

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**ÜÇÜNCÜ AİLE SFERMIYONLARININ KARIŞIM,
ÜRETİM VE BOZUNUMLARI**

Volkan ARI

FİZİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2012**

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Doktora Tezi

ÜÇÜNCÜ AİLE SFERMIYONLARININ KARIŞIM, ÜRETİM VE BOZUNUMLARI

Volkan ARI

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Orhan ÇAKIR

Bu çalışmada, Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) çerçevesinde üçüncü aile sfermiyonlarının karışım, üretim ve bozunumları incelenmiştir. Bu skaler fermiyonların üretimleri yüksek enerjili elektron-pozitron çarpıştırıcılarında araştırılmıştır. Bu lineer çarpıştırıcılar bu süreçler için büyük üretim tesir kesiti verirler, bu sayede sfermiyon kütle ve bağlaşımlarının hassas ölçülmesine olanak sağlarlar. Ayrıca gelen demetlerin polarize olmaları durumunda tesir kesiti değerleri artırılabilir ve aynı zamanda Standart Modelden gelen arkaplan katkıları azaltılabilir. Bu çalışmalara ek olarak Standart Modelde 4. ailenin olması durumunda MSSM, MSSM4'e genişletilebilir. MSSM4 için renormalizasyon grup denklemleri ve 4. aile sfermiyonları için kütle spektrumu elde edilmiştir.

Mart 2012, 105 sayfa

Anahtar Kelimeler: Sfermiyon, Karışım, Üretim, Bozunum, Elektron, Pozitron

ABSTRACT

Ph. D. Thesis

THE MIXING, PRODUCTION AND DECAYS OF THIRD GENERATION SFERMIONS

Volkan ARI

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Orhan ÇAKIR

In this thesis, the mixing, production and decay of third generation sfermions were examined within the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM). Productions of these scalar fermions were investigated at high energy electron-positron colliders. The colliders have the potential to produce sfermions with large cross section, thus the conditions allow a sensitive measurement of sfermion masses and couplings. When the initial states are polarized, sfermion production cross sections can be increased and Standard Model background can be decreased. In addition to these studies, in the case of four SM generations, MSSM can be extended to MSSM4. Within the MSSM4, renormalization group equations and mass spectra of the fourth generation sfermions were obtained.

March 2012, 105 pages

Key Words:Sfermion, Mixing, Production, Decays, Electron, Positron

TEŐEKKÖR

Çalıőmalarıma yön veren, araőtırmalarımın her adımında bilgi, öneri ve yardımlarını benden esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Orhan ÇAKIR'(Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı)a, Tez İzleme Komitesinde yer alan ve önerileri ile teze yön veren Prof. Dr. Satılmış ATAĞ'(Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı) a ve Prof. Dr. Ali Ulvi YILMAZER'(Ankara Üniversitesi Fizik Mühendisliđi Dalı) a e teşekkür ederim. Ayrıca çalıőmalarda bilgi, öneri ve desteğini esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Saleh SULTANSOY'(Türkiye Odalar ve Borsalar Birliđi Üniversitesi) a teőekkürü bir borç bilirim. Öğrenim hayatım boyunca hiçbir desteğini benden esirgemeyen ve hep yanımda olan aileme sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Volkan ARI
Ankara, Mart 2012

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. SÜPERSİMETRİ VE TEMEL PRENSİPLERİ.....	3
2.1 Dönüşümler ve Simetriler.....	5
2.2 Wess-Zumino Modeli	12
2.3 Etkileşme Lagranjyenleri	15
2.4 SUSY Kırılması	26
2.4.1 Kendiliğinden SUSY kırılması	27
2.4.2 Hafif süpersimetri kıran terimler	34
2.5 Renormalizasyon Grup Denklemleri	39
3. SFERMİYON KARIŞIMLARI	47
3.1 Skuarklar ve Sleptonlar	47
4. SFERMİYONLARIN LEPTON ÇARPIŞTIRICILARINDA ÜRETİMLERİ	58
4.1 Demet Polarizasyon Etkisi	61
4.2 Başlangıç Durum Işınması ve Demet Işınması Etkileri.....	67
5. SFERMİYON BOZUNUMLARI	70
5.1 Skuark Bozunumları	70
5.2 Slepton Bozunumları	75
5.3 Dallanma Oranları	79
6. SFERMİYON KÜTLE BELİRLEME YÖNTEMLERİ	83
7. DÖRDÜNCÜ AİLE SFERMİYONLARININ ARAŞTIRILMASI	89
7.1 Dördüncü Aile Sfermionları için Ayar Bağlaşımları ve RG Denklemleri	89

7.2 Dördüncü Aile Yüklü Sleptonlarının Üretimi	94
8. TARTIŞMA VE SONUÇ	99
KAYNAKLAR	101
ÖZGEÇMİŞ	105

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

\tilde{f}	Sfermiyon
θ_f	Sfermiyon Karışım Açısı
Q	SüperSimetri Üreticisi
\tilde{g}	Gluino
$\tilde{W}^{\pm,0}$	Wino
\tilde{B}^0	Bino
ϕ	Skaler Alan
χ	Spinör Alanı
F_i	Yardımcı Kompleks Alanlar
D_μ	Kovaryant Türev
$\tilde{\chi}_i^0$	Nötralino
$\tilde{\chi}_i^\pm$	Yükino
Γ	Bozunma genişliği
α	Elektromanyetik ince yapı sabiti
L	Lagranjyen
μ, ν	Lorentz indisleri
σ	Tesir kesiti
θ_W	Weinberg açısı
y_i	Yukawa Bağlaşımaları
CLIC	Toplu Doğrusal Çarpıştırıcı
ILC	Uluslar arası Doğrusal Çarpıştırıcı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 İki skaler alan ve bir fermiyonik alanın kendisiyle etkileşim diyagramları	14
Şekil 2.2 Standart Modelde ayar bağlaşımlarının ölçek bağımlı değişimleri	39
Şekil 2.3 Minimal Süpersimetrik Standart Modelde ayar bağlaşımlarının ölçek bağımlı değişimleri	40
Şekil 2.4 $A_0=0$, $m_0=330$, $m_{1/2}=240$ ve $\tan\beta=20$ parametre seti için 3.aile Sfermyon kütlelerinin enerji skalasına bağlı değişimleri	45
Şekil 4.1 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_1$, $\tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_2$ ve $\tilde{t}_2 \bar{\tilde{t}}_2$ üretimleri	60
Şekil 4.2 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$, $\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_2$ ve $\tilde{b}_2 \bar{\tilde{b}}_2$ üretimleri	60
Şekil 4.3 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{\tau}_1 \bar{\tilde{\tau}}_1$, $\tilde{\tau}_1 \bar{\tilde{\tau}}_2$ ve $\tilde{\tau}_2 \bar{\tilde{\tau}}_2$ üretimleri	60
Şekil 4.4 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau$ üretimleri	61
Şekil 4.5 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_1$ üretimi	64
Şekil 4.6 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_2$ üretimi	64
Şekil 4.7 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{t}_2 \bar{\tilde{t}}_2$ üretimi	64
Şekil 4.8 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$ üretimi	65
Şekil 4.9 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_2$ üretimi	65
Şekil 4.10 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{b}_2 \bar{\tilde{b}}_2$ üretimi	65
Şekil 4.11 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\tau}_1 \bar{\tilde{\tau}}_1$ üretimi	66
Şekil 4.12 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\tau}_1 \bar{\tilde{\tau}}_2$ üretimi	66
Şekil 4.13 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\tau}_2 \bar{\tilde{\tau}}_2$ üretimi	66
Şekil 4.14 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau$ üretimi	67

Şekil 6.1 $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^-$ süreci için son durum müonlarının şematik enerji dağılımı	85
Şekil 6.2 $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau \rightarrow \tau^- \tau^+ \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ süreci sonucunda alfa noktası için ortaya çıkan son durum tau leptonlarının enerji dağılımı	87
Şekil 6.3 $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau \rightarrow \tau^- \tau^+ \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ süreci sonucunda beta noktası için ortaya çıkan son durum tau leptonlarının enerji dağılımı	87
Şekil 6.4 $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau \rightarrow \tau^- \tau^+ \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ süreci sonucunda gama noktası için ortaya çıkan son durum tau leptonlarının enerji dağılımı	88
Şekil 7.1 Ayar bağlaşımlarının SM4 durumu için enerji ölçeğine göre değişimleri	90
Şekil 7.2 Ayar bağlaşımlarının MSSM4 durumu için enerji ölçeğine göre değişimleri	90
Şekil 7.3 \tilde{l}_4 üretim tesir kesiti ifadesinin karışım açısına göre değişim grafiği (kütle merkezi enerjisi 3 TeV)	97
Şekil 7.4 Tesir kesitinin kütle merkezi enerjisinin 1 TeV ve 3 TeV olduğu durumlar için \tilde{l}_4 'nın kütesine göre değişimini göstermektedir.....	97
Şekil 7.5 \tilde{l}_4 'ların göz önüne alınan bozunum kanalları (Dirac tipi nötrinolar için)	98

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Chiral süpermultipler için süpersimetrik parçacıklar ve kuantum sayıları	4
Çizelge 2.2 Ayar süpermultipler için süpersimetrik parçacıklar ve kuantum sayıları	4
Çizelge 2.3 Üçüncü aile sfermiyon kütlelerinin $A_0=0$, $m_0=330$, $m_{1/2}=240$, $\tan\beta=20$, $\text{sign}(\mu)=1$ parametre seti için karşılaştırılması.....	46
Çizelge 4.1 Seçilen alfa noktasının parametre değerleri ve bu noktaya karşı gelen kütle spektrumu	59
Çizelge 4.2 Toplu Doğrusal Çarpıştırıcıda ISR ve BS etkisinin göz önüne alındığı durum için son durum sfermiyonlarının tesir kesiti değerleri	69
Çizelge 7.1 Parametre uzayında seçilen iki farklı nokta için 4. aile sfermiyonlarının kütle spektrumu	94
Çizelge 7.2 $3\mu^- + \mu^+ + 4\text{jet} + \cancel{E}_T$ ($3\mu^- + 6\text{jet} + \cancel{E}_T$) son durumları için \tilde{l}_4 kütleleri ve kütle merkezi enerjileri için olay sayıları.....	98

1. GİRİŞ

Etrafımızdaki maddeyi teşkil eden temel yapı taşlarının bilinmesi, maddeyi anlamak için tek başına yeterli olmaz. Maddenin özelliklerinin anlaşılabilmesi için bu yapı taşlarının nasıl bir arada tutuldukları, birbirleriyle nasıl etkileştikleri gibi temel sorulara cevap verebilmek gereklidir. Bu doğrultuda, bu tip sorulara cevap veren bir model olarak Standart Model (SM) ortaya çıkmaktadır.

Standart Model bilinen tüm parçacıkları sınıflandırabilmesi ve deneylerle yüksek hassasiyette tutarlılık göstermesi nedeniyle yüzyıla damgasını vuran bir model olmuştur. Fakat bütün bu tatmin edici yanlarına rağmen 1970'lerde yapılan yeni keşiflerle birlikte eksikleri yavaş yavaş ortaya çıkmıştır. Örneğin,

- Higgs kütesinin kararsızlığı
- Hiyerarşi problemi
- Güçlü, zayıf ve elektromanyetik kuvvetlerin birleşmemesi
- Baryon- antibaryon asimetrisi

gibi daha birçok soru cevapsız kalmıştır.

Standart Model tarafından cevaplanamayan bu tip sorular SM' nin daha ötesinde yeni bir fiziğin olması gerektiği fikrini ortaya koymuştur. Bu fikirlerden en popüler olanı Süpersimetridir (SUSY) .

Süpersimetriye göre, her fermiyona bir bozon ve her bozona da bir fermiyon karşı gelir. Bu modelde tek bir Higgs bozonu yeterli değildir, bunun yerine 5 tane Higgs bozonu vardır ve bunların her birine spini $\frac{1}{2}$ olan bir Higgsino karşı gelir. Tam süpersimetrik durumda parçacıklar ve parçacıklar aynı kütleyle sahip olmalı. Fakat şu ana kadar yapılan deneylerde henüz gözlemlenmiş herhangi bir parçacığa rastlanılmamıştır. Buradan süpereslerin bu deneylerde üretilmeyecek kadar büyük kütleyle sahip olduğu sonucuna varılır. Bu da bize süpersimetrinin gerçek dünya ile ilişkili ise kırılan bir

simetri olması gerektiğini gösterir. Bu durum süpersimetri kırılma mekanizmasının önemini vurgulamaktadır.

Bu tez çalışmasında, genel bir giriş bölümünden sonra 2. bölümde süpersimetrinin temel prensipleri, 3., 4. ve 5. bölümlerde sfermyon karışım, üretim ve bozunumu konularına yer verilmiştir. 6. bölümde ise sfermyon kütle belirleme yöntemlerine değinilmiştir. 7. bölümde genişletilmiş MSSM için (MSSM4) yüklü 4. aile slepton üretimi incelenmiştir.

Bu teze asıl önem kazandıran durum bu sfermyonların Lineer Çarpıştırıcılarda araştırılacak olmasıdır. Bu yüksek enerjili elektron-pozitron çarpıştırıcıları süpersimetrik parçacıkların daha hassas ölçümleri için önemli bir etki ortaya koymaktadır. Ayrıca bu çarpıştırıcılarda polarize demetlerin kullanılması ve bu durumun süpersimetri araştırmaları üzerine olan etkisi de göz önüne alınmıştır.

Yapılan bu araştırmalara ek olarak 4. ailenin varlığı da düşünülerek Minimal Süpersimetrik Model (MSSM), MSSM4 durumuna genişletilmiştir. MSSM4 durumu için 1-loop mertebesinde Renormalizasyon Grup Denklemleri (RGE) ve bu denklemler kullanılarak 4. aile sfermyonları için kütle spektrumu elde edilmiştir. Daha sonra 4. aile yüklü sleptonlarının Lineer çarpıştırıcılarda üretimi incelenerek çalışma tamamlanmıştır.

2. SÜPERSİMETRİ VE TEMEL PRENSİPLERİ

Süpersimetri, standart modelin sahip olduğu simetrilere yeni ek uzay-zaman simetrisi olarak girer. Buna göre;

“Süpersimetri, fermiyonik ve bozonik durumları bir Q operatörü vasıtasıyla ilişkilendiren dönüşümlere bağlı uzay zaman simetrisidir. Bu dönüşümlere süpersimetrik dönüşümler denir.” [Sohnius 1985]

Tanıma göre Q operatörü süpersimetri jeneratörü olarak adlandırılır. N=1 için chiral, vektör ve gravitasyon multiplerleri; N=2 için hiper, vektör ve gravitasyon multiplerleri; N=8 için sadece gravitasyon multiplerleri geçerlidir.

P , uzay-zaman dönüşümlerinin 4'lü momentum jeneratörü olmak üzere aşağıdaki komütasyon ilişkilerini sağlar.

$$\begin{aligned} \{ Q_\alpha, Q_\alpha^\dagger \} &= 2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu P_\mu \\ \{ Q_\alpha, Q_\beta \} &= 0 = \{ Q_\alpha^\dagger, Q_\beta^\dagger \} \\ [Q_\alpha, P^\mu] &= 0 = [Q_\alpha^\dagger, P^\mu] \end{aligned} \quad (2.1)$$

Noether teoreminden akımın korunumu (bu korunumlu akıma süperakım denir) araştırılırsa yükün, süpersimetri üreticileri olan Q jeneratörleri olduğu görülür.

Standart Modeldeki spinörlere benzer şekilde, süpersimetride de cebire göre indirgenemez temsilini göstermek için kullanılan matrislere süpermultiplerler denir. Süpermultipler içinde süpereş parçacıklar yer alır ve bir parçacığın süpereşini ifade etmek için tilda (\sim) sembolü kullanılır. Fermiyonlara ait süpereşler başlarına gelen “s-” ekiyle; bozonlara ait süpereşler ise sonlarına gelen “-ino” ekiyle isimlendirilir. Çizelge 2.1-2.2’de süpersimetrik parçacıklar, chiral süpermultiplerler için ve ayar

süpermultipler için ayrı ayrı verilmiştir. Standart Model parçacıkları ve onların süpereşleri arasında $\frac{1}{2}$ spin farkı bulunur.

Çizelge 2.1 Chiral süpermultipler için süpersimetrik parçacıklar ve kuantum sayıları

İsimler		spin 0	spin 1/2	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
skuarklar , kuarklar (3 aile)	Q	$(\tilde{u}_L \tilde{d}_L)$	$(u_L d_L)$	$(3, 2, 1/6)$
	\bar{u}	\tilde{u}_R^*	u_R^\dagger	$(\bar{3}, 1, -2/3)$
	\bar{d}	\tilde{d}_R^*	d_R^\dagger	$(\bar{3}, 1, 1/3)$
sleptonlar, leptonlar (3 aile)	L	$(\tilde{\nu} \tilde{e}_L)$	(νe_L)	$(1, 2, -1/2)$
	\bar{e}	\tilde{e}_R^*	e_R^\dagger	$(1, 1, 1)$
Higgs, higgsinolar	H_u	$(H_u^+ H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0)$	$(1, 2, 1/2)$
	H_d	$(H_d^0 H_d^-)$	$(\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$	$(1, 2, -1/2)$

Çizelge 2.2 Ayar süpermultipler için süpersimetrik parçacıklar ve kuantum sayıları

İsimler	spin 1/2	spin 1	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
gluino, gluon	\tilde{g}	g	$(8, 1, 0)$
winolar, W bozonları	$\tilde{W}^\pm \tilde{W}^0$	$W^\pm W^0$	$(1, 3, 0)$
bino B bozonu	\tilde{B}^0	B^0	$(1, 1, 0)$

2.1 Dönüşümler ve Simetriler

Burada ilk olarak teorik açıdan basit bir süpersimetrik modeli incelemeye çalışacağız. Başlangıç olarak her ikisi de kütesiz olan spin-0 kompleks ϕ alanı ile L-tipli χ spinör alanımız olsun. Bu serbest alanlar için Lagranjiyen (Lagranjiyen yoğunluğu anlamında kullanılıyor) şu şekilde verilir (Aitchison 2007),

$$L = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi + \chi^\dagger i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi \quad (2.2)$$

Bu Lagranjiyenden yola çıkılarak ϕ skaler alanı için hareket denklemi $\square\phi=0$ ve χ spinör alanı için hareket denklemi $i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi=0$ olarak bulunur. Süpersimetri bu iki tip alanın birbirine dönüşümünü öngörür. Dolayısıyla bu Lagranjiyenin ya da daha genel olarak Eylemin, alanların birbirine dönüşümleri altında değişmez kalmasını istiyorsak ϕ skaler alanındaki dönüşüm χ spinöründeki dönüşümle, χ spinöründeki dönüşüm de ϕ skaler alanındaki dönüşümle orantılı olmalıdır. Eylemin bu alanların dönüşümleri altındaki değişmezliğini sağlamak için Lagranjiyendeki değişimin toplam türev şeklinde gelmesi yeterlidir.

Bu alanların dönüşümlerini araştırmaya başlamadan önce boyutlarını belirlemeliyiz. Dört boyutlu uzay-zamanda ve $\hbar=1=c$ birim sisteminde Eylem boyutsuzdur. Bu birim sisteminde uzunluk ve zaman M^{-1} boyutundadır. Eylemin boyutsuz olabilmesi için Lagranjiyen (yoğunluğu) M^4 boyutunda olmalıdır. Buna göre ϕ ve χ alanları için boyutlar şu şekilde olur;

$$[\phi] = M \quad ; \quad [\chi] = M^{3/2} \quad (2.3)$$

Artık ϕ ve χ alanlarını birbiri ile ilişkilendiren SUSY dönüşümlerini araştırabiliriz. İlk olarak ϕ alanındaki değişime ($\delta_\xi \phi$) bakalım. Bu dönüşümün formu şu şekilde verilir,

$$\delta_{\xi} \phi = (\xi \text{ parametresi}) \times (\chi) \quad (2.4)$$

Burada ξ 'yi uzay ve zamandan bağımsız bir parametre olarak alıyoruz. ξ nin uzay ve zamandan bağımsız olması global bir simetriye karşı gelir. (2.4) numaralı denklemin sol tarafında spini sıfır olan bir skaler alan vardır ve bu alan Lorentz dönüşümleri altında değişmezdir. Dolayısıyla sağ tarafta da χ ve ξ 'nin Lorentz değişmez bir yapısı oluşturulmalıdır. Bunu yapmanın basit bir yolu ξ 'yi de χ -tipli spinör olarak yapmaktan geçer. Bunun için şu yapı kullanılır,

$$\delta_{\xi} \phi = \xi^T (-i \sigma_2) \chi \quad (2.5)$$

Bu ifadeyi noktalı gösterim ile yazabiliriz.

$$\delta_{\xi} \phi = \xi^a \chi_a = \xi \cdot \chi \quad (2.6)$$

Burada ξ bir spinördür ve uzay-zamana bağlı değildir. ξ spinör olması nedeniyle iki bileşene sahiptir ve her bir bileşeni kompleksdir.

ξ 'nin uzay-zaman bağımlılığı olmadığı söylenmişti. Bu aynı zamanda bir alan da değildir, fakat buna rağmen ξ 'nin bileşenlerinin spinör alanlarının bileşenleriyle sıra değişmediği varsayılır, yani bunlar Grassmann sayıları olarak varsayılır. ξ için boyut analizi yapılacak olursa boyutunun $[\xi] = M^{-1/2}$ olduğu görülür.

Şimdi $\delta_{\xi} \chi$ 'ye karşı gelen dönüşümü bulmaya çalışalım. Bu dönüşümün ξ ve ϕ 'nin çarpımından oluşmasını bekleriz. Yani

$$\delta_{\xi} \chi \sim (\xi \text{ parametresi}) \times (\phi) \quad (2.7)$$

olmalıdır. Bu ifadenin sol tarafı $M^{3/2}$ boyutundadır, sağ tarafı da ξ ve ϕ 'nin cebirsel çarpımının boyutu olan $M^{1/2}$ boyutuna sahiptir. Her iki tarafın boyutlarının tutmaması nedeniyle sağ tarafta kütle (M) boyutunda bir şeye daha gerek vardır. İlk başta bu teoremin kütsüz olduğunu kabul etmiştik dolayısıyla burada kullanabileceğimiz kütle (M) boyutuna sahip tek bir olasılık vardır, ∂_μ gradiyent operatörü. Bunu sağ tarafa eklememiz durumunda açıkta μ indisi kalmaktadır. Bu indisin kontrakte olması için $\sigma^\mu \equiv (1, \vec{\sigma})$ kullanılır. σ^μ , 2×2 'lik bir matrisdir ve ξ spinörüne etkisi sonucunda sol taraf ile uyuşum gösterir. Bütün bunların sonucunda dönüşüm şu şekilde olur,

$$\delta_\xi \chi = (i \sigma^\mu \partial_\mu \phi) \xi \quad (2.8)$$

Bu denklemin dönüşümü için çözülmesi gereken bir problem daha vardır. Bu ifadenin her iki tarafında 2-bileşenli kolon vektör olmasına rağmen sağ taraf χ -tipli spinör gibi dönüşmez. Bu sorunu çözmek için ξ yerine $i \sigma_2 \xi^*$ alırız. ξ 'nin uzay-zamandan bağımsız olduğunu da hatırlarsak χ_a alanı için dönüşümü şu şekilde yazabiliriz (Aitchison 2007),

$$\delta_\xi \chi_a = A \left[i \sigma^\mu (i \sigma_2 \xi^*) \right]_a \partial_\mu \phi \quad (2.9)$$

Bu ifadede A katsayısı Lagranjiyen yoğunluğunun değişmezlik (invariantlık) koşulundan belirlenecek bir sabittir ve her iki tarafta χ tipli spinör indeksi yer almaktadır. $\partial_\mu \phi$ matris formunda olmadığı için ifadenin sonuna alınabilir.

(2.5) ve (2.9) denklemleri ϕ ve χ için önerilen SUSY dönüşümlerini verir, fakat bu alanların ikisi de komplekstir ve bunların hermitsel eşleniklerine (ϕ^\dagger ve χ^\dagger) karşı gelen dönüşümleri de açık bir şekilde ortaya konulmalıdır. Burada ilk olarak hatırlanılması gereken “ ϕ ve χ 'nin kuantum alanları” olduğu ve diğer yandan “ ξ 'nin bir alan (uzay-zamandan bağımsız) olmadığıdır.”

Bir ϕ kuantum alanı için mod açılımı şu şekildedir,

$$\phi = \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 \sqrt{2\omega}} \left[a(k) e^{-i k \cdot x} + b^\dagger(k) e^{i k \cdot x} \right] \quad (2.10)$$

Burada $a(k)$ operatörü 4-momentum k 'ya sahip bir “parçacığı yok eder”, $b^\dagger(k)$ ise 4-momentum k 'ya sahip bir “anti-parçacığı yaratır”. $\exp[\pm i k \cdot x]$ bilinen dalga fonksiyonudur. ϕ^\dagger ise şu şekilde olur,

$$\phi^\dagger = \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 \sqrt{2\omega}} \left[a^\dagger(k) e^{i k \cdot x} + b(k) e^{-i k \cdot x} \right] \quad (2.11)$$

ve bu ifade (2.10)'un hermitsel eşleniğinin geleneksel tanımıdır.

Diğer bir yandan χ gibi spinör alanları için bu durum biraz daha karmaşıktır, çünkü iki bileşenli spinörler de denkleme girer. Dolayısıyla sembolik olarak, χ kuantum alanının ilk (üst) bileşenin formu şu şekilde olur;

$$\chi_1 \sim (\text{mod operatörü}) \times (\chi - \text{tipli serbest parçacık spinörünün ilk bileşeni}) \quad (2.12)$$

Şimdi (2.5) denkleminin hermitsel eşleniğini düşünelim, yani $\delta_\xi \phi^\dagger$ 'ı bulmaya çalışalım,

$$\begin{aligned} \delta_\xi \phi &= \xi^T (-i \sigma_2) \chi \\ &= \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} \\ &= \xi_2 \chi_1 - \xi_1 \chi_2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

olur ve bu ifade kullanılarak hermitsel eşlenik aşağıdaki gibi bulunur,

$$\delta_{\xi} \phi^{\dagger} = -\chi_2^{\dagger} \xi_1^* + \chi_1^{\dagger} \xi_2^* \quad (2.14)$$

ξ bir kuantum alanı değildir ve * notasyonu onun için uygundur. (2.14) ifadesini daha kapalı bir formda şu şekilde yazabiliriz,

$$\delta_{\xi} \phi^{\dagger} = \chi^{\dagger} (i\sigma_2) \xi^* \quad (2.15)$$

burada χ^{\dagger} aşağıdaki gibidir,

$$\chi^{\dagger} = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}^{\dagger} = (\chi_1^{\dagger} \quad \chi_2^{\dagger})$$

(2.13) ve (2.15) denklemini noktalı notasyonla yazmaya çalışalım,

$$\delta_{\xi} \phi = \xi \cdot \chi = \chi \cdot \xi \quad ; \quad \delta_{\xi} \phi^{\dagger} = \bar{\xi} \cdot \bar{\chi} = \bar{\chi} \cdot \bar{\xi} \quad (2.16)$$

Benzer yöntem kullanılarak (2.9) denkleminin hermitsel eşleniği için şu şekilde bir ifade bulunur,

$$\begin{aligned} \delta_{\xi} \chi^{\dagger} &= \left[A \left\{ i\sigma^{\mu} (i\sigma_2 \xi^*) \right\} \partial_{\mu} \phi \right]^{\dagger} \\ &= A \partial_{\mu} \phi^{\dagger} (\xi^*)^{\dagger} (-i\sigma_2) (-i\sigma^{\mu}) \\ &= A \partial_{\mu} \phi^{\dagger} \xi^T (i\sigma_2) (i\sigma^{\mu}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Artık alanların dönüşümleri ile ilgili bilgilere kabaca sahibiz, fakat Lagranjiyenin (2.2) bu dönüşümler altındaki değişmezliğini sağlayacak şekilde A'nın seçimine de bakmalıyız (Aitchison 2007),

$$\delta_{\xi} L = \partial_{\mu} (\delta_{\xi} \phi^{\dagger}) \partial^{\mu} \phi + \partial_{\mu} \phi^{\dagger} \partial^{\mu} (\delta_{\xi} \phi) + \delta \chi^{\dagger} (i \bar{\sigma}^{\mu} \partial_{\mu}) \chi + \chi^{\dagger} (i \bar{\sigma}^{\mu} \partial_{\mu}) (\delta_{\xi} \chi)$$

$$\begin{aligned} \delta_{\xi} L = & \partial_{\mu} \left[\chi^{\dagger} (i \sigma_2) \xi^* \right] \partial^{\mu} \phi + \partial_{\mu} \phi^{\dagger} \partial^{\mu} \left(\xi^T (-i \sigma_2) \chi \right) \\ & + A \left(\partial_{\mu} \phi^{\dagger} \xi^T i \sigma_2 i \sigma^{\mu} \right) i \bar{\sigma}^{\nu} \partial_{\nu} \chi + A \chi^{\dagger} i \bar{\sigma}^{\nu} \partial_{\nu} \left(i \sigma^{\mu} i \sigma_2 \xi^* \right) \partial_{\mu} \phi \end{aligned} \quad (2.18)$$

(2.18) denkleminde bakılırsa ξ^* ve ξ^T parametrelerini içeren iki tip terim vardır. $A \xi^*$ 'i içeren terimi göz önüne alalım ve ξ^* 'in uzay-zamandan bağımsız bir parametre olduğunu hatırlatalım. Ayrıca

$$\bar{\sigma}^{\nu} \partial_{\nu} \sigma^{\mu} \partial_{\mu} = \partial_{\mu} \partial^{\mu} \quad (2.19)$$

özdeşliğini kullanırsak (2.18)'in ξ^* ile ilgili kısmı şu şekilde olur,

$$\delta_{\xi} L \underset{\xi^*}{\sim} \left(\partial_{\mu} \chi^{\dagger} \right) i \sigma_2 \xi^* \left(\partial^{\mu} \phi \right) - i A \chi^{\dagger} \partial_{\mu} \partial^{\mu} \sigma_2 \xi^* \phi \quad (2.20)$$

Bu ifade bize bu dönüşümler altında lagranjiyendeki değişimin sadece ξ^* ile ilgili kısmını göstermektedir. ξ^* ve ξ^T birbirinden bağımsızdır ve lagranjiyendeki bu terimlerin birbirlerinin götürmeleri beklenemez. Dolayısıyla burada eylemin değişmez olması gerektiği hatırlanmalıdır, bu durumda lagranjiyendeki değişim eğer toplam türev şeklinde gelirse eylemin değişmezliği sağlanmış olur. (2.20) numaralı denklemin yeniden ifade etmeye çalışalım.

$$\delta_{\xi} L \underset{\xi^*}{\sim} \left(\partial_{\mu} \chi^{\dagger} \right) i \sigma_2 \xi^* \partial^{\mu} \phi - A \chi^{\dagger} i \sigma_2 \xi^* \partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi \quad (2.21)$$

Eğer $A = -1$ alırsak bu terim şu hali alır,

$$\begin{aligned}\delta_{\xi} L &\underset{\xi^*}{\sim} \left(\partial_{\mu} \chi^{\dagger} \right) i \sigma_2 \xi^* \partial^{\mu} \phi + \chi^{\dagger} i \sigma_2 \xi^* \partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi \\ &= \partial_{\mu} \left(\chi^{\dagger} i \sigma_2 \xi^* \partial^{\mu} \phi \right)\end{aligned}\quad (2.22)$$

Benzer olarak $A=-1$ alınıp ξ^T içeren terimler için bu adımlar tekrarlandığında bulunacak ifade şu şekilde olur (Aitchison 2007),

$$\delta_{\xi} L \underset{\xi^T}{\sim} \partial_{\mu} \left(\phi^{\dagger} \xi^T (-i \sigma_2) \partial_{\mu} \chi \right) + \partial_{\mu} \left(\phi^{\dagger} \xi^T i \sigma_2 \sigma^{\mu} \bar{\sigma}^{\nu} \partial_{\nu} \chi \right) \quad (2.23)$$

Bu ifade ise bir toplam türevidir. Sonuç olarak alanların tanımlanan dönüşümleri altında ve $A=-1$ olduğu durum için lagranjiyen toplam türev şeklinde değişecektir; yani

$$\delta_{\xi} L = \partial_{\mu} \left(\chi^{\dagger} i \sigma_2 \xi^* \partial^{\mu} \phi + \phi^{\dagger} \xi^T (-i \sigma_2) \partial_{\mu} \chi + \phi^{\dagger} \xi^T i \sigma_2 \sigma^{\mu} \bar{\sigma}^{\nu} \partial_{\nu} \chi \right) \quad (2.24)$$

olur. Bu sonuca göre alanların bu dönüşümleri altında eylem değişmez kalır.

Yukarıda belirtildiği gibi süpersimetride alışıla gelmiş durumlardan farklı bir durum söz konusudur, yani süpersimetride dönüşümler altında Lagranjiyen invaryant kalmaz. Fakat burada eylemin invaryantlığı söz konusu olur. Bu durumda alan dönüşümleri artık eylemin invaryantlığını sağlayacak şekilde bulunur.

Minimal süpersimetrik serbest Lagranjiyen şu şekilde tanımlanır;

$$L_{serbest} = \partial_{\mu} \phi_i^{\dagger} \partial^{\mu} \phi_i + \chi_i^{\dagger} i \bar{\sigma}^{\mu} \partial_{\mu} \chi_i + F_i^{\dagger} F_i \quad (2.25)$$

Burada ϕ_i skaler alanı, χ_i fermiyon alanı ve F_i yardımcı kompleks alanı belirtmektedir. ϕ_i alanı (*kütle*) boyutunda, χ_i fermiyon alanı (*kütle*)^{3/2} boyutunda ve F_i yardımcı alanı ise (*kütle*)² boyutundadır. Eylemi invaryant bırakacak şekilde bu alanların dönüşümleri şu şekilde elde edilir;

$$\begin{aligned}
\delta_\xi \phi_i &= \xi \cdot \chi_i \\
\delta_\xi \chi_i &= -i \sigma^\mu i \sigma_2 \xi^* \partial_\mu \phi_i + \xi F_i \\
\delta_\xi F_i &= -i \xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi_i
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Aynı şekilde bu alanların hermitsel eşleniklerinin dönüşümlerinin ifadeleri (2.27) de verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\delta_\xi \phi^\dagger &= \bar{\xi} \cdot \bar{\chi} \\
\delta_\xi F^\dagger &= i \partial_\mu \chi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \xi \\
\delta_\xi \chi^\dagger &= i \partial_\mu \phi^\dagger \xi^T (-i \sigma_2) \sigma^\mu + F^\dagger \xi^\dagger
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Burada ξ spinör tiplidir ve uzay zamandan bağımsızdır, aynı zamanda $(k\ddot{u}t\ddot{u}l\ddot{e})^{-1/2}$ boyutundadır. $\bar{\sigma}^\mu \equiv (1, -\vec{\sigma})$, $\sigma^\mu \equiv (1, \vec{\sigma})$ olarak tanımlanır ve $\vec{\sigma}$ Pauli spin matrisleridir.

Süpersimetri dönüşümleri, tanımlandığı gibi skaler bozon alanını fermiyon alanına dönüştürmektedir. Bu ise uzay-zaman bağımlılığı olmadığından global bir simetridir.

2.2 Wess-Zumino Modeli

Burada etkileşme Lagranjiyenin (Wess-Zumino 1974) ifadesi aşağıdaki gibi verilir,

$$L_{etkilesme} = W_i(\phi, \phi^\dagger) F_i - \frac{1}{2} W_{ij}(\phi, \phi^\dagger) \chi_i \cdot \chi_j + h.c \tag{2.28}$$

W_i ve W_{ij} nin bulunabilmesi için ilk olarak W süperpotansiyeli tanımlanmalıdır. Bu süperpotansiyel belirlenirken renormalize edilebilirliğe zarar vermemek için etkileşme Lagranjiyenin kütle boyutunun 4 olduğu hatırlanmalı. Bütün bunların ışığında aşağıdaki tanımlamalar yapılabilir,

$$W = \frac{1}{2} M_{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} y_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k \quad (2.29)$$

$$W_i = \frac{\partial W}{\partial \phi_i} \rightarrow W_i = M_{ij} \phi_j + \frac{1}{2} y_{ijk} \phi_j \phi_k \quad (2.30)$$

$$W_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \rightarrow W_{ij} = M_{ij} + y_{ijk} \phi_k \quad (2.31)$$

Şimdi serbest ve etkileşme Lagranjiyenini birlikte düşünerek F_i ve F_i^\dagger için Euler-Lagrange hareket denklemlerine bakabiliriz. Bu durumda

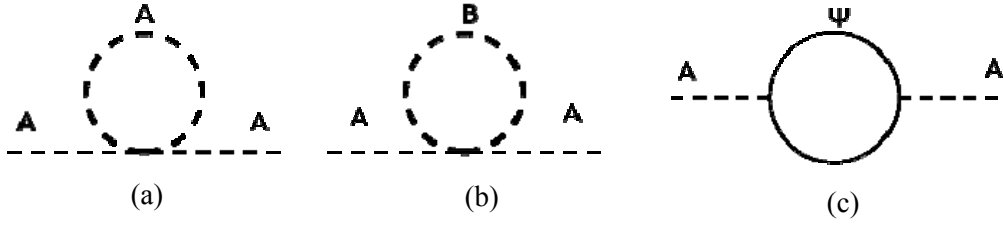
$$\partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu F_i)} \right) - \frac{\partial L}{\partial F_i} = 0 \rightarrow F_i^\dagger = -W_i \quad (2.32)$$

olur. Aynı işlem F_i^\dagger için yapıldığında $F_i = -W_i^\dagger$ olarak bulunur.

Sonuç olarak tam Lagranjiyen aşağıdaki gibi yazılır,

$$L_{WZ} = L_{serbest WZ} - |W_i|^2 - \frac{1}{2} \{ W_{ij} \chi_i \cdot \chi_j + h.c \} \quad (2.33)$$

Bu model çerçevesinde skaler parçacık için 1-ilmek katkılarına bakılabilir. Buna göre bu diyagramlar Şekil 2.1'deki gibi olur.



Şekil 2.1 İki skaler alan (a),(b) ve bir fermiyonik alanın (c) kendisiyle etkileşim diyagramları

Bu süreçlerin genlik ifadeleri aşağıdaki gibi bulunur;

$$a) -\frac{i\lambda^2}{4} 4 \times 3 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2} = 3\lambda^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2}$$

$$b) -\frac{i\lambda^2}{2} 2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2} = \lambda^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2}$$

$$c) (-) \left(-\frac{i\lambda}{\sqrt{2}} \right)^2 2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr \left[\frac{i}{k-m} \frac{i}{(k-p-m)} \right]$$

$$= -2\lambda^2 \left\{ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2} + \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k-p)^2 - m^2} + \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{p^2 - 4m^2}{(k^2 - m^2)[(p-k)^2 - m^2]} \right\}$$

Şekil 2.1 (a), (b) ifadeleri ile (c) ifadesi toplandığında son terim hariç birbirlerini sadeleştirdiğini rahatlıkla görebiliriz.

Bu durumda kuadratik ıraksaklıktan kurtuluruz ve logaritmik ıraksaklık gelir. Yani skaler (*kütle*)² ye 1-ilmek katkısından gelen düzeltme $\delta m^2 \approx m^2 \ln(\Lambda/m)$ formunda olur.

Süpersimetri, basitçe karşımıza çıkan renormalize edilebilir terimleri sadeleştirerek Λ^2 tipli ıraksama problemini çözmektedir. Bu süpersimetrinin en büyük

motivasyonlarından biridir. Henüz hiçbir süpersimetrik parçacık gözlenemediğinden bilinmeyen süpereşlere ait alanların hesaplanmasında tamamen bu karşılık gelme sağlanmaya çalışılır. Teoride böyle bir karşılık gelmeye rağmen süpereşlerin gözlenememesinin nedeni olarak süpersimetrinin kırılması olduğu fikri de benimsenmiştir.

2.3 Etkileşme Lagranjyenleri

Süpersimetride etkileşme terimlerini elde etmek için skaler süper ikili yapısı ve uygun kovaryant türev tanımı göz önüne alınmalıdır.

Kovaryant türev ve ikili yapısı skuarklar için şu şekilde verilir,

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \tilde{t} \\ \tilde{b} \end{pmatrix}_L \quad \text{ve} \quad D_\mu = \partial_\mu + i g \frac{\tilde{t}}{2} \cdot W_\mu + i g' y_1 B_\mu \quad (2.34)$$

$$\phi_2 = \tilde{t}_R \quad \text{ve} \quad D_\mu = \partial_\mu + i g' y_2 B_\mu \quad (2.35)$$

$$\phi_3 = \tilde{b}_R \quad \text{ve} \quad D_\mu = \partial_\mu + i g' y_3 B_\mu \quad (2.36)$$

Bu skaurk alanları için serbest alan kinetik teriminde kovaryant türev tanımları yerine konulacak olursa etkileşme terimleri elde edilecektir. Yani $(D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i)$ kinetik terimi bize etkileşmeleri verecektir.

Stop üretimi için etkileşme terimlerinin çıkarılmasında şu adımlar takip edilir,

$$D_\mu \phi_1 = \begin{pmatrix} \partial_\mu \tilde{t}_L + i g' y_1 B_\mu \tilde{t}_L + \frac{i}{2} g W_\mu^3 \tilde{t}_L + \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu \tilde{b}_L \\ \partial_\mu \tilde{b}_L + i g' y_1 B_\mu \tilde{b}_L - \frac{i}{2} g W_\mu^3 \tilde{b}_L + \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^\dagger \tilde{t}_L \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$D_\mu \phi_2 = \partial_\mu \tilde{t}_R + i g' y_2 B_\mu \tilde{t}_R \quad (2.38)$$

$$D_\mu \phi_3 = \partial_\mu \tilde{b}_R + i g' y_2 B_\mu \tilde{b}_R \quad (2.39)$$

Standart Modelden de bildiğimiz üzere W_μ^3 ve B_μ alanları şu şekilde karışarak foton ve Z alanlarını oluştururlar.

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} W_\mu^3 &= Z_\mu \cos \theta_W + A_\mu \sin \theta_W \\ B_\mu &= -Z_\mu \sin \theta_W + A_\mu \cos \theta_W \end{aligned} \quad (2.40)$$

Bu ifadede θ_W karışım açısını (Weinberg açısını) göstermektedir. Benzer şekilde süpersimetride sol ve sağ elli skaler alanlar karışarak iki skaler alan oluştururlar. Bu dönüşüm en genel şekilde şöyle tanımlanır,

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_f & \sin \theta_f \\ -\sin \theta_f & \cos \theta_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \tilde{f}_L &= \tilde{f}_1 \cos \theta_f + \tilde{f}_2 \sin \theta_f \\ \tilde{f}_R &= -\tilde{f}_1 \sin \theta_f + \tilde{f}_2 \cos \theta_f \end{aligned} \quad (2.41)$$

Bu ifadede \tilde{f} sfermiyonu, θ_f ise karışım açısını göstermektedir. Bütün bu karışım ifadeleride yerine konulacak olursa stop için etkileşme terimleri (ve köşe faktörleri) şu şekilde bulunur,

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \tilde{t}_1^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{t}_1) \left\{ i \frac{g}{\text{Cos } \theta_w} \left[\frac{2}{3} \text{Sin}^2 \theta_w - \frac{1}{2} \text{Cos}^2 \theta_t \right] \right\} \\
&+ \tilde{t}_1^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{t}_2) \left\{ i \frac{g}{4 \text{Cos } \theta_w} \text{Sin}^2 2\theta_t \right\} \\
&+ \tilde{t}_2^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{t}_1) \left\{ i \frac{g}{4 \text{Cos } \theta_w} \text{Sin}^2 2\theta_t \right\} \\
&+ \tilde{t}_2^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{t}_2) \left\{ i \frac{g}{\text{Cos } \theta_w} \left[\frac{2}{3} \text{Sin}^2 \theta_w - \frac{1}{2} \text{Sin}^2 \theta_t \right] \right\} \\
&+ \tilde{t}_1^\dagger A^\mu (\partial_\mu \tilde{t}_1) \left\{ -i \frac{2}{3} g \text{Sin} \theta_w \right\} \\
&+ \tilde{t}_2^\dagger A^\mu (\partial_\mu \tilde{t}_2) \left\{ -i \frac{2}{3} g \text{Sin} \theta_w \right\}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Benzer şekilde kovaryant türev tanımından ve kinetik terimden yola çıkılarak sbottom için de aynı adımlar takip edilecek olursa etkileşme terimleri ve köşe faktörleri şu şekilde bulunur,

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \tilde{b}_1^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{b}_1) \left\{ -i \frac{g}{\text{Cos } \theta_w} \left[\frac{1}{3} \text{Sin}^2 \theta_w - \frac{1}{2} \text{Cos}^2 \theta_b \right] \right\} \\
&+ \tilde{b}_1^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{b}_2) \left\{ -i \frac{g}{4 \text{Cos } \theta_w} \text{Sin}^2 2\theta_b \right\} \\
&+ \tilde{b}_2^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{b}_1) \left\{ -i \frac{g}{4 \text{Cos } \theta_w} \text{Sin}^2 2\theta_b \right\} \\
&+ \tilde{b}_2^\dagger Z^\mu (\partial_\mu \tilde{b}_2) \left\{ -i \frac{g}{\text{Cos } \theta_w} \left[\frac{1}{3} \text{Sin}^2 \theta_w - \frac{1}{2} \text{Sin}^2 \theta_b \right] \right\} \\
&+ \tilde{b}_1^\dagger A^\mu (\partial_\mu \tilde{b}_1) \left\{ i \frac{1}{3} g \text{Sin} \theta_w \right\} \\
&+ \tilde{b}_2^\dagger A^\mu (\partial_\mu \tilde{b}_2) \left\{ i \frac{1}{3} g \text{Sin} \theta_w \right\}
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Kovaryant türev ve ikili yapısı sleptonlar için aşağıdaki gibi verilir,

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L \\ \tilde{l}_L \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad D_\mu = \partial_\mu + i g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot W_\mu + i g' y_1 B_\mu \quad (2.44)$$

$$\phi_2 = \tilde{l}_R \quad \text{ve} \quad D_\mu = \partial_\mu + i g' y_2 B_\mu \quad (2.45)$$

Bu slepton alanları için serbest alan kinetik teriminde kovaryant türev tanımları yerine konularak etkileşme terimleri skuark durumlarında olduğu gibi elde edilebilir.

Buna göre, bütün bu işlemler yapıldıktan sonra stau ve tau-snötrinosu için etkileşme terimleri şu şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \tilde{l}_1^\dagger Z_\mu (\partial^\mu \tilde{l}_1) \left\{ i \frac{g}{\text{Cos}\theta_w} \left[\frac{1}{2} \text{Cos}^2 \theta_l - \text{Sin}^2 \theta_w \right] \right\} \\ & + \tilde{l}_1^\dagger Z_\mu (\partial^\mu \tilde{l}_2) \left\{ -i \frac{g}{4 \text{Cos}\theta_w} \text{Sin} 2\theta_l \right\} \\ & + \tilde{l}_2^\dagger Z_\mu (\partial^\mu \tilde{l}_1) \left\{ -i \frac{g}{4 \text{Cos}\theta_w} \text{Sin} 2\theta_l \right\} \\ & + \tilde{l}_2^\dagger Z_\mu (\partial^\mu \tilde{l}_2) \left\{ i \frac{g}{\text{Cos}\theta_w} \left[\frac{1}{2} \text{Sin}^2 \theta_l - \text{Sin}^2 \theta_w \right] \right\} \\ & + \tilde{l}_1^\dagger A_\mu (\partial^\mu \tilde{l}_1) \{ i g \text{Sin} \theta_w \} \\ & + \tilde{l}_2^\dagger A_\mu (\partial^\mu \tilde{l}_2) \{ i g \text{Sin} \theta_w \} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Snötrinolar MSSM çerçevesinde yalnızca sol-elli bileşenlere sahiptirler. Ayrıca snötrinolar elektrik yükü taşımadıkları için sadece zayıf etkileşmeye girerler. Dolayısıyla sadece Z ayar bozonu ile etkileşmeleri söz konusudur. Snötrinolar için aynı adımlar takip edildiğinde etkileşme terimi şu şekilde bulunur,

$$\Rightarrow \tilde{\nu}_L^\dagger Z_\mu (\partial^\mu \tilde{\nu}_L) \left\{ -i \frac{g}{2 \text{Cos} \theta_w} \right\} \quad (2.47)$$

Fermiyonlar ve Sfermiyonlar ile Yükinö (ve Nötralinö) etkileşmeleri: Etkileşmelerin boyutların nedeniyle, bu etkileşmeler hafif SUSY kırın terimlerden etkilenmezler. Bu bağlaşımların yalnızca iki kaynağı vardır. Birincisi; yükinölerin (charginö) ve nötralinölerin ayarino (gaugino) bileşenleri (λ_A), fermiyonlarla (ψ_i) ve sfermiyonlarla (S_i) şu terim vasıtasıyla bağlaşırlar (Baer 2006),

$$L \ni -\sqrt{2} \sum_{i,A} g_\alpha S_i^\dagger t_A \bar{\lambda}_A \frac{1-\gamma_5}{2} \psi_i + h.c. \quad (2.48)$$

Bu bağlaşımlar tam olarak ayar etkileşmeleri ve farklı sparçacık karışım matrisleriyle tanımlanırlar. Yükinölerin ve nötralinölerin higgsino bileşenleri de bu bağlaşımlara Yukawa etkileşme süperpotansiyeli vasıtasıyla katkıda bulunurlar, yani

$$L \ni -\frac{1}{2} \bar{\psi}_i \left(\frac{\partial^2}{\partial \hat{S}_i \partial \hat{S}_j} \right)_{\hat{S}=S} P_L \psi_j + h.c. \quad (2.49)$$

Bu tür bağlaşımlar yalnızca üçüncü aile için önemlidir.

Ayarino (gaugino) etkileşmelerinden kaynaklanan nötralinö-kuark-skuark bağlaşımlarını elde ederek başlayalım. İlgili terimi bulmaya çalışalım,

$$L \ni -\sqrt{2} \left\{ g \begin{pmatrix} \tilde{u}_L^\dagger & \tilde{d}_L^\dagger \end{pmatrix} \frac{1}{2} \sigma_A \bar{\lambda}_A P_L \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} + g' \tilde{u}_R^\dagger \left(-\frac{4}{3} \right) \frac{1}{2} \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{U^c} \right. \\ \left. + g' \tilde{d}_R^\dagger \left(+\frac{2}{3} \right) \frac{1}{2} \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{D^c} + g' \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \tilde{u}_L^\dagger & \tilde{d}_L^\dagger \end{pmatrix} \frac{1}{2} \bar{\lambda}_0 P_L \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} \right\} + h.c. \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned}
L \ni & -\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ g \begin{pmatrix} \tilde{u}_L^\dagger & \tilde{d}_L^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\lambda}_3 & \bar{\lambda}_1 - i\bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_1 + i\bar{\lambda}_2 & -\bar{\lambda}_3 \end{pmatrix} P_L \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} + g' \tilde{u}_R^\dagger \left(-\frac{4}{3} \right) \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{U^c} \right. \\
& \left. + g' \tilde{d}_R^\dagger \left(+\frac{2}{3} \right) \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{D^c} + g' \begin{pmatrix} \tilde{u}_L^\dagger & \tilde{d}_L^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \bar{\lambda}_0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \bar{\lambda}_0 \end{pmatrix} P_L \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} \right\} + h.c. \quad (2.51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L \ni & -\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{u}_L^\dagger & \tilde{d}_L^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g \bar{\lambda}_3 + \frac{g'}{3} \bar{\lambda}_0 & g(\bar{\lambda}_1 - i\bar{\lambda}_2) \\ g(\bar{\lambda}_1 + i\bar{\lambda}_2) & -g \bar{\lambda}_3 + \frac{g'}{3} \bar{\lambda}_0 \end{pmatrix} P_L \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} \right. \\
& \left. + g' \tilde{u}_R^\dagger \left(-\frac{4}{3} \right) \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{U^c} + g' \tilde{d}_R^\dagger \left(+\frac{2}{3} \right) \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{D^c} \right\} + h.c. \quad (2.52)
\end{aligned}$$

Burada uygunluk için SU(2) tekli antikuarkları içeren terimlerin Hermitsel eşlenikleri yazıldı. Snötrinoların ve yüklü sleptonların etkileşmelerini bulmak için $\tilde{u}_L \rightarrow \tilde{\nu}, \tilde{d}_L \rightarrow \tilde{l}_L, \tilde{d}_R \rightarrow \tilde{l}_R$ değişimi yapılır ve sağ-elli nötrino olmadığı için \tilde{u}_R terimi atılır ve ayrıca \bar{d} SU(2) singletinin zayıf hiperyükü olan $\frac{2}{3}$, antileptonun hiperyükü olan 2 ile değiştirilir. Bu değişikliklere ek olarak $\bar{\lambda}_0$ ile çarpılan ve lepton ya da nötrino hiperyüklerine karşı gelen kuark yükleri de değiştirilir. Bu değişikliklerden sonra (2.52) ifadesinin leptonlar için yazılan hali şu şekilde olur,

$$\begin{aligned}
L \ni & -\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L^\dagger & \tilde{l}_L^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g \bar{\lambda}_3 - g' \bar{\lambda}_0 & g(\bar{\lambda}_1 - i\bar{\lambda}_2) \\ g(\bar{\lambda}_1 + i\bar{\lambda}_2) & -g \bar{\lambda}_3 - g' \bar{\lambda}_0 \end{pmatrix} P_L \begin{pmatrix} \psi_\nu \\ \psi_l \end{pmatrix} \right. \\
& \left. + g' \tilde{l}_R^\dagger (+2) \bar{\lambda}_0 P_R \psi_{l^c} \right\} + h.c. \quad (2.53)
\end{aligned}$$

Buradaki amacımız kuark-skuark-nötral gaugino (ayarino) etkileşmelerini kurmak ve $P_L \psi_u = P_L u$, $P_L \psi_d = P_L d$, $P_R \psi_{U^c} = P_R u$, $P_R \psi_{D^c} = P_R d$ ifadelerini kullanarak Majorona alanlarını denklemlerden eleyerek etkileşmeyi Dirac alanları cinsinden

yazmak. Ayrıca burada nötral higgsino ve ayarino alanlarının kütle özdeğer alanlarıyla olan ilişkisini de hatırlamamız gerekiyor (Baer 2006),

$$\begin{pmatrix} \psi_{h_u^0} \\ \psi_{h_d^0} \\ \lambda_3 \\ \lambda_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{G}_1^{(1)} & \mathcal{G}_1^{(2)} & \mathcal{G}_1^{(3)} & \mathcal{G}_1^{(4)} \\ \mathcal{G}_2^{(1)} & \mathcal{G}_2^{(2)} & \mathcal{G}_2^{(3)} & \mathcal{G}_2^{(4)} \\ \mathcal{G}_3^{(1)} & \mathcal{G}_3^{(2)} & \mathcal{G}_3^{(3)} & \mathcal{G}_3^{(4)} \\ \mathcal{G}_4^{(1)} & \mathcal{G}_4^{(2)} & \mathcal{G}_4^{(3)} & \mathcal{G}_4^{(4)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\chi}_1^0 \\ \tilde{\chi}_2^0 \\ \tilde{\chi}_3^0 \\ \tilde{\chi}_4^0 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

buradan elde edilen $\lambda_3 = \sum_i \mathcal{G}_3^{(i)} (i\gamma_5)^{\theta_i} \tilde{\chi}_i^0$ ve $\lambda_0 = \sum_i \mathcal{G}_4^{(i)} (i\gamma_5)^{\theta_i} \tilde{\chi}_i^0$ ifadelerini ve

$\lambda = \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{\sqrt{2}}$ olduğunu (2.52) denkleminde yerine koyacak olursak etkileşme

lagranjyenini yeniden ifade edebiliriz.

$$\begin{aligned} L \ni & -\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \tilde{u}_L^\dagger \left[\left(g \mathcal{G}_3^{(i)} \tilde{\chi}_i (-i\gamma^5)^{\theta_i} + \frac{g'}{3} \mathcal{G}_4^{(i)} \tilde{\chi}_i (-i\gamma^5)^{\theta_i} \right) P_L u + \sqrt{2} g \bar{\lambda}^c P_L d \right] \right. \\ & + \tilde{d}_L^\dagger \left[\sqrt{2} g \bar{\lambda} P_L u + \left(-g \mathcal{G}_3^{(i)} \tilde{\chi}_i (-i\gamma^5)^{\theta_i} + \frac{g'}{3} \mathcal{G}_4^{(i)} \tilde{\chi}_i (-i\gamma^5)^{\theta_i} \right) P_L d \right] \\ & \left. + g' \tilde{u}_R^\dagger \left(-\frac{4}{3} \right) \mathcal{G}_4^{(i)} \tilde{\chi}_i (-i\gamma^5)^{\theta_i} P_R u + g' \tilde{d}_R^\dagger \left(\frac{2}{3} \right) \mathcal{G}_4^{(i)} \tilde{\chi}_i (-i\gamma^5)^{\theta_i} P_R d \right\} + h.c. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Bu lagranjyenin $\tilde{\chi}_i$ ile ilgili kısmı bazı katsayı tanımlamaları yapılarak şu şekilde yazılabilir,

$$L_{\tilde{f}f\tilde{\chi}_i} = \sum_{f=u,d,l,\nu} \left[i A_{\tilde{\chi}_i}^f \tilde{f}_L^\dagger \tilde{\chi}_i P_L f + i B_{\tilde{\chi}_i}^f \tilde{f}_R^\dagger \tilde{\chi}_i P_R f + h.c. \right] \quad (2.56)$$

Bu etkileşme lagranjyeninde tanımlanan katsayılar kuarklar için aşağıdaki gibidir (Baer 2006),

$$A_{\tilde{\chi}_i}^u = \frac{(-i)^{\theta_i-1}}{\sqrt{2}} \left[g \mathcal{G}_3^{(i)} + \frac{g'}{3} \mathcal{G}_4^{(i)} \right] \quad (2.57)$$

$$A_{\tilde{\chi}_i}^d = \frac{(-i)^{\theta_i-1}}{\sqrt{2}} \left[-g \mathcal{G}_3^{(i)} + \frac{g'}{3} \mathcal{G}_4^{(i)} \right] \quad (2.58)$$

$$B_{\tilde{\chi}_i}^u = \frac{4}{3\sqrt{2}} g (i)^{\theta_i-1} \mathcal{G}_4^{(i)} \quad (2.59)$$

$$B_{\tilde{\chi}_i}^d = -\frac{2}{3\sqrt{2}} g' (i)^{\theta_i-1} \mathcal{G}_4^{(i)} \quad (2.60)$$

Leptonların ve sleptonların nötrinolar ile olan bağlaşımları kuarklarınkine benzerdir ve bu bağlaşımların katsayıları benzer adımlar takip edilerek şu şekilde bulunabilir (Baer 2006),

$$A_{\tilde{\chi}_i}^l = -\frac{(-i)^{\theta_i-1}}{\sqrt{2}} \left[g \mathcal{G}_3^{(i)} + g' \mathcal{G}_4^{(i)} \right] \quad (2.61)$$

$$A_{\tilde{\chi}_i}^{\nu} = -\frac{(-i)^{\theta_i-1}}{\sqrt{2}} \left[g \mathcal{G}_3^{(i)} - g' \mathcal{G}_4^{(i)} \right] \quad (2.62)$$

$$B_{\tilde{\chi}_i}^l = -(i)^{\theta_i-1} \sqrt{2} g' \mathcal{G}_4^{(i)} \quad (2.63)$$

$$B_{\tilde{\chi}_i}^{\nu} = 0 \quad (2.64)$$

Süperpotansiyel terimlerinden kaynaklanan fermiyon-sfermion-nötralino etkileşmelerine ne tip katkılar geldiğine göz atalım.

$$L \ni -\frac{1}{2} \bar{\psi}_i \left(\frac{\partial^2 \hat{f}}{\partial \hat{S}_i \partial \hat{S}_j} \right)_{\hat{S}=S} P_L \psi_j + h.c. \quad (2.65)$$

ve \hat{f} aşağıda verilmiştir (Baer 2006).

$$\hat{f} \ni y_u \hat{u} \hat{h}_u^0 \hat{U}^c + y_d \hat{d} \hat{h}_d^0 \hat{D}^c + y_e \hat{e} \hat{h}_d^0 \hat{E}^c + \dots \quad (2.66)$$

Yukarı – (aşağı) tip (s)fermionlar için ψ_i , ψ_j 'nin biri $\psi_{h_u^0}$ ($\psi_{h_d^0}$) ve diğeri ψ_f ya da ψ_{F^c} olduğu zaman katkı gelir. Bu katkıyı açıkça görebilmek için şunu yazabiliriz;

$$L \ni -y_f \mathcal{G}_a^{(i)} (-i)^{\theta_i} \tilde{f}_R^\dagger \tilde{\chi}_i P_L f - y_f \mathcal{G}_a^{(i)} (i)^{\theta_i} \tilde{f}_L^\dagger \tilde{\chi}_i P_R f \quad (2.67)$$

Yukarı-tipli (s)fermionlar için a=1 ve aşağı tipliler için a=2 dir. Bu katkıyı (2.56) ifadesindeki katkı ile birleştirecek,

$$L_{\tilde{\chi}_i f \tilde{f}} \ni \tilde{f}_L^\dagger \tilde{\chi}_i \left(i A_{\tilde{\chi}_i}^f P_L - (i)^{\theta_i} y_f \mathcal{G}_a^{(i)} P_R \right) f + \tilde{f}_R^\dagger \tilde{\chi}_i \left(i B_{\tilde{\chi}_i}^f P_R - (-i)^{\theta_i} y_f \mathcal{G}_a^{(i)} P_L \right) f + h.c. \quad (2.68)$$

En sonunda da \tilde{f}_L ve \tilde{f}_R 'nın yerine \tilde{f}_1 ve \tilde{f}_2 sfermion kütle öz durumları cinsinden yazıldığında bu etkileşme lagranjiyeni şu hali alır,

$$L_{\tilde{\chi}_i f \tilde{f}} = \tilde{f}_j^\dagger \tilde{\chi}_i \left[\alpha_{\tilde{\chi}_i}^{\tilde{f}_j} P_L + \beta_{\tilde{\chi}_i}^{\tilde{f}_j} P_R \right] f + h.c. \quad (2.69)$$

Bu etkileşme terimi için şu tanımlamalar yapılmıştır (Baer 2006),

$$\begin{aligned}
\alpha_{\tilde{\chi}_i}^{\tilde{f}_1} &= i A_{\tilde{\chi}_i}^f \text{Cos } \theta_f + (-i)^{\theta_i} y_f \mathcal{G}_a^{(i)} \text{Sin } \theta_f \\
\beta_{\tilde{\chi}_i}^{\tilde{f}_1} &= -i B_{\tilde{\chi}_i}^f \text{Sin } \theta_f - (i)^{\theta_i} y_f \mathcal{G}_a^{(i)} \text{Cos } \theta_f \\
\alpha_{\tilde{\chi}_i}^{\tilde{f}_2} &= i A_{\tilde{\chi}_i}^f \text{Sin } \theta_f - (-i)^{\theta_i} y_f \mathcal{G}_a^{(i)} \text{Cos } \theta_f \\
\beta_{\tilde{\chi}_i}^{\tilde{f}_2} &= i B_{\tilde{\chi}_i}^f \text{Cos } \theta_f - (i)^{\theta_i} y_f \mathcal{G}_a^{(i)} \text{Sin } \theta_f
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Burada, eğer f yukarı tipli bir kuark ise $a=1$ ve eğer f aşağı tipli bir kuark ya da yüklü bir lepton ise $a=2$ değerini alır. Sağ-elli bir nötrino süperalanına sahip olmadığımız için nötrino-snötrino-nötralino bağlaşımı (2.56) ile verilemez.

Yükünlerin (charginoların) skuark ve kuarklarla ya da slepton ve leptonlarla olan etkileşmeleri benzer şekilde hesaplanabilir. Yükino-kuark-skuark etkileşmeleri için (2.52) bağıntısından şunu buluruz,

$$L \ni -g \tilde{u}_L^\dagger \bar{\lambda} P_L d - g \tilde{d}_L^\dagger \bar{\lambda}^c P_L u + h.c. \tag{2.71}$$

Burada, λ^c yüklü Dirac ayarino (gaugino) λ 'nın yük eşleniğidir. Yükino kütle öz durumlarını kullanarak ve λ ile λ^c 'yi denklemden eleyerek bu ifadeyi yeniden yazalım. Buna göre Lagranjiyenin son hali şu şekilde olur,

$$L \ni i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^d \tilde{u}_L^\dagger \tilde{\chi}_i^\pm P_L d + i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^u \tilde{d}_L^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^{\pm c}} P_L u + h.c. \tag{2.72}$$

bu ifadede şu tanımlamalar yapılmıştır (Baer 2006),

$$\begin{aligned}
A_{\tilde{\chi}_1^\pm}^d &= i (-1)^{\theta_{\tilde{\chi}_1^\pm}} g \text{Sin } \gamma_R \\
A_{\tilde{\chi}_2^\pm}^d &= i (-1)^{\theta_{\tilde{\chi}_2^\pm}} \theta_y g \text{Cos } \gamma_R \\
A_{\tilde{\chi}_1^\pm}^u &= i g \text{Sin } \gamma_L \\
A_{\tilde{\chi}_2^\pm}^u &= i \theta_x g \text{Cos } \gamma_L
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Bu bağlaşımlar aileden bağımsızdırlar; yani u ve d (\tilde{u}_L ve \tilde{d}_L) herhangi yukarı ve aşağı-tip kuark (skuark)' a karşı gelir. Ayrıca yükünlerin lepton ve sleptonlar ile olan bağlaşımları da özdeştir ($u \rightarrow \nu$ ve $d \rightarrow l$ değişimi yapılarak bu görülebilir).

Nötralinolar durumunda olduğu gibi yükino etkileşmelerine de süperpotansiyelden katkı gelir. Bu katkılar da göz önüne alındığında Lagranjiyen şu hali alır,

$$L_{\bar{u}d\tilde{\chi}_i^\pm} = \tilde{u}_1^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^\pm} \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^d \cos \theta_u - B_{\tilde{\chi}_i^\pm} \sin \theta_u \right) P_L + B'_{\tilde{\chi}_i^\pm} \cos \theta_u P_R \right] d + \tilde{u}_2^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^\pm} \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^d \sin \theta_u - B_{\tilde{\chi}_i^\pm} \cos \theta_u \right) P_L + B'_{\tilde{\chi}_i^\pm} \sin \theta_u P_R \right] d + h.c. \quad (2.74)$$

bu etkileşme Lagranjiyeni için yapılan tanımlamalar şu şekildedir (Baer 2006),

$$\begin{aligned} B_{\tilde{\chi}_1^\pm} &= -(-1)^{\theta_{\tilde{\chi}_1^\pm}} y_u \cos \gamma_R \\ B_{\tilde{\chi}_2^\pm} &= (-1)^{\theta_{\tilde{\chi}_2^\pm}} \theta_y y_u \sin \gamma_R \\ B'_{\tilde{\chi}_1^\pm} &= -y_d \cos \gamma_L \\ B'_{\tilde{\chi}_2^\pm} &= y_d \theta_x \sin \gamma_L \end{aligned} \quad (2.75)$$

Yükino-sbottom-top etkileşmeleri için lagranjiyen aşağıdaki gibi olur.

$$L_{\bar{d}u\tilde{\chi}_i^\pm} = \tilde{d}_1^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^{\pm c}} \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^u \cos \theta_d - B'_{\tilde{\chi}_i^\pm} \sin \theta_d \right) P_L + B_{\tilde{\chi}_i^\pm} \cos \theta_d P_R \right] u + \tilde{d}_2^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^{\pm c}} \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^u \sin \theta_d + B'_{\tilde{\chi}_i^\pm} \cos \theta_d \right) P_L + B_{\tilde{\chi}_i^\pm} \sin \theta_d P_R \right] u + h.c. \quad (2.76)$$

Son olarak (2.75) bağlaşım tanımlamalarının içerildiği her yerde $u \rightarrow \nu$ ve $d \rightarrow l$ değiştirilmesi yapılarak yükino-slepton-nötrino ve yükino-snötrino-lepton etkileşmeleri bulunabilir. Buna göre

$$\begin{aligned}
L_{\tilde{\nu}_\tau \tilde{\chi}_i^\pm} &= \tilde{\tau}_1^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^{\pm c}} \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^\nu \text{Cos } \theta_\tau - B_{\tilde{\chi}_i^\pm}'' \text{Sin } \theta_\tau \right) P_L \right] \nu_\tau \\
&+ \tilde{\tau}_2^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^{\pm c}} \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^\nu \text{Sin } \theta_\tau + B_{\tilde{\chi}_i^\pm}'' \text{Cos } \theta_\tau \right) P_L \right] \nu_\tau \\
&+ \tilde{\nu}_\tau^\dagger \overline{\tilde{\chi}_i^\pm} \left[i A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^\tau P_L + B_{\tilde{\chi}_i^\pm}'' P_R \right] \tau + h.c.
\end{aligned} \tag{2.77}$$

olur ve burada şu tanımlamalar yapılmıştır (Baer 2006),

$$\begin{aligned}
A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^\nu &= A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^u \\
A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^\tau &= A_{\tilde{\chi}_i^\pm}^d \\
B_{\tilde{\chi}_i^\pm}' &= -y_\tau \text{Cos } \gamma_L \\
B_{\tilde{\chi}_i^\pm}'' &= y_\tau \theta_x \text{Sin } \gamma_L
\end{aligned} \tag{2.78}$$

2.4 SUSY Kırılması

Süpersimetri (SUSY), bilinen parçacık spektrumunun açıkça tam bir simetrisi olmadığı için Süpersimetri kırılma konusu MSSM' nin fenomenolojik uygulanabilirliğinden önce ele alınmalıdır. Simetri kırılmasının iki yolunu biliyoruz;

a) Kendiliğinden simetri kırılmasıyla (örneğin QCD'nin chiral simetrisi durumunda olduğu gibi ve Higgs Mekanizması yoluyla SM' nin elektrozayıf simetrisinin kırılması gibi)

b) Lagranjiyende açık simetri-kıran terimlerle, Elektrozayıf durumda, kütleli ayar bozonları ve fermiyonlar için açıkça simetriyi kıran (ayar invariant olmayan) kütle terimleri renormalize edilebilirliği bozabilir, bu durumda kendiliğinden simetri kırılması (renormalize edilebilirliği korur) teorik olarak tercih edilir ve deneylerde (sonlu radiative düzeltmelerin doğruluk ölçümleriyle) bunu işaret etmektedir. Kendiliğinden SUSY kırılması, elektrozayıf teoride ayar simetrisinin ve QCD' de chiral simetrisinin kendiliğinden kırılmasının standart örnekleriyle karşılaştırıldığında daha yenilikçi özellikler gösterdiği için kendiliğinden SUSY kırılması önemlidir.

Açıkça SUSY kırılması durumunda ise Lagranjiyene ayar invaryant ve süper-normalize edilebilir sınırlı şekilde terimler eklenir. Bu eklenen terimler tekrar kuadratik ıraksaklıkları getirmemelidir aksi takdirde Standart Modelin ince-ayar problemi çözümünü bozarlar.

2.4.1 Kendiliğinden SUSY kırılması

Alan teorisinde bir simetrinin kendiliğinden kırılabilmesi için temel koşul, “bu simetri altında değişmez (invaryant) olmayan alanın” sıfırdan farklı bir beklenen değere sahip olmasıdır. Yani alan ϕ' ile gösterilirse, $\langle 0|\phi'(x)|0\rangle \neq 0$ olmalıdır. ϕ' (invaryant) değişmez olmadığı için diğer alanlarla birlikte bir simetri multipletine ait olmalıdır ve bu durumda ϕ' 'nü şu şekilde ifade etmek olasıdır.

$$\phi' = [Q, \phi(x)] \quad (2.79)$$

Burada Q simetri grubunun hermitsel üreticisi ve ϕ , ϕ' 'nün ait olduğu multipletteki uygun bir alandır. Buna göre

$$\begin{aligned} \langle 0|\phi'(x)|0\rangle &= \langle 0|i[Q, \phi(x)]|0\rangle \\ &= \langle 0|i(Q\phi(x) - \phi(x)Q)|0\rangle \\ &\neq 0 \end{aligned} \quad (2.80)$$

$|0\rangle$ vakum durumunun genellikle $Q|0\rangle = 0$ olduğu kabul edilir, çünkü bu Q tarafından üretilen dönüşüm altında $|0\rangle$ vakum durumunun değişmezliğini (invaryantlığını) vurgular; fakat biz $Q|0\rangle = 0$ olarak alırsak (2.80) denklemini ihlal etmiş oluruz. Bu nedenle kendiliğinden simetri kırılması için $Q|0\rangle \neq 0$ olduğu kabul edilmelidir.

SUSY durumunda, Q_a , Q_b^\dagger simetri üreticileri ile Hamiltoniyen arasında çok önemli bir bağıntı vardır. SUSY cebiri aşağıdaki şekilde verilir

$$\{Q_a, Q_b^\dagger\} = (\sigma^\mu)_{ab} P_\mu \quad (2.81)$$

Buna göre;

$$\begin{aligned} Q_1 Q_1^\dagger + Q_1^\dagger Q_1 &= (\sigma^\mu)_{11} P_\mu = P_0 + P_z \\ Q_2 Q_2^\dagger + Q_2^\dagger Q_2 &= (\sigma^\mu)_{22} P_\mu = P_0 - P_z \end{aligned} \quad (2.82)$$

ve dolayısıyla

$$H \equiv P_0 = \frac{1}{2} (Q_1 Q_1^\dagger + Q_1^\dagger Q_1 + Q_2 Q_2^\dagger + Q_2^\dagger Q_2) \quad (2.83)$$

(H: Hamiltoniyen) Buradan aşağıdaki sonuç elde edilir;

$$\begin{aligned} \langle 0|H|0\rangle &= \frac{1}{2} (\langle 0|Q_1^\dagger Q_1|0\rangle + \langle 0|Q_1 Q_1^\dagger|0\rangle + \langle 0|Q_2^\dagger Q_2|0\rangle + \langle 0|Q_2 Q_2^\dagger|0\rangle) \\ &= \frac{1}{2} (|Q_1^\dagger|0\rangle|^2 + |Q_1|0\rangle|^2 + |Q_2^\dagger|0\rangle|^2 + |Q_2|0\rangle|^2) \end{aligned} \quad (2.84)$$

Buradan bir SUSY-değişmez (invariant) teoreminin vakum enerjisinin sıfır olması gerektiği görülür.

Şimdi Hamiltoniyen yoğunluğunun kinetik enerji kısmının vakum enerjisine katkıda bulunmadığını kabul edelim. Diğer yandan, SUSY-invariant(değişmez) potansiyel enerji yoğunluğu şu şekilde verilir (Aitchison 2007).

$$V(\phi_i, \phi_i^\dagger) = |W_i|^2 + \frac{1}{2} \sum_G \sum_\alpha \sum_{i,j} g_G^2 (\phi_i^\dagger T_G^\alpha \phi_i) (\phi_j^\dagger T_G^\alpha \phi_j) \quad (2.85)$$

V daima sıfıra eşit yada büyüktür ve $V = 0$ SUSY-invaryant(değişmez) duruma karşı gelir.

Dolayısıyla SUSY'nin kendiliğinden kırılması için, V 'nin SUSY-invaryant(değişmez) minimuma sahip olmaması gerekir.

SUSY durumunda ne çeşit bir ϕ' alanı sıfırdan farklı bir vakum beklenen değerine sahip olabilir? Bu sorunun cevabı için olası bütün komütasyon bağıntıları düşünülmeli. Q 'ların alanlarla olan komütasyon bağıntıları ise SUSY dönüşümleriyle tanımlanır;

$$\begin{aligned}\delta_\xi \phi &= i[\xi \cdot Q, \phi] = \xi \cdot \chi \\ \delta_\xi \chi &= i[\xi \cdot Q, \chi] = -i \sigma^\mu i \sigma_2 \xi^* \partial_\mu \phi + \xi F \\ \delta_\xi F &= i[\xi \cdot Q, F] = -i \xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi\end{aligned}\tag{2.86}$$

Şimdi Lorentz-değişmezliği(invaryantlığı) yalnızca skaler alanların vakum beklenen değeri (vev) kazanabileceğini işaret ediyor, çünkü yalnızca bu vakum beklenen değerleri Lorentz dönüşümleri altında invaryanttır(değişmezdir). (2.86) denklemindeki bu üç dönüşümün her birinin sağ tarafındaki terimler düşünüldüğünde simetri-kıran vakum beklenen değeri için tek olasılık şudur;

$$\langle 0|F|0\rangle \neq 0\tag{2.87}$$

Bu durum F-tipi SUSY kırılması olarak ifade edilir, çünkü F yardımcı alanı bir vakum beklenen değeri kazanır.

Şimdi Wess-Zumino modelindeki süperpotansiyeli kullanalım;

$$W = \frac{1}{2} M_{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} y_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k$$

$$F_i = - \left(\frac{\partial W}{\partial \phi_i} \right)^\dagger = \left(M_{ij} \phi_j + \frac{1}{2} y_{ijk} \phi_j \phi_k \right)^\dagger \quad (2.88)$$

ve $V(\phi) = |F_i|^2$ dir, bütün ϕ 'ler sıfır olduğunda $V(\phi)$ açık bir minimuma sahip olur. Böylece W 'nun bu formuyla SUSY kendiliğinden kırılmaz. Kendiliğinden SUSY kırılması için W ifadesinde lineer bir terim olacak şekilde F_i 'ye bir sabit eklemeliyiz. Buna göre üç chiral süpermultiplet [O'Raifeartaigh 1975] kullanılarak W şu formda yazılabilir,

$$W = m \phi_1 \phi_3 + g \phi_2 (\phi_3^2 - M^2) \quad (2.89)$$

Burada m ve g pozitif gerçel, M gerçel olarak seçilebilir. Buna göre

$$-F_1^\dagger = m \phi_3 ; \quad -F_2^\dagger = g (\phi_3^2 - M^2) ; \quad -F_3^\dagger = m \phi_1 + 2 g \phi_2 \phi_3 \quad (2.90)$$

elde edilir ve böylece potansiyel şu şekilde bir ifade olarak bulunur;

$$\begin{aligned} V &= |F_1|^2 + |F_2|^2 + |F_3|^2 \\ V &= m^2 \phi_3^2 + g^2 |\phi_3^2 - M^2|^2 + |m \phi_1 + 2 g \phi_2 \phi_3|^2 \end{aligned} \quad (2.91)$$

(2.91) denklemindeki ilk iki terimi birlikte aynı anda yok edemeyiz, öyle ki $V = 0$ veren olası bir alan konfigürasyonu yoktur. Diğer yandan (2.91) deki üçüncü terim ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 ün uygun seçimiyle daima yok olabilir. Böylece V 'nin minimumunu bulmak için (2.91)'nin ilk iki terimini sınamak yeterlidir. İlk iki terim ϕ_3 'e bağlıdır ve bu durumda ϕ_3 ü gerçel ve sanal kısımlarıyla tanıtırarak,

$$\phi_3 = (A + iB) / \sqrt{2} \quad (2.92)$$

$$V_3 = \frac{1}{2}(m^2 - 2g^2 M^2)A^2 + \frac{1}{2}(m^2 + 2g^2 M^2)B^2 + \frac{g^2}{4}(A^2 + B^2)^2 + g^2 M^4 \quad (2.93)$$

Daha detaylı bir analiz $(m^2 - 2g^2 M^2)$ nin işaretine bağlıdır, şöyle bir durum göz önüne alınacak olursa,

$$m^2 > 2g^2 M^2 \quad (2.94)$$

(2.94) denkleminin sağlandığını kabul edelim, buna göre V_3 şu koşullar altında bir minimuma sahip olur,

$$A = B = 0, \text{ yani } \phi_3 = 0 \quad (2.95)$$

(2.91) denkleminde de

$$\phi_1 = 0 \quad (2.96)$$

olması gerektiği görülür. Fakat ϕ_2 tanımlanmadan kalır. Dolayısıyla bu çözüm şunu verir;

$$\langle 0 | F_1^\dagger | 0 \rangle = \langle 0 | F_3^\dagger | 0 \rangle = 0 \quad (2.97)$$

fakat yardımcı alanın ikinci bileşeni için durum farklı olur,

$$\langle 0 | F_2^\dagger | 0 \rangle = g M^2 \quad (2.98)$$

V 'nin minimum değeri $g^2 M^4$ 'dür ve tam anlamıyla pozitiftir. Ayrıca M parametresi kütle boyutuna sahiptir. Bu model çerçevesinde kütle spektrumunu araştırabiliriz.

Bunun sonucunda altı gerçel skaler alan ve üç tane de L-tipli fermiyon ortaya çıkar. Bu alanlar için kütle spektrumu şu şekilde olur,

$$0, 0 \rightarrow \phi_2 \text{ kompleks alanının gerçel ve sanal kısımları}$$

$$m^2, m^2 \rightarrow \phi_1 \text{ kompleks alanının gerçel ve sanal kısımları}$$

$$m^2 - 2g^2 M^2, m^2 + 2g^2 M^2 \rightarrow \phi_3 \text{ kompleks alanının gerçel ve sanal kısımları}$$

$$0 \rightarrow \chi_2 \text{ (Goldstino)}$$

$$m, m \rightarrow \chi_1 \text{ ve } \chi_3 \text{ alanlarının lineer kombinasyonu}$$

W' daki bütün terimler ayar-invaryant olmalıdır, özellikle (2.89)'daki lineer ϕ_2 terimi, fakat Standart Modelde kendisi ayar invaryant olan bir alan yoktur. Böylece MSSM'de, W lineer bir terime sahip değildir ve SUSY kırılması için bu modelin ötesine bakmak gerekir.

O'Raiifeartaigh modelinde simetri kırıldıktan sonra kütle toplam kuralı sağlanır,

$$\sum m_{reel\ skalerler}^2 = 2 \sum m_{chiral\ fermiyonlari}^2 \quad (2.99)$$

burada toplamlar aynı elektrik yüklü, renk yüklü, baryon sayılı ve lepton sayılı sektörler üzerindedir. (2.99) bağıntısının anlamı; bu çeşit SUSY kırılması fenomenolojik olarak geçerli değildir, çünkü bu hafif SM fermiyonlarının hafif skaler eşlerinin varlığını gerektirir ve bu durum deneysel olarak dışarılanmıştır.

Bir ayar süpermultipletindeki terimler vasıtasıyla olası SUSY kırılması da göz önüne alınmalıdır. Bu durum için dönüşümler;

$$\begin{aligned}
\delta_\xi W^{\mu\alpha} &= i[\xi \cdot Q, W^{\mu\alpha}] = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \lambda^\alpha + \lambda^{\alpha\dagger} \bar{\sigma}^\mu \xi) \\
\delta_\xi \lambda^\alpha &= i[\xi \cdot Q, \lambda^\alpha] = -\frac{i}{2\sqrt{2}}\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \xi F_{\mu\nu}^\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\xi D^\alpha \\
\delta_\xi D^\alpha &= i[\xi \cdot Q, D^\alpha] = \frac{i}{\sqrt{2}}(\xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu (D_\mu \lambda)^\alpha - (D_\mu \lambda)^{\alpha\dagger} \bar{\sigma}^\mu \xi)
\end{aligned} \tag{2.100}$$

Yalnızca yardımcı alanlar sıfırdan farklı bir vakum beklenen değerine sahip olmalıdır.

$$\langle 0|D^\alpha|0\rangle \neq 0 \tag{2.101}$$

Bu duruma D-tipi simetri kırılması denir.

Bir U(1) ayar süpermultipletindeki D yardımcı alanı ayar invaryanttır ve bu nedenle Lagranjiyene D ile orantılı bir terim eklendiğinde SUSY invaryant kalır. Lagranjiyene MD^2 [Fayet-Iliopoulos 1974] terimi eklendiğinde yalnızca D terimlerini içeren Lagranjiyen aşağıdaki şekilde olur;

$$L_D = M^2 D + \frac{1}{2} D^2 - g_1 D \sum_i e_i \phi_i^\dagger \phi_i \tag{2.102}$$

Burada g_1 , U(1) etkileşme sabiti ve e_i , ϕ_i skaler alanının U(1) yükleridir. D için hareket denklemi

$$D = -M^2 + g_1 \sum_i e_i \phi_i^\dagger \phi_i \tag{2.103}$$

olarak bulunur ve bu duruma karşı gelen potansiyel aşağıdaki formu alır;

$$V_D = \frac{1}{2} \left(-M^2 + g_1 \sum_i e_i \phi_i^\dagger \phi_i \right)^2 \tag{2.104}$$

Basitlik olması için $e g_1$ yüklü tek bir ϕ skaler alanı durumunu düşünelim. Eğer $e g_1 > 0$ ise SUSY'nin korunduğu bir durum ortaya çıkar (yani $V_D = 0$ olur.). Bu durumda $\langle 0|D|0\rangle = 0$ olur ve böylece $|\langle 0|\phi|0\rangle| = (M^2 / e g_1)^{1/2}$ olarak bulunur. Diğer yandan $e g_1 < 0$ ise $\langle 0|D|0\rangle = -M^2$ ve $\langle 0|\phi|0\rangle = 0$ olarak bulunur, bu durum için potansiyelin minimumu $V_D = \frac{1}{2}M^4$ olarak elde edilir. Aslında Lagranjiyen için şu ifadeye sahip oluruz;

$$L_D = -\frac{1}{2}M^4 - |e g_1| M^2 \phi^\dagger \phi \quad (2.105)$$

burada ϕ alanı $M(|e g_1|)^{1/2}$ kütle sine sahip olur. Ayarino alanı λ ve ayar alanı A^μ kütle siz kalır ve λ bir goldstino olarak yorumlanabilir.

Bu mekanizma abelyen olmayan durumda kullanılamaz, çünkü $M^2 D^\alpha$ formunda ayar invariant olabilecek terim yoktur.

2.4.2 Hafif süpersimetri kıran terimler

SUSY kırılmasının gerçekleştiği herhangi bir durumda, düşük enerjilerde SUSY – kıran terimlerin bir parametrizasyonu araştırılabilir. Burada önemli olan nokta, (efektif) Lagranjiyende fenomenolojik SUSY-kıran terimler “hafif” olmalı, örneğin “ $M^2 \phi^2$, $M \phi^3$, $M \chi \cdot \chi$ ” gibi. Çünkü bu terimler (süpernormalize edilebilirler) yeni iraksaklıklar getirmezler.

Skaler (kütle)² ifadesine 1-ilmek düzeltmesinden gelen katkı

$$\delta m^2 \sim (\lambda_{skaler} - g_{fermion}^2) \Lambda^2 \quad (2.106)$$

burada Λ yüksek enerji kesilimidir(cutoff). SUSY' de aslında $\lambda_{skaler} = g_{fermion}^2$ dir ve Λ ' ya bağımlılık logaritmik olur. Bu durumda skaler $(kütle)^2$ ' ye 1-ilmek düzeltmesinden gelen katkı $\delta m^2 \approx m_{hafif}^2 \ln(\Lambda/m_{hafif})$ olarak bulunur. Burada m_{hafif} hafif SUSY kıran terimlerin tipik kütle ölçeğidir ve 1 TeV' den çok büyük olamaz.

Olası ayar invaryant hafif SUSY kıran terimlerin formları hemen hemen sınırlıdır ve terimler şu şekilde verilir (Aitchison 2007);

(a) Her ayar grubu için Ayarino kütleleri:

$$-\frac{1}{2}(M_3 \tilde{g}^a \cdot \tilde{g}^a + M_2 \tilde{W}^a \cdot \tilde{W}^a + M_1 \tilde{B} \cdot \tilde{B} + h.c.) \quad (2.107)$$

İlk terimde (gluino) a indisi 1'den 8'e kadar; ikinci terimde (wino) a 1'den 3'e kadar değişir ve (.) çarpım Lorentz invaryant spinör çarpımını belirtmektedir. \tilde{g}^a , \tilde{W}^a , \tilde{B} alanları L-tipli spinörlerdir. Basitlik için M_i parametrelerinin gerçel olduğunu (yeni bir CP ihlali ortaya çıkarmayacağını) kabul ediyoruz. Fakat M_i ' nin pozitif olması için bir gereklilik yoktur.

(b) Skuark $(kütle)^2$ terimleri:

$$-m_{\tilde{Q}_{ij}}^2 \tilde{Q}_i^\dagger \cdot \tilde{Q}_j - m_{\tilde{u}_{ij}}^2 \tilde{u}_{Li}^\dagger \tilde{u}_{Lj} - m_{\tilde{d}_{ij}}^2 \tilde{d}_{Li}^\dagger \tilde{d}_{Lj} \quad (2.108)$$

Burada i ve j aile etiketlerini göstermektedir ve ilk terim $\bar{2}$ ve 2 gösterimlerinde skalerlerin bir $SU(2)_L$ - invaryant nokta çarpımıdır; örneğin

$$\tilde{Q}_1^\dagger \cdot \tilde{Q}_2 = \tilde{u}_L^\dagger \tilde{c}_L + \tilde{d}_L^\dagger \tilde{s}_L \quad (2.109)$$

olur. Bütün \tilde{f}_{Li} alanları denk olarak \tilde{f}_{Ri}^\dagger olarak da yazılabilir.

(c) Slepton (*kütle*)² terimleri:

$$-m_{\tilde{L}ij}^2 \tilde{L}_i^\dagger \cdot \tilde{L}_j - m_{\tilde{e}ij}^2 \tilde{e}_{Li}^\dagger \tilde{e}_{Lj} \quad (2.110)$$

(d) Higgs (*kütle*)² terimleri:

$$-m_{H_u}^2 H_u^\dagger \cdot H_u - m_{H_d}^2 H_d^\dagger \cdot H_d - (b H_u \cdot H_d + h.c.) \quad (2.111)$$

burada $SU(2)_L$ - invaryant nokta çarpımlar şu şekildedir,

$$H_u^\dagger \cdot H_u = |H_u^+|^2 + |H_u^0|^2 \quad (2.112)$$

Aynı şekilde $H_d^\dagger \cdot H_d$ çarpımı da yazılabilir, fakat

$$H_u \cdot H_d = H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0 \quad (2.113)$$

olur.

(e) Üçlü skaler bağlaşımlar:

$$-a_u^{ij} \tilde{u}_{Li} \tilde{Q}_j \cdot H_u + a_d^{ij} \tilde{d}_{Li} \tilde{Q}_j \cdot H_d + a_e^{ij} \tilde{e}_{Li} \tilde{L}_j \cdot H_d + h.c. \quad (2.114)$$

Buradaki (*kütle*)² matrisleri genel olarak komplekstir, fakat Lagranjiyenin gerçel olabilmesi için hermitsel olmalıdır. (2.107) – (2.114) denklemlerinin hepsi açıkça SUSY’yi kırar, çünkü bu terimler yalnızca skalerleri ve ayarınoları içerir.

Diğer yandan burada (2.107) – (2.114) terimlerinin Standart Model ayar simetrilerine uyduğunu vurgulamak önemlidir. Ayar-invaryant kütle terimleri bütün bu süpereşler için olasıdır fakat bilinen Standart Model parçacıkları için bu durum olası değildir. (2.107) denklemi göz önüne alınırsa, gluinolar bir ayar grubunun reguler (adjoint) gösterimindedir. Örneğin, SU(2)'de wino'lar $t=1$ (vektör) gösterimindedir. Bu gösterimde dönüşüm matrisleri gerçel olarak seçilebilir yani bu dönüşüm matrisleri üniterlikten ziyade ortogonaldirler, yani 3 – boyutlu uzaydaki dönme matrisleri gibi. Bu nedenle $\tilde{W} \cdot \tilde{W}$ formulu nicelikler SU(2) dönüşümleri altında invaryanttır, aynı durum gluinolar ve bino için de geçerlidir. (2.108) ve (2.110) terimlerine bakılırsa, bu formdaki skuark ve slepton kütle terimleri izinlidir (i ve j aile indisleri) ve m_{ij}^2 ' ler aile uzayında hermitsel matrislerdir. Buradaki $-m_{H_u}^2 H_u^\dagger \cdot H_u$ gibi Higgs kütle terimleri SM'de de vardır ve Minimal Süpersimetrik (MSSM) bakış açısından elektrozayıf simetriyi kendiliğinden kırabilmek için SUSY' yi ihlal eden terimlere de ihtiyacımız vardır. (2.111) denklemi sadece Higgs'leri içerir ve SUSY' yi kırar. Bu terimde Higgsino'ların kendileri için kütle terimi ayar değişmezliği nedeniyle yasaklanmıştır.

Bu düşünceler sonucunda; elektrozayıf simetriyi koruyan kütle terimleri MSSM' nin şimdiye kadar gözlenmemiş bütün parçacıkları için yazılabilir. Aksine, SM' nin bilinen parçacıkları için benzer kütle terimleri elektrozayıf simetriyi açıkça kırar ve bu kabul edilemez bir durumdur (renormalize edilemezliğe ya da üniterlik ihlaline götürür), bilinen SM parçacıklarının kütleleri elektrozayıf simetrinin kendiliğinden kırılmasıyla ortaya çıkmalıdır. Dolayısıyla MSSM bakış açısına göre, bilinen parçacıkların gözlenmesi doğaldır çünkü bu parçacıklar elektrozayıf simetrinin kırılmasıyla ilişkilendirilen ölçeğe göre hafiftirler. Diğer yandan keşfedilmemiş parçacıkların kütleleri önemli derecede (bu skalaya göre) büyüktürler.

(2.107) - (2.114) terimleri formda sınırlanmış olmalarına rağmen, MSSM' deki bütün alanlar düşünüldüğünde toplamda birçok olası terim vardır ve bu fazla sayıda (~ 105) yeni parametreyi vurgular. Parametre sayısındaki bu büyük artış tamamıyla SUSY kırılmasından gelir.

Teoride görünüşte böyle büyük bir keyfilik hayal kırıklığı yaratabilir, fakat fenomenolojik olarak parametre uzayının geniş bir bölgesi dışarlanmıştır. Çünkü bu yeni parametrelerin çoğunun kendine ait değerleri çeşni değiştiren nötral akım (FCNC) süreçlerine ya da CP ihlalinin yeni kaynaklarına izin verir, fakat bu durumlar deneylerle dışarlanmıştır. Örneğin (2.110) denklemindeki m_L^2 matrisi bastırılmayan köşegen dışı bir terime sahip olsun ve terim aşağıdaki şekilde verilsin;

$$\left(m_L^2\right)_{e\mu} \tilde{e}_L^\dagger \tilde{\mu}_L \quad (2.115)$$

Bu terim çeşni değişimine ($\mu^- \rightarrow e^-$) sebep olacaktır. $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ süreci göz önüne alınırsa 1-ilmek diyagram katkısını düşünebiliriz; ilk olarak μ , $\tilde{\mu}_L$ +bino' ya bozunsun, ardından $\tilde{\mu}_L$ (2.115) terimi vasıtasıyla \tilde{e}_L ' ye geçsin ve tekrar \tilde{e}_L ' da bino ile birleşerek bir elektron oluştursun son olarak da bu elektron bir foton yayımlasın. $\mu \rightarrow e + \gamma$ süreci için dallanma oranındaki üst limit 1.2×10^{-11} ' dir ve sleptonların kütleleri 1TeV civarında olsa bile ilmekten gelen katkı bunun birkaç mertebe katı kadar daha büyük olacaktır. Benzer olarak, skuark (*kütle*)² matrisleri $b \rightarrow s \gamma$ bozunumu, $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ ve $B^0 - \bar{B}^0$ karışımlarının verileriyle hem çeşni karışımı hem de CP – ihlali kompleks fazlarıyla sıkı bir şekilde sınırlandırılır.

SM skalasında SUSY kıran parametreler üzerine getirilen sınırlamaların varlığı şunu ileri sürer; SUSY kırılma mekanizması ne olursa olsun bu güçlü sınırlamalar diyagonal dışı olan tehlikeli terimleri doğal olarak engelleyecektir. Özellikle bunu garanti eden bir çerçeve minimal süpergravite (mSUGRA) dir. mSUGRA'da (2.107) – (2.114) parametreleri GUT skalasında özellikle basit bir form alır.

$$M_3 = M_2 = M_1 = m_{1/2} \quad (2.116)$$

$$m_Q^2 = m_u^2 = m_d^2 = m_L^2 = m_e^2 = m_0^2 \mathbf{1} \quad (2.117)$$

burada **1** aile uzayında birim matrisi ifade ediyor.

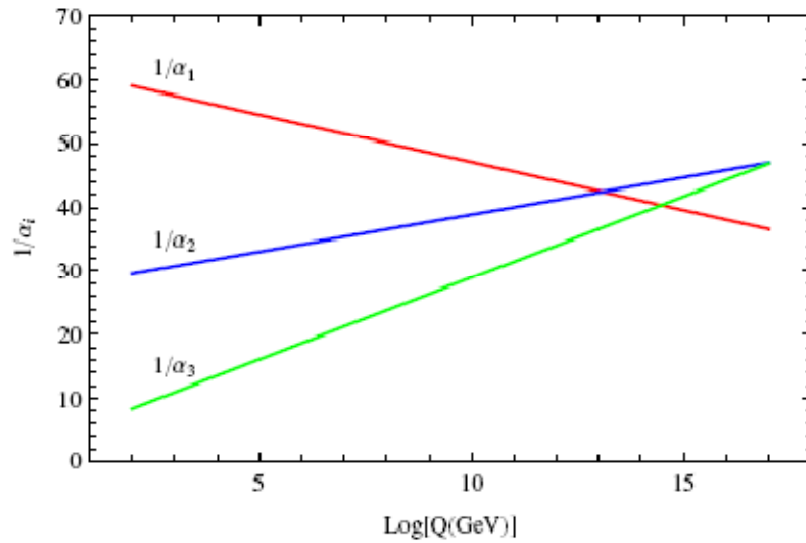
$$m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_0^2 \quad (2.118)$$

$$a_u = A_0 y_u, \quad a_d = A_0 y_d, \quad a_e = A_0 y_e \quad (2.119)$$

(2.117) ifadesi m_p (Planck skalası) de bütün skuark ve sleptonların kütle dejenere olmasını vurgular ve özellikle aynı elektrozayıf kuantum sayılı skuark ve sleptonlar serbest bir şekilde üniter dönüşümlerle birbirine dönüşebilirler.

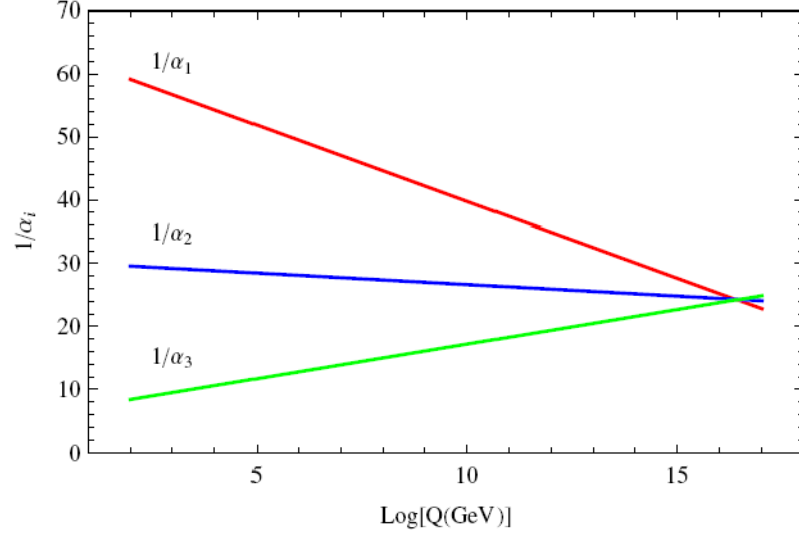
2.5 Renormalizasyon Grup Denklemleri

SM çerçevesinde $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ayar bağlaşımlarının enerji ölçeğine bağımlılığı incelendiğinde bu bağlaşımların Büyük Birleşme Ölçeğinde (BBÖ) tam birleşmediğini söylemiştik ve bunu da SM'nin açıklayamadığı durumlardan biri olarak nitelemiştik. Bu ayar bağlaşımlarının ölçeğe bağlı değişimi Şekil 2.2'de verilmiştir. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi yalnızca $1/\alpha_3$ ile $1/\alpha_2$ için BBÖ'de ($\sim 10^{17}$ GeV) bir birleşim söz konusudur.



Şekil 2.2 SM' de ayar bağlaşımlarının ölçek bağımlı değişimleri

Eğer MSSM için bu bağlaşımların değişimi incelenecek olursa Şekil 2.3'ten de görülebileceği gibi BBÖ'de bir birleşme söz konusudur ve ayrıca bağlaşımların BBÖ'de ki değerlerindeki arttığı kolaylıkla görülebilir. SM'nin eksikliklerini gidermek amacı ile, BBÖ'de bu bağlaşımların birleşmesi durumu zaten süpersimetrisinin ortaya atılma sebeplerinden biri olarak verilmişti.



Şekil 2.3 MSSM' de ayar bağlaşımlarının ölçek bağımlı değişimleri

MSSM' deki ayar bağlaşımlarının başarılı bir şekilde birleştirilmesi durumu bizi benzer RGE (Renormalization Group Evolution) hesaplarının diğer MSSM bağlaşımlarına ve hafif parametrelere ((2.116) – (2.119)) uygulanması doğrultusunda teşvik etmektedir.

Basit bir örnek olarak, gaugino kütle parametreleri olan M_i ' lere 1-ilmek mertebesinde gelen katkıları düşünebiliriz. Ayarino kütlelerinin değişimi şu şekilde verilir ($t = \ln Q$);

$$\frac{dM_i}{dt} = -\frac{b_i}{2\pi} \alpha_i M_i \quad (2.120)$$

Burada α_i 'lere gelen 1-ilmek katkılarını ($\frac{d\alpha_i}{dt} = -\frac{b_i}{2\pi} \alpha_i^2$) kullanırsak (2.120)

bağıntısını yeniden ifade edebiliriz,

$$\frac{1}{\alpha_i} \frac{dM_i}{dt} - M_i \frac{1}{\alpha_i^2} \frac{d\alpha_i}{dt} = 0 \quad (2.121)$$

Bu ifade daha basit bir formda yazılabilir,

$$\frac{d}{dt} (M_i / \alpha_i) = 0 \quad (2.122)$$

Bu üç oran 1-ilmek mertebesinde RG-ölçeğinden bağımsızdır. mSUGRA tipi modellerde aşağıdaki ifadeyi yazabiliriz,

$$\frac{M_i(Q)}{\alpha_i(Q)} = \frac{m_{1/2}}{\alpha_i(m_p)} \quad (2.123)$$

Çünkü m_p 'nin altında bir değerde α_i 'ler çoktan birleşir ve aşağıdaki ifadeye ulaşırız,

$$\frac{M_1(Q)}{\alpha_1(Q)} = \frac{M_2(Q)}{\alpha_2(Q)} = \frac{M_3(Q)}{\alpha_3(Q)} \quad (2.124)$$

(2.124) denkleminde $Q = m_Z$ durumunda ayarino kütleleri için şu bağıntılara ulaşılır,

$$M_1(m_Z) = \frac{\alpha_1(m_Z)}{\alpha_2(m_Z)} M_2(m_Z) = \frac{5}{3} \tan^2 \theta_W(m_Z) M_2(m_Z) \approx 0.5 M_2(m_Z) \quad (2.125)$$

ve

$$M_3(m_Z) = \frac{\alpha_3(m_Z)}{\alpha_2(m_Z)} M_2(m_Z) = \frac{\sin^2 \theta_W(m_Z)}{\alpha_{em}(m_Z)} \alpha_3(m_Z) M_2(m_Z) \approx 0.5 M_2(m_Z) \quad (2.126)$$

$$\approx 3.5 M_2(m_Z)$$

(2.125) ve (2.126) denklemlerini şu şekilde özetleyebiliriz,

$$M_3(m_Z):M_2(m_Z):M_1(m_Z)\approx 7:2:1 \quad (2.127)$$

Buradan gluino'nun elektrozayıf sektör ile ilişkilendirilen durumlardan daha ağır olması beklenir.

İkinci önemli örnek skaler kütlelerin değişimiyle ilgilidir. Bu kütleler için baskın olan katkı top kuark ilmeklerinden gelir, çünkü top kuarkın Yukawa bağlaşımları diğerlerinden çok büyüktür. Fakat diğer durumlar da düşünüldüğünde 1-ilmek katkıları şu şekilde olur,

$$\frac{dm_{H_u}^2}{dt} = \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 + 3 y_t^2 X_t \right) \quad (2.128)$$

$$\frac{dm_{Q_3}^2}{dt} = \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{1}{15} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 - \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 + y_t^2 X_t + y_b^2 X_b \right) \quad (2.129)$$

burada X_t ve X_b şu şekilde verilir,

$$\begin{aligned} X_t &= m_{Q_3}^2 + m_{t_R}^2 + m_{H_u}^2 + A_t^2 \\ X_b &= m_{Q_3}^2 + m_{b_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_b^2 \end{aligned} \quad (2.131)$$

Skaler kütlelerin değişimlerine bakılırsa ayarino kütle katkılarının negatif değerli olduğu görülür. Yani Q skalası küçüldükçe kütleyi artırma eğiliminde olacaktırlar. Fermiyon ilmekleri ise düşük skalalarda kütleyi azaltma eğilimindedir.

Tersine $m_{H_d}^2$ kütlelerinin değişimine bakılırsa top kuark ilmeğinin bir katkısı olmadığı görülür, yani

$$\frac{dm_{H_d}^2}{dt} = \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 + 3 y_b^2 X_b + 2 y_\tau^2 X_\tau \right) \quad (2.132)$$

Bütün bu tartışmalar ışığında RG denklemlerinin (Castano vd. 1994) 3. aile durumu için tüm bağıntıları aşağıda verilmiştir.

İlk olarak 1-ilmek düzeyinde Yukawa'ların ölçeğe bağımlı değişimlerini veren ifadeler şu şekilde olur (Baer 2006),

$$\begin{aligned} \frac{dy_t}{dt} &= \frac{y_t}{16\pi^2} \left(-\sum_{i=1-3} c_i g_i^2 + 6 y_t^2 + y_b^2 \right) \\ \frac{dy_b}{dt} &= \frac{y_b}{16\pi^2} \left(-\sum_{i=1-3} c_i' g_i^2 + y_t^2 + 6 y_b^2 + y_\tau^2 \right) \\ \frac{dy_\tau}{dt} &= \frac{y_\tau}{16\pi^2} \left(-\sum_{i=1-3} c_i'' g_i^2 + 3 y_b^2 + 4 y_\tau^2 \right) \end{aligned} \quad (2.133)$$

1-ilmek düzeyinde ayarınoların ve üçüncü aile sfermionlarının kütleleri ve A-parametreleri için Renormalizasyon grup denklemleri şu şekildedir (Baer 2006),

$$\frac{dM_i}{dt} = \frac{2}{16\pi^2} b_i g_i^2 M_i \quad (2.134)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_t}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\sum_i c_i g_i^2 M_i + 6 y_t^2 A_t + y_b^2 A_b \right) \\ \frac{dA_b}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\sum_i c_i' g_i^2 M_i + 6 y_b^2 A_b + y_t^2 A_t + y_\tau^2 A_\tau \right) \\ \frac{dA_\tau}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\sum_i c_i'' g_i^2 M_i + 3 y_b^2 A_b + 4 y_\tau^2 A_\tau \right) \end{aligned} \quad (2.135)$$

$$\frac{dm_{Q_3}^2}{dt} = \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{1}{15} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 - \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 + y_t^2 X_t + y_b^2 X_b \right)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dm_{\tilde{t}_R}^2}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{16}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 + 2 y_t^2 X_t \right) \\
\frac{dm_{\tilde{b}_R}^2}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{4}{15} g_1^2 M_1^2 - \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 + 2 y_b^2 X_b \right) \\
\frac{dm_{L_3}^2}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 + y_\tau^2 X_\tau \right) \\
\frac{dm_{\tilde{\tau}_R}^2}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{12}{5} g_1^2 M_1^2 + 2 y_\tau^2 X_\tau \right) \\
\frac{dm_{H_d}^2}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 + 3 y_b^2 X_b + 2 y_\tau^2 X_\tau \right) \\
\frac{dm_{H_u}^2}{dt} &= \frac{2}{16\pi^2} \left(-\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 - 3 g_2^2 M_2^2 + 3 y_t^2 X_t \right)
\end{aligned} \tag{2.136}$$

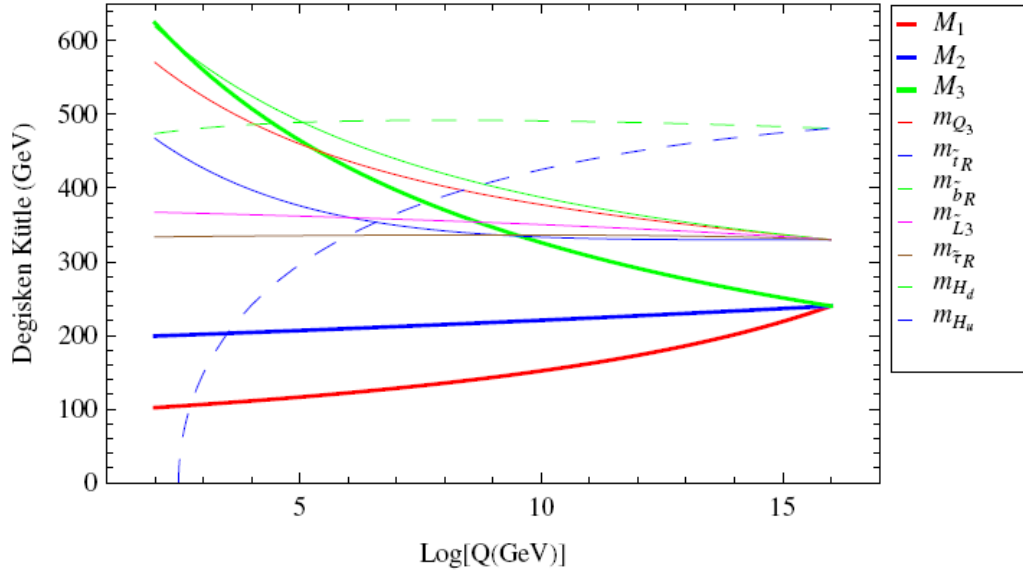
Burada şu tanımlamalar yapılmıştır,

$$\begin{aligned}
X_t &= m_{Q_3}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 + m_{H_u}^2 + A_t^2 \\
X_b &= m_{Q_3}^2 + m_{\tilde{b}_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_b^2 \\
X_\tau &= m_{L_3}^2 + m_{\tilde{\tau}_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_\tau^2
\end{aligned} \tag{2.137}$$

MSSM 'de ayar bağlaşımlarının zayıf skaladaki değerleri şu şekilde olur,

$$c_i = \left(\frac{13}{15}, 3, \frac{16}{3} \right), \quad c'_i = \left(\frac{7}{15}, 3, \frac{16}{3} \right), \quad c''_i = \left(\frac{9}{5}, 3, 0 \right) \tag{2.138}$$

Eğer bu RG denklemler Mathematica yardımıyla (1-ilmek için) eş zamanlı olarak çözdürülecek olursa 3. aile sfermionları, üç ayarino kütlesi M_1 , M_2 ve M_3 ile beraber H_d ve H_u Higgs parçacıklarının kütleleri seçilen bir mSUGRA parametre seti için Şekil 2.4'deki gibi bulunabilir.



Şekil 2.4 mSUGRA’da $A_0=0$, $m_0=330$, $m_{1/2}=240$ ve $\tan\beta=20$ parametre seti (De Roeck,2007) için 3.aile Sfermion kütlelerinin enerji skalasına bağlı değişimleri

Şekil 2.4 de elde edilen kütle spektrumunun tutarlılığı sınanmalıdır. Bu doğrultuda Fortran kodu kullanılarak 2-ilmek için yazılmış olan SuSpect 2.41 (Djouadi, 2002) kütle hesaplayıcısını kullanabiliriz. 2-ilmek için yazılmış olması nedeniyle SuSpect 2.41 daha hassas kütle hesabı yapacaktır. Bu iki durum için elde edilen kütle değerleri Çizelge 2.3 ’de verilmektedir. Bu sonuçlardan görüldüğü gibi sfermion kütlesi arttıkça bu iki hesap tipi birbirinden farklılaşmaktadır fakat ağır kütleler için bu fark yaklaşık olarak %10 mertebesini geçmemektedir. Eğer Mathematica ile 2-ilmek hesapları yapılacak olursa bu sonuçlar daha tutarlı bir hal alacaklardır.

Çizelge 2.3 Üçüncü aile sfermion kütlelerinin $A_0=0$, $m_0=330$, $m_{1/2}=240$, $\tan\beta=20$, $\text{sign}(\mu)=1$ parametre seti için karşılaştırılması

3. Aile Sfermionu	SuSpect 2.41 (Djouadi vd. 2002)	Mathematica (Bu çalışma)
$m_{\tilde{\tau}_R}$ (GeV)	329.6	330
$m_{\tilde{\tau}_L}$ (GeV)	363.0	370
$m_{\tilde{b}_R}$ (GeV)	580.2	620
$m_{\tilde{t}_R}$ (GeV)	439.8	470
$m_{\tilde{Q}_{3L}}$ (GeV)	536.8	575

3. SFERMİYON KARIŞIMLARI

Standart Modelde $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisi kırıldığında aynı renk yüküne, elektrik yüküne ve spin kuantum sayılarına sahip olan durumlar karışırlar. SM den bilindiği üzere B ve W^i ($i=1,2,3$) durumları da karışarak γ, Z^0 ve W^\pm kütle öz durumlarını oluştururlar. MSSM de ise bu tür bir karışım skuarkların, sleptonların ve gauginoların kütlelerini etkiler. Teoride ve deneyde sfermion kütle karışımları büyük önem kazanmaktadır. Çünkü bu kütle karışımı araştırılan sparçacığın özelliklerinin ve SUSY'nin nasıl kırıldığının anlaşılması ile ilgili sorulara ışık tutar.

3.1 Skuarklar ve Sleptonlar

SM fermiyonlarının skaler eşleri MSSM'de yeni parçacıkların en büyük topluluğunu oluşturur. Kütleli fermiyonların her bir kiral (chirality) durumu için ayrı eşlerin gerekliliği nedeniyle toplam olarak 21 yeni alan vardır (nötrinolar burada kütsüz alanlar olarak alınıyor): Birinci aile için 4 skuark çeşni ve kiralitesi $\tilde{u}_L, \tilde{u}_R, \tilde{d}_L, \tilde{d}_R$ ve üç slepton çeşni ve kiralitesi $\tilde{\nu}_{eL}, \tilde{e}_L, \tilde{e}_R$; diğer iki aile için de bu durumlar tekrarlanır. Bütün bu alanlar (kompleks) skaler alanlardır ve "L" ile "R" kiraliteyi tanımlamazlar, fakat SM fermiyonlarının karşı gelen süpereşlerini zayıf etkileşme bakımından etiketlerler.

Temelde aynı elektrik yüküne, R-pariteye ve renk kuantum sayılarına sahip skaler alanlar diğerleriyle (diğer ailelerin alanları ile) hafif (yumuşak) SUSY-kıran parametreler vasıtasıyla karışabilirler. Bu durum u-tipli skuark alanları ($\tilde{u}_L, \tilde{u}_R, \tilde{c}_L, \tilde{c}_R, \tilde{t}_L, \tilde{t}_R$), d-tipli skuark alanları ($\tilde{d}_L, \tilde{d}_R, \tilde{s}_L, \tilde{s}_R, \tilde{b}_L, \tilde{b}_R$) ve yüklü sleptonlar ($\tilde{e}_L, \tilde{e}_R, \tilde{\mu}_L, \tilde{\mu}_R, \tilde{\tau}_L, \tilde{\tau}_R$) için 6 x 6'lık karışım problemine, snötrinolar ($\tilde{\nu}_{eL}, \tilde{\nu}_{\mu L}, \tilde{\nu}_{\tau L}$) için 3 x 3'lük karışım problemine götürür. Fakat fenomenolojik sınırlamalar SUSY durumlarının aileler arası karışımının çok küçük olmasını gerektirir.

Başlangıç olarak ilk iki ailenin sfermionlarının hafif SUSY-kıran (kütle)² parametrelerini göz önüne alalım. Yüksek ölçeklerde (kütle)² parametrelerinin hepsi dejeneredirler $(m_{\tilde{Q}}^2 = m_{\tilde{u}}^2 = m_{\tilde{d}}^2 = m_{\tilde{L}}^2 = m_{\tilde{e}}^2 = m_0^2 1)$. Elektrozayıf skalaya inildikçe RGE (Renormalizasyon Grup Denklemleri) değişimi yaklaşık olarak aynı tipdedir (ilk iki aile için X_t denklemlere katkı vermez). Dolayısıyla ilk iki ailenin kütleleri ayar etkileşmelerinin etkileriyle değişir, bu etkileşmeler düşük skalalara gidildikçe kütleleri artırma eğilimindedir. Bu değişimler şu şekilde parametrize edilebilir (Aitchison, 2007),

$$\begin{aligned}
m_{\tilde{u}_L, \tilde{d}_L}^2 &= m_{\tilde{e}_L, \tilde{s}_L}^2 = m_0^2 + K_3 + K_2 + \frac{1}{9} K_1 \\
m_{\tilde{u}_R}^2 &= m_{\tilde{c}_R}^2 = m_0^2 + K_3 + \frac{16}{9} K_1 \\
m_{\tilde{d}_R}^2 &= m_{\tilde{s}_R}^2 = m_0^2 + K_3 + \frac{4}{9} K_1 \\
m_{\tilde{\nu}_{eL}, \tilde{e}_L}^2 &= m_{\tilde{\nu}_{\mu L}, \tilde{\mu}_L}^2 = m_0^2 + 4 K_1
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Burada K_3, K_2 ve K_1 sırası ile SU(3), SU(2) ve U(1) ayarlarının RGE'ye katkılarıdır: bütün kiral süpermultipletleri 'evrensel' ayar bağlaşımlarıyla gauginolar ile bağlaşırlar. Bütün K değerleri pozitifdir, K_3 değeri önemli derecede K_2 ' den büyüktür ve K_2 'de K_1 den büyüktür. Büyük K_3 katkısı nedeniyle skuark (kütle)² değerinin sleptonlarınkinden büyük olması beklenir. (3.1) denklemleri hafif (kütle)² parametreleri için ilk iki ailede 14 durum verir. Bu katkılara ek olarak, elektrozayıf simetri kırılmasının bir sonucu olarak gelecek daha başka terimler de vardır. İlk iki aile için bu tip katkıların en önemlisi (skuark)² (Higgs)² ve (slepton)² (Higgs)² formlu SUSY-değişmez (invariant) D-terimlerinden (skaler Higgs alanları H_u^0 ve H_d^0 vev kazandıktan sonra) gelir. $D^\alpha = g \sum_i (\phi_i^\dagger T^\alpha \phi_i)$ ' ye SU(2) katkısı şu şekilde olur,

$$D^\alpha = g \left\{ \begin{aligned} & \left(\tilde{u}_L^\dagger \quad \tilde{d}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix} + \left(\tilde{\nu}_{eL}^\dagger \quad \tilde{e}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_u^{+\dagger} & H_u^{0\dagger} \end{pmatrix} \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} H_d^{0\dagger} & H_d^{-\dagger} \end{pmatrix} \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Higgs alanlarının vakum beklenen değerleri göz önüne alındığında sadece $\alpha=3$ olduğu durumda sıfırdan farklı olabilir.

$$D^\alpha = g \left\{ \begin{aligned} & \left(\tilde{u}_L^\dagger \quad \tilde{d}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix} + \left(\tilde{\nu}_{eL}^\dagger \quad \tilde{e}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \left(|H_u^+|^2 - |H_u^0|^2 \right) \delta_{\alpha 3} \\ & + \frac{1}{2} \left(|H_d^0|^2 - |H_d^-|^2 \right) \delta_{\alpha 3} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Simetri kırıldığında ve Higgs alanları vakum beklenen değeri kazandıktan sonra

$$D^\alpha \rightarrow g \left\{ \begin{aligned} & \left(\tilde{u}_L^\dagger \quad \tilde{d}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix} + \left(\tilde{\nu}_{eL}^\dagger \quad \tilde{e}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} - \frac{1}{2} g_u^2 \delta_{\alpha 3} + \frac{1}{2} g_d^2 \delta_{\alpha 3} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Bu ifade $\frac{1}{2} D^\alpha D^\alpha$ Lagranjiyen teriminde yerine konulacak olursa (kütle)² terimleri $\frac{\tau}{2}$ ve $\delta_{\alpha 3}$ terimleri arasındaki çapraz terimlerden gelecektir. Bu çapraz terimler $\tau^3/2$ ile orantılıdır. Bu çapraz terimler zayıf kütle bazlarında köşegendirler. Çapraz terimler göz önüne alınırsa

$$\frac{1}{2} D^\alpha D^\alpha \sim \frac{1}{2} g^2 \left\{ \begin{aligned} & \left(\tilde{u}_L^\dagger \quad \tilde{d}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix} + \left(\tilde{\nu}_{eL}^\dagger \quad \tilde{e}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} + \frac{1}{2} (g_d^2 - g_u^2) \delta_{\alpha 3} \\ & \left(\tilde{u}_L^\dagger \quad \tilde{d}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix} + \left(\tilde{\nu}_{eL}^\dagger \quad \tilde{e}_L^\dagger \right) \frac{\tau^\alpha}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} + \frac{1}{2} (g_d^2 - g_u^2) \delta_{\alpha 3} \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

$\alpha=3$ durumunda ancak (kütle)² terimleri geleceği için

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}D^\alpha D^\alpha \sim \frac{1}{2}2g^2 \left\{ \begin{pmatrix} \tilde{u}_L^\dagger & \tilde{d}_L^\dagger \end{pmatrix} \left[\frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2)T^3 \right] \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix} \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL}^\dagger & \tilde{e}_L^\dagger \end{pmatrix} \left[\frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2)T^3 \right] \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{eL} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

sfermion (kütle)² matrisine katkıları şu şekilde bulunur,

$$\frac{1}{2}g^2 2 \frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2)T^3 \quad (3.7)$$

burada $T^3 = \tau^3/2$ dir. Benzer olarak D' ye U(1) katkısı (simetri kırılmasından sonra) şu şekildedir,

$$D_y = g' \left\{ \sum_{\tilde{f}} \frac{1}{2} \tilde{f}^\dagger y_{\tilde{f}} \tilde{f} - \frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2) \right\} \quad (3.8)$$

Bu ifadedeki toplam, bütün sfermionlar (skuarklar ve sleptonlar) üzerindedir.

$$\frac{1}{2}D_y D_y = \frac{1}{2}g'^2 \left\{ \sum_{\tilde{f}} \frac{1}{2} \tilde{f}^\dagger y_{\tilde{f}} \tilde{f} - \frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2) \right\} \left\{ \sum_{\tilde{f}} \frac{1}{2} \tilde{f}^\dagger y_{\tilde{f}} \tilde{f} - \frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2) \right\} \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{2}D_y D_y \sim \frac{1}{2}2g'^2 \left\{ \sum_{\tilde{f}} \tilde{f}^\dagger \left[\frac{1}{2}y_{\tilde{f}} \left(-\frac{1}{2} \right) (g_d^2 - g_u^2) \right] \tilde{f} \right\} \quad (3.10)$$

Buna göre sfermion (kütle)² terimine U(1) 'den gelen katkı şu şekilde olur,

$$\frac{1}{2}g'^2 2 \left(-\frac{1}{2}y \right) \frac{1}{2}(g_d^2 - g_u^2) \quad (3.11)$$

Burada Q elektromanyetik yük olmak üzere $\frac{y}{2} = Q - T^3$ olduğu için SU(2) ‘den ve U(1) ‘den sfermiyon (kütle)² terimine gelen katkıları birleştirebiliriz,

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{f} &= \frac{1}{2} (\mathcal{G}_d^2 - \mathcal{G}_u^2) \left[g^2 T^3 - \frac{1}{2} y g'^2 \right] \\ \Delta \tilde{f} &= \frac{1}{2} (\mathcal{G}_d^2 - \mathcal{G}_u^2) \left[(g^2 + g'^2) T^3 - g'^2 Q \right]\end{aligned}$$

$$m_Z^2 = \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) (\mathcal{G}_u^2 + \mathcal{G}_d^2), \quad g' = g \tan \theta_W, \quad m_W = m_Z \cos \theta_W, \quad \tan \beta \equiv \frac{\mathcal{G}_u}{\mathcal{G}_d} \quad \text{ve}$$

$m_W^2 = \frac{g^2}{2} (\mathcal{G}_u^2 + \mathcal{G}_d^2)$ olduğunu kullanırsak bu katkının ifadesi

$$\Delta \tilde{f} = m_Z^2 \cos 2\beta \left[T^3 - \sin^2 \theta_W Q \right] \quad (3.12)$$

olarak bulunur. $\Delta \tilde{f}$ zayıf bazlarda köşegendir ve bu katkılar (3.1) denklemlerinin sağ taraflarına basit bir şekilde eklenebilir.

Simetri kırıldıktan sonra, sfermiyon (kütle)² terimlerine SUSY-değişmezi F-terimleri de katkı verir. Yani şu forma sahip Lagranjiyen terimleri de sfermiyon (kütle)² terimlerine (her skaler ϕ_i alanı için) katkı verecektir,

$$- \left| \frac{\partial W}{\partial \phi_i} \right|^2 \quad (3.13)$$

Bu terim büyük Yukawa bağlaşımlarına sahip olan üçüncü aile sfermiyonlarının kütlelerine önemli katkılar getirir. Çünkü Yukawa bağlaşımları fermiyon kütleleri ile orantılıdır ve üçüncü aile fermiyon kütleleri diğer iki ailenin kütlelerine göre çok büyüktür.

$$W \approx y_t \tilde{t}_R^\dagger \left(\tilde{t}_L H_u^0 - \tilde{b}_L H_u^+ \right) - y_b \tilde{b}_R^\dagger \left(\tilde{t}_L H_d^- - \tilde{b}_L H_d^0 \right) - y_\tau \tilde{\tau}_R^\dagger \left(\tilde{\nu}_{\tau L} H_d^- - \tilde{\tau}_L H_d^0 \right) + \mu \left(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0 \right) \quad (3.14)$$

H_u^0 'ın vakum beklenen değerini kazandığını düşünüp örnek olarak $-\left| \frac{\partial W}{\partial \tilde{t}_R^\dagger} \right|^2$ ifadesini elde etmeye çalışalım,

$$-\left| \frac{\partial W}{\partial \tilde{t}_R^\dagger} \right|^2 = -y_t^2 \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_L \left| H_u^0 \right|^2 \rightarrow -y_t^2 \mathcal{G}_u^2 \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_L = -m_t^2 \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_L \quad (3.15)$$

L-tipli top skuark ('stop'), top (kütle)² 'ye eşit (kütle)² terimi kazanır. R-tipli stop kuark içinde $-\left| \frac{\partial W}{\partial \tilde{t}_L^\dagger} \right|^2$ 'den gelen özdeş bir kütle terimi olacaktır. Benzer şekilde \tilde{b}_L ve \tilde{b}_R için (kütle)² terimi m_b^2 , $\tilde{\tau}_L$ ve $\tilde{\tau}_R$ için (kütle)² terimi m_τ^2 olacaktır.

W ' nun Higgs alanlarına göre türevleri de düşünülmelidir. Örneğin H_u^0 alanına göre türev alıp H_d^0 alanının vakum beklenen değeri kazandığını düşünürsek şunu buluruz,

$$-\left| \frac{\partial W}{\partial H_u^0} \right|^2 = -\left| y_t \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L - \mu H_d^0 \right|^2 \rightarrow -\left| y_t \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L - \mu \mathcal{G}_d \right|^2 \quad (3.16)$$

(3.16) ifadesi (kütle)² terimi köşegen dışı bilineer terim içerir,

$$\begin{aligned} -\left| y_t \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L - \mu \mathcal{G}_d \right|^2 &\sim \mu \mathcal{G}_d y_t \left(\tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R \right) \\ &= \mu \frac{\mathcal{G}_d}{\mathcal{G}_u} \mathcal{G}_u y_t \left(\tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R \right) \\ &= \mu \text{Cot } \beta m_t \left(\tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

buna göre R ve L alanları karışır. Benzer olarak $-\left|\frac{\partial W}{\partial H_d^0}\right|^2$ terimi şu sonucu verir,

$$\mu m_b \tan \beta \left(\tilde{b}_R^\dagger \tilde{b}_L + \tilde{b}_L^\dagger \tilde{b}_R \right) \quad (3.18)$$

ve

$$\mu m_\tau \tan \beta \left(\tilde{\tau}_R^\dagger \tilde{\tau}_L + \tilde{\tau}_L^\dagger \tilde{\tau}_R \right) \quad (3.19)$$

Sonuç olarak skaler Higgs alanları vakum beklenen değeri kazandıktan sonra bilineer terimler hafif üçlü skaler bağlaşımlardan direkt olarak da kaynaklanabilir. $a_u = A_0 y_u, a_d = A_0 y_d, a_e = A_0 y_e$ koşulunun varlığını ve yalnızca üçüncü aile katkısını varsayacak olursak üçlü skaler bağlaşımlarla ilişkili katkı aşağıdaki gibi olur,

$$-A_0 y_t \mathcal{G}_u \left(\tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R \right) = -A_0 m_t \left(\tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R \right) \quad (3.20)$$

benzer ifadeler $\tilde{b}_R - \tilde{b}_L$ ve $\tilde{\tau}_R - \tilde{\tau}_L$ karışım terimleri için de yazılabilir. Bütün bunlar göz önüne alındığında ilk iki ailenin skuark ve sleptonları için (kütle)² değerleri ilgili $\Delta \tilde{f}$ katsayısı ile birlikte (3.1) bağıntıları vasıtasıyla verilir.

Üçüncü aile için \tilde{t}, \tilde{b} ve $\tilde{\tau}$ sektörleri ayrı ayrı ele alınabilir. “top” skuark için (kütle)² terimi şu şekilde olur,

$$-\begin{pmatrix} \tilde{t}_L^\dagger & \tilde{t}_R^\dagger \end{pmatrix} M_{\tilde{t}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

bu ifadede $M_{\tilde{t}}^2$ aşağıdaki gibidir,

$$M_i^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_L, \tilde{b}_L}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_L} & m_t (A_0 - \mu \cot \beta) \\ m_t (A_0 - \mu \cot \beta) & m_{\tilde{t}_R}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_R} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$\Delta_{\tilde{u}_L}, \Delta_{\tilde{u}_R}$ tanımlamaları aşağıda verilmiştir,

$$\Delta_{\tilde{u}_L} = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) m_Z^2 \cos 2\beta \quad (3.23)$$

$$\Delta_{\tilde{u}_R} = \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W m_Z^2 \cos 2\beta \quad (3.24)$$

İlk iki ailenin tersine üçüncü aile durumunda X_t katkısı etkin olacaktır. X_t katkısı düşük enerji skalasına gidildikçe \tilde{t}_L ve \tilde{t}_R 'nin değişen kütlelerini azaltma eğiliminde olacaktır, diğer yandan m_t^2 terimi kütleleri artıracaktır. M_i^2 matrisinin özdeğerleri bulularak $m_{\tilde{t}_{1,2}}^2$ kütlelerinin analitik ifadesi elde edilebilir. Bunun için

$$\begin{vmatrix} m_{\tilde{t}_L, \tilde{b}_L}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_L} - \lambda & m_t (A_0 - \mu \cot \beta) \\ m_t (A_0 - \mu \cot \beta) & m_{\tilde{t}_R}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_R} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (3.25)$$

determinantı için kökler bulunmalıdır. Bulunacak olan bu kökler \tilde{t}_1 ve \tilde{t}_2 için kütleleri verecektir. Burada biraz işlemden sonra kütle ifadeleri şu şekilde elde edilir (Baer 2006).

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 \right) + \frac{1}{4} m_Z^2 \cos 2\beta + m_t^2 \mp \left\{ \left[\frac{1}{2} \left(m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2 \right) + m_Z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \right]^2 + m_t^2 (A_0 - \mu \cot \beta)^2 \right\} \quad (3.26)$$

\tilde{t}_1 kütle öz durumu daha hafiftir. “top” skuark karışım matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$\begin{pmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_t & -\sin \theta_t \\ \sin \theta_t & \cos \theta_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

(3.27) ortogonal dönüşümünü kullanarak $M_{\tilde{t}}^2$ matrisini köşegenleştirmeye çalışalım.

$$\begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_t & \sin \theta_t \\ -\sin \theta_t & \cos \theta_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

olur ve $M_{\tilde{t}}^2$ kütle matrisi şu şekilde köşegenleştirilebilir,

$$M_{\tilde{t}}^{2'} = \begin{pmatrix} \cos \theta_t & -\sin \theta_t \\ \sin \theta_t & \cos \theta_t \end{pmatrix} M_{\tilde{t}}^2 \begin{pmatrix} \cos \theta_t & \sin \theta_t \\ -\sin \theta_t & \cos \theta_t \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Bu matrisi köşegen hale getirebilmek için matris çarpımı yapılır ve köşegen dışı terimler sıfıra eşitlenir. Sıfıra eşitlenen köşegen dışı terimlerden biri şu şekilde olur,

$$\left(m_{\tilde{t}_L}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_L} - \left[m_{\tilde{t}_R}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_R} \right] \right) \cos \theta_t \sin \theta_t + m_t (A_0 - \mu \cot \beta) (\cos^2 \theta_t - \sin^2 \theta_t) = 0 \quad (3.30)$$

Eğer bu ifade $\cos^2 \theta_t$ ile bölünecek olursa (3.30) denklemi şu hali alır,

$$\left(m_{\tilde{t}_L}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_L} - m_{\tilde{t}_R}^2 - \Delta_{\tilde{u}_R} \right) \tan \theta_t + m_t (A_0 - \mu \cot \beta) (1 - \tan^2 \theta_t) = 0 \quad (3.31)$$

Bu ifade $\tan \theta_t$ 'nin ikinci dereceden bir denklemdir ve kökler kısa bir işlemten sonra aşağıdaki gibi bulunur (Baer 2006),

$$\tan \theta_t = \frac{m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 + m_t^2 + m_Z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right)}{m_t (A_0 - \mu \cot \beta)} \quad (3.32)$$

Bu ifadede $m_{\tilde{t}_1}^2$ 'nın tanımı

$$m_{\tilde{t}_1}^2 = \frac{1}{2} (m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2) + \frac{1}{4} m_Z^2 \cos 2\beta + m_t^2 + \left\{ \left[\frac{1}{2} (m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2) + m_Z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \right]^2 + m_t^2 (A_0 - \mu \cot \beta)^2 \right\}^{1/2} \quad (3.33)$$

olur ve (3.32) bağıntısı stop kuark için karışım açısının analitik ifadesini verir. Benzer işlemler sbottom, stau ve tau snötrinosu için de yapılabilir. Bu durumlar için kütle ifadeleri ile karışım açıları şu şekilde bulunur (Baer 2006),

$$m_{\tilde{b}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} (m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{b}_R}^2) - \frac{1}{4} m_Z^2 \cos 2\beta + m_b^2 \mp \left\{ \left[\frac{1}{2} (m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{b}_R}^2) - m_Z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \right]^2 + m_b^2 (\mu \tan \beta - A_0)^2 \right\}^{1/2} \quad (3.34)$$

$$\tan \theta_b = \frac{m_{\tilde{b}_L}^2 + m_b^2 + m_Z^2 \cos 2\beta \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) - m_{\tilde{b}_1}^2}{m_b (A_0 - \mu \tan \beta)} \quad (3.35)$$

$$m_{\tilde{\tau}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} (m_{\tilde{\tau}_L}^2 + m_{\tilde{\tau}_R}^2) - \frac{1}{4} m_Z^2 \cos 2\beta + m_\tau^2 \mp \left\{ \left[\frac{1}{2} (m_{\tilde{\tau}_L}^2 - m_{\tilde{\tau}_R}^2) - m_Z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{4} - \sin^2 \theta_W \right) \right]^2 + m_\tau^2 (\mu \tan \beta - A_0)^2 \right\}^{1/2} \quad (3.36)$$

$$\tan \theta_\tau = \frac{m_{\tilde{\tau}_L}^2 + m_\tau^2 + m_Z^2 \cos 2\beta \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) - m_{\tilde{\tau}_1}^2}{m_\tau (A_0 - \mu \tan \beta)} \quad (3.37)$$

ve

$$m_{\tilde{\nu}_\tau}^2 = m_{L_3}^2 + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos 2\beta \quad (3.38)$$

olur. Snötrino kütlesindeki ilk terim üçüncü aile skaler lepton doubleti için hafif (soft) SUSY kırın kütle terimidir, ikinci terim ise D-terim katkısından gelir. Ayrıca bu snötrino MSSM 'de sol-elli nötrinonun süperesidir.

4. SFERMİYONLARIN LEPTON ÇARPIŞTIRICILARINDA ÜRETİMLERİ

LHC çalışmaya başlamadan önce yapılan deney sonuçlarına göre üçüncü aile sfermion kütleleri için sınırlamalar, $m_{\tilde{\nu}} > 94 GeV$ (DELPHI), $m_{\tilde{\tau}} > 81.9 GeV$ (DELPHI), $m_{\tilde{b}} > 89 GeV$ (ALEPH) ve $m_{\tilde{t}} > 95.7 GeV$ (CDF) olarak %95 güvenilirlikle getirilmiştir (Nakamura vd. 2010). LHC çalışmaya başladıktan sonra ise elde edilen veriler kullanılarak yapılan analiz sonuçlarından 3. aile sfermion kütleleri üzerine getirilen sınırlar $m_{\tilde{\tau}} > 136 GeV$ (Aad vd. 2011), $m_{\tilde{b}} > 294 GeV$ ve $m_{\tilde{t}} > 309 GeV$ (Aad vd. 2011) olarak verilmektedir.

Elektron-Pozitron çarpıştırıcısında polarize olmayan başlangıç durum demetleri için sfermionların üretim tesir kesitlerini veren genel ifadeler şu şekilde yazılabilir (Eberl vd. 1999);

$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow \tilde{f}_i \tilde{f}_j) = \frac{\pi \alpha^2 \kappa_{ij}^3}{s^4} \left[e_{\tilde{f}}^2 \delta_{ij} + \frac{(v_e^2 + a_e^2)}{16 C_w^4 S_w^4} C_{ij}^2 D_{zz} - \frac{e_{\tilde{f}} v_e \delta_{ij}}{2 C_w^2 S_w^2} C_{ij} D_{\gamma z} \right] \quad (4.1)$$

Bu tesir kesiti ifadelerindeki bazı tanımlamalar aşağıda verilmiştir;

$$\kappa_{ij} = \left[\left(s - m_{\tilde{f}_i}^2 - m_{\tilde{f}_j}^2 \right)^2 - 4 m_{\tilde{f}_i}^2 m_{\tilde{f}_j}^2 \right]^{1/2}$$

$$v_e = 4 \sin^2 \theta_w - 1 \quad ; \quad a_e = -1 \quad (4.2)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} I_{3L}^{\tilde{f}} \cos^2 \theta_{\tilde{f}} - e_{\tilde{f}} \sin^2 \theta_w & -\frac{1}{2} I_{3L}^{\tilde{f}} \sin 2\theta_{\tilde{f}} \\ -\frac{1}{2} I_{3L}^{\tilde{f}} \sin 2\theta_{\tilde{f}} & I_{3L}^{\tilde{f}} \sin^2 \theta_{\tilde{f}} - e_{\tilde{f}} \sin^2 \theta_w \end{pmatrix}_{ij}$$

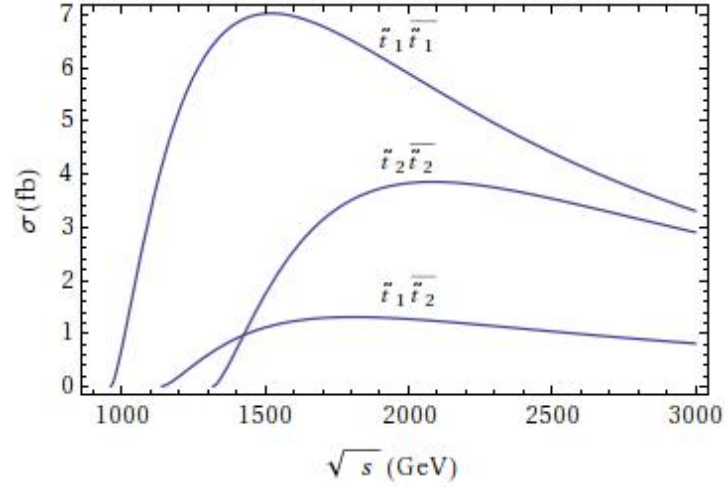
Eğer BBÖ'de belli bir parametre seti seçilecek olursa elektrozayıf ölçekte 3. aile sfermionlarının kütleleri, karışım açıları gibi parametreler elde edilebilir. Bunun için

2.5 kesiminde bahsi geçen RG denklemleri çözülmüştür. Bunun için yazılmış belli başlı programlar vardır. Bu programlardan biri SuSpect (Djouadi vd. 2002) olarak bilinen kütle spektrumu hesaplayıcısıdır ve seçilen alfa noktası (De Rooeck vd. 2007) için Çizelge 4.1'deki kütle spektrumu verir,

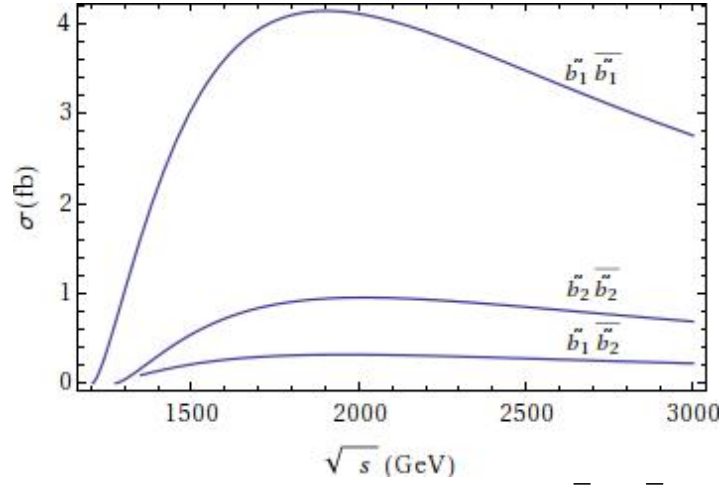
Çizelge 4.1 Seçilen alfa noktasının parametre değerleri ve bu noktaya karşı gelen kütle spektrumu

Model	α
$m_{1/2}$	285
m_0	210
$\tan \beta$	10
$sign(\mu)$	+
A_0	0
m_t	175.0
Sfermiyonlar	Kütleler(GeV)
$\tilde{\tau}_1$	232.2
$\tilde{\tau}_2$	288.9
$\tilde{\nu}_\tau$	274.9
\tilde{t}_1	481.2
\tilde{t}_2	659.6
\tilde{b}_1	602.5
\tilde{b}_2	637.1

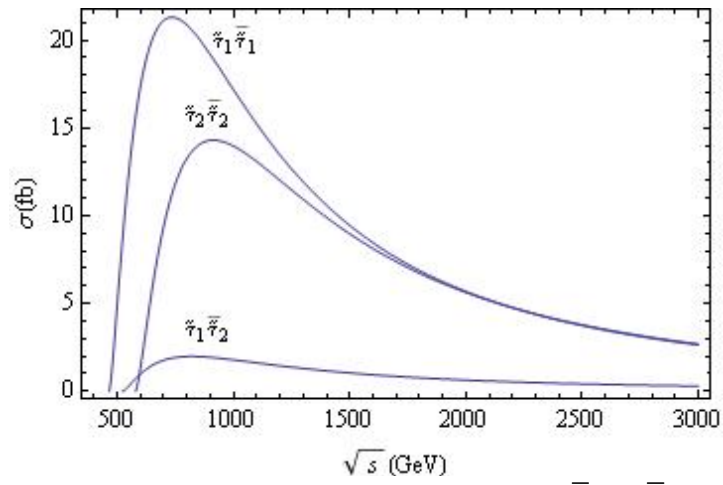
Burada bulunan kütle değerleri için, gelen demetlerin polarize olmadığı durumlar için sfermiyonların üretim tesir kesitlerine bakılabilir. Buna göre üçüncü aile sfermiyonları için tesir kesitinin kütle merkezine göre değişimini veren grafikler şu şekilde elde edilebilir.



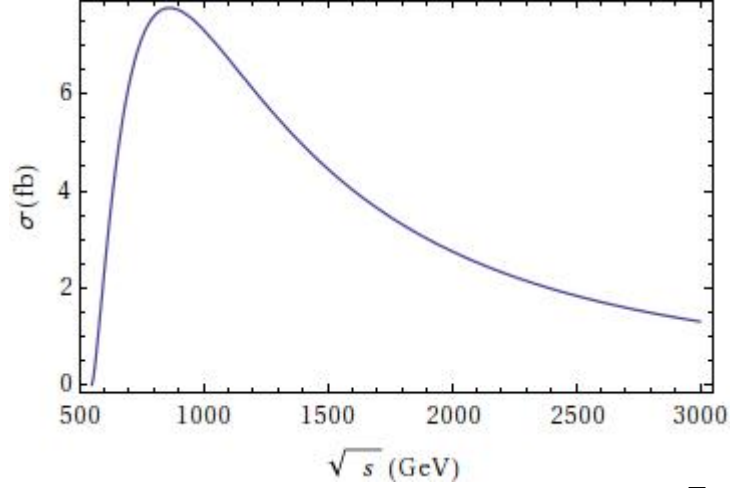
Şekil 4.1 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{t}_1 \tilde{t}_1$, $\tilde{t}_1 \tilde{t}_2$ ve $\tilde{t}_2 \tilde{t}_2$ üretimleri



Şekil 4.2 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{b}_1 \tilde{b}_1$, $\tilde{b}_1 \tilde{b}_2$ ve $\tilde{b}_2 \tilde{b}_2$ üretimleri



Şekil 4.3 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{c}_1 \tilde{c}_1$, $\tilde{c}_1 \tilde{c}_2$ ve $\tilde{c}_2 \tilde{c}_2$ üretimleri



Şekil 4.4 Gelen demetlerin polarize olmadığı durum için $\tilde{\nu}_r, \bar{\tilde{\nu}}_r$ üretimi

Bu grafikler, seçilen mSUGRA noktasına bağlı olarak değişecektir. Çünkü farklı noktalarda sfermyon kütleleri farklı olacak ve doğal olarak karışım açıları da değişecektir.

4.1 Demet Polarizasyon Etkisi

$e^+ e^-$ doğrusal çarpıştırıcılarında boyuna polarize edilmiş demetlerin varlığı sinyal analizi için çok önemli katkı sağlar. Boyuna demet polarizasyon serbestliği şu şekilde parametrize edilebilir,

$$P_L(e^-) = f_L - f_R$$

bu ifadede yapılan tanımlamalar aşağıdaki gibidir,

$$f_L = \frac{n_L}{n_L + n_R} = \frac{1 + P_L}{2} \quad \text{ve} \quad f_R = \frac{n_R}{n_L + n_R} = \frac{1 - P_L}{2}$$

Bu tanımlamalardaki $n_{L,R}$ demetteki sol(sağ)-polarize elektronların sayısını ve $f_{L,R}$ karşı gelen kesirleri göstermektedir. Dolayısıyla, % 90 oranında sağ-polarize edilmiş bir

demet için $P_L(e^-) = -0.8$ 'e karşı gelir ve polarize edilmemiş bir demet için ise $P_L(e^-) = 0$ ' a karşı gelir.

Polarize edilmiş elektron ve pozitron demetleri için SM ve SUSY dahilinde tesir kesitleri elde edilebilir, fakat pratikte demetler daima kısmi polarizedirler ve ilgili durum için tesir kesitleri şu formül kullanılarak bulunur,

$$\sigma = f_L(e^-)f_L(e^+)\sigma_{LL} + f_L(e^-)f_R(e^+)\sigma_{LR} \\ + f_R(e^-)f_L(e^+)\sigma_{RL} + f_R(e^-)f_R(e^+)\sigma_{RR}$$

bu formülde kullanılan f_L ve f_R yukarıda tanımlandığı gibidir, $\sigma_{i,j}(i,j=L,R)$ ise $e_i^- e_j^+$ 'nın yok olma tesir kesitini göstermektedir.

Polarize edilmemiş başlangıç durum demetleri için SM parçacıklarının çift üretim tesir kesitleri incelendiğinde W bozonunun çift üretiminin en büyük katkısı verdiği görülür. W bozonunun leptonik bozunumlarından gelen nötrinoların taşıdığı “kayıp enerji” ve “kayıp momentumlu” olaylar SUSY sinyalleri için önemli arkaplan oluşturur. Sağ-elli elektron ile W bozonunun etkileşiminin söz konusu olmaması nedeniyle polarize edilmemiş başlangıç demetleri yerine, bu demetlerdeki sağ-elli elektron sayısı artırılabilirse W bozonlarının çift üretim tesir kesitlerinin katkısı azaltılarak SUSY'e gelen arkaplan katkısı azaltılabilir. Diğer SM süreçleri demet polarizasyonuna daha az bağımlıdır, fakat genel olarak bu süreçler sol-polarize demetler için en büyük orana sahiptir.

SUSY parçacıklarının üretim tesir kesitleri de polarizasyon bağımlı olacaklardır. Seçilecek olan mSUGRA parametre değerlerine göre sfermionların, $\tilde{\chi}_1^\pm$ çiftlerinin ve bazı nötrino çiftlerinin üretimleri $P_L(e^-)$ 'ye güçlü şekilde bağımlı olacaktır. Elektron demetinin polarizasyonunun ayarlanması vasıtasıyla sparçacıklar yönünden zengin olay örneklerinin seçilmesi olasıdır. Polarizasyon, SM arkaplanının azaltılmasının yanı sıra aileler arası ayrımlarda bu sparçacıkların detaylı bir şekilde çalışılmasında önemli

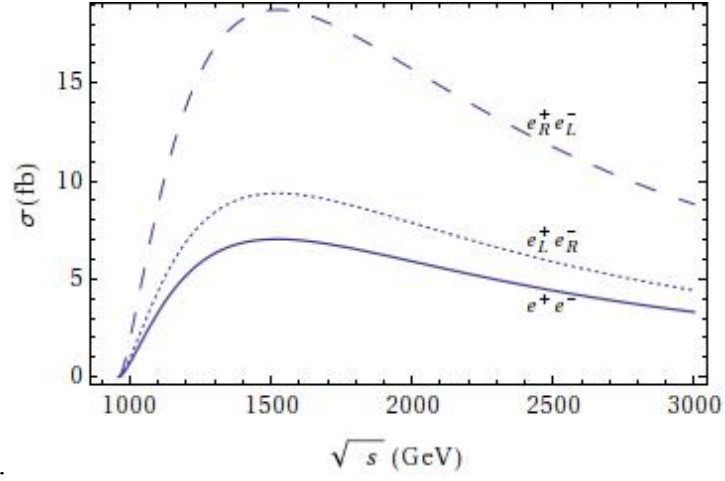
olabilirler. Yani elektron demet polarizasyonu SUSY parçacıklarının özelliklerinin hassas bir şekilde çalışılmasında çok faydalı araç olarak kullanılır.

Gelecek lineer çarpıştırıcılarda kazanılacak olan demet polarizasyon serbestliği hala belirsizken, elektron demetleri için polarizasyon % 80 ya da daha üzeri olarak düşünülebilir. Fakat bu durum pozitronlar için çok belirgin değildir, bugün pozitron demet polarizasyonu için hedef % 60 olarak görünüyor.

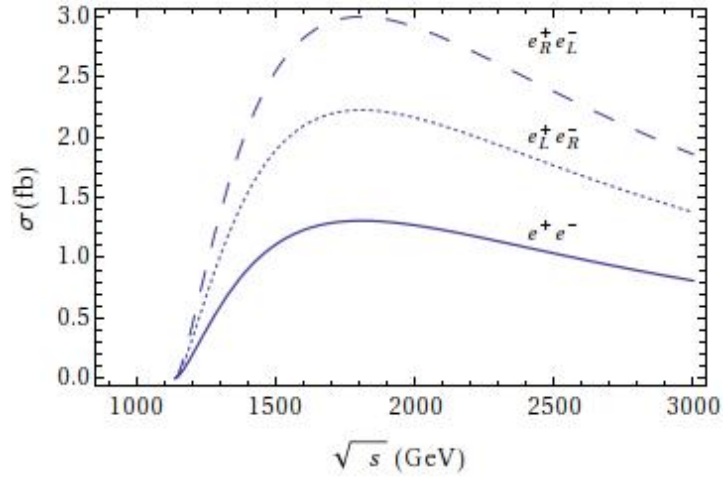
Polarizasyonun öneminin anlaşılmasından sonra artık 3. aile sfermionları üzerine olan etkilerini araştırabiliriz. Eğer polarizasyonun etkisi göz önüne alınacak olursa 3. aile sfermionlarının üretim tesir kesitleri için genel bir ifade (4.3)'deki gibi olur. $P_{\pm} = \{-1, 0, 1\}$ olarak tanımlanmaktadır ve -1 durumu sol-elli, +1 durumu sağ-elli durumu ve 0 polarizasyonun olmadığı durumu temsil etmektedir. Ayrıca (4.2)'de yapılan tanımlamalar aşağıdaki ifade için de geçerlidir(Bartl vd. 2000).

$$\begin{aligned} \sigma\left(e_{P_{\pm}}^{+} e_{P_{\pm}}^{-} \rightarrow \tilde{f}_i \tilde{f}_j\right) = & \frac{\pi \alpha^2 \kappa_{ij}^3}{s^4} \left\{ e_{\tilde{f}}^2 \delta_{ij} (1 - P_{-} P_{+}) \right. \\ & - \frac{e_{\tilde{f}} C_{ij} \delta_{ij}}{2 S_w^2 C_w^2} \left[v_e (1 - P_{-} P_{+}) - a_e (P_{-} - P_{+}) \right] D_{\gamma Z} \\ & \left. + \frac{C_{ij}^2}{16 S_w^4 C_w^4} \left[(v_e^2 + a_e^2) (1 - P_{-} P_{+}) - 2 v_e a_e (P_{-} - P_{+}) D_{ZZ} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

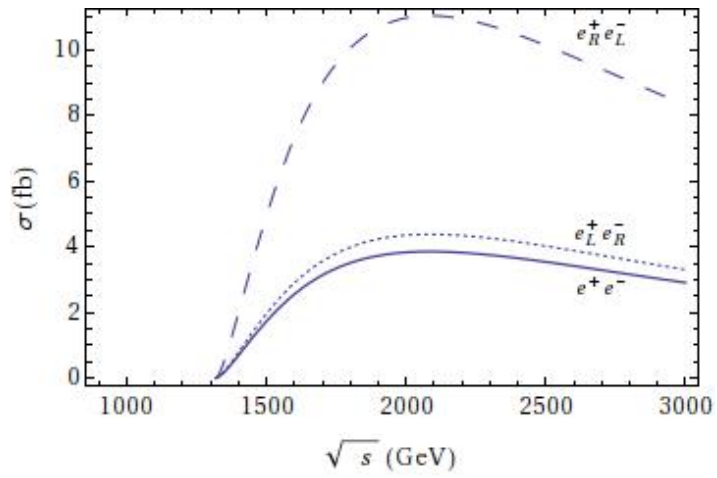
Aşağıda 3. aile sfermionlarının polarizasyonun etkisi ile üretim tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine bağlı olarak nasıl değiştiğini veren grafikler verilmektedir. Ayrıca her iki polarizasyon durumu ve polarize olmayan ilk durum demetleri için tesir kesiti durumları grafiklere yansıtılmıştır.



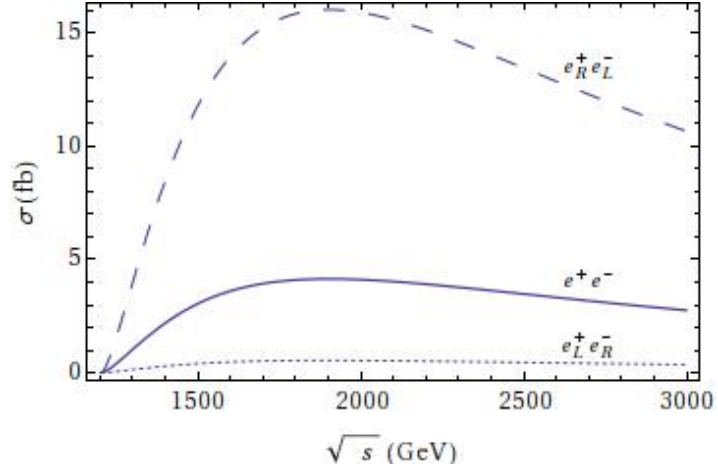
Şekil 4.5 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{t}_1 \tilde{t}_1^-$ üretimi



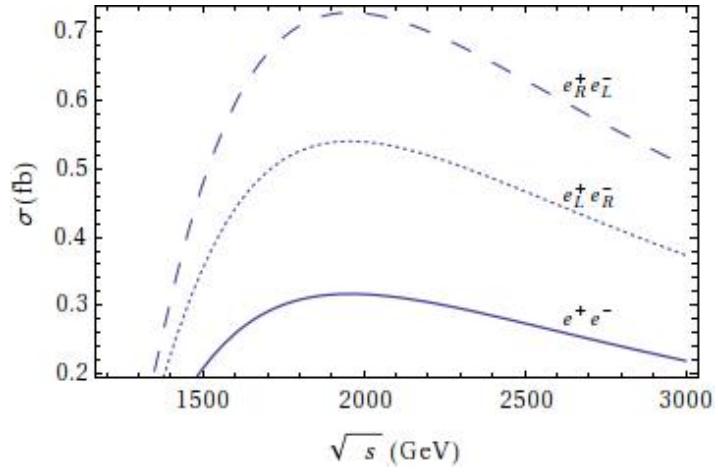
Şekil 4.6 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{t}_1 \tilde{t}_2^-$ üretimi



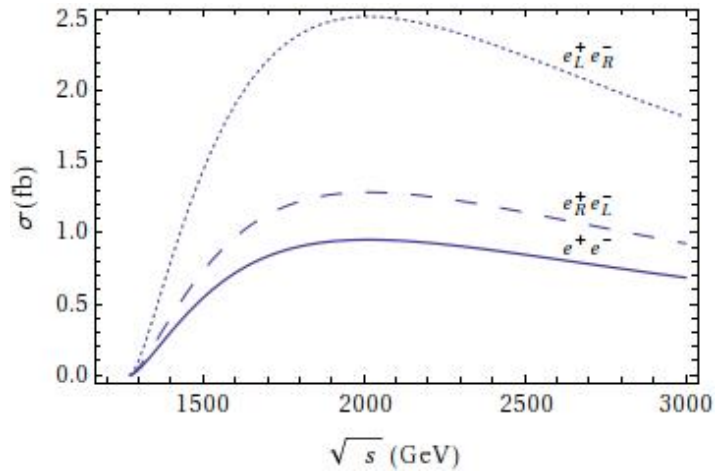
Şekil 4.7 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{t}_2 \tilde{t}_2^-$ üretimi



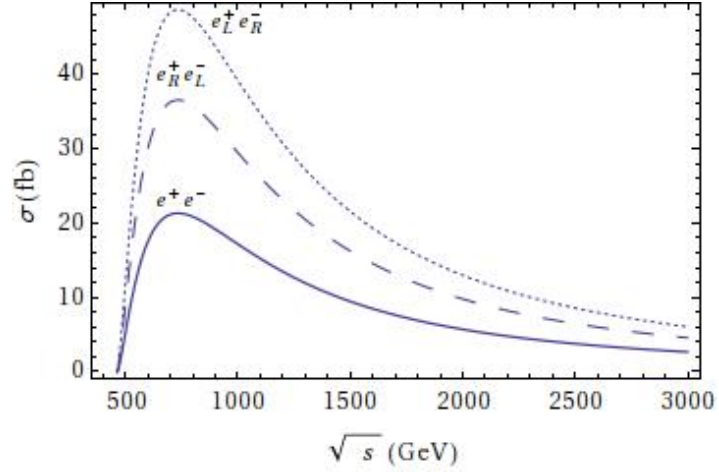
Şekil 4.8 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$ üretimi



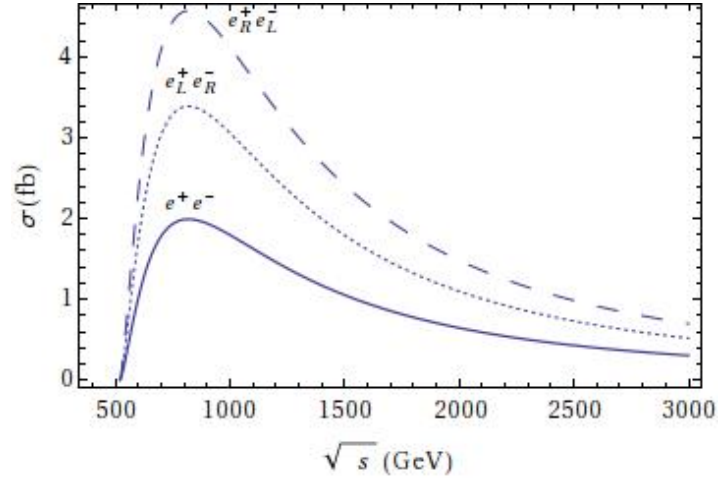
Şekil 4.9 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_2$ üretimi



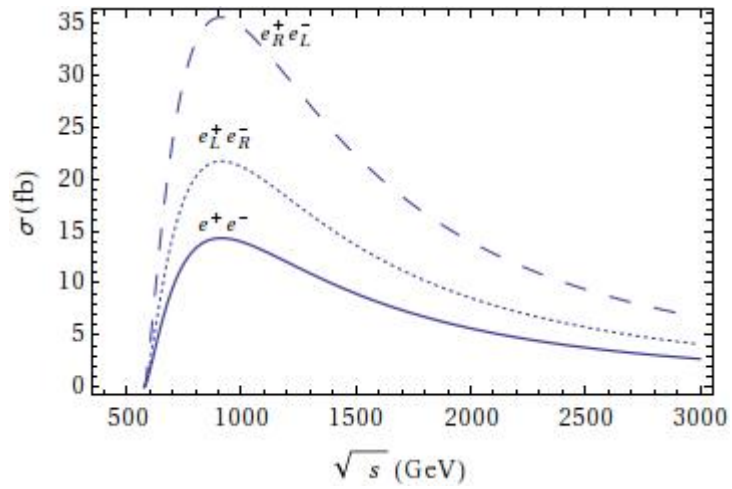
Şekil 4.10 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{b}_2 \bar{\tilde{b}}_2$ üretimi



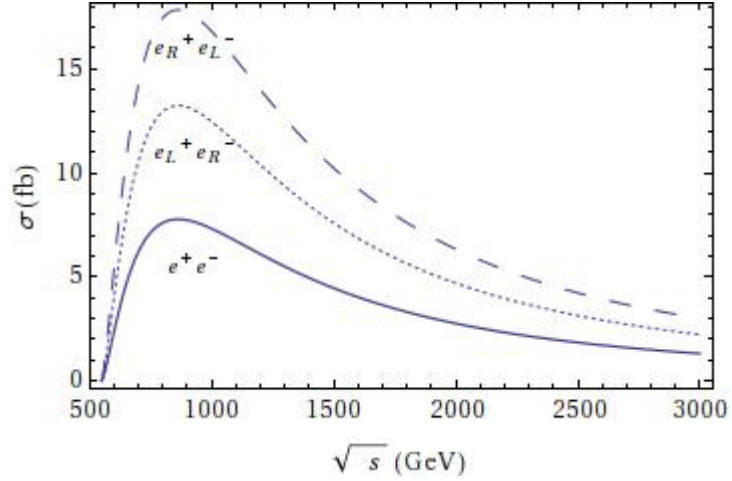
Şekil 4.11 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\tau}_1 \tilde{\tau}_1^-$ üretimi



Şekil 4.12 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\tau}_1 \tilde{\tau}_2^-$ üretimi



Şekil 4.13 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\tau}_2 \tilde{\tau}_2^-$ üretimi



Şekil 4.14 Gelen demetlerin polarize olması durumunda $\tilde{\nu}_\tau \bar{\nu}_\tau$ üretimi

4.2 Başlangıç Durum Işıması ve Demet Işıması Etkileri

e^+e^- çarpıştırıcılarında tüm demet enerjisi, saçılma olayı sonucunda elde edilen parçacıkların üretim tesir kesiti için kullanılamaz. Çünkü TeV skalasında e^+e^- çarpıştırıcılarında sparçacık üretiminin sinyal ve arkaplanlarını düzgün bir biçimde tanımlayabilmek için yüksek enerjili fotonların başlangıç durum ışımasını (ya da bremsstrahlung) göz önüne almalıyız. Bir diğer zorluk demet-demet etkileşmelerinden kaynaklanan enerji kayıplarından gelir bu da demet ışıması etkisi olarak ifade edilir. Bu durumlar çarpışan demetlerin kütle merkezi enerjisini azaltır ve başlangıç durumu için bilinmeyen boyuna bir momentuma sebep olur. “Bremsstrahlung” ve “beamstrahlung” doğrusal çarpıştırıcılarda yapılmak istenen doğruluk çalışmaları için kayıpları içermektedir.

Başlangıç durum ışıması etkisi anlaşılması zor olan bir elektron yapı fonksiyonu ile e^+e^- tesir kesiti tarafından içerilmelidir. Basit bir parametrizasyon “Kuraev-Fadin” dağılımıdır ve şu şekilde tanımlanır (Baer 2006),

$$D_e^{brem}(x, Q^2) = \frac{1}{2} \beta (1-x)^{\frac{\beta}{2}-1} \left(1 + \frac{3}{8} \beta \right) - \frac{1}{4} \beta (1+x)$$

burada $\beta \equiv \frac{2\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{Q^2}{m_e^2} - 1 \right)$ dir. x elektronun momentum kesrini ve Q saçılma skalasını göstermektedir.

Yüksek enerjili lineer çarpıştırıcıların ihtiyaç duyduğu yüksek ışınlığa ulaşmak için yoğun elektron ve pozitron demetleri temeldir, bu durumda da beamstrahlung etkisi mutlaka hesaba katılmalıdır. Aslında elektron ve pozitron demetleri o kadar yoğundur ki saçılmadan önceki demet etkileşmeleri nedeniyle enerji kayıpları olması muhtemeldir. Bu enerji kayıpları yarı-klasik olarak hesaplanabilir ve bu bir beamstrahlung dağılım fonksiyonu ($D_e^{beam}(x)$) verir. Demet ışıması dağılım fonksiyonunun parametrizasyonu oldukça karmaşıktır, fakat demet profiline ve makine karakteristiklerine bağlıdır. Demet ışıması parametresi Υ ile beraber paketcik uzunluğu ile ilişkili σ_z , beamstrahlung dağılımını tanımlamak için yeterlidir. Başlangıç durum ışıması ve demet ışımasının ikisini de hesaba katmak için bir bağıntı bu iki dağılım fonksiyonunu kullanarak şu şekilde yazılabilir,

$$D_e(x) = \int_x^1 dz D_e^{brem} \left(\frac{x}{z}, Q^2 \right) D_e^{beam}(z) / z$$

$x \sim 1$ 'de elektronlar ya da pozitronlar en yüksek olasılıkla etkileşeceklerdir. Fakat bremsstrahlung ve beamstrahlung'un sonucu olabilecek enerji kayıpları önemli bir olasılıktır, öyle ki yüksek enerji saçılma süreçlerinde bu enerji hatırı önemli derecede küçüktür. Yüksek hassasiyetli SUSY süreçlerinin sınanması sırasında bu özellik önemlidir, çünkü demet ışıması / başlangıç durum ışıması fotonları nedeniyle gerçekleşen enerji kaybı sparçacık üretim reaksiyonlarının anahtarlarından biri olan kayıp enerji spektrumu gibi son durum dağılımlarını değiştirir.

Başlangıç durum ışıması (ISR) ve demet ışıması (BS) olduğu durum için tesir kesiti değerlerinin nasıl değiştiğini hesaplamak gereklidir. Bu doğrultuda CompHEP 'de (Boos vd. 2004) kütle merkezi enerjisi 3 TeV olan Toplu Doğrusal Çarpıştırıcının

(CLIC) parametreleri kullanılabilir(CLIC12). Bu parametreler demet boyutları $\sigma_x+\sigma_y=46$ nm, paketcik uzunluğu $\sigma_z=44\mu\text{m}$ ve paketcikteki parçacık sayısı 3.72×10^9 olarak verilmektedir. Buna göre polarize olmayan demetler durumu için sfermiyon üretim tesir kesitleri Çizelge 4.2'de α ($m_{1/2}=285$, $m_0=210$, $\tan\beta=10$, $A_0=0$, $\mu=+1$), β ($m_{1/2}=360$, $m_0=230$, $\tan\beta=10$, $A_0=0$, $\mu=+1$) ve γ ($m_{1/2}=240$, $m_0=330$, $\tan\beta=20$, $A_0=0$, $\mu=+1$) noktaları (De Roeck vd. 2007) için verilmiştir.

Çizelge 4.2 Toplu Doğrusal Çarpıştırıcıda ISR ve BS etkisinin göz önüne alındığı durum için son durum sfermiyonlarının tesir kesiti değerleri

Son Durum	α noktası için $\sigma(\text{fb})$	β noktası için $\sigma(\text{fb})$	γ noktası için $\sigma(\text{fb})$
$\tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_1$	2.72	1.53	3.31
$\tilde{t}_2 \bar{\tilde{t}}_2$	1.43	0.9	1.82
$\tilde{t}_1 \bar{\tilde{t}}_2$	0.35	0.19	0.41
$\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_1$	1.18	0.7	1.41
$\tilde{b}_2 \bar{\tilde{b}}_2$	0.31	0.18	0.36
$\tilde{b}_1 \bar{\tilde{b}}_2$	0.23	0.12	0.32
$\tilde{\tau}_1 \bar{\tilde{\tau}}_1$	9.52	7.6	4.78
$\tilde{\tau}_2 \bar{\tilde{\tau}}_2$	6.86	4.92	3.76
$\tilde{\tau}_1 \bar{\tilde{\tau}}_2$	0.21	0.11	0.27
$\tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau$	3.30	2.28	1.88

5. SFERMİYON BOZUNUMLARI

Bu kısımda 2.3 kesiminde elde edilen etkileşmeler kullanılarak sfermiyonların bozunumları incelenecektir. Skuarkların ve sleptonların bozunumları adı altında iki başlığa ayrılmıştır,

5.1 Skuark Bozunumları

Skuarklar baskın olarak iki-cisim modu (son durumda iki parçacık) vasıtasıyla bozunurlar. Üçüncü aile skuarkları için, ihmal edilemeyen Yukawa bağlaşımları ile birlikte skuark karışım etkileri ilk iki aileden daha karmaşık bozunum ürünlerine götürür. Eğer kinematik olarak izinli ise alt (bottom) skuark şu kanallara bozunur (Baer 2006),

$$\tilde{b}_{1,2} \rightarrow b \tilde{g}, b \tilde{\chi}_i^0, t \tilde{\chi}_i^-, W^- \tilde{t}_{1,2}, H^- \tilde{t}_{1,2}$$

ve

$$\tilde{b}_2 \rightarrow Z \tilde{b}_1, h \tilde{b}_1, H \tilde{b}_1, A \tilde{b}_1$$

İlk iki ailenin skuarklarından farklı olarak, hafif ve ağır alt skuarkların ikisi de sol- ve sağ-skuarkların karışımları oldukları için bunlar genel olarak yükünolara ve W bozonlarına bozunurlar. Benzer olarak üst (top) skuark da şu bozunum kanallarına sahiptir (Baer 2006),

$$\tilde{t}_{1,2} \rightarrow t \tilde{g}, t \tilde{\chi}_i^0, b \tilde{\chi}_i^+, W^+ \tilde{b}_{1,2}, H^+ \tilde{b}_{1,2}$$

ve

$$\tilde{t}_2 \rightarrow Z \tilde{t}_1, h \tilde{t}_1, H \tilde{t}_1, A \tilde{t}_1$$

Eğer üst (top) skuarklar görelî olarak hafifse baskın olarak $\tilde{t}_1 \rightarrow b \tilde{\chi}_1^+$ kanalıyla bozunur ve $\tilde{t}_1 \rightarrow t \tilde{\chi}_1^0$ kanalı da olasıdır. Eğer bu kanalların ikisi de kinematik olarak yasaklıysa, \tilde{t}_1 şu bastırılmış kanallar vasıtasıyla bozunabilir (Baer 2006),

$$\tilde{t}_1 \rightarrow c \tilde{\chi}_1^0, b \nu \tilde{l}_L, b l \tilde{\nu}_L, b W \tilde{\chi}_1^0 \text{ yada } b f \bar{f}' \tilde{\chi}_1^0$$

burada f ve \bar{f}' , W bozonu ile etkileşen hafif Standart Model fermiyonlarıdır. Bu bozunum kanallarının ilki çeşni ihlal eden etkileşmeleri veren SUSY Lagranjiyenindeki köşegen dışı terimlerden gelir. Ağaç seviyesinde, yüksek enerji skalasında Renormalize Lagranjiyende çeşni ihlal eden etkileşmeler olmasa bile zayıf skalada ışımatal (radiative) düzeltmeler bu etkileşmelere neden olabilir. Burada $\tilde{t}_1 \rightarrow c \tilde{g}$ bozunumunun kinematik olarak yasaklı olduğu varsayılıyor.

$$\Gamma(\tilde{t}_1 \rightarrow t \tilde{\chi}_i^0) = \frac{m_{\tilde{t}_1}}{8\pi} \lambda^{1/2} \left(1, \frac{m_{\tilde{\chi}_i^0}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}, \frac{m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} \right) \left\{ |a|^2 \left[1 - \left(\frac{m_t}{m_{\tilde{t}_1}} + \frac{m_{\tilde{\chi}_i^0}}{m_{\tilde{t}_1}} \right)^2 \right] + |b|^2 \left[1 - \left(\frac{m_t}{m_{\tilde{t}_1}} - \frac{m_{\tilde{\chi}_i^0}}{m_{\tilde{t}_1}} \right)^2 \right] \right\} \quad (5.1)$$

burada şu tanımlamalar yapılmıştır,

$$a = \frac{1}{2} \left\{ \left[i A_{\tilde{\chi}_i^0}^t - (i)^{\theta_i} y_t \mathcal{G}_1^{(i)} \right] \text{Cos } \theta_t - \left[i B_{\tilde{\chi}_i^0}^t - (-i)^{\theta_i} y_t \mathcal{G}_1^{(i)} \right] \text{Sin } \theta_t \right\} \quad (5.2)$$

$$b = \frac{1}{2} \left\{ \left[-i A_{\tilde{\chi}_i^0}^t - (i)^{\theta_i} y_t \mathcal{G}_1^{(i)} \right] \text{Cos } \theta_t - \left[i B_{\tilde{\chi}_i^0}^t + (-i)^{\theta_i} y_t \mathcal{G}_1^{(i)} \right] \text{Sin } \theta_t \right\} \quad (5.3)$$

Bu formül $\Gamma(\tilde{t}_2 \rightarrow t \tilde{\chi}_i^0)$ için de benzerdir, yalnızca $m_{\tilde{t}_1} \rightarrow m_{\tilde{t}_2}$, $\text{Cos } \theta_t \rightarrow \text{Sin } \theta_t$ ve $\text{Sin } \theta_t \rightarrow -\text{Cos } \theta_t$ değişiklikleri yapılmalıdır. $\tilde{b}_i \rightarrow b \tilde{\chi}_i^0$ bozunum genişliğini bulmak için $\Gamma(\tilde{t}_1 \rightarrow t \tilde{\chi}_i^0)$ ifadesinde şu değişiklikler yapılmalıdır,

$$\begin{aligned}
m_{\tilde{t}_1} &\rightarrow m_{\tilde{b}_i} \\
\tilde{A}_{\tilde{\chi}_i^0}^t &\rightarrow \tilde{A}_{\tilde{\chi}_i^0}^b \\
\tilde{B}_{\tilde{\chi}_i^0}^t &\rightarrow \tilde{B}_{\tilde{\chi}_i^0}^b \\
y_t &\rightarrow y_b \\
\mathcal{G}_1^{(t)} &\rightarrow \mathcal{G}_2^{(t)} \\
\theta_t &\rightarrow \theta_b \\
m_t &\rightarrow m_b
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Yükünlere bozunum ifadeleri şu şekilde verilebilir,

$$\begin{aligned}
\Gamma(\tilde{t}_1 \rightarrow b \tilde{\chi}_i^+) &= \frac{m_{\tilde{t}_1}}{16\pi} \lambda^{1/2} \left(1, \frac{m_{\tilde{\chi}_i^+}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}, \frac{m_b^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} \right) \left\{ \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^+}^d \text{Cos } \theta_t - B_{\tilde{\chi}_i^+} \text{Sin } \theta_t \right)^2 + B_{\tilde{\chi}_i^+}'^2 \text{Cos}^2 \theta_t \right] \right. \\
&\quad \left. \times \left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_i^+}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} - \frac{m_b^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} \right) - 4 \frac{m_{\tilde{\chi}_i^+} m_b}{m_{\tilde{t}_1}^2} \left(i A_{\tilde{\chi}_i^+}^d \text{Cos } \theta_t - B_{\tilde{\chi}_i^+} \text{Sin } \theta_t \right) B_{\tilde{\chi}_i^+}' \text{Cos } \theta_t \right\}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma(\tilde{b}_1 \rightarrow t \tilde{\chi}_i^-) &= \frac{m_{\tilde{b}_1}}{16\pi} \lambda^{1/2} \left(1, \frac{m_{\tilde{\chi}_i^-}^2}{m_{\tilde{b}_1}^2}, \frac{m_t^2}{m_{\tilde{b}_1}^2} \right) \left\{ \left[\left(i A_{\tilde{\chi}_i^-}^u \text{Cos } \theta_b - B_{\tilde{\chi}_i^-}' \text{Sin } \theta_b \right)^2 + B_{\tilde{\chi}_i^-}'^2 \text{Cos}^2 \theta_b \right] \right. \\
&\quad \left. \times \left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_i^-}^2}{m_{\tilde{b}_1}^2} - \frac{m_t^2}{m_{\tilde{b}_1}^2} \right) - 4 \frac{m_{\tilde{\chi}_i^-} m_t}{m_{\tilde{b}_1}^2} \left(i A_{\tilde{\chi}_i^-}^u \text{Cos } \theta_b - B_{\tilde{\chi}_i^-}' \text{Sin } \theta_b \right) B_{\tilde{\chi}_i^-}' \text{Cos } \theta_b \right\}
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Bu bozunum genişliği ifadelerinden yola çıkılarak \tilde{t}_2 ve \tilde{b}_2 'ya karşı gelen bozunum genişliği ifadeleri denklemlerde şu değişiklikler yapılarak bulunabilirler,

$$m_{\tilde{q}_1} \rightarrow m_{\tilde{q}_2} ; \text{Cos } \theta_q \rightarrow \text{Sin } \theta_q ; \text{Sin } \theta_q \rightarrow -\text{Cos } \theta_q$$

bu değişikliklere ek olarak etkileşme terimlerinden gelen řu farklı bağlaşım lar da değiştirilmelidir, $A_{\tilde{\chi}_i}^f, B_{\tilde{\chi}_i}^f, B_{\tilde{\chi}_i}, B'_{\tilde{\chi}_i}$.

Üçüncü aile skuarklarının yüklü Higgs lere de geçişi söz konusudur. Bu durumlar için bozunum genişliği ifadeleri řu şekilde olur,

$$\Gamma(\tilde{t}_i \rightarrow \tilde{b}_j H^+) = \frac{1}{16\pi} \frac{|A_{ij}|^2}{m_{\tilde{t}_i}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{t}_i}^2, m_{\tilde{b}_j}^2, m_{H^\pm}^2) \quad (5.7)$$

Burada řu tanımlamalar yapılmıştır,

$$\begin{aligned} A_{11} = \frac{g}{\sqrt{2} M_W} \{ & m_t m_b (\cot \beta + \tan \beta) \sin \theta_t \sin \theta_b \\ & + m_t (\mu + A_t \cot \beta) \sin \theta_t \cos \theta_b + m_b (\mu + A_b \tan \beta) \sin \theta_b \cos \theta_t \\ & + [(m_b^2 \tan \beta + m_t^2 \cot \beta) - M_W^2 \sin 2\beta] \cos \theta_t \sin \theta_b \} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$A_{12} = A_{11} (\cos \theta_b \rightarrow \sin \theta_b; \sin \theta_b \rightarrow -\cos \theta_b) \quad (5.9)$$

A_{2j} bağlaşım ları $\tilde{t}_2 \rightarrow H^+ \tilde{b}_j$ bozunum genişliğinde gelir ve A_{1j} katsayılarında $\cos \theta_t \rightarrow \sin \theta_t$ ve $\sin \theta_t \rightarrow -\cos \theta_t$ yer değiştirmeleri yapılarak bulunabilirler. Aynı zamanda

$$\Gamma(\tilde{b}_i \rightarrow \tilde{t}_j H^-) = \frac{1}{16\pi} \frac{|A_{ji}|^2}{m_{\tilde{b}_i}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{b}_i}^2, m_{\tilde{t}_j}^2, m_{H^\pm}^2) \quad (5.10)$$

bozunumu da söz konusudur.

Üçüncü aile ağır kuarklarının $\phi = h, H$ ya da A bozonlarına bozunumları aşağıda ifade edildiği gibi bulunur,

$$\Gamma(\tilde{t}_2 \rightarrow \tilde{t}_1 \phi) = \frac{1}{16\pi} \frac{|A_\phi|^2}{m_{\tilde{t}_2}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{t}_2}^2, m_{\tilde{t}_1}^2, m_\phi^2) \quad (5.11)$$

$$\Gamma(\tilde{b}_2 \rightarrow \tilde{b}_1 \phi) = \frac{1}{16\pi} \frac{|B_\phi|^2}{m_{\tilde{b}_2}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{b}_2}^2, m_{\tilde{b}_1}^2, m_\phi^2) \quad (5.12)$$

Bu bozunum genişliği ifadelerinde şu tanımlamalar yapılmıştır ,

$$A_h = \frac{g M_W}{4} \sin(\beta - \alpha) \left(1 - \frac{5}{3} \tan^2 \theta_W \right) \sin 2\theta_t + \frac{g m_t}{2 M_W \sin \beta} \cos 2\theta_t (A_t \cos \alpha - \mu \sin \alpha) \quad (5.13)$$

$$A_H = -\frac{g M_W}{4} \cos(\beta - \alpha) \left(1 - \frac{5}{3} \tan^2 \theta_W \right) \sin 2\theta_t + \frac{g m_t}{2 M_W \sin \beta} \cos 2\theta_t (A_t \sin \alpha + \mu \cos \alpha) \quad (5.14)$$

$$A_A = -i \frac{g m_t}{2 M_W} (A_t \cot \beta + \mu) \quad (5.15)$$

ve

$$B_h = \frac{g M_W}{4} \sin(\beta - \alpha) \left(-1 + \frac{1}{3} \tan^2 \theta_W \right) \sin 2\theta_b + \frac{g m_b}{2 M_W \cos \beta} \cos 2\theta_b (A_b \sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad (5.16)$$

$$B_H = -\frac{g M_W}{4} \cos(\beta - \alpha) \left(-1 + \frac{1}{3} \tan^2 \theta_W \right) \sin 2\theta_b \quad (5.17)$$

$$+ \frac{g m_b}{2 M_W \cos \beta} \cos 2\theta_b (A_b \cos \alpha + \mu \sin \alpha)$$

$$B_A = -i \frac{g m_b}{2 M_W} (A_b \tan \beta + \mu) \quad (5.18)$$

olarak verilir.

5.2 Slepton Bozunumları

Üçüncü aile skuarklarındaki gibi, üçüncü aile sleptonlarının bozunum olasılıkları da Yukawa bağlaşımları ve karışım etkileri nedeniyle diğer ailelere göre daha karmaşıktır. Bozunum olasılıkları (eğer kinematik olarak izinli ise) şunları içerir (Baer 2006),

$$\tilde{\tau}_1 \rightarrow \tau \tilde{\chi}_i^0, \nu_\tau \tilde{\chi}_j^-$$

$$\tilde{\tau}_2 \rightarrow \tau \tilde{\chi}_i^0, \nu_\tau \tilde{\chi}_j^-, W^- \tilde{\nu}_\tau, H^- \tilde{\nu}_\tau$$

$$\tilde{\tau}_2 \rightarrow Z \tilde{\tau}_1, h \tilde{\tau}_1, H \tilde{\tau}_1, A \tilde{\tau}_1$$

$$\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \nu_\tau \tilde{\chi}_i^0, \tau^- \tilde{\chi}_j^+, W^+ \tilde{\tau}_{1,2}^- \text{ ve } H^+ \tilde{\tau}_{1,2}^-$$

Üçüncü aile sleptonlarının ve snötrinolarının bozunumlarında Yukawa bağlaşım etkileri önemlidir. Stau kısmi bozunum genişliği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\Gamma(\tilde{\tau}_1 \rightarrow \tau \tilde{\chi}_i^0) = \frac{m_{\tilde{\tau}_1}}{8\pi} \lambda^{1/2} \left(1, \frac{m_{\tilde{\chi}_i^0}^2}{m_{\tilde{\tau}_1}^2}, \frac{m_\tau^2}{m_{\tilde{\tau}_1}^2} \right) \left\{ |a|^2 \left[1 - \left(\frac{m_\tau}{m_{\tilde{\tau}_1}} + \frac{m_{\tilde{\chi}_i^0}}{m_{\tilde{\tau}_1}} \right)^2 \right] + |b|^2 \left[1 - \left(\frac{m_\tau}{m_{\tilde{\tau}_1}} - \frac{m_{\tilde{\chi}_i^0}}{m_{\tilde{\tau}_1}} \right)^2 \right] \right\} \quad (5.19)$$

Bu ifadedeki tanımlamalar aşağıdaki gibidir,

$$a = \frac{1}{2} \left\{ \left[i A_{\tilde{\chi}_i^0}^\tau - (i)^{\theta_i} y_\tau \mathcal{G}_2^{(i)} \right] \cos \theta_\tau - \left[i B_{\tilde{\chi}_i^0}^\tau - (-i)^{\theta_i} y_\tau \mathcal{G}_2^{(i)} \right] \sin \theta_\tau \right\} \quad (5.20)$$

$$b = \frac{1}{2} \left\{ \left[-i A_{\tilde{\chi}_i^0}^\tau - (i)^{\theta_i} y_\tau \mathcal{G}_2^{(i)} \right] \cos \theta_\tau - \left[i B_{\tilde{\chi}_i^0}^\tau + (-i)^{\theta_i} y_\tau \mathcal{G}_2^{(i)} \right] \sin \theta_\tau \right\} \quad (5.21)$$

$\tilde{\tau}_2 \rightarrow \tau \tilde{\chi}_i^0$ bozunumu için formül benzerdir, ve $m_{\tilde{\tau}_1} \rightarrow m_{\tilde{\tau}_2}$, $\cos \theta_\tau \rightarrow \sin \theta_\tau$, $\sin \theta_\tau \rightarrow -\cos \theta_\tau$ yer değiştirmeleri yapılmalıdır.

Stau'ların yükünolara bozunumunu veren bozunum genişliği ifadesi aşağıdaki gibidir,

$$\Gamma(\tilde{\tau}_1 \rightarrow \nu_\tau \tilde{\chi}_i^-) = \frac{\left| i A_{\tilde{\chi}_i^-}^\nu \cos \theta_\tau - B_{\tilde{\chi}_i^-}'' \sin \theta_\tau \right|^2}{16\pi} m_{\tilde{\tau}_1} \left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_i^-}^2}{m_{\tilde{\tau}_1}^2} \right)^2 \quad (5.22)$$

burada $B_{\tilde{\chi}_i^-}'' = -y_\tau \cos \gamma_L$ ve $B_{\tilde{\chi}_i^+}'' = y_\tau \theta_x \sin \gamma_L$ olarak tanımlanmıştır (Baer 2006).

Üçüncü aile snötrino kısmi bozunum genişliği aşağıdaki gibidir.

$$\Gamma(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tau \tilde{\chi}_i^+) = \frac{m_{\tilde{\nu}_\tau}}{16\pi} \lambda^{1/2} \left(1, \frac{m_{\tilde{\chi}_i^+}^2}{m_{\tilde{\nu}_\tau}^2}, \frac{m_\tau^2}{m_{\tilde{\nu}_\tau}^2} \right) \left\{ \left[\left| A_{\tilde{\chi}_i^+}^\tau \right|^2 + B_{\tilde{\chi}_i^+}''^2 \right] \left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_i^+}^2}{m_{\tilde{\nu}_\tau}^2} - \frac{m_\tau^2}{m_{\tilde{\nu}_\tau}^2} \right) - 4 \frac{m_{\tilde{\chi}_i^+} m_\tau}{m_{\tilde{\nu}_\tau}^2} B_{\tilde{\chi}_i^+}'' \left(i A_{\tilde{\chi}_i^+}^\tau \right) \right\} \quad (5.23)$$

Sleptonların ayar bozonlarına bozunumlarının ifadeleri ise şu şekilde elde edilir,

$$\Gamma(\tilde{\tau}_2 \rightarrow \tilde{\nu}_\tau W^-) = \frac{g^2 \text{Sin}^2 \theta_\tau}{32 \pi m_{\tilde{\tau}_2}^3 M_w^2} \lambda^{3/2}(m_{\tilde{\tau}_2}^2, m_{\tilde{\nu}_\tau}^2, M_w^2) \quad (5.24)$$

Snötrino bozunum genişliği ifadesi

$$\Gamma(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tilde{\tau}_1 W^+) = \frac{g^2 \text{Cos}^2 \theta_\tau}{32 \pi m_{\tilde{\nu}_\tau}^3 M_w^2} \lambda^{3/2}(m_{\tilde{\nu}_\tau}^2, m_{\tilde{\tau}_1}^2, M_w^2) \quad (5.25)$$

$$\Gamma(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tilde{\tau}_2 W^+) = \frac{g^2 \text{Sin}^2 \theta_\tau}{32 \pi m_{\tilde{\nu}_\tau}^3 M_w^2} \lambda^{3/2}(m_{\tilde{\nu}_\tau}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2, M_w^2) \quad (5.26)$$

ve stau'nun yüksüz akım bozunumu aşağıdaki gibidir.

$$\Gamma(\tilde{\tau}_2 \rightarrow \tilde{\tau}_1 Z^0) = \frac{g^2 \text{Cos}^2 \theta_\tau \text{Sin}^2 \theta_\tau}{64 \pi \text{Cos}^2 \theta_w m_{\tilde{\tau}_2}^3 M_Z^2} \lambda^{3/2}(m_{\tilde{\tau}_2}^2, m_{\tilde{\tau}_1}^2, M_Z^2) \quad (5.27)$$

Üçüncü aile sleptonları önemli bir oranda Higgs bozonlarına bozunabilir.

$$\Gamma(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tilde{\tau}_i H^+) = \frac{|A|^2}{16 \pi m_{\tilde{\nu}_\tau}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{\nu}_\tau}^2, m_{\tilde{\tau}_i}^2, m_{H^+}^2) \quad (5.28)$$

Bu ifadede ise şu tanımlamalar yapılmıştır (Baer 2006),

$$A(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tilde{\tau}_i H^+) = \frac{g}{\sqrt{2} M_w} \left\{ \left[m_{\tilde{\tau}_i}^2 \tan \beta - M_w^2 \text{Sin} 2\beta \right] \text{Cos} \theta_\tau \right. \\ \left. + m_{\tilde{\tau}_i} \left[\mu + A_\tau \tan \beta \right] \text{Sin} \theta_\tau \right\} \quad (5.29)$$

ve

$$A(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tilde{\tau}_2 H^+) = \frac{g}{\sqrt{2} M_W} \left\{ \left[m_{\tilde{\tau}_1}^2 \tan \beta - M_W^2 \sin 2\beta \right] \sin \theta_\tau - m_{\tilde{\tau}_2} \left[\mu + A_\tau \tan \beta \right] \cos \theta_\tau \right\} \quad (5.30)$$

Son olarak, stau'nun Higgs bozonuna ve snötrinoya bozunumu aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Gamma(\tilde{\tau}_i \rightarrow \tilde{\nu}_\tau H^-) = \frac{|A|^2}{16 \pi m_{\tilde{\tau}_i}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{\tau}_i}^2, m_{\tilde{\nu}_\tau}^2, m_{H^-}^2) \quad (5.31)$$

$$A(\tilde{\tau}_i \rightarrow \tilde{\nu}_\tau H^-) = A(\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tilde{\tau}_i H^+) \quad (5.32)$$

Stau'nun yüksüz Higgs bozonlarına ($\phi = h, H, A$) bozunumlarının ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$\Gamma(\tilde{\tau}_2 \rightarrow \tilde{\tau}_1 \phi) = \frac{|A_\phi|^2}{16 \pi m_{\tilde{\tau}_2}^3} \lambda^{1/2}(m_{\tilde{\tau}_2}^2, m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_\phi^2) \quad (5.33)$$

$$A_h = \frac{g M_W}{4} \sin(\beta - \alpha) \sin 2\theta_\tau \left[-1 + 3 \tan^2 \theta_W \right] + \frac{g m_\tau}{2 M_W \cos \beta} \cos 2\theta_\tau \left[-\mu \cos \alpha + A_\tau \sin \alpha \right] \quad (5.34)$$

$$A_H = \frac{-g M_W}{4} \cos(\beta - \alpha) \sin 2\theta_\tau \left[-1 + 3 \tan^2 \theta_W \right] + \frac{g m_\tau}{2 M_W \cos \beta} \cos 2\theta_\tau \left[\mu \sin \alpha + A_\tau \cos \alpha \right] \quad (5.35)$$

ve

$$A_A = -\frac{ig m_\tau}{2M_W} (\mu + A_\tau \tan \beta) \quad (5.36)$$

5.3 Dallanma Oranları

Bütün bu elde edilen bozunum genişliği formülleri doğrultusunda mSUGRA parametre uzayında birkaç nokta seçerek sfermyonların dallanma oranlarını bulabiliriz. Örnek olması açısından α , β ve γ noktalarının parametreleri kullanıldığında dallanma oranları aşağıdaki gibi bulunur,

Alfa noktası için üçüncü aile sfermiyonlarının dallanma oranları,

$$\tilde{t}_1 \rightarrow \begin{cases} b \tilde{\chi}_1^+ & \%60 \\ t \tilde{\chi}_1^0 & \%21 \\ t \tilde{\chi}_2^0 & \%14 \\ t \tilde{\chi}_2^+ & \%5 \end{cases} \quad \tilde{t}_2 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_4^0 & \%23 \\ b \tilde{\chi}_1^+ & \%22 \\ b \tilde{\chi}_2^+ & \%19 \\ Z \tilde{t}_1 & \%14 \\ t \tilde{\chi}_2^0 & \%8.9 \\ t \tilde{\chi}_3^0 & \%6.5 \\ h \tilde{t}_1 & \%4.5 \\ t \tilde{\chi}_1^0 & \%2.1 \end{cases}$$

$$\tilde{b}_1 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_1^- & \%35 \\ t \tilde{\chi}_2^- & \%23 \\ b \tilde{\chi}_2^0 & \%20 \\ W^- \tilde{t}_1 & \%5 \\ b \tilde{\chi}_1^0 & \%1.5 \\ b \tilde{\chi}_4^0 & \%0.54 \\ b \tilde{\chi}_3^0 & \%0.31 \end{cases} \quad \tilde{b}_2 \rightarrow \begin{cases} b \tilde{\chi}_2^- & \%34 \\ W^- \tilde{t}_1 & \%22 \\ t \tilde{\chi}_1^- & \%11 \\ b \tilde{\chi}_1^0 & \%9.2 \\ b \tilde{\chi}_4^0 & \%9.2 \\ b \tilde{\chi}_3^0 & \%7.6 \\ b \tilde{\chi}_2^0 & \%7.4 \end{cases}$$

$$\tilde{\tau}_1 \rightarrow \begin{cases} \tau \tilde{\chi}_1^0 & \%98 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_1^- & \%1.4 \\ \tau \tilde{\chi}_2^0 & \%0.85 \end{cases} \quad \tilde{\tau}_2 \rightarrow \begin{cases} \nu_\tau \tilde{\chi}_1^- & \%48 \\ \tau \tilde{\chi}_2^0 & \%28 \\ \tau \tilde{\chi}_1^0 & \%24 \end{cases}$$

$$\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \begin{cases} \tau \tilde{\chi}_1^+ & \%48.0 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_1^0 & \%31.5 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_2^0 & \%20.5 \end{cases}$$

Beta noktası için üçüncü aile sfermiyonlarının dallanma oranları,

$$\tilde{t}_1 \rightarrow \begin{cases} b \tilde{\chi}_1^+ & \%50 \\ t \tilde{\chi}_1^0 & \%25 \\ t \tilde{\chi}_2^0 & \%15 \\ b \tilde{\chi}_2^+ & \%9.5 \end{cases} \quad \tilde{t}_2 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_4^0 & \%24 \\ b \tilde{\chi}_1^+ & \%23 \\ b \tilde{\chi}_2^+ & \%15 \\ Z \tilde{t}_1 & \%15 \\ t \tilde{\chi}_2^0 & \%9.7 \\ t \tilde{\chi}_3^0 & \%8.4 \\ h \tilde{t}_1 & \%5.3 \\ t \tilde{\chi}_1^0 & \%2 \end{cases}$$

$$\tilde{b}_1 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_1^- & \%39 \\ t \tilde{\chi}_2^- & \%17 \\ b \tilde{\chi}_2^0 & \%25 \\ W^- \tilde{t}_1 & \%13 \\ b \tilde{\chi}_1^0 & \%3.2 \\ b \tilde{\chi}_4^0 & \%1.4 \\ b \tilde{\chi}_3^0 & \%1.5 \end{cases} \quad \tilde{b}_2 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_2^- & \%40 \\ W^- \tilde{t}_1 & \%20 \\ t \tilde{\chi}_1^- & \%10 \\ b \tilde{\chi}_1^0 & \%9.1 \\ b \tilde{\chi}_4^0 & \%8 \\ b \tilde{\chi}_3^0 & \%6.6 \\ b \tilde{\chi}_2^0 & \%6.3 \end{cases}$$

$$\tilde{\tau}_1 \rightarrow \begin{cases} \tau \tilde{\chi}_1^0 & \%100 \end{cases} \quad \tilde{\tau}_2 \rightarrow \begin{cases} \nu_\tau \tilde{\chi}_1^- & \%44 \\ \tau \tilde{\chi}_2^0 & \%24 \\ \tau \tilde{\chi}_1^0 & \%32 \end{cases}$$

$$\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \begin{cases} \tau \tilde{\chi}_1^+ & \%40.3 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_1^0 & \%41.5 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_2^0 & \%18.2 \end{cases}$$

Gama noktası için üçüncü aile sfermiyonlarının dallanma oranları,

$$\tilde{t}_1 \rightarrow \begin{cases} b \tilde{\chi}_1^+ & \%58 \\ t \tilde{\chi}_1^0 & \%18 \\ t \tilde{\chi}_2^0 & \%13 \\ t \tilde{\chi}_2^+ & \%11 \end{cases} \quad \tilde{t}_2 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_4^0 & \%23 \\ b \tilde{\chi}_1^+ & \%24 \\ b \tilde{\chi}_2^+ & \%24 \\ Z \tilde{t}_1 & \%8.7 \\ t \tilde{\chi}_2^0 & \%8.2 \\ t \tilde{\chi}_3^0 & \%6.8 \\ h \tilde{t}_1 & \%3.4 \\ t \tilde{\chi}_1^0 & \%1.6 \end{cases}$$

$$\tilde{b}_1 \rightarrow \begin{cases} t \tilde{\chi}_1^- & \%43 \\ b \tilde{\chi}_2^0 & \%35 \\ W^- \tilde{t}_1 & \%3 \\ b \tilde{\chi}_1^0 & \%7.5 \\ b \tilde{\chi}_4^0 & \%4.4 \\ b \tilde{\chi}_3^0 & \%7.3 \end{cases} \quad \tilde{b}_2 \rightarrow \begin{cases} W^- \tilde{t}_1 & \%13 \\ t \tilde{\chi}_1^- & \%2.7 \\ t \tilde{\chi}_2^- & \%45 \\ b \tilde{\chi}_1^0 & \%2.9 \\ b \tilde{\chi}_4^0 & \%17 \\ b \tilde{\chi}_3^0 & \%16 \\ b \tilde{\chi}_2^0 & \%2.6 \end{cases}$$

$$\tilde{\tau}_1 \rightarrow \begin{cases} \tau \tilde{\chi}_1^0 & \%70 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_1^- & \%19 \\ \tau \tilde{\chi}_2^0 & \%11 \end{cases} \quad \tilde{\tau}_2 \rightarrow \begin{cases} \nu_\tau \tilde{\chi}_1^- & \%49 \\ \tau \tilde{\chi}_2^0 & \%31 \\ \tau \tilde{\chi}_1^0 & \%20 \end{cases}$$

$$\tilde{\nu}_\tau \rightarrow \begin{cases} \tau \tilde{\chi}_1^+ & \%59.6 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_1^0 & \%16.1 \\ \nu_\tau \tilde{\chi}_2^0 & \%24.4 \end{cases}$$

6. SFERMİYON KÜTLE BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Teorik olarak öngörülen sparçacık kütle spektrumunun deneysel olarak gözlenmesi pek kolay değildir. Bu kesimde yapılacak tartışmalar genel olarak karanlık madde parçacığı olarak nötralinonun ($\tilde{\chi}_1^0$) düşünüldüğü durum içindir, bu durumda bütün SUSY parçacıkları bu parçacığa bozunur ve bu parçacığın kendisi bozunmadan kalır. Nötral ve zayıf etkileşen bu parçacıklar detektörler tarafından algılanmadan kaçabilirler. Buna rağmen, uygulanan metotlar sayesinde (Choi vd. 2007, Choudhury vd. 2005, Dreiner vd. 2011, Feng vd. 1994, Freitas vd. 2001, Godbole vd. 2005, Martin vd. 1999, Saavedra 2005) yalnızca sparçacık kütleleri ölçülmez aynı zamanda karışım açıları ve bu kütleleri MSSM lagranjiyen parametrelerine dönüştüren diğer bilgiler de ölçülür.

Benzer metotlar diğer senaryolara da uygulanabilir. Örneğin; nötralinonun gravitasyonel etkileşmeyle bir parçacığa bozunduğu bir model olsun, eğer bu algılanabilir bir parçacıksa analize eklenebilir. Bu tip modellerde en hafif süpersimetrik parçacığın yüklü bir slepton olması olasıdır ve bu slepton kararlıdır. Bu tip senaryolar çok dikkat çekici ve karakteristik olaylar üretebilir.

SUSY spektrumunun deneysel çalışılması yüksek enerji deneylerinden verilerin alınmasıyla başlamıştır. Fakat LHC gibi bir hadron çarpıştırıcısında, süper-parçacık üretimlerinde kinematik bilgilerin çoğu kaybolur ve spektrumu ölçmek çok özel yöntemler geliştirmeyi gerektirir. SUSY araştırma çalışmaları $e^+ e^-$ çarpıştırıcısında (örneğin Uluslararası Lineer Çarpıştırıcı (ILC)) daha da ileri götürülebilir. Bu nedenle $e^+ e^-$ çarpıştırıcısında SUSY spektrumunun nasıl ölçülebileceği tartışılacaktır (Freitas vd. 2005, Mizukoshi vd. 2001, Nojiri vd. 1996, Oshimo 2005).

İlk olarak en basit $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^-$ sürecinden başlanarak slepton çift üretimi tartışılacak ve $\tilde{\tau}$ 'ya genişletilecektir. $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^-$ (burada $\tilde{\mu}$ sol ya da sağ-elli μ 'nün süper-eşi) süreci skaler parçacık-antiparçacık üretimi için basit bir formülle analiz edilebilir. Polarize başlangıç durumlu elektron ve pozitronundan SU(2) x U(1) kuantum

sayılarıyla belirlenen son durum skalerlerine çift üretim tesir kesitini veren ifade aşağıdaki gibidir,

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \beta^3 \sin^2\theta |f_{ab}|^2 \quad (6.1)$$

burada

$$f_{ab} = 1 + \frac{(I_e^3 + \sin^2\theta_w)(I_\mu^3 + \sin^2\theta_w)}{\sin^2\theta_w \cos^2\theta_w} \frac{s}{s - m_Z^2} \quad (6.2)$$

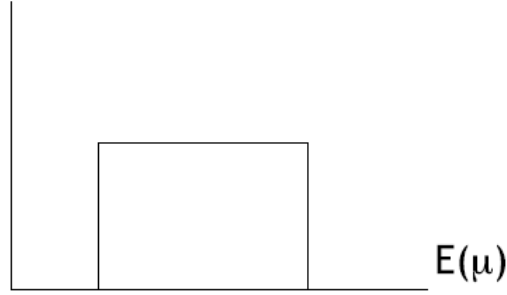
ve (6.2) ifadesinde $a, b = L, R$ için $I^3 = -\frac{1}{2}, 0$ dir. Başlangıç durumu için, $a = L$ $e_L^- e_R^+$ 'yı ve $a = R$ ise $e_R^- e_L^+$ 'yı gösterir. Son durum için, $b = L$ ile $\tilde{\mu}^+$ 'yı ve $b = R$ ile $\tilde{\mu}^-$ 'yı gösterelim. Bu tesir kesiti polarizasyon durumlarına güçlü bir şekilde bağlıdır (Peskin 2008)

$$\begin{aligned} |f_{ab}|^2 = 1.69 & \quad e_R^- e_L^+ \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^- \\ |f_{ab}|^2 = 0.42 & \quad e_L^- e_R^+ \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^- \\ |f_{ab}|^2 = 0.42 & \quad e_R^- e_L^+ \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^- \\ |f_{ab}|^2 = 1.98 & \quad e_L^- e_R^+ \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^- \end{aligned} \quad (6.3)$$

Bir spin-0 parçacığının çift üretim karakteristiğini açısız dağılım temsil eder, bu tesir kesitinin normalizasyonu SU(2) x U(1) kuantum sayılarının doğru kümesini verecektir. Eğer smüon hafifse, yalnızca kinematik olarak izinli bozunumu $\tilde{\mu} \rightarrow \mu \tilde{\chi}_1^0$ olabilir. Smüon ağır bile olsa bu bozunum olasıdır. Burada R-paritenin korunduğu ve $\tilde{\chi}_1^0$ 'ın süper-parçacık spektrumunda en hafif parçacık olduğu varsayılmıştır. Bu bozunumlar sonucunda her iki taraftaki olaylar şu şekilde görünür,

$$e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^- + (\text{kayıp } E \text{ ve } p)$$

Gözlenen müonların spektrumu çok basittir. $\tilde{\mu}$ 'nın spini 0 olduğundan kendi durgun çerçevesinde bozunumu izotropiktir. Lab.'da belli bir kütle merkezi enerjisinde üretilen $\tilde{\mu}$ 'lar belli bir enerjiyle üretilir ve dolayısıyla belli bir boost kazanırlar. Bir izotropik dağılımın boost kazanması enerjide düz bir dağılım gösterir. Öyle ki, kinematik ile tanımlanan uç-noktalar arasında müon enerji dağılımı düz olmalıdır. Şekil 6.1'de $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^-$ süreci için son durum müonlarının şematik enerji dağılımı gösterilmiştir(Peskin 2008).



Şekil 6.1 $e^+ e^- \rightarrow \tilde{\mu}^+ \tilde{\mu}^-$ süreci için son durum müonlarının şematik enerji dağılımı

Uç-nokta enerji değerleri $\tilde{\mu}$ ve $\tilde{\chi}_1^0$ 'ın kütlelerinin basit fonksiyonudur ve şu ifade ile verilir,

$$E_{\pm} = \gamma (1 \pm \beta) \frac{m_{\tilde{\mu}}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{2m_{\tilde{\mu}}} \quad (6.4)$$

burada $\gamma = E_{km} / 2m_{\mu}$ ve $\beta = (1 - 4m_{\tilde{\mu}}^2 / E_{km}^2)^{1/2}$ olarak tanımlanıyor ve E_{km} kütle merkezi enerjisini gösterir (Peskin 2008). Eğer her iki uç nokta konumlarını belirleyebilirsek bilinmeyen iki kütle bulabiliriz. Deneylerde bu yöntem kullanılarak yaklaşık 100 MeV doğrulukla smüon kütlesi bulunabilir.

Benzer bir analiz $e^+e^- \rightarrow \tilde{\tau}^+ \tilde{\tau}^-$ 'ye de uygulanabilir, fakat bu durumda birçok zorluk ortaya çıkar. İlk olarak, τ sistemi için $\tilde{\tau}$ ve $\tilde{\tau}^-$ arasındaki karışımın etkisi önemlidir özellikle $\tan\beta$ büyük olursa, dolayısıyla üretim tesir kesiti bu karışımdan direkt olarak etkilenir. Örneğin, polarize başlangıç durumundan hafif $\tilde{\tau}$ kütle öz durumunun çift-üretimi için şu ifade bulunur,

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \beta^3 \sin^2\theta |f_{R1}|^2 \quad (6.5)$$

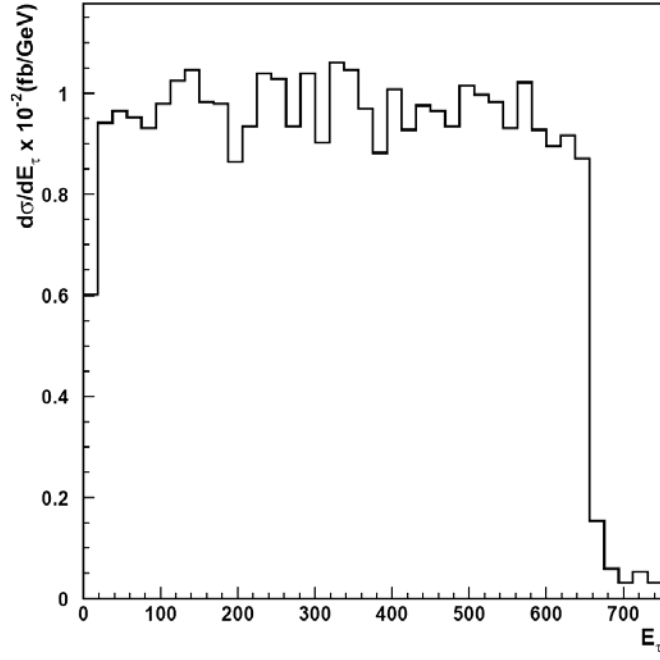
burada

$$f_{R1} = f_{RR} \cos^2\theta_\tau + f_{RL} \sin^2\theta_\tau \quad (6.6)$$

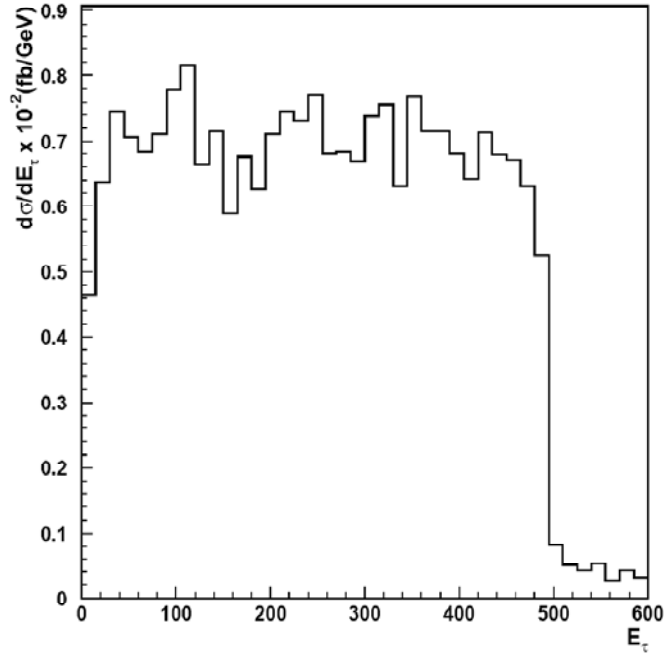
ve θ_τ , $\tilde{\tau}$ 'nın köşegenleştirilmesiyle ilişkili olan karışım açısıdır.

İkinci olarak, $\tilde{\tau}^-$ ayar bağlaşımı vasıtasıyla $\tau_R^- \tilde{b}$ 'ya bozunabilirken bu zayıf öz durum Yukawa bağlaşımıyla orantılı terimler vasıtasıyla $\tau_L^- \tilde{h}_d$ 'ya da bozunabilir. Burada her iki durumda $\tilde{\tau}_1 \rightarrow \tau \tilde{\chi}_1^0$ gözlenebilir bozunumuna katkı verir. Tesir kesitinden ölçülen $\tilde{\tau}$ sabit karışım açısıyla, $\tilde{\tau}$ bozunumunda τ polarizasyonu kullanılarak nötralino kütle matrisinin köşegenleştirilmesindeki karışım açıları tanımlanabilir.

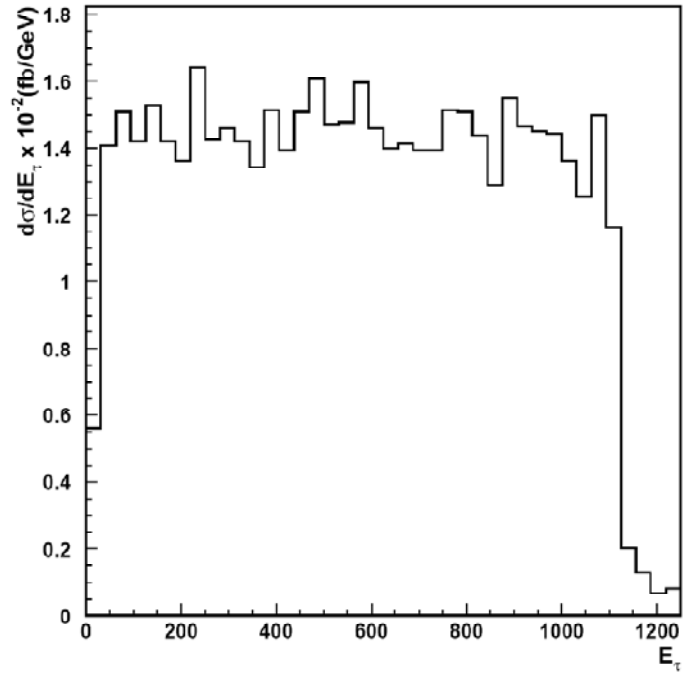
Bu durumlara benzer olarak $e^+e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \tilde{\nu}_\tau^*$ sürecinde enerjinin uç noktaları, seçilen alfa, beta ve gama noktaları için PYTHIA 6.4 kullanılarak şu şekilde bulunur.



Şekil 6.2 $e^+e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tau^- \tau^+ \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ süreci sonucunda alfa noktası için ortaya çıkan son durum tau leptonlarının enerji dağılımı (Ari vd. 2011)



Şekil 6.3 $e^+e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \tilde{\nu}_\tau \rightarrow \tau^- \tau^+ \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ süreci sonucunda beta noktası için ortaya çıkan son durum tau leptonlarının enerji dağılımı (Ari vd. 2011)



Şekil 6.4 $e^+e^- \rightarrow \tilde{\nu}_\tau \bar{\tilde{\nu}}_\tau \rightarrow \tau^- \tau^+ \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ süreci sonucunda gama noktası için ortaya çıkan son durum tau leptonlarının enerji dağılımı (Ari vd. 2011)

7. DÖRDÜNCÜ AİLE SFERMİYONLARININ ARAŞTIRILMASI

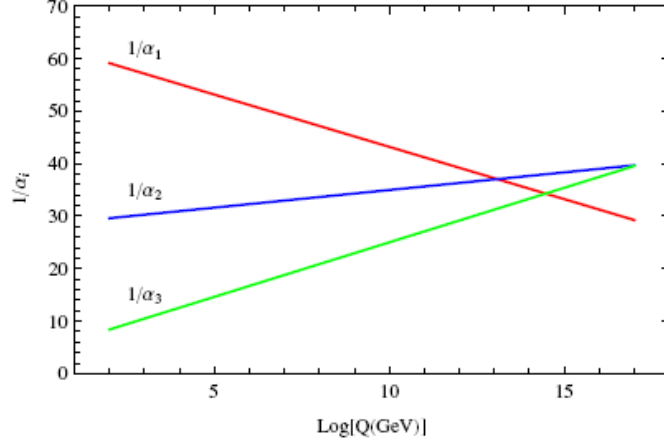
SM' nin bütün deneysel verilerle çok iyi bir uyum göstermesine rağmen bazı problemleri açıklayamadığını biliyoruz. Bu problemlere açıklık getirebilmek amacıyla SM ötesinde farklı birçok yaklaşım geliştirilmiştir. Bunların en önemlilerinden birinin Süpersimetri (SUSY) olduğu daha önceki bölümlerde belirtilmiştir. Bu kesimde Standart Modelde dört aile olması durumu için MSSM' yi MSSM4'e genişleteceğiz.

Son zamanlarda, Standart Modelin 4 aileli (SM4) olması durumu üzerine yapılan çalışmalar yoğunluk kazanmıştır (Alok vd. 2010, Bobrowski vd. 2009, Buras vd. 2010, Chanowitz 2009, Chanowitz 2010, Ciftci vd. 2005, Erler vd. 2010, Hou vd. 2010, Sahin vd. 2011, Soni vd. 2010, Sultansoy 2009). Yeni çalışmalar SM ile SM4'ün benzer bir yapıya sahip olması gerektiğini göstermektedir. Deneysel olarak 4. aile lepton kütleleri üzerine getirilen güncel sınırlamalar $m_{l_4} > 100 GeV$ ve Dirac (Majorona) nötrinoları için $m_{\nu_4} > 90(80) GeV$ (PDG 2010) olarak verilmektedir. Fermilab'da bulunan Çarpıştırıcı Dedektörünün (CDF) SM4 kuarkları için getirdiği kütle sınırlamaları ise $m_{u_4} > 335 GeV$ ve $m_{d_4} > 338 GeV$ olarak % 95 güvenilirlikle verilmektedir (CDF Collaboration 2009). LHC deneyleri bu limitleri daha yukarı çekmiştir: $m_{u_4} > 400 GeV$ (Atlas, 2011). Diğer yandan SM4 fermiyon kütleleri için kısmi-dalga üniterliği 700 GeV' lik (Chanowitz vd. 1979) bir üst limite götürür.

7.1 Dördüncü Aile Sfermionları için Ayar Bağlaşımları ve RG Denklemleri

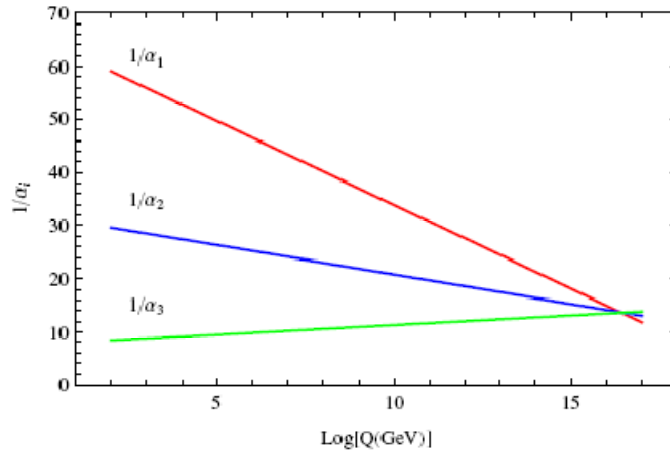
Standart Model durumunda ayar bağlaşımlarının enerji ölçeğine göre değişimini veren grafiği 2. Bölümde görmüştük. Burada önemli bir soru olarak şu düşünülebilir; eğer 4. aile varsa ayar bağlaşımları üzerine olan etkisi nasıl olacaktır? Dördüncü ailenin varlığı yani SM4 durumunda ayar bağlaşımlarının enerji ölçeğine göre değişimini veren bağıntıdaki b_i katsayıları (-163/30, 11/6, 17/3) olarak yeniden tanımlanmalıdır (Kazakov 2001). Buna göre ayar bağlaşımlarının SM4 durumu için değişimi Şekil 7.1'de verilmiştir.

Şekil 7.1'den de görüldüğü üzere SM4 durumunda da ayar bağlaşımlarının üçü için yine tam bir kesişme noktası yoktur. Yalnızca Büyük Birleşme Ölçeğinde (BBÖ) bu bağlaşımların değerleri SM dekine göre biraz daha artmıştır.



Şekil 7.1 Ayar bağlaşımlarının SM4 durumu için enerji ölçeğine göre değişimleri

Eğer MSSM4 durumu düşünülecek olursa, 4. ailenin varlığı ayar bağlaşımlarının kesişimi üzerine nasıl bir etki yapar? Bu durumu görmek için Şekil 7.2'ye bakabiliriz.



Şekil 7.2 Ayar bağlaşımlarının MSSM4 durumu için enerji ölçeğine göre değişimleri

Şekil 7.2'den görüldüğü gibi 4. ailenin var olması durumu ayar bağlaşımlarının birleşmesine bir engel teşkil etmemektedir. Ayrıca BBÖ' de bu bağlaşımların değerlerinin daha büyük olmasını sağlıyor. Buna göre MSSM için düşünülen durumlar

artık MSSM4'e genelleştirilebilir. Bu doğrultuda MSSM4 durumunda 3. aile ve 4. aile sfermyon kütlelerinin enerji ölçeğine bağımlı değişimini veren Renormalizasyon Grup Denklemleri (Chung vd. 2005) sleptonlar ve skuarklar için ayrı ayrı aşağıda verilmiştir,

$$\frac{dM_i}{dt} = \frac{2}{16\pi^2} b_i g_i^2 M_i \quad (7.1)$$

Yukawa bağlaşımları için RG denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{dy_t}{dt} &= \frac{y_t}{16\pi^2} \left\{ 6y_t^2 + y_b^2 + 3y_{t'}^2 - \left(\frac{13}{15}g_1^2 + 3g_2^2 + \frac{16}{3}g_3^2 \right) \right\} \\ \frac{dy_{t'}}{dt} &= \frac{y_{t'}}{16\pi^2} \left\{ 6y_{t'}^2 + y_{b'}^2 + 3y_t^2 - \left(\frac{13}{15}g_1^2 + 3g_2^2 + \frac{16}{3}g_3^2 \right) \right\} \\ \frac{dy_b}{dt} &= \frac{y_b}{16\pi^2} \left\{ 6y_b^2 + 3y_{b'}^2 + y_t^2 + y_{t'}^2 + y_{\tau}^2 - \left(\frac{7}{15}g_1^2 + 3g_2^2 + \frac{16}{3}g_3^2 \right) \right\} \\ \frac{dy_{b'}}{dt} &= \frac{y_{b'}}{16\pi^2} \left\{ 6y_{b'}^2 + 3y_b^2 + y_{t'}^2 + y_{\tau}^2 + y_{t'}^2 - \left(\frac{7}{15}g_1^2 + 3g_2^2 + \frac{16}{3}g_3^2 \right) \right\} \\ \frac{dy_{\tau}}{dt} &= \frac{y_{\tau}}{16\pi^2} \left\{ 4y_{\tau}^2 + 3y_b^2 + 3y_{b'}^2 + y_{t'}^2 - \left(\frac{9}{5}g_1^2 + 3g_2^2 \right) \right\} \\ \frac{dy_{\tau'}}{dt} &= \frac{y_{\tau'}}{16\pi^2} \left\{ 4y_{\tau'}^2 + 3y_{b'}^2 + 3y_b^2 + y_{\tau}^2 - \left(\frac{9}{5}g_1^2 + 3g_2^2 \right) \right\} \\ \frac{dy_{\nu'}}{dt} &= \frac{y_{\nu'}}{16\pi^2} \left\{ 4y_{\nu'}^2 + 3y_{t'}^2 + 3y_t^2 + y_{\tau}^2 - \left(\frac{3}{5}g_1^2 + 3g_2^2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Üçlü doğrusal bağlaşımlar için RG denklemleri aşağıdaki gibi olur,

$$\begin{aligned}
\frac{dA_t}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 6 A_t y_t^2 + 3 A_t y_{t'}^2 + A_b y_b^2 - \left(\frac{13}{15} g_1^2 M_1 + 3 g_2^2 M_2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3 \right) \right\} \\
\frac{dA_{t'}}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 6 A_{t'} y_{t'}^2 + 3 A_t y_t^2 + A_b y_b^2 - \left(\frac{13}{15} g_1^2 M_1 + 3 g_2^2 M_2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3 \right) \right\} \\
\frac{dA_b}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 6 A_b y_b^2 + A_t y_t^2 + 3 A_b y_{b'}^2 + A_\tau y_\tau^2 + A_{\tau'} y_{\tau'}^2 - \left(\frac{7}{15} g_1^2 M_1 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 3 g_2^2 M_2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3 \right) \right\} \\
\frac{dA_{b'}}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 6 A_b y_b^2 + A_{t'} y_{t'}^2 + 3 A_b y_b^2 + A_\tau y_\tau^2 + A_{\tau'} y_{\tau'}^2 - \left(\frac{7}{15} g_1^2 M_1 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 3 g_2^2 M_2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{7.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dA_\tau}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 4 A_\tau y_\tau^2 + A_{\tau'} y_{\tau'}^2 + 3 A_b y_b^2 + 3 A_b y_{b'}^2 - \left(\frac{9}{5} g_1^2 M_1 + 3 g_2^2 M_2 \right) \right\} \\
\frac{dA_{\tau'}}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 4 A_{\tau'} y_{\tau'}^2 + A_\tau y_\tau^2 + 3 A_b y_b^2 + 3 A_b y_{b'}^2 - \left(\frac{9}{5} g_1^2 M_1 + 3 g_2^2 M_2 \right) \right\} \\
\frac{dA_{\nu'}}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 4 A_{\nu'} y_{\nu'}^2 + A_{\tau'} y_{\tau'}^2 + 3 A_t y_t^2 + 3 A_t y_{t'}^2 - \left(\frac{3}{5} g_1^2 M_1 + 3 g_2^2 M_2 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{7.4}$$

$$\begin{aligned}
X_t &= m_{Q_3}^2 + m_{\bar{t}_R}^2 + m_{H_u}^2 + A_t^2 \\
X_{t'} &= m_{Q_4}^2 + m_{\bar{t}'_R}^2 + m_{H_u}^2 + A_{t'}^2 \\
X_b &= m_{Q_3}^2 + m_{\bar{b}_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_b^2 \\
X_{b'} &= m_{Q_4}^2 + m_{\bar{b}'_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_{b'}^2 \\
X_\tau &= m_{L_3}^2 + m_{\bar{\tau}_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_\tau^2 \\
X_{\tau'} &= m_{L_4}^2 + m_{\bar{\tau}'_R}^2 + m_{H_d}^2 + A_{\tau'}^2 \\
X_{\nu'} &= m_{L_4}^2 + m_{\bar{\nu}'_R}^2 + m_{H_u}^2 + A_{\nu'}^2
\end{aligned} \tag{7.5}$$

Yukarıda yapılan tanımlamalar kullanılarak üçüncü ve dördüncü aile sfermiyonlarının kütleleri için denklemler,

$$\begin{aligned}
\frac{dm_{Q_3}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ y_t^2 X_t + y_b^2 X_b - \left(\frac{1}{15} g_1^2 M_1^2 + 3 g_2^2 M_2^2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{Q_4}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ y_{t'}^2 X_{t'} + y_{b'}^2 X_{b'} - \left(\frac{1}{15} g_1^2 M_1^2 + 3 g_2^2 M_2^2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{\bar{t}_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_t^2 X_t - \left(\frac{16}{15} g_1^2 M_1^2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{\bar{t}'_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_{t'}^2 X_{t'} - \left(\frac{16}{15} g_1^2 M_1^2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{\bar{b}_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_b^2 X_b - \left(\frac{4}{15} g_1^2 M_1^2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{\bar{b}'_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_{b'}^2 X_{b'} - \left(\frac{4}{15} g_1^2 M_1^2 + \frac{16}{3} g_3^2 M_3^2 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{7.6}$$

Üçüncü aile sleptonlarının kütleleri için denklemler

$$\begin{aligned}
\frac{dm_{L_3}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ y_\tau^2 X_\tau - \left(\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 + 3 g_2^2 M_2^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{L_4}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ y_{\tau'}^2 X_{\tau'} + y_{\nu'}^2 X_{\nu'} - \left(\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 + 3 g_2^2 M_2^2 \right) \right\} \\
\frac{dm_{\bar{\tau}_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_\tau^2 X_\tau - \frac{12}{5} g_1^2 M_1^2 \right\} \\
\frac{dm_{\bar{\tau}'_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_{\tau'}^2 X_{\tau'} - \frac{12}{5} g_1^2 M_1^2 \right\} \\
\frac{dm_{\bar{\nu}'_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 y_{\nu'}^2 X_{\nu'} \right\}
\end{aligned} \tag{7.7}$$

Higgs kütleleri için denklemler aşağıdaki gibidir,

$$\frac{dm_{H_d}^2}{dt} = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 3y_b^2 X_b + 3y_{b'}^2 X_{b'} + y_\tau^2 X_\tau + y_{\tau'}^2 X_{\tau'} - \left(\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 + 3g_2^2 M_2^2 \right) \right\} \quad (7.8)$$

$$\frac{dm_{H_u}^2}{dt} = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 3y_t^2 X_t + 3y_{t'}^2 X_{t'} + y_{\nu'}^2 X_{\nu'} - \left(\frac{3}{5} g_1^2 M_1^2 + 3g_2^2 M_2^2 \right) \right\}$$

Bu denklem takımında 4. ailenin nötrinosunun kütleli olduğu durum düşünülerek getireceği katkı da göz önüne alınmıştır. Bu denklemler BBÖ düşünülerek tanımlanan parametre uzayında seçilen 5 nokta için eş zamanlı olarak Mathematica yardımıyla çözdürülebilir. Bunun sonucunda zayıf ölçekte 4. aile sfermionları için bir kütle spektrumu elde edilir. İki farklı parametre seti için örnek bir hesaplama Çizelge 7.1 de verilmiştir.

Çizelge 7.1 Parametre uzayında seçilen iki farklı nokta için 4. aile sfermionlarının kütle spektrumu

4. Aile Sfermionu	$A_0=100, m_0=300, m_{1/2}=200$ $\tan\beta=1.8, \text{sign}(\mu)=1$	$A_0=150, m_0=200, m_{1/2}=150$ $\tan\beta=1.5, \text{sign}(\mu)=1$
$m_{\tilde{\tau}_R}$ (GeV)	100	125
$m_{\tilde{\tau}_L}$ (GeV)	240	210
$m_{\tilde{b}_R}$ (GeV)	250	220
$m_{\tilde{t}_R}$ (GeV)	400	300
$m_{\tilde{Q}_{4L}}$ (GeV)	360	280
$m_{\tilde{\nu}'}$ (GeV)	290	240

7.2 Dördüncü Aile Yüklü Sleptonlarının Üretimi

Bu kesimde süpersimetrik 4. aile yüklü sleptonunun (\tilde{l}_4) lineer çarpıştırıcılarda çift üretimi incelenecektir. Ayrıca üretilen bu sleptonların 4. aile nötrinosuna (ν_4) ve yükinoaya ($\tilde{\chi}_1^-$) bozunduğu durum düşünülecek. Burada R-paritenin korunumunun

düşünülmesi ve en hafif süpersimetrik parçacığın nötrino ($\tilde{\chi}_1^0$) alınması nedeniyle yükünün nötralinoya ($\tilde{\chi}_1^0$) ve W^- bozonuna geçişi incelenmiştir.

Burada yapılacak ilk şey 4. ailenin MSSM' ye dahil edilmesidir. ($\tilde{l}_{4l}, \tilde{l}_{4R}$) bazlarında bu sleptonların kütle matrisi şu şekilde verilir,

$$M_{\tilde{l}_4}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{l}_{4L}}^2 & a_{l_4} m_{l_4} \\ a_{l_4} m_{l_4} & m_{\tilde{l}_{4R}}^2 \end{pmatrix} \quad (7.10)$$

bu kütle matrisi için şu tanımlamalar yapılmıştır,

$$\begin{aligned} m_{\tilde{l}_{4L}}^2 &= M_{\tilde{L}_4}^2 + m_{l_4}^2 - m_Z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_w \right) \\ m_{\tilde{l}_{4R}}^2 &= M_{\tilde{E}_4}^2 + m_{l_4}^2 - m_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \theta_w \\ a_{l_4} &= A_{l_4} - \mu \tan \beta \end{aligned} \quad (7.11)$$

\tilde{l}_{4l} ve \tilde{l}_{4h} kütle öz durumlarının \tilde{l}_{4L} ve \tilde{l}_{4R} ile olan ilişkisini veren bağıntı şu şekildedir,

$$\begin{pmatrix} \tilde{l}_{4l} \\ \tilde{l}_{4h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\tilde{l}_4} & \sin \theta_{\tilde{l}_4} \\ -\sin \theta_{\tilde{l}_4} & \cos \theta_{\tilde{l}_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{l}_{4L} \\ \tilde{l}_{4R} \end{pmatrix} \quad (7.12)$$

Buradan yola çıkıldığında kütle özdeğerleri ve karışım açısı için şu ifadelere ulaşılır,

$$m_{\tilde{l}_{4(l,h)}}^2 = \frac{1}{2} (m_{\tilde{l}_{4L}}^2 + m_{\tilde{l}_{4R}}^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(m_{\tilde{l}_{4L}}^2 - m_{\tilde{l}_{4R}}^2)^2 + 4 a_{l_4}^2 m_{l_4}^2} \quad (7.13)$$

$$\cos \theta_{\tilde{l}_4} = \frac{-a_{l_4} m_{l_4}}{\sqrt{(m_{\tilde{l}_{4L}}^2 - m_{\tilde{l}_{4R}}^2)^2 + a_{l_4}^2 m_{l_4}^2}} \quad (7.14)$$

(7.13) denkleminde bakılacak olursa $m_{\tilde{l}_4}$ 'ün değeri ne kadar büyük olursa \tilde{l}_{4l} 'ün o kadar hafif olması gerektiği görülebilir.

Artık $e^+ e^- \rightarrow \tilde{l}_{4l}^+ \tilde{l}_{4l}^-$ süreci için tesir kesitine bakabiliriz. Bu süreç için tesir kesitinin ifadesi aşağıdaki gibi olur,

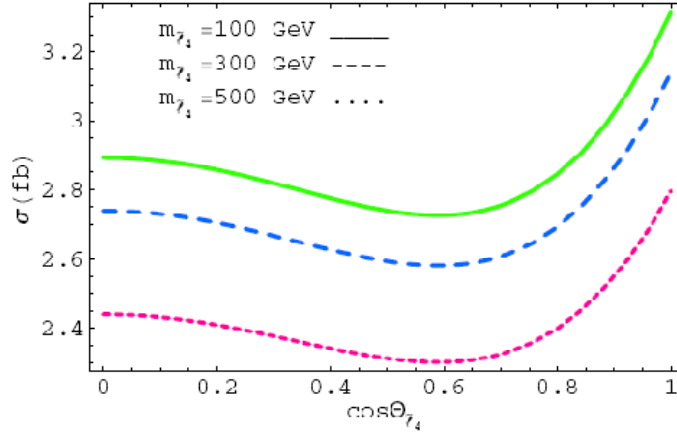
$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow \tilde{l}_{4l}^+ \tilde{l}_{4l}^-) = \frac{\pi \alpha^2}{3s^4} (s^2 - 4s m_{\tilde{l}_{4l}}^2)^{3/2} \left(1 + \frac{a_{ll} \mathcal{G}_e s}{8 \sin^2 \theta_w \cos^2 \theta_w} \operatorname{Re}[D(Z)] + \frac{a_{ll}^2 (\mathcal{G}_e^2 + a_e^2) s^2}{256 \sin^4 \theta_w \cos^4 \theta_w} |D(Z)|^2 \right) \quad (7.15)$$

burada $D(Z) = 1 / [s - m_Z^2 + i \Gamma_Z m_Z]$, $\mathcal{G}_e = -1 + 4 \sin^2 \theta_w$, $a_e = -1$ ve $a_{ll} = 2(-\cos^2 \theta_{i_4} + 2 \sin \theta_w)$ olarak tanımlanıyor. Eğer $\cos^2 \theta_{i_4} = 2 \sin^2 \theta_w$ olursa Z bozonu ile olan etkileşme ortadan kalkacaktır. (7.15)'den tesir kesitinin hangi karışım açısı değerinde minimum verdiği bulunabilir. Buna göre tesir kesitinin minimum olduğu duruma karşı gelen karışım açısının ifadesi

$$\cos^2 \theta_{i_4} = 2 \sin \theta_w \left[1 - \frac{s - m_Z^2}{s} \frac{4 \mathcal{G}_e}{\mathcal{G}_e^2 + a_e^2} \cos^2 \theta_w \right] \quad (7.16)$$

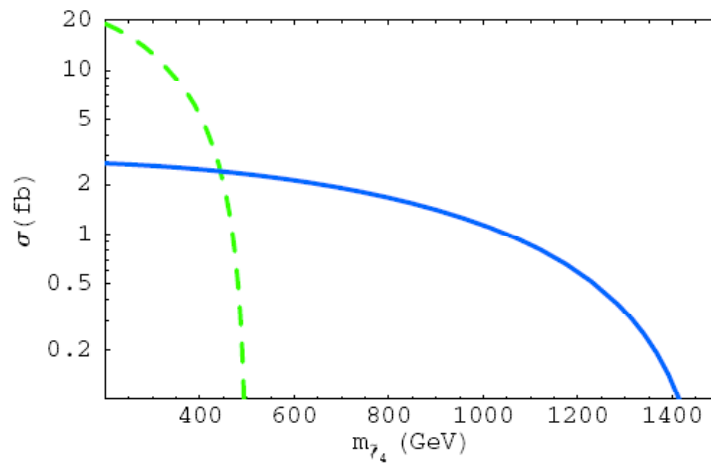
olarak bulunur.

Tesir kesitinin belirli slepton4 kütleleri ve kütle merkezinin 3 TeV olduğu durum için karışım açısına göre değişimi Şekil 7.3'de verilmiştir. Bu grafikten görüleceği üzere slepton kütlesi sadece tesir kesitinin büyüklüğünü değiştiriyor fakat açığa bağımlılık biçim olarak aynı kalıyor. Ayrıca $\cos \theta_{i_4}$ yaklaşık olarak 0.6 değerini aldığı anda tesir kesiti ifadesi en küçük değerini almaktadır.



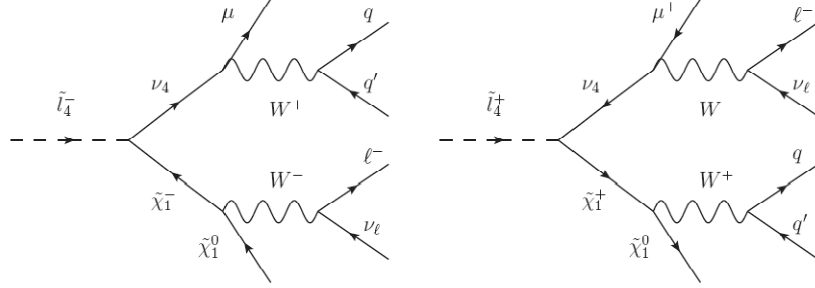
Şekil 7.3 \tilde{l}_4 üretim tesir kesiti ifadesinin karışım açısına göre değişim grafiği (kütle merkezi enerjisi 3 TeV) (Ari vd. 2011)

Karışım açısı $\text{Cos } \theta_{l_4} = 0.6$ değerinde tutulduğu ve kütle merkezi enerjisinin 1 TeV ve 3 TeV olarak alındığı durumda tesir kesitinin kütleye göre değişiminin grafiği Şekil 7.4 de verilmiştir. Kesikli çizgi kütle merkezi enerjisinin 1 TeV olduğu ve sürekli çizgi ise kütle merkezi enerjisinin 3 TeV olduğu durumu göstermektedir. Grafikten görüldüğü üzere kinematik limit değerlerinde tesir kesiti değerleri sıfıra gitmektedir. Eğer \tilde{l}_4 kütlesi yaklaşık 400 GeV gibi bir değere sahipse ILC de bu üretimi 5 fb tesir kesiti ile görebiliriz.



Şekil 7.4 Tesir kesitinin kütle merkezi enerjisinin 1 TeV ve 3 TeV olduğu durumlar için \tilde{l}_4 'nın kütlesine göre değişimini göstermektedir. (Ari vd. 2011)

Üretilen \tilde{l}_4 'ların şekil 7.5'de verilen bozunum kanallarını düşünelim. Bu sinyal için arkaplan neredeyse yoktur.



Şekil 7.5 \tilde{l}_4 'ların göz önüne alınan bozunum kanalları (Dirac tipi nötrinolar için)

Nötrinolar Dirac tipi olduğunda detektör tarafından algılanacak sinyal $3\mu^- + \mu^+ + 4jet + \cancel{E}_T$ olacaktır. Eğer nötrinolar Majorona tipi olursa detektör tarafından algılanacak sinyal $3\mu^- + 6jet + \cancel{E}_T$ olur. Bu durumlar için \tilde{l}_4 kütlelerine ve kütle merkezi enerjilerine göre olay sayısı değerleri çizelge 7.2'de verilmiştir.

Çizelge 7.2 $3\mu^- + \mu^+ + 4jet + \cancel{E}_T$ ($3\mu^- + 6jet + \cancel{E}_T$) son durumu için \tilde{l}_4 kütleleri ve farklı kütle merkezi enerjileri için tesir kesiti (ab) (Ari vd. 2011)

Kütle(GeV)	$\sqrt{s} = 1TeV$	$\sqrt{s} = 3TeV$
200	24.6 (38.0)	3.4 (5.4)
300	16.4 (25.4)	3.4 (5.2)
400	7.0 (10.6)	3.2 (5.0)
450	2.6 (4.0)	3.0 (4.8)
500	0 (0)	3.0 (4.6)

8. TARTIŞMA VE SONUÇ

Tez kapsamında 3. aile sfermiyonlarının üretimleri elektron-pozitron çarpıştırıcılarında gelen demetlerin polarize olmayan ve polarize olan durumlar için yapılmıştır. Bulunan sonuçlardan polarize durumların üretim tesir kesitlerini artırıcı etkide bulunduğu görülmüştür. Ayrıca sadece polarize durumlar üretim tesir kesiti değerlerini artırmakla kalmaz aynı zamanda SM arkaplanından gelecek olan katkıları da azaltarak SUSY için daha temiz sinyaller verecektir. Buradan da sparçacıkların kütleleri, karışım açıları, bağlaşımları üzerine daha hassas ölçümler yapılabilecektir.

Burada problem olarak görünen bir durum gelecek doğrusal çarpıştırıcılarda kazanılacak olan demet polarizasyon serbestliğinin hala belirsiz olmasıdır. Yani elektron demetleri için polarizasyon % 80 ya da daha üzeri olarak düşünülebilirken, bu durum pozitronlar için çok belirgin değildir. Pozitronlar durumunda demet polarizasyonunda hedef % 60 olarak görünüyor. Teorik olarak elde edilen polarize tesir kesiti ifadelerinden, elektron-pozitron polarizasyonunun bu değerlerine rağmen tesir kesiti değerleri polarize olmayan durumdan yaklaşık olarak 1.4 kat daha büyük olmaktadır.

LHC veri toplaması devam etmektedir ve alınan veriler için analiz çalışmaları hızla sürmektedir. Eğer bu veri analizleri sonucunda sfermiyonlara rastlanırsa ve kütleleri ölçülebilirse o zaman doğrusal çarpıştırıcıların önemi daha da artacaktır. Çünkü kütleler hakkında verilerden elde edilen sonuçlar kullanılarak polarize demetlerle doğrusal çarpıştırıcılarda eşik taraması yöntemi kullanılarak özel süreçler için temel model üzerine daha hassas sonuçlara ulaşılabilir.

Ayrıca tez kapsamına, 4 aileli duruma genişletilmiş SM4'e karşı gelen MSSM4 de dahil edilmiştir. MSSM4 için Renormalizasyon Grup Denklemleri için Mathematica kullanılarak bir kütle spektrumu hesabı yapılmıştır. Bunun devamı olarak e^+e^- çarpıştırıcısında dördüncü aile yüklü sleptonu çift üretimi yapılmıştır. Yapılan hesaplar sonucunda $1ab^{-1}$ için ILC'de dördüncü aile yüklü sleptonunun kütlesini 300 GeV 'e kadar 7.3 istatistiksel güvenilirlikle bulabiliriz. İstatistiksel güvenilirliğin 3 olduğu

gözlenebilir limit için bu kütle değeri 420 GeV olmaktadır. Kütle merkezi 3 TeV olan CLIC'de \tilde{l}_4 üretiminde 1 ab^{-1} toplam ışınlık için 500 GeV kütleye kadar ulaşılabilir olacaktır.

KAYNAKLAR

- Aad, G. vd. 2011. Search for heavy long-lived charged particles with the ATLAS detector in pp collisions at $\sqrt{s}=7$ TeV. Phys. Lett. B, Vol. 703, pp. 428-446
- Aad, G. vd. 2011. Search for stable hadronising squarks and gluinos with the ATLAS experiment at the LHC. Phys. Lett. B, 701, 1-19
- Aitchison, I. 2007. "Supersymmetry in Particle Physics", Cambridge University Press, UK.
- Alok, A. K., Dighe, A. and London, D. 2010. Constraints on the Four-Generation Quark Mixing Matrix from a Fit to Flavor-Physics Data. Phys. Rev. D, 83, 073008.
- Altonen, A.T. vd. 2009. CDF Collaboration. arxiv: 0912.1057 [hep-ex]
- Ari, V. and Çakir, O. 2011. Pair Production Tau Sneutrinos at Linear Colliders. MPLA, 26, 24, 1-14.
- Ari, V., Çakir, O., Çakir, İ.T. and Sultansoy, S. 2011. Pair Production of the Fourth Family Charged Sleptons at e^+e^- Colliders. EPL, 94, 21001.
- Baer, H., Tata, X. 2006. "Weak Scale Supersymmetry", Cambridge University Press, p.208, UK.
- Bartl, A., Eberl, H., Kraml, S., Majerotto, W. And Porod, W. 2000. Phenomenology of Stops, Sbottoms, τ -Sneutrinos and Staus at an e^+e^- Linear Collider. Eur. Phys. J. direct C2, 6
- Bobrowski, M., Lenz, A., Riedl, J. and Rohrwild, J. 2009. How much space is left for a new family of fermions?. Phys. Rev. D, 79, 113006.
- Boos, E. vd. 2004. CompHEP Collaboration. Nucl. Instrum. Meth. A , 534, 250
- Buras, A. J., Duling, B., Feldmann, T., Heidsieck, T., Promberger, C., Recksiegel, S., 2010. Patterns of Flavour Violation in the Presence of a Fourth Generation of Quarks and Leptons . JHEP, 1009, 106.
- Castano, D.J., Piard, E.J. and Ramond, P. 1994. Renormalization group study of the Standard Model and its extensions: The Minimal supersymmetric Standard Model. Phys. Rev. D, 49, 4882
- Chanowitz, M. S., Furman, M. A. and Hinchliffe, I. 1979. Weak interactions of ultra heavy fermions. Phys. Lett. B, 78, 285.

- Chanowitz, M. S. 2009. Bounding CKM mixing with a fourth family. *Phys. Rev. D*, 79, 113008.
- Chanowitz, M. S. 2010. Higgs mass constraints on a fourth family: Upper and lower limits on CKM mixing. *Phys. Rev. D*, 82, 035018.
- Choi, S.Y., Hagiwara, K., Kim, Y.G., Mawatari, K., Zerwas, P.M. 2007. τ Polarization in SUSY Cascade Decays. *Phys. Lett. B*, 648, 207-212.
- Choudhury, D., Rai, S. K. and Raychaudhuri, S. 2005. Tagging Sneutrino Resonances at a Linear Collider with Associated Photons. *Phys. Rev. D*, 71, 095009.
- Chung, D.J.H., Everett, L.L., Kane, G.L., King, S.F., Lykken, J. and Wang Lian-Tao 2005. The supersymmetry-breaking Lagrangian: theory and applications. *Physics Reports*, 407, 1-203
- Ciftci, A. K., Ciftci, R. and Sultansoy, S. 2005. Fourth standard model family neutrino at future linear colliders. *Phys. Rev. D*, 72, 053006.
- De Roeck, A., Ellis, J., Gianotti, F., Moortgat, F., Olive, K.A., Pape, L. 2007. Supersymmetric Benchmarks with Non-Universal Scalar Masses or Gravitino Dark Matter. *Eur. Phys. J. C* 49, 1041-1066.
- Djouadi, A., Kneur, J. L. and Moutaka, G. 2002. SuSpect: a Fortran Code for the Supersymmetric and Higgs Particle Spectrum in the MSSM. arXiv:hep-ph/0211331.
- Dreiner, H.K., Kittel, O. and Marold, A. 2011. Normal tau polarisation as a sensitive probe of CP violation in chargino decay. *Phys.Rev.D*, 82, 116005.
- Eberl, H., Kraml, S. and Majerotto, W. 1999. Yukawa coupling corrections to stop, sbottom and stau production in e^+e^- annihilation. *JHEP*, 05, 016.
- Erlar, J. and Langacker, P. 2010. Precision Constraints on Extra Fermion Generations. *Phys. Rev. Lett.*, 105, 031801.
- Fayet, P. and Iliopoulos, J. 1974. Spontaneously Broken Supergauge Symmetries and Goldstone Spinors. *Phys. Lett.* 51B, 461-4.
- Feng, J. and Finnell, D. 1994. Squark Mass Determination at the Next Generation of Linear e^+e^- Colliders. *Phys. Rev. D* 49, 2369.
- Freitas, A., Porod, W. and Zerwas, P. M. 2001. Determining sneutrino masses and physical implications. *Phys. Rev. D*, 72, 115002.

- Freitas, A. , von Manteuffel A. and Zerwas, P. M. 2005. Sneutrino Production at e^+e^- Linear Colliders: Addendum to Slepton Production. *Eur. Phys. J. C*, 40, 435.
- Godbole, R.M., Guchait, M. and Roy, D.P. 2005. Using Tau Polarization to Discriminate between SUSY Models and Determine SUSY Parameters at ILC. *Phys. Lett. B* 618, 193-200.
- Hou, W. S. and Ma, C. Y. 2010. Flavor and CP violation with fourth generations revisited. *Phys. Rev. D*, 82, 036002.
- Kazakov, D. I. 2001. Beyond The Standard Model (In Search of Supersymmetry). arXiv:hep-ph/0012288v2
- Martin, H. U. and Blair,G.A. 1999. Determination of sparticle masses and SUSY parameters. arXiv:hep-ph/9910416.
- Mizukoshi, J. K., Baer, H., Belyaev, A.S. and Tata, X. 2001. Sneutrino mass measurements at e^+e^- Linear Colliders. *Phys. Rev. D*, 64, 115017.
- Nakamura, K. et al. 2010. Particle Data Group. *J. Phys. G*, 37, 075021
- Nojiri, M.M., Fujii, K. and Tsukamoto, T. 1996. Confronting the minimal supersymmetric standard model with the study of scalar leptons at future linear e^+e^- colliders. *Phys. Rev. D* 54, 6756.
- Oshimo, N. 2005. Generation-changing interaction of sneutrinos in e^+e^- collisions. *Eur. Phys. J. C*, 39, 383.
- Peskin, M. E. 2008. Supersymmetry in Elementary Particle Physics. arXiv:0801.1928.
- Physics and Detectors at CLIC, CLIC CDR, Edited by L. Linssen et al., CERN-2012-003
- Saavedra, J. A. A. 2005. Sneutrino cascade decays as a probe of chargino spin properties and CP violation. *Nucl. Phys. B*, 717, 119.
- Sahin, M., Sultansoy, S. and Turkoz, S. 2011. Search for the fourth standard model family. *Phys. Rev. D*, 83, 054022.
- Sjostrand, T., Mrenna, S. and Skands, P. 2006. PYTHIA 6.4 Physics and Manual, arXiv:hep-ph/0603175.
- Sohnius, M.F. 1985. Introducing Supersymmetry. *Phys. Rept.*, 128, 39-204
- Soni, A., Alok, A.K., Giri,A. , Mohanta,R. and Nandi,S. 2010. Standard model with four generations: Selected implications for rare B and K decays. *Phys. Rev. D*, 82, 033009.

- Sultansoy, S. 2009. The Naturalness of the Fourth SM Family. arXiv:0905.2874 [hep-ph].
- Wess, J. and Zumino, B. 1974. A Lagrangian Model Invariant Under Supergauge Transformations. Phys. Lett. 49B, 52-4

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Volkan ARI

Doğum Yeri : Divriği / Sivas

Doğum Tarihi : 23 / 09 / 1979

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Başkent Lisesi (1996)

Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü 2004

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı (2007)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl :

Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü, Araştırma Görevlisi (2009-)

Yayımları

Ari, V. and Çakir, O. 2011. Pair Production Tau Sneutrinos at Linear Colliders. MPLA, 26, 24, 1-14.

Ari, V., Çakir, O., Çakir, I.T. and Sultansoy, S. 2011. Pair Production of the Fourth Family Charged Sleptons at e^+e^- Colliders. EPL, 94, 21001.