



T.C.  
MARMARA ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI  
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

ON İKİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RADYAN KAVRAMI HAKKINDA SAHİP  
OLDUKLARI KAVRAM İMAJLARININ İNCELENMESİ

PELİN YILDIR OĞUZ

Yüksek Lisans Tez

Danışman: Doç. Dr. Hatice AKKOÇ


İstanbul-2019

T.C.  
Marmara Üniversitesi  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü  
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı  
Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Pelin YILDIR OĞUZ tarafından hazırlanan 12. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RADYAN KAVRAMI HAKKINDA SAHİP OLDUKLARI KAVRAM İMAJLARININ İNCELENMESİ başlıklı bu çalışma, 07.01.2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmzalar

Danışman : Doç. Dr. Hatice AKKOÇ



Jüri Üyesi : Doç. Dr. Sare ŞENGÜL



Jüri Üyesi : Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN



## ÖNSÖZ

Çalışmam boyunca bana her konuda yardımcı olan çok değerli hocam Doç. Dr. Hatice AKKOÇ'a ve tez jüri üyesi olarak davetimizi kabul eden ve sundukları görüşlerle çalışmama geri bildirim sağlayan değerli hocalarım Doç. Dr. Sare ŞENGÜL ve Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN hocalarıma çok teşekkür ederim. Çalışmam boyunca moral desteği sağlayarak her zaman yanımda olan ve gerekli zamanı ayırmada fedakârlıklar gösteren eşime, her türlü manevi desteği sunan ve her zaman yanımda olan aileme ve arkadaşlarıma şükranlarımı ifade etmeliyim. Ayrıca bu çalışmayı oluşturmamda büyük katkıları olan öğrencilere teşekkür ederim.

# ON İKİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RADYAN KAVRAMI HAKKINDA SAHİP OLDUKLARI KAVRAM İMAJLARININ İNCELENMESİ

PELİN YILDIR OĞUZ

## ÖZET

Trigonometrideki temel kavramlardan biri olan radyan, derece gibi bir açı ölçü birimidir. Radyan kavramı oldukça karmaşık ve soyut düzeyde, öğrencilerin anlamakta zorluk çektikleri, problem çözümlerinde göz ardı ettikleri veya bilgilerini uygulamaya geçirmede zorlandıkları temel bir trigonometri kavramıdır. Radyan kavramı trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasında önemli olan bir kavramdır. Trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olması ve bunun radyanla ilişkisinin ortaya konulabilmesi için güçlü bir radyan imajına ihtiyaç vardır. Radyan kavramı ile ilgili kavram imajları öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları, ters trigonometrik fonksiyonları, trigonometrik fonksiyonların grafiklerini anlamalarını sağlamakta, periyodik olayların trigonometri ile ilişkilendirmesine imkân tanımaktadır. Trigonometri konusunun kavramsal olarak öğrenilmesinde radyan gibi temel kavramların öğrenilmesi ön koşuldur. Matematik öğretim programı trigonometrinin kavramsal olarak öğrenilmesine vurgu yapmasına rağmen radyan konusunda öğretim programında açıklıklar bulunmaktadır. Bu nedenle bu çalışma on ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek ve radyan kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını anlamak amacıyla gerçekleştirilmiştir.

Araştırma 2017-2018 eğitim-öğretim yılı Aydın ilinde belirlenen okullarda 12. sınıfta öğrenim gören 270 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin radyan konusunda sahip oldukları kavram imajları hakkında mevcut olan durumu ortaya çıkarmak ve kavram imajlarını derinlemesine incelemek amacıyla yürütülen bu örnek olay tarama modelinde, araştırmacı tarafından geliştirilen bir kavramsal test 270 öğrenciye uygulanmıştır. Veri toplama amacıyla kullanılan kavramsal testte öğrencilerin kavram imajlarını değerlendirmek amacıyla kısa cevaplı ve açık uçlu sorulara yer verilmiştir.

Kavramsal test aracılığıyla öğrenci cevaplarından elde edilen verilerin analizinde içerik analiz yöntemi kullanılmıştır.

Araştırma bulgularına göre öğrencilerin radyan kavramı hakkında farklı kavram imajlarına sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin radyan konusunda sahip olduğu kavram imajlarının başında  $1 r = \pi = 180^\circ$  yanılması gelmektedir. Öğrencilerin var olan kavram imajlarından bir diğeri, açılar  $\pi$  cinsinden ifade edileceği şeklinde radyan ölçü birimini  $\pi$  ile ilişkilendirme algısıdır. En sık başvurulan kavram imajı ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü olmuştur. Yay uzunluğu ile yayın ölçüsü arasındaki ilişkinin farkına varan öğrencilerin ise  $\pi$  radyan =  $180^\circ$  kavram imajını kullandıkları gözlemlenmiştir. Araştırmanın bulguları öğrencilerin  $\pi$  hakkında iki farklı kavram imajına sahip olduklarını da ortaya çıkarmıştır. Öğrenciler sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümelerinin elemanlarının reel sayı olduğunu vurgulamalarına rağmen radyanı reel sayı olarak görmekte zorlanmışlardır. Radyan kavramına ilişkin zayıf imajlara sahip oldukları için radyana ilişkin kavramsal soruları yanıtlamada zorluk çekmişlerdir. Radyan hakkında zayıf imajlar öğrencilerin kavram yanılgılarının da sebepleri olmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Trigonometri, Radyan, Kavram Tanımı, Kavram İmajı

# **EXAMINING 12TH GRADE STUDENTS' CONCEPT IMAGES ABOUT OF RADIAN CONCEPT**

## **ABSTRACT**

Radian which is one of the basic concepts in trigonometry is an angle measure concept like degree. The concept of radian is a basic trigonometry concept which is extremely complicated and at an abstract level that students have difficulty in understanding, ignore while solving problems or they have difficulty in putting it into practice. The concept of radian is important in defining the trigonometric functions. Trigonometric functions' domain elements of set are real numbers and it is essential to have a strong radian image to introduce the relationship between the radian and the real number. The concepts related to the term of radian enables students to understand trigonometric functions, inverse trigonometric functions, the diagram of the functions and associate trigonometry to periodic events. It is prerequisite to learn the concepts like radian to learn the subject of trigonometry cognitively. Although maths' curriculum emphasises learning the trigonometry cognitively, there are lacks in the curriculum. Because of this, this study is carried out to determine the 12th grade students' concepts images about the term of radian and to understand the students' perception of the concept radian.

The study is conducted in Aydın province in 2017-2018 academic year in determined schools with 270 students in 12th grade. In this case study of survey model which is conducted in order to find out the situation of the concept images that students have about the radian topic and to examine the concept images thoroughly, a conceptual test developed by the researcher is carried out to 270 students. In this conceptual test used to collect data, in order to evaluate the concept images of students, short answered and open ended questions are included. The data obtained from the students' answers through conceptual test is analyzed by content analysis method.

According to research findings, it is seen that students have different concept images about the radian. One of the concept image the students have about the radian, the error

$1r = \pi = 180^\circ$  comes first. Another concept images of students is angles stated as  $\pi$ , the perception of the radian measurements are associated to  $\pi$ . The most frequently used concept image is the formula of  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ . It is observed that the students who notice the relation between the arc length and arc measurement, use the concept image  $\pi \text{ radian} = 180^\circ$ . The research findings reveals that students have two different concept images about the  $\pi$ . Although students emphasizes the domain of sinus and cosinus functions as a real number, students have difficulty in seeing the radian as a real number. They have difficulty in answering the concept questions about the radian because they have weak images about the radian. The weak images about the radian causes the misconception of the terms.

**Key words:** Trigonometry, Radian, Concept Definition, Concept Image

# İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	i
ÖZET .....	ii
ABSTRACT .....	iv
İÇİNDEKİLER .....	vi
TABLolar LİSTESİ.....	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
EKLER LİSTESİ.....	xi
KISALTMA VE SEMBOLLER .....	xii
<b>BÖLÜM I: GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
1.2. Araştırmanın Amacı .....	6
1.3. Araştırma Soruları.....	7
1.4. Araştırmanın Önemi.....	7
1.5. Varsayımlar .....	8
1.6. Sınırlılıklar.....	8
<b>BÖLÜM II: LİTERATÜR TARAMASI.....</b>	<b>9</b>
2.1. Kavram ve Kavram Öğretimi.....	9
2.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı.....	11
2.2.1. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Üzerine Yapılan Araştırmalar.....	17
2.3. Trigonometri Öğrenimi ve Öğretimi ile İlgili Çalışmalar .....	19
2.4. Radyan Kavramı ve İlgili Çalışmalar .....	25
<b>BÖLÜM III: YÖNTEM.....</b>	<b>31</b>
3.1. Araştırma Deseni.....	32
3.2. Çalışma Grubu .....	33
3.3. Veri Toplama Araçları .....	34
3.3.1. Kavramsal Test.....	35
3.4. Verilerin Toplanması .....	39
3.4.1. Pilot Çalışma.....	39
3.4.2. Ana Çalışma.....	40
3.5. Verilerin Çözümlemesi .....	41
3.6. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği .....	51



<b>BÖLÜM IV: BULGULAR</b> .....	54
4.1.2. Radyan Bilgi Testindeki 2. Soru ile İlgili Bulgular .....	56
4.1.3. Radyan Bilgi Testindeki 3. Soru ile İlgili Bulgular .....	58
4.1.4. Radyan Bilgi Testindeki 4. Soru ile İlgili Bulgular .....	59
4.1.5. Radyan Bilgi Testindeki 5. Soru ile İlgili Bulgular .....	60
4.1.6. Radyan Bilgi Testindeki 6. Soru ile İlgili Bulgular .....	62
4.1.7. Radyan Bilgi Testindeki 7. Soru ile İlgili Bulgular .....	64
4.1.8. Radyan Bilgi Testindeki 8. Soru ile İlgili Bulgular .....	66
4.1.9. Radyan Bilgi Testindeki 9. Soru ile İlgili Bulgular .....	68
4.1.10. Radyan Bilgi Testindeki 10. Soru ile İlgili Bulgular .....	70
4.2. Kişisel Kavram Tanımına İlişkin Bulgular.....	72
4.3. Kavram İmajına İlişkin Bulgular .....	73
<b>BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER</b> .....	81
5.1. Sonuçlar ve Tartışma .....	81
5.1.1. Kişisel Kavram Tanımı ile İlgili Sonuçların Tartışması.....	81
5.1.2. Kavram İmajı ile İlgili Sonuçların Tartışması .....	85
5.1.3. Öğrencilerin Kavram İmajlarının Kaynakları ile İlgili Sonuçların Tartışması .....	88
5.2. Öneriler .....	89
<b>KAYNAKÇA</b> .....	93
<b>EKLER</b> .....	102
EK 1: Aydın İl Milli Eğitim Müdürlüğü İzin Dilekçesi.....	102
EK 2: Çalışmanın Uygulanacağı Okullar Listesi .....	104
EK 3: Radyan Bilgi Testi Uzman Görüş Formu .....	105
EK 4: Radyan Bilgi Testi .....	112

## TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.4.1.	Çalışmanın Gerçekleştirileceği Okullar ve Uygulama Şartları.....	40
Tablo 3.5.1.	Radyan Bilgi Testindeki 1. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	44
Tablo 3.5.2.	Radyan Bilgi Testindeki 2. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	45
Tablo 3.5.3.	Radyan Bilgi Testindeki 3. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	45
Tablo 3.5.4.	Radyan Bilgi Testindeki 4. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	46
Tablo 3.5.5.	Radyan Bilgi Testindeki 5. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	46
Tablo 3.5.6.1.	Radyan Bilgi Testindeki 6. Sorunun a Şikkına Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	47
Tablo 3.5.6.2.	Radyan Bilgi Testindeki 6. Sorunun b Şikkına Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	47
Tablo 3.5.7.	Radyan Bilgi Testindeki 7. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	48
Tablo 3.5.8.	Radyan Bilgi Testindeki 8. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	48
Tablo 3.5.9.1.	Radyan Bilgi Testindeki 9. Sorunun a Şikkına Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	49
Tablo 3.5.9.2.	Radyan Bilgi Testindeki 9. Sorunun b Şikkına Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	49
Tablo 3.5.10.	Radyan Bilgi Testindeki 10. Soruya Verilen Cevapların Kodlanması Sonucu Ortaya Çıkan Kategoriler.....	50
Tablo 4.1.1.	Radyan Bilgi Testi 1. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	55
Tablo 4.1.2.	Radyan Bilgi Testi 2. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	57

Tablo 4.1.3.	Radyan Bilgi Testi 3. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	58
Tablo 4.1.4.	Radyan Bilgi Testi 4. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	60
Tablo 4.1.5.	Radyan Bilgi Testi 5. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	61
Tablo 4.1.6.1.	Radyan Bilgi Testi 6. Sorunun a Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	62
Tablo 4.1.6.2.	Radyan Bilgi Testi 6. Sorunun b Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	64
Tablo 4.1.7.	Radyan Bilgi Testi 7. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	65
Tablo 4.1.8.	Radyan Bilgi Testi 8. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	66
Tablo 4.1.9.1.	Radyan Bilgi Testi 9. Sorunun a Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	68
Tablo 4.1.9.2.	Radyan Bilgi Testi 9. Sorunun b Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	69
Tablo 4.1.10.	Radyan Bilgi Testi 10. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri.....	70
Tablo 4.2.	Kavramsal Teste Verilen Cevaplara Göre Ortaya Çıkan Kişisel Kavram Tanımı Kategorilerine Ait Frekans ve Yüzdeler .....	72
Tablo 4.3.	Kavramsal Teste Verilen Cevaplara Göre Ortaya Çıkan Kavram İmajı Kategorilerine Ait Frekans ve Yüzdeler.....	74

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Kavram Oluşum Süreci.....	12
Şekil 2.2.	Formal Tanımın Bilişsel Gelişimi.....	12
Şekil 2.3.	Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Arasında Olması Gereken İlişki.....	13
Şekil 2.4.	Tamamen Formal Öğretim.....	14
Şekil 2.5.	Sezgisel Düşünce ile Öğretim.....	14
Şekil 2.6.	Sezgisel Yaklaşım.....	15
Şekil 2.7.	Uygun Olmayan Kavram İmajının, İmaj Şekillenmesine Etkisi.....	16
Şekil 2.8.	Radyanın Tanımı.....	26
Şekil 3.1.	Tekli Metod ve Karma-Model Tasarımları.....	41

## **EKLER LİSTESİ**

- Ek 1. Aydın İl Milli Eğitim Müdürlüğü İzin Dilekçesi
- Ek 2. Çalışmanın Uygulanacağı Okullar Listesi
- Ek 3. Radyan Bilgi Testi Uzman Görüş Formu
- Ek 4. Radyan Bilgi Testi



## KISALTMA VE SEMBOLLER

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

TDK: Türk Dil Kurumu



## BÖLÜM I: GİRİŞ

Günümüzde bilim, kültür ve teknoloji gibi alanlarda gözlemlenen değişim ve gelişmeler insana yönelik beklentilerin artmasına sebep olmuştur. Yetiştirilecek insanların özellikleri ile ilgili bu beklentiler, eğitimde memnuniyetsizlikler yaşanmasına sebep olmuş ve bu doğrultuda eğitim programları ciddi anlamda gözden geçirilerek çağdaş dünyada yaşanan gelişmelerin matematik öğretimine yansıtılması yönünde gerekli çalışmalar yapılmıştır. Bilgi ve bilime dair değişmeler ile birlikte zihinsel beceriler daha değerli görülmeye başlamış ve matematik öğretiminde düşünen, araştıran, akıl yürütme becerisi gösteren, eleştiren, üretkenliği ve yaratıcılığı ön planda tutan, sürekli ve yaşam boyu öğrenmeyi benimsemiş insan özelliği bir ihtiyaç haline gelmiştir (MEB, 2013).

Matematik öğretiminde öğrencilerin zihinsel birçok becerisini geliştirmede önem teşkil eden konulardan birisi de trigonometridir (Delice, 2005). “Trigonometri, öğrencinin bilişsel birçok becerisini geliştirmesinin yanı sıra günlük hayatta da geniş bir kullanım alanına sahip matematiğin önemli bir konusudur” (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010, s.4). Trigonometri, öğrencilerin çıkarımlarda bulunma ve ilişkilendirme becerisi göstererek sözel, cebirsel, geometrik ve grafik temsilleri arasında geçiş yapabilmeyi gerektirir (Steckroth, 2007). Trigonometri cebir ve geometri konuları arasında geçiş yapabilmeyi sağlar ve matematikte birçok konu ile yakından ilişkilidir (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Bu durum trigonometrinin kavramsal olarak öğrenilmesini zorunluluk haline getirmiştir.

Trigonometri konusunun kavramsal olarak öğrenilmesi trigonometriyi oluşturan temel kavramların anlaşılması ile yakından ilişkilidir. Bu temel kavramların başında da radyan kavramı gelmektedir (Akbaş Gül, 2008). Trigonometrik fonksiyonların ve dolayısıyla trigonometrinin anlaşılmasında önemli bir kavram olan radyanın öğrenilmesi trigonometrik kavramların ilişkilendirilmesini ve kavramsal olarak öğrenilmesini mümkün kılmaktadır (Akkoç, 2008). Ancak trigonometrinin öğretim esnasında kurallar bütünü olarak sunulması, ezberlenerek öğrenilebileceği algısının oluşması ve aynı zamanda soyut bir konu olması gibi nedenlerden dolayı trigonometri konusunda ve özellikle radyan kavramında öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları ile karşılaşmaktadır (Durmuş, 2004).

Öğrencilerin kavram hakkında ilişkilendirdiği tüm bilgileri inceleme imkânı tanıyan kavram imajları aynı zamanda bu kavramın öğrenciler tarafından nasıl öğrenildiğini de sorgulama imkânı tanımaktadır. Trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olması ve bu ilişkinin radyan ölçü birimiyle açıklanabilmesi nedeniyle radyan kavramı hakkında öğrencilerin sahip oldukları imajları incelenerek trigonometrinin temel kavramlarından olan radyan hakkında öğrenci öğrenmelerini sorgulamak mümkündür. Bu durum trigonometri öğrenimi/öğretimi açısından oldukça önemlidir.

### **1.1.Problem Durumu**

Matematik öğretim programında 2005, 2013 ve 2017 yıllarında yapılan değişiklikler trigonometri konusu özelinde değerlendirildiğinde trigonometri öğretiminde yaşanan zorlukların önüne geçebilme ve trigonometrinin kavramsal olarak öğrenilmesinin mümkün olduğunu vurgulama amacıyla gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu araştırmada 2005 ve 2013 yıllarındaki öğretim programlarında yer alan trigonometri öğretimi üzerinde durulmuştur ancak 2017 yılında trigonometri öğretimi ile ilgili yapılan değişikliklere katılımcı öğrenci grubunun tabi olduğu program olmadığı gerekçesiyle yer verilmemiştir. Öğretim programlarında 2005 ve 2013 yıllarında yapılan değişiklikler trigonometri öğretiminde farklı anlayışları ortaya koymuştur.

2005 yılında uygulamaya başlayan 10. sınıf matematik öğretim programına göre trigonometri öğretiminde dik üçgen yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yaklaşımda dik üçgende trigonometrik oranları belirleme ve açı ölçü birimlerini birbirine çevirme ön plandadır. Öğrenciler açı ve açı ölçü birimleri kavramlarının anlamını bilmeden açı ölçü birimleri arasındaki ilişkileri sayısal becerilerle ifade edebilmektedirler. Ayrıca kazanımlar trigonometrik fonksiyonların birim çember ile ilişkisini göz ardı etmektedir.

Toplumun her alanında yaşanan gelişmeler insan hayatının her anını etkilemiştir. Bilgi ve iletişim teknolojilerinin insan hayatına olan etkileri matematik öğretiminde bireylere farklı anlamlar kazandırmıştır. Matematiksel düşünme gücü gelişmiş, matematiği modelleme ve problem çözmeye kullanabilen bireylere duyulan ihtiyaç her zamankinden daha çok hissedilmeye başlanmıştır. 2005 yılında yayımlanan öğretim



programı matematik öğretiminde beklentileri karşılamadığı gerekçesiyle 2013 yılında matematik öğretim programının sadeleştirilmesi yönünde bir değişikliğe gidilmiştir (MEB, 2013). Bu çerçevede, hazırlanan ortaöğretim matematik öğretim programı “Sayılar ve Cebir”, “Geometri” ve “Veri, Sayma ve Olasılık” konularından oluşan kazanımlarla birlikte öğrencileri kişisel, sosyal ve mesleki hayata hazırlamayı ve bunu yaparken de gerekli olan temel matematiksel bilgi ve becerilerle donatmayı amaçlamaktadır (MEB, 2013). Program öğrencileri, matematiksel düşünme becerisi göstererek problem çözebilen bireyler olarak yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Dolayısıyla kavramlar ve kavramlar arasındaki matematiksel ilişkilerin ve anlamların ilişkilendirilmesine vurgu yapılmıştır (MEB, 2013).

Ülkemizde 2013 yılında yenilenen ortaöğretim matematik dersi öğretim programına göre trigonometri öğrenme alanı ile 9 ve 11. sınıf düzeylerinde karşılaşılmaktadır. Yenilenen öğretim programındaki değişiklikler ile birlikte trigonometri konusunda sadeleştirmeye gidilerek trigonometriyi kurallar bütünü olarak görmek yerine trigonometrinin zengin birçok kavramı barındırdığı ve trigonometriyi kavramsal öğrenmenin mümkün olduğu gösterilmek istenmiştir. Trigonometri öğretiminde dik üçgen yaklaşımının yanında farklı bir yaklaşım olan birim çember yaklaşımını gündeme getirmiştir.

Trigonometri öğretiminde birim çember yaklaşımı benimsendiğinde birim çember yardımıyla açı ve açı ölçü birimlerinin kavramsal tanımları oluşturulur (Steckroth, 2007). Trigonometri öğretiminde “birim çember” kavramı bilişsel kök olarak benimsenir ve öğretim sürecinde birim çember kavramı üzerinden trigonometri konusunun temel kavramları inşa edilir (Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder, 2006). Trigonometrik fonksiyonları birim çember üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirme ihtiyacı trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olmasından kaynaklanmaktadır. Bu durum ise trigonometride radyan kavramının önemine işaret etmektedir.

Trigonometri öğrenimi/öğretimi açısından radyan kavramı bu denli önemli olmasına rağmen radyan öğretim programında tek bir kazanımla ele alınmıştır. Matematik öğretim programında açı ölçü birimleriyle ilgili kazanım maddesi “Yönlü açığı açıklar, açı ölçü birimlerinden derece ile radyanı ilişkilendirir.” şeklinde verilmektedir. Kazanımla ilişkili olarak 1 derece ve 1 radyanın tanımlarına açıklık getirildikten sonra öğrencilerin derece ile radyan arasındaki  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğini fark etmesi istenir. Ayrıca öğretim programında bu kazanımlarla ilgili yer alan açıklamalara göre öğrencilerin  $\pi = 180^\circ$  şeklinde geliştirebilecekleri kavram yanlışlığına dikkat edilmesi ve 1 radyanın yaklaşık değerinin  $57,3^\circ$  olduğunun belirtilmesi ifade edilmektedir. Kazanımlarda radyan kavramının tanımı ve reel sayılarla ilişkisi açıkça ifade edilmeden 1 radyanın tanımlanması ve derece ile radyan arasındaki  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliği ile vurgulanması sonucu açı ölçü birimlerinden radyan kavramının ihmal edildiği görülmektedir.

Trigonometri öğretiminde birim çember yaklaşımını gündeme getiren öğretim programında “Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla oluşturur ve grafiklerini çizer.” şeklinde ele alınan kazanımlar ile trigonometrik fonksiyonların ilişkilendirilerek öğrenilmesi mümkün olmaktadır. Kazanımlar incelendiğinde trigonometri öğretiminde birim çemberi tanımlama ve trigonometrik oranları birim çember üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirme önemli görülmektedir (MEB, 2013). Ayrıca trigonometrik fonksiyonların reel sayılar üzerinde tanımlı olduğu da vurgulanmaktadır. Trigonometrik fonksiyonlar tanımlanırken tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olması vurgulanmasına rağmen  $\theta$  açısının reel sayı olduğu radyanın reel sayılarla ilişkisi ihmal edilmektedir.

Araştırmanın uygulandığı çalışma grubu 2017 yılında yenilenen öğretim programını takip etmemiş olsa da bu öğretim programındaki kazanımlar da gözden geçirilmiştir. Trigonometri konusundaki formüllerle ilgili tekrar sadeleşmeye gidildiği görülmüştür. Dik üçgende dar açılarının trigonometrik oranları, birim çember, yönlü açılar ve trigonometrik fonksiyonlar ile ilgili kazanımlar iki öğretim programında da benzer şekilde ele alınmıştır. 2013 yılında uygulamaya geçen programda olduğu gibi bu

öğretim programında da trigonometriyi kavramsal olarak öğrenmenin önemi üzerinde durulmuştur.

Radyan trigonometrinin temel kavramlarından biridir. Trigonometrik fonksiyonların anlamlandırılmasında önemli bir kavram olan radyan, “bir çemberde bir merkez açının radyan cinsinden değeri, açının gördüğü yayın uzunluğunun çemberin yarıçap uzunluğuna oranıdır” şeklinde tanımlanır (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Radyan cinsinden bir açının değeri iki uzunluğun oranı olarak ifade edildiğinden radyan ölçü birimiyle ifade edilen her açı bir reel sayıya karşılık gelir. Derece gibi bir açı ölçü birimi olarak bilinen ve matematikte birçok kullanım alanı bulunan radyan kavramının reel sayılarla ilişkisi genellikle göz ardı edilmektedir (Akkoç, 2008). Bu durum zayıf bir radyan imajının oluşması, radyanın tanımını yapamama, reel sayıları radyan olarak görememe gibi durumlara neden olmaktadır (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Açı ölçü birimlerinin öğrenilmesinde yaygın olarak kullanılan ve açı ölçü birimleri arasındaki basit cebirsel işlemlerin gerçekleştirilmesine dayanan öğretim süreçleri radyan kavramının öğrenimine ilişkin sorunlar ortaya çıkarmakta ve öğrencilerin pratik beceri kazanmasını sağlarken radyan konusunda zengin bir kavram imajı oluşturmasının da önüne geçmektedir (Akbaş Gül, 2008).

Radyan kavramı oldukça karmaşık ve soyut düzeyde, öğrencilerin anlamakta zorluk çektikleri, problem çözümlerinde göz ardı ettikleri veya bilgilerini uygulamaya geçirmede zorlandıkları trigonometride temel kavramlardan biridir (Durmuş, 2004). Trigonometrik fonksiyonların reel sayılar üzerinde tanımlı olması radyan kavramının öğrenilmesini gerektirmektedir (Akkoç, 2008). Aksi takdirde trigonometrideki kavramların ilişkilendirilmesi mümkün olmamaktadır. Bireyin kavram ile ilişkilendirdiği her şeyi içeren, bireyin nasıl öğrendiğini sorgulama imkânı tanıyan kavram imajları bu çalışmada radyan kavramı ele alınarak incelenmiştir. Literatürde trigonometri öğretimi ve kavram imajları üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde radyan kavramını araştıran çalışmaların sınırlı ve az sayıda olduğu görülmüştür. Radyan kavramı hakkında literatürde yer alan çalışmalar incelendikten sonra Akkoç (2008) ve Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder (2006) tarafından kavram imajlarını araştıran çalışmaların referans olarak kullanılması uygun bulunmuştur. Bu araştırma çalışmasında

literatürde bir boşluk olduğu düşüncesiyle lise öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajları araştırılmıştır.

Bu doğrultuda bu çalışmanın problem cümlesi “12. sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajları nedir?” şeklinde belirlenmiştir.

## **1.2.Araştırmanın Amacı**

2013 yılında uygulamaya geçen matematik öğretim programına göre trigonometri öğretiminde yapılandırılmış öğretim ortamları gerekli görülmesine rağmen trigonometri halen öğrencilere gerçeklerden izole edilmiş bir kurallar bütünü olarak sunulmaya devam edilmektedir. Bu durum trigonometrinin kavramsal olarak öğrenilmesini zorlaştırmakla birlikte öğrencilerin trigonometride öğrendikleri kavramları ilişkilendirmede zorluk yaşamalarına ve zengin kavram imajları oluşturamamalarına neden olmaktadır (Akbaş Gül, 2008). Bu bağlamda düşünüldüğünde zengin kavram imajlarının oluşturulması trigonometrideki temel kavramların ve dolayısıyla trigonometrinin kavramsal olarak anlaşılmasına bağlıdır.

Radyan kavramı trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasında önemli olan bir kavramdır (Akkoç, 2008). Trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olması ve radyanın reel sayılarla ilişkisinin ortaya koyulabilmesi için güçlü bir radyan imajına ihtiyaç vardır (Akkoç, 2008). Radyan kavramı ile ilgili kavram imajları öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları, ters trigonometrik fonksiyonları, trigonometrik fonksiyonların grafiklerini anlamalarını sağlamakta, periyodik olayların trigonometri ile ilişkilendirmesine imkân tanımaktadır. Ayrıca radyan kavramı ile ilgili öğrencilerin sahip oldukları kavram imajları öğrencilerin bu kavramı nasıl öğrendiğini ve bu kavram hakkında neler öğrendiğini de sorgulama imkânı tanımaktadır. Literatürdeki boşluklar da göz önünde bulundurulduğunda trigonometri öğrenimi/öğretimi açısından değerlendirildiğinde öğrencileri radyan imajlarını belirlemek oldukça önemlidir.

Bu çalışmanın amacı on ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek ve radyan kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını incelemektir.

### **1.3.Araştırma Soruları**

On ikinci sınıf öğrencilerinin radyan ile ilgili kavram imajlarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmanın araştırma soruları aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1. On ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramına dair kişisel kavram tanımları nelerdir?
2. On ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajları nedir?
3. On ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavram imajlarının kaynakları nelerdir?

### **1.4.Araştırmanın Önemi**

Trigonometri, öğrencilerin akıl yürütme, görselleştirme, ilişkilendirme, çıkarımlarda bulunma gibi zihinsel birçok beceriyi bir arada kullanmasını gerektiren ancak öğrencilerin anlamada zorlandığı bir konudur. Cebir ve geometri arasında geçiş sağlama özelliği öğrencinin zihinsel birçok becerisini geliştirmesini sağlamaktadır. Bu nedenle matematik öğretiminde trigonometri ve trigonometrideki temel kavramlar oldukça önemlidir. Radyan kavramı da trigonometrideki temel kavramlardan birisidir. Bu nedenle trigonometri konusunun kavramsal olarak öğrenilmesi radyan kavramının öğrenilmesi ile ilişkilidir (Akbaş Gül, 2008).

Matematik öğretimde kavramsal öğrenmenin benimsenmesi ile birlikte öğrencilerin kavramları nasıl öğrendikleri önemli görülmeye başlanmıştır. Öğrencilerin kavram hakkında sahip olduğu tüm bilgileri içeren kavram imajları öğrencilerin bu kavramı nasıl öğrendiğini de sorgulama imkânı tanımaktadır. Trigonometri öğretiminde etkili olacağı ve literatürdeki boşlukları dolduracağı düşüncesiyle radyan hakkında

öğrencilerin öğrenmelerini tespit etmek amacıyla on ikinci sınıf öğrencilerinin kavram imajlarının araştırılması önemli görülmektedir.

Bu çalışma ile öğrencilerin öğrenmelerinde önemli bir yere sahip olan kavram imajları radyan kavramı ile değerlendirilerek trigonometri öğretimine etkisi ortaya koyulacaktır. Ayrıca trigonometri öğretiminde literatüre ışık tutacağı düşünüldüğünde önemli bir çalışma olarak görülmektedir.

### **1.5.Varsayımlar**

1. Öğrencilerin uygulanan testte birbirlerini etkilemedikleri ve kendi cevaplarını verdikleri varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin uygulanan testteki soruları ciddiyetle yanıtladıkları, sorulara samimiyetle ve açık cevaplar verdikleri varsayılmıştır.

### **1.6.Sınırlılıklar**

Yapılan araştırma,

- 1) Çalışma 2017-2018 eğitim ve öğretim yılı Aydın ilinde belirlenen okullarda öğrenim görmekte olan öğrencilerle sınırlıdır.
- 2) Çalışma veri toplamada kullanılan kısa cevaplı ve açık uçlu sorulardan oluşan kavramsal başarı testi ile sınırlandırılmıştır.

## BÖLÜM II: LİTERATÜR TARAMASI

### 2.1. Kavram ve Kavram Öğretimi

Kavram kelimesinin sözlük anlamı için kullanılan tanım “nesnelerin veya olayların ortak özelliklerini kapsayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarım, mefhum, konsept” şeklinde Türk Dil Kurumu Türkçe sözlüğünde yer almaktadır (<http://tdkterim.gov.tr/bts/>). Kavram, anlatılmak istenen nesne ya da düşünceye ait zihinde uyanan soyut ve genel ifadelerdir.

Ülgen’e (2004) göre kavram; insan zihninde anlamlanan, farklı obje ve olguların değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bilgi formu/yapısıdır. Bilimde evrensel düzeyde tanımlanan kavramlar, insanlar arasında etkileşimi sağlayan, ilkelere temel oluşturan ve ilgili olduğu alandaki sorunların çözümüne yardımcı olan, sözcüklerle ifade edilen önemli bir öğrenme aracıdır (Yılmaz, 2015, s.9).

Kavramlar öğrenmenin önemli bir yapıtaşdır. Birey yeni bir bilgi ile karşılaştığında zihnine eklenen bu yeni bilgi bireyin zihninde bir karmaşaya yol açmakta ve yeni kavramlar oluşturma gereğini ortaya çıkarmaktadır. Bilgilerin sistematik olarak örgütlenmesini sağlayan kavramlar, benzerlikler veya farklılıklar kurarak bilgi sistemimizi genişletmemizi sağlarlar (Aydeniz, 2011).

Kavramların bazı özelliklerine ilişkin aşağıdakiler belirtilmektedir:

1. Kavram; algılamaya dayalı olduğundan bireyden bireye farklılıklar gösterebilir.
2. Kavram, bir kültüre bağlı olarak, dil kapsamında formlaştığından dilin zenginliğine göre anlam ve özellikler kazanabilir.
3. Kavramlar kendi yapıları içinde belli kurallara göre, yatay ve dikey yapılanma gösterebilirler.
4. Kavramlar hem soyut hem de somut özellikleri, ayrı veya birlikte taşıyabilirler.
5. Kavramlar farklı kültürler içinde farklı anlamlar taşıdığı gibi, aynı kültür içinde yer alan bireyler arasında bile yaşantılara bağlı anlam farklılıkları gösterebilir (Akuysal, 2007, s.8).

Hayatın her alanında karşımıza çıkan kavramlar, yeni bilgilerin elde edilmesinde ve düşünce yapılarının geliştirilmesinde temel teşkil eden soyut yapılardır (Yılmaz, 2015). Kavramlar ve kavramlar arasındaki ilişkiler insan zihninde bilginin oluşumunu sağlar. Kavramların öğrenilmesi ise kavramlar arasındaki ilişkilerin keşfedilmesine bağlıdır. Kavram öğrenilmesinde karşılaşılan sorunlar kavramın yanlış ya da eksik öğrenilmesine ortam hazırlayabilir. Bu gibi durumlarda kavramlar arasındaki ilişkiler hatalı olabileceğinden kavramla ilgili eksiklikler ve yanlışlar içeren sonuçlar meydana gelebilir. Dolayısıyla kavram öğretimi üzerine ağırlık verilmesi gereken bir konudur (Altun, 2009).

Matematik öğretiminde öğrencilerin ön bilgileri farklı olabileceğinden alınan yeni bilgiler ya da tecrübeler her birey tarafından farklı şekilde özümsemekte ve kavramlar arasındaki ilişkiler farklı yapılanmaktadır. Bu nedenle matematik öğretiminde kavramla ilgili öğrencilerin zihinlerinde oluşturdukları organizasyonu tanıyarak yeni bilgileri onun üstüne yapılandırmak çok daha etkili ve kalıcı bir matematik eğitimi gerçekleşmesini sağlayacaktır (Aydeniz, 2011).

Kavram öğrenme kavram oluşturma ve kavram kazanma şeklinde iki aşamada gerçekleştirilir. Kavram oluşturma benzer ve farklı yanları algılayarak genelleme yapmaya dayalıdır. Kavram kazanma, oluşturulan kavramı uygun kural ve ölçütlerle sınıflara ayırıştırma işlemine işaret eder (Ülgen' den (2004) aktaran Aydeniz, 2011).

Kavram öğrenmeden sonra elde edilen ürünlere davranışçı gözüyle bakan kişi, kavramla ilgili bireyin doğrudan gözlemlenebilen davranışlarını, sözel olarak ifadelerini dikkate alır. Öğrenci kavramı öğrendiğinde kavram ile ilgili öğrenmiş olduklarını sözcükleriyle bütünleştirerek açıklar, kavram açıklandığında kavramın adını söyleyerek kavramı tanımlar, kavramın benzer ve farklı yanlarını görebilir. Öğrendiği kavrama benzeyen yeni bir kavramla karşılaştığında yeni kavramı tanıyabilir ve kendi sözcükleriyle tanımlayabilir. Bilişsel yaklaşım açısından bakıldığında ise; daha önce öğrenilmiş olan ilgili bilgileri hatırlayarak anlam ağı kurar ve bilgiyi yeniden yapılandırılır. Kavram öğrenmenin ürünü bilgileri transfer edebilme ve problem çözebilmedir (Ülgen' den (2004) aktaran Süzer, 2011).



Son yıllarda matematik eğitiminde yapılan araştırmalarda öğrencilerin bilgiyi edinme süreçleri ve edindikleri bilgilerin kalıcılığı ayrı bir önem kazanmıştır. Matematik eğitimine ışık tutan bu çalışmalar matematik eğitim felsefesinde de değişikliklere sebep olmuştur. Matematik eğitiminin temel amacı, ezberci eğitimden uzaklaşarak, kavrayarak öğrenmeyi gerçekleştirilebilecek düşünme süreçlerini ve öğrencilere bilgiye ulaşma becerilerini kazandırmaktır. Kavram öğrenme kavram imajını biçimlendirme açısından önemlidir.

## 2.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Kavram tanımı ve kavram imajı çalışması ilk olarak bazı geometrik kavramları analiz etmek amacıyla Vinner ve Herskowitz tarafından 1980’li yılların başında ortaya konmuştur ve matematik eğitiminin en temel kuramsal çerçevelerinden biri olarak görülmüştür. Tall ve Vinner 1981 yılında “limit ve süreklilik konusu özelinde kavram imajı ve kavram tanımı” üzerine yaptıkları çalışmayla daha sonraki çalışmalara ışık tutmuşlar ve birçok araştırma için kaynak olmuşlardır. Vinner ve Herskowitz (1980) tarafından tanıtılmış olan “kavram imajı” ve “kavram tanımı” terimleri, bireyin kavramsal yapısında oynadığı rolün altını çizmek için daha sonra Tall ve Vinner (1981) tarafından şöyle tanımlanmıştır:

Kavram imajı, tüm zihinsel resimleri ve birbiriyle ilişkili özellik ve süreçleri içeren “kavram” ile bağlantılı bilişsel yapıların tümüdür. Kavram imajı her zaman tutarlı bir şekilde gelişmez. Belirli bir zaman diliminde aktif olan kavram imajı *uyandırılmış kavram* imajıdır. Başka bir zaman diliminde çelişkili imajlar görülebilir. Çelişkiye ve kafa karışıklığına yol açabilecek çelişkili imajlar aynı anda uyandırılmış olabilir. Kavram tanımı ise bu kavrama özel bir anlam yüklemek için kullanılan sözcüklerin bütünüdür (Tall ve Vinner, 1981, s. 2).

Tall ve Vinner (1981), öğrencilerin daha önceden bildikleri bir kavramla yeni bir ortamda karşılaştıklarında, yeni duruma cevap verirken kavram imajlarını kullandığını belirtir. Bu sırada öğrenciler önceki durumlardan genellemiş olduğu tüm varsayımlardan yararlanır. Bu da öğrencinin bir problemle karşı karşıya kaldığında, kavram tanımından ziyade kavram imajını kullanmaya eğilimli olduğunun göstergesidir.

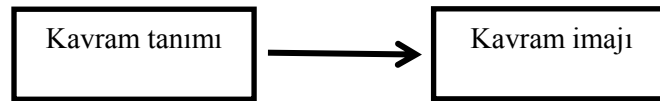
Ayrıca yine yapılan bu çalışmada, kavram imajının formal tanımla çatışan deneyimler üzerine inşa edilmesi halinde, formal teori ile bağdaşmayan cevapların ortaya çıkabileceği de vurgulanmaktadır. Araştırmada aynı zamanda Howson ve Austin, 1980 yılında yaptığı “İngiltere’de geleneksel lise eğitimi formal tanım üzerine, ilk ve ortaokullarda ise resmi olmayan veya görünüşe ait tanımlara dayanır” gözleminin de bu tespiti desteklediği belirtilmektedir.

Vinner (1991) kavram tanımı ve kavram imajını açıklamak için bilişsel yapıdaki iki hücreden bahseder. Birinci hücre kavram tanımı ve ikinci hücre de kavram imajı hücresidir. Vinner (1991), kavram oluşum süresince kavram tanımı ile kavram imajı arasında var olan etkileşimi göstermek için aşağıdaki şekli kullanmaktadır.



**Şekil 2.1. Kavram Oluşum Süreci**

Şekil 2.1’ de kavram oluşumunun çift yönlü bir süreci gösterilmektedir. Kavram oluşumu sürecinde kavram tanımı ile kavram imajı arasında karşılıklı etkileşim söz konusudur. Ancak kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişki bazen öğrencilere tek yönlü olarak yaşatılmaktadır. Bu durum ise şekil 2.2’ de gösterilmiştir.

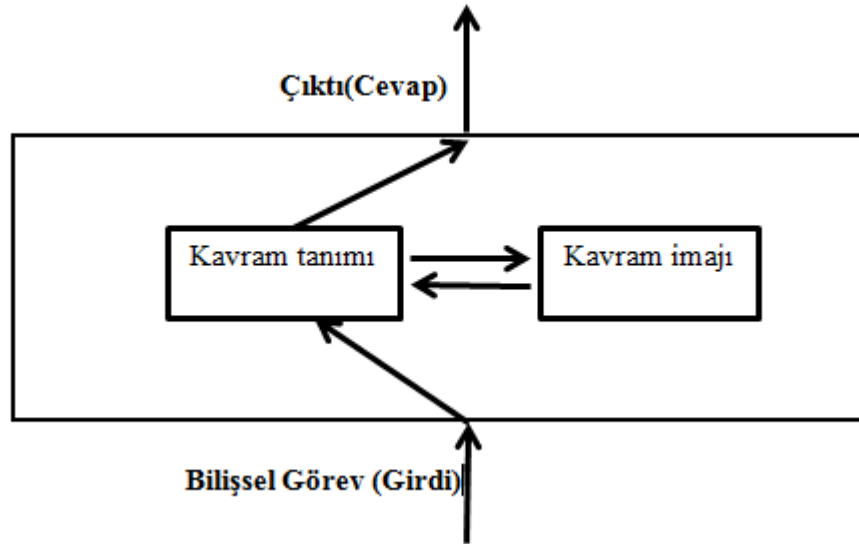


**Şekil 2.2. Formal Tanımın Bilişsel Gelişimi**

Bu iki hücre arasında belli bir ilişki olmasına rağmen şekil 2.2’ de bu ilişki bağımsız olarak şekillendirilmiştir. Bu tek yönlü ilişkiye göre öncelikle kavramın tanımı öğretilir ve kavram imajı bu tanımın etkisiyle oluşur. Kavram imajı genellikle kavram tanımı tarafından değil de, kavramla ilgili verilen örneklerle oluşmaktadır (Vinner ve Dreyfus, 1989). Örnek ve açıklamalarla birlikte ise kavram imajları gelişir. Kavramın örnekleri

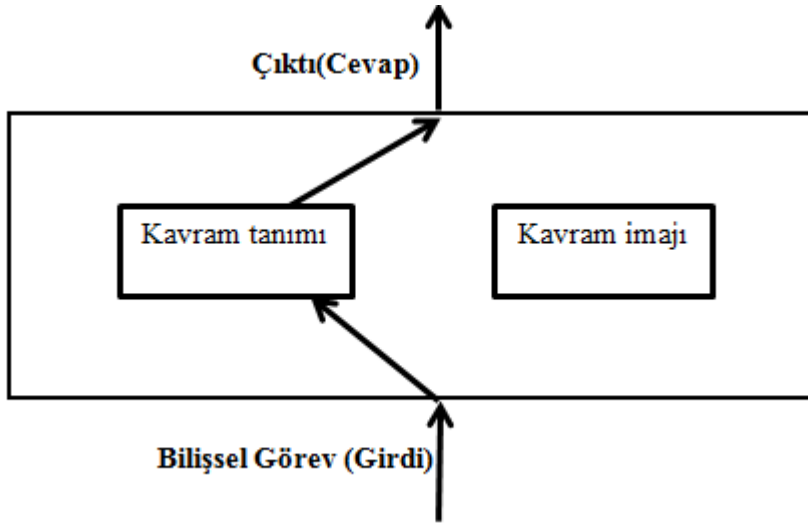
kullanılarak oluşturulan kavram imajı ile kavramın tanımı tarafından oluşturulan kavram imajı aynı olmayabilir. Öğretmenler, kavram imajının kavram tanımından şekillendiğini ve tamamen onun tarafından kontrol edildiğini düşünmektedirler (Vinner, 1991).

Kavram oluşumu sürecine ek olarak, problem çözme süreçleri de vardır. Bir öğrenciye bilişsel bir görev yüklendiğinde, kavram imajı ve kavram tanım hücrelerinin aktive edilmesi gerekir. Orta ve yüksek öğretim seviyesindeki birçok öğretmen belirli bir entelektüel görevin yerine getirilmesiyle ilgili süreçlerin şematik olarak aşağıdaki üç şekilden biri ile ifade edilmesini beklemektedirler (Vinner, 1991).



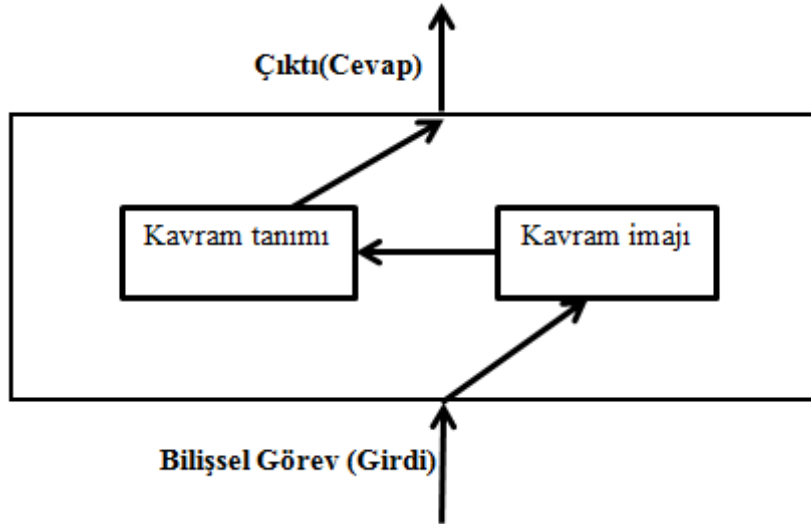
**Şekil 2.3. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Arasında Olması Gereken İlişki**

Problem çözme esnasında kavram tanımı ve kavram imajı arasında olması gereken bağlantı Şekil 2.3 ile verilmektedir. Şekil 2.3’ te görüldüğü gibi bilişsel bir görev ile karşılaşıldığında ilk olarak kavram tanımına başvurmak gerekir. Problemin çözümünde kavram tanımı ile kavram imajı arasındaki karşılıklı etkileşimden yararlanır. Ancak uygulamada ortaya çıkan süreçler aşağıda Şekil 4 ve Şekil 5’ te gösterilmektedir.



**Şekil 2.4. Tamamen Formal Öğretim**

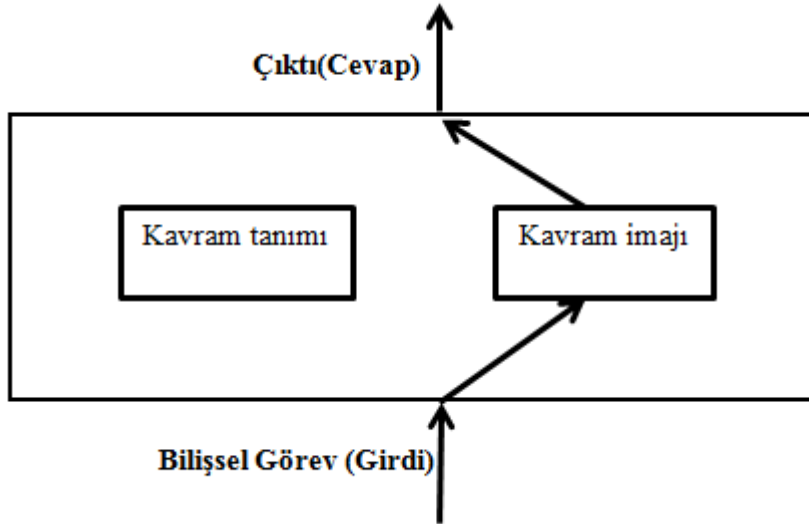
Şekil 2.4' te görüldüğü gibi kavram tanımı ve kavram imajı arasında etkileşim olmadan sadece kavram tanımının kullanıldığı bu durum tamamen formal öğretim olarak adlandırılmaktadır.



**Şekil 2.5. Sezgisel Düşünce ile Öğretim**

Şekil 2.5’ te görüldüğü gibi sezgisel düşünme yoluyla verilen bir bilişsel görevi yerine getiren öğrenciler önce kavram imajı hücresine daha sonra kavram tanımı hücresine başvurarak işlem yapmaktadırlar.

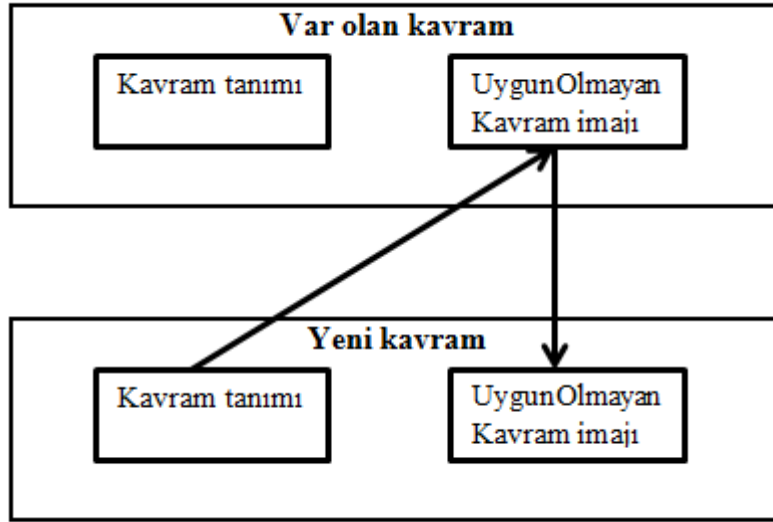
Teknik içerikli bir problemle karşılaşıldığında bilgileri birleştirme sisteminin nasıl çalıştığı ile ilgili bir sorun yoktur; kavramın tanımına başvurmadan önce çözümü formüleştirmek gerekmez. Bu tabii ki istenilen bir süreçtir. Bilişsel sistemin doğasına aykırı olacak şekilde bunu geliştirmek zordur. Hem kavram imajını şekillendirirken hem de bilişsel bir iş üzerinde çalışırken öğrencileri tanımlara başvurmaya sevk etmek kolay değildir. Aşağıda, uygulamada daha çok kullanılabilen bir model görülmektedir (Vinner, 1991):



**Şekil 2.6. Sezgisel Yaklaşım**

Şekil 2.6’ da probleme tamamen sezgisel yolla yaklaşan öğrencilerin geçtiği süreçler gösterilmektedir. Kavram tanımı hücresine hiç başvurulmadığı görülmektedir. Problem çözme sürecinde günlük yaşam sürecinin düşünme alışkanlıkları ile kavram imajlarını kullanarak bilişsel görevi yerine getirme söz konusudur. Bilişsel bir görev ile karşılaşıldığında kavram imajına başvurmak genellikle işe yarar. Dolayısıyla kavram tanımına başvurma gerekli hissedilmez. Belirli bilişsel işlerde kavram imajı ile kurulan bağlantı farklı durumlarda da aynı

imajın tekrarlanabileceği anlamına gelmez. Teknik içerikli durumlar ile karşılaşıldığında kavram imajı tek başına yeterli olmayabilir (Vinner, 1991).



**Şekil 2.7. Uygun Olmayan Kavram İmajının, İmaj Şekillenmesine Etkisi**

Şekil 2.7’de uygun olmayan kavram imajının yeni bir durum söz konusu olduğunda imajı şekillendirmedeki etkisi gösterilmektedir. Kavramla ilgili yeni bir durum söz konusu olduğunda tanımla ilgili özellikler, kavramla ilgili var olan kavram imajına başvurup yeni bir kavram imajı geliştirilmesine sebep olmaktadır (Gülkılık, 2008).

Kavram tanımı; birey tarafından ezberlenerek öğrenilebileceği gibi, anlamlandırarak da öğrenilebilir. Kavram tanımı birey tarafından yeniden yapılandırılması durumunda “kişisel kavram tanımı” olarak adlandırılmaktadır. Kişisel kavram tanımı öğrencinin, zihninde canlanan kavram imajını kendi kelimeleriyle açıklamak amacıyla kullandığı sözcüklerden oluşmaktadır. Kavram tanımı bireye verilse de, birey kendisi yapılandırır da; zaman zaman değişebilir ve böylece kişisel kavram tanımı, formal kavram tanımından farklılık gösterebilir (Tall ve Vinner, 1981). “Formal kavram tanımı” ile kastedilen “matematik topluluğu tarafından genel olarak kabul gören kavram tanımı”dır (Tall ve Vinner, 1981, s. 152). Kişisel kavram tanımı ise öğrencinin bu tanımı yeniden yapılandırması olarak ifade edilmektedir.

Bir kavramın ismi duyulduğunda veya görüldüğünde bu kavram ismi tarafından belleğimize gelen uyarıcılar ile belleğimizde bir şeyler çağrıştırılır. Genellikle, kavramın bir tanımı mevcut olmasına rağmen; çoğu zaman bellekte çağrıştırılan kavram tanımı değildir. Bellekte çağrışım yapan ise kişinin kavramla ilgili kişisel tanımlarını da içeren, kavram ile ilgili bilişsel yapıyı bütünü olarak ifade eden kavram imajlarıdır.

### **2.2.1. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Üzerine Yapılan Araştırmalar**

Matematik eğitiminde kavram tanımı ve kavram imajı üzerine yapılmış pek çok çalışma bulunmaktadır. Ancak bu çalışmalar arasında radyan kavramını inceleyenler az sayıdadır. Kavram tanımı ve kavram imajı ile ilgili çalışmalar incelendiğinde şöyle bir özetleme yapmak mümkündür. Tall ve Vinner'in (1981) yapmış olduğu çalışma birçok kavram imajı çalışmasına esin kaynağı olmuştur. Bu çalışmada limit ve süreklilik kavramları üzerinden kavram imajı ve kavram tanımı detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Limit konusunda kavram tanımı ve kavram imajı bilgisini araştıran diğer bir çalışmada Tangül, Barak ve Özdaş (2015), limitin formal tanımı ile öğrencilerin benimsedikleri kavram imajlarını ilişkilendirme durumlarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Öğrenciler limitin formal tanımına ilişkin açıklama yapmada ve bu bilgiyi kullanmada zorlanmışlardır. Ayrıca öğrencilerin soruları çözebilmek için kavram imajlarından yararlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin çoğu kavram imajları ile limitin formal tanımı arasında ilişki kuramamıştır.

Attorps (2006), öğretmenlerin denklem konusundaki kavram imajlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Elde edilen bulgular neticesinde, öğretmenlerin denklem kavramı ile ilgili fikirlerinin, denklem kavramının formal tanımından farklı olduğuna ve okulda zamanlarını matematiksel anlamının yerine işlemsel becerileri geliştirmeye yönelik harcadıklarına ulaşılmıştır.

Soğancı (2006), matematik öğretmen adaylarının matematiksel yaklaşımlarını konu alan tezinde kavram imajı ve kavram tanımı yapısını irdelenmiştir. Öğretmen adaylarının sadece tanımla kavramı öğrenemediklerini, tanımın örneklerle ve uygulamalarla zenginleştirilmesi gerektiğini ayrıca öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde bazen sadece kavram tanımını bazen sadece kavram imajını bazen ise ikisini birden

kullandıklarını tespit etmiştir. İyi öğrenilmiş bir kavramın tanımı ve bu tanım ile tamamen uyumlu bir kavram imajı kullanılarak probleme yaklaşıldığında amaçlanan davranışa ulaşılabildiği araştırmanın sonuçları arasında belirtilmiştir.

Fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımı ve kavram imajlarını inceleyen çalışmalardan biri Süzer'in (2011) çalışmasıdır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili imajlarının, birçok öğrencinin öğretmenin derste kurduğu tanımların, örneklerin dışına çıkamadığı görülmüştür. Öğretmenlerin fonksiyon tanımına ait kavram imajı öğrencilerin fonksiyon tanımına ait kavram imajlarını doğrudan etkilemektedir. Öğrenci öğretmenin kavram imajı çerçevesinde bir kavram imajı oluşturmaktadır. Ayrıca öğrencilerin fonksiyon kavramını küme çizerek tanımlamaktan öteye geçemediği sonucuna ulaşılmıştır.

Öner (2013) periyotla ilgili kavram imajlarını belirlemek amacıyla bilgisayar destekli öğretimin öğretmen adaylarının periyot imajlarına ve trigonometrik fonksiyonların periyotlarına ilişkin erişim düzeylerine etkisini incelemiştir. Öğretmen adaylarının periyot imajları Tall ve Vinner'in (1981) kavram imajı – kavram tanımı teorik çerçevesinde belirlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğretmen adaylarının periyot imajları “belirli aralıklarla tekrarlanan olay”, “bir olayın tekrarlanması için geçen süre” ve “bir olayın tekrarlandığı uzunluk, aralık” olarak belirlenmiştir. GeoGebra ile desteklenen uygulamalar yardımıyla oluşan imajların periyot tanımıyla daha uyumlu, teknik ve zengin olduğu ifade edilmiştir. Benzer sonuçlar Öner ve Ertekin (2015) tarafından yapılan çalışmada da gözlemlenmiştir. Güzel (2014) ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma ve silindir kavramları ile ilgili kavram imajlarını incelemiştir. Katılımcılardan formda verilen kavramlarla ilgili çağrışımları yazmaları ve uygun olanların şekillerini çizmeleri istenmiştir. Katılımcıların kavramla ilgili çağrışımları yazmak yerine genel olarak tanım yapma eğilimi gösterdikleri ve şekilleri betimlemeye yöneldikleri görülmüştür. Katı cisimler ile ilgili kavram tanımı ve kavram imajlarını fenomenografik yaklaşımla inceleyen Yılmaz da (2015) ilköğretim matematik öğretmen adayları ile çalışmıştır. Verilerden elde edilen bulgulara göre öğretmen adayları katı cisimleri formal tanımlarından çok belirli özellikleri ile tanımlamaktadır.



Ayaz (2016), ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ait kavram imajlarını belirlemek amacıyla iki kısımdan oluşan kavram imajı testi kullanmıştır. Uygulama sonrası öğrencilerin kavram imajları Tall ve Vinner'in (1981) kavram imajı – kavram tanımı teorisi ışığında belirlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin formal tanımlarını yapmakta zorlandıkları ancak kavramın prototipini tarif niteliğinde ifadeler kullanarak ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin dörtgenlerin tanımını yapmakta zorlandıkları ancak çizimlerde büyük oranda doğru imaj geliştirebildikleri belirlenmiştir.

Yapılan araştırmalarda kavram tanımı ve kavram imajı bilgisi farklı kavramlarla ele alınarak bu kavramlara ilişkin kavram tanımı ve kavram imajları belirlenmeye çalışılmıştır. İncelenen araştırmaların sonuçları kavramların tanımını yapmakta zorlandıkları ve soruları çözerken kavram imajlarından yararlandıkları yönünde olmuştur. Kavram imajları ile kavramın formal tanımı arasında ilişki kurma konusunda zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca kavramla ilgili geliştirilen kavram imajlarının kavram yanlışlığına sebep olduğu da görülmektedir.

### **2.3. Trigonometri Öğrenimi ve Öğretimi ile İlgili Çalışmalar**

“Trigonometri, öğrencinin bilişsel birçok becerisini geliştirmesinin yanı sıra günlük hayatta da geniş bir kullanım alanına sahip matematiğin önemli bir konusudur” (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010, s.4). Trigonometri; matematiğin hemen her dalında, fende, mühendislikte, astronomi, coğrafya, geometri ve fizik gibi pek çok alanda kullanılmaktadır. “Günümüzde trigonometri matematiğin, dairesel veya trigonometrik fonksiyonların uygulaması ve öğeleri ile ilgilenen bir dal olarak tanımlanmaktadır” (Güntekin, 2010, s.21). Bu uygulama nedeniyle trigonometri cebirsel, grafiksel ve geometrik anlama arasında bağ oluşturmakta, cebir ve geometri konuları arasında geçiş imkânı sağlamaktadır. Bunun yanı sıra karmaşık sayılar, limit, türev, integral gibi konularda da trigonometrik fonksiyonlar ve özellikleri kullanıldığından trigonometrinin matematik için öğrenilmesi oldukça önemli görülmektedir (Akbaş Gül, 2008). Markel (1982), trigonometri konusuna yeterince önem verilmediğini ancak yaygın olarak

kullanılması sebebiyle çok daha fazla önemszenmeyi hak ettiğini belirtmektedir (Markel'den (1982) aktaran Yılmaz, Ertem ve Güven, 2010).

Trigonometri, lise matematik öğretim programının temel konuları arasında yer almaktadır ve oldukça geniş kapsamlı bir konudur (Delice, 2005). Matematik eğitim sistemi ve öğretim programı “Trigonometri” konusunun öğretimine vurgu yapmaktadır. Trigonometri konusunun öğretimine bu denli önem verilmesine rağmen trigonometri, öğrencilerin öğrenme güçlüğü çektiği konular arasında ilk sıralarda yer almaktadır (Durmuş, 2004). Trigonometri konusu gerçek yaşamda da kullanılan çok önemli bir konu olmasına rağmen trigonometri çalışmalarına, trigonometrik kavramların öğrenilmesine çok az değer verilmektedir. Trigonometrinin temel kavramlarının anlaşılabilmesi ise trigonometri konusunun öğrenilmesinde güçlükler ile karşılaşılmasına sebep olmaktadır (Steckroth, 2007). Bununla birlikte öğrenme güçlüğü yaşanmasının nedeni olarak öğretmenin alan bilgisi, pedagoji bilgisi, teknoloji bilgisi, teknolojik pedagojik alan bilgisi, kullanmış olduğu öğretim yöntemi, öğretime yönelik görüş, algı ve tutumları ile birlikte öğrencinin hazır bulunuşluğu, öğrenmeye duyduğu istek, motivasyon ve özelde trigonometri konusuna karşı tutum ve davranışları gösterilebilir. Öğrenci hatalarının, kavram yanlışlarının ve öğrenme güçlüğü yaşanmasının temel nedeni trigonometrik kavramların öğrencilerin anlamlandırmalarına fırsat verecek öğretim ortamlarının oluşturulmayıp öğretmenler tarafından trigonometrinin hazır kavramlar ve kurallar olarak öğrencilere sunulmasıdır. Bu durum öğrencilerin trigonometri konusuna bakışını olumsuz olarak etkilemekte öğrencinin sorun yaşamasına ve başarısız olmasına neden olmaktadır (Delil, 2014).

Trigonometri öğretiminin temel amacı trigonometrinin temel kavramlarını ve trigonometrik fonksiyonları anlamlandırarak öğrencilerin trigonometriyi kavramsal öğrenmesini gerçekleştirmektir. Trigonometri öğretiminde iki farklı yaklaşım kullanılmaktadır (Kendal ve Stacey, 1997). Bunlardan birincisi dik üçgende trigonometrik fonksiyonları tanımlamak suretiyle gerçekleştirilmektedir (Güntekin, 2010). Bu öğretim yönteminde öğrencilerin bilgiyi ilişkilendirmesi çok alt düzeydedir. Öğrenciler açı ve açı ölçü birimleri kavramlarının anlamını bilmeden açı ölçü birimleri arasındaki ilişkileri sayısal becerilerle ifade edebilirler. Trigonometri öğretiminde diğer

yaklaşım ise trigonometrik fonksiyonları, birim çember üzerindeki noktaların koordinatlarının fonksiyonları olarak tanımlar (Güntekin, 2010). Birim çember üzerinden trigonometrik fonksiyonların inşası gerçekleştirilir ve bilgi ilişkilendirilir. Birim çember yardımıyla açı ve açı ölçü birimlerinin kavramsal tanımları oluşturulur. Öğretim sürecinde birim çember üzerinden trigonometri konusunun temel kavramları inşa edilir.

Trigonometrideki kavramların matematikte birçok konu (limit, süreklilik, türev, integral, vb.) ile beraber kullanılıyor olması trigonometri öğretimine ayrı bir önem verilmesi gerektiğini göstermektedir (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Trigonometri öğretiminde kullanılan yöntem kavramı yapılandırmaya izin verdiği takdirde, kavramların birbiriyle ilişkili özellikleri süreç içinde kazanıldığından kavramlar ile bağlantılı zihinsel resimler veya kavramlar ile bağlantılı bilişsel yapılar oluşturulur.

Bu bölümün geri kalan kısmında trigonometri öğrenimi ve öğretimi üzerine yapılan çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

Trigonometri öğrenimi ve öğretimi üzerine yapılmış olan çalışmaların geneline bakıldığında öğrencilerin trigonometri konusu ile ilgili öğrenme güçlüklerini ve kavram yanlışlarını tespit etmeyi amaçlayan (Demetgül, 2001; Doğan, 2001; Brown, 2006), farklı öğrenme ve öğretme yaklaşımlarının öğrenci başarısına, performansına ve konuya karşı tutumlarına etkilerini incelemeyi amaçlayan (Kendal ve Stacey, 1997; Oprukçu ve Gönülateş, 2002; Örnek, 2007; Tarhan, 2007; İnan, 2009; Tekin, 2010; Tuna, 2011), teknoloji kullanılan öğrenme ortamlarının trigonometri öğrenimine etkisini araştırmayı amaçlayan (Autin, 2001; Steckroth, 2007) çalışmalar olduğu görülmektedir.

Demetgül (2001) ve Orhun (2004) çalışmalarında trigonometri ile ilgili kavram yanlışlarını tespit etmişlerdir. Demetgül (2001) trigonometri konusunda öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit etmek ve tanı koyucu test geliştirmek amacıyla bir yüksek lisans tez çalışması planlamıştır. Yapılan değerlendirme sonucunda öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların terslerini bulma ve birim çember üzerinde trigonometrik fonksiyonların açı değerlerini gösterme konusunda kavram yanlışlığı gösterdikleri görülmüştür. Orhun (2004), trigonometri konusunun öğrenilme seviyelerini ve

trigonometri ile ilgili hata ve kavram yanlışlarını araştırmayı amaçlamıştır. Bulgulara göre öğrencilerin hatalarının sistematik olduğu, trigonometrinin genel olarak öğretmen aktif metotla, hazır bilginin ezberlenmesi ve tekrar edilmesi yoluyla öğretildiği/ öğrenildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bir açının derece cinsinden ölçümü genel tanım ve kavramlarla çelişki gösterdiği bu nedenle açı kavramının ve radyan cinsinden açı ölçümünün öğrenciler için geliştirilmesi gerekliliği ifade edilmiştir. Gooya ve Rabanifard (2008) çalışmalarında lise öğrencilerinin, trigonometrik kavramlara ilişkin kavram yanlışlarını göstermek ve sonrasında, bu kavram yanlışlarının oluşumunu engelleyebilecek bir biçimde bu kavramların öğretimi için bazı öneriler geliştirmek amacıyla, öğrencilerin trigonometrik kavramlara yönelik anlayışlarını incelemişlerdir. Bu çalışmalar öğrencilerin birim çemberle ilgili sıkıntılı bir anlayışa sahip oldukları için hata ve kavram yanlışlarına düştüğünü göstermektedir.

Kendal ve Stacey (1997), temel trigonometri öğretiminde kullanılan iki farklı metodu (oran metodu ve birim çember metodu) karşılaştırmışlardır. Bu konuda araştırma yapan diğer bir araştırmacı Weber (2005), trigonometrik fonksiyonların geleneksel öğretimi ve alternatif yollarla öğretimi sonucunda öğrencilerin kazandığı bilgileri değerlendirmiştir. Bu çalışmanın sonucunda geleneksel öğretim yöntemi kullanılan yani ders kitaplarında olduğu gibi trigonometrik fonksiyonları dik üçgende oran olarak anlatılan sınıflarda öğrenciler fonksiyonları kavramsal olarak anlamamıştır. Öğrencinin dik üçgende oran anlayışı ile sinüs fonksiyonunu kavramsal olarak anlamadığı görülmektedir. Benzer bir çalışma yürüten Brown (2006) çalışmasında dik üçgen üzerinde ifade edilen trigonometrik değerlerin koordinat düzlemi üzerine taşınmasıyla birer fonksiyon haline dönüşme süreçlerinde, öğrencilerin sahip oldukları anlayışları keşfetmeyi amaçlamıştır. İncelenen çalışmalara bakıldığında oran metodu ile trigonometrik fonksiyonların sınırlı anlaşıldığı görülmektedir. Trigonometri öğretiminde birim çember yaklaşımında kartezyen düzlemde bir birim çember çizilir ve bunun üzerinden trigonometrik fonksiyonlar anlatılır. Bu yöntem ile öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları açıklayabildikleri görülmüştür.

Geleneksel matematik eğitimi ile yapılandırmacı matematik eğitimini karşılaştıran çalışmalarda (Örnek, 2007; Tarhan, 2007; İnan, 2009; Tuna, 2011) yapılandırmacı

öğrenme yaklaşımının olumlu etkilerinden bahsedilmiştir. Çalışmaların sonuçları yapılandırmacı yaklaşımın trigonometri konusunun öğretiminde öğrencilerin matematik başarılarını, konunun akılda kalıcılık düzeyini ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu manidar olarak olumlu yönde artırdığını göstermiştir. Tekin (2010) görselleştirme yaklaşımının öğrencilerin trigonometri kavramlarını anlamalarında geleneksel öğretime göre daha etkili olduğu, görselleştirmenin bir süre geçtikten sonra bilgiyi hatırlama ve uygulama yeteneğine yardım etmekte olduğu sonuçlarına varmıştır. Trigonometri öğretiminde teknoloji kullanımının etkisini araştıran çalışmalardan birinde Autin (2001) grafik hesap makinesi kullanan öğrencilerin ters trigonometrik fonksiyonları anlamada daha başarılı olduklarını tespit etmiştir. Benzer sonuçlar Ağaç'ın (2009) çalışmasında gözlemlenmiştir. Ağaç (2009) grafik hesap makinesinin trigonometri konusunu öğrenme ve öğretme sürecinde, trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çizimi, sinüs ve kosinüs teoremleri ile üçgenin alan formüllerinin öğrenilmesine büyük katkı sağladığını ve ayrıca, trigonometri konusunun Grafik Hesap Makinesi eşliğinde verilmesinin akademik başarıyı artıracaklarını belirtmiştir. İncelenen diğer bir çalışma da Gündüz (2006-2007), dinamik modellemeyi kullanılarak yapılan bilgisayar destekli trigonometri öğretiminin lise öğrencilerinin akademik başarısını pozitif yönde artırdığını ortaya koymuştur.

Trigonometri öğretiminde Geogebra kullanımının etkisini araştıran araştırmacılardan Zengin (2011) onuncu sınıf matematik dersinde trigonometrik fonksiyonların ve trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin öğretimi sırasında dinamik matematik yazılımı GeoGebra kullanımının öğrencilerin matematiksel başarılarına ve tutumlarına etkisini incelemiştir. GeoGebranın etkisini gözlemlenmek amacıyla kontrol grubunda yapılandırmacı öğrenme kuramı ışığında dersler işlenirken deney grubunda ise GeoGebranın kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemiyle dersler işlenmiştir. Analiz sonucunda GeoGebra yazılımı yardımıyla ders işleyen deney grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Geogebra kullanımının etkisini araştıran diğer bir çalışmada Zengin, Furkan ve Kutluca (2012), kontrol grubuna yapılandırmacı öğretim ile şekillendirilmiş deney grubunda ise bilgisayar destekli öğretim yöntemi GeoGebra yazılımı ile düzenlenmiş süreçleri incelemiştir. Bu çalışmanın sonucunda

yapılandırmacı yaklaşım ile eğitim alan öğrencilerin teknoloji destekli eğitim alan öğrencilerden bir adım geride kaldığı görülmüştür. Öğrencilerin öğrendikleri bilgileri aynı zamanda görsel olarak bir dinamik yazılım ile görmeleri onların trigonometri öğrenmesini olumlu yönde etkilemiştir. Trigonometri konusunda matematik öğretmen adaylarının konu alan bilgisinin ve pedagojik içerik bilgisinin ele alındığı Fi'nin (2003) çalışmasında öğretmen adaylarının yaşadıkları zorluklara da yer verilmiştir. Öğretmen adaylarının yaşadığı bu zorlukların sebebi olarak bu adayların lise döneminde aldıkları trigonometri eğitimi görülmüştür. Öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin zayıf anlayış gerçekleştirdiği konulardan bazıları radyan, ters trigonometrik fonksiyonlar, fonksiyon çiftleri arasındaki dönüşüm ve periyot kavramı olarak gösterilmiştir. Fi (2003) tarafından belirtilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının kavram haritalarında belirttikleri trigonometrik fikirler genellikle dik üçgen veya fonksiyon kavramlarından birinin üzerine odaklanmaktadır. Çalışmanın sonuçları katılımcıların trigonometrik fonksiyonlar bilgisinin dik üçgen kavramıyla sınırlı olduğunu, trigonometrik fonksiyonlar bilgisini birim çember ile ilişkilendirilmesinin yapılmadığını göstermiştir. Benzer sonuçlar Kültür, Kaplan ve Kaplan'ın (2008) çalışmalarında gözlemlenmiştir. Araştırmacılar lise öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin problem çözümlerinde birim çemberden faydalanmadıklarını, öğrencilerde kavramsal bir öğrenmenin çok fazla gerçekleşmediğini, daha çok ezbere meylettiklerini ifade etmişlerdir.

Lise öğrencileriyle bir tez çalışması yürüten Güntekin (2010) öğrencilerin açı ölçü birimi olarak radyan kavramını kullanmada, birim çemberle trigonometrik fonksiyonları eşlemede, periyot kavramında, grafik oluşturmada, trigonometrik denklemler konusunda ve geometrik problemlerin trigonometrik bağıntılar kullanılarak çözümünde öğrenme güçlüklerinin yaşandığını ifade etmiştir. Bu öğrenme güçlüklerine neden olarak, öğrencilerin matematik dersine, özellikle de trigonometri konusuna karşı sahip oldukları olumsuz tutumları belirtilmiştir. Diğer taraftan, öğrencilerin kavramsal bilgi ile işlemsel bilgiyi ilişkilendiremediklerini ve öğrenenin öne çıktığı bir öğrenme-öğretme ortamından genel itibarıyla yoksun olduklarını ortaya koymuştur. Benzer sonuçlara Çetin'in (2015) çalışmasında rastlanmıştır. Çetin (2015) yüksek matematik

eğitimi gören niversite ğrencilerinin trigonometri ve trigonometrik fonksiyonlar üzerine kavramsal anlamalarını analiz etmek amacıyla bir vaka (rnek olay) alışması yapmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre trigonometri ve trigonometrik fonksiyonların temel kavramları hakkında öğrencilerin algı düzeyleri yüksek olmasına rağmen özellikle aı, aı lme ve yay lme gibi konularda kavramsal gelişimi anlama konusunda başarılı değillerdir.

Taş (2013), trigonometri konusunda lise ğrencilerinin sahip oldukları bilgi düzeylerini tespit etmek amacıyla, öğrencilerin kavramsal bilgilerle işlemsel, temsiller arası geçiş, rutin olmayan problemleri çözme ve ispat yapabilme becerilerini incelemiştir. İncelenen diğer çalışmalarda olduğu gibi birim çember üzerinde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının ifade edilmesinde yetersiz bir öğrenmenin gerçekleştiği görülmüştür.

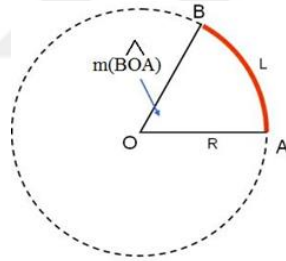
Trigonometri ğretimi ve öğrenimi ile ilgili incelenen çalışmalar öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları dik üçgende oran metodu kullanarak öğrendiklerini göstermiştir. Ayrıca ğrencilerin dik üçgenden faydalanmaya çalışması kavramsal bir öğrenmeden ziyade ezbere bir öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Farklı temsilleri kullanabilme ile ilgili soruların çözümlerinde, ağırlıklı olarak cebirsel yaklaşımın kullanıldığı, geometrik yaklaşımın ise daha az kullanıldığı görülmüştür. Bununla birlikte grafik yaklaşımının ise tercih edilmediği gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, ğrencilerin farklı temsilleri kullanabilme becerilerinin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. İncelenen çalışmaların sonuçları yapılandırmacı yaklaşımın trigonometri konusunun ğretiminde öğrencilerin matematik başarılarını, konunun akılda kalıcılık düzeyini ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu olumlu yönde etkilediğini teknolojinin kullanıldığı öğrenme ortamlarında da kavramsal öğrenmenin ve ğrenci başarısının olumlu yönde etkilendiğini göstermiştir.

#### **2.4. Radyan Kavramı ve İlgili alışmalar**

Radyan kavramı trigonometrik fonksiyonlara temel teşkil etmesi bakımından trigonometrinin önemli bir kavramıdır (Akkoç, 2008). Üst düzey kavramların zihinde yapılandırılmasını başlangıç kavramlarının iyi yapılanması ile kolaylaşacağına vurgu

yapan matematik öğretiminde radyan kavramı ile ilgili öğrenci kazanımları radyan-derece dönüşümü ile sınırlı kalmaktadır (MEB, 2013). Matematik öğretim programında radyan kavramına ilişkin kazanımların 1 radyanın tanımı ile derece-radyan dönüşümünü sağlayan formülden oluştuğu görülmektedir. Dolayısıyla öğretim süreçleri bunun dışına çıkamamıştır. Öğretim programında “Yönlü açıyı açıklar, açı ölçü birimlerinden derece ile radyanı ilişkilendirir.” şeklinde radyanın tek bir kazanımla ele alınmış olması radyan kavramının öğrenilebilmesi ve reel sayılarla ilişkisinin açıklanabilmesi için yeterli olmamaktadır. Radyan kavramının bu şekilde öğretilmesi öğrencilerin radyan kavram imajının sınırlı olmasına neden olmaktadır (Akkoç, 2008).

Trigonometrinin öğrenilmesinde önemli bir role sahip olan radyan kavramı şöyle tanımlanır. “Bir çemberde bir merkez açının radyan cinsinden değeri, açının gördüğü yayın uzunluğunun çemberin yarıçap uzunluğuna oranıdır” (Akbaş Gül, 2008, s. 13). Aşağıdaki şekil 2.8’ de gösterilen BOA açısının radyan cinsinden değeri  $\frac{L}{R}$  olarak hesaplanır (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010).



**Şekil 2.8. Radyanın Tanımı**

Trigonometrik fonksiyonların tanım kümelerinin elemanlarının reel sayılar olması radyan kavramının reel sayılar ile olan ilişkisini gündeme getirmiştir. Radyan kavramı iki uzunluğun oranı olarak tanımlandığından dolayı radyan açı ölçü birimi bir reel sayı ile ifade edilir (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Her reel sayıya karşılık bir radyan açı ölçüsü elde edilebileceği için trigonometrik fonksiyonlar reel sayılar üzerinde tanımlanmıştır (Akkoç, 2008). Trigonometrik fonksiyonları ve dolayısıyla trigonometriyi anlamlandırabilmek için radyan kavramının anlaşılması oldukça önemlidir.



Radyan kavramının trigonometrik fonksiyonların ve trigonometrinin en temel kavramlarından biri olmasına karşın ülkemizde uygulanan ortaöğretim matematik öğretim programı incelendiğinde programda radyan kavramına ilişkin kazanımların sınırlı olduğu görülmektedir (MEB, 2013). Kazanımlar öğrencilerin reel sayılar ile radyan kavramı arasında ilişki kurması ve dolayısıyla trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasını kavramsal olarak öğrenmesi için yeterli görülmemektedir. Öğretim programlarına uygun olarak hazırlanan ders kitaplarında da radyan konusu sadece 1 radyan tanımlanarak ve derece-radyan dönüşümünü sağlayan formül verilerek ele alınmıştır. Bunun sonucunda radyanın tanımını bilmeyen öğrencinin 1 radyanın sadece tanımını ezberlemesine ve uygulamada derece-radyan dönüşümüne ağırlık verilerek öğrencinin bu konuda pratik beceri kazanmasına, ancak radyan kavramı ile ilgili olarak zengin bir imaj oluşturamamasına neden olabilir (Akbaş Gül, 2008).

Matematik öğretim programında ve ders kitaplarında radyan konusunun bu şekilde ele alınmış olması bu kavrama ilişkin kavram yanlışlarının da sebebi olmuştur. Radyan kavramı ile yürütülen araştırmalar incelendiğinde radyan kavramı ile ilgili yanlışlara yalnız öğrencilerin değil, aynı zamanda öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının da sahip olduğu görülmektedir (Fi, 2003; Orhun 2004; Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder, 2006; Steckroth, 2007).

Bu bölümün geri kalan kısmında radyan kavramı üzerine yapılan çalışmalar ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

Kang (2003) öğretmen adaylarının radyan kavramı ve trigonometrik fonksiyonlarla ilgili anlamalarını ders kitaplarının ve öğretim programlarının zorlaştırdığını ifade etmiştir. Kang (2003) öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olduğunu ve sinüs fonksiyonunun tanımını bilmediklerini ve bunun nedeninin trigonometrik fonksiyonlar tanımlanırken açının reel sayı olarak vurgulanmaması olduğunu belirtmiştir. Ayrıca radyanın tanımı yerine 1 radyanın tanımının verilmesi ve radyan ile derece arasındaki ilişkiyi formül ile verip uygulamalara ağırlık verilmesi radyan kavramının öğrenilmesine ve reel sayılar ile ilişkilendirilmesine engel olabilmektedir.

Kavramın öğretiminde öğretim süreçlerinin önemine vurgu yapan Orhun (2004) öğretmen merkezli olarak ezbere dayalı yapılan trigonometri öğretiminin dik üçgende açılara ait soruları çözümede öğrencilerin başarı gösterdiklerini ancak trigonometrik fonksiyonlarla ilgili soruların çözümünde başarılarının düşük kaldığını ortaya koymuştur. Genel lise ve fen lisesi 10. sınıf düzeyinde 77 öğrenciyle yürütülen bu çalışmada katılımcılardan sadece %19,5'i radyan kavramını yay uzunluğu ile ilişkilendirmeleri gereken soruya doğru cevaplayabilmişlerdir. Trigonometrinin öğretim ortamlarında sunulduğundan dolayı öğrenciler trigonometriyi dik üçgenin açıları ve kenarları arasındaki ilişkiler olarak algılamaktadırlar. Bu durum dik üçgen ve açılarla ilgili sorularda başarı göstermelerine sorun oluşturmazken radyan kavramına ilişkin sorularda başarısız olmalarına sebep olmaktadır. Öğrencilerin radyan kavramı hakkında sahip oldukları yanlışların öğretim programı yanı sıra öğretim metotlarından da kaynaklandığı görülmektedir.

Fi (2003) radyan kavramı üzerine durduğu çalışmasında matematik öğretmen adaylarının trigonometri konusundaki alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve planladıkları öğretim pratiklerini değerlendirmiştir. 5 öğretmen adayı ile yaptığı görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının da radyan kavramına ilişkin birtakım yanlışlara sahip olduğunu tespit etmiştir. Öğretmen adayları radyan ölçü birimini tanımlayamamıştır. Ayrıca derece ile yapılan işlemlerde radyana göre daha rahat hareket etmişlerdir. Derece ve radyan ölçü birimleri arasında yapılan dönüşümün vurgulanması sonucunda bu iki ölçü birimi arasındaki işlemleri kolaylıkla uygulayabilmişlerdir. “Problem çözümlerinde radyanı rahatlıkla kullanabilmelerine rağmen “1 radyan  $180^\circ$ ’dir” yanlışısına sahip olmaları öğretmen adaylarının radyan ölçü birimini sadece işlemsel olarak anladıklarını ancak bu konuda derin bir anlayışa sahip olmadıklarını göstermektedir” (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010, s.6).

Öğretmen adaylarında gözlemlenen bu durum öğretmenlerle yapılan çalışmalarda da ortaya çıkmıştır. Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder (2006) öğretmen ve öğretmen adayları ile birlikte yürüttükleri çalışmalarında radyan imajlarının derece imajları kadar zengin olmadığını tespit etmişlerdir. Görüşme için seçilen dört katılımcıdan hiçbirinin radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayamadığını ortaya

koymuşlardır. Katılımcılar trigonometrik fonksiyonların tanım kümelerinin elemanlarını reel sayı olarak belirtmişler ancak radyanın reel sayılarla ilişkisini görememişlerdir. Katılımcıların radyan kavramına ilişkin imajları zayıf olduğu için radyana ilişkin kavramsal soruları yanıtlamada zorluk çektikleri görülmektedir.

Steckroth (2007) ve Akkoç (2008) radyan kavramıyla ilgili karşılaşılan öğrenme güçlüklerinin radyan kavram imajlarının zayıf olmasından kaynaklandığını söylemişlerdir. Eğer radyan ile ilgili imajları güçlenirse birim çember üzerinde gösterememe, reel sayılarla radyan arasında ilişki kuramama, yayın uzunluğu ile yayın ölçüsü kavramlarını karıştırma gibi yanlışların giderilebileceğini ifade etmişlerdir. Steckroth (2007) Geometri Sketchpad yazılımı ve PowerPoint sunuları yardımıyla radyan kavramını görselleştirildiği öğrenme ortamlarında daha zengin kavram imajları oluştuğunu tespit etmiştir. Akkoç' un (2008) çalışmasında 42 matematik öğretmen adayı radyanı anlamalarını ölçmeyi hedefleyen bir anketi tamamlamışlardır. Öğretmen adaylarından 6 tanesi mülakat için seçilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre katılımcıların radyanla ilgili kavram imajları, onların dereceyle ilgili kavram imajlarıyla baskı altına alınmıştır. Matematik öğretmen adayları trigonometrik fonksiyonların reel sayılarla ilişkisini kurmada sorun yaşamışlardır ve açı ölçü birimi olarak daha çok dereceyi kullanmışlardır. Ayrıca, öğretmen adaylarının  $\pi$  sayısını x ekseninde 180 olarak işaretlediklerini, dolayısıyla da,  $\pi=180$  yanlışını taşıdıklarını ve radyanla ilgili bir açı ölçü birimi olarak  $180^\circ$ 'ye eşit olan  $\pi$  ile irrasyonel bir sayı olarak yaklaşık 3,14'lük bir değere sahip olan  $\pi$  olmak üzere iki farklı kavram imajına sahip olduklarını belirtmiştir. Steckroth (2007) radyanın farklı temsillerine yer verilen öğrenme ortamlarının öğrencilerin kavram imajlarını zenginleştireceğini ve radyan kavramının kavramsal olarak öğrenilmesini kolaylaştıracağını dile getirmiştir. Ayrıca çalışmasında bu temsillerin sözel, cebirsel, sayısal, sabit grafik ve animasyonlu grafik temsilleri olarak sınıflandırmasına yer vermiştir. Kuvvetli bir radyan imajının oluşturulması için radyanın sözel olarak verilen tanımının yanı sıra cebirsel olarak da tanımlaması yapılmalıdır. 1 radyanın  $57,3^\circ$  olduğu belirtilerek öğrencinin radyanla derece arasında daha kolay ilişki kurmasına olanak tanınmalıdır. Sözel olarak açıklanan radyanın birim çember üzerinde grafik temsilinin verilmesi radyan kavramıyla ilgili

farklı bir bakış açısı kazandıracaktır. Grafiğin animasyon yardımıyla görselliği artırarak verilmesi ise akılda kalmasını kolaylaştıracaktır. Böylece öğrencilerin imajları zenginleştirilerek, zayıf radyan imajından kaynaklanan yanlışların oluşumuna engel olunabilir (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010).

Akbaş (2008) ve Akkoç ve Akbaş Gül (2010) tarafından yapılan çalışmalarda radyan kavramının temel trigonometrik kavramlardan birisi olduğu belirtilmiştir. Ayrıca bu çalışmalarda reel sayılarla radyan kavramı arasında var olan ilişkinin çok fazla dikkate alınmadığını, ancak bu ilişkilendirmenin trigonometrik fonksiyonların tanımında karşılaşılmaması nedeniyle vazgeçilmez bir durum halini aldığını ifade etmişlerdir. Öğrencilerdeki radyan kavramıyla ilgili zayıf kavram imajı, radyanla reel sayıları ilişkilendirememesi, radyanı tam olarak tanımlayamama gibi yanlışlara neden olarak, radyan kavramına öğretim programında çok fazla önem verilmediğinden kaynaklandığını söylemişlerdir. Akbaş (2008) çalışmasında radyan kavramının birim çemberde yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlandığı ve trigonometrik fonksiyonların tanım kümelerinin niçin reel sayılar kümesi olduğunun irdelendiği bir öğretim süreci planlayarak, bu yanlışları minimize etmeyi amaçlamıştır. Lise öğrencileriyle yürüttüğü bu çalışmada, sonuç olarak, planlanan öğretim süreci sonunda klasik yöntem nazaran daha anlamlı bir gelişimin ortaya çıktığını ve radyan kavramıyla ilgili kavramsal bir öğrenmenin gerçekleştiğini, dolayısıyla kavram yanlışlarının kaynağının öğretim programı olduğunun ortaya çıktığını belirtmiştir.

Radyan kavramı ile ilgili alan yazın incelendiğinde trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasında kullanılan radyan kavramı hakkında öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin sınırlı anlayışlar geliştirdiği gözlemlenmiştir. İncelenen çalışmalar öğrenilmesi zor bir konu olan bu kavram ile ilgili öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin bir takım kavram yanlışlarına ve öğrenme güçlüklerine sahip olduğunu ortaya koymuştur (Fi, 2003; Orhun, 2004; Steckroth 2007; Akkoç, 2008). Radyan kavramına ilişkin bu bahsedilen öğrenme güçlükleri arasında reel sayıları radyan olarak görememe, radyanı yay uzunluğunun yarıçapa oranı olarak ifade edememe ve  $\pi$  sayısını 180 olarak algılama yer almaktadır.

### BÖLÜM III: YÖNTEM

Araştırma yöntem ve tekniklerinden önce, araştırmanın paradigması hakkında bilgi vermek bahsedilen araştırma için araştırmacının görüşünü yansıtmaktadır. Ontolojik ve epistemolojik yollarla araştırmacıya rehberlik eden ve en basit anlamda dünya görüşü olarak tanımlanan paradigmayı belirleme araştırma için yöntemden önde gelmektedir (Guba ve Lincoln, 1994). Bilimsel çalışmalarda benimsenen iki temel paradigma pozitivist ve pozitivist olmayan yorumlayıcı paradigmalardır. Pozitivist ve pozitivist olmayan paradigmlar evren, sistemler, sistemler arasındaki ilişki biçimleri ve değişimler ile gözlemci- gözlenen ilişkilerinin doğasına yönelik temel farklılıklar içermektedir (Arı, Armutlu, Tosunoğlu ve Toy, 2009). “Pozitivist paradigma, sistemleri; hiyerarşik bir düzende sıralanan, parçaları arasında birbiri ile nedensellik ilişkisi bulunan, genellemeler ve yasalar aracılığıyla davranışları kestirilebilen yani mekanize bir evreni oluşturan unsurlar olarak açıklamaktadır” (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Yorumlayıcı paradigma sistemleri değişkendir ve karşılıklı etkileşim içerir. Kesin sonuçların kestirilemediği postpozitivizmde bilgi yorumlanır ve oluşturulur. Ayrıca duruma özgü açıklamalar söz konusudur. Öğrencilerin kavram imajlarını ve kavram imajlarının olası kaynaklarını belirlemek amacıyla yürütülen bu çalışmanın verileri radyan kavramına ilişkin kavram tanımı ve kavram imajı bilgisini sorgulayan kısa cevaplı ve açık uçlu sorulardan oluşan kavramsal bir test aracılığıyla elde edilmiştir. Kavramsal test aracılığıyla elde edilen veriler kavram tanımı ve kavram imajı teorik çerçevesinde yorumlanmıştır. Açık uçlu sorulara verilen cevapların öğrencinin radyan kavramı imajını tespit etmede kullanılması araştırmacının teorik çerçeve bağlamında veriyi yorumlamasını gerektirir. Araştırmanın amacı, yöntemi, veri toplama aracı ve elde edilecek verilerin sahip olduğu özellikler düşünüldüğünde, bu araştırmanın pozitivist olmayan yorumlayıcı paradigmaya sahip olduğu söylenebilir.

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama teknikleri hakkında bilgiler verilmekte, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanması ile ilgili yöntemler açıklanmaktadır.

### 3.1.Araştırma Deseni

Araştırma deseni araştırma sürecinin ilk aşamasından son aşamasına kadar araştırmacıya yol gösteren bir plandır. Araştırma sorularını, elde edilen verileri ve sonuçta ulaşılan bulguları birbirine bağlayan mantıksal bir kurgudur (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Öğrencilerin radyan hakkındaki kavram imajlarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada örnek olay tarama deseninin kullanılmasına karar verilmiştir. Tarama modeli mevcut durumu araştırarak var olanı betimlemeyi amaçlayan bir yaklaşımdır (Karasar, 2005). Konuya ilişkin verilerin gözden geçirilmesine dayanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Tarama araştırmalarında yapılan veri toplama bir grubun belirli özelliklerini belirlemek amacıyla yapılır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2015). Tarama araştırmalarında kurumların, toplumların, olayların doğasını ve taşıdığı özellikleri tespit etmek amacı ön plandadır (Johnson ve Christensen, 2000; Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Bu yöntemle genellikle araştırılmak istenen olay veya problemin mevcut durumu ile ilgili bilgi toplama söz konusudur (Çepni, 2012). Tarama araştırmalarında amaç daha çok araştırma konusu hakkında var olan durumun fotoğrafını çekerek bir betimleme yapmaktadır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2015).

Tarama modelleri arasında yer alan örnek olay tarama modelinde ise, belirli bir olgu hakkında ayrıntılı betimleme yapmak esastır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Ayrıca evrendeki belli bir kitle (birey, aile, okul, hastane vb.) derinliğine ve genişliğine incelenmek suretiyle o kitle ile ilgili bir yargıya varma amacı taşımaktadır (Karasar, 2005). Bu araştırmada da öğrencilerin radyan konusunda sahip oldukları kavram imajları hakkında mevcut olan durumu ortaya çıkarmak ve kavram imajlarını derinlemesine incelemek amacıyla Aydın ili örneğinden yararlanılması dolayısıyla örnek olay tarama modeli tercih edilmiştir. Örnek olay tarama modellerinde daha sınırlı bir örneklem ve daha dar tanımlanmış bir olgu üzerinde yapılan derinlikli çalışma incelenen olguya ait bulguların ve açıklamaların gücünü artmasını sağlamaktadır (Doğanay, Ataizi, Şimşek, Balaban-Salı ve Akbulut, 2012). Özetle, bu çalışmada örnek

olay tarama yöntemi ile açık uçlu sorular kullanılarak elde edilecek nitel veriler yorumlanarak kavram imajları araştırılacaktır.

### **3.2.Çalışma Grubu**

Bu araştırma Aydın ilinde öğrenim gören 12. sınıf öğrencileri ile yürütülmüş olup araştırmanın uygulanabilmesi için Aydın İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izin alınmıştır (Ek 1).

Radyan kavramı hakkında öğrencilerin kavram imajlarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada bulguların ve açıklamaların gücünü artırma amacıyla sınırlı bir örneklem üzerinde derinlikli araştırma söz konusudur. Bu bağlamda bu araştırmanın katılımcıları, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Araştırmanın evrenine Aydın merkez ve ilçelerinde bulunan ve Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı 40 lise dahil edilmiştir. Bu liseler içerisinde aşağıdaki ölçüt temel alınarak dokuz lise seçilmiştir. Bu ölçüt; 2017 yılında yapılan TEOG puanlarına göre başarı sıralaması yüksek fen ve anadolu liselerini temsil edebilmedir. Çünkü radyan kavramını ve trigonometri için önemini anlamlandırmak öğretmenler için bile oldukça zordur (Topçu ve diğerleri, 2006). Trigonometri oldukça soyut bir konu olduğundan dolayı öğrenciler anlamada zorlanmaktadırlar. Okullarda verilen trigonometri öğretimi ise formülleri öğrenip uygulama üzerine kuruludur. Bu durum trigonometrinin en temel kavramlarından biri olan radyanın göz ardı edilmesine sebep olmaktadır. Pilot uygulama verilerine göre öğrenciler radyan kavramını kavramsal anlama ile ilişkili sorulara yanıt verememişler ve soruların cevaplarını hatırlayamadıkları gerekçesiyle soruları boş bırakmayı tercih etmişlerdir. Pilot uygulama verileri radyan kavramının öğrenilmesi güç bir konu olduğunu ve öğretim süreçlerinde önemsenmediği gerçeğini ortaya koymuştur. Tüm bu nedenlerden dolayı çalışmanın başarı sıralaması yüksek fen ve anadolu liseleri ile yürütülmesi uygun bulunmuştur. Bu bağlamda bu çalışma belirtilen ölçüt doğrultusunda 2017-2018 eğitim-öğretim yılı Aydın ilinde belirlenen okullardaki 12. sınıfta öğrenim gören 270 öğrenci ile yürütülmüştür (Ek 2). Öğrencilerin radyan konusunda sahip oldukları kavram imajları hakkında mevcut olan durumu ortaya çıkarmak ve kavram imajlarını derinlemesine incelemek amacıyla yürütülen bu örnek

olay tarama modelinde araştırmacı tarafından geliştirilen bir kavramsal test 130 erkek ve 140 kız öğrenci olmak üzere toplam 270 öğrenciye uygulanmıştır.

Araştırmanın uygulandığı öğrenciler 2016-2017 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde 11. sınıfa devam ederken öğretim programında belirtildiği gibi trigonometri eğitimi almışlardır. Öğrenciler öncelikle 9. sınıf düzeyinde verilen “Dik üçgende dar açılardan trigonometrik oranlarını tanımlar ve uygulamalar yapar.” kazanımı ile öğrenim görmüşlerdir. Ayrıca “Birim çemberi tanımlar ve trigonometrik oranları birim çember üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirir.” şeklinde verilen kazanım ile sadece 0° ile 180° arasındaki açılardan trigonometrik oranları birim çember yardımıyla hesaplatılmıştır. Daha sonra 11. sınıf düzeyine geldiklerinde ise öğretim ortamlarında açı ölçü birimleri, birim çember ve trigonometrik fonksiyonlar ile ilgili kazanımların eğitimini almışlardır. Bu doğrultuda radyan kavramını ilgilendiren kazanım “Yönlü açıyı açıklar, açı ölçü birimlerinden derece ile radyanı ilişkilendirir.” şeklinde verilmiştir. Trigonometrik fonksiyonlarla ilgili olarak verilen kazanım ise “Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla oluşturur ve grafiklerini çizer.” şeklinde dir. Öğretim programı doğrultusunda hazırlanan 11. sınıf ders kitabında ise açı ölçü birimleriyle ilişkili verilen kazanım doğrultusunda 1 derece ve 1 radyan kavramlarının tanımı verilmiş ve derece ile radyan arasındaki ilişki  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü ile vurgulanmıştır. Araştırmanın gerçekteşirildiği öğrenciler bahsedilen öğretim programı ve ders kitabı paralelinde öğrenim görmüşlerdir. Bahsedilen öğretim programı ve ders kitabında radyan kavramının tanımı, radyanın reel sayılarla ilişkisi, trigonometrik fonksiyonlar tanımlanırken belirtilen açının reel sayılar olduğu vurgulanmamıştır.

### 3.3. Veri Toplama Araçları

Tarama araştırmalarında kullanılacak veri toplama araçlarının seçiminde örneklemin özellikleri ve seçilen örneklemden verilerin nasıl toplanacağı önemli bir etkindir. Tarama türü araştırmalarda test, anket, görüşme, gözlem gibi veri toplama araçları araştırmanın amacına uygun olarak ve araştırmacının beklentilerine göre kullanılabilir. Bu çalışmada öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları radyan



imajlarını ortaya koymak amacıyla ilgili literatür dikkate alınarak araştırmacı tarafından geliştirilen bir kavramsal testten yararlanılmaktadır.

Öğrencilerin radyan kavramı ile ilgili kavram imajlarını belirlemek amacıyla katılımcılara ilgili literatür dikkate alınarak araştırmacı tarafından geliştirilen kavramsal bir test uygulanmıştır. Veri toplama amacıyla kullanılan kavramsal testte öğrencilerin kavram imajlarını değerlendirmek amacıyla kısa cevaplı ve açık uçlu sorulara yer verilmesine karar verilmiştir.

### **3.3.1. Kavramsal Test**

Bu çalışmada kısa cevaplı ve açık uçlu sorulardan oluşan ve araştırmacı tarafından geliştirilen bir kavramsal test kullanılmıştır. Öğrencilerin 11. sınıf matematik dersinin trigonometri konusunda öğrendikleri radyan kavramına ait birtakım ön bilgileri bulunduğu düşünölmektedir. Kavramsal testteki sorularla öğrencilerin radyan kavramı ve trigonometri hakkındaki ön bilgileri ölçölerek öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları radyan imajlarını ortaya koymak amaçlanmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin radyan kavramı ile ilgili kavram tanımı ve kavram imajlarını sorgulayan açık uçlu sorular hazırlanmıştır. Bu sorular hazırlanırken ilgili literatür ve uzman görüşleri esas alınmıştır. Kavramsal testte yer alan soruların hazırlanmasında Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder'de (2006), Akkoç (2008) ve Akbaş'da (2008) kullanılan sorulardan faydalanılmıştır.

Radyan kavramının ortaöğretim matematik öğretim programında ele alınışı ve radyan kavramıyla ilgili literatür incelenerek bu araştırma çerçevesinde uygulanacak olan kavramsal testte yer almasının gerekli olduğu düşünölen sorular için geçerlik çalışmasını yapmak amacıyla uzman görüş formu hazırlanmıştır. Belirlenen sorular lise öğrencilerinin radyan bilgilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır. Soruların ifade edilif biçimlerinin ve belirtilen kavramı ölçmede kullanılmasını ölçmeye uygunluğu açısından bir uzmandan gerekli görüşler alınmıştır (Ek 3). Seçilen sorulardan bazılarının kavramsal testten çıkartılmasına karar verilmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılarak kavramsal teste son hali verilmiştir (Ek 4).

Kavramsal testte yer alan sorular aşağıda verilmiştir.

**Soru 1:** Açık ölçü birimlerinden radyanı tanımlayınız.

Bu sorunun sorulma amacı öğrencilerin zihinlerindeki radyan kavramına ilişkin kavram tanımlarını ve kavram imajlarını ortaya çıkarmaktır. Öğrencilerin radyan kavramının tanımını açıklarken zihinlerindeki kavram tanımı veya kavram imajından hangisini kullandıklarını ortaya çıkarmak amaçlanmaktadır.

**Soru 2:** Açık ölçü birimlerinden derece ve radyan arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

Bu sorunun sorulma amacı öğrencilerin derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklarken kişisel kavram tanımı veya kavram imajlarından hangisini kullanmaya eğilimli olduklarını tespit etmektir.  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülünü kullanan öğrencilerin derece imajının baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır.

**Soru 3:** Bir çemberde yaklaşık kaç radyan vardır? Bunu nasıl hesaplıyorsunuz?

Bu sorunun sorulma amacı öğrencilerin bir çemberde yaklaşık kaç radyan olduğunu hesaplama yöntemini, kavram tanımı veya kavram imajı bilgisiyle açıklamaktır.

**Soru 4:**  $\pi$  zihninizde neler çağırıyor?  $\pi$  hakkında bildiklerinizi yazınız.

4 numaralı sorunun sorulma amacı öğrencilerin zihinlerindeki  $\pi$  algısını belirlemektir. Öğrenci açıklamalarında  $\pi$ 'yi reel sayı olarak ele alındığında radyan imajının,  $180^\circ$  olarak ele alındığında derece imajının baskın olduğu, iki farklı  $\pi$  olduğunu düşünen öğrencilerin radyan imajının zayıf, derece imajının baskın olmasının bir sonucu olarak değerlendirilecektir.

**Soru 5:**  $360^\circ$ 'da yaklaşık kaç tane  $\pi$  vardır? (Burada  $360$  sayısının yanında derece işareti yoktur.)

5 numaralı sorunun sorulma amacı öğrencilerin zihinlerindeki  $\pi$  algısını belirlemektir. Öğrencilerin  $\pi$  hakkındaki ifadeleri ve  $360^\circ$ 'da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu hesaplamaları ile onların  $\pi$  ile ilgili kavram imajlarını belirlemek amaçlanmaktadır.

360° da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu  $\frac{360}{\pi} \cong \frac{360}{3,14} \cong 115$  ifadesi ile açıklayanların kavram imajı bilgisi  $\pi$  sayısının irrasyonel bir değere sahip olduğunu gösterir. Soruda 360 sayısının yanında derece olmadığı vurgulanmasına rağmen sorunun çözümünü  $\frac{360}{\pi} = \frac{360}{180} = 2$  ifadesi açıklayanların kavram imajı bilgisi  $\pi=180$  yanılığını taşıdıklarını ve radyanla ilgili bir açı ölçü birimi olarak 180°'ye eşit olarak düşündüklerini ifade eder. Sorunun çözümünde her iki yanıtı yer verenlerin ise  $\pi=180$  yanılığını taşıdıklarını ve radyanla ilgili bir açı ölçü birimi olarak 180°'ye eşit olan  $\pi$  ile irrasyonel bir sayı olarak yaklaşık 3,14'lük bir değere sahip olan  $\pi$  olmak üzere iki farklı kavram imajına sahip olduklarını gösterir.

**Soru 6:** Aşağıda ölçüleri verilmiş olan açılar ölçülerini derece cinsinden ifade ediniz (Akbaş, 2008).

- a) 1 radyan                      b)  $\frac{5\pi}{3}$  radyan

6 numaralı sorunun sorulma amacı öğrencilerin radyan hakkındaki kavram tanımını veya kavram imajı bilgisinden hangisini kullandıklarını belirlemektir. A şıkkında  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisi yardımıyla 1 radyanı  $\pi$ 'yi 180° olarak ifade eden öğrencilerde derece imajı,  $\pi$ 'yi 3,14 olarak  $\frac{180^\circ}{\pi}$  değerini yaklaşık olarak 57,3° olarak ifade eden öğrencilerde radyan imajı baskındır. B şıkkında  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı  $\pi$ 'yi 180° olarak 300° olarak ifade eden öğrencilerde derece imajı, a şıkkındaki 1 radyanın 57,3° olan yaklaşık değerinden yararlanarak ve  $\pi$ 'yi 3,14 olarak ifade eden öğrencilerde radyan imajı baskındır.

**Soru 7:** 120°'yi radyan cinsinden ifade ediniz.

7 numaralı sorunun sorulma amacı öğrencilerin radyan hakkındaki kavram tanımını veya kavram imajı bilgisinden hangisini kullandıklarını belirlemektir.  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisini kullanan öğrencilerin derece imajının baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır. 120° 'yi  $\frac{2\pi}{3}$  olarak ifade eden öğrencilerin derece imajının baskın olduğu

$\pi'$  yi 3,14 alarak  $120^\circ$  'yi yaklaşık olarak 2,09 radyan olarak ifade eden öğrencilerin radyan imajının baskın olduğu düşünülmektedir.

**Soru 8:** Yarıçapı 1.8 birim olan bir çemberde ABC yayının uzunluğu 7.2'dir. ABC yayını gören merkez açının ölçüsü kaç radyandır? (Akbaş, 2008).

8 numaralı sorunun sorulma amacı öğrencilerin yarıçapı ve yay uzunluğu verilen ABC yayını gören merkez açıyı radyan cinsinden açıklarken kullandıkları yöntemi onların kavram tanımını veya kavram imajı bilgisiyle açıklamaktır. "Bir çember üzerinde bir merkez açının radyan cinsinden değeri açının gördüğü yayın uzunluğunun çemberin yarıçap uzunluğuna oranıdır" bilgisi ile öğrencilerin radyan imajı değerlendirilecektir. Yani  $\frac{7.2}{1.8} = 4$  reel sayı sonucunu radyan olarak yorumlayabilen öğrencilerin radyan imajı baskın olduğu düşünülecektir.

**Soru 9:**  $f : R \rightarrow R$  ve  $f(x) = x \sin x$  fonksiyonu veriliyor. Aşağıda verilen noktaları hesaplayınız ve koordinat düzleminde gösteriniz (Akkoç, 2008).

a)  $(30, f(30)) = ?$  (Burada 30 derece cinsinden verilmemiştir.)

b)  $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2})) = ?$

9 numaralı sorunun sorulma amacı reel sayılardan reel sayılara tanımlı bir  $f$  fonksiyonunun reel sayı girdilerini öğrencilerin hangi açı ölçü birimiyle ilişkilendirdiklerini ve bu ilişkilendirmeyi yaparken kavram tanımını veya kavram imajı bilgisinden hangisini kullanma eğiliminde olduklarını belirlemektir. a) şıkkında derece olarak verilmediği vurgulanan 30 sayısının öğrenciler tarafından reel sayı olarak algılanıp radyan açı ölçü birimi ile ilişkilendirilebileceği değerlendirilecektir. b) şıkkında koordinat düzleminde işaretlerken  $\frac{\pi}{2}$ 'yi x ekseninde 90 olarak işaretler ise derece imajının baskın olduğu sonucuna varılacaktır.

**Soru 10:** Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini yazın. Fonksiyonların tanım kümesindeki elemanlar hangi açı ölçü birimindedir? Açıklayınız.

10 numaralı sorunun sorulma amacı öğrencilerin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerine ilişkin açıklamaları göz önüne alınarak onların kavram tanımını veya kavram imajı bilgilerini değerlendirmektir.

### **3.4.Verilerin Toplanması**

Araştırmanın verileri 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Aydın ilinde öğrenim gören 12. sınıf öğrencilerinden toplanmıştır. Bu öğrenciler 2017 yılında yapılan TEOG sınavı puanlarına göre Aydın ilindeki en başarılı ilk dokuz devlet lisesinde öğrenim görmektedirler. Veriler her liseden 30 öğrenci olmak üzere toplam 270 öğrenciden elde edilmiştir. Veri toplama süreci iki aşamadan oluşmaktadır: pilot çalışma ve ana çalışma.

#### **3.4.1. Pilot Çalışma**

Araştırma için pilot çalışma 2017 Ekim ayında yapılmıştır. Pilot çalışma Aydın ilinde bulunan bir Fen Lisesi'nde 12. sınıfta öğrenim gören dört öğrenciye uygulanmıştır. Pilot uygulamanın yapıldığı lisenin müdüründen gerekli izin alınmıştır. Araştırmacı öğrencilere kendini tanıtarak çalışma hakkında kısa bir bilgi verdikten sonra hazırlanmış olduğu kavramsal testi öğrencilerin cevaplamaları için gerekli ortamı hazırlamıştır. Öğrencilere bir ders saati yani 40 dakikalık bir süre verilmiştir. Ancak öğrencilerin radyan bilgi testini 25-30 dakikalık bir zaman diliminde cevaplandıkları görülmüştür. Bu nedenle ana çalışma sürecinde öğrencilere radyan bilgi testi için 30 dakika verilmiştir.

Kavramsal testte yer alan sorular hakkında katılımcıların fikirlerini almak amacıyla araştırmacı tarafından öğrencilere kavramsal testte yer alan sorular hakkındaki fikirlerini de paylaşmaları istenmiştir. Kavramsal testi cevaplandıran öğrenciler soruların açık, anlaşılır, merak uyandıran ve ilgi çekici olduğunu trigonometri konusuyla ilgili bu tarz sorularla ise daha önce hiç karşılaşmadıklarını belirtmişlerdir. Pilot çalışma süreci ve öğrenci açıklamaları dikkate alındığında radyan bilgi testindeki soruların bu çalışma için uygun olacağına karar verilmiştir.

Pilot uygulama verilerine göre öğrenciler radyan kavramını kavramsal anlama ile ilişkili sorulara yanıt verememişler ve soruların cevaplarını hatırlayamadıkları gerekçesiyle soruları boş bırakmayı tercih etmişlerdir. Pilot uygulama verileri radyan kavramının öğrenilmesi güç bir konu olduğunu ve öğretim süreçlerinde önemsenmediği gerçeğini ortaya koymuştur. Bu nedenle çalışmanın başarı sıralaması yüksek fen ve anadolu liseleri ile yürütülmesi uygun bulunmuştur.

### 3.4.2. Ana Çalışma

Pilot çalışmanın tamamlanmasının ardından yapılan incelemeler sonucu veri toplama aracı araştırma için uygun bulunarak 2017 Aralık ayı içerisinde ana çalışma yapılmıştır. Araştırma etiği gereği çalışmanın uygulanacağı okul isimleri gizli tutulmuş ve okul türüne göre isimler kullanılmıştır. Tablo 3.4.1. ana çalışma sürecini açıklamaktadır.

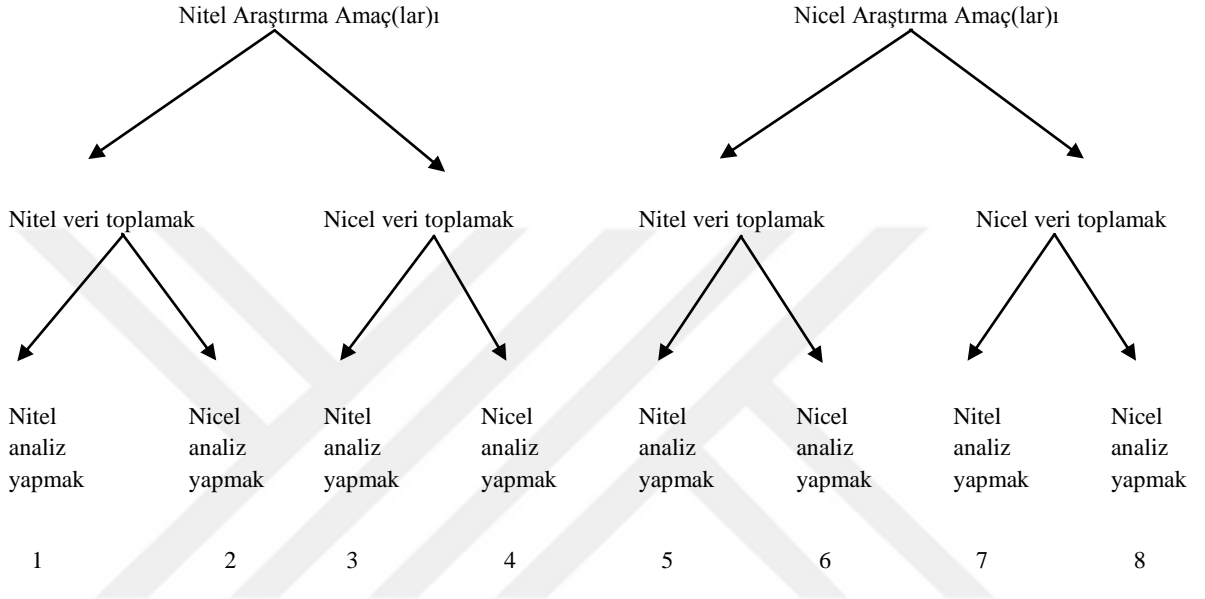
**Tablo 3.4.1. Çalışmanın Gerçekleştirileceği Okullar ve Uygulama Şartları**

Çalışmanın Uygulanacağı Okullar	Sınıf	Şube 1	Şube 2	Öğrenci Sayısı	Uygulama Tarihi	Saat
1. Fen Lisesi 1	12	15	15	30	15.11.2017	14.00-14.50
2. Fen Lisesi 2	12	15	15	30	17.11.2017	14.00-14.50
3. Fen Lisesi 3	12	15	15	30	20.11.2017	13.00-13.50
4. Anadolu Lisesi 1	12	30	-	30	21.11.2017	10.00-10.50
5. Anadolu Lisesi 2	12	30	-	30	21.11.2017	13.00-13.50
6. Anadolu Lisesi 3	12	30	-	30	24.11.2017	14.00-14.50
7. Anadolu Lisesi 4	12	15	15	30	27.11.2017	10.00-10.50
8. Anadolu Lisesi 5	12	15	15	30	27.11.2017	11.40-12.30
9. Anadolu Lisesi 6	12	30	-	30	27.11.2017	13.00-13.50

Tablo 3.4.1’ de araştırmanın uygulandığı okullar ve uygulama şartları gösterilmektedir. Araştırmanın belirlenen okulların her birinden 30 öğrenci ile yürütülmesi planlandığı için tek bir şubede 30 öğrenci bulunmadığı veya araştırmanın uygulanacağı gün ve saatte sınıfta 30 öğrencinin olmadığı durumlarda iki şubeden toplam 30 öğrenciye kavramsal test uygulanmıştır. Seçilen okullar başarı sıralaması yüksek fen ve anadolu liselerini temsil etme ölçütüyle belirlendiği için seçilen şubelerde de başarının daha yüksek olmasına dikkat edilmiştir.

### 3.5. Verilerin Çözülmesi

Karma yöntem araştırmalarında nitel ve nicel araştırmaların zayıf yönlerinin diğer yöntemle üstesinden gelinebilir (Johnson ve Onwuegbuzie, 2004, s.21). Aşağıdaki şekil tekli metod ve karma-model tasarımıları özetlemektedir.



**şekil 3.1. Tekli Metod ve Karma-Model Tasarımları (Johnson ve Onwuegbuzie, 2004, s.21).**

şekildeki tasarımlardan ilki ve sonuncusu tekli metod, diğerleri ise karma model araştırmalarıdır (Johnson ve Onwuegbuzie, 2004, s.21). Karma yöntem araştırmaları *nitel baskın* yani nitel veri ve yaklaşımların ağırlıkta (baskın) olduğu araştırmalar, *nicel baskın* yani nicel veri ve yaklaşımların ağırlıkta (baskın) olduğu araştırmalar veya *eşit statü* yani nitel ve nicel epistemolojilerin aynı ağırlıkta (eşit baskınlıkta) kullanıldığı araştırmalar olabilirler (Johnson, Onwuegbuzie ve Turner, 2007). Örnek olay tarama deseni ile yürütölen bu çalışmanın sonucunda elde edilen nitel verilerden frekans ve yüzde değerleri hesaplanarak nicel bulgular ortaya çıkarılmıştır.

Çalışmaların veri analizinde araştırmacılar için önemli görölen üç temel husus olarak “betimleme, analiz ve yorumlama” kavramları gösterilmektedir (Yıldırım ve şimşek, 2016). Betimleme, araştırmada toplanan verilerin ortaya çıkardığı sonuçlar ile ilgilidir. Analiz, kavramsal olarak yapılan kodlama ve sınıflandırma yoluyla temaların ve temalar

arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılması sürecidir. Yorumlama ise veri analiz sürecinde anlamı ön plana çıkarma yani elde edilen bulguların kendi ortamı içerisinde yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Veri analizi toplanan verilerin özetlenmesi, yorumlanması ve sonuçların sunulması aşamalarını kapsayan bir süreçtir. Araştırmada toplanan veri türleri için uygun veri analiz yöntemi seçilmelidir. Nitel veri analizinde verilerin betimlenmesine ve temaların ortaya çıkarılması göze çarpan önemli bir noktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Nitel veri analiz yöntemlerinde birbirine benzeyen verileri araştırmacı tarafından belirlenen kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirilerek düzenledikten sonra yorumlama söz konusudur. Bu bağlamda tarama araştırması ile kısa cevaplı ve açık uçlu sorulardan oluşan kavramsal testten elde edilen veriler için nitel veri analiz yöntemi kullanılmasına karar verilmiştir.

Radyan kavramı hakkında öğrencilerin sahip oldukları kavram tanımı ve kavram imajına ait verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılması toplanan veri türü açısından daha uygundur. Bu çalışma için elde edilen verilerin “*içerik analiz yöntemi*” ile çözümlenmesi yapılmıştır. İçerik analizi yoluyla, toplanan verileri tanımlamaya ve bunları açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaya çalışılmaktadır. İçerik analizi yönteminde elde edilen verileri kategorileştirme, sınıflandırma ve tablolaştırma amaçlanmaktadır. Verilerin analizi için elde edilen veriler incelendikten sonra araştırmacının kendisi tarafından kodlamanın yapılması gerekir. Daha sonra temalar bulunur, kodlar ve temalar organize edilip, bulguların tanımlanması ve yorumlanması yapılarak içerik analizi gerçekleştirilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışma için de kavramsal testte yer alan her soru için öğrencilerin verdiği yanıtlardan birbirine benzeyenler kodlanmak suretiyle elde edilen verilerin frekans ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Nitel verinin sayısallaştırılması güvenilirliği artırır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Tarama türünde yürütülen araştırmaların sonuçları arasında elde edilen verilere ilişkili olarak verilen yüzde dağılımları ve frekansları katılımcıların görüşlerinin gösterilmesi açısından önemlidir (Büyüköztürk vd. 2015).



İçerik analizinde benzer verileri bir araya getirmek ve bu verileri düzenleyerek yorumlamak söz konusudur. Birbirine benzeyen veriler belirli kavramlar etrafında bir araya getirilerek kodlama gerçekleştirilir. Araştırma verilerini içerik analizi ile çözümlmek için dört aşama vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2016):

- ✓ Verilerin kodlanması: Araştırmacının elde ettiği verileri inceleyerek anlamlı bölümlere ayırmaya ve ayırdığı bölümlerin kavramsal olarak ne anlam ifade ettiğini belirlemeye çalışmasından oluşan süreçleri içerir. Kendi içinde anlamlı bir bütün oluşturan bu bölümler araştırmacı tarafından kodlanır. Strauss ve Corbin (1990), üç tür kodlama biçimi olduğunu ifade etmişlerdir (aktaran: Yıldırım ve Şimşek, 2016):
  - Daha önceden belirlenmiş kavramlara göre yapılan kodlama: Araştırmanın temelini oluşturan bir kuram ya da kavramsal çerçevenin olduğu durumlarda yapılan kodlamadır.
  - Verilerden çıkarılan kavramlara göre yapılan kodlama: Belirli bir kavramsal temeli olmayan konularda yapılan araştırmalarda geçerli olan kodlamadır.
  - Genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama: Yukarıda bahsi geçen iki kodlama türünün birleşiminden oluşan kodlamadır. Bu kodlama türünde ilk olarak kavramsal yapıya göre kodlama yapılır, veri çözümleme sürecinde ortaya çıkabilecek olan yeni kodlar listeye dahil edilir.
- ✓ Temaların bulunması: Oluşturulan kodlar bir araya getirilerek incelenir. Kodlar arasındaki ortak yönler bulunarak temalara ulaşılmaya çalışılır.
- ✓ Verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenmesi ve tanımlanması: Verilerin kodlanması ve temaların bulunması aşamasından sonra bu bölümde araştırmacı oluşturduğu sisteme göre verileri düzenler, tanımlar ve açıklar. Verilerin anlaşılır bir dille tanımlanması, açıklanması ve sunulması önemlidir.
- ✓ Bulguların yorumlanması: Araştırmacı tarafından ayrıntılı olarak tanımlanan ve sunulan bulgular bu aşamada yorumlanır. Yorumlardan bazı sonuçlar çıkarılması da bu aşamada gerçekleştirilir.

Öğrencilerin uygulama sınav kâğıtlarındaki açık-uçlu ve kısa cevaplı sorulara vermiş oldukları cevaplar her bir soru için ayrı ayrı incelendikten sonra içerik analizi yöntemiyle elde edilen veriler kodlanarak kategoriler ve temalar çıkarılmıştır.

Bulguların yorumlanabilmesi için de verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenmesi yapılmıştır.

Kavramsal testteki sorulara ilişkin öğrenci cevaplarına göre oluşturulan kodlama sonucu ortaya çıkan kategoriler her bir soru için ayrı ayrı aşağıda verilmiştir.

Soru 1: Açı ölçü birimlerinden radyanı tanımlayınız.

<b>Tablo 3.5.1.</b>	<b>Kategoriler</b>	<b>Örnek Öğrenci Cevapları</b>
<b>Matematiksel Tanım</b>	Bir çemberde bir merkez açığı radyan cinsinden tanımlama	Bir çemberde bir merkez açının radyan cinsinden değeri yay uzunluğunun yarıçapa oranı
<b>Kişisel Tanım</b>	Çemberde 1 radyanı tanımlama	Çemberde yarıçap kadar yay tarayan açı
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak radyanı tanımlama	Dereceyi $\pi$ ile çarpıp $180^\circ$ e böldüğümüzde bulduğumuz sayı
<b>Geçersiz Tanım</b>	$180^\circ = \pi$ radyan şeklinde radyanı tanımlama	$180^\circ = \pi$ radyan
	Açıların $\pi$ cinsinden ifade edileceği şeklinde radyanı tanımlama	$180^\circ = \pi, 90^\circ = \frac{\pi}{2}, 60^\circ = \frac{\pi}{3}$
	$1r = \pi = 180^\circ$ şeklinde radyanı tanımlama	
	Açı ölçümünde kullanılır şeklinde radyanı tanımlama	
	Birim çemberde çemberin çevresinin ( $2\pi$ ) yay ölçüsüne oranlanmasıyla elde edilen birim şeklinde radyanı tanımlama	$1 \text{ radyan} = \frac{2\pi}{360^\circ}$
	Çemberde yarıçap ile ilişkili bir değer olarak radyanı tanımlama	
<b>Tanım Veremeyenler</b>	1 radyanı derece cinsinden belirterek radyanı tanımlama	$1r = 1^\circ$ şeklinde radyanı tanımlama
		$1r = 2^\circ$ şeklinde radyanı tanımlama
		$1r = 60^\circ$ şeklinde radyanı tanımlama
<b>Tanım Veremeyenler</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.1 ile radyan bilgi testindeki 1. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 2: Açık ölçü birimlerinden derece ve radyan arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

Tablo 3.5.2.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
Doğru Yanıtlar	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklama	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ veya $\frac{D}{360^\circ} = \frac{R}{2\pi}$
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ şeklinde açıklama	
	Çember ile ilişkilendirme yaparak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\pi</math> radyan = <math>180^\circ</math></li> <li>veya <math>2\pi</math> radyan = <math>360^\circ</math></li> </ul>
Hatalı Yanıtlar	Radyanı $\pi$ ile tanımlayan ve derece ile radyan arasındaki ilişkiyi $\pi = 180^\circ$ ile belirten açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>360^\circ = 2\pi</math> veya <math>\pi = 180^\circ</math></li> </ul>
	Derece ile radyan arasındaki açı dönüştürme eşitliğini hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{D}{360^\circ} = \frac{R}{180^\circ}</math> veya <math>\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{360^\circ}</math></li> </ul>
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklarken $1$ radyanı derece cinsinden ifade etme	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>1r = 60^\circ</math> veya <math>1r = 1^\circ</math></li> </ul>
Geçersiz yanıtlar	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyle ilgili geçersiz açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>180^\circ = \pi</math>, <math>90^\circ = \frac{\pi}{2}</math>, <math>60^\circ = \frac{\pi}{3}</math></li> </ul>
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.2 ile radyan bilgi testindeki 2. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 3: Bir çemberde yaklaşık kaç radyan vardır? Bunu nasıl hesaplıyorsunuz?

Tablo 3.5.3.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
Doğru Yanıtlar	Çemberin çevresini yarıçapına oranlayarak yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{2\pi r}{r} = 2\pi</math> radyan</li> </ul>
	$\pi$ 'nin reel sayı değerini kullanarak çember yayının uzunluğunu ifade eden açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>2\pi = 2.3,14 = 6,28</math> rd</li> </ul>
	Çember yayının ölçüsünü ( $360^\circ$ ), $1$ radyana ( $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ ) oranlayarak yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{360^\circ}{\frac{180^\circ}{\pi}} = 2\pi</math> radyan</li> </ul>
	$\pi = 180^\circ$ eşitliği kullanılarak çember yayının ( $360^\circ$ ) $2\pi$ radyan olduğunu belirten açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çemberin yarısını gören açı <math>180^\circ</math> yani <math>\pi</math> olduğundan <math>2\pi</math> radyan diyebiliriz.</li> </ul>
	Çember yayının ( $360^\circ$ ), $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak radyan olarak karşılığını belirten açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{360^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}</math> ise <math>R = 2\pi</math></li> </ul>
Eksik Yanıtlar	$1r = 60^\circ$ eşitliğini kullanarak yapılan açıklama	
Hatalı Yanıtlar	Çember yayını $360^\circ$ ve $\pi$ sayısını $180^\circ$ olarak yapılan açıklama	$1R = \pi = 180^\circ$ ve çember $360^\circ$ olduğuna göre $2$ radyan vardır.
Geçersiz Yanıtlar	Bir çemberde kaç radyan olduğuna ilişkin yapılan geçersiz açıklama	Her açıyı radyan şeklinde ifade edebileceğimiz için $360$ tane, sonsuz
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.3 ile radyan bilgi testindeki 3. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler aşağıda gösterilmiştir.

Soru 4:  $\pi$  zihninizde neler çağrıştırıyor?  $\pi$  hakkında bildiklerinizi yazınız.

Tablo 3.5.4.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
Doğru Yanıtlar	İrrasyonel bir sayı olarak $\pi$ sayısının değerini açıklama	• 3,14
Hatalı Yanıtlar	$\pi$ sayısının 3,14 ve $180^\circ$ gibi iki farklı değeri olduğunu açıklama	• Trigonometri ve çeşitli derslerde kullandığımız 3,14 sayısı. Trigonometride $180^\circ$ ye tekabül eder.
	$\pi$ sayısını $180^\circ$ olarak açıklama	• $180^\circ$
Geçersiz Yanıtlar	$\pi$ sayısı için yapılan geçersiz açıklamalar	• İrrasyonel • Mükemmel bir çemberin yapılamayacağını ispatı
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.4 ile radyan bilgi testindeki 4. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 5:  $360^\circ$ 'da yaklaşık kaç tane  $\pi$  vardır? (Burada  $360$  sayısının yanında derece işareti yoktur.)

Tablo 3.5.5.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
Doğru Yanıtlar	$\pi$ sayısının reel sayı değerini kullanarak yapılan açıklama	• $\frac{360}{3,14} \cong 114$
Eksik Yanıtlar	$\pi$ 'nin değerini belirtmeden yapılan açıklama	• $\frac{360}{\pi}$
Hatalı Yanıtlar	$\pi$ sayısını $180^\circ$ olduğunu belirterek yapılan açıklama	• 2 tane $\pi$ vardır.
	$\pi$ sayısının reel sayı değerini yanlış ifade eden açıklama	• $\frac{360}{3,5} \cong 100$
	$\pi = 180^\circ$ ve $\pi = 3,14$ için yapılan iki ayrı açıklama	• $\pi = 180^\circ$ için 2 , $\pi = 3,14$ için yaklaşık 120
Geçersiz Yanıtlar	$360$ da kaç tane $\pi$ olduğuna ilişkin yapılan geçersiz açıklamalar	• Her açıyı radyan şeklinde ifade edebildiğimize göre $360$ tane. • Radyandan bahsedebilmek için derece olması gerekir.
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.5. ile radyan bilgi testindeki 5. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 6: Aşağıda ölçüleri verilmiş olan açıların ölçülerini derece cinsinden ifade ediniz (Akbaş, 2008).

a) 1 radyan

Tablo 3.5.6.1.	Kategoriler	Açıklama
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ sayısını 3,14 olarak yapılan açıklama	• $1 r = \frac{180^\circ}{\pi} \cong 57^\circ$
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\pi$ radyan = $180^\circ$ eşitliğinden yararlanarak yapılan açıklama	• $\pi = 180^\circ$ ise $1 r = \frac{180^\circ}{\pi}$
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ sayısının değerini belirtmeden yapılan açıklama	• $\frac{x}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ , $\frac{x}{180^\circ} = \frac{1}{\pi}$ $x \cdot \pi = 180^\circ$ $x = \frac{180}{\pi}$
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$1$ radyan = $\pi = 180^\circ$ olduğu belirtilerek yapılan açıklama	• $1 r = \pi = 180^\circ$
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ 'yi $180^\circ$ olarak yapılan açıklama	• $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ , $\frac{D}{180^\circ} = \frac{1}{\pi}$ $D \cdot \pi = 180^\circ \rightarrow D = 1^\circ$
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak $1$ radyanın değerine ilişkin yapılan hatalı açıklama	• $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ ise $D = 180^\circ$
<b>Geçersiz Yanıtlar</b>	$1$ radyanın derece cinsinden değerine ilişkin herhangi bir neden belirtmeden yapılan açıklama	• $1 r = 360^\circ$   $1 r = 90^\circ$ • $1 r = 60^\circ$ • $1 r = 2^\circ$   $1 r = 1^\circ$
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.6.1 ile radyan bilgi testindeki 6. sorunun a şıkkına verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

b)  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı derece cinsinden ifade ediniz.

Tablo 3.5.6.2.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak $\frac{5\pi}{3}$ radyanı açıklama	• $\frac{5\pi}{3} = \frac{D}{180^\circ}$ eşitliğinde $\pi$ sayılarını sadeleştirdikten sonra $5 \cdot 180^\circ = 3 \cdot D$ , $D = 300^\circ$
	$\pi$ radyan $180^\circ$ bağıntısından orantı kurarak ifade etme	•
	$\pi$ yerine $180^\circ$ yazarak $\frac{5\pi}{3}$ radyanı açıklama	• $\frac{5 \cdot 180^\circ}{3} = 300^\circ$
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\frac{5\pi}{3}$ radyanı hatalı olarak açıklama	• $60^\circ$
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.6.2 ile radyan bilgi testindeki 6. sorunun b şıkkına verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 7:  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden ifade ediniz.

Tablo 3.5.7	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
Doğru Yanıtlar	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}</math> <math>120^\circ \cdot \pi = 180^\circ \cdot R</math> , <math>R = \frac{2\pi}{3}</math></li> </ul>
	$\pi = 180^\circ$ olarak yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\pi = 180^\circ</math> <math>? = 120^\circ \cdot \frac{120^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}</math></li> </ul>
Hatalı Yanıtlar	$\pi = 90^\circ$ vey $\pi = 360^\circ$ olarak yapılan hatalı açıklama	
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinde $\pi$ yerine $180^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{180}</math></li> </ul>
	Derece ile radyan arasındaki açı ölçüm dönüşüm eşitliğini hatalı ifade edilerek yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{360}</math></li> </ul>
	$1 \text{ radyan} = 180^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{2}{3} \text{ radyan}</math></li> </ul>
	$1 \text{ radyan} = 2^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.7 ile radyan bilgi testindeki 7. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 8: Yarıçapı 1.8 birim olan bir çemberde ABC yayının uzunluğu 7.2'dir. ABC yayını gören merkez açının ölçüsü kaç radyandır? (Akbaş, 2008).

Tablo 3.5.8.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
Doğru Yanıtlar	Radyan tanımı ( $\frac{\text{Yay Uzunluğu}}{\text{Yarıçap}}$ ) belirtilerek yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{7,2}{1,8} = 4 \text{ radyan}</math></li> </ul>
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$ ) kullanılarak yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>2\pi \cdot 1,8 \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = 7,2</math> <math>\alpha = \frac{7,2}{1,8} = 4</math></li> </ul>
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanılarak derece cinsinden bulunan değeri radyana dönüştürerek yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>2 \cdot \pi \cdot 1,8 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 7,2</math> <math>\alpha = \frac{720}{\pi} = \frac{720}{\pi} \cdot \frac{\pi}{180} = 4</math></li> </ul>
Eksik Yanıtlar	Herhangi bir gerekçe belirtmeden yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>4 \text{ radyan}</math></li> </ul>
Hatalı Yanıtlar	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanılarak yapılan hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>2 \cdot \pi \cdot 1,8 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 7,2</math> <math>\alpha = \frac{2 \cdot 360^\circ}{\pi}</math></li> </ul>
	$\pi = 3$ için çemberin çevresini verilen yay uzunluğuna oranlayarak derece cinsinden yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>2 \cdot 3 \cdot 1,8 = 10,8</math> <math>\frac{10,8}{7,2} = \frac{360^\circ}{x} \quad x = 240^\circ</math></li> </ul>
	$\pi = 3$ için çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanılarak derece cinsinden bulunan değeri radyana dönüştürerek yapılan açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>2 \cdot 3 \cdot 1,8 = 10,8</math> <math>\frac{10,8}{7,2} = \frac{360^\circ}{x} \quad x = 240^\circ = \frac{4\pi}{3}</math></li> </ul>
	Çemberin çevresini yay uzunluğuna oranlayarak yapılan hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{2\pi \cdot 1,8}{7,2} = \frac{3,6\pi}{7,2} = \frac{\pi}{2}</math></li> </ul>
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliği kullanılarak yapılan hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{7,2}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \quad R = \frac{\pi}{25}</math></li> </ul>
	Herhangi bir gerekçe belirtmeden yapılan hatalı açıklama	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{3\pi}{4}</math></li> </ul>
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.8 ile radyan bilgi testindeki 8. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 9:  $f : R \rightarrow R$  ve  $f(x) = x \sin x$  fonksiyonu veriliyor. Aşağıda verilen noktaları hesaplayınız ve koordinat düzleminde gösteriniz (Akkoç, 2008).

a)  $(30, f(30)) = ?$  (Burada 30 derece cinsinden verilmemiştir.)

Tablo 3.5.9.1.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\sin(30)$ değerini, $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden derece dönüşümü yaparak bulabileceğini belirten açıklama	• $(30, \sin(\frac{30 \cdot 180^\circ}{\pi}))$
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\sin(30)$ değerini, derece cinsinden verilmediği için hesaplayamayacağını belirten açıklama	• $(30, 30 \cdot \sin 30)$
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\sin(30)$ değerini derece cinsinden verilmiş gibi $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ kullanılarak yapılan açıklama	• $(30, 30 \cdot \sin 30) = (30, 15)$
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.9.1 ile radyan bilgi testindeki 9. sorunun a şıkkına verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

b)  $f : R \rightarrow R$  ve  $f(x) = x \sin x$  fonksiyonu veriliyor.  $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2})) = ?$

Tablo 3.5.9.2	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
<b>Doğru Yanıtlar</b>	Reel sayı olarak $\pi$ sayısının 3,14 değerini kullanarak yapılan açıklama	• $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) = (\frac{3,14}{2}, \frac{3,14}{2})$
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısının değerini belirtmeden yapılan açıklama	• $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \cdot 1) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısının değerini $180^\circ$ olarak yapılan hatalı açıklama	• $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \cdot 1) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) = (90, 90)$
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.9.2 ile radyan bilgi testindeki 9. sorunun b şıkkına verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Soru 10: Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini yazın. Fonksiyonların tanım kümesindeki elemanlar hangi açı ölçü birimindedir? Açıklayınız.

Tablo 3.5.10.	Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları
<b>Doğru Yanıtlar</b>	Tanım kümesini reel sayılar ve değer kümesini $[-1,1]$ olarak açıklama ve tanım kümesini radyan ölçü birimiyle ilişkilendirme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\sin, \cos: R \rightarrow [-1,1]</math></li> <li>Tanım kümesi reel sayılar olduğundan radyan ölçü birimindedir.</li> </ul>
<b>Eksik Yanıtlar</b>	Değer kümesini doğru $[-1,1]$ ifade eden ancak tanım kümesini reel sayılar olarak açıklamasına rağmen ölçü birimiyle ilişkilendirmeme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\sin, \cos: R \rightarrow [-1,1]</math></li> <li>• <math>\sin, \cos: (-\infty, +\infty) \rightarrow [-1,1]</math></li> </ul>
	Değer kümesini doğru $[-1,1]$ ifade eden ancak tanım kümesini belirtmeden ölçü birimini radyan olarak belirten açıklama	
	Sadece değer kümesini açıklama	• $-1 \leq \sin x, \cos x \leq 1$
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını açı ölçü birimiyle ilişkilendirmeme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tanım Kümesi: <math>[0,2\pi]</math></li> <li>Değer Kümesi: <math>[-1,1]</math></li> </ul>
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını derece ve radyan olarak belirten açıklama	
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını radyan olarak belirten açıklama	
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını derece olarak belirten açıklama	
	Tanım ve değer kümelerini hatalı açıklama	
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	

Tablo 3.5.10 ile radyan bilgi testindeki 10. soruya verilen cevapların kodlanması sonucu ortaya çıkan kategoriler gösterilmiştir.

Öncelikle kodlama örnek bir veri seti üzerinde denenmiş ve kodlama sonuçları ile önceden saptanmış olan kategoriler tekrar gözden geçirilmiştir. Kategoriler oluşturulduktan sonra kategori tanım tablosu ile beraber, rastgele seçilen 10 cevap kâğıdı bağımsız bir uzmana verilerek kategorize etmesi istenmiştir. Yapılan analizler neticesinde araştırmacının kategorize ettiği öğrenci cevapları bağımsız uzman tarafından uygun bulunmuştur. Bu aşamadan sonra verinin tümü araştırmacı tarafından kodlanarak frekanslar ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Böylece elde edilen nitel verilerin sayısallaştırılmasına gidilmiştir. Nitel verinin sayısallaştırılması güvenilirliğin artırılması açısından önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bir veri setinin analizinin aynı araştırmacı tarafından farklı zaman dilimlerinde tekrar edilmesi halinde aynı sonuçlara ulaşıp ulaşılamayacağı değişmezlik açısından güvenilirlik olarak tanımlanmaktadır



(Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu araştırmada olduğu gibi veri çözümleme sürecinin yalnızca bir kişi tarafından yürütüldüğü araştırmalarda güvenilirlik, farklı zamanlarda yapılan kodlama ile sağlanmaktadır. Bu doğrultuda araştırmanın güvenilirliğini sağlamak amacıyla aradan belli bir süre geçtikten sonra verilerin tümü tekrar kodlanarak frekanslar ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Aynı kodlayıcı tarafından farklı zamanlarda yapılan kodlama ile örtüşme yüzdesi % 92,59 olarak hesaplanmıştır ve yapılan analizler neticesinde uyum yüzdesinin Miles ve Huberman'ın (1994) belirttiği %80 kabul edilebilirlik düzeyinin üstünde oldukları görülmüştür.

Araştırmada kavramsal testten elde edilen veriler çözümlendikten sonra oluşturulan kodlar araştırmanın teorik çerçevesinin alt bileşenlerinin oluşturduğu temaların altında toplanmıştır. Veriler detaylı bir şekilde incelenerek kişisel kavram tanımı ve kavram imajı yapısı çerçevesinde kategoriler belirlenmiştir. Oluşan kategorilerin birbirinden net olarak ayırt edilebilir olmasına dikkat edilmiştir.

### **3.6. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği**

Araştırma sonuçlarının inandırıcılığını veya niteliğini gösteren en önemli unsurlar olarak geçerlik ve güvenilirlik kavramları gösterilmektedir. Geçerlik, test ile bireyin ölçülmek istenen özelliğinin diğer özelliklerle karıştırmadan ne derece doğru ölçüldüğü ile ilgilidir. Test puanlarına dayalı tahminlerin uygunluğuna, anlamlılığına ve kullanılabilirliğine ilişkin kanıtlar toplanmasını gerektirir (Büyüköztürk vd., 2015). Güvenirlik ise testin ölçmek istediği özelliği ne derece doğru ölçtüğü ile ilgilidir. Test sonuçlarının duyarlılığına, tutarlılığına ve kararlılığına ilişkin kanıtlar oluşturmayı ifade eder.

Nitel yönü ağır basan araştırmalarda araştırmacılar için geçerlik konusu güvenilirlik konusuna göre daha öncelikli hale gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Nitel araştırmalar güvenilirlik konusunda zorluklar taşımakta ancak geçerlik açısından araştırmacıya fırsatlar sunmaktadır. Geçerliğin önemli ölçütleri arasında toplanan verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi ve araştırmacının sonuçlara nasıl ulaştığını açıklaması yer almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Yin'e (1984) göre bir araştırma

desenin niteliğinin arttırabilmesi için şu özelliklere dikkat edilmesi gerekir (Yin'den aktaran Ergin, 2014):

- a) Yapı geçerliği
- b) İç geçerlik
- c) Dış geçerlik
- d) Güvenirlik

**Yapı Geçerliği:** Bu araştırmanın yapı geçerliliği başarı testi kullanılarak sağlanmaya çalışılmıştır.

**İç Geçerlik:** Araştırmaya ilişkin yorumlarımızın gerçek durumu yansıtmadığı ile ilgilidir. Araştırmacıdan veri toplama, verilerin analizi ve yorumlanması süreçlerinde tutarlı olması ve bu tutarlılığı nasıl sağladığını açıklaması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada, uzman görüşleri alınarak hazırlanmış başarı testi uygulanarak sonuçların farklı durumlar için yorumlanabilmesine çalışılmıştır. Elde edilen veriler, her aşamada eğitim alanında konu uzmanları olan kişilerle tartışılmış, bu kişilerin sonuçlar ile ilgili yorumları alınmıştır.

**Dış Geçerlik:** Araştırmanın sonuçlarının genellenebilirliği ile ilgilidir. (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada da eşdeğer katılımcılar ile araştırmanın aynı şartlar altında uygulanabileceği düşünülmektedir.

**Güvenirlik:** Yapılmış olan bir çalışmanın başka bir araştırmacı tarafından aynı biçimde tekrar edildiğinde aynı veya benzer sonuçları vermesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu araştırma da araştırmanın dış güvenirliliğinin sağlanması için araştırmanın veri kaynağı olan öğrenciler açık bir biçimde tanımlanarak, benzer araştırmalar yapan diğer araştırmacılara çalışma grubu ve bu grubu belirleme süreci açıklanmış ve araştırmanın yöntemi, aşamaları, veri toplama ve analiz yöntemleri ile bulguları yorumlama ve sonuçlara ulaşma konusunda neler yapıldığı açıklanmıştır. Araştırmanın iç güvenirliliğinin sağlanması için alınan önlemler ise elde edilen

verilerin aynı kodlayıcı tarafından farklı zamanlarda kodlama yapılması sağlanmıştır.



## BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde, araştırmada ortaya çıkan verilerin üçüncü bölümde belirtilen yöntem ve teknikler kullanılarak yapılan analizleri sonucunda, araştırmanın problemine ve analiz yöntemi için belirlenmiş temalara göre elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Yorumlar, öğrencilere uygulanan kavramsal testten elde edilen verilerin analizi sonucu ortaya çıkan bulgular temel alınarak yapılmıştır. Bulgular 3 ana alt başlıkta ele alınmıştır. Öğrencilerin radyan kavramı ile ilgili kavramsal testte yer alan sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ilk bölümde tek tek irdelenmiştir. Öğrenci cevaplarına göre oluşturan kategoriler frekans ve yüzde değerleriyle birlikte tablo halinde verilerek tablodaki veriler açıklanmıştır. İkinci bölümde öğrenci cevapları doğrultusunda ortaya çıkan kavram tanımı kategorilerine ait frekans ve yüzde değerleri incelenmiştir ve bunlara ilişkin veriler yorumlanmıştır. Son bölümde ise öğrenci cevapları doğrultusunda ortaya çıkan kavram imajı kategorilerine ait frekans ve yüzde değerleri incelenmiştir. Kategorilere ilişkin tablo halinde verilen verilerin açıklaması yapılmıştır.

Tarama çalışmasında birlikte çalışmak üzere belirlenen öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki her bir soruya verilen öğrenci cevapları kategorilere ayrılarak kodlanmış, frekans ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Radyan bilgi testindeki her bir soru için elde edilen veriler aşağıda verilmiştir.

### 4.1.1. Radyan Bilgi Testindeki 1. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 1. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

1. Soru: Açık ölçü birimlerinden radyanı tanımlayınız.

Tablo 4.1.1'de, radyan bilgi testinde yer alan 1. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.1. Radyan Bilgi Testi 1. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Matematiksel Tanım</b>	Bir çemberde bir merkez açığı radyan cinsinden tanımlama	16	%5,93	%5,93
<b>Kişisel Tanım</b>	Çemberde 1 radyanı tanımlama	34	%12,59	%25,18
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak radyanı tanımlama	27	%10,00	
	$180^\circ = \pi$ radyan şeklinde radyanı tanımlama	7	%2,59	
<b>Geçersiz Tanım</b>	$1 r = \pi = 180^\circ$ şeklinde radyanı tanımlama	44	%16,30	%39,63
	Açıların $\pi$ cinsinden ifade edileceği şeklinde radyanı tanımlama	36	%13,33	
	Açı ölçümünde kullanılır şeklinde radyanı tanımlama	14	%5,19	
	1 radyanı derece cinsinden belirterek radyanı tanımlama	7	%2,59	
	Birim çemberde çemberin çevresinin ( $2\pi$ ) yay ölçüsüne oranlanmasıyla elde edilen birim şeklinde radyanı tanımlama	4	%1,48	
	Çemberde yarıçap ile ilişkili bir değer olarak radyanı tanımlama	2	%0,74	
<b>Tanım Veremeyenler</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	79	%29,26	%29,26
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.1'e göre radyan bilgi testindeki 1. soruyu 270 öğrenci içinden 16 öğrenci matematiksel tanım kullanarak cevaplamış, 68 öğrenci kişisel tanım kullanarak cevaplamış, 107 öğrenci geçersiz tanım kullanarak cevaplamış ve 79 öğrenci ise herhangi bir tanım verememiştir. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde matematiksel tanım kullanan öğrencilerin %5,93; kişisel tanım kullanan öğrencilerin %25,18; geçersiz tanım kullanan öğrencilerin %39,63 ve tanım veremeyen öğrencilerin %29,26 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde matematiksel tanım kullanan 16 öğrenci, bir çemberde bir merkez açığı radyan cinsinden yay uzunluğunun yarıçapa oranı olarak tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %5,93 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kişisel tanım kullanan 68 öğrenci arasından 34 öğrenci, çemberde yarıçap kadar yay tarayan açı şeklinde 1 radyanı ifade ederek radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %12,59 olduğu görülmekte; 27 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak dereceyi  $\pi$  ile çarpıp  $180^\circ$  e böldüğümüzde bulduğumuz sayı olarak radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %10,00 olduğu görülmekte; 7 öğrenci  $180^\circ = \pi$  radyan şeklinde radyanı tanımlamakta

ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %2,59 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde geçersiz tanım kullanan 107 öğrenci arasından 44 öğrenci,  $1 r = \pi = 180^\circ$  şeklinde radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %16,30 olduğu görülmekte; 36 öğrenci, açılarının  $\pi$  cinsinden ifade edileceği şeklinde radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %13,33 olduğu görülmekte; 14 öğrenci açı ölçümünde kullanılır şeklinde radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %5,19 olduğu görülmekte; 7 öğrenci 1 *radyanı* derece cinsinden belirterek ( $1 r = 1^\circ, 1 r = 2^\circ, 1 r = 60^\circ, vb.$ ) radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %2,59 olduğu görülmekte; 4 öğrenci birim çemberde çemberin çevresinin ( $2\pi$ ) yay uzunluğuna oranlanmasıyla elde edilen birim şeklinde radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %1,48 olduğu görülmekte; 2 öğrenci çemberde yarıçap ile ilişkili bir değer olarak radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu tanımı kullanan öğrencilerin %0,74 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 79 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu öğrencilerin %29,26 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.2. Radyan Bilgi Testindeki 2. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 2. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

2. Soru: Açı ölçü birimlerinden derece ve radyan arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

Tablo 4.1.2' de, radyan bilgi testinde yer alan 2. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.2. Radyan Bilgi Testi 2. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklama	93	%34,44	%49,62
	Çember ile ilişkilendirme yaparak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklama	35	%12,96	
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ şeklinde açıklama	6	%2,22	
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	Radyanı $\pi$ ile tanımlayan ve derece ile radyan arasındaki ilişkiyi $\pi = 180^\circ$ ile belirten açıklama	49	%18,15	%33,34
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklarken <i>1radyanı</i> derece cinsinden ifade etme	23	%8,52	
	Derece ile radyan arasındaki açı dönüştürme eşitliğini hatalı açıklama	18	%6,67	
<b>Geçersiz</b>	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyle ilgili geçersiz açıklama	21	%7,78	%7,78
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	25	%9,26	%9,26
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.2' ye göre radyan bilgi testindeki 2. soruyu 270 öğrenci arasından 134 öğrenci doğru yanıtlamış, 90 öğrenci hatalı yanıtlamış, 21 öğrenci geçersiz cevaplar vermiş ve 25 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %49,62; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %33,34; geçersiz yanıtlar kullanan öğrencilerin %7,78 ve cevapsız bırakan öğrencilerin %9,26 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 134 öğrenci arasından 93 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %34,44 olduğu görülmekte; 35 öğrenci  $\pi \text{ radyan} = 180^\circ$  veya  $2\pi \text{ radyan} = 360^\circ$  şeklinde çember ile ilişkilendirme yaparak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %12,96 olduğu görülmekte; 6 öğrenci derece ile radyan arasındaki ilişkiyi  $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$  şeklinde açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,22 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 90 öğrenci arasından 49 öğrenci radyanı  $\pi$  ile tanımlayan ve derece ile radyan arasındaki ilişkiyi  $\pi = 180^\circ$  ile belirterek açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %18,15 olduğu görülmekte; 23 öğrenci derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklarken *1 radyanı* derece cinsinden ifade ederek ( $1r = 1^\circ, 1r = 2^\circ, 1r = 60^\circ, vb.$ ) açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,52 olduğu görülmekte; 18 öğrenci derece ile radyan arasındaki açı dönüştürme eşitliğini

hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %6,67 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde derece ile radyan arasındaki ilişkiyle ilgili geçersiz açıklamalar yapan 21 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %7,78 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 25 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu öğrencilerin %9,26 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.3. Radyan Bilgi Testindeki 3. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 3. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

3. Soru: Bir çemberde yaklaşık kaç radyan vardır? Bunu nasıl hesaplıyorsunuz?

Tablo 4.1.3' de, radyan bilgi testinde yer alan 3. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.3. Radyan Bilgi Testi 3. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	Çemberin çevresini yarıçapına oranlayarak yapılan açıklama	23	%8,52	%41,48
	$\pi$ ' nin reel sayı değerini kullanarak çember yayının uzunluğunu ifade eden açıklama	7	%2,59	
	Çember yayının ölçüsünü( $360^\circ$ ), 1 radyana ( $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ ) oranlayarak yapılan açıklama	4	%1,48	
	$\pi = 180^\circ$ eşitliği kullanılarak çember yayının ( $360^\circ$ ) $2\pi$ radyan olduğunu belirten açıklama	58	%21,48	
	Çember yayının( $360^\circ$ ), $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak radyan olarak karşılığını belirten açıklama	20	%7,41	
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	Çember yayını $360^\circ$ ve $\pi$ sayısını $180^\circ$ olarak yapılan açıklama	56	%20,74	%20,74
<b>Geçersiz Yanıtlar</b>	Bir çemberde kaç radyan olduğuna ilişkin yapılan geçersiz açıklama	55	%20,37	%20,37
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$1r = 60^\circ$ eşitliğini kullanarak yapılan açıklama	1	%0,37	%0,37
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	46	%17,04	%17,04
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.3' e göre radyan bilgi testindeki 3. soruyu 270 öğrenci arasından 112 öğrenci doğru yanıtlamış, 56 öğrenci hatalı yanıtlamış, 55 öğrenci geçersiz cevaplar vermiş, 1 öğrenci eksik yanıtlamış ve 46 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %41,48; hatalı yanıtlar



veren öğrencilerin %20,74; geçersiz yanıtlar veren öğrencilerin %20,37; eksik yanıt veren öğrencilerin %0,37 ve cevapsız bırakan öğrencilerin %9,26 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 112 öğrenci arasından 23 öğrenci  $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$  radyan şeklinde çemberin çevresini yarıçapına oranlayarak bir çemberde kaç radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,52 olduğu görülmekte; 7 öğrenci  $\pi$ 'nin reel sayı değerini kullanarak çember yayının uzunluğunu hesaplayarak ( $2\pi = 2.3,14 = 6,28$  rd) bir çemberde kaç radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmekte; 4 öğrenci çember yayının ölçüsünü ( $360^\circ$ ), 1 radyana ( $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ ) oranlayarak ( $\frac{360^\circ}{\pi}$ ) bir çemberde kaç radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,48 olduğu görülmekte; 58 öğrenci  $\pi = 180^\circ$  eşitliği kullanılarak çember yayının ( $360^\circ$ )  $2\pi$  radyan olduğunu belirterek bir çemberde kaç radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %21,48 olduğu görülmekte; 20 öğrenci çember yayının ( $360^\circ$ ),  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak ( $\frac{360^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ ) radyan olarak karşılığını belirterek bir çemberde kaç radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %7,41 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 56 öğrenci çember yayını  $360^\circ$  ve  $\pi$  sayısını  $180^\circ$  olarak  $\frac{360^\circ}{180^\circ} = 2$  radyan şeklinde bir çemberde kaç radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %20,74 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde bir çemberde kaç radyan olduğuna ilişkin geçersiz açıklamalar yapan 55 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %20,37 olduğu görülmektedir. Soruyu eksik yanıtlayan 1 öğrenci bir çemberde kaç radyan olduğunu hesaplarken  $1r = 60^\circ$  bilgisini kullanmış ancak başka bir açıklamada bulunmamıştır. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 46 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu öğrencilerin %17,04 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.4. Radyan Bilgi Testindeki 4. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 4. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

4. Soru:  $\pi$  zihninizde neler çağırıyor?  $\pi$  hakkında bildiklerinizi yazınız.

Tablo 4.1.4' de, radyan bilgi testinde yer alan 4. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.4. Radyan Bilgi Testi 4. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	İrrasyonel bir sayı olarak $\pi$ sayısının değerini açıklama	177	%65,56	%65,56
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısının 3,14 ve $180^\circ$ gibi iki farklı değeri olduğunu açıklama	46	%17,04	%22,60
	$\pi$ sayısını $180^\circ$ olarak açıklama	15	%5,56	
<b>Geçersiz Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısı için yapılan geçersiz açıklamalar	29	%10,74	%10,74
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	3	%1,11	%1,11
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.4' e göre radyan bilgi testindeki 4. soruyu 270 öğrenci arasından 177 öğrenci doğru yanıtlamış, 61 öğrenci hatalı yanıtlamış, 29 öğrenci geçersiz cevaplar vermiş ve 3 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %65,56; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %22,60; geçersiz yanıtlar veren öğrencilerin %10,74 ve cevapsız bırakan öğrencilerin %1,11 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 177 öğrenci irrasyonel bir sayı olarak  $\pi$  sayısının değerini 3,14 veya yaklaşık 3 olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %65,56 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 61 öğrenci arasından 46 öğrenci  $\pi$  sayısının 3,14 ve  $180^\circ$  gibi iki farklı değeri olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %17,04 olduğu görülmekte; 15 öğrenci ise  $\pi$  sayısının değerini  $180^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,56 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde  $\pi$  sayısı için yapılan geçersiz açıklamalar yapan 29 öğrenci bulunmaktadır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %10,74 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 3 öğrenci bulunmaktadır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,11 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.5. Radyan Bilgi Testindeki 5. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 5. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

5. Soru: 360° da yaklaşık kaç tane  $\pi$  vardır? (Burada 360 sayısının yanında derece işareti yoktur.)

Tablo 4.1.5' de, radyan bilgi testinde yer alan 5. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.5.Radyan Bilgi Testi 5. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısının reel sayı değerini kullanarak yapılan açıklama	156	%57,78	%57,78
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\pi$ ' nin değerini belirtmeden yapılan açıklama	13	%4,81	%4,81
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısını 180° olduğunu belirterek yapılan açıklama	36	%13,33	%16,66
	$\pi = 180^\circ$ ve $\pi = 3,14$ için yapılan iki ayrı açıklama	5	%1,85	
	$\pi$ sayısının reel sayı değerini yanlış ifade eden açıklama	4	%1,48	
<b>Geçersiz Yanıtlar</b>	360 da kaç tane $\pi$ olduğuna ilişkin yapılan geçersiz açıklamalar	21	%7,78	%7,78
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	35	%12,96	%12,96
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.5' e göre radyan bilgi testindeki 5. soruyu 270 öğrenci arasından 156 öğrenci doğru yanıtlamış, 13 öğrenci eksik yanıtlamış, 45 öğrenci hatalı yanıtlamış, 21 öğrenci geçersiz cevaplar vermiş ve 35 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %57,78; eksik yanıtlar veren öğrencilerin %4,81; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %16,66; geçersiz yanıtlar veren öğrencilerin %7,78 ve cevapsız bırakan öğrencilerin %12,96 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 156 öğrenci  $\pi$  sayısının reel sayı değerini kullanarak 360° da yaklaşık 114 tane  $\pi$  olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %57,78 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü eksik yanıtlayan 13 öğrenci  $\pi$ ' nin değerini belirtmeden  $\frac{360}{\pi}$  olarak 360° da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %4,81 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 45 öğrenci arasından 36 öğrenci  $\pi$  sayısını 180° olarak  $\frac{360^\circ}{180^\circ} = 2$  şeklinde 360° da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %13,33 olduğu görülmekte; 5 öğrenci  $\pi = 180^\circ$  ve  $\pi = 3,14$  için 360° da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,85 olduğu görülmekte; 4 öğrenci ise  $\pi$  sayısının reel sayı değerini yanlış ifade

ederek 360'da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,48 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde 360 da kaç tane  $\pi$  olduğuna ilişkin geçersiz açıklamalar yapan 21 öğrenci bulunmaktadır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %7,78 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 35 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu öğrencilerin %12,96 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.6. Radyan Bilgi Testindeki 6. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 6. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

6. Soru: Aşağıda ölçüleri verilmiş olan açıların ölçülerini derece cinsinden ifade ediniz.

a) 1 radyan

Tablo 4.1.6.1' de, radyan bilgi testinde yer alan 6. sorunun a şıkkına ait analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.6.1. Radyan Bilgi Testi 6. Sorunun a Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ sayısını 3,14 alarak yapılan açıklama	14	%5,19	%5,19
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ sayısının değerini belirtmeden yapılan açıklama	38	%14,07	%24,07
	$\pi$ radyan = $180^\circ$ eşitliğinden yararlanarak yapılan açıklama	27	%10,00	
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	1 radyan = $\pi = 180^\circ$ olduğu belirtilerek yapılan açıklama	132	%48,89	%55,56
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ ' yi $180^\circ$ olarak yapılan açıklama	14	%5,19	
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak 1 radyanın değerine ilişkin yapılan hatalı açıklama	4	%1,48	
<b>Geçersiz Yanıtlar</b>	1 radyanın derece cinsinden değerine ilişkin herhangi bir neden belirtmeden yapılan açıklama	16	%5,93	%5,93
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	25	%14,07	%14,07
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.6.1' e göre radyan bilgi testindeki 6. sorunun a şıkkına 270 öğrenci arasından 14 öğrenci doğru yanıtlamış, 65 öğrenci eksik yanıtlamış, 150 öğrenci hatalı yanıtlamış,

16 öğrenci geçersiz cevaplar vermiş ve 25 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %5,19; eksik yanıtlar veren öğrencilerin %24,07; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %55,56; geçersiz yanıtlar veren öğrencilerin %5,93 ve cevapsız bırakan öğrencilerin %14,07 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 14 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak ve  $\pi$  sayısını 3,14 alarak 1 radyanı derece cinsinden yaklaşık  $57,3^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü eksik yanıtlayan 65 öğrenci arasından 38 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak ve  $\pi$  sayısının değerini belirtmeden 1 radyanı  $\frac{180^\circ}{\pi}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,07 olduğu görülmekte; 27 öğrenci ise  $\pi \text{ radyan} = 180^\circ$  eşitliğinden yararlanarak 1 radyanı  $\frac{180^\circ}{\pi}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %10,00 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 150 öğrenci arasından 132 öğrenci  $1 \text{ radyan} = \pi = 180^\circ$  olduğunu belirtilerek açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %48,89 olduğu görülmekte; 14 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak ve  $\pi$ 'yi  $180^\circ$  alarak  $1 \text{ radyan} = 1^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmekte; 4 öğrenci ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak 1 radyanın değerini hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,48 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde 1 radyanın derece cinsinden değerine ilişkin herhangi bir neden belirtmeden geçersiz açıklamalar yapan 16 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,93 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 25 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde bu öğrencilerin %14,07 olduğu görülmektedir.

b)  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı derece cinsinden ifade ediniz.

Tablo 4.1.6.2' de, radyan bilgi testinde yer alan 6. sorunun b şıkkına ait analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.6.2. Radyan Bilgi Testi 6. Sorunun b Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
Doğru Yanıtlar	$\pi$ yerine $180^\circ$ yazarak $\frac{5\pi}{3}$ radyanı açıklama	214	%79,26	%95,55
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak $\frac{5\pi}{3}$ radyanı açıklama	38	%14,07	
	$\pi$ radyan $180^\circ$ bağıntısından orantı kurarak ifade etme	6	%2,22	
Hatalı Yanıtlar	$\frac{5\pi}{3}$ radyanı hatalı olarak açıklama	8	%2,96	%2,96
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	4	%1,48	%1,48
Toplam		270	%100	%100

Tablo 4.1.6.2' ye göre radyan bilgi testindeki 6. sorunun b şıkkına 270 öğrenci arasından 258 öğrenci doğru yanıtlamış, 8 öğrenci hatalı yanıtlamış, 4 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %95,55; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %2,96; ve cevapsız bırakan öğrencilerin %1,48 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 258 öğrenci arasından 214 öğrenci  $\pi$  yerine  $180^\circ$  yazarak  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %79,26 olduğu görülmekte; 38 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,07 olduğu görülmekte; 6 öğrenci ise  $\pi$  radyan  $180^\circ$  bağıntısından orantı kurarak  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,22 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde 8 öğrenci  $\frac{5\pi}{3}$  radyanı hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,96 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 4 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,48 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.7. Radyan Bilgi Testindeki 7. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 7. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

7. Soru:  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden ifade ediniz.

Tablo 4.1.7' de, radyan bilgi testinde yer alan 7. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.7.Radyan Bilgi Testi 7. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
Doğru Yanıtlar	$\pi = 180^\circ$ olarak yapılan açıklama	139	%51,48	%86,67
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak yapılan açıklama	95	%35,19	
Hatalı Yanıtlar	$\pi = 90^\circ$ veya $\pi = 360^\circ$ olarak yapılan hatalı açıklama	12	%4,44	%10,36
	1 <i>radyan</i> = $180^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	7	%2,59	
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinde $\pi$ yerine $180^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	5	%1,85	
	Derece ile radyan arasındaki açı ölçüm dönüşüm eşitliğini hatalı ifade edilerek yapılan açıklama	3	%1,11	
	1 <i>radyan</i> = $2^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	1	%0,37	
Cevapsız	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	8	%2,96	%2,96
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.7' ye göre radyan bilgi testindeki 7. soruya 270 öğrenci arasından 234 öğrenci doğru yanıtlamış, 28 öğrenci hatalı yanıtlamış, 8 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %86,67; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %10,36; ve cevapsız bırakan öğrencilerin %2,96 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 234 öğrenci arasından 139 öğrenci  $\pi = 180^\circ$  olarak ve  $120^\circ$  ile orantı kurarak  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden  $\frac{2\pi}{3}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %51,48 olduğu görülmekte; 95 öğrenci ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden  $\frac{2\pi}{3}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %35,19 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 28 öğrenci arasından 12 öğrenci  $\pi = 90^\circ$  veya  $\pi = 360^\circ$  olarak  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %4,44 olduğu görülmekte; 7 öğrenci 1 *radyan* =  $180^\circ$  kullanarak  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmekte; 5 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinde  $\pi$  yerine  $180^\circ$  kullanarak  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,85 olduğu görülmekte; 3 öğrenci derece ile radyan arasındaki açı ölçüm dönüşüm eşitliğini hatalı ifade ederek  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,11 olduğu görülmekte; 1 öğrenci ise 1 *radyan* =  $2^\circ$  kullanarak  $120^\circ$ 'yi radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %0,37 olduğu görülmektedir. Sorunun

çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 8 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,96 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.8. Radyan Bilgi Testindeki 8. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 8. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

8. Soru: Yarıçapı 1.8 birim olan bir çemberde ABC yayının uzunluğu 7.2'dir. ABC yayını gören merkez açının ölçüsü kaç radyandır?

Tablo 4.1.8' de, radyan bilgi testinde yer alan 8. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.8. Radyan Bilgi Testi 8. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	Radyan tanımı ( $\frac{Yay\ Uzunlu\u{g}u}{Yarıçap}$ ) belirtilerek yapılan açıklama	24	%8,89	%15,19
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$ ) kullanarak yapılan açıklama	14	%5,19	
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanılarak derece cinsinden bulunan değeri radyana dönüştürerek yapılan açıklama	3	%1,11	
<b>Eksik Yanıtlar</b>	Herhangi bir gerekçe belirtmeden yapılan açıklama	11	%4,07	%4,07
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\pi = 3$ için çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanarak derece cinsinden bulunan değeri radyana dönüştürerek yapılan açıklama	26	%9,63	%37,05
	Herhangi bir gerekçe belirtmeden yapılan hatalı açıklama	22	%8,15	
	$\pi = 3$ için çemberin çevresini verilen yay uzunluğuna oranlayarak derece cinsinden yapılan açıklama	18	%6,67	
	Çemberin çevresini yay uzunluğuna oranlayarak yapılan hatalı açıklama	17	%6,30	
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanarak yapılan hatalı açıklama	14	%5,19	
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliği kullanarak yapılan hatalı açıklama	3	%1,11	
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	118	%43,70	%43,70
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.8' e göre radyan bilgi testindeki 8. soruya 270 öğrenci arasından 41 öğrenci doğru yanıtlamış, 11 öğrenci eksik yanıtlamış, 100 öğrenci hatalı yanıtlamış, 118 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %15,19; eksik yanıt veren öğrencilerin %4,07; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %37,05; ve cevapsız bırakan öğrencilerin %43,70 olduğu



görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 41 öğrenci arasında 24 öğrenci radyan tanımı ile ilişki kurarak  $\frac{\text{Yay Uzunluğu}}{\text{Yarıçap}}$  eşitliği yardımıyla ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,89 olduğu görülmekte; 14 öğrenci çemberde yay uzunluğu eşitliği ile ilişki kurarak  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$  eşitliğini kullanarak ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmekte; 3 öğrenci ise çemberde yay uzunluğu eşitliği ile ilişki kurarak  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$  eşitliğini kullanarak derece cinsinden bulunan değeri radyana çevirerek ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,11 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü herhangi bir gerekçe belirtmeden eksik yanıtlayan 11 öğrenci bulunmaktadır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %4,07 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 100 öğrenci arasında 26 öğrenci  $\pi = 3$  için çemberde yay uzunluğu eşitliği ile ilişki kurarak  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$  eşitliğinden merkez açının ölçüsünü derece cinsinden ifade etmekte ancak derece cinsinden bulunan değeri radyan olarak hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %9,63 olduğu görülmekte; 22 öğrenci herhangi bir gerekçe belirtmeden ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,15 olduğu görülmekte; 18 öğrenci  $\pi = 3$  için çemberin çevresini verilen yay uzunluğuna oranlayarak  $\frac{2 \cdot 3 \cdot 1,8}{7,2} = \frac{\alpha}{360^\circ}$  eşitliğinden derece cinsinden ifade etmekte ancak ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden açıklamamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %6,67 olduğu görülmekte; 17 öğrenci çemberin çevresini yay uzunluğuna oranlayarak  $\frac{2 \cdot \pi \cdot 1,8}{7,2} = \frac{\pi}{2}$  eşitliği ile ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %6,30 olduğu görülmekte; 14 öğrenci çemberde yay uzunluğu eşitliği ile ilişki kurarak  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$  eşitliğinden ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmekte; 3 öğrenci ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğini kullanarak ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade

edildiğinde %1,11 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 118 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %43,70 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.9. Radyan Bilgi Testindeki 9. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 9. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

9. Soru:  $f : R \rightarrow R$  ve  $f(x) = x \sin x$  fonksiyonu veriliyor. Aşağıda verilen noktaları hesaplayınız ve koordinat düzleminde gösteriniz.

a)  $(30, f(30)) = ?$  (Burada 30 derece cinsinden verilmemiştir.)

b)  $(\pi/2, f(\pi/2)) = ?$

Tablo 4.1.9.1' de, radyan bilgi testinde yer alan 9. sorunun a şıkkı ile ilgili analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.9.1. Radyan Bilgi Testi 9. Sorunun a Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	$\sin(30)$ değerini, $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden derece dönüşümü yaparak bulabileceğini belirten açıklama	16	%5,93	%5,93
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\sin(30)$ değerini, derece cinsinden verilmediği için hesaplayamayacağını belirten açıklama	31	%11,48	%11,48
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\sin(30)$ değerini derece cinsinden verilmiş gibi $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ kullanılarak yapılan açıklama	124	%45,93	%45,93
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	99	%36,67	%36,67
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.9.1' e göre radyan bilgi testindeki 9. sorunun a şıkkına 270 öğrenci arasından 16 öğrenci doğru yanıtlamış, 31 öğrenci eksik yanıtlamış, 124 öğrenci hatalı yanıtlamış, 99 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %5,93; eksik yanıtlar veren öğrencilerin %11,48; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %45,93; ve cevapsız bırakan öğrencilerin %36,67 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 16 öğrenci  $\sin(30)$

değerini,  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden derece dönüşümü yaparak  $\sin\left(\frac{30.180^\circ}{\pi}\right)$  şeklinde açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,93 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü eksik yanıtlayan 31 öğrenci  $\sin(30)$  değerini, derece cinsinden verilmediği için hesaplayamayacağını açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %11,48 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 124 öğrenci  $\sin(30)$  değerini derece cinsinden verilmiş gibi  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$  şeklinde açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %45,93 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 99 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %36,67 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.1.9.2' de, radyan bilgi testinde yer alan 9. sorunun b şıkkı ile ilgili analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.9.2. Radyan Bilgi Testi 9. Sorunun b Şıkkı ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	Reel sayı olarak $\pi$ sayısının 3,14 değerini kullanarak yapılan açıklama	7	%2,59	%2,59
<b>Eksik Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısının değerini belirtmeden yapılan açıklama	121	%44,81	%44,81
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	$\pi$ sayısının değerini $180^\circ$ olarak yapılan hatalı açıklama	53	%19,63	%19,63
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	89	%32,96	%32,96
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.9.2' ye göre radyan bilgi testindeki 9. sorunun b şıkkına 270 öğrenci arasından 7 öğrenci doğru yanıtlamış, 121 öğrenci eksik yanıtlamış, 53 öğrenci hatalı yanıtlar vermiş, 89 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %2,59; eksik yanıtlar veren öğrencilerin %44,81; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %19,63; ve cevapsız bırakan öğrencilerin %32,96 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 7 öğrenci reel sayı olarak  $\pi$  sayısının 3,14 değerini kullanarak istenen fonksiyonun değerini  $\frac{\pi}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3,14}{2} \cdot 1 = 1,07$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü eksik yanıtlayan 121 öğrenci  $\pi$  sayısının değerini belirtmeden istenen fonksiyonun değerini  $\frac{\pi}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %44,81 olduğu görülmektedir.

Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 53 öğrenci  $\pi$  sayısının değerini  $180^\circ$  olarak  $\frac{\pi}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{180}{2} \cdot \sin\left(\frac{180}{2}\right) = 90$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %19,63 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 89 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %32,96 olduğu görülmektedir.

#### 4.1.10. Radyan Bilgi Testindeki 10. Soru ile İlgili Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki 10. soru ile ilgili verdikleri cevaplar incelenmiştir.

10. Soru: Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini yazın. Fonksiyonların tanım kümesindeki elemanlar hangi açı ölçü birimindedir? Açıklayınız.

Tablo 4.1.10' da, radyan bilgi testinde yer alan 10. sorunun analiz sonuçları verilmiştir.

**Tablo 4.1.10. Radyan Bilgi Testi 10. Soru ile İlgili Öğrenci Cevaplarına Ait Kategoriler Frekans ve Yüzde Değerleri**

	Kategoriler	f	%	Toplam %
<b>Doğru Yanıtlar</b>	Tanım kümesini reel sayılar ve değer kümesini $[-1,1]$ olarak açıklama ve tanım kümesini radyan ölçü birimiyle ilişkilendirme	14	%5,19	%5,19
<b>Eksik Yanıtlar</b>	Sadece değer kümesini açıklama	40	%14,81	%30,73
	Değer kümesini doğru $[-1,1]$ ifade eden ancak tanım kümesini reel sayılar olarak açıklamasına rağmen ölçü birimiyle ilişkilendirmeme	38	%14,07	
	Değer kümesini doğru $[-1,1]$ ifade eden ancak tanım kümesini belirtmeden ölçü birimini radyan olarak belirten açıklama	5	%1,85	
<b>Hatalı Yanıtlar</b>	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını açı ölçü birimiyle ilişkilendirmeme	45	%16,67	%33,71
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını radyan olarak belirten açıklama	16	%5,93	
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını derece ve radyan olarak belirten açıklama	9	%3,33	
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını derece olarak belirten açıklama	7	%2,59	
	Tanım ve değer kümelerini hatalı açıklama	14	%5,19	
<b>Cevapsız</b>	Soruya herhangi bir açıklama yapmama	82	%30,37	%30,37
<b>Toplam</b>		270	%100	%100

Tablo 4.1.10' a göre radyan bilgi testindeki 10. soruya 270 öğrenci arasından 14 öğrenci doğru yanıtlamış, 83 öğrenci eksik yanıtlamış, 91 öğrenci hatalı yanıtlamış, 82 öğrenci ise cevapsız bırakmıştır. Elde edilen veriler yüzde olarak ifade edildiğinde doğru yanıtlar veren öğrencilerin %5,19; eksik yanıt veren öğrencilerin %30,73; hatalı yanıtlar veren öğrencilerin %33,71; ve cevapsız bırakan öğrencilerin %30,37 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü doğru yanıtlayan 14 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesini reel sayılar ve değer kümesini  $[-1,1]$  olarak açıklamakta ve tanım kümesini radyan ölçü birimiyle ilişkilendirmektedir. Sorunun çözümünü eksik yanıtlayan 83 öğrenci arasından 40 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesine ilişkin herhangi bir açıklama yapmamakta sadece değer kümesini  $[-1,1]$  olarak doğru açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,81 olduğu görülmekte; 38 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının değer kümesini  $[-1,1]$  olarak doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini reel sayılar olarak açıklamasına rağmen ölçü birimiyle ilişkilendirememekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,07 olduğu görülmekte; 5 öğrenci ise sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının değer kümesini  $[-1,1]$  olarak doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini belirtmeden ölçü birimini radyan olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,85 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünü hatalı yanıtlayan 91 öğrenci arasından 45 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının değer kümesini doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini hatalı açıklamakta ve tanım kümesinin elemanlarını açı ölçü birimiyle ilişkilendirmemekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %16,67 olduğu görülmekte; 16 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının değer kümesini doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini hatalı belirtmesine rağmen tanım kümesinin elemanlarını radyan ölçü birimi olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,93 olduğu görülmekte; 9 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının değer kümesini doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini hatalı açıklamakta ve tanım kümesinin elemanlarını hem derece hem de radyan ölçü biriminden olabileceğini açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %3,33 olduğu görülmekte; 7 öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının değer kümesini doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini hatalı açıklamakta ve tanım kümesinin elemanlarını derece ölçü birimi olarak belirtmekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmekte; 14 öğrenci ise sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve

değer kümelerini hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde herhangi bir açıklama yapmayan 82 öğrenci bulunmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %30,37 olduğu görülmektedir.

#### 4.2. Kişisel Kavram Tanımına İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki sorulara verilen öğrenci cevapları doğrultusunda ortaya çıkan kavram tanımı kategorilerine ait frekans ve yüzde değerleri incelenmiştir.

**Tablo 4.2. Kavramsal Teste Verilen Cevaplara Göre Ortaya Çıkan Kavram Tanımı Kategorilerine Ait Frekans ve Yüzdeler**

Soru	Kavram Tanımı Kategorileri	f	%
1	Çemberde 1 radyanı tanımlama	34	%12,59
	Çemberde bir merkez açığı radyan cinsinden tanımlama	16	%5,93
3	Çemberin çevresini yarıçapına oranlayarak yapılan açıklama	23	%8,52
	$\pi^2$ nin reel sayı değerini kullanarak çember yayının uzunluğunu ifade eden açıklama	7	%2,59
8	Radyan tanımı ( $\frac{Yay\ Uzunlu\u{g}u}{Yarıçap}$ ) belirtilerek yapılan açıklama	24	%8,89
10	Tanım kümesinin reel sayılar ve değer kümesinin $[-1,1]$ olduğunu belirterek tanım kümesini radyan ölçü birimiyle açıklama	14	%5,19

Tablo 4.2' ye göre öğrencilerin kavramsal testteki soruların çözümünde kavram tanımından yararlandıkları sorular birinci, üçüncü, sekizinci ve onuncu sorulardır.

Birinci sorunun çözümünde radyan kavramını tanımlayan 270 öğrenci arasından 50 öğrenci kavram tanımı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %18,52 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram tanımı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 34 öğrenci çemberde 1 radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %12,59 olduğu görülmekte; 16 öğrenci ise çemberde bir merkez açığı radyan cinsinden tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,93 olduğu görülmektedir.

Üçüncü sorunun çözümünde bir çemberde yaklaşık kaç radyan olduğunu açıklayan 270 öğrenci arasından 30 öğrenci kavram tanımı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak

ifade edildiğinde %11,11 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram tanımı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 23 öğrenci çemberin çevresini yarıçapına oranlayarak açıklama yapmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,52 olduğu görülmektedir; 7 öğrenci ise  $\pi$ 'nin reel sayı değerini kullanarak çember yayının uzunluğunu( $2\pi = 6,28$ ) ifade eden açıklama yapmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmektedir.

Sekizinci sorunun çözümünde yarıçapı 1.8 birim olan çemberde 7.2 birim uzunluğundaki ABC yayını gören merkez açığı radyan cinsinden ifade eden 270 öğrenci arasından 24 öğrenci kavram tanımı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,89 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram tanımı bilgisi kullanan 24 öğrenci radyanın  $\frac{\text{Yay Uzunluğu}}{\text{Yarıçap}}$  tanımını belirterek açıklama yapmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,89 olduğu görülmektedir.

Onuncu sorunun çözümünde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini açıkladıktan sonra fonksiyonların tanım kümesindeki elemanların açı ölçü birimini ifade eden 270 öğrenci arasından 14 öğrenci kavram tanımı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram tanımı bilgisi kullanan 14 öğrenci tanım kümesinin reel sayılar ve değer kümesinin  $[-1,1]$  olduğunu belirterek tanım kümesini radyan ölçü birimiyle açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmektedir.

### 4.3. Kavram İmajına İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öğrencilere uygulanan radyan bilgi testindeki sorulara verilen öğrenci cevapları doğrultusunda ortaya çıkan kavram imajı kategorilerine ait frekans ve yüzde değerleri incelenmiştir.

**Tablo 4.3. Kavramsal Teste Verilen Cevaplara Göre Ortaya Çıkan Kavram İmajı Kategorilerine Ait Frekans ve Yüzdeler**

Soru	Kavram İmajı Kategorileri	f	%
1	$1 r = \pi = 180^\circ$ olarak radyanı açıklama	44	%16,30
	Açıların $\pi$ cinsinden ifade edileceği şekilde radyanı açıklama	36	%13,33
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak radyanı açıklama	27	%10,00
	$\pi$ radyan = $180^\circ$ olduğunu belirterek radyanı açıklama	7	%2,59
	1 <i>radyanı</i> derece cinsinden belirten açıklama	7	%2,59
2	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklama	93	%34,44
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi $1r = \pi = 180^\circ$ olduğunu belirten açıklama	49	%18,15
	Çember ile ilişkilendirme yaparak ( $\pi$ radyan = $180^\circ$ ) derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklama	35	%12,96
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklarken 1 <i>radyanı</i> derece cinsinden belirten açıklama	23	%8,52
	Derece ile radyan arasındaki ilişkiyi $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ şeklinde açıklama	6	%2,22
3	$\pi = 180^\circ$ değerini kullanarak çember yayının $2\pi$ radyan olduğunu belirten açıklama	58	%21,48
	Çember yayını $360^\circ$ ve $\pi$ sayısını $180^\circ$ alarak yapılan açıklama	56	%20,74
	Çember yayının, $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak radyan olarak karşılığını $2\pi$ olarak belirten açıklama	20	%7,41
	Çember yayının ölçüsünü, $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$ eşitliğini kullanarak açıklama	4	%1,48
4	$\pi$ sayısının reel sayı değerini kullanarak yapılan açıklama	177	%65,56
	$\pi$ sayısının 3,14 ve $180^\circ$ gibi iki farklı değeri olduğunu açıklama	46	%17,04
	$\pi$ sayısını $180^\circ$ olarak açıklama	15	%5,56
5	$\pi$ sayısının reel sayı değerini kullanarak yapılan açıklama	156	%57,78
	$\pi$ sayısını $180^\circ$ olarak açıklama	36	%13,33
	$\pi = 180^\circ$ ve $\pi = 3,14$ için yapılan iki farklı açıklama	5	%1,85
6.a	1 <i>radyan</i> = $\pi = 180^\circ$ olduğu belirtilerek yapılan açıklama	132	%48,89
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden $\pi$ sayısının değerini belirtmeden yapılan açıklama	38	%14,07
	$\pi$ radyan = $180^\circ$ eşitliğinden yararlanarak yapılan açıklama	27	%10,00
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğini ve $\pi = 3,14$ kullanarak 1 radyanın değerini açıklama	14	%5,19
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak ve $\pi$ 'yi $180^\circ$ alarak yapılan açıklama	14	%5,19
6.b	$\pi = 180^\circ$ eşitliğinden yararlanarak $\frac{5\pi}{3}$ radyanı açıklama	214	%79,26
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak $\frac{5\pi}{3}$ radyanı açıklama	38	%14,07
	$\pi$ radyan = $180^\circ$ eşitliğinden yararlanarak yapılan açıklama	6	%2,22
7	$\pi = 180^\circ$ eşitliğinden yararlanarak 120 <i>dereceyi</i> , radyan cinsinden açıklama	139	%51,48
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden yararlanarak 120 <i>dereceyi</i> , radyan cinsinden açıklama	95	%35,19
	1 <i>radyan</i> = $180^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	7	%2,59
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinde $\pi$ yerine $180^\circ$ kullanılarak yapılan hatalı açıklama	5	%1,85



8	$\pi = 3$ için çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanılarak derece cinsinden bulunan değeri radyana dönüştürerek yapılan açıklama	26	%9,63
	$\pi = 3$ için çemberin çevresini verilen yay uzunluğuna oranlayarak derece cinsinden yapılan açıklama	18	%6,67
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$ ) kullanılarak yapılan açıklama	17	%6,30
	Çemberde yay uzunluğu eşitliği ( $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ) kullanılarak yapılan hatalı açıklama	14	%5,19
9.a	$\sin(30)$ değerini derece cinsinden verilmiş gibi $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ kullanılarak yapılan açıklama	124	%45,93
	$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliğinden derece dönüşümü yaparak $\sin(30)$ değerini belirten açıklama	16	%5,93
9.b	$\pi$ sayısının değerini $180^\circ$ olarak yapılan hatalı açıklama	53	%19,63
	$\pi$ sayısının 3,14 değerini kullanarak yapılan açıklama	7	%2,59
10.	Değer kümesini doğru $[-1,1]$ ifade eden ancak tanım kümesini reel sayılar olarak açıklamasına rağmen ölçü birimiyle ilişkilendirmeme	38	%14,07
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını radyan olarak belirten açıklama	16	%5,93
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını derece ve radyan olarak belirten açıklama	9	%3,33
	Değer kümesini doğru ifade eden ancak tanım kümesine ilişkin yapılan hatalı açıklama ve tanım kümesinin elemanlarını derece olarak belirten açıklama	7	%2,59
	Değer kümesini doğru $[-1,1]$ ifade eden ancak tanım kümesini belirtmeden ölçü birimini radyan olarak belirten açıklama	5	%1,85

Tablo 4.3' te kavramsal testteki soruların çözümünde öğrencilerin başvurduğu kavram imajı bilgisi her bir soru için ayrı ayrı incelenmiş ve öğrenci cevaplarından elde edilen kavram imajları kategorilerine ait frekans ve yüzde değerleri verilmiştir.

Birinci sorunun çözümünde radyan kavramını tanımlayan 270 öğrenci arasından 121 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmış ve yüzde olarak ifade edildiğinde %44,81 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde radyan kavramını tanımlarken kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 44 öğrenci  $1 r = \pi = 180^\circ$  olarak radyanı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %16,30 olduğu görülmekte; 36 öğrenci açılarının  $\pi$  cinsinden ifade edileceği şeklinde radyanı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %13,33 olduğu görülmekte; 27 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %10,00 olduğu görülmekte; 7 öğrenci  $\pi$  radyan =  $180^\circ$  olduğunu belirterek radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmekte; 7 öğrenci ise 1 *radyanı*

derece cinsinden belirterek radyanı tanımlamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmektedir.

İkinci sorunun çözümünde derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklayan 270 öğrenci arasından 206 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %76,29 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde derece ile radyan arasındaki ilişkiyi açıklarken kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 93 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisinden yararlanmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %34,44 olduğu görülmekte; 49 öğrenci  $1r = \pi = 180^\circ$  bilgisinden yararlanmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %18,15 olduğu görülmekte; 35 öğrenci çember ile ilişkilendirme yaparak  $\pi$  radyan =  $180^\circ$  bilgisinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %12,96 olduğu görülmekte; 23 öğrenci 1 *radyanı* derece cinsinden belirterek açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %8,52 olduğu görülmekte; 6 öğrenci ise  $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$  bilgisinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,22 olduğu görülmektedir.

Üçüncü sorunun çözümünde bir çemberde yaklaşık kaç radyan olduğunu açıklayan 270 öğrenci arasından 138 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %51,11 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde bir çemberde yaklaşık kaç radyan olduğunu açıklarken kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 58 öğrenci  $\pi = 180^\circ$  bilgisini kullanarak çember yayının  $2\pi$  radyan olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %21,48 olduğu görülmekte; 56 öğrenci çember yayının  $360^\circ$  ve  $\pi$  sayısının  $180^\circ$  olduğu bilgisinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %20,74 olduğu görülmekte; 20 öğrenci çember yayının,  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisinden yararlanarak  $2\pi$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %7,41 olduğu görülmekte; 4 öğrenci ise çember yayının ölçüsünü,  $1r = \frac{180^\circ}{\pi}$  bilgisini kullanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,48 olduğu görülmektedir.

Dördüncü sorunun çözümünde  $\pi$  hakkında bildiklerini açıklayan 270 öğrenci arasından 238 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde

% 88,16 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde  $\pi$  hakkında bildiklerini açıklarken kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 177 öğrenci  $\pi$  sayısının reel sayı değerini açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %65,56 olduğu görülmekte; 46 öğrenci  $\pi$  sayısının 3,14 ve  $180^\circ$  gibi iki farklı değeri olduğunu açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %17,04 olduğu görülmekte; 15 öğrenci ise  $\pi$  sayısını  $180^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,56 olduğu görülmektedir.

Beşinci sorunun çözümünde  $360^\circ$ 'da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu açıklayan 270 öğrenci arasından 197 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmış ve yüzde olarak ifade edildiğinde %72,96 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde  $360^\circ$ 'da yaklaşık kaç tane  $\pi$  olduğunu açıklarken kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 156 öğrenci  $\pi$  sayısının reel sayı değerini kullanarak yaklaşık 120 olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %57,78 olduğu görülmekte; 36 öğrenci  $\pi$  sayısını  $180^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %13,33 olduğu görülmekte; 5 öğrenci ise  $\pi = 180^\circ$  ve  $\pi = 3,14$  için iki farklı açıklama yapmakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,85 olduğu görülmektedir.

Altıncı sorunun a şıkkının çözümünde 1 radyanı derece cinsinden değerini açıklayan 270 öğrenci arasından 225 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmış ve yüzde olarak ifade edildiğinde %83,34 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 132 öğrenci  $1 \text{ radyan} = \pi = 180^\circ$  olduğunu ifade etmekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %48,89 olduğu görülmekte; 38 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisini kullanarak  $\pi$  sayısının değerini belirtmeden  $\frac{180^\circ}{\pi}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,07 olduğu görülmekte; 27 öğrenci  $\pi \text{ radyan} = 180^\circ$  bilgisinden yararlanarak  $\frac{180^\circ}{\pi}$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %10,00 olduğu görülmekte; 14 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisi ile birlikte ve  $\pi = 3,14$  değerini kullanarak 1 radyanın değerini yaklaşık  $57^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmekte; 14 öğrenci ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak ve  $\pi$ 'yi  $180^\circ$  olarak yapılan  $1^\circ$  olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmektedir.

Altıncı sorunun b şikkının çözümünde  $\frac{5\pi}{3}$  radyanın derece cinsinden değerini açıklayan 270 öğrenci arasından 258 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %95,55 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 214 öğrenci  $\pi = 180^\circ$  eşitliğinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %79,26 olduğu görülmekte; 38 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,07 olduğu görülmekte; 6 öğrenci ise  $\pi \text{ radyan} = 180^\circ$  eşitliğinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,22 olduğu görülmektedir.

Yedinci sorunun çözümünde 120 dereceyi radyan cinsinden açıklayan 270 öğrenci arasından 246 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %91,11 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 139 öğrenci  $\pi = 180^\circ$  bilgisinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %51,48 olduğu görülmekte; 95 öğrenci  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  bilgisinden yararlanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %35,19 olduğu görülmekte; 7 öğrenci  $1 \text{ radyan} = 180^\circ$  bilgisini kullanarak hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmekte; 5 öğrenci ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinde  $\pi'$ 'yi  $180^\circ$  kullanarak hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,48 olduğu görülmektedir.

Sekizinci sorunun çözümünde yarıçapı 1.8 birim olan çemberde 7.2 birim uzunluğundaki ABC yayını gören merkez açığı radyan cinsinden ifade eden 270 öğrenci arasından 75 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %27,79 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde 26 öğrenci  $\pi = 3$  için çemberde yay uzunluğu eşitliğini  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$  kullanarak derece cinsinden bulunan değeri radyana dönüştürerek açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %9,63 olduğu görülmekte; 18 öğrenci  $\pi = 3$  için çemberin çevresini verilen yay uzunluğuna oranlayarak derece cinsinden açıklamakta yüzde olarak ifade edildiğinde %6,67 olduğu görülmekte; 17 öğrenci çemberde yay uzunluğu eşitliğini  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$  kullanarak 4 radyan

olarak açıklamakta yüzde olarak ifade edildiğinde %6,30 olduğu görülmekte; 14 öğrenci ise çemberde yay uzunluğu eşitliğini  $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$  kullanarak hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,19 olduğu görülmektedir.

Dokuzuncu sorunun a şıkkının çözümünde  $f : R \rightarrow R$  ve  $f(x) = x \sin x$  fonksiyonu için  $(30, f(30))$  noktasını hesaplayan 270 öğrenci arasından 140 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %51,86 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 124 öğrenci  $\sin(30)$  değerini derece cinsinden verilmiş gibi  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$  bilgisini kullanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %45,93 olduğu görülmekte; 16 öğrenci ise  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğinden derece dönüşümü yaparak  $\sin(30)$  değerini açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde yüzde %5,93 olduğu görülmektedir.

Dokuzuncu sorunun a şıkkının çözümünde  $f : R \rightarrow R$  ve  $f(x) = x \sin x$  fonksiyonu için  $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$  noktasını hesaplayan 270 öğrenci arasından 60 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %22,22 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 53 öğrenci  $\pi$  sayısının değerini  $180^\circ$  olarak hatalı açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %19,63 olduğu görülmekte; 7 öğrenci ise  $\pi$  sayısının 3,14 değerini kullanarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmektedir.

Onuncu sorunun çözümünde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini açıkladıktan sonra fonksiyonların tanım kümesindeki elemanların açı ölçü birimini ifade eden 270 öğrenci arasından 75 öğrenci kavram imajı bilgisinden yararlanmıştır ve yüzde olarak ifade edildiğinde %27,77 olduğu görülmektedir. Sorunun çözümünde kavram imajı bilgisi kullanan öğrenciler arasından 38 öğrenci değer kümesini  $[-1,1]$  olarak ifade etmekte ancak tanım kümesini reel sayılar olarak açıklamasına rağmen ölçü birimiyle ilişkilendirememekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %14,07 olduğu görülmekte; 16 öğrenci değer kümesini doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini hatalı açıklamakta ve tanım kümesinin elemanlarını radyan olarak belirtmekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %5,93 olduğu görülmekte; 7

öğrenci değer kümesini doğru ifade etmekte ancak tanım kümesini hatalı açıklamakta ve tanım kümesinin elemanlarını derece olarak belirtmekte ve yüzde olarak ifade edildiğinde %2,59 olduğu görülmekte; 5 öğrenci ise değer kümesini  $[-1,1]$  olarak ifade etmekte ancak tanım kümesini belirtmeden ölçü birimini radyan olarak açıklamakta ve yüzde olarak ifade edildiğinde %1,85 olduğu görülmektedir.



## BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgulara dayalı sonuçlar araştırma soruları çerçevesinde tartışılacaktır. Ayrıca bu bölümde araştırma bulguları çerçevesinde, hem bu uygulamaya hem de bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve eğitimcilere yönelik önerilere yer verilmektedir.

### 5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmada on ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek amacıyla radyan kavramı ile ilgili öğrencilere uygulanan kavramsal bir testten elde edilen veriler incelenmiştir. Bu incelemeler doğrultusunda kavramsal testte yer alan soruların çözümü sırasında öğrencilerin genellikle kavram imajlarına başvurdukları görülmüştür. Öğrenciler radyan kavramının tanımını yapmakta zorlanmışlardır. Radyan kavramının tanımının araştırıldığı sorularda dahi öğrencilerin kavram imajı kullanmaya eğilim gösterdikleri tespit edilmiştir. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin radyan kavramı hakkında farklı kavram imajlarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları kavram imajları öğrencilerin bu kavram ile ilgili kavram yanılgılarına sahip olduğunu göstermiştir.

Bulguların tartışması araştırma soruları bazında ele alınarak aşağıda sunulmaktadır.

#### 5.1.1. Kişisel Kavram Tanımı ile İlgili Sonuçların Tartışması

Açı ölçümün bir birimi olarak radyan, trigonometri öğretiminde özellikle de trigonometrik fonksiyonları anlamak için bir temel teşkil etmektedir. Bu nedenle radyan kavramının tanımının öğrenilmesi oldukça önemlidir. Ancak araştırma bulguları radyanın tanımının öğrenciler tarafından yeterince önemsenmediğini ve öğrencilerin radyan kavramının tanımını ifade etmekte zorlandıklarını göstermiştir. Kavram tanımı bilgisinin sorgulandığı sorulara ilişkin verilen öğrenci cevapları kavram imajlarından oluşmuştur.

Kavramsal testte yer alan birinci sorunun çözümünde radyan kavramını tanımlaması istenen öğrencilerden kavram tanımı bilgisinden yararlananlar %18,52 gibi düşük bir oranda kalmıştır. Öğrencilerin radyan kavramına ilişkin tanımlarına bakıldığında, çemberde 1 radyanı yarıçap uzunluğunda yay tarayan açı olarak tanımladıkları ve çemberde bir merkez açığı radyan cinsinden “yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı” olarak tanımlayabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin sadece %5,93’ ü radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayabilmişlerdir. Benzer bulgular Orhun (2004) tarafından gerçekleştirilen çalışmada gözlemlenmiştir. Katılımcıların %19,5’i radyan ile yay uzunluğu arasında ilişkilendirme yapmaları gereken soruyu doğru yanıtlayabilmişlerdir. Öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan literatürdeki çalışmalarda da benzer durum ortaya çıkmıştır. Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder (2006) tarafından öğretmen ve öğretmen adayları ile yürütülen çalışmada görüşme için seçilen dört katılımcıdan hiç biri radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayamamışlardır.

Radyan tanımını yaparken 1 radyanı ifade eden 34 öğrenci ( $\frac{Yay\ Uzunlu\u011fu}{Yarıçap}$ ) ilişkisini kullanmaları gereken diğer sorulara yanıt vermekte zorlanmışlardır. Bu öğrencilerin radyanın tanımını sorgulayan diğer sorulara vermiş oldukları yanıtları değerlendirildiğinde bu bilgiyi ezberledikleri söylenebilir. Radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayabilen 16 öğrenci, bu bilgiyi kullanmaları gereken diğer sorularda da bu bilgiyi kullanabilmişlerdir. Üçüncü ve sekizinci sorularda radyanın tanımından ( $\frac{Yay\ Uzunlu\u011fu}{Yarıçap}$ ) yararlanarak cevap verebilmişlerdir. Bu öğrencilerin yanıtları değerlendirildiğinde kavram tanımı bilgisinden yararlanabildikleri, kavram tanımı paralelinde kavram imajı geliştirdikleri ve radyan kavramı ile ilgili zengin kavram imajlarına sahip oldukları söylenebilir.

Radyan kavramını tanımlamakta zorlanan öğrenciler radyan kavramı hakkında “tanımını hatırlamıyoruz, biz radyan görmedik, tanım bizim için önemsiz” gibi ifadeler kullanmışlardır. Bu durum radyan kavramının tanımının önemsenmediğini açıkça göstermektedir. Aslında bu durum radyan kavramına has bir durum olarak değerlendirilmemelidir. Tangül, Barak ve Özdaş (2015) tarafından yapılan çalışmada



limit, Attorps (2006) tarafından yapılan çalışmada denklem, Süzer (2011) tarafından yapılan çalışmada fonksiyon ve Yılmaz (2015) tarafından yapılan çalışmada katı cisimler kavramının tanımını yapmakta zorlanmışlardır.

Radyan kavramının tanımının gereksiz olarak algılanması trigonometri öğretimi sırasında genellikle  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  eşitliğine vurgu yapılmasından kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü öğrenciler radyan ölçü birimiyle verilen açılar derece cinsinden ifade etme ihtiyacı hissetmişlerdir. Bu durum özellikle sekizinci sorunun çözümünde net bir şekilde görülmektedir. ABC yayını gören merkez açının ölçüsünü radyan olarak ifade etmeleri gereken bu soruda öğrencilerin öncelikle derece cinsinden bu açıyı ifade etmeye çalıştıkları ve daha sonra radyana çevirmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Sonuç olarak radyan ölçü birimini tanımlayamayan öğrenciler, derece ile yaptıkları işlemlerde radyana göre daha rahat hareket etmişlerdir. Derece ve radyan açı ölçümleri arasındaki dönüşümün formül ile verilerek vurgulanması sonucu bu iki ölçü birimi arasındaki geçişi kolaylıkla yapabilmektedirler. Ayrıca öğrencilerin problem çözümlerinde  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülünü rahatlıkla kullanabilmelerine rağmen 1 radyanı  $\pi$  ile ilişkilendirme ve 1 radyanın  $180^\circ$  olduğu algısına sahip oldukları görülmektedir. Bu durum radyan kavramı hakkında öğrencilerin büyük bir bölümünün kavram tanımından ziyade kavram imajlarıyla cevap verme eğilimi gösterdiklerine işaret etmektedir. Sonuç olarak öğrenciler radyan ölçü birimini sadece işlemsel olarak anladıkları ancak bu konuda derin bir anlayışa sahip olmadıkları söylenebilir. Fi (2003) matematik öğretmen adaylarının trigonometri konusundaki alan bilgisini incelerken açı ölçü birimlerinden radyan kavramı üzerinde durduğu çalışmasında radyan ölçü birimini tanımlayamayan öğretmen adayları, derece ile yapılan işlemlerde radyanda olduğundan daha rahat davrandıklarını gözlemlemiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının problem çözümlerinde radyanı rahatlıkla kullanabilmelerine rağmen “1 radyan  $180^\circ$ ’dir” yanılığına sahip oldukları gibi benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Bir çemberde yaklaşık kaç radyan olduğunu kavram tanımı bilgisi kullanarak açıklayan bazı öğrenciler çemberin çevresini yarıçap uzunluğuna oranlayarak ifade edebilmişlerdir. Ayrıca bazı öğrenciler  $\pi$ ’nin reel sayı değerini kullanarak çember

yayının uzunluğunu ( $2\pi = 6,28$ ) ifade eden açıklamalarda bulunmuşlardır. Bu açıklamayı yapan öğrencilerin radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayabildikleri ve radyan kavramını reel sayılarla ilişkilendirebildikleri söylenebilir. Ancak bu ilişkilendirmeyi yapabilen öğrenci sayısı oldukça azdır. Radyan kavramına dair kavram tanımı bilgisinden yararlanabilen bu öğrencilerin kavram tanımı paralelinde kavram imajı geliştirdikleri ve radyan hakkında zengin kavram imajlarına sahip oldukları söylenebilir.

Trigonometrik fonksiyonların tanım kümesi üzerinden radyan kavramının tanımını sorgulayan soruya ilişkin cevaplar değerlendirildiğinde radyan kavramını yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayabilen ve radyan kavramını reel sayılarla ilişkilendirebilen öğrencilerin kavram tanımı bilgisinden yararlanabildikleri görülmüştür. Tanım kümesinin reel sayılar olduğunu ve bunun radyanla ilişkisini açıklayabilen 14 öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin büyük bir kısmı bu soruyu cevaplandırmakta zorlanmışlardır. Literatürdeki çalışmalar da bu sonuçları destekler niteliktedir. Akkoç (2008) da matematik öğretmen adayları ve Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder' de (2006) öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarda benzer sonuçlar ortaya çıkmıştır. Öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmaların sonuçlarına göre öğretmen ve öğretmen adayları trigonometrik fonksiyonların tanım kümelerinin elemanlarının reel sayı olduğunu söylemelerine rağmen radyanın reel sayılarla ilişkisini görememişlerdir. Öğretmen ve öğretmen adaylarında bile bu durumun gözlenmiş olması öğrencilerde yaşanan bu durumun sebebi olarak görülebilir. Öğrencilerin kavram imajlarının şekillenmesinde etkili olan öğretmenlerin radyan imajları zengin olmadığı takdirde öğrencilerde zengin imajların oluşmasını beklemek anlamsızdır.

Temel trigonometrik kavramlardan biri olan radyan kavramının anlaşılmasında reel sayılarla radyan kavramı arasındaki ilişkinin gözden kaçırılmasına neden olduğu söylenebilir. Reel sayılarla radyan kavramı arasındaki ilişkilendirme trigonometrik fonksiyonların tanımında karşılaşılmaması nedeniyle trigonometri öğretiminde oldukça önemlidir. Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarını ve sinüs-kosinüs fonksiyonlarının tanımını bilmemelerinin nedeni trigonometrik

fonksiyonlar tanımlanırken  $\theta$  açısının reel sayı olarak vurgulanmamasından kaynaklanmış olabilir. Ayrıca radyanın tanımı verilmeden 1 radyanın tanımlanması, radyan ve derece arasındaki ilişkinin  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü ile verilerek pekiştirici uygulamalara ağırlık verilmesi radyanın kavramsal olarak öğrenilmesine ve reel sayılarla ilişkilendirilmesine engel olduğu düşünülmektedir.

### 5.1.2. Kavram İmajı ile İlgili Sonuçların Tartışması

Açı ölçüm birimlerinden radyanı tanımlamakta zorlanan öğrenciler soruların çözümünde genellikle kavram imajlarıyla hareket etmişlerdir. Araştırmanın bulguları öğrencilerin radyan kavramı hakkında farklı kavram imajlarına sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğrencilerin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajları radyan ile ilgili kavram yanılgısına düştüklerini göstermiştir.

Öğrencilerin radyan konusunda sahip olduğu kavram imajlarının başında  $1 r = \pi = 180^\circ$  yanılgısı gelmektedir. Pek çok öğrenci birinci sorunun çözümünde radyanı tanımlarken bu bilgiyi kullanmıştır. Ayrıca altıncı soruda 1 radyanı derece cinsinden ifade eden öğrencilerde 1 *radyanın*  $180^\circ$  olarak açıklanma oranı artış göstermiştir. Bu durumun sebebi olarak öğrencilerin radyanı  $\pi$  ile ilişkilendirme ve  $\pi$  sayısını  $180^\circ$  olarak ifade etme alışkanlıklarıyla ilgili olduğu düşünülmektedir. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin var olan kavram imajları arasında açıların  $\pi$  cinsinden ifade edileceği şeklinde radyan ölçü birimini  $\pi$  ile ilişkilendirme algısı gözlemlenmiştir. Sadece  $\pi$  ile ifade edilen değerleri radyan ile ilişkilendirebilme radyan kavramının reel sayılarla olan ilişkisinin göz ardı edilmesinden kaynaklanmış olabilir. Buradan çıkarılabilecek sonuç radyan kavramının öğrenciler tarafından işlemsel olarak algılandığı ancak radyan kavramıyla ilgili öğrencilerin derin bir anlayışa sahip olmadıkları yönündedir.

Öğrencilerin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajı arasında  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü de yer almaktadır. Trigonometri öğretiminin en önemli kavramlarından biri olan radyan kavramı, derece ve radyan dönüşümünün  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü ile verilerek pekiştirici uygulamalara ağırlık verilmesi sebebiyle bu bilginin öğrencilerin oluşturduğu kavram imajları arasında yer aldığı düşünülmektedir. Öğrenciler problem çözümlerinde

bu bilgiyi rahatlıkla kullanabilmelerine rağmen radyan bilgi testindeki kavramsal sorulara cevap vermekte oldukça zorlanmışlardır. Öğretim süreçlerinde açı dönüşümlerinin vurgulanıyor olması öğrencilerin radyan kavramının tanımı öğrenmeden işlemsel süreçleri yerine getirebilmesini sağlamaktadır. Ancak radyan kavramı hakkında öğrencilerin zengin imaj geliştirmelerine engel olduğu söylenebilir. Literatürdeki çalışmalarda benzer sonuçlar gözlemlenmiştir. Kang (2003) çalışmasında radyanın tanımı verilmeden 1 radyanın tanımlanması, radyan ve derece arasındaki ilişkinin formül ile verilerek pekiştirici uygulamalar yapılmasının radyanın kavramsal olarak öğrenilmesine ve reel sayılarla ilişkilendirilmesine engel olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla bu çalışmanın sonuçlarında da söylendiği gibi radyan kavramına ilişkin imajların zayıf olmasına neden olmuştur. Ayrıca öğrenciler radyan cinsinden verilen açıları anlamlandırmada zorlandıkları için radyan ölçü biriminde verilen açıları derece ölçü birimiyle ifade etmeye çalışmışlardır. Öğrencilerin derece imajı daha baskın olduğu için derece ölçü biriminde daha rahat hareket edebilmektedirler. Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder (2006) öğretmen ve öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmalarında katılımcıların radyan imajlarının derece imajları kadar zengin olmadığını tespit etmişlerdir. Ayrıca Steckroth (2007) radyan kavramına ilişkin öğrenme güçlüklerinin zayıf radyan kavram imajından kaynaklandığını söylemişlerdir.

Yay uzunluğu ile yayın ölçüsü arasındaki ilişkinin farkına varan öğrencilerin sahip olduğu kavram imajı  $\pi$  radyan =  $180^\circ$  bilgisidir. Bu anlayışa sahip olan öğrenciler birim çemberin yay uzunluğunu  $2\pi$  radyan olarak ifade etmişler ve bunun yayın ölçüsü  $360^\circ$  ile ilişkilendirmişlerdir.

Araştırmanın bulguları öğrencilerin  $\pi$  hakkında farklı kavram imajları geliştirdiğini göstermektedir. Öğrencilerden bazıları  $\pi$ 'yi reel sayılarla ilişkili 3,14 olarak açıklayabilmiş, bazıları radyanla ilgili açı ölçüm birimi ile ilişkili  $180^\circ$  olarak açıklamışlardır. Bazı öğrenciler de  $\pi$ 'yi hem reel sayılarla ilişkili 3,14 olarak hem de radyanla ilgili açı ölçüm birimi ile ilişkili  $180^\circ$  olarak iki farklı  $\pi$ 'den bahsetmişlerdir. Bu durum öğrencilerin  $\pi$  hakkında iki farklı kavram imajına sahip olduklarını göstermektedir. Benzer sonuçlar Akkoç'un (2008) çalışmasında matematik öğretmen adaylarında gözlemlenmiştir. Bahsi geçen çalışmada öğretmen adayları  $\pi$  sayısını x

ekseni üzerinde 180 olarak işaretlemiş, dolayısıyla da,  $\pi=180$  yanlışını taşıdıkları ve radyanla ilgili bir açı ölçü birimi olarak  $180^\circ$ 'ye eşit olan  $\pi$  ile irrasyonel bir sayı olarak yaklaşık 3,14' lük bir değere sahip olan  $\pi$  olmak üzere iki farklı kavram imajına sahip oldukları şeklinde belirtilmiştir.

Öğrencilerin kavramsal testteki sorulara verdikleri yanıtlar incelendiğinde bazı öğrencilerin 1 radyanı  $57^\circ$  olarak ifade ettikleri görülmüştür. Bu öğrencilerin açıklamalarında  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü ile birlikte  $\pi$ 'nin reel sayı değerini kullandıkları görülmüştür. Bu açıklamayı yapabilen az sayıda öğrenci radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak tanımlayabilmişlerdir. Bu öğrencilerin “çemberde kaç radyan bulunur?” sorusuna ilişkin cevaplarında da radyanın reel sayılarla ilişkisini kurabildikleri gözlemlenmiştir. Araştırmanın bulguları bu öğrencilerin radyan hakkında zengin kavram imajına sahip olduklarını göstermektedir. Ancak bazı öğrenciler 1 radyanı  $1^\circ$  olarak ifade etmişlerdir.  $\pi = 180^\circ$  yanlışına sahip olan bu öğrenciler açıklamalarında  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü ile birlikte  $\pi$ 'yi  $180^\circ$  olarak kullanmışlardır. Öğrencilerde  $\pi = 180^\circ$  yanlışının oluşma sebebi öğrenme ortamlarının uygulama ağırlıklı olması ve radyan ölçü birimiyle verilen açılar  $\pi$  ile birlikte kullanılması sonucunda öğrencilerin bu açıları derece ölçü birimiyle ifade etme alışkanlıkları olabilir. Kavramsal testteki altıncı ve yedinci sorulara ilişkin araştırma bulgularında bu durumla karşılaşılmaktadır. Öğrencilerin derece ölçü birimini tercih etme alışkanlıkları derece imajının radyan imajına göre daha baskın olduğundan kaynaklanmış olabilir.

Öğrenciler radyanı derece cinsinden ifade ederken 1 radyanın olan yaklaşık değeri ile birlikte  $\pi$  sayısının 3,14 değerini kullanabilmeleri durumunda öğrencilerin radyan imajı baskın olduğunu söylemek mümkündür. Ancak bu çalışmada öğrencilerin hiçbiri bu açıklamayı yapmamıştır.

Öğrenciler sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümelerini ifade etme ve tanım kümesinin elemanlarını açı ölçü birimiyle açıklama noktasında sorun yaşamışlardır. Trigonometrik fonksiyonların tanım kümesindeki elemanların radyan ölçü birimiyle açıklayamamış olmaları radyan kavramı hakkındaki zayıf imajlardan kaynaklandığı söylenebilir. Öğrenciler sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümelerine ilişkin

farklı açıklamalarda bulunmuşlardır. Tanım kümesinin radyan ölçü birimiyle açıklanacağını düşünen öğrencilerden bazıları tanım kümesini  $[0,2\pi]$  olarak belirtmişlerdir. Bu öğrenciler radyanı  $\pi$  ile ifade etme algısıyla hareket etmişlerdir. Sorunun çözümünde tanım kümelerini reel sayılar olarak ifade eden öğrenciler ise açı ölçü birimiyle ilişkilendirme konusunda sorun yaşamışlardır. Öğrenci cevapları tanım kümelerinin elemanlarının radyan, derece veya her ikisi de olabileceği yönünde olmuştur. Tanım kümesinin elemanlarının reel sayı olduğunu vurgulamalarına rağmen radyanı reel sayı olarak görmekte zorlanmışlardır. Öğrenciler radyan kavramına ilişkin zayıf imajlara sahip oldukları için radyana ilişkin kavramsal soruları yanıtlamada zorluk çektikleri düşünülmektedir. Radyan hakkında zayıf imajlar öğrencilerin kavram yanlışlarının da sebepleri olmuştur. Öğrencilerin radyan imajı güçlenirse birim çember üzerinde gösterememe, reel sayılarla radyan arasında ilişki kuramama, yayın uzunluğu ile yayın ölçüsü kavramlarını karıştırma gibi yanlışları giderilebilir (Steckroth, 2007).

### **5.1.3. Öğrencilerin Kavram İmajlarının Kaynakları ile İlgili Sonuçların Tartışması**

Araştırma bulgularına göre öğrencilerin sahip olduğu kavram imajlarının kaynakları arasında matematik öğretim programı, matematik ders kitabı, öğretim yöntemi ve radyan konusunun sınıfta işleniş biçiminin yer aldığı söylenebilir (Kang, 2003; Orhun, 2004; Steckroth, 2007).

Öğrencilerin zayıf radyan imajı oluşturmaları radyan kavramının matematik öğretim programında kısıtlı bir şekilde ele alınmasından kaynaklandığı söylenebilir. Matematik öğretim programı açı ölçüsünün bir birimi olarak radyan kavramının kavramsal olarak öğrenilmesine odaklanmamıştır. Programda radyan kavramının tanımı ve reel sayılarla ilişkisi ihmal edilmiş olup açı ölçü birimleri arasındaki dönüşüme vurgu yapılmıştır. Programda radyan ile ilgili kazanımların işlemsel öğrenmeye yönelik olduğu ve kavramın öğrenilmesi için yeterli olmadığı düşünülmektedir.

11. sınıf matematik ders kitabı, trigonometrinin kavramsal olarak öğrenilmesinde büyük bir yeri olan radyan kavramına ilişkin derece radyan dönüşümüne vurgu yapmıştır.

Öğretim programında belirtilen “Yönlü açıyı açıklar, açı ölçü birimlerinden derece ile radyanı ilişkilendirir.” kazanımı doğrultusunda matematik ders kitabında 1 derece ve 1 radyanın tanımlarına yer verilmiştir. Bir çemberde tam açının ölçüsü derece cinsinden  $360^\circ$ , radyan cinsinden  $2\pi$  olarak ifade edilmiş ve bunların birbirine eşit olduğu belirtilmiştir. Daha sonra da derece ile radyan arasındaki dönüşümü ifade eden  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülü verilmiştir. Ayrıca 1 radyanın yaklaşık  $57,3^\circ$  olduğu da söylenmiştir. Kitapta daha sonra derece radyan dönüşümünü uygulamaya yönelik örneklere yer verilmiştir. Ayrıca kavram yanlışlarının önüne geçme amacıyla ders kitabında şu açıklamaya yer verilmiştir: Derece ve radyan, açı ölçü birimidir. Bu yüzden  $\pi$  sayısının değeri  $180^\circ$  olarak algılanmamalıdır. Sadece ölçüsü  $\pi$  radyan olan bir açının derece cinsinden ölçüsü  $180^\circ$ ’dir. Ders kitabında bu açıklamalar bulunmasına rağmen öğrencilerin  $\pi$  sayısının  $180^\circ$  olduğu yanlışına düşmüşlerdir. Bu durumun sınıfta radyan ile ilgili daha çok  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  formülüne ağırlık verilmesinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir.

11. sınıf matematik ders kitabında sinüs ve kosinüs fonksiyonları birim çember ile ilişkilendirilerek verilmiştir. Tanım kümesinin reel sayılar olduğu da vurgulanmıştır. Ancak radyanın reel sayılarla ilişkisi, trigonometrik fonksiyonlar tanımlanırken  $\theta$  açısının bir reel sayı olduğu ve bunun radyan ölçü birimiyle açıklanabildiği vurgulanmamıştır. Dolayısıyla öğrenciler sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesindeki elemanları açı ölçü birimiyle ilişkilendirme konusunda zayıf imajlar göstermişlerdir.

## 5.2. Öneriler

Araştırma bulguları çerçevesinde, hem bu uygulamaya hem de bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve eğitimcilere yönelik önerilerle bu bölüme son verilmiştir.

Öğretim sürecinin şekillenmesinde öğrencilerin kavram tanımlarını ve bu tanımlarla ilişkili imajlarını ortaya çıkarmak önem teşkil etmektedir. Öğrencilerde oluşan olası kavram tanımlarının ve kavram imajlarının öğrenme-öğretme ortamlarında tartışılması

öğrenci öğrenmelerini ortaya çıkardığından kavramın tam öğrenilmesi için gereklidir. Uygun olmayan kavram imajı, bazen çok güçlü olabilir ve yanlış öğrenmeler oluşturabilir. Öğretmenler, öğrencilerin kavram imajlarını örnekler üzerinden genelleme yaparak oluşturduklarını dikkate alarak, örneklerle ilgili ayrıntıları ve istisnai durumları mutlaka belirtmelidirler. Çünkü bu istisnai durumlardan oluşabilecek uygun olmayan kavram imajları da yanlış öğrenmelere sebep olabilir. Öğretim süreçlerinde öğretmenler bu durumu kesinlikle göz önünde bulundurmalıdır.

Trigonometri konusu özelinde açı ölçüm birimlerinden biri olan radyan kavramı ele alınırken radyanın tanımı, reel sayılarla ve yay uzunluğu ile olan ilişkisi vurgulandığında öğrencilerin daha zengin kavram imajlarına sahip olabilecekleri düşünülmektedir. Öğrencilerinin radyan kavramına ilişkin derece – radyan dönüşümünü bilmeleri kavramın öğrenilmesinde yeterli olarak görülmemektedir. Öğrenciler sadece 1 radyanı değil, radyan kavramını öğrenirlerse trigonometrik fonksiyonları da daha anlamlı bir şekilde yapılandırabilirler. Matematik öğretim programında radyan kavramı tek bir kazanımla ele alındığından öğrenci öğrenmelerinde yetersiz kalmaktadır. Öğrencilerin radyan kavramını öğrenebilmesi ve radyan hakkında güçlü imajlar oluşturabilmeleri için radyan kavramı öğretim programında daha ayrıntılı ele alınmalıdır. Öğretim programında yapılacak değişikliğin öğrenme-öğretme ortamlarına, ders kitaplarına, ölçme ve değerlendirme yöntemlerine de yansıtılması gerekmektedir.

Radyanın farklı temsilleri bir arada kullanıldığında öğrencilerin sahip olduğu kavram imajlarını zenginleştirmek ve radyan kavramı hakkında kavramsal anlayış geliştirmek mümkün olmaktadır. Radyan kavramına ilişkin farklı temsilleri sözel, cebirsel, sayısal, sabit grafik ve animasyonlu grafik olarak sınıflandırması yapılabilir. Radyan konusunda güçlü bir imaj oluşturmak için radyanı sözel ve cebirsel olarak tanımlamak gerekir. Ayrıca 1 radyanın  $57,3^\circ$  olduğu da verilmedi. Bu şekilde verildiğinde öğrencinin radyan ile derece arasında ilişki kurması kolaylaşacaktır. Sözel olarak ifade edilen radyanın çemberin çevresini 1 radyanlık yaylarla dolayıp yaklaşık 6,28 olduğunu gösteren grafik temsiline verilmesi ise öğrenciye radyan kavramına ilişkin farklı bir bakış açısı kazandıracaktır. Bu grafiğin animasyonlu olması ise görselliği artırarak akılda kalmasını kolaylaştıracaktır. Böylece öğrencilerin radyan imajları



zenginleştirilerek, zayıf radyan imajından kaynaklanan yanlışların oluşumuna engel olunabilir. Radyan kavramının bu şekilde ele alındığı öğrenme ortamlarının oluşturulması için gerekli değişiklikler yapılmalıdır.

Matematik öğretim programında radyan kavramına ilişkin “Yönlü açıyı açıklar, açı ölçü birimlerinden derece ile radyanı ilişkilendirir. Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla oluşturur ve grafiklerini çizer.” şeklinde ele alınan kazanımlar radyan kavramının öğrenilmesinde yeterli olmadığı düşünülmektedir. Matematik ders kitabında 1 derece ve 1 radyan tanımları verildikten sonra derece ile radyan arasındaki ilişkiyi ifade eden dönüşüm formülünün verilmesi ve buna yönelik uygulamaların ağırlıklı olması sebebiyle öğrenciler radyan kavramını öğrenme ihtiyacı hissetmeden bu dönüşüm formülünü başarıyla uygulayabilmektedirler. Ders kitabında ve öğretim sürecinde birim çember kavramının ve trigonometrik oranların derece ölçü birimiyle verilmesi aynı zamanda ders içi uygulamaların da bu doğrultuda olması derece ölçü birimini ön plana çıkarmıştır. Ayrıca trigonometrik fonksiyonlar verilirken radyan kavramı oldukça önemli olmasına rağmen trigonometrik fonksiyonların tanım ve değer kümelerinden bahsedilmiş birim çember üzerinden trigonometrik oranlar yardımıyla sinüs ve kosinüs değerleri ifade edilmiştir. Ayrıca trigonometrik fonksiyonlar tanımlanırken  $\theta$  açısının reel sayı olarak vurgulanmamıştır. Bu durum trigonometrik oranları ve derece kavramını ön plana çıkartarak öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarını ve sinüs-kosinüs fonksiyonlarının tanımını bilmemelerine sebep olmuştur.

Sonuç olarak matematik öğretim programında ve matematik ders kitaplarında radyan konusunun ele alınışı ve öğretim sürecine yansımaları dolayısıyla öğrencilerde derece imajının daha baskın olduğu düşünülmektedir. Öğretim programındaki bu eksiklikler program geliştirici ve eğitimciler tarafından göz önüne alınmalıdır. Öğretim programında radyan kavramına ilişkin kazanımlar daha ayrıntılı bir şekilde ele alınmalıdır. Program öğrencilerin radyan kavramına ilişkin derece – radyan dönüşümünü bilmelerinden ziyade, öğrencilerin radyanı ve trigonometrik fonksiyonları kavramsal anlamaları için tasarlanmalıdır. Ayrıca bu doğrultuda uygulanabilecek öğretim yöntemlerine de öğretim programında yer verilmelidir.

Bu tespitlerin sonucunda, konu ile ilgili araştırma yapmak isteyen araştırmacılara 2017 yılında yenilenen öğretim programına göre zengin radyan imajlarını ortaya çıkarabilecek ve radyan konusundaki kavram yanlışlarının önüne geçilebilecek öğretim süreçlerinin etkililiğini araştırmaları önerilebilir. Ayrıca radyan kavramının farklı bir şekilde ele alındığı öğretim süreçleri tasarlanarak öğrenci öğrenmelerine etkisi araştırılabilir.



## KAYNAKÇA

- Ağaç, G. (2009). *Lise öğrencilerinin trigonometri öğrenme alanında grafik hesap makinesi kullanımının akademik başarıya ve problem çözme becerisine etkisi* (Yüksek Lisans Tezi). Erişim adresi: <https://dspace.deu.edu.tr/xmlui/handle/12345/7240>.
- Akbaş, G. N. (2008). *10. sınıf öğrencilerinin radyan kavramına ilişkin sahip olduğu yanlışların giderilmesine yönelik bir öğretim sürecinin incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857 – 878.
- Akkoç, H., ve Akbaş G. N. (2010). Analysis of a teaching approach aimed at eliminating student difficulties with radian. *Ankara University Journal of Faculty of Education Sciences*, 43(1), 97-129.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanlışları*. Doktora Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Altun, A. (2009). Kavram öğretiminde içerik geliştirme aracının tasarlanması ve etkinliğinin değerlendirilmesi. *Proje Çalışması*.
- Arı, G. S., Armutlu, C., Tosunoğlu, N. G., ve Toy, B. Y. (2009). Pozitivist ve postpozitivist paradigmlar çerçevesinde metodoloji tartışmalarının yönetim ve pazarlama alanlarına yansımaları. *Hacettepe Üniversitesi/ktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi Hacettepe University/Journal of Economics and Administrative Sciences*, 113.

- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. Unpublished Doctoral Thesis. Department of Applied Sciences of Education, University of Helsinki, Finland.
- Autin, N. P. (2001). *The effects on graphing calculators on secondary school students' understanding of the inverse trigonometric functions*. Unpublished PhD Thesis. University of New Orleans, New Orleans, USA.
- Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ayaz, B. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Aydeniz, F. (2011). *Öğretmen adaylarının eğitim kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve matematiksel anlayışlarının incelenmesi üzerine bir durum çalışması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Balaban, A., Ataizi, M., Şimşek, A., Balaban-Salı, J., ve Akbulut, Y. (2012). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri (1. Baskı)*. T.C. Anadolu Üniversitesi Yayını No: 2653.
- Brown, S. A. (2006). "The trigonometric connection: Students' understanding of sine and cosine". Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1, 228, Prague, Czech Republic.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2015). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri (Geliştirilmiş 19. Baskı)*. Ankara: Pegem Akademi.

- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş. (Geliştirilmiş 6. Baskı)*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Cetin, O. F. (2015). Students perceptions and development of conceptual understanding regarding trigonometry and trigonometric function. *Educational Research and Reviews, 10(3)*, 338-350.
- Delice, A. (2005). Türk ve İngiliz eğitim sisteminde matematik eğitiminin karşılaştırılması. *Milli Eğitim Dergisi, 167*.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30(30)*, 51-62.
- Delil, E. S. (2014). *Trigonometrik ifadelerin sadeleştirilmesi sürecinin incelenmesi: tanıma ve hatırlama*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Demetgül, Z. (2001). *Trigonometri konusundaki kavram yanlışlarının tespit edilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Doğan, A. (2001). *Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanlışları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1)*, 125-128.
- Ergin, A. S. (2014). *8. Sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ve sınıflama stratejileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- Fırat, M., Yurdakul, I. K., ve Ersoy, A. (2014). Bir Eğitim Teknolojisi Araştırmasına Dayalı Olarak Karma Yöntem Araştırması Deneyimi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – ENAD*, 2(1).
- Fi, D.C. (2003). Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of trigonometry : subject matter content knowledge, pedagogical content knowledge and envisioned pedagogy. A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the Doctor of Philosophy degree in Education in the Graduate College of The University of Iowa.
- Filiz, A., Özsoy, N., ve Koçak Z. F. (2005). “Bilgisayar destekli trigonometri öğretimi”. *Akademik Bilişim Kongresi*, Gaziantep.
- Gooya, Z., ve Rabanifard, A. A. (2008). Student’s conceptions of trigonometric concepts. *PME 32 and PME-NA XXX*, 264, Morelia, Mexico.
- Guba, E. G., ve Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*. 105-117. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişimlerinin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Güntekin, H. (2010). *Trigonometri Konusunda Öğrencilerin Sahip Olduğu Öğrenme Güçlüklerinin ve Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Güzel, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma ve silindir kavramlarına dair kavram imajlarının incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

- İnan, C. (2009). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin trigonometriyi öğrenme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi*. Doktora Tezi, Dicle Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Johnson, B., ve Christensen, L. (2000). *Educational research: Quantitative and qualitative approaches*. Allyn & Bacon.
- Johnson, R. B., ve Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational researcher*, 33(7), 14-26.
- Johnson, R. B., Onwuegbuzie, A. J., ve Turner, L. A. (2007). Toward a definition of mixed methods research. *Journal of mixed methods research*, 1(2), 112-133.
- Kang, O. K. (2003). A new way to teach trigonometric functions. In *The 10th International Congress on Mathematical Education, Topic Study Group*, 9.
- Karasar, N. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar, Teknikler, İlkeler (Geliştirilmiş 23. Baskı)*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Karataş, Z. (2017). Sosyal Bilim Araştırmalarında Paradigma Değişimi: Nitel Yaklaşımın Yükselişi. *Türkiye Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 68-85, 1(1).
- Kendal, M. ve Stacey, K. (1998). Teaching trigonometry. *Australian Mathematics Teacher*, 54, 34-39.
- Kültür, M. N., Kaplan, A., ve Kaplan, N. (2008). Ortaöğretim Öğrencilerinde Trigonometri Öğretiminin Değerlendirilmesi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*. 17, 202-211.
- MEB, (2005). *Ortaöğretim Matematik Dersi 9-12. Sınıflar Öğretim Programı*  
<http://ttkb.meb.gov.tr/program.aspx>
- MEB, (2013). *Ortaöğretim Matematik Dersi 9-12. Sınıflar Öğretim Programı*  
<http://ttkb.meb.gov.tr/program.aspx>

- Moore, K. C. (2009). An investigation into precalculus students' conceptions of angle measure. In *Twelfth Annual Special Interest Group of the Mathematical Association of America on Research in Undergraduate Mathematics Education (SIGMAA on RUME) Conference, Raleigh, NC: North Carolina State University*.
- Oprukçu, F., ve Gönülateş, E. (2002). "Farklılaştırılmış eğitimin trigonometri konusu Üzerine bir uygulaması". *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, ODTÜ, Ankara.
- Orhun, N. (2004). Students' mistakes and misconceptions on teaching of trigonometry. *Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 797-820.
- Örnek, S. (2007). *Trigonometrik kavramların canlandırma yöntemiyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Öner, A. (2013). *Bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının trigonometrik fonksiyonların periyotlarıyla ilgili kavram imajlarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Öner, A., ve Ertekin, E. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(2).
- Soğancı, Ö. (2006). *Matematik öğreniminde ve öğretiminde öğretmen adaylarının matematiksel tanımlara yaklaşımları üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Steckroth, J.J. (2007). *Technology-Enhanced Mathematics Instruction: Effects of Visualization on Student Understanding of Trigonometry*. Unpublished PhD Thesis, University of Virginia, Virginia, USA.



- Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımı ve imajları üzerine bir durum çalışması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Şen, A. İ., ve Özgün-Koca, S. A. (2003). Kavram haritalarının analizinde niceliksel ve niteliksel metodların kullanımı ve karşılaştırılması. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(25), 1-9.
- Tall, D. (1986). Constructing the concept image of a tangent. In *Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 69-75.
- Tall, D. O., ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169.
- Tarhan, V. (2007). *Lise 2. sınıfta oluşturma yaklaşımıyla sunulan trigonometri öğretiminin öğrencilerin tutum ve başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Taş, A. (2013). *Lise Öğrencilerinin Trigonometri Konusu Özelinde Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Kayseri.
- Tangül, K., Barak, B., ve Özdaş, A. (2015). Öğrencilerin Limit Kavramına Yönelik Kavram İmajları ve Kavram Tanımları. *Anadolu Journal Of Educational Sciences International*, 5(1).
- Tekin, B. (2010). *Ortaöğretim Düzeyinde Trigonometri Kavramlarının Öğrenilmesinde Görselleştirme Yaklaşımının Etkililiğinin Araştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Topcu, T., Kertil, M., Akkoc, H., Yılmaz, K., ve Önder, Ö. (2006). Pre-service and in-service mathematics teachers' concept images of radian, *Proceedings of the 30th*

*International Conference on the Psychology of Mathematics Education (PME30)*, 5, 281–288.

Tuna, A. (2013). A conceptual analysis of the knowledge of prospective mathematics teachers about degree and radian. *World Journal of Education*, 3(4), 1.

Türk Dil Kurumu. Büyük Türkçe Sözlük. Web: adresinden 16 Ekim 2016' da alınmıştır.

Ülgen, G. (2004). *Kavram Geliştirme*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Vinner, S. (1991). *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*, in D. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer Academic Pub. Dordrecht, 65–81.

Vinner, S., ve Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4). 356-366.

Weber, K. (2005). “Students’ understanding of trigonometric functions”. *Mathematics Education Research Journal*, 17(3), 91-12.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (Genişletilmiş 10. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, G. K., Ertem, E., ve Güven, B. (2010). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin 11.sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki öğrenmelerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. 1(2), 200-216.

Zengin, Y. (2011). *Dinamik matematik yazılımı Geogebra'nın öğrencilerin başarılarına ve tutumlarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Sütçü İmam Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kahramanmaraş.

Zengin, Y., Furkan, H., ve Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187.



**EKLER****EK 1: Aydın İl Milli Eğitim Müdürlüğü İzin Dilekçesi**

T.C.  
MARMARA ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı:16110545-300-E.1700358840

05.12.2017

Konu:Pelin YILDIR OĞUZ'un Milli Eğitim İzin Yazısı

İlgi:27.10.2017 tarih ve 1700322133 sayılı yazınız.

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE**

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Öğrencilerinden T.C. 29329110726 nolu Pelin YILDIR OĞUZ' un "On İkinci Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramı Hakkında Sahip Oldukları Kavram İmajları" konulu tez çalışması ile ilgili Aydın Valiliğinden gelen valilik oluru ekte gönderilmiştir.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

Özlem GÜNGÖR  
Daire Başkanı

EK:

EK-1 Yazı Sureti

EK-2 Valilik Oluru

T.C.  
AYDIN VALİLİĞİ  
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı:74083975-605.01-E.-2018327 I

27.11.2017

Konu:Pelin YILDIR OĞUZ'un Araştırma İzni Hak.

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Marmara Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 31.10.2017 tarih ve E.1700324828 sayılı yazısı.

İlgi yazıda Marmara Üniversitesi Rektörlüğü Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Öğrencilerinden 29329110726 T.C. Kimlik Numaralı Pelin YILDIR OĞUZ "12. Sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek ve radyan kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını anlamaya çalışmak" konulu tez çalışması kapsamında hazırlamış olduğu gözlem formu, Milli Eğitim Bakanlığı 20171/25 sayılı genelgesi doğrultusunda incelenmiş olup inceleme sunucunda çalışmanın 2017-2018 Eğitim -Öğretim yılıyla sınırlı kalmak şartıyla eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde ve okul idaresinin uygun göreceği zamanlarda ekli değerlendirme formunda belirtilen okullarda yapılması müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olur' larınıza arz ederim.

Bilal YILMAZ ÇANDIROĞLU  
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR  
27.11.2017

Abdullah ASLAN  
Vali a.  
Vali Yardımcısı

## EK 2: Çalışmanın Uygulanacağı Okullar Listesi

**Tablo 3.4.1. Çalışmanın Gerçekleştirileceği Okullar ve Uygulama Şartları**

Çalışmanın Uygulanacağı Okullar	Sınıf	Şube 1	Şube 2	Öğrenci Sayısı	Uygulama Tarihi	Saat
1. Fen Lisesi 1	12	15	15	30	15.11.2017	14.00-14.50
2. Fen Lisesi 2	12	15	15	30	17.11.2017	14.00-14.50
3. Fen Lisesi 3	12	15	15	30	20.11.2017	13.00-13.50
4. Anadolu Lisesi 1	12	30	-	30	21.11.2017	10.00-10.50
5. Anadolu Lisesi 2	12	30	-	30	21.11.2017	13.00-13.50
6. Anadolu Lisesi 3	12	30	-	30	24.11.2017	14.00-14.50
7. Anadolu Lisesi 4	12	15	15	30	27.11.2017	10.00-10.50
8. Anadolu Lisesi 5	12	15	15	30	27.11.2017	11.40-12.30
9. Anadolu Lisesi 6	12	30	-	30	27.11.2017	13.00-13.50

**EK 3: Radyan Bilgi Testi Uzman Görüş Formu****Radyan Bilgi Testi – Uzman Görüşü**

Değerli akademisyenler ve matematik eğitimcileri;

Bu form “On İkinci Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramı Hakkında Sahip Oldukları Kavram İmajları” başlıklı yüksek lisans tezi kapsamında oluşturulması hedeflenen “Radyan Bilgi Testinin” geçerlik çalışmasını yapmak için sizlerden uzman görüşü almak amacıyla hazırlanmıştır. Çalışmamızda, on ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek ve radyan kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını belirlemek hedeflenmektedir.

Göstermiş olduğunuz katılımdan dolayı teşekkür ederim.

Pelin YILDIR OĞUZ

**YÖNERGE:**

Radyan kavramının ortaöğretim matematik öğretim programında ele alınışı incelenerek bu araştırma çerçevesinde uygulanacak olan kavramsal testte yer almasının gerekli olduğu düşünülen sorulara aşağıdaki tabloda yer verilmiştir.

Belirlenen sorular lise öğrencilerinin radyan bilgilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır. Bu soruların ifade ediliş biçimlerinin ve soruların belirtilen kavramı ölçmede kullanılmasını ölçmeye uygunluğunu değerlendiriniz.

KULLANILACAK SORU	SORUNUN ÖLÇTÜĞÜ KAVRAM	SORULARIN İFADE EDİLİŞ BİÇİMİ			SORULARIN BELİRTİLEN KAVRAMI ÖLÇMEDE KULLANILMASI			AÇIKLAMA VE ÖNERİLER <sup>6</sup>
		Uygun	Uygun ancak geliştirilmeli	Uygun değil	Uygun	Uygun ancak geliştirilmeli	Uygun değil	
1. Açı ölçü birimlerinden radyanı tanımlayınız.	Radyan Tanımı  Öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları kavram tanımları değerlendirilecektir.	X						
2. Açı ölçü birimlerinden derece ve radyan arasındaki ilişkiyi açıklayınız.	<b>Radyan Kavram İmajı</b>  Bu soruda <b>ve diğer sorularda ve kavram haritasında</b>  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ formülünü kullanan öğrencilerin derece imajı baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır.		X					Bakınız kırmızı renkteki düzeltmeler
3. Bir çemberde yaklaşık kaç radyan vardır? Bunu nasıl hesaplarız?	Radyan Tanımı <b>ve Radyan Kavram İmajı</b>  Öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları kavram tanımları değerlendirilecektir. <b>Öğrencilerin radyanın tanımını mı kullanıp ya da</b> $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ formülünü		X					Bakınız kırmızı renkteki düzeltmeler



	mü kullandığına göre değerlendirilecektir.							
4. $\pi$ zihninizde neler çağrıştırıyor? $\pi$ hakkında bildiklerinizi yazınız (Akkoç, 2008).	<p><b>Radyan kavram İmajı</b></p> <p>Öğrenci açıklamalarında <math>\pi</math>'yi reel sayı olarak ele alındığında radyan imajının, <math>180^\circ</math> olarak ele alındığında derece imajının baskın olduğu, iki farklı <math>\pi</math> olduğunu düşünen öğrencilerin <b>hatalı radyan imajının zayıf, derece imajının baskın olmasının bir sonucu olarak değerlendirilecektir.</b></p>		X					Hatalı kavram imajı diye bir şey söylemek uygun değil. İki farklı pi olduğunu düşünmeleri radyan imajının zayıf, derece imajının baskın olmasının bir sonucu olarak değerlendirilecektir.
5. $360^\circ$ 'da yaklaşık kaç tane $\pi$ vardır? (Burada $360$ sayısının yanında derece işareti yoktur.)	<p><b>Radyan kavram imajı</b></p> <p><math>360^\circ</math>'ın reel sayı olarak algılanmadığı, <math>\pi</math>'nin öğrenciler tarafından <math>180^\circ</math> kabul edildiği durumlarda derece imajının baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır.</p>							

<p>6. Aşağıda ölçüleri verilmiş olan açıların ölçülerini derece cinsinden ifade ediniz (Akbaş, 2008).</p> <p>a) 1 radyan</p> <p>b) <math>\frac{5\pi}{3}</math> radyan</p>	<p>Kavram İmajı</p> <p>a şıkında <math>\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}</math> bilgisi yardımıyla 1 radyanı <math>\pi</math>'yi <math>180^\circ</math> olarak ifade eden öğrencilerde derece imajı, <math>\pi</math>'yi 3,14 olarak <math>\frac{180^\circ}{\pi}</math> değerini yaklaşık olarak <math>57,3^\circ</math> olarak ifade eden öğrencilerde radyan imajı baskındır.</p> <p>B şıkında <math>\frac{5\pi}{3}</math> radyanı <math>\pi</math>'yi <math>180^\circ</math> olarak <math>300^\circ</math> olarak ifade eden öğrencilerde derece imajı, a şıkındaki 1 radyanın <math>57,3^\circ</math> olan yaklaşık değerinden yararlanarak ve <math>\pi</math>'yi 3,14 olarak ifade eden öğrencilerde radyan imajı baskındır.</p>							
<p>7. <math>120^\circ</math>'yi radyan cinsinden ifade ediniz.</p>	<p>Kavram İmajı</p> <p><math>\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}</math> bilgisini kullanan öğrencilerin derece imajı baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır. <math>120^\circ</math>'yi <math>\frac{2\pi}{3}</math> olarak ifade eden öğrencilerin derece imajının baskın olduğu <math>\pi</math>'yi 3,14 olarak <math>120^\circ</math>'yi yaklaşık olarak 2,09 radyan olarak ifade eden öğrencilerin radyan imajının baskın olduğu düşünülmektedir.</p>							

<p>8. Birim çember üzerinde, uzunluğu yaklaşık olarak üç birim olan yayı gören merkez açının ölçüsü kaç radyandır?</p>	<p>Radyan İmajı “Birim çember üzerinde bir merkez açının radyan cinsinden değeri açının gördüğü yayın uzunluğudur” bilgisi ile öğrencilerin radyan imajı değerlendirilecektir.</p>							<p>Çok fazla soru var, bu soru 10. Soru ile aynı şeyi ölçüyor, bunu iptal edebiliriz</p>
<p>9. Birim çemberde 60 derecelik merkez açıya denk gelen yayın uzunluğu nedir?</p>	<p>Radyan İmajı 60 derecelik merkez açıyı radyan cinsinden ifade edebilen öğrenciler birim çember üzerinde bir merkez açının radyan cinsinden değeri açının gördüğü yayın uzunluğu olarak açıklayabilirlerse radyan imajı geliştirdikleri değerlendirilecektir.</p>							<p>Çok fazla soru var. Bu soruyu iptal edelim</p>
<p>10. Yarıçapı 1.8 birim olan bir çemberde ABC yayının uzunluğu 7.2’dir. ABC yayını gören merkez açının ölçüsü kaç radyandır? (Akbaş, 2008).</p>	<p>Radyan imajı <b>ve radyan tanımı</b> “Bir çember üzerinde bir merkez açının radyan cinsinden değeri açının gördüğü yayın uzunluğunun çemberin yarıçap uzunluğuna oranıdır” bilgisi ile öğrencilerin radyan imajı değerlendirilecektir. Yani <math>\frac{7.2}{1.8} = 4</math> reel sayı sonucunu radyan olarak yorumlayabilen öğrencilerin radyan imajı baskın olduğu düşünülecektir.</p>							

<p>11. <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> ve <math>f(x) = x \sin x</math> fonksiyonu veriliyor. Aşağıda verilen noktaları hesaplayınız ve koordinat düzleminde gösteriniz (Akkoç, 2008).</p> <p><math>(30, f(30)) = ?</math> (Burada 30 derece <b>cinsinden</b> olarak <u>verilmemiştir.</u>)</p> <p><math>(\pi/2, f(\pi/2)) = ?</math></p>	<p>Radyan İmajı</p> <p>A şıkkında derece olarak verilmediği vurgulanan 30 sayısının öğrenciler tarafından reel sayı olarak algılanıp radyan açı ölçü birimi ile ilişkilendirilebileceği değerlendirilecektir.</p> <p>B şıkkında koordinat düzleminde işaretlerken <math>\rho/2</math>'yi x ekseninde 90 olarak işaretler ise derece imajının baskın olduğu sonucuna varılacaktır.</p>		x									
<p>12. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini yazın. Fonksiyonların tanım kümesindeki elemanlar hangi açı ölçü birimindedir? Açıklayınız.</p>	<p>Radyan Tanımı ve Radyan İmajı</p> <p>Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesindeki elemanları reel sayılar olarak açıklayan öğrenciler reel sayıları radyan açı ölçü birimi olarak ifade edebilirlerse radyan tanımı ve radyan imajı geliştirdikleri değerlendirilecektir. Ayrıca temel trigonometrik fonksiyonların tanımında radyan kullanma ihtiyacı trigonometrik oranlardan trigonometrik fonksiyonlara geçişi anlamak için de önemlidir.</p>											

Akbaş, N. (2008). *10. Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramına İlişkin Sahip Olduğu Yanılguların Giderilmesine Yönelik Bir Öğretim Sürecinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857 – 878.



**EK 4: Radyan Bilgi Testi****Radyan Bilgi Testi**

Değerli akademisyenler ve matematik eğitimcileri;

Bu form “On İkinci Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramı Hakkında Sahip Oldukları Kavram İmajları” başlıklı yüksek lisans tezi kapsamında oluşturulması hedeflenen “Radyan Bilgi Testinin” geçerlik çalışmasını yapmak amacıyla uzman görüşü dikkate alınarak hazırlanmıştır. Çalışmamızda, on ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek ve radyan kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını belirlemek hedeflenmektedir.

Göstermiş olduğunuz katılımdan dolayı teşekkür ederim.

Pelin YILDIR OĞUZ

**YÖNERGE:**

Radyan kavramının ortaöğretim matematik öğretim programında ele alınışı incelenerek bu araştırma çerçevesinde uygulanacak olan kavramsal testte yer almasının gerekli olduğu düşünülen sorulara aşağıdaki tabloda yer verilmiştir.

Belirlenen sorular lise öğrencilerinin radyan bilgilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır. Bu soruların ifade ediliş biçimlerinin ve soruların belirtilen kavramı ölçmede kullanılmasını ölçmeye uygunluğunu değerlendiriniz.

KULLANILACAK SORU	SORUNUN ÖLÇTÜĞÜ KAVRAM	SORULARIN İFADE EDİLİŞ BİÇİMİ			SORULARIN BELİRTİLEN KAVRAMI ÖLÇMEDE KULLANILMASI			AÇIKLAMA VE ÖNERİLER
		Uygun	Uygun ancak geliştirilmeli	Uygun değil	Uygun	Uygun ancak geliştirilmeli	Uygun değil	
1. Açık ölçü birimlerinden radyanı tanımlayınız.	Radyan Tanımı  Öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları kişisel kavram tanımları değerlendirilecektir.							
2. Açık ölçü birimlerinden derece ve radyan arasındaki ilişkiyi açıklayınız.	Radyan Kavram İmajı  Bu soruda $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ formülünü kullanan öğrencilerin derece imajı baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır.							
3. Bir çemberde yaklaşık kaç radyan vardır? Bunu nasıl hesaplıyorsunuz?	Radyan Tanımı ve Radyan Kavram İmajı  Öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları kavram tanımları değerlendirilecektir. Öğrencilerin radyanın tanımını mı kullandı ya da $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ formülünü mü kullandığına göre değerlendirilecektir.							

<p>4. <math>\pi</math> zihninizde neler çağrıştırıyor? <math>\pi</math> hakkında bildiklerinizi yazınız (Akkoc, 2008).</p>	<p>Radyan Kavram İmajı</p> <p>Öğrenci açıklamalarında <math>\pi</math>'yi reel sayı olarak ele alındığında radyan imajının, <math>180^\circ</math> olarak ele alındığında derece imajının baskın olduğu, iki farklı <math>\pi</math> olduğunu düşünen öğrencilerin radyan imajının zayıf, derece imajının baskın olmasının bir sonucu olarak değerlendirilecektir.</p>										
<p>5. <math>360^\circ</math>'da yaklaşık kaç tane <math>\pi</math> vardır? (Burada <math>360</math> sayısının yanında derece işareti yoktur.)</p>	<p>Radyan Kavram İmajı</p> <p><math>360^\circ</math>'ın reel sayı olarak algılanmadığı, <math>\pi</math>'nin öğrenciler tarafından <math>180^\circ</math> kabul edildiği durumlarda derece imajının baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır.</p>										



<p>6. Aşağıda ölçüleri verilmiş olan açıların ölçülerini derece cinsinden ifade ediniz (Akbaş, 2008).</p> <p>a) 1 radyan</p> <p>b) <math>\frac{5\pi}{3}</math> radyan</p>	<p>Kavram İmajı</p> <p>a şıkında <math>\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}</math> bilgisi yardımıyla 1 radyanı <math>\pi</math>'yi <math>180^\circ</math> olarak ifade eden öğrencilerde derece imajı, <math>\pi</math>'yi 3,14 olarak <math>\frac{180^\circ}{\pi}</math> değerini yaklaşık olarak <math>57,3^\circ</math> olarak ifade eden öğrencilerde radyan imajı baskındır.</p> <p>B şıkında <math>\frac{5\pi}{3}</math> radyanı <math>\pi</math>'yi <math>180^\circ</math> olarak <math>300^\circ</math> olarak ifade eden öğrencilerde derece imajı, a şıkındaki 1 radyanın <math>57,3^\circ</math> olan yaklaşık değerinden yararlanarak ve <math>\pi</math>'yi 3,14 olarak ifade eden öğrencilerde radyan imajı baskındır.</p>								
<p>7. <math>120^\circ</math>'yi radyan cinsinden ifade ediniz.</p>	<p>Kavram İmajı</p> <p><math>\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}</math> bilgisini kullanan öğrencilerin derece imajı baskın olduğu düşünülerek değerlendirme yapılacaktır. <math>120^\circ</math>'yi <math>\frac{2\pi}{3}</math> olarak ifade eden öğrencilerin derece imajının baskın olduğu <math>\pi</math>'yi 3,14 olarak <math>120^\circ</math>'yi yaklaşık olarak 2,09 radyan olarak ifade eden öğrencilerin radyan imajının baskın olduğu düşünülmektedir.</p>								

<p>8. Yarıçapı 1.8 birim olan bir çemberde ABC yayının uzunluğu 7.2'dir. ABC yayını gören merkez açının ölçüsü kaç radyandır? (Akbaş, 2008).</p>	<p>Radyan İmajı Ve Radyan Tanımı</p> <p>“Bir çember üzerinde bir merkez açının radyan cinsinden değeri açının gördüğü yayın uzunluğunun çemberin yarıçap uzunluğuna oranıdır” bilgisi ile öğrencilerin radyan imajı değerlendirilecektir. Yani <math>\frac{7.2}{1.8} = 4</math> reel sayı sonucunu radyan olarak yorumlayabilen öğrencilerin radyan imajı baskın olduğu düşünülecektir.</p>								
<p>9. <math>f : R \rightarrow R</math> ve <math>f(x) = x \sin x</math> fonksiyonu veriliyor. Aşağıda verilen noktaları hesaplayınız ve koordinat düzleminde gösteriniz (Akkoç, 2008).</p> <p><math>(30, f(30)) = ?</math> (Burada 30 derece cinsinden <u>verilmemiştir.</u>)</p> <p><math>(\pi/2, f(\pi/2)) = ?</math></p>	<p>Radyan İmajı</p> <p>A şıkında derece olarak verilmediği vurgulanan 30 sayısının öğrenciler tarafından reel sayı olarak algılanıp radyan açı ölçü birimi ile ilişkilendirilebileceği değerlendirilecektir.</p> <p>B şıkında koordinat düzleminde işaretlerken <math>\rho/2</math>'yi x ekseninde 90 olarak işaretler ise derece imajının baskın olduğu sonucuna varılacaktır.</p>								

<p>10. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve değer kümelerini yazın. Fonksiyonların tanım kümesindeki elemanlar hangi açı ölçü birimindedir? Açıklayınız.</p>	<p>Radyan Tanımı ve Radyan İmajı</p> <p>Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesindeki elemanları reel sayılar olarak açıklayan öğrenciler reel sayıları radyan açı ölçü birimi olarak ifade edebilirlerse radyan tanımı ve radyan imajı geliştirdikleri değerlendirilecektir. Ayrıca temel trigonometrik fonksiyonların tanımında radyan kullanma ihtiyacı trigonometrik oranlardan trigonometrik fonksiyonlara geçişi anlamak için de önemlidir.</p>								
--	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Akbaş, N. (2008). *10. Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramına İlişkin Sahip Olduğu Yanılguların Giderilmesine Yönelik Bir Öğretim Sürecinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857 – 878.