylarının performanslarını betimlemek için öncelikle teste verilen cevapların incelenmesine yönelik EK 5'te yer alan Lineer Cebir Testi Performans Analizi Rubriği hazırlanmıştır.

Öğretmen adaylarının cevapları, rubrik yardımıyla doğru, kısmi, yanlış ve boş cevap olarak sınıflandırılmış ve performansları belirlenirken cevap sayıları ve yüzdeleri hesaplanmıştır. Değerlendirmede, öğretmen adaylarının cevapladıkları doğru ve kısmi cevap sayıları dikkate alınmıştır. Öğretmen adayları doğru ve kısmi cevaplama sayıları toplamlarının aritmetik ortalamasına bir standart sapma puanı eklenmesi ve çıkartılması yoluyla üç gruptan oluşan bir sınıflama yapılmıştır. Ortalamaya eklenen bir standart puan ile (21,09); 21 ve üzeri cevap sayısına sahip olan öğretmen adayları "Yüksek Düzeyde Performans (YDP)", ortalamadan bir standart puanın çıkarılması ile (11,20); 11 ve altındaki cevap sayısına sahip olan öğretmen adayları ise "Düşük Düzeyde Performans (DDP)" gösterdikleri şeklinde adlandırılmıştır. Cevaplanan LCT sonucunda 11 ile 21 (sınırlar hariç) arasında cevap sayısı bulunan adaylar ise "Orta Düzeyde Performans (ODP)" gösterdikleri şeklinde yorumlanmıştır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının performans düzeylerinin frekans ve yüzde dağılımları aşağıda sunulmuştur (Şekil 4.4):



Şekil 4.4. Öğretmen Adaylarının Performansa Göre Dağılımlarının Betimsel İstatistiği

Öğretmen adaylarının %29'u yüksek düzeyde performans gösterirken %10' düşük düşeyde performans göstermiştir. Öğretmen adaylarının çoğunluğu (%61) orta düzeyde performansa sahiptir.

Öğretmen adaylarının LCT'ye verdikleri cevapların soru bazında performansları detaylı olarak sunulmuştur (Tablo 4.3).

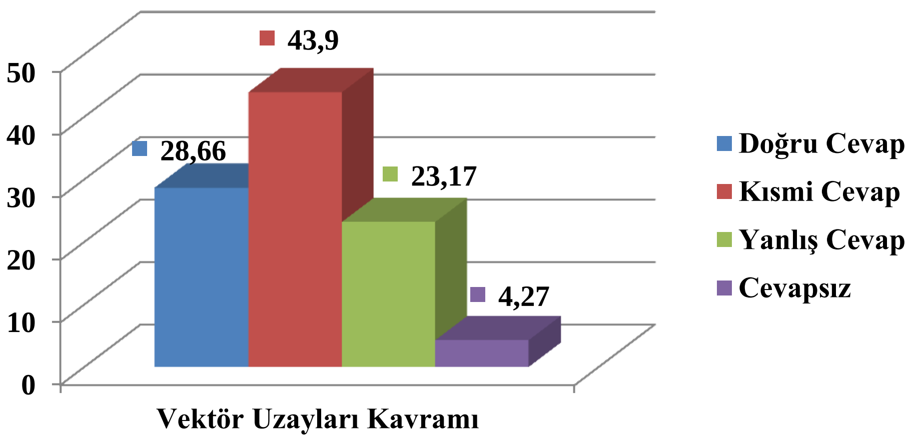
Tablo 4.3. Öğretmen Adaylarının LCT Performanslarının Soru Bazında Performans Frekans ve Yüzdeleri

	Doğru Cevap		Kısmi Cevap		Yanlış Cevap		Cevapsız	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
1a	8	19,51	23	56,1	7	17,07	3	7,32
1b	15	36,59	18	43,9	7	17,07	1	2,44
1c	20	48,78	5	12,2	12	29,27	4	9,76
1d	25	60,98	7	17,07	7	17,07	2	4,88
1e	6	14,63	17	41,46	11	26,83	7	17,07
1f	18	43,9	12	29,27	9	21,95	2	4,88
2	26	63,41	13	31,71	2	4,88	0	0
3	7	17,07	16	39,02	17	41,46	1	2,44
4	6	14,63	20	48,78	12	29,27	3	7,32
5	0	**0**	36	87,8	3	7,32	2	4,88
6	10	24,39	12	29,27	11	26,83	8	19,51
7	39	**95,12**	2	4,88	0	0	0	0
8a	11	26,83	5	12,2	14	34,15	11	26,83
8b	6	14,63	3	7,32	9	21,95	23	56,1
8c	3	7,32	4	9,76	9	21,95	25	60,98
9	16	39,02	12	29,27	5	12,2	8	19,51
10	9	21,95	23	56,1	2	4,88	7	17,07
11	4	9,76	14	34,15	11	26,83	12	29,27
12a	23	56,1	10	24,39	3	7,32	5	12,20
12b	13	31,71	3	7,32	7	17,07	18	43,9
13a	29	70,73	3	7,32	4	9,76	5	12,2
13b	2	4,88	22	53,66	9	21,95	8	19,51
13c	13	31,71	9	21,95	12	29,27	7	17,07
13d	9	21,95	6	14,63	10	24,39	16	39,02
15	4	9,76	19	46,34	4	9,76	14	34,15
16	2	4,88	6	14,63	11	26,83	22	53,66
17	7	17,07	21	51,22	1	2,44	12	29,27

Öğretmen adaylarının her soruda performansları farklılaşmıştır. En çok doğru yanıtladığı ve hiç yanlış yapmadığı soru yedinci sorudur. Bu soruda öğretmen adaylarından verilen iki vektörün lineer bağımlı olup olmadığını göstermeleri istenmiştir. Bu soru ayni zamanda öğretmen adaylarının yanıtsız bırakmadıkları iki sorudan birisidir. Hiç doğru cevaplanmayan soru olma özelliği ile beşinci soruda öğretmen adaylarından verilen kümenin alt vektör uzayı olduğunu göstermeleri ve geometrik olarak yorumlamaları beklenmiştir. En çok boş bırakılan soru ise sekizinci sorudur. Bu soruda öğretmen adaylarından diğer şıklarda verilen bağıntıların neden denk olduğunu ifade etmeleri istenmiştir.

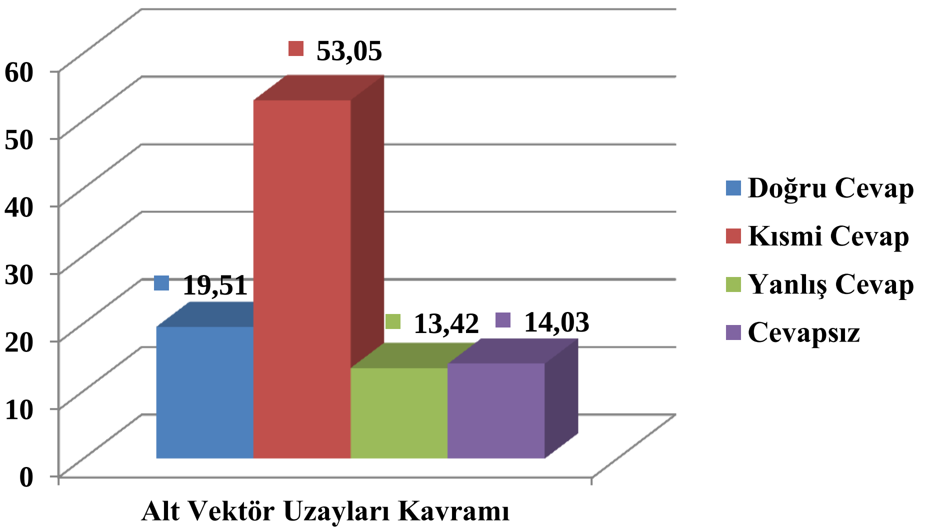
Öğretmen adaylarına birinci soruda lineer cebir kavramlarını tanımlamaları istenmiştir. Öğretmen adayları tanımlarda en yüksek performansı lineer bağımsızlık ve sonrasında lineer bilesim kavramında sergilemişlerdir. En düşük tanımlama performansı ise taban kavramına aittir.

Matematik öğretmeni adaylarının LCT'nde yer alan sorulara verdikleri yanıtlar kavramsal bazda ele alındığında ise performanslar su şekildedir:



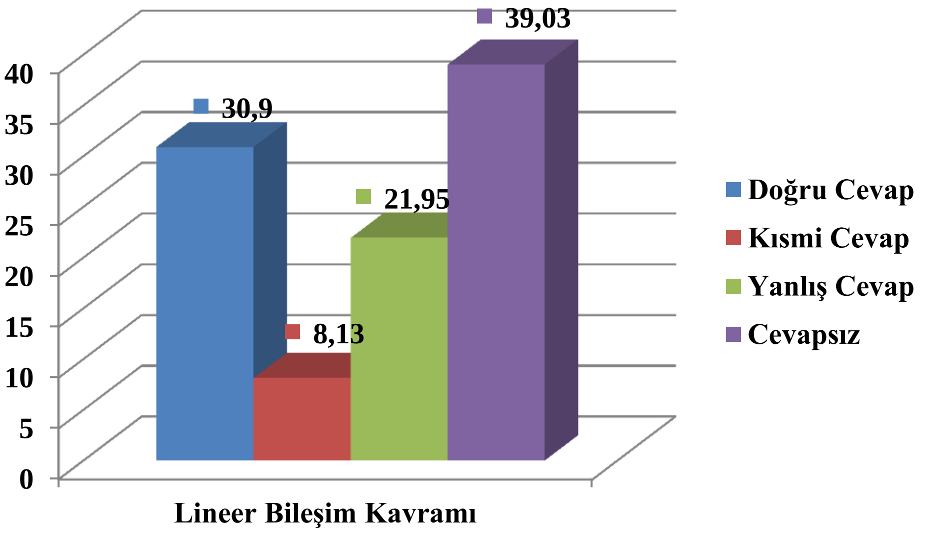
Şekil 4.5. Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramı Performans Yüzdeleri

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan vektör uzayları kavramına yönelik sorulara verdikleri cevaplar performans bağlamında incelendiğinde, adayların vektör uzayları sorularına %28,66'sı doğru, %43,9'u kısmi ve %23,17'si yanlış cevaplamış; %4,27'si cevapsız bırakmıştır.



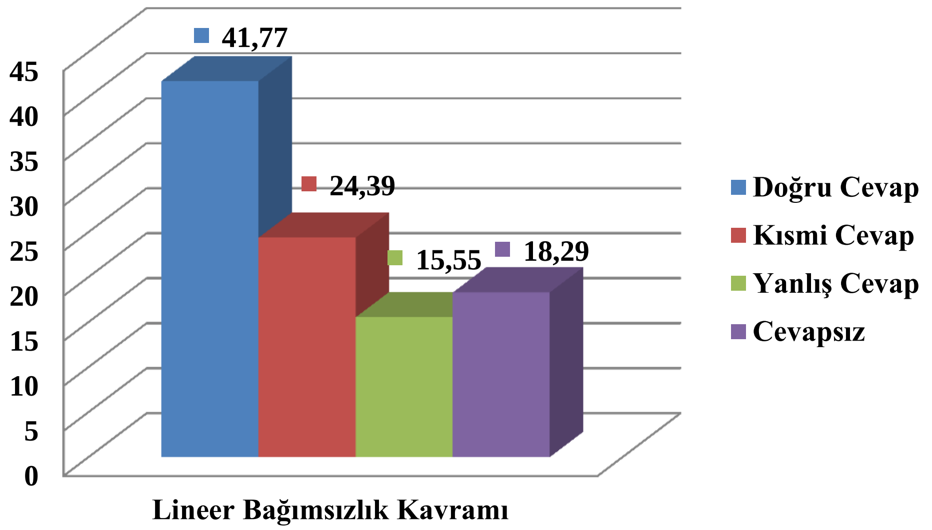
Şekil 4.6. Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramı Performans Yüzdeleri

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan alt vektör uzayları kavramına yönelik sorulara verdikleri cevaplar performans bağlamında incelendiğinde, adayların alt vektör uzayları sorularına %19,15'i doğru, %53,05'i kısmi, %13,42'si yanlış cevaplamış ve adayların %14,03'ü soruları cevapsız bırakmıştır.



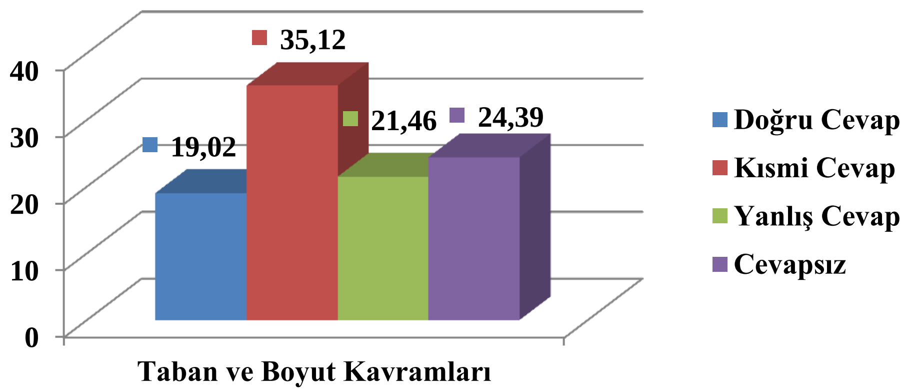
Şekil 4.7. Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramı Performans Yüzdeleri

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bileşim kavramına yönelik sorulara verdikleri cevaplar performans bağlamında incelendiğinde, adayların lineer bileşim sorularına %30,9'u doğru, %8,13'ü kısmi ve %21,95'i yanlış cevaplamış; %39,03'ü cevapsız bırakmıştır. Öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı lineer bileşim kavramına yönelik soruları boş bırakmıştır.



Şekil 4.8. Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramı Performans Yüzdeleri

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bağımsızlık kavramına yönelik sorulara verdikleri cevaplar performans bağlamında incelendiğinde, adayların vektör uzayları sorularına %41,77'si doğru, %24,39'u kısmi ve %15,55'i yanlış cevaplamış; %18,29'u cevapsız bırakmıştır. Öğrenmen adaylarının yaklaşık yarısı lineer bağımsızlık kavramı sorularını doğru cevaplamıştır.



Şekil 4.9. Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramları Performans Yüzdeleri

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan taban ve boyut kavramlarına yönelik sorulara verdikleri cevaplar performans bağlamında incelendiğinde, adayların lineer bileşim sorularına %19,02'si doğru, %35,12'si kısmi ve %21,46'sı yanlış cevaplamış; %24,39'u cevapsız bırakmıştır. Öğretmen adaylarının çoğunluğu taban ve boyut kavramlarına yönelik soruları kısmi cevaplamıştır.

4.2.1. Lineer Cebir Kavram İmgeleri

Araştırmada cevaplanmaya çalışılan sorulardan biri de matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir kavramlarında sahip oldukları imgelerin incelenmesidir. Bu başlık altında vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bilesim, lineer bağımsızlık, taban ve boyut kavramlarında sergilenen imgeler sunulmuştur.

Tablo 4.4. Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavram İmge Kategorileri

Kategori	f	%	Örnek
Küme	14	34	Vektörlerden oluşan uzaydır.
İşlemsel özellikler	15	37	Vektörlerle toplama ve çarpma işlemlerinin tanımlı olduğu uzaydır.
Doğru parçası	3	7	Üzerinde doğru parçası bulunduran uzaydır.
Denklik sınıfı	2	5	n boyutlu bir uzaydaki vektörlerinin denklik sınıflarının oluşturduğu kümedir
Kavram Haritası	4	10	Tabanı, boyutu, üreteçleri olan uzaydır.
Boş veya Geçersiz Cevap	3	7	Teşebbüs edilmemiş veya vektör uzayları tanımı ile ilgili kavram ya da imgelerin kullanılmaması

Vektör uzayları kavramı imgeleri, öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen vektör uzayları kavramına yönelik ifadelerine göre küme, işlemsel özellikler, doğru parçası, denklik sınıfı ve kavram haritası olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adayları en yüksek yüzde (%37) ile işlemsel özellikler kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları vektör uzayları kavramının toplama ve çarpma işleminin bazı özelliklerine sahip olduklarına yönelik tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. İşlemsel özellikler kavram imgesini %34 ile küme kavram imgesi takip etmektedir ki bu imgede öğretmen adayları vektör uzayları kavramının küme, uzay ya da topluluk şeklinde tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının %10'u vektör uzayı kavramına yönelik kavram haritası olarak adlandırılan imgeye sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları vektör uzayları kavramını vektör cebircinin çekirdek kavramı olarak görmekte lineer bileşim, lineer bağımsızlık, taban kavramlarının merkezinde yer aldığını betimlemektedir. Öğretmen adaylarının %7'si tanım ve tariflerinde vektör uzayları kavramının geometrik yönüne vurgu yaparak doğru parçası kavram imgesine sahiptirler, %5'i ise denklik sınıfı kavram imgesine sahiptir.

Tablo 4.5. Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavram İmge Kategorileri

Kategori	f	%	Örnek
Alt Küme	20	49	Vektör uzayının alt kümesidir.
İşlemsel Özellikler	18	44	Vektörlerin uzayda oluşturdukları kapalılık, toplama ve çarpmaya göre kapalı olması durumunda oluşur.
Boş veya Geçersiz Cevap	3	7	Teşebbüs edilmemiş veya alt vektör uzayları tanımı ile ilgili kavram ya da imgelerin kullanılmaması

Alt vektör uzayları kavramı imgeleri, öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen alt vektör uzayları kavramına yönelik ifadelerine göre alt küme ve işlemsel özellikler olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adayları en yüksek yüzde ile (%49) alt küme kavram imgesine sahiptir. Bu imgede öğretmen adayları alt vektör uzayları kavramının vektör uzayların alt kümesi olduğuna yönelik tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. Alt küme kavram imgesini %44 ile işlemsel özellikler kavram imgesi takip etmektedir ki bu imgede öğretmen adayları alt vektör uzayları kavramının toplama ve çarpma işlemine göre kapalı olduğuna yönelik tanım ve tariflerde bulunmuşlardır.

Tablo 4.6. Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavram İmge Kategorileri

Kategori	f	%	Örnek
İşlemsel özellikler	25	61	İki vektörün ayrı ayrı katlarının toplamı şeklinde yazılabilen vektöre, bu 2 vektörün lineer bileşimi denir. x (a,b) + y (c,d) = (u,v)
Denklem Sistemi	3	7	En az iki lineer denklem veya sistemin oluşturduğu yeni denklem veya sisteme denir.
Birbiri Cinsinden Yazılma	4	10	Bir vektörü birkaç vektör cinsinden yazabilmektir.
Boş veya Geçersiz Cevap	9	22	Teşebbüs edilmemiş veya lineer bileşim tanımı ile ilgili kavram ya da imgelerin kullanılmaması

Lineer bileşim kavram imgeleri, öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen lineer bileşim kavramına yönelik ifadelerine göre işlemsel özellikler, denklem sistemi ve birbiri cinsinden yazılma olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adayları en yüksek yüzde ile (%61) işlemsel özellikler kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları lineer bileşim kavramının toplama ve çarpma işlemlerini kullanarak yeni bir vektör elde edilmesi yönünde tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. İşlemsel özellikler kavram imgesini %10 ile birbiri cinsinden yazılma kavram imgesi takip etmektedir ki bu imgede öğretmen adayları lineer bileşim kavramını bir vektörün başka vektörler kullanılarak yazılması şeklinde tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının %7'si lineer bileşim kavramına yönelik denklem sistemi olarak adlandırılan imgeye sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları lineer bileşim kavramını lineer denklemlerden üretilen yeni bir denklem olarak değerlendirmektedir.

Tablo 4.7. Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavram İmge Kategorileri

Kategori	f	%	Örnek
İşlemsel özellikler	18	44	Birkaç vektörün her birini katsayılarla çarpıldığında sonuç sıfırken bu katsayıların hepsi de sıfır olmak zorundaysa bu vektörler lineer bağımsızdır.
Birbiri Cinsinden Yazılma	6	15	Birden fazla vektörden oluşan kümedeki elemanlardan herhangi birinin diğer vektörler cinsinden yazılamamasıdır.
Birbirinin Katı Olma	4	10	Vektörlerin birbirinin katları olmaması durumudur.
Lineer Bağımlı Olmama	1	2	Birbirleriyle lineer bağımlı olmayan vektörler lineer bağımsızdır.
Lineer Bileşim Olarak Yazılma	5	12	İki veya daha fazla sayıda vektörün bir birlerinin bir birlerinin lineer bileşimi şeklinde yazılamamasıdır.
Aynı Düzlemde Yer Almama	1	2	Belirli sayıdaki vektörler belirli bir düzlem içerisinde değilse, lineer bağımsızdır.
Denklem Sisteminin Sıfır Çözümü	4	10	Herhangi iki vektörün ortak çözümleri tek ve 0 ise bu iki vektör lineer bağımsızdır.
Boş veya Geçersiz Cevap	4	10	Teşebbüs edilmemiş veya lineer bağımsızlık tanımı ile ilgili kavram ya da imgelerin kullanılmaması

Lineer bağımsızlık kavram imgeleri, öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen lineer bağımsızlık kavramına yönelik ifadelerine göre işlemsel özellikler, birbiri cinsinden yazma, lineer bileşim olarak yazılma, birbirinin katı olmama, denklem sisteminin sıfır çözümü, lineer bağımlı olmama ve aynı düzlemde yer almama olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adayları en yüksek yüzde ile (%44) işlemsel özellikler kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramının toplama ve çarpma işlemleri kullanılarak yapılmış tanım ve tarifler yer almaktadır. İşlemsel özellikler kavram imgesini %15 ile birbiri cinsinden yazılma kavram imgesi takip etmektedir ki bu imgede öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramını bir vektörün başka vektörler kullanılarak yazılması şeklinde tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının %12'si lineer bileşim olarak yazılamama kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramını vektörlerin birbirlerinin lineer bileşimi şeklinde yazılamaması olarak değerlendirmektedir. Öğretmen adaylarının %10'u birbirinin katı olmama kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramını vektörlerin birbirlerinin katlarının alınarak elde edilemediği olarak ifade etmektedir. Öğretmen adaylarının %10'u denklem sisteminin sıfır çözümü kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramını vektörlerin ortak çözümlerinin tek ve sıfır olması hali olarak açıklamaktadır. Öğretmen adaylarının %2'si lineer bağımsızlık kavramını vektörlerin lineer bağımlı olmaması şeklinde ifade ederken %2'si vektörlerin aynı düzlemde yer almaması olarak ifade etmektedir.

Taban kavram imgeleri, öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen taban kavramına yönelik ifadelerine göre lineer bağımsızlık, germe, işlemsel özellikler, eleman, üreteç, uzayda düzlem ve baz olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adayları en yüksek yüzde ile (%44) lineer bağımsızlık kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları taban kavramını lineer bağımsız vektörlerden oluşan küme olarak ifade etmişlerdir. Lineer bağımsızlık kavram imgesini %10 ile germe kavram imgesi takip etmektedir ki bu imgede öğretmen adayları taban kavramını vektör uzayını geren en küçük yapı olarak açıklamaktadır. Öğretmen adaylarının %7'si işlemsel özellikler kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları taban kavramının germe ve lineer bağımsızlığa bağlı tanımı yer almaktadır. Öğretmen adaylarının %5'i eleman kavram imgesine sahiptir. Bu imgede, öğretmen adayları vektör uzayında bulunan tüm elemanların tabanı oluşturan eleman ya da elamanlar cinsinden yazılması şeklinde tanım ve tariflerde bulunmuştur. Öğretmen adaylarının %5'i üreteç kavram imgesine sahiptir.

Bu imgede, öğretmen adayları taban kavramını vektör uzayının bileşenlerini belirlemek için oluşturulan bir elementer küme olarak açıklamaktadır. Öğretmen adaylarının %2'si taban kavramını uzayda düzlem vektörlerin lineer bağımlı olmaması şeklinde ifade ederken %2'si vektörlerin aynı düzlemde yer almaması olarak ifade etmektedir.

Tablo 4.8. Öğretmen Adaylarının Taban Kavram İmge Kategorileri

Kategori	f	%	Örnek
İşlemsel özellikler	3	7	Bir S, V'yi geriyorsa ve S lineer bağımsızsa S, V'nin tabanıdır.
Lineer Bağımsızlık	18	44	Lineer bağımsız vektörlerin oluşturduğu kümedir.
Germe	4	10	Bir vektör uzayını geren en küçük yapıdır.
Üreteç	2	5	Bir vektör uzayının bileşenlerini belirlemek için oluşturulan bir elementer kümedir (birim eleman gibi).
Uzayda Düzlem	1	2	Uzayda düzlem oluşması için gerekli kavramdır.
Baz	1	2	Uzayın baz aldığımız yeridir.
Vektör	2	5	Bir vektör uzayındaki tüm elemanların bu elemanın katsayısı şeklinde yazılabildiği elemandır.
Boş veya Geçersiz Cevap	9	22	Teşebbüs edilmemiş veya taban tanımı ile ilgili kavram ya da imgelerin kullanılmaması

Boyut kavram imgeleri, öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen boyut kavramına yönelik ifadelerine göre tabandaki vektör sayısı, lineer bağımsız vektör sayısı, sıfırlanmayan satır sayısı, derece, rank, boy ve alan olarak kategorilere ayrılmıştır. Öğretmen adayları en yüksek yüzde ile (%37) tabandaki vektör sayısı kavram imgesine sahiptir. Bu imgeyi %27 ile lineer bağımsız vektör sayısı kavram imgesi takip etmektedir. Öğretmen adaylarının %10'u sıfırlanmayan satır sayısı kavram imgesine sahipken yine %10'u derece kavram imgesine sahiptir. Derece kavram imgesinde öğretmen adayları, üzerinde çalışılan uzayın derecesi yönünde tanım ve tariflerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının %7'si rank kavram imgesine, %2'si boy kavram imgesine, %2'si alan kavram imgesine sahiptir.

Tablo 4.9. Öğretmen Adaylarının Boyut Kavram İmge Kategorileri

Kategori	f	%	Örnek
Sıfırlanmayan Satır Sayısı	4	10	Bir matristeki sıfırdan farklı satır sayısıdır.
Tabandaki vektör sayısı	15	37	Herhangi bir tabandaki vektör sayısına boyut denir.
Lineer Bağımsız Vektör Sayısı	11	27	Kendisini geren bütün lineer bağımsız vektörlerin sayısına boyut denir.
Rank	3	7	Çözülen lineer denklem sisteminin rankıdır.
Derece	4	10	Kullandığımız uzayın derecesidir. Yani kaç bileşeni olduğunu belirleyen kavramdır.
Boy	1	2	Vektörün boyu yani uzunluğudur.
Alan	1	2	Bir vektörün uzayda kapladığı alandır.
Boş veya Geçersiz Cevap	4	10	Teşebbüs edilmemiş veya boyut tanımı ile ilgili kavram ya da imgelerin kullanılmaması

Matematik öğretmen adaylarının tanımlamaları istenen lineer cebir kavramlarına yönelik ifadeleri kelime analizi yapılarak incelenmiş ve kullanılan kelimeler ve bu kelimeleri ne kadar sıklıkla ve yüzde ile kullandıkları kavramlar bazında sunulmuştur.

Tablo 4.10 Öğretmen Adaylarının Vektör uzayları Kavramına Yönelik Yaptıkları Tanım ve Tariflerde Kullandıkları Kelimeler, Frekansı ve Yüzdesi

Kelime	f	%	Kelime	f	%
Vektör	33	26,19	Taban	2	1,59
Uzay	24	19,05	Denklik Sınıfı	2	1,59
Küme	13	10,32	Lineer	2	1,59
Toplama	7	5,56	Etkisiz	2	1,59
Çarpma	6	4,76	Birleşme	2	1,59
Kapsayan	6	4,76	Yön	1	0,79
Boyut	6	4,76	Yer	1	0,79
Özellik	5	3,97	Xoyoz	1	0,79
Kapalılık	3	2,38	Üreteç	1	0,79
Doğru	3	2,38	Ters	1	0,79
Topluluk	2	1,59	Skaler	1	0,79
Tanımlı	2	1,59			

Öğretmen adayları vektör uzayları kavramını tanımlamaya yönelik ifadelerinde en çok “vektör, uzay, küme, toplama ve çarpma” kelimelerini kullanmışladır. Bu kelimeleri sayıca “kapsayan, boyut özellik, kapalılık, doğru, topluluk, tanımlı, taban, denklik sınıfı, lineer, etkisiz ve birleşme” kelimeleri takip etmektedir. En az kullandıkları kelimeler ise yön, yer, üreteç, ters, skaler ve xoyoz” kelimeleridir.

Öğretmen adayları alt vektör uzayları kavramına yönelik ifadelerinde en çok kullandıkları kelimeler vektör, uzay, alt ve kümedir. Bu kelimeleri sayıca “kapalı, toplama, çarpma, özellik, skaler, tanımlı, şart ve eleman” kelimeleri takip etmektedir. En az kullandıkları kelimeler ise “yapı ve topluluk” kelimeleridir.

Tablo 4.11. Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramına Yönelik Yaptıkları Tanım ve Tariflerde Kullandıkları Kelimeler, Frekansı ve Yüzdesi

Kelime	f	%	Kelime	f	%
Uzay	53	28,96	Çarpma	5	2,73
Vektör	52	28,42	Skaler	3	1,64
Alt	31	16,94	Tanımlı	2	1,09
Küme	14	7,65	Şart	2	1,09
Toplama	7	3,83	Eleman	2	1,09
Özellik	5	2,73	Yapı	1	0,55
Kapalı	5	2,73	Topluluk	1	0,55

Tablo 4.12. Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramına Yönelik Yaptıkları Tanım ve Tariflerde Kullandıkları Kelimeler, Frekansı ve Yüzdesi

Kelime	f	%	Kelime	f	%
Vektör	33	29,20	Çarpımı	2	1,77
Lineer	12	10,62	Bileşim	2	1,77
Toplamı	11	9,73	Sayı	2	1,77
Yazılması	9	7,96	Bağımlı	2	1,77
Cinsinden	6	5,31	Bağımsız	2	1,77
Katı	5	4,42	İşlem	2	1,77
Fazla	4	3,54	Skaler	1	0,88
Sistem	4	3,54	Türevi	1	0,88
İki	3	2,65	Küme	1	0,88
Denklem	3	2,65	Sabit	1	0,88
Belirli	3	2,65	Reel	1	0,88
Katsayı	2	1,77	Kural	1	0,88

Öğretmen adayları lineer bileşim kavramını tanımlamaya yönelik ifadelerinde en çok “vektör, lineer, toplamı, yazılması, cinsinden ve katı” kelimelerini kullanmışlardır. Bu kelimeleri sayıca “fazla, sistem, iki, denklem, belirli, katsayı, çarpımı, bileşim, sayı, bağımlı, bağımsız ve işlem” kelimeleri takip etmektedir. En az kullandıkları kelimeler ise “skaler, türevi, küme, sabit, reel ve kural” kelimeleridir.

Tablo 4.13. Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramına Yönelik Yaptıkları Tanım ve Tariflerde Kullandıkları Kelimeler, Frekansı ve Yüzdesi

Kelime	f	%	Kelime	f	%	Kelime	f	%
Vektör	26	22,03	Yazılan	4	3,39	çarpılması	2	1,69
Lineer	12	10,17	Katsayı	3	2,54	Belirli	2	1,69
Bağımsız	10	8,47	Katı	3	2,54	Toplam	2	1,69
Yazılamaması	8	6,78	Fazla	3	2,54	Sistem	2	1,69
Bileşim	7	5,93	Sayı	2	1,69	Zorunda	1	0,85
Cinsinden	6	5,08	Farklı	2	1,69	Uzay	1	0,85
Sıfır	6	5,08	eleman	2	1,69	Takım	1	0,85
İki	5	4,24	durum	2	1,69	Sonuç	1	0,85
Birbiri	5	4,24						

Öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramını tanımlamaya yönelik ifadelerinde en çok “vektör, lineer, bağımsız, yazılamaması, bileşim, cinsinden, sıfır” kelimelerini kullanmışladır. Bu kelimeleri sayıca “iki, birbiri, yazılan, katsayı, katı, fazla, sayı, farklı, eleman, durum, çarpılması, belirli, toplam ve sistem” kelimeleri takip etmektedir. En az kullandıkları kelimeler ise “zorunda, uzay, takım ve sonuç” kelimeleridir.

Öğretmen adayları taban kavramını tanımlamaya yönelik ifadelerinde en çok “vektör, uzay, lineer, bağımsız, küme, taban ve eleman” kelimelerini kullanmışladır. Bu kelimeleri sayıca “yazabilme, alt, sayısı, tane, R^{n}'de ve geren” kelimeleri takip etmektedir. En az kullandıkları kelimeler ise “yapı, üreteç, sonlu, sıfırlanamayan ve satır” kelimeleridir.

Tablo 4.14. Öğretmen Adaylarının Taban Kavramına Yönelik Yaptıkları Tanım ve Tariflerde Kullandıkları Kelimeler, Frekansı ve Yüzdesi

Kelime	f	%	Kelime	f	%
Vektör	33	20,75	Sayısı	4	2,52
Uzay	25	15,72	Tane	3	1,89
Lineer	22	13,84	Rn'de	3	1,89
Bağımsız	18	11,32	Geren	2	1,26
Küme	17	10,69	Yapı	1	0,63
Taban	11	6,92	Üreteç	1	0,63
Eleman	7	4,40	Sonlu	1	0,63
Yazabilme	5	3,14	Sıfırlanamayan	1	0,63
Alt	4	2,52	Satır	1	0,63

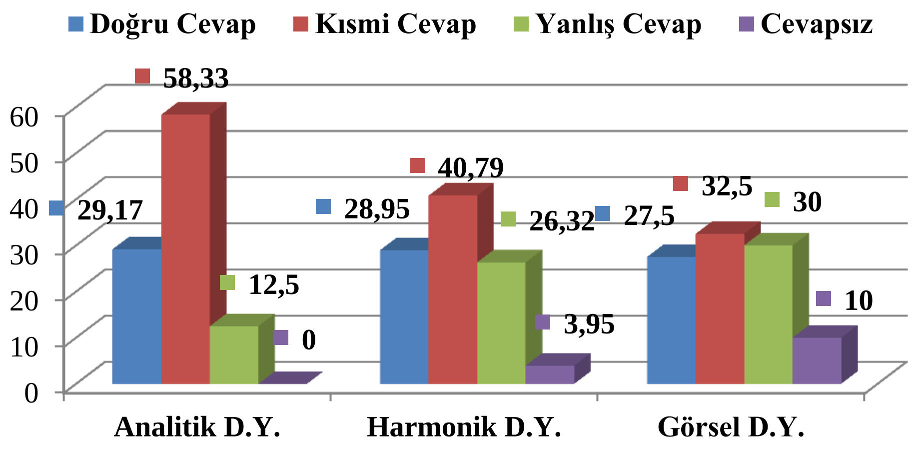
Tablo 4.15. Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramlarına Yönelik Yaptıkları Tanım ve Tariflerde Kullandıkları Kelimeler, Frekansı ve Yüzdesi

Kelime	f	%	Kelime	f	%
Sayısı	31	18,24	Matris	3	1,76
Vektör	30	17,65	Rank	3	1,76
Lineer	17	10,00	Maksimum	2	1,18
Bağımsız	16	9,41	Boyut	2	1,18
Taban	15	8,82	Uzunluk	2	1,18
Uzay	12	7,06	Sıfırlanmayan	2	1,18
Boyut	7	4,12	Yer	1	0,59
Eleman	6	3,53	xoyoz	1	0,59
Satır	5	2,94	Tane	1	0,59
Sıfır	4	2,35	Soru	1	0,59
Küme	4	2,35	Sistem	1	0,59
Farklı	3	1,76	Nokta	1	0,59

Öğretmen adayları boyut kavramını tanımlamaya yönelik ifadelerinde en çok "sayısı, vektör, lineer, bağımsız, taban ve uzay" kelimelerini kullanmışladır. Bu kelimeleri sayıca "boyut, eleman, satır, sıfır, küme, farklı, matris, rank, maksimum, boyut, uzunluk ve sıfırlanmayan" kelimeleri takip etmektedir. En az kullandıkları kelimeler ise "yer, tane, soru, sistem, nokta ve xoyoz" kelimeleridir.

4.2.2. Düşünme Yapıları Açısından Lineer Cebir Performansı

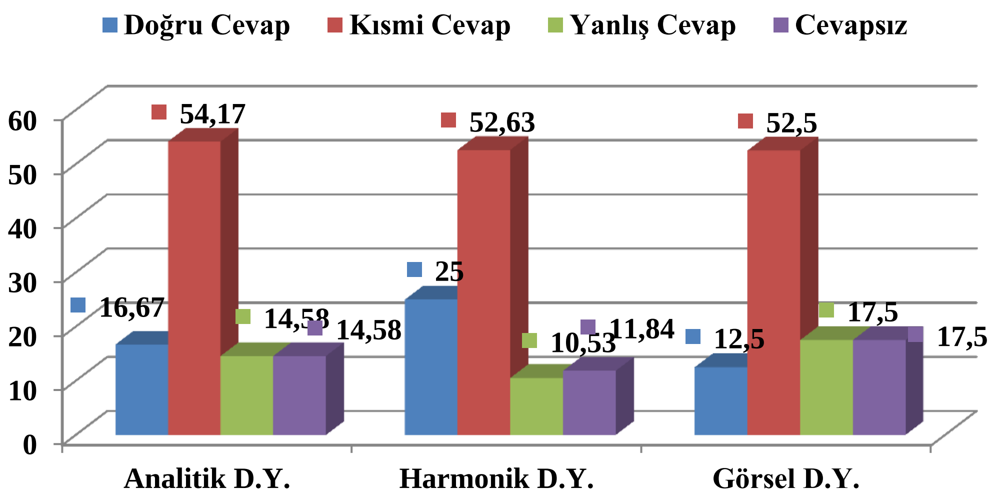
Farklı düşünme yapısına sahip matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir performansları kavramsal bazda sunulmuştur.



Şekil 4.10. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %29,17'si vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %58,33'ü kısmi, %12,5'si yanlış cevaplamış ve adaylar hiçbir soruyu cevapsız bırakmamışlardır. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %28,95'i vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %40,79'u kısmi, %26,32'si yanlış cevaplamış ve %3,95'i soruları cevapsız bırakmışlardır. Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %27,5'i vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %32,5'i kısmi, %30'u yanlış cevaplamış ve %10'u soruları cevapsız bırakmıştır.

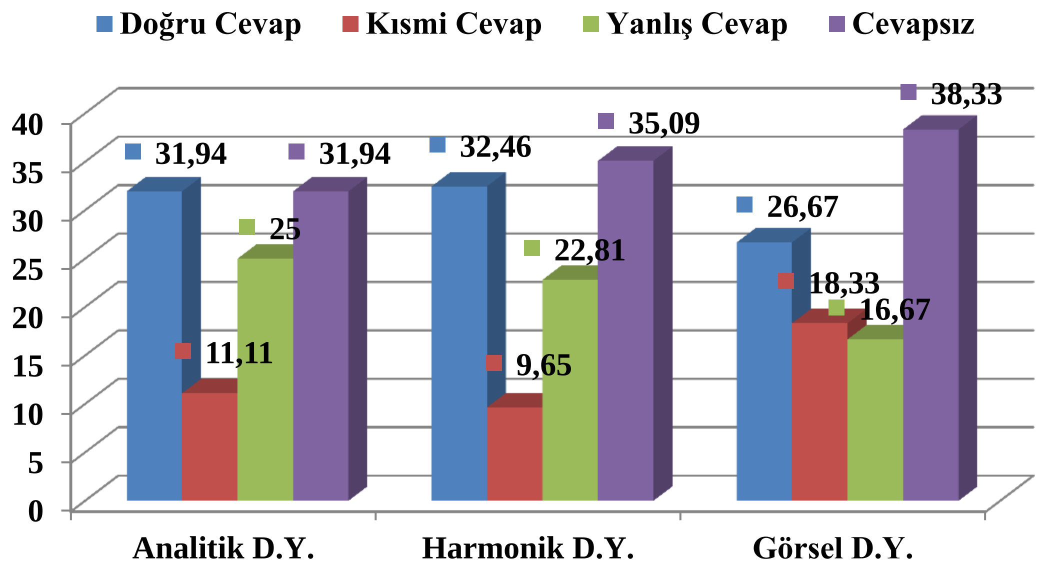
Farklı düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının vektör uzayları sorularını doğru cevaplama yüzdeleri birbirine yakındır. Kısmi cevap performanslarına bakıldığında, analitik düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adayları %58,33 ile en yüksek performansa sahiptir. Yanlış cevap performansları incelendiğinde, görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adayları en yüksek yüzdeye (%30) sahiptir. Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adayları vektör uzayları sorularının hiç cevapsız bırakmazken en yüksek yüzde ile (%10) cevapsız bırakma görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarına aittir.



Şekil 4.11. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

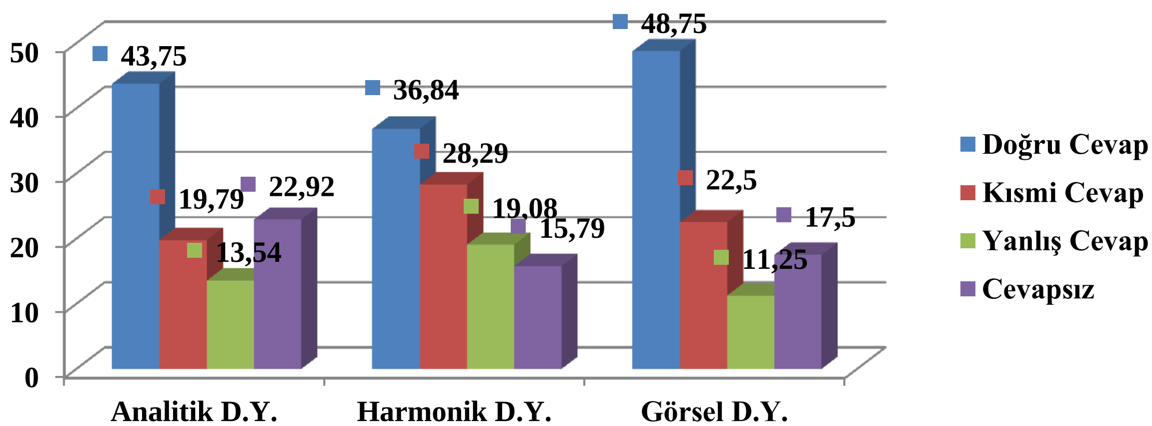
Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %16,67'si alt vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %54,17'si kısmi, %14,58'i yanlış cevaplamış ve adayların %14,58' i ise soruları cevapsız bırakmıştır. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %25'i alt vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %52,63'ü kısmi, %10,53'ü yanlış cevaplamış ve %11,84'ü ise soruları cevapsız bırakmışlardır. Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %12,5'i alt vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %52,5'i kısmi,17,5'i yanlış cevaplamış ve %17,5'i ise soruları cevapsız bırakmıştır.

Alt vektör uzayları sorularının doğru cevap yüzdeleri analitik ve görsel düşünme yapılarına sahip öğretmen adaylarında birbirine yakınken, harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının doğru cevap yüzdesi analitik ve görsel düşünme yapılarına sahip öğretmen adaylarına göre daha yüksektir. Farklı düşünme yapılarına sahip öğretmen adaylarının kısmi cevap yüzdeleri birbirleriyle neredeyse aynı olduğu, yanlış cevap performansı ve cevapsız bırakma yüzdelerinin birbirine yakın olduğu görülmektedir.



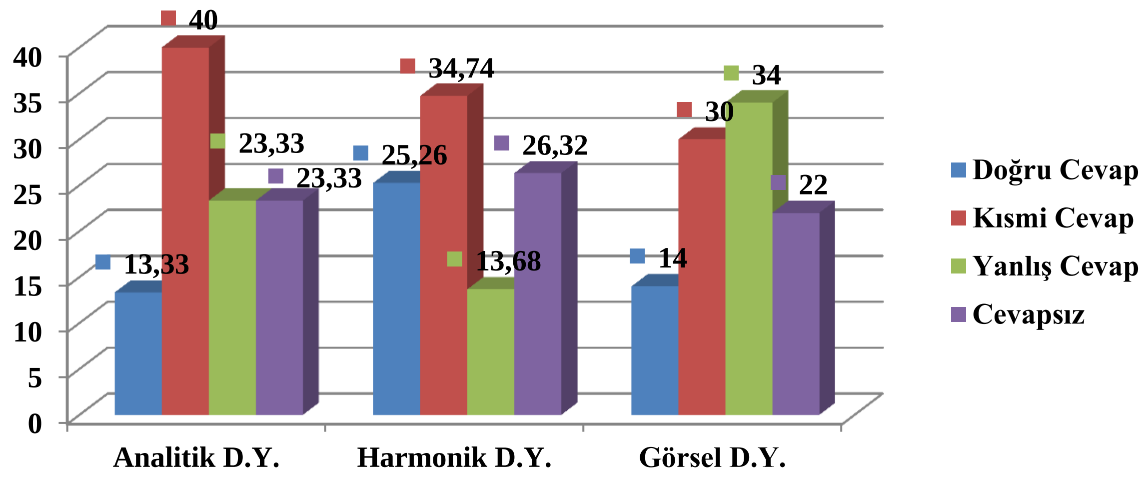
Şekil 4.12. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %31,94'ü lineer bileşim kavramı sorularını doğru, %11,11'i kısmi, %25'i yanlış cevaplamış ve %31,94'ü soruları cevapsız bırakmıştır. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %32,46'sı lineer bileşim kavramı sorularını doğru, %9,65'i kısmi, %22,81'i yanlış cevaplamış ve %35,09'u soruları cevapsız bırakmıştır. Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %26,67'si lineer bileşim kavramı sorularını doğru, %18,33'ü kısmi, %16,67'si yanlış cevaplamış ve %38,33'ü soruları cevapsız bırakmıştır.



Şekil 4.13. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

Farklı düşünme yapısına sahip matematik öğretmeni adaylarının lineer bağımsızlık kavramıyla ilgili sorularda sergiledikleri performanslar arasında görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adayları lehine farklılık rastlanmıştır.

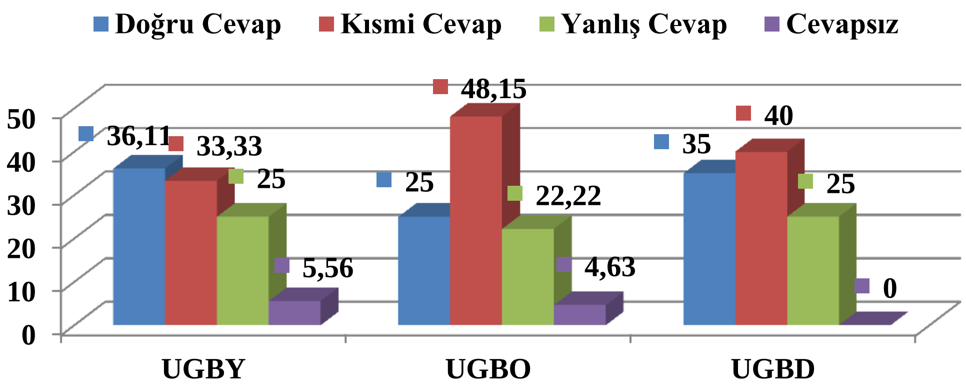


Şekil 4.14. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramları Performanslarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının taban ve boyut kavramlarına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri performansları matematiksel düşünme yapılarına göre farklılaşmaktadır.

4.2.3. Uzamsal Yetenek Açısından Lineer Cebir Performansı

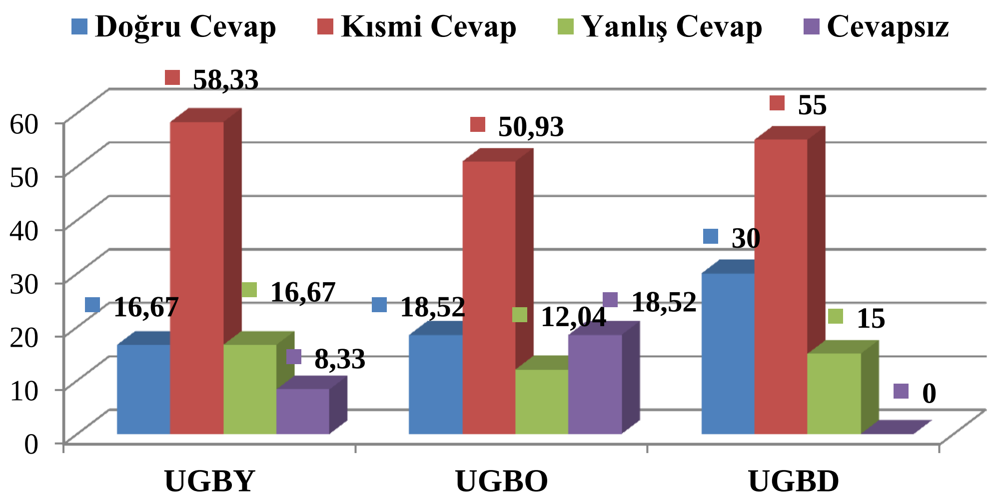
Farklı düşünme yapısına sahip matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir performansları kavramsal bazda sunulmuştur.



Şekil 4.15. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

Uzamsal yeteneği yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının %36,11'i vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %33,33'ü yanlış, %25'i yanlış cevaplamış ve %5,56'sı soruları cevapsız bırakmıştır. Uzamsal yeteneği orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %25'i vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %48,15'i kısmi, %22,22'si yanlış cevaplamış ve %4,63'ü soruları cevapsız bırakmıştır. Uzamsal yeteneği düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının %35'i vektör uzayları kavramı sorularını doğru, %40'ı kısmi, %25'i yanlış cevaplamış ve adaylar hiçbir soruyu cevapsız bırakmamışlardır.

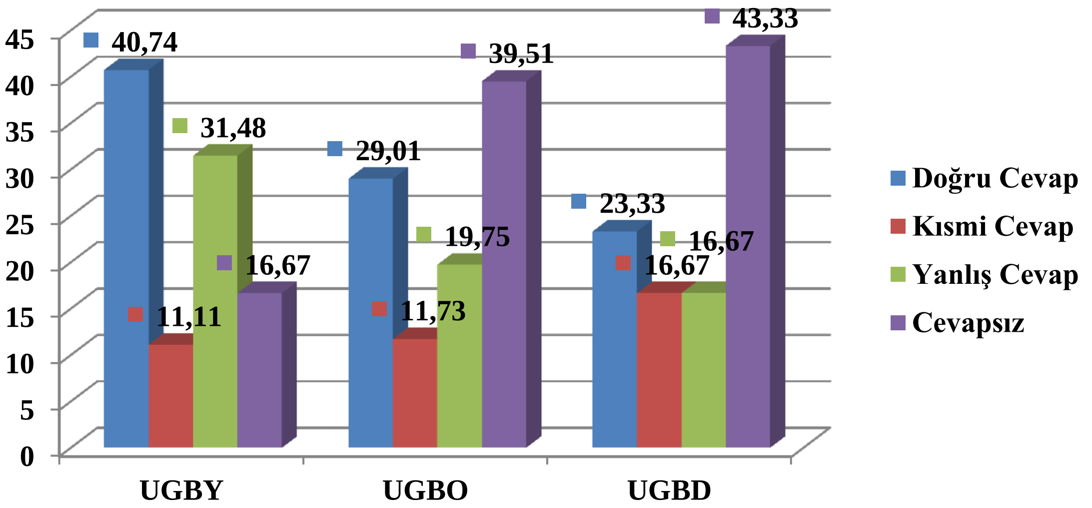
Uzamsal yeteneği yüksek ve düşük öğretmen adaylarının doğru cevaplama yüzdeleri birbirine yakın ve yüksekken orta düzeyde uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının doğru cevaplama yüzdesi %25 ile en düşüktür. Kısmi cevaplar değerlendirildiğinde en yüksek yüzde (48,15) orta düzeyde uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarına aittir. Bunu, sırasıyla, uzamsal yeteneği düşük ve yüksek olan öğretmen adayları takip etmektedir. Farklı uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının vektör uzayları kavramına yönelik soruları yanlış cevaplama yüzdeleri birbirine yakındır. Uzamsal yeteneği düşük olan öğretmen adayları soruları hiç boş bırakmazken en yüksek yüzde ile cevapsız bırakma uzamsal yeteneği yüksek olan öğretmen adaylarına aittir.



Şekil 4.16. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

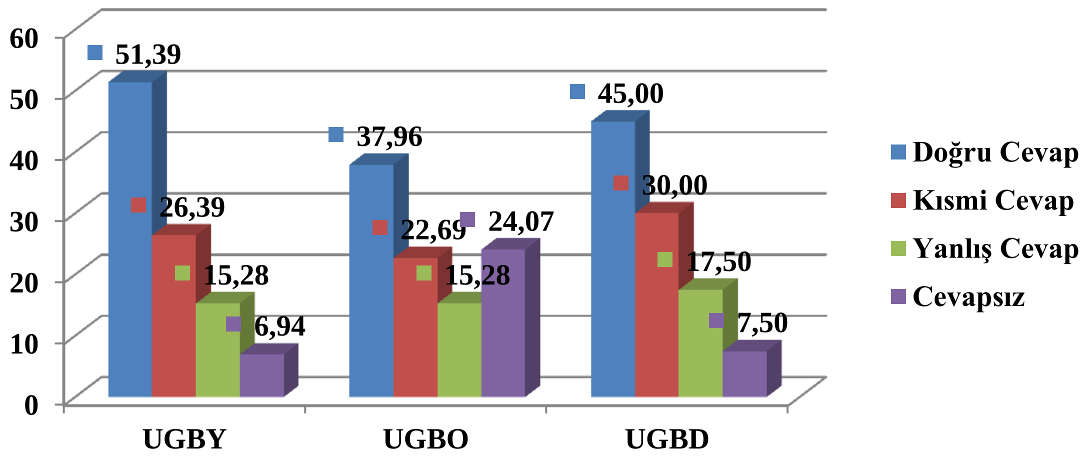
Uzamsal yeteneği yüksek ve orta düzey öğretmen adaylarının doğru cevap yüzdeleri birbirine yakın iken uzamsal yeteneği düşük olan öğretmen adaylarının doğru cevap yüzdesinin diğer öğretmen adaylarından yüksek olduğu görülmektedir. Farklı uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının kısmi ve yanlış cevap yüzdeleri birbirine yakındır. Uzamsal yeteneği düşük olan öğretmen adayları alt vektör uzayları sorularını hiç cevapsız bırakmazken en yüksek cevapsız bırakma yüzdesi uzamsal yeteneği orta düzey olan öğretmen adaylarına aittir.

Uzamsal yeteneği yüksek ve orta düzey öğretmen adaylarının doğru cevap yüzdeleri birbirine yakın iken uzamsal yeteneği düşük olan öğretmen adaylarının doğru cevap yüzdesinin diğer öğretmen adaylarından yüksek olduğu görülmektedir. Farklı uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının kısmi ve yanlış cevap yüzdeleri birbirine yakındır. Uzamsal yeteneği düşük olan öğretmen adayları alt vektör uzayları sorularını hiç cevapsız bırakmazken en yüksek cevapsız bırakma yüzdesi uzamsal yeteneği orta düzey olan öğretmen adaylarına aittir.



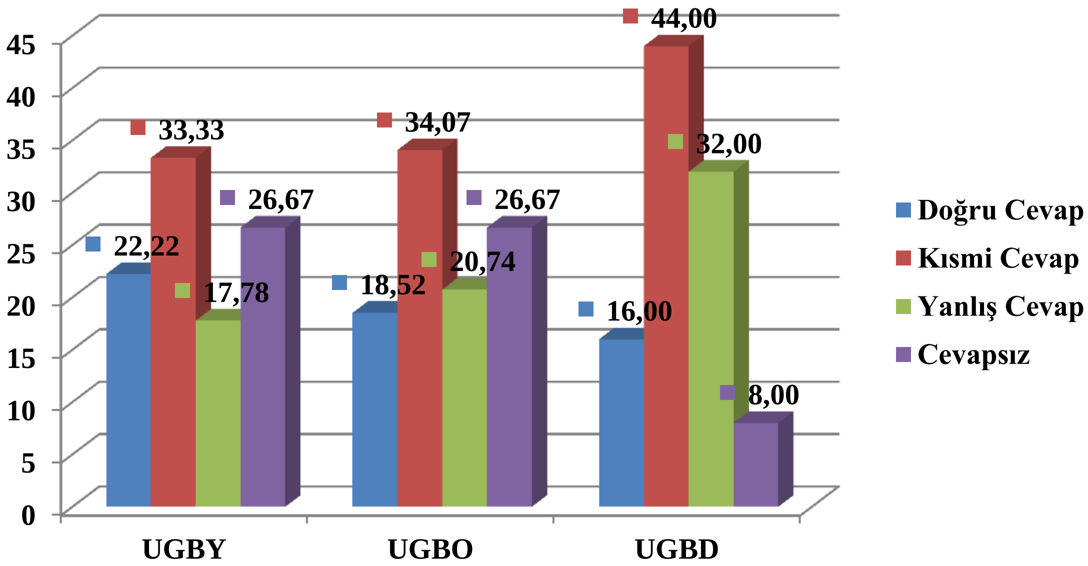
Şekil 4.17. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

Uzamsal yeteneği yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının %40,74’ü lineer bileşim kavramı sorularını doğru, %11,11’i yanlış, %31,48’i yanlış cevaplamış ve %16,67’si soruları cevapsız bırakmıştır. Uzamsal yeteneği orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %29,01’i lineer bileşim kavramı sorularını doğru, %11,73’ü kısmi, %19,75’i yanlış cevaplamış ve %39,51’i soruları cevapsız bırakmıştır. Uzamsal yeteneği düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının %23,33'ü lineer bileşim kavramı sorularını doğru, %16,67'si kısmi, %16,67'si yanlış cevaplamış ve %43,33'ü soruları cevapsız bırakmıştır.



Şekil 4.18. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramı Performanslarının Karşılaştırılması

Farklı uzamsal görselleştirme beceri seviyesine sahip matematik öğretmen adaylarının lineer bağımsızlık kavramıyla ilgili sorularda sergiledikleri performanslar arasında uzamsal görselleştirme becerisi yüksek olan öğretmen adayları lehine farklılık rastlanmıştır.



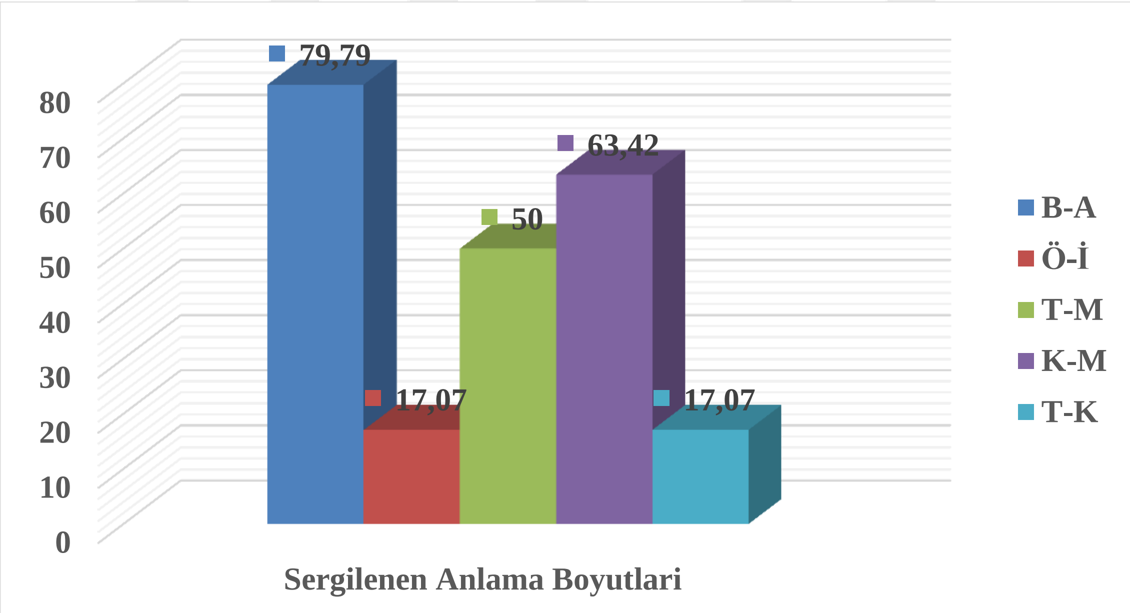
Şekil 4.19. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramları Performanslarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının taban ve boyut kavramlarına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri performansları uzamsal yeteneklerine göre farklılaşmaktadır.

4.3. Lineer Cebir Anlama Boyutları

LCT, öğretmen adaylarının lineer cebir kavramları ve uygulamalarına yönelik performanslarını belirleme amacının yanında aynı zamanda öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarını belirlemeye yönelik hazırlanmış klasik yazılı testtir. Öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri anlama boyutlarını belirlemek için öncelikle teste verilen cevapların incelenmesine yönelik EK 6'da yer alan Lineer Cebir Testi Anlama Boyutları Analizi Rubriği hazırlanmıştır.

Öğretmen adaylarının cevapları, rubrik yardımıyla sorulara göre beceri-algoritma, özellik-ispat, temsil-metafor, kullanım-modelleme ve tarih-kültür anlama boyutları olarak sınıflandırılmış ve sergilenen anlama boyutları kişi sayısı ve yüzdeleri hesaplanarak sunulmuştur (Şekil 4.20.).



Şekil 4.20. Öğretmen Adaylarının Sergiledikleri Anlama Boyutları Dağılımlarının Betimsel İstatistiği

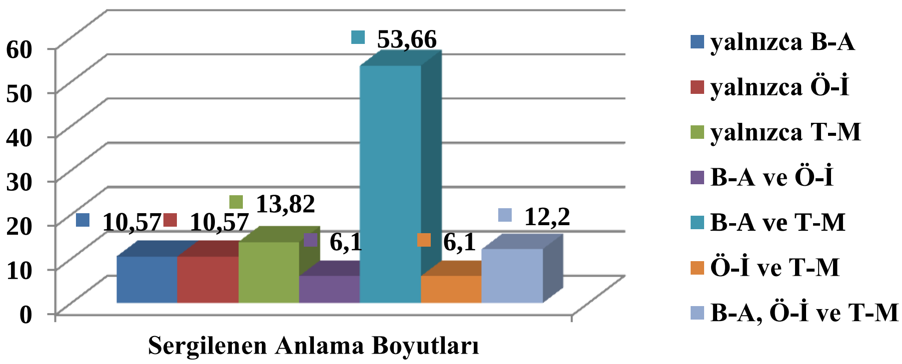
Öğretmen adaylarının LCT'ye verdikleri cevapları, soru bazında anlama boyutlarına göre detaylı olarak sunulmuştur (Tablo 4.16.).

Tablo 4.16. Öğretmen Adaylarının LCT Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Soru Bazında Betimlenmesi

	B-A		Ö-İ		T-M		K-M		T-K	
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
1a			11	26,83						
1b			22	53,66						
1c			20	48,78						
1d			22	53,66						
1e			10	24,39						
1f			15	36,59						
2	37	90,24	1	2,44	30	73,17				
3	30	73,17			34	82,93				
4	27	65,85	21	51,22	25	60,98				
5	12	29,27	36	87,80	10	24,39				
6	32	78,05	3	7,32	2	4,88				
7	36	87.80								
8a	23	56,10	22	53,66						
8b	13	31,71	16	39,02						
8c			10	24,39						
9	34	82.93	8	19.51	3	7.32				
10	36	87.8	9	21.95						
11	29	70.73	5	12.20						
12	25	60,98			35	85,37	26	63,41		
13a	31	75.61	6	14.63	38	92.68	34	82.93		
13b	31	75.61					18	43.90		
13c	32	78.05	4	9,76			11	26,83		
13d			14	34,15						
15			14	34,15						
16			9	21,95						
17			27	65,85						
14									7	17.08

Öğretmen adaylarına her soruda farklı anlama boyutlarını belirlemeye yönelik sorular sorulmuştur. Öğretmen adaylarının sergiledikleri anlama boyutları çeşitlilik göstermektedir.

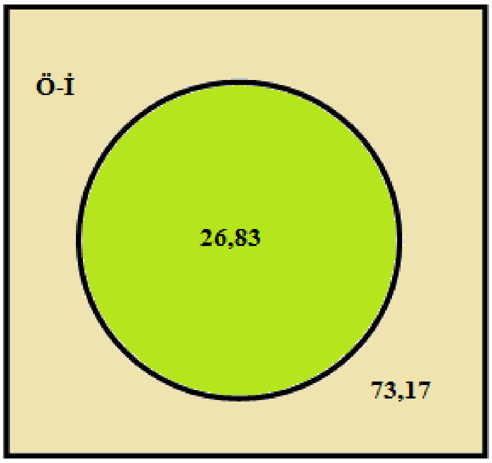
Matematik öğretmeni adaylarının LCT'nde yer alan sorulara verdikleri yanıtlar kavramsal bazda ele alındığında ise anlama boyutları su şekildedir:



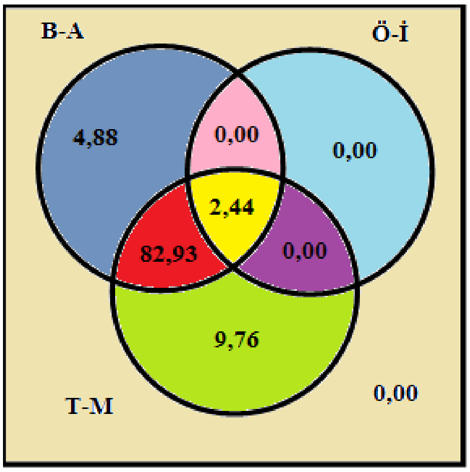
Şekil 4.21. Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları vektör uzayları kavramına yönelik sorulan sorulardaki tüm anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Öğretmen adaylarının %10,57'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %10,57'si yalnızca özellik-ispat boyutunu, %13,82'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %6,1'i hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %53,66'sı hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %6,1'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %12,2'si hem beceri-algoritma, hem özellik-ispat hem de temsil metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. En çok hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmaktadır.

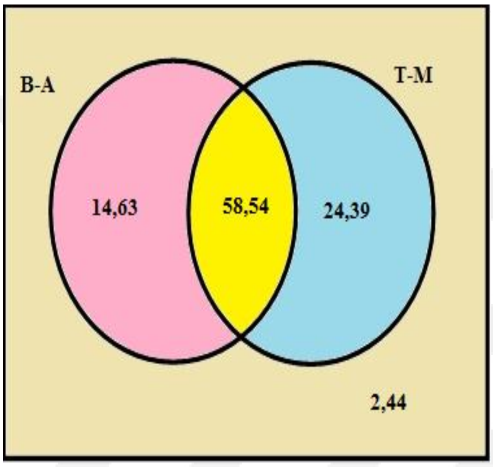
Öğretmen adaylarının vektör uzayları kavramına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri anlama boyutları soru bazında analiz edilmiş ve sunulmuştur (Şekil 4.22.).



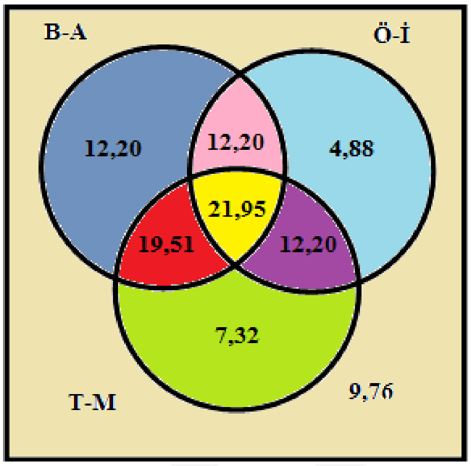
Soru 1a



Soru 2



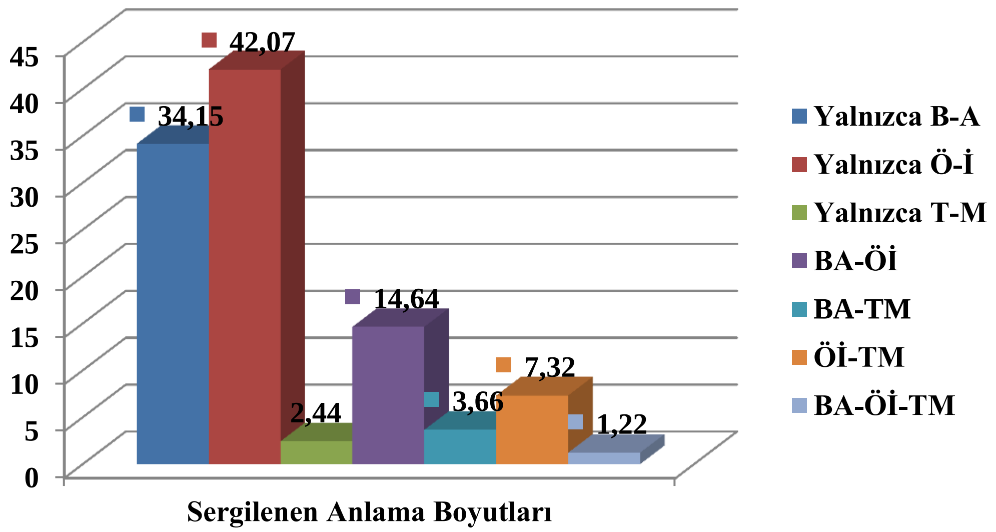
Soru 3



Soru 4

Şekil 4.22. Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramına Yönelik Sorulan Sorularda Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

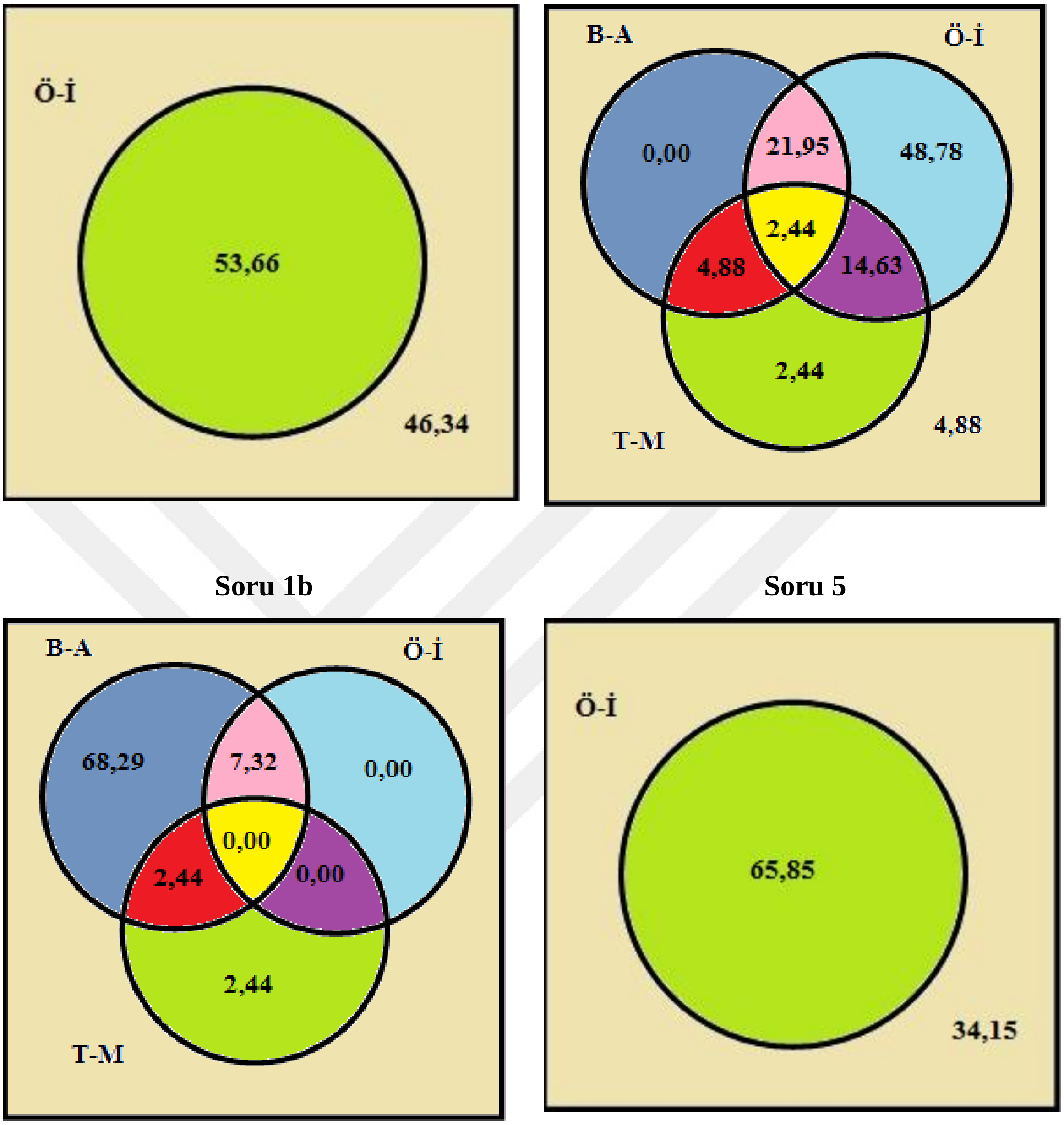
Öğretmen adayları LCT'nin 1a sorusunda %26,83 yüzde ile anlamanın özellik-ispat boyutunu sergilemişlerdir. LCT'nin ikinci sorusunda, öğretmen adaylarının %4,88'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %9,76'sı yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %82,92'ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutunu, % 2,44'ü hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de özellik-ispat anlama boyutlarını sergilemektedirler. Yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen ve hiçbir anlama boyutunu sergilemeyen öğretmen adayı bulunmamaktadır. LCT'nin üçüncü sorusunda, öğretmen adaylarının %14,63'ü yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %24,39'u yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %58,54'ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutunu sergilemektedirler. Öğretmen adaylarının %2,44'ü hiçbir anlama boyutunu sergilememiştir. LCT'nin dördüncü sorusunda, öğretmen adaylarının %12,20'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %7,32'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %4,88'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %19,51'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %12,20'si hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %12,20'si hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %21,95'i hem beceri-algoritma, hem özellik-ispat hem de temsil metafor anlama boyutlarını sergilemektedirler.



Şekil 4.23. Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları alt vektör uzayları kavramına yönelik sorulan sorulardaki tüm anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Öğretmen adaylarının %34,15'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %42,07'si yalnızca özellik-ispat boyutunu, %2,44'ü yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %14,64'ü hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %3,66'sı hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %7,32'si hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %1,22'si hem beceri-algoritma, hem özellik-ispat hem de temsil metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir.

Öğretmen adaylarının alt vektör uzayları kavramına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri anlama boyutları soru bazında analiz edilmiş ve sunulmuştur (Şekil 4.24.).



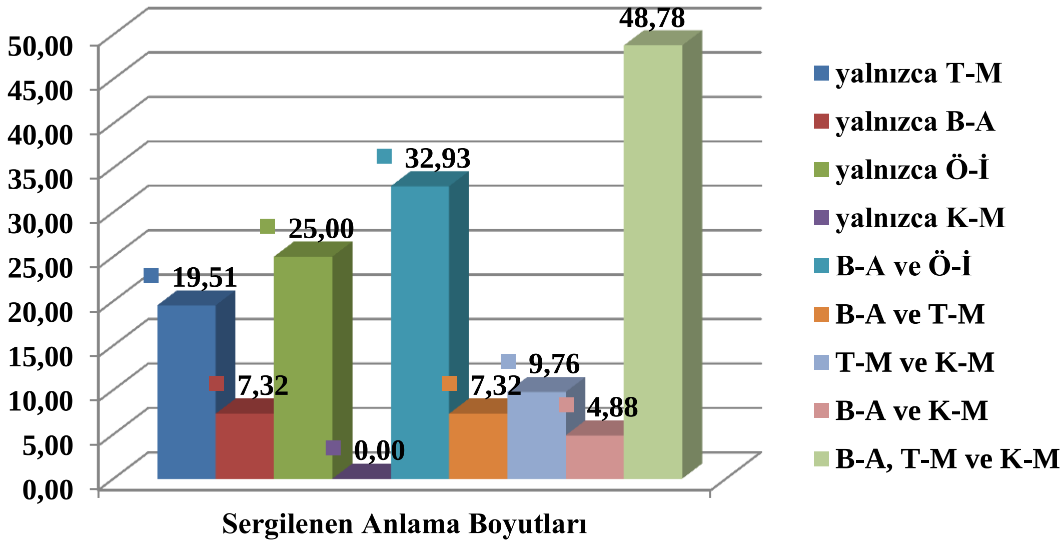
Soru 6 Soru 17

Şekil 4.24. Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramına Yönelik Sorulan Sorularda Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları LCT'nin 1b sorusunda %53,66 ile anlamanın özellik-ispat boyutunu sergilemişlerdir. LCT'nin beşinci sorusunda, %48,78'i yalnızca özellik-ispat boyutunu,%2,44'ü yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %4,88'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, % 21,95'i hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını,%14,63'ü hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını,%2,44'ü hem beceri-algoritma hem özellik-ispat hem de temsil metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

LCT'nin altıncı sorusunda, öğretmen adaylarının %68,29'u yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %2,44'u yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %7,32'si hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını sergilemektedirler. Yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, hem temsil-metafor hem de özellik- ispat anlama boyutlarını ve hem beceri-algoritma hem özellik-ispat hem de temsil metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayları bulunmamaktadır.

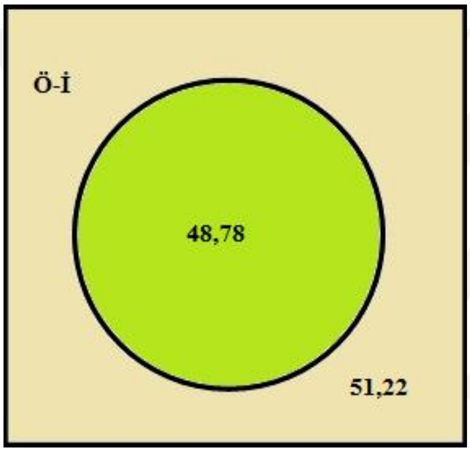
LCT'nin on yedinci sorusunda, öğretmen adaylarının %65,85'i ile anlamanın özellik-ispat boyutunu sergilemişlerdir.



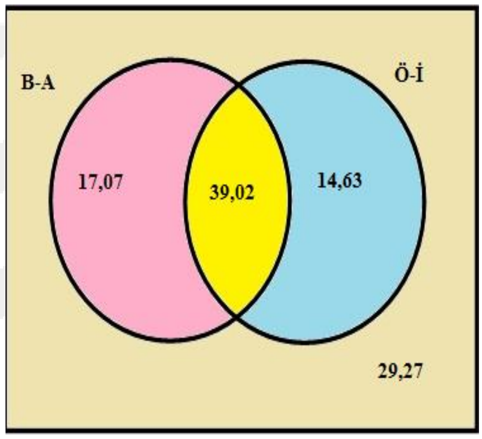
Şekil 4.25. Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları lineer bileşim kavramına yönelik sorulan sorularda yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutu haricinde tüm anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Öğretmen adaylarının %19,51'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %7,32'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %25'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %32,93'ü hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %7,32'si hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %9,76'sı hem temsil-metafor, hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %4,88’i hem beceri-algoritma hem de kullanım modelleme anlama boyutlarını, %48,78’i hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemişlerdir. En çok hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmaktadır.

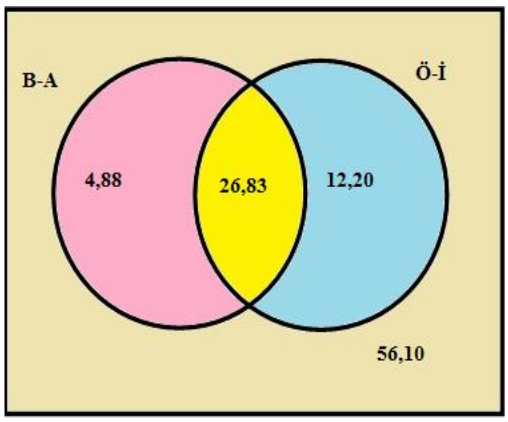
Öğretmen adaylarının lineer bileşim kavramına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri anlama boyutları soru bazında analiz edilmiş ve sunulmuştur (Şekil 4.26).



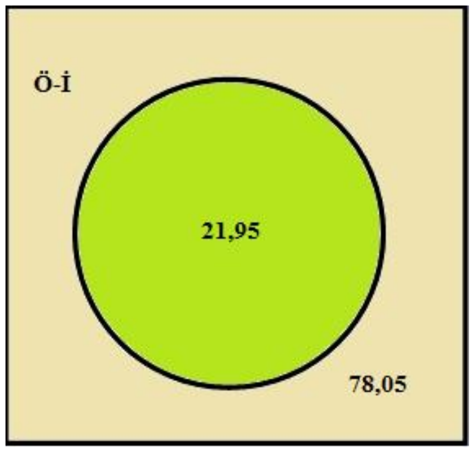
Soru 1c



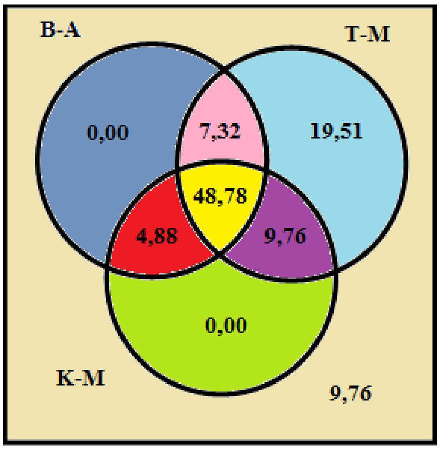
Soru 8a



Soru 8b



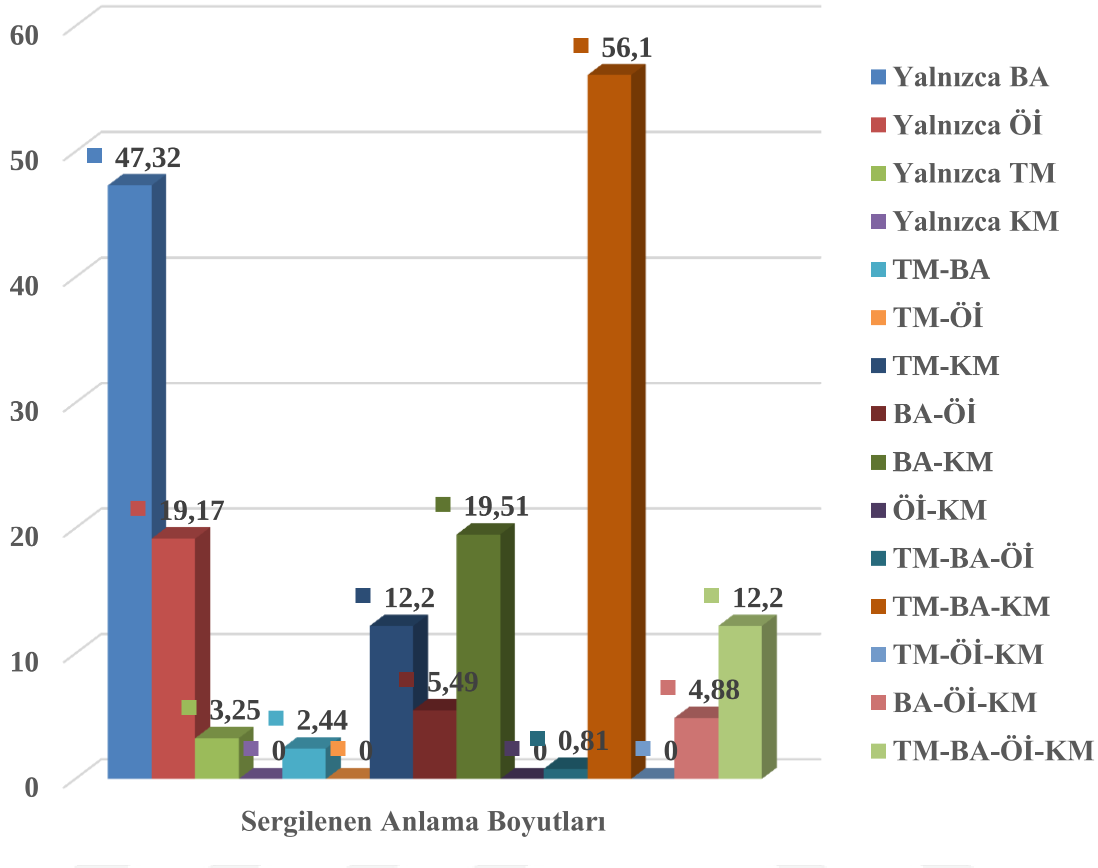
Soru 8c



Soru 12

Şekil 4.26. Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramına Yönelik Sorulan Sorularda Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

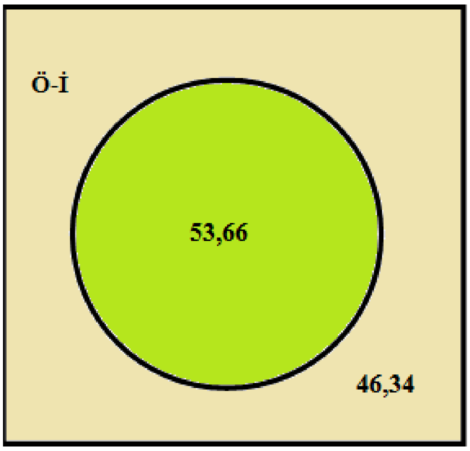
Öğretmen adayları LCT'nin 1c sorusunda %48,78 yüzde ile anlamanın özellik-ispat boyutunu sergilemişlerdir. LCT'nin 8a sorusunda öğretmen adaylarının %17,07'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %14,63'ü yalnızca özellik-ispat boyutunu, %39,02'si hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını sergilemektedirler. LCT'nin 8b sorusunda öğretmen adaylarının %4,88'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %12,20'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %26,83'ü hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını sergilemektedirler. LCT'nin 8c sorusunda öğretmen adayları %21,95 yüzde ile anlamanın özellik-ispat boyutunu sergilemişlerdir. LCT'nin 12. sorusunda öğretmen adaylarının %19,51'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %4,88'i hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %7,32'si hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %9,76'sı hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %48,78'si hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemiştir. Yalnızca beceri-algoritma ve yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.



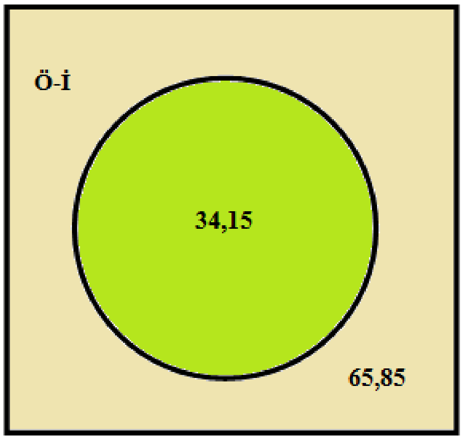
Şekil 4.27. Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları lineer bağımsızlık kavramına yönelik sorulan sorulardaki tüm anlama boyutlarını sergilemişlerdir. En çok yalnızca beceri-algoritma ve hem temsil-metafor hem de özellik-ispat anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmaktadır.

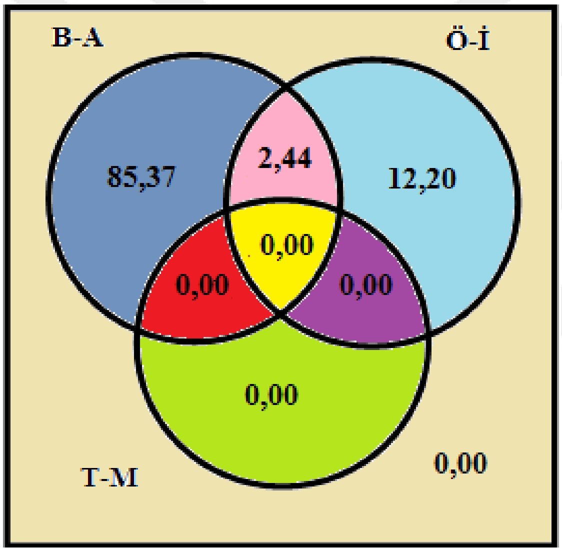
Öğretmen adaylarının lineer bağımsızlık kavramına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri anlama boyutları soru bazında analiz edilmiş ve sunulmuştur (Şekil 4.28.).



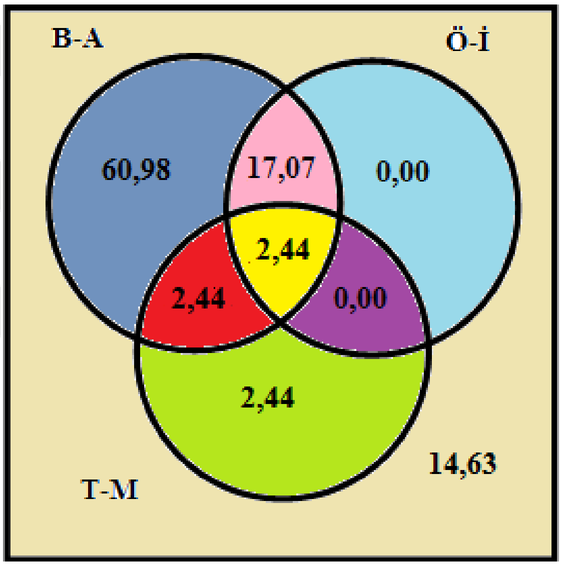
Soru 1d



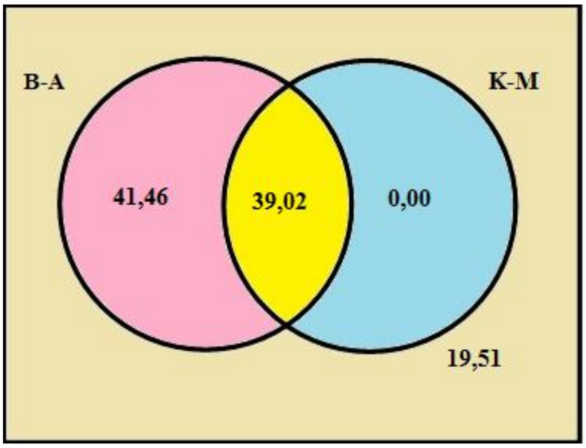
Soru 15



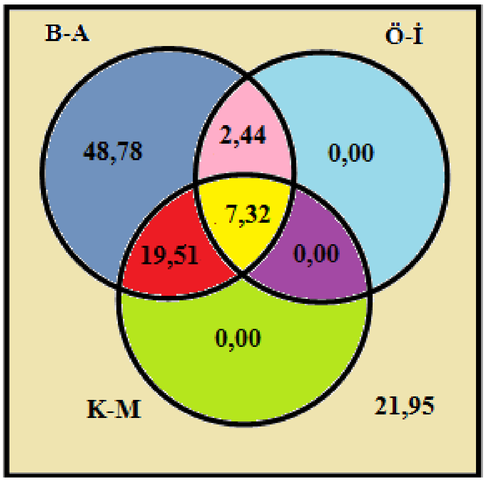
Soru 7



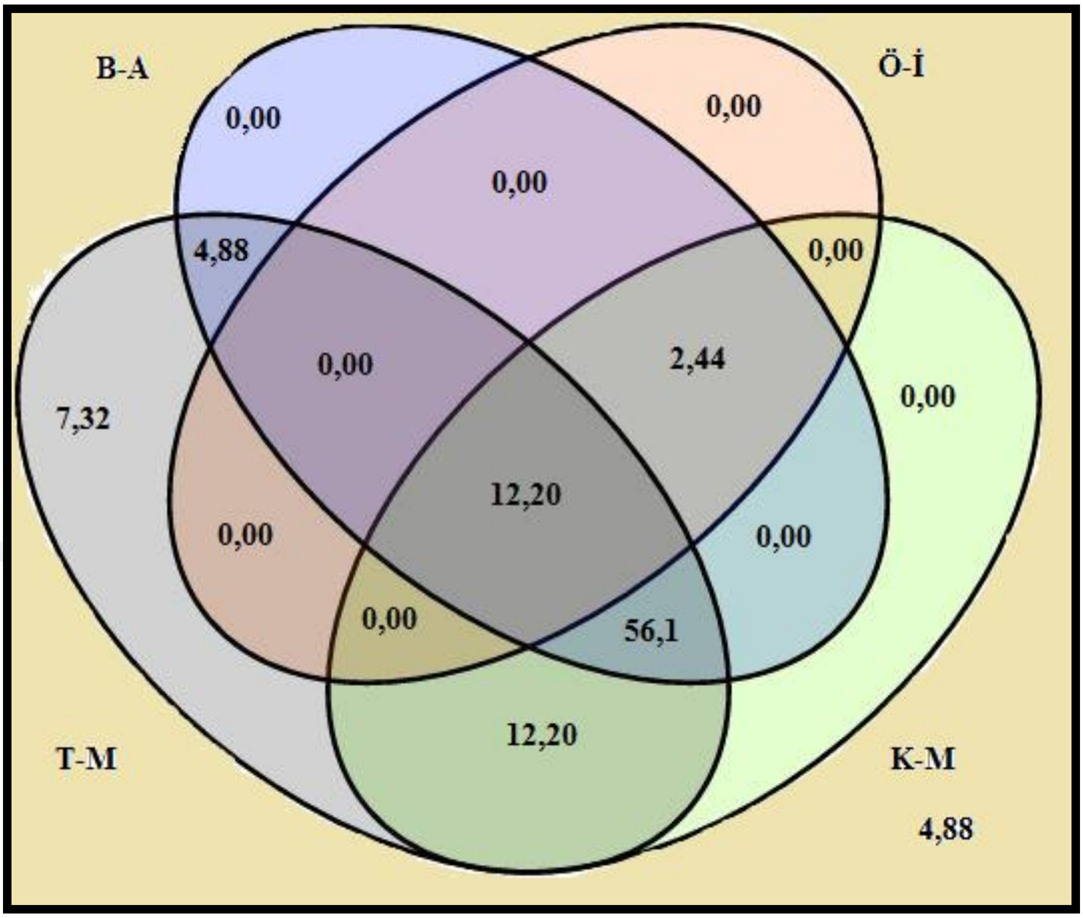
Soru 9



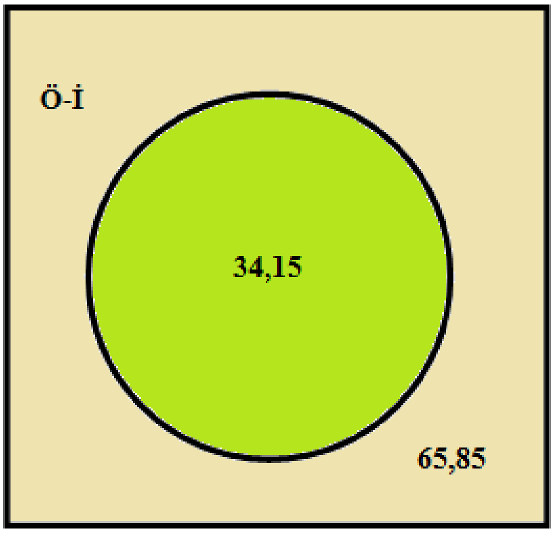
Soru 13b



Soru 13c



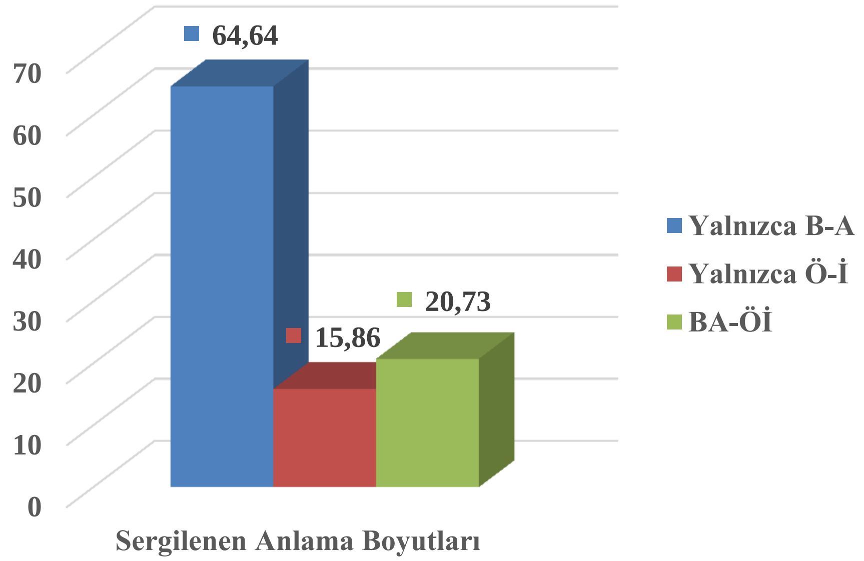
Soru 13a



Soru 13d

Şekil 4.28. Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramına Yönelik Sorulan Sorularda Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

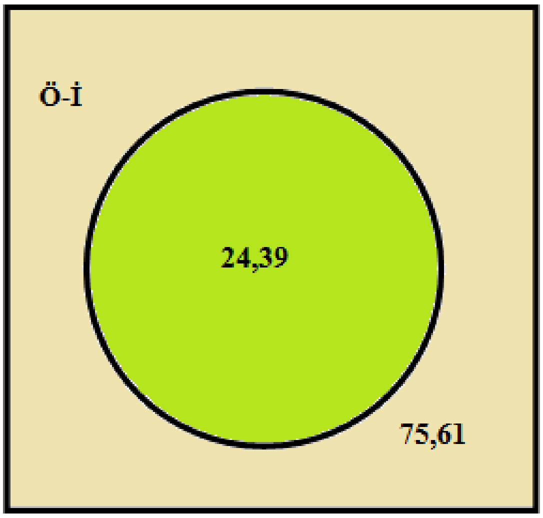
Anlama boyutlarının çeşitli kombinasyonları üzerinden hazırlanan sorularda öğretmen adayları daha çok yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu sergileme eğilimindedirler.



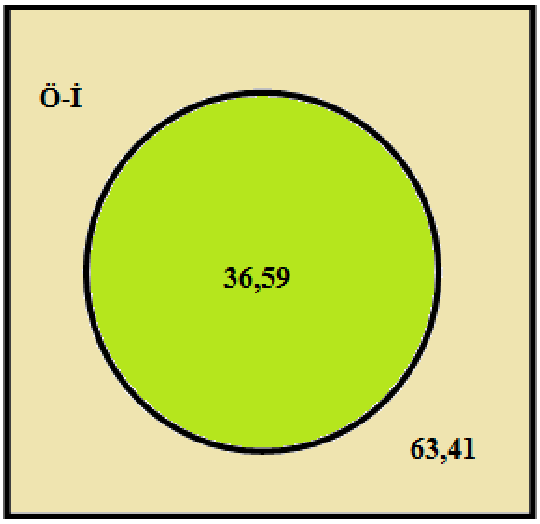
Şekil 4.29. Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramlarında Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları taban ve boyut kavramına yönelik sorulan sorulardaki tüm anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Öğretmen adayları en çok beceri-algoritma anlama boyutunu sergilemişlerdir.

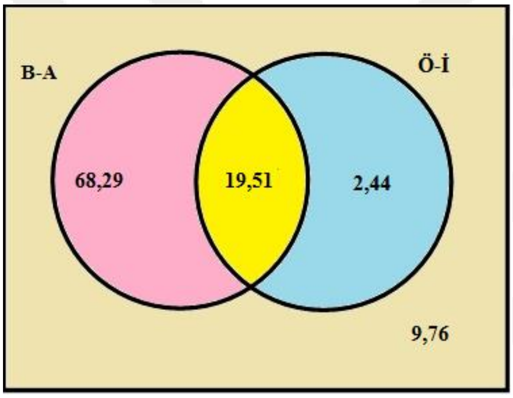
Öğretmen adaylarının taban ve boyut kavramlarına yönelik sorulan sorularda sergiledikleri anlama boyutları soru bazında analiz edilmiş ve sunulmuştur (Şekil 4.30.).



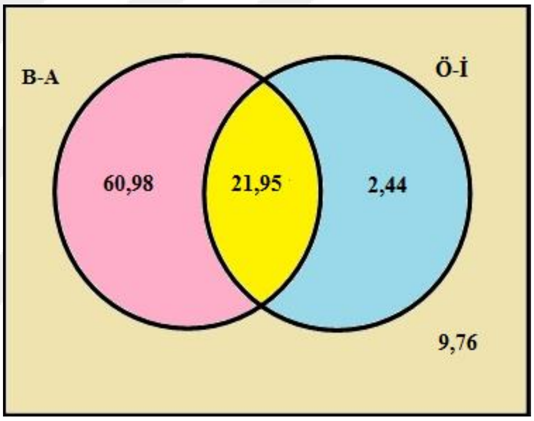
Soru 1e



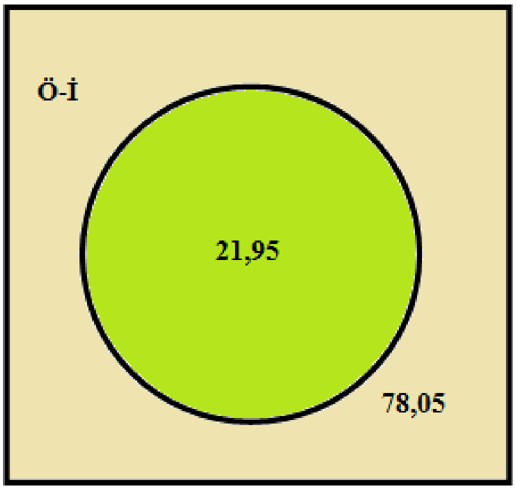
Soru 1f



Soru 10



Soru 11



Soru 16

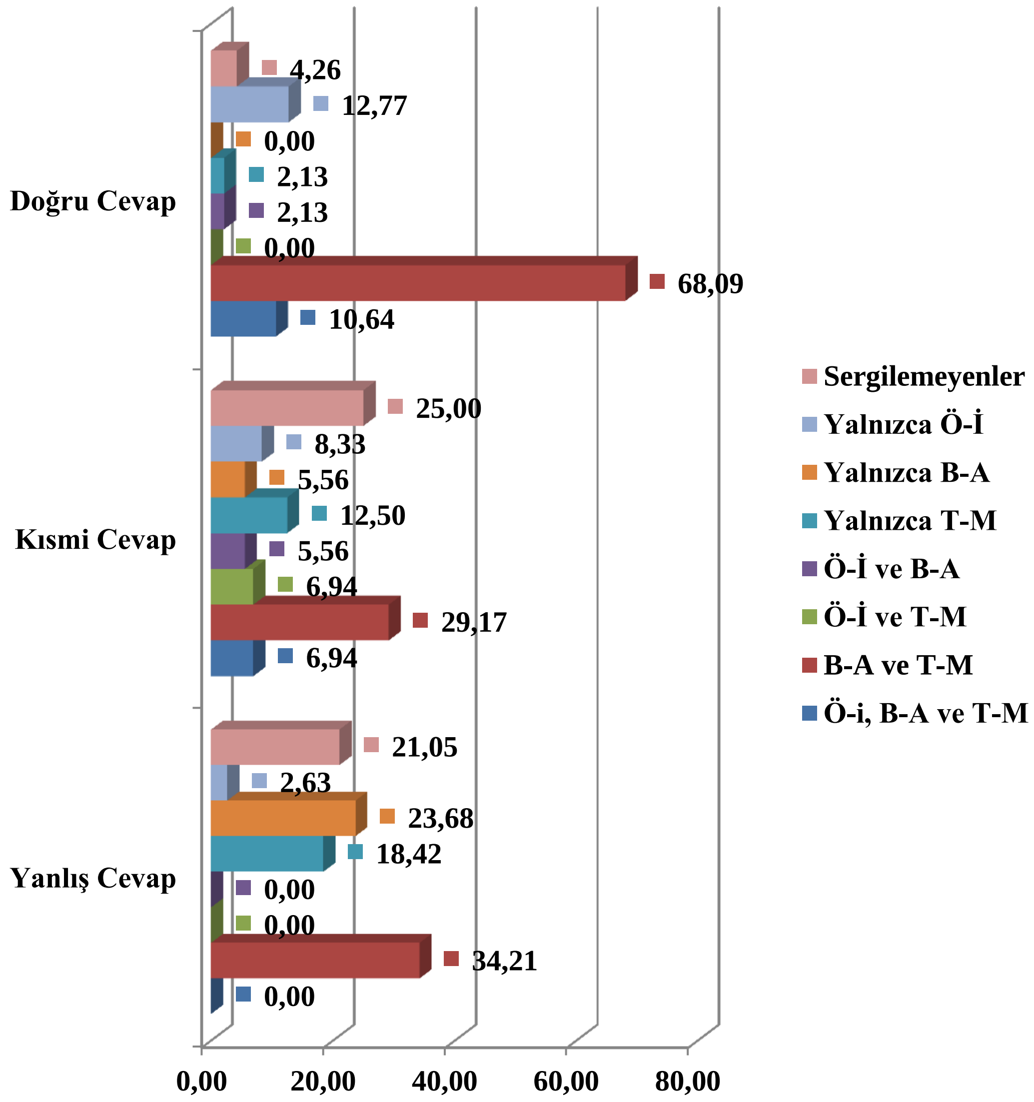
Şekil 4.30. Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramlarına Yönelik Sorulan Sorularda Sergiledikleri Anlama Boyutları Yüzdeleri

Öğretmen adayları taban ve boyut kavramlarına yönelik sorulan sorularda daha çok yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu sergilemişlerdir.

4.3.1. Performans Açısından Anlama Boyutları

Farklı düzeyde performans sergileyen matematik öğretmeni adaylarının sergiledikleri anlama boyutları kavramsal bazda sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan vektör uzayları kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının yine aynı sorulardaki performansları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.31.) sunulmuştur.

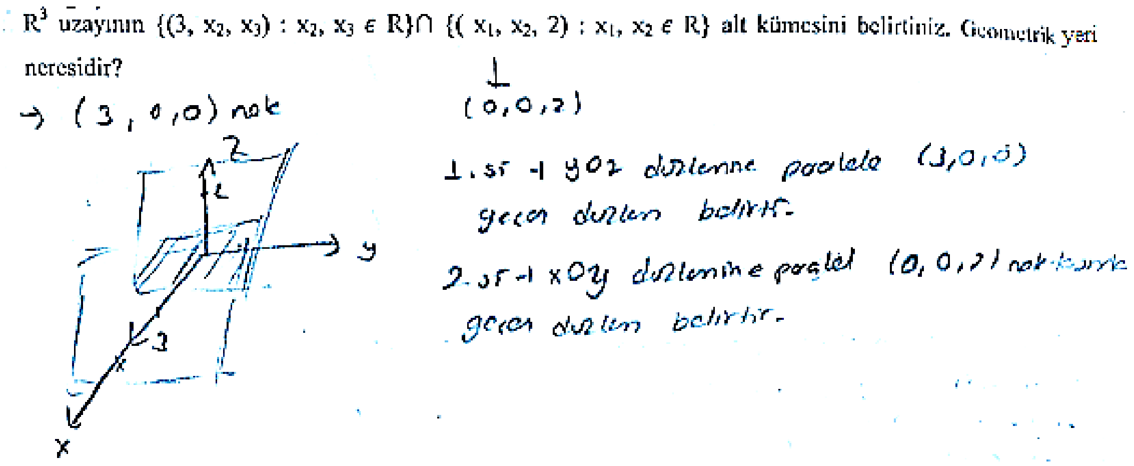


Şekil 4.31. Vektör Uzayları Kavramında Farklı Performans Gösteren Öğretmen Adaylarının Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

LCT'nde yer alan vektör uzayları sorularını doğru cevaplayan öğretmen adaylarının %12,77'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %2,13'ü yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %2,13'ü hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %68,09'u hem beceri algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %10,64'ü hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemektedirler. Vektör uzayları sorularını doğru cevaplayan öğretmen adaylarının %4,26'sı hiçbir anlama boyutunu sergilemezken hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

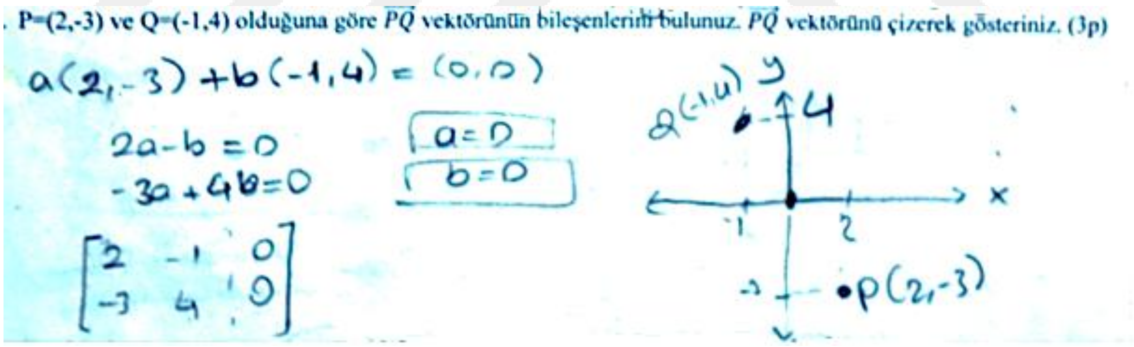
LCT'nde yer alan vektör uzayları sorularını kısmi cevaplayan öğretmen adaylarının %8,33'ü yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %5,56'sı yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %12,50'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %5,56'sı hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %6,94'ü hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %29,17'si hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, 6,94'ü hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemektedirler. Vektör uzayları sorularını kısmi cevaplayan öğretmen adaylarının %25,00'i hiçbir anlama boyutunu sergilememektedir.

LCT'nde yer alan vektör uzayları sorularını yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının %2,63'ü yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %23,68'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %18,42'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %34,21'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemektedirler. Vektör uzayları sorularını yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının %21,05'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını ve hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.



Şekil 4.32. Vektör Uzayları Kavramı Sorusu Örnek Çözümü

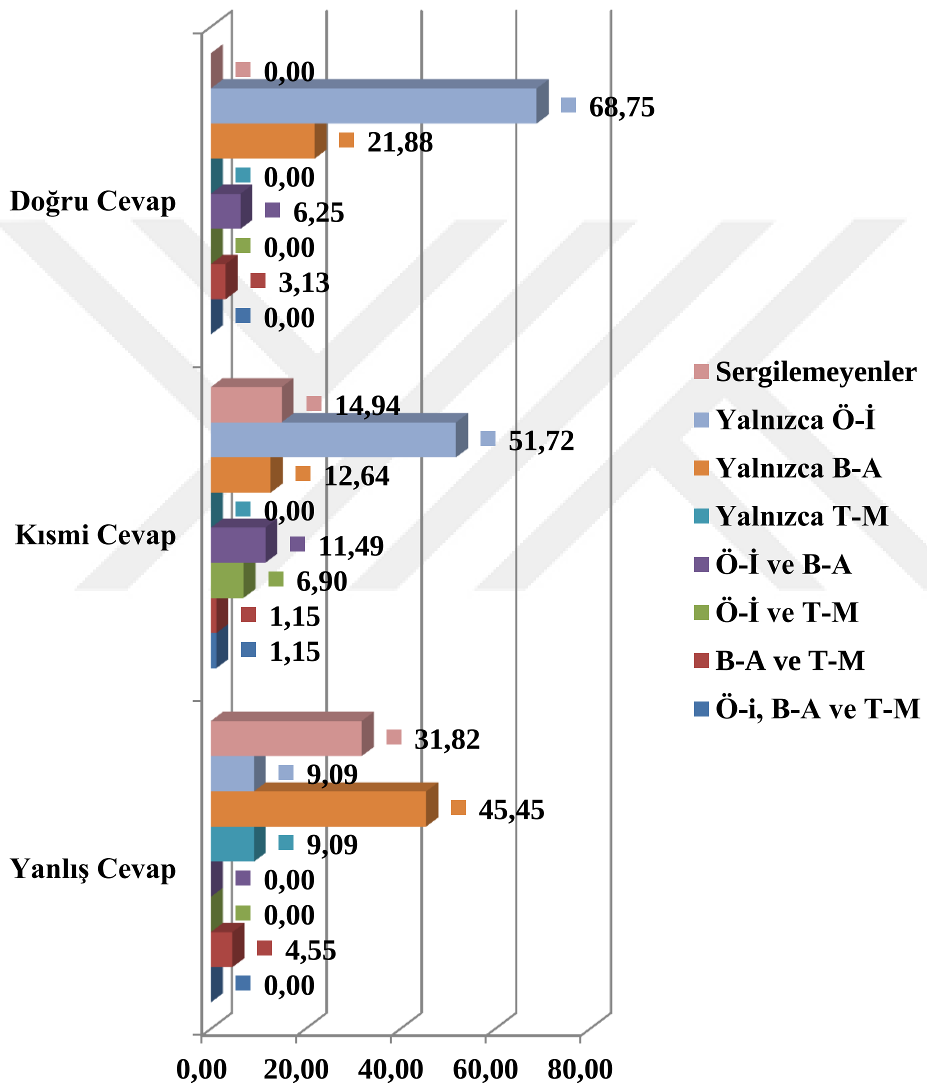
Yukarıda şekilde verilen çözüm, vektör uzayları kavramı ile ilgili sorulmuş bir soruya verilen kısmi cevaba aittir. Bu soru, öğretmen adaylarının bu kavramda sergiledikleri beceri-algoritma, özellik-ispat ve temsil-metafor anlama boyutlarını belirlemek için hazırlanmıştır. Öğretmen adayı verilen kümelerin her birini hem cebirsel hem geometrik olarak yorumlamış fakat soruda istenilen kesişim kümesini yorumlayamamış, çözümü tamamlayamamıştır.



Şekil 4.33. Vektör Uzayları Kavramı Sorusu Örnek Çözümü

Yukarıda şekilde verilen çözüm, vektör uzayları kavramı ile ilgili sorulmuş bir soruya verilen yanlış cevaba aittir. Bu soru, öğretmen adaylarının bu kavramda sergiledikleri beceri-algoritma, özellik-ispat ve temsil-metafor anlama boyutlarını belirlemek için hazırlanmıştır. Öğretmen adayı beceri-algoritma ve temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemiş fakat soru çözümünde doğru sonuca varamamıştır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan alt vektör uzayları kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının yine aynı sorulardaki performansları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.34.) sunulmuştur.

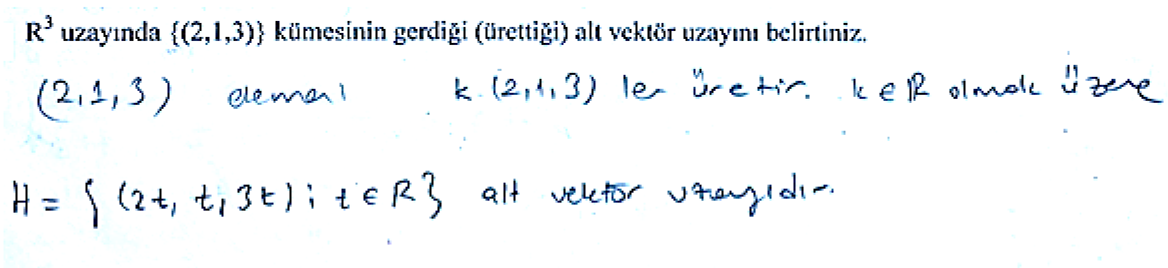


Şekil 4.34. Alt Vektör Uzayları Kavramında Farklı Performans Gösteren Öğretmen Adaylarının Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

LCT'nde yer alan alt vektör uzayları sorularını doğru cevaplayan öğretmen adaylarının %68,75'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %21,88'i yalnızca beceri algoritma anlama boyutunu, %6,25'i hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %3,13’ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemektedirler. Alt vektör uzayları sorularını doğru cevaplayan öğretmen adaylarından yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen ve hiçbir anlama boyutunu sergilemeyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

LCT’nde yer alan alt vektör uzayları sorularını kısmi cevaplayan öğretmen adaylarının %51,72’si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %12,64’ü yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %11,49’u hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %6,90’ı hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %1,15’i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %1,15’i hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemektedirler. Alt vektör uzayları sorularını kısmi cevaplayan öğretmen adaylarından yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

LCT’nde yer alan alt vektör uzayları sorularını yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının %9,09’u yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %45,45’i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %9,09’u yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %4,55’i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemiştir. Alt vektör uzayları sorularını yanlış cevaplayan öğretmen adaylarından hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını ve hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.


R^3 uzayında {(2,1,3)} kümesinin gerdiği (ürettiği) alt vektör uzayını belirtiniz.

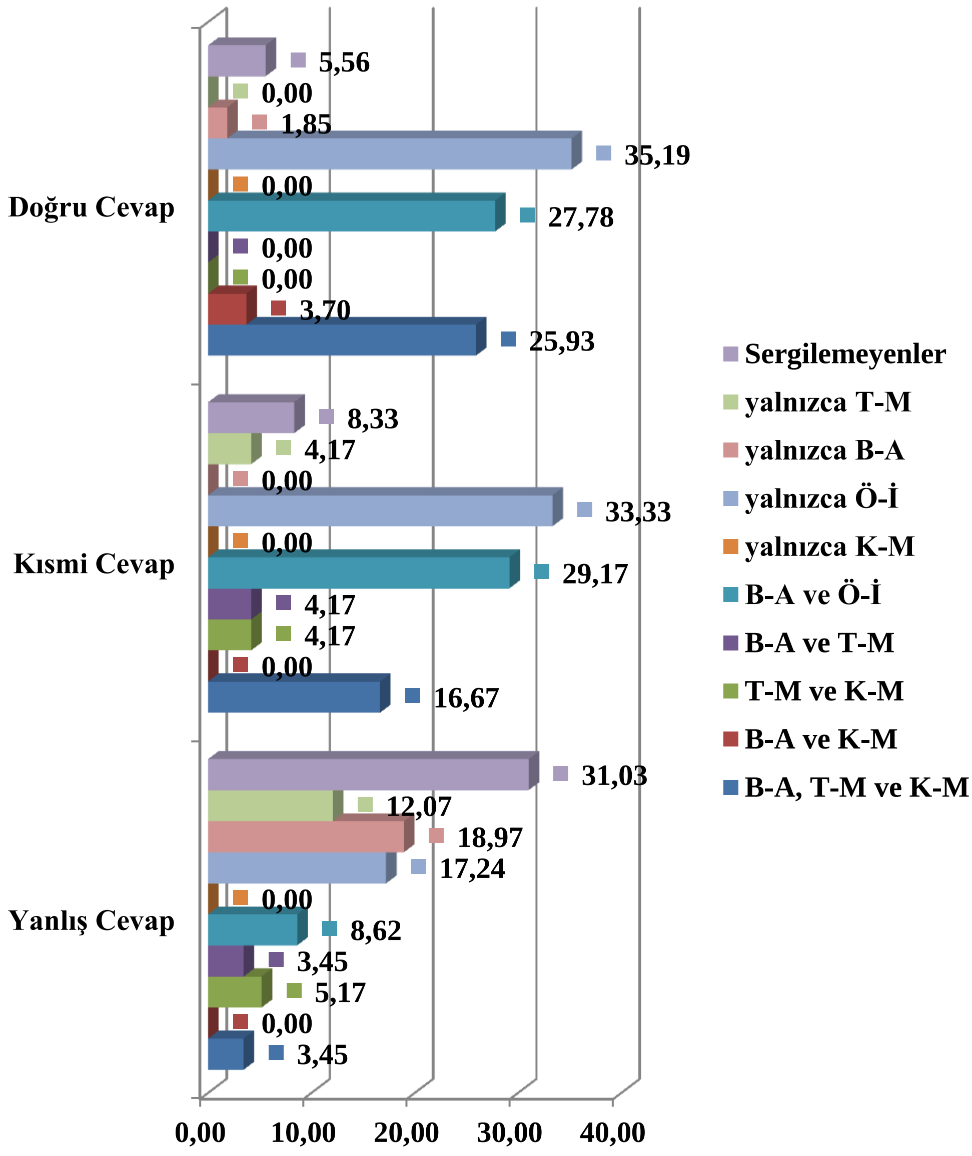
(2,1,3) elemanı k.(2,1,3) ile üretir. $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$H = \{(2t, t, 3t) ; t \in R\}$ alt vektör uzayıdır.

Şekil 4.35. Alt Vektör Uzayları Kavramı Sorusu Örnek Çözümü

Yukarıda şekilde verilen çözüm, alt vektör uzayları kavramı ile ilgili sorulmuş bir soruya verilen doğru cevaba aittir. Bu soru, öğretmen adaylarının bu kavramda sergiledikleri beceri-algoritma, özellik-ispat ve temsil-metafor anlama boyutlarını belirlemek için hazırlanmıştır. Öğretmen adayı beceri-algoritma boyutunu sergilemiş fakat kavramın özelliklerinden veya grafik temsilinden faydalanmamıştır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bileşim kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının yine aynı sorulardaki performansları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.36.) sunulmuştur.

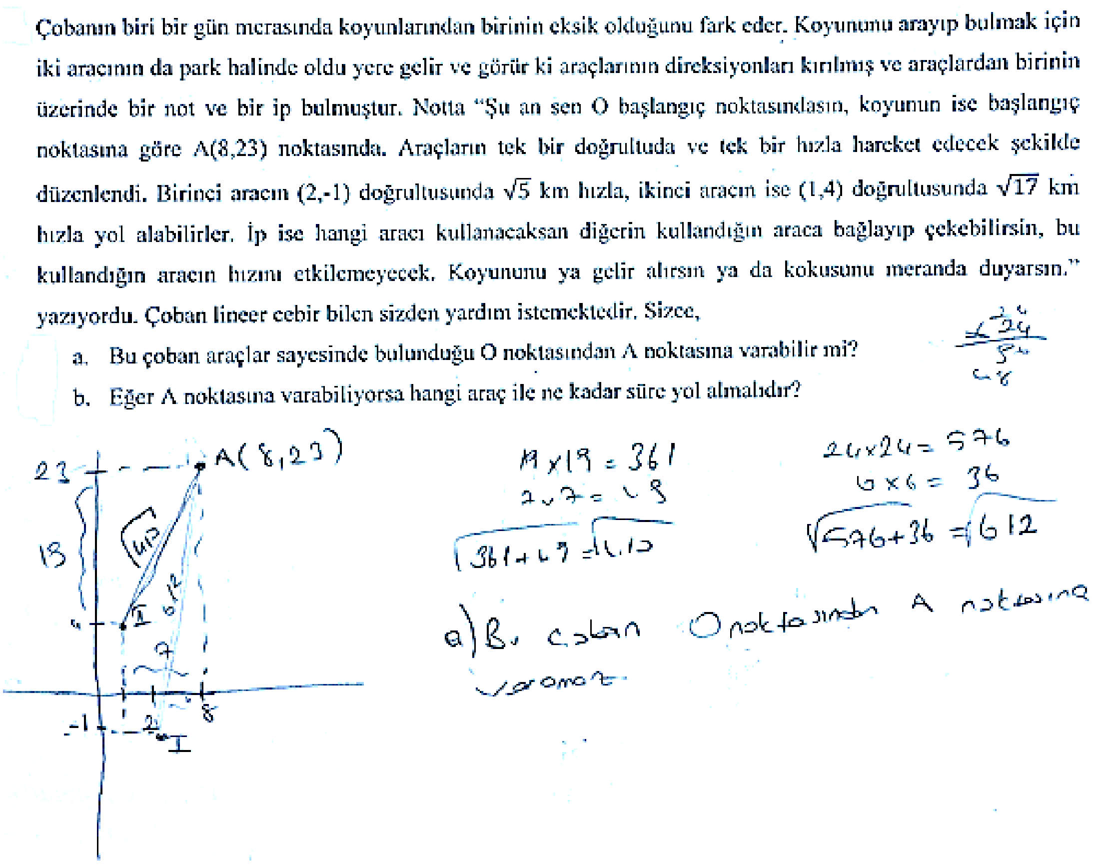


Şekil 4.36. Lineer Bileşim Kavramında Farklı Performans Gösteren Öğretmen Adaylarının Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

LCT'nde yer alan lineer bileşim sorularını doğru cevaplayan öğretmen adaylarının %1,85'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %35,19'u yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %27,78'i hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %3,70'i hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %25,93'ü hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Lineer bileşim sorularını doğru cevaplayan öğretmen adaylarının % 5,56'sı hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını ve hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

LCT'nde yer alan lineer bileşim sorularını kısmi cevaplayan öğretmen adaylarının %4,17'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %33,33'ü yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %29,17'si hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %4,17'si hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %4,17'si hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %16,67'si hem beceri-algoritma, hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Lineer bileşim sorularını kısmi cevaplayan öğretmen adaylarının % 8,33'ü hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu ve hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

LCT'nde yer alan lineer bileşim sorularını yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının %12,07'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %18,97'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %17,24'ü yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %8,62'si hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %3,45'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %5,17'si hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %3,45'i hem beceri-algoritma, hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Lineer bileşim sorularını yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının % 31,03'ü hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca-kullanım-modelleme anlama boyutunu ve hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.



Çobanın biri bir gün merasında koyunlarından birinin eksik olduğunu fark eder. Koyununu arayıp bulmak için iki aracının da park halinde oldu yere gelir ve görür ki araçlarının direksiyonları kırılmış ve araçlardan birinin üzerinde bir not ve bir ip bulmuştur. Notta "Şu an sen O başlangıç noktasındasın, koyunun ise başlangıç noktasına göre A(8,23) noktasında. Araçların tek bir doğrultuda ve tek bir hızla hareket edecek şekilde düzenlendi. Birinci aracın (2,-1) doğrultusunda $\sqrt{5}$ km hızla, ikinci aracın ise (1,4) doğrultusunda $\sqrt{17}$ km hızla yol alabilirler. İp ise hangi aracı kullanacaksan diğerin kullandığın araca bağlayıp çekebilirsin, bu kullandığın aracın hızını etkilemeyecek. Koyununu ya gelir alırsın ya da kokusunu meranda duyarsın." yazıyordu. Çoban lineer cebir bilen sizden yardım istemektedir. Sizce,

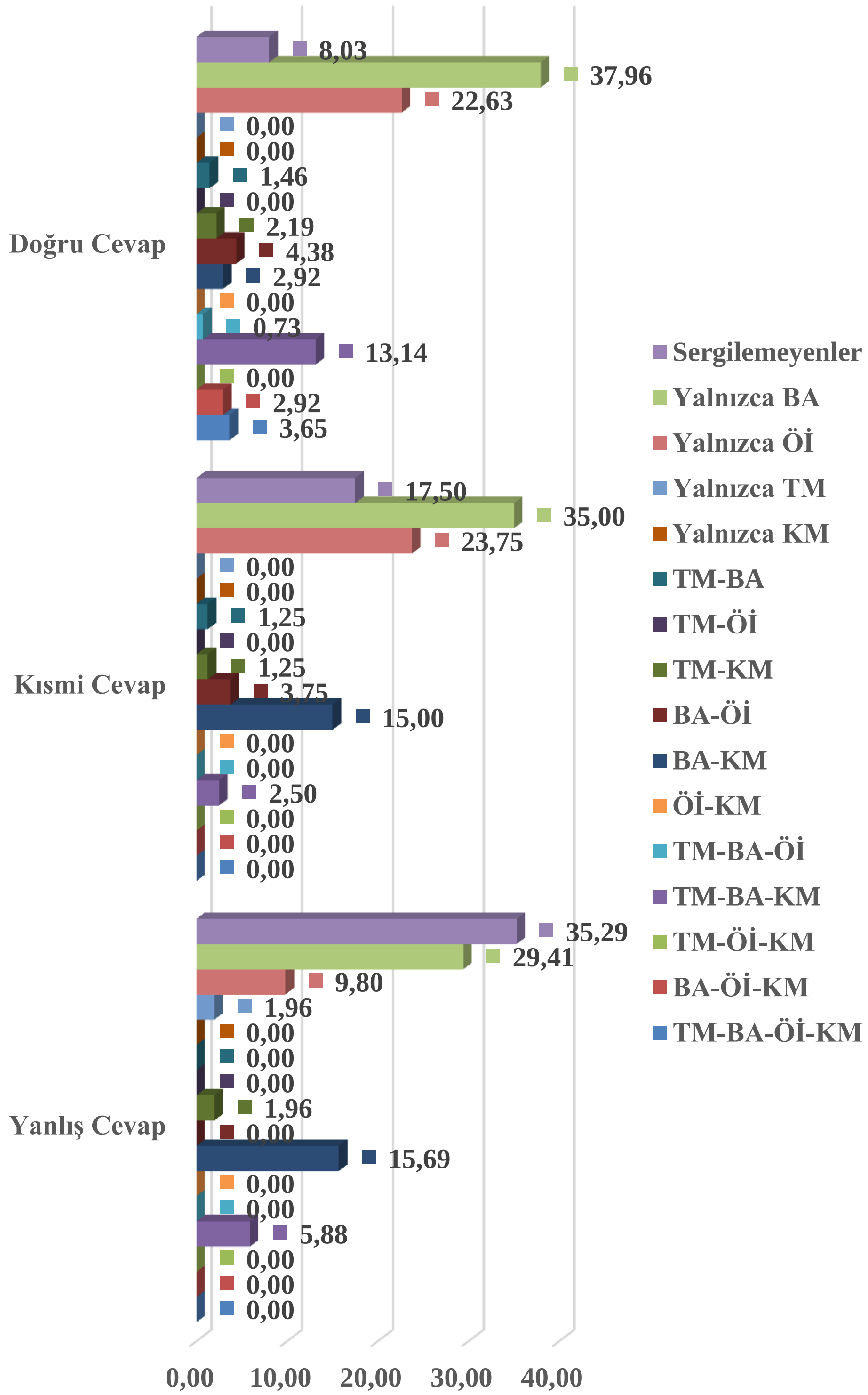
a. Bu çoban araçlar sayesinde bulunduğu O noktasından A noktasına varabilir mi?

b. Eğer A noktasına varabiliyorsa hangi araç ile ne kadar süre yol almalıdır?

Şekil 4.37. Lineer Bileşim Kavramı Sorusu Örnek Çözümü

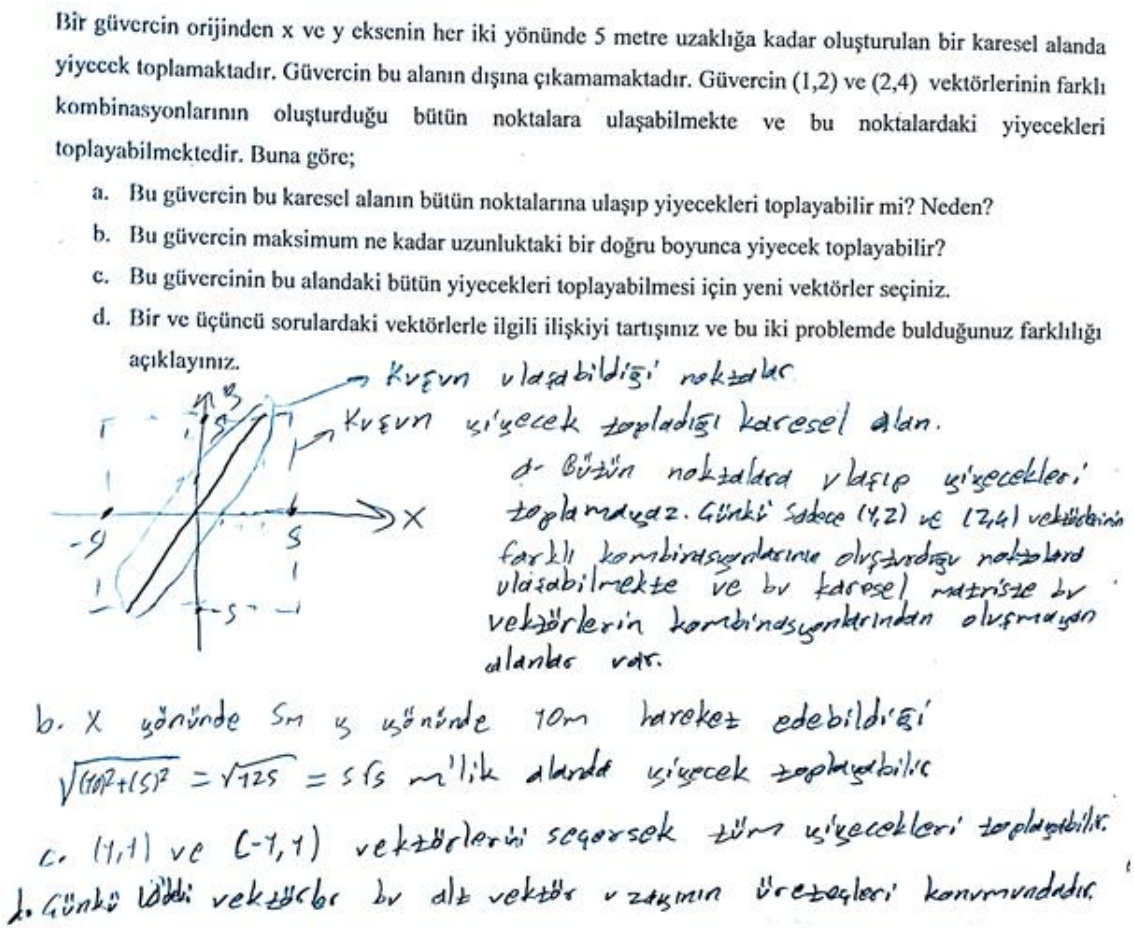
Yukarıda şekilde verilen çözüm, lineer bileşim kavramı ile ilgili sorulmuş bir soruya verilen yanlış cevaba aittir. Bu soru, öğretmen adaylarının bu kavramda anlamanın temsil-metafor, beceri-algoritma ve kullanım-modelleme boyutlarını belirlemek için hazırlanmıştır. Öğretmen adayı bu soruda tüm anlama boyutlarını sergilemiş olmasına rağmen çözümü doğru bir şekilde sonlandıramamıştır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bağımsızlık kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının yine aynı sorulardaki performansları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.38) sunulmuştur.



Şekil 4.38. Lineer Bağımsızlık Kavramında Farklı Performans Gösteren Öğretmen Adaylarının Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının lineer bağımsızlık kavramı ile ilgili sorularda sergiledikleri anlama boyutları performanslarına göre farklılaşmaktadır.


Bir güvercin orijinden x ve y eksenin her iki yönünde 5 metre uzaklığa kadar oluşturulan bir karesel alanda yiyecek toplamaktadır. Güvercin bu alanın dışına çıkamamaktadır. Güvercin (1,2) ve (2,4) vektörlerinin farklı kombinasyonlarının oluşturduğu bütün noktalara ulaşabilmekte ve bu noktalardaki yiyecekleri toplayabilmektedir. Buna göre;

a. Bu güvercin bu karesel alanın bütün noktalarına ulaşıp yiyecekleri toplayabilir mi? Neden?
b. Bu güvercin maksimum ne kadar uzunluktaki bir doğru boyunca yiyecek toplayabilir?
c. Bu güvercinin bu alandaki bütün yiyecekleri toplayabilmesi için yeni vektörler seçiniz.
d. Bir ve üçüncü sorulardaki vektörlerle ilgili ilişkiyi tartışınız ve bu iki problemde bulduğunuz farklılığı açıklayınız.

a. Bütün noktalara ulaşıp yiyecekleri toplamayız. Çünkü sadece (1,2) ve (2,4) vektörlerinin farklı kombinasyonlarının oluşturduğu noktalara ulaşabilmekte ve bu karesel matriste bu vektörlerin kombinasyonlarından oluşmayan alanlar var.

b. X yönünde 5m y yönünde 10m hareket edebildiği $\sqrt{(10)^2+(5)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ m'lik alanda yiyecek toplayabilir

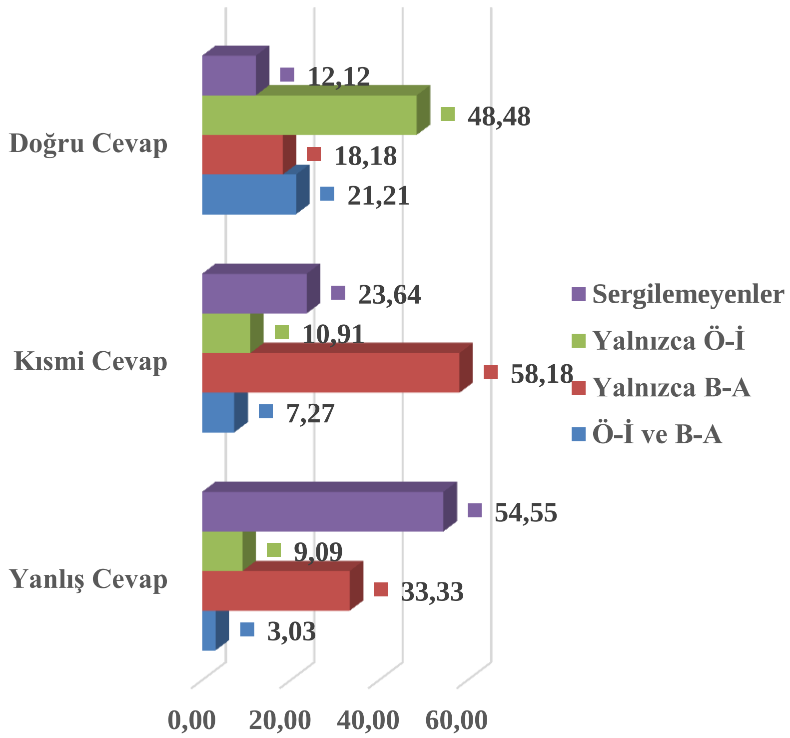
c. (1,1) ve (-1,1) vektörlerini seçersek tüm yiyecekleri toplayabilir.

d. Çünkü ikinci vektörler bu alt vektör uzayının üreteçleri konumundadır.

Şekil 4.39. Lineer Bağımsızlık Kavramı Sorusu Örnek Çözümü

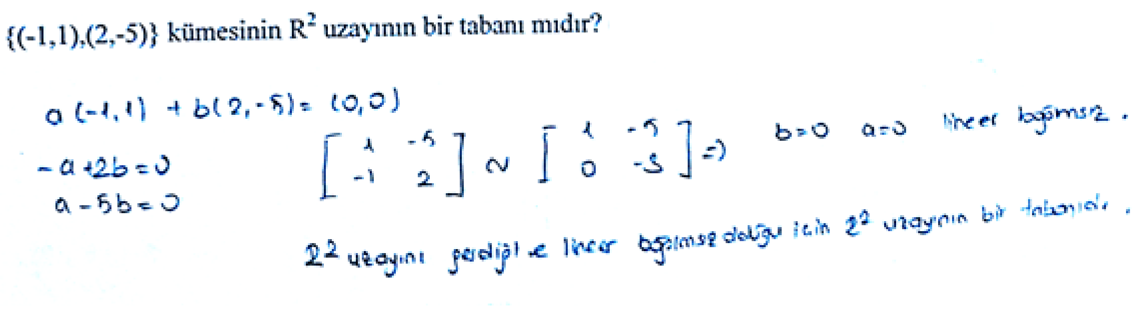
Yukarıda şekilde verilen çözüm, lineer bağımsızlık kavramı ile ilgili sorulmuş bir soruya verilen doğru cevaba aittir. Bu soru, öğretmen adaylarının bu kavramda anlamanın temsil-metafor, beceri-algoritma, özellik-ispat ve kullanım-modelleme boyutlarını belirlemek için hazırlanmıştır. Öğretmen adayı bu soruda tüm anlama boyutlarını sergilemiştir.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan taban ve boyut kavramlarına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının yine aynı sorulardaki performansları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.40.) sunulmuştur.



Şekil 4.40. Taban ve Boyut Kavramlarında Farklı Performans Gösteren Öğretmen Adaylarının Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının taban ve boyut kavramları ile ilgili sorularda sergiledikleri anlama boyutları performanslarına göre farklılaşmaktadır.



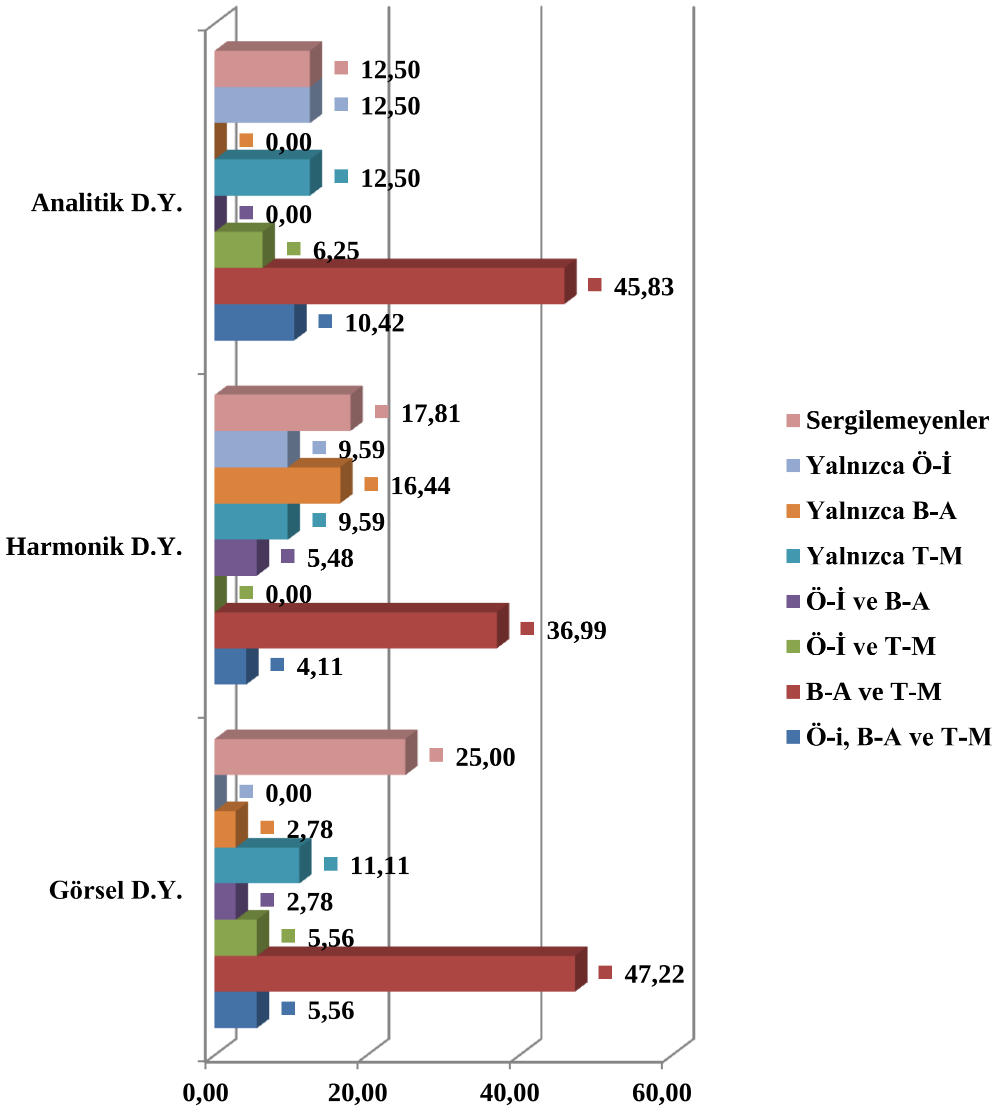
Şekil 4.41. Taban Kavramı Sorusu Örnek Çözümü

Yukarıda şekilde verilen çözüm, taban kavramı ile ilgili sorulmuş bir soruya verilen doğru cevaba aittir. Bu soru, öğretmen adaylarının bu kavramda anlamanın beceri-algoritma ve özellik-ispat boyutlarını belirlemek için hazırlanmıştır. Öğretmen adayı bu soruda yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu sergilemiştir.

4.3.2. Düşünme Yapıları Açısından Anlama Boyutları

Farklı düşünme yapısına sahip matematik öğretmeni adaylarının sergiledikleri anlama boyutları kavramsal bazda sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan vektör uzayları kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.42.) sunulmuştur.



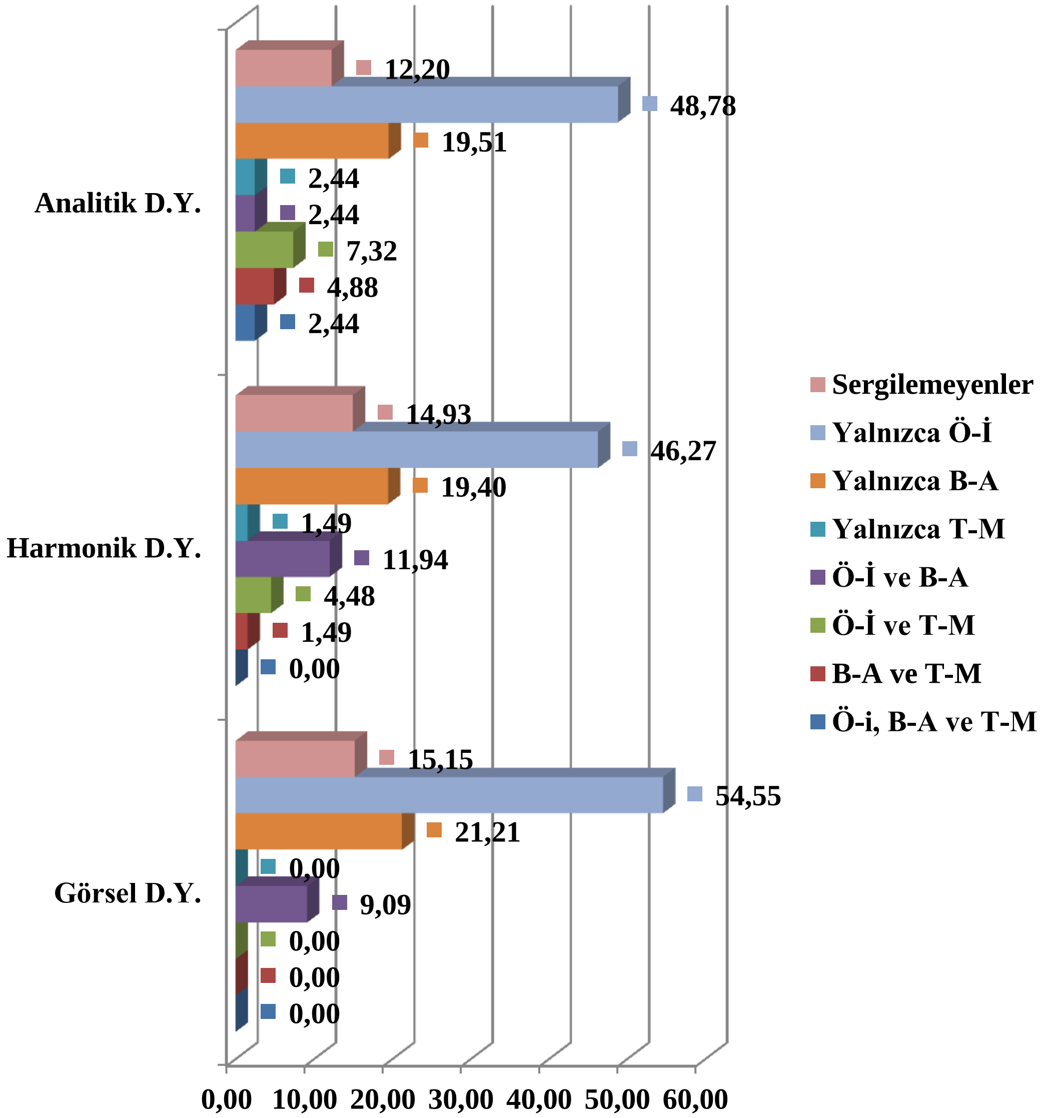
Şekil 4.42. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının % 12,50'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %12,50'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %6,25'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %45,83'ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %10,42'si hem özellik-ispat, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %12,50'si hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca beceri-algoritma ve hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %9,21'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, % 15,79'u yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %9,21'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %5,26'sı hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %35,53'ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %3,95'i hem özellik-ispat, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %17,81'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %2,50'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutuna, %10,00'u yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %2,50'si hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %5,00'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %42,50'si hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %5,00'i hem özellik-ispat, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %25,00'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan vektör uzayları kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.43.) sunulmuştur.



Şekil 4.43. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

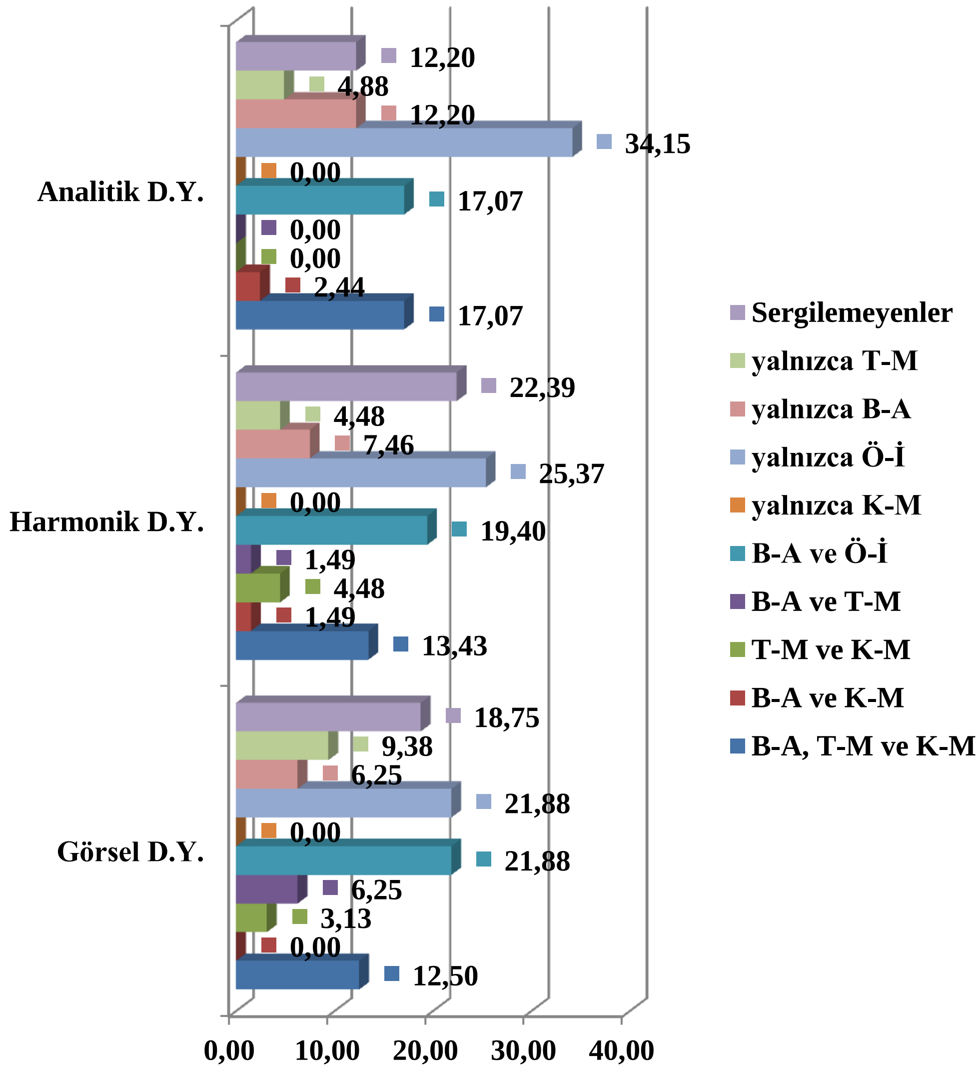
Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının % 48,78'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %19,51'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %2,44'ü yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %2,44'ü hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %7,32'si hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %4,88'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %2,44'ü hem özellik-ispat, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %12,20'si hiçbir anlama boyutunu sergilememiştir.

Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının % 46,27'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %19,40'ı yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %1,49'u yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %11,94'ü hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %4,48'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %1,49'u hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %14,93'ü hiçbir anlama boyutunu sergilemezken hem özellik-ispat, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %54,55'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %21,21'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %9,09'u hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %15,15'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, hem özellik-ispat hem de temsil metafor anlama boyutlarını, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını ve hem özellik-ispat, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bileşim kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.44.) sunulmuştur.

Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %4,88'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %12,20'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %34,15'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %17,07'si hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %2,44'ü hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %17,07'si hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %12,20'si hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.



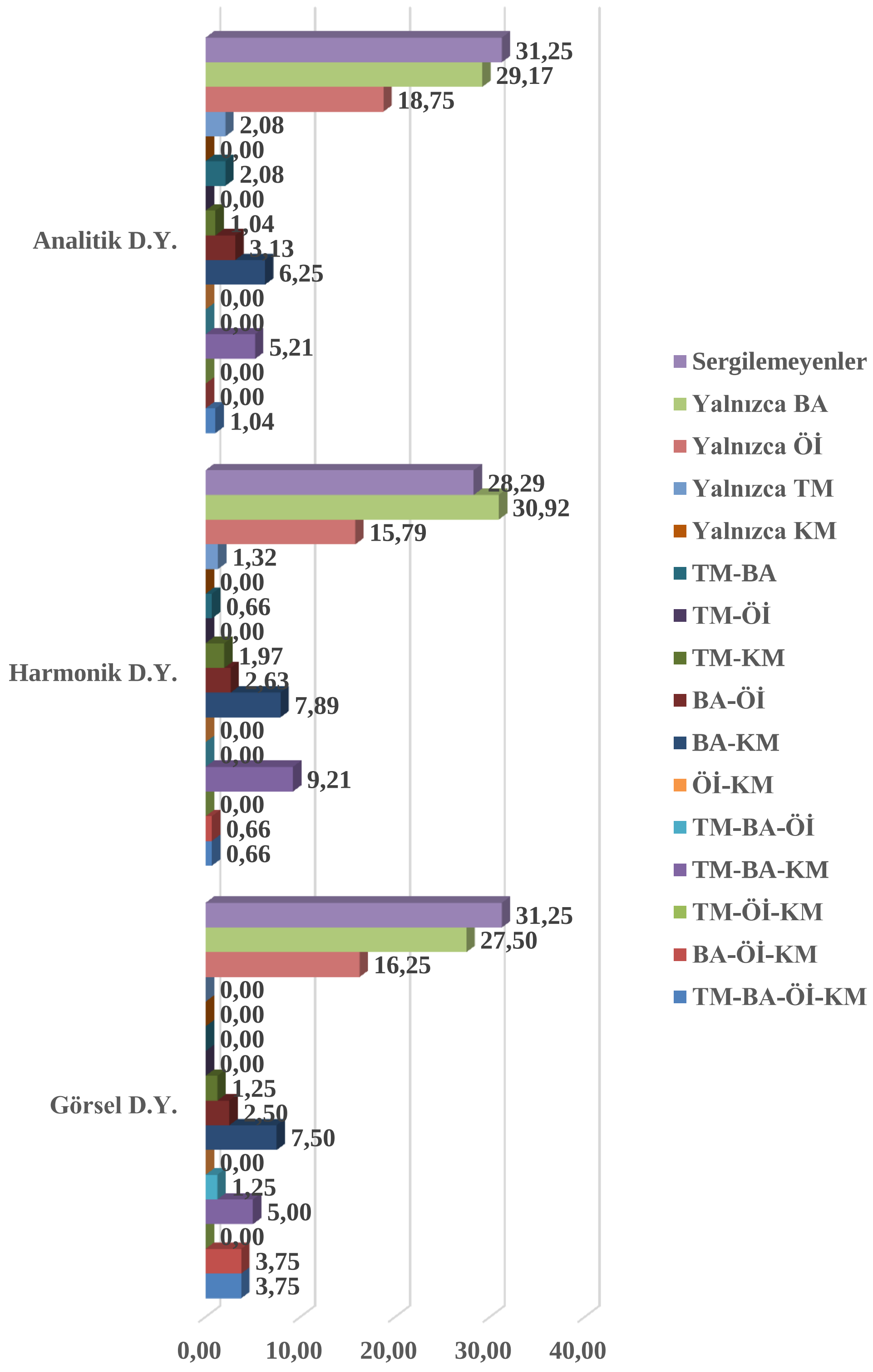
Şekil 4.44. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %4,48'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %7,46'sı yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %25,37'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %19,40'ı hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %1,49'u hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %4,48'i hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %1,49'u hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %13,43'ü hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %22,39'u hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %9,38'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %6,25'i beceri-algoritma anlama boyutunu, %21,88'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %21,88'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %6,25'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %3,13'ü hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %12,50'si hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Görsel düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının %18,75'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu ve hem beceri- algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

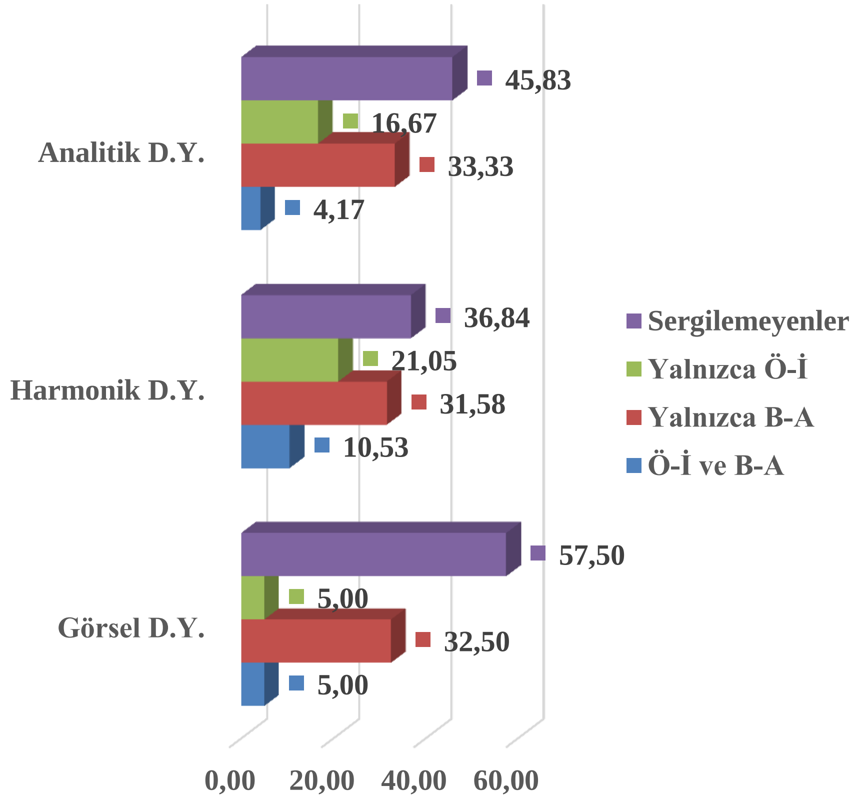
Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bağımsızlık kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.45.) sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının lineer bağımsızlık kavramı ile ilgili sorularda sergiledikleri anlama boyutları matematiksel düşünme yapılarına göre farklılaşmaktadır. Bazı anlama boyutları alt kümeleri farklı düşünme yapısına sahip öğretmen adayları tarafından hiç sergilenmemiştir.



Şekil 4.45. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan taban ve boyut kavramlarına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.46.) sunulmuştur.



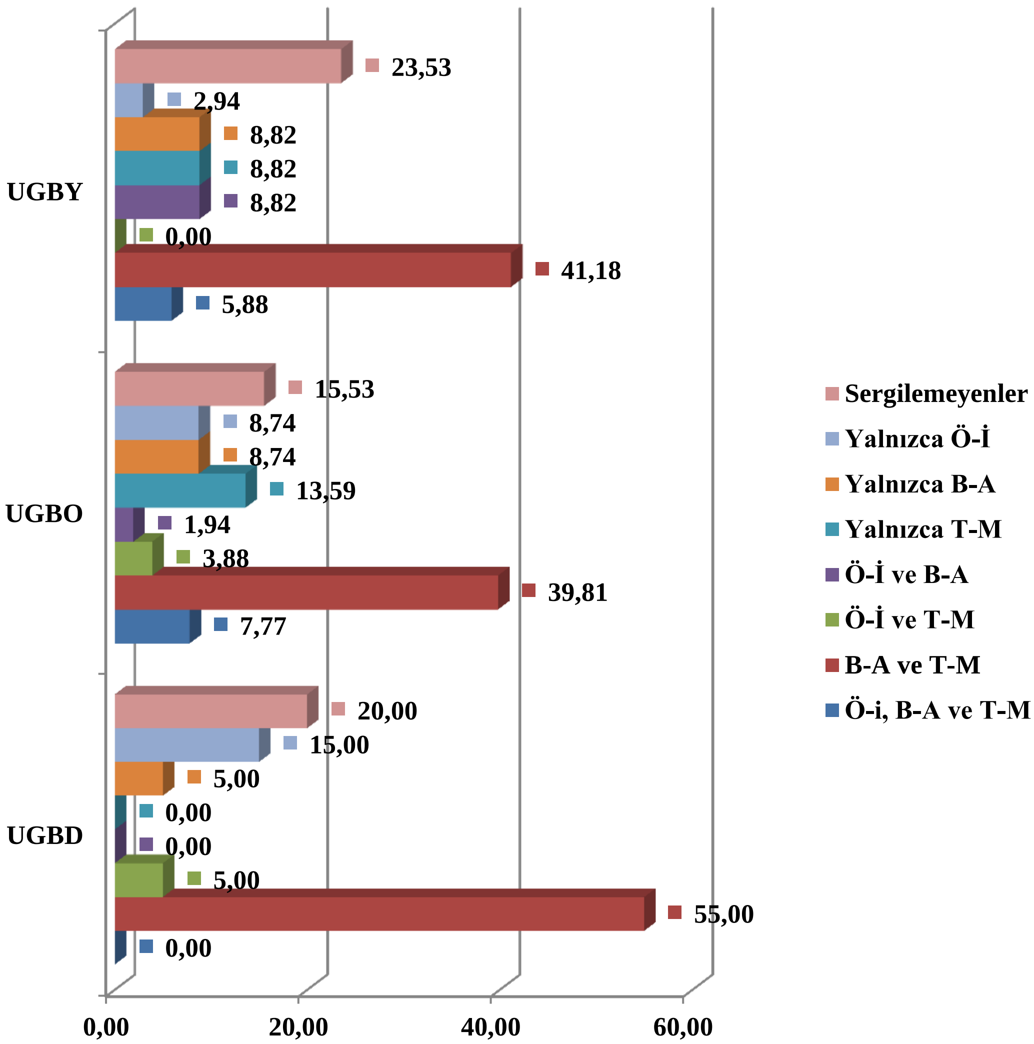
Şekil 4.46. Farklı Matematiksel Düşünme Yapısına Sahip Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramlarında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının taban ve boyut kavramları ile ilgili sorularda sergiledikleri anlama boyutları matematiksel düşünme yapılarına göre farklılaşmaktadır.

4.3.3. Uzamsal Yetenek Açısından Anlama Boyutları

Farklı uzamsal yetenek düzeyi sergileyen matematik öğretmeni adaylarının sergiledikleri anlama boyutları kavramsal bazda sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan vektör uzayları kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının uzamsal yetenek bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.47.) sunulmuştur.



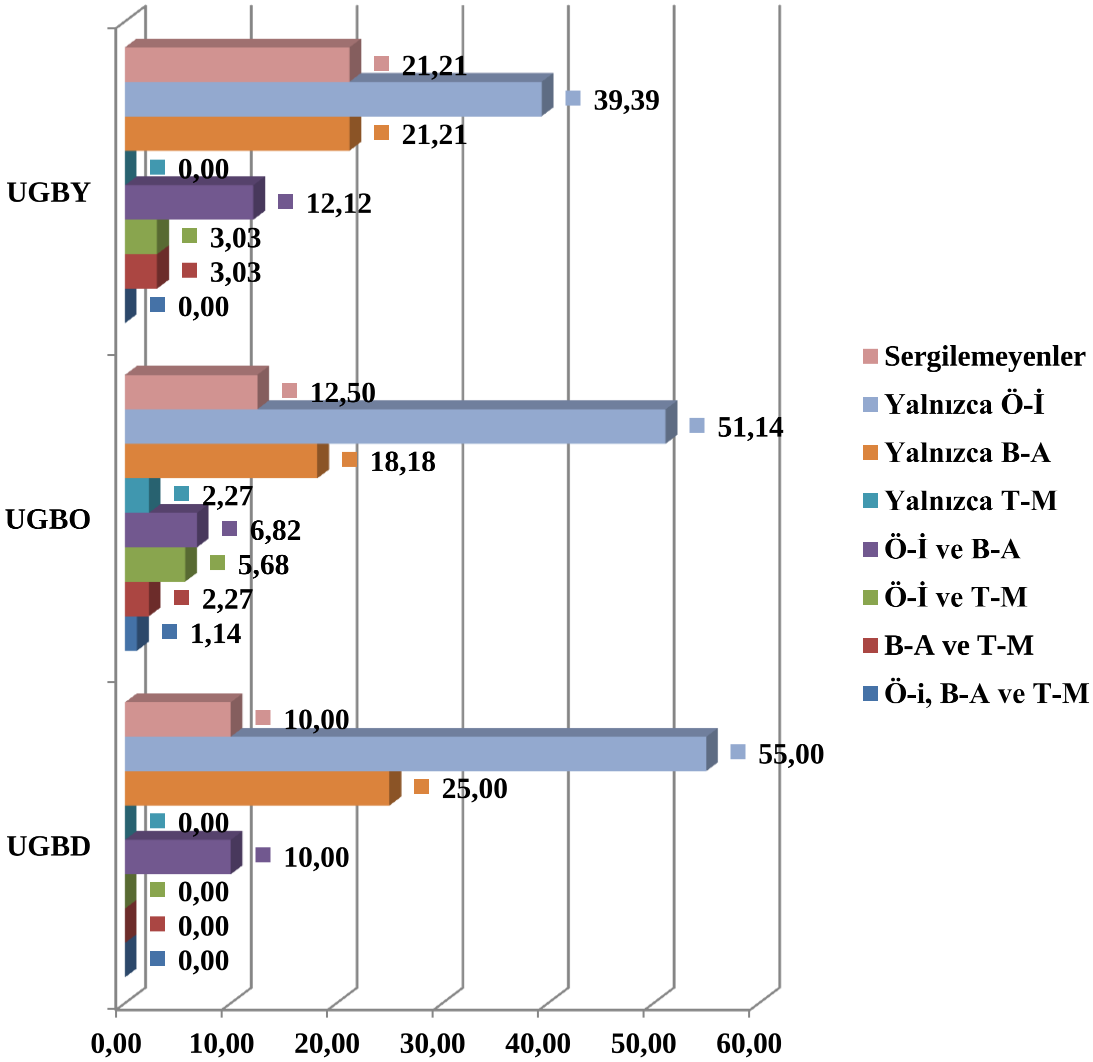
Şekil 4.47. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Vektör Uzayları Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Uzamsal görselleştirme becerisi yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının % 2,78'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %8,33'ü yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %8,33'ü yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %8,33'ü hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %38,89'u hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %5,56'sı hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Uzamsal görselleştirme becerisi yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının %23,53'ü hiçbir anlama boyutunu sergilemezken hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Uzamsal görselleştirme becerisi orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %8,33'ü yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %8,33'ü yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %12,96'sı yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %1,85'i hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %3,70'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %37,96'sı hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %7,41'i hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Uzamsal görselleştirme becerisi orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %15,53'ü hiçbir anlama boyutunu sergilememektedir.

Uzamsal görselleştirme becerisi düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının % 15,00'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %5,00'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %5,00'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %55,00'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemektedir. Uzamsal görselleştirme becerisi düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının %20,00'si hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca temsil-metafor anlama boyutu, hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını ve hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan alt vektör uzayları kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının uzamsal yetenek bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.48.) sunulmuştur.



Şekil 4.48. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Alt Vektör Uzayları Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

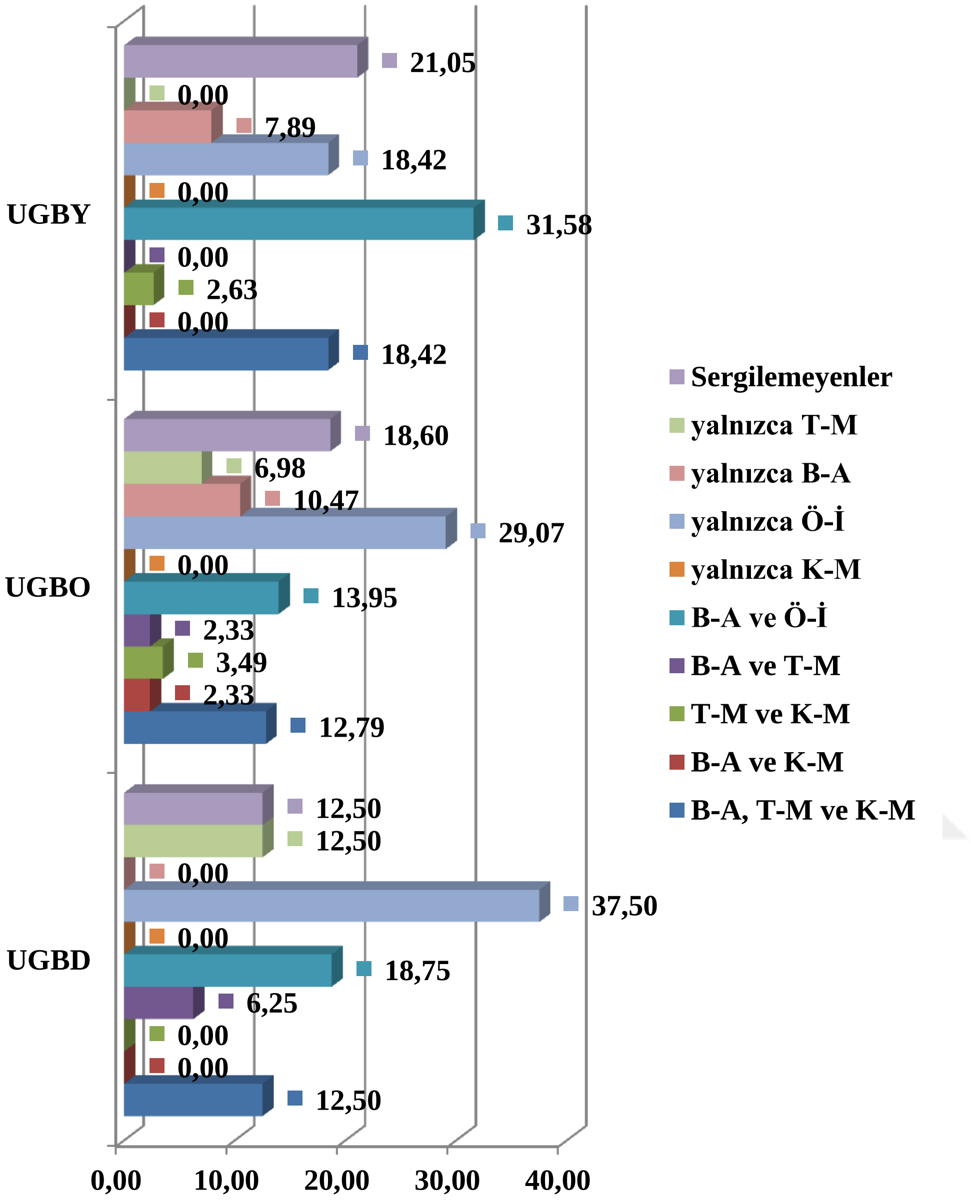
Uzamsal görselleştirme becerisi yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının %39,39'u yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %21,21'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %12,12'si hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %3,03'ü hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %3,03'ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Uzamsal görselleştirme becerisi yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının %21,21'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca temsil-metafor ve hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Uzamsal görselleştirme becerisi orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %51,14'ü yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %18,18'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %2,27'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %6,82'si hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını, %5,68'i hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %2,27'si hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %1,14'ü hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Uzamsal görselleştirme becerisi orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %12,50'si hiçbir anlama boyutunu sergilememektedir.

Uzamsal görselleştirme becerisi düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının % 55,00'i yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %25,00'i yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %10,00'u hem özellik-ispat hem de beceri-algoritma anlama boyutlarını sergilemektedir. Uzamsal görselleştirme becerisi düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının %10,00'u hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca temsil-metafor anlama boyutu, hem özellik-ispat hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını ve hem özellik-ispat hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bileşim kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının uzamsal yetenek bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.49.) sunulmuştur.

Uzamsal görselleştirme becerisi yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının % 7,89'u yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %18,42'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %31,58'i hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutunu, %%2,63'ü hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, % 18,42'si hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Uzamsal görselleştirme becerisi yüksek düzeyde olan öğretmen adaylarının %21,05'i hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu, hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor ve hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

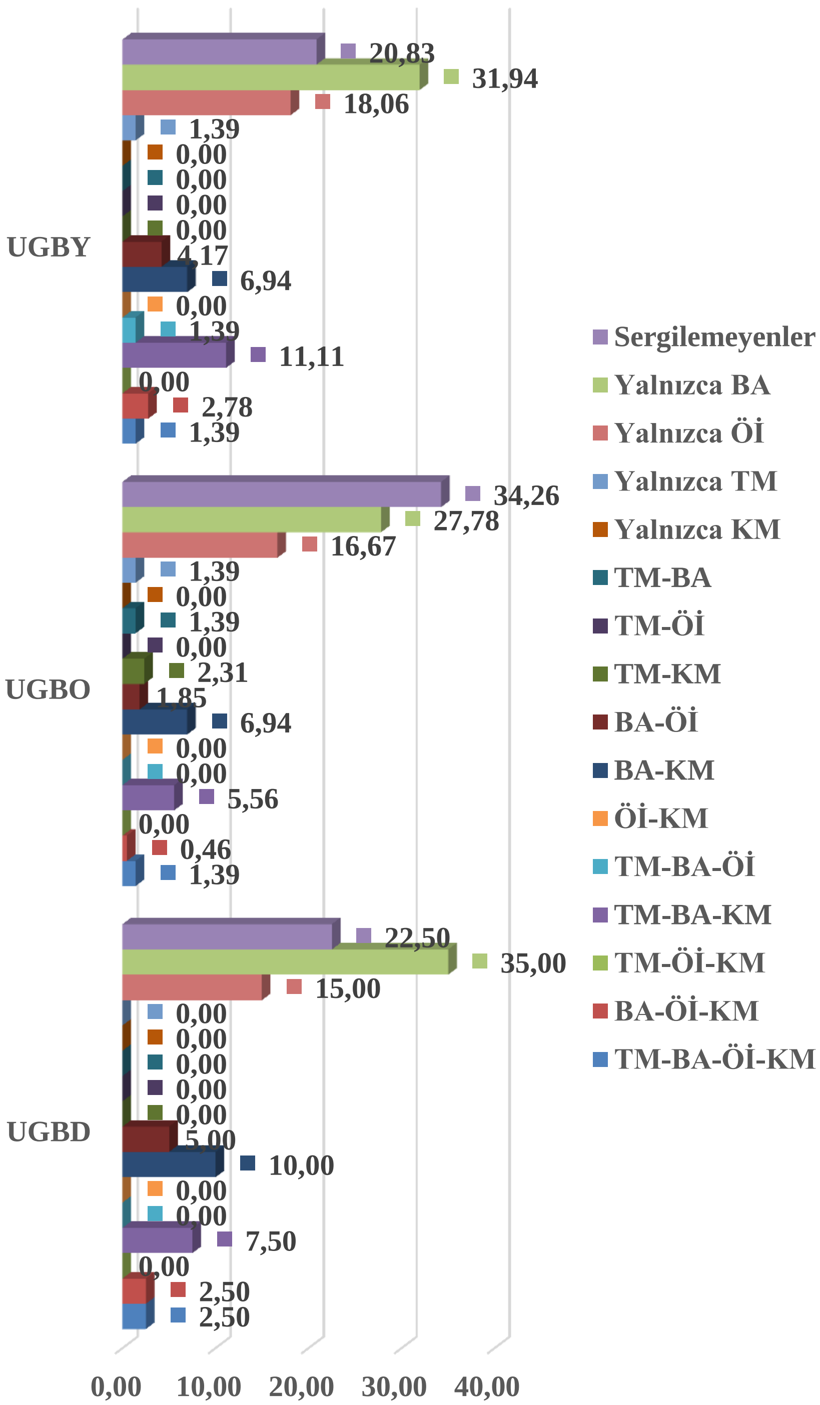


Şekil 4.49. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bileşim Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Uzamsal görselleştirme becerisi orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %6,98'i yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, % 10,47'si yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, %29,07'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %13,95'i hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %2,33'ü hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %3,49'u hem temsil-metafor hem kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %2,33'ü hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını, %12,79'u hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. . Uzamsal görselleştirme becerisi orta düzeyde olan öğretmen adaylarının %18,60'ı hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

Uzamsal görselleştirme becerisi düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının %12,50'si yalnızca temsil-metafor anlama boyutunu, %37,50'si yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu, %18,75'i hem beceri-algoritma hem de özellik-ispat anlama boyutlarını, %6,25'i hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutlarını, %12,50'si hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergilemektedirler. Uzamsal görselleştirme becerisi düşük düzeyde olan öğretmen adaylarının %12,50'si hiçbir anlama boyutunu sergilemezken yalnızca beceri-algoritma anlama boyutunu, yalnızca kullanım-modelleme anlama boyutunu, hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını ve hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutlarını sergileyen öğretmen adayı bulunmamaktadır.

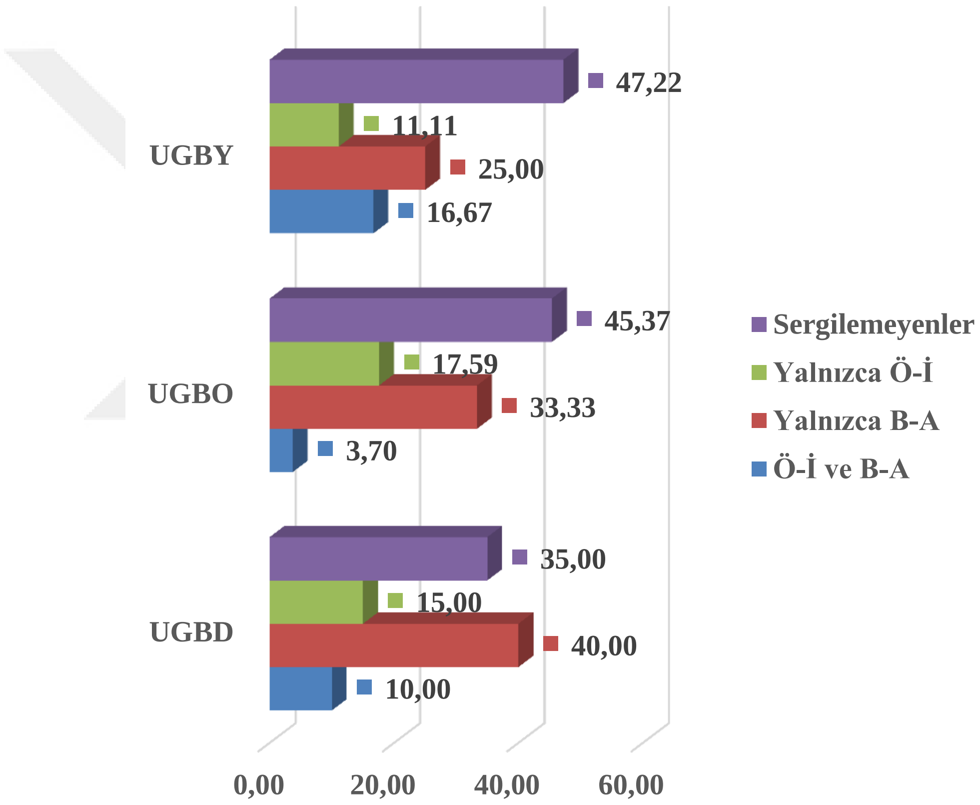
Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan lineer bağımsızlık kavramına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının uzamsal yetenek bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.50.) sunulmuştur.



Şekil 4.50. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Lineer Bağımsızlık Kavramında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının lineer bağımsızlık kavramı ile ilgili sorularda sergiledikleri anlama boyutları uzamsal yeteneklerine göre farklılaşmaktadır. Bazı anlama boyutları alt kümeleri farklı uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adayları tarafından hiç sergilenmemiştir.

Öğretmen adaylarının LCT'nde yer alan taban ve boyut kavramlarına yönelik sorularda sergiledikleri anlama boyutlarının uzamsal yetenek bağlamında incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıda (Şekil 4.51.) sunulmuştur.



Şekil 4.51. Farklı Uzamsal Yeteneğe Sahip Öğretmen Adaylarının Taban ve Boyut Kavramlarında Sergiledikleri Anlama Boyutlarının Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının taban ve boyut kavramları ile ilgili sorularda sergiledikleri anlama boyutları uzamsal yeteneklerine göre farklılaşmaktadır.

4.3.4. Tarih-Kültür Anlama Boyutu

Matematik öğretmen adaylarına matematiksel kavramların tarihsel gelişimleri ile ilgili herhangi bir kaynak okuyup okumadıkları ve bu tür kaynakların yararlılığı sorulmuştur. Öğretmen adaylarının %68,29'u kavramların tarihsel gelişimi ile ilgili bir kaynak okumadıklarını ifade etmiştir, %14,63'u bu soruyu yanıtsız bırakmıştır. Çok az öğrenci bu tür kaynakları okumuştur ve görüşleri şu şekildedir:

> *Tam olarak okumasam da bazı bölümlerine göz gezdirdim. Orada okuduğum zaman zihnimde o kavramlar ile ilgili bir fikir oluştu ve daha sonra o kavramlar karşıma çıktığında fazla yabancılık çekmedim ve daha kolay benimsedim.*
>
> *Cebir ile ilgili bir kaynak okumuştum. Cebirin nasıl ortaya çıktığını öğrendim ve bu da cebiri daha iyi öğrenmemde yardımcı oldu.*
>
> *Okuduğum kaynak cebirin tarihi ile ilgili çok eskiye dayanan ve çok basit, temel şeyleri bahsettiği için çok fazla bir katkısını göremedim.*

4.4. Yarı-Yapılandırılmış Görüşme

Bu araştırmada, farklı lineer cebir performansına (yüksek, orta ve düşük), matematiksel düşünme yapısına (geometrik, harmonik ve uzamsal) ve uzamsal görselleştirme becerisine (yüksek, orta ve düşük) sahip uygun amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiş 13 matematik öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarının anlama ve anlama boyutları hakkında görüşleri alınmıştır ve bu başlık altında doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Görüşmelerden elde edilen veriler, testlerden elde edilmiş verileri desteklemek amaçlı kullanılmıştır.

4.4.1. Kavram Tanımı ve İmgeleri

Öğretmen adaylarından araştırmada kullanılan lineer cebir kavramlarını tarif etmeleri ve devamında matematiksel tanımlarını yapmaları istenmiştir. Öğretmen adayları çoğunlukla kavramların matematiksel tanımlarında yer alan özellikleri kullanarak kavramları tarif etme yoluna gitmişlerdir.

> **Ö7:** *Vektör uzayı, toplama ve çarpmanın tanımlı olduğu kümeler.*
>
> **Ö9:***Vektör uzayı ve alt vektör uzayı kavramlarını "kümeler ve altkümeler" olarak benzetebiliriz.*

Ö10: *Saltanat gibi bir şey var aralarında. Üstte sağlanan özellikler altta da sağlanıyor olması gerekiyor.*

Ö10: *Analitik geometride paralel doğrular lineer bağımsız oluyor, paralel değilse lineer bağımlı oluyordu.*

Ö7: *Lineer bileşimi ben kümelerin birleşimi ile aynı olarak görüyorum. Aynı özellikteki vektörleri topluyoruz.*

Ö5: *Taban lineer bağımsız vektörler, boyut lineer bağımsız vektör sayısı demektir.*

4.4.2. Anlama

Öğretmen adaylarına geleceğin öğretmeni ve şimdinin öğrencisi olarak "anlama" nın onlar için ne anlama geldiği sorulmuştur. Öğretmen adayları anlama göstergesi olarak yapabilme becerisi sergilemeyi değerlendirmiştir.

Ö2: *Bir şeyi anlamam için benzer bir örneğini yapabilmem lazım.*

Ö9: *Birisi bana o konu ile soru yönelttiğinde onun yönelttiği sorulara tam ve eksiksiz cevap verebilmeliyim, ona da açıklayıp anlamasını sağlayabilmeliyim.*

Ö10: *Hayatımıza dökebiliyorsak, karşılaştığımız problemde kullanabiliyorsak anladığımız anlamına geliyor.*

Ö7: *Bir matematik öğretmeni olarak günlük hayattan ne kadar çok şey katarsak anlama o kadar artacaktır.*

Ö5: *Anlıyorsun ve uygulamaya dökebiliyorsun.*

Ö3: *Anlamak, mantığını kavramak ve detaylarına inmektir.*

4.4.3. İspat ve Anlama

Öğretmen adaylarına matematiksel anlama boyutlarından biri olan matematiksel ispat yapmanın anlama süreçlerine etkisi sorulmuştur. Öğretmen adayları ispatın kavramları anlamada etkili olduğunu ama teorik olması sebebiyle unutulduğunu ifade etmişlerdir.

Ö10: *İspat kavramın anlaşılmasında önemlidir.*

Ö7: *Lineer cebirde ispatın kullanılması anlamamda etkili oldu. Sınava hazırlanırken teoremleri ispatlamak uygulamada daha rahat soru çözmemi sağladı.*

Ö3: *İspat yapmak tabii ki önemlidir ama direkt kitaptan bilgilerle olmamalı. Yapan kişi kendi yorumunu katmalı, farklı açılardan ifade etmeli, daha basite indirmeli. En azından ben bir formülü unutursam ispatından yeniden çıkartabilirim ama kitaptan olmamalı.*

Ö6: *İspatın eğitimin hangi düzeyinde yapıldığı önemlidir. Yüksek lisans düzeyinde ispat bilinmelidir fakat lisans düzeyinde kalıcı olmuyor. Bugün ispat yapamayacaksam bunu görmemin ne anlamı var?*

4.4.4. Görselleme ve Anlama

Öğretmen adaylarına matematiksel anlama boyutlarından biri olan temsillerin-metaforların kullanımının anlama süreçlerine etkisi sorulmuştur. Öğretmen adayları görsellemenin tüm matematik derslerinde hem öğretirken hem öğrenirken kullanılmasının yararlı ve önemli olduğunu düşünmekteler; fakat lineer cebir dersinde yeterince görsel objenin kullanılmadığını ifade etmektedirler.

Ö7: *Temsiller anlamayı kesinlikle etkiler. İleride öğretmen olduğumuzda neyin nereden geleceğini gösteriyor olmak benim için kaçınılmazdır.*

Ö11: *Görsellik kullanılması önemlidir. Görsel olarak kullanılan şeyler akılda daha fazla kalıcıdır. Bence her derste kullanılması gerekiyor. Lineer cebirde gördüğümüz şeyler üç boyutlu düzenekte gösterilmiş olsaydı şimdi hepsini tanımlarını bilmeden bile çözebilirdim. Şimdi sadece sözel ifadeler ve işlemler var aklımda.*

4.4.5. Kurallar ve Anlama

Öğretmen adaylarına kavramların işlemsel özelliklerini bilmenin kavramları anlamaları üzerindeki etkisi sorulmuştur. Öğretmen adayları kuralların mantıksal çıkarımları yapıldıktan sonra faydalı olacağını ve problem çözme sürecini kolaylaştırıp süreyi kısaltacağını düşünmektedirler.

Ö10*: Soruları çözüyor olmam kavramı anladım anlamına gelmez.*

Ö9: *Direk formülü bilmektense o formüle nasıl ulaşıldığını bilip belki formülü kendin çıkarırsan yalnızca o soruyu değil o konu ile ilgili başka sorulara da cevap bulabilirsin veya konuyu daha iyi anlamış olabilirsin.*

Ö7: *Uygulayan insan bir şeyleri anlayan insan demektir ama yalnızca özelliklerini bilmek anlamak için yeterli değil.*

Ö3: *Kuralı bilmek problem çözmede önemlidir anlamada çok da etkili değildir.*

4.4.6. Günlük Hayat Uygulamaları ve Anlama

Öğretmen adaylarına kavramların günlük hayat uygulamalarını bilmenin kavramları anlamaları üzerindeki etkisi sorulmuştur. Öğretmen adayları kavramın anlaşılmasına, hatırda kalmasına ve kavramı öğretirken dikkat çekmede kullanılmasının faydalı olacağını düşünmektedirler.

Ö9: *Lineer cebirin günlük hayatla ilişkilendirildiğinde daha kalıcı olacağını düşünüyorum.*

Ö2: *Konu içerisinde bize verilen örnekler tamamen sayılara dayalı olduğu için bazen çözemiyoruz fakat günlük hayat uygulama soruları olsa hem bizi düşündürür hem de daha iyi anlamamızı sağlar.*

Ö10: *Günlük hayattan örnek verirseniz o kişi tanımı hatırlamaz ama görüntüyü unutmaz.*

Ö3: *Öğrencilerin dikkatini çekmek lazım ve bunu günlük hayat örneği ile yapabilirsin. Matematik öğretirken bu bizim nerde işimize yarayacak sorusu ön plandadır bu soruyu günlük hayattan örnekler vererek yanıtlayabiliriz.*

Ö6: *Çok faydalı olurdu. Filmde görmüştüm: Çocuklar soruyor biz faktöriyeli kombinasyonu nerede kullanacağız? Öğretmen cevap veriyor. Altılı oynarken, bir iddia oynadın, bunların tutma ihtimalini hesaplarken? Burada çocuk daha dikkatli dinliyor. Hâlbuki o olasılığın hesaplanamayacağını sen de biliyorsun ama orada öğrenci seni dinliyor. Ve daha iyi anlıyor.*

4.4.7. Tarihsel Gelişim ve Anlama

Öğretmen adaylarına kavramların tarihsel gelişimlerini bilmenin kavramları anlamaları üzerindeki etkisi sorulmuştur. Öğretmen adayları dikkat çekme ve merak uyandırmada etkili olabileceğini ama kavramları anlamada doğrudan etkili olmayacağını düşünmektedirler.

Ö9: *Şu anda anladığımı düşündüğüm kavramların tarihsel gelişimlerini bilmiyorum. Bilmek çok da gerekli olmayabilir. Bilmenin genel kültür açısından faydası olabilir.*

Ö2: *Bilsem daha çok sevebilirdim.*

Ö10: *Kavramı kim bulmuş, nasıl bulmuş bunu öğrenmiş olsam birkaç zaman sonra kullanmayacağım için unutmuş olurum. Tamamen etkilidir diyemeyiz.*

Ö6: *Ne kadar çok hikâyeleştirirsek o kadar çok aklımızda kalıyor.*

BÖLÜM V: TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma problemlerine bağlı olarak elde edilen bulgular, literatürdeki çalışmalar ışığında tartışılmış olup araştırmanın sonuçlarına dayalı olarak lineer cebir eğitimi ve gelecek araştırmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Araştırmanın odağında lineer cebir kavramlarının anlaşılmasının performans, uzamsal yetenek ve matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelenmesi yer almaktadır. Bu bağlamda tartışma ve sonuç değişkenlerin birbirlerine göre durumları yargılar halinde sunulacaktır.

Yargı 1: Öğretmen adaylarının sahip oldukları matematiksel düşünme yapıları ve uzamsal yetenekleri lineer cebir kavramlarında sergilenen performansın farklılaşmasına neden olmuştur.

Analizler sonucu ulaşılan bu yargıyı sunabilmek için öncelikle matematik öğretmeni adaylarının matematiksel düşünme yapılarına, uzamsal yeteneklerine ve performanslarına göre dağılımından bahsedilecektir. Matematik öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı harmonik düşünme yapısına sahipken çeyreği analitik ve diğer çeyreği geometrik düşünme yapısına sahiptir. Adayların matematiksel düşünme yapılarına göre dağılımı şimdiye kadar yürütülmüş çalışmalarda da benzerlik göstermektedir (Taşova, 2011). Matematiksel düşünme yapılarının tercih olduğu düşünüldüğünde aradan geçen zamanda dağılımın değişmemiş olması ilginçtir. Matematik öğretmeni adaylarının uzamsal yetenek düzeyleri incelendiğinde yarısından fazlasının orta düzeyde uzamsal yetenek sergilediği görülmüştür. Katılımcıların çeyreğinden azının uzamsal yeteneği yüksek çıkmıştır. Uzamsal yetenek geliştirilebilen bir bireysel farklılık olarak değerlendirilmektedir (Kösa, 2011). Çalışma grubunu oluşturan öğretmen adayları yenilenmiş ortaöğretim müfredat programları (MEB, 2005) ile eğitilmişlerdir. Önceki öğretim programının cebirsel ağırlıklı olduğu ve dolayısıyla analitik düşünme yapısını desteklediği düşünüldüğünde (Delice, 2003) yenilenmiş öğretim programının yapılandırmacı yaklaşımı gereği hem analitik hem geometrik düşünme yapılarının yani harmonik düşünme yapısının vurgulanması, bu sonucun normal olmasına yönelik beklenti oluştursa da her durumda kullanılan analitik ya da geometrik düşünme yapılarından herhangi birinin dominant olmaması dikkat çekicidir.

Matematik öğretmen adaylarının performanslarını belirlemek için öğretmen adaylarına vektör uzayları, alt vektör uzayları, lineer bileşim ve bağımsızlık, taban ve boyut kavramları ile ilgili sorular sorulmuştur. Adayların bu kavramlar üzerindeki performansları genel olarak orta düzeydedir. Adayların çok azı yüksek düzeyde performans sergilemişlerdir. Performanslar soru bazında değerlendirildiğinde, adaylar en yüksek performansları işlemsel süreçleri takip ederek cevaba ulaşacakları sorularda sergilemişlerdir. En düşük performanslar ise farklı anlama boyutları arasında ilişkilendirmelerin yapılması gerekli olan, birden fazla basamakla cevabın elde edileceği sorularda sergilenmiştir. Yukarıda da bahsedildiği gibi öğretmen adayları her ne kadar yenilenmiş öğretim programı ile eğitim görmüş ve bu müfredata uygun öğretim yapacak şekilde öğrenim görüyor olmalarına rağmen, hala kurallı anlamalarını gerçekleştirecek formül kullanımı ve algoritmik işlem uygulamasına dayalı soruları ilişkilendirerek anlamalarını gerçekleştirecek formül kullanmasını gerek kalmasa da kavramlar ve işlem süreçleri arasında ilişkilendirme gerçekleştirecekleri sorulara tercih ettikleri söylenebilir. Bu durum aynı zamanda eğitim sistemimizin ölçme-değerlendirme anlayışının da bir yansıması olduğu düşünülebilir. Çünkü, bütün ulusal kademeler arası geçiş sınavlarında kullanılan ve kısa sürede yüksek başarı ile tamamlanmak zorunda olunan çoktan seçmeli sınavların da buna sebep olduğu söylenebilir.

Katılımcıların performansları, matematiksel düşünme yapıları bağlamında incelendiğinde, analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adayları en yüksek performansı vektör uzayları kavramında sergilerken en düşük performansı lineer bileşim kavramında sergilemişlerdir. Geometrik düşünme yapısına sahip öğretmen adayları en yüksek performansı lineer bağımsızlık kavramında sergilerken en düşük performansı taban ve boyut kavramlarında sergilemişlerdir. Harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adayları en yüksek performansı alt vektör uzaylarında sergilerken en düşük performansı lineer bileşim kavramında sergilemişlerdir. Vektör uzayları kavramında en yüksek performans analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarına; alt vektör uzayları kavramında en yüksek performans harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarına; lineer bileşim ve bağımsızlık kavramlarında en yüksek performans geometrik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarına; taban ve boyut kavramlarında en yüksek performans harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarına aittir. İlgili literatürde matematiksel düşünme yapılarının katılımcıların performansları üzerinde etkili olduğu görülmektedir (Sevimli, 2013; Özhan-Turhan, 2011). Her ne yapıda olursa olsun belirli düşünme yapısına sahip bireylerden performansa pozitif katkı beklenmektedir. Bu farklılığın kavram farklılığına sahip sorulardaki performansa yansıması ilginçtir. Bu durum, analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının 9 maddelik kurala dayalı vektör uzayları performanslarında iyi iken sadece 9 kural ile değil geometrik ve cebirsel ilişkilendirmelerin bir arada kullanılarak yorumlanabilen alt vektör uzayları kavramına sahip sorularda harmonik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının daha iyi performans sergilemesini açıklayabilir.

Matematik öğretmeni adaylarının lineer cebir kavramlarında sergiledikleri performansları uzamsal yetenekleri bağlamında incelendiğinde, performansın uzamsal yeteneğe göre farklılaştığı görülmektedir. Yüksek düzeyde uzamsal yetenek sergileyen adaylar en yüksek performansı lineer bağımsızlık kavramında sergilerken en düşük performansı lineer bileşim kavramında sergilemişlerdir. Orta düzeyde uzamsal yetenek sergileyen adaylar en yüksek performansı vektör uzayları kavramında sergilerken en düşük performansı lineer bileşim kavramında sergilemişlerdir. Düşük düzeyde uzamsal yetenek sergileyen adaylar en yüksek performansı alt vektör uzayları kavramında sergilerken en düşük performansı lineer bileşim kavramında sergilemişlerdir. Vektör uzayları kavramında en yüksek performans düşük düzeyde uzamsal yetenek sergileyen öğretmen adaylarına; alt vektör uzaylarında en yüksek performans yüksek düzeyde uzamsal yetenek sergileyen öğretmen adaylarına; lineer bileşim kavramında en yüksek performans yüksek düzeyde uzamsal yetenek sergileyen adaylara; lineer bağımsızlık kavramında en yüksek performans yüksek düzeyde uzamsal yetenek sergileyen adaylara; taban ve boyut kavramlarında en yüksek performans düşük düzeyde uzamsal yetenek sergileyen adaylara aittir. Uzamsal yeteneğin performans üzerinde farklılaşmaya sebep olduğu birçok araştırmada görülmüştür (Yıldırım-Gül ve Karataş, 2015; Turğut ve Yılmaz, 2012).

Yargı 2: Öğretmen adaylarının sahip oldukları matematiksel düşünme yapıları, uzamsal yetenek ve performans lineer cebir kavramlarında sergilenen anlama boyutlarının farklılaşmasına neden olmuştur.

Analizler sonucu ulaşılan bu yargıyı sunabilmek için öncelikle matematik öğretmeni adaylarının sergiledikleri anlama boyutlarından bahsedilecektir. Öğretmen adayları en yüksek yüzde ile beceri-algoritma anlama boyutunu, en düşük yüzde ile özellik-ispat ve tarih-kültür anlama boyutlarını sergilemişlerdir. Öğretmen adaylarının işlemsel süreçleri takip ederek cevabı elde etmesi beklenen bir durumdur. Öğretmen adaylarının çözümü yapmak ve cevaba ulaşmak için algoritmaları takip etmeleri aşina oldukları bir durumdur.

Kullanım-modelleme anlama boyutunda sergiledikleri anlama boyutu yüzdesi yadsınamaz değerdedir. Adaylar matematiksel bilgilerini gerçek hayata uyarlama eğilimi göstermişlerdir. Ülkemizde, Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımı ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde entegrasyonu önemli düzeyde sağlanmış ve yararlılığı ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Özdemir ve Uzel, 2013; Demirdöğen, 2007; Aydın-Ünal ve İpek, 2010). Üniversite düzeyinde ise, yurt dışında çeşitli uygulamalarının yapıldığı ve sonuçlarının paylaşıldığı çalışmalara (Rasmussen ve King, 2000; Gravemeijer ve Doorman, 1999; Wawro ve diğerleri, 2012) nazaran ülkemizde çalışmalar sınırlıdır (Kar, 2010) ve sonuçları gerçek hayat problemi kullanımın faydalı olduğu yönündedir.

Lineer cebir dersi yapısı gereği formalizmin yoğun olarak kullanıldığı bir derstir. Bu formal dile rağmen öğretmen adaylarının özellik-ispat anlama boyutu sergileme yüzdeleri en düşüktür. Yapılan görüşmeler sonrasında, öğretmen adayları ispatın ve kavramsal özelliklerin bilinmesinin önemli olduğunu düşünmelerine rağmen bu durum teste verdikleri cevaplara yansımamıştır.

Öğretmen adaylarının en düşük yüzde ile sergilediği bir diğer anlama boyutu tarih-kültür anlama boyutudur. Tarih-kültür boyutu matematik sınıflarında tam olarak yerini henüz alamamıştır fakat matematik tarihinin matematik eğitiminde kullanılmasının yararlılığı ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Özdemir ve Göktepe, 2012; Yi, Yoo ve Lee, 2013).

Öğrencilerin tam bir anlamaya sahip olması için her bir boyutta anlamaya sahip olması gerektiği düşünülmektedir (Thompson, Kour and Bleiler,2010). Bu bağlamda anlama boyutları arasında ilişkilendirmelerin yapılması da önemlidir.

Performans bağlamında anlama boyutlarının incelenmesi ile ilgili sonuçlar "Yargı 6"da etraflıca ele alınmıştır. Bireysel farklılık olarak uzamsal yetenek ve matematiksel düşünme yapılarının öğretmen adaylarının sergiledikleri anlama boyutları üzerinde farklılık oluşturmaktadır.

Yargı 3: Sergilenen performans ve anlama boyutları kavramdan kavrama farklılık göstermektedir.

Öğretmen adaylarının en iyi performans gösterdiği kavramlar vektör uzayları ile alt vektör uzayları kavramlarıdır. Lineer bilesim kavramı öğretmen adaylarının hem en düşük performans sergiledikleri hem de en çok cevapsız bıraktıkları kavramdır. Lineer cebir alanının formal yapısı özellikle vektör uzayları, alt vektör uzayları kavramlarında kendini göstermekte iken görsel nesnelliğin varlığı lineer bileşim ve bağımsızlık kavramlarında kendini göstermektedir.

Öğretmen adayları vektör uzayları kavramında en yüksek yüzde ile hem beceri-algoritma hem de temsil-metafor anlama boyutu; alt vektör uzayları kavramında en yüksek yüzde ile yalnızca özellik-ispat anlama boyutunu; lineer bileşim kavramında hem beceri-algoritma hem temsil-metafor hem de kullanım-modelleme anlama boyutunu; lineer bağımsızlık kavramında hem temsil-metafor hem beceri-algoritma hem de kullanım-modelleme anlama boyutunu; taban ve boyut kavramlarında yalnızca beceri-algoritma anlama boyutlarını sergilemişlerdir.

Sergilenen performans ve anlama boyutlarındaki bu farklılıklar öğretmen adaylarından kaynaklanabileceği gibi temelde kavramların yapılarından kaynaklanmaktadır. Kavramların öğrenilmesinde yaşanılan güçlüklerle ilgili olarak Carlson (1993) öğrencilerin işlemsel süreçler içeren kavramların daha kolay öğrenildiği fakat formal yapının ön plana çıktığı kavramlarda öğrencilerin zihinlerinin karıştığını ifade etmektedir.

Yargı 4: Öğretmen adaylarının lineer cebir kavram imgeleri daha çok formal tanım etrafında toplanmıştır.

Araştırma sürecinde ortaya çıkan problemlerden biri, matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramları ile ilgili kavram imgelerinin incelenmesidir. Öğretmen adayları her bir lineer cebir kavramı için çeşitli imgeler kullanmıştır. Sergilenen imgelerin daha çok kavramların tanımları etrafında toplandığı görülmektedir. Bu etkiyi en çok "işlemsel özellikler" imge kategorisinde görmek mümkündür. Çoğu öğretmen adayı neredeyse tüm kavramları tanımlarından yola çıkarak tarif etmeye çalışmışlardır. Öğretmen adayları kavramları imgelemek ve imgeleri çeşitlendirmek yerine kavram tanımını ezberlemeyi (Harel, 1998) tercih ediyor olabilirler.

Öğretmen adaylarının sergiledikleri imgelerin bir çeşidi de kavramların geometrik olarak yorumlanması ile ilgilidir. Bazı öğretmen adayları, vektör uzayı kavramının "doğru parçası" seklinde geometrik olarak imgelerken; lineer bağımsızlık kavramını "ayni düzlemde yer almama", boyut kavramını "boy, alan" seklinde geometrik olarak imgelemektedir. Bu araştırmada, öğretmen adaylarının kavram imgeleri doğruluğu açısından değerlendirilmesi yer almamıştır. Yine de, yapılan imgelemelerin bazılarının doğru olmadığı düşünüldüğünde kavram tanımlarının imgeleri geliştirmekte yetersiz kaldığı görülmektedir (Ertekin, Solak ve Yazıcı, 2010). Kavram tanımının potansiyel uyuşmazlık faktörünü ortadan kaldıracağına dair inancın (Wawro, Sweeney ve Rabin, 2011) yanı sıra tanımdan yola çıkarak sergilenen yanlış imgelemenin potansiyel uyuşmazlığa yol açacağı da aşikârdır.

Yargı 5: Öğrenme, anlama ve yapma ile gerçekleşir.

Her ne kadar öğrenme, anlama, yapma ve bunların ikili ve üçlü birbirleri arasındaki ilişkileri eğitim araştırmalarında ele alınsa ve tartışılsa da bu süreç hala devam etmektedir. Çalışmaların örneklemi, bağlamı, alanı ve soruları bağlamında farklılık gösteren bu tartışmalar, bu çalışmanın bulgularından yola çıkarak yeniden ele alınmaları gerekliliği görülmüştür. “Anlıyorum ama yapamıyorum!” ülkesi, kültürü, ırkı, öğretim programı ve kademesi her ne olursa olsun tüm öğrenciler ve toplumun bireylerinde duyulabilir bir ifadedir.

Bu cümlede dikkat çeken iki önemli nokta bulunmaktadır. İlki, performansın anlamayı yansıtabilirliği; ikincisi, “anlama + yapma ≡öğrenme” önermesinin doğruluk değeri.

Sizce, performans anlamanın yansıması mıdır? Bu soruyu yanıtına geçmeden önce cevaplanması gereken bir diğer soru anlamanın nasıl değerlendirileceğidir. Literatürde anlamanın değerlendirmesine yönelik çeşitli çalışmalara rastlamak mümkündür (Thompson, Kaur ve Bleiler, 2010; Plooy ve Long, 2014). Bu soruyu araştırma kapsamında cevaplayabilmek için tezin teorik çerçevesini oluşturan Usiskin ile e-mail (EK 8) yoluyla iletişime geçilerek tecrübesine başvurulmuştur. Usiskin,

> "Bir kavram üzerinde çalışılıyorsa cevaptan daha fazlasına (sürece) bakılması gerekir. Dikkatsiz hatalar anlama olmadığı anlamına gelmez. Bir kişi tamamen anlamaya sahip olmakla birlikte hata yapabilir. Ayrıca bir kişi anlamanın bir boyutunu tamamen sergilemiş olabilirken başka bir boyutu az sergileyebilir."

şeklindeki ifadesinde süreç-sonuç arasındaki ilişkinin anlama-öğrenme arasındaki ilişkinin anlama bağlamında faydalı olacağı vurgusuyla araştırma yolculuğumuza katkıda bulunmuştur. Tekrar performansın anlamayı yansıtabilirliği sorusuna geri dönülecek olursa,bu sorunun cevabını aslında araştırmanın bulgularında delilleriyle görmek mümkündür. Araştırma bulgularında görülmüştür ki bir sorunun doğru, kısmen ya da yanlış cevaplanması bu anlama boyutlarının en az bir tanesinin sergilendiği ve cevabın doğruluğu, kısmiliği veya yanlışlığı ise anlama boyutunun ne düzeyde sergilendiğini göstermektedir. Öğrencinin soruyu doğru cevaplamış olması öğrencinin konuyu anladığının göstergesi olabilir mi? Ya da yanlış cevap vermiş olması anlamanın gerçekleşmediği anlamına mı gelir? Soruları düşünüldüğünde, literatürde tartışıldığı üzere, matematiksel anlamanın pratikte birbirine göre hiyerarşisi kişiye göre değişebilen dört farklı boyutu bulunmaktadır (Usiskin, 2012). Burada eylem olarak "sahip olmak" fiili yerine "sergilemek" fiilini kullanmayı tercih ediyorum. Çünkü öğrencilerin çözümlerinde görebileceklerimiz şeyler -sergiledikleri- tam olarak onların zihninde olan şeyleri –sahip olduklarını- yansıtmayabilir.

"$Anlama + Yapma \equiv \text{Ö}ğrenme$ önermesini bir analoji kullanarak açıklanabilir. Diyelim ki siz bir motorlu taşıt sürücü adayısınız. İlk olarak sürücüleri gözleyerek nasıl taşıt kullanılacağını anlamış olduğunuzu düşünebilirsiniz, ama sürücü koltuğuna oturduğunuzda kinestetik becerilerinizin bilişsel becerilerinizle iş birliği yapması gerekliliğini annladığınızı düşündüğünüzü pratiğe dökemediğinizde gözlemleyebilirsiniz. Bu durum için istisnai durumlar göz ardı edilmelidir çünkü genel durum daha önem arz ettiği söylenebilir.

Bu analoji, matematiği öğrenmenin mutlak yolunun matematiği anlamaktan ve matematik yapmaktan geçtiğini savunmaktadır. Carlson (1993) öğrencilerinden birinin "Derslerinizi harika bir şekilde anlıyorum ama test sorularınızı çözemiyorum." ifadesini öğrencisine onun bir fotokopi makinesi olmadığını ve bilginin de bilgisayar yazılımı gibi onun beyninin içine sokulamayacağını söylemiştir. Bu duruma pratik yapmanın öğrenme için önemli olduğunu önermiştir.

Yargı 6: Bulguların Sunumunda Yeni Bir Temsil: Venn Şeması

Araştırmanın bulgularından ve araştırma sorularından bağımsız olarak bu araştırma yoğun ve karmaşık görünen bulguların sunumunda araştırmacılardan pozitif yönde dönüt alan bir gösterim şekline vurgu yapmıştır. Bu kısımda gelecek araştırmalar adına bu gösterimin tartışılması düşünülmüştür. Venn şeması, kümelerin gösterim biçimlerinden biri olarak matematik yaparken çok sık kullanılan bir temsildir. Araştırmada, değişkenlerin çeşitli kombinasyonlarını ifade etmek gereği duyulmuştur. Mevcut temsil türlerinden tablo bu kombinasyonları ifade etmek için yeterli bulunmuş fakat bulguların okunabilirliği ve anlaşılabilirliği açısından güçlük oluşturmuştur. Değişken kombinasyonları olarak "hem … hem de…" kalıbı sıklıkla kullanılmış ve kümelerin kesimi olarak ifade edilmesi üzerinde durulmuştur. Tam bu noktada, temsil olarak Venn Şemasının bulguların sunumunda kullanılabilirliği değerlendirilmiş ve uygun bulunmuştur. Bu temsil, yıllardır kullanılan ve aşina olunan bir gösterim olması sebebiyle okunabilirliği ve anlaşılabilirliği oldukça rahattır.

Araştırmada iki, üç ve dört kümenin kesişimlerinim gösterimine ihtiyaç duyulmuş ve çizimler bu bağlamda yapılmıştır. Yapılan literatür taramasında, en fazla altı kümenin kesişiminin görseline ulaşılmıştır (Edwards, 2004).

Ayrıca literatürde, Venn şemasının bulguların gösteriminde kullanılmasına yönelik herhangi bir bulguya rastlanmamıştır. Bu bakımdan, araştırmada bu temsilin kullanılması özgün bir durumdur ve literatüre katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

5.2. Öneriler

Lineer cebir, matematiğin çoğu diğer dallarından farklı olarak sarmal bir yapıya sahiptir. Bu sarmal yapı içerisinde geometri ve cebir iç içedir. Özellikle lineer bileşim ve lineer bağımsızlık kavramlarında görsel düşünen ve yüksek düzeyde uzamsal yeteneğe sahip olan öğretmen adaylarının daha iyi performans sergilemekle birlikte çoğul anlama boyutları sergileme eğimi göstermişlerdir. Gerek ders kitaplarının, gerekse öğretim içeriklerinde görsellemeye dayalı öğretim yapılmadığı görülmekte ve öğrencilerde kavramların içselleşmesi güçleşmektedir (Kardes-Birinci, Givvin ve Stigler, 2016a). Araştırmanın bulguları arasında yer alan, lineer bilesim ve bağımsızlık kavramında uzamsal yetenekleri yüksek olan öğretmen adaylarının daha iyi performans sergilemiş olmaları ve genel performansta bu kavramlarda düşük performans sergilemiş olmaları, öğretmen adaylarının bu kavramları geometrik yorumlamada çektikleri zorluklardan kaynaklandığı ve de uzamsal yeteneğin- düşünme yapılarının lineer cebir kavramlarında sergilenen performans üzerinde etkisi olduğu seklinde yorumlanabilir. Bireysel farklılık olarak öğrencilerin farklı düşünme yapılarına sahip olduğu ve farklı uzamsal görselleştirme becerileri sergiledikleri dikkate alınarak lineer cebir öğretim içeriklerinin ve ders kitaplarının yeniden düzenlenmesi önerilmektedir. Bu aynı zamanda öğrencilerin kavram imgelerinin çeşitlenmesine ve kavramlar arasındaki ilişkinin kuvvetlenmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu şekilde lineer cebirde bulunan üç dil arasında (geometrik dili, cebir dili ve soyut dili) bağlantılar kurulması sağlanmış olacaktır. Aynı zamanda, içeriklerin kavramların tarihsel gelişimleri dikkate alınarak hazırlanmasının öğrencilerin kavramları anlamlandırma sürecinde yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Uzamsal yeteneğin geliştirilebilen bir bireysel farklılık olduğu ve matematiksel düşünme yapılarının bir tercih olduğu düşünüldüğünde uzamsal yeteneğin ve düşünme yapılarının geliştirilebileceği düşünülen seçmeli derslerin açılması önerilmektedir.

Matematiğin çoğu alanında olduğu gibi lineer cebir dersinde de öğretmen adaylarının en çok şikâyetçi olduğu şey öğrendiklerini nerede kullanacağıdır. Lineer cebir dersi disiplin içi ve disiplinler arası çok sayıda uygulaması olan bir derstir. Öğrencilere lineer cebir dersi uygulamaları ile birlikte öğretilecek olması öğrencilerin anlamalarını kolaylaştıracaktır.

Araştırmanın bir diğer sonucu, bulguların sunumunda Venn şemasının kullanılmasının verinin okunabilirliğini sağladığı yönündedir. Bu bağlamda, Venn şeması temsilinin verilerin sunumunda kullanılması önerilmektedir.

KAYNAKLAR

Akgün, L. (2007). *Değişken Kavramına İlişkin Yeterlilikler ve Değişken Kavramının Öğretimi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* Vol. 39, No. 7, 857-878.

Alkan, H., ve Bukova-Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3). 221-236.

Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S. ve Yıldırım, E. (2004). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri (3. Baskı)*. Sakarya: Sakarya Kitapevi.

Anastasi, A. (1988). *Psychological Testing*. New York: Macmillan Publishing Company.

Anderson, R. (1980).*Cognitive Psychology and Its Implications*, New York, Freeman.

Arcavi, A. (2003). „The role of visual representatios in the learning of mathematics‟, Educational Studies in Mathematics 52, 215–24.

Aydeniz, F. (2011). *Öğretmen adaylarının eğim kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve matematiksel anlayışlarının incelenmesi üzerine bir durum çalışması.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Aydın, M. ve Kutluca, T. (2010). 12. sınıf öğrencilerinin süreklilikle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarının incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy.* Volume: 5, Number: 3, 687- 701.

Aydın, S. (2007). Bazı Özel Öğretim Yöntemlerinin Lineer Cebir Öğrenimine Etkileri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(19), 214-223.

Aydın, S. (2009). Lineer Cebir Eğitimi Üzerine. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10, 93-105.

Aydın-Ünal, Z. ve İpek, A. S. (2009). Gerçekçi Matematik Eğitiminin İlköğretim 7.Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla Çarpma Konusundaki Başarılarına Etkisi, *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 34 (152), 60-70.

Aztekin, S. (2012). Determining the understandings about the limit subject in mathematics by using repertory grid technique. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(3), 659-671.

Backhouse, J. K. (1978). Understanding school mathematics- A comment. Mathematics Teaching.

Bailey, K. D. (1978). *Methods of Social Research*. Basingstoke: Collier-Macmillan.

Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi.* Pegem Akademi Yayıncılık, Ankara.

Barak, B. (2007). *Limit konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Berry, J. S., Lapp, D. A. ve Nyman, M. A. (2008). Using technology to facilitate reasoning: lifting the fog of linear algebra. *Teaching mathematics and its applications*, 27, 102-111.

Bezuidenhout, J. (1998). First-year university students' understanding of rate of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vo. 29, No. 3, 389-399.

Birkey, R.C. ve Rodman, J.J. (1995). *Adult learning styles and preference for technology programs.* National University Research Institute.

Buxton, L. (1978). Four Levels of Understanding. Mathematics in school. 7 (5), 86.

Byers, V. ve Herscovics, N. (1977). Understanding school mathematics. Mathematics Teaching, 81, 24-27.

Carbo, M. (1980). *An analysis of the reletionship between the modality preferences of kindergartners and se-lected reading treatments as they affect the learning of a basic sight-word vocabulary*. (Doctoral dissertation, St. John‟s University, 1980). Dissertation Abstracts International, 41/04A, 1939.

Carlson, D. (1993). The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra, *College Mathematics Journal*, 12 (1) 41-46.

Carlson, D. (1997). Teaching linear algebra: Must the fog always roll in? In D. Carlson, C. R. Johnson, D. C. Lay, A. D. Porter, A. Watkins & W. Watkins (Eds.), Resources for Teaching Linear Algebra, MAA Notes (Vol. 42, pp. 39-51). Washington: Mathematical Association of America.

Clements, D. H., (1998). *Geometric and Spatial Thinking in Young Children*, State Unversity of New York at Buffalo, Part 2: Mathematics for the Young Children 3- 29.

Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2007). *Research Methods İn Education, (5th Edition)*. London: Routledge.

Contero, M., Naya, F., Compnay, P., Saorin, J.K. ve Conesa, J.(2005). Improving Visualization Skills in Engineering Education. Computer Graphics in Education, Sep/Oct 2005: 24-31.

Creswell, J. W. (2007). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approach (2. Baskı).* London: Sage.

Çepni, S. (2007). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (Geliştirilmiş 5. Baskı).* Trabzon.

Çetin, N. (2009). The performance of undergraduate students in the limit concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 40, No.3, 323-330.

Dede, Y. (2005). I. Dereceden Denklemlerin Yorumlanması: Eğitim Fakültesi 1. Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Çalışma. *Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 29(2), 197-205.

Dede, Y., Bayazit, İ. ve Soybaş, D. (2010). Öğretmen adaylarının denklem, fonksiyon ve polinom kavramlarını anlamaları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, Cilt:18, No:1, 67-88.

Delialioğlu, Ö. (1996). *Contribution of Students' Logical Thinking Ability, Mathematical Skills and Spatial Ability on Achievement in Secondary School Physics*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Delice, A. (2003). *A Comparative Study of Students' Understanding of Trigonometry in the United Kingdom and the Turkish Republic*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Leeds, İngiltere.

Delice, A. ve Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; Belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı 30, ss. 51-62.

Demirdöğen, N., (2007). *Gerçekçi Matematik Eğitimi Yönteminin İlköğretim 6.Sınıflarda Kesir Kavramının Öğretimine Etkisi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Doğan- Dunlap, H. (2006). Lack of Set Theory Relevant Prerequisite Knowledge. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37 (4), 401-410.

Dorier, J. L. (1990). Continuous analysis of one year of science students' work, in linear algebra, in first year of French university. Proceedings of the 14th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education, Oaxtepex, Mexico, II, 35-42.

Dorier, J. L., & Sierpinska, A. (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Holton, M. Artigue, U. Krichgraber, J. Hillel, M. Niss & A. Schoenfeld (Eds.), The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study (pp. 255-273). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. O. Tall (ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, E. (1997). Some thoughts on a first course in linear algebra at the college level. In D. Carlson, C. Johnson, D. Lay, A. D. Porter, A. Watkins, W. & Watkins (Eds.), *Resources for Teaching Linear Algebra, (Vol. 42, pp. 85-106).* MAA notes, Washington DC: The Mathematical Association of America.

Duru, A. (2011). Öğretmen adaylarının limit kavramına ilişkin algıları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11(3), 1699-1717.

Duval, R. (2002). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In: F. Hitt (Ed.) Representations and Mathematics Visualization (Me´xico: PMENA), pp. 311–336.

Edwards, A.W.F. (2004). *Cogwheels of the minds: The Story of Venn diagrams.* JHU Press.

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş: Nitel, Nicel ve Eleştirel Kuram Metodolojileri*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Ekstrom, R., French, J., Harmon, H. ve Derman, D. (1976). Manual for Kit Factor Referenced Cognitive Test.

Eraslan, A. (2005). *A qualitative study: Algebra honor students' cognitive obstacles as they explore concepts of quadratic function*. Yayımlanmamış doktora tezi. The Florida State Universtity, College of Education.

Erçerman, B. (2008). *Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Lineer Cebir Bilgilerinin Değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

Ergin, D. Y. (1995). Ölçeklerde Geçerlik ve Güvenirlik. Marmara Üniversitesi, *Eğitim Bilimleri Dergisi,* Sayı 7, 125–148.

Erşen, Z. B. ve Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* Vol. 4, No. 2, 124-146.

Ertekin, E., Solak, S. ve Yazıcı, E. (2010). The Effects of Formalism on Teacher Trainees' Algebraic and Geometric Interpretation of The Notions of Linear Dependency/Independency. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* Vol. 41, No. 8, 1015–1035.

Ertekin, E., Yazıcı, E. ve Delice, A. (2014). Investigation of primary mathematics student teachers' concept images: cylinder an cone. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* Vol. 45, No. 4, 566-588.

French, J. W. (1951). The description of aptitude and achievement tests in terms of rotated factors. Psychometric Monographs (No. 5). Chicago: University of Chicago Press.

Galindo-Morales, E. (1994). *Visualization in the calculus class: Relationship between cognitive style, gender, and use of technology.* Unpublished PhD dissertation, The Ohio State University.

Gravemeijer, K. ve Doorman, M. (1999). Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1–3), 111–129.

Guay, R. B. (1977). Purdue Spatial Visualization Test-Visualization of Rotations. *W.Lafayette,IN: Purdue Research Foundation.*

Guay, R. B. (1980). Spatial Ability Measurement: A Critique and an Alternative. A paper Presented at the 1980 Annual Meeting of the American Education Research Association, April, Boston.

Guba, E. G. ve Lincoln, Y. S. (1994). Competing Paradigms in Qualitative Research. In N. Denzin, ve Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research (s. 105-117).* London: Sage Publications.

Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Güven, B. & Kösa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 7(4), 100-107.

Haciomeroglu, S. E. (2007). *Calculus students' undersatanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus.* Unpublished PhD Thesis, The Florida State University.

Haddad, M., 1999. *Difficulties in the learning and teaching of linear algebra – a personal experience.* Unpublished Master Dissertation, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada.

Harel, G. (1997). The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations: Moving Beyond Concept Definition, Resources For Teaching Linear Algebra, D. Carlson, C. Johnson, D. Lay, D. Porter, A. Watkins, and W. Watkins, Editors, MAA Notes, 42, *Mathematical Association of America*, Washington, D.C.

Harel, G. (1998). Two Dual Assertions: The First on Learning and the Second on Teaching (Or ViceVersa). *The American Mathematical Monthly*, 105, 497-507.

Harel, G. ve Tall, D. (1989). The general, teh abstract and the generic in advanced mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 11(1), 38-42.

Hartter, B. J. (1995). *Concept image and concept definition fort he topic of the derivative*. Yayımlanmamış doktora tezi. Illinois State University.

Herscovics, N. ve Bergeron, J. (1983). Models of Understanding. Zantraiblatt fur Didaktik der Mathematik (February), s. 75-83.

Hiebert, J. Ve Carpenter, T.P. (1992). Learning and ve teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 65-97). New York, NY: Macmillan.

Hillel, J., ve Sierpinska, A. (1993). On one persistent mistake in linear algebra. *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Lisbon, Portugal, 3, 65-72.*

Hollinger, R. (1994). Postmodernism and the Social Sciences. A Thematic Approach. *Contemporary Social Theory*, vol. 4. Thousand Oaks: Sage.

Kandlbinder, P. (2003). Peeking Under the Covers: Online Academic Staff Development in Australia and the United Kingdom. *International Journal for Academic Development*, 8(1/2), 135- 143.

Kar, T. (2010). *Lineer cebirde probleme dayalı öğrenme yönteminin öğrencilerin akademik başarıları, problem çözme becerileri ve yaratıcılıkları üzerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Kara, F. ve Delice, A. (2012). Kavram tanımı mı? Yoksa kavram imgeleri mi? İrrasyonel sayıların temsilleri. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Niğde, Türkiye.

Karasar, N. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Kardeş, D. (2010). *Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklem Sistemleri Çözüm Süreçlerinin Öz-Yeterlik Algısı Ve Çoklu Temsil Bağlamında İncelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Kardeş-Birinci, D., Bogard-Givvin, K. ve Stigler J. W. (2016a). Teaching and Learning Linear Algebra in Terms of Community of Practice, *Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, (p. 27). Pittsburg, PA.

Kardeş-Birinci, D., Bogard-Givvin, K. ve Stigler J. W. (2016b). Effects of College Major on University Students' Experiences in a Linear Algebra Course. *ERPA International Congresses on Education 2016*, Sarajevo/ Bosnai and Herzegovina, 2-4 June 2016.

Kayhan, E. B. (2005). *Investigation of high school students' spatial ability.* Yayımlanmamış doktora tezi, ODTÜ, Ankara.

Kendall, M. (1963). *The Advanced Theory of Statistics Volume V. Distribution Theory*. Charles Griffin Company.

Kırcaali-İftar, G. (1999). Bilim ve Araştırma. A. A. Bir (Ed.), *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri (s. 1- 10).* http://www.aof.anadolu.edu.tr/kitap/IOLTP/2294/unite01.pdf adresinden 25 Mart 2010 tarihinde alındı.

Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004). İlköğretim Yedinci Sınıf Matematik Dersi Tamsayılar Ünitesinde Çoklu Zeka Teorisi Tabanlı Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt 24, Sayı 2, 25-41.

Kösa, T. (2011). *Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Krutetskii, V. A. (1976*). The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago, IL: Universty of Chicago Press.

Linn, M.C., Petersen, A.C. (1985). Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A-Meta Analysis. Child Development, 56, 1479-1498.

Lodico, M.G., Spualding, D.T. ve Voegtle, K.H. (2006). *Methods in Educational Research: From Theory to Practice.* San Francisco: Jossey-Bass Wiley.

Lohman, D. F. (1979). Spatial ability: A review and reanalysis of the correlational literature (Tech. Rep. No. 8), Stanford, CA: Stanford University, Aptitude Research project, School of Education. (NTIS NO. AD-A075 972).

Lohman, D.F. (1988). Spatial Abilities as Traits, Processes and Knowledge. In R.J. Sternberg (Ed.), Advances in the Psychology of Human Intelligence (Vol. 4). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Long, C. Ve Dunne, T. (2014). Approaches to teaching primary level mathematics. South African Journal of Childhood Education, 2: 134-153.

Mallet, D. G. (2007). Multiple representations for systems of linear equations via the Computer Algebra System Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(1), 16-29.

McGee, M.G. (1979). Human Spatial Abilities : Sources of Sex Differences. New York: Praeger.

Meehan, M. (2002). Students meeting advanced mathematics fort he first time: Can mathematics education research help? *Irish Mathematical Society Bulletin*, 49, 71-82.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber (Çeviri Editörü: Selahattin Turan).* Ankara: Nobel.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB) (2005). *Ortaöğretim Matematik (9,10,11 ve 12) Sınıflar Dersi Öğretim Programı*, Ankara.

Mingus, T. T. Y. (1996). *A Oualitative and Quantitative Study Examining the Effect a Conceptual, Constructivist Approach to Teaching Linear Algebra Has on Student Attitudes and Belief About Mathematics.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. University of Northern Colorado, The Graduate School, Greely, Colorado.

Moore-Russo, D., Conner, A. M. ve Rugg, K. I. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, 76:3-21.

Mouly, G. J. (1978). *Educational Research: the Art and Science of Investigation.* Boston: Allyn & Bacon.

Nordlander, M. C. Ve Nordlander, E. (2012). On the concept image of complex numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 43, No. 5, 627-641.

O’Sullivan, B. (2014). Multiple Perspectives: Using Several Frameworks fort he Analysis of Tasks in Mathematics Textbooks. *Seventh YERME summer school (YESS-7),* Kassel, Germany, 4-11 Aug 2014.

Oktaç, A. (2008). Ortaöğretim Düzeyinde Lineer Cebir ile İlgili Kavram Yanılgıları. Özmantar ved. (Ed.) *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri (s. 329-360).* Ankara: Pegema yayıncılık.

Olkun, S. (2003). Making Connections: Improving Spatial Abilities with Engineering Drawing Activities. International Journal of Mathematics Teaching and Learning (April, 17).

Olkun, S. ve Altun, A. (2003). İlköğretim Öğrencilerinin Bilgisayar Deneyimleri ile Uzamsal Düşünme ve Geometri Başarıları Arasındaki ilişki. TOJET, 2 (4) Article 13.

Öner, A. (2013). *Bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının trigonometrik fonksiyonların periyotlarıyla ilgili kavram imajlarına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Özdemir, A.Ş. ve Göktepe, S. (2012). Matematik Tarihi Etkinlikleriyle Matematik Derslerinin İlişkilendirilmesi. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Niğde.

Özdemir, E. ve Üzel, D. (2013). Gerçekçi Matematik Eğitimine Dayalı Geometri Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi ve Öğretimin Değerlendirilmesi: Temel İlkeler Açısından. *e-Journal of New World Sciences Academy, NWSA-Education Sciences*, 1C0576,8 ,(1), 115-132.

Özhan-Turhan, *A.* (2011). *12.Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometrideki Temsil Geçişlerinin Krutetskii Düşünme Yapıları Bağlamında İncelenmesi: Doğruların Birbirine Göre Durumları.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Pecuch Herrero, M. (2000). Strategies and Computer Projects for Teaching Linear Algebra. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology*, 31(2), 181-186.

Pellegrino, J.W., Alderton, D.L. ve Shute, V.J. (1984). Understanding Spatial Ability. *Educational Pyschologist,*19, 239-253.

Piaget, J (1951). *The Psychology of Intelligence.* London: Routledge and Kegan Paul Ltd.

Pirie, S.E.B. ve Kieran, T.E. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. Fort he Learning of Mathematics, 9(3), 7-11.

Plooy, R.D. ve Long, C. (2014). Engaging with Cognitive Levels: A Practical Approach Towards Assessing the Cognitive Spectrum in Mathematics. 20th Annual National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA-2014), Kimberley, Northern Cape.

Presmeg, N. C. (1985). The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation. Unpublished Ph.D. dissertation, Cambridge University, England.

Przenioslo, M. (2004). İmages of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics*, 55: 103-132.

Punch, K.F. (2005). *Sosyal Araştırmalara Giriş: Nicel Ve Nitel Yaklaşımlar* (Bayrak, D., Arslan, H.B. ve Akyüz, Z, Çev.). Ankara. Siyasal Kitabevi.

Rasmussen C. L.and King K. D. (2000). Locating Starting Pointsin Differential Equations: A Realistic Mathematics Education Approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(2), 161-172.

Richardson, A. (1977). Verbalizer-visualizer: A cognitive style dimension. *Journal of Mental Imajery.* 1, 109-126.

Robson, C. (2002). *Real World Research* (2nd edition) Oxford: Blackwell.

Sağlam, Y. & Bülbül, A. (2010). Adaptation of Mathematical Processing Instrument into Turkish. *World Conference on Educational Science-WCES 2010* Bahçeşehir Üniversitesi, Istanbul, Procedia - Social and Behavioral Sciences, 2, 3558-3562.

Sevimli, E. (2009). *Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Konusundaki Temsil Tercihlerinin Uzamsal Yetenek ve Akademik Başarı Bağlamında İncelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Sevimli, E. (2013). *Bilgisayar cebiri sistemi destekli öğretimin farklı düşünme yapısındaki öğrencilerin integral konusundaki temsil dönüşüm süreçlerine etkisi.* Yayımlanmamış doktora tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Sfard, A. (1995). The Development of Algebra: Confront Historical and Psychological Perspectives.. *Journal of Mathematical Behavior*. 14, 15-39.

Sierpinska, A. (1994). Understanding in mathematics. London: Falmer.

Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students' thinking in linear algebra. In J-L. Dorier (Eds.) *On the teaching of Linear Algebra (s. 209-246).* Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Skemp, R. R. (1987). The psychology of learning mathematics, London, UK, Penguin Books.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20-26.

Smith, G.G. (1998). Computers, Computer Games, active Control and Spatial Visualization strategy. Yayımlanmamış Doktora Tezi Arizona state University.

Stewart, S. (2008). *Understanding Linear Algebra Concepts Through the Embodied, Symbolic and Formal Worlds od Mathematical Thinking.* Yayınlanmamış Dortora Tezi. University of Aucland.

Stewart, S., ve Thomas, M. O. J. (2003). Difficulties in the acquisition of linear algebra concepts. New Zealand Journal of Mathematics, 32, 207–215.

Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımı ve imajları üzerine bir durum çalışması*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Takači, D., Pešić, D. ve Tatar, J. (2004). On the continuity of functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* Vol. 37, No. 7, 783- 791.

Tall, D. (1978). The Dynamics of understanding mathematics. Mathematics Teaching, 84, 50-52.

Tall, D. (1986). Constructing the concept image of a tangent. *Proceedings of the Eleventh International Conference of P.M.E.*, Montreal, III, 69–75.

Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with Special Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169.

Taşova, H. İ. (2011). *Matematik Öğretmen Adaylarının Modelleme Etkinlikleri ve Performansı Sürecinde Düşünme ve Görselleme Becerilerinin İncelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Tekin, M., Özmutlu, Ş. & Erhan, E. (2009). Özel yetenek sınavlarına katılan öğrencilerin karar verme ve düşünme stillerinin incelenmesi. *Atatürk Üniversitesi Beden Eğitimi ve Spor Bilimleri Dergisi. 11*(3).

Thompson, D.R., Kaur, B. Ve Bleiler, S.K. (2010). Using a multi-dimensional approach to understanding to assess primary students' mathematical knowledge. *5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, Tokyo, 18-22 August 2010.

Tossavainen, T., Attorps, I. ve Väisänen, P. (2012). Some South African mathematics teachers' concept images of the equaiton concept. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology*, 16 (3), 376-389.

Tossavainen, T., Haukkanen, P. ve Pesonen, M. (2013). Different aspects of the monotonicity of a function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 44, No. 8, 1117- 1130.

Trigueros, M., Oktaç, A. ve Manzanero, L. (2007). Understanding of System of Equations in Linear Algebra *Working Group 14. CERME 5, 2007.*

Tsamir, P. ve Ovodenko, R. (2013). University students' grasp of inflection points. *Educational Studies in Matematics*, 83:409-427.

Turğut, M. (2007). İlköğretim II. Kademede Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerinin İncelenmesi, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir

Turğut, M. (2010). Teknoloji Destekli Lineer Cebir Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerine Etkisi. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Turğut, M. ve Yılmaz, S. (2012). İlköğretim 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Uzamsal Yeteneklerinin İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19, s. 69-79.

Türnüklü, E. (2014). Concept images of trapezoid: Some cases from Turkey. *Education Journal*, 3(3): 179-185.

Türnüklü, E., Gündoğdu-Alaylı, F. ve Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri,* 13 (2), 1213-1232.

Uhlig, F. (2002). *Transform Linear Algebra.* New Jersey: Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River.

Usiskin, Z. (2012). What Does It Mean To Understand Some Mathematics*? 12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, Korea, 8-15 July 2012.

Usiskin, Z., (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In A. F. Coxford ve A. P. Shulte (Eds.) 1988 *Yearbook: The Ideas of Algebra K-12 (s. 8-19).* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ünal, H. (2005). The influence of curiosity and spatial ability on preservice middle and secondary mathematics teachers' understanding of geometry. Electronic Theses, Treatises and Dissertations. The Florida State University, College of Education.

Vinner, S. (1983). Concept Definition, Concept Image and the Notion of Function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 14, No. 3, 293-305.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in The Teaching and Learning of Mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, s.65-81, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Wawro, M., Rasmussen, C., Zandieh, M, Sweeney, G., & Larson, C. (2012). An inquiry-oriented approach to span and linear independence: The case of the Magic Carpet Ride sequence. *PRIMUS*, 22(7), 1-23.

Wawro, M.,Sweeney, G.F. ve Rabin, J.M. (2011). Subspace in LinearAlgebra: Investigating Students' Concept Images and Interactions with the Formal Definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78, s. 1-19.

Webb, N. (2009). Depth of Knowledge. http://www.aps.edu/rda/documents/resources/Webbs_DOK_Guide.pdf adresinden 13 Kasım 2012'de alınmıştır.

Yaman, H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003) İlköğretim öğrencilerinin eşitlik kavramını algılamaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24. 142-151.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (6. Baskı).* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım-Gül, Ç. ve Karataş, İ. (2015). Investigation of Correlation Among the 8th Grade Students' Achievement on Transformation Geometry, Spatial Ability, Levels of Geometry Understanding and Attitudes Towards Mathematics. *Karaelmas Journal of Educational Sciences,* 3, s.36-48.

Yıldız B. (2009). *Somut Materyal Kullanımının Uzamsal Görselleştirme ve Zihinsel Döndürme Becerilerine Etkileri.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Yılmaz, B. C. (2008). *Yenilenen Fen ve Teknoloji Müfredatında Fen ve Teknoloji Öğretmen Yeterliklerinin Nitel Olarak Belirlendiği Bir Çalışma.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Yi, J., Yoo, J. ve Lee, K.H. (2013). Toward Students' Full Understanding of Trigonometric Ratios. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, Vol. 17, No. 1, s. 63-78.

Yin, R. (2003). *Case study research: Design and methods,* 2nd ed. Thousand Oaks, CA: Sage.

Zandieh, M., ve Rasmussen, C. (2010). Defining as a Mathematical Activity: A Framework for Characterizing Progress from Informal to More Formal Ways of Reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 29(2), 57–75.

İsim-Soy isim:

EK 1: LİNEER CEBİR TESTİ

1. Aşağıdaki lineer cebir kavramlarını kendi kelimeleriniz veya cümleleriniz ile tanımlayınız.
    a. Vektör uzayı
    b. Alt vektör uzayı
    c. Lineer bileşim
    d. Lineer bağımsızlık
    e. Taban
    f. Boyut

2. P=(2,-3) ve Q=(-1,4) olduğuna göre $\overrightarrow{PQ}$ vektörünün bileşenlerini bulunuz. $\overrightarrow{PQ}$ vektörünü çizerek gösteriniz.

3. R^3 uzayının $\{(2, 3, x_3) : x_3 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?

4. R^3 uzayının $\{(3, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in R\} \cap \{(x_1, x_2, 2) : x_1, x_2 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?

5. $H= \{(t, -4t, t) : t \in R\}$ olduğuna göre H kümesinin, bir alt vektör uzayı olduğunu gösteriniz. Bu alt vektör uzayını geometrik olarak açıklayınız.

6. R^3 uzayında $\{(2,1,3)\}$ kümesinin gerdiği (ürettiği) alt vektör uzayını belirtiniz.

7. R^2 uzayında $\alpha_1= (3,-1)$, $\alpha_2=(1,3)$ olmak üzere $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ kümesinin lineer bağımsız olup olmadığını gösteriniz.

8. R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun.
   a. u=(a,b,c) olmak üzere u vektörünün H alt uzayında bulunması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz.
   b. { α_1, α_2, α_3} kümesinde bazı elementer işlemler yaparak bu kümeye denk bir {β_1, β_2, β_3} kümesi bulunuz. Sonra u= (a,b,c) olmak üzere u ϵ Sp{ β_1, β_2, β_3} olması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz.
   c. (a) ve (b) de bulduğunuz koşullar neden aynı çıktı?

9. R^3 uzayında (2,-1,3), (4,2,1), (0,-4,5) vektörleri sırasıyla α_1 ,α_2, α_3 ile gösteriliyor. Sp{α_1 ,α_2} uzayının bir düzlem olduğunu ve α_3 vektörünün bu düzlemde bulunduğunu gösteriniz.

10. {(-1,1),(2,-5)} kümesinin R^2 uzayının bir tabanı mıdır?

11. V bir vektör uzayı ve { α_1, α_2}, bu uzayın bir tabanı ise { α_1+3 α_2,2 α_1- α_2} kümesinin de V uzayının bir tabanı olduğunu gösteriniz.

12. Çobanın biri bir gün merasında koyunlarından birinin eksik olduğunu fark eder. Koyununu arayıp bulmak için iki aracının da park halinde oldu yere gelir ve görür ki araçlarının direksiyonları kırılmış ve araçlardan birinin üzerinde bir not ve bir ip bulmuştur. Notta "Şu an sen O başlangıç noktasındasın, koyunun ise başlangıç noktasına göre A(8,23) noktasında. Araçların tek bir doğrultuda ve tek bir hızla hareket edecek şekilde düzenlendi. Birinci aracın (2,-1) doğrultusunda $\sqrt{5}$ km hızla, ikinci aracın ise (1,4) doğrultusunda $\sqrt{17}$ km hızla yol alabilirler. İp ise hangi aracı kullanacaksan diğerin kullandığın araca bağlayıp çekebilirsin, bu kullandığın aracın hızını etkilemeyecek. Koyununu ya gelir alırsın ya da kokusunu meranda duyarsın." yazıyordu. Çoban lineer cebir bilen sizden yardım istemektedir. Sizce,
    a. Bu çoban araçlar sayesinde bulunduğu O noktasından A noktasına varabilir mi?
    b. Eğer A noktasına varabiliyorsa hangi araç ile ne kadar süre yol almalıdır?

13. Bir güvercin orijinden x ve y eksenin her iki yönünde 5 metre uzaklığa kadar oluşturulan bir karesel alanda yiyecek toplamaktadır. Güvercin bu alanın dışına çıkamamaktadır. Güvercin (1,2) ve (2,4) vektörlerinin farklı kombinasyonlarının oluşturduğu bütün noktalara ulaşabilmekte ve bu noktalardaki yiyecekleri toplayabilmektedir. Buna göre;
    a. Bu güvercin bu karesel alanın bütün noktalarına ulaşıp yiyecekleri toplayabilir mi? Neden?
    b. Bu güvercin maksimum ne kadar uzunluktaki bir doğru boyunca yiyecek toplayabilir?
    c. Bu güvercinin bu alandaki bütün yiyecekleri toplayabilmesi için yeni vektörler seçiniz.
    d. Bir ve üçüncü sorulardaki vektörlerle ilgili ilişkiyi tartışınız ve bu iki problemde bulduğunuz farklılığı açıklayınız.

14. Lineer cebirin tarihi gelişimi ile ilgili herhangi bir kaynak okudunuz mu? Okudu iseniz adı geçen lineer cebir kavramlarını anlamada nasıl etkili olduğunu belirtiniz.

15. “K^m uzayında $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ vektörlerinin lineer bağımsız olması için det$(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m) \neq 0$ olması gerekli ve yeterlidir.” teoremini ispatlayınız.

16. “Rn’de n elemanlı { α1, α2, …, αn } alt kümesi lineer bağımsız bir küme ise bu küme V vektör uzayı için bir tabandır.” teoremini ispatlayınız.

17. “V bir vektör uzayı ve H, V’nin boş olmayan bir alt kümesi olsun. H alt kümesinin V’nin bir alt uzayı olması için gerekli ve yeterli koşul c$\in$ R, u $\in$ H, v $\in$ H için u+cv $\in$ H olmalıdır.” ispatlayınız.

Başarılar dilerim.

Deniz KARDEŞ BİRİNCİ

009199-1

EK: 2
PURDUE UZAMSAL GÖRSELLEME TESTİ

Roland Guay, PhD

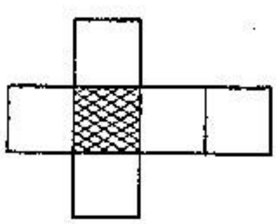
Lütfen size testi nasıl cevaplayacağınız anlatılana kadar kitapçığı açmayınız

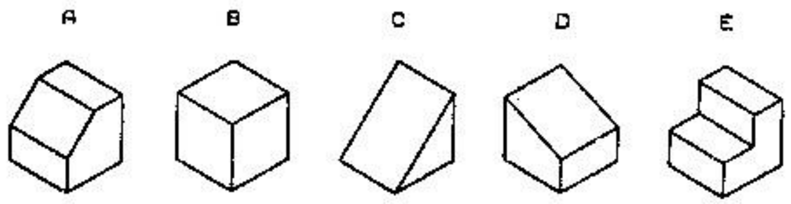
Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz.

BÖLÜM–1: OLUŞTURMA

YÖNERGE

Bu testin ilk bölüm 12 sorudan oluşmaktadır. Bu sorular sizin üç boyutlu nesneleri katlayarak ne şekilde görselleştireceğinizi belirlemek üzere tasarlanmıştır. Aşağıda bu testin ilk bölümünde yer alan soru tiplerine yönelik bir örnek verilmiştir.





Yukarıda beş tane üç boyutlu cisim ve bir tane açılım bulunmaktadır. Açılım üç boyutlu bir nesnenin iç yüzeyini göstermektedir. Açılımdaki taralı kısımlar cismin tabanını göstermektedir. Sizden istenen;

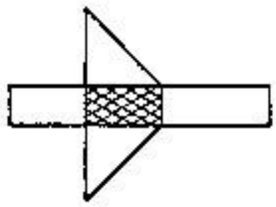
1) Bu açılımın üç boyutlu nesne olarak katlandığında, zihninizde nasıl gözüktüğünü belirlemeniz,

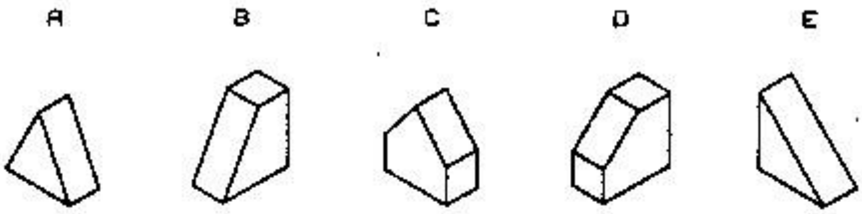
2) Yapılan katlamalar ile oluşan üç boyutlu şekli, A, B, C, D, E şıkları arasından seçmenizdir.

Yukarıda gösterilen örneğin doğru cevap hangisidir?

A, C, D, E şıkları yanlıştır. Verilen açılımın katlanmasıyla B şıkkındaki gibi bir nesne elde edilebilir. Bu testin üç bölümündeki her bir sorunun yalnızca bir doğru cevabı bulunmaktadır.

Şimdi aşağıdaki örneğe bakınız ve verilen açılım katlandığında elde edilebilecek üç boyutlu cismi şıklar arasından belirlemeye çalışınız? Verilen açılımın cismin içerisini ve taralı kısmın cismin alt yüzeyini gösterdiğini unutmayınız.



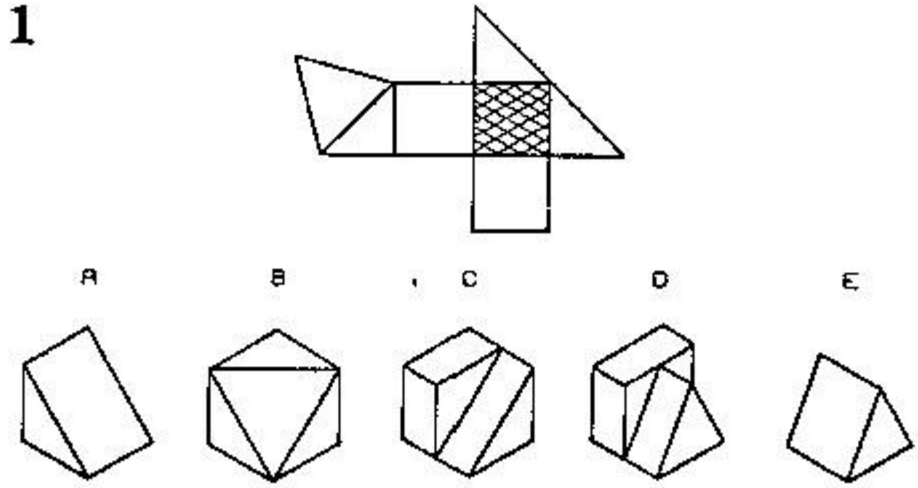


Örnekteki doğru cevap E şıkkıdır.

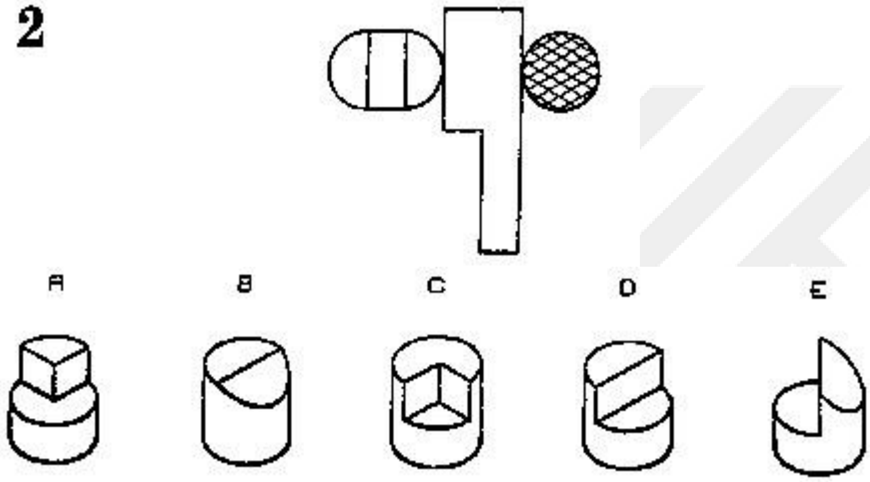
Test boyunca her bir soru için belirlediğiniz cevapları, cevap anahtarına koyu renkli kalemle işaretleyiniz.

Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz. Başlarken gerekli açıklamalar yapılacaktır.

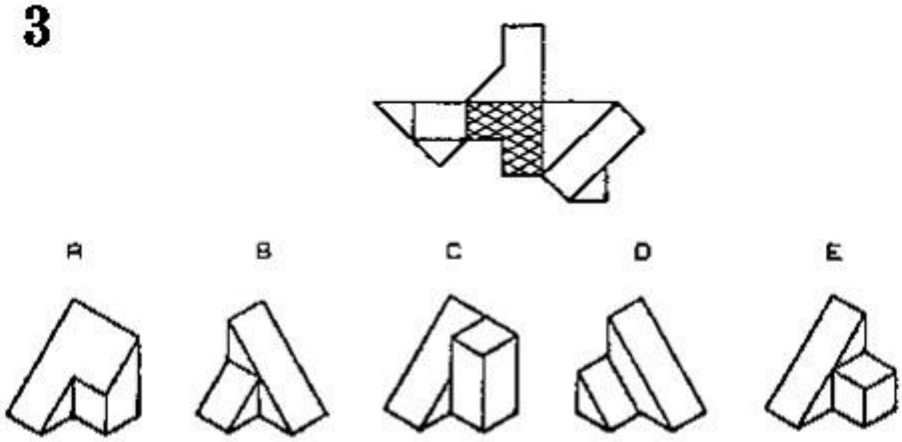
1



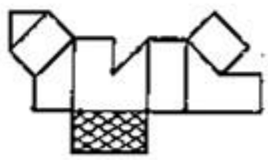
2

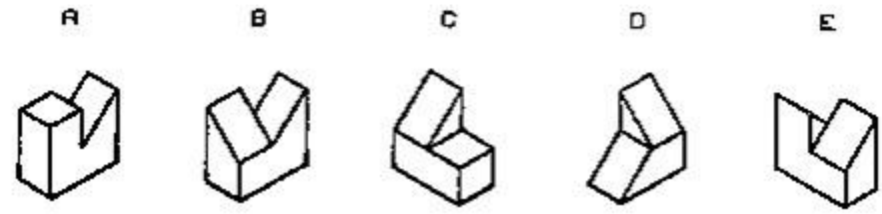


3

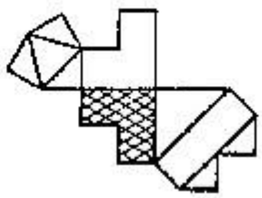


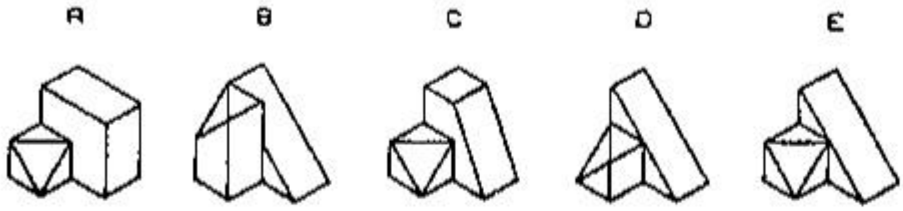
4



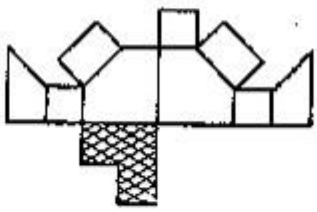


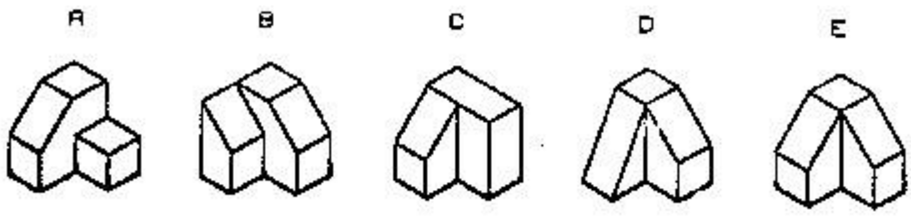
5



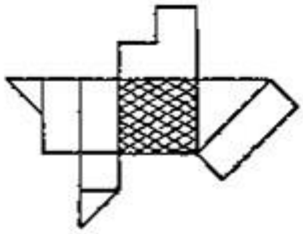


6

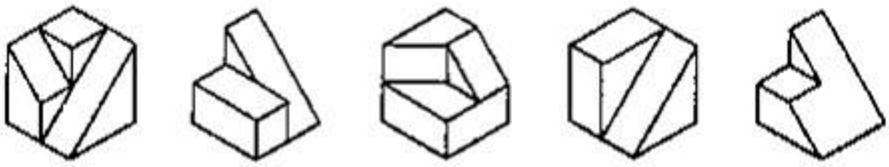




7



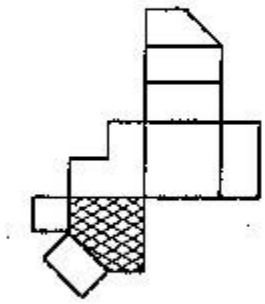
A B C D E



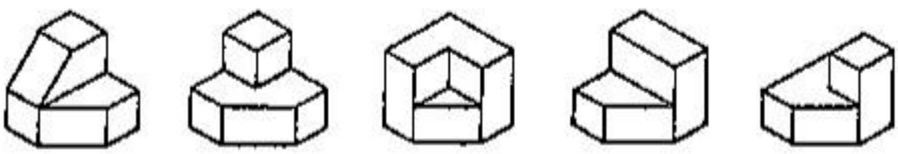
8

A B C D E

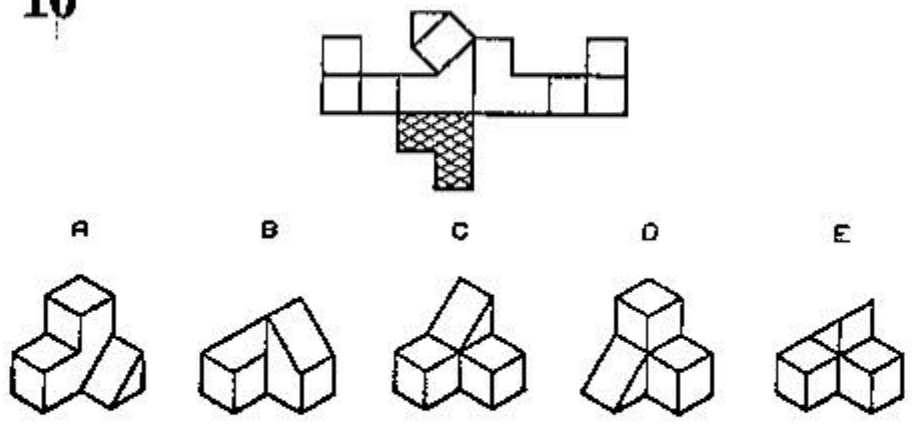
9



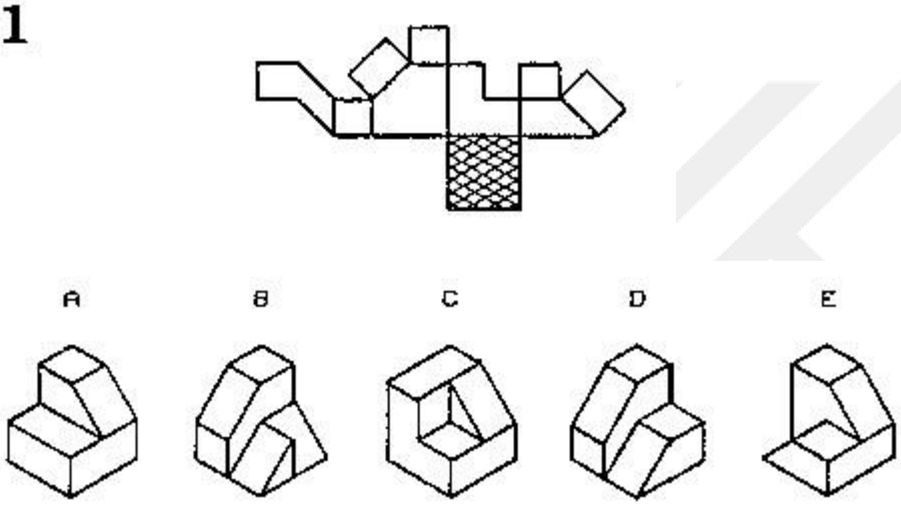
A B C D E



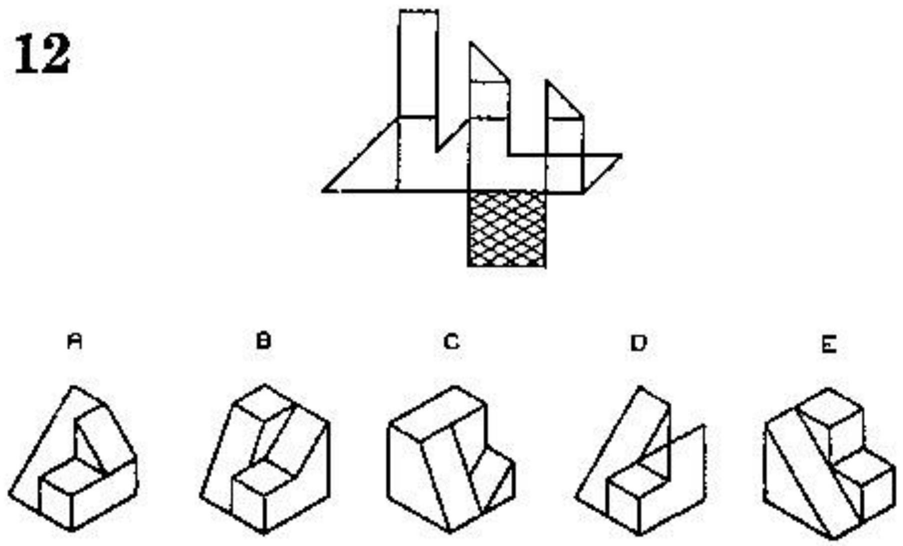
10



11



12

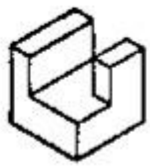


Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz.

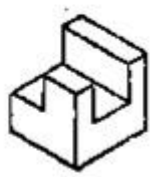
BÖLÜM–2: DÖNDÜRME

YÖNERGE

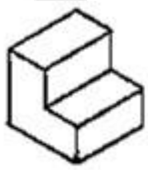
İkinci bölüm 12 sorudan oluşmaktadır. Bölümdeki sorular üç boyutlu nesnelerin döndürülmesini ne şekilde görselleştireceğinizi belirlemek üzere tasarlanmıştır. Aşağıda görülen soru tipi ikinci bölümde bulanan soru tipilerine bir örnektir.



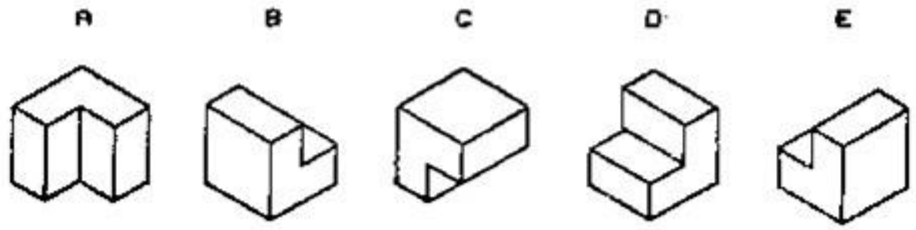
Şeklinin döndürülmüş hali



’dir



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?



Sizden istenen,

1) Sol üst kısmında yer alan nesnenin, sağ üst kısımdaki nesneye dönüşmesi için gerekli adımları bulmanız,

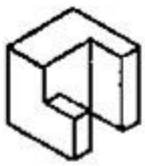
2) Sorunun orta kısmında bulunan nesnenin tam olarak aynı adımlar ile döndürüldüğü zaman nasıl göründüğünü bulmanız,

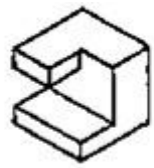
3) Orta kısımda bulunan cisim, gerekli adımlar uygulanarak döndürüldüğünde, elde edilen görünümün verilen şıklardan hangisinde (A, B, C, D veya E) doğru olarak gösterildiğini bulmanız, istenmektedir.

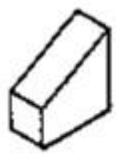
Yukarda gösterilen örnekte doğru cevap hangisidir?

A, B, C, E cevapları yanlıştır. Gerekli döndürme adımları uygulandığında D şıkkının doğru olduğu görünmektedir. Her sorunun yalnızca bir doğru cevabı olduğunu hatırlayınız.

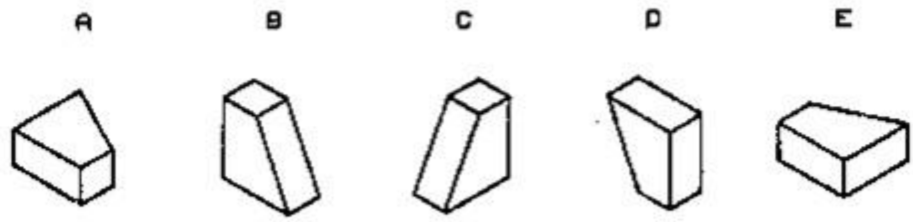
Şimdi bir diğer örneğe geçelim. Aşağıda verilen örnekte döndürülme işlemi uygulandıktan sonra doğru pozisyonda bulunan şekli belirlemeye çalışınız.



Şeklinin döndürülmüş hali  ’dir.

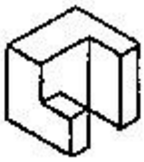
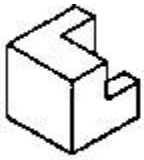


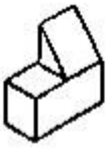
Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?



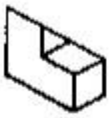
Dikkat ederseniz, bu örnekte verilen döndürme yönergesi daha karmaşıktır. Bu örnek için doğru cevap B şıkkıdır.

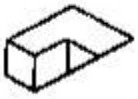
Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz. Başlarken gerekli açıklamalar yapılacaktır.

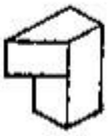
13  Şeklinin döndürülmüş hali  ’dir.

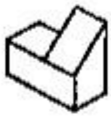
 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

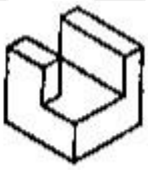
A 

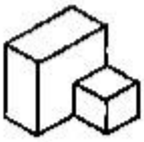
B 

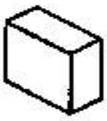
C 

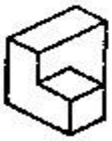
D 

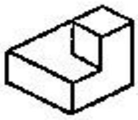
E 

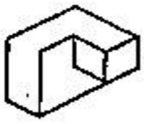
14  Şeklinin döndürülmüş hali  ’dir.

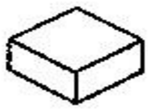
 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

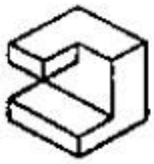
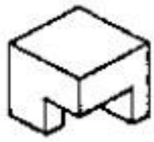
A 

B 

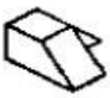
C 

D 

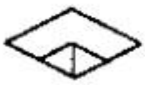
E 

15  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A 

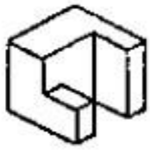
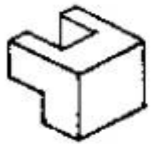
B 

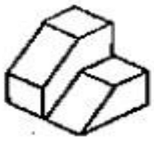
C 

D 

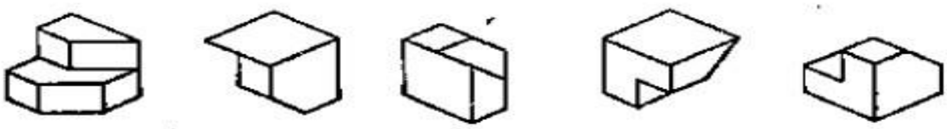
E 

16

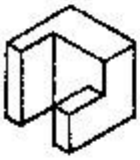
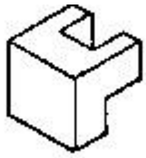
 Şeklinin döndürülmüş hali  ‘dir?

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E



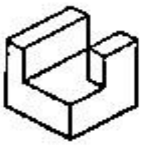
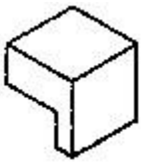
17

 Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

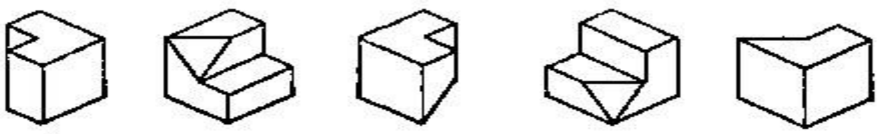
A B C D E

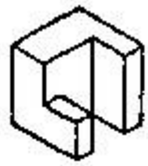
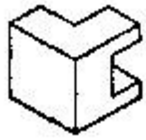
18

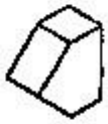
 Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

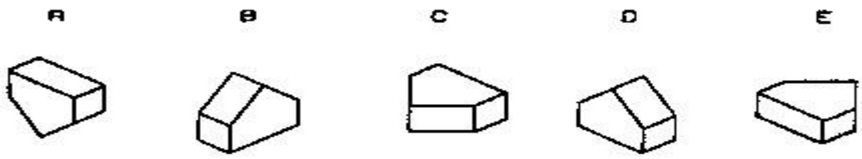
A B C D E

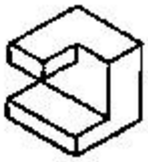
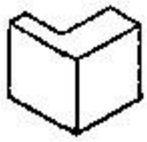


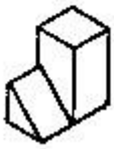
19  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.



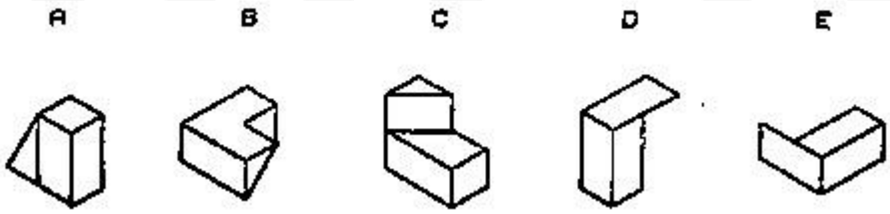
Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

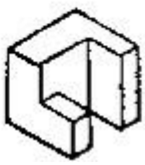
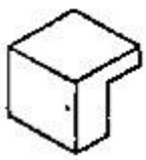


20  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

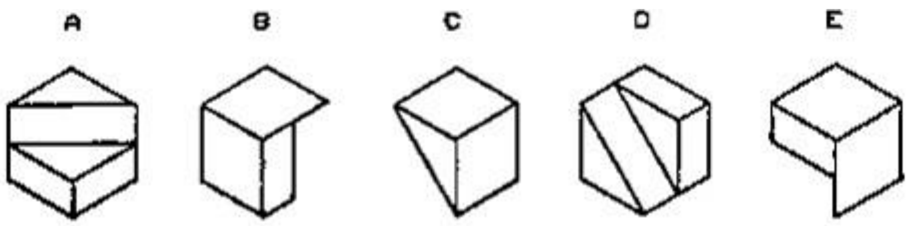


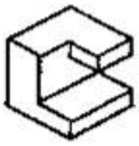
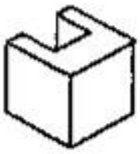
Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?



21  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

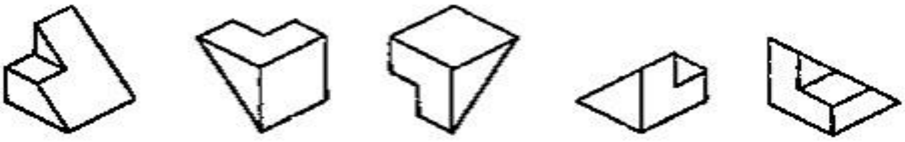
Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

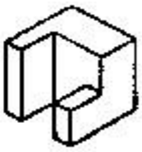
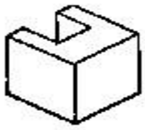


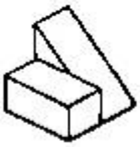
22  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

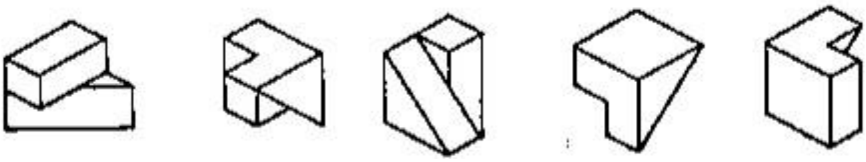
A B C D E

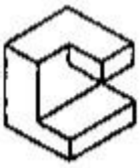
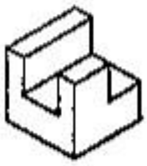


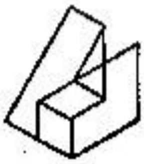
23  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

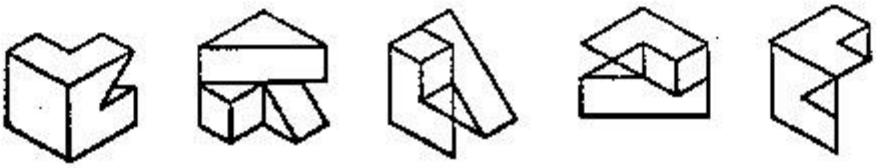
A B C D E



24  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

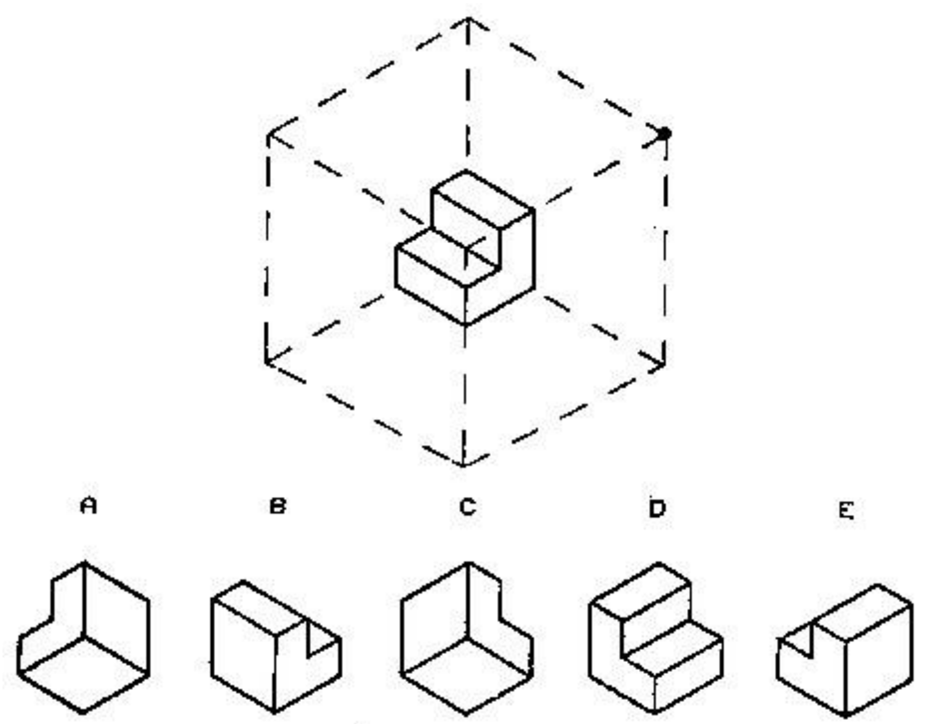
A B C D E



BÖLÜM–3: GÖRÜNÜMLER

YÖNERGE

Testin üçüncü bölümü 12 sorudan oluşmaktadır. Bu sorular, sizin çeşitli bakış açılarından, üç boyutlu cisimleri ne şekilde görselleyebileceğinizi belirlemeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Aşağıda verilen soru, üçüncü bölümde yer alan soru tiplerine bir örnektir.



Yukarıdaki örnek saydam bir kutunun ortasına yerleştirilmiş bir cismi göstermektedir. Beş çizim aynı cismin farklı noktalardan bakıldığında oluşan görüntülerini temsil etmektedir. Saydam kutunun sağ üst köşesinde yer alan siyah nokta, cisme bakılması istenen durumu göstermektedir.

Sizden istenen;

1) Bu saydam kutunun köşesindeki siyah noktanın sizinle cam kutu arasında oluncaya kadar hareket etmesi gerektiğini hayal etmeniz,

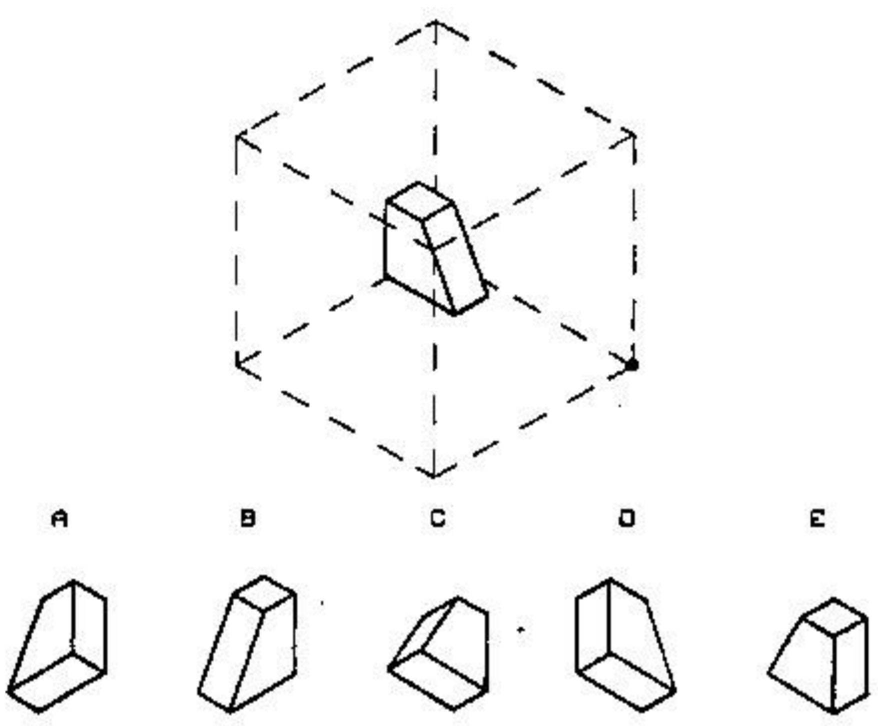
2) Bu bakış açısı doğrultusunda saydam kutuda içerisindeki nesnenin zihninizde nasıl göründüğünü bulmanız,

3) Verilen A, B, C, D ve E şıkları arasında size göre doğru olan cevabı işaretlemenizdir.

Yukarıda verilen örnekte doğru cevap hangisidir.

A, B, C ve D şıkları yanlıştır; sadece E şıkkı verilen bakış açısı doğrultusunda cismin görünümünü temsil etmektedir. Önceki bölümlerde olduğu gibi her sorunun yalnızca bir doğru cevabı bulunmaktadır.

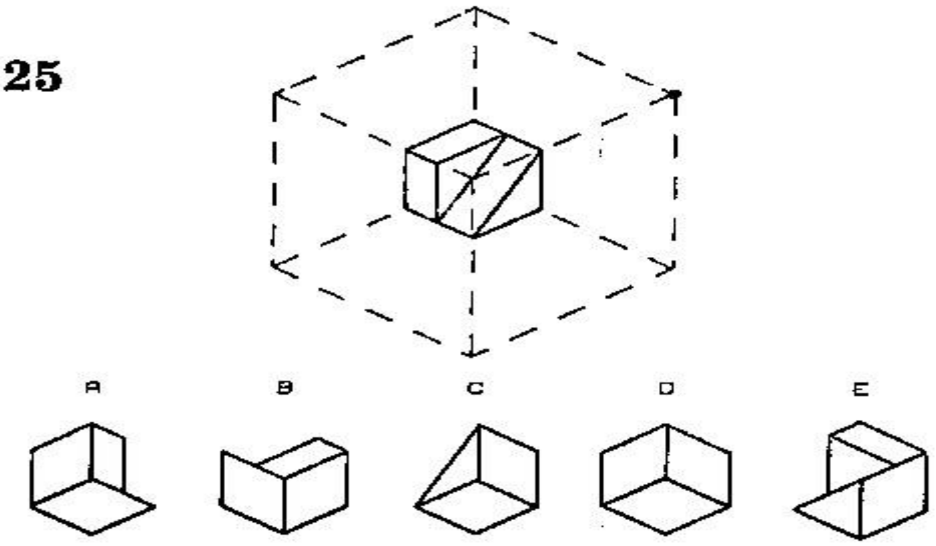
Şimdi aşağıda verilen bir sonraki örneğe bakarak, gösterilen noktadan cisme bakıldığında cismin nasıl göründüğünü bulunuz. Nesne saydam kutunun ortasına konumlandırılmıştır. Siyah nokta, sizinle nesne arasında kalacak şekilde cismi hareket ettirerek zihninizde görselleyiniz.



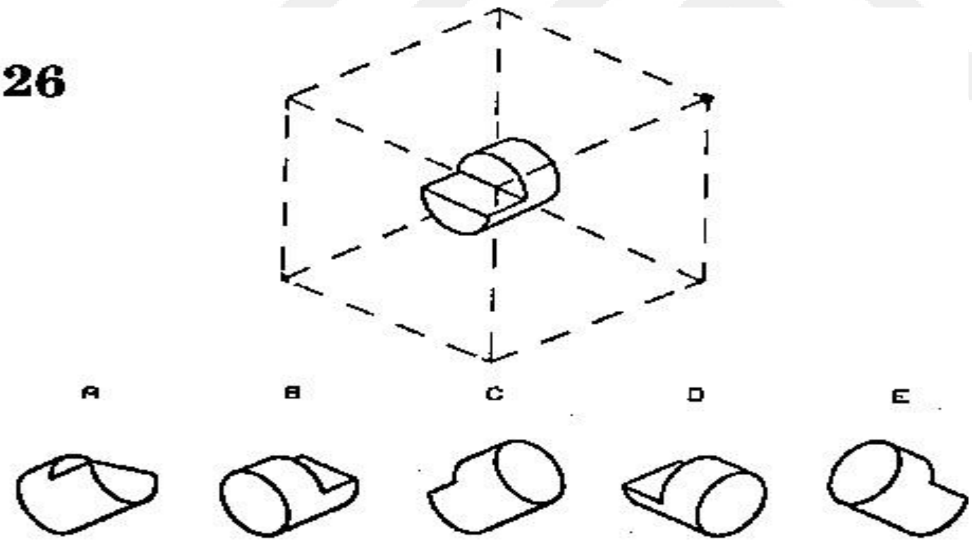
Bu örneğin doğru cevabı C şıkkıdır.

Ne zaman başlayacağınız size söylenecektir.

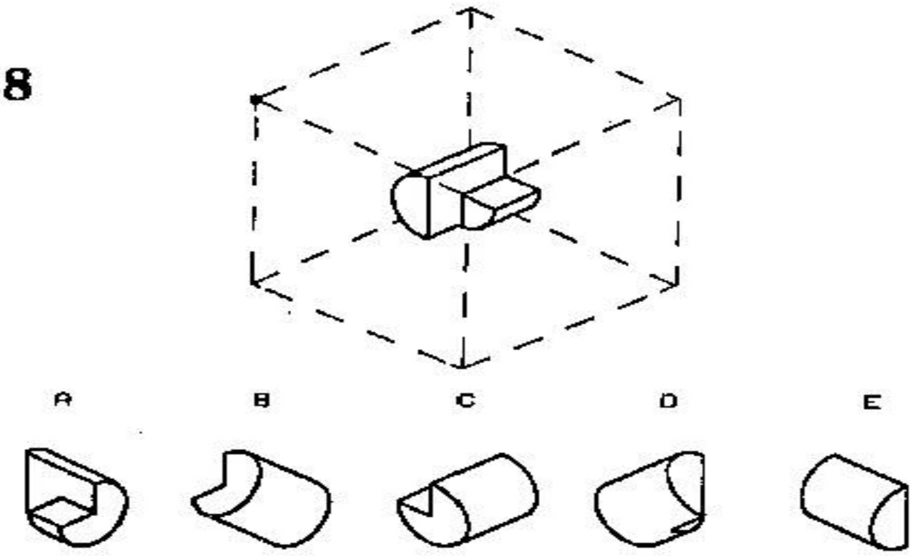
25



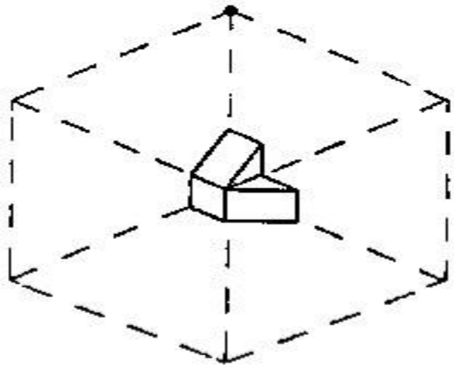
26

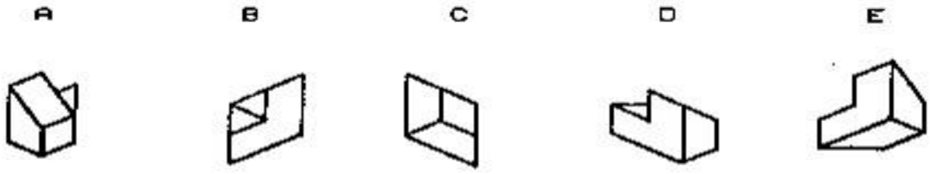


28

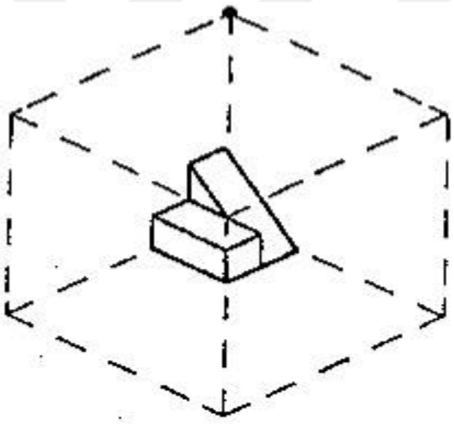


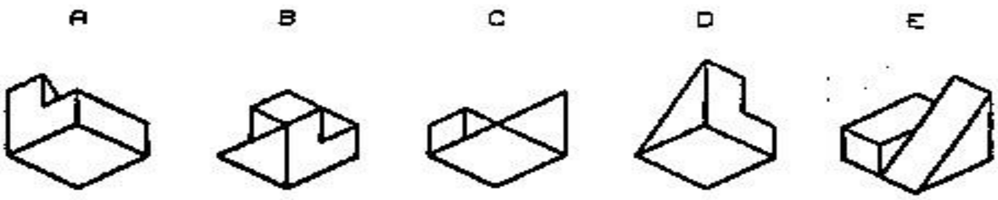
29



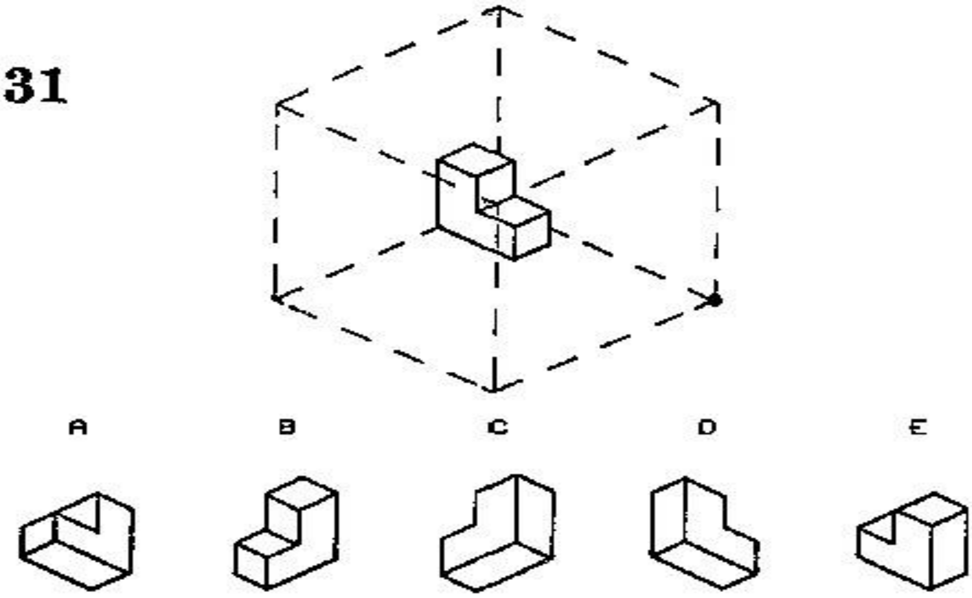


30

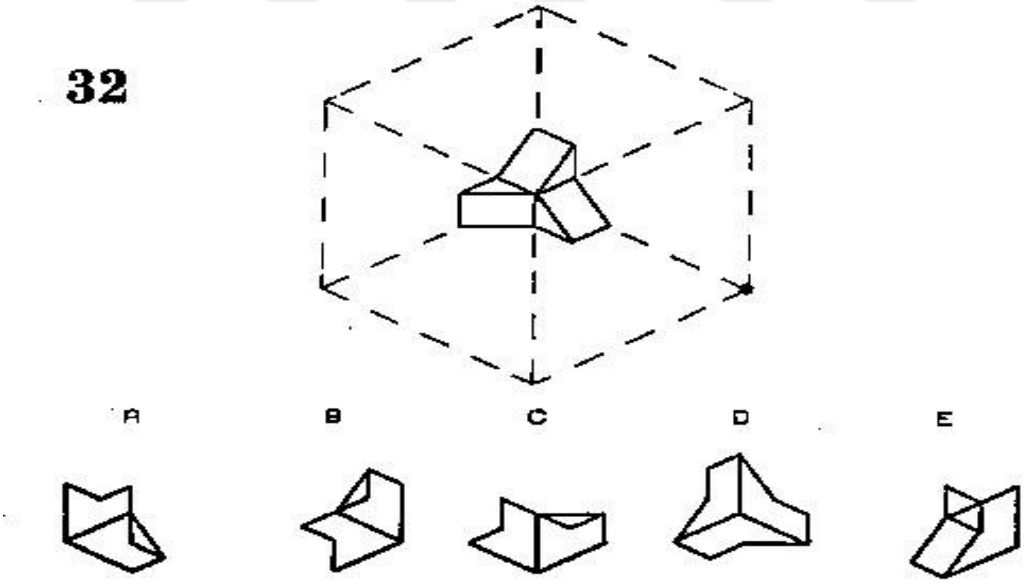




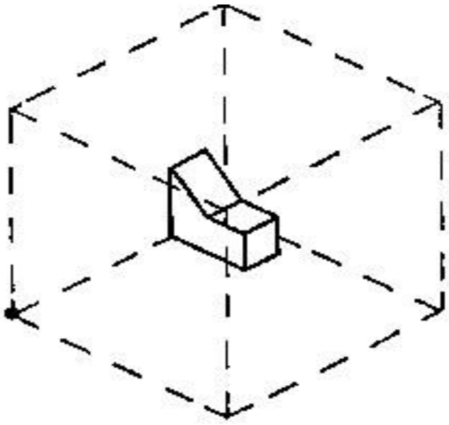
31



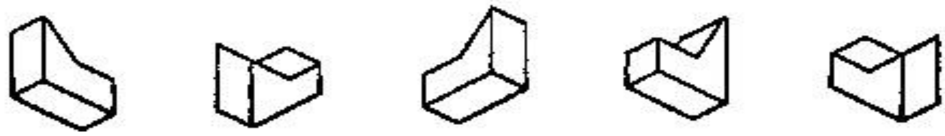
32



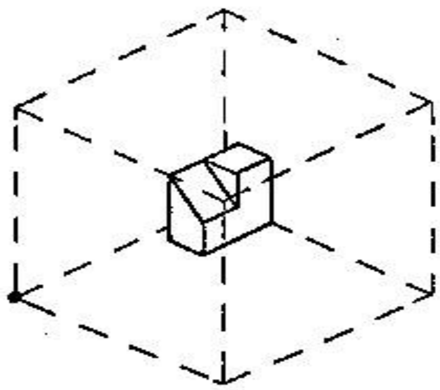
33



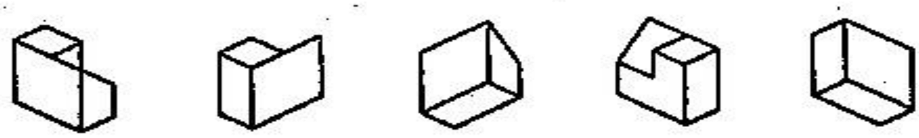
A B C D E



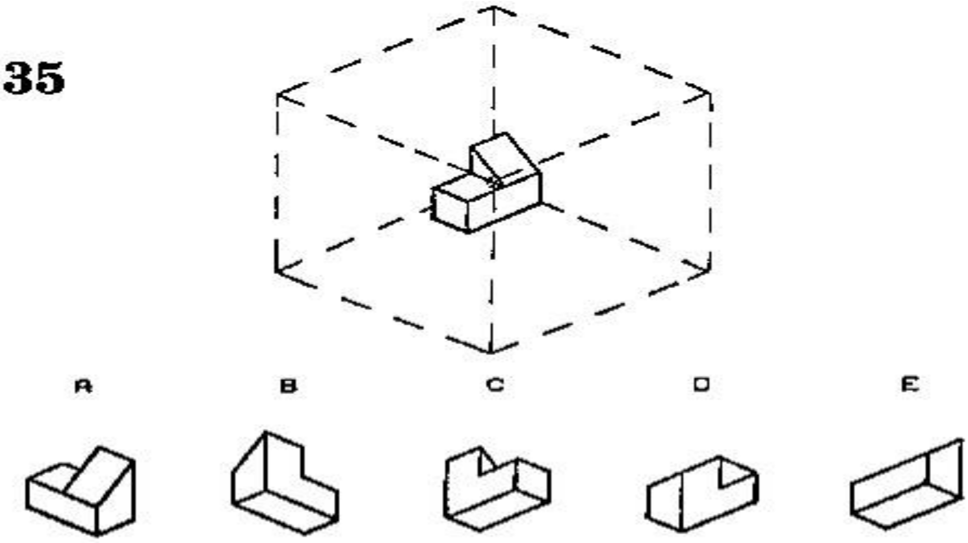
34



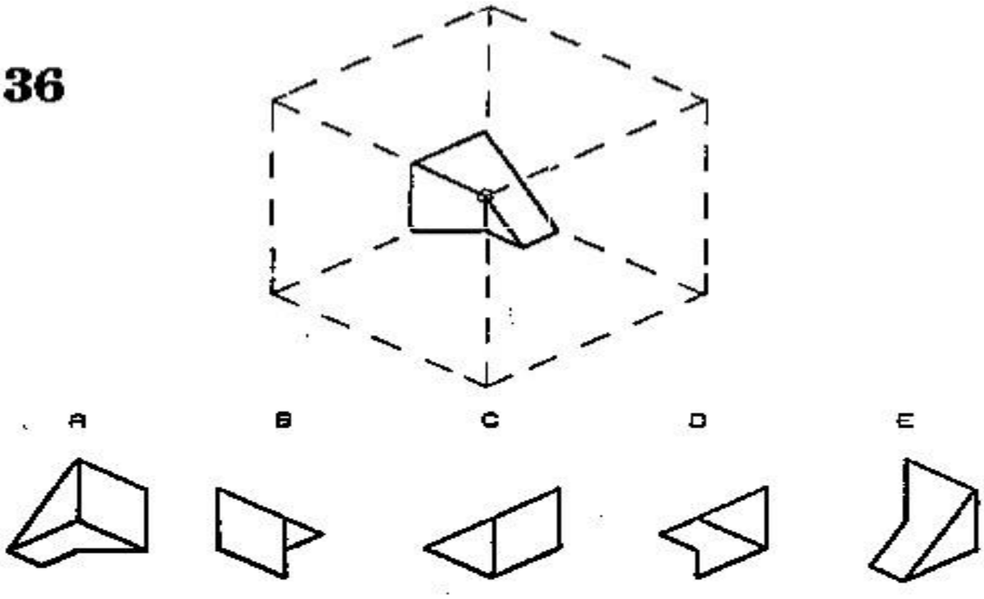
A B C D E



35



36



EK 3: Matematiksel Süreç Aracı- 1. Bölüm

Adı – Soyadı: ___________________________________

<u>BÖLÜM-B</u>

B-1: Bir atletizm yarış parkuru eşit olmayan üç bölüme ayrılıyor. Parkurun tüm uzunluğu 450m. Birinci ve ikinci bölümlerin uzunlukları toplamı 350m, ikinci ve üçüncü bölümlerin uzunlukları toplamı 250m'dir. Buna göre her bir bölüm ne kadar uzunluktadır?

B-2: Bir balon bulunduğu yerden 200m yüksekliğe çıkıyor ve 100m doğuya hareket ettikten sonra 100m alçalıyor. Daha sonra 50m daha doğuya hareket ediyor ve son olarak dümdüz yere iniyor. Bu balon başlangıç noktasına ne kadar uzaklıktadır?

B-3: Bir anne kızının yaşının yedi katı yaşındadır. Anne ile kızının yaşları farkı 24 olduğuna göre, annenin ve kızının yaşı nedir?

B-4: Bir atletizm yarışında Enes, Mustafa'nın 10 m önündedir. Yusuf, Burak'ın 4 m önünde ve Burak, Mustafa'nın 3 m önündedir. Buna göre Enes, Yusuf'un kaç metre önündedir?

B-5: En başta 1kg şekerin fiyatı 1kg tuzun fiyatının 3 katıdır. Daha sonra, tuzun 1 kilo gramının fiyatı önceki fiyatının yarısı kadar artırılırken şekerin fiyatı değiştirilmiyor. Tuzun kilogramının şuan ki fiyatı 30 Krş olduğuna göre şekerin kilogramı ne kadardır?

B-6: İki ağaçta aynı sayıda serçe bulunmaktadır. Birinci ağaçtan kalkan 2 serçe ikinci ağaca konmuştur. Buna göre ikinci ağaçtaki serçe sayısı birinci ağaçtakinden kaç fazladır?

B-7: Bir kerestecide, her biri 16m uzunlukta olan kütükler 2m uzunluğunda eşit boylarda testereler yardımıyla kesilmektedir. Eğer her bir kesme işlemi 2 dakika sürüyorsa uzun kütükleri 8 eşit parçaya ayırmak ne kadar sürer?

B-8: Tamamı gazyağı ile dolu olan bir cam şişe, toplam 8kg ağırlığındadır. Gazyağının yarısı döküldükten sonra, cam şişenin ağırlığı içindekiyle birlikte 4,5 kilogramdır. Buna göre cam şişenin ağırlığı nedir?

B-9: Yolculuğunun yarısını tamamladıktan sonra uykuya dalan bir yolcu, uyandığında uyurkenki aldığı yolun yarısı kadar daha yol gitmesi gerektiğini görüyor. Buna göre yolculuğunun ne kadarlık kısmını uyuyarak geçirmiştir?

B-10: Terazinin bir kefesine bir tam dilim peynir, diğer kefesine de 3 tane çeyrek dilim peynir ve $\frac{3}{4}$ kg ağırlık konursa terazinin kefeleri dengede kalmaktadır. Buna göre bir tam dilim peynirin ağırlığı nedir?

B-11: Biri diğerinin iki katı kadar süt bulunduran süt tanklarının ikisinden de 20 litre süt dökülüyor. Son durumda, tanklarda kalan süt miktarı biri diğerinin 3 katı olacak şekildedir. Buna göre ilk başta, tanklardaki süt miktarı ne kadardı?

B-12: 10 tane eriğin ağırlığı, 3 kayısı ve 1 mangonun ağırlığı kadardır. 6 erik ve 1 kayısı, 1 mangonun ağırlığına eşittir. Buna göre kaç tane erik 1 mangoyu terazide dengede tutar?

BÖLÜM-C

C-1: Bir turistin trenle aldığı mesafe, vapurla aldığı mesafeden 150 km, yürüyerek aldığı mesafeden ise 750 km daha uzundur. Yürüyerek aldığı mesafe, vapurla aldığı mesafenin $\frac{1}{3}$'i olduğu biliniyorsa, seyahatin toplam uzunluğunu hesaplayınız.

C-2: Öğleden (12:00) beri geçen süre, gece yarısına (00:00) kalan sürenin 3'te 1'ini oluşturuyorsa, şimdi saat kaçtır?

C-3: Bir çocuk, evinden okula 30 dk'da yürüyorken, kardeşi 40 dk'da yürüyor.

Kardeşi, abisinin çıktığı saatten 5 dakika erken çıkarsa; çocuk kardeşini kaç dakika sonra yakalar?

C-4: Ağabey, kardeşine “Bana 8 tane ceviz ver ki, senin cevizlerinin 2 katına sahip olayım” diyor. Fakat kardeşi ona “Sen bana 8 ceviz verirsen, eşit sayıda cevizimiz olacak” diyor. O hâlde her birinin kaç tane cevizi vardır?

C-5: Farklı uzunluk ve kalınlığa sahip iki mumdan, uzun olan mum $3\frac{1}{2}$ saat yanarken, kısa olan 5 saat yanabiliyor. 2 saat yandıktan sonra, mumlar eşit uzunluğa eriştiklerine göre; kısa mumun, uzun muma göre ilk baştaki uzunluğunun oranı nedir?

C-6: Bir tren, bir telgraf direğini $\frac{1}{4}$ dakikada geçiyor ve 540 m uzunluğundaki tünelden tam olarak $\frac{3}{4}$ dakikada geçiyor. Trenin dakikadaki hızı ve trenin uzunluğu kaç metredir?

EK 4: Matematiksel Süreç Aracı - 2. Bölüm
Cevap Kâğıdı

Adı – Soyadı:____________________________________

ÇÖZÜM

	1	2	3	4	5	6	Hiçbiri
B-1							
B-2							
B-3							
B-4							
B-5							
B-6							
B-7							
B-8							
B-9							
B-10							
B-11							
B-12							

ÇÖZÜM

	1	2	3	4	5	6	Hiçbiri
C-1							
C-2							
C-3							
C-4							
C-5							
C-6							

Matematiksel Süreç Aracı - 2. Bölüm

- Bu ankette sizden matematiksel süreç aracı 1. Bölüm'de yer alan problemlere nasıl yanıt verdiğinizi düşünmeniz istenmektedir. Her problemin üç veya daha fazla çözümü vardır.

- Problemi ilk çözüşünüzde kullandığınız yolla aynı veya çok benzer olanı aşağıda verilen çözüm yöntemleri arasından seçerek cevap kâğıdına işaretleyiniz. Problemi tamamlayıp tamamlamamış olmanız veya yanıtınızın doğru olup olmaması önemli değildir.

- Çözüm yolunuz verilen seçeneklerden ikisine benziyorsa bu iki çözüm yollarını da işaretleyebilirsiniz.

- Problemlerden herhangi biri için verilen çözüm yollarından hiçbiri sizin çözüm yolunuzla aynı veya çok benzer değilse "Hiçbiri" şıkkını işaretleyiniz.

ÇÖZÜMLER

BÖLÜM – B

B-1

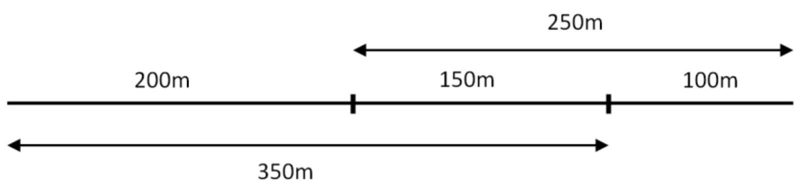
B-1. <u>Çözüm 1:</u> Bu problemi yarış pistini hayal ederek çözdüm ve her bir Bölümün uzunluğunu hesapladım.

Üçüncü bölümün uzunluğu = $450 - 350 = 100$ m.

Birinci bölümün uzunluğu = $450 - 250 = 200$ m.

Ve böylece ikinci bölümün uzunluğu = 150 m.

B-1. <u>Çözüm 2:</u> Yarış pistini temsilen bir diyagram çizdim ve her bir bölümün uzunluğunu böyle hesapladım.



İlk bölümün uzunluğu 200 m, ikinci bölümün uzunluğu 150 m ve üçüncü bölümün uzunluğu 100 m'dir.

B-1. **<u>Çözüm 3:</u>** Bu problemi çözmek için, verilenlerden yola çıkarak (cebirsel veya cebirsel olmayan) bir sonuca ulaştım ve herhangi bir resim hayal edip çizmedim.

Parkurun tüm uzunluğu 450m. $x + y + z = 450$

<u>Birinci ve ikinci bölümlerin uzunlukları toplamı 350 m'dir.</u> $\underline{x + y = 350}$

Sonuç: Üçüncü bölümün uzunluğu $= 450 - 350 = 100$ m.

$z = 100$

<u>İkinci ve üçüncü bölümlerin uzunlukları toplamı 250 m'dir.</u> $\underline{y + z = 250}$

Sonuç: Birinci bölümün uzunluğu $= 450 - 250 = 200$ m.

$x = 200$

Böylece ikici bölümün uzunluğu $= 450 - 200 - 100 = 150$ m olur.

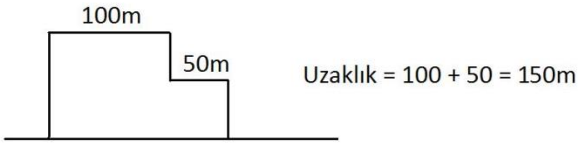
$y = 150$

B-2

B-2. **<u>Çözüm 1</u>:** Balon tarafından alınan yolu hayal ederek başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeyi hesapladım.

Mesafenin $100 + 50 = 150$ m olacağını buldum.

B-2. **<u>Çözüm 2:</u>** Balon tarafından alınan yolu temsilen bir diyagram çizdim ve başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeyi buldum.



B-2. **<u>Çözüm 3:</u>** Bu soruyu çözmek için, çözüm için önemli olan bilgilere dikkat ettim (balonun aldığı yolu hayal etmeden). Böylelikle başlangıç ve varış noktaları arasındaki mesafe $100 + 50 = 150$ m'dir.

B-3

B-3. <u>Çözüm 1:</u> Bu soruyu deneme yanılma yoluyla çözdüm.

<u>Kızın yaşı</u>	<u>Annenin yaşı</u>	
2	26	Hayır
3	27	Hayır
4	28	Evet

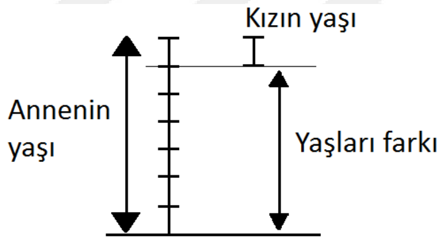
Böylece, anne 28, kızı 4 yaşındadır.

B-3. <u>Çözüm 2:</u> Bu soruyu, sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm.

Mesela kızın yaşı x olsun. Buradan anne $7x$ yaşındadır. Yaşlarının farkı $6x$ yıldır. Bundan dolayı $6x = 24$ ve $x = 4$ olur.

Böylece kız 4 yaşındadır ve anne 28 yaşındadır.

B-3. <u>Çözüm 3:</u> Bu soruyu, yaşları temsil eden diyagram çizerek çözdüm.



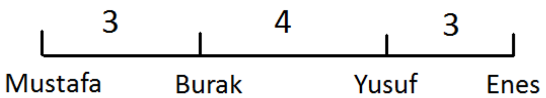
Diyagramdan, yaşları arasındaki fark 6 parçadır. Bu fark 24 yıla eşittir. Bundan dolayı her bir parça 4 yılı temsil etmektedir, böylece kız 4 yaşında ve anne 28 yaşındadır.

B-3. <u>Çözüm 4:</u> Çözüm 3'teki gibi bir diyagram hayal ettim ve 6 parçanın 24 yılı temsil ettiği sonucuna ulaştım, dolayısıyla bir parça 4 yılı temsil eder. Böylece, kızın yaşı 4, annenin yaşı 28'dir.

B-4

B-4. <u>Çözüm 1:</u> Dört kişi hayal ederek, Enes ve Yusuf'un arasındaki mesafeyi hesapladım. Enes, Yusuf'un 3m önündedir.

B-4. <u>Çözüm 2:</u> Dört kişiyi temsil eden bir diyagram çizerek, Enes ve Yusuf arasındaki mesafeyi hesapladım.



Enes, Yusuf'un 3m önündedir.

B-4. <u>Çözüm 3:</u> Bu problemi, sadece soruda geçen cümlelerden yola çıkarak çözdüm:

Yusuf, Burak'ın 4m önünde ve Burak, Mustafa'nın 3m önündedir.

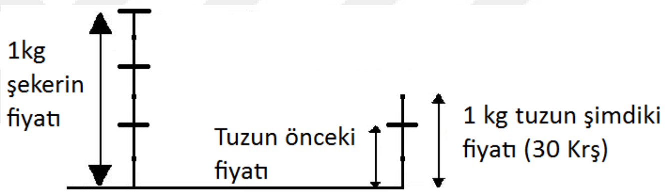
Sonuç: Yusuf, Mustafa'nın 7m önündedir.

Enes, Mustafa'nın 10m önündedir.

Sonuç: Enes, Yusuf'un 3m önündedir.

B-5

B-5. <u>Çözüm 1:</u> Bu problemi, şekerin ve tuzun fiyatlarını temsil eden bir diyagram çizerek çözdüm.



Diyagramdan da görülebileceği üzere, tuzun fiyatı artırıldıktan sonra 1kg şekerin fiyatı 1kg tuzun fiyatının iki katıdır (şu an 30 Krş). Böylece 1kg şekerin fiyatı 60 Krş'tur.

B-5. <u>Çözüm 2:</u> Birinci çözümdeki yöntemi kullanarak çözdüm, fakat diyagramı "zihnimde" canlandırdım. (kağıt üzerine çizmedim)

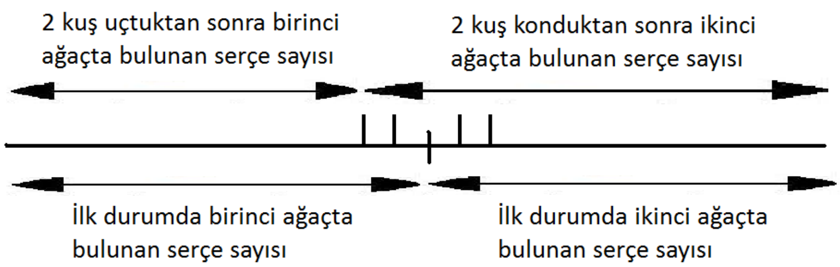
B-5. <u>Çözüm 3:</u> Soruyu muhakeme ederek çözdüm. 1kg tuz şu an 30 krş. Bu, bir önceki fiyatının $1\frac{1}{2}$ katı olduğuna göre bir önceki kg fiyatı 20 Krş'tur. Böylelikle şekerin kg fiyatı 3×20 dir, yani 60Krş.

B-5. <u>Çözüm 4:</u> Soruyu, sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm. Örneğin, tuzun bir önceki kg fiyatının x kuruş olduğunu farz edersek, şekerin kg fiyatı $3x$ kuruştur. Artıştan sonra tuzun kg fiyatı $1\frac{1}{2}x$ Krş'tur. Şekerin kg fiyatı şu an ki tuz fiyatının iki katı olduğuna göre şekerin kg fiyatı 60 Krş'tur.

B-6

B-6. <u>Çözüm 1:</u> Soruyu muhakeme yoluyla çözdüm. İki serçe birinci ağaçtan uçup ikinci ağaca konduklarında, birinci ağaçtaki serçe sayısı öncekine göre 2 tane azalırken, ikinci ağaçta öncekine göre 2 tane artmıştır. Böylelikle ikinci ağaçta birinci ağaca göre 4 tane daha fazla serçe vardır.

B-6. <u>Çözüm 2:</u> Bir diyagram çizdim.



İkinci ağaçta birinciye göre 4 tane daha fazla serçe vardır.

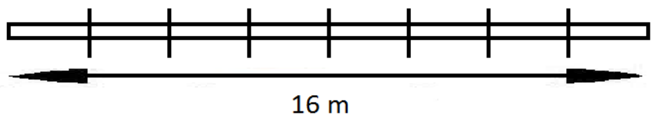
B-6. <u>Çözüm 3:</u> İkinci çözümdeki yöntemi kullandım, fakat diyagramı "zihnimde" canlandırdım. (kâğıt üstüne çizmedim)

B-6. <u>Çözüm 4:</u> Bu soruyu bir örnek kullanarak çözdüm. Örneğin; her iki ağaçta 8 tane serçe olsun. 2 tane serçe birinci ağaçtan ikinci ağaca uçtuktan sonra, birinci ağaçta 6 tane, ikinci ağaçta 10 tane serçe vardır. Buradan; ikinci ağaçta birinciye göre 4 tane daha fazla serçe vardır.

B-6. <u>Çözüm 5:</u> Bu soruyu semboller kullanarak çözdüm. En başında, her iki ağaçta bulunan serçe sayısına x diyelim. 2 tane serçe birinci ağaçtan ikinci ağaca uçtuktan sonra; birinci ağaçta $x-2$, ikinci ağaçta $x+2$ tane serçe bulunur. Serçe sayıları arasındaki fark = $(x+2)-(x-2) = 4$.

B-7

B-7. <u>Çözüm 1:</u> Soruyu çözmek için, kısa parçalara kesilecek uzun kütüğü temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan, 8 tane kısa kütüğü üretmek için 7 kere kesme işlemi gerekmektedir. Buradan gereken süre $7 \times 2 = 14$ dakikadır.

B-7. <u>Çözüm 2:</u> Birinci çözümle aynı yöntemi kullandım, fakat diyagramı kafamda canlandırdım.

B-7. <u>Çözüm 3:</u> Soruyu muhakeme yoluyla çözdüm:

Eğer uzun kütükler 16 m'den uzun olsaydı, 8 tane kısa kütük elde etmek için 8 kesme işlemi gerekirdi. Fakat son kesme işlemi gereksizdir, yani 7 kesme işlemi yeterlidir. Geçen süre = $7 \times 2 = 14$ dakikadır.

B-8

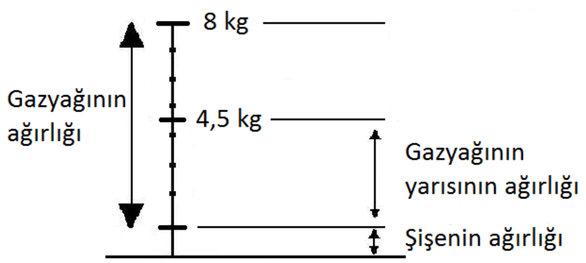
B-8. <u>Çözüm 1:</u> Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm. Örneğin; şişenin ağırlığının x kg olduğunu varsayalım.

Buradan gaz yağının ağırlığı $(8 - x)$ kg'dır.

Yani gaz yağının yarısının ağırlığı $\frac{1}{2}(8 - \mathrm{x})$ kg'dır.

Buradan $\mathrm{x} + \frac{1}{2}(8 - \mathrm{x}) = 4\frac{1}{2}$, $\mathrm{x} = 1$. Böylelikle şişenin ağırlığı 1 kg'dır.

B-8. <u>Çözüm 2</u>: Sırasıyla ağırlıkları temsil eden bir diyagram çizdim.



Diyagramdan yarım gaz yağının ağırlığı = 8 – 4,5 = 3,5

Böylece gaz yağının ağırlığı 7 kg'dır. Ve şişenin ağırlığı 1 kg'dır. (Ya da doğrudan: şişenin ağırlığı = 4,5 – 3,5 = 1 kg)

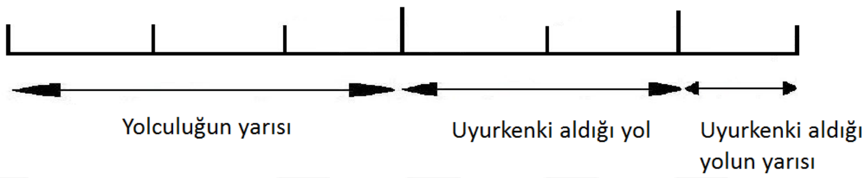
B-8. <u>Çözüm 3:</u> İkinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-8. <u>Çözüm 4:</u> İkinci çözümdeki gibi, fakat herhangi bir diyagram veya benzetme kullanmadan

---

B-9

B-9. <u>Çözüm 1:</u> Yolculuğun tamamını temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan: yolculuğu tamamı 6 parçadan oluşursa, iki parçalık kısmında uyumuştur, yani yolculuğun $\frac{1}{3}$ 'i kadarında uyumuştur.

B-9. <u>Çözüm 2:</u> Birinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-9. <u>Çözüm 3:</u> Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin;

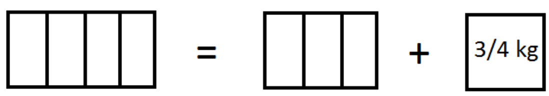
uyuyarak geçirdiği mesafeye x birim diyelim. Uyandığında kalan mesafe $\frac{1}{2}$x birim olacaktır.

Buradan $(x + \frac{1}{2}x)$ birim yolculuğun yarısını oluşturmaktadır. Yani yolculuğun tamamı $2(x + \frac{1}{2}x) = 3x$ birimdir.

Böylelikle, yolculuğun $\frac{1}{3}$'i kadarında uyumuştur.

B-10

B-10. <u>Çözüm 1:</u> Bu soruyu nesneleri temsil eden diyagram çizerek çözdüm.



Her iki kefeden de 3 çeyrek dilim peynir çıkartılırsa, bir çeyrek dilim peynir $\frac{3}{4}$ kg ile dengede kalır. Buradan bir tam peynirin ağırlığı $4 \times \frac{3}{4}$ kg, yani 3 kg'dır.

B-10. <u>Çözüm 2:</u> Birinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-10. <u>Çözüm 3:</u> Bu soruyu, sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin; bir tam dilim peynirin ağılığına x kg diyelim.

Buradan $x = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$, dolayısıyla $x = 3$

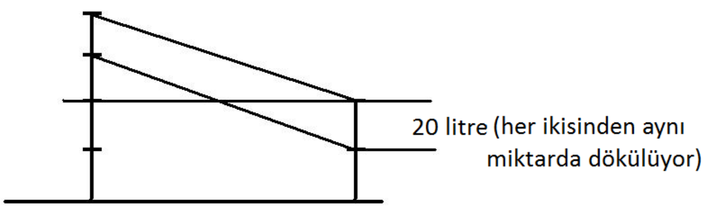
Böylece, bir tam dilim peynirin ağırlığı 3 kg'dır.

B-10. <u>Çözüm 4</u>: $\frac{1}{4}$ peynirin ağırlığı $\frac{3}{4}$ kg'dır. Buradan bir tam dilim peynir 3 kg'dır. (herhangi bir diagram veya benzetme kullanmadan)

B-11

B-11. <u>Çözüm 1:</u> Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin; ilk başta tanklarda bulunan süt miktarlarına x litre ve $2x$ litre diyelim.
Daha sonra $3(x-20) = 2x - 20$, böylece $x = 40$.
Buradan, en baştaki süt miktarları 40 litre ve 80 litre'dir.

B-11. <u>Çözüm 2:</u> Sütlerin miktarını temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan, her bir tanktan süt boşaltıldıktan sonra biri diğerinden 3 katı kadar daha fazla süt bulundurması için, ikinci tankta 20 litre süt kalması gerekmektedir. Böylece, en başta 40 litre ve 80 litre süt bulunmaktadır.

B-11. **<u>Çözüm 3:</u>** İkinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-12

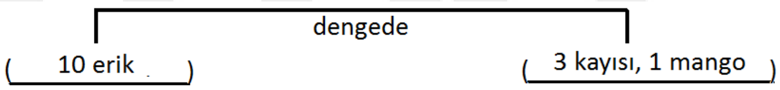
B-12. **<u>Çözüm 1:</u>** Sembol ve eşitlik kullandım, örneğin; bir eriğin ağırlığı x birim ve bir kayısının ağırlığı y birim olsun.

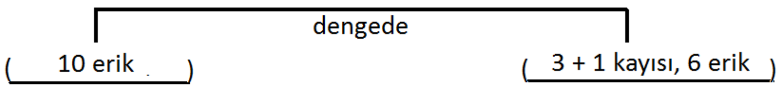
Buradan bir mango $(6x + y)$ birimdir.

Böylece, $10x = 3y + (6x + y)$, yani $x = y$ dir.

Buradan, mangonun ağırlığı $6x + x$, yani $7x$ birimdir. Böylece, 7 erik 1 mangoyu terazide dengede tutar.

B-12. **<u>Çözüm 2:</u>** Bu problemi, ağırlıkları temsil eden bir diyagram çizerek çözdüm.





Terazinin her kefesinden 6 erik alırsak, 4 erik ile 4 kayısı dengede kalır. Yani 1 erik 1 kayısıyla eşit ağırlıktadır.1 mango, 6 erik ve 1 kayısı ile dengelenmektedir. Buradan 7 erik 1 mangoyu dengede tutabilir.

B-12. **<u>Çözüm 3:</u>** İkinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı kafamda canlandırdım.

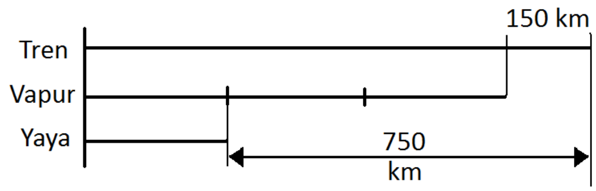
B-12. **<u>Çözüm 4:</u>** Bu soruyu muhakeme yoluyla çözdüm. (her hangi bir resim hayal etmeden)

1 mango, 6 erik ve 1 kayısı ile dengede kalabilmektedir, buradan 3 kayısı + 6 erik + 1 kayısı ile 10 erik dengede kalabilmektedir. Yani 4 erik, 4 kayısıyı dengelemektedir. Böylece 1 mango, 7 erik ile dengelenmektedir.

BÖLÜM – C

C-1

C-1. <u>Çözüm 1:</u> Uzunlukları temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan görüleceği üzere, vapurla gerçekleştirilen seyahatin 3'te 2'lik kısmı = 750 – 150 = 600 km.

Böylece, vapurla seyahatin uzunluğu 900 km, trenle 1050 km ve yürüyerek 300 km'dir, bundan dolayı bütün seyahatin uzunluğu 2250 km'dir.

C-1. <u>Çözüm 2:</u> Çözüm 1'de olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-1. <u>Çözüm 3:</u> Soruyu, sembol ve denklem kullanarak çözdüm.

Örneğin; Yürüyerek alınan yola x km diyelim.

Bundan dolayı vapurla alınan yol $3x$ km ve trenle alınan yol $(\mathrm{x}+750)$ km'dir.

Böylece $3x+150=(\mathrm{x}+750)$ ve $x=300$

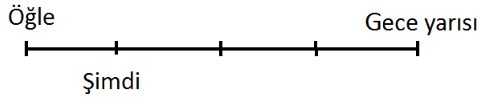
Demek ki yürüyerek alınan yol 300 km, vapurla 900 km ve trenle 1050 km; böylece bütün seyahatin uzunluğu 2250 km.

C-2

C-2. <u>Çözüm 1</u>: Sembol ve denklem kullandım. Örneğin,

Öğleden beri geçen süreye x saat diyelim. Gece yarısına kadar kalan süre de $(12-\mathrm{x})$ saat olur. Böylece $\mathrm{x}=\frac{1}{3}(12-\mathrm{x})$ ve $\mathrm{x}=3$ Bu nedenle şu anda saat öğlen 3'tür.

C-2. <u>Çözüm 2:</u> Zamanı temsilen bir diyagram çizdim. (çizgi veya saat kadranı)



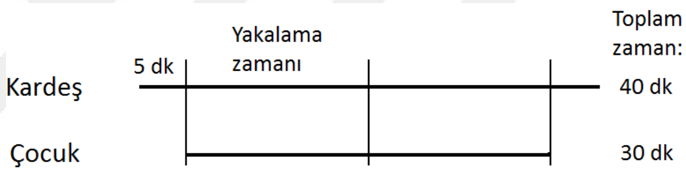
C-2. <u>Çözüm 3:</u> (Diyagramdan, saat öğleden sonra ıayal ettim.

C-2. <u>Çözüm 4:</u> Herhangi bir şekil veya diyagram kullanmadan, akıl yürüterek

öğlen ve gece yarısı arasındaki sürenin $\frac{1}{4}$ ‘inin geçtiğini anladım, böylece saat öğleden sonra 3’tür.

C-3

C-3. <u>Çözüm 1:</u> Zamanları temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan: Çocuk, kardeşinden 5 dk önce okula ulaşacaktır, böylece şeklin iki yarısı simetrik olmalı, bundan dolayı çocuk kardeşini yarı yolda yakalayacaktır, yani 15 dk sonra.

C-3. <u>Çözüm 2:</u> Çözüm 1’de olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-3. <u>Çözüm 3:</u> Sembol ve denklem kullandım, örneğin:

Okula olan mesafenin d birim olduğunu ve kardeşini x dakikada yakaladığını varsayalım.

Buradan kardeşinin yürüdüğü süre $(x + 5)$ dakika olur.

Çocuğun hızı dakikada $\frac{\mathrm{d}}{30}$ birim, kardeşinin ki ise $\frac{\mathrm{d}}{40}$ birimdir.

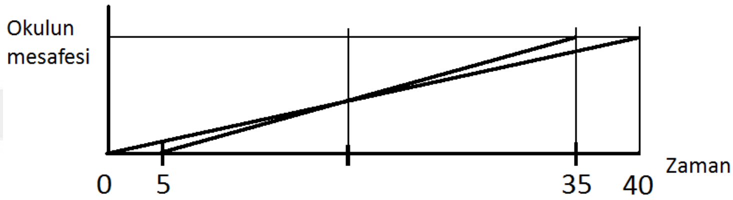
Çocuk, kardeşini yakaladığı zaman; ikisi de aynı mesafeyi gitmiş olur.

Böylece $\frac{\mathrm{d}}{30}x = \frac{\mathrm{d}}{40}(x + 5)$ ve buradan $x = 15$. Çocuk kardeşini 15 dakikada yakalar.

C-3. <u>Çözüm 4:</u> Bu problemi, çocuk ve kardeşinin yarı yola ulaşma sürelerini hesaplayarak çözdüm.

Bu süre, çocuk için 15 dakika ve kardeşi için de 20 dakikadır. Fakat kardeşi yola 5 dakika erken çıkmıştır, böylece yarı yola aynı anda ulaşacaklardır. Çocuk, kardeşini 15 dakikada yakalar.

C-3. <u>Çözüm 5:</u> Grafik çizdim.



Simetriden grafikler orta noktada kesişir. Bu yüzden çocuk kardeşini 15 dakikada yakalar.

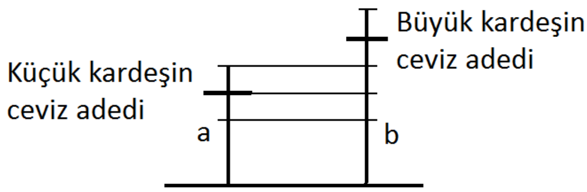
C-4

C-4. <u>Çözüm 1:</u> Sembol ve denklem kullandım. Örneğin; küçük kardeşte x ceviz olduğunu, büyüğündeyse y ceviz olduğunu varsayalım.

$y + 8 = 2(x - 8)$ ve $y - 8 = x + 8$

Denklemleri aynı anda çözülürse: $x = 40$ ve $y = 56$. Küçük kardeşin 40, ağabeyin ise 56 cevizi vardır.

C-4. <u>Çözüm 2:</u> Cevizlerin adedini temsilen bir diyagram çizdim.



Sorudaki durumlardan, b çizgisinin üst yarısı, her biri 8 cevizi temsil eden 4 eşit parçaya bölünürse, bu bölmelerin 7 tanesi ağabeyin ceviz sayısını gösterirken, 5 tanesi küçük kardeşinkileri gösterir. Bu yüzden kardeş 40 adet, ağabeyi 56 adet cevize sahiptir.

C-4. **<u>Çözüm 3:</u>** Çözüm 2'de olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-5

C-5. **<u>Çözüm 1:</u>** Verilen bilgi üzerinden akıl yürüttüm.

2 saatten sonra, uzun olan mumun 7'de 4'ü tükenir, bu yüzden 7'de 3'lük kısmı geriye kalır. Bu arada, kısa mumun 5'te 2'lik kısmı tükenir, geriye 5'te 3'lük kısmı kalır.

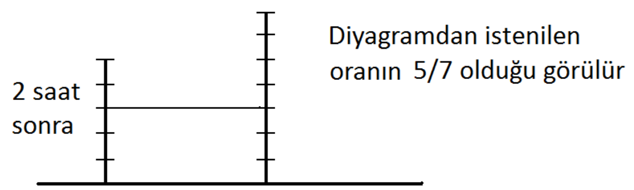
Fakat geriye kalan uzunlukları eşittir.

Bu yüzden $\frac{3}{7}$ = uzun mumun uzunluğu. $\frac{3}{5}$ = kısa mumun uzunluğu.

Buna bağlı olarak gerekli orantı $= \frac{5}{7}$

C-5. **<u>Çözüm 2:</u>**Çözüm 1'deki gibi akıl yürüttüm, fakat matematiksel(cebirsel) denklem ve semboller kullandım.

C-5. **<u>Çözüm 3:</u>** Mumların uzunluklarını temsilen diyagram çizdim. 2 saat geçtiğini düşündükten sonra; uzun mumun 7'de 4'ü, kısa mumun 5'te 2'si tükenir.



C-5. **<u>Çözüm 4:</u>** Çözüm 3'te olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-5. **<u>Çözüm 5:</u>** Çözüm 3'te olduğu gibi bir diyagram çizdim veya hayal ettim ve aşağıdaki sonuca ulaştım;

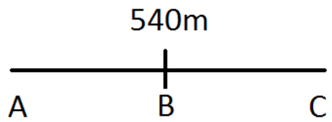
2 saat sonra, küçük olan mumun tamamen yanması için 3 saati ve uzun mumun tamamen yanması için 1,5 saati vardır. Boyları eşit olduğuna göre, küçük mumun kalınlığı uzun mumun kalınlığının iki katıdır.

Buradan; istenilen orantı $\frac{5}{3\frac{1}{2}\times 2}$, yani $\frac{5}{7}$

C-5. <u>Çözüm 6:</u> Çözüm 5' teki gibi düşündüm, fakat herhangi bir şekil çizmedim veya hayal etmedim.

C-6

C-6. <u>Çözüm 1:</u> Tüneli temsilen bir diyagram çizdim.



B, doğru parçasının orta noktasıdır. Trenin, A noktasını geçmesi $\frac{1}{4}$ dakika alıyor ve trenin ön tarafı B noktasına ulaşıyor. Diğer $\frac{1}{4}$ 'lük dakikada trenin ön tarafı C noktasına ulaşıyor ve bir sonraki $\frac{1}{4}$ 'lük dakikada tren tünelden tamamıyla çıkıyor.

Böylece; trenin uzunluğu $= 540 \div 2 = 270$m'dir. Ve trenin hızı $= 4 \times 270 = 1080$ m/dk'dır.

C-6. <u>Çözüm 2:</u> Çözüm 1'de olduğu gibi, fakat diagramı hayal ettim.

C-6. <u>Çözüm 3:</u> Her hangi bir şekil veya diyagram kullanmadan, sembol ve denklem kullandım; örneğin:

Trenin uzunluğuna x metre diyelim. Buradan trenin hızı x $\div \frac{1}{4} =$ 4x m/dk olur. Mademki trenin tünele tamamen girmesi $\frac{1}{4}$ dakika sürüyor, tüneli tamamıyla çıkması için $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ dakika geçer.

Buradan, $4x$ 'in $\frac{1}{2}$ ile çarpımı 540 ise, $x = 270$ olur.

Trenin uzunluğu 270 m'dir ve hızı dakikada 1080 m'dir.

EK 5: GÖRÜŞME FORMU

Araştırma Sorusu:
Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını nasıl anlamlandırmaktadır?

Tarih:
Saat (Başlangıç-Bitiş):

<u>Giriş</u>

Merhaba, adım Deniz Kardeş Birinci. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Doktora öğrencisiyim. Lineer cebir II dersinde öğretimi yapılan lineer cebir kavramlarının nasıl anlamlandırıldığını betimlemeyi amaç edinen bir araştırma yürütmekteyim. Bu bağlamda, Siz, değerli öğretmen adaylarımızın görüşlerinizin önemli olduğunu düşünüyorum. Bu araştırmada ortaya çıkacak sonuçların, bundan sonraki lineer cebir kavramlarının öğretilmesine katkıda bulunacağını ümit ediyorum. Katkılarınız için şimdiden teşekkür ederim.

Görüşmemize geçmeden önce, görüşmemizin gizli olduğunu ve görüşmede konuşulanların yalnızca benim bileceğimi belirtmek isterim. Ayrıca araştırma raporunda isimleriniz kesinlikle yer almayacak, bunun yerine takma isimler kullanılacak ya da isimleriniz şifrelenecektir.

Görüşmemize başlamadan önce sormak istediğiniz soru ya da belirtmek istediğiniz herhangi bir düşünceniz var mı?

Görüşmeyi izin verirseniz kaydetmek istiyorum. Bunun sizce bir sakıncası var mı?

Bu görüşmenin yaklaşık yarım saat süreceğini tahmin ediyorum. İzin verirseniz sorulara başlamak istiyorum.

GÖRÜŞME SORULARI

1. Vektör deyince aklınıza ne geliyor?
    a. İlk olarak vektör kavramıyla ne zaman ve nerede karşılaştınız?
2. Vektör uzayı deyince aklınıza ne geliyor?
3. Alt vektör uzayı aklınıza ne geliyor?
    a. Vektör uzayı ile alt vektör uzayı kavramlarını küme ve alt küme kavramları ile benzeştirebilir miyiz?
4. Lineer bağımlılık- bağımsızlık aklınıza ne geliyor?
5. Lineer bileşim aklınıza ne geliyor?
6. Taban-boyut aklınıza ne geliyor?
7. Sizce anlama ne demektir?

    Alternatif: Anlamayı nasıl tanımlarsınız?
    a. Öğrenci bakış açısıyla ifade eder misin?
    b. Öğretmen bakış açısıyla ifade eder misin?
8. Lineer cebir kavramlarını anladığınızı düşünüyor musunuz?

    Sonda: (Eğer anlamadıysa ya da kısmen anladıysa) Anlamadıklarınızı neden anlamadığınızı düşünüyorsunuz?
9. Sizce bir kavramı-konuyu anlamada ispat yapmanın yeri nedir?
    a. Lineer cebir kavramlarını anlamada ispat yapmanın yeri nedir?
10. Sizce bir kavramı-konuyu anlamada temsiller kullanmanın yeri nedir?
    a. Lineer cebir kavramlarını anlamada temsiller kullanmanın yeri nedir?
11. Sizce bir kavramı-konuyu anlamada kavramın-konunun özelliklerini bilmenin yeri nedir?
    a. Lineer cebir kavramlarını anlamada bu kavramların özelliklerini bilmenin yeri nedir?
12. Sizce bir kavramı anlamada kavramın tarihsel gelişimini bilmenin yeri nedir?
    a. Lineer cebir kavramlarını anlamada kavramların tarihsel gelişimlerini bilmenin yeri nedir?
13. Matematiksel bir kavramın günlük hayatla ilişkilendirilerek öğretiminin yapılması bir kavramın anlamlandırılmasında sizce etkili midir?
    a. Lineer cebir kavramlarının günlük hayatla ilişkilendirilerek öğretiminin yapılması bu kavramların anlamlandırılmasında sizce etkili midir?

14. Lineer cebir kavramlarını öğretiyor olsaydınız –bir öğretmen olarak- bu kavramların daha iyi anlamlandırılmasını sağlamak için nasıl bir öğretim yapmayı planlardınız?

15. Düşünme şeklinin anlama üzerinde etkili olduğunu düşünüyor musunuz?

a. Öğretmen gözüyle değerlendirir misiniz?

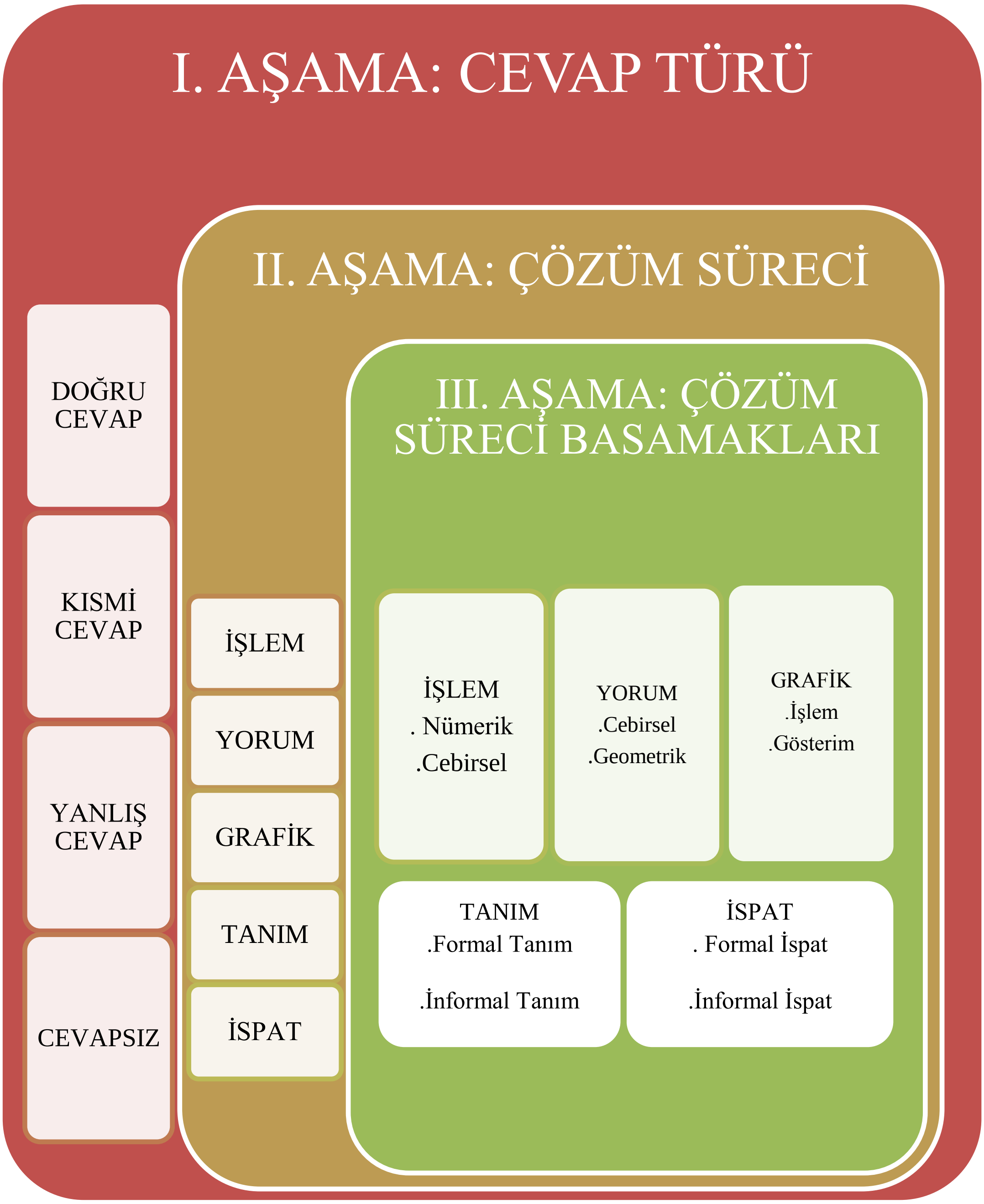
b. Öğrenci gözüyle değerlendirir misiniz?

16. Bu konuda belirtmek istediğiniz başka görüş ve önerileriniz var mı?

Bana zaman ayırdığınız için çok teşekkür ederim. Bu konuda görüşmeden sonra eklemek istediğiniz başka görüş ve önerileriniz olursa, lütfen bana kardes.deniz@yahoo.com mail adresinden ulaşabilirsiniz.

İyi günler dilerim.

EK 6: LİNEER CEBİR TESTİ SÜREÇ PERFORMANSI ANALİZ RUBRİĞİ



SORU 1: Aşağıdaki lineer cebir kavramlarını kendi kelimeleriniz veya cümleleriniz ile tanımlayınız. a. Vektör uzayı b. Alt vektör uzayı c. Lineer bileşim d. Lineer bağımsızlık e. Taban f. Boyut

Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**
	TANIM
DC	Doğru Tanım
KC	Tamamlanmamış Tanım
YC	Yanlış Tanım
Boş	Tanım Yok

SORU 2: P=(2,-3) ve Q=(-1,4) olduğuna göre $\overrightarrow{PQ}$ vektörünün bileşenlerini bulunuz. $\overrightarrow{PQ}$ vektörünü çizerek gösteriniz.

Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**	
	İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)	**GRAFİK**
DC (Doğru Cevap)	Doğru İşlem	Doğru İşlem
DC		Doğru Gösterim
KC (Kısmi Cevap)		Yanlış İşlem
KC		Yanlış Gösterim
KC		Grafik Yok
YC (Yanlış Cevap)	Yanlış İşlem	Yanlış İşlem
YC		Yanlış Gösterim
YC		Grafik Yok
KC	İşlem Yok	Doğru İşlem
KC		Doğru Gösterim
YC		Yanlış İşlem
YC		Yanlış Gösterim
Boş		Grafik Yok

SORU 3: R^3 uzayının $\{(2, 3, x_3) : x_3 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?		
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**	
	CEBİRSEL YORUM	**GRAFİK**
DC	Doğru Yorum	Doğru Gösterim
KC		Yanlış Gösterim
KC		Grafik Yok
YC	Yanlış Yorum	Yanlış Gösterim
YC		Grafik Yok
KC	Yorum Yok	Doğru Gösterim
YC		Yanlış Gösterim
Boş		Grafik Yok

<table>
<tr><td colspan="4">SORU 4: R^3 uzayının $\{(3, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in R\} \cap \{(x_1, x_2, 2) : x_1, x_2 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Cevap Türü</th><th colspan="3">Soru Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><th>İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)</th><th>CEBİRSEL YORUM</th><th>GRAFİK</th></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="15">Doğru İşlem</td><td rowspan="5">Doğru Yorum</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>DC</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="5">Yanlış Yorum</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>DC</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="5">Yorum Yok</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>DC</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="6">Yanlış İşlem</td><td rowspan="3">Yanlış Yorum</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="13">İşlem Yok</td><td rowspan="5">Doğru Yorum</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>DC</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="3">Yanlış Yorum</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="5">Yorum Yok</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>Boş</td><td>Grafik Yok</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">SORU 5: H= {(t, -4t, t) : t ϵ R} olduğuna göre H kümesinin, bir alt vektör uzayı olduğunu gösteriniz. Bu alt vektör uzayını geometrik olarak açıklayınız.</td></tr>
<tr><th>Cevap Türü</th><th colspan="3">Soru Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><th></th><th>İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)</th><th>CEBİRSEL YORUM</th><th>GRAFİK</th></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="9">Doğru İşlem</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="3">Yanlış Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="8">Yanlış İşlem</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="2">Yanlış Yorum</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="8">İşlem Yok</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="2">Yanlış Yorum</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>Boş</td><td>Grafik Yok</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">SORU 6: R^3 uzayında {(2,1,3)} kümesinin gerdiği (ürettiği) alt vektör uzayını belirtiniz.</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Cevap Türü</th><th colspan="3">Soru Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><th>İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel İşelm)</th><th>CEBİRSEL YORUM</th><th>GRAFİK</th></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="9">Doğru İşlem</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>DC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>DC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yanlış Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="8">Yanlış İşlem</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="2">Yanlış Yorum</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="8">İşlem Yok</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>YC</td><td rowspan="2">Yanlış Yorum</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Grafik Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru Gösterim</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış Gösterim</td></tr>
<tr><td>Boş</td><td>Grafik Yok</td></tr>
</table>

SORU 7: R^2 uzayında α_1= (3,-1), α_2=(1,3) olmak üzere { α_1 ,α_2} kümesinin lineer bağımsız olup olmadığını gösteriniz.		
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**	
	İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)	**GRAFİK**
DC	Doğru İşlem	Doğru Gösterim
DC		Yanlış Gösterim
DC		Grafik Yok
YC	Yanlış İşlem	Yanlış Gösterim
YC		Grafik Yok
DC	İşlem Yok	Doğru Gösterim
YC		Yanlış Gösterim
Boş		Grafik Yok

SORU 8a: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. u=(a,b,c) olmak üzere u vektörünün H alt uzayında bulunması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz.		
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**	
	YORUM	**İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)**
DC	Doğru Yorum	Doğru İşlem
KC		Yanlış İşlem
KC		İşlem Yok
KC	Yanlış Yorum	Doğru İşlem
YC		Yanlış İşlem
YC		İşlem Yok
KC	Yorum Yok	Doğru İşlem
YC		Yanlış İşlem
Boş		İşlem Yok

SORU 8b: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. { α_1, α_2, α_3} kümesinde bazı elementer işlemler yaparak bu kümeye denk bir {β_1, β_2, β_3} kümesi bulunuz. Sonra u= (a,b,c) olmak üzere u ϵ Sp{ β_1, β_2, β_3} olması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz.			
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**		
	İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)	**CEBİRSEL YORUM**	**İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)**
DC	Doğru İşlem	Doğru Yorum	Doğru İşlem
KC			Yanlış İşlem
KC			İşlem Yok
KC		Yanlış Yorum	Doğru İşlem
KC			Yanlış İşlem
KC			İşlem Yok
KC		Yorum Yok	Doğru İşlem
KC			Yanlış İşlem
KC			İşlem Yok
KC	Yanlış İşlem	Doğru Yorum	Doğru İşlem
KC			Yanlış İşlem
KC			İşlem Yok
YC		Yanlış Yorum	Yanlış İşlem
YC			İşlem Yok
KC		Yorum Yok	Doğru İşlem
YC			Yanlış İşlem
YC			İşlem Yok
KC	İşlem Yok	Doğru Yorum	Doğru İşlem
KC			Yanlış İşlem
KC			İşlem Yok
YC		Yanlış Yorum	Yanlış İşlem
YC			İşlem Yok
KC		Yorum Yok	Doğru İşlem
YC			Yanlış İşlem
Boş			İşlem Yok

SORU 8c: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. (a) ve (b) de bulduğunuz koşullar neden aynı çıktı?	
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci** **CEBİRSEL YORUM**
DC	Doğru Yorum
KC	Tamamlanmamış Yorum
YC	Yanlış Yorum
Boş	Yorum Yok

SORU 9: R^3 uzayında (2,-1,3), (4,2,1), (0,-4,5) vektörleri sırasıyla α_1 ,α_2, α_3 ile gösteriliyor. Sp{α_1 ,α_2} uzayının bir düzlem olduğunu ve α_3 vektörünün bu düzlemde bulunduğunu gösteriniz.			
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**		
	CEBİRSEL YORUM	**İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)**	**GRAFİK**
DC	Doğru Yorum	Doğru İşlem	Doğru Gösterim
DC			Yanlış Gösterim
DC			Grafik Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Gösterim
KC			Yanlış Gösterim
KC			Grafik Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Gösterim
KC			Yanlış Gösterim
KC			Grafik Yok
KC	Yanlış Yorum	Doğru İşlem	Doğru Gösterim
KC			Yanlış Gösterim
KC			Grafik Yok
YC		Yanlış İşlem	Yanlış Gösterim
YC			Yanlış Gösterim
KC		İşlem Yok	Doğru Gösterim
YC			Yanlış Gösterim
YC			Grafik Yok
KC	Yorum Yok	Doğru İşlem	Doğru Gösterim
KC			Yanlış Gösterim
KC			Grafik Yok
YC		Yanlış İşlem	Yanlış Gösterim
YC			Grafik Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Gösterim
YC			Yanlış Gösterim
Boş			Grafik Yok

SORU 10: {(-1,1),(2,-5)} kümesinin R^2 uzayının bir tabanı mıdır?

Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**	
	CEBİRSEL YORUM	**İŞLEM**
DC	Doğru Yorum	Doğru İşlem
KC		Yanlış İşlem
KC		İşlem Yok
KC	Yanlış Yorum	Doğru İşlem
YC		Yanlış İşlem
YC		İşlem Yok
KC	Yorum Yok	Doğru İşlem
YC		Yanlış İşlem
Boş		İşlem Yok

SORU 11: V bir vektör uzayı ve { α_1, α_2}, bu uzayın bir tabanı ise { α_1+3 α_2,2 α_1- α_2} kümesinin de V uzayının bir tabanı olduğunu gösteriniz.			
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**		
	CEBİRSEL YORUM	**İŞLEM(Nümerik ve Cebirsel)**	**CEBİRSELYORUM**
DC	Doğru Yorum	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC	Yanlış Yorum	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC	Yorum Yok	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
Boş			Yorum Yok

SORU 12: Çobanın biri bir gün merasında koyunlarından birinin eksik olduğunu fark eder. Koyununu arayıp bulmak için iki aracının da park halinde oldu yere gelir ve görür ki araçlarının direksiyonları kırılmış ve araçlardan birinin üzerinde bir not ve bir ip bulmuştur. Notta "Şu an sen O başlangıç noktasındasın, koyunun ise başlangıç noktasına göre A(8,23) noktasında. Araçların tek bir doğrultuda ve tek bir hızla hareket edecek şekilde düzenlendi. Birinci aracın (2,-1) doğrultusunda $\sqrt{5}$ km hızla, ikinci aracın ise (1,4) doğrultusunda $\sqrt{17}$ km hızla yol alabilirler. İp ise hangi aracı kullanacaksan diğerin kullandığın araca bağlayıp çekebilirsin, bu kullandığın aracın hızını etkilemeyecek. Koyununu ya gelir alırsın ya da kokusunu meranda duyarsın." yazıyordu. Çoban lineer cebir bilen sizden yardım istemektedir. Sizce,

a. Bu çoban araçlar sayesinde bulunduğu O noktasından A noktasına varabilir mi?
b. Eğer A noktasına varabiliyorsa hangi araç ile ne kadar süre yol almalıdır?

Cevap Türü	Soru Çözüm Süreci		
	GRAFİK	**İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)**	**CEBİRSELYORUM**
DC	Doğru İşlem/ Gösterim	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC	Yanlış İşlem/ Gösterim	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC	Grafik Yok	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
Boş			Yorum Yok

SORU 13: Bir güvercin orijinden x ve y eksenin her iki yönünde 5 metre uzaklığa kadar oluşturulan bir karesel alanda yiyecek toplamaktadır. Güvercin bu alanın dışına çıkamamaktadır. Güvercin (1,2) ve (2,4) vektörlerinin farklı kombinasyonlarının oluşturduğu bütün noktalara ulaşabilmekte ve bu noktalardaki yiyecekleri toplayabilmektedir. Buna göre;

a. Bu güvercin bu karesel alanın bütün noktalarına ulaşıp yiyecekleri toplayabilir mi? Neden?

Cevap Türü	Soru Çözüm Süreci		
	GRAFİK	**İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)**	**CEBİRSEL YORUM**
DC	Doğru İşlem/ Gösterim	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC	Yanlış İşlem/ Gösterim	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC	Grafik Yok	Doğru İşlem	Doğru Yorum
KC			Yanlış Yorum
KC			Yorum Yok
KC		Yanlış İşlem	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
YC			Yorum Yok
KC		İşlem Yok	Doğru Yorum
YC			Yanlış Yorum
Boş			Yorum Yok

SORU 13b: Bu güvercin maksimum ne kadar uzunluktaki bir doğru boyunca yiyecek toplayabilir?

Cevap Türü	Soru Çözüm Süreci İŞLEM (Nümerik ve Cebirsel)
DC	Doğru İşlem
KC	Tamamlanmamış İşlem
YC	Yanlış İşlem
Boş	İşlem Yok

<table>
<tr><td colspan="3">SORU 13c: Bu güvercinin bu alandaki bütün yiyecekleri toplayabilmesi için yeni vektörler seçiniz.</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Cevap Türü</th><th colspan="2">Soru Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><th>CEBİRSEL YORUM</th><th>İŞLEM(Nümerik ve Cebirsel)</th></tr>
<tr><td>DC</td><td rowspan="3">Doğru Yorum</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>KC</td><td>İşlem Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yanlış Yorum</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>İşlem Yok</td></tr>
<tr><td>KC</td><td rowspan="3">Yorum Yok</td><td>Doğru İşlem</td></tr>
<tr><td>YC</td><td>Yanlış İşlem</td></tr>
<tr><td>Boş</td><td>İşlem Yok</td></tr>
</table>

SORU 13d: Bir ve üçüncü sorulardaki vektörlerle ilgili ilişkiyi tartışınız ve bu iki problemde bulduğunuz farklılığı açıklayınız.

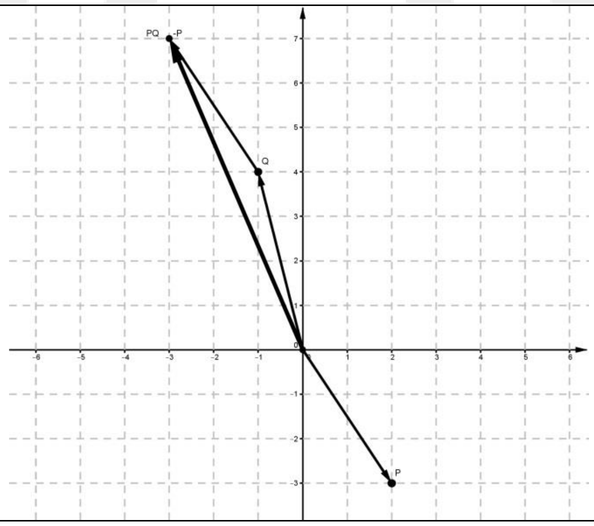
Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**
	CEBİRSEL YORUM
DC	Doğru Yorum
KC	Tamamlanmamış Yorum
YC	Yanlış Yorum
Boş	İşlem Yok

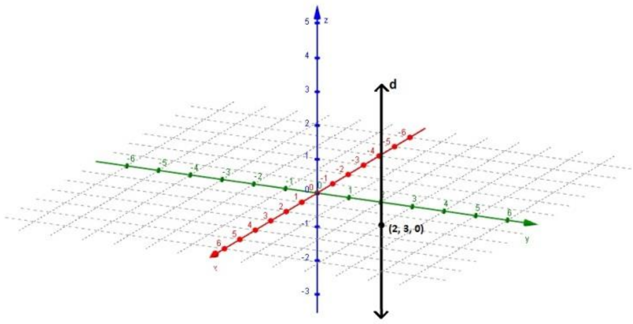
SORU 15: “K^m uzayında $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ vektörlerinin lineer bağımsız olması için det($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$) $\neq 0$ olması gerekli ve yeterlidir.” teoremini ispatlayınız. **SORU 16:** “Rn’de n elemanlı { α1, α2, …, αn } alt kümesi lineer bağımsız bir küme ise bu küme V vektör uzayı için bir tabandır.” teoremini ispatlayınız. **SORU 17:** “V bir vektör uzayı ve H, V’nin boş olmayan bir alt kümesi olsun. H alt kümesinin V’nin bir alt uzayı olması için gerekli ve yeterli koşul c϶ R, u ϵ H, v ϵ H için u+cv ϵ H olmalıdır.” ispatlayınız.

Cevap Türü	**Soru Çözüm Süreci**
	İSPAT
DC	Doğru İspat
KC	Tamamlanmamış İspat
YC	Yanlış İspat
BOŞ	İspat Yok

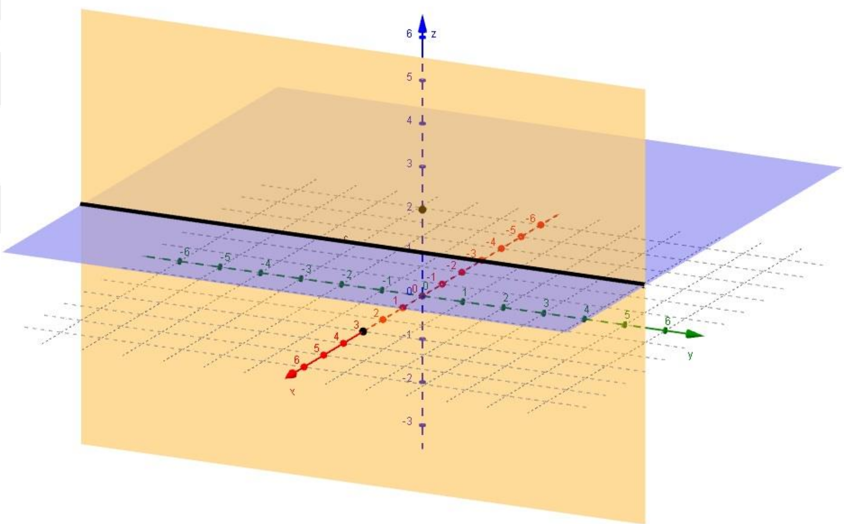
EK 7: LİNEER CEBİR TESTİ ANLAMA BOYUTLARI ANALİZ RUBRİĞİ

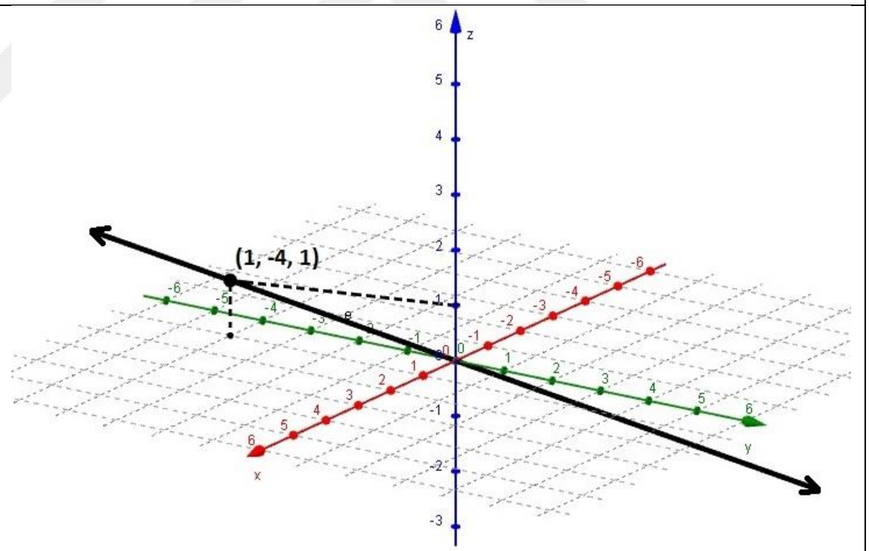
SORU 2: P=(2,-3) ve Q=(-1,4) olduğuna göre $\overrightarrow{PQ}$ vektörünün bileşenlerini bulunuz. $\overrightarrow{PQ}$ vektörünü çizerek gösteriniz.

Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$\overrightarrow{PQ} = \vec{Q} - \vec{P}$ $= \big(-1-2, 4-(-3)\big)$ $= (-3, 7)$
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$a - b = a + (-b)$ $\overrightarrow{PQ} = \vec{Q} - \vec{P} = \vec{Q} + \big(\overrightarrow{-P}\big)$ $= (-1,4) + (-2,3)$ $= (x, y) + (z, r) = (x + y, z + r)$ $= (-3,7)$
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	

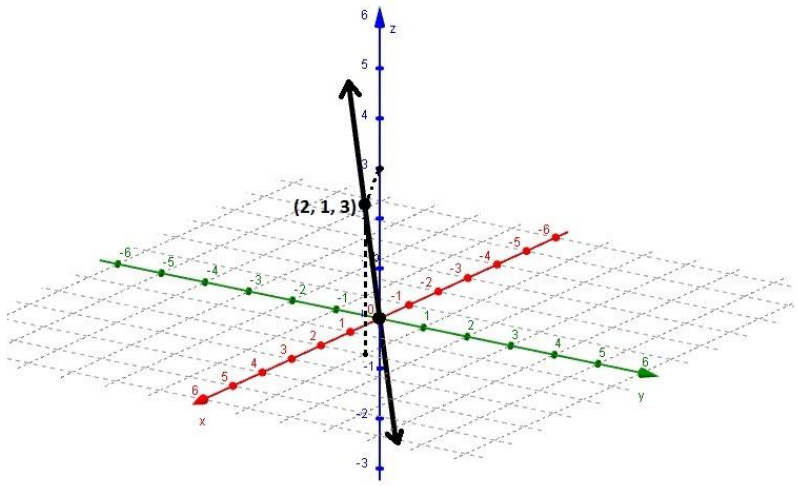
<table>
<tr><td colspan="2">SORU 3: R^3 uzayının $\{(2, 3, x_3) : x_3 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?</td></tr>
<tr><th>Anlama Boyutları</th><th>Örnek Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><td>Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu</td><td>Verilen küme, (2,3,0) noktasından geçen, O_z eksenine paralel olan bir doğrudur.</td></tr>
<tr><td>Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu</td><td>
</td></tr>
</table>

SORU 4: R^3 uzayının $\{(3, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in R\} \cap \{(x_1, x_2, 2) : x_1, x_2 \in R\}$ alt kümesini belirtiniz. Geometrik yeri neresidir?

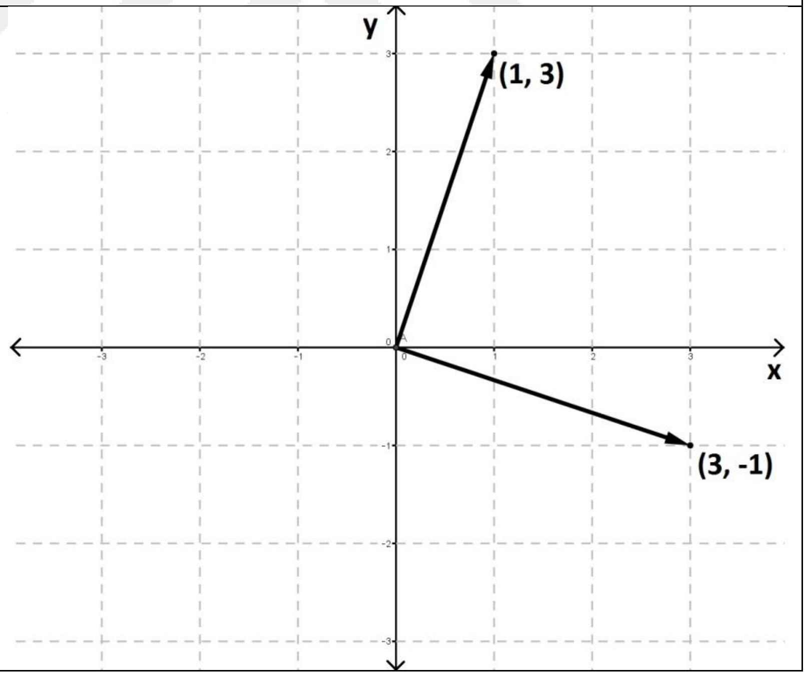
Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	(3,0,0) noktasından geçen ve yoz düzlemine paralel bir düzlem ile (0,0,2) noktasından geçen ve xoy düzlemine paralel bir düzlemin arakesitidir. (3,0,2) noktasından geçen O_y eksenine paralel bir doğrudur.
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$\{(3, x_2, x_3): x_2, x_3 \in R\} \cap \{(x_1, x_2, 2): x_1, x_2 \in R\} = \{(3, x_2, 2): x_2 \in R\}$
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	

SORU 5: H= {(t, -4t, t) : t ϵ R} olduğuna göre H kümesinin, bir alt vektör uzayı olduğunu gösteriniz. Bu alt vektör uzayını geometrik olarak açıklayınız.	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$Örneğin,$ $c = 2, u = (1,-4,1) \ \in H \ ve$ $v = (-1,4,-1) \ \in H \ olsun.$ $\Rightarrow \mathrm{u} + \mathrm{cv} = \big(1 + (-2), -4 + 8, 1 + (-2)\big)$ $\Rightarrow (-1,4,-1) \in H$ $\Rightarrow$ H bir alt vektör uzayıdır. Geometrik olarak başlangıç noktasından ve (1,-4,1) noktasından geçen doğrudur.
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$H \neq \emptyset \ \subset R^3, c \in R, u \in H,$ $v \in H \ olmak$ üzere; $u = (t,-4t,t), v = (s,-4s,s)$ $\Rightarrow \mathrm{u} + \mathrm{cv} = (\mathrm{t} + \mathrm{cs}, -4(\mathrm{t} + \mathrm{cs}), \mathrm{t} + \mathrm{cs})$ $\mathrm{t} + \mathrm{cs} = \mathrm{k}$ olsun $\Rightarrow \mathrm{u} + \mathrm{cv} = (\mathrm{k}, -4\mathrm{k}, \mathrm{k})$ $\Rightarrow \mathrm{u} + \mathrm{cv} \ \in \mathrm{H}$ $\Rightarrow$ H bir alt vektör uzayıdır. Geometrik olarak u = t(1,-4,1)’dir.
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	

SORU 6: R^3 uzayında {(2,1,3)} kümesinin gerdiği (ürettiği) alt vektör uzayını belirtiniz.

Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$S_p = \{(2,1,3)\} = \{t(2,1,3): t \in R\} = \{(2t, t, 3t): t \in R\} = H\ olsun.$ Geometrik olarak başlangıç noktasından ve (2,1,3) noktasından geçen doğrudur.
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	H alt uzayını belirtmek demek, R^3 uzayında gelişigüzel alınan bir u vektörünün H uzayında bulunması için gerek ve yeter şartı bulmak demektir. $u \in R^3$, $u=(u_1,u_2,u_3)$ olsun ve $u \in H$ olması için g.v.y.ş. u vektörünün (2,1,3) vektörünün bir lineer bileşimi olmasıdır. Bunun için u=c(2,1,3) olacak şekilde bir c sayısının var olması gerekli ve yeterlidir. $u_1=2c$, $u_2=c$, $u_3=3c$ lineer denklem sistemi elde edilir. $\begin{bmatrix} 2 & u_1 \\ 1 & u_2 \\ 3 & u_3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & u_2 \\ 0 & u_1 - 2u_2 \\ 0 & u_3 - 3u_2 \end{bmatrix}$ Lineer denklem sisteminin tutarlı olabilmesi için $u_1 - 2u_2 = 0\ ve\ u_3 - 3u_2 = 0\ olmalıdır.$ $t \in R$ olmak üzere, $u_1=2t$, $u_2=t$, $u_3=3t$ olur. ⇒H= {(2t, t, 3t) : t ϵ R} alt vektör uzayıdır. Geometrik olarak u = t(1,-4,1)'dir.
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	

SORU 7: R^2 uzayında $\alpha_1 = (3,-1)$, $\alpha_2 = (1,3)$ olmak üzere $\{ \alpha_1 ,\alpha_2\}$ kümesinin lineer bağımsız olup olmadığını gösteriniz.

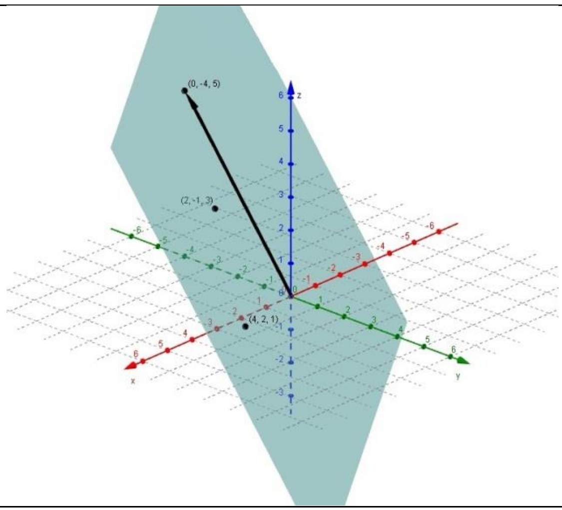
Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$c_1\alpha_1+c_2\alpha_2=0$ eşitliğini doğrulayan en az biri 0 olmayan c_1 ve c_2 sayılarının bulunup bulunmadığına bakılır. $c_1(3,-1)+c_2(1,3)=0$ $3c_1+c_2=0$ ve $-c_1+3c_2=0$ $\begin{bmatrix}3&1&0\\-1&3&0\end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix} \Rightarrow c_1=0\ ve\ c_2=0$ olarak bulunur. Lineer bağımsızdırlar.
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	K^m uzayında $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ vektörlerinin lineer bağımsız olması için $\det(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m) \neq 0$ olması gerekli ve yeterlidir. Bu bakımdan, $\begin{vmatrix}3&-1\\1&3\end{vmatrix} = 10 \neq 0 \Rightarrow$Lineer Bağımsızdır.
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	

SORU 8a: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. u=(a,b,c) olmak üzere u vektörünün H alt uzayında bulunması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz.	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$S_p\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\} = H$olsun. u= (a,b,c) olmak üzere $u \in H$ olması için gerek ve yeter koşul u vektörünün α_1, α_2, α_3 vektörlerinin bir lineer bileşimi olmasıdır. Bunun için u= $c_1\alpha_1+c_2\alpha_2+c_3\alpha_3$ olacak biçimde c_1, c_2, c_3 sayılarının bulunabilmesi gerekli ve yeterlidir.
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	u= $c_1\alpha_1+c_2\alpha_2+c_3\alpha_3$ eşitliğinden, $$0c_1 + 2c_2 + 4c_3 = a$$ $$c_1 + 0c_2 - c_3 = b$$ $$-c_1 - c_2 - c_3 = c$$ Lineer denklem sistemi elde edilir. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & a \\ 1 & 0 & -1 & b \\ -1 & -1 & -1 & c \end{bmatrix} \sim [\quad] \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & b \\ 0 & 1 & 2 & -b-c \\ 0 & 0 & 0 & a+2b+2c \end{bmatrix}$ Lineer denklem sisteminin tutarlı olması için a+2b+2c=0 olmalıdır.

SORU 8b: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. { α_1, α_2, α_3} kümesinde bazı elementer işlemler yaparak bu kümeye denk bir {β_1, β_2, β_3} kümesi bulunuz. Sonra u= (a,b,c) olmak üzere u ϵ Sp{ β_1, β_2, β_3} olması için gerekli ve yeterli koşulu bulunuz.	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ kümesi üzerinde bazı elementer işlemler uygulansın. Birinci vektörle ikinci vektörün yerini değiştirme işlemi e_1, ikinci vektörün -3 katını birinci vektöre ekleme işlemi e_2, birinci vektörün -2 katını üçüncü vektöre ekleme işlemi e_3 ile gösterilsin. Bu işlemler sonucundan $\{(2,-3,2),(0,1,-1),(0,5,-5)\} =$ {β_1, β_2, β_3} olur ve { α_1, α_2, α_3}~{β_1, β_2, β_3}
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$S_p\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = H'$olsun. u= (a,b,c) olmak üzere $u \in H'$ olması için gerek ve yeter koşul u vektörünün β_1, β_2, β_3 vektörlerinin bir lineer bileşimi olmasıdır. Bunun için u= $c_1\,\beta_1+c_2\,\beta_2+c_3\,\beta_3$ olacak biçimde c_1, c_2, c_3 sayılarının bulunabilmesi gerekli ve yeterlidir.
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	u= $c_1\,\beta_1+c_2\,\beta_2+c_3\,\beta_3$ eşitliğinden, $2c_1 + 0c_2 + 0c_3 = a$ $-3c_1 + c_2 + 5c_3 = b$ $2c_1 - c_2 - 5c_3 = c$ Lineer denklem sistemi elde edilir. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & o & a \\ -2 & 1 & 5 & b \\ 2 & -1 & -5 & c \end{bmatrix} \sim [\quad] \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & a+b+c \\ 0 & 1 & 2 & a-c \\ 0 & 0 & 0 & a+2b+2c \end{bmatrix}$ Lineer denklem sisteminin tutarlı olması için a+2b+2c=0 olmalıdır.

SORU 8c: R^3 uzayında α_1 =(0,1,-1), α_2= (2,0,-1), α_3= (4,-1,-1) eşitlikleriyle verilen α_1, α_2 ve α_3 vektörlerini göz önüne alalım. H= Sp{ α_1, α_2, α_3} olsun. (a) ve (b) de bulduğunuz koşullar neden aynı çıktı?	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$u \in H'$ olması koşulu ile $u \in H$ olması koşulu aynı olduğundan $H' = H$ olur. Böyle olmasının nedeni, bir kümede yapılan elementer işlemlerin, o kümenin gerdiği alt vektör uzayını değiştirmemesidir.

SORU 9: R^3 uzayında (2,-1,3), (4,2,1), (0,-4,5) vektörleri sırasıyla α_1 ,α_2, α_3 ile gösteriliyor. Sp$\{\alpha_1, \alpha_2\}$ uzayının bir düzlem olduğunu ve α_3 vektörünün bu düzlemde bulunduğunu gösteriniz.

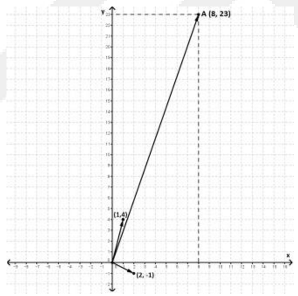
Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$ kümesinde $\alpha_1 \neq 0$ ve $\alpha_2, \alpha_1{}'$in lineer bileşimi değildir. $\Rightarrow\{\alpha_1, \alpha_2\}$ lineer bağımsızdır. $\Rightarrow$Lineer bağımsız iki vektörün gerdiği alt vektör uzayı başlangıçtan geçen bir düzlemdir. α_3 vektörünün $S_p\{\alpha_1, \alpha_2\}$ düzleminde bulunması için gerek ve yeter şart α_3 vektörünün $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ kümesinin lineer bileşimi olmasıdır. Bunun için $c_1\alpha_1+c_2\alpha_2=\alpha_3$ olacak biçimde c_1, c_2 sayılarının bulunabilmesi gerekli ve yeterlidir.
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$c_1\alpha_1+c_2\alpha_2=\alpha_3$ eşitliğinden, $2c_1 + 4c_2 = 0$ $-c_1 + 2c_2 = -4$ $3c_1 + c_2 = 5$ Lineer denklem sistemi elde edilir. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \sim [\quad] \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow c_1 = 2, c_2 = -1$ $\Rightarrow 2\alpha_1-\alpha_2=\alpha_3$ $\Rightarrow$ Bu eşitlik α_3 vektörünün $S_p\{\alpha_1, \alpha_2\}$ kümesinde olduğunu gösterir.
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	

<table>
<tr><td colspan="2">SORU 10: {(-1,1),(2,-5)} kümesinin R^2 uzayının bir tabanı mıdır?</td></tr>
<tr><th>Anlama Boyutları</th><th>Örnek Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><td>Anlamanın Özellik-İspat Boyutu</td><td>Teorem: n boyutlu bir V vektör uzayında n elemanlı $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$ alt kümesi lineer bağımsız bir küme ise bu küme V vektör uzayı için bir tabandır.</td></tr>
<tr><td>Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu</td><td>R^2 uzayının boyutu 2’dir ve
$\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$ ⇒Lineer bağımsızdır.
⇒$\{\alpha_1, \alpha_2\}$ kümesi R^2 uzayının bir tabanıdır.</td></tr>
</table>

SORU 11: V bir vektör uzayı ve $\{\alpha_1, \alpha_2\}$, bu uzayın bir tabanı ise $\{\alpha_1+3\alpha_2, 2\alpha_1-\alpha_2\}$ kümesinin de V uzayının bir tabanı olduğunu gösteriniz.	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$, V uzayının bir tabanı olduğundan ve bu tabanda iki eleman bulunduğundan V uzayının boyutu 2'dir. $\{\alpha_1+3\alpha_2, 2\alpha_1-\alpha_2\}=\gamma$ olsun. γ kümesinin lineer bağımsız olduğu ve $Sp\gamma=V$ olduğu gösterilirse γ'nin V uzayı için bir taban olduğu gösterilmiş olur.
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$c_1(\alpha_1+3\alpha_2)+c_2(2\alpha_1-\alpha_2)=0$ $\Rightarrow(c_1+2c_2)\alpha_1+(3c_1-c_2)\alpha_2=0$ ve $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ lineer bağımsız $\Rightarrow c_1+2c_2=0$ ve $3c_1-c_2=0$ $\Rightarrow c_1=0$ ve $c_2=0$ olmak zorundadır. $\Rightarrow\gamma$ kümesi lineer bağımsızdır.
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	V uzayının boyutu 2'dir. γ kümesinin eleman sayısı da 2'dir ve γ kümesi lineer bağımsızdır. Teoreme göre, n boyutlu bir V vektör uzayında n elemanlı $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ alt kümesi lineer bağımsız bir küme ise bu küme V vektör uzayı için bir tabandır. $\Rightarrow\gamma$ kümesi V uzayının bir tabanıdır.

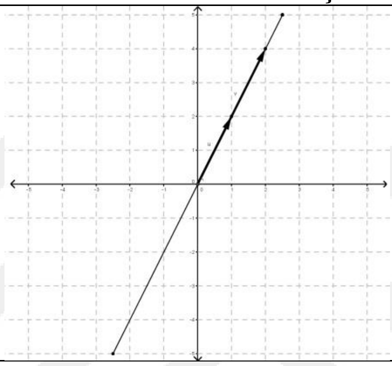
SORU 12: Çobanın biri bir gün merasında koyunlarından birinin eksik olduğunu fark eder. Koyununu arayıp bulmak için iki aracının da park halinde oldu yere gelir ve görür ki araçlarının direksiyonları kırılmış ve araçlardan birinin üzerinde bir not ve bir ip bulmuştur. Notta "Şu an sen O başlangıç noktasındasın, koyunun ise başlangıç noktasına göre A(8,23) noktasında. Araçların tek bir doğrultuda ve tek bir hızla hareket edecek şekilde düzenlendi. Birinci aracın (2,-1) doğrultusunda $\sqrt{5}$ km hızla, ikinci aracın ise (1,4) doğrultusunda $\sqrt{17}$ km hızla yol alabilirler. İp ise hangi aracı kullanacaksan diğerin kullandığın araca bağlayıp çekebilirsin, bu kullandığın aracın hızını etkilemeyecek. Koyununu ya gelir alırsın ya da kokusunu meranda duyarsın." yazıyordu. Çoban lineer cebir bilen sizden yardım istemektedir. Sizce,

a. Bu çoban araçlar sayesinde bulunduğu O noktasından A noktasına varabilir mi?
b. Eğer A noktasına varabiliyorsa hangi araç ile ne kadar süre yol almalıdır?

Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	$(8,23)= t_1(2,-1)+ t_2(1,4)$ $2t_1+t_2=8$ $-t_1+4t_2=23 \Rightarrow t_1=1,\ t_2=6$ (8,23), (2,-1) ve (1,4)'ün lineer bileşimi olarak yazılabilir.
Anlamanın Kullanım-Modelleme Boyutu	Çoban, araçlar sayesinde bulunduğu noktadan A noktasına varabilir. $\sqrt{5}$ km hızla giden araçla 1 saat, $\sqrt{17}$ km hızla giden araçla 6 saat giderek A noktasına varabilir.

SORU 13: Bir güvercin orijinden x ve y eksenin her iki yönünde 5 metre uzaklığa kadar oluşturulan bir karesel alanda yiyecek toplamaktadır. Güvercin bu alanın dışına çıkamamaktadır. Güvercin (1,2) ve (2,4) vektörlerinin farklı kombinasyonlarının oluşturduğu bütün noktalara ulaşabilmekte ve bu noktalardaki yiyecekleri toplayabilmektedir. Buna göre;

a. Bu güvercin bu karesel alanın bütün noktalarına ulaşıp yiyecekleri toplayabilir mi? Neden?

Anlama Boyutları	Örnek Çözüm Süreci
Anlamanın Temsil-Metafor Boyutu	
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	(2,4)=t(1,2) ⇒t=2 Birbirinin katı olduğu için lineer bağımlıdır ve düzlem belirtmez.
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	Lineer bağımsız iki vektörün gerdiği alt vektör uzayı başlangıçtan geçen bir düzlem belirtir. Buradaki vektörler lineer bağımsız olmadığı için düzlem belirtmez.
Anlamanın Kullanım-Modelleme Boyutu	Vektörler lineer bağımlı olduğu için düzlem belirtmez ve oluşan karesel alandaki bütün noktalara ulamaz. Doğru parçası boyunca yem yiyebilir.

SORU 13b: Bu güvercin maksimum ne kadar uzunluktaki bir doğru boyunca yiyecek toplayabilir?	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	Doğru parçasının boyu, $\left(\frac{5}{2},5\right)$ ve $(-\frac{5}{2},-5)$ noktaları arasındaki uzaklığa eşittir. $\Rightarrow 5\sqrt{5}$
Anlamanın Kullanım-Modelleme Boyutu	Güvercin, maksimum doğru parçasının boyunca yani $5\sqrt{5}$ birim yiyecek toplayabilir.

SORU 13c: Bu güvercinin bu alandaki bütün yiyecekleri toplayabilmesi için yeni vektörler seçiniz.	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	Lineer bağımsız iki vektörün gerdiği alt vektör uzayı başlangıçtan geçen bir düzlem belirttir. Bu bakımdan seçilecek vektörlerin lineer bağımsız olması gerekir.
Anlamanın Beceri-Algoritma Boyutu	Örnek olarak, {(-1,1),(2,-5)} vektörleri seçilirse, Bu vektörler lineer bağımsızdır ve başlangıç noktasından geçen bir düzlem belirtir.
Anlamanın Kullanım-Modelleme Boyutu	Güvercin {(-1,1),(2,-5)} vektörlerinin seçilmesi ile alandaki bütün yiyecekleri toplayabilir.

<table>
<tr><td colspan="2">SORU 13d: Bir ve üçüncü sorulardaki vektörlerle ilgili ilişkiyi tartışınız ve bu iki problemde bulduğunuz farklılığı açıklayınız.</td></tr>
<tr><th>Anlama Boyutları</th><th>Örnek Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><td>Anlamanın Özellik-İspat Boyutu</td><td>Birinci soruda verilen vektörler lineer bağımlı olduğu için doğru belirtmektedir. Üçüncü soruda seçilen vektörler lineer bağımsız oldukları için düzlem belirtir.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">SORU 15: “K^m uzayında $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ vektörlerinin lineer bağımsız olması için $\det(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m) \neq 0$ olması gerekli ve yeterlidir.” teoremini ispatlayınız.</td></tr>
<tr><th>Anlama Boyutları</th><th>Örnek Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><td>Anlamanın Özellik-İspat Boyutu</td><td>K^m uzayında,

$\alpha_1=(\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \ldots, \alpha_{1m})$
$\alpha_2=(\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \ldots, \alpha_{2m})$
$\ldots$
$\alpha_m=(\alpha_{m1}, \alpha_{m2}, \alpha_{m3}, \ldots, \alpha_{mm})$

şeklinde tanımlansın. Bu vektörlerin lineer bağımsız olup olmaması, $\sum_{i=1}^{m} c_i\alpha_i = 0$ eşitliğini doğrulayana c_1, c_2, …, c_m sayılarından en az biri sıfırdan farklı olmak üzere bulunup bulunmamasına bağlıdır.
$\sum_{i=1}^{m} c_i\alpha_i = 0$ eşitliğinde α_i’ler yerine yazılırsa,
$\alpha_{11}c_1 + \alpha_{21}c_2 + \cdots + \alpha_{m1}c_m = 0$
$\alpha_{12}c_1 + \alpha_{22}c_2 + \cdots + \alpha_{m2}c_m = 0$
$\ldots$
$\alpha_{m1}c_1 + \alpha_{m2}c_2 + \cdots + \alpha_{mm}c_m = 0$
lineer denklem sistemi elde edilir. Bilinmeyen sayısı denklem sayısına eşittir.

⇒A katsayılar matrisi olmak üzere,
$\det A \neq 0$ olsun. $Ac = 0$ olur ve $\det A \neq 0$ olduğunda A tersinir bir matristir.
⇒ $Ac = 0$, lineer denklem sisteminin bir ve yalnız bir çözümü vardır. Bu çözüm $A^{-1}0$ matrisinin belirttiği sıralı n’lidir ve $A^{-1}0$ matrisinin belirttiği sıralı n’linin (0,0,…,0) olduğu aşikardır.
⇒ $c_1 = 0, c_2 = 0, \ldots, c_m = 0$’dır.
⇒ $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$ kümesi lineer bağımsızdır.

⇐$\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$ lineer bağımsız olsun.
⇐ $c_1 = 0, c_2 = 0, \ldots, c_m = 0$’dır.
⇐genişletilmiş matris $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \ldots & 0 & 0 \\ & \vdots & & & \\ 0 & 0 & 0 \ldots & 1 & 0 \end{bmatrix}$
⇐A birim matris
⇐A tersinir
⇐ $\det A \neq 0$</td></tr>
</table>

SORU 16: "Rn'de n elemanlı { α_1, α_2, …, α_n } alt kümesi lineer bağımsız bir küme ise bu küme V vektör uzayı için bir tabandır." teoremini ispatlayınız.	
Anlama Boyutları	**Örnek Çözüm Süreci**
Anlamanın Özellik-İspat Boyutu	$Sp\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$= H olsun. $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ kümesi H alt uzayını gerdiğinden ve lineer bağımsız olduğundan H'nın bir tabanıdır. H=V olduğu gösterilmelidir. $u \in V$ ve $u \notin$ H olacak biçimde bir u vektörünün olduğu kabul edilsin. ⇒ $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, u\}$ kümesi lineer bağımsız olmak zorundadır (u kendinden önce gelenlerin lineer bileşimi değil ve $\alpha_1 \neq 0$) ⇒Bu durum, V'de n+1 elemanlı lineer bağımsız bir alt küme olduğu anlamına gelir. V uzayının boyutunun n olduğu bilindiğinden, V uzayında n'den daha çok sayıda elemanı bulunan lineer bağımsız bir alt küme bulunamaz. ⇒ $u \in V$ ve $u \notin$ Holacak şekilde bir u vektörü yoktur. ⇒H=V ⇒ $Sp\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$=V olduğu gösterilmiş olur. $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ kümesinin lineer bağımsız olduğu da verildiğinden bu küme V2nin bir tabanıdır.

<table>
<tr><td colspan="2">SORU 17: “V bir vektör uzayı ve H, V’nin boş olmayan bir alt kümesi olsun. H alt kümesinin V’nin bir alt uzayı olması için gerekli ve yeterli koşul $c \in R$, $u \in H$, $v \in H$ için $u+cv \in H$ olmalıdır.” ispatlayınız.</td></tr>
<tr><th>Anlama Boyutları</th><th>Örnek Çözüm Süreci</th></tr>
<tr><td>Anlamanın Özellik-İspat Boyutu</td><td>$\forall c \in R, \forall u, v \in H$ için $u + cv \in H$ önermesinin doğru olduğunu varsayalım.

Bu önermede özel olarak c=1 alınsın. $\forall u, v \in H$için
$u + v \in H$elde edilir.
$\Rightarrow$H kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.

Bu önermede özel olarak c=-1 ve v yerine u alınsın.
$u + (-1)u \in H$ elde edilir.
$(-1)u= -u \Rightarrow u+(-1)u=0$’dır.
R cisminin her c elemanı ve H’nın her u vektörü için,
$0 + cu \in H$ olur.
$0 + cu = cu$ olduğundan $cu \in H$ olur.
$\Rightarrow$H kümesi skalarla çarpma işlemine göre kapalıdır.</td></tr>
</table>

EK 8: USISKIN MAİL

dimensions of understanding (6) People ★

Deniz Karde Dear Usiskin, My name is Deniz Kardeş Birinci. I am a research assistant at the department of primar 02/19/14 at 3:41 PM ★

Zalman Usiskin Dear Deniz: I would be happy to receive questions from you regarding dimensions of understanc 02/19/14 at 5:32 PM ★

Deniz Karde Dear Usiskin, First of all, I am so happy to receive your e-mail. I do like to thank you very much for re 02/22/14 at 6:34 PM ★

Zalman Usiskin <z-usiskin@uchicago.edu> 02/22/14 at 10:38 PM ★
To Deniz Karde

Dear Deniz:

I assume you have read the paper I presented at ICME-12. In that paper there are the following sentences:
"We in education act both as behaviorists and cognitivists. We view "understanding" as something that goes on in the brain without external actions yet we want students to exhibit their understanding by responding to tasks we present before them. Specifically, as behaviorists, we want students to answer questions correctly and sometimes do not care how they got their answers. As cognitivists, we want to know what students are thinking as they work with mathematics and we ask students to show their work."
This relates to the dilemma that your supervisor has. How do we know a person understands anything unless we give that person tasks to do that exhibit that understanding? So many times we may think a person understands something, then we ask a question and we find that the person does not possess the understanding we thought the person had. When examining understanding of a particular concept, you must look for more than the answer to a question; you must look at the process. Careless mistakes do not void understanding. A person can quite fully understand an idea but make errors in some process. Also, a person can have a full grasp of one dimension (for instance, skill-algorithm understanding) and have little grasp of any other dimension.

I hope this response is useful to you.

Zalman Usiskin