

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NÜKLEER MADDENİN
KARARSIZLIK DURUMLARI

Danışman: Doç.Dr. Rıza OĞUL

Atilla GÜLEÇ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

Bu tez 13.02.1992 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.

Doç.Dr. Rıza OĞUL Prof.Dr. Hüseyin YÜKSEL Prof.Dr. Mustafa MERDAN
(Danışman) (Üye) (Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi
NÜKLEER MADDENİN
KARARSIZLIK DURUMLARI

Atilla GÜLEÇ
Selçuk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Rıza OĞUL
1992 , Sayfa : 51

Jüri: Prof.Dr. Hüseyin YÜKSEL
Prof.Dr. Mustafa MERDAN
Doç.Dr. Rıza OĞUL

Bu tezde, Landau'nun Fermi-sıvıları teorisi ve bu teoriye göre nükleer maddenin kararsızlık durumlarını inceledik. Birçok kaynakta, yoğunluk dalgalanmalarına karşı kararsız olan Fermi sıvıları ile karşılaşırız. Aynı teoriyi, iki ağır çekirdeğin çarpışması ya da ısınan bir çekirdeğin genişlemesi durumunda ortaya çıkan düşük yoğunluktaki nükleer maddeye uygulayabiliriz. Burada, düşük yoğunluktaki nükleer maddenin kararsızlık durumları Landau kinetik denklemi kullanılarak incelenmiştir. Etkileşme fonksiyonu için, Skyrme'ün etkin nükleon-nükleon etkileşme potansiyeli ve bazı sayısal değerler için Friedmann ve Pandheripande'nin hesaplamaları kullanılmıştır. Daha önceki çalışmalar ile de karşılaştırma yapılmıştır.

ABSTRACT

Master Thesis
INSTABILITIES IN
NUCLEAR MATTER

Atilla GÜLEÇ
Selçuk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics
Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Rıza OĞUL
1992 , Page : 51

Jury: Prof.Dr. Hüseyin YÜKSEL
Prof.Dr. Mustafa MERDAN
Assoc.Prof.Dr. Rıza OĞUL

In this thesis, the Landau Fermi-Liquid theory and the instabilities of nuclear matter in the framework of this theory have been studied. In a number of context Fermi liquids which are instable to density fluctuations are encountered. One may apply the same theory on nuclear matter at subnuclear densities which may results from collisions between two heavy-ions or by expansion of a heated nucleus. Here, the instabilities of nuclear matter at subnuclear densities have been studied by using the Landau kinetic equation. For the interaction function an effective nucleon-nucleon interaction of the type developed by Skyrme and the parametrization of Friedmann and Pandheripande's calculation of nuclear matter were used. Results were compared to earlier calculations.

TEŐEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasında bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım hocam Doç. Dr. Rıza OĞUL'a; ayrıca Bilgisayar Programlarının ve grafiklerin hazırlanmasında yardımlarını esirgemeyen Arş. Grv. Ülfet ATAV'a, tez metninin yazılmasında yardımcı olan Arş. Grv. Haluk ŞAFAK'a, bazı şekillerin çizilmesinde yardımlarını esirgemeyen Arş. Grv. Nurettin EREN'e ve düzeltmelerde yardımcı olan arkadaşım Ahmet ÜÇTAŞ'a en samimi duygularıyla teşekkürü bir borç bilirim.





İÇİNDEKİLER

1 Genel Giriş.....	1
2 Fermi Sıvıları teorisi.....	6
2.1 Giriş.....	6
2.2 İdeal Fermi Gazı ve Fermi Sıvıları.....	7
2.3 Landau'nun Fermi Sıvıları teorisi.....	12
2.3.1 Dağılım Fonksiyonu ve Enerji Spektrumu.....	15
2.3.2 Etkileşim Fonksiyonu.....	19
2.4 Boltzmann ve Landau Kinetik Denklemleri.....	22
3 Nükleer Maddenin Kararsızlık Durumları.....	27
3.1 Giriş.....	27
3.2 Nükleer Maddenin Faz Diyagramları.....	27
3.3 Nükleer Madde için Spinodal Eğrisinin Hesaplanması.....	29
4 Sonuçlar ve Tartışma.....	41
Kaynaklar.....	43
EK 1 Bilgisayar Programı I.....	45
EK 2 Bilgisayar Programı II.....	48



1 GENEL GİRİŞ

Günümüzde nükleer fizik alanındaki araştırmaların amacı, atom çekirdeğinin yapısını ve fiziksel özelliklerini belirlemek, bu özellikleri en iyi şekilde açıklayan teoriler geliştirmektir. Yani nükleer maddenin değişik sıcaklık ve basınç altındaki davranışını incelemek, sıcaklık, basınç ve yoğunluğa bağlı olarak faz dönüşümlerini araştırmak ve durum denklemini elde etmek başlıca araştırma konularındandır. Çekirdek maddesi incelenirken etkin (effective) potansiyeller tanımlanır. Bu tür potansiyeller tanımlanırken, çekirdek içindeki bir nükleonun diğer bütün nükleonlar ile etkileşmesi sonucu oluşan, tek-parçacık (single-particle) potansiyeli dikkate alınır ve nükleonun bu potansiyel içerisinde hareket ettiği düşünülür. Nükleer madde içerisindeki etkileşen parçacıklar, nükleonlar ve nükleonların uyarılmış durumlarıdır. Çok sayıda parçacıktan oluşan ağır-iyonların (heavy-ions) özelliklerini incelemek matematiksel açıdan çok zor olduğu için hesapları basitleştirmek amacıyla nükleer madde (nuclear matter) tanımı yapılmıştır. Nükleer madde, sonsuz boyutlu ve tek-düze yoğunluklu bir kütle ortamı olarak göz önüne alınır ve bu ortamda eşit sayıda proton ve nötron olduğu varsayılır. Ayrıca protonlar arasındaki Coulomb kuvvetleri, çekirdek kuvvetlerinden çok daha küçük olduğu için ihmal edilir. Nükleer maddedeki her parçacık, tek-parçacık enerji düzeylerinde, ortamdaki diğer parçacıkların oluşturduğu bir ortalama alan (mean-field) içerisinde hareket eder. Bu nedenle momentuma bağlı bir potansiyel tanımlanarak tek-parçacık enerjileri,

$$\varepsilon_p = p^2/2m + W(p) \quad (1)$$

şeklinde yazılır. Burada momentuma bağlı potansiyel,



2

$$W(p) = W_0 + W_1 p^2$$

(2)

biçiminde tanımlı olup tek-parçacık enerjileri,

$$\varepsilon_p = (1/2m + W_1) p^2 + W_0$$

şeklinde ifade edilir. Bu durumda,

$$1/2m^* = 1/2m + W_1$$

(3)

tanımı ile etkin kütle (effective-mass) kavramı getirilmiş olur. Böylece tek-parçacık enerjileri,

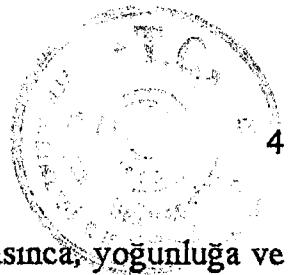
$$\varepsilon_p = p^2/2m^* + W_0$$

(4)

biçiminde etkin kütle cinsinden tanımlanır. Nükleer maddeye evrende iki ayrı yerde rastlanır. Birincisi, atomların çekirdekleri; ikincisi, nötron yıldızlarıdır. Atom çekirdeğindeki nükleer madde, laboratuvarlarda yapılan çekirdek-çekirdek çarpışmaları deneyleri ile incelenir. Nükleer maddeyi oluşturan nükleonların bağlanma enerjileri Weizsacker'in yarı-deneysel kütle formülü ile 16 ± 1 MeV olarak verilir. Ağır-iyonlar ile yapılan elektron saçılma deneyleri sonucunda, nükleer maddenin yoğunluğu $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ olarak bulunmuştur. Nükleer maddenin makroskopik özellikleri, bir gaz ya da sıvı da olduğu gibi, dengedeki ve dengede olmayan durumdaki özellikleri olmak üzere ikiye ayrılır. Dengedeki özellikleri basınç, yoğunluk ve sıcaklık arasındaki bir bağıntı ile verilen durum denklemi ile açıklanır. Dengede olmayan durumdaki özellikleri ise transport katsayılarının sıcaklığa bağımlı olması ile belirlenir.

Başka bir deyişle, $\rho > \rho_0$ ve $T > 0$ durumu nükleer maddenin dengede olmayan durumu olarak tanımlanır. Sistemin dengede olmayan durumunu açıklamak için bir kinetik denkleme ihtiyacımız vardır. Bu kinetik denklem seyreltik gazlar için yazılan Boltzmann kinetik denklemi ve bu denkleme dayalı olarak geliştirilen Landau kinetik denklemidir. Nükleer madde de etkileşen fermiyonlardan oluşmuş bir gaz durumundadır. Aynı zamanda değişik yoğunluk ve değişik sıcaklıklarda farklı özelliklere sahip karmaşık bir sistemdir. Dengedeki nükleer maddenin ($T=0$ ve $\rho=\rho_0=0.16 \text{ fm}^{-3}$) bir çok özelliği bilinmektedir. Sistemin dengede olmayan durumdaki özelliklerini belirlemek için deneysel verilere gerek duyulur. Laboratuvarlarda yapılan ağır-iyon çarpışmaları bizim için tek deneysel kaynaktır. Parçacık başına düşen enerji 0-30 MeV arasında ise çarpışmalar "Düşük Enerjili Ağır-iyon Çarpışmaları" olarak adlandırılır. Bu bölgede nükleon-nükleon çarpışmaları, işgal edilmiş enerji düzeylerinde Pauli dışarlama ilkesi gereğince yasaklanmıştır. Ayrıca bu bölgede nükleonlar çok uzun ortalama serbest yola sahiptirler. 30-100 MeV bölgesindeki çarpışmalar "Orta Enerjili Ağır-iyon Çarpışmaları" olarak adlandırılır. Bu bölgede hem ortalama alan hem de iki-cisim çarpışmaları göz önüne alınmalıdır. 100-1000 MeV bölgesindeki çarpışmalar ise "Relativistik Ağır-iyon Çarpışmaları" olarak adlandırılır. Bu bölgede nükleonların çok yüksek hızları olduğundan Pauli dışarlama ilkesi ve ortalama alan etkileri önemini kaybeder [1-5].

İki ağır çekirdek çarpıştırıldığında bir çok etkileşen parçacıktan oluşan istatistiksel bir sistem oluşur. Çarpışan parçacıkların kaynaşması sonucu sistem, termodinamik dengeye ulaşarak sıcak bir bileşik çekirdek oluşturur. Bu bileşik çekirdeğin belirli bir ömrü vardır ve bu süre sonunda, hafif parçacıklar (proton, nötron, elektron) ve γ -ışını yayınlayarak soğur. Bu soğuma bazen bileşik çekirdeğin iki büyük parçaya ayrışması şeklinde de olur. Aynı zamanda sıkışma sonucunda sistemin yoğunluğu artar. Bu durumda bileşik çekirdeğin sıcak ve sıkışmış bir ara durum şek-



linde ele almak daha uygun olur. Bu ara durumun ayrışması basınca, yoğunluğa ve sıcaklığa bağlı olarak çeşitli şekillerde olur. Sıcaklık ve basınç yüksek ise genişleme fazında, bileşik çekirdek tamamen protonlara ve nötronlara ayrılır. Bu olaya *buharlaşma* ya da *patlama* denir. Eğer ilk sıcaklık ve basınç çok fazla değil ise, genişleme fazında sistem irili ufaklı parçalara ayrılır. Buna *nükleer parçalanma* (*nuclear fragmentation*) [6-9] denir. Günümüzde araştırmalar bu konu üzerine yoğunlaşmıştır. Yapılan deneysel araştırmaların sonucuna göre nükleon başına düşen enerji 6-8 MeV üzerine çıkınca bileşik çekirdek ayrışır. Bu tür olayları açıklayabilmek amacıyla, sıvılar için geliştirilen Van der Waals denkleminde olduğu gibi basınca ve yoğunluğa bağlı bir durum denklemi bulmak gerekir. Bu denklem dengedeki bir sıvının ya da gazın fiziksel özelliklerini açıklar. Nükleer kuvvetler kısa menzilde itici, uzun menzilde çekici olduğundan, homojen bir nükleer maddenin durum denklemi Van der Waals sıvısının davranışına benzer. Sıkıştırma katsayısının negatif olduğu bölgede nükleer madde termodinamik olarak kararsızdır. Kararsız bölgede büyük genlikli yoğunluk dalgalanmalarından dolayı, nükleer madde irili ufaklı nükleer damlaların düzensiz bir karışımı şeklindedir. Bu damlalararası etkileşmeler bir kargaşa (chaos) olarak geliştiği için, karışımın donma hacminde nükleer damlalardan oluşan sıvı hali ile protonlar ve nötronlardan oluşan gaz halinin termodinamik dengede olduğu göz önüne alınır. Bu durumda, parçalanma olayına nükleer maddenin sıvı-gaz faz dönüşümü şeklinde bakmak mümkündür. Nükleer maddenin dinamik olarak davranışı başlangıçtaki sıcaklık ve basınca bağlıdır. Dolayısıyla sıkıştırılmış ve sıcak bir madde basıncın etkisiyle genişlemeye başlar. Eğer sıcaklık kritik bir değer üzerinde ise, basınç her yerde pozitif olduğundan madde dışarı doğru hızlanır. Potansiyel enerji ve kısmen termal enerji kollektif enerjiye dönüşür ve madde adeta aniden buharlaşır. Aksi halde; yani, başlangıçta sıcaklık ve yoğunluk pek fazla değil ise, belirli bir noktadan sonra basınç negatif olur ve genişleme yavaşlar. Sonunda madde normal yoğunluk civarında salınır. Başlangıçta sıcaklık ve yoğunluk kritik



şartların altında ise genişleme durmadan önce madde, kararsız bölgeye girebilir ve parçalanabilir.

Böylece nükleer maddenin kararsızlık bölgesindeki termodinamik özelliklerini, damlalararası etkileşmeleri hesaba katarak istatistiksel olarak incelemek mümkündür. Belirli enerji ve belirli sayıda parçacıktan oluşan kapalı bir sistemi incelerken, sistemin mikrokantonik bölüşüm (partition) fonksiyonunu hesaplamak gerekir. Bu fonksiyondan sistemin bütün termodinamik ve istatistiksel özelliklerini hesaplamak mümkündür. Yapılan araştırmalar sistemin sıcaklığının 5 MeV civarına ulaştığı durumda faz dönüşümü gösterdiği ve böylece bozunma sürecinin değiştiğini göstermektedir. Bu da ölçülen kütle ve izobar dağılımlarından belirlenen kritik sıcaklığa oldukça yakındır.

Aslında parçalanmayı dinamik olarak incelemek gerekir. Bu durumda, ortalama alan (mean-field) yaklaşımına göre, bir parçacık diğer bütün parçacıkların etkileşmesi sonucu oluşan ortalama bir alan içerisinde hareket eder [1,3,4]. Dolayısıyla, ortalama tek-parçacık yoğunluk matrisi veya ortalama faz uzayı dağılım fonksiyonu göz önüne alınır. Böyle bir denklem yarı-klasik limitte BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) denklemi ile verilir [10]. Bu denklemin klasik Boltzmann denkleminden farkı, Pauli dışarlama ilkesini içermesidir. Daha sonra bu denklem Landau teorisine uyarlanmıştır. Biz de hesaplarımızda Landau tipi bir kinetik denklem kullandık.

2 FERMİ SIVILARI TEORİSİ

2.1 Giriş

Bölüm 3 de yaptığımız hesaplamalarda geçen terimleri açıklamak için, bu bölümde Landau teorisinden bahsetmeyi uygun gördük [11-14]. Bu teoriye göre V hacmi içerisindeki N tane parçacıktan oluşan sistemin makroskopik özellikleri hesaplanır. Genel girişte bahsettiğimiz gibi, bileşik çekirdek bir sıvı gibi davranır ve bu nedenle sıvılar için geliştirilen Van der Waals denkleminde olduğu gibi basınca ve yoğunluğa bağlı bir hal denkleminde sahiptir. Bu denklem bir sıvının ya da gazın fiziksel özelliklerini belirler. Nükleer kuvvetler de molekül etkileşmelerinde (Van der Waals ve Lennard-Jones potansiyelleri) olduğu gibi kısa menzilde itici, uzun menzilde çekici özelliğe sahiptir. Bu yüzden nükleer maddenin davranışı bir Van der Waals sıvısının davranışına benzer [15,16].

Eğer bir sistemdeki hareketli parçacıklara karşılık gelen ısısal de Broglie dalga boyu, $(h^2/2mkT)^{1/2}$, yeteri kadar düşük sıcaklıklarda parçacıklar arasındaki uzaklık ile karşılaştırılabilir mertebede ise, kuantum etkileri çok önemlidir. Kuantum etkilerinin önemli olduğu düşük sıcaklıklardaki kuvvetlice etkileşen homojen bir parçacık sistemine kuantum sıvısı adı verilir ve sistem fermiyonlardan oluşmuş ise Fermi-Dirac, bozonlardan oluşmuş ise Bose-Einstein istatistiği uygulanır [12].

Bundan sonraki kesimde ideal Fermi gazı ve Fermi sıvılarından bahsedeceğiz. Kesim 2.3 de ise Landau'nun Fermi sıvıları teorisini amacımız çerçevesinde izah etmeye çalışacağız.

2.2 İdeal Fermi Gazı ve Fermi Sıvıları

Genelde ideal gaz terimi ile, belirli bir hacim içerisinde serbestçe hareket eden parçacıklardan oluşmuş bir sistem ifade edilir. İdeal gazdaki parçacıklar birbiriyle çarpışabilir ve bunun sonucunda enerji değiş-tokuşu yapabilirler. Ancak ideal gazı oluşturan parçacıklar birbiriyle etkileşmezler yani, ideal gazı oluşturan parçacıklar arasındaki etkileşmeler önemsenmeyecek kadar zayıftır. İdeal gazı oluşturan her parçacığın kuantum durumu diğer parçacıkların kuantum durumlarından bağımsızdır ve sistemin toplam enerjisi, U , parçacıkların enerjileri, ϵ_i , toplamına eşit olup,

$$U = \sum_i \epsilon_i n_i \quad (2.2.1)$$

ifadesiyle verilir. Burada n_i , i . durumun işgal edilme olasılığıdır.

Şimdi parçacıkları arasındaki etkileşimin yeteri kadar zayıf olduğu N adet özdeş parçacıktan oluşan bir sistemi göz önüne alalım. Bu durumda her parçacık diğer parçacıklardan bağımsız kuantum durumlarında bulunacağı için ve kuantum mekaniğinde özdeş parçacıklar ayırt edilemediğinden, parçacık sisteminin kuantum durumu tek-parçacık durumlarının işgal edilme sayısı verildiğinde tamamen belirlenir. İşgal edilme sayısı veya bütün tek-parçacık durumundaki parçacık sayısı kuantum mekaniğinin genel bir ilkesi ile (özdeş parçacıklar sisteminin dalga fonksiyonu, ya simetrik ya da antisimetrik olmalıdır) sınırlı olduğu için, iki fiziksel sonuç ortaya çıkar. Bunlar:

1. Fermi-Dirac istatistiği,
2. Bose-Einstein istatistiği

dir. Bu iki durum arasındaki fark parçacığın doğasıyla belirlenir. Fermi istatistiğine uyan parçacıklara yani, dalga fonksiyonları antisimetrik olan parçacıklara, Fermi

parçacıkları (Fermiyonlar) denir. Elektronlar, pozitronlar, protonlar ve nötronlar gibi parçacıklar Fermiyonlara örnek olarak verilebilir. Bose istatistiğine uyan parçacıklara yani, dalga fonksiyonları simetrik olan parçacıklara, Bose parçacıkları (Bosonlar) denir. Fotonlar ve döteryum çekirdekleri gibi parçacıklar Bosonlara örnek olarak verilebilir. Genel olarak tek sayıda Fermi parçacığından oluşan bir parçacık, örneğin *Döteryum = proton + nötron + elektron*, bir Fermi parçacığı; çift sayıda Fermi parçacığından oluşan bir parçacık ise, örneğin *Hidrojen = proton + elektron*, bir Bose parçacığıdır. Ancak Bose parçacıklarından oluşan her parçacık yine bir Bose parçacığıdır.

Daha fazla ilerlemeden önce burada Fermi yüzeyinden de bahsetmek yerinde olur. Şekil 2.1 de görüldüğü gibi mutlak sıfır sıcaklıkta bütün enerji düzeyleri $\varepsilon = \mu_0$ enerji seviyesine kadar doludur. Bu enerji düzeylerine karşılık gelen momentum ise,

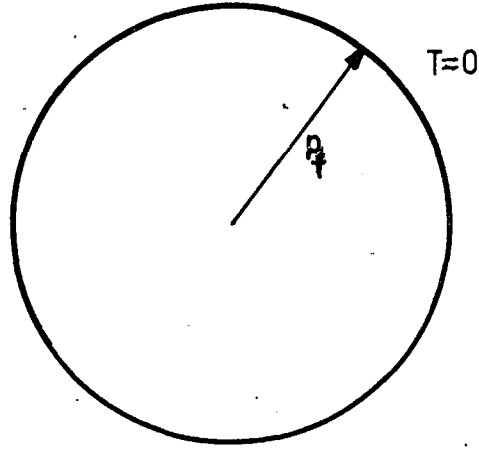
$$p_f = \pi \hbar (3N/\pi V)^{1/3} \quad (2.2.2)$$

eşitliği ile verilir. Momentum uzayında dolu düzeylerin sınırı Fermi yüzeyi olarak adlandırılır ve izotropik bir sistem için p_f yarıçaplı bir küre yüzeyi biçimindedir.

Bu açıklamalar ışığında, dejenere düşük sıcaklık bölgesinde dengede olan ve etkileşmeyen bir Fermi gazını göz önüne alalım. Böyle bir sistemde herhangi bir parçacığın ε tek-parçacık enerjisine sahip olma olasılığı,

$$n(\varepsilon) = \{ 1 + \exp[(\varepsilon - \mu)/kT] \}^{-1} \quad (2.2.3)$$

biçimindeki Fermi dağılım fonksiyonu ile verilir. Burada k , Boltzmann sabiti; T sıcaklık ve μ kimyasal potansiyel olup,



Şekil 2.1 $T=0$ da momentum uzayındaki p_f yarıçaplı Fermi küresi ve bu kürenin yüzeyi

$$\sum_{\epsilon} n(\epsilon) = N. \quad (2.2.4)$$

veya

$$\int n(\epsilon) D(\epsilon) d\epsilon = N \quad (2.2.5)$$

koşulu yardımı ile belirlenebilir. Burada $D(\epsilon)$, birim enerji aralığı başına düzey sayısı olan durum yoğunluğu olup,

$$D(\epsilon) = [2V/(2\pi\hbar)^3] \frac{d}{d\epsilon} \int_0^{\epsilon} 4\pi p^2 dp \quad (2.2.6)$$

eşitliği ile verilir. $T=0$ ve $n(\epsilon)=1$ iken (2.2.5) denkleminde μ_0 kimyasal potansiyeli için

$$\mu_0 = [(2\pi\hbar)^3/2m](3N/8\pi V)^{2/3} \quad (2.2.7)$$

sabit değeri, sıcaklık yeteri kadar düşük ancak sıfırdan farklı iken de,

$$\mu = \mu_0 \{ 1 - (\pi^2/12)(kT/\mu_0)^2 + (\pi^4/720)(kT/\mu_0)^4 \pm \dots \} \quad (2.2.8)$$

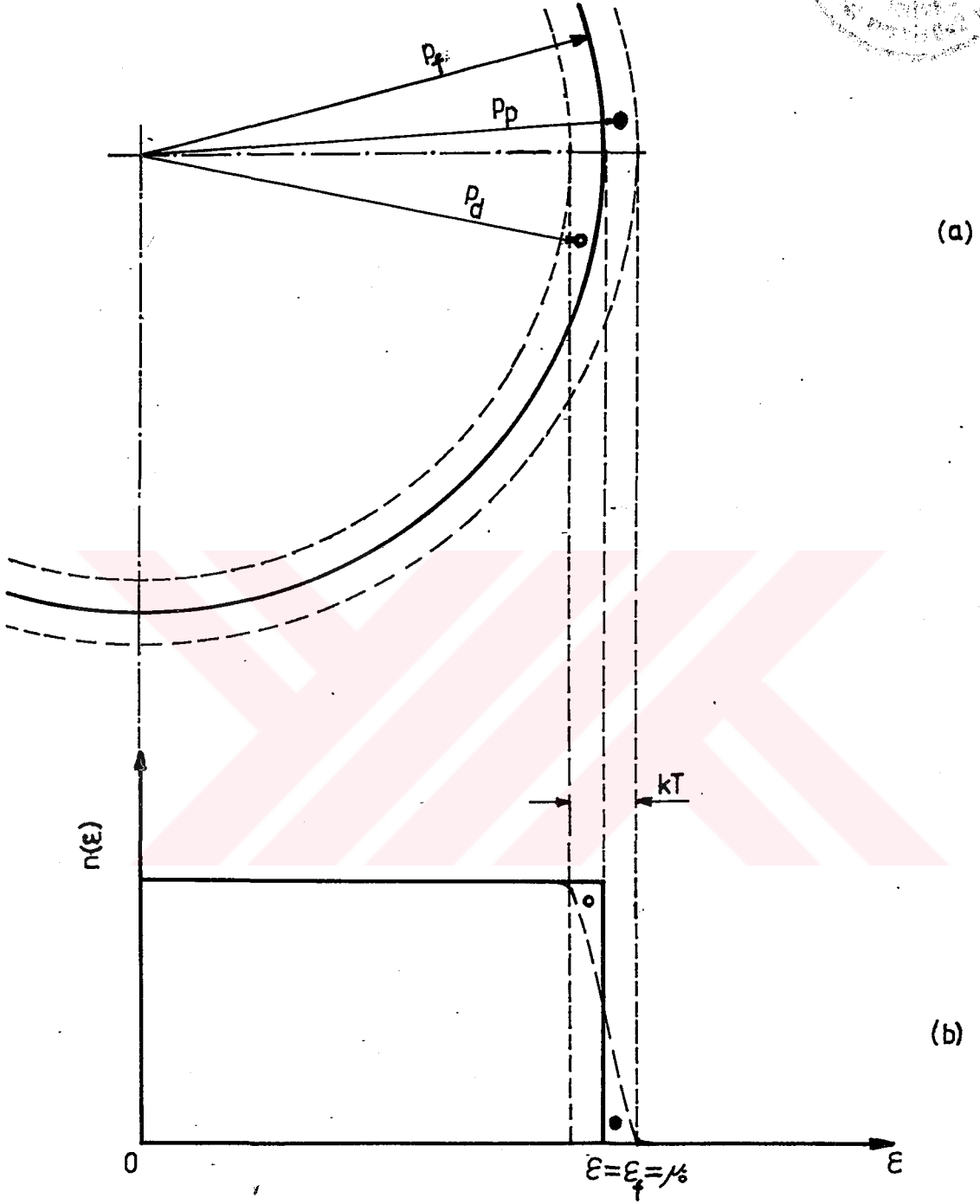
yaklaşık değeri elde edilir. Buradan da görüldüğü gibi μ kimyasal potansiyeli genellikle sıcaklığın fonksiyonudur ve çok düşük sıcaklıklarda yaklaşık olarak sabittir. Yüksek sıcaklıklarda μ negatif olup $\mu \ll -kT$ eşitsizliğini gerçekler yani, $n(\epsilon)$ dağılım fonksiyonu Maxwell-Boltzmann dağılımına gider ve sözünü ettiğimiz gaz artık klasik istatistiğin uygulandığı bir gaz durumundadır. $T \rightarrow 0$ olurken, $n(\epsilon)$ Fermi-Dirac basamak fonksiyonu haline gelir. Bu fonksiyon pozitif μ_0 kimyasal potansiyelinde "1" den "0" a atlar. Bu durumda "gaz tamamen dejenere" denir. Bir durumdan diğerine geçiş, dejenere sıcaklık denilen,

$$T_f = \mu_0/k \quad (2.2.9)$$

sıcaklığı civarında gerçekleşir ki, biz bu değere ilerde Fermi sıcaklığı diyeceğiz.

Dejenere Fermi gazında ($kT \ll \mu$) $n(\epsilon)$ dağılım fonksiyonu mutlak sıfır sıcaklığındaki değerinden pek farklı değildir yani, dağılım fonksiyonu Fermi yüzeyine çok yakın bir bölgede sıfır sıcaklık değerinden farklıdır. Şekil 2.2 den de görüldüğü gibi $T=0$ iken Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu $n(\epsilon)=1$ olup, $T>0$ iken belirli bir kT aralığında "1" den "0" a düşer. Biz buna Fermi yüzeyi civarındaki dalgalanmalar diyeceğiz.

Gerçek bir Fermiyon sisteminde parçacık etkileşmesi ve dışarlama ilkesi aynı anda işler ve dolayısıyla bir dejenere Fermi sıvısından bahsederiz. Bazı sis-



Şekil 2.2 (a) Momentum uzayında $p=p_f$ yarıçaplı Fermi küresi. Sürekli çizgi $T=0$ daki Fermi küresini, kesikli çizgiler ise sıfırdan az farklı sıcaklıktaki Fermi küresinin durumunu göstermektedir. $p=p_p$, sıfırdan farklı sıcaklıklar için Fermi küresi dışına çıkmış yani, uyarılmış, bir parçacığın; $p=p_d$ de Fermi küresi içerisinde kalan bir değişimin momentumudur. **(b)** Bu Fermi küresine karşılık gelen $n(\epsilon)$ Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu. Sıfırdan farklı sıcaklığa karşılık gelen grafik, $kT \ll \mu_0$ olacak şekilde, çok küçük T sıcaklığı için çizilmiştir.

temlerde dejenere gazın doğası parçacık etkileşmeleri ile belirlenir. Örneğin böyle bir durum süperiletkenlerdeki elektron gazlarında görülür. Çoğu kez etkileşen sıvı, bir gazın özelliklerini taşır ve bu sıvıya normal sıvı adı verilir. Normal bir Fermi sıvısı $T=0$ da keskin bir Fermi yüzeyine sahiptir. Bu yüzeyin temel uyarmaları, etkileşmeyen Fermi gazının tek-parçacık uyarmalarına benzer şekilde, yüzey dışındaki sankiparçacıklar ile yüzey içindeki sankideşikler olarak gösterilebilir. Böyle bir benzetme sıvının bir çok özelliğinin neden "tek-parçacık yaklaşımı" cinsinden yorumlanabileceğini açıklar. Ancak herhangi keyfi bir T sıcaklığında etkileşen Fermi sıvılarının özelliklerini açıklayan bir teori henüz geliştirilememiştir. Bu problem alanlar teorisinde kullanılan tekniklerle çözülür. Neyse ki $T \ll T_F$ eşitsizliğini sağlayan düşük sıcaklıklarda, ilk kez 1956'da Landau tarafından yarı-olaycıl (semiphenomenological) bir bazda geliştirilmiş olan bir teori yardımı ile bazı sonuçlar elde edebiliyoruz. Biz bundan sonraki kesimde bu yarı-olaycıl teoriyi açıklamaya çalışacağız. Doğadaki tek Fermi sıvısının He^3 sıvısı olduğu bilinmektedir. Ayrıca genel girişte bahsettiğimiz bileşik çekirdek ve sıcak nötron yıldızları da bir Fermi sıvısı gibi davranır. Baym ve Ebner'in, Landau teorisine göre yaptığı hesaplamalar deneysel verilerle çok iyi uyum sağlamaktadır. Bu durum Landau teorisinin çok gerçekçi bir teori olduğunu ortaya koyar.

2.3. Landau'nun Fermi Sıvıları Teorisi

Bu bölümde, 3. bölümdeki hesaplamalarda kullandığımız büyüklükleri tanımlamak için Landau'nun Fermi sıvıları teorisini kısaca inceleyeceğiz. Landau'nun Fermi sıvıları teorisi, iki temel varsayım üzerine kurulmuştur. Bunlardan birincisi; sistemdeki bir parçacığın diğer parçacıklar ile etkileşmesi sonucu sistemin enerjisinin parçacık enerjileri toplamı olarak değil dağılım fonksiyonunun fonksiyoneli olarak alınmasıdır. Dolayısıyla, parçacıklar artık sistemin temel uyarmaları



olan sankiparçacıklar olarak göz önüne alınır. İkincisi; Fermi sıvısının enerji düzeylerinin etkileşmeyen parçacıkların enerji düzeylerine karşılık gelmesidir. Bu yüzden Landau teorisi, ideal Fermi gazı temeline dayandırılmıştır. İdeal Fermi gazı etkileşmeyen, ya da etkileşmelerin ihmal edilecek kadar küçük varsayıldığı, parçacıklardan oluştuğu ve her parçacığın kuantum durumunun diğer parçacıkların kuantum durumlarından bağımsız olduğu ve böylece sistemin toplam enerjisinin, bütün parçacıkların enerjileri toplamı olduğu daha önce ifade edilmişti. Fakat etkileşen parçacıklardan oluşmuş Fermi sistemlerinde, parçacıkların kuantum durumları artık diğer parçacıkların kuantum durumlarından bağımsız değildir ve toplam enerji parçacıkların enerjileri toplamı şeklinde basitçe ifade edilemez (bakınız şekil 2.3). Landau, atomlar arasındaki etkileşimleri tanımlamak için pertürbasyon teorisini kullanmış ve etkileşimlerin (gazdan sıvıya geçişte) aşama aşama başladığını ve böylece her düzeyin enerjisinin değişebildiğini fakat, momentumunun, veya dalgasayısının, değişmediğini varsaymıştır. Özellikle Fermi yüzeyindeki bir parçacığın momentumu yine,

$$p_f = \pi\hbar(3N/\pi V)^{1/3} \quad (2.3.1)$$

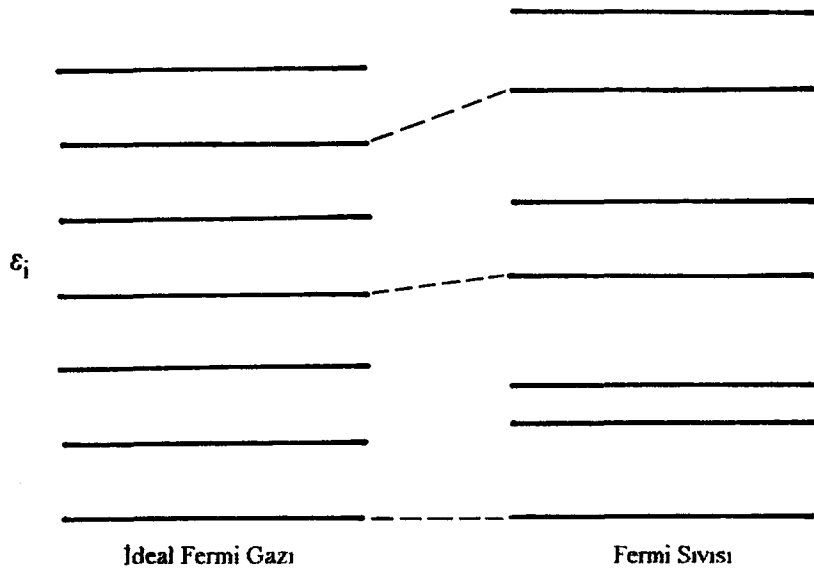
eşitliği ile verilir. Fakat sistemde etkileşmeler başladığında (Şekil 2.3 den de görüldüğü gibi) her düzey farklı enerjilere sahip olacaktır.

V hacminde N adet parçacık bulunsun. Parçacık sayısı N'nin değeri $n(\epsilon)$ dağılım fonksiyonu cinsinden,

$$(N/V) = \int n d\tau \quad (2.3.2)$$

eşitliği ile verilir. Burada

$$d\tau = 2dp_x dp_y dp_z / (2\pi\hbar)^3$$



Şekil 2.3 İdeal Fermi gazı ve Fermi sıvısının enerji düzeyleri. Birbirine karşılık gelen düzeyler aynı dalga sayısına sahip olduğu halde farklı enerjilere sahiptir.

momentum uzayındaki hacim elemanı olup, buradaki integral tüm momentum uzayı üzerinden alınacak şekilde tanımlıdır. Eşitlikte görülen 2 çarpanı, düzeylerin spin dejenerasyonunu hesaba katmak için yazılmıştır.

Etkileşimli sistem ideal gaza nazaran çok daha karmaşıktır ve etkileşimler nedeniyle toplam enerji artık ,

$$(U/V) = \sum_i n_i \epsilon_i$$

basit toplamı şeklinde ifade edilemez. Burada n_i ve ϵ_i sırasıyla i . düzeyin işgal edilme sayısı ve enerjisidir. Bir düzeyin enerjisi, artık bir atoma karşılık gelen enerji değerlerine değil, bütün düzeylerin işgal edilme sayılarına bağlıdır. Bu durumda "bir atomun enerjisi" deyimiyile anlatılmak istenen şeyin ne olduğu açık değildir. Ancak Landau,

$$(\delta U/V) = \int \varepsilon \delta n d\tau \quad (2.3.3)$$

eşitliği ile bir ε enerjisi tanımlamıştır. Burada δU , dağılım fonksiyonunda meydana gelen δn küçük değişimi için, bütün sistemin enerjisinde meydana gelen değişimdir. ε enerjisi, belirli bir dağılıma sahip N parçacık ile etkileşen bir atomun enerjisidir. Etkileşimler başlamadan önce atomun enerjisi,

$$\varepsilon = p^2/2m = \hbar^2 k^2/2m$$

değerine sahiptir. Etkileşimler başladığında, gerçek parçacığı betimleyen bu basit ifade geçerli değildir ve bu yüzden (2.3.3) denkleminin bir sankiparçacığın enerjisini tanımladığını söyleyebiliriz yani, gerçek parçacıklardan oluşan sistemi sankiparçacıklardan oluşan bir sistem ile yerdeğiştirebiliriz.

2.3.1 Dağılım Fonksiyonu ve Enerji Spektrumu

ε ile $\varepsilon+d\varepsilon$ aralığındaki enerjilere sahip sankiparçacıkların $n(\varepsilon)d\varepsilon$ sayısı, toplam enerji ve toplam sankiparçacık sayısı (gerçek parçacık sayısına eşittir) sabit tutularak, entropinin maksimize edilmesi ile bilinen şekilde elde edilir. Dolayısıyla $n(\varepsilon)$ dağılımı için,

$$n(\varepsilon) = \{ e^{(\varepsilon - \mu)/kT} + 1 \}^{-1} \quad (2.3.4)$$

eşitliği bulunur. μ kimyasal potansiyeli daha önceden de bilindiği gibi,

$$(N/V) = \int n d\tau$$

şartından belirlenir [17].

(2.3.4) dağılım fonksiyonunun, ilk bakışta ideal Fermi gazı için elde edilen (2.2.3) dağılım fonksiyonuna benzemesi dikkat çekicidir. Ancak burada ε enerjisi, n 'nin fonksiyoneli olduğu için oldukça karmaşıktır. Bununla birlikte Landau teorisinde sıvının çok düşük sıcaklıklardaki davranışı ile ilgilenilir. Bu durumda dağılım fonksiyonu, bilinen Fermi basamak fonksiyonuna yaklaşır ve bu nedenle yaklaşık olarak sabit olduğu varsayılır. Dolayısıyla dağılım fonksiyonu, sıfır sıcaklıktaki Fermi yüzeyinden sapma olarak yorumlanabilir.

Sistemde etkileşimlerin varlığı nedeniyle, farklı düzeylerin dalga fonksiyonları artık gerçek özfonksiyonlar değildir. Bu nedenle farklı düzeyler arasındaki geçişler herhangi bir durumun enerjisine $\delta\varepsilon$ belirsizliğini katar. Belirsizlik ilkesine göre enerjideki bu belirsizlik,

$$\delta\varepsilon \sim \hbar/\tau$$

kadardır. Burada τ , herhangi bir durumun ömrüdür. Dolayısıyla bu belirsizlik Landau teorisine sınırlama getirir. Dağılım fonksiyonu Fermi basamak fonksiyonuna yakın olduğuna göre sistemin özellikleri (gazın özellikleri gibi), Fermi yüzeyine yakın $\Delta\varepsilon \sim kT$ enerji bölgesinde bulunan sankiparçacıkların dağılımıyla belirlenir. Dolayısıyla,

$$\delta\varepsilon < \Delta\varepsilon$$

koşulu sağlanıyorsa teorinin geçerliliği söz konusu edilebilir. Herhangi bir durumun ömrü olan τ , sankiparçacık çarpışmaları arasında geçen süreye eşittir ve ideal gazda olduğu gibi $1/T^2$ ile orantılıdır. Dolayısıyla $\delta\varepsilon$, T^2 ile; $\Delta\varepsilon$, T ile orantılıdır ve yukarda



verilen koşul yeteri kadar düşük sıcaklıklarda sağlanır. Ayrıca sankiparçacık kavramının sadece hemen hemen dolu Fermi küresi yüzeyi civarındaki uyarılara uygulanabileceğini çünkü, sadece bu uyarıların yeteri kadar uzun ömre sahip olduğunu da belirtelim.

Fermi yüzeyine yakın sankiparçacıkların $\epsilon(p)$ enerji spektrumu, veya dispersiyon bağıntısı, bu parçacıkların yeteri kadar düşük sıcaklıklarda $\epsilon \approx \mu$ olacak şekilde $kT \ll \mu$ mertebeli enerji bölgesinde buldukları için,

$$\epsilon = \mu + (\partial\epsilon/\partial p)_f (p - p_f) \tag{2.3.5}$$

eşitliği ile verilebilir. Burada $(\partial\epsilon/\partial p)_f$ niceliği Fermi yüzeyinde hesaplanır. İdeal gazda,

$$(\partial\epsilon/\partial p)_f = p_f/m = v_f$$

olduğu bilinmektedir. Burada v_f , Fermi yüzeyindeki bir parçacığın hızıdır. $(\partial\epsilon/\partial p)_f$ niceliğinin Landau teorisinde farklı bir değeri olmakla birlikte, ideal gaz için yazılan ifadeye benzer şekilde,

$$(\partial\epsilon/\partial p)_f = p_f/m^* = v_f$$

eşitliği yazılabilir. Burada m^* ve v_f iki yeni parametredir. m^* etkin küttedir ve (2.3.5) denklemi bu durumda,

$$\epsilon = \mu + (p_f/m^*)_f (p - p_f) \tag{2.3.6}$$

biçiminde yazılabilir.

Landau, ϵ enerjisinin bir sankiparçacığın Hamiltoniyeni olarak göz önüne alınabileceğine dikkat çekmiştir. Çünkü $(\partial\epsilon/\partial p)_f = v_f$ bağıntısı $(\partial H/\partial p) = \dot{q}$ Hamiltoniyen denkleminin kuantum mekaniğine uyarlamasından başka bir şey değildir. Bu nedenle v_f , sankiparçacığın Fermi yüzeyindeki hızı olarak alınabilir.

Durum yoğunluğu, ideal Fermi gazının durum yoğunluğu ile aynı şekilde verilir. Ancak m kütlesi yerine m^* etkin kütlesi alınmalıdır. Bu durumda, durum yoğunluğu,

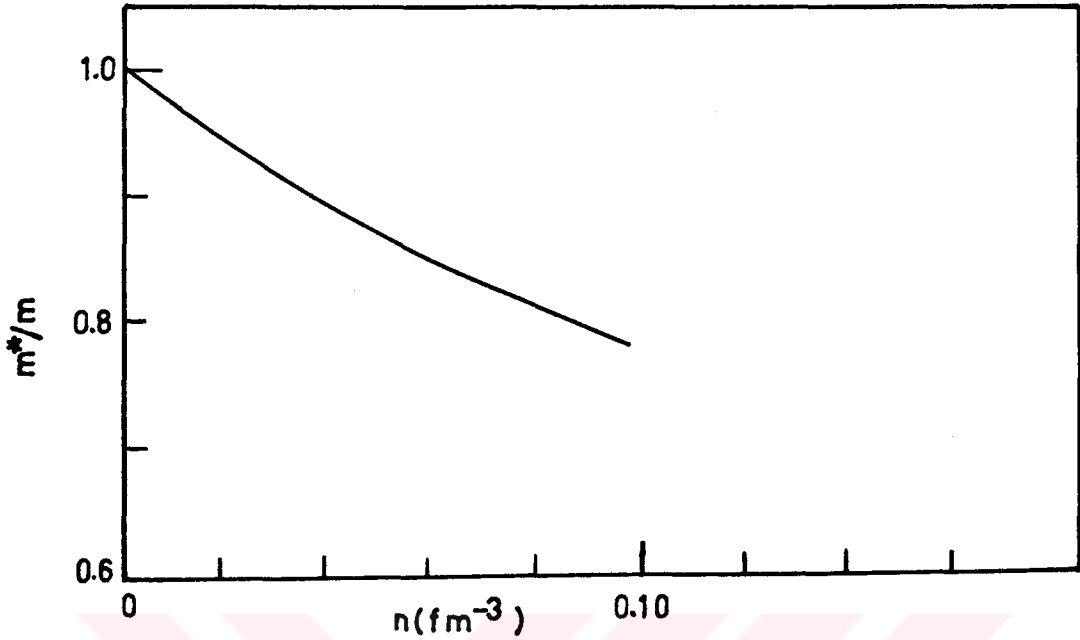
$$(d\tau/d\epsilon)_f = (m^*/\pi\hbar^2)(3N/\pi V)^{1/3} \quad (2.3.7)$$

olarak yazılır.

Hesaplamalarımızda görülen m^* etkin kütlesi F_1 Landau parametresi cinsinden aşağıdaki şekilde tanımlanır. Landau teorisine göre etkileşen Fermiyonlar topluluğu bir sankiparçacıklar seti ile tanımlanır. Bu sankiparçacıkların etkileşmeleri parçacıkların etkileşmelerine göre daha zayıftır ve sankiparçacık sayısı gerçek parçacık sayısına eşittir. Sankiparçacıklar μ Fermi enerjisi (kimyasal potansiyel) ile bir Fermi dağılımına uyarlar ve p_f Fermi momentumu nükleer madde için,

$$n = [g/(2\pi\hbar)^3] \int_0^{p_f} n_p dp = (2/3)(p_f^3/\pi^2\hbar^3) \quad (2.3.8)$$

eşitliği ile verilir. Burada n , sankiparçacık yoğunluğu; g , nükleer madde için 4 alınan dejenerasyon faktörüdür. Aynı zamanda sankiparçacıkların Fermi yüzeyindeki hızı, m gerçek parçacığın kütlesi olmak üzere,



Şekil 2.4 Nükleer madde için Denk.(2.3.8)'e göre hesaplanan etkin kütlelerin yoğunluğa göre değişimi.

$$v_f = (\partial \epsilon / \partial p)_{p=p_f} = p_f m^{*-1} = p_f [m(1+F_1/3)]^{-1} \quad (2.3.9)$$

eşitliği ile verilir. Hesapladığımız $m^* = m(1+F_1/3)$ etkin kütle değerleri Şekil 2.4 de verilmiştir. Buradaki F_1 Landau parametresinin değerleri, Ravenhall [27]'dan alınmıştır.

2.3.2 Etkileşim Fonksiyonu

İzotropik durumda bir düzeyin ϵ enerjisi,

$$(\delta U/V) = \int \epsilon \delta n d\tau \quad (2.3.10)$$

denkleminde yararlanarak hesaplanabilir. Aynı zamanda diğer düzeylerdeki sankiparçacıkların dağılımından ileri gelen belirli bir düzeyin enerjisi,



$$\varepsilon(p) = \varepsilon_0(p) + \int f(p,p') \delta n' d\tau' \quad (2.3.11)$$

olarak tanımlıdır. Buradaki $f(p,p')$ niceliği ise,

$$f(p,p') = \frac{\partial^2 U}{\partial n(p) \partial n'(p')} \quad (2.3.12)$$

şeklinde tanımlı olup, etkileşim fonksiyonu denir. Yukarıda verilen bağıntıdaki $\varepsilon_0(p)$ niceliği $T=0$ sıcaklığındaki p momentumlu düzeyin sahip olduğu enerji değeridir. $\varepsilon(p)$ niceliği ise dağılım fonksiyonunun $T=0$ sıcaklığındaki dağılım fonksiyonundan $\delta n'(p')$ miktarı kadar ayrıldığında aynı düzeyin enerjisini tanımlar. Dolayısıyla $f(p,p')$ fonksiyonu; bir düzeyin enerjisinin, diğer düzeylerin işgal edilmesi sonucu nasıl değiştirildiğini belirler. Yalnızca Fermi yüzeyine yakın momentumlar ile ilgilenildiği için $p \approx p' \approx p_f$ yazılabilir. Bu nedenle bir ilk yaklaşımla $f(p,p')$ fonksiyonu, p ve p' momentumları arasındaki χ açısının fonksiyonu olarak,

$$f(p,p') = f(\chi) \quad (2.3.13)$$

şeklinde yazılabilir. Etkileşim fonksiyonunu en uygun biçimiyle tanımlamak için Landau,

$$F(\chi) = (d\tau/d\varepsilon)_f f(\chi) \quad (2.3.14)$$

fonksiyonunu önermiştir. Burada $(d\tau/d\varepsilon)_f$ değeri (2.3.7) ile verilen durum yoğunluğudur. $F(\chi)$ fonksiyonu,

$$F(\chi) = \sum_n F_n P_n(\cos\chi) = F_0 + F_1 \cos\chi + F_2(3\cos^2\chi - 1)/2 + \dots \quad (2.3.15)$$

biçiminde Legendre polinomları cinsinden seriye açılabilir. Bu eşitlikteki F_n belirlenecek olan sabitler olup Landau katsayıları adını alır. Deneyle teorinin karşılaştırılması, $F(\chi)$ niceliğine esas katkıların ilk terimlerden geldiğini ortaya koymuştur. Bu nedenle sıvıdaki karmaşık etkileşimleri F_n terimlerinin ilk ikisi veya üçü ile belirtebiliriz.

Bir dış magnetik alan söz konusu olduğunda σ spin değerlerinin hesaba katılması gereklidir. Bu nedenle Landau,

$$(\delta U/V) = (1/2) S_{p_\sigma} \int \varepsilon \delta n d\tau \quad (2.3.16)$$

olarak ε enerjisini yeniden tanımlamıştır. Burada ε ve n terimleri artık birer matris olup S_{p_σ} sembolü integral içindeki matris çarpımının köşegen elemanlarının toplamını temsil eder. $1/2$ çarpanı, $d\tau$ 'nin tanımında iki spin durumunu hesaba katmamız dolayısıyla denkleme eklenmiştir. (2.3.2) denklemini bu durumda,

$$(N/V) = (1/2) S_{p_\sigma} \int n d\tau \quad (2.3.17)$$

biçiminde tanımlamamız gerekir. Ayrıca Landau modeline göre $f(p, p')$ etkileşim fonksiyonu spinleride içerecek şekilde,

$$f(p, \sigma; p', \sigma') = f(p, p') + D(p, p') \sigma \cdot \sigma' \quad (2.3.18)$$

biçiminde yeniden yazılmalıdır. (2.3.14) denklemindeki $F(\chi)$ 'e benzer şekilde bir $G(\chi)$ fonksiyonuda tanımlanabilir yani,

$$G(\chi) = (d\tau/d\varepsilon)_f D(\chi) = G_0 + G_1 \cos \chi + \dots \quad (2.3.19)$$

eşitliği yazılabilir.

2.4 Boltzmann ve Landau Kinetik Denklemleri

Bu kesimde önce Boltzmann kinetik denkleminde, daha sonra da Boltzmann kinetik denklemine dayalı olarak geliştirilen Landau kinetik denkleminde bahsedeceğiz. V hacminde N adet parçacıktan oluşan bir sistemi (gaz) göz önüne alalım ve bu sistem aynı zamanda aşağıdaki koşulları da sağlasın:

1. Gazı oluşturan parçacıklar noktasaldır ve çarpışmalar arasında geçen süre çarpışma süresinden çok büyüktür.
2. Gazın, sadece iki-cisim çarpışmaları önemli olacak kadar seyreltilmiş olduğu varsayılmıştır.

Şimdi, (\vec{r}, \vec{v}_j) noktası civarındaki j -moleküllerini göz önüne alalım. Bu nokta civarındaki $d\vec{r}d\vec{v}_j$ faz uzayı hacim elemanında bulunan j -moleküllerinin sayısı $f_j d\vec{r}d\vec{v}_j$ niceliği ile verilir. Burada f_j , j -moleküllerinin dağılım fonksiyonudur. Sistemi oluşturan parçacıklar arasında çarpışma yokken, t anında (\vec{r}, \vec{v}_j) noktasında bulunan moleküller sistemin hareket denkleminde göre hareket ederler ve $(t+dt)$ anında $[\vec{r} + \vec{v}_j dt, \vec{v}_j + (\vec{X}_j/m_j) dt]$ noktasına ulaşırlar. Burada \vec{X}_j niceliği dış kuvvet, m_j ise bir j -molekülünün kütlesidir. Harekete başlayan bütün noktalar, çarpışmalar söz konusu olmadığı için, faz uzayında aynı noktaya geleceklerdir. Dolayısıyla,

$$f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) d\vec{r}d\vec{v}_j = f_j(\vec{r} + \vec{v}_j dt, \vec{v}_j + (\vec{X}_j/m_j) dt, t + dt) d\vec{r}d\vec{v}_j \quad (2.4.1)$$



eşitliğini yazabiliriz. Ancak parçacıklar arasında çarpışmalar söz konusu olduğundan, t anında (\vec{r}, \vec{v}_j) noktasında bulunan bütün j-molekülleri, $(t+dt)$ zamanı sonunda $[\vec{r}+\vec{v}_j dt, \vec{v}_j+(\vec{X}_j/m_j)dt]$ noktasına ulaşamazlar ve bazı moleküller çarpışmalar nedeniyle hareket yönlerini değiştirerek bu akıştan ayrılırlar, bazıları ise bu akışa katılırlar. t anında (\vec{r}, \vec{v}_j) noktasından harekete başlayan molekül grubuna çarpışmalar yüzünden katılan j-moleküllerinin sayısı $\Gamma_{ji}^{(+)} d\vec{r} d\vec{v}_j dt$ olsun. $[\vec{v}_j, \vec{v}_j+(\vec{X}_j/m_j)dt]$ hız ve $(\vec{r}, \vec{r}+\vec{v}_j dt)$ uzay bölgesinden $(t, t+dt)$ süresi içerisinde, i-molekülleri ile çarpışmalar yüzünden, akıştan ayrılan j-moleküllerinin sayısı $\Gamma_{ji}^{(-)} d\vec{r} d\vec{v}_j dt$ olsun. Bu durumda (2.4.1) denklemi,

$$f_j(\vec{r}+\vec{v}_j dt, \vec{v}_j+(\vec{X}_j/m_j)dt, t+dt) d\vec{r} d\vec{v}_j = f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) d\vec{r} d\vec{v}_j + \sum_i (\Gamma_{ji}^{(+)} - \Gamma_{ji}^{(-)})$$

şeklinde yazılmalıdır. Bu denklem düzenlenerek,

$$(\partial f_j / \partial t) + \vec{v}_j \cdot \nabla_{\vec{r}} f_j + (\vec{X}_j/m_j) \cdot \nabla_{\vec{v}_j} f_j = \sum_i (\Gamma_{ji}^{(+)} - \Gamma_{ji}^{(-)}) \tag{2.4.2}$$

denklemi elde edilir. Denklem sol tarafı moleküllerin çarpışmasız hareketinden kaynaklanan f_j dağılım fonksiyonundaki değişmeyi, sağ tarafı ise çarpışmalardan kaynaklanan değişmeyi belirler. Denklemdeki çarpışma terimleri ise, b çarpışma parametresi ve g_{ij} çarpışma olasılığı olmak üzere,

$$\Gamma_{ji}^{(+)} = 2\pi \iint f_i' f_j' g_{ij} b db dv_i \tag{2.4.3a}$$

$$\Gamma_{ji}^{(-)} = 2\pi \iint f_i f_j g_{ij} b db dv_i \tag{2.4.3b}$$

biçiminde açık olarak yazılabilir. Dolayısıyla Boltzmann kinetik denklemi,

$$(\partial f_j / \partial t) + \vec{v}_j \cdot \nabla_{\vec{r}} f_j + (\vec{X}_j/m_j) \cdot \nabla_{\vec{v}_j} f_j = 2\pi \sum_i \iint (f_i' f_j' - f_i f_j) g_{ij} b db dv_i \tag{2.4.4}$$



biçiminde açık şekli ile ifade edilmiş olur [18,19]. Bu denklem lineer olmayan bir denklem olup f_j dağılım fonksiyonu için bir integro-diferansiyel denklemdir. Sistemin hareket denklemleri ve dolayısıyla moleküllerarası potansiyel sağ taraftaki integral (çarpışma terimi) içerisinde kapalı olarak bulunur. f_i' ve f_j' fonksiyonları, çarpışmadan önceki \vec{v}_i ve \vec{v}_j hızlarına hareket denklemleri nedeniyle bağlı olan çarpışmadan sonraki \vec{v}_i' ve \vec{v}_j' hızlarına bağlıdır. Böylece Boltzmann denklemi, (2.4.4) denkleminin sağ tarafında görülen çarpışma terimi ile iki-cisim dinamiğini, $(\vec{X}_j/m_j) \cdot \vec{\nabla}_{v_j} f_j$ terimi ile de tek-cisim dinamiğini kapsar. Bu denklem $d^3r d^3v_j$ hacim elemanındaki $f_j(\vec{r}, \vec{v}_j, t) d^3r d^3v_j$ parçacık sayısının, zamana göre, çarpışma nedeniyle ve

$$S = -\vec{v}_j \cdot \vec{\nabla}_r f_j - (\vec{X}_j/m_j) \cdot \vec{\nabla}_{v_j} f_j$$

şeklinde tanımlanan akı nedeniyle değişimini açıklar.

Şimdi de Boltzmann kinetik denklemine dayanarak geliştirilen Landau kinetik denkleminde kısaca bahsedelim. Landau-Fermi sıvıları teorisinde dağılım fonksiyonu olarak $n_p(r, t)$ sankiparçacık dağılım fonksiyonu göz önüne alınır. Bu dağılım fonksiyonunun uzay ve zamana bağımlılığı, sankiparçacık çarpışmalarının yokluğunda, faz uzayındaki dağılım fonksiyonu için süreklilik denklemi biçimini alan bir kinetik denklem ile belirlenir. Yani dağılım fonksiyonunun değişimi (çarpışmalar yokken),

$$(\partial n_p(r, t) / \partial t) + \vec{v}_p(r, t) \cdot \vec{\nabla}_r n_p(r, t) + \vec{f}_p(r, t) \cdot \vec{\nabla}_p n_p(r, t) = 0 \quad (2.4.5)$$

şeklindeki Boltzmann kinetik denklemine uyar [13]. Burada $\vec{v}_p(r, t) = d\vec{r}/dt$, konum uzayında p momentumlu bir sankiparçacığın hızıdır. $\vec{f}_p(r, t) = d\vec{p}/dt$ niceliği ise bu



sankiparçacığın momentumunun zamana göre değişimini belirler yani, sankiparçacık üzerine etkiyen kuvvettir. Sankiparçacık kinetik teorisinin temel varsayımı,

$$\vec{v}_p(r,t) = \vec{\nabla}_p \varepsilon_p(\vec{r},t) \quad (2.4.6a)$$

$$\vec{f}_p(r,t) = -\vec{\nabla}_r \varepsilon_p(\vec{r},t) \quad (2.4.6b)$$

olacak şekilde $\varepsilon_p(\vec{r},t)$ niceliğinin sankiparçacık Hamiltoniyeni rolünü oynamasıdır. Burada (2.4.6a) denklemi, sankiparçacık grup hızını; (2.4.6b) denklemi de sankiparçacık üzerine etkiyen etkin kuvveti belirler. (2.4.5) denkleminin sol tarafındaki son iki terim, sankiparçacık konum ve momentumlarındaki sürekli değişimlerden kaynaklanan sankiparçacık dağılım fonksiyonundaki değişimleri tanımlar. Sankiparçacıkların momentumlarını ani değişimlere uğratan sankiparçacık çarpışmalarının varlığında, bu denklemin sağ tarafına açık şeklinin ne olduğu şimdilik önemli olmayan, $I[n_p]$ çarpışma integrali eklenmelidir. Bu durumda (2.4.6a) ve (2.4.6b) denklemlerini (2.4.5) denkleminde yerine koyarak,

$$(\partial n_p(\vec{r},t)/\partial t) + \vec{\nabla}_p \varepsilon_p(\vec{r},t) \cdot \vec{\nabla}_r n_p(\vec{r},t) - \vec{\nabla}_r \varepsilon_p(\vec{r},t) \cdot \vec{\nabla}_p n_p(\vec{r},t) = I[n_p] \quad (2.4.7)$$

veya

$$(\partial n_p(\vec{r},t)/\partial t) - [\varepsilon_p(\vec{r},t), n_p(\vec{r},t)]_{P.B.} = I[n_p] \quad (2.4.8)$$

Landau kinetik denklemini buluruz [13]. Burada $[,]_{P.B.}$, Poisson parantezini gösterir.

Landau kinetik denklemi Boltzmann kinetik denkleminin daha genişidir. Bu denklemde fazladan iki fiziksel özellik vardır. Birincisi; $\vec{\nabla}_p \varepsilon_p(r,t)$ sankiparçacık

hızı, konum ve zamana bağlı olabilir. İkincisi: $\vec{\nabla}_r \varepsilon_p(\vec{r}, t)$ kuvvet terimi, etkin alan katkılarını kapsar. Özel olarak bir $U(\vec{r}, t)$ dış skaler potansiyelinin sisteme uygulanmış olduğunu varsayalım. Bu durumda, sankiparçacık enerjileri $U(\vec{r}, t)$ ile arttığından toplam enerji $\int d^3r U(\vec{r}, t) n(\vec{r}, t)$ miktarı kadar artacaktır. $\varepsilon_p(\vec{r}, t)$ niceliğinin \vec{r} 'ye bağımlılığı hem U 'nun \vec{r} 'ye bağımlılığından hem de $\varepsilon_p(\vec{r}, t)$ niceliğinin kendisinin, \vec{r} 'ye bağlı olan sankiparçacık dağılım fonksiyonu $n_p(\vec{r}, t)$ 'nin fonksiyoneli olmasından ileri gelir. Bu nedenle,

$$\vec{\nabla}_r \varepsilon_p(\vec{r}, t) = \vec{\nabla}_r U(\vec{r}, t) + \int [d^3p' / (2\pi\hbar)^3] f_{pp'} \vec{\nabla}_r n_{p'}(\vec{r}, t) \quad (2.4.9)$$

eşitliğini yazabiliriz. Seyreltik gaz durumunda, eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim doğrudan doğruya dış alandan kaynaklanan kuvvettir. İkinci terim yenidir ve yakınındaki bütün diğer sankiparçacıklar nedeniyle bir sankiparçacık üzerine etkiyen kuvveti ifade eder. Bu etkin alan terimi, Fermi sıvılarındaki transport (aktarma) olaylarının yapısının çoğundan sorumludur.

3 NÜKLEER MADDENİN KARARSIZLIK DURUMLARI

3.1 Giriş

Çekirdekler, nükleon başına 6-8 MeV lik bağlanma enerjisinin üzerinde uyarıldığı zaman çeşitli şekillerde bozunurlar. Bu bozunma sadece buharlaşma şeklinde değil, birçok parçacığın eş zamanlı olarak şekillenimleri sonucu oluşan birkaç parçacığın ayrışması şeklinde de olmaktadır. Deneysel gözlemler, değişik kütle ve momentuma sahip ayrışma parçacıkları olduğunu göstermiştir. Bu parçalanmayı teorik olarak açıklamak için istatistik modeller iyi sonuçlar vermektedir. Bu konuda ilk çalışmalar Mekjian [6] ve Koonin-Randrup [7] tarafından yapılmıştır. Daha sonra değişik yaklaşımlar kullanılmıştır [20,21] ve son zamanlarda hemen hemen mikroskopik yaklaşımlarla nükleer dinamik kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır [22,23].

Nükleer maddedeki sıvı-gaz faz geçişleri üzerine yapılan çalışmalar için de [20-23] kaynaklarını gösterebiliriz.

3.2 Nükleer Maddenin Faz Diyagramları

Bir çok kaynakta Fermi sıvılarının yoğunluk dalgalanmalarına karşı kararsızlık gösterdiği belirtilmiştir [22,23]. Daha önce de belirttiğimiz gibi çarpışan iki ağır çekirdek yoğun ve sıcak bir madde oluşturur. Bu bileşik çekirdeğin genişlemesi sırasında çeşitli yoğunluklarda kararsızlık durumları ortaya çıkmaktadır. Doyma yoğunluğunda (saturation density) nükleer sıkıştırılmazlık (incompressibility) parametreleriyle doğru orantılı olan bulk modülü pozitifdir ve sıvı küçük genlikli ve büyük dalgaboylu yoğunluk dalgalanmalarına karşı kararlıdır. Genişleme sırasında yoğunluk azalırken sıvı yarı-kararlılık (metastability) bölgesine girer ve bu bölgede

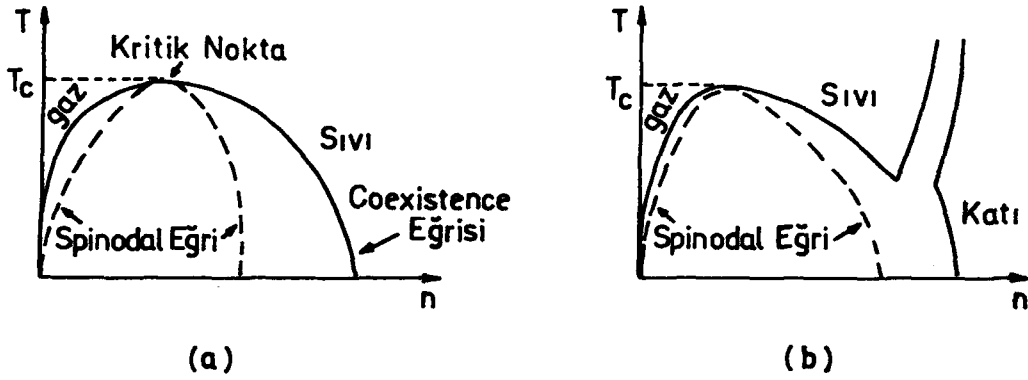
sıvı termodinamik olarak sıvı-gaz fazına karşı kararsız, fakat küçük genlikli uzun dalgaboylu yoğunluk dalgalanmalarına karşı kararlıdır. Çünkü doyma değerinden küçük olan bulk modülü hâlâ pozitiftir. Bulk modülü sıfır değerinden geçerken [spinodal eğri (spinodal line)] madde küçük yoğunluk dalgalanmalarına karşı da kararsız duruma geçer. Benzer durumlar Curie sıcaklığının altındaki bir durumdaki ferromagnetik bir Fermi sıvısına da uygulanır. Üçüncü ilgili bir durum da dejenere parçacıkların hakim olduğu bir evrende galaksi oluşumlarıdır. Yalnız bu durumda kuvvetler uzun menzillidir. Biz burada kısa menzilli ve sonsuz genişlikli (yüzeysiz) sistemleri (nükleer madde gibi) ve aynı zamanda Landau teorisinin geçerli olabileceği düşük sıcaklıkları göz önüne aldık. Ağır-iyon çarpışmalarında sıcaklıklar, Fermi sıcaklıklarıyla karşılaştırılabilir büyüklüktedir. Bu yüzden Landau teorisini nükleer maddeye uyguladık.

Hesaplamalara geçmeden önce Şekil 3.1a da nükleer maddenin faz diyagramını, karşılaştırma yapabilmek için Şekil 3.1b de de atomları Lennard-Jhones potansiyeline göre etkileşen klasik argon atomlarının faz diyagramını şematik olarak gösterdik [24]. Bu hesaplamalarda kullanılan nükleer etkileşimler Friedman ve Pandharipande'nin [28] Skyrme [25] tipi bir etkileşme potansiyeli kullanarak tanımladığı şekildedir. Şekillerden de görüldüğü gibi bu iki faz diyagramı birbirine çok benzemektedir. Yalnız Argon'un bir de katı fazı vardır. Bu şekillerdeki iki önemli eğri aşağıda açıklanmıştır:

- a) *Coexistence (aynı anda varoluş) eğrisinde* madde iki faz durumuna (sıvı ve gaz) karşı kararsızdır.
- b) *Spinodal eğri* üzerinde ise izotermal bulk modülü sıfırdır, yani $(\partial P/\partial n)_T=0$ dır.

Burada P basınç, n yoğunluk, T ise sıcaklıktır.

Spinodal eğri içerisinde madde küçük genlikli ve uzun dalga boylu yoğunluk dalgalanmalarına karşı kararsızdır. Spinodal eğrisi ile coexistence eğrisi arasında ise



Şekil 3.1 (a) Nükleer maddenin faz diyagramı, (b) Argon'un faz diyagramı.

madde, küçük dalgalanmalara karşı kararlı fakat büyük (lineer olmayan) dalgalanmalara karşı kararlı değildir. Başlangıçta homojen olan bir sıvının homojen olmayan duruma dönüşmesi iki şekilde olur: Birincisi, küçük yoğunluk dalgalanmalarının büyümesi sonucu spinodal bozunma (spinodal decomposition) söz konusu olur. İkincisi ise, belirli bir bölgede çekirdekleşme (nucleation) olur ki buralarda yoğunluk ortalama yoğunluktan çok farklıdır yani, kabarcıklar veya damlacıklar söz konusudur. Spinodal bozunma sadece spinodal eğri üzerinde olurken çekirdekleşme coexistence eğrisinin içindeki her yerde oluşabilir.

3.3 Nükleer Madde İçin Spinodal Eğrisinin Hesaplanması

Bu bölümde, Landau kinetik denklemini kullanarak nükleer madde için spinodal eğrisini ve kritik sıcaklığı hesaplayacağız. Lineer hale getirilmiş Landau kinetik denklemi,

$$(\partial/\partial t + \vec{v}_p \cdot \vec{\nabla}_r) \delta n_p(\vec{r}, t) - (\delta n_p^0 / \partial \epsilon_p) \vec{v}_p \cdot \vec{\nabla}_r \delta \epsilon_p(\vec{r}, t) = 0 \quad (3.3.1)$$

şeklinde verilir [13]. Burada $\delta n_p(\vec{r},t) = n_p(\vec{r},t) - n_p^0(\vec{r},t)$ eşitliği n_p^0 denge durumundan ayrılma miktarını, $\delta \varepsilon_p(\vec{r},t)$ sankiparçacık enerjisindeki değişimi ve $\vec{v}_p = \vec{V}_p \varepsilon_p$ de sankiparçacıkların hızını gösterir. Çarpışma durumunu ihmal ettiğimiz için çarpışma terimini sıfır aldık. İki ağır-iyonun çarpışması sonucu oluşan bileşik çekiredeğin uzay ve zamana göre geçirdiği değişimler Şekil 3.2 de gösterilmiştir. Bu sistemde bir nükleonun enerjisi,

$$\varepsilon_p(\vec{r},t) = U(\vec{r},t) + \sum_p' f_{pp'} n_{p'}(\vec{r},t)$$

şeklinde tanımlıdır. Dolayısıyla (3.3.1) denklemindeki $\delta \varepsilon_p(\vec{r},t)$ terimi,

$$\delta \varepsilon_p(\vec{r},t) = \delta U(\vec{r},t) + \sum_p' f_{pp'} \delta n_{p'}(\vec{r},t) \quad (3.3.2)$$

şeklinde yazılır. Burada $\delta U(\vec{r},t)$ sisteme uygulanan dış alandaki değişim; $f_{pp'}$ de sankiparçacıklar arasındaki etkileşme fonksiyonudur.

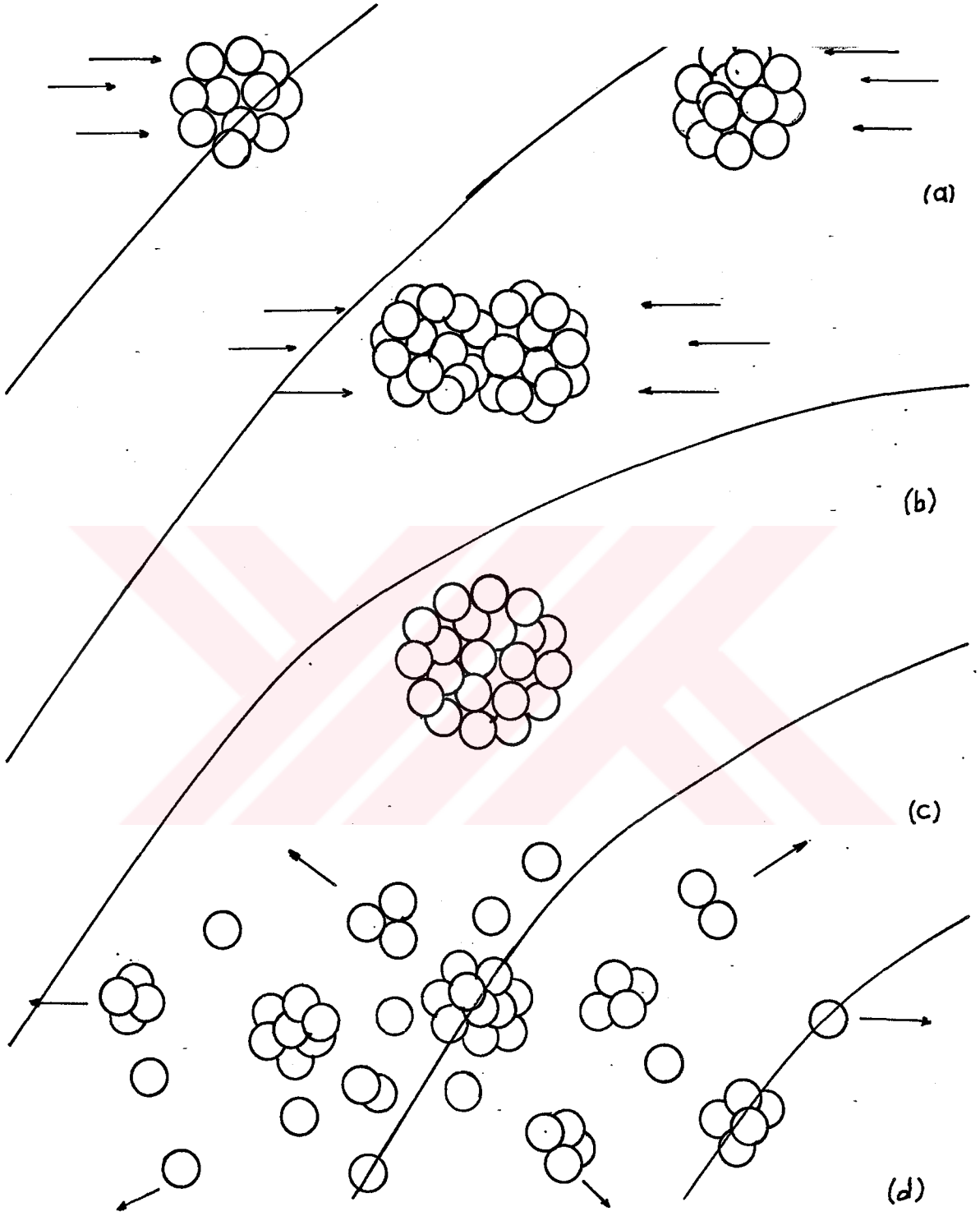
$$\delta U(\vec{r},t) = \delta U(\vec{q},\omega) e^{i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (3.3.3a)$$

$$\delta n_p(\vec{r},t) = \delta n_p(\vec{q},\omega) e^{i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (3.3.3b)$$

dönüşümlerini (3.3.1) denkleminde yerine koyarak,

$$\delta n_p(\vec{q},\omega) = (\vec{q} \cdot \vec{v}_p / \omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_p) (-\partial n_p^0 / \partial \varepsilon_p) [\delta U(\vec{q},\omega) + \sum_p' f_{pp'} \delta n_{p'}] \quad (3.3.4)$$

denklemini elde ederiz. Burada \vec{q} , dalgasayısı, ω ise açısal frekanstır. Bu denklemindeki $f_{pp'}$ etkileşme fonksiyonu yerine Skyrme [25] tarafından geliştirilen etkin nükleon-nükleon etkileşme fonksiyonunu kullanacağız. Hesaplamaları daha basit hale getirmek için Skyrme iki-cisim etkileşme fonksiyonunu momentum uzayında,



Şekil 3.2 (a) Düşük, orta veya yüksek enerjili iki ağır-iyon çarpışmak üzere. (b) Çarpışma anı. (c) Çarpışmadan hemen sonra oluşan nükleon sistemi yani, bileşik çekirdek. (d) Sistemin ilk sıcaklığı ve yoğunluğuna bağlı olarak oluşan uyarılmış sistemin, kısa süre içerisinde dağılmaya başlaması. Şekil üzerindeki eğriler, U dış potansiyelini temsil etmektedir.

$$f_{pp'} = \langle \mathbf{k} | v | \mathbf{k}' \rangle = t_0 (1 + \chi_0 \cdot p_\sigma) + (1/2)t_1(k^2 + k'^2) + t_2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' + iW_0(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{k}' \quad (3.3.5)$$

şeklinde almıştır. Burada \mathbf{k} ve \mathbf{k}' iki nükleonun bağıl dalga vektörleri; t_0 , t_1 ve t_2 Skyrme parametreleri; p_σ , spin değiş-tokuş operatörü; σ_1 ve σ_2 Pauli spin matrisleri ve v , iki nükleon arasındaki etkileşme potansiyelidir. Denklemdaki son terim, sıfırıncı mertebe spin-yörünge kuvvetidir [26]. Burada üç-cisim çarpışmaları ihmal edilmiştir. Bağıl dalga vektörlerini Fermi yüzeyi üzerinde $\mathbf{k} \cong \mathbf{k}' \cong \vec{p} - \vec{p}'$ olarak alırsak $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' \cong (\vec{p} - \vec{p}')^2$ yazabiliriz. Ayrıca spin etkilerini ihmal ettiğimiz için (3.3.5) denklemi,

$$f_{pp'} = \langle \mathbf{k} | v | \mathbf{k}' \rangle = t_0 + t (\vec{p} - \vec{p}')^2 \quad (3.3.6)$$

şeklini alır. Burada $\tilde{t} = t_1 + t_2$ bağıntısı kullanılmıştır. t_0 ve \tilde{t} parametreleri çoğunlukla yoğunluğa bağlıdır. (3.3.6) denklemi (3.3.4) denklemine yerine konularak,

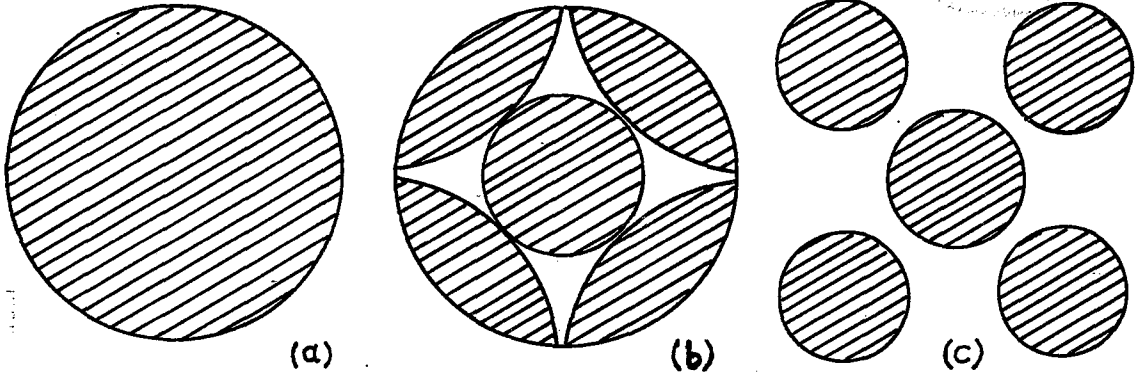
$$\delta n_p(\vec{q}, \omega) = (\vec{q} \cdot \vec{v}_p / \omega - \vec{q} \cdot \vec{v}_{p'}) (-\partial n_p / \partial \varepsilon_p) \{ \delta U + \sum_p [t_0 + \tilde{t}(\vec{p} - \vec{p}')^2] \delta n_p \} \quad (3.3.7)$$

denklemi elde edilir. Statik durumda ($\omega=0$) (3.3.7) denkleminden,

$$\delta n_p(\vec{q}, \omega) = -(\partial n_p / \partial \varepsilon_p) \{ \delta U + \sum_p [t_0 + \tilde{t}(\vec{p} - \vec{p}')^2] \delta n_p \} \quad (3.3.8)$$

elde edilir. Statik durumda sistem sadece uzaya bağlı olarak değişim gösterir (bakınız şekil 3.3). (3.3.8) denkleminin p üzerinden ortalaması alınırsa,

$$\langle \delta n_p \rangle = \chi_0 [\delta U + t_0 \langle \delta n_p \rangle] + \tilde{\chi} \tilde{t} \langle \delta n_p \rangle + \chi_0 \tilde{t} \langle p'^2 \delta n_p \rangle \quad (3.3.9a)$$



Şekil 3.3 Statik durumda, bileşik çekirdeğin sadece yoğunluk çalkantıları nedeniyle, damlacıklara ayrışması. (a) Bileşik çekirdek. (b) Yoğunluk çalkantılarının etkili olmaya başlaması. (c) Bileşik çekirdeğin damlacıklar halinde parçalanması. Taralı bölgeler daha yoğun, açık bölgeler daha az yoğundur.

denklemini; p^2 ile çarpılarak p üzerinden ortalaması alınırsa,

$$\langle p^2 \delta n_p \rangle = \tilde{\chi} [\delta U + t_0 \langle \delta n_p \rangle] + \bar{\chi} \tilde{t} \langle \delta n_p \rangle + \tilde{\chi} \tilde{t} \langle p'^2 \delta n_p \rangle \quad (3.3.9b)$$

denklemini bulunur. Burada,

$$\chi_0 = -\sum_p (-\partial n_p / \partial \varepsilon_p) \quad (3.3.10a)$$

$$\tilde{\chi} = -\sum_p p^2 (-\partial n_p / \partial \varepsilon_p) \quad (3.3.10b)$$

$$\bar{\chi} = -\sum_p p^4 (-\partial n_p / \partial \varepsilon_p) \quad (3.3.10c)$$

kısaltmaları yapılmıştır. Bu fonksiyonlara sistemin tepki fonksiyonları adı verilir. (3.3.9a) ve (3.3.9b) denklemlerinden yararlanılarak ve Fermi yüzeyi yakınında $p \cong p'$ olduğu da göz önünde bulundurularak,

$$\frac{\langle \delta n_p \rangle}{\delta U} = \frac{\chi_0}{(1 - \tilde{t} \tilde{\chi})^2 - \chi_0 (t_0 + \tilde{t}^2 \bar{\chi})} \quad (3.3.11)$$

eşitliği elde edilir. Sistemin bulk modülü,

$$(-\partial n/\partial U)^{-1} = [-\sum_p (\partial n_p/\partial U)]^{-1} \quad (3.3.12)$$

şeklinde tanımlandığından (3.3.11) denklemi p momentumuna bağlı bulk modülünün tersini ifade eder. Bulk modülünü sıfır yapan noktalar spinodal eğrisi üzerinde kalır. Dolayısıyla (3.3.11) denklemini sonsuz yapan noktalar,

$$(1 - \tilde{\chi} \tilde{\chi})^2 - \chi_0 (t_0 + \tilde{t}^2 \bar{\chi}) = 0 \quad (3.3.13)$$

eşitliğinin sağlandığı yoğunluk ve sıcaklık değerleridir. Bu eşitliği Landau parametreleri cinsinden daha sonra ifade edeceğiz. Öncelikle (3.3.10a), (3.3.10b), (3.3.10c) denklemlerini,

$$\sum_p \rightarrow \int d^3p / (2\pi\hbar)^3$$

olduğunu dikkate alarak, integral formunda aşağıdaki biçimde yazalım:

$$\chi_0 = - [g/(2\pi\hbar)^3] \int (-\partial n_p/\partial \varepsilon_p) d^3p \quad (3.3.14a)$$

$$\tilde{\chi} = - [g/(2\pi\hbar)^3] \int p^2 (-\partial n_p/\partial \varepsilon_p) d^3p \quad (3.3.14b)$$

$$\bar{\chi} = - [g/(2\pi\hbar)^3] \int p^4 (-\partial n_p/\partial \varepsilon_p) d^3p. \quad (3.3.14c)$$

Burada g, nükleer madde için spin ve izospinden dolayı 4 alınır. Ayrıca

$$\begin{aligned} d^3p &= 4\pi p^2 dp ; & \varepsilon_p &= p^2 / 2m^* \\ x &= (\varepsilon_p - \mu) / T & & \\ y &= p / p_f = \sqrt{\mu / T_f} \sqrt{1 + x(T / \mu)} & & \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

bağıntılarını tanımlayalım. Bu bağıntılar (3.3.14a), (3.3.14b) ve (3.3.14c) denklemlerinde yerlerine konulursa ve ayrıca,

$$I_n^m(T/T_f) = \int_{-\mu/T}^{\infty} (-T \partial n_p^0 / \partial \epsilon_p) y^n x^m dx \quad (3.3.16)$$

Fermi integralleri tanımlanırsa,

$$\chi_0 = -N(0) I_1^0(T/T_f) = -N(T) \quad (3.3.17a)$$

$$\tilde{\chi} = -N(0) p_f^2 I_3^0(T/T_f) \quad (3.3.17b)$$

$$\bar{\chi} = -N(0) p_f^4 I_5^0(T/T_f) \quad (3.3.17c)$$

bağıntıları elde edilir. Burada $N(0)$, $T \rightarrow 0$ durumundaki düzey yoğunluğu olup,

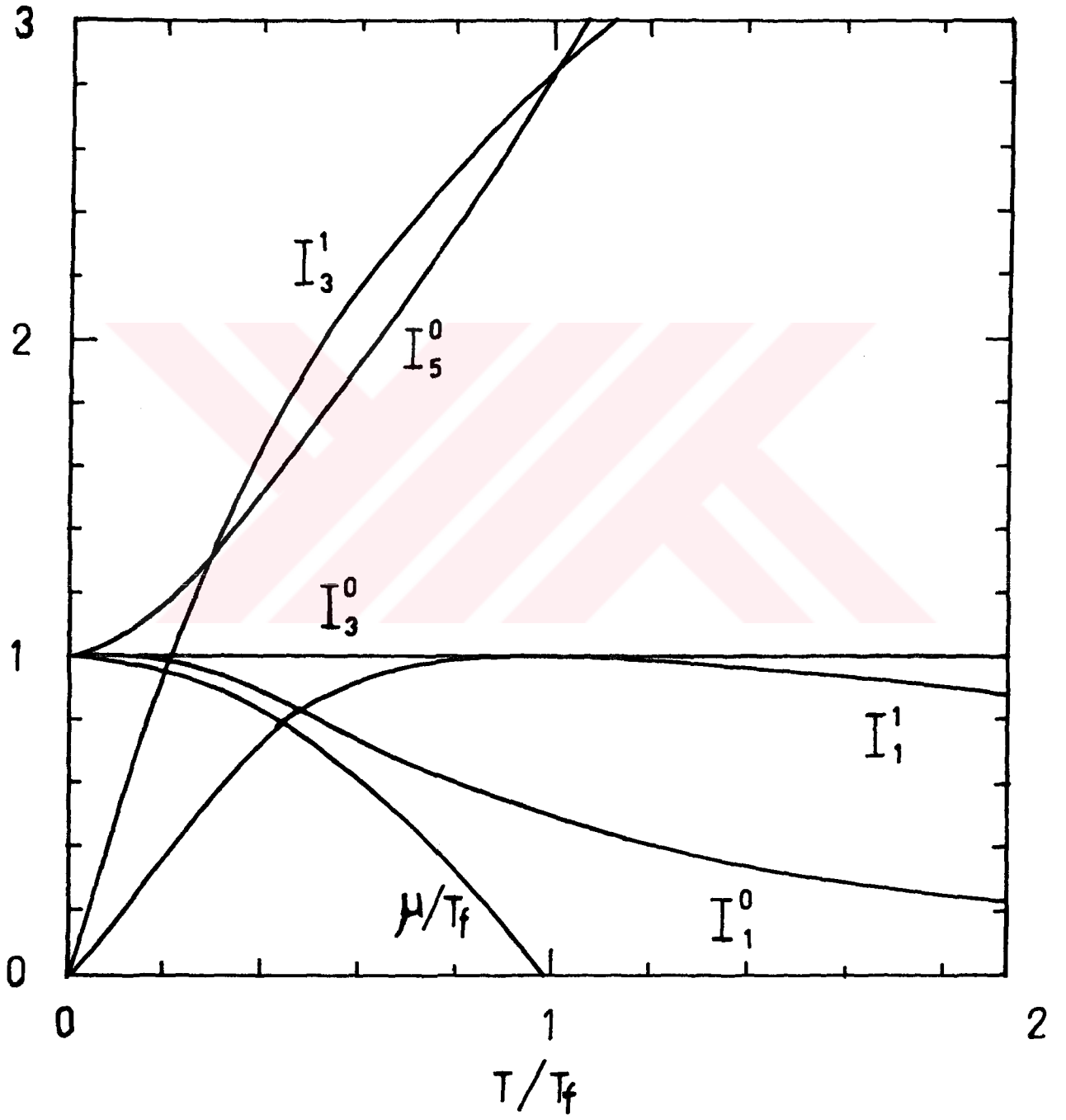
$$N(0) = 16\pi m^* p_f / (2\pi\hbar)^3 \quad (3.3.18)$$

eşitliği ile verilir. $N(T)$ ise sıcaklığa bağlı düzey yoğunluğudur. I_1^0 , I_3^0 , I_5^0 , I_1^1 , I_3^1 ve μ/T_f 'in (T/T_f) 'e göre değişimleri Şekil 3.4 de gösterilmiştir. T_f Fermi sıcaklığı, p_f Fermi momentumu cinsinden,

$$T_f = p_f^2 / 2m^* \quad (3.3.19)$$

olarak verilir. Parçacık sayısı yoğunluğu, $T \rightarrow 0$ için,

$$n = [g/(2\pi\hbar)^3] \int_0^{p_f} n_p d^3p = 2p_f^3 / 3\pi^2\hbar^3 \quad (3.3.20)$$



Şekil 3.4 Fermi integralleri ve kimyasal potansiyelin T/T_f 'e göre değişimleri.

eşitliği ile ifade edilir. Landau-Fermi sıvıları teorisinde etkileşim fonksiyonu Landau parametreleri cinsinden,

$$f_{pp'} = f_0 + f_1 \vec{p} \cdot \vec{p}' \quad (3.3.21)$$

şeklinde verilir [23]. Etkileşim fonksiyonunu Skyrme parametreleri cinsinden daha önce,

$$f_{pp'} = t_0 + t (\vec{p} \cdot \vec{p}')^2 \quad (3.3.22)$$

olarak yazmıştık. (3.3.21) ve (3.3.22) denklemleri karşılaştırılarak f_0 ve f_1 Landau parametreleri t_0 ve \tilde{t} Skyrme parametreleri cinsinden,

$$f_0 = t_0 + 2p_f^2 \tilde{t} \quad (3.3.23a)$$

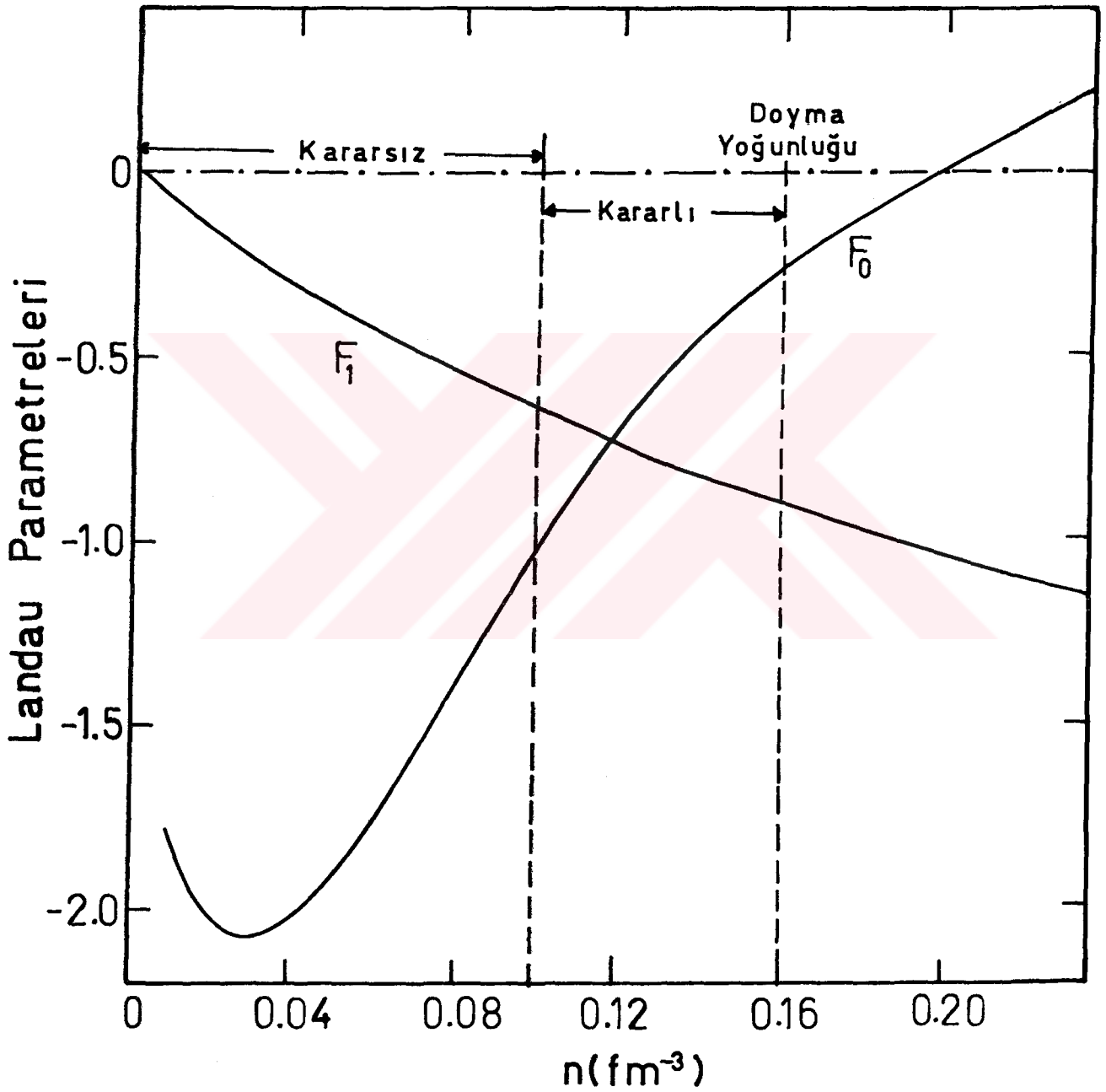
$$f_1 = -2\tilde{t} \quad (3.3.23b)$$

olarak yazılabilir. Dolayısıyla Skyrme tipi bir etkileşme Landau parametreleri cinsinden ifade edilmiş olur. Biz hesaplamalarımızda Ravenhall'un [27], Friedman ve Phandaripande'nin [28] kullandığı Skyrme tipi bir etkileşmeden elde edilen Landau parametrelerinin sayısal değerlerini kullandık (bakınız Şekil 3.5). Landau-Fermi sıvıları teorisinde,

$$F_0(T) = f_0 N(0) I_1^0(T/T_f) = f_0 N(T) = F_0(0) I_1^0(T/T_f) \quad (3.3.24a)$$

$$F_1 = f_1 N(0) p_f^2 \quad (3.3.24b)$$

eşitlikleri geçerlidir. Yukarıda verilen bilgilerden yararlanarak, (3.3.13) denklemini Landau parametreleri cinsinden,



Şekil 3.5 Nükleer madde için F_0 ve F_1 Landau parametrelerinin yoğunluğa bağlı değişimi. "Kararlı" ve "Kararsız" olarak gösterilmiş olan bölgelerde, nükleer madde küçük genlikli uzun dalgaboylu yoğunluk çalkantıları için kararlı ve kararsız durumdadır.

$$1 + F_0 I_1^0 + F_1 (I_1^0 - I_3^0) + (F_1^2/4)(I_3^0 - I_1^0 I_5^0) = 0 \quad (3.3.25)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Burada $I_3^0(T/T_f)$ niceliği, T/T_f in her değeri için "1" e eşittir.

Dolayısıyla (3.3.25) denklemi,

$$1 + F_0(n) I_1^0(T/T_f) + F_1(n) [I_1^0(T/T_f) - 1] + (F_1^2(n)/4) [1 - I_1^0(T/T_f) I_5^0(T/T_f)] = 0 \quad (3.3.26)$$

olarak yazılır. $T \ll T_f$ durumunda, $I_1^0(T/T_f)$ ve $I_5^0(T/T_f)$ için,

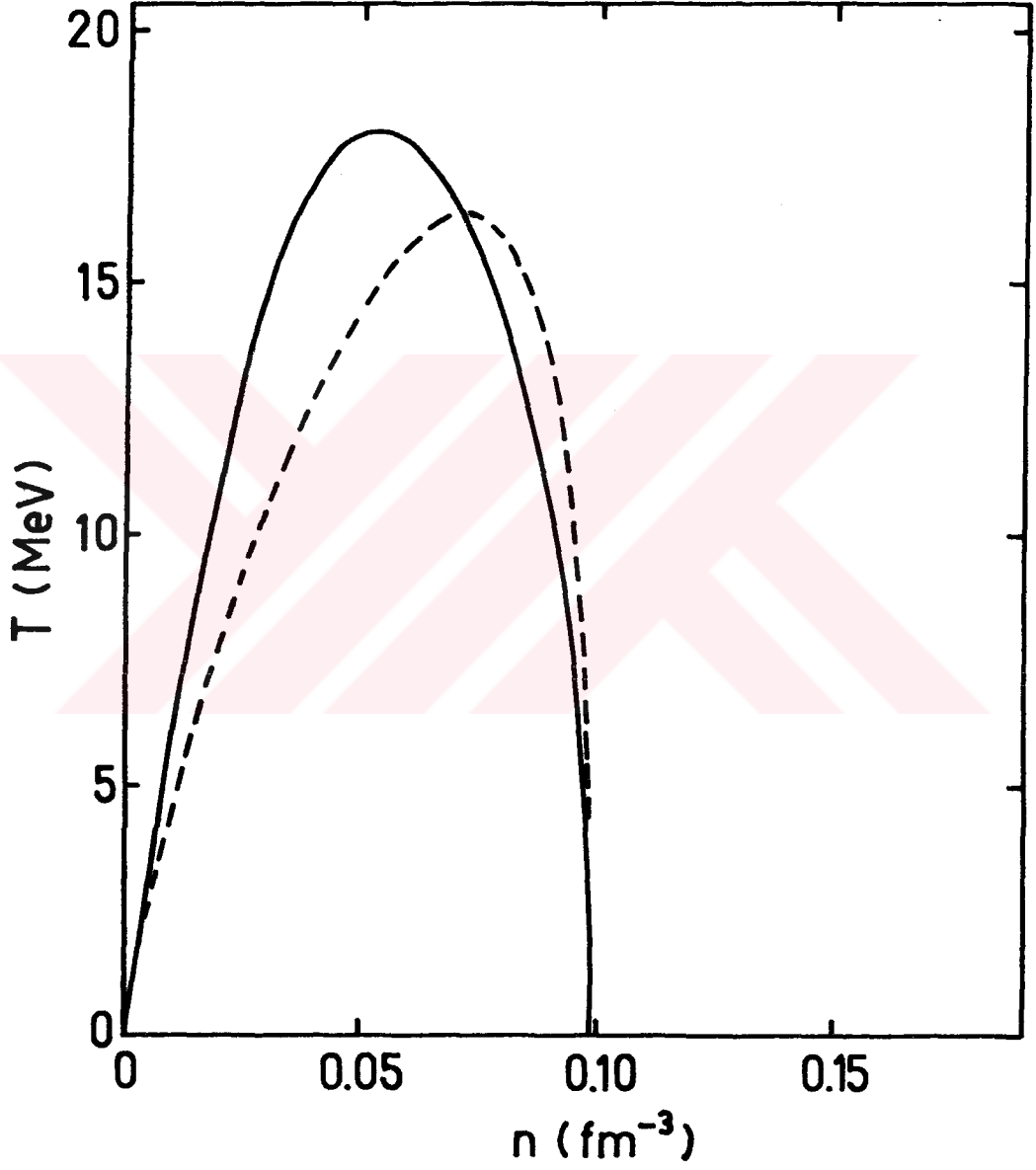
$$I_1^0(T/T_f) \cong 1 - (\pi^2/12)(T/T_f)^2 \quad (3.3.27a)$$

$$I_5^0(T/T_f) \cong 1 + (5\pi^2/8)(T/T_f)^2 \quad (3.3.27b)$$

yaklaşık eşitlikleri yazılabilir. Dolayısıyla (3.3.26) denklemi,

$$1 + F_0 - (\pi^2/12)(T/T_f)^2 \{F_0 + F_1 + (F_1^2/32)[52 - 5\pi^2(T/T_f)^2]\} = 0 \quad (3.3.28)$$

olacak şekilde düzenlenebilir. (3.3.28) denkleminde yararlanarak hesapladığımız spinodal eğri Şekil 3.6 da kesikli eğri; (3.3.26) denkleminde yararlanarak hesapladığımız spinodal eğri ise Şekil 3.6 de sürekli eğri ile gösterilmiştir.



Şekil 3.6 Nükleer madde için hesaplanan spinodal eğriler. Kesikli eğri düşük sıcaklıklar ($T \ll T_f$) için, sürekli eğri ise sıcaklığın Fermi sıcaklığı civarında olması ($T \sim T_f$) halinde hesaplanmıştır.

4 SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Landau-Fermi sıvıları teorisinin deneyler ile ne derece uyumlu sonuçlar verdiğini görmek için, doğada bulunan tek Fermi sıvısı He^3 ile yapılmış olan deneylerin sonuçlarına bakmak gerekir. Landau'nun 1956 yılında yarı-olaycıl Fermi sıvıları teorisini geliştirmesinden sonra 1960 lı yıllarda, He^3 sıvısı ile yapılan deneylerin verdiği sonuçlar ve teoriden elde edilen sonuçların ne derece uyumlu olduğu ortaya çıkmıştır. Örneğin, Baym ve Ebner [29] 1968 yılında çok tatmin edici sonuçlar bulmuşlardır. Bu makalede, hesaplanan viskozluk ve ısı iletkenliği gibi transport katsayılarının deneyler ile uyum içerisinde olduğu görülür. Doğada bulunan diğer Fermi sıvıları ise iki ağır-iyonun çarpışma anında oluşturdukları madde (nükleer madde) de ve süpernovanın büzülüp patlaması anında gözlenir.

Şekil 3.6 da görüldüğü gibi spinodal eğriler, $T \ll T_f$ değerleri için çakışık durumdadırlar. (T/T_f) 'in ve daha yüksek mertebelerinin ihmal edilemediği sıcaklıklarda, sıcaklığa ve momentuma bağlı etkileşme terimlerini hesaba katarak daha gerçekçi bir spinodal eğri elde ettik. Buna göre kritik sıcaklığı $T_c=18.05$ MeV olarak bulduk. Literatürdeki sonuçlar ile bir karşılaştırma yapmak için Tablo 1'e bakınız. Bu çalışmada elde ettiğimiz spinodal eğri Pethick ve Ravenhall'ın [22] bulduğu eğriye çok benzemektedir. Yalnız orada proton oranı 0.4 iken bizim çalışmamızda 0.5 olarak alınmıştır. Ayrıca Kupper ve Wegmann [15] Van der Waals tipi bir etkileşme için yaptıkları hesaplamalarda kritik sıcaklığı $T_c=17.3$ MeV olarak bulmuşlardır. Şekil 2.4 de görülen etkin kütle değerleri, Pethick ve Ravenhall'ın [23] Friedmann-Pandharipande'ye [28] göre hesapladıkları F_0 ve F_1 değerlerine göre hesaplanmıştır. Bu sonuçların karşılaştırılması ile nükleer maddenin davranışının, He^3 sıvısının davranışına bezediği sonucuna varılmıştır.

Daha ileriki çalışmamızda, nükleer maddenin Coexistence eğrisi ve büyüme faktörlerini aynı teoriye göre hesaplamaya çalışacağız.

Tablo 4.1 Bu çalışmada hesaplanan ve daha önce hesaplanmış olan kritik sıcaklık değerleri.

Model	T_c (MeV)
Bu çalışma	
($T \ll T_f$)	16.34
($T \sim T_f$)	18.05
Skyrme I (Kay.30)	20.1
Skyrme II (Kay.31)	17
Skyrme III (Kay.31)	18.3
(Kay.15)	17.4
(Kay.32)	15.5

KAYNAKLAR

- [1] AYIK, Ş., Z. Physik A 298 (1980) 83.
- [2] HALBERT, E. C., Phys. Rev. C 23 (1981) 295.
- [3] ORLAND, H. and SCHAEFFER, R., Z. Physik A 290 (1979) 191.
- [4] OĞUL, R., Z. Physik A 333 (1989) 149.
- [5] MALFLIET, R., Nucl. Phys. A 420 (1984) 621.
- [6] MEKJIAN, A., Phys. rev. C 17 (1978) 10.
- [7] KOONIN, S.E. and RANDRUP, J., Nucl. Phys. A 356 (1981) 223.
- [8] BONDORF, J.P., The NBI 13 Rep.(1988).
- [9] OĞUL, R., The NBI 5 Rep.(1989).
- [10] UEHLING, E.A. and UHLENBECK, G.E., Phys. Rev. 43 (1933) 552.
- [11] LANDAU, L. D., Soviet Phys. JETP 3, (1957) 920; LANDAU, L. D., Soviet Phys. JETP 5, (1957) 101.
- [12] PINES, D. and NOZIERES, P., 1966. Theory of Quantum Liquids. Vol. I. Benjamin, New York.
- [13] BAYM, G. and PETHICK, J. C., 1978. The Physics of Liquid and Solid Helium. (K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, Eds.), Part II, P. 1, Wiley, New York.
- [14] MIGDAL, A. B., 1967. Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei. Wiley, New York.
- [15] KUPPER, W. A., WEGMANN, G. and HILF, E. R., Ann. of Phys. 88 (1974) 454.
- [16] ABRAHAM, F. F., Phys. Reports 53 (1979) 93.
- [17] WILKS, J., 1970. An Introduction to liquid Helium. Clarendon Press, Oxford.
- [18] McQUARRIE, D. A., 1973. Statistical Mechanics. Harper and Row, NY.

- [19] HIRSCHFELDER, J. O., CURTIS, C. F., BIRD, R. B., 1954. *Molecular Theory of Gases and Liquids*. Wiley, NY.
- [20] FAI, G. and RANDRUP, J., *Nucl. Phys. A* 381 (1982) 557.
- [21] BONDORF, J. P., DONANGELO, R., MISHUSTIN, I. N., PRTHICK, C. J., SCHULZ, H. and SNEPPEN, K., *Nucl. Phys. A* 443 (1985) 321, and *Phys. Lett.* 150 B (1985) 57.
- [22] PETHICK, C. J., RAVENHALL, D. G., *Nucl. Phys. A* 471 (1987) 19.
- [23] PETHICK, C. J., RAVENHALL, D. G., *Ann. Phys.* 183 (1988) 131.
- [24] LENK, R. J. and PANDHARIPANDE, V. R., *Phys. Rev. C* 34 (1986) 177.
- [25] SKYRME, T. H. R., *Nucl. Phys.* 9 (1959) 615.
- [26] VAUTHERIN, D. and BRINK, D. M., *Phys. Lett. B* 32 (1970) 149.
- [27] RAVENHALL, D. G., Univ. of Illinois (unpublished).
- [28] FRIEDMAN, B. and PANDHARIPANDE, V. R., *Nucl. Phys. A* 361 (1981) 502.
- [29] BAYM, G. and EBNER, C., *Phys. Rev.* 170 (1968) 346.
- [30] LAMB, D. Q., LATTIMER, J. M., PETHICK, C. J. and RAVENHALL, D. G., *Nucl. Phys. A* 360 (1981) 459.
- [31] BEINER, M., FLOCARD, H., VAN GIAI, N. and QUENTIN, P., *Nucl. Phys. A* 238 (1975) 29.
- [32] BUCHLER, J. R. and BARRANCO, M., *J. de Phys.* 41 (1980) c2-31.

EK 1

Düşük sıcaklıklarda nükleer madde için spinodal eğrisinin hesaplanmasında kullanılan Bilgisayar Programı:

```

implicit double precision (a-h,o-z)
common den(300),f0(300),f1(300),n
open(8,file='spin.dat',status='old')
open(9,file='spin.out')
open(10,file='spin.ftf')
write(*,*) 'başlangıç noktası sıcaklığı='
read(*,*) tbas
write(*,*) 'başlangıç noktası yoğunluğu='
read(*,*) dbas
write(*,*) 'maksimum yoğunluk='
read(*,*) denmax
write(*,*) 'yoğunluk doğrultusunda dn='
read(*,*) deps
write(*,*) 'sıcaklık doğrultusunda dT='
read(*,*) teps
write(*,*) 'hata sınırı eps='
read(*,*) eps
write(*,*) 'birim uzunlukta nokta sayısı inc='
read(*,*) inc
call boad
write(9,99) 'tbas',tbas,'dbas',dbas,'denmax',denmax,'deps'
>,deps,'teps',teps,'eps',eps,'inc',inc
write(10,96)
den1=dbas
temp1=tbas
5 den2=den1+deps
temp2=temp1+teps
fun=g(den1,temp1)
if ((dabs(dd)+dabs(dt)) .lt. eps .and. dabs(fun) .lt. eps)
>goto 20
gt=(g(den1,temp2)-g(den1,temp1))/teps
gd=(g(den2,temp1)-g(den1,temp1))/deps
gras=gt**2+gd**2
dd=fun*gd/gras
dt=fun*gt/gras

```

```

den1=den1-dd
temp1=temp1-dt
goto 5
20 write(9,98) temp1,den1,fun
write(10,97) den1,fff(den1)
a=-gd/gt
dd=1./(inc/0.1+inc/10.*dabs(a))
dt=a*dd
den1=den1+dd
temp1=temp1+dt
if (den1 .lt. denmax .and. temp1 .gt. 0.0) goto 5
99 format(6(a7,'=',e12.6/),a7,'=',i4/3x,'T(MeV)'
>,5x,'n(fm-3)',7x,'g')
98 format(3x,f6.3,5x,f8.6,5x,f8.6)
97 format(3x,f8.6,5x,e12.6)
96 format(4x,'n(fm-3)',7x,'fff')
stop
end
subroutine boad
implicit double precision (a-h,o-z)
common den(300),f0(300),f1(300),n
i=0
1 read(8,*,end=99)a,b,c
i=i+1
den(i)=a
f0(i)=b
f1(i)=c
goto 1
99 n=i
return
end
double precision function g(den,t)
implicit double precision (a-h,o-z)
pi=3.14159265
g=1.-fff(den)-((pi*pi)/12.)*((1/fff(den))**2)*
>((ff0(den)+ff1(den)+((ff1(den)**2)/32.)*(52.-
>5.*(pi*pi)*(1/fff(den))**2)))
return
end
double precision function ff0(denn)
implicit double precision (a-h,o-z)
common den(300),f0(300),f1(300),n
do 10 i=2,n
if (denn .lt. den(i)) goto 20
10 continue
i=n

```

```
20 ff0=f0(i-1)+(denn-den(i-1))*  
>(f0(i)-f0(i-1))/(den(i)-den(i-1))  
return  
end  
double precision function ff1(denn)  
implicit double precision (a-h,o-z)  
common den(300),f0(300),f1(300),n  
do 10 i=2,n  
if (denn .lt. den(i))goto 20  
10 continue  
i=n  
20 ff1=f1(i-1)+(denn-den(i-1))*  
>(f1(i)-f1(i-1))/(den(i)-den(i-1))  
return  
end  
double precision function ftf(denn)  
implicit double precision (a-h,o-z)  
pi=3.14159265  
con=197.68*197.68/(2.*938.0)  
ftf=con*(3.*pi*pi*denn/2.)**(2./3.)/(1.+ff1(denn)/3.)  
return  
end
```

EK 2

Fermi sıcaklığı mertebesindeki sıcaklıklarda nükleer madde için spinodal eğrisinin hesaplanmasında kullanılan Bilgisayar Programı:

```

implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
open(7,file='Idat.dat',status='old')
open(8,file='spin.dat',status='old')
open(9,file='spin.out',status='new')
open(10,file='spin.ftf',status='new')
write(*,*) 'başlangıç noktası sıcaklığı='
read(*,*) tbas
write(*,*) 'başlangıç noktası yoğunluğu='
read(*,*) dbas
write(*,*) 'maksimum yoğunluk='
read(*,*) denmax
write(*,*) 'yoğunluk doğrultusunda dn='
read(*,*) deps
write(*,*) 'sıcaklık doğrultusunda dT='
read(*,*) teps
write(*,*) 'hata sınırı eps='
read(*,*) eps
write(*,*) 'birim uzunlukta nokta sayısı inc='
read(*,*) inc
call boad
call toad
write(9,99)'tbas',tbas,'dbas',dbas,'denmax',denmax,'deps'
>,deps,'teps',teps,'eps',eps,'inc',inc
write(10,96)
den1=dbas
temp1=tbas
5 den2=den1+deps
temp2=temp1+teps
fun=g(den1,temp1)
if ((dabs(dd)+dabs(dt)).lt.eps.and.dabs(fun).lt.eps)goto 20
gt=(g(den1,temp2)-g(den1,temp1))/teps
gd=(g(den2,temp1)-g(den1,temp1))/deps

```

```

gras=gt**2+gd**2
dd=fun*gd/gras
dt=fun*gt/gras
den1=den1-dd
temp1=temp1-dt
goto 5
20 write(9,98) temp1,den1,fun
write(*,*)temp1,den1
a=-gd/gt
dd=1./(inc/0.1+inc/10.*dabs(a))
dt=a*dd
den1=den1+dd
temp1=temp1+dt
if (den1 .lt. denmax .and. temp1 .gt. 0.0)goto 5
99 format(6(a7,'=',e12.6/),a7,'=',i4/3x,'T(MeV)',5x,'n(fm-3)',7x,'g')
98 format(3x,f6.3,5x,f8.6,5x,f8.6)
97 format(3x,f8.6,5x,e12.6)
96 format(4x,'n(fm-3)',7x,'ftf')
stop
end
subroutine boad
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
write(*,*)'Landau parametreleri yükleniyor.'
i=0
1 read(8,*,end=99)a,b,c
i=i+1
den(i)=a
f0(i)=b
f1(i)=c
goto 1
99 n=i
return
end
subroutine toad
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
write(*,*)'I10,I30,I50 integralleri yükleniyor.'
i=0
3 read(7,*,end=199) a,b,c,d
i=i+1
t1(i)=a/100.

```

```

I10(i)=b
I30(i)=c
I50(i)=d
goto 3
199 m=i
return
end
double precision function g(denn,t)
implicit double precision (a-h,o-z)
pi=3.14159265
g=1+ff0(denn)*f10(1/ftf(denn))+ff1(denn)*(f10(1/ftf(denn))-
>f30(1/ftf(denn))+ff1(denn)**2*(f30(1/ftf(denn))**2-
>f10(1/ftf(denn))*f50(1/ftf(denn)))/4.
return
end
double precision function ff0(denn)
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
do 10 i=2,n
if (denn .lt. den(i))goto 20
10 continue
i=n
20 ff0=f0(i-1)+(denn-den(i-1))*(f0(i)-f0(i-1))/(den(i)-den(i-1))
return
end
double precision function ff1(denn)
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
do 10 i=2,n
if (denn .lt. den(i)) goto 20
10 continue
i=n
20 ff1=f1(i-1)+(denn-den(i-1))*(f1(i)-f1(i-1))/(den(i)-den(i-1))
return
end
double precision function ftf(denn)
implicit double precision (a-h,o-z)
pi=3.14159265
con=197.68*197.68/(2.*938.0)
ftf=con*(3.*pi*pi*denn/2.）** (2./3.)/(1.+ff1(denn)/3.)
return
end

```

```

double precision function f10(tt)
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201),
>,I50(201),m
do 10 i=2,m
if (tt .lt. t1(i)) go to 20
10 continue
i=m
20 f10=I10(i-1)+(tt-t1(i-1))*(I10(i)-I10(i-1))/(t1(i)-t1(i-1))
return
end
double precision function f30(tt)
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
do 10 i=2,m
if (tt .lt. t1(i)) go to 20
10 continue
i=m
20 f30=I30(i-1)+(tt-t1(i-1))*(I30(i)-I30(i-1))/(t1(i)-t1(i-1))
return
end
double precision function f50(tt)
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision I10,I30,I50
common den(101),f0(101),f1(101),n,t1(201),I10(201),I30(201)
>,I50(201),m
do 10 i=2,m
if (tt .lt. t1(i)) go to 20
10 continue
i=m
20 f50=I50(i-1)+(tt-t1(i-1))*(I50(i)-I50(i-1))/(t1(i)-t1(i-1))
return
end

```