T.C. Marmara Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

A-DİDAKTİK ORTAMDA YAPILAN UYGULAMALARIN ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

İlkay AKTAŞ

(Yüksek Lisans Tezi)

İstanbul – 2019

T.C. Marmara Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

A-DİDAKTİK ORTAMDA YAPILAN UYGULAMALARIN ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

İlkay AKTAŞ

(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman

Dr. Öğretim Üyesi Ali Rıza KÜPCÜ

İstanbul – 2019

ONAY

İlkay Aktaş tarafından hazırlanan "A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecine Etkisinin İncelenmesi" konulu bu çalışma, 22.08.2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jüri tarafından başarılı bulunmuş ve yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	İmza
TEZ DANIŞMANI	Dr. Öğr. Üyesi Ali Rıza KÜPCÜ	………………
JÜRİ ÜYESİ	Prof. Dr. İlyas YAVUZ	………………
JÜRİ ÜYESİ	Doç. Dr. Zeynep Çiğdem ÖZCAN	………………

ÖZGEÇMİŞ

2012 Sakarya Anadolu Lisesinden mezun olma

2016 Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalından mezun olma

2016 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı Yüksek Lisans Programına giriş

2017 Nezihe Osman Atay Ortaokulu'nda matematik öğretmenliği

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Görev Yaptığı Kurum: Nezihe Osman Atay Ortaokulu

E-Posta: ilkayaktas94@gmail.com

ÖNSÖZ

Bu araştırmada, a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların ortaokul öğrencilerinin problem çözme sürecine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenip, çalışmamın her aşamasında beni değerli fikirleriyle destekleyen, bilgilerini ve katkılarını esirgemeyen, yönlendirmeleri ve motive edici sözleriyle bana güç veren, güler yüzlü danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Ali Rıza KÜPCÜ'ye; tez izleme jüri üyeliğini kabul ederek değerli görüşlerini paylaşan Sayın Prof. Dr. İlyas YAVUZ'a ve Sayın Doç. Dr. Zeynep Çiğdem ÖZCAN'a; Marmara Üniversitesi'nde lisans ve lisansüstü eğitim hayatım boyunca bilgileriyle yoluma ışık tutan değerli hocalarım Doç. Dr. Sare ŞENGÜL'e, Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI'ya, Dr. Öğr. Üyesi Alaattin PUSMAZ'a ve diğer enstitü hocalarıma teşekkür ederim.

Her daim yanımda olan, sevgi ve güvenleriyle bana destek veren ve haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim canım aileme, babam Ali AKTAŞ'a, annem Fergül AKTAŞ'a ve abim Berkay AKTAŞ ile sevgili yengem Büşra AKTAŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Varlığıyla hayatıma renk katan sevgili yeğenim Nil'im, iyi ki varsın.

Çalışmamın her aşamasında beni motive eden, gücümün bittiği her an bana güç veren, her türlü yardımı ve desteği sunarak hep yanımda olan Ömer Onur ÖZKAN'a sonsuz teşekkür ederim.

Bilim sınavına girdiğim günden bugüne kadar her zaman yanımda olan çok sevgili dostlarım Tutku MUTLU, Görkem SEVİNÇLER, Merve SEVİNDİK, İzel GÜRBÜZ ve yanımda olan tüm dostlarım iyi ki varsınız.

Tez çalışmamda yardım ve destekleri için değerli meslektaşlarıma, okul müdürü sayın Barış GİZLİCE'ye, müdür yardımcıları Mustafa KILIÇ ve Abdülhakim ÖZDEMİR'e, çalışmam boyunca yardımını esirgemeyen ve beni motive eden sevgili meslektaşım Işılay YILMAZ'a ve sevgili öğrencilerime teşekkür ederim.

İlkay AKTAŞ

ÖZET

Bu araştırmada, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında öğrencilerin problem çözme sürecine etkisini incelemek amaçlanmıştır. Durum çalışması ve yarı deneysel modele uygun olarak düzenlenen araştırmada aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. A-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencileri problem çözme basamaklarında (sorumluluğu devretme, eylem, ifade etme, doğrulama, kurumsallaştırma) ne yaşamaktadırlar?

2. A-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin; cebir başarılarına, cebirsel düşünme seviyelerine, problem çözme başarılarına, matematik problemi çözme tutumlarına ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine etkisi var mıdır?

Araştırmanın çalışma grubunu, Gaziantep ili Şehitkamil ilçesinde düşük sosyo-ekonomik düzeye sahip Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı olarak eğitim öğretim yapan bir devlet okulunun 7. sınıfına devam eden 52 öğrencisi oluşturmaktadır.

Araştırmada kullanılan ölçekler, araştırmacı tarafından geliştirilen "Cebir Başarı Testi" ve "Problem Çözme Testi", Hart, Kuchemann ve Ruddock tarafından 1998 yılında geliştirilen cebir testinin Türkçe uyarlaması "Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi", Çanakçı tarafından 2008 yılında geliştirilen "Matematiksel Problem Çözme Tutum Ölçeği" ve Kızılkaya ve Aşkar tarafından 2009 yılında geliştirilen "Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği" kullanılmıştır.

Araştırmadan elde edilen verilerle ilgili analizlerde, İstatistiksel paket programında normallik testi yapılmış, normal dağılımdan farklılık sergilemeyen veriler için ANOVA, normal dağılımdan farklılık sergileyen veriler için nonparametrik testlerden yararlanılmıştır.

Araştırmadan elde edilen bulgular şunlardır: Öğrenciler problemi anlamakta ve doğru hipotezler üretebilmekte ancak genellemeye ulaşmakta zorlanmaktadır. Uygulamalar sırasında aşamalar bazen iç içe geçmektedir. Öğrencilerin uygulamalar sırasında derse katılımlarının ve motivasyonlarının yüksek olduğu görülmektedir. A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların öğrencilerin cebir başarısını, cebirsel düşünme seviyelerini ve problem çözme başarılarını artırmaktadır. Diğer taraftan matematik problemi çözme tutumlarını ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerini etkilememektedir.

Anahtar Kelimeler: A-didaktik ortam, Didaktik Durumlar Teorisi, Problem çözme, Cebir.

ABSTRACT

In this study, it is aimed to investigate the effect of problem solving process during applications in a-didactic milieu on 7th grade students problem solving process. In the research which is organized in compliance with the case study and the quasi-experimental model, the following questions are tried to answered:

1. What do 7th grade students experience during problem solving steps (transferring responsibility, action, expression, verification, institutionalization) during the practices done in a-didactic milieu?

2. Do a-didactic milieu during the applications of 7th grade students have an effect on 7th grade students' algebraic successes, their algebraic thinking levels, their problem solving achievements, their mathematical problem solving attitudes and their reflective thinking levels towards problem solving?

The study group of the research consists of 52 students attending the 7th grade of a public school affiliated to the Ministry of National Education. The participants with low socio-economic level live in Şehitkamil district of Gaziantep, Türkiye.

In the research, Algebra Achievement Test “and” Problem Solving Test developed by the researcher, “Algebraic Thinking Level Test” which is Turkish adaptation of the algebra test developed by Hart, Kuchemann and Ruddock in 1998, “Mathematical Problem Solving Attitude Scale” developed by Çanakçı in 2008 and “Reflective Thinking Skill Scale for Problem Solving” developed by Kızılkaya and Aşkar in 2009 are the scales used.

For the analysis of the data obtained from the research, normality test is performed in statistical package program, ANOVA is used for the data that does not differ from the normal distribution, and nonparametric tests are used for the data that differs from the normal distribution.

The findings of the study are as follows: Students are able to understand the problem and produce correct hypotheses but have difficulty in reaching generalization. Stages sometimes intertwined during applications. It is seen that the students' participation and motivation during the applications are high. The problem solving applications in a-

didactic milieu the success of students' algebraic, their algebraic thinking levels and their problem solving success the success of students' algebraic, their algebraic thinking levels and their roblem solving success. On the other hand, it does not affect math problem solving attitudes and reflective thinking levels towards problem solving.

Key Words: A-didactical milieu, The theory of didactic situations, Problem solving, Algebra.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

RESİMLER LİSTESİ

KISALTMALAR VE SEMBOLLER

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

DDT : Didaktik Durumlar Teorisi

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics

PISA : Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

OKS : Ortaöğretim Kurumları Sınavı

$\bar{X}$: Aritmetik Ortalama

PÇYYDBT : Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği

MPÇTÖ : Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği

BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problemi, önemi, sınırlılıkları, sayıltıları ve tanımları açıklanmıştır.

1.1. Problem

Problem çözme sıradan bir sayı, değer bulmak değil düşünmeyi geliştiren ve arttıran bir etkinlik olarak tanımı yapılabilir. Yazgan ve Bintaş (2005)'a göre, eğitim programının kalitesinin ölçülmesi için okul öncesinden üniversiteye hatta daha sonraki dönem de dahil yetiştirdiği insanların bilgiyi edinebilme, üretebilme ve bu bilgiyi kullanabilmesi ile toplumu, bilimi ve teknolojiyi ne kadar yönlendirebildiğine bakılır. Yazgan ve Bintaş (2005)'a göre, nitelikli bir eğitim programından beklenen özellik "problem çözebilen" insanlar yetiştirmesidir ve bu denli önem verilen problem çözme becerisinin kazanılması için de uzun bir sürece ve planlı bir çalışmaya gerek vardır.

Problem çözmenin önemi ile ilgili fikirlere rağmen, eğitim sistemi içerisinde öğrencilerin özellikle de rutin olmayan problem çözme becerilerinin istenilen seviyede olmadığı gözlemlenmektedir (Erdoğan, 2015). Çeşitli ülkelerde yapılan araştırmalarda öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde büyük zorluklar yaşadığı ve bu sırada problem çözme stratejilerini doğru ve etkili bir şekilde kullanamadıkları ifade edilmektedir (De Bock, Verschaffel & Janssens, 1998; Lester, Garafolo & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992).

Türkiye'de de benzer durumlar gözlemlenmektedir. OECD'nin yayınladığı PISA 2015 raporunda Türk öğrencilerin problem çözme becerisinin zayıf olduğu belirtilmiştir (OECD, 2016). Yapılan ulusal çalışmalarda da Türk öğrencilerin problem çözme becerilerinin yeterli düzeyde gelişmediği vurgulanmıştır. Diğer yandan Elia, Heuvel-Panhuizen ve Kolovou (2009) çalışmalarında bazı öğrencilerin kullandıkları stratejileri yeni durumlara adapte edemediklerini belirtmişlerdir. Bütün problemlerin çözümünde kullanılan sihirli bir yöntem ya da yol bulunmamaktadır. Öğrencilerin problemi çözebilmeleri için öncelikle problemi anlamaları ve her problem için o probleme uygun olarak akıl yürütmeleri gerekmektedir.

Polya (1957)'ya göre, problem çözme için önemli bir kaynak teşkil eden "How To Solve It" kitabında belirtildiği gibi öğretmenlerin gerçekleştirmesi gereken ilk aşama öğrencilerin problem çözme kabiliyetlerini geliştirmektir. Polya (1957)'ya göre, problem çözme süreci; problemin anlaşılması, çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi, seçilen stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi şeklinde dört aşamadan oluşmaktadır. Polya (1957) çalışmasında, matematik öğretiminde rutin problemlerin gerekli olmasına rağmen öğretimde sadece bunlarla sınırlı kalınmasının ve rutin olmayan problemlerin kullanılmamasının telafisi mümkün olmayan bir hata olduğunu belirtmiştir. Bu yüzden öğretmenler derslerinde rutin olmayan problemlere yer vermelidir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin problem çözümüne etkin bir şekilde katılımını destekleyecek biçimde sınıf ortamının nasıl tasarlanabileceği, problem çözme sürecinde öğretmen ve öğrenci rollerinin ne olması gerektiği gibi sınıf ortamında problem çözme sürecini doğrudan etkileyebilecek konulara değinilmediği görülmektedir. Bu türden çalışmalara duyulan ihtiyaç bu çalışmanın çıkış noktası olarak ifade edilebilir. Bu doğrultuda Didaktik Durumlar Teorisi (DDT)'nden yararlanılmıştır.

Yapılandırmacılığın önemli kuramcılarından olan Piaget bilginin, öğrenen tarafından çevreden edilgen bir şekilde alınmayıp öğrenenin etkin olduğu bir sürecin sonunda oluşturulduğuna işaret eder. Brousseau önemli ölçüde Piaget'nin bu düşüncelerinden esinlenmiş, matematikte içerik olarak neyin öğretilmesi ve nasıl öğretilmesi gerektiği düşüncesinin değişikliğe uğradığı yıllarda Didaktik Durumlar Teorisi'ni (DDT) ortaya çıkarmış ve bu fikri iyi temellendirilmiş kavramlarla ele almıştır (Erdoğan, 2016). J. Bruner da "öğrenmenin, yeni bilginin var olan eski bilgilere dayandırılarak yeni fikirler ve kavramların oluşturulduğu etkin bir süreç" olduğunu belirtir. Öğrenci yeni tecrübeleri kendisinde var olan zihinsel yapılarla bütünleştirmek maksadıyla bilgiyi seçer, hipotez oluşturur ve kararlar verir (Arslan, 2007). A-didaktik ortamda yapılan uygulamalarda bilgi, yapılandırmacılığa uygun şekilde oluşturulur (Erdoğan, 2016). Vgotsky, "potansiyel gelişim alanı" kavramını kullanarak öğrenmenin sosyal ortamda, öğrenenin ilgisi dahilinde ve öğretenlerin rehberliğinde (öğretmen, aile, arkadaş vb.) gerçekleştiğini belirtir. Vgotsky, insanların topluluk içindeki etkileşimlerini etkili bir şekilde sağlarken, kavramlar, semboller, işaretler, numaralar ve kelimeleri kullandığını söylemektedir (Yeşilyaprak vd., 2002). Bu açıdan bakıldığında a-didaktik ortamlarda öğrenci-öğretmen etkileşiminden daha çok öğrenciler arasında etkileşim söz konusu olup öğrencilerin bilginin kaynağı olabilecek nesnelerle etkileşimi sayesinde bilgiyi keşfetmeleri ve yapılandırmaları amaçlanmaktadır (Laborde & Perrin-Glorian, 2005). A-didaktik ortamların öğrencilere çözüm yaklaşımları ve stratejileri için pozitif ya da negatif dönütler sunacak şekilde titizlikle tasarlanması gerekmektedir (Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016). Yapılandırmacı yaklaşımın temel alındığı matematik öğretimi için öğrencilerin matematiksel kavramları tecrübe etmelerine, rutin olmayan problem çözme becerilerine sahip olmalarına, kendi bilgilerini yapılandırmalarını sağlayacak öğretim ortamlarına gereksinim vardır ve görüldüğü gibi DDT, yeni öğretim programının bakış açısına uygun bir problem çözme anlayışıdır.

Günümüzde problem çözme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme üst düzey düşünme becerileri olarak sayılmakta ve bireyde kazandırılması hedeflenen özellikler arasında bulunmaktadır (Kalaycı, 2001). A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların, rutin olmayan problemlerin çözümünde etkin bir biçimde kullanılabileceği ve böylece öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir. Problem çözme, matematiksel bir durumu analiz etme, sentezleme, değiştirme ve revize etme gibi birçok yaklaşımı içeren bir süreçtir (Lesh & Zawojewski, 2007). Didaktik durumlar teorisinde, problem çözümü sırasında bu aşamaların tümü sınıf ortamında hem öğretmen hem öğrenci rolleri açıkça belirtilerek gerçekleşmektedir.

Öğrencilerin problem çözme sürecinde yaşadığı en önemli sorunlardan biri problemi anlama, didaktik durumlar teorisinde yer alan sorumluluk devretme aşaması ile aşılmaktadır. Sorumluluk devretme aşamasında öğrencinin bunu nasıl gerçekleştireceği, bu süreçte öğretmen ve öğrenci rollerinin ne olduğu net bir şekilde belirtilmektedir. Eylem aşamasında da sorumlu sadece öğrenci değildir ve öğretmenin bu aşamada ne yapacağından da özellikle bahsedilmiştir. Bu sayede problem çözme sürecinde öğretmenin rolü de belirtilerek hem öğretmene hem öğrenciye yapacakları hakkında belirli sınırlar çizilmiştir. Brousseau (1997)'ya göre, "ifade etme" şeklinde yer alan üçüncü aşama ve önceki aşamalarda öğrencinin problemin çözümüne ilişkin keşfettiği deneyimlerinin sentezlenmesi sonucu problemin çözümüne yönelik bir hipotezin sunulması olarak belirtilen aşama problemin çözümünde anahtar bir görevinin olmasının yanı sıra öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin deneyimlerinin sınıfla paylaşılarak tartışılmasını sağlamada kolaylaştırıcı bir rol üstlenmektedir. Brousseau (1997)'ya göre, problem çözme yaklaşımındaki doğrulama aşaması, ifade etme aşamasında öğrencilerin sunduğu hipotezlerin sınıf tartışmalarında hedeflenen bilgiyi ortaya çıkarmak için öğretmene ortam tasarımında nasıl bir yol haritası izlenmesi gerektiğine dair ipuçları vermektedir ve problem çözme aşamalarında bulunan kurumsallaştırma aşaması çözümün değerlendirilmesinden çok öte bir yaklaşım olup, öğrenciler tarafından bulunan bilgi parçalarının öğretmen tarafından bağlamdan çıkarılarak matematiksel bir boyut kazandırılmasını ifade etmektedir. Sonuç olarak DDT'de esas vurgu öğretmen ve öğrencilerin ortak aktivitesinedir (Sensevy & Mercier, 2007). Bu bağlamda teoride; araştıran, fikir üreten, keşfeden, bir fikri doğrulamak veya çürütmek için tartışmalar yapan öğrenciler ön plana çıkarılmaktadır. Rutin olmayan problemlerde DDT'nde olduğu gibi öğrencilerin, otantik gerçek hayat durumlarına ait problemlerin, grup çalışması sayesinde etkileşim içinde matematiksel fikir ve yapıları oluşturarak matematiksel tarifini yapması ve bunu paylaşması ile duruma özel belirgin olmayan çözüm stratejileri geliştirmesi söz konusudur.

Akkaya ve Durmuş (2006)'ya göre cebir; sayı ve semboller kullanarak, incelenen ilişki veya ilişkileri, genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalıdır. MEB (2018)'in yayınladığı Matematik Dersi Öğretim Programı'nda Cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ortaokulda 6. sınıftan 8. sınıfa kadar yer almaktadır ve öğrencilerin sahip olması gereken cebir kazanımlarına geniş yer verilmiştir. Cebirin öğretilmesinde farklı metotlar olmasına rağmen bunlardan en yaygın olanı geleneksel metottur ve bu metot öğrenciyi ezbere öğrenmeye yönlendirmektedir (Kitt & Leitze, 1992). Ancak öğretmenlerin, cebiri öğrencilerine anlama ve hatırda tutma düzeylerini en üst düzeye çıkaracak şekilde öğretme metotları kullanmaları gerekmektedir (Kitt & Leitze, 1992). Öğrencilerin cebirsel yetenekleri birkaç yolla geliştirilebilir. Cebir bilgisini kullanmayı öğrenmenin bir yolu cebir problemlerini çözmek ve problem çözme deneyimlerini artırmaktır. Bu sebeple, cebir öğretiminin bir amacı cebirsel problemleri çözmeyi öğrenmede öğrencilere yardım etmektir (Mathews, 1997). Öğrencilerin cebirdeki ve cebir problemlerini çözmedeki becerilerini artırma, birçok eğitimci tarafından kritik derecede önemli olarak görülmektedir (NCTM, 2000).

Cebir konularının matematik derslerinde öğretilmeye başlanmasıyla birlikte öğrencilerin cebiri öğrenmede zorlandığı görülmektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005). Birçok araştırmanın sonucu öğrencilerin cebir kavramlarını (denklem, eşitlik, değişken, cebirsel ifadeler, bilinmeyen gibi) anlamada zorlandıkları ve kavram yanılgısı içinde olduklarını göstermektedir (Baki, 2006; Dede ve Argün, 2003; Ersoy ve Erbaş, 1998; Kieran, 1992). Cebirsel problemleri çözme başarısı üzerine birçok ülkede yapılan araştırma, öğrencilerin cebir ve cebir problemleriyle hatırı sayılır derecede zorluklarının olduğunu göstermektedir ve bazı okullar cebirin temelleri üzerine uzmanlaşmış öğretmelere kadrolarında yer vermektedir. Örneğin, 1979'da California aşağıdaki gibi basit bir cebir problemini öğrencilerin üçte birinden daha fazlasının doğru cevaplayamadığını göstermiştir (California Assesment Program, 1979): "Bir astranot uzayda bir günde 2,2 birim hacim havaya ihtiyaç duyuyor. Üç astronotluk bir takımın 5 günde kaç birim hacim havaya ihtiyaç duyduğunu hesaplayınz. (Doğru cevap, 33 birim hacim)." Cebirin öğretilmesinde yaşanan bu zorluklar, eğitimcileri cebiri daha etkili öğretebilme noktasında alternatif yollar aramaya itmiştir. Cebir ve cebirsel problem çözmede karşılaşılan zorluklarla başetmede etkili, Kaput (1999)'un önerilerinin dikkate alınarak NCTM (2000)'de ifade edilen çalışmaların gerçekleştirilmesine imkân veren bir öğrenme ortamını oluşturmak oldukça zor bir görevdir. Bu görev eğitimle ilgilenen tüm eğitimcilerin görevidir. Yeni bir cebirsel problemin öğretimi için büyük grup veya tüm sınıf etkinliklerinin uygulanması daha uygun olurken, aynı problemin çözümü için farklı çözüm stratejilerilerinin geliştirilmesine imkân vermek amacıyla küçük gruplarla çalışmak daha etkili olabilir (Reys, Suydam ve Lindquist, 1984). DDT hem sınıf hem de küçük grup tartışmasını ve çalışmasını içinde barındırmaktadır.

Cebirsel düşünme deyince akla sadece cebir çalışmalarının gelmesi yanlış olur çünkü cebirsel düşünme matematiksel düşünmenin özel bir halidir ve dolayısıyla matematiksel düşünmede kullanılan problem çözme, temsilleri kullanma, modellerle çalışma, tümdengelim ve tümevarım gibi akıl yürütme becerilerini içinde bulundurur (Çelik, 2007: 8). Literatür incelendiğinde, cebirsel düşünme ve cebirsel düşünmenin gelişimi üzerine yapılmış birçok araştırmayla karşılaşılmıştır (Kaya & Keşan, 2004; Erbaş, Çetinkaya & Ersoy, 2009; Steele & Johanning, 2004). Ülkemizde yapılan çalışmalarda genellikle öğrencilerin cebirsel kavramlara ilişkin olan hataları ve yanılgıları incelenmiş, ancak çalışmalarda a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar ile cebirsel düşünme düzeyinin ilişkilendirildiği bir çalışmaya rastlanılmamıştır.

Matematik tutumu bireyin matematikle ilgili bir konuya yönelik sahip olduğu pozitif ya da negatif eğilimdir (Dutton, 1962). Öğrencinin matematik tutumları onların öğrenme tecrübeleriyle oluşur ve şekillenir. Sınıf içi öğrenme etkinliklerinin konuya karşı ilgi ve hayranlık uyandırması olumlu tutum oluşmasına katkı sağlayacaktır (Ministry Of Education, 2006; akt. Çanakçı, 2008). Matematikte, matematik tutumu ile matematik başarısı arasındaki ilişkinin varlığı uzun süredir bilinmektedir. Pozitif (olumlu) tutuma sahip olmak, matematik başarısının yüksek olmasına katkıda bulunmaktadır (McMullen, 2005; Erktin, 1993). Yücel ve Koç (2011) yaptıkları araştırmada matematik dersine karşı tutum ile matematik dersindeki başarı arasında pozitif yönde bir ilişki olduğunu saptamışlardır. Karadağ (2019) yaptığı çalışmasında teknoloji ile ilişkilendirilmiş etkinlik ve problemlerle işlenen matematik dersinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisini incelemiş ve uygulama sonunda yapılan testler sonucunda deney grubu ve kontrol grubu arasında anlamlı farklılığın oluşmadığı tutumlarının birbirine benzediği sonucuna ulaşmıştır. Görüldüğü gibi yapılan araştırmalarda bazen öğrencilerin matematiğe karşı tutumunun değişmediği bazen ise olumlu yönde değiştiği görülmüştür. Didaktik ortamda yapılan uygulamaların tutuma etkisinin ne olacağı merak uyandırmıştır.

Ünver (2003)'e göre, yansıtıcı düşünme problem çözme ile iç içe bir yapıda bulunmaktadır ve yansıtıcı düşünmeyi bireyin öğrenme veya öğretme yöntemi ve seviyesine ilişkin durumunu, eğitim hayatı boyunca edindiği tecrübeler ışığında, kişisel değerler ve inanç sistemi çerçevesinde betimleyebilme ve sorunları çözebilme becerisi olarak tanımlamıştır. Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin de ilkokul ve ortaokul ve bilim sanat merkezleri düzeylerinde çeşitli açılardan incelendiği görülmüştür (Baş, 2013; Tavşan, 2016; Sarıcan, 2017; Gündoğdu, 2017; Pusmaz ve Tavşan, 2019). Fakat ortaöğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisini konu alan az miktarda araştırmaya rastlanmıştır (Baş & Kıvılcım, 2013). Bu bağlamda a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerisini etkileyip etkilemeyeceği merak uyandırmıştır.

Yapılan araştırmalara bakıldığında daha çok Polya'nın problem çözme aşamalarına uygun problem çözme ile ilgili çalışmalar yapıldığı gözlenmiştir. Hem öğrenci hem öğretmen rollerinin açıkça belirtildiği a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların öğrencilerin cebir başarısına, cebirsel düşünme seviyelerine, problem çözme başarılarına, matematik problemi çözme tutumlarına, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine ve problem çözme sürecine etkisinin incelendiği bir çalışmanın yapılması gerekliliği görülmüştür.

Bu nedenlerle okul derslerinde öğrencilerin problem çözme sürecini verimli bir şekilde yaşamalarını ve öğretmenlerin bu süreci etkili şekilde planlayabilmelerine imkân veren a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların ortaokul matematiğinin temel amaçlarından problem çözme becerisini kazandırmada ve artırmada etkili olacağı düşünülebilir. Bu düşünmelerle araştırma problemi "A-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında ortaokul 7. sınıf öğrencileri problem çözme sürecinde ne yaşamaktadır ve bu uygulamaların öğrencilerin cebir başarısına, cebirsel düşünme seviyesine, problem çözme başarısına, matematik problemi çözme tutumuna ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeyine etkisi var mıdır?" şeklinde oluşmuştur. Bu bağlamda araştırma problemine uygun olarak aşağıda sunulan alt problemlere cevap aranacaktır:

1. A-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencileri problem çözme basamaklarında (sorumluluğu devretme, eylem, ifade etme, doğrulama, kurumsallaştırma) ne yaşamaktadırlar?

2. A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların 7. sınıf öğrencilerinin;

a) Cebir başarılarına etkisi var mıdır?

b) Cebirsel düşünme seviyelerine etkisi var mıdır?

c) Problem çözme başarılarına etkisi var mıdır?

d) Matematik problemi çözme tutumlarına etkisi var mıdır?

e) Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine etkisi var mıdır?

Bu çalışmada problem çözme sürecinde sınıf ortamı içinde öğretmen ve öğrenci rollerinin açıkça belirlendiği didaktik durumlar teorisi bağlamındaki bakış hem öğrenciler hem de öğretmenler açısından yeni bir deneyim olacağından öğrenci yaşantılarının betimlenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılan ortaokul 7. sınıf öğrencilerinden oluşan deney grubu öğrencilerinin ve bu uygulamalara katılmayan ortaokul 7.sınıf öğrencilerinden oluşan kontrol grubu öğrencilerinin cebir başarılarındaki, cebirsel düşünme seviyelerindeki, problem çözme başarılarındaki, problem çözme tutumlarındaki ve yansıtıcı düşünme düzeylerindeki değişimin incelenmesi araştırmanın diğer amacı olarak belirlenmiştir.

1.2. Önem

Günümüzde öğrencilerin bir bilgiye sahip olmalarından daha çok o bilgiye ulaşma becerileri önemli hale gelmiştir. Bu durum 2005 yılından itibaren ortaokul öğretim programlarında ortaya konan yapılandırmacı anlayışla öğretim sistemimizi derinden etkilemiştir. Bu paradigma değişimini gerektiren anlayış günümüze kadar gerek ders kitaplarına, gerekse öğretim yöntemlerine yeniden bakışı gerekli kılmıştır. Bu durum özellikle son yıllarda yaşanan ve ortaokul öğrencilerinin liselere geçişlerindeki sınavlarda sorgulanan becerilerle, Milli Eğitim Bakanlığı'nın öğretmenlerimize önerdiği kazanım sorularında beklenenlerle daha belirgin hale gelmiştir. Rutin olmayan problem çözme sürecini hem sınıf ortamındaki öğretmen-öğrenci etkileşimini planlaması hem de bu tür problemlerden beklenen becerilerin günümüz beklentilerine uygun düşünmeleri içermesi nedeniyle didaktik durumlar teorisini uygun etkinlikler örnek olabilecek niteliktedir. Bu nedenle araştırma öğretmenlerimizin uygun, kaliteli ve etkili sınıf ortamını oluşturmalarına; ders kitabı yazarlarının yeni nesil problem ve soruları hazırlamadaki ve çözmedeki gerekleri görmelerine fırsat oluşturabilme potansiyeli açısından önemlidir. Özellikle cebir öğrenme alanında öğrencilerimizin yaşadıkları zorluklar düşünüldüğünde işlem becerisinden daha çok cebirin bir düşünme aracı, bir problem çözme yöntemi ve genelleme-soyutlama sürecine dair bir mihenk noktası olması fikrini ortaya koyma potansiyeli açısından önemlidir.

1.3. Sınırlılıklar

1) Araştırma 2018–2019 öğretim yılı Gaziantep ili Şehitkamil ilçesi bir devlet ortaokulundaki 7.sınıf öğrencileriyle sınırlıdır.

2) Araştırma 7. sınıf cebir öğrenme alanı ile ilgili kazanımlarla sınırlıdır.

3) Araştırma araştırmacı tarafından kazanımlara uygun seçilen problem çözme etkinlikleri ve problemler ile sınırlıdır.

1.4. Sayıltılar

1) Araştırmaya katılan öğrencilerin, ölçme araçlarındaki maddelere doğru ve içten yanıtlar verdikleri,

2) Kontrol edilemeyen değişkenlerden, deney ve kontrol grubunun eşit etkilendiği varsayılmıştır.

1.5. Tanımlar

Cebir: Sayıları sembollerle ilişkilendiren ve yalnızca bu sembollerin sayılarla göstermekle kalmayarak problem çözme için de kullanılan bir araçtır (Kieran, 1992).

Cebirsel Düşünme: Matematiksel işlemleri ve örüntüleri genelleme, sembollerin anlamlı kullanımı, sayı sistemindeki yapıların çalışılması, fonksiyonlarla ve örüntülerle çalışılması ve bunlara bağlı olarak matematiksel modellemede çoklu dilleri kullanma olarak tanımlanmaktadır (Kaput, 1999).

Didaktik Durumlar Teorisi (DDT): Yapılandırmacı yaklaşımı temel alan ve sınıf içinde kavramsal öğrenmenin şartlarını belirlemeyi amaçlayan problem temelli bir öğretim yaklaşımıdır (Laborde, 2007; Artigue, 1994). DDT sınıf ortamının önemli olduğu, öğretmen ve öğrenci rollerinin açıkça ifade edildiği, bu şekilde öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceği düşünülen bir yaklaşımdır (Sensevy & Mercier, 2007).

Rutin problem: Günlük yaşamda herkesin sıklıkla karşılaşabileceği kar-zarar, yol-zaman hesabı gibi çoğunlukla dört işlem becerilerini içeren problemlerdir (Altun, 2011).

Rutin olmayan problem: Rutin problemlere göre kolay bir şekilde çözülemeyen, problemin çözüm yöntemini bulmak için bazı sezgisel (heuristic) stratejileri uygulama ve yaratıcı düşüncenin işe koşulmasını gerektiren problemlerdir (Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009; Elia, van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; English, 1996; Schoenfeld, 1992; Ernest, 1992; Buchanan, 1987).

Problem Çözme: Matematiksel bir durumu analiz etme, sentezleme, değiştirme ve revize etme gibi birçok yaklaşımı içeren bir süreçtir (Lesh & Zawojewski, 2007).

BÖLÜM II: ALAN YAZIN/İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Didaktik Durumlar Teorisi

1960'lı yıllar matematikte neyin öğretilmesi gerektiğinin ciddi biçimde sorgulandığı, Piaget'in çalışmalarının duyulmaya başlandığı ve yapılandırmacılığın temelinin atıldığı yıllardır (Kuzniak, 2005). Teorinin çıkış noktasını, matematikçiler tarafından bir kavrama yüklenen anlamın öğrenciler tarafından keşfedilmesini ve yapılandırılmasını sağlayacak bir problem durumunun ya da durumlar zincirinin tasarlanabileceği düşüncesi oluşturmaktadır (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013). Brousseau önemli ölçüde Piaget'nin bireyin kendi düşüncelerini inşa edebileceği fikrinden esinlenmiş, matematikte içerik olarak neyin öğretilmesi ve nasıl öğretilmesi gerektiği düşüncesinin değişikliğe uğradığı yıllarda Didaktik Durumlar Teorisi'ni (DDT) ortaya çıkarmış ve bu fikri iyi temellendirilmiş kavramlarla ele almıştır (Erdoğan, 2016). Teori, matematiksel kavramların belli problem durumlarından ortayı çıktığı ve bunların matematikçiler tarafından ele alınma ve araştırılma süreçlerine benzer süreçlerin öğrenciler tarafından yaşanması sonucu kalıcı olarak öğrenilebileceği gerekçesiyle öğrenme ortamlarının nasıl tasarlanması ve yürütülmesi gerektiğini ortaya koymaktadır (Artigue, 2008). Didaktik Durumlar Teorisi (DDT), öğrenme ortamlarının nasıl olması gerektiğini betimlemeye çalışmış ve teoride tanımlanan durum, oyun ve ortam kavramları ile yapılandırmacı eğitime farklı bir bakış açısı kazandırmıştır.

2.1.1. Durum kavramı

Durum, matematiksel bir bilginin özel bir kullanım bağlamıdır (Brousseau, 2002). Bir bilgi farklı bağlamlarda kullanılabilir ve her bağlamda bu bilginin farklı boyutları ön planda olabilir. Teoride bu bağlamda dört farklı durum tanımlanmaktadır. Bunlar didaktik durumlar, didaktik olmayan durumlar, a-didaktik durumlar ve temel durumlardır.

Didaktik durumlar, açık bir öğretim amacı taşıyan durumlardır ve çoğunlukla öğretmen tarafından oluşturularak yönetilir. Didaktik durumlarda öğretmenin bir öğretim amacı vardır ve bu amaç çoğunlukla öğrenci tarafından bilinir. Öğretmenin sunuş yoluyla anlattığı dersin sonunda konunun pekiştirilmesi için verdiği alıştırmalar veya konunun kapsamlı bir şekilde araştırması için verdiği proje ödevlerinin didaktik durum oluşturduğu söylenebilir (Bingölbali, Arslan & Zembat, 2016).

Didaktik olmayan durumlar, bir öğretim gayesi içermeyen durumlardır. Süreç sonunda öğrenci bilgi öğrenebilir fakat bunun gerçekleşmesi için öğretmen ve öğrenci tarafından bilinçli bir şekilde ortaya konulan bir çaba yoktur. Örneğin, bir çocuk ürün katologlarından rakamları öğrenebilir bu etkileşim ona rakamları öğretme amacıyla bilinçli olarak oluşturulmayan bir durumdur (Bingölbali, Arslan & Zembat, 2016).

A-didaktik durumlar, öğretmenin hedeflediği bilgi ve kazanımların bir süreliğine dahi olsa öğrenciler tarafından açıkça görülmediği durumlardır (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013). Örneğin, çocukların geometrik şekilleri öğrenmesi için tasarlanan bazı oyuncaklar a-didaktik durum oluşturur. Bu durumda çocuk oyuncaklarla oyun oynamaktadır ancak oyuncağı tasarlayanın öğretimsel bir amacı vardır. Her ne kadar teorinin adında didaktik durumlar kavramı kullanılmış olsa da teori a-didaktik durumların kullanımına odaklanmaktadır. Brousseau (1997) çalışmasında, öğretmenin amacının öğrenciye bir a-didaktik durum yaşatmak olduğunu söylerken bu durumu oluşturmak için öğrenci ile her türlü etkileşimini didaktik durumun bir parçası olarak kabul etmektedir.

Temel durumlar, bir kavrama esas anlamını verecek bir a-didaktik durum veya durumlar zincirinin oluşturulabileceğini ve bununla bağlantılı olarak her matematiksel durumu çözecek matematiksel kavram olduğu fikrini savunmaktadır. Bu durumlar temel durumlardır. Bu savı ancak birkaç kavram için doğlanmış olmasına rağmen bu sav a-didaktik durumların çıkış noktasını oluşturmuştur (Bingölbali, Arslan & Zembat, 2016).

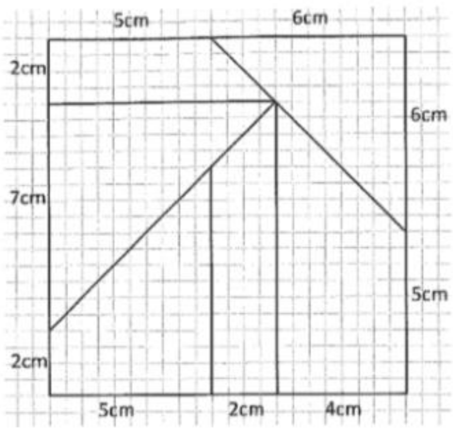
Brousseau (1997), her kavramın bir problemden doğduğu düşüncesiyle teorisini matematikçilerin yaşadıkları bir problem durumuyla karşılaşma, problem için çözüm araçları geliştirme ve bu çözüm araçlarını soyutlaştırarak kavramsallaştırma süreçlerini öğrenciye yaşatarak öğrenmenin gerçekleşeceği düşüncesi oluşturmaktadır. Bu nedenle öğrencilere durumların nasıl sunulacağına ve öğrenme sürecinin nasıl yürütüleceğine büyük önem verilmektedir. Bu bağlamda ortam kavramı, oyun kavramı ve didaktik sözleşme kavramı karşımıza çıkmaktadır.

2.1.2. Ortam Kavramı

DDT’de durum matematik bilgisinin özel kullanım bağlamı veya şartları iken, ortam bu bilgiyi kullanımı için öğrenciyi harekete geçiren, eylem ve kararlarını belirleyen bir olgudur. DDT, özellikle a-didaktik durumların kullanılmasına odaklanmakta, öğretmenin amacının öğrencilere bir a-didaktik durumu yaşatacak ortamı oluşturmak olduğunu savunmaktadır (Erdoğan, 2016). Teoride ortam kısaca, bir öğrenme durumunda öğrenci üzerine etki eden ve öğrencinin etkileşim içinde bulunduğu her şey olarak tanımlanmaktadır (Brousseau, 2002). Ancak ortam kavramı sadece materyal ortam olarak düşünülmemekte sürekli gelişen dinamik bir yapı olarak görüldüğü karşımıza çıkmaktadır (Erdoğan, 2016). Bu tür ortamlarda öğrenci-öğretmen etkileşiminden daha çok öğrencilerin bilginin kaynağı olabilecek nesnelerle etkileşimi sayesinde bilgiyi keşfetmeleri ve yapılandırmaları amaçlanmaktadır (Laborde & Perrin-Glorian, 2005). A-didaktik ortamların öğrencilere çözüm yaklaşımları ve stratejileri için pozitif ya da negatif dönütler sunacak şekilde titizlikle tasarlanması gerekmektedir (Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016). Öğrenci ortamdan gelen dönütleri okuyarak söz konusu stratejileri geliştirebilir (Erdoğan, 2016).

A-didaktik durumun tasarımında öğretmen, öğrencilerin ilgilerini çekecek, onları harekete geçirecek ve aktif olarak üzerinde düşünmelerini ve konuşmalarını sağlayacak bir durum seçer ve etkinliğin uygulanmasında öğrencileri hedeflediği bilgiye ulaşmaları konusunda herhangi bir yönlendirme yapmaz (Çoban, 2016). Öğretmen, değişkenlerini iyi belirlediği bir ortamda öğrenciyi problem veya oyun ile karşı karşıya getirmeli ve sonrasında öğrencilerin, sorumluluk devretme aşamasında ortaya konan ve bilginin kaynağı olan bir ortam ile etkileşim içinde olmalarını sağlamalıdır. Öğrenci zenginleşip gelişen bir ortamda etkileşim ile bilgiyi keşfetmeli, ifade etmeli ve doğrulamalıdır. Öğrencinin gerçekleştireceği bu zihinsel etkinlikler ise matematik yapma sürecinde geçilen süreçlere (akıl yürütme ve ispat, ilişkilendirme, temsil etme, iletişim) paralel olarak gerçekleşmektedir (Erdoğan ve Özdemir Erdoğan, 2013). En sonunda sınıfça bu bilgiye kurumsal bir statü kazandırılır. Kurumsallaştırma aşaması, öğrencilerin elde ettiği bilgilerden yola çıkarak öğretmenin liderliğinde gerçekleşmektedir (Erdoğan, 2016).

Öğrencinin sürekli etkileşim halinde olduğu, geri dönütler aldığı, fikirleri doğrulama veya çürütme imkanı bulduğu tasarlanmış ortam milieu olarak isimlendirilmektedir (Brousseau, 2002). Milieu kavramı bazı çalışmalarda Türkçeye çevrilmeden kullanılırken bazı çalışmalarda "ortam" kavramı olarak Türkçeye çevrilmektedir (Erdoğan, 2016). Bu çalışmada milieu yerine ortam kavramı kullanılmış ve bu kavram ortamın tüm elemanlarını (öğretmen, öğrenci, materyal, oyun kuralları vb.) içine dâhil etmektedir. Elemanları arasında etkileşimin her zaman olduğu ortam sürekli olarak değişmektedir. Tasarlanan ortam ile etkileşim, öğretmenin geri planda öğrencilerin aktif olduğu eylem aşaması ile başlamakta ve kurumsallaştırma aşamasına kadar devam etmektedir (Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016).



Yönerge: Yanda bir yapboz bulunmaktadır. Sizden istenen aşağıda belirtilen kurala göre bu yapboza benzer fakat daha büyük yapbozlar oluşturmanızdır.

Kural 1: Verilen modelde 4 cm lan kenar uzunluğu sizin yapbozunuzda 7cm olmak zorundadır.

Kural 2: Öğrenciler dörderli gruplar halinde çalışacak fakat hep birlikte yeni yapbozun parçalarını oluşturmayacaklardır. Her öğrenci payına düşen bir veya iki parçayı tek başına oluşturacaktır.

Kullanılacak malzemeler: Kalem, kağıt, cetvel, makas, her grup için bir model yapboz.

Şekil 2. 1. Yapboz Problemi (Brousseau, 1997'den uyarlanmıştır).

Şekil 2.1'de verilen yapboz problemi orantı kavramının kullanımına imkan tanıyan bir durumdur. Öğrencilere öncelikle kenar uzunluğu 11 cm olan kare şeklinde bir yapboz sunulmuştur. Yapboz parçaları yamuk veya ikizkenar üçgendir.

Yeni oluşturalacak şekil ile ilgili kurallar Şekil 2.1'de görülmektedir. Bu problemle karşı karşıya gelindiğinde, yapbozun neden kare ve 6 parça olduğu, neden 4 cm olan kenar uzunluğunun yeni yapbozda 7 cm olduğu başka bir ölçüde olmadığı soruları gelmektedir. Bu soruların cevabı öğrencinin rakibi gibi işleyecek bir ortam tasarımında yatmaktadır. Bu problemin amacı çarpmaya dayalı orantı kavramına geçiş yapmaktır.

Brousseau (1997)'nun çalışmasında yapboz problemi durumunda iki tür öğrenci stratejisinin ön plana çıktığı görülmüştür. Bunlar;

1. n+3 stratejisi: Öğrenciler, 4 cm olan kenarın yeni yapbozda 7 cm olması şartından hareketle, her bir kenar uzunluğuna 3 cm ekleyerek benzer bir yapboz elde edeceklerini düşünmektedir.

2. 2n-1 stratejisi: Öğrenciler 7'nin 4'ün 2 katının 1 eksiği olduğu bilgisinden hareketle her bir kenarın uzunluğunu 2 ile çarpıp 1 çıkararak elde ettikleri sonuca göre yeni yapbozu oluşturabileceklerini düşünmektedirler.

Öncelikle, bu stratejilerden ikisi de oluşan şeklin kare olmasını sağlamayacaktır. Ayrıca 4 cm kenarın 7 cm değil de 8 cm olacağı söylenseydi toplama dayalı stratejiler işe yarayacak ve çarpmaya dayalı orantı kavramına geçiş yapılmayacaktı. Benzer şekilde, yapboz parçaları daha basit ve az sayıda olmuş olsaydı öğrenciler hatalarına rağmen yapbozu birleştirecek ve görevi doğru şekilde tamamladıklarını düşüneceklerdi.

Sonuç olarak problemde ortam, öğrenci için yapboz, belirlenen büyütme kuralı ve yeni yapbozu meydana getirmek için gerekli olan cetvel, makas ve kağıttan oluşmaktadır. Öğrenci problemi anladıktan sonra bu ortamla karşı karşıya olacaktır. Öğrenci ortamdan aldığı dönütler ile yeni bir strateji bulmak zorunda kalacaktır. Bu problemdeki durum a-didaktik bir durumdur. Çünkü belirli bir öğretim amacı vardır ancak öğrenci bu amacın ne olduğunu başlangıçta bilmemektedir. Öğretmen beklentileri bir a-didaktik durumun sonucuna gizlenmiş ve bu beklentinin gerçekleşmesi için a-didaktik ortam tasarlanmıştır. Öğrenci ortamın öğeleri ile etkileşim halindedir. Öğrenciler a-didaktik durumun sorumluğu almakta daha sonra eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamaları yaşanmaktadır (Erdoğan, 2016).

2.1.3. Oyun Kavramı

Brousseau (1997) çalışmasında oyunu a-didaktik durumların tasarlanması için araç olarak kullanmıştır. Bu şekilde klasik bir öğretmen-öğrenci ilişkisi geliştirilmesi ve oyun bağlamı sayesinde kavram ve kazanımlar örtük olarak sunulmakta, öğrencilerin bu durumu çabuk benimseyerek çözüm için motive olmalarını sağlamaktadır (Erdoğan, 2016). Bunun yanında oyunda kazanma ve kaybetme durumları sayesinde öğrencilerde strateji geliştirmeye ihtiyacı olmaktadır. Öğrenci önce oyunu tanır, oyunu oynar ve oyunu kazandırmak için strateji geliştirmeye başlar (Bingölbali, Arslan & Zembat, 2016).

A-didaktik durumlarda sunulacak problemlerin iyi seçilmesi ve adidaktik ortamın değişkenlerinin doğru belirlenmesi süreç ve sonuçlar açısından oldukça önemlidir (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013; Erdoğan, 2016). A-didaktik durum oluşturmak için kullanılacak problemler veya oyun öğrencilerin fikir yürütebileceği başlangıç stratejileri içermeli fakat öğrencilerin ilk anda akıllarına gelmeyecek ilişki ve stratejilere dayanmalıdır. Öğrenci tasarlanan ortam ile etkileşim sonunda problemin çözümüne ulaşmalı ve çözüme eşlik eden bilgiyi ortaya çıkarmalıdır (Bessot, 1994; Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016). Teoride bunun için oyun bağlamından etkili bir şekilde yararlanılmakta ve oyun kavramı sistematik bir yaklaşımla ele alınmaktadır (Erdoğan, 2016). Brousseau (2002) çalışmasında, a-didaktik ortamın merkeze oturtulduğu beş aşamalı bir öğretim süreci önermektedir.

Bu aşamalardan ilki problemin sorumluluğunun öğrenciye devredildiği sorumluluk devretme (devolution) aşamasıdır. Öğretmenin buradaki rolü oynanacak oyunu tanıtmanın ötesinde, öğrencileri a-didaktik durum içerisinde yer alan aşamaları bağımsız bir şekilde geçebilmeleri için hazırlamaktır. Bu aşamada öğretmenin öğrencilerin problemi doğru anladıklarından, problemi çözme sorumluluğunu üstlendiklerinden ve çözüm arayışları için motive olduklarından emin olması ve bunun için gerekli öğretimsel tasarımı ortaya koyması esastır. Sorumluluk devretme aşaması güzel planlanmalı ve öğrenciler öğretmenin müdahalelerinden ve problem durumunun sonunda hedeflenen öğrenmelerden habersiz ve bağımsız olarak aşamaları yaşamalıdır. Öğrenciler sorumluluk devretme aşamasında oyunun kuralını, oyunun amacını, sebep sonuç ilişkinin olduğunu, öngörüde bulunmanın gerekliliğini ve oyunu her zaman kazandıracak strateji geliştirmenin gerekliliği kavramalıdır (Brousseau, 2002). Görüleceği üzere sorumluluk devretme aşaması, öğretmenin titizlikle tasarlaması gerektiği bilişsel bir süreçtir (Erdoğan, 2016). Brousseau, sorumluluk devretme aşamasının gerçekleşmesinde etkili olacak 5 alt aşama tanımlamaktadır (Erdoğan, 2016):

1. Oyunun kurallarının kavranması: Öğrencilerin sadece oyunu oynadığı ve oyunun sonucu hakkında bir tercihte bulunmadığı aşamadır.

2. Oyunun amacının kavranması: Öğrencilerin neyin amaçlandığını çok iyi anlamasının sağlanmasıdır.

3. Sebep-sonuç ilişkisinin olduğunun kavranması: Öğrencinin kazanması veya kaybetmesinin veya bir hamle yapmak zorunda kalmasının kendi eyleminin bir sonucu olduğunu kabul etmesinin sağlanmasıdır. Bunun için öğrencinin, eylemini mümkün olan eylemler arasından sadece bir seçim olduğunu ve karşı karşıya kaldığı durumun (kazanma, kaybetme veya bir hamleyi yapmak zorunda kalma) bu seçimden kaynaklandığını kabul etmesi gerekmektedir.

4. Öngörüde bulunmanın gerekliliğinin kavranması: Öğrencinin, alacağı kararın sonucunu kararını uygulamadan önce kestirmesi gerekmektedir. Bu şekilde öğrenci alacağı kararlar için bilişsel bir eylem gerçekleştirmiş olur.

5. Oyunu her zaman kazandıracak strateji geliştirmenin gerekliliğinin kavranması: Öğrenci, sadece bir defa oyunu kazanmanın yeterli olmadığını kavramalı ve "nasıl bir strateji geliştirirsem her durumda oyunu kazanırım?" sorusunun cevabını aramalıdır. Öğrenci, her ne kadar yapacağı eylemin ne anlama geldiği ve onu nasıl ifade edeceğinden bu aşamada emin olmasa da ne yaparsa kazanacağı hakkında bazı sezgilere sahip olmalıdır ve oyun içinde kendi kapasitesini tanımalıdır.

İkinci aşama, öğrencilerin problemi çözme girişiminde bulundukları ve sonunda örtük bazı stratejilere ulaştıkları eylem (action) aşamasıdır. Eylem aşamasında, öğrenciler problemin sınırlandırılmış biçimi için çözüm üretebilmekte veya oyun için bazı kazanma-kaybetme durumlarını keşfedebilmektedir (Ligozat & Schubauer-Leoni, 2009). Eylem durumu sabit bir durum olmayıp öğrencilerden gelen karşılıklı geribildirimlerle değişmekte ve gelişmektedir (Erdoğan, 2016). Bu aşamada öğrenciler teke tek olarak veya grup olarak birbirlerine karşı oynayabilirler.

Üçüncü aşama olan ifade etme (formulation) aşamasında eylem aşamasında elde edilen sezgisel stratejiler problemin çözümüne yönelik hipotezler şeklinde açıkça ortaya konulmaktadır. Ancak ortaya konulan bu hipotezlerin ne kadar geçerli olduğu bilinmemektedir. Bu aşamada gruptaki tüm öğrencilerin hangi stratejinin kazandıran strateji olarak söylendiğini ve bu stratejiyi de uygun bir dille ifade edebilmeleri gerekmektedir (Erdoğan, 2016). Brousseau (2002) öğrencilerin ifade etme durumunu iki ayrı aşamada yaşayabileceklerini belirtmektedir:

a) Grup temsilcinin (diğer grup temsilcisi ile) oynaması esnasında

b) Grup içindeki tartışma esnasında

Öğrenciler grup içinde yaptıkları oynamalar ve diğer gruba karşı yaptıkları oynamalar sırasında düşündükleri stratejileri diğerlerine bir şekilde açıklamakta ve göstermektedir. Bu tür eylemler ifade etme aşaması içerisinde değerlendirilmektedir.

Doğrulama (validation) aşaması olan dördüncü aşamada bu hipotezler sınıftaki bütün öğrencilerin katıldığı tartışmalar sonucunda ya kanıtlanarak onaylanmakta ya da çürütülerek reddedilmektedir. Brousseau (1997)'ya göre doğrulama aşaması eylem ve ifade etme aşamasına göre doğrusal bir şekilde gelişmeyip karmaşık bir yapıda bulunmaktadır. Öğrencilerin başlangıçta yanlış hipotezler benimseyebileceğini, yanlış ispatlar verebileceğini, fakat karşılıklı etkileşim sonucunda düşünce ve ispatlarında ilerleyerek problemi çözebileceğini belirtmektedir.

Bu dört aşama sonunda elde edilen bilgiler hedeflenen bilgilerdir ancak bu bilgiler kurumsal bir statü kazanmamıştır ve öğrencilerin elde ettiği bilgiler informal bilgiler olacaktır (Erdoğan, 2016). Brousseau (1997)'ye göre sınıf sosyal bir yapıdır son aşama olan kurumsallaştırma (institutionnalization) aşamasında, öğretmen, ortaya çıkan bu yeni bilgiyi gerekli açıklamalarla ve ilişkilendirmelerle sınıfın bilgisi haline dönüştürmekte ve ona kurumsal bir statü verilerek sınıfın ortak varlığının bir parçası olmaktadır. Kurumsallaştırma aşamasında öğretmenin görevi öğrencilerin kurumsallaştırma aşamasına kadar meydana gelen aşamalarda ortaya çıkan bilgilerden hangilerinin ilginç olduğunuseçip ayırmak ve ona kurumsal statür vermektir (Brousseau, 1997).

Yukarıdaki beş aşamadan eylem, ifade etme ve doğrulama a-didaktik aşamalar olup, bu aşamalarda öğretmenin rolü grup içi ve gruplar arası tartışmayı organize etmekle ve öğrencilerin ortamın parametreleri ile karşılaşmasını sağlamakla sınırlıdır (Erdoğan, 2016). Böylelikle hedeflenen bilgiyle ilgili stratejilerin geliştirilmesinde, seçilmesinde ve doğrulanmasında öğretmenin rolü en aza indirilmekte ve öğrencinin ortamdan aldığı dönütlerle bilgide ilerlemesi amaçlanmaktadır.

2.1.4. Didaktik Durumlar Teorisinin Güçlü ve Zayıf Yönleri

Teori sadece bir öğretim modeli sunmanın ötesine geçmeyi amaçlamakta, öğrenme-öğretme ortam şartlarının, öğrenen-öğreten ilişkilerinin karmaşık yapısını anlamak ve bu yapı içinde öğretmen ve öğrenci rollerini tanımlamaktadır. Teori bir kavramın nasıl daha iyi öğretileceğini söylemek yerine, öğretmenin kullanabileceği kavramsal araçları sunmaya çalışmaktadır. DDT yapılandırmacı yaklaşımı bir söylem olarak değil bir ideal olarak düşünmekte ve buna ulaşmak için araç ve yöntemler önermektedir (Erdoğan, 2016).

Teori özellikle öğrenciler ve öğretmen arasındaki ilişki, görev ve sorumluluklara odaklanmaktadır ancak öğrenme ve öğretmeyi etkileyen pekçok kavram vardır (Erdoğan,2016). Bunun yanı sıra öğretim programının hedeflediği kazanımlar temel kavramlarla sınırlı değildir ve tüm kazanımlar a-didaktik bir duruma adaptasyonu şeklinde organize edilememekte ayrıca teoride bahsedilen öğrenci davranışları araştıran ve sorgulayan bir yapıda karşımıza çıkmakta fakat gerçekte ideal öğrenci davranışından çok farklı öğrenci davranışları gözlenmektedir (Erdoğan, 2016).

DDT, seçilecek rutin olmayan problemlerin belirlenmesi, problem çözme için etkin bir öğrenme ortamının oluşturulması ve sürdürülmesi için belirli bir yaklaşım sunmaktadır. DDT'nin yaklaşımı ile Polya'nın (1957) ve Verschaffel ve diğerlerinin (1999) problem çözme yaklaşımları arasında Tablo 2.1'deki gibi bir karşılaştırma yapılabilir.

Tablo 2.1'de görüleceği üzere, Verschaffel ve diğerlerinin (1999) problem çözme yaklaşımları Polya (1957) ile büyük ölçüde örtüşmektedir. Aynı tabloda Polya'nın problem çözme yaklaşımının Brousseau'nun belirlediği aşamalarda bir karşılığının olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, Polya bir bireyin izleyebileceği bilişsel süreçleri tanımlarken, Brousseau sınıf ortamında gerçekleşebilecek süreçleri tanımlamakta ve bu süreçte öğrenci ve öğretmene ayrı roller biçmektedir. Örneğin, Polya'nın "Problemin anlaşılması" aşaması öğrencinin problemi anlayıp anlamadığı sorusunu akla getirirken, Brousseau'nun "sorumluluk devretme" aşaması öğretmenin problemin anlaşılması ve öğrencinin problemi çözme sorumluluğunu üstlenmesi için ne yaptığı sorusunu akla getirmektedir. Çünkü sorumluluk devretme aşaması büyük oranda öğretmenin sorumluluğundadır. Benzer şekilde "çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi" ifadesi öğrencinin uygun stratejiyi seçip seçmediği sorusunu akla getirirken, "eylem" ifadesi, öğrencinin uygun stratejileri geliştirmesi için öğretmenin ortamı hangi parametrelere göre hazırladığı ve bu parametreleri nasıl etkinleştirdiği sorusunu akla getirmektedir. Kısaca, DDT bir bireyin yaşaması gereken bilişsel süreçleri belirlemekle yetinmeyip, sınıf ortamında yaşanılması gereken didaktik süreçleri ve paylaşması gereken didaktik rolleri de modellemektedir.

Tablo 2. 1. Problem Çözme Yaklaşımlarının Bir Karşılaştırması

Polya (1957)	Verschaffel ve diğerleri (1999)	Brousseau(1997)
Problemin anlaşılması	Problemin zihinsel bir temsilini kur	Sorumluluk devretme
Çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi	Problemi nasıl çözeceğine karar ver	Eylem
Seçilen stratejinin uygulanması	Gereken hesaplamaları yap	Eylem
	Elde edilenleri yorumla ve bir cevabı formüle et	İfade etme
Çözümün değerlendirilmesi	Çözümü değerlendir	Doğrulama
		Kurumsallaştırma

Tablo 2.1'de Polya (1957)'nın problem çözme aşamalarında bulunmayan ama Verschaffel ve diğerleri (1999) ile Brousseau (1997) sırayla "elde edilenleri yorumla ve bir cevabı formüle et" ve "ifade etme" şeklinde yer alan ve önceki aşamalarda öğrencinin problemin çözümüne ilişkin keşfettiği deneyimlerinin sentezlenmesi sonucu problemin çözümüne yönelik bir hipotezin sunulması olarak belirtilen aşama problemin çözümünde anahtar bir görevinin olmasının yanı sıra öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin deneyimlerinin sınıfla paylaşılarak tartışılmasını sağlamada kolaylaştırıcı bir rol üstlendiği görülmektedir. Yine Tablo 2.1'de Polya (1957) ve Verschaffel ve diğerlerinde (1999) "çözümün değerlendirilmesi" ifadesi çözümün doğru ya da yanlış olduğu izlenimini hatırlatırken Brousseau'nun (1997) problem çözme yaklaşımındaki doğrulama aşaması ifade etme aşamasında öğrencilerin sunduğu hipotezlerin sınıf tartışmalarında hedeflenen bilgiyi ortaya çıkarmak için öğretmene ortam tasarımında nasıl bir yol haritası izlenmesi gerektiğine dair ipuçları vermektedir. Diğer yandan sadece Brousseau'nun (1997) problem çözme aşamalarında bulunan kurumsallaştırma

aşaması çözümün değerlendirilmesinden çok öte bir yaklaşım olup, öğrenciler tarafından bulunan bilgi parçalarının öğretmen tarafından bağlamdan çıkarılarak matematiksel bir boyut kazandırılmasını ifade etmektedir.

Sonuç olarak DDT'de esas vurgu öğretmen ve öğrencilerin ortak aktivitesinedir (Sensevy & Mercier, 2007). Bu bağlamda teoride bilimsel bir camia gibi hareket eden (araştıran, fikir üreten, keşfeden, bir fikri doğrulamak veya çürütmek için tartışmalar yapan) sınıf ortamı ön plana çıkarılmaktadır. Bu çalışmada söz konusu sınıf ortamı oluşturma yaklaşımının rutin olmayan problemlerin çözümünde etkin bir biçimde kullanılabileceği ve bu sayede öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir.

2.2. Problem Çözme ile Öğretim

Schoenfeld (1992) çalışmasında problem ve problem çözme terimlerinin uzun bir süre birbiriyle çelişen ve çok anlamlı olarak kullanıldığını belirtmiştir. Blum ve Niss (1991)'e göre problem, içerisinde bir takım açık uçlu sorular içeren bir durumdur ve öğrencinin ilgisini çekmesine rağmen, öğrenci soruları cevaplandırmak için herhangi bir yöntem ya da algoritmaya o an sahip olmamaktadır. Jonassen (2011)'e göre, problem çözme bilişsel bir süreçtir ve matematiksel bir durumu analiz etme, sentezleme, değiştirme ve revize etme gibi birçok yaklaşımı içerir (Lesh & Zawojewski, 2007).

Literatüre bakıldığında matematiksel problemler genellikle rutin ve rutin olmayan problemler olarak ikiye ayrılmaktadır (Altun, 2011; Ernest, 1992; Schoenfeld, 1992). Rutin problemler günlük hayatımızda karşımıza çıkabilecek kar-zarar, yol-zaman hesabı gibi çoğunlukla dört işlem becerilerini içermektedir (Altun, 2011). Rutin olmayan problemler ise rutin problemler gibi kolay bir şekilde çözülemeyen, problemin çözüm yöntemini bulmak için sezgisel (heuristic) birtakım stratejileri uygulama ve yaratıcı düşüncenin kullanılmasını gerektiren problemler olarak tanımlanmaktadır (Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009; Elia, van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; English, 1996; Schoenfeld, 1992; Ernest, 1992; Buchanan, 1987). Rutin olmayan problemler rutin olanlara göre daha fazla düşünme gerektiren, çözmek için yöntemin açık olarak gözükmediği problemlerdir. Çözümleri işlem becerilerinin ötesinde, verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve stratejik düşünmeyi gerektirir (Yazgan, 2007). Altun (2011)'a göre ders içeriklerinde rutin olmayan problem çözme aktivitelerine yer verilmesinin bireylere gerçek hayatta karşılaşabilecekleri problemlerin çözümü için bakış açısı kazandırabilmektedir.

Problem çözme bireysel olarak bazı bilgi ve becerilere sahip olunması gereken, çeşitli bilişsel faaliyetle bağlanmış, bazı bilgilere ve becerilere sahip olmayı gerektiren bir aktivitedir (Lester & Kehle, 2003). Problem, problem çözenin verilen bir durum hakkında daha verimli bir yol düşünmeye ihtiyaç duyması şeklinde tanımlanmıştır (Lesh & Zawojewski, 2007). Problem çözme konusundaki çalışmalarıyla tanınan Macar matematikçi Polya (1957)'ya göre, matematik öğretiminde rutin problemler gereklidir ancak öğretimde sadece bunlarla sınırlı kalınarak rutin olmayan problemlerin kullanılmaması telafisi mümkün olmayan bir hataya sebep olur. Polya (1957)'ya göre, problem çözme süreci; problemin anlaşılması, çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi, seçilen stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi şeklinde dört aşamadan oluşmaktadır. Ayrıca Polya, problem çözme becerisinin bazı stratejilerin kullanımını gerektirdiğini vurgulamış ve bu tarz stratejilerden bazılarını tanımlamıştır. Sezgisel (heuristic) problem çözme stratejileri olarak ifade edilen bu stratejilerden bazıları şunlardır: problemi basitleştirme, tahmin ve kontrol etme, model inceleme, şekil çizme, sistematik liste yapma ve geriye doğru çalışmadır. Polya'nın tanımladığı bu stratejiler farklı problemlerde farklı şekillerde kullanılabilecek stratejiler olup problem çözme etkinliğine stratejik yaklaşımın önemini ön plana çıkarmakta ve problem çözme stratejilerinin ne derece zengin olabileceğini göstermektedir.

Yazgan ve Bintaş (2005)'a göre, günümüzde bir eğitim programının kalitesinin, – okul öncesinden üniversiteye ve hatta daha sonrasına kadar – yetiştirdiği insanların bilgiyi ne kadar edinebildiği, üretebildiği ve kullanabildiği; toplumu, bilimi ve teknolojiyi ne kadar yönlendirebildiği ile ölçüldüğünü belirtmiştir. Yazgan ve Bintaş (2005)'a göre, nitelikli bir eğitim programının "problem çözebilen" insanlar yetiştirmesi beklenir ve bu derece önemli olan problem çözme becerisinin kazanılması da uzun bir süreci kapsar ve programlı bir çalışma gerektirir. Bütün problemlerin çözümünde kullanılan aynı ve belirli bir yöntem ya da yol bulunmamaktadır. Problem çözme için kaynak teşkil eden "How To Solve It" kitabında Polya'nın da belirttiği gibi, öğretmenlerin ilk görevi öğrencilerin problem çözme kabiliyetlerini geliştirmektir (Polya, 1957). Altun (2010) çalışmasında, çocukların problemle karşılaştığında çoğu zaman bu durumda kullanılabilecek bir kural hatırlamaya çalıştıklarını ve bu davranışın iyi bir girişim olmadığını vurgulamış ve bunu problem çözmenin kurallarının olmayışına, sistematiğinin varoluşuna dayandırmıştır. Baykul (2001) "İlköğretimde Matematik Öğretimi" adlı kitabında, Amerika Birleşik Devletleri'nde Matematik Öğretmenleri Milli Komisyonu'nun 1980'li yıllarda problem çözme başarısı üzerine koyduğu standartlardan bahsetmiştir. Bu standartların, problem çözmede başvurulacak yeni bir yaklaşıma yol gösterici özellikte olduğunu da eklemiştir. Bu standartlar ilköğretim düzeyi için şunlardır:

1. Okul Öncesi Eğitim ile ilköğretim dördüncü sınıfa kadar olan matematik çalışmalarında problem çözmeye ağırlık verilmeli, bu çalışmalarda aşağıdaki becerilerin geliştirilmesi ön planda tutulmalıdır:

a) Problem çözmedeki yaklaşımların matematiğin esasını ve konularını anlamada kullanılması,

b) Günlük hayattan ve matematiksel durumlardan alınacak problemlerin formüle edilmesi,

c) Çeşitli problemlerin çözülmesinde stratejilerin geliştirilmesi,

d) Sonuçların açıklanması ve kontrol edilmesi,

e) Matematiğin kullanılmasında anlamlı bir rahatlık sağlanması.,

2. Beşinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar olan dönemde, matematik programı, araştırma ve uygulamanın bir yolu olarak problem çözmede çok ve çeşitli deneyimleri içermelidir, bu deneyimlerle öğrencilerde aşağıdaki beceriler geliştirilmelidir:

a) Problem çözme yaklaşımlarının matematiğin konularını araştırma ve anlamada kullanılması,

b) Matematik konuları arasındaki ve matematiğin dışındaki durumlardan problemler düzenlenmesi,

c) Alışılmış olmayan ve çok adımlı problemleri çözmede stratejilerin geliştirilmesi ve uygulanması,

d) Sonuçların açıklanması ve kontrol edilmesi,

e) Çözümlerin ve stratejilerin yeni problem durumlarına genellenmesi,

f) Matematiğin kullanılmasında anlamlı bir rahatlık sağlanması.,

3. Dokuzuncu sınıftan üniversiteye kadar olan dönemde program aşağıdaki becerilerin gelişmesini sağlayacak şekilde yapıların ve fonksiyonların araştırılmasını içermelidir.

a) Bir çoklukla ilgili sonuçlar değiştiğinde diğer bir çokluktaki değişimin açıklanması için fonksiyonel ilişkini analiz edilmesi,

b) Yapıların ve fonksiyonların problem çözmede kullanılması (Kennedy, 1991, Akt: Baykul, 2001: 62).

Buradan problem çözme sürecinin matematiği öğrenmede kullanıldığı sonucuna varabiliriz. Bu durum aslında şu an ülkemizde uygulanan yapılandırmacılık yaklaşımına göre problem çözme öğretimine uygun bir süreçtir. Problem çözme öğretiminde öncelikle öğrencilere gerçek problem durumları verilmeli ve bu problem durumlarının daha önce karşılaşılmamış olmasına dikkat edilmelidir. Çünkü Olkun ve Toluk Uçar (2006)'a göre, bir problem bir kez çözülürse artık o kişi için problem olmaktan çıkar. Bu nedenle ilk olarak öğrenciler dikkatlerini çekecek bir gerçek hayat problemiyle karşı karşıya getirilmelidirler. Ardından bu gerçek hayat probleminden elde edecekleri tecrübe ve sistematikleri yeni durumlara transfer edebilecek ve problem çözme sürecini kavramış olacaklardır.

Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, uzun süredir matematik dersi öğretim programlarının en önemli amaçlarından birisidir. Stanic ve Kilpatrick (1989)'e göre, sadece yapılandırılmış rutin olmayan problemler vasıtasıyla öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceğini vurgulamış ve problem çözmenin matematik dersi öğretim programlarının hedeflediği kazanımların gerçekleştirilmesinde bir araç olarak hizmet edebileceğini belirtmiştir. National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000)'e göre, problem çözme ile matematik öğrenimini ayırmanın mümkün olmadığını vurgulamış, bu yüzden matematik dersi öğretim programlarının problem çözmeden izole edilmemesi gerektiği belirtilmiştir. Türkiye'de 2013 yılından itibaren uygulanmaya başlanan ortaokul matematik dersi öğretim programında da problem çözmeye büyük önem verilmektedir (MEB, 2013). Programda rutin olmayan problemlere mutlaka yer verilmesi gerektiği belirtilmiş, Polya'nın (1957) belirlediği problem çözme aşamalarına ve stratejilerine atıf yapılmıştır.

Eğitim sisteminde problem çözme üzerine yapılan bu vurgulara rağmen, öğrencilerin özellikle rutin olmayan problem çözme becerilerinin yeterince geliştirilemediği görülmektedir (Erdoğan, 2015). Yurtdışında yapılan çalışmalarda öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde büyük güçlükler yaşadığı ve problem çözme stratejilerini doğru ve etkili bir şekilde kullanamadıkları ifade edilmektedir (De Bock, Verschaffel & Janssens, 1998; Lester, Garafolo & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992). Diğer yandan Elia ve diğerlerinin (2009) çalışmasında bazı öğrenciler birkaç stratejiyi doğru bir şekilde kullanabilmekte ancak öğrenciler kullandıkları bu stratejileri yeni problem durumlarına adapte edemedikleri görülmüştür.

Türkiye'de de benzer durumlar gözlemlenmektedir. OECD'nin yayınladığı PISA 2015 raporunda Türk öğrencilerin problem çözme becerisinin çok zayıf olduğu belirtilmiştir. Özellikle ileri düzeyde problem çözme becerisinin incelendiği kategoride Türk öğrencilerinin düşük başarıya sahip oldğu görülmüştür (OECD, 2016). Türk öğrencilerin problem çözme becerilerinin yeterince gelişmediği yapılan ulusal çalışmalarda da vurgulanmıştır. Erdoğan (2015)'a göre, altıncı sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözebilmek için gerekli stratejilere sahip olmayıp kullandıkları stratejileri yeni durumlara adapte edemeyecek şekilde dar bir bağlamda ve katı bir şekilde kullanmaktadırlar.

Problem çözme stratejilerinin öğretimini konu alan çalışmalarda bu stratejilerin formal bir biçimde öğretilmesinin değil, uygun öğrenme ortamlarında sunulan problem durumlarının çözümünde kullanılacak etkili birer yöntem veya araç olarak kullanımının ön plana çıktığı görülmektedir. Lester ve Mau (1993)'a göre, sınıf ortamında matematik öğretiminin küçük grupların birlikte çalıştığı bir ortamda gerçekleştirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Bunun için zor olmayan ve çözümünde öğrencilerin birlikte çalışabilecekleri kadar karmaşık zengin problemler geliştirilmesi gerektiği belirtilmiştir. Lester (1994)'e göre, öğrencilerin problem çözme performanslarının dramatik bir şekilde yetersiz olduğunu, bu yüzden problem çözme üzerine yapılacak araştırmalarda bireylerden ziyade grup ya da bütün sınıf üzerine odaklanılması gerektiği belirtilmiştir. Aynı çalışmada sınıf ortamında öğretmenin rolünün yeterince incelenmediği ve öğretmen davranışları, öğrenci-öğretmen, öğrenci-öğrenci etkileşimi gibi tanımlamaların olmadığı vurgulanmıştır. Sınıf ortamında yapılacak grup çalışmalarının, matematik öğreniminde sosyal bir destek mekanizması sağladığı belirtilmiştir (Baki, 2006). Verschaffel ve diğerlerine (1999) göre, problem çözme stratejilerinin öğretimi için oluşturulacak öğrenme ortamına vurgu yapmakta ve oluşturdukları öğrenme ortamının temel amacını öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde daha aktif, daha stratejik ve daha motive bir şekilde araştırmalarını sağlamak olarak açıklamaktadırlar. Söz konusu araştırmacılar çalışmalarında tasarladıkları öğrenme ortamının bileşenlerini üç başlıkla toplamaktadırlar. Bu başlıklar şu şekilde özetlenebilir:

• Farklı çözüm yaklaşımlarına izin veren, öğrencilerin yaşantıları ile uyumlu ve sezgisel problem çözme stratejilerini gerektiren problemleri belirleme,

• İyi bir öğretim planı tasarlama (problemin tüm sınıfa tanıtımı, grup tartışması, bireysel çalışma, tüm sınıf tartışması, vb.

• Matematiksel problem çözme ile ilgili bir sınıf kültürü oluşturma (bireysel düşünceleri, stratejileri açıkça ifade etme, tartışma, bir matematik probleminin kalitesi ile ilgili yeni ölçütler belirleme, öğretmen ve öğrencinin rolünü yeniden tanımlama, vb.).

Görüldüğü üzere problem çözmeye ilişkin literatürde tüm sınıfın problem çözme sürecine katılımı ön plana çıkmakta, öğrencilerin ve öğretmenin rolü bu bağlamda oluşturulmaktadır. Ülkemizde problem çözme ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır (Arslan & Altun, 2007; Yazgan, 2007; Durmaz & Altun, 2014). Bu çalışmalarda ilkokul ve ortaokul düzeyindeki öğrencilerin, problem çözme stratejileri öğretildikten sonra, bu stratejileri ne ölçüde kullanılabildikleri (Arslan & Altun, 2007; Yazgan, 2007) ve herhangi bir problem çözme eğitimi almamış ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini ne ölçüde kullanılabildikleri (Durmaz & Altun, 2014) gibi durumların incelendiği görülmektedir. Bu çalışmalarda öğrencilerin problem çözümüne etkin bir şekilde katılımını destekleyecek biçimde sınıf ortamının nasıl tasarlanabileceği, problem çözme sürecinde öğretmen ve öğrencilerin rollerinin ne olması gerektiği gibi sınıf ortamında problem çözme sürecini doğrudan etkileyebilecek konulara değinilmediği görülmektedir. Bu türden çalışmalara duyulan ihtiyaç bu çalışmanın çıkış noktası olarak ifade edilebilir. Bu doğrultuda Didaktik Durumlar Teorisinden yararlanılmıştır.

Haines ve Crouch (2007)'a göre, matematiksel modelleme, gerçek hayat problem durumlarının soyutlanarak matematik diline aktarıldığı, çözümlendiği ve sonra çözümün test edildiği döngüsel bir süreç olarak tarif etmektedirler. Lesh ve Doerr (2003)'e göre, matematiksel modelleme mevcut kavramsal sistemlerin ve modellerin kullanıldığı, farklı bağlamlarda anlamlandırılarak geliştirildiği ve yeni modellerin ortaya çıkarıldığı bir süreç olarak ifade etmektedirler. Modelleme ile ilgili önemli sorulardan birisi, modelleme ile problem çözme arasında bir fark olup olmadığı ve eğer varsa bu farkın ne olduğudur. Matematiksel modelleme en çok geleneksel sözel problemlerle (word problems) karıştırılabilmektedir. Reusser ve Stebler (1997)'e göre, geleneksel sözel problemler, öğrencilerde kitapta olan veya öğretmen tarafından sorulan her problemin çözülebilir ve çözülmesi gereken bir problem olarak düşünme; problem anlaşılmadı ise doğru matematiksel işlemleri seçmek için anahtar kelimelere veya daha önce çözülen benzer problemlere bakma gibi bazı didaktik kabullerin gelişmesine sebep olmaktadır. Ayrıca, sözel problemlerde gerçek hayat durumu gibi yansıtılan durumlar genellikle bir gerçek hayat durumu da değildir (Niss, Blum & Galbraith, 2007).

Sözel problemleri çözerken öğrenciler sıklıkla gerçek hayat durumlarını ve deneyimlerini göz önünde bulundurmadan sadece işlemlere odaklanmaktadırlar (Greer, 1997; Nunes, Schliemann & Carraher, 1993). Sözel problemlerdeki gerçekçi durumu öğrencilerin nasıl algıladıklarını matematiksel modelleme bağlamında inceleyen birçok çalışma vardır (Greer 1997; Verschaffel & De Corte, 1997; Verschaffel, De Corte & Borghart, 1997; Verschaffel vd., 2002). Bu çalışmalarda öğrencilerin sözel problemleri çözerken gerçek hayat durumlarını da göz önünde bulundurma becerilerini geliştirmek hedeflenmiştir.

Lingefjard (2002b)'a göre, modelleme sürecinde öğrencilerin yaşadıkları birçok alt sürecin problem çözme olduğunu ve matematiksel modelleme ile problem çözme arasında bir karşılaştırma yapmanın çok anlamlı olmadığını ifade eder. Fakat matematiksel modelleme ve geleneksel problem çözme arasındaki farklar ve benzerlikler birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Lesh & Doerr, 2003; Lesh & Zawojewski, 2007; Mousoulides, Sriraman & Christou, 2007; Zawojewski & Lesh, 2003). Bu çalışmalarda geleneksel problemlerle kıyaslandığında matematiksel modelleme problemlerinin daha açık uçlu, öğrencilere farklı düşünme fırsatları sunan, daha gerçekçi ve anlamlı öğrenmeyi destekleyen özelliklere sahip olduğu ifade edilmektedir. Lesh ve Zawojewski (2007), Polya geleneğini devam ettiren problem çözme çalışmalarının betimsel düzeyde kalmakta olduğu ve öğrencilerin gerçek hayatta problem çözme becerilerini geliştirme sorununa bir çözüm sunmadığı için eleştirmektedir. Bu araştırmacılara göre problem çözme alan yazınında bahsedilen problemi anlama, bir strateji belirleme, uygulama ve test etme gibi aşamalar çalışmaların çoğunda ortaya çıkan ve farklı terimlerle adlandırılan sıralı yapıyı ifade etmektedir. Bununla birlikte, yine alan yazında belli başlı problem çözme stratejileri tanımlanmaktadır. Gerçek hayatta bireylerin ileriki yaşamlarında karşılaşabilecekleri problem durumları daha karmaşık olacaktır. Lesh ve Doerr (2003) ve Lesh ve Zawojewski (2007) gibi araştırmacılar tarafından tartışılan fikirler doğrultusunda hazırlanan matematiksel modelleme ve problem çözmenin bir karşılaştırması Tablo 2.2'de verilmiştir.

Tablo 2. 2. Problem Çözme ve Matematiksel Modellemenin Bir Karşılaştırması

Geleneksel Problem Çözme Yaklaşımları	Matematiksel Modelleme
Verilenleri kullanarak belirli bir sonuca ulaşma süreci	Çoklu döngü, farklı yorumlar
Problem bağlamı idealleştirilmiş gerçek veya gerçekçi hayat durumları	Otantik gerçek hayat bağlamı
Öğrencilerin hazır öğretilmiş formül, algoritma, strateji, matematiksel fikir vb. yapıları kullanmaları beklenmektedir.	Öğrenciler modelleme sürecinde önemli matematiksel fikir ve yapıları geliştirme, gözden geçirme ve düzeltme aşamalarını yaşarlar.
Bireysel çalışma ön planda	Grup çalışması vurgulanıyor (sosyal etkileşim, matematiksel fikirlerin paylaşımı vs.)
Öğrencilerden matematiksel sembol ve yapıları anlamlandırmaları bekleniyor.	Gerçek hayatla ilişkili ve disiplinler arası bir doğaya sahip
Belirli problem çözme stratejilerinin (farklı bir yaklaşım geliştirme, bir şekil üzerine aktarma vb.) öğretilmesi ve benzer problemlerde kullanılması	Modelleme sürecinde ise öğrenciler anlamlı gerçek hayat durumların matematiksel tarifini yapmaya çalışıyor.
Tek doğru çözüm	Birden fazla ve öğrenciler tarafından bilinçli olarak duruma özel geliştirilen, belirgin olmayan çözüm stratejileri

Tablo 2.2'de görüldüğü gibi, geleneksel problem çözme yaklaşımında bireysel çalışma sonucunda tek doğru çözüm ile belirli bir cevaba ulaşma varken; matematiksel modellemede rutin olmayan problemlerde olduğu gibi grup çalışması sonucunda öğrenciler tarafından duruma özel geliştirilen çözüm stratejileri ile farklı çözümlere ulaşma söz konusudur. Rutin olmayan problemlerde olduğu gibi matematiksel modellemede de problem, idealleştirilmiş gerçekçi hayat durumlarına değil otantik gerçek hayat bağlamına dayalıdır. Geleneksel problem çözme yaklaşımında öğrencilerden hazır öğretilmiş yapıları kullanılmaları beklenmesine karşın matematiksel modellemede öğrenciler, matematiksel fikir ve yapıları geliştirme, gözden geçirme ve düzeltme aşamalarını yaşarlar. Yine bu yönüyle matematiksel modelleme ile rutin olmayan problemler birbirine benzemektedir. Öğrenciler, rutin olmayan problemlerde olduğu gibi matematiksel modelleme sürecinde de anlamlı gerçek hayat durumlarının matematiksel tarifini yapmaya çalışmakta ve öğrencilere sunulan rutin olmayan problemler de disiplinler arası bir doğaya sahiptir.

2.3. Ortaokul Öğretim Programında Cebir ve Cebirsel Düşünme

Matematik müfradatının ana hedeflerinden biri de cebir öğretimidir. Yazılan ilk cebir kitabı olan Harizmi'nin (M.S. 825) "El – Kitab'ul Muhtasar fi'l Hesab'il Cebri ve'l Mukabele" adlı eserinden "Al Cabr" adını alan cebir latince'ye algebra olarak çevrilip, Türkçe'ye ise cebir olarak geçmiştir (Baki, 2006; akt. Yaprak Ceyhan, 2012).

Akkaya ve Durmuş (2006)'ya göre cebir; sayı ve semboller kullanarak, incelenen ilişki veya ilişkileri, genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalıdır. O'Bannon ve diğ. (2002) cebiri, örüntülerin, kuralların ve sembollerin bir dili olarak tanımlarken, Sfard (1995) cebiri genel hesaplama bilimi olarak tanımlamıştır. Kieran (1992) da matematiğin bir dalı olan cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları simgeleyen, sadece harflerle sayısal verileri ve sayıları temsil eden değil aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araç olduğunu belirtmiştir (Akt: Akkan vd., 2011: 2). Taylor Cox (2003)'a göre ise cebir, problemleri çözmek için bilinmeyen ve değişken barındıran, aritmetiğin genelleştirilmiş halidir. Lacampagne (1995) çalışmasında cebiri, matematiğin dili olarak tanımlamış ve cebirsel kavramların tam olarak öğrenilmesiyle ileri matematiğin kapılarının açılacağını, aksi durumda ise üniversite ve teknolojiye dayalı kapıların kapanacağını belirtmiştir. Yine bu fikri savunan Kaput (1999)'a göre, sembolik cebir olmadan ne yüksek matematik ne de nicel bilim yapılamaz ve buna bağlı olarak da bugün sahip olunan teknoloji ve modern yaşamın olamazdı. Dede (2005) çalışmasında, cebirsel sembollerin günlük dildeki kelimeler gibi bulundukları içeriğe göre anlam kazandıklarını; cebirin anlamsal yönünün, bir içerikte kullanılan sembol ve bu sembolün temsil ettiği anlamı gösterirken, söz dizimsel yönünün bir içerikte kullanılan sembolün yalnızca matematiksel rolünü gösterdiğini belirtmiştir. Buna ek olarak, sembolün içerik ve referansının ortak olarak düşünülmesinin ise onun matematiksel rolünü gösterdiğini de söylemiştir.

MEB (2018)'in yayınladığı Matematik Dersi Öğretim Programı'nda Cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ilk olarak 6. sınıfta yer almaktadır. Bu sınıf seviyesinde öğrencilerden sayı örüntülerinde istenilen terimi bulmaları, cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları hedeflenmektedir. 7. sınıfta iki alt öğrenme alanı yer almakta ve bunlar cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklemdir. Bu sınıf düzeyinde öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları, eşitlik kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir. 8. sınıfta Cebir öğrenme alanına çok daha geniş yer verilmektedir. Bu seviyede cebirsel ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler, eşitsizlikler konuları işlenmektedir. Öğrencilerin cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri anlamaları ve cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklenmektedir. Bunlara ek olarak iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin incelenmesi ve denklem çözümleri yer almaktadır. Ortaokul cebir konuları bir bilinmeyenli eşitsizliklerin incelenmesi ile sona ermektedir.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), her öğrencinin cebiri öğrenmesi gerektiğini savunmaktadır ve anaokulu öğreniminden lise öğreniminin sonuna kadar (K-12) olan dönem boyunca cebirin gerekli düzeylerini öğrenmeleri gerektiğini belirtmiştir. Bu dönem boyunca öğrencilerin kazanması gereken cebir standartlarını NCTM (2000) şu şekilde belirlemiştir:

• Örüntüleri, bunların ilişkilerini ve işlevlerini anlama

• Matematiksel yapıları cebirsel sembollerle belirtebilme ve analiz edebilme

• Niceliksel ilişkileri gösterme ve anlamada matematiksel modelleri kullanabilme

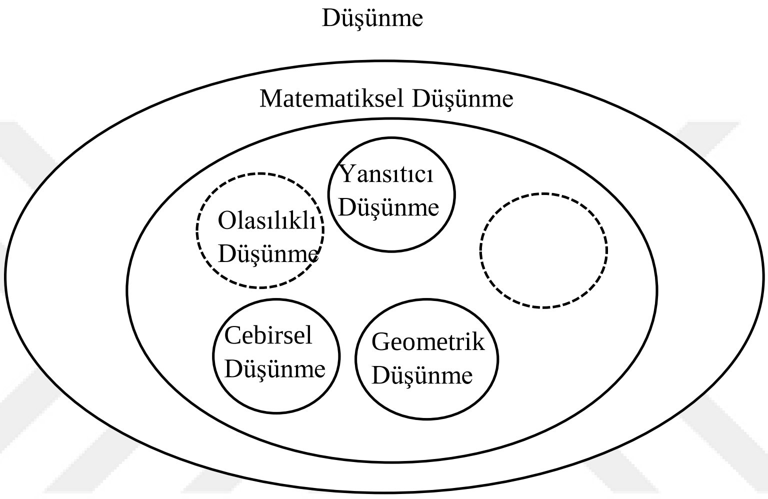
• Çeşitli durumlarda değişimi analiz edebilme

NCTM (2000)'e göre, öğrenciler tarafından zor bir alan olarak görülen cebirde başarıyı arttırmak için de cebir öğreniminin okul yaşantısının ilk yıllarından başlanarak gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Ayrıca, bu şekilde erken dönemde başlayan cebir öğrenimi ile daha soyut düzeyde olan lise cebir öğreniminin temelini sağlam bir şekilde oluşturacaktır (Cates 2000).

Türk Dil Kurumunun sözlüğünde kelime anlamı olarak "Düşünmek: (1) Bir sonuca varmak amacıyla bilgileri incelemek, karşılaştırmak ve aralarındaki ilişkilerden yararlanarak düşünce üretmek, zihinsel yetiler oluşturmak, muhakeme etmek. (2) Aklından geçirmek, göz önüne getirmek. (3) Zihni ile arayıp bulmak. (4) Bir şeye karşı ilgili ve titiz davranmak. (5) Akıl etmek, ne olabileceğini önceden kestirmek (6) Tasarlamak. (7) Tasalanmak, kaygılanmak (8) Farz etmek." şeklinde verilmiştir. Düşünme; kelime anlamından da anlaşılacağı üzere muhakeme, problem çözme, yansıtma ve eleştirme gibi bilişsel süreçleri içine almakta, kavramlar veya olaylar arasında anlamlı ilişkiler kurmaya ve sonuçlar çıkarmaya dayanmaktadır.

Düşünme, insanın en ayırıcı vasıflarından biridir. Hatta insanın ancak düşünme yetisi sayesinde insan olduğu bile söylenebilir. Düşünme yetisini geliştirmeyen bir eğitim faaliyeti, temel gerekçesini yitirmiş, kendi üzerine bir bilinç edinememiş olur (MEB, 2016). Bir problemle başlayan düşünmeyi, çağdaş psikologlar değişik açılardan ele almıştır. Onların görüşlerine göre problemin çözümü; problemle ilgilenen birey için bir amaç haline gelir ve bu amaç bireyin düşünmesine yön verir, böylece problemle ortaya çıkmış olan düşünme süreci oluşur (Kalaycı, 2001; 2). Ardahan (1990)'a göre matematik, "günlük problemlerimizi çözen, soyut ve sembolik dil kullanan, mantıklı düşünmeyi sağlayan ve geliştiren, dünyayı anlama ve kavramamıza yardım eden bir bilim" olarak tanımlamıştır (Akt: Yaprak Ceyhan, 2012: 14). Düşünme becerilerinin gelişiminde, akademik ve günlük hayattaki problemlerin çözümünde görev alan matematiğin önemli bir rolü vardır (Tural, 2005: 28).

Matematiksel düşünmede algılarımızdan hareketle bir ürüne ulaşma çabası vardır ve ürüne ulaşmak için tahmin etme, örnekleme, genelleme, soyutlama, hipotez kurma, kurulan hipotezleri test etme ve ispatlama gibi süreçlerin tamamını geçirmek gerekmektedir (Alkan & Güzel, 2005: 223). Matematiksel düşünme; -değişik alanlarda kullanılan matematiksel tekniklerin yapısına bağlı olarak- kendi arasında “yansıtıcı düşünme”, “geometrik düşünme”, “cebirsel düşünme” ve “olasılıklı düşünme” olarak sınıflandırılmaktadır (Dindyal, 2003. Akt: Oral vd., 2013: 34). Bu sınıflandırmadan faydalanarak düşünme, matematiksel düşünme ve matematiksel düşünme çeşitlerinin birbirleriyle ilişkisini temsil etmesi için Şekil 2.2’deki model geliştirilmiştir (Çelik, 2007).



Şekil 2. 2. Düşünme ve Düşünme Biçimleri İçin Bir Model

Şekil 2.2’de matematiksel düşünme biçimlerinden olan yansıtıcı düşünme, cebirsel düşünme, olasılıklı düşünme, geometrik düşünme ayrı kümelerle temsil edilmiş olsa da bu onların birbirleriyle bağlantılı olmadıkları anlamına gelmemektedir. Yalnızca matematiksel düşünmenin farklı biçimleri olduğuna dikkat çekmek için bu gösterim kullanılmıştır. Yapılan bu çalışmada daha çok cebirsel düşünme ve yansıtıcı düşünmeye odaklanılacaktır. Cebirsel düşünme genel anlamda;

1. Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma,

2. Çoklu gösterimlerden (sembolik, grafik, tablo gibi) yararlanma,

3. Genellemeleri formüle etme, şeklinde üç temel beceriyi içermektedir (Çelik, 2007: 9).

NCTM (2000)’e göre cebirsel olarak düşünme, fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları değişik şekillerde temsil ve analiz etmeyi, matematiksel modeller kullanarak nicel ilişkileri temsil etmeyi ve anlamayı, gerçek hayatta karşılaşılan farklı hususlardaki değişimi analiz etmeyi gerekli kılar.

Cebir alanındaki bilgi ve becerilerin artması aynı zamanda cebirsel düşünme becerilerinin de gelişimini sağlar. Bu noktada cebirsel düşünme; problem çözme, akıl yürütme, temsilleri kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını ifade etme, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, temsiller arasında dönüşüm yapma becerilerini ihtiva eder (Kaf, 2007. Akt: Kaya vd., 2016: 143). Cebirsel düşünme, yalnızca cebir çalışmalarıyla sınırlı olmayan, matematiksel düşünmenin özel bir biçimidir. Dolayısıyla matematiksel düşünmede kullanılan problem çözme, çoklu gösterimlerden yararlanma, tümdengelim ve tümevarım gibi akıl yürütme becerilerini içermektedir (Çelik, 2007: 8).

Cebirsel düşünmenin gelişimi bireylerin cebir alt öğrenme alanında edinecekleri etkin deneyimlerle sağlanabilir. Cebirsel düşünmenin gelişimi doğrudan doğruya bireylerin cebir alt öğrenme alanında aldıkları eğitimle ilintilidir. Öğrencilerin değişken kavramını kullanmaya başlaması aynı zamanda cebirsel düşünmenin başladığını gösterir. Okuldaki cebir derslerinin nasıl işlendiği cebirsel düşünmenin gelişimini etkileyen önemli bir faktördür. Cebirin öğretiminde farklı metotlar kullanılmasına rağmen geleneksel metot hala bunlardan en yaygın olanıdır. Cebir, yaşamda gerekli olmasına rağmen öğrencilerin çoğu tarafından ezberlenerek öğrenilmeye çalışılmakta ve öğretmenlerin çoğu da kullandıkları öğretim metotlarıyla öğrencileri ezbere öğrenmeye yönlendirmektedirler (Kitt & Leitze, 1992). Öğretmenlerin, cebiri öğrencilerine anlama ve hatırda tutma düzeylerini en üst düzeye çıkaracak şekilde öğretmeleri gerekmektedir (Kitt & Leitze, 1992).

Cebirsel düşünmenin gelişimi soyut işlemler dönemiyle hızlanmakta ve birbirini sıra ile izleyen dört düzeyden oluşmaktadır (Hart vd., 1998; Akt: Altun, 2005: 292-293).

Düzey 1, bir harfin değerini aritmetik işlemlerle bulma, harfleri birer obje adı olarak ele alarak bir problemin sonucuna ulaşma veya içerisinde harf olan işlemleri, içerdiği harflere değer vermeden sonuçlandırma biçimindeki soruların çözülebildiği aşamadır ve "a+5= 8 ise a=?" sorusu düzey 1'e uygun sorulara örnek verilebilir.

Düzey 2, birinci düzeyle soyutluk açısından aynı olmasına rağmen birinci düzeyden farklı olan kısmı, bu düzeye ait olan soruların biraz daha karmaşık olmasıdır. İkinci düzeye çıkan öğrenciler cebirsel ifadelere alışık olmalarından dolayı daha karmaşık soruları çözebilirler ve "Bir beşgenin kaç tane köşegeni vardır?" sorusu düzey 2'ye uygun sorulara örnek verilebilir.

Düzey 3, harfler bir bilinmeyen olarak düşünülür ve bu bilinmeyenler üzerinden işlem yapılabilir. Bilinmeyenleri bir nesne olarak anlayan bir çocuğun doğru sonuca gitmesi zordur ve "k kenarı olan bir şeklin kaç köşegeni vardır?" sorusu düzey 3'e uygun sorulara örnek verilebilir.

Düzey 4, üçüncü düzeydekilere benzer ancak daha karmaşık ifadelere anlam yüklenebilir ve işlemlerin sonucuna ulaşılabilir. Bu sorularda öğrencilerin harfleri birer bilinmeyen olarak algılaması, bilinmeyeni bir bağıntı veya denklemde kullanması, bir harfi birden fazla sayının bir temsilcisi olarak görmesi gerekmektedir ve "3n'i 3 ile bölüp sonucunu ifade ediniz." sorusu düzey 4'e uygun sorulara örnek verilebilir.

Cebir konularının hangi yöntemle ve nasıl işleneceği öğrencide oluşacak şemaları doğrudan etkiler. Seçilen öğretim yöntemleri cebirsel düşünmenin anlamlı olarak ve yaşam boyu gelişimini sağlar. Ayrıca cebir öğrenme alanının içinde yer alan, cebirsel ifadeler ile denklemler alt öğrenme alanları işlenirken çoklu temsil yaklaşımından yararlanılması, anlamlı öğrenmeye önemli katkılar sağlamaktadır. Çoklu temsil yaklaşımı, bir durumun veya kavramın farklı biçimlerde ifade edilmesine dayanır. Öğretim sırasında, öğrencilerin matematiksel fikirlerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmeleri daha nitelikli öğrenmeye olanak sağlayacaktır (MEB, 2018). Cebir öğretimi sırasında cebirsel düşünme düzeylerine bağlı bu özellikler göz önünde bulundurulmalı ve öğrencinin bulunduğu düzeye uygun eğitim verilmelidir. Öğrencinin bulunduğu cebirsel düşünme düzeyine uyumlu olmayan aceleci bir eğitim, öğrenmenin gerçekleşmesine engel olabilir (Altun, 2015: 293).

Mathews (1997)'e göre öğrencilerin cebirsel yetenekleri farklı yollarla geliştirilebilir. Cebir bilgisini kullanmayı öğrenmenin bir yolu cebir problemlerini çözmek ve problem çözme deneyimlerini artırmaktır. Bu sebeple, cebir öğretiminin bir amacı da cebirsel problemleri çözmeyi öğrenmede öğrencilere yardım etmektir (Akt: Kaş, 2010: 2). Bu konuda öğrencilere yardım edecek en yetkin kişi de öğretmendir. Öğretmenlerin cebirde temel kavramlarla ilgili derin anlamalara sahip olması, kavram ve yöntemleri problem çözme sürecinde etkili bir şekilde kullanabilmesi, cebiri işlemsel ve yapısal yönden bir bütün olarak ele alması, kısaca cebirsel düşünebilmesi çok önemlidir (Çelik, 2007: 12). Özellikle cebir gibi öğrencilerin anlamakta zorlandığı konularda, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme yapıları (farklı yaklaşımları, karşılaştıkları zorluklar, kavram yanılgıları, vs.) hakkında bilgi sahibi olmaları ve kendi öğretim yaklaşımlarını bu bilgiler doğrultusunda şekillendirmeleri ayrı bir önem kazanmaktadır (Baş vd., 2011: 43). Kieran (2007) ve Sowder (2007) da öğretmen eğitimi ve öğretmenlerin mesleki gelişimine dair yapılan çalışmalarda en çok önem verilen konulardan birinin öğretmenlerin, öğrencilerin düşünme yapılarına dair bilgi sahibi olmaları ve sahip oldukları bu bilginin öğretim şekillerine yansıtmaları olduğunu vurgulamaktadır. Öğrencilerinin düşünme yapılarına dair bilgisi olan öğretmenlerin, bu bilgiyi öğrencilerin başarısına katkıda bulunacak bir sınıf ortamı yaratmak için kullanabileceğini vurgulayan araştırma sonuçları da bulunmaktadır (Akt: Baş vd., 2011: 45).

2.4. Cebirsel Problem Çözme

2.4.1. Cebir Kullanımına Bakış Türleri

İnsanların uzun yıllar önce kullanmaya başladığı mukayese, giderek sayma ve sayılarla işlem yapma becerisine erişmiştir. Matematiğin soyut yapısal özelliklerinin meydana çıkışı ve modellenmesi; sayıların nesnelerden bağımsız olması, gerektiğinde farklı varlık ya da olgulara karşılık gösterilerek durum ya da olayları açıklamaya yaraması gibi konulara dayanmaktadır. Kıyaslama, sayma ve sayılarla işlem yapma aktivitelerini içine alan aritmetiğin soyutlanmasıyla, matematiğin önemli bir dalı olan cebir ortaya çıkmıştır (Karaçay, 1985: 6). Cebir kavramı ile ilgili birçok tanım bulunmaktadır. Yenilmez ve Avcu (2009: 2)'ya göre cebir; yapı, bağıntı ve nicelik üzerine uğraşan bir matematik dalıdır. Usiskin (1997) çalışmasında "Cebir matematiğin dilidir. Bu dil; bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler olmak üzere beş ana bileşenden oluşur." Diyerek cebiri tanımlamıştır. Sutherland ve Rojano (1993)'a göre ise cebir, matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir matematik dilidir (Akt: Akkan vd., 2011: 3).

Dede ve Argün (2003) cebirin işlevlerinden bazılarını şu şekilde sıralamıştır:

• Cebir bir dildir.

• Cebir bir problem çözme aracıdır.

• Cebir bir düşünce aracıdır.

• Cebir bir okul dersidir.

Literatüre bakıldığında cebire farklı yaklaşımların olduğu görülmektedir. Kaput (1998) cebiri, 1. genelleme ve formülleştirme, 2. belli kurallara sahip bir sistem, 3. yapısal çalışma alanı, 4. işlevsel olarak cebir ve 5. modelleme dili olmak üzere beş ana kategoriye ayırmıştır (Akt: Akkaya, 2006: 20). Genel olarak cebir ve cebir öğretimi için dört farklı yaklaşım vardır (Akkaya, 2006: 20). Bunlar; 1. Genelleştirilmiş aritmetik, 2. Cebir ve somutlaştırma, 3. Problem çözme aracı olarak cebir, 4. Dil olarak cebir. Aşağıda bu yaklaşımlar hakkında bilgiler verilmiştir:

1. Genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir: Öğrenciler aritmetiksel bilgilerini geliştirerek cebirsel bilgiye dönüştürürler. Bu açıdan aritmetik cebirin bir parçasıdır.

2. Cebir ve somutlaştırma: Öğrenciler bilişsel süreçlerle geliştirdikleri matematiksel kavramları kendi cümleleriyle ifade ederek zihinlerinde somutlaştırırlar. Bu açıdan cebirde temel kavramların gelişmesi için somutlaştırma aşaması gerekmektedir (Sfard, 1995. Akt: Akkaya, 2006: 21).

3. Problem çözme aracı olarak cebir: İlk bakışta cebir; problem çözme denklem oluşturma ve oluşturulan denklemin çözümünü bulma olarak görülse de sözel olarak verilen problemlerin denklemlerini yazmak ve bu denklemlerin çözümlerini bulmak, aritmetikten cebire geçmek için en gerekli konulardır. Bell (1996)'e göre cebir, problemleri daha iyi anlama ve problemleri çözmek için farklı yollar bulma hususunda bir araçtır. Bu yaklaşımda değişkenler bilinmeyen değerler olarak kullanılmaktadır (Akt: Akkaya, 2006: 21).

4. Dil olarak cebir: Bu yaklaşıma göre cebir matematiksel düşünceleri sembollerle ifade eden bir dildir. Navarra ve Malara (2003)'a göre cebir öğrenme süreci ile dil öğrenme süreci birbirine benzemektedir. Bir çocuk dilini öğrenmeye başladığında anlam ve kuralları kavrayamaz. Anlam ve kurallar adım adım gelişerek birbirini destekler. Cebir de dile benzemektedir. Bir çocuk nasıl okul çağına gelene kadar çevresindekileri taklit ederek bir şeyler öğrenmeye çalışıyorsa, aritmetikte de problemin sonucuna ulaşmak için istediği gibi hareket edebilir. Arkadaşının ya da öğretmeninin gösterdiği yolu

kullanarak sonuca ulaşabilir. Oysa cebirde bir problemle karşılaşıldığında ilk adım problemin anlaşılmasıdır. Daha sonra probleme farklı çözüm yolları üreterek sonuca ulaşılır. Bu süreçte de taklit etme önemli bir yoldur (Akt: Akkaya, 2006: 21).

Cebir eskiden beri var olduğuna göre cebirle ilgili öğrenme güçlükleri de eskiden beri varlığını sürdürmüştür. Fakat sorunun tam olarak sebebi bilinemediğinden günümüzde de cebirle ilgili öğrenme güçlükleri devam etmektedir (Ersoy & Erbaş, 2005). Cebirin öğrenciler tarafından anlaşılamamasının nedenleri 3 maddede toplanabilir. Bunlar:

1. Cebir'in yapısı (epistemological obstacle)

2. Öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazır bulunuşluk düzeyleri (psychogenetic obstacle)

3. Cebir'in öğretimindeki eksiklikler (didactical obstacles) (Akt: Dede & Argün, 2003: 182).

Akkaya (2006: 82-83)'nın çalışmasında elde edilen bulgulara göre öğrencilerde oluşan kavram yanılgıları şu şekilde belirlenmiştir:

1. Harflerin matematikte bir anlamı yoktur. Öğrencilere göre harfler sözel sembollerdir ve bu yüzden sayılar arasında yeri yoktur.

2. Harfler sayılar gibi davranmaz. Öğrenciler, harflerin kullanılışının isteğe bağlı olduğunu ve diğer harflerle alakasız olduğunu anlayamamaktadırlar.

3. Harflerin basamak değeri vardır. Aritmetikte harfler genellikle sayıların basamaklarındaki bilinmeyen değerler için kullanılması ve aritmetiğin diğer konularında da harflerin benzer kullanımları öğrencilerin harfleri bu şekilde anlamalarını desteklemektedir.

4. Harfler nesnelerin kısaltmasıdır. Örneğin 2k ifadesinin 2 kalemi temsil ettiği düşünülmektedir.

5. Harfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar. Örneğin, c harfi alfabede üçüncü sırada olduğundan değerinin 3 olacağı düşünülmektedir.

6. Harfler alfabede olduğu gibi sıralanırlar.

7. "=" işareti her zaman bir sonuç üretir.

8. "+" ve "–" işareti her zaman bir sonuç üretir.

Öğrencilerin, cebiri anlamakta zorlanmalarının bazı nedenleri Dede'nin (2005) çalışmasında şu şekilde yer almıştır:

• Cebirsel ifadeleri sadeleştirememeleri,

• Aritmetikten cebire geçişte yaşadıkları zorluklar,

• Denklemleri yanlış yorumlamaları,

• Cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazmadaki sorunları,

• Öğrencilerin, denklemleri gerçek yasamdan ayrı bir olguymuş gibi düşünmeleri (Akt: Çağdaşer, 2008: 18).

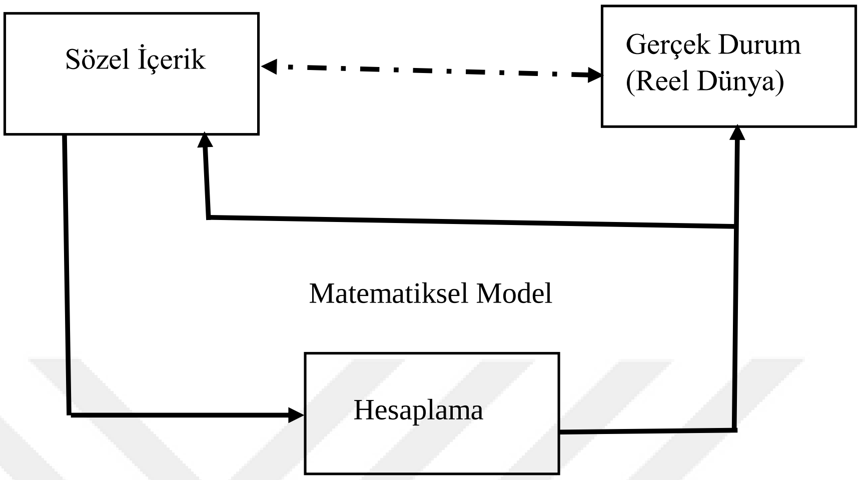
Öğrenciler; cebire, sembolleri ve harfleri kullanarak ilk adımı atarlar. Aritmetikte olduğu gibi cebirde de sadece bir ya da birkaç sayıyı değil bütün sayıları, sayı kümelerini düşünmek gerektiği için cebir, aritmetiğe göre daha soyut algılanır (Palabıyık, 2010). Bireylere soyut düşünce yapısı sağlayan cebir; birçok açıdan, matematiğin alt alanları ve diğer bilim dallarının unsurları arasında kavramsal ve teorik açılardan bir köprü ve dil görevi üstlendiğinden, eğitim ve iş yaşamında fertlerin edinecekleri temel bilgi ve beceriler arasında önemli bir yapıtaşı, bağlayıcı harç ve yapılandırıcı unsur olarak görülmelidir (Erbaş vd., 2009). Cebir problem çözme aracı olarak düşünüldüğünde, bir ders konusu olmasının yanı sıra yaşamda karşı karşıya gelinen problemleri anlamaya ve onlara çözüm yolları bulmaya yarayan bir araç olarak da ele alınmalıdır (Akkaya, 2006).

Cebir öğretiminde birçok farklı yöntem kullanılmasına rağmen öğrencilerin büyük çoğunluğu ezberleyerek öğrenmeye çalışmakta ve öğretmenlerin çoğu kullandıkları öğretim yöntemleriyle öğrencileri ezberleyerek öğrenmeye yönlendirmektedir. Yani cebir, yaşamda zorunlu olmasına karşın çoğu öğretmen tarafından hala geleneksel metotla öğretilmeye çalışılmaktadır. Cebir, öğretmenler tarafından öğrencilerin anlama ve kalıcı olma düzeylerini ulaşabilecekleri en üst seviyeye çıkaracak şekilde öğretilmelidir (Kitt & Leitze, 1992, Akt: Yenilmez & Teke, 2008: 232). Yapılan çalışmalarda; farklı düzeylerdeki öğrencilerin cebirsel kavramları anlamada bazı sıkıntılarının olduğu ortaya çıkmıştır (Ersoy vd., 2009, Yenilmez & Avcu, 2009). Bu zorlukların nedeni; cebirin içeriği, öğrenimi ve öğretimindeki eksiklikler olarak belirtilmiştir (Dede vd., 2002). Ersoy ve Erbaş (1998)' ın yaptığı araştırmanın sonuçları da cebir öğretiminin ülkemizde oldukça sorunlu olduğunu ortaya koymaktadır. Buna göre, sosyoekonomik düzeyi düşük düzeyde olan bir bölgede bulunan bir ortaokuldaki 7.sınıf öğrencilerinin, 26 sorudan oluşan cebir testi sorularına verdikleri doğru cevap sayılarının aritmetik ortalaması 2,1 olarak hesaplanmıştır (Akt: Dede & Argün, 2003: 181).

Gelişmekte olan toplumlarda problem çözme becerisi zorunlu bir gereksinim olmuştur. Yenilenen ilköğretim matematik dersi programının öncelikli amacı da problem çözme becerini kazanmış fertleri yetiştirmek ve problemi çözerken uygun stratejileri kullanmak sureti ile eleştirel ve yaratıcı düşünme becerilerini bireylere kazandırmaktır (Özarslan, 2010). Matematik alanındaki bu yeni gelişmelerle birlikte cebire karşı bakış açısı değişmiş ve cebir, düşünceleri-ilişkileri ifade etmek için bir metot olarak görülmeye başlanmıştır. Bu açıdan bakıldığında cebir, problem çözme aracı olarak düşünülebilir (Akkaya, 2006). Cebir ile problem çözme birbiriyle etkileşim halindedir. Bu sebeple öğrencilerin problem çözme çalışmalarında cebiri kullanmaları, cebir öğretiminin tam anlamıyla gerçekleştirilebilmesi için önem teşkil etmektedir (Özarslan, 2010). Problem çözmenin aşamalarının ifadesinde cebirdeki sembolik notasyon kullanılabilir. Günlük hayatta karşı karşıya gelinen problemlerin değişkenleri arasındaki ilişkileri belirlemek ve problemlere farklı çözüm stratejileri ortaya koymak ancak cebirle mümkün olmaktadır (Polya, 1997). Bütün öğrenciler cebiri bir araç olarak kullanarak problemlere farklı çözüm yolları geliştirebilir. Yani cebir, öğrencilerin problem çözme becerisinin gelişmesinde önemli imkânlar sunar (Akkaya, 2006).

2.4.2. Cebirsel Problem

Matematik dersindeki etkinlikleri, gerçek dünya tecrübesiyle bağlantı kurmanın temsilcisi cebirsel sözel problemlerdir. Sözel problemler öğrencilerde yeni matematiksel modellerin oluşmasında yardımcı olmakta ve öğrencilerin bu konuda deneyim kazanmalarını sağlamaktadır. Bununla birlikte okulun içi ile dışı arasındaki etkileşimi göstermesinin yanı sıra cebirsel sözel problemler sıklıkla öğrencilerin matematikselleştirme ve matematiksel modellemedeki temel algıyı tecrübe etmesini sağlayan tek örnektir (Bonotto, 2010). Ayrıca öğrencilerde dil oluşumunun, akıl yürütmenin, matematiksel gelişimin ve karşılıklı etkileşimin sağlanması için uygun bir ortam hazırlamaktadır (Reusser & Stebler, 1997). Böylece sözel problemler öğrencilerin okulda öğrendikleri formal matematiksel bilgi ve becerilerini gerçek hayat durumlarına uygulayabilmelerine de katkıda bulunmaktadır (Verschaffel, Corte & Vierstraete, 1999). Cebirsel sözel problemlerin başarılı çözümü şu Şekil 2.3'teki gibi şemalaştırılmıştır.



Şekil 2. 3. Cebirsel Sözel Problemlerin Başarılı Çözümüne Dair Anlam ve Referans Süreci

Dede' nin (2004) Contreras' tan (2002) uyarladığı Şekil 2.3'te görüldüğü üzere cebirsel sözel problemler gerçek durumdan yola çıkarak çözülmektedir. Şekil 2.3'te cebirsel sözel problemlerin çözümünde matematiksel modellemenin de bir rolü olduğu görülmektedir. Matematiksel modelleme becerisinin cebirsel sözel denklemlerin çözümünün başarılı bir şekilde gerçekleştirilmesi için önemli bir nokta olduğu söylenebilir.

2.4.3. Cebirsel Problem Çözme

Cebirsel sözel problemlerin öğrenimi, aritmetikten cebire geçiş için kolaylık sağlamaktadır (Dede, 2004). Çocuklara verilen güncel sorular matematik eğitiminin gerçek hayatla birleşmesi ve öğrencilerin okulda karşılaşabilecekleri matematiksel sözel problemleri çözmede gereken davranışları geliştirmeleri için gereklidir. Problemlerde yaşanan zorluklar daha çok problemlerde verilen ifadelerin veya kavramların tam olarak anlaşılamaması ve problemle ilgili denklemin kurulamaması olarak gösterilebilir (Mayer, 1982). Öğrencilerin, denklemlerin çözümlerini anlamakta zorlanmalarına neden olan cebirsel sözel problemler bu nedenle matematik programının önemli öğelerindendir. Ancak yapılan araştırmalar göstermiştir ki, çoğunlukla cebirsel sözel problemler çözümleri zor bulunan problemler olarak algılanmaktadır (Dede, 2004; Stacey & MacGregor, 2000; MacGregor & Stacey, 1996).

Cebirsel sözel problemlerin öğrenciler tarafından anlaşılamamasının nedeni olarak aşağıda verilen iki temel yaklaşım ön plana çıkmaktadır (Ostad, 1998; Cummins, 1988; Akt: Neuman & Schawartz, 2000):

1. Mantıksal-matematiksel yaklaşım (Logico-mathematical approach): Bu yaklaşım Piagetian Teorisi'yle birleştirilebilir. Yani, sözel problemlerin çözümlerinde kavramsal bilginin rolü vurgulanır. Bu yaklaşıma göre, cebirsel sözel problemlerin çözümünde yaşanan zorluklar, öğrencilerin mantıksal-zihinsel yapılarının tam gelişmemesinden kaynaklanmaktadır.

2. Dil yaklaşımı (Linguistic approach): Bu yaklaşım ise genellikle Kintsch'in, Dil Kavrama Teorisi'yle birleştirilir. Bu yaklaşıma göre ise cebirsel sözel problemlerin çözümünde yaşanan zorluklar, öğrencilerin verilen ifadelerdeki dili anlama yetersizliklerinden kaynaklanmaktadır. Nathan (1992; Akt: Neuman & Schawartz, 2000), öğrencilerin cebirsel sözel problemleri, denklem formuna getirirken söz dizimsel (syntax) bir yaklaşım kullandıklarını bu durumun da kullanılan dilden kaynaklandığını belirtmişlerdir.

Silver, Shapiro ve Deuthsch (1993, Akt: Jose, 2002) ise cebirsel sözel problemlerin çözümü için bir model önermişlerdir. Bu model, 4 adımdan oluşmaktadır. Birinci aşama, verilen cebirsel sözel problemin içindeki matematiksel problemin yapısını anlamaktır. Bu aşamada, verilen bilgiler anlaşılmaya çalışılır, eksik veya fazla bilgiler belirlenir ve içerikteki gerçek durum ortaya çıkarılır. İkinci aşamada, verilen sözel problemin çözümüne yol açacak uygun bir süreç, işlem, algoritma veya matematiksel modellemenin seçilmesini içerir. Üçüncü aşama ise seçilen bu çözüm stratejisinin uygulanmasını göstermektedir. Son aşamada ise matematiksel işlemler veya hesaplamalar sonucu üretilen cevabın doğruluğu ve anlamı üzerinde durulur.

Matematiksel modelleme ile problem çözme arasında bütünleştirilmiş bir süreç göz önüne alınmaktadır. Dunne ve Galbraith (2003) matematiksel modelleme süreciyle ilgili altı basamak tanımlamışlardır;

1. Problemin açıkça belirtilmesi

2. Gereken tüm verilerin ve varsayımların listesi

3. Kullanılan modeli oluşturma ya da tanıma

4. Gerekli matematiği modeli şekillendirmek için ya da problemi çözmek için bilinen modelde işlemek

5. Çözümü kontrol etmek (doğrulamak, geçerli kılmak) çözümü tahmin için kullanma ve gereken değişiklikleri yapmak

6. Sonuçları tüm basamakları detaylı bir şekilde raporlaştırmak.

Bu bakımdan matematiksel modellemenin problem durumundan yola çıkan bir süreç olduğu söylenebilir. Modelleme etkinliklerinde temelde problem çözme durumu söz konusu olduğundan problem çözme ile matematiksel modelleme etkinlikleri arasında bir ilişki olduğu açıktır. Bu bakımdan matematiksel modelleme becerilerinin cebirsel sözel problemlerin başarılı çözümü için öğrencilere kazandırılması gereken becerilerden olduğu söylenebilir.

2.5. Problem Çözme ve Tutum

Matematik öğretiminde de olumlu tutum oluşturulması istenen bir amaçtır. Çünkü genel olarak birey olumsuz tutum geliştirdiği objeye karşı ilgisiz kalır, onu sevmez ve takdir etmez (Güzel, 2004). Tutum, öğrenmeyle kazanılan, bireyin davranışlarına yön veren ve karar verme sürecinde yanlılığa neden olabilen bir olgudur (Ülgen, 1996). Başka bir ifade ile tutum, bireyin herhangi bir grup şeye, olaylara ve çok çeşitli durumlara karşı bireysel etkinliklerdeki seçimini etkileyen kazanılmış, içsel bir durumdur (Senemoğlu, 2005). Tutumlar, bireyin eğitim sürecinde çok önemli bir yer tutar; zira eğitim öğretim sürecinin etkililiğinin artması, öğrencilerin okula, öğretmene, derslere ve diğer eğitim-öğretim unsurlarına yönelik olumlu eğilim göstermesine bağlıdır (Sallabaş, 2008).

Matematikte, matematik tutumu ile matematik başarısı arasındaki ilişkinin varlığı uzun zamandır bilinmektedir. Olumlu tutuma sahip olmak, matematik başarısının yüksek olmasına katkı sağlamaktadır (McMullen, 2005; Erktin, 1993). Matematiğe karşı olumlu tutuma sahip öğrenciler, yüksek öz-yeterlilik düzeyine sahip olurlar. Bu öğrenciler doğal yetenek ve şans faktörlerinden daha çok matematik başarı için gayret etmenin önemine inanırlar ve başarı düzeyleri öz yeterliği düşük öğrencilere göre daha yüksektir. Bu durumda tutum, öz yeterlik düzeyinin dolaylı etkisine başarı olarak matematik başarısını etkilemektedir (Greenwood, 1997; akt. Çanakçı, 2008).

Matematik tutumu ise bireyin matematikle ilgili bir konuya yönelik sahip oluşu pozitif ya da negatif eğilimdir (Dutton, 1962). Öğrencinin matematik tutumları onların öğrenme tecrübeleriyle oluşur, şekillenir. Matematik öğrenmeyi anlamalı, bağlantılı ve eğlenceli hale getirmek olumlu tutumların oluşmasını sağlayacaktır. Bu yüzden sınıf içi öğrenme etkinlikleri konuya karşı ilgi ve hayranlık uyandırmalı ayrıca öğrencinin güvenini oluşturmalıdır (Ministry Of Education, 2006; akt. Çanakçı, 2008). Yücel ve Koç (2011) yaptıkları araştırmada matematik dersine karşı tutum ile matematik dersindeki başarı arasında pozitif yönde bir ilişki olduğunu saptamışlardır. Aytaçlı (2018) yaptığı çalışmada ortaokul 6. sınıf Matematik Uygulamaları Dersi'nde değerler eğitimi ile desteklenmiş etkinliklerin öğrencilerin akademik başarılarına, değer algılarına, problem çözme becerilerine, matematiğe yönelik tutumlarına ve kalıcılığa etkisini incelemiş ve etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına etkisinin olmadığını belirtmiştir. Karadağ (2019) yaptığı çalışmasında teknoloji ile ilişkilendirilmiş etkinlik ve problemlerle işlenen matematik dersinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisini incelemiş ve uygulama sonunda yapılan testler sonucunda deney grubu ve kontrol grubu arasında anlamlı farklılığın oluşmadığı tutumlarının birbirine benzediği sonucuna ulaşmıştır.

2.6. Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi

Matematik dersinde bilginin derinlemesine öğrenilmesi için en önemli araçlardan biri problem çözmedir. Matematik dersinde problem çözmeyi etkili bir şekilde kullanan birey, günlük yaşamda da bu becerinin faydalarını görebilir ve kullanabilir. Bu sebeple problem çözme becerisinin geliştirilmesi önem kazanmaktadır. Yansıtıcı düşünmenin ancak belirli bir problem algılandığında ortaya çıkmasından yola çıkarak yansıtmanın en iyi problem çözme sürecinde gözlenebileceği söylenebilir (Shermis,1992). Bu nedenle matematik dersi söz konusu olduğunda yansıtıcı düşünme kavramı problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme olarak düşünülebilir.

Yansıtıcı düşünmenin felsefi temelleri John Dewey (1933) tarafından yaparak yaşayarak öğrenme yaklaşımında atılmıştır. Literatür incelendiğinde yansıtıcı düşünme becerisinin çeşitli tanımlarına rastlamak mümkündür. Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi, problem çözme sürecinde yapılan yansıtmaların birleşiminden meydana gelmektedir. Dewey (1933)'e göre yansıtıcı düşünmenin yapı taşını oluşturan yansıtma kavramı hem problemin hem de probleme ait olası çözümlerin temelinde yatan inançları ele alan sistematik bir problem çözme biçimidir. Dewey, yansıtma sürecinin beş aşamadan oluştuğunu ileri sürmekte ve bu aşamaların belirli bir sırada olma zorunluluğunun olmadığı fakat birbirleriyle uyum içinde olması gerektiğini belirtmektedir. Bahsedilen beş aşama, öneriler, problem, hipotezler, nedenleme ve test etmedir.

Öneriler, birey kafa karıştırıcı bir durumla karşı karşıya geldiği zaman zihninde beliren fikir ve olasılıklardır. Öneriler arttıkça karar verme amacıyla bireyin düşünmeye olan ihtiyacı çoğalır. Bundan dolayı öneriler, devamındaki sorgulama süreci için önemli bir kaynaktır. Problem, kafa karıştırıcı durumda küçük ayrıntılardan oluşan parçalar yerine bütüne dönük olarak, büyük resmi görmedir. Hipotez biçimleme, öneriler göz önünde bulundurularak yapılabileceklerin ortaya konulmasıdır. Hipotez üzerine çalışma daha fazla gözlem yapmayı, bilgi üzerine düşünmeyi içerir. Bu şekilde problem yalın hale getirilmiş ve öneriler test edilebilir, ölçülebilir şekle dönüşmüş olur. Nedenleme, bilgi, fikir ve önceki deneyimler birbirine eklemlenerek öneriler, hipotez ve test etmeye olanak sağlanmasıdır. Test etme, yeni bir probleme ışık yakabileceği gibi var olan probleme açıklık getirebilir.

Dewey (1933), aynı zamanda yansıtmanın gerçekleşebilmesi için kişide bulunması gereken özellikleri de açık fikirlilik, tam isteklilik ve sorumluluk olarak sıralamaktadır. Açık fikirlilik, probleme farklı ve yeni yönlerle bakabilme yeteneğidir. Açık fikirli olmak karşıt fikirde olduğu bir konuya karşı aktif bir dinleyici olmayı, farklı tarafları dinlemeye hazır olmayı ve inançlarının yanlış olabileceğini düşünebilmeyi gerektirir. Tam isteklilik, bir konuya bütünüyle dahil olunduğunda ortaya çıkar. Birçok fikri ve düşünceyi deneyimlemekle birleşiktir. Sorumluluk, kişinin etkinliklerinin sonucunu göze almasıdır. Niçini bilmeye, öğrenilendeki anlamı aramaya olan ihtiyaçtır.

Schön (1987)'e göre yansıtma sayesinde, öğrenciler bilinenden bilinmeyene doğru gidebilmekte, ezber yapmak yerine öğrenme deneyimlerini artırabilmekte ve öğrendiklerini günlük hayata aktarabilmektedir. Baş ve Beyhan (2012)'a göre, yansıtıcı düşünme becerisi, "herhangi bir deneyimden yararlanılan, üzerinde düşünülen ve genellikle belli bir amaç göz önüne alınarak değerlendirme yapılan bir süreç" olarak ifade etmektedir. Ünver (2003)'e göre, yansıtıcı düşünme problem çözme ile iç içe bir yapıda bulunmaktadır ve yansıtıcı düşünmeyi bireyin öğrenme veya öğretme yöntemi ve seviyesine ilişkin durumunu, eğitim hayatı boyunca edindiği tecrübeler ışığında, kişisel değerler ve inanç sistemi çerçevesinde betimleyebilme ve sorunları çözebilme becerisi olarak tanımlamıştır. Mason (2009)'a göre ise yansıtıcı düşünme sırasında yapılan yansıtmaların, problem çözme sürecinin anahtar bir unsuru olduğunu söylemekle birlikte, yansıtma yapmanın öğrenene problemi çözerken yaptığı hatalarını belirleyebilme imkânı verdiğini belirtmektedir. Hong ve Choi (2011)'ye göre, problem çözme bağlamında yansıtıcı düşünme becerisi; verilen problem durumuna yönelik olarak bireyin hareketlerinin, düşüncelerinin, duygu ve hislerinin belirlenmesini sağlayan, problem çözme süreci boyunca bilinçli olarak gerçekleştirdikleri zihinsel aktivitelerdir.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) okul öncesinden 12. sınıfa kadar olan tüm öğretim programlarında öğrencilerin matematik problemi çözme üzerine yansıtma yapabilme durumlarını standartları arasında saymıştır. Konseye göre iyi problem çözücüler bir problem durumunda ne yaptıklarının farkında olan kendilerini sık sık gözlemleyen ve değerlendirebilen kendi stratejilerini ayarlayabilen bireylerdir. Bu tarz yansıtma becerilerinin desteklendiği sınıf ortamlarında ortaya çıkma şansı daha fazladır (Hegedus, 2002). Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin de ilkokul ve ortaokul ve bilim sanat merkezleri düzeylerinde çeşitli açılardan incelendiği görülmüştür (Baş, 2013; Tavşan, 2016; Sarıcan, 2017; Gündoğdu, 2017; Pusmaz ve Tavşan, 2019). Fakat ortaöğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisini konu alan az miktarda araştırmaya rastlanmıştır (Baş ve Kıvılcım, 2013).

Şen (2013) çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, ebeveynlerin eğitim düzeyi ile öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerileri arasında pozitif yönlü bir ilişki olduğu, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin ailenin gelirine göre farklılaştığı belirlenmiştir. Wetzstein ve Hacker (2004) yaptıkları çalışmalarında soru temelli yansıtıcı sözlü diyalogların problem çözme süreci üzerindeki etkisini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, özellikle deney grubunda yer alan çoğu katılımcının yeni ilkeler geliştirebildiği ve yaptıkları işlemleri daha zengin açıklamalarla ifade edebildikleri, bunun aksine kontrol grubundaki katılımcıların ise sadece yaptıkları hataları düzeltebildikleri tespit edilmiştir. NG ve Tan (2006) yaptıkları çalışmalarında Singapur'daki bir grup öğretmen adayının eş zamanlı olmayan (asenkron) bir ortamda yapılandırılmamış problemlerin çözüm süreçlerinde ortaya koydukları yansıtıcı düşünme becerilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin düşük olduğu, asenkron ortamdaki grup tartışmasının yüz yüze iletişim ile karşılaştırıldığında problem çözme adına daha iyi bir yansıtıcı düşünme ortamı sağladığı görülmüştür. Demirel, Derman ve Karagedik (2015) yaptıkları çalışmalarında 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik düşünme becerileri ile matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cinsiyetleri ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmadığı fakat matematiğe yönelik tutum açısından erkekler lehinde önemli bir fark bulunduğu, bunun yanı sıra öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında orta derecede anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir. Tavşan (2016) çalışmasında, matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada öğrencilerin genel olarak bilgi, deneyim ve bağlam temaları çerçevesinde başarılı şekilde olmakla birlikte, his/duygu ve grup arkadaşı temalarında da yansıtmalar ortaya koyabildikleri, buna rağmen belirlenen göstergeler dâhilinde yansıtma yapmakta zorlandıkları, eksik yansıtma yapabildikleri veya herhangi bir yansıtma yapamadıkları durumların da olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

BÖLÜM III: YÖNTEM

Bu bölüm de araştırmanın modeline, çalışma grubuna, veri toplama araçlarına, verilerin toplanma sürecine ve verilerin analizine yer verilmiştir**.**

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmanın amacı düşünülerek bu araştırmada karma yöntem çeşitlerinden keşfedici sıralı desen kullanılmıştır. Karma yöntem araştırmaları, araştırmacının bir çalışma veya birbirini izleyen çalışmaları içerisinde nicel ve nitel yöntemleri, yaklaşımları ve kavramları birleştirmesi olarak tanımlanır (Creswell, 2003). Johnson ve Turner (2003) ise karma araştırmanın temel ilkesini araştırmacıların farklı strateji, yöntem ve yaklaşımları kullanarak çoklu veriler toplaması olarak ifade etmektedir (Baki & Gökçek, 2012).

Araştırmacının kullanmış olduğu keşfedici sıralı desende ise nitel verilerle işe başlanır; daha sonra nicel bilgiler toplanır. Nicel veriler, nitel bulguları açıklamak ya da temellendirmek için kullanılır. Keşfedici sıralı desenin amacı, olguları keşfetmek için nitel verilere ulaşmak, sonrasında ise nitel verilerden elde edilen ilişkileri açıklamak için de nicel veriler toplamaktır. Bu desenin en yaygın kullanım şekli olguları keşfetmek, temaları belirlemek, bir ölçme aracı tasarlamak ve akabinde tasarlanan bu ölçme aracını test etmektir (Creswell, 2003). Bu yöntemi kullanan araştırmacı nitel verilere, nicel verilerden daha fazla vurgu yapar. Bu vurgu araştırmacı tarafından nicel bulgulara kıyasla nitel bulguların daha detaylı tartışılması yoluyla yapılmıştır. Bu desende araştırmacı genellikle çalışmasını, az sayıda kişinin katılımı ile gerçekleştirdiği nitel veri toplama aşaması ve bu aşamaya seçkisiz olarak belirlenen çok sayıda kişinin katılımı ile sürdürdüğü nicel veri toplama aşaması olarak iki aşamada sunar (Creswell, 2003).

Araştırmanın birinci alt probleminde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin neler yaşadıklarının betimlenmesi amaçlanmıştır. Bu alt probleme cevap aramak ve yapılan problem çözme uygulamalarının öğrencilerin problem çözme sürecine etkisinin çok yönlü ve derinlemesine incelenmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması bir ya da daha fazla olayın, ortamın, programın, sosyal grubun ya da diğer birbirine bağlı sistemlerin derinlemesine incelendiği bir nitel araştırma yöntemidir (Mc Millan, 2000). Bu araştırmanın birinci alt problemi bağlamında öğrencilerle yapılan problem çözme etkinlikleri sırasında öğrencilerin kullandıkları etkinlik çalışma kâğıtları ve etkinlikler sırasında gözlemci tarafından tutulan gözlem raporları veri toplama araçları olarak kullanılmıştır.

Araştırmanın ikinci alt probleminde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin cebir başarısına, cebirsel düşünme seviyesine, problem çözme başarısına, matematiksel problem çözmeye karşı tutumlarına ve yansıtıcı düşünme becerisine etkisi incelenmiştir. Bu alt probleme cevap aramak için öntest sontest kontrol gruplu yarı deneysel model kullanılmıştır. Sosyal bilimlerde deneme modeli; bir varsayımın sınanması amacı ile koşulları deneyi yapan tarafından hazırlanan ve bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etki ya da yönünü ortaya koymayı amaçlayan bir gözlem türüdür. Yarı deneysel modelde aynı kitleden seçilmiş iki örnek gruptan biri tahmini değişkenle ilişkilendirilir, öteki ilişkilendirilmez ve elde edilen iki sonuç arasındaki fark bağımsız değişkene bağlanır (İslamoğlu, 2002). Bağımsız değişkeni oluşturan "a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar", bağımlı değişkeni oluşturan "ortaokul 7. sınıf öğrencilerin, cebir öğrenme alanında yer alan cebir ve ilgili problem çözme kazanımlarına ulaşma durumlarındaki, cebirsel düşünme seviyelerindeki, problem çözme tutumlarındaki ve yansıtıcı düşünme becerisindeki" etkililiğini belirlemek uygulamanın diğer amacı olmuştur.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu Gaziantep ili Şehitkamil ilçesinde düşük sosyo-ekonomik düzeye sahip Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı olarak eğitim-öğretim yapan bir devlet okulunun 7. sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Araştırmacı bakımından çalışma imkânlarının uygun olması nedeniyle bu okul seçilmiştir. İlgili okulda uygulanacak etkinlikler ve testler için M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü ve Gaziantep İl Milli Eğitim Müdürlüğü ile irtibata geçilerek araştırma izni alınmış ve izin belgeleri Ek 6'da verilmiştir.

Araştırmacının matematik derslerine girdiği beş şubeden ikisi öntest puanı denkliklerine göre seçilmiş ve bu şubelerden biri yansız atama ile deney grubu, diğeri de kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Tablo 3.1'de deney grubu ve kontrol grubunun cebir başarı testi, cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testi, problem çözme testi, matematik problemi çözme tutum ölçeği ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeğinden aldığı ön test puanlarının ortalaması verilmiştir.

Tablo 3. 1. Deney Grubu ve Kontrol Grubunun Öntestlerden Aldıkları Puanların Ortalaması

	Cebir Başarı Testi	Cebirsel Düşünme Seviyesi	Problem Çözme Testi	Problem Çözme Tutum Ölçeği	Yansıtıcı Düşünme Becerisi
Deney Grubu	48,46	1,38	30,00	67,57	48,42
Kontrol Grubu	35,00	1,42	29,61	71,92	53,80

Tablo 3.1 incelendiğinde deney ve kontrol grubu arasında anlamlı farklılık bulunmamaktadır. Deney grubunun cebir başarı testine ait öntest ortalaması 48,46 puan, kontrol grubunun cebir başarı testine ait öntest puanı ise 35,00 olup, deney grubunun cebir başarı testi puan ortalaması kontrol grubuna nazaran daha fazladır. Diğer dört testin sonuçları ise birbirine yakındır. Tablo 3.1'de görüldüğü gibi cebirsel düşünme seviyeleri ortalamasına bakıldığında deney grubuna ait öntest ortalaması 1,38, kontrol grubuna ait öntest ortalaması 1,42'dir. Cebirsel düşünme seviyeleri ortalamalarının yaklaşık aynı olduğu söylenebilir. Problem çözme testine ait ortalamalara bakıldığında ise deney grubuna ait ortalama puan 30,00, kontrol grubuna ait ortalama puan 29,61'dir. Dolayısıyla problem çözme başarılarının benzer olduğu söylenebilir. Problem çözme tutum ölçeği sonuçlarına bakıldığında deney grubuna ait ortalama puanın 67,57, kontrol grubuna ait ortalama puanın ise 71,92 olduğu görülmektedir. Problem çözme tutumu puanlarına göre kontrol grubunun puanı biraz daha fazladır. Yansıtıcı düşünme becerisi ortalama puanlarına bakıldığında problem çözme tutum ölçeği ortalamalarına benzer bir sonuç karşımıza çıkmaktadır. Deney grubuna ait yansıtıcı düşünme becerisi ortalaması 48,41 ve kontrol grubuna ait yansıtıcı düşünme becerisi ortalaması 53,80'dir.

Tablo 3.1'de görüldüğü gibi, bazı ortalama puanlar deney grubu lehine bazıları ise kontrol grubu lehinedir. En çok fark cebir başarı testi ortalama puanları arasındadır fakat diğer sınıfların başarı durumları düşünüldüğünde bu fark araştırmacı tarafından ihmal edilmiştir. Buna rağmen öntest puanlarına göre birbirine en yakın iki sınıf oldukları için araştırmacı tarafından bu iki sınıf çalışma için seçilmiştir.

Araştırma örnekleminin sınıf, şube ve cinsiyetlerine göre dağılımları Tablo 3.2'de sunulmuştur. Çalışmaya 52 öğrenci katılmıştır. Tablo 3.2'de görüldüğü gibi çalışmaya katılan öğrencilerin 28'i kız (%53,8) ve 24'ü erkek (%46,2)'tir. Araştırmaya katılan tüm öğrencilerin cinsiyetlerine göre dağılımları birbirine yakın olduğu söylenebilir. Cinsiyetlere göre dağılım, deney ve kontrol grupları içinde de yakındır çünkü deney grubunda yer alan 26 öğrencinin 15'i (%57,7) kız, 11'i (%42,3) erkek ve kontrol grubunda yer alan 26 öğrencinin 13'ü (%50) kız, 13'ü (%50) erkek öğrencidir. Dolayısıyla deney (26 öğrenci) ve kontrol (26 öğrenci) gruplarında yer alan öğrencilerin cinsiyetlerine göre sayısal dağılımının da benzer olduğu söylenebilir.

Tablo 3. 2. Araştırma Örnekleminin Sınıf ve Cinsiyetlerine Göre Dağılımı

	Kız		**Erkek**		**Toplam**
Sınıf /GRUP	**F**	**%**	**F**	**%**	**F (%)**
7/F / Deney	15	57,7	11	42,3	**26 (50)**
7/E /Kontrol	13	50	13	50	**26 (50)**
Toplam	**28**	**53,8**	**24**	**46,2**	**52 (100)**

Deney grubu olarak seçilen şubede DDT'ye uygun olarak rutin olmayan problemler çözülürken, kontrol grubu olan şubede ise rutin ders süreci uygulanmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

3.3.1. Problem Çözme Testi

Problem çözme testi, deney grubu ve kontrol grubuna uygulama öncesi öntest ve uygulama sonrası sontest olarak uygulanmıştır. Testi cevaplama süresi için öğrencilere bir ders saati (40 dakika) verilmiş ve öğrencilere çözmeye başlamadan önce test yönergesi tüm sınıfa aynı anda açıklanmıştır. Deney gurubu ve kontrol grubu kendi öğrenim gördükleri sınıflarda test uygulamasına katılmıştır.

Problem çözme testi araştırma grubunun problem çözme başarılarının test edilmesi amacıyla kullanılmış olup, öğrencilerin MEB ortaokul matematik öğretim programı cebir öğrenme alanı kazanımlarına uygun olarak Ek1'de verilmiştir. Tablo 3.3'te soru maddelerimin hangi kazanıma uygun olarak yazıldığı belirtilmiştir.

Tablo 3.3'te görüldüğü gibi problem çözme testi 10 maddeden oluşmakta ve bu maddeler yedi kazanım çerçevesinde test maddeleri arasında yer almıştır. Araştırmacı tarafından, bir kazanım için yazılan madde sayısı yıllık plan göz önünde bulundurularak belirlenmiştir.

Tablo 3. 3. Problem Çözme Testi Maddeleri ve Kazanımlar

Kazanımlar	**Sorular**
Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.	6, 10
Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.	8
Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.	4,7
Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	2
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.	1, 5
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözer.	9
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	3

Test araştırmacı tarafından, Milli Eğitim Bakanlığı'nın ortaöğretim kurumlarına öğrenci seçmek amacıyla düzenlediği sınav sorularından seçilmiş ve geçerlilik ve güvenirlik çalışmalarının yapılması amacıyla pilot uygulama yapılmıştır. Tablo 3.4'te pilot uygulama sonucunda Problem Çözme Testi'ndeki soruların madde güçlük indeksleri (p) ve madde ayırt edicilik indeksleri (r) yorumlarıyla birlikte verilmiştir. Madde güçlük indekselerinin yorumu şu şekildedir: Madde güçlük indeksi "0.85 – 1,00" arasında ise madde "Çok Kolay", "0,60 – 0,84" ise "Biraz Kolay", "0,35 – 0,59" ise "Biraz Zor" ve "0.00 – 0,35" ise "Çok Zor" olarak yorum yapılır. Madde güçlüğünün yanında testteki bir sorunun mümkün olduğunca yüksek seviyede ayırt etme gücüne sahip olması istenir. Madde ayırt edicilik indeksi yorumu yapabilmek için madde ayırt edicilik indeksine bakılır ve bu değer "0,40 ve daha fazla" ise madde "Çok İyi", "0,30 – 0,39" ise "İyi", "0,10 – 0,29" ise "Yeterli", "0,01– 0,09" ise "Düşük" ve negatif ise maddede bir belirsizlik olduğu şeklinde yorum yapılır.

Tablo 3.4'te görüldüğü gibi madde güçlük indekslerine bakıldığında soruların %30'u biraz kolay, %60'ı biraz zor ve %10'u çok zordur. Madde ayırt edicilik indekslerine bakıldığında ise soruların %10'u iyi, %90'ı çok iyidir.

Tablo 3. 4. Problem Çözme Testinde Yer Alan Maddelerin Madde Güçlük ve Madde Ayırt Edicilik İndeksleri ve Madde Yorumları

Soru	Madde Güçlük İndeksi (p) ve Yorumu		Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r) ve Yorumu	
1	0.49	Biraz Zor	0.75	Çok İyi
2	0.45	Biraz Zor	0.50	Çok İyi
3	0.55	Biraz Zor	0.88	Çok İyi
4	0.60	Biraz Kolay	0.53	Çok İyi
5	0.25	Çok Zor	0.31	İyi
6	0.77	Biraz Kolay	0.60	Çok İyi
7	0.38	Biraz Zor	0.63	Çok İyi
8	0.45	Biraz Zor	0.75	Çok İyi
9	0.60	Biraz Kolay	0.80	Çok İyi
10	0.47	Biraz Zor	0.48	Çok İyi

Aşağıda test maddeleri tek tek açıklanmış ve soruların çözümleri ifade edilmiştir. Bu şekilde araştırmacının soruları seçimindeki düşünme şekli gösterilmeye çalışılmıştır.

Problem 1:

Özlem toplam 120 TL'ye, 8 eşit taksitle bir gömlek ve bir pantolon alıyor. Özlem sadece gömleği alsaydı, ödeyeceği taksitler 4 TL daha az olacaktı. Buna göre, gömleğin fiyatı kaç TL'dir?

A) 15

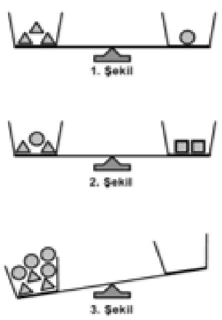
B) 32

C) 56

D) 88

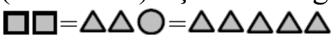
Problem 1 olarak verilen madde, "Cebirsel Problem Çözme Becerisi Testi"nin birinci problemidir ve OKS-2008'de sorulmuştur. Problemde, "120/8=15" işlemi ile Özlem'in bir pantolon ve bir gömlek alması durumundaki taksit bedeli bulunabilir. "15-4=11" işlemi ile sadece bir gömlek alması durumundaki bir taksit bedeli bulunur ve "8*11=88" işleminin sonucu istenen sonuçtur. Oysa ki "4.8=32" işlemi pantolon için ödenen bedeli vermek için yeterlidir ve "120-32=88" işlemi ile de sadece gömlek için ödenmesi gereken bedel bulunabilir. Problemi çözmek için pantalonun fiyatına x diyerek, x+4.8=120 denklemi kurularak da bu problem çözülebilir.

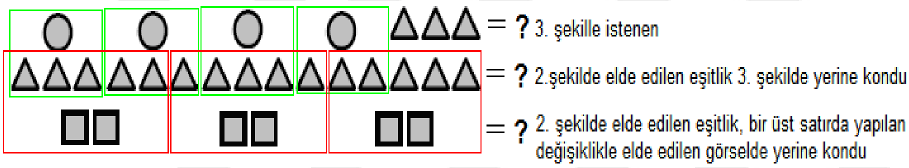
Problem 2:



1.şekil ve 2.şekilde dengede olan iki terazi görülmektedir. Buna göre, 3.şekildeki terazinin dengede olması için boş kefeye kaç tane konulmalıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

Problem 2 olarak verilen madde, “Cebirsel Problem Çözme Becerisi Testi”nin üçüncü problemidir ve OKS-2007’de sorulmuştur. İlköğretim Matematik Programı Cebir öğrenme alanı, “Örüntüler ve İlişkiler”, “Denklemler”alt öğrenme alanlarına uygun bir problemdir. Cebirsel düşünme gelişiminde bilinmeyenlerin kullanımı (x, y gibi) yerine modelleme ve görselleştirme kullanımı gelişim sürecini destekler. Bu problemde daire, üçgen ve kare görselleri ile () üç farklı değişken kullanılmıştır. 1. şekil’den  ve 2. şekil’den  eşitlikleri elde edilir. 3. şekil’de ise istenen ifade edilmiş ve  eşitliğinin sağlanması için sağ tarafa kaç  konması gerektiği sorulmuştur. Burada çözüm için çok farklı dönüşümler kullanıp örüntüler oluşturmak mümkündür. Örneğin, 1. şekil’le ve 2. şekil’le elde edilen eşitlik, kurulması istenen eşitliğin sol tarafında kullanılırsa şöyle bir görsel elde edilebilir:



Bu problemin çözümde görsel olarak ide edilen soru metni, cebirsl bir okuma ile tekrar yapılandırılıp problem çözümüne de gidilebilir. Örneğin, d daire, ü üçgen ve k kare görsellerini göstermek üzere ve 1. Şekil’den 1d=3ü; 2. şekilden 2k=2ü+1d=2ü+3ü=5ü ve 3. Şekil’le istenen 4d+3ü=? şeklinde ifade edilebilir. Denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan “yerine koyma metodu” kullanılarak ?=4d+3ü=4.(3ü)+3ü=15ü=3.(5ü)=3.(2k)=6k ifadeleri ile istenen bulunabilir.

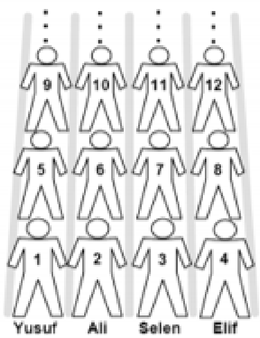
Problem 3:

Beril 6 puan daha fazla, Neşe 4 puan daha az alsaydı, Beril’in puanı Neşe’nin puanından 2 puan fazla olacaktı. Buna göre Beril ve Neşe’nin aldığı puanlar aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

	Beril	Neşe
A)	75	67
B)	74	66
C)	64	74
D)	67	75

Problem 3 olarak verilen madde, “Cebirsel Problem Çözme Becerisi Testi”nin dördüncü problemidir ve OKS-2006’da sorulmuştur. Bu problemde önemli olan çözümün tek olmamasıdır. Beril ve Neşe için, problem metnine uygun olacak birden fazla durum söz konusudur. Problemde bilinmeyen iki değişken vardır ve şıklara bakıldığında bunların ikisinin de hesaplanması istenmektedir. değişkenleri hesaplamak için lineer bağımsız iki denkleme ihtiyaç vardır. Ama, örneğin Beril’in yaşı b ve Neşe’in yaşı n ile gösterilirse oluşturulacak denklem (b+6)-(n-4)=2 olabilir. Oluşturulan denklem cebirsel işlemlerle sadeleştirilerek n-b=8 şekline dönüştürülebilir. Bu denklem bir tanedir ve problem metninde farklı bir denklem daha oluşturacak bilgi verilmemiştir. Öğrenciden burada beklenen dönüştürülen denklemi kullanarak Neşe’nin Pelin’den 8 yaş büyük olduğu yorumunu yapabilmesidir. Böylece cevabın D seçeneği olduğunu kolayca görülür. Problem çözümü için deneme-yanılma metodu da kullanılabilir ve cevap şıklarında verilen değerler problem metni okunurken yerine yazılarak bir akıl yürütme yapılabilir. Bu da bir çözüm yöntemidir ama her seçeneğin denenmesi durumu bir zaman problemine yol açabilir.

Problem 4:



Bir tören için dörderli sıraya geçen okuldaki öğrenciler 1’den başlanarak şekildeki gibi numaralandırılıyor. En ön sıradaki öğrencilerin isimleri sıra ile Yusuf, Ali, Selen ve Elif olduğuna göre, 59 numaralı öğrenci aşağıdaki öğrencilerden hangisinin hizasındadır?

A) Yusuf B) Ali

C)Selen D) Elif

Problem 4 olarak verilen madde, “Cebirsel Problem Çözme Becerisi Testi”nin altıncı problemidir ve OKS-2007’de sorulmuştur. İlköğretim Matematik Programı cebir öğrenme alanı, “Örüntüler ve İlişkiler” ve “Cebirsel İfadeler” alt öğrenme alanlarıyla ilgili ve öğrencilerin bir cebirsel ifade yoluyla durumu açıklaması ve örüntü bulmasını gerektiren bir problemdir. Problemde verilen görsel, problemi anlamayı desteleyen bir yapıdadır. Problemin çözümü için cebirsel bir yaklaşım şu şekilde olabilir: Elif'in hizasında olan öğrencilerin numaraları göz önüne alnarak ve n sıra sayısını göstermek üzere "4n" ifadesi kullnılabilir. Bu ifade Elif'in hizasında ve n. sıradaki öğrencilerin numarasını ifade eder. Örneğin 56=4.14=4.n olduğu için, 56 numaralı bir öğrencinin Elif'in hizasında ve 14. sırada olduğu söylenebilir. Benzer bir düşünce ile "4.n-3" ifadesinin Yusuf'un hizasındaki öğrencilerin numarasını ifade ettiği kolayca söylenebilir. Bu problem için 59=4n-1 olduğu için doğru cevap Selen'dir.

Problem 5:

Ömer, almış olduğu buzdolabına ait borcunun yarısını 10 eşit taksitte, kalan borcunu ise her bir önceki taksitine 20 TL ekleyerek, 5 taksitte ödeyecektir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) 12. Taksitinde 120 TL ödeyecektir.
B) İlk taksitinde 60 TL ödeyecektir.
C) En son taksitinde 160 TL ödeyecektir.
D) Ömer, buzdolabını 1200 TL'ye almıştır.

Problem 5 olarak verilen madde, "Cebirsel Problem Çözme Programı Becerisi Testi"nin yedinci problemidir ve OKS-2005'te sorulmuştur. İlköğretim Matematik programı cebir öğrenme alanı, "Cebirsel İfadeler" ve "Denklemler" alt öğrenme alanlarıyla ilgili ve öğrencilerin bir cebirsel ifade yoluyla birçok durumu açıklamasını gerektiren bir problemdir. Pilot uygulamadaki öğrenci çözümleri incelendiğinde, çözümlerde daha çok tablo yaptıkları, görsel ifadeler kullandıkları ve çözüm sonuna doğru cebirsel ifadeler kullandıkları gözlenmiştir. Problemin çözümünde bilinmeyen olarak ifade edilecek değer değişebilir. Örneğin, buzdolabının fiyatı bilinmeyen olarak dikkate alınır ve bu değere x değişkeni atanırsa, borcun yarısı x/2; borcun ilk yarsını öderkenki taksit miktarları x/20; borcun ikinci yarısının ilk taksidi x/20+20 ve son taksit x/20+100 olacaktır. Bu düşünme biçimi rasyonel ifadelerle cebirsel işlemleri yapmayı gerektireceği için problem çözümü ve yorumlar zor olabilir. Eğer değişken olarak buzdolabının fiyatı değil de ödenecek ilk taksit miktarı seçilirse rasyonel cebirsel ifadelerle işlem yapma zorluğu ortadan kalkacaktır. Bu durumda ilk taksit miktarına x denirse, buzdolabının yarı fiyatı "10x" olur. İkinci yarısını ödemek için yapılacak taksit miktaları da x+20, x+40, x+60, x+80, x+100 ve ikinci yarısı için ödenecek miktar bu taksitlerin toplamı 5x+300 olacaktır. Problem için kritik düşünme “10x=5x+300” denklemini yazmak olacaktır. Bu nedenle, bu problem denklem kurma problemidir.

Problem 6:

Murat toplamı 81 olan üç ardışık tamsayı bulmak istiyor ve şöyle bir eşitlik yazıyor.

$(a - 1) + a + (a + 1) = 81$

Buna göre “a” için ne söylenebilir?

A) Üç tam sayının en küçüğüdür.

B) Üç tam sayının en büyüğüdür.

C) Ortadaki tam sayıdır.

D) Üç tam sayının en küçüğü ile en büyüğü arasındaki farktır.

Problem 6 olarak verilen madde, “Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemini yapar.”kazanımına uygun olarak yazılmış aynı zamanda “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözer” kazanımına uygun olarak testin içinde yer almıştır. Burada a’nın değeri bulunarak problem çözülebilir.

Problem 7:

1x 1 = 1

11 x 11 = 121

111 x 111 = 12321

1111 x 1111 = 1234321

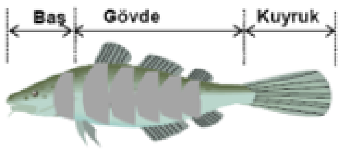
....

Yukarıdaki örüntüye göre, 11111111x11111111 işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

A) 8
B) 15
C) 16
D) 22

Problem 7 olarak verilen madde “Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.” kazanımı kapsamında testin içinde yer almıştır. Bu problemde 1.1=1 ifadesinde 1 tek basamaklı olduğundan, 1 basamaklı olduğunda cevap 1 basamaklı, 11.11=121 ifadesinde 11 iki basamaklı olduğunda, 2 basamklı olduğunda cevap 3 basamaklı şeklinde bir düşünceyle, çarpılan sayının basamak sayısı örüntünün adım sayısı olarak düşünülerek örüntünün 1,3,5,7 şeklinde devam ettiğini ve örüntünün kuralının 2n-1 olduğu bulunabilir. Soruda çarpılan sayı 11111111, 8 basamaklı olduğundan n yerine 8 koyulur ve cevap 2.8-1= 15 bulunur.

Problem 8:



Şekildeki balığın baş kısmının uzunluğu 8 cm’dir. Bu balığın gövdesinin uzunluğu, kuyruk ile baş kısmının uzunlukları toplamına eşittir. Baş kısmı ile gövdesinin uzunlukları toplamı, kuyruğunun uzunluğunun 3 katı olduğuna göre, bu balık kaç santimetre uzunluktadır?

A) 16

B) 24

C) 32

D) 36

Problem 8 olarak verilen madde, “Cebirsel Problem Çözme Becerisi Testi”nin beşinci problemidir ve OKS-2008’de sorulmuştur. İlköğretim Matematik Programı Cebir öğrenme alanı, “Denklemler”alt öğrenme alanıyla ilgili ve öğrencilerin bir denklem sistemini kurmalarını ve denklemleri cebirsel yollarla çözmelerini gerektiren, görsel boyutu da olan sözel bir problemdir. Problem metninde balığın baş kısmının uzunluğu 8 cm olarak verilerek soru tek bilinmeyenle çözülebilmektedir. Kuyruk kısmının uzunluğu bilinmeyen olarak dikkate alınır ve bu değere x değişkeni atanırsa, gövdesinin uzunluğu, kuyruk ile baş kısmının uzunlukları toplamına eşit olduğundan gövde uzunluğu x+8 olarak ifade edilebilir. Baş kısmı ile gövdesinin uzunluğu toplamı, kuyruğun uzunluğunun 3 katı olduğundan problem için kritik düşünme x+x+8=3.x denklemini yazmak olacaktır. Bu denklemden x değeri 8 olarak bulunur ve balığın uzunluğu 32 cm'dir.

Problem 9:

Ersin'in parasının 4 katının 12 fazlasının yarısı 64 TL'dir. Buna göre Ersin'in parasının 3 katının 2 eksiğinin kaç TL olduğunu bulunuz.

A) 13

B) 37

C) 85

D) 89

Problem 9 olarak verilen madde, "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözer." kazanımına uygun olarak testin içinde yer almıştır. Öğrenciler Ersin'in parasına x diyerek, (4.x+12) /2=64 denkleminden x'in değerini 29 olarak bulur. Daha sonra 3.x-2 denkleminde x yerine 29 yazılarak sorunun cevabı 85 bulunur.

Problem 10:

Buse 18, annesi 42 yaşındadır. Kaç yıl önce annesinin yaşı Buse'nin yaşının 3 katıdır?

A) 2
B) 3
C) 5
D) 6

Problem 10 olarak verilen madde, "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözer." Kazanımına uygun olarak verilen bir soru olup bu soruda aynı zamanda öğrenciler tarafından denklem kurulması da gerekir. Kaç yıl önce dediği için bu ifadeye x denilerek soru çözülebilir. Bu şekilde denklem 3.(18-x) =42-x olarak kurulur ve x değeri 6 olarak bulunur.

Bu testin iç güvenirliğini test etmek için Kuder-Richarson formülleri kullanılmıştır. Burada doğru cevaplar için 1, yanlış cevaplar için 0 şeklinde puanlama yapılmıştır. Test maddelerinin güçlük indeksleri belirli olup birbirinden farklı olması nedeniyle KR-20 formülü kullanılmıştır. Bu formül aşağıdaki şekildedir (Baykul, 2000):

$$\text{KR - 20} = \frac{K}{K-1}\left(1-\frac{\sum_{j}^{K} p_j.(1-p_j)}{\sigma^2(X)}\right)$$

Bu formülde K madde sayısı, p_j j. maddenin güçlük indeksi ve $\sigma^2(X)$ testin varyansı olup Problem Çözme Testi’nden elde edilen verilerin varyansı 551,05 olarak geçekleşmiştir. Yukarıda belirtilen formüle göre KR-20 güvenirlik katsayısı 0.8962 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuca göre, testin yüksek bir güvenirliğe sahip olduğu sonucuna ulaşılabilir.

3.3.2. Cebir Başarı Testi

Çalışma grubunun uygulama öncesi ve sonrası cebir başarılarının belirlenmesi amacıyla araştırmacı tarafından oluşturulan Cebir Başarı Testi uygulanmıştır. Cebir başarı testi Ek 2’de sunulmuştur. Testi cevaplama süresi için öğrencilere bir ders saati (40 dakika) verilmiş ve öğrencilere çözmeye başlamadan önce test yönergesi tüm sınıfa aynı anda açıklanmıştır. Deney gurubu ve kontrol grubu kendi öğrenim gördükleri sınıflarda test uygulamasına katılmıştır.

Araştırmacı arafından hazırlanan cebir başarı testinin oluşturulmasında, 2018-2019 eğitim öğretim yılı birinci döneminde 7. sınıflar için uygulamada olan MEB matematik öğretim programı cebir öğrenme alanları ve kazanımları dikkate alınmıştur. Cebir Başarı Testi 20 test maddesinden oluşmaktadır. Araştırmacı tarafından, cebir öğrenme alanına ait kazanımlara uygun sorular için müfredat ve kitaplar incelenmiş, bir kazanım için yazılan soru sayısı ise yıllık plan gözönünde bulundurularak belirlenmiştir. Araştırmacı tarafından geçerlilik ve güvenirlik çalışmalarının yapılması amacıyla pilot uygulama yapılmıştır. Tablo 3.5’te, cebir öğrenme alanına ait kazanımlar ve bu kazanımlara uygun hazırlanan soru madde numaraları sunulmuştur.

Tablo 3. 5. Cebir Başarı Testi Maddeleri ve Kazanımlar

Kazanımlar	Sorular
Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.	6, 10, 8
Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.	4, 11
Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.	3, 7, 16, 17
Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	5, 12
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.	1, 2, 20
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözer.	13, 14, 19
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	9, 15, 18

Tablo 3.5’te görüldüğü gibi cebir başarı testi 20 maddeden oluşmaktadır. Araştırmacı tarafından, bir kazanım için yazılan madde sayısı yıllık plan göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Tablo 3.6’da pilot uygulama sonucunda Problem Çözme Testi’ndeki soruların madde güçlük indeksleri (p) ve madde ayırt edicilik indeksleri (r) yorumlarıyla birlikte verilmiştir. Madde güçlük indekselerinin yorumu şu şekildedir: Madde güçlük indeksi “0.85 – 1,00” arasında ise madde “Çok Kolay”, “0,60 – 0,84” ise “Biraz Kolay”, “0,35 – 0,59” ise “Biraz Zor” ve “0.00 – 0,35” ise “Çok Zor” olarak yorum yapılır. Madde güçlüğünün yanında testteki bir sorunun mümkün olduğunca yüksek seviyede ayırt etme gücüne sahip olması istenir. Madde ayırt edicilik indeksi yorumu yapabilmek için madde ayırt edicilik indeksine bakılır ve bu değer “0,40 ve daha fazla” ise madde “Çok İyi”, “0,30 – 0,39” ise “İyi”, “0,10 – 0,29” ise “Yeterli”, “0,01– 0,09” ise “Düşük” ve negatif ise maddede bir belirsizlik olduğu şeklinde yorum yapılır.

Tablo 3. 6. Cebir Başarı Testinde Yer Alan Maddelerin Madde Güçlük ve Madde Ayırt Edicilik İndeksleri ve Madde Yorumları

Soru	Madde Güçlük İndeksi (p) ve Yorumu		Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r) ve Yorumu	
1	0.42	Biraz Zor	0.73	Çok İyi
2	0.77	Biraz Kolay	0.53	Çok İyi
3	0.68	Biraz Kolay	0.33	İyi
4	0.77	Biraz Kolay	0.73	Çok İyi
5	0.87	Çok Kolay	0.33	İyi
6	0.65	Biraz Kolay	0.46	Çok İyi
7	0.45	Biraz Zor	0.80	Çok İyi
8	0.74	Biraz Kolay	0.46	Çok İyi
9	0.71	Biraz Kolay	0.53	Çok İyi
10	0.77	Biraz Kolay	0.33	İyi
11	0.23	Çok Zor	0.66	Çok İyi
12	0.52	Biraz Zor	0.66	Çok İyi
13	0.61	Biraz Kolay	0.80	Çok İyi
14	0.55	Biraz Zor	0.33	İyi
15	0.45	Biraz Zor	0.53	Çok İyi
16	0.68	Biraz Kolay	0,53	Çok İyi
17	0.45	Biraz Zor	0.93	Çok İyi
18	0.65	Biraz Kolay	0.53	Çok İyi
19	0.58	Biraz Zor	0.46	Çok İyi
20	0.45	Biraz Zor	0.73	Çok İyi

Tablo 3.6'da görüldüğü gibi madde güçlük indekslerine bakıldığında soruların %5'i çok kolay, %50'si biraz kolay, %40'ı biraz zor ve %5'i çok zordur. Madde ayırt edicilik

indekslerine bakıldığında ise soruların %20'sinin iyi, %80'inin çok iyi olduğu söylenebilir.

Bu testin güvenirliğini test etmek için istatistiksel paket programı kullanılmıştır. İstatistiksel programında doğru cevaplar için 1, yanlış cevaplar için 0 şeklinde puanlama yapılmıştır. Cronbach Alpha değeri ,913 olarak bulunmuştur. Bu sonuca göre, testin yüksek bir güvenirliğe sahip olduğu sonucuna ulaşılabilir.

3.3.3. Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi

Öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek amacı ile Hart, Kuchemann ve Ruddock tarafından 1998 yılında geliştirilen cebir testinin Türkçe uyarlaması kullanılmıştır (Altun, 2008, s.208). Toplam 27 test maddesinden oluşan Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi'ne ait örnek test maddeleri Ek 3'te verilmiştir. Testi cevaplama süresi için öğrencilere bir ders saati (40 dakika) verilmiş ve öğrencilere çözmeye başlamadan önce test yönergesi tüm sınıfa aynı anda açıklanmıştır. Deney gurubu ve kontrol grubu kendi öğrenim gördükleri sınıflarda test uygulamasına katılmıştır.

Cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testi dört cebirsel seviyeyi içeren 27 sorudan oluşmaktadır. Seviye–1 tamamıyla aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne adı olarak almak suretiyle bir problemi sonuçlandırma veya içerdiği harflere değer vermeden bir işlemi sonuçlandırma şeklindeki soruları içermektedir. Seviye-1'e ait test maddelerine örnek olarak testte beşinci madde olarak yer alan "a+b=43, a+b+2=?" sorusu verilebilir. Seviye-2'de birinci seviyedeki sorularla soyutluluk bakımından aynı olan fakat onlara göre daha karmaşık sorular yer almaktadır. Seviye-2'ye ait test maddelerine örnek olarak testte altıncı madde olarak yer alan "Bir beşgenin kaç tane köşegeni vardır?" sorusu verilebilir. Seviye-3'te harflerin bilinmeyen olarak algılanması ve kullanılmasına ilişkin sorular bulunur. Seviye-3'e ait test maddelerine örnek olarak testte üçüncü madde olarak yer alan "3n'e 4 ekleyip sonucu ifade ediniz." sorusu verilebilir. Seviye-4'te de seviye-3'teki sorularda kullanılan ifadelere benzer ama daha karmaşık yapıdaki genellemeleri içeren sorular yer almaktadır. Seviye-4'e ait test maddelerine örnek olarak testte birinci madde olarak yer alan "2n veya n+2; hangisi daha büyüktür?" sorusu verilebilir. Bu sorularda öğrencilerin harfleri birer bilinmeyen olarak algılaması, bilinmeyeni bir bağıntı veya denklemde kullanması, bir harfi birden fazla sayının bir temsilcisi olarak görmesi gerekmektedir.

Tablo 3.7'de Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi sorularının numaraları ve ait oldukları seviyeler verilmiştir.

Tablo 3. 7. Cebirsel Düşünme Seviyeleri ve Test Maddeleri

Cebirsel Düşünme Seviyeleri	Test Maddeleri
Seviye–1	5, 9, 10, 12, 13, 19
Seviye–2	6, 11, 14, 15, 17, 18, 21
Seviye –3	3, 7, 8, 16, 20, 22, 24, 25
Seviye –4	1, 2, 4, 23, 26, 27

Bu test deney ve kontrol grubundaki öğrencilere problem çözme etkinlikleri öncesinde öntest ve sonrasında sontest olarak cebirsel düşünme seviyelerinin belirlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Testi alan öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için, Seviye–1 sorularından en az dört tanesini (%67si), Seviye–2 sorularından en az beş tanesini (%71), Seviye–3 sorularından en az beş tanesini (%63) ve Seviye–4 sorularından en az altı tanesini (%83) doğru cevaplamaları istenmiştir. Hart ve arkadaşları (1998) ayrıca cebirsel düşüme seviyelerinde bir ardışıklığın söz konusu olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenle, örneğin bir öğrencinin Seviye–3'te olduğuna karar vermek için Seviye–1 ve Seviye–2 için gerekli başarı yüzdelerine ulaşması istenmiştir. Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi, araştırma kapsamında deney ve kontrol grubu öğrencilerine hem öntest hem de sontest olarak uygulanmış ve öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerindeki farklılaşma gözlenmeye çalışılmıştır.

3.3.4. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin problem çözme etkinlikleri öncesi ve sonrası matematik problemi çözme tutumlarının belirlenmesi amacı ile Çanakçı (2008) tarafından geliştirilen Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (MPÇTÖ) kullanılmıştır. Çanakçı (2008), doktora tez çalışmaları sonucu alan yazına kazandırdığı

Problem Çözme Tutum Ölçeği'nin taslak formunu, literatür taraması sonucu bilişsel, duyuşsal, davranışsal ifadelerden oluşan, öğrencilerin sahip olduğu problem çözme tutumlarını belli boyutlarda ölçmeyi amaçlayan 77 maddeden oluşturmuştur. Bu taslak formdaki maddelerden 38 tanesi olumlu, 39 tanesi olumsuz olacak şekilde yazılmış ve aynı anlama gelen maddeler birbiri ardına gelmeyecek şekilde düzenlenmiştir. Taslak formun maddeleri tek tek tartışılmış, bunun yanı sıra uzman görüşleri alınarak ve pilot çalışması yapılarak dilbilgisine uygunluğu ve anlatım bozukluğunun kontrolü yapılmıştır. Ölçek 5'li likert tipinde olup tamamen katılıyorum (A), katılıyorum (B), kararsızım (C), katılmıyorum (D), kesinlikle katılmıyorum (E) şeklinde derecelendirilmiştir. Puanlama aşamasında A, B, C, D ve E dereceleri; olumlu cümleler için sırayla 5, 4, 3, 2 ve 1 ile değerlendirilirken; olumsuz cümleler için bu durum tersine çevrilerek 1, 2, 3, 4 ve 5 şeklinde puanlama yapılmıştır. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nde yer alan olumlu cümleler için beşinci madde olan "Öğretmen bir problemin değişik yollarını göstermelidir." ve olumsuz cümleler için on üçüncü madde olan "Problem çözmeyi sıkıcı bulurum." maddeleri örnek verilebilir.

Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nin geliştirilmesinden sonra taslak formdaki maddelerden elde edilen puanlarla faktör analizi yapılmıştır. Analizler sonucunda ise 0,30'un altında varyans değerine sahip, faktör yük değeri 0,45'in altında kalan ya da mevcut faktörlerin tamamında yüksek yük değerine sahip olan 58 madde taslak formdan çıkarılmıştır. Sonuçta iki faktörde (boyutta) toplam 19 madde kalmıştır. 19 maddenin 10 tanesi birinci boyutta ve 9 tanesi ikinci boyutta yer almıştır. İlk boyutta yer alan 10 madde, genel olarak kişinin problem çözmeyi sevip sevmediği, problem çözerken sıkılıp sıkılmadığı ya da zorlanıp zorlanmadığı ile ilgili duygu, inanç ve davranışlarını yansıtan maddeler olduğundan dolayı bu boyut "Hoşlanma Boyutu" olarak isimlendirilmiştir. Bu boyuttaki maddelerin faktör yükleri 0.569 ile 0.793 arasında değişmiş ve yük değerleri oldukça iyi olarak değerlendirilmiştir. İkinci boyutta yer alan 9 madde ise, genel olarak kişinin problem çözme öğretimi aşamasında kendi, öğretmen ve süreç ile ilgili duygu, inanç ve davranışlarını yansıttığı için "Öğretim Boyutu" olarak isimlendirilmiştir. Bu boyuttaki maddelerin faktör yükleri 0.490 ile 0.722 arasında değişmiştir. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nin Hoşlanma Boyutu ile yüksek ($r=0.883$) ve Öğretim Boyutu ile orta ($r=0.668$) ilişki vardır. İki boyut arasındaki ilişki düşük ($r=0.268$) olarak gerçekleşmiş ve bu durum iki boyutun birbirinden bağımsız olduğunun bir göstergesi olduğu belirtilmiştir. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nde yer alan Hoşlanma Boyutuna ait cümleler için dördüncü madde olan "Problem çözmekten çok hoşlanırım." ve Öğretim Boyutu'na cümleler için on birinci madde olan "İşlem (toplama, çıkarma…) yapabilmek, çoğu problemin çözülebilmesi için gereklidir." maddeleri örnek verilebilir. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nin geliştirilmesi çalışmasında bir sonraki aşamada madde analizleri yapılmıştır. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nin çarpıklık (z=-0.037, p>0.05) ve basıklık (z=-2.816, p>0.05) katsayıları ve ayrıca uygulanan Kolmogorov-Smirnov Testi sonuçları (z=1.163, p>0.05) verilerin normal dağılama uygun olduğunu göstermiştir. Testin Cronbach Alfa iç tutarlılık katsayısı (r=0.848, p<0.05), 0.80 değerinden büyük olduğu için yüksek bir güvenirliğe sahip olduğu, başka bir deyişle maddelerin aynı özelliği ölçtüğü ifade edilmiştir. Ayrıca güvenirliği etkileyen farklı uygulamalarda tutarlı sonuçlar vermesi durumunu incelemek için test tekrar test yöntemi kullanılmıştır. İlk uygulama yapıldıktan dört hafta sonra çalışma grubundan 108 kişiye tekrar ölçek uygulanmış ve belli bir süre geçtikten sonra aynı gruba ölçme aracı tekrar uygulanarak, iki uygulamadaki ölçümler arasında (t=-0.904, p>0.05) anlamlı bir farklılık göstermediği vurgulanmıştır. Ayrıca iki uygulama arasında hesaplanan Pearson Momentler Çarpımı Korelâsyon Katsayısı (r=0.887, p<0.05) ilişkinin yüksek derecede olduğunu göstermiştir. Araştırmada kullanılan ve Çanakçı (2008) tarafından gelişim aşamaları yukarıda açıklanan Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'ne ait örnek maddeler Ek 4'te verilmiştir. Öğrenciler çözmeye başlamadan önce test yönergesi tüm sınıfa aynı anda açıklanmıştır. Deney gurubu ve kontrol grubu kendi öğrenim gördükleri sınıflarda test uygulamasına katılmıştır.

Çanakçı (2008) öğrenci matematik problemi çözme tutumlarının öğrencilerin bireysel özelliklerine nasıl farklılaştığını da araştırmıştır. Bu çalışmada da dikkate alınan öğrenci bireysel özelliklerinden cinsiyet, anne-baba eğitim durumları, matematik dersi başarıları ve problem çözmek için haftada harcadıkları zamana göre tutumları incelenmiştir. Çanakçı (2008) ilköğretim öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum puanları öğrenci cinsiyetlerine göre farklılaşmamasına rağmen (t=0.631, p>0.05); Matematik Problemi Çözme Tutum Hoşlanma Boyutu puanlarının erkekler lehine (t=-2,396, p<0.05 ve $\overline{X}_{erkek} = 22.02 > \overline{X}_{kız} = 21.35$) ve Matematik Problemi Çözme Tutum

Öğretim Boyutu puanlarının kızlar lehine (t=-2,833, p<0.05 ve $\overline{X}_{kız} = 37.83 > \overline{X}_{erkek} = 36.89$) bozulduğu ifade etmiştir.

3.3.5. Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerini belirlemek için Kızılkaya ve Aşkar tarafından 2009 yılında geliştirilen Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği (PÇYYDBÖ) kullanılmıştır (Kızılkaya & Aşkar, 2009). Problem Çözmeye yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği'ne ait örnek maddeler Ek 5'te verilmiştir. Öğrenciler çözmeye başlamadan önce test yönergesi tüm sınıfa aynı anda açıklanmıştır. Deney gurubu ve kontrol grubu kendi öğrenim gördükleri sınıflarda test uygulamasına katılmıştır.

Maddeler araştırmacılar tarafından problem çözme aşamaları düşünülerek matematik dersine yönelik olarak yansıtıcı düşünme sürecinde gerçekleştirilen eylemlerin üç ana noktası ele alınarak üç boyutta (sorgulama, değerlendirme ve nedenleme) hazırlanmıştır. Taslak halinde hazırlanan ölçek 30 kişiye uygulanmış ve 2 ayrı okuldan 16 öğrenciyle görüşme yapılmıştır. Bu görüşmeler sonucu bazı maddeler değiştirilmiş ve tekrar düzenlenmiştir. Ölçek 14 madde içermektedir. (5 madde sorgulama, 5 madde değerlendirme, 4 madde nedenleme boyutu). Ölçeğin boyutları arasındaki ilişki incelendiğinde sorgulama ve değerlendirme boyutları arasında 0.90, değerlendirme ve nedenleme boyutları arasında 0.82, sorgulama ve nedenleme boyutları arasında 0.96 değerinde çift yönlü ilişki olduğu görülmektedir. Faktörlerin güvenirlik kanıtları için Cronbach Alfa değerleri incelenmiştir. Analiz sonucuna göre, sorgulama faktörünün değeri 0.73, nedenleme faktörünün değeri 0.71, değerlendirme faktörünün değeri ise 0.69 olarak bulunmuştur. Ölçek maddelerinin tümü için bu değer 0,83 olarak hesaplanmıştır. Toplanan verilere doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır. Verilerin faktör analizine uygunluğunu belirlemek amacıyla KaiserMeyer-Olkin (KMO) ve Bartlett testi yapılmıştır. KMO değeri "0.872" ve Bartlett's Test of Sphericity değeri 1084.329 olarak bulunmuştur (p< 0.01). Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeğinin geçerlik çalışmaları çerçevesinde doğrulayıcı faktör analizi sonucu uyum indeksleri GFI= 0,92, AGFI= 0,89, NNFI= 0,93, CFI= 0,95, RMSR= 0,08, RMSEA= 0.071 olarak hesaplanmıştır. Ölçek maddeleri 5'li likert tipine göre puanlanmıştır. Puanlama, maddeyi okuyan öğrencinin o maddedeki eylemi gerçekleştirme sıklığını göz önünde bulundurarak cevap vermesine göre tasarlanmıştır. Maddelerin içerdiği eylem sıklıkları "Her zaman", "Çoğu zaman", "Bazen", "Nadiren", "Hiçbir zaman" seviyelerinde düzenlenmiştir. Bu seviyeler; Her zaman=5, Çoğu zaman=4, Bazen=3, Nadiren=2, Hiçbir zaman=1 olarak puanlanmıştır. Ölçek toplam puanı, 14 maddeye verilen cevapların bu puanlar cinsinden toplamı şeklinde oluşturulmuştur. Toplam puanın büyüklük derecesi, yansıtıcı düşünme becerisine sahip olma derecesi şeklinde yorumlanmaktadır. Bulgular incelendiğinde problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeği puanlarının cinsiyete göre anlamlı olarak faklılık gösterdiği görülmektedir ($p< 0.01$). Kız ve erkek öğrencilerin ölçekten elde ettikleri ortalama puanlara göre bu farklılık kız öğrenciler lehine görünmektedir.

3.3.6. Etkinlik Gözlemleri

Gözlemci öğretmen öğretmenlik hayatında ikinci yılında olan bir İngilizce öğretmeni olup araştırmacı ile birlikte problem çözme etkinliklerinin gerçekleştiği derslere katılmış ve dersleri gözlemleyerek bunları etkinlik gözlem raporlarına aktarmıştır. Yapılandırılmamış gözlemlerde gözlem, davranışın gerçekleştiği ortamda yapılır ve gözlemci dilediği şekilde not tutabilir, bilgi toplamada özgürdür (Balcı, 2005). Etkinlikler sırasında gözlemci sınıfın köşesinde onun için ayrılan yerde oturmuş ve ders akışına herhangi bir müdahelede bulunmadan gözlemlerini elinde bulunan boş kağıtlara not almıştır. Araştırmacı tarafından gözlemci öğretmene didaktik durumlar teorisi anlatılarak sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşaması sırasında neler yaşanacağı anlatılmıştır. Gözlemci, a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların her birinde o günkü ders gözlemlerini problem çözme aşamalarına uygun olarak gözlem raporlarına aktarmıştır. Gözlem raporlarında didaktik durumlar teorisinde yer alan sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamaları için sınıfta geçen süreyi yazmış, bu aşamalarda neler olduğunu hangi fikirlerin ortaya çıktığını not almıştır. Araştırmacı, problem çözme etkinlikleri sırasında sınıfta yaşananları aktarırken kamera kaydı olmadığı için bu notlardan faydalanmıştır.

3.4. Problem Çözme (Öğretim) Etkinlikleri

Bu çalışmada beş tane rutin olmayan problem çözme etkinliği kullanılmıştır. Bu problemler Didaktik Durumlar Teorisi'ne uygun olarak öğretmen ve öğrenci rolleri açıkça belirtilerek planlanmış ve bu planlar çerçevesinde problem çözme etkinlikleri deney grubunda uygulanmıştır.

3.4.1. Araştırmada Kullanılan "Kim Önce 20 Diyecek?" İsimli Problem Çözme Etkinliği

Çalışmada öğrencilere sunulan ve Tablo 3.8'de verilen ilk problem durumu, Brousseau'nun çalışmalarında da yer alan "Kim önce 20 diyecek?" isimli ve oyun temelli bir etkinliktir. Problem 7. sınıf öğrencileri tarafından rutin işlemlerle hemen çözülemeyecek kadar zor olduğundan rutin olmayan bir problem olduğu düşünülmüştür.

Tablo 3. 8. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

"Kim Önce 20 Diyecek?": Bir oyuncu 1 veya 2 diyerek oyuna başlar (1 dediğini kabul edelim). Diğer oyuncu rakibinin söylediği sayıya 1 veya 2 ekleyebilir (yani 2 veya 3 diyebilir). Oyuncular bu şekilde birbirlerinin söyledikleri sayıya 1 veya 2 ekleyerek yeni bir sayı söylerler. İlk önce 20 sayısını söyleyebilen oyuncu oyunu kazanır.

Bu problemin çözümünde kullanılacak DDT'ne uygun uygulama planı Tablo 3.9'da verilmiştir. Aşamalarda meydana gelecek durumlar ve bu aşamalar sırasında etkin aktörün kim ya da kimler olacağı ile etkileşimin kimler arasında olacağı ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tablo 3. 9. Problemin Çözümünde DDT’nin Aşamaları İçin Uygulama Planı

Aşamalar	**Durumlar**	**Etkin Aktör**	**Etkileşim**
Sorumluluk Devretme	Problemin anlaşılması için kuralların tahtaya yazılması ve problemi oyun bağlamında çözmek için öğretmen ve 3 öğrenci arasında daha sonra tahtada iki öğrenci arasında oynanması	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci
Eylem	Oyun bağlamında problemin sınırlandırılmış çözümlerinin analiz edilmesi (oyunlar önce grup içinde sonra gruplar arasında oynanmıştır). Hamleleri dikkatlice analiz etme.	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-ortam (Öğrenci-öğrenci etkileşimi, grup içi tartışma)
İfade Etme	Problemin sınırlandırılmış çözümlerini sentezleyerek genel çözüme yönelik hipotezler elde etme. Kazandıran kuralı belirlemeye yönelik hipotez geliştirme.	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğretmen-öğrenci
Doğrulama	Oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi. Söylendiğinde oyunu kazandıran sayıların ve artma miktarının belirlenmesi.	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-öğrenci (Bütün sınıf tartışması)
Kurumsallaştırma	Öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve 20 yerine başka sayılar olduğunda da çözüm yaklaşımlarının nasıl olacağının gösterilmesi.	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci

3.4.2. Araştırmada Kullanılan "Sezar ve Esirleri" İsimli Problem Çözme Etkinliği

Çalışmada öğrencilere sunulan ikinci problem durumu Tablo 3.10'da verilmiştir. Uygulamada kullanılan bu problem popüler matematik kaynaklarında "dolap problemi" olarak geçmektedir ve değişik versiyonları bulunmaktadır. Zembat'ın (2008) yaptığı çalışmasında "Sezar ve esirler" isimli problem kullanılmıştır ve bu problem incelendiğinde problemin 7. sınıf öğrencilerinin rutin işlemlerle hemen çözemeyeceği derecede zor olduğu görülmektedir. Dolayısıyla problemin bu öğrenciler için rutin olmayan bir problem olduğu söylenebilir.

Tablo 3. 10. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Sezar ve Esirler: Bir savaş sonrası Sezar 100 esir ele geçirmiş, bunların her birini birer hücreye kapatarak başlarına birer muhafız bıraktırmıştır. Hücreleri açmak-kapamak için sadece bir anahtar kullanılmaktadır. Bu anahtarla herhangi bir hücrenin kapısı bir kez çevrildiğinde kapı açıksa kapanmakta, kapalıysa açılmaktadır. Doğum gününde Sezar, bu esirlerin bazılarını serbest bırakmak istemiştir. Bunun için aşağıdaki talimatları vermiştir.

Bütün hücreler 1'den 100'e kadar numaralandırılsın ve kapıları kapatılsın. 1. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 1'den 100'e kadar tüm hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. 2. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 2, 4, 6, … ,100 numaralı hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. 3. hücrenin muhafızı 3, 6, 9, … ,99 numaralı hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. Bu şekilde devam ederek 100. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 100 numaralı hücrenin kilidini çevirsin. Bu işlemler sırasında esirler hücrelerinden çıkmamıştır. En sonunda Sezar esirlere "Hücre kapısı açık olanlar serbesttir" diye seslenmiştir. Buna göre hangi hücrelerdeki esirler kurtulmuştur?

Problemin çözümünde kullanılacak DDT'ne uygun uygulama planı Tablo 3.11'de verilmiştir. Aşamalarda meydana gelecek durumlar ve bu aşamalar sırasında etkin aktörün kim ya da kimler olacağı ile etkileşimin kimler arasında olacağı ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tablo 3. 11. Problemin Çözümünde DDT'nin Aşamaları İçin Uygulama planı

Aşamalar	Durumlar	Etkin Aktör	Etkileşim
Sorumluluk Devretme	Problemin sınırlandırılmış biçimini oyun bağlamında çözmek için başlangıç stratejisinin gösterilmesi Başlangıç stratejisi kullanılarak ilk 100 sayma sayı ile numaralanmış hücrelerden herhangi birindeki esirin kurtulup-kurtulmadığını belirleme	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci
Eylem	Oyun bağlamında problemin sınırlandırılmış çözümlerinin analiz edilmesi (oyunlar önce sıra arkadaşıyla sonra gruplar arasında oynanmıştır). İlk 100 hücreden hangilerinin açık kalacağını belirlemeye yönelik stratejiler geliştirme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-ortam (öğrenci-öğrenci etkileşimi, grup içi tartışma)
İfade Etme	Problemin sınırlandırılmış çözümlerini sentezleyerek genel çözüme yönelik hipotezler elde etme. 100 hücrenin hangilerinin açık kalacağını belirlemeye yönelik hipotez geliştirme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğretmen-öğrenci
Doğrulama	Oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi. İlk 100 sayma sayıdaki karesel sayıları belirleme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-öğrenci (Bütün sınıf tartışması)
Kurumsallaştırma	Öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi. Karesel sayıların tanımı ve özelliklerini açıklanması	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci

3.4.3. Araştırmada Kullanılan "Buğday Satışı" İsimli Problem Çözme Etkinliği

Erdoğan, Gök ve Bozkır'ın (2014) yaptıkları çalışmada kullanılan ve araştırmacılar tarafından DDT'ne uygun oluşturulmuş problem, öğrencilere üçüncü problem durumu olarak verilmiştir. Bu problem araştırmacı tarafından "Buğday Satışı" olarak isimlendirilmiş ve Tablo 3.12'de sunulmuştur. Bu problem incelendiğinde problemin 7. sınıf öğrencileri tarafından rutin işlemlerle hemen çözülemeyecek düzeyde olduğu görülmektedir. Dolayısıyla problemin bu öğrenciler için rutin olmayan problem kategorisinde olduğu söylenebilir.

Tablo 3. 12. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Buğday Satışı: Eski zamanlarda, bir köyde yaşayan Ali, Mehmet ve Tarık Beylerin ailelerinin bir yıllık buğday tüketiminin eşit olduğu biliniyor. Ali Bey ve Mehmet Bey çiftçidir. Ali Bey 3 dönüm ve Mehmet Bey 5 dönüm araziye sahiptir. İki çiftçi de tarlalarına buğday ekmişlerdir. Buğdayı hasat ettiklerinde her dönümden eşit miktarda ürün elde ettiklerini görüyorlar. Ali ve Mehmet Beyler ailelerinin yıllık ihtiyacı olan buğdayı kendilerine ayırdıktan sonra ellerinde fazladan kalan buğdayları birleştirerek köyün öğretmeni Tarık Bey'e satıyorlar. Tarık Bey'in aldığı buğdaylar ailesinin bir yıllık buğday ihtiyacını tam olarak karşılamıştır. Tarık Bey'in ailesinin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğuna göre, Ali ve Mehmet Beylerin her biri, Tarık Bey'e kaçar ton buğday satmıştır?

Problemin çözümünde kullanılacak DDT'ne uygun uygulama planı Tablo 3.13'te verilmiştir. Aşamalarda meydana gelecek durumlar ve bu aşamalar sırasında etkin aktörün kim ya da kimler olacağı ile etkileşimin kimler arasında olacağı ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tablo 3. 13. Problemin Çözümünde DDT'nin Aşamaları İçin Uygulama Planı

Aşamalar	**Durumlar**	**Etkin Aktör**	**Etkileşim**
Sorumluluk Devretme	Öğrencilerden problemi okumalarını ve kendi cümleleriyle problemi ifade etmelerini isteme. Öğretmenin problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmesi.	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci
Eylem	Her öğrencinin geçmiş bilgilerini işe koşarak çözüm önerilerini bireysel olarak düşünmesi istenmesi ve çözümlerin grup içinde tartışılması	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-ortam (öğrenci-öğrenci etkileşimi, grup içi tartışma)
İfade Etme	Genel çözüme yönelik hipotezler elde etme. Grup sözcülerinin buldukları çözümleri boş bir kâğıda yazması ve çözüm önerilerinde bulunması	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğretmen-öğrenci
Doğrulama	Oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi.	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-öğrenci (Bütün sınıf tartışması)
Kurumsallaştırma	Öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi. Çözümün hem denklemler hem de farklı yollarla çözülmesi.	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci

3.4.4. Araştırmada Kullanılan “Bilye Paylaşımı” İsimli Problem Çözme Etkinliği

Tablo 3.14’te sunulan ve DDT’nin çerçevesi dikkate alınarak araştırmacı tarafından tasarlanan “Bilye Paylaşımı” isimli problem, öğrencilere dördüncü problem durumu olarak verilmiştir. Bu problem 7. sınıf öğrencileri tarafından rutin işlemlerle hemen çözülemeyecek kadar zor olduğundan rutin olmayan problem kategorisinde olduğu düşünülmüştür.

Tablo 3. 14. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Bilye Paylaşımı: “Bir kutuda bulunan bilyeleri Fatih ve Gülbahar sırasıyla şu şekilde paylaşıyorlar. Fatih 1 tane alıyor, sonra Gülbahar 2 tane alıyor. Fatih 3 tane alıyor, sonra Gülbahar 4 tane alıyor. Bu kurala göre kişilerin alacakları bilye sayıları artarak devam ediyor ve kutuda en son kalan bilyeleri de sıra kimdeyse o kişi alıyor. Fatih toplam 105 bilye aldığına göre, Gülbahar toplam kaç bilye almıştır?”

Problemin çözümünde kullanılacak DDT’ne uygun uygulama planı Tablo 3.15’te verilmiştir. Aşamalarda meydana gelecek durumlar ve bu aşamalar sırasında etkin aktörün kim ya da kimler olacağı ile etkileşimin kimler arasında olacağı ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tablo 3. 15. Problemin Çözümünde DDT’nin Aşamaları İçin Uygulama Planı

Aşamalar	Durumlar	Etkin Aktör	Etkileşim
Sorumluluk Devretme	Öğrencilerin problemi okumaları ve problemin öğrenciler tarafından anlaşılması için 2 öğrencinin soruyu drama etmelerini isteme. Öğretmenin problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmesi.	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci

Tablo 3.15: Problemin Çözümünde DDT'nin Aşamaları İçin Uygulama Planı (Devamı)

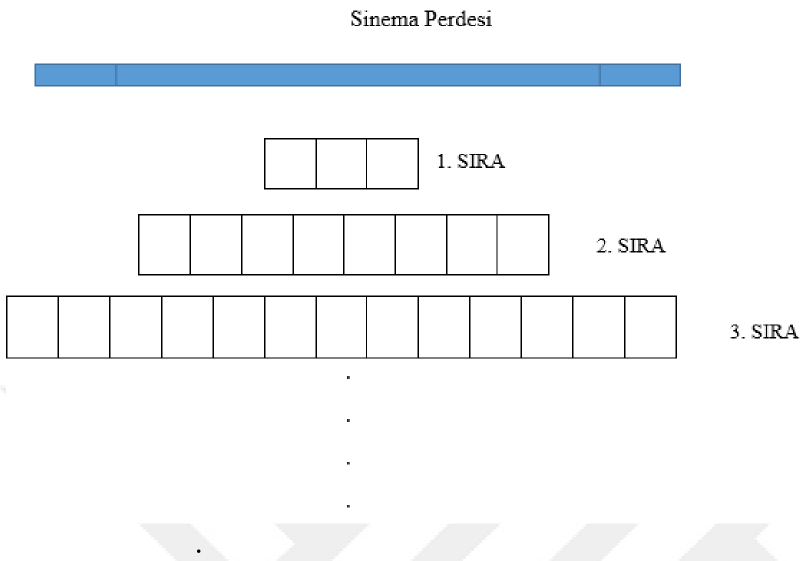
Eylem	Öğrencilerin önce tek başına çözüm için fikir üretmesi. Ardından grupların kendi içinde çözümü bulmaya yönelik stratejiler geliştirmesi	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-ortam (öğrenci-öğrenci etkileşimi, grup içi tartışma)
İfade Etme	Problemin sınırlandırılmış çözümlerini sentezleyerek genel çözüme yönelik hipotezler elde etme. Sorunun çözümü ile ilgili hipotez geliştirme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğretmen-öğrenci
Doğrulama	Oyun bağlamında hipotezlerin değerlendirilerek genellemelere ulaşılması problemin çözülmesi. Tek ve çift sayıların toplamının bulunması	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-öğrenci (Bütün sınıf tartışması)
Kurumsallaştırma	Öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi. Tek ve çift sayıların toplamı ile ilgili formülün bulunması.	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci

3.4.5. Araştırmada Kullanılan "Sinema Koltukları" İsimli Problem Çözme Etkinliği

Araştırmacı tarafından DDT çerçevesi dikkate alınarak tasarlanan "Sinema Koltukları" isimli problem Tablo 3.16'da verilmiştir. Bu problem, 7. sınıf öğrencilerinin rutin işlemlerle hemen çözemeyeceği kadar zor olduğu düşünüldüğünden, rutin olmayan problem kategorisinde olduğuna karar verilmiş ve öğrencilere beşinci problem durumu olarak sunulmuştur.

Tablo 3. 16. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Sinema Koltukları:



Bir açıkhava sinema salonunun koltuk düzeni yukarıdaki gibidir. Bu sinema salonundaki koltukların bilet fiyatları koltuğun bulunduğu sıra numarasına göre aşağıdaki tablodaki gibi değişkenlik göstermektedir.

SIRA NO	1 KOLTUK İÇİN BİLET FİYATI
1. SIRA	71 tl
2. SIRA	68 tl
3. SIRA	65 tl

Deniz ve sınıf arkadaşları toplu olarak sinemaya gitmeye karar verirler. Fakat sinemada oturdukları koltuk sırasının sadece onlara ait olmasını istemektedirler. Bilet gişesindeki görevli bu isteklerine uygun bir sıradaki koltuğun fiyatının 20 tl olduğunu söylemiştir.

Buna göre Deniz'in sınıfı kaç kişiliktir?

Tablo 3.17'de problemin çözümünde kullanılacak DDT'ne uygun uygulama planı verilmiştir. Aşamalarda meydana gelecek durumlar ve bu aşamalar sırasında etkin aktörün kim ya da kimler olacağı ile etkileşimin kimler arasında olacağı ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tablo 3. 17. Problemin Çözümünde DDT'nin Aşamaları İçin Uygulama Planı

Aşamalar	**Durumlar**	**Etkin Aktör**	**Etkileşim**
Sorumluluk Devretme	Öğrencilerden problemi okumalarını ve kendi cümleleriyle problemi ifade etmelerini isteme. Öğretmenin problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmesi.	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci
Eylem	Her öğrencinin geçmiş bilgilerini işe koşarak çözüm önerilerini bireysel olarak düşünmesini istenmesi ve çözümlerin grup içinde tartışılması	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-ortam (öğrenci-öğrenci etkileşimi, grup içi tartışma)
İfade Etme	Genel çözüme yönelik hipotezler elde etme. Grup sözcülerinin buldukları çözümleri boş bir kâğıda yazması ve çözüm önerilerinde bulunması	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğretmen-öğrenci
Doğrulama	Oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi.	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-öğrenci (Bütün sınıf tartışması)
Kurumsallaştırma	Öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve problemin iki örüntü ile aşamalı olarak çözülmesi	Öğretmen	Öğretmen- öğrenci

3.5. Verilerin Toplanması

Veri toplama araçlarının ve problem çözme etkinliklerinin deney grubundaki uygulama sırası ve uygulama amaçlarına Tablo 3.18'de yer verilmiştir.

Tablo 3. 18. Veri Toplama Araçları Uygulama Süreci

	Veriler	Uygulama	Amaç
Uygulama Öncesi	1. Cebir Başarı Testi 2. Problem Çözme Testi 3. Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi 4. Matematiksel Problem Çözme Tutum Ölçeği 5. Problem Çözme Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği	Öntest Öntest Öntest Öntest Öntest	Öğrencilerin uygulama öncesi hangi seviyede olduklarını belirlemek için nicel verileri elde etmek.
Uygulama Süreci	1. Problem Çözme Etkinliği 2. Problem Çözme Etkinliği 3. Problem Çözme Etkinliği 4. Problem Çözme Etkinliği 5. Problem Çözme Etkinliği	Öğrencilerle Ders Sırasında Çalışılan Problem Çözme Etkinlik Kağıtları. Gözlemcinin Ders Gözlem Raporları.	Problem çözme etkinlikleri sırasında öğrencilerin düşünce biçimlerini nitel veri şeklinde elde etmek.
Uygulama Sonrası	1. Cebir Başarı Testi 2. Problem Çözme Testi 3. Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi 4. Matematiksel Problem Çözme Tutum Ölçeği 5. Problem Çözme Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği	Sontest Sontest Sontest Sontest Sontest	Öğrencilerin uygulama sonrası hangi seviyede olduklarını belirlemek için nicel verileri elde etmek.

Kontrol grubunda ise uygulama öncesi ve uygulama sonrasında Tablo 3.18'de belirtilen Cebir Başarı Testi, Problem Çözme Testi, Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi, Matematiksel Problem Çözme Tutum Ölçeği ve Problem Çözme Yansıtıcı Düşünme

Beceri Ölçeği uygulanmıştır. Kontrol grubunda ise uygulama sürecinde rutin problem çözme etkinlikleri uygulanmıştır.

3.6. Verilerin Çözümlenmesi

Verilerin çözümlenmesi giriş bölümünde yer alan alt problemler bağlamındaki sırayla yapılmıştır. Bu nedenle araştırmanın birinci alt problemi bağlamında a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözme basamaklarında ne yaşadığının betimlenmesi amacıyla veriler; çalışma kağıtlarından, gözlem raporlarından ve araştırmacının gözlemlerinden elde edilerek sorumluluğu devretme, eylem, ifade etme, doğrulama, kurumsallaştırma aşamalarına uygun değerlendirme rubrikleri ile öğrenci problem çözme başarıları ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu süreçteki öğrenci düşünmeleri nitel veri analiz aşamalarına uygun olarak kodlar oluşturularak bu kodların tema ve göstergeleri bağlamında yorumlanmasıyla öğrenci problem çözme süreci ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

İkinci alt probleme ait elde edilen nicel veriler istatistiksel paket program kullanılarak analiz edilmiştir. Grup içi karşılaştırmalar ile öntest ve sontest puanları arasındaki farklar incelenmiştir. Verilerin normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla Kolmogorov-Simirnov Testi kullanılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının homojenliğini test için verilerin normal dağılım gösterdikleri gözlenen veriler için Tek yönlü Anova Testi kullanılmıştır. Tek yönlü varyans analizi, ilişkisiz iki ya da daha çok örneklem ortalaması arasındaki farkın sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test etmek üzere uygulanır. Anova'nın uygulanması için bağımlı değişkene ait puanların en az aralık ölçeğinde olması, puanlar bağımlı değişkende etkisi araştırılan faktörün her bir düzeyince normal dağılım göstermeli, ortalamalı karşılaştıracak örneklemlerin ilişkisiz olması ve bağımlı değişkene ilişkin varyanslar her bir örneklem için eşit olmalı ve bu varsayımın geçerliği için Levene F testi ile incelenmektedir. İlişkisiz iki grup arasındaki firkin anlamlılığı için yapılacak Anova ile hesaplanacak F, aynı veriler için yapılacak ilişkisiz t-testi ile bulunacak t değerinin kareköküne eşit olur ve manidarlık düzeyi (p) değişmez, dolayısıyla sonuç değişmez. İki grup için Anova uygulanmış ve iki ortalama puan arasındaki fark anlamlı bulunmuşsa, t-testinde olduğu gibi ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılır (Büyüköztürk, 2002). İlişkisiz

Normal dağılım sergilemeyen veriler için testlerin nonparametik alternatifleri ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Kruskal Wallis tekniği, ilişkisiz iki ya da daha çok örneklem ortalamasının birbirlerinden anlamlı farklılık gösterip göstermediğini test eder. Analizde k tane örneklemin bir bağımlı değişkene ait puanları karşılaştırılır. Bu test, bağımlı değişkenin en az aralık ölçeğinde olmasını gerektirir. Analiz, puanların grup değişkenine göre oluşturulan her bir alt grupta normal dağılım ve varyanslarının eşitliği varsayımlarını gerektirmediği için tek yönlü varyans analizine alternative bir tekniktir. Kruskal Wallis testi, az sayıda denekten oluşan tek faktörlü gruplararası deneysel çalışmalarda grupların bir değişkene ait puanları arasında gözlenen farkın anlamlılığını test etmede kullanılır. Bu işlem, parametric bir test olan tek yönlü Anova'nın normallik varsayımının karşılanmadığı durumlarda önerilir. Araştırma sorusu, Anova'da olduğu gibi, fark ya da ilişki türünden sorulabilir (Büyüköztürk, 2002).

BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın birinci alt problemi olan "A-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencileri problem çözme basamaklarında (sorumluluğu devretme, eylem, ifade etme, doğrulama, kurumsallaştırma) ne yaşamaktadırlar?" ve ikinci alt problemi olan "A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların 7. sınıf öğrencilerinin; cebir başarılarına, cebirsel düşünme seviyelerine, problem çözme başarılarına, matematik problemi çözme tutumlarına ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine etkisi var mıdır?" sorularına ait bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Birinci Alt Problem Bağlamında Elde Edilen Bulgular

Araştırmacı tarafından, birinci alt problem kapsamında öğrencilerin a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında, problem çözme basamaklarında neler yaşadıkları betimlenmiştir. Bu problem çözme basamakları beş basamaktan oluşmakta olup bu basamaklar sırasıyla sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamalarıdır. Araştırmacı, her bir aşamada sınıf ortamında yaşananları betimlerken öğretmenlikte ikinci yılında bulunan İngilizce öğretmeni gözlemci tarafından tutulan gözlemci raporlarından yararlanmış ve son aşama olan kurumsallaştırma aşamasından sonra, uygulanan o problem çözme etkinliği ile ilgili genel gözlemlerini aktarmıştır. Araştırmacı, genel gözlemlerini aktardıktan sonra o problem çözme etkinliği ile ilgili öğrencilerin problem çözme etkinliği boyunca üzerine çözüm için fikirlerini aktardıkları problem çözme örnek etkinlik kağıtlarını sunmuş ve değerlendirmelerde bulunmuştur. A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların

4.1.1. "Kim 20 Diyecek Problemi" nin A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamalar ile Çözümüne Ait Bulgular

"Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur." kazanımı kapsamında seçilen Tablo 4.1'de verilen "Kim Önce 20 Diyecek?" isimli rutin olmayan problemin çözümünde öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler ve öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler, uygulama öncesinde araştırmacı tarafından belirlenmeye çalışılmıştır.

Tablo 4. 1. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

"Kim Önce 20 Diyecek?": Bir oyuncu 1 veya 2 diyerek oyuna başlar (1 dediğini kabul edelim). Diğer oyuncu rakibinin söylediği sayıya 1 veya 2 ekleyebilir (yani 2 veya 3 diyebilir). Oyuncular bu şekilde birbirlerinin söyledikleri sayıya 1 veya 2 ekleyerek yeni bir sayı söylerler. İlk önce 20 sayısını söyleyebilen oyuncu oyunu kazanır.

Aşağıda birinci problem etkinliği ile ilgili araştırmacının belirlediği bu çözümler verilmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin yapabileceği hatalı çözümlere karşı süreç içinde önlemler almış, özellikle sorumluluk aktarma aşamasında öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümleri dikkate alarak etkinliği yönetmiştir.

Öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler şunlardır:

• Öğrenciler 17 dediklerinde kazandıklarını farkedebilirler. 17 sayısını söylemek için karşı tarafın 15 ya da 16 demesi gerekir. Karşı tarafın bu sayılardan birini söylemesi için de 14 demek gerekir. Bu şekilde düşünerek 3'er 3'er ilerletildiğinde kazanılır. Bu yüzden geriye doğru 17, 14, 11, 8, 5, 2 diyen oyunu kazanıyor şeklinde düşünebilirler.

• Kazandıran sayıların 3'er 3'er azaldığını farkeden öğrenciler "20:3 = 6 işleminde kalan 2 olur. Bu yüzden kazandıran sayılar kuralı 3n+2 olan örüntünün elemanlarıdır" şeklinde bir çözüm sunabilirler.

Öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler şunlardır:

• Öğrenciler 20 sayısı çift sayı olduğundan, çift sayıyı söyleyenin kazandığını öne sürebilirler.

• Öğrenciler 17, 11 gibi sayılar söylediklerinde kazandıklarını farkederek tek sayıyı söyleyenin kazanacağı fikrine sahip olabilirler.

• Öğrenciler, karşılıklı oynadıkları oyunlara göre farklı sayıları (örneğin 16 diyen kazanır, 2 diyen kaybeder) söyleyen kazandı ya da kaybetti şeklinde çıkarımlar yapabilirler.

4.1.1.1. Sorumluluk Aktarma Süreci

Bu aşamada, problemin anlaşılması için kuralların tahtaya yazılması ve problemi oyun bağlamında çözmek için öğretmen ve 3 öğrenci arasında ardından da problemin anlaşıldığı düşünülene kadar iki öğrenci arasında oynanması uygulama planında belirtilmiştir. Bu aşamada etkin aktörün öğretmen ve etkileşimin öğretmen ile öğrenci arasında olması uygulama planında yer almıştır.

Uygulamada öğrenciler önceden planlandığı gibi grup 2 6 kişi, diğer gruplar 5 kişi olacak şekilde 5 ayrı masa etrafında gruplar yerleşmiştir. Öğretmen öğrencilere problemin yazılı olduğu kağıtlardan her gruba birer tane vermiş, oyunun adını ve kuralını belirtmesiyle uygulama başlamıştır. Daha sonra bir öğrenciden şu soru gelmiştir:

Öğrenci: İlla 1 ya da 2 mi arttıracağız? 3 artırsak olmaz mı?

Öğretmen: Soruyu sesli bir şekilde okuyabilir misin?

Öğrenci: (Öğrenci okur) Aaa, evet. Tamam anladım ya 1 ya 2 başka olmaz.

Sonra öğretmen oyunu farklı gruplardan sırayla 3 gönüllü öğrenci ile diğer öğrencilerin de duyabileceği ve görebileceği şekilde oynamıştır. Bu aşamada öğretmen üç oyunda da kazandıran sayıları söyleyerek oyunu kazanacak şekilde oynamıştır. Sonra öğretmen problemin anlaşıldığında emin olmak için oyunun iki öğrenci arasında sesli bir şekilde oynanmasını istemiştir. Bu işlem üç kere yapıldıktan sonra öğretmen oyunun amacına dikkat çekerek şu açıklamayı yapmıştır:

Öğretmen: Çocuklar bu oyundaki amacımız neydi?

Bir öğrenci: 20 söyleyip kazanmak.

Öğretmen: Evet amacımız oyunu kazanmak ve bir oyunu kazanmak için mutlaka stratejiler vardır değil mi? Yani ben 20 sayısını söylemeyi nasıl başaracağım, hangi sayıları söylersem bu oyunu kazanırım. Bu oyunun stratejisini ya da kazandıran sayıları bulmaya çalışacağız. Bunun için de fikirler öne süreceğiz. İleri sürdüğümüz fikirler doğru olmak zorunda değil. Eğer söylediğiniz fikri savunur ve doğrularsanız iki puan alacaksınız. Fakat diğer gruplardan biri bu fikre katılmazsa ve fikrinizi çürütürse o grup da bir puan kazanacak tamam mı? (Öğretmen puanlamayı aynı zamanda tahtaya not eder.)

Bu açıklamadan sonra öğretmen puanları grupların isimlerinin altına yazmak için grupları sırasıyla grup 1 (G1), grup 2 (G2), grup 3 (G3), grup 4 (G4) ve grup 5 (G5) şeklinde tahtaya yazmıştır.

4.1.1.2. Eylem Süreci

Bu aşamada, oyunların önce grup içinde sonra gruplar arasında oynanarak öğrencilerin hamleleri dikkatlice takip ederek oyun bağlamında problemin sınırlandırılmış çözümlerinin analiz edilmesi uygulama planında belirtilmiştir. Bu aşamada etkin aktör öğrenci, öğretmen ise rehber durumundadır. Etkileşim öğrenci ile ortam arasında yani öğrenci-öğrenci etkileşimi ve grup içi tartışmalar vardır.

Eylem süreci sorumluluk aktarma sürecine paralel bir şekilde gelişmiştir. Bu süreç öğrencilerin kendi grupları içinde oynamasıyla başlamıştır. Ardından farklı gruplardan iki öğrencinin bu oyunu oynamasıyla sona ermiştir. Grup içi oyunlarda sürekli aynı kişiler oynamasının engellenmesi ve gruplarda oynamayan öğrencinin olmaması için öğretmen sınıf içinde dolaşmış ve farklı ikililerin oynaması için öğrencileri teşvik etmiştir. Gruplar arası oynanan üç oyunda ise tüm öğrenciler oyuncuların hamlelerini ve oyunu kazananın hangisi olacağını dikkatlice izlemiştir.

4.1.1.3. İfade Etme Süreci

Bu aşamada, problemin sınırlandırılmış çözümlerini sentezleyerek genel çözüme yönelik hipotezler elde etme ve oyunu kazandıran kuralı belirlemeye yönelik hipotez geliştirmenin olacağı uygulama planında yer almıştır. Etkin aktör öğrenci ve öğretmen rehberdir. Etkileşim ise öğretmen ile öğrenci arasındadır.

Bu sürecin bağımsız bir süreç olarak gerçekleşmediği ve doğrulama aşaması ile iç içe olduğu görülmüştür. Farklı gruptan öğrencilerin oynadığı birinci oyun sonunda "17" nin kazandıran bir sayı olduğu tüm gruplar tarafından farkedilmiş ve bir hipotez olarak ifade edilmiştir.

Etkinlik boyunca öğretmen ve öğrenciler hipotez veya fikir öne sürme kelimelerini kullanmışlardır. Öğrencilerin çözüm için açıkça öne sürdüğü düşünceler fikir/hipotez olarak nitelendirilmiştir. Öğrenciler fikirlerini sunmaya başlamış ve her fikirden sonra bu fikirle ilgili sınıfta tartışma yapılmıştır. Bu geçiş tam olarak şu şekilde gerçekleşmiştir:

Öğretmen: Bu oyunu kim oynamak ister? Çocuklar arkadaşlarınızın oyununu dikkatlice takip edin.

Öğretmen tarafından grup iki ve grup dörtten birer öğrenci seçilmiştir.

Tablo 4.2'de bu oyunun G2 ve G4 arasında nasıl oynandığı gösterilmiştir. Oyuna ilk olarak G2 adına oyunu oynayan öğrenci başlamış ve oyunu kazanan öğrenci G4 adına oyunu oynayan öğrenci olmuştur.

Tablo 4. 2. G2 ve G4 Arasında Oynanan Oyun

G2	1		5		8		12		15		18	
G4		3		6		10		13		17		20

G4: 17

G2: 19, hayır 18. Ama ben ikisinde de kaybettim.

G4: Ben 17 dediğimde kesin kazanmış oldum. Çünkü o 1 arttırınca 18 der 2 arttırınca 19 der ben de hemen 20 der kazanırım.

Öğretmen: Yani 17 diyen kazanır. Grup 4'ün bir fikri var, hemen bu fikri tahtaya yazalım.

Görüldüğü gibi eylem ve ifade etme aşaması iç içe geçmiştir. Öğrencilerin oyunu oynamasıyla fikirleri sunması ardı ardına gerçekleşmiştir. Aynı zamanda fikir sunulması bu fikrin doğrulanma sürecini başlatmıştır. Dolayısıyla ifade etme ve doğrulama süreci iç içe bir şekilde gerçekleşmiştir.

4.1.1.4. Doğrulama Süreci

Bu aşamada, söylendiğinde oyunu kazandıran sayıların ve artma miktarının belirlenmesi ile oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi uygulama planında yer almıştır. Doğrulama sürecinde öğretmen rehberken etkin aktör öğrencidir. Etkileşim öğrenciler arasında ve bütün sınıf tartışması ile gerçekleşmiştir.

Etkinliğin onbirinci dakikasından itibaren 17 kazanır fikrinin kanıtlanması ile birlikte doğrulama sürecine geçilmiş ve bu süreç yaklaşık ellibeş dakika devam etmiştir. Araştırma boyunca fikir ve hipotez kavramları aynı anlamda kullanılmıştır. Sunulan fikirler Tablo 4.3'te gösterilmiştir.

Tablo 4. 3. Doğrulama Aşamasında Öne Sürülen Fikirler/Hipotezler

Zaman(dk)	**Hipotez numarası**	**Hipotez**
10:12	H1	17 diyen kazanır
11:45	H2	11 diyen kazanır
15:22	H3	18 diyen kaybeder
17	H4	16 diyen kaybeder
23	H5	16 diyen kazanır
27	H6	19 diyen kaybeder
28	H7	2 artırınca 2 artıralım, 1 artırınca 1 artıralım
36	H8	14 diyen kazanır
42	H9	1'er 1'er artırıp çifleri söyleyen kazanır
45	H10	Çift söyleyen kazanır
52	H11	8 diyen kazanır
56	H12	3n-1 örüntüsü
60	H13	2-5-8-11-14-17 örüntüsü kazanır
65	H14	İlk başlayan kazanır

İfade etme aşamasında Tablo 4.3'te görüldüğü gibi öğrenciler tarafından toplam 14 fikir sunulmuştur Gruplar sunulan bu fikirleri ispatlamaya veya çürütmeye çalışmıştır. Bu süreç, fikri sunan grubun bu fikri ispatlamaya çalışması ve diğer grupların bu fikir üstüne düşünerek sunulan fikre katılması ya da çürütmeye çalışması şeklinde gerçekleşmiştir. Bu aşamada oyun tüm sınıfın duyabileceği ve görebileceği şekilde hipotezleri doğrulamak ya da çürütmek için toplam 17 kez oynanmıştır. Bu oyunların hangi hipotez için oynandığı Tablo 4.4'te gösterilmiştir.

Tablo 4. 4. Hipotezlerin Doğrulama Sürecinde Oynanan Oyun Sayısı

Hipotez numarası	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13	H14
Oyun sayısı	1	2	-	-	-	-	4	3	2	2	1	-	-	2

Altı hipotez için oyuna hiç başvurulmamıştır. İlki "H3: 18 kaybeder", "H4: 16 diyen kaybeder", "H5: 16 kazanır", "H6: 19 diyen kaybeder", "H12: 13n-1 örüntüsü kazanır" ve "H13: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 kazandıran sayılardır" hipotezleri olup öğrencilere açıklama yaparak doğrulanması ya da çürütülmesi güçlük doğurmayan hipotezlerdir. Bu aşamada ortaya atılan fikirlerin nasıl doğrulandığı ya da nasıl çürütüldüğü aşağıda belirtilmiştir.

Grup dört tarafından öne sürülen H1 hipotezi olan "17 kazanır." fikri için tüm gruplar hemfikir olmuş ve bu fikir ortaya atıldığında tüm gruplardan biz onu söyleyecektik şeklinde bir karşılık gelmiştir. Böylece H1 fikri doğrulanmış ve grup dört 2 puan kazanmıştır. H1 hipotezinin ardından grup beş tarafından H2 hipotezi öne sürülmüştür.

G2: 11 diyen kazanır.

Grup beşte bulunan farklı öğrenciler arasında oynanan iki oyun Tablo 4.5 ve Tablo 4.6'da gösterilmiştir.

Tablo 4. 5. G5'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G5.1		3		7		11		13		17		20
G5.2	2		5		8		12		15		19	

Tablo 4. 6. G5’teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G5.4		3		5		9		11		14		17		20
G5.3	1		4		7		10		13		16		18	

Diğer gruplardan bu hipotez ile ilgili itiraz gelmemiştir. Grup beş fikrini doğrulayarak 2 puan kazanmış ve kazandıran sayılardan biri daha bulunmuştur. Kazandıran ikinci sayının bulunması yaklaşık on ikinci dakikada gerçekleşmiştir. Öğrenciler bu aşamada 11 ile 17 arasındaki 14 sayısının da söylenmesi gerektiğini henüz bulamamıştır.

Ardından öğrenciler kaybettiren sayılara odaklanarak H3 ve H4 hipotezlerini öne sürmüş, söylendiğinde oyunun kaybedileceği sayıları belirtmişlerdir. Bu hipotezler doğrudur ancak oyunun amacı dışında kalan fikirler pşarak düşünülmüştür.

H3, grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: 18 diyen kaybeder.

Bu fikirden sonra grup üç söz hakkı istemiştir.

G3: 18 ve 19 diyen zaten kesin kaybedecek, diğeri 20 der. 18 kaybeder demesine gerek yok.

Grup üç, bu açıklamasıyla grup dördün fikrini çürütmemiştir ancak bu düşünce tarzının oyunun kazandıran stratejisine götürmediğini belirtmiştir.

H4, grup bir tarafından ileri sürülmüştür.

G1: 16 diyen kaybeder.

Bu hipotez için oyun oynanmamıştır ancak grup bir ve grup üç şu şekilde bir diyalog yaşamıştır:

G1: Karşı taraf 16 derse ben 17 derim ve kazanırım.

G3: O zaman bir sürü öyle sayı söyleyelim, 17 diyen kazanıyorsa 16 diyenin kaybedeceği zaten belli.

G3: Oyunu kaybetmek için oynamıyoruz ki o 15 derse ben 17 derim 16 demem. O bana 16 dedirtemez ki.

Bu konuşma ile aslında kaybettiren değil kazandıran sayılara odaklanılması gerektiği hissedilmiştir.

H5 hipotezini grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: 16 diyen kazanır.

Bu fikri çürütmek için tüm gruplar söz hakkı istermiştir.

G1: Az önce 16 diyenin kaybedeceğini söyledik, 16 diyenin kazanacağı onun tam tersi demek ki şimdiki yanlış.

G1 bu açılmasıyla H5 hipotezinioyun oynamaya gerek kalmadan çürütmüştür.

H6 fikrini grup iki sunmuştur.

G2: 19 diyen kaybeder.

Bu hipotezin hemen ardından grup birden şöyle bir itiraz gelmiştir:

Ö1: 19 zaten kesin kaybeder bunu söylemeye gerek yok puan kazanmak için söylüyorlar.

H7, grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: Karşı taraf kaç artırırsa ben de o kadar artırırım.

Bunu doğrulamak için G3.2 kazanmak için karşısındaki arkadaşı kaç arttırırsa o kadar artırmıştır ve bu oyun Tablo 4.7'de gösterilmiş.

Tablo 4. 7. G3'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3.1		2	5	9	12	15	18
G3.2	1	3	7	11	13	17	20

Bu oyundan sonra grup dört itiraz etmiştir.

G4: Ama en son o 1 arttırdı sen 2 arttırdın.

G3.2: Son aşama hariç o zamana kadar 1 arttırsa 1 artırmamız, 2 artırırsa 2 artırmamız gerekiyor.

G4: … (grup arkadaşlarına dönerek tartışır.)

Grup üçte iki öğrenci fikirlerini doğrulamak için tekrar oyunu oynamak istemiştir ve G3.3 kazanmak için sunulan hipotezi uygulamıştır. Tablo 4.8'de bu oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 8. G3'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3.1		4	7	9	12	15	18
G3.3	2	6	8	10	14	16	20

Bu oyundan sonra grup beşten itiraz gelmiştir.

G5.1: 16'dan sonra 17 deseydi kazanırdı ama demedi. 18 diyen rakibi kazansın diye uğraştı.

Grup üç oyunu tekrar oynamış ve bu oyunda kazanmak için karşısındaki ne kadar artırırsa o kadar artıran öğrenci G3.1 numaralı öğrenci olmuştur ve Tablo 4.9'da bu oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 9. G3'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3.1		4	7	9	12	15	17	20
G3.3	2	6	8	10	14	16	18	

Öğretmen: Grup üçün fikrini çürütebilecek bir grup var mı? Bir düşünün bakalım bu fikri çürütebilecek misiniz?

Biraz zaman geçtikten sonra grup beş, H7'yi çürütmek için oynamak istemiştir. Tablo4.10'da bu oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 10. G5'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G5.1		3	5	8	11	14	17	20
G5.2	2	4	6	10	12	16	18	

G5.2: Karşımdaki kaç arttırırsa o kadar arttırdım ama kaybettim.

Şeklinde açıklama yaparak H7'yi çürüttüklerini belirtmiştir.

H8 hipotezi grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: 14 diyen kazanıyor.

Tablo 4.11'de grup dördün kendi fikrini doğrulamak için iki öğrenci tarafından oynanan oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 11. G4'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G4.1		3	6	9	12	16	19
G4.5	1	4	7	10	14	17	20

Grup iki bu fikre karşı çıkmış ve Tablo 4.12'de oynadıkları oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 12. G2'deki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G2.1		4	7	10	12	15	17	20
G2.3	2	5	8	11	14	16	19	

Grup dört bu oyundan sonra bu oyunun oynanma şekline şu şekilde karşı çıkmıştır.

G4: O 15 dedikten sonra 17 diyerek kazanabilirdi ama kaybetmek için 16 dedi. Ama amacımız kazanmak.

Öğretmen: İsterseniz bir de farklı gruplardan iki öğrenci oynasın. Dördüncü ve birinci gruptan gönüllü öğrenci var mı?

Tablo 4.13'te farklı gruplardan iki öğrencinin oynadığı oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 13. G1 ve G4'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G1		3	7	9	12	15	19
G4	1	5	8	10	14	17	20

G4: Ben 14 dedikten sonra o ya 15 ya 16 diyebilir, ben o ikisinden birini de söylese 17 deyip kazanırım. Başta 17 dediğimizde 20 sayısını söyleyebildiğimizi bulmuştuk. Yani 14 deyince de kazanıyorum.

Bu şekilde açıklama yaparak grup dört fikrini doğrulamıştır. Böylece kazandıran sayılardan birinin daha bulunması uygulamanın yaklaşık otuz altıncı dakikasında gerçekleşmiştir.

H9, grup üç tarafından sunulmuştur.

G3:1’er 1’er atırıp çiftleri söyleyen kazanır.

Grup üç fikrini doğrulamak için Tablo 4.14’te gösterildiği şekilde oynamıştır.

Tablo 4. 14. G3’teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3.2		3		5		7		9		11		13		15		17		19	
G3.4	2		4		6		8		10		12		14		16		18		20

Bu hipotez için diğer tüm gruplar tarafından bu fikri çürütmek için söz hakkı istenmiştir. Grup beşe söz hakkı verilmiştir.

G5: Oyunun kuralı 1’er 1’er arttırma değil ki neden ikisi de birer birer arttırıyor. Yanlış oynuyorlar.

Bunun üzerine grup üç söz hakkı istemiştir.

G3: Ama biz oynarken 1’er 1’er arttırmayı tercih ettik.

G5: Öyle olunca biri rakibi kazansın diye öyle yapmış oluyor.

Bu diyolog üzerine grup dört de söz hakkı istemiştir.

G4: Bak şimdi karşındaki 18 dediğinde sen oyunu kazanmak için 20 dersin değil mi? Neden 19 deyip rakibine oyunu kazandırıyorsun.

G3: Biz böyle oynayınca çift söyleyen kazanıyor ama.

Öğretmen: Bu oyunu isterseniz birlikte oynayın bakalım kim kazanacak.

Tablo 4.15’te grup dört ve grup üçteki birer öğrenci arasında oynanan oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 15. G4 ve G3'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3	2	5	8	11	13	15	18	
G4	1	4	7	10	12	14	17	20

G3'teki öğrenci oyunda 1'er 1'er arttırdığında her zaman çift söyleyemediğini fark etmiştir. Bu yüzden birer birer arttıran ve çift söyleyen kazanır şeklindeki H9'un doğru olmadığını düşünmüştür. H9 böylece çürütülmüştür.

H9'un doğru olmadığını farkeden grup üç hipotezini biraz daraltarak H10 hipotezini sunmuştur.

G3: Çift söyleyen kazanır.

Tablo 4.16'da grup için fikrini doğrulamak için oynadığı oyun gösterilmiştir.

Tablo 4. 16. G3'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3.1	4	6	10	14	18	20
G3.3	2	5	8	12	16	19

Oyunda G3.3 öğrencisi 19 dediğinde sınıfta bir uğultu oluşmuştur ve oyun sonunda tüm gruplar söz hakkı istemiştir. Grup bire söz hakkı verilmiştir.

G1: Öğretmenim yine aynı şeyi yaptılar. Bir taraf rakibi kazansın diye 18'den sonra 20 demedi 19 dedi. Neden oyunu kazanmak varken 19 desin ki?

G3: Belki şaşırdı ondan dedi.

G1: O zaman hiç kural bulamayız.

Bunun üzerine Tablo 4.17'de gösterildiği gibi grup bir ve grup üç arasında oyun oynanmıştır.

Tablo 4. 17. G1 ve G3'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G3	2	6	8	12	16	18	
G1	1	4	7	10	14	17	20

Oyun sırasında grup üçteki öğrenci, grup birdeki öğrenci 14 dediğinde 14 ve 17'nin kazandıran sayı olduğunu hatırlayarak,

G3: Ama ben 16 dersem kaybederim.

G1: Evet ben 17 deyip kazanacağım.

G3: Çift söyleyince kazanamadım.

Bu şekilde grup üç hipotezlerinin çürütüldüğünü kabul ederek oyun tamamlanmıştır.

H11 hipotezi grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: 8 diyen kazanır.

Ö: Nasıl olduğunu bize kanıtlar mısınız?

G1: Şimdi oyunda ben 8 dersem rakibim ya 9 der ya 10, ben ne derse desin 11 derim. 11'in kazandıran sayı olduğunu zaten bulmuştuk. Öyle olunca ben devam edip kazanırım.

Bu açıklamadan Tablo 4.18'de gösterildiği şekilde grup birdeki iki öğrenci tarafından bu oyun oynanmıştır.

Tablo 4. 18. G1'deki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G1.4		3		7		9		13		15		18	
G1.5	1		5		8		11		14		17		20

Öğretmen: Grup birin fikrini çürütebilecek bir grup var mı düşünün bakalım.

Öğretmen, öğrencileri düşünmeye yönlendirmiştir. Ancak tüm gruplar grup biri desteklemiştir. Böylece kazandıran sayılardan biri daha uygulamanın elli ikinci dakikasında bulunmuştur.

H12 hipotezi grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: 3n-1 örüntüsündeki sayıları söyleyen kazanır.

Öğretmen: Nasıl böyle düşündünüz, bunu arkadaşlarına daha açık bir şekilde anlatır mısınız?

G4: Şimdiye kadar 8, 11, 14 ve 17'yi söyleyen kazanır dedik. n'nin yerine 7 koyarsak cevap 20 olur. 20 diyen zaten kazanıyor. Mesela 5 koyarsak 14 oluyor. 14 sayısı da kazandıran sayıydı. Aynı şekilde 5 ile 7 arasında 6 var. 6'yı n yerine koyarsak bu sefer de 17 deriz.

Öğretmen: Grup dördün fikrini çürütebilecek var mı? Bir düşünün bakalım, gruplar kendi içinde tartışsın.

Gruplar kendi içlerinde tartıştıktan sonra grup dördü desteklemişlerdir. Bu hipotezin kabul edilmesiyle kazandıran sayıları veren örüntü uygulamanın yaklaşık elli altıncı dakikasında bulunmuştur.

H13 hipotezi grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: 2, 5, 8, 11, 14, 17 sayıları kazandırır.

H13 hipotezi H12 hipotezini destekleyici bir hipotezdir. H12'de verilen örüntünün bazı terimleri H13'te söylenmiştir. Bu hipotez ile kazandıran sayılar bulunmuştur. Öğrenci açıklamasını yaparken n'in değerlerini vermeye 1'den başlamış ve bu işlemi 7'ye kadar devam ettirmiştir.

Başka bir fikir öğrencilerden gelmeyince öğretmen yönlendirme yapmıştır.

Öğretmen: Şimdi kazandıran sayıları bulduk. Peki bu yeterli mi? Şimdi herkes kazandıran sayıları biliyor. Kim oynamak ister?

Grup iki ve grup beşten birer öğrenci seçilmiş ve oyunu nasıl oynadıkları Tablo 4.19'da gösterilmiştir.

Tablo 4. 19. G2 ve G5'teki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G2		4		7		9		12		15		18		
G5	2		5		8		11		14		17		20	

Oyun sonrasında grup ikideki öğrenci itiraz eder.

G2: Ama kazandıran sayıları ben de biliyordum. Bir türlü söyleyemedim.

G2 tekrar oynamak istemiştir. Bunun üzerine grup ikiden bir öğrenci ile grup birden bir öğrenci Tablo 4.20'de gösterildiği gibi oyunu oynamıştır.

Tablo 4. 20. G2 ve G1'deki İki Öğrenci Arasında Oynanan Oyun

G2		3		6		10		13		15		19	
G1	2		5		8		11		14		17		20

H14, grup beş tarafından bu iki oyun sonrasında öne sürülmüştür.

G5: İlk başlayan kişi 2 ile başladığında sonraki kazandıran sayıları hep söyleyebiliyor ama diğeri hiç söyleyemiyor. Bu yüzden ilk başlayan kesin kazanıyor.

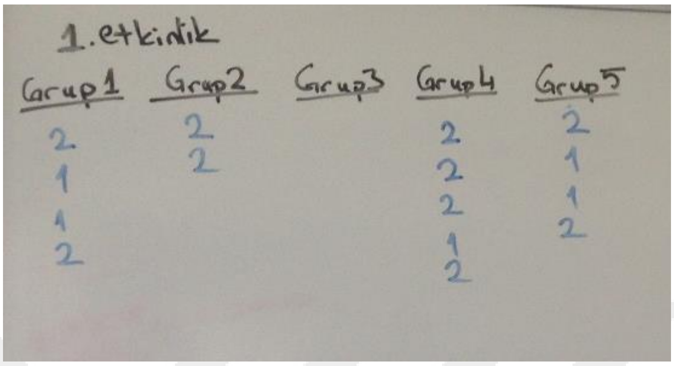
Böylece uygulamanın yaklaşık altmış beşinci dakikasında oyunun hem kazandıran sayıları hem de oyunu başlatan kişinin bu sayıları söylemeyi garantilediği için kesinlikle kazanacağı bulunmuştur. Oyunun kazandıran stratejisi net bir şekilde ifade edilmiştir.

Doğrulama aşamasında problemin çözümü için öne sürdüğü hipotezi doğrulayan grup 2 puan, başka bir grup tarafından öne sürülen hipotezi çürüten grup 1 puan almıştır. Grupların onaylanan hipotezlerinden ve çürüttükleri hipotezlerden aldıkları puanlar Tablo 4.21'de gösterilmiştir. Grup bir ve grup beş eşit sayıda onaylanan hipotez sunmuş ve eşit sayıda hipotez çürütmüştür. Grup iki 2 tane doğru hipotez sunmasına rağmen sunulan bir hipotezi çürütememiştir. Grup üç, sürece katılmasına rağmen onaylanan bir hipotez sunmamış ve sunulan bir hipotezi çürütememiştir. Bu yüzden puan kazanamamıştır. Grup dört, en fazla onaylanan hipotez sunan grup olup yalnızda tek bir hipotezi çürütmüştür.

Tablo 4. 21. Grupların Oyun Sonunda Aldıkları Puanların Karşılaştırılması

	Onaylanan hipotezler	**Çürütülen hipotezler**
Grup1	4	2
Grup2	4	-
Grup3	-	-
Grup4	8	1
Grup5	4	2

Tablo 4.21’de görüldüğü gibi, 10 onaylanan hipotez ve 5 çürütülen hipotez varmış gibidir ancak puanlama aşamasında hipotez dokuzun çürütülmesi sırasında hem grup beş hem de grup dört puan kazanmıştır. Bu yüzden 10 onaylanan hipotez ve 4 çürütülen hipotez sunulduğu burada da belirtilmiştir.



Resim 4. 1. “Kim Önce 20 Diyecek?” Probleminde Alınan Puanlar

Resim 4.1’de problem çözme etkinliğinin sonunda puanların gruplar arasında dağılımı sınıf tahtasının bir fotoğrafıyla gösterilmiştir. Buna göre problem çözme etkinliği sonunda G1, toplam 6 puan; G2, toplam 4 puan; G3 toplam 0 puan; G4, toplam 9 puan; G5, toplam 6 puan kazanmıştır.

4.1.1.5. Kurumsallaştırma Süreci

Bu aşamada, öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve 20 yerine başka sayılar olduğunda da çözüm yaklaşımlarının nasıl olacağının gösterilmesi uygulama planında yer almıştır. Kurumsallaştırma sürecinde etkin aktör öğretmen iken etkileşim öğretmen ile öğrenci arasında gerçekleşmiştir.

Oyunun amacı kazandıran sayıları bularak kazandıran sayıları oluşturamn örüntünün kuralını bulmak olduğundan öğretmen H12, H13 ve H14 hipotezlerini tek bir çatı altında düzenli olarak anlatmıştır.

Öğretmen: Şimdi birlikte onayladığımız hipotezlerin tamamını gözden geçirelim. Kaybettiren sayılara odaklandığımızda oradan bir strateji bulamadık. Kazandıran 4 tane sayıyı süreç içinde belirlemiştik. Bunlar 17, 14, 11 ve 8 idi. Gördüğünüz gibi arada hep 3 fark var. Farkın 3 olmasının bir nedeni var. Eğer rakip ayuncu 1 arttırsa ben 2 arttırırım, rakip oyuncu 2 arttırırsa ben 1 arttırırım. Bu şekilde benim söylediğim sayı bir öncekinden hep 3 fazla olur.

Öğretmen bu şekilde tahtayı kullanarak örüntünün kuralını elde eder. Aradaki farkın 3 olmasından 3n yazılır, söylenmesi gereken birinci sayı 2'yi elde etmek için de örüntünün kuralının 3n-1 olacağını tahtada gösterir. Öğretmen bu çözümlerin anlaşılıp anlaşılmadığını kontrol etmek için '20'yi değil de 32'yi söyleyen kazansaydı bu sefer kural nasıl olurdu?' sorusunu öğrencilere yöneltir.

G2: Bu sefer yine 3'er 3'er geriye sayıp söylediğimiz sayıları söylerdik ve kazanırdık. Yani bunlar 29, 26, 23, 20… diye gider.

Diğer gruplardan öğrenciler de ikinci gruba destek vermişlerdir. Bunun üzerine öğretmen soruyu biraz daha değiştirerek 'Peki arttırma kuralımız 1 ya da 2 değil de 1,2 ya da 3 olsaydı nasıl kazanırdık' sorusunu yönelttiğinde tüm gruplar parmak kaldırmıştır. Öğretmen grup beşe söz hakkı vermiştir.

G5: Bu sefer de 4'er 4'er sayardık. Çünkü rakibim 1 arttırırsa ben 3 arttırırım, 2 arttırırsa 2 arttırırım, 3 arttırırsa bu sefer 1 arttırırım. Toplam hep 4 oldu.

Öğretmen: Buna göre hangi sayıları söyleyerek oyunu kazanırdın?

G5: İşte 4'er 4'er sayınca 16, 12, 8, 4 kazandıran sayılar oluyor.

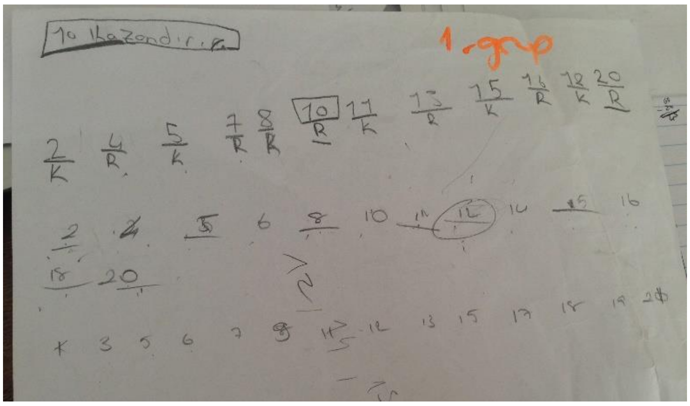
Bu aşamada öğrencilerin "Kim 20 diyecek?" oyununda kurdukları stratejiyi kurallarından bazıları değişen yeni oyuna aktarabildikleri, başka bir deyişle stratejiyi genelleyebildikleri gözlemlenmiştir.

4.1.1.6. Araştırmacının Sunulan Hipotezler ile İlgili Gözlemleri

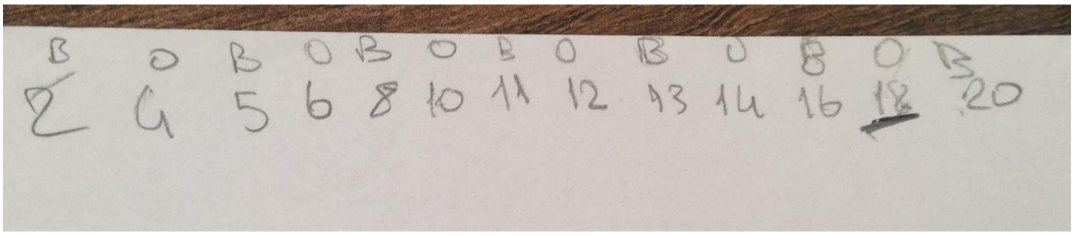
Araştırmacı tarafından uygulama öncesi düşünüldüğü gibi öğrenciler ilk olarak 17 sayısının kazandıran sayılardan biri olduğunu keşfetmiştir. 17 sayısının keşfedilmesi sorumluluk devretme aşaması ile eylem aşamasının iç içe geçmesine sebep olmuştur. Daha sonra öğrenciler kazandıran ve kaybettiren sayıları bulmaya çalışmış bunlardan bazıları doğrulanan hipotezler bazıları ise çürütülen hipotezler olmuştur. Araştırmacının uygulama öncesinde düşündüğü öğrencilerin yapabileceği olsa hatalı çözümlerden çift sayı söyleyenin kazanacağı öğrenciler tarafından söylenmiştir ancak araştırmacının düşündüğü tek sayıları söyleyenin kazanacağı fikri öğrenciler tarafından sunulmamıştır. Etkinlikte her grup puan almaya çalıştığından öğrenciler, 19 diyen kaybeder gibi oynanan oyunun kuralından gelen ve açıkça görülen hipotezler söylemiştir. Araştırmacı tarafından uygulama öncesinde olası hatalar içinde düşülmemiş “2 artırınca 2 artıralım, 1 artırınca 1 artıralım” hipotezi sunulmuştur. Bir grup tarafından, o grubun sorumluluk aktarma sürecinde problemi kendi cümleleriyle doğru anlattığı ve uygulamada oyunu doğru oynadığı gözlemlenmesine rağmen “1’er 1’er artırıp çift söyleyen kazanır” hipotez dokuz olarak sunulmuştur. Bu hipotezde oyuncular 1 ve 2 arasında seçim yapmadan sürekli 1 artırmakta ve bir oyuncu diğerinin kazanmasını sağlamaktadır. Bu hipoteze diğer gruplardan hemen itiraz gelmiştir. Öğrenciler hem kazandıran sayılarla hem kaybettiren sayılarla ilgili hipotezler sunmuş daha sonra kazandıran sayılara odaklanarak oyunun kazandıran kuralını bulmuştur. Ancak kazandıran sayıların çoğunu bulduktan sonra bir kural ortaya koyabilmişlerdir. Araştırmacının uygulama öncesinde düşündüğü, 20 sayısını 3’e bölüp kalan 2 sayısını da düşünerek 3n+2 örüntüsünü yazmayan öğrenciler, örüntü kuralını kazandıran sayıların büyük çoğunluğunu bularak onları küçükten büyüğe doğru sıralamış ve bulmuştur.

Öğrenciler bu etkinlikte hem puan almaya çalışmış hem de oyun oynayarak eğlenmiş, kazandıran sayıları bulabilmek için etkinlik boyunca aktif katılım sağlamışlardır. Öğrencilerin problemi çözmeye istekli olduğu ve her aşamada ilgili oldukları araştırmacı tarafından gözlenmiştir.

4.1.1.7. Öğrencilerin “Kim Önce 20 Diyecek?” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıtları



Resim 4. 2. “Kim Önce 20 Diyecek?” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı



Resim 4. 3. “Kim Önce 20 Diyecek?” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı (2)

Öğrenciler bu problem etkinliğinde, Resim 4.2 ve Resim 4.3’te görüldüğü gibi oynadıkları oyunları kâğıda aktarmış ve bu oyunlardan yola çıkarak kazandıran sayıları veya kaybettiren sayıları tespit ederek oyunu kazanmanın kuralını bulmaya çalışmıştır. Öğrenciler kazandıran sayıların büyük bir kısmını bulunduktan sonra oyunun kazandıran stratejisini etkinlik aşamalarında bulabilmiştir.

4.1.2. “Sezar ve Esirler Problemi”nin A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamalar ile Çözümüne Ait Bulgular

“Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.” kazanımı kapsamında seçilen Tablo 4.22’de rutin olmayan problem verilmiştir.

Tablo 4. 22. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Sezar ve Esirler: Bir savaş sonrası Sezar 100 esir ele geçirmiş, bunların her birini birer hücreye kapatarak başlarına birer muhafız bıraktırmıştır. Hücreleri açmak-kapamak için sadece bir anahtar kullanılmaktadır. Bu anahtarla herhangi bir hücrenin kapısı bir kez çevrildiğinde kapı açıksa kapanmakta, kapalıysa açılmaktadır. Doğum gününde Sezar, bu esirlerin bazılarını serbest bırakmak istemiştir. Bunun için aşağıdaki talimatları vermiştir.

Bütün hücreler 1’den 100’e kadar numaralandırılsın ve kapıları kapatılsın. 1. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 1’den 100’e kadar tüm hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. 2. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 2, 4, 6, … ,100 numaralı hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. 3. hücrenin muhafızı 3, 6, 9, … ,99 numaralı hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. Bu şekilde devam ederek 100. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 100 numaralı hücrenin kilidini çevirsin. Bu işlemler sırasında esirler hücrelerinden çıkmamıştır. En sonunda Sezar esirlere “Hücre kapısı açık olanlar serbesttir.” diye seslenmiştir. Buna göre hangi hücrelerdeki esirler kurtulmuştur?

Araştırmacı tarafından "Sezar ve Esirleri" isimli problemin çözümünde öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler ve öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler, uygulama öncesinde belirlenmeye çalışılmıştır.

Aşağıda ikinci problem etkinliği ile ilgili araştırmacının belirlediği bu çözümler sunulmuştur. Araştırmacı, öğrencilerin yapabileceği hatalı çözümlere karşı süreç içinde önlemler almış bunları dikkate alarak etkinliği yönetmiştir.

Öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler şunlardır:

• Öğrenciler 1 ile 100 arasındaki herhangi bir sayıya sahip hücrenin açık mı kapalı olduğunu bulmak için, bu öğrencinin kilidin tek sayıda çevrildiğinde hücrenin açık durumunda kalacağını belirleyebilirler. Örneğin 25 numaralı hücrenin kilidi tek sayıda çevrilerek sonunda açık olurken, 18 numaralı hücrenin kilidi çift sayıda çevirilerek sonunda kapalı kalır. Öğrenciler bu tarz bir ilişkiyi özel durumlar üzerinde keşfettikten sonra sırasıyla 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 ve 100 numaralı hücrelerin kilidinin çevrilme sayısının tek sayı olduğunu bularak problemin çözümüne ulaşılabilirler.

• Öğrenciler problemi basitleştirme stratejisini kullanarak öncelikle tek basamaklı doğal sayılardan açık durumunda kalan hücreleri deneme-yanılma stratejisiyle tespit edebilirler (1, 4, 9 numaralı öğrenciler). Daha sonra 20'ye kadar olanlar incelenerek bu aralıkta açık durumunda kalan hücre numaraları belirlenir (16 numaralı hücre). Sonra açık durumunda kalan hücrelerin numaraları küçükten büyüğe doğru yazılarak aralarında bir örüntü olup olmadığı incelenir. Bu sayede öğrenciler bu sayıların arasında var olan örüntüye ulaşabilirler. Öğrenciler buradan hareketle 10 hücrenin sonunda açık durumunda kalacağı sonucuna ulaşabilirler.

• Öğrenciler deneme-yanılma stratejisi ile açık durumda kalan hücre numaralarına ulaşabilirler. (Örneğin 1, 4, 9, 16, … numaralı hücreler) Daha sonra bunlar arasında çarpımsal bir örüntü olduğunu fark ederek problemi çözebilirler. Bu şekilde 10 hücrenin açık durumunda kalacağını söyleyebilirler. Bu örüntüden n^2 formülüne ulaşilabilir.

Öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler şunlardır:

• Öğrenciler başlangıçtaki sayılara bakarak 1, 4 numaralı hücrelerin açık, 2,3,5 numaralı hücrelerin kapalı kalacaklarını gördükten sonra numarası asal olan hücrelerin kapalı, diğerlerinin açık kalacağını düşünebilir.

• 1, 4, 16 hücrelerinin açık durumunda kalacağını gören öğrenciler, numarası 4'ün katı olan hücrelerin kilidinin açık durumda kalacağını düşünebilir.

• 4, 16, 36 gibi numarası çift sayı olan hücrelerin kilidinin açık kalacağını belirleyen öğrenciler, numarası çift sayı olan hücrelerin kilidinin açık kalacağı şeklinde genelleme yapabilirler.

• 1, 9, 25 gibi numarası tek sayı olan hücrelerin kilidinin kapalı kalacağını keşdefen öğrenciler, numarası tek sayı olan hücrelerin kildinin kapalı kalacağı şeklinde genelleme yapabilirler.

• Sorunun devamında 100 hücre varken 10 hücrenin anahtarı açık durumunda kalırsa, 1000 hücre olursa 100 hücrenin anahtarı açık durumunda kalır şeklinde 10'a bölerek genellemeye ulaşabilirler.

4.1.2.1. Sorumluluk Aktarma Süreci

Bu aşamada, problemin sınırlandırılmış biçimini oyun bağlamında çözmek için başlangıç stratejisinin gösterilmesi ve başlangıç stratejisi kullanılarak ilk 100 sayma sayı ile numaralanmış hücrelerden herhangi birindeki esirin kurtulup kurtulmadığını belirleme uygulama planında yer almıştır. Bu aşamada etkin aktörün öğretmen, etkileşimin öğretmen ile öğrenci arasında olması uygulama planında belirtilmiştir.

Uygulamada öğrenciler bir grup 6 kişi, diğer gruplar 5 kişi olacak şekilde 5 masa etrafında önceki problem uygulamasındaki yerleşim planına göre oturmuştur. Öğretmen öğrencilere problemin yazılı olduğu kağıtlardan her gruba birer tane vermiş, önce problemi kendilerinin okumalarını istemiştir. Daha sonra problemi kendisi sesli bir şekilde anlatmıştır.

Öğretmen: 1 numaralı muhafız anahtarı alıyor sırayla 1, 2, 3, 4… devam ederek tüm hücrelerin kilitlerini bir kez çeviriyor. Daha sonra 2 numaralı muhafız anahtarı alıyor ve sırayla 2, 4, 6… şeklinde devam ederek tüm hücrelerin kilitlerini çeviriyor. Bu aşamada hücre açıksa kapanıyor, kapalıysa açılıyor. Bu şekilde 100. muhafızda kilit çevirme görevini yaptıktan sonra kapısı açık hücrede olanlar çıkıyor. Şimdi verilen talimatlara göre oyun oynayacak ve problemi siz çözeceksiniz. Bana doğru mu yanlış mı diye sormak yok. Şimdi anladığınızdan emin olmak istiyorum kim soruyu anlatmak ister?

Öğretmen rasgele iki öğrenciyi kaldırır. İki öğrenci problemi kendi cümleleriyle anlatır. Bir öğrenci bu iki anlatmadan sonra aşağıdaki soruyu yöneltmiştir.

Öğrenci: Öğretmenim hepsi açık olmaz mı?

Öğretmen: Buna birlikte bakalım mı? Mesela 8 numara senin söylediğine göre açık olur şimdi birlikte bakalım.

Bu oyunlarda öğretmen araştırılan hücre numaralarının kapılarını hangi muhafızların çevirebileceğini problemde geçen sınırlamalar bağlamında çözümlemiştir. 8 numaralı hücre için 1'er 1'er sayıldığında 8 denildiği ve muhafızın hücreyi açtığı belirtilir. Bu işlem 2,3,4,5,6,7 ve 8 için yapılır. Sadece 1,2,4 ve 8 numaralı muhafızların 8 numaralı hücrenin kapısını çevirdiği görülür. Buna göre hücrede A, K, A, K şeklinde kilit değişimi olur ve sonunda kapalı kalacağı bulunur.

Öğretmen böylece hem herhangi bir hücredeki esirin kurtulup kurtulmayacağına bakmış hem de öğrencinin sorunun cevabını görmesini sağlamıştır. Bu çevirme işlemleri sırasında bir öğrenci ile aşağıdaki şekilde bir konuşma geçmiştir:

Öğrenci: Neden 4 numara çeviriyor?

Öğretmen: Soruya tekrar bakar mısın? Hangi muhafızlar çeviriyor?

Öğrenci: Hepsi sırayla çevirdi.

Öğretmen: Peki, şimdi sen söyle 8 numarayı 4 numaralı muhafız neden çevirdi?

Öğrenci: 4'er 4'er sayarken 8 diyor.

Öğretmenin tüm grupların göreceği ve duyacağı şekilde iki öğrenciyle oyunu oynamasıyla birlikte öğrencilerin oyunun nasıl oynanacağı ile ilgili bilgiyi elde ettikleri belirlenmiştir. Bu oyunlardan öğretmen ve öğrenci 1'den 5'ye kadar bir sayı söyler ve bu iki sayının toplamı olan hücredeki esirin kurtulup kurtulmayacağı tespit edilir.

Problemin sınırlandırılmış biçimlerine oyun bağlamında çözüm aranmasının öğrencinin anlamasını kolaylaştırdığı ve çözümü bulmaya yönelik girişimi hızlandırdığı görülmüştür. Bu aşama 11 dakika sürmüştür.

4.1.2.2. Eylem Süreci

Bu aşamada, öğrencilerin oyunun önce sıra arkadaşıyla sonra gruplar arasında oynanması ve ilk 100 hücrede açık kalacak hücreleri bulmaya yönelik stratejiler geliştirmesi uygulama planında belirtilmiştir. Bu aşamada etkin aktör öğrenci, öğretmen ise rehber durumundadır. Etkileşim öğrenci ile ortam arasında yani öğrenci-öğrenci etkileşimi ve grup içi tartışmalar vardır.

Sorumluluk aktarma sürecinden sonra öğretmenin şimdi herkes gruplarına dönsün ve birlikte oyun oynasınlar demesiyle eylem sürecinin ilk aşaması başlamıştır. Bu oyunu gruplar kendi aralarında 3-4 kez etkinlik kağıtlarına yazarak oynamıştır. Öğrenciler sıra arkadaşlarıyla iki kişilik grup olarak birlikte belirledikleri hücre numarasındaki esirin kurtulup kurtulmadığıyla ilgili çözümlere tartışarak karar vermişlerdir.

Öğretmen eylem aşamasında sınıfta gezerek öğrencilerin nasıl oynadıklarını gözlemlemiştir. Öğretmen bu gözlemleri sırasında oynanan oyunları müdahale etmemiştir.

Bu oyunlarda araştırılan hücre numarası oyuncuların 1‘den 50’ye kadar olan doğal sayılardan ikisini rasgele seçerek, bu iki sayının toplanması yoluyla belirlenmiştir. Bu oyunlar sonucunda öğrencilerin elde ettikleri sonuçlar Tablo 4.23’te sunulmuştur.

Tablo 4.23’te görüldüğü gibi, ikili gruplarda yapılan oyunlarda toplam 18 hücredeki esirin kurtulup kurtulmadığı belirlenmiştir. Örneğin 7. Gruptaki Ö13 ve Ö14, 2, 12, 30 ve 52 numaraları hücrelerdeki esirlerin kurtulup kutulmadığını incelemişlerdir.

Tablo4.23’te görüldüğü gibi, oyunlarda araştırılan hücre numaralarının %44’ünün 10 ve 10’dan küçük sayılar olduğu görülmüştür. Bu durumdan anlaşılan öğrencilerin küçük numaraya sahip hücreleri araştırmayı tercih ettikleri yani problemi basitleştirmeyi amaçladıklarıdır.

Tablo 4. 23. 2 kişilik grupların oynadığı oyunlar

Araştırılan hücreler	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	15	18	21	22	24	30	45	52
1.Grup Ö1				1				1	1				1					
Ö2				1				1	1				0					
2.Grup Ö3		1					1				0	1						
Ö4		1					1				1	0						
3.Grup Ö5			1			1				1						1		
Ö6			1			1				1						0		
4.Grup Ö7				1				1					1					1
Ö8				1				1					1					0
5.Grup Ö9	1				1									1	1			
Ö10	1				1									1	1			
6.Grup Ö11			1				1										0	
Ö12			1				1										0	
7.Grup Ö13		1							1							1		0
Ö14		1							1							0		0
8.Grup Ö15						1					1			1	0			
Ö16						1					1			0	0			
9.Grup Ö17			1	1				1					1					
Ö18			1	1				1					1					
10.GrupÖ19					1					1								1
Ö20					1					1								0
11.GrupÖ21	1										1			1	1			
Ö22	1										1			0	1			
12.GrupÖ23				1								1	1				0	
Ö24				1								1	1				1	
13.GrupÖ25						1		1						0				
Ö26						1		1						0				

Eylem aşamasında öğrenciler toplam 49 oyun oynamıştır. Bu oyunların %70'inde oyunculardan ikisi de inceledikleri hücrelerdeki esirlerin kurtulup kurtulmadığı doğru incelemişlerdir. Çözümlerini birlikte kontrol ettiklerinde ise çözümlerinin doğru olduğunu belirtmişlerdir. Tüm oyunların %22'sinde gruptaki öğrencilerden biri incelenen hücredeki esirin kurtulduğunu diğeri ise kurtulmadığını bulmuşlardır. Öğrenciler yaptıkları çözümleri tartışmışlardır ve %91'inde birinin çözümüne ikna olmuşlardır. %9'unda ise birinin çözümünde uzlaşamamışlardır. Bu sonuçlara bakıldığında öğrenciler bu oyunların çözümü için doğru yaklaşımlar geliştirdiği söylenebilir. Buna bağlı olarak da öğrencilerin uygun yaklaşımlarla problemin çözümünde ilerleme sağlayabilecekleri ve verilen problemi çözebilecekleri düşünülebilir.

Bu oyunlarda öğrencilerin tablo yapma, deneme yanılma ve muhakeme stratejilerini ağırlıklı olarak kullandıkları görülmüştür. Bunun bir örneği aşağıdaki bir konuşmada görülmektedir:

Ö21: İlk önce hepsi kapalıydı. 1'er 1'er sayınca 20 deniyor, 1 açtı. 2, 4, 6 derken 20 deniyor, 2 kapattı. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 olmuyor. 11, 22 oluyor, 11 açtı. 22'deki kapattı. Kapalı kaldı, çıkamadı.

Ö22: Başlangıçta kapalı, 1 açıyor. 2 kapattı. 4 açtı, 6 kapattı en son 22 açtı. Böyle sıra sıra gidince açık oldu.

Ö21: 4'er gidince olmuyor hocam. 4, 8, 12, 16, 20, 24. Bakın 22 arada kaldı ama onu demedik yani dördüncü muhafız çevirmedi.

Tablo 4.24'te görüldüğü gibi, Ö21, yirmi iki numaralı hücrenin kapısının kapalı kalacağını, Ö22 ise bu kapının açık kalacağını söylemiştir. Ö21, birer, ikişer şeklinde ardışık sayma kuralından yararlanarak 22 numaralı hücrenin kapısının kapalı olacağını söylediği görülmüştür. Ö22'nin ise doğru bir strateji geliştiremediği görülmüştür. Ö21 ise diyologta kendi stratejisini öne sürerek dörder dörder sayıldığında yirmi iki denmediğini belirterek Ö22'nin açıklamasına karşı çıkmıştır. Ö22, Ö21'in açıklamasına ikna olmuştur.

Tablo 4. 24. Ö21'in (üstte) ve Ö22'nin (altta) 22 Numaralı Hücre İçin Çözümleri

Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	11.M	22.M
Hücre durumu	K	A	K	A	K

Muhafızlar	Başlangıç	1. M	2.M	4.M	6.M	22.M
Hücre durumu	K	A	K	A	K	A

K: Kapalı, A: Açık, M: Muhafız

Grup 7'de ise Ö13 ve Ö14 otuzuncu hücrenin kapısının kapalı mı yoksa açık mı kalacağını söylerken aynı stratejiyi kullanarak farklı çözümler elde etmiştir. Aşağıda bu duruma ait konuşma verilmiştir:

Ö14: 1 açıyor, 2'şer sayınca 2 kapatıyor, 3'er sayınca üçüncü muhafız açıyor. 5'er sayınca beşinci muhafız kapatıyor. 6'şar sayınca altıncı muhafız açıyor. 15'er sayınca kapanıyor. 30'da tekrar açılıyor. Sonuçta açık oluyor.

Ö13: 10'ar sayınca da 10, 20, 30. Yani onuncu muhafız 30'u çeviriyor. O yüzden açık değil kapalı.

Ö14: Aaa… Evet ben onu unuttum.

Tablo 4. 25. Ö14'in (üstte) ve Ö13'nin (altta) 22 Numaralı Hücre İçin Çözümleri

Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	3.M	5.M	6.M	15.M	30.M
Hücre durumu	K	A	K	A	K	A	K	A

Muhafızlar	Başlangıç	1. M	2.M	3.M	5.M	6.M	10.M	15.M	30.M
Hücre durumu	K	A	K	A	K	A	K	A	K

K: Kapalı, A: Açık, M: Muhafız

Tablo 4.25'te görüldüğü gibi Ö14 otuzuncu hücrenin kapısının açık kalacağını söylerken, Ö13 otuzuncu hücrenin kapısının kapalı kalacağını söylemiştir. Çözümleri hakkında konuşurken ikisinin de aynı stratejiyi kullandıkları belirlenmiştir. Ö14 çözümünde onuncu muhafızın otuz numaralı hücrenin anahtarını çevireceğini söylemeyerek yanlış çözüme gittiği görülmüştür.

Dördüncü grupta bulunan Ö7 ve Ö8 52 numaralı hücredeki esirin kurulup kurtulmayacağını araştırmıştır. Ancak farklı çözümler bulmuşlardır. Aralarında geçen diyolog şu şekildedir:

Ö7: 1’er 1’er saydım birinci muhafız açtı. 2’şer 2’şer saydım ikinci muhafız kapattı. Böyle böyle yapınca 3 açtı, 4 kapattı, 7 açtı, 13 kapattı, 26 açtı, 52 kapattı. Sonuç olarak kapalı oldu.

Ö8: Ben de öyle yaptım ama sen yanlış yaptın. 7’şer 7’şer sayınca 52 demiyoruz. Onun için de açık kalıyor.

Ö7: Ama 10 kapalı demiştik. 50, 10’un beş katı yani açık olacak. 2 ekleyince 52 olacak. 2 kapalıydı. O yüzden tekrar kapalı olacak. Hangi muhafızda yanlış yaptım bilmiyorum ama kesin kapalı.

Ö8: 7 kere çevirdik açık, kapalı, açık, kapalı böyle sayınca olunca en son açık oldu.

Tablo 4. 26. Ö7’nin (üstte) ve Ö8 ‘in (altta) 52 Numaralı Hücre İçin Çözümleri

Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	3.M	4.M	7.M	13.M	26.M	52.M
Hücre durumu	K	A	K	A	K	A	K	A	K

Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	3.M	4.M	13.M	26.M	52.M
Hücre durumu	K	A	K	A	K	A	K	A

K: Kapalı, A: Açık, M: Muhafız

Yukarıdaki konuşmadan görüldüğü gibi Ö7 yanlış bir stratejiden doğru cevap bulmuştur. Ö8 ise doğru stratejiyi kullanmış ancak üçüncü muhafızın 52 numaralı hücreyi çevireceğini söyleyerek yanlış çözüme ulaşmıştır. Sonuç olarak birbirlerini ikna edememişlerdir.

İki grup şeklinde oynanan oyunlardan sonra öğrenciler uygulama öncesinde belirlenenen Grup1, Grup2, Grup3, Grup4 ve Grup5 şeklinde tekrar ayrılmışlardır. Gruplar arasında karşılaşmalar yapılmıştır. Araştırılacak hücre numaraları kura yöntemiyle belirlenmiş ve her gruptan bir öğrenci sırayla birer numara çekmiştir. Buna göre 15, 42, 35, 2 ve 72 numaraları hücrelerdeki esirlerin kurtulup kurtulmayacağını her grup kendi arasında karar vermiştir. Her hücrenin araştırılması için belirli bir süre verilmiş ve sonra gruplardan açık bulduysa açık kapalı bulduysa kapalı yazılı kâğıdı kaldırmaları istenmiştir. Bu oyunlarda grupların bulduğu çözümlerin sonuçları Tablo 4.27'de verilmiştir.

Tablo 4. 27. Gruplar arasında oynanan oyunların sonuçları

Araştırılan Hücreler	15	42	35	2	72
Grup 1	1	1	1	1	1
Grup 2	1	1	1	1	1
Grup 3	1	1	1	1	0
Grup 4	1	1	1	1	1
Grup 5	1	0	1	1	1

1: Doğru yanıt, 0: Yanlış yanıt

Tablo 4.27'de görüldüğü gibi, grup1, grup2 ve grup 4'ün %100 başarı sağladığı, Grup 3 ve Grup 5'in başarı durumlarının %80 olduğu görülür.

Öğretmen her hücre için aşağıdaki soruyu yönlendirmiştir.

Ö: Hangi grup çözümünü paylaşmak istiyor?

72 numaralı hücre için grup1 ve grup2 aşağıda belirtilen şekilde açıklama yapmıştır:

Grup 1: 1 numara zaten hepsini açıyor. Sonra 2,4,6 diye sayınca 72 deniyor. 2, kapatıyor. Bu şekilde 3 açıyor, 4 kapatıyor, 6 açıyor, 8 kapatıyor, 9 açıyor, 18 kapatıyor, 36 açıyor, 72 kapatıyor.

Grup 2: 72'yi çeviren 1,2,3,4,6,8,9,18,36 ve 72 açık, kapalı, açık, kapalı (öğrenci devam ediyor). En son kapalı oldu. 72 numaradaki çıkamıyor.

Grup1 ardışık sayma uygulayarak kapalı olduğunu söylemiştir. Grup 2 ise sadece sayıları söylemiştir. Sadece sayıları söylemeleri 72 sayısını kalansız bölen sayılarını düşünebileceklerini göstermektedir.

Eylem aşamasında öğrenciler problem çözme stratejilerinden tablo yapma, deneme yanılma ve muhakeme stratejilerini kullanmışlardır. Bu aşamada öğretmen rehber durumundadır. Öğretmen öğrencileri oyun oynamaya teşvik etmiş ve oyunu yönetmiştir.

Öğretmen, uygulama sırasında sınıfta gezerek ikili oyunlarda öğrencilerin uzlaşamadığı noktolarda birbirlerine soru sormaları konusunda onları desteklemiştir. 5 grup arasında oynana oyunlarda ise oyunları organize etmiştir. Bu aşama 28 dakika sürmüştür.

4.1.2.3. İfade Etme Süreci

Bu aşamada, öğrencilerin problemin sınırlandırılmış çözümlerinin sentezlenerek genel çözüme yönelik hipotezlerin elde edilmesi ve 100 hücredeki hücrelerden açık olan hücreleri belirlemeye yönelik hipotez geliştirmesi uygulama planında yer almıştır. Etkin aktör öğrenci ve öğretmen rehberdir. Etkileşim ise öğretmen ile öğrenci arasındadır.

Ö: Şimdi tüm gruplar çözüm için bir hipotez düşünsün. Bu fikirleri tüm gruplar dikkatlice dinleyecek. Eğer gruplar kendi fikirlerini doğrularsa 2 puan alacak, diğer gruplar ise bu fikri çürütebilirse çürüten grup 1 puan kazanacak.

Öğretmenin bu sözleriyle ifade etme aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada öğrenciler, eylem aşamasında oynadıkları oyunlarda edindikleri fikirleri matematiksel hipotezlere dönüştürmüş ve bu hipotezler öğretmen tarafından tahtaya yazılmıştır. Bu hipotezleri grup sözcüleri söz alarak sınıfta herkesin duyacağı şekilde sunmuştur.

Hipotezlerin grup tarafından doğrulanması ve başka bir grup tarafından çürütülmesi ile grupların puan kazanmaya çalışmaları, sunulan bilgilerin tartışılması yoluyla yeni bilgilerin oluşmasına ve ortamdaki bilginin sürekli geliştirilmesi sağlanmıştır.

İfade etme süreci tek başına bir süreç olarak ilerlememiş, doğrulama aşaması ile iç içe geçmiştir. İlk ve son hipotezin sunulması arasında 62 dakika bulunmuştur. Bu süreçte öğrenciler aktif katılım göstermiştir.

Tablo 4.28’de görüldüğü gibi öğrenciler tarafından toplam 14 hipotez sunulmuştur. Bu hipotezlerin hangilerinin doğru hangilerinin yanlış olduğunun tartışılma süreci doğrulama aşamasında ayrıntılı olarak verilmiştir.

Tablo 4. 28. Öğrencilerin Sunduğu Hipotezler

Zaman(dk)	Hipotez numarası	Hipotez
40	H1	Çiftler kapalı, tekler açık
42	H2	1’den başlayıp 3-2 şeklinde artan örüntü açık olur
44	H3	Asal sayılar kapalı
47	H4	2’nin bütün katları kapalı, 3’ün bütün katları açık
51	H5	4’ün bütün katları açık
53	H6	5’in katları açık-kapalı diye ilerliyor
55	H7	5’in bütün katları kapalı
58	H8	10’un bütün katları kapalı
63	H9	9’un katları açık-kapalı şeklinde ilerliyor
71	H10	1’in katları açık-kapalı şeklinde ilerliyor
73	H11	12’nin katları kapalıdır
80	H12	3n-1 olanlar kapalıdır
85	H13	Örüntüdeki fark 3,5,7,9 şeklinde ilerliyor
102	H14	Örüntü n^2 ‘dir

4.1.2.4. Doğrulama Süreci

Bu aşamada, oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi ve ilk 100 sayma sayıdaki karesel sayıları belirlenmesi uygulama planında yer almıştır. Doğrulama sürecinde öğretmen rehberken etkin aktör öğrencidir. Etkileşim öğrenciler arasında bütün sınıf tartışması ile gerçekleşmiştir.

Öğrencilerin hipotez sunmaya başlamasıyla birlikte, o hipotezleri doğrulama süreci de başlamıştır. Bu yüzden bu çalışmada ifade etme aşaması ve doğrulama aşaması birbirinden ayrılmamış ve iç içe geçmiştir.

Bu aşamada öğrencilerin ürettiği hipotezler kanıtlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte Tablo4.28'de verilen H3, H13 ve H14 sınıf tartışmaları neticesinde doğrulanırken H1, H2, H4, H5, H6, H7, H8, H9, H10, H11 ve H12 sınıf tartışmalarında çürütülmüştür. Aşağıda hipotezlerin tartışılma süreci verilmiştir.

H1 hipotezi grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: Öğretmenim 1 açık, 2 kapalı hep böyle ilerleyecek. Tekler açık, çiftler kapalı olacak.

Bunun üzerine diğer grupların hepsi bu hipotezi çürütmek için parmak kaldırmıştır. Grup dörde söz hakkı verilmiştir.

G4: Mesela 7 tek ama o hücre kapalı. 1 çevirdi açık oldu sonra 7 çevirdi kapalı oldu. Ama tek sayılar açık olur demişlerdi.

G4, bu H1'e uygun olmayan bir örnek vererek hipotezi çürütmüştür ve 1 puan kazanmıştır.

H2 hipotezi grup dört tarafından ifade edilmiştir. G4'ün açık olan hücreler için bir örüntü aradıkları görülmüştür.

G4: Açık olanlar örüntü şeklinde oluyor. Örüntü 3 ve 2 şeklinde artarak devam ediyor.

Ö: Örüntüdeki sayıları söyler misin?

G4: 1'den başlıyor. 3 artıyor 4 oluyor. 4, 2 artıyor 6 oluyor. Böyle yapınca 1,4,6,9… şeklinde açık olan hücre numaraları devam ediyor.

Gruplar, bu hipotezden sonra bu fikri çürütmek için grup dördün söylediği sayıların açık olup olmayacağını incelemeye başlamışlardır. Grup beş ilk söz hakkı isteyen grup olmuştur.

G5: 1 ile 4 açık ama 6 kapalı oluyor.

Ö: Nasıl kapalı oluyor anlatır mısın?

G5: Birinci muhafız çevirince açılıyor. İkinci muhafız çeviriyor kapanıyor. Üçüncü muhafız çevirince açılıyor. Dördüncüyle beşinci muhafız çeviremiyor. En son altıncı muhafız çeviyor kapalı kalıyor. Ama onlar açık demişti.

Diğer gruplar da bu açıklamayı desteklemişlerdir ve H2 çürütülmüştür. Grup beş 1 puan kazanmıştır.

H3 hipotezi grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: Öğretmenim tüm asal olanlar kapalı oluyor.

Ö: Neden böyle düşündünüz?

G2: Çünkü sadece birinci muhafızla kendi bulundukları hücrenin muhafızı anahtarı çeviriyor. Birinci muhafız açıyor, kendi muhafızları kapatıyor.

Bu açıklamadan sonra grup bir bu açıklamaya itiraz etmiştir.

G1: Birinci hücrenin anahtarı açık kalıyor ama.

G2: Tamam kalsın. 1 asal değil ki.

G1: Nasıl 1 asal değil? Öğretmenim 1 asal değil miydi?

Öğretmen bu soruyu sınıfa yönlendirir.

Ö: Ben bilmiyorum sınıf söylesin. 1 asal mı değil mi?

G5: En küçük asal sayı 2'ydi. O zaman 1 asal olmuyor.

G1: Aa doğru. O zaman ikinci grubun fikri doğru.

Ö: İkinci grubun fikrini çürütebilecek bir grup var mı? Yoksa onaylıyor musunuz?

Diğer gruplar grup ikinin açıklamasına ikna olmuştur. H3 tüm grupların da onayıyla doğru kabul edilmiştir. Böylece ilk doğru hipotez uygulamanın kırk dördüncü dakikasında bulunmuştur. Grup iki 2 puan kazanmıştır. Anahtarın iki kere çevirileceğinden dolayı hücrenin kapalı kalacak olması problemin çözülmesi için güzel bir adımdır. Ancak bu hipotez doğru olmasına rağmen bize kapalı kalacak hücrelerle ilgili bir fikir vermiştir. Öğrenciler bundan sonraki hipotezlerinde genelde kapalı olan hücrelere odaklanmıştır.

H4 hipotezi grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: Öğretmenim 2'nin bütün katları kapalı, 3'ün bütün katları açık kalmıştır.

Ö: Neden böyle düşündünüz. Diğer grupları ikna edebilir misin?

G3: Mesela 2’yi düşünelim o kapalı kalmıştı. 9’u düşününce birinci muhafız açtı, üçüncü muhafız kapattı sonra dokuzuncu muhafız açtı.) numaraları hücre açık oldu. Mesela başka ne var 6, o da kapalı kalıyor. Böyle baktık çiftler hep kapalı ve tekler açık oldu.

Bu açıklamadan sonra diğer gruplar ikna olmamış ve söz hakkı istemişlerdir. Öğretmen grup beşe söz hakkı vermiştir.

G5: Öğretmenim 4’ü düşünelim. Birinci muhafız açtı. İkinci muhafız kapattı. Dördüncü muhafız açtı. Ama onlar 2’nin katları kapalı olacak demişti.

Grup beşin açıklamasıyla dördüncü hipotez çürütülmüştür. Grup beş 1 puan kazanmıştır. Öğrencilerin 2 ve 3’ün ortak katı olan sayıları düşünmediği ve hipoteze uymayan sayıyı örnek vererek hipotezi çürütme yoluna gittikleri görülmüştür.

H5 hipotezi grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: Öğretmenim 4’ün katları hep açık oluyor. Mesela 4’ü düşünelim. 1,2,4 çeviriyor. Açık, kapalı, açık oldu. 16’yı denedik. 1,2,4,8,16 çeviriyor. Açık, kapalı, açık, kapalı, açık oldu.

Öğretmen bu açıklamadan sonra diğer gruplara hipotez hakkında düşünmeleri için zaman vermiştir.

G1: Öğretmenim biz denedik. 4, 8, 12 diye devam ediyor. 8’e baktığımızda 1,2,4,8 çeviriyor. 1 açıyor. 2 kapatıyor. 4 açıyor. 8 kapatıyor. En son 8 kapalı kaldı. 4’ün katı ama kapalı. O zaman çürüttük.

Ö: Grup birin fikrine katılıyor musunuz?

Öğretmen bu soruyla diğer gruplara fikirlerini sormuştur. Diğer gruplar grup birin açıklamasına destek vermiştir. Grup dört de sekizinci hücrenin açık mı kapalı mı olacağını denemediklerini belirterek grup birin açıklamasına ikna olmuştur. Grup bir bu hipotezi çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H6 hipotezi grup beş tarafından tarafından öne sürülmüştür.

G5: 5’in bütün katları açık-kapalı diye ilerliyor. Yani 5 açık, 10 kapalı, 15 açık, 20 kapalı diye ilerliyor. Mesela onuncu hücreyi 1 çevirince açılıyor. 2 çevirince kapanıyor. 5 çevirince açılıyor. 10 çevirince kapanıyor.

Ö: Diğer gruplar düşünsün bakalım beşinci grubun hipotezini çürütebilecek misiniz? Yoksa onaylıyor musunuz?

G2: Asal sayılara kapalı demiştik. 5 asal sayı yani kapalı. 1 çevirince açıldı. 5 çevirince kapandı. O zaman bir açık bir kapalı diye gitmez.

Grup iki diğer gruplar tarafından da onaylanmıştır. Böylece H6 çürütülmüştür ve grup iki 1 puan kazanmıştır.

H7 hipotezi, H6 hipotezinin çürütülmesinden hemen sonra yine grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: 5'in bütün katları kapalı. Az öncekini çürütürken 5, 10,15 kapalı oldu hep böyle ilerliyor.

Bu hipotezi öne sürerek genelleme yapmıştır. Bu hipotezi diğer gruplar da onaylamıştır. Tahtaya yazılan hipotezin yanına + koymadan önce öğretmen öğrencilere tekrar sormuştur:

Ö: Emin misiniz? Onaylıyor musunuz?

Bu sorudan sonra öğrenciler öğretmenden süre istemişlerdir. Öğrenciler 5'in katı olan sayılardan bazılarını denemiştir. Öğrenciler bu aşamada bölen sayısıyla ilgilenmediği görülmüştür. Öğrenciler sadece araştırdıkları hücrenin kutulup kurtulmayacağına bakmak için bölenlerini düşüenerek A, K, A, K şeklinde liste yaparak bu hipotezi çürütmeye çalışmıştır.

G1: Öğretmen 25. Hücredeki anahtar açık oluyor. Şimdi şöyle birinci muhafız açtı, beşinci muhafız kapattı, yirmi beşinci muhafız açtı.

G3: Biz 25'i denememiştik.

Böylece H7 hipoteze uymayan bir örnek verilerek çürütülmüştür. Grup bir sunulan hipotezi çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H8, grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: 10'un bütün katları kapalı oluyor. Baktığımızda hepsi kapalı oldu.

Öğrenciler deneme yoluyla 10'un katlarının kapalı olduğunu söylemiştir. Diğer gruplar başta bunu çürütememiştir. Yaptıkları denemelerde onlar da 10'un katlarını kapalı bulmuşlardır.

Ö: Hepsinin açık olacağını nasıl kanıtlarsınız peki? Ya denemediklerinizde açık olan varsa?

Öğretmen bu şekilde söyleyerek öğrencilerin başka stratejilere yönelmesini sağlamaya çalışmıştır. Bu sırada grup 4 heyecanla parmak kaldırmıştır.

G4: 100 açık oldu. Birinci muhafız açtı, ikincisi kapattı, dördüncü açtı, beşinci kapattı, onuncu açtı, yirminci kapattı, yirmibeşinci açtı, ellinci kapattı, yüzüncü açtı. Yani açık kaldı.

Bu şekilde bir açıklama yaparak grup 4, 10'un katı olan tüm hücrelerin kapalı kalacağı hipotezini çürütmüştür. Açık kalan bir hücre daha uygulamanın elli sekizinci dakikasında belli olmuştur. Öğretmen bu aşamada öğrencilere şöyle bir yönlendirmede bulunmuştur:

Ö: Çocuklar bu oyunda amacımız neydi?

G1: Açık olan hücreleri bulmak.

Ö: Şimdi biz sanki kapalı olanlara daha çok odaklandık. Böyle sonuca ulaşmamız biraz zorlaşmadı mı?

G2: Evet öğretmenim, hepsini bulmamız zor.

Ö: Öyleyse sizden açık olan hücrelere odaklanmanızı ve bunları bulmak için strateji geliştirmenizi istiyorum.

H9, grup 5 tarafından öne sürülmüştür.

G5: Öğretmenim 9'un katları açık kapalı şeklinde ilerliyor. 9'u 1, 3, 9 çevirdi. Açık, kapalı sonra açık kaldı. Sonra 18 geliyor bunun kapalı olması lazım. 1, 2, 3, 6, 9, 18 çevirdi. Açık, kapalı, açık, kapalı, açık, kapalı oldu en son kapalı kaldı. Sonra 27 geliyor. 1,3,27 çeviriyor. Açık, kapalı, açık oldu en son açık kaldı. Hep böyle devam ediyor.

Açıklamasıyla fikrini doğrulamaya çalışmıştır. Grup 3, grup tarafından sunulan açıklamaya itiraz etmiştir.

G3: Yirmi yedinci hücre kapalı oldu. Birinci muhafız açtı. İkinci muhafız kapattı. Üçüncü muhafız açtı. Dokuzuncu muhafız açtı. Yirmi yedinci muhafız kapattı. Hücrenin kapısı kapalı oldu.

Grup üç, grup beşin hipotezine uymayan bir örnek vermiş ve bu fikri çürütmüştür. Grup üç, bir puan kazanmıştır.

H10, grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: 1'in katları açık, kapalı şeklinde ilerliyor.

Bu açıklamadan sonra grup üçteki diğer öğrenciler, sözcü arkadaşlarına tepkide bulunmuştur. Neden bize sormadan aklına geleni söylüyorsun şeklinde bu tepki gelirken diğer tüm gruplar söz hakkı için parmak kaldırmıştır. Öğretmen, grup beşe söz hakkı vermiştir.

G5: Bunun söyle olmayacağını en başta bulmuştuk. Sadece birinci muhafız çevirmiyor hepsi çeviriyor. Mesela 3 açık olmuyor kapalı olur. 1 çevirince açılıyor ama 3 çevirince kapanıyor.

Grup beş, hipotez onu çürüterek bir puan kazanmıştır.

H11, grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: 12'nin katları kapalıdır. Denediğimizde 12, 24, 36 diye devam edince hepsi kapalı oldu.

Bu sırada grup iki söz hakkı istemiştir.

G2: Yirmi dördüncü açık oluyor. Birinci muhafız açıyor. İkinci muhafız kapatıyor. Üçüncü muhafız açıyor. Dördüncü muhafız kapatıyor. Altıncı muhafız açıyor. On ikinci muhafız kapatıyor. Yirmi dördüncü muhafız açıyor. Yani açık kalıyor.

G4: Sekizinci muhafız da çeviyor onu söylemediniz. 8, 16, 24 dendi.

G2: Öyle olunca kapalı oluyor.

Grup iki, hipotezi çürütememiş ve grup dörde destek vermiştir. Grup içi tartışmalar olmuş ve gruplar bu hipotezi çürütmeye çalışmıştır.

G1: Öğretmenim otuz altıncı hücre açık kalıyor.

Ö: Nasıl oldu bunu diğer gruplara kanıtlayabilir misin?

G1: 1 çevirdi açık, 2 çevirdi kapalı, 3 çevirdi açık, 4 çevirdi kapalı, 6 çevirdi açık, 18 çevirdi kapalı, 36 çevirdi açık.

G4: Dokuzuncu muhafız da çeviriyor. O da çevirince kapalı oldu.

G2: Öğretmenim 12’yi de unuttular. 9 kapattı ama sonra 12 çevirince yine açıldı.

Bu şekilde H11 grup bir tarafında çürütülmüş ve otuz altı numaralı hücrenin açık kalacağı uygulamanın yetmiş üçüncü dakikasında bulunmuştur. Grup bir 1 puan kazanmıştır.

H12, grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: 3n-1 olan hücreler kapalı.

Ö: 3n-1 olan hücreler dediğin hangileri açıklar mısın?

G1: Öğretmenim n yerine 1 koyunca 2 oluyor. Sonra n yerine 2 koyuyoruz 5 oluyor. Bu şekilde 2, 5, 8, 11 diye devam eden örüntü kapalı oluyor. Diğerleri açık oluyor.

Bu hipotezde görüldüğü gibi öğrenciler çözüm için farklı örüntülerin gerekli olduğunu düşünmeye başlamıştır. Öğretmen diğer hipotezlerde olduğu gibi bir yorum yapmadan grubun dediklerini tahtaya yazmıştır. Diğer gruplardan bunu çürütüp çürütemeyeceklerini sormuş ve düşünmeleri için zaman vermiştir. Biraz zaman geçtikten sonra grup üç söz almıştır.

G3: Örüntüye göre 14, 17, 20 diye gidecek ama 20 açık kalıyor.

Ö: Arkadaşlarına nasıl düşündüğünüzü açıklar mısın?

G3: Birinci muhafız açıyor. İkinci muhafız kapatıyor. Beşinci muhafız açıyor. Onuncu muhafız kapatıyor. Yirminci muhafız açıyor. Açık kalıyor.

G1: Dördüncü muhafız da çeviyor. Yani açık değil kapalı oluyor.

Bu sırada grup iki söz hakkı istemiştir.

G2: Onların söylediklerine göre üçün açık olması gerekiyor. 3 açık değil kapalı. Birinci muhafız açıyor. Üç numaralı muhafız kapatıyor.

Böylece hipotez çürütülmüştür. Grup iki bir puan kazanmıştır.

Ö: Bizim bulacağımız kural tüm açıkları bize söyleyecek. Yani öyle bir kural bulacaksınız ki ben hemen açık mı kapalı mı kalacağını bulmalıyım. Sizden buna odaklanmanızı istiyorum.

Öğretmen sınıfta dolaşmıştır ve grupların tartışmalarını gözlemlemiştir. Öğrencilerin bulunan açık hücrelere odaklandıkları görülmüştür.

H13, grup beş tarafından öne sürülmüştür.

G5: Açık olanlar 1, 4, 9, 16 diye ilerliyor. Aradaki fark 3, 5, 7, 9 diye artıyor. Artış miktarı sırayla tek sayılar oluyor. Açık olanları yazınca böyle oldu.

Ö: Grup beşin fikrine ne diyorsunuz? Bir düşünün bakalım çürütebilecek misiniz?

Gruplar grup beşin fikrini grup içi tartışmalarla değerlendirmiştir.

G2: Evet doğru söylediler. 16'dan sonra 25 gelecek. Onda da oluyor.

G1: Biz de çürütemedik doğru söylediler.

Ö: Peki grup dört ve üç ne düşünüyor? Onaylıyor musunuz?

Diğer grupların da onayıyla H13 hipotezi doğru kabul edilmiştir ve grup beş iki puan kazanmıştır.

Ö: Peki sizce neden bu numaradaki esirler kurtuluyor diğerleri kurtulamıyor?

G1: Çünkü açık, kapalı, açık, kapalı diye ilerleyince en son açık oluyor.

Öğrenciler bu aşamada bölen sayısının tek ya da çift olmasına dikkat etmemiştir. Öğrencilerin yaptıkları açıklamalar deneme yanılma yöntemi ile olmuştur. Bunun üzerine öğretmen, öğrencilerin örüntünün kuralını harfle ifade etmenin gerektiğini anlamaları ve buldukları kuralı genelleyebilrmeleri için şu soruyu yöneltmiştir:

Ö: Şimdi gelelim problemimize. Kaç tane esir kurtuldu?

Öğrenciler kurtulan tüm esirleri bulmuştur.

G3: 10 tane hücredeki esir kurtuldu. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. Bunlar kurtuldu 10 tane hücre oldu.

Ö: Peki bize soruda 100 tane değil de 1000 tane hücre var deseydi?

Bu sırada gruplarda uğultu gelmiştir. Öğrenciler bunu bulmanın zor olduğunu uğraşmaları gerektiğini belirtmiştir.

G4: 100 tane açık kalırdı.

Ö: Nasıl 100 tane açık kaldı açıklar mısın?

G4: 100 tanede 10 tane olduysa 1000 tanede 100 tane olur.

Ö: Grup dördün çözümüne katılıyor musunuz?

G1: Biz katılmıyoruz kesin emin olamayız.

G4: Neden emin olmayalım 100 için 10 var yani 10'a bölmüş. 1000'i de 10'a bölersek 100 olur.

G1: İyi de belki daha az var nereden biliyoruz.

Ö: 150 tane hücre olsaydı 15 tane mi açık kalıyor?

G4: (Düşünür) Hayır 12 tane oldu.

Öğretmen, 10'a bölmenin açık kalan hücre sayısını bilmede yeterli olmadığını fark ettirmiştir.

Ö: Öyleyse açık kalanları bulacağımız daha kullanışlı bir ifade bulmamız gerekiyor. Bu nedir düşünün bakalım.

Öğrenciler buldukları örüntüden yararlanarak daha kullanışlı bir örüntü bulamaya çalışmıştır.

H14, grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: Örüntü n^2. Bulduğumuz tüm sayılar 1'den başlayıp sırayla sayıların karesi.

Bu şekilde problemin çözümü sağlanmıştır. Grup bir iki puan kazanmıştır.

Bu aşamada problemin çözümü için sunulan hipotezlerden öne sürdüğü hipotezi doğrulayan grup 2 puan, başka bir grup tarafından sunulan hipotezi çürüten grup 1 puan almıştır.

Grup 2'nin hipotezi doğru olmasına rağmen bize açık olacak hücre numaralarını vermemiştir. Grup 1 ve grup 5'in sunduğu hipotezler bu aşamada kullanılan 2 farklı çözüm olmuştur. İlk sunulan çözüm büyük sayılar için hantal bir çözüm olduğundan ikinci çözüme ihtiyaç duyulmuştur.

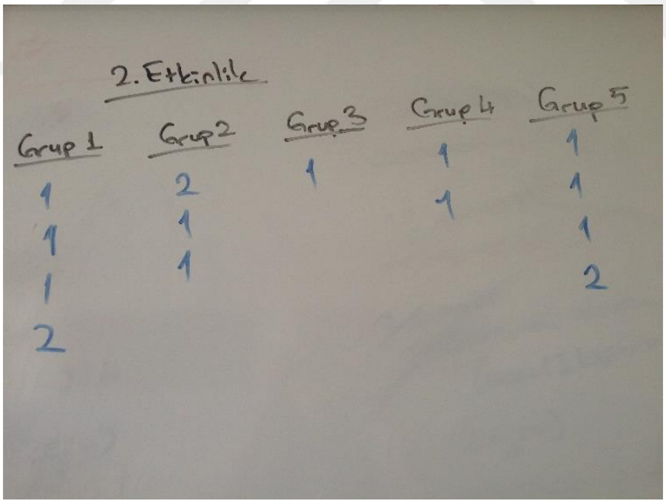
Tablo 4.29'da grupların onaylanan ve çürütülen hipotezlerden dolayı her grubun kaç puan aldığı belirtilmiştir.

Tablo 4.29'da görüldüğü gibi, grup5 ve grup 1 hem doğru hipotez sunmuş hem de sunulan hipotezleri en çok çürüten gruplar olmuştur. Grup2'de benzer şekilde hipotezini doğrulamış ve sunulan iki hipotezi çürütmüştür. Grup3 ve grup4 sundukları hipotezleri doğrulayamasalarda hipotez çürütmeleri problemi anladıklarını göstermiştir. Öğretmen, aynı problemde hücre sayılarının 1000 ve 350 olması durumunda kaç tane hücrenin kilidinin açık kalacağı sorusunu öğrencilere yönlendirmiştir. Öğrencilerin iki problem için de doğru çözümler elde ettikleri ve doğru açıklamalarda bulundukları görülmüştür.

Tablo 4. 29. Grupların Oyun Sonunda Aldıkları Puanların Karşılaştırılması

	Onaylanan hipotezler	**Çürütülen hipotezler**
Grup1	2	3
Grup2	2	2
Grup3	-	1
Grup4	-	2
Grup5	2	3

Doğrulama aşaması ve ifade etme aşaması birlikte toplam 62 dakika sürmüştür.



Resim 4. 4. "Sezar ve Esirleri" Probleminde Alınan Puanlar

Resim 4.4'te etkinliğin sonunda puan sonuçlarının nasıl olduğu sınıf tahtasının bir fotoğrafıyla gösterilmiştir. Buna göre problem çözme etkinliği sonunda G1, toplam 5 puan; G2, toplam 4 puan; G3 toplam 1 puan; G4, toplam 2 puan; G5, toplam 5 puan kazanmıştır.

4.1.2.5. Kurumsallaştırma Süreci

Bu aşamada, öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi ve karesel sayıların tanımı ve özelliklerinin açıklanması uygulama planında yer almıştır. Kurumsallaştırma sürecinde etkin aktör öğretmen iken etkileşim öğretmen ile öğrenci arasında gerçekleşmiştir.

Bu aşamada öğretmen, öğrencilerin problemin çözümü için buldukları iki çözümü açıklamıştır. Bu açıklamayı yaparken tahtaya çözümleri yazarken bir taraftan da öğrenciye bazı sorular sormuştur.

Ö: Grup beşin sunduğu ve onaylanan hipotezimiz neydi?

G3: Açık olanlar surayla tek sayılar kadar artıyordu.

Ö: Peki ilk açık olan hücremiz hangisiydi?

Sınıf hep birlikte bir yanıtını vermiştir. Öğretmen, öğrencilerden kurtulan esirlerin hücre numarasıyla ilgili örüntüyü yazdırmalarını istemiş ve öğrencilerin yönlendirmesiyle 1, 4, 9, 16, 25… şeklinde örüntünün ilk beş terimini yazmıştır. Başlangıçta 1.hücredeki esir kurtuluyor. 3 eklersek 4.hücredeki esir kurtulur. 5 eklersek 9.hücredeki esir kurtulur. Örüntünün artış miktarı sürekli değişmekte ve 1, 3, 5, 7 şeklinde ardışık tek sayılardır. Bahsedilen örüntü bu şekilde oluşturulmuştur. Bu yazım sırasında örüntünün nasıl artacağını öğrenciler belirtmiştir.

Ö: Evet, açık olan hücreleri bu şekilde bulabiliriz. Fakat size 1000 hücre olsaydı ne olurdu diye sorduğumda zorlanmıştınız değil mi?

G1: n^2 şeklinde örüntü bulmuştuk.

Ö: Şimdi bu örüntüyü nasıl bulduğumuzu ayrıntılı olarak açıklayalım. Bulduğumuz sayıları inceleyim. 1’i 1 ile 1’in çarpımı şeklinde yazabiliriz. 4’ü 2 ile 2’nin çarpımı şeklinde yazabiliriz. 9’un 3 ile 3’ün çarpımı şeklinde yazılabilir. Bu sayıları da sayının karesi şeklinde yazabiliriz. $1x1=1^2$, $2x2=2^2$, $3x3=3^2$ şeklinde yazılabilir (öğretmen bu açıklamaları tahtada göstererek yapmıştır). Öyleyse bunu örüntü kuralı olarak n^2 şeklinde yazabiliriz. Yani bu sayılar karesel sayılardır. Karesel sayılar kurtulur. Öyleyse 100 tane hücreden kaç tane esir kurtulur?

G2: 10 tanesi kurtulur.

Ö: Çözümünüzü açıklar mısın?

G2: En son 100 var. 100, 10'un karesi. İlk sayı 1'in karesiydi. 1'den 10'a kadar 10 tane sayı var.

Ö: Çok güzel, peki az önce sorduğumu tekrarlıyorum 1000 tane hücre olsaydı kaç tanesi kurtulurdu?

G5: Ama 1000 bir sayının karesi değil.

Ö: 102 tane hücre olsaydı cevap ne olurdu?

G5: Yine 10 olurdu. 101 ile 102 karesel değil, sonucu etkilemedi.

Ö: O zaman son hücrenin numarası karesel olmak zorunda mı?

G5: Hayır, ondan önceki karesel sayı önemli.

Öğrenciler çözüm için uğraşmaya başlamıştır. Her grup 1000'e en yakın olan karesel sayıları bulmaya çalışmıştır. Bunun için deneme yaptıkları görülmüştür.

G2: Öğretmenim 30 tane esir kurtuluyor.

Ö: Nasıl yaptığını açıklar mısın?

G2: 30'un karesi 900. 900, 1000'den küçük olduğu için cevap 30.

Ö: 900 ile 1000 arasında başka karesel sayı var mı kontrol ettiniz mi?

G2: Hayır, ona bakmadık.

Grup ikinin sözcüsü oturduğu anda grup bir söz hakkı istemiştir.

G1: Öğretmenim 31 tanesi kurtulur. 31'in karesi 961. 32'nin karesi 1024. 1024, 1000'den büyük o yüzden o olmaz. 961, 1000'den küçük. Yani 1000'den küçük olan en son bulduğumuz 31'in karesi. Bu yüzden de 31 tane hücredeki esir kurtuluyor.

Öğretmen çözümü deneme yanılma stratejisi kullanarak anlatmıştır. Bu şekilde 1000 tane hücreden kaç esirin kurtulacağı belirlenmiştir. Öğretmen, öğrencilerin çözümü iyi anladığında emin olmak için 350 hücrenin olması durumunda kaç hücredeki esirin kurtulacağını sormuştur.

G4: 18'in karesi 324. 19'un karesi 361. 361, 350'den büyük. O yüzden 18 tane hücredeki esir kurtulacaktır.

Bu şekilde farklı örneklerle problemin çözümünün anlaşıldığı görülmüştür. Bu aşama yaklaşık 18 dakika sürmüştür.

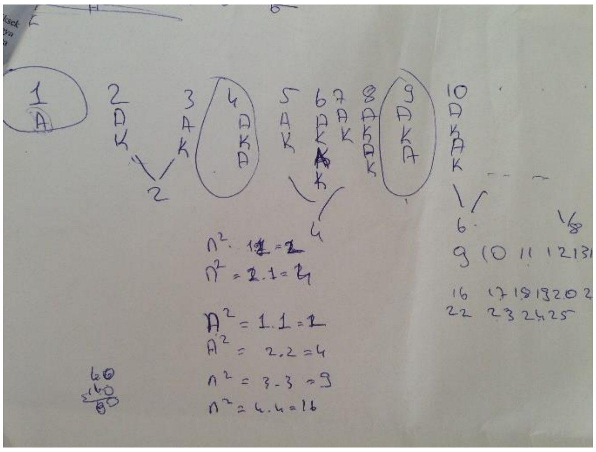
4.1.2.6. Araştırmacının Sunulan Hipotezler ile İlgili Gözlemleri

Araştırmacının uygulama öncesinde öğrencilerin yapabileceği olası hatalar olarak düşündüğü numarası 4'ün katları olan hücrelerin açık olması, numarası asal olan hücrelerin kapalı olması ve numarası tek sayı olan hücrelerin kilidinin kapalı olması fikirleri öğrenciler tarafından söylenmiştir. Bir diğer olası hata olarak düşündüğü numarası çift sayı olan hücrelerin kilidinin açık kalacağı şeklinde genelleme öğrenciler tarafından yapılmamıştır. Öğrenciler hipotezlerinde genelde bir sayının katından bahsetmişlerdir. Örneğin 12'nin katları kapalı, 10'un katları kapalı, 4'ün katları açık, 5'in katları açık kapalı diye ilerliyor gibi hipotezler sunulmuş bir sayının bölen sayısına dair bir çıkarım yapılmamıştır. Doğrulama aşamasının sonuna doğru öğrenciler, kilidi açık olan hücrelere odaklanarak bir örüntü aramışlar ve bu örüntüyü önce açık olan hücrelerin arasındaki farkın 3, 5, 7, 9… şeklinde ilerlediği şeklinde söylemiş daha sonra bunu n^2 olarak söylemişlerdir. Soruyu bu şekilde çözdükten sonra 100 hücrede kalan açık hücre sayısını bulmuş ancak araştırmacının uygulama öncesinde öğrencilerin yapabileceği olası hatalar içinde düşündüğü 1000 hücrenin 100 tanesi açık olacağı çözümünü sunmuşlardır.

Bu problem çözme etkinliğinde, öğrenciler ilk problem çözme etkinliğine göre daha çok zorlanmışlar ve açık olan hücreleri veren bir formül bulmaları için uzun zamana ihtiyaç duymuşlardır. Ancak eylem aşamasında oluşan ikili gruplardan dolayı tüm öğrenciler aktif olurken doğrulama sürecinde belli öğrenciler ön plana çıkmıştır.

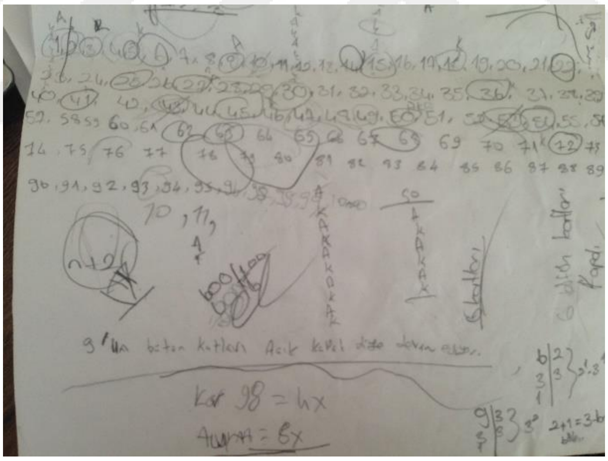
4.1.2.7. Öğrencilerin "Sezar ve Esirleri" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıtları

Öğrenciler Resim 4.5 ve Resim 4.6'da görüldüğü gibi liste yöntemi yaparak açık kalan hücreleri bulmaya çalışmıştır. Resim 4.5'teki öğrenci ilk 10 hücre için açık ve kapalı olan hücreleri tespit ederek daha sonra artış miktarları farkı öğrencinin dikkatini çekmişti. Ardından sadece açık kalan hücrelere odaklanarak n^2 ifadesini bulmuştur.



Resim 4. 5. “Sezar ve Esirleri” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı

Resim 4.6’da görüldüğü gibi 100 tane hücrenin hangilerinin açık kalacağını tespit etmek için 1’den 100’e kadar tüm doğal sayıları yazan öğrenci problemin doğru çözümüne ulaşamamıştır. Etkinlik kağıdında görüldüğü gibi 9’un katlarının nasıl olacağına dair bir çıkarım yapmış olsa da açık kalan hücreleri veren bir formül bulamamıştır.



Resim 4. 6. “Sezar ve Esirleri” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı (2)

4.1.3. “Buğday Satışı Problemi”nin A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamalar ile Çözümüne Ait Bulgular

“Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.” kazanımları kapsamında seçilen Tablo 4.30’da “Buğday Satışı” isimli rutin olmayan problem verilmiştir.

Tablo 4. 30. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Buğday Satışı: Eski zamanlarda, bir köyde yaşayan Ali, Mehmet ve Tarık Beylerin ailelerinin bir yıllık buğday tüketiminin eşit olduğu biliniyor. Ali Bey ve Mehmet Bey çiftçidir. Ali Bey 3 dönüm ve Mehmet Bey 5 dönüm araziye sahiptir. İki çiftçi de tarlalarına buğday ekmişlerdir. Buğdayı hasat ettiklerinde her dönümden eşit miktarda ürün elde ettiklerini görüyorlar. Ali ve Mehmet Beyler ailelerinin yıllık ihtiyacı olan buğdayı kendilerine ayırdıktan sonra ellerinde fazladan kalan buğdayları birleştirerek köyün öğretmeni Tarık Bey'e satıyorlar. Tarık Bey'in aldığı buğdaylar ailesinin bir yıllık buğday ihtiyacını tam olarak karşılamıştır. Tarık Bey'in ailesinin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğuna göre, Ali ve Mehmet Beylerin her biri, Tarık Bey'e kaçar ton buğday satmıştır?

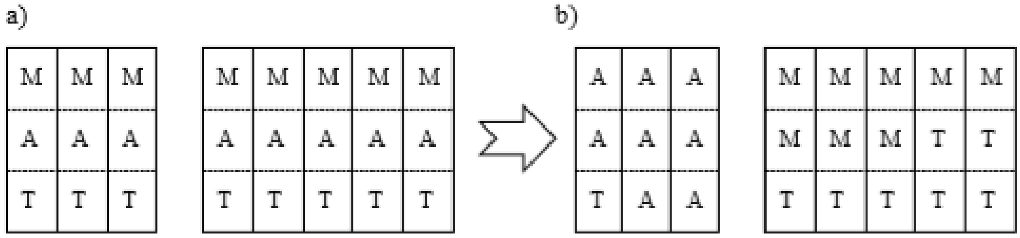
Tablo 4.30'da verilen problemin çözümünde öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler ve öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler, uygulama öncesinde araştırmacı tarafından belirlenmeye çalışılmıştır. Aşağıda üçüncü problem etkinliği ile ilgili araştırmacının belirlediği bu çözümler verilmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin yapabileceği hatalı çözümlere karşı süreç içinde önlemler almış ve bunları dikkate alarak etkinliği sürdürmüştür.

Öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler şunlardır:

• (Aritmetik çözüm): Bir ailenin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğundan 8. 3=24 ton toplam elde edilen buğday miktarı olacaktır. Buradan hareketle her dönümden 24/8=3 ton buğday elde edildiği bulunur. Dolayısıyla, 3 dönüm arazisi olan Ali Bey 3. 3 = 9 ton ve 5 dönüm arazisi olan Mehmet Bey 5. 3 = 15 ton buğday elde etmiştir. Ali ve Mehmet Beyler kendi ailelerinin ihtiyacı olan 8'er ton buğdayı çıktıktan sonra ellerinde kalan buğdayı Tarık Bey'e satacaklardır. Tarık Bey'e Ali Bey 9 ton-8 ton=1 ton, Mehmet Bey ise 15 ton-8 ton=7 ton buğday satacaktır.

• (Geometrik çözüm): Öğrenciler, her bir araziyi kendilerine dağıtılan A4 kağıtları üzerinde temsil edebilirler (Şekil 4.1'de her bir sütun bir dönüm araziyi temsil etmektedir). Toplamda 8 dönüm araziden elde edilen buğday eşit şekilde paylaşılacağına göre her bir dönümden elde edilen buğday üç kişi arasında eşit şekilde paylaştırılacak demektir (şekil 4.1'de kesik satır çizgileri: Mehmet Bey (M), Ali Bey (A), Tarık Bey (T)). Bu paylaştırma Şekil 4.1'deki gibi düzenlendiğinde Mehmet

Bey’in 15 ton buğday elde ettiği ve bunun 7 tonunu Tarık Bey’e sattığı, Ahmet Bey’in ise 9 ton buğday elde ettiği ve bunun 1 tonunu Tarık Bey’e sattığı görülür.



Şekil 4. 1. “Buğday Satışı” Problemine Ait Geometrik Çözüm

• (Deneme-yanılma yöntemi): Öğrenciler arazilerin her dönümünden eşit miktarda buğday elde edildiği bilgisinden hareketle her dönümden elde edilen buğday miktarını sırayla 1 ton, 2 ton, 3 ton, vs. seçerek ve bunu problemin şartlarıyla karşılaştırarak bir çözüm elde etmeye çalışabilirler. Her dönümden 1 ton ya da 2 ton buğday elde edilmesi durumunda, çiftçilerin ailelerine ayırmaları gereken buğday miktarını ayıramayacakları görülür. Sonra her dönümden 3 ton buğday elde edildiği varsayılır. Bu durumda Ali Bey 3 dönüm arazisi olduğundan 3.3=9 ton buğday elde etmiştir. Mehmet Bey ise 5 dönüm arazisi olduğundan 15 ton buğday elde etmiştir. Ahmet Bey 1 ton buğdayını ve Mehmet Bey de 7 ton buğdayını Tarık Bey’e satarsa tüm aileler eşit miktarda buğdaya sahip olur.

• Bir dönümden elde edilen buğday miktarına x diyerek, Ali Bey 3 dönüm araziden 3x, Mehmet Bey’in ise 5 dönüm araziden 5x kadar buğday elde edildiğini bulurlar. Bir ailenin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğundan 8.3=24 ton toplam elde edilen buğday miktarı olacaktır. $3x + 5x = 24$ denkleminden x’in değeri 3 bulunur. Ali Bey 3.3 = 9 ton buğday, Mehmet Bey 5.3 = 15 ton buğday elde etmiştir. Kendi ihtiyaçları olan 8 tonlarını alıp geri kalanı Tarık Bey’e vermişlerdir. Buna göre Ali Bey 9 – 8 = 1 ton, Mehmet Bey 15 – 8 = 7 ton buğdayı Tarık Bey’e verdiklerinde eşit miktarda buğdaya sahip olurlar.

Öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler şunlardır:

• Öğrenciler, arazi miktarını hesaba katmaksızın problemdeki “her dönümden eşit miktarda ürün elde etme” ve hikayedeki kişilerin “bir yıllık buğday tüketimlerinin eşit olması” ifadelerini yanlış algılamalarının sonucunda, çiftçilerin her iki araziden eşit miktarda buğday elde ettiklerini düşünebilir. Buradan hareketle öğrenciler "Çiftçiler, Tarık Bey'e eşit miktarda (4'er ton) buğday vermişlerdir." şeklinde bir çözüm önerisi ileri sürebilirler.

• Öğrenciler, çiftçilerin sahip olduğu arazi miktarlarını (8 dönüm) ve verilen buğday miktarını (8 ton buğday) göz önünde bulundurarak, "arazi ve verilen buğday" arasındaki sayıların aynı olmasından kaynaklanan benzerlikten dolayı bir ilişki olacağını düşünebilirler. Bu durumda öğrenciler, "Tarık Bey'e, arazisi 5 dönüm olan çiftçi 5 ton buğday ve arazisi 3 dönüm olan çiftçi 3 ton buğday vermiştir" şeklinde bir çözüm önerisi ileri sürülebilirler.

4.1.3.1. Sorumluluk Devretme Süreci

Bu aşamada, öğrencilerden problemi okumalarını ve kendi cümleleriyle problemi ifade etmelerininin istenmesi ve öğretmenin problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmesi uygulama planında yer almıştır. Bu aşamada etkin aktörün öğretmen, etkileşimin öğretmen ile öğrenci arasında olması uygulama planında belirtilmiştir.

Uygulamada grup 2 6 kişi, diğer gruplar 5 kişi olacak şekilde 5 masa etrafında önceki problem uygulamasındaki yerleşim planına göre oturmuştur. Öğretmen, problemin yazılı olduğu kağıtları her gruba birer tane olacak şekilde dağıtmıştır. Daha sonra öğrencilerin, problemi kendi grup arkadaşlarıyla okumalarını istemiştir. 2 gönüllü öğrenciyi seçmiş ve problemi kendi cümleleriyle ifade etmelerini istemiştir.

G1: İki kişi varmış. Birinin 3 dönümü varmış diğerinin 5 dönüm. Her dönümde eşit buğday oluyormuş. Tarık Bey'in tarlası yokmuş diğer iki kişi ona veriyormuş.

Ö: Bir şeyi söylemedin tekrar bir bakar mısın soruya?

G1: Hepsinin ihtiyacı da 8 tonmuş.

Diğer öğrenci de aynı şekilde açıklama yapmıştır. İki öğrencinin soruyu kendi cümleleriyle ifade etmelerinden sonra 5 gruptan 3'ü sorunun çözümü için harekete geçtiği görülmüştür. Öğretmen öğrencilerden şu an çözüm için fikir üretmemelerini istemiştir. Şu anki amacımızın problemi doğru anladıklarından emin olmak olduğu söylenmiştir. Bu sırada grup 3'ten bir öğrenci söz almıştır. Diğer gruplar arkadaşlarını dikkatlice dinlemiştir. Diğer gruplar grup 3'ün sorusunu duyduktan sonra söz hakkı istemişlerdir. Öğretmen öğrencilere söz hakkı vermek yerine öğrencinin hatasını kendi fark etmesini sağlamıştır. Bu diyalog aşağıdaki gibidir:

G3: Eşit de olsa bir teori olması gerekmez mi? 3 ton ve 5 ton üretmişler işte.

Ö: Soruyu sesli bir şekilde okur musun?

G3: Hayıır ton demiyor dönüm diyor. Tamam anladım şimdi.

G2: Her dönümden eşit miktarda ise herkes eşit buğday üretmez mi? Yani 4 4 verirler.

Ö: Arkadaşınızın söylediğine katılıyor musunuz?

G1: Hayır, bakın şimdi. Bize bir dönümden elde edilen ton aynı dedi. Şimdi Ali ile Mehmet'in dönümleri eşit değil bu yüzden de eşit denmez.

G5: Eşit dediği ihtiyaçları. Tarık, Ali, Mehmet üçünün de sekiz tonmuş.

Bu açıklamalarla dönüm ve ton arasında bir ilişki olduğuna dikkat çekilmiştir. Ancak aynı şey olmadıkları ve soruda verilen eşitlikten kastedilenin buğday ihtiyaçları olduğu vurgulanmıştır. Tüm bu açıklamalardan sonra öğrenciler soruyu anladıklarını ifade etmişlerdir.

Sonuç olarak, öğrencilerin anlamadığı noktaların çözüldüğü ve problemi anladığı, çözüm süreci için hazır oldukları görülmüştür. Sorumluluk devretme aşaması 14 dakika içinde beklenildiği şekilde gerçekleşmiştir.

4.1.3.2. Eylem Süreci

Bu aşamada, her öğrencinin geçmiş bilgilerini işe koşarak çözüm önerilerini bireysel olarak düşünmesi istenmesi ve çözümlerin grup içinde tartışılması uygulama planında belirtilmiştir. Bu aşamada etkin aktör öğrenci, öğretmen ise rehber durumundadır. Etkileşim öğrenci ile ortam arasında yani öğrenci-öğrenci etkileşimi ve grup içi tartışmalar vardır.

Öğretmen herkese boş kağıtlar dağıtmıştır. Problemin bu kağıtlara çözüleceği söylenmiştir.

Öğretmen: Şimdi sizden istediğim herkes tek başına verdiğim kağıtlara yazarak sorunun çözümü bulsun.

Bu aşama yaklaşık 5 dakika sürmüştür. Bu aşamada öğrencilerin geçmiş bilgilerini kullanarak sorunun çözümü için önerilerde bulunması istenmiştir. Bazı öğrencilerin yanlarındaki arkadaşlarından yardım aldığı, bazı gruplarda grup içi tartışmaların yaşandığı gözlemlenmiştir. Bunu gören öğretmen öğrencileri, çözüm için tek başlarına çalışmaları konusunda uyarmıştır. Öğrencilerin bu aşamada doğru yaklaşımlar sergiledikleri görülmüştür.

4.1.3.3. İfade Etme Süreci

Bu aşamada, öğrencilerin genel çözüme yönelik hipotezler elde etmesi ve grup sözcülerinin buldukları çözümleri boş bir kâğıda yazması ve çözüm önerilerinde bulunması uygulama planında yer almıştır. Etkin aktör öğrenci ve öğretmen rehberdir. Etkileşim ise öğretmen ile öğrenci arasındadır.

Öğretmen: Çözümlerinizi grup arkadaşlarınızla doğru mu yanlış mı diye tartışın.

Öğretmen böyle bir yönlendirmede bulunarak ifade etme aşamasını başlatmıştır. Bu aşama yaklaşık 5 dakika sürmüştür.

Bu aşamada eylem süreci aşamasında öğrencilerin bulduğu çözümler ve düşünceler grup içinde paylaşılmıştır. İfade etme sürecinde öğrencilerden bir çözüm önerisi için ortak karar vermeleri istenmiştir. Grup içi tartışmalarda grupların kendi çözümlerini anlattıkları ve grup içi tartışmalarla çözüm için önerilerde bulundukları görülmüştür.

Öğretmen grup sözcülerinden gruplarının ulaştıkları çözümü ifade etmelerini istemiştir. Söz hakkı isteyen grup1'den başlayarak çözüm önerisi sunmak isteyen gruplardan çözüm önerileri alınmış ve öğretmen tarafından tahtaya yazılmıştır. Ancak gerekli durumlarda öğrenciler tahtaya kalkarak yaptıkları işlemleri tahtaya aktarmıştır. Gruplar bu aşamada iki çiftçinin Tarık Bey'e verdikleri buğday miktarların 1-7, 4-4 ve 1-7 olabileceğini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin çözüm yaklaşımları ve çözüm açıklamaları Tablo 4.31'de sunulmuştur.

Tablo 4. 31. Grupların Verdikleri Çözüm Önerileri

Çözüm Yaklaşımı	Çözüm Açıklaması	Çözümü Veren Grup	Çözümün Doğruluğu
1-7	Her dönüm 2 ton olsa 3.2=6 ton. Her dönüm 3 ton olsa; Ali Bey 3.3=9 ton, 9-8=1 ton verir. Mehmet Bey, 5.3=15 ton, 15-8=7 ton verir. Tarık Bey'e 1+7=8 ton verildi.	Grup 1	Doğru
4-4	Ali Bey, 3 dönüm+5 ton= 8 dönüm, 9 ton üretirse 4'ünü verir. Mehmet Bey, 5 dönüm+3 ton=8 dönüm, 7 ton üretirse 4 ton verir.	Grup 3	Yanlış
1-7	8.3=24 ton. 3 dönüm+5dönüm=8 dönüm. 24:8=3 ton (1 dönümden elde edilen buğday miktarı) Ali Bey, 3.3=9 ton (1 ton verdi). Mehmet Bey, 5.3=15 ton (7 ton verdi). Tarık Bey'e 1+7=8 ton verildi.	Grup 5	Doğru

Tablo 4.31'de çözüm önerilerini veren gruplar grup1, grup3 ve grup5 olarak gözükmesine rağmen diğer gruplardan da grup 1'in fikrine fikir sunulduğunda hemen destek gelmiştir ve çözümlerinin grup 1'in sunduğu hipotezin aynısı olduğu grup 2 ve grup 4 tarafından belirtilmiştir. Grup 1 ve grup 5'in sunduğu çözüm yaklaşımı aynı olmasına rağmen Tablo4.31 incelendiğinde çözüm açıklamalarının farklı olduğu görülmüştür. Bu aşama yaklaşık 11 dakika sürmüştür. Grupların verilen çözüm önerileriyle ilgili düşünmelerini ve verilen çözümlerin ya doğrulanması ya çürütülmesini istemesi ile doğrulama süreci başlamıştır.

4.1.3.4. Doğrulama Süreci

Bu aşamada, oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi uygulama planında yer almıştır. Doğrulama sürecinde öğretmen rehberken etkin aktör öğrencidir. Etkileşim öğrenciler arasında bütün sınıf tartışması ile gerçekleşmiştir.

Bu aşamada problem durumu için sunulan çözüm açıklamalarının doğrulanması veya çürütülmesi için tartışmalar yaşanmıştır. Bu aşama en uzun aşama olup 28 dakika boyunca devam etmiştir. İfade etme aşamasında grup başkanlarının grupları adına çözüm önerilerini sunmasıyla aslında bu aşama başlamış ve ifade etme süreci ile doğrulama süreci birbirinden tam ayrılmamıştır. Tablo 4.31'de verilen çözüm açıklamaları grup başkanları tarafından kimseden herhangi bir müdahele olmadan tahtada yazılarak açıklanmıştır. Tüm çözüm önerileri sırayla gruplardan alınmıştır. Sunulan çözüm önerilerine itiraz olup olmadığı yine alınan çözüm önerisi sırasına göre yapılmıştır. Grupların öne sürdüğü çözüm önerileri Tablo 4.31'de 1-7, 3-5 ve 1-7 başlıkları altında incelenmiştir. Birince ve üçüncü çözüm önerisi aynı olmasına rağmen bunlara ait çözüm açıklamaları farklı olduğundan ayrı ayrı ele alınmışlardır. Grupların çözüm önerilerini sunarken koymuş oldukları düşünceler aşağıdaki gibidir:

Öneri 1

G1: Öğretmenim biz ilk önce denedik. Her dönümden eşit miktarda buğday elde ediliyormuş ya her dönümden 2 ton olsa 3.2=6 ton. Ama ihtiyaçları 8 tondu yani yetmedi. Her dönüm 3 ton olsa; Ali Bey 3.3=9 ton, 8'i kendi alır 9-8=1 ton verir. Mehmet Bey, 5.3=15 ton, 8 tonu kendine alınca 15-8=7 ton verir. Tarık Bey'e 1+7=8 ton verildi. Hepsi 8 ton aldı.

Ö: Şimdi diğer gruplar düşünsün doğru olduğunu düşünüyorsanız neden doğru yanlış olduğunu düşünüyorsanız neden yanlış?

G2: Biz doğru diyoruz. Biz de aynı böyle çözdük. 2 ton olunca az oldu 3 olunca tam oldu. 4 ton deyince de çok fazla oldu.

G4: Biz de katılıyoruz. Biz de böyle yaptık.

G3: Bence böyle yapamayız. Nasıl neye göre deniyolar ki böyle. Bize soruda 2 ton üretilir 3 ton üretilir demiyor. O yüzden böyle yapamayız.

G1: Soruda demiyor zaten biz kendimiz deniyoruz.

G3: İyi de işte soruda demeden uyduramayız.

G1: Soruda her dönümden eşit üretir diyor ya. Biz de o yüzden o eşit olan 2 ton olsa ne olurdu 3 ton ne olurdu diye baktık. Zaten soruda her dönümden ne kadar üretileceğini söylese soru hemen çözülürdü.

G3: Ama işte soruda öyle bir şey demediği için yapamayız bence.

Öneri 1'de gruplar deneme yanılma yoluyla problemi çözmüşlerdir. G1'in açıklamasından sonra G2 ve G4 çözümlerinin aynı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenciler soruda bulunan her dönümden eşit miktarda ürün elde etme durumundan soruyu çözmüşlerdir. Bu miktar için değişken kullanmadıkları 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir dönümden elde edilen buğday miktarının kaç ton olacağını bulmuşlardır. G1 sadece 2 ve 3 sayılarını denemekle yetinirken, G2 4'ü de denemiştir. Bu şekilde her dönümden 3 ton elde edildiğinde Ali Bey, Mehmet Bey ve Tarık Bey'e düşen buğday miktarları 8'er ton olmuştur. G3 ise çözüme itirazda bulunmuştur. Çözüm için kullanacağımız tüm sayıların soruda kullanılması gerektiğini düşünmüştür. Süreç içinde G3'teki bir öğrenci hariç bu çözüme ikna olmuştur. Yapılan açıklamalar doğrultusunda, yanlış şekilde çürütmeye çalışan G3'teki bir öğrenci hariç öğrencilerin bilgilerinde olumlu yönde değişim olduğu görülmüştür. G3'te bulunan bir öğrenci ise soruda verilmeyen bir sayıyı kullanmaya uydurma diye bakmış, deneme yanılma stratejisini kabul etmemiştir. G3'teki bu öğrenciyle daha sonra görüşme yapılmıştır. Bu çözüm önerisinde Ali Bey'in 1 ton, Mehmet Bey'in 7 ton verdiği bulunmuştur. Bu öneri doğru olmasına rağmen deneme yanılma yöntemi yerine her dönümde üretilen buğday miktarını bulmak için değişken vererek 3 sayısını bulmamışlardır. Bu aşamada öneri 1 bir öğrenci hariç diğer öğrenciler tarafından onaylanmıştır.

Öneri 2

G3: Şimdi öğretmenim şöyle düşündük. Ali Bey'in 3 dönümü, Mehmet Bey'in 5 dönümü varmış. İkisinin eşit olması lazım yani bu 8'miş. Bunların Tarık Bey'e 8 ton vermesi lazım o zaman 4 4 olacak. Bunun olması için de Ali Bey, 3 dönüm+5 ton= 8 dönüm, 9 ton üretirse 4'ünü verir. Mehmet Bey, 5 dönüm+3 ton=8 dönüm, 7 ton üretirse 4 ton verir.

G1: Ton ve dönüm ayrı şeyler. 3 dönüm başka bir şey ton başka bir şey.

G3: Hayır onlar aynı şey. 1 dönümden 1 ton çıkıyor.

G1: Hayır, aynı şey çıkmıyor. Bu değerler verilince soru çözülmez. Soruda bunlar belirtilmemiş.

G3: Her dönüme 1 ton verince aynı sonuç çıkıyor. İkisi de 8 tonmuş işte böyle çözdüğüm gibi oluyor.

G1: Soruda bize 1 ton üretir demiyor. Sadece diyor ki her dönümden üretilen eşit oluyor.

G5: Bir de 3 dönüm ile 5 ton toplanınca 8 dönüm demiş. Ama orada biri ton biri dönüm öyle toplanmazlar.

G3: Hayır işte 1 verilince oluyor.

Bunun üstüne grup bir her dönümden 1 ton üretildiğinde ne olacağını göstermek istemiştir.

G1: Ali Bey 3 dönümden 3 ton buğday üretti. Mehmet Bey 5 dönümden 5 ton üretti. Hepsinin ihtiyacı 8 ton. Tarık Bey'in ihtiyacı karşılansın diye tüm ürettiklerini verirler onlara buğday kalmaz.

Bu açıklamadan sonra öğrenci çözümün yanlış olduğunu kabul etmiştir. Çürütme için yapılan açıklamalarda grup üçteki öğrenciler yanlış düşündükleri noktayı anlamışlardır ancak bir öğrenci çözümlerinde ısrar etmiştir.

Öneri 2'de grup üç "eşit" kelimesine odaklanarak her tarladan aynı miktarda, yani dörder ton buğdayın Tarık Bey'e verildiği yanılgısına düşmüştür. Daha sonra her dönümden 1 ton elde edildiğini düşünerek matematiksel olarak uygun olmayan şekilde 4'er ton versinler diye birtakım işlemler yaptıkları görülmüştür. Bunun sonucunda grup üç, Tarık Bey'e satılan 8 ton buğdayı Ali Bey ve Mehmet Bey 4'er ton olacak şekilde Tarık Bey'e sattıklarını ifade etmişlerdir. Öneri 2 sunulduktan sonra, bu öneriye tüm gruplar karşı çıkmış, her iki çiftçinin bir dönümden elde ettikleri miktarların bir ton olmadığını, ton ile dönüm arasında doğrudan toplama işlemi yapacayacaklarını belirtmişlerdir. Ayrıca çiftçilerin toplam 8 ton elde etmediklerini kendi ihtiyaçları olan 8 tonu sattıktan sonra fazla olanların toplam 8 ton olduğunu ve bunları Tarık Bey'e sattıklarını ifade etmişlerdir. Bu açıklamalar doğrultusunda öneri 2'nin yanlış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu öneride grup üçün, çiftçilerin ihtiyacı olan buğdayı ayırması, dönüm ile buğday arasında doğrudan bir toplam yapılamayacağı ve her dönümden elde edilen buğday miktarının 1 olduğu şeklinde bir çıkarımın yapılamayacağını görmedikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Öneri 3

G5: Öğretmenim üç kişi var hepsinin ihtiyacı 8 ton. Yani toplam ihtiyaçları 8.3=24 ton. Ellerinde toplam 8 dönüm varmış. Bir dönümde elde edilen 24:8=3 tondur. Ali Bey, 3.3=9 ton, 8'ini kendine aldı 1'ini verdi. Mehmet Bey, 5.3=15 ton, 8 tonu kendine aldı 7 tonu verdi. Tarık Bey'in de 8 ton buğdayı oldu.

Ö: Grup 3'ün çözümü için ne düşünüyorsunuz?

Şeklinde bir soru yönelterek öğrencilerden çözüm için kabul veya kabul etmeme şeklinde bir fikir istemiştir. Grup 1'den bir öğrenci söz alarak,

G1: Çözüm doğru. Biz 3'ü deneyerek bulmuştuk ama böyle yapınca deneme yapmaya gerek kalmaz.

Bu şekilde açıklama yaparak hem öneri 3'ün doğru olduğunu hem de kendi çözümlerini bir adım ileri götürdüklerini belirtmiştir. Bu sırada G2'de döz istemiştir.

G2: Evet biz de katılıyoruz. Sonuç da aynı çıktı.

Diğer gruplardan da itiraz gelmemiştir. Grup 5'in açıklaması diğer gruplar tarafından da öneri 1 gibi onaylanmıştır. Öneri 1 ile öneri 3'ün çözüm yaklaşımı aynıdır. İki öneride de Ali Bey'in 1 ton, Mehmet Bey'in 7 ton verdiği bulunmuştur. Aradaki fark öneri 1'de bir dönüm tarlada üretilen buğday miktarının 3 ton olduğunu öğrenciler deneme yanılma yöntemiyle bulmuştur. Öneri 3'te ise 3 ton, toplam üretilmesi gereken buğday miktarının toplam dönüm miktarına bölünmesiyle doğrudan bulunmuştur. Öneri 3 tüm sınıf tarfıından onaylanmıştır.

Öğretmen, öneri 1 ve öneri 3'ün kabul edilmesinden sonra dersin başından itibaren üretilen fikirlerin öğrenciler tarafından neden onaylanmadığını netleştirmek istemiştir. Bu nedenle,

Ö: Peki şimdi dersin en başından beri sorunun çözümü için ele alınan fikirleri ele alalım. Ali Bey'in 3 ton, Mehmet Bey'in 5 ton verdiği çözüm neden yanlıştı?

Şeklinde sınıfa sorusunu yöneltmiştir. Soruyu cevaplamak için 5 gruptan da öğrenciler söz hakkı istemiştir. Öğretmen bu aşamada farklı öneride bulunmayan G2 ve G4 ile yanlış öneride bulunan G3'e söz hakkı verme eğilimi göstermiştir.

G4: Öğretmenim bize söylediği birinin 3 dönümü birinin 5 dönümü olduğu. Ama verilen miktarla dönümü aynı olmuyor. Hesaplamadan kafamıza göre Ali 3 verir, Mehmet 5 verir diyemeyiz.

Bu açıklama ile başta yapılan soruyu anlamayla ilgili problemlerin aşıldığı görülmüştür. Daha sonra az önceki fikir gibi sorumluluk aktarma aşamasında ortaya atılan herbirinin 4 ton buğdaylarını Tarık Bey'e verdiği fikrinin neden doğrulanmadığı sorulmuştur. Sorumluluk devretme aşamasında bu fikri sunan G2 söz hakkı isteyerek şu şekilde açıklama yapmıştır:

G2: Çünkü bize soruda ikisi de eşit miktarda üretti sonra verdi demiyor. Eşit üretiliyor dediği bir dönümden elde edilen buğday miktarı öğretmenim.

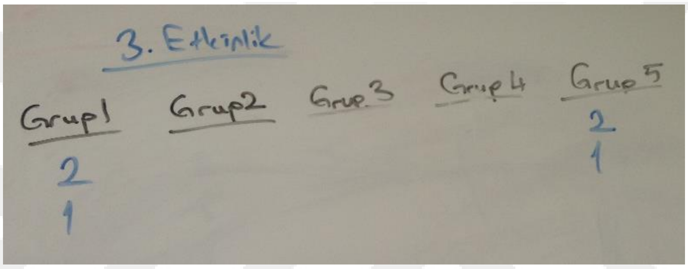
Bu açıklama ile değişen ortam sayesinde grup 2'nin yaptığı hatayı fark ettiği söylenebilir. Daha sonra aynı çözüm yaklaşımı 4-4'ü destekleyen ancak farklı bir çözüm açıklaması sunan G3'ün fikrinin neden yanlış olduğuna dair bir açıklama istenmiştir.

G3: Öğretmenim çünkü bizim çözümümüz çok saçma. Dönümle tonu topladık ton yaptık ama onlar farklı şeyler.

Yapılan bu açıklamalar doğrultusunda, yanlış çözüm önerisinde bulunan gruptaki öğrenciler sınıfta yapılan görüş alışverişleriyle birlikte sahip olduğu bilgilerde olumlu yönde değişim sergilenmiştir. Değişen ortam sayesinde öğrenciler soruda fark etmedileri şartları farketmiş, öğrenciler çözüm için stratejiler geliştirerek doğru çözüm önerilerine yönelmişlerdir. Bu aşamada problemin çözümü için sunulan hipotezlerden öne sürdüğü hipotezi doğrulayan grup 2 puan, başka bir grup tarafından sunulan hipotezi çürüten grup 1 puan almıştır. Grup 1 ve grup 5 doğru hipotezler sunmuş ve grup 3'ün sunduğu hipotezi birlikte çürütmüşlerdir. Grup 5, grup 1'in sunduğu çözüm önerisini bir adım ileri götürerek bir dönümden elde edilen buğday miktarını doğrudan bulmuştur. Grup 2 ve grup 4 çözüm yeni çözüm önerisi getirmemelerine rağmen grup 1'in bulduğu çözüm önerisinin aynısını bulduklarını belirtmişlerdir. Tablo 4.32'de grupların onaylanan ve çürütülen hipotezlerden kaç puan aldığı belirtilmiştir.

Tablo 4. 32. Grupların Oyun Sonunda Aldıkları Puanların Karşılaştırılması

	Onaylanan hipotezler	Çürütülen hipotezler
Grup1	2	1
Grup2	-	-
Grup3	-	-
Grup4	-	-
Grup5	2	1



Resim 4. 7. "Buğday Satışı" Probleminde Alınan Puanlar

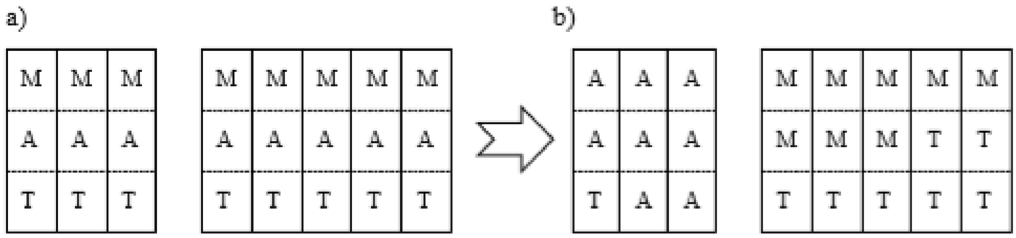
Resim 4.7'de etkinliğin sonunda puanların dağılımı sınıf tahtasının bir fotoğrafıyla gösterilmiştir. Buna göre problem çözme etkinliği sonunda G1, toplam 3 puan; G2, toplam 0 puan; G3 toplam 0 puan; G4, toplam 0 puan; G5, toplam 3 puan kazanmıştır.

4.1.3.5. Kurumsallaştırma Süreci

Bu aşamada, öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi ve çözümün hem denklemler hem de farklı yollarla çözülmesi uygulama planında yer almıştır. Kurumsallaştırma sürecinde etkin aktör öğretmen iken etkileşim öğretmen ile öğrenci arasında gerçekleşmiştir.

Öğrenciler tarafından değerlendirilen doğru ve yanlış fikirlerden sonra öğretmen bu aşamada elde edilen bilgileri toparlamış, farklı çözüm yolları öğrencilere gösterilmiştir. Bu aşama yaklaşık 12 dakika sürmüştür. Önce sorunun en önemli noktalarından biri olan her dönümden elde edilen buğday miktarının eşit olması öğretmen tarafından vurgulanmıştır. Daha sonra öğrencilerin onayladığı doğru çözüm önerilerinden de yararlanılarak hem öneri 1 ve öneri 3 hem de probleme ait farklı çözüm yolları öğrencilere sunulmuştur.

Öğrencilere problemin farklı çözümü anlatılırken ilk önce geometrik çözümden başlanmıştır. Bunun için problemde verilen bilgilere dönülmüş ve bir dönümü temsil eden bir sütun çizilmiştir. Ali Bey'in üç dönüm arazisi olduğundan bu miktarını temsil eden 3 sütun ve Mehmet Bey'in beş dönüm arazisi olduğundan bu miktarı temsil eden 5 sütun çizilmiştir. Toplamda çizilen 8 dönümlük araziden elde edilen buğday üç kişi arasında eşit olarak paylaşılacağından her dönüm kesik satır çizgileriyle üç eşit parçaya ayrılmıştır. Şekil 4.2'deki gibi yapılan bu işlemden sonra Ali ve Mehmet Bey kendi ihtiyaçlarını kendi tarlalarından karşıladığı için Şekil 4.2'deki şekilde düzenlenmiştir.



Şekil 4. 2. "Buğday Satışı" Problemine Ait Geometrik Çözüm

Şekil 4.2'de görüldüğü gibi Ali Bey'e ve Mehmet Bey'e 8'er parça ayrılmıştır. Tarık Bey için ayrılan parça sayısı da 8 parça olmuştur. 8 parça, 8 ton buğdayı temsil ettiğinden her bir parça bir ton buğdayı temsil etmektedir. Buna göre Tarık Bey'e verilen buğdayların 1 tonunu Ali Bey, 7 tonunu Mehmet Bey vermiştir. Problemin bu çözümü sırasında öğrencilerden de geri dönütler alınmıştır. Öğrenci süreç içine katılarak parça sayıları öğrencilerle birlikte sayılmış, aynı zamanda öğrencilerin çözümü doğru anladığından emin olmak için öğrencilerle birlikte geometrik çözüm yapılmıştır.

Öneri 1'de her dönümden elde edilen buğday miktarının aynı olmasından yola çıkılmıştır. Bir dönümden elde edilen buğday miktarını bulmak için deneme yanılma stratejisi kullanılmıştır. Öneri 3'te ise her dönümden elde edilen buğday miktarını bulmak için üç kişinin ihtiyacı olan toplam buğday miktarı dönüm miktarına bölünmüştür. Öğrencilere bu aşamada cebirden yararlanabileceğimiz söylenmiştir. Bunun için her bir dönümden elde edilen buğday miktarı eşit olduğundan bu miktara x denildiğinde, Ali Bey 3 dönüm araziden 3x, Mehmet Bey'in ise 5 dönüm araziden 5x kadar buğday elde ettikleri buğday miktarları olmuştur. Bir ailenin yıllık buğday tüketimi 8 ton olduğundan ve üç aile olduğundan 8x3=24 ton elde edilen toplam buğday miktarı olarak bulunmuştur. Buna 3x + 5x = 24 denkleminden x'in değerinin 3 ton olduğu görülmüştür. Ali Bey 3.3 = 9 ton buğday, Mehmet Bey 5.3 = 15 ton buğday elde etmiştir. Kendi ihtiyaçları olan 8 tonlarını alıp geri kalanı Tarık Bey'e vermişlerdir. Buna göre Ali Bey 9 – 8 = 1 ton, Mehmet Bey 15 – 8 = 7 ton buğdayı Tarık Bey'e verdiklerinde her üç aile de buğday ihtiyaçlarını karşılamıştır. Öğrencilere sunulan problem durumunun bu çözümünde de denklem çözümleri öğrencilere söz hakkı verilerek sonuca ulaştırılmıştır.

Öğretmen öğrencilerin problem çözümünü iyi anladığından emin olmak için sorudaki sayıları değiştirerek aşağıdaki şekilde bir soru yöneltmiştir:

Ö: Peki çocuklar Ali Bey'in 4 dönüm, Mehmet Bey'in 5 dönüm tarlası olsaydı ve bu üç ailenin buğday ihtiyaçları 12 ton olsaydı Ali Bey ve Mehmet Bey, Tarık Bey'e kaç ton buğday satarlardı? Şimdi bu problem için çözüm bulmanızı istiyorum.

Öğrencilere problemi çözmeleri için birkaç dakika süre verilmiştir. Bu süre sonunda öğrencilerin büyük çoğunluğu buldukları çözümleri söyleyebilmek için parmak kaldırarak söz hakkı istemişlerdir. G3'ten bir öğrenciye söz hakkı verilmiştir:

G3: Birinin ihtiyacı 12 ton o zaman üçünün ihtiyacı 36. Toplam 9 dönüm var. Yani 9x=36 buradan x 4 oluyor. Ali Bey 4.4= 16 ton üretmiş 12'sini almış 4 tonunu sattı. Mehmet'in 5.4= 20 tonu var 12'sini aldı 8'ini sattı.

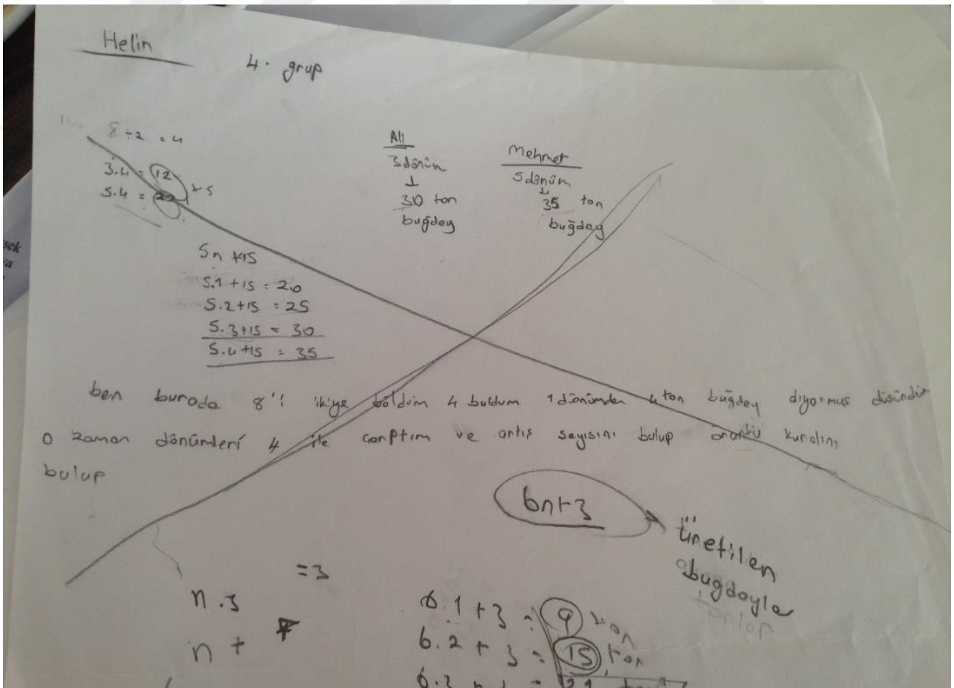
Öğrencinin açıklamasından sonra öğretmen öğrencilere çözüme katılıp katılmadıklarını sormuştur. Diğer öğrenciler G3'ün çözümünü onaylamış ve çözümlerinin aynı olduğunu belirtmişlerdir. Bu sorunun da çözümüyle etkinlik tamamlanmıştır.

4.1.3.6. Araştırmacının Sunulan Hipotezler ile İlgili Gözlemleri

Araştırmacının daha önce düşünmediği dönüm ve tonun aynı olarak düşünülerek birimi ton olan sayı ile birimi dönüm olan sayının toplanarak dönüm cinsinden yazılması fikri ifade etme aşamasında sunulan çözüm yaklaşımı içinde geçmiştir. Bir grup dönüm ve ton fikirlerini doğrudan birbirine dönüştürmüştür. Diğer öğrenciler bu düşüncenin yanlış olduğunu kanıtlamak için çaba harcamışlardır. Bu etkinlik sırasında sınıfta en uzun tartışma bu hipotez üzerine olmuştur. Hipotezi sunan grup uzun süre kendi fikrini desteklemiş ve diğer gruplar tarafından yapılan açıklamaları uzun süre kabul etmemiştir.

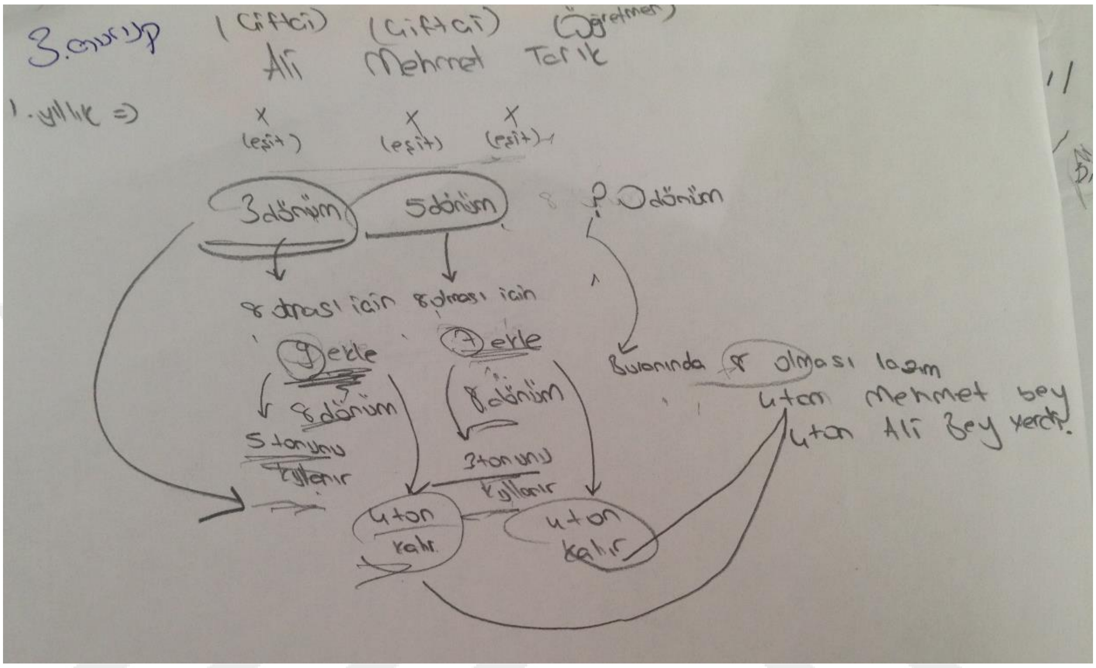
Araştırmacı tarafından uygulama öncesi olası hatalar arasında düşünülen çiftçilerin eşit buğday vereceği bu yüzden de 4'er ton satacağı fikri sorumluluk aktarma sürecinde ortaya çıkmıştır. Olası hatalardan biri olarak düşünülen 5 dönümü olan 5 ton, 3 dönümü olan 3 ton satar fikri ise uygulamada bir fikir olarak ileri sürülmemiştir. Araştırmacı tarafından gelebilecek doğru çözümler olarak düşünülen, deneme yanılma yoluyla bir dönümden 3 ton buğday elde edileceğinin bulunması ile sorunun çözülmesi ve bir dönüm tarladan elde edilen buğday miktarına x değişkeni verilmesi ile sorunun çözülmesi çözüm yaklaşımı olarak sunulmuştur. Bunun yanı sıra öğretmenin gelebilecek doğru çözümler olarak düşündüğü üç kişi için gereken toplam buğday miktarının 24 ton olduğu bu şekilde toplam 8 dönüm olmasından, bir dönüm tarladan elde edilen buğday miktarının 3 olarak bulunması ve modelleme kullanılarak sorunun çözülmesi fikri öğrenciler tarafından uygulamada bulunmamıştır.

4.1.3.7. Öğrencilerin "Buğday Satışı" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıtları



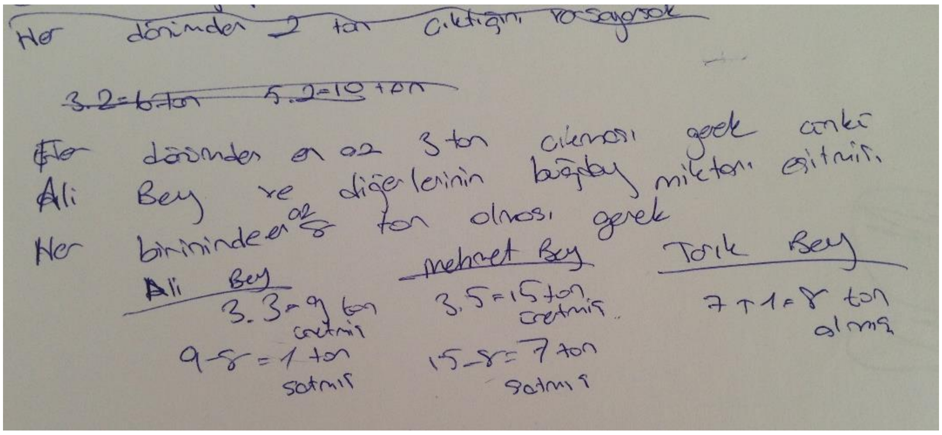
Resim 4. 8. "Buğday Satışı" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı

Resim 4.8'de görüldüğü gibi öğrenci önce Tarık Bey'in ihtiyacı olan 8 ton buğdayın, Ali Bey ve Mehmet Bey tarafından eşit miktarda buğday satışı gerçekleştirilerek 4'er ton satış yapılması sonucunda elde edildiğini düşünmüştür. Araştırmacı taarfından etkinlik kâğıdı ile ilgili öğrenciyle görüşülmüş ve öğrencinin örüntü bulma yoluna da girmiş ancak sonuca ulaşamadığı için kendi çözümünü devam ettirmekten vazgeçtiği bilgisine ulaşılmıştır. Ali Bey ve Mehmet Bey'in tarlasında ürettiği buğday miktarı için örüntü aramaya devam eden öğrenci doğru sonuca ulaşamamıştır.



Resim 4. 9. "Buğday Satışı" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıdı (2)

Resim 4.9'da etkinlik boyunca doğrulanma sürecinde sınıfta en çok tartışma yapılan grup üçün çözümü görülmektedir. Öğrenciler yapılan çözümde ton ve dönüm kavramlarını aynı olarak ele almıştır. Daha sonra ihtiyaçları olan 8 tonu elde etmek için sayılar eklemiş, 5 tonunu ve 3 tonunu kullandı ifadelerini kullanmıştır. Ardından ekledikleri miktardan ekledikleri ton miktarını çıkarak sonuç bulmuştur. Araştırmacı tarafından etkinlikten sonra öğrenciden bu çözümü anlatması istenmiş ancak ekleme ve kullanma miktarlarını neye göre verdiğini açıklayamamış sadece 8 ton olması için işlemler yaptığını söylemiştir.



Resim 4. 10. "Buğday Satışı" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıdı (3)

Resim 4.10'da görüldüğü gibi öğrenci tarafından önce bir dönümden 2 ton buğday üretildiği düşünülmüş ancak yeterli miktarda buğday üretilmedi görüldüğünden her dönümden 3 ton buğday üretildiği kabul edilmiş ve bu şekilde problemin doğru çözümü gerçekleştirilmiştir.

4.1.4. "Bilye Paylaşımı" Probleminin A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamalar ile Çözümüne Ait Bulgular

Tablo 4. 33. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Bilye Paylaşımı: "Bir kutuda bulunan bilyeleri Fatih ve Gülbahar sırasıyla şu şekilde paylaşıyorlar. Fatih 1 tane alıyor, sonra Gülbahar 2 tane alıyor. Fatih 3 tane alıyor, sonra Gülbahar 4 tane alıyor. Bu kurala göre kişilerin alacakları bilye sayıları artarak devam ediyor ve kutuda en son kalan bilyeleri de sıra kimdeyse o kişi alıyor. Fatih toplam 105 bilye aldığına göre, Gülbahar toplam kaç bilye almıştır?"

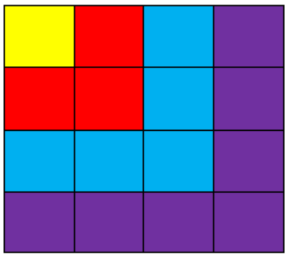
"Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer." kazanımları kapsamında seçilen Tablo 4.33'te verilen "Bilye Paylaşımı" isimli rutin olmayan problemin çözümünde öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler ve öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler, uygulama öncesinde araştırmacı tarafından belirlenmeye çalışılmıştır.

Aşağıda dördüncü problem etkinliği ile ilgili araştırmacının belirlediği bu çözümler verilmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin yapabileceği hatalı çözümlere karşı süreç içinde önlemler almışve bunları dikkate alarak etkinliği yönetmiştir.

Öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler şunlardır:

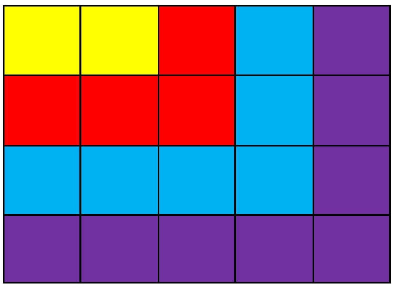
• Öğrenciler kalanın hesaba katılmadığı paylaşımlarda Fatih'in hep bir sayının karesi kadar bilye aldığını fark ederek Fatih'in 10 kere bilye alımını gerçekleştirdiğinde 100 tane bilyesinin olduğunu ve bilye almasının F: 1-3- ... -17 – 19 – 5 şeklinde olacağını düşünebilirler. Bu şekilde bir düşünceyle Gülbahar en son 20 almış olacak ve dolayısıyla Gülbahar 2-4-6 .... 20 şeklinde bilyeleri aldığı sonucuna ulaşabilirler. Bu toplamı bulmak için küçük sayılarla denemeler yaparak toplamı 1. sayı 2 ise toplam 2, 2. sayı 4 ise toplam 6, 3. Sayı 6 ise toplam 12 yani toplam hep en son sayının sırası ile o sıranın bir fazlasıdır. 20 sayısı 10. sıradadır. Bu yüzden toplam 10.11 = 110 yapar yani Gülbahar 110 tane almıştır.

• Öğrenciler Fatih'in aldığı bilyelerle kalanı ihmal ederek şekil 4.3'te görüldüğü gibi kare oluşturabilirler.



Şekil 4. 3. n^2 'nin Matematiksel Modellemesi

Bu şekilde Fatih'in aldığı bilye sayısı düzenli olarak şekle eklendiğinde, alanı 1.alımda 1x1, 2.alımda 2x2, 3.alımda 3x3, 4.alımda 4x4'lük kareler elde edilmektedir. Buna göre n. alımda n x n tane bilye alındığını düşünerek 5 tane bilyenin de kalan bilyelerin alınarak Fatih'in aldığını farkedebilirler. Aynı şekilde bir düşünceyle Gülbahar'ın aldığı bilye sayısını Şekil 4.4'teki gibi bulabilirler:



Şekil 4. 4. n. (n+1) 'in Matematiksel Modellemesi

Bu şekilde Gülbahar'ın aldığı bilye sayısı düzenli olarak şekle eklendiğinde, alanı 1.alımda 1x2, 2.alımda 2x3, 3.alımda 3x4, 4.alımda 4x5'lük dikdörtgenler oluşmuştur. Buna göre n. alımda n x (n+1) tane bilye alındığını düşünerek 10.alımda 10x(10+1)=110 bilye aldığı şeklinde bir çözüm önerisi sunabilirler.

• Bilye paylaşımında kurala uygun bilye aldıklarında kutuda bilye kalmasaydı Fatih: 1+3+5+.........+2n-1 $=n^2$ adet, Gülbahar: 2 + 4+6+..........+2n = n(n+1) adet bilye alacaklardı. Fatih kesinlikle bir tam kare sayı kadar bilye almalıydı. Oysa ki Fatih toplam 105 bilye almıştır. Bunun anlamı Gülbahar hakkına düşen bilyeleri aldıktan sonra kutuda bilye kalmış ve bunlar Fatih'e kalmıştır. Bu durumda önce, Fatih 105 ten küçük, en büyük tam kare sayısı kadar bilye almış olmalırdır bu da 100 tane bilyedir. 1+3+ … +2n-1 = 100 ise n =10. O halde Gülbahar'ın aldığı bilye sayısı 2+4+6+…+20=10.11 den 110 tanedir.

Öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler şunlardır:

• Öğrenciler denedikleri örneklerde örneğin 31 sayısında Gülbahar'ın Fatih'ten 1 bilye eksik aldığını bularak Gülbahar'ın 104 bilye aldığı şeklinde bir çözüm önerisi sunabilirler.

• Öğrenciler Fatih ve Gülbahar'ın bilyeleri paylaşma durumunu yanlış yorumlayarak her sıra geldiğinde Fatih'in 4 (1+3) ve Gülbahar'ın 6 (2+4) bilye aldığını düşünebilirler. Fatih 105 bilye aldığına göre 105'in 4 bölümü 26'dir, kalan 1'dir. Buna göre Fatih'e 21 kere sıra gelmiştir ve son kalan 1 bilye Fatihe verilmiştir. Gülbahar her seferinde 6 bilye aldığından 21 kere sıra geldiğinde 6. 21 = 126 bilye alır şeklinde bir çözüm önerisi sunabilirler.

• Öğrenciler denedikleri örneklerde Fatih ve Gülbahar'ın eşit sayıda bilye aldığını görerek Gülbahar'ın da 105 bilye aldığını söyleyebilirler. Öğrenciler, Fatih ve Gülbahar'ın her seferinde farklı sayıda bilye aldığını ihmal ederek Fatih'in her seferinde 1, Gülbahar'ın 2 bilye aldığını düşünebilirler. Bu şekilde 105.2=210 sonucuna ulaşabilirler.

4.1.4.1. Sorumluluk Devretme Süreci

Bu aşamada, öğrencilerin problemi okumaları ve problemin öğrenciler tarafından anlaşılması için 2 öğrencinin soruyu drama yapmalarını istenmesi, öğretmenin problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmesi uygulama planında yer almıştır. Bu aşamada etkin aktörün öğretmen, etkileşimin öğretmen ile öğrenci arasında olması uygulama planında belirtilmiştir.

Öğrenciler önceki problemlerde olduğu gibi 5 grup şeklinde sınıf düzeni oluşturmuşlardır. Öğretmen, her gruba problemlerin yazılı olduğu kağıtları dağıtarak öğrencilerden problemi grup arkadaşlarıyla birlikte okumalarını istemiştir. Daha sonra bu problem durumunu drama yapmak isteyen iki öğrenciyi seçmiş ve tüm öğrencilerin karşısında tahtada 30 tane bilyeyi paylaşmalarını istemiştir. Grup 4 ve grup 5'ten birer öğrenci seçilmiştir. Grup dörtteki öğrenci Fatih rolünde, grup beşteki öğrenci Gülbahar rolünde dramayı yapmışlardır. Drama Tablo 4.34'teki gibi gerçekleşmiştir.

Tablo 4. 34. G4 ve G5'in 30 Bilyeyi Paylaşımı

G4	1		3		5		7	
G5		2		4		6		2

Grup beşte bulunan öğrenci son hamlesinde şu şekilde bir açıklama yapmıştır:

G5: Sıra bana gelecekti 8 alacaktım ama o kadar kalmamıştı ben de kalanların hepsini aldım.

Problemin iyi anlaşıldığından emin olmak için öğretmen tarafından gönüllü iki öğrenci daha drama yapmaları için seçilmiştir. G1'deki öğrenci Gülbahar, G2'deki öğrenci Fatih rolünde Tablo 4.35'teki şekilde 46 bilyeyi paylaşılmıştır.

Tablo 4. 35. G1 ve G2'in 46 Bilyeyi Paylaşımı

G1		2		4		6		8		1
G2	1		3		5		7		9	

İkinci oyun sonunda G2'den bir öğrenci söz isteyerek Fatih'in aldığı bilye sayısını 2n+1 olarak ifade etmiştir. Öğrenciden soruyu sesli bir şekilde okuması ve soruyu anlatması istenmiştir.

Ö: Fatih’le Gülbahar sırayla bilye alıyormuş. Aslında 2n+1 ortada kalmazsa ama ortada kalınca farklı alabiliyor.

Öğretmen, arkadaşlarına bu fikirle ilgili ne düşündüklerini sormuştur. Grup dört söz hakkı istemiştir.

G4: Fatih başta 1 alıyordu ama n yerine 1 koyarsam 3 bilye aldı.

Öğrenci bu açıklamasıyla sorudaki önemli bir noktaya dikkat çekmiştir. Öğrencilerden soruyu kendi cümleleriyle anlatmaları ve soruda ne anlatıldığı sorulmuştur.

G3: İki kişi sırayla ortadaki bilyelerden alıyor. Biri tek biri çift sayı şeklinde alıyor. Sonra ortada kalan yetmezse ne kaldıysa onu alıyor. Fatih’in 105 bilyesi olunca Gülbahar’ın bilye sayısı kaç olur onu soruyor.

Öğretmen, bir kez daha drama yapılmasını istemiştir. Bu drama Fatih’in ortada kalan bilyeleri alacağı şekilde öğretmen tarafından bir sayı seçilerek yapılmıştır. Tablo 4.36’da 25 tane bilyenin G3’ten bir öğrencinin Fatih rolünde, G5’ten bir öğrencinin Gülbahar rolünde olmasıyla gerçekleşmesi verilmiştir.

Tablo 4. 36. G3 ve G5’in 25 Bilyeyi Paylaşımı

G3	1		3		5		4
G5		2		4		6	

G1: Bunlar böyle sırayla alıyor. Sonra ortada kalan bilyeyi sıra kimdeyse o alıyor. Fatih en son 105 bilye almış Gülbahar’ın kaç tane aldığını soruyor.

Diğer öğrenciler de G1’in açıklamasına destek vermişlerdir. Sorunun çözümünde önemli bir nokta daha sorumluluk devretme aşamasında öğrenciler tarafından keşfedilmiştir. Öğrencilerin problemi anladıkları ve çözüm süreci için hazır oldukları görülmüştür. Sorumluluk devretme aşaması 17 dakikada tamamlanmıştır.

4.1.4.2. Eylem Süreci

Bu aşamada, öğrencilerin önce tek başına çözüm için fikir üretmesinin ardından grupların kendi içinde çözümü bulmaya yönelik stratejiler geliştirmesi uygulama planında belirtilmiştir. Bu aşamada etkin aktör öğrenci, öğretmen ise rehber durumundadır. Etkileşim öğrenci ile ortam arasında yani öğrenci-öğrenci etkileşimi ve grup içi tartışmalar vardır. Öğretmen tüm öğrencilere problemin çözümünü bireysel olarak yapabilmeleri için boş kağıtlar vermiştir.

Öğretmen: Şimdi sizden gruplarınız içinde probleme uygun şekilde istediğiniz sayıda bilyeyi paylaşmanızı istiyorum. Bu sayı için gruptaki herkes bir sayı söylesin ve bu sayıları toplayın. Daha sonra problemin çözümü için tek başınıza fikir üretmenizi istiyorum. Gülbahar'ın aldığı bilye sayısını nasıl bulabiliriz?

Bu aşamada öğrencilerden geçmiş bilgilerini kullanarak fikirler üretmeleri istenmiştir. Gruplar farklı bilye sayılarını düşünmüş ve öğrenciler bilye paylaşımını dikkatlice yapmıştır. Daha sonra her öğrencinin çözümü bulmak için çaba harcadığı görülmüştür. Öğrencilerin fikirler ürettiğini gören öğretmen grup içi tartışmaları başlatmıştır.

Ö: Şimdi birbirlerinize çözümlerinizi anlatmanızı ve grup olarak çözüm üretmenizi istiyorum.

Sınıf içinde dolaşan öğretmen öğrencilerin çözümlerine göz gezdirmiştir. Bazı öğrencilerin liste yöntemi ile soruyu çözdüklerini fark etmiştir. Bu aşamada öğrencilerin doğru yaklaşımlar sergiledikleri görülmüştür. Bu aşama yaklaşık 9 dakika sürmüştür.

4.1.4.3. İfade Etme Süreci

Bu aşamada, problemin sınırlandırılmış çözümlerini sentezleyerek genel çözüme yönelik hipotezler elde edilmesi ve sorunun çözümü ile ilgili hipotez geliştirilmesi uygulama planında yer almıştır. Etkin aktör öğrenci ve öğretmen rehberdir. Etkileşim ise öğretmen ile öğrenci arasındadır.

Ö: Şimdi gruplar ürettikleri fikirleri tüm sınıfla paylaşsın. Bu fikirleri tüm gruplar dikkatlice dinledikten sonra eğer gruplar kendi fikirlerini doğrularsa 2 puan alacak, diğer gruplar ise bu fikri çürütebilirse çürüten grup 1 puan kazanacak.

Öğretmen bu sözleriyle ifade etme aşamasına geçilmesini sağlamıştır. Bu aşamada öğrenciler, sorumluluk devretme ve eylem aşamasında yaptıkları bilye paylaşımları ile edindikleri fikirleri matematiksel hipotezlere dönüştürmüş ve bu hipotezler öğretmen tarafından tahtaya yazılmıştır.

Hipotezin grup tarafından doğrulanması ve başka bir grup tarafından çürütülmesi ile grupların puan kazanmaya çalışmaları sunulan bilgilerin tartışılması yoluyla yeni bilgilerin oluşmasına ve ortamdaki bilginin sürekli geliştirilmesi sağlanmıştır.

Tablo 4.37'de görüldüğü gibi, öğrenciler tarafından toplam 15 hipotez ileri sürmüştür. Her hipotezden sonra bu hipotezle ilgili sınıftaki öğrencilerin fikirleri istenmiştir. Bu hipotezlerin sınıfta tartışılma süreci doğrulama süreci başlığında verilmiştir.

Tablo 4. 37. Öğrencilerin Sunduğu Hipotezler

Zaman(dk)	Hipotez numarası	Hipotez
27	H1	Oyun sonunda Fatih Gülbahar'dan 2 bilye fazla alır.
31	H2	Gülbahar Fatih'ten 3 fazla alır.
34	H3	En son ortada kalanı kim aldı bunu bulmamız lazım.
38	H4	Gülbahar 110 bilye alır.
41	H5	$2n+2=110$ ise $n=54$
46	H6	Gülbahar'ın aldığı bilyeyi $3n-1$ ile bulunur.
52	H7	Gülbahar'ın her adımda aldığı bilye sayısı 2n'dir.
55	H8	Fatih'in bilye sayısı 1, 3, 9 yani hep 5 fark var.
58	H9	Fatih'in aldığı bilye sayısı $2n-1=105$ ise $n=43$
63	H10	Fatih'in aldığı bilye sayısı n^2 oluyor.
67	H11	$n^2=100$ ise kalan 5 bilyeyi almış.
73	H12	Gülbahar 9 adım alır.
75	H13	Gülhahar 10 adım alır.
80	H14	Gülbahar 2, 6, 12, 20 şeklinde aldı. 2=2.1 6=2.3 12=2.6
90	H15	Gülbahar'ın aldığı bilye sayısı $n+n^2$ 'dir.

4.1.4.4. Doğrulama Süreci

Bu aşamada, oyun bağlamında hipotezlerin değerlendirilerek genellemelere ulaşılması problemin çözülmesi ile tek ve çift sayıların toplamının bulunması uygulama planında yer almıştır. Doğrulama sürecinde öğretmen rehberken etkin aktör öğrencidir. Etkileşim öğrenciler arasında bütün sınıf tartışması ile gerçekleşmiştir.

Bu aşamada grupların ürettiği hipotezler o grup tarafından doğrulanmaya ve diğer gruplar tarafından çürütülmeye çalışılmıştır. Bu süreçte Tablo 4.37'de verilen H3, H4, H7, H10, H11, H13, H14 ve H15 sınıf tartışmaları sonucunda doğrulanırken H1, H2, H5, H6, H8, H9 ve H12 sınıf tartışmaları neticesinde çürütülmüştür. Aşağıda hipotezlerin doğrulama süreci verilmiştir.

H1 hipotezi grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: Oyun sonunda Fatih 14 ise Gülbahar 12 alıyor. Yani aradaki fark hep 2 oluyor.

Ö: Peki bize bu düşünceyi kanıtlar mısın, nasıl böyle bir sonuca ulaştınız?

G3: Tamam… Şimdi Fatih 1, Gülbahar 2, Fatih 3, Gülbahar 4, Fatih 5, Gülbahar 6 sonra ortada kalan 5 taneyi Fatih aldı. Fatih 1, 3, 5, 5 yani 14, diğeri 2, 4, 6 yani 12 14'ten 12 çıkarınca da 2.

Ö: Grup üçün fikri ile ilgili diğer gruplar ne ddüşünüyor?

G4: Bir örnekte öyle oldu ama hep öyle olmayabilir.

G3: Bir tane daha denedik. 10 bilyeyi paylaştılar. Fatih 1, 3 yani 4 tane aldı. Gülbahar 2, 4 toplam 6 tane aldı. Aradaki fark yine 2.

G5: Biz başka bulduk. 21 bilyeyi paylaştırdık. Fatih 1, 3, 5 toplam 9 tane aldı. Gülbahar 2, 4, 6 tane toplam 12 tane aldı. Fark 3 oldu.

Grup beş, grup üçün fikrine ters bir örnek vererek bu fikri çürütmüş ve 1 puan kazanmıştır.

H2 hipotezi grup beş grup tarafından ifade edilmiştir. H1'in doğrulanma sürecinde bu hipotez ileri sürülmüştür.

G5: Yeni fikir söylemek istiyoruz. Fark 3 oldu ya Gülbahar Fatih'ten 3 fazla alır.

H2'den sonra diğer tüm gruplar söz hakkı istemiştir.

G2: Öğretmenim az önce 2 olduğu da oldu o zaman 3 oldu diyemeyiz. Değişik olabiliyor.

Grup iki, grup beşin fikrini çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H3 hipotezi grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: Bunlar böyle sırayla alıyor. En son ortada kalanı kim aldı? Çünkü sona kalan ortada ne varsa alıyor. Bizim bunu bulmamız lazım bu önemli olan.

Ö: Örnek verebilir misin?

G1: Ortada kalan 5 olsa alınca farklı oluyor ama 5 yerine 6 kalsa onu alınca farklı oluyor toplamı. O yüzden bilemeyiz.

Ö: Grup birin bu fikriyle ilgili diğer gruplar ne düşünüyor?

G5: Biz destekliyoruz. Çünkü ondan dolayı aradaki fark hep aynı olmuyor, değişiyor.

G3: Evet öğretmenim biz de katılıyoruz.

Grup birin fikri diğer gruplar tarafından da desteklenmiştir. Böylece H3 doğrulanmış ve grup bir 2 puan kazanmıştır. Öğrenciler gruplarına dönerek grup içi tartışmalarına devam ederler.

H4 hipotezi grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: Gülbahar 110 bilye alır.

Ö: Bunu nasıl buldunuz?

G2: (Kâğıdı gösterir) Öğretmenim böyle yazdık ikisinin de aldıklarını. Fatih 105 olduğunda Gülbahar 110 bilye aldı.

G1: Liste yapınca öyle oluyor. Biz de bulduk.

Diğer gruplar tarafından da 110 bilye fikri desteklenmiştir. Öğrencilerin soruyu çözdükleri için mutlu oldukları görülmüştür. Ancak öğretmen şu açıklamada bulunmuştur:

Ö: Peki soruda Fatih'in 105 bilye değil de 3000 bilye aldığını söyleseydi nasıl yapardınız?

G2: Yine böyle yapabilirdik ama uzun olurdu.

Ö: Peki 3000 demedi 56213 tane bilye aldığını söyledi o zaman ne olurdu?

G2: (Gülerek) Öğretmenim o zaman böyle yapamazdık çok zor olurdu.

Ö: Evet, sizden daha kolay bir çözüm istiyorum sayı değişse bile kolay uygulayabileceğimiz.

H5 hipotezi grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: 2n+2=110 ise 2n=108 sonra iki tarafı 2'ye böleriz. n=54 olur.

Ö: Peki bu n dediğiniz nedir?

G1: Gülbahar'ın kaç kere bilye aldığı. Yani formül 2n+2 oluyor. 2,4,6 diye almıştı ya.

Bu açıklamadan sonra diğer gruplar söz hakkı istemiştir.

G2: 110 olduğunu başta bilmiyoruz ki o yüzden böyle yapamayız.

G4: Öğretmenim bir de kural 2, 4, 6 da aradaki fark iki 2n oluyor n yerine 1 koyunca 2 oluyor zaten. 2n+2 değil kural.

G1: Biz çok yanlış düşünmüşüz.

Grup bir hatasını görmüştür ve hem grup iki hem grup dört H5'i çürüttükleri için 1'er puan kazanmıştır.

H6 hipotezi grup üç tarafından öne sürülmüştür.

G3: Gülbahar'ın aldığı bilyeyi 3n-1 ile bulunur. Burada mesela n=1 ise 2 olur.

Ö: Burada n'in anlamı nedir?

G3: Kaçıncı kez aldığı adım sayısı yani. Devam edince n=2 dersek 5 olur. Aa ama ikincide 4 alması lazımdı. Öğretmenim yanlış yaptık.

Grup üç kendi sundukları hipotezi yine kendileri doğrulama sürecinde çürütmüştür. Grup üçe herhangi bir puan verilmemiştir.

H7 hipotezi grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: Gülbahar'ın aldığı bilye sayısı 2n'dir.

Ö: Bu fikrinizi bize biraz daha açıklar mısın?

G4: Eğer Gülbahar o kalan bilye alma işlemini yapmazsa 2, 4, 6... bilye alıyor. Adımlardaki fark 2 oradan 2n oluyor. 2n'de n yerine 1 koyunca 2 çarpı 1'den 2 oluyor. Yani formül 2n oldu.

Öğretmen bu açıklamadan sonra sınıftan düşünmelerini istemiştir.

Ö: Grup dördün sunduğu fikir ile ilgili ne düşünüyorsunuz?

G1: Öğretmenim evet doğru ama fazla kalanı da alabiliyor. Daha fazla bilgiye ihtiyacımız var.

G2: Evet sadece tam aldığında böyle olur.

H7, Gülbaharın ortada kalan bilyeleri almadığı durumda geçerli bir hipotezdir. Diğer gruplar da bu hipotezi çürütmemiştir ve grup dörde 2 puan verilmiştir.

H8 hipotezi grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: Fatih'in bilye sayısı 1, 3, 9 yani hep 5 fark var.

Ö: 5 fark dediğin hangi sayılar arasındaki fark?

G2: 1.adımda 1 bilye, 2.adımda 3 bilye, 3.bilye 9 bilye. 1 ile 2 toplam 4 bilye, 1, 2, 3 toplam 9 bilye. Aradaki fark 5 oldu.

Bu açıkmalayla birlikte, öğrencilerin grup ikinin fikrini çürütmek için gruplarına dönerek uğraştıkları görülmüştür. Kısa süre içinde gruplar söz hakkı istemiştir.

G3: Her adım arasında 5 fark yok ki. 1.adımda 1 tane aldı 1, 2 toplam 4 aldı arada 3 fark oldu.

Grup üç, grup ikinin sunduğu fikri çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H9 hipotezi grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: Fatih'in aldığı bilye sayısı 2n-1=105 ise n=43.

Ö: Bunu nasıl bulduğunuzu açıklar mısın?

G4: Fatih'in aldığı bilye sayıları sırayla 1, 3, 5, 7 aradaki fark 2. Yani 2n oluyor n'in yerine 1 koyunca 2 oluyor ama 1'di. Bu yüzden 2n-1 olur. Bilye sayısı da 105'ti. Eşitleyince n=43 olur yani 43 kere bilye almış.

G1: Öğretmenim 105 son adımda aldığı değil toplam aldığı bu yüzden yanlış.

Grup dört, problemi yanlış anlamış farklı bir fikir üretmiştir. Grup bir, grup dördün sunduğu fikri çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H10 hipotezi grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: Fatih'in aldığı bilye sayısı toplamı n^2 oluyor.

Ö: Bunu nasıl düşündüğünüzü açıklar mısın?

G2: Öğretmenim o kalan bilyeleri almasını ihmal ettik. Hep alması gereken kadar aldı denedik. 2 adım alsa 1+3=4, 3 adım alsa 1+3+5=9, 4 adım alsa 1+3+5+7=16, 5 adım alsa 1+3+5+7+9= 25. adımlardaki bilye sayısı toplamı n^2 oluyor. Mesela 2'nin karesi 4, 5'in karesi 25 hep böyle oluyor.

Ö: Grup ikinin sunduğu fikir diğer gruplar ne düşünüyor?

Öğrenciler ellerine kağıtları alarak grup ikinin ileri sürdüğü hipotez onu test etmişlerdir.

Diğer gruplar itiraz etmemiş ve sunulan fikre destek vermişlerdir. Grup ikinin fikri onaylanmış ve grup iki 2 puan almıştır.

H11 hipotezi, grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: Grup ikinin fikrinden yola çıktık ve n^2=100 ise kalan 5 bilyeyi daha almış.

Ö: n^2'yi neden 100'e eşitlediniz?

G1: Çünkü bir sayının karesi 105 olmuyor. 105'ten önce en yakın 100 var. 100 10'un karesi. Yani Fatih 100 tane almış sonra sıra ona gelmiş ortada kalan 5 taneyi almış.

Ö: Peki burada n dediğiniz ne?

G1: Adım sayısı. 10 kere almış sonra bir de 5 tane almış. Yani 11 kere sıra gelmiş.

Ö: Diğer gruplar bu fikirle ilgili ne düşünüyor?

Diğer gruplar fikir ile ilgili grup içi tartışmalarda bulunmuş ve grup birin fikri diğer gruplar tarafından desteklenmiştir. Öğretmen çürütebilecek bir grup olmup olmadığını sorduğunda diğer gruplar çürütemediklerini fikrin doğru olduğunu söylemişlerdir. Böyle H11 onaylanmış ve grup bir 2 puan kazanmıştır.

H12 hipotezi, grup beş tarafından öne sürülmüştür.

G5: Gülbahar 9 adımda bilye alır.

Ö: Bunu nasıl buldunuz?

G5: Fatih 10 adım tam almıştı Fatih önce başlamıştı bu yüzden de Gülbahar bir adım eksik alır 10-1=9 olur.

G1: Fatih 10 adım almıyor ama 10 adım alıyor sonra bir tane daha adımda 5 bilye alıyor. Yani 11 adım alıyor.

Böylece grup bir, hipotez on ikiyi çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H12'yi çürüttükten hemen sonra grup 1 tekrar söz hakkı istemiştir:

G1: Tekrar fikir söyleyebilir miyiz?

Ö: Tabi ki…

H13 hipotezi, grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: Gülhahar 10 adım alır. 11 adım Fatih aldı. Fatih önce başladı ve onda bittiği için Gülbahar'a sıra 10 kere gelir.

Ö: Diğer gruplar bu fikirle ilgili ne düşünüyor?

G2: Öğretmenim 110 tane aldığını bulurken de 10 adım almıştı yani doğru söylediler.

G5: Biz de Gülbahar'ın Fatih'ten bir adım az alacağını söylemiştik.

Diğer gruplar da grup birin sunduğu fikirde hemfikir olmuşlar ve bu hipotez onaylanmıştır. Grup bir, onaylanana hipotezleri nedeniyle 2 puan kazanmıştır.

H14 hipotezi grup iki tarafından öne sürülmüştür.

G2: Gülbahar 2, 6, 12, 20 şeklinde aldı. 2=2.1 6=2.3 12=2.6 (Öğrenci bu anlatımında bir kenarı 2 birim olan birim karelerle oluşturulmuş dikdörtgenler çizerek dikdörtgenlerin alanını bulmuştur.)

Ö: Bir kenarı sabit tutup diğer kenarı değiştirdin. Peki değişen kenarların bir kuralı var mı?

G2: Onlar artıyor. 1, 3, 6, 10 diye.

Ö: Peki, diğer gruptakiler bu fikir için ne düşünüyor?

Öğrenciler bu hipotezi çürütememiştir.

Ö: Öyleyse bana 7 kere aldığında kaç tane alacak söyleyebilir misiniz?

G2: Öğretmenim toplamamız lazım.

Ö: Az önce Fatih'in kuralını bulduğumuzda tek tek toplamaya gerek kalmadan n adımda kaç tane bilye alır bulmuştuk öyle değil mi?

G2: Evet ama bunda bulunmuyor.

Ö: Peki neden bulamıyoruz?

G2: Çünkü bir kenar 2 ama diğer kenarı bilmiyoruz.

Öğretmen, grup ikinin bulduğu hipotezin problemin çözümünü kolaylaştırmadığını fark etmelerini sağlamıştır.

Ö: Çocuklar, sizden öyle bir kural istiyorum ki Fatih'te bulduğunuz gibi bize sonucu hemen versin. Hangi adım sonunda kaç bilye almış onu inceleyin ve bir kural bulmaya çalışın.

Öğrenciler uzun bir süre uğraşmışlardır. Öğretmen bu sırada gruplar arasında dolaşarak grup içi tartışmaları gözlemlemiştir. Grup dörtte n^3 kuralı ortaya atılmış ancak diğer grup arkadaşları tarafından bu kural çürütülmüştür.

H15 hipotezi grup bir tarafından öne sürülmüştür.

G1: Gülbahar'ın aldığı bilye sayısı eğer hep tam alırsa $n+n^2$ 'dir.

Ö: Tam alırsa derken demek istediğiniz ne?

G1: Yani hep alması gereken kadar almış hiç ortada kalanı almamış.

Ö: Peki, $n+n^2$ kuralını nasıl buldunuz?

G1: Öğretmenim tek tek inceledik. 1 adım alınca 2 alıyor yani $1+1^2=2$ oldu. 2 adım alınca 6 alıyor yani $2+2^2=6$ oluyor. 3 adım alınca $3+3^2=12$ oluyor. Denedik hep böyle oldu.

G2: Öğretmenim ya sonra olmazsa nereden biliyoruz olacağını.

G1: 10.adımda 110 almıştı. $10+10^2=110$. Denediklerimizde hep böyle oldu. Gülbahar 10 adım aldığı için onun aldığını da 110 bulduk.

Ö: Peki diğer gruplar bu fikri çürütmeye çalışsın aksi bir örnek bulmaya çalışın.

Gruplar bu kuralı bozan bir örnek vermek için uğraşmışlardır. Ancak tüm çabalarına rağmen bu hipotezi destekleyici örnekler bulmuşlardır. Tüm gruplar bu hipotezin doğru olduğunu kabul ederek sınıfın ortak kararıyla hipotez onaylanmıştır. Onaylanan hipotezlerinden dolayı grup bir, 2 puan almıştır.

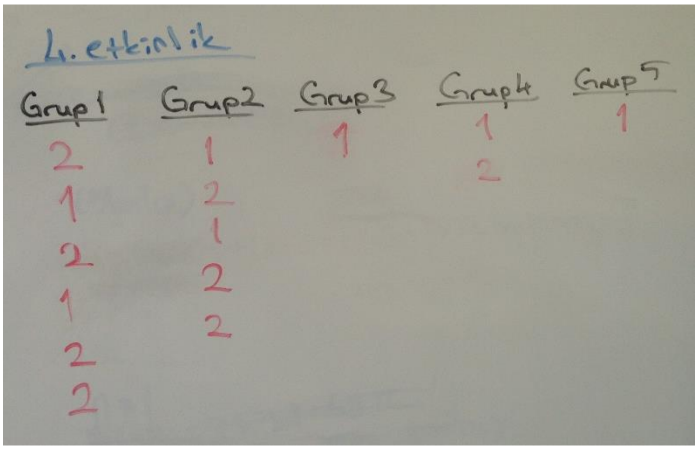
İfade etme süreci ile doğrulama süreci birbirinden ayrılmamış ve iki aşama toplam 70 dakikada tamamlanmıştır.

Bu aşamada problemin çözümü için sunulan hipotezlerden öne sürdüğü hipotezi doğrulayan grup 2 puan, başka bir grup tarafından sunulan hipotezi çürüten grup 1 puan almıştır. Tablo 4.38'de grupların onaylanan ve çürütülen hipotezlerden kaç puan aldığı belirtilmiştir. Grup 1 sunduğu hipotezi en fazla doğrulayan grup olmuştur. Grup 2 de bu konuda ikinci sırada yer almıştır. Grup 2, hipotez dörtte soruyu liste yaparak çözmüş ancak ulaşılmak istenen genel bir formüle ulaşılmadığı ve hantal bir yöntem olduğu için problem çözümüne devam edilmiştir. Grup 4 bir doğrulanan hipotez sunmuş ancak bu çözüm bizi sonucu ulaştırmamış sadece Gülbahar'ın her adımda aldığı bilye sayısına ait örüntünün kuralını yazmamızı sağlamıştır.

Tablo 4. 38. Grupların Oyun Sonunda Aldıkları Puanların Karşılaştırılması

	Onaylanan hipotezler	**Çürütülen hipotezler**
Grup1	8	2
Grup2	6	2
Grup3	-	1
Grup4	2	1
Grup5	-	1

Tablo 4.38 incelendiğinde her grubun sürece katıldığı net bir şekilde gözükmektedir. Grup 3 ve grup 5 onaylanan hipotezler sunamasa da birer hipotez çürütmüşlerdir. Ayrıca grup 3 kendi sunduğu hipotezi çürütmüştür ve hipotez 6'dan herhangi bir grup puan alamamıştır. Hipotez 5 ise grup 2 ve grup 4'ün ortak katılımıyla çürütülmüş ve iki gruba da puan verilmiştir.



Resim 4. 11. “Bilye Paylaşımı” Probleminde Alınan Puanlar

Resim 4.11’de etkinliğin sonunda puanların nasıl alındığı sınıf tahtasının bir fotoğrafıyla gösterilmiştir. Buna göre problem çözme etkinliği sonunda G1, toplam 10 puan; G2, toplam 8 puan; G3 toplam 1 puan; G4, toplam 3 puan; G5, toplam 1 puan kazanmıştır.

4.1.4.5. Kurumsallaştırma Süreci

Bu aşamada, öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi ile tek ve çift sayıların toplamı ile ilgili formülün bulunması uygulama planında yer almıştır. Kurumsallaştırma sürecinde etkin aktör öğretmen iken etkileşim öğretmen ile öğrenci arasında gerçekleşmiştir.

Doğrulama sürecinde hipotezler değerlendirilmiş, bazı hipotezler onaylanmış bazı hipotezler çürütülmüştür. 23 dakika süren kurumsallaştırma sürecinde ise öğrencilerin bu çözümleri değerlendirilerek toparlanmış ve farklı çözüm yaklaşımları gösterilmiştir. Öğretmen, grup birin sunduğu ve diğer gruplar tarafından da onaylanan hipotez üçe dikkat çekmiştir.

Ö: Problemde bize Fatih ve Gülbahar'ın bilyeleri sırayla aldığı ve en son alması gereken kadar bilye bulunmayan kişinin ortada kalan bilyelerin tamamını aldığını söylemişti. Bu yüzden hipotez üçte en son kalan bilyeleri kimin aldığının önemli olduğu çıkarmına varmıştınız. (Öğretmen tahtada yazılan hipotez üçü gösterir.) En son bilyeyi alan kimdi?

G3: Fatih almıştı öğretmenim.

Ö: Evet, doğru. Şimdi bunu nasıl bulduğumuzu hatırlayalım. Hipotez onda, Fatih'in aldığı bilye sayısının n^2 olduğunu bulmuştuk. Bunu grup iki, kalanın hesaba katılmadığı bilye paylaşımlarında Fatih'in hep bir sayının karesi kadar bilye aldığını fark ederek söylemişlerdi. Ancak Fatih'in sonunda 105 bilyesi olmuştu. 105 bir sayının karesi mi?

G1: Hayır, o yüzden ona en yakın olanı bulmuştuk.

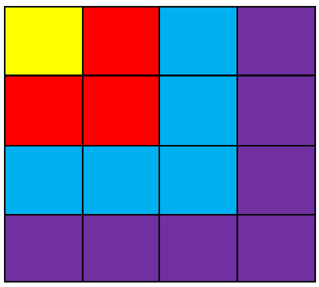
Ö: Evet 105'ten küçük ve en yakın karesel sayı. Bu sayıyı 100 olarak buldunuz. 100 10'un karesi yani Fatih 10 adım almış daha sonra 11.adımda 5 tane bilye daha almıştır. İlk başta Fatih almaya başlamış ve 11 kere sıra geldiyse Gülbahar'a kaç kere sıra gelmişti?

G5: 10 kere.

Ö: Çok güzel. Şimdi Gülbahar'ın 10 kere aldığında toplam kaç bilye aldığını bulmamız gerekiyor. Grup bir, hipotez onbeşte Gülbahar'ın aldığı bilye sayısı $n+n^2$ 'dir. Burada n yerine 10 yazdığımızda Gülbahar'ın 110 bilye aldığını buluruz (Öğretmen bu işlemleri tahtada da göstermiştir).

Öğretmen öğrencilerin cevaplarını bu şekilde toplarladıktan sonra, Fatih ve Gülbahar'ın aldığı bilye sayılarının formüllerini bulmayı sağlayan başka çözümler göstermiştir.

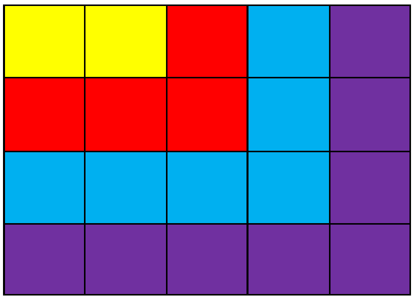
Ö: Şimdi bulduğunuz n^2 ve $n^2 + n$ formüllerini şekil üstünden nasıl bulabileceğimizi göstereceğim. Önce Fatih'in her adımda aldığı bilye sayılarını şekile aktaralım.



Şekil 4. 5. n^2'nin Matematiksel Modellemesi

Öğretmen bu matematiksel modeli tahtada göstermiş ve her adımda artan bilye sayılarını şekle düzenli bir şekilde yerleştirerek göstermiştir. Şekil 4.5'te sarı kare Fatih'in birinci adımda aldığı bilyeyi, kırmızı kareler ikinci adımda aldığı bilyeleri, mavi kareler üçüncü adımda aldığı bilyeleri, mor kareler dördüncü adımda aldığı bilyeleri temsil etmiştir. Bu şeklin her adımda bu düzen halinde büyüyeceği ve dikdörtgenin özel bir dörgtgen olan kare olduğu öğretmen tarafından öğrencilere fark ettirilmiştir. Şekilde sarı kareyle çizilen dikdörtgenin alanı 1.1=1’dir. Sarı ve kırmızı birim karelerle çizilen dikdörtgenin alanı 2.2=4 birim karedir. Sarı, kırmızı ve mavi birim karelerle çizilen dikdörtgenin alanı 3.3=9 birim karedir. Sarı, kırmızı, mavi ve mor birim karelerle çizilen dikdörtgenin alanı ise 4.4=16 birim karedir. Görüldüğü gibi adım sayısı çizilen karenin kenar uzunluğunun kaç birim olduğunu bize söylemiştir. Şekil her adımda kare olduğu için de şeklin alanı kenar uzunluğunun karesine eşit ve dolayısıyla şeklin alanının adım sayısının karesine eşit olduğu görülmüştür. Buna göre n. adımda n. n tane bilye alındığı düşünülerek 105’e en yakın ve 105’ten küçük sayı 100 olduğu düşünülmüştür. 10 adımda 10.10=100 bilye ve 5 tane bilyenin de kalan bilyelerin alınmasıyla Fatih’in olduğu görülmüştür. Fatih 11 adımda bilye almıştır. Öğretmen, öğrencilerden bu çıkarımı anladıklarına dair dönüt almıştır.

Ö: Şimdi Gülbahar’ın aldığı bilyeleri Fatih’in aldığı bilyelerde yaptığımız gibi şekile aktaralım.



Şekil 4. 6. n.(n+1)’in Matematiksel Modellemesi

Öğretmen bu matematiksel modeli tahtada gösterek Gülbahar’ın aldığı bilyeleri şekle düzenli bir şekilde dikdörtgen oluşturacak şekilde koyarak göstermiştir. Şekil 4.6’da sarı kare Gülbahar’ın birinci adımda aldığı bilyeleri, kırmızı kareler ikinci adımda aldığı bilyeleri, mavi kareler üçüncü adımda aldığı bilyeleri, mor kareler dördüncü adımda aldığı bilyeleri temsil etmiştir. Bu şeklin her adımda bu düzen halinde büyüyeceği ve dikdörtgenin özel bir dörgtgen olan kare olduğu öğretmen tarafından öğrencilere fark ettirilmiştir. Şekilde sarı kareyle çizilen dikdörtgenin alanı 1.2=2’dir. Sarı ve kırmızı birim karelerle çizilen dikdörtgenin alanı 2.3=6 birim karedir. Sarı, kırmızı ve mavi birim karelerle çizilen dikdörtgenin alanı 3.4=12 birim karedir. Sarı, kırmızı, mavi ve mor birim karelerle çizilen dikdörtgenin alanı ise 4.5=20 birim karedir. Görüldüğü gibi oluşturulan dikdörtgenlerin kısa kenarı adım sayısı kadar, uzun kenarı adım sayısının bir fazlası kadar olmuştur. Dolayısıyla çizilen dikdörtgenlerin alanı adım sayısının, adım sayısının 1 fazlası ile çarpımına eşit bulunmuştur. Buna göre Gülbahar, n adımda n. (n+1) bilye almıştır. Bilyeleri almaya Fatih başlamış ve en son sıra tekrar Fatih'e gelmiştir. Bundan dolayı Fatih'e 11 kere sıra geldiğinde Gülbahar'a 10 kere sıra gelmiştir. Bulunan n. (n+1) formülünde n yerine 10 koyulduğunda 10. (10+1) = 110 olduğundan Gülbahar'ın bilye paylaşımı sonucunda 110 bilye aldığı bulunmuştur.

Öğrenciler, süreç içinde Fatih'in her adımda tek sayıda bilye aldığını ve Gülbahar'ın çift sayıda bilye aldığını gözlemlemiştir. Çözümde de buraya dikkat çekilerek 1'den başlayıp ardışık tek sayılar şeklinde devam eden örüntüdeki sayılar toplamının n^2, 2'den başlayıp ardışık çift sayılar şeklinde devam eden örüntüdeki sayılar toplamının n. (n+1) olduğu özellikle belirtilmiştir.

Öğretmen, öğrencilerin iyi anladığından emin olmak için problemdeki bazı durumları değiştirerek sorular sormuştur.

Ö: Peki Fatih 130 bilye alsaydı Gülbahar kaç bilye alırdı?

Öğrencilere düşünmeleri için zaman verilmiş öğrencilerin çözüm için uğraştıkları görülmüştür. Öğrenciler bir süre sonra söz hakkı için parmak kaldırmıştır. Grup beşten bir öğrenciye söz hakkı verilmiştir.

G5: Fatih 130 bilye aldı diyor ondan küçük bir sayının karesi olan 121. 121 sayısı 11'in karesi. Bir de kalan 9 bilyeyi almış. Yani Fatih'e 12 kere sıra gelmiş. O zaman 11 kere Gülbahar alır. Onun için n. (n+1) formülünde n yerine 11 yazarız cevap 132 olur.

Bu sırada bu çözüm tahtaya da yazılmıştır.

Ö: Bu çözüme katılıyor musunuz farklı bir çözüm yapan var mı?

Öğrenciler, grup beşin çözümünü desteklemişlerdir.

Ö: Gülbahar 60 bilye alırsa Fatih kaç bilye alır?

Öğrenciler, soruyu çözmeye çalışmışlardır. Öğretmen sınıfta gezinerek öğrenci çözümlerine bakmıştır. Öğrencilerin, Gülbahar'ın bilye sayısının verilmiş olduğunu ve buna göre çözmeleri gerektiğini fark ettiğini gözlemlemiştir.

G1: Gülbahar 56 tane aldı. Geriye 4 tane kaldı yani kalanı Gülbahar almış. Fatih 7 adımda alıyor. O zaman n^2 de n yerine 7 yazınca 49 oluyor.

Ö: Fatih'in kaç adım aldığını nasıl düşündün açıklar mısın?

G1: Gülbahar 7.8= 56 yani 7 kere aldı sonra kalanı alınca 8 adım aldı. Fatih önce başladı ona tekrar sıra gelmedi onun için 7 adım aldı.

Ö: Arkadaşınızın çözümüne katılıyor musunuz?

G3: Biz Fatih'in 7 değil 8 olduğunu düşündük. 8'in karesinden 64 bulduk.

Ö: Neden böyle düşündünüz?

G3: Fatih, Gülbahar, Fatih, Gülbahar diye devam ediyor. En son Gülhabar almış o zaman ikisine de sıra aynı gelmiş. Gülbahar 8 adım o yüzden Fatih de 8 adım.

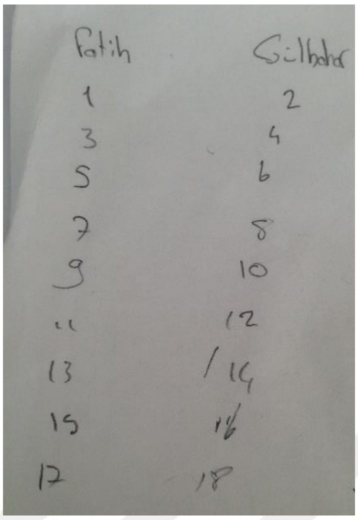
G1: Biz diğeri hep bir eksik diye düşündük. Böyle düşünmemiştik.

Öğretmen, birine kaç kere sıra geldiğini bulduktan sonra diğerinin kaç kere bilye aldığını nasıl bulduğumuzu ayrıntılı olarak örneklerle açıklamıştır. Bu şekilde problem çözümü tamamlanmıştır.

4.1.4.6. Araştırmacının Sunulan Hipotezler ile İlgili Gözlemleri

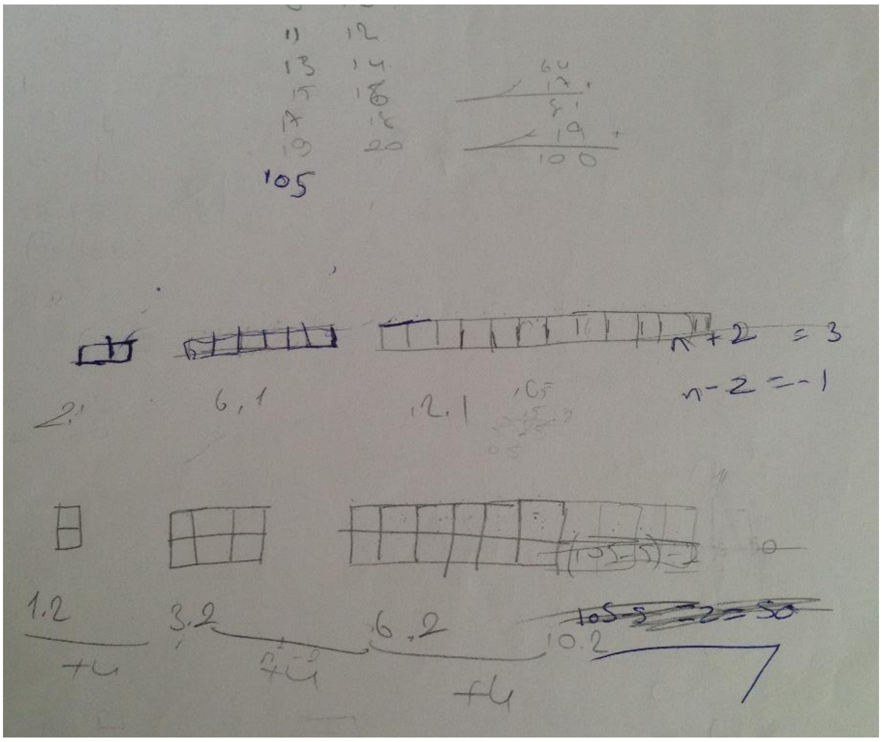
Öğretmenin uygulama öncesi öğrencilerin yapabileceği olası hatalar olarak düşündüğü dört olası çözüm de öğrenciler tarafından sunulmamıştır. Öğrenciler Gülbahar'ın 2 bilye az alacağını, Gülbahar'ın 3 bilye fazla alacağını söylemiş Gülbahar'ın aldığı bilyeleri tek tek toplamaları sonucu 110 alacağını bulduktan sonra Gülbahar'ın aldığı bilye sayısının formülünü 2n+2, 3n-1 olarak bularak yanlış hipotezler sunmuşlardır. Öğrenciler, Fatih'in aldığı bilye sayısının formülünü önce 2n-1 olarak bularak yanlış hipotez sunmuş ardından n^2 olduğunu bulmuşlardır. Daha sonra Gülbahar'ın kaç adımda bilye alacağını bulmuşlardır. Görüldüğü gibi öğrenciler araştırmacının uygulamadan önce düşünmediği pek çok hatalı çözüm öğrenciler tarafından sunulmuştur. Doğrulama aşamasında ise doğru çözüme ulaşmışlardır. Doğru çözümden sonra ise problem biraz değiştirilerek sorulduğunda öğrencilerin doğru cevaplar verdiği görülmüştür.

4.1.4.7. Öğrencilerin “Bilye Paylaşımı” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıtları



Resim 4. 12. “Bilye Paylaşımı” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıdı

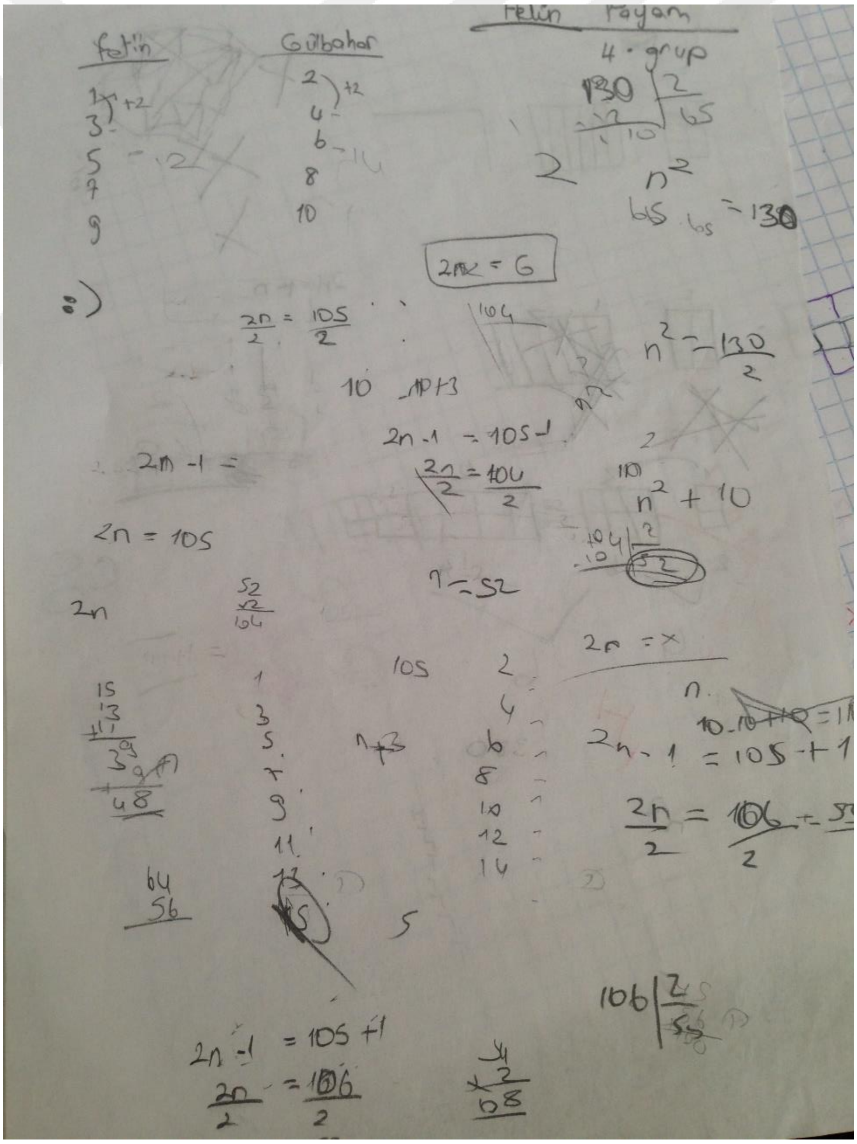
Resim 4.12’de görüldüğü gibi öğrenci Fatih ve Gülbahar’ın aldığı bilye sayılarını sırasıyla yazmaya çalışmış ancak ortada kalan bilyeleri sıra kimdeyse alacağı kuralını uygulamayı ihmal ederek ve sorunun çözümüne ulaşamamıştır. Aynı zamanda öğrenci, bir kural bulmak yerine tek tek yazarak liste yapma yolunu tercih etmiştir.



Resim 4. 13. “Bilye Paylaşımı” Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıdı (2)

Resim 4.13'te görüldüğü gibi öğrenci Gülbahar ile Fatih'in alacağı bilye sayılarını yazmasına rağmen kalan bilyeleri sıra kimdeyse onun alacağı kuralını ihmal etmiş ve doğru çözüme ulaşamamıştır. Öğrenci aldıkları bilye sayılarını göz önünde bulundurarak matematiksel modelleme yapmış ancak başarılı olamamıştır. Öğrencinin uyguladığı modelleme, öğrenciyi bir sonuca ulaştıramamıştır.

Resim 4.14'te görüldüğü gibi öğrenci Fatih ve Gülbahar'ın aldığı bilye sayıları ile ilgili örüntü bulmaya çalışmıştır. Daha sonra aldıkları toplam bilye sayısı ile ilgili bir kural bulmaya çalışmış ancak sadece bir adımda alınan bilye sayısını bulabilmiştir.

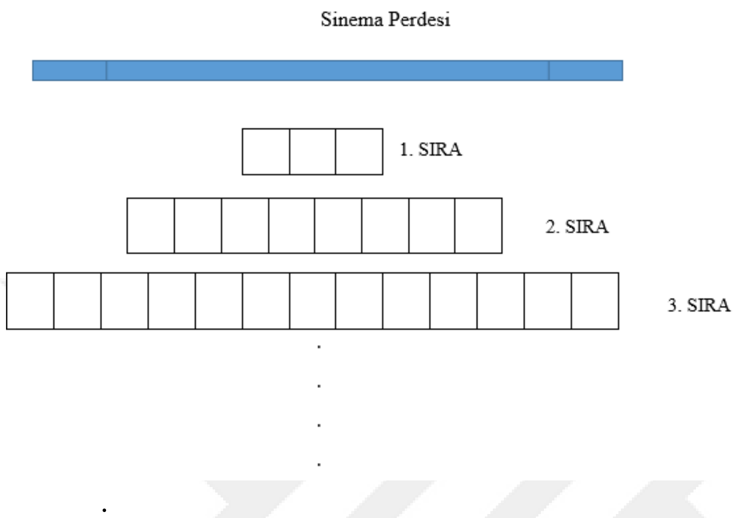


Resim 4. 14. "Bilye Paylaşımı" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıdı (3)

4.1.5. “Sinema Koltukları” Probleminin A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamalar ile Çözümüne Ait Bulgular

Tablo 4. 39. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

Sinema Koltukları:



Bir açıkhava sinema salonunun koltuk düzeni yukarıdaki gibidir. Bu sinema salonundaki koltukların bilet fiyatları koltuğun bulunduğu sıra numarasına göre aşağıdaki tablodaki gibi değişkenlik göstermektedir.

Sıra No	1 Koltuk İçin Bilet Fiyatı
1. Sıra	71 TL
2. Sıra	68 TL
3. Sıra	65 TL
…	…

Deniz ve sınıf arkadaşları toplu olarak sinemaya gitmeye karar verirler. Fakat sinemada oturdukları koltuk sırasının sadece onlara ait olmasını istemektedirler. Bilet gişesindeki görevli bu isteklerine uygun bir sıradaki koltuğun fiyatının 20 TL olduğunu söylemiştir.

Buna göre Deniz’in sınıfı kaç kişiliktir?

“Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” kazanımları kapsamında seçilen Tablo 4.39’de verilen “Sinema Koltukları” isimli rutin olmayan problemin çözümünde öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler ve öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler, uygulama öncesinde araştırmacı tarafından belirlenmeye çalışılmıştır. Aşağıda beşinci problem etkinliği ile ilgili araştırmacının belirlediği bu çözümler verilmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler için önlemler almaya çalışmıştır.

Öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler şunlardır:

• Öğrenciler TL miktarını 3'er 3'er azaltarak liste oluşturarak 20 TL'nin 18.sırada olduğunu bulabilirler. Ardından 18. sıradaki kişi miktarı için 5'er 5'er arttırma yaparak 18. sıradaki öğrenci sayısını liste yaparak 88 olarak bulabilirler.

• Öğrenciler para miktarının 3'er 3'er azaldığını görerek 71 – 20 = 51TL azalır 51:3=17 cevabını bularak 18. sırada öğrencilerin oturacağını söyler. Kişi sayısı da 5'er 5'er arttığından 17.5=85 kişi artar bu yüzden 85+3 = 88 cevabını verebilirler.

• Öğrenciler öncelikle sıra numarası ile bir koltuk için ödenecek bilet fiyatı arasında bir ilişki kurabilirler. Bu şekilde yazılan bir örüntüde sıra numarası n ise bir koltuk için ödenecek fiyat 74- 3n 'dir. 74– 3n= 20 olduğundan n = 18'dir. 18.sırada kaç kişinin oturacağını bulmak için ise Sıra numarası ile o sırada bulunan koltuk sayısı arasında bir ilişki aranabilir. Bu şekilde düşünülen örüntüde ise sıra numarası n ile belirtildiğinde n. sırada yer alan koltuk sayısı 5n– 2 'dir. n bir önceki denklemde 18 bulunduğundan 5.18-2=88'dir. Öğrenciler bu şekilde bir yaklaşımla Deniz'in sınıfının kaç kişiden oluştuğunu bulabilirler.

Öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler şunlardır:

• 3 kişi için 71 TL, 8 kişi için 68 TL, 13 kişi için 65 TL şeklinde bir ilişki kurarak 20 TL'nin kaç kişilik sıra için olduğunu düşünebilirler. Kişi sayısı arttıkça TL miktarının artacağını görmüşlerdir. Buna göre '13 kişi için 65 TL ise, x kişi için 20 TL'dir.' diyerek orantının ters orantı olduğunu ve 20.5=100 cevabını vererek bu şekilde bir çözüm yaklaşımı öne sürebilirler.

• Öğrenciler sayı ile bilet fiyatı arasındaki ilişkiyi 3 kişi için 71 TL, 11(3+8) kişi için 68 TL, 24(3+8+13) kişi için 65 TL olduğunu düşünerek problemi çözmeye çalışabilirler.

• Öğrenciler sadece sıra sayısı ile bilet fiyatı arasındaki ilişkiyi kurarak 18.sıra olduğunu bulup cevabın 18 olduğunu söyleyebilirler.

• Öğrenciler para miktarının 3'er 3'er azaldığını görerek 71 – 20 = 51TL azalır 51:3=17 cevabını bulurlar arada 17 değişim olacağından 18. Sırada öğrenciler dizilir. 18.sıradaki kişi sayısı için, kişi sayısı herbir sırada 5’er 5’er arttığından 18 sıra değişti olarak düşünüp 18.5=90 kişi cevabını ya da 3 ekleyip 90+3 = 93 cevabını verebilirler.

• Öğrenciler para miktarındaki değişimi 71-20=51 TL bulup her sırada bir koltuk için ödenen miktar 3 TL azaldığından azaldığından 51:3=17 işlemini yaparak 17.sırada oturacaklarını düşünebilirler.

4.1.5.1. Sorumluluk Devretme Süreci

Bu aşamada, öğrencilerden problemi okumalarını ve kendi cümleleriyle problemi ifade etmelerinin istenmesi ve öğretmenin problemle ilgili anlaşılmayan bir nokta varsa onları da cevaplayarak sorumluluğunu bütün öğrencilere devretmesi uygulama planında yer almıştır. Bu aşamada etkin aktörün öğretmen, etkileşimin öğretmen ile öğrenci arasında olması uygulama planında belirtilmiştir.
Öğrenciler homojen olarak düzenlenen ve diğer problem çalışmalarıyla aynı olan 5 gruba ayrılmışlardır. Öğretmen, problemin yazılı olduğu kağıtları her gruba vermiştir ve problemin görselini akıllı tahtada açmıştır. Öğrencilerden problemi dikkatlice okumaları istenmiştir. Öğretmen öğrencilerden problemi anlatmalarını istemiştir. Grup üçe söz hakkı verilmiştir.

G3: Soruda her sırada olan koltuk sayısıyla fiyatı farklıymış. Sınıfça bu sinemaya gitmişler. Bir sıranın tamamı onların olacakmış herkes 20 tl ödemiş. Kaç kişi gitmişler diye soruyor.

Grup üç soruyu yalın bir şekilde anlatmıştır. Öğretmen, başka birinden problemi anlatmasını isteyeceği sırada grup dört bir sorusu olduğunu belirtmiştir.

G4: Öğretmenim tek bir sıra mı onların yoksa o sıraya kadar olan bütün koltuklar mı?

Öğretmen, öğrenciden soruyu sesli bir şekilde okumasını istemiştir. Sesli bir şekilde soruyu okuyan öğrenci sorunun “Fakat sinemada oturdukları koltuk sırasının sadece onlara ait olmasını istemektedirler.” cümlesini okuduktan sonra:

G4: Oturdukları koltuk demiş yani öndeki sıralara onlar oturmayacak.

Ö: Evet, sorunun bu kısmı çok önemliydi. Peki ben başka bir gruptan daha problemi anlatmasını istiyorum.

Öğretmen, öğrencilerin soruyu anladıklarını gözlemlemiştir. Yine de emin olmak için bir gruba daha söz hakkı vermiştir.

G2: Öğretmenim sınıfta sinemaya gidiyorlar ama tek bir sıraya oturmak istiyorlar. Herkes 20'şer lira veriyor. Oturdukları sırayı ve kaç kişi olduklarını bilmiyoruz onu bulacağız. Soruda sırada olan sandalye sayılarıyla fiyatlarının değişimini vermiş.

Ö: Soruda aklınıza takılan bir şey var mı?

Öğrenciler problemi anladıklarını ifade etmiştir. Bu şekilde sorumluluk devretme aşaması tamamlanmış ve bu aşama yaklaşık 7 dakika sürmüştür. Öğrencilerin problemin çözümü için hazır ve istekli olduğu gözlemlenerek eylem sürecine geçilmiştir.

4.1.5.2. Eylem Süreci

Bu aşamada, her öğrencinin geçmiş bilgilerini işe koşarak çözüm önerilerini bireysel olarak düşünmesinin istenmesi ve çözümlerin grup içinde tartışılması uygulama planında belirtilmiştir. Bu aşamada etkin aktör öğrenci, öğretmen ise rehber durumundadır. Etkileşim öğrenci ile ortam arasında yani öğrenci-öğrenci etkileşimi ve grup içi tartışmalar vardır.

Öğretmen, öğrencilerin geçmiş bilgilerini işe koşarak probleme dair bireysel olarak düşünmelerini istemiş ve çözüm önerilerini yazmaları için her öğrenciye birer kağıt vermiştir.

Öğretmen: Şimdi herkesin tek başına bu problemle ilgili çözüm önerisi düşünmesini istiyorum. Acaba bu sınıf kaç kişilik bunu nasıl bulabiliriz?

Öğretmenin bu sözleriyle eylem sürecine geçilmiş ve öğrenciler fikirler üretmeye başlamışlardır. Bu aşamada her öğrencinin problemin çözümü için çaba harcadığı görülmüştür. Öğretmen bu süreçte öğrencilerin yaptıklarını gözlemlemiş ve çoğu öğrencinin hem sıralardaki koltuk sayılarında hem de sıralardaki bir koltuk için ödenen ücrette örüntü olduğunu fark ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin çoğu bu örüntülerin kuralını bulmaya yönelik çaba harcamıştır. Öğrencilerin çözümler ürettitlerini gözlemleyen öğretmen grup içi tartışmaları başlatmıştır.

Ö: Şimdi herkes grup arkadaşlarına bulduğu çözümü anlatsın. Çözümler hakkında tartışın birazdan grupların çözüm önerilerini alacağım.

Öğrenciler gruplarında birbirlerinin çözümlerini dikkatlice dinlemiş ve bazı fikirler grup içinde çürütülmüş bazı fikirlere ise gruptaki öğrenciler tarafından çürütülememiştir. Öğrenciler tarafından çürütülemeyen fikirler ifade etme aşamasında öne sürülmüştür. Bu aşama yaklaşık 7 dakika sürmüştür.

4.1.5.3. İfade etme süreci

Bu aşamada, Genel çözüme yönelik hipotezler elde edilmesi ve grup sözcülerinin buldukları çözümleri boş bir kâğıda yazması ve çözüm önerilerinde bulunması uygulama planında yer almıştır. Etkin aktör öğrenci ve öğretmen rehberdir. Etkileşim ise öğretmen ile öğrenci arasındadır.

Ö: Şimdi gruplar fikirleri tüm gruplarla söz alarak paylaşsın. Bu fikri, fikri sunan grup doğrularsa 2 puan alacak, diğer gruplar sunulan fikri çürütebilirse çürüten grup 1 puan kazanacak. Şimdi hangi grup söz hakkı istiyor?

Öğretmen bu sözleriyle ifade etme aşamasına geçilmesini sağlamıştır. Bu aşamada öğrenciler önbilgileri ile oluşturdukları ve kâğıda aktardıkları çözümler grupta belirledikleri öğrenci tarafından sunulmuştur. Sunulan öneriler öğretmen tarafından tahtaya yazılmıştır.

Gruplar puan kazanmak için doğru hipotezler sunmaya ve diğer grupların sunmuş olduğu hipotezleri çürütmeye çalışmıştır. Doğrulanan hipotezlerin yanına artı işareti, çürütülen hipotezlerin yanına eksi işareti konulmuştur. Bu şekilde sunulan bilgiler tartışılarak yeni bilgilerin oluşması ve bilginin sürekli bir şekilde gelişimi sağlanmıştır.

Etkinliğin on beşinci dakikasından itibaren grupların ürettiği hipotezler alınmaya başlanmıştır. Bu aşama bağımsız bir süreç halinde gerçekleşmemiş ve doğrulama aşaması ile iç içe geçmiştir. Çünkü sunulan her hipotezden sonra sunulan hipotez doğrulanmış ya da çürütülmüştür.

Tablo 4.40’ta görüldüğü gibi, gruplar tarafından toplam 7 hipotez öne sürülmüştür. Sunulan her hipotezden sonra hipotez tartışılmış ya hipotezi ileri süren grup tarafından doğrulanmış ya başka bir grup tarafından çürütülmüştür. 7 hipotezin sunulması ve tartışılması doğrulama sürecinde ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Tablo 4. 40. Öğrencilerin Sunduğu Hipotezler

Zaman(dk)	Hipotez numarası	Hipotez
15	H1	Para miktarı 3'er 3'er azalır ve 17.sırada 20 TL olur.
20	H2	3.sıra 65 TL. 65 – 20 = 45 TL'lik değişim olacak. Her sırada 3 TL değiştiğinden 45:3=15 sıra sonra değişecek ve 15+3=18.sırada 20 TL olacak.
26	H3	3 koltuk, 8 koltuk, 13 koltuk hep 5'er 5'er artmış. 18.5= 90 kişi.
33	H4	5n-2 koltuk sayısı. (n sıra numarası) n=18 olduğundan 5.18-2=88 koltuk olur.
36	H5	Bir sıradaki TL miktarını; n sıra numarası olmak üzere n-3 kuralından bulabiliriz.
48	H6	Bir sıradaki TL miktarını, n sıra numarası olmak üzere 71+ (n. -3) = 71-3n kuralından bulabiliriz.
52	H7	Bir sıradaki TL miktarını, n sıra numarası olmak üzere 74-3n kuralından bulabiliriz.

4.1.5.4. Doğrulama Süreci

Bu aşamada, oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözülmesi uygulama planında yer almıştır. Doğrulama sürecinde öğretmen rehberken etkin aktör öğrencidir. Etkileşim öğrenciler arasında bütün sınıf tartışması ile gerçekleşmiştir.

Doğrulama sürecinde öğrencilerin ürettiği hipotezler sınıf ortamında tartışılmıştır. Bu süreçte Tablo 4.40'ta verilen H2, H4 ve H7 sınıf tartışmaları sonucunda doğrulanırken H1, H3, H5 ve H6 sınıf tartışmaları neticesinde çürütülmüştür. Bu başlıkta bahsedilen hipotezlerin tartışılma süreçleri verilmiştir.

H1 hipotezi etkinliğin on beşinci dakikasında grup üç tarafından öne sürülmüştür. Grup üçün sözcüsü söz alarak şu açıklamayı yapmıştır:

G3: Öğretmenim para miktarı 3'er 3'er azalıyor. Buna göre, 1.sırada 71 TL, 2.sırada 68 TL, 3. sırada 62 TL böyle listemizi devam ettirirsek 17.sırada 20 TL oluyor. Yani bu sınıf 17. sırada oturmuş.

Ö: Grup üçün fikriyle ilgili ne düşünüyorsunuz?

Grup bir, grup dört ve grup beş söz hakkı istemiştir. Öğretmen grup dörde söz hakkı vermiştir.

G4: Bizce yaptığı çok mantıklı. Biz de öyle yapacaktık ama uzun olur diye yapmadık.

Ö: Peki yanlış olduğunu düşünen bu fikri çürütebilecek bir grup var mı?

Grup bir ve grup beş tekrar söz hakkı istemiştir. Grup beşe söz hakkı verilmiştir.

G5: Biz de öyle liste yaptık ama biz 17. sırada 23 TL, 18. sırada 20 TL vereceklerini bulduk. (Listeyi sesli bir şekilde okumuştur.)

Bu şekilde H1, grup beş tarafından çürütülmüş ve 1 puan kazanmıştır.

Ö: Evet, 18. sırada olduklarını buldunuz ama birinci sırada 71 TL değil de 374 TL, 311 TL gibi daha fazla olsaydı nasıl yapardık? Sizden daha pratik bir yol bulmanızı istiyorum. Farklı bir çözümü olan grup var mı?

Bu sorunun hemen ardından grup bir fikrini söylemek için söz almak istemiştir. H2, grup bir tarafından ileri sürülmüştür.

G1: 3. sırada 65 TL ödeniyor. Ama bizden 20 TL olan sırayı istiyor. Bu yüzden aradaki farkı bulduk 65'ten 20'yi çıkarınca 45 oluyor. Her sırada 3 TL değişim olduğundan 45:3=15 sıra sonra 20 TL olur. Yani 15+3=18.sıradalar.

Ö: Peki neden 3. sıranın TL miktarıyla işlem yaptınız?

G1: Çünkü öyle çıkarması bölmesi daha kolay oluyor. Ama istediğimiz sıradan yapabiliriz yani istersek 1. sıradan da yapabilirdik.

Ö: Diğer gruplar bu çözüm için ne düşünüyor?

G2: 1.sıradan da yapsınlar o zaman nasıl oluyor?

G1: 1.sırada 71 TL, 71-20=51 TL. Yine her sırada 3 TL değişecek 51:3= 17 sıra sonra 1+17= 18.sırada oluyorlar.

G2: Evet anladık biz doğru çözmüşler.

Ö: Grup birin fikrini çürütebilecek bir grup var mı?

Öğrencilere süre verilmiştir. Tüm sınıf tarafından H2 onaylanmış ve grup birin sunduğu hipotez doğrulandığı için bu grup 2 puan kazanmıştır.

Ö: Evet 18. sırada olduklarını buldunuz peki bize soruda neyi sormuştu?

G2: Deniz'in sınıfının kaç kişi olduğunu soruyor.

Ö: Evet, problemin çözümü için hipotez sunmak isteyen bir grup var mı?

H3, grup bir tarafından ileri sürülmüştür.

G1: 1. sırada 3 koltuk, 2. sırada 8 koltuk, 3. sırada 13 koltuk var yani koltuk sayısı 5'er 5'er artmış. 18.sırada oldukları için de 18.5= 90 kişi bulduk.

Ö: Grup birin fikrine katılıyor musunuz? Bu fikri çürütebilecek bir grup var mı?

G4: O zaman 3. sırada 3.5=15 kişi olurdu ama 13 koltuk var.

G1: Öğretmenim biz öyle bakmamıştık yanlış yapmışız.

Bu şekilde tek bir örnekle grup dört, grup birin fikrini çürütmüş ve 1 puan almıştır.

H4, grup dört tarafından öne sürülmüştür.

G4: Biz koltuk sayısının örüntüsünü 5n-2 diye bulduk. Burada n sıra numarası oluyor. Koltuk sayısı 5'er 5'er artmış o yüzden 5n, ilk sırada 3 koltuk olduğu için n yerine 1 koyunca 3 çıkması lazım. Bu yüzden 5n-2 örüntünün kuralı oluyor. Sınıfın 18. sırada oturduğunu bulunmuştu yani n=18 olduğundan 5.18-2=88 koltuk olur. 88 kişi var diyoruz.

Ö: Grup dördün çözümü için ne düşünüyorsunuz, bu çözümü çürütmek isteyen grup var mı?

Öğrenciler bir süre düşündükten sonra çözüme katıldıklarını belirtmişlerdir. Grup 1 ve grup 5'teki öğrencilerin bazı sıralara ait ücretlerini kontrol ettikleri gözlemlenmiştir. Grup dördün hipotezi doğrulandığı için 2 puan kazanmışlardır.

Ö: Deniz'in sınıfında kaç kişi varmış?

G3: 88 kişi varmış öğretmenim.

Ö: Evet problemi çözdünüz. Ama acaba koltukların ücretlerini de kişi sayısını bulduğunuz gibi örüntü kuralı yazarak bulabilir misiniz? Bunu bir düşünmenizi istiyorum.

Öğretmenin bu sorusundan sonra öğrenciler düşünmeye başlamıştır. H5, grup üç tarafından ileri sürülmüştür.

G3: Bir sıradaki TL miktarını; n sıra numarası olmak üzere n-3 kuralından bulabiliriz.

Ö: Nasıl düşündüğünüzü açıklar mısın?

G3: Hep aradaki fark 3 yani 3'er 3'er azalıyor. O yüzden de n'den -3'ü çıkardık.

Ö: Grup üçün fikri için ne düşünüyorsunuz? Çürütebilecek bir grup var mı?

Diğer tüm gruplar söz hakkı istemiştir. Grup beşe söz hakkı verilmiştir.

G5: Orada n yerine 1 koyunca -2 TL oluyor. Ama birinci sıradaki koltuğun fiyatı 71 TL o yüzden yanlış.

Diğer gruplar da bu şekilde çürüteceklerini belirtmişlerdir. Grup beş hipotez beşi çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H6, grup iki tarafından ileri sürülmüştür.

G2: Öğretmenim para miktarını 71+ (n . -3) yani 71-3n 'den bulabiliriz.

Ö: n dediğiniz ne? Nasıl düşündüğünüzü açıklar mısın?

G2: n orada kaçıncı sırada olduğunu söylüyor. Her sırada 3 azalmış o yüzden -3 dedik. -3'ü de n ile çarptık çünkü o kadar azalacak. İlki 71 olduğu için 71'den geriye doğru gideceğiz o yüzden 71'den çıkardık.

Ö: Peki, diğer gruplar grup ikinin fikri için ne düşünüyor? Çürütebilecek bir grup var mı?

Öğrenciler bir süre düşündükten sonra grup dört söz hakkı istemiş ve çözüme itiraz etmiştir. Diğer gruplardan ise böyle bir talep gelmemiştir.

G4: Öğretmenim bizce yanlış, 3n çıkarmak doğru gibi ama 71'den çıkarınca olmuyor. Çünkü mesela n yerine 1 koyulunca 68 TL çıkıyor. Ama birinci sıradakilerin fiyatı 71 TL. O yüzden de yanlış.

Öğretmen bu açıklamadan sonra diğer gruplara fikirleri sorulmuş ve grup dördün hipotezi çürütmesi kabul edilmiştir. Böylece grup dört, grup ikinin hipotezini çürüterek 1 puan kazanmıştır.

H6'nın hemen çürütülmesinin ardından grup iki yeni bir hipotez sunmak istemiştir. Öğretmen grup ikiye söz vermiş ve grup iki tarafından H7 sunulmuştur.

G2: Öğretmenim kuralımız yine aynı sadece 71 yerine 74 yazdık. 74-3n oldu. Çünkü ilk sırada cevabın 71 olması gerekiyor. 74'ten 3 çıkınca 71 kalır. Bizce bu sefer doğru.

Ö: Diğer sıralar için de doğru mu?

G2: Evet, çünkü hep 3 3 azalıyor. İlki 71 bulununca öyle azala azala hepsi çıkar. Mesela dördüncü sırada 62 olması lazım. 74-3n demiştik n yerine 4 yazınca 74-12=62 olur. Bu hepsinde doğru çıkar.

Ö: Diğer gruplar düşünsün bakalım çürütebilecekler mi?

Öğrencilere düşünmeleri için süre verilmiş ve bu süre içinde gruplar kendi aralarında tartışmıştır. Grup dört söz hakkı istemiştir.

G4: Öğretmenim biz doğru olduğunu düşünüyoruz çünkü sorun 71'deydi zaten. Onlar demeseydi biz söyleyecektik 71 yerine 74 yazalım diye.

Diğer gruplar da grup ikinin fikrinin doğru olduğunu dile getirmişlerdir. Grup ikinin sunduğu hipotez diğer gruplar tarafından da doğru kabul edilmiş ve grup iki hipotezini doğrulayarak 2 puan kazanmıştır.

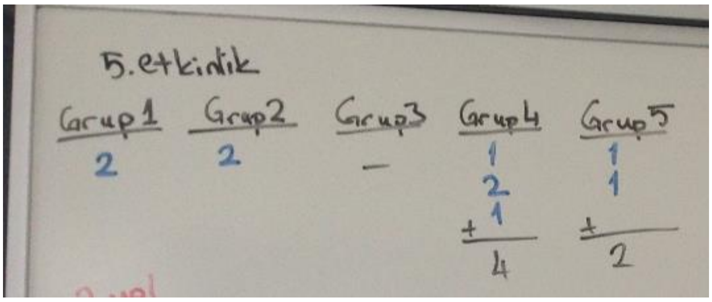
Problem öğrenciler tarafından çözülmüştür. İfade etme süreci ve doğrulama süreci bu etkinlikte birlikte ele alınmış ve bu iki aşama toplam 42 dakikada tamamlanmıştır.

Bu aşamada sunduğu hipotezi doğrulayan grup 2 puan, başka bir grubun sunduğu hipotezi çürüten grup 1 puan almıştır. Tablo 4.41'de grupların onaylanan ve çürütülen hipotezlerden kaç puan aldığı belirtilmiştir.

Tablo 4. 41. Grupların Oyun Sonunda Aldıkları Puanların Karşılaştırılması

	Onaylanan hipotezler	**Çürütülen hipotezler**
Grup1	2	-
Grup2	2	-
Grup3	-	-
Grup4	2	2
Grup5	-	2

Tablo 4.41'de görüldüğü gibi grup 1, grup 2 ve grup 4 doğru hipotezler sunmuş ve üçü de 2'şer puan almıştır. Grup bir, bu sınıfın kaçıncı sıraya oturduğunu aritmetik çözüm yaparak bulmuştur. Grup dört, bir sırada bulunan koltuk sayısını veren örüntünün kuralını ve grup iki bir sırada bulunan bir koltuğun ücretini veren örüntünün kuralını vermiştir. Grup dört hem doğru hipotez sunarak puan kazanmış hem de sunulan iki hipotezi çürüterek 2 puan kazanmıştır. Grup beş, doğru hipotez sunmamasına rağmen iki hipotezi çürütmüş ve iki puan kazanmıştır. Grup üçün ise onaylanan hipotez, ya da çürütülen hipotezi bulunmamaktadır.



Resim 4. 15. "Sinema Koltukları" Probleminde Alınan Puanlar

Resim 4.15'te etkinliğin sonunda puanların nasıl alındığı sınıf tahtasının bir fotoğrafıyla gösterilmiştir. Buna göre problem çözme etkinliği sonunda G1, toplam 2 puan; G2, toplam 2 puan; G3 toplam 0 puan; G4, toplam 4 puan; G5, toplam 2 puan kazanmıştır.

4.1.5.5. Kurumsallaştırma Süreci

Bu aşamada, öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve problemin iki örüntü ile aşamalı olarak çözülmesi uygulama planında yer almıştır. Kurumsallaştırma sürecinde etkin aktör öğretmen iken etkileşim öğretmen ile öğrenci arasında gerçekleşmiştir.

Öğretmen ilk olarak öğrencilerin doğrulama sürecinde onayladığı hipotezlerden yola çıkarak problemin farklı çözüm yollarını göstermiştir.

Ö: Evet çocuklar soruyu çok güzel çözdünüz. Şimdi ben bu çözümü toparlayacağım. Çözüm için size iki farklı yol göstereceğim. Problemde oturdukları sırada bulunan her koltuğun fiyatının 20 TL olduğunu söyleyip kaç kişi olduklarını sormuştu. Birinci sırada 71 TL olan ücretin her sırada 3 TL azaldığını soruda vermişti. Öyleyse bulmamız gereken ilk şey hangi sırada bulundukları. Bunu bulmak için önce 71'den 20'yi çıkardık. Fark 51 oldu. Her sıra için kaç TL azalıyordu?

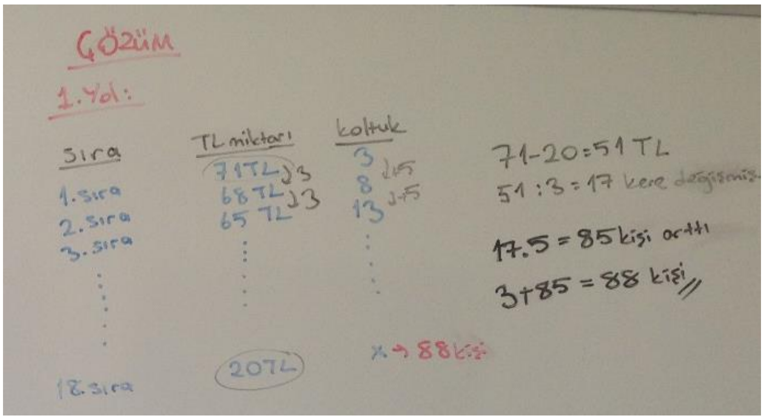
G3: 3 TL azalıyordu öğretmenim.

Ö: Evet, 51:3= 17 olduğundan 17 kere sıra değişmiş öyleyse 1.sırada 71 TL ise 18.sırada 20 TL'dir. İlk adım olarak 18.sırada oturduklarını bulduk. Sıranın tamamını kaplayacakları için 18.sırada kaç tane koltuk var onu bulmalıyız. Koltuk sayısı için nasıl bir örüntü vardı?

G4: 3'ten başlayıp 5'er 5'er artıyordu.

Ö: Çok güzel. 17 kere değiştiğinden ve her sırada 5 kişi arttığından 17.5=85 kişi artar. İlk sırada 3 koltuk olduğundan 3+85=88 kişi oldukları bulunur.

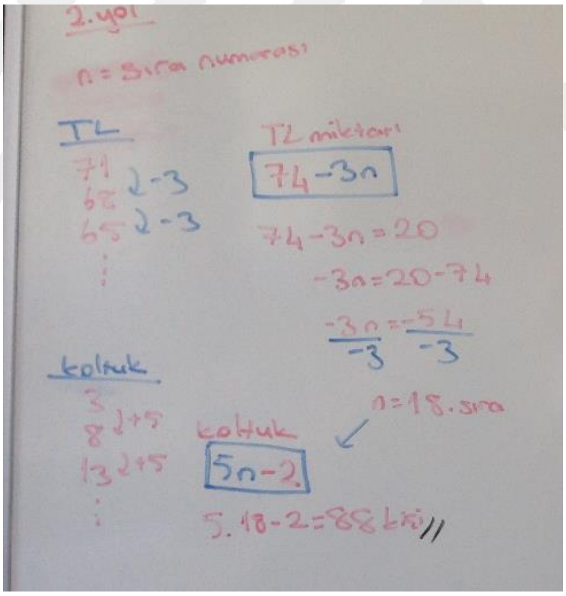
Öğretmen bu çözümünü Resim 4.16'da görüldüğü gibi tahtada göstermiştir.



Resim 4. 16. "Sinema Koltukları" Probleminin Çözümünün Birinci Yöntemi

Öğretmen bu çözümünün ardından ikinci yöntem olarak gösterdiği çözüme geçmiştir. Birinci yolda aritmetik çözüm ile yapılan problem, ikinci yolda örüntü kuralının bulunmasıyla çözülmüştür.

Ö: TL miktarı 3’er 3’er azalıyor ve koltuk sayısı 5’er 5’er artıyordu. Bu yüzden ikisi için de örüntü yazabiliriz ikinci yolumuzu örüntüleri kullanarak yapacağız. Öncelikle sıra numarası ile bir koltuk için ödenecek bilet fiyatı arasındaki ilişkiden örüntünün kuralını yazalım. Sıra numarası n ise bir koltuk için ödenecek fiyat 74 - 3n’dir. 74 – 3n = 20 olduğundan n = 18’dir. 18.sırada kaç kişinin oturacağını bulmak için ise sıra numarası ile o sırada bulunan koltuk sayısı arasında bir ilişki aranabilir. Bu şekilde düşünülen örüntüde ise sıra numarası n ile belirtildiğinde n. sırada yer alan koltuk sayısı 5n – 2 ‘dir. n bir önceki denklemde 18 bulunduğundan 5.18 – 2 = 88’dir. Bu şekilde de Deniz’in sınıfının 88 kişi olduğunu bulabiliriz.



Resim 4. 17. “Sinema Koltukları” Probleminin Çözümünün İkinci Yöntemi

Resim 4.17’de ikinci yöntemin öğretmen tarafından tahtada nasıl çözüldüğü gösterilmiştir. Öğrenciler iki çözüm yöntemini de anladıklarını belirtmiştir. Öğretmen, çözümlerin anlaşıldığından emin olmak için soruyu biraz değiştirerek öğrencilere sorular yöneltmiştir.

Ö: Peki soruda bir kişinin 20 TL değil de 44 TL ödediği söylenseydi sınıfın kaç kişilik olduğunu bulurduk?

Öğrencilere süre verilmiştir. Bu aşamada öğrenciler bireysel olarak soruyu çözmeye çalışmıştır. Grup ikiden bir öğrenci söz hakkı istermiştir.

G2: Öğretmenim 48 kişi mi?

Ö: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

G2: 74-3n= 44 buradan 3n=30 iki tarafı da 3'e böldüğümüzde 30:3= 10 bulunur. 10. sırada kaç tane koltuk olduğunu bulmak için de 5n-2'de n yerine 10 koyarız 5.10-2=48 yani 48 kişi varmış deriz.

Diğer öğrenciler de sorunun çözümünü onaylamıştır. Öğretmen bu sefer sınıfın kaç kişi olduğunu söylemiş kişi başı kaç TL vereceklerini bulmalarını istemiştir.

Ö: Peki diyelim problemde 103 kişi oldukları söylendi kişi başı ödenecek miktar soruluyor cevap ne olurdu?

Öğrencilerin bu soruda kişi sayısının verilip TL miktarını sorulduğunu hemen fark ettiği görülmüştür. Öğretmen sıraların arasında dolaşarak öğrencilerin çözümlerine bakmıştır. Öğrencilerin problemi doğru çözdükleri görülmüştür. Söz hakkı isteyen öğrencilerden grup beşteki bir öğrenciye söz hakkı verilmiştir.

G5: Öğretmenim bize tersten sormuş. Kişi sayısından sıra numarasını bulacağız önce. Örüntü 5n-2 idi 5n-2=103 olduğundan 5n=105, 5'e bölünde 21 çıkıyor. Yani 21. sıradalarmış. Diğer örüntü 74-3n burada n yerine 21 yazacağız. 74-63=11 olur. Yani bir kişi 11 TL öder.

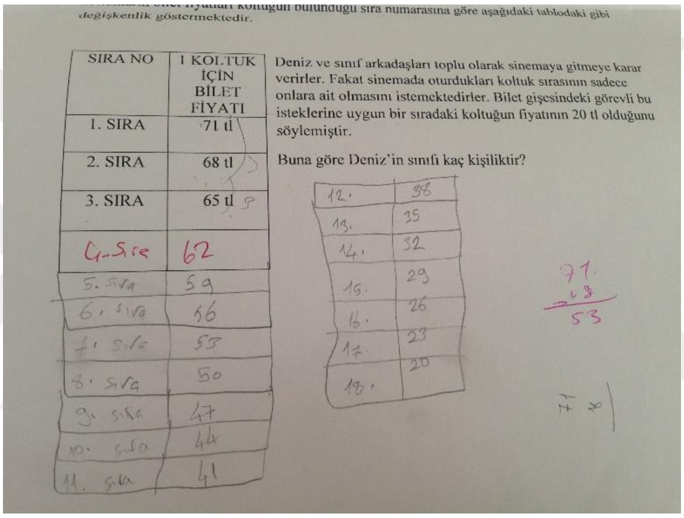
Diğer öğrenciler de soruyu böyle çözdüklerini söylemiştir. Problemin çözümünün öğrenciler tarafından anlaşıldığına karar verilmiştir. Bu aşama yaklaşık 19 dakikada tamamlanmıştır.

4.1.5.6. Araştırmacının Sunulan Hipotezler ile İlgili Gözlemleri

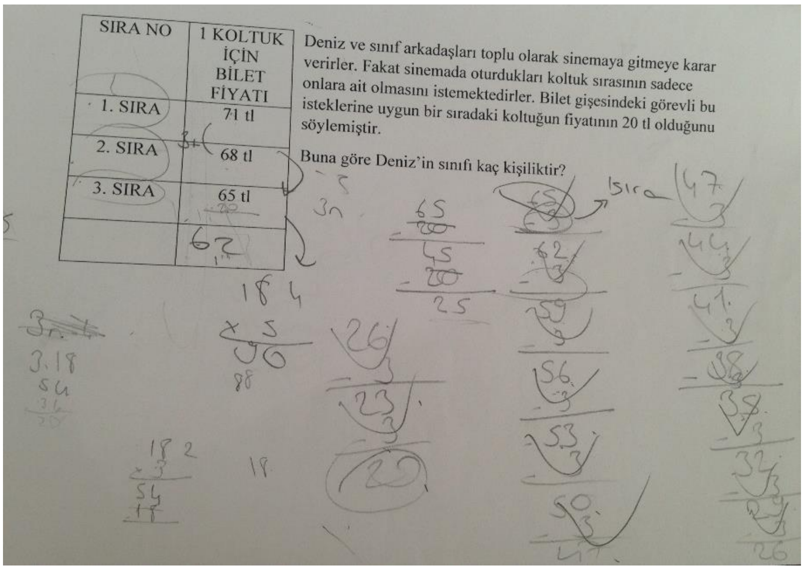
Öğrenciler doğru hipotezler sunabilmiş ancak örüntülerin kuralını bulma sırasında zorlanmıştır. Araştırmacı tarafından uygulama öncesinde öğrencilerin yapabileceği olası hatalı çözümler olarak düşünülen 18.sırada olacaklarını bulduktan sonra 18.5=90 TL cevabı ve para miktarını bulmak için 71-20 işlemini yaparak buradan 51 sonucu bulunmuş ve 3'er 3'er azaldığından 51:3=17 cevabı öğrenciler tarafından hipotez olarak sunulmuş ve çürütülmüştür. Araştırmacının uygulama öncesinde düşünmediği TL miktarını, sıra numarası n olmak üzere n-3 ve 71-3n şeklinde ifade edilmesi çürütülen hipotezler olarak sunulmuştur. Araştırmacının uygulama öncesinde öğrencilerden gelebilecek olası doğru çözümler olarak düşündüğü çözümlere öğrenciler ulaşmıştır ve bunların dışında bir çözüm öğrenciler tarafından öne sürülmemiştir.

Bu etkinlikte birinci ve iikinci problem çözme etkinliğinden farklı olarak ifade etme ve doğrulama aşamaları birbirinden daha ayrı olarak ilerlemiştir.

4.1.5.7. Öğrencilerin "Sinema Koltukları" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıtları

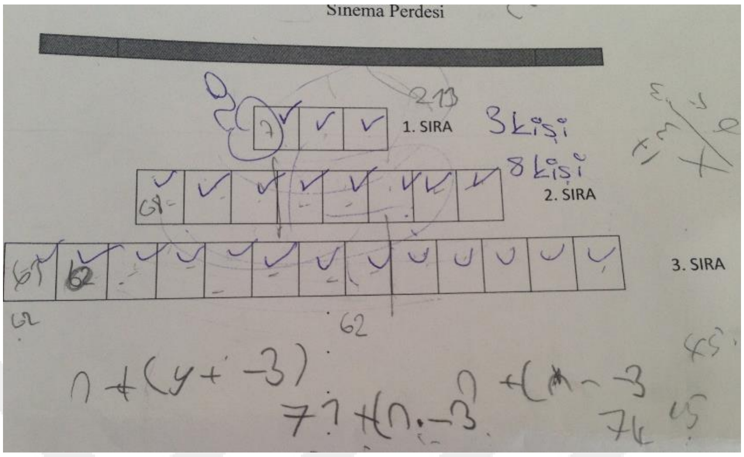


Resim 4. 18. "Sinema Koltukları" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı



Resim 4. 19. "Sinema Koltukları" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kâğıdı (2)

Resim 4.18 ve Resim 4.19'da görüldüğü gibi bazı gruplardaki öğrenciler 20 TL'nin hangi sırada olduğunu bulmak için sistematik olarak ilerlemiş ancak çözümü kolaylaştıran bir işlem bulamamıştır.



Resim 4. 20. "Sinema Koltukları" Problemine Ait Örnek Etkinlik Kağıdı (3)

Resim 4.20'de görüldüğü gibi öğrenciler bir sıradaki koltuk için ödenen miktarı bulmak için kural bulmaya çalışmış bu amaçla koltuk sayısına n diyerek formül yazmaya çalışmıştır.

4.1.6. Araştırmacının DDT'ne Uygun Tasarlanan Beş Problem Çözme Etkinliği ile İlgili Gözlemleri

Araştırmacı tarafından, öğrencilerin problem çözme etkinliği basamaklarında yaşadıkları değerlendirilmiştir.

"Kim Önce 20 Diyecek?" isimli bu problem çözme etkinliği DDT'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinliklerinin ilki olarak sınıfta öğrencilere sunulmuştur. Öğrenciler, bu problemi oyun oynamak gibi görmüş ve kazandıran sayıları bulmak için tüm öğrenciler istekli hale gelmiştir. Bu problem çözme etkinliğinde öğrenciler iki kişilik oyunlar oynamış, kazandıran ve kaybettiren sayılara odaklanmıştır. Problemin çözümüne dair genel bir formüle ulaşmak için hemen hemen tüm kazandıran sayıları bulmaları gerekmiştir. Sorumluluk aktarma süreci, problem tüm gruplar tarafından anlaşıldığı düşünüldükten sonra tamamlanmış olmasına rağmen grup üç, başta oyunu doğru oynamasına rağmen daha sonra 2 artırmayı ihmal ederek 1'er 1'er artırmayı seçmiştir. Bu şekilde oynanan oyunda oyunculardan biri 18 dedikten sonra, karşısındaki oyuncu 20 deyip kazanabilmesine rağmen 1'er 1'er artırmadan dolayı 19 deyip rakibinin oyunu kazanmasını sağlamıştır. Bu da oyunun 1 ya da 2 artırabilmesi ve her oyuncunun kazanmak için oynaması mantığına uymayan bir hipotezdir. Burada problemin kuralının net bir şekilde anlaşılmasında sorun yaşandığı söylenebilir. Ancak daha sonra oyunun kazandıran sayılarına ait örüntü, ilk hangi sayının söylenmesi gerektiği öğrenciler tarafından hipotez olarak sunulmuştur. Kurumsallaştırma aşamasında kazandıran sayı ve artırma kuralı değiştiğinde öğrencilerden kısa süre içinde doğru cevap öğrenciler tarafından sunulmuştur. Öğrenciler kazandıran sayıları bulabilmiş ama süreç içinde en fazla kazandıran sayıları düşünüp belli bir kural elde etmede zorlanmışlardır.

“Sezar ve Esirler”isimli DDT’ne uygun tasarlanan ikinci problem etkinliği olarak sunulan bu problem öğrencilere ilk problem etkinliğine göre daha zor gelmiştir. Öğrenciler özellikle hipotezlerinden kural elde etmede, problemin sonucunu bulmada zorlanmıştır. Sorumluluk devretme aşamasında öğrenciler problemi anlamaları uzun sürmemiştir. Bu etkinlikte öğrenciler hücrelerin açık mı kapalı mı kalacağını tespit etmek için tek tek bölenlerini düşünmüş açık, kapalı, açık… şeklinde liste yaparak son durumu tespit etmiştir. Öğrencilerin bu tespitleri sırasında kilidin tek sayıda mı yoksa çift sayıda mı çevirildiğini düşünmedikleri görülmüştür. Kısacası öğrenciler hücre numarasının bölen sayı sayısını düşünmeden genellemeye ulaşmıştır. Ancak bunu düşünmedikeri için 100 hücrenin pek çok hücresine ait son durumunu tespit ederek genellemeye ulaşabildiklerinden etkinlik uzun sürmüş ve öğrencilerin zorlandığı gözlemlenmiştir. Bu problem çözme etkinliğinde öğrenciler açık olan hücrelerin bazılarını bulmuş ancak kurumsallaştırma aşamasında zorlanmış ve problemin çözümü için kullanılabilecek formüle ulaşmaları uzun sürmüştür. Öğrenciler bu problem çözme etkinliğinin ilk problem çözme etkinliğine göre daha zor olduğunu ve ilk problem çözme etkinliğinin daha eğlenceli geçtiğini etkinlik sonrasında belirtmişlerdir.

“Buğday Satışı” isimli DDT’ne uygun tasarlanan üçüncü problem çözme etkinliğinde diğer iki etkinliğe göre daha kısa sürede sonuca ulaşılmıştır. Öğrenciler genel olarak bu problem çözme etkinliğinde zorlanmamıştır. Öğrenciler etkinliğe ait olarak sunulan problemi diğer iki etkinliğe göre daha kolay anlayıp daha kolay çözüme ulaşmıştır. Araştırmacı tarafından, öğrencilerin alışkın olduğu soru tarzlarına benzediği için böyle bir sonuç olabileceği düşünülmüştür. Bu etkinlikte bir grup tarafından, doğrulama aşamasında dönüm ve ton kavramlarının aynı olarak düşünülerek problemin çözülmeye çalışılması en dikkat çeken çözüm olmuştur. Böyle bir çözüm araştırmacı tarafından daha önce düşünülmemiş ve sınıf tartışmaları neticesinde diğer gruplar tarafından bu çözüm yaklaşımı çürütülmüştür. Diğer iki problem çözme etkinliğine göre bu problem çözme etkinliğinde sonuç daha kısa süre içinde bulunmuştur.

“Bilye Paylaşımı” isimli bu problem DDT’ye uygun tasarlanan dördüncü problem olarak öğrencilere sunulmuştur. Öğrencilerin sorumluluk devretme ve eylem sürecinde sınıf içinde olumlu tutum sergiledikleri ve problemi çözmek için istekli oldukları görülmüştür. Öğrenciler bu problem çözme etkinliğinde sorumluluk devretme aşamasında problemi çok süre geçmeden anlamış ve bilye paylaşımı kuralının nasıl olacağını çabuk belirlemişlerdir. Öğrencilerin zorlandığı kısım alınan bilye sayısına ait bir kural yazmak olmuştur. Genel olarak öğrenciler kuralı bulmak sadece sayılara odaklanmış ya matematiksel modelleme yapmamış ya da yanlış modellerle çözümü bulma çabasında bulunmuştur. Öğrenciler Fatih ve Gülbahar’ın aldığı bilye sayılarını düşünürken ilk başta sonunda ellerinde olan bilye sayılarının farkının sabit olacağını düşünmüş, sonra her adımda aldıkları bilye sayılarını veren bir örüntüyü yazmaya çalışmış ve toplamı veren formülü yazmaya çalışmaları bunlardan sonra olmuştur. Öğrenciler genel bir formül bulmak yerine liste yaparak Fatih 105 bilye aldığında Gülbahar’ın kaç bilye aldığını tespit etme eğilimi göstermiştir. Bu soruda 105 sayısı yerine daha büyük bir sayı seçilseydi öğrenciler bu yolun kullanışlı olmadığını eylem aşamasında hemen farkedecekti. Doğrulama aşamasında öğrenciler Fatih’in aldığı bilye sayısı toplamını veren genel ifadeyi (n^2) daha kolay bir şekilde yazarken, Gülbahar’ın aldığı bilye sayısı toplamını veren genel ifadeyi (n^2+n) yazmak için daha çok zamana ihtiyaç duymuşlardır. Öğrenciler bu formülleri bulurken matematiksel modelleme yapmamış sayılara bakarak bir formül bulmaya çalışmıştır. Bu yüzden de bu aşamada zorlandıkları düşünülmüştür.

“Sinema Koltukları” isimli beşinci problem çözme etkinliği DDT’ne uygun tasarlanan beşinci problem çözme etkinliği olarak araştırmanın son problem çözme etkinliği olmuştur. Öğrenciler sorumluluk devretme aşamasında sorun yaşamamış sunulan problemi çok zaman harcamadan anlayabilmişlerdir. Öğrenciler iki farklı örüntü kuralını bularak sinemaya kaç kişinin gideceğini bulmuştur. Öğrenciler örüntünün kuralını bulmadan çözmeye çalıştıklarında 18.sırada oturduklarında para miktarının 18 kez değişeceğini düşünmüş, birinci sıradan on sekizinci sıraya geçerken on yedi kez aralık bir başka deyimle on yedi değişim olacağını ilk başta düşünmemiştir. Bu da problemin çözümünde hata yapmalarına neden olmuştur. Kişi sayısı her sırada arttığı için örüntü kuralını daha kolay bir şekilde bulmuş diğer taraftan azalan para miktarının örüntüsünü yazmak için 3n'i hangi sayıdan çıkaracaklarına hemen karar verememişlerdir. Öğrenciler etkinlik boyunca aktif ve istekli olduğu gözlenmiştir.

Beş problem etkinliğinden anlaşılacağı gibi öğrenciler soruyu çözmeyi sağlayan genel bir formül bulmaktansa deneme yanılma yöntemini denemiştir. Öğrenciler, "Bilye Paylaşımı" ve "Sinema Koltukları" sorusu için liste yapmış, "Sezar ve Esirler" sorusu için hücreler için açık, kapalı, açık kapalı şeklinde tek tek yazmayı düşünmüş çarpan sayısını düşünmemiş, "Kim Önce 20 Diyecek?" sorusu için genel bir formülden önce kazandıran sayıların hemen hemen hepsini bulmuş, "Buğday Satışı" için modelleme yapmamış soruyu aritmetik ve cebir kullanarak çözmüştür. Öğrenciler genel olarak problemi anlamakta sorun yaşamamış, hipotezleri doğrularken ve çürütürken tüm sınıf açıklamada hemfikir olmuştur. Kurumsallaştırma aşamasında da problemin sayıları ya da kuralı biraz değiştiğinde öğrenciler çok zorlanmadan soruyu çözebilmiştir.

4.2. İkinci Alt Problem Bağlamında Elde Edilen Bulgular

Araştırmacı tarafından, ikinci alt problem kapsamında a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin; cebir başarılarına, cebirsel düşünme seviyelerine, problem çözme başarılarına, matematik problemi çözme tutumlarına ve poblem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine etkisi istatistiksel paket programında yapılan analizler ile araştırmacı tarafından incelenmiştir. Matematik problemi çözme tutum ölçeğine ait hoşlanma boyutuna ve öğretim boyutuna ait verilerin analizi de ayrı ayrı verilmiştir. Bu bulgular yedi ayrı başlıkta sunulmuş ve her başlıkta öncelikle deney grubuna ait öntest ve sontest puanları ile kontrol grubuna ait öntest ve sontest sonuçları için normallik analizi yapma amacıyla Kolmogorov Smirnov testi yapılmıştır. Daha sonra deney grubu ve kontrol grubuna ait cebir başarı testi, cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testi, problem çözme testi, matematik problemi çözme tutum ölçeği ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeği sonuçları sırasıyla aşağıda belirtilen dört soru çerçevesinde incelenmiştir:

• Deney grubu ve kontrol grubu öntest sonuçları arasında fark var mıdır?

• Deney grubu ve kontrol grubu sontest sonuçları arasında fark var mıdır?

• Deney grubuna ait öntest ve sontest sonuçları arasında fark var mıdır?

• Kontrol grubuna ait öntest ve sontest sonuçları arasında fark var mıdır?

Bu sorulara cevap aramak için istatistiksel paket programında analiz edilmiştir. Bu analiz etme işlemi normal dağılım gösteren veriler için ANOVA testi ile yapılmış, normal dağılım göstermeyen veriler için Kruskal Wallis testi ile yapılmıştır.

4.2.1. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Başarılarına Etkisi Üzerine Elde Edilen Bulgular

Cebir Başarı Testi'nden alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel paket programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.42'de cebir başarı testinden elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Tablo 4. 42. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Cebir Başarı Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal Parametreler[a,,b]	Ortalama	48,46	55,38	35,00	35,57
	Std. Sapma	21,43685	20,97251	16,06238	20,36305
Aşırı Farklar	Mutlak	,100	,126	,156	,185
	Pozitif	,100	,115	,156	,185
	Negatif	-,090	-,126	-,113	-,107
Kolmogorov-Smirnov Z		,511	,640	,797	,942
p		,957	,807	,549	, 5337

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış cebir başarı testine ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının p değeri ,05 değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilemediğine karar verilmiştir. Bu yüzden cebir başarı testi puan ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için Anova testi kullanılmıştır. İki puan anlamlı bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

4.2.1.1. Deney ve Kontrol Grubu Cebir Başarı Testi Öntest Karşılaştırması

Deney ve kontrol grubuna karar verilirken cebir başarı testi öntest puanlarının önemli farklılık içerip içermediğine bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 43. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
2,789	1	50	,101

Tablo 4.43’te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 44. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebir Başarı Testi Öntest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	2355,769	1	2355,769	6,566	,013
Gruplariçi	17938,462	50	358,769		
Toplam	20294,231	51			

Tablo 4.44’te görüldüğü gibi analiz sonuçları, grupların uygulama öncesinde anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=6,57, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu uygulama öncesinde cebir başarı testi puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.1.2. Deney ve Kontrol Grubu Cebir Başarı Testi Sontest Karşılaştırması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu cebir başarı testi sontest puanları arasında önemli farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 45. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,548	1	50	,463

Tablo 4.45'te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 46. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebir Başarı Testi Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	5100,481	1	5100,481	11,938	,0001
Gruplariçi	21362,500	50	427,250		
Toplam	26462,981	51			

Tablo 4.46'da görüldüğü gibi analiz sonuçları, uygulama sonunda cebir başarı puanlarının deney grubu ve kontrol grubu arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir (F=11,938, p<,01). Sontest puanlarının aritmetik ortalamalarına bakıldığında deney grubuna ait $\bar{X}$ = 55,38, kontrol grubuna ait $\bar{X}$ = 35,57 olduğundan deney grubunun cebir başarısının uygulama sonrasında daha yüksek olduğu görülmektedir.

4.2.1.3. Deney Grubu Cebir Başarı Testi Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında deney grubuna ait cebir başarı testi öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 47. Deney Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,041	1	50	,840

Tablo 4.47'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 48. Deney Grubu Öğrencilerinin Cebir Başarı Testi Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	623,077	1	623,077	1,386	,245
Gruplariçi	22484,615	50	449,692		
Toplam	23107,692	51			

Tablo 4.48'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=1,386, p>,01). Yani deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra cebir başarı testi puanları birbirine denktir.

4.2.1.4. Kontrol Grubu Cebir Başarı Testi Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında kontrol grubuna ait cebir başarı testi öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 49. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
1,165	1	50	,286

Tablo 4.49'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 50. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebir Başarı Testi Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ort.	F	p
Gruplar arası	4,327	1	4,327	,013	,910
Gruplariçi	16816,346	50	336,327		
Toplam	16820,673	51			

Tablo 4.50'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,013, p>,01). Yani kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra cebir başarı testi puanları birbirine denktir.

4.2.2. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Seviyelerine Etkisi Üzerine Elde Edilen Bulgular

Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi'nden alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel paket programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.51'de Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi'nden elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testine ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının deney grubu sontest puanına ait p değeri hariç, p değerleri ,05 değerinden küçük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilediğine karar verilmiştir. Bu yüzden cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testi puan ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için alternatif olarak nonparametrik testlerden olan Kruskal Wallis testi kullanılmıştır. İki puan arasında anlamlı farklılık bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

Tablo 4. 51. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal Parametreler[a,,b]	Ortalama	1,38	2,26	1,42	1,53
	Standart sapma	,69725	1,11562	,70274	,90469
Aşırı Farklar	Mutlak	,440	,219	,419	,378
	Pozitif	,440	,219	,419	,378
	Negatif	-,291	-,205	-,274	-,276
Kolmogorov-Smirnov Z		2,244	1,114	2,135	1,927
p		,000	,167	,000	,001

4.2.2.1. Deney ve Kontrol Grubu Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Öntest Karşılaştırması

Dağılımlar normal dağılım sergilemediği için alternatif olarak Kruskal Wallis testi kullanılmıştır.

A-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılacak öğrencilerin yer aldığı deney grubu ve geleneksel problem çözme etkinliklerinin gerçekleşeceği kontrol grubunun cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testinden uygulama öncesi aldıkları puanların Kruskal Wallis testi sonuçları Tablo 4.52'de verilmiştir. Buna göre öntest sonuçları arasında anlamlı farklılık bulunmamıştır (X^2= ,070, p>.05).

Tablo 4. 52. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Öntest Puanlarının Krulkal Wallis Sonuçları

Grup	n	Sıra ort.	sd	X^2	p
Deney Öntest	26	26,06	1	,070	,791
Kontrol Öntest	26	26,94			

4.2.2.2. Deney ve Kontrol Grubu Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Sontest Sonuçları

Dağılımlar normal dağılım sergilemediği için alternatif olarak Kruskal Wallis testi kullanılmıştır.

Tablo 4. 53. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Sontest Puanlarının Krulkal Wallis Sonuçları

Grup	n	Sıra ort.	sd	X^2	p
Deney Sontest	26	31,37	1	6,239	,013
Kontrol Sontest	26	21,63			

A-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılacak öğrencilerin yer aldığı deney grubu ve geleneksel problem çözme etkinliklerinin gerçekleşeceği kontrol grubunun cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testinden uygulama sonrası aldıkları puanların Kruskal Wallis testi sonuçları Tablo 4.53'te verilmiştir. Buna göre sontest sonuçları arasında anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur (X^2=6,239, p<.05). Sıra ortalamaları dikkate alındığında uygulama sonunda deney grubunda yer alan öğrencilerin (sıra ortalaması= 31,37) cebirsel düşünme seviyelerinin, kontrol grubunda yer alan öğrencilerin (sıra ortalaması= 21,63) cebirsel düşünme seviyelerinden daha yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Bu bulgu, DDT bağlamında sunulan rutin olmayan problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerini artırmada etkili olduğunu gösterir.

4.2.2.3. Deney Grubu Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Öntest ve Sontest Sonuçları

DDT'ne göre problem çözme etkinliklerine katılan deney grubunun öntest ve sontest puanlarının Kruskall Wallis Testi sonuçları Tablo 4. 54'te verilmiştir.

Tablo 4. 54. Deney Grubu Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Öntest ve Sontest Puanlarının Krulkal Wallis Sonuçları

Grup	n	Sıra ort.	sd	X^2	p
Deney Öntest	26	20,63	1	9,395	,002
Deney Sontest	26	32,37			

Analiz sonuçları, deney grubunun cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testinden aldıkları puanların, uygulamadan sonra anlamlı bir şekilde farklılaştığını göstermektedir. (X^2=9,395, $p<.05$). Bu bulgu DDT'nin öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerini artırmada etkili olduğunu göstermektedir. Tablo 4.54 'de görüldüğü gibi, 32,37>20,63 olduğundan uygulama sonunda cebir düşünme seviyelerinin arttığı söylenebilir.

4.2.2.4. Kontrol Grubu Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Öntest ve Sontest Sonuçları

DDT'ne göre problem çözme etkinliklerine katılan deney grubunun öntest ve sontest puanlarının Kruskall Wallis Testi sonuçları Tablo 4.55'te verilmiştir.

Tablo 4. 55. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Öntest ve Sontest Puanlarının Krulkal Wallis Sonuçları

Grup	n	Sıra ort.	sd	X^2	p
Kontrol Öntest	26	25,94	1	,103	,749
Kontrol Sontest	26	27,06			

Analiz sonuçları, kontrol grubunun cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testinden aldıkları puanların, uygulamadan sonra anlamlı bir şekilde farklılaşmadığı göstermektedir. (X^2=,103, $p>.05$).

4.2.3. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Başarılarına Etkisi Üzerine Elde Edilen Bulgular

Problem Çözme Testi'nden alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel paket programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.56'da problem çözme testinden elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Tablo 4. 56. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Problem Çözme Testi Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal Parametreler[a,,b]	Ortalama	30,00	50,76	29,61	36,92
	Standart sapma	16,97056	18,09377	20,09592	18,05973
Aşırı Farklar	Mutlak	,145	,186	,185	,202
	Pozitif	,145	,186	,185	,202
	Negatif	-,111	-,122	-,126	-,197
Kolmogorov-Smirnov Z		,741	,947	,942	1,028
p		,643	,331	,338	,241

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış problem çözme testine ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının p değeri ,05 değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilemediğine karar verilmiştir. Bu yüzden cebir başarı testi puan ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için Anova testi kullanılmıştır. İki puan anlamlı bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

4.2.3.1. Deney ve Kontrol Grubu Problem Çözme Testi Öntest Karşılaştırması

Deney ve kontrol grubuna karar verilirken problem çözme testi öntest puanlarının önemli farklılık içerip içermediğine bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 57. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
1,41	1	50	,708

Tablo 4.57'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 58. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Cebir Başarı Testi Öntest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	1,923	1	1,923	,006	,941
Gruplariçi	17296,154	50	345,923		
Toplam	17298,077	51			

Tablo 4.58'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, grupların uygulama öncesinde anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,006, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu uygulama öncesinde problem çözme testi puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.3.2. Deney ve Kontrol Grubu Problem Çözme Testi Sontest Karşılaştırması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu problem çözme testi sontest puanları arasında önemli farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 59. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,098	1	50	,756

Tablo 4.59'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 60. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Problem Çözme Testi Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	2492,308	1	2492,308	7,627	,008
Gruplariçi	16338,462	50	326,769		
Toplam	18830,769	51			

Tablo 4.60'ta görüldüğü gibi analiz sonuçları, uygulama sonunda problem çözme testi puanlarının deney grubu ve kontrol grubu arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir (F=7,627, p<,01). Sontest puanlarının aritmetik ortalamalarına bakıldığında deney grubuna ait $\bar{X}$ = 50,76, kontrol grubuna ait $\bar{X}$ = 36,92 olduğundan deney grubunun problem çözme testi sonucunun uygulama sonrasında daha yüksek olduğu görülmektedir.

4.2.3.3. Deney Grubu Problem Çözme Testi Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında deney grubuna ait problem çözme testi öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 61. Deney Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,007	1	50	,934

Tablo 4.61’de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 62. Deney Grubu Öğrencilerinin Problem Çözme Testi Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	5607,692	1	5607,692	18,225	,000
Gruplariçi	15384,615	50	307,692		
Toplam	20992,308	51			

Tablo 4.62’de görüldüğü gibi analiz sonuçları, uygulama sonunda problem çözme testi puanlarının deney grubuna ait öntest ve sontest puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir (F=18,225, p<,01). Deney grubuna ait puanların aritmetik ortalamasına bakıldığında öntest puanlarının ortalaması $\bar{X}$ = 30,00, sontest puanlarının ortalaması $\bar{X}$ = 50,76 olduğundan deney grubunun problem çözme testi ortalamasının uygulama sonrasında yükseldiği görülmektedir.

4.2.3.4. Kontrol Grubu Problem Çözme Testi Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında kontrol grubuna ait problem çözme testi öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 63. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,313	1	50	,579

Tablo 4.63’te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 64. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Problem Çözme Testi Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	694,231	1	694,231	1,902	,174
Gruplariçi	18250,000	50	365,000		
Toplam	18944,231	51			

Tablo 4.64'te görüldüğü gibi analiz sonuçları, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=1,902, p>,01). Yani kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra problem çözme testi puanları birbirine denktir.

4.2.4. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutumlarına Etkisi Üzerine Elde Edilen Bulgular

Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği'nden alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel paket programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.65'te matematik problemi çözme tutum ölçeğinden elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış matematik problemi çözme tutum ölçeğine ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının p değeri ,05 değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilemediğine karar verilmiştir. Bu yüzden matematik problemi çözme tutum ölçeğine ait puan ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için Anova testi kullanılmıştır. İki puan anlamlı bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

Tablo 4. 65. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal Parametreler[a,,b]	Ortalama	67,57	72,34	71,92	73,30
	Standart sapma	11,66250	10,67312	12,60134	13,16592
Aşırı Farklar	Mutlak	,094	,104	,108	,129
	Pozitif	,094	,101	,065	,088
	Negatif	-,094	-,104	-,108	-,129
Kolmogorov-Smirnov Z		,480	,529	,552	,657
p		,975	,943	,921	,782

4.2.4.1. Deney ve Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öntest Karşılaştırması

Deney ve kontrol grubuna karar verilirken matematik problemi çözme tutum ölçeği sonuçları öntest puanlarının önemli farklılık içerip içermediğine bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 66. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,362	1	50	,550

Tablo 4.66'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4.67'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, grupların uygulama öncesinde anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=1,666, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu uygulama öncesinde matematik problemi çözme tutum ölçeği puanlarına göre birbirine denktir.

Tablo 4. 67. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öntest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	245,558	1	245,558	1,666	,203
Gruplariçi	7370,192	50	147,404		
Toplam	7615,750	51			

4.2.4.2. Deney ve Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Sontest Karşılaştırması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu matematik problemi çözme tutum ölçeği sontest puanları arasında önemli farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 68. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,835	1	50	,365

Tablo 4.68’de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 69. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	12,019	1	12,019	,084	,774
Gruplariçi	7181,423	50	143,628		
Toplam	7193,442	51			

Tablo 4.69'da görüldüğü gibi analiz sonuçları, uygulama sonunda cebir başarı puanlarının deney grubu ve kontrol grubu arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,084 p>,01). Tutum ölçeğinin ilk on sorusu hoşlanma boyutu ile ilgili, son 9 sorusu öğretim boyutu ile ilgiliydi. Bu yüzden hoşlanma boyutu ve öğretim boyutu ile ilgili fark olup olmadığına ayrıca bakılıp "Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği" ile ilgili sonuçlarının analizine geçmeden önce çalışmada sunulmuştur.

4.2.4.3. Deney Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında deney grubuna ait matematik problemi çözme tutum ölçeği öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 70. Deney Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,143	1	50	,707

Tablo 4.70'te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 71. Deney Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	295,692	1	295,692	2,366	,130
Gruplariçi	6248,231	50	124,965		
Toplam	6543,923	51			

Tablo 4.71'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını

göstermektedir (F=2,366, p>,01). Yani deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği puanları birbirine denktir.

4.2.4.4. Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında kontrol grubuna ait matematik problemi çözme tutum ölçeği öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 72. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,000	1	50	,986

Tablo 4.72'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 73. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	24,923	1	24,923	,150	,700
Gruplariçi	8303,385	50	166,068		
Toplam	8328,308	51			

Tablo 4.73'te görüldüğü gibi analiz sonuçları, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,150, p>,01). Yani kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği puanları birbirine denktir.

4.2.5. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Testinin Hoşlanma Boyutu Üzerine Etkisi ile İlgili Elde Edilen Bulgular

Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeğinin Hoşlanma Boyutu'ndan alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel paket programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.74'te matematik problemi çözme tutum ölçeğinin hoşlanma boyutundan elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Tablo 4. 74. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal Parametreler[a,,b]	Ortalama	35,19	37,80	37,50	38,65
	Standart Sapma	6,98581	6,16454	6,99285	6,69891
Aşırı Farklar	Mutlak	,118	,115	,130	,136
	Pozitif	,075	,072	,087	,086
	Negatif	-,118	-,115	-,130	-,136
Kolmogorov-Smirnov Z		,600	,587	,665	,693
p		,864	,881	,769	,722

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutuna ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının p değeri ,05 değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilemediğine karar verilmiştir. Bu yüzden matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için Anova testi kullanılmıştır. İki puan anlamlı bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

4.2.5.1. Deney ve Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Öntest Karşılaştırması

Deney ve kontrol grubuna karar verilirken matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu öntest puanlarının önemli farklılık içerip içermediğine bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 75. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,000	1	50	,983

Tablo 4.75'te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 76. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Öntest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	69,231	1	69,231	1,417	,239
Gruplariçi	2442,538	50	48,851		
Toplam	18944,231	51			

Tablo 4.76'da görüldüğü gibi analiz sonuçları, grupların uygulama öncesinde anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=1,417, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu uygulama öncesinde matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.5.2. Deney ve Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Sontest Karşılaştırması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu sontest puanları arasında önemli farklılık olup olmadığına bakılmıştır.

İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 77. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,157	1	50	,693

Tablo 4.77'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 78. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	9,308	1	9,308	,225	,638
Gruplariçi	2071,923	50	41,438		
Toplam	2081,231	51			

Tablo 4.78'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,225, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu öğrencileri uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.5.3. Deney Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında deney grubuna ait matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 79. Deney Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,538	1	50	,467

Tablo 4.79'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 80: Deney Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	88,923	1	88,923	2,049	,159
Gruplariçi	2170,077	50	43,402		
Toplam	2259,000	51			

Tablo 4.80'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=2,049, p>,01). Yani deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.5.4. Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında kontrol grubuna ait matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 81. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,091	1	50	,765

Tablo 4.81'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 82. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Hoşlanma Boyutu Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	17,308	1	17,308	,369	,546
Gruplariçi	2344,385	50	46,888		
Toplam	2361,692	51			

Tablo 4.82'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,369, p>,01). Yani kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği hoşlanma boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.6. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Testinin Öğretim Boyutu Üzerine Etkisi ile İlgili Elde Edilen Bulgular

Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeğinin Öğretim Boyutu'ndan alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel paket programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.83'te matematik problemi çözme tutum ölçeğinin öğretim boyutundan elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutuna ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının p değeri ,05 değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilemediğine karar verilmiştir. Bu yüzden matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için Anova testi kullanılmıştır. İki puan anlamlı bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

Tablo 4. 83. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal Parametreler[a,,b]	Ortalama	32,00	34,53	34,03	34,53
	Standart Sapma	6,42495	5,66555	6,97126	6,97556
Aşırı Farklar	Mutlak	,092	,096	,132	,142
	Pozitif	,090	,096	,113	,091
	Negatif	-,092	-,086	-,132	-,142
Kolmogorov-Smirnov Z		,469	,490	,672	,723
p		,980	,970	,757	,673

4.2.6.1. Deney ve Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Öntest Karşılaştırması

Deney ve kontrol grubuna karar verilirken matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu öntest puanlarının önemli farklılık içerip içermediğine bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 84. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,459	1	50	,501

Tablo 4.84'te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4.85'te görüldüğü gibi analiz sonuçları, grupların uygulama öncesinde anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=1,202, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu uygulama öncesinde matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

Tablo 4. 85. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Öntest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	54,019	1	54,019	1,202	,278
Gruplariçi	2246,962	50	44,939		
Toplam	2300,981	51			

4.2.6.2. Deney ve Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Sontest Karşılaştırması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu sontest puanları arasında önemli farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 86. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
1,017	1	50	,318

Tablo 4.86'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 87. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	,000	1	,000	,000	1,000
Gruplariçi	2018,923	50	40,373		
Toplam	2018,923	51			

Tablo 4.87'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,000, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu öğrencileri uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.6.3. Deney Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında deney grubuna ait matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 88. Deney Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,213	1	50	,646

Tablo 4.88'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 89. Deney Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	83,769	1	83,769	2,283	,137
Gruplariçi	1834,462	50	36,689		
Toplam	1918,231	51			

Tablo 4.89'da görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=2,283, p>,01). Yani deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde

ve uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.6.4. Kontrol Grubu Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında kontrol grubuna ait matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 90. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,021	1	50	,886

Tablo 4.90'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 91. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği Öğretim Boyutu Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	3,250	1	3,250	,067	,797
Gruplariçi	2431,423	50	48,638		
Toplam	2434,673	51			

Tablo 4.91'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,067, p>,01). Yani kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra matematik problemi çözme tutum ölçeği öğretim boyutu puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.7. A-Didaktik Ortamda Yapılan Uygulamaların 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerine Etkisi Üzerine Elde Edilen Bulgular

Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği'nden alınan deney grubu öntest, kontrol grubu öntest, deney grubu sontest ve kontrol grubu sontest puanlarının normal dağılım sergileyip sergilemediğini incelemek amacıyla istatistiksel programında Kolmogorov Smirnov Testi uygulanmıştır. Tablo 4.92'de Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği'nden elde edilen deney grubu öntest, deney grubu sontest, kontrol grubu öntest ve kontrol grubu sontest puanlarının Kolmogorov Smirnov Test sonuçları verilmiştir.

Kolmogorov Smirnov testinde elde edilen sonuçlarda p değerine bakılmış problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeğine ait deney grubu öntest puanlarının, deney grubu sontest puanlarının, kontrol grubu öntest puanlarının ve sontest puanlarının p değeri ,05 değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılmış ve dağılımların normal dağılımdan anlamlı bir farklılık sergilemediğine karar verilmiştir. Bu yüzden problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeği puan ortalaması arasındaki farkın anlamlılığı için Anova testi kullanılmıştır. İki puan anlamlı bulunmuşsa, ortalama değerlerin büyüklüklerine bakılarak yorum yapılmıştır.

Tablo 4. 92. Deney ve Kontrol Grubunun Öntest ve Sontest Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Puanlarına Ait Kolmogorov Smirnov Testi Sonuçları

		Deney Grubu Öntest	Deney Grubu Sontest	Kontrol Grubu Öntest	Kontrol Grubu Sontest
N		26	26	26	26
Normal parametreler[a,,b]	Ortalama	48,42	48,38	53,80	54,03
	Standart sapma	10,90751	9,91999	8,04994	8,56262
Aşırı Farklar	Mutlak	,138	,140	,122	,106
	Pozitif	,138	,102	,072	,106
	Negatif	-,093	-,140	-,122	-,097
Kolmogorov-Smirnov Z		,704	,714	,622	,540
p		,705	,687	,834	,933

4.2.7.1. Deney ve Kontrol Grubu Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Öntest Karşılaştırması

Deney ve kontrol grubuna karar verilirken problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeği öntest puanlarının önemli farklılık içerip içermediğine bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 93. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
3,823	1	50	,056

Tablo 4.93'te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 94. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Öntest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	376,923	1	376,923	4,102	,048
Gruplariçi	4594,385	50	91,888		
Toplam	4917,308	51			

Tablo 4.94'te görüldüğü gibi analiz sonuçları, grupların uygulama öncesinde anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=4,102, p>,01). Yani deney grubu ve kontrol grubu uygulama öncesinde cebir başarı testi puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.7.2. Deney ve Kontrol Grubu Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Sontest Karşılaştırması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeği sontest puanları arasında önemli farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 95. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,560	1	50	,458

Tablo 4.95'te görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 96. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	415,558	1	415,558	4,840	,032
Gruplariçi	4293,115	50	85,862		
Toplam	4708,673	51			

Tablo 4.96'da görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=4,840, p>,01). Yani deney grubu öğrencilerinin sonra problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeği puanları birbirine denktir.

4.2.7.3. Deney Grubu Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında deney grubuna ait Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 97. Deney Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,478	1	50	,493

Tablo 4.97'de görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 98. Deney Grubu Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	,109	1	,109	,000	,989
Gruplariçi	5434,500	50	108,690		
Toplam	5434,519	51			

Tablo 4.98'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,000, p>,01). Yani deney grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği puanlarına göre birbirine denktir.

4.2.7.4. Kontrol Grubu Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Öntest ve Sontest Sonuçları

Uygulama sonrasında kontrol grubuna ait problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeği öntest ve sontest puanları arasında önemli bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. İlk olarak varyansları arasında fark var mı yok mu diye karar verilerek devam edilmiştir.

Tablo 4. 99. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Öntest ve Sontest Varyans Homojenliği Testi

Levene İstatistiği	df1	df2	p
,292	1	50	,591

Tablo 4.99'da görüldüğü gibi, p> 0,01 olduğundan varyanslar arasında fark yoktur, varyanslar homojendir. Varyanslar homojen kabul edildiğinden varyans analizi tablosu olan ANOVA tablosu okunmaya devam edilir.

Tablo 4. 100. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Ölçeği Öntest ve Sontest Puanlarının ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplama	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar arası	,692	1	,692	,010	,921
Gruplariçi	3453,000	50	69,060		
Toplam	3453,692	51			

Tablo 4.100'de görüldüğü gibi analiz sonuçları, kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve sonrasında aldığı puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir (F=,010, p>,01). Yani kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulamadan sonra problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceri ölçeği puanlarına göre birbirine denktir.

BÖLÜM V: SONUÇ

5.1. Yargı

Bu bölümde yapılan analizler sonucunda elde edilen araştırma sonuçlarına yönelik yargılara yer verilmiştir.

Araştırmanın birinci alt problemi olan “a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencileri problem çözme basamaklarında (sorumluluğu devretme, eylem, ifade etme, doğrulama, kurumsallaştırma) ne yaşamaktadırlar?” ile ilgili analizlerin sonucuna göre, öğrenciler sorumluluk aktarma sürecinde, problem ile ilgili anlamadıkları yer olduğunda düşünmekten ziyade hemen öğretmene sorma eğilimi göstermekte fakat öğretmen, öğrencinin sorduğu soruları yine kendi cevaplaması için yönlendirmektedir. Sorumluluk aktarma sürecinde öğrencilerin problemi anlamakta büyük sıkıntı yaşamadığı görülmektedir. Eylem sürecinde, öğrenciler problemi çözmek için bazen grup şeklinde çalışmakta bazen ise bireysel olarak problemin çözümü için stratejiler geliştirmeye çalışmaktadır. İfade etme sürecinde, öğrenciler hipotezlerini sunmakta ve doğrulama sürecinde sunulan hipotezler hipotezi sunan grup tarafından doğrulanmakta ya da diğer gruplar tarafından çürütülmektedir. Kutumsallaştırma aşamasında öğrenciler tarafından sunulan doğru hipotezler ışığında problem çözülmekte, ek olarak öğretmen farklı çözüm yollarını öğrencilere sunmaktadır. Beş problem çözme etkinliğinde bu aşamada problem yaşanmamış, öğrenciler çözümleri anlayıp benzer soruları doğru şekilde yanıtlamaktadır. Öğrenciler problem çözme süreçlerinde deneme yanılma yöntemini kullanmaya eğilim göstermektedir. Bu durumun ve etkinliklerde yaşanan sorunların nedeni araştırmacı tarafından, öğrencilerin problem çözme stratejilerini yeterinde bilmemesi, derslerde bu tarz problemlerin çözülmemesi, öğretmenin a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar ile ders sürecini yönetmeye alışkın olmaması olarak düşünülmektedir.

Araştırmanın ikinci alt probleminde DDT’ne uygun tasarlanan problem çözme etkinliklerinin yedinci sınıf öğrencilerinin; cebir başarılarına, cebirsel düşünme seviyelerine, problem çözme başarılarına, matematik problemi çözme tutumlarına ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine etkisinin olup olmadığına bakılmıştır.

Araştırmanın ikinci alt problemi ile ilgili analizlerin sonucuna göre, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebir başarıları a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılmamaya göre anlamlı bir farklılık göstermektedir. Buna göre, deney grubunda yer alan öğrencilerin cebir başarıları, kontrol grubunda yer alan öğrencilere göre daha olumludur.

Araştırmanın ikinci alt problemi ile ilgili analizlerin sonucuna göre, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme seviyeleri a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılıp katılmamaya göre anlamlı bir farklılık göstermektedir. Buna göre, deney grubunda yer alan öğrencilerin cebirsel düşünme seviyeleri, kontrol grubunda yer alan öğrencilere göre daha olumludur.

Araştırmanın ikinci alt problemi ile ilgili analizlerin sonucuna göre, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözme başarıları a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılıp katılmamaya göre anlamlı bir farklılık göstermektedir. Buna göre, deney grubunda yer alan öğrencilerin problem çözme başarıları, kontrol grubunda yer alan öğrencilere göre daha olumludur.

Araştırmanın ikinci alt problemi ile ilgili analizlerin sonucuna göre, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumları a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılıp katılmamaya göre anlamlı bir farklılık göstermemektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemi ile ilgili analizlerin sonucuna göre, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeyleri a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara katılıp katılmamaya göre anlamlı bir farklılık göstermemektedir.

5.2. Tartışma

Bu bölümde elde edilen bulgulardan yararlanılarak yapılan değerlendirmelere yer verilmiştir.

Araştırmanın birinci alt probleminde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin neler yaşadıklarının betimlenmesi amaçlanmıştır. Birinci alt problem bağlamında, çalışmada ele alınan problemler öğrenciler için şaşkınlık uyandıran ve çözümü hemen kestirilemeyecek nitelikte seçilmiş ve a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında öğrenciler; sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamalarını yaşamıştır. Ancak bazen bahsi geçen bu aşamalar birbirinden ayrık ve bağımsız şekilde karşımıza çıkmamıştır. Bu durum didaktik durumlar teorisi bağlamında yapılan uygulamaları inceleyen Erdoğan ve Özdemir Erdoğan'ın (2013) çalışmasında da dikkat çeken bir özellik olarak gerçekleşmiştir. Erdoğan ve Özdemir Erdoğan'ın çalışmasında eylem ve ifade etme aşamalarının iç içe ilerlediği görülmektedir. Bu çalışmada ise bazen eylem ve ifade etme aşamaları bazen de ifade etme ve doğrulama aşamaları iç içe geçmiştir. Bu çalışmada öğrencilerin yaşadıkları, Erdoğan ve Özdemir Erdoğan'ın (2013) belirttiği matematiksel süreçler ile benzerlik göstermekte ve öğrenciler karşılaştıkları problemleri çözmek için strateji bulmak adına fikirler öne sürmüşler, bazı yöntemler ile bu fikirleri denemişlerdir. Birinci problem çözme etkinliğinde 20 sayısını ilk söyleyen oyunu kazanıyordu ve öğrenciler bu oyunu kazandıran stratejiyi bulmak için önce fikir sunuyor sonra bunu sınıf tartışmasıyla değerlendiriyorlardı. Bu aşamada fikirlerini grup arkadaşıyla veya sınıfla paylaşmaları öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim gibi matematiksel süreçleri yaşadıklarını göstermektedir. Matematiksel süreçler içerisinde bulunan ilişkilendirme, kurumsallaştırma aşaması sırasında görülen bir süreçtir (Erdoğan, Özdemir Erdoğan, 2013)

DDT'nde "ifade etme" adıyla yer alan ve önceki aşamalarda öğrencinin problemin çözümüne ilişkin keşfettiği deneyimlerinden yola çıkarak, problemin çözümüne yönelik hipotezin sunulması olarak ifade edilen aşama problemin çözümünde anahtar bir göreve sahiptir. Brousseau'nun (1997) belirttiği gibi bu aşama öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin deneyimlerini sınıfla paylaşılarak tartışılmasını sağlamada kolaylaştırıcı bir rol üstlenmektedir. Çalışmada gerçekleşen problem çözme etkinlikleri de düşünüldüğünde öğrenciler ifade etme aşamasında yanlış hipotez sunma kaygısına kapılmadan rahatlıkla hipotezlerini sunmuş ve sınıfta bu hipotezler tartışılmıştır.

İfade etme aşaması ile doğrulama aşamasında öğrenciler tarafından sunulan hipotezler değerlendirilerek sınıf tartışmaları sonucu problemin çözümü gerçekleşmektedir. Verschaffel ve diğerlerine (1999) göre, problem çözme stratejilerinin öğretiminde öğrenme ortamının öğrencilerin rutin olmayan problemlerinde aktif ve motive olmuş şekilde çalışmalarını sağlamak önemlidir. Grupların doğrulama sürecinde kendi fikirlerini doğrulayarak ya da diğer grupların fikirlerini çürüterek puan kazanmaları onları motive etmiştir. Öğrenci sorumluluk aktarma sürecinden etkinliğin sonuna kadar aktif durumda olarak problemi çözme adına faaliyette bulunmuştur. Bu duruma bakıldığında problem çözme stratejilerinin öğretiminde DDT'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinliklerinden faydalanabileceğimiz söylenebilir. Kurumsallaştırma aşaması sadece çözümün değerlendirilmesininin gerçekleştiği bir aşama değildir. Bu aşama ile öğrenciler tarafından önceki aşamalarda bulunan bilgilere öğretmen tarafından matematiksel bir boyut kazandırılır.

Problemi çözerken her öğrenci farklı yaklaşımlar göstermekte, özellikle doğrulama sürecinde öğrencilerin düşünme yapıları net bir şekilde gözlenmektedir. Bu sayede öğretmenler bu tür etkinlikler sonucunda öğrencilerin bu düşünme yapıları hakkında bilgi sahibi olarak öğrencilerin başarısına katkıda bulunacak bir sınıf ortamı yaratmak için kendilerini geliştirmekte, öğretim yaklaşımlarını öğrendiklerine göre revize etme şansı yakalamaktadır. Baki (2006)'ye göre, sınıf ortamında yapılan grup çalışmaları sosyal bir destek mekanizması sağlar. a-didaktik ortamda yapılan uygulamalara bu açıdan bakıldığında öğrencilerin birlikte çalışması etkinlikler boyunca önemli görülmüş ve grup çalışmaları önemli bir unsur olarak karşımıza çıkmıştır. Bu şekilde öğrencilere etkinlikler boyunca sosyal destek mekanizması sağlanmıştır. Öğrenciler "Sezar ve Esirleri" ile "Bilye Paylaşımı" problemlerinde genelleme yapmakta zorlanmıştır. Çünkü öğrenciler bu tarz problemlerle ilk defa karşılaşmış ve bu yüzden problem çözümlerinde liste yapma stratejisini kullanmaya yatkın davranmıştır. Bu sonuç De Bock, Verschaffel ve Janssens (1998)'in çalışmalarında belirttiği öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde büyük güçlükler yaşadığı ve problem çözme stratejilerini doğru ve etkili bir şekilde kullanamadıkları sonucuyla paralellik göstermiştir. Ayrıca Erdoğan (2015)'nın çalışmasında elde ettiğin altıncı sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözebilmek için gerekli stratejilere sahip olmaması sonucunu desteklemiştir. Öğrenciler, "Buğday Satışı" problemi ise hem yapılan dört tane a-didaktik ortamda yapılan uygulamanın etkisi hem de aşina oldukları problemlere görünüş olarak benzediği için problemin çözümüne hızlı ulaşmış ve genelleme yapmakta zorlanmamışlardır. Bu sonuç Stanic ve Kilpatrick (1989)'in sadece yapılandırılmış rutin olmayan problemler vasıtasıyla öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceği sonucunu desteklemiştir.

Kaş (2010) çalışmasında, cebir öğretiminin bir amacının cebirsel problemleri çözmeyi öğrenmede öğrencilere yardım etmek olduğunu belirtmiş ve bu konuda öğrencilere yardım edecek en önemli kişinin öğretmen olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmaya da paralel olarak a-didaktik ortamda yapılan uygulamalarda öğretmen davranışlarının çok önemli olduğu ve öğretmenlerin bu etkinlikleri uygulamadan önce tüm aşamaları ayrıntılarıyla düşünmesi ve hazırlıklı olması gerektiği söylenebilir ve bu yüzden sadece öğrencilerin geçireceği sürece değil bu süreçte öğretmenin rolüne önem verilmiştir. Çelik (2007) çalışmasında öğretmenin rolünün ne denli önemli olduğunu belirtmiştir. Baş ve diğ. (2011) özellikle cebir gibi öğrencilerin anlamakta zorlandığı konularda, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme yapıları hakkında bilgi sahibi olmaları ve kendi öğretim yaklaşımlarını bu bilgiler doğrultusunda şekillendirmelerinin önemli olduğunu belirtmiş ve bu etkinlikler de öğretmenlere bu fırsatı sunmaktadır. DDT bu bağlamda bakıldığında öğretmenlere öğrencilerin düşünme yapılarını görme konusunda yardımcı olmakta ve öğretmene sınıf yönetimi ve tasarlaması gereken ortam için tecrübe kazandırmaktadır. Öğrenciler problemin çözümüne ulaşmak için stratejiler geliştirirken aynı zamanda kavram yanılgıları da ortaya çıkmaktadır. Kieran (2007) ve Sowder (2007) da öğretmen eğitimi ve öğretmenlerin mesleki gelişimine dair yapılan çalışmalarda en çok önem verilen konulardan birinin öğretmenlerin, öğrencilerin düşünme yapılarına dair bilgi sahibi olmaları gerektiğini vurgulamaktadır. MEB (2018), öğrencilerin öğretim programı sürecinde kavramları nasıl yapılandıklarını sergilerken, bireysel ve bireylerarası iletişime de teşvik edilmesi gerektiğini belirtmiştir. DDT'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinliklerinde öğretmen öğrencilerin düşünme biçimlerini görebilmekte ve tüm bu etkinlikler aynı zamanda öğretmenin mesleki gelişimine katkıda bulunmaktadır. MEB (2018), öğrencilerin problem çözme sürecinde kendi düşünme ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilme, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklerini veya boşluklarını görebilmesini Matematik Dersi Öğretim Programı'nın ulaşmaya çalıştığı özel amaçlar olarak belirtmiştir. Bu bakımdan a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların bu özel amacı gerçekleştirmede kullanılabileceğini söylemek mümkündür. Ayrıca MEB (2018)'in programın uygulanmasında dikkat edilecek hususlar olarak belirttiği öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematiksel kavramların içselleştirilmesi, anlaşılması ve yapılandırılmasında önemli olarak görülmekte ve problem çözme etkinliklerinde bu unsurlar her aşamada oldukça mühimdir. Öğretmenlerin problem çözme etkinlikleri sırasında neler yapacağına dair yol gösteren DDT'ndeki aşamaların takip edilmesi ve bu aşamaların birbirinin devamı şeklinde ilerlemesi öğretmenlere derslerini planlama konusunda ışık olmaktadır. Böylece MEB tarafından öğretmenlere önerilen öğrencilerin bilgiyi keşfedecekleri şekilde öğretim yapmalarının sağlanması için ders planlama sırasında DDT öğretmenlere yardımcı olmaktadır.

A-didaktik ortamda öğrencilerin bireysel ve grup olarak çalışmaları arasındaki farkları inceleyen Arslan, Taşkın ve Kirman Bilgin (2015), grup olarak çalışanlarda baskın öğrencilerin ön plana çıkması ile birlikte geri planda kalan öğrencilerin olduğunu belirtmişlerdir. Bu açıdan bakıldığında öğrenciler eylem aşamasında ikili gruplar şeklinde çalışırken her öğrenci aktif olmuştur. Ancak özellikle doğrulama aşamasında belli öğrenciler ön plana çıkmıştır. Bu sonuç araştırmanın sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

Araştırmanın ikinci alt probleminde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin cebir başarısına, cebirsel düşünme seviyesine, problem çözme başarısına, matematiksel problem çözmeye karşı tutumlarına ve yansıtıcı düşünme becerisine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

İkinci alt problemde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin cebir başarılarına etkisinin olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular ışığında deney ve kontrol grubu arasında öntest sonuçları bakımından fark olmamasına rağmen etkinlikler sonrasında deney ve kontrol grubu arasında sontest puanları bakımından anlamlı farklılık oluştuğu bulunmuş, deney grubu öğrencilerinin sontest puanları ortalaması, kontrol grubu sontest puanları ortalamasına göre yüksek çıkmıştır. Çalışmayla birlikte a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar ile öğrencilerin cebir başarısının artırılabileceği görülmüştür. Öğretmenlerin de a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sayesinde öğrencilerin başarısını artırmak için kullanabileceği sonucuna ulaşılabilir. Kitt ve Leitze (1992) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin, öğrencilerine cebiri anlama ve hatırda tutma düzeylerini artıracak şekilde öğretme metotları kullanmasının önemini vurgulamıştır. Bu yönden bakıldığında a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların cebir başarısını artırdığı için bu öğretme metotlarından biri olarak düşünülebilir. Çünkü DDT'de öğrenci süreçte aktif olmakta, hipotezler üstünde düşünmeye ve yeni fikirler bulmaya yönlendirilmekte, bu sayede öğrencilerin aktif olduğu bir süreç söz konusudur. Ersoy ve Erbaş (1998) çalışmalarında, cebir öğretimin ülkemizde sıkıntılı olarak görülmekte ve araştırmalarında sosyoekonomik düzeyi düşük olan bir bölgede yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan çalışma sonucunda cebir testi sonuçları düşük çıkmıştır. Bu çalışmada da sosyoekonomik düzeyi düşük olan bölgede yedinci sınıf öğrencilerinin cebir başarı testinden elde ettiği öntest ve sontest sonuçları Ersoy ve Erbaş'ın (1998) çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Deney grubunun sontest puanları artmasına rağmen ortalamaya bakıldığında sonuçların düşük olduğu söylenebilir. Mathews (1997) çalışmasında cebirsel yetenekleri geliştirmek için bir yolun problem çözme deneyimlerinin artırılması olarak ifade etmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Çünkü çalışmada problem çözme deneyimleriyle öğrencilerin cebir başarısının arttığı görülmüştür. Stanic ve Kilpatrick (1989) yaptıkları çalışmada sadece yapılandırılmış rutin olmayan problemler yoluyla öğrencilerin sahip olduğu problem çözme becerileri geliştirilebileceğini ve problem çözmenin matematik dersi öğretim programlarının hedeflediği kazanımların gerçekleştirilmesinde bir araç olarak hizmet edebileceğini belirtmiştir. Bu çalışmada da DDT'ne uygun tasarlanan rutin olmayan problem etkinlikleri ile cebir başarısının artırılabileceği sonucuna ulaşılmış ve problem etkinliklerinin hedeflenen kazanımlara ulaşılması için araç olarak kullanılabileceği görülmüştür.

İkinci alt problemde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme seviyelerine etkisinin olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular ışığında deney ve kontrol grubu arasında öntest sonuçları bakımından fark olmamasına rağmen araştırmacı tarafından yapılan analizler sonucunda deney ve kontrol grubu arasında sontest puanları bakımından anlamlı farklılık oluştuğu bulunmuş, deney grubu öğrencilerinin sontest puanları ortalaması, kontrol grubu sontest puanları ortalamasına göre yüksek çıkmıştır. DDT'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinliklerinde öğrencinin problemi çözerken sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama, kurumsallaştırma aşamalarında düşünmesi gerekmekte ve öğrenciler hem tümdengelim hem tümevarım akıl yürütmelerini kullanarak akıl yürütme becerilerini geliştirebilir. Öğrenciler problemi çözerken temsiller kullanmaya ihtiyaç duyabilir ve bu yönüyle cebirsel düşünme ile ortak yanları olan bir kavram olarak karşımıza çıkar. Çelik

(2007) çalışmasında cebirsel düşünme matematiksel düşünmenin özel bir hali olup problem çözme, temsilleri kullanma, tümdengelim ve tümevarım gibi akıl yürütmeleri içinde bulunduran bir düşünme biçimi olduğunu belirtmiştir. DDT'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinlikleriyle de bu tanım içinde yer alan temsilleri kullanma, tümdengelim ve tümevarım gibi akıl yürütmeler öğrenciler tarafından problem çözme aşamalarında kullanılmaktadır. Cebirsel düşünmenin gelişimi bireylerin cebir alt öğrenme alanında edinecekleri etkin deneyimlerle sağlandığından çalışmada tasarlanan problem çözme etkinlikleri öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerine olumlu katkıda bulunmuştur. Didaktik Durumlar Teorisi'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinlikleri öğrencilerin her aşamada aktif olmasını, öğrencileri ezbere öğrenmeye değil düşünmeyi yönlendirdiğinden çalışma sonucunda cebirsel düşünme becerisinin artması şaşırtıcı olmamıştır.

İkinci alt problemde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına etkisinin olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular ışığında deney ve kontrol grubu arasında öntest sonuçları bakımından fark olmamasına rağmen araştırmacı tarafından yapılan analizler sonucunda deney ve kontrol grubu arasında sontest puanları bakımından anlamlı farklılık oluştuğu bulunmuş, deney grubu öğrencilerinin sontest puanları ortalaması, kontrol grubu sontest puanları ortalamasına göre yüksek çıkmıştır. Mayer (1992) çalışmasında problem çözmede yaşanan zorlukların problemlerde verilen ifadelerin veya kavramların tam anlaşılmaması olarak düşünmekte olup DDT'ne bu yönden baktığımızda sorumluluk devretme aşamasında öğrencilerin problemi anlaması sağlandığı için bahsedilen eksiklik DDT'ne uygun tasarlanan problem çözme etkinliklerinde çözülebilmektedir. Çalışmada problem çözme başarıları artmış olsa da genel olarak düşük olduğu görülmüştür. Bu sonuç, OECD'nin yayınladığı PISA 2015 raporunda Türk öğrencilerin problem çözme becerisinin zayıf olduğu bilgisine paralellik göstermiştir. Öğrenciler problem çözme aşamalarında sık sık deneme yanılma yöntemini kullanmıştır. Bu bulgu da Erdoğan'ın (2015) altıncı sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmasında, rutin olmayan problemleri çözebilmek için gerekli stratejilere sahip olmayıp kullandıkları birkaç stratejinin olduğu sonucunu desteklemiştir. Lester ve Mau (1993)'a göre, öğrencilerin çözümünde birlikte çalışabileceği zengin problemler geliştirilmeli ve bu problemler sınıf ortamında küçük grupların birlikte çalıştığı bir ortamda problemin çözümü gerçekleşmelidir. Bu çalışmada da küçük grupların birlikte çalıştığı sınıf tartışmaları ile zenginleştirilmiş bir ortam tasarlanmıştır.

İkinci alt problem bağlamında a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisinin olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular ışığında deney ve kontrol grubu arasında öntest ve sontest puanları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bunun üzerine çalışmada kullanılan matematik problemi çözme tutum ölçeğinin iki alt boyutu olan hoşlanma boyutu ve öğretim boyutuna ait sonuçlar ayrı ayrı incelenmiştir. Bu iki boyuta ait öntest ve sontest puanları arasında da anlamlı farklılık görülmemiştir. McMullen (2005)'e göre olumlu tutuma sahip olmak, başarının yüksek olmasına katkıda bulunmaktadır ancak çalışmamızda hem cebir başarısı hem problem çözme başarısı artmasına rağmen öğrencilerin matematik problemi çözme tutumlarında anlamlı bir değişiklik olmamıştır. Yücel ve Koç (2011) yaptıkları araştırmada matematik dersine karşı tutum ile matematik dersindeki başarı arasında pozitif yönde bir ilişki olduğunu saptamıştır. Bu sonuç da bu çalışmada ortaya çıkan bulgular ile paralellik göstermemektedir. Öğrenci tutumunun pozitif yönde değişmesi için sınıf içi öğrenme etkinlikleri konuya karşı ilgi ve hayranlık uyandırmalı ve buna ek olarak öğrencinin güvenini oluşturmalıdır (Ministry Of Education, 2006). A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların tutumun pozitif yönde değişmesi adına konuya karşı ilgi uyandırılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin sınıf içi davranışlarına bakıldığında araştırmacı öğrencilerin problem çözmeye karşı istekli olduğunu, süreç içinde ilgilerini kaybetmediklerini gözlemlemiştir. Ancak sonuç araştırmacının öngördüğü gibi olmamıştır. Aynı şekilde Aytaçlı (2018) yaptığı çalışmada ortaokul 6. sınıf Matematik Uygulamaları Dersi'nde değerler eğitimi ile desteklenmiş etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına etkisinin olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Karadağ (2019) yaptığı çalışmasında teknoloji ile ilişkilendirilmiş etkinlik ve problemlerle işlenen matematik dersinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumlarına etkisinin olmadığı sonucu ortaya çıkmıştır. Çalışmada, DDT'ne uygun tasarlanan rutin olmayan problem etkinliklerinin öğrencilerin sahip olduğu matematik problemi çözme tutumlarına etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sebepten dolayı bu etkinliklerin öğrenci tutumlarını olumlu yönde değiştirecek şekilde tasarlanması sağlanabilir.

İkinci alt problemde a-didaktik ortamda yapılan uygulamalar sırasında 7. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme düzeylerine etkisinin olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular ışığında deney grubu ve kontrol grubu arasında öntest ve sontest puanları arasında anlamlı farklılık olmadığı bulunmuştur. Öğrenciler, öğrenme süreçlerinde durup düşünmeli, ne yaptıklarını bilmeli, yaptıkları etkinlikleri neden ve nasıl gerçekleştirdiklerini sorgulamalı ve geçirdikleri sürecin farkında olmalıdır. Çünkü bu sayede öğrenme becerilerini geliştirme şansına sahip olmaktadırlar. Bu yalnızca öğrenme stratejileri oluşturmak için değil aynı zamanda probleme alternatif çözümler üretmek, uygulamak ve sonucu değerlendirme basamaklarında problem çözme becerisine etki edebilmektedir. Mason (2009) da çalışmasında yansıtıcı düşünme sırasında yapılan yansıtmaların problem çözme sürecinin önemli bir öğesi olduğunu ve yansıtma yapan öğrencinin problemi çözme sırasında yaptığı hatalarını anlayabilme fırsatını yakaladığı belirtmiştir. Ancak bu çalışmanın aksine, problem çözme başarıları artan deney grubunun yansıtıcı düşünme düzeylerinde önemli bir değişiklik olmamıştır. Schön (1987) yansıtma sayesinde, öğrenciler bilinenden bilinmeyene doğru gidebilmekte, ezber yapmak yerine öğrenme deneyimlerini artırabilmekte ve öğrendiklerini günlük hayata aktarabileceğini aktarmıştır. DDT’ne uygun tasarlanan problem etkinlikleri de öğrencilerin ezber yapmaktan ziyade öğrenme deneyimlerinin artırılarak günlük hayata aktarabilmelerine dönük olarak tasarlanmıştır. Buna bağlı olarak yansıtıcı düşünme becerilerinin artacağı düşünülmesine rağmen durum böyle olmamıştır. Öğrencilerin cebir başarısı, problem çözme başarısı, cebirsel düşünme becerisi artmasına rağmen problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinde önemli bir değişiklik olmamasının nedeni araştırılması gereken bir konudur. Wetzstein ve Hacker (2004) yaptıkları çalışmalarında soru temelli yansıtıcı sözlü diyalogların problem çözme süreci üzerindeki etkisini araştırmayı amaçlamış ve özellikle deney grubunda yer alan çoğu katılımcının yeni ilkeler geliştirebildiği ve yaptıkları işlemleri daha zengin açıklamalarla ifade edebildikleri tespit edilmiştir. Etkinlikler sırasında öğrenci davranışlarına bakıldığında da bu çalışmanın sonucuna paralel olarak deney grubundaki öğrenciler yeni hipotezler geliştirmiş ve bu hipotezlerini ifade etme konusunda gelişim göstermişlerdir. Demirel, Derman ve Karagedik (2015) yaptıkları çalışmalarında 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik düşünme becerileri ile matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamış ve öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında orta derecede anlamlı bir fark olduğunu belirtmiştir. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular düşünüldüğünde hem matematik problemi çözme tutumları hem problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinde anlamlı bir fark oluşmamıştır. Tavşan (2016) çalışmasında, matematik problemlerini çözmede başarılı öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi amaçlanmış ve yansıtma yapmakta zorlandıkları, eksik yansıtma yapabildikleri veya herhangi bir yansıtma yapamadıkları durumların da olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular bu çalışmanın sonucuyla örtüşmekte problem çözme başarısının artması problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisini etkilememiştir.

5.3. Öneriler

Araştırma sonuçlarına dayalı olarak geliştirilen öneriler ‘‘Uygulayıcılara Yönelik Öneriler’’ ve ‘‘Araştırmacılara Yönelik Öneriler’’ şeklinde iki başlık altında toplanmıştır.

5.3.1.Uygulayıcılara Yönelik Öneriler

Öğrencilerin oyunları oynama sürecinde hem bireysel hem de grup olarak düşünmelerine fırsat vermesi açısından iki kişilik gruplar oluşturulmasının daha etkili olacağı düşünülmektedir. Belli öğrencilerin ön plana çıkmasının önlenmesi için de her öğrencinin sırayla fikrini söylemesi sağlanabilir. Böylece öğrenciler bireysel olarak bir strateji geliştirme ihtiyacı hissedecektir.

Didaktik bir ortam tasarımını uygulamak isteyen birinin özellikle sorumluluk devretme aşamasında titiz davranması, öğrencilere gerektiğinden fazla müdahalede bulunmaması ve bilgi vermemesi çok önemlidir.

A-didaktik ortamda yapılan uygulamalar öncesinde öğrencilerin sunabileceği olası hatalar iyi düşünülmeli ve bunlara uygun önlemler alınmalıdır.

A-didaktik ortamda yapılan uygulamalarda kullanılan problemlerde, öğrencilerin liste yaparak çözüme kolay ulaşabildiği sayıları seçmemeye özen gösterilmelidir.

5.3.1. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

İlköğretim matematik öğretimi bağlamında ele alınan didaktik durumlar teorisi matematik eğitiminde gerek literatürde gerekse uygulamada çok fazla vurgulanan bir teorik çerçeve olmamasına rağmen, özellikle yapılandırmacı yaklaşımı benimsemiş olan öğretim programımızla paralellik göstermesi bakımından önemsenmektedir (MEB, 2018). Bu yüzden daha fazla konuda didaktik durumlar teorisi kullanılarak öğretimde ortaya çıkan sonuçlar karşılaştırılarak, teoriye katkı olabilecek durumlar belirlenebilir.

A-didaktik ortamda yapılan uygulamaların problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine ve matematik problemi çözme tutumlarına etkisini inceleyecek yeni araştırmalar yapılabilir.

Didaktik ortamda oyunların materyalli ve materyalsiz (sözlü) veya kâğıt-kalem ortamı gibi farklı ortamlarda sunulmasının öğrencilerin oyunları oynama şekillerinde ve stratejiler geliştirme durumlarında nasıl bir farklılık yarattığı araştırılabilir.

Daha uzun süreli çalışmalar yapılarak, öğrencilerin bu süreç içindeki oynama şekillerinde nasıl bir değişimin ve gelişimin olduğu incelenebilir.

Araştırmada, a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların matematiksel problem çözme tutumuna ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle a-didaktik ortamda yapılan uygulamaların matematik problem çözme tutumuna ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine etkisini inceleyecek yeni araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklar: Cebir Öncesinin Önemi. *İlköğretim Online,* 10(3), 812823.

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.

Akkaya, R. (2006). *İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşılan Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Yaklaşımın Etkililiği.* Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Alkan, H. ve Güzel, E. B. (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi. *GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.

Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademede Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım.

Altun, M. (2015). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi* (11.Baskı). Bursa: Aktüel Alfa Akademi Bas. Yay. Dağ.

Altun, M. (2011). *Eğitim fakülteleri ve lise matematik öğretmenleri için liselerde matematik öğretimi* (17. Baskı). Bursa: Aktüel Alfa.

Arslan, S., Taşkın, D. ve Kirman Bilgin, A. (2015). Adidaktik öğrenme ortamlarında bireysel ve grup çalışması uygulamalarının öğrenci başarısına etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* 6(1), 47-67 DOI: 10.16949/turcomat.82298.

Artigue, M. (2008). Didactical design in mathematics education. (Ed. C. Winsløw), *Nordic Research in Mathematics Education: Proceedings from NORMA08* in Copenhagen, April 21-April 25, 2008, 7–16.

Aytaçlı, B. (2018). *Değer Temelli Etkinliklerin Matematik Başarısına, Değer Algısına, Problem Çözme Becerisine, Matematiğe Yönelik Tutuma ve Kalıcılığa Etkisi*. Doktora Tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.

Aydın, B. B. (2015). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarı güdüsü ile problem çözmeye dayalı yansıtıcı düşünme becerilieri arasındaki ilişki*. Yüksek Lisans Tezi, Yeditepe Üniversitesi. İstanbul.

Ardahan, A. (1990). Matematik Öğretimi, *Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4.

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser ve B. Winkelmann (Ed.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* içinde (s. 27-39). New York: Kluwer.

Arslan, Ç. ve Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online,* 6(1), 50-61.

Arslan, M. (2007). Constructivist Approaches in Education. *Ankara University Journal of Faculty Educational Sciences*, 40, 41-61.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. Baskı). Trabzon: Derya.

Balcı, A. (2005). *Sosyal bilimlerde araştırma: Yöntem, teknik ve ilkeler.* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Baş, G. (2013). İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerileri ile Fen ve Teknoloji Dersi Akademik Başarıları Arasındaki İlişkinin Yapısal Eşitlik Modeli ile İncelenmesi. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi,* Sayı:20, s.1- 12.

Baş, G. ve Beyhan, Ö. (2012). İngilizce dersinde yansıtıcı düşünme etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarılarına ve derse yönelik tutumlarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 1 (2), 128-142.

Baş, G., & Kıvılcım, Z. S. (2013). Lise Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerileri ile Matematik ve Geometri Derslerindeki Akademik Başarıları Arasındaki İlişki. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi,* Cilt: 14, Sayı: 3, s.1-17.

Baş, S., Erbaş, A. K. ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55.

Baykul, Y. (2000). *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme: Klasik Test Teorisi ve Uygulaması*. Ankara: ÖSYM Yayınları.

Baykul, Y. (2001). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 1.-5. Sınıflar İçin*. (5. Baskı). Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bell, A. (1996). Problem solving approaches to algebra: Two aspects. In N. Bernardz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra. perspectives to research and teaching* (pp.167-187). Dordretch, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Bessot, A. (1994). Panorama del quadro teorico della didactica matematica. *L'Educazione Matematica*, 15(4).

Bingölbali, E. , Arslan S. ve Zembat, İ. Ö. (Ed.) (2016), *Matematik eğitiminde teoriler*. Ankara: Pegem.

Bjuland, R. (2004). Student teachers' reflections on their learning process through collaborative problem solving in geometry. *Educational Studes in Mathematics*, 55, 199-225.

Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving modelling, applications, and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Bonotto, C. (2010). Realistic mathematical modeling and problem posing. In Lesh, R., P. L., Galbraith, C. R., Haines, & A., Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 399-408). Springer US.

Bosch, M., Chevallard, Y. ve Gascon, J. (2005). Science or magic? The us of models and theories in didactics of mathematics. M. Bosch (Ed.), *Proceeding of the* *fourth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* içinde (s.1254-1263), Sant Feliu de Guixols: Universitat Ramon Llull.

Buchanan, N. K. (1987). Factors contributing to mathematical problem-solving performance: An exploratory study. *Educational Studies in Mathematics*, 18(4), 399-415.

Büyüköztürk, Ş. (2002). *Veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques,* 1970- 1990. Dordrecht: Kluwer.

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics, Didactique des Mathématiques*, 1970-1990. New York: Kluwer.

Contreras, J. N. (2002). Preservice Secondary Mathematics Teachers' Modeling Strategies To Solve Problematic Subtraction and Addition Word Problems Involving Ordinal Numbers and Their Interpretations of Solutions. *In: Proceedings of the Annual Meeting [of the] North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (24th, Athens, GA, October 26-29, 2002). http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED471770.pdf' den alınmıştır.

Cates, J. M. Bt (2000). "Making Algebra Accessible to All Students: An Important Issue for All Mathematics Teachers", *The Journal of the University of South Carolina Upstate School of Education,* vol. 2, no.12, pp.110113.

Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir Öğrenme Alanının Yapılandırmacı Yaklaşımla Öğretiminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Üzerindeki Etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Çanakçı, O. (2008). *Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeğinin Geliştirilmesi ve Değerlendirilmesi.* Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Çelik, D. (2007). *Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Çoban, F. N. (2016). *Matematiğin popülerleştirilmesine yönelik tasarlanan etkinliklerin 7. sınıf öğrencilerinin matematik süreç becerileri ve tutumları açısından değerlendirilmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

De Bock, D., Verschaffel, L. ve Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students‟ solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 65-83.

Dede, Y. (2004), "Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Olarak Yazarken Kullandıkları Stratejilerin Belirlenmesi", *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi.* http://www.matder.org.tr (10.12.2008).

Dede, Y. (2005). "I. Dereceden Denklemlerin Yorumlanması: Eğ. Fak. 1.Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Çalışma", *C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, c.29, sy.2, Aralık, ss. 197-205.

Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002) *İlköğretim 8.sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları,* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül 2002, Ankara: ODTÜ, 221-226. http://old.fedu.metu.edu.tr/ufbmek5/PDF/Matematik/Bildiri/t221d.pdf

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.

Demirel, M., Derman, İ. ve Karagedik, E. (2015). A study on the relationship between reflective thinking skills towards problem solving and attitudes towards mathematics. *Procedia – Socialand Behavioral Sciences, 197*, 2086 – 2096.

Dewey, J. (1933). How we think. A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston: D. C. Heath.

Dunne, T. ve Galbraith, P. (2003). Mathematical Modelling as Pedagogy -Impact of an Immersion Program. In Q. X. Ye, W. Blum, K. Houston, & Q. Y. Jiang (Eds.), *Mathematical Modelling in Education and Culture: ICTMA 10* (pp.16-30). England: Horwood Publishing.

Durmaz, B. ve Altun, M. (2014). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 73- 94.

Dutton, W. (1962). *Attitude change of prospective elementary school teachers toward arithmetic teacher*. Reston, Virginia: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. ve Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem-solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, 41, 605-618.

English, L. D. (1996). Children's construction of mathematical knowledge in solving novel isomorphic problems in concrete and written form. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(1), 81-112.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları. *Eğitim ve Bilim Dergisi,* 34(152), 44-59.

Erdoğan, A. (2015). Turkish primary school students‟ strategies in solving a non-routine mathematical problem and some implications for the curriculum design and implementation. *International Journal forMathematics Teaching and Learning,* 1-27.

Erdoğan, A. (2016). Didaktik durumlar teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 413-430). Ankara: Pegem.

Erdoğan, A. ve Özdemir Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 17-34.

Erdoğan, A., Gök, M. ve Bozkır, M. (2014). *Orantı Kavramının Adidaktik Bir Ortamda Öğretimi.* GEFAD / GUJGEF 34(3): 535-562.

Erktin, E. (1993). The relationship between math anxiety attitude toward mathematics and classroom environment. *International Conference of Stress and Anxiety Research Society (Sine).* Cairo, Egypt, April 5-7.

Ernest, P. (1992). Problem solving: Its assimilation to the teacher's perspective. J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos ve D. Fernandes (Ed.), *Mathematical problem solving and new information technologies research in contexts of practice* içinde (s. 287-300). Berlin: Springer-Verlag.

Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). "İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları". Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim Sempozyumu Bildirileri Kitabı, 171-179 (27-28 Kasım 1998, Başkent Öğretmenevi, Ankara).

Ersoy, Y. ve Kürşat Erbaş, A. (2005). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.

Gündoğdu, M. M. (2017). *Web 2.0 teknolojileri ile geliştirilmiş işbirlikli öğrenme ortamının ortaokul öğrencilerinin akademik başarıları ile problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine ve motivasyon düzeylerine etkisi.*

Güzel, H. (2004). Genel Fizik ve Matematik Derslerindeki Başarı ile Matematiğe Karşı Olan Tutum Arasındaki İlişki. *Türk Fen Eğitim Dergisi,* 1(1), 49-58.

Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Greenwood, L. (1997). *Psychological and contextual factors influencing mathematics achievement. Australian Council for Educational Research Paper.* The Australian Association for Research in Education Annual Conference, Brisbane

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.

Haines, C. ve Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 417-424). New York, NY: Springer.

Hart, K.M., Brown, M.L., Kuchermann, D.E., Kerslach, D., Ruddock, G. ve Mccartney, M. (1998). *Children's understanding of mathematics: 11-16,* General Editor K.M. Hart, The CSMS Mathematics Team.

Hegedus, S. J. (2002). *The Nature of reflective thinking in multivariable calculus*. Columbus: ERIC/CSMEE Publications.

Hong, Y. C. (2011). Exploring novice designers' reflective thinking in solving design problems. Unpublished doctoral dissertation, Georgia University, ABD.

Hong, Y.C. ve Choi, I. (2011). Three dimensions of reflective thinking in solving design problems: A conceptual model. *Education Technology Research and Development*, 59, 687-710.

Jonassen, D. H. (2011). *Learning to solve problems: A handbook for designing problemsolving learning environments.* New York: Routledge.

Jose, N.C. (2002). "Preservice Secondary Mathematics Teachers' Modelling Strategies to Solve Problematic Subtraction and Addition Word Problem Involving Ordinal Numbers and Their Interpretations of Solutions", *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 24th, Athens, GA.

Kalaycı, N. (2001). *Sosyal Bilgilerde Problem Çözme ve Uygulamalar*. Ankara: Gazi Kitabevi.

Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim Seviyesindeki Öğrenciler İçin Cebirsel Düşünme ve Cebirsel Muhakeme Becerisinin Önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 38-47.

Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Muhakeme Becerilerine Yönelik Başarı Düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 142-163.

Karaçay, T. (1985). Orta Öğretim Kurumlarında Matematik Öğretimi ve Sorunları, *Türk Eğitim Derneği Öğretim Dizisi*, 3, 13-14 Haziran, Ankara, 41-98.

Kaş, S. (2010). *Sekizinci Sınıflarda Çalışma Yaprakları ile Öğretimin Cebirsel Düşünme ve Problem Çözme Becerisine Etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscripions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.

Kaput, J. J. (1999). "Teaching and Learning A New Algebra With Understanding", In Fennema E. And Romberg T.A (eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah New Jersey, ss. 133-155.

Karadağ, E. (2019). *Teknoloji ile İlişkilendirilmiş Etkinlik ve Problemlerle İşlenen Matematik Dersinin İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Başarılarına ve Tutumlarına Etkisinin İncelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Kızılkaya, G. ve Aşkar, P. (2009). Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Beceri Testi. *Eğitim ve Bilim,* (34-154), 82-92.

Kieran, C. (1992). *Handbook of Research On Mathematics Teaching And Learning,* Macmillan New York.

Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra.* In D.A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan.

Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. *In Proceedings of the 8th International Congress on Mathematics Education,* 271-290, July, Spain.

Kitt, N. ve Leitze, R. (1992). Using Homemade Algebra Tiles to Develop Algebra and Prealgebra Concepts. *Mathematics Teacher*, 93(6), 462-466, 520.

Kolb D.A. (1984). *Experiential Learning experience as a source of learning and development.* New Jersey: Prentice Hal.

Laborde, C. ve Perrin-Glorian, M. J. (2005). Introduction teaching situations as object of research: Empirical studies within theoretical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 1-12.

Laborde, C. (2007). Towards theoretical foundations of mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39, 137-144.

Lacampagne, C. (1995). "Conceptual Framework For The Algebra Initiative Of The National Instutute On Student Achievement, Curriculum And Assesment", (Eds. Lacampagne, C., Blair, W. and Kaput, J.). *The algebra initiative colloquium*. sy. 2, ss. 237-242.

Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national instutute on student achievement, curriculum and assessment. *The algebra initiative colloquium*. 2, 237-242.

Lehrer, R. ve Schauble, L. (2003). Origins and evaluation of model-based reasoning in mathematics and science. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 59-70). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. ve Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. F. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (2nd ed., s. 763– 804). National Council of Teachers of Mathematics.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.

Lester, F. K., Garofalo, J. ve Kroll, D. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: A study of two grade seven classes* (Final report to the National Science Foundation, NSF Project No. MDR 85-50346). Bloomington: Indiana University, Mathematics Education Development Center.

Lester, F. K. ve Mau, S. T. (1993). Teaching mathematics via problem solving: A course for prospective elementary teachers. *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 8-11.

Lester, F. K. ve Kehle, P.E. (2003). From Problem Solving to Modeling: The Evolution of Thinking About Research on Complex Mathematical Activity, In R. Lesh, & H. M., Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 501-518). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ligozat, F. ve Schubauer-Leoni, M. L. (2010). The joint action theory in didactics: Why do we need it in the case of teaching and learning mathematics? V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne ve F. Arzarello (Ed.*), Proceedings of the 6th Conference of European Research in Mathematics Education* (CERME 6) içinde (s. 1615–1624). Lyon: Institut National de la Recherche Pédagogique.

Lingefjärd, T. (2002a). *Teaching and assessing mathematical modelling. Teaching Mathematics and its Applications*, 21(2), 75-83.

Lingefjärd, T. (2002b). Mathematical modeling for preservice teachers: A problem from anesthesiology. *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 7, 117-143.

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1996), "Learning to Formulate Equations for Problems*", PME 20, July* 8- 12, Valencia, Spain, vol 3, 289-303.

Macgregor, M. ve Stacey, K. (1996). "Students' undersatnding of algebraic notation: 11- 15", *Educational Studies in Mathematics,* 33. 1-19.

Malara, N. ve Navarra, G. (2003). *ArAl Project: Arithmetic pathways towards favouring pre- algebraic thinking.* Bologana, Italy: Pitagora Editrice.

Mason, A. J. (2009). *Reflection on problem solving in introductory and advanced physics. Unpublished Doctoral Dissertation,* University of Pittsburgh School of Arts and Sciences, ABD.

Mayer, R.E. (1982). *The psychology of mathematical problem solving,* Philadelpia: Franklin Institute Press.

McMullen, C. (2005). *Student achievement in mathematics – the roles of attitudes, perceptions and family background.* http://www.statcan.gc.ca/pub/81-004-X/2005001/7836-eng.htm.

MEB (2006). *İlköğretim Matematik Dersi 6. Sınıf Öğretim Programı*, Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Devlet Kitapları Müdürlüğü.

MEB (2016). *7 ve 8. Sınıf Düşünme Eğitimi Dersi Öğretim Programı.* Ankara: MEB Basımevi.

MEB (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı.* Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2009). *Ortaokul Matematik Dersi 6.,7. ve 8. Sınıflar Öğretim Programı.* Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı.* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

Ministry Of Education (2006). *Mathematics Syllabus Primary.* Singapor

Mousoulides, N., Sriraman, B. ve Christou, C. (2007). From problem solving to modeling– the emergence of models and modelling perspectives. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(1), 23-47.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematic.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NG, C.S.L. ve Tan, C. (2006). Investigating Singapore pre-service teachers' IIIstructured problem solving processes in an asynchronous online environment: Implications for reflective thinking. *New Horizons in Education,* 54, 1-15.

Niss, M., Blum, W. ve Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York: Springer.

Neuman, Y. ve Schwarz, B. (2000), "Substituting one mystery for another: the role of self-explanations in solving algebra word problems*", Learning and Instruction*, S. 10.ss. 203-220. Nosegbe

Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Mathematics in the streets and in schools.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

O'Bannon ve diğ. (2002)*. Indiana's Academic Standards. Grade 7 English/Language Arts, Mathematics, Science, Social Studies*. Indiana State Dept. of Public Instruction, Indiana State Department of Education, Indianapolis, Indiana State Commission for Higher Education, Indianapolis.

OECD (2016). PISA 2015 results: *Creative problem solving: Students' skills in tackling reallife problems* (Volume V). Paris: OECD Publishing.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar.* Ankara: Ekinoks Yayınları.

Oral, B., İlhan, M. ve Kınay, İ. (2013). 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik ve Cebirsel Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34, 33-36.

Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Kurma Yoluyla Çözme Becerilerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Palabıyık, U. (2010). *Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi.* Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Pantziara, M., Gagatsis, A. ve Elia, I. (2009). Using diagrams as tools for the solution of nonroutine mathematical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 39–60.

Polya, G. (1957). *How to solve It.* New Jersey: Princeton University.

Polya, G. (1997). *Nasıl Çözmeli?* (2. Baskı). İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Pusmaz, A., & Tavşan, S. (2019). Problem Çözmede Başarılı Öğrencilerin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(2), 843-858

Reusser, K. ve Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution—The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and instruction,* 7(4), 309327.

Sallabaş, E. M. (2008). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Okumaya Yönelik Tutumları ve Okuduğunu Anlama Becerileri Arasındaki İlişki. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(16), 141-155.

Sarıcan, G. (2017). *Bütünleşik STEM eğitiminin akademik başarıya, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisine ve öğrenmede kalıcılığa etkisi.*

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics Teachingand Learning* içinde (s. 334-370). New York: MacMillan.

Schön, D. A. (1987). Educating the reflective practitioner: Toward a new design for teaching and learning in the professions. San Francisco: Jossey-Bass.

Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim: Kuramdan Uygulamaya*. Ankara: Gazi Kitabevi.

Sensevy, G. ve Mercier, A. (2007). *Agir ensemble: L'action didactique conjointe du professeur et des élèves.* Rennes: PUR.

Stacey, K. ve MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal o Mathematıcal Behavir,* 18, 149-167.

Stanic, G. ve Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. R. Charles, ve E. Silver (Ed.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* içinde (s. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Steele, D. and Johanning, D. I. (2004). A Schematic–Theoretic View of Problem Solving and Development of Algebraic Thinking. *Educational Studies in Mathematics* 57, 65–90.

Sutherland, R. ve Rojano, T. (1993). Spreadsheet approach to solving algebraic problems. *The Journal of Mathematics Behavior*, 12(4), 353-383.

Şen, Ş. (2013). Reflective thinking skills of primary school students based on problem solving ability. *International Journal of Academic Research, 5(5),* 41-48.

Tavşan, S. (2016). *Matematik Problemlerini Çözmede Başarılı Öğrencilerin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi: Özel Durum Çalışması.* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Taylor Cox, J. (2003). "Algebra in Early Years? Yes", *Young Children,* Ocak, ss. 14-21.

Tural, H. (2005). *İlköğretim Matematik Öğretiminde Oyun ve Etkinliklerle Öğretimin Erişi ve Tutuma Etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. In B. Moses (Eds.). *Algebraic thinking, grades* K-12, Reston, VA: NCTM (2000), 5-7.

Ülgen, G. (1996). *Eğitim Psikolojisi*. Ankara: Lazer Ofset.

Ünver, G. (2003). *Yansıtıcı düşünme.* Ankara: PegemA Yayıncılık.

Verschaffel, L., De Corte, E. ve Borghart, I. (1997). Preservice teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.

Verschaffel, L. ve De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling and problem solving in the elementary school. A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 577-601.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. ve Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design Experiment With Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.

Verschaffel, L., De Corte, E. ve Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (3), 265-285.

Verschaffel, L., Greer, B. ve De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. In K. P. Gravemeijer, R. Lehrer, H. J. van Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 171-195). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Warfield, V.M. (2014). *Invitation to didactique*. New York: Springer.

Wetzstein, A. ve Hacker, W. (2004). Reflective verbalization improves solutions – the effects of question – based reflection in design problem solving. *Applied Cognitive Psychology, 18,* 145-156.

Yaprak Ceyhan, E. (2012). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı Çerçevesindeki Öğretimin Öğrencilerin Cebir Başarısına Etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yazgan, Y. (2007). Observations about fourth and fifth grade students‟‟ strategies to solve non-routine problems. *Elementary Education Online* 6(2), 249-263.

Yazgan, Y. ve Bintaş, J. (2005) "İlköğretim Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Problem çözme Stratejilerini Kullanabilme Düzeyleri: Bir Öğretim Deneyi", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*,28, s. 210-218.

Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 9 (15), 229–246.

Yenilmez, K. ve Avcu, T. (2009). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.

Yeşilyaprak, B. ve diğ. (2002). *Gelişim ve Öğrenme psikolojisi.* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Yücel, Z., ve Koç, M. (2011). İlköğretim Öğrencilerinin Matematik Dersine Karşı Tutumlarının Başarı Düzeylerini Yordama Gücü ile Cinsiyet Arasındaki İlişki. *İlköğretim-Online, 10(1)*: 133-143.

Zawojewski, J. S., Lesh, R. ve English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. A. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics* *problem solving, learning, and teaching* (pp. 337-358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Zembat, İ. Ö. (2008). *Sayıların farklı algılanması-sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi?* M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Ed.), Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri içinde (s. 41-60). Ankara: Pegem.

EKLER

Ek1. Problem Çözme Testi

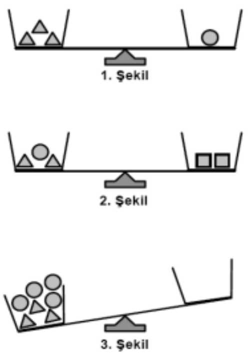
1) Özlem toplam 120 TL'ye, 8 eşit taksitle bir gömlek ve bir pantolon alıyor. Özlem sadece gömleği alsaydı, ödeyeceği taksitler 4 TL daha az olacaktı. Buna göre, gömleğin fiyatı kaç TL'dir?

A) 15

B) 32

C) 56

D) 88



2) 1.şekil ve 2.şekilde dengede olan iki terazi görülmektedir. Buna göre, 3.şekildeki terazinin dengede olması için boş kefeye kaç tane  konulmalıdır?

A) 3

B) 4

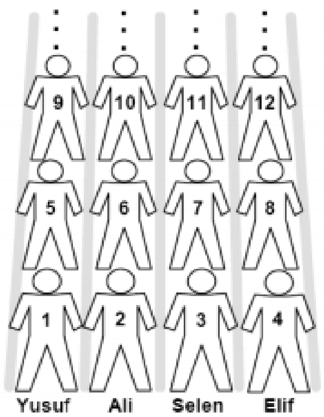
C) 5

D) 6

3) Beril 6 puan daha fazla, Neşe 4 puan daha az alsaydı, Beril'in puanı Neşe'nin puanından 2 puan fazla olacaktı. Buna göre Beril ve Neşe'nin aldığı puanlar aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

	Beril	Neşe
A)	75	67
B)	74	66
C)	64	74
D)	67	75

4)



Bir tören için dörderli sıraya geçen okuldaki öğrenciler 1'den başlanarak şekildeki gibi numaralandırılıyor. En ön sıradaki öğrencilerin isimleri sıra ile Yusuf, Ali, Selen ve Elif olduğuna göre, 59 numaralı öğrenci aşağıdaki öğrencilerden hangisinin hizasındadır?

A) Yusuf B) Ali

C)Selen D) Elif

5) Ömer, almış olduğu buzdolabına ait borcunun yarısını 10 eşit taksitte, kalan borcunu ise her bir önceki taksitine 20 TL ekleyerek, 5 taksitte ödeyecektir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) 12. Taksitinde 120 TL ödeyecektir.
B) İlk taksitinde 60 TL ödeyecektir.
C) En son taksitinde 160 TL ödeyecektir.
D) Ömer, buzdolabını 1200 TL'ye almıştır.

6) Murat toplamı 81 olan üç ardışık tamsayı bulmak istiyor ve şöyle bir eşitlik yazıyor.

$(a -1) + a + (a + 1) = 81$

Buna göre "a" için ne söylenebilir?

A) Üç tam sayının en küçüğüdür.

B) Üç tam sayının en büyüğüdür.

C) Ortadaki tam sayıdır.

D) Üç tam sayının en küçüğü ile en büyüğü arasındaki farktır.

7)

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

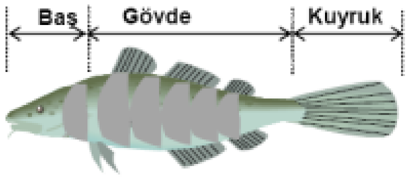
$$1111 \times 1111 = 1234321$$

….

Yukarıdaki örüntüye göre, 11111111x11111111 işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

A) 8
B) 15
C) 16
D) 22

8)



Şekildeki balığın baş kısmının uzunluğu 8 cm’dir. Bu balığın gövdesinin uzunluğu, kuyruk ile baş kısmının uzunlukları toplamına eşittir. Baş kısmı ile gövdesinin uzunlukları toplamı, kuyruğunun uzunluğunun 3 katı olduğuna göre, bu balık kaç santimetre uzunluktadır?

A) 16

B) 24

C) 32

D) 36

9) Ersin’in parasının 4 katının 12 fazlasının yarısı 64 TL’dir. Buna göre Ersin’in parasının 3 katının 2 eksiğinin kaç TL olduğunu bulunuz.

A) 13

B) 37

C) 85

D) 89

10) Buse 18, annesi 42 yaşındadır. Kaç yıl önce annesinin yaşı Buse’nin yaşının 3 katıdır?

A) 2 B) 3 C)5 D) 6

Ek 2. Cebir Başarı Testi

Ad Soyad:

Sınıf:

Değerli öğrenciler; Bütün soruları dikkatlice okuyup samimiyetinizle cevaplayınız. Süreniz 30 dakikadır. Katılımınızdan ve ilginizden dolayı teşekkür ederim.

Matematik öğretmeni

İlkaş AKTAŞ

1) Ebru'nun ceketlerinin sayısı Serpil'in ceketlerinin sayısından 3 fazladır. Ebru'nun ceketlerinin sayısı "n" ise, n sayısına göre Serpil'in kaç tane ceketi vardır?

A) 3 – n B) n + 3 C) n - 3 D) 3n

2) Lale'nin bir haftada okuduğu dergi sayısı ■ şekliyle gösterilmektedir. Buna göre Lale'nin 6 haftada okuduğu dergi sayısı aşağıdakilerden hangisi ile gösterilebilir?

A) 6 + ■ B) 6 x■ C) ■ + 6 D) (■ + ■) x 6

3) Nil'in kumbarasında pazartesi günü 12 TL'si vardır. Nil sonraki her salı günü kumbarasına 8 TL koymaktadır. Buna göre beşinci salı gününde kumbarasında kaç TL'si olur?

A) 20 B) 52 C) 68 D) 100

4) 3.(x + 5) = 30 ise x'in değeri kaçtır?

A) 5 B) 15 C) 22 D) 85

5) 8 + 5 = 10 + a ifadesinde a'nın yerine hangi sayı gelmelidir?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 13

6) m; pozitif bir sayı olduğuna göre m + m + m + m ifadesinin değeri nedir?

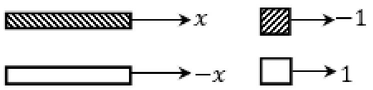
A) m+4 B) 4m C) m^4 D) $\frac{m}{4}$

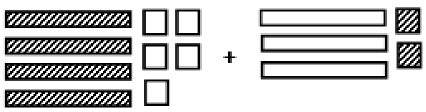
7)

Yukarıda verilen örüntü devam ettirildiğinde örüntünün 7. şeklinde kaç çember bulunur?

A) 18 B)24 C)28 D)36

8)





Yukarıda verilere göre modellenen işlemin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 3$ B) $4x - 5$ C) $-3x + 2$ D) $-x + 3$

9) 4 katı 48 olan sayının 1/3' ü kaçtır?

A) 4 B)8 C)12 D)16

10) 4x – x + 7y – 2y ifadesi hangisine eşittir?

A) 9 B) 9xy C) 4+5y D)3x+5y

11) Aşağıdakilerden hangisi 2(x+y) - (2x-y) ifadesine eşittir?

A) 3y B) y C) 4x+3y D) 4x+2y

12) a, b, c birbirinden farklı rasyonel sayılar olduğuna göre, hangisi doğrudur?

A) a - b = b - a B) a(b - c)= b(c - a) C) b - c = c - b D) ab = ba

13) P = LV eşitliğine göre, P = 12 ve L = 3 ise 'V' kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 15 D) 100

14) 8x – 12 = 4x + 16 ifadesine göre denklemi sağlayan değer kaçtır?

A) 5 B) 1 C) 4 D) 7

15) İki kutuda toplam 54 kg elma vardır. İkinci kutu, birinci kutudan 12 kg daha ağır ise birinci kutunun ağırlığı kaç kg'dır?

A) 21 B) 24 C) 33 D) 42

16) 103 sayısı, kuralı verilen aşağıdaki sayı örüntülerinden hangisinin herhangi bir adımında yer almaz?

A) 2n + 1 B) 2n + 2 C) n + 2 D) n + 1

17) 2, 6, 22, 86, … örüntüsünde 5. sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 42 B) 68 C) 162 D) 342

18) Bir sınıfın mevcudu 36'dır. Bu sınıftaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 3 katı olduğuna göre bu sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 27

19) 3m – 4 = m + 16 eşitliğinde m yerine hangi sayı gelmelidir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 10

20) Merve'nin cebindeki para miktarını 78'den çıkardığımızda cevap 45 çıkmaktadır. Merve'nin cebindeki para miktarını bulmamız için kullanacağımız eşitlik aşağıdakilerden hangisidir?

A) x – 78 = 45 B) x = 45 – 78 C) 78 – x = 45 D) 78 + x = 45

Ek3. Cebirsel Düşünme Seviyeleri Belirleme Testi Örnek Test Maddeleri

	Sorular...	*...Cevaplar*
1	2n veya n+2 ; hangisi daha büyüktür.?	
2	**3n'i 3 ile bölüp sonucu ifade ediniz.**	
3	3n'e 4 ekleyip sonucu ifade ediniz.	
4	n + 5 'i 4 ile çarpın ve sonucu ifade ediniz.	
5	a+b = 43, a+b+2 = ?	
6	**Bir beşgenin kaç tane köşegeni vardır?**	

Ek 4. Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (MPÇTÖ) Örnek Maddeleri

Adınız-Soyadınız:

Sınıfınız:

Lütfen, matematik problemleri ve problem çözme süreci ile ilgili tutumunuzu, her maddeyi okuduktan sonra sağ tarafta yer alan beş cevap seçeneğinden size en uygun olanını (●) şeklinde kodlayarak belirtiniz.

Kesinlikle katılıyorum	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Hiç katılmıyorum
A	B	C	D	E

4	Problem çözmekten çok hoşlanırım.	A	B	C	D	E
5	Öğretmen bir problemin değişik çözüm yollarını göstermelidir.	A	B	C	D	E
6	Öğrenciye kendi çözüm yolunu bulup kullanması hususunda fırsat verilmelidir.	A	B	C	D	E
7	Özellikle zor problemler ile uğraşmayı sevmem.	A	B	C	D	E

11	İşlem(toplama, çıkarma…) yapabilmek, çoğu problemin çözülebilmesi için gereklidir.	A	B	C	D	E
12	Okul dışında matematik problemlerini düşünmekten özellikle hoşlanmam.	A	B	C	D	E
13	Problem çözmeyi sıkıcı bulurum.	A	B	C	D	E

Ek 5. Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği (PÇYYDBT) Örnek Maddeleri

Adınız-Soyadınız: Cinsiyetiniz: Kız ( )

Sınıfınız: Erkek ( )

1.dönem matematik karne notunuz:

En son aldığınız matematik yazılı sınav notunuz (100 üzerinden):

Bu ölçekte doğru ya da yanlış cevap söz konusu değildir. Her soru için size uygun olan seçeneği işaretleyiniz.

	Her zaman	Çoğu zaman	Bazen	Nadiren	Hiçbir zaman
4.Çözüm yollarını tekrar tekrar değerlendirip bir sonraki problemi daha iyi çözmeye çalışırım.					
5.Problem çözerken, hangi işlemi neden yaptığımı düşünerek yaparım.					
6.Bir problemi çözdüğümde, yaptığım işlemleri tekrar inceler, değerlendiririm.					
7.Problem çözerken, farklı çözüm yolları bulmak için kendime sorular sorarım.					

Ek 6. Uygulama İzin Yazısı

T.C.
GAZİANTEP VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 34659092-605.01-E.9758057 17.05.2019
Konu : Araştırma İzin Talebi
(İlkay AKTAŞ)

ŞEHİTKAMİL KAYMAKAMLIĞINA
(İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü)

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Öğrencisi İlkay AKTAŞ'ın" Didaktik Durumlar Teorisine Uygun Problem Çözme Etkinliklerinin Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözmesine Etkisinin İncelenmesi" konulu araştırma çalışma isteği kapsamında, İlimiz Şehitkamil İlçesinde bulunan Nezihe Osman Atay Ortaokulu Öğrencilerine yönelik araştırma çalışma isteği, ekli yazıda belirtilmektedir.

Bu kapsamda Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Öğrencisi İlkay AKTAŞ'ın anket çalışma isteğiyle ilgili Valilik Makamının 09.05.2019 tarihli ve 9218753 sayılı valilik oluru yazımız ekinde gönderilmiş olup konunun İlçenizde adı geçen okul müdürlüğüne duyurulması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz/rica ederim.

Cengiz METE
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK:
Yazı ve ekleri
DAĞITIM:
Şehitkamil İlçe MEM

BİLGİ:
Marmara Üniversitesi

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
REKTÖRLÜĞÜ
Tarih: 13-06-2019
Sayı: 1900152646
302.08.01

Öğrenci İşl. Dai. Bşk.
17.06.2019
M.B.

Adres: [illegible]
Bilgi için: [illegible]
Tel: [illegible]

[illegible] fcbd-0129-3314-abfd-f02e [illegible]

Ek 7. Deney Grubu Aile İzin Belgesi

Sayın Veli,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve buna bağlı olarak velisi olduğunuz öğrencinin araştırmaya katılmasıyla ilgili sizden izin almaktır. Bu araştırma kapsamında matematik dersinde a-didaktik ortamda problem çözme etkinlikleri uygulanacak olup, bu etkinlikler süresince derslerin fotoğraf kaydı alınacaktır. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere cebir başarı testi, cebirsel düşünme düzeyleri belirleme testi, problem çözme testi, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeği, matematik problemi çözme tutum ölçeği olmak üzere testler uygulanacaktır. Ayrıca dersteki etkinlikler hakkında soru-cevap şeklindeki görüşmeler ile öğrenci fikirlerine başvurulacaktır. Bu fotoğraf ve elde edilen veriler araştırmada kullanılacaktır.

Toplanan tüm veriler araştırma ve eğitim dışında başka amaçla kullanılmayacaktır. Ayrıca, araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken, öğrenci kimliği ile ilgili özel bilgilere kesinlikle yer verilmeyecektir. Ayrıca araştırmaya iştirak etmeyi kabul etmiş olsa dahi, öğrencimiz araştırmanın herhangi bir safhasında ayrılma hakkına sahiptir.

Sonuç olarak bu mektubu okuduğunuz ve velisi olduğunuz öğrencinin araştırmaya katılıp katılmama konusunu düşünmek için zaman ayırdığınız için teşekkür ederiz.

Aşağıda imzası olan ben, ……………………………………………….. yukarıdaki açıklamaları anlamış ve velisi olduğum ....’ın araştırmaya katılmasına izin vermiş bulunmaktayım.

İsim :

İmza :

Tarih:

Araştırmacı: Öğrt. İlkay AKTAŞ Tarih:

İş Adresi: Nezihe Osman Atay Ortaokulu Şehitkamil/GAZİANTEP

TEL NO: 03423241036

Sevgili Öğrencimiz,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve araştırmaya katılımcı olarak iştirakiniz noktasında sizden izin almaktır. Bu araştırma kapsamında matematik dersinde a-didaktik ortamda problem çözme etkinlikleri uygulanacak olup, bu etkinlikler süresince derslerin fotoğraf kaydı alınacaktır. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere cebir başarı testi, cebirsel düşünme düzeyleri belirleme testi, problem çözme testi, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeği, matematik problemi çözme tutum ölçeği olmak üzere testler uygulanacaktır. Ayrıca dersteki etkinlikler hakkında soru-cevap şeklindeki görüşmeler ile öğrenci fikirlerine başvurulacaktır. Bu fotoğraf ve elde edilen veriler araştırmada kullanılacaktır.

Toplanan tüm veriler araştırma ve eğitim dışında başka amaçla kullanılmayacaktır. Ayrıca, araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken, her öğrenci için farklı bir kod atanacak ve öğrenci kimliği ile ilgili özel bilgilere kesinlikle yer verilmeyecektir. Bu mektubu dikkatlice okuyunuz. Araştırmada sizden talep edilecek şeyler yukarıda belirtilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılımcı olarak iştirak etmeyi kabul etmiş olsanız dahi araştırmanın herhangi bir safhasında ayrılma hakkına sahipsiniz. Katılımcı olarak araştırmaya katılıp katılmama konusunu düşünmek için zaman ayırdığınız için teşekkür ederiz.

Aşağıda imzası olan ben, ……………………………………………….. yukarıdaki açıklamaları anlamış araştırmaya gönüllü olarak katıldığımı bildirmiş bulunmaktayım.

İsim :

İmza :

Tarih:

Araştırmacı: Öğrt. İlkay AKTAŞ Tarih:

İş Adresi: Nezihe Osman Atay Ortaokulu Şehitkamil/GAZİANTEP

TEL NO: 03423241036

Ek 8. Kontrol Grubu Aile İzin Belgesi

Sayın Veli,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve buna bağlı olarak velisi olduğunuz öğrencinin araştırmaya katılmasıyla ilgili sizden izin almaktır. Bu araştırma kapsamında matematik dersinde problem çözme etkinlikleri uygulanacak olup, bu etkinlikler süresince derslerde öğrencilerin fotoğrafları çekilecektir. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere cebir başarı testi, cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testi, problem çözme testi, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeği, matematik problemi çözme tutum ölçeği olmak üzere testler uygulanacaktır. Ayrıca dersteki etkinlikler hakkında soru-cevap şeklindeki görüşmeler ile öğrenci fikirlerine başvurulacaktır. Bu fotoğraf ve elde edilen veriler araştırmada kullanılacaktır.

Toplanan tüm veriler araştırma ve eğitim dışında başka amaçla kullanılmayacaktır. Ayrıca, araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken, öğrenci kimliği ile ilgili özel bilgilere kesinlikle yer verilmeyecektir. Ayrıca araştırmaya iştirak etmeyi kabul etmiş olsa dahi, öğrencimiz araştırmanın herhangi bir safhasında ayrılma hakkına sahiptir.

Sonuç olarak bu mektubu okuduğunuz ve velisi olduğunuz öğrencinin araştırmaya katılıp katılmama konusunu düşünmek için zaman ayırdığınız için teşekkür ederiz.

Aşağıda imzası olan ben, ……………………………………………….. yukarıdaki açıklamaları anlamış ve velisi olduğum ....’ın araştırmaya katılmasına izin vermiş bulunmaktayım.

İsim :

İmza :

Tarih:

Araştırmacı: Öğrt. İlkay AKTAŞ Tarih:

İş Adresi: Nezihe Osman Atay Ortaokulu Şehitkamil/GAZİANTEP

TEL NO: 03423241036

Sevgili Öğrencimiz,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve araştırmaya katılımcı olarak iştirakiniz noktasında sizden izin almaktır. Bu araştırma kapsamında matematik dersinde problem çözme etkinlikleri uygulanacak olup, bu etkinlikler süresince derslerin fotoğraf kaydı alınacaktır. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere cebir başarı testi, cebirsel düşünme seviyeleri belirleme testi, problem çözme testi, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeği, matematik problemi çözme tutum ölçeği olmak üzere testler uygulanacaktır. Ayrıca dersteki etkinlikler hakkında soru-cevap şeklindeki görüşmeler ile öğrenci fikirlerine başvurulacaktır. Bu fotoğraf ve elde edilen veriler araştırmada kullanılacaktır.

Toplanan tüm veriler araştırma ve eğitim dışında başka amaçla kullanılmayacaktır. Ayrıca, araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken, her öğrenci için farklı bir kod atanacak ve öğrenci kimliği ile ilgili özel bilgilere kesinlikle yer verilmeyecektir. Bu mektubu dikkatlice okuyunuz. Araştırmada sizden talep edilecek şeyler yukarıda belirtilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılımcı olarak iştirak etmeyi kabul etmiş olsanız dahi araştırmanın herhangi bir safhasında ayrılma hakkına sahipsiniz. Katılımcı olarak araştırmaya katılıp katılmama konusunu düşünmek için zaman ayırdığınız için teşekkür ederiz.

Aşağıda imzası olan ben, ……………………………………………….. yukarıdaki açıklamaları anlamış araştırmaya gönüllü olarak katıldığımı bildirmiş bulunmaktayım.

İsim :

İmza :

Tarih:

Araştırmacı: Öğrt. İlkay AKTAŞ Tarih:

İş Adresi: Nezihe Osman Atay Ortaokulu Şehitkamil/GAZİANTEP

TEL NO: 03423241036

Ek 9. Gözlemci Öğretmen Tarafından Tutulan Gözlem Raporu Örnekleri

07:47 : Nursena : 8 ton Tarık Bey'e veriyorsa 2 'ye bölünce 4, 4

07:48 : Nezihe : Eşitte olsa bir teori olması gerekmez mi? 5 ve 3 ton

07:49 . Nezihe soruyu sesli okur. Hayır dönüm. (Ton ve dönüm ayrımına varır)

07:50 : Ebru soruyu açıklar.

07:52 : Öğretmen kağıtları dağıtır. Öğrencilerin çözümlerini bu kağıtlara yazacağını söyler.

08:02. : Zekeriya: her dönümden eşit miktarda ve herkes eşit buğday üretir.

08:07 : I Grup

her dönüm 2 ton olsa

A 3.2=6 ton

her dönüm 3 ton

3.3= 9 ton

9-8 = 1 ton

m 5.3 = 15 ton

15-8 = 7 ton

T : 1+7 = 8 tonu oldu.

II Grp

Aynı

III Grup

$\frac{A}{x}$ $\frac{M}{x}$ $\frac{T}{x}$

8 dönüm 8 dönüm

3 dönüm 5 dönüm → gelecek

+5 ton +3 ton

8 ton 7 ton

ikiside 4'er ton

4 ton + 4 ton → 8 ton

IV. Grup

X

V. Grup

8x3 = 24 ton

3 dönüm + 5 dönüm = 8 dönüm.

24÷8 = 3 ton → her dönüme düşen

A : 3.3 = 9 ton → 1 ton verdi

m : 5.3 = 15 ton → 7 ton verdi

T : 7+1 = 8 ton

08.15 (Fikirleri yazmayı bitirdi) Grupsuzdaki çözümler paylaştı

08:16 Görüşme

Nezihe : illa 3 diye bir kaide yok I. Grup'un çözümü için (3.2 = 6 ton) yerine başka rakamlarda yazılabilirdi.

Ebru : Ali bey, Mehmet bey kendi himayelerine 8 ton alması lazım. (Dönüme yanılmışlar buldum.)

Nezihe : Hepsi eşitse kalanlarında eşit olması gerekmez mi? Hayatların eşit olması gerekir mi?

Ebru : Ama dönümlerimiz eşit değil. Kalanların eşit olması diye bir bilgi yok.

Nezihe : 5'ler işlev görüyor. 08:20

08:5~~7~~ Cevdet: 3 dönüm + 5 dönüm = 4 dönüm
2

Öğretmen (Neden 2'ye bölüyoruz?)
Nezihe (diyelim ki başka sayıya bölelim. Özaman olmuyor. Vereceği ton miktarı 4, 4.
Öğretmen, 1 dönümden 4 ton mu?
Nezihe: "Dönümlerin eşit olması gerektiğini düşünür.

09:00 4. Grup / IV Grup
1 dönümde + 3.n ton
n = dönüm sayısı
3: ton miktarı
denenerek bulunmuştur.

09:05: Doğru çözüm / görütülemeyen hep birlikte inceler deneme yanılma tartışmalı
09:10: öğretmen yeni çözüm yolunu gösterir. Şekil çizerek

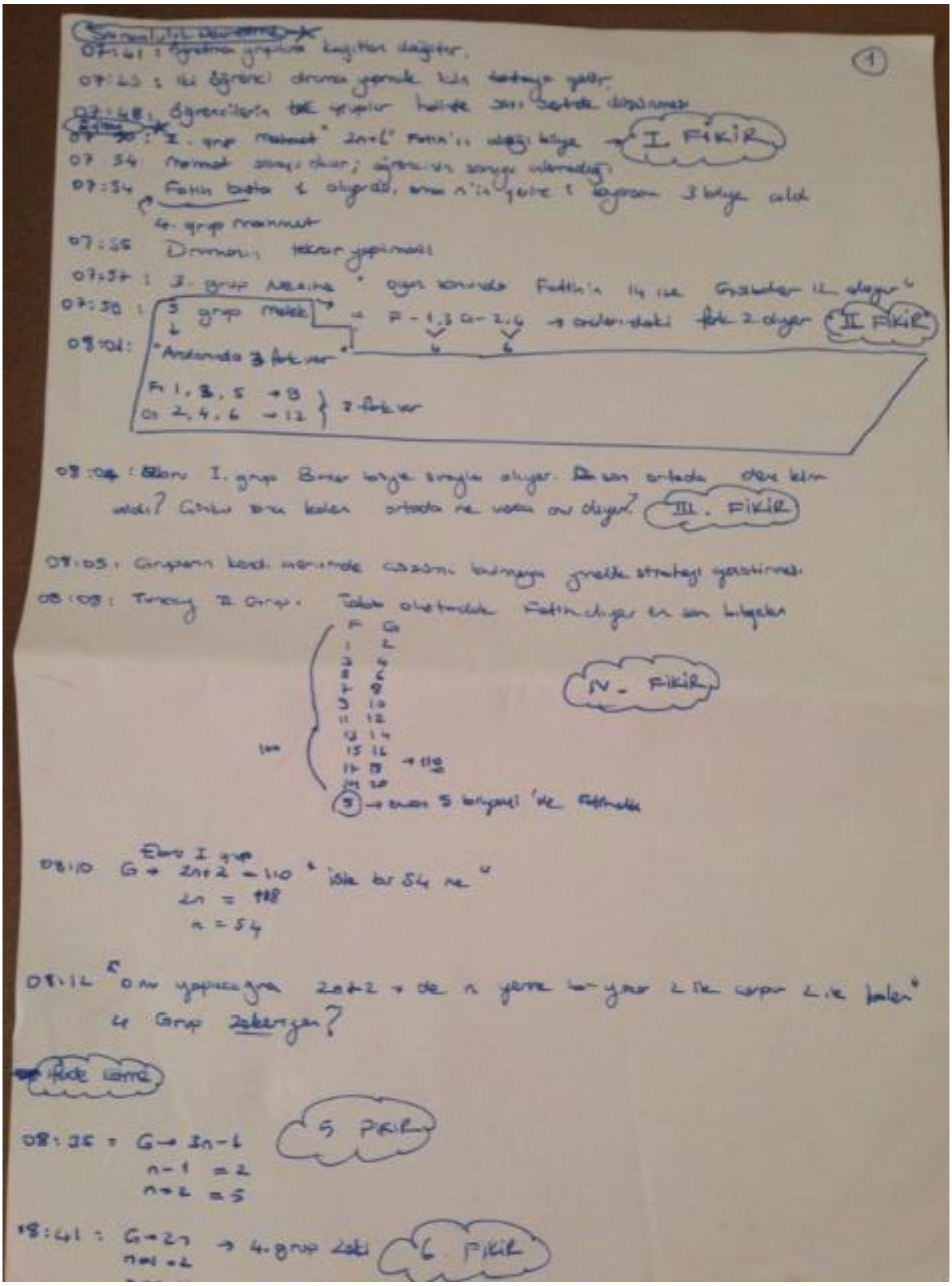
09:18: Cebirsel yol:
1. dönümden x ton elde edilmiştir
A: 3 dönümden 3x
M: 5 dönümden 5x

3x+5x = 8x
8x = 24
elde edilen ton miktarı

09:58: n^{x+1} bölen sayısı kuralı oluşturuldu T/G 9 ve 6 örnekleri konuşuldu.
10:02 bölen sayısı / n^2 / ...
10:03: Ebru: "Adım sayılarına bakarız"
"10 koyarız"

10:04 Öğretmen: "1000'de açık hücreleri bulmaya çalışıyoruz." "Bin'in altındaki son karesel sayı"
— Kuralın diğer örneklere genellenebilmesi
—

10:07 Ebru = 31^2 → 1000 hücrede 31 tane açık hücre vardır.



1

07:41 : Öğretmen gruplara kağıtları dağıtır.
07:45 : İki öğrenci drama yapmak için tahtaya gelir.
07:48 : Öğrencilerin tek gruplar halinde soru üzerinde düşünmesi
07:50 : I. grup Mehmet "2n+2" Fatih'in aldığı bilye → I. FİKİR
07:54 Mehmet sonucu okur; öğrencilerin sorusu ...
07:54 Fatih başta 1 alıyordu, sonra n'in yerine 1 koyarsam 3 bilye olur
4. grup Mehmet
07:55 Dramanın tekrar yapılması
07:57 : 3. grup Nesrin " oyun sonunda Fatih'in 14 ile Gökalp 12 oluyor "
07:58 : 5. grup Melek " F - 1, 3 G - 2, 6 → aralarındaki fark 2 oluyor → II. FİKİR
08:02 : "Aralarında 3 fark var"
F: 1, 3, 5 → 9
G: 2, 4, 6 → 12 } 3 fark var

08:04 : Ebru I. grup Birer bilye sırayla alıyor. En son ortada ... kim aldı? Çünkü en son kalan ortada ne varsa onu alıyor. III. FİKİR

08:05 : Grupların kendi içerisinde çözümü bulmaya yönelik strateji geliştirmesi

08:08 : Tuncay II. Grup. Tablo oluşturduk Fatih'in aldığı en son bilyeler

F	G
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20

IV. FİKİR

→ 110

5 → ... 5 bilyeyi de Fatih alır

Ebru I. grup
08:10 G → 2n+2 = 110 " işte bu 54 ne "
2n = 108
n = 54

08:12 " Onu yapacağına 2n+2 'de n yerine koyar 2 ile çarpar 2 ile toplar "
4. Grup ... ?

İfade ...

08:25 : G → 3n−1 5 FİKİR
n−1 = 2
n=2 = 5

08:41 : G → 2n → 4. grup ... 6 FİKİR
n=1 = 2

(2)

08:42 II Grup Tuncay – Fatih'in Bilye sayısı

1. adım 1 bilye > 5
2. adım 3 bilye
3. adım 9 bilye > 5

7. FİKİR

08:43. III Grup Nesrin → her adım arası 5 farkıyla

08:45 IV Grup Helin $2n-1=105$

$2n=106$ Fatih'in olduğu bilye

$n=43$

8. FİKİR

08:46 Ebru ... fikri açıklıyor

08:47 Tuncay II. grup → n^2

$n-1$ $n^2=1$
$n-2$ $n^2=4$ $1+3$
$n-3$ $n^2=9$ $1+3+5$

Adımlardaki bilye sayısı toplamı n^2 → oluyor

9. FİKİR

08:50 $b^2=100$

105–100 5 bilye kalıyor

u koyunca 105'e tam olarak oluyor

Ebru

10. FİKİR

08:56 Gülbahar 4. adımda dr. → Melda 5. grup

11. FİKİR

08:57 ~~Batuhan~~ ~~Tuncay~~ ~~Ebru~~ I. Grup Başta her oldüğunda Gülbahar'da alınır

Fatih kalanı alır Gülbahar alamamış.

10 adım almış.

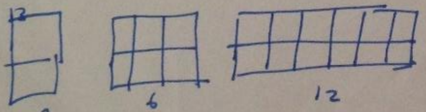
Doğrulama

09:00 Gülbahar

1. Adım 2 > 4 → 2
2. Adım 6
3. Adım 12 > 6 → 2
4. Adım 20 > 8 → 2

Tuncay II. Grup

12. FİKİR

08:00 

2 6 12

13.

08:13 n^3 15.

(1) Sonuncuyu Belirleme

06:57 Öğretmen öğrencilere kağıtları dağıtır

06:58 Öğr soruyu sesli okur.

07:00 Grupların soruları düşünme

2. Bölüm

07:07 Nesrin 3. grup

II. Fikir

1. 71
2. 68
3. 65
.
.
.
17 20

07:10 Ebru 1. grup
3. sıra 65TL — I. Fikir

65
-20
45:3 → 15 sıra sonra 90TL — 18
18x5 = 90

3 sıra
5 sıra
15 sıra

Zekeriya 4. grup

07:17 2
5n − 2 → koltuk sayısı
sıra sayısı — III. Fikir

07:48 3. grup
n:18 — 5·18 − 2 = 88 koltuk sayısı — IV. Fikir

07:51 3. grup Nesrin — IV. Fikir ?

71) 3
68) 3
65) 3

n − 3 sonraki basamak
sıradaki

TL

⇒ 3. grup — Ebru
n+1 → −2
Bu bir oran değil

07:53 Sonraki örüntü kurmak için öğrenciler çalışırlar.

8:10
5. Fikir / V. Fikir
Sıra numarası — TL yazılır Tuncay — 4. grup
X Mehmet cevabı

$71 + (n-3) =$
$-3n$

08:13 6. Fikir — VI. Fikir Tuncay

$74 - 3n$ — $n = 1$ 71, $n = 2$ 68

07:44 Problemleri öğretmen öğrencilere dağıtır. — Sorumluluk Devretme

Sorumluluk Devretme
6 DK

Öğr: "4 neden çeviriyor"
Öğr: "Asal sayıları bulursak hepsini buluruz" "çarpıcı" ... "
Öğr: "Hocam hepsi açık"

Eylem
7 DK

Eylem

07:50

İfade Etme

ifade etme

07:57
dakat
(07:58) 1. Çiftler kapalı, tekler açık. (örn. 7 kapalı) —
(08:00) 2. (açık) B-2 şeklinde örüntü şeklinde devam eder. 1-4-6-9 → (6 sayısık) —
(08:03) 3. Asal sayılar kapalı (çürütülemedi) (Tuncay)
(08:07) 4. İkinin bütün katları kapalı 3.ün bütün katları açık. (4 A kaldı.) —
(08.11) 5. 4'ün bütün katları Açık (8 Kapalı) —
(08.13) 6. 5'in bütün katları açık-kapalı diye ilerliyor (5, 10 ... A K) (5 → Kapalıdır) —
(08:15) 7. 5'in bütün katları kapalı. (25 → A)
10 dakika → 1
8:30 :8. 10'un bütün katları kapalı. (100 Kapalı) —

Doğrulama

8:36 , 9'un katları (A 9 K 18 - A 45) → (45 K) —
08:47 1'in katları (A-K-A-K) (3 kuralı bozar) —
08:49 12'nin katları Kapalıdır. (36)
08:57 3n-1 olanlar kapalı (2, 5, 8, 8, 11) (ama 3'de kapalıydı)
09:01 n+1 olanlar kapalı
09:05 1 4 9 16 25 36 → Açık (5. grup) melek (örüntü tamamlandı
+3 +5 +7 +9
↓ ← kurallaştırmaya çalışılıyor
Mola
09:30 13. 2n-9 — Fikir sundu (-5)
09:42 15. 1000 ÷ 10 = 100 tane dur açık kaç

09:38 örüntüdeki açık olan tüm kapılar bulundu. (Daha büyük sayıda zorlanıldı)
kurallaştırmaya çalışılıyor

I. grup
09:46 16. n^2 1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 Açık kapılar + Ebru

Ö: "

Kurumsallaştırma
09:51

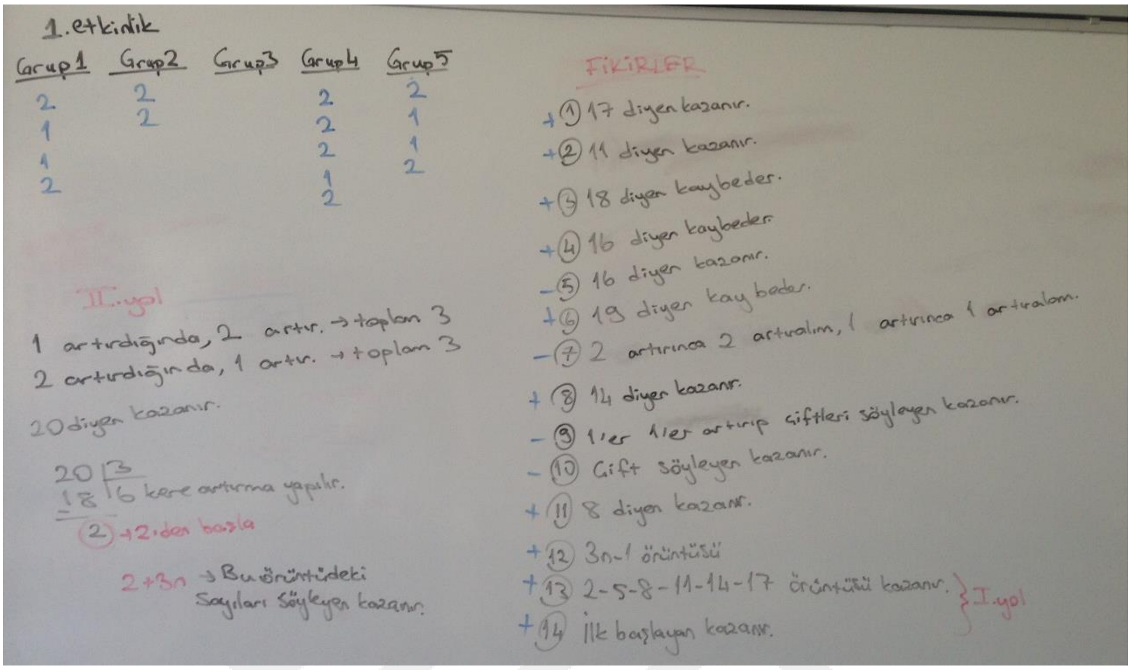
09:51 : Gözümün değerlendirilmesi "Kurumsallaştırma"

09.52 Öğr: Çift sayılar kapalı (Sevval)
09 54 Öğretmen 17. Tek çevirme A Bölen sayısı Tek ise A
Çift çevirme K Bölen sayısı çift ise K

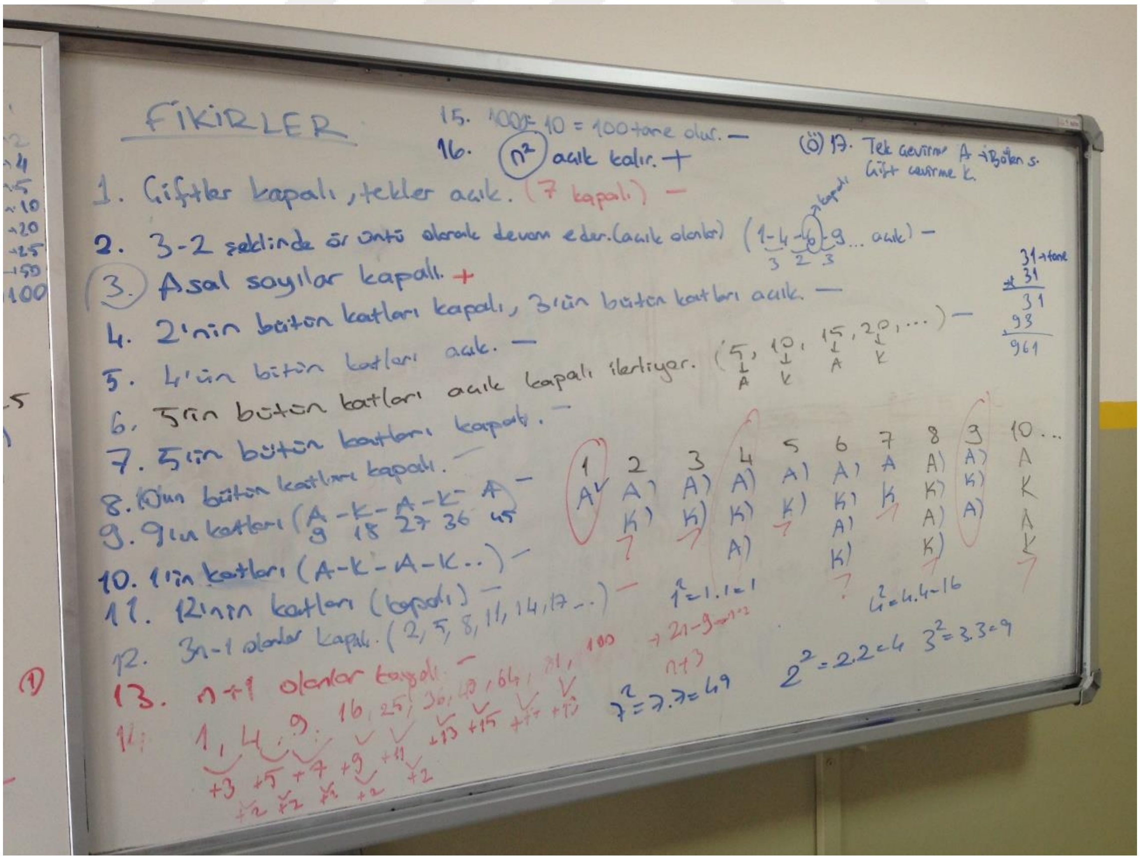
Ramazan
7/A

09.55 : Nezihe " çarpan ağacı"

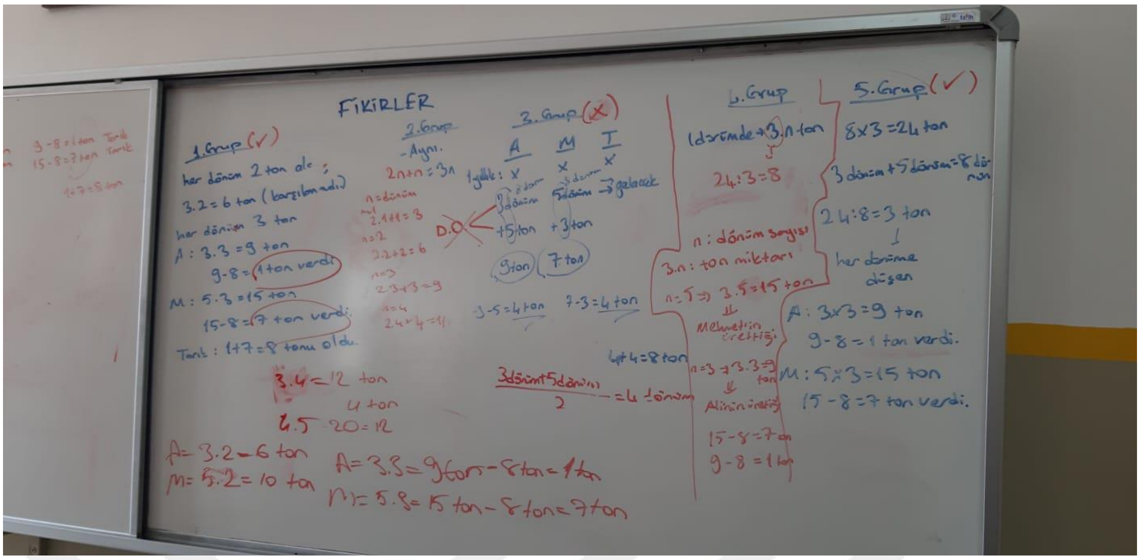
Ek 10. Problem Çözme Etkinlikleri Sınıf Tahtası Fotoğrafları

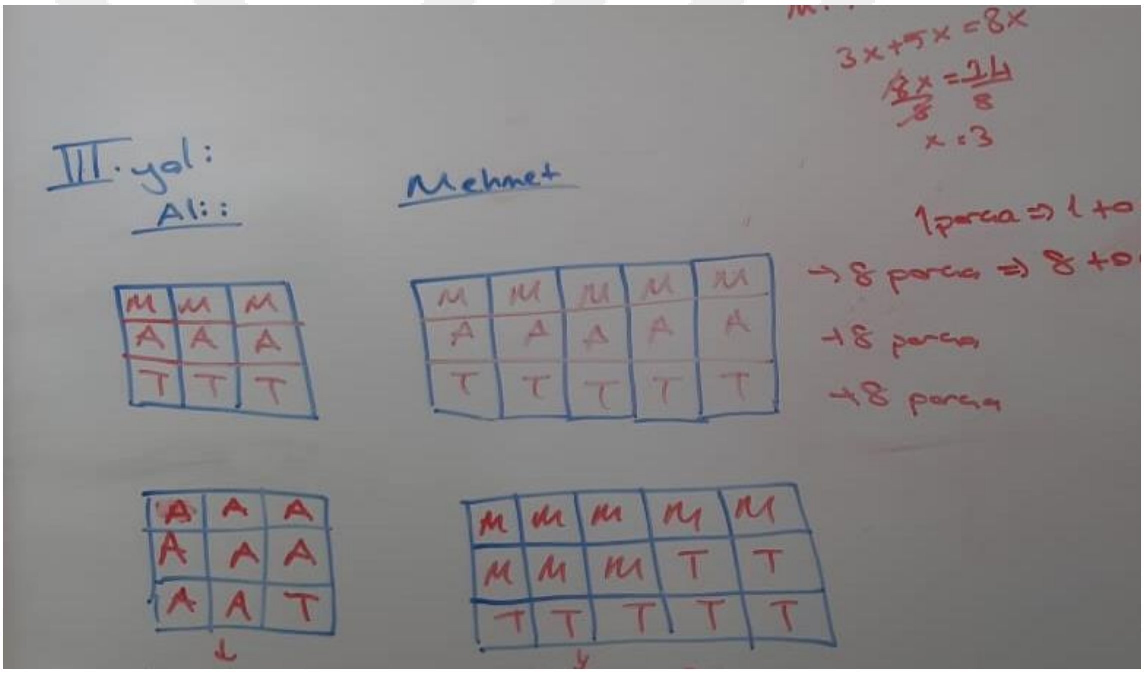


Kim Önce 20 Diyecek?

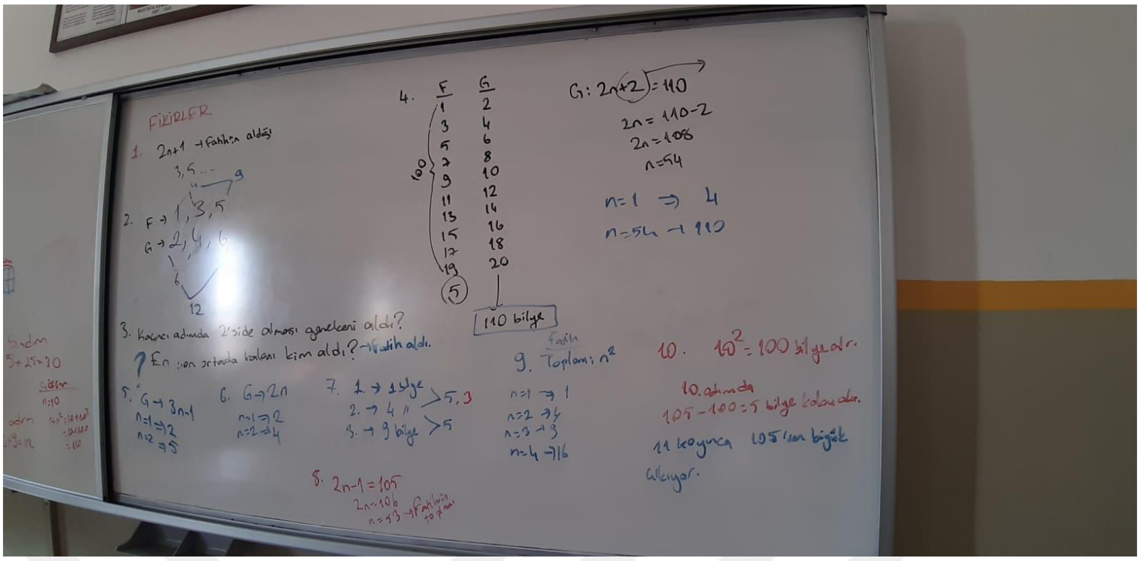


Sezar ve Esirleri

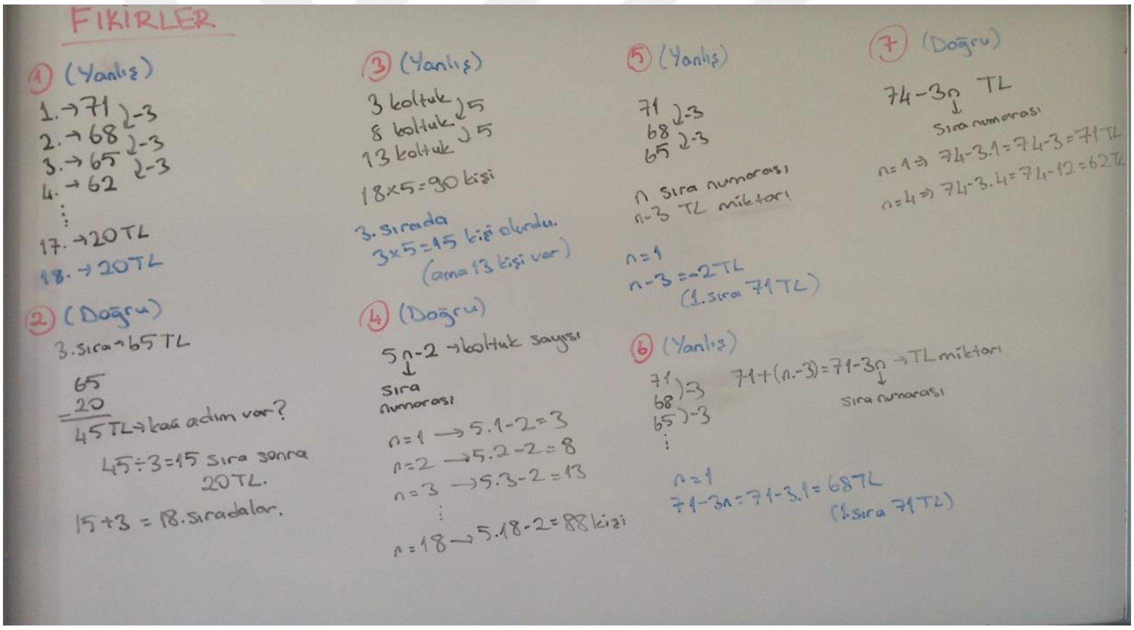




Buğday Satışı



Bilye paylaşımı



Koltuk sayısı

Ek 11. Problem Çözme Etkinlikleri Sınıf Fotoğrafları