

**T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı
Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı**

**İLKOKUL 1. VE 2. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK
DERSİNDE DÖRT İŞLEM İLE İLGİLİ YAPTIKLARI HATALAR
VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ**

**Halil ÖNAL
(Doktora Tezi)**

İstanbul, 2017

**T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Anabilim Dalı
Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı**

**İLKOKUL 1. VE 2. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK
DERSİNDE DÖRT İŞLEM İLE İLGİLİ YAPTIKLARI HATALAR
VE ÇÖZÜM ÖNERİLERİ**

**Halil ÖNAL
(Doktora Tezi)**

**Danışman
Yrd. Doç. Dr. Oktay AYDIN**

İstanbul, 2017

**Tüm kullanım hakları
M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.
© 2017**

ONAY

Halil ÖNAL tarafından hazırlanan “İlkokul 1. ve 2. sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Dört İşlem ile İlgili Yaptıkları Hatalar ve Çözüm Önerileri” konulu bu çalışma, 29/12/2017 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jüri tarafından başarılı bulunmuş ve doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	İmza
TEZ DANIŞMANI	Yrd. Doç. Dr. Oktay AYDIN	
JÜRİ ÜYESİ	Doç.Dr. Z. Nurdan BAYSAL	
JÜRİ ÜYESİ	Doç.Dr. Levent DENİZ	
JÜRİ ÜYESİ	Prof.Dr. Sefer ADA	
JÜRİ ÜYESİ	Yrd.Doç.Dr. Sıtkı ÇEKİRDEKÇİ	

ÖZGEÇMİŞ

- 2000 Çankaya Süper Lisesi
- 2009 Gazi Üniversitesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalından mezun olma
- 2010 Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı Araştırma Görevlisi
- 2012 Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı Yüksek Lisans Programında mezun olma
- 2012 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı Doktora Programına Giriş
- 2013 Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı'na 35. Madde kapsamında görevlendirilme

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Eposta: halil.onal@hotmail.com

ÖNSÖZ

Bu araştırmada, ilkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataları belirlemek, bu hataların nedenlerini analiz etmek ve çözümlerini önerileri getirmek amaçlanmıştır.

Bu amaca ulaşmamda, çalışmamın her aşamasında katkılarıyla bana ışık tutan, fikirleriyle yol gösteren, manevi desteğini her zaman hissettiğim danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Oktay AYDIN'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Tez izlemelerimde bilgi, görüş ve yönlendirmeleriyle katkıda bulunan Doç. Dr. Z. Nurdan BAYSAL'a, Doç. Dr. Levent DENİZ'e, tezimi okuyarak önemli dönütler veren ve savunma jürimde yer alarak değerli katkılarını sunan Prof. Dr. Sefer ADA'ya, Yrd. Doç. Dr. Sıtkı ÇEKİRDEKÇİ'ye destekleri için teşekkür ederim.

Araştırmanın her aşamasında değerli görüşleriyle bana yardımcı olan, sorularımı yanıtıştırarak bırakmayan Doç. Dr. Sare şENGÜL'e, Arş. Gör. Aslıhan ALYILDIZ UğURLU' ya teşekkür ederim. Çalışmamda olan katkılarından dolayı; Öğr. Gör. Yüksel AYDIN'a, Dr. Hilal İlknur TUNÇELİ'ye, Arş. Gör. Alper YORULMAZ'a teşekkür ederim.

2211-E Doğrudan Yurt İçi Doktora Burs Programı kapsamında sağladığı destekten ötürü TÜBİTAK' a teşekkür ederim.

Hayatımın her anında kendilerinden çok beni düşünen, her zaman yanımda olan, haklarına asla ödeyemeyeceğim, evlatları olmaktan onur ve gurur duyduğum canım annem Emine ÖNAL'a, babam Recep ÖNAL'a, anneannem Fethiye DUMAN'a çok teşekkür ederim. Beni motive eden konuşmalarıyla, güzel enerjisiyle her zaman yanımda olan ablam Erengül TOPAÇ'a eniştem Osman TOPAÇ'a, güzel ve tatlı yeğerlerim Ülker Bengisu TOPAÇ'a ve Yağmur TOPAÇ'a teşekkür ederim.

Halil ÖNAL

İSTANBUL - 2017

ÖZET

Araştırmada, ilkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlemle ilgili yaptıkları hataları belirlemek ve yapılan bu hataların nedenlerini ortaya koyarak bu hatalara çözüm önerileri getirmek; bu hataların cinsiyete, okul öncesi eğitim alma durumuna, ailenin gelir düzeyine göre dağılımını ve hatalara neden olan faktörleri belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaca ulaşmak için araştırmacıya konu hakkında ayrıntılı bilgi veren nitel araştırma yöntem ve teknikleri kullanılmıştır.

Nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasına örnek teşkil eden araştırmanın çalışma grubunu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yoluyla seçilen 2015-2016 eğitim öğretim yılında İstanbul ilindeki alt, orta ve üst sosyoekonomik düzeydeki okullarda öğrenim gören 162 birinci sınıf öğrencisi ile 165 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 327 öğrenci araştırmanın birinci aşamasını ve bu öğrenci grupları içerisinden incelenen defterler sonrası hata türleri arasında en fazla hata yaptığı tespit edilen 60 öğrenci ise araştırmanın ikinci aşamasını oluşturmaktadır. Araştırmada öğrenci defterlerinden doküman incelemesi tekniğiyle toplanan veriler, nitel içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmacı tarafından oluşturulan “Dört İşlem Hata Formu” doğrultusunda değerlendirmeler yapılmıştır. Öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşme ile toplanan veriler ise betimsel-yorumsal analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Yapılan analizlerin sonucunda aşağıdaki bulgulara ulaşılmıştır:

İlkokul birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan “basamakları yanlış yere yerleştirme” hata türünün birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata olduğu tespit edilmiştir. Bu hata türünü sırasıyla “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama”, “0 ile toplamada sonucu 0 bulma” ve “sayma hataları” izlemektedir. İkinci sınıf öğrencileri arasında “büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma” hatasının en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. Bu hata türünü sırasıyla “eldeyi eklemeyi unutma”, “onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme” ve “0 rakamını 1 olarak algılama” hatalarının izlediği görülmektedir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında; “basamakları yanlış yere yerleştirme” hata türünün ilkokul birinci sınıf ve ikinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata türü olduğu tespit edilmiştir. Bu hata türünü sırasıyla “0 rakamını 1 olarak algılama”, “eksi (-) işaretini

artı (+) işareti olarak algılama”, “1 rakamını 0 olarak algılama” hatasının izlediği sonucuna ulaşılmıştır. Çeşitli değişkenlere göre ilkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının dağılımına bakıldığında cinsiyete göre belirgin bir farklılığın olmadığı; pek çok hata türünde okul öncesi eğitim almayan, ailesinin gelir düzeyi düşük olan öğrencilerin hata yapma oranının daha yüksek olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: ilkokul, matematik dersi, dört işlem, kavram yanılgısı, hata



ABSTRACT

The study aims to determine the mistakes of primary school first and second grade students in four operations in mathematics class and present the reasons of these mistakes and offer solutions for these mistakes and determine the breakdown of these mistakes according to gender, preschool education status and income level of the family as well as the factors which cause these mistakes. To achieve this aim, qualitative research methods and techniques, which give the researcher detailed information about the subject, are used.

The first stage of the study, which is an example of case study among qualitative research patterns, consists of 327 students; 162 first grade and 165 second grade students, studying in lower, moderate and upper socioeconomic level schools in İstanbul province in 2015-2016 academic year who were selected by criterion sampling and 60 students, who were determined to make the most mistakes following the notebooks examined in these student groups, constitute the second stage of the study. In the study, the data collected from students' notebooks with the technique of document review technique was analysed with content analysis method. Assessments were made in accordance with the "Four Operations Mistake Form" created by the researcher. The data collected with semi-structured interviews with the students were analysed with descriptive-interpretive analysis method. Following findings were obtained as a result of the analyses:

It was determined that "placing digits in wrong places" mistake by the first-grade students is the mistake with the highest load value among first grade students. This mistake is followed by "mistaking minus (-) sign for plus (+) sign", "Obtaining 0 in adding with 0" and "counting mistakes" respectively. It is seen that the mistake with the highest load value among second grade students is "subtracting smaller number from bigger number". This mistake type is followed by "forgetting to add carry", "not diminishing the decomposed decimal" and "perceiving 0 as 1" respectively. According to study results, it was determined that "placing digits in wrong places" is the mistake with the highest load value among first and second grade students. This mistake type is

followed by “perceiving 0 as 1”, “mistaking minus (-) sign for plus (+) sign”, “perceiving 1 as 0” respectively. When the distribution of four operations mistakes of primary school first and second grade students is reviewed according to various variables; it was determined that there is no significant difference according to gender and the mistake rate of students who did not preschool education and whose families have lower income levels is higher in many mistake types.

Keywords: primary school, mathematics lesson, four operations, misconception, error



İÇİNDEKİLER

ONAY	i
ÖZGEÇMİŞ	ii
ÖNSÖZ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii
KISALTMA VE SEMBOLLER	xiv
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
1.1. Problem	1
1.2. Amaç	8
1.3. Önem	9
1.4. Varsayımlar	10
1.5. Sınırlılıklar.....	10
1.6. Tanımlar	10
BÖLÜM II: LİTERATÜR	12
2.1. Matematik.....	12
2.2. Matematik Eğitimi.....	14
2.3. Kavram Yanılgısı	21
2.3.1. Aşırı Genelleme	24
2.3.2. Aşırı Özelleme	24
2.4. Hata	25
2.4.1. Öğrenci: Deneyim	28
2.4.2. Öğrenci: Uzmanlık	29
2.4.3. Öğrenci: Matematiksel bilgi ve anlayış.....	29
2.4.4. Öğrenci: Hayal gücü ve yaratıcılık	30
2.4.5. Öğrenci: Ruh Hali	30
2.4.6. Öğrenci: Tutum ve Güven.....	30

2.4.7. Konu: Matematiksel Karmaşıklık	30
2.4.8. Konu: Sunum Karmaşıklığı	31
2.4.9. Konu: Çeviri Karmaşıklığı.....	31
2.4.9.1. Matematiğin Tercümesi	31
2.4.9.2. Okuma Hataları	31
2.4.9.3. Anlama Hataları	31
2.4.9.4. Kodlama Hataları	32
2.4.9.5. İma Hataları	32
2.4.10. Öğretmen Tutum ve Güven.....	32
2.4.11. Öğretmenin Ruh Hali	32
2.4.12. Öğretmenin Hayal gücü ve Yaratıcılığı	33
2.4.13. Öğretmen Bilgisi	33
2.4.14. Öğretmen Uzmanlık	34
2.4.15. Öğretmen Tecrübe.....	34
2.5. Hata Analizleri	35
2.5.1. Sayma Hatası.....	38
2.5.2. Gruplama Hatası (Sütunlar Arası İşlem Yapma)	39
2.5.3. Gereksiz Onluk Bozma	39
2.5.5. İşlemde Bilinmeyeni Bulma.....	40
2.5.6. Eldeleri İşlem Sonuna Basamak Olarak Ekleme	40
2.5.7. Rakamları Ayrı Değerlendirip Kendi Aralarında İşlem Yapma	40
2.5.8. Büyük Sayıdan Küçük Sayıyı Çıkartmak	41
2.5.9. Rakamları Yan Yana Yazmak.....	41
2.5.10. 0 ve 1 Kavramları.....	42
2.5.11. Semboller	42
2.5.12. Basamakları Yanlış Yere Yerleştirme.....	42
2.5.13. Karışık İşlem	43
2.5.14. Çift Basamaklı Sayıyla Tek Basamaklı Sayıyı Toplarken veya Çıkarırken Her İki Basamakla İşlem Yapma	43
2.5.15. Eldeyi Ters Taşıma	44
2.6. Hata ile İlgili Öğretim Prosedürleri.....	44
2.6.1. Mekanik Hatalar.....	45

2.6.2. Dikkatsizlik Hataları	45
2.6.3. Kavramsal Hatalar.....	45
2.6.4. Prosedür hataları.....	46
2.7. Basamak Değeri	46
2.8. Hesaplama Yöntemleri	50
2.8.1. Zihinsel Yöntemler.....	50
2.8.2. Hesap Makinesini Kullanan Yöntemler	51
2.8.3. Yazılı Yöntemler.....	52
2.9. Toplama İşlemi.....	53
2.9.1. Toplama İşlemine Hazırlık Çalışmaları	53
2.10.Çıkarma İşlemi	55
2.10.1. Çıkarma İşlemine Hazırlık Çalışmaları.....	56
2.11.Çarpma İşlemi	58
2.11.1. Çarpma İşlemine Hazırlık Çalışmaları.....	59
2.12.Bölme İşlemi	60
2.12.1. Bölme İşlemine Hazırlık Çalışmaları.....	60
2.13.İlgili Araştırmalar	62
2.13.1. Yurt İçi Araştırmalar	62
2.13.2. Yurt Dışı Araştırmalar.....	71
BÖLÜM III: YÖNTEM	75
3.1. Araştırmanın Deseni.....	75
3.2. Çalışma Grubu.....	77
3.3. Veri Toplama Araçları.....	78
3.3.1. Doküman İncelemesi.....	78
3.3.2. Görüşme	79
3.4. Verilerin Toplama Süreci	81
3.5. Verilerin Analizi.....	82
BÖLÜM IV: BULGULAR.....	87
4.1. İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarına İlişkin Bulgular.....	87
4.1.1. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Bulgular.....	111

4.1.2. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Alma Durumuna Göre Dağılımına İlişkin Bulgular.....	114
4.1.3. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Dağılımına İlişkin Bulgular	116
4.1.4. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Bulgular.....	118
4.1.5. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Eğitim Alma Durumuna Göre Dağılımına İlişkin Bulgular.....	122
4.1.6. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Dağılımına İlişkin Bulgular	126
4.1.7. İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Öğrenci Görüşlerine Göre Belirlenmesi	129
BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	137
5.1. Sonuç ve Tartışma	137
5.2. Öneriler.....	151
5.2.1. Uygulayıcılara Yönelik Öneriler.....	151
5.2.2. Öğretmenlere Yönelik Öneriler.....	152
KAYNAKÇA.....	155
EKLER	164
Ek 1: MEB İzin Belgesi	164
Ek 2: Öğrenci Hata Örnekleri	165

TABLULAR LİSTESİ

Tablo 4.1. İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarına İlişkin Frekans Dağılımı.....	87
Tablo 4.2. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Frekans Dağılımı.....	112
Tablo 4.3. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Alma Durumuna Göre Frekans Dağılımı.....	114
Tablo 4.4. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Frekans Dağılımı	116
Tablo 4.5. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Frekans Dağılımı.....	118
Tablo 4.6. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Eğitim Alma Durumuna Göre Frekans Dağılımı.....	122
Tablo 4.7. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Dağılımına İlişkin Frekans Dağılımı	126

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Yaygın Matematik Hatalarının Kaynakları.....	28
Şekil 2.2. Toplama İşlemi: İki Kümenin Birleşimi	54
Şekil 2.3. Toplama İşlemi: Hesaba Katarak Üzerine Sayma	54
Şekil 2.4. Çıkarma Karşılaştırma	57



KISALTMA VE SEMBOLLER

- f_{1n} : Birinci sınıf toplam hata sayısı
 $f_{1\ddot{o}}$: Birinci sınıf hata yapan öğrenci sayısı
 f_{2n} : İkinci sınıf toplam hata sayısı
 $f_{2\ddot{o}}$: İkinci sınıf hata yapan öğrenci sayısı
MEB : Milli Eğitim Bakanlığı



BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, amaçlar, önem, sınırlılıklar, varsayımlar ve araştırmanın temel kavramlarına ait tanımlar üzerinde durulmuştur.

1.1. Problem

Günlük hayatımızda matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Hızla değişen ve gelişen dünyada matematiği anlayan ve matematik yapanlar; geleceği şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Değişimlerle birlikte matematiğin ve matematik eğitiminin belirlenen ihtiyaçlar doğrultusunda yeniden tanımlanması ve ele alınması gerekmektedir. Hayatında matematiği kullanabilen, problem çözebilen, doğru dört işlem hesaplamaları yapabilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen, ekip çalışması yapabilen, matematiğe karşı öz güven duyabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutumlar geliştiren kişilerin yetiştirilmesi büyük önem taşımaktadır (MEB, 2009, s.7). Teknolojinin giderek arttığı dünyada matematik her zamankinden daha önemli bir hale gelmiştir (Boaler, 2009; Devlin, 2002; Sautoy, 2010).

Matematik bir düşünce biçimi ya da bir dil olarak düşünülebilir; ancak birçok insan için zorluk, genellikle yazılı olduğunda nasıl görüldüğüdür. Matematik geliştikçe, iletişim araçları da kelimeler, semboller ve diyagramlar yoluyla daha da özlü hale gelir (Cooke, 2007, s.1). Matematiği öğrenmek, çocukların kendi zihinlerinde matematiksel ilişkiler kurmalarını ve yeniden oluşturmalarını gerektirir. Çocuklar matematiksel fikirlerle doğrudan ve somut etkileşime ihtiyaç duyar. Çocuğun zihni ile gerçek dünyadaki somut deneyimler arasında sürekli etkileşim gereklidir (Burns, 2007, s.27).

Matematiğin yapısal özelliğinden kaynaklanan üç husus önemlidir. Bunlar; matematiğin bir sistem olduğu, yapılardan (kavramlardan) ve bağıntılardan (ilişkilerden) oluştuğu, son olarak da bu yapıların ardışık soyutlamalar ve genellemeler süreci ile oluşturulduğudur. Bunlardan dolayı matematik insan tarafından zihinsel olarak oluşturulan bir sistemdir. Bu durum matematiğin soyut olduğunu gösterir. Soyut kavramların kazanılması zordur. Matematiğin öğrencilere zor gelmesinin sebebi de

buradan kaynaklanabilir. Matematiksel kavramları, öğretim sırasında somutlaştırarak ve somut araçlar kullanılarak bu zorluk giderilebilir veya en azından azaltılabilir (Baykul, 2005, s.34).

Çocuklar okula başlamadan önce matematiksel kavramları kullanmalarını gerektiren bir dizi deneyime sahiptirler. Sayıları tekerlemeler şeklinde söyleme, nesnelere kalıplar oluşturma gibi etkinlikler ve deneyimler açık bir şekilde matematikselidir. Bazı matematiksel kavramları ise daha ustaca yapmaktadırlar; yıkanan çamaşırlarını sıralamak, masayı kurmak vb. Öğretmenler olarak sınıftaki çocukların okul öncesi deneyimlerini kabul etmek ve genişletmek önemlidir. Matematiksel konuşma ilk yıllardan itibaren geliştirilmelidir. Böylelikle çocuklar matematiğin dilini sessizce içselleştirmek yerine, yöntemlerini ve sonuçlarını paylaşma ve tartışma konusunda kendisine güvenmektedir. Matematik sessiz yaklaşıma doğru ilerlemenin, küçük yaşlardan itibaren yazılı sayfalar ve biçimsel algoritmalar üretme gibi büyük bir tehlikenin olduğu bir konudur. Sınıf uygulamalarının aktif bir yaklaşım yansıtması önemlidir. Küçük yaşlardaki çocukların matematiksel deneyimleri; çoklu duylara ait, zorlayıcı, pratik ve ilişkisel olmalıdır (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.107). Erken yaşlarda, 10'a, 50'ye ve hatta 100'e kadar kusursuz sayma yapabilen çocuk sayısı çoktur. Yetişkinlerde böyle bir çocuk için "Bu çocuk toplama, çıkarma yapmaya hazır." düşüncesi belirir. Bunun yanlışlığını, saymanın ve işlem yapmanın daha fazla yetenek ve beceri gerektirdiğini ortaya koyan pek çok araştırma yapılmıştır (Altun, 2014, s.23).

Matematik için okulun etkileri büyüktür ve diğer konu alanlarından farklıdır. Çocuklar, güncel konular hakkında tartışma, doğayı keşfetme veya kitap okuma gibi konular üzerinde okul dışında sosyal çevre veya aileleri ile sıklıkla etkileşim içerisinde olurken matematik alanında ise birçok çocuk için okulda ne öğrenilmişse o önemli olmaktadır (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.9). Çocuklar, günlük matematik dersi sırasında çalışmalarının önemini görecektir ve matematiklerini yeni durumlara uygularken matematiksel olarak düşünme yeteneklerini geliştireceklerdir. Ayrıca, matematik dersinin ötesinde olan durumlarda matematiksel anlayışlarını geliştirirken, diğer konulara ilgileri de artacaktır (Fox ve Surtees, 2010, s.69).

İlkokul matematiğinde her konuda kavramsal temellerin sağlam bir şekilde oluşturulması çok önemlidir. Konuyla ilgili alıştırma çalışmalarına, zamanı gelmeden başlamak sakıncalıdır. Kavram, belirli özellikleri taşıyan nesne ya da olayların ortak adıdır. İşlem olarak adlandırılan eylemlerin hepsinde iki şeyden bir şey elde etme vardır. Kavram bilgisi ardışık soyutlama ile gelişir. İlkokulda kavram bilgisi verilirken fazlaca sembolik ve matematiksel dilden kaçınılmalı, öğrencilerin anlayabileceği bir dil kullanılmalı ve öğrenme somut yaşantılara dayandırılmalıdır (Altun, 2014, s.60). İnsan zihninde yeni kavramlar oluştuğunda, yeni oluşan bu kavramlar önceden oluşturulan kavramlarla ilişkilendirilir. Örneğin; çocuk doğal sayı kavramını kazanmaya başlayınca, önce “bir” ve “daha çok” kavramlarını kazanır; daha sonra, 2, 3 ... sayılarını bunlarla ilişki kurarak zihninde oluşturur. Bu ilişkilerin sayısı arttıkça kavramlar karmaşıklaşırlar. Benzer şekilde toplama ve çıkarma işlemleri kavramları birbirleriyle ve her ikisi de sayı kavramıyla ilişkilidir. Çocuk önce sayı kavramını, sonra toplama, daha sonra çıkarma ve en son olarak da bu iki işlem arasındaki ilişkiyi zihninde oluşturur (Baykul, 2005, s.39). Çocuklar matematiksel kavramları öğrenmeli ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri görmelidirler. Matematiksel kavramlar ve ilişkiler, kişinin anlayış kazanma ve anlama süreci boyunca öğrendiği soyut fikirlerdir (Burns, 2007, s.27). Çocuklar erken yaşlardan sonraki yıllarda soyut matematiksel ilişkileri somut nesnelere ve akranlarıyla etkileşerek öğrenirler (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.31). Kavram ve işlemler matematikte tek başlarına kullanıldıklarında matematiksel olarak bir anlam içermezler. Matematikte kavramlar ve işlemler arasında ilişkinin kurulması, kavramların ve işlemlerin kavrandığını gösterir (Pearson ve Somekh, 2003).

Çocuklar için okulun ilk yıllarında en önemli kavramsal başarı, sayıları onu oluşturan parçalarla bütün arasındaki ilişkiler cinsinden yorumlamalarıdır. Bir parça-bütün şemasının çokluğa uygulanmasıyla çocuklar için sayıları diğer sayıların kombinasyonu olarak düşünmeleri mümkün olacaktır. Sayı anlayışının geliştirilmesi küçük çocukların o ana kadar sahip olmadıkları yorumun ve matematiksel problem çözmenin farklı biçimlerini ele almayı mümkün kılar (Resnick, 1983, s.114). Çocuklar da sayı kavramının gelişimi uzun bir süre ve belli bir sırayı gerektirir. Bu sıralamalar da belli bir sıranın eksik öğrenilmesi, çocuğun öğrenimini ilerleyen yıllarda zora sokmakta ve çocuğu ezber dayalı öğrenmeye zorlamaktadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.66). Sonuç olarak çocuklarda kavram yanılgıları ve hatalar oluşabilmektedir.

İlkokul matematik dersi öğretim programı; sayılar ve işlemler, geometri, ölçme ve veri işleme olmak üzere dört öğrenme alanından oluşmaktadır. Tüm öğrenme alanlarına her sınıf seviyesinde yer verilirken bazı alt öğrenme alanları belirli bir sınıftan sonra devreye girmektedir. Doğal sayılar alt öğrenme alanında kazanımlar rakamların öğretimi ile başlamakta, sınıf seviyesi arttıkça daha büyük sayılar ve basamakların öğrenilmesi hedeflenmektedir. 1. sınıfta rakamların öğrenilmesinden sonra 20'ye kadar olan sayılar onluk ve birlik şeklinde parçalara ayrılarak basamak kavramına hazırlık yapılmaktadır. Toplama ve çıkarma işlemlerini destekleyici nitelikte parça, parça-bütün ilişkisi de sunulmaktadır. Sayılar ile ilgili kazanımlarda 20'den küçük sayılar ile çalışılması istenmekle birlikte, 100'e kadar ritmik saymalar da yaptırılmaktadır. 2. sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanının temel hedefi, basamak kavramının öğretimidir. Modeller kullanılarak 100'den küçük sayıların basamak değerlerine ayrılması ve incelenmesi beklenmektedir. Çarpma ve bölme işlemleri bakımından, 2. sınıftan itibaren, modeller yardımıyla farklı anlamların verilmesi önem taşımaktadır. Sınıf seviyesi ilerledikçe çarpma ve bölme arasındaki ilişki kademeli olarak ele alınmaktadır (MEB, 2017, s.13).

İlkokul düzeyinde bireylere yeterli kavramsal bilginin yanında dört işlem becerisinin de kazandırılması amaçlanmaktadır. Dört işlem ile ilgili bilgi ve becerilerin kazanılması öncelikle "işlem" kavramının anlaşılmasına bağlıdır. İşlem öğretiminin hedeflerinden biri öğrencilerin verimli yöntemlerdeki becerilerini arttırmaktır. Kişi önce bilgiyi önermeli ağlarda bildirimsel bilgi olarak temsil eder. Farklı basamaklardaki bilgiler (örneğin; çözüm yollarında) zihinsel tekrar ve açık alıştırma yollarıyla belleğe yerleştirilir. Bu evrede performansı yönlendiren üretim geneldir; örneğin "hedef bu bölme işlemini çözmek ise öğretmenin bize öğrettiği yöntemi uygularız." (Schunk, 2011, s.433). Kişi ezberledikleri adımları bu genel kestirmelere yerleştirir. Alıştırmalarla beraber bildirimsel temsil alan, özgün yönlemsel temsile dönüşür ve sonunda otomatikleşir. Erken sayma stratejileri yerlerini daha verimli, kurallara dayalı stratejilere bırakır (Hopkins ve Lawson, 2002). Otomatik evrede, kişi problem yapısını (örneğin; bölme ya da karekök problemi) hızlı bir şekilde tanıyabilir ve uygun yöntemi çok fazla bilinçli süreç gerekmeden uygular. Bir beceri geliştikçe, kişi onu daha hızlı uygulayabilir ve hata yapma olasılığı düşer (Schunk, 2011, s.433).

Günümüzde işlem becerisi; sadece işlemleri mekanik olarak yapmak değil, akıl yürütme, problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde ve matematiği anlamada bir araç olarak görülmektedir. Bu durum işlemlerin anlamlarının ve algoritmalarının kavranmasını, zihinden ve yazılı olarak doğru ve hızlı işlem yapma becerisinin gelişmesini gerekli kılar (Baykul, 2005, s.142). Çocukların işlem becerileri, gelişimle, uzun süreli bellek ve işleyen bellek becerileri ile beraber artar (Mabbott ve Bisanz, 2003; Schunk, 2011). İşlemsel öğrenme, bir görev ya da işlemi yapmak için gereken genellenmiş ilke ve kuralların kazanılması şeklinde tanımlanır. İşlemsel öğrenmeye dair bir bilgi, epizodik ve semantik bellekten farklı olarak bilinçli sözel hatırlamada olduğu gibi sözle ifade edilemeyebilir. İşlemsel bilgi işaretlerin sırasını sözel olarak ifade etmeyi değil, nasıl performans gösterileceğini bilmeyi gerektirmektedir (Terry, 2011, s.344).

İşlemlerde yaşanan zorlukların pek çoğu fazla karmaşık, fakat teknik olarak doğru üretimlerin problem çözümü için kullanılmasından kaynaklanır. Bu yöntemler doğru sonuçlar verir fakat karmaşıklıkları işlem hatası yapma riskini yükseltir. $256 \div 5$ problemi bölme çözüm yolu ile ya da ard arda 256'dan 5 çıkarıp, yapılan işlemleri sayarak çözülebilir. İkinci yöntem teknik olarak doğrudur, fakat verimli değildir ve hata yapma riskini taşır (Schunk, 2011, s.432). İşlemsel zorluklardan bir diğeri de, sayılarla ilgili zayıf bildirimsel bilgiye sahip olmaktır. Birçok çocuğun belleğine basit sayıları içeren temel toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri iyi yerleşmemiştir. $8 \times 7 = ?$ İşlemi bu bilginin uzun süreli bellekten çağrılması için bir ipucudur. Bu bilgiler alıştırmalarla tam yerleşmeden, çocuklar cevapları sayarak ya da işlem yaparak verir. Bellekten matematik bilgilerinin çağrılma hızı, ilkokuldan üniversiteye tüm öğrencilerin matematik başarısını etkiler (Royer, Tronsky, Chan, Jackson ve Marchant, 1999; Schunk, 2011). Çocukların işlem becerileri, gelişimle, uzun süreli bellek ve işleyen bellek becerileri ile beraber artar (Mabbott ve Bisanz, 2003; Schunk, 2011).

Hesaplama bir işlemi ezberlemekten daha fazlasıdır; bir öğrencinin uyguladığı yöntemi analiz etmek anlamların bir çocuktan diğerine nasıl değişebildiğini görme olanağı verir. İki veya üç basamaklı sayıların toplama veya çıkarmasını yapabilmek için sayıların ve basamak değeri kavramının esnek ve zengin bir şekilde anlaşılması oldukça önemlidir. $37 + 28$ 'in toplanması işleminde çocukların 37'yi anlamaları saymaya dayanıyorsa, sayma nesnelerini kullanmaları ve 1'den başlayarak sayma işlemlerini yapmaları

beklenir. Bir öğrenci, sayıların basamaklarını alt alta hizalayarak önce birler basamağındaki sonrada onlar basamağındaki sayıları toplayarak geleneksel kuralları kullanabilir. Fakat 1'i neden 10'lar basamağına taşıdığını anlamayabilir. İşlemler, kavramlarla bağlantılı olmadığı zaman (bu işlemde basamak kavramı ile ilgili kavramlar) hataların yapılması ve mantıksız cevapların gelmesi çok doğaldır (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.26). Carruthers ve Worthington'a (2006) göre çocukların hesaplamalarının gelişimi; sürekli sayma, grupların ayrılması, sembolleri keşfetmek, küçük sayılarla standart sembolik hesaplamalar, kısa notlar tarafından desteklenen daha büyük sayılarla hesaplama, hesaplamaları anlamaya hazır olmadan önce sayılan miktarları temsil etme kategorilerine dayanmaktadır. Küçük sayılarla standart hesaplamaları keşfetmeye başlamadan önce çocukların seçtikleri yaklaşımlarında büyük çeşitlilik vardır.

Matematiksel bir konunun anlaşılması aniden gelişen bir olay değildir. Öğrenme programının sonunda ulaşılan sürekli gelişen bir süreçtir. Matematikteki 'doğru' ve 'yanlış' cevaplarla ilgili olmasındaki algıdan farklı bir süreçtir. Yanlış cevapların herkes tarafından bilinen bir zorluk olduğu kesindir. Hepimizde yanlış kavramalar vardır; ancak bunları 'yanlış' olarak etiketlemek bu yanlış kavramaları tanımamaktır. Bu yanlış kavramalara sahip olmamızın çoğu kez iyi nedenleri vardır. Örneğin çocuğa $2 \div 5$ sorusu sorulduğunda, çocuk işlemi yapamayacağımızı çünkü 2'nin içerisinde 5'in olmadığını belirtmekte, nedenini de bölme işleminin tekrar eden çıkarma işlemi olduğuna dayandırmaktadır. Bu sınırlı anlayış içinde, çocukların yanlış anlamaları tamamen mantıklıdır (Barby, Harries ve Higgins, 2010, s.48). Hepimiz öğrenciler de dahil zaman zaman hata yaparız. Herkesin yaptığı dikkatsizlik sonucu hatalar ile matematiksel fikir ve işlemler hakkındaki kavram yanlışları arasında fark vardır. Öğrenciler kavramları öğrenirler ve bazen de onlara ne öğretilmeye çalışılsa da kavram yanlışlarını da öğrenirler. Hesaplamalardaki hata örnekleri çoğu zaman öğrencilerin öğrendikleri kavram yanlışlarından ortaya çıkmaktadır (Ashlock, 2002, s.8).

National Strategies, hataları ve kavram yanlışlarını teşhis etmekle ilgili olarak aşağıdaki genel noktaları sunmaktadır (Harris, 2000, s.36):

- Çocukların hataları dikkatsizce, kazara yapılan hatalar yerine kavram yanlışları ve yanlış anlaşılmalara bağlı kurallardan kaynaklanmaktadır.

- Metodu tekrar öğretmek yerine kavram yanlışlarını belirlemek önemlidir.
- Hataları belirleyebilmek için çocuğun cevaba nasıl ulaştığını açıklaması istenmelidir.
- Kavram yanlışlarının üstesinden gelebilmek için çocuğun başka bir yöntemi veya kendisini güvende hissedebileceği basit bir yaklaşımı kullanmasına yardımcı olunmalıdır.

Kavram yanlışları; bağlantıları, genellemeleri ve kavram oluşumunu içeren matematiksel gelişimin doğal bir sonucudur. Bir öğrenme fırsatına işaret ederler (Ryan ve Williams, 2007, s.270). Kavram yanlışları, bir çocuğun kavramsal gelişiminin doğal bir parçasıdır ve sonuç olarak çocuklara matematiksel öğrenme yönleri ile kendi anlamları arasındaki bağlantıları teşvik etmek için matematik derslerinde daha büyük zaman verilmelidir (Hansen, 2014, s.19). Kavram yanlışları, uzun vadeli öğrenimin gerçekleşmesinde öğretimde bir fırsat olarak değerlendirilmeli, açıkça belirtilmeli, tartışılmalı ve değiştirilmelidir (Swan, 2001, s.150). Hatalar tüm öğrenme durumlarının ayrılmaz bir parçasıdır. Öğretimde genellikle 'uygunsuz' olarak görülmeyle birlikte, literatürde hatalar ve kavram yanlışlarının bilgi oluşumunda doğal bir aşama olduğu ve dolayısıyla kaçınılmaz olduğu konusunda görüş birliği vardır (Askew ve William, 1995; Vosniadou ve Verschaffel, 2004).

Matematik programı, “*Her çocuk matematiği öğrenebilir*” ilkesine dayanmaktadır. Matematikle ilgili kavramlar, doğası gereği soyut niteliklidir. Çocukların gelişim düzeyleri dikkate alındığında bu kavramların doğrudan algılanması oldukça zordur (MEB, 2009, s.7). Matematik kavramları soyut olmaları sebebiyle özellikle somut işlemler döneminde bulunan 1. ve 2. sınıf öğrencileri açısından yanlış anlaşılmalara sebep olmaktadır. Yanlış anlaşılmalarda da öğrenci hataları ve kavram yanlışları oluşabilmektedir. Bu dönemlerde kavramlara ilişkin öğrenilen yanlış bilgiler, sonraki dönemlerde öğrenci başarısını etkilemektedir. Bunun sonucunda öğrencilerde matematik hakkında olumsuz tutum ve davranışlar gelişebilmekte, matematik korkusu oluşabilmekte, matematik öğrenciler tarafından sevilemeyen bir ders haline gelebilmektedir.

Matematik eğitimi literatüründe yapılan çalışmalar incelendiğinde daha çok sözel problemlerin çözümüne yönelik olarak yapılan dört işlem problemleri; ortaokul, lise

konularının sebep olduğu kavram yanlışları ve hataları belirlemeye yönelik oldukları görülmektedir. Ülkemizde matematikte sayılar öğrenme alanı içerisinde yer alan dört işlem konusunun öğretime ilkokul 1. sınıftan itibaren başlanmaktadır ve dört işlem konusu öğrencilerin öğrenim hayatları boyunca karşılaştıkları birçok konunun da temelini oluşturmaktadır. Matematiğin yığılmalı bir dalı olması nedeniyle, bu konu ilkokuldan yükseköğretime kadar matematik eğitiminin her kademesinde öğrenci başarısını etkilemektedir. Bu noktada öğrencilerin hatalarının, zorluklarının ve olası kavram yanlışlarının belirlenmesi, giderilmesi ve oluşumunu engelleyen öğretim şekillerinin araştırılması gerekmektedir. Bu çalışma ile ilkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar, bu hataların nedenleri belirlemek ve çözüm önerileri getirmek amaçlanmaktadır.

1.2. Amaç

Bu araştırmanın genel amacı, ilkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataları belirlemek, bu hataların nedenlerini analiz etmek ve çözüm önerileri getirmektir. Bu genel amaca dayalı aşağıdaki soruların cevapları aranacaktır:

1. İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar nelerdir?
2. İlkokul 1. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların cinsiyete göre dağılımı nedir?
3. İlkokul 1. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların okul öncesi eğitim alma durumuna göre dağılımı nedir?
4. İlkokul 1. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların sosyo-ekonomik düzeye göre dağılımı nedir?
5. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların cinsiyete göre dağılımı nedir?
6. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların okul öncesi eğitim alma durumuna göre dağılımı nedir?
7. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların sosyo-ekonomik düzeye göre dağılımı nedir?

8. Öğrenci görüşlerine göre matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hataların nedenleri nelerdir?

1.3. Önem

Araştırma sonucu elde edilen bulguların;

- Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu'nun program geliştirme çalışmalarına katkı sağlayacağı,
- Talim Terbiye Kurulu'nun matematik dersi ile ilgili hazırlatacağı kitapların içeriğine katkıda bulunacağı,
- Milli Eğitim Bakanlığı'nın öğretmenlere yönelik hizmet içi eğitim çalışmalarına katkıda bulunacağı,
- Üniversitelerin sınıf eğitimi ve matematik bölümlerinde yapılacak olan matematik öğretimi ile ilgili çalışmalara katkı sağlayacağı,
- Literatüre yeni ve önemli bilgiler sağlayacağı ve konu ile ilgili yapılacak yeni araştırmalara ışık tutacağı umulmaktadır.

Öğrencilerin birçoğu hata yapma korkusuyla matematik etkinliklerinden uzak durmaktadır. Matematik korkusu ve kaygısı üzerine yapılmış araştırmalar, çocukların matematikle ilgili olumsuz yaşantıları arttıkça, matematiğe karşı olumlu tutumlarında azalmalar gözlemlendiğini ortaya koymuştur. Bu durumun yaşanmasında okulun ve öğretmenin rolü büyüktür. Bu olumsuz tutum yıkılmadıkça matematiksel başarının yükselmesi mümkün değildir (Altun, 2014, s.65).

Hata analizi iki açıdan önem kazanmaktadır. Bunlardan ilki akademik uygulamaların gerekliliklerine göre öğrenme zorluklarını teşhis etmek, bireysel olarak öğrencilerin farkındalıklarını arttırmak, performans ve anlayışlarını arttırmak için matematik eğitiminde farklı yöntemlerin geliştirilmesini sağlar. İkinci olarak ise hata analizi matematik öğretme-öğrenim süreci üzerinde dikkat çekici bir başlangıç noktası olarak görülmektedir. Hata analizi matematik öğrenmenin bazı temel sorunlarını açığa kavuşturmak için umut verici bir araştırma stratejisi olarak düşünülmektedir (Radatz, 1979).

Her bir kavramın diğer yeni kavramı anlama konusunda ön-şart niteliği taşıdığı matematik eğitiminde, öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin düştükleri hataları belirlemek ve gidermek oldukça önemlidir.

1.4. Varsayımlar

Bu araştırmanın varsayımları aşağıdaki gibidir;

- Çalışmaya katılacak olan öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlarda, içtenlikle ve tarafsızca düşüncelerini yansıttıkları varsayılmıştır.
- Görüşmeye katılan öğrencilerin aynı koşullarda matematik dersi aldığı kabul edilmiştir.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırma;

- Konu açısından MEB ilkokul matematik programı dört işlem konusu ile sınırlıdır.
- Zaman açısından 2015-2016 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.
- Çalışma grubu açısından ilkokul 1 ve 2. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
- MEB ilkokul matematik öğretimi programı ile sınırlıdır.
- Elde edilen bulgular araştırmada kullanılan veri toplama araçları ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Kavram Yanılgısı: Kavram yanılgıları, öğrencilerin yanlış inançları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlar olarak tanımlanmaktadır (Cockburn, 2005; Leinwand, 2009; Ojose, 2015; Spooner, 2002; Yenilmez ve Yaşa, 2008). Kişinin bir konuyu veya problemi kendisine mantıklı gelecek şekilde kavraması, fakat bu alandaki uzman bir kişinin kavramsal anlamasıyla çelişmesine kavram yanılgısı denilmektedir (Baki, 2014, s.281).

Hata: Hatalar kavram yanılıklarının yanı sıra dikkatsizlik, anlık bir kalem kayması, sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması, matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim, anlama ve bilgi eksikliği, verilen cevabı kontrol etmede farkındalık eksikliği, yetersizlik gibi birçok nedenden de kaynaklanabilmektedir (Burns, 2007; Cockburn, 2005; Hansen, 2014; Ryan ve Williams, 2007).

Dört İşlem: Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren ilköğretim matematiğinin temelini oluşturan temel aritmetiksel becerilerdir (NTCM, 2000). Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri; zihinsel ve yazılı yöntemleri tasarlarken kullanılan ilkeler veya yasalar olarak da adlandırılan farklı özelliklere sahiptir (Hopkins, Pope ve Pepperell, 2004, s.11).

BÖLÜM II: LİTERATÜR

2.1. Matematik

Birçok insan matematiği öğrenmek için öğrenmek, kurallarını hatırlamak ve uygulamak zordur. Matematik kelimesi çok çeşitli fikir ve faaliyetleri kapsar (Cooke, 2007, s.1). Matematik nedir? sorusu ile yüz yüze gelen birçok kişi sayılar ve hesaplamalardan bahseder (Pound ve Lee, 2010, s.1). Matematik, gerçekleri bilmekten çok daha fazlasıdır (Cotton, 2010, s.82).

Matematik belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir. Bu düzen veya intizamı bulmak ve keşfetmek ve sonrasında anlamlandırmak, tam anlamıyla matematik yapmak demektir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.13). Matematik, sayı sisteminin daha geniş bir uygulamasıdır. Şekil ve boşluk, zaman, ağırlık ve kütle, kapasite ve para kavramlarının yanı sıra sayısal verilerin anlaşılmasıyla ilgili sorunları çözmeyi de içerir (Edwards, 2007, s.1). Devlin (2002) matematiği “fiziksel evrenin kilidi açan soyut anahtarı” olarak tanımlamıştır. Aynı zamanda matematikten desen bilimi olarak bahseder.

Matematiğin oluşmasına ilişkin felsefi yaklaşımların ve amaçların çeşitliliği, biraz da değişik düzeylerde matematik yapanların matematiği anlayışlarındaki farklılıklardan dolayı “Matematik nedir?” sorusuna verilen cevaplarda tam bir birliktelik sağlanamamıştır (Altun, 2014, s.1). Maddox’a (2002) göre matematik belirli bir düşünce tarzını gerektiren, birçok alanla ilişkilendirilen ve belirli bir dereceye kadar gelişebilen bir disiplindir. Matematik inovasyon için gerekli olan bir konudur; çünkü belirli mekanlarda yaratıcı ve eleştirel düşünceyi matematiksel ve istatistiksel düşünce geliştirir (Isoda ve Katagiri, 2012). Birçok insanın hayatında iki matematik versiyonu vardır; sınıflarda karşılaştıkları garip, sıkıcı konular ve dünyanın matematiği olan merak uyandıran ilginç bir dizi fikir ve şaşırtıcı bir şekilde ilgi çekici olmasıdır (Boaler, 2009, s.7).

Matematik, birçok aşamada insanın önemli bir yaşamsal parçasıdır (Pound ve Lee, 2010, s.2-3):

- Bebeklerin iki sesi iki nesneyle eşleştirmesi ve az sayıdaki oyuncak grubuna başka bir oyuncak grubundan oyuncak eklenmesi veya çıkarılmasındaki hataları tanınması.
- Mesafeyi belirlemek için bir golfçünün topa vurması.
- Bilardo oyuncularının beyaz renkli topu doğru bir açıyla renkli topların üzerine hedeflemesi.
- Bir aşçının yemeklerinin hazır olduğunu garanti etmek için zamanlamaları tahmin etmesi.
- Hepimizin güvenli bir şekilde yoldan karşıya geçmesi.

Çoğu araştırmalar insanların geniş oranda matematiksel yeterliliklerle doğduğunu vurgulamıştır (Butterworth, 1999, 2005; Dehaene, 1997; Devlin, 2000). Birçok çocuğun hayatında gerçek olan matematik, çoğu kez yararlı bir başlangıç noktasıdır (Gifford, 2005). Gündelik hayatta matematik, çocukların çevresindeki dünyada gördükleri sayı, desen, şekil ve önlemleri keşfetmelerine ve anlamlandırmalarına izin verebilir. Günlük yaşamlarımızda yaptığımız pek çok şey güçlü bir matematiksel bağa sahiptir ancak bu matematik müfredatında genellikle göz ardı edilmektedir (Pound ve Lee, 2010, s.56).

National Strategy (2009), matematiğin beş yönüne vurgu yapmaktadır:

- Gözlemlere dayanan basit tanımlar ve önermelerden oluşur.
- Nesnelerin ölçülmesi, karşılaştırılması ve sınıflandırılmasını içerir.
- Modelleri, özellikleri ve genel kavramları açıklar.
- Hayal dünyasında çalışma ve soyutlama yapabilmek için araç sağlar.
- Fikirlerin üretilebildiği, test edilebildiği ve işlendiği yaratıcı bir konudur.

Matematik; büyüklük, sayı, uzay, şekil ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Bütün insanların kullandığı, sembollere dayanan bir dildir. Matematik, bilgiyi işleme, bundan sonuçlar çıkarma ve problem çözmenin bir aracıdır. Matematikte sayma, hesaplama, ölçme ve çizme vardır. Matematik mantıklı düşünmeyi geliştiren bir sistemdir. Yakın çevremizi ve dünyayı anlamamızda iyi bir yardımcıdır (Baykul, 2005, s.34). Matematik insan zihninin, çevreden aldığı esin ve ilk hareketle, soyutlama yapmak suretiyle ürettiği bir bilgidir (Altun, 2014, s.6). Matematik yapısal olarak bir sistemdir. Bu sistemin

içerisinde yapılar (kavramlar) ve bağıntılar vardır. Matematikteki kavramlar birer ilişkidir. Örneğin doğru, bir noktalar ilişkisi; doğru parçası noktalar ve doğru ilişkisi; üçgen, bir yarı doğrular ve noktalar ilişkisidir. Kesir sayısı, iki doğal sayı arasındaki bir ilişkidir (Baykul, 2005, s.34).

Matematik, bir sürü örnek çözmek veya öğretmenin açıkladığı yöntemleri taklit etmekten öte bir şeydir. Matematik yapmak problem çözmek için yöntem geliştirme, bu yöntemleri uygulama, bunların bir sonuca götürüp götürmediğini görme ve verdiğimiz cevapların anlamlı olup olmadığını kontrol etme anlamına gelmektedir. Sınıflarda “matematik yapmak” gerçek dünyada matematik yapma işini mümkün olduğunca aslına uygun şekilde modelleyebilmelidir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.13). Öğrenciler matematik yaparken bir formülün arkasında yatan anlam ve ilişkileri öğrenirken, matematikte bir formülün nasıl çıkarıldığı, tanımlara nasıl ulaşıldığı, genellemelere nasıl varıldığı ve doğrulandığı, nasıl akıl yürütüldüğü gibi becerileri de geliştirmiş olurlar (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.24).

2.2. Matematik Eğitimi

Matematik eğitimi, bireylerin yaratıcı düşüncelerini geliştirir; fiziksel ve sosyal çevrelerini, dünyayı anlamada bireylere bilgi, beceri ve estetik duygular kazandırır (Baykul, 2005, s.34). Sayısal düşünme ve problem çözme günlük hayatımızın ayrılmaz bir parçasıdır. Toplama, çıkarma, çarpma veya bölme ile ilgili talimatlarla hazır paketlenmiş olarak bize teslim edilmez. Düşünme ve problem çözme sürecin bir parçasıdır. Hayat matematiksel bir bağlamdır (Edwards, 2007, s.2). Matematik eğitimi sayıları, işlemleri öğretmek, hesaplama becerilerini kazandırmanın dışında, yaşam içerisinde düşünme, olaylar arasında ilişki kurma, akıl yürütme, tahminlerde bulunma, problem çözme gibi önemli beceriler kazandırmaktadır (Umay, 2003).

Sayısal olmak sayı sistemini ve hesaplama yöntemlerini anlamayı içerir: toplama, çıkarma, çarpma ve bölme. Aritmetik; kesirler, ondalıklar, yüzdeler veya oran gibi rakamlara anlam veren kavramlarla da ilgilidir. Matematik, sayı sisteminin daha geniş bir uygulamasıdır. Şekil ve boşluk, zaman, ağırlık ve kütle, kapasite ve para kavramlarının yanı sıra sayısal verilerin anlaşılmasıyla ilgili sorunları çözmeyi de içerir (Edwards, 2007, s.1). Bilişsel beceriler arasında, anadilini etkili bir biçimde kullanma;

sayısal beceriler arasında da, işlem becerileri, sayıları ve işlemleri yeni durumlara uygulama ve problem çözme geniş bir yer kaplar. Sayısal becerilerin geliştirilmesi matematiğin konusudur (Baykul, 2005, s.33).

Birçok çocuk matematik eğitiminde yeniden yapılandırmayı anlamlı bir şekilde başarmada sorun yaşamaktadır. Kendileri için çok az anlamlı olan kuralların ve işlemlerin ezberlenmesine dayalı olarak kısıtlı ve yetersiz bağlantı ağı ile öğrenimlerini sürdürmektedir. Çocukların ilk yıllarında sayılarla ilgili deneyimlerinin daha fazla etkinliklerle anlamlı olarak kazandırılması, sayıların sadece sayma amacıyla kullanılmadığı daha ileriki seviyelerde anlayarak öğrenmelerine temel oluşturulması açısından önemlidir. Öğretmenler öğrencilerin ezbere dayalı öğrenme yerine anlayarak öğrenmelerine çocuklara var olan bağlantılar ağını yeniden düzenlemek için ustaca yönettikleri sorularla yardımcı olmalıdır (Haylock ve Cockburn, 2008, s.38). Öğretmenler tarafından öğrencilere sorulan sorular genellikle öğrencinin bir şeyler üzerinde nasıl düşündüğü yerine, sonuç üzerine olmaktadır. Şayet öğrenci $56 - 19 = 43$ şeklinde bir cevap verdiyse, öğretmenler tarafından sorulacak sorular “yaptığın işlemi kontrol etmelisin, sence hangi durumlar hatalı?” şeklinde olmalıdır. Cevapları doğru ya da yanlış diye nitelendirmekten öte bu sorular aracılığıyla öğretmen öğrencinin düşünme sürecini anlar (Cotton, 2010, s.6). Yapılan hataların düzeltilmesi ve tekrar edilmemesi için bu durum önemlidir.

Erken yaşlarda dört işlem hesaplama işlemleri sıklıkla doğru sayma stratejisini kullanmakla ilgili olmalıdır. Erken yaşlarda çocuk temel toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken sayma stratejilerini kullanmaktadır (nesneleri sayma, parmakla sayma, sayı doğrusu kullanma, vb.). Ancak bu durumlarda yaygın olarak yapılan hata $7 + 4 = 10$ işleminde olduğu gibi birinci sayıyı da hesaplama işlemine dahil ederek 7, 8, 9, 10 biçiminde hesaplanması şeklinde olmaktadır. Çocuk sonuca nasıl ulaşabileceğinin farkında olmalıdır. Çocuklar değişik türden toplama, çıkarma durumlarıyla (karşılaştırma, birleştirme, eşitleme, toplananları değiştirme, çıkan sayıları değiştirme, +, -, ve = sembollerinin farklı birer anlamları olduğu konusunda düşünebilme, vb.) karşı karşıya bırakılmalıdır (Spooner, 2002, s.3). Kardinal sayıların seri yönü dikkatle planlanarak motor sensör faaliyetler somut malzemelerden kademeli olarak soyut temsillere dönüştürülerek bir arada geliştirilmelidir. İlgili miktarların matrisi ile çeşitli

nesne setleri arasındaki ilişki birebir eşleme kavramıyla geliştirilerek bir işlem fikrinin başlangıcı esas alınabilir (Roberts, 1968).

Temel aritmetik işlemler, ilkokullar için önemli bir öğretim hedefi olmuştur. Aritmetik konularında sayılar ve işlemler öncelikli olarak önemlidir. Bunların gerekçesi olarak aritmetiksel beceriler insanların günlük hayatlarında her gün düzenli olarak kullandıkları hayat araçlarıdır. Aritmetik işlemleri yapamayan bir kişi birçok durumda yetersizdir (Burns, 2007; Carpenter ve Moser, 1982; Fuson, 1986). İlkokulun ilk yılları genellikle doğal sayılar ve bu sayılarla yapılan dört işlem sorularından oluşmaktadır. Doğal sayılar kümesinde karşılaşılan matematiksel kavramlarla diğer sayılarla da karşılaşıldığından, doğal sayılar ve doğal sayılarla yapılan dört işlemin öğretimi diğer sayı kümelerinin öğretimi için temel sayılmaktadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.66).

İşlemler matematiğin diğer kavramlarında olduğu gibi, sayılar arasında kurulan birer ilişkidirler. Örneğin, doğal sayılarda toplama işlemi, iki sayı arasında kurulan bir ilişkidir. Bu ilişkiye göre 3 ve 7 sayılarından elde edilen yeni sayı 10'dur. Doğal sayılar kümesinde çarpma işlemi, doğal sayılar arasında kurulan başka bir ilişkidir. 3 ve 7 sayılarından bu ilişkiye göre elde edilen yeni sayı da 21'dir. Bu ilişkilerin kavranmasında işe koşulabilecek önemli üç araç vardır. Bunlar; modeller, sözlü yazılı ifadeler ve sembollerdir (Baykul, 2005, s.142). Çoğu matematik öğretiminde, çocukların genellikle sembolik olarak sunulan tamamen organize bir entelektüel disiplini kabul etmeleri beklenir. Aritmetik işlemler gerçekleştirecek kadar sembollerle uğraşmayı öğrenebilirler (Burns, 2007, s.27). Sembol zihinde canlandırılan bir fikirdir. Bir düşünce ile ilişkilendirilmemiş bir sembol anlamsızdır. Aynı kavram farklı sembollerle gösterilebilir. Örneğin; "sekiz", "8", "VIII", gibi. Sembollerin öğrencinin zihninde anlam kazanabilmesi için belli fikirlerle eşleştirilmesi gerekmektedir. Örneğin, "+" sembolü birleştirmeyi gösterir. Halil'in üç elması var. Annesi ona beş tane daha elma verdi. Halil'in kaç tane elması oldu?" Eğer bu katılma fikri "+" ile birleştirilirse sembol "toplama işlemi" anlamı kazanmış olur (Baki, 2014, s.260).

Erken sayı anlayışının karmaşıklıklarının farkında olmadan, sayıları sayabilen ve tanımayan çocukların toplama ve çıkarmaya hazır olduklarını varsaymak kolaydır. Bu şekilde, matematik öğretim ve öğrenimi sağlam temeller üzerine kurulmadığından, çocuklar sonraki öğreniminde kendilerini güvende hissetmez ve geriye doğru

gidebilirler (DCSF, 2008). Çocukların sayılarla ilgili geliştirebilecekleri ve geliştirmeleri gereken dört farklı ilişki türü (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.130):

- Örüntülü kümeler; Öğrenciler kümelerdeki öğeleri örüntülü dizilişlerle algılamayı öğrenebilir ve saymada kaç tane olduğunu söyleyebilirler. Sayıların çoğunda birçok ortak örüntüler vardır. Küçük çocuklar için örüntüler kolaylıkla iki veya daha fazla şekilde oluşturulabilir.
- Bir, iki fazlası; bir, iki eksiği; İki fazlası ve iki eksiği ilişkileri, sadece üzerine iki sayma veya geriye doğru ikişer sayma becerisinden daha fazla bir şeyi ifade eder. Örneğin çocuklar, 7'nin 6'dan bir fazla veya 9'dan 2 eksik olduğunu bilmelidirler.
- Sayıları 5 ve 10'a göre konumlandırmak veya "kritik eşikler" olarak 5 ve 10. Beş ile beş 10 yaptığından, 1'den 10'a kadar olan sayılar için bağıntılar geliştirmede oldukça kullanışlıdır. Bundan dolayı sayma sistemimizde önemli bir role sahiptir.
- Parça-parça-bütün ilişkileri; Bir sayının iki veya daha fazla parçadan oluştuğunu kavramsallaştırabilme, sayılarla ilgili geliştirilebilecek en önemli ilişkidir. Örneğin 7, 3 elemanlı bir küme ile 4 elemanlı bir kümenin veya 2 elemanlı bir küme ile 5 elemanlı bir kümenin birleşimi olarak düşünülebilir.

Çocukların ilk kullandıkları işlem becerisi saymadır (Byrnes, 1996; Resnick, 1989). Sayı kavramına ilişkin küçük yaştaki çocukların kavrayışları, sayma deneyimleri ile yakından ilişkilidir. Çocukların sayma üzerine hem evdeki hem de kreşteki ilk deneyimleri; hazırlama, eşleştirme ve karşılaştırma içeriklerine sahiptir (Haylock ve Cockburn, 2014, s.64). Çocuklar nesnelere parmaklarıyla fakat zihinlerinde de bir strateji kullanarak sayarlar (Groen ve Parkman, 1972). Güvenilir ve doğru bir şekilde sayabilme, anlamlı hesaplamaların yapılabilmesinin ön şartıdır. Sayma yetişkinlerde tamamen içselleştirilmiş, otomatik ve düşünmeden yapılan bir eylemdir. Bir çocuğun ise saymaya başlamadan önce üç koşul vardır (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.113):

- Birincisi sırayla numara adlarını bilmeleri gerekir. Okula gelmeden önce birçok çocuk sayılarla ilgili tutarlı ve doğru, diğerleri ise daha az bilgi sahibi olacaklardır. Sayıları sırayla sürekli olarak okumak bazen "istikrar, düzen ilkesi" olarak anılır.

Şarkı ve tekerlemelerin kullanımı sayı adlarının öğrenilmesini zevkli ve uygun bir bağlamda düzene sokmaya teşvik eder. Çocuklar şarkıları ve tekerlemeleri söylerken ya da okurken parmaklarında sayıları gösterebilirler.

- İkincisi bire-bir eşleme anlayışına sahip olmaları gerekir. Çocuklar bunu yaparken saydıkları nesneyi işaret eder ve dokunduklarında onların dahil olduğunu göstermek için sayarlar. Her nesne için sayılmış bir nesne olduğunu söylerler, tüm nesnelere saydıklarından bir kereden fazla sayılmamasını sağlarlar.
- Üçüncü olarak çocukların saydıkları son sayının kümedeki öge sayısını temsil ettiğini anlamaları gerekir. Bu kardinal sayıların önemli bir yönüdür (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.113). Kardinal değer, çocukların bir gruptaki nesnelere saydıktan sonra gruptaki nesne sayısını söylemesidir (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.66).

Yapılan araştırmalar, erken yaşlarda sayı öğreniminin, sözel ve mekânsal olarak, ayrıca hafıza, koordinasyon ve mantık açısından zorlayıcı birçok beceri ve kavramın sentezlenmesini gerektiren karmaşık bir süreç olduğunu ortaya koymaktadır (Gifford, 2005). Sayı kavramının gelişmiş olduğuna karar verebilmek için birebir eşlemenin başarılması ve sayının korunumuna erişilmesi gereklidir. Araştırmalar bir çocuğun sayı kavramını kullanabilmesi için altı buçuk – yedi yaşlarında (zeka yaşı) olması gerektiğini, bu zamana kadar öğrenilen matematik kavramların sadece ezberlendiğini, kavranmadığını belirtmektedir (Altun, 2014, s.24). Çocukların erken matematiksel deneyimleri, büyüdükçe onlarla birlikte taşıyacakları görüntüler sunmaları açısından çok önemlidir (Cotton, 2010, s.193). Çocukların saymaya ilişkin deneyimleri ve inançları öğrenmelerini yönlendirmede merkezi bir rol oynamaktadır. Sayıları sözcük dizilimini temsil ederek keşfederler ve oynarlarsa, genellikle daha fazla hata yaparlar. İlerleyen yaşlarda, öğrenmelerinin psikolojisi, biraz daha karmaşıktır. Hesaplama stratejileri geliştirmek için çocuklar temsillere ihtiyaç duyar (Munn, 2008, s.27). Ancak ilkokulun ilk yıllarından itibaren işlem öğretimi daha uygun erken öğrenme hedeflerine sahiptir: bunlar, sayıları karşılaştırarak ve bir sayıdan daha fazla veya daha az bir sayı bulmayı içeren temel toplama ve çıkarma ($4 + 3 = 7$, $9 - 8 = 1$) işlemleridir. Yapılan araştırmalar, sayıların ilişkisel boyutlarının anlaşılmasının ilerleyen yıllarda başarı veya zorlukların belirlenmesinin önemli bir ön görücüsü olduğunu göstermiştir. 6 yaş

içerisinde sayı kombinasyonlarının iyi bir şekilde bilinmesi, daha sonraki aritmetik başarıyı belirlemede önemli bir rol oynamaktadır (Jordan, Levine ve Huttenlocher, 1995).

Toplama ve çıkarma becerilerinin kazanılması, ileri düzeyde sayma becerilerine dayanmaktadır. Sayma becerileri, sayılarla ilgili kavramların; bir sayının üzerine veya bir sayıdan geriye sayma, ritmik sayma gelişmesine yardımcı olur. Çocuklar sayma stratejilerini geliştirdikçe aritmetik kavramlarını da oluşturmaya başlarlar. Bu dönem; aritmetik işlem gerektiren soruları sayma stratejilerini kullanarak çözebilme ve aritmetik işlemlere geçişte önemli bir adımdır (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.69-103). İşlemlerin anlamı geliştirilirken öğrencilerin işlemlerin özelliklerini fark edecekleri problemlerin seçilmesi önemlidir. Örneğin; 4, 5 ve 9 sayıları problem çözme durumlarında $4+5$, $5+4$, $9-4$ veya $9-5$ olarak ortaya çıkabilir. Bu tarz problemler, öğrencilerin 4, 5 ve 9 sayıları arasındaki parça-bütün ilişkilerini, toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişkiyi anlamalarına da yardımcı olur (MEB, 2009, s.23).

İki ayrı kümenin birleşerek tek bir küme oluşturması, + sembolü ve toplama işlemi için kullanılan dil ile bağlantılı olmak zorunda olan önemli bir yapıdır. Bu yapı toplama kavramını oluşturan farklı bağlantıları ortaya koyar. Çocuklar ilk olarak toplama kavramını fiziksel anlamda iki kümenin birleşimi olarak tecrübe ederler. Bir eldeki parmaklarla diğer eldeki parmakların bir araya gelmesi, mavi sayma pullarıyla, kırmızı sayma pullarının bir araya toplanması veya birçok kız ve birçok erkeğin bir araya gelerek tek bir grup oluşturması çocukların toplama kavramını ilk olarak tecrübe edebilecekleri durumlardır (Haylock ve Cockburn, 2008, s.65). Dört işlem hakkında öğrencilerin ilk kavramsal bilgileri, genellikle sözel problemlerle karşı karşıya kalmaları ve problemleri fiziksel nesnelere (modeller) kullanarak çözmeleri sonucunda oluşur ve gelişir (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.103).

Matematikteki işlemler, iki matematik kavramının birleştirilmesinde başvuru ve adım adım yürütülen yollardır. Örneğin 3 il 2'nin toplanmasında 3'e önce 1 eklenip 4'ün, sonra tekrar 1 eklenip 5'in elde edilmesi bir işlemdir. İşlemler birer tanımdır, ispatları yoktur. İşlemlerin yapılmasının adım adım olması, bunların bir işlemin bilgisayar programlarıyla gerçekleştirilmesine benzetilebilir. Bilgisayarda, işlemin programı bilgisayarın hafızasına yüklenir ve her defasında birer olmak üzere adım adım

gerçekleştirilir. Program yüklendikten sonra bilgisayarın “işlem bilgisi”ne sahip olduğu ve o işlemi yapabileceği kabul edilir. Bu benzetme bizi, matematikte dört işlemi yapmanın süreç olarak mekanik bir olay olduğu sonucuna götürür (Baykul, 2005, s.40). İşlem algoritmik bir yapıya sahiptir ve önemli özelliklerinden birisi de bir bütün olarak düşünülmesidir. İşlemler sıraya konularak mantıklı adımlarla yürütülür ve sonuca gidilir. Bir sonuca ulaşmak için önceki işlemin girdi ve çıktılarıyla oluşan sonuç sırasıyla bir sonraki işlemin başlangıcı olacaktır. Bu sıra takip edilerek bir alt işlem, bir üst işleme eklenebilir (Baki, 2014, s.260).

Bir kelime matematikte kullanıldığında, bazen gündelik hayatta kullanılan aynı kelimedenden farklı veya daha kesin bir anlam taşır; Örneğin, 'toplam' herhangi bir hesaplamayı ifade etmek için kullanılır, ancak matematiğin toplamı 'toplamı' birlikte eklenecek şeyleri belirtir. Eksi (-) gibi bir sembol, bağlama bağlı olarak farklı anlamları aktarmak için çeşitli şekillerde kullanılabilir, örneğin (Cooke, 2007, s.2-3):

- 7 - 4'te olduğu gibi bir işlem (süreç) (yedi çıkarma veya dörtten çekme)
- Karşılaştırma $7 - 4 = 3$ (yedi ile dört arasındaki fark üçtür);
- 7'nin tersi olan -7

Çocuk okulda öğrendiği bilgilerin çoğuyla yeni kavramlar ve kurallar oluşturur. Okula gelinceye kadar edinilen kavramlar da okulda değişime uğrar. Her kavramın belirleyici özellikleri vardır. Öğretmen çocukların kavramların özelliklerini anlamalarının, bunların belirleyici olmayanlardan ayırmalarını sağlamalıdır. Kavramların belirleyici özellikleri, kavramın değişik örneklerinde değişmeyen hususlardır. Öğrenmenin ilk basamaklarında kavramsal temellerin sağlam olarak atılması daha sonraki basamaklarda gelişmenin çabuk v güvenilir olmasını sağlar. Bazı kavramların soyutluluk düzeyi öğrencilerin kavram bilgisini almasını zorlaştırabilir. Bu gibi durumlarda kavrama ilgi yaratmak için birkaç basit uygulamaya yer verip, hemen arkasından kavram kazandırılır. Daha zengin uygulamalara kavram kazanıldıktan sonra geçilir (Altun, 2014, s.61).

Cotton'a (2010) göre çocuklar ilkokuldan ayrılırken:

- Sayısal gerçekler hakkında güvenli bir bilgi ve dört işlemin iyi bir şekilde anlaşılması,

- Büyük rakamları içeren özel durumlarda bir basamaklı ve iki haneli sayıları ve belirli stratejileri kullanırken hesaplamaları zihinsel olarak uygulayabilme ve genel stratejiler uygulayabilme becerisi,
- Zihinsel yöntemleri kullanırken diyagramları vb. kullanma becerisi,
- Dört işlem için etkili, güvenilir ve kompakt hesaplama yöntemleri güvenle başvurabilme,
- Hesap makinesini etkin kullanma becerisini kazanması gerekir.

Etkili bir matematik öğretimi yapabilmek için, o konulara ilişkin kavramların, öğrenciler tarafından tam olarak kazanılması gerekir. Matematikteki formüller ve genellemeler, öğrencilere hazır olarak verilmemeli, öğrencilerin bunları kendilerinin yaparak, deneyerek bulması esas alınmalıdır. Aksi halde bu kavramlar tam olarak kazandırılmadan problem çözmek ya da uygulama çalışmaları yaptırmak, matematiksel hatalara yol açar. Ayrıca öğretmenler, öğrencileri matematiksel problemler ya da sorular üzerinde düşündürmek için uygun yöntemler kullanırmalı ve ortamlar sağlanmalıdır (Küçük ve Demir, 2009).

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, zihinsel ve yazılı yöntemleri tasarlarken kullanılan ilkeler veya yasalar olarak da adlandırılan farklı özelliklere sahiptir. Öğretmenler, bu özelliklerin farkında olmalı; etkili yöntemler geliştirme ve kavram yanlışlarını önlemeleri konusunda çocuklara rehberlik yapabilmeli ve yardımcı olmalıdırlar (Hopkins, Pope ve Pepperell, 2004, s.11). Kavram yanlışları öğrencilerin sınıf içerisindeki performanslarını, derse yönelik tutumlarını, motivasyonlarını olumsuz etkileyen önemli etkenlerden biridir. Etkili bir öğretimin sağlanabilmesi için kavram yanlışlarının tespit edilmesi önemlidir (Ryan ve Williams, 2007, s.19).

2.3. Kavram Yanılgısı

Kavram yanılgısı bir hata değildir veya bilgi eksikliğinden dolayı yanlış verilen cevap değildir. Kavram yanılgısı zihinde bir kavramın yerine oturan fakat bilimsel olarak o kavramın tanımından farklı olması demektir. Öğrenciler, hatalarının doğru olduklarını sebepleri ile birlikte açıklıyorlarsa ve kendilerinden emin olduklarını söylüyorlarsa o zaman kavram yanlışları var diyebiliriz. Yani bütün kavram yanlışları birer hatadır

ama bütün hatalar birer kavram yanlışları değildir. Kavram yanlışları, öğrencilerin yanlış inançları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlar olarak tanımlanmaktadır (Baki, 2014; Cockburn, 2005; Leinwand, 2009; Ojose, 2015; Spooner, 2002; Yenilmez ve Yaşa, 2008). Öğrenciler çoğunlukla kavram yanlışlarını kendileri inşa etmektedir. Çoğunlukla da bu kavram yanlışlarını değiştirmek kolay olmamaktadır. Öğrencilerin, öğrenmekte oldukları matematik konularında öğrenilen kavramları ve becerileri anlamlandırırken onları desteklemek açısından, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarını ve hataları belirlemek önemlidir (Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell, 2010, s.164). Kavram yanlışları, öğretimde sıçrama noktası veya başlangıç noktası olarak kullanılmalıdır. Öğretmenlerin öğretim sırasında ortaya çıkan kavram yanlışlarını avantaja çevirmeleri mümkündür. Öğrenciler tarafından yapılan hataların avantaja dönüştürülebilmesi için sınıfta tartışılması önemlidir (Borasi, 1994).

Sadece öğrenciler değil, öğretmenler de kavram yanlışlarına sahip olabilirler. Öğrencilerde var olan kavram yanlışlarının bir nedeni de öğretmenlerin kavram yanlışlarına sahip olmalarıdır. Öğretmenler kendilerinin de kavram yanlışlarına sahip olabileceğinin farkında olmalıdır. Bu kavram yanlışlarının öğrencilere aktarılmaması için, bu kavram yanlışlarıyla yüzleşmeleri ve düzeltmeleri gerekmektedir (Ryan ve Williams, 2007, s.137-138). Bunu gerçekleştirebilen öğretmenler etkili, verimli bir öğrenme ortamı oluşturulmasına katkıda bulunabilir.

Kavram yanlışları; yanlış anlama ve anlaşılmalara dayalı olarak yapılan yanlış yorumlardır. Okul matematiğinin temelinde, kavram yanlışlarının nasıl ortaya çıktığını anlamak önemlidir (Ojose, 2015). Her iki kavram da yanlış cevaplarla sonuçlandığından kavram yanlışlığı ve hata arasındaki farkı belirlemek önemlidir. Çocuğun yaşadığı güçlüklerin nedenleri farklı yanıtlar isteyecektir (Spooner, 2002, s.3). Hatalar kavram yanlışlarının yanı sıra dikkatsizlik, anlık bir kalem kayması, sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması, matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim, anlama ve bilgi eksikliği, verilen cevabı kontrol etmede farkındalık eksikliği, yetersizlik gibi birçok nedenden de kaynaklanabilmektedir (Burns, 2007; Cockburn, 2005; Hansen, 2014; Ryan ve Williams, 2007; Spooner, 2002). Öğrenciler önceki bilgilerini kullanarak yeni bilgiler edinirler. Bu nedenle öğrencilerin önyargılarını da değerlendirmek çok önemlidir. Ön bilgiler her zaman doğru bilgi değildir; kavram yanlışları bulunabilir. Öğrenciler örneklerin ortak olan belirli özelliklerini doğru bir

şekilde gözlemlenmelerine rağmen kavram yanılgısına yol açan bir örneğe takılabilir ve böylece hatalı bir prosedür öğrenebilirler (Ashlock, 2006, s.13).

Sadi'ye (2007) göre kavram yanılgıları matematikte bol miktarda bulunur. Bir çocuğun eğitim hayatı boyunca toplanırlar. Bazıları konuya özgüdür, diğerleri ise bu yanlış anlamaların ortaya çıkmasını teşvik eden öğretim yöntemlerinin sonuçlarıdır. Askew ve William (1995) ise matematiği, öğrencilerin hatalarını ve kavram yanılgılarını önleyecek şekilde öğretmenin imkansız olduğunu ve sınıf içindeki öğrencilerin hatalarını ortaya çıkarmak ve ele almanın öğretmenin sorumluluğunda olması gerektiğini belirtmektedir.

Kavram yanılgıları sıklıkla yanlış cevaplara yol açar. Kavram yanılgıları çocukların anlamış oldukları şeyleri ve kavramsal gelişimlerinde bir sonraki aşamayı değerlendirmemize yardımcı olur. Matematikteki hatalar çoğunlukla basit hatalar veya daha temel kavram yanılgıları olarak kategorize edilir (Rickard, 2013, s.2). Kavram yanılgısı bir anlayış eksikliğinin ürünüdür ve çoğu durumda sürekli olarak bir kuralın yanlış uygulanması veya matematiksel genellemelerdir. Tamamlanmış bir çalışmaya baktığımızda kavram yanılgısına veya başka bir nedenden kaynaklanan bir hata olduğunu anlamamızın en iyi ipucu hatanın sıklığı ve tutarlılığıdır (Spooner, 2002, s.3).

Anne

(a) $7 + 4 = 11$

(b) $5 + 6 = 11$

(c) $7 + 5 = 13$

(d) $8 + 4 = 12$

(e) $6 + 7 = 13$

Helen

(a) $7 + 4 = 10$

(b) $5 + 6 = 10$

(c) $7 + 5 = 11$

(d) $8 + 4 = 11$

(e) $6 + 7 = 12$

Bu örnekte görüldüğü gibi Helen tutarlı olarak hata yapmaktadır. Muhtemelen üzerine sayma stratejisini kullanırken başlangıç sayısını da dahil etmiştir. Helen 7'ye 4 eklerken 8, 9, 10, 11 şeklinde sayacağına 7, 8, 9, 10 şeklinde saymıştır. Bu kavram yanılgısı ve hataya götüren nedeni tespit ettikten sonra Helen'in bu form kayıtlarına bakarak somut aparatlar kullanarak hatasını düzeltmesini desteklemesine karar vermeliyiz. Hatalar kontrol edilip açığa çıkarılmalıdır çünkü hatalar sıklıkla kontrol etme stratejinin eksikliği sonucu açığa çıkmaktadır. Anne'nin çalışmasında (c) ve (e) örneklerinin altını çizmek önemlidir. Zamanla düzenli tartışmalar yaparak çocukların çalışmalarının

doğruluğunu kontrol etmek ve çocukların yanlış cevaplarının nedenleri hakkında düşünebilmesi için bir dizi strateji geliştirmelerini beklemeliyiz.

Aşırı genelleme ve aşırı özelleme literatür de ön plana çıkan farklı özelliklere sahip kavram yanlışlığı türleridir (Graeber ve Johnson, 1991; Ben-Hur, 2006). Bu kavram yanlışlığı türleri aşağıda açıklanmaktadır.

2.3.1. Aşırı Genelleme

Aşırı genelleme belli durumlarda uygulanması doğru sonuç veren kural, prensip veya kavramın diğer durumlarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve bu durumlara uygulanmasıdır (Baki ve Aydın Güç, 2014). Prototiplerden kaynaklanan hataların çoğu aşırı genellemelerle bağlantılıdır. Aşırı genelleme örneklerinden biri de çocukların iki basamaklı sayıları birbirinden çıkarmasıyla ortaya çıkar: Çocuklar büyük olan rakamdan küçük olan rakamı çıkartırlar. Belki de çocukların ilk çıkarma deneyimleri büyük sayıdan küçük sayıları çıkarma şeklindeki temel çıkarma işlemleri olmasından kaynaklı olarak iki basamaklı çıkarma algoritmasındaki onluk bozmayı gerektiren işlemlerden önce bu algoritmalar öğretildiğinden bu olgular için geçerli durumları iki basamaklı çıkarmanın tüm durumlarına genelleme yapmaktadırlar (Ryan ve Williams, 2007, s.23). Örneğin; $14 = _ + 7$ işleminin öğrenciler tarafından 21 olarak cevaplanması öğrencinin işlemde bulunan iki sayıyı ve arada bulunan artı işaretini yanlış yorumlamalarından kaynaklanmaktadır. Bu şekilde yapılandırılmış bir ifade görmemiş öğrenciler için ortak bir sorundur. Öğrenciler toplama ve çıkarma işlemleri konusundaki sınırlı anlayışlarını aşırı ölçüde genellemişlerdir (Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell 2010, s.56).

2.3.2. Aşırı Özelleme

Aşırı genellemenin tersine bir durumda geçerli olan bir kural ve prensibi bu durumun daha özel alt durumu için kısıtlamaktır (Baki ve Aydın Güç, 2014). Aşırı özelleme ile ilgili aşağıda verilen örneklerde öğretmen çocuklardan zihinsel olarak çift haneli sayıların toplanmasına yönlendirmektedir. Öğretmen ilk olarak kendi örneğini gösterdikten sonra, çocuklardan sayıları 10'un katları şeklinde ayırmasını istemektedir;

$$14 + 15 = 10 + 10 + 4 + 5$$

$$14 + 15 = 29$$

$$12 + 13 = 10 + 10 + 2 + 3$$

$$12 + 13 = 25$$

$$24 + 42 = 10 + 10 + 4 + 2$$

$$24 + 42 = 26$$

$$18 + 19 = 10 + 10 + 8 + 9$$

$$18 + 19 = 2107$$

Birinci çocuk öğretmenin metodunu ve sayıları birden çok onluk parçalara ayırmasını kopyalıyor. İkinci çocuk 2'yi 10 + 10' dan sonra yazar, 8 + 9 = 17 üzerinde 17' ye 10 + 7 şeklinde ayrıştırır ve tüm bu sayıları yanına en başta bulduğu 2'yi koyarak yazar. Bu hatalar çocuğun öğretilen yöntemlerde yeterli sayıda örnekle karşılaşmadığı için ortaya çıkar. Çocuğun temel kavramları soyutlaması mümkün değildir. Yöntemin işleme için çocuk problem çözerken kendi yöntemini geliştirmeye başlar (Hansen, 2014, s.54).

2.4. Hata

Hata yanlış fikir veya yanlış eylem, kavram yanılgısı ise yanlış anlama olarak tanımlanabilir. Bir hata kavram yanılgısının sonucu olabilir. Başka birçok faktör çocukların hata yapmalarına sebep olabilir (Koshy, 2000, s.172). Hatalar kavram yanılgılarının yanı sıra dikkatsizlik, anlık bir kalem kayması, sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması, matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim, anlama ve bilgi eksikliği, verilen cevabı kontrol etmede farkındalık eksikliği, yetersizlik gibi birçok nedenden de kaynaklanabilmektedir (Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell, 2010; Burns, 2007; Cockburn, 2005; Hansen, 2014; Spooner, 2002; Ryan ve Williams, 2007). “Hata” yanıtlardaki yanlışlıklar, “kavram yanılgısı” ise öğrenmeye engel oluşturan kavramsal engeller anlamında kullanılmaktadır (Ubuş, 1999).

Hatalar genellikle öğrenme için ‘doğru’ cevaplardan daha bilgilendiricidir. Bir öğrencinin matematiksel bir kavramı ne kadar iyi kavradığını değerlendirmek hem de öğrencinin fikirlerini geliştirmek ve uyandırmak için geribildirim verme konusunda fırsatlar sunar. Başarılı öğrenciler bile basit konular gibi görünen yeni konularda zorluk yaşayabilir (Hodgen ve Askew, 2010, s.141). Öğrenciler tarafından yapılan hataların

öğretimin bir parçası olabileceği göz ardı edilmemelidir. Yapılan bir hata varsa, öğrencilerin nerede hata yaptıkları ve prosedür ile ilgili detaylı bir dönüt verilmesi gereklidir.

Bir öğrencinin öğrendiği matematiksel fikirler ve prosedürler doğru ya da yanlış veya kavram yanlışından kaynaklı olabilir. Bu fikirleri ve prosedürleri öğrenme süreci temelde aynıdır. Öğrenciler genellikle hatalı kavramları ve süreçleri benzer şekilde öğrenirler. Bir fikir veya işlemle ilgili ilk temasları arasında ortak noktalar ararlar. Bunlarla belirli ortak özelliklere sahip bir soyutlama oluştururlar. Kavramları ve algoritmalarını şekillendirirler (Aschlock, 2002, s.9). Etkili öğretmenler ders planlamalarında öğrenci hatalarını öngörerek, bu hataların yaygınlaşmalarına izin vermeden, öğrenci güvenlerini zedelemeyen çeşitli stratejilere sahip olmalıdır (Leinwand, 2009).

Matematiksel hatalar öğrencilerin yeni problemlerle karşılaşp, üretimleri yanlış genellemeleri sonucu ortaya çıkar. Örneğin, öğrenciler çıkarma işleminde, onluk bozmadan her sütunda büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarırlar. Bu yöntemin onluk bozma içeren diğer problemlere de genellenmesi çok kolaydır. Öğrenciler problemi çözemediklerinde, bırakmak yerine kuralları probleme uyacak şekilde değiştirir. Hatalı çözüm yolları kalıcı olabilir ve yanlış bir özyeterlilik algısı yaratabilir. Bu algının sebebi, öğrencinin işlemde bir sonuç elde etmemesi olabilir (Schunk, 2011, s.432). Gerçek hayatta olduğu gibi, matematiksel derslerde yapılan hatalar da çok yararlı olabilir. Hatalar, çocukların düşünme süreci ve matematiksel anlayışları için çok faydalı bilgiler sunmaktadır. Kalıcı olan hatalar ise genellikle çocuğun bilgi boşluklarına vurgu yapmaktadır.

Araştırmacılar, yanlışların çoğunun üstesinden gelmenin zor olduğunu kabul etmektedir. Bu nedenle, öğretmenler için yanlış anlamaların öncelikle ortaya çıkmadığından emin olunması daha önemlidir. Birincisi, öğretmenler, çocukların zihninde yanlış anlamalar üretme potansiyeline sahip alanlardan haberdar olmalıdır. İlk başlarda kavram yanlışları ortaya çıkmadan yükselmeden önemlidir. Ardından, yeterli çalışma ve örnekler, algılanan yanlış kavrayışın doğrudan çelişmesine odaklanmalıdır (Leinwand, 2009; Sadi, 2007).

Dereli'ye (2009) göre hata, bilimde ve matematikte doğru bir değerden sapmayı belirten terimdir. Hatayı yanıtlardaki yanlışlıklar olarak da tanımlayabiliriz. Matematikte yapılan hataları işlem hatası ve kavram hatası olarak ikiye ayırabiliriz. İşlem hatası; öğrencilerin dört işlem sırasında yaptığı hatalar olarak sınırlandırılmaktadır. Kavram hatası; genellikle yapılan çalışmalarda kavram yanılgısı olarak karşımıza çıkmaktadır.

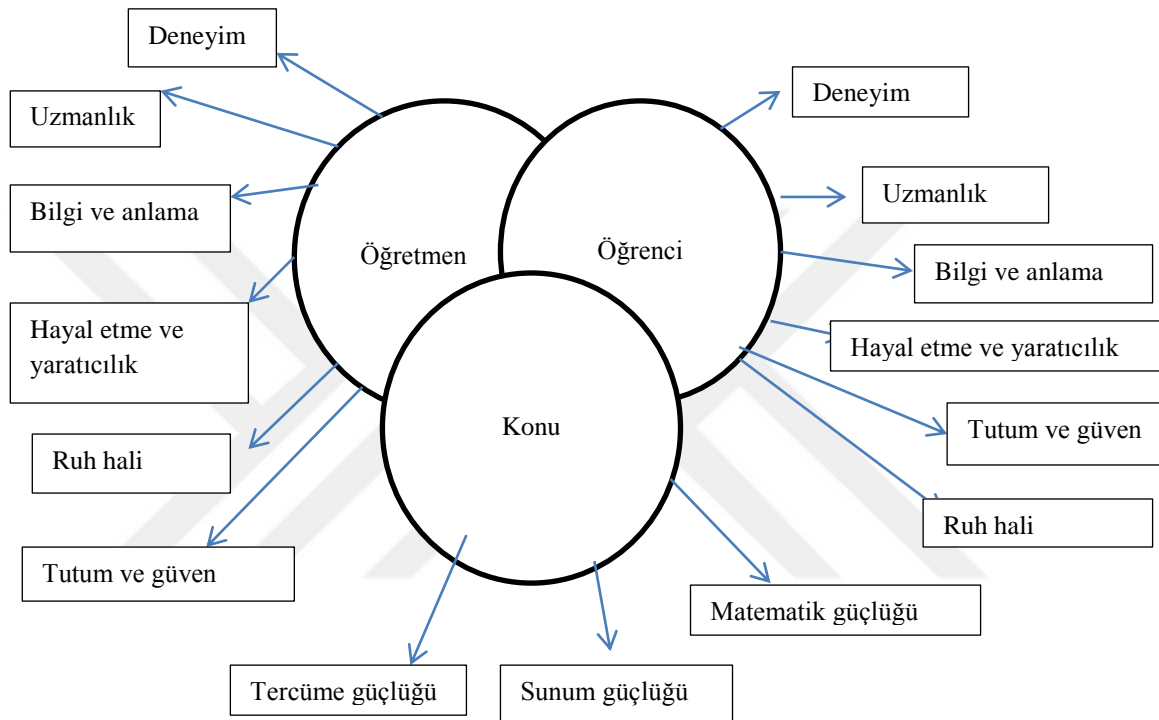
Burns'e (2007, s.11) göre, birçok öğretmen öğrencilerin sınıfa geldiğinde evdeki birinin gösterdiği yöntemi kullanarak işlemleri yapıp yapmayacağı konusundaki endişesini dile getirir. Öğretmenlerin çocuklara bunu kitapta belirtilen şekilde yapmayı öğrenmesi gerektiğini söylemesi nadir değildir. Bunun anlamı belirli algoritmalar önemlidir fakat çocuklar farklı algoritmaların mümkün olduğunu ve hangi metodu kullandıklarının mantıklı olduğunu anlamalıdır. Çocuklar anlamsız bir cevaba ulaştıklarında nadiren fark ederler ve umursamamış gibi görünürler. Öğretmenler çocukların yanıtlarını tahmin etmelerini ve cevaplarını kontrol etmelerini teşvik etse de genellikle çocuklar öncelikli olarak ödevlerini bir an önce bitirme ile ilgilidirler. Onların amaçları soruyu ve sayfadakini yapmak gibi gözükmektedir. Cevaplarını değerlendirmek değil. Sorun matematik öğretiminden daha büyük bir eğitim meselesinden kaynaklanmaktadır. Çocuklar hızlı ve doğru cevapların alınmasının okullarda değer verilen şey olduğuna inanırsa bu yanıt bariz bir sonuçtur.

Hata yapmak öğrenmenin bir parçasıdır. Hataların doğruya ulaşmak için bir fırsat olarak görülmesi de yapılandırmacılığın ruhuna uygun bir yaklaşım olacaktır. Hatalar öğrenme için bir fırsattır ve bu fırsatlar öğretmen tarafından değerlendirilmezse kalıcı hale gelebilmektedir (Berman, 2006; Ryan ve Williams, 2007). Hata nedeni öğrenen olarak görülünce, hataya karşı geliştirilen stratejiler de öğrenen merkezli (tekrar dinleme, eksik bilgiyi tamamlama, yeterince çalışma, ek ödevler vb.) olmaktadır. Hatalar sadece öğrenen merkezli ele alınamazlar. Birçok değişkenin rol oynadığı bir ortam söz konusudur (Cockburn, 2005; Hansen, 2014; Ryan & Williams, 2007).

Yapılan hataların ortak özellikleri vardır: Birincisi, bu hatalar çocuğun bilgi durumunu teşhis eder; ikincisi olarak; bağlantıları, genellemeleri ve kavram oluşumunu içeren matematiksel gelişimin doğal sonucunu; üçüncü olarak, bir öğrenme fırsatı veya bölgesi ve böylece gelişme potansiyeline işaret etmektedir. Sonuç olarak, bir hata genellikle 'işleme kapasitesi' ve bellek konusunda çok fazla talep yapan ilkel yöntemlere

güvenmenin muhtemel veya kaçınılmaz sonucu olarak teşhis edilebilir. Bu tür durumlarda çocuklara tekrar tekrar verimsiz yöntemler uygulamak yerine, yeni stratejilere geçilmesi gerekmektedir (Ryan ve Williams, 2007, s.57).

Cockburn (2005, s.5) yapmış olduğu çalışmada yaygın olarak yapılan matematik hatalarının kaynaklarını Şekil 2.1’de ortaya koymuştur.



Şekil 2.1. Yaygın Matematik Hatalarının Kaynakları

2.4.1. Öğrenci: Deneyim

Birçok matematiksel hata ve kavram yanlışlığının meydana çıkmasındaki nedenlerden birisi de öğretmenlerin öğrencilerin deneyimleri hakkındaki yersiz varsayımlar yapmasıdır. Örneğin 6 ve 7 yaşındaki çocuklar para kullanma ve alışveriş yapma konusunda deneyimlidir. Gelecekteki süreçte bu yaşantıları, sınıflarına getirdiği deneyimlerin örnekleri olabilir. Geçmişte ilkokul öğrencilerinin büyük çoğunluğu okul kantinlerinde veya marketlerde cebinden para harcayarak alışveriş deneyimi kazanmaktadır (Cockburn, 2005, s.5). Öğrencilerin önceki öğrenmeleri tespit edilmeli ve etkin öğrenmeyi destekler nitelikteki etkinliklerle öğrencilerin yeni matematiksel

kavramları önceki kavramların üzerine inşa etmeleri için fırsatlar sunulmalı ve bu süreçte öğrenciler cesaretlendirilmelidir (MEB, 2017, s.18).

2.4.2. Öğrenci: Uzmanlık

Çocukların çoğu, okula sayıları öğrenmiş olarak gelirler. Çocuklar anaokullarında ya da arkadaş gruplarındaki oyunlarda sayıları çokça kullanırlar. Bu tür kullanımlar çoğu kez tekerleme saymak gibi mekaniktir ve sayının gerçek kullanımından uzaktır. Bunda matematik öğretimi açısından zarar yok, fayda vardır. En azından çocuklar sayı adlarını öğrenmiş olurlar ve bu da sınıf içi etkinlikleri kolaylaştırır (Altun, 2014, s.152). Matematikteki kavramların insan zihninde yaratılan ilişkiler olması, bunların kazanabilmesi için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olmasını gerektirir. Bu bakımdan, sınıftaki çocukların yaşları aynı olsa da farklı zihinsel gelişim düzeylerinde bulunabileceklerinden, bir kavramın bütün çocuklarda aynı zamanda oluşması beklenmemelidir (Baykul, 2005, s.39).

2.4.3. Öğrenci: Matematiksel bilgi ve anlayış

Bir çocuğun matematiksel bir hatayı yaptığı zaman dikkate alınması gereken en belirgin olasılıklar şunlardır (Cockburn, 2005, s.6):

1. Hangi işlemin uygulanacağını biliyor mu? (Örneğin; çocuk + sembolünün 'ekleme' anlamına geldiğini biliyor mu, yoksa yerine çıkarma, çarpma veya bölme işlemini mi yapıyor.)
2. İşlemin doğru şekilde nasıl yapılacağını biliyor mu? (Örneğin; çocuk ayrıştırılması gereken miktarlarda gerekli dönüşümü yapabilir mi?)
3. Yapılacak işlem sürecini hem kullanılan dil hem de matematiksel açıdan anlıyor mu?

Patkın'e (2011) göre, matematik benzersiz dil biçimlerini kapsar. Matematikte, dört işlemi (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) ifade eden anahtar kelimelerin yoğun kullanımı vardır. Matematik, sembolleri ve işaretleri içerdiğinden görsel gerekçelerle aralarında ayırt edilememesi öğrenmeyi engelleyebilir. Örneğin; $>$, $<$, $+$, $-$ işaretleri 2 ile 5, 6 ve 9 sayıları arasında karışıklığa neden olabilir.

2.4.4. Öğrenci: Hayal gücü ve yaratıcılık

Matematiksel işlemlerde hangi yoldan olursa olsun doğru cevabı bulma önemli sayılır. Birçok öğrenci matematik derslerinde doğru cevabı ulaşmanın önemini fark eder. Öğrencilerin hayal gücü ve yaratıcılığının matematiksel olarak yanlış cevaba nasıl yol açtığı öğretmenler tarafından göz ardı edilmektedir (Cockburn, 2005, s.7). Dikkat eksikliği sonucunda da öğrenciler hata yapabilmektedir. Sıkılan, dikkat eksikliği, hiperaktivite bozukluğu yaşayan öğrenci dikkatini kolaylıkla öğrenme görevinden başka bir şeye verir (Driscoll, 2012, s. 317).

2.4.5. Öğrenci: Ruh Hali

Herkes gibi ruh hali bir çocuğunun performansını etkileyebilir. Bir kişinin elindeki bir göreve odaklanma motivasyonu bir önceki gece takımının kazanıp kazanmadığına, ya da en yakın arkadaşlarıyla tartışmaya girip girmediğinden kolayca etkilenebilir. Eğer ruh hali olumsuz ise performans yetenek üzerinde doğru bir düşünce olmaz. Benzer bir şekilde dikkatsizlik, aşırı yorgunluk, bir sonraki etkinliğe geçmek için acele etmek konsantre olamamak hatalara neden olabilir (Cockburn, 2005, s.7).

2.4.6. Öğrenci: Tutum ve Güven

Çocukların yetenekleri değerlendirilirken; öğretmenlerine ve matematik dersine yönelik tutumları göz önüne alınmalıdır (Cockburn, 2005, s.7). Öğrencilerin birçoğu hata yapma korkusuyla matematik etkinliklerinden uzak durmaktadır. Matematik korkusu ve kaygısı üzerine yapılmış araştırmalar, çocukların matematikle ilgili olumsuz yaşantıları arttıkça, matematiğe karşı olumlu tutumlarında azalmalar gözlemlendiğini ortaya koymuştur. Bu durumun yaşanmasında okulun ve öğretmenin rolü büyüktür. Bu olumsuz tutum yıkılmadıkça matematiksel başarının yükselmesi mümkün değildir (Altun, 2014, s.65).

2.4.7. Konu: Matematiksel Karmaşıklık

Bennett, Desforjes, Cockburn and Wilkinson'a (1984) göre bir konu, bir çocuk için zor ise hatalar ortaya çıkabilir. Öğrencilerin seviyelerine göre matematiksel görevleri eşleştirmek kolay bir süreç değildir. Bir çocuk hata yaparsa konunun matematiksel karmaşıklığının çocuğun bilgisiyle ilgili olarak kontrol edilmesi önerilir (Cockburn, 2005, s.8). Matematiksel kavramların öğrenimi sürecinde öğrencilerin düşüncelerini

ifade edebilmeleri için öğretmenlerin yönlendirmeleri gerekli ve önemlidir (MEB, 2017, s.18).

2.4.8. Konu: Sunum Karmaşıklığı

Bir hata oluştuğunda kontrol edilmesi gereken bir diğer önemli nokta konunun uygun bir şekilde sunulmasını sağlamaktır. Örneğin; çalışma sayfaları çoğu zaman yazılı olarak yapılır. Süreç içerisinde çocuğun nasıl ilerlediğini bilmek zordur. Bir konunun sunumu uygun olmadığında çocuğun matematikle baş edebilmesine engel olduğu takdirde hatalar ortaya çıkabilmektedir (Cockburn, 2005, s.8).

2.4.9. Konu: Çeviri Karmaşıklığı

Matematiksel hatanın üçüncü büyük kaynağı bir çocuğun konuyu amaçlanan şekilde tercüme edememesidir. Bunun en yaygın beş özelliği şunlardır (Cockburn, 2005, s.8-9):

2.4.9.1. Matematiğin Tercümesi

Diğer bir deyişle çocuk kendisi için gerekli olan matematiksel terimleri biliyor mu? Bu zorluk genellikle çocukların kelime problemleriyle karşı karşıya kaldıkları zaman ortaya çıkar. Çeviri sorunları $6 - 4 = 10$ türündeki bir işlem hatası olarak da çocuğun çıkarma yerine ekleme yapmasıyla da karşımıza çıkmaktadır.

2.4.9.2. Okuma Hataları

Bu hatalar genellikle genç ve deneyimsiz okuyucularla birlikte ortaya çıkmaktadır. Özellikle öğretmenin iyi ve zayıf okuyucuları (derinlemesine) belirlemek istediğinde, okuyucu hataları sıklıkla öğrencilerin tanınmasında bir değerlendirme aracı olarak kullanılır (Paulson ve Mason-Egan, 2007).

2.4.9.3. Anlama Hataları

Bazen öğrenciler bir sorunun yazılı yönlerini anlama konusunda zorlanırlar. Anlama hataları matematiğin tercüme edilmesiyle aynı değildir. Anlama hataları bir çocuk henüz bir kelimeyi veya cümleyi anlamayı beceremediğinde ortaya çıkar.

2.4.9.4. Kodlama Hataları

Bu hatalar çocuklar için gerekli matematiksel bilgide bir eksiklik olmadığı halde yanıtlarını uygun bir şekilde kodlamakta başarısız olması sonucu ortaya çıkar. Örneğin; 91 yerine 19 yazma vb. dir

2.4.9.5. İma Hataları

Eğer bir çocuk bir sorunun gerçekliğini takdir etmezse hata yapabilir. Bu hata yukarıdaki güçlüklerden birinin veya hayal gücünün eksikliği veya fazlalığı sonucu ortaya çıkabilir.

2.4.10. Öğretmen Tutum ve Güven

Bir çocuğun tutum ve güveninin matematiksel performansı etkilemesi gibi öğretmenlerde de aynı durum söz konusu olabilir. Cockburn (2005) ilkökul öğretmenlerinin stresini incelediği araştırmasında 335 katılımcının % 69,9 kapsamlı ders hazırlığının stresle baş etmenin çok etkili bir yol olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte öğretmen güven eksikliği yaşıyorsa konunun beğenilmemesi, matematiğin etkili bir şekilde öğrenilmesine yönelik heyecanı duymalarını zorlaştırabilir. Bu da hataların yapılma olasılığını artırır. Aynı zamanda bazı öğretmenlerin bazı öğrencilerini sevmediği de olağan bir durumdur. Öğretmenler matematiksel yetenekleri hakkında güvensizlik yaşadıkları zaman daha fazla telafi ders yaparak derslere iyi hazırlandıkları konusunda kendilerinden emin olurlar (Cockburn, 2005, s.9).

2.4.11. Öğretmenin Ruh Hali

Acele edilerek yapılan açıklamalar, öğrenci cevaplarının daha az bir hassasiyetle incelenmesini normalde oluşabilecek olandan daha fazla sayıda matematiksel hatayla sonuçlanabilir. Profesyonel olarak dış taleplerin sınıf performansı üzerindeki etkisini en aza indirmeye çalışmalıyız. Takdir edilmenin beklenildiği, belli bir zaman diliminin içine itilmek veya hissedilen genel baskı yeteneklerin en iyi şekilde yerine getirilmemesiyle sonuçlanır (Cockburn, 2005, s.10).

2.4.12. Öğretmenin Hayal gücü ve Yaratıcılığı

Öğretmenin hayal gücü ve yaratıcılığı sadece bir şeylerin farkına varmak ve bir şeyler yanlış gittiğinde bunu fark etme yeteneği değil, aynı zamanda duruma yansıtacak olanları ve onun hakkında yapılması gerekenler için de gereklidir. Örneğin; bir öğretmenin sınıfında bir şeyler yanlış gittiğinde konu hakkında daha kapsamlı terimlerle öğrencileri konu hakkında düşünmeye teşvik etmelidir (Cockburn, 2005, s.10). Matematik öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematiksel kavramların içselleştirilmesi, anlaşılması ve yapılandırılmasında önemli bir yere sahiptir. Öğrenciler, öğretim sürecinde kavramları nasıl yapılandıklarını sergilerken, bireysel ve bireylerarası iletişim kurmaya da teşvik edilmelidir (MEB, 2017, s.18).

2.4.13. Öğretmen Bilgisi

Şaşırtıcı bir şekilde bir öğretmenin çok az veya çok fazla matematik bilgisine sahip olması öğrenci hataları olasılığını arttırabilir. Bir öğretmenin matematik bilgisi sınırlıysa farkında olmadan çocukların daha sonraki eğitim seviyeleri sorunlar ortaya koyuyor olabilir. Örneğin; Öğrencilere çıkarma işaretinin (-), büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır şeklinde ilişkilendirilerek öğretilmesi daha sonraki okul seviyelerinde öğrenciler tarafından yapılan $6 - (-7) = 1$ şeklindeki hatalara sebebiyet vermektedir (Cockburn, 2005, s.8). Matematik öğretiminde öğretmenlerin matematiksel kavramları, olguları ve becerileri iyi bir şekilde bilmeleri gerekmektedir. Öğrenme sürecinde karşılaşılan zorlukların ve kavram yanılgılarının tespit edilmesi ve çözüm yollarının geliştirilmesi açısından bu durum önemlidir.

Çok fazla matematik bilgisine sahip olan öğretmenler de hata yapmaktadır. Bu tip öğretmenlerin temel olarak konuları en ince ayrıntısına kadar ve hızlı bir şekilde anlattıkları, öğrencilerin bir şey anlamayıp yardım istedikleri belirtilmiştir. Öğrencilere aceleci bir açıklama yapıldığı ve neyin gerekli olduğunu hala kavrayamadıkları gözlemlenmiştir. Basit görünme riski yerine, öğrencilerin matematiğini tamamlayan matematiksel olmayan araçlara (kopyalama, başkasının yanıtını dinleme ve cevabı arama) başvurmuşlardır (Cockburn, 2005, s.8).

2.4.14. Öğretmen Uzmanlık

Cockburn (2005) “matematiksel uzmanlık” yerine daha geniş bir uzmanlık olan “yetenekli eğitimciden” bahsetmektedir. Bundan da çocuklarla kendilerini rahat hissedecekleri, diğer şeylerin yanı sıra bilgi, beceri ve anlayışlarına aktarabilecekleri gerçek bir diyalogun yaşanmasını sağlayan iletişim kurma yeteneği olarak bahseder. Kesinlikle dil, iletişim sürecinde önemli bir rol oynamaktadır ancak aynı derecede önemli başka faktörler de vardır. Öğretmenin sınıf içerisindeki pozisyonu, ses tonu ve öğretmene verilen dikkat. Bu tür uzmanlıkları kalabalık bir sınıf ortamında görüntülemek zor olabilir. Ancak bu tür uzmanlıkların eksik olması sonucu öğrencilerin ihmal edilmesi ve matematik öğretiminin de aksaması söz konusudur (Cockburn, 2005, s.11). Öğrenciler hata yaptıklarında, onlardan süreci ya da yöntemi açıklamalarını isteyin. Kendi hatalarını kendileri bulabilirler. Ayrıca dersin sonrasında öğrencilerin çözümleri ve stratejileri açıklamak, doğrulamak, savunmak ve sorgulamak için fırsatları olacaktır. Bu süreç, hatalardan ve kavram yanlışlarından öğrenmek için imkanlar tanımaktadır (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.51). İyi bir öğretmenin, ders planı yaparken, yaygın öğrenci hataları ve kavram yanlışlarını ve bunların oluşumları engelleyecek yaklaşımları önemsemesi gerekir (Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2005).

2.4.15. Öğretmen Tecrübe

Eğitim, herkesin görüşünü paylaştığı konulardan biridir. Cockburn’a (2005) göre öğretmenlerin çoğu yaptıkları işi nasıl ve neden yaptıklarını ifade edemediklerini bazılarının ise etkili öğrenme ortamlarını tam olarak nasıl sağlayacaklarını ve beklenmedik durumlar oluştuğunda nasıl yanıt vereceklerini bildiklerini belirtmiştir (Cockburn, 2005, s.11). Öğretmeden kaynaklanan kavram yanlışlarında en önemli etken, öğretmenin aynı andan birden çok kavramı öğretmeye çalışması ve öğreteceği kavramın ne olduğunu kendisinin de tam olarak bilmemesidir. Öğretmenin öğrencilerin düşünme şekillerini tahmin edebilmesi, yorumlayabilmesi, sorgulayabilmesi veya öğrencilerin düşünce şekillerini dikkate alan yönlendirmeler yapabilmesi öğretmenin sahip olması gereken önemli pedagojik yeterliklerdendir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Küçük çocukların yaptığı en yaygın hatalar, çocukların bu tür hataları ve yanlış anlamalardan kaçınmalarına yardımcı olabilecek ders planlaması için vazgeçilmez bir

ön şarttır. Öğretmenler ayrıca, bazı çocukların kaçınılmaz olarak bu hatalarından bazılarını yapacaklarını ve zaman zaman “alternatif düşünceyi” geliştireceklerini bilmedirler. Bu durumlarla baş etmeye çalışmak için, bir kez daha kavramı açıklayarak hatayı düzeltmeden farklı, bir dizi öğretim stratejisine ihtiyaç duymaktadırlar. Bununla birlikte, ayrıca, oluşum değerlendirme amaçları için kullanılabilir bilgiler üretmek amacıyla sınıf tarafından tartışılmak üzere olası hataların ve yanlış anlamaların yüzeye getirildiği dersleri planlamaları gerekir (Thompson, 2008, s.212-213). İyi bir konu bilgisine sahip olan öğretmenler, çocukların mevcut anlayışlarını ve bu açıklama sonucunda daha iyi geliştirilmiş anlayışları ifade etmesini sağlayan değerlendirme soruları da üretebilir (Cotton, 2010, s.6).

Kavram yanlışları bilgi eksikliğinden oluşan bir boşluk gibi başlar. Bu boşluk, öğretmen tarafından verilen niteliksiz öğretim, öğrencilerin var olan bilgileri ve karşı karşıya kalınan deneyimlerle rastgele dolar. Öğrenci tarafından rastgele boşluk doldurma ile elde edilen bilgiler hiç şüphesiz bir yere kadar başarılıdır ama bir noktadan sonra bu olay, karşımıza sistematik yapılan hatalar olarak çıkar (Rowell, Dawson ve Harry, 1990).

2.5. Hata Analizleri

Öğrencilerin matematik eğitimindeki hataları basit bir şekilde bilgisizlik sonucu veya anlık değildir. Çoğu öğrenci hataları; kendinden emin olmama, dikkatsizlik, benzersiz durum koşullarına bağlı olmadan da meydana gelebilir. Ayrıca öğrenciler matematik sınıflarına taşıdıkları önceki tecrübelerine bağlı olarak da hata yaparlar. Öğrenci hataları (Radatz, 1979):

- Nedensel olarak belirlenir ve çoğu kez sistematiktir.
- Öğretmen pedagojik olarak müdahale etmedikçe kalıcıdır ve daha sonraki okul hayatında da sürer.
- Analiz edilebilir ve hata teknikleri olarak tanımlanabilir.
- Matematik öğrenme sürecinde öğrencinin yaşadığı zorluklardan veya matematik eğitimi üzerinde etkili olan çeşitli değişkenlerin etkileşiminden (Öğretmen, program, öğrenci, akademik çevre vb.) hataların nedenleri konusunda kaynak sağlayabilir.

Öğrenci hataları ‘bireysel zorlukları’ gösterir; hatalar öğrencinin belli kavramları, teknikleri, problemleri vb. anlamadığını veya ‘bilimsel’ veya ‘yetişkin’ olarak kavramamış olduğunu gösterir. Öğrenci hatalarını analiz etmek hatalı problem çözme süreci, matematiksel anlayış ve tutumlar hakkında bilgi verir.

Temel gerçekler ve dikkatsizlik sonucu kaynaklanan hatalar hariç olmak üzere, öğrencilerin yaptıkları hatalar rastgele değildir. Yapılan hatalar son derece tutarlıdır. Öğretmenler yıllarca aynı hataları tekrar tekrar görürler. Çoğu durumda, çocukların hataları kurallara bağlı, doğru bir algoritma yerine yanlış bir işlemin uygulanmasının sonucudur. Ancak bu yanlış işlemler de mantık yanlış olsa dahi, çocuğa mantıklı gelebilir (Burns, 2007, s.10).

Çocuklar değişik nedenlerden dolayı matematiksel hata yapabilir. Bunlardan bazıları (Thompson, 2008, s.209):

- Konsantrasyon kaybı,
- Temel sayı gerçeklerini hatırlayamama,
- Belleğin aşırı yüklü olması,
- Matematiksel bilgi eksikliği,
- Çözülecek problemin yanlış yorumlanması,
- Hesaplama prosedüründe yapılacak adımların sırasını değiştirme,
- Kavram yanlışlığı-önceki deneyimlerden aşırı genelleme sonucunda geliştirilen matematiksel bir fikrin alternatif veya olgunlaşmamış bir yorumu.

Öğrenci hatası söz konusu olduğunda o hatayı ortaya çıkaran ve üreten kavram yanlışlığının bilinmesi yapılan hatanın anlamlandırılması açısından oldukça önemlidir.

Leinwand’a (2009) göre neredeyse tüm öğrenciler matematiksel hata yapar. Sıklıkla yapılan mantıksal temelli hatalar yaygın bir şekilde yanlış anlamalara bağlıdır. Öğrenciler yeni materyalleri ve kavramları anlamaya yönelik çabalarında zihinsel karışıklık yaşayabilir. Öğretmenler, hataların ve karışıklıkların güçlü bir öğrenme fırsatı olduğunu bilmelidir. Çoğunlukla öğretmenler matematik derslerinde doğru cevaba ve doğru cevaba ulaşırken yapılan sürece odaklanma eğilimindedir. Hataların oluşmasına

sebebe olan nedenleri belirlemek yerine, yanlış cevaplar basit bir şekilde karşılanmaktadır. Yanlış cevapların üzerleri sadece çizilmektedir.

Hesaplamalarla ilgili zorluklar çeşitli nedenlerle ortaya çıkabilir. Yanlış yanıtlar aşağıdaki sebeplere bağlı olabilir (Harris, 2000, s.35-36):

- Hesaplama hatası / Dikkatsizlik hatası: Çocuk doğru işlemi ve prosedürü kullanmasına karşın, temel bir sayı gerçeğini yanlış hatırlamaktadır. Engelhardt (1977) bu hata türünü temel gerçekler hatası olarak sınıflandırmıştır. Öğrenci temel sayı işlemlerini hatırlamayı içeren hesaplamalarla ilgili olarak yanlış cevap vermektedir. Öğrenci basit sayı işlemlerini içeren ($4 + 3 = 8$, $63 : 7 = 8$) şeklinde doğru olmayan cevaplar vermişse bu hatalar temel gerçekler hatası olarak sınıflandırılmıştır. Bu tür hatalar çok basamaklı sayıların hesaplanması kapsamında da gözlenmiştir. $27 \times 9 = 236$, (Hata: $9 \times 7 = 56$).
- Kavram Yanılgısı: Çocuk kullanılan işlem kavramını (toplama veya çıkarma) kavramamış veya dikey yazılı algoritmalarda denenen algoritmayı anlamak için gerekli olan basamak değeri kavramını anlamamıştır.
- İlgili sözcüklerle ilgili anlam eksikliği: Çocuk verilen soruda yapılması gerekenlerle ilgili dili yanlış anlamaktadır.
- Yanlış işlem: Çocuk soruda yanlış işlemi kullanmaktadır.
- Eksik prosedür ve yöntem: Çocuk tarafından doğru işlem seçilmesine ve sayı gerçekleri doğru bir şekilde hatırlanmasına rağmen prosedür (algoritma) kullanımında sorunlar olmaktadır. Engelhardt'a (1977) göre öğrenci uygun hesaplama prosedürünü başlatmakta, ancak kritik adımları ihmal ederek atlamakta ve hatalı sonuçlara ulaşmaktadır.
- Aşırı genelleme: Çocuk bir kural, model ya da yöntem öğrendikten sonra onu uygun olmayan durumlara uygulamaktadır. Dolayısıyla bir prosedürün mekanik öğrenimi değil, anlamlandırılması da önemlidir. Örneğin iki basamaklı ve onluk bozmayı gerektiren çıkarma işlemleriyle karşılaşan çocuk her çıkarma işlemine gerekmeyen durumlarda dahi uygulamaktadır.

- Yetersiz / tecrübe edilmemiş genelleme: Çocuk yetersiz uygun olmayan veya yetersiz varyasyona sahip örnekleri tecrübe etmiştir. Kavramların soyutlanabilmesi ve prosedürün anlamlandırılabilmesi için çocuklar için örneklerin ve örnek varyasyonlarının yeterliliği gereklidir. Bu yeterlilik olmadan çocuklar eksik bilgi ve deneyim temelinde genelleme yapabilir.
- Rastgele cevap: Verilen cevap ile sorulan soru arasında belirgin bir ilişki bulunmamaktadır. Roberts'e (1968) göre öğrenciler üzerlerinde baskı hissettiklerinde veya işlemi tamamladıklarını hissetmek için cevapları rastgele doldurmuş olabilir. Temel sayı gerçeklerinin öğretilmesinden önce öğrencilerin pek çok alanda becerilerinin sistematik olarak oluşturulması önemlidir. Sezgisel sayı anlamını kazanmış, temel işlemlere yönelik temel bir anlayışı oluşan öğrencilerin aklına gelen ilk yanıtı yazma olasılıkları azalacaktır.

Bu tür zorlukların üstesinden gelebilmek ve çocuklara sunulacak yardımın uygun olabilmesi için çocukların yaşadıkları farklı zorlukları ayırt etmek önemlidir. Aksi takdirde zorluklar devam edebilir ve muhtemelen daha kötüye de gidebilir.

Aritmetik işlem yapan çocukların hatalarını incelemek, onların düşüncelerini anlama, öğretmenlerden kaynaklı öğretim problemlerine katkılar sağlayabilir (Burns, 2007, s.10). Aşağıda öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan dört işlem hataları örnekleriyle tanıtılmaya çalışılmıştır.

2.5.1. Sayma Hatası

$$3+4=6$$

$$7-5=3$$

Çocuklar her hesaplamada başlangıç sayısını iki kez saymışlardır. 3+4 için 3,4,5,6; 7-5 işleminde ise 7,6,5,4. Birçok çocuk bu hatayı yapar. Küçük çocukları sonraki nesnenin üzerine saydıkları somut nesnelere oynamaya teşvik etmek doğru bir şekilde hesaplama yapmalarına yardımcı olabilir (Hansen, 2014, s.48). Cotton'a (2010) göre bu tür hata yapan çocuklar için sınıfta veya oyun alanlarında sayıları takip ederek hareket etmelerini istemek yararlıdır. Oyun oynamak çok önemlidir. Çocuklar yanlış saydıklarında birbirlerinin hatalarını çok çabuk düzeltirler.

2.5.2. Gruplama Hatası (Sütunlar Arası İşlem Yapma)

$$\begin{array}{r} 42 \\ +9 \\ \hline 411 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ +93 \\ \hline 1410 \end{array}$$

Basamak değeri kavramının yanlış anlaşılması sonucu çocuk tarafından var olmayan bir sütun ilave edilmektedir $11 = 10 + 1$ (Harris, 2000, s.37). Öğrencilerin bu tür hesaplamalar yapmaları sayı sisteminin konumsallığına dikkat edilmemesi olarak karakterize edilir. Bu tür hatalar özellikle yeniden gruplandırma gerektiren hesaplama işlemlerinde görülmektedir (Engelhardt, 1977). Bu kategorideki hataların nedeni dikey sayı sisteminin konumsal niteliğine dikkat edilmemesidir. Sütunlar taşınmadan her sütun ayrı ayrı toplanmıştır (Roberts, 1968). Sütunlar arası işlem yapma olarak da tanımlayacağımız bu hata türünde öğrenciler basamakları birbirlerinden bağımsız olarak değerlendirmektedirler. Çocuk basamak değeri sütunlarının farkında olamayarak, işlem sonucuna yeni bir sütun ekleyerek hata yapmaktadır.

2.5.3. Gereksiz Onluk Bozma

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ -15 \\ \hline 11 \end{array}$$

Çocuk ihtiyaç olmadığı halde gereksiz bir şekilde onluk bozarak hata yapmaktadır. (Harris, 2000, s.38). Çocuk onluk bozma gerektiren işlemlerle alıştırmalar yaparken kavramsal bilgi eksikliği sonucu onluk bozma gerektirmeyen bu tür işlemlerde hata yapmış olabilir.

2.5.4. İşlem yönünü karıştırma

$$\begin{array}{r} 83 \\ +35 \\ \hline 19 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ +54 \\ \hline 18 \end{array} \quad 16 : 2 = 23 \quad 12 : 4 = 42$$

Öğrencilerin diğer hatalara göre daha az sıklıkla da olsa işlem yönünü karıştırarak soldan sağa işlem yaptıkları da görülmektedir (Roberts, 1968). Öğrenciler ilk olarak onlar basamakları arasında işlem yapmaktadırlar. Yapılan bu hatalı işlem sonucunda eldeyi birler basamağına eklemektedir. Yukarıda ki örneklerde görüldüğü gibi bölme işlemi içeren hesaplamalarda da özellikle bölenin tek haneli olduğu durumlarda sık görülen işlem sırasını tersine çevirme görülmektedir. Bu örneklerde birçok öğrencinin

işlem sırasını yeterince içselleştiremediği veya çok aşamalı süreçte düzen ve sıralama kavramını yeterince anlayamadığı görülmektedir.

2.5.5. İşlemden Bilinmeyi Bulma

$$2 + \boxed{7} = 5$$

Çocuk 2 ile 5'i toplar sonucu 7 olarak bulur.

Çocuk $2+3=\square$ işlemine benzer sorularla bir benzerlik kurmuş olabilir. Çocuk + sembolünü görür ve iki rakamı toplar. Çocuk 5'e ulaşmak için ne kadar ihtiyaç var sorusunun sorulduğunu fark edemeyebilir. Alternatif olarak bir çıkarma işlemi kullanılabilir. Bunun anlamı çıkarmanın eklemenin tersi olduğunu anlamaması olabilir (Hansen, 2014, s.49).

2.5.6. Eldeleri İşlem Sonuna Basamak Olarak Ekleme

$$\begin{array}{r} 38 \\ +46 \\ \hline 174 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ +17 \\ \hline 133 \end{array}$$

Brown ve Burton (1978) eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme hatasını, öğrencilerin eldeyi unutmamak için parmaklarını kullanması ve işlem sırasında öğrencinin eldeyi ekledikten sonra parmağını çekmeyi unutup, bütün eldeleri tekrar sayarak eklemesi ile açıklamaktadır. Öğrenci birler basamağındaki rakamları topladıktan sonra ($8 + 6 = 14$, $6 + 7 = 13$), onluğu bir sonraki basamağa eklemek yerine işlem sonuna ayrı bir basamak olarak eklemektedir.

2.5.7. Rakamları Ayrı Değerlendirip Kendi Aralarında İşlem Yapma

$$\begin{array}{r} 26 \\ +3 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 74 \\ +5 \\ \hline 16 \end{array}$$

Ashlock'a (2002) göre öğrenci işlemi, toplananların tek bir rakam olarak yazıldığı temel toplama işlemlerine benzetmiş olabilir. Öğrenci rakamları ayrı olarak değerlendirmekte ve tüm rakamlar arasında işlem yapmaktadır. ($2 + 6 + 3$, $7 + 4 + 5$) Öğrenci tarafından basamak değeri kavramı göz ardı edilmektedir. Bu tür hatayı yapan öğrenciler için; bir rakamın çeşitli konumlarda belirtebileceği 0'dan 9'a kadar rakamların olduğu değerler

basamak değeri kartları üzerinde oyunlar oynanarak gösterilebilir. Her bir toplananın ayrı ayrı gösterilmesi istenebilir. 10 lu bloklar veya 10 lu çubuklar kullanılarak toplanan rakamlar bira araya getirilerek toplam sonuca ulaşılabilir.

2.5.8. Büyük Sayıdan Küçük Sayıyı Çıkartmak

$$\begin{array}{r} 42 \\ -17 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ -25 \\ \hline 13 \end{array} \quad 43 - 19 = 36$$

Çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olduğu ve onluk bozma işlemi gerektiren çıkarma işlemlerinde öğrenciler büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak hata yapmaktadırlar (Burns, 2007; Hansen, 2014; Harris, 2000; Ojose, 2015; Ryan ve Williams, 2007; Sadi, 2007). Bu tür hatalar öğrencilerin yaygın olarak çıkarma işlemlerinde karşılaştıkları sorularda, öğrencinin daha az zorluk hissettiği çıkarma yönünde değişiklik yapılmasıyla görülür. Birçok durumda öğrenci; yapılan bu hatayı eşdeğer veya daha büyük karmaşıklığa sahip diğer örneklere uygularken bazı sorunlarla beraber doğru çıkarma algoritmasını kullanabilme yeteneğine sahiptir (Roberts, 1968). Engelhardt (1977) bu hata türünden uygunsuz ters çevirme olarak bahseder. Öğrenci çözüm prosedürünün bazı kritik yönlerinin tersine çevrilmesini içeren bir hesaplama ile yanıt verir. Uygun olmayan ters çevirmeler olarak sınıflandırılan hesaplamalar hızlı olarak verilen cevaplarda algoritmadaki basamakların tersine çevrilmesiyle görülmektedir. Burada öğrenci çıkarma işlemi tersine çevirerek, onluk bozma adımını atlayarak hızlı bir yanıt elde eder. Bu tür hataya bir başka örnek basamak değerlerinin tersine çevrildiği elde taşıma işlemi içeren hesaplamalardır.

2.5.9. Rakamları Yan Yana Yazmak

$$\begin{array}{r} 19 \\ +9 \\ \hline 199 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ +6 \\ \hline 236 \end{array}$$

Öğrenciler herhangi bir işlem yapmadan rakamları işlemin sol üst köşesinde bulunan ilk rakamdan başlayarak olduğu gibi işlem sonucuna sırayla yazmaktadır (Brown ve Burton, 1978). Hansen'e (2014) göre $2+5+3= 253$ türünde yapılan hatada çocuk, üç basamaklı bir sayı oluşturmak için aradaki işlemi yapmak yerine rakamları birbirinin yanına yerleştirmektedir. Çocuk + sembolünün neyi temsil ettiğini anlamayabilir. Bu

nedenle rakamların birleştirilmesi gerektiğini düşünür veya çocuğun önceden iki doğal sayıdan daha fazla toplamayla karşılaşmadığı bu nedenle işlemi karıştırdığı düşünülebilir.

2.5.10. 0 ve 1 Kavramları

$$\begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 0 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \times 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +1 \\ \hline 4 \end{array}$$

Öğrenciler erken yaşlarda hesaplama yaparken 0 ve 1 kavramlarıyla ilgili zorluk yaşamaktadırlar. Çoğunlukla bu iki kavram birbirleriyle karıştırılmaktadır (Engelhardt, 1977). $3 \times 0 = 3$ işleminde yapılan hata, öğrencilerin önceki deneyimleri sonucu 0 ile yapılan toplama ve çıkarma işlemlerinde 0'ı etkisiz eleman olarak düşünmeleridir. (0'ın hiçbir şeyi değiştirmeyeceği). $0 \times 3 = 30$ işleminde ise öğrencileri bu hataya götüren sebep, toplama ve çarpma işlemleri sonucu daha büyük bir sayıya ulaşacaklarını düşünmeleridir. 0 kavramını içeren işlemlerde de bu durum devam eder (Cockburn ve Parslow-Williams, 2008, s.16).

2.5.11. Semboller

$$7 \times 3 = 10$$

$$8 \div 4 = 4$$

Çocuk \times sembolünü $+$ sembolüyle, \div sembolünü $-$ sembolüyle karıştırmıştır. Matematiksel semboller soyut temsillerdir. Matematiksel işlemleri temsil ederler. Çarpma ve toplama sembolleri görsel olarak benzerdir; aynı şekilde bölme ve çıkarma sembolleri de birbirlerine benzemektedir. Çocuklar için her sembol çiftini ayırt etmek zor olabilir ayrıca çocuğun çarpma ve bölme konusundaki zayıf bir kavramsal anlayışa sahip olabileceğinden, daha fazla karşılaştığı toplama ve çıkarma kavramlarına yönelir. Çocuklara sembollerin tanıtılmasının yanı sıra altta yatan kavramlar hakkında da sağlam bir anlayışa sahip olmaları gerekmektedir (Hansen, 2014, s.61).

2.5.12. Basamakları Yanlış Yere Yerleştirme

$$\begin{array}{r} 54 \\ +3 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ -1 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 175 \\ -14 \\ \hline 35 \end{array}$$

Basamak değeri kavramını yanlış anlama sonucu çocuk 3 rakamını yanlış basamağa yerleştirmektedir (Harris, 2000, s.37). İlk örnekte görüldüğü gibi çocuk 3 sayısını birler basamağına yazması gerekirken, onlar basamağına yazarak onlar basamakları arasında işlem yaparak yanlış sonuca ulaşmaktadır. Bu hatayı yapan öğrencilerin sayıların basamak değerlerine gerekli anlamı yüklediği, işlemlerin kendi basamakları arasında yapıldığının (birler birler ile, onlar onlar ile, vs.) fark edilmemesinden kaynaklandığı söylenebilir.

2.5.13. Karışık İşlem

$$\begin{array}{r} 112 \\ -36 \\ \hline 136 \end{array} \quad \begin{array}{r} 314 \\ \times 6 \\ \hline 364 \end{array}$$

Bu tip hata yapan öğrencilerin basit adımlarla belirli bir dereceye kadar ilerleme kabiliyetine sahip oldukları ancak hesaplamayı tamamlayabilmek için gerekli olan bir dizi aşamayı tutarlı bir şekilde gerçekleştirebilecekleri aşamaya gelmedikleri görülmektedir (Roberts, 1968).

2.5.14. Çift Basamaklı Sayıyla Tek Basamaklı Sayıyı Toplarken veya Çıkarırken Her İki Basamakla İşlem Yapma

$$\begin{array}{r} 46 \\ +8 \\ \hline 134 \end{array} \quad \begin{array}{r} 98 \\ +3 \\ \hline 131 \end{array} \quad \begin{array}{r} 67 \\ -5 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 58 \\ -4 \\ \hline 14 \end{array}$$

Öğrenci tarafından iki basamaklı bir sayıyla tek basamaklı bir sayı arasında toplama ve çıkarma işlemi yapılırken basamak değeri gözetmeksizin işlem her iki basamağa da uygulanmaktadır. Çocuk tek basamaklı sayıyı; hem birler basamağıyla hem de onlar basamağıyla ayrı ayrı toplayarak veya çıkararak basamak değerine dikkat etmeksizin sonuca yazmaktadır. Ashlock'a (2002) göre bu tür hatayı yapan öğrenciler için birliklerin ve onlukların adlandırılması açıklanmalıdır. Basamak değeri kavramının yeterli anlaşılması, bu işlem zorluğu gidermek için yeterli olabilir. Onluk bloklar ve basamak değeri kartları kullanılabilir. Ayrıca birlikleri ve onlukları sınıflandırmak için kare kağıdın kullanılması ve her kareye bir basamağın yazılması öğrencilere yardımcı olabilir.

		O	B		
		1			
		4	6		
	+		8		
		5	4		

Öğrencinin aşağıda bulunan işlemler arasındaki ilişkiyi belirtmesi istenebilir. Benzer örneklerin öğrenciler tarafından yapılması istenebilir (Ashlock, 2002, s.118).

6	16	26	36
<u>+8</u>	<u>+8</u>	<u>+8</u>	<u>+8</u>
14	24	34	44

2.5.15. Eldeyi Ters Taşıma

34	26
<u>+9</u>	<u>+6</u>
61	21

Çocuk birler basamaklarını topladıktan sonra ($4 + 9 = 13 - 31$, $6 + 6 = 12 - 21$) onlar basamağındaki sayıyı birler basamağına yazmakta, birler basamağındaki sayıyı yan basamağa elde olarak taşımaktadır (Harris, 2000, s.37).

2.6. Hata ile İlgili Öğretim Prosedürleri

Öğretmenler, öğrencilerinde var olan hataları tespit ettiğinde anında müdahale etmelidir. Tespit edilen kavram yanlışlarının ve hataların düzeltilmesi için uygun öğretim yöntemleri uygulanmalıdır. Kavram yanlışları teşhis edilerek öğrencilere gerekli dönütler verilmezse, öğrencilerin hatalarını anlamaları, sistem içerisinde ortaya çıkmayabilir ve öğrenciler de yanlışlarını düzeltme fırsatı bulamayabilir. Hatalar öğrencilerin bir sonraki öğrenmeleri de olumsuz etkiler. Çocuklarda var olan hataları giderecek uygun stratejiyi bilmek gerekir (Ashlock, 2006; Ben-Hur, 2006; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ojose, 2015; Spooner, 2002). Engelhardt (1977) hata ile ilgili öğretim prosedürlerini dört başlık altında açıklamaktadır. Bu öğretim prosedürleri aşağıda tek tek ele alınmaktadır.

2.6.1. Mekanik Hatalar

Mekanik hatalar gösteren çocuklara yardımcı olmak için birkaç prosedür uygulanabilir. Bunlardan biri çizgili defterler yan çevrilip kullanılabilir. Rakam sütunlarının hizalanmasına yardımcı olacak dikey çizgiler ve sütunlar sağlanabilir. Sembolleri ayırma ve biçimlenmesine ilişkin özel uygulamalar yapılabilir. Önceden yapılmış hesaplamalar verilebilir. Çocuk kendi anlayışıyla hesaplama yaptıktan sonra, hesap makinesi kullanmasına izin verilebilir. Görme ve nöromotor işlev için fizik muayene istenebilir (Engelhardt, 1977).

2.6.2. Dikkatsizlik Hataları

Bu tür hatalar kazara veya önceden tasarlanmış olabilir. Kazayla oldukları durumlarda, çocuğun dikkatini soruna odaklamak genellikle faydalıdır. Bu gibi hatalar genellikle derhal düzeltilir. Bununla birlikte dikkatsiz olmak daha yaygın bir tutum ise çocuğun dikkatini sürdürmesine yardımcı olmak için (muhtemelen davranış değişikliği) veya çocuğun kendi imajını oluşturması için prosedürlere ihtiyaç duyulmaktadır. Matematik benliği zayıf öğrenciler kendisi için kolay olan yöntemi tercih etmekte ve başarısız olmaktadır. Bu tür çocuklar için destekleyici, tehditkar olmayan bir ortam gereklidir. Çocuğun yaşantısı ile ilgili hesaplama ihtiyacını gösteren ilgili bir problem çözme durumunun yaratılması da yararlı olabilir. Bazen çocuklar gerçekte alakasız gördükleri için sürekli olarak matematiğe kapalıdır (Engelhardt, 1977).

2.6.3. Kavramsal Hatalar

Kavramsal hatalar yapan çocuk kavramı veya prensipleri anlamadığı veya hatalı bir şekilde anladığı için ilk olarak bu çocuklara bu kavram ve ilkeleri doğru bir şekilde anlamasına ve uygulamasına yardımcı olmak gerekir.

$$\begin{array}{r} 23 \\ 15 \\ +31 \\ \hline 38 \end{array}$$

Klinikteki kişilerin zorluğu prosedüre veya temel bir gerçek olmaktan ziyade çocuğun toplama işlemi konusunda anlama eksikliğinden olduğuna karar verilmiştir. Bu konuda kısa bir öğretimden sonra tek basamaklı sayılarla çocuğun zorluğu ortadan

kaybolmuştur. Kavramsal hatalar nadiren bu kadar kolay düzeltilse de deneyimler böyle bir yaklaşımın oldukça etkili olduğunu göstermiştir. Yanlış anlaşılmalardan kaynaklanan kavramsal hatalar, anlama eksikliğinden kaynaklanan kavramsal hatalara kıyasla daha zordur. İkinci durumda çocuğa eksik kavram ve ilkeler öğretilir; çocuğun eski durumlarda şimdiki anlayışının uygun olmadığını görmesi gerekir (Engelhardt, 1977).

2.6.4. Prosedür hataları

Prosedür hatalarını gösteren çocuklara çeşitli şekillerde yardımcı olunabilir. Prosedür hatasının az olduğu durumlarda (özellikle uygun kavram ve ilkeler anlaşılırsa) uygunsuz ve düzensiz adımın ve mantıksızlığın işaret edilmesi, çocuğun zorluklarla baş edebilmesi için yeterli olabilir. Diğer yandan, hataya işlem için anlam eksikliği eşlik eden durumlarda, prosedürü materyalle yeniden yapılandırmak veya daha somut bir açıklamayla yardımcı olunmalıdır. Örneğin; iki basamaklı toplama işlemlerinde, başlangıçta paketlenmiş halka çubukları ve sayı blokları ile gerçekleştirilebilir. Doğru sonuç elde edilene kadar aşamalı olarak sembollerle açıklanır. Alternatif algoritmaların kullanılması da yardımcı olabilir. Toplama ve çıkarma işlemleri için alternatif algoritma örnekleri aşağıda gösterilmektedir.

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 +16 \\
 \hline
 13 \\
 30 \\
 43
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 452 \\
 342 \\
 -186 \\
 \hline
 266
 \end{array}
 \quad (\text{Eksilen sayı tüm gruplarda tekrar yazıldı})$$

Bazen öğrenciler hesaplama üzerinde yorucu olarak çalışmaktadır. Düşünürken bir önceki adımı unuttur. (Eldeyi taşıma). Bu durumda çocuğun adımları otomatikleşinceye kadar işlem prosedürüne alışması gereklidir (Engelhardt, 1977).

2.7. Basamak Değeri

Basamak değeri, rakamın sayı içerisindeki değerini ifade eder. Örneğin; birler, onlar, yüzler. 352 sayısında 5'in basamak değeri ondur. Avrupa'da ve birçok batı ülkesinde tutarlı bir şekilde kullanılan basamak değeri sistemi Hindu-Arap yöntemi olarak tanımlanmaktadır. Bu sistem aşağıdaki ilkelere dayanır (Cotton, 2010, s.58):

- On rakamdan oluşur.(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
- Bir rakamın yerleştirildiği sütun sayının değerini belirler.
- Soldaki bir basamak hemen sağında yer alan basamağın 10 katı değerindedir.
- Sıfır yer tutucu olarak kullanılır.

Rakamın konumuna bağlı olarak farklı bir değer taşımamasını sağlamak için sayı sistemimizde kullanılır, yani yer değeri taşır. Çocukların basamak değeri anlayışının temelinde yer tutucu olarak 0 (sıfır) kullanılır. 206 sayısında “0” onlar basamağını tutuyor ve onların olmadığını gösteriyor. 2 yüzlük, 6 birlik (Cooke, 2007, s.22). Çocuk 206 sayısını 26 olarak okursa bazı kavram yanılgılarına sahiptir. Çocuk daha sonra bu anlayışı sayının okunması ve yazılması için uygular. Çocuk 206 sayısını, 20 ve 6 olarak okuduğundan 26 olur. Burada çocuğun basamak değeri konusunda çok sınırlı bir anlayışa sahip olduğu açıktır. Sayıları doğru bir şekilde okumak ve yazabilmek için çocuk her bir hanenin konumunun büyük önem taşıdığını ve bir sütunun boş olduğunu göstermek için sıfırın yer tutucu olarak kullanıldığını bilmelidir. Çocuklarda bu kavram yanılgısının oluşmaması için öğretmenlerin yapmaları gereken bazı şeyler vardır. Çocuk bir rakamın konumunun önemine anlamalı ve çok basamaklı bir sayıda her bir rakamın ne ifade ettiğini belirtmelidir. Bu sayının yüzler, onlar ve birler basamaklarına bölünmesiyle takviye edilmelidir. Basamak değeri kartları sayıları bölümlerken yararlı bir kaynaktır. Çocuklar bu kartları kullanarak büyük sayıları kolaylıkla bölümlere ayırabilir, tek tek basamakların değerini belirleyebilir ve sıfırın yer tutucu olarak nasıl kullanıldığını görürler (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.126).

Örneğin; 325 sayısı,



Basamak kavramının esası gruplamaya dayalıdır. Kullanmakta olduğumuz sistem 10’ar 10’ar gruplamayı esas aldığından onluk sistem adını almaktadır. Sayının bulunduğu basamaktaki değerine basamak değeri, bulunduğu basamak göz önüne alınmadan taşıdığı değere sayı değeri denir. Onluk sayı sistemi 10’arlı gruplamayı içerir. Bu

nedenden dolayı, sayıların basamak değeri ele alınmadan yeteri kadar gruplama etkinlikleri yapılmalıdır. Basamak değeri kavramının öğrenilmesi gruplama ve çözümlene becerine dayanmaktadır. Birçok çocuk sıfırın hiçlik gösterdiğini düşünerek, sıfır bir basamağı gösterdiğinde sıfırın bir anlamı olmadığını düşünmektedir (Cockburn ve Litter, 2008; Olkun ve Toluk Uçar, 2012).

İki basamaklı sayıların kavratılması, onluk sistemin tanınması ve basamak kavramına dayalı yazılı toplama ikinci ve üçüncü sınıfta yer verilmektedir. Sonraki yıllarda da işlemler aynı teknik ve beceri ile yapılır, değişen sadece basamak sayılarıdır. Sayıların tamamının öğrenilmesi, sistemi tanımaya, yani basamakları kavramaya bağlıdır (Altun, 2014, s.165). Basamak değeri kavramı sayılar hakkında karşılaştıkları en önemli zorluklardandır. Çocuklar için 11 sayısındaki sağdaki bir “bir” diye okunurken, soldaki birin “on” diye okunması ilk başlarda zorluk olmaktadır. Basamak değeri kavramının iyi bir şekilde anlaşılması daha sonraki matematiksel kavramların özellikle de aritmetik işlemlerin öğrenilmesini zorlaştırmaktadır. Öğrenci “10” un onluk sistemde özel bir birim olduğunu, 10’un hem bir birim hem de 10 tane birden oluştuğunu anlamalıdır (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s. 83). Sayı sisteminin yapısının öğretiminde doğal araç kullanımı önemlidir. Basamak kavramının, çok basamaklı sayıların, sayı sisteminin ve dört işlemin öğretiminde sıkça kullanılan araçlar sayma çubukları, fasulyeler ve sayı blokları şeklinde düşünülebilir (Altun, 2014, s.163).

Çocuğun etkin ve etkili hesaplama stratejileri gerçekleştirmesinde basamak değeri kavramının anlaşılması büyük önem taşımaktadır. Çocuklar basamak değeri kavramı hakkında kolay bir şekilde kavram yanılgısı geliştirirler. Birçok kavram yanılgısı sayılarla ilgili basamak değerinin yanlış anlaşılmasından kaynaklanır (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.126). Çocukların alt alta işlem yapısını kullanarak yaptıkları yaygın hataların bazıları (Haylock ve Cockburn, 2014, s.186):

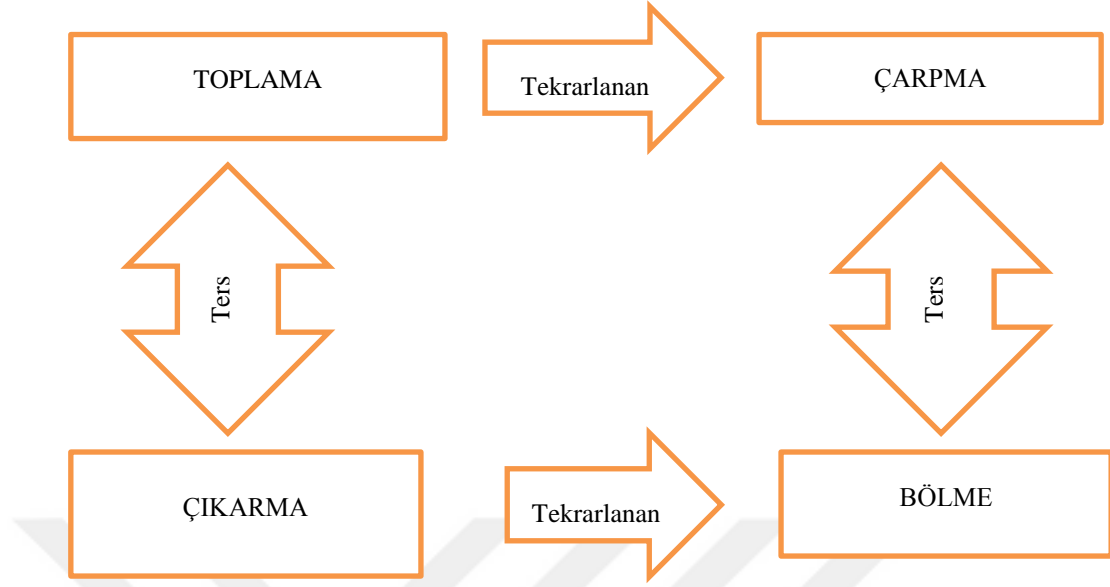
(a) ve (b) örneklerinde çocuk her bir durumda sadece iki sayıdaki 3 basamağı birbirine eklemiştir. Örnek (c)’ de çocuk birlikleri aynı sütuna yazmayı başaramamakla ilgili hata yapmıştır. Örnek (d)’de çocuk 13’ü elde etmek için 6 ve 7’yi toplamış, bunu bir kenara yazmış, sonrasında elde taşımayı unutarak 5’i elde etmek için 2 ve 3’ü toplamıştır. Örnek (e)’de başka bir çocuk elde prensibini uygulamaya çalışmış, fakat 13’ün yanlış parçasını taşımıştır. Örnek (f)’de çocuk sağdan sola yerine soldan sağa işlem yapmış ve

sonuç olarak elde prosedürünü yanlış uygulamıştır. Örnek (g) en yağın olarak yapılan; rakam olarak küçük basamağı büyük olandan çıkarmak. Çocukların çıkarmadaki ayrışma işlemini karıştırmakta birçok orijinal yolu vardır. Örnek (h) çocuğun bir onluğu 10 birlik değiş tokuş ile düşüncesini gereksiz yere kullandığı ve 12'yi birlerin altına yazarak cevabını tamamlamış olduğu bir durumdur. (i), (j), (k) ve (l) örneklerinde görüldüğü gibi çıkarma sorularında sıfırların çok çeşitli hatalara yol açmak için çok büyük potansiyeli vardır. Örnek (i)'deki gibi bazen çocuklar sıfırı öylece göz ardı ederler. Başka zamanda örnek (j)'de görüldüğü 0'a 10 olarak düşünmektedirler. Bazen de çıkarma işleminde üstteki sayıda sıfır var ise değişik bir prosedür uygulanması gerektiğini hatırlar ve örnek (k)'de gösterildiğı gibi bunu alttaki sayıya da uygulamaya çalışırlar. Son örnek (l)'de gösterildiğı gibi çocukların sıfırı çıkarmak zorunda oldukları zaman sonuç olarak sıfır yazmaları da az rastlanır bir durum değildir.

$\begin{array}{r} 14 \\ +3 \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ +3 \\ \hline 13 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ +3 \\ \hline 44 \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ +37 \\ \hline 513 \end{array}$	$\begin{array}{r} 26 \\ +37 \\ \hline 81 \end{array}$	$\begin{array}{r} 74 \\ +51 \\ \hline 17 \end{array}$
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)

$\begin{array}{r} 83 \\ -57 \\ \hline 34 \end{array}$	$\begin{array}{r} 75 \\ -23 \\ \hline 412 \end{array}$	$\begin{array}{r} 80 \\ -64 \\ \hline 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 \\ -63 \\ \hline 47 \end{array}$	$\begin{array}{r} 105 \\ -70 \\ \hline 44 \end{array}$	$\begin{array}{r} 74 \\ -20 \\ \hline 50 \end{array}$
(g)	(h)	(i)	(j)	(k)	(l)

Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları, birbiriyle ilişkili olan karmaşık soyut fikirlerdir. Kavramlar tanım gereğı soyut olduğundan tam olarak kelimelerle veya şemalarla da ifade edilemezler (Cooke, 2007, s.27).



Aritmetik işlemlerin tümü birbiri ile ilişkilidir. Birbirlerine benzer ve farklı yönleri vardır. Toplama ile çıkarma; çarpma ile bölme birbirlerinin tersi olup, biri ile yapılan bir işlem tersi olan işlemle geri alınabilir (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.126).

2.8. Hesaplama Yöntemleri

Bu dört kuralın yer aldığı çeşitli hesaplama yöntemleri, kullanılan farklı yöntemlerle kategorize edilebilir (Cooke, 2007, s.27):

1. Zihinsel yöntemler
2. Hesap makinesini kullanan yöntemler
3. Yazılı yöntemler

2.8.1. Zihinsel Yöntemler

Son zamanlarda okullarda zihinsel aritmetik üzerine çok fazla bir vurgu yapılmış ve çoğu yetişkin sayıların basit olduğu, hesap makinesinin olmadığı informal hesaplamalar için zihinsel yöntemler kullanılmaktadır. Sayı olgusunun hızlı hatırlanması ve hızlı zihinsel hesaplama anlamının ve yüksek matematiksel yeteneğin kanıtı olarak ele alınmaktadır. Aynı şekilde düşük hatırlama ve yavaş hesaplama düşük yeteneğin kanıtı olarak ele alınmıştır. Bir öğrenci için zihinsel strateji olabilen, başka bir öğrenciye yazılı destek gerektirebilir. Başlangıçta öğrencilerden hesaplamaları zihinden yapmalarını

istenmemelidir. Çünkü kendisi için strateji geliştirememiş veya modelleme aşamasında olan öğrenciler için korkutucu olabilir Zihinsel hesaplamanın birkaç önemli özelliği vardır (Cooke, 2007, s.28-29):

- Herhangi bir zihinsel hesaplama için çok çeşitli yöntemler olabilir. Bazıları belirli sayılarda diğerlerinden daha etkilidir. Bazıları hesaplamayı yapan kişi için daha etkilidir. Ayrıca hesaplama amacına göre ortaya çıktığı bağlamda saptanan doğruluk ihtiyacında farklılıklar vardır.
- Uygun bir yöntem hazırlamak için sayıları ve işlemleri anlamak (hissetmek) gerekir. Fakat zihinsel yöntemler paylaşılabılır. Her birey tarafından yeniden üretilmesi gerekmez.
- Zihinsel yöntemler yaygın olarak standart yazılı yöntemlerden farklı bir form alırlar.

2.8.2. Hesap Makinesini Kullanan Yöntemler

Basit hesaplamalar için hesap makinesini kullanmak mümkündür; ancak her zaman en etkili yöntem değildir. Örneğin; $22+23$ hesaplaması cevabı almak için altı tane tuşa basmayı gerektirir. ($22+23=$) Bu gibi bir toplamı zihinsel olarak yapmak genellikle bir hesap makinesinden daha hızlıdır. Bir hesap makinesine ne zaman ulaşılacağına ilişkin kararı kullanmak gerekir. Çoğu hesap makinesinde aritmetik veya cebirsel bir işletim sistemi bulunur. İşlemleri soldan sağa kodlamış oldukları sırayla gerçekleştiren hesaplamaların bir 'aritmetik' işletim sistemi bulunduğu söylenir. Çoğu temel hesap makinesi genellikle dört işlevli makineler olarak adlandırılır. Bunlar genellikle aritmetik mantığa sahiptir ve sayıların toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini gerçekleştirir (Cooke, 2007, s.30-33).

Hesap makineleri matematik öğreniminde yararlanılabilecek önemli bir araçtır. Hesap makineleri sayesinde öğrenciler daha gerçekçi matematik problemleri üzerinde çalışarak, uzun işlemlerden kazanacakları zamanı akıl yürütmede ve yaratıcı düşünmede değerlendirirler. Fakat hesap makineleri öğrencilerin bütün hesaplamalarda başvurdukları bir araç olmamalıdır. Öğrencilerin hesap makinesini yerinde kullanmayı öğrenmelerine önem verilmelidir (MEB, 2009, s.19). Hesap makineleri, sınıflarda tahmin etkinlikleri için uygun bir araç olarak kullanılabilir. Öğretmenler tarafından bir

işlemin sonucu öğrencilere tahmin ettirildikten sonra, tahminlerin doğruluğu hesap makinesi kullanılarak kontrol edilebilir (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.63).

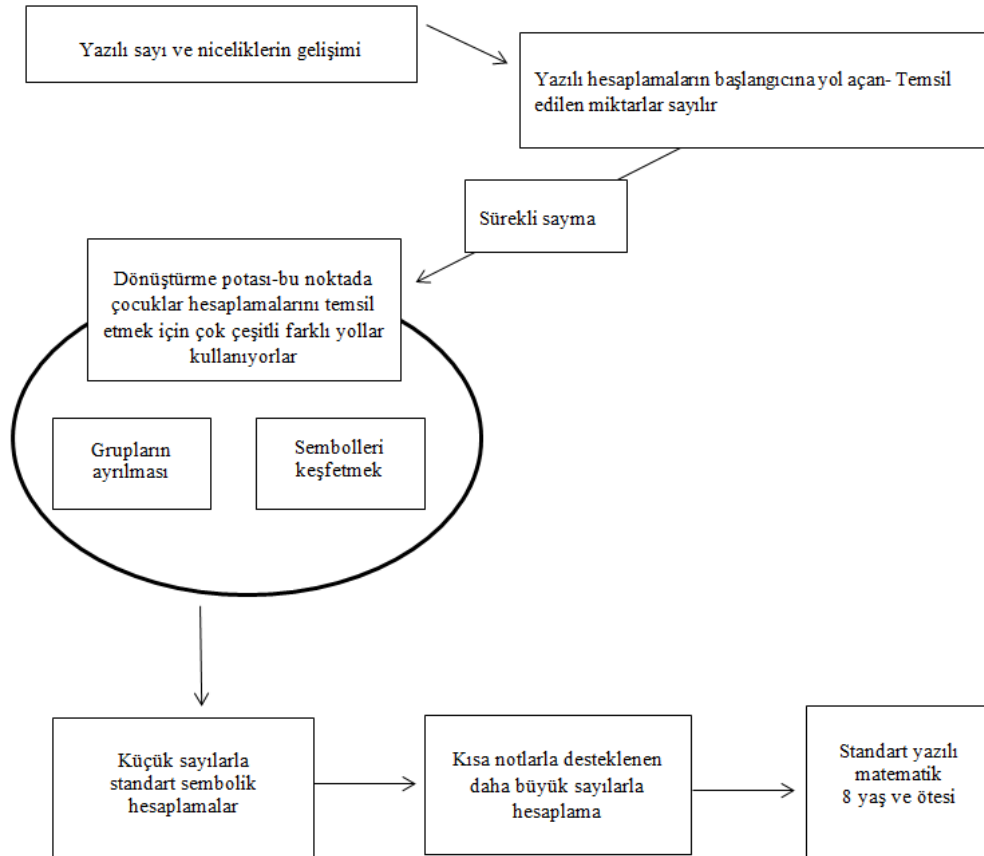
2.8.3. Yazılı Yöntemler

Yazılı hesaplama yöntemleri:

- Hesaplamalar tamamen zihinsel olarak yapılamayacak kadar karmaşıktır ve bir hesap makinesi mevcut değildir.
- Hesaplama işlemi başkasına iletilmesi gerektiğinde

Yazılı hesaplamalar ‘standart yazılmış yöntemler, standart yazılı algoritmalar veya geleneksel kalem ve kağıt yöntemleri’ olarak adlandırılır (Cooke, 2007, s.34).

Çocukların matematiksel grafikleri: hesaplamaların gelişimi



Şekil 2.2. Erken İşlemler: Çocukların Kendi Yazılı Yöntemlerinin Geliştirilmesi (Carruthers and Worthington, 2006)

2.9. Toplama İşlemi

Doğal sayılarla toplama işlemine başlamadan önce bu işlemin iki doğal sayıdan üçüncü bir doğal sayıyı elde etme işi olduğu üzerinde durulmalı, daha sonra bu işlemin tanımı, özellikleri ve işlem tekniğine geçilmelidir (Baykul, 2005, s.142). Toplama işlemi ile ilgili olarak öncelikle yapılacak çalışmalar, işlemleri seri olarak yapabilmek için temel toplamalar olarak bilinen $1+1$, $1+2$, $9+9$ işlemlerini iyi bilmek gerekir (Altun, 2014, s.178). Toplananları bir basamaklı olan doğal sayılarla yapılan toplama işlemlerine temel toplama işlemleri denir. Temel toplama işlemleri iki ve daha çok basamaklı doğal sayılarla toplama işlemlerine teşkil ettiği için bu ad verilmiştir. Toplama işlemi kavramı temel toplama işlemleriyle birlikte kazandırılmaya başlanır. Aşağıda temel toplama işlemlerine ait örnekler verilmiştir (Baykul, 2005, s.142):

$$3 + 2 = 5, \quad 2 + 4 = 6, \quad 0 + 2 = 2 \quad \begin{array}{r} 2 \\ +1 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ +5 \\ \hline 12 \end{array}$$

Bu toplamaları kolaylaştırmak ve temel toplamaları öğretmek için değişik çalışmalar yapılabilir. Bunları başlıcaları (Altun, 2014, s.178-179):

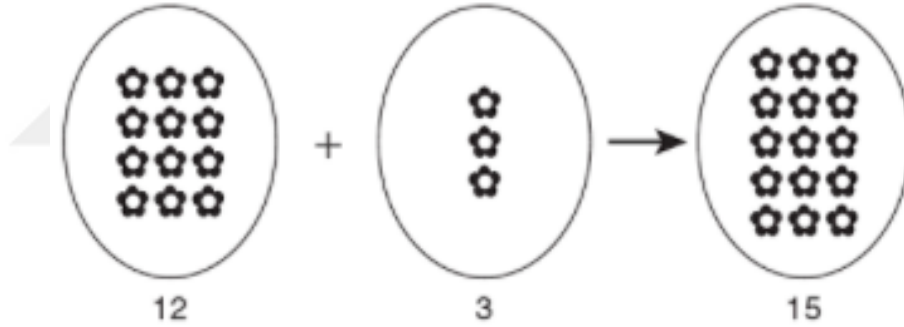
- Sayıları 10 ile ilişkilendirme ve bundan yararlanma,
- Sayıları 5 ile ilişkilendirme ve bundan yararlanma,
- Sayıları kendisi ile toplama ve bundan yararlanma,
- Ritmik sayma (5'er 5'er, 10'ar 10'ar gibi) çalışmalarıyla da işlem becerilerine temel oluşturacak olan saymalara yer verilmelidir. Bunların içinde en önemlisi bir sayı üzerine 10'ar 10'ar saymadır. Örneğin 13'ün üzerinden 23, 33, 43, 53...vb.

2.9.1. Toplama İşlemine Hazırlık Çalışmaları

Birçok konu alanındaki öğrenmelerde bir konunun öğrenimine başlandığında bununla ilgili ön-şart davranışlarının kazanılmış olması önemlidir. Toplama işleminin öğretimine başlamadan önce ilgili ön-şart öğrenmelerin öğrencilerde gerçekleşmiş olup olmadığı kontrol edilmeli, bunlardan eksik olanlar varsa tamamlama çalışmaları yapılmalıdır. Birinci sınıfa gelen çocukta toplama işleminin öğretimine hemen başlanılmaz. Toplama işlemine başlayabilmek için öğrencilerin (Baykul, 2005, s.149):

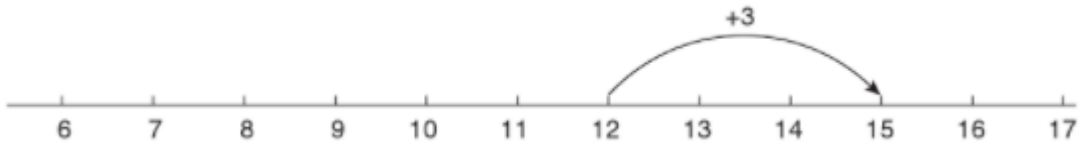
1. Sayı kavramını belli ölçülerde kazanmış olmalarına, en azından doğal sayılarla karşılaşmış olmalarına,
2. Çeşitli varlıklardan kümeler oluşturabilmelerine ve bunları birleştirebilmelerine,
3. 10'a kadar 1'er ve 2'şer ileriye doğru ritmik sayma becerisini kazanmış olmalarına,
4. Yazılı toplama için fiziksel olarak rakamları yazma olgunluğuna erişmiş olmalarına ve bununla ilgili yeteri kadar egzersiz yapılmış olmasına ihtiyaç vardır.
5. Azlık-çokluk, büyüklük-küçüklük ve diğer ilişkileri görebilmeleri sağlanmalı,

(Haylock ve Cockburn, 2014; s. 64) toplama işlemi için iki yapı tanımlar. Bu yapılarda ilki olan iki kümenin birleşiminde çocuk iki kümedeki elemanların bir araya gelmesini konu alan durumları gösterir. Ortak elemanı olmayan iki ayrı küme bir araya gelerek iki kümenin birleşimini oluşturur ve oluşan bu kümenin eleman sayısı belirlenir. $12 + 3$ işlemi



Şekil 2.3. Toplama İşlemi: İki Kümenin Birleşimi

İkinci yapı olan hesaba katarak üzerine sayma ve arttırma da ise öğrenci



Şekil 2.4. Toplama İşlemi: Hesaba Katarak Üzerine Sayma

Sayı doğrusu üzerinde gösterilen 12 sayısı başlangıç noktasıdır. 3 sayısı ise sayı doğrusu üzerinde üç birim ilerlendiğini ifade eder. Öğretmenler küçük çocukların toplama işleminin bu yapısını öğrenmesi için “on ikinin üç fazlası” ifadesini kullanarak toplama işlemi sayı doğrusuyla ilişkilendirmeyi faydalı bulurlar. Ancak bu işlemi yaparken çok sık olarak yapılan bir hata olan saymaya on ikiden başlanmasından kaçınmak

gerekmektedir. $12 + 2 = 14$ bulunması gibi. Çocuklar toplama fikrini “artırma”, “yükseltme”, “hesaba katma” ve “daha çok” ifadeleri ile ilişkilendirmeyi öğrenirler (Haylock ve Cockburn, 2014, s. 66). Matematiksel dil günlük hayat deneyimleri ile ilişkilendirilmelidir.

Uygulamalı etkinliklerle, uygun ve doğru kaynakların kullanımıyla, tartışma ve doğru matematiksel kelimelere vurgu yaparak çocukların bu kavramları daha net ve doğru bir şekilde anlaması sağlanabilir. Birçok öğretmen genel olarak tüm hesaplamalara atıfta bulunurken toplama terimini kullanmaktadır. Bu terim sadece toplama hesaplamalarında çalışırken kullanılmalıdır. Çıkarma, çarpma veya bölme sorularıyla uğraşırken “sayı cümlesi, denklem, hesaplama” değinilmelidir (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.126).

Küçük çocukların beş nesneden oluşan bir gruba dört nesneden oluşan bir grubun birleştirilmesi ile dördün bir grubu ve beşin bir grubunun birleştirilmesinin aynı anlamı taşıdığını görmesi, çocukların toplama işlemini anlama noktasında gelişim sürecindeki bir aşamayı gösterir. Bu çok büyük bir aşama gibi görünmeyebilir, ama çok önemlidir. Buna ek olarak sol eldeki dört parmağı ve sağ eldeki beş parmağı yukarı kaldırma ile sol eldeki beş parmağı ve sağ eldeki dört parmağı yukarı kaldırmayı kavrama arasında bir farklılık görünmemektedir. İki durum arasında dönüşüm olmasına rağmen denklik kolaylıkla gösterilmektedir (Haylock ve Cockburn, 2014, s.99).

2.10. Çıkarma İşlemi

Çıkarma işlemi, toplama işleminde, toplananlardan biri ve toplam bilindiğinde diğer toplananın bulunması işlemidir. Çıkarma işlemi, toplama işleminde verilmeyen toplananın bulunması yanında, bir kümenin elemanlarından bir kısmı alındığında kalanın bulunması ve iki kümenin çokluğunun karşılaştırılması anlamlarında da kullanılır (Baykul, 2005, s.173).

Bir basamaklı doğal sayılarla yapılan çıkarma işlemlerine temel çıkarma işlemleri adı verilir. Çıkarma işlemi kavramı çalışmaları temel çıkarma işlemleriyle birlikte yürütülür.

Aşağıdakiler birer temel çıkarma işlemidir.

$$3 - 2 = 1, \quad 6 - 3 = 3, \quad 9 - 7 = 2, \quad \frac{5}{-3} \quad \frac{8}{-4}$$

Temel çıkarma işlemlerinden sonra 20'ye kadar olan doğal sayılarla çıkarma işlemine geçilir. İlkokul ikinci sınıftan itibaren iki basamaklı doğal sayılarla çıkarma işlemleriyle devam edilir. İki ve daha çok basamaklı doğal sayılarla çıkarma işleminin öğretiminde sistematik bir sıra izlenmesi onluk bozma işlemi ve işlem tekniğinin kavranmasını kolaylaştırır.

2.10.1. Çıkarma İşlemine Hazırlık Çalışmaları

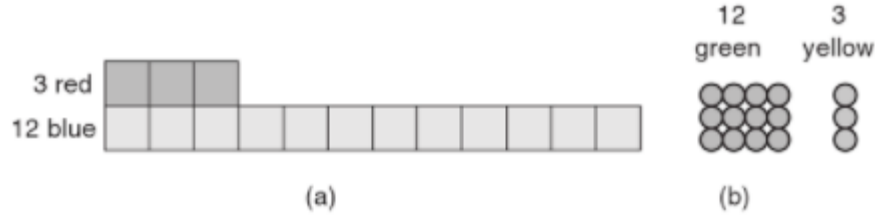
Toplama işleminde olduğu gibi çıkarma işleminde de öğrencilerin başlangıçta bazı davranışları kazanmış olmaları gerekir. Bu davranışlar çıkarma işlemine başlanılmadan önce kontrol edilmelidir, eksiklikler hazırlık çalışmalarıyla tamamlanmalıdır. Çıkarma işlemine başlayabilmek için öğrencilerin (Baykul, 2005, s.177).

1. Toplama işleminde olduğu gibi sayı kavramını belli bir düzeyde kazanmış olmalarına,
2. Çeşitli kümeler oluşturabilmeleri, bunları birleştirip ayrabilmelerine,
3. 10'dan geriye doğru birer sayabilmelerine,
4. Yazılı çıkarma işlemleri için rakamları yazma yönünden belli bir düzeyde fiziksel olgunluğa erişmiş olmalarına,
5. Temel toplama işlemlerini belli bir düzeyde kazanmış olmalarına ihtiyaç vardır.

Bu özellikler dikkate alınarak çıkarma işlemine başlamadan önce, azlık-çokluk; birleşme grubunda ayırma, 10 içinde birer, beşer ve ikişer sayma; 1,2,3,4 ve 5 sayılarını kavrama ve temel toplama konuları üzerinde hatırlatıcı çalışmalara yer verilmelidir.

Çıkarma işleminde kullanılan "parçalara ayırma ve karşılaştırma" yapıları nesnel olarak modellendiğinde bu iki model arasındaki farkın bilinmesi gereklidir. Çıkarma işleminin ilk yapısı olan "parçalara ayırma" kullanılarak küplerle modelleme yapılırsa 12 küp ortaya koyulur ve 3 tanesi 12 küpün içerisinde ayrıılır. Çıkarma işleminin ikinci yapısı karşılaştırma kullanılarak küplerle modelleme yapılırsa, 12 küp ortaya konulur, 3 küp ise ayrı olarak ele alınır. Bu iki kümenin eleman sayıları

karşılaştırılır. Bu iki modelleme aynı çıkarma işleminin yapıldığını, ikisinin de $12 - 3$ işleminin cevabının arandığını gösterir (Haylock ve Cockburn, 2014, s.72).



Şekil 2.5. Çıkarma Karşılaştırma

Haylock ve Cockburn (2014) çıkarma işleminin beş önemli yapısından bahsetmektedir. Bu yapılar; parçalara ayırma ve eksiltme, karşılaştırma, bir kümenin tümleyeni, eksiltme ve eksilterek geriye sayma, toplama işleminin tersi. Çıkarma ile ilgili cümlelerde ise “eksildi, azaldı, çıktı, kayboldu, yenildi, gitti” gibi günlük dilde çıkarma gerektiren ifadeler yer almalıdır.

Çocukların çıkarma işlemini anlamasını sağlamak için; çocuğa yardım edilecek noktalar şu şekildedir (Haylock ve Cockburn, 2014, s.80):

- Daha önce yapılan analizler sonucunda oluşturulan parçalara ayırma, karşılaştırma, bir kümenin tümleyeni, eksilterek geriye sayma ve toplama işleminin tersi yapılarıyla çıkarma sembolü arasında ilişkiler ağı oluşturmak.
- Bu yapıları, bir grup nesne, bozuk para, fiyat, uzunluk, yaş gibi günlük hayatta kullandığımız durumlar gibi somut ve gerçek durumlar için kullanmak.
- Sayı doğrusu şeklini kullanarak, çeşitli çıkarma işlemleri yaptırmak.
- Yapılan tüm bu işlemleri “eksiltme” ve özellikle karşılaştırmaya vurgu yapan günlük hayat örnekleri ve çeşitli ifadelerle ilişkilendirmek.

$$6+4=10 \quad 10-8=3$$

$$10-6=5 \quad 20-6=15$$

$$2+8=10 \quad 20-3=18$$

Sıklıkla çocuklar ilgili çıkarma olayından önce on ve yirmiye kadar sayı bağlarını öğrenirler. Bu nedenle çıkarma işlemi ilk başta hızlı bir şekilde geri çağrılmadığı anlaşılır. Şayet çocuk bir süre sonra hala yanlış cevaplar veriyorsa, sebeplerden biri

toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiyi anlamamasından kaynaklanabilir. Çocuklar çıkarma işlemini yapabilmek için toplama durumlarını kullanabileceklerinin farkında olabilir (Hansen, 2014, s.45).

Çıkarma işlemi toplama işlemiyle yakından ilişkilidir. Bazı uzmanlar bu iki işlemin birlikte işlenmesi görüşündedir. Ancak matematiğin yapısı ve kavramların zihinde oluşması hakkındaki bilgilerimiz, toplama işlemiyle ilgili başlangıç kavramlarının kazanılmasından hemen sonra çıkarma işlemini kavramının kazanılmasını kolaylaştırmaktadır (Baykul, 2005, s.173). Toplama ve çıkarma işlemleri birbirlerinin tersi olan işlemlerdir. Birisi ile yapılan bir işlem diğeri ile geri alınabilmektedir (Burns, 2007; Cotton, 2010; Harris, 2000; Olkun ve Toluk Uçar, 2012).

2.11. Çarpma İşlemi

Birçok çocuk için; çarpma işlemi sadece okuldaki matematik derslerinde sayılarla yapılan işlemler gibi algılanır ve çarpma işleminin gerçek hayatla herhangi bir ilişkisi kurulamaz. Bir çarpma işlemi ifadesi, bir parça kağıda yapılan işaretler takımı ya da uygun cevabı hatırlamaya yönelik bir açıklama gibi görünmektedir (Haylock ve Cockburn, 2014, s.97).

Yazılı çarpma işlemine ikinci sınıfta başlanılmaktadır. Çarpma eleman sayıları aynı olan birden çok kümedeki eleman sayısını bulmadır. 4×2 (4 kere 2) her birinde 2 eleman bulunan 4 kümenin birleşimindeki eleman sayısıdır. Başka bir söyleyişle çarpma aynı sayının çok kereler toplamının alınması işleminin kısa yazılışdır. Öğretmenin öncelikle olarak bu düşünceyi geliştirmesi gerekir (Altun, 2014, s.210). Çocuklar öncelikle çarpmanın tekrarlanan toplamayla nasıl ilişkili olduğunu, bölünmeyi nasıl yorumlayacaklarını, çarpım ve bölünmenin birbiriyle nasıl ilişkili olduğunu öğrenmelidir (Burns, 2007, s.385).

Çarpmanın temel özellikleri değişme, birleşme, çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği, 0'ın yutan, 1'in birim eleman oluşudur (Altun, 2010, s.219). Sıfır ve bir kavramları çocuklar da sık sık kavramsal zorluklara neden olmaktadır (Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell 2010; Cockburn ve Litter, 2008; Engelhardt, 1977; Van de Walle, Karp ve Williams, 2014).

0 çarpma işleminin yutan elemanıdır. Bir sayının sıfırla çarpımı sıfırdır. Öğrencilerin bunu anlamaları pek kolay olmamaktadır. “0” ile çarpmayı kavratmak için “çarpmanın toplamaya dayalı tanımından yararlanılabilir. 3×2 ne demektir? 3 tane 2’nin toplanması $2+2+2=6$; o halde $3 \times 2=6$ ’dır. 3×0 ’ı ele aldığımızda $3 \times 0= 0+0+0=0$ ’dır. Bu yaklaşım etkilidir. Ayrıca, $3 \times 3=9$, $3 \times 2=6$, $3 \times 1=3$ olduğu gösterilerek 3’le çarpılan sayı küçüldükçe çarpım da küçülmektedir. 3×0 daha az etmelidir, yani $3 \times 0=0$ sonucuna ulaşmak gerekir (Altun, 2014, s.223).

2.11.1. Çarpma İşlemine Hazırlık Çalışmaları

Toplama ve çıkarma işlemlerinde olduğu gibi çarpma işleminde de işlem kavramıyla ilgili çalışmalara başlamadan önce, öğrencilerin bu işlem için gerekli bilgi ve beceriler yönünden hazır olmaları gerekir. Daha sonra çarpma işlemi kavramı ve diğerlerine geçilebilir. Çarpma işlemi için gerekli olan ön bilgi ve beceriler, kümeler, doğal sayılar ve toplama konularıyla ritmik saymalar üzerinedir. Bunlar maddeler halinde aşağıda özetlenmektedir (Baykul, 2005, s.211):

1. Katlama ile ilgili çalışmaya başlamadan önce, o katlama ile ilgili ileriye doğru ritmik sayma çalışmaları yaptırılmalıdır. Örneğin; 3 ile katlama çalışmalarının gerçekleştirilebilmesi için 3’le saymaya ihtiyaç vardır. 3’le katlama, dolayısıyla 3’le çarpma çalışmalarında başarılı olabilmek için çarpmaya başlamadan önce herhangi bir sayıdan başlayarak 30’a kadar 3’er ritmik sayma çalışmaları yeteri kadar yaptırılmalıdır.
2. Çarpanların ve elde edilen sayının (çarpım) öğrencilere anlamlı gelmesi gerekir. Bundan dolayı, çarpmadaki çarpılan ve çarpan olan sayılarla elde edilecek çarpımın o ana kadar işlenen doğal sayılar arasında olmasına dikkat edilmesi gerekir. Üç basamaklı doğal sayıların kavranması çalışmalarına başlanmamışsa öğrencilere $25 \times 8 = ?$ işlemi verilmemelidir.
3. Eleman sayıları eşit olan kümeler elde edilmesi, bunların birleştirilmesi ve elde edilen yeni kümenin eleman sayısının bulunması çalışmalarında öğrenciler yeterli olmalıdır.
4. Sayı doğrusu ve bu doğru üzerinde 2,3,5 sayıya eşit aralıklar alınması becerisi kazanılmış olmalıdır.

5. Toplama kavramı ve toplananları eşit olan sayıların toplanması bilgi ve becerileri yeteri kadar kazanılmış olmalıdır.
6. Toplamada elde kavramı yeterli düzeyde kazanılmış olmalıdır.

Çarpma işleminin ilişkilendirilmesi gereken kategorilerinden birisi: çarpma işaretinin grup anlamına gelmesidir. 9×3 sembolünü yorumlamanın en açık yollarından biri de üç şeyin dokuz gruba sahip olduğu durumları düşündürmektir. Bu durumlar tekrarlı toplama işlemi olarak adlandırılan yapıdır. Üçün dokuz grubu $3+3+3+3+3+3+3+3+3$ şeklinde de yazılabildiği için bu duruma tekrarlı toplama işlemi denir (Haylock ve Cockburn, 2014, s.98). Çarpma işlemi aynı büyüklüğe sahip grupların sayılmasını ve toplamda kaç eleman olduğunun belirlenmesini içerir. Çarpma ve bölme işlemleri birbiriyle ilişkilidir. Bölme işlemi, bilinen çarpan ile çarpım cinsinden eksik olan çarpanı isimlendirir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014, s.145).

Küçük çocuklar $3 \times 4 = 12$ gibi çarpma işlemi durumlarını yazmaya başlamadan önce, kendi çevrelerindeki durumları tanımlama noktasında ve kendi gözlemlerini uygun yorumlarla kayıt etme noktasında cesaretlendirilebilirler (Haylock ve Cockburn, 2014, s.101).

2.12. Bölme İşlemi

Yazılı bölme işlemine ikinci sınıfta başlanmaktadır. Bir basamaklı bir sayının bir basamaklı bir sayıya bölünmesinin öğretimi; (1) paylaşma, (2) gruplama amaçlarıyla yapılır ve basamak kavramına gerek olmadan yürütülür. Bölme fikrini kazandırabilmek için uygun problem durumlar seçmek ve paylaşma ya da gruplamayı nesne ve şekillerle yapmak gerekir Çarpma işlemi toplamanın, bölme işlemi ise çıkarmanın kısa şeklidir. Bölmede bir sayı içinde başka bir sayının kaç defa bulunduğunu aramaktayız. Aynı sonucu, küçük olan sayıyı diğerinden sürekli çıkartmak suretiyle de bulabiliriz. Bu çıkarmaları sayı doğrusu üzerinde de gösterebiliriz (Altun, 2010, s.228-229).

2.12.1. Bölme İşlemine Hazırlık Çalışmaları

Bölme işlemi gerek anlamının gerek işlem tekniğinin kavranması bakımından dört işlem içinde öğrencilere en zor görünenidir. Bölme işlemi hem çıkarma hem de çarpma işlemleriyle ilişkilidir Bu nedenle bölme işlemleriyle ilgili çalışmalara başlamadan önce

öğrencilerin aşağıdaki bilgi ve becerileri yönlerinden hazır olmaları gerekir (Baykul, 2005, s.244-245):

- Ritmik Saymalar: Bölme işlemi kavramı ve işlem tekniğiyle ilgili çalışmaların başlangıç kısımlarında geriye doğru saymadan yararlanır. Bu nedenle öğrencilerin en azından ikişer, üçer, dörder ve beşer geriye doğru ritmik saymalarda belli bir etkililiğe ulaşmaları öğrenmeyi kolaylaştırır.
- Katlamalar: Özellikle bölme işleminin tekniğinin kazandırılması çalışmalarında katlamalar en çok ihtiyaç duyulan beceriler arasındadır. Bu bakımdan işlem tekniği çalışmalarının başlangıcında öğrenciler 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 ile katlamalarda belli düzeye gelmelidirler. Bölme işleminde kullanılacak sayıların o zamana kadar öğretilmiş katlamalara uygun şekilde alınması gereklidir.
- Çıkarma ve Çarpma İşlemleri: Bölme işleminin tanımı çarpma işlemine dayanır. Bölme işlemi kavramıyla ilgili çalışmalarda da çıkarma işleminden yararlanır. Bu iki kavram yeterli düzeyde kazanılmadan bölme işlemi çalışmalarına başlanırsa, bölme işlemi kavramının kazanılması güçleşir, hatta imkansızlaşır.

İki farklı bölünme türü vardır. Birincisi, bir nesne topluluğunu belirli sayıda eşit parçaya bölerek paylaşma, ikinci tür ise nesnelerin koleksiyonunu bilinen boyuttaki gruplara bölme anlamındaki gruplamadır (Burns, 2007, s.245).

Gruplama Yaklaşımı: Gruplama işi ardışık çıkarma yani geriye doğru sayma işlemidir. “6 elma her birinde 2’şer tane olacak şekilde tabaklara konulduğunda kaç tabak kullanılır” örneğinde; cevap bulunurken 6 elma 2’şer 2’şer gruplara ayrılır. Elde edilen grup sayısı (3) sorunun cevabını verir. 6 elmadan önce 2’sinin alınıp birinci tabağa konulduğu, sonra kalan elmalardan 2’sinin alınıp ikinci tabağa konulduğu, daha sonra kalan elmalardan 2’sinin alınıp üçüncü tabağa konulduğu, elmalar bitince de elma alma işleminin bitirildiği görülür. Bu işlem ardışık çıkarma işlemiyle aşağıdaki gibi gerçekleştirilebilir (Baykul, 2005, s.245):

$$\begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ -2 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{veya}$$

Paylaşma Yaklaşımı: “6 elma 3 tabağa paylaştırıldığında her birine kaç tane düşer?” örneğinde; cevabın bulunmasında elmalar tabaklara önce birer tane paylaşılır, geri

kalan elmalar yine birer tane paylaşılır. Paylaştırma işine elmalar bitinceye kadar devam edilir. En sonda her tabaktaki elmaların (eşit sayıda) sayısı sorunun cevabı olarak alınır. Bir tabaktaki elma sayısı (2), 6'nın 3'e bölümü 2'dir." denir (Baykul, 2005, s.246).

Çarpma ve bölme işlemleri anlamak karmaşık bir ilişkiler ağı kurmayı kapsar. Çocuk, semboller, dil-hem formal hem de informal- ve işlemle alakalı özellikle dikdörtgensel diziler, sayı doğrusunda ileri ve geri gitme durumlarını içeren resimler arasında bağlantı kurmak zorundadır. Dil ve semoller ise, çarpma ve bölme işlemlerinden doğan ve çeşitliliğe sahip somut durumlar, içerikler ve bu içeriklerin kombinasyonları ile ilişkilendirilmek zorundadır (Haylock ve Cockburn, 2014, s.114). Çarpma ve bölme işlemleri eşit grupları toplama (çarpmanın tekrarlı toplama, eşit grupları toplama veya çıkarmayı (ölçme, eşit paylaşma, eşit gruplara ayırma) becerileri üzerine kurulmuştur (Olkun ve Uçar Toluk, 2006, s.55).

2.13. İlgili Araştırmalar

2.13.1. Yurt İçi Araştırmalar

Yorulmaz ve Önal (2017) "İlkokul Öğrencilerinin Dört İşlemden Yaptıkları Hatalara İlişkin Sınıf Öğretmenlerinin Görüşlerinin İncelenmesi" isimli çalışmalarında sınıf öğretmenlerinin görüşlerine göre ilkokulda öğrencilerin dört işlemde yaptıkları hataları belirlemişlerdir. Araştırma nitel araştırma deseninde tasarlanmış olup, araştırmacılar tarafından hazırlanmış olan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Çalışma grubunu 48 sınıf öğretmeni oluşturmuştur. Öğrenciler toplama işleminde eldeyi ekleme, çıkarma işleminde onluk bozma, çarpma işleminde basamak kaydırma ve bölme işleminde bölüme sıfır atmada daha fazla hata yaptıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca sınıf öğretmenleri dört işlemde yapılan hataların yüksekten düşüğe doğru öğrenciden, öğretmenden, programdan, öğrencinin ailesi ve çevresinden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Öğretmenler dört işlem hatalarının giderilmesi için derslerin içeriği, öğretmen, öğrenci ve aile odaklı önerilerde bulunmuşlardır.

Kubanç (2012) "İlköğretim 1., 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Yaşadığı Zorluklar ve Çözüm Önerileri" isimli çalışmada, ilköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorlukları ortaya

çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmanın verilerinin toplanmasında, çözümlenmesinde ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Araştırma, 2010-2011 eğitim öğretim yılının bahar döneminde, Elazığ il merkezinde bulunan Mezre İlköğretim ve Mehmet ve İfakat Gülaçtı İlköğretim okullarında gerçekleştirilmiştir. Araştırma iki aşamadan oluşmaktadır. I. aşamaya 468, II. aşamaya 108 öğrenci katılmıştır. Araştırmanın verileri klinik görüşmeler, görüşmecî günlüğü ve öğrencilerin çalışma yapılarından elde edilmiş olup, verilerin analizinde ise verinin işlenmesi, verinin görsel hale getirilmesi ile sonuç çıkarma ve teyit etme bölümlerinden oluşan bir sınıflama kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda çocukların çıkartma işlemi gerektiren sorularda toplama işlemi gerektiren sorulara oranla daha çok zorluk yaşadıkları görülmüştür. Okulların başarı durumları ve öğrencilerin sınıf seviyeleri göz önüne alındığında zorluk yaşanan işlem türü yönünden anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Yine bu öğrencilerin çarpma işlemine göre bölme işleminde daha çok zorluk yaşadıkları saptanmıştır. Okulların başarı durumları göz önüne alındığında zorluk yaşanan işlem türü yönünden 2. sınıflarda anlamlı bir farklılık görülmezken, en başarılı okulda eğitim gören 3. sınıfların çarpma işleminde, en başarısız okulda eğitim gören 3. sınıfların ise bölme işleminde daha çok zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Özdeş (2013) “9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları” isimli çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanılgıları ile bu hata ve kavram yanılgılarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği araştırılmıştır. Araştırma 2011-2012 eğitim öğretim yılında İstanbul ili Şişli İlçesi’nde bulunan Anadolu liselerinde öğrenim gören 321 9. Sınıf öğrencisiyle doğal sayılar konusunun öğretiminden sonra gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak 26 maddeden oluşan Teşhis Testi kullanılmıştır. Teşhis Testi’nin Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı 0,90 bulunmuştur. Geçerlik içinse uzman görüşü alınmıştır. Acık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi’nden elde edilen verilerin çözümlenmesi için SPSS 16 paket programı kullanılmıştır. Araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemlerinden faydalanılmıştır. Öğrencilerin Teşhis Testi’ne verdikleri cevaplar ayrı ayrı incelenmiş ve öğrenci yanıtları, “doğru”, “yanlış”, “boş” ve “eksik” kategorilerinde değerlendirilerek, öğrenci yanıtlarının bu kategorilere göre yüzde ve frekans dağılımı belirlenmiştir. Ayrıca tespit edilen tüm hata ve kavram yanılgılarından örnekler, tarayıcı aracılığıyla bilgisayar ortamına aktarılmış ve bulgularda sunulmuştur.

Araştırma sonucunda öğrencilerin doğal sayılar, üslü ifadelerle ait özellikler, taban aritmetiği, asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı ve faktöriyel konularında pek çok hata ve kavram yanlışlarının olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca bu hata ve kavram yanlışlarının cinsiyete göre anlamlı bir fark göstermediği belirlenmiştir.

Küçük ve Demir (2009), ilköğretim 6-8. sınıflardaki matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları ve eksik algılamalarını belirledikleri çalışmalarında, ilköğretim 6-8. sınıflarda en az 10 yıllık matematik öğretmenlerinin önerileri alınmıştır. Öğretmenlik uygulaması derslerinin sınıflarda gözlemleri yapılarak, ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerine; öğretmenlerin vermiş oldukları öneriler doğrultusunda, konularla ilgili kavramları anlamaları, işlem bilgileri ve bunlarla ilgili mantıksal bir ilişki kurabilmelerine dönük bir ölçme yapılmış ve sonuçları yorumlamışlardır. Ülkemizdeki matematik öğretiminde, öğrencilerin çoğunun sadece dinleyen, sorgulamayan, tahtaya yazılanı defterine aynen yazan, kitaplardaki bilgileri tartışmayan; yani halen pasif alıcı konumda olduğu; dolayısıyla öğretmen merkezli bir öğretim olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Doğan (2002) “Doğal Sayılarla İlgili Dört İşlemde İlköğretim 1. Kademe Öğrencilerinin Yaptıkları Hata Türleri” isimli çalışmasında doğal sayılarla ilgili dört işlemde ilköğretim birinci kademe öğrencilerinin yaptıkları hata türlerini tespit etmiştir. Bu hata türlerine ulaşmak için, tarama modeli (literatür tarama, öğrenci defterlerinin incelenmesi, çalışma kağıtlarının incelenmesi, teşhis testleri) ve görüşme tekniği kullanılmıştır. Literatür taraması sonucu Türkiye’de sadece TED Ankara Koleji’nin ARGEM biriminin MATEP Projesi adı altında yapmış olduğu çalışma bulunmuş ve bu araştırmanın bir bölümüne ulaşılarak giriş bölümünün sonunda sunulmuştur. Araştırma gerçekleştirilirken; ilköğretim sınıf öğretmenlerinden 15, matematik öğretmenlerinden ise 5 öğretmenle bire-bir görüşülmüş, öğrencilerin ne tür hatalara daha fazla düştükleri ile ilgili bilgi toplanmıştır. Bu bilgiler ve Developing the Diagnostic Processes Necessary for Individualization of Instruction, Error Patherns in Computation A Semi, Programmed Approach Fourth Edition adlı çalışmalardan da yararlanılarak soru kağıtları oluşturulmuştur. Hazırlanan soru kağıtları her işlem için ayrı ayrı sınıf içerisinde birer ders saatinde, ilköğretim birinci kademe ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinden ortalama 90 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulanan soru kağıtlarında 80

toplama, 87 çıkarma, 76 çarpma ve 80 adet de bölme sorusu bulunmaktadır. Uygulama sonuçları okunarak soruların kaç öğrenciye uygulandığı, her soruyu kaç öğrencinin yaptığı, kaç öğrencinin soruya doğru cevap verdiği ve yine kaç öğrencinin yanlış cevap verdiği ile hata yüzdeleri tablolaştırılmıştır. Buradan elde edilen verilerle en çok hata yapılan 10 soru ve hata türleri tespit edilmiştir. Hata türleri açıklanarak bu hataların nasıl ortadan kaldırılabileceği üzerine öneriler geliştirilmiştir.

Varol ve Kubanç (2015), ilkokul ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşamış olduğu kavram yanılgıları ve yapmış olduğu hatalar nedenleriyle birlikte tespit edilmeye çalışılmıştır. Hataların tespit edilmesinde nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi tekniği kullanılırken, hataların nedenlerinin tespit edebilmek için öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu amaçla Elazığ il merkezinde yer alan bir ilkokulun ikinci ve üçüncü sınıflarının tamamına (265) bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemler sorulmuştur. Elde edilen veriler, ilk önce çocukların problemlere vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre sınıflandırılmış, daha sonra da sorulara verilen yanlış cevaplar, araştırmacı tarafından belirlenen dört hata türüne göre sınıflandırılarak betimsel analiz yapılmıştır. Hataların nedenleri, her bir hata ayrı başlıklar altında ele alınarak araştırılmıştır. Araştırma sonunda öğrencilerin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde genellikle problemde geçen anahtar sözcüklere göre işlem tercihlerini belirledikleri görülmüştür. İşlem sırasında toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde geçerli olan işleme sağdan başlama kuralını bölme işlemine de genelleyerek bölme işlemine sağdan başladıkları; yine toplama ve çıkarma işleminde olduğu gibi birlerle birler, onlarla onlar basamağı arasında işlem yapma kuralını bölme işlemine genellemeleri sık karşılaşılan sorunlar arasındadır.

Dede, Yalın ve Argün (2012), ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları ortaya koymaya çalışmışlardır. Araştırmanın örneklemini, 2001-2002 öğretim yılında Ankara'daki özel bir dershanenin Fen ve Anadolu Liseleri Giriş Sınavı Hazırlık Kursları'na giden ilköğretim 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri, alt maddeleriyle birlikte toplam 26 adet açık uçlu soru ve bu sorulara ilişkin 15 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Mülakatlar, her bir öğrenci için yaklaşık 20-25 dakika sürmüştür. Elde edilen verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin değişken kavramının

öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır: 1) Değişkenin farklı kullanımlarını bilememe, 2) Değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama, 3) Değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve yorumlayamama, 4) Matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış transferi, 5) Değişken kavramıyla ilgili işlem yapabilme yetersizliği.

Tatar ve Dikici (2008) “Matematik eğitiminde öğrenme güçlükleri” adlı araştırmalarında öğrenme güçlüğü ile ilgili literatür taraması yapmışlardır. Yapılan literatür taramasında, bu kavramı sosyolojik ve psikolojik faktörlerden ziyade bilişsel faktörler açısından ele alan yayınlar dikkate alınmıştır. Çalışmada ilgili literatür sırasıyla; “öğrenme güçlüğü kavramının eğitimdeki ve özellikle matematik eğitimindeki önemi nedir”, “matematikte hangi konularda ne tür güçlükler vardır” ve “bu güçlükleri gidermenin yolları nelerdir” gibi sorulara cevap arama çerçevesinde incelenmiştir. Yapılan incelemenin sonucunda öğrenme güçlüklerini gidermeye yönelik çalışmaların, güçlükleri belirleme türündeki çalışmalara nazaran yok denecek kadar az olduğu görülmüştür.

Yılmaz ve Yenilmez (2007) ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışlarının belirlemişlerdir. Araştırmanın örneklemini Uşak il merkezinde bulunan, ilköğretim okullarında öğrenim gören 7. ve 8. sınıf öğrencileri arasından rastlantısal olarak seçilen 1024 öğrenci oluşturmaktadır. Verilerin toplanması aşamasında Bell ve Baki tarafından hazırlanmış olan ‘Ondalık Kesirlerle İlgili Teşhis Testi’nden yararlanılmıştır. Araştırmanın verileri doğru-yanlış frekans tablosundan yararlanılarak ve her bir soru için yanlış oranı tespit edilerek çözümlenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, ilköğretim 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin ondalık sayılarla karşılaştırma konusunda, ondalık kısmı daha çok basamaklı olanın daha büyük olduğu; ondalık sayılarla çarpma konusunda, doğal sayılarda olduğu gibi çarpma işleminin sonucunun daima çarpanlardan büyük çıkması gerektiği gibi kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür.

Yenilmez ve Yaşa (2008), ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin “doğru, doğru parçası, ışın” konularındaki kavram yanlışlarını tespit etmiş ve bu yanlışların cinsiyet, matematik karne notu, geometri ilgi düzeyi, ayda okunan kitap sayısı, farklı kaynaklardan

yararlanma durumu ve Türkçe karne notu değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemişlerdir. Araştırmanın sonuçlarına göre; matematik karne notu, geometri ilgi düzeyi, farklı kaynaklardan yararlanma durumu ve Türkçe karne notunu grupları arasında kavram yanlışlarının oluşmasına ilişkin farklılıklar olduğu ortaya çıkarken; cinsiyet ve ayda okunan kitap sayısı durumları arasında kavram yanlışlarının oluşması ile ilgili olarak farklılık bulunmadığı belirlenmiştir. Ayrıca kaygı ölçeğine göre de; matematik kaygısı yüksek olan öğrencilerin kavram yanlışlarına daha sık düştükleri, kaygı düzeyi düşük olan öğrencilerin ise kavram yanlışlarına daha az düştükleri tespit edilmiştir.

Didiş, Erbaş ve Çetinkaya (2016) “Matematik Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yönelik Pedagojik Yaklaşımlarının Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Bağlamında İncelenmesi” adlı çalışmalarında modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci çalışmalarını inceleyerek öğrencilerin düşünme biçimlerindeki hatalarını tespit eden lise matematik öğretmeni adaylarının, öğrencilerin bu hatalarına yönelik ne tür pedagojik yaklaşımlar sergilediklerini araştırmaktır. Çalışmanın verileri araştırmaya katılan 7 matematik öğretmen adayıyla gerçekleştirilen bire bir görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik müdahalelerinin beş yaklaşım altında toplanabileceğini göstermiştir: Soru sorma (sorgulama), doğruyu açıklama, doğru yolu hissettirme, hatayı söyleme/gösterme ve müdahale etmeme. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik pedagojik yeterliliklerinin zayıflığına işaret etmektedir. Bu çerçevede, bu çalışma matematik eğitimcilerine öğretmen adaylarının matematik eğitimi derslerinde öğrenci düşünme şekillerini incelemesine ve öğrenci hatalarına cevap vermesine yönelik çalışmalara yer vermesini önermektedir.

Baştürk (2009) “Mutlak Değer Kavramı Örneğinde Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yaklaşımları” isimli çalışmalarında öğretmen adaylarının öğrenci hatası ile ilgili yaklaşımlarını tespit etmek ve bu yaklaşımları bazı öğrenme ve öğretme görüşleri (davranışçılık, yapısalcılık) ışığında değerlendirilmiştir. Araştırmanın örneklemini Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde okuyan 28 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak beşli Likert tipi, kapalı ve açık uçlu sorulardan oluşan bir anket kullanılmıştır. Açık uçlu sorularda öğretmen adaylarından, mutlak değer kavramıyla ilgili bazı öğrenci hatalarını

yorumlamaları istenmiştir. Toplanan veriler nicel ve nitel analiz yöntemleri kullanılarak, çözümlenmiş ve öğrenci hatasıyla ilgili görüşler ışığında yorumlanmıştır. Ortaya çıkan en belirgin sonuç, öğretmen adaylarının öğrenci hatasına yaklaşımlarının, klasik ve davranışçı öğrenme görüşlerinin öğrenci hatasına yaklaşımlarıyla örtüştüğüdür. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına karşı geliştirmiş oldukları stratejiler dikkate alınarak söylenecek olursa, öğretmen adaylarının öğrenme ve öğretme ile ilgili düşünceleri bir takım yanılsamalar taşımaktadır. Bunların başlıcaları, “tekrar tekrar anlatarak hatanın önleneyeğine inanma”, “hatanın nedeninin öğrencinin dersi çok iyi dinlememesi olduğuna inanma” ya da “öğretmenin sunumunun açık, anlaşılır ve göz alıcı olmasının öğrenme adına önemli ve hatayı engelleyici olduğuna inanma” şeklinde sıralanmıştır.

Dinç Artut ve Tarım (2006) “İlköğretim Öğrencilerinin Basamak Değer Kavramını Anlama Düzeyleri” isimli çalışmalarında ilköğretim birinci kademe öğrencilerinin basamak değer kavramını hangi düzeyde doğru bir şekilde öğrenebildikleri ve öğrenemeyenlerin ise ne tür hatalar yaptıkları belirlemeye çalışmışlardır. Bu amaçla ilköğretim 2. 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinden oluşan toplam 728 öğrenciye ulaşılmıştır. Veri toplamak için yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanılmıştır. Her bir öğrenciyle bire bir olarak görüşülmüştür. Elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin basamak değer kavramına ilişkin soruları doğru cevaplama yüzdelerinin her sınıf düzeyi için düşük olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin başarı düzeyleri arttıkça hata yapma oranları azalmakla birlikte yine de her başarı düzeyinde bu konuda güçlük yaşadığı gözlenmiştir. Cinsiyet açısından ise bu konuda yaşanan güçlüklerin benzer olduğu görülmüştür.

Sidekli, Gökbulut ve Sayar (2013) “Dört İşlem Becerileri Nasıl Geliştirilir” isimli çalışmalarında ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem konusunda yaşadıkları güçlükleri gidermeyi amaçlamışlardır. Araştırma 2011-2012 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Muğla İl Mili Eğitim Müdürlüğüne bağlı bir merkez ilköğretim okulunda yapılmıştır. Araştırmaya 4. sınıf dört öğrenci katılmıştır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırması olarak desenlenmiştir. Araştırmada çoktan seçmeli 20 maddeden oluşan başarı testi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin dört işlemde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları ortaya çıkarılmış ve çocukların modelleme yoluyla yapılan çalışma sonucunda bu hatalarının ve kavram yanılgılarının

en aza indirildiği görülmüştür. Yapılan çalışma sonucunda öğrencilerin son değerlendirmedeki başarılarının arttığı, yapılan çalışmanın öğrencilerin akademik başarısına olumlu yönde katkı sağladığı, yapılan son test sonucunda ön testteki durumlarına göre öğrencilerin işlem becerilerinin ve akademik başarılarının arttığı gözlenmiştir. Öğrencilerin dört işlem becerilerinin geliştirilmesinde modelleme yöntemi etkili olmuştur.

Altındağ Kumaş (2014) “Öğrenme Güçlüğü Olan Ve Olmayan Öğrencilerin Toplama Ve Çıkarma İşlemlerindeki Performansları” isimli araştırmalarında öğrenme güçlüğü olan, matematik güçlüğü yaşayan ve normal gelişim gösteren öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki işlem performansları karşılaştırılmıştır. Çalışma grubunu 30 öğrenme güçlüğü olan, 30 matematik güçlüğü yaşayan ve 30 normal gelişim gösteren toplam 90 öğrenci oluşturmuştur. Katılımcıların tümü 3. sınıfa devam eden öğrenciler arasından seçilmiştir. Araştırmada betimsel istatistik yöntemlerinden ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Uzman görüşleri alınarak araştırmacı tarafından geliştirilen 14 adet toplama ve çıkarma sorusu içeren değerlendirme aracı ile veri toplanmıştır. Elde edilen veriler tek yönlü varyans analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmada ayrıca, çalışmada yer alan öğrencilerin öğretmenlerine likert tipi bir anket uygulanarak, öğretmenlerin öğrencilerinin hatalarını ne düzeyde tanımlayabildikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Analizler sonucunda; yazılı ve sözel işlemlerde öğrenme güçlüğü olan ve matematik güçlüğü yaşayan öğrencilerin, normal gelişim gösteren akranlarına göre işlemleri daha yavaş çözdükleri, işlemlerde daha düşük puanlar aldıkları, daha az işlemi doğru olarak çözdükleri ve daha fazla hata yaptıkları bulunmuştur. Yazılı ve sözel işlemlerde öğrencilerin yaptıkları hata türlerinin karşılaştırılmasında ise, genel olarak öğrencilerin benzer hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin işlem performansları cinsiyet düzeyinde karşılaştığında ise kız ve erkek öğrencilerin işlem performansları arasında anlamlı farklılıklar bulunamamıştır. Öğretmenlerin görüşleri ile öğrencilerin yaptıkları hata türleri karşılaştırıldığında ise öğretmenlerin öğrenci hatalarını doğru bir şekilde tanımlayamadıkları görülmüştür.

Dede ve Peker (2004) tarafından matematik öğretmen adaylarının, ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik yapabilecekleri hata ve yanlış anlamaları tahmin edebilme becerileri ve bunların giderilmesine yönelik çözüm önerileri belirlenmeye çalışılmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin cebirsel

işlem ve ifadelere yönelik hata ve yanlış anlamalarının olduğu ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin yaptıkları hata ve yanlış anlamaları tahmin etmeye yönelik cevaplarının ise eşleme, görünmeyen cevap ve tahmin edememe şeklinde üç ana kategoride toplandığı belirlenmiştir.

Yaman, Toluk ve Olkun (2003) çalışmalarında ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin eşitlikleri nasıl algıladıklarını araştırmışlardır. Araştırmanın örneklem grubunu 2., 3., 4., 5. ve 6. Sınıfa giden her sınıf seviyesinden 2 tane olmak üzere toplam 10 öğrenci oluşturmuştur. Veriler sözel problemler, sembolik problemler ve doğru-yanlış eşitliklerinden oluşan 3 adet soru içeren yarı yapılandırılmış görüşmeler toplanmıştır. Araştırma sonunda, öğrencilerin eşitlik sembolü hakkındaki düşünceleri üç ana grupta toplanmıştır. Bunlar '*Sözel problemlerdeki 'eşit sayıda' ifadesi aynılık, denklik, eşitlik belirtir.*', '*Eşitlik kavramı yön belirtir.*' ve '*Eşitlik kavramı sonuç belirtir.*' şeklindedir. Araştırmanın sonunda, öğrencilere birinci sınıftan itibaren farklı sözel problem durumlarının sunulması ve onlardan bu problemleri sembolik ifade (denklem) şeklinde yazmalarının istenmesi, öğrencilerin eşitlik kavramını soldan sağa doğru bir eylem belirten işaret yerine bir ilişki sembolü olarak anlamalarını sağlayabileceği, bunun da öğrencilerin ileriki cebir dersleri için daha sağlam bir temelin oluşmasına yardım edeceği belirtilmiştir.

Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) "Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları" isimli çalışmalarında dört farklı okuldan bir grup öğrencinin (n = 217) basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler, yaptıkları ortak hatalar ve olası kavram yanılgıları incelenmiş ve bunlar belirlenen yanlış kurallamalar ve yanılgılar çerçevesinde kategorilere ayrılmıştır. Çalışmaya katılan toplam 217 öğrencinin testleri değerlendirilmeye alınmış ve toplam 2293 hata belirlenmiştir. Bu hatalar cebirsel yanlış kurallamalar (32 alt kategori) ve dört kategori (aritmetik yanılgılar (sürçme), eşitlik kavramı, yerine koyma ve tanımlanamayan) altında toplanmıştır. Çalışma sonuçlarına göre, düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin yanlışlarının, daha çok yanlış kurallamalar odaklı, orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin yanlışlarının ise daha çok aritmetik veya işlemsel olduğu gözlemlenmiştir.

Erbaş ve Ersoy (2002) “Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları” isimli çalışmalarında, farklı okullardan bir grup Türk öğrencinin eşitlik çözümlerindeki başarı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükler, yapılan hatalar ve kavram yanılgılarını belirlemeye çalışmışlardır. Öğrencilerin başarıları arasında okul tipi, sınıf düzeyi ve bir önceki yıl matematik notuna göre anlamlı farklar bulunurken, cinsiyete göre karşılaştırıldığında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Ayrıca, öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitlikleri/denklemi çözmek için kullandıkları yanlış kurallamalar belirlenmiştir. Buna göre, düşük başarı seviyesindeki öğrencilerde ve okullarda yapılan hatalar daha çok yanlış kurallamalar odaklı iken, orta ve yüksek başarı seviyesinde hataların daha çok aritmetiksel veya işlemsel olduğu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca ortalama başarı düzeyinin göreceli olarak daha yüksek olduğu okullarda öğrenci hataları daha iyi teşhis edilebilmiştir.

2.13.2. Yurt Dışı Araştırmalar

Roberts (1968) “The Failure Strategies Of Third Grade Arithmetic Pupils” isimli çalışmada öğrencilerin en yetersiz olduğu hesaplama becerilerini keşfetmekle kalmayıp, öğrencilerin başarısızlık stratejileri, yani doğru yanıtlara yol açmayan hesaplamalarını önleme konusunda genellemeler sunmayı amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini Brentwood, New York, Public Schools'daki 766 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. . Toplam grup, sınıf düzeyi skoruna göre dört çeyreğe bölünmüş ve her bir çeyrekte otuz beş ila kırk kağıt rastgele seçilmiş, yapılan değerlendirme sonucu 148 sayfa seçilmiştir. Sonuç olarak; 4 hata kategorisinden söz etmektedir; Yanlış işlem: Öğrenci soruyu çözmek için gerekli olanın dışındaki bir işlemi gerçekleştirerek yanıt vermeye çalışmaktadır. Açık hesaplama hatası: Öğrenci doğru işlemi uygular, ancak cevabı temel sayı gerçeklerini hatırlama hatasına dayanmaktadır. Eksik algoritma: Öğrenci doğru işlemi uygulamaya çalışır, ancak gerekli adımları (işlem süreci) gerçekleştirirken temel sayı gerçeklerinin dışında başka hatalar yapar. Rastgele yanıt: Yanıtlar verilen soruyla hiçbir ilişki göstermez.

Engelhardt (1977), “Analysis Of Children’ Computational Errors : A Qualitative Approach” isimli çalışması, Roberts'in hesaplama hatalarını sınıflandırmaya yönelik çabalarını çoğaltmak ve genişletmek için tasarlanmıştır. 198 üçüncü ve altıncı sınıf

öğrencilerine 84 madde aritmetik hesaplama testi uygulanmıştır. Yanlış cevaplara sahip olarak tanımlanan bu öğeler, muhtemel öğrenci yaklaşımlarını veya bu cevaplara yol açan yanlışları çıkarmak için analiz edilmiş, ortak özelliklerine göre hata türleri oluşturmak için gruplanmıştır. Çalışmanın sonucunda 8 hata türünü tanımlamıştır; temel gerçekler hatası, kusurlu algoritma, gruplama hataları, uygunsuz ters çevirme, yanlış işlem, eksik algoritma, benzerlik (özdeşlik, kimlik) hataları, 0 hataları.

Brown ve Burton (1978) “Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skills” isimli çalışmalarında öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki hatalarını belirlemek amacıyla kapsamlı bir araştırma yapmışlardır. Brown ve Burton 1325 ilkokul öğrencisine toplam 19500 soru yönelterek öğrenciler tarafından yapılan en sık yapılan hataları on beş kategoriye ayırmışlardır. Öğrenciler; toplamda sütunları birbirinden bağımsız düşünme, toplama işleminin özelliklerini çıkarma işleminde uygulama, sıfıra basamak değeri atfetmeme, toplama işleminde eldeleri işlem sonuna basamak olarak ekleme, toplama işleminde eldeleri aynı zamanda bir sonraki sütuna ve işlem sonuna basamak olarak ekleme, toplamın birler basamağını yok sayma, sayıları rakam olarak değerlendirme, çıkarılacak sayıyı soldan hizalama, en büyük basamaktan ödünç alma, sıfırdan ödünç alma gibi hatalar yapmışlardır.

Wallece (1984) “A Comparison of Computational Error Patterns for Grades 3, 5 and 8” isimli çalışmasında 3. 5. ve 8 sınıflarda öğrenim gören 140 öğrenci tam sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren hata örnekleri açısından test edilmiştir. Sonuçlar, hata örneklerinin her sınıf derecesinde devam ettiğini göstermiştir. En yaygın hatalar: Temel toplama ve çarpma olaylarına hakim olmama; basamak değeri ve numaralamayı anlamamak, çıkarma ve yeniden gruplama ile karışıklık olarak belirtilmiştir. Hata örneklerinin her sınıf seviyesinde görülmesinden dolayı, öğretmenlerin bilinçli yöntemlerle hataları tespit etmeye ve düzeltmeye hazır oldukları ve hataları önlemeye hazır oldukları sonucuna varmıştır.

Thompson ve Bramald (2002) “An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition” isimli çalışmalarında, sekiz farklı okulda öğrenim gören 2. 3. ve 4. sınıf öğrencisi (her sınıftan 48'er öğrenci) toplam 144 öğrenci ile yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin basamak değeri konusundaki hatalarını tespit etmişlerdir. Sonuçlara göre 2.

ve 3. sınıf öğrencileri basamak değeri kavramını çok az anlamakta ve bu kavramın bulunduğu işlemleri yapamamaktadırlar. Araştırmacılar başarılı olarak tanımladıkları 91 öğrenciye iki basamaklı iki sayının toplamını zihinden bulmalarını istemişlerdir. Basamak değeri bilgilerini değerlendirdikleri bu öğrencilerden, 4 öğrenci çok iyi, 14 öğrenci iyi, 28 öğrenci orta ve kalan 45 öğrenci ise zayıf olarak değerlendirilmiştir. Araştırmacıların çalışma grubundaki 144 öğrenciye yönelttikleri iki basamaklı iki sayının karşılaştırılması, toplanması ve çıkarılması gibi zihinden yapmalarını istedikleri soruları öğrencilerin çoğunluğu doğru yapmalarına rağmen, sadece 14 öğrenci basamak değerine dikkat ederek gerçek anlamda işlem yapmıştır. Bazı öğrenciler rakamın sayı değeri ile basamak değerini karıştırmışlardır.

Gilmore ve Papadatou-Pastou (2009) "Patterns Of Individual Differences In Conceptual Understanding And Arithmetical Skill: A Meta-Analysis" isimli çalışmalarında, çocukların, toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişki anlayışına yönelik önceki araştırmalarda, bu kavramın gelişme biçiminde bireysel farklılıkların olduğunu düşündürmesinden yola çıkarak, bu farklılıkların güvenilir olup olmadığını ve alternatif gelişme yollarını yansıtıp yansıtmadığını belirlemek için, ters işlemi belirlemeye yönelik ($2 + 5 = 7$, $7 - 5 = 2$; $13 - 4 = 9$, $9 + 4 = 13$, vb.) 18 yaşın altında 357 erkek ve 388 kız öğrencinin yer aldığı 14 çalışmayı meta-analiz yöntemiyle incelemişlerdir. Araştırma sonuçlarına göre; bazı öğrencilerin ters işlem ilkesini iyi bir şekilde anladığı ve iyi hesaplama becerilerine sahip olduğu, bazılarının ters işlemi anlamadığı ve zayıf bir hesaplama becerisine sahip olduğu, bazı öğrencilerin ise ters işlemi iyi bir şekilde anladıkları fakat zayıf hesaplama becerisine sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Marchini ve Papadopoulos (2011) "Are Useless Brackets Useful Tools For Teaching?" isimli çalışmalarında farklı kültürel ortamlarda (İtalya ve Yunanistan) 2009/2010 öğretim yılı boyunca 2. sınıfa devam eden 140 öğrenci, 3. sınıfa devam eden 152 toplam 292 öğrenciye anket uygulamışlardır. Parantez kullanımının çocukların eşitliği anlamada yararlı bir teknik olup olmadığını araştırmışlardır. Bir gruba " $7 + 2 = \square$ " ve " $1 + \square = 6 + 2$ " türünden geleneksel formatta sorulan sorular. Diğer gruba aynı işlemlerin parantez kullanılarak sorulan halleri " $(7 + 2 = \square)$ " ve " $(1 + \square = 6 + 2)$ " sorulmuştur. Sonuç olarak parantez kullanımının çocukların daha iyi performans göstermelerini sağladığı ve çocukların, eşitliğin simetri özelliğinin farkına daha çok vardıklarına ulaşmışlardır.

Ojose (2015) “Students’ Misconceptions in Mathematics: Analysis of Remedies and What Research Says” isimli çalışmasında her sınıf düzeyinde öğrencilerin matematikteki çeşitli kavramlarla ilgili kavram yanlışları olmasından dolayı; matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde bu konunun analiz edilmesini amaçlamıştır. Her alanda kavram yanlışlarının açıklanması, öğretmenin sorunu çözmek için atabileceği adımlar ve kavram yanlışlarıyla ilgili önceki araştırmalarda vurgulananlar sunulmuştur.



BÖLÜM III: YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizinde kullanılan tekniklerle ilgili açıklamalar yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Araştırmada, ilkokul 1. ve 2. sınıf ğrencilerinin matematik dersinde dört işlemlle ilgili yaptıkları hataları belirlemek ve yapılan bu hataların nedenlerini ortaya koyarak bu hatalara çözüm nerileri getirmek amaçlanmıştır. Bu amaca ulaşmak için araştırmacıya konu hakkında ayrıntılı bilgi veren nitel araştırma yöntem ve teknikleri kullanılmıştır.

Nitel araştırmalar psikolojik ölçümler ve sosyal olaylarla ilgili nicel araştırma yöntemlerine göre daha derinlemesine bilgi sağlar. Nitel araştırmalar, geleneksel araştırma yöntemleriyle ifade edilmesi zor olan sorulara cevap bulmak için gereklidir. Nitel araştırmalar davranışın nasıl ve neden ortaya çıktığı ile ilgilenir. Kişilerin deneyim yaşadığı Şeyleri nasıl yorumladıklarını tarif eder (Büyüköztürk, vd, 2012; Merriam, 2013, s.14). Nitel araştırma; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, alguların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir. Nitel araştırmalar olay ya da olgulara bütüncül (holistic) bir yaklaşım geliştirmeyi önemsemektedir (Creswell, 2016, s.45; Glesne, 2012, s.65; Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.45-60). Nitel araştırmacılar; doğrudan konuyla ilgili ortamlara giderler ve verilerini toplarlar. Çalışılan ortam, çalışma grubu veya dokümanla doğrudan ilişki içinde ve uzun zaman harcayarak süreci gerçekleştirirler (Büyüköztürk, vd, 2012, s.256; Creswell, 2016, s.45). Nitel araştırmacı, alanda uzun zaman harcayan, araştırma kapsamındaki kişilerle doğrudan görüşen ve gerektiği zaman çalıştığı kişilerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı bakış açısını ve deneyimleri, toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir (Creswell, 2016, s.243; Merriam, 2013, s.15; Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.45).

Nitel araştırmaların belirgin özelliklerinden biri, doğal ortamlarda meydana gelen olgu, olay ya da davranışlar üzerine yoğunlaşarak araştırmaların sürdürülmesidir. Davranışlar

ya da davranışların ortay çıktığı ortam araştırmacılar tarafından manipüle edilmez. Hem tümevarımsal hem de tümdengelimsel analiz edilir (Büyüköztürk, vd, 2012; Creswell, 2016, s. 65). Nitel araştırma öncelikle verileri kategoriler şeklinde düzenleme, kategoriler arasındaki ilişkileri belirleme ve yorumlama sürecidir (Creswell, 2016, s. 65; Hale ve Astolfi, 2007, s.201). Nitel araştırmanın temel özelliği, bireylerin gerçeği sosyal dünyalarıyla etkileşimleri içerisinde nasıl inşa ettiği üzerine yoğunlaşmasıdır (Merriam, 2013, s.22). Ekiz'e (2009) göre nitel araştırmalar araştırmacıların, üzerinde araştırma yapılan kişilerin yaşadıkları ortamları ya da üzerinde araştırma yapılan konu, olay ve olguların geçtiği yerlerin geniş bir biçimde betimlenmesini yapar. Böylece, elde edilen verilerin hangi ortamlarda ortaya çıktığı ve o ya da benzeri ortamlar için daha iyi anlam ifade edebileceği tespit edilmiş olur.

Araştırma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması üzerine temellendirilmiştir. Durum çalışmaları (case studies) bilimsel sorulara cevap aramada kullanılan ayırt edici bir yaklaşım olarak görülmektedir (Büyüköztürk, vd, 2012, s.249). Durum çalışması, araştırmacının gerçek yaşam, güncel sınırlı bir sistem (bir durum) ya da belli bir zaman içerisindeki çoklu sınırlandırılmış sistemler hakkında çoklu bilgi kaynakları (gözlem, görüşme, görsel-işitsel materyaller, dokümanlar ve raporlar) aracılığıyla derinlemesine bilginin toplandığı ve analiz edilen verilerin derinlemesine ve boylamsal olarak incelenmesini içeren nitel bir yaklaşımdır (Creswell, 2016, s. 97; Glesne, 2012; s.30). Durum çalışmaları; bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Büyüköztürk, vd. 2012, s.252).

Durum çalışmasında bir kişi, program, olay, süreç, kuruluş, sosyal grup veya olgu belirlenen süre çerçevesinde kendine özgü yöntemler kullanılarak incelenir (Hale ve Astolfi, 2007, s.205; Yin, 2009). Durum çalışması araştırmacının özel bir alandaki verileri derinlemesine incelemesine sağlar. Bir duruma ilişkin etkenler (ortam, bireyler, olaylar, süreçler, vb.) bütüncül bir yaklaşımla araştırılır ve ilgili olan durumu nasıl etkiledikleri ve nasıl etkilendikleri üzerine odaklanır (Merriam, 2013, s.46; Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.60). Öğrencilerin dört işlem hatalarının ve bu hataların nedenlerinin derinlemesine incelendiği bu araştırma, durum çalışmasına örnek teşkil etmektedir.

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırmaların birçoğunda örneklem amaçlı olarak belirlenir. Araştırmacılar daha derinlemesine bilgi edinmek istediklerinden çalışmalarının kapsamına uygun örnekleme seçmeleri gerekir. Amaç seçilen örneklemin daha geniş bir örnekleme temsil etmesinden ziyade, kasıtlı olarak seçilen örnekleme konu hakkında daha fazla bilgi toplanabilecek bireylerin olmasıdır. Nitel araştırmalarda örnekleme, çalışmaya en iyi katkı sağlayacak katılımcıların belirlenmesini gerektirir. Amaçlı örnekleme derinlikli çalışmalar için bilgi açısından zengin durumlar seçilmesini sağlar (Büyüköztürk, vd. 2012; Frankel & Wallen, 2006; Patton, 2002). Nitel araştırmalarda, en önemli amaçlardan biri araştırmaya dahil edilen bireylerin algılarının ve deneyimlerinin ortaya konulmasıdır. Araştırmaya dahil edilen bireyler önemli veri kaynakları olarak kabul edilir ve onların vereceği yanıtlar daha önceden oluşturulan sorularla sınırlandırılmaz. Bunun yerine açık ve esnek bir tutum izlenerek, araştırma sorusuna ilişkin ayrıntılı ve derinlemesine veri toplanmaya çalışılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.51).

Bu çalışmada genelleme kaygısı olmadığından dolayı, elde edilen bulguların genellendiği büyük kitle olan evren ve büyük kitleyi temsil etme yeterliliğine sahip olan örneklem alma yoluna gidilmemiş, bulguların kendi özneliği içinde değerlendirildiği çalışma grubu oluşturulmuştur. Araştırmanın çalışma grubunu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yoluyla seçilen 2015-2016 eğitim öğretim yılında İstanbul ilindeki düşük, orta ve yüksek sosyoekonomik düzeydeki okullarda öğrenim gören 162 birinci sınıf öğrencisi, 165 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 327 öğrenci araştırmanın birinci aşamasını ve bu öğrenci grupları içerisinde incelenen defterler sonrası hata türleri arasında en fazla hata yaptığı tespit edilen 60 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Seçilen 60 öğrenci araştırmanın ikinci aşamasını oluşturmaktadır. Çalışma grubunda bulunan öğrencilere yakın olabilecek, ayrıntılı ve detaylı bilgiler toplanabileceği, düşük, orta ve yüksek sosyoekonomik düzeydeki okulları temsil eden, okullar araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Araştırmada ölçütler önceden araştırmacı tarafından tespit edildiği ve bu ölçütlere göre çalışma grubu belirlendiği için bu örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Merriam'a (2013) göre, ölçüt örneklemede daha önceden belirlenmiş bazı ölçütlere göre örneklem seçilmektedir. Seçilen durumların ise bilgi verme açısından zengin olması önem taşımaktadır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak doküman incelemesi ve görüşme tekniği kullanılmıştır. Nitel araştırmanın özüne uygun olan bu araçlar aşağıda ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır.

3.3.1. Doküman İncelemesi

Doküman analizi; yazılı, görsel malzemelerin toplanıp incelenmesi olarak tanımlanabilir. Nicel ve nitel araştırmalarda kullanılabilir. Yazılı kaynaklar, kitaplar, dergiler, makaleler, romanlar, şiirler vb. görsel malzemeler ise resimler, slaytlar, filmler vb. olabilir. Araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar. Önemli olan araştırmacının neyi, neden, niçin, nasıl ve nerede araması gerektiğidir (Sönmez ve Alacapınar, 2011, s.83). Doğrudan gözlem ve görüşmenin olanaklı olmadığı durumlarda veya araştırmanın geçerliliğini arttırmak amacıyla, görüşme ve gözlem yöntemleri ile elde edilen verilere destek amacıyla kullanılabilen bir veri toplama yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.217). Mogalakwe'ye (2006) göre, sosyal bilimlerin çok disiplinliğe yönelmesiyle birlikte, öncelikle yalnızca tarih, antropoloji, kütüphanecilik gibi alanların tekelinde olduğu düşünülen ya da sosyal bilimlerin görüşme, katılımlı gözlem gibi geleneksel yöntemlerinin yanında destekleyici bir yöntem olarak görülen doküman analizi yönteminin öneminin de artmaya başladığını belirtmiştir. Dokümanlar, gözlem ya da görüşme gibi kısmen daha uzun süren veri toplama araçlarına gerek kalmadan bilgiye ulaşmayı sağlayan ve nitel araştırmalarda özellikle kullanılması gereken kaynaklardandır. Bailey'e (1982) göre dokümanların analizi dört aşamada gerçekleşmektedir. Bunlar (Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.227-231):

- Analize konu olan veriden örneklem seçme; doküman verisinin çok sayıda olduğu araştırmalarda, tüm verinin analiz edilmesi mümkün olmayabilir. Bu durumlarda araştırmacılar eldeki verilerin içerisinden belirli bir örneklem yöntemi kullanarak belirli bölümleri seçebilir.
- Kategorileri geliştirme; araştırmaya başlamadan önce, alandaki kuramlardan yola çıkarak ya da araştırmacının geliştirdiği kategoriler yoluyla işe başlanır. Amaçlar ve alt problemler dayalı olarak geliştirilen kategorilerin bağımsız olmasına dikkat

edilmelidir. Araştırmacının elinde kuramlardan yola çıkarak hazırlayabileceği kategoriler veya alt problemler yoksa, analizin ilerleyen aşamalarında araştırmacı tarafından ortaya çıkarılabilir.

- Analiz birimini saptama; araştırmanın amacına bağlı olarak, sözcük, tema, karakter, cümle veya paragraf, madde ve içerik gibi analiz birimleri söz konusudur. Bunlardan araştırma problemine uygun olarak belirlenen birimler seçilir.
- Sayısallaştırma; dokümanlardan elde edilen verinin mutlaka sayısallaştırılması veya nicelleştirilmesi gerekmeyebilir. Bulunan sonuçlar düz yazı şeklinde de rapor edilebilir. Eğer nicel şekilde sunulmak isteniyorsa, var veya yok, yüzde dağılımı ya da kapsanan alan şeklinde seçenekler seçilebilir. Var veya yok seçeneğinde, ilgili kategorinin dokümanda var olup olmamasına göre bir veya sıfır değeri verilmektedir. Yüzde dağılımında, kategori tekrarları yüzde anlamında sayılıp sunulmaktadır. Kapsanan alanda ise, bir kategorinin dokümanda kapsadığı alan bir ölçüt olarak kullanılabilir.

Araştırmada İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerini matematik dersinde dört işlemlerle ilgili yaptıkları hatalar, yapılan bu hataların nedenlerini belirlemek ve bu hatalara çözüm önerileri getirmek amaçlanmış veri toplama aracı olarak da doküman incelemesi kullanılmıştır. Program, öğretmen kılavuz kitapları, öğrenci ders kitaplarında, yardımcı çalışma kitaplarında yer alan bilgiler doğrultusunda dört işlem konusunda geçen kavramlar belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrenci hatalarının neye göre değerlendirileceği konusunda veri kaynağı oluşturulmuştur.

3.3.2. Görüşme

Araştırmada kullanılan diğer bir veri toplama tekniği de görüşmedir. Görüşme, sözlü iletişim yoluyla veri toplama tekniği olup, nitel araştırmalarda en çok kullanılan veri toplama araçlarından biridir. Görüşme, gözlemleyemediğimiz davranışlar, duygular veya kişilerin yaşadıkları dünyayı nasıl ifade ettiklerini öğrenmek için önemlidir (Merriam, 2013, s.86). Görüşme, görüşmeci ve katılımcının birlikte yer aldığı, araştırma yapılan alana yönelik hazırlanan sorulara odaklanarak birlikte yapılan bir konuşma sürecidir (DeMarries, 2004, s.55). Görüşme yapmak yakın bir araştırmacı – katılımcı

etkileşimi için bir fırsattır. Nitel araştırmalar mesafeleri azaltan bir deneyim olduğu için duygularla meşgul olmayı mümkün kılan birçok fırsat verir (Glesne, 2012, s.182).

Görüşme, en az iki kişi arasında sözlü olarak sürdürülen bir iletişim sürecidir. Görüşmeler; yapılandırılmış, yapılandırılmamış, yarı yapılandırılmış, etnografik ve odak grup görüşme olarak sınıflandırılabilir. Görüşme öncesi hazırlık aşamaları; genel ve özel amaçlı araştırma sorularına karar vermek, görüşme sorularını tasarlamak, soruları sıralamak, süreç ihtiyaçlarını düşünmek, giriş ve kapanışları hazırlamak, görüşülen kişilerin kayıtları için hazırlanmak, görüşme için pilot test yapmaktır. Görüşme, görüşmeyi hazırlama, konuyu tanımlama, bilgisinin olmasını sağlama, görüşmeyi yapma, görüşmeyi sonlandırma ve not tutma süreçlerinden oluşur (Büyüköztürk, vd, 2012, s.150).

Görüşme sürecinin daha etkili ve verimli hale getirilmesi için; görüşme sorularını sorarken akışa göre gerekli değişiklikleri yapma, soruları konuşma tarzında sunma, teşvik edici olma ve geri bildirimde bulunma, görüşme sürecini kontrol etme, yansız ve empatik olmaya dikkat edilmelidir. Araştırmacı veri toplama sürecinde belli aralıklarla toplanan verilere bir açıklama getirmeye çalışır, eksik veri varsa onlara yönelir, ya da verileri toplamaya devam eder (Glesne, 2012; Patton, 2002; Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Çalışmada yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşmelerin sınırlılıklarını ortadan kaldırmak için eğitim alanındaki araştırmalarda en sık tercih edilen yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler, araştırmacının incelemek istediği temel alanlara ait birtakım açık uçlu soruları içermektedir. Ekiz'e (2009) göre yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde, sorular araştırmacı tarafından önceden hazırlanır; ancak görüşme esnasında çalışma grubundaki kişilere kısmi esneklik sağlayarak, önceden hazırlanan soruların yeniden düzenlenmesine ve tartışılmasına izin verir. Yarı yapılandırılmış mülakatta soruların sırasını değiştirebilme ve soruları daha ayrıntılı olarak açıklayabilme olanakları vardır. Bu mülakat türünde mülakatçı iletişimi konu ile ilgisi olan bir soru ile başlatır. Araştırmacının asıl görevi tartışmada sorulan soruların dışına çıkıldığında mülakata katılan bireyleri gerektiğinde yönlendirip, tartışma konusu üzerinde odaklanmalarını sağlamaktır.

Öğrencilerin herhangi bir matematik konusuna ilişkin yaptıkları hatalar ve yaşadıkları kavram yanlışlarının belirlenmesinde yapılan öğrenci görüşmelerinin yeri büyüktür.

Çalışmada öğrencilerin dört işlem hatalarının nedenlerini öğrenci görüşlerine göre belirlemek için doküman incelemesi sonucu belirlenen farklı kategorilerde en fazla hata frekansına sahip 60 öğrenci ile görüşme yapılmış, öğrencilerin kendilerini güven içerisinde hissetmeleri sağlanmış ve görüşmeler ses kayıt cihazıyla kaydedilmiştir. 1. ve 2. sınıflara yönelik görüşme için hazırlanan; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren 25'er maddelik sorular matematik eğitimcileri, alan uzmanları ve sınıf öğretmenlerinden oluşan bir komisyona gösterilerek düzensizlikler ve çelişkiler belirlenmiş, soruların çocukların seviyesine uygun olup olmadığı tespit edilmiştir. Görüşmelerde, öğrencilerden verilen işlemleri yapması istenmiş; hatalı cevap verdiklerinde; sonucu nasıl buldukları, neden bu tür işlem yaptıkları ve oluşan hatanın tespitine yönelik işlem süreci ile ilgili sorular sorularak öğrencilerde hataya yol açan düşünme süreçleri anlaşılmasına çalışılmıştır.

3.4. Verilerin Toplama Süreci

Araştırma verileri İstanbul Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alındıktan sonra toplanmıştır. Araştırmacı tarafından uygulama yapılacak okullarda görevli okul yöneticileri ve öğretmenler çalışma ve süreç hakkında bilgilendirilmiştir.

Öğrencilerin matematik dersinde kullandıkları defterler matematik ders saati dışındaki derslerde araştırmacı tarafından sınıflardan toplanarak fotokopileri ve fotoğrafları çekilerek tekrar sınıflardaki öğrencilere dağıtılmıştır. Ayrıca ikinci defteri kullanmaya başlayan öğrencilerin önceki defterleri sınıf öğretmenleri tarafından istenerek verilerin toplanması sağlanmıştır.

Öğrencilerin ve ailelerin demografik özelliklerine ilişkin bilgiler, sınıf öğretmenleri ve veli bilgi formları aracılığıyla edinilmiş ve bu bilgiler öğrencilerden toplanan defterlere kaydedilmiştir.

Öğrencilerin matematik dersinde dört işlem ile yaptıkları hataları ve bu hataların nedenlerini derinlemesine belirlemek için en fazla hatayı gerçekleştiren öğrencilerle yapılan görüşmelerde okullarda bulunan uygun ve öğrencilerin kendilerini rahat hissedebileceği (toplantı odası, rehberlik odası ve öğretmenler odası) ortamlardan yararlanılmıştır.

Öğrencilerin söylediği her şeyi kaydedebilmek ve hiçbir ayrıntıyı kaçırmamak için not almak yerine ses kayıt cihazı kullanılmış ve öğrencilerin kendilerini rahat hissedebileceği bir ortamda görüşmeler yapılmıştır. Konuşmalarının idari amirlerince dinlenmesinden ve söyledikleri olumsuzlukların kendileri için bir sorun yaratmasından endişe eden öğretmenlere böyle bir durumun söz konusu olmayacağı, ses kaydının yalnızca araştırmacı tarafından dinlenerek çözümleme işleminin yapılacağı ifade edilmiştir. Aynı zaman da görüşmeler, araştırmacı tarafından tutulan notlarla desteklenmiştir. Hiçbir ayrıntı gözden kaçırılmamaya çalışılmıştır.

Öğrencilerle birer birer yüz yüze görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerde soru yaprakları, kalem hazır bulundurulmuş ve öğrencilerden yaptıkları işlemleri sesli olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bulgularda belirtilen kodlarda konunun kişiye özel olması ve gizlilik ilkesi nedeniyle görüşme yapılan kişiler için sembolik temsil kullanılmıştır: araştırmacı A, en yüksek hata frekansına sahip olan birinci sınıf öğrencileri; Ö1, Ö2, Ö3, ...Ö30; en yüksek hata frekansına sahip ikinci sınıf öğrencileri Ö31, Ö32, Ö33, ...Ö60 şeklinde kodlanmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Nitel araştırmada veri analizi, analiz için verilerin hazırlanmasını ve organizasyonunu, sonra verileri kodlamayı ve kodların bir araya getirilmesiyle kategorilere indirgemeyi ve son olarak verileri şekiller, tablolar veya tartışma halinde sunmayı içerir (Creswell, 2016, s. 180). Verilerin düzenlenmesinde en temel yaklaşım verileri okurken, belirgin kelimeleri, cümleleri veya olayları aramak ve ortaya çıkan şablon ya da konular için kodlar oluşturmaktır. Oluşturulan kodlar verileri düzenlerken kategoriler olarak kullanılır. Veriler kodlandıktan ve özetlendikten sonra araştırmacı kategoriler arasındaki ilişkileri belirler ve buna bağlı olarak da genellemelere gidilebilir (Büyüköztürk, vd. 2012; Frankel ve Wallen, 2006; McMillan, 2000).

Nitel verilerin analizi için betimsel ve içerik analizi olmak üzere iki genel yöntem önerilebilir. Betimsel analiz, derinlemesine analiz gerektirmeyen verilerin işlenmesinde kullanılırken, içerik analizi elde edilen verilerin daha yakından incelenerek, kavram ve temalara ulaşılmasını gerektirir. Nitel araştırmalarda asıl amaç, araştırılan konu ile ilgili okuyucuya betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır. Bunun için de toplanan verilerin,

ayrıntılı ve derinlemesine incelenmesi ve araştırma grubu içerisindeki bireylerin görüş ve deneyimlerinin mümkün olduğu ölçüde doğrudan sunulması önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.54-97).

Nitel araştırmalarda güvenilirliği arttırmada en kullanışlı yöntem üye kontrolüdür. Araştırmacılar notlarını katılımcılara verirler ve katılımcılar da kayıtların yanlışsız ve eksiksiz olduğunu doğrular. Nitel araştırmalarda iç geçerlik araştırmacının belirlediği kategorilerin ve yorumların gerçekleşen doğrularla örtüşmesine ve gerçeği yansıtmasına bağlıdır. Nitel araştırmada araştırmacının yansız davranması ve önyargılarından kurtularak araştırmayı sürdürmesi gerekmektedir. Çalışılan konu üzerinde uzun ve yoğun çalışmalar ve detaylı şekilde tutulan notlar araştırmacının yanlış düşüncelerinin azalmasını sağlar. İç geçerlik elde edilen verilerin iki farklı kişi tarafından incelenerek karşılaştırılması ile artar (Büyüköztürk, vd. 2012; McMillan, 2000).

Nitel araştırmalar da dış geçerlik sonuçların genellenebilirliğine bağlıdır. Nitel araştırmalarda veriler, kategoriler, analizler ve aşamaların her biri ne kadar iyi tanımlanırsa, diğer araştırmacıların sonuçları anlaması ve benzer çalışmaları yapmaları o kadar kolay olur (McMillan, 2000, Büyüköztürk, vd. 2012, s.265-266).

Araştırmada öğrenci defterinden toplanan verilerin analizinde içerik analizi, öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde betimsel-yorumsal analiz kullanılmıştır.

İçerik analizi, belirli kurallara dayalı kodlamalarla bir metnin bazı sözcüklerinin daha küçük içerik kategorileri ile özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir teknik olarak tanımlanır (Büyüköztürk, vd. 2012, s.240). Verileri kodlama ve analiz etme, analitik bir adımdır. Kodlamayı, hiyerarşik olarak düzenlemek analiz sürecinin bir parçasıdır (Gibbs, 2007; Glesne, 2012). İçerik analizi, ele alınan problemlerin irdelenmesinde tek başına veya diğer yöntemlerle birlikte kullanılan esnek bir araştırma yöntemidir (White ve Marsh, 2006). Sistematik ve objektif bir inceleme yöntemi olarak içerik analizi, olayların tanımlanması ve sayısallaştırılmasıdır (Elo ve Kyngas, 2007). Zhang ve Wildemuth (2009) nitel içerik analizinin aşamalarını aşağıdaki şekilde belirtmektedir:

- Verileri hazırlama
- Analiz birimini belirleme

- Kategorileri ve kod şemalarını geliştirme
- Metnin örneği üzerinde kod şemalarını test etme
- Bütün metni kodlama
- Kodlama tutarlılığını değerlendirme
- Kodlanan verilerden sonuç çıkarma
- Yöntem ve bulguları raporlaştırma

İçerik analizi sonucunda elde edilen verilerin yorumlanmasında genellikle frekans ve yüzde kullanılır (Büyüköztürk, vd. 2012, s.243). Bu araştırmada içerik analizi yapılırken kodlayıcı güvenilirliğini sağlamak için ikinci bir araştırmacının da verileri kodlaması ve kodlamaları gözden geçirmesi sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda güvenilirlik genellikle veri setlerinde, birden fazla kodlayıcının cevaplarındaki kararlılık anlamına gelmektedir (Creswell, 2016, s. 253).

Miles ve Huberman'a (1994) göre, nitel araştırmalarda kodlamanın güvenilirliğini ve geçerliğini sağlamak oldukça önem taşımaktadır. Güvenirlik değerinin hesaplanmasında %70'in üzerinde değer çıktığında, analiz güvenilir kabul edilmektedir. Bu değer aşağıdaki şekilde her oluşturulan kategori için, kodlayıcıların uzlaşma sayılarının, uzlaşma ve uzlaşmama sayılarının toplamına bölünmesiyle bulunmaktadır.

$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}} \times 100$$

Belirlenen kategoriler çerçevesinde kod, kategori ve temalar oluşturularak analiz edilen veriler sayısallaştırılarak tablo haline getirilmiştir. Veriler ikinci araştırmacı tarafından tekrar kodlanmış ve kodlayıcı tutarlılık değeri 91.33 olarak tespit edilmiştir.

Araştırmada öğrenci ürünlerinden toplanan veriler geniş bir literatür taraması ve öğrenci ürünleri sonucunda oluşturulan "Dört İşlem Hata Formu" doğrultusunda değerlendirilmiştir. Kategoriler ve kodlar oluşturulurken yerli ve yabancı literatür, matematik eğitimi alanında uzman kişiler ve ilkökul birinci ve ikinci sınıf öğretmenlerinin görüşlerinden yararlanılmıştır. Hata yapan öğrenci sayısı ile hatanın kaç kez yapıldığı hesaplanmış ve yüzde değerleri bulunmuştur. Güvenirliği sağlamak için, öğrenci defterleri ve ses kayıtlarından rastgele seçilen örnekler farklı zamanlarda

analiz edilerek aynı sonuçlar elde edilmiştir. Yapılan analiz sonucunda yedi kategori oluşturulmuştur. Bu kategoriler;

- Basamak Değeri Hataları
- Elde Hataları
- Onluk Bozma Hataları
- Sembolik Hatalar
- İşlemsel Hatalar
- 0 Kavramı
- 1 Kavramı

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde elde edilen verilerin çözümlenmesinde ise betimsel-yorumsal analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz yaparken, araştırmacının kendi görüş ve yorumlarını dışarıda bırakması ve verileri okuyucuya yorumsuz olarak sunması gerekir. Elde edilen bulgular ayrıntılı bir biçimde belirtildikten sonra yorum açıklamalarını sunabilir. Yorumlar okuyucunun araştırma problemine ilişkin bulguları daha iyi anlamasına yardımcı olmalıdır. Betimsel analizde, görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.97). Betimsel-yorumsal analizde temel ilke elde edilen verilerin hepsinin sunulmasından ziyade, neyin incelendiğinin doğru olarak sunulmasıdır. Verilerin indirgenmesi ve belirli bir sraya konulması, verilerde seçme ve yorumlamayı gerektirir (Ekiz, 2009, s.76).

Öğrencilerle yapılan görüşmeler sırasında ses kayıt cihazına kaydedilen dosyaları bilgisayar ortamına aktarılmıştır Araştırmacı tarafından hiçbir değişiklik yapılmadan yazıya dökülen metinler, başka bir araştırmacı tarafından da kontrol edilmiş ve metinlerle ses dosyalarının birebir aynı olup olmadığı değerlendirilmiştir

Nitel araştırmalarda geçerlik farklı bir güçtür; çünkü alanda geçirilen sürenin fazla olması, detaylı yoğun bir betimleme, çalışmada araştırmacının katılımcılara yakınlığı ve araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle olabildiğince yansız gözlemesi ile birlikte çalışmanın değeri ve doğruluğu artmaktadır (Creswell, 2016, s. 250). Araştırma alanına olan yakınlık, yüz yüze görüşmeler yoluyla ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplama,

gözlemler yoluyla doğrudan ve olayın gerçekleştiği doğal ortam içerisinde bilgi toplama, uzun süreli bilgi toplama ve elde edilen bulguların teyit edilmesi için alana geri gidebilme ve ek bilgi toplama imkanının olması nitel araştırmalarda geçerliliği oluşturmayı sağlayan önemli özelliklerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.290).

Ayrıca elde edilen tüm veriler araştırma sonunda, çalışmaya aşina olmayan dış denetleyiciler tarafından gözden geçirilmiş ve nesnel bir değerlendirme oluşturulmaya çalışılmıştır.



BÖLÜM IV: BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde, verilerin analiziyle elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

4.1. İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarına İlişkin Bulgular

Araştırmanın ilk amacı, ilkokul 1. ve 2. Sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarını belirlemeye yöneliktir.

Tablo 4.1. İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarına İlişkin Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	f ₁	%	f ₂	%
Basamak Değeri				
Basamakları yanlış yere yerleştirme	32	19,75	11	6,67
Sütunların kendi içerisinde işlem yapma	0	0,00	24	14,55
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	13	8,02	8	4,85
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	14	8,64	5	3,03
Rakamları yan yana yazma	12	7,41	4	2,42
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	9	5,56	3	1,82
Elde Hataları				
Eldeyi eklemeyi unutma	0	0,00	31	18,79
Eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme	0	0,00	23	13,94
Eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme	0	0,00	14	8,48
Eldeyi fazla taşıma	0	0,00	9	5,45
Eldeyi ters taşıma	0	0,00	5	3,03
Eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama	0	0,00	3	1,82
Eldeyi ekleme yerine eksiltme	0	0,00	2	1,21
Eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma	0	0,00	2	1,21
Onluk Bozma				
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme	0	0,00	27	16,36
Gereksiz onluk bozma	0	0,00	19	11,52
Onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma	0	0,00	15	9,09
Bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme	0	0,00	12	7,27

Tablo 4.1'in devamı

Dört İşlem Hataları	f₁	%	f₂	%
Onluk bozamama ve sonucu 0,1 ve 9 olarak yazma	0	0,00	9	5,45
Onluk bozduğu sayıyı eksiltme yerine arttırma	0	0,00	8	4,85
Onluk bozduğu sayıyı işlem yapmadan aynen yazma	0	0,00	7	4,24
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme, onluğu basamak sonuna ekleme	0	0,00	5	3,03
Onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme	0	0,00	4	2,42
Bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma	0	0,00	3	1,82
Onluk bozduğu sayıya 10 ekleyerek işlem yapma	0	0,00	0	0,00
Sembol Hataları				
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	26	16,05	9	5,45
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	19	11,73	7	4,24
Çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	0	0,00	22	13,33
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	15	9,26	7	4,24
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	13	8,02	5	3,03
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	8	4,94	3	1,82
Bölme (÷) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	0	0,00	17	10,30
Sayı sembollerini yanlış yazma	14	8,64	6	3,64
İşlem çizgisini kullanmama	12	7,41	5	3,03
İşlem sembolü kullanmama	11	6,79	4	2,42
Artı (+) işaretini çarpma (x) işareti olarak algılama	0	0,00	5	3,03
Çarpma (x) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	0	0,00	8	4,85
Eksi (-) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	0	0,00	6	3,64
İşlemsel Hatalar				
Büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma	0	0,00	32	19,39
Sayma Hataları	21	12,96	11	6,67
Verilmeyen toplananı bulma	16	9,88	9	5,45
Sütunlar arası farklı işlemler yapma	0	0,00	8	4,85
İşlem yönünü karıştırma	0	0,00	6	3,64
Verilmeyen eksileni bulma	15	9,26	9	5,45
Verilmeyen çıkanı bulma	4	2,47	2	1,21
Toplananların yer değiştirmesi	6	3,70	0	0,00
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	5	3,09	2	1,21
İşlemi eksik bırakma	0	0,00	4	2,42
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	5	3,09	7	4,24
Toplamın birler basamağını yok sayma	0	0,00	3	1,82

Tablo 4.1'in devamı

Dört İşlem Hataları	f ₁	%	f ₂	%
Çarpanların yer değiştirmesi	0	0,00	4	2,42
Verilmeyen çarpanı bulma	0	0,00	10	6,06
Eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma	0	0,00	0	0,00
0 Kavramı				
0 rakamını 1 olarak algılama	12	7,41	26	15,76
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	24	14,81	7	4,24
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	19	11,73	11	6,67
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	13	8,02	3	1,82
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	5	3,09	12	7,27
9 rakamını 0 olarak algılama	2	1,23	4	2,42
1 Kavramı				
1 rakamını 0 olarak algılama	11	6,79	23	13,93
1 ile çarpmada sonucu 1 bulma	0	0,00	19	11,52
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	14	8,64	5	3,03
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	8	4,94	3	1,82
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	12	7,41	2	1,21
1 ile bölmede sonucu 1 bulma	0	0,00	13	7,88

Tablo 4.1 incelendiğinde ilkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları hatalara ilişkin kategori ve kodlar yer almaktadır. Tablo incelendiğinde birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan “basamakları yanlış yere yerleştirme” hata türünün birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. Bu hata türünü sırasıyla 26 öğrenci tarafından gerçekleştirilen “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama”, 24 öğrenci tarafından yapılan “0 ile toplamada sonucu 0 bulma” ve 21 öğrenci tarafından yapılan “sayma hataları” izlemektedir. Aynı tablo incelendiğinde çalışma grubundaki 32 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma” hatasının ikinci sınıf öğrencileri arasında en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. Bu hata türünü sırasıyla 31 öğrenci tarafından yapılan “eldeyi eklemeyi unutma”, 27 öğrenci tarafından yapılan “onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme” ve 26 öğrenci tarafından yapılan “0 rakamını 1 olarak algılama” hatalarının izlediği görülmektedir. Tablo 4.1. incelendiğinde 32 birinci sınıf, 11 ikinci sınıf öğrencisi toplamda ise 43 öğrenci tarafından yapılan “basamakları

yanlış yere yerleştirme” hata türünün ilkökul birinci sınıf ve ikinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata türü olduğu görülmektedir. Bu hata türünü sırasıyla 12 birinci sınıf öğrencisi, 26 ikinci sınıf öğrencisi toplamda 38 öğrenci tarafından yapılan “0 rakamını 1 olarak algılama”, 26 birinci sınıf öğrencisi, 9 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 35 öğrenci tarafından yapılan “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama”, 11 birinci sınıf öğrencisi, 23 ikinci sınıf öğrencisi toplamda 34 öğrenci tarafından yapılan “1 rakamını 0 olarak algılama” hatasının izlediği görülmektedir.

Tablo 4.1. incelendiğinde basamak değeri kategorisinde yer alan “basamakları yanlış yere yerleştirme” hatasının 32 birinci sınıf, 11 ikinci sınıf öğrencisi toplam 43 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan çocukların, bu hatada özellikle de çift basamaklı bir sayı ile tek basamaklı sayılar arasında işlem yaparken birler basamağında olması gereken sayıyı onlar basamağına yerleştirerek işlem yapmaktadır. Ayrıca dikey hesaplamalarda alt alta yazılması gereken işlemleri işlem çizgisinin farklı yerlerine rakamların basamak değerine dikkat etmeden yerleştirmektedirler.

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ - 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ + 2 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ - 2 \\ \hline 14 \end{array}$$

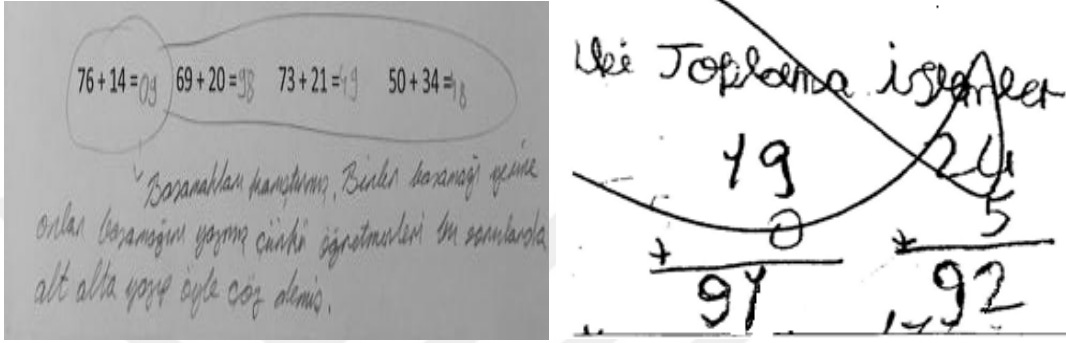
Basamak değeri kategorisi içerisinde yer alan “sütunların kendi içerisinde işlem yapma” hatasının ise eldeli toplama ve onluk bozmanın öğretildiği ikinci sınıf öğrencileri arasında 24 kişi tarafından yapıldığı görülmüştür. Gruplama hatası olarak da adlandırabileceğimiz bu hata türünde öğrenci işlemleri sütunlar içerisinde çözerken basamak değeri gözetmeksizin sonuca yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 17 \\ \hline 413 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \\ + 6 \\ \hline 414 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ - 17 \\ \hline 108 \end{array} \quad \begin{array}{r} 74 \\ - 8 \\ \hline 606 \end{array}$$

Basamak değeri hataları kategorisinde yer alan “işlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme” hata türünün ise 13 birinci sınıf, 8 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 21 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Çocuk basamaklar arası işlem yapmaktadır; ancak yanlış basamaklara sonucu yazmaktadır. Sonucun onlar ve birler basamağını karıştırmaktadır. Buna işlem sonucunu ters yazma olarak da belirtebiliriz.

Birler basamakları arasında yapılan işlemin sonucunu onlar basamağına, onlar basamakları arasında yapılan işlemin sonucunu birler basamağına yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 12 \\ +3 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ +16 \\ \hline 42 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ -4 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \\ -16 \\ \hline 32 \end{array}$$

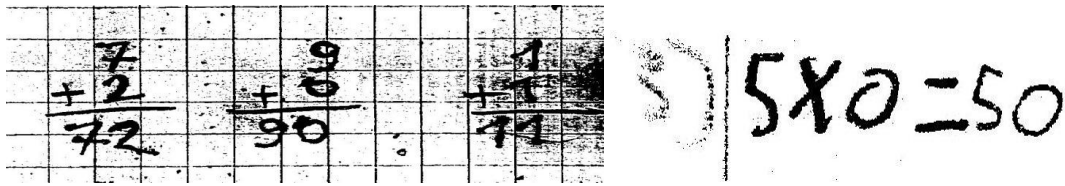


Basamak değeri hataları kategorisinde yer alan “çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma” hatasının ise 14 birinci sınıf ve 5 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci tarafından iki basamaklı bir sayıyla tek basamaklı bir sayı arasında toplama ve çıkarma işlemi yapılırken basamak değeri gözetmeksizin işlem her iki basamağa da uygulanmaktadır. Çocuk tek basamaklı sayıyı; hem birler basamağıyla hem de onlar basamağıyla ayrı ayrı toplayarak veya çıkararak basamak değerine dikkat etmeksizin sonuca yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 25 \\ +3 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 54 \\ +2 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 67 \\ -5 \\ \hline 62 \end{array} \quad \begin{array}{r} 58 \\ -4 \\ \hline 54 \end{array}$$

Basamak değeri hataları kategorisinde yer alan “rakamları yan yana yazma” kodunda yapılan hatanın 12 birinci sınıf, 4 ikinci sınıf olmak üzere toplamda 16 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Çocuklar sayılar arasındaki işleme dikkat etmeksizin sol üst köşede bulunan sayıdan başlayarak rakamları sırasıyla yan yana yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +5 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ \hline 8 \end{array} \quad 4 + 3 = 43 \quad \begin{array}{r} 17 \\ -4 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline 4 \end{array} \quad 16 - 9 = 169$$



Basamak değeri hataları kategorisinde yer alan “rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma” hatasının ise 9 birinci sınıf ve 3 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı Tablo 4.1’de görülmektedir. Çocuk sayıları basamak değerlerine dikkat etmeksizin rakam olarak değerlendirmekte ve rakamları kendi aralarında sayı değerlerine göre değerlendirerek işlemi gerçekleştirmektedir.

$$\begin{array}{r} 26 \\ +5 \\ \hline 13 \end{array} \quad 2+6+5=13 \quad \begin{array}{r} 17 \\ +6 \\ \hline 14 \end{array} \quad 1+7+6=14 \quad \begin{array}{r} 40 \\ -3 \\ \hline 1 \end{array} \quad 4-3-0=1$$



Elde hataları kategorisi altında yapılan hatalar incelendiğinde ise “eldeyi eklemeyi unutmama” hatasının 31 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata türü olduğu görülmektedir. Çocuk birler basamakları arasında işlem yaparken eldeyi taşıma işlemi gerçekleştirmemektedir. Birler basamakları arasında yapılan işlem sonucu birler basamağını işlem çizgisinin altına yazarak, eldeyi taşımadan onluklar arasında işleme devam etmektedir.

$$\begin{array}{r} 37 \\ +45 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ +8 \\ \hline 22 \end{array} \quad 19 + 26 = 35 \quad \begin{array}{r} 26 \\ 43 \\ +5 \\ \hline 64 \end{array} \quad 36 + 8 + 13 = 47$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 55 \\ +25 \\ \hline 70 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ +18 \\ \hline 20 \end{array}$$

Tablo 4.1.'de yer alan elde hataları kategorilerinde en yüksek yük değerine sahip hatalar sırasıyla incelendiğinde ikinci olarak en çok yapılan hatanın 23 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme” hatasının olduğu görülmektedir. Çocuk birler basamakları arasında yaptığı işlem sonucu elde ettiği onluğu bir sonraki basamağa eklemek yerine işlem sonuna basamak olarak eklemektedir.

$$\begin{array}{r} 14 \\ +7 \\ \hline 114 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ +15 \\ \hline 141 \end{array} \quad 43 + 9 = 142$$

Elde hataları kategorisinde yer alan diğer bir hata türü ise 14 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme” hatasıdır. Öğrenci burada birler basamakları arasında yapılan işlem sonucunda elde ettiği onluğu hem bir sonraki basamak olan onlar basamağına hem de işlem sonuna ayrı bir basamak olarak eklemektedir.

$$\begin{array}{r} 26 \\ +5 \\ \hline 131 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ +29 \\ \hline 193 \end{array} \quad 49 + 3 = 152$$

Elde hataları kategorisinde yer alan “eldeyi fazla taşıma” hata türünün ise 9 ikinci sınıf öğrencisi tarafından hata yapılmıştır. Öğrenciler tarafından yapılan bu hata türünde birler basamaklarının toplamı sonucu elde edilen onluklar değerinden fazla bir şekilde (2, 3, vb.) onlar basamağına aktarılmaktadır.

$$\begin{array}{r} 18 \\ +4 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ +8 \\ \hline 51 \end{array}$$

Elde hataları kategorisinde yer alan “eldeyi ters taşıma” hatasının 5 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci aşağıdaki örnekte görüldüğü gibi; $47 + 6 =$

toplama işlemini gerçekleştirirken, 7 ile 6' yı topluyor. Bulduğu 13 sayısını ise birler basamağına 1 sayısını yazarak ve onlar basamağına ise 3 sayısını ekleyerek işlemi sonlandırmaktadır.

$$\begin{array}{r} 47 \\ +6 \\ \hline 71 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 55 \\ +18 \\ \hline 91 \end{array}$$

Tablo 4.1. incelendiğinde elde hataları kategorisinde yer alan “eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama” hatasının 3 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler tarafından yapılan bu hata türü daha çok iki basamaklı bir sayı ile tek basamaklı bir sayının toplandığı durumlarda gözlemlenmektedir. Öğrenci birler basamağındaki sayıları kendi arasında topladıktan sonra; bir sonraki basamak olan onlar basamağına ekliyor ve tekrar birler basamağıyla toplamaktadır.

$$\begin{array}{r} 75 \\ +8 \\ \hline 163 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 67 \\ +4 \\ \hline 111 \end{array}$$

Elde hataları kategorisi içerisinde en düşük yük değerine sahip iki hatadan biri olan “eldeyi ekleme yerine eksiltme” hata türünün 2 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı gerçekleştiren öğrenciler birler basamaklarının toplamı sonucu elde edilen onluğu, yan basamağa taşıırken, yan basamağı arttırması gerekirken eksiltmektedir. Onluk bozma kuralını uygulamaktadır.

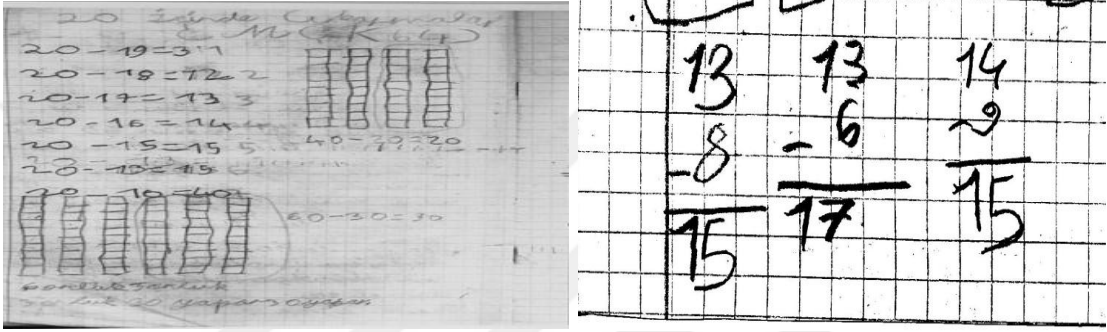
$$\begin{array}{r} 36 \\ +7 \\ \hline 23 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ +19 \\ \hline 44 \end{array}$$

Elde hataları kategorisi içerisinde en düşük yük değerine sahip bir diğer hata türü olan “eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma” hatasının 2 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci eldeyi kendi içerisinde toplayıp sonuca yazmaktadır. Aşağıdaki örnekte görüldüğü gibi öğrenci 5 ile 7' yi topluyor; elde ettiği 12 sayısının da sayı değerlerini kendi arasında toplayıp ($2 + 1 = 3$) sonuca yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 25 \\ +37 \\ \hline 53 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ +6 \\ \hline 5 \end{array} \qquad 58 + 6 = 55$$

Tablo 4.1. incelendiğinde onluk bozma hataları kategorisi içerisinde yer alan “onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme” hatasının 27 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata türü olduğu görülmektedir. Öğrenciler genellikle onluk bozma işlemini gerçekleştirmekte ve birler basamakları arasında doğru sonuca ulaşmalarına rağmen, onluk bozduğu sayıyı eksiltmeden işleme devam ettikleri görülmektedir.

$$\begin{array}{r} 42 \\ -27 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ -18 \\ \hline 18 \end{array} \quad 45 - 9 = 46$$



Onluk bozma kategorisi içerisinde en yüksek yük değerine sahip olan hata türleri sırasıyla incelendiğinde ikinci olarak yapılan en yüksek yük değerine sahip hata türünün 19 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “gereksiz onluk bozma” hatası olduğu görülmektedir. Öğrenci bu hatasında ihtiyaç olmadığı halde onluk bozmaktadır.

$$\begin{array}{r} 68 \\ -35 \\ \hline 23 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ -4 \\ \hline 2 \end{array} \quad 78 - 46 = 22 \quad 19 - 6 = 3$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ -21 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} 89 \\ -58 \\ \hline 21 \end{array}$$

Onluk bozma kategorisi içerisinde yer alan “onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma” hatasının 15 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler genellikle çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda büyük sayıyı herhangi bir işlem yapmadan olduğu gibi yazmaktadır. Bazı

işlemlerde onluk bozma öğrenciler tarafından gerçekleştirilirken, diğerlerinde onluk bozma işlemi yapılmamaktadır.

$$\begin{array}{r} 17 \\ -8 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ -27 \\ \hline 47 \end{array} \quad 35 - 6 = 26 \quad 53 - 35 = 15$$

Onluk bozma kategorisinde yer alan “bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme” hata türünün 12 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci onluk bozma sonucu aldığı onluğu işlem sonuna basamak olarak eklemektedir. Öğrenciler bu hata türünde hem onluk bozduğu sayıyı eksiltmekte, hem de işlem sonuna ayrı bir basamak olarak eklemektedirler.

$$\begin{array}{r} 32 \\ -13 \\ \hline 119 \end{array} \quad \begin{array}{r} 88 \\ -29 \\ \hline 159 \end{array} \quad 45 - 17 = 128 \quad 71 - 36 = 135$$

9 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “onluk bozamama ve sonucu 0,1 ve 9 olarak yazma” onluk bozma kategorisinde yer alan diğer bir hata türüdür. Öğrenciler onluk bozma gerektiren çıkarma işlemlerinde onluk bozamama sonucu, işlem sonucundaki ilgili basamağa 0, 1 ve 9 yazabilmektedirler.

$$\begin{array}{r} 86 \\ -29 \\ \hline 60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 62 \\ -44 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 71 \\ -35 \\ \hline 49 \end{array} \quad 60 - 17 = 50 \quad 41 - 24 = 21 \quad 13 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ -29 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 6 & 5 & \\ \hline & - & 3 & 8 \\ \hline & 3 & 9 & \\ \hline \end{array}$$

Tablo 4.1. incelendiğinde onluk bozma kategorisi içerisinde yer alan “onluk bozduğu sayıyı eksiltme yerine arttırma” hata türünün 8 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. bu hatayı yapan öğrenci onluk bozduğu sayıyı eksiltmesi gerekirken arttırarak toplama işlemindeki elde ekleme kuralını genelleyerek onluk bozduğu sayıyı arttırarak sonucu yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 54 \\ -28 \\ \hline 46 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ -4 \\ \hline 28 \end{array} \quad 42 - 23 = 39 \quad 65 - 37 = 48$$

Tablo 4.1. incelendiğinde onluk bozma kategorisi içerisinde yer alan “onluk bozduğu sayıyı eksiltmemeye, onluğu basamak sonuna ekleme” hata türünün 5 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci onluk bozduğu sayıyı eksiltmeden, işlem sonuna basamak olarak eklemektedir. Bu hata türünde öğrenci “bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme” hata türünden farklı olarak onlar basamağındaki onluk aldığı sayıyı eksiltmeden aldığı onluğu direk olarak işlem sonucuna ayrı bir basamak olarak eklemektedir.

$$\begin{array}{r} 46 \\ -28 \\ \hline 128 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ -37 \\ \hline 136 \end{array} \quad 52 - 18 = 144 \quad 97 - 59 = 148$$

Tablo 4.1. incelendiğinde onluk bozma kategorisi içerisinde yer alan “onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme” hata türünün 4 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu tür hatayı yapan öğrenciler onluk bozarken 1 onluk almak yerine, onluğu 2 veya daha fazla azaltmaktadır.

$$\begin{array}{r} 52 \\ -16 \\ \hline 26 \end{array} \quad \begin{array}{r} 83 \\ -35 \\ \hline 38 \end{array}$$

Onluk bozma hata türleri içerisinde yer alan “onluk bozduğu sayıyı işlem yapmadan aynen yazma” hata türünün 7 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler, onluk bozduğu sayıyı 1 eksilterek çıkan sayı ile herhangi bir işlem yapmadan sonuca yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 52 \\ -15 \\ \hline 47 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ -34 \\ \hline 76 \end{array} \quad 46 - 29 = 37 \quad 92 - 56 = 86$$

Onluk bozma kategorisinde yer alan “bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma” hata türünün 3 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci bu hatada aldığı onluğu birler basamağındaki sayıya eklemeyip, birler basamağını 10 olarak düşünmektedir.

$$\begin{array}{r} 71 \\ -38 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} 83 \\ -29 \\ \hline 51 \end{array} \quad 26 - 19 = 01 \quad 35 - 16 = 14$$

Onluk bozma kategorisinde yer alan “onluk bozduğu sayıya 10 ekleyerek işlem yapma” hata türünün hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı görülmektedir. Bu tür hatayı yapan öğrenciler onluk bozduğu sayıyı 10 ile toplayarak, çıkan sayıdan çıkartmaktadırlar.

$$\begin{array}{r} 20 \\ -13 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 53 \\ -38 \\ \hline 17 \end{array} \quad 40 - 38 = 6 \quad 61 - 19 = 47$$

Tablo 4.1. incelendiğinde sembol hataları kategorisinde yer alan “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama” hata türünün 26 birinci sınıf öğrencisi, 9 ikinci sınıf öğrencisi sınıf toplamda ise 35 öğrenci tarafından yapılan, sembol hataları kategorisi içerisinde en yüksek yük değerine sahip hata türü olduğu görülmektedir. Çocuklar çıkarma işlemini ifade eden (-) eksi işaretinin kullanıldığı işlemlerde, toplama işlemi yapmaktadır. Çocukların çoğu dört işlem öğretimine ilk olarak toplama işleminin öğretilmesinden başlanmasından dolayı böyle bir yanlış anlamının oluşması söylenebilir. İkinci sınıf öğrencilerinde ise daha çok hatada onluk bozma gerektiren çıkarma işlemlerinde toplama işleminin yapılması olarak karşımıza çıkmaktadır.

$$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ -7 \\ \hline 29 \end{array} \quad 5 - 2 = 7 \quad 13 - 5 = 18$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ -8 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ -14 \\ \hline 41 \end{array}$$

Tablo 4.1. incelendiğinde sembol hataları kategorisinde yer alan “artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama” hata türünün 19 birinci sınıf ve 7 ikinci sınıf öğrencisi toplamda 26 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Çocuk artı işaretinin kullanıldığı toplama işlemlerinde, artı (+) işaretini (-) işareti olarak algılayarak çıkarma işlemi yapmaktadır. Birinci sınıf öğrencilerinin bu hatayı yapma nedenlerinden birinin çıkarma işlemi öğretimine yeni geçmiş olabileceği söylenebilir. İkinci sınıf öğrencileri

tarafından yapılan bu hata türü, genellikle elde oluşturacak ve çocuğun eldeyi taşıması gereken işlemlerde karşımıza çıkmaktadır. Çocuk işlem yükünü hafifletmek adına daha kolay işlemi tercih etmiş olabilir.

$$\begin{array}{r} 8 \\ +3 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ +4 \\ \hline 13 \end{array} \quad 5 + 3 = 2 \quad 26 + 4 = 22$$

Sembol hataları kategorisinde yer alan “çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama” hata türünün 22 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Aynı zamanda bu hata türünün ikinci sınıf öğrencileri arasında, sembol hataları kategorisinde yer alan en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. Çocuk çarpma işlemini ifade eden çarpma işlemini ifade eden çarpma (x) işaretinin kullanıldığı işlemlerde toplama işlemi yapmaktadır. Çarpma işleminin tekrar eden toplama anlamı sonucu bu hata yapılmış olabilir. Öğretmenler ders esnasında çarpma işleminin tekrar eden toplama anlamını vurgulamış olması sonucu, öğrenciler bu hatayı yapmış olabilir.

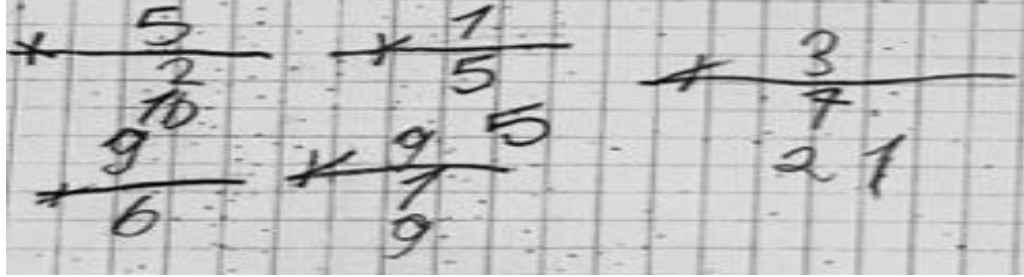
$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2 \\ \hline 10 \end{array} \quad 6 \times 3 = 9$$

Sembol hataları kategorisinde yer alan “eşit (=) işaretini yanlış algılama” hata kodunun 15 birinci sınıf ve 7 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler eşittir işaretini yatay işlemlerde kullandığı zaman zorluk yaşamaktadır. Dikey işlemlerde işlem çizgisinin altına işlem sonucunu yazan çocuk yatay işlemlerde eşit işaretini anlamlandıramamaktadır. Özellikle işlemde verilmeyen; toplanan, eksilen, çarpılan, bölünen olduğu durumlarda.

$$4 + \boxed{11} = 7 \quad \boxed{4} - 2 = 6 \quad 3 \times \boxed{18} = 6 \quad \boxed{3} \div 3 = 9$$

Tablo 4.1. incelendiğinde sembol hataları kategorisinde yer alan “işlem çizgisini yanlış yerde kullanma” hata türünün 13 birinci sınıf, 5 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin dikey olarak yapılan işlemlerde işlem çizgisini sonuç bölünün üzerine yazması gerekirken; rakamların arasına, sonucun altına yerleştirmektedir.

$$\begin{array}{r} +5 \\ \hline 3 \\ 8 \end{array}$$



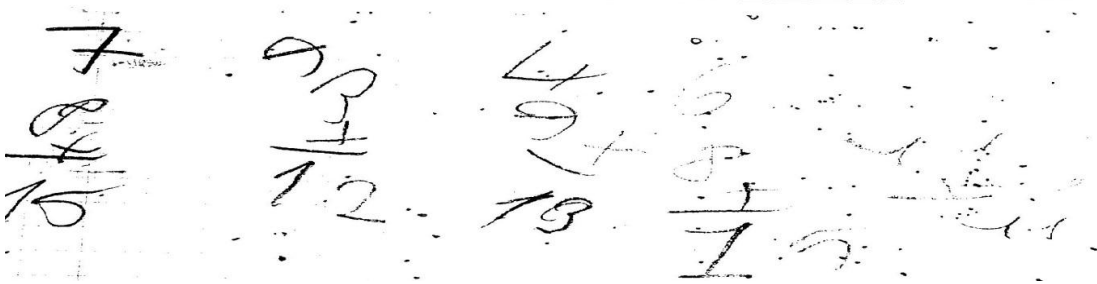
Sembol hataları kategorisi içerisinde yer alan “işlem sembollerinin yerlerini karıştırma” hata kodunun 8 birinci sınıf öğrencisi ve 3 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler, işlem sembolünü işlem çizgisinin sol üst köşesine yerleştirmesi gerekirken, işlem sembolünü işlem çizgisinin sağ üst tarafına veya işlem çizgisinin altına yerleştirebilmektedir.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 4+ \\ \hline \end{array}$$

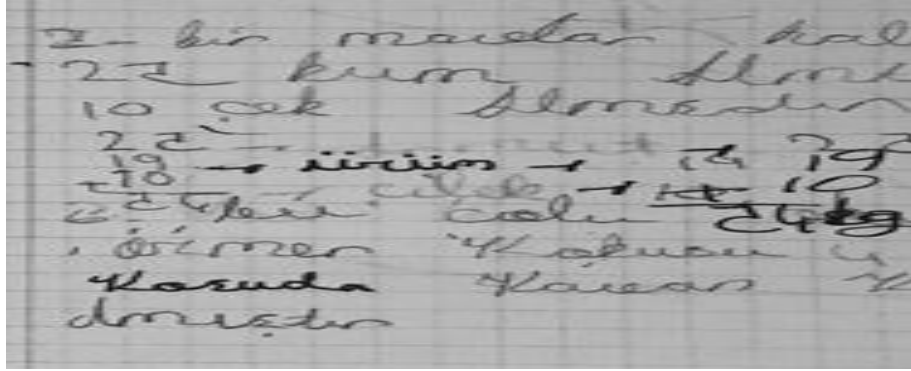
$$\begin{array}{r} 9 \\ 5 \\ - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ x \\ \hline \end{array}$$

$$86 + 14$$



Öğrenciler tarafından yapılan diğer bir hata türü ise sembol hataları kategorisinde bulunan “sayı sembollerini yanlış yazma” kodudur. Tablo 4.1. incelendiğinde bu hata türünün 14 birinci sınıf ve 6 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu tür hata yapan öğrenciler sayı sembollerini ters olarak yazmakta aynı zamanda rakamları birbirleriyle karıştırmaktadırlar. Özellikle 2 ile 5, 3 ile 8, 1 ile 7, 6 ile 9 rakamları birbirleriyle karıştırılmaktadır.



Sembol hataları kategorisinde yer alan “işlem çizgisini kullanmama” hata türünün 12 birinci sınıf öğrencisi ve 5 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu tür hata yapan öğrenciler işlem çizgisini kullanmamakla beraber sadece işlem sembolünü de kullanabilmektedir.

4	6
3	- 2
7	4



Tablo 4.1. incelendiğinde sembol hataları kategorisinde yer alan “işlem sembolü kullanmama” hata türünün 11 birinci sınıf ve 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler işlem sembolünü yazmadan işlem yapmaktadır. Ard arda toplama işlemi gerçekleştiriliyorsa veya çıkarma işlemi sonucu ona göre yazmaktadır.

8	9	3	
<u>5</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	8 2 = 4
13	5	6	

Tablo 4.1. incelendiğinde sembol hataları kategorisinde yer alan “artı (+) işaretini çarpma (x) işareti olarak algılama” hata türünün 5 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Çocuklar toplama işlemi ifade eden (+) işaretini, çarpım

işareti (x) olarak algılayarak çarpma işlemi gerçekleştirmektedir. Toplama işlemi yerine, çarpma işlemi yapmaktadır.

$$\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline 18 \end{array} \quad 4 + 2 = 8$$

Sembol hataları kategorisinde yer alan “çarpma (x) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama” hata türünün 8 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu kod içerisinde hata yapan öğrenciler çarpma işlemi temsil eden çarpı (x) işaretinin olduğu sembolik işlemlerde bölme işlemi gerçekleştirmiştir.

$$\begin{array}{r} 8 \\ x4 \\ \hline 2 \end{array} \quad 6 \times 2 = 3$$

Sembol hataları kategorisinde yer alan “eksi (-) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama” hata türünün 6 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Çocuklar eksi (-) işaretinin kullanıldığı çıkarma işlemi temsil eden işlemlerde (-) işaretini (÷) olarak algılamakta ve çıkarma işlemi yerine bölme işlemi yapmaktadır. Daha çok yatay olarak yapılan işlemlerde bu hata türü karşımıza çıkmaktadır.

$$\begin{array}{r} 8 \\ -2 \\ \hline 4 \end{array} \quad 6 - 3 = 2$$

Sembol hataları kategorisi içerisinde yer alan “bölme (÷) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama” hata kodunun 13 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tablo 4.1.’de görülmektedir. Özellikle yatay olarak yazılan bölme işlemlerinde öğrenci (÷) işaretini eksi (-) olarak algılayarak; bölme işlemi yerine çıkarma işlemi yapmaktadır.

$$10 \div 2 = 8 \quad 6 \div 3 = 3$$

Tablo 4.1. incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan 32 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma” hatasının ikinci sınıflar tarafından yapılan en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “sayma hataları” kodunun ise 21 birinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan ve birinci sınıflar arasında en fazla yük değerine sahip hata

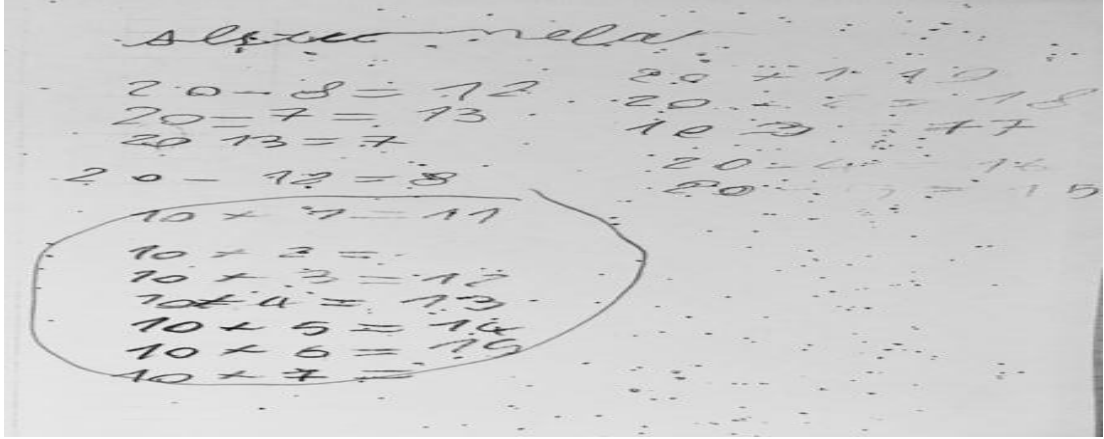
olduğu görülmektedir. Aynı hata 11 ikinci sınıf öğrencisi tarafından da yapılarak toplamda 32 hata yüküne sahiptir. Bu hata türlerini sırasıyla “verilmeyen toplananı bulma”, “verilmeyen eksileni bulma” ve “işlem sonucunu örüntü oluşturarak yazma” hata kodları izlemektedir. “eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma” hata kodunun ise hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı görülmektedir.

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan “büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma” hatasının 32 ikinci sınıf öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hata türünün ikinci sınıflar arasında işlemsel hatalar kategorisinde yapılan en yüksek yük değerine sahip olduğu görülmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan bu hata da öğrenciler genellikle onluk bozmayı gerektiren çıkarma işlemlerinde çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olmasında büyük sayıdan küçük sayıyı çıkararak hata yapmaktadırlar. Bu hatanın nedenleri arasında; çıkarma işleminin ilk öğretimi sırasında temel çıkarma işlemleriyle başlanılmış olması ve bu tür işlemlerde büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması işlemlerinin yapılması, öğrencide bu tür bir kavram yanlışlığının oluşmasına sebep olmuş olabilir. Öğrencide her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkartılır fikri oluşmuş olabilir. Öğrenci bu tür hatayı yaparken kolay yoldan işlem yapmaktadır.

$$\begin{array}{r} 14 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ -16 \\ \hline 24 \end{array} \quad 63 - 26 = 43 \quad 75 - 48 = 33$$

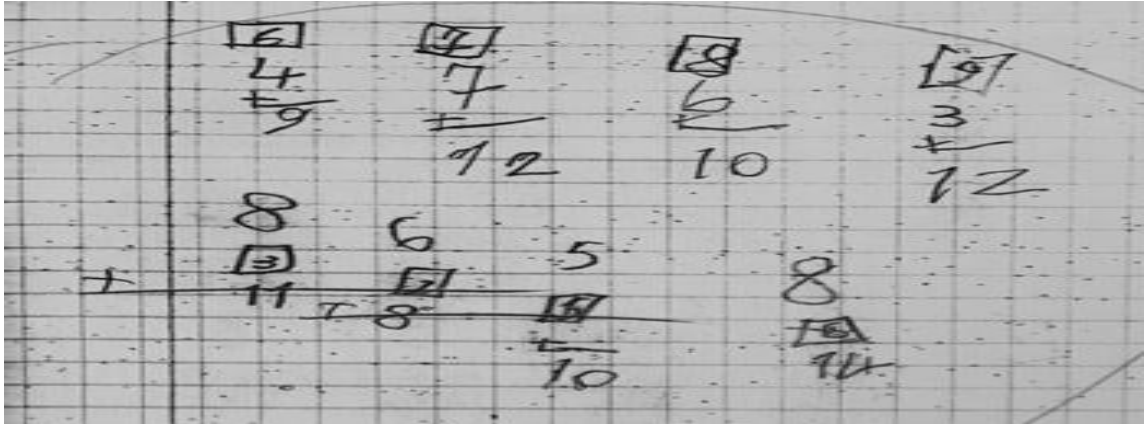
Tablo 4.1. incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan “sayma hataları” kodunun 21 birinci sınıf, 11 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan toplamda 32 yük değerine sahip hata türü olduğu görülmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan bu hata türünde öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerinde ileri ve geri ritmik sayma yaparlarken başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşmaktadırlar.

$$\begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 5 \end{array} \quad 6 + 2 = 7 \quad 8 - 4 = 5$$



İşlemsel hatalar kategorisinde bulunan “verilmeyen toplananı bulma” hatasının 16 birinci sınıf, 9 ikinci sınıf öğrencisi tarafından toplamda 25 kez yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilmeyen toplananı hesaplarken çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yaparak hata yapmaktadırlar. Çocuk toplama işaretini (+) görünce toplama işlemine yönelmektedir. İşlemden ziyade sembole odaklandıkları söylenebilir.

$$\begin{array}{r} 3 \\ +7 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ +27 \\ \hline 15 \end{array} \quad 8 + \boxed{20} = 12 \quad 4 + \quad = 9$$

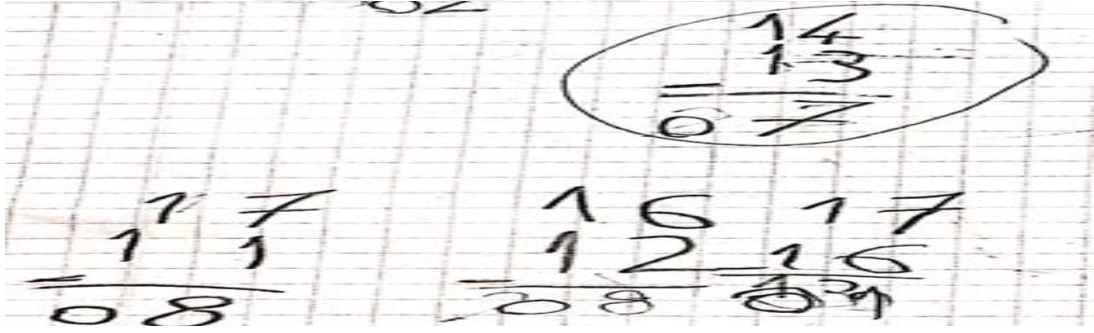


Tablo 4.1. incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan “verilmeyen eksileni bulma” hatasının 15 birinci sınıf, 9 ikinci sınıf toplamda 24 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilen bir işlemde eksilen sayı sorulduğunda çıkan sayı ile kalan sayıyı (fark) toplayarak eksilen sayıyı hesaplamaları gerekirken, çıkarma sembolüne (-) odaklanarak çıkarma işlemi yapmaktadırlar.

$$\frac{1}{-5} \quad \frac{6}{-3} \quad \boxed{2} - 4 = 2 \quad \boxed{6} - 7 = 1$$

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “sütunlar arası farklı işlemler yapma” hatasının 8 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bu hatayı yaparlarken, aynı işlem içerisinde bir basamakla toplama işlemi yaparken, diğer basamakta çıkarma işlemini aynı anda yapmaktadırlar. İlk örnekte çıkarma işlemi verilmesine rağmen öğrenci, 4 ile 3’ü toplamış, 1’ den 1’i çıkartmıştır. İkinci örnekte toplama işlemi olmasına rağmen öğrenci 8’den 5’ i çıkartırken, 2 ile 1’i toplamıştır.

$$\frac{14}{-13} \quad \frac{28}{+15} \quad 18 - 11 = 27 \quad 16 + 18 = 22$$



Tablo 4.1. incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan “verilmeyen çıkanı bulma” hatasının 4 birinci sınıf, 2 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 6 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilen bir çıkarma işleminde çıkan sayı sorulduğunda, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplayarak çıkan sayıyı bulmaktadırlar.

$$\frac{7}{-9} \quad \frac{8}{-11} \quad 5 - \boxed{8} = 3 \quad 4 - \boxed{5} = 1$$

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “toplananların yer değiştirmesi” hatasının 6 birinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. İkinci sınıf öğrencilerinde bu hata türüne rastlanmamıştır. Bu hatayı yapan öğrenciler toplananların yerleri değiştiğinde farklı sonuçlar bulabilmektedir.

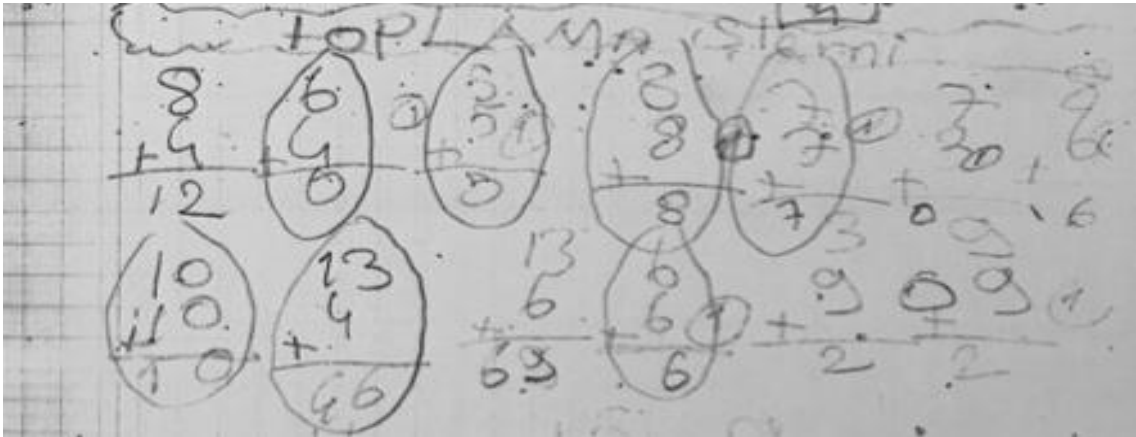
$$\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +7 \\ \hline 12 \end{array} \quad 9 + 6 = 15 \quad 6 + 9 = 14$$

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “işlemi eksik bırakma” hata türünün 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Genellikle elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde öğrenciler işlemi yarıda bırakmaktadırlar. Öğrenciler işlemden sıkılarak da işlemi eksik bırakabilmektedirler.

$$\begin{array}{r} 43 \\ +18 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ -8 \\ \hline 7 \end{array}$$

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma” hata türünün 5 ilkokul birinci sınıf, 7 ilkokul ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 12 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Birinci sınıf düzeyindeki öğrencilerde eşit iki sayının toplanması veya çıkarılmasında görülen bu durum, ikinci sınıf düzeyinde genellikle eşit iki sayının çarpılması ve bölünmesi işlemlerinde görülmektedir. Bu hata türü iki basamaklı sayılar arasında da eşit iki basamak varken de görülmektedir. Öğrenciler de ayna etkisi oluşmaktadır.

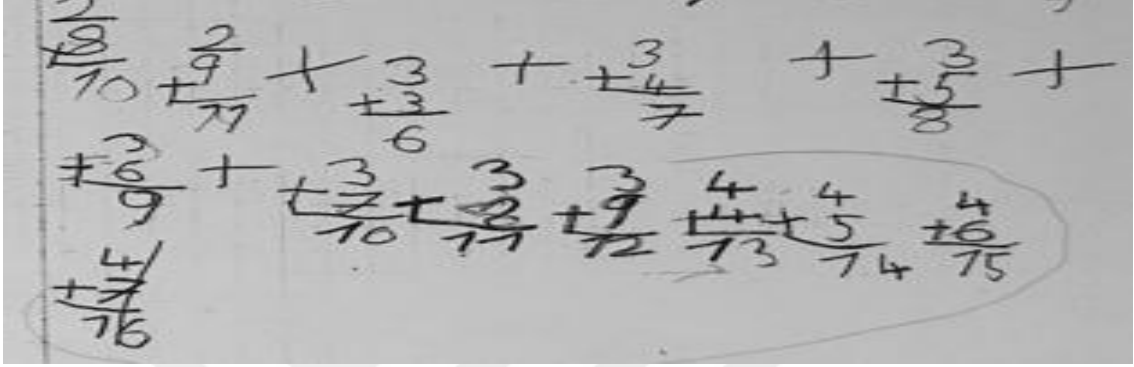
$$\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline 3 \end{array} \quad 2/2=2 \quad \begin{array}{r} 14 \\ +4 \\ \hline 14 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ -2 \\ \hline 12 \end{array}$$



İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma” hatasının 5 birinci sınıf, 2 ikinci sınıf toplamda 7 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bir önceki işlemlerin sonucuna bağlı kalarak sonucu ardışık

bir sıra izleyerek tamamen işlemden bağımsız olarak yapmaktadırlar. Öğrenci birbirini takip eden örüntü etkisinde kalarak işlem sonucunu yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 3 \\ +7 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +4 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 14 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +7 \\ \hline 16 \end{array}$$



Tablo 4.1. incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan “çarpanların yer değiştirmesi” hatasının 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler, çarpanların yer değiştirdiği işlemlerde sonuçların eşit olması gerektiğinin farkında değildir ve farklı sonuçlar bulabilmektedirler. Doğal sayılarla yapılan $6 \times 3 = 3 \times 6$ işleminin sonuçlarının eşit çıkacağı çocuklara örneklerle gösterilmelidir.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 6 \\ \hline 12 \end{array} \quad 4 \times 2 = 8 \quad 2 \times 4 = 6$$

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan bir diğer hata türü olan “verilmeyen çarpanı bulma” hatasının 10 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hatayı yapan öğrenciler çarpanlardan biri verilmediğinde, çarpma işaretini (x) gördüğünde birlikte gördüğü sayıları çarpılmaktadırlar. Aşağıdaki ilk örnekte görüldüğü gibi “6 tane yapmak için 2’yi kaç kez çarpacağız” sorusunun sorulduğunun farkında değildir. Çocuk işlemi $2 \times 3 = ?$ türündeki sorulara benzetmiş olabilir.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 12 \\ \hline 6 \end{array} \quad 3 \times \boxed{15} = 5$$

Tablo 4.1. incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan “eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma” hatasının hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı görülmektedir. Bu tür hatayı yapan öğrenciler eksilen sayının sayı değerlerini kendi içerisinde toplayarak çıkan sayıdan çıkartıp kalan sayıyı bulmaktadırlar. Aynı zamanda çıkan sayının sayı değerleri de toplanarak eksilen sayıdan çıkarılması işlemleri de olabilmektedir.

$$\begin{array}{r} 12 \\ -1 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ -13 \\ \hline 2 \end{array} \quad 14 - 5 = 0 \quad 35 - 11 = 6$$

Tablo 4.1 incelendiğinde 0 kavramı ile ilgili hatalar kategorisinde yer alan ve 12 birinci sınıf, 26 ikinci sınıf öğrencisi toplamda ise 38 öğrenci tarafından yapılan “0 rakamını 1 olarak algılama” hata türünün en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. 0 rakamını 1 olarak algılama hatasını gerçekleştiren öğrenciler 0 ile 1 rakamlarını birbirleriyle karıştırmaktadır. Öğrenci 0’ı 1 olarak değerlendirmektedir. 0’ın toplama ve çıkarma işlemlerinde etkisiz eleman olduğunu, çarpma işleminde ise yutan eleman olduğunu; 1 rakamının ise toplama ve çıkarma işlemlerinde birim eleman olduğunu, çarpma işleminde ise etkisiz eleman olduğunu bilmemektedir. Çocukların yaygın olarak 0 ile çarpma işlemlerinde bu hatayı yaptıkları görülmektedir.

$$\begin{array}{r} 8 \\ +0 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ -0 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \times 0 \\ \hline 7 \end{array}$$

Handwritten student work showing three addition problems: $0+4=5$, $18+0=19$, and $9+0=10$. The first two are boxed.

Handwritten student work showing several multiplication problems with 0 as a factor: 0×8 , 2×8 , 4×8 , 5×8 , 8×8 , 2×5 , 7×5 , 9×5 , 8×5 , and 0×1 .

Tablo 4.1. incelendiğinde 0 kavramı kategorisinde yer alan “0 ile toplamada sonucu 0 bulma” hatasının 24 birinci sınıf, 7 ikinci sınıf olmak üzere toplamda 31 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenci herhangi bir sayı ile 0’ı topladığında sonucu 0 olarak yazmaktadır. Çocuk burada 0’ın yokluğu ifade ettiğinin, 0 ile toplama

yapılırken 0'ın sonucu değiştirmeyeceğinin, 0'ın etkisiz eleman olduğunun farkında değildir.

$$\begin{array}{r} 9 \\ +0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ 5 \\ +0 \\ \hline 0 \end{array} \quad 6 + 0 = 0 \quad 19 + 7 + 0 = 0$$

0 kavramı kategorisi içerisinde yer alan bir diğer hata türü olan “0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma” hatasının ise 19 birinci sınıf, 11 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 30 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenci herhangi bir sayıdan 0'ı çıkartırken sonucu 0 olarak bulmaktadır. Çocuk 0'ın çıkarma işleminde etkisiz eleman olduğunun farkında değildir. Bunun sonucu olarak hata yapmaktadır.

$$\begin{array}{r} 7 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array} \quad 5 - 0 = 0 \quad 16 - 0 = 0$$

Tablo 4.1. incelendiğinde 0 kavramı kategorisi içerisinde yer alan “eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama” hatasının 13 birinci sınıf, 3 ikinci sınıf olmak üzere toplamda 16 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hata türünün 0 kavramı kategorisinde yer alan en düşük yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. Öğrenci eşit (aynı olan) iki sayının çıkarılmasında sonucu sayıya eşit veya 1 olarak yazmaktadır.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline 1 \end{array}$$

Tablo 4.1 incelendiğinde 0 kavramı kategorisinde yer alan “0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama” hatasının 5 birinci sınıf, 12 ikinci sınıf olmak üzere toplamda 17 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler yaygın olarak iki basamaklı ve sonu 0 ile biten sayılarda, 0'ı 9 rakamı olarak algılamakta ve işleme devam etmektedir. Onluk bozma işlemini gerçekleştirmemektedir.

$$\begin{array}{r} 10 \\ -4 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ -16 \\ \hline 23 \end{array} \quad 20 - 8 = 11 \quad 60 - 36 = 33$$

0 kavramı kategorisinde yer alan “9 rakamını 0 olarak algılama” hatasının 2 birinci sınıf, 4 ikinci sınıf olmak üzere toplamda 6 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir.

Öğrenci 9 rakamını 0 olarak algılamakta işlemi bu şekilde gerçekleştirerek hatalı sonuca ulaşmaktadır.

$$\begin{array}{r} 19 \\ +2 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 29 \\ -6 \\ \hline 14 \end{array} \quad 39 + 7 = 37 \quad 79 - 6 = 64$$

Tablo 4.1 incelendiğinde 1 kavramı kategorisinde yer alan hata türlerinden “1 rakamını 0 olarak algılama” hatasının 11 birinci sınıf, 23 ikinci sınıf toplamda 34 öğrenci tarafından yapılarak 1 kavramı kategorisinde en yüksek yük değerine sahip hata olduğu görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler 1 sayısı ile yapılan toplama işlemlerinde, 1 sayısının işlem sonucunu değiştirmeyeceğini, 1 sayısının toplama işleminin etkisiz elemanı olduğunu düşünerek böyle bir hata yaptıkları söylenebilir. Öğrenciler çıkarma işlemlerinde çıkan sayının 1 olduğu işlemlerde eksilen sayıyı değiştirmeden işlem sonucuna yazmaktadır. Öğrenciler tarafından çıkarma işlemlerinde 1’ in etkisiz eleman olarak düşünülmesi söz konusudur. Aynı şekilde 1 ile yapılan çarpma işlemlerinde 1 yutan eleman olarak düşünülmekte ve sonuç öğrenciler tarafından 0 olarak yazılmaktadır.

$$\begin{array}{r} 6 \\ +1 \\ \hline 6 \end{array} \quad 5 + 1 = 5 \quad \begin{array}{r} 4 \\ -1 \\ \hline 4 \end{array} \quad 3 - 1 = 3 \quad \begin{array}{r} 7 \\ \times 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad 2 \times 1 = 0$$

1 kavramı kategorisinde yer alan hata türlerinden “1 ile çarpmada sonucu 1 bulma” hatasının 19 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler tarafından yapılan bu hata türünde çarpma işlemlerinde 1’in etkisiz eleman olduğunu göz ardı ederek, sonucu 1’e eşit bulmaktadırlar.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad 2 \times 1 = 1 \quad 5 \times 1 = 1$$

1 kavramı kategorisi içerisinde yer alan “1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma” hatasının ise 14 birinci sınıf, 5 ikinci sınıf toplamda 19 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin çıkanın 1 olduğu çıkarma işlemlerinde sonucu 1 bularak hata yapmaktadırlar.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array} \quad 4 - 1 = 1 \quad 16 - 1 = 1$$

1 kavramı kategorisi içerisinde belirlenen diğer bir hata türü ise 8 birinci sınıf, 3 ikinci sınıf toplamda 11 öğrenci tarafından yapılan “eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma” hatasıdır. Öğrenci eşit iki sayının çıkarılması işleminde sonucu 0 bulması gerekirken 1 olarak yazmaktadır. Öğrenci burada 0 kavramı ile ilgili genellemelerini 1 kavramına yansıtmaktadır.

$$\begin{array}{r} 3 \\ -3 \\ \hline 1 \end{array} \quad 6 - 6 = 1$$

1 kavramı kategorisinde yer alan “1 ile toplamada sonucu 1 bulma” hatasının 12 birinci, 2 ikinci sınıf, toplam 14 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler 1 ile yapılan toplama işlemlerinde sonucu 1 olarak hesaplamaktadırlar.

$$\begin{array}{r} 2 \\ +1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ +1 \\ \hline 1 \end{array} \quad 9 + 1 = 1 \quad 17 + 1 = 1$$

1 kavramı kategorisinde yer alan “1 ile bölmede sonucu 1 bulma” hatasının 13 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Bölen sayının 1 olduğu bölme işlemlerinde, sonucun sayıya eşit olması gereken durumlarda, öğrenci cevabı 1 bulmaktadır.

$$4 \div 1 = 1 \quad 6 \div 1 = 1$$

4.1.1. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Dört işlem hatalarına ilişkin ilk alt amaç ilkokul 1. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının cinsiyete göre dağılımını belirlemeye yöneliktir. Hata yapan öğrenci sayısı ve yapılan toplam hata sayıları dikkate alınarak frekans ve yüzde değerleri belirlenmiştir.

Tablo 4.2. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	Kız (N=83)			Erkek (N=79)		
	f _{İİ}	%	f _{İn}	f _{İİ}	%	f _{İn}
Basamak Değeri						
Basamakları yanlış yere yerleştirme	14	16,87	51	18	22,78	62
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	5	6,02	18	8	10,13	33
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	7	8,43	32	7	8,86	38
Rakamları yan yana yazma	8	9,64	41	4	5,06	27
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	4	4,82	19	5	6,33	26
Sembol Hataları						
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	12	14,46	47	14	17,72	59
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	9	10,84	32	10	12,66	43
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	6	7,23	19	9	11,39	31
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	5	6,02	27	8	10,13	42
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	4	4,82	30	4	5,06	28
Sayı sembollerini yanlış yazma	8	9,64	43	6	7,59	37
İşlem çizgisini kullanmama	6	7,23	35	6	7,59	40
İşlem sembolü kullanmama	7	8,43	31	4	5,06	25
İşlemsel Hatalar						
Sayma Hataları	12	14,46	64	9	11,39	48
Verilmeyen toplananı bulma	6	7,23	26	10	12,66	38
Verilmeyen eksileni bulma	8	9,64	35	7	8,86	31
Verilmeyen çıkanı bulma	2	2,41	9	2	2,53	10
Toplananların yer değiştirmesi	2	2,41	6	4	5,06	15
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	3	3,61	17	2	2,53	13
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	3	3,61	26	2	2,53	15
0 Kavramı						
0 rakamını 1 olarak algılama	7	8,43	44	5	6,33	32
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	11	13,25	49	13	16,46	57
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	7	8,43	26	12	15,19	51
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	8	9,64	35	5	6,33	20

Tablo 4.2'nin devamı

Dört İşlem Hataları	Kız (N=83)			Erkek (N=79)		
	f _{İö}	%	f _{İn}	f _{İö}	%	f _{İn}
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	3	3,61	11	2	2,53	7
9 rakamını 0 olarak algılama	2	2,41	9	0	0,00	0
1 Kavramı						
1 rakamını 0 olarak algılama	7	8,43	43	4	5,06	31
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	6	7,23	28	8	10,13	33
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	5	6,02	29	3	3,80	16
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	6	7,23	32	6	7,59	25

Tablo 4.2. incelendiğinde “rakamları yan yana yazma”, “sayı sembollerini yanlış yazma”, “işlem sembolü kullanmama”, “sayma hataları”, “verilmeyen eksileni bulma”, “işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma”, “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma” “0 rakamını 1 olarak algılama”, “eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama”, “0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama”, “9 rakamını 0 olarak algılama” ve “1 rakamını 0 olarak algılama” hatalarını yapan kız öğrenci sayılarının oranının erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. En yüksek orana sahip “basamakları yanlış yere yerleştirme” hatasının kız öğrencilerin %16,87' si tarafından toplamda 51 kez, erkek öğrencilerin %22,78' i tarafından toplamda 62 kez yapıldığı tespit edilmiştir. 30 hata türünün 12'sinde kız öğrencilerin, 18'inde ise erkek öğrencilerin daha fazla hata yaptıkları görülmektedir.

4.1.2. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Alma Durumuna Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Dört işlem hatalarına ilişkin ikinci alt amaç ilkökul 1. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının okul öncesi alma durumuna göre dağılımını belirlemeye yöneliktir

Tablo 4.3. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Alma Durumuna Göre Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	Okul Öncesi Eğitim Alan (N=74)			Okul Öncesi Eğitim Almayan(N=88)		
	f ₁₀	%	f _{1n}	f ₁₀	%	f _{1n}
Basamak Değeri						
Basamakları yanlış yere yerleştirme	11	14,86	41	21	23,86	73
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	5	6,76	19	8	9,09	32
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	5	6,76	27	9	10,23	43
Rakamları yan yana yazma	4	5,41	24	8	9,09	44
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	2	2,70	11	7	7,95	31
Sembol Hataları						
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	9	12,16	35	17	19,32	71
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	6	8,11	23	13	14,77	52
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	4	5,41	15	11	12,50	35
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	4	5,41	24	9	10,23	45
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	2	2,70	14	6	6,82	44
Sayı sembollerini yanlış yazma	4	5,41	27	10	11,36	53
İşlem çizgisini kullanmama	3	4,05	19	9	10,23	56
İşlem sembolü kullanmama	3	4,05	21	8	9,09	35
İşlemsel Hatalar						
Sayma Hataları	7	9,46	38	14	15,91	74
Verilmeyen toplananı bulma	7	9,46	28	9	10,23	36
Verilmeyen eksileni bulma	6	8,11	28	9	10,23	38
Verilmeyen çıkanı bulma	1	1,35	5	3	3,41	14
Toplananların yer değiştirmesi	2	2,70	6	4	4,55	15
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	1	1,35	6	4	4,55	22
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	3	4,05	24	2	2,27	17

Tablo 4.3'ün devamı

Dört İşlem Hataları	Okul Öncesi Eğitim Alan (N=74)			Okul Öncesi Eğitim Almayan(N=88)		
	f _{1ö}	%	f _{1n}	f _{1ö}	%	f _{1n}
0 Kavramı						
0 rakamını 1 olarak algılama	4	5,41	25	8	9,09	51
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	9	12,16	34	15	17,05	72
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	6	8,11	27	13	14,77	50
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	5	6,76	19	8	9,09	36
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	1	1,35	3	4	4,55	15
9 rakamını 0 olarak algılama	0	0,00	0	2	2,27	9
1 Kavramı						
1 rakamını 0 olarak algılama	4	5,40	24	7	7,95	50
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	5	6,76	22	9	10,23	39
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	2	2,70	13	6	6,82	32
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	5	6,76	23	7	7,95	33

Tablo 4.2. incelendiğinde “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma” dışındaki hata türlerinin tamamında okul öncesi eğitim almayan ilkököl 1. sınıf öğrencileri tarafından yapılan hata oranlarının okul öncesi eğitim alan ilkököl 1. sınıf öğrencisinden yüksek olduğu tespit edilmiştir. Tablo 4.2. incelendiğinde “basamakları yanlış yere yerleştirme” hata türünün okul öncesi eğitim alan öğrencilerin %14,86’sı, okul öncesi eğitim almayan %23,86’sı tarafından yapılan en yüksek orana sahip hata olduğu görülmektedir.

4.1.3. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Dört işlem hatalarına ilişkin ikinci alt amaç ilkokul 1. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının ailenin gelir düzeyine göre dağılımını belirlemeye yöneliktir.

Tablo 4.4. İlkokul 1. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	Düşük (N=54)			Orta (N=54)			Yüksek (N=54)		
	f ₁₆	%	f _{1n}	f ₁₆	%	f _{1n}	f ₁₆	%	f _{1n}
Basamak Değeri									
Basamakları yanlış yere yerleştirme	16	29,63	58	9	16,67	28	7	12,96	20
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	7	12,96	45	4	7,41	19	2	3,70	11
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	5	9,26	33	5	9,26	26	4	7,41	21
Rakamları yan yana yazma	6	11,11	32	3	5,56	19	3	5,56	17
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	4	7,41	21	4	7,41	15	1	1,85	6
Sembol Hataları									
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	13	24,07	59	8	14,81	29	5	9,26	18
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	10	18,52	37	6	11,11	24	3	5,56	14
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	6	11,11	19	5	9,26	18	4	7,41	13
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	6	11,11	30	4	7,41	24	3	5,56	15
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	4	7,41	29	3	5,56	23	1	1,85	6
Sayı sembollerini yanlış yazma	7	12,96	35	4	7,41	24	3	5,56	21
İşlem çizgisini kullanmama	6	11,11	34	4	7,41	27	2	3,70	14
İşlem sembolü kullanmama	7	12,96	30	3	5,56	19	1	1,85	7
İşlemsel Hatalar									
Sayma Hataları	11	20,37	54	6	11,11	33	4	7,41	25
Verilmeyen toplananı bulma	7	12,96	29	5	9,26	21	4	7,41	16
Verilmeyen eksileni bulma	7	12,96	31	5	9,26	21	3	5,56	14
Verilmeyen çıkanı bulma	2	3,70	10	1	1,85	4	1	1,85	5
Toplananların yer değiştirmesi	4	7,41	14	1	1,85	4	1	1,85	3
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	3	5,56	19	2	3,70	11	0	0,00	0
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	3	5,56	25	1	1,85	9	1	1,85	7

Tablo 4.4'ün devamı

Dört İşlem Hataları	Düşük (N=54)		Orta (N=54)			Yüksek (N=54)			
	f _{1ö}	%	f _{1n}	f _{1ö}	%	f _{1n}	f _{1ö}	%	f _{1n}
0 Kavramı									
0 rakamını 1 olarak algılama	7	12,96	43	3	5,56	18	2	3,70	15
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	12	22,22	54	8	14,81	35	4	7,41	17
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	8	14,81	33	6	11,11	24	5	9,26	20
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	6	11,11	22	4	7,41	18	3	5,56	16
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	4	7,41	13	1	1,85	5	0	0,00	0
9 rakamını 0 olarak algılama	2	3,70	9	0	0,00	0	0	0,00	0
1 Kavramı									
1 rakamını 0 olarak algılama	6	11,11	36	3	5,56	22	2	3,70	16
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	8	14,81	35	4	7,41	18	2	3,70	8
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	5	9,26	28	2	3,70	12	1	1,85	5
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	7	12,96	35	4	7,41	17	1	1,85	4

Tablo 4.3. incelendiğinde “çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma” hata türünün” düşük ve orta düzey gelir durumuna göre eşit frekansa sahip olduğu görülmektedir. Ancak yapılan toplam hata açısından düşük düzey gelir grubunda bu hatanın daha fazla tekrarlandığı görülmektedir. Diğer hata türlerinin tümünde aileleri düşük gelire sahip öğrencilerin daha yüksek frekansa sahip olduğu görülmektedir. “Rakamları yan yana yazma”, “toplananların yer değiştirmesi” hata türlerinin orta ve yüksek aile gelir durumuna göre eşit frekansa sahip olduğu, yapılan toplam hata sayısında orta gelir durumuna sahip gruplarda bu hata türlerinin daha fazla tekrarlandığı görülmektedir. “Verilmeyen çıkkanı bulma” hata türünün aynı şekilde orta ve yüksek aile gelir durumuna göre eşit frekansa sahip olduğu, ancak yapılan toplam hata sayısı açısından aileleri yüksek gelir durumuna sahip öğrenci tarafından daha çok tekrarlandığı görülmektedir. “9 rakamını 0 olarak algılama” hata türünün alt gelir durumuna sahip 2 öğrenci tarafından 9 kez tekrarlandığı, orta ve yüksek aile gelir durumuna sahip gruplarda bu hata türünün yapılmadığı görülmektedir.

4.1.4. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Dört işlem hatalarına ilişkin dördüncü alt amaç ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının cinsiyete göre dağılımını belirlemeye yöneliktir.

Tablo 4.5. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Cinsiyete Göre Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	Kız (n=84)			Erkek (n=81)		
	F ₂₀	%	F _{2n}	F ₂₀	%	F _{2n}
Basamak Değeri						
Basamakları yanlış yere yerleştirme	5	5,95	28	6	7,41	35
Sütunların kendi içerisinde işlem yapma	10	11,90	36	14	17,28	42
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	3	3,57	13	5	6,17	22
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	3	3,57	14	2	2,47	7
Rakamları yan yana yazma	3	3,57	25	1	1,23	9
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	1	1,19	6	2	2,47	16
Elde Hataları						
Eldeyi eklemeyi unutma	14	16,67	51	17	20,99	62
Eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme	14	16,67	48	9	11,11	32
Eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme	8	9,52	25	6	7,41	19
Eldeyi fazla taşıma	5	5,95	18	4	4,94	13
Eldeyi ters taşıma	3	3,57	14	2	2,47	7
Eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama	1	1,19	5	2	2,47	9
Eldeyi ekleme yerine eksitme	2	2,38	8	0	0,00	0
Eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma	0	0,00	0	2	2,47	11
Onluk Bozma Hataları						
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme	15	17,86	68	12	14,81	57
Gereksiz onluk bozma	11	13,10	37	8	9,88	26
Onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma	7	8,33	26	8	9,88	35
Bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme	6	7,14	17	6	7,41	20

Tablo 4.5'in devamı

Dört İşlem Hataları	Kız (n=84)			Erkek (n=81)		
	F ₂₀	%	F _{2n}	F ₂₀	%	F _{2n}
Onluk bozamama ve sonucu 0,1 ve 9 olarak yazma	4	4,76	29	5	6,17	37
Onluk bozduğu sayıyı eksiltme yerine arttırma	5	5,95	18	3	3,70	11
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme, onluğu basamak sonuna ekleme	3	3,57	16	2	2,47	12
Onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme	1	1,19	3	3	3,70	14
Onluk bozduğu sayıyı işlem yapmadan aynen yazma	3	3,57	18	4	4,94	23
Bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma	3	3,57	12	0	0,00	0
Onluk bozduğu sayıya 10 ekleyerek işlem yapma	0	0,00	0	0	0,00	0
Sembol Hataları						
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	5	5,95	19	4	4,94	14
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	4	4,76	16	3	3,70	14
Çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	12	14,29	46	10	12,35	42
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	2	2,38	8	5	6,17	17
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	3	3,57	19	2	2,47	11
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	1	1,19	5	2	2,47	9
Bölme (÷) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	7	8,33	26	10	12,35	39
Sayı sembollerini yanlış yazma	3	3,57	21	3	3,70	26
İşlem çizgisini kullanmama	1	1,19	6	4	4,94	23
İşlem sembolü kullanmama	1	1,19	5	3	3,70	17
Artı (+) işaretini çarpma (x) işareti olarak algılama	2	2,38	10	3	3,70	13
Çarpma (x) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	5	5,95	24	3	3,70	16
Eksi (-) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	4	4,76	16	2	2,47	7
İşlemsel Hatalar						
Büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma	14	16,67	57	18	22,22	68
Sayma Hataları	7	8,33	38	4	4,94	29
Verilmeyen toplananı bulma	6	7,14	21	3	3,70	13

Tablo 4.5'in devamı

Dört İşlem Hataları	Kız (n=84)			Erkek (n=81)		
	F _{2ö}	%	F _{2n}	F _{2ö}	%	F _{2n}
Sütunlar arası farklı işlemler yapma	4	4,76	22	4	4,94	18
İşlem yönünü karıştırma	2	2,38	17	4	4,94	8
Verilmeyen eksileni bulma	5	5,95	16	4	4,94	14
Verilmeyen çıkanı bulma	2	2,38	6	0	0,00	0
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	0	0,00	0	2	2,47	9
İşlemi eksik bırakma	3	3,57	23	1	1,23	6
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	4	4,76	29	3	3,70	21
Toplamın birler basamağını yok sayma	1	1,19	4	2	2,47	7
Çarpanların yer değiştirmesi	2	2,38	5	2	2,47	6
Verilmeyen çarpanı bulma	4	4,76	11	6	7,41	15
0 Kavramı						
0 rakamını 1 olarak algılama	10	11,90	53	16	19,75	74
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	3	3,57	17	4	4,94	19
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	6	7,14	26	5	6,17	23
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	2	2,38	8	1	1,23	3
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	5	5,95	21	7	8,64	26
9 rakamını 0 olarak algılama	2	2,38	5	2	2,47	6
1 Kavramı						
1 rakamını 0 olarak algılama	9	10,71	44	14	17,23	78
1 ile çarpmada sonucu 1 bulma	11	13,10	37	8	9,88	27
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	2	2,38	9	3	3,70	12
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	1	1,19	3	2	2,47	8
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	2	2,38	5	0	0,00	0
1 ile bölmede sonucu 1 bulma	5	5,95	13	8	9,88	21

Tablo 4.5 incelendiğinde “çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma”, “rakamları yan yana yazma”, “eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme”, “eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme”, “eldeyi fazla taşıma”, “eldeyi ters taşıma”, “gereksiz onluk bozma”, “onluk bozduğu sayıyı eksiltme yerine arttırma”, “onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme, onluğu basamak sonuna ekleme”, “bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma”, “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama”, “artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama”, “çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama”, “işlem çizgisini yanlış yerde kullanma”, “çarpma (x) işaretini bölme (\div) işareti olarak algılama”, “eksi (-) işaretini bölme (\div) işareti olarak algılama”, “sayma hataları”, “serilmeyen toplananı bulma”, “verilmeyen eksileni bulma”, “verilmeyen çıkanı bulma”, “0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma”, “eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama”, “1 ile çarpmada sonucu 1 bulma” ve “1 ile toplamada sonucu 1 bulma” hatalarını yapan kız öğrencilerin oranının erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.

4.1.5. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Eğitim Alma Durumuna Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Dört işlem hatalarına ilişkin altıncı alt amaç ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının okul öncesi eğitim alma durumuna göre dağılımını belirlemeye yöneliktir

Tablo 4.6. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Okul Öncesi Eğitim Alma Durumuna Göre Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	Okul Öncesi Eğitim Alan (N=73)			Okul Öncesi Eğitim Almayan(N=92)		
	F _{2o}	%	F _{2n}	F _{2o}	%	F _{2n}
Basamak Değeri						
Basamakları yanlış yere yerleştirme	4	5,48	28	7	7,61	35
Sütunların kendi içerisinde işlem yapma	9	12,33	36	15	16,30	42
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	2	2,74	9	6	6,52	26
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	2	2,74	6	3	3,26	15
Rakamları yan yana yazma	1	1,37	8	3	3,26	26
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	0	0,00	0	3	3,26	22
Elde Hataları						
Eldeyi eklemeyi unutma	9	12,33	32	22	23,91	81
Eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme	6	8,22	20	17	18,48	60
Eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme	4	5,48	12	10	10,87	32
Eldeyi fazla taşıma	3	4,11	11	6	6,52	20
Eldeyi ters taşıma	1	1,37	4	4	4,35	17
Eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama	0	0,00	0	3	3,26	14
Eldeyi ekleme yerine eksiltme	0	0,00	0	2	2,17	8
Eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma	0	0,00	0	2	2,17	11
Onluk Bozma Hataları						
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme	9	12,33	37	18	19,57	88
Gereksiz onluk bozma	5	6,85	16	14	15,22	47
Onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma	5	6,85	19	10	10,87	42
Bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme	3	4,11	11	9	9,78	26

Tablo 4.9'un devamı

Dört İşlem Hataları	Okul Öncesi Eğitim Alan (N=73)			Okul Öncesi Eğitim Almayan(N=92)		
	F _{2ö}	%	F _{2n}	F _{2ö}	%	F _{2n}
Onluk bozamama ve sonucu 0,1 ve 9 olarak yazma	4	5,48	28	5	5,43	38
Onluk bozduğu sayıyı eksiltme yerine arttırma	2	2,74	7	6	6,52	21
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme, onluğu basamak sonuna ekleme	1	1,37	5	4	4,35	23
Onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme	0	0,00	0	4	4,35	17
Onluk bozduğu sayıyı işlem yapmadan aynen yazma	2	2,74	11	5	5,43	30
Bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma	0	0,00	0	3	3,26	12
Onluk bozduğu sayıya 10 ekleyerek işlem yapma	0	0,00	0	0	0,00	0
Sembol Hataları						
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	3	4,11	10	6	6,52	23
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	2	2,74	9	5	5,43	21
Çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	8	10,96	34	14	15,22	54
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	2	2,74	6	5	5,43	19
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	2	2,74	13	3	3,26	17
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	1	1,37	4	2	2,17	10
Bölme (÷) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	6	8,22	20	11	11,96	45
Sayı sembollerini yanlış yazma	1	1,37	9	5	5,43	38
İşlem çizgisini kullanmama	1	1,37	5	4	4,35	24
İşlem sembolü kullanmama	1	1,37	7	3	3,26	15
Artı (+) işaretini çarpma (x) işareti olarak algılama	2	2,74	8	3	3,26	15
Çarpma (x) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	3	4,11	14	5	5,43	26
Eksi (-) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	2	2,74	9	4	4,35	14
İşlemsel Hatalar						
Büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma	11	15,07	43	21	22,83	82
Sayma Hataları	3	4,11	18	8	8,70	39

Tablo 4.9'un devamı

Dört İşlem Hataları	Okul Öncesi Eğitim Alan (N=73)			Okul Öncesi Eğitim Almayan(N=92)		
	F ₂₀	%	F _{2n}	F ₂₀	%	F _{2n}
Verilmeyen toplananı bulma	4	5,48	16	5	5,43	18
Sütunlar arası farklı işlemler yapma	3	4,11	17	5	5,43	23
İşlem yönünü karıştırma	1	1,37	6	5	5,43	19
Verilmeyen eksileni bulma	3	4,11	9	6	6,52	21
Verilmeyen çıkanı bulma	1	1,37	2	1	1,09	4
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	0	0,00	0	2	2,17	9
İşlemi eksik bırakma	2	2,74	17	2	2,17	12
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	2	2,74	13	5	5,43	37
Toplamın birler basamağını yok sayma	1	1,37	5	2	2,17	6
Çarpanların yer değiştirmesi	1	1,37	4	3	3,26	7
Verilmeyen çarpanı bulma	5	6,85	12	5	5,43	14
0 Kavramı						
0 rakamını 1 olarak algılama	8	10,96	39	18	19,57	90
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	2	2,74	11	5	5,43	25
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	4	5,48	18	7	7,61	31
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	1	1,37	4	2	2,17	7
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	4	5,48	20	8	8,70	27
9 rakamını 0 olarak algılama	1	1,37	3	3	3,26	8
1 Kavramı						
1 rakamını 0 olarak algılama	8	10,95	41	15	16,30	81
1 ile çarpmada sonucu 1 bulma	7	9,59	23	12	13,04	41
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	1	1,37	5	4	4,35	16
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	1	1,37	4	2	2,17	7
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	0	0,00	0	2	2,17	5
1 ile bölmede sonucu 1 bulma	5	6,85	12	8	8,70	22

Tablo 4.6. incelendiğinde “onluk bozamama ve sonucu 0,1 ve 9 olarak yazma”, “verilmeyen çıkanı bulma”, “verilmeyen çarpanı bulma” hatalarını yapan okul öncesi eğitim alan öğrencilerin oranı, okul öncesi eğitimi almayan öğrencilere göre oranı yüksek bulunmuştur. Diğer tüm hata türlerinde okul öncesi eğitim almayan öğrencilerin oranı, okul öncesi eğitim alan öğrencilere göre daha yüksektir. “Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma” hata türünün okul öncesi eğitimi alan hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı, okul öncesi eğitimi almayan 3 öğrenci tarafından toplam da 22 kez yapıldığı görülmektedir. “Eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama”, “eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma”, “bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma”, “işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma” ve “1 ile toplamada sonucu 1 bulma” hata türlerinin okul öncesi eğitim alan hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı görülmektedir.

4.1.6. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Dört işlem hatalarına ilişkin yedinci alt amaç ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarının ailenin gelir düzeyine göre dağılımını belirlemeye yöneliktir.

Tablo 4.7. İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Ailenin Gelir Düzeyine Göre Dağılımına İlişkin Frekans Dağılımı

Dört İşlem Hataları	Düşük (N=55)			Orta (N=55)			Yüksek (N=55)		
	F2ö	%	F2n	F2ö	%	F2n	F2ö	%	F2n
Basamak Değeri									
Basamakları yanlış yere yerleştirme	6	10,91	38	3	5,45	16	2	3,64	9
Sütunların kendi içerisinde işlem yapma	13	23,64	42	7	12,73	23	4	7,27	13
İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme	5	9,09	19	2	3,64	11	1	1,82	5
Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma	2	3,64	9	2	3,64	8	1	1,82	4
Rakamları yan yana yazma	2	3,64	18	1	1,82	8	1	1,82	8
Rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma	2	3,64	15	1	1,82	7	0	0,00	0
Elde Hataları									
Eldeyi eklemeyi unutma	14	25,45	53	10	18,18	36	7	12,73	24
Eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme	11	20,00	41	6	10,91	22	6	10,91	17
Eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme	7	12,73	20	4	7,27	13	3	5,45	11
Eldeyi fazla taşıma	7	12,73	24	2	3,64	7	0	0,00	0
Eldeyi ters taşıma	4	7,27	15	1	1,82	6	0	0,00	0
Eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama	3	5,45	14	0	0,00	0	0	0,00	0
Eldeyi ekleme yerine eksitme	2	3,64	8	0	0,00	0	0	0,00	0
Eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma	2	3,64	11	0	0,00	0	0	0,00	0
Onluk Bozma Hataları									
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme	15	27,27	78	7	12,73	29	5	9,09	18
Gereksiz onluk bozma	10	18,18	32	5	9,09	18	4	7,27	13
Onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma	7	12,73	27	5	9,09	20	3	5,45	14
Bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme	8	14,55	26	4	7,27	11	0	0,00	0

Tablo 4.7'nin devamı

Dört İşlem Hataları	Düşük (N=55)		Orta (N=55)			Yüksek (N=55)			
	F2ö	%	F2n	F2ö	%	F2n	F2ö	%	F2n
Onluk bozamama ve sonucu 0,1 ve 9 olarak yazma	5	9,09	33	3	5,45	25	1	1,82	8
Onluk bozduğu sayıyı eksiltme yerine arttırma	5	9,09	17	3	5,45	11	0	0,00	0
Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme, onluğu basamak sonuna ekleme	4	7,27	23	1	1,82	5	0	0,00	0
Onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme	2	3,64	8	2	3,64	9	0	0,00	0
Onluk bozduğu sayıyı işlem yapmadan aynen yazma	4	7,27	22	2	3,64	13	1	1,82	6
Bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma	3	5,45	12	0	0,00	0	0	0,00	0
Onluk bozduğu sayıya 10 ekleyerek işlem yapma		0,00		0	0,00	0	0	0,00	0
Sembol Hataları									
Eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	5	9,09	18	3	5,45	12	1	1,82	3
Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	5	9,09	21	2	3,64	9	0	0,00	0
Çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama	12	21,82	42	7	12,73	26	3	5,45	12
Eşit (=) işaretini yanlış algılama	4	7,27	14	3	5,45	11	0	0,00	0
İşlem çizgisini yanlış yerde kullanma	4	7,27	23	1	1,82	7	0	0,00	0
İşlem sembollerinin yerlerini karıştırma	2	3,64	10	1	1,82	4	0	0,00	0
Bölme (÷) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama	9	16,36	36	5	9,09	18	3	5,45	11
Sayı sembollerini yanlış yazma	3	5,45	26	3	5,45	21	0	0,00	0
İşlem çizgisini kullanmama	2	3,64	13	2	3,64	10	1	1,82	6
İşlem sembolü kullanmama	2	3,64	11	2	3,64	11	0	0,00	0
Artı (+) işaretini çarpma (x) işareti olarak algılama	3	5,45	15	1	1,82	4	1	1,82	5
Çarpma (x) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	4	7,27	19	2	3,64	12	2	3,64	9
Eksi (-) işaretini bölme (÷) işareti olarak algılama	3	5,45	11	2	3,64	9	1	1,82	3
İşlemsel Hatalar									
Büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma	16	29,09	61	10	18,18	42	6	10,91	22
Sayma Hataları	5	9,09	26	3	5,45	16	3	5,45	15
Verilmeyen toplananı bulma	3	5,45	11	4	7,27	14	2	3,64	9

Tablo 4.7'nin devamı

Dört İşlem Hataları	Düşük (N=55)		Orta (N=55)			Yüksek (N=55)			
	F2ö	%	F2n	F2ö	%	F2n	F2ö	%	F2n
Sütunlar arası farklı işlemler yapma	5	9,09	23	3	5,45	17	0	0,00	0
İşlem yönünü karıştırma	5	9,09	19	1	1,82	6	0	0,00	0
Verilmeyen eksileni bulma	4	7,27	14	4	7,27	12	1	1,82	4
Verilmeyen çıkanı bulma	1	1,82	4	1	1,82	5	0	0,00	0
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	2	3,64	9	0	0,00	0	0	0,00	0
İşlemi eksik bırakma	2	3,64	16	1	1,82	6	1	1,82	7
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	4	7,27	29	2	3,64	13	1	1,82	8
Toplamın birler basamağını yok sayma	3	5,45	11	0	0,00	0	0	0,00	0
Çarpanların yer değiştirmesi	3	5,45	8	1	1,82	3	0	0,00	0
Verilmeyen çarpanı bulma	5	9,09	13	4	7,27	11	1	1,82	2
0 Kavramı									
0 rakamını 1 olarak algılama	12	21,82	60	9	16,36	46	5	9,09	23
0 ile toplamada sonucu 0 bulma	5	9,09	22	2	3,64	9	1	1,82	5
0 ile çıkarmada sonucu 0 bulma	6	10,91	25	4	7,27	18	1	1,82	6
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 0 bulamama	2	3,64	7	1	1,82	4	0	0,00	0
0 ile çıkarmada 0'ı 9 olarak algılama	7	12,73	26	3	5,45	12	2	3,64	9
9 rakamını 0 olarak algılama	4	7,27	11	0	0,00	0	0	0,00	0
1 Kavramı									
1 rakamını 0 olarak algılama	12	21,81	61	6	5,45	32	5	3,64	29
1 ile çarpmada sonucu 1 bulma	9	16,36	33	5	9,09	17	5	9,09	14
1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma	4	7,27	16	1	1,82	5	0	0,00	0
Eşit iki sayının çıkarılmasında sonucu 1 bulma	2	3,64	8	1	1,82	3	0	0,00	0
1 ile toplamada sonucu 1 bulma	2	3,64	5	0	0,00	0	0	0,00	0
1 ile bölmede sonucu 1 bulma	6	10,91	26	4	7,27	18	3	5,45	14

Tablo 4.7. incelendiğinde “verilmeyen toplananı bulma” hata türünün orta gelirli aile durumuna sahip çalışma grubunda daha yüksek orana sahip olduğu görülmektedir. “Çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma”, “onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme”, “sayı sembollerini yanlış yazma”, “işlem çizgisini kullanmama”, “işlem sembolü kullanmama”, “verilmeyen eksileni bulma” ve “verilmeyen çıkanı bulma” hata türlerinde düşük gelir

aile durumuna sahip öğrencilerle, orta gelir aile durumuna sahip öğrencilerin eşit oranda hata yaptıkları görülmektedir. Toplam yapılan hata sayıları gruplara göre değişiklik göstermektedir. Yapılan diğer hata türleri açısından düşük aile gelir durumuna sahip öğrenciler en yüksek hata frekansına sahip oldukları tespit edilmiştir. Benzer şekilde “rakamları yan yana yazma”, “artı (+) işaretini çarpma (x) işareti olarak algılama”, “1 ile çarpmada sonucu 1 bulma” hata türlerinde orta gelir aile durumuna sahip öğrencilerle, yüksek gelir durumuna sahip öğrencilerin eşit oranda hata yaptıkları görülmektedir.

4.1.7. İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Hatalarının Öğrenci Görüşlerine Göre Belirlenmesi

Öğrencilerin en fazla yaptıkları hata türlerinin nedenlerini belirlemeye yönelik öğrencilerle yapılan görüşme örneklerine aşağıda yer verilmiştir.

Basamak değeri hataları kategorisinde yer alan “rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma” hatasının tespitine yönelik Ö17 ile yapılan görüşme sonucunda araştırmacı tarafından $14 + 5 = 10$ işlemini nasıl yaptığı sorulduğunda:

Ö17: “ bir, dört ve beş var, bunları topladım on oldu ” cevabını vermiştir.

A : “Üstteki sayı kaçtır diye sorulduğunda?”

Ö17: “ On dört ” cevabını vermiştir. Aynı işleme;

Ö23: “beş, dört bir beş olur, artı işareti var, topladım on ” cevabını vermiştir.

Her iki öğrencinin sayıların basamak değeri ile ilgili eksik bilgilere sahip olduğu görülmektedir.

Basamak değeri hataları kategorisinde yer alan “işlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme” hatasının tespitine yönelik Ö10 ile yapılan görüşme sonrasında ise:

A: “ $16 + 2 = 81$ cevabını nasıl buldun?” sorusu yöneltildiğinde;

Ö10: “ Altı ile yedi sekiz büyük olduğu için en sona yazdım. ” cevabını vermiştir.

A: “En son dediğin yer neresi?”

Ö10: “Burası” diyerek işlem çizgisinin altında yer alan sol tarafı göstermiştir.

A: “Neden sekizi buraya yazdın?”

Ö10: “*Sekiz büyük olduğu için büyük sayı buraya yazılır.*” cevabını vermiştir.

Elde hataları kategorisinde yer alan “eldeyi ekleme unutma” hata türünün tespitine yönelik Ö54 ile yapılan görüşme sonrası, $55+15=60$ cevabını nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö54: “*Beş, beş daha on olur, beş bir altı olur.*”

A: “*Beş ile beşi topladın on buldun, peki ondaki biri ne yaptın?*”

Ö54: “*Onun sıfırını yazdım.*”

Ö43 ile yapılan görüşmede $38+25=53$ işlemini nasıl yaptığı sorulduğunda;

Ö43: “*Beş ile sekizi topladım, on üç, üçü aşağıya yazdım. Üç ile ikiyi topladım beş eder. Elli üç buldum*”

A: “*On üçteki ona ne oldu?*”

Ö43: “*Bir olur, sol tarafa geçer.*” cevabını vermiştir.

A: “*Peki sol basamağa taşıdın mı eldeyi?*” sorulduğunda

Ö43: “*Unuttum.*” cevabını vermiştir.

İkinci öğrenci eldeyi eklemesi gerektiğini unuttuğunu gerçekleştiren diyalog sonrası farkına varmıştır. Ö54 kodlu öğrenci ise eldeyi taşınması gerektiğinin farkında değildir.

Elde hataları kategorisinde yer alan “eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme” hata türünün neden olduğunun tespitine yönelik Ö36’ya $25+17=132$ sonucunu nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö36: “*Beş ile yedi daha on iki eder. Biri yukarı yazarım. İki bir daha üç eder. Yukarıda bir vardı biride yazdım.*”

Aynı soruya $25+17=142$ cevabını veren Ö56’ya bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda;

Ö56: “*Beş ile yediyi topladım on iki oldu. İkiyi yazdım, elimde bir oldu, İki bir daha üç eder. Üç bir daha dört eder. Elimde bir vardı biride yazdım.*”

A: “*Bir onluğu üçe ekledin tekrar neden işlemin sonuna ekledin?*”

Ö56: “*Çünkü öğretmenimiz biri yukarı yazın yandaki sayılara eklemeyi unutmayın dedi.*” cevabını vermiştir.

Elde hataları kategorisinde yer alan “eldeyi ters taşıma” hatasının tespitine yönelik Ö51 ile yapılan görüşme sonucu $47+6=71$ cevabına nasıl ulaştığı sorulduğunda

Ö51: “*Yedi var altı üzerine sayarsam on üç yapar. On üç olduğu için, bir yazarım, üç kalır, dörtlede üçü toplarım.*” cevabını vermiştir. Ö51’e neden üçle dördü topladığı sorulduğunda;

Ö51: “*Yediyle altıyı topladım on üç oldu, öğretmenimiz iki sayı olduğunda komşuya taşınır.*” cevabını vermiştir.

A: “*Niye biri taşımadın da üçü taşıdın?*”

Ö51: “*Üç daha büyük ondan.*” cevabını vermiştir.

Onluk bozma hatalarından onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme hatasını tespit etmeye yönelik Ö39 ile yapılan görüşmede $73-26=57$ işlemini nasıl yaptığı araştırmacı tarafından sorulduğunda;

Ö9: “*3’ ten 6 çıkmaz. Komşudan bir onluk aldım 13 oldu. 13’ ten 6 çıkınca 7 kaldı. 7’ den 2 çıkınca 5 kaldı. 57 buldum.*”

A: “*7’ den aldığın onluğa ne oldu?*”

Ö9: “*3’ ekledim 13 oldu.*” cevabını vermiştir.

Hatanın neden yapıldığını tespit etmeye yönelik Ö44 ile yapılan görüşmede $51-33=28$ cevabına nasıl ulaştığı sorusu yöneltildiğinde;

Ö44: “*Çıkarma işlemi yaptım, yukarıda bir var, birden üç çıkmaz, komşuya gittim on aldım, on bir olur. On birden sekiz çıkarttım, üç kaldı. Yukarıda beş var, üçü çıkartırım iki kalır. İkiyi de buraya yazarım.*” cevabını vermiştir.

A: “*Komşudan aldığın onluğa ne oldu?*”

Ö44: “*Bir ile topladım on bir olur*” cevabını vermiştir.

Öğrenci onluk bozduğu sayıyı eksiltmiyor. 73 sayısından 26 çıkartılırken 3’ten 6’nın çıkmayacağını biliyor. 7’ den onluk bozuyor; fakat onluk bozduğu sayı olan 7’yi eksiltmiyor.

Onluk bozma hata kategorisinde yer alan “Onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma” hata türünü tespit etmeye yönelik Ö32 ile yapılan görüşme sırasında $44-9=39$ sonucunu nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö32: “*Dokuz var, dokuz büyük olduğu için alta dokuz yazarız. Dokuz dörtten büyük olduğundan dört üç olur.*” Aynı işleme $44-9=49$ cevabını veren Ö41’e bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda;

Ö41: “*Dörtten dokuz çıkmaz dokuz olur.*”

A: “*49’daki dördü nasıl buldun?*”

Ö41: “*Altında sayı yok, dört yazarım.*” cevabını vermiştir.

Onluk bozma hataları kategorisinde yer alan “bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma” hatasının tespitine yönelik Ö47 ile yapılan görüşmede $28-9=11$ işleminin sonucuna nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö47: “*dokuz sekizden büyük, komşudan on aldım. Ondan dokuz çıkarttım, bir buldum. İki den bir çıkarttım bir buldum.*”

A: “*Yirmi sekizdeki sekiz rakamına ne oldu?*” sorusuna,

Ö47: “*İki den on aldım burası on oldu.*” cevabını vermiştir.

Onluk bozma kategorisinde yer alan “gereksiz onluk bozma” hata türünün tespitine yönelik Ö60 ile yapılan görüşmede $16-6=0$ işleminin sonucunu nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö60: “*On altıdan altıyı çıkarttım*”

Araştırmacı tarafından sırasıyla hangi işlemleri yaptığı sorulduğunda ise;

Ö60: “*Altıdan altı çıktı, sıfır kaldı. Biride komşudan aldım, altı oldu.*” cevabını vermiştir. Hata türünün tespitine yönelik Ö39 ile yapılan görüşmede $59-13=36$ sonucunu bulurken sırasıyla hangi işlemleri yaptığı sorulduğunda;

Ö39: “*Çıkartma işlemi yaptım, dokuzdan üç çıkarsa altı kalır, beşten bir onluk aldım dört kaldı, dörtten bir çıkarsa üç kaldı.*” cevabını vermiştir. Neden beşten bir çıkardığı sorulduğunda ise ;

Ö60: “ Çıkartırken komşudan onluk aldım, derslerde böyle yapıyoruz.” cevabını vermiştir.

Sembol hatalarından “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama” hata türünün tespitine yönelik Ö6 ile yapılan görüşmede $10-4=14$ işleminin sonucunu nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö6: “On, dört daha on dört yapar.” araştırmacı tarafından Ö6’ya soruda bizden ne istendiği sorulduğunda;

Ö6: “On var, dört var on dört olur. Öğretmenimiz böyle yapmamızı istiyor.” cevabını vermiştir. Öğrenci işlem sembolünün ne anlama geldiğini anlamamıştır. Dört işlem öğretimine toplama işlemleriyle başlanmış olması çocukların işlemleri toplama olarak algılamasına neden olabilmektedir. Ö21 ile yapılan görüşmede $7-4=11$ işlemini nasıl yaptığı sorulduğunda;

Ö21: “Sekiz, dokuz, on, on bir... (parmakla sayarak) on bir.” cevabını vermiştir.

A: İşlem işareti (-) gösterilerek “Bu ne işaretidir?”

Ö21: “Çizgi” cevabını vermiştir.

İşlemsel hatalardan “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma” hatasını tespit etmeye yönelik Ö4 ile yapılan görüşme sırasında $6+6=6$ işleminin sonucunu nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö4: “İki tane altı var, altı olur.” araştırmacı tarafından aradaki işlemin ne olduğu sorulduğunda ise;

Ö4: “Altı altıya eşittir” cevabını vermiştir.

Ö4’ün artı (+) sembolünden ziyade eşit (=) sembolüne odaklandığı görülmektedir. Hata türünün tespitine yönelik Ö43 ile yapılan görüşme sırasında $3 \times 3 = 3$ cevabını nasıl bulduğu sorulduğunda;

Ö43: “Üç kere üç, üçtür. Çünkü üç üçe eşittir.” cevabını vermiştir.

İşlemsel hatalardan büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma hatasını tespit etmeye yönelik Ö5 ile yapılan görüşmede;

A: “ $34 - 17 = 23$ işlemi nasıl yaptın?”

Ö5: “ 7, 4'ten daha büyük 7'den 4'ü çıkarttım. 3'te 1'den büyük olduğu için 3'ten 1'i çıkarttım.” Aynı soruya diğer bir öğrenci,

Ö2: “4' ten 7 çıkmaz. Ben de 7'den 4'ü çıkarttım, 3 buldum. 3'ten 2' yi çıkarttım, 1 buldum. Sonuç 23' tür.” cevaplarını vermişlerdir. Çıkarma işlemi ilk olarak onluk bozma gerektirmeyen büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması biçiminde çocuklara öğretildiğinden dolayı, öğrencilerin onluk bozma gerektiren işlemlerde ilk başta öğrendikleri bu deneyimleri “büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır şeklinde” sürmektedir.

Basamak değeri hatalarından sütunların kendi içerisinde işlem yapma hatasını belirlemeye yönelik Ö45 ile yapılan görüşmede $17+24=311$ işlemini nasıl yaptığı araştırmacı tarafından sorulduğunda;

Ö45: “ 7, 4 daha 11 yapar. 1 ile de 2'yi topladım, 3 oldu.” cevabını vermiştir.

A: “Neden on bir sayısını sonuç bölümüne yazdın?”

Ö45: “Yedi dört daha on bir eder, topladım aşağı yazdım.” cevabını vermiştir.

Basamak değerine dikkat edilmeden yapılan bu hatada öğrenci sütunları kendi içerisinde değerlendiriyor. 11 sayısının 1 onluk ve 1 birlikten oluştuğunu göz ardı ediyor ve 3 basamaklı bir sayı elde ediyor.

İşlemsel hatalardan sayma hatasını tespit etmeye yönelik Ö11 ile yapılan görüşmede;

A: “ $6+4=9$ işlemini nasıl yaptın?”

Ö11: “6'nın üzerine parmaklarımla 4 saydım;6,7,8,9 ve 9 buldum.”

A: “Neden 6' dan başlayarak üzerine saydın?”

Ö11: “ Çünkü 6 birinci.” cevabını vermiştir.

Öğrenci toplama işlemini yaparken başlangıç sayısı olarak ilk sayıyı da hesaplama işlemine dahil etmiştir. Yapılan bu sayma hatasında öğrenci 6 sayısının üzerine 4 sayması gerekirken, 6 sayısını iki kez hesaplamaya dahil ederek sayma hatası yapıyor.

O kavramı ile ilgili 0 ile çarpmada sonucu sayıya eşit bulma hatasının nedenini tespit etmeye yönelik Ö4 ile yapılan görüşmede;

A: “ $4 \times 0 = 4$ sonucunu nasıl buldun?”

Ö4: “4 kere 0, 4 eder; çünkü 0 var. Sıfır sayıyı değiştirmez.” cevabını vermiştir.

Ö8: “Öğretmenimiz 0’ın etkisiz olduğunu söyledi. O yüzden sayı aynı kalır.” cevabını vermiştir. Öğrenci toplama işleminde öğrendiği 0’ın etkisiz olma özelliğini çarpma işlemine taşıdığı görülmüştür.

İşlemsel hatalardan verilmeyen toplanan bulma hatasını tespit etmeye yönelik Ö1 ile yapılan görüşmede $6 + \boxed{14} = 8$ işlemi nasıl yaptığı araştırmacı tarafından sorulduğunda

Ö1: “6’ nın üzerine 8 saydım 14 buldum.” Aynı soruya;

Ö13: “Toplama işareti olduğu için 6 ile 8’i topladım.”

Ö15: “6 nın yanında artı işareti var. 6 artı 8, 14 eder.” cevabını vermiştir. Öğrenci “6 ile kaç toplarsam 8 eder.” örneğinde ki verilmeyen toplananın bulunmasında işlem arasındaki artı (+) sembolüne odaklanarak, bu tür işlemleri toplam sonucu bulmaya yönelik olarak yapmaktadır.

İşlemsel hatalardan büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma hatasını tespit etmeye yönelik Ö5 ile yapılan görüşmede $34 - 17 = 23$ işlemi nasıl yaptığı araştırmacı tarafından sorulduğunda;

Ö5: “7, 4’ten daha büyük 7’den 4’ü çıkarttım. 3’te 1’den büyük olduğu için 3’ten 1’i çıkarttım.” Aynı soruya

Ö2: “4’ ten 7 çıkmaz. Ben de 7’den 4’ü çıkarttım, 3 buldum. 3’ten 2’ yi çıkarttım, 1 buldum. Sonuç 23’ tür.” cevaplarını vermişlerdir.

Çıkarma işlemi ilk olarak onluk bozma gerektirmeyen büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması biçiminde çocuklara öğretildiğinden dolayı, öğrencilerin onluk bozma gerektiren işlemlerde ilk başta öğrendikleri bu deneyimleri “büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır şeklinde” sürmektedir.

Basamak değeri hatalarından sütunların kendi içerisinde işlem yapma hatasını belirlemeye yönelik Ö45 ile yapılan görüşmede;

A: “ $17+24=311$ işlemi nasıl yaptın?”

Ö45: “7, 4 daha 11 yapar. 1 ile de 2’yi topladım, 3 oldu.” cevabını vermiştir.

A: “Neden on bir sayısını sonuç bölümüne yazdın?”

Ö45: “Yedi dört daha on bir eder, topladım aşağı yazdım.” cevabını vermiştir. Basamak değerine dikkat edilmeden yapılan bu hatada öğrenci sütunları kendi

içerisinde değerlendiriyor. 11 sayısının 1 onluk ve 1 birlikten oluştuğunu göz ardı ediyor ve 3 basamaklı bir sayı elde ediyor.

Onluk bozma hatalarından onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme hatasını tespit etmeye yönelik Ö9 ile yapılan görüşmede;

A: “73- 26= 57 işlemi nasıl yaptın?”

Ö9: “3’ ten 6 çıkamaz. Komşudan bir onluk aldım 13 oldu. 13’ ten 6 çıkınca 7 kaldı. 7’den 2 çıkınca 5 kaldı. 57 buldum.” cevabını vermiştir.

A: “7’ den aldığın onluğa ne oldu?”

Ö9: “3’ ekledim 13 oldu.” cevabını vermiştir.

Öğrenci onluk bozduğu sayıyı eksiltmiyor. 73 sayısından 26 çıkartılırken 3’ten 6’nın çıkmayacağını biliyor. 7’ den onluk bozuyor; fakat onluk bozduğu sayı olan 7’yi eksiltmemektedir.

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin dört işlem hatalarını belirlemeye yönelik olan bu çalışma öğrenci defter örnekleri ve öğrenci görüşmeleri çerçevesinde yürütülmüştür.

Öğrenci defterleri analiz edildiğinde 1. sınıf öğrencileri arasında tüm hata türleri arasında yapılan en yüksek yük değerine sahip hata türünün öğrenciler tarafından % 19,75 oranında yapılan “basamakları yanlış yere yerleştirme” hatası olduğu tespit edilmiştir. 2. sınıf öğrencileri arasında bu hata türünün yapılma oranı ise % 6,67 olarak tespit edilmiştir. Basamak değeri kategorisinde yer alan “çift basamaklı sayıyla tek basamaklı sayıyı toplarken veya çıkarırken her iki basamakla işlem yapma” hata türünün 1. sınıf öğrencilerin % 8,64’ü, 2. sınıf öğrencilerinin %3,03’ü tarafından yapıldığı, “İşlem sonucunu yanlış basamaklara yerleştirme” hata türünün 1. sınıf öğrencilerinin % 8,02’si, 2. sınıf öğrencilerinin % 4,85’ i tarafından yapıldığı, 1. sınıf öğrencilerinin %7,41’i tarafından yapılan “rakamları yan yana yazma”, hatasının 2. sınıf öğrencilerinin % 2,42’si tarafından, 1. sınıf öğrencilerinin % 5,56’sı tarafından ise “rakamları ayrı değerlendirip kendi aralarında işlem yapma” hatasının 2. sınıf öğrencilerinin % 1,82’si tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Ross (2002), Tarım ve Dinç Artut (2012) sayıları anlama, farklı sayma sistemlerini kavrayabilme dolayısıyla farklı tabanlarda çoklukları temsil etme, zihinden matematiksel işlemler yapabilme, tahmin etme ve çok basamaklı işlemleri anlayabilmede basamak değeri kavramını anlamanın önemli olduğunu belirtmektedir. Örneğin işlem öğretiminde, işlem tekniği basamak değeri kavramına dayalı olarak verilmektedir. Bu nedenle öğrencilerin aritmetik işlemlerde yaptıkları hataların da önemli kaynaklarından biridir. Kamii ve Leslie Joseph (2004), Artut ve Tarım (2006) çocukların bir sayıyı oluşturan rakamların basamak ve sayı değerlerini ayırt etme konusunda güçlükler yaşadıkları ortaya koyulmuştur. Örneğin birinci ve ikinci sınıfta bulunan çocukların çoğunun “16” sayısındaki 1’in 1 tane onluk gösterdiğini anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Thompson ve Bramald (2002) yaptıkları çalışmalarında ilköğretim 2. 3. ve 4. sınıf (her sınıftan 48’er öğrenci) toplam 141 öğrenciden en başarılı 91 öğrenci üzerinde uyguladıkları

testin sonucunda 4 öğrencinin basamak değeri konusunda bilgilerinin çok iyi, 14 öğrencinin iyi, 28 öğrencinin orta, 46 öğrenci ise ortanın üstü olduğu sonucuna ulaşmışlardır. 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin basamak değeri kavramını çok az anladıklarını hatta hiç anlamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Dinç Artut ve Tarım (2006) ilköğretim 2. 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinden oluşan toplam 728 öğrenciyle yaptıkları araştırmalarında, öğrencilerin basamak değer kavramına ilişkin soruları doğru cevaplama yüzdelerinin her sınıf düzeyi için düşük olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin başarı düzeyleri arttıkça hata yapma oranları azalmakla birlikte yine de her başarı düzeyinde bu konuda güçlük yaşandığı gözlenmiştir. Cinsiyet açısından ise bu konuda yaşanan güçlüklerin benzer olduğu görülmüştür. Hansen'e (2014) göre $59 - 28 = 211$ türünde sütunlar arası işlem yapma hatasını yapan çocuk en başta tanıştığı ayrıştırmayı tüm hesaplamaya yeni bir kural olarak uygulamaktadır. Çocuk basamak değeri konusunda eksik anlamalara sahip olabilir. Çocukların cevapları kontrol edilmezse cevaplar yanlış olarak kalacaktır. $12 : 3 = 312$, $5 \times 4 = 54$ türünde yapılan hatalarda öğrenciler tarafından verilen anlamsız cevaplarda çoğu zaman sorunun içindeki sayılar kısmen veya tamamen cevap alanına yazılmıştır. Bu tür cevaplarda öğrenciler nasıl ilerleyecekleri konusunda net bir fikirleri olmadığı durumlarda cevabı boş bırakabilmektedir. Roberts'e (1968) göre öğrenciler kendileri üzerinde baskı hissettiklerinde veya işlemi tamamladıklarını hissetmek için cevapları rastgele doldurmak olabilir. Temel sayı gerçeklerinin öğretilmesinden önce öğrencilerin pek çok alanda becerilerinin sistematik olarak oluşturulması önemlidir. Sezgisel sayı anlamını kazanmış, temel işlemlere yönelik temel bir anlayışı oluşan öğrencilerin aklına gelen ilk yanıtı yazma olasılıkları azalacaktır. Haylock ve Cockburn'a (2014) göre öğretmenlerin alt alta toplama ve alt alta çıkarma formal yöntemlerinin özünde olan olası zorluklardan haberdar olmaları önemlidir. Çocuklarda basamak değeri için temel altyapı oluşturmadan alt alta toplama ve çıkarma işlemlerini tanıtmak için hiçbir durum yoktur. Alt alta toplama ve çıkarmanın çok erken kullanımı çocukları basamakları düşünmeleri için teşvik eder ve iki basamaklı bir sayıyı ayrı iki birim olarak görür. $13 + 24$ işlemini kurallara uygun bir şekilde yapabilirler. 1 ikinin üzerinde ve 3'te 4'ün üzerinde, 3 ve 4'ü topla 7 yaz, sonra 1 ve 2' yi topla 3 yaz, doğru cevaba ulaşılır fakat bu işlemi yaparken toplanan iki sayının 13 ve 24 olduğunun kavrandığına dair hiçbir kanıt yoktur. Onlar sadece 3 ve 4' ü toplamış, ardından 1 ve 2 (1 onluk ve 2 onluk değil). Eğer

çocuklar bu düşüncedeysen sembollerini onluk taban veya birlik, bozuk paralar gibi basamak değerinin somut şekilleri ile ilişkilendirilmelidir. Devlin'e (2000: 63) göre, öğrenciler tarafından 5×6 sorusuna 36 veya 56 gibi cevaplar verilebilmektedir. Kişiler benzer şekilde $2 \times 3 = 23$ ve $3 \times 7 = 37$ gibi hatalar yapmazlar. Çünkü 27 ve 37 sayıları herhangi bir çarpım tablosunda görünmediğinden, ilişkisel belleğimiz çarpma bağlamında onları ortaya çıkarmaz. 36 ve 56 sayılarının her ikisinde çarpım tablosunda bulunur. Dolayısıyla beynimiz 5×6 işlemini gördüğünde 56 cevabını etkinleştirebilmektedir. MEB'e (2009) göre ikinci sınıftan itibaren, basamak kavramı ve onluk sayı sisteminin sağlam temelleri atılmalıdır. Bir sayının somut modellerle gösterimi ile sayının okunuşu ve yazılışı arasındaki ilişkilere dikkat çekilmelidir. Öğrenci 10'un onluk sistemde özel bir birim olduğunu anlamalıdır. 10'un hem bir birim olduğunu hem de 10 tane birden oluştuğunu düşünebilmelidir. Örneğin; 34 sayısının hem 3 onluk ve 4 birlikten oluştuğunu hem de 34 tane birlik olduğunu anlayabilmelidir. Ayrıca, onluk taban bloklarının kullanımında, bir sayı modellenirken onluk ve birliklerin fiziksel sıralamasının sayının değerini değiştirmedikini; fakat sayılar yazılırken rakamların yazılış sıralamasının sayının değerini değiştirdiğinin farkında olmalıdır.

Elde hataları kategorisinde yer alan "eldeyi eklemeyi unutma" hata türünün ilkökul 2. sınıf öğrencilerinin % 18,79' u tarafından yapılan, en yüksek yük değerine sahip hata türü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu hata türünü sırasıyla ilkökul 2. sınıf öğrencilerinin % 13,94'ü tarafından yapılan "eldeyi işlem sonuna basamak olarak ekleme", öğrencilerin % 8,48'i tarafından yapılan "eldeyi hem bir sonraki basamağa hem de işlem sonuna basamak olarak ekleme" öğrencilerin % 5,45' i tarafından yapılan "eldeyi fazla taşıma", öğrencilerin % 3,03'ü tarafından yapılan "eldeyi ters taşıma", öğrencilerin % 1,82'si tarafından yapılan "eldeyi onlar basamağına ekleme ve birler basamağıyla tekrar toplama" hatasının izlediği sonucuna ulaşılmıştır. Elde hataları kategorisinde yer alan ilkökul 2. sınıf öğrencilerinin % 1,21'i tarafından yapılan aynı oranda yapılan "eldeyi ekleme yerine eksiltme" ve "eldeyi kendi içerisinde toplama ve sonuca yazma" hata türlerinin 2. sınıf öğrencileri arasında en düşük yük değerine sahip hatalar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Sadi'ye (2007) göre, dört temel aritmetik işlem arasında toplama öğrencilere en az zorluk çıkaran hata olarak görülmektedir. En yaygın hataların ikisi, sayıların dikey konumda yerleştirmesi ve 'eldeyi taşıma' süreciyle

ilgilidir. Bu hataların her ikisi de basamak değeri ve gruplama anlayışının eksikliği sonucunda olmaktadır. Haylock ve Cockburn'e (2014) göre toplama işlemlerindeki hatalar genellikle çocukların $26 + 37$ gibi bir toplama işlemi için yan basamağa taşımayı (elde var 1 durumunu) içeren formal yazılı metotlarla çözmeye çalıştıkları zaman oluşur. Yüzlük karenin kullanıldığı prosedürlerde bu tip hataların oluşma ihtimali daha düşüktür. Çocuk 26'dan başlayıp, 30 ekleyerek (3 adım aşağı) 56 elde edilebilir, ve sonrasında buna da 7 ekleyebilir. (7 adım sağa- büyük ihtimale önce 4 kare sağdaki 60'a ilerleyip sonrasında 3 kare daha ilerler) Bu tip bir etkinlik $26 + 37$ için zihinsel bir yöntemin kullanımına önderlik eder. 26,...30 ekle,...56,...4 ekle,...60,...3 ekle,...63. Sidekli, Gökbulut ve Sayar (2013) yaptıkları çalışmalarında toplama işleminde yaşanan problemin nedenleri incelendiğinde öğrencilerin toplama işleminde "elde" kavramını kazanmadıkları ya da hatalı elde ekleme yaptıkları görülmüştür. Bu nedenle toplama işleminde öğrencilerinin hata yapmalarını en aza indirmek, öğrencilerin hata yapmasının önüne geçmek ve kavram yanlışlarını gidermek amacıyla onluk taban blokları ve kafes yöntemi kullanılmıştır. Uygulanan sınıf içi model yöntemiyle desteklenmiş etkinlikler sonucunda öğrencilerin toplama işlemi doğru olarak yapma becerisinin arttığı gözlemlenmiştir. Modelleme yönteminin toplama işlemlerini doğru yapmada güçlük yaşayan öğrencilerde olumlu etkisi olmuştur. Yorulmaz ve Önal (2017) tarafından yapılan çalışmada, sınıf öğretmenlerinin öğrencilerin toplama işleminde yaptıkları hatalara ilişkin görüşlerine bakıldığında, toplama işleminde en fazla yapılan dört hata kaynağı; "eldeyi eklemeyi unutmaktan (40)", "basamakları alt alta yazmamaktan (12)", "sayının üzerine ritmik saymadan (12)" ve "eldeyi toplamaya yazmadan (3)" dolayı yapıldığını belirtmişlerdir. Sınıf öğretmenlerinin görüşlerine göre toplama işleminde ilkökul öğrencileri en fazla eldeyi eklemede, basamakları alt alta yazmada ve üstüne ritmik saymada hata yapmaktadırlar.

İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin onluk bozma hatası ile yaptıkları hatalar incelendiğinde en yüksek yük değerine sahip hata türünün, öğrencilerin % 16,36'sı tarafından gerçekleştirilen "onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme" hata türü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu hata türünü ilkökul 2. sınıf öğrencilerin tarafından yapılan "gereksiz onluk bozma", "onluk bozamama sonucu büyük sayıyı aynen yazma", "bozduğu onluğu işlem sonuna basamak olarak ekleme", "onluk bozamama ve sonucu 0, 1 ve 9 olarak yazma" hata türleri izlemekte olduğu sonucuna ulaşılmıştır. "onluk bozduğu sayıyı

eksiltme yerine arttırma”, “onluk bozduğu sayıyı işlem yapmadan aynen yazma”, “onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme, onluğu basamak sonuna ekleme”, “onluk bozduğu sayıyı 2 veya daha fazla eksiltme”, “bozduğu onluğu birler basamağına eklemeyip 10 olarak işlem yapma” hata türlerinin izlediği sonucuna ulaşılmıştır. “Onluk bozduğu sayıya 10 ekleyerek işlem yapma” hata türüne ise çalışma grubundaki hiçbir öğrenci defterinde ulaşamadığı sonucuna varılmıştır. Sidekli, Gökbulut ve Sayar (2013) araştırmalarında öğrencilerin çıkarma işleminde güçlük yaşama nedenini incelediklerinde öğrencilerin genellikle ondalık bozma konusunu kavrayamadıkları ve bu konuda hata yaptıkları belirlenmiştir. Bu nedenle çıkarma işleminde öğrencilerin onluk taban blokları yardımıyla işlemleri somutlaştırması sağlanarak alıştırmalar yapılmış. Sürecin sonunda öğrencilerin çıkarma işleminde hata yapma oranının azaldığı ve ondalık bozmada problem yaşamadıkları gözlemlenmiştir. Modelleme yöntemi öğrencilerin çıkarma işlemlerini doğru yapmalarında etkili olmuştur. Kamii ve Lewis’e (1991) göre, toplama işlemi ile ilgili kavramlar sağlamlaşmadan, çıkarma işlemine geçmek zorluklara neden olmaktadır. Brown ve Burton (1978) 1325 dördüncü, beşinci ve altıncı sınıf öğrencisiyle yaptıkları çalışmalarında, öğrencilerin yaklaşık %40’ının sürekli yanlış algoritmalar kullandığı, zorlukların çoğunun onluk bozma sırasında, özellikle de sıfırın yer aldığı durumlarda ortaya çıktığı sonucuna ulaşılmıştır. En sık görülen hatanın, üst basamağın 0 olduğu bir sütundan ödünç alırken, 0’ın 9 olarak değiştirilmesi ve sonraki gelen sütunlarda onluk bozmadan işleme devam edilmesidir. Wallece (1984) dört işlem hatalarını belirlemeye yönelik 3. 5. ve 8. sınıflarla yaptıkları çalışmasında, öğrenciler arasında gereksiz onluk bozma hata türünün yapılma oranını 3. sınıf öğrencilerinde %4,3, 5.sınıf öğrencilerinde %5, 8 sınıf öğrencilerin de ise %1 i olarak bulunmuştur. Onluk bozduğu sayıyı eksiltmeme hata türünün yapılma oranı 3.sınıflarda %2, 5 sınıflarda %9, 8.sınıflarda %4,6’dır. Onluk bozmadaki başarısızlık sonucu işlem sonucunu 0 yazma hata türü 3. sınıf öğrencileri tarafından %4,6 oranında yapıldığı görülmüştür. Doğan (2002) toplama işleminde eldeye dayalı hataların çoğunlukta olduğu, çıkarma işlemlerinde ise; onluk bozma işleminin yanlış yapıldığı ya da çoğu zaman onluk bozulmadığı görülmüştür. Kubanç (2012) 468 1.,2.ve 3. sınıf öğrencisinin çalışma yapraklarını incelediği çalışmasında, 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin toplama işlemine göre çıkartma işlemi gerektiren soru türlerinde daha çok zorluk yaşadığı sonucuna ulaşmıştır. Yorulmaz ve Önal (2017) tarafından yapılan çalışmada, sınıf

öğretmenlerinin öğrencilerin çıkarma işleminde yaptıkları hatalara ilişkin görüşlerine bakıldığında, çıkarma işleminde en fazla yaptığı altı hata kaynağı; “onluk bozamama (20)”, “onluk aldıktan sonra basamakta onluk eksiltmeyi unutma (17)”, “eksilen sayıdaki rakam küçükse çıkan sayıdaki rakamdan eksileni çıkarma (13)”, “iki basamak yandan onluk alırken onlukları basamaklara geçirirken (6)”, “iki ya da üç basamağı “0” rakamı olduğunda onluk bozma (6)” ve “geriye doğru ritmik sayma (5)”dır. Sınıf öğretmenlerinin görüşlerine göre çıkarma işleminde ilkökul öğrencileri en fazla onluk bozmada, onluk aldıktan sonra basamaktan onluk eksiltmeyi unutma ve eksilen rakamdaki rakam küçükse çıkan sayıdaki rakamdan eksileni çıkarmada hata yapmaktadırlar. Tirosh, Tsamir ve Hershkovitz’e (2008) göre öğrencilerin toplama ve çarpma işlemlerinde çıkarma ve bölme işlemlerine göre daha başarılı olduğu görülmüştür.

Sembol hataları kategorisinde yer alan “eksi (-) işaretini artı (+) işareti olarak algılama” hata türünün ilkökul 1. sınıf öğrencilerinin % 16,05’i, ilkökul 2. sınıf öğrencilerinin % 5,45’i tarafından yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zaman da bu hata türü sembol hataları kategorisinde yer alan en yüksek yük değerine sahip hata türüdür. “Artı (+) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama” hata türünün ise ilkökul 1.sınıf öğrencilerinin % 11,73’ü, 2.sınıf öğrencilerinin ise % 4,24’ü tarafından yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Her iki hata türünde de 2. sınıfa geçildiğinde azalma olduğunu araştırma sonuçları göstermektedir. “Çarpma (x) işaretini artı (+) işareti olarak algılama” hata türünün 2.sınıf öğrencilerinin % 13,33’ü, “bölme (÷) işaretini eksi (-) işareti olarak algılama” hata türünün ise 2.sınıf öğrencilerinin % 10,30’u tarafından yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Roberts (1968)’e göre öğrenci ilk olarak ilgili rakamları tanımalıdır. Ardından işlem sembolünün (-) diğer sembollerden (+) veya (-) ayrımını yapmalıdır. Bu ayrımı yaptıktan sonra uygun adımları seçerek sonuca ulaşmalıdır $8 - 3 = ?$ (5). Öğrencilerin bu soruya 11 cevabını verdikleri tespit edildiğinde uygun ve uygunsuz cevaplar arasında hatayı veya anlayış eksikliğini ayırım yapma yeteneği tespit edilmelidir. Bu hataların bazıları önceki öğrenmelerinden kaynaklı aşırı genelleme sürecinden kaynaklanabilir. Burada çocuk işlem işaretine odaklanmaktansa tüm resme (uyaran resme) dikkatini etkileyecek kadar güçlü uyarıya otomatik bir reaksiyon üretmiş olabilir. Bu konudaki gösterilen zorlukların üstesinden gelebilmek için uyarıcıları ayırt etme ve aritmetik işlemlerin öğretilmesinde cevapların farklılaşmasına yönelik

eğitilmeye daha fazla önem verilmesi gerekir. ($8 - 3 = 5$, $8 + 3 = 11$) Başka bir öneride problem çözme setlerinde eksik ve yüzeysel uyarılara dayanan sorulardan kaçınılmalıdır ($8 - 3 = ?$). Araştırma sonucuna göre sembol hataları kategorisinde yer alan “eşit (=) işaretini yanlış kullanma” hata türünün ilköğretim 1.sınıf öğrencilerinin % 9,26’sı, 2.sınıf öğrencilerinin ise % 4,24’ü tarafından yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin eşit işaretini; eşitlik, denklik ilişki ifade eden bir sembol olarak değil, bir işlem sembolü olarak gördükleri ortaya çıkmıştır. Eşitlik sembolü yerine işlemler arası sembole odaklanmaktadır. Yaman, Toluk ve Olkun (2003) ilköğretim 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramı ve eşit işaretini nasıl algıladıklarını inceledikleri araştırmalarında; öğrencilerin eşit işaretini bir “ilişkisel sembol” olarak değil daha çok bir “işlem işareti” olarak algıladıkları sonucuna ulaşmışlardır. Carpenter ve Levi (2000), Falkner, Levi ve Carpenter (1999) öğrencilerin eşit işaretini işlem yapma, eşit işaretinin sol tarafında işlem yapılacak sayıların olması, sağ tarafında ise işlem sonucunun bulunması yönelik yanlış anlamalara sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Van de Walle, Karp ve Williams’ a (2014) göre eşittir işaretine ayrıca dikkat edilmelidir. Eşittir işareti “... ile aynı” anlamına gelmektedir. Çoğu öğrenci bu sembolün “cevap çıkacak” mesajını düşünmektedir. Bu sembol hesap makinesindeki = tuşu ile aynı manada ele alınmaktadır. Cevaba ulaşılması için basılması gereken bir tuştur. $4+8 = 3+9$ denkleminin bir cevabı yoktur; ancak iki tarafta aynı çokluğu temsil eder. Öğrencilerle birlikte denklemleri ele alırken “... ile aynı” yapısını “eşittir”in yerine veya bununla birlikte kullanılması iyi fikirdir. Ryan ve Williams’a (2007) göre, çocukların eşittir işareti hakkındaki ilk anlayışı, çoğunlukla, aritmetik bir işlemi gerçekleştirmek için talimat bağlamındadır. Örneğin $3 + 5 = ?$ işleminde işaretin bu 'işlem' görünümü, çoğunlukla, '3'e 5 eklersek kaç yapar veya 3, 5 daha kaç eder? olarak okunarak gösterilir. Ve yine de, bu süreç daha sonra bir sayı cümlesi olarak anlaşıldığında, eşitlik işareti 'aynıdır' veya 'eşittir' gibi ek bir anlam kazanır. Toplam $3 + 5 = 8$, '3 ve 5' 8 'veya' $8 - 3 = 5$ gibi eşit olarak okunabilen bir cümle olur. Bu önemli bir kavramsal değişimdir. Hansen’e (2014) göre $3 \times 8 = 24$, $8 \times 3 = 24$, $3 \div 8 = 24$, $8 \div 3 = 24$ çocukların bu hataları yapmalarının birkaç nedeni olabilir. Büyük olasılıkla bir desen oluşturmaya yönelik gördükleri bir kalıbı yaratmaya çalıştıkları, yazdıklarının mantıklı olup olmadığını düşünmeden işlemleri yapmaya çalışıyor olmaları olabilir. Ayrıca bölme işaretinin ne anlama geldiğini bilmiyor da olabilirler ya da çarpma ve bölme

arasındaki farkı anlamamışta olabilirler. Kubanç (2012) araştırmasında, öğrencilerin toplama işleminin kurallarını çıkartma, çarpma ve bölme işlemlerine, aynı şekilde çıkartma işleminin kurallarını toplama, çarpma ve bölme işlemlerine, çarpma işleminin kurallarını toplama, çıkartma ve bölme işlemlerine ve bölme işleminin kurallarını da toplama, çıkartma ve çarpmaya genelledikleri sonucuna ulaşmıştır. Devlin'e (2000) göre çocuklar yedi yaşına geldiğinde, çarpım tabloları tanıtılmaya başlandığında dikkatsizlikle hatalar yapmaya başlarlar. $2 + 3 = 5$ cevabını kendinden emin bir şekilde söyleyen çocuklar, $2 + 3 = 6$ nadiren de $2 + 3 = 7$ cevabını verebilmektedir. Toplama ve çarpma işlemleri birbiriyle karıştırılmaktadır.

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde bulunan hata türleri incelendiğinde 2. sınıf öğrencileri tarafından yapılan "büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma" hata türünün %19,39' u tarafından yapılan 2. sınıf öğrencileri arasında yapılan en yüksek orana sahip hata olduğu sonucuna varılmıştır. Hata tespitine yönelik yapılan araştırmaların çoğunda, öğrenciler tarafından yapılan yaygın hataların başında "büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma" hatasının ($46 - 18 = 32$, $543 - 237 = 314$) olduğu görülmektedir. Öğrenciler basamak konumuna bakılmaksızın, onluk bozmayı gerektiren işlemlerin çoğunda büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak hata yapmaktadır (Ashlock, 2002; Brown ve Burton; Dickson, Brown ve Gibson, 1984; Engelhardt, 1977; Hopkins, Pope ve Pepperell, 2004; Resnick, 1982; Ryan ve Williams, 2007; Hansen, 2014, Ojose, 2015). Öğrenciyi bu hataya iten sebepler olarak; onluk bozmayı gerektiren işlemlerde ki başarısızlık, çıkarmanın değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşünülmesi vb. nedenler sayılabilir. Yorulmaz ve Önal (2017) çalışmalarında, öğretmenler eksilen sayının çıkan sayıdan küçük olduğu çıkarma işlemlerinde görülen işlemsel hatalarda, öğrencilerin en fazla hatayı yaptıklarını belirtmişlerdir. Hansen'e (2014) göre $374 - 158 = 224$ türünde büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma hatası yapan çocuklar rakamlar arasındaki farkı bilmelidir. Sayı boncuklarıyla öğrenirken çocuklar sayılar arasındaki farkı bulma konusunda cesaretlendirilmelidir. Sıklıkla çocuklara sorulacak sorular; 8 ile 4 arasındaki fark nedir? 4 ile 8 arasındaki fark nedir? Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell'e (2010) göre bu tür hatalardaki sorun, küçük çocukların her zaman rakam, sayı ve basamak arasında ayırım yapamamalarından kaynaklanmaktadır. Birinci sınıfın sonunda veya ikinci sınıfın başında çocuklar iki basamaklı sayıları kullanmaya başlarlar. Çocuk $23 - 4$ işlemini gördüğünde, öğretmenin söylediği büyük basamaktan küçük basamağı

çıkartırız cümlesini hatırlar ve sonucu 21 bulur. Hopkins, Pope ve Pepperell (2004) $483 - 247 = ?$ işleminde yapılan hatalar 7'den 3'ü çıkarmak şeklinde olmaktadır. Çocuğun 483 sayısının eksilen, 247 sayısının çıkan sayı olduğunu anlaması gerekir. Toplama işlemi yapılırken hangi sayı ile başlandığının öneminin olmadığı (değişme özelliği), çıkarma işleminde ise (değişme özelliğinin olmadığı) vurgulanmalıdır. Davis (1984) öğrenciler, $4 - 7$ ve $7 - 4$ işlemlerinin sonucunun aynı olduğunu, çıkarma işlemini değişme özelliğine sahip olan bir işlem olarak düşünmektedir. Bu sebepten dolayı hata yapmaktadırlar.

Ryan ve Williams (2007) yaptıkları araştırmalarında iki basamaklı çıkarma işleminin 7 yaşındaki çocuklar için en zorlandığını işlem türü olduğunu; sorulan soruları, öğrencilerin sadece yüzde 20'sinin doğru yanıtladığını bulmuşlardır. Dikey olarak verilen algoritmaların bu hatayı özendirici nitelikte olduğundan bahsederler. Yatay formatların daha çeşitli çözüm stratejileri teşvik edeceği yaygın biçimde düşünülmektedir. İki basamaklı çıkarma işleminde çok yaygın olarak yapılan hata, iki ya da üç haneli sayıları çıkartırken çocukların daha büyük basamaklardan küçük olanları çıkarmasıyla ortaya çıkmaktadır. ($53 - 34 = 21$ veya $358 - 162 = 216$). Dikey biçimdeki ($458 - 162 = ?$) Üç basamaklı çıkarma için 9 yaşındaki çocukların sadece yüzde 30'u doğru cevap vermiş ve yüzde 17'si daha büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma hatası yapmıştır. ($458 - 162 = 316$) "Sayma hataları" hata türünün ise 1.sınıf öğrencilerinin % 12,96'sı tarafından yapılarak bu kategori içerisinde 1. sınıf öğrencilerinin en yüksek oranda yapılan hata olduğu sonucuna varılmıştır. 2 sınıf öğrencileri tarafından bu hatanın yapılma oranının % 6,67 olduğu tespit edilmiştir. Kubanç (2012) çalışmasında, iki veya daha çok basamaklı sayılarla yapılan hatalar ve yaşanan kavram yanılgılarının, tek basamaklı sayılarla yapılan hatalardan ve yaşanan kavram yanılgılarından daha fazla olduğu sonucuna ulaşmıştır. Brown ve Burton (1978) yaptığı araştırmada parmak sayma gibi gelişmemiş strateji kullanan öğrencilerin bir süre sonra saydıkları yeri unuttukları ve bu nedenle bu hata türünü gerçekleştirdiklerini belirtmişlerdir. Cotton'a (2010) göre $5 + 3 = 7$ işleminde çocuklar 1, 2, 3, 4, 5 şeklinde sayarlar ve tekrar 5'ten başlayarak 5, 6, 7 şeklinde devam ederler. Hansen'e (2014) göre $3+4=6$, $7-5=3$ işlemlerinde bu tür hataları yapan çocuklar, her hesaplamada başlangıç sayısını iki kez saymışlardır. $3+4$ için 3, 4, 5, 6; $7-5$ işleminde ise 7, 6, 5, 4. Birçok çocuk bu hatayı yapar. Küçük çocuklar sonrakinin üzerine saydıkları somut nesnelere oynamaya teşvik etmek doğru

bir şekilde hesaplama yapmalarına yardımcı olabilir. Altun' a (2014) göre ritmik sayma (5'er 5'er, 10'ar 10'ar gibi) çalışmalarıyla işlem becerilerine temel oluşturacak olan saymalara yer verilmelidir. Bunların içinde en önemlisi bir sayı üzerine 10'ar 10'ar saymadır. Örneğin 13'ün üzerinden 23, 33, 43, 53...vb. Aynı zaman da; sayıları 10 ile ilişkilendirme ve bundan yararlanma, sayıları 5 ile ilişkilendirme ve bundan yararlanma, sayıları kendisi ile toplama ve bundan yararlanma etkinliklerine yer verilmelidir. Yorulmaz ve Önal (2017) öğretmen görüşlerine göre öğrencilerin dört işlemde yaptıkları hataları belirledikleri çalışmalarında 71 öğretmenden 18'i öğrencilerin sayma hataları yaptıklarını belirtmişlerdir. Fuson vd. (1997) toplama ve çıkarma işleminde üç düzeyin olduğunu belirtmişlerdir. İlk seviyede öğrenciler “hepsini sayma” stratejisini kullanmakta (ör.; $2 + 5 = [1, 2]$; $[1, 2, 3, 4, 5]$; $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$), ikinci düzeyde öğrenciler” üzerine sayma stratejisi kullanmakta (ör: $2 + 5 = 2, 3, 4, 5, 6, 7$), üçüncü seviyede ise öğrenciler zihinden işlem yapmaktadır.

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “verilmeyen toplananı bulma” hata türünün 1. sınıf öğrencileri tarafından yapılma oranı % 9,88 iken, 2.sınıf öğrencileri arasında bu oran % 5,45'dir. “Verilmeyen eksileni bulma” hata türünün yapılma oranı 1. sınıflarda % 9,26, 2.sınıflarda % 5,45; “verilmeyen çıkanı bulma” hata türünün 1. sınıflarda yapılma oranı %2,47, 2. sınıflarda % 1,21; “İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma” hata türünün 1. sınıf öğrencileri tarafından yapılma oranı % 3,09, 2.sınıf öğrencileri arasında %1,21; “Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma” hatasının yapılması oranı 1. sınıflarda % 3,09, 2. sınıflarda ise % 4,24 olarak tespit edilmiştir. “Toplananların yer değiştirmesi” hata türü 1. sınıf öğrencileri tarafında % 3,70 oranında yapılırken, 2 sınıflarda bu hata türünün yapılmadığı tespit edilmiştir. İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan ve yalnız 2. sınıf öğrencileri tarafından yapılan hatalar incelendiğinde “sütunlar arası farklı işlemler yapma” hatasının % 4,85; “İşlem yönünü karıştırma” hatasının % 3,64; “işlemi eksik bırakma” hatasının %2,42; “toplamın birler basamağını yok sayma” hatasının % 1,82; “çarpanların yer değiştirmesi” hatasının % 2,42; “verilmeyen çarpanı bulma” hatasının öğrencilerin % 6,06'sı tarafından yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. “Eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma” hata türüne hiçbir öğrenci defterinde ulaşamamıştır. Kubanç (2012) çalışmasında, 2. sınıf öğrencilerinin çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 74 oranında doğru cevap verdiği, bölme işlemi gerektiren

soru türlerine ise % 69 oranında doğru cevap verdikleri sonucuna ulaşmıştır. 3.sınıf öğrencileri ise çarpma işlemi gerektiren soru türlerine % 62 oranında doğru cevaplarırken, bölme işlemi gerektiren soru türlerine % 66 oranında doğru cevap vermişlerdir. Araştırma sonuçlarına göre; 2. sınıf seviyesindeki çocuklar en çok bölme işleminde zorlanırken, 3. sınıflar çarpma işlemi gerektiren soru türlerinde zorluk yaşamışlardır. Sadi'ye (2007) göre dört işlem türleri arasında bölme işlemi öğrencilerin en çok zorluk yaşadığı işlem türüdür. Yorulmaz ve Önal (2017) tarafından yapılan çalışmada, sınıf öğretmenlerinin öğrencilerin bölme işleminde yaptıkları hatalara ilişkin görüşlerine bakıldığında, bölme işleminde başlıca yapılan hataların; “bölüme “0” atmada yaşanan hata (26)”, “bölmede çıkarmaya ilk sayıdan değil birler basamağından başlama (3)”, “bölünen sayı içinde kaç tane bölen olduğunu bulduktan sonra, çarpma yapmadan sayının aynısını alta yazma (2)”, “bölünen sayıya birler basamağından başlama (2)”, “bölen sayı aradığı basamakta değilse diğer basamak ile birleştirmede yaşanan hata (2)”, “işlemi yarıda bırakma (2)”, “kalan sayıda bölen ararken yapılan hata (2)”, “çarpma ile ilgili yapılan alt işlemlerde yapılan hata (2)”, “ritmik geri sayamama (2)” ve “çarpımı birler basamağına altına yazma (2) olduğu ortaya çıkmıştır. Sınıf öğretmenlerinin görüşlerine göre bölme işleminde ilkokul öğrencileri en fazla bölüme “0” atmada ve çıkarma işlemine en soldan değil birler basamağından başlamayarak hata yapmaktadırlar. Fox ve Surtees'e (2010) göre öğrenci çarpma işlemi üzerinde yoğunlaşırken 5 kere 4'ün 20 olduğunu biliyorsa, 4 kere 5'in de 20 olduğunu bilmelidir. ($5 \times 4 = 4 \times 5$) Çarpmanın değişme özelliğinden faydalanmalıdır.

Hansen (2014, s.63). $2 \times \square = 6$ çocuk 2 ile 6'yı çarpar 12 elde eder. Çocuk $2 \times 3 = \square$ şeklindeki sorulara işlemi benzetmiş olabilir. Çarpma işaretini görür ve yalnızca birlikte gördüğü iki sayıyı çarpar. Çocuk “6'ya ulaşmak için 2'yi kaç kez çarpacağız” sorusunun sorulduğunun farkında değildir. Alternatif olarak, bölme işlemi kullanılmalıdır. Bu bölmenin çarpmanın tersi olduğunu anlamadığı olabilir. Bölmeyi kullanmak çocuklar için zordur çünkü çocukların $12 \div a = 2$ türünden sorulan orijinal sorudan farklı görülen cebirsel denklem çözmelerini gerektirir. Bu nedenle çocuklar kendilerine sorulan şeyi anlayıncaya kadar kullanmamalıdır. Öğretmenler, öğrencilerin tekrar tekrar aynı sayıların farklı bağlamlarda ortaya çıktığı durumlarla karşılaşmasını garanti altına almalıdır. Burns'e (2007) göre, çocuklar toplama işaretini eklemek olarak öğrenir fakat bu soruda görüldüğü gibi $3 + \square = 7$ toplamı bulmak yerine toplama işaretini gördüğü

için iki sayıyı toplamıştır. Benzer öğrencilerde $3 + 10 = 7$ 'ye eşit olmadığını bildiği halde □ ya 10'u koymuşlardır. Bu tür yaygın hatayı yapan çocuklar sorunun anlamına değil semboller üzerine odaklanmaktadır. Bununla birlikte aynı çocuklar aynı bağlamda verilen sayısal problemleri düşünürlerken genellikle hata oluşmaz. "Üç tane doğum günü mumumuz var ancak toplam on tane muma ihtiyacımız var. Ne kadar daha doğum günü mumuna ihtiyacımız vardır?" Bu problem verildiğinde çocuklar genellikle durumu yorumlar ve ne kadar daha muma ihtiyaçları olduğunu doğru sayılarla belirlerler. Sözel olarak sunulan aynı problemle uğraşırken sıklıkla yaptıkları hatayı yapmazlar.

Örneğin, 3, 4 ve 7 sayıları $4+3$, $3+4$ veya $7-3$ ve $7-4$. Toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişkinin fark edilmesi öğrencilerin problem çözmede yöntem kullanırken esnek olmalarına izin verir (NCTM, 2000). Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch'a (2009) göre çocukların sayma becerilerini geliştirmek için; sırayla saymayı teşvik eden; tekerlemeler, ritimler, hikayeler, saymayı içeren oyunlar; alkışlama oyunları, seksek oyunu, çocukların gün içerisinde karşılaştığı mevcut durumlarda var olan sayıları saymak (öğle yemeğindeki çocuk sayısı vb.), domino ve masa oyunları oynamak, sayma materyalleri setleri, oyun alanında oynayan çocukların; atlama sayıları, topa sahip olanların sayısı, zıplayanların sayısı vb. etkinlikler önemlidir. Derslerin işleniş esnasında ise $8 + 5 = 13$, $13 - 5 = ?$, $13 - 8 = ?$; $9 + 6 = 15$, $15 - 9 = ?$, $15 - 6 = ?$; $12 + 7 = 19$, $19 - 12 = ?$, $19 - 7 = ?$, $46 + 38 = 84$, $84 - 46 = ?$, $84 - 38 = ?$ işlem örneklerine önem verilmelidir. 2'şerli, 3'erli, 4'erli ileri ve geriye doğru ritmik saymayı bilen çocukların bölme ve çarpmada ki eşit gruplar oluşturma veya eşit parçalara ayırma da daha başarılı oldukları görülmektedir. Beishuzen (1993) ve Thompson ve Smith'e (1999) göre öğrenciler toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde benzer stratejiler kullanmaktadır. Örneğin, $83 - 47$ işleminde öğrenciler atlama stratejisini kullanmaktadır. 47 sayısı 40 ve 7'ye ayrılarak $83 - 40 = 43$; $43 - 7 = 36$ olarak bulunmaktadır. Çarpma işleminde ise 36 sayısı 2 ile çarpılırken, 36 sayısı öğrenciler tarafından 30 ve 6 olarak ikiye ayrılmakta, 30 sayısı ve 6 sayısı ayrı ayrı 2 ile çarpılmakta ve bulunan sonuçlar toplanmaktadır.

Sadi'ye (2007) göre, dört aritmetik işlemde, bölüm öğrencilere en zorlukları sunar. Birincisi, bölünen her zaman temettüden daha küçük olması gerektiği inancındandır. Toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağ taraftan başlama (Örneğin; $24 \div 2 = 21$). Kamii ve Leslie Joseph (2004) $22 + 7 = ?$ sorusuna 37 ilköğretim 2.

sınıf öğrencisinden algoritma öğretilen 6 öğrenci 11 cevabını vermiştir. Kilian, Cahill, Ryan, Sutherland ve Taccetta (1980) tarafından yapılan anket sonucunda, hataların %97'sinin prosedür veya hesaplama olduğu bulunmuştur. Yine, bu sonuçlar yanlış algoritmaları ve çarpım tablolarındaki hataları içermektedir. 121 ilköğretim öğrencisi incelenmiş ve 3.294 çarpım örneğinde 685 hata tespit edilmiştir. Çocuğun çalışması düşünüldüğünde rastgele veya dikkatsiz görünebilecek hatalar, birçok öğrencinin çalışması düşünüldüğünde belirgin kalıplar almaktadır. Öğretmen, çarpma örneklerini seçerken veya oluştururken çarpma algoritmasının tanıtılmasında bu tür hataların en sık meydana geldiğinin farkında olmalıdır. Yorulmaz ve Önal (2017) tarafından yapılan çalışmada, sınıf öğretmenlerinin öğrencilerin çarpma işleminde yaptıkları hatalara ilişkin görüşlerine bakıldığında, çarpma işleminde en fazla yapılan beş hata kaynağı; “iki basamaklı çarpmada basamak kaydırma (29)”, “çarpmada eldeyi unutma (14)”, “ritmik saymayı yapamama (12)”, “toplamayı çarpmaya aktaramama (8)” ve “çarpmanın basamak sırasını karıştırma (4)” şeklinde sıralanmıştır. Sınıf öğretmenlerinin görüşlerine göre çarpma işleminde ilkokul öğrencileri en fazla iki basamaklı çarpmada basamak kaydırmada, çarpmada eldeyi unutmada ve ritmik saymayı yapamamada hata yapmaktadırlar.

0 kavramı ve 1 kavramı kategorisinde yer alan hata türlerine ilişkin sonuçlara bakıldığında, 0 kavramı ile ilgili olarak 1. sınıf öğrencileri tarafından yapılan “0 ile toplamada sonucu 0 bulma” hatasının % 14,81 oranında yapıldığı, 2. sınıf öğrencileri arasında yapılan “0 rakamını 1 olarak algılama” hatasının % 15,76 oranında yapıldığı, bu kategori içerisinde sınıflar arasında yapılan en yüksek orana sahip hata türleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır. 1 kavramı ile ilgili yapılan hata türlerine bakıldığında ise, 1.sınıf öğrencileri tarafından yapılan “1 ile çıkarmada sonucu 1 bulma” hata türünün % 8,64 oranında, 2. sınıf öğrencileri tarafından yapılan “1 rakamını 0 olarak algılama” hata türünün ise öğrencilerin % 13,63’ü tarafından yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Wallece (1984), 0 kavramıyla ilgili yapılan hatalarda 3. sınıf öğrencileri arasında % 12,2 oranında, 5. sınıf öğrencileri arasında % 3,9, 8. sınıf öğrencilerinde ise % 9,7 oranında hatalar yapıldığı tespit edilmiştir. Van de Walle, Karp ve Williams’a (2014) göre sıfır ve bir kavramları çocuklar da sık sık kavramsal zorluklara neden olmaktadır. Rees ve Bar (1984) kamuya (genel sınav) ait bir sınavda 8613 kişi üzerinde yapılan araştırmada öğrencilerin sıfırı, çarpma ve bölme işlemlerinde etkisiz eleman gibi düşündüklerini

göstermiştir. 9x8x0 sorusunun yönelttiği 8613 kişinin %52'si 72 yanıtını vermiştir. Bu başarısızlık muhtemelen birçok öğrencinin çarpımı sıfır olarak yorumlamadaki zorluğundan kaynaklanmaktadır. Çoğu kişi için, sıfır hiçbir şeyi temsil etmez. Bu nedenle, sıfırla çarpılan sayı değişmez. Haylock ve Cockburn (2014) matematik dilinde kelime olarak “sıfır” ve sembol olarak “0” ifadeleri vardır. 0 sembolünü bazen “hiçbir şey” ya da “yokluk” ifade etmek için kullanırız. Çocuk oyun oynarken 6 taş kazanmış ve bu 6 taşı kaybetmişse geriye hiçbir taş kalmaz, 0 taş kalır. Bir sınıftaki çocuklar yaşlarına göre sınıflandırılırken, o sınıfta 7 yaşında bir çocuk yoksa 7 yaşındaki çocuklar kümesi “boş kümeyi” ifade eder. Kümenin eleman sayısı sıfırdır. Hansen'e (2014) göre $12 \div 0 = 0$, 0 ve 1 ile çarpma ve bölme küçük çocukların anlamaları için zor olabilir; özellikle çarpmanın tekrarlanan toplama olarak öğretilmesine bağlı olarak. Burada çocuk 0 ile çarpılan her şeyin 0 olacağı çarpma kuralını bölmeye de aşırı genellemiştir. Çocuk 12'yi 0'a bölmenin imkansız olduğunu düşünmemiştir. Sadi'ye (2007) göre öğrencilerin aritmetik işlemlerde sıfır ile karşılaştıklarında yaptıkları yaygın hatalar vardır. En yaygın olan ise, öğrencilerin çıkarma sürecinde sıfırdan “ödünç almada” yaptıkları problemdir. Çarpma ve bölme içinde sıfır kullanımı, aynı zamanda, her yaştan öğrenci arasında çok sayıda yanlışlık ve yanlış anlamamanın kaynağıdır. Sıfır içeren en yaygın hatalarından birisi, pek çok öğrencinin herhangi bir sayıyı sıfır ile çarpmanın sıfır olacağını anlamamasıdır. Cockburn ve Litter (2008) araştırmalarında öğrencilerin erken yaşlardaki matematiksel kavram yanlışlarının ortaya çıkmasını ve matematik hakkındaki düşüncelerini incelemişlerdir. Araştırma sonuçlarına göre sıfır ile çarpma ve bölme işlemleri ilişkilendirildiğinde bu iki işlem karışık özelliklere sahiptir.

Yorulmaz ve Önal (2017) tarafından yapılan çalışmada, sınıf öğretmenleri öğrencilerin dört işlemde yaptıkları hataların; “öğrenciden (86)”, “öğretmenden (19)”, “programdan (11)”, “öğrencinin aile ve çevresinden (6)” kaynaklandığını belirtmişlerdir. Öğrenciden kaynaklanan başlıca nedenler olarak; “dikkatsizlik (30)”, “toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının tam anlaşılmasında (11)” ve “evde tekrar etmemek (8)” olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenden kaynaklı başlıca nedenler olarak ise; “işlemlerin somutlaştırılmaması (8)”, “ezbere yönelik eğitim” ve “ritmik saymada yetersiz çalışmanın yapılması (3)”dır. Programdan kaynaklanan nedenler olarak karşımıza, “ders sayısının az olması (5)”, programda verilen süre ile sınıf mevcutlarında yeterli etkinlik yapılamaması (2)”, ve “matematik konularının çokluğundan dolayı yeteri

zaman ayıramamak (2)” çıkmaktadır. Ayrıca, “öğrencinin ailesinin ilgisizliğinin (4)” dört işlemde öğrencinin hata yapmasına neden olan bir etken olduğunu öğretmenler belirtmiştir. Sınıf öğretmenlerinin görüşlerine göre ilkokul öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları hatalar öğrenciden, öğretmenden, programdan, öğrencinin aile ve çevresinden kaynaklanmaktadır. Öğrenciden kaynaklı olarak yapılan hatalar; dikkatsizlik, dört işleme ilişkin kavramların tam olarak anlaşılması, evde öğrencinin tekrar etmemesinden kaynaklanmaktadır. Öğretmenden kaynaklı olarak yapılan hatalar; işlemlerin somutlaştırılmaması, ezbere yönelik eğitim ve ritmik saymada yetersiz çalışmaların yapılmasından kaynaklanmaktadır. Programdan kaynaklı olarak yapılan hatalar zamanın sınırlı olması, programda verilen süre ile sınıf mevcutlarının yüksek olmasından yeterli etkinlik yapılamamasından kaynaklanmaktadır. Ailenin ilgisizliği de öğrencilerin hata yapmalarında rol oynamaktadır.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonucunda elde edilen bulgulara dayalı olarak yapılacak yeni araştırmalara yol göstermesi açısından uygulayıcılara ve konunun önemini kavranması açısından öğretmenlere yönelik geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

5.2.1. Uygulayıcılara Yönelik Öneriler

- Bu araştırma ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Yapılacak araştırmalar üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencileri ile yapılarak ilkokullarda ortaya çıkan hatalar araştırılabilir.
- Bu çalışmada ilkokul matematik dersinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer alan dört işlem hataları tespit edilmiştir. Diğer matematik öğrenme alanları olan geometri, ölçme ve veri işleme alanlarında da öğrenci hataları ve kavram yanılgıları belirlenebilir.
- Yapılan hataların nedenleri üzerinde derinlemesine inceleme yapılarak hata nedenleri araştırılabilir.
- Öğrencilerin öğrenme stilleri ve dört işlem hataları arasındaki ilişki incelenebilir.

- Öğrencilerin dört işlem hatalarına neden olan öğretmen davranışları üzerine araştırmalar yapılabilir.

5.2.2. Öğretmenlere Yönelik Öneriler

- Matematik öğretiminde öğretmenlerin matematiksel kavramları, olguları ve becerileri iyi bir şekilde bilmeleri gerekmektedir. Bunların yanında öğrenme sürecinde karşılaşılan zorlukların ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi ve çözüm yollarının geliştirilmesi öğretimi olumlu yönde etkiler
- Öğretmenler, öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarının öğrencilerin kavramsal gelişimini olumsuz yönde etkileyeceğinin farkında olmalıdır. Matematiksel dil, sınıf içi etkinliklerle geliştirilmeye çalışılmalıdır.
- Öğretmenler öğrencilerin bildiklerini geliştirmeli ve hesaplama stratejilerine odaklanmalıdır. Örneğin, $5 + 5$ ve $8 + 8$ gibi iki katına çıkan işlemler, çocukların hatırlaması için daha kolaydır. Çocuklara, $5 + 6$ ve $7 + 8$ gibi diğer kombinasyonların ikiye katlanma ile nasıl ilgili olduğunu görebilmeleri için yardımcı olur.
- Öğrencilerin sayı hissi geliştirilmeli ve dört işlem arasındaki ilişki anlaşılmalıdır. Toplama işlemini çıkarma işleminin tersi olduğu, çarpma işleminin bölme işleminin tersi olduğu konular işlenirken örneklerle gösterilmelidir.
- Öğretmenler, 0 ve 1 kavramlarının, somut işlem dönemindeki birinci ve ikinci sınıf öğrencileri tarafından sıklıkla karıştırıldığının farkında olmalıdır. Bu kavramların tanıtılmasında çok sayıda etkinlik ve somut materyallerden yararlanmalı, bu kavramların hangi işlem türünde etkisiz ve yutan eleman olarak etkili olduğu değişik örneklerle gösterilmelidir.
- Derslerde ritmik sayma çalışmalarına önem verilmelidir. İleri ritmik saymalar toplama ve çarpma işlemlerinin, geriye doğru ritmik saymalar ise çıkarma ve bölme işlemlerinin öğretimini kolaylaştırır.
- Nesnelerin azlık-çokluklarını sözel ifadelerle (daha az, daha çok, eşit), değişik etkinliklerle ve birebir eşleme yoluyla öğrencilere kazandırılmalıdır.

- Doğal sayılar arasında büyüklük-küçüklük, ne kadar fazla-ne kadar eksik, eşitlik kavramları örneklerle, somut materyallerle öğrencilere kazandırılmalıdır.
- Toplananların yer değiştirmesi durumunda toplamın değişmeyeceği, toplam veya toplananlardan biri verilmediği zaman toplanan sayıyı bulma çalışmaları yaptırılmalıdır.
- Basamak ve sayı değerleri arasında ayırımın yapılması önemlidir. Öğrenci “10” un onluk sistemde özel bir birim olduğunu, 10’un hem bir birim hem de 10 tane birden oluştuğunu anlamalıdır.
- Çocuklar işlemsel sembollerin farkına varmalıdır. Çocuklar çarpma ve bölme konusunda zayıf bir kavramsal anlayışa sahip olabileceğinden, daha fazla karşılaştığı toplama ve çıkarma kavramlarına yönelir. Çocukların sembolleri tanımalarının yanı sıra, altta yatan kavramlar hakkında da sağlam bir anlayışa sahip olmaları gerekmektedir.
- Ders kitapları, kılavuz kitapları, çalışma kitapları dikkatli bir şekilde incelenerek, öğrencilerde kavram yanlışlarına ve yanlış öğrenmelere yol açacak anlatım bozuklukları ve bilimsel hatalara dikkat edilmelidir.
- Öğretmenler, öğrencileri gibi kendilerinin de kavram yanlışlarına sahip olabileceğinin farkında olmalıdır.
- Öğretmenler, günlük yaşamla matematik arasındaki bağı nasıl gerçekleştirebilirim, nasıl sevdirebilirim, onların derse aktif katılımlarını nasıl sağlayabilirim, matematiksel etkinlikleri nasıl geliştirebilirim sorularını kendilerine sormalıdır.
- Öğretmenler öğrencilerin hatalarının birer öğrenme fırsatı olabileceğinin farkında olmalıdır.
- Öğretmenler, erken yaşlardaki çocukların somut işlemler döneminde ve farklı gelişim düzeyinde olduğunu göz ardı etmeden, derslerin işlenişi esnasında olabildiğince somut materyallerden ve konuya uygun yöntemlerden yararlanmalıdır.
- Matematiksel bilginin kazanılmasında, öğrencilerin birbiriyle etkileşimi, öğretmen-öğrenci etkileşimi çok önemlidir. Bunu gerçekleştirmek için grupla çalışmalara başvurulmalıdır.

- Öğrenme ortamlarında hata ve kavram yanlışlarına sürükleyecek farklı işlem örneklerine, öğrenciler tarafından yapılan hata örneklerine yer verilerek öğrencilerin bu hata ve kavram yanlışlarının üstesinden nasıl gelebilecekleri konusunda bilgi verilmelidir.
- Matematiksel kavramlar öğretilirken, öğrencilerin yaşadığı çevreden örnekler verilip, günlük hayatla ilişkilendirilmelidir.
- Öğretmenler, kavram yanlışlarına sahip öğrencilerin geçmiş deneyimleri sonucu bunu oluşturabileceklerini sosyal çevre, aile vb. dikkate almalıdır.
- Öğretmen ve öğretmen adayları, öğretim sürecinde öğrenciler de olabilecek kavram yanlışları ve yaygın olarak yapılan hatalar hakkında bilgi sahibi olmalıdır.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2014). *Matematik öğretimi: eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için*. Bursa: Alfa Yayınları.
- Altındağ Kumaş, Ö. (2014). *Öğrenme güçlüğü olan ve olmayan öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki performansları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ashlock, R. B. (2002). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Askew, M. & William, D. (1995). *Recent reserach in mathematics education*. London: HMSO.
- Barmby, P. Harries, T & Higgins, S. (2010). Teaching for understanding/understanding for teaching, Thompson, I (Editor) *Issues in teaching numeracy in primary schools*. Maidenhead: Open University Press.
- Baki, A. (2014). *Matematik tarihi ve felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Baki, A. & Aydın Güç, F. (2014). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanlışları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitim Dergisi*. 5 (2), 176-206.
- Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G.C. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*. 59(5) 389-407.
- Bamberger, H. J., Oberdorf, C. & Schultz-Ferrell, K. (2010). *Math misconceptions: From misunderstanding to deep understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Baştürk, S. (2009). Mutlak değer kavramı örneğinde öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yaklaşımları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 3(1), 174-194.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar)*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in dutch second-graders. *Journal for research in mathematics education*, 24 (4), pp. 294-323.
- Ben-Hur, M. (2006). *Concept-rich mathematics instruction: building a strong foundation for reasoning and problem solving*. Alexandria, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development.
- Berman, W. (2006). When will they ever learn? Learning and teaching from mistakes in the clinical context. *Clinical Law Review*, 13, 115-141.
- Boaler, J. (2009). *The Elephant in the classroom*. London: Souvenir Press Ltd.

- Borasi, R. (1994). Capitalizing on Errors as "Springboards for Inquiry": A Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 166-208.
- Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2,155-192.
- Burns, M. (2007). *About teaching mathematics: A K-8 resource* (3 ed.). Sausalito, CA: Math Solution Publications.
- Butterworth, B. (1999). *The Mathematical brain*. London: MacMillan.
- Büyüköztürk, Ş. Kılıç, Ç. E. Akgün, Ö. E. Karadeniz, Ş. & Demirel. F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (13. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Byrnes, J. P. (1996). *Cognitive Development and Learning in Instructional Contexts*. Boston: MA: Allyn and Bacon.
- Carpenter, T.P. & Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. 2000. (Report No. 00-2).
- Carpenter, T. P. & Moser J.M. (1984), The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Carruthers, E. & Worthington, M. (2006). *Children's Mathematics, Making Marks, Making Meaning*. (2nd Ed.)London: Sage Publications.
- Chick, H. L. & Baker, M. K. (2005). Investigating Teachers' Responses to Student Misconceptions. *Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 249-256. Melbourne: PME.
- Cockburn, A. D. (2005). *Teaching Mathematics with Insight*. London: Falmer Press.
- Cockburn, A. D. & Littler, G. (2008). *Mathematical misconceptions: A guide for primary teachers*. London: Sage Publications.
- Cockburn, A.D. & Parslow-Williams, P. (2008). Zero: understanding an apparently paradoxical number. In Cockburn, A.D. & Littler, G. (eds.) *Mathematical Misconceptions*. (pp. 7-22) London: Sage Publications.
- Cooke, H. (2007). *Mathematics for primary and early years*. London: Open University.
- Cotton, T. (2010). *Understanding and teaching primary mathematics*. London: Routledge.
- Creswell, J. W. (2016). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (3. Baskıdan Çeviri). (Çeviri Editörleri: M. Bütün & S.B.Demir). Ankara: Siyasal Yayın Dağıtım.
- Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. London: Croom Helm Publisher.
- DCSF, (2008). *Independent Review of Mathematics Teaching in Early Years Settings and Primary Schools*. London, DCSF.

- Dede, Y. & Argün, Z., (2004), "Matematiksel Düşüncenin Başlangıç Noktası: Matematiksel Kavramlar". *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*. Sayı:39, Yaz 2004, 338-355.
- Dede, Y., Yalın, H. İ., & Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. 16-18.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: how the mind creates mathematics*. London: Allen Press.
- Dereli, A. (2009). *Sekizinci Sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Devlin, K. (2000). *The Maths Gene*. London: Weidenfeld and Nicolson.
- Devlin, K. (2002). *The Language of Mathematics*. New York: Holt Paperback.
- Dickson, L., Brown, M.& Gibson, O.(1984), Students learning mathematics a teacher guide to recent research, Eastbourne: Holt, Rinehart & Winston.
- Didiş, M. K., Erbaş, A. K. & Çetinkaya, B. (2016). Matematik öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik pedagojik yaklaşımlarının matematiksel modelleme etkinlikleri bağlamında incelenmesi. "*İlköğretim-Online [Elementary Education Online]*", 15, s.1367–1384.
- Dinç Artut, P. & Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin basamak kavramını anlama düzeyleri, *Eğitimde kuram ve uygulama*. 2(1), syf.26-36.
- Doğan, A. (2002). *Doğal Sayılarla İlgili Dört İşlemden İlköğretim I. Kademe Öğrencilerinin Yaptıkları Hata Türleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Edwards, S. (2007). *Primary Mathematics for teaching assistants*. New York: Routledge.
- Engelhardt, J. M. (1977). Analysis of children's computational errors: A qualitative approach. *British Journal of Educational Psychology*, 47,149-154.
- Ekiz, D. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Elo, S. & Kyngas, H. (2007). The qualitative content analysis process. *Journal of Advanced Nursing*, 62(1), 107-115.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.
- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı* (s: 988). Ankara: ODTÜ.
- Falkner, K.P., Levi, L. & Carpenter, T.P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6 (4), 232-6.

- Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education*. Boston: McGraw-Hill.
- Fox, S. & Surtees, L. (2010). *Mathematics across the curriculum*. London: Continuum International Pub. Group.
- Fuson, K. C. (1986). Roles of representation and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction. *European Journal of Psychology of Education*, 1 (2), pp.355-6.
- Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A.I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multi digit numbers and methods of multi digit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 130-162.
- Gibbs, G. (2007). *Analysing Qualitative Data*. New York: SAGE Publications.
- Gifford, S. (2005). *Teaching Mathematics 3–5*. Maidenhead: Open University Press.
- Gilmore, C.K. ve Papadatou-Pastou, M., (2009). Patterns of individual differences in conceptual understanding and arithmetical skill: a meta-analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 11 (1-2), pp. 25-40.
- Glesne, C. (2012). Nitel araştırmaya giriş (Çeviri Editörleri: Ali Ersoy & Pelin Yalçınoğlu). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Graeber, A, & Johnson, M. (1991). *Insights into secondary school students understanding of mathematics*. College Park, University of Maryland, MD.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79, 329-343.
- Hale, C. D. & Astolfi, D. (2007). Evaluating education and training services: A primer.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. Los Angeles: Learning Matters.
- Harris, A. (2000). *Addition & Subtraction*. St Martin's College.
- Haylock, D. & Cockburn, A. (2014). *Küçük çocuklar için matematiği anlama*. (Çeviri Editörü: Zuhâl Yılmaz). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Hodgen, J & Askew, M. (2010). Assessment for learning: what is all the fuss about? Thompson, I (Editor) *Issues in teaching numeracy in primary schools*. Maidenhead: Open University Press.
- Hopkins, S. L., & Lawson, M. J. (2002). Explaining the acquisition of a complex skill: Methodological and theoretical considerations uncovered in the study of simple addition and the moving-on process. *Educational Psychology Review*, 14, 121–154.
- Hopkins, C., Pope, S. & Pepperell, S. (2004). *Understanding Primary Mathematics*. London: David Fulton.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking: how to develop it in the classroom*. Singapore: World Scientific.

- Jordan, N. C., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (1995). Calculation abilities in young children with different patterns of cognitive functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 28, 53-64.
- Kamii, C. & Lewis, B. A. (1991), Achievement test in primary mathematics: Perpetuating lower-order thinking, *Arithmetic Teacher*, 38(9), pp.4-8.
- Kamii, C. & Joseph, L. L. (2004). *Young Children Continue to Reinvent Arithmetic: Implications of Piaget's Theory*. New York :Teachers College Press.
- Kilian, L., Cahill, E., Ryan, C., Sutherland, D. & Taccetta, D. (1980). Errors That Are Common in Multiplication. *Arithmetic Teachers*. Volume 27 Number 5.
- Koshy, V. (2000). Children's mistakes and misconceptions. In V. Koshy (Ed.), *Mathematics for primary teachers*. London: Routledge.
- Kubanç, Y. (2012). *İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar ve çözüm önerileri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Küçük, A. & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Leinwand, S. (2009). *Accessible mathematics: 10 instructional shifts that raise student achievement*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Mabbott, D. J., & Bisanz, J. (2003). Developmental change and individual differences in children's multiplication. *Child Development*, 74, 1091-1107.
- Maddox, R. B. (2002). *Mathematical thinking and writing: a transition to higher mathematics*. San Diego, Calif: Academic Press.
- Marchini, C. & Papadopoulos, I. (2011). Are useless brackets useful tools for teaching? In B. Ubuz (Ed.) *Proceedings of 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (vol 3, pp.185-192). Ankara, Turkey: PME.
- McMillan, J. H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4th ed.). White Plains, NY: Addison Wesley Longman, Inc.
- MEB, (2009). Yeni ilköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB, (2017). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (3. Baskıdan Çeviri, Çeviri Editörü: S. Turan). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Calif: SAGE Pyblication.
- Mogalakwe, M. (2006). The use of documentary research methods in social research. *African Sociological Review*. 10, (1): 221-230.

- Mooney, C., Briggs, M., Fletcher, M., Hansen, A. & McCulloch, J. (2009). *Primary mathematics: Teaching theory and practice* (4th ed.). Exeter, UK: Learning Matters Ltd.
- Munn, P. (2008). Children's beliefs about counting. In: I. Thompson (ed). *Teaching and learning early number*. 2 nd edn. Buckingham: Open University Press, pp. 19-33.
- National Strategies (2009b) *Numbers and patterns: Laying Foundations in Mathematics*. London: DCSF.
- NCTM, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- Ojose, B. (2015). Students' Misconceptions in Mathematics: Analysis of Remedies and What Research Says. *Ohio Journal of School Mathematics*, Fall 2015, Vol. 72.
- Olkun, S. & Toluk Uçar, Z. (2009). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.
- Özdeş, H. (2013). *9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Patton, M.Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd Ed.). London: Sage.
- Patkın, D. (2011). The interplay of language and mathematics. *Pythagoras*, 32(2):1-7.
- Pearson, M & Somekh, B. (2003). Concept mapping as a research tool a study for primary children's representations of information and communication Technologies (ICT). *Education and Information Technologies*, 8 (1): 5 -22.
- Pound, L & Trisha L. (2010). *Teaching Mathematics Creatively*. New York: Taylor & Francis.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education, *Journal for Research in Mathematics Education*, 10 (3), pp.163-173.
- Rickard, C. (2013). *Essential Primary Mathematics*. Maidenhead: Open University Press.
- Rees, R & Barr, G. (1984). *Diagnosis and prescription in the classroom; some common mathematics problems*. London, Harper and Row.
- Resnick, L. B. (1983). Mathematics and science learning: A new conception. *Science*, 220, pp. 477-478.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44(2), 162-169.
- Roberts, G. H. (1968). The failure strategies of third grade arithmetic pupils. *The Arithmetic Teacher*, 15, 442-446.
- Ross, S. (2002). Place value: Problem solving and written assesstment. *Teaching Children Mathematics*, 8, 419-423.

- Rowell, A. J., Dawson, C. J. & Harry, L. (1990). Changing Misconceptions: a challenge to science education. *International Journal Science Education*. 12, 2, 167-175.
- Royer, J. M., Tronsky, L. N., Chan, Y., Jackson, S. J. & Marchant, H., III. (1999). Math-fact retrieval as the cognitive mechanism underlying gender differences in math test performance. *Contemporary Educational Psychology*, 24, 181–266.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4–15: learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: Open University Press.
- Sadi, A. (2007). Minconceptions in numbers. *UGRU Journal*, 5, pp.1-7.
- Sautoy, M. (2008). *Symmetry: A Journey into the Patterns of Nature*. New York: HarperCollins Perennial.
- Schunk, D. H. (2011). *Learning theories an educational perspective* (Çev. Edit. Muzaffer Şahin, 2. Baskı). Ankara: Nobel Yayınları.
- Sidekli, S., Gökbulut, Y. & Sayar, N. (2013), Dört işlem becerisi nasıl geliştirilir, *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1 (1), syf.31-41.
- Soylu, Y. & Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma Ve Kesirlerle İlgili Problemler. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 101-117.
- Sönmez, V. & Alacapınar, F. G. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Spooner, M. (2002). *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: working towards success in sats*. London: David Fulton.
- Swan, M. (2001). Dealing with Minconceptions in Mathematics, In Gates, P. (Ed.), *Issues in Mathematics Teaching*. London: Routledge Palmer.
- Tatar E. & Dikici R, (2008). Matematik eğitiminde öğrenme güçlükleri. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*. 5(3), 183-193.
- Terry, W. S. (2007). *Öğrenme ve bellek: temel ilkeler, süreçler ve işlemler*. (Çeviri Editörü: Banu Cangöz). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Thompson, I. & Smith, F. (1999). *Mental calculation strategies for the addition and subtraction of 2- digit numbers*. Report for the nuffield foundation, Department of education, University of Newcastle upon Tyne.
- Thompson, I. & Bramald, R. (2002). *An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition* (Report for the Nuffield Foundation). Newcastle upon Tyne: University of Newcastle upon Tyne.

- Thompson, I. (2008). From counting to deriving number facts, in I. Thompson (ed.) *Teaching and Learning Early Number*. Maidenhead:Open University Press.
- Tirosh, D., Tsamir, P. & Hershkovitz, S. (2008). Insights into children's intuitions of addition, subtraction, multiplication, and division. In A. Cockburn & G. Littler (Eds.), *Mathematical misconceptions*. New Delhi: Sage Publications.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(17); 95-104.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Varol, F. & Kubanç, Y. (2015). Öğrencilerin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşadığı zorlukların incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 34 (1), 99-123.
- Vosniadou, S. & Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Special Issue of Learning and Instruction*, 14(5), 445–451.
- Wallace, C. C. (1984). "A Comparison of computational error patterns for grades 3, 5 and 8" UNF Graduate Theses and Dissertations.
- White, M. & Marsh, E. E. (2006). Content analysis: A flexible methodology. *Library Trends*, 55(1), 22-45.
- Worthington, M. & Carruthers, E. (2006) *Children's mathematics: making marks, making meaning*. London: Sage.
- Yaman, H, Toluk, Z. & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 24,142-151.
- Yenilmez, K. & Yılmaz, S. (2008). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin problem çözmedeki kavram hataları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 75-97.
- Yenilmez, K. & Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, XXI (2); 461-483.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, Z. & Yenilmez, K. (2007). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgıları. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 8(1),269-290.
- Yin, R. (2014). *Case study research: Design and methods*. London: Sage.

- Yorulmaz, A. & Önal, H. (2017). Examination of the views of class teachers regarding the errors primary school students make in four operations. *Universal Journal of Educational Research* 5(11): 1885-1895, 2017.
- Zainal, Z. (2007). Case study as a research method. *Jurnal Kemanusiaan*, 9, 1-6.
- Zhang, Y. & Wildemuth, B. M. (2009). Qualitative analysis of content. In B. Wildemuth (Ed.), *Applications of Social Research Methods to Questions in Information and Library Science* (pp.308-319). Westport, CT: Libraries Unlimited.



EKLER

Ek 1: MEB İzin Belgesi



T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 59090411-44-E.5296942
Konu: Anket İzni

22.05.2015

Sayın: Halil ÖNAL

İlgi: a) 15.05.2015 tarihli, dilekçeniz.
b) Valilik Makamının 21.05.2015 tarih ve 5252701 sayılı oluru.

"İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Dört İşlem ile İlgili Yaptıkları Hatalar ve Çözüm Önerileri" Konulu tezinize dair araştırma çalışması hakkındaki ilgi (a) dilekçeniz ilgi (b) valilik onayı ile uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve araştırmacının söz konusu talebi; bilimsel amaç dışında kullanılmaması, **uygulama sırasında bir örneği müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının uygulanması**, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun müdürlüğümüzden izin alınmadan kamuoyuyla paylaşılmaması koşuluyla, gerekli duyurunun araştırmacı tarafından yapılmasını, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim -öğretimi aksatmayacak şekilde ilgi (b) Valilik Onayı doğrultusunda işlem bittikten sonra 2 (iki) hafta içinde sonuçtan Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Bölümüne rapor halinde bilgi verilmesini rica ederim.

Muzaffer BAŞ
Şube Müdürü

EK:1- Valilik Onayı
2- Ölçekler

Elektronik İmzalı Aalı Sistemimizde Mevcuttur	
Adı Soyadı :	
İmvanı :	Mualla ÇELERİ
Tarih :	22.05.2015
İmza :	

İl Millî Eğitim Müdürlüğü D/Blok Bab-1 Ali Cad.No:13 Çağaloğlu
E-Posta: sgb34@meb.gov.tr

A. BALTA VHKİ
Tel: (0 212) 455 04 00-239
Faks: (0 212)455 06 52

Ek 2: Öğrenci Hata Örnekleri

4	5	6
2	4	3
1	3	2

$$1-1=0$$

$$7-3=5$$

$$\begin{array}{r} 3-0=2 \\ 4-0=3 \\ 5-0=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \quad 16 \\ 46 \quad 32 \\ + \quad + \\ \hline 59 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 1 \\ - \\ \hline \end{array}$$

0	B
1	6
+	1
2	16

$$\begin{array}{r} 7 \\ 1 \\ - \\ \hline b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ + 23 \\ \hline 34 \end{array}$$

4
72
+
56

9	3
2	7
<hr/>	
8	0

$$\begin{array}{r} 69 \\ + 30 \\ \hline 39A \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 73 \\ + \\ \hline \end{array}$$

57	35
+32	+42
79	67

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 57 \\ \hline 29 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ + 9 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$8 + 3 = 5$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 04 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ + 7 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 11 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 30 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 9 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

8	3	7
8	1	4
<hr/>		
0	2	3

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 35 \\ \hline 71 \end{array}$$

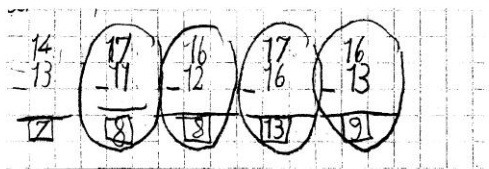
$$\begin{array}{r} 2 \\ 84 \\ \hline \end{array}$$

61	10	73	12	13	14
6	4	7	8	6	9
	6	5	7	7	5

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 79 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 15 \\ \hline 73 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ 13 \\ \hline 57 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 66 \\ \hline 71 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 13 \\ 6 \\ \hline 57 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 45 \\ \hline \end{array}$$

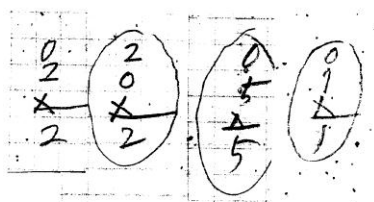


$$\begin{array}{r} 11 \\ 4 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 7 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \cdot 20 \\ 79 \\ \hline 19 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ 79 \\ \hline 29 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ 50 \\ \hline 90 \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 \\ 36 \\ \hline 31 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ 70 \\ \hline 97 \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 \\ 38 \\ \hline 94 \end{array}$$

$2 \times 3 = 6$ erunt 6
 $3 \times 2 = 8$ inin 8
 $4 \times 2 = 6$ wibek 6
 20 28

distumala

15	68	39	3
17	37	48	47
27	97	47	51



$$\begin{array}{r} 72 \\ 50 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$1 \cdot 9 + 0 = 0$$

$$20 - 12 = 20$$


$$25 - 6 = 19$$

$$8 + 2 = 6$$

$$39 + 7 = 10$$

12	15	3	10	13	12	5
12	12	3	6	33	35	
47	31	14	12	12	12	10
42	39	28	28	49	69	

08 0808

$15 + 5 = 11$
 $16 + 5 = 12$

 $11 + 4 = 15$

$9 + 9 = 0$
 $5 + 4 = 7$
 $1 + 2 = 4$
 $5 + 3 = 8$

13
 $+ 0$

 00

$5 \times 0 = 50$ $3 \div 3 = 3$

$\begin{array}{r} 7 \\ + 2 \\ \hline 72 \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ + 6 \\ \hline 90 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 11 \end{array}$

$\begin{array}{r} 60 \\ - 33 \\ \hline 27 \end{array}$ $\begin{array}{r} 33 \\ + 29 \\ \hline 60 \end{array}$

$\begin{array}{r} 50 \\ - 43 \\ \hline 13 \end{array}$

$\begin{array}{r} 71 \\ + 5 \\ \hline 15 \\ 14 \end{array}$

$\begin{array}{r} 64 \\ - 8 \\ \hline 72 \end{array}$ $\begin{array}{r} 27 \\ - 14 \\ \hline 41 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1 \\ + 5 \\ \hline 4 \end{array}$

$\begin{array}{r} 21 \\ 34 \\ - 19 \\ \hline 19 \end{array}$

$\begin{array}{r} 42 \\ - 10 \\ \hline 30 \end{array}$

$\begin{array}{r} 56 \\ - 29 \\ \hline 40 \end{array}$ $\begin{array}{r} 30 \\ - 15 \\ \hline 45 \end{array}$ $\begin{array}{r} 65 \\ - 38 \\ \hline 39 \end{array}$

$\begin{array}{r} 30 \\ - 20 \\ \hline 20 \end{array}$

$\begin{array}{r} 30 \ 20 \\ 4 \times 62 \\ \hline 55 \\ 25 \\ \hline 40 \end{array}$

$\begin{array}{r} 83 \\ - 21 \\ \hline 52 \end{array}$ $\begin{array}{r} 89 \\ - 58 \\ \hline 21 \end{array}$ $\begin{array}{r} 83 \\ - 37 \\ \hline 56 \end{array}$

Handwritten arithmetic problems:

$$\begin{array}{r} 70 \\ -16 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ +30 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ -10 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ -21 \\ \hline -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ +18 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$24 \square = 24$$

Handwritten arithmetic:

$$\begin{array}{r} 5 \\ +10 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ +13 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0+4=5 \\ 18+0=18 \\ 9+0=9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 6 \\ 3 \\ +7 \\ \hline 24 \end{array}$$

19	28	46
+19	+28	+46
28	46	82

13	13	14
8	-6	9
15	17	15

$$18 - 8 = 10$$

$$\begin{array}{r} 3-1=1 \\ 3-2=1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ -5 \\ \hline 8 \end{array}$$



Handwritten arithmetic:

$$\begin{array}{r} 5 \\ +19 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ -17 \\ \hline -9 \end{array}$$

Handwritten arithmetic:

$$\begin{array}{r} 7 \\ +15 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ +12 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ +9 \\ \hline 13 \end{array}$$

Wie Topkama isst alles

$$\begin{array}{r} 19 \\ +8 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ +5 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 8 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ -7 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +311 \\ \hline 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ -94 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ -66 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 3 \end{array}$$

14/11/20

$$\begin{array}{l} 10 = 137 \\ 12 = 10 \\ 15 = 1312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ -28 \\ \hline 68 \end{array} \quad \begin{array}{r} 94 \\ -75 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \times 3 = 10 \\ 2 \times 5 = 10 \\ 3 \times 5 = 15 \\ \hline \end{array}$$

masalah 12-3 + 15 etti