T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

LİSE ÖĞRENCİLERİNİN KARMAŞIK SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAMSAL VE İŞLEMSEL BİLGİLERİNİN ANTROPOLOJİK DİDAKTİK TEORİSİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Adem KIRMIZIGÜL

İstanbul, 2017

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

LİSE ÖĞRENCİLERİNİN KARMAŞIK SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAMSAL VE İŞLEMSEL BİLGİLERİNİN ANTROPOLOJİK DİDAKTİK TEORİSİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Adem KIRMIZIGÜL

Danışman:
Yrd.Doç. Dr. Ali Rıza KÜPCÜ

İstanbul, 2017

Tüm kullanım hakları
M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü’ne aittir.
©2017

ONAY

Adem KIRMIZIGÜL tarafından hazırlanan "Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin Antropolojik Didaktik Teorisi Bağlamında İncelenmesi" konulu bu çalışma 11 Eylül 2017 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jüri tarafından başarılı bulunmuş ve yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	**İmza**
TEZ DANIŞMANI	Yrd. Doç. Dr. Ali Rıza Küpcü	
JÜRİ ÜYESİ	Yrd. Doç. Dr. Orhan Çanakçı	
JÜRİ ÜYESİ	Yrd. Doç. Dr. Mesut Tabuk	

ÖZGEÇMİŞ

Öğrenim	
2000-2004	: İzmir Anadolu Öğretmen Lisesi
2005-2010	: Yeditepe Üniversitesi
Mesleki Deneyim	
2010-2016	: Matematik Öğretmeni, Kuleli Askeri Lisesi
İletişim Bilgileri	
E-posta	: adem.kirmizigul@hotmail.com

ÖNSÖZ

Karmaşık sayılar matematik öğretim programında öğrenciler tarafından anlaşılması güç olan, kafa karışıklığı oluşturan önemli bir konu olmasının yanında aslında günlük hayatın çok önemli yerlerinde bulunmaktadır. Bu çalışmada, karmaşık sayıların lise öğrencileri tarafından nasıl anlamlandırıldığı ve bu kavramlarda nasıl performans sergilediklerini, karmaşık sayılar kavramı ile ilgili düşünce izlerini inceledim. Lise matematik eğitimi araştırmaları çerçevesinde yürüttüğüm bu araştırmanın sonuçlarını paylaşmaktan mutluyum, karmaşık sayılara konusunun daha da aydınlatılması için diğer çalışmalara ışık tutacağı kanaatindeyim.

Yüksek lisans tezimin şekillenmesinden sonuçlanmasına kadar her aşamasında bilgi ve tecrübesiyle yol gösteren, gündüz-gece gözetmeksizin değerli vaktini ayıran danışman hocam Yrd.Doç. Dr. Ali Rıza Küpcü'ye; çalıştığım kurumda bana bu tezi yazmak için destek veren değerli insanlara, annem ve kardeşlerime çok teşekkür ederim.

En büyük moral ve motivasyon kaynağım, can yoldaşım eşime sonsuz teşekkürler…

Ağustos 2017 Adem KIRMIZIGÜL

ÖZET

Literatürde karmaşık sayılar ile ilgili çalışmaların az sayıda olması bu çalışmanın önemini arttırmaktadır. Karmaşık sayıların lise öğrencilerinin zihninde ki kavram imgeleri, bu imgeleri problem çözme sürecinde nasıl kullandıkları ve karmaşık sayılar kavramı ile ilgili düşünce izlerini inceleyen bu araştırma da, karmaşık sayılar testi, öğretmen görüşleri, öğrenci görüşleri, doküman analizi yolu ile toplanan veriler analiz edilmiş ve tartışılmıştır.

Çalışma, nitel-yorumlayıcı paradigmaya sahiptir. Katılımcılar, olasılıksız örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme tekniği ile belirlenmiş olup 2015-2016 eğitim-öğretim yılında, bir devlet lisesinin 12.sınıfında yer alan üç şubeden toplam 40 tane öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geçerlik ve güvenirliği sağlanan karmaşık sayılar testi, öğretmen ve öğrenci görüşmeleri, doküman analizi kullanılmıştır. Elde edilen veriler, betimsel istatistik kullanılarak analiz edilmiş, içerik analizi ile yorumlanmıştır.

Karmaşık sayılar testi, öğretmen görüşleri, öğrenci görüşleri ve doküman analizi yöntemleriyle elde edilen veriler İçerik analizi ile yorumlandıktan sonra verilerden elde edilen bulgular veri toplama araçları bağlamında ele alınmıştır. Bu başlıklar altında yazılan bulgulardan sonra tartışma sonuç ve öneri kısmına geçilmiştir. Tartışma kısmına geçildiğinde araştırma soruları bağlamında incelenmesi uygun görülmüştür. Tartışma kısmı incelenirken antropolojik didaktik teori bağlamında doğal sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bu çalışmanın, ortaya çıkan sonuçlar bağlamında literatürde önemli bir boşluğu dolduracağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Karmaşık Sayılar , Kavram Tanımı, Kavram İmgesi, Antropolojik Didaktik Teori

ABSTRACT

It is the fact that the number of studies on complex numbers is from which makes this study more important. In this study, I examined the concept image in high school students' minds', how they use those images in solving problems and their ideas related to concept of complex numbers. In order to do this, a test of complex numbers, views of teachers and students and the data collected via document examination were analyzed and discussed.

The study has a quality interpretative paradigm. Participants consisting of 40 12th grade students from three different sections of a state school, were selected by purposeful sampling technique which is one of the prospectless sampling technique.

As the medium of the data collection, complex numbers test which was proceed to be valid and realiable by the researcher. Student and teacher interviews and document analysis were used. The data acquired was analyzed by descriptive analysis and interpreted by content analysis.

The data obtained by complex numbers test, student and teacher interviews and document analysis were interpreted by content analysis and then the findings were evaluated within the findings under these headings, discussion and conclusions and recommendations were written. The discussion part was done within the frame of research questions while analyzing the discussions part, normal result were reached in term of anthropological didactic theory. İt is believed that this research will fill a great gap with its' findings.

Keywords: Complex Numbers, Concept Definition, Concept İmage, Anthropological Didaktic Theory

İÇİNDEKİLER

ÖZGEÇMİŞ …………………………………….. i

ÖNSÖZ……………………………………………………………………………….. ii

ÖZET………………………………………………………………………………… iii

ABSTRACT………………………………………………………………………….. iv

İÇİNDEKİLER……………………………………………………………………….. v

TABLO LİSTESİ…………………………………………………………………….. ix

ŞEKİLLER LİSTESİ……………………………………………………………… xi

KISALTMALAR……………………………………………………………………... xii

BÖLÜM I…………………………………………………………………………. 1

1.1 Problem Durumu…………………………………………………………………. 1

1.2. Araştırmanın Amacı……………………………………………………………….. 3

1.3 Araşrırma Soruları…………………………………………………………………... 3

1. 4. Araştırmanın Önemi……………………………………………………………….. 4

1.5.Sınırlılıklar…………………………………………………………………………... 5

1.6. Varsayımlar………………………………………………………………………….. 5

BÖLÜM II:İLGİLİ ALAN YAZI……………………………………………………….. 6

2.1. Kavramsal Bilgi……………………………………………………………………….. 6

2.2. İşlemsel Bilgi…………………………………………………………………………….. 7

2.3.Kavram İmgesi ve Kavram Tanımı………………………………………………… 9

2.4. Kavram Haritaları………………………………………………………………….. 10

2.5. Antropolojik Didaktik Teori…………………………………………………………... 11

2.5.1. Obje İle Kurumsal İlişki…………………………………………………………... 12

2.5.2. Obje İle Bireysel İlişki……………………………………………………………….. 13

2.5.3. Bilginin Ekolojisi…………………………………………………………………….. 14

2.5.4. Ortam (Millieu)………………………………………………………………………. 15

2.6. Karmaşık Sayılar………………………………………………………………………. 16

2.6.1. Karmaşık Sayılar ve Görselleme………………………………………………. 17

2.6.2. Karmaşık Sayılarda Öğrenme Güçlüğü………………………………………… 18

2.6.3. Karmaşık Sayılarda Yapılan Hatalar…………………………………………… 18

2.6.4. Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgılar………………………………………... 19

2.6.5. Karmaşık Sayılar Öğretiminde Olası Yaklaşımları…………………………….. 20

2.6.5.1. Karmaşık Sayılar Öğretme Yaklaşımlarının Avantajları ve Dezavantajları….. 22

2.7. Araştırma Sorularının Doğuşu…………………………………………………… 24

BÖLÜM III:YÖNTEM…………………………………………..………………………. 25

3.1. Araştırma Modeli…………………………………………………………………… 25

3.1.1.Paradigma…………………………………………………………………………….. 25

3.1.2.Nitel Araştırma……………………………………………………………………….. 26

3.1.3.Araştırma Deseni……………………………………………………………………... 27

3.2.Çalışma Grubu……………………………………………………………………… 28

3.3.Veri Toplama Süreci……………………………………………………………… 29

3.3.1 Karmaşık Sayılar Testi(KST)……………………………………………….. 30

3.3.2. Görüşme…………………………………………………………………………… 32

3.3.2.1. Yarı Yapılandırılmış Görüşme……………………………………………….. 32

3.3.3. Doküman Analizi…………………………………………………………………….. 33

3.4. Verilerin Çözümlenmesi ve Yorumlanması………………………………………... 34

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği……………………………………………... 34

BÖLÜM IV:BULGULAR………………………………………………………………. 37

4.1. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Açısından Elde Edilen Bulgular: Karmaşık Sayılar Testi 37

4.1.1. Karmaşık Sayılar Testi Performansları……………………………………………. 38

4.1.2 Karmaşık Sayılar Testi İkinci Aşama Analizi……………………………………... 41

4.2. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Açısından Elde Edilen Bulgular: Öğrenci Görüşmeleri…………………………………… 46

4.3. Öğretmen Perspektifinden Elde Edilen Bulgular: Öğretmen Görüşmeleri…………… 57

4.4. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Açısından Elde Edilen Bulgular: Kavram Haritaları……………………………………… 65

4.4.1.Karmaşık Sayılar Kavram Haritaları Şekil İncelemesi…………………………….. 65

4.4.2.Karmaşık Sayılar Kavram Haritaları İçerik İncelemesi…………………………..... 68

4.5. Değişen Öğretim Programlarında Karmaşık Sayıların Diğer Matematiksel Kavramlar İle Olan İlişkisi Açısından: Doküman Analizi……………………………………….... 70

4.5.1. 2011 Yılında 4 saatlik ve 2 saatlik Değişen Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları……………………………………… 70

4.5.2. 2013 Yılı Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları………………………………………………………………………… 73

4.5.3. 2005-2013 Yılları Arasında Basılan Ders Kitaplarının Karmaşık Sayılar Öğretim Programı Bağlamında İncelenmesi…………………………………………….. 74

4.5.4. 2005-2013 Yılları Arasında Basılan Ders Kitaplarının Karmaşık Sayılar Öğretim Programı Bağlamında İncelenmesi…………………………………………….. 76

BÖLÜM V: TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER……………………………………. 77

5.1. Tartışma………………………………………………………………………….. 77

5.1.1. Öğretmen Perspektifinden……………………………………………………… 77

5.1.1.1. Öğrencilerin Karmaşık Sayılara Olan Yaklaşımının Değerlendirilmesi Nasıldır?.. 77

5.1.1.2. Karmaşık Sayıların Lise Matematik Öğretim Programındaki Yerinin Değerlendirilmesi Nasıldır?.. 80

5.1.2. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Nasıldır?... 80

5.1.3. Değişen Öğretim Programlarında Karmaşık Sayıların Diğer Matematiksel Kavramlar İle Olan İlişkisi Nasıldır?... 81

5.1.4. Ekoloji-Habitat-Niş Açısından……………………………………………… 83

5.1.4.1 Karmaşık Sayıların Öğrencilerin Zihinlerindeki Yeri Kavram Ve Problem Çözme Süreci Bağlamında Nasıldır?.. 83

5.1.4.2. Karmaşık sayıların öğretmenlerin pedagojik stratejilerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında nasıldır?.. 85

5.2 Sonuç……………………………………………………………………………... 87

5.3. Öneriler…………………………………………………………………………... 88

KAYNAKÇA………………………………………………………………………………… 89

EKLER……………………………………………………………………………………….. 99

7.1. Karmaşık sayı testi............................……………………………………………….. 99

7.2.Görüşmeler……………………………………………………………………..... 100

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 3.1 KST'nin Kategori Analizi Kodları

Tablo 3.2. Karmaşık Sayılar Testindeki Her Bir Sorunun Ölçmeyi Hedeflediği Beceriler

Tablo 4.1: Karmaşık Sayı Testi'nin Cevap Kategorileri

Tablo 4.2. Karmaşık Sayı Testi Performans Frekansı ve Yüzdeleri

Tablo 4.3. Öğrencilerin Cebirsel Beceri Durum Tablosu

Tablo 4.4. Karmaşık Sayıların Ortaya Çıkış Sebepleri

Tablo 4.5. "i"nin Karmaşık Düzlemdeki Yeri

Tablo 4.6. Karmaşık Sayıların Sayı Sistemindeki Yeri

Tablo 4.7. Öğrencilere Sorulan 4.Soruda Genel Olarak Düşünülen Kavramlar.

Tablo 4.8. Karmaşık Sayıların Günlük Hayat Kullanım Yeri

Tablo 4.9. Öğrencilerin 7. Soruya Verdikleri Cevaplar

Tablo 4.10. Görüşme Yapılan Öğretmenlerin Tecrübe Durum Tablosu

Tablo 4.11 Öğretmenlerin Matematik Öğretim Programındaki Karmaşık Sayıların Yeri Hakkındaki Düşünceleri

Tablo 4.12. Öğretmenlerin 2. Soruya Verdikleri Cevaplar

Tablo 4.13. Öğretmenlerin Gözünde Öğrencilerin Karmaşık Sayı Algıları

Tablo 4.14. Karmaşık Sayılar Kavram Haritaları Şekilleri

Tablo 4.15. Kavram Haritalarının 2. Kategori Analizi Kodları

Tablo 4.16. 2011 Yılı 11. Sınıf 4 saatlik Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları

Tablo 4.17. 2011 Yılı 2 saatlik Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları

Tablo 4.18. 2013 Yılı 10 Sınıfına Ait "İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar" ve "Polinomlar" Ünitelerinin Alt Öğrenme Alanları Ve Kazanımları

Tablo 4.19. 2013 yılı 10 Sınıfında Gösterilen Karmaşık Sayıların Anlatış Sırası

Tablo.4.20. 2005-2013 Yılları Arasında Basılan Bir Kitap İle Özel Bir Yayınevi Tarafından Çıkan İki Ders Kitabının Karmaşık Sayıları Verdiği Sıralar

Tablo 5.1. Karmaşık Sayılar Objesi ile Kurum Arası İlişkiler

Tablo 5.2. 2005-2013 Arası ve 2013’ten Günümüze Olan Karmaşık Sayılar

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1: KST4'e verilen doğru cevap örneği

Şekil 4.2: KST1'e verilen doğru cevap örneği

Şekil 4.3: KST Performans yüzdeleri

Şekil 4.4: KST'de Verilen Kısmi Cevapların 2. Kategori Analiz Yüzdeleri

Şekil 4.5: KST'de Verilen Yanlış Cevapların 2. Kategori Analiz Yüzdeleri

Şekil 4.6: KST4'e Verilen Yanlış Cevap Örneği

Şekil 4.7: KST7'ye Verilen Yanlış Cevap Örneği

Şekil 4.8: KST3'e Verilen Kısmi Cevap Örneği

Şekil 4.9: KST9'a Verilen Doğru Yanlış Cevap Örneği

Şekil 4.10: KST6'ya Verilen Yanlış Cevap Örneği

Şekil 4.11: KST9'a Verilen Kısmi Cevap Örneği

Şekil 4.12: KST7'a Verilen Kısmi Cevap Örneği

Şekil 4.13. Ö1'in Diyagramı

Şekil 4.14. Ö2'in Diyagramı

Şekil 4.15. Ö3'Ün Diyagramı

Şekil 4.16. Ö4'Ün Diyagramı

Şekil 4.17 Ö5'in Diyagramı

Şekil 4.18. Ö6'nın Diyagramı

Şekil 4.19. Ö7'nin Diyagramı

Şekil 4.20. Ö8'in Diyagramı

Şekil 4.21: Öğrenci Kavram Yüzdeleri

Şekil 4.22: Karmaşık Sayı Kavram Yüzdeleri

Şekil 4.23. MEB 11. Sınıf Karmaşık Sayılar Konusu Giriş Etkinliği

Şekil 5.1. Antropolojik Didaktik Teori Bağlamında Öğrenci Zihninde Karmaşık Sayılar

Şekil 5.2. 2013-2016 Arası Karmaşık Sayıların Antropolojik İncelemesi

KISALTMALAR

DC : Doğru Cevap

YC : Yanlış Cevap

KC : Kısmi Cevap

B : Boş Cevap

f : Frekans

NCTM: National Teacher Council of Mathematics

ADT : Antropolojik Didaktik Teori

KST : Karmaşık Sayılar Testi

BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu kısımda, çalışmanın ana hatlarına yani, problem durumu, amacı, soruları, önemi, varsayımları ve sınırlılıklarına değinildi.

1.1. Problem Durumu

Matematik bilimler içerisinde vazgeçilmez olanlardandır. Bütün diğer disiplinlerde ortak kullanılan bir dil olan matematiğin içerisinde cebir, resimlerle çizimler, zihinde düşünüp yansıtma hatta bazen zihinde düşünüp yansıtmama gibi kavramlar vardır. Dolayısıyla, matematikte bir süreç vardır. Kavramları yapılandırırken, oluştururken ve problem durumunu ortaya çıkarırken her zaman bir süreç durumu vardır. Bu süreçte görselleme kavramıyla ilgilidir.

Matematikteki görselleme kavramı psikoloji alanında kullanılan "zihinde oluşan şekli biçimlendirme" yönünden farklılık göstermektedir (Sevimli, 2009). Görselleme yaklaşımını matematikçiler ve matematik eğitimcileri farklı biçimlerde açıklamışlardır. Matematik eğitiminde, görsellemeyi bir süreç, araç ya da bu sürecin sonunda ortaya çıkan bir ürün olarak tanımlayan araştırmacıların ortak yanları olsa da, görselleme kavramı tek bir kuramsal çerçeve içerisine oturtulmamıştır (Gutiérrez, 1996). Görselleme, hayal edilen nesnelerin uzamsal beceri ve sezilerin birbirini etkilemesiyle oluşan bir süreç olarak tanımlamıştır (Bishop1980). Kruteskii (1976) ise ,görselleme kavramını, soyut düşüncelerin somutlaştırılması ya da resmedilmesi olarak ifade etmektedir. Görselleme, görülmeyen bir kavramın görülebilmesi için bir yöntem (Zimmermann ve Cunningham, 1991) olarak ifade edilebileceği gibi yerinde doğru sembolik temsiller ile doğru olamayan sezgisel düşünceler arasındaki kargaşadan ortaya çıkan çözüm yolu olarak da düşünülebilir diğer bir deyişle görselleme bir kurgulama becerisi, süreci ve ürünü olarak ta tanımlanabilir (Arcavi, 2003). Burada dikkat çeken nokta birçok insan tarafından görsellemenin aslında kâğıt üzerine çizilmiş resim veya matematiksel şekil ya da soru sorulmasında çizilen şekiller olarak algılanması ya da hayal etme olarak anlatılan görsellemenin bir süreç olduğu vurgulanmaktadır. Görselleme kağıt üzerindeki şekil değil, onların zihinle temasından ürüne kadar geçen süreçtir. Dolayısıyla bu süreçte gerçekleşebilecek en önemli olay kişinin var olan bilgilerini ilişkilendirip, herhangi bir şekilde kâğıda veya teknolojik bir araca yansıtmasıdır.

Matematiksel görselleme matematikçiler ve matematik eğitimcileri tarafından bir amaç olarak gösterilmemektedir (Olkun,2003). Bu bağlamda görselleme bir araç olarak kullanılmaktadır. İnsan zihninin yazı üzerinde göstermekte ya da zihinde tahayyül etmekte zorlandığı bazı kavramları, ilişkilendirme sürecinin sonucunda görselleme yaparak daha kolay bir şekilde kavradığı görülmektedir. Guzman ve Kouri (2002) tarafından içerisinde diyagram kullanılan görselleme kavramı; zihnimizdeki nesnelerin ortak özelliklerini ve ilişkilerini şema halinde sunup düşünme sürecine fayda sağlayan görselleme çeşidi olarak tanımlamıştır. Buna örnek olarak olasılık konusunda her matematikçinin kendine özgü oluşturduğu ağaç şemasına dikkat çekmiştir.

Guzman ve Kouri'nin (2002) bahsettiği ağaç şemasına benzer şekilde matematiğin konu içeriğine, metaforlara, sembollere, sistemlere ve amaçlarına göre kendine özgü bir dili vardır (Pimm,1995). Matematik eğitiminin gelişmesi için lise dengi ve sonraki eğitimde yapılandırmacı yaklaşım yani öğrenci merkezli yaklaşım, ilişkilendirerek öğrenme, çoklu temsil ve görselleme gibi stratejilerin kullanılması tavsiye edilir. Bu kavramların birçok kavram gibi, matematiğin birçok konusunda faydalı olabileceği tartışılmaktadır. Matematik eğitimindeki araştırmalar, karmaşık sayıları anlatırken geometrik ve cebirsel temsilleri kullanmaktadır (Panaoura, Elıa, Gagatsıs ve Gıatılıs,2006). Riding ve Wigley' e göre (1997), öğrenci performanslarını etkileyen ve farklı temsilleri birleştiren birden çok bilişsel öğrenme stilleri vardır. Bilişsel öğrenme stilleri ile geometrik ve cebirsel temsiller karmaşık sayılar gibi, farklı temsillerin kullanılmaya müsait bir konuda önemli bir yere sahip olabileceği görülebilmektedir.

Karmaşık sayıların gelişimini anlamak ve rasyonel sayı, reel sayı ve karmaşık sayı sistemlerinin karşılaştırılıp, mukayese edilmesi için ikinci dereceden denklemlerin çözümlerinin incelenmesi (NCTM,2000) ve karmaşık sayılar kavramının tamamen anlaşılmasında bazı diğer yardımcı matematiksel kavramlarının da kullanılması gerekliliğini görüyoruz. Yani, karmaşık sayılar gibi çok fazla üzerinde durulmayan, popüler olamayan bir konu aslında içerdiği kavramların diğer matematiksel kavramlar ile ilişkilerinin incelenmesiyle kavram imgeleri bağlamında yeterince zengin içeriğe sahip olduğu bahsedilmektedir (Panaoura, Elıa, Gagatsıs ve Gıatılıs, 2005).

Sonuç olarak, bu çalışmada karmaşık sayıların matematiğin neresinde olduğu, öğrencilerin karmaşık sayılar kavramına ait zihinlerinde var olan yapıları araştırmak, bunu araştırırken karmaşık sayıların diğer kavramlarla olan bağlantılarını inceleyip, bu bağlantıları detaylıca ele almak ve her bağlantıyı anlamlandırmak istenmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada karmaşık sayıların matematiğin neresinde olduğu, ayrıca öğrencilerin zihninde var olan karmaşık sayı kavramı ve imgelerinin nasıl bulunduğu antropolojik didaktik teori bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3. Araştırma Soruları

Nitel çalışmaların birçoğunda araştırma sorusu araştırmayı derinleştirmeye ve bazı konu ile ilgili bazı kavramları yeniden ifade etmeye dayalı bir durum içerir, yani araştırma soruları araştırmanın başında belirlenmez (Yıldırım ve Simsek, 2008, s.91). Araştırma sorusu, problem durumu ve çalışmanın amacını tanımlamalı ve elde edilecek olası veriler ile cevaplanabilecek nitelikte olmalıdır. Araştırma sorusu, üzerinde durulan konunun problem cümlesi şekline getirilmiş halidir (Çepni,2010). Yani var olan durumu olduğu gibi göstermek, sebep sonuç ilişkilerini belirlemek, parametreler arasındaki ilişkilerin seviyesini belirlemek, diğerleriyle karşılaştırmak, standartlara uygunluğunu kontrol etmek gibi farklı amaçlar dikkate alınarak araştırma sorusu belirlenebilir. Araştırma sorusu, araştırmacı için rehber kılavuz niteliğinde ve keskin olmayan ifadelerle araştırmacıya esneklik sağlayacak biçimde açık uçlu biçimde yapılandırılmalıdır; daha sonra veri toplama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı çalışmanın sorularını daha detaylı ve kapalı uçlu sorulara doğru indirgeyebilir. Bu çalışmanın odağını öğrencilerin karmaşık sayılar kavramını zihinlerde nasıl algıladıkları formu oluştururken araştırma soruları şöyle şekillenmiştir:

1. Öğretmen perspektifinden;

   a. Öğrencilerin karmaşık sayılara olan yaklaşımının değerlendirilmesi nasıldır?
   b. Karmaşık sayıların lise matematik öğretim programındaki yerinin değerlendirilmesi nasıldır?

c. Karmaşık sayıların öğretmenlerin zihinlerindeki yeri nedir?

2. Lise öğrencilerinin karmaşık sayı algısının matematiksel kavramlarla olan ilişkisi nasıldır?

3. Değişen öğretim programlarında karmaşık sayıların diğer matematiksel kavramlar ile olan ilişkisi nasıldır?

4. Ekoloji-Habitat-Niş açısından;

a. Karmaşık sayıların öğrencilerin zihinlerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında nasıldır?

b. Karmaşık sayıların öğretmenlerin pedagojik stratejilerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında nasıldır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Karmaşık sayılar konusu ders kitaplarına bakıldığında genel olarak *i* sayısının kuvvetlerinden başlıyor, standart gösterimle devam edip, kutupsal gösterimle konu detaylandırılıyor. Yani, ders kitaplarındaki karmaşık sayılar ile ilgili verilen problemler incelendiğinde, karmaşık sayıların sadece kendine has özellikleri olan bir konu olmadığı diğer matematiksel kavramlar ile birlikte incelenmesi gerektiği görülmektedir. Bu durumda, öğrencilerin karmaşık sayıların bir sürü özelliği barındırdığı ve her özelliğin diğer karmaşık sayılar ile ilişkilerinin anlaşılıp ortaya konulması önem kazanmaktadır.

Karmaşık sayıların varlığından önce matematiğin birçok alanında semboller kullanılarak matematiksel yapılar kurulmuştur (Sfard,1998). Biz de araştırmamızda karmaşık sayılar konusunu antropolojik didaktik teori çerçevesinde, matematiğin çoğu konusuyla ilişkilendirilen bir konusu olan karmaşık sayıların öğrenci zihinlerinde ve matematikte nasıl ele alındığı ve öğrenildiğini inceleyeceğiz.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırmadan elde edilecek bulgular;

- Katılımcıları açısından devlet okullarında okuyan 40 kişilik liseli öğrenci grubu ile sınırlıdır.
- Konusu açısından, geniş bir alana sahip olan karmaşık sayıların temsiller arası geçişin öğrencilerin performanslarına etkisi ile sınırlıdır.

- Süresi açısından 2015 – 2016 eğitim-öğretim yılı ile sınırlıdır.

1.6. Varsayımlar

Araştırmaya katılan tüm öğrencilerin, test ve görüşme sorularını objektif ve samimi olarak yanıtladıkları varsayılmıştır.

BÖLÜM II: İLGİLİ ALAN YAZIN

Karmaşık sayılar konusunu detaylıca ele alındığı bu bölümde, “kavram” konusu üzerinde durulacaktır, sonrasında kavramların ekolojisini inceleyen antropolojik didaktik teorisi tanıtılacak. Daha sonrasında araştırma odağı olan “karmaşık sayılar” ile ilgili alan yazısı verilecek ve araştırma sorularının oluşması incelendi.

2.1. Kavramsal Bilgi

Kavramlar düşüncelerin birimleridir (Turgut ve diğerleri, 1997). Düşünceler de kavramlar arasındaki bilimsel ilişkileri oluşturur. Kişiler düşünce birimleri olan kavramları ve kavramlara ait olan sözcükleri doğduğu andan itibaren öğrenmeye başlarlar (Keçeli, 2007). Bu bağlamda, **k**avram: bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı olarak ifade edilmektedir (TDK,2015). Bir kavramı bilmek, anlamak genellikle kavramsal bilgi olarak bilinmektedir (Byrnes & Wasik, 1991; Canobi, 2009; Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001). Kavramsal bilginin ise belirli bir şekli yoktur, soyut ya da somut olabilir ayrıca, sözel ifadelerle anlatılması zorunluluğu da yoktur (Alibali ve Church, 1993). Matematiğin çoğu kavramları soyut olup gerçek hayatta tam olarak karşılık bulamamaktadır. Bu sebepten ötürü matemtiksel kavamlar mümkün olduğunca bie çok örnekle açıklanması önemlidir (Öksüz, 2010). Kilpatrick, Stwafford ve Findel (2001) ise matematiksel kavram bilgisini, matematiksel kavramların birbirleriyle karşılaştırılarak kavram ile ilgili işlemlerin ilişkilerini ortaya çıkarma olarak tanımlamaktadır. Bu biçimdeki bilgiler genel olarak kavramsal anlama olarak ta bilinmektedir.

Matematiksel kavramları anlayıp, zihinlerde bir yerlere koyabilmek için öğrencilerin belli zihinsel gelişmişlik düzeyine ulaşmaları gerekmektedir ki, kavramları anlayıp değerlendirebilsinler (Soylu ve Aydın, 2006).Matematik eğitimi araştırmalarına bakılacak olursak kavramsal anlamayı daha sınırlı bir şekilde açıklamışlardır. Star (2005), Hiebert (1986)’in tanımını baz alarak, kavramsal anlamanın sadece kavramsal bilgi olmadığı derinlemesine ve zengin içerikli bir tanım ile birlikte oluştuğunu belirtmiştir. Kavramsal bilgi genellikle zengin içerikli bilgilerin birleştirilmesi ile oluşmaktadır. Yani bilgi parçacıklarının bilgi ağı oluşturarak derinlemesine düşünme sonucu oluşması olarak düşünülebilir. Bu ilişkiler öneri ve kişisel tanımlara yayılması beklenebilir.

Vinner da (1991) herhangi bir matematiksel kavramın öğrenilmesi sürecinde kavram tanımının bilinmesinin yanında önemli olan diğer bir konuyu kavram imgelerinin ne kadar zengin olabilirse o kadar zengin oluşması gerektiğini belirtmektedir. Baroody, Feil ve Johnson (2007) ise kavramsal bilginin tanımının, doğrular ve prensipler ile ilgili çeşitli ilişkiler gereksinmeden elde edilen bir bilgi olması gerektiğini belirtmektedir. Bu bağlamda kavramsal bilginin tanımlanmasında herkesin genel yaklaşımı, önceki dönemlerde kavram tanımı yapılırken güçlü bağlantılar ve ilişkiler çerçevesinde belirginleştirilmesi gerektiği düşünülmektedir. Ancak son zamanlardaki yaklaşım ise, kavramsal bilginin tanımı yapılırken bunun gerekli olmadığı konusunda araştırmacıların genel bir yaklaşımı olduğu görülmektedir.

Kavram bilgisi kuralların, matematiksel genellemelerin, kurallar ve genellemelerin arasındaki bağlantı ve ilişkilerin ve yapılan işlemlerin niçin yapıldığı anlamını da kapsar. Özetle, kavram bilgisi demek, anlam bilgisidir diyebiliriz (Bekdemir ve Işık, 2007). Kavramsal bilginin içinde bulunan kurallara "toplama veya çıkarma işlemine birler basamağından başlanır" örneği verilebilir. Kavramsal bilginin içinde bulunan genellemeye ise "üçgenlerin iç açıları toplamı 180 deredir" örneği verilebilir. Kurallar ve genellemelerin arasındaki bağlantı ve ilişkilere ise " üçgende büyük açı karşısında uzun kenar bulunur" örneği verilebilir (Bekdemir ve diğ,2010). Ancak, kavramsal bilgiye sahip olan bir kişi herhangi bir problem karşısında işlemsel bilgisi olmadığı zaman o problemle başa çıkabileceğini söylemek oldukça güçtür.

2.2İşlemsel Bilgi

Kavramsal olarak bilinen matematiksel bir kavramın bilinmesi, işlemsel bilgiye geçiş için ilk adım olduğu söylenebilir. Baykul'a (2005) göre işlem bilgilisi, matematikte eğitiminde kullanılan semboller, uyulan kurallar ve işlemleri yaparken hangi işlemin yapılacağı bilgisi olarak tanımlanabilmektedir. Hiebert ve Lefevre (1986) ise işlemsel bilgiyi iki kısımda değerlendirmektedirler. İlk kısımda matematikte kullanılan semboller ve dil bulunmaktadır. İkinci kısımda ise, kurallar, problem çözüm sürecinde kullanılan ilişki ağları, somutlaşmış nesneler üzerinde işlemler, görsel öğeler, zihinde hayal edilen öğeler ve standart dışı diğer öğeler bulunmaktadır.

Hiebert ve Lefevre'nin (1986) belirttiği ilk kısmı örneklersek, "BEŞ" , "5" , "V" benzer olarak $(101)_2 = 5$ veya $(10)_8, (1000)_2$ *gibi.* Buna ilaveten, matematiksel sembollerin kişilerin düşünce planında herhangi bir anlam ifade edebilmesi için, o sembolün kişinin zihninde belli bir karşılığı olması gerekmektedir. Örneğin, matematikte ve hayatın nerdeyse her alanında kullanılan “+” sembolü kavramları birleştirmeyi çağrıştırır. “Alinin üç tane elması bulunmaktadır, annesi ona beş tane daha elma veriyor. Ali’nin son durumda kaç tane elması olur? Eğer bu birleşme fikri “+” ile örtüşürse sembol, toplama işlemi ile bir anlamı olmuş olur(Baki,2004). Hiebert ve Lefevre’nin (1986) belirttiği ikinci kısmı örneklersek, matematiksel işlemlerin yapısı algoritmik olup, işlem yapılırken bütün olarak değerlendirilmelidir. İşlemler yapılırken belli bir sıraya göre yapılır ve işlemlerin sonucu bu sıraya göre değerlendirildikten sonra elde edilir. Bu sonuca giderken öncelikli işlemlerden elde edilen sonuçlar bir sonraki işlemin başlangıç adımını oluşturur. Bu sıra izlenirken elde edilen sonuçlar bir sonraki işlem ile birleştirilebilir. Örneğin; f (x) = x. f (x -1) - 3, f (1) = 2 ise f (4) değerini bulunuz. Öncelikle, x = 2 için; f (2) = 2. f (1) -3 = 2.2 -3 = 1 ise f (2) =1, x = 3 için; f (3) = 3. f (2) - 3 = 3.1-3 = 0 ise f (3) =0, x = 4 için; f (4) = 4. f (3) -3 = 4.0 -3 = -3 ise f (4) = -3 bulunur. Burada sorunun çözüm aşamasında matematiksel sembollerin ve ifadelerin anlamları bilinerek çözüme ulaşıldığı için burada yapılan işlemlere anlamsız öğrenme denilemez. Çünkü işlemler yapılırken daha önce kazanılan bilgiler kullanılmıştır (Baki,2004).

İşlemsel bilginin içerisinde, herhangi bir işlem yapılırken ya da kavram incelenirken neden bilmeye gerek duymadan sadece nasıl işlem yapılacağının bilinmesiyle incelenebilmesi durumu varken, kavramsal bilgide kavramı özümseme durumu vardır (Baki,1997). İşlemsel bilgi ve kavramsal bilgi birbirlerini destekleyici bir şekilde olması gerektiği belirtilmektedir. Robert ve Robinet’in (1989) lineer cebir dersi alan öğrenciler ile yaptığı çalışmasında, öğrencilerden ezberledikleri bilgileri uygulaması istendiğinde, öğrencilerin bocaladıkları ve yabancı bir gezegende sanki kaybolmuşluk hissi yaşadıklarını söyledikleri görülmektedir. Harel’in (1989) ve Wang’ın (1989) çalışmalarında da lineer cebir dersi alan öğrencilerin derste anlatılan kavramları anlayamamalarına karşın işlemleri yaptıkları görülmektedir. Kavram bilgisi birden fazla kavramın etkileşimlerinin sonucunda birbirlerine bağlı zincir halkaları gibi oldukları görülmektedir, bu halkalar kavramların birbirleriyle ilişkileri geliştikçe daha da artacağı söylenebilir (Soylu ve Aydın,2006).

İşlemsel ve kavramsal bilgilerin önemi göz önüne alındığında, matematiksel bir kavramın anlaşılması için, hem kavramsal bilgiye hem de işlemsel bilgiye gereksinim olduğu görülmektedir. Olkun ve Toluk (2005) bu durumu, matematiksel bir kavramı anlamanın koşulu işlemsel bilgi ile kavramsal bilginin birbiriyle entegre olmasından geçtiğini belirterek netleştirmeye çalışmıştır. Kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi birbirine bağımlı iki bilgidir, matematikte başarılı olunmak istenildiğinde bu iki bilginin de mutlaka öğrenilmesi gerekmektedir(Hiebert ve Carpender,1992). Vygotsky (1986) kavram bilgisini açıklarken, kişinin kavramları anlarken dikkatle analiz ve sentez yapabilmesi için uygun kelime, işaret veya anlamlı sembol kullanımının anahtar rol oynadığını belirtmektedir. Bu bağlamda, öğrenciler problem çözerken kavram bilgisi yerine bazen kavram imgelerinden faydalanmaktadırlar (Tall ve Vinner,1981; Rösken ve Rolka, 2007).

2.3.Kavram İmgesi ve Kavram Tanımı

Matematik eğitimi sırasında dikkat edilmesi gereken önemli hususlardan biriside öğretmenin dersi anlatırken tanımladığı kavram ile öğrencinin zihninde oluşan görüntünün örtüşmesidir. Yani, kavram imgesi ile kavram tanımının ne ölçüde tutarlı olduğudur. Bu bağlamda Tall ve Winner (1981) yaptıkları çalışmada kavram tanımı ve kavram imgesini şu şekilde açıklamışlardır: kavram tanımı bir matematiksel kavramı belirtmek için öğretmenlerin ders notu, ders kitabı gibi kaynaklarda sayılar ve semboller vasıtasıyla kullandıkları tanımlardır. Kavram imgesine gelince, anlatılan kavram tanımlarının öğrencilerin zihninde oluşturduğu zihinsel yapıların bütünüdür.

Tall veVinner (1981) bireylerin epistemolojik ve psikolojik olarak farklı özelliklere sahip olduklarını belirterek, aynı kavramların farklı kişiler tarafından farklı şekillerde algılanabildiğini vurgulayan kavram tanımı ve kavram imgesi modelini geliştirmişlerdir. Bu modele göre, tüm matematik kavramlarının formal (resmi) ve formal olmayan (kişisel) anlamda çeşitli tanımları mevcuttur. Bu tanımların birçoğu öğrencilere ortaöğretim veya üniversite eğitimi süresince verilmeye çalışılır. Kavram tanımı, kavramı ayrıntıları ile açıkça belirten kelimelerin bütünüdür. Bir matematiksel kavramın formal tanımında kavrama yönelik genel özellik ve bilgiler bulunur ve bu tanım matematik bilim çevresi tarafından kabul gören genel-geçer tanımdır (Akt:Delice,Sevimli,2011).

Kavram imgeleri öğrencilerin kendilerine özgü kavram imgeleri olup, kişiden kişiye göre değişiklik gösterebilir ayrıca öğrenciler zihinlerinde oluşturdukları bu kavramları resim, kelime veya cümle şeklinde kurarak yapılandırabilirler (Bingölbali ve Monaghan,2008). İmgeler kişilerin zihinlerinde resim, işaret veya simge gibi farklı özelliklerden oluşabilmektedir. Öğrenciler problem çözüm sürecinde, doğru çözüme ulaşırken kavram tanımının önemli olmadığını düşünmelerine karşın (Tall ve Vİnner,1981) öğrenciler kendilerine anlatılan kavramı kendi tanımları ile açıklayabilirler.

Kavram imgelerini zihninde daha fazla oluşturan öğrencilerin daha başarılı oldukları gözlenmektedir. Bu bağlamda bilimsel çalışmalar, öğrencilerin kullandıkları temsillerle öğrenme başarıları arasında kuvvetli bir ilişki olduğunu iddia etmektedir (Lamon,2001). Kaput (1991) ise matematiksel temsillerden daha güçlü bir şekilde faydalanılabilmesi için farklı temsillerle desteklenmesi gerekmektedir. Diğer taraftan, matematiksel temsillerin zihinde oluşma sürecini açıklamak için farklı yaklaşımlardan bahsetmek mümkündür. Tall ve Vinner (1981) bilişsel yönden matematiksel temsillerin oluşması sürecini incelemişlerdir. Schoenfeld (1998) yapılandırmacı yönünden incelemiştir. Renshaw (1996) ise sosyal ve kültürel yönden nasıl oluştuklarını incelemiştir. Bu açıdan, matematiksel kavramlar çok yönlü ele alınabilecek kavramlar olduğu gözükmektedir. Bu bağlamda, bir matematiksel kavramın gerçek anlamından kurumlarda öğretilen bir kavram oluncaya, daha sonra öğrencilerin zihinlerinde oluşan kavram tanımlarına kadar geçen süre içinde hangi süreçleri geçirdiği önemli bir durum oluşturduğu söylenebilir. Öğrencilerin zihinlerinde bulunan kavramların araştırılması istendiğinde kavram haritalarının kullanılması da bu süreçte faydalı olacağı düşünülmektedir

2.4. Kavram Haritaları

Kavram haritası öğrenilmiş bilgilerin anlamlandırılmasını sağlamak adına kullanılan bir yöntemdir. Öğrencilerin zihinlerinde var olan kavramları görsel olarak görmemizi sağlayan yollardan biridir. Öğrenciler herhangi bir konu ile ilgili kafasında ne düşündüğünü, zihninde nasıl oluşturduğunu göstermesi bakımından önemlidir. Ayrıca, kavram haritaları, öğrencilerin öğrenmiş oldukları bilgileri, yazıya dökerek görmemizi sağlayan ayrıca kavramsal öğrenmeye katkıda bulunan yöntemlerden birisi olduğu söylenmektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin düşüncelerinde var olan kavramları diğer kavramlarla ilişkilerini ortaya çıkarabilmek için kullanılan tekniklerden birisidir (Songenr ve Mintzes, 1994). Öğrencilerin zihninin okunmasını sağlayan kavram haritalarının bir başka faydası da öğrencilerin analitik düşünme, problem çözme, sorgulama, analiz etme gibi yeteneklerinin geliştirerek kavramları daha kapsamlı öğrenmelerini sağlamaktadır (Novak, Gowin ve Johansen, 1983).

Kavram haritaları, öğrencilerin katılımıyla birlikte yapılırsa ortaya çıkan kavram haritalarının daha gerçekçi bir yansıtma yaptığı söylenmektedir (Novak ve Gowin, 1984). Ayrıca, sıfırdan harita oluşturma ve önceden oluşturulmuş şablonu doldurma diye iki tür kavram haritası bulunmaktadır. Bu iki kavram haritası karşılaştırıldığında, sıfırdan oluşturulan akvam haritaları, hazır doldurulmuş şablona göre öğrencilerin zihinlerinde var olan kavramların arasındaki yapısal ilişkileri yansıtması bağlamında daha iyi sonuçlar verdiği söylenmektedir (Ruiz-Primo, Schultz, Li ve Shavelson , 2001).

2.5. Antropolojik Didaktik Teori

Chevallard ve Joshua (1982) de mesafe kavramı isimli çalışmalarında, didaktik dönüşüm teorisinden bahsetmişlerdir. Bu çalışmalarında, didaktik dönüşüm teorisini "bir bilginin öğretilen bir bilgi oluncaya kadar geçen dönüşümlerin bütünüdür" biçiminde tanımlamışlardır. Didaktik dönüşüm teorisi zamanla antropolojik didaktik teorisine basamak olacak şekilde geliştikten sonra Chevallard (1991) tarafında yeni bir teori" Antropolojik Didaktik Teorisi" adı altında ortaya çıkmıştır.

Chavallard bu teoriyi kurum, birey ve nesne kavramlarını kullanarak oluşturmuştur. İlk olarak ana kavram nesne (obje) kavramıdır ve Antropolojik Didaktik Teoride (ADT) "O" ile sembolleştirilmiştir. "O" kavramı en az bir kişi için mevcut bulunan bütün yapıyı temsil eder. Bu vaziyet altında, herhangi bir rakam örneğin; yedi sayısı, sıfır kavramı vb. ya da herhangi bir duygu örneğin; kardeş sevgisi, dostluk, dürüstlük, matematik sevgisi, integral alma heyecanı, karmaşık sayılarda işlem yapma korkusu vb. kavramlar da birer nesnedir.

İkinci ana kavram ise birey kavramıdır ve "X" ile temsil edilir. Birey kavramı içerisinde, öğretmen, öğrenci veya temizlik için çalışan hademeler, çocuklar vb. her insan birey olarak tanımlanabilmektedir. Chavallard (2002) bireyin sistem içindeyken ilişkilerinin gelişebileceği, daha önceden olamayan ilişkilerin daha sonradan oluşabileceğini belirtmektedir.

ADT'de üçüncü ana kavram kurum kavramıdır ve "I" ile sembolize edilir. Kurum kavramı içerisinde okul, aile, kültür vb. kavramları barındıran, içerisinde bulunan bireylere kurumun kendisine özgü bilgileri öğreten sosyal düzenin tamamına kurum adı verilmektedir. Chevallard (2002) alan eğitiminde kurum olarak belirtilen "sınıf" kavramını da kurum olarak belirtmektedir. Ayrıca Arslan (2009) alan eğitimi çalışmalarında obje denildiğinde bilgi, birey denildiğinde öğrenci veya öğretmen, kurum denildiğinde ise sınıf okul veya ders olarak anlaşıldığını belirtmektedir.

Antropolojik didaktik teoride obje, birey ve kurum kavramlarından sonra, bilgiyi tanıma kavramları gelmektedir. Bilgiye(O) ait kurumsal(I) ve bireysel(X) tanımadan bahsedilmektedir. Bu bağlamda, bir objeyi bir kurum veya bir birey tanıdıktan sonra o obje var olmaya başlamaktadır. Chevallard (1985) yaptığı çalışmada bu durumu; tüm nesneler en az bir kurumda var olmak veya o kurumla bir ilişkisi olmak zorunda olduğunu belirtip, herhangi bir nesnenin bir kurumda hayat bulabilmesi için o kurumda ortaya çıkması, o kurum tarafında kullanılıp öğretilmesi nedeniyle değişime uğraması gerekmekte olduğunu belirtmektedir. Bu durumda bir nesnenin varlığından ancak bir birey ya da kurum tarafından biliniyorsa varlığından söz edilebilir. Bu durumu biraz daha açıklayacak olursak, X den O ya bir ilişki R(X,O) var ise, O nesnesi X bireyi için mevcuttur. Benzer şekilde I kurumundan O nesnesine bir ilişki R_1 (O) varsa, O nesnesi I kurumu için mevcuttur (Chevallard,1992b).

2.5.1. Obje İle Kurumsal İlişki

Didaktiğin antropolojik teorisinde, herhangi bir obje mevcut olabilmesi için en az bir kurum tarafından kabul edilmesi gerekmektedir, yani bir kurum o objeyi kabul etmemişse o objenin varlığından bahsetmek mümkün olamamaktadır. Chavallard (1989) kurumsal tanımayı, bir nesnenin kurum içindeki konumu olarak görmektedir. Yani, bir nesnenin bir kurumda nasıl işlendiği, hangi kavramlarla ilişkilendirildiği, objenin kurum içindeki görevi gibi konular kurumsal tanıma ile ilgilidir.

Alan eğitiminde öğretmen ve öğrenci birey olarak, okul ve sınıf ise kurum olarak ele alınmaktadır. Bu bağlamda tez konumuz olan karmaşık sayılar konusunu ele alalım. Aynı kurum içinde bulunan iki birey: öğretmen ve öğrenci I kurumunda bulunan karmaşık sayılar nesnesi ile *q* ilişkisi içinde bulunan öğrenci ile *w ilişkisi* içinde bulunan öğretmen ilişkisi aynı değildir. Yani aynı kurum içinde bulunan iki birey olmasına rağmen, kurumsal beklenti farklılık göstermektedir.

Bir kurumda mevcut bulunan bir nesnenin aynı kurumlarda bulunan bireyler tarafından farklı beklentilerin olması gibi, birden fazla kurum tarafından tanınan bir nesnenin de varlığını devam ettirdiği kurum içinde farklı bir görev üstlenebilir (Ergene,2016). Yani farklı kurumlar aynı objeyi herkesin kabul ettiği ortak bir tanıma şekli olmayabilir. Bu durumu anlamak için şu örneği inceleyebiliriz, grafik çizimi konusu, üniversitelerin iktisadi ve idari bilimler fakültesinde(İBF) matematik derslerinin içindeki konumu ile fen edebiyat fakültelerinin(FEF) matematik bölümünde ele alınış biçimi farklılık kazanmış. İBF kurumunda grafikler daha çok ekonomik verilerin analiz edilmesinde kullanılmasına rağmen, FEF kurumunda grafik çizimleri her türlü fonksiyon çeşidi için mevcut bulunmaktadır.

Aynı nesneye ait farklı kurumlardaki farklı mevcudiyetlerin olması gibi, aynı nesnenin farklı kurumlar tarafından desteklenmesi tamamlayıcı olma durumu ya da birbirinden alakasız mevcut bulması durumlarından da bahsedilebilmektedir. Eğer bir nesnenin I_1 kurumu tarafından kabul edilmesi, I_2 kurumu tarafından kabul edilmesiyle benzerlik gösteriyorsa ya da birbirini tamamlıyorsa, kurumlar tarafında tanımalarda süreklilikten bahsedilir, aksi durumlarda yani iki kurumun aynı nesneyi farklı tanıması durumu ise kopukluk olarak ifade edilmektedir.

2.5.2. Obje İle Bireysel İlişki

Bir nesne kurumlar arası geçişler sırasında farklı değişimlere uğrar ve farklı kurumsal tanımalarda buralarda oluşur. Bireysel tanıma da zaman içerisinde farklı kurumlarda bulunan bireyin nesne ile farklı kurumlarda karşılaşmalarının neticesinde birey tarafından o nesne arasında bireysel tanıma gerçekleşmektedir.

Bir birey aynı nesne ile farklı kurumlarda farklı zamanlarda karşılaşıp etkileşimde bulunabilir. Bu durumlarda bireyin nesneyi tanıması da zamanla değişebilmektedir. Eğer ki, birey zaman içerisinde nesne ile ilişkili olan kurumlarla etkileşim halinde olmaktan vazgeçerse, bireysel tanıma zamanla zarar görmeye başlar ve o ilişki kaybolur. Oluşan bu durum unutulma olarak değerlendirilebilir. Bireyin zaman içerisinde sahip olduğu kavram yanılgıları, öğrendikleri bilgileri yanlış kavramlarla ilişkilendirip, yanlış ifadelerle açıklamaya çalışmalarının nedenlerinin, ADT'de bireysel tanımadan ziyade kurumsal tanımada aranması gerektiğini belirtmektedir. Örneğin fizik dersi ile matematik dersinin içinde bulunan türev konusunu ele alırsak, matematik dersinde karşılaştığı bir ifadenin türevini türev alma kurallarını kullanarak yaparken, aynı birey farklı bir kurum olan fizik dersinde karşılaştığı bir problemin türev ile çözüleceğini anlayamamaktadır. Buradaki kopukluk kurumsal tanımların arasındaki ilişkilendirmenin yetersizliğinden kaynaklandığı söylenebilmektedir (Sağlam,2004). Bu durumda birey, I_1 kurumu içinde başarılı iken, I_2 kurumu içinde başarısız olabilmektedir.

ADT'de bireysel tanımanın açık bileşen ve gizli bileşen biçiminde iki tane temel bileşeni mevcuttur. Herhangi bir I kurumunun beklentisi doğrultusunda cevap veren bir bireyin cevabı açık bileşen olarak adlandırılır. Yani, herhangi bir nesnenin farklı tanımları olmasına rağmen, kurumun beklentisine uygun cevap vermesidir. Açık bileşenin yanında bir de gizli bileşen vardır, bu gizli bileşen farklı bir kurumda ortaya çıkan farklı bir beklenti olduğu zaman ortaya çıkabilmektedir (Chevallard,1992).

Bu bağlamda bireysel tanıma söz konusu olduğu zaman, bir kurumda açık bileşen olan bir nesne, diğer bir kurumda gizli bileşen olarak var olabilmektedir. ya da tam tersi bir durum söz konusu olabilmektedir, yani bir kurumda gizli bileşen olan bir nesne diğer kurumda açık bileşen olabilmektedir. ADT'nin amaçlarından birisi olan kurumsal tanımaların bireysel tanımalar üzerine etkisinin araştırılması, söz konusu olduğunda iki tane analiz yönteminden bahsetmek mümkündür, “bilginin ekolojisi ve bilginin praksiyolojisi (Arslan,2016).

2.5.3. Bilginin Ekolojisi

Didaktiğin antropolojik teorisinde, herhangi bir bilginin kurumsal anlamda nasıl ele alındığı, hangi konularla ilişkili olduğu ve niçin anlatıldığı belirtilmektedir, bu bağlamda kullanılan iki tane analiz yönteminden birisi olan, bilginin ekolojisinde, bilgi canlı bir nesne olarak ele alınmaktadır. Bu yüzden herhangi bir canlının yaşadığı ve ihtiyaçlarını gördüğü çevreyi ***“habitat”*** kavramı ile; bireyin bulunduğu ortamda yapmak zorunda olduğu işler ise ***“ekolojik niş”*** kavramı ile ifade edilmektedir (Chevalard,1994).

Bir bilginin görülebileceği farklı yerler nerelerdir? Sorusunun karşılığı olarak kullanılan habitat kavramına örnek vermek gerekirse; 5.sınıfta kesirler konusu “sayılar ve işlemler” ünitesinde yer almaktadır, ayrıca bu ünite içerisinde kesirlerle işlemler, ondalık gösterim gibi konularda anlatılmaktadır. 6.sınıfta ise kesirler konusu “sayılar ve işlemler” ünitesi altında tek başına anlatılırken, rasyonel sayılar konusun altında da kısaca bahsedilmektedir. Yani kesirler konusunun 5. ve 6. sınıftaki yeri bu konunun **habitat**ıdır (Arslan,2016). **Ekolojik niş** kavramını ekolojik açıdan hayat olaylarının gerçekleştiği organizmanın içinde bulunan işlevler olarak görüp, organizmaların uğraşı alanı olarak görülebilir (Chevalard, Arsac, Martinand ve Tiberghien,1994). Matematik öğretim programından örnek verecek olursak, kesirler konusu 5.sınıf düzeyinde farklı bir amaç 6. Sınıf düzeyinde farklı bir amaç için verilmiştir.

Görüldüğü gibi kesirler konusu farklı ünitelerde farklı amaçlar için kullanılmaktadır. Bazı yerlerde esas amaç olarak kullanılırken bazı yerlerde esas konunun anlaşılması maksadıyla yardımcı konu olarak ele alınmaktadır. Ekolojik niş ve habitat kavramı bir kavramın diğer kavramlarla ilişkisini ortaya koyma hususunda, konunun yerini belirleme açısından konunun amacının belirlenmesi hususlarının ortaya çıkarılmasında önemli bir yere sahiptir. Bir konunun didaktik ekolojik sisteminde belirmesi için, ilgili konunun bir ortama **(millieu)** sahip olması gerekmektedir. Bu ortam içinde, konunun ilişki kurabileceği başka ögelerde olur, yani konu yalnız başına ortamda hayat bulamaz, bütünlük içinde olması gerekmektedir.

2.5.4. Ortam (Millieu)

En anlaşılır seviyede ortam(millieu), bir konuyu anlamak üzerine yoğunlaşan bir öğrencinin üzerine etki eden her şey olarak ifade edilmektedir (Brousseau,1997). Ortam kavramını daha iyi anlamak için, Erdoğan'a (2016) göre ortam (millieu) öğrencinin etkileşim halinde bulunduğu fiziksel, sosyal, kültürel, vb. ögeler içeren bir yapıdır. Ortam kavramı öğrencinin içinde bulunduğu duruma uyum sağlayabilmesi için temel faktörlerin başında geldiği söylenebilmektedir.

Artaud'a (1997) göre ekolojik analizin araştırma konusu gerçeği sorgulama olarak betimlenmektedir. Bu bağlamda herhangi bir konu öğretim sisteminin neresinde bulunmaktadır? Örneğin kesirler konusunda olduğu gibi farklı seviyelerde nasıl bulunmalıdır? Öğretilen bilgi neden var? Neden yok? Hangi koşullar altında var olmalıdır? Neden? Buna benzer birçok didaktiksel etken matematik öğretiminde de bulunmaktadır. Matematik öğretimine ilişkin birçok fenomenin esas bir karşılığı olarak, özel bir didaktiksel dönüşüm fenomenine sahip olduğu görülmektedir (Yıldırım ve Şahin, 2009).

Bu bağlamda sorulan sorular göz önüne alındığında, karmaşık sayılar konusu 2013 yılından önceki öğretim programında 11.sınıfta başlı başına bir ünite olarak gösterilmekte iken, değişen yeni öğretim programında 10.sınıf seviyesinde "İkinci Dereceden Denklemler ve Fonksiyonlar" ünitesi altında ikinci dereceden denklemlerin köklerinin tespit edilmesi hususundaki bir açıklığı kapatmak için esas konuyu aydınlatmak için, yardımcı konu olarak ele alınmaktadır. Bu bağlamda, öğretilen bir konunun yerinin değiştirilmesi ekolojik analizin bir konusudur. Bir konunun öğretim sürecinde yok olması veya daha da detaylı ele alınması bu nedenler göz önünde bulundurularak karar verilmesi gereken hususlardır. Bu hususlar göz önünde bulundurulduktan sonra karmaşık sayılar konusunun öğretiminin daha verimli ve etkili olabileceği söylenebilmektedir.

2.6.Karmaşık Sayılar

Matematik, bilimler içinde sayılarla ilgili olup formül kullanımın en çok olduğu alandır. Bilimler içerisinde çoğu kez sözlü ifadelerle anlatılmak istenen kavramlar tam olarak anlatılamamaktadır. Bu bağlamda, Einstein "Matematiğin bütün bilimlerin üstünde özel bir saygınlığının olması yasalarının tartışılmaz oluşundandır. Oysa diğer bilimlerdeki yasalar bir ölçüde tartışmaya açıktır" diyerek bu gerçeği ortaya koymaktadır.

Matematik bilimi, mekanik, fizik ve astronomi bilimlerinin de temelini teşkil eder. Aynı zamanda genel mantığın uygulama alanı ve insan zekâsının bu yolda işlemesi görevini de üstlenir. Matematiğe, bunların dışında, sosyal bilimler, tıp, jeoloji, jeofizik, psikoloji, sosyoloji, biyoloji ve iş idareciliği gibi alanlarda da ihtiyaç duyulur ve yaygın bir şekilde kullanılır.

Gördüğümüz bina, taşıt ve yollar hep matematik ile mühendisliğin ortaya koyduğu sonuç tasarımlarıdır. Bu örnekler, soyut bir bilim olan matematiği, gerek doğrudan, gerekse dolaylı olarak günlük hayatımızın vazgeçilmez bir parçası yapar. Bu denli önemli işlevleri üstlenen matematik başarı, başarıyı artırma ve etkileme yol ve etmenleri bağlamında da araştırmacıların ilgi odağıdır (Akt:Vildanlı ve Keçeli,2013. Kim and Hocevar, 1998; Ma,1999; Peker ve Mirasyedioğlu, 2003; Dursun ve Dede, 2004).

Matematik yalnızca bilim adamlarının ilgi odağı olmayan, günlük yaşamda etkili olan belirli bir ölçü de olsa herkesin muhakkak bilmesi gereken bir disiplindir. Bu disiplinin içinde: işlem yapma(örneğin: toplama, çıkarma, çarpma ve bölme), dönüşüm yapma(örneğin: bir karmaşık sayıyı standart formdan kutupsal forma dönüştürme), bir sayının kuvvetini alma, grafik çizme, problem çözme, denklem kurma, kök bulma, eşlenik bulma vb. gibi bir sürü beceri vardır. Bu becerilerin hemen hemen hepsini içinde barındıran bir konu da karmaşık sayılardır.

Karmaşık sayılar, kompleks değişkenli fonksiyonlar teorisinin bir parçası olarak, matematiğin hemen hemen tüm alanlarına etkisi vardır. Bunun yanında, karmaşık sayılar kendinden önceki konularla da güçlü ilişkileri olan bir konudur. Örneğin; $a_0 x_n + a_1 x_{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$, $a_k \in C$,$(k = 0,1,2,\ldots,..), a_0 \neq 0, n \geq 1$olmak üzere, bu polinomun karmaşık sayılar kümesinde çok şık bir çözümü vardır (İpek,2013).

Karmaşık sayılar geleneksel öğretim ile öğrenilen konulardan biridir. Son yıllarda görsellemenin önemini gösteren bir çok araştırma olmasına rağmen hala analitik olarak gösterilmeye devam etmektedir. Couco(1997)'a göre karmaşık sayılar cebir kitaplarında iki farklı yolla gösterilmektedir: Sanal kısmı i olan sayılar ve R^2 de tanımlanan vektörlerdeki toplama ve çarpma özelliklerine sahip sayılar biçiminde tanımı yapılmaktadır. Bu tanımların yanında herhangi bir karmaşık sayının kutupsal tanımı da yapılmaktadır. Görüldüğü gibi karmaşık sayılar konusunun görselleme ile ilgili de birçok konusunun olduğu aşikârdır.

2.6.1. Karmaşık Sayılar ve Görselleme

Konyalıoğlu (2003) görsellemeyi matematiksel düşünme sürecinde geleneksel cebirden farklı olarak, öğrencilerin matematiksel işlemleri yaparken kullanacağı alternatif bir kaynak olarak tarif etmiştir. Arcavi (2003) ise görsellemeyi süreç, düşünmelerin sonucu olarak ortaya çıkan ürün, düşüncemizde bulunan herhangi bir resim, diagram, grafik vb. şeylerin teknolojik bir aygıt yardımıyla ya da bir kağıt üzerine resmedilmesi olarak tanımlamaktadır. Görsellemenin matematik ve geometri eğitimindeki yeri incelendiğinde, yapılan çalışmalar bize görsellemenin daha çok geometri konularında kullanıldığını göstermektedir (Bishop, 1980; Clements & Batista; 1992; Nemirovsky & Noble, 1997). Zimmermann ve Cunnigham (1991) ise görsellemenin problem çözme aşamalarında çok önemli bir yerinin olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda karmaşık sayılar konusuna bakıldığında içerisinde cebirsel ve geometrik konuları barındırması yönüyle matematiğin içerisinde ilgiyle incelenmesi gereken bir konu olduğu ortaya çıkmaktadır.

Steward and Tall'un (1983) yaptığı çalışmada, 1673 yılında John Wallis'in karmaşık sayıları geometrinin bir konusu olduğunu belirtmiştir. Ardından, Caspar Wessel ve Jean Robert Argand karmaşık sayıların uygun görsel temsilini geliştirmişlerdir. Bununla beraber, bu temsil büyük bir heyecanla kabul edilmemiş. Karmaşık sayılar düzlemde sıralı ikili şeklinde geometirk bir temsil ile ilk defa Danish,K. Wessel tarafından ifade edilmiştir. Ancak K.F.Gause ve A.Cauchy tarafından büyük kitlelere duyurulmuştur. Ayrıca, Euler karmaşık sayıları standart gösterimden kutupsal gösterime çevirmiştir.

2.6.2. Karmaşık Sayılarda Öğrenme Güçlüğü

Öğrenciler karmaşık sayıları cebirsel ya da geometrik gösterim konusunda bazı durumlarda ne yapacağına karar verememektedir. Ayrıca, herhangi bir gösterimi anlamak diğer gösterimi anlamak anlamına da gelmemektedir. Bazen cebirsel gösterim bazen de geometrik gösterim yapmaları gerekmektedir. Bu durum da kafa karışıklığına neden olmaktadır. Panaoura ve Diğerleri (2006) bu bağlamda bazı öğrencilerin herhangi bir karmaşık sayının geometrik ve cebirsel gösterimini farklı iki matematiksel kavram olarak algılamakta olduğunu belirtmektedirler. Herhangi bir konuyu derinlemesine anlamak için bir kavramı farklı yönlerden anlamak gerektiğinden dolayı, karmaşık sayılarda bu iki gösterimi de anlamak hayati öneme sahiptir.

Bazı öğrenciler de karmaşık sayıları temsil ederken cebirsel ve geometrik temsil diye iki faklı yöntemin olduğunu anlasalar da, karmaşık sayıları argand diagramında kullanarak işlem yapma hususunda direk olarak hesaplama yapma hususuna göre daha huzursuz oldukları görülmektedir. Bu bağlamda,Connor,Rasmussen, Zandieh ve Smith (2007) yaptıkları çalışmada 10 öğrenciden kursun başlarında toplama, çarpma ve kompleks özellikler ile ilgili bir performans sergilemelerini istemişler. Sadece 1 öğrenci Argand Diyagramını kullanarak soruları yanıtlamaya çalışmış, diğer öğrencilerin tümü direk hesaplama yapmaya çalışmışlardır. Kursun sonunda ise sadece 6 öğrenci Argand Diyagramını kullanmaya yeltendikleri görülmüştür.

2.6.3. Karmaşık Sayılarda Yapılan Hatalar

Swan'a (2001) göre hatalar, yoğunlaşma eksiği, aceleci işlemler, öğrenilen bilgilerin unutulması veya not alırken eksik not alınması gibi nedenlerden ötürü olup bu hatalar öğrencilerin öğrenmesini de engellemektedir.

Grafikler ve Argand Diyagramı karmaşık sayılar için geometrik temsil oldukları için bazı hatalar da grafik çizimi ve Argand Diyagramı kullanımı esnasında ortaya çıkmaktadır. Chua ve Ng. (2009) bu hataların şunlar olduğunu belirtmiştir. İlk olarak yapılan hata eksenleri gösterirken sanal ve reel ekseni belirtmedikleri. İkici olarak, öğrenciler uygun olmayan ölçüler kullanıyorlar. Belli sorularda farklı ölçü kullanmaları gerekmesine rağmen hem sanal eksen hem de reel eksen için aynı ölçüleri kullanmak için ısrar etmeleri. Ayrıca öğrenciler Argand Diyagramında pozitif ve negatif eksenler arası geçerken aynı ölçüyü kullanmamaları. Üçüncü olarak ta, öğrenciler noktaların yerlerini yanlış belirliyorlar, özellikle de tam sayı olamayan koordinatların yerlerini belirtirken çünkü seçtikleri ölçeği yanlış okuyorlar.

2.6.4. Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgılar

Hata kavramı verilen cevaplardaki yanlışlıklardır. Kavram yanılgılarıysa herkes tarafından kabul edilen bilimsel tanımlardan faklı olarak öğrenciler tarafından algılanmasıdır (Ubuz,1999). Swan'a (2001) göre kavram yanılgıları, öğrencilerin kavramlara alternatif yorumlar getirmesi, ayrıca yapılan yorumların düşünülenin aksine zıt kavramlar olması olarak belirtmektedir. Baki (1997) ise kişisel tecrübeler sonucu bilimsel tanımlara ve gerçeklere aykırı olan ve bilimsel geçerliği kanıtlanmış olan kavramların öğrenilmesi ve öğretilmesine engel olan bilgilerdir, şeklinde tanımlamaktadır. Bu bağlamda, Evans (2006) en yaygın kavram yanılgısını karmaşık sayıların yorumlanma sürecinde, herhangi bir karmaşık sayıyı Argand Diyagramında vektör gibi düşünülmesi olarak belirtmektedir. Yani bir karmaşık sayı $z = x + iy$ gösterilirken başlangıç noktası orijin ***O*** bitiş noktası ***P*** koordinatları **(x,y)** olan bir vektör $\overrightarrow{OP}$ olarak düşünülmektedir. Böylece, öğrenciler vektörlerin yapısıyla karmaşık sayıların gösterimini aynı yapılar olarak düşünüp $z = \overrightarrow{OP}$ yazabilmektelerdir.

Scheester (2006)'e göre ise bir diğer kavram yanılgısı reel sayılar kümesinde tanımlı olan $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$ kuralın karmaşık sayılar kümesinde de tanımlı olduğudur. Bu tespiti Turanlı, Keçeli, ve Türker (2007) de yaptıkları çalışmada tespit etmişlerdir. Keçeli ve Turanlı(2013) ise kavram yanılgılarını şu şekilde özetlemişlerledir;

1. Öğrenciler i sayısını anlayamamaktadır, bu nedenle karekökün içi negatif olmaz kavram yanılgısına sahiptir.
2. Scheester'in (2006) çalışmasında olduğu gibi reel sayılar kümesinde tanımlı olan $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$ kuralın karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu kavram yanılgısına sahiptir.
3. Argüment kavramı, çember, analitik geometri, trigonometri konusu ve karmaşık sayıların karşılaştırılması ile ilgili eksik bilgiye sahiptir.
4. Öğrenciler, bir karmaşık sayının kökü ile reel olmayan katsayılı ikinci dereceden denklemlerin kökleri ile ilgili yanılgılara sahiptirler.
5. Öğrenciler, Π sayısını 180^o ye eşit olduğu yanılgısına sahiptirler.
6. Negatif sayıların logaritması tanımsız olduğu gerekçesiyle karmaşık sayıların logaritmasını da hesaplarken yanılgılara sahiptirler.
7. $z = 1$ karmaşık sayısının n.dereceden köklerini ve n. Dereceden üslerini hesaplarken öğrenciler yanılgılara sahiptirler.

Karmaşık sayılar kavram yanılgılarına literatürde bakıldığında çok fazla bir araştırma yapılmadığını görmekteyiz (Özdemir ve Çelik, 2011). Yapılan araştırmalarda karmaşık sayılar kavram yanılgıları Keçeli ve Turanlı'nın (2013) araştırmasıyla paralellik göstermektedir. Kavram yanılgılarına sebep olan nedenlerde şu şekilde toparlanabilir:

1. Öğrenciler karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyacı anlayamamaktadırlar.
2. Öğrenciler i sayısını anlama noktasında bilgi eksikliği yaşamaktadırlar.
3. Öğrenciler i sayısıyla herhangi bir reel sayıyı karşılaştırıp karşılaştırılamayacağını bilememektedir.
4. Karmaşık sayılar ile ilgili 4 işlem yapma noktasında eksikliklerin olması.
5. Öğrenciler ikinci derece denklemlerin çözümlerinde kök içinin negatif olma durumlarında sorunun kaynağını bilememektedirler.
6. Öğrenciler modül kavramını anlayamamaktadır.
7. Karmaşık sayıların kutupsal düzlemi anlaşılamamaktadır.
8. Karmaşık sayıların kutupsal gösteriminin ve konuyla ilgili uygulamaların anlaşılmaması (Özdemir ve Çelik, 2011).

Karmaşık sayılar zorunlu olan bir konudur, bu bağlamda oluşan kavram imgeleri veya oluştuğu ekolojik ortam, habitat ve nişin öğretim yaklaşımı ile de ilgili olduğu düşünülmektedir. Her ne kadar bu çalışmanın özünde karmaşık sayılar öğretim yaklaşımları olmasa da literatürdeki çalışmaların öğretim yaklaşımlarının karmaşık sayılar üzerinde etkisi olacağı düşünüldüğü için çalışmanın bu kısmında karmaşık sayılar öğretimde olası yaklaşımlardan bahsetmek gerekmektedir.

2.6.5. Karmaşık Sayılar Öğretiminde Olası Yaklaşımları

Karmaşık sayılar kavram yanılgıları incelendiğinde kavram yanılgılarının en önemli nedenlerinden birisi, karmaşık sayıların ne olduğu nerede bulundukları konusunda öğrenciler tarafından anlaşılamaması olarak göze çarpmaktadır. Bu nedenle, araştırmacılar karmaşık sayıları daha iyi nasıl öğretebiliriz? Sorusuna yanıt aramaktalar. Bu bağlamda farklı yaklaşımlar ortaya konulmuştur.

Bu yaklaşımlardan önde gelenlerinden birisi **geleneksel yaklaşımdır.** Driver ve Tarran (1989) karmaşık sayıları Argand diyagramında gösterme fikrini gayet doğal ve beklenen bir yaklaşım olduğunu belirtmektedir. Karmaşık sayıların geometrik yansımaları olan, karmaşık sayıların toplamının vektör toplamı gibi Argand diyagramında yapılması ve bir karmaşık sayıyı i sayısı ile çarptığında saat yönünün tersinde 90 derece döndürülmesi, özelliklerinin Singapur okullarında ezberletilmesi yaklaşımı bu yaklaşıma örnek olarak göstermektedir. Ayrıca, bu yaklaşımı Driver ve Tarran (1989) "Çıkar Yaklaşımı" olarak tanımlamaktalar. Çünkü; direk anlatım yaklaşımının sınav şartları göz önüne alındığında en uygun yaklaşım olduğunu, diğer avantajının da matematik tarihinde bir yerinin olduğunu gösterip konuya dikkat çekmek olduğunu belirtmektedir. Ancak, bu yaklaşımla öğretmen bir iki örnek göstererek öğrencilerin düşünmesi için fırsat vermemektedir (Fung, Siu, Wong & Wong, 1998).

Vektör olarak karmaşık sayı öğretimi yaklaşımı Argand diyagramında karmaşık sayıları nokta olarak gösterilmesinin yanında, bir vektör olarak ta gösterilebilmektedir. Bu durum karmaşık sayıların geometrik modeli olarak toplama ve çıkarma işlemlerinde hata çarpma işlemlerinde ölçeklendirme ve döndürme yerine gayet uygun bir şekilde gösterilebilir (Evans,2006). Hahn (1994) ise karmaşık sayıların noktasal ve vektörel gösterimi hususunda karşılaşılan içeriğe göre hangisinin daha uygun olması göz önüne alınarak iki yaklaşımın da kullanılabileceğini göstermiştir. Bu durum karmaşık sayıların gelişimi için bize bazı olanaklar sağlamaktadır. Özellikle vektörler konusunda yapılan işlemler karmaşık sayılar konusunda da uygulanabilmektedir (Bostock ve Chandler,1981). Bundan dolayı, görünüşte farklı gibi olan vektörler ve karmaşık sayılar konuları arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılabilir (Evans,2006). Öte yandan, öğretmenler vektör ve karmaşık sayılar aynı konulardır (Evans,2006)kavram yanılgısının öğrenciler tarafından yorumlanmasına engel olmamalılardır. Aksi durumda öğrenciler kavram yanılgısına düşebilirler.

Bu iki yaklaşımın dışında, literatüre bakıldığında farklı öğretim yaklaşımları da vardır. Bu yaklaşımlardan, **bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanımı yaklaşımında** matematik eğitimcileri öğrencilerin ilgisini derse çekmek ve öğrenmelerini kolaylaştırmak için bu yaklaşıma değer vermektelerdir (Wong,2009). Bu bağlamda Evans ve Oldknow (1996) karmaşık sayılarda yapılan işlemlerin geometrik yansımalarını gösteren grafiksel hesap makineleri geliştirmişlerdir. Burada, grafiksel hesap makineleri öğrencilerin konuları öğrenmeleri ve matematiksel uygulamaları yapabileceği, aynı zamanda teknolojiye de kullanabileceği yardımcı bir materyal haline gelmiştir. Wong (2009) da bu düşünceyi savunmaktadır, çünkü bu yaklaşım kavramsal anlamayı beslemektedir. Ayrıca, bu yaklaşım öğrencilerin kendilerine sunulan bilgileri didaktik bir şekilde öğrenmeleri yerine kendi elleriyle tecrübe ederek öğrenmelerine fırsat vermektedir

Hikaye anlatımı yaklaşımı ise mevcut olan başka yaklaşımdır. Bu yaklaşıma uygun olabileceği düşünülen internet üzerinden elde edilen "Jhon ve Betty'nin Karmaşık Sayılara Yolculuğu" hikâyesidir (Bower,2009). Bu elektronik hikaye kitabı iki çocuk olan Jhon ve Betty'nin karmaşık sayılara giriş düzeyinde kavramla ile ilgili olarak örneğin; Argand diyagramını öğrenmek gibi konuları öğrenmek için seri problem çözmelerini gerektirecek şekilde dizayn edilmiştir.

Karmaşık sayıları öğretmek için kullanılarn bir diğer yaklaşımda **fraktal kullanımı** yaklaşımıdır. Fraktal geometrisi matematikte yeni sayılabilecek bir alan olup, düzensiz, kırıksal, karmaşık anlamlarına gelen latince "*fractus*" kelimesinden gelmektedir (Madelbrot,1983) Fosters (1997) karmaşık sayılara giriş konularında kullanmak üzere, ders anlattığı sınıfın duvarlarını fraktal posterleriyle donatıyor. Daha sonra ilerleyen derslerde öğrencilerle bu fraktalların nasıl oluştuğu ile ilgili konuşup, öğrencilerden kendi fraktallarını oluşturmalarını istemiştir.

Keşif yaklaşımında ise Argand diyagramı, karmaşık sayılar da toplama ve karmaşık sayıların uzunluğu kavramlarını öğrenirken, internet üzerinde bilgisayar kullanarak farkatal üretimi, hesaplama, fraktal boyaması ve çizmesi istenmiş. Argand diyagramında işaretleme yapmak, aynı diyagramdaki iki karmaşık sayıyı toplayarak yeni yerini belirlemek, karmaşık sayıları toplama işleminin geometrik yorumunu bulmak gibi problemlerin çözümüne karşılık, keşif yaklaşımı uygulanmıştır (The Open University,1981).

2.6.5.1. Karmaşık Sayılar Öğretme Yaklaşımlarının Avantajları ve Dezavantajları

Geleneksel yaklaşımda, direk anlatım yaklaşımının sınav şartları göz önüne alındığında en uygun yaklaşım olduğunu, diğer avantajının da matematik tarihinde bir yerinin olduğunu gösterip konuya dikkat çekmek olduğunu belirtmektedir. Ancak, bu yaklaşımla bir iki örnek durumla öğretmen öğrencilerinin düşünmesi için fırsat vermemektedir (Fung, Siu, Wong & Wong, 1998). **Vektörel yaklaşımda**, özellikle vektörler konusunda yapılan işlemler karmaşık sayılar konusunda da uygulanabilmektedir (Bostock ve Chandler,1981). Bundan dolayı, görünüşte farklı gibi olan vektörler ve karmaşık sayılar konuları arasındaki ilişkiler ortaya çıkarılabilir (Evans,2006). Öte yandan, öğretmenler vektör ve karmaşık sayılar aynı konulardır (Evans,2006)kavram yanılgısının öğrenciler tarafından yorumlanmasına engel olmalılardır. Aksi durumda öğrenciler kavram yanılgısına düşebilirler.

Bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanımı yaklaşımında, grafiksel hesap makineleri öğrencilerin konuları öğrenmeleri ve matematiksel uygulamaları yapabileceği, aynı zamanda teknolojiye de kullanabileceği yardımcı bir materyal haline gelmiştir. Wong (2009) da bu düşünceyi savunmaktadır, çünkü bu yaklaşım kavramsal anlamayı beslemektedir. Ayrıca, bu yaklaşım öğrencilerin kendilerine sunulan bilgileri didaktik bir şekilde öğrenmeleri yerine kendi elleriyle tecrübe ederek öğrenmelerine fırsat vermektedir. Ancak, bu yaklaşımın da bazı dezavantajları olduğu iddia edilmektedir. Örneğin, grafiksel hesap makinelerinde dönüşümleri yürüten prosedürlerin eksikliği, yakın dereceleri ayırt edici biçimde belirgin derecelerin olmaması, parametrik kodları gösterememe eksikliği gibi göze çarpan bazı dezavantajları görülmektedir. Teknolojik materyallerin kullanımı öğrencilerin dikkatini dağıtabileceği belirtilmektedir. Ayrıca, bu yaklaşım tek başına kullanılmaması daha uygun görülmektedir. Çünkü bu yaklaşımla ne Argand diyagramı kavramını geliştirebiliriz ne de Argand diyagramında öğrencilerin kendilerince karmaşık sayılarla ilgili pratik yapabileceği fırsatları sağlayabiliriz.

Hikaye anlatımı yaklaşımında ise matematiksel kavramların derinlemesine öğrenilmesini sağlamak için çoklu model yaklaşımına, hikâye anlatımı yaklaşımının karşılık geldiği düşünülmektedir Wong (1999). Bu yaklaşımla öğrencilerin eğlenerek sezgilerini geliştirmeleri sağlanabileceği düşünülmektedir. Diğer taraftan bu yaklaşım konuları öğrenmek için tek başına kullanılması yetersiz kalacağı düşünülmektedir, ancak diğer yaklaşımlarla birlikte kullanılması daha faydalı olacağı görülmektedir. **Fraktal yaklaşımında ise** fraktallar hayatın içinde geniş bir biçimde bulunmaktadır, özellikle müzik, mimarlık ve ekonomi alanlarında uygulamaları bulunmaktadır (Mandelbrot ve Frame,2002). Matematik konularıyla hayatın içindeki uygulama alanlarının birleştirilmesinin önemi göz önüne alındığında bu yaklaşımınla öğrencilerin ilgilisini derse çekip, bu yaklaşımı öğrencileri derse motive etmede kullanılabileceği düşünülmektedir.

2.7. Araştırma Sorularının Doğuşu

Karmaşık sayılar matematiğin önemli konularından birisi olmasına rağmen literatür tarandığında matematiğin diğer kavramlarının yanında daha az araştırılma yapıldığı görülmektedir. Bu bağlamda, karmaşık sayılar konusunun daha fazla aydınlatılması için yapılan araştırmaları incelerken, öğrencilerin kafasındaki karmaşık sayılar kavram imgesinin nasıl olduğu, karmaşık sayıların öğrenciler için gerçekte nerede olduklarına yönelik gereği kadar aydınlatılmamış bazı kavramlar olduğu görülmekte. Araştırmanın konusu olarak bu kavramın seçilmesinin nedeni karmaşık sayılar öğrenciler için ne ifade ediyor? Sorusunun cevabı aranırken ortaya çıktı. Bu cevabı ararken araştırma sorusu da şekillenmiş oldu:

1. Öğretmen perspektifinden;

a. Öğrencilerin karmaşık sayılara olan yaklaşımının değerlendirilmesi nasıldır?

b. Karmaşık sayıların lise matematik öğretim programındaki yerinin değerlendirilmesi nasıldır?

c. Karmaşık sayıların öğretmenlerin zihinlerindeki yeri nedir?

2. Lise öğrencilerinin karmaşık sayı algısının matematiksel kavramlarla olan ilişkisi nasıldır?

3. Değişen öğretim programlarında karmaşık sayıların diğer matematiksel kavramlar ile olan ilişkisi nasıldır?

4. Ekoloji-Habitat-Niş açısından;

a. Karmaşık sayıların öğrencilerin zihinlerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında nasıldır?

b.Karmaşık sayıların öğretmenlerin pedagojik stratejilerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında nasıldır?

c.Karmaşık sayıların öğretmenlerin pedagojik stratejilerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında nasıldır?

BÖLÜM III: YÖNTEM

Bilimsel araştırma, merak edilen bir olay ya da olgu ile ilgili bilgi sahibi olmak için, veri toplama işleminin ardından verileri yorumlayarak bir sonuca gelmeyi hedefleyen sistematik bir süreci ifade eder (Leedy ve Ormrod, 2005, s.2). Bu sürecin içerisinde, problem durumunu belirleme, problem durumu ile ilgili literatür taraması, ortada duran problem için uygun yöntem seçimi, problem ile ilgili veri toplayıp, mevcut olan verilerin analizi ve elde edilen bulguları ifade etmek gibi ana elemanlar bulunmaktadır (Anderson ve Arsenault, 1998). Bu süreçte üzerinde durulması gereken önemli noktalardan birisi olan yöntem kısmında, araştırmaya yön verecek, araştırmanın neden yapıldığı, bu araştırmanın nasıl yapılacağının anlatıldığı ile ilgili açıklayıcı ifadeler bulunmaktadır (Ekiz, 2003). Hollinger'e (1994) göre yöntem doğruya giden süreçtir.

Araştırma sürecinde, araştırmada belirlenecek yöntem ve kullanılacak teknikten önce araştırmacıya yol gösteren dünya görüşü olarak ifade edilen paradigmanın tartışılması gerekmektedir (Guba ve Lincoln, 1994). Bu bağlamda, bu bölümde öncelikle araştırmanın hangi paradigmayı benimsediği, araştırma yöntemlerinin hangi amaçla kullanıldığı ve araştırma sorularının hangi amaçla sorulduğu tartışıldı, ardından araştırmanın doğası, araştırmada kullanılan yöntem ve teknikler anlatıldı.

3.1. Araştırma Modeli

Araştırmanın yapılabilmesi için verimli bir şekilde verilerin toplanması ve verilerin analiz edilebilmesi için mevcut koşulların olması gerektiği gibi düzenlenmesi gerekmektedir (Karasar, 2010). Bu bağlamda, paradigma ve nitel araştırma yöntemleri anlatılacaktır.

3.1.1.Paradigma

Birçok araştırmacı tarafından gerekli önemin verilmediği gözükmekte olan paradigma, herhangi bir olay ya da olgu hakkında doğru olduğu düşünülen kurallar toplamıdır. Araştırmada geçen olgu ve olaylar, araştırma problemi, araştırmada kullanılan yöntemler ve araştırmada elde edilen veriler düşünüldüğünde genel olarak yorumlayıcı paradigma ile araştırma yürütüleceği saptanmıştır (Cohen, Manion & Morrison, 2000). Araştırma sorularına en doğru cevabı bulmak için, en geçerli ve güvenilir yöntemin kullanılması gerekmektedir. Araştırmacının kanıksadığı paradigma, içinde bulundurduğu felsefi yaklaşımın yanında araştırmanın nasıl yapılacağını içeren yöntemleri de içermelidir (Punch, 2005).

Kuhn'a (1995) göre pradigma bilimsel araştırma için temel teşkil etmektedir ve herhangi bir konu ile ilgili bilim adamlarının ortak düşüncelerinin içinde de paradigma kavramı bulunmaktadır. Bu yüzden, herhangi bir birey, herhangi bir konu hakkında zihinsel veya kavramsal bir modele sahip ise o birey o konu hakkında belirli bir paradigması var demektir. Araştırmacılar, karşılaştıkları bir deneyde, hangi hususları öncelikli olarak göreceklerini, hangi soruları soracakları sahip oldukları paradigma ile ilgilidir. Eğer bir araştırmacının sahip olması gerektiği bir paradigması yok ise, o araştırmacı karşılaştığı olguları bir araya getirme hususunda zorluk yaşayabilir. Araştırmacının, paradigmasının olması demek karşılaştığı olguları değerlendirirken, olguların araştırma sorusuna cevap verecek nitelikte olup olmadığına karar verebilmesi demektir. Aksi halde, bir araştırmacının paradigması yok ise karşılaştığı olgulara eşit mesafede olur, hangisinin araştırma sorusuna cevap verip veremediğini anlayamaması demektir. Bu bağlamda, veri toplama ve analiz etme sürecinde paradigma her zaman göz önünde bulundurulması gerektiği söylenebilir. Bu bağlamda, araştırmanın odağını oluşturan araştırma sorularına cevap ararken paradigmanın öncelikli olarak düşünülmesinin ardından, bu kısımda araştırmanın paradigmasına uygun olacak şekilde araştırma deseninin nasıl oluşturulduğu, araştırma sorularını cevaplayabilecek kişilerin nasıl seçildiği ve araştırma tekniklerinin nasıl kararlaştırıldığı anlatılacaktır.

3.1.2.Nitel Araştırma

İnsan bilimlerinin bir kolu olan nitel araştırma çok uzun yıllardır kullanılmaktadır (Denzin ve Lincoln, 1994). Uzun yıllardır kullanılmasına rağmen, nitel araştırmanın tanımı yapılırken ortak bir tanımdan bahsetmek güç olsa da, çoklu veri toplama yöntemlerini barındıran, bütüncül bir yaklaşımla algıların, olayların ve olguların açıklanması için yapılan araştırmalar, nitel araştırmalar olarak tanımlanabilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.39). Nitel araştırmaların temelinde gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama araçları bulunmaktadır, sosyal ve kültürel problemlerin, olayların, algıların doğal ortamlarında, bütüncül olarak ortaya çıkarılması için yapılan nitel araştırmalarda, araştırmacılar olayları ve olguları bütüncül bir şekilde detaylıca yakından takip ederler (Yıldırım & Şimşek 2013; Creswell, 1998; Glesne ve Peskin, 1992). Araştırmacılar, nitel araştırma yöntemlerinden karmaşık, değişken, tartışmalı gibi birçok yöntem ve araştırma uygulamalarından bir ve birkaçını kullanırlar (Punch, 2005). Bu bağlamda amaç, ortada olan bir olay ya da olguyu aydınlatmak ve olaylar arasında bulunan ilişkileri saptamaktır (Çepni, 2007). Ortaya çıkacak olan ilişkiler araştırmacının bakış açısıyla doğrudan ilişkilendirilebilmektedir (Altunışık vd.,2004, s. 5). Araştırmacı herhangi bir yöntemi araştırma odağının doğası ile ilgili olmasına göre belirler. Nitel araştırmaların en belirgin özelliği bir ya da birkaç olayı etraflıca araştırmasıdır. Yani bir olay ya da olgu ortam, kişiler, olaylar ve süreçler açısından bütüncül bir şekilde ele alınmalıdır ve ilgili olay ya da olgu ile ilgili nasıl etkilendikleri araştırılmalıdır (Taşova, 2011). Nitel araştırmada, araştırmacı araştırdığı olay ya da olguları içinde bulundukları doğal ortamlarında gözlemlemelidir (Patton, 1987). Araştırılan olay ya da olguların değişkenlerine ilişilerek, araştırmayı doğal ortamından farklı bir ortama kaydırmak çok yanlış bir tutumdur (Fetterman, 1989).

Nitel araştırmalar, insan davranışlarını be tutumlarını konu alan araştırmalar için uygun olduğu belirtilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nitel araştırmalar süreç odaklı, anlama ve anlamlandırma hususları çok önemli yer tutar, ve nitel araştırmalar, tümevarım yaklaşımı izlenerek zengin betimlemeler içeren bir araştırma haline gelir (Merriam, 2009, s.14).Bu araştırmada, bu açıdan bakıldığında, öğrencilerin zihinlerinde olan karmaşık sayılar kavramının ve karmaşık sayılar ile ne kadar ilgili olduğu hususu derinlemesine araştırılmak istendiği için araştırma genelinde yorumlayıcı yaklaşılmış, veri toplanmasında, analizinde ve yorumlanmasında nitel yöntem ve teknikler kullanılmıştır. Nitel araştırma desenlerinden durum çalışması yaklaşımı kabul edilmiştir.

3.1.3.Araştırma Deseni

Araştırmanın odağını oluşturan araştırma problemlerine yanıt oluşturabilmek için araştırma desenini amacına uygun ve iyi oluşturmak gerekmektedir. Bu çalışmada, karmaşık sayıların öğrenci zihinlerindeki yerini anlamaya yönelik var olan durumu kendi koşulları içerisinde incelenmeye çalışıldığı için, bu çalışma nitel araştırma desenlerinden biri olan "durum çalışması" modeli üzerine kurulmuştur. Durum çalışması, birden çok olay ve olgunun, herhangi bir ortamın, programın ve ya sosyal grup gibi İç içe bağlı etkenlerin detaylıca incelendiği araştırma yöntemidir (McMillan, 2000). Durum çalışması araştırmacıların, gözlem, doküman ve raporlar gibi çoklu bilgi kaynaklarını kullanarak sınırlı bir ya da birkaç sistemi keşfettiği, geniş kapsamlı veri topladığı, olay ve olguların detaylı betimlenmesiyle anlatıldığı araştırma desenidir (Creswell, 2006, s.73). Sınırlı sistem denilince, sınırları olan, tek bir eleman olarak anlaşılmaktadır (Smith, 1798). Araştırmada ele alınan olay ya da olgu sınırlı bir yapıya sahip değilse durum oluşturmaz (Merriam, 2009, s.41). Durum çalışmaları, bütüncül tek durum deseni, iç içe geçmiş tek durum deseni, bütüncül çoklu durum deseni ve iç içe geçmiş çoklu deseni olmak üzere dörde ayrılmıştır (Yin,1984).

Güncel bir olgu ya da olayı kendi gerçekliği içinde iç içe geçmiş etkenlerin kesin sınırlar ile ayrılmadığı birden fazla veri kaynağının olduğu çalışmalara konu olan durum çalışması düşünüldüğünde (Yin,1984). Bu çalışmada, karmaşık sayıların öğrenci zihinlerindeki yerinin incelenmesi, öğretim programı ve doküman incelemesi, öğrenci ve öğretmen görüşleri göz önüne alındığında “iç içe geçmiş tek durum deseni” benimsenmiştir.

3.2.Çalışma Grubu

Bir araştırmanın kalitesi değerlendirilirken kullanmış olduğu paradigma ve yöntemin dışında araştırma problemine uygun cevap verebilecek bir çalışma grubunun (örneklem) olmasına bağlıdır (Cohen, Manion ve Morrison,2007). Evren ve örneklem kavramları nitel araştırmalardan çok nicel araştırmalar için uygun olmaktadır. Araştırmalarda, evrendeki bütün olayların veya olguların incelenmesi mümkün olmadığı için evreni temsil edebilme kabiliyetine sahip sınırlı sayıda kişi, olay ya da olguyu araştırma yoluyla, araştırma problemlerine pratik bir cevap oluşturmaktadır çözümdür (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 101). Örnekleme göre daha çok sayıda birey, olgu ya da olay barındıran evrenin özellikleri, belirli yöntemler kullanılarak örneklem seviyesine indirgenir. Daha sonra evrenin özelliklerini barındıran örneklem ile çalışma yapılır ve elde edilen sonuçlar bu sefer evrene genellenir. Nitel araştırmalarda evrene genelleme gibi bir amaç olmadığı için olguları küçültme yoluna gitmek gibi bir amacı yoktur. Bu açıdan, nitel araştırma yapan araştırmacılar, genellikle evrenin tamamıyla çalışırlar, böylece örnekleme gibi bir metot uygulamazlar. Bu bağlamda nitel araştırmalarda katılımcı veya çalışma grubu kavramları vardır.

Örneklem kavramı nitel araştırmalarda çalışma grubu veya katılımcılar olarak adlandırıldığından, nitel bir çalışma olan bu çalışmada da örneklem yerine çalışma grubu kullanılmaktadır. Çalışma grubu kişiler ya da olayların herhangi bir etken ile karşılaştırılmadan saf bir şekilde alındığı olasılıksız örneklem seçiminin amaçlı örnekleme tekniği kullanarak saptanmıştır (Patton, 1990). Belirli kıstasları yerine getiren, spesifik özelliklere sahip olan bir ya da daha fazla özel durumlarda araştırılma yapılmak istendiğinde tercih edilen olasılıksız örneklem seçimi ve amaçlı örnekleme, herhangi bir olay ya da olgu üzerinde çalışılan grubun detaylıca incelendiği araştırmalarda kullanılan bir yöntemdir (Cohen, Manion ve Morrison, 2000; Patton, 1990).

Araştırmada, karmaşık sayıların matematik dersi bağlamındaki yeri araştırıldığı için, insan toplulukları, dokümanlar ve bireysel görüşmeler yapılarak incelenmektedir. Bu açıdan, İstanbul ilinin köklü bir geçmişe sahip devlet lisesinde 12.sınıfta okuyan 40 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin karmaşık sayılar ile ilgili herhangi bir hazır bulunuşluk problemi olmayan, matematik becerileri anlamında da sınavla alınan bir lisede oldukları düşünüldüğünde, akademik seviyelerinin yeterli olduğu düşünülmektedir. Bu açıdan, çalışma grubu ile alınan sonuçların anlamlı ve etkili olacağı düşünülmektedir.

3.3.Veri Toplama Süreci

Araştırmacılar, bilimsel araştırmalarını yaparken, araştırma problemlerine yönelik doğru cevaplar bulabilmesi için, araştırmanın yöntemi ve araştırma desenini belirlemelidir. Yöntem ve araştırma desenini belirledikten sonra belirlenen yöntem ve desene uygun olacak şekilde veri toplama araçlarını belirlemek gerekmektedir. Veri toplama sürecinde araçların geçerli ve güvenilir olmasına dikkat edilmesi gerekmektedir. Ayrıca, araştırmada kullanılacak veri toplama araçları araştırma desenine uygun olmasının yanında, araştırmacının kendi dünya görüşüne uygun olacak şekilde de seçilmesi gerekmektedir. Nitel araştırmalar, olay ya da olguları kendi bulundukları ortamlarda incelemeyi temel alan bir anlayış içerisinde oldukları için, veri toplama sürecinde de kişiyi ön plana alır. Kişinin, olay ya da olgu ile ilgili bilgisi, tutum ve farkındalığı ile ilgili derinlemesine bilgilenmek için en güvenilir kaynağın kişinin kendisine ait yazılı ve sözlü ifadeleri olduğu görülmektedir (Sevimli, 2009). Bu yüzden, çalışmanın amacına uygun olacak şekilde karmaşık sayıların matematik dersi bağlamında yerinin tespiti için nitel veri toplama araçları oluşturulmaya çalışılmıştır.

Çalışma 2015-1016 öğretim yılı bahar yarıyılında ortaöğretim 4.sınıfta okuyan öğrenciler ve ortaöğretimde görev yapan matematik öğretmenleriyle yapılmıştır. Öncelikle öğrencilerin karmaşık sayılar ile ilgili bilgi ve problem çözme becerilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin bilgi ve problem çözme becerilerini tespit etmeye yönelik araştırmacı tarafında, karmaşık sayılar ile ilgili hedef davranışlarının tümünü içerecek şekilde karmaşık sayılar testi oluşturulmuştur. Lise öğretim programındaki hedef davranışlar gözetilerek hazırlanan karmaşık sayılar testinden başarılı, orta ve zayıf olarak geçen öğrencilerle, karmaşık sayıların matematiğin neresinde olduğu ile ilgili görüşme soruları hazırlanmıştır. Daha sonra, Matematik öğretiminin diğer parçalarında birisi olan öğretmenlerin zihinlerindeki karmaşık sayıların özeliklerini ve karmaşık sayıların nasıl ortaya çıktığı hangi şartlarda ortaya çıktığı ile ilgili görüşme soruları hazırlanmıştır. İkinci aşamada, karmaşık sayıların doküman analizi yapılmıştır. Bu kısımda, bahsedilen nitel veri toplama araçları tanıtılacaktır.

3.3.1 Karmaşık Sayılar Testi(Kst)

Karmaşık sayılar testinde, karmaşık sayılar kavramlarını anlamak ne kadar önemli ise cebirsel beceriler de o kadar önemlidir. Bu nedenle, karmaşık sayılar testi için hazırlanan 10 tane soru aynı zamanda cebirsel beceri isteyen sorulardan oluşmaktadır. Bu sayede öğrencilerin karmaşık sayıları çalışırken veya karmaşık sayılar ile ilgili soruları çözerken cebirsel olarak zorlandıkları konuların ve yaptıkları hataların keşfi sağlanmış olacaktır. Bu bağlamda hazırlanan karmaşık sayılar testi içerisinde cebirsel beceriler gerektirecek sorular hazırlanmıştır. Sorularda gereken karmaşık sayılar becerileri ve cebirsel işlem becerileri kodları tablo 3.1'de, soru bazında hangi becerileri gerektirdiği tablo 3.2'de yer almaktadır.

Tablo 3.1. KST'nin Kategori Analizi Kodları

KATEGORİ	KOD	AÇIKLAMA
Karmaşık İşlemler	**İYK**	İ'nin yanlış kullanımı
	KDG	Karmaşık Düzlemde Gösterememe
	KSE	Karmaşık Sayı Eşitliğini Gösterememe
	SF	Standart Formda Yazamama
	EA	Eşlenik Alamama
	KG	Kutupsal Gösterememe
	UN	Karmaşık Özellikleri Unutma
Cebirsel İşlemler	**TÇ**	Toplama ve Çıkarma
	ÜA	Üs Alma Hatası
	KÇ	Kökten Yanlış Çıkarma
	DFT	Diskriminant Formülü Hataları
	KF	Kök Formülü Hataları
	ÇB	Çarpma Bölme Yanlışları
	DÖ	Dağılma Özelliği
	MD	Mutlak Değer Hesaplayamama

Tablo 3.2. Karmaşık Sayılar Testindeki Her Bir Sorunun Ölçmeyi Hedeflediği Beceriler

			SORULAR										
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
KODLAR	KARMAŞIK	ÜS	*	*				*		*			
		İT	*	*	*			*					
		KSE				*			*	*			
		EA	*				*						
		NYB	*					*	*	*	*	*	*
		KF								*	*	*	*
		SF		*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		KD											*
		kd						*		*			*
	CEBİRSEL	DÖ		*	*					*			
		PA		*						*		*	
		TÇ		*	*					*		*	
		DKB			*								
		DÇ			*	*							
		MD							*	*			
		Tİ								*	*	*	*
		KB			*	*						*	

3.3.2. Görüşme

Görüşme, kişilerin herhangi bir kavramı neden ve niçin düşündüklerini, o kavrama ait tutumlarının nelerden oluştuğunu, kavram ile ilgili davranışlarını yönlendiren etkenlerin neler olduğu anlamamızı sağlayan bir veri toplama aracıdır (Ekiz, 2009, s.62). Kişilerin herhangi bir olay ya da olguyu düşünürken geçirdiği süreçleri anlamak için kullanılan en güçlü yöntemlerin başında görüşme gelir (Puntch, 2005). Görüşmeler , kişilerin düşündükleri hakkında neden sorusuna cevap aranırken kullanılan uygun veri toplama araçlarından birisi olması yönüyle önemlidir (Altunışık ve diğer., 2004). Bu bağlamda, kişilerin herhangi bir olay ya da olgu hakkında düşündüklerini anlamaya yönelik, kaynakların ulaşılabilirliğine ve çalışmada toplanmak istenilen verilerin özellikleri gözetilerek farklı yapılarda hazırlanmaktadır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009, s.162). Bu yapılardan öne çıkanlardan bir tanesi de klinik görüşmelerdir.

3.3.2.1. Yarı Yapılandırılmış Görüşme

Nitel araştırmalarda görüşme yapmak, kişilerin gerçeklik algılarına, kavramsal anlamlarına, kavramlara ait tanımlamalarına ve ortada bulunan durumun var oluş sebeplerine ulaşmanın en iyi yollarından biridir (Punch, 2005, s. 165). Araştırmalarda sıklıkla kulanılan tekniklerden olan görüşme tekniğinin kolay gibi görünmesine rağmen, yetenek, hassasiyet, kosantrasyon, empati, öngörü, zihinsel farkındalık ve disiplin gibi çok yönlü becerileri gerektirmesi bakımından değerlendirildiğinde sanat ve bilim gibi özellikleri birlikte taşıdığı görülmektedir (Yıldırım ve Şimsek, 2006).

Nitel araştırmalarda kullanılan görüşme yönteminin en önemli özelliği araştırılan durum ile ilgili kişilerin görüşlerini ve düşüncelerini ortaya çıkarmaktır. Bu bağlamda görüşme tekniği, kişilerin araştırılan konuyu nasıl düşündükleri, araştırılan konu hakkında duygu ve düşüncelerini etkileyen faktörleri ve kişilerin düşünme yapılarına ve kalbine girmeyi hedefleyen veri toplama aracıdır (Ekiz,2003, s. 61). Nicel araştırmalardan farkı da yüzeysellikten çıkıp derinlemesine inceleme olanağı tanımasıdır (Kuş, 2007:87).

Görüşmeler değişik yapılarda oldukları için, içerdiği kurallar ve sahip olduğu yapısı itibariyle, “yapılandırılmış”, “yarı yapılandırılmış” ve “yapılandırılmamış” olarak üç gruba ayrılmaktadır (Karasar,1999). Görüşmede sorulan soruların nasıl sorulacağı ve toplanacak verilerin ne tür olacağı önceden belirli olan görüşmeler yapılandırılmış görüşmelerdir. Yapılandırılmamış görüşmelerde ise önceden belirli hiçbir soru yoktur, görüşülen kişiye göre görüşmenin gidişatı belirlenir. Ancak burada en önemli husus, araştırmacının araştıracağı konuyu habgi boyutlarda aydınlatmak istediğini bilmesi gerekmektedir (Yıldırım, Şimşek, 2005, s 120). Yarı yapılandırılmış görüşmede ise görüşmede sorulacak olan sorular önceden belirlenir. Görüşülen kişinin verdiği cevaplar doğrultusunda yeni sorular eklenebilir ve ya çıkartılabilir.

Yarı yapılandırılmış görüşmeler, soruların önceden hazırlanması bağlamında yapılandırılmış görüşmeye, görüşmenin devamında da farklı sorular ekleyip çıkarma imkânı olduğu için de yapılandırılmamış görüşmeye benzemektedir. Bu durum da araştırmacıya farklı avantajlar sağlamaktadır. Araştırmacı görüşmeyi araştırma odağı bağlamında ilerletebilme olanağına sahip olur (Altunışık ve diğ. , 2004, s.84). Bu hususta, önceden hazırlanana soru klavuzu ile görüşmeye başlamakta fayda olacağı değerlendirilmektedir (Seyidoğlu, 2003). Bunların dışında, görüşülen kişi sayısı, soruların uzunluğu, görüşme tarzı ve verilerin analiz türü gibi hususlar da iyi bir görüşmenin olabilmesi için dikkat edilmesi gereken konulardır (Frey ve Oishi, 1995).

Bu araştırmada, karmaşık sayılar testine verdikleri cevaplar, derslerindeki başarıları ve görüşme yapılabilecek iletişim becerilerine sahip olmasına göre 6 öğrenci belirlenmiştir. Tecrübelrine göre de 6 tane öğretmen belirlenmiştir. Görüşme soruları, öğrencilerin karmaşık sayılar testinde kısmi ve yanlış cevap verdikleri sorular gözetilerek oluşturulmuştur. Sorular önceden belirlenmiş olmasına rağmen yarı yapılandırmacı görüşmenin doğası gereği görüşülen öğrencilerin verdikleri cevaplar doğrultusunda farklı sorular ve cevaplar ortaya çıkmıştır, böylece görüşme sorularının sıraları değişiklik göstermiştir. Bazı öğrencilere karmaşık sayılar testinde görülemeyen bazı becerilerini ortaya çıkarmak için çözdükleri sorulara paralel olarak tekrar sorular sorulmuş ve konu hakkındaki becerileri gözlenmeye çalışılmıştır. Öğretmenler de ise karmaşık sayıları derslerde defalarca anlatmış olmaları göz önüne alınmıştır, bu bağlamda görüşme yapılırken farklı konularla ilgili görüşler ortaya çıkmıştır. Bu şekilde, karmaşık sayıların öğretmenlerin düşüncesinde nasıl yer aldığını gözlemleme fırsatı bulunmuş oldu. Öğrenci görüşme soruları aşağıdaki gibidir:

- Karmaşık sayılara olan ihtiyaç nerden doğmaktadır?
- “i”nin karmaşık düzlemdeki yeri hakkında ne düşünüyorsunuz?
- Karmaşık sayılar sayı sisteminin neresinde bulunmaktadır?
- Karmaşık sayıları anlayabilmek için matematiğin hangi kavramlarını bilmek gerekir?
- Karmaşık sayıların gerçek hayat kullanım alanları var mıdır? Varsa nelerdir?
- Herhangi bir kafeye gittiğinde, fiyatı x lira olan kahveden a+ib tane kahve içersen ne kadara mal olur? Sorusu ve cevabı hakkında ne düşünürsün..
- Karmaşık Düzlem İle Koordinat Düzlemini Karşılaştırır Mısın?

Öğretmen görüşme soruları aşağıdaki gibidir:

- Bir kahvehanede 1 fincan kahve 5 tl ise, 3+2i tane kahve kaç tl eder? Sorusu ve cevabı hakkında ne düşünürsünüz?
- Karmaşık sayıları anlatırken geriye dönük ders anlatımı yapılsaydı hangi kavramları anlatırdınız? Neden ?
- Karmaşık Sayılar Öğrenciler İçin Ne Anlam İfade Etmektedir.
- Karmaşık sayıların matematik öğretim programındaki yerini nasıl değerlendirirsiniz?

3.3.3. Doküman Analizi

Nitel araştırmalarda, diğer yöntemlerden elde edilen veriler ile birlikte doküman analizi yapılması çalışmada elde edilen verileri çeşitleme amaçlı da kullanılabilmektedir (Cohen ve Manion, 1994). Ayrıca, nitel araştırmalarda kullanılan en etkili veri toplama araçlarından birisi de doküman analizidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.188). Bu bağlamda, nitel paradigmaya sahip olan bu çalışmada da doküman analizi tekniği kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan görüşme ve karmaşık sayılar testinin yanında doküman analizi tekniğinin kullanılmasıyla araştırmanın geçerliliğinin artması amaçlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu düşünceyle güncel MEB ders kitabı, 2011 ve 2013’te değiştirilen matematik öğretim programları, sınavlar ve öğrenci defterleri incelenmiştir.

3.4. Verilerin Çözümlenmesi ve Yorumlanması

Araştırmalarda en önemli kısımlardan birisi veri toplamasıdır. Veriler toplandıktan sonra ham verilerin işlenmesi ve araştırma sorusuna kurumsal veya pratik bir şekilde çözüm önerileri getirmesini sağlayacak şekilde değerlendirilmesi gerekmektedir (Karasar, 1999, s. 197). Araştırmada kullanılacak olan çözümleme yöntemlerinin araştırma soruları bağlamında seçilmesi ve çözümleme yönteminin araştırmada bulunan değişkenleri ne kadar ölçebildiği hususları verilerin çözümlenmesi sürecinde çok önemli bir yere sahiptir (Punch,2005, s. 108). Bu süreçte, uygun bir analiz yöntemi seçilmesi toplanan verilerin niteliği kadar önemli bir tutmaktadır (Altunışık vd., 2004, s. 158).

Toplanan verilerin analizi hususunda analizin derinliğine göre betimsel analiz ve içerik analizi gibi iki farklı yaklaşım bulunmaktadır. Gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi uygulanan veri toplama araçlarının içinde bulunan soru konu ve temalar esas alınarak yapılan analiz betimsel analizdir (Ekiz, 2009, s.75). Betimsel analiz araştırmanın kavramsal yapısının daha önceden belli olduğu çalışmalar için kullanılır. Betimsel analizde amaç elde edilen bulguları düzenlemek ve düzenli bir şekilde ortaya çıkarmaktır (Çepni, 2012, s.172). İçerik analizi betimsel analize göre daha derinlemesine inceleme imkânı vermektedir ve önceden belli olmayan kavramsal yapıların ortaya çıkarılmasını sağlar tanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.225). İçerik analizinin bu çalışma için daha uygun olduğu düşünüldüğünden içerik analizi yönteminin kullanılması kararlaştırılmıştır.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Hangi veri toplama aracı kullanılırsa kullanılsın araştırmalarda temel gaye araştırmanın odağını oluşturan sorulara doğru cevap vermektedir. Araştırmalarda, sonuçların doğruluğu ve inandırıcılığı önemli yerlerden biri olarak kabul edilmektedir. Her araştırmacı, araştırdığı problemi çözebilmek adına hayal gücünü kullanır, hayal gücünü kullanırken becerisini gösterir, becerileri doğrultusunda kendi ifadeleriyle araştırılmak istenen probleme çözümler getirmeye çalışır. Bilimsel yöntem de bu sübjektifliği ortadan kaldırmak için vardır. Bunun için geçerlik ve güvenirlik hususuna çok önem verilmektedir (Altunışık, Coşkun, Bayraktaroğlu & Yıldırım, 2010). Bu çalışmada, verilerin toplanması ve analiz edilmesi sürecinde kullandığı metot ve yöntem bakımından nitel araştırma özellikleri taşıdığından, evrene genelleme gibi bir hedef bulunmamaktadır. Bu bağlamda, bu çalışmada geçerlik ve güvenlik kavramlarının nitel araştırmalarda ifade ettiği anlam ele alınacaktır.

Nitel ve nicel araştırmalarda, çalışmaların geçerlik ve güvenirlikleri farklı ele alınmaktadır. Araştırmalarda, sonuçların doğruları araştırılırken geçerlik kavramı ele alınır, elde edilen sonuçların doğruluğu incelenirken de güvenilirliğine bakılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Lincoln ve Guba (1985), nitel bir araştırmanın iç geçerliğini “inandırıcılık”, dış geçerliğini de “aktarılabilirlik” kavramlarıyla ifade etmeye çalışmaktadır. Güvenirlik ise aynı çalışma, benzer konu ve benzer çalışma grubuyla yapılsa dahi aynı sonuçların elde edilebileceğini ifade etmektedir (Cohen, Manion ve Morrison, 2000, s.117). Güvenirlik, aynı zamanda araştırmacılara yol göstermesi bakımında kullanılan yöntemleri detaylıca ele alınması durumunda bundan sonraki araştırmacılar için aynı stratejileri uygulama fırsatı vermesi bakımından önemli bir husustur (Yıldırım & Şimşek, 2008, s.260).

Nitel araştırmalarda teyit edilebilirlik hususu da güvenirlik ile ilgili dikkat edilmesi gerekmektedir. Nitel araştırmalarda, araştırmacı etkisi nicel araştırmalarda olduğu gibi sıfır olduğu söylenemez. Bu durumun etkisini en aza indirmek için araştırmacı ulaştığı sonuçlarını devamlı teyit etmelidir ve bu durumla ilgili her zaman mantıklı açıklamalar yapmalıdır. Teyit edilebilirlik hususunun ne ölçüde gerçekleştiğini anlamak için teyit incelemesi yapılmaktadır. Elde edilen ham veriler sonuçlarıyla karşılaştırılıp, ortaya çıkan sonuçların elde edilen verilerle teyidinin uygunluğu incelenmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.269). Bu bağlamda, çalışmada, araştırmacı toplanmış olan herhangi bir veriyi sonuçları ya da varsayımları etkilememesi için gerekli önlemleri almıştır.

Araştırmacı, ham verilerin hepsini, analiz ederken yaptığı kodlamaları, doküman analizlerini ve çalışma sonucu ortaya çıkan çıkarımları matematik eğitimi alanında görev yapmakta olan bir öğretim üyesinin, yüksek lisansını bitirmiş tecrübeli bir matematik öğretmeninin ve bir araştırma görevlisinin görüşüne sunulmuştur. Bunun dışında, güvenirliği sağlamak için, elde edilen veriler analiz edilirken iki tane öğretim üyesine danışılarak yapılmıştır. Karmaşık sayılar testi ile elde edilen verilerin güvenirliğini arttırmak için araştırma soruları kapsamında yapılan klinik görüşmeler ile verilerin güvenirliği teyit edilmiştir. Öğrencilerin zihinlerinde var olan karmaşık sayılar kavramını ortaya çıkarmak için yapılan klinik görüşmeler sırasında yapılan kayıtlar araştırmada görevi olmayan bu konuda uzman olan birisine dinlettirilmiş ve araştırmacının bulgularıyla uzman kişinin bulguları arasında %85 oranında benzerliklerin olduğu görülmüştür.

Araştırmanın geçerliği ve güvenirliğini arttırmak adına birbirini tamamlayan veri toplama araçlarının birlikte kullanılması diğer bir ifade ile veri çeşitlemesi yapılması sıkça yapılan uygun bir yoldur (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2009, s.285). Değişik veri kaynakları, farklı veri toplama yöntemleri ile birlikte analiz edilerek, çalışmanın inandırıcılığını arttırmaya yönelik veri çeşitleme yöntemi uygulanması, araştırmacının elde ettiği verilerin geçerliğini güçlendirip, elde edilen sonuçların daha zengin bir yapıya sahip olmasını sağlayabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.301). Araştırmada da geçerliğin ve güvenirliğin artması bağlamında, çalışma grubu ile karmaşık sayılar testi yapılmıştır. Belirlenen bazı öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Bunların dışında araştırma sorusu bağlamında matematik öğretim programında yer alan karmaşık sayılar konusu özelinde doküman analizi yapılmıştır.

BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde **araştırma soruları bağlamında** nitel veriler üzerinde yapılan betimsel analiz sonuçları verildi. Araştırmanın verileri Karmaşık Sayı Testi, kavram haritaları ve yarı yapılandırılmış görüşmeler ve doküman analizi ile toplandı.

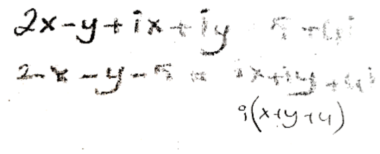
4.1. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Açısından Elde Edilen Bulgular: Karmaşık Sayılar Testi

Öğrencilerin karmaşık sayılar testindeki performansını etkileyen cebir bilgisi gerektiren hususların belirlenip öğrencilerin nerelerde hata yaptıklarını anlamamızı sağlayacak olan karmaşık sayılar testi 11 sorudan oluşmaktadır. Öğrencilerin Karmaşık Sayılar Testi **(**KST)'ye verdikleri cevaplar iki aşamada kategorilere ayrılarak incelenmiştir. İlk aşamada, öğrencilerin karmaşık sayılar performansını belirlemek için, her bir soru için sonuca gitmeleri durumuna göre "doğru cevap", "yanlış cevap", "kısmı cevap" ve "boş cevap" kategorilerine göre değerlendirilmeye tutulmuştur (Tablo 4.1). Daha sonra, 2. Kategori incelemede ise, öğrencilerin her yanlış ve kısmi cevaplanan soru için nerede hatalı oldukları incelenerek neden doğru sonuca ulaşamadıkları incelenmektedir.

Tablo 4.1. Karmaşık Sayı Testi'nin Cevap Kategorileri

Kategoriler	Açıklama	Örnek
Doğru Cevap	**Uygun cebirsel işlemler ile doğru süreci ve(ya) sonucu gösteren çözümler**	$2x-y=5$ $x+y=4$ $+$ $3x=9$ $x=3$ $y=1$
Yanlış Cevap	**Cebirsel ifadelerin yerinde kullanılmaması, işlem hatası gibi ve(ya) sonuç kaynaklı cevaplar**	$2x-y=5$ $x-y=4$ $3x=9$ $x=3$

Tablo 4.1. Karmasık Savı Testi'nin Cevap Kategorileri

Kısmi Cevap	**Cebirsel ifade ve işlemlerin kullanıldığı ama devam etmediği ve belirli bir basamakta durdurulduğu için doğruya ya da yanlışa gittiği anlaşılamayan süreçler ve(ya) sonuçlar**	
Boş Cevap	**Boş bırakılmış ya da sorunun tekrar yazıldığı cevaplar**	

4.1.1. Karmaşık Sayılar Testi Performansları

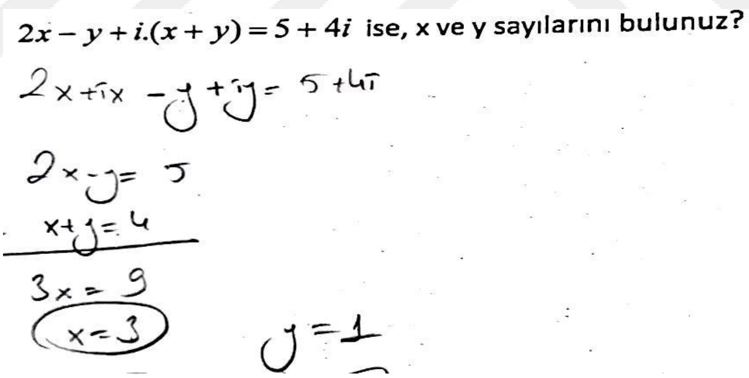
Öğrencilerin bu testteki sorulara verdikleri cevap frekansları ve yüzdeleri Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Karmaşık Sayı Testi Performans Frekansı ve Yüzdeleri

Sorular	Doğru Cevap f(%)	Yanlış Cevap f(%)	Boş Cevap f(%)	Kısmi Cevap f(%)
	4 (6,6)	1(1,6)	2(3,3)	53(83,3)
1				
	33 (55)	17(28,3)	6(10)	4(6,6)
2	30 (50)	15(25)	0(0)	15(25)
	41 (68,3)	7(11)	8(13,3)	4(6,6)
3				
	19 (31,6)	10(16,6)	4(6,6)	27(45)
4	8 (13,3)	11(18,3)	19(31,6)	22(36,6)
	19 (31,6)	7(11,6)	6(10)	28(48,6)
5				
	13 (21,6)	15(25)	24(40)	8(13,6)
6	11 (18,3)	14(23,3)	15(25)	20(33,3)
	5 (8,3)	12(20)	24(40)	19(31,6)
7				
8				
9				

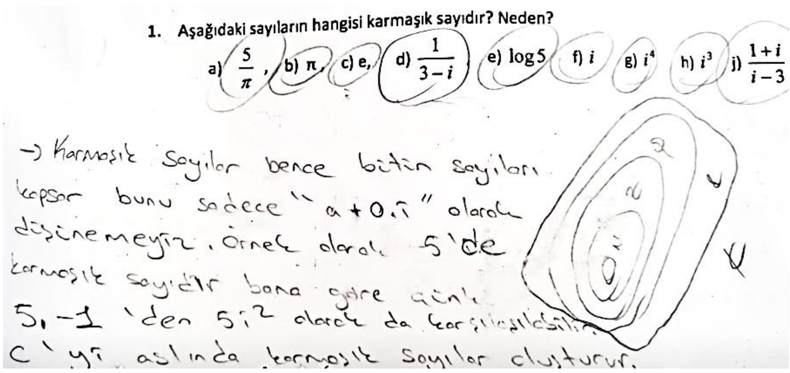
10				
Toplam	**18(30,4)**	**7(17,6)**	**16(18,7)**	**19(33,3)**

Teste genel olarak bakılınca öğrencilerin soruların % 30,4’sini doğru, %17,5’ünü yanlış, % 33,3’sini kısmi cevaplarken, %18,7’sını boş bırakmıştır. Öğrencilerin en başarılı olduğu soru denklem çözme, karmaşık sayı eşitliği ve kök bulma becerisini barındıran 4.soru olmuştur (Şekil 4.1).



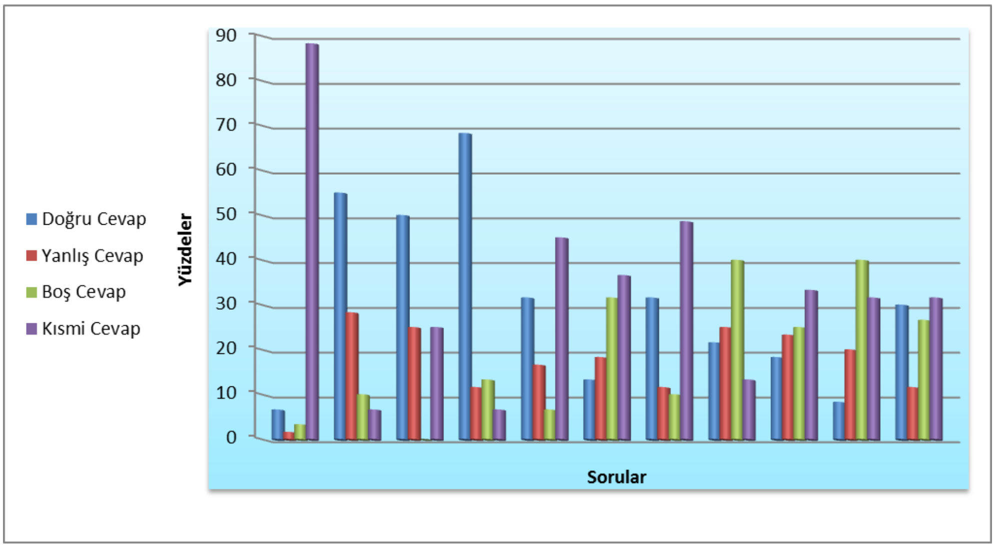
Şekil 4.1. KST4’e verilen doğru cevap örneği

Öğrencilerin en çok kısmı doğru cevap verdiği soru aynı zamanda en az doğru cevap verilen soru ise içerisinde “i’nin yanlış kullanımı” olarak belirtilen özelliği barındıran 1. Soru olmuştur. 1.soruya %88,3 gibi büyük çoğunluk kısmı cevap verip, %6,6 doğru cevaplamıştır(Şekil 4.2).



Şekil 4.2. KST1'e verilen doğru cevap örneği

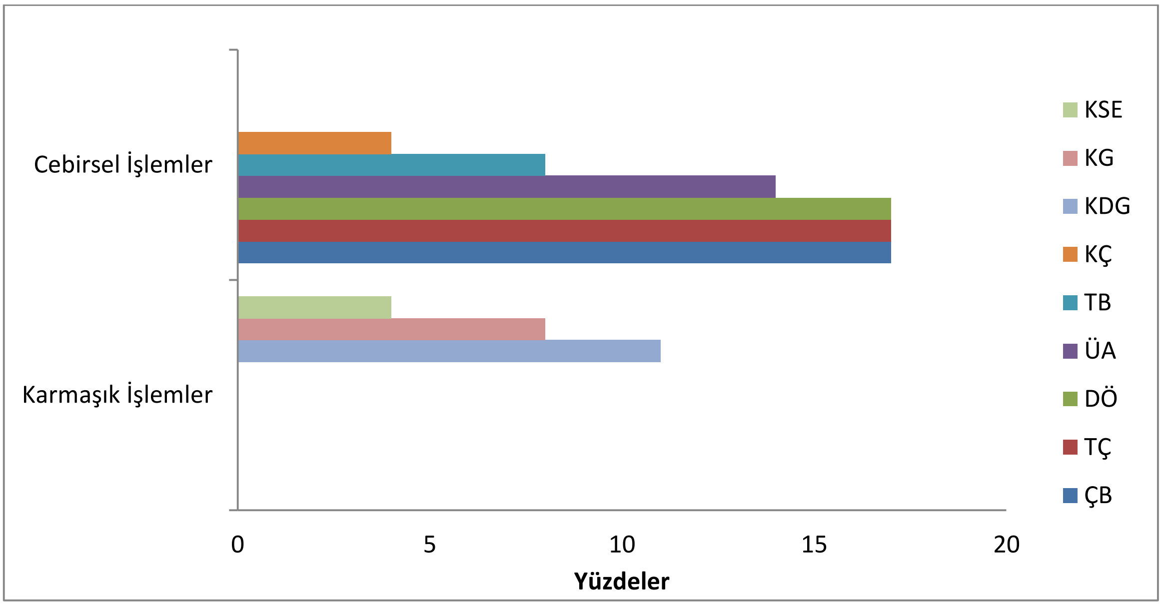
En fazla yanlış yapılan soru ise "dağılma özelliği", "parantez alma", karmaşık sayılarda toplama çıkarma" "i'nin üsleri" gibi özellikleri barındıran 2.soru olarak göze çarpmaktadır. Öğrencilerin %28,3'ü bu soruya yanlış cevap vermiştir. Ancak aynı soruya testin geneline bakılınca yüksek bir oran olan %55 ile bu soruya doğru cevap verdikleri görülmektedir. İçerisinde "diskriminant ile kök bulma" ve "i'nin tanımı" gibi özellikler barındıran 3. Soru ile içerisinde "karmaşık düzlem" , "karmaşık sayının yerini belirleme" gibi özellikleri barındıran 8.soruya da %25 oranında yanlış cevap verilmiştir. Kök bulma becerisini ölçmeye çalışan 3.soruyu kimse boş bırakmamıştır, %50 bu soruyu doğru cevaplarken, %25 kısmi cevap vermiştir, %25 ise yanlış cevaplamıştır. 8.ve 10 soruyu %40 boş bırakmıştır. Söz konusu testlerin hangi beceriyi ölçmeye çalıştığı ile ilgili tablo 4.3'te verilmiştir. Tablo 4.2'nin daha iyi anlaşılabilmesi adına şekil 4.3 hazırlanmıştır.



Şekil 4.3. KST Performans yüzdeleri

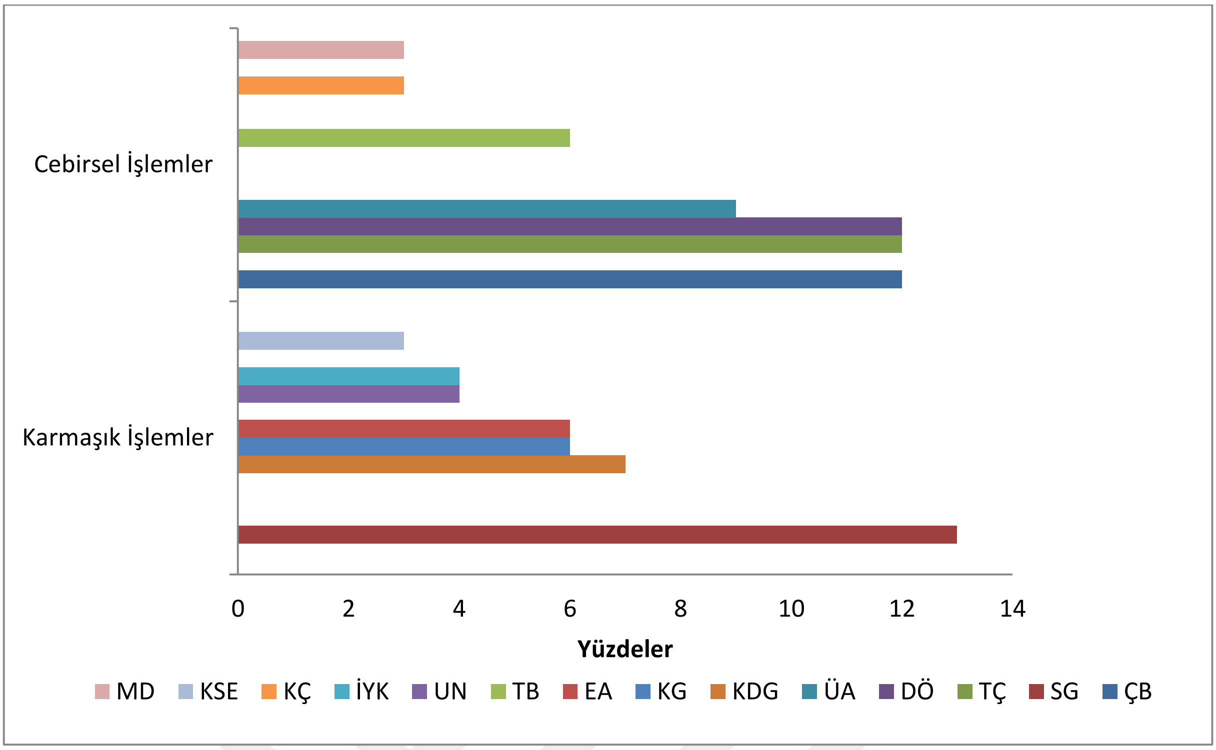
4.1.2 Karmaşık Sayılar Testi İkinci Aşama Analizi

Elde edilen nitel verilerden yüksek seviyede yararlanabilmek amacıyla içerik analizi gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından defalarca okunan veriler araştırma soruları bağlamında kodlanaraktan, oluşturulan kodlanan uzman görüşüne sunulmuş, %80 oranında yapılan kodlamalar örtüşmektedir. KST'de ortaya çıkan yanlış cevaplar ile karşılaşılan hataların doğru sonuca ulaşmaya engel teşkil eden kategorileri tablo 3.1'de belirlenmiştir. Öğrencilerin Karmaşık sayılar testindeki sorulara verdikleri kısmi cevapların 2. Kategori analizlerinin yüzdeleri şekil 4.4'te verilmiştir.



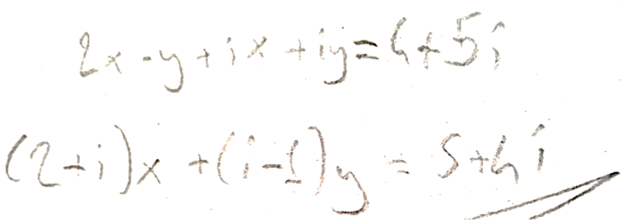
Şekil 4.4. KST'de Verilen Kısmi Cevapların 2. Kategori Analiz Yüzdeleri

Öğrencilerin kısmi cevap verdikleri sorular göz önüne alındığında, cebirsel işlem becerileri bağlamında en fazla yapılan hatalar %17 toplama çıkarma, %17 çarpma bölme ve %17 dağılma özelliği hususunda işlemlerinin yarıda bıraktığı görülmüştür. Daha sonra, %14 ile üs alma %8 ile trigonometri bilgisinin yetersizliği ve %4 ile kökten çıkarma becerilerini devam ettiremedikleri gözükmektedir. Karmaşık sayı işlem becerileri bağlamında düşünüldüğünde, % 14 ile en fazla oranda karmaşık sayıyı düzlemde gösteremedikleri gözükmektedir. Daha sonra, yüzde 8 ile kutupsal gösterim becerisini gösteremedikleri, % 4 ile de karmaşık sayının eşitliği becerisi tespit edilmiştir. Öğrencilerin karmaşık sayı testinde yanlış cevaplarının 2.kategori analizi yüzdeleri ise Şekil 4.5 te verilmiştir.



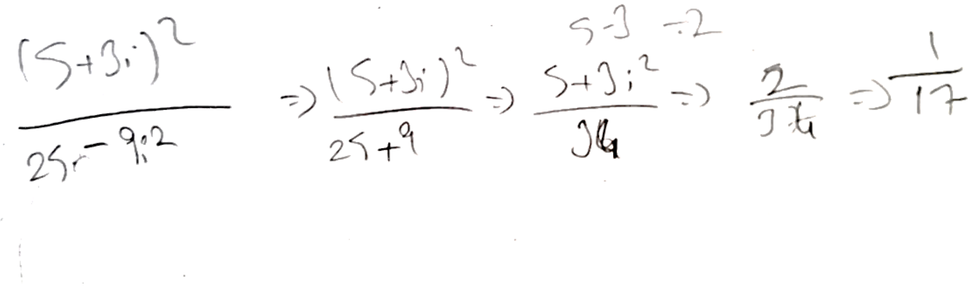
Şekil 4.5. KST'de Verilen Yanlış Cevapların 2. Kategori Analiz Yüzdeleri

Öğrencilerin, karmaşık sayılar testine verdikleri kısmi cevaplar incelendiğinde, % 12 ile çarpma bölme, % 12 ile toplama çıkarma , %12 dağılma özelliği, üs alma konusunda %9 oranında, mutlak değer hesaplayamamadan%3 ve trigonometrik bağlantılar konusundan da %6 gibi cebirsel işlemlerde hata yaptıkları görülmektedir. Karmaşık sayılar becerileri ile ilgili olarak ta %13 oranı ile en fazla yüzde ile hata yapılan kavram olarak göze çarpmaktadır, %7 ile karmaşık düzlemde gösterememe, %6 ile kutupsal gösterememe, %4 ile i sayısının yanlış kullanımı göze çarpmaktadır. Karmaşık sayıların eşitliği alınırken de %3 hata ile en az hata yapılan karmaşık sayı becerisi olmuştur.



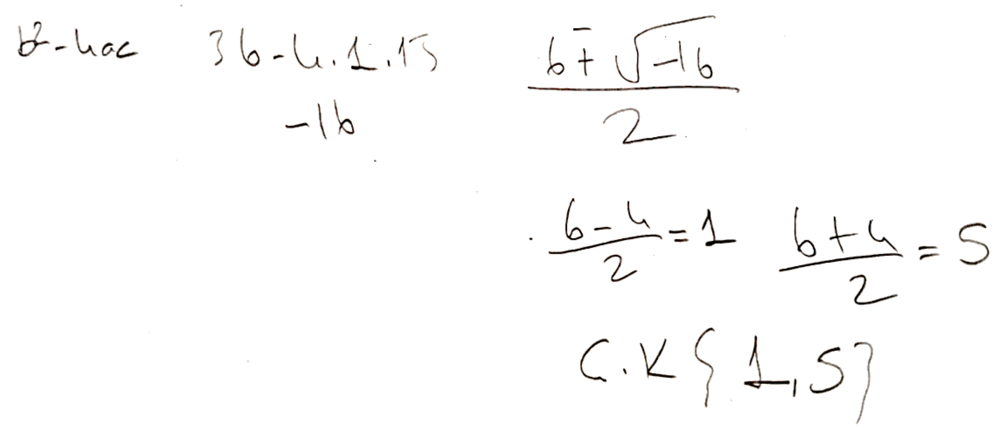
Şekil 4.6. KST4'e Verilen Yanlış Cevap Örneği

Ö55'in karmaşık sayı testi 4.soruya soruya verdiği cevap şekil 4.6'da verilmiştir. Burada öğrenci karmaşık sayılarda eşitlik kavramı ile ilgili hata yaptığından dolayı sorunun cevabını yanlış vermiştir.



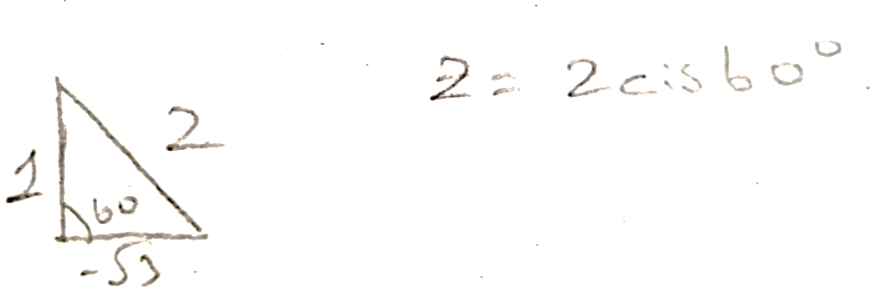
Şekil 4.7. KST7’ye Verilen Yanlış Cevap Örneği

Ö56’in karmaşık sayı testi 7.soruya soruya verdiği cevap şekil 4.7’de verilmiştir. Burada öğrenci mutlak değer hesaplarken sanal ve reel kısımların kareleri toplamını kökün içinden çıkarmayı bilmediği için sorunu cevabını yanlış bulmuştur.



Şekil 4.8. KST3’e Verilen Kısmi Cevap Örneği

Ö58’in karmaşık sayı testi 3.soruya soruya verdiği cevap şekil 4,8’de verilmiştir. Burada öğrenci karmaşık köklere sahip olan $\sqrt{-16}$ sayısını dışarıya çıkarırken reel sayılarda uygulanan işlemi yapmıştır, ancak karmaşık sayılarda kökten çıkarma işleminin nasıl yapılacağını bilmediği için hatalı çözüm üretmiştir.



Şekil 4.9. KST9’a Verilen Doğru Yanlış Cevap Örneği

Ö45’in karmaşık sayı testi 9.soruya soruya verdiği cevap şekil 4.9’de verilmiştir. Burada öğrencinin trigonometri bilgisizliği bulunmaktadır. $z = 1 - \sqrt{3}.i$ sayısının kutupsal gösterimini yaparken karmaşık sayının argümentini 300 derece bulacağı yerde herhangi bir dik üçgen çizip 60 derece olarak bulmuştur. Bu sebepten dolayı da cevabı yanlış bulmuştur.

$$\frac{2+3i}{3-5i} = \frac{2}{3} - \frac{3}{5}i \;//$$

Şekil 4.10 KST6’ya Verilen Yanlış Cevap Örneği

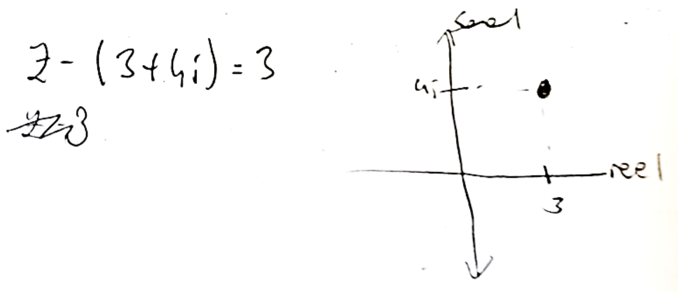
Ö53’in karmaşık sayı testi 6.soruya soruya verdiği cevap şekil 4.10’de verilmiştir. Burada öğrencinde karmaşık sayılarda bölme işlemi becerisini görmek istiyoruz bunu yaparken de paydada bulunan 3-5i ifadesinin eşleniği ile çarpılıp ifadenin daha sonra standart forma getirilmesi gerekmektedir. Ancak, öğrenci burada eşlenik almayı yapamadığı için kolayına gelecek şekilde reel kısımları reel kısımla sanal kısımları da kendi arasında bölerek sorunun cevabını yanlış vermiştir.

$$\frac{(2+i).(2+i) - (2-i).(2-i)}{(2-i).(2+i)} = \frac{4+4i+i^2-(4-4i+i^2)}{4-2i+2i-i^2}$$

$$= \frac{8i}{5} = \frac{1}{5}.8i$$

Şekil 4.11. KST9’a verilen kısmi cevap örneği

Ö34’in karmaşık sayı testi 9.soruya soruya verdiği cevap şekil 4.11’de verilmiştir. Burada öğrenciden beklenen $\frac{a+ib}{c+id}$ biçiminde verilen ifadeyi $x+iy$ standart forma getirip ardından sayıyı karmaşık düzlemde yerine koyup kutupsal biçimde yazabilme becerisi. Ancak öğrenci burada standart biçimde yazabilmesine rağmen kutupsal bir şekilde yazamadığı görülmektedir.



Şekil 4.12. KST7'a Verilen Kısmi Cevap Örneği

Ö5'in karmaşık sayı testi 7.soruya soruya verdiği cevap şekil 4.12'de verilmiştir. Burada öğrenciden beklenen $|z-(3+4i)|=3$ denkleminde 3+4i sayılarına 3 birim uzaklıktaki karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösterme becerisi olmasını rağmen, öğrenci burada hiçbir şekilde sayıları karmaşık düzlemde gösterememektedir.

4.2. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Açısından Elde Edilen Bulgular: Öğrenci Görüşmeleri

Amaçlı örneklem yöntemiyle tespit edilen 6 öğrenci ile yapılan görüşmeler sonunda, görüşmeye katılan her öğrencinin zihninde var olan karmaşık sayı kavramlarının nasıl bulunduğuna yönelik yaklaşımları değerlendirilmiştir. Görüşme yapılacak olan öğrencilerin seçiminde cebirsel işlem yapabilme becerileri bağlamında üç farklı düzeyde seçilmiştir. Görüşme yapılacak öğrenciler karmaşık sayı testindeki performanslarının yanında ders öğretmeninin görüşleri alınarak tespit edildi. Öğrencilerin cebirsel becerileri bağlamında durumlarını gösteren Tablo 4.3 aşağıda yer almaktadır.

Tablo 4.3. Öğrencilerin Cebirsel Beceri Durum Tablosu

Öğrenciler	Cebirsel Beceri Durumu
Selçuk	İyi

Bayram	**İyi**
Enes	**Orta**
Ertan	**Zayıf**
Alper	**Zayıf**
Süleyman	**Orta**

Görüşme sorularına yöntem bölümünde yer verildiği için bu bölümde yer verilmemiştir. Sorular 12. sınıf öğrencilerine uygulanan karmaşık sayılar testine göre hazırlanmıştır. Aşağıda her soruya görüşme yapılan öğrencilerin hepsinin cevapları verilmiştir.

Soru 1: Karmaşık Sayılara Olan İhtiyaç Nerden Doğmaktadır?

Selçuk: *İkinci dereceden 1 bilinmeyenli denklemlerde* ***delta(Δ)sıfırdan küçük*** *olunca kök çıkmıyordu, bu duruma bir açıklık getirmek için karmaşık sayılar ortaya çıkmış olabilir.*

Bayram*: Bize bir denklem verildiğinde, Δ* ***sıfırdan küçük olduğunda*** *kök bulunamıyor o yüzden imdadımıza karmaşık sayılar geliyor.*

Süleyman: *Matematikte her şeyin bir karşılığı vardır. Bu yüzden karmaşık sayılarda sanal olaylarda kullanılmaktadır. Mesela binaların yapımında paraboller kullanılmaktadır, parabollerin bazılarının kökleri karmaşık sayılar olabiliyor, bu parabolleri hesaplayabilmek için karmaşık sayılara ihtiyaç duyulmaktadır.*

Alper*: Karmaşık sayılara kadar üslü sayılar ya da doğal sayılar gibi sayıları öğrendik, bunlar normal sayılardı. Ancak* ***var ama görünmeyen olan bazı sayılar*** *vardır, bu sayılarda hayatın içinde bulunmaktır. Mesela, bilgisayar kodlarını da göremeyiz ancak hayatın içinde olan sayılardır. Burada karmaşık sayılar kullanılabilmektedir. Bunun dışında uzay teknolojisinde de kullanılmaktadır. Yani karmaşık sayılar reel sayıların yetmediği yerlerde ortaya çıkmıştır.*

Enes: *bazı denklemlerde bilinmeyen sayılar* ***kök içinde negatif olduğu*** *için bu sayıların değerini bulmak için kullanılmıştır.*

Ertan*: karmaşık sayılar $x^2+1=0$* ***denkleminin köklerini bulurken****, reel kök çıkmadığı için karmaşık sayılara ihtiyaç doğmuştur.*

Yukarıda verilen cevaplardan elde edilen karmaşık sayıların nedenleri tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4.4. Karmaşık Sayıların Ortaya Çıkış Sebepleri

Öğrenciler	Parabolleri Hesaplamak İçin	Kök İçi Negatif Olma Durumu	Reel sayıların Yetersizliği	Diskriminant Durumu	Toplam
Selçuk	Yok	Var	Yok	Var	2(5)
Bayram	Yok	Var	Yok	Var	2(5)
Enes	Yok	Var	Var	Yok	2(5)
Ertan	Var	Var	Yok	Var	3(5)
Alper	Yok	Var	Var	Yok	2(5)
Süleyman	Var	Yok	Yok	Var	2(5)
Toplam	2(6)	5(6)	2(6)	4(6)	

Burada dikkat çeken en önemli husus, karmaşık sayıların ortaya çıkış sebebi olarak herhangi bir nedenin olmamasıdır. "Kök içinin negatif olması durumunu aydınlatmak için karmaşık sayılar ortaya çıkmıştır" görüşü 6 öğrencinin 5 tanesinde görülmektedir. "Delta(Δ)sıfırdan küçük olduğu için kök alınamıyordu, bu durumu aydınlatmak için" karmaşık sayılar ortaya çıkmıştır görüşü de 6 öğrencinin 4'ünde ortaya çıkmıştır.

Soru 2: "i"nin Karmaşık Düzlemdeki Yeri Hakkında Ne Düşünüyorsunuz?

Selçuk: *"i" $\sqrt{-1}$ demektir. Kök bulurken de* $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ *, bu formülde delta eğer -1 ise "i" yazılabilir yerine ve bu şekilde bir kök ortaya çıkmış oluyor örneğin; 4-3i gibi.*

Bayram: *Karmaşık sayıları tanımlamak için kullanılmış bir ifade.*

Süleyman: $\sqrt{-1}$ *ifadesine i denilmiştir. Kendi başına bir anlamı yok, i yerine k ismi de verilebilirdi.*

Alper: *Kökün içinin negatif olduğu yer olarak görüyorum. Yani reel eksenin üzerinde bir birim sanal eksenin üzerinde bir sayı.*

Enes: *Karmaşık sayıları değerlendirmek için oluşturulmuştur. Sayı doğrusuna ek olarak sanal bir eksen oluşturulmuştur i sayısı da bunun temelini oluşturuyor.*

Ertan: *Sanal eksen üzerinde 1 birimlik mesafe olarak düşünüyorum*

Yukarıda verilen cevaplardan elde edilen i'nin karmaşık düzlemdeki yeri tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.5. "i"nin Karmaşık Düzlemdeki Yeri

Öğrenciler	"i" $\sqrt{-1}$ demektir	Karmaşık sayıları tanımlamak için	Sanal eksen birimi	Toplam
Selçuk	**Evet**	**Evet**	Evet	**3(3)**
Bayram	**Hayır**	**Evet**	Hayır	**1(3)**
Enes	**Hayır**	**Evet**	Evet	**2(3)**
Ertan	**Hayır**	**Evet**	Evet	**2(3)**
Alper	**Hayır**	**Evet**	Evet	**2(3)**
Süleyman	**Evet**	**Evet**	Evet	**3(3)**
Toplam	**2(6)**	**6(6)**	**5(6)**	

Burada,6 öğrenciden 2'si $\sqrt{-1}$ ifadesini "i" olarak görmektedir. 5 tanesi ise "i" sayısını karmaşık düzlemde sanal eksen üzerinde 1 birimlik mesafe olarak görmekteler. Ayrıca öğrenciler "i" sayısını karmaşık sayıları tanımlamak için kullanıldığını düşünmekteler.

Soru 3: Karmaşık Sayılar Sayı Sisteminin Neresinde Bulunmaktadır?

Selçuk: *Koordinat düzlemi oluşturulduğunda x ekseninde doğal sayılar 1,2,3 ya da reel sayılar yer alıyor, karmaşık sayılar ise apsis üzerinde yer almıyor y ekseni üzerinde yer alıyor. Bu yüzden* ***karmaşık sayılar tüm sayıları kapsar****. En dışarıdan içeriye doğru halkalar şeklinde düşünecek olursak karmaşık sayılar en dış çemberin içinde yer almaktadır, içeri doğru gittikçe reel sayılar gelir, sonrasında ise köklü sayılar tam sayılar doğal sayılar gelir. Mesela, 5 sayısı reel sayıdır ancak aynı zamanda karmaşık sayıdır, çünkü 5 sayısının yanında 5+0.i olarak düşünebiliriz.*

Bayram: *Reel sayılar hariç bütün sayıları kapsamaktadır.*

Süleyman: *Normal sayıları sayı doğrusu olarak gösterirsek, karmaşık sayılar bu sayı doğrusunun üzerinde ve altında olan bütün sayıları kapsar. Sayı doğrusu karmaşık düzlemdeki reel ekseni verir. Mesela 3 sayısının yanında + 0i vardır, yani 3+0i sayı doğrusunun* *üzerindedir. Ancak 3+5i sayısı ise sayı doğrusu üzerinde değildir. Bu sayıyı göstermek için sayı doğrusunun üzerinde bir nokta olarak gösterilmesi gerekmektedir.*

Alper: Karmaşık sayılar diğer sayıların yeterli olmadığı durumlarda ortaya çıktığı için diğer sayıların da üzerinde bir yerdir. Yani doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar reel sayılar sonra karmaşık sayılar gelir.

Enes: *Normal sayılarda aslında bir karmaşık sayıdır, çünkü her sayının yanında düşünürsek 0.i vardır. O yüzden her sayı karmaşık sayıdır.*

Ertan: *Şu an bir değerlendirme yapamıyorum.*

Burada, öğrenciler karmaşık sayların en geniş sayı kümesi olduğunu düşünmekteler. Her sayının yanında 0.i vardır diye düşünmekteler. Reel sayıları sayı doğrusu olarak düşünüp, karmaşık sayıları reel sayıları da kapsayan bir küme olarak görmekteler. Bu cevaplara göre ortaya çıkan durum tablo 4.6'da verilmektedir.

Tablo 4.6. Karmaşık Sayıların Sayı Sistemindeki Yeri

Kategoriler	Açıklama
Selçuk	Karmaşık sayılar tüm sayıları kapsar
Bayram	Reel sayılar hariç bütün sayıları kapsamaktadır.
Enes	Her sayı karmaşık sayıdır.
Ertan	Değerlendirme yapamıyorum.
Alper	Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar reel sayılar sonra karmaşık sayılar gelir.
Süleyman	Karmaşık sayılar sayı doğrusunun üzerinde ve altında olan bütün sayıları kapsar

Burada 6 öğrenciden 1'i karmaşık sayıları sayı sisteminde değerlendirememiştir. Diğer öğrencilerden 4'ü karmaşık sayların diğer sayıları da kapsadığını dile getirmiştir. Sadece 1 öğrenci reel sayıları karmaşık sayılardan daha geniş bir sayı sistemi olarak görmektedir.

Soru4: Karmaşık Sayıları Anlayabilmek İçin Matematiğin Hangi Kavramlarını Bilmek Gerekir?

Selçuk: *Önce **doğal sayıları sonra tam sayıları sonra reel sayıları bilmek gerekir**. Karmaşık sayıların reel sayılardan tek farklı kök içinin negatif olmasıdır.*

Bayram: *Öncelikle, cebirsel işlem yapabilmek gerek yani toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi. Ayrıca trigonometri, üslü sayılar, reel sayılar da bilinmesi gerekiyor. **Trigonometri** ile herhangi bir karmaşık sayının kutupsal gösterimini yapmak gerektiğinde "CİS (* $\cos\alpha + i.\sin\alpha$ *)" kavramına ihtiyaç vardır, CİS kavramının içinde kosinüs ve sinüs gibi trigonometrik kavramlar vardır. **Üslü sayılarla** ilgili de* i, i^2, i^3, i^4 *gibi ifadelerin kuvvetlerini hesaplarken üslü sayılara da bakma ihtiyacı duyarım. Ayrıca **modüler aritmetik** ile de ilgilidir çünkü;* i^{2005} *kaçtır denildiğinde i'nin üzerindeki kuvvetin 4'göre mod'unu hesaplamak gerekmektedir. Bu yüzden modüler aritmetik ile de bakarım.*

Süleyman: *Açısal bir gösterim için **trigonometriye** ihtiyaç oluyor. Açı değişimi için yani karmaşık sayıları 180 derece döndürüyorsak. Ayrıca CİS kavramında x ekseniyle yapılan açı ile sanal eksen ile yapılan açının kosinüs ve sinüs 'ünü hesaplarız.* $\sin 30^0, \sin 150^0$ *ile aynı değere sahip değildir o yüzden trigonometri bilinmesi gerekiyor.*

*Karmaşık sayılar ayrıca, **denklem** kökleriyle delta formülünü bulmak gerekir. Mutlak değer bulmada da **mutlak değer** konusunu iyi bilmek gerekiyor, kök içinden çıkardığımız zaman negatif veya pozitif olmasına göre de dışarı çıkarırken mutlak değer bilmek gerekir. Ayrıca temel matematik **4 işlem** bilinmesi gerekmektedir. Üslü sayılarla da ilgili olarak özellikleri de bilmek gerek.*

Alper: *Kök içinde negatif bir sayı varsa biz bunu bilmiyorduk. Ancak, kök içindeki negatif sayıların da bir değerinin olduğunu öğrendik. Yani **köklü sayıları** bilmek gerekiyor. **Üslü** sayıları da bilmek gerekiyor* i, i^2, i^3, i^4 *gibi değerleri hesaplamak için, **trigonometri** bilmek gerekiyor, **Pisagor teoremini** bilmek gerekiyor. Yani **geometri** bilgisi gerekmektedir. trigonometri için de kutupsal gösterimde sinüs kosinüs nedir bilmek gerekir.* Δ *ile ilişkisi vardır yani **denklem çözmekle** ilgilide bilgi sahibi olmak gerekiyor.*

***Enes: Trigonometri** bilmek gerekiyor çünkü CİS kavramı var. Uzunluk istediği için **mutlak değer** bilinmesi gerekiyor. Döndürme yapılınca orijine olan uzaklık olarak değerlendirildiği için de **mutlak değer** bilinmesi gerekiyor.*

***Ertan**: Trigonometri, üslü sayılar, delta, köklü ifadeler. **Trigonometri** de kutupsal ifadelerde sinüs ve kosinüsün değerlerini bilmek gerekiyor. **Mutlak değerin** karmaşık sayıların uzunluğunu bulma noktasında kullanıyoruz. **Köklü sayılarda,** verilen ifadelerin mutlak değerini hesaplarken köklü olarak kalabilir. Bir de köklü sayılara "i" kavramında da ihtiyaç duyarız.*

Burada öğrenciler karmaşık sayıların matematiğin farklı kavramlarıyla olan ilişkilerini açıkladılar. Bu ifadeler tablo 4.7' de verilmiştir.

Tablo 4.7. Öğrencilere Sorulan 4.Soruda Genel Olarak Düşünülen Kavramlar.

Trigonometri	Köklü Sayılar	Üslü Sayılar	Mutlak Değer
***1.** CİS kavramı ile ilgili olduğu için sinüs ve kosinüs değerlerine bilmek gerekmektedir* ***2.** Kutupsal gösterim için*	1. Kök içi negatif olduğu için bilinmesi gerekmektedir. 2. Karmaşık sayıların uzunluğu hesaplanırken köklü sayılar bilinmeli	i sayısının kuvvetleri alınırken üslü sayılar bilinmesi gerekmektedir.	**Bir karmaşık sayının uzunluğu bulunurken mutlak değer nasıl hesaplanıyor bilmek gerekmektedir**

Yukarıdaki tablonun dışında, Alper Pisagor teoremini bilmek gerektiğini belirtti. Alper ve Süleyman ise denklem çözme de Δ kavramının bilinmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Selçuk ise diğer sayı sistemlerinin bilinmesi gerektiğini düşünmektedir.

Soru5:Karmaşık Sayıların Gerçek Hayat Kullanım Alanları Var Mıdır? Varsa nelerdir?

Selçuk*:* *Karmaşık sayılar yolların yapımında mesafe ölçümü yapılırken kullanılabilir.*

Bayram: *Karmaşık sayılar bina yapımında kullanılabilen sayılardır. Başka da aklıma gelmiyor.*

Süleyman: *Sanal ortamda çokça kullanılmaktadır, bilgisayarda program yazmada kullanılabileceğini düşünüyorum çünkü karmaşık sayılarda da sanal eksen bulunmaktadır*

Alper: *Sanal oyun kodlamalarında karmaşık sayılar reel sayıların yetersiz kaldığı yerlerde kullanılıyor. Uzay teknolojisinde kullanılıyor.*

$i, i^2, i^3, i^4 ......i^{375}$ *diyelim, biz bunu 4 e böldüğümüz zaman "i"'nin kuvvetlerini hesaplayabiliyoruz bu özelliği kullanarak şifreleme yapılabilir.*

Enes: *Karmaşık sayılar belki mimari yapılarda kullanılabilir çünkü bina yapılırken bir süre denklem çözümü yapılıyor o yüzden karmaşık sayılar kullanılabilir.*

Ayrıca her sayı karmaşık sayı olduğu için hayatın her alanında kullanılmaktadır. Ayrıca reel olmayan karmaşık sayılar vardır. Bu sayılar da güneş sistemi ile ilgili hesaplamalarda kullanılabilir çünkü uzaklık hesaplamaları yapılıyor.

Ertan: *Elektrik devrelerinde kullanılıyor, askeri anlamda topçu atışlarında bir hedefe ateş edilirken, hedefin noktasal olarak yerini belirtmede 2 tane eksene ihtiyaç duyulduğu için karmaşık düzlem kullanılıyor.*

Yukarıda verilen cevaplara göre karmaşık sayıların günlük hayat kullanım alanları Tablo 4.8'de verilmiştir.

Tablo 4.8. Karmaşık Sayıların Günlük Hayat Kullanım Yeri

Kategoriler	Açıklama
Selçuk	Yolların yapımında mesafe ölçümü yapılırken
Bayram	Bina yapımında
Enes	Mimari yapılarda

Ertan	**Askeri anlamda topçu atışlarında ve Elektrik devrelerinde**
Alper	**Sanal oyun kodlamalarında, Uzay teknolojisinde ve Kriptolojide**
Süleyman	**Bilgisayarda program yazmada**

Burada, öğrenciler karmaşık sayıların günlük hayattın içerisinde kullanıldıklarını düşünmektedirler. Bina yapımı, mesafe ölçümü, bilgisayar programı yazmada, uzay teknolojilerinde, kriptolojide, güneş sistemi ile ilgili hesaplamalarda ve elektrik devrelerinde kullanılmakta olduğunu düşünmekteler.

Soru6: Herhangi Bir Kafeye Gittiğinde, Fiyatı X Lira Olan Kahveden a+ib Tane Kahve İçersen Ne Kadara Mal Olur? Sorusu ve Cevabı Hakkında Ne Düşünürsün.

Selçuk: *Şimdi bu soruyu şu şekilde sorsak, 1 fincan 5 lira ise 3+2i tane kahve ne kadardır? Öncelikle i sayısının değerini bulmak gerekir, çünkü 5 sayısının değerini bulabiliyoruz aynı şekilde i sayısını da bizim anlayabileceğimiz şekilde değerini bulmak gerekiyor. Bu bağlamda* $\sqrt{-1}$ *sayısını -1 olarak çıkarırdım çünkü -1 üzerinde* $\frac{1}{2}$ *vardır bu yüzden bu sayıyı* $\frac{(-1)^1}{(-1)^2}$ *şeklinde ayırırsam* $\frac{-1}{1}$ *olarak elde ederim. Bu yüzden doğru orantı yaparsak 15-10i=5 olarak elde ederim.*

Bayram: *Mesela 1 fincan 4 lira ise 4+5i tane kahve 16+20i eder. Yani 16 lira tutar 20i sayısının hesaplayamadığımız için onun ücretini ödeyemeyiz.*

Süleyman: *A tanelik kısmının parasını veririm, b tanelik kısmı da alır gibi yapıp almazdım. Bu soruyu duyunca küçükken şaşırtmaca olarak sorulan 2 elma ile 3 armut ne kadar armut yapar yapar ya da kaç elma yapar? Soruları aklıma geldi. O yüzden bu soruya nasıl düzgün bir cevap verilir bilmiyorum.*

Alper: *Soru şu şekilde sorulsaydı 1 fincan kahve x lira ise 10 fincan kahve ne kadar eder? Deseydi 10x derdim. Ancak bu soruda herhangi bir yorum yapılamaz. Sanal bir ifade olduğu için.*

Enes: *Oran orantıdan yapılabilir. Ancak şuan ki kullandığımız sayı birimiyle hesaplanamaz. Ancak biraz düşünürsek hesaplayabiliriz. Mesela sayının uzunluğunu hesaplarız daha sonra o kadar para tutabilir.*

Ertan: *"x" in değeri belli olduğu için "iy"'lik kısma yoğunlaşmamız lazım. O yüzden x+iy'nin karesini alırız, bu şekilde i den kurtulup reel bir değer elde ederiz. Ya da x+iy'nin uzunluğunu hesaplarız elde edilen uzunlukla doğru orantı kurabiliriz.*

Burada, Selçuk hariç hiçbir öğrenci sorunun çözümüne dair cebirsel ifadeler ile hiçbir şey ifade etmedi. Bayram reel kısmın parasını veririm, sanal kısmın parasını vermezdim diye düşündü. Süleyman da Bayram'a yakın bir cevap verdi. Alper, reel sayılarla sorunun sorulmasını uygun buldu. Enes ve Ertan ise sorunun çözümünde verilen karmaşık sayının uzunluğunu hesaplarız daha sonra oran orantı yaparız, şeklinde düşünmektedir.

Soru7 : Karmaşık Düzlem İle Koordinat Düzlemini Karşılaştırır Mısın?

Selçuk: *Aynı şeyi ifade ettiklerini düşünüyorum. İkisi de 2 boyutlu, noktaların yerini bulmamızı sağlıyor.*

Bayram: ***Koordinat düzleminde x, y ve z olmak üzere 3 tane düzlem vardır. Karmaşık düzlemde ise 2 tane düzlem*** *vardır sanal ve reel eksen, koordinat düzleminde bütün sayılar reel iken karmaşık düzlemde de sayılardan bazıları sanaldır.*

Süleyman: **Görünüş olarak aynı** olabilir ancak ifade ettikleri **mana olarak farklılar**. Koordinat sistemi 2 reel eksenden oluşurken, karmaşık düzlem ise bir reel bir de sanal eksenden oluşmaktadır.

Alper: *Koordinat sistemi ile karmaşık düzlemin ikisinde de 2 eksen var. Koordinat sisteminde 2 eksende gerçek sayı iken karmaşık eksende 1 gerçek 1 sanal eksen vardır.* ***İki düzlemde de trigonometrik işlemler yapılıyor.***

Enes: *İkisinin de 2 ekseni vardır. Karmaşık sayılarda a+ib vardır bu yüzden sanal bir eksen vardır. İki eksendeki bütün sayılarda aynı zamanda karmaşık sayılardır.*

Koordinat sisteminde herhangi bir noktanın yerini ulurken, karmaşık düzlemde herhangi bir sayının yerini buluyoruz, bence en önemli fark burasıdır. Benzerlik olarak ta ikisinde de iki nokta arasındaki uzaklığı hesaplayabiliriz. Koordinat sisteminde iki, nokta arası uzaklık karmaşık düzlemde iki sayı arasındaki uzaklığı hesaplayabiliriz.

Aslında ikisinin arasında bir fark yok. Kavramların yanlış bir şekilde değerlendirilmemesi için yani kavram kargaşasının önüne geçmek için karmaşık düzlem ortaya çıkarılmıştır.

***Ertan**: Koordinat sisteminde 3 tane reel eksen vardır, karmaşık düzlemde 1tane reel 1 tane de sanal eksen vardır.*

Burada öğrenciler koordinat sistemi ile karmaşık sistemi karşılaştırmışlardır, bazen farklı yönlerini bazen de aynı olan yönlerini belirtmişlerdir. Bu durumu açıklayan Tablo 4.9 aşağıda verilmektedir

Tablo 4.9. Öğrencilerin 7. Soruya Verdikleri Cevaplar

Öğrenciler	Aynı özellikler	Farklı özellikler
Selçuk	2 düzlem de iki boyutlu, nokta bulmamızı sağlıyor.	
Bayram		Karmaşık düzlemde 2 tane eksen koordinat sisteminde 3 tane eksen vardır.
Süleyman	Görünüş olarak aynıdır.	Mana olarak farklıdır.
Alper	İkisinde de iki eksen vardır	Karmaşık düzlemde 1 reel 1 sanal eksen vardır. Koordinat sisteminde 2 eksen de reeldir.
Enes	İkisinde de iki eksen vardır. İki sistemde de uzaklık hesaplanabilir.	Koordinat sisteminde herhangi bir noktanın yerini buluruz. Karmaşık sistemde herhangi bir sayının yerini buluruz.
Ertan		

Karmaşık düzlemde 2 tane eksen koordinat sisteminde 3 tane eksen vardır.

4.3. Öğretmen Perspektifinden Elde Edilen Bulgular: Öğretmen Görüşmeleri

Amaçlı örneklem yöntemiyle tespit edilen 6 öğretmen ile yapılan görüşmeler sonunda, görüşmeye katılan her öğrencinin zihninde var olan karmaşık sayı kavramlarının nasıl bulunduğuna yönelik yaklaşımları değerlendirilmiştir. Görüşme yapılacak olan öğretmenlerin seçiminde karmaşık sayıları 10.sınıf öğretim programında da 11.sınıf öğretim programında da anlatan 2 tane 2 yıllık tecrübeli 2 tanesi 5 yıllık tecrübeli 2 tanesi 5 yıldan fazla tecrübeye sahip öğretmenlerin olması sağlanmıştır. Öğretmenleri tecrübe durumlarını gösteren Tablo 4.10 aşağıda yer almaktadır.

Tablo 4.10. Görüşme Yapılan Öğretmenlerin Tecrübe Durum Tablosu

ÖĞRETMEN	TECRÜBE DURUMLARI
Necati	5 yıldan az tecrübeli
Kübra	5 yıldan az tecrübeli
Mustafa	5 yıldan fazla tecrübeli
Çağrı	5 yıllık tecrübeli
Mehmet	5.yıllık tecrübeli
Mert	5 yıldan fazla tecrübeli

Görüşme soruları yöntem bölümünde yer aldığı için bu bölümde yer verilmemiştir.. Sorular öğretmenlerin ders ve meslek tecrübeleri gözetilmeksizin tüm öğretmenlere sorulmuştur. Aşağıda her bir soruya görüşülen her bir öğretmenin cevabı verilmiştir.

1.Soru: Karmaşık Sayıların Matematik Öğretim Programındaki Yerini Nasıl Değerlendirirsiniz?

NECATİ: *Karmaşık sayılar konusu matematiğin **diğer konularına göre farklı bir konumdadır** çünkü bu zamana kadar öğrettiğimiz bazı kuralları karmaşık sayılar konusunda **tamamen yıkıyoruz kök içinin negatif olması ile birlikte**. Önceki öğretim programında karmaşık sayılar 11.sınıfta anlatılan bir konuydu, 11.sınıfta öğrencinin karşısına gelince öğrenci bu konuyu yeni bir konu olarak değerlendiriyordu, ancak karmaşık sayılar şimdiki öğretim programında 10.sınıfta 2.dereceden denklemler konusunda yer almakta ve öğrenciler karmaşık sayıların nereden geldiğini anlıyorlar. **Eğer, 10 sınıftaki yeni öğretim programında ön hazırlığının yapılıp yeni öğretim programında karmaşık sayılar 11.sınıfta eski öğretim programında olduğu gibi daha kapsamlı anlatırsa öğrenciler için yeni bir ufuk katacağını düşünmekteyim.***

KÜBRA: *Önceki öğretim programı ile karşılaştırırsak, yeni öğretim programını daha mantıklı çünkü önceden 2.dereceden denklemler konusunu anlatırken kök bulmadan bahsediyorduk ve* $\Delta \prec 0$ *durumunda kök yok deyip konuyu kapatıp eşitsizlikler ve trigonometriye geçiyorduk. Daha sonra 11.sınıfa gelen öğrenci 2.dereceden denklemler konusunu unutmuş oluyordu bu durumda tekrar anlatıp vakit kaybı oluyordu. **Yeni öğretim programında öğrenci olayın tam öğrenilmesi gerektiği yerde öğreniyor ve kavram kargaşasını yaşamamış oluyor**.*

MUSTAFA: *10.sınıftaki sadeleştirilmiş haliyle, 11.sınıfta eskiden verilen hali arasında aslında hiçbir fark yok ya tamamen kaldırılmalı ya da konulsun fakat yaklaşım olarak bir yeniliğe ihtiyaç olduğunu düşünüyorum. Sürekli geçmişe dönüp cebirsel yapılardan bahsedilmeli, ayrıca tarihsel olarak gelişimi incelenmeli, denklem çeşitleri, denklem köklerinin bulunuşları aradan yıllar geçmesine rağmen köklerinin bulunamayışı, gayretler sonucu bir şeylerin elde edildiğin anlatılması öğrenciye çok şey katacaktır**. Biz karmaşık sayıların tarihsel gelişiminden bahsetmeden** $x^2+1=0$ **denkleminin kökü nedir? Diye bütün matematik kitaplarında olan geleneksel yaklaşımla anlatmaya başladığımız için öğretim programlarındaki farklılıklar öğrencilerde kalıcı öğrenmeyi sağlayamayacaktır. O yüzden şu an karmaşık sayıların matematik öğretimindeki yerini tartışmak bahsettiğim problemi çözmeden çok bir anlam ifade etmiyor.***

ÇAĞRI: Eski programda ileri matematik seviyesinden herkesin görebileceği bir konu haline gelmesi akademik yönden zayıf olan öğrenciler için konuyu anlamamalarına sebep oluyor. İleri matematik derken 11. ve 12. Sınıf konularından bahsetmekteyim. **Bu bağlamda karmaşık sayıların ileri matematik seviyesinde verilmesinin daha uygun olacağını düşünmekteyim.**

MEHMET**: Şuanda 10.sınıflarda kapsamı daraltılarak veriliyor öğrencinin anlayabilmesi için. Daha önceki öğretim programında karmaşık sayıları döndürme, karmaşık sayıların köklerini* *alma, kutupsal gösterim, iki karmaşık sayı arası uzaklık gibi kavramlar vardı.* ***Daha basite indirildiği için bahsettiğim konuların eksikliği öğrencilerin zihinsel gelişimi ve görsel becerilerini arttırmak için faydalı olmayacağını düşünmekteyim.

MERT: *Karmaşık sayıları anlatırken önemi ile ilgili çok fazla detay vermiyoruz. Sadece mühendislik alanında kullanılıyor deyip geçiyoruz. Karmaşık sayılar ileri matematik seviyesinden yani limit türev integral gibi konularla birlikte anlatılmalı. Herkesin görmesi için bütün sayı sistemlerinin verilip karmaşık sayıların da var olduğu daha sonra 11.ve 12.sınıfta anlatılması gerekiyor.* ***10 sınıfta az olarak bahsedip daha sonra detaylı anlatılmalı. Eskiden 9. Sınıfta anlatılan mantık konusu şu an 11.sınıfta mantık konusu anlatılmaktadır., bence mantık ile karmaşık sayılar yer değiştirilmeli.*** *Yani mantık 9.sınıfta anlatılmalı, karmaşık sayılar 10.sınıfta kısaca 2.derece denklemlerde anlatıldıktan sonra 11.sınıfta detaylıca ele alınmalı. Böylece mantık dersi ile düşünmeyi öğrenme anlamında lise yıllarının başında önemli bir gelişim sağlanmış olur bu da karmaşık sayılar konusunun felsefi olarak anlaşılmasına katkı sağlayacağını düşünmekteyim.*

Verilen cevaplara göre öğretmenlerin matematik öğretim programındaki karmaşık sayıların yeri hakkındaki düşünceleri Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11. Öğretmenlerin Matematik Öğretim Programındaki Karmaşık Sayıların Yeri Hakkındaki Düşünceleri

Kategoriler	Açıklama
Necati	Eski öğretim programında olduğu gibi daha kapsamlı anlatırsa öğrenciler için yeni bir ufuk katacağını düşünmekteyim
Kübra	Yeni öğretim programında öğrenci olayın tam öğrenilmesi gerektiği yerde öğreniyor ve kavram kargaşasını yaşamamış oluyor.
Mustafa	Öğretim programlarındaki farklılıklar öğrencilerde kalıcı öğrenmeyi sağlayamayacaktır
Çağrı	Karmaşık sayıların ileri matematik seviyesinde verilmesinin daha uygun olacağını düşünmekteyim.

Tablo 4.11. Öğretmenlerin Matematik Öğretim Programındaki Karmaşık Sayıların Yeri Hakkındaki Düşünceleri

Mehmet	**Yeni öğretim programında basite indirildiği için bahsettiğim konuların eksikliği öğrencilerin zihinsel gelişimi ve görsel becerilerini arttırmak için faydalı olmayacağını düşünmekteyim**
Mert	**10 sınıfta az olarak bahsedip daha sonra detaylı anlatılmalı. Eskiden 9. Sınıfta anlatılan mantık konusu şu an 11.sınıfta mantık konusu anlatılmaktadır. Bence mantık ile karmaşık sayılar yer değiştirilmeli.**

Burada, göze çarpan en önemli husus öğretmenlerin farklı yaklaşımlarının bulunması. Necati öğretmen "***Eğer, 10 sınıftaki yeni öğretim programında ön hazırlığının yapılıp yeni öğretim programında karmaşık sayılar 11.sınıfta eski öğretim programında olduğu gibi daha kapsamlı anlatırsa öğrenciler için yeni bir ufuk katacağını düşünmekteyim."*** Diye düşünürken Kübra öğretmen "***Yeni öğretim programında (10.sınıfta) öğrenci olayın tam öğrenilmesi gerektiği yerde öğreniyor ve kavram kargaşasını yaşamamış oluyor" diye düşünmektedir.*** Mustafa öğretmen ise farklı bir yaklaşımda bulunuyor, "***Biz karmaşık sayıların tarihsel gelişiminden bahsetmeden*** $x^2+1=0$ ***denkleminin kökü nedir? Diye bütün matematik kitaplarında olan geleneksel yaklaşımla anlatmaya başladığımız için öğretim programlarındaki farklılıklar öğrencilerde kalıcı öğrenmeyi sağlayamayacaktır. O yüzden şu an karmaşık sayıların matematik öğretimindeki yerini tartışmak bahsettiğim problemi çözmeden çok bir anlam ifade etmiyor."*** Diyerek iki öğretim programının da aslında bir şey fark ettirmeyeceğini düşünmektedir. Çağrı öğretmen ise "**karmaşık sayıların ileri matematik seviyesinde verilmesinin daha uygun olacağını düşünmekteyim."** Diye düşünmektedir. Mehmet öğretmen ise başka bir bakış açısıyla karmaşık sayıların 10.sınıfta konuların daraltılarak verilmesinin öğrenciler için faydalı olmayacağını düşünmektedir**. Mert öğretmen ise Necati Öğretmene yakın bir düşünce içerisinde farklı olarak mantık konusuyla yer değiştirilmesi gerektiğini düşünmektedir.**

2.Soru: Karmaşık Sayıları Anlatırken Geriye Dönük Ders Anlatımı Yapılsaydı Hangi Kavramları Anlatırdınız? Neden?

NECATİ: *Karmaşık sayılar reel ve sanal eksenlerden nokta tayini yapılabilmesi için koordinat sistemini hatırlatırdım. Ayrıca uzunluk,* ***mutlak değer, köklü sayılar, üslü sayılar*** bunlarda *bahsedilmesi gereken konulardır. "i"'nin kuvvetlerinin alınışında üslü sayılarla ilgili cebirsel hatalar yapılabiliyor o yüzden hatırlatılması gerekmektedir. Kök içi negatif olduğu için köklü* *sayılar hatırlatılmalı. Yeni öğretim programımda **trigonometriye gerek olmadığını** düşünüyorum.*

KÜBRA: ***Köklü sayılar** çünkü i'yi köklü sayı olarak tanımlıyoruz ve i ile ilgili işlemler yapıyoruz bu yüzden köklü sayıları hatırlatırdım. Ayrıca **karmaşık sayıları anlatmadan önce neden gerekli olduğu verilmelidir.** Öncesinde **doğal sayılar, tam sayılar reel sayılar** hatırlatılmalı. Bu sistemlerin yetersiz olduğu durumda karmaşık sayıların ortaya çıktığı anlatılmalıdır fakat kısaca anlatılmalıdır. Yeni öğretim programında **trigonometriye ihtiyaç duyulmamaktadır. Kutupsal gösterim daha sonradan tekrar öğretim programına gelirse o zaman trigonometriye tekrar ihtiyaç olacak ve tekrardan hatırlatılacaktır**. Aynı şekilde karmaşık sayının **mutlak değeri** de şu an bahsedilmesi gerekli olmayan bir konudur.*

MUSTAFA: ***Denklem çözmek** konusu üzerinde çokça hatırlatılma yapılmalı özellikle akademik olarak zayıf seviyeli öğrenciler için, denklemin köklerinin neyi ifade ettiği anlatılmalı. Bir de **sayı kümeleri** arasındaki ilişkiler anlatılmalı. Bir de geriye dönük ders **anlatımı ulunduğun okula göre değişebilir** eğer öğrenci seviyesi iyiyse fazla geriye dönük bir şey anlatmaya gerek olmadığını düşünüyorum. Ayrıca **trigonometriye olan ihtiyaçta artık yok**. Analitik geometri anlatılmalı özellikle **sıralı ikililer kavramı**.*

ÇAĞRI: *i sayısının kuvvetlerinden ötürü **üslü sayılar** anlatılmalı, **sayı kümeleri** arasındaki kapsama ve alt küme kavramları anlatılmalı çünkü karmaşık sayılar bu sistemlerin üzerinde bir noktada olacak. Eğer ileri matematik seviyesinde olsaydı trigonometri detaylıca anlatılmadır ancak şuan trigonometrinin sadece **temel trigonometrik oranlarından** (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) bahsedilmelidir. Geometri açısından uzunluk bulunurken **pisagor teoremi** hatırlatılmalı. Modül kavramı için **köklü sayılar** da hafif düzeyde verilebilir. **Günlük hayattan** karmaşık sayılarla ilgili örneğin, "Star Wars" filminin çekimlerinin de kullanıldığını biliyorum buna benzer gerçek hayat örnekleri de hatırlatılmalı.*

MEHMET: *Öncelikle **üslü sayılardan** bahsederdim i'nin kuvvetleri için. **Denklemlerden** bahsetmek gerek çünkü denklem köklerini bulurken Δ 'nın içi negatif te pozitif te olabilir. **Köklü sayılar** anlatılmalı çünkü karmaşık sayıları kök içerisindeki negatif sayıla olarak adlandırıldığı için, köklü sayışlarla ilgili 4 işlemler hatırlatılabilir ancak toplamayı fazla anlatmaya gerek yok ancak çarpma ve bölme daha çok hatırlatılmalı. Köklü sayılardaki **eşlenik kavramıyla** karmaşık sayılardaki eşlenik kavramı benzer olduğu için eşlenik kavramı da hatırlatılmalı.*

MERT: K*oordinat düzlemi* *üzerinde bir noktanın gösterimi hatırlatılmalı, sonra i'nin kuvvetleri veya herhangi bir karmaşık sayının üsleri sıkça alındığı için konu içerisinde, **üslü***

sayılar a*nlatılmalı,* ***köklü sayılar*** *anlatılmalı modül hesapları yapılacağı için. 4 işlem becerisine çok fazla ihtiyaç olan bir konu, özellikle* ***ileri matematik konusu olarak anlatırlarsa daha az konu tekrar edilir çünkü analitik düşünme kapasitesi gelişmiş olan öğrencilerle ders işlenecek*** *ve bu öğrenciler sosyal bölümlerde ders gören öğrencilere göre 4 işlem becerilerinde daha başarılılar. Geometri ile ilgili* ***iki nokta arası uzaklık*** *hatırlatılabilir.*

Burada öğretmenlerin ortak görüşte olduğu konular göze çarpmaktadır. Geometri ile ilgili denklem çözümü ve gerçek hayat problemlerinin de hatırlatılması gereken konular olduğu vurgulanmıştır. Detaylıca ele alınması gereken kavramlar Tablo 4.12' de verilmiştir.

Tablo 4.12. Öğretmenlerin 2. Soruya Verdikleri Cevaplar

Üslü sayılar	Köklü sayılar	Denklem çözümü	Geometrik Özellikler	Trigonometri
Hatırlatılması gereken ortak düşünce olarak göze çarpmakta.	Hatırlatılması gereken ortak düşünce olarak göze çarpmakta.	Mehmet ve Mustafa bu konuya dikkat edilmesi gerektiğini vurguladılar	1. Pisagor Teoremi 2. İki nokta arası uzaklık 3. Koordinat sistemi 4. Sıralı ikili kavramı	Yeni öğretim programında 10.sınıflarda gerek olmadığı görüşü hakim.

3.Soru : Karmaşık Sayılar Öğrenciler İçin Ne Anlam İfade Etmektedir.

NECATİ: Konunun *ismi açısından değerlendirir öğrenciler. Hocam karmaşık sayı nedir? diye sordukları zaman bizde adı üstünde karmaşık sayı diyoruz. Bu yüzden isminden öğrencide bir ön yargı oluşuyor. Daha sonra konuyu anladıktan sonra çok ta enteresan şeyler olmadığını anlıyorlar.* ***Daha önceki konuların harmanlanmış ve üzerine birkaç ekleme yapılan bir konu olduğunu düşünmekteler****. Trigonometri, logaritma ve karmaşık sayılara konunun isminden ve konu kapsamının genişliğinden ötürü bir ön yargı var.* ***Bence karmaşık sayıların ismi "Kolay Sayı" olarak değiştirilebilir, bu sayede öğrenci kitabı açınca başlığa bakıp bunlar kolay sayılarmış diyerek pozitif bir*** **bakış kazanabilir.**

KÜBRA: B*ence öğrenciler de öğretmenler de bu konuda,* $\sqrt{-1}$ *kavramı ile ilgili olarak,* ***olmayan bir sayı var ama olmayan sayıyla ilgili işlem yapılıyoruz diye düşünmektedirler.*** *Yani hayali işlemler sadece iş olsun diye yapılan ortada bir şey yokken uydurulmuş bir konu olarak düşünülüyor. Bu durumdan kurtulmak için güncel hayatta karmaşık sayılar nerelerde kullanılıyor üzerine gidilmeli. Eğer öğrenci gerçek hayatta kullanıldığını anlarsa bu uydurulmuş bir sayı kimliğinden çıkacaktır.*

MUSTAFA: Sadece $i^2 = -1$ ***bunu biliyor.*** *Yıllardır kökün içi negatif olamaz negatif olamaz negatif olamaz diye üzerine basa basa anlattıktan sonra, ortada bir gerçek var* $\sqrt{-1}$*, biz(öğretmenler) de buna "i" dedik, siz(öğrenciler) de bunu bu şekilde kabul edin. Diye ders anlattığımız için öğrenci sadece* $i^2 = -1$ *olarak anlıyor. Hâlbuki tarihsel süreç ile birlikte ele alınsa konu öğrenci daha doğru kavram tanımı geliştirebilir.*

ÇAĞRI: Bir **reel sayının katsayısı yine bir reel sayı olan i sayısıyla toplanılmış bir ifade olarak düşünüyorlar**. Daha çok analitik geometri ile örtüştürüyor.

MEHMET: Öğrenci ilk gördüğünde **kabul edilmiş, ispatı olmayan bir sayı olarak** görülüyor. Karmaşık sayıları daha anlamlı hale getirmek için, karmaşık sayıların günlük yaşamla ilgili uygulamalar yapılmalıdır ki karmaşık sayı olamayan sayı imajından kurtulup kullanılan bir sayı imajına sahip olsun.

MERT: Öğrenciler en başta bir şaşkınlık yaşıyorlar çünkü 9 senedir böyle bir şey ne duydular ne de gördüler, hani kök içi negatif olmuyordu diye feveran ediyorlar. Kimi öğrenci birinin canı sıkılmış uydurmuş olarak değerlendiriyorlar. Öğretmenler de canı sıkılan birinin boşu boşuna karmaşık sayıları bulmadığını anlatmaya çalışıyoruz. Öğrenciler bu yüzden sınavlara ezber yaparak geliyorlar, sınavlar bitince de kendilerini sıfırlıyorlar sanki böyle bir sayı yokmuş gibi.

Öğretmenlerin gözünde karmaşık sayılar öğrenciler tarafında nasıl algılandıkları Tablo 4.13'te verilmiştir.

Tablo 4.13. Öğretmenlerin Gözünde Öğrencilerin Karmaşık Sayı Algıları

Kategoriler	**Açıklama**
Necati	***Önceki konuların harmanlanmış ve üzerine birkaç ekleme yapılan bir konu olduğunu düşünmekteler***

Kübra	***Olmayan bir sayı var ama olmayan sayıyla ilgili işlem yapılıyoruz diye düşünmektedirler***
Mustafa	**Sadece** $i^2 = -1$ ***olduğunu biliyorlar***
Çağrı	**Reel sayının katsayısı yine bir reel sayı olan i sayısıyla toplanılmış bir ifade olarak düşünüyorlar**
Mehmet	**Kabul edilmiş, ispatı olmayan bir sayı olarak**
Mert	**Kimi öğrenci birinin canı sıkılmış uydurmuş olarak değerlendiriyorlar.**

Burada öğretmenler genel olarak karmaşık sayıların öğrenciler için elle tutulan bir sayı olmadığını düşünmektedir. Elle tutulan bir sayı imajını yenmek için bütün öğretmenlerin ortak fikri olarak güncel yaşamla ilgili bir uygulamanın sınıf içinde yapılması gerekmektedir, görüşünü savunuyorlar. Bunun dışında Necati öğretmen öğrencilerin karmaşık sayıları diğer sayların harmanlanmışı olarak düşünmektedir.

4.Soru: Bir kahvehanede 1Fincan Kahve 5 tl ise, 3+2i Tane Kahve Kaç Tl Eder? Sorusu Ve Cevabı Hakkında Ne Düşünürsünüz?

NECATİ: *Bu soruda 3+2i bir şaşırtmaca olarak gelebilir ancak, 1 tanesi 5 lira ise 3+2i tanesi **15+10i tl olarak hesaplanır**. Bu soru öğrencilere derse girişte sorulursa çok ilgi çekeceğini düşünmekteyim*.

KÜBRA: *1 tanesi 5 lira ise 3+2i tanesi mümkün olsaydı 15+10i lira olarak hesaplanırdı. Ancak 10i ne kadar tutar reel olarak? bunun karşılığının olmadığı için bu fiyatın 16 liradan büyük mü küçük mü olduğunu bilemeyiz.*

MUSTAFA: *Öğrenci burada muhtemelen hemen işlem yapmaya girişecek. Böyle bir soruda i yerine -1 yazacak 3 ile toplayıp 1 bulacak ve cevap olarak "5" diyecek. Ancak öğrenci için bu kavramsal olarak karmaşık sayıların sıralanmayacağını bilemediği için bu soruya saçma sapan cevaplar verecektir. En basitinden çelişki ile ispat yöntemiyle i sayısının -1 den büyük ya da* *küçük olamayacağı hesaplatılarak karmaşık sayılarda sıralanabilirlik özelliğinin olmadığı anlatılmalı.*

ÇAĞRI: *Oran orantı mantığı ile cebirsel olarak çözebiliriz ama günlük hayatta i karmaşık sayısının bir kullanım alanının olmadığı için bu sorunun çözümünün olamayacağını düşünüyorum. Terziye gidip 3i metre kumaş isterseniz terzi buna bir cevap veremez. Bu yüzden soru yanlış bir matematiksel mantığa sahiptir.*

MEHMET: *Bu sorunun cevabı yoktur.*

MERT: M*atematiksel olarak i'nin bir değeri olması gerekir tıpkı logaritmadaki "e" sayısının değerinin olması gibi. Eğer i'nin reel bir değeri varsa bu soru çözülebilir. Ancak karmaşık sayılarda 5 lira ile 3+2i liranın hangisi büyük hangisi küçük bilemeyiz.*

Burada öğretmenler sorunun iki tane yaklaşımı olacağından bahsetmektedirler. cebirsel işlemler ile 15+10i çıkacağını ancak bunun günlük hayatta bir karşılığının olmayacağını düşünmekteler. Öğrencilerin ise bu soruya yanlış yorumlar yapacaklarını düşünmektedirler.

4.4. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi Açısından Elde Edilen Bulgular: Kavram Haritaları

Öğrencilerin zihinlerinde bulunan karmaşık sayıların ilgili oldukları matematiksel kavramları göstermesi bağlamında faydalı olacağı düşünülen bir diğer husus ta kavram haritalarıdır. 10 kişiye yaptırılan kavram haritaları oluşturulurken, tamamen kendi özgür iradeleriyle hazırlatılmıştır. Kavram haritaları 2 aşamada incelenecektir. Birinci aşamada oluşturulan kavram haritaları şekil yönüyle incelenecektir. İkinci incelemede ise öğrencilerin zihinlerinde karmaşık sayıların nasıl olduğunu anlamak için içerik analizi uygulanılacaktır.

4.4.1. Karmaşık Sayılar Kavram Haritaları Şekil İncelemesi

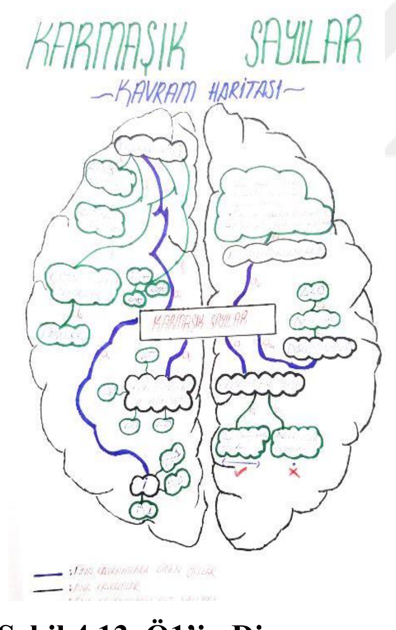
Karmaşık sayılar kavram haritaları incelendiğinde, öğrencilerin zihinlerinde farklı şekiller oluştuğu görülmektedir. Bu şekilleri anlamlı kavram haritaları, anlamsız kavram haritaları şeklinde iki parçaya ayrıldı. Tablo 4.14 da şekil yönüyle ele alınan birinci inceleme sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.14. Karmaşık Sayılar Kavram Haritaları Şekilleri

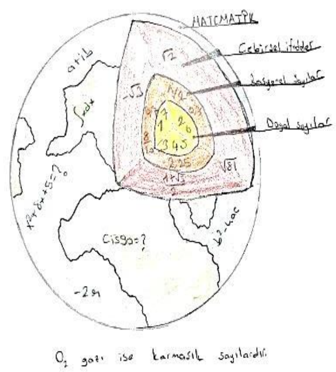
Öğrenciler	Anlamlı kavram harita şekilleri

Öğrenci 1	**İnsan beyni**
Öğrenci 2	**Yer küre**
Öğrenci 3	**Ağaç**
Öğrenci 4	**Askeri birlik**
Öğrenci 5	**Matruşka bebekler**
Öğrenci 6	**Ağaç kökü**
Öğrenci 7	**Güneş sistemi**
Öğrenci 8	**Duvar saati**
Öğrenci 9	**Herhangi bir şekil yok**
Öğrenci 10	**Herhangi bir şekil yok**

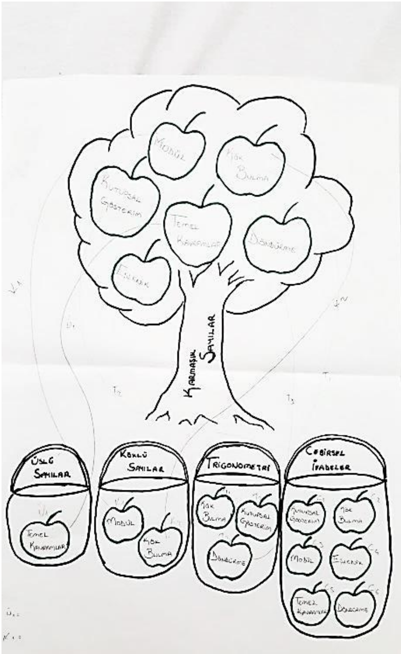
Burada, dikkat çeken husus 10 öğrenciden 8'i farklı şekilde bir kavram haritası diyagramı oluşturmuştur. Diğer iki öğrencinin de kendine göre sistemi var ancak herhangi bir nesneyi diyagram olarak ele almamışlardır. Aşağıdaki şekillerde kavram haritalarının örnekleri verilmiştir.



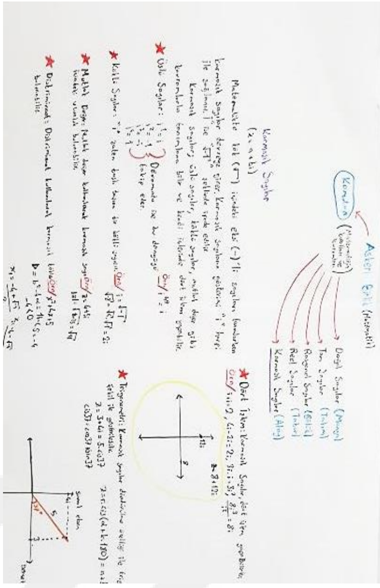
Şekil 4.13. Ö1'in Diyagramı



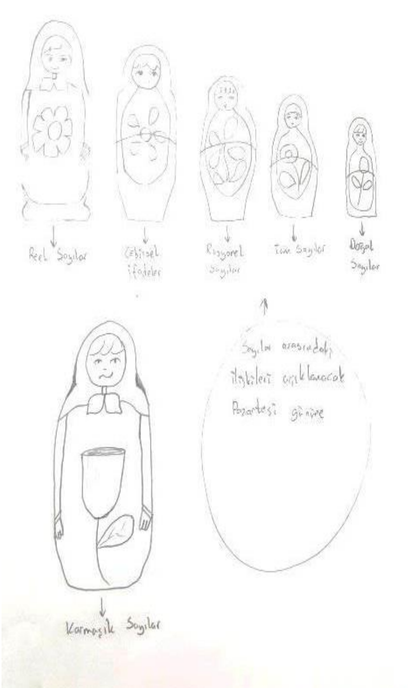
Şekil 4.14. Ö2'in Diyagramı



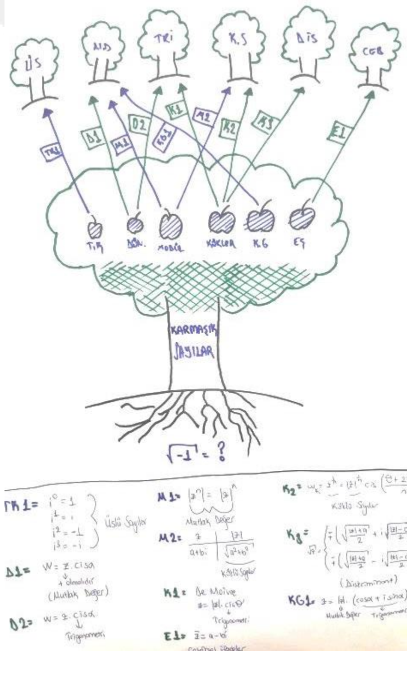
Şekil 4.15. Ö3'Ün Diyagramı



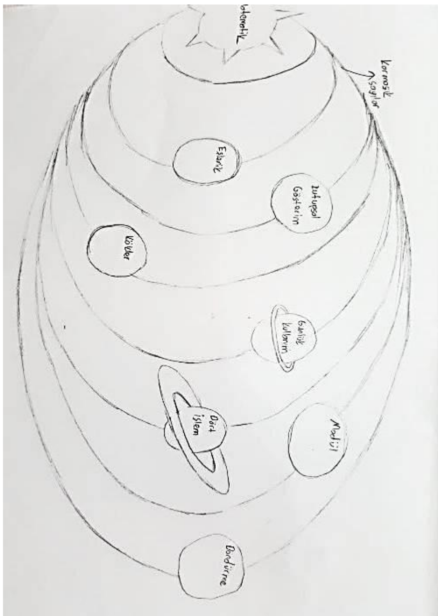
Şekil 4.16. Ö4'Ün Diyagramı



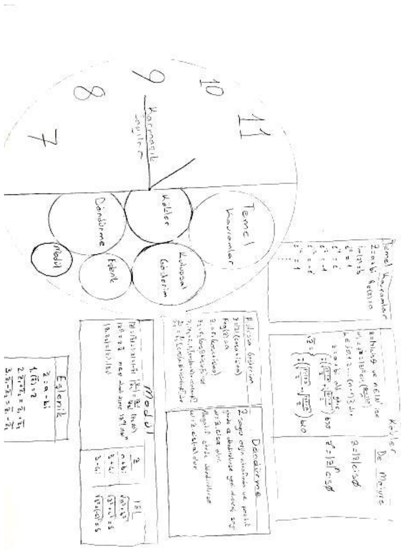
Şekil 4.17 Ö5'in Diyagramı



Şekil 4.18. Ö6'nın Diyagramı



Şekil 4.19. Ö7'nin Diyagramı



Şekil 4.20. Ö8'in Diyagramı

4.4.2.Karmaşık Sayılar Kavram Haritaları İçerik İncelemesi

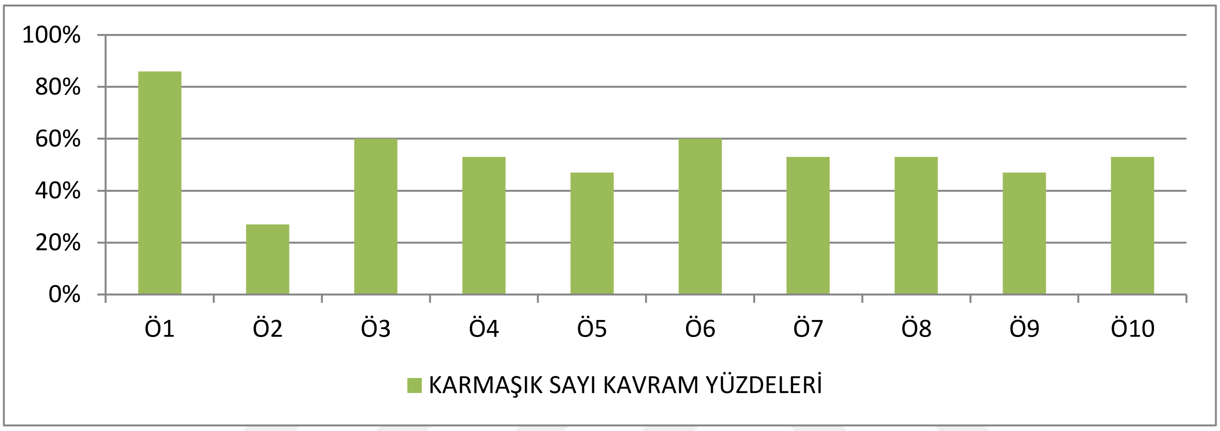
Kavram haritalarından elde edilen nitel verilerden en iyi şekilde yararlanabilmek amacıyla içerik analizi gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından defalarca incelenen kavram haritaları araştırma soruları bağlamında kodlanmıştır, oluşturulan kodlar uzman görüşüne sunulmuş, %85 oranında yapılan kodlamalar örtüşmektedir. Kavram haritaları kod tablosu Tablo 4.15 te gösterilmiştir. Öğrencilerin kavram haritalarında karmaşık sayıların matematiğin diğer kavramlarıyla ne derece ilgili olduğu ile ilgili 2. Kategori yüzdeleri şekil 4.21 ve şekil 4.20'de verilmiştir.

Tablo 4.15: Kavram Haritalarının 2. Kategori Analizi Kodları

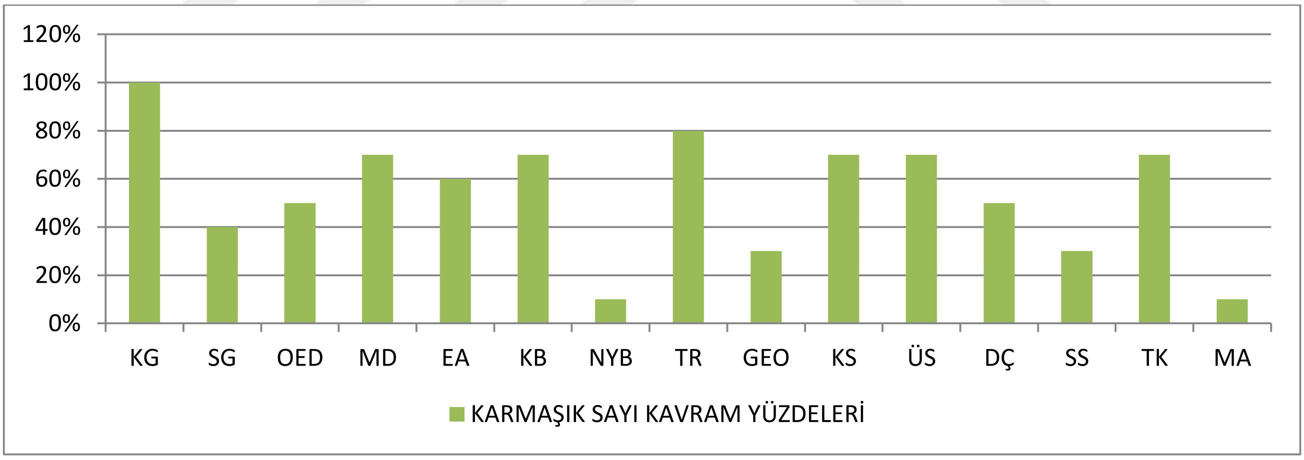
KATEGORİ	KOD	AÇIKLAMA
Karmaşık İşlemler	KG	Kutupsal gösterim
	SG	Standart gösterim
	OED	Karmaşık sayıları orijin etrafında döndürme
	MD	Mutlak değer alma
	EA	Eşlenik alma
	KB	Kök bulma
	NYB	Noktanın yerini belirtme

Tablo 4.15: Kavram Haritalarının 2. Kategori Analizi Kodları

	TR	Trigonometri
	GEO	Geometrik ilişkiler
	KS	Köklü sayılar
Cebirsel İşlemler	ÜS	Üslü sayılar
	DÇ	Denklem çözme
	SS	Sayı sistemleri
	TK	Temel cebirsel kavramlar
	MA	Modüler aritmetik



Şekil 4.21. Öğrenci Kavram Yüzdeleri



Şekil 4.22. Karmaşık Sayı Kavram Yüzdeleri

Şekil 4.20'de öğrencilerden Ö1 karmaşık sayılar kavramlarıyla ilgili en fazla %86 oranında kavram haritasında yer vermiştir. Ö2 ise %27 ile en az oranda karmaşık sayı kavramlarına yer vermiştir. Geriye kalan öğrenciler ise, %47 ile %60 arasında oranlarla kavram haritalarında karmaşık sayılara yer vermişlerdir.

Şekil 4.21'de karmaşık sayı işlemleri ile ilgili dikkat çeken hususlar ise karmaşık sayıların kutupsal gösterimi ile ilgili olan kavram (KG) %100 oranında öğrencilerin kavram haritalarında kendine bulurken, karmaşık sayıların karmaşık düzlemde yerini gösterme ile ilgili noktanın yerini belirleme (NYB) özelliği %10 oranında kavram haritalarında yer bulmuştur. Cebirsel işlemler ile ilgili olan özelliklerden **Trigonometri konusu %80 oranında öğrencilerin haritalarında bulunmaktadır**. Modüler aritmetik konusu ise %10 ile kavram haritalarında en az yer bulan konu olarak göze çarpmaktadır. Karmaşık sayılarla ilgili konulardan üslü sayılar ve köklü sayılar ise %70 oranında kavram haritalarında yer almaktadır.

4.5. Değişen Öğretim Programlarında Karmaşık Sayıların Diğer Matematiksel Kavramlar İle Olan İlişkisi Açısından: Doküman Analizi

Bu kısımda, 2005 yılında yürürlüğe giren matematik dersi öğretim programı 2011 yılında düzenlenmiş olup, 2013'te tekrar yenilenen matematik öğretim programı ile karmaşık sayılar bağlamında karşılaştırılıp, karmaşık sayıların değişen programlardaki yeri incelenmiştir. Bunun için, 2005-2011 yılı arasında basılan biri MEB, diğeri özel bir yayınevi tarafından çıkarılmış iki ders kitabı karmaşık sayıların yerini bulma bağlamında incelenmiştir. 2013 yılından sonra yapılan öğretim programına ait biri MEB, diğeri özel bir yayınevi tarafından basılan iki farklı kitap ele alınmıştır.

4.5.1. 2011 Yılında 4 saatlik ve 2 saatlik Değişen Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları

2011 yılında yapılan 4 saatlik öğretim programında karmaşık sayılar ve kazanımları ile ilgili kısım tablo 4.16'da, 2 saatlik öğretim programında karmaşık sayılar ve kazanımları ile ilgili tablo 4.17'de verilmiştir.

Tablo 4.16. 2011 Yılı 11. Sınıf 4 saatlik Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları

Alt Öğrenme Alanı(CEBİR)	Kazanımlar
1.Karmaşık Sayılar	1. Gerçek sayılar kümesini genişletme gereğini örneklerle açıklar. 2. Sanal birimi (*i* sayısını) belirtir ve bu sayının kuvvetlerini hesaplar. 3. Karmaşık sayıyı, standart biçimini, gerçek kısmını, sanal kısmını açıklar ve iki karmaşık sayının eşitliğini ifade eder. 4. Karmaşık düzlemi açıklar ve verilen bir karmaşık sayıyı karmaşık düzlemde gösterir. 5. Bir karmaşık sayının eşleniğini ve modülünü açıklar, karmaşık düzlemde gösterir. 6. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini ve geometrik yorumlarını yapar, toplama işleminin özelliklerini gösterir. 7. Karmaşık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini yapar, çarpma işleminin özelliklerini gösterir. 8. Eşlenik ve modül ile ilgili özellikleri gösterir. 9. Kökleri karmaşık sayılar olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. 10. Karmaşık düzlemde iki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı açıklar ve karmaşık sayı ile çember ilis belirtir.
2. Karmaşık Sayıların Kutupsal Biçimi	**1. Bir noktanın kartezyen koordinatları ile kutupsal koordinatları arasındaki bağıntıları bulur, standart biçimde verilen bir karmaşık sayının kutupsal koordinatlarını belirler ve karmaşık düzlemde gösterir.** **2. Kutupsal biçimde verilen iki karmaşık sayı arasında toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapar.** **3. Bir karmaşık sayının orijin etrafında pozitif yönde α açısı kadar döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayıyı bulur.** **4. De Moivre kuralını ifade eder ve kutupsal koordinatlarda verilen bir karmaşık sayının kuvvetlerini belirler.** **5. Verilen bir karmaşık sayının ($n \in N$) n. dereceden köklerini belirler,** **karmaşık düzlemde gösterir ve geometrik olarak yorumlar.**

11. Sınıf	Alt Öğrenme Alanı(CEBİR)	Kazanımlar

2 saatlik	1.Karmaşık Sayılar	1. Gerçek sayılar kümesini genişletme gereğini örneklerle açıklar. 2. Sanal birimi (i sayısını) belirtir ve bu sayının kuvvetlerini hesaplar. 3. Karmaşık sayıyı, standart biçimini, gerçek kısmını, sanal kısmını açıklar ve iki karmaşık sayının eşitliğini ifade eder. 4. Karmaşık düzlemi açıklar ve verilen bir karmaşık sayıyı karmaşık düzlemde gösterir. 5. Bir karmaşık sayının eşleniğini ve modülünü açıklar, karmaşık düzlemde gösterir. 6. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini ve geometrik yorumlarını yapar, toplama işleminin özelliklerini gösterir. 7. Karmaşık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini yapar, çarpma işleminin özelliklerini gösterir. 8. Eşlenik ve modül ile ilgili özellikleri gösterir. 9. Kökleri karmaşık sayılar olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. 10. Karmaşık düzlemde iki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı açıklar ve karmaşık sayı ile çember ilişkisini belirtir.

Tablo 4.17: 2011 Yılı 2 saatlik Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları

“Karmaşık sayılar” alt öğrenme alanı, 5 tanesi “karmaşık sayıların kutupsal biçimi” alt öğrenme alanı olmak üzere toplam 15 tane kazanım karmaşık sayılara ait bulunmaktadır. Yüzdeye vuracak olursak “karmaşık sayılar” alt öğrenme alanı %8, “karmaşık sayıların kutupsal biçimi” alt öğrenme alanı %7 oranında 11.sınıf 4 saatlik matematik öğretim programında yer almaktadır. 2 saatlik programda ise sadece “karmaşık sayıların kutupsal biçimi” alt öğrenme alanı olduğu için 2 saatlik programda 11.sınıf toplamında %8 oranında yer almaktadır. Ayrıca 4 saatlik programda 144 saat olan toplam ders saatinin 12 saati “karmaşık sayılar” alt öğrenme alanına, 12 saati de “karmaşık sayıların kutupsal biçimi” alt öğrenme alanına ait olduğu görülmektedir. 2 saatlik programda ise toplam 144 saatin 12 saati “karmaşık sayılar” alt öğrenme alanına sahip olduğu görülmektedir.

4.5.2. 2013 Yılı Matematik Öğretim Programlarında Karmaşık Sayılar ve Kazanımları

2013 yılında yapılan en son öğretim programında karmaşık sayılar 10.sınıfta “İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar” ünitesi altında verilmeye başlandı. Bir önceki programda bulunan “karmaşık sayıların kutupsal biçimi” kazanımları tamamen kaldırılıp, sadece “karmaşık sayılar" alt öğrenme alanı kalmıştır. Karmaşık sayıların yeni yerini gösteren tablo 4.18 aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.18: 2013 Yılı 10 Sınıfına Ait "İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar" ve "Polinomlar" Ünitelerinin Alt Öğrenme Alanları Ve Kazanımları

Ünite	Alt Öğrenme Alanı(Sayılar ve Cebir)	Kazanımlar
İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar	İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	• İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. • i = :-1 sanal birim olmak üzere bir karmaşık sayının $a + b.i$ ($a, b \in$ R) biçiminde ifade edildiğini açıklar. • İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkileri belirler.
	İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri	• 1.İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonu açıklar ve grafiğini çizer. • İkinci derece denklem ve fonksiyonlarla modellenebilen problemleri çözer.
Polinomlar	**1. Polinom Kavramı ve Polinomlarla İşlemler**	• **Gerçek katsayılı ve bir değişkenli polinom kavramını açıklar** • **Polinomlarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapar.** • **Bir p(x) polinomunun q(x) polinomuna bölümünden kalanı bulur.** • **Katsayıları tam sayı ve en yüksek dereceli terimin katsayısı 1 olan polinomların tam sayı sıfırlarının, sabit terimin çarpanları arasından olacağını örneklerle gösterir.**
	2.Polinomlarda Çarpanlara Ayırma	• **Gerçek katsayılı bir polinomu çarpanlarına ayırır.**
	3. Polinom ve Rasyonel Denklemlerin Çözüm Kümeleri	• **Rasyonel ifade kavramını örneklerle açıklar ve rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesi ile ilgili uygulamalar yapar.** • **2.Polinom ve rasyonel denklemlerle ilgili uygulamalar yapar.**

Tablo.4.18'te kırmızı renkle belirtilen yer karmaşık sayıların bulunduğu noktayı bize göstermektedir. Karmaşık sayıların hangi işlem sırasıyla anlatılması gerektiği de tablo 4.19'te verilmiştir.

Tablo 4.19: 2013 yılı 10 Sınıfında Gösterilen Karmaşık Sayıların Anlatış Sırası

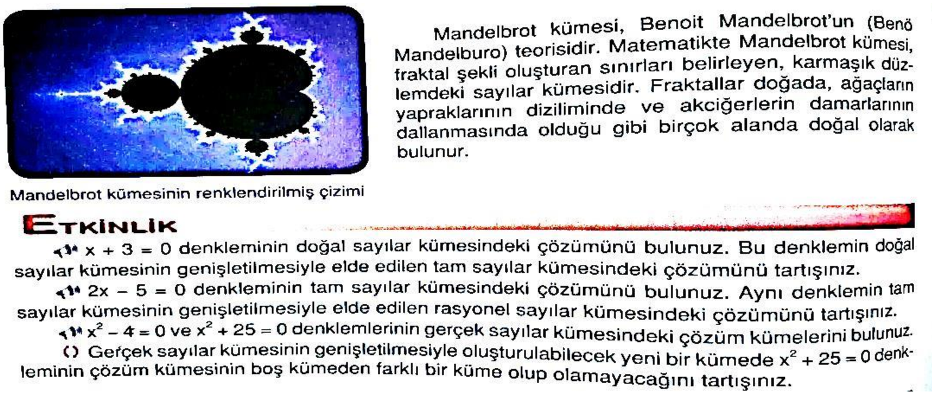
Sırasıyla Anlatılması Hedeflenen Karmaşık Sayılar Davranışları

- **Diskriminantın sıfırdan küçük olduğu durumlarda ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunabilmesi için gerçek sayılar kümesini de kapsayan yeni bir sayı kümesi tanımlama gereği örneklerle açıklanır.**
- **Karmaşık sayılarda toplama, çarpma ve bölme işlemleri ve özellikleri gösterilir.**
- **Bir karmaşık sayının eşleniği verilir.**
- **Karmaşık kökleri olan gerçek katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümüyle ilgili uygulamalar yapılır.**
- **İkinci dereceden bir bilinmeyenli gerçek katsayılı bir denklemin sanal köklerinin birbirinin eşleniği olduğu keşfettirilir.**

4.5.3. 2005-2013 Yılları Arasında Basılan Ders Kitaplarının Karmaşık Sayılar Öğretim Programı Bağlamında İncelenmesi

Bu çalışmada MEB tarafından 2005-2013 yılları arasında basılan bir kitap ile özel bir yayınevi tarafından çıkan iki ders kitabı karmaşık sayıların öğretim programı bağlamında ele alınmıştır.

Talim ve Terbiye Kurulunun 08.12.2011 tarihinde ders kitabı olarak kabul ettiği MEB komisyonu tarafından hazırlanan 11. sınıf matematik kitabının ilk ünitesi karmaşık sayılar bölümüne aittir. Bu kısımda matematik öğretim programında bulunan kazanımlara ait başlıklar bulunmaktadır. Konular öncelikle etkinlik içerisinde sunulmakta, daha sonra tanım ve özellikler verilmektedir. MEB tarafından hazırlanan kitapta ilk dikkat çeken husus, yapılandırmacı yaklaşımın etkisi olarak konunun girişinde etkinlik bulunmaktadır. Dersin giriş kısmında hazırlanan etkinlik şekil 4.22'te verilmiştir. Ancak, özel yayınevinin hazırladığı ders kitabının giriş kısmında herhangi bir etkinlik bulunmamaktadır.


Mandelbrot kümesi, Benoit Mandelbrot'un (Benö Mandelburo) teorisidir. Matematikte Mandelbrot kümesi, fraktal şekli oluşturan sınırları belirleyen, karmaşık düzlemdeki sayılar kümesidir. Fraktallar doğada, ağaçların yapraklarının diziliminde ve akciğerlerin damarlarının dallanmasında olduğu gibi birçok alanda doğal olarak bulunur.

Mandelbrot kümesinin renklendirilmiş çizimi

ETKİNLİK

$x + 3 = 0$ denkleminin doğal sayılar kümesindeki çözümünü bulunuz. Bu denklemin doğal sayılar kümesinin genişletilmesiyle elde edilen tam sayılar kümesindeki çözümünü tartışınız.

$2x - 5 = 0$ denkleminin tam sayılar kümesindeki çözümünü bulunuz. Aynı denklemin tam sayılar kümesinin genişletilmesiyle elde edilen rasyonel sayılar kümesindeki çözümünü tartışınız.

$x^2 - 4 = 0$ ve $x^2 + 25 = 0$ denklemlerinin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümelerini bulunuz.

Gerçek sayılar kümesinin genişletilmesiyle oluşturulabilecek yeni bir kümede $x^2 + 25 = 0$ denkleminin çözüm kümesinin boş kümeden farklı bir küme olup olamayacağını tartışınız.

Şekil 4.23: MEB 11. Sınıf Karmaşık Sayılar Konusu Giriş Etkinliği

Bunun dışında iki kitapta da benzer konu başlıkları bulunmaktadır. Ancak konuların veriliş sıralarının farklılık gösterdiği görülmektedir. Konuların veriliş sırası tablo 4.15'te verilmiştir. MEB tarafından hazırlanan kitapta göze çarpan en belirgin nokta etkinliklerin verilmesi olarak gözükmektedir. Konuları anlatırken aralara etkinlikler konulmuştur. Diğer taraftan özel yayınevine ait olan ders kitabının konuyu anlatırken hiçbir şekilde etkinlik vermediği dikkat çekmiştir. MEB'e ait olan ders kitabında verilen alıştırmalar konuların hemen bitimde olurken, özel yayın evine ait ders kitabında ise ünitenin sonunda olduğu görülmektedir. Buna benzer göze çarpan farklılıklar ve benzerlikler tablo 4.20'de verilmiştir.

Tablo.4.20: 2005-2013 Yılları Arasında Basılan Bir Kitap İle Özel Bir Yayınevi Tarafından Çıkan İki Ders Kitabının Karmaşık Sayıları Verdiği Sıralar

MEB'e Ait Sıralama	Özel Yayınevine Ait Sıralama
1. Karmaşık sayılar	1. Sanal sayı birimi
2. Sanal sayı birimi ve kuvvetleri	2. Karmaşık sayılar
3. Karmaşık sayıların eşitliği	3. İki karmaşık sayının eşitliği
4. Karmaşık düzlem	4. Karmaşık düzlem
5. Bir karmaşık sayının eşleniği ve modülü	5. Bir karmaşık sayının eşleniği
6. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri	6. 2.dereceden bir denklemin sanal köklerini bulma
7. Karmaşık sayılarda toplama işlemin özelliği	7. Karmaşık sayılarda dört işlem
8. Çarpma ve bölme işlemleri	8. Bir karmaşık sayının mutlak değeri
9. Karmaşık sayılarda çarpma işlemin özellikleri	9. İki karmaşık sayı arasındaki uzaklık
10. Eşlenik ve modül özellikleri	10. Karmaşık sayıların kutupsal(trigonometrik) gösterimi
11. Karmaşık sayılarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler	11. Kutupsal biçimde işlemler
12. İki karmaşık sayı arası uzaklık	12. Bir karmaşık sayının kuvveti
13. Karmaşık sayıların kutupsal gösterimi	13. Bir karmaşık sayının orijin etrafında döndürülmesi
14. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılarda toplama çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri	14. Bir karmaşık sayının kökleri
15. Karmaşık sayıların orijin etrafında döndürülmesi	
16. Karmaşık sayının kuvvetleri	
17. Karmaşık sayının kökleri	

İki ders kitabı da karşılaştırıldığı zaman, verilen konular renklendirme yöntemiyle 1-1 eşlenmiş olup her iki kitap ta aynı konulardan bahsetmişlerdir. MEB'in yayınladığı kitapta ayrıntılar dikkat çekmekte örneğin; "Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri" işlemi verilip ardında "Karmaşık sayılarda toplama işlemin özelliği" konu başlığı altında toplama ve çıkarma işleminin özelliği anlatılmaktadır. Özel yayınevinde ise durum örneklerle anlatılıp öğrencinin özellikleri anlaması için ipuçları verdiği görülmektedir. Bu yüzden MEB'e ait ders kitabındaki konu başlıkları 17 tane olurken, özel yayınevine ait olan kitapta ise 14 tane konu başlığı bulunmaktadır.

4.5.4. 2005-2013 Yılları Arasında Basılan Ders Kitaplarının Karmaşık Sayılar Öğretim Programı Bağlamında İncelenmesi

Bu çalışmada MEB tarafından 2013-2016 yılları arasında basılan bir kitap ile özel bir yayınevi tarafından çıkan iki ders kitabı karmaşık sayıların öğretim programı bağlamında incelenmiştir.

Talim ve Terbiye Kurulunun 30.05.2014 tarihinde ders kitabı olarak kabul ettiği MEB komisyonu tarafından hazırlanan 10. sınıf matematik kitabı ile 2015 yılında özel bir yayınevi tarafından hazırlanan altıncı ünitesinin alt konularından birisi karmaşık sayılar bölümüne aittir.

BÖLÜM V: TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma

Çalışmanın odağını karmaşık sayıların matematikteki yerini incelemek oluştururken, bu süreci daha iyi anlayabilmek için öğrenci zihinleri, öğretmen zihinleri ve öğretim programı bağlamında karşılaştırılarak incele yapılmıştır. Bu çalışmadan elde edilen bulgular **araştırma soruları bağlamında oluşturulan başlıklar altında** toplanıp tartışılmıştır. Öncelikle karmaşık sayılar kavramlarının imgeleri ve problem çözme sürecinde kullanılmaları öğretmen perspektifinden öğrenci ve öğretim programı bağlamında elde edilen bulgular tartışılmıştır. Daha sonra öğrencilerin zihninde yer alan kavram imgeleri, kavram haritaları test performansları ve görüşmeler bağlamında tartışılırken, karmaşık sayıların öğretim programında ki yeri de dokuman analizi verileri ile tartışılmıştır. Nihayetinde ise ekoloji-habitat-niş bağlamında karmaşık sayılar kavramı ve imgeleri tartışılmıştır.

5.1.1. Öğretmen Perspektifinden

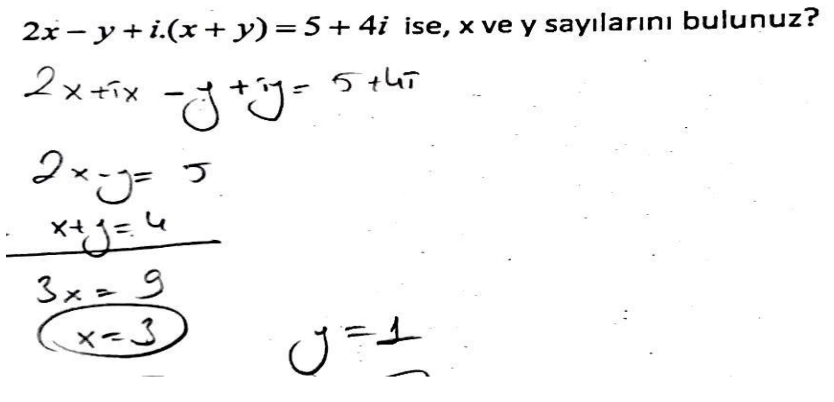
Öğretmenlerin de bazı karmaşık sayılar kavramları hakkında kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmektedir. Elde edilen bu sonuç Vildan'ın (2007) bulmuş olduğu sonuçlar ile örtüşmektedir. Ayrıca, öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarına öğretmenlerin dikkat etmediği görülmektedir. Bunlara ilaveten, öğretmenlerle yapılan görüşmeler incelendiğinde karmaşık sayılar, öğrencilerin yaklaşımı ve matematik öğretim programındaki yeri olmak üzere iki başlık altında tartışılmıştır.

5.1.1.1. Öğrencilerin Karmaşık Sayılara Olan Yaklaşımı

Öğretmenler ile gerçekleştirilen görüşmelerin amacı, kavramların anlaşılma durumunu, sahip oldukları ilişkilendirilmiş kavram imgeleri ya da kavram haritaları ile bunların pratiğe yani problem çözme sürecine yansımalarını öğrencilerin kavramla ilgili zihninde var olan bilgilerini tespit etmektir (White ve Gunstone, 1992).

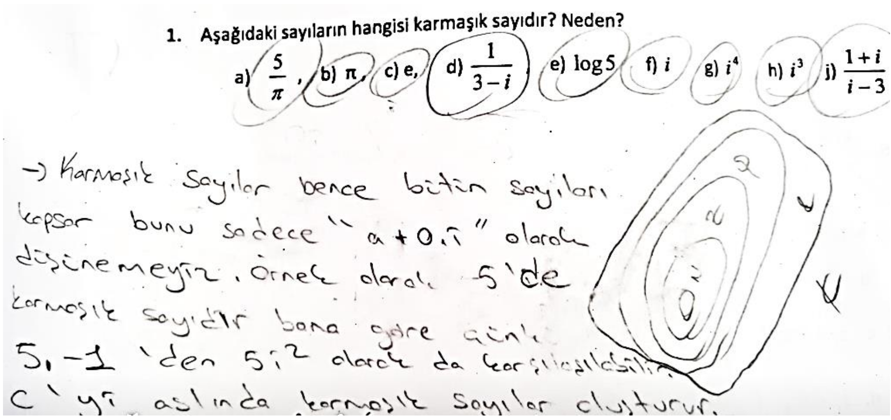
Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde öğrencilerle ilgili olarak en belirgin durumun, öğrencilerin karmaşık sayıları olamayan bir sayı olarak görmeleri oluşturmaktadır. Bu durum Vildan'ın (2013) "çalışmasıyla örtüştüğü görülmektedir. Aynı şekilde Özdemir'in (2011) çalışmasının sonucunda bulduğu öğrencilerin "i" kavramını anlamlandıramadıkları tespitiyle de örtüşmektedir. Öğretmenlere göre öğrenciler karmaşık sayıları önceden öğrendiği konularla birleştirip yeni bir konu uydurulması olarak ta görmekteler. Karmaşık sayıların sonradan ortaya çıkan bir konu olarak görülmesi, kavram yanılgılarına rastlanmasına ve kavramsal bilginin etkin gözlenememesine rağmen karmaşık sayı problemleri çözebilen öğrencilerin işlemsel bilgiye sahip oldukları gözlenmektedir. Bu da kavram zorluğunun yeni ve iç disiplin ilişkisinden kaynaklanması işlemsel bilginin ise her ne kadar konunun getirdiği yeni eklemeler olsa da yıllardır alışılmış olan işlem becerisi kolaylığından kaynaklandığı söylenebilir.

Öğrencilerin çözdüğü karmaşık sayılar testi göz önüne alındığında, öğrencilerin 1.dereceden 2 bilinmeyenli denklemleri çözme becerilerini sergilemek ve kullanmak durumunda olabilecekleri hallerde zorlanmadıkları görülmektedir. Çünkü iki karmaşık sayının eşitliği ile ilgili olan sorunun en başarılı doğru cevap yüzdesine sahip olduğu görülmektedir. Soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.1'de verilmiştir. matematiğin bir çok konusunda olduğu gibi karmaşık sayılar konusu için de önemli bir yere sahip olan denklem çözme becerisinin, öğrencilerin yıllarca birçok konu içerisinde kullanmak durumunda kalmaları, beceriyi kullanma pratiğine sahip olmaları ve tanıdık bir çözüm sürecinde olmalarını onların karmaşık sayılar bağlamında ki problem çözme performansına da tesir ettiği söylenebilir. Sosyo-psiko-matematiksel ilişkinin (Delice & Ergene, 2015) kuvvetli olması sürecin zenginlikle sonuca pozitif tesir etmesine sebebiyet verdiği düşünülebilir



Şekil 4.1: KST4'e verilen doğru cevap örneği

Ayrıca, öğrencilerin karmaşık sayılar sistemini tam olarak anlayamadıkları görülmektedir. Karmaşık sayı kuralını barındıran 1. soruya bakıldığında en fazla yüzde ile kısmi cevap verilen soru olduğu görülmekteyken %6 ile en az doğru cevap verilen olmuştur. Bu durum öğrencilerin karmaşık sayıları illaki "i" ile görmeye alışmaları ve çabalamaları olarak değerlendirilebilecekken sayılar kümeleri arasındaki ilişkinin belirli olmaması ve irrasyonaelreel-karmaşık sayılar tanımlarını formal-informal bağlamında soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2: KST1'e verilen doğru cevap örneği

Anlaşılması çok basit gibi duran karmaşık sayı sisteminin kafa karışıklığına neden olduğu görülmüştür. Soru incelendiğinde, içerisinde "i" olan şıklar(d,f,g,h,j) öğrenciler tarafından karmaşık sayı olarak algılanırken diğer şıklar ise karmaşık sayı olmadığı görüşü hakim basmaktadır. Özdemir'de (2011) bu sonucu desteklemektedir. Bu durum karmaşık sayıların "i" ile özdeşleştirildiği ve öğrencilerde kavram yanılgısına sebep olduğu söylenebilir tabi ki öğrencilerin karmaşık sayı olarak reel sayılarla tamsayılarla çalışma azlığı ya da bu tür soruların kullanılmama durumu da buna sebep olmuş olabilir.

Öğrenciler, dağılma özelliği, parantez alma, üs alma becerisi gerektiren karmaşık sayılar testinin 2.sorusunu çözmekte zorlanmışlardır ve en fazla yanlış yapılan soru olmuştur. Bahsedilen bu özelliklerle ilgili karmaşık sayılar testinin bu sorusu cebirsel işlem becerisinin matematiğin her konusunda olduğu gibi karmaşık sayılarda da hatalara sebep olması kendi özelliği dışında "i" nin reel sayılar ve kendisi ile işleme girmesi ve işlem sürecine yeni bir perspektif katmasından kaynaklı olduğu söylenebilir.

5.1.1.2. Karmaşık Sayıların Lise Matematik Öğretim Programındaki Yerinin Değerlendirilmesi Nasıldır?

Öğretmenler genel olarak 2005-2013 yılları arasındaki öğretim programı ile 2013'ten günümüze kadar olan öğretim programını karşılaştırmışlardır. Bu bağlamda, iki müfredat arasındaki en temel fark olan karmaşık sayıların kutupsal gösterimi konusunun 2013 yılından sonraki programda yer almaması öğrencilerin karmaşık sayıların hangi ortamdan geldiği hususunda faydası olduğu düşünülmüştür. Öte yandan, karmaşık sayılarla ilgili kutupsal işlemler konusunun öğretim programından çıkarılması ile öğrencilerin görsel beceriler içeren bu konudan mahrum kalmalarına neden olduğu düşünülmektedir. Bu düşünce öğretmenlerin, hâlihazırda öğrencilerin zorlandığı ve cebirsel /görsel ağırlıklı olan cebirsel-görsel-harmonik düşünme yapılarına uygun bir alan olsa da yaş grubu ve konu zorluğu düşünüldüğünde öğrencilerde bilişsel zorluk ve kavram yanılgılarına sebep olabilir. Bu konuların yokluğu temel anlamda ki karmaşık sayı tanımlarına, imgelerine ve görsellerine yoğunlaşarak muhtemel gelecek ilişkilendirmelere kolaylık sağlayabilir. Öğretim programında karmaşık sayılarla ilgili kutupsal işlemlerin daraltılması öğrencilerin ufuk kazanması bağlamında ve zihinsel gelişimlerine olumsuz etkisi olmasına rağmen, karmaşık sayıları anlamlı bir yere kondurma noktasında matematiğin içinde bir anda ortaya çıkmış bir konu olmadığını anlamlandırma açısından olumlu değerlendirilmektedir.

5.1.2. Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayı Algısının Matematiksel Kavramlarla Olan İlişkisi

Öğrenci zihinlerinde karmaşık sayılar algısının, Özellikle “Trigonometri, Köklü Sayılar, Üslü Sayılar ve Mutlak Değer” gibi matematiğin birçok konusu ile ilintili olduğu öğrencilerce ortaya konulmuştur. Bunun gerekçesi olarak trigonometride, cis (cosα+i.sinα) kavramı ile ilgili sinüs ve kosinüs değerlerinin bilinmesi; ayrıca “Kutupsal Gösterim” için de tanjant, kotanjant, kosinüs ve sinüs gibi trigonometrinin en temel konularının bilinmesi gerekliliği gösterilebilir. Köklü sayılar kavramı da öğrenciler tarafından karmaşık sayılarla ilişkili diğer bir konu olarak görülmektedir;

Enes isimli öğrencinin *: “Reel sayılar içerisinde kök içi negatif olmaz”*

ifadesi ile karmaşık sayıları reel sayıların kök içi durumunu yorumlamasıyla ortaya koymaktadır, diğer bir deyişle karmaşık sayılarda kök içinin negatif olabilme durumu ortaya çıkmaktadır. Buna ek olarak öğrencileri bu düşünceye sevk eden diğer bir durum ise herhangi bir karmaşık sayının uzunluğu hesaplanırken yine köklü sayılarla karşılaşılması olarak gösterilebilir. Üslü sayılara ise her ne kadar doğası gereği köklü sayılarla ilişkili olsa da “i” sayısının kuvvetlerini hesaplarken karşılaşılmaları ilişkilendirmenin arkasındaki neden olarak düşünülebilir. Mutlak değer kavramı ile de öğrencilerin en zor anladıkları, görsel olarak anlamakta zorluk çektikleri bir husus ile karşılaşılmaktadır. İki karmaşık sayı arasındaki uzunluk hesaplamalarında ortaya çıkan geometrik şekillerin ortaya çıkarılmasında aktif biçimde kullanılmaktadır.

5.1.3. Değişen Öğretim Programlarında Karmaşık Sayıların Diğer Matematiksel Kavramlar İle Olan İlişkisi

2005 yılında eğitim öğretim alanında yapılan reform hareketinden matematik öğretim programını da etkilenmiştir. Ancak karmaşık sayılara bakan yönü ile ilgili 2005-2013 arası yıllarda konu kapsamı ile ilgili olarak herhangi bir değişiklik olmamıştır. Bu süreçte karmaşık sayılar konusu başta trigonometri ve özellikleri olmak üzere, üslü sayılar, köklü sayılar, geometrik bağıntılar örneğin, çember denklemi, doğru parçası, alan hesaplamaları gibi matematiksel konularla yakından ilişkili oldukları gözükmektedir. Ancak karmaşık sayıları etkileyen en önemli husus 2013 yılında matematik öğretim programındaki değişiklik olmuştur. Karmaşık sayıların kutupsal işlemler alt kavramı ile ilgili olan kısımların programdan çıkarılması ile karmaşık sayılar konusunun bir tane alt konusu kalmıştır: “karmaşık sayılar”. Karmaşık sayılar alt başlığında ise karmaşık sayıların kısıtlı olan özellikleri verilmektedir. Örneğin, karmaşık sayılarda 4 işlem, herhangi bir karmaşık sayının eşleniği, iki karmaşık sayı arası uzaklık, “i” sayısının kuvvetleri, herhangi bir karmaşık sayının standart gösterimi ve verilen herhangi bir karmaşık sayıyı karmaşık düzlemde gösterme gibi özellikleri kalmıştır (MEB, 2013). Bundan dolayı karmaşık sayıların 2013’ten sonra diğer matematiksel konularla ilişkilerini gözden geçirecek olursak, toplama-çıkarma ve çarpma-bölme gibi cebirsel işlemlerin iyi yapılabilmesi gerekmektedir. Üslü sayılar bilgisine sahip olunması gerekmektedir ki “i” sayısının üslerini hesaplayabilmelidir. Burada ‘i’ sayısının yüksek mertebeden üslerini alırken modüler aritmetik konusunun bilinmesi gerekmektedir. Ayrıca iki karmaşık sayı arası hesaplamalarında köklü sayılar konusunun bilinmesi gerekmektedir. Karmaşık sayıların diğer matematiksel kavramlarla olan bu ilişkisi ve bir süreç içerisinde kendine yeni yerler elde etmesi antropolojik didaktik teoriye işaret ettiği söylenebilir.

Chevallard ve Joshua (1982) yaptıkları çalışmada, didaktik dönüşüm teorisini “bir bilginin öğretilen bir bilgi oluncaya kadar geçen dönüşümlerin bütünüdür” şeklinde tanımını yapmıştır. İlerleyen zamanlarda Chevallard (1991) tarafından Joshua ile 1982 yılında yaptıkları çalışmayı geliştirerek “Antropolojik Didaktik Teorisi” adı altında yeni bir teori ortaya çıkartmıştır. Bu teori, kurum, birey ve obje bağlamında ele alınmıştır. Arslan (2008) da alan eğitimi çalışmalarında obje denildiğinde bilgi, birey denildiğinde öğrenci veya öğretmen, **kurum** denildiğinde ise sınıf okul veya ders olarak anlaşıldığını ifade etmektedir. Bu çalışmada da **obje(nesne)** olarak “karmaşık sayılar kavramları” düşünülebilir. **Birey** denildiğinde öğrenci ve öğretmenin ikisi de ele alınmıştır. Kurum denilince de öğrenci ve öğretmen zihni ele alınmıştır.

Chevallard (1985) tüm objelerin en az bir kurumda var olmak veya o kurumla bir ilişkisi olmak zorunda olduğunu belirtmektedir. Yani, bahsedilen obje herhangi bir kurumda var olabilmesi için o kurumda ortaya çıkması, o kurum tarafından kullanılıp öğretilmesi nedeniyle değişime uğraması gerekmekte olduğunu belirtmektedir. Bu çalışmada da karmaşık sayılar kavramı obje olarak ilk öğretmen zihninde bulunmaktadır. Örneğin, öğretmen zihni bir kurum olarak ele alındığı için obje ile kurum arasında ilk ilişki bu şekilde kurulmuş oluyor. Bu ilişkiye R_1(O) diye isimlendirelim. Birey ile obje arasında bir ilişkiden bahsedilecek olursa, örneğin öğrenci ile karmaşık sayı arasında bir ilişki, bu ilişki de R_2(X,O) şeklinde adlandırılabilir.

Antropolojik didaktik teori de, bir bilginin kurumsal anlamda nasıl ele alındığı, hangi kavramlarla ilişkili olduğu ve niçin anlatıldığı belirtilmektedir (Yıldırım ve Şahin, 2009). Bu bağlamda bilginin ekolojisi yöntemiyle, bilgi canlı bir nesne olarak ele alınmaktadır. Herhangi bir canlının yaşadığı ve ihtiyaçlarını gördüğü çevreyi ***"habitat"***, bireyin bulunduğu ortamda yapmak zorunda olduğu işler ise ***"ekolojik niş"*** kavramı ile ifade edilmektedir (Chevalard,1994). Bu çalışmada ise, habitat kavramı ile karmaşık sayı kavramlarının yer aldığı öğretim programları, öğretmen ve öğrencilerin zihinleri ele alınmaktadır. Ekolojik niş ise karmaşık sayıların kendi içinde ve diğer matematiksel kavramlarla olan ilişkisi olarak ele alınmaktadır.

Ortam kavramı ise, öğrencinin herhangi bir kavramı anlayabilmesi için, etkileşim halinde olduğu fiziksel, sosyal, kültürel vb. ögeleri barındıran bir yapıdır (Erdoğan,2016). Bu çalışma da ortam denilince, öğrencinin içinde bulunduğu sınıfı, arkadaşları, ailesi vb. eğitim öğretim faaliyetlerini etkileyen her şey olarak ele alınmaktadır.

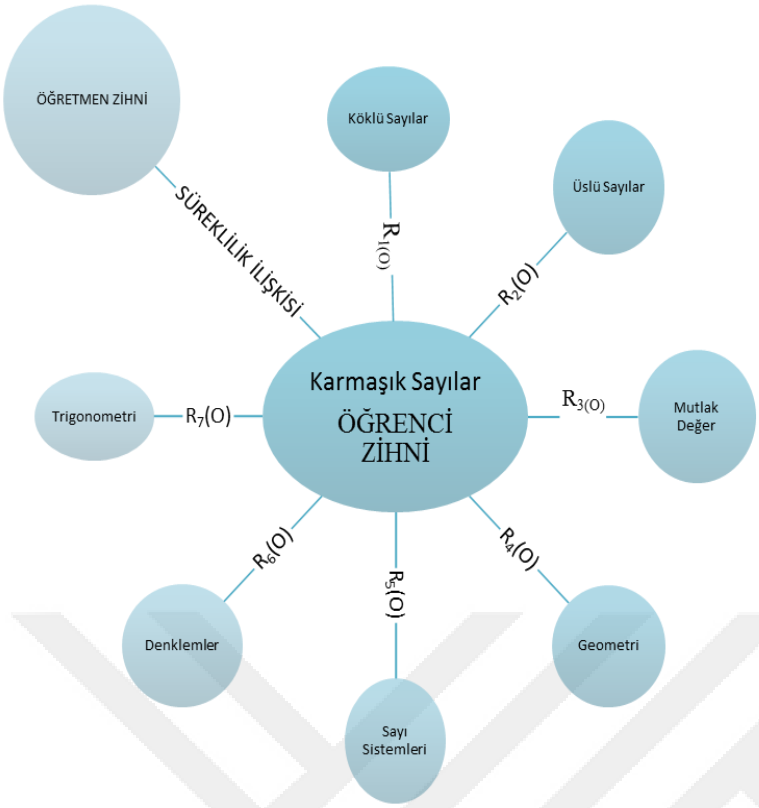
Araştırma sonunda elde edilen veriler, antropoloji didaktik teori bağlamında bahsedildiği gibi şekillenmiştir. Buradan sonra karmaşık sayı kavramlarını antropolojik didaktik teori bağlamında elde edilen sonuçları inceleyeceğiz.

5.1.4. Ekoloji-Habitat-Niş açısından;

Literatürde bahsedilen antropolojik didaktik teori çerçevesinde ve buraya kadar öğretmen, öğrenci ve öğretim program bağlamında gerçekleştirilen tartışmalar ışığında, karmaşık sayıların matematiğin ekolojisi, matematik öğretim programı habitatı ve karmaşık sayılar konusunun nişleri bağlamında incelenmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki başlıklar altında bu hususlardan tartışılarak bir sonuca bağlanmaya çalışılacaktır.

5.1.4.1 Karmaşık Sayıların Öğrencilerin Zihinlerindeki Yeri Kavram Ve Problem Çözme Süreci Bağlamında İncelenmesi

Aşağıdaki Şekil 5.1'de karmaşık sayılar kavramlarının habitatı, kurumlar arası ilişkileri, kavram içi nişleri, kurum ve obje arası ilişkiler verilmiştir. Öğrenci zihni kurum olarak, kurum içerisinde bulunan karmaşık sayılar kavramı obje olarak ele alınmıştır.



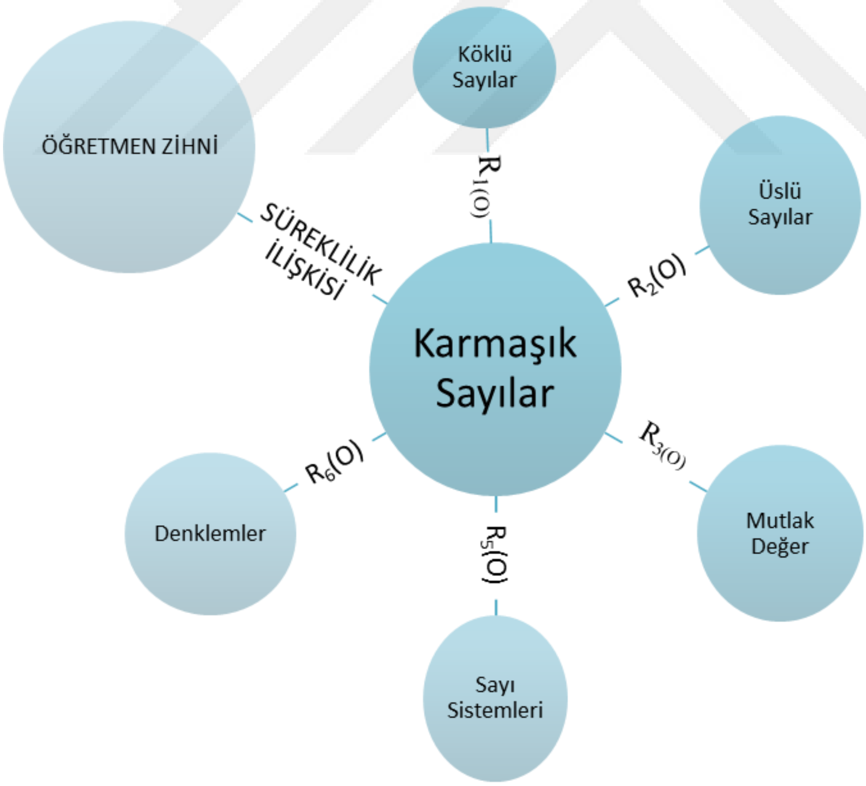
Şekil 5.1: Antropolojik Didaktik Teori Bağlamında Öğrenci Zihninde Karmaşık Sayılar

Tablo 5.1. : Karmaşık Sayılar Objesi ile Kurum Arası İlişkiler

İlişki Kodu	Açıklamalar
$R_{1(O)}$	Karmaşık sayıların uzunluğu hesaplanırken köklü sayılar bilinmeli.
$R_{2(O)}$	"i" sayısının kuvvetleri alınırken üslü sayılar bilinmesi gerekmektedir.
$R_{3(O)}$	Bir karmaşık sayının uzunluğu bulunurken mutlak değer nasıl hesaplanıyor bilmek gerekmektedir.
$R_{4(O)}$	Çember denklemlerini karmaşık düzlemde ifade edilebilir.
$R_{5(O)}$	Karmaşık sayıların bütün sayı sistemlerini içinde barındırdığı bilinmeli.
$R_{6(O)}$	$\Delta \prec 0$ olduğu durumlarda 2.dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerinin bulunmasında reel sayılar kümesinin yetmediği noktada kullanılır.
$R_{7(O)}$	Karmaşık sayıların kutupsal gösterimi, de moivre kuralı gibi özelliklerin uygulanabilmesi için trigonometri bilgisi gerekmektedir.

Şekil 5.1'de görülen süreklilik ilişkisi, iki kurum arasında sürekli bir etkileşim söz konusu ise oluşan bir ilişkidir. Buradaki iki kurum: öğretmen zihni ve öğrenci zihnidir. Bir objenin yani karmaşık sayıların hayat bulabilmesi için öncelikle bir kurum tarafından kabul edilmesi

gerekmektedir. Karmaşık sayılar kavramı öğretim programında yer alırken öğretmen tarafından pedagojik stratejiler ve çeşitli öğretme-öğrenme-matematik eğitim kuramları yardımıyla öğrenci zihninde yer bulacak şekilde aktarılmaya çalışılmaktadır. Böylece ilişkiler başlamaktadır. Öğrenci zihni yani kurum ile kavramlar arasındaki ilişki sosyo-psiko-matematiksel ilişki (Delice & Ergene, 2015) ile anlamlı hale geldiği düşünülebilir çünkü bu ikili arasındaki yakınlık ve epistemolojik-psikolojik münasebetin kuvveti ve açıklığı kavramın ekoloji-habitat-niş bağlamındaki varlığına katkı sağladığı düşünülebilir. Karmaşık sayılar habitatı matematiksel kavramların tamamı olarak ifade edilebilir. Aşağıdaki şekil 5.2'de ise, 2013 yılında değişen matematik öğretim programı bağlamında habitatı değişen karmaşık sayıların, öğrenci zihninde de gerek nişler gerekse habitat bağlamında yeri değişmiştir.



Şekil 5.2: 2013-2016 Arası Karmaşık Sayıların Antropolojik İncelemesi

5.1.4.2. Karmaşık sayıların öğretmenlerin pedagojik stratejilerindeki yeri kavram ve problem çözme süreci bağlamında incelenmesi

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde ortaya çıkan sonuçlardan birisi, 2005-2013 yılları arasında uygulanan matematik öğretim programında, karmaşık sayılar konusu 11.sınıfta başlı başına bir ünite olduğu zamanlar, dersin başında "i" sayısının kök içerisinde -1 olduğu tanımı ile başlandığı belirtilmişti. Ardından, karmaşık sayıların özelliklerine geçiş yapılırdı. Bu sebeplerden ötürü, öğrenci karmaşık sayıları uzaydan gelen mistik bir konu olarak görmekteydiler. Bu süreçte öğrencilerin karmaşık sayılara verdikleri herhangi bir anlam olmadığı dile getirilmektedir. Öğrencilerin karmaşık sayıları mistik bir konu olarak gördükleri hususu Nordlander ve Nordlander (2011) da çalışmasında tespit etmiştir.

2013 yılından günümüze kadar olan matematik öğretim programında öğrenciler karmaşık sayıları öğrenmesi gerektiği yerde öğrenmektedirler. Karmaşık sayılar ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin $(ax^2 + bx + c = 0)$ kökleri bulunurken, reel katsayılı bu denklemlerin reel sayılarda bazı durumlarda kökleri bulunmamaktadır $(\Delta = (b^2 - 4ac) \prec 0)$). Tam da bu noktada karmaşık sayıların varlığı anlatılıp, öğrencilere karmaşık sayılar algısını 2005-2013 yılları arasındaki öğretim programına göre daha anlamlı öğretilmeye çalışıldığı görülmektedir. Aslında bu anlamlı öğrenme süreci karmaşık sayıların nişleri ile olan ilişkisinin üzerine değinilmesi ile oluşmaktadır. Aşağıdaki tablo 5.2'de 205-2013 yılları arasındaki karmaşık sayılar nişleri ile 2013-2016 yılları arası karmaşık sayı nişleri verilmiştir.

Tablo 5.2: 2005-2013 Arası ve 2013'ten Günümüze Olan Karmaşık Sayılar

2005-2013 arası	2013-2016 arası
1. Karmaşık sayılar 2. Sanal sayı birimi ve kuvvetleri 3. Karmaşık sayıların eşitliği 4. Karmaşık düzlem 5. Bir karmaşık sayının eşleniği ve modülü 6. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri 7. Karmaşık sayılarda toplama işlemin özelliği 8. Çarpma ve bölme işlemleri 9. Karmaşık sayılarda çarpma işlemin özellikleri 10. Eşlenik ve modül özellikleri 11. Karmaşık sayılarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler 12. İki karmaşık sayı arası uzaklık 13. Karmaşık sayıların kutupsal gösterimi 14. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılarda toplama çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri	1. Gerçek sayılar kümesini genişletme gereğini örneklerle açıklar. 2. Sanal birimi (i sayısını) belirtir ve bu sayının kuvvetlerini hesaplar. 3. Karmaşık sayıyı, standart biçimini, gerçek kısmını, sanal kısmını açıklar ve iki karmaşık sayının eşitliğini ifade eder. 4. Karmaşık düzlemi açıklar ve verilen bir karmaşık sayıyı karmaşık düzlemde gösterir. 5. Bir karmaşık sayının eşleniğini ve modülünü açıklar, karmaşık düzlemde gösterir. 6. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini ve geometrik yorumlarını yapar. 7. Karmaşık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini yapar,. 8. Eşlenik ve modül ile ilgili özellikleri gösterir. 9. Kökleri karmaşık sayılar olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. 10. Karmaşık düzlemde iki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı açıklar ve karmaşık sayı ile çember ilişkisini belirtir.

15. **Karmaşık sayıların orijin etrafında döndürülmesi**
16. **Karmaşık sayının kuvvetleri Karmaşık sayının**

2005-2013 yılları arası matematik öğretim programındaki karmaşık sayılar habitatı ile 2013'ten günümüze kadar gelen matematik öğretim programına ait habitat değişmesi ile karmaşık sayılar arası oluşan nişler de değişmiştir. 2005-2013 yılları arası matematik öğretim programında karmaşık sayılar 11.sınıfta ayrı bir ünite olarak ele alınırken 2013-2016 arası matematik öğretim programında ise 2.dereceden denklem çözümlerinin $\Delta \prec 0$ durumunda ortaya çıkan bir sayı kümesi olarak ele alınmıştır. Bu durumda karmaşık sayıların antropolojik didaktik teori bağlamında incelenmesi ile öğretmenlerin pedagojik stratejilerindeki değişiklikleri birbiriyle uyumlu olarak değişmektedir. Bu sayede, karmaşık sayıların değişen habitatındaki nişlerini detaylı incelemek suretiyle öğrencilerin problem çözme sürecinde daha başarılı olacağı söylenebilir.

5.2. Sonuç

Karmaşık sayı kavramlarının problem çözme sürecinde yerinde ve sonuca yönelik kullanılması nicelik olarak zengin olan kavram imgelerinin nitelik olarak zengin olan kavram haritaları ile desteklenmesiyle mümkün olabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin karmaşık sayılar ile ilgili kavram haritalarında "i" sayısına yer bulmada zorlandıkları görülmüştür. "i" sayısını tanımlamak ya da anlamlandırmaktansa onu bir karmaşık sayı olarak görmeyi tercih etmişlerdir. Matematikte birçok kavramın kavram imgelerinin yanında tanımlarının da formal ya da informal bilinmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

Öğrencilerin “i” sayısı ile olan zayıf bağları dağılma özelliği, parantez alma, üslü alma gibi temel cebirsel beceriler gerektiren karmaşık sayılar problemlerinde kullanmaya alışkın oldukları bu cebirsel becerilere rağmen başarısız oldukları görülmektedir.

Öğretmenlerin, karmaşık sayıların kutupsal gösteriminin uygulanan yeni programda gösterilmemesinin öğrencilere değişik bakış açılarından bakma olanağını verdiği görüşü ağırlık kazanmaktadır. Yani yeni program bu anlamda öğrencilere eski programa göre daha az davranış kazandırmaktadır.

Karmaşık sayıların tüm sayı sistemlerinin üzerinde bir konuma sahip olması yönüyle bir çok özelliği içerisinde barındırmaktadır. Öğrenciler tarafından da özellikle “Trigonometri, Köklü Sayılar, Üslü Sayılar ve Mutlak Değer” ile ilişkisi vurgulanan karmaşık sayılarda problem çözme başarılarının sadece cebirsel becerilerle sınırlı kalmadığı aynı zamanda karmaşık sayı tanımı ve aralarında zengin ilişkilerin olduğu imgeler kümesiyle de ilişkili olduğu sonucuna varılmıştır.

5.3. Öneriler

Karmaşık sayılar anlatılırken öncelikle sayı sistemlerinin birbirleriyle ilişkileri anlatılmalıdır. Bu yapılmadığı için, karmaşık sayılar sisteminin en geniş sayı sistemi olduğunu anlayamadıkları görülmektedir.

Karmaşık sayı öğretim programı hazırlanırken tespit edilen kavram yanılgılarına yönelik özellikler üzerine detaylıca yer verilmelidir.

“i” sayına özellikle önem verilmeli, çünkü öğrenciler “i” sayısının hiçbir karşılığı olamayan uydurulmuş bir sayı olarak ele alıyorlar. Böylece karmaşık sayılar kavram yanılgıları başlamış oluyor. Bu yüzden “i” kavramına özellikle dikkat edilmeli.

KAYNAKÇA

Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S. & Yıldırım, E. (2004). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri (3. Baskı)*. Sakarya: Sakarya Kitapevi.

Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S. & Yıldırım, E. (2010). Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri: SPSS uygulamalı. Sakarya yayıncılık.

Anderson, G. & Anderson, G. J. (1998). *Fundamentals of educational research*. Psychology Press.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 52, 215-241.

Arslan,A.S. (2008). Didaktkte Antropolojik Kuram ve Kullanımına Yönelik Uygulamalar.Gazi Üniversitesi *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*,28(2).

Artaud, A. (1997). *Heliogábalo o el anarquista coronado* (Vol. 34). Editorial Fundamentos.

Baki, A. & Kartal, T. (2004). Kavramsal Ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *2*(1), 27-50.

Baki, A. (1997). Educating mathematics teachers. *Medical Journal of Islamic Academy of Sciences, 10*(3), 93-102.

Baroody, A. J., Feil, Y. & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 115-131.

Baykul, Y. (2005). İlköğretimde Matematik Öğretimi, Pegem A Yayıncılık, 8. Baskı, s.38-41, Ankara

Bekdemir, M. & Gelen, S. (2010). The effects of 2005 elementary mathematics education curriculum on the elementary seventh grade students' conceptual and procedural knowledge and skills. *Journal of Education Faculty*, *12*(2), 130-148.

Bekdemir, M. & Işık, A. (2007). İlköğretim öğrencilerinin cebir öğrenme alanında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *The Eurasian Journal of Educational Research*, *28*, 9-18.

Bingolbali, E. & Monaghan, J. (2008). Concept image revisited, Educational Studies in Mathematics, 68(1),19-35.

Bishop A. (1980). Spatial Abilities and Mathematics Education: A Review. *Educational Studies in Mathematics*, *11 (3)*, 257-269.

Bostock, L. & Chandler, S. (1981). *Mathematics: the core course for A-level*. Nelson Thornes. The Open University. Complex Numbers. UK: Milton Keynes.

Bowen, L. (2009). The ergodic theory of free group actions: entropy and the f-invariant. *arXiv preprint arXiv:0902.0174*.

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics (Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield).

Brown, S. A. (2005). *The trigonometric connection: Students understanding of Sine and Cosine*. Unpublished doctoral dissertation, Illinois State University, Illinois.

Büyüköztürk, S., Kılıç Çakmak, E., Akgün, O. E., Karadeniz, S. & Demirel, F. (2009). Bilimsel araştırma yöntemleri. Ankara: Pegem Akademi.

Byers, P. E. (2010). *Transition to college mathematics: An investigation of trigonometric representations as a source of student difficulties*. Unpublished doctoral dissertation, York University, Toronto, Ontario, Kanada.

Chevallard, Y. & Joshua, M. A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *3*, 2.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique* (Vol. 95). Grenoble: La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1989). Le Passage de l'arithmétique a l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collége. *Petit x*, *19*, 43-72.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. *Del saber sabio al saber enseñado*, *3*.

Chevallard, Y. (1992). Fundamental concepts in didactics: Perspectives provided by an anthropological approach. *Research in Didactique of Mathematics, Selected Papers. La Pensée Sauvage, Grenoble*, 131-167.

Chevallard, Y. (1992b). A theoretical approach to curricula.

Chevallard, Y. (1994). Enseignement de l'algèbre et transposition didactique. *Actes du*.

Chevallard, Y. (2002). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématique.

Chua, M. L. K., Ong, S. C., Wee, J. T. S., Ng, D. C. E., Gao, F., Tan, T. W. K., ... & Low, J. S. H. (2009). Comparison of 4 modalities for distant metastasis staging in endemic nasopharyngeal carcinoma. *Head & Neck*, *31*(3), 346-354.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 420-464). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cohen, L. & Manion, L.(1994). Research Methods In Education (Fourth Edition), Routledge

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2000). Research methods in education, 5th Edition, Routhledge – Falmer; London

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007), *Research Methods in Education* (6th Edition) London: Routledge Falmer.

Conner, M. E., Rasmussen, C., Zandieh, M., & Smith, M. (2007). Mathematical knowledge for teaching: The case of complex numbers. *Proceedings for the tenth special interest group of the mathematical association of America on research in undergraduate mathematics education*.

Creswell, J. W. (1998). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five designs. *Thousand Oaks*, CA: Sage.

Creswell, J.W. (2006). Understanding Mixed Methods Research, (Chapter 1). Available at: http://www.sagepub.com/upm-data/10981_Chapter_1.pdf

Cuoco, A. A., & Goldenberg, E. P. (1997). Dynamic geometry as a bridge from Euclidean geometry to analysis. *MAA Notes*, 33-46.

Çelik, A. & Özdemir, M. F. (2011). Ortaöğretimde Kompleks Sayılarla İlgili Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (29), 203-229.

Çepni, S. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (5. Baskı).Trabzon.

Çepni, S. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (Geliştirilmiş 5. Baskı).* Trabzon: KTÜ Eğitim Fakültesi Dergisi.

Çepni, S. (2012). Bilim, fen, teknoloji kavramlarının eğitim programlarına yansımaları. Kuramdan uygulamaya fen ve teknoloji öğretimi (1-32), Ankara: Pegem Akademi.

Çepni, S., Ayas, A., Johnson, D. & Turgut, M. F. (1997). Fizik öğretimi. *Ankara: YÖK/Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi, Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi*.

Delice, A. & Ergene, Ö. (2015). İntegral Hacim Problemleri Çözüm Süreçlerinin Bireysel İlişkiler Bağlamında İncelenmesi; Disk, Pul Ve Kabuk Yöntemleri. Sakarya University Journal of Education, 5/1. ss. 37-54.

Delice, A. & Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; Belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30 (Temmuz 2011/II)*, 51-62.

Delice, A. (2003). *A comperative study of students' understanding of trigonometry in the United Kingdom and the Turkish Republic*. Unpublisheddoctoral dissertation, University of Leeds, Leeds, England.

Doğan, A. (2001). *Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.

Driver, D. A., & Tarran, D. S. (1989). Five Approaches to the Teaching of Complex Numbers. *Teaching Mathematics and its Applications*, *8*(3), 122-127.

Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 125-128.

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metodlarına giriş: Nitel, nicel ve eleştirel kuram metodolojileri*. Anı.

Ekiz, D. (2009). Bilimsel araştırma yöntemleri: Yaklaşım, yöntem ve teknikler. Anı Yayıncılık.

Evans, L. (2006). Complex Numbers and Vectors. Camberwell, Australia: ACER Press.

Evans, L. (2006). *Complex numbers and vectors*. Aust Council for Ed Research.

Evans, W., & Oldknow, A. (1996). Micromaths: Approaching Complex Numbers Through Transformations. *Teaching Mathematics and its Applications*, *15*(2), 91-93.

Fisher, K. (1985). "A Misconception in Biology: Amino Acids and Translation.", *Journal of Biology Education*, Vol. 22, pp.53-62.

Forster, P. (1997). Using fractals to teach complex numbers with a constructivist approach.Australian Senior Mathematics Journal, 11(2), 14-22

Fung, C. I., Siu, M. K., Wong, K. M. & Wong, N. Y. (1998). A dialogue on the teaching of complex numbers and beyond.Mathematics Teaching, 164, 26-31.

Gagatsis, A., Elia, I. & Andreou, S. (2003), *Representations and mathematics learning: functions and number line*. Euclide , 59, 5–34, (in Greek).

Glesne, C., & Peshkin, A. (1992). Becoming qualitative researchers: an introduction. White Plains, N.Y.; Longman.

Goldin-Meadow, S., Alibali, M. W. & Church, R. B. (1993). Transitions in concept acquisition: using the hand to read the mind. *Psychological review*, *100*(2), 279.

Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. *Handbook of qualitative research*, *2*(163-194), 105.

Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), Proceedings of the *20th* PME International Conference, 1, 3-19.

Guzman, M.G. & Kouri, G. (2002). *Dengue: an update*. Lancet Infe Dis 2: 33–42.

Hahn, D. (1994). Unternehmungsziele im Wandel. *Unternehmerischer Wandel: Konzepte zur organisatorischen Erneuerung*, 59-83.

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Hiebert, J. & Wearne, D. (1986). Procedures over concepts: The acquisition of decimal number knowledge.

Hollinger, R. (1994). Postmodernism and the social sciences A thematic approach.

Johnson, R.B. & Onwuegbuzie, A.J. (2004). Mixed method research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33(7), 14-26.

Kaput, J. J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 53-74). Springer; Netherlands.

Karasar, N. (1999). Bilimsel araştırma yöntemi. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Karasar, N. (2010). Bilimsel arastırma yöntemi (21. Basım). *Nobel Yayın Dağıtım: Ankara*.

Keçeli, V. & Turanlı, N. (2013). Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*(28-1).

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding it up. *Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Washington, DC: National Academy Press*.

Konyalıoğlu, A. C. (2003). *Üniversite düzeyindeki vektör uzayları konusundaki kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi Atatürk Ünversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in school children. Chicago: University of Chicago Press.

Kuhn, T. S. (1995) *Bilimsel Devrimlerin Yapısı*, çev. Nilüfer Kuyaş, 4. Basım, İstanbul: Alan Yayıncılık.

Lawson, A.E. & Thomson, L.D. (2008). Formal Reasoning Ability and Misconceptions Concerning Genetic and Natural Selection. *Journal of Research in Science Teaching*.V.25. 1988 733-746.

Leedy, P. D. & Ormrod, J. E. (2005). *Practical research*. publisher not identified.

Lincoln, Y. S. & Denzin, N. K. (1994). The fifth moment. *Handbook of qualitative research*, *1*, 575-586.

Lincoln, Y.S. & Guba, E. G. (1985). Naturalistic inquirv. Newbury Park: Sage Publications.

Mandelbrot, B. B. (1983). *The fractal geometry of nature* (Vol. 173). Macmillan.

Mandelbrot, B. B., & Frame, M. (2002). Some reasons for the effectiveness of fractals in mathematics education. In M. Frame & B. B. Mandelbrot (Eds.), Fractals, graphics, and mathematics education (pp. 3-10). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Martinand, J. L., Durey, A., Arsac, G., Chevallard, Y., Martinand, J. & Tiberghien, A. (1994). La Transposition didactique à l'épreuve. *La Transposition Didactique à l'Épreuve*.

McMillan, J.H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer*, USA: Longman

Merriam, S. (2009). B.(2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber*.

National Council for Teacher of Mathematics (2000), *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston: V.A.

Nemirovsky, R. & Noble, T. (1997). On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics, 33*(2), 99-131.

Nordlander M. & Nordlander E. (2011*). On the concept image of complex numbers,* Department of Mathematics, Vasaskolan, Norra Kungsgatan 15, SE-803 20, Ga¨vle, Sweden; Department of Electronics, Mathematics and Natural Sciences, Faculty of Engineering and Sustainable Development, University of Ga¨vle, SE-80176, Ga¨vle, Sweden.

Novak, J.D. & Gowin, R. (1984), Learning how to learn. New York: Cambridge University Pres.

Novak, J.D., Gowin, D.B. & Johansen, G.T. (1983). The use of concept mapping and knowledge vee mapping with junior high school science students. Science Education, 67(5), 625-645.

Olkun, S. & Aydoğdu, T. (2003*). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir? Neyi sorgular? Örnek geometri soruları ve etkinlikler*. İlköğretim-Online 2(1). [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

Olkun, S. T. Z.(2005). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*.

Öksüz, C. (2010). İlköğretim Yedinci Sınıf Üstün Yetenekli Öğrencilerin Nokta, Doğru ve Düzlem Konularındaki Kavram Yanılgıları. *İlköğretim Online*, *9*(2).

Panaoura, A., Elia, I., Gagatsis, A. & Giatilis, G. P. (2006). Geometric and algebraic approaches in the concept of complex numbers. *International journal of mathematical education in science and technology*, *37*(6), 681-706.

Panaoura, Elia, Gagatsis & Giatilis (2005). *Geometric and algebraic approaches in the concept of complex numbers*. University of Cyprus.

Patton, 0. & M. (1990). Qualitative evaiuation an research methods (2. Ed.). London: Sage Pub.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation* (No. 4). Sage.

Pimm, D.(1995) *Symbols and Meanings in School Mathematics.* London: Routledge.

Punch, K.F. (2005). *Sosyal Araştırmalara Giriş: Nicel Ve Nitel Yaklaşımlar* (Bayrak, D., Arslan, H.B. & Akyüz, Z, Çev.). Ankara. Siyasal Kitabevi.

Riding, R. & Wigley, S.(1997)*, The relationship between cognitive style and personality in further education students. Personality and Individual Differences*, 23(3), 379–389.,

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of educational psychology*, *93*(2), 346.

Robert, A. & Robinet, J. (1989). *Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*. Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques, Université Paris VII.

Rösken, B. & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *3*, 181-204.

Ruiz- Primo, M.A. & Shavelson, R.J. (1996). Problems and issues in the use of concept maps in science assesment. Journal of Research in Science Teaching, 33, 569-600.

Saglam A. (2004) *Les équations différentielles en mathématiques et en physique:Etude des conditions de leur enseignement et caractérisation des rapports personels des étudiants de première année d'université à cet objet de savoir*,Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier- Grenoble.

Schechter, E.(2006), The Must Common Errors Indergraduate Mathematics, http//www.math. vanderbilt.edu/ schestex/commers/

Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context.

Sevimli, E. (2009). Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Sfard, A. (1998). *Symbolizing mathematical reality into being or how mathematical discourse and mathematical objects create each other*. In: P. Cobb, K.E. Yackel and K. McClain (Eds.) Symbolizing and Communicating: Perspectives on Mathematical Discourse, Tools and Instructional Design (Mahwah: Erlbaum), 37–98.

Siu, Y. K., Ng, P. C., Fung, S. C. K., Lee, C. H., Wong, M. Y., Fok, T. F., ... & Cheng, A. F. B. (1998). Double blind, randomised, placebo controlled study of oral vancomycin in prevention of necrotising enterocolitis in preterm, very low birthweight infants. *Archives of Disease in Childhood-Fetal and Neonatal Edition*, *79*(2), F105-F109.

Songer, C. & Mintzes, J. (1994). "Understanding Cellular Respiration: An Analisis of Conceptual Change Biology", Journal of Research in Science Teaching. 31: 621-637.

Soylu, Y. & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. A study on importance of the conceptual and operational knowledge are balanced in. *Erzincan eğitim fakültesi dergisi*, *8*(2), 83-95.

Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 404-411.

Stewart, I. & Tall, D. (1983). *Complex analysis*. Cambridge; Cambridge University Press.

Swan, K. (2001). Virtual interaction: Design factors affecting student satisfaction and perceived learning in asynchronous online courses. *Distance education*, *22*(2), 306-331.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, *12*(2), 151-169.

Taşova, H. İ. (2011). Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi***.** İstanbul.

Tekin, B. (2010). *Ortaöğretim düzeyinde trigonometri kavramlarının öğrenilmesinde görselleştirme yaklaşımının etkililiğinin araştırılması*. Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Turanlı, N., Keçeli, V. & Karakaş Türker N. (2007). Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara yönelik Tutumları İle Karmaşık Sayılara Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Ortak Hataları, Balıkesir Üniversitesi, *Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9,2,135-14

Turanlı, N., Keçeli, V. & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *9*(2), 135-149.

Turanlı, N., Keçeli, V. & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *9*(2), 135-149.

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(17).

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking(pp. 65–81). Dordrecht: Kluwer.

Volet, S. E. & Renshaw, P. D. (1996). Chinese students at an Australian university: Adaptability and continuity.

Vygotsky, L. S. (1986). Thought and language-Revised edition.

Wang. G. & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41-51.

Winner, E. & Leekam, S. (1991). Distinguishing irony from deception: Understanding the speaker's second-order intention. *British Journal of Developmental Psychology*, *9*(2), 257-270.

Wong, K. Y. (2009). ICT and mathematics education. In P. Y. Lee & N. H. Lee (Eds.), Teaching Secondary School Mathematics: A Resource Book (2nd Ed., pp. 357-367). Singapore: McGraw-Hill.

Wong, N. Y., Lam, C. C., Sun, X. & Chan, A. M. Y. (2009). From "exploring the middle zone" to "constructing a bridge": Experimenting in the spiral bianshi mathematics curriculum. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*(2), 363-382.

Yenilmez, K. & Yaşa, E. (2008*). Eğitim Fakültesi Dergis*i XXI (2), 2008, 461-483.

Yıldırım, A. & Şimsek, H. (2006). Sosyal bilimlerde nitel arastırma yöntemleri, (6.Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (7. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (1984). Case Study Research: Design and Methods. Newbury Park, CA. : Sage.

Zimmerman, W. & Cunningham, S. (1991). *Visualization in teaching and learning mathematics.* Washington, USA: Mathematical Ass.of America.

EKLER

KARMAŞIK SAYILAR TESTİ

1. $(1-i).(1-i^3).(1+i^6)$ İşleminin sonucu kaçtır, gösteriniz?
2. $x^2 - 6x + 13 = 0$ Denkleminin çözüm kümesini bulunuz?
3. $2x - y + i.(x+y) = 5 + 4i$ ise, x ve y sayılarını bulunuz?

4. $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 5i$ Karmaşık sayıları veriliyor. Buna göre;

   a. $z_1.z_2$

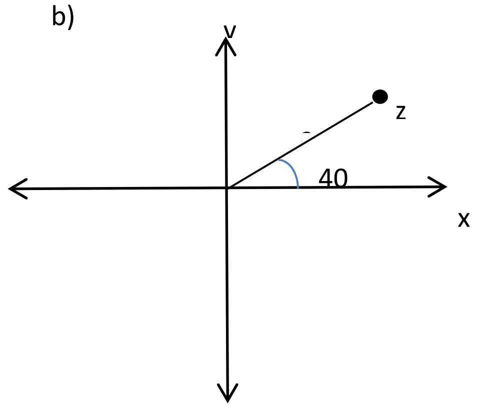
   b. $\dfrac{z_1}{z_2}$

   c. $z_1 + 3.z_2{}^2$

   İşlemlerini yapınız.

5. $z - 1 = (2z+3).i$ olduğuna göre, z karmaşık sayısını bulunuz ve düzlemde gösteriniz..

6. $z = \dfrac{5+3i}{5-3i}$ Karmaşık sayısının mutlak değerini bulunuz?
7. $\{z : |z-(3+4i)| = 3, z \in C\}$ Kümesini karmaşık düzlemde gösteriniz?
8. a) $z = 1 - \sqrt{3}.i$ karmaşık sayının kutupsal biçimini bulunuz?
   b) $\dfrac{2+i}{2-i} - \dfrac{2-i}{2+i}$ karmaşık sayının kutupsal biçimini bulunuz
9. $z = 1 + \sqrt{3}.i$ Karmaşık sayısının köklerini bulunuz?
10.
   a) $z = 3.(\cos 15^0 + i.\sin 15^0)$ karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 75^0, negatif yönde 75^0 döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayıyı bulunuz ?
   b)



Şekildeki gibi verilen z karmaşık sayısının pozitif yönde döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayıyı bulunuz?

ÖĞRENCİLERE YÖNELİK GÖRÜŞME SORULARI

1. Karmaşık sayı nedir? Açıklayınız.
2. Karmaşık sayılara olan ihtiyaç nereden doğmaktadır?
3. Karmaşık düzlem ile koordinat sistemi arasındaki farklar nelerdir?
4. "Karmaşık düzlem" ne demektir?
5. "i" sizce ne ifade eder?
6. Karmaşık sayılar matematiğin hangi kavramlarıyla daha çok ilgilidir? Neden?
7. Karmaşık sayılar sayı sisteminin neresinde bulunmaktadır?
8. Karmaşık sayıların kullanım alanları var mıdır? Varsa nelerdir?
9. Bir fincan kahve "x lira" ise ," a+ib" tane fincan kahve ne kadar tutar? Sorusunun cevabı hakkında ne düşünürsünüz?
10. Karmaşık sayı olsaydınız, en çok hangi işlemi görmek isterdiniz? Neden.
11. Karmaşık sayılarda sizce gereksiz olan bir taraf var mı? Varsa ne yapılırsa düzelir.
12. Karmaşık sayılar matematiğin neresinde bulunmaktadır.
13. Karmaşık sayılar sorularını çözerken eski bilgilerinize bakma ihtiyacı hissediyor musunuz? Hissediyorsanız hangi konulara tekrar bakma ihtiyacı hissediyorsunuz?

ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖRÜŞME SORULARI

1. Karmaşık sayı ne demektir?
2. Niçin karmaşık sayılar ortaya çıkmıştır?
3. Sanal eksen ne demektir?
4. "i" sizce ne ifade eder?
5. Karmaşık sayıları anlatırken öğrencilerin anlamakta en çok zorlandıkları kavram hangisidir? Neden?
6. Karmaşık sayılar matematik öğretim programı göz önünde bulundurulursa, şu an doğru yerde mi? Değilse nerede olmalı.
7. Karmaşık sayıları anlatırken geriye dönük ders anlatımı yapılsaydı en çok hangi kavramlar anlatılmalıydı?
8. Karmaşık sayılar lise öğretim programı için gerekli midir?