

12246

T. C.  
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

# NÜKLEER MADDENİN YÜKSEK SICAKLIKLARDAKİ TRANSPORT ÖZELLİKLERİ

Danışman :  
Yrd. Doç. Dr. Rıza OĞUL

Aslan İLİK

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM FAKÜLTESİ  
FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ BÖLÜMÜ

KONYA — 1990

T. C.  
Yükseköğretim Kurulu

## TEŐEKKÜR

Bu çalıőmamda bana her yönden destek olan, tüm maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen sayın Hocam Yrd. Doç.Dr. Rıza OĞUL 'a teőekkür eder saygılarımı sunarım.

## İÇİNDEKİLER

### ÖZET

BÖLÜM 1. GENEL GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. BOLTZMAN KİNETİK DENKLEMİ	4
2.1. Giriş	4
2.2. Faz uzayı ve Liouville denklemi	4
2.3. BBGKY Hiyerarşisi	10
2.4. Boltzman Kinetik denkleminin Çıkarılması	13
BÖLÜM 3. BOLTZMAN DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	20
3.1. Giriş	20
3.2. Boltzman Denklemine Çözümü ve Chapman - Enskog Yaklaşımı	24
BÖLÜM 4. NÜKLEER MADDENİN TRANSPORT KATSAYILARININ HESAPLANMASI	30
4.1. Isı İletkenlik Katsayısının Hesaplanması	30
4.2. Viskozluk Katsayısının Hesaplanması	40
BÖLÜM 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	44
KAYNAKLAR	47

**ABSTRACT**

In this study, we have discussed the kinetic theory of dilute gases which may be used for many body problems such as nuclear matter and liquid He. We also derived Liouville equation in the phase space and Boltzmann equation which is valid in the dilute gas limit. Using the Boltzmann equation, we calculated transport coefficients of nuclear matter.

After the general introduction in chapter 2, we introduced the derivation of the Boltzmann equation in chapter 3. In the same chapter, we also discussed the relation between BBGKY hierarchy and Liouville equation. In chapter 4, we solved the Boltzmann equation with respect to Chapman Enskog approach. In chapter 5, we calculated transport coefficients of nuclear matter such as heat conductivity and viscosity at high temperatures. Finally, we introduced the results and discussions in chapter 6.

## 1.ÖZET

Bu tezde atom ve çekirdek fiziği çalışmalarında kullanılan ve çok parçacıklı sistemlere uygulanan Boltzmann kinetik denklemi türetildi. Kinetik denklemler, genelde  $N$  parçacıklı sistemlerin çarpışmasız ve çarpışmalı durumunun zaman içindeki gelişimini anlatırlar. Elde ettiğimiz kinetik denklemi Chapman Enskog yaklaşımını kullanarak çözdük ve bu çözümü kullanarak transport katsayılarının nasıl hesaplandığını açıkladık ve sayısal sonuçları elde ettik.

Birinci bölümde sunduğumuz genel girişten sonra, ikinci bölümde faz uzayında Liouville denkleminin türetilişini sunduk ve indirgenmiş dağılım fonksiyonlarını BBGKY (Bogoliubov, Born, Green, Kirkwood, Yvon) hiyerarşisi cinsinden açıkladık. Aynı bölümde seyrek gazlar için sadece ikili çarpışmaları gözönüne aldık. Başka bir deyimle üç, dört, .....  $n$  - cisim çarpışmalarını ihmal ettik. Böylece bir kinetik denklem olan Boltzmann denklemini türettik.

Üçüncü bölümde Boltzmann denkleminin çözümünü tartıştıktan sonra, dördüncü bölümde, bu çözümü kullanarak ısı iletkenliği ve viskozluk katsayılarının nasıl hesaplandığını gösterdik. Nükleer maddenin viskozluk ve ısı iletkenlik katsayılarını sayısal olarak hesapladık ve sonuçları tartıştık.

**BÖLÜM.1.****GENEL GİRİŞ**

Nükleer madde birçok parçacıktan (proton ve nötronlar) oluştuğu için karmaşık bir sistemdir. Bu tür çok parçacıklı sistemlerin fiziksel makroskopik özelliklerinin belirlenmesi için kullanılan istatistik modeller iyi sonuç vermektedir. Nükleer maddenin özellikleri iki türdür.

a) Dengedeki özellikleri

b) Dengede olmayan durumdaki özellikleri

Çekirdek maddesi ve onun yüksek enerji, yüksek yoğunluktaki davranışı ağır iyon hızlandırıcılarında yapılan ağır çekirdek çarpışmaları ile incelenir. Yüksek enerjide ağır iyon çarpışmaları sırasında iki ağır atom çekirdeği çarpıştığı zaman, bir çok parçacık sistemi oluşur. Bu sistemin fiziksel özelliklerini incelemek için çeşitli modeller geliştirilmiştir. Bu modellere göre yapılan teorik çalışmalar deneysel sonuçlarla karşılaştırılarak, modellerin ne derece tutarlı olduğu belirlenir. Çekirdek maddesinin makroskopik özellikleri de ideal gazlarda ya da sıvılarda olduğu gibi iki gruba ayrılır. Birincisi basınç  $p$ , yoğunluk  $n$  ve sıcaklık  $T$  arasında kesin bir bağıntı veren bir durum denklemini içine alan dengedeki özelliklerdir.

Durum denklemi genel bir makroskopik özelliği ideal gazlarda olduğu gibi parçacıklar arasında etkileşme olmadığı durumlardaki  $P = nkT$  veya parçacıklar arasında etkileşmeleri içine alan sıvıların hal denklemi Van Der Waals  $(P+a.n^2).(1-bn)= nkT$  denklemi ile verilir. Burada  $a$  uzun menzildeki çekici kuvvet,  $b$  de itici sert-kor terimleridir.  $a$  artarken  $p$  azalır ve  $b$ 'deki bir artış  $p$ 'yi artırır.  $b$ 'nin anlamı parçacıkların bir hacmi yada parçacıklar arasında kısa menzilli itici kuvvetlerin var olduğudur. İkincisi, dengede olmayan durumlardaki özelliklerdir. Buna örnek, ısı iletkenliği ve viskozluk gibi makroskopik özelliklerin yoğunluk  $n$ , sıcaklık  $T$ 'ye nasıl bağlı olduğudur. Biz, bu tezin üçüncü bölümünde nükleer maddenin yüksek sıcaklıklardaki bu özelliklerini belirlemeye çalıştık.

Yüksek enerji deyimini kullanırken ne demek istediğimizi aşağıdaki sınıflandırma ile açıklayabiliriz. Parçacık başına düşen enerji  $0-30$  MeV arasında ise çarpışmalar alçak enerji, ağır iyon çarpışmaları diye adlandırılır. Bu bölgede Nükleon - Nükleon çarpışmaları, işgal edilmiş alt enerji düzeylerinde Pauli ilkesi gereğince yasaklanır. Nükleonlar bu bölgede çok uzun ortalama serbest yola sahip oldukları için, zamana bağlı bir ortalama

alan (Mean - Field) içinde hareket ederler. Bu durumda sistemin dinamiği ZBHF (Zamana Bağlı Hartre Fock) yaklaşımı [1-3] ile tanımlanır. 30-100 MeV bölgesindeki çarpışmalar, orta enerji ağır iyon çarpışmaları olarak adlandırılır. Bu bölgede hem ortalama alan hem de iki cisim çarpışmaları gözönüne alınmalıdır [4-5] 100-1000 MeV arasındaki çarpışmalar da rölativistik ağır iyon çarpışmaları [6] olarak adlandırılır. Bu bölgede nükleonlar yüksek hıza sahip oldukları için Pauli ilkesi ve ortalama alan etkileri önemini kaybeder.



## BÖLÜM.2.

### BOLTZMANN KINETİK DENKLEMİ

#### 2.1. Giriş

Boltzmann denklemini türetmeden önce faz uzayı ele alınacak ve bu faz uzayı dağılım fonksiyonunun gerçeklemek zorunda olduğu Liouville hareket denklemi türetilecektir. Sonra Bogoliubov, Born, Gren, Kirkwood, Yvon (BBGKY) hiyerarşisi türetilecektir. Bu hiyerarşi yardımı ile  $n$  parçacık dağılım fonksiyonu diğer  $(N-n)$  parçacıkların fiziksel fonksiyonu cinsinden ifade edilecektir. Bu denklem, uygulamalar açısından pek kullanışlı olmadığından gazlardaki dağılım fonksiyonu için fiziksel bir anlam ifade eden Boltzmann denklemi türetilecektir. Bu denklem, gazların temel kinetik teorisinin esas denklemidir.

#### 2.2. FAZ UZAYI VE LIOUVILLE DENKLEMİ

$N$  parçacıktan oluşmuş bir sistemi gözönüne alalım. Bu  $N$  parçacıklı sistemin klasik dinamiği,  $3N$  momentum bileşenleri  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{3N}$  ve  $3N$  uzay koordinatları  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_{3N}$  ile belirlenir. Koordinatları  $q_1, q_2, \dots, q_{3N}, p_1, p_2, \dots, p_{3N}$  olan  $6N$  boyutlu uzayı oluşturabiliriz. Bu uzaya faz uzayı denir. Bu faz uzayındaki bir nokta,  $N$  parçacıklı sistemin mikroskobik dinamik durumunu belirler. Zaman ilerledikçe bu faz noktasının uzay

içerisindeki hareketi, sistemin hareket denklemi ile belirlenir. gerçekte makroskobik bir sistemin  $6N$  koordinatı aynı anda ayrı ayrı belirlenemez. Ancak sistemin enerji, hacim, hız v.b gibi birçok makroskobik mekanik özellikleri bilinir. Açıkçası, faz uzayında, sistem hakkında bildiğimiz özel değişkenlere uygun olan çok sayıda nokta vardır. Bu faz uzayı noktalarının bir seti, istatistik bir topluluk oluşturur. Bu topluluktaki sistemlerin sayısı sonsuza yaklaşır ve sistemimizi temsil eden faz noktaları çok yoğun hale gelir. Bu durumda bizim  $dq_1, dq_2, \dots, dp_{3N}$  hacmini kapsayan faz noktaları yoğunluğu ya da dağılım fonksiyonunu tanımlamamız gerekir. Faz uzayı dağılım fonksiyonunu  $f_N(q_1, q_2, q_{3N}, \dots, p_{3N}, t)$  ya da kısaca uygun bir şekilde  $f_N(p, q, t)$  ile göstereceğiz. Genellikle bu kısaltılmış notasyonu kullanacağız. Benzer şekilde  $dq_1, dq_2, \dots, dp_{3N}$ 'i de  $dp dq$  ile göstereceğiz.  $f_N(p, q, t)$  faz uzayı dağılım fonksiyonu

$$\int f_N(p, q, t) dp dq = 1 \quad (2.1)$$

şeklinde normalize edilebilir.

Herhangi bir keyfi  $V$  hacmindeki faz noktalarının sayısı

$$n=N \int_V f_N(p,q,t) dp dq \quad (2.2)$$

ile bulunur. Burada  $q$  ve  $p$  topluluktaki sistemin belirlenmesi için gerekli olan bütün uzay ve momentum koordinatlarını gösterir.  $V$  hacmi içindeki faz noktaları sayısının değişimi:

$$\frac{dn}{dt} = N \int_V \frac{\partial f_N}{\partial t} dp dq \quad (2.3)$$

Faz noktalarının akış oranı  $Nf_N\vec{U}$  olur. Burada  $\vec{U}$  sadece  $3N$  boyutlu  $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_{3N})$  vektörü değildir. Fakat  $6N$  boyutlu  $(\dot{q}_1, \dots, \dot{p}_1, \dots, \dot{p}_{3N})$  vektörüdür. Uzaysal koordinatlar ve momentum lar faz uzayında eşit rol oynarlar. Faz noktaları akış oranının yüzey üzerinden integralini alırsak;

$$\frac{dn}{dt} = -N \int_S f_N \vec{U} \cdot d\vec{s} \quad (2.4)$$

elde edilir. Buradaki negatif işareti faz noktalarının dışarıya doğru akışının  $\frac{dn}{dt}$  için negatif bir değer alacağını gösterir. Çünkü  $\vec{U} \cdot d\vec{s}$  skaler çarpımı,  $\vec{U}$  vektörü  $V$

den dışarıya doğru yönelirse pozitif,  $\vec{U}$  vektörü içeriye doğru yönelirse negatiftir. Yüzey integrali, Gauss teoremi kullanılarak bir hacim integraline dönüştürülebilir.

$$\frac{dn}{dt} = -N \int_V \vec{\nabla} \cdot (f_N \vec{U}) dp dq \quad (2.5)$$

faz noktalarının korunumu için denklem (2.5) 'den denklem (2.3) ü çıkardığımızda bu denklemin herhangi bir  $V$  için geçerli olduğu görülür.

$$+ \frac{df_N}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (f_N \vec{U}) = 0 \quad (2.6)$$

Görüleceği gibi faz uzayı ile ilgilendiğimiz için

$$\vec{U} = (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_{3N}, \dot{p}_1, \dots, \dot{p}_{3N})$$

ve

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} (f_N \vec{U}) &= \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial}{\partial q_j} (f_N \dot{q}_j) + \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial}{\partial p_j} (f_N \dot{p}_j) \\ &= \sum_{j=1}^{3N} \left\{ \frac{\partial f_N}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial f_N}{\partial p_j} \dot{p}_j \right\} + \left\{ \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial q_j} + \frac{\partial \dot{p}_j}{\partial p_j} \right\} f_N \end{aligned} \quad (2.7)$$

yazabiliriz. Bu eşitlikte  $\frac{d\dot{q}_j}{dq_j} + \frac{d\dot{p}_j}{dp_j}$  toplamlarının sıfır olduğu gösterilebilir. Böylece denklem (2.6):

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial f_N}{\partial q_j} \dot{q}_j + \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial f_N}{\partial p_j} \dot{p}_j = 0 \quad (2.8)$$

halini alır. Hamilton'un hareket denklemleri kullanılarak,

$$\dot{p}_j = - \frac{\partial H}{\partial q_j} \quad \text{ve} \quad \dot{q}_j = + \frac{\partial H}{\partial p_j} \quad (2.9)$$

bulunur ve bulunan bu eşitlikleri denklem (2.8) de yerine koyarsak denklem (2.8)

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3N} \left\{ \frac{\partial H}{\partial p_j} \frac{\partial f_N}{\partial q_j} - \frac{\partial H}{\partial q_j} \frac{\partial f_N}{\partial p_j} \right\} = 0 \quad (2.10)$$

halini alır.

Poisson parantezi denklem (2.10) 'da yazıldığı gibidir ve  $\{f_N, H\}$  ile gösterilebilir.

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} + \{f_N, H\} = 0 \quad (2.11)$$

Bu istatistik mekaniğin temel denklemleri olan Liouville denklemleridir. Gerçekten, Liouville denkleminin N boyutlu sistemin 6N Hamilton hareket denklemlerine eşdeğer olduğu gösterilebilir.

Kartezyen koordinatlarda Liouville denklemi,

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} + \sum_{j=1}^N \frac{p_j}{m_j} \cdot \nabla_{r_j} f_N + \sum_{j=1}^N F_j \nabla_{p_j} f_N = 0 \quad (2.12)$$

şeklindedir [7]:

Bu denklemde  $\nabla_{r_j}$ ,  $f_N$  deki uzaysal değişkenlere,  $\nabla_{p_j}$  ise  $f_N$  deki momentum değişkenlerine göre gradyenti belirler.  $F_j$ ,  $j$ 'inci parçacığın toplam kuvvetidir. Burada Liouville denklemi şöyle yazılır.

$$i \frac{\partial f_N}{\partial t} = L f_N \quad (2.13)$$

Burada  $L$  Liouville operatörüdür.

$$L = -i \left\{ \sum_{j=1}^N \frac{p_j}{m_j} \cdot \nabla_{r_j} + \sum_{j=1}^N F_j \cdot \nabla_{p_j} \right\} \quad (2.14)$$

Liouville operatörü, Liouville denklemi Schrödinger denklemi formuna getirilerek tanımlanır. Denklem (2.13)'ün çözümü;

$$f_N(p, r, t) = e^{-iLt} \cdot f_N(p, r, 0)$$

şeklindedir ve  $f_N$  zamanla düzgün bir şekilde  $e^{-iLt}$  ile değişmektedir. Bu operatör sistemin zamanla değişim operatörü olarak adlandırılır.

### 2.3 BBGKY HİYERARŞİSİ

N parçacıklı sistemin dağılım fonksiyonunu faz uzayında  $f_N(p, q, t)$  şeklinde tanımlamıştık. Fiziksel bir gözlenebilire karşılık gelen  $O(p, q, t)$  değişkeninin ortalama değerini

$$\langle O(t) \rangle = \int O(p, q, t) f_N(p, q, t) dp dq \quad (2.15)$$

eşitliğinden hesaplayabiliriz.

Bu durumda bu  $O$  değişkeni koordinatların ve momentumların bir fonksiyonu olur. Buna bir örnek olarak parçacıklar arasındaki toplam potansiyeli aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\langle U \rangle = \sum_{i,j} \int \dots \int u(r_i, r_j) f_N(r_1, \dots, p_N, t) dr_1 \dots dp_N \quad (2.16)$$

işlemleri daha açık hale getirmek için aşağıdaki gibi bir indirgenmiş dağılım fonksiyonu tanımlayalım.

$$f_N^{(n)}(r_1, \dots, r_n, p_1, \dots, p_n, t) =$$

$$\frac{N!}{(N-n)!} \int \dots \int f_N(r_1, \dots, p_N, t) dr_{n+1} \dots dr_N dp_{n+1} \dots dp_N \quad (2.17)$$

Bu fonksiyonu daha basit olarak  $f^{(n)}(r^n, p^n, t)$  şeklinde de gösterebiliriz. Bize tek parçacık ve iki parçacık dağılım fonksiyonları  $f^{(1)}, f^{(2)}$  gerekli olduğu için  $f^{(1)}, f^{(2)}$  yi içine alan bir eşitlik türetmek istiyoruz. Bunun için Liouville denkleminde görülen  $\vec{F}_j$  kuvveti yerine, diğer bütün parçacıkların  $j$  inci parçacığa etkidigi toplam kuvveti  $\sum \vec{F}_{ij}$  ve dış kuvvetleride  $\vec{F}_{(d1...n)j}$  ile gösterelim. Daha sonra  $N!/(N-n)!$  ile çarpar geriye kalan  $(n+1), (n+2), \dots, N$  parçacıklarının koordinatları ve momentumları üzerinden integral alırsak,

$$\frac{\partial f^{(n)}}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{m_j} \cdot \nabla_{r_j} \cdot f^{(n)} + \sum_{j=1}^n F_{(d1...n)j} \cdot \nabla_{p_j} f^{(n)} +$$

$$\frac{N!}{(N-n)!} \sum_{i,j=1}^n \int \dots \int F_{ij} \nabla_{p_j} \cdot f dr_{n+1} \dots dr_N dp_{n+1} \dots dp_N = 0 \quad (2.18)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin son terimini aşağıdaki gibi iki parçaya ayrılabilir [7].

$$\sum_{i,j=1}^n F_{ij} \cdot \nabla_{p_j} \cdot f^{(n)}$$

$$+ \frac{N!}{(N-n)!} \sum_{j=1}^n \sum_{j=n+1}^N \int \dots \int F_{ij} \cdot \nabla_{p_j} \cdot f dr_{n+1} \dots dr_N dp_{n+1} \dots dp_N$$



ikinci terim:

$$\sum_{j=1}^n \int \int F_{j,n+1} \cdot \nabla_{p_j} f^{(n+1)} dr_{n+1} dp_{n+1}$$

şeklinde yazılabilir.

Bütün bunları (2.18) denkleminde yerine koyarak BBGKY hiyerarşisi olarak adlandırılan n parçacık dağılım fonksiyonu için aşağıdaki kinetik denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(n)}}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{p_j}{m_j} \cdot \nabla_{r_j} f^{(n)} + \sum_{j=1}^n F_{(a_1 \dots j)} \cdot \nabla_{p_j} f^{(n)} \\ + \sum_{i,j=1}^n F_{ij} \cdot \nabla_{p_j} f^{(n)} + \sum_{j=1}^n \int \int F_{j,n+1} \cdot \nabla_{p_j} f^{(n+1)} dr_{n+1} dp_{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Bu denklem zamana bağlı bir denklemdir ve buradan 1,2,...,n parçacık dağılım fonksiyonları tam bir şekilde türetilebilir. Eşitlikten de görüleceği gibi bu denklem yoğunluktan bağımsızdır.

#### 2.4. BOLTZMANN KINETİK DENKLEMİNİN ÇIKARILIŞI

Bu bölümde  $f_j$  için Boltzmann denklemi türetilmektedir. Bunu yaparken gazların yeterince seyrek olduğunu ve sadece iki cisim çarpışmaları gözönünde bulundurulacaktır. Yani üç cisim ve daha yukarı dereceden olan çarpışmalar ihmal edilecektir.  $(\vec{r}, \vec{v}_j)$  noktasındaki,  $d\vec{r}d\vec{v}_j$  hacim elemanındaki moleküllerin sayısı  $f_j \cdot d\vec{r} d\vec{v}$  dir. Çarpışmasız limitte  $t$  anında  $(\vec{r}, \vec{v}_j)$  noktasındaki moleküller sistemin hareket denklemine göre hareket ederler ve  $(\vec{r} + \vec{v}_j dt, \vec{v}_j + (1/m_j) \vec{X}_j dt)$  noktasına  $(t+dt)$  zamanında ulaşırlar.  $\vec{X}_j$  niceliği moleküllere etki eden bir dış kuvvettir. Harekete başlayan bütün moleküller çarpışma olmadığı müddetçe başlangıçtaki durumlarını korurlar. Bu durumda:

$$f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) = f_j(\vec{r} + \vec{v}_j dt, \vec{v}_j + \frac{\vec{X}_j}{m_j} dt, t+dt) \quad (2.20)$$

(Çarpışmasız limitte) olmalıdır.

Eğer çarpışmalar olursa,  $t$  anında  $(\vec{r}, \vec{v}_j)$  noktasından harekete başlayan bütün moleküller  $(\vec{r} + \vec{v}_j dt, \vec{v}_j + \frac{\vec{X}_j}{m_j} dt)$

noktasına  $(t+dt)$  zamanında ulaşamazlar. Bazı moleküller çarpışmalardan dolayı bu grubu terk ederler. Aynı zamanda başka moleküller de bu gruba katılabilirler. Hızla-

rı  $\vec{v}_j$  den  $\vec{v}_j+d\vec{v}_j$  ye ve konumları da  $\vec{r}$  den  $\vec{r}+d\vec{r}$  ye geçen yani grubu terk eden moleküllerin sayısı  $\Gamma_{j,1}(-) d\vec{r} d\vec{v}_j dt$ , benzer şekilde  $t$  anında  $(\vec{r}, \vec{v}_j)$  başlangıç noktasındaki gruba katılan moleküllerin sayısı  $\Gamma_{j,1}(+) d\vec{r} d\vec{v}_j dt$  olsun. Denklem (2.20)'ye kayıp ve kazanç terimlerini eklersek:

$$f_j(\vec{r}+d\vec{r}, dt, \vec{v}_j+m_j^{-1} \vec{x}_j dt, t+dt) = f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) d\vec{r} d\vec{v}_j + \sum_i (\Gamma_{j,1}(+) - \Gamma_{j,1}(-)) d\vec{r} d\vec{v}_j dt \quad (2.21)$$

Eğer eşitliğin sol tarafını açarsak;

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla_r f_j + \frac{\vec{x}_j}{m_j} \cdot \nabla_{v_j} f_j = \sum_i (\Gamma_{j,1}(+) - \Gamma_{j,1}(-)) \quad (2.22)$$

denkleminin sol tarafı çarpışmasız moleküllerin hareketinden doğan  $f_j$  deki zaman ve koordinata bağlı değişimleri temsil eder. Buna akı terimi denir. Sağ taraf ise çarpışmalardan dolayı  $f_j$  deki değişimleri temsil eder. Bu denklem Liouville denkleminin şekli olarak çok benzemektedir.

Şimdi  $\Gamma^{(-)}$  ve  $\Gamma^{(+)}$  çarpışma terimlerini çıkaralım.  $r$  noktasında hızları  $\vec{v}_j$  olan  $j$ - tipi bir molekülü gözönüne

alalım. Bu moleküllerin bir  $i$  molekülü ile  $dt$  zaman aralığında ve bir  $db$  parametresi ile çarpışma ihtimali aşağıdaki gibi verilir.  $i$  molekülünün  $j$  molekülüne göre hızı,

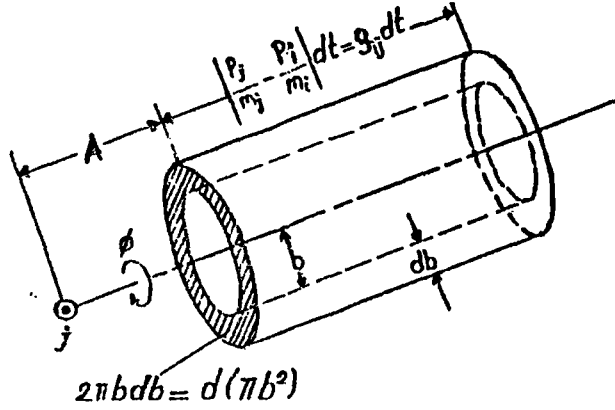
$$\vec{g}_{ij} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j)$$

bağıl hızı ile verilir. Eğer  $A$  moleküller arası potansiyel menzili ise herhangi bir  $i$  molekülü  $dt$  zaman aralığında sabitleştirilen  $j$  molekülü ile çarpışacaktır. (Bak. Şekil 2-1). Bu silindir tabakası içinde kalan  $i$  moleküllerinin mümkün sayısı;

$$2\pi f_1(\vec{r}, \vec{v}_1, t) g_{ij} b db dt$$

Burada  $g_{ij} = |\vec{g}_{ij}|$  dir. Bu sabitleştirilen  $j$  molekülü ile yapılan toplam çarpışma sayısı:

$$2\pi dt \int \int f_1(\vec{r}, \vec{v}_1, t) g_{ij} b db d\vec{v}_i$$



Şekil 2.1: j tipi bir molekül ile i tipi moleküllerin çarpışması A uzaklığı potansiyel etkileşmenin başladığı moleküller arası uzaklık.

ve  $\vec{r}$  etrafında  $d\vec{r}$  hacim elemanında bulunan,  $\vec{v}_j$  ile  $\vec{v}_j + d\vec{v}_j$  hızlarına sahip olan j- tipi moleküllerin mümkün sayısı:

$$f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) d\vec{r} d\vec{v}_j \text{ ile verilir.}$$

Böylece kayıp terimi:

$$\Gamma^{(-)}_{j,i} d\vec{r} d\vec{v}_j dt = 2\pi d\vec{r} d\vec{v}_j dt \iint f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) f_i(\vec{r}, \vec{v}_i, t) g_{ij} b db d\vec{v}_i$$

şeklini alır. Gerekli kısaltmalar yapılarak sade bir şekilde;

$$\Gamma^{(-)}_{j,i} = 2\pi \int \int f_j f_i g_{ij} b db d\vec{v}_i \quad (2.23)$$

eşitliği elde edilir.

Sabitleştirilmiş J molekülü civarındaki i moleküllerinin ortalama sayısının  $f_1$  ve  $f_2$  nin çarpımları ile verildiğini, yani bunların konumları ile hızlarının birbirinden bağımsız olduğunu varsayalım. Moleküler kargaşa yaklaşımı ya da Stosszahlansatz olarak bilinen bu yaklaşım tamamiyle doğru olmayıp türetilmesinde belli bir eksiklik vardır.

Denklem (2.23) ün türetilmesinde kullandığımız aynı ifadeleri sisteme katılan moleküller için de uygulayabiliriz. (Yani saçıcı parçacıkların  $(\vec{r} + \vec{v}_2 dt, \vec{v}_2 + (1/m_2)\vec{x}_2 dt)$  noktasında bulunduğu çarpışmalar.) Direk olarak kazanç terimini yazarsak:

$$\Gamma^{(+)}_{1,2} d\vec{r} d\vec{v}_2 dt = 2\pi d\vec{r} d\vec{v}_2 dt \iint f_1(\vec{r}, \vec{v}_1, t) f_2(\vec{r}, \vec{v}_2, t) g_{1,2} b' db' d\vec{v}_1' \quad (2.24)$$

elde edilir.

Burada sistemden ayrılan molekülleri ifade etmek için üssüz terimler kullanılmıştır. Bunlar hareketin çarpışma denkleminin çözümü yolu ile  $b, \vec{v}_1$  ve  $\vec{v}_2$  den hesaplanabilir. Liouville teoremi:

$$d\vec{r} d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 g_{1,2} dt b db = d\vec{r} d\vec{v}_1' d\vec{v}_2' g_{1,2}' dt b' db' \quad (2.25)$$

şeklindedir.

Bunu kullanarak denklem (2.24) ü denklem (2.26) ve (2.27) deki gibi yazabiliriz.

$$\Gamma^{(+)}_{j,1} = 2\pi \int \int f_1(\vec{r}, \vec{v}_1, t) f_2(\vec{r}, \vec{v}_2, t) g_{1,2} b db d\vec{v}_2 \quad (2.26)$$

$$= 2\pi \int \int f'_1 f'_2 g_{1,2} b db d\vec{v}_2 \quad (2.27)$$

$f_1$  ve  $f_2$  üzerindeki üsler bu fonksiyonların hız ifadelerinin ilk olduğunu belirtmektedir.

Denklem (2.23) ve (2.27) nin denklem (2.22) de yerine yazılması ile Boltzmann denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_j}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla_r f_j + \frac{1}{m_j} \vec{X}_j \cdot \nabla_{v_j} f_j \\ = 2\pi \sum_i \int \int \{ f'_1 f'_2 - f_1 f_2 \} g_{1,2} b db d\vec{v}_2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Boltzmann denklemi,  $f_j$  denkleminin integrale diferensiyelidir. Biz gazın herbir bileşeni için böyle bir denkleme sahibiz. Hareket denklemi, dolayısıyla moleküller arası potansiyel, sağ taraftaki integralin içindeki ifadedir.  $f'_1$  ve  $f'_2$  fonksiyonları  $\vec{v}'_1$  ve  $\vec{v}'_2$  çarpışma sonrası hızlarına bağlıdır. Bunlar da çarpışma öncesi hızlar olan

$v_1$  ve  $v_2$  ye bağılıdır.  $v_1$  ve  $v_2$  ler çarpışmada etkili olan hareket denkleminde çıkarılabilir. Çözüm için sağ taraf  $b$  ve  $v_1$  üzerinden bir kere integre edilecektir. Sol-  
da  $\vec{r}, \vec{v}$ , ve  $t$  değişkenleri vardır. 0 zaman sol tarafta ta-  
mamen  $\vec{r}, \vec{v}$ , ve  $t$  ye bağılı bulunmaktadır.





## BÖLÜM 3

## BOLTZMANN DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

## 3.1. GİRİŞ

Bir önceki bölümde türetilen Boltzmann denklemi seyrek gazlar için geçerlidir. Daha doğrusu nükleonların dalga boyu sistemin (çekirdeğin) boyutlarından çok küçük olduğu durumda Boltzmann denklemi çok kullanışlıdır. Parçacıklar  $(r_1, p_1)$  kanonik koordinatları ile tanımlanır. Faz uzayında bir  $f_N(r_1, r_2, \dots, r_N, p_1, p_2, \dots, p_N, t)$  N-parçacık dalga fonksiyonuyla sistemin zamanla değişimi incelenir.  $f_N \cdot dr_1 \dots dr_N \cdot dp_1 \dots dp_N$  büyüklüğü sistemin herhangi bir t anında faz uzayındaki  $(r_1, \dots, p_N)$  noktası etrafındaki  $dr_1 \dots dp_N$  durumunda bulunma ihtimali olarak verilir.  $f_N$  dağılım fonksiyonunun zamana bağlı davranışı Liouville denklemi ile ifade edilir. Boltzmann denklemi türetilirken aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır.

1. Parçacıklar nokta parçacıklar olarak ele alınıp çarpışmalar arasında geçen sürenin çarpışma süresinden çok büyük olduğu göz önüne alınmıştır.

2. Sadece iki cisim çarpışmaları göz önüne alınmıştır.

3. Boltzmann'ın moleküler kargaşa kabulü: iki parçacık çarpışırken her defasında birbirleriyle bağlantısız

olarak bir araya gelirler. Çarpışmadan sonra kuvvetli bir şekilde bağlantılıdırlar. Bu kabullerden sonra Boltzmann denklemini yazmadan önce denklemdaki çarpışma terimi  $(\frac{\partial f}{\partial t})_{(çarpışma)}$  hakkında kısa bir bilgi verelim. Faz uzayındaki  $(r, v_j)$  noktasındaki bir  $dr \cdot dv_j$  hacim elemanındaki  $j$ - parçacıklarının sayısı  $f_j \cdot dr \cdot dv_j$  ile verilir. Çarpışma olmasaydı bu parçacıklar,  $dt$  süresi içinde  $(r+v_j dt, v_j+a dt)$  noktasına varacaklardı. Bu durumda  $f_j(r, v_j, t) = f_j(r+v_j \cdot dt, v_j+a \cdot t, t+dt)$  olacaktı, yani  $(\frac{\partial f}{\partial t})_{(çarpışma)} = 0$  olacaktı. Aslında parçacıklar arasında çarpışma olduğu için  $(\frac{\partial f}{\partial t})_{(çarpışma)} \neq 0$  bağıntısı geçerlidir. Bu durumda Boltzmann denklemini aşağıdaki gibi yazılır [8,9,10,11].

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \vec{a} \cdot \frac{\partial}{\partial v} \right) \cdot f(\vec{r}, \vec{v}, t) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{(çarpışma)} \quad (3.1)$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{(çarpışma)} = \iiint d^3v_1 \cdot d^3v' \cdot d^3v_1 \cdot w(\vec{v}, \vec{v}_1 | \vec{v}', \vec{v}'_1) \{ f' f'_1 - f f_1 \}$$

Burada  $w$  çarpışma ihtimalidir ve diferansiyel çarpışma tesir kesiti ile doğru orantılıdır. Aynı zamanda  $w$ , çarpışan parçacıkların çarpışmadan önceki ve sonraki momentumlarına bağlıdır.  $\vec{r}$  parçacıkların koordinatlarını  $\vec{v}$  hızını ve  $\vec{a}$  da ivmesini gösterir ve dış potansiyelle aşağıdaki bağıntıyı sağlar.

$$M \cdot \vec{a} = - \frac{\partial}{\partial r} U(\vec{r}, t) = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad (3.2)$$

Böylece Boltzmann denklemi  $(\partial f / \partial t)_{\text{coll}}$  terimiyle iki -cisim dinamiğini ve  $\vec{a} \cdot \frac{\partial}{\partial v} f$  terimiyle de tek-cisim dinamiğini içine alır. Boltzmann denklemini aşağıdaki gibi de yazabiliriz.

$$\frac{\partial f(r, v, t)}{\partial t} = -v \cdot \frac{\partial f(r, v, t)}{\partial r} - a \cdot \frac{\partial f(r, v, t)}{\partial v} + \left( \frac{\partial f(r, v, t)}{\partial t} \right)_{\text{coll}} \quad (3.3)$$

Bu denklem  $d^3r \cdot d^3v$  hacim elemanındaki  $f(r, v, t) d^3r \cdot d^3v$  parçacık sayısının zamanla, çarpışma ve akı nedeniyle değişimini açıklar. Burada akı:

$$S = -v \cdot \frac{\partial f}{\partial r} - a \cdot \frac{\partial f}{\partial v} \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanır ve  $f$ 'nin faz uzayındaki yerel değişimini açıklar. Aynı zamanda kütle, momentum ve kinetik enerji korunumunun sonucu olarak

$$\psi(v) = 1, \quad \vec{v}, \quad (\frac{1}{2})v^2 \quad \text{büyüklükleri}$$

$$\int d^3v \psi(v) \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} = 0 \quad (3.5)$$

Bağıntısını sağlar. Burada  $n$  parçacık sayısı yoğunluğu olmak üzere,

$$\bar{\Psi}(\bar{r}, t) \equiv \frac{\int d^3v \Psi f}{\int d^3v f} = \frac{1}{n} \int d^3v \Psi f \quad (3.6)$$

tanımı yapılırsa Boltzmann denklemi kullanılarak aşağıdaki korunum denklemleri elde edilir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho u_\alpha) = 0$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_\alpha \frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha} \right) = \rho a_i - \sum_j \frac{P_{ij}}{X_j}, \quad i=1,2,3$$

$$\rho \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q}{\rho} \right) + \sum_i u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{Q}{\rho} \right) \right] + \frac{\partial q_\alpha}{\partial x_\alpha} = U - \sum_{i,j} P_{ij} D_{ij} \quad (3.7)$$

Burada aşağıdaki gösterimler kullanılmıştır.

$$n(\bar{r}, t) = \int f(\bar{r}, \bar{v}, t) d^3v \quad \text{Parçacık sayısı yoğunluğu}$$

$$\rho(\bar{r}, t) = mn \quad \text{Kütle yoğunluğu}$$

$$U_i(\bar{r}, t) = \bar{V}_i \quad \text{Ortalama hız}$$

$$U_1 = v_1 - u_1$$

Termal hız

$$Q(r, t) = (\frac{1}{2}) \rho \overline{U^2}$$

Termal enerji yoğunluğu

$$P_{1j}(r, t) = \rho \overline{U_1 U_j}$$

Basınc tensörü

$$q_1(r, t) = (\frac{1}{2}) \rho \overline{U_1 U^2}$$

Isı akım yoğunluğu

$$D_{1j}(r, t) = (\frac{1}{2}) \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) \text{ Gerilme tensörü} \quad (3.8)$$

Yukarıdaki denklemlerdeki  $P_{1j}$  ve  $q_1$  büyüklüklerinin hesaplanması için bu büyüklüklerin yoğunluk, ortalama hız ve sıcaklık cinsinden açıklanması gerekir. Bunun için de  $f(r, v, t)$ 'nin çözülmesi gerekir.

### 3.2. BOLTZMANN DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ VE CHAPMAN-ENSKOG YAKLAŞIMI

Ortalama  $P_{1j}$  ve  $q_1$  değerlerini bulmak için  $f$  dağılım fonksiyonunun bilinmesi gerekmektedir. Dengeye olan yaklaşım iki safhada oluşur. Çarpışmalar nedeniyle başlangıçtaki herhangi bir dağılım çok hızlı bir şekilde (ortalama serbest süre  $t_0 \approx \lambda / (\frac{kT}{m})^{1/2}$  mertebesinde)

yerel Maxwell dağılımına erişecektir. Yani Boltzmann denkleminin yerel dengedeki çözümü Maxwell dağılım fonksiyonu olacaktır.

$$f^0(\vec{r}, \vec{v}, t) = n(\vec{r}, t) \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp\left[ -\frac{m(\vec{v}-\vec{u})^2}{2kT} \right] \quad (3.9)$$

Burada makroskobik değişkenler  $n, \vec{u}, T, \vec{r}$  ve  $t$ 'nin fonksiyonlarıdır. İkinci safhada makroskobik değişkenlerin denge değerine doğru olan yavaş durulma (relaxation) zamanı meydana gelir.  $P_{1j}$  ve  $q_1$  değerlerinin hesaplanması için (3.9) denklemini kullanılarak

$$\begin{aligned} P_{1j} &= \overline{p U_{1j} U_{1j}} = P \delta_{1j} & , & & P &= nkT \\ q_1 &= \left( \frac{1}{2} \right) \overline{p U_{1j} U_{1j}^2} = 0 & , & & Q &= (3/2) P \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sonuçları elde edilir. Bu durumda (3.7) eşitlikleri Euler denklemlerine indirgenir.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \text{div}(p \vec{u}) = 0$$

$$p \frac{\partial u}{\partial t} = p a - \text{grad} p$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (p T^{-3/2}) = 0 \quad (3.11)$$

Denge civarında Boltzmann denkleminin çözümü Chapman-Enskog [8-11] yaklaşımı ile verilir.

$$f = f^0 \cdot [1 + \phi(r, v, t)] \quad (3.12)$$

Bu eşitlik Boltzmann denklemine yerleştirilerek ve çarpışma teriminin sadece  $\phi$  ile lineer olan terimleri alınarak lineer hale getirilmiş Boltzmann denklemi,

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \vec{a} \cdot \frac{\partial}{\partial v} \right) f^0 = f^0 C(\phi)$$

elde edilir.

$$C(\phi) = \iiint d^3v_1 d^3v' d^3v'_1 \cdot w(vv_1 | v'v'_1) f^0_1 \{\phi' + \phi'_1 - \phi - \phi_1\} \quad (3.13)$$

$C(\phi)$  lineerleştirilmiş çarpışma operatörüdür. Burada  $f^0$  denge durumundaki dağılım fonksiyonudur. (3.9) denklemi ile verilmiştir. (3.13) ün sol tarafınının logaritmik türevi alınarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + a_\alpha \frac{\partial}{\partial v_\alpha} \right) f^0 = \left\{ \frac{1}{nT^{-3/2}} \left( \frac{\partial}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \right) nT^{-3/2} + \frac{m(v-v_\alpha)^2}{2kT^2} \right\} \cdot f^0$$

$$\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial T}{\partial x_\alpha} \right\} + \frac{m}{kT} (v-v_\alpha) \left( \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\alpha} \right) - \frac{m a_\alpha}{kT} (v-v_\alpha) \cdot f^0 \quad (3.14)$$

(3.11) denklemlerinden faydalanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$P_{\alpha\beta} = P\delta_{\alpha\beta} - 2\eta \left( D_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} D_{\alpha\alpha} \delta_{\alpha\beta} \right) \quad (3.18)$$

$$q_{\alpha} = \kappa \frac{\partial T}{\partial x_{\alpha}} \quad (3.19)$$

$q_{\alpha}$  ve  $P_{\alpha\beta}$  değerlerini tam olarak hesaplayabilmemiz için viskozluk katsayısı  $\eta$  ve ısı iletkenlik katsayısı  $\kappa$  ayrıca hesaplanmalıdır. (3.18) denklemi Newton kanunu (3.19) denklemi Fourier kanunu olarak bilinir. Bu iki denklemin türetilişi viskozluk ve ısı iletkenlik katsayıları hesaplanırken verilecektir. Denklem (3.17) deki,

$$\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x_{\alpha}} U_{\alpha} \left( \frac{mU^2}{2kT} - \frac{5}{2} \right) \text{ ve } \frac{m}{kT} D_{\alpha\beta} \left( U_{\alpha} U_{\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} U^2 \right)$$

fonksiyonları denklem (3.13) deki  $c(\varphi)$  lineerleştirme operatörünün de özfonksiyonlarıdır. Çünkü bu iki denklemin sol tarafları aynıdır. Bu nedenle  $c(\varphi)$  nin özfonksiyonları Sonine polinomları cinsinden aşağıdaki gibi yazılır [17].

$$\Psi_{r-1m} = N_{r-1m} S_{\ell+1/2}^{(r)}(u^2) u^{\ell} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (3.20)$$



$$P_{\alpha\beta} = P\delta_{\alpha\beta} - 2\eta(D_{\alpha\beta} - \frac{1}{3}D_{\alpha\alpha}\delta_{\alpha\beta}) \quad (3.18)$$

$$q_{\alpha} = \kappa \frac{\partial T}{\partial x_{\alpha}} \quad (3.19)$$

$q_{\alpha}$  ve  $P_{\alpha\beta}$  değerlerini tam olarak hesaplayabilmemiz için viskozluk katsayısı  $\eta$  ve ısı iletkenlik katsayısı  $\kappa$  ayrıca hesaplanmalıdır. (3.18) denklemi Newton kanunu (3.19) denklemi Fourier kanunu olarak bilinir. Bu iki denklemin türetilişi viskozluk ve ısı iletkenlik katsayıları hesaplanırken verilecektir. Denklem (3.17) deki,

$$\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x_{\alpha}} U_{\alpha} \left( \frac{mU^2}{2kT} - \frac{5}{2} \right) \text{ ve } \frac{m}{kT} D_{\alpha\beta} \left( U_{\alpha} U_{\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} U^2 \right)$$

fonksiyonları denklem (3.13) deki  $c(\varphi)$  lineerleştirme operatörünün de özfonksiyonlarıdır. Çünkü bu iki denklemin sol tarafları aynıdır. Bu nedenle  $c(\varphi)$  nin özfonksiyonları Sonine polinomları cinsinden aşağıdaki gibi yazılır [17].

$$\Psi_{r1m} = N_{r1m} S_{\ell+1/2}^{(r)}(u^2) u^{\ell} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (3.20)$$

$S_{\ell+1/2}$  Sonine (birleşik Laguerre) polinomları,  $N_{r-1,m}$  de normalizasyon katsayılarıdır.  $S^m_n(x)$  aşağıdaki gibi tanımlanır [10,11].

$$S^m_n(x) = \sum_{p=0}^m (-x)^p \frac{(n+m)!}{p!(m-p)!(n+p)!} \quad (3.21)$$

Maxwell modeline göre  $\phi$ 'nin çözümü  $\psi_{11m}$  ve  $\psi_{02m}$  in lineer kombinezonudur. Buna göre  $\phi$  için bir deneme fonksiyonu aşağıdaki gibi alınır:

$$\phi = \frac{1}{T} \frac{dT}{dx_M} U_M \left( \frac{mU^2}{2kT} - \frac{5}{2} \right) C_1 + \frac{m}{kT} D_{M\gamma} (U_M U_\gamma - \frac{1}{3} \delta_{M\gamma} U^2) C_2 \quad (3.22)$$

Burada  $C_1$  ve  $C_2$  sabitleri ise Maxwell modeline [12] göre

$$C_1 = \frac{\int d^3U \cdot \exp\left(-\frac{m}{2kT} U^2\right) \cdot U_M U_M \left(\frac{m}{2kT} U^2 - \frac{5}{2}\right)^2}{\int d^3U \cdot \exp\left(-\frac{m}{2kT} U^2\right) U_M \left(\frac{m}{2kT} U^2 - \frac{5}{2}\right) C U_M \left(\frac{m}{2kT} U^2 - \frac{5}{2}\right)} \quad (3.23)$$

$$C_2 = \frac{\int d^3U \cdot \exp\left(-\frac{m}{2kT} U^2\right) U_M U_\gamma - \frac{1}{3} \delta_{M\gamma} U^2 \left(U_M U_\gamma - \frac{1}{3} \delta_{M\gamma} U^2\right)}{\int d^3U \cdot \exp\left(-\frac{m}{2kT} U^2\right) \left(U_M U_\gamma - \frac{1}{3} \delta_{M\gamma} U^2\right) C \left(U_M U_\gamma - \frac{1}{3} \delta_{M\gamma} U^2\right)} \quad (3.24)$$

şeklinde belirlenir.

## BÖLÜM 4

## TRANSPORT KATSAYILARININ HESAPLANMASI

## 4.1 ISI İLETKENLİK KATSAYISININ HESAPLANMASI

$f^0$  ve  $\phi$  nin çözümleri bilindiğine göre ısı akısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$q_x = \frac{m}{2} \int d^3U U_x U^2 f^0 \phi$$

$$q_x = \frac{m}{2} \cdot n \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} C_1 \int d^3U U_x U_y U^2 \left(\alpha U^2 - \frac{5}{2}\right) e^{-\alpha U^2} \quad (4.1)$$

Burada  $\alpha = \frac{m}{2kT}$  alınmıştır. Denklem (4.1) deki integral

işlemi  $U_x = U \cos\theta$  seçimi yapılarak daha kolay bir duruma getirilebilir. Buradan küresel koordinatlara geçerek  $U_x = U \cos\theta$  ve  $d^3U = U^2 \sin\theta dU d\theta d\phi$  bağıntılarını kullanarak (4.1) deki integral,

$$I = \int d^3U U_x U_y U^2 \left(\alpha U^2 - \frac{5}{2}\right) e^{-\alpha U^2}$$

$$I = \int_0^{\infty} U^6 \left(\alpha U^2 - \frac{5}{2}\right) e^{-\alpha U^2} dU \int_0^{\pi} \cos^2\theta \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

şekline dönüştürülür. Birinci integrali  $\Gamma(x)$  fonksiyonundan faydalanarak hesapladıktan sonra diğer iki integral de kolayca hesaplanır. (4.1) denklemi aşağıdaki şekle indirgenir.

$$q_x = \frac{5nk}{4\alpha} \cdot C_1 \cdot \frac{\partial T}{\partial x_1} \quad (4.2)$$

(3.19) ve (4.2) denklemlerinden ısı iletkenlik katsayısı  $K$  için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$K = \frac{5nk}{4\alpha} \frac{\int d^3U e^{-\alpha U^2} U_\mu U_\mu (\alpha U^2 - \frac{5}{2})^2}{\int d^3U e^{-\alpha U^2} U_\mu (\alpha U^2 - \frac{5}{2}) C [U_\mu (\alpha U^2 - \frac{5}{2})]} \quad (4.3)$$

(4.3) denkleminin payındaki integral  $I_1$  ve paydasındaki integrali de  $I_2$  olsun.  $I_1$  integrali (4.1) denklemi içindeki  $I$  integralinin hesaplandığı gibi hesaplanırsa,

$$I_1 = \frac{15 \pi^{3/2}}{4\alpha^{5/2}} \quad (4.4)$$

elde edilir.  $I_2$  integrali içindeki  $C$  yerine (3.13) denklemindeki değeri konursa,

$$I_2 = \int d^3U e^{-\alpha U^2} U_m \left( \alpha U^2 - \frac{5}{2} \right) n \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \int d^3U_1 e^{-\alpha U_1^2} .$$

$$\int d\Omega g I(\phi' + \phi'_1 - \phi - \phi_1) \cdot \left[ U_m \left( \alpha U^2 - \frac{5}{2} \right) \right] \quad (4.5)$$

elde edilir. Boltzmann H-Teoremini [8-12] kullanılırsa ve

$$\Delta[f(u)] = f(u') + f(u'_1) - f(u) - f(u_1) \quad (4.6)$$

tanımını yaparak (4.5) denklemini aşağıdaki hale getirebiliriz.

$$I_2 = - \frac{1}{4} n \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \int d^3U d^3U_1 e^{-\alpha(U^2 + U_1^2)} .$$

$$\int d\Omega g I(g, \theta) \Delta \left[ U_m \left( \alpha U^2 - \frac{5}{2} \right) \right] \cdot \Delta \left[ U_m \left( \alpha U^2 - \frac{5}{2} \right) \right] \quad (4.7)$$

burada momentumun korunumu ifadesi

$$U'_m + U'_{1m} = U_m + U_{1m} \quad (4.8)$$

kullanılırsa

$$\Delta \left[ U_m \left( \alpha U^2 - \frac{5}{2} \right) \right] = \Delta \left[ U_m \left( \alpha U^2 \right) \right] \quad (4.9)$$

ifadesi elde edilir.

Kütle merkezinin hızı ise;

$$U_c = \frac{U+U_1}{2} = \frac{U'+U'_1}{2}$$

ifadesi ile bellidir. Çarpışmadan önceki ve sonraki bağıl hızlar  $g=U-U_1$  ve  $g'=U'-U'_1$  şeklinde tanımlanır. Bu durumda hızlar arasında,

$$\begin{aligned} U &= U_c + \frac{1}{2}g & U' &= U_c + \frac{1}{2}g' \\ U_1 &= U_c - \frac{1}{2}g & U'_1 &= U_c - \frac{1}{2}g' \end{aligned} \quad (4.10)$$

bağıntıları vardır. Aynı zamanda

$$U^2 + U_1^2 = 2U_c^2 + \frac{1}{2}g^2 \quad (4.11)$$

ifadesi de yazılabilir.  $(U, U_1)$  koordinat sisteminden  $(U_c, g)$  sistemine jakobi dönüşümü yapılırsa,

$$\frac{dU \cdot dU_1}{dU_c \cdot dg} = 1 \quad (4.12)$$

bağıntısı elde edilir. Artık  $\Delta(U_1, U^2)$  ifadesini  $U_c$  ve  $g$  cinsinden ifade etmek gerekir. Böyle bir işlem (4.10) bağıntıları kullanılarak aşağıdaki gibi yerine getirilebilir.

$$\begin{aligned}
 U_{11} &= U_{c1} + \frac{1}{2}g_{11} & U'_{11} &= U_{c1} + \frac{1}{2}g'_{11} \\
 U^2 &= U_c^2 + 1/4g^2 + U_c \cdot g & U'^2 &= U_c^2 + 1/4g^2 + U_c \cdot g' & (4.13)
 \end{aligned}$$

Benzer şekilde  $U=U_c+\frac{1}{2}g$  vektörünü bileşenleri cinsinden yazarsak,

$$\begin{aligned}
 U_{11} &= U_{c1} + \frac{1}{2}g_{11} & U'_{11} &= U_{c1} + \frac{1}{2}g'_{11} \\
 U_{12} &= U_{c1} - \frac{1}{2}g_{11} & U'_{12} &= U_{c1} - \frac{1}{2}g'_{11} & (4.14)
 \end{aligned}$$

bağıntılarını elde ederiz. Böylece,

$$\Delta(U_{11}U^2) = U'_{11}U'^2 + U'_{12}U'^2 - U_{11}U^2 - U_{12}U^2 \quad (4.15)$$

yazıp (4.13) ve (4.14)'deki değerler (4.15) denkleminde yerine konulursa,

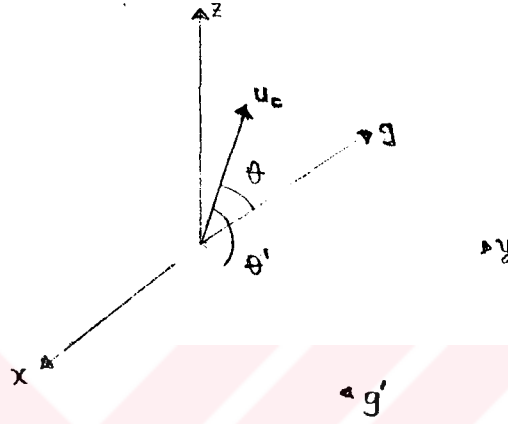
$$\Delta(U_{11}U^2) = (U_c \cdot g')g'_{11} - (U_c \cdot g)g_{11} \quad (4.16)$$

ifadesini elde ederiz. (4.7) denklemi içindeki  $\{\Delta[U_m(\alpha U^2)]\}^2$  terimi (4.16) ifadesi kullanılarak,

$$\{\Delta[U_m(\alpha U^2)]\}^2 = \alpha^2 U_c^2 \cdot g^2 g_1^2 (\cos\theta' - \cos\theta)^2 \quad (4.17)$$

eşitliği elde edilir.

Burada  $g g_1 = g' g'_1$  bağıntısı kullanıldı  $(\cos\theta' - \cos\theta)^2$  ifadesini  $\cos\theta_{\theta\theta'}$  cinsinden ifade etmemiz gerekir.  $\theta$  ve  $\theta'$  açıları şekil 4.1 de gösterilmiştir.



Şekil 4.1

Şimdi aşağıdaki bağıntıları yazabiliriz.

$$\int d^3U = \iiint U^2 dU \sin\theta_L d\theta_L d\phi_L \iiint U^2 dU d\Omega_L \quad (4.18)$$

$$\int d^3U_c d^3g = \int U_c^2 dU_c \int g^2 dg \int d\Omega_L \int d\Omega_{\theta} \quad (4.19)$$

Herhangi iki  $i$  ve  $j$  birim vektörleri arasındaki açı için  $\cos\theta_{1,2} = i_x j_x + i_y j_y + i_z j_z$  bağıntısı küresel koordinatlarda

$$\cos\theta_{1,2} = \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 (\phi_1 - \phi_2) \quad (4.20)$$



şeklinde yazılır. Şekil 4.1'deki  $g'$  vektörü  $z$  eksenine ile çakışacak şekilde dönme yapılarak ve (4.20) eşitliğinden faydalanılarak,

$$\cos\theta' = \cos\theta_{uc} \cos\theta_g + \sin\theta_{uc} \sin\theta_g \cos(\phi_{uc} - \phi_g)$$

$$\cos\theta = \cos\theta_{uc} \cos\theta_g + \sin\theta_{uc} \sin\theta_g \cos(\phi_{uc} - \phi_g) \quad (4.21)$$

eşitliklerini elde ederiz. Bu eşitlikler  $(\cos\theta' - \cos\theta)^2$  ifadesinde yerine konulup tekrar integral işlemine geçilirse aşağıdaki integraller elde edilirken diğer integrallerin sıfıra eşitliği görülür.

$$\int_{-1}^1 \cos^2\theta_{uc} d(\cos\theta_{uc}) = \frac{2}{3}$$

$$\int_{-1}^1 \sin^2\theta_{uc} d(\cos\theta_{uc}) = \frac{4}{3}$$

$$\int_{-1}^1 \sin\theta_{uc} \cos\theta_{uc} d(\cos\theta_{uc}) = 0 \quad (4.22)$$

Bundan sonra (4.22) ifadesindeki integrallerden faydalanarak  $I_2$  integrali içindeki açısal integraller alınırsa, integrallerin hepsinden,

$$I_{d\Omega} = \frac{8\pi}{3} (1 - \cos^2 \theta_{gg'}) \quad (4.23)$$

terimini elde ederiz. Yukarıda yaptığımız koordinat değişirmesi sonucunu ve (4.23) ifadesini kullanarak (4.7) denkleminde,

$$I_2 = -n \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \frac{\pi^{5/2}}{2^{5/2} \alpha^{1/2}} \int dg g^7 e^{-(\alpha/2)g^2} \int d\Omega (1 - \cos^2 \theta_{gg'}) I(g, \theta_{gg'}) \quad (4.24)$$

bulunur.  $I_1$  ve  $I_2$  değerlerini (4.2) de yerine koyarak ısı iletkenlik katsayısı  $K$  için

$$K = \frac{5nk}{4} \frac{15}{4} \frac{\pi^{3/2}}{\alpha^{5/2}} \frac{2^{5/2} \alpha^{1/2} \pi^{3/2}}{n \alpha^{3/2} \pi^{5/2}} \int_0^{\infty} dg g^7 e^{-(\alpha/2)g^2} \int d\Omega (1 - \cos^2 \theta_{gg'}) I(g, \theta_{gg'}) \quad (4.25)$$

ifadesi elde edilir.  $G = g \cdot \left( \frac{m}{4kT} \right)$  değişken değişirmesi

yapılarak  $Q(g)=2\pi \int \sin^3 \theta I(g,\theta) d\theta$  ve  $c_v = \frac{3k}{2m}$  tanımları

(4.25) denkleminde yerine konulursa,

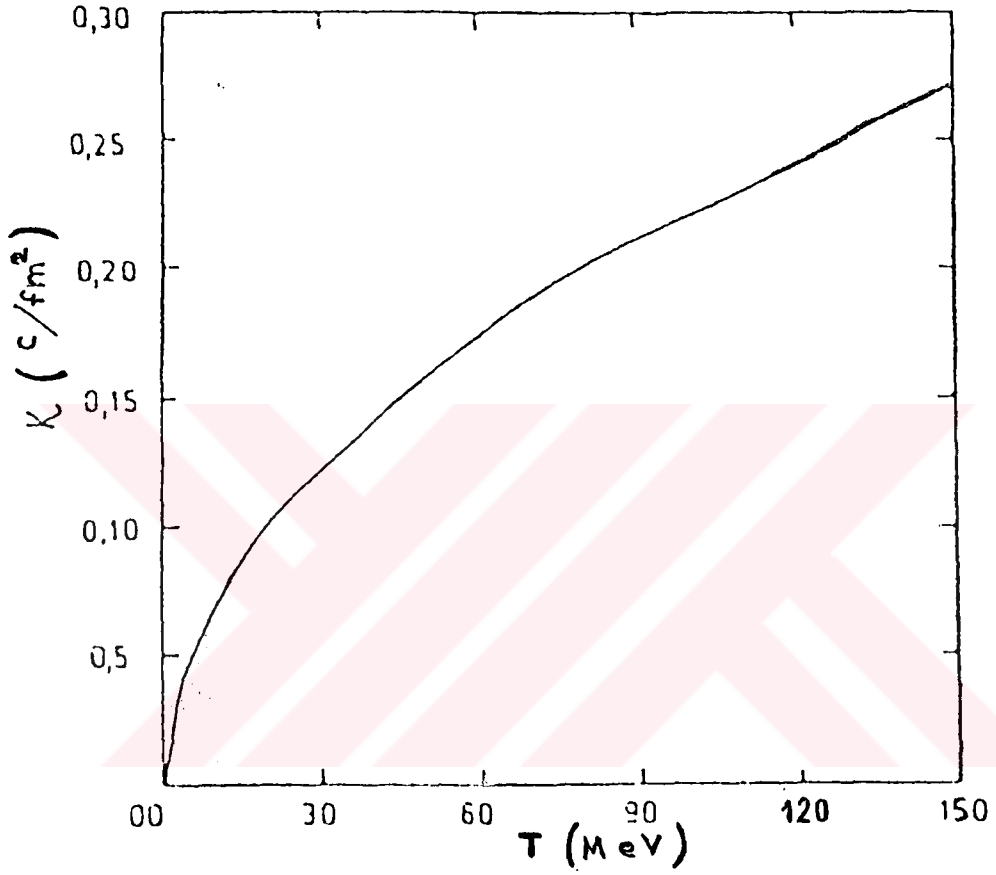
$$K = \frac{25}{16} c_v (\pi m k T)^{1/2} \left( \int dG G^4 e^{-G^2 Q(g)} \right)^{-1} \quad (4.26)$$

sonucu elde edilir. Isı iletkenlik katsayısının sayısal bir sonucunu elde etmek için  $Q(g)$  tesir kesitinin çarpışan parçacıkların momentumları yada  $g$  cinsinden ifade edilmesi gerekir. Bu da çarpışan parçacıkların fiziksel özelliklerine bağlıdır.

Çarpışan parçacıkların  $d$  çapında elastik sert küreler olduğu kabul edilirse (4.26) eşitliği aşağıdaki şekle dönüşür [10,11].

$$K = \frac{75}{64\sigma_c} \left( \frac{\pi k^3 T}{m} \right)^{1/2} \quad (4.27)$$

$\sigma_c$  ve  $m$  nin sayısal değerleri yerine konularak bulunan değerler Şekil 4.2 de gösterilmiştir.



Sekil 4.2. Chapman-Enskog modeline göre hesaplanan nukleer maddenin ısı-iletkenlik katsayılarının sıcaklığa bağıllığı, (Burada etkin tesir kesiti  $\sigma_t=30$  mb alındı.)

## 4.2 VISKOZLUK KATSAYISININ HESAPLANMASI

Fiziksel bir sistemin viskozluğu momentum taşınmasının bir ölçüsü olarak tanımlanır. Buna göre viskozluk katsayısının basit bir tanımı,

$$\Psi_{mem} = -\eta \text{grad} v$$

formülüyle verilir. Burada  $\Psi_{mem}$  momentum akısı  $v$  de akışkan hızıdır. Daha ayrıntılı eşitlik (3.18) Newton kanunu ile verilir.  $\eta$  viskozluk katsayısının hesaplanması için momentum akısının yazılması gerekir.

$$P_{1j} = p \overline{U_1 U_j} = m \cdot n \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \int d^3U U_1 U_j e^{-\alpha U^2} + mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \cdot$$

$$\int d^3U U_1 U_j e^{-\alpha U^2} \cdot 2\alpha D_{m\gamma} (U_m U_\gamma - \frac{1}{3} \delta_{m\gamma} U^2) \cdot C_z \quad (4.28)$$

(4.28) denkleminin sağ tarafındaki birinci terimi  $i=j=z$  seçimi yapıлып ( $U_1 U_j = U^2 \cos^2 \theta$ ) küresel koordinatlara geçildikten sonra integral alınırsa

$$mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \int_0^\infty U^4 e^{-\alpha U^2} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta \int d\phi = nkT \quad (4.29)$$

sonucu bulunur. Burada daha önce belirttiğimiz gibi

$\alpha = \frac{m}{2kT}$  alınmıştır. (4.29) denkleminin sağ tarafındaki

son terim tensörel bir terimdir. Aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \int d^3U U_x U_y e^{-\alpha U^2} 2\alpha \left( \sum_{m \neq y} D_{my} U_m U_y - \sum_{m \neq y} D_{my} \frac{1}{3} \delta_{my} U^2 \right) \cdot C_z$$

$$mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} 2\alpha \sum_{i,j=1}^3 [D_{ij} \int d^3U U_i^2 U_j^2 e^{-\alpha U^2} - D_{ij} \int d^3U U_x U_y \frac{1}{3} \delta_{ij} U^2] \cdot C_z$$

(4.30)

burada yine  $i=j=z$  seçilip küresel koordinatlara geçildikten sonra integral işlemi tamamlanırsa, aşağıdaki eşitlik bulunur.

$$P_{ij} = p \delta_{ij} + mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} 2\alpha \int U_z^2 e^{-\alpha U^2} d^3U (D_{ij} - D_{ij} \frac{1}{3} \delta_{ij}) \cdot C_z \quad (4.31)$$

Denklem (3.18) ve (4.31) yardımıyla viskozluk katsayısı için

$$= -mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \cdot \alpha \cdot \int U_z^2 e^{-\alpha U^2} d^3U \cdot C_z$$

$$\begin{aligned}
&= -mn \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \cdot \alpha \cdot \int U^2 e^{-\alpha U^2} dU \int \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta \int d\phi \cdot c_{2z} \\
&= \frac{-mn}{2} \frac{\pi^{3/2}}{\alpha^{3/2}} \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \cdot c_{2z} \quad (4.32)
\end{aligned}$$

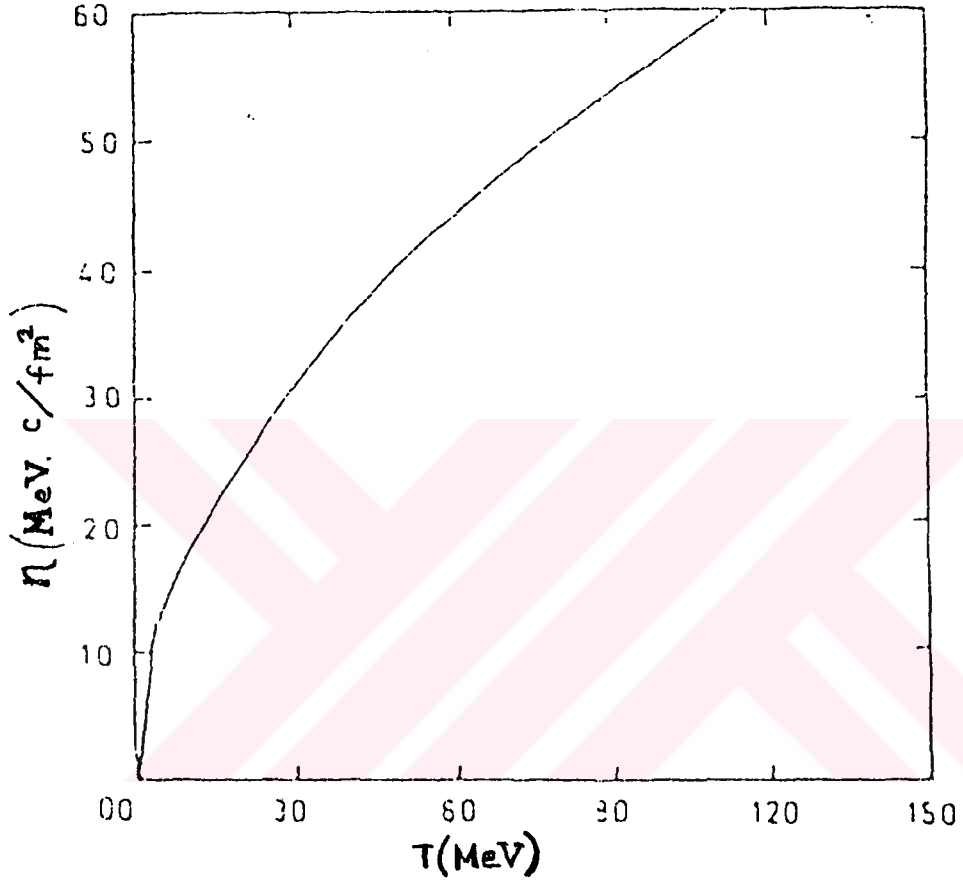
ifadesi elde edilir. Isı iletkenlik katsayısı hesaplanırken kullanılan aynı yol izlenerek viskozluk katsayısı için ,

$$\eta = \frac{5}{8} (mkT)^{1/2} \left[ \int dG G^7 e^{-G^2} Q(g) \right]^{-1} \quad (4.33)$$

sonucu bulunur. Aynı şekilde viskozluk katsayısının sayısal bir sonucunu bulabilmek için  $Q(g)$  tesir kesitinin çarpışan parçacıkların momentumları yada bağıl momentum  $g$  cinsinden açıkça ifade edilmesi gerekir. Örnek olarak, çarpışan parçacıkların  $d$  çapında elastik sert küreler olduğu kabul edilirse (4.32) denklemi aşağıdaki şekle dönüşür [19].

$$\eta = \frac{5}{16\bar{\sigma}_t} \cdot (\pi mkT)^{1/2} \quad (4.34)$$

Tesir kesiti  $\bar{\sigma}_t$ 'nin ve parçacıkların kütleleri  $m$ 'in sayısal değerleri yerine konulursa  $\eta$  için sayısal sonuçlar elde edilir. Bu sonuçlar Şekil 4.3 'de gösterilmiştir.



Şekil 4.3 Chapman-Enskog modeline göre hesaplanan nükleer maddenin viskozluk katsayılarının sıcaklığa bağlılığı



**BÖLÜM 5****SONUÇLAR VE TARTIŞMA**

Bu çalışmada asıl amacımız, mikroskobik kinetik teoriden başlayarak nükleer maddenin makroskobik özelliklerinden olan ısı-iletkenlik ve viskozluk katsayılarını yüksek sıcaklıklarda hesaplamaktı. Sonuçta seyrek gazlar için geçerli olan Boltzmann denklemini çözüp bu çözümü transport katsayılarının hesaplanmasında kullandık. Şekilde görülen ısı-iletkenlik ve viskozluk katsayıları yüksek sıcaklıklarda geçerli olmalıdır. Çünkü, yüksek sıcaklıklarda nükleonların bağlanma enerjileri, ortalama alan etkileri ve Pauli dışarlama ilkesi ihmal edilebilir. Nükleer madde için nükleon başına düşen bağlanma enerjisi 16 MeV, Fermi enerjisi de 30-35 MeV civarındadır. Bu nedenle, yaklaşık  $T > 80$  MeV olan yüksek sıcaklıklarda bizim sonuçlarımız çok daha gerçekçidir. Bu bölgedeki bulunan değerler Danielewicz [13] ve Malfliet'in [6] bulduğu değerlerle büyük bir uyum içindedir. Orta ve alçak sıcaklıklarda kuvvetli bir ortalama alan ve etkin kütleye bağımlılık vardır. Daha açık bir ifade ile, bu sıcaklıklarda nükleer madde seyrek gaz olarak gözönüne alınamaz. Onun için seyrek gazlar için geçerli olan Boltzmann denklemi Pauli ilkesini içine alacak şekilde düzenlenmelidir. Böylece,

genelde, Uehling-Uhlenbeck [14] tipinde bir kinetik denklem yada Fermi-Liquid teoride kullanılan Landau tipi bir kinetik denklem [15,16] kullanılmalıdır. Bunun için R.Ogul [17-19] çalışmalarını referans gösterebiliriz.

Belirtmemiz gereken diğer bir konu da, yüksek yoğunluklarda transport katsayılarını hesaplarken, seyrek gaz limitinde olduğu gibi sadece iki cisim çarpışmalarını gözönüne almak yeterli değildir. Çünkü yoğunluk arttıkça üç-cisim, dört-cisim..... çarpışma ihtimalleri de gözönüne alınmalıdır. Ancak böyle bir kinetik denklem türetmek zordur. Bunun için Enskog denklemi kullanılarak gerçekçi sonuçlar bulunabilir.[6]

Sonuç olarak bu tezde nükleer maddenin ısı-iletkenlik ve viskozluk katsayıları sayısal olarak hesaplanmıştır, ve sonuçların mevcut literatürdeki sonuçlarla uyum içinde olduğu gözlenmiştir.

Bu çalışmada, parçacık kütlesi  $m$  yerine nükleonların (proton ve nötronların) kütlesi olan 931 MeV, aldık.  $\sigma_1$  çarpışma tesir kesiti yerine 30 mb (milibarn) ve  $m_p=m_n=1,67 \cdot 10^{-24}$  gr sayısal değeri alınmıştır. Bunun için Einstein'ın kütle enerji bağıntısı kullanılarak bir nükleonun kütlesine karşılık gelen enerji değeri MeV cinsinden

$$E=mc^2=1,667 \cdot 10^{-24} \cdot (3 \cdot 10^{10})^2=15,03 \cdot 10^{-4} \text{ erg}$$

1eV=1,6.10<sup>-12</sup> erg ve 1 MeV=10<sup>6</sup> eV bağıntıları kullanılarak 931 MeV olarak bulunur. Çarpışma tesir kesiti  $\sigma_t=30\text{mb}=3\text{fm}^2$  olarak alınmıştır. (1 barn=10<sup>-24</sup>cm<sup>2</sup>, 1 fm=10<sup>-13</sup>cm) Nükleer maddenin ısı-iletkenlik ve viskozluk katsayıları sayısal olarak (4.27) ve (4.34) denklemlerine göre hesaplanmış ve Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 de sıcaklığın bir fonksiyonu olarak çizilmiştir.

## 7. KAYNAKLAR

- [1] H.Orland,R.Schaeffer,J.Phys.Lett.37,(1976)327
- [2] H.Orland,R.Schaeffer,Z.Phys.A.290,(1976)191
- [3] W.Botermans,R.Malfliet,Phys.Lett.171B(1986)22
- [4] S.Ayık,Z.Phys.A.298(1980)83
- [5] R.Ögüç,Z.Phys.A.333(1990)149
- [6] R.Malfliet,Nucl.Phys.A.420(1984)621,E.C.Halbert,Phys.-  
Rev.C23(1981)295
- [7] D.A Mc.Quarrie,Statistical Mechanics (Harper and Row,  
NY,1973)
- [8] G.E. Uhlenbeck,in "Lectures in Statistical Mechanics  
(Ed.G.E.Uhlenbeck,G.W.Ford,1963)"
- [9] J.O. Hirschfelder, C.F.Curtis,R.B.Bird,Molecular The-  
ory of Gases and Liquids (Wiley,NY,1954)
- [10] L.Waldmann,Handbuch der Physik 12(1957)
- [11] S.Chapman,T.G. Cowling,The Mathematical Theory of  
Non-Uniform Gases (Cambridge,1983)
- [12] Maxwell,Collected Papers, Vol.2
- [13] P.Danielewicz,Phys.Lett.146B(1984)168
- [14] E.A.Uhling, G.E.Uhlenbeck,Phys Rev 43(1933)552
- [15] D.Pines and P.Nozieres,Theory of Quantum Ligu-  
ids,V.1(Benjamin,N,Y,1966)

- [16] G.Baym and C.J.Pethick'in "The Physics of Liq.and solid Helium" (K.H Benneman and J.B Ketterson,Eds.) part II , P.1 ,Wiley ,NY ,1978
- [17] R.Ogul, KVI Ann.Rep. (1987) 64
- [18] R.Ogul, NBI.Rep. 04(1989)
- [19] R.Ogul, "Contribution to the International Summer school on New Aspects of Nuclear Dynamics, August 8-20 ,1988, Dronen,The Netherlands"
- KVI .759 Report (1988)

## ÖZGEÇMİŞİM

1949 yılında Konya ili Ereğli ilçesi Böğecik köyünde doğdum. İlk öğrenimimi aynı yerde bitirdikten sonra 1962 İvriz İlköğretmen Okuluna girdim. Beş yıl İvriz İlköğretmen Okulunda okuduktan sonra 1967 yılında İzmir Yüksek Öğretmen Okuluna gittim. Lise 3. sınıfı bu okulda okuyarak 1968 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik-Matematik bölümüne kayıt oldum. 1972 yılında mezun olarak Trabzon Erkek İlköğretmen okuluna atandım. 1975 yılında Konya Selçuk Eğitim Enstitüsüne naklen tayin edildim. 1982 yılından itibaren aynı kurumun üniversite bünyesine geçmesi ile öğretim görevlisi olarak Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesinde çalışmaktayım.