

T.C  
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

CAM TAKVİYELİ PLASTİK MALZEMELERDE  
TAKVİYE AÇISININ KIRILMA DAVRANIŞINA ETKİSİ



İbrahim GÜLDÜ  
DOKTORA TEZİ  
MAKİNA ANABİLİM DALI  
KONYA, 1995

45244

T.C  
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

CAM TAKVİYELİ PLASTİK MALZEMELERDE  
TAKVİYE AÇISININ KIRILMA DAVRANIŞINA ETKİSİ

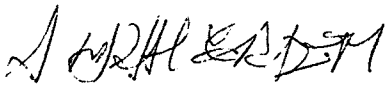
İbrahim GÜLDÜ

Doktora Tezi

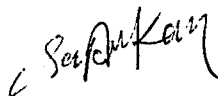
Makina Anabilim Dalı

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

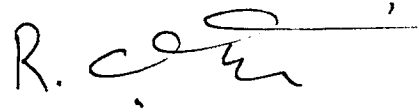
Bu tez 03 / 5 /1995 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.



Prof.Dr. A. Ünal ERDEM  
(Üye)



Prof.Dr. Rafet ARIKAN  
(Üye)



Prof.Dr. Remzi ÇETİN  
(Danışman)

## ABSTRACT

Ph.D. Thesis

### THE EFFECT OF REINFORCEMENT ANGLES ON THE FRACTURE BEHAVIOUR OF GLASS REINFORCED PLASTICS

İbrahim GÜLDÜ

Selçuk University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Prof.Dr. Remzi ÇETİN

1995, Page: 145

Jury: Prof.Dr. A. Ünal ERDEM  
Prof.Dr. Rafet ARIKAN  
Prof.Dr. Remzi ÇETİN

Glass reinforced plastics plates, which contain sharp change in cross section and are loaded to tension, are used extensively in many engineering areas. The stress concentration on the composite plates differ from isotropic cases in relation to fiber directions and loading conditions thus, the reinforcement type and orientations effect both the crack growth behaviour and fracture toughness values, considerably.

In the first stage of this investigation, stress concentration factors were calculated by finite element method for various reinforcement angles and fillet radii at glass cloth-polyester, kevlar-epoxy and graphite-epoxy composite plates. Also the stress concentration factors were obtained by strain-gauge methods for glass cloth-polyester composites experimentally. Then the result obtained in the experimental work were compared with those obtained in the theoretical calculations.

In the second stage were carried out on compact tension specimen which prepared in accordance with ASTM E-399. The effect of reinforcement angle to the fracture behaviour and to the fracture toughness, were, experimentally, determined.

Toughness values were determined by using the compliance calibration methods and Srawley methods respectively, then all the results were compared.

**KEY WORDS:** Glass Reinforced Polyesters, Woven Roving, Glass Cloth, Fracture Toughness, Stress Concentration.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın tamamlanmasında yardımlarını esirgemeyen danıőmanım Prof.Dr. Remzi ÇETİN'e teşekkür ederim.

Araőtırmanın yapılmasında maddi katkılarından dolayı S.Ü. Araştırma Fonu Başkanlığına, malzeme teminindeki katkılarından dolayı Cam Elyaf Sanayii ve Fibrotex A.Ő. yetkililerine teşekkür ederim.

Konu ile ilgili yardımlarını gördüğüm Prof.Dr. Onur SAYMAN'a, bölümümüzün öğretim elemanları ve teknisyenlerine teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

## KISALTMALAR ve SEMBOLLER

CTP	: Cam Takviyeli Plastik
GŞF	: Gerilme Şiddet Faktörü
$\theta$	: Takviye Açısı
$\sigma$	: Normal gerilme
$\tau$	: Kayma gerilmesi
E	: Elastiklik modülü
G	: Kayma modülü
P	: Kuvvet
x	: Eksenel doğrultu
y	: Radyal doğrultu
t	: Levha kalınlığı
$\rho$	: Yoğunluk
K	: Gerilme şiddet faktörü
COD	: Çatlak Açılma Miktarı
a	: Çatlak boyu
W	: Levha boyutu
$S_{11}, S_{12}$	: Elastik sabitler
$G_C$	: Enerji boşalma miktarı
r	: Fillet yarıçapı
f	: Elyaf (fiber)
m	: Matriks (Reçine)
$\epsilon$	: Şekil değiştirme (birim uzama)
k	: Gerilme Yığılma Faktörü
D, d	: Numune genişliği
PVA	: Poli Vinil Alkol
CAA	: Çatlak Ağız Açılımı
MEK	: Metil Etil Ketonperoksit
SEN	: Tek kenar çatlağı
$\nu$	: Poisson oranı
$V_f$	: Hacim oranı
$\mu$	: Malzeme kompleks parametresi
$W_f$	: Elyaf ağırlığı
$W_C$	: Kompozit ağırlığı

- A : Şekil değiştirme enerjisi  
W<sub>p</sub> : Dış yüklerin potansiyeli  
F : Genel kolon kuvvet vektörü  
N : Kuvvet bileşenleri, şekil fonksiyonları  
M : Moment bileşenleri  
[B] : Gradyan matrisi  
[C] : Elastiklik matrisi  
A : Alan



## İÇİNDEKİLER

<b>ÖZET</b>	i
<b>ABSTRACT</b>	ii
<b>TEŞEKKÜR</b>	iii
<b>KISALTMALAR ve SEMBOLLER</b>	iv
<b>1. GİRİŞ</b>	1
1.1. Genel	1
1.2. Poblemin Belirlenmesi	6
1.3. Kompozit Malzemeler	6
1.3.1. Matriks malzemeler	8
1.3.2. Katalizörler	9
1.3.3. Dolgu malzemeleri ve boyalar	9
1.3.4. Takviye malzemeleri	10
1.4. Cam Takviyeli Plastikler (CTP)	10
1.4.1. Cam elyaf	11
1.4.2. Plastikler	13
1.4.3. Polyester	14
1.5. Kevlar -Epoksi Kompozitler	16
1.6. Grafit-Epoksi Kompozitler	18
<b>2. ORTOTROPİK KOMPOZİTLERİN MEKANIĞI</b>	19
2.1. Giriş	19
2.2. Anizotropik Malzemelerde Gerilme-Şekil Değişirme Bağlantıları	19
2.3. Ortotropik Kompozit Malzemeler	21
2.4. Ortotropik Kompozit Malzemelerde Düzlem Gerilme	23
2.5. Tabakalı Kompozit Bir Levhada Gerilme Şekildeğişirme Bağıntısı	27
<b>3. SONLU ELEMANLAR METODU</b>	32
3.1. Sonlu Elemanlar Metodunun Genel Tanımı	32
3.2. Lineer Enterpolasyon Polinomları	33
3.2.1. Düzlemsel Simpleks Eleman	34
3.3. Problemin Sonlu Elemanlar Formülasyonu	37
3.3.1. Varyasyon Prensibi	40
3.4. Sonlu Elemanlar Çözüm Metotları ve İşlem Sırası	44
3.5. Sonlu Elemanlar Metodunun Üstünlükleri ve Sınırları	46
3.6. Gerilme Konsantrasyonu	47

<b>4. KIRILMA MEKANIĞİ</b>	<b>49</b>
4.1. Giriş	49
4.2. Lineer Elastik Kırılma Mekaniğinin Prensipleri	49
4.2.1. Kırılma Tokluğu	50
4.2.2. Çatlak Boyu	50
4.2.3. Gerilme	50
4.2.4. Kırılma Mekaniğinin Kompozit Malzemelere Uygulanması	53
4.3. Yüzey Çatlağı Analizi	56
4.3.1. Kalınlık boyunca çatlaklar	56
4.3.2. Çift kenar çatlağı	56
4.3.3. Tek kenar çatlağı	57
4.4. Ortotropik Malzemenin Kırılma Mekaniğı	58
4.4.1. Kırılma tokluğunun deneysel metotla belirlenmesi	59
4.4.2. Kompakt-çekme numunesinde kırılma tokluğu	60
4.4.3. Ortotropik kompakt-çekme numunelerinde kompiyans metodu	60
<b>5. DENEYLER</b>	<b>63</b>
5.1. Kompozit Levha İmalatı	63
5.2. Elastik Özelliklerin Bulunması	64
5.3. Yakma Deneyi	66
5.4. Gerilme Yığılması Deneyleri	67
5.5. Kırılma Tokluğu Deneyleri	68
5.5.1. Deney numunelerinin hazırlanması	68
5.5.2. Deneylerin yapılışı	70
<b>6. NÜMERİK SONUÇLAR ve TARTIŞMA</b>	<b>75</b>
6.1. Gerilme Yığılması (Konsantrasyon) Faktörü	75
6.2. Kırılma Tokluğu	82
6.2.1. Kompiyans metodu	82
6.2.2. Srawley metodu	84
6.3. Cam Kumaş-Polyester Kompozitlerde Çatlak İlerleme Davranışı	86
6.4. Çatlağın İlerleme Şekli	88
<b>7. SONUÇLAR</b>	<b>92</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>94</b>
<b>EK A</b>	<b>98</b>
<b>EK B</b>	<b>129</b>
<b>EK C</b>	<b>133</b>
<b>EK D</b>	<b>142</b>



# 1. GİRİŞ

## 1.1. Genel

Teknolojinin gelişimi ile yeni malzemelere duyulan ihtiyaç arttığından, kompozit malzemelerin araştırılmasına büyük ağırlık verilmiş; özellikle cam takviyeli plastikler (CTP) zerinde geniş araştırmalar yapılmıştır. CTP'lerde de, diğer bütün malzemelerde olduğu gibi gerilme yığılmaları meydana gelebilir. İmalat veya alışma Şartlarında statik ve dinamik zorlanmalardan dolayı çatlaklar oluşabilir. Çatlaklar yüzeyde, yüzeyin hemen altında veya daha derin bölgelerde bulunabileceği gibi, çentik etkisi yapabilecek kenar ve köşelerde de bulunabilir.

Makina parçalarında kesit değişim bölgeleri bulunmazsa, gerilmeler düzgün dağılır. Kesit alanının üniformluğu bozulduğunda ise, gerilmelerde yığılmalar meydana gelir. Makina parçalarındaki hasarların çoğu yorulma kırılmasıdır. Bu da o bölgedeki gerilme yığılmalarından doğar. Bu bakımdan dizayn esnasında, gerilme yığılmalarını minimum seviyeye indirecek biçimler seçilmelidir. Aksi halde söz konusu gerilme yığılmaları, özellikle dinamik tekrarlı yüklerde yorulmaya ve ani kırılmalara sebep olurlar.

Elastisite teorisinde gerilme yığılması problemlerinin analitik yolla çözülmesi çok karışık bir durum arzettiğinden, çoğunlukla yaklaşık metotlar kullanılır. Bu metotlarda bilinmeyen sayısı arttıka elle çözüm zorlaşmakta hatta

imkansızlaşmaktadır. Eğer problemin çözümü için kullanılacak lineer denklem takımlarını matris formunda ifade eder ve bilgisayardan faydalanırsak çözüm mukayese edilemeyecek derecede kolaylaşır. Sonlu elemanlar metoduyla gerilme yığılma katsayılarını Huebner [1] hesaplamış ve daha önce bulunan sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Gerhardt [2] eliptik çentikli anizotropik plaklarda gerilmeleri sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir. Bathe [3] Zienkiewicz [4] ve Lekhnitskii [5] konuyu daha farklı metotlarla incelemiştir.

Gerilme yığılmaları deneysel olarak da incelenmiştir. Bu konudaki ilk çalışmaları fotoelastik metot üzerine kuran Frocht [6] olmuştur. Bu çalışmalara Dally ve Riley [7] de katılmıştır. Strain-gauge metodu ile deneysel olarak kritik bölgelerdeki gerilmeler ölçülüp karşılaştırma yapılabilmektedir.

Alışlagelmiş malzemelerde olduğu gibi, kompozit malzemelerde de bir problemin çözümünde malzeme sabitleri bilinmelidir. İzotropik malzemelerden farklı olarak, kompozit malzemelerde sabitler, değişen doğrultularda farklı değerler almaktadırlar. Özellikle havacılık ve uzay endüstrisi olmak üzere birçok sahada, en çok karşılaşılan problemlerin başında kırılma gelmektedir. Çatlaklar imalat sırasında veya çalışma esnasında çeşitli şekil ve boyutlarda oluşabilir. Yükün çatlağa etkisine göre ayrılma, kayma veya yırtılma şeklinde üç değişik hasar tarzı vardır. Çatlağın stabilitesinin belirlenmesi, kırılma mekaniğinin temel amaçlarından biridir.. Karbon ve fenolik matriksler içerisinde, kuvarz fiberler kullanılarak elde edilmiş olan üç boyutlu kompozitlerin, kesit değişimi civarındaki gerilmeler sonlu elemanlar metoduyla hesaplanmıştır.[8-9].

Cam takviyeli plastiklerde çeşitli takviye geometrileri için çatlak ilerlemesi ve gerilme şiddet faktörlerinin bulunması ile ilgili pek çok çalışma yapılmıştır. Eş yönlü cam takviyeli plastiklerde kırılma tokluğunu Paris ve Sih'in [10], izotropik malzemeler için geliştirdikleri deney metodunu kullanarak Sanford ve Stonesifer [11] elde etmişlerdir. İzotropik malzemeler için geliştirilen çatlak ilerleme ve kırılma deney metotları daha karmaşık yapıdaki CTP kompozitlere de belli sınırlamalar dahilinde uygulanmaktadır.

Kompozit malzemelerin kırılma şekilleri üç aşamada incelenir:

1- Mikro çatlak başlangıcı.

2- Yükün artışıyla çatlakın kararlı büyümesi ve makro büyüklüğe ulaşması.

3- Kritik GŞF düzeyinde çatlak ilerlemesinin kararsız hale geçişi.

Açılı ve çapraz katlı kompozitlere kırılma mekaniği yaklaşımı şimdiye kadar tatmin edici olmamıştır[12]. Çünkü çatlaklar tek yönlü kompozitlerde olduğu gibi, malzeme simetrisi yönünde sürekli ilerlemezler. Kompleks tabakaların pozisyonlarının değişmesi ve tabakalar içinde çatlamların oluşması gibi daha karmaşık hasarlar meydana gelir. Çok katlı kompozitlerde çatlak ilerleme davranışını belirlemek ve kırılma tokluğu değerini bulmak için, grafit-epoksi kompozitin kırılması, değişik kalınlık ve genişlikteki kompakt çekme numuneleri kullanılarak bulunmuştur.[13]. Tabakalar arasındaki kırılma tokluğu Smiley ve Piper[14] tarafından, açılı katlı kompozitlerdeki kırılma tokluğu ise Peters[15] tarafından incelenmiştir. Eş yönlü cam-epoksi numunelerde tek kenar (SEN) çatlakının çekme deneyinde, kırılma mukavemetinin, kırılma tokluğu ve  $V_f$  ye bağımlılığı Srivastava[16] tarafından gösterilmiştir.

Çapraz katlı kompozit malzemelerde matriks ile elyafın arayüzey ayrılmasının etkilerini Bailey ve Parvizi [17] araştırmıştır. Elyaf-matriks arayüzey özelliklerinin kırılma tokluğuna tesiri çatlak ucundaki enerji absorpsiyonu yaklaşımı ile bulunabilir[18]. Kompozit malzemelerin enerji absorpsiyon kapasiteleri hasar yükünün göstergesidir[19].

Çentik genişliğinin kompliyansa etkisini Baratta ve Underwood[20] incelemiş, çentik genişliğinin kompliyansı kısmi olarak etkilediğini, ifade etmişlerdir. İdeal çatlak haline göre geniş çentiklerde kompliyansın %10 daha büyük çıktığını rapor etmişlerdir. Naik ve Shembekar [21] sonlu genişlikteki ortotropik levhaların, çentikli mukavemetinin bulunması için genişlik faktörü elde etmişlerdir. Sweeney [22] de ortotropik malzemelerin tek kenar çatlaklı testleri için sonlu genişlik faktörleri bulmuştur.

Kompozit malzemelerin gerilme şiddet faktörleri ve kırılma tokluğu değerlerini elde etmek için muhtelif test ve metotlar kullanılır. Peters [15] üzerinde çift kenar çatlaklı bulunan 0/90 ve 0/±45/0 grafit-epoksi kompozitlerde kırılma tokluğunu, çatlak açılma miktarı metoduyla, çatlak uzunluğuna bağlı olarak bulmuştur. Hesaplarında Gaggar ve Broutman'ın [23] geliştirmiş oldukları denklemleri kullanmışlardır. Cam-epoksi kompozit malzemelerde GŞF lerini üç noktadan eğilme testiyle kompliyans

metodu kullanarak Harel ve ark.[24] incelemiştir. Deneysel olarak buldukları bir kalibrasyon katsayısını makalelerinde rapor etmişlerdir.

Donaldson [25] grafit-epoksi ve grafit-peek kompozitlerin kırılma tokluklarını muhtelif deneylerle elde etmiştir. "Hasar Bölge Modeli" ni kullanan Aronsson ve ark.[26-27] çatlaklı ve delikli tabakalı kompozitlerin çekme kırılması davranışını üç nokta eğme, tek kenar çatlaklı ve kompakt-çekme deneylerini cam elyaf-polyester kompozit malzeme üzerinde uygulamışlardır.

Hine ve ark[28] ise karbon-elyaf takviyeli polieterketon kompozitlerde kırılma davranışını üç noktadan eğilme, çift konsol giriş testleriyle incelemiştir. Kritik gerilme şiddet faktörlerini kompiyans metodu kullanarak bulmuşlardır. Friedrich ve ark. [29] cam keçe-poliamid kompozitlerin kırılma davranışlarını araştırmışlardır.

Tabakalı kompozitlerde dikkat çeken ve çözülmesi gereken en önemli problemlerden biri tabaka ayrılmasıdır. Eğer bu tür kompozitlerde muhtelif tipte çatlaklar var ise, bu çatlakların ilerlemeye başlaması anında, tabaka ayrılma problemi kendini ağırlıklı olarak hissettirir. Bunlardan biri tabaka ayrılması sırasında meydana gelen elyaf köprülenmesidir. Böyle bir problemi Hwang ve Han [30] cam-epoksi kompozitler için statik ve dinamik yük altında incelemiştir. Deneylerini kompiyans, giriş ve alan metoduyla gerçekleştirmişlerdir.

Çok yönlü fakat kumaş olmayan tabakalı kompozitlerde mod I delaminasyon hasarını Chai [31] karakterize etmiştir. Benzer olarak kompozit malzemelerin mod I interlaminar kırılma tokluğunu da çift konsol giriş numuneler kullanarak Keary ve ark. [32] elde etmişlerdir.

Deneysel çalışmaların çoğu eş yönlü kompozitler üzerinde yoğunlaşmasına rağmen; boyutsal stabilite, kalıplama esnasında şeklini iyi koruyabilme, tokluğun ve darbe direncinin yüksek olması, gibi nedenlerle çalışmalar cam kumaş takviye üzerine yönelmiştir. [33-34-20] Farklı şekil ve boyutta delik içeren kompozitlerde çentikli mukavemet değeri tahmin edilebilir. "Hasar Bölge Modeli"[27] Lineer Elastik Kırılma Mekaniği'nin kompozitlere uygulanması konusunda, makroskopik düzeyde ilk çalışma Waddoups ve ark. [35] yaptığı çalışmadır. Bu çalışma sonucunda LEKM'nin kompozitlere özel şartlarla uygulanabileceğini belirtmişlerdir. Srivastava [36] eş yönlü cam-epoksi kompozitte çekme deneyi ile P-DL grafiği elde etmiş;  $V_f = 0.48 - 0.50 - 0.52$  değerlerinde kırılma mukavemeti ve kırılma tokluğunun çatlak uzunluğuna ve  $V_f$

bağımlı olduğunu göstermiştir. Naik ve Shembekar [37 ] cam-epoksi ve üzerinde dairesel delik bulunan kompozitlerde Y sonlu genişlik faktörü kullanarak çentikli mukavemet değerleri bulmuşlardır.

Gerilme yığılması içeren tabakalanmış kompozitlerde (kompozitin çatlaklı mukavemetini hesaplamada, çentiğe bitişik bölgedeki normal gerilme dağılımını esas alan) iki kırılma kriterini Whitney ve Nuismer [38] incelemişlerdir. Üzerinde eliptik çatlak bulunan kompozit laminatlarda çentikli mukavemetin tahmini için Whitney ve Nuismer'in modelinde Tan [39-40] değişiklik yapmıştır.

Çatlak ucu civarındaki gerilme dağılımını veren denklemlerde  $r=0$ 'a karşılık gelen değerler kullanılarak, çatlak ucundaki gerilme şiddet faktörleri izotropik malzeme için hesaplanmıştır [41].

Yüzey çatlağı [42], kenar çatlağı [12] veya malzemeyi boydan boya delip geçen bir çatlağın [43] davranışları farklı farklıdır. Bir yapı elemanındaki çatlağın şekli, büyüklüğü ve yeri o yapı elemanında ayrı ayrı tesir göstereceğinden; her bir çatlak şeklinin, ayrı model üzerinde analiz edilmesi gerekir.

Kırılma mekaniği açısından bir yapı veya makina elemanının ömrü, üç adımda incelenir. İmalattan kaynaklanan bir kusur; sürünme ve yorulma etkisiyle bir mikro çatlak oluşumu "Çatlak başlangıcı", olarak kırılmanın ilk safhasını oluşturur. İkinci adımda temel olarak kırılma tokluğu ve gerilme şiddet faktörü (GŞF) ile kontrol edilen "Kararlı çatlak ilerleme" safhasıdır. İkinci adım sonunda, hızlı çatlak ilerlemesi ile, ani kopma veya kırılma görülür.

Makina elemanlarında meydana gelen gerilme konsantrasyonlarının azaltılması, kritik bölgelerde oluşabilecek çatlakları geciktirir.

Bu çalışmada, üzerinde fillet bulunan cam kumaş takviyeli plastik kompozit levhadan üretilmiş elemanlarda; ömür - dizayn parametrelerinin araştırılması gayesiyle, çalışmanın birinci kısmında gerilme konsantrasyon faktörünün (k), takviye açısı ve fillet yarıçapı ile ilişkisinin araştırılması amaçlanmıştır. İkinci kısımda ise; gerilme şiddet faktörlerinin (GŞF), takviye doğrultusu ve çatlak boyu ile değişimi belirlendi.

## 1.2. Problemin Belirlenmesi

Pratikte en fazla kullanılan kompozit malzemelerden biri de, elyaf takviyeli kompozitlerdir. Burada matris malzeme olarak yaygın bir şekilde polyesterler, elyaf olarak da cam fitil, cam keçe, kırılmış kısa elyaf, cam kumaş v.s. kullanılmaktadır. Bu güne kadar diğer elyaf türlerinden elde edilen kompozitlerin, kırılma davranışları incelendiği halde; cam kumaş takviyeli kompozitler konusunda yeterli bir araştırmaya rastlanmamıştır.

Bu çalışmanın birinci bölümünde, değişik geometriye sahip çekme gerilmeleriyle zorlanan cam-polyester, kevlar-epoksi ve grafit-epoksi malzemeler için kritik gerilme yığılmaları, sonlu elemanlar metodu ile hesaplanmıştır. Teorik modellere uygun olarak hazırlanan cam-polyester numunelerin kritik noktalarından birine strain-gaugeler yapıştırılarak gerilme yığılmaları hesaplanmış; daha sonra sonlu elemanlar metoduyla bulunan değerlerle mukayese edilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde ise cam dokuma kumaş, (Woven Cloth) polyester malzemenin değişik takviye açılarındaki kırılma davranışı incelenmiştir. Elyaf takviye açılarının kırılma tokluğuna etkisi gösterilmiştir.

Cam-kumaş takviyeli plastik numunelerin  $\theta = 0^\circ, \pm 15^\circ, \pm 30^\circ$  ve  $\pm 45^\circ$  lif doğrultularındaki gerilme şiddet faktörleri, kompiyans metodu ve Srawley metodu ile elde edilmiştir.

Her iki metottan bulunan sonuçlar karşılaştırılmıştır.

## 1.3. Kompozit Malzemeler

Teknolojik gelişmelerin hızla ilerlediği 20. yüzyılda, sanayinin malzeme ihtiyacı hızla artmaktadır. Yeryüzünde bulunan mevcut malzemeler, bu ihtiyacı karşılayamamaktadır. Bilim adamları çağın yenilikleriyle birlikte mevcut malzemelerin özelliklerinden de faydalanarak, ihtiyaca cevap verecek ekonomik ve teknik yönden daha uygun malzemeler bulmayı amaçlamışlar ve çalışmalarını sonucu özellikle son 20-30 yıllık dönemde daha ekonomik, daha mukavemetli, hem de bilinen malzemelere göre çok hafif olan kompozit malzemeleri bulmuşlardır.

İki veya daha fazla malzemenin kullanım yerindeki aranan özellikleri verebilecek, daha uygun bir malzeme teşkil etmek için makro seviyede birleştirilmesi sonucu meydana gelen malzemelere kompozit malzemeler denir[44]. Kompozit



malzemeler tarih boyunca bilinen ve kullanılan bir malzeme türü olmakla, birlikte, makina sanayiinde kullanımı henüz yenidir.

Mesela inşaatlarda kullanılan saman ve çamur karışımıyla yapılan kerpiç, at kılıyla yapılan sıvalar, geçmişte kullanılan kompozitlere örnek olarak verilebilir. Bugün kullanılan kompozitlere örnek ise, camelyaf-reçine (polyester), tungsten ve molibden takviyeli alüminyum, karbon ve çelik elyaf takviyeli plastiklerdir. Kompozitler genel olarak plastik/plastik, plastik/dolgu maddesi, plastik/cam elyaf, plastik/metal elyaf, metal matriksli kompozitler ve seramikler olarak sınıflandırılırlar. Son zamanlarda yüksek mukavemet/ağırlık, katılık/ağırlık oranlarına sahip olan elyaf takviyeli reçine kompozitleri uçak ve uzay sanayiinde, ağırlığa duyarlı uygulamalarda önemli kullanım alanları bulmuşlardır. Yakın geçmişe kadar saç veya ahşap malzemededen imal edilen tekne, yat, kotra gibi deniz araçları artık yerlerini cam elyaf-polyesterden yapılan tiplerine bırakıyorlar. Bu yeni malzemededen yapılan araçların bakımı ve onarımları kolay olduğu gibi, aynı zamanda hafif, süratli ve uzun ömürlü olmaktadır.

Kompozitler, doğrudan doğruya istenilen maksatla kullanılamayan iki ayrı malzemededen, belli bir özelliği elde etmek için bunların belirli şartlar altında ve belli bir oranda fiziksel olarak birleştirilmesi ile elde edilirler. Kompozit malzemeleri meydana getiren malzemelerin, birleştirme oranları ve birleştirmenin fiziksel durumunu değiştirerek aynı iki malzemededen, değişik kompozit malzemeler elde etmek mümkündür. Kompozit malzemeler genel olarak matriks adı verilen ana faz ile, takviyelendirici olarak adlandırılan tali fazdan oluşurlar. Malzemenin hafif olması sebebiyle cam elyaf kullanılan kompozitler, diğer takviyelendiricilere göre önem kazanmaktadır. Farklı malzemeler mikroskopik seviyede birleştirilebilirler. Fakat sonuçta metal alaşımlarında olduğu gibi makroskopik olarak homojendirler. Kompozit malzemelerde ise, malzeme makroskopik seviyede anizotropiktir. Yani bütün doğrultularda birbirlerinden farklı özellik gösterir.

Kompozit malzemeler çoğunlukla, kendilerini meydana getiren malzemelerin en iyi özelliklerini gösterecek tarzda teşkil edilirler. Fazla ağırlık istenmeyen fakat, fazla mukavemetli olması istenen yerlerde çelik ve benzeri metallerin yerine kompozit malzemeler kullanılmaktadır.

Kompozit malzeme teşkil etmek suretiyle, elde edilebilecek özellikler şunlardır.

- 1- Yüksek mukavemet ve rijitlik
- 2- Korozyon direnci
- 3- Aşınma direnci
- 4- Görünüm güzelliği
- 5- Hafiflik,
- 6- Yorulma ömrü,
- 7- Isı izolasyonu,
- 8- Çok iyi elektrik ve termik özellikler,
- 9- Akustik izolasyon,
- 10- İmalat kolaylığı,
- 11- Sınırsız kalıplama boyutları
- 12- Çok sayıda üretim tekniği,
- 13- Küçük yatırım sermayesi,
- 14- Tasarım esnekliği,
- 15- Düşük maliyetle az sayıda üretim,
- 16- Kendinden renklendirme özelliği,
- 17- Ultraviyole ışınlara dayanım,

Yukarıda sıralanan bu özelliklerin tümü, aynı anda sağlanamaz. Gerçekte kullanım yerinde bütün bu özelliklerin kontrolü ve belli bir değerde olması gereksizdir. Kullanım yeri ve koşullarına bağlı olarak, ihtiyaç duyulan özellikler kontrol altına alınır, iyileştirilir ve böylece kompozit malzemeler, kullanılan matriks malzeme ve tali fazın özelliklerinin kombinasyonlarını taşıyacak şekilde elde edilmiş olur.

Bu özelliklerin düzeltilmesi, istenen özelliklerde kompozit malzemeler üretilebilmesi için, öncelikle kompozit malzemelerin genel yapıları ve dizayn parametreleri iyi bilinmelidir.

### **1.3.1. Matriks Malzemeler**

Kompozit malzeme imalatında matriks (ana faz) olarak metaller, hafif metaller, seramikler ve plastikler kullanılır.



Metal ve hafif metal matriks malzemeler, teorik olarak matriks malzemeyi teşkil etmekle birlikte kompozit malzeme yapımında amaçlanan hafiflik ve imalat kolaylığını sağlayamaz. Mukavemet özellikleri için arzu edilen değerler ise yalın olarak, metalik malzemelerin kullanılması ile elde edilecek değerlerden çok farklı olmayacaktır. Genel olarak kompozit malzeme üretimi için çok az kullanılmalarına rağmen metal matriksler çoğunlukla metal elyaflarla birlikte kullanılırlar. Günümüzde matriks malzeme olarak en fazla plastikler kullanılmaktadır.

### 1.3.2. Katalizörler

Reçinelerden ürün elde etmede, operasyon şartlarına bağlı olarak farklı miktarlarda sertleştirici ve hızlandırıcılar kullanılır. Bu sayede reçinenin çift bağları açılarak, üç boyutlu bağlanmış bir yapı kazanması sağlanır. Soğuk sertleşme ile oluşan reçinelerde, jelleşme ve sertleşme olmadan, reçine ile takviye maddesi kompoziti oluşturmak üzere işlenmelidir. Üç boyutlu şebeke yapısının oluşması, reçinenin cam lifleri ile birleşmesinden sonra da sürer. Sertleşme işlemi sıcaklığın fonksiyonu olup sıcaklık, preslemede 100 °C ta, elle yayma metodunda ise oda sıcaklığında (20 °C) yapılır.

Reçineye ilave edilen peroksitler(sertleştiriciler) reçine ağırlığının % 0.5 ile % 3'ü arasında; hızlandırıcı ise genellikle % 0.5 ile %0.4 arasında kullanılmalıdır. Bu maddelerin ilavesiyle reçine jelleşmeye başlar. Jelleşme egzotermik bir olaydır. Jelleşmeyi sertleşme takip eder ve reçine rijitleşir. Maksimum mekanik özelliklerini kazanabilmesi için, birkaç hafta bekletilir. Hızlandırıcının fazla katılması, jelleşme süresini kısaltır ve reçinenin tutunmasını sağlar, fakat reçinenin sertleşme süresini kısaltmaz. Sertleştiricinin az konulması ise, sertleşmenin tam olmamasına sebep olur. Çok fazla kullanılması ise, malzemenin çok sertleşerek kırılğan olmasına sebep olur.

### 1.3.3. Dolgu maddeleri ve boyaları

Dolgu maddeleri bazı hallerde, reçineye karıştırılarak mukavemet kazandırır. Daha ucuz olduklarından mamülün fiyatını düşürürler. Reçinenin sertleşmesi sırasında çatlama önler, büzülme azaltır ve daha düzgün yüzeyler elde edilmesini sağlar.

Dolgu maddesi olarak karbonatlar ve kil yaygın olarak kullanılır. Reçineye ilave olarak %(10-70) arasında dolgu maddesi katılır. Bu oranın artması, reçinenin

mukavemetinin azalmasına sebep olur. Yüksek absorpsiyonlu dolgu maddesi ise, reçinenin akma özelliğini bozar.

Dolgu maddesi, işlem sırasında reçine içine homojen bir şekilde dağılmalıdır. Bu da dolgu maddesinin partikül büyüklüğüne bağlıdır. Taneler büyükse karışımın içinde dibe çökerler.

Boya ve benzeri maddeler, reçineye doğrudan veya stiren monomer içinde çözüldükten sonra karıştırılırlar. Genellikle reçine miktarının  $\%(0.05-0.1)$ 'i oranında kullanılırlar. Az miktarda kullanım halinde, sertleşmiş reçinenin özelliklerini değiştirmezler. Kullanılacak maksimum miktar reçinenin ve boyanın cinsine bağlı olarak değişir. Bazı tip boyalar reçine ağırlığının  $\%10$ 'una kadar ilave edilebilmektedir.

Bunların dışında reçineye yanmayı geciktirici, elektriki özelliklerini düzenleyici, hatta ultra viyole ışınları absorbe edici maddeler de katılabilmektedir.

#### **1.3.4. Takviye malzemeleri**

Reçineler plastik fiberler, metal veya hafif metal elyaflar, tabii elyaflar, grafit ve karbon elyaflar ve cam elyaflar ile takviye edilirler ve bunlar en çok kullanılanlar olmakla birlikte; özellikle cam elyaflar kompozit malzeme imalinde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

İnce lifler haline getirilen karbon ve grafit yüksek çekme mukavemeti istenen yerlerde, yalnız veya cam elyafla birlikte kullanılabilir. Çok daha az mukavim olması gereken yerlerde pamuk ipliği, naylon iplikler, kağıt lifler, kumaşlar veya bunların dokunmuş halleri kullanılabilir. Kum, odun, talaş, öğütülmüş talaş, kalay ve kum da daha iyi görünüm, düzgünlük, ağırlık istenen yerlerde ve tutuşma tehlikesi olan yerlerde takviye fazı olarak veya ikinci derecede dolgu maddesi olarak kullanılabilir.

#### **1.4. Cam Takviyeli Plastikler (CTP)**

Kompozit malzemelerin en yaygın türü, elyaf takviyeli kompozitlerdir. Elyaf takviyeli kompozitlerde, takviye malzemesi olarak ilk sırayı cam almıştır. Daha sonra sırasıyla asbest ve karbon gelmektedir. Matriks malzeme olarak plastik reçineler en fazla kullanılan tür olup, bunlardan da polyster, ucuzluğu sebebiyle ilk sırayı almaktadır. Epoksi reçine ise yüksek mukavemet ve kimyasal dayanım sebebiyle

uzay, havacılık, ev ve spor aletleri yapımına kadar, çok geniş bir alanda kullanıma imkan vermektedir. Buna rağmen polyester reçineye oranla daha pahalı ve imalatının daha zor oluşu, epoksi reçineleri ikinci palana düşürmüştür. Grafit ve kevlar elyafı-epoksi kompozitler "ileri kompozitler" olarak uzay ve havacılık endüstrisinin temel malzemeleri olmuşlardır.

Vinilester reçineleri, polyester reçineler içerisinde sınıflandırılabilirler. Vinilester reçinenin ana zincir bağı epoksi, polyester veya ürean reçineden meydana gelebilir. Bu iskelet yapının, uç kısımlarında akrilat veya metalakrilat çift bağı bulunuşu reçineden meydana gelebilir. Bu iskelet yapının uç kısımlarında akrilat veya metalakrilat çift bağı bulunuşu, reçineyi asit, baz ve çözücülere karşı daha dayanıklı yapar.

Furan adındaki diğer bir reçine de, cam takviye ile kullanılmaktadır. Kimyasal dayanımlı tuğla kiremit ve çimento imalatında, bağlayıcı olarak furan reçine kullanılır. Oksidasyon dışında, diğer reçinelere oranla kimyasal dayanım daha iyidir.

Yüksek sıcaklıklarda, poliamid reçine diğer reçine türlerine göre en dayanıklı reçine türüdür. Mekanik özellikleri de oldukça iyidir. Yalnız su absorpsiyonunun yüksek olması sebebiyle, kullanımda dikkat gerektirmektedir.

CTP'nin imalat esnekliği ve kolaylığı bu malzemenin üstünlüklerinden biridir. En çok kullanılan imalat şekli, el yatırmasıdır. Püskürtme, reçine enjeksiyonu, köpük kalıplama, soğuk ve sıcak pres, elyaf sarma (flaman sarma), savurma döküm, profil çekme, sürekli levha üretimi, hazır levha ve hamur bileşimiyle üretim (prepreg) gibi pek çok imalat metodu kullanılmaktadır.

CTP malzeme içerisinde, elyaf ve matriks reçineden başka dolgu maddeleri, pigmentler (boya malzemesi) özel amaçlı katkıları (viskozite artırıcılar, alev geciktiriciler, yağlayıcılar, ve stabilizatörler v.s.) ilave edilebilmesine karşılık, cam takviyeli plastiklerin fiziksel özellikleri, esas olarak cam elyaftan kaynaklanmaktadır. CTP cinsine göre kompozitin %25-85'ini cam elyaf oluşturabilmektedir.

#### **1.4.1. Cam elyaf**

Cam elyaf, termoset reçinelerde en çok kullanılan takviye malzemesidir. İnorganik sentetik elyafın, en yoğun olmasına rağmen spesifik mukavemeti oldukça

yüksektir. Cam elyafın yanmaması ve 370 °C'ta mukavemetinin % 70'ini, 540 °C'ta ise % 25'ini muhafaza etmesi en önemli tercih sebeplerindendir.

Cam elyaf takviye türlerinin imalatında ilk adım, sürekli elyafın elde edilmesidir. Sürekli elyaf, sonsuz uzunlukta münferit liflerin birleşmesinden meydana gelmiştir. Bu elyafın üretimi ise, ısı altında camın çok ince gözenekli (0.8-3.2 mm) platin eleklerden belirli bir hızla çekilmesiyle elde edilir. Çekme hızı elyaf kalınlığına bağlıdır. Elyaf, çekme işlemi sonrasında bir bağlayıcı madde ile kaplanır. Bağlayıcı malzemenin görevleri şöyle sıralanabilir:

- 1-Elyafın yüzeyini, kullanıma kadar dış etkilerden korumak,
- 2- Yağlama işlemi yaparak, kayma yüzeyi oluşturmak,
- 3- Organik reçine ile inorganik elyaf arasında, kimyasal bağ teşkil etmek.

Bu işlem sonrasında bobin üzerine sarılan elyaf demetine KEK adı verilir. Bobinler kurutma fırınlarında kurutulduktan sonra, elyaf demetleri bükülerek veya bükülmeden, bir arada sarılarak değişik çaplarda demetler meydana getirilir. Liflerin çapı teks sayısı ile karakterize edilir. Teks sayısı, 400 liften oluşan 1000 m uzunluğundaki elyaf demetinin gram olarak ağırlığını gösterir. Cam elyaf, kullanım amacına göre değişik bileşimlerde üretilir. Kimyasal olarak cam,  $\text{SiO}_2$  iskeletine sahip ( $\text{SiO}_4$ ) n polimer yapısındadır. Bir  $\text{SiO}_2$  molekülü merkezdeki Si iyonu 4 tane O iyonu ile çevrilmiş tetrahedral konfigürasyona sahiptir. Saf  $\text{SiO}_2$  yani kuvarsın ergime sıcaklığı çok yüksek olduğundan, işlenebilme sıcaklığını düşürmek için cam şebekesini kesintiye uğratabilen veya değiştirebilen "Şebeke modifikatörleri" kullanılır. Bu amaçla kullanılan en yaygın katkı maddesi metal oksitlerdir. İlk imal edilen cam A camı olarak adlandırılan alkali soda-kireç camdır. A camının elektrik ve mekanik özelliklerinin iyileştirilmesi için üretilen düşük alkalili alumino-borosilikat E camı, en çok kullanılan cam tipidir. Özel uygulamalar için değişik kompozisyonlarda cam elyaf üretilmiştir. Kimyasal dayanım amacıyla, sodyum borosilikat C cam kullanılır. Bu camın en yaygın kullanım şekli, CTP laminatlarda korozyona dirençli bir bariyer tabakası elde etmek amacıyla, jelkot reçine takviyesi olarak kullanılan yüzey tülüdür.

Yüksek mukavemetli mağnezyum-alümino silikat S cam, daha ziyade uzay ve havacılık sanayisinde, özgül mukavemetinin yüksekliği nedeniyle tercih edilir. Ayrıca

yüksek sıcaklıklarda, mukavemetini E camına göre daha iyi korur. Yüksek elastiklik modüllü M cam, düşük dielektrik ve düşük yoğunluklu D camı ve radyasyona karşı uygulamalar için L camları da üretilmiştir.

CTP kompozitin dizaynında cam elyafın kimyasal bileşimi ve elyaf çapının seçimi ile birlikte en önemli kriter, takviye malzemesinin geometrisidir. Bu amaçla cam takviye, bükülmüş veya düz sürekli elyaf, keçe, kumaş ve kırılmış kısa elyaf (3-5 mm) gibi değişik tiplerde üretilir.

Cam fitil, bir veya daha fazla cam elyaf demetinin, bükümsüz olarak mandrel üzerine sarılması ile oluşur. Değişik uygulamalar için, değişik özelliklerde üretilirler. Kullanılacak sürekli elyaf yumuşak ve ince liflerden meydana gelmeli, fitili oluşturan demetler paralel ve eşit uzunlukta olmalıdır.

Keçe, kırılmış elyafın tesadüfi bir dağılımla birbirine bağlanarak tek düze bir yapı meydana getirmesiyle oluşur. Genellikle kırılmış elyaf boyu 50 mm dir. Keçe ağırlığı 200-600 g/m<sup>2</sup> arasında değişmektedir. Reçine yüzdesi yüksek, korozyona dirençli tankların üretiminde keçe malzeme kullanılmaktadır.

Cam kumaş, düz fitillerden veya bükülmüş elyaftan hazırlanmış olarak iki sınıfa ayrılabilir. Bükümlü iplik esaslı kumaşlar ve dokumalar, tekstil bağlayıcı uygulanmış ve bobin üzerine sarılmadan önce bükülmüş devamlı cam elyafından dokunurlar. Cam kumaşlar, elektrik tesisatında, baskılı devrelerde, devre kesici tüplerde, taşıt gövdeleri, tank, tekne imalatı gibi birçok alanlarda kullanılır.

Kırılmış kısa elyaf daha ziyade termoplastiklerin takviyesinde kullanılmaktadır. Bazı uygulamalarda diğer takviye malzemeleri ile birlikte de kullanılabilir.

#### 1.4.2. Plastikler

Plastik, organik kimyasal bir maddedir ve molekülleri belirli bir düzen içerisinde sıralanmıştır. Bu sıralamada yapılacak değişiklikler ile, plastikler farklı özellikler kazanır. Değişik moleküllerin bir araya getirilmesi ile de, değişik plastik malzemeler elde edilir. Plastikleri oluşturan molekül bağlarının fazla olması, farklı veya aynı moleküllerin bir ana malzeme içerisinde kullanılabilmesi plastiklerin teorik olarak sonsuz çeşit ve sayıda olabileceğini kanıtlar.

Kullanımları sırasında gösterdikleri özellikler bakımından incelendiğinde, plastikleri üç ana grupta toplamak mümkündür:

- 1- Elastomerler
- 2- Termo plastikler
- 3- Termosetler

1- Elastomerler: Üç boyutlu şebeke yapısı oluşturarak, yüksek esneklik gösteren polimerlerden oluşurlar.

2- Termo plastikler: Molekül yapısı olarak yan zincirler ve gruplar ihtiva ederler. Moleküller elastomerlerde ve termosetlerde olduğu gibi, üç boyutlu bir yapı teşkil etmezler. Moleküller arasında zayıf Van der Walls bağları vardır. Bu sebeple rijit bir yapıları yoktur. Isı etkisiyle yumuşarlar, bu özelliklerinden faydalanarak ısıtma suretiyle şekillendirilirler. Bu sırada hiç bir kimyasal değişikliğe uğramazlar. Tekrar tekrar ısıtılarak yeni şekiller verilebilir. Piyasada toz ve granül halinde bulunurlar, ancak kompozit malzeme imalinde çok az kullanılırlar.

3- Termosetler: Polimerizasyon sırasında molekülün reaktif olan kısımları, moleküller arasında zincir yapı teşkil ederler. Moleküller bir üç boyutlu şebeke teşkil edecek tarzda birbirine bağlanarak, rijit bir yapı teşkil ederler. Bu bağlanma esnasında meydana gelen olay tek yönlü kimyasal bir reaksiyondur. Plastik malzeme şekil aldıktan sonra sertleşir ve malzeme artık yumuşayıp tekrar şekil değiştirilemez.

### 1.4.3. Polyester

CTP malzeme imalinde en çok termosetler kullanılır. Termosetler sertleşmeden önce, genel olarak reçineneler diye anılırlar. Bunlardan ise daha çok polyesterler, fenolik reçineler, epoksi reçineler ve silikonlar kullanılırlar. Bilhassa polyesterler, özellikleri, kullanım kolaylığı, imalat yatırımının az olması, her amaç için farklı formüllerde hazırlanabilmeleri ve diğerlerinden daha ucuz olmaları tercih sebeplerindedir. Yüksek mukavemet ve kimyasal direnç gereken yerlerde ve bazı özel uygulamalarda epoksi reçineler tercih edilirler. Fenolik reçineler ise, yüksek mukavemetin yanında, büyük ısı dayanımı gerektiren yerlerde kullanılırlar.

Polyester reçine genellikle, doymamış dikarbolisilik asit ve glikolün kondensasyonu sonucu elde edilir. Çift bağ ihtiva eden bir lineer polimerdir. Lineer



polimer halinde iken, rijit bir yapı göstermeyen polyesterleri üç boyutlu bir şebeke yapısına sahip polimer haline getirmek amacıyla, içerisine bir miktar stiren veya benzeri çift bağlı monomerler katılır. Polyestere belli özelliklerin verilmesi amacıyla stiren ile birlikte farklı maddeler de katılır. Bu maddeler ve sağladığı özellikler şunlardır.

**Metil akrilat:** Işık stabilitesi ve hava şartlarına karşı polyestere direnç kazandırır.

**Maleimid:** Yüksek reaktivite ve ısıya dayanıklılık sağlar.

**Triallit Fosfat:** Ateşe dayanıklılık sağlar.

**Trifenil Stibin:** Işık geçirgenliğini artırır, alev dayanıklılık sağlar.

Polyesterler genel olarak Asit+Alkol, Ester+Su reaksiyonuyla elde edilirler.

Polyesterlerin çoğu, 250 °C a kadar emniyetle kullanılabilirler. En büyük dezavantajı, sertleşme sırasında %(4-5) oranında büzülmesidir. Büzülme sonucunda oluşan iç gerilmeler, şekil bozuklukları, çatlamlar ve mukavemet kaybına yol açar.

Uygulamada kullanılan reçineler:

1- Polyesterler

a- Cila tipi

b- Döküm tipi

c- Cam takviyeli plastik tipi

1- Atmosfer tipi: Atmosferik şartlardan kesinlikle etkilenmezler. Çatı ve sera kaplamalarında kullanılır.

2- Yanmaz tip: Alev dayanıklıdır ve alev taşımaz, yansa dahi kendi kendine söner. Sinema, stadyum, terminal gibi toplu merkezlerde kullanılır.

3- Hassas profil tipi: Boyutlamada milimetrik hassasiyet imkanı verdiğinden mekanik parçaların imalinde kullanılır. Büzülme miktarı diğer polyester tiplerine göre çok azdır.

4- Korozyon tipi:

a- Korozyon ortamları için: Korozyon etkilere karşı çok dayanıklı olduğundan, asit banyoları ve ortamlarıyla bunlar için gerekli araç gereç yapımında kullanılırlar.

b- Tekne imalatında: Denizın tüm etkilerine ilave olarak, darbelere karşı mukavemetli olduğundan tercih edilir.

c- Gıda sektöründe: Katı ve sıvı gıda maddelerinin taşınması, depolanması için boru, kutu, depo yapımında kullanılırlar. Gıda maddelerinin tat ve kokularını, besin değerlerini muhafazaya yarar.

d- Genel amaçlı tip: Genel uygulamalarda kullanılır.

Polyester reçinelerin viskozitesini düşürmek veya miktarını artırmak için bazı durumlarda içersine stiren katılır. Miktarının iyi ayarlanması gerekir, fazla katılırsa son ürün kırılğan olur ve yüzey çatlakları kaçınılmazdır. Stiren yerine aynı amaçla asetin, tiner gibi polimerizasyonu bozucu maddelerin, polyestere katılmaması gerekir. Polyester kullanılacağında polimerizasyonu başlatmak için, katalist olarak peroksitler kullanılırlar. Kobalt tuzları ise reaksiyonu hızlandırmak için kullanılırlar. Bunlara hızlandırıcı da denir. Peroksitlerin ve kobalt tuzlarının miktarları karışımının kompozisyonuna göre farklılıklar gösterir. Bunların miktarı reçine ağırlığının % 0.5'i ile % 3'ü arasında olmalıdır. Reçine içersine katılan katalist ve hızlandırıcı miktarları ve cinsleri, sertleşme karakteristiklerini etkiler. Peroksitlerle kobalt tuzları karıştıklarında patlayıcı bir karışım oluşturduklarından, hiçbir zaman birbiriyle temas ettirilmemelidirler. Bu sebeple reçineye önce hızlandırıcı ilave edilip karıştırılır, daha sonra başka bir ölçü kabında ölçülen katalist (sertleştirici) ilavesiyle, tekrar karıştırılır. Katalistin ilavesiyle reçine jelleşmeye başlayacağından, en kısa sürede kullanılmalıdır. İstenirse reçineye dolgu ve renk verici maddeler ilave edilebilir. Bu sayede reçinenin mamul üretiminden sonraki tabii rengi değiştirilmiş, boya yapmaksızın son ürün elde edilmiş olur. Hızlandırıcı, sertleştirici ve diğer katkı maddelerinin oranı, jelleşme süresini beş dakikadan üç saate kadar çıkarabilir.

## 1.5 Kevlar-Epoksi Kompozitler

1970 lerde ticari olarak ortaya çıkmış olan kevlar, naylon ailesinden bir aramid plastik türüdür. C, H,O ve N' un bir bileşiği olan kevlar aramid elyaflar, standart tekstil tekniği kullanılarak, uzun zincir yapılı polyamid polimerin bükülmesiyle elde edilmektedir.



Yoğunluğunun düşük olması, yüksek çekme mukavemeti, maliyetinin düşüklüğü sebebiyle; tok, darbeye dayanıklı yapılarda kullanılmaktadır. Aromatik polyamid elyaflar, yüksek çekme mukavemeti ve yüksek elastiklik modülü sebebiyle, diğer organik elyaflardan üstündür.

Kevlar 29 yüksek yoğunluklu ve yüksek mukavemetli olması sebebiyle, balistik koruma amacıyla kullanılmaktadır. Basma mukavemetinin düşük olması sebebiyle, ikinci derecede önemli yapılarda, flaman sarma, roket motoru gibi yapıların mukavemetini artırmak için, ilave sarma işlemlerinde kullanılmıştır. Radyal lastiklerde mukavemeti ve ömrü artırmak, ağırlıktan tasarruf sağlamak için, karkas yapmak amacıyla kullanılmıştır.

Kevlar 49 du Pont patentiyle yapılmış olup; özgül ağırlığı 1.45,  $\sigma_C=362 \cdot 10^7$  N/m<sup>2</sup> dir. Kevlar 49' un faydalı mukavemeti, epoksi takviyesi ile, ( 7075 T6 Al ) alüminyum işlem alaşımından mukavemet yönüyle 4 kat fazla, yoğunluğu da yarıyarıya azdır.

Kevlar takviyeli epoksi kompozitin çekme mukavemeti  $1379 \cdot 10^6$  N/m<sup>2</sup>, çekme modülü  $75.8 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> (elyaf boyunca) dir. Çekme davranışının lineer olması, hasara kadar yüksek mukavemet göstermesi, aramid kompozitlerin basma ve eğilme yükleri altında sünek bir davranış göstermesine yol açar. Kevlar 49'un yoğunluğu, grafit, bor elyaf, S camı ve E camına göre düşük olduğundan, özgül mukavemet ve elastiklik modülü oldukça yüksektir.

Kevlar 49 sürekli elyaf iplikleri ve fitil şeklinde; bükülmüş veya kırılmış elyaf şeklinde üretilir.

Kevlar 49 yüksek performanslı kompozit uygulamaları için kullanılır. Bunlar düşük ağırlıklı, hafif, yüksek mukavemetli ve yüksek rijitlikteki malzemelerde titreşim yutabilirler. Hasarın, yorulmanın ve gerilme kopmasının kritik olduğu yerlerde tercih edilir. Kevlar 49 diğer organik malzemelerden farklı olarak gerilme şekil değiştirme davranışı, çekme deneyinde yaklaşık lineer gider. Kevlar-epoksilerin kopma uzaması; bor-epoksi veya grafit-epoksi kompozitlere göre iki kat daha yüksektir. Havacılık sanayiinde genellikle Kevlar 49 epoksi ile kompozit yapılır.

Aramid kompozitler elektriği iletmezler ve metallerle temas ettiklerinde, hiçbir galvanik korozyon göstermezler.

Aramid elyaflar cam ve grafitte olduğu gibi benzer yollarla imal edilebilir. Aramid kompozitler darbeye dayanıklıdır. Buradaki elyaflar ise, çatlakların ilerlemesini engellerler. Seçilen reçineye bağlı olarak aramid kompozitler -196 ile 204° C arasında kullanılırlar.

Elastiklik modülleri bazı grafit kompozitlerle eşdeğer olmasına karşılık, çekme mukavemeti grafit kompozitlerden daha yüksektir. Elyaf hacim oranı  $V_f=0.60$  için basma mukavemeti (240-345)  $10^3$  MPa, özgül basma mukavemeti (18-25)  $10^3$  MPa'dır. Çarpı darbe deneyinde grafit-epoksinin 7 katı, bor-epoksinin ise 4 katı daha iyidir. E camı-epoksiye göre ise yarısından biraz yüksektir.

### 1.6 Grafit-Epoksi Kompozitler

Karbon elyaflar, rijitlik ve mukavemetlerinin yüksekliği, yoğunluklarının düşük olması, yorulma dayanımlarının iyi ve sönümlenme kabiliyetleri sebebiyle, kompozit malzeme üretiminde önemli yer tutarlar. Eş yönlü C takviyeli epoksi kompozitlerin mekanik özellikleri, Rothman [45] tarafından incelenmiştir. Hacim oranı  $V_f$ 'nin çekme mukavemetine etkisi Elkin ve ark. tarafından [46], Karbon takviyeli epoksi kompozitler ise, My Monter tarafından incelenmiştir. Burada kullanılan takviye malzemesi, Tornel 50 adı verilen grafit elyafıdır. İki kat fitil ve her katta 720 flaman bulunan elyafın, iplik çapı 0.051 cm.kadardır. Eş yönlü bantlar şeklinde hazırlanmış numunelerin kalınlığı 3.175 mm, nominal elyaf hacim yüzdesi 58.2 dir. Karbon-epoksi kompozitlerin elastisite modülleri  $165 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup>, eğilme mukavemetleri  $710 \cdot 10^6$  N/m<sup>2</sup>, kayma mukavemeti  $24.1 \cdot 10^6$  N/m<sup>2</sup>, kayma elastiklik modülü  $4.9 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> dir.

Karbon kompozitler genellikle, düşük basma ve tabakalar arası kayma mukavemeti özelliği gösterir. Basma mukavemeti (grafit -epoksi) (345-758) MPa'dır.

Grafit-epoksinin metalleri korozyona uğraticı özelliği bir dezavantajdır.

Grafit, cam ve aramid ile hibrid şekilde kompozit yapıldığında, her bir elyafın kendine has özelliklerini üzerine alarak, melez bir kompozit elde edilmiş olur.

## 2. ORTOTROPİK KOMPOZİTLERİN MEKANIĞI

### 2.1. Giriş

En az iki ayrı malzemenin makro seviyede birleştirilmesi ile meydana getirilen yeni bir malzemeye, kompozit malzeme denir. Bir malzemenin özellikleri her doğrultuda aynı ise, bu tür malzemelere "izotropik malzeme" denir ve özelliklerini belirlemek için, yalnız E ve  $\nu$  elastik sabitleri yeterlidir.

Anizotropik malzemede ise özellikler her doğrultuda değişir. Bunun için 21 bağımsız parametrenin bilinmesi gerekir. Ortotropik bir malzeme için ise bilinmesi gereken 9 bağımsız parametre mevcuttur [47].

### 2.2. Anizotropik Malzemelerde Gerilme Şekil Değiştirme Bağlıları

Gerilme ile şekil değiştirme arasındaki bağıntı genelleştirilmiş Hooke Kanunundan aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (2.1)$$

Burada  $\sigma_{ij}$  ikinci mertebeden gerilme tansörüdür.  $\epsilon_{kl}$  ise ikinci mertebeden şekil-değiştirme tansörüdür.  $C_{ijkl}$  dördüncü mertebeden elastisite tansörüdür.

Gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin herbiri simetriktir. Yani  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$   $\epsilon_{kl} = \epsilon_{lk}$  olduğu [48] yazılabilir.

Gerilme şekil değiştirme bileşenleri için tansör notasyonu veya kısaltılmış notasyon kullanmak mümkündür. Kısaltılmış notasyon cinsinden gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= \sigma_1 & \sigma_{22} &= \sigma_2 & \sigma_{33} &= \sigma_3 \\
\sigma_{23} = \tau_{23} &= \sigma_4 & \sigma_{31} = \tau_{31} &= \sigma_5 & \sigma_{12} = \tau_{12} &= \sigma_6 \\
\varepsilon_{11} &= \varepsilon_1 & \varepsilon_{22} &= \varepsilon_2 & \varepsilon_{33} &= \varepsilon_3 \\
2\varepsilon_{23} = \gamma_{23} &= \varepsilon_4 & 2\varepsilon_{31} = \gamma_{31} &= \varepsilon_5 & 2\varepsilon_{12} = \gamma_{12} &= \varepsilon_6
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Buna göre denklem (2.1)'deki genelleştirilmiş denklemler şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= C_{11} \varepsilon_1 + C_{12} \varepsilon_2 + C_{13} \varepsilon_3 + C_{14} \varepsilon_4 + C_{15} \varepsilon_5 + C_{16} \varepsilon_6 \\
\sigma_2 &= C_{21} \varepsilon_1 + C_{22} \varepsilon_2 + C_{23} \varepsilon_3 + C_{24} \varepsilon_4 + C_{25} \varepsilon_5 + C_{26} \varepsilon_6 \\
\sigma_3 &= C_{31} \varepsilon_1 + C_{32} \varepsilon_2 + C_{33} \varepsilon_3 + C_{34} \varepsilon_4 + C_{35} \varepsilon_5 + C_{36} \varepsilon_6 \\
\sigma_4 &= C_{41} \varepsilon_1 + C_{42} \varepsilon_2 + C_{43} \varepsilon_3 + C_{44} \varepsilon_4 + C_{45} \varepsilon_5 + C_{46} \varepsilon_6 \\
\sigma_5 &= C_{51} \varepsilon_1 + C_{52} \varepsilon_2 + C_{53} \varepsilon_3 + C_{54} \varepsilon_4 + C_{55} \varepsilon_5 + C_{56} \varepsilon_6 \\
\sigma_6 &= C_{61} \varepsilon_1 + C_{62} \varepsilon_2 + C_{63} \varepsilon_3 + C_{64} \varepsilon_4 + C_{65} \varepsilon_5 + C_{66} \varepsilon_6
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Buradan görülüyor ki gerilme ve şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik olması, üç boyutlu uzayda genelleştirilmiş elastisite tansörünün, bileşenlerinin sayısını 81'den 36'ya indirir.

Şekildeğiştirme enerji yoğunluk fonksiyonu  $W$  ile tanımlanırsa,

$$W = 1/2 \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$$

veya

$$W = 1/2 C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{ij} \tag{2.4}$$

yazılabilir.

$\varepsilon_{ij}$ 'ye göre kısmi türev alınırsa

$$\frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} = \sigma_{ij} \tag{2.5}$$

Gerilme ve şekildeğiştirme tansörlerinin bileşenleri simetriktir. Yani  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ;  $\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk}$ ' dir. Böylece elastisite tansörünün bağımsız sabitleri 21'e iner. Zira denklem (2.5)  $C_{ijkl} = C_{klij}$  eşitliğini gerektirir veya kısaltılmış notasyon cinsinden  $C_{ij} = C_{ji}$  şeklinde ifade edilir.

Şekildeğiştirmelerin gerilmeler cinsinden ifadesini aşağıdaki formda yazmak mümkündür.

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (i, j= 1, \dots, 6) \quad (2.6)$$

Burada  $S_{ij}$  kompliyans matrisi olup  $C_{ij}$  matrisinin tersidir.

$$S_{ij} = C_{ij}^{-1} \quad (2.7)$$

Elastik sabitlerin matrisi  $C_{ij}$  simetri olduğundan  $S_{ij}$  matrisi de simetriktir. Yani

$$S_{ij} = S_{ji} \quad (2.8)$$

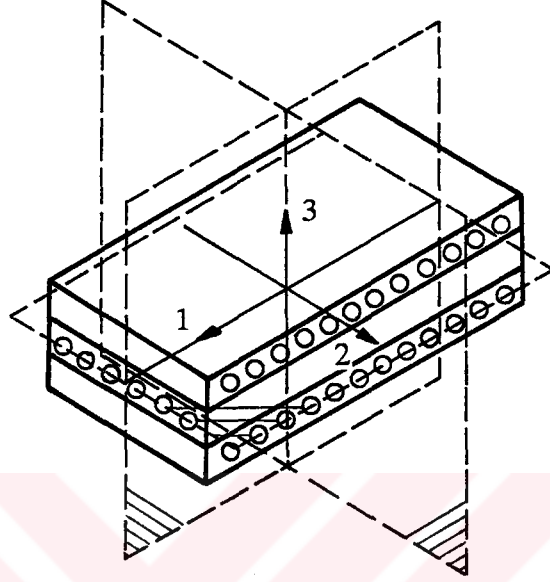
eşitliği yazılabilir. Buradan kompliyans matrisinin de, 21 bağımsız sabite sahip olduğu görülür.

### 2.3 Ortotropik Kompozit Malzemeler

Mühendislikte en çok kullanılan kompozit malzeme, ortotropik malzemelerdir. Ortotropik malzemelerde malzeme özelliklerinin simetrik olduğu, birbirine dik üç düzlem bulunur. Aynı zamanda birbirine dik üç yönde malzeme özellikleri farklıdır.

Şekil 2.1'de ortotropik bir malzemenin birbirine dik üç simetri düzlemi gösterilmiştir.

Bu yapıda  $\sigma_1, \sigma_2$  ve  $\sigma_3$  gerilmeleri ile  $\gamma_{23}, \gamma_{31}$  ve  $\gamma_{12}$ , kayma şekil-değiştirmeleri arasında ilişki mevcut değildir. Bundan dolayı rijitlik matrisinin bağımsız sabitleri 9'a iner.



Şekil 2.1 Çapraz katlı ortotropik bir malzemede simetri düzlemleri

Ortotropik malzemelerin elastisite tansörleri EK B'de verildi. Buna göre ortotropik bir malzemenin gerilme şekildeğiştirme bağıntısı matris formunda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Görülüyor ki elastisite matrisinin bağımsız sabitleri dokuzdur.

Kompliyans matrisi  $S_{ij}$ ,  $C_{ij}$ 'nin tersidir. Ortotropik bir malzemede denklem (2.7)'deki kompliyans matrisinin bileşenlerini mühendislik sabitleri cinsinden yazacak olursak

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$E_1, E_2, E_3$  sırasıyla 1, 2 ve 3 yönlerinde elastisite modülleridir.  $\nu_{ij}$ ,  $i$  yönünde gerilmeye maruz kaldığı zaman  $j$  yönündeki enine şekil değişimi için Poisson oranıdır. Yani

$$\nu_{ij} = -\frac{\epsilon_j}{\epsilon_i}$$

$G_{23}, G_{31}$  ve  $G_{12}$  sırasıyla 2-3, 3-1, 1-2 düzlemlerindeki kayma modülleridir.

#### 2.4. Ortotropik Kompozit Malzemelerde Düzlem Gerilme

Şekil 2.2'de görüldüğü gibi 1-2 düzlemi içerisinde yatan bir ortotropik levhada düzlem gerilme hali, denklem (2.7) ve (2.9)'dan  $\sigma_3=0, \tau_{23}=0, \tau_{31}=0$  ile sağlanır. Ortotropik malzemelerde 3 yönündeki şekil değiştirmeler ise

$$C_3 = S_{13} \sigma_1 + S_{23} \sigma_2 \quad (2.11)$$

$$\gamma_{23} = 0 \quad \gamma_{31} = 0$$

olur Buna göre aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Denklem (2.12)'de elastiklik matrisi elemanları mühendislik sabitleri cinsinden ifade edilirse

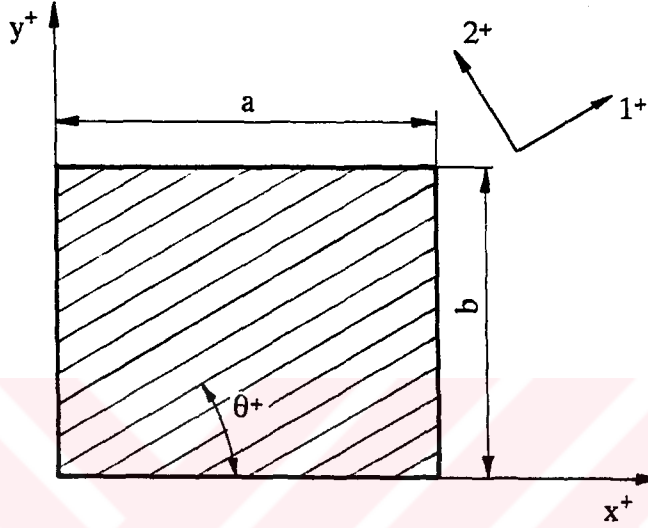
$$\begin{aligned} S_{11} &= 1/E_1 & S_{12} &= -\nu_{12}/E_1 = -\nu_{21}/E_2 \\ S_{22} &= 1/E_2 & S_{66} &= 1/G_{12} \end{aligned} \quad (2.13)$$

yazılır. (2.13) eşitliklerinde görüleceği üzere malzemeye bağlı dört bağımsız sabitle şekil değiştirme-gerilme bağıntıları tanımlanabilmektedir. Şekil değiştirmeleri gerilmeler cinsinden ifade etmek yerine; gerilmeleri şekil değiştirmeler cinsinden  $[Q_{ij}]$  matrisi ile ifade etmek, birçok kolaylıklar sağlayacağı için iki eksenli gerilme halinde; gerilme-şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}, Q_{66}$  indirgenmiş rijitlikler adıyla tanımlanır. Yani





Şekil 2.2 x-y eksenleriyle  $\theta$  açısı yapan bir malzemenin döndürülmüş hali

$$Q_{11} = C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = C_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.15)$$

$$Q_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) = G_{12}$$

Denklem (2.14)'te ortotropik malzemelerde asal malzeme yönlerindeki gerilmeler ve şekild eğişirmeler tanımlanmıştır.

Birçok problemlerde asal malzeme yönleriyle geometrik olarak tabii yönler birbirleriyle çakışmazlar.

Şekil 2.2'de görüldüğü gibi x-y eksenleri ile asal malzeme yönleri arasında  $\theta$  açısı yapan bir levha gözönüne alınarak Ek C'deki gibi koordinat transformasyonu yapılmalıdır.

Elastisite teorisinden gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı aşağıdaki gibi yazılır[47]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Burada  $\bar{Q}_{ij}$  dönüştürülmüş rijitlik (elastisite) matrisidir. Bunlar aşağıdaki değerlere sahiptir.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} c^4 + 2(Q_{11} + Q_{66}) s^2 c^2 + Q_{22} s^4 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) s^2 c^2 + Q_{12} (s^4 + c^4) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) s^2 c^2 + Q_{22} c^4 \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) s c^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) s^3 c \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) c s^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) c^3 s \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{66}) s^2 c^2 + Q_{66} (s^4 + c^4) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Burada  $s = \sin\theta$ ,  $c = \cos\theta$ 'yi göstermektedir.

Şekildeğiştirme-gerilme bağıntısı da denklem (2.16)'nın tersi alınarak elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

$\bar{S}_{ij}$ 'de denklem (2.17)'ye benzer şekilde 6 adet denklemle ifade edilir [49].

Denklem (2.18)'deki bağıntı, sadece bir tabaka kompozit malzeme için geçerlidir. Uygulamada sıkça rastlanan kompozit türlerinden biri de, tabakalı kompozitlerdir. Tabakalı kompozitler belli yönlerde elyaf takviyeli tabakacıkların bir düzen içerisinde yapıştırılmasından elde edilir. Bu yapıştırma çapraz katlı veya açılı

katlı olacak şekilde sağlanır. Bu çalışmada elyaf takviyeli çapraz katlı kompozit malzeme seçildi.

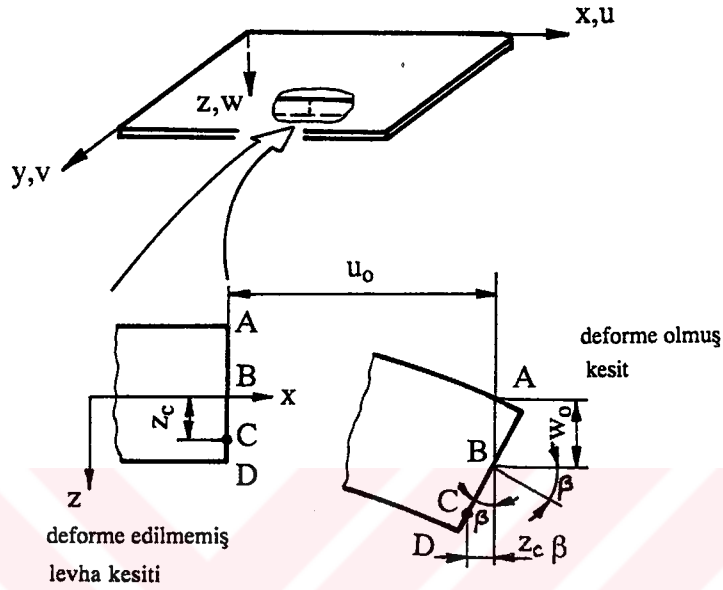
## 2.5 Tabakalı Bir Kompozit Levhada Gerilme Şekildeğiştirme Bağıntısı

Çok sayıda tabakadan meydana gelmiş bir kompozit malzemede herhangi bir  $k'$  ıncı tabaka için denklem (2.16) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k \{\varepsilon\}_k \quad (2.19)$$

Gerilme ve şekildeğiştirmenin değişimi, kompozit tabakanın kalınlığı boyunca genişleme ve eğilme rijitliği ile tanımlanır. Tabakalar birbirlerine mükemmel bağlantılı kabul edilir ve bu bağlantının aynı zamanda, kayma deformasyonu meydana getirmeyecek şekilde, sonsuz incelikte olduğu düşünülür. Yani bir tabakadan diğer bir tabakaya geçişte, tabakalar arasında herhangi bir kayma yok kabul edilir. Böylece tabakalardan meydana gelmiş kompozit malzeme, farklı özellikli basit bir tabaka gibi davranır.

Tabakalı kompozit malzeme ince ise başlangıçta kompozitin orta düzlemine dik ve düz bir doğru eğilme ve genişmeden sonra tekrar düz ve orta düzleme dik kabul edilir. Orta düzleme dik düzlemlerde kayma şekildeğiştirmeleri ihmal edilir. Şekil 2.3'te z ekseni orta düzleme dik yönde verilmiştir. Buna göre  $\sigma_{xz}=\sigma_{yz}=0$  dır. Şekil 2.3'te bir levhanın deformasyonu gösterilmiştir

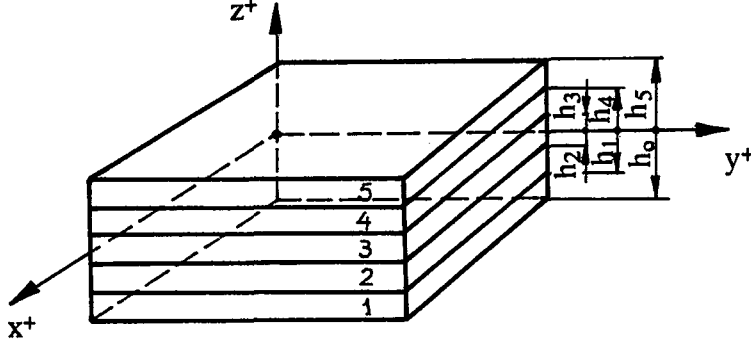


Şekil 2.3 Bir levhanın deformasyonu

Yine, orta düzleme dik şekildeğişirmeler de sıfır alınır ( $\epsilon_z=0$ ). Bu varsayımlar Kirchhoff-Love hipotezlerine göre geçerlidir. Bu çalışmada Kirchhoff-Love hipotezleri neticesinde elde edilen bağıntılar kullanılmıştır.

Şekil 2.3'te verilen bir levhanın x yönündeki yer değişikliği u, y yönündeki yer değişikliği v, z yönündeki yer değişikliği ise w ile gösterilmiştir. Orta noktanın x, y, z yönündeki yer değişikliği sırasıyla  $u_0, v_0, w_0$  ise; şekildeğişirme-yer-değişirme bağıntısı şöyle verilir.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$



Şekil 2.4 n tabakadan meydana gelmiş bir kompozitin geometrisi

Burada  $\varepsilon_x^o$ ,  $\varepsilon_y^o$ ,  $\gamma_{xy}^o$ ,  $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$ ,  $\kappa_{xy}$  değerleri aşağıdaki şekildedir.

$$\varepsilon_x^o = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^o = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^o = \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) \quad (2.21)$$

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Denklem (2.21), denklem (2.20) ve (2.19)'da yerine konulursa k'ncı tabakadaki gerilmeler, orta düzlemin şekildeğiştirmeleri ve eğrilikleri cinsinden ifade edilebilirler.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

$\bar{Q}_{ij}$  kompozitin her bir tabakası için değişik olabileceğinden; kompozitin kalınlığı boyunca gerilmenin değişimi lineer olmak zorunda değildir. Bunun yanı sıra şekildeğiştirmenin değişimi lineerdir.

Şekil 2.4'te görüldüğü gibi kalınlığı  $h$  olan tabakalardan meydana gelmiş bir kompozit malzeme gözönüne alalım. Burada  $h_k$ ;  $z=0$  da yani orta düzlemden  $k$ 'inci tabakanın üst yüzeyine olan vektörel mesafedir.

Kalınlığı  $h$  olan bir levhada gerilme bileşenleri (iç kuvvet bileşenleri) ve iç momentler aşağıdaki formda tanımlanır.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (2.23)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (2.24)$$

Tabakalardan meydana gelmiş bir levhada gerilmeler, kompozitin kalınlığı boyunca integrasyonları alınır ve her bir levha için gerilmeler veya momentler toplanır. Denklem (2.23) ve (2.24)'ü dikkate alarak aşağıdaki ifadeler yazılabilir

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left( \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} z dz \right) \quad (2.25)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left( \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} z dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right) \quad (2.26)$$

$\varepsilon_x^\circ, \varepsilon_y^\circ, \gamma_{xy}^\circ, \kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$  z'nin fonksiyonu değildir. Fakat orta düzlemin değerleridir. Dolayısıyla toplama işaretinin altından çıkartılabilir. Sonuçta denklem (2.25) ve (2.26) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^\circ \\ \varepsilon_y^\circ \\ \gamma_{xy}^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^\circ \\ \varepsilon_y^\circ \\ \gamma_{xy}^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \quad (2.29)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (2.30)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (2.31)$$

Burada  $A_{ij}$  genleşme rijitliği,  $B_{ij}$  eğilme-çekme çifti rijitliği,  $D_{ij}$  ise eğilme rijitliğidir.

Eğer tabakalanmış kompozit orta noktaya göre simetrik ise  $B_{ij}=0$ 'dır.

### **3. DÜZLEMSEL LEVHALARDA ELASTİK GERİLME ANALİZİ**

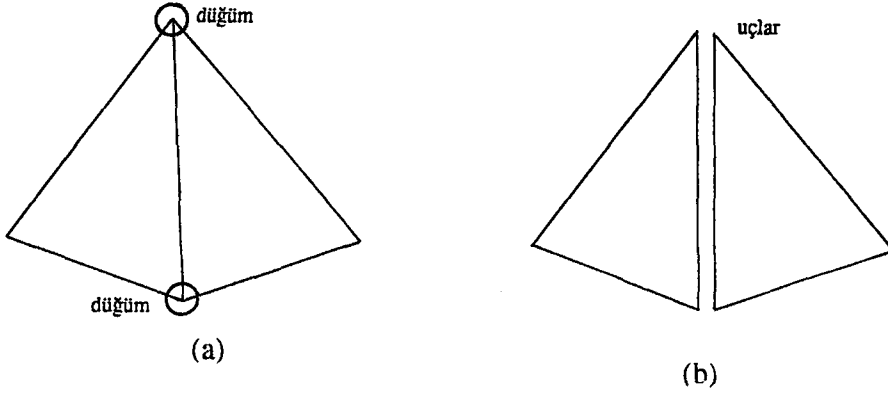
#### **3.1. Sonlu Elemanlar Metodunun Genel Tanımı**

Sonlu elemanlar metodu, çok çeşitli mühendislik problemlerine yaklaşık çözüm bulmaya yarayan, sayısal analiz metodudur. İlk komplike uçak çerçevelerinin gerilmelerini incelemek amacıyla kullanılmış ise de, genişletilerek sürekli ortam mekaniğinin geniş bir alanında kullanılır hale gelmiştir. Sonlu elemanlar metodu, sürekli matematik denklemler gerektiren alışılmış yöntemlerin aksine, sistemi birbirine bağlı çok sayıda sonlu küçük elemanlardan oluşuyormuş gibi ele alır. Sonlu sayıdaki bu bağlantı noktaları ne kadar çoğaltılırsa, bu metotla yapılan çözümdeki hata oranı o kadar küçülür. Diğer taraftan bu sayının çok fazla artması da, sayısal çözümlemede büyük zorluk getirir. Bilgisayarlar yardımıyla bu zorluk bir derece giderilmektedir.

Sonlu elemanlar metodunun önemli bir özelliği, tüm problemi temsil etmek üzere, elemanları bir araya koymadan önce, her bir elemanın ayrı formüle edilebilmesidir.

Cismi temsil eden sonlu elemanlar, birbirlerine düğüm noktaları ile bağlanmışlardır. Düğümler kaldırıldığında elemanlar birbirlerinden fiziki bir süreklilik kalmayacak şekilde ayrılırlar (Şekil 3.1. a-b).

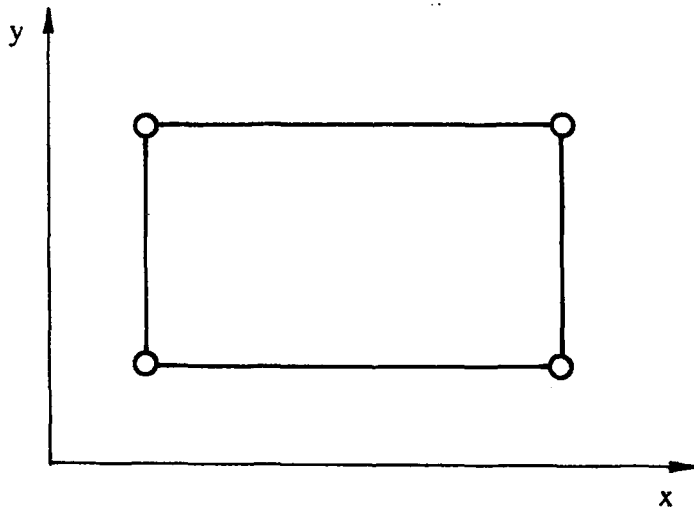




Şekil 3.1 Sonlu elemanların birleştirilmesi a) Düğüm noktaları ile birleşmiş iki sonlu eleman b) iki adet düzlemsel sonlu eleman

### 3.2 Lineer Enterpolasyon Polinomları

Sonlu elemanlar metodunun, sürekli bir fonksiyonu (sıcaklık, basınç deplasman v.b.) eleman denilen sonlu sayıda parçalardan oluşan bir model olarak kabul etme fikrine dayandığı açıklanır. Eleman fonksiyonunun en çok kullanılan şekli polinomdur. Sonlu elemanlar, eleman polinom derecesine göre üç grupta isimlendirilebilir. Bunlar simpleks, kompleks ve multiplekstir[50]. Simpleks elemanlar, bir basit terim ve lineer terimler kısmından oluşan bir polinoma sahiptir. Polinomdaki



Şekil 3.2 Düzlemsel multipleks eleman.

katsayı adedi, eleman düğüm sayısına eşittir. Düzlemsel üçgen eleman için simpleks fonksiyon

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.1)$$

şeklindedir. Bu polinom x ve y eksenlerinde lineerdir ve üçgenin üç düğüm noktası bulunduğu için üç tane katsayı içermektedir.

Kompleks elemanların kullanıldığı polinom fonksiyonları sabit terim, lineer terimler ve gerektiği kadar iki, üç ve daha yüksek dereceden terimler içerir. Düzlemsel bir kompleks üçgen eleman için enterpolasyon polinomu

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 \quad (3.2)$$

şeklindedir. Elemanda altı düğüm bulunduğu için (3.2) bağıntısında altı katsayı bulunur. Multipleks elemanlar ise yüksek mertebeli terimler içeren polinomlar kullanılırlar. Fakat bunlarda elemanlar arası sürekliliği sağlayabilmek için eleman sınırları koordinat eksenlerine paralel olmak zorundadır (Şekil 3.2).

### 3.2.1 Düzlemsel simpleks eleman.

Düzlemsel simpleks eleman Şekil 3.3'te görülen üçgendir. Bu elemanın kenarları düzdür. Üç düğüm noktasının herbiri bir köşeye yerleştirilmiştir. Rijitlik matrisinin bant genişliğinin küçük olabilmesi için bu düğüm noktalarının uygun bir şekilde numaralandırılması gerekir. enterpolasyon polinomu  $\phi$ 'nin düğüm noktalarındaki değerleri  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$  ve  $\Phi_k$  ile üç düğüm noktasının koordinatları da  $(X_i, Y_i)$ ,  $(X_j, Y_j)$ ,  $(X_k, Y_k)$  ile gösterilmiştir.

Enterpolasyon polinomu

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.3)$$

şeklindedir. Düğüm noktalarına ait değerler denklem (3.1)'de yerine yazılırsa aşağıdaki denklem sistemi elde edilir.

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 Y_i \\ \Phi_j &= \alpha_1 + \alpha_2 X_j + \alpha_3 Y_j \\ \Phi_k &= \alpha_1 + \alpha_2 X_k + \alpha_3 Y_k \end{aligned} \quad (3.4)$$

Yukarıdaki denklem sistemi çözüldüğünde katsayılar

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A} [(X_j Y_k - X_k Y_j) \Phi_i + (X_k Y_i - X_i Y_k) \Phi_j + (X_i Y_j - X_j Y_i) \Phi_k]$$

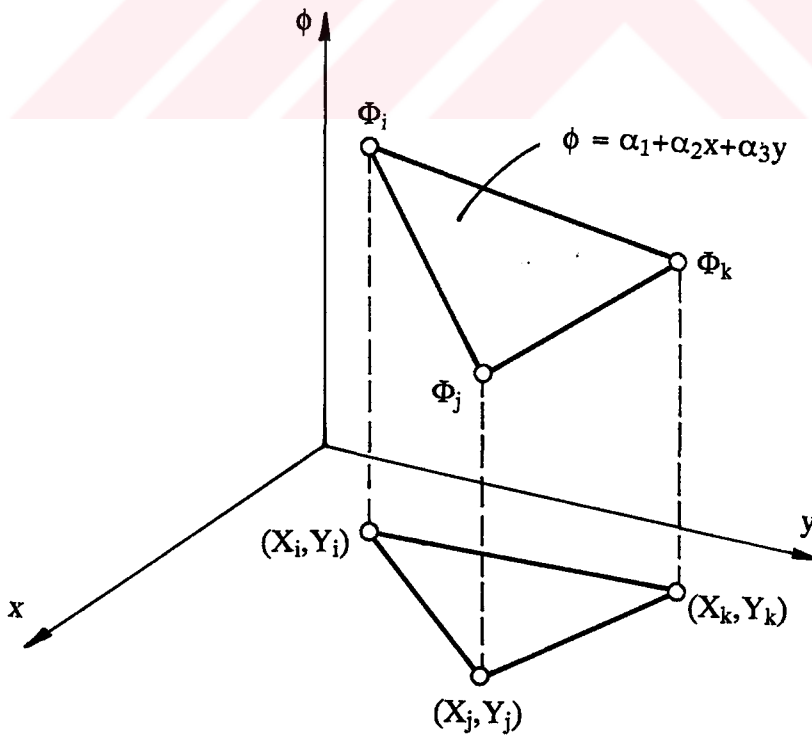
$$\alpha_2 = \frac{1}{2A} [(Y_i - Y_k) \Phi_i + (Y_k - Y_i) \Phi_j + (Y_i - Y_j) \Phi_k]$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2A} [(X_k - X_j) \Phi_i + (X_i - X_k) \Phi_j + (X_j - X_i) \Phi_k]$$

olarak elde edilir. Burada A üçgenin alanıdır ve katsayılar matrisinin determinanı, üçgenin alanının iki katına eşittir.

$$\begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} = 2A \quad (3.5)$$

$\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  ve  $\alpha_3$  bağıntıları (3.1)'de yerine konularak düzenlenirse



Şekil 3.3 Düzlemsel simpleks eleman

$$\phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k \quad (3.6)$$

elde edilir. Burada şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$N_i = \frac{I}{2A}(a_i + b_i x + c_i y)$$

$$N_j = \frac{I}{2A}(a_j + b_j x + c_j y)$$

$$N_k = \frac{I}{2A}(a_k + b_k x + c_k y)$$

dir. Burada da

$$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j \quad b_i = Y_j - Y_k \quad c_i = X_k - X_j$$

$$a_j = X_k Y_i - X_i Y_k \quad b_j = Y_k - Y_i \quad c_j = X_i - X_k$$

$$a_k = X_i Y_j - X_j Y_i \quad b_k = Y_i - Y_j \quad c_k = X_j - X_i$$

şeklindedir.  $N_i$ 'nin  $i$  düğümündeki değeri bulunmak istenirse

$$N_i = \frac{I}{2A}(a_i + b_i x + c_i y)$$

$$N_i = \frac{I}{2A}(X_j Y_k - X_k Y_j + X_k Y_i - X_i Y_k + X_i Y_j - X_j Y_i)$$

elde edilir. Bu ifadede parantez içinin, denklem (3.5)'deki determinantının açılımı olduğu görülmektedir. O halde

$$N_i = \frac{I}{2A} 2A = I$$

dir. İki ve üç nolu düğümlerde ve düğümlerden geçen doğru üzerindeki her noktada,  $N_i$  değerinin sıfır olduğu gösterilebilir [51].

Enterpolasyon polinomu, lineer şekil fonksiyonları setinin bir fonksiyonudur. Bu da  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki gradyanların sabit olması demektir.  $x$  doğrultusundaki gradyan

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \Phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} \Phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} \Phi_k$$

şeklindedir.

$$\frac{\partial N_b}{\partial x} = \frac{b_b}{2A} \quad \beta = i, j, k$$

(3.7)

olduğundan

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{2A} (b_i \phi_i + b_j \phi_j + b_k \phi_k)$$

sonucu elde edilir.  $b_i$ ,  $b_j$  ve  $b_k$  seçilen eksen takımında sabit ve  $\phi_i$ ,  $\phi_j$  ve  $\phi_k$  da koordinatlardan bağımsız olduğundan yukarıdaki türev sabittir. Herhangi bir elemandaki sabit gradyan  $\phi$ 'nin değerindeki hızlı değişimi yaklaşık olarak bulabilmek için birçok küçük elemanın kullanılabileceğini göstermektedir.

### 3.3 Problemin Sonlu Elemanlar Formülasyonu

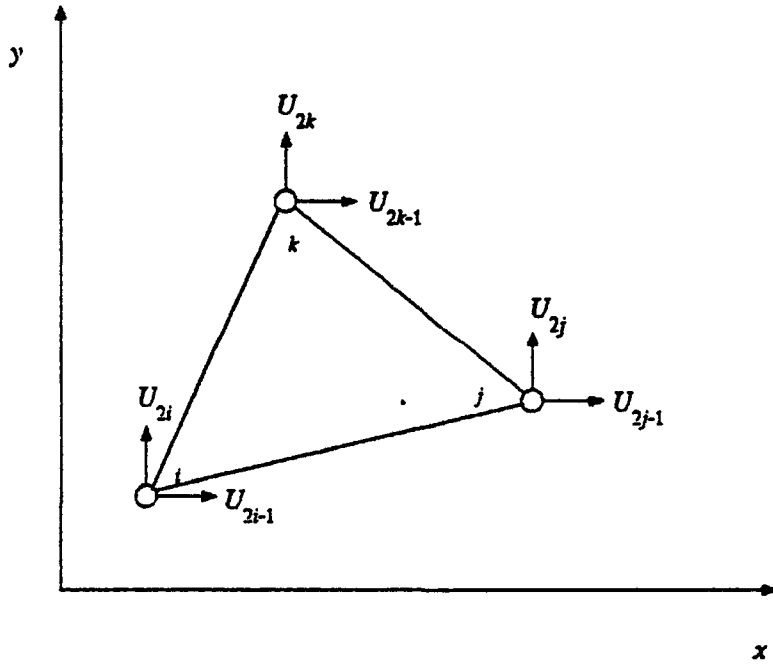
Düzlemsel elastisite problemlerine, altı deplasman bileşeni bulunan simpleks üçgen eleman uygulanabilir (Şekil 3.4). Elemandaki  $u$  ve  $v$  deplasmanları aşağıdaki şekilde verilir [51].

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{2i-1} \\ U_{2i} \\ U_{2j-1} \\ U_{2j} \\ U_{2k-1} \\ U_{2k} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Buradaki düğüm deplasmanları Şekil 3.4'te gösterildiği gibidir ve şekil fonksiyonları ise denklem (3.6)'da tanımlanmıştır.  $x$ - $y$  düzleminde bulunan bir bölgede düzlem gerilme halinde meydana gelebilecek gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri

$$\begin{aligned} \{\sigma\}^T &= \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}\} \\ \{\varepsilon\}^T &= \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}\} \end{aligned}$$

şeklinindedir. Burada  $\sigma_{zz} = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$  dir. Aynı zamanda  $\gamma_{yz}$  ve  $\gamma_{xz}$  de sıfırdır. Fakat  $\varepsilon_{zz}$  sıfır değildir.



Şekil 3.4 Düzlemsel simpleks elemandaki deplasman bileşenleri.

Düzlem gerilme halinde şekildeğiş-tirmeler ile deplasmanlar arasında aşağıdaki bağıntılar vardır.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.9)$$

Bu bağıntılar denklem (3.8)'deki deplasman bağıntılarına uygulanırsa

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{2i-1} \\ U_{2i} \\ U_{2j-1} \\ U_{2j} \\ U_{2k-1} \\ U_{2k} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

elde edilir. (3.10) denklemini  $\{\varepsilon\}=[B]\{U\}$  şeklinde gösterecek olursak, burada [B] gradyen matrisi gösterir. Öte yandan malzeme rijitlik matrisi [C] aşağıdaki gibi yazılır.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Düzlem gerilme hali için, denklem (2.14)'ten rijitlik matrisi

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

gibi yazılır. Burada  $C_{ij}=C_{ji}$  dir. Ortotropik malzemelerde düzlem gerilme hali için, elastik sabitler matrisi dört bağımsız değişkenle ifade edilebilir.

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.13)$$

$$C_{21} = C_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{66} = G_{12}$$

Asal malzeme doğrultuları 1 ve 2 eksenleri ile tanımlanıp, malzeme üzerine uygulanan gerilme eksenleri x,y bu doğrultu ile  $\theta$  açısı yaptığında, malzemenin elemanter mekaniğinden faydalanarak transformasyon denklemlerinin yazılması gerekir. Denklem (2.17)  $\bar{Q}_{ij}$  transforme edilmiş  $[C]$  matrisini temsil etmektedir.

### 3.3.1 Varyasyon Prensibi

Elastisite teorisinde problemlerin çözümünde iki değişik yol takip edilebilir. Bunlardan birinde, seçilen sınır şartları için diferansiyel denklemlerin çözümü yapılır. Diğerinde ise gerilme bileşenleri ve dış kuvvetler tarafından yapılan iç ve dış işlerin minimizasyonu yapılır. Elastisite problemlerinin sonlu eleman denklemlerinde ikinci yol kullanılır. Eğer deplasman sınır şartlarını sağlayan deplasman denklemleri seçilerek işe başlanacak olursa o zaman sistemdeki potansiyel enerji minimize edilmelidir. Eğer önce gerilme sınır şartlarını sağlayan gerilme bağıntıları seçilecek olursa o zaman da sistemdeki komplementer enerjinin minimizasyonu yapılmalıdır. Sonlu elemanlar formülasyonunda genellikle bir deplasman alanı kabulü ile işe başlanır ve daha sonra deplasmanların düğüm noktalarındaki değerlerini elde etmek için potansiyel enerjinin minimizasyonu yapılır. Elde edilen deplasman değerleriyle de şekil değiştirmeler ve gerilmeler bulunabilir.

Bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar formülasyonu potansiyel enerjinin minimizasyonuna dayandığından, "Potansiyel Enerji Teoremi" nin tam bir ifadesini vermek yerinde olacaktır [52].

"Verilen sınır şartlarını sağlayan deplasmanların, denge denklemlerini de sağlayanlarının hepsi potansiyel enerjinin sabit (ekstremum) bir değeri tarafından belirlenir." Bu teoreme göre seçilen deplasman denklemleri, deplasman sınır şartlarını sağlamalıdır.

Bir elastik sistemin toplam potansiyel enerjisi iki bileşene ayrılabilir. Bileşenlerden birisi cisimdeki şekil değiştirme enerjisi sonucu ortaya çıkar. Diğer ise iç ve dış kuvvetlerin potansiyel enerjisine bağlı olan bileşendir.

Toplam potansiyel enerji  $\Pi$ ,

$$\Pi = \Lambda + W_p \quad (3.14)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\Lambda$ , şekil değiştirme enerjisini ve  $W_p$  dış yüklerin potansiyelini gösterir. Kuvvetlerin yaptığı iş, potansiyel enerjilerinin negatifine eşittir.

Yani



$$W = -W_p \quad (3.15)$$

dir. (3.14) ve (3.15)'ün birleştirilmesiyle

$$\Pi = \Lambda - W \quad (3.16)$$

elde edilir. Seçilen bölgenin elemanlara ayrılmasıyla yukarıdaki (3.16) denklemi

$$\Pi = \sum_{e=1}^E (\Lambda^{(e)} - W^{(e)}) = \sum_{e=1}^E \pi^{(e)} \quad (3.17)$$

şeklini alır.

Bir diferansiyel hacim elemanı  $dV$  için şekildeğiştirme enerjisi

$$d\Lambda = \left( \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \frac{1}{2} \{\varepsilon_0\}^T \{\sigma\} \right) dV \quad (3.18)$$

şeklinde verilir. Burada  $\{\varepsilon\}$ , toplam şekildeğiştirmeyi ve  $\{\varepsilon_0\}$  iç gerilmelerden dolayı oluşan şekildeğiştirmeyi göstermektedir. Şekildeğiştirme yoğunluğu olarak adlandırılan  $d\Lambda$ , hacim üzerinde entegre edilecek olursa toplam şekildeğiştirme enerjisi elde edilir:

$$\Lambda = \int_V \left( \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} \right) dV \quad (3.19)$$

Elimizde iki tane önemli bağıntı bulunmaktadır. Bunlardan birincisi Hooke Kanunu'dur. Gerilme ve şekildeğiştirme bileşenleri arasında bir bağıntı olan Hooke Kanunu'nun genel formu

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} \quad (3.20)$$

şeklinindedir. İkinci bağıntı ise Denklem (3.9)'da açık şekli verilen şekildeğiştirme-deplasman bağıntılarıdır. Buradaki  $u$  ve  $v$ , sırasıyla  $x$  ve  $y$  yönündeki deplasman bileşenleridir. Bu bileşenler, düğüm noktalarına ait değerler cinsinden genel formda ifade edilmek istenirse

$$\{u\} = [N] \{U\} \quad (3.21)$$

yazılır. Burada  $[N]$ , şekil fonksiyonları matrisidir. İkinci bağıntının değişik bir formu (3.10)'da verilmiştir.

Bu bağıntılar yardımıyla, tek bir eleman için şekildeğiştirme enerjisi  $\Lambda^{(e)}$ , aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Lambda^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [C^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} dV \quad (3.22)$$

Diğer yandan dış yüklerin yaptığı iş üç parçaya ayrılabilir: Bunlar tekil yüklerin yaptığı iş  $W_c$ , kütle kuvvetlerinin yaptığı iş  $W_b$  ve yayılı yüklerin yaptığı iş  $W_p$  dir.

Tekil yüklerin yaptığı iş

$$W_c = \{U\}^T \{P\} = \{P\}^T \{U\} \quad (3.23)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\{P\}$ , düğüm noktalarına uygulanan yükleri göstermektedir. Bu kuvvetlerin, deplasman bileşenlerine paralel olduğu kabul edilmiştir.

Kütle kuvvetleri X ve Y ile gösterilirse yaptıkları iş

$$W_b^{(e)} = \int_{V^{(e)}} (U X^{(e)} + v Y^{(e)}) dV \quad (3.24)$$

olarak yazılır. Elemanların kalınlıkları değişmiyorsa kütle kuvvetleri de sabittir. (3.21) denkleminde faydalanılarak Denklem (3.24) tekrar yazılırsa

$$W_b^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \end{Bmatrix} dV$$

olur. Bu çalışmada kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir.

Yayılı yüklerin yaptığı iş ise

$$W_p^{(e)} = \int_{S^{(e)}} (u p_x^{(e)} + v p_y^{(e)}) dS \quad (3.25)$$

şeklinde yazılır. Burada  $p_x$  ve  $p_y$ , sırasıyla x ve y eksenlerine paralel yayılı yük bileşenleridir. (3.25) denklemi de Denklem (3.24)'ün yazıldığı gibi

$$W_p^{(e)} = \int_{S^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \end{Bmatrix} dS \quad (3.26)$$

şeklinde yazılabilir.

(3.22), (3.23) ve (3.26) denklemleri, Denklem (3.17)'te yerine yazılırsa

$$\Pi = \sum_{e=1}^E \left[ \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{U\}^T \{B^{(e)}\}^T [C^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} dV - \int_{S^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \end{Bmatrix} dS \right] - \{U\}^T \{P\} \quad (3.27)$$

elde edilir. Toplam potansiyel enerjinin minimizasyonu için Denklem (3.27),  $\{U\}$  ya göre türevi alınarak sıfıra eşitlenirse

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = \sum_{e=1}^E \left[ \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{B^{(e)}\}^T [C^{(e)}] [B^{(e)}] dV \{U\} - \int_{S^{(e)}} [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \end{Bmatrix} dS \right] - \{P\} = 0 \quad (3.28)$$

elde edilir. Bu eşitlikten faydalanarak

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \{U\}} = [k^{(e)}] \{U\} + \{f^{(e)}\} \quad (3.29)$$

yazılırsa burada

$$[k^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} \{B^{(e)}\}^T [C^{(e)}] [B^{(e)}] dV \quad (3.30)$$

ve

$$\{f^{(e)}\} = - \int_{S^{(e)}} [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \end{Bmatrix} dS - \{P\} \quad (3.31)$$

şeklindedir.

Yukarıdaki  $[k^{(e)}]$ , eleman rijitlik matrisi ve  $\{f^{(e)}\}$ , eleman kuvvet vektörüdür.

Genel rijitlik matrisi  $[K]$  ve genel kuvvet kolon vektörü  $\{F\}$  arasında

$$[K] \{U\} = \{F\} \quad (3.32)$$

şeklinde bir matris denklemi elde edilir. Burada

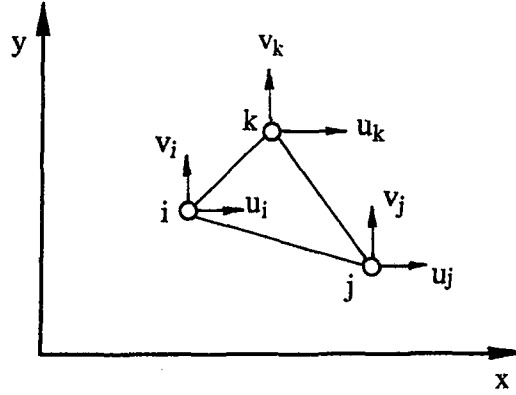
$$[K] = \sum_{e=1}^E [k^{(e)}] \quad (3.33)$$

ve

$$\{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\} \quad (3.34)$$

şeklindedir.





Şekil 3.6 Üçgen elemanın düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler (deplasmanlar)

fonksiyonlar bir polinomdur. Polinomun derecesi, elemanın düğüm sayısına bağlıdır. (Şekil 3.6)

d- Sonlu elemanın şekil değiştirme hali, yerdeğiştirme-şekildeğiştirme bağıntıları ve gerilme hali, gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları kullanılarak, düğüm yerdeğiştirmeleri cinsinden ifade edilir.

e- Sonlu elemana etki eden bütün dış ve iç yükler, dengede olmalıdır. Bunun için minimum potansiyel enerji prensibini kullanmak suretiyle denge denklemleri kurulur. Mesela: Üçgen eleman için, altı adet denge denklemini yazılır.

f- Yukarıdaki inceleme her sonlu eleman için yapılır ve aynı düğüm noktasına komşu elemanlardan gelen etkiler toplanır. Böylece sürekli ortamın çözüm bölgesi için, bir denklem takımı elde edilir. Mesela: Düzlem şekil değiştirme hali için düğüm sayısının iki katı kadar denklem elde edilir.

g- Sürekli ortamın sınırlarındaki şartlar kullanılır ve denklem takımı çözülür. Böylece düğüm yerdeğiştirmeleri bulunur.

h- Düğüm yer değiştirmeleri yardımıyla elemanlardaki şekil değiştirmeler gerilme bileşenleri ve istenirse asal gerilmeler hesaplanır.

### 3.5. Sonlu Elemanlar Metodunun Üstünlükleri ve Sınırları

Sonlu elemanlar metodunun diğer nümerik metotlara ve özellikle sonlu farklar metoduna göre üstünlükleri şunlardır.

a- Eleman boyut ve şekillerinin esnekliği, verilen cismin geometrisi ne kadar karmaşık olursa olsun, cismin sonlu eleman modelinin gerçeğe uygun olmasını sağlar.

b- Cismin içerisinde delik, çentik veya köşe bulunması, sonlu eleman analizinde ek güçlük çıkarmaz.

c- Değişken malzeme özelliği veya değişken geometriye sahip problemler, bu metotla kolayca çözülebilir.

d- Sebep-sonuç bağıntıları, genelleştirilmiş kuvvet ve deplasmanlar, toplam direngenlik matrisi ile formülize edildiğinden, problemin anlaşılması ve çözümü kolay olur.

e- Sınır şartlarıyla kolaylıkla uğraşılabilir.

f- Bu metot karmaşık yapı, sürekli ortam ve diğer problemlerde de kullanılabilir. Sonucun doğruluk derecesi, analitik ve deneysel metotlarla bulunan sonuçlara göre fazladır.

Sonlu elemanlar metodunun bu üstünlükleri yanında aşağıdaki sınırları da dikkate alınmalıdır:

a- Bugünkü seviyesinde, metodun bazı karmaşık olaylara tatbikinde zorluklar vardır. Mesela: Çatlama kırılma davranışı, temas problemleri, yumuşayan nonlineer malzeme davranışı gibi. Bu konular üzerindeki çalışmalar devam etmektedir[43].

b- Sonlu elemanlar metodunda, malzeme parametreleri veya katsayıları iyi tanımlanmış ise, bu durumda gerçekçi sonuçlar alınabilir.

c- Sonlu elemanlar metodu, genellikle büyük bilgisayar hafızası ve zamanına ihtiyaç gösterir.

d- Doğru netice için sürekli ortamın bölünmesi ve çok sayıdaki giriş bilgileri hatasız olmalı ve program verileri iyi kontrol edilmelidir.

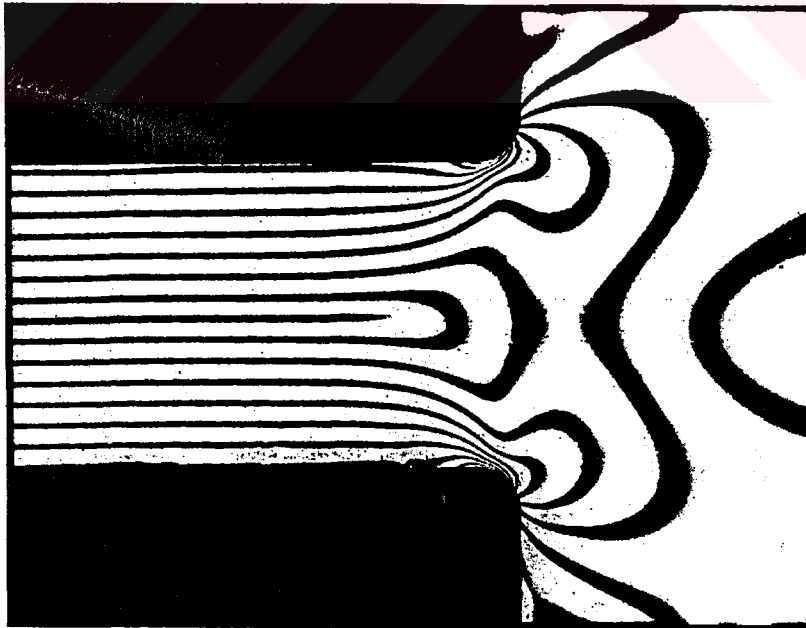
e- Diğer yaklaşık sayısal metotlarda olduğu gibi, sonlu elemanlar metodunda da alınan sonuçlar dikkatlice değerlendirilmelidir. Formülasyonda kullanılan varsayımlar, muhtemel sayısal zorluklar ve kullanılan malzeme özelliklerindeki yaklaşıklıklar üzerinde uyanık bulunulmalıdır [53].

### 3.6. Gerilme Konsantrasyonu

Makina tasarımında kullanılan elemanter formüller, kesiti sabit veya düzgün olan elemanlar içindir. Gerçekte ise makina parçalarında çıkıntılar, delikler, çentikler vb. gibi gerilme dağılımında değişikliğe yol açan faktörler yer alır. Böylece bazı bölgelerde yüksek gerilmeler oluşur. Bu olaya "gerilme konsantrasyonu" denir.

Yüksek gerilmeler sebebiyle ortaya çıkan ve ilerleyerek parçanın kırılmasına yol açan çatlaklar oluşur. Özellikle tekrarlı yüklerde makina parçalarının kırılmasına çoğunlukla bu çatlaklar sebep olur. Bu yüzden, ortaya çıkan yüksek gerilmelerin sıhhatli bir şekilde tespit edilmesi gerekir. Gerilme konsantrasyonlarını tespit etmek için bugüne kadar çeşitli metotlar kullanılmıştır. Bunlardan bazıları şunlardır:

- Elastisite teorisi,
- Fotoelastisite (Şekil 3.7),
- Sonlu elemanlar,
- Membran analojisi,
- Elektriksel analogi,
- Strain-gage,
- Gevrek kaplama,
- Gevrek malzeme(Plestermodeli),



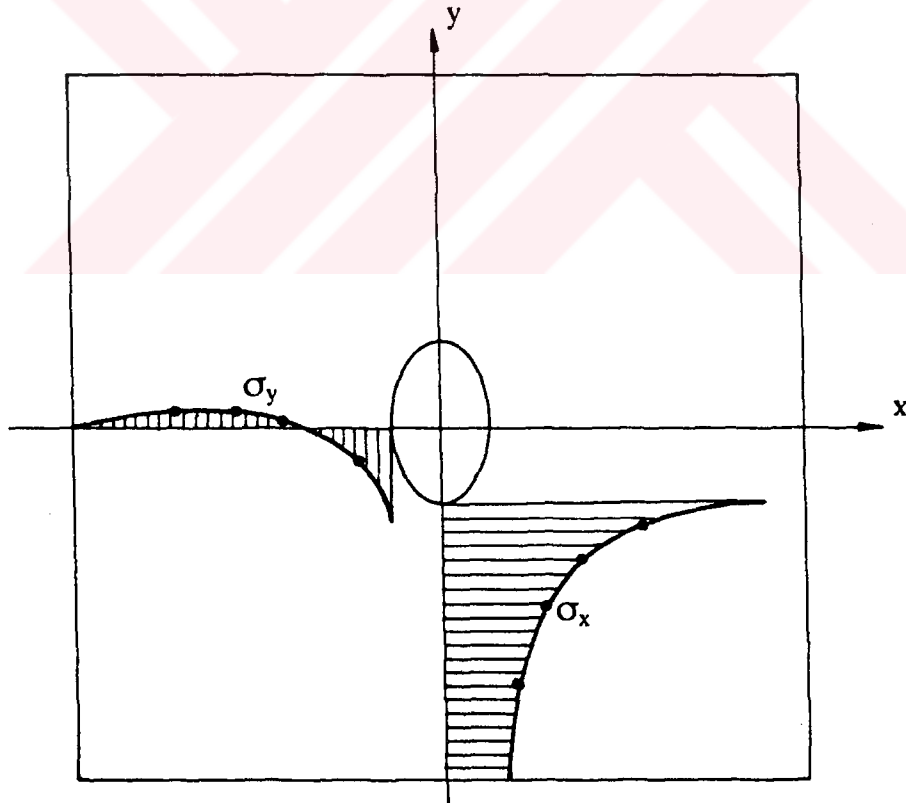
Şekil 3.7 Gerilme konsantrasyonunun fotoelastik yolla tespiti

Gerilme konsantrasyonunu dikkate almak için

$$k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (3.35)$$

şeklinde bir "gerilme konsantrasyonu faktörü" tanımlanır. Burada  $\sigma_{max}$ , maksimum gerilmeyi ve  $\sigma_n$ , ortalama gerilmeyi ifade etmektedir (Şekil 3.8). Makina parçalarında gerilme konsantrasyonunun ortaya çıkmasına sebep olan hallere aşağıdaki örnekler gösterilebilir:

- Bir civatanın veya bir dişlinin dişdibinde veya millerdeki kama kanalının bir köşesinde meydana gelen konsantrasyon,
- Ray ile tekerlek arasındaki veya bir rulmanda bilya ile bilezik arasındaki temas gerilmeleri,
- Ağaçlardaki budaklar gibi malzeme süreksizliklerinin sebep olduğu konsantrasyon,
- İmalat ve montaj esnasındaki soğuk deformasyon ve ısıl işlem sebebiyle meydana gelen artık gerilmeler.



Şekil 3.8. Kesitteki süreksizliğin oluşturduğu gerilme konsantrasyonu



## 4. KIRILMA MEKANIĞİ

### 4.1. Giriş

Kırılma, çeşitli türde zorlama sonucu, malzemenin birden fazla parçaya ayrılması olarak tanımlanabilir. İlk kez ikinci dünya savaşı yıllarında yük gemilerinin kaynak bölgelerinde meydana gelen gevrek kırılma problemi, kırılma mekaniğinin başlangıcını teşkil etmiştir. Kırılma mekaniği iki ana bölüme ayrılır.

Lineer elastik kırılma mekaniği, gevrek malzemelere uygulanmış ve oldukça başarılı neticeler alınmıştır. Sünek malzemeler için ise elastik-plastik kırılma mekaniği geliştirilmiştir. Kırılma olayı iki evrede gerçekleşir. İlk aşama çatlak oluşumu, ikinci aşama ise çatlak ilerlemesidir. Kırılma mekaniğinin ana ögesi, yapı elemanlarında bulunan çatlak ucundaki gerilme bölgesidir. Bu bölge gerilme şiddet faktörü adı verilen ve  $K$  (gerilme şiddet faktörü) ile gösterilen bir parametre ile ifade edilir.  $K$  çatlak geometrisi ve nominal gerilme ile ilgilidir.

Cam takviyeli plastikler, gevrek kırılmaya meyilli malzemeler olduğundan, burada lineer elastik kırılma mekaniğinin prensipleri kullanılmıştır.

### 4.2. Lineer Elastik Kırılma Mekaniğinin Prensipleri

Lineer elastik kırılma mekaniği, gerilme bölgesinin büyüklüğünü, çatlak ucundaki gerilme dağılımını, çatlak şeklini, boyutlarını, oryantasyonunu ve malzeme özelliklerini esas alan, analitik işlemlere dayanır. Ayrıca sıcaklık, tokluk, dizayn,

yorulma, kalıcı gerilmeler gibi birçok faktör, yapı elemanlarında gevrek kırılmaya sebep olabilir. Bunlar genel olarak üç grupta toplanabilirler.

#### 4.2.1. Kırılma tokluğu

Çatlaklı bir malzemenin, yük taşıyabilme kapasitesi veya plastik olarak deforme edilebilmesi özelliğine tokluk denir. Malzeme tokluğu, düzlem gerilme şartlarında  $K_C$ , düzlem deformasyon şartlarında  $K_{IC}$  kritik gerilme şiddet faktörü ile ifade edilir. Bu tanımlar lineer elastik davranışta ve yavaş yüklemeye geçerlidir. Elastik-plastik davranışlar için tokluk, R- eğrisi, J-integral ve çatlak açılma miktarı (crack-opening displacement, COD) cinsinden ifade edilir.

#### 4.2.2. Çatlak boyu

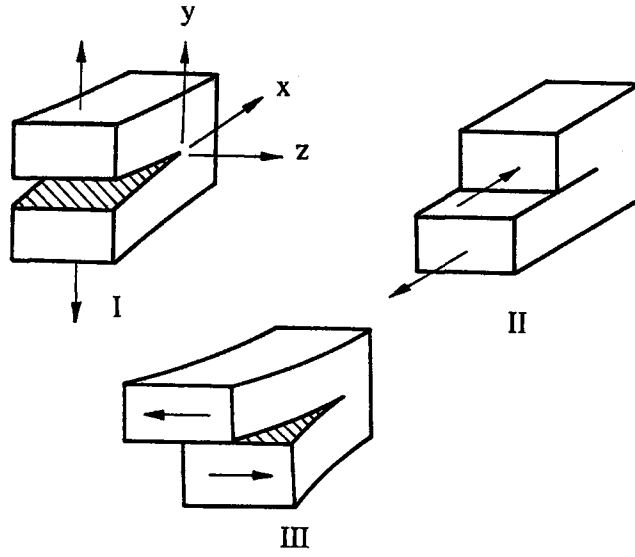
Gevrek kırılmalar, muhtelif cinsteki süreksizliklerden başlar. Bu süreksizlikler, çok küçük boyutlu imalattan kaynaklanan çatlaklardan, çok büyük yorulma çatlaklarına kadar değişebilir. Malzemede imalattan gelen veya yorulma sonucu başlayan çok küçük çatlaklar, servis zamanında yorulmayla veya korozyonla kritik boyuta erişebilirler.

#### 4.2.3. Gerilme

En tehlikeli kırılma şekli olan gevrek kırılma, üç eksenli gerilme altında ve özellikle çekme gerilmesi halinde meydana gelir. Bu gerilmeler ise klasik gerilme analizleri ile tespit edilir.

Yukarıda sayılan üç faktör, gevrek kırılmaya maruz yapıların kontrolünde ana kriterlerdir. Sıcaklık, yüklenme hızı, gerilme yığılması, kalıcı gerilmeler gibi kriterlerin ise, daha az etkisi vardır.

Elastik cisimlerdeki çatlakların gerilme analiz metodunu kurmak için çatlak yüzeylerinin bağıl hareketinin bilinmesi gerekir. Çatlak ilerleme davranışı, üç tip halinde analiz edilebilir. Bir elemanda çatlak ilerleme davranışı bu üç tipten herhangi birine benzeyebildiği gibi, her üçünü de kapsayabilir. Şekil 4.1.'de görülebileceği gibi, bunlardan I. tip en çok görülen ve diğerlerine göre daha kritik olan açılma modudur. Burada iki kırılma yüzeyi birbirine zıt yönde ve dik olarak ayrılırlar. II. tip kayma modunda, çatlak yüzeyleri x-z düzlemi üzerinde zıt yönde hareket ederler.



Şekil 4.1 Çatlak ilerleme modları. I) - Açılma modu, II Kayma modu,  
III) - Yırtılma modu.

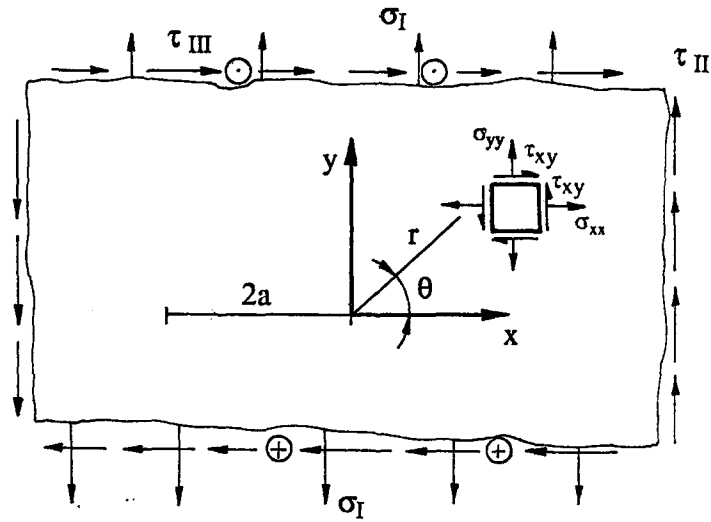
III. tip yırtılma modunda ise, çatlak  $x$ - $y$  ve  $x$ - $z$  düzlemlerine göre ters simetrik olarak ilerler. İki kırılma yüzeyi, bir birlerine göre çatlak önündeki bir doğru ile paralel yönde kayar.

İzotropik malzemeler için, çatlak ucu gerilme şiddet faktörleri denklemleri Westergaard [54] tarafından verilmiştir.

$$K_I = \sigma_I \sqrt{\pi a} \quad K_{II} = \tau_{II} \sqrt{\pi a} \quad K_{III} = \tau_{III} \sqrt{\pi a} \quad (4.1)$$

Buradan anlaşılacağı gibi çatlak ucu gerilme dağılımları malzeme doğrultuları ve malzeme özelliklerinden bağımsızdır.

Çatlak ucundaki gerilmeler, lineer elastik malzeme için hesaplanırken, çatlak ucunun eğrilik yarıçapı sıfır ve malzeme sonsuz büyüklükte kabul edilmiştir. (Şekil 4.2) Herhangi bir radyal doğrultu boyunca, çatlak ucu gerilme-yer değiştirme denklemleri sadece  $1/\sqrt{r}$  nin fonksiyonlarıdır [48].  $K_I$ ,  $K_{II}$ , ve  $K_{III}$  değerleri gerilme dağılımlarının yoğunluğunu ifade eder ve bunlara gerilme şiddet faktörleri (GŞF) denir. Bunların kritik değerleri kararsız çatlak büyümesinin başlangıcına tekabül eden değerlerdir ve kırılma tokluğu olarak aşağıdaki gibi ifade edilirler (4.2).



Şekil 4.2 Çatlak ucundaki gerilmeler

$$K_{IC} = \sigma_{IC} \sqrt{\pi a} \quad K_{IIC} = \tau_{IIC} \sqrt{\pi a} \quad K_{IIIC} = \tau_{IIIC} \sqrt{\pi a} \quad (4.2)$$

Burada  $\sigma_{IC}$ ,  $\tau_{IIC}$  ve  $\tau_{IIIC}$  kararsız çatlak büyüme başlangıcına karşılık gelen nominal gerilmelerdir.  $2a$  ise çatlak uzunluğudur. Deneysel olarak  $K_{IC}$ ,  $K_{IIC}$ ,  $K_{IIIC}$  değerlerinin sabit malzeme özellikleri olduğu isbat edilebilir. Malzemenin kırılma tokluğu bilindiği zaman, çatlakların hangi şartlarda büyümeye başlayacağı tahmin edilebilir.

Yukarıda belirtilen üç temel model üzerinde yapılan incelemede, çatlak ucu gerilme alanını simgeleyen  $K$  gerilme şiddet faktörü (GŞF), en genel biçimiyle aşağıdaki şekildedir.

$$K = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} \quad (4.3)$$

Eşitlikte  $\sigma$  uygulanan gerilme,  $\alpha$  deney parçasıyla ilgili geometrik faktör,  $a$  çatlak boyudur. Çatlak uzunluğu kritik bir değere ulaştıkça ( $a_{kr}$ ), çatlak hızla ilerlemeye başlayacak ve parça kırılacaktır. Bu andaki kritik gerilme şiddet faktörü,  $K_C$  olarak gösterilir ve "Kırılma Tokluğu" olarak adlandırılır. Kırılma tokluğu malzemeye ait özgül bir özellik olup, yükleme şekli ve parça boyutundan bağımsızdır.

#### 4.2.4. Kırılma mekaniğinin kompozit malzemelere uygulanması

Elyaf takviyeli bir kompozit malzemede asal mikro yapısal değişkenler, elyaf mukavemeti, rijitlik, elyaf hacim oranı, elyaf oryantasyonu, (stacking squence), elyaf matriks arayüzey mukavemeti, matriksin mukavemet ve tokluğu ile ifade edilir. Bu değişkenlerin kompozitin kırılma tokluğu  $K_{IC}$  ye veya enerji boşalma miktarı  $G_{IC}$  ye etkilerinin dikkate alınması gerekir.

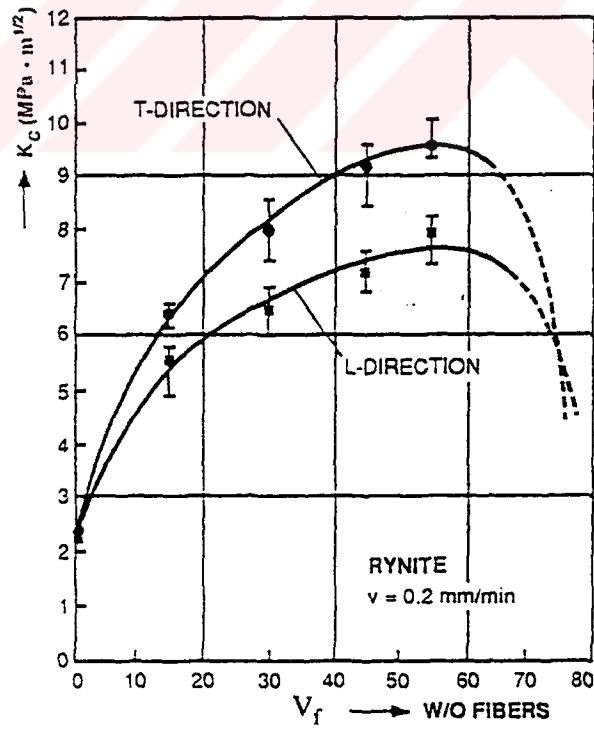
Elyaf mukavemeti, oldukça iyi tanımlanmış bir parametredir. Yüksek çekme mukavemeti elyafların kırılmasından önce bölgesel çekme mukavemetindeki artış  $K_{IC}$  yi artırır. Elyaf-matriks arayüzey bağlantı mukavemetinin azalması  $G_{IC}$  nin arttığını göstermektedir. Arayüzey mukavemeti yeterince düşükse çatlak ucunda elyaf-matriks ara yüzeyinde sıyrılmalar oluşur. Bu durumda gerilmeler daha geniş bir sahaya yayılır. Akabinde gerilme singularitesi (tekilliği) çatlak ucunda kaybolur. Böylece kırılma mekaniği yaklaşımı geçersiz olur. Ayrıca arayüzey mukavemetinin çok düşük olması, elyaflar üzerine yük iletiminin yetersiz olmasına yol açarak kopma mukavemetini özellikle enine doğrultuda azaltır.

$G_{IC}$  ile arayüzey mukavemeti arasındaki bağıntı kırılma davranışı ile görülebilir hale gelir. Arayüzey mukavemetinin artırılmasının etkisi uzun ve kısa elyafly kompozitlerde farklıdır. Uzun elyafly kompozitlerde, artan arayüzey mukavemeti, sıyrılan elyaf boyunu azaltarak  $K_{IC}$  ve  $G_{IC}$  yi düşürür. Kısa elyafly kompozitlerde ise arayüzey mukavemet artışının esas etkisi, ara yüzey ayrılma enerjisinin artmasına yol açarak kırılma tokluğunu artırır. Kısa elyafly kompozitlerin  $G_{SF}$ 'lerinin elyaf hacim oranına etkisi Şekil 4.3'te gösterilmiştir. Elyaf hacim yüzdesi  $V_f$  ve elyaf oryantasyonunun etkisi ise açıktır. Çatlak doğrultusuna dik olan elyaf oranı arttıkça  $K_{IC}$  ve  $G_{IC}$  artar. Bununla birlikte,  $V_f$  çok büyük olursa matriks tarafından yutulan kırılma enerjisi azalacağından (kaybolacağından)  $K_{IC}$  ve  $G_{IC}$  azalır ( $G_{IC}$  sadece elyafın kırılma enerjisi olur). Elyaf doğrultusu ile çatlak ilerleme doğrultusu arasındaki açının azalması ile  $K_{IC}$  azalmaktadır.

Açının değişimi ile kırılma davranışı değişir. Açı azaldıkça elyaf kopması ve sıyrılmaları yerine, elyaf boyunca çatlama ve arayüzey ayrılması oluşumu artırır. Karbon-Polyester kompozitte, elyaf kopması ve sıyrılmaları ile, elyafa dik çatlak ilerlemesinde  $K_{IC} = 20 \text{ MN}\sqrt{\text{m}}$  değerinde iken, elyafa paralel ilerlemede  $1-2 \text{ MN}\sqrt{\text{m}}$  değeri elde edilir.

Ortotropik malzemelerdeki kırılma olayları, izotropik malzemelerden daha karmaşıktır. Bu denklemler Sih ve arkadaşları tarafından geliştirilmiş olan ve ortasında boydan boya çatlak bulunan, çekmeye maruz kalmış ortotropik bir levhada, çatlak ucundaki gerilmeler ve yerdeğıştirmeler, çatlak açılma modu tip I için aşağıdaki formda verilir[49].

$$\sigma \neq 0 \quad \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$



Şekil 4.3 3.2 mm kalınlığındaki Rinit levhada  $K_C$ -Kırılma tokluğunun  $V_f$  ile değışimi [55]

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[ \frac{\mu_1 \mu_2}{(\mu_1 - \mu_2)} \left( \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta}} - \frac{\mu_1}{\sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta}} \right) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[ \frac{1}{(\mu_1 - \mu_2)} \left( \frac{\mu_1}{\sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta}} - \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta}} \right) \right]$$

(4.4)

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[ \frac{\mu_1 \mu_2}{(\mu_1 - \mu_2)} \left( \frac{1}{\sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta}} \right) \right]$$

$$u = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} R_e \left[ \frac{1}{(\mu_1 - \mu_2)} \left( \mu_1 P_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta} - \mu_2 P_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta} \right) \right]$$

(4.5)

$$v = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} R_e \left[ \frac{1}{(\mu_1 - \mu_2)} \left( \mu_1 q_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta} - \mu_2 q_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta} \right) \right]$$

Burada u ve v, x ve y yönündeki yer değiştirmelerdir.  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  malzeme kompleks parametreleri olup, malzemenin anizotropi derecesini karakterize ederler. Bu parametreler çatlak-elyaf oryantasyonuna bağlıdır.  $K_I$  birinci tip gerilme şiddet faktörüdür.  $P_1$ ,  $P_2$  ve  $q_1$ ,  $q_2$  malzeme elastiklik sabitleri ile alakalı malzeme kompleks parametreleridir.

$$P_1 = S_{11} \mu_1^2 + S_{12} - S_{16} \mu_1, \quad q_1 = S_{12} \mu_1 + \frac{S_{22}}{\mu_1} - S_{26},$$

(4.6)

$$P_2 = S_{11} \mu_2^2 + S_{12} - S_{16} \mu_2, \quad q_2 = S_{12} \mu_2 + S_{22} \mu_2 - S_{26}$$

Yukarıda yazılan (4.3) ve (4.4) denklemlerinden görüleceği üzere lineer elastik kırılma mekaniği prensipleri, ortotropik malzemelere uygulanırken büyük bir dikkat göstermek gerekmektedir. Burada kırılma tokluğu ifadelerinin  $K_{IC}$ ,  $K_{IIC}$ ,  $K_{IIIC}$  bulunması için, yalnız çatlak ucu gerilmelerinin incelenmesi kafi değildir. Bununla birlikte çatlak ucu yerdeğiştirmelerini, çatlak ucu hasar şekillerini ve çatlak büyümesinin doğrultusunu da dikkate almak gereklidir [48].

### 4.3. Yüzey Çatlağı Analizi

Gerilme şiddet faktörleri, karakteristik numune geometrileri için muhtelif denklemlerden elde edilmektedir. Kırılma tokluğu deneylerinde kullanılan çatlak tipleri ve bunlarla ilgili GŞF bağıntıları aşağıda verilmiştir.

#### 4.3.1. Kalınlık boyunca çatlaklar.

Üzerinde  $2a$  uzunluğunda bir çatlak bulunan sonsuz genişlikteki bir levha,  $\sigma$  gibi düzgün bir gerilmeye maruz ise, gerilme şiddet faktörü ifadesi aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$K_I = \sigma_1 \sqrt{\pi a} \quad (4.7)$$

Şekil 4.4'te görüldüğü gibi, genişliği  $2b$  olan bir levhada ise şekil faktörü (düzeltme faktörü) kullanıldığında yukarıdaki ifade, (4.8) deki şekli alır.

$$K_I = \sigma_1 \sqrt{\pi a} [2b/a\pi + \tan a\pi/2b]^{1/2} \quad (4.8)$$

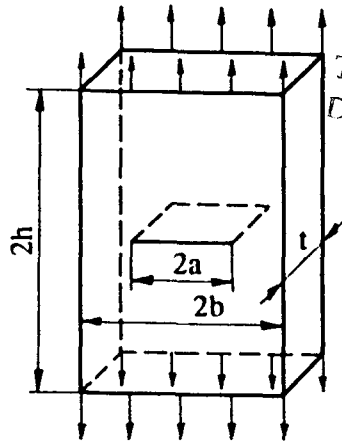
#### 4.3.2. Çift kenar çatlağı

Şekil 4.5.teki gibi, düzgün çekmeye maruz çift kenar çatlaklı bir numunede, gerilme şiddet faktörü aşağıdaki gibi verilebilir.

$$K_I = 1.12 \sigma_1 \sqrt{\pi a} \quad (4.9)$$

(4.9) ifadesinde 1.12 katsayısı kenar çatlakları için serbest yüzey düzeltme katsayısıdır. Şayet boydan boya çatlakta verilen tanjant düzeltme faktörü çift kenar çatlağında da uygulanırsa gerilme şiddet faktörü daha hassas olarak bulunur.





T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

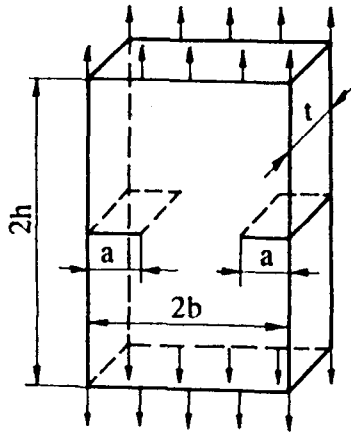
Şekil 4.4 Bir levhada kalınlık boyunca çatlak.

#### 4.3.3. Tek kenar çatlakı

Çift kenar çatlakı ifadesinden çıkarılan, tek kenar çatlakı gerilme şiddet faktörü ifadesine, çatlakın tek taraflı olması sebebiyle, eğilme gerilmesinin etkisi de gözönünde bulundurulur. Şekil 4.6 daki gibi, tek kenar çatlaklı levhalar için, (düzeltme faktörü de ilave edilerek) gerilme şiddet faktörü denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f(a/w) \quad (4.10)$$

Formüldeki  $f(a/w)$  faktörü;  $a/w$  değerine bağlı olarak 1.15-2.86 arasında değişen bir değerdir[54].



Şekil 4.5 Çift kenar çatlakı.

#### 4.4. Ortotropik Malzemenin Kırılma Mekanikği

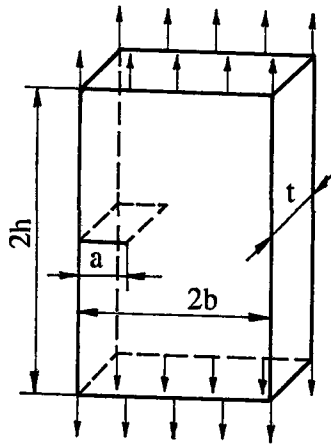
Ortotropik kırılmanın, lineer elastik kırılma mekaniği prensiplerinden ayrıldığı en önemli hususlar şunlardır:

1- Ortotropik malzemede çatlak, çoklukla asıl çatlak istikametinde ilerlemez. Halbuki lineer elastik kırılma mekaniğinde, çatlağın daima orijinal çatlak düzleminde ilerlediği kabul edilir.

2- Ortotropik kompozit malzemede, simetrik yüklemenin tatbiki halinde, genelde karmaşık modda (mod I-II), çatlak ucu yer değiştirmelerine sahip olacağı görülür. Bu modların Şekil 4.1'e göre ayırımı esasına dayanan lineer elastik kırılma mekaniği prensiplerinden bir farkı belirtir.

3- Ortotropik malzemeler için (4.3) ve (4.4) denklemlerinin ifade ettiği çatlak ucu gerilmelerinin incelenmesi bu gerilmelerin malzeme özellikleri ve doğrultularının fonksiyonları olan karmaşık malzeme parametresi  $\mu$ 'nün fonksiyonları olduğunu ortaya koyar. Dolayısıyla bu denklem çatlak ucu gerilme dağılımlarının malzeme özellikleri ve doğrultularından bağımsız olduğu esasına dayalı olarak geliştirilen, lineer elastik kırılma mekaniği kurallarından ayrılmış olur.

Bu üç gerçeğin dikkate alınması, genel olarak lineer elastik kırılma mekaniği prensiplerinin ortotropik malzemeler için geçerli olmadığını ve bir ortotropik malzemenin kırılma tokluğunu ifade etmek için  $K_{IC}$ ,  $K_{IIIC}$ ,  $K_{IIIIC}$  gibi üç malzeme sabiti bulma imkanının olmadığını gösterir. O halde ortotropik malzemenin her hali münferit olarak dikkate alınmalıdır [48].



Şekil 4.6 Tek kenar çatlağı



Çok gevrek malzemeler için ise, III. tip eğri söz konusudur. burada da  $P_S$ ,  $P_Q$  dan daha küçük olduğundan ve ayrıca stabil olmayan bölgeye düştüğünden hesaplamada  $P_Q$  kullanılır.

#### 4.4.2. Kompakt-çekme numunesinde kırılma tokluğu

Bir malzemenin kırılma tokluğunun bulunmasında yaygın olarak ASTM E-399 standardı kullanılır [57]. Bu standart mod I için, düzlem gerilme halinde kırılma tokluğunu kapsamaktadır. Metalik malzemeler için hazırlanmış bulunan bu standart, özellikle her tür destekli kompozitler için de kullanılmıştır [57]. Standartta anılan C tipi, üç noktadan eğme, kompakt ve disk şeklindeki deney numunelerinden, sadece kompakt deney numune tipi bu çalışmada esas alınmıştır (Şekil 4.7).

Kırılma tokluğu deneyleri üç kademe gerçekleştirilir. Hazırlanan deney numunelerine ön yorulma çatlak açılır. Daha sonra yük ile çatlak ağzı açılımının eğrisi çizilir. Neticede deney sonuçları ve (Şekil 4.8) de verilen eğrilerden  $P_{max}/P_Q \leq 1.10$  şartı sağlandığında;  $P_Q$  değeri kullanılarak  $K_Q$  tesbit edilir. Kompakt deney numunesi için kalınlık  $t$  genişlik  $w$  alındığında bu değer Srawley'e [58] göre aşağıdaki şekildedir

$$K_Q = (P_Q / t w^{1/2}) f(a/w)$$

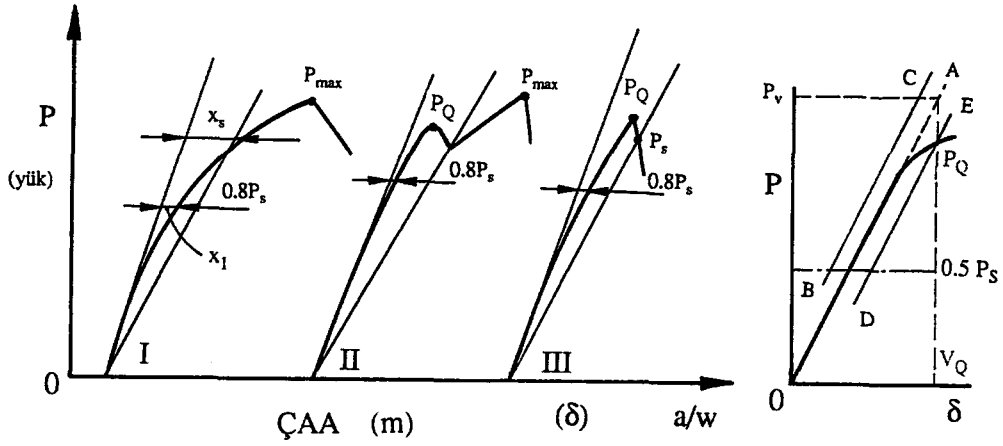
$$f(a/w) = (2 + \alpha)(0.866 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) / (1 - \alpha) \quad (4.11)$$

Burada  $\alpha = a/w$  olup 0.2-0.8 arasında değişmektedir.

(4.11) bağıntılarından  $f(a/w)$  değeri, sözkonusu standartta çizelgeden alınabileceği gibi, seriye açılarak da hesaplanabilir.

#### 4.4.3. Ortotropik kompakt-çekme numunelerinde kompliyans metodu

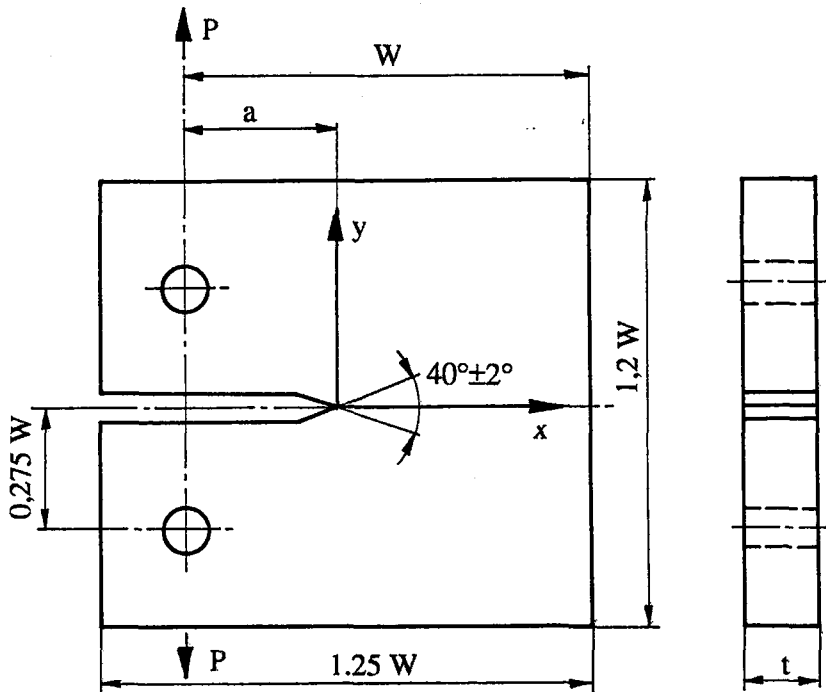
Heterojen malzemelerin bir özelliği olan karmaşık kırılma mekanizmaları sebebiyle, geometrik düzensizlikleri veya malzeme kusurları bulunan fiber takviyeli kompozitlerdeki hasarın, önceden tam olarak tahmin edilmesi oldukça zordur. Kompozitler kırılma davranışları açısından, homojen malzemelerden farklı olmalarına rağmen; bunlardaki hasar oluşumunun incelenmesinde, lineer elastik kırılma mekaniği bazı durumlarda başarıyla uygulanmıştır [59].



Şekil 4.8 Çeşitli P-Çatlak ağız açılımı (CAA) eğrileri

Kırılma mekaniği özellikleri söz konusu olduğunda, ya  $K_{IC}$ - kritik GŞF veya  $G_{IC}$ . Kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma miktarı belirlenmelidir. Bu iki özellik arasında denklem 4.12'den de görülebileceği gibi, elastik kompliyanslarla orantılı bir eşitlik vardır.

Bir ortotropik malzemede kritik şekil değiştirme enerjisi boşalma miktarı  $G_{IC}$ ,  $K_{IC}$  ile olan bağıntıdan faydalanarak hesaplanabilir. Elyaf doğrultusuna dik düzlemdeki çatlak ilerlemesinde bu bağıntı Sih ve arkadaşları tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir [49].



Şekil 4.9 ASTM E- 399 a göre Kompakt çekme numunesi

$$G_c = K^2 \left( \frac{S_{11} S_{12}}{2} \right)^{1/2} \left[ \frac{S_{22}}{S_{11}} + \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}} \right]^{1/2} \quad (4.12)$$

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}, \quad S_{21} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$$

Ortotropik kompiyans değerleri  $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{12} = S_{21}$ ,  $S_{66}$  ya deneysel ya da mikromekanik teorilerinden faydalanılarak bulunur.

Diğer taraftan Şekil değiştirme enerjisi boşalma miktarı ile, kompiyans arasındaki bağıntı ise Őyledir[60].

$$G_{IC} = P_Q / 2t dC / d(a/w) \quad (4.13)$$

Burada C kompiyans olup, y¼k-ĉatlak ağzı aĉılımı miktarı eğrisinin eğiminin tersidir.  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  gibi değerler, ana malzeme doğrultuları ile ilgili elastik sabitlerdir.

$G_{IC}$ -kritik enerji boşalma miktarı, kararsız ĉatlak b¼y¼mesinin baŐladıęı andaki  $G_{IC}$  değeridir.  $G_I$  değeri deneysel olarak, kompakt-ĉekme numunesinden kompiyans kalibrasyon metodu ile elde edilir[49].

Ayrıca belirli bir y¼k altında, ĉekme ĉenelerinin sabit tutulması halinde, kompakt-ĉekme numunesinde kararlı bir ĉatlak b¼y¼mesi elde edilir. ĉ¼nk¼ enerji boşalma miktarı ĉatlak uzunluğu ile azalır, kararsız bir y¼kte yayılan bu ĉatlak genellikle kısa bir b¼y¼me safhasından sonra durdurulur. Dolayısıyla, tek bir numune ile bir ĉok değer alınabilir[42].

Tokluğun ĉatlak uzunluğuna bağlılığı ve muhtelif kırılma mekanizmalarının geliŐme safhası, hasar ilerlemesi kontrol edildiği iĉin, daha yakından incelenebilir.

Kompozitlerin kırılmasıyla ilgili ĉalıŐmaların ĉoęunda (kompakt) gerilme tiplerinden ziyade numuneler üzerinde ĉalıŐılır. Fiberlere paralel olan önceden belirlenmiŐ ĉatlak yön¼ne sahip tek yönl¼ kompozitlere, lineer elastik kırılma mekaniğinin uygulanabilirliğinin ön ĉalıŐmaları WU[59-61] tarafından yapılmış ve Laurautis [62] tarafından geliştirilmiştir.

## 5. DENEYLER

### 5.1. Kompozit Levha İmalatı

Gerilme konsantrasyon ve kompakt-çekme numunelerinin imal edilebilmesi için ilk aşamada kompozit levha üretilmiştir. ÇTP levhalar, Fibrotex A.Ş. den temin edilen F80 tipi kumaş ve Cam Elyaf San. A.Ş. den temin edilen Neoxil CE BV8(T) reçine ile imal edilmiştir. Cam elyaf, ortalama 15 µm çapındadır. E camından imal edilen cam kumaş F 80 olarak tanımlanmakta ve kalınlığı 800 g/m<sup>2</sup> ve bağlayıcısı silan'dır. Neoxil CE BV8 (T) reçine ise orta reaktiviteli ortoftalik ve viskozitesi iyi, yüksek mekanik mukavemete sahip bir reçinedir. Reçine ve dokuma kumaş seçiminde bu konuda önceden yapılan çalışmalar dikkate alınarak, numune özelliklerine uygun levhalar üretildi. Kompozit levha üretiminde kullanılan E camı ve polyester reçinenin özellikleri Tablo 5.1 'de verilmiştir.

Kompozit malzeme imalatı ülkemizde henüz çok yeni olduğundan; cam kumaş takviye ile seri ve standart üretim yapılmamaktadır. Deney sonuçlarının literatürle karşılaştırılabilmesi amacıyla, literatürde belirtilen türde levha üretimi yapılmıştır.

CTP levhalar (1.0x2.0 m) boyutlarında, galvanize sac levhalar arasında sıcak presleme usulüyle imal edildi. Galvanize sacların numunelerin kalıplanacağı yüzeylerine PVA (polivinil alkol) kalıp ayırıcı sürülmek suretiyle kalıbın kompozit levhadan kolay ayrılması sağlandı. Ayrıca temiz ve düzgün yüzeyler elde edildi. kalıptan çıkarılan kompozit levhalar incelendiğinde yüzey çatlaklarına rastlanmadı. PVA'nın şeffaflığının yanında suda çözünür olması kalıbın açılmasını kolaylaştırmakta ve bu esnada oluşabilecek yüzey çatlaklarının önüne geçmektedir.

Reçineye önce %0.25 oranında kobalt naftanat hızlandırıcı karıştırıldıktan sonra; sisteme %1 oranında MEK (Metil Etil Ketonperoksit) katıldı. Sac kalıpların üzerine bir kat reçine uygulandıktan sonra, cam kumaş serilerek tekrar reçine

Tablo 5.1. Polyester reçine ve cam dokumanın özellikleri

Polyester reçine (Neoxil CE BV8)	Çekme dayanımı (Mpa)	:	45
	Elastik modülü (GPa)	:	3
	Uzama (%)	:	1.4
	Eğilme dayanımı (MPa)	:	85
	Deformasyon sıcaklığı (°C)	:	70
	Özgül ağırlık (gr /cm <sup>3</sup> )	:	1.09-1.2
	Jelleşme süresi (dak)	:	8
	Sertlik (Barcol)	:	45
Cam fiber	Kimyasal bileşim (E-camı)	:	%52 Si O <sub>2</sub> , %14 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , %17CaO, %15 MgO, %11 B <sub>2</sub> O <sub>3</sub> .
	Özgül ağırlık (gr/cm <sup>3</sup> )	:	2.56
	Çekme dayanımı (GPa)	:	3.6
	Elastiklik modülü (GPa)	:	70
	Lif çapı (µm)	:	11.7-13.75
	Nem (%)	:	0.07

uygulandı. Yatay dişli rulolarla elyafın tamamen ıslanması ve yapışması sağlandıktan sonra dikey dişli rulolarla lifler arasındaki gaz boşlukları giderildi. İkinci ve üçüncü katlar için aynı işlemler uygulandıktan sonra kapatılan kalıp, mobilyacı presine yerleştirildi. Preste 3.105 Pa basınç uygulanarak fazla reçine ve hava kabarcıkları giderildikten sonra, 24 saat oda sıcaklığında bekletildi. Daha sonra kalıp açılarak 3 saat 50°C ta post-cure işlemi uygulandı.

## 5.2. Elastik Özelliklerin Bulunması

CTP deney levhalarının hazırlanması ve deney levhalarının çekme özelliklerinin belirlenmesi ile ilgili deneyler TS 3783 ve TS 3860 ta standart olarak verilmiştir. Şekil 5.1 de şematik görünüşü verilen deney numunelerinin imalatında, levhalar akarsu altında elmas disk ile kesilerek, uçlarına 5 mm kalınlığında alüminyum levhalar yapıştırıldı. Yapıştırıcı olarak soğukta sertleşen epoksi reçine seçildi.

Deneyler Şekil 5.1'de görülen çentiksiz çekme numuneleri ile D.E. Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Uygulamalı Mekanik Lab.'da Instron Üniversal Çekme cihazında yapılmıştır. Elastiklik modülü Şekil 5.1'deki gibi yerleştirilen strain-gage'ler yardımıyla üç ölçme ortalaması olarak bulunmuştur. Çekme gerilmesi 10 MPa olarak alınmıştır.

Cam elyaf ve reçinenin elastisite modülleri  $E_f=76$  GPa,  $E_m=3$  GPA şeklindedir. Kompozit malzemenin elastisite modülleri ise çekme deney numunesine, enine ve



boyuna yapıştırılan strain-gaugeler yardımıyla bulunmuştur. Cam elyaf çarpaz katlı dokuma kumaş şeklinde olduğundan elastisite modülleri EK D'de izah edilen deneysel tespitler ışığında iki yönde de aynı bulunmuştur.  $E_1=E_2=23.3$  GPa  $\nu_{12}=0.174$

Teorik olarak mühendislik sabitlerinin bulunmasında ise cam kumaş, çarpaz katlı kompozit şeklinde düşünülerek aynı  $V_f$  oranında bileşenler kuralına göre  $E_1$  ve  $E_2$  hesaplanır.

$$E_1 = E_f V_f + (1 - V_f) E_m \quad (5.1)$$

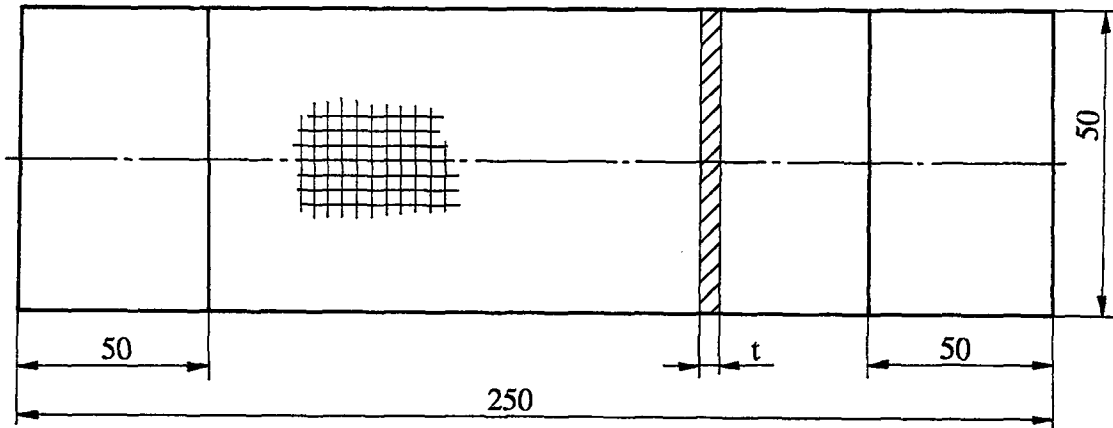
$$1/E_2 = V_f/E_f + (1 - V_f)/E_m \quad (5.2)$$

Buradan sırasıyla  $E_1$  ve  $E_2$  sırasıyla 38.12 GPa ve 5.56 GPa bulunarak;

$$E_C = (E_1 + E_2)/2 \quad (5.3)$$

formülünden  $E_C = 21.88$  GPa değeri elde edilir. Bulunan deneysel  $E_C$  değeri 23.3 GPa olup aradaki fark, teorik hesaplamada kompozitin çarpaz katlı olarak kabul edilmesinden kaynaklanmaktadır. Cam kumaş kompozitte, her iki yöndeki liflerin birbiri içerisine geçmesinden dolayı, rijitlik çarpaz katlıya nazaran daha yüksek olacaktır.

Alınan teorik  $E_f$  ve  $E_m$  değerleri ideal olup üretilen levhanın elastisite modülü hızlandırıcı ve sertleştirici miktarları, sertleştirme süresi ve sıcaklığı, elyaf ıslanma



Şekil 5.1 Çekme deney numunesi

derecesi, dokuma sırasındaki elyaf hasarı, elyaf sarım gerginliği v.b.çeşitli üretim parametrelerine bağımlı olduğundan , bulunan teorik ve deneysel sonuçlar uyumludur.

### 5.3. Yakma Deneyi

Elyaf takviyeli kompozitlerin elyaf/reçine oranının belirlenmesinde iki ayrı metot kullanılmaktadır. Bunların birincisi kompozitin yoğunluğunun ölçülmesidir. Polimer esaslı kompozitlerin çoğunda, yapılarındaki gaz boşluk miktarı %1 in altında olduğundan malzeme boşluksuz kabul edilerek, aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$V_f = (\rho_c / \rho_m) / (\rho_f / \rho_m) \quad (5.4)$$

Burada  $\rho_c$ ,  $\rho_f$  ve  $\rho_m$  sırasıyla kompozit, elyaf ve matriksin yoğunluklarını tanımlamaktadırlar.

Daha kesin bir deney metodu ise, elyafı etkileyen fakat matriksi çözebilen bir çözücü ile matriksin uzaklaştırılmasıdır. Düşük sıcaklıklarda plastik matriksin yakılması, cam elyafı herhangi bir fiziksel değişime sebep olmamaktadır. Bu deney, yakma deneyi (Burn-off) olarak adlandırılmaktadır. Deney işleminde kondüsyonlanmış numuneler, hassas olarak tartıldıktan sonra yakılmaktadır. Reçine tamamen yandıktan sonra, kalan cam elyafın tartılmasıyla aşağıdaki bağıntı kullanılır.

$$V_f = (W_f / \rho_f) / (W_c / \rho_f) \quad (5.5)$$

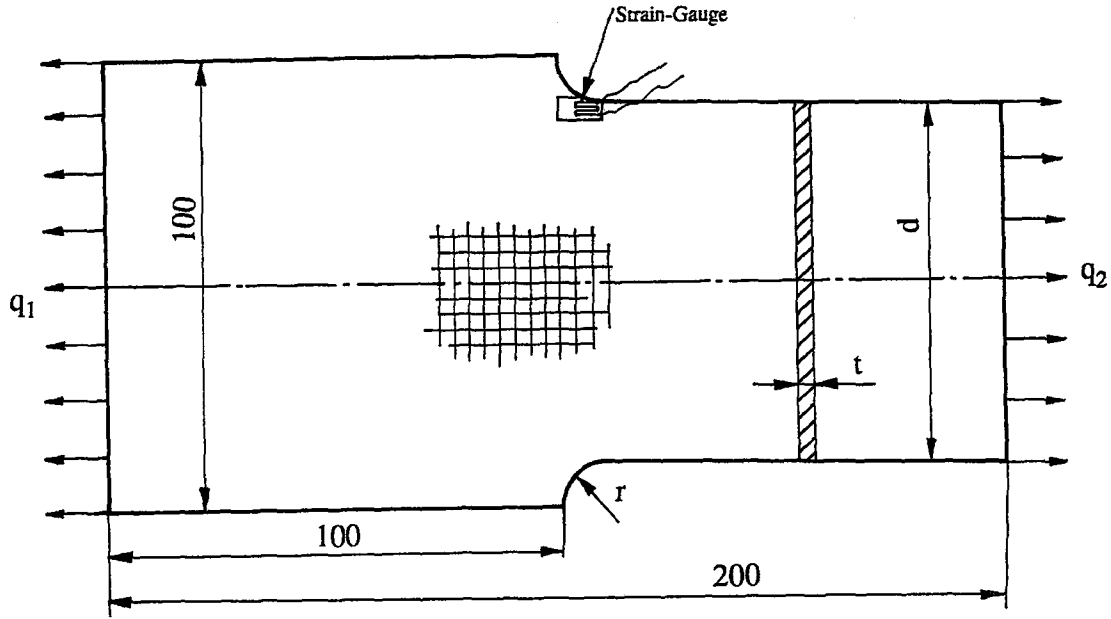
burada  $W_f$  ve  $W_c$  elyaf ve kompozitin ağırlıklarıdır.

Çekme deney numunelerinin çıkarıldığı levhanın orta ve kenar kısımlarında reçine-cam yüzdeleri değişebileceğinden numuneler levhanın orta kısımlarından alındı. Kompozitin yoğunluğu havada ve su içerisinde tartma sonucu aşağıdaki formülden hesaplandı.

$$\rho_c = W_{ch} / (W_{ch} - W_{cs}) \quad (5.6)$$

Burada  $W_{ch}$  ve  $W_{cs}$  kompozitin havada ve sudaki ağırlıklarıdır.

Yoğunluk tayini için başka bir metot da prizmatik yakma numune boyutlarının 1/100 lik duyarlılıkla ölçülmesi sonucu, hacminin bulunması ve 1/10 g'lık terazide tartılmasıdır.



Şekil 5.2 Gerilme yığılması deney numunesi

Bu çalışmada kullanılan cam kumaş-polyester kompozitin yakma deneyi sonucunda elyaf hacimsel oranı  $V_f=0,48$  olarak bulunmuştur.

#### 5.4. Gerilme Yığılması Deneyleri

Deneyler için Şekil 5.2. 'de verilen boyutlarda çekme numuneleri hazırlandı. İncelenecek fillet yarıçapları  $r=0,4-0,6-1,0$  cm. seçildi. Araştırma sonucunda HBM firması tarafından imal edilen LY13 1,5/120 tipi strain-gaugeler seçildi. Şekil 5.2.'de belirtilen numune üzerinde görülen ve 47 no'lu elemana karşılık gelen fillet ucuna soğukta sertleşen Cyano-Acrilate reçine ile yapıştırıldı. Strain-gauge okumaları S.Ü. Teknik Bilimler Meslek Yüksek Okulu Malzeme Laboratuvarında hazırlanan deney setindeki Japon TML firması tarafından imal edilen TDS-100 model indikatör ile elde edildi. Strain-gauge değerleri elastik bölgenin içerisinde olacak şekilde 10MPa gerilme değerinde alındı. Farklı fillet yarıçaplarına karşılık gelen ortalama (3 değer) şekil değiştirmeler ve bunlara karşılık gelen gerilme yığılma katsayıları Tablo 5.2'de

Tablo 5.2. Fillet yarıçapları ve  $\epsilon$ ,  $k$  değerleri

Fillet yarıçapı (r (cm))	Şekil değiştirme ( $\epsilon$ )	Gerilme yığılma katsayısı (k)
0.4	$547.75 \times 10^{-6}$	1.93
0.6	$440.0 \times 10^{-6}$	1.83
1.0	$836.0 \times 10^{-6}$	1.80

verilmektedir.  $k$  gerilme yığılma katsayıları (5.7)-(5.9) formüllerinden hesaplanmaktadır.

$$\sigma_{ort} = P / A \quad (5.7)$$

$$\sigma_{max} = E \epsilon \quad (5.8)$$

$$k = \sigma_{max} / \sigma_{ort} \quad (5.9)$$

Burada  $P$  uygulanan yük,  $A$  kesit alanıdır.

## 5.5. Kırılma Tokluğu Deneyi

### 5.5.1. Deney numunelerinin hazırlanması

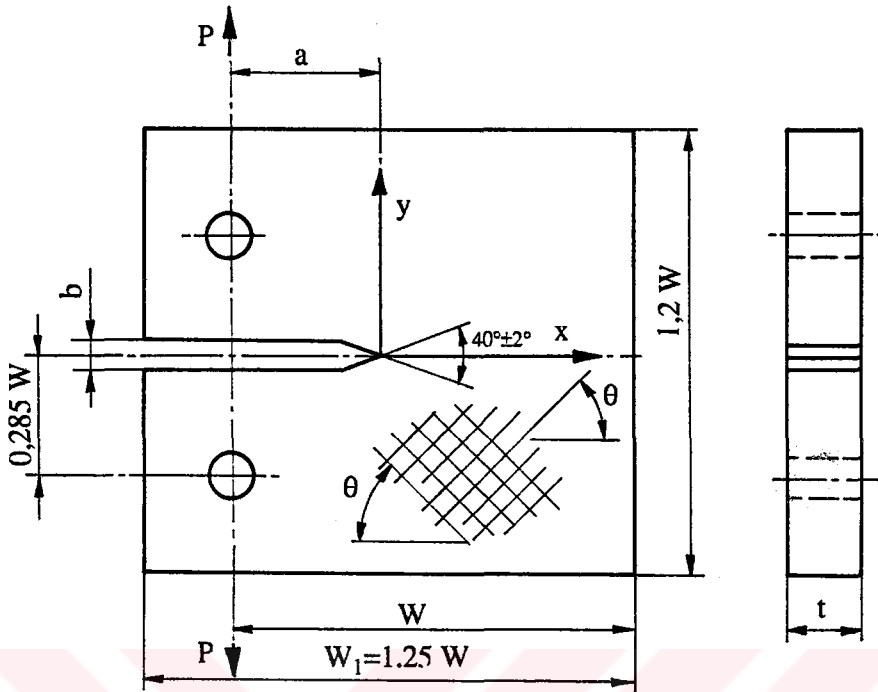
Şekil 5.3'te görülen Kompakt-çekme numunelerinden 40 adet hazırlandı. Bu numuneler, Bölüm 5.1'de üretimi hakkında geniş bilgi verilen kompozit levhalardan imal edildi. Levha üretiminde kullanılan Fibrotex F80 dokuma kumaşın elyaf doğrultuları birbirine diktir.  $\theta=0^\circ$  olan kompakt-çekme numunelerinin hazırlanmasında, elyaf doğrultularının referans kenarlarına paralel ve dik olması yeterlidir. Bütün numunelerin önce yatay ve düşey referans kenarları işlenmiş; markalama bu kenarlara göre pleyt ve mihengir yardımıyla yapılmıştır. Kaba ve ince eğeler yardımıyla numuneler orijinal ölçülerine getirilmiş, pim deliklerinin delinmesi sırasında ve kenarlarda, liflerin dağılmasına özen gösterilmiştir.

Elyaf doğrultuları için kabul edilen  $\theta=15^\circ$ ,  $\theta=30^\circ$  ve  $\theta=45^\circ$ 'lik numunelerin hazırlanmasında da önceden hazırlanmış bulunan kompozit levhalar kullanıldı. Bu numunelerin hazırlanmasında en önemli husus elyaf doğrultularının x eksenine ile yaptığı açının istenen değerlerde olmasıdır. Bunun için markalamaya özen gösterildi.

Tablo 5.3. Kompakt-çekme numune ölçüleri

Açı	a / w	N.No	a	W	W <sub>1</sub>	t	b	P <sub>0</sub>
$\theta=0^\circ$	0.3	1	24.6	90.94	101.32	1.95	1.50	900
	0.4	2	32.8	91.17	101.50	1.95	1.42	760
	0.5	3	41.0	91.15	101.53	1.95	1.39	630
	0.6	4	49.2	91.02	101.40	1.95	1.38	515
	0.7	5	57.4	91.95	101.41	1.95	1.52	380
$\theta=15^\circ$	0.3	1	24.6	91.0	101.05	1.95	1.29	912
	0.4	2	32.8	91.16	102.07	1.95	1.43	790
	0.5	3	41.0	90.97	101.94	1.95	1.42	650
	0.6	4	49.2	90.76	101.26	1.95	1.21	533
	0.7	5	57.4	90.79	100.81	1.95	1.30	395
$\theta=30^\circ$	0.3	1	24.6	89.82	100.35	1.95	1.35	923
	0.4	2	32.8	90.05	100.58	1.95	1.30	835
	0.5	3	41.0	90.51	101.08	1.95	1.25	698
	0.6	4	49.2	90.41	101.23	1.95	1.35	560
	0.7	5	57.4	90.54	101.22	1.95	1.50	415
$\theta=45^\circ$	0.3	1	24.6	90.42	100.95	1.95	1.25	928
	0.4	2	32.8	89.91	100.43	1.95	1.28	850
	0.5	3	41.0	90.82	100.94	1.95	1.59	714
	0.6	4	49.2	91.32	101.23	1.95	1.65	560
	0.7	5	57.4	91.55	101.22	1.95	1.44	415

Hazırlanan bütün numunelerin boyutları gibi çatlak ağzı ve uç açıları da Şekil 5.3'te belirtilen ölçülere uygun olarak hazırlandı. Çatlak ağzının açılması testere ile, uç açısı ise bisturi yardımıyla gerçekleştirildi [49]. Şekil 5.3'te gösterilen numunelerin boyutları,  $\theta$  açıları ve a/w oranlarına göre düzenlenmiş ve Tablo 5.3 te verilmiştir.



Şekil 5.3 Kompakt-çekme numunesi.

### 5.5.2. Deneylerin yapılışı

Deney numunelerinin çekilmesinde LLOYD INSTRUMENTS T50K isimli 50 ton kapasiteli çekme cihazı kullanıldı Şekil 5.4. Kompakt-çekme numunelerinde çekme sırasında, dönme meydana gelmemesi için Şekil 5.5'te görülen geniş plakalar kullanıldı. Çekme cihazında uygulanan yük kN cinsinden makinanın dijital ekranından, eşit aralıklarla okundu. Deney deplasman-kontrol şartlarında gerçekleştirilmiş ve çekme çeneleri 1/100 mm/dak. sabit hızla hareket ettirilmiştir. Kompakt-çekme numunelerinde çatlak ilerleme davranışının gözlemlenebilmesi amacıyla numunenin arka tarafına seyyar bir ışık kaynağı yerleştirildi. 10 büyütmeli seyyar mikroskop yardımıyla çatlak ucu izlendi. Yük sıfırdan itibaren artırıldığında, maksimum yükün 0.20-0.30 değeri civarında, elyaf demetleri içindeki münferit lif kopmalarının işareti olan aralıklı çıtırtılar duyuldu [20].

Numunenin ağız açıklığı, yük uygulanmadan ve uygulanan yükün her kademesinde digital kumpas ile ölçüldü. Daha sonra Şekil 5.6'da görüldüğü gibi

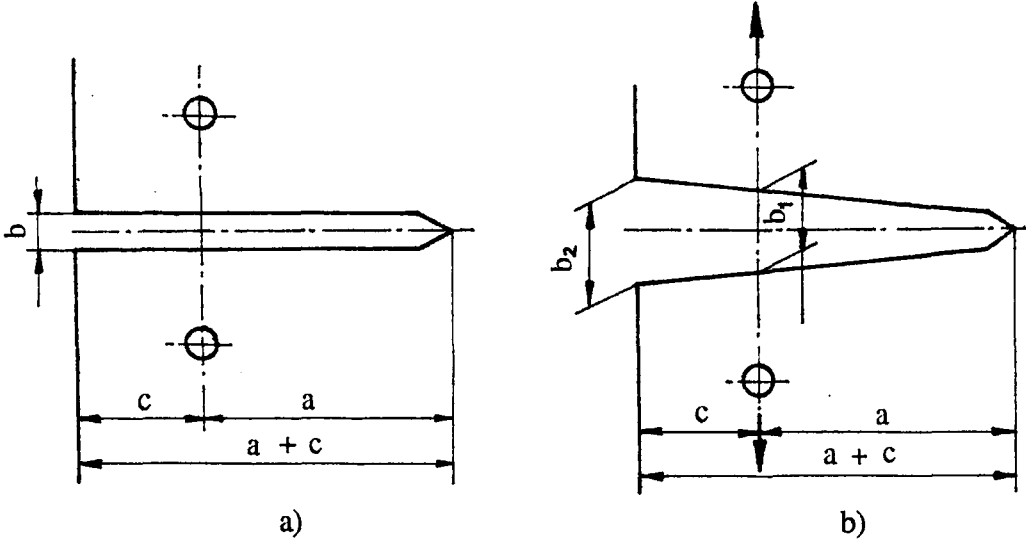




Şekil 5.4 Çekme deney cihazı



Şekil 5.5 Deney numunelerinin çekme cihazına tespiti



Şekil 5.6 ÇAA'nın teşekkül şekli a) Yüksüz durum b)Yüklenmiş durum

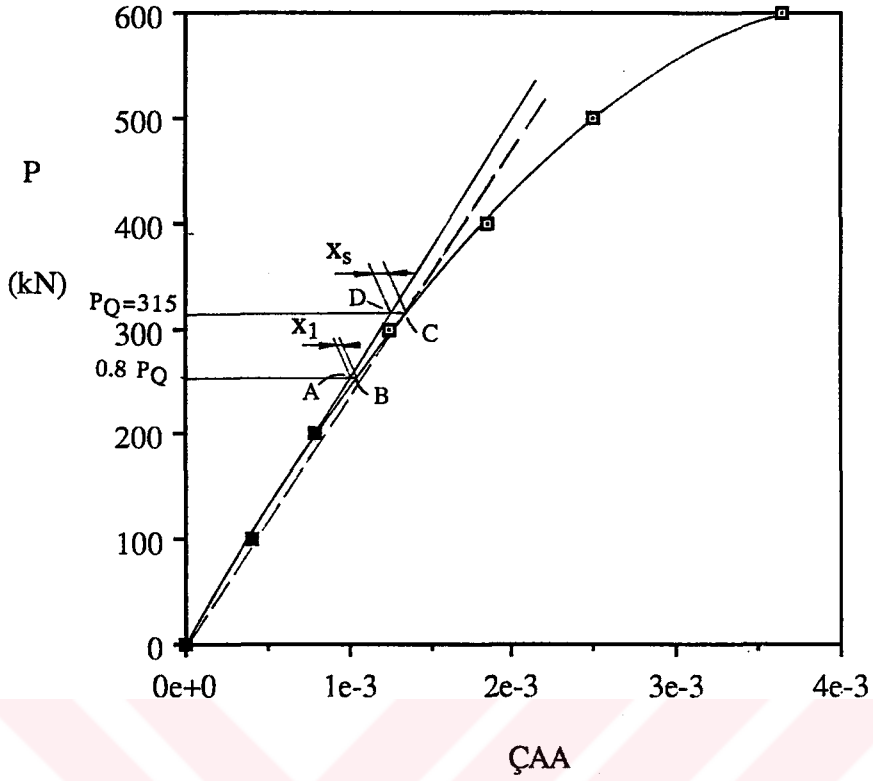
geometrik hesaplama ile yük tatbik eksenini üzerindeki açılma miktarına (ÇAA) dönüştürüldü. Şekil 5.6 a'da kompakt çekme numunesinin yüksüz durumu; b'de ise yüklü durumu gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı üzere, Tales bağıntısı kullanılarak aşağıdaki denklem yazılabilir. Bu bağıntı yardımıyla  $b_1$  (ÇAA) değeri her bir numune için tek tek hesaplandı.

Numunenin ağız açıklığı, yük uygulanmadan ve uygulanan yükün her kademesinde dijital kumpas ile ölçüldü. Daha sonra Şekil 5.6'da görüldüğü gibi geometrik hesaplama ile yük tatbik eksenini üzerindeki açılma miktarına (ÇAA) dönüştürüldü. Şekil 5.6 a'da kompakt çekme numunesinin yüksüz durumu; b'de ise yüklü durumu gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı üzere, Tales bağıntısı kullanılarak aşağıdaki denklem yazılabilir. Bu bağıntı yardımıyla  $b_1$  (ÇAA) değeri her bir numune için tek tek hesaplandı.

$$b_1 = b_2 (a+c) / a \quad (5.10)$$

Kırılma tokluğunun belirlenmesinde en önemli faktörlerden biri, kritik kuvvet  $P_Q$  nun tesbitidir. Kuvvet ile, yük tatbik doğrultusunda çatlak ağız açılma miktarları (ÇAA) değişim diyagramları, her bir numune için çizildi. Kuvvet-ÇAA diyagramlarında lineer kısmın eğiminin % 95 ini veren bir doğru çizildi (Şekil 5.7 ve Şekil-5.8) Bu çizilen doğrunun eğriyi kestiği yer  $P_Q$  olarak tesbit edildi. Kritik kuvvet

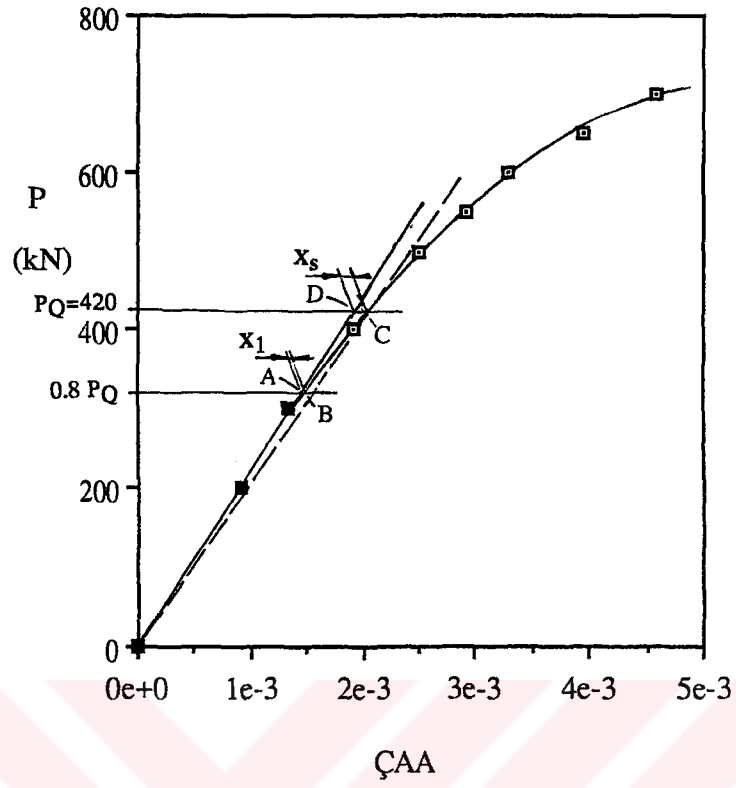




Şekil 5.7 Kritik kuvvet  $P_Q$ 'nun bulunuşu ( $\theta=45^\circ$  de, N.No 30)

olan  $P_Q$  nun geçerliliği incelendi. Bunun için 4. bölümde izah edilen yöntemle;  $0.8 P_Q$  kuvvetine karşılık gelen yatay doğru çizilerek eğriyi ve  $0.95$  eğimli doğruyu kestiği noktalar tesbit edildi (A,B).  $P_Q$  kuvvetinin bulunduğu noktadan geçen yatay doğru da çizildi. Bu doğrunun, eğrinin lineer kısmını kestiği nokta da belirlendi ( C ).

$P_Q$ 'nun geçerli olabilmesi için gerekli olan şart;  $X_1 \leq 0.25 X_s$  sağlandığından eğrilerin bölüm 4 teki I. tip eğriye uyduğu anlaşıldı. Yer işgalini önlemek için yalnız iki tanesinin grafiği gösterildi. Diğerlerinin hesaplanan  $P_Q$  değerleri ise Tablo 5.3'te verildi.



Şekil 5.8 Kritik kuvvet  $P_Q$ 'nin bulunuşu ( $\theta=30^\circ$ , N.No 39)

## 6. NÜMERİK SONUÇLAR ve TARTIŞMA

### 6.1. Gerilme Yığılması (konsantrasyonu) Faktörü

Gerilme yığılması faktörü, kesit değişiminin olduğu bölgelerdeki maksimum gerilmenin, ortalama gerilmeye oranı diye tanımlanır. Elyaf takviyeli, üzerinde fillet bulunan,eksenel çekmeye maruz kompozit levhalarda gerilme yığılması, fillet civarında yoğunlaşmaktadır. Fillet civarında yoğunlaşan gerilmenin büyüklüğü, fillet yarıçapı ve elyaf takviye doğrultularının çekme doğrultusu ile yaptığı açıyla değişir.

Bu çalışmada cam-polyester, grafit-epoksi ve kevlar-epoksi kompozitlerden yapılmış filletli levhalarda, aksenal çekme sonunda meydana gelen gerilme yığılması faktörleri hesaplandı. Bunun için öncelikle fillet civarındaki gerilmeler bulundu.

Üçgen elemanlara ayrılan filletli levhanın, her bir elemanı için rijitlik matrisi oluşturuldu. Denklem (3.8) den yer değiştirmeler, şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntısından şekil değiştirmeler hesaplandı.

Sonlu elemanlar metodu yardımıyla, bütün elemanlar için gerilmeler hesaplandı. Ancak, en büyük gerilme değerinin fiilet civarında, 47 nolu elemanda meydana geldiği görüldü. Tablo 6.1, 6.2 ve 6.3'te 47 nolu eleman için hesaplanan maksimum gerilmeler verildi.

Sonlu elemanlar metoduna göre, basic dilinde hazırlanan bilgisayar programı Ek-A'da sunuldu. Bunun yanısıra  $r=20$  mm. fillet yarı çaplı cam-polyester, kevlar - epoksi ve grafit-epoksi kompozitlerde, her bir eleman için  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_{maks}$  gerilme bileşenleri hesaplandı. Fazla yer işgal edeceği düşüncesiyle diğer değişkenler için sonuçlar verilmedi.

Tablo 6.1 Cam-Polyester kompozitlerde fillet yarıçapları ve takviye açılarına bağlı maksimum gerilmeler (MPa)

$\theta \backslash r/d$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0°	5.55	4.82	4.15	3.8	3.55	3.37
15°	5.82	4.91	4.22	3.85	3.57	3.4
30°	5.97	4.97	4.3	3.95	3.72	3.52
45°	6.15	5.3	4.45	4.05	3.77	3.55

Tablo 6.2 Kevlar-Epoksi kompozitlerde fillet yarıçapları ve takviye açılarına bağlı maksimum gerilmeler (MPa)

$\theta \backslash r/d$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0°	5.35	4.62	4.02	3.67	3.45	3.27
15°	5.47	4.9	4.12	3.7	3.47	3.37
30°	5.85	4.92	4.32	4.0	3.8	3.62
45°	6.45	5.47	4.52	4.07	3.82	3.7

Tablo 6.3 Grafit-Epoksi kompozitlerde fillet yarıçapları ve takviye açılarına bağlı maksimum gerilmeler (MPa)

$\theta \backslash r/d$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0°	6.5	4.67	4.07	3.72	3.47	3.3
15°	5.5	4.9	4.15	3.75	3.5	3.37
30°	5.82	4.92	4.3	3.97	3.75	3.57
45°	6.32	5.42	4.5	4.07	3.9	3.77

Tablo 6.1, 6.2, 6.3'te 47 nolu elemandaki gerilme değerleri verildi. Her bir kompozit malzeme türü için fillet yarı çapları değiştirildi.  $r/d=0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40$  ve  $0.50$  oranlarında hesaplanan gerilmeler ayrıca kompozit malzeme elyaflarının  $x$  eksenine göre  $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  ve  $45^\circ$  lif açılarında ölçüldü.

Fillet yarıçapı oranları  $r/d$  artarken, gerilmelerin azalmakta; elyaf takviye açıları  $0^\circ$  den  $45^\circ$  ye doğru artarken ise, gerilmelerin artmakta olduğu gözlemlendi. Bu husus her üç kompozit malzemede de aynı eğilimde gerçekleşti.

Boyutları Şekil 5.2’de verilen kompozit levhaların kalınlıkları  $t=2$  mm alındı. Levhaya uygulanan  $x$  yönündeki 200 N’luk kuvvetin neticesinde 2.5 MPa’lık ortalama gerilme elde edildi. Maksimum gerilmenin ortalama gerilmeye oranlanması ile bulunan gerilme konsantrasyon katsayıları Tablo 6.4, 6.5 ve 6.6’da verildi.

Şekil 6.1’de cam-polyester kompozitlerin, Şekil 6.2’de kevlar-epoksi kompozitlerin, Şekil 6.3’te ise grafit-epoksi kompozitlerin fillet civarında en büyük gerilme yığılma katsayılarının  $r/d$ ’ye göre değişimi gösterilmiştir.

Her üç malzemede de  $r/d$ ’nin azalması ile gerilme yığılması katsayısının arttığı görülmektedir. Yine aynı şekillerde, elyaf takviye açılarına göre gerilme yığılma katsayılarının değişimi incelenecek olursa; her bir  $r/d$  değerinde açı büyüdükçe gerilme yığılması  $k$ ’nin arttığı dikkati çekmektedir.

Tablo 6.4 Cam-Polyester levhalarda, gerilme konsantrasyon katsayıları ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )

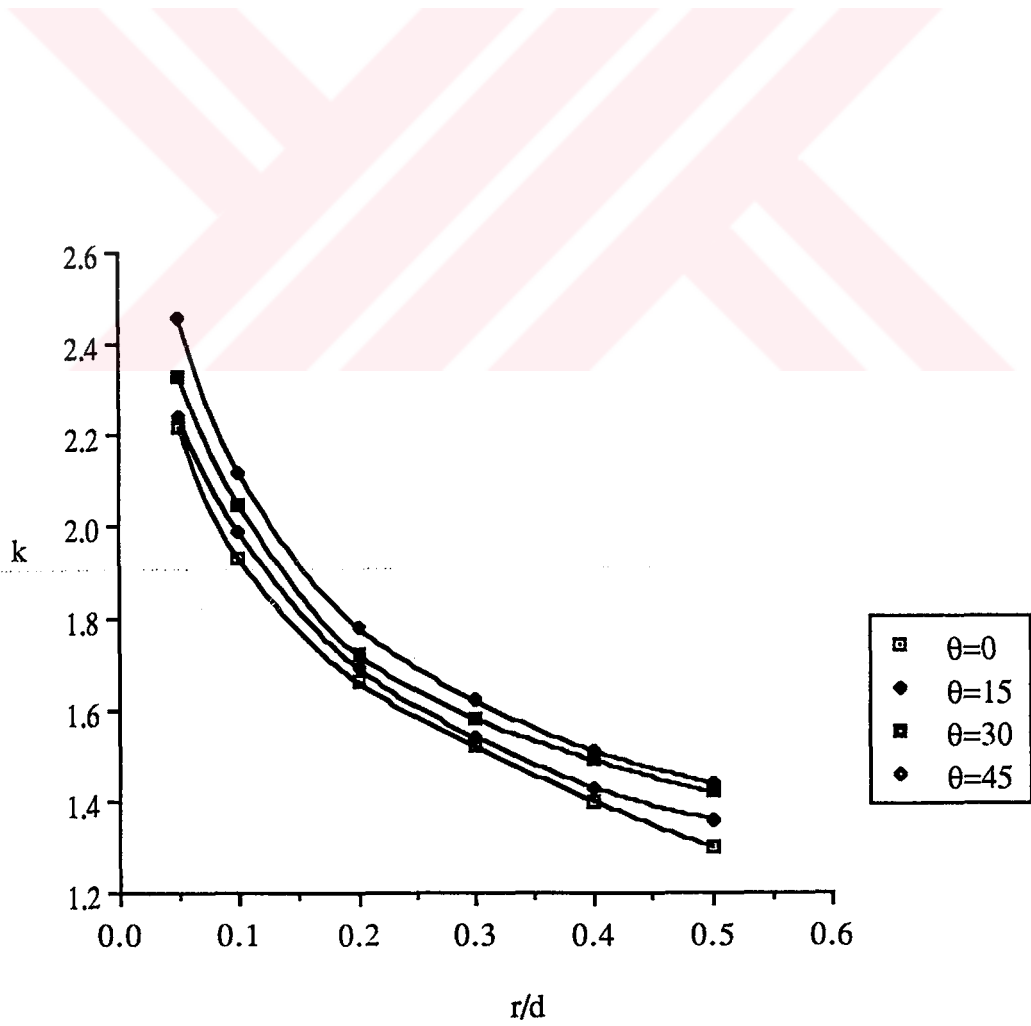
$\theta \backslash r/d$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$0^\circ$	2.22	1.90	1.66	1.52	1.42	1.35
$15^\circ$	2.33	1.98	1.69	1.54	1.43	1.36
$30^\circ$	2.24	1.99	1.72	1.58	1.49	1.41
$45^\circ$	2.46	2.12	1.78	1.62	1.51	1.42

Tablo 6.5 Kevlar-Epoksi levhalarda, gerilme-konsantrasyon katsayıları ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )

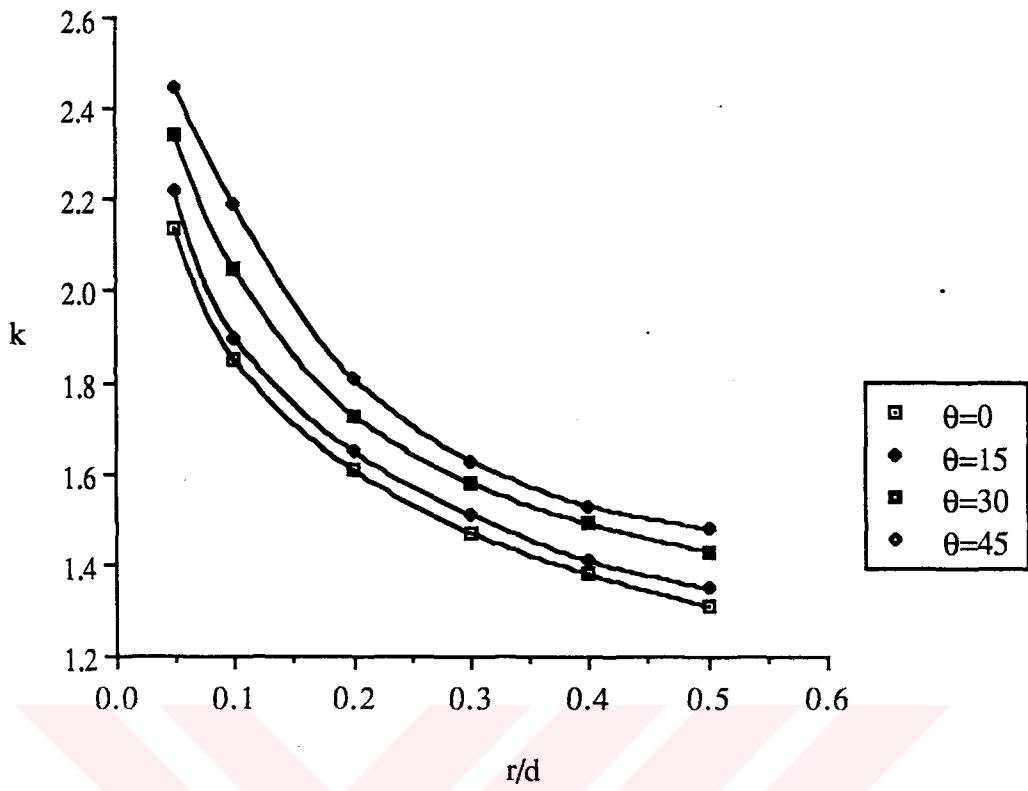
$\theta \backslash r/d$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$0^\circ$	2.14	1.85	1.61	1.47	1.38	1.31
$15^\circ$	2.19	1.96	1.65	1.48	1.39	1.35
$30^\circ$	2.34	1.97	1.73	1.6	1.52	1.45
$45^\circ$	2.58	2.19	1.81	1.63	1.53	1.48

Tablo 6.6 Grafit-Epoksi kompozit için gerilme-konsantrasyon katsayıları ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )

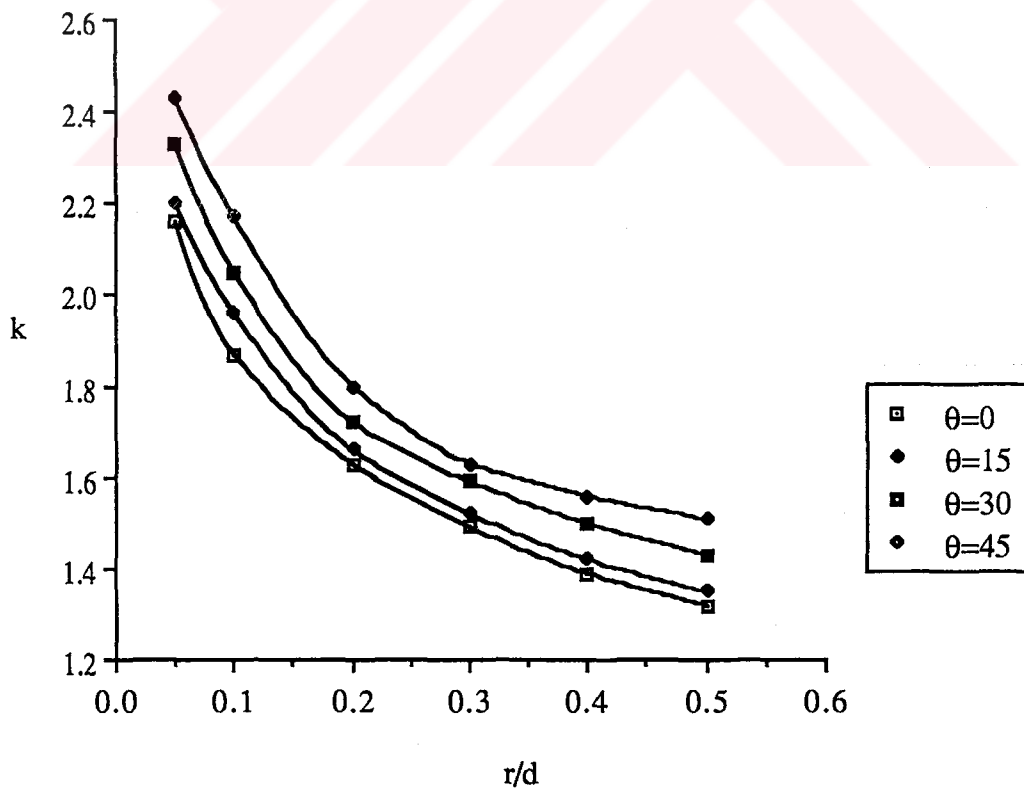
$\theta \backslash r/d$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$0^\circ$	2.22	1.93	1.66	1.52	1.42	1.35
$15^\circ$	2.33	1.98	1.69	1.54	1.43	1.36
$30^\circ$	2.24	1.99	1.72	1.58	1.49	1.41
$45^\circ$	2.46	2.12	1.78	1.62	1.51	1.42



Şekil 6.1 Cam-Polyester kompozit malzeme için k-r/d grafiği

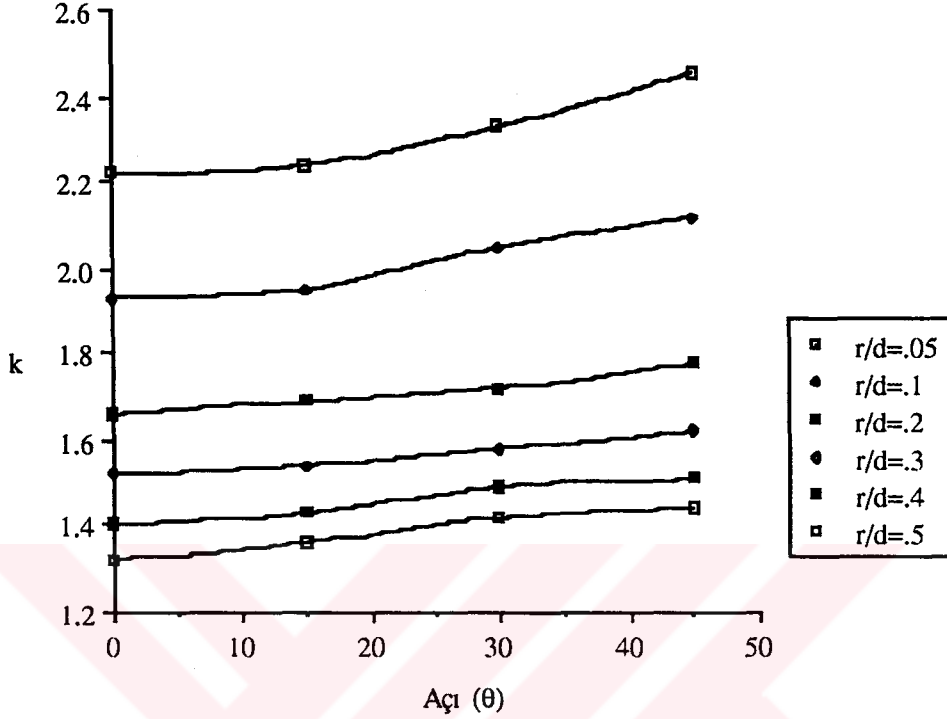


Şekil 6.2 Kevlar-Epoksi kompozit malzeme için k-r/d grafiği

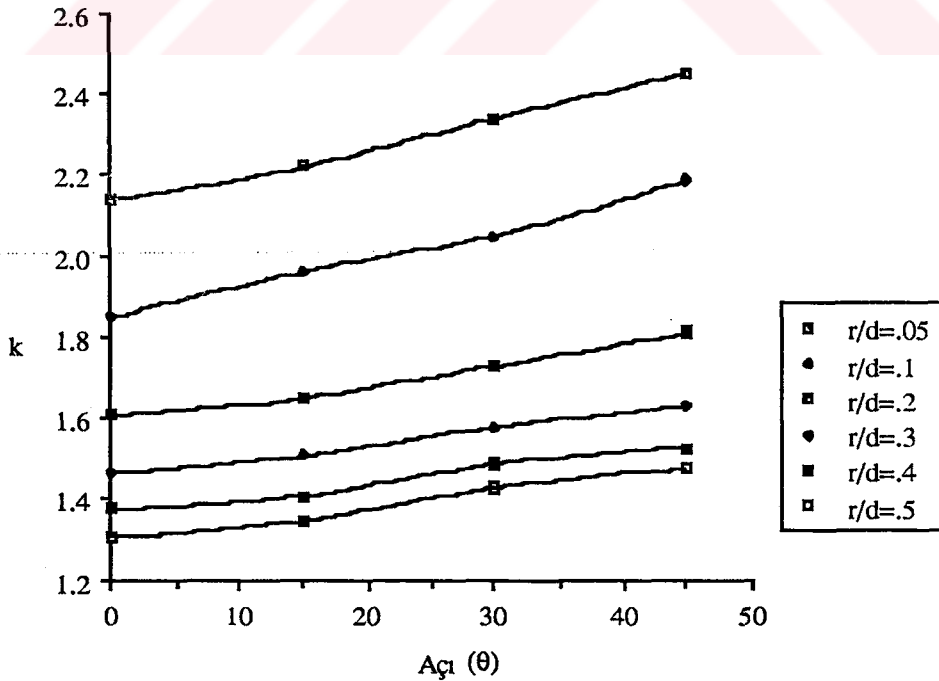


Şekil 6.3 Grafit-Epoksi kompozit malzeme için k-r/d grafiği

Şekil 6.4, Şekil 6.5 ve Şekil 6.6'da ise gerilme konsantrasyon katsayılarının elyaf takviye açlarına göre davranışı görülmektedir.

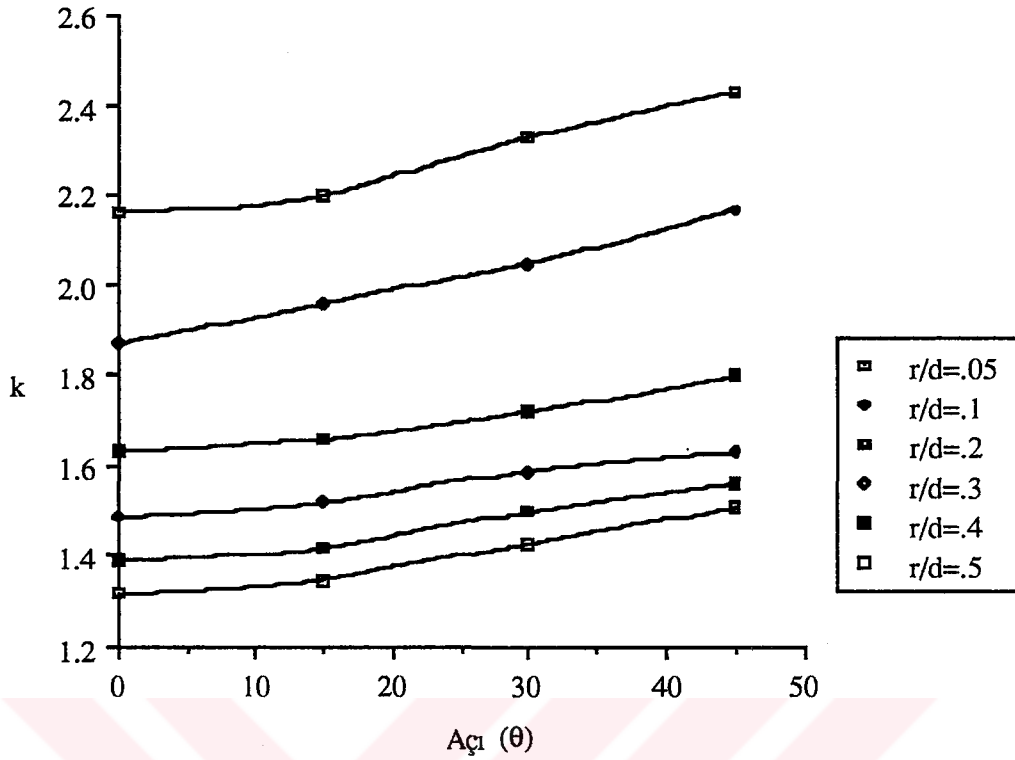


Şekil 6.4 Cam-Polyester kompozit malzeme için k-θ grafiği



Şekil 6.5 Kevlar-Epoxy kompozit malzeme için k-θ grafiği.





Şekil 6.6 Grafit-Epoksi kompozit malzeme için k- $\theta$  grafiği.

Yine her üç malzeme için, takviye açısının büyümesi ile, k' nın az bir eğimle arttığı görülür. Bu artış r/d nin düşük değerlerinde fazla; r/d nin büyük değerlerinde çok yavaştır.

Buradan r/d değerinin 1'e yaklaşması halinde, eğrilerden k'nın sabit olacağı söylenebilir.

Gerilme yığılma katsayıları, teorik olarak sonlu elemanlar metoduyla bulunduğu gibi, strain-gage metoduyla deneysel olarak da tesbit edilmiştir. En büyük gerilmenin bulunduğu 47 nolu elemana strain-gage yapıştırılarak maksimum gerilmeler belirlenmiştir. İmkanların kısıtlı olması nedeniyle sadece cam-polyester kompozit malzemelerde yapılan deneylerde elde edilen sonuçlar Tablo 6.7'de verildi. Denklem 5.9'dan  $\theta=0^\circ$  elyaf takviyesi için gerilme yığılması katsayıları r/d'nin 0.1, 0.2, 0.3 oranlarında hesaplandı. Her iki yolla bulunan gerilme yığılma katsayılarının arasında % 1, %9.28, %15.0 fark olduğu görülmektedir.

Tablo 6.7 Cam-Polyester kompozit malzemede  $\theta = 0^\circ$  için deneysel ve teorik gerilme yığılma katsayılarının karşılaştırılması.

Boyut	Oran	Deneysel	Teorik	Fark
r (mm)	r / d	k	k	%
4	0.1	1.93	1.90	1.5
6	0.2	1.83	1.66	9.28
10	0.3	1.8	1.52	15.0

## 6.2 Kırılma Tokluğu

### 6.2.1 Kompliyans metodu

Kompliyans Metodu'na göre gerilme şiddet faktörlerinin (GŞF) bulunabilmesi için, öncelikle kompliyansın hesaplanması gerekir. Kuvvet çatlak ağzı açılma miktarı (P-ÇAA) eğrilerinin eğiminin tersi, kompliyansı vermektedir. (P-ÇAA) eğrilerinin  $P_Q$  daki eğimlerinden kompliyanslar elde edildi. Hesaplanan kompliyans değerlerinin a/w oranına karşılık grafikleri bilgisayarda çizdirilerek eğri uydurma metodu ile ikinci dereceden (her bir numune için) polinom denklemleri aşağıdaki gibi bulundu.

$$\theta = 0^\circ \text{ için } C = 1.070 \cdot 10^{-5}x^2 - 1.10 \cdot 10^{-6}x$$

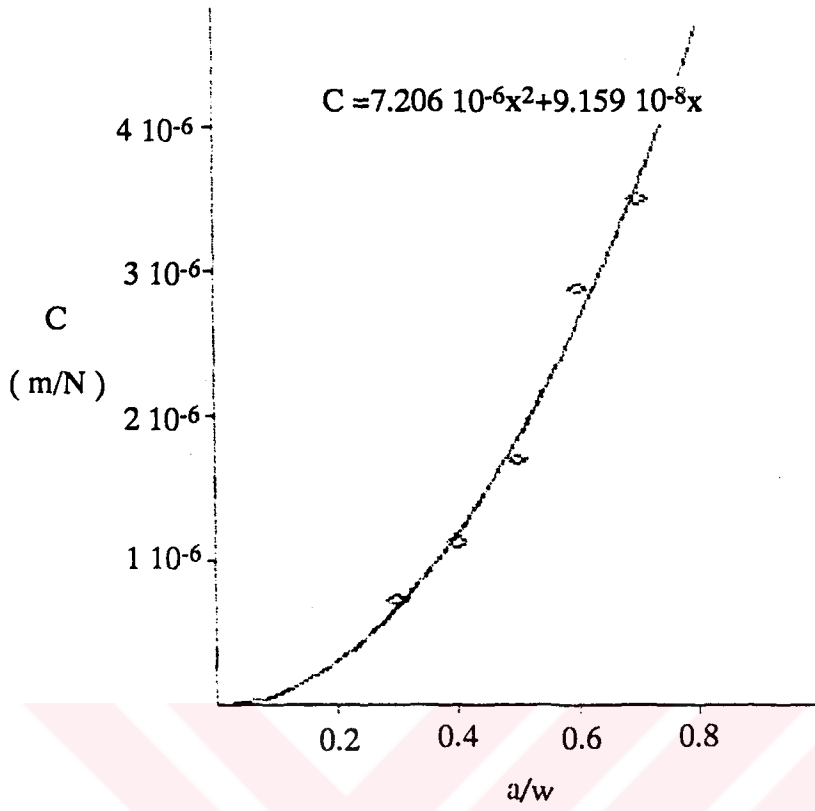
$$\theta = 15^\circ \text{ için } C = 7.206 \cdot 10^{-6}x^2 + 9.159 \cdot 10^{-8}x$$

$$\theta = 30^\circ \text{ için } C = 1.148 \cdot 10^{-5}x^2 - 1.815 \cdot 10^{-6}x$$

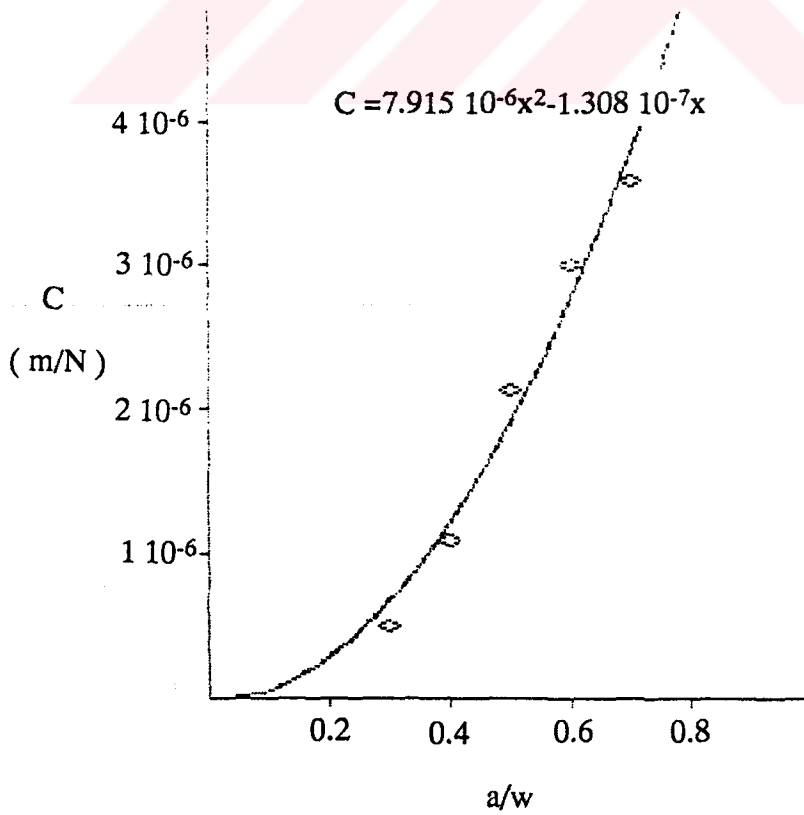
$$\theta = 45^\circ \text{ için } C = 7.915 \cdot 10^{-6}x^2 - 1.308 \cdot 10^{-7}x$$

Şekil 6.7 ve 6.8'de  $\theta = 15^\circ$  ve  $45^\circ$  için kompliyans-(a/w) grafikleri verildi. Denklem (4.13)'teki  $dC/d(a/w)$  ifadesinin değeri kompliyans denkleminin a/w'ye göre türevi alınarak bulundu. Herbir a/w için enerji boşalma miktarı ( $G_Q$ ), denklem (4.13) ten hesaplandı. Bu hesaplamada kritik kuvvet olarak  $P_Q$  alındı.

Denklem 4.12'den kritik gerilme şiddet faktörü  $K_Q$  değerleri bulundu. Kırılma tokluğu da denilen kritik gerilme şiddet faktörlerinin, a/w'ye ve elyaf takviye açılarına göre değerleri Tablo 6. 8'de verildi.



Şekil 6.7 Kompliyans (C)- $a/w$  grafiği ( $\theta=15^\circ$  'de)



Şekil 6.8 Kompliyans (C)- $a/w$  grafiği ( $\theta=45^\circ$  'de)

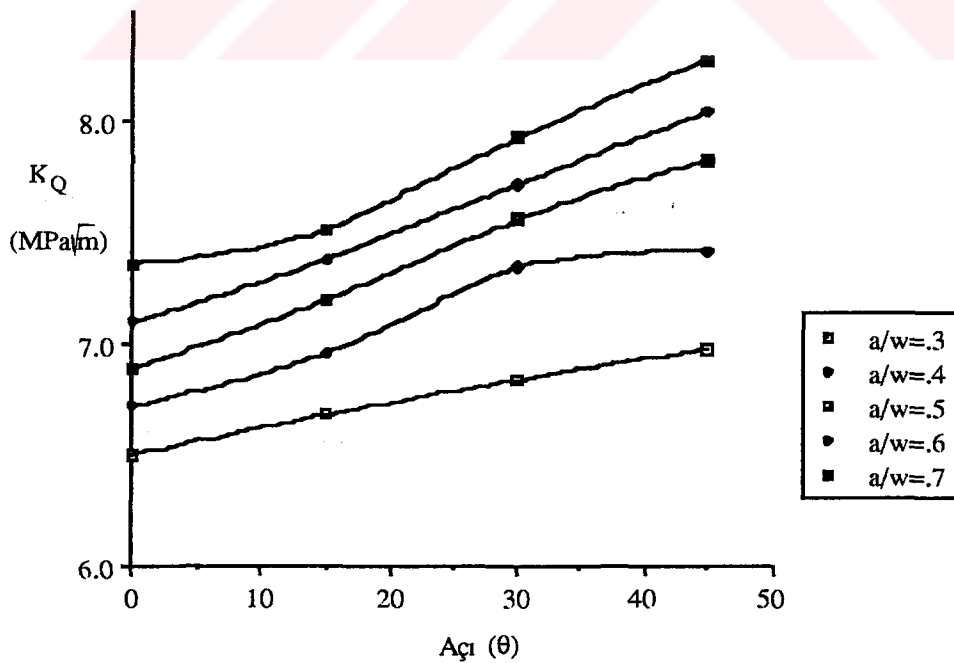
Tablo 6.8 Kompliyans metoduna göre kırılma tokluğu değerleri ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )

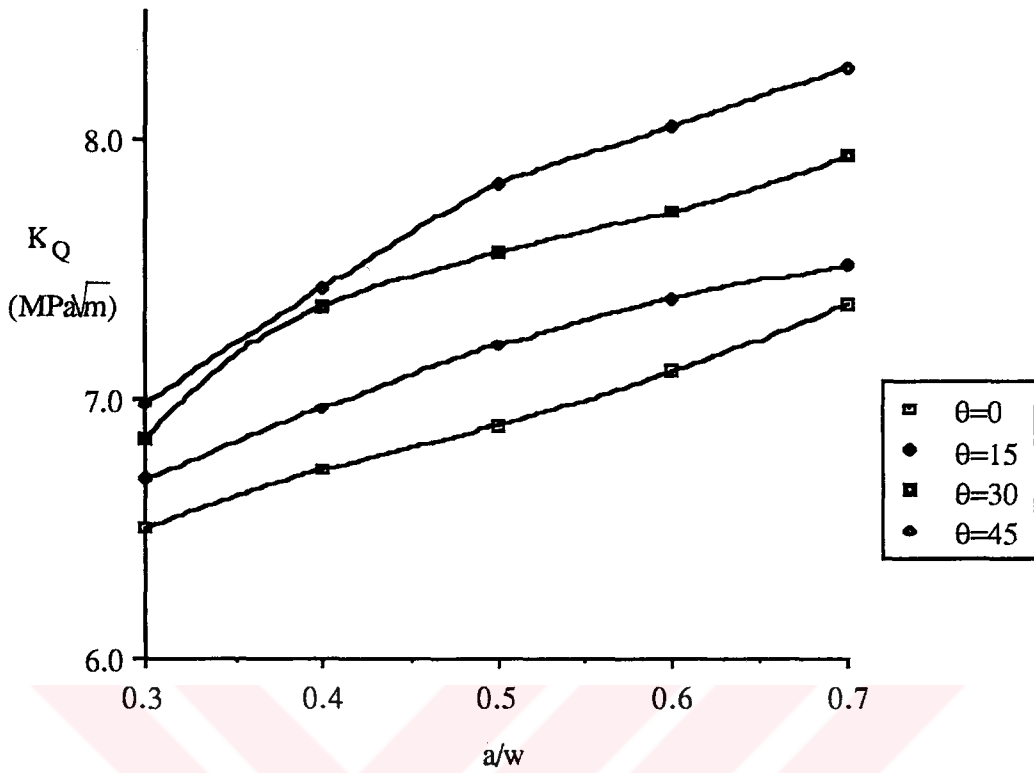
$\theta \backslash a/w$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$0^\circ$	6.50	6.72	6.89	7.10	7.36
$15^\circ$	6.68	6.96	7.20	7.38	7.51
$30^\circ$	6.84	7.35	7.56	7.72	7.93
$45^\circ$	6.98	7.42	7.83	8.05	8.28

Şekil 6.9'da kompliyans metoduna göre kırılma tokluğunun  $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  ve  $45^\circ$ 'lik açılara göre değişiminin grafiği gösterilmiştir. Burada herhangi bir  $a/w$  oranında elyaf takviye açısı  $0^\circ$ 'den  $45^\circ$ 'ye doğru artarken  $K_Q$ 'nun da arttığı görülmektedir. Her bir  $a/w$  oranında  $K_Q$  değerlerinin artış eğimi birbirine yakın çıkmıştır.

Şekil 6.10'da ise kompliyans metoduna göre kırılma tokluğunun  $a/w$ 'nin 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 ve 0.7 oranlarına göre değişimi görülmektedir.

Bu çalışmada sınırlanan bütün  $\theta$  açılarında ve  $a/w$  oranlarında  $K_Q$ 'nun 6.50 ile  $8.28 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  arasında değiştiği görülmektedir. Literatürde cam takviyeli polyster ve epoksi kompozitlerde kırılma tokluğunun  $5-20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  arasında değişmektedir [13]. Buna göre bulunan sonuçlar uygundur.

Şekil 6.9 Kompliyans metoduna göre  $K_Q$ 'nun  $\theta$ 'ya göre değişimi



Şekil 6.10 Kompliyans Metoduna göre  $K_Q$ ' nun  $a/w$ ' ye göre değişimi

### 6.2.2 Srawley metodu

Srawley kompakt-çekme numunelerinden, gerilme şiddet faktörlerinin bulunması için bir denklem geliştirmiştir (4.11). Bu denklemin  $0.2 < a/w < 0.8$  aralığında geçerli olduğu rapor edilmiştir [58].

Denklem (4.11)' den her bir  $a/w$  değerlerine göre gerilme şiddet faktörleri hesaplandı. Burada da kritik kuvvet olarak  $P_Q$  kullanıldı. Sonuçlar Tablo 6 9'da verildi.

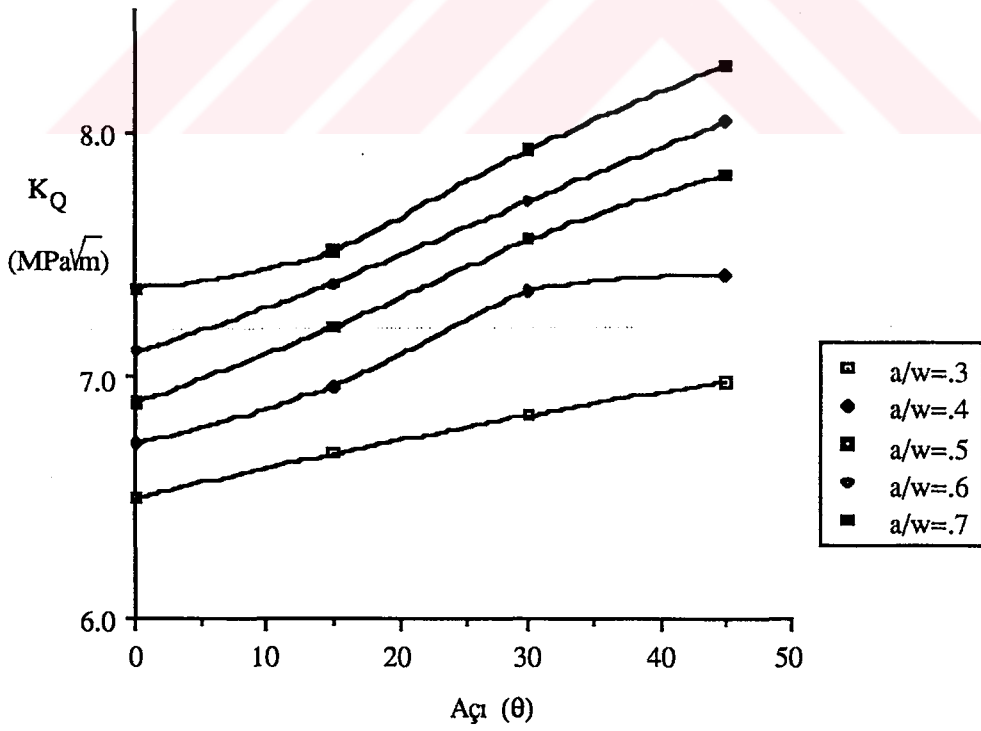
Kırılma tokluğunun elyaf takviye açlarına göre değişiminin grafiği Şekil 6.11'de gösterilmiştir.

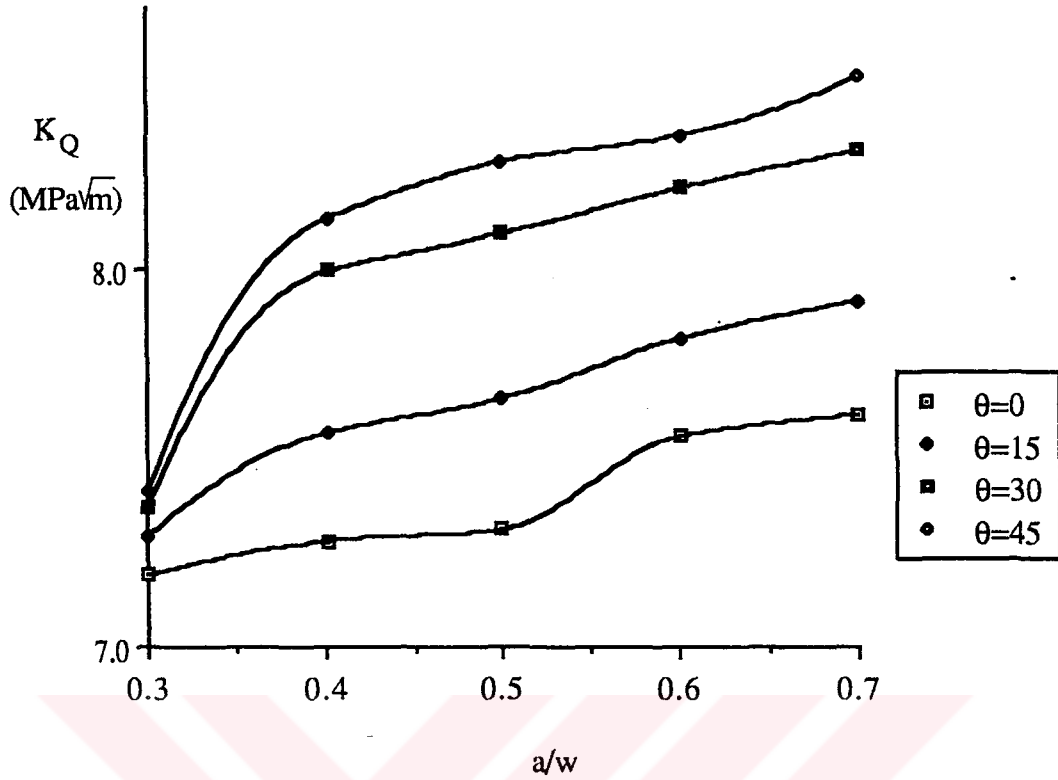
Bu metoda göre de takviye açıları  $0^\circ$ ' den  $45^\circ$ 'ye doğru ilerlerken  $K_Q$  da artmaktadır.  $a/w=0.3$  oranında  $K_Q$ ' nun artış eğimi diğer  $a/w$  oranlarına göre oldukça düşük çıkmıştır. Diğer  $a/w$  oranlarında ise, artış eğimi birbirine yakındır.

Şekil 6 12 de  $K_Q$ ' nun  $a/w$  oranlarına göre değişimi verilmiştir. Burada da  $a/w$  oranı arttıkça  $K_Q$ ' nun arttığını görmekteyiz.

Tablo 6. 9 Srawley Metoduna göre kırılma tokluğu değerleri ( MPa  $\sqrt{m}$ .)

$\theta$ \ a/w	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
0°	7.19	7.28	7.31	7.56	7.62
15°	7.29	7.57	7.66	7.82	7.92
30°	7.37	8.00	8.10	8.22	8.32
45°	7.41	8.14	8.29	8.36	8.52

Şekil 6 11 Srawley Metoduna göre  $K_Q$ ' nun  $\theta$  ile değişimi.

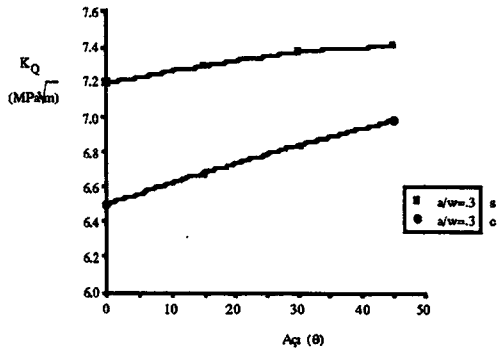
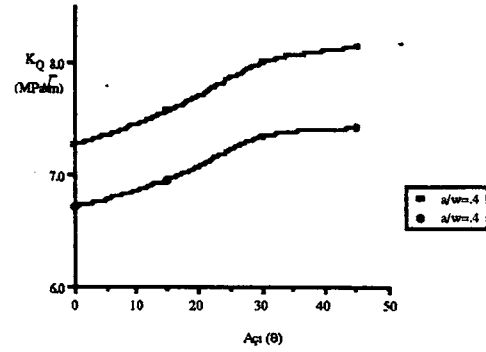
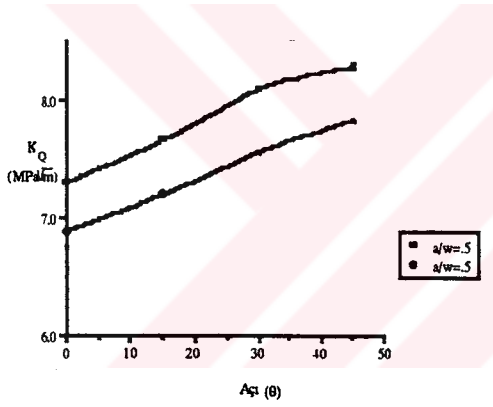
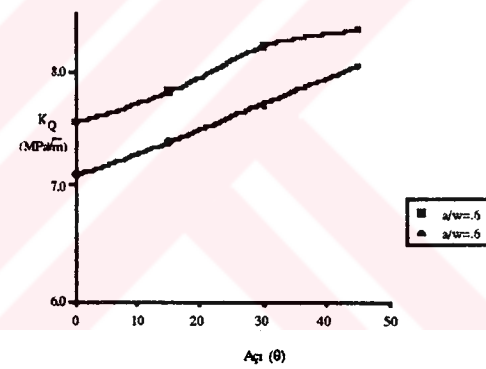
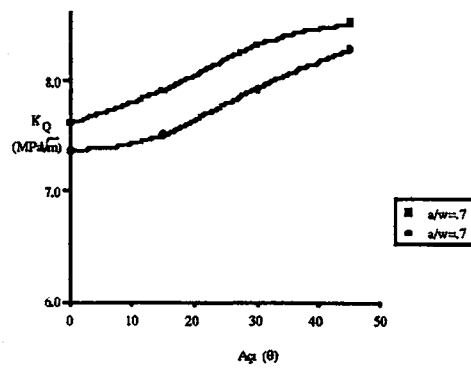


Şekil 6.12 Srawley Metoduna göre  $K_Q$  ' nun  $a/w$  ile değişimi

Kırılma tokluğunun Kompliyans metoduna ve Srawley metoduna göre sonuçları Şekil 6 13'te karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Şekil 6 13a'da  $a/w=0.3$  için, Şekil 6 13b de  $a/w=0.4$  için, Şekil 6 13c'de  $a/w=0.5$  için Şekil 6 13d'de  $a/w=0.6$  için ve Şekil 6 13e'de  $a/w=0.7$  için  $K_Q$  değerleri; elyaf takviye açıları  $\theta$ 'ya göre kıyaslanmıştır. Srawley metodundan elde edilen sonuçların ortalama % 4-% 8 arasında farklı çıktığı gözlenmektedir.

### 6.3.- Cam Kumaş-Polyester Kompozitlerde Çatlak İlerleme Davranışı

Kompozit malzemelerde başlangıç çatlağının ilerleme davranışı takviye türü ve açısı, elyaf matriks arayüzey dayanımı, tabakalanma sırası gibi pekçok parametrelere bağlı olarak çok değişik durum göstermektedir[12]. Kompozit malzemelerin kırılma deneylerinde düzgün bir başlangıç yorulma çatlağı açılmadığından, bu çalışmada farklı  $a/w$  oranlarında açılan çentiğin ucu bisturi ile keskinleştirilerek başlangıç çatlağı oluşturulmuştur [49] .

a)  $a/w = 0.3$ b)  $a/w = 0.4$ c)  $a/w = 0.5$ d)  $a/w = 0.6$ e)  $a/w = 0.7$ Şekil 6.13 Kompliyans ve Srawley'e göre  $K_Q$ 'nun  $\theta$  ile değişimi



Deney sonuçları incelendiğinde tabakalı dokuma takviyeli polyester kompozitlerde çatlak ilerlemesinin elyaf takviye doğrultusunda meydana geldiği görülmektedir. Deney başlangıcında, yükün artmasıyla birlikte başlangıç çatlağının ucunda beyazlaşma görülür. Bu beyazlaşma elyaf takviye doğrultularında artış göstermektedir. Beyazlaşma, elyaf-matriks arayüzey ayrılması ile başlayan (debonding) elyafa paralel çatlakların oluşumunun göstergesidir. Ayrıca elyaf demetlerinin kesişme noktasında, paralel ve dik doğrultudaki elyaf demetleri arasında tabaka ayrılması (delaminasyon) olayının ortaya çıkmasıdır.

#### 6.4. Çatlağın İlerleme Şekli

Tabakalı dokuma takviyeli-polyester kompozitlerde çatlak ilerlemesi elyaf takviyelerinin doğrultularında meydana gelmektedir. Kuvvetin artırılmasıyla arayüzey ayrılması takviye yönlerinde ilerlemeye devam etmektedir. Bu sırada başlangıç çatlağından en yakın elyaf demetlerinde kopmalar başlayarak, takviye yönünde beyazlaşmayı takiben diğer elyaf demetlerinde de kopmalar meydana getirmektedir.

$\theta=0^\circ$  de çatlak ilerlemesi, uygulanan yüke dik, yatay elyaflar boyunca devam ederken (Şekil 6.14),  $\theta=15^\circ$  elyaf takviyeli numunelerde çatlak Şekil 6.15'de görüldüğü gibi ya  $\theta=15^\circ$ lik takviye doğrultusunda ya da buna dik doğrultu olan yatayla  $75^\circ$  açı yapan elyaf doğrultusunda ilerlediği gözlenmektedir. Şekil 6.16ve 6.17'da ise  $\theta=30^\circ$  ve  $\theta=45^\circ$  lik elyaf takviyeli numunelerdeki çatlağın ilerlemesi görülmektedir. Burada da çatlağın elyaf takviye doğrultusunda ilerlediği tesbit edilmiştir.

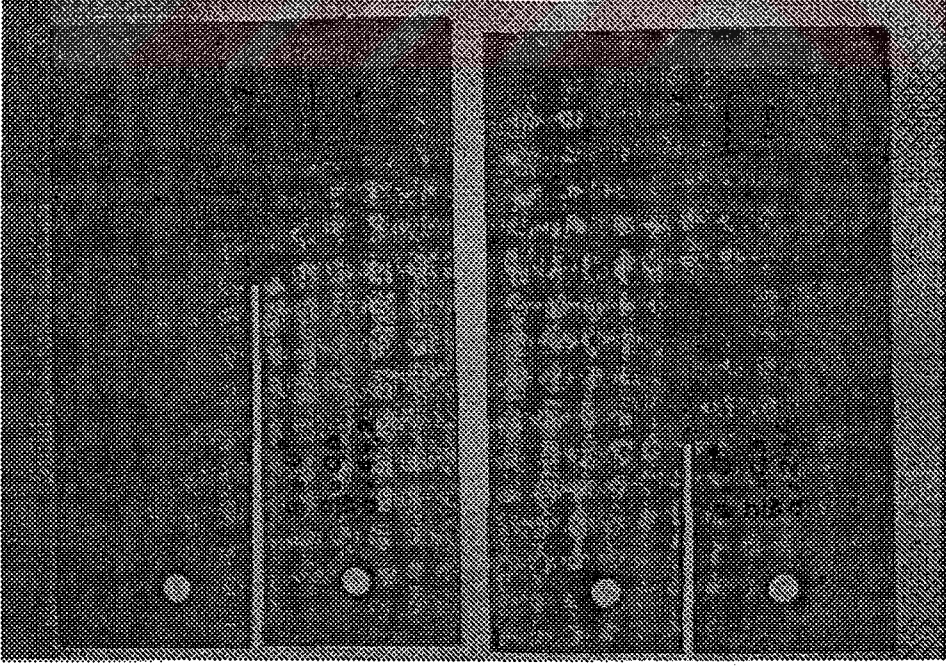
Sonuç olarak kumaş takviyeli tabakalı kompozitlerde çatlak, takviye doğrultularından biri yönünde ilerlemektedir.

Çatlak açılan bölgelerde mikro yapı incelendiğinde çatlak ilerleme davranışı aşağıdaki şekilde kritize edilebilir.

Elyaf demeti içinde paralel başlangıç çatlağı durumunda;  $V_f$ 'nin yüksek olduğu bu bölgede reçine plastik deformasyonu ile çatlak körleştirme mekanizması etkili olmamaktadır. Ayrıca elyaflar arası mesafenin çok az olması elastik gerilme yığılmalarına yol açmaktadır. Bu ise elyafa paralel çatlakların oluşumunu hızlandırmaktadır.

Elyaf kesişme bölgelerinde  $V_f$  çok daha yüksek değerler almaktadır. Bu bölgelerde elyaf demeti kısmen bükülmüş olup ayrıca bu noktalarda cam kumaşın dokunması ve kompozitin imalatı esnasında sürtünme nedeni ile elyaf hasarı oluşabilmektedir.. Dolayısı ile bu bölgede münferit elyaf kopmalarından oluşan mikro çatlak yığılması olmaktadır.

Elyafa paralel doğrultuda matriks malzemeye bağlı olarak, kırılma tokluğunun elyafa dik doğrultuya göre düşük olması nedeniyle çatlak elyafa paralel yönde ilerleme eğilimi gösterecektir. Elyaf matriks arayüzey mukavemetinin, elyaf kopma dayanımından oldukça düşük olması nedeniyle, elyaf kopmasını ilgilendiren çatlak ilerlemesinden çok önce, elyaf matriks arayüzeylerinde çok sayıda kısa mikro çatlak oluşacaktır. Oluşan mikroçatlaklar ana çatlığa paralel simetrik bir bant oluşturmaktadır. Band genişliği  $0^\circ$  takviye açısında küçük olurken, açının artışıyla büyümektedir. Çatlak ilerleme davranışının  $a/w$  oranından yani çatlak boyundan etkilenmediği görülmektedir. Genel olarak her takviye açısında çatlak elyafa paralel yönde ilerlemektedir.

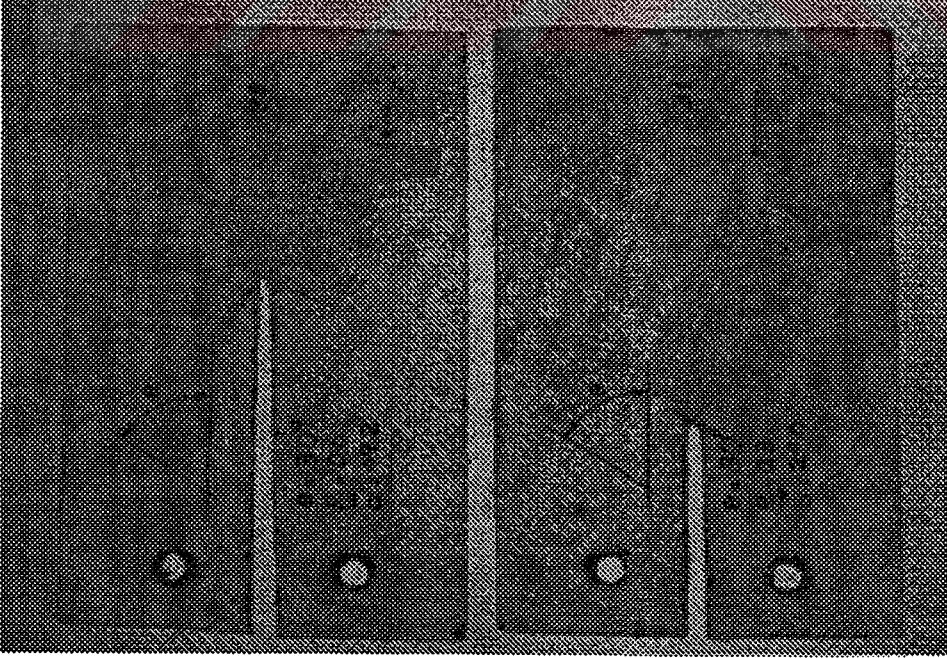


Şekil 6.14.  $\theta=0^\circ$  takviye açılı kompakt çekme numunesinde çatlak ilerleme şekli ( $a/w=0.3-0.6$ )

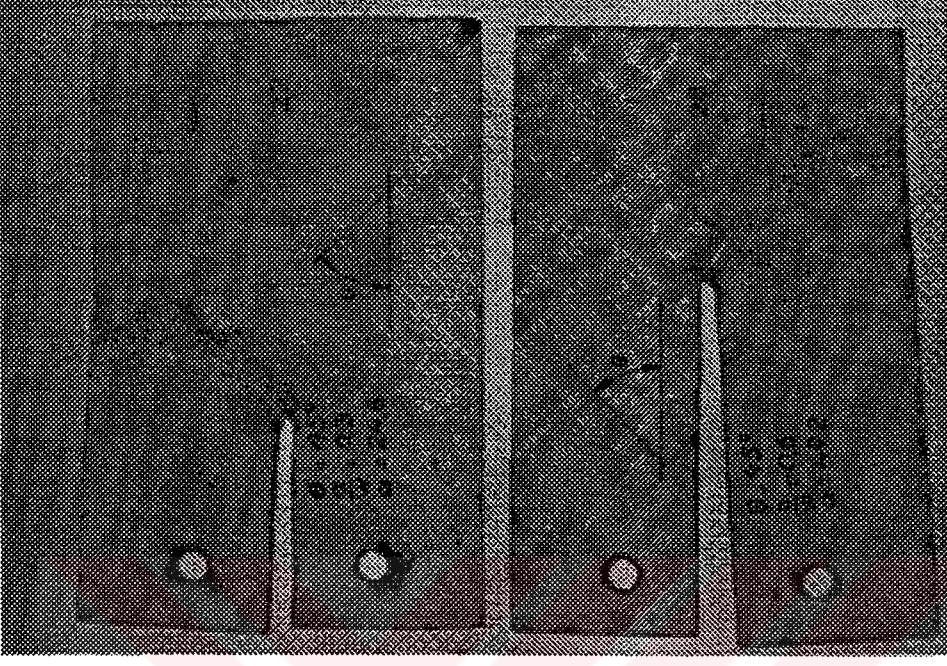


Şekil 6.15.  $\theta=15^\circ$  takviye açılı kompakt çekme numunesinde çatlak ilerleme şekli ( $a/w=0.3-0.6$ )





Şekil 6.16.  $\theta=30^\circ$  takviye açılı kompakt çekme numunesinde çatlak ilerleme şekli ( $a/w=0.3-0.6$ )



Şekil 6.17.  $\theta=45^\circ$  takviye açılı kompakt çekme numunesinde çatlak ilerleme şekli ( $a/w=0.3-0.6$ )

## 7. SONUÇLAR

- 1- Elyaf takviye açısı  $\theta=0^\circ$  de her tür kompozit malzeme için en küçük gerilme yığılma katsayısı değerleri elde edilmiştir. Açının artışıyla birlikte gerilme yığılma katsayısı da büyümektedir.
- 2- Takviye açısı  $\theta=0^\circ$  de, gerilme yığılma katsayısı  $k$  en düşük değerde olduğundan, bu şartlarda, malzeme mukavemet yönünden daha büyük gerilme değerleri alabilir. Bundan dolayı  $\theta=0^\circ$  lik takviye açıları diğerlerine nazaran mukavemet yönünden daha elverişli olmaktadır.
- 3- Cam-polyester, kevlar-epoksi ve grafit-epoksi kompozitlerde, herhangi bir elyaf takviye açısında, fillet civarındaki maksimum gerilme, filet yarıçap oranı  $r/d$  küçüldükçe artmaktadır.
- 4- Cam-polyester, kevlar-epoksi ve grafit-epoksi kompozitlerde takviye açısı  $\theta=0^\circ$ 'den  $45^\circ$ 'ye kadar artırıldığında  $k$  gerilme yığılma katsayısı da artmaktadır.
- 5- Yine her üç tip kompozit malzemede gerilme yığılma katsayısı,  $r/d$  oranı arttıkça azalma göstermektedir.
- 6- Herhangi bir  $r/d$  oranında, elyaf takviye açısı  $0^\circ$  den itibaren  $45^\circ$  ye kadar artarken, maksimum gerilme de büyümektedir. Bu olay her üç tip kompozit malzemede de geçerlidir.
- 7- Çatlak ilerlemesi, başlangıç çatlağının ucundan elyaf matriks ayrılması (debonding) ile başlar. Daha sonra yükün artmasıyla birlikte başlangıç çatlağından itibaren çatlak ilerleme doğrultusuna dik olan elyaf demetlerinin kopmasıyla ilerler.
- 8- Dokuma kumaş takviyeli polyester kompozit malzemelerde çatlak, elyaf takviye doğrultularından herhangi biri yönünde ilerler. Uygulanan yükün yönü ile, elyaf takviye doğrultusunun arasındaki açı ne olursa olsun, çatlak her zaman takviye doğrultularından biri yönünde ilerler.

- 9-  $a/w$  oranı arttıkça çatlak ilerleten kuvvet azalmakta buna karşılık çatlak ağzı açılma miktarı da artmaktadır.
- 10- Kırılma tokluğunun deneysel olarak bulunmasında, kumaş takviyeli polyester kompozitlerin kuvvet-çatlak ağzı açılma eğrilerinin I. tipine uyduğu görülmüştür
- 11-  $\theta=45^\circ$  ve  $a/w=0.3$  oranında çatlak ilerleten kuvvetin en büyük değer aldığı tesbit edilmiştir.  $\theta$  azaldıkça çatlak ilerleten kuvvette azalma görülmüştür.
- 12- Kompliyans ve Srawley metotlarından elde edilen GŞF leri her bir açıda  $a/w$  oranları artarken yaklaşık aynı eğim artışıyla büyümektedir.
- 13- Kompliyans metodundan bulunan GŞF ler, Srawley'e göre ortalama % 4 ila % 8 küçük çıkmıştır.
- 14- Kompliyans ve Srawley metotlarında, elyaf takviye açısı  $0^\circ$ 'den  $45^\circ$ 'ye doğru büyürken, kırılma tokluğu artmaktadır.
- 15- En büyük kırılma tokluğu  $\theta=45^\circ$ 'de meydana geldiğinden; elyaf doğrultularının, uygulanan yük doğrultusu ile  $45^\circ$ 'lik açı yapan kompozit malzeme tercih edilmelidir.

## KAYNAKLAR

1. HUEBNER, H. K. , 1975. The Finite Element Method for Engineers, John Wiley and sons, New York.
2. GERHARD, T. D. , 1984. A Hybrid / Finite Element Approach For Stress Analysis of Notched Anisotropic Materials, J. App. Mech. Vol. 51.
3. BATHE, K. J. , 1982. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall Inc.
4. ZIENKIEWICZ, O. C. , 1982. The Finite Element Method, Mc Graw Hill.
5. LEKHNITSKI, S. G. , 1963. Theory of Elasticity of Anisotropic Elastic Body, Holden- Day Inc, San Francisco.
6. FROCHT, M. M. , 1935. Factors of Stress Concentration Photoelastically Determined, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.
7. DALLY, J. W. and RILEY, W. F. , 1982. Experimental Stress Analysis, Mc Graw Hill.
8. GERHARD, T. D. , 1984. Finite Element Approach for stress Analysis of Notched Anisotropic Materials, Transactions of ASME, Vol. 51.
9. CLOUFH, R. W. , 1960 The Finite Element in Plane Stress Analysis, Proceedings, 2nd A. S. C. E. Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa.
10. PARIS, P. C. and SIH, G. C. , 1965. Stress Analysis of Cracks, Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM, STP 381, Philadelphia, Pa. ,30.
11. SANFORD, R. J. and STONESIFER, F. R. , 1971. Fracture Toughness Measurements in Unidirectional Glass- reinforced Plastics, Journal of Composite Materials, 5: 113-117.
12. SLEPETZ, J. M. and CARLSON, L. , 1975. Fracture of Composite Compact Tension Specimens, Fracture Mechanics of Composites, ASTM STP 593, American Society for Testing and Materials, pp. 143-163.
13. GARG, A. C. , 1985. Fracture Behaviour of Cross-ply Graphite/ Epoxy Laminates, Engineering Fracture Mechanics, 22: 1035-1048
14. SMILEY, A. J. and PIPES, R. B. , 1987. Rate Effects on Mode I Interlaminar Fracture Toughness in Composite Materials, J. Comp. Mater. , 21:671-687.
15. PETERS, P. W. M. , 1983. On the Increasing Fracture Toughness at Increasing Notch Length of 0/90 and 0/±45/0 Graphite/Epoxy Laminates, Composites, 14: 365-369.

16. SRIVASTAVA, V. K. , 1992. Prediction of Crack Tip Opening Displacement of Fibre Composites, Eng. Frac. Mech. . Vol. 42, no. 5. PP. 869-872.
17. BAILEY, J. E. , and PARVIZI, A. , 1981. On Fiber Debonding Effects and the Mechanism of Transverse- ply Failure in Cross-ply Laminates of Glass Fiber / Thermoset Composites, Journal of Material Science, 16: 649- 659.
18. WELLS, J. K. and BEAUMONT, P. W. R. , 1985. Crack Tip Energy Absorption Processes in Fibre Composites, Journal of Materials Science, 20: 2735-2749.
19. FARLEY, G. L, 1985. Effect of Fiber and Matrix Maximum Strain on the Energy
20. BARATTA, F. I. and UNDERWOOD, J. H. , 1992. Notch Dimensions for Three-Point Bending Fracture Specimens Based on Compliance Analyses. Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, vol. 20, No. 5, p. p. 343-348. Absorption of Composite Materials, J. Comp. Mater. , 20. 323-333.
21. SHEMBEKAR, P. S. , and NAIK, N. K. , 1992. Notched II: Effect of Stacking Sequence Comp. Sci. Technol. , 43, 413.
22. SWEENEY, J. , 1986. Finite Width Correction Factors for SEN Testing of Orthotropic Materials in Opening Mode, J. Strain Analysis, 21. 99-107.
23. GAGGAR, S. , and BROUTMAN, L. J. , 1974. The Development of a Damage Zone at the Tip of a Crack in a Glass Fibre Reinforced Polyester Resin, Int. J Fracture 10, P 606.
24. HAREL, H. , MAROM, G. , FISHER, S. , and ROMAN, I. , 1980. Effect of Reinforcement Geometry on Stress Intensity Factor Calibrations in Composites, IPC Business Press Limited.
25. DONALDSON, S. L. , 1985. Fracture Toughness Testing of Graphite /Epoxy and Graphite /PEEK Composites, Composites, 16, 103-12.
26. ARONSSON, C. G. and BACKLUND, J. , 1986. Tensile Fracture of Laminate with Cracks, Journal of Composite Materials, 20: 287-307.
27. BACKLUND, I. and ARONSSON, C. G. , 1986. Tensile Fracture of Laminates with Holes, Journal of Composite Materials, 20: 259- 287.
28. HINE, P. J. , BREW, B. , DUCKETT, R. A and WARD, I. M. , 1988. The Fracture Behaviour of Carbon Fibre Reinforced Poly (Ether Etherketone), Composites Science and Technology, 0266-3538/88.
29. FRIEDRICH, K. , SCHULTE, K. , HORSTENKAMP, G. , and CHOU, T. , W. , 1985. Fatigue Behaviour of Aligned Short Carbon Fibre-Reinforced Polyamide and Polyethersulphone Composites, J. Mater Sci, 20 3353-64.
30. HWVANG, W. , and HAN, K. S. , 1988. Interlaminar Fracture Behaviour and Fiber Bridging of Glass-Epoxy Composite Under Mode I Static and Cyclic Loadings, Journal of Composite Materials, Vol. 23.
31. CHAI, H. , The Characterisation of Mode I Delamination Failure in Non-Woven Multidirectional Laminate, Composites 15, 277-90.

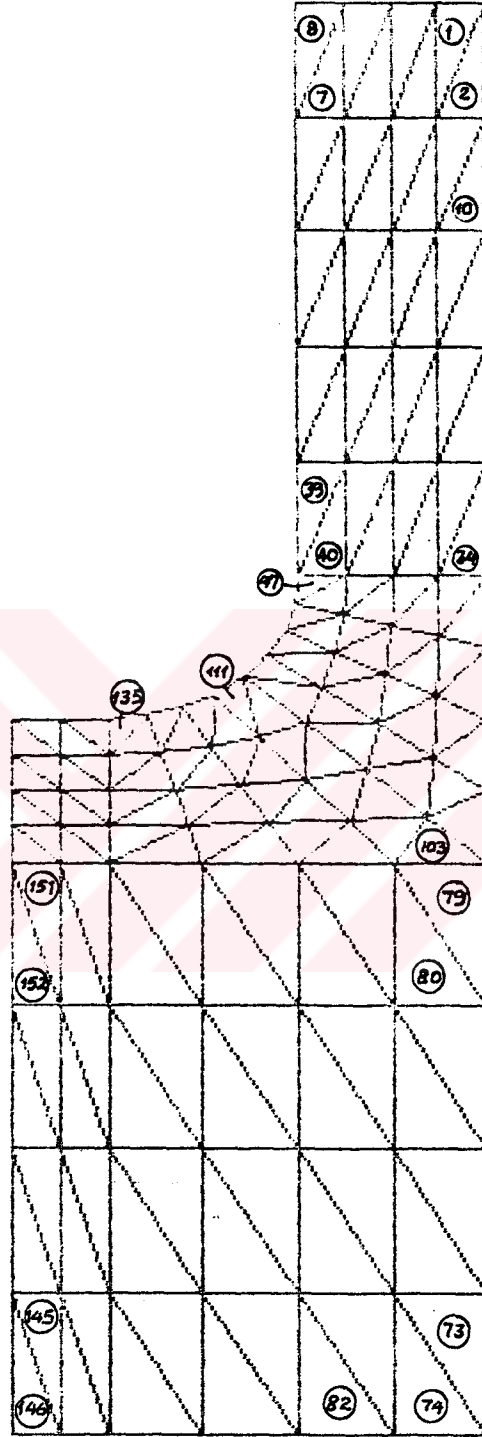


32. KEARY, P. E. , ILLEWICZ, L. , SHAAR, C. and TROSTLE, J. , 1985. Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Composites Using Slender Double Cantilever Beam Specimens, *J. Comp. Mats.* 19, 154, 154-77.
33. BAILIE, J. A. , DUGGAN, M. F. , FISHER, L. M. , and YEE, R. C. , 1982. Effects of Hales on graphite Cloth Epoxy Laminates Tension Strength, *J. Aircraft*, 19, 559.
34. CHANG, L. W. , YAU, S. S. , and CHOU, T. W. , 1987. Notched Strength of Woven Fabric Composites With Moulded-in Holes, *Composites*, 18, 223.
35. WADDOUPS, M. E. , EISENMAN, J. R. , and KAMINSKI, B. E. , 1971. Macroscopic Fracture Mechanics of Advanced Composite Materials, *J. Comp. Mater.* , 5, 446.
36. SRIVASTAVA, V. K. , 1992. Prediction of Crack Tip Opening Displacement of Fibre Composites, *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 42, No. 5, pp. 869-872.
37. NAIK, N. K. , and SHEMBEKAR, P. S. , 1992. Notched Strength of Fabric Laminates I: Prediction sites *Science and Technology*, 44, 1-2.
38. WHITNEY, J. M. , and NUISMER, R. J. , 1974. Stress Fracture Criteria for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, *J. Comp. Mater.* , 8, 253.
39. TAN, S. C. , 1987. Laminated Composites Containing an Elliptical Opening. II Experiment an Model Modification, *J. Comp. Mater.* , 21, 949.
40. TAN, S. C. , 1988. Finite-Width Correction Factors for Anisotropic Plate Containing a Control Opening, *J. Comp. Mater.* , 22, 1080.
41. CHAN, S. K. , TUBA, I. S. , and WILSON, W. K. , 1970. On the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics, *Eng. Fracture Mechanics*, 2, pp. 1-17.
42. SUBINE and CUIZHEN- YUAN, 1989. The Fracture Initiation Criterion of Mixed Mode Surface Crack, *Engineering Fracture Mechanics*, 34: 1-13.
43. WANG, S. S. , MANDELL, J. F. and Mc GRAY, F. J. , 1975. Three-Dimensional Solution for a Through-Thickness Crack with Crack tip Damage in a Cross- Plyed Laminate, *Fracture Mechanics of Composite*, ASTM STP 593, Pa, 61-85.
44. JONES,R.M.,1975. *Mechanics of Composite Materials*, Mc Graw-Hill, Tokyo.
45. ROTHMAN, E.A. and MOLTER,G.E., 1969. 'Characterisation of the Mechanical Properties of a Unidirectional Carbon Fiber Reinforced Epoxy Matrix Compozite', *Composite Materials: Testing and Design*, ASTM STP 460, American Societyfor Testing and Materials p.72.
46. ELKIN, R.A.,FUST, G., and HANLEY, D.P., 1969. 'Characterisation of Graphite Fiber /Resin Matrix Composites', *Composite Materials: Testing and Design*, ASTM STP 460, American Society for Testing and Materials p. 321.

47. VINSON, J. R. and CHOU, T. W. , 1975. Composite Materials and Their Use in Structures, App. Sci. Pub. Ltd. New York.
48. PARHIZGAR, S. , ZACHARY , L. W. and SUN, C. T. , Determination of Fracture Toughness of Unidirectionally Fiber- Reinforced Composites.
49. SIH, G. C. , PARIS, P. C. and IRWIN, G. R. , 1965. On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies, Int. J. of Fracture Mech. 1(3) : 189-203.
50. ODEN, J.T., 1972. Finite Elements of Nonlinear Continua. Mc Graw-Hill, NewYork, 125-137.
51. SEGERLİND, L.J., 1976. Applied Finite Element Analysis. JohnWiley and Sons, New York, 422 pages.
52. FUNG, Y.C., 1965. Foundations of Solid Mechanics. Prentice- Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 525 pages.
53. KURTAY, T. , 1980. , Sonlu Elemanlar Yöntemine Giriş, İ. T. Ü. , Makine Fak. Ziraat Mak. Kürsüsü, Ders Notu, İstanbul.
54. WESTERGAARD, H. M. , 1939. Bearing Pressures and Cracks, Transactions ASME, J. App. Mech.
55. BEAUMONT, R. W. R. ,SCHULTZ, J. M. ,1990. Macroscopic Fracture Theories, A Technomic Publishing Company Book, Vol. 4. Lancaster, p. 206.
56. HARRIS, B. , 1986. Engineering Composite Materials, The Institute of Metals, London.
57. KELEŞOĞLU, E. ve ÜNAL, Ahmet. , 1991. Farklı Destekli CTP de Kırılma Tokluğunun Fiber Yönüne Bağlı Olarak Değişimi, Üçüncü Ulusal Kırılma Konferansı, Denizli.
58. SRAWLEY, J. E. , 1976. Int. J. Fracture , V. 12, P. 475- 476.
59. WU, E. M. and REUTER, R. C. , 1965. Crack Extension in Fiberglass Reinforced Plastics, University of Illinois T and Am, Report No. 275.
60. PARIS. P. C. and SIH, G. C. , 1970. in Fracture Toughness Testing, ASTM STP 381, American Society for Testing and Materials, pp. 30-83.
61. WU, E.M., 1968. Fracture Mechanics of Anisotropic Plates, Composite Work shop, Vol. 1. Technomic.
62. LAURAITIS, K. , 1971. Tensile Strength of Off- Axis Unidirectional Composites, University Illinois T. and Am., report No. 344.

EK A





Şekil A 1  $\theta = 0^\circ$ ,  $r = 20$  mm. filletli levhanın sonlu elemanlara bölünmesi

----- FE2CST -----

-- Bu program üçgen eleman kullanarak sonlu --  
 -- elemanlar metoduyla ortotropik cisimler için --  
 -- düzlem gerilme problemlerini çözer. --

-----

\* NN, Düğüm sayısı  
 \* NE, Eleman sayısı  
 \* ND, Sınır şartı sayısı  
 \* NL, Yük uygulanan düğüm sayısı  
 \* NM, Deney numunesindeki malzeme (Makro seviyede) sayısı'nı göstermektedir.

-----

```

CLS
DEFINT I-N
'LOCATE 8, 28: PRINT "1. Interactive Data Input"
'LOCATE 9, 28: PRINT "2. Data Input from a File"
'LOCATE 12, 28: INPUT "  Your Choice <1 or 2> "; IFL1
IFL1 = 2
MXMUM = .5
CLS
LOCATE 15, 18: INPUT "Takviye acisi ( Derece biriminde) ", AGL
IF IFL1 = 2 GOTO 1190
INPUT "Number of Elements ="; NE
INPUT "Number of Nodes ="; NN
INPUT "Number of Constrained DOF ="; ND
INPUT "Number of Component Loads ="; NL
INPUT "Number of Materials ="; NM
GOTO 1220
1190 INPUT "Data dosyasinin ismi "; FILE1$
OPEN FILE1$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, NN, NE, ND, NL, NM, NDIM, NEN
1220 INPUT "Thickness ="; TH
TH = 2
INPUT "File Name for Output "; FILE2$
FILE2$ = "A"
OPEN FILE2$ FOR OUTPUT AS #2
TOTAL DOF IS "NQ"
NQ = 2 - NN
NBW = 0
DIM x(NN, 2), NOC(NE, 3), MAT(NE), PM(NM, 3), NU(ND), U(ND)
DIM F(NQ), D(3, 3), B(3, 6), DB(3, 6), SE(6, 6), Q(6), STR(3)
IF IFL1 = 1 GOTO 1320
GOSUB 2420: GOTO 1360
1320 BANDWIDTH NBW FROM CONNECTIVITY"NOC"
PRINT "Element#, 3 Nodes, Material# "
FOR i = 1 TO NE
INPUT N, NOC(N, 1), NOC(N, 2), NOC(N, 3), MAT(N): NEXT i
1360 FOR i = 1 TO NE

```

```

      ----- FE2CST -----
      -- Bu program üçgen eleman kullanarak sonlu --
      -- elemanlar metoduyla ortotropik cisimler için --
      -- düzlem gerilme problemlerini çözer. --
      -----
      NN, Düğüm sayısı
      NE, Eleman sayısı
      ND, Sınır şartı sayısı
      NL, Yük uygulanan düğüm sayısı
      NM, Deney numunesindeki malzeme (Makro seviyede) sayısı'nı
         göstermektedir.
      -----

CLS
DEFINT I-N
'LOCATE 8, 28: PRINT "1. Interactive Data Input"
'LOCATE 9, 28: PRINT "2. Data Input from a File"
'LOCATE 12, 28: INPUT " Your Choice <1 or 2> "; IFL1
IFL1 = 2
MXMUM = .5
CLS
LOCATE 15, 18: INPUT "Takviye acisi ( Derece biriminde) ", ABL
IF IFL1 = 2 GOTO 1190
INPUT "Number of Elements ="; NE
INPUT "Number of Nodes ="; NN
INPUT "Number of Constrained DOF ="; ND
INPUT "Number of Component Loads ="; NL
INPUT "Number of Materials ="; NM
GOTO 1220
1190 INPUT "Data dosyasinin ismi "; FILE1$
OPEN FILE1$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, NN, NE, ND, NL, NM, NDIM, NEN
1220 'INPUT "Thickness ="; TH
      TH = 2
      'INPUT "File Name for Output "; FILE2$
      FILE2$ = "A"
      OPEN FILE2$ FOR OUTPUT AS #2
      ' TOTAL DOF IS "NQ"
      NQ = 2 - NN
      NBW = 0
      DIM x(NN, 2), NOC(NE, 3), MAT(NE), PM(NM, 3), NU(ND), U(ND)
      DIM F(NQ), D(3, 3), B(3, 6), DB(3, 6), SE(6, 6), Q(6), STR(3)
      IF IFL1 = 1 GOTO 1320
      GOSUB 2420: GOTO 1360
1320 ' BANDWIDTH NBW FROM CONNECTIVITY"NOC"
      PRINT "Element#, 3 Nodes, Material# "
      FOR i = 1 TO NE
      INPUT N, NOC(N, 1), NOC(N, 2), NOC(N, 3), MAT(N): NEXT i
1360 FOR i = 1 TO NE

```

```

CMIN = NN + 1; CMAX = 0
FOR J = 1 TO 3
IF CMIN > NOC(i, J) THEN CMIN = NOC(i, J)
IF CMAX < NOC(i, J) THEN CMAX = NOC(i, J)
NEXT J
C = 2 . (CMAX - CMIN + 1)
IF NBW < C THEN NBW = C
NEXT i
PRINT "The Bandwidth is"; NBW
' --- INITIALIZATION ---
DIM s(NQ, NBW)
FOR i = 1 TO NQ: FOR J = 1 TO NBW
s(i, J) = 0: NEXT J: NEXT i
IF IFL1 = 2 GOTO 1630
PRINT "Node#, X-Coord, Y-Coord"
FOR i = 1 TO NN
INPUT N, x(N, 1), x(N, 2): NEXT i
PRINT "Material#, E, Poissons Ratio"
FOR i = 1 TO NM
INPUT N, PM(N, 1), PM(N, 2): NEXT i
PRINT "DOF#, Displacement"
FOR i = 1 TO ND
INPUT NU(i), U(i): NEXT i
PRINT "DOF#, Applied Load"
FOR i = 1 TO NL
INPUT N, F(N): NEXT i
1630 ' --- GLOBAL STIFFNESS MATRIX --
FOR N = 1 TO NE
PRINT "Forming Stiffness Matrix of Element "; N
GOSUB 2530
FOR i = 1 TO 6
FOR J = 1 TO 6
SE(i, J) = 0
FOR K = 1 TO 3
SE(i, J) = SE(i, J) + .5 . ABS(DJ) . B(K, i) . DB(K, J) . TH
NEXT K: NEXT J: NEXT i
PRINT ".... Placing in Global Locations"
FOR ii = 1 TO 3
NRT = 2 . (NOC(N, ii) - 1)
FOR IT = 1 TO 2
NR = NRT + IT
i = 2 . (ii - 1) + IT
FOR JJ = 1 TO 3
NCT = 2 . (NOC(N, JJ) - 1)
FOR JT = 1 TO 2
J = 2 . (JJ - 1) + JT
NC = NCT + JT - NR + 1
IF NC <= 0 GOTO 1860
s(NR, NC) = s(NR, NC) + SE(i, J)
1860 NEXT JT: NEXT JJ: NEXT IT: NEXT ii
NEXT N
' --- MODIFY FOR BOUNDARY CONDITIONS ---
CNST = s(1, 1) . 10000
FOR i = 1 TO ND
N = NU(i)

```

```

s(N, 1) = s(N, 1) + CNST
F(N) = F(N) + CNST . U(i): NEXT i
' --- EQUATION SOLVING ---
GOSUB 5000
PRINT #2, "NE,NN,ND,NL,NM ="
PRINT #2, NE; NN; ND; NL; NM
PRINT #2, "DUGUM#, X-KOORD., Y-KOORD."
FOR i = 1 TO NN
PRINT #2, i; x(i, 1); x(i, 2): NEXT i
PRINT #2, "ELEM#, 3 DUGUM, MALZEME#"
FOR i = 1 TO NE
PRINT #2, i; NOC(i, 1); NOC(i, 2); NOC(i, 3); MAT(i): NEXT i
PRINT #2, "DOF#, BILINEN YER DEGISTIRME"
FOR i = 1 TO ND: PRINT #2, NU(i), U(i): NEXT i
PRINT #2, "MALZEME#, E, POISSON ORANI"
FOR i = 1 TO NM: PRINT #2, i, PM(i, 1), PM(i, 2): NEXT i
PRINT #2, "DUGUM#   X-Depl.   Y-Depl."
FOR i = 1 TO NN
PRINT #2, USING " ###"; i;
PRINT #2, USING " ##.###^"^"; F(2 . i - 1); F(2 . i): NEXT
i
' --- REACTION CALCULATION ---
'PRINT #2, "   DOF#           REACTION:"
FFF1$ = "       ###       ##.###^"^"
FOR i = 1 TO ND
N = NU(i)
r = CNST . (U(i) - F(N))
'PRINT #2, USING FFF1$; N; R:
NEXT i
'PRINT #2,
' --- STRESS CALCULATIONS ---
PRINT #2, "ELEM#       $\sigma_x$        $\sigma_y$        $\tau_{xy}$ ";
PRINT #2, "          S1          S2          "
'!FOR ii = 1 TO 8 (bastaki '! ü silerseniz delik kenarini
'!READ N          hesaplar )
GOSUB 2530
GOSUB 2830
'---PRINCIPAL STRESS CALCULATIONS---
IF STR(3) <> 0 GOTO 2322
S1 = STR(1); S2 = STR(2); ANG = 0
IF S1 > S2 GOTO 2340
S1 = STR(2); S2 = STR(1); ANG = 90
GOTO 2340
2322 C = .5 . (STR(1) + STR(2))
r = SQR(.25 . (STR(1) - STR(2)) ^ 2 + (STR(3)) ^ 2)
S1 = C + r; S2 = C - r
IF S1 > MXMUM THEN MXMUM = S1: MNUM = N: KKK = MXMUM / 2.5
IF C > STR(1) GOTO 2332
ANG = 57.29577951# . ATN(STR(3) / (STR(1) - S2)): GOTO 2340
2332 ANG = 57.29577951# . ATN(STR(3) / (S1 - STR(1)))
IF STR(3) > 0 THEN ANG = 90 - ANG
IF STR(3) < 0 THEN ANG = -90 - ANG
2340 PRINT #2, USING " ###"; N;
PRINT #2, USING " ##.###^"^"; STR(1); STR(2); STR(3);
PRINT #2, USING " ##.###^"^"; S1; S2

```



```

'!PRINT USING " ###"; N;
'!PRINT USING " ##.###^ ^ ^ ^"; STR(1); STR(2); STR(3);
'!PRINT USING " ##.###^ ^ ^ ^"; S1; S2; ANG
'!NEXT i
'!PRINT "K ="; KKK, "ELEMEN NUMARASI"; MNUM
CLOSE #2
'!DATA 47,55,63,71,111,119,127,135,10
PRINT "Sonuclar "; FILE2$; " dosyasinin icindedir"
END
'===== READ DATA =====
2420 FOR i = 1 TO NN: FOR J = 1 TO NDIM
INPUT #1, x(i, J): NEXT J: NEXT i
FOR i = 1 TO NE: FOR J = 1 TO NEN
INPUT #1, NOC(i, J): NEXT J: NEXT i
FOR i = 1 TO NE: INPUT #1, MAT(i): NEXT i
FOR i = 1 TO ND: INPUT #1, NU(i), U(i): NEXT i
FOR i = 1 TO NL: INPUT #1, N, F(N): NEXT i
FOR i = 1 TO NM: FOR J = 1 TO 3
INPUT #1, PM(i, J): NEXT J: NEXT i
CLOSE #1
RETURN
2530 'ELEMENT STIFFNESS FORMATION
'---FIRST THE D-MATRIX---
MATN = 1
E1 = PM(MATN, 1): E2 = PM(MATN, 1)
PNU12 = PM(MATN, 2): G12 = .5 . E1 / (1 + PNU12)
S11 = 1 / E1: S12 = -PNU12 / E1: S22 = 1 / E2
PTX = S11.S22 - S12.S12
C1 = S22 / PTX: C2 = S12 / PTX
C3 = S11 / PTX: C6 = G12
T1 = 3.141592654# . AGL / 180
co2T1 = COS(T1) . COS(T1)
si2T1 = SIN(T1) . SIN(T1)
co4T1 = co2T1.co2T1
si4T1 = si2T1.si2T1
Co3T1 = COS(T1) . co2T1
si3T1 = SIN(T1) . si2T1
D(1, 1) = C1.co4T1 + 2 . (C2 + 2 . C6) . si2T1 . co2T1 + C3 .
si4T1
D(1, 2) = (C1 + C3 - 4 . C6) . si2T1 . co2T1 + C2 . (si4T1 +
co4T1)
D(1, 3) = (C1 - C2 - 2 . C6) . SIN(T1) . Co3T1 + (C2 - C3 + 2
. C6) . si3T1 . COS(T1) D(2, 1) = D(1, 2)
D(2, 2) = C1.si4T1 + 2 . (C2 + 2 . C6) . si2T1 . co4T1 + C3 .
co4T1
D(2, 3) = (C1 - C2 - 2 . C6) . si3T1 . COS(T1) + (C2 - C3 + 2
. C6) . SIN(T1) . Co3T1 D(3, 1) = D(1, 3)
D(3, 2) = D(2, 3)
D(3, 3) = (C1 + C3 - 2 . C2 - 2 . C6) . si2T1 . co2T1 + C6 .
(si4T1 + co4T1)

. M = MAT(N): E = PM(M, 1): PNU = PM(M, 2)
. C1 = E / (1 - PNU ^ 2): C2 = C1 . PNU: C3 = .5 . E / (1 +
PNU)
. D(1, 1) = C1: D(1, 2) = C2: D(1, 3) = 0

```

```

D(2, 1) = C2: D(2, 2) = C1: D(2, 3) = 0
D(3, 1) = 0: D(3, 2) = 0: D(3, 3) = C3
'---STRAIN-DISPLACEMENT MATRIX---
I1 = NOC(N, 1): I2 = NOC(N, 2): I3 = NOC(N, 3)
X1 = x(I1, 1): Y1 = x(I1, 2)
X2 = x(I2, 1): Y2 = x(I2, 2)
X3 = x(I3, 1): Y3 = x(I3, 2)
X21 = X2 - X1: X32 = X3 - X2: X13 = X1 - X3
Y12 = Y1 - Y2: Y23 = Y2 - Y3: Y31 = Y3 - Y1
DJ = X13.Y23 - X32.Y31 'DETERMINANT OF JACOBIAN
'---FORMATION OF B MATRIX---
B(1, 1) = Y23 / DJ: B(2, 1) = 0: B(3, 1) = X32 / DJ
B(1, 2) = 0: B(2, 2) = X32 / DJ: B(3, 2) = Y23 / DJ
B(1, 3) = Y31 / DJ: B(2, 3) = 0: B(3, 3) = X13 / DJ
B(1, 4) = 0: B(2, 4) = X13 / DJ: B(3, 4) = Y31 / DJ
B(1, 5) = Y12 / DJ: B(2, 5) = 0: B(3, 5) = X21 / DJ
B(1, 6) = 0: B(2, 6) = X21 / DJ: B(3, 6) = Y12 / DJ
'---DB MATRIX DB=D-B---
FOR i = 1 TO 3
FOR J = 1 TO 6
DB(i, J) = 0
FOR K = 1 TO 3
DB(i, J) = DB(i, J) + D(i, K) . B(K, J)
NEXT K: NEXT J: NEXT i
RETURN
2830 'STRESS EVALUATION
Q(1) = F(2 . I1 - 1): Q(2) = F(2 . I1)
Q(3) = F(2 . I2 - 1): Q(4) = F(2 . I2)
Q(5) = F(2 . I3 - 1): Q(6) = F(2 . I3)
FOR i = 1 TO 3
STR(i) = 0
FOR K = 1 TO 6
STR(i) = STR(i) + DB(i, K) . Q(K): NEXT K: NEXT i
RETURN
5000 N1 = NQ - 1
' --- FORWARD ELIMINATION ---
FOR K = 1 TO N1
NK = NQ - K + 1
IF NK > NBW THEN NK = NBW
FOR i = 2 TO NK
C1 = s(K, i) / s(K, 1)
I1 = K + i - 1
FOR J = i TO NK
J1 = J - i + 1
s(I1, J1) = s(I1, J1) - C1 . s(K, J): NEXT J
F(I1) = F(I1) - C1 . F(K): NEXT i: NEXT K
' --- BACK SUBSTITUTION ---
F(NQ) = F(NQ) / s(NQ, 1)
FOR KK = 1 TO N1
K = NQ - KK
C1 = 1 / s(K, 1)
F(K) = C1 . F(K)
NK = NQ - K + 1
IF NK > NBW THEN NK = NBW
FOR J = 2 TO NK

```

```

F(K) = F(K) - C1 . s(K, J) . F(K + J - 1)
NEXT J
NEXT KK
RETURN

```

```

'--- Cam - polyester kompozit malzemede r = 20 mm ve ---
'--- takviye acısı 0° için program çıktıları ---

```

NE, NN, ND, NL, NM =

168 108 25 7 1

DUGUM#, X-KOORD., Y-KOORD.

1	200	0
2	200	5
3	200	10
4	200	15
5	200	20
6	184	0
7	184	5
8	184	10
9	184	15
10	184	20
11	168	0
12	168	5
13	168	10
14	168	15
15	168	20
16	152	0
17	152	5
18	152	10
19	152	15
20	152	20
21	136	0
22	136	5
23	136	10
24	136	15
25	136	20
26	120	0
27	120	5
28	120	10
29	120	15
30	120	20
31	110	0
32	111.5068	5.10225
33	113.0135	10.2045
34	114.5203	15.30675
35	116.027	20.409
36	100	0
37	103.0865	5.3805
38	106.173	10.761
39	109.2595	16.1415
40	112.346	21.522
41	90	0
42	94.73925	5.83475
43	99.4785	11.6695
44	104.2178	17.50425

45	108.957	23.339
46	0	0
47	20	0
48	40	0
49	60	0
50	80	0
51	86.465	6.465
52	92.93	12.93
53	99.395	19.395
54	105.86	25.86
55	0	10
56	20	10
57	40	10
58	60	10
59	80	10
60	85.83475	14.73925
61	91.6695	19.4785
62	97.50425	24.21775
63	103.339	28.957
64	0	20
65	20	20
66	40	20
67	60	20
68	80	20
69	85.3805	23.0865
70	90.761	26.173
71	96.1415	29.2595
72	101.522	32.346
73	0	30
74	20	30
75	40	30
76	60	30
77	80	30
78	85.10225	31.50675
79	90.2045	33.0135
80	95.30675	34.52025
81	100.409	36.027
82	0	40
83	20	40
84	40	40
85	60	40
86	80	40
87	85	40
88	90	40
89	95	40
90	100	40
91	0	45
92	20	45
93	40	45
94	60	45
95	80	45
96	85	45
97	90	45
98	95	45
99	100	45

100 0 50  
 101 20 50  
 102 40 50  
 103 60 50  
 104 80 50  
 105 85 50  
 106 90 50  
 107 95 50  
 108 100 50

ELEMAN#, 3 DUGUM, MALZEME#

1 1 2 7 1  
 2 7 6 1 1  
 3 2 3 8 1  
 4 8 7 2 1  
 5 3 4 9 1  
 6 9 8 3 1  
 7 4 5 10 1  
 8 10 9 4 1  
 9 6 7 12 1  
 10 12 11 6 1  
 11 7 8 13 1  
 12 13 12 7 1  
 13 8 9 14 1  
 14 14 13 8 1  
 15 9 10 15 1  
 16 15 14 9 1  
 17 11 12 17 1  
 18 17 16 11 1  
 19 12 13 18 1  
 20 18 17 12 1  
 21 13 14 19 1  
 22 19 18 13 1  
 23 14 15 20 1  
 24 20 19 14 1  
 25 16 17 22 1  
 26 22 21 16 1  
 27 17 18 23 1  
 28 23 22 17 1  
 29 18 19 24 1  
 30 24 23 18 1  
 31 19 20 25 1  
 32 25 24 19 1  
 33 21 22 27 1  
 34 27 26 21 1  
 35 22 23 28 1  
 36 28 27 22 1  
 37 23 24 29 1  
 38 29 28 23 1  
 39 24 25 30 1  
 40 30 29 24 1  
 41 26 27 32 1  
 42 32 31 26 1  
 43 27 28 33 1  
 44 33 32 27 1  
 45 28 29 34 1

46	34	33	28	1
47	29	30	35	1
48	35	34	29	1
49	31	32	37	1
50	37	36	31	1
51	32	33	38	1
52	38	37	32	1
53	33	34	39	1
54	39	38	33	1
55	34	35	40	1
56	40	39	34	1
57	36	37	42	1
58	42	41	36	1
59	37	38	43	1
60	43	42	37	1
61	38	39	44	1
62	44	43	38	1
63	39	40	45	1
64	45	44	39	1
65	41	42	51	1
66	51	50	41	1
67	42	43	52	1
68	52	51	42	1
69	43	44	53	1
70	53	52	43	1
71	44	45	54	1
72	54	53	44	1
73	46	47	56	1
74	56	55	46	1
75	47	48	57	1
76	57	56	47	1
77	48	49	58	1
78	58	57	48	1
79	49	50	59	1
80	59	58	49	1
81	55	56	65	1
82	65	64	55	1
83	56	57	66	1
84	66	65	56	1
85	57	58	67	1
86	67	66	57	1
87	58	59	68	1
88	68	67	58	1
89	64	65	74	1
90	74	73	64	1
91	65	66	75	1
92	75	74	65	1
93	66	67	76	1
94	76	75	66	1
95	67	68	77	1
96	77	76	67	1
97	73	74	83	1
98	83	82	73	1
99	74	75	84	1
100	84	83	74	1

101	75	76	85	1
102	85	84	75	1
103	76	77	86	1
104	86	85	76	1
105	50	51	59	1
106	60	59	51	1
107	51	52	60	1
108	61	60	52	1
109	52	53	61	1
110	62	61	53	1
111	53	54	62	1
112	63	62	54	1
113	59	60	68	1
114	69	68	60	1
115	60	61	69	1
116	70	69	61	1
117	61	62	70	1
118	71	70	62	1
119	62	63	71	1
120	72	71	63	1
121	68	69	77	1
122	78	77	69	1
123	69	70	78	1
124	79	78	70	1
125	70	71	79	1
126	80	79	71	1
127	71	72	80	1
128	81	80	72	1
129	77	78	86	1
130	87	86	78	1
131	78	79	87	1
132	88	87	79	1
133	79	80	88	1
134	89	88	80	1
135	80	81	89	1
136	90	89	81	1
137	82	83	92	1
138	92	91	82	1
139	83	84	93	1
140	93	92	83	1
141	84	85	94	1
142	94	93	84	1
143	85	86	95	1
144	95	94	85	1
145	91	92	101	1
146	101	100	91	1
147	92	93	102	1
148	102	101	92	1
149	93	94	103	1
150	103	102	93	1
151	94	95	104	1
152	104	103	94	1
153	86	87	96	1
154	96	95	86	1
155	87	88	97	1

156	97	96	87	1
157	88	89	98	1
158	98	97	88	1
159	89	90	99	1
160	99	98	89	1
161	95	96	105	1
162	105	104	95	1
163	96	97	106	1
164	106	105	96	1
165	97	98	107	1
166	107	106	97	1
167	98	99	108	1
168	108	107	98	1

DOF#, BILINEN YER DEGISTIRME

1	0
3	0
5	0
7	0
9	0
2	0
12	0
22	0
32	0
42	0
52	0
62	0
72	0
82	0
92	0
94	0
96	0
98	0
100	0
110	0
128	0
146	0
164	0
182	0
200	0

MALZEME#, E, POISSON ORANI

1 23300 .174

DUGUM#	X-Depl.	Y-Depl.
1	-3.185E-08	-5.693E-11
2	-6.368E-08	-9.364E-05
3	-6.367E-08	-1.872E-04
4	-6.366E-08	-2.806E-04
5	-3.183E-08	-3.739E-04
6	-1.718E-03	-1.837E-10
7	-1.717E-03	-9.383E-05
8	-1.717E-03	-1.875E-04
9	-1.716E-03	-2.809E-04
10	-1.716E-03	-3.742E-04
11	-3.437E-03	-1.661E-10
12	-3.436E-03	-9.383E-05
13	-3.434E-03	-1.875E-04



14	-3.431E-03	-2.809E-04
15	-3.429E-03	-3.739E-04
16	-5.159E-03	1.535E-09
17	-5.156E-03	-8.952E-05
18	-5.151E-03	-1.803E-04
19	-5.144E-03	-2.726E-04
20	-5.136E-03	-3.653E-04
21	-6.864E-03	9.899E-09
22	-6.864E-03	-6.676E-05
23	-6.866E-03	-1.398E-04
24	-6.864E-03	-2.232E-04
25	-6.846E-03	-3.183E-04
26	-8.470E-03	2.255E-08
27	-8.492E-03	-1.497E-05
28	-8.547E-03	-3.737E-05
29	-8.624E-03	-7.803E-05
30	-8.687E-03	-1.596E-04
31	-9.355E-03	1.735E-08
32	-9.258E-03	2.271E-06
33	-9.212E-03	8.039E-06
34	-9.215E-03	6.583E-06
35	-9.270E-03	-4.866E-05
36	-1.017E-02	7.890E-09
37	-9.955E-03	-2.277E-05
38	-9.815E-03	-1.647E-05
39	-9.758E-03	1.205E-05
40	-9.852E-03	2.633E-05
41	-1.092E-02	-2.099E-09
42	-1.061E-02	-6.977E-05
43	-1.038E-02	-9.185E-05
44	-1.026E-02	-5.028E-05
45	-1.041E-02	5.847E-05
46	-1.529E-02	7.035E-09
47	-1.459E-02	9.876E-09
48	-1.376E-02	-2.522E-09
49	-1.278E-02	-1.482E-08
50	-1.161E-02	-1.043E-08
51	-1.122E-02	-1.055E-04
52	-1.090E-02	-1.742E-04
53	-1.074E-02	-1.559E-04
54	-1.091E-02	6.708E-05
55	-1.531E-02	-2.494E-09
56	-1.461E-02	-2.521E-05
57	-1.378E-02	-8.542E-05
58	-1.283E-02	-1.481E-04
59	-1.170E-02	-1.658E-04
60	-1.144E-02	-2.356E-04
61	-1.125E-02	-2.619E-04
62	-1.121E-02	-2.006E-04
63	-1.141E-02	4.473E-05
64	-1.539E-02	-4.994E-09
65	-1.467E-02	-4.650E-05
66	-1.385E-02	-1.615E-04
67	-1.295E-02	-2.784E-04
68	-1.195E-02	-3.198E-04

69	-1.178E-02	-3.504E-04
70	-1.167E-02	-3.293E-04
71	-1.166E-02	-2.249E-04
72	-1.181E-02	3.037E-05
73	-1.555E-02	-6.441E-09
74	-1.477E-02	-6.545E-05
75	-1.393E-02	-2.265E-04
76	-1.310E-02	-3.802E-04
77	-1.229E-02	-4.386E-04
78	-1.217E-02	-4.252E-04
79	-1.209E-02	-3.594E-04
80	-1.207E-02	-2.235E-04
81	-1.213E-02	1.879E-05
82	-1.586E-02	-8.507E-09
83	-1.488E-02	-9.128E-05
84	-1.399E-02	-2.855E-04
85	-1.322E-02	-4.528E-04
86	-1.261E-02	-5.154E-04
87	-1.251E-02	-4.581E-04
88	-1.243E-02	-3.582E-04
89	-1.239E-02	-2.052E-04
90	-1.237E-02	1.291E-05
91	-1.606E-02	-4.685E-09
92	-1.491E-02	-1.171E-04
93	-1.399E-02	-3.179E-04
94	-1.325E-02	-4.821E-04
95	-1.272E-02	-5.353E-04
96	-1.266E-02	-4.703E-04
97	-1.262E-02	-3.588E-04
98	-1.260E-02	-1.994E-04
99	-1.259E-02	1.535E-07
100	-1.621E-02	-1.874E-08
101	-1.490E-02	-1.549E-04
102	-1.396E-02	-3.521E-04
103	-1.324E-02	-5.080E-04
104	-1.278E-02	-5.519E-04
105	-1.276E-02	-4.778E-04
106	-1.276E-02	-3.610E-04
107	-1.277E-02	-2.000E-04
108	-1.278E-02	-8.337E-06

ELEM#	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	S1	S2
1	2.501E+00	-1.246E-03	5.529E-05	2.501E+00	-1.246E-03
2	2.501E+00	-2.092E-03	4.826E-04	2.501E+00	-2.092E-03
3	2.500E+00	-8.695E-04	1.970E-04	2.500E+00	-8.695E-04
4	2.501E+00	-1.342E-03	1.150E-03	2.501E+00	-1.343E-03
5	2.499E+00	-4.049E-04	2.203E-04	2.499E+00	-4.048E-04
6	2.500E+00	-4.412E-04	1.291E-03	2.500E+00	-4.419E-04
7	2.499E+00	-7.391E-05	2.363E-04	2.499E+00	-7.391E-05
8	2.499E+00	3.645E-04	8.399E-04	2.499E+00	3.642E-04
9	2.503E+00	-1.810E-03	4.814E-04	2.503E+00	-1.810E-03
10	2.504E+00	-1.545E-03	2.420E-03	2.504E+00	-1.548E-03
11	2.500E+00	-1.426E-03	1.032E-03	2.500E+00	-1.426E-03
12	2.503E+00	-9.973E-04	4.352E-03	2.503E+00	-1.005E-03
13	2.497E+00	-9.046E-04	1.059E-03	2.497E+00	-9.050E-04
14	2.500E+00	-1.237E-04	5.009E-03	2.500E+00	-1.338E-04

15	2.495E+00	-4.213E-04	4.200E-04	2.495E+00	-4.214E-04
16	2.498E+00	1.325E-03	4.127E-03	2.498E+00	1.319E-03
17	2.505E+00	-1.430E-03	-2.536E-04	2.505E+00	-1.430E-03
18	2.511E+00	1.974E-02	5.942E-03	2.511E+00	1.972E-02
19	2.501E+00	-1.343E-03	-1.005E-04	2.501E+00	-1.343E-03
20	2.507E+00	1.317E-02	7.120E-03	2.507E+00	1.315E-02
21	2.494E+00	-1.197E-03	-1.368E-04	2.494E+00	-1.197E-03
22	2.502E+00	5.329E-03	9.404E-03	2.502E+00	5.293E-03
23	2.485E+00	-8.278E-04	-1.166E-03	2.485E+00	-8.284E-04
24	2.495E+00	2.172E-03	1.114E-02	2.495E+00	2.122E-03
25	2.489E+00	1.600E-02	-8.177E-03	2.490E+00	1.597E-02
26	2.504E+00	1.245E-01	-2.362E-04	2.504E+00	1.245E-01
27	2.500E+00	1.186E-02	-1.535E-02	2.500E+00	1.176E-02
28	2.503E+00	9.534E-02	-1.920E-02	2.503E+00	9.518E-02
29	2.505E+00	5.835E-03	-1.675E-02	2.505E+00	5.723E-03
30	2.506E+00	4.708E-02	-1.971E-02	2.506E+00	4.692E-02
31	2.491E+00	1.471E-03	-1.283E-02	2.491E+00	1.405E-03
32	2.502E+00	-7.805E-03	3.686E-03	2.502E+00	-7.810E-03
33	2.390E+00	1.046E-01	-3.235E-02	2.390E+00	1.042E-01
34	2.400E+00	3.477E-01	-4.419E-02	2.401E+00	3.467E-01
35	2.463E+00	8.828E-02	-6.859E-02	2.465E+00	8.630E-02
36	2.427E+00	3.179E-01	-1.408E-01	2.436E+00	3.085E-01
37	2.573E+00	5.877E-02	-8.462E-02	2.576E+00	5.592E-02
38	2.490E+00	2.437E-01	-2.153E-01	2.510E+00	2.233E-01
39	2.684E+00	2.385E-02	-6.417E-02	2.686E+00	2.230E-02
40	2.575E+00	6.800E-02	-2.158E-01	2.593E+00	4.955E-02
41	2.151E+00	3.045E-01	-6.468E-02	2.154E+00	3.022E-01
42	2.128E+00	3.805E-01	-7.038E-02	2.130E+00	3.777E-01
43	2.259E+00	2.887E-01	-1.745E-01	2.274E+00	2.733E-01
44	2.167E+00	4.173E-01	-1.939E-01	2.188E+00	3.960E-01
45	2.540E+00	2.525E-01	-3.096E-01	2.581E+00	2.113E-01
46	2.272E+00	4.331E-01	-3.476E-01	2.336E+00	3.696E-01
47	3.428E+00	2.165E-01	-4.195E-01	3.482E+00	1.626E-01
48	2.512E+00	2.935E-01	-5.730E-01	2.652E+00	1.543E-01
49	1.983E+00	3.350E-01	-2.386E-02	1.984E+00	3.347E-01
50	1.930E+00	2.371E-01	-7.325E-02	1.933E+00	2.339E-01
51	2.086E+00	3.646E-01	-1.293E-01	2.096E+00	3.550E-01
52	1.970E+00	3.306E-01	-1.797E-01	1.990E+00	3.112E-01
53	2.366E+00	4.122E-01	-3.062E-01	2.413E+00	3.654E-01
54	2.056E+00	4.301E-01	-3.421E-01	2.126E+00	3.610E-01
55	3.397E+00	4.882E-01	-7.387E-01	3.574E+00	3.114E-01
56	2.225E+00	4.565E-01	-7.029E-01	2.470E+00	2.111E-01
57	1.844E+00	1.522E-01	-3.902E-03	1.844E+00	1.521E-01
58	1.768E+00	2.908E-02	-7.653E-02	1.772E+00	2.572E-02
59	1.929E+00	2.213E-01	-9.829E-02	1.934E+00	2.156E-01
60	1.818E+00	1.298E-01	-1.750E-01	1.836E+00	1.119E-01
61	2.134E+00	3.351E-01	-2.846E-01	2.178E+00	2.912E-01
62	1.865E+00	2.821E-01	-3.258E-01	1.930E+00	2.177E-01
63	2.857E+00	6.413E-01	-9.050E-01	3.179E+00	3.186E-01
64	1.870E+00	4.896E-01	-7.194E-01	2.177E+00	1.829E-01
65	1.699E+00	-4.377E-02	-2.506E-02	1.699E+00	-4.413E-02
66	1.587E+00	-1.043E-01	-8.069E-02	1.590E+00	-1.081E-01
67	1.779E+00	2.754E-02	-1.177E-01	1.787E+00	1.967E-02
68	1.670E+00	-3.292E-02	-1.977E-01	1.693E+00	-5.556E-02
69	1.895E+00	1.414E-01	-2.681E-01	1.935E+00	1.013E-01

70	1.686E+00	1.031E-01	-3.456E-01	1.758E+00	3.092E-02
71	2.132E+00	6.641E-01	-8.672E-01	2.534E+00	2.621E-01
72	1.548E+00	4.801E-01	-6.425E-01	1.849E+00	1.786E-01
73	8.314E-01	8.591E-02	-1.729E-02	8.318E-01	8.551E-02
74	8.435E-01	1.467E-01	-3.109E-02	8.449E-01	1.454E-01
75	9.603E-01	-3.193E-02	-2.396E-02	9.609E-01	-3.251E-02
76	9.774E-01	1.113E-01	-4.717E-02	9.800E-01	1.088E-01
77	1.118E+00	-1.505E-01	-4.887E-02	1.120E+00	-1.524E-01
78	1.114E+00	-5.115E-03	-5.507E-02	1.117E+00	-7.818E-03
79	1.331E+00	-1.547E-01	-8.869E-02	1.337E+00	-1.599E-01
80	1.291E+00	-1.206E-01	-5.764E-02	1.293E+00	-1.229E-01
81	8.346E-01	9.560E-02	-7.384E-02	8.419E-01	8.830E-02
82	8.635E-01	1.502E-01	-1.009E-01	8.775E-01	1.362E-01
83	9.562E-01	-1.084E-02	-9.458E-02	9.654E-01	-2.001E-02
84	9.750E-01	1.200E-01	-1.184E-01	9.911E-01	1.039E-01
85	1.096E+00	-1.129E-01	-1.507E-01	1.114E+00	-1.314E-01
86	1.052E+00	5.815E-03	-1.227E-01	1.066E+00	-8.391E-03
87	1.288E+00	-1.346E-01	-2.555E-01	1.333E+00	-1.790E-01
88	1.144E+00	-1.045E-01	-1.401E-01	1.160E+00	-1.200E-01
89	8.556E-01	1.047E-01	-1.208E-01	8.746E-01	8.576E-02
90	9.374E-01	1.631E-01	-1.912E-01	9.820E-01	1.184E-01
91	9.567E-01	1.487E-02	-1.394E-01	9.769E-01	-5.327E-03
92	9.947E-01	1.289E-01	-1.777E-01	1.030E+00	9.387E-02
93	1.041E+00	-5.599E-02	-2.100E-01	1.080E+00	-9.481E-02
94	9.722E-01	1.757E-02	-1.586E-01	9.979E-01	-8.085E-03
95	1.149E+00	-7.697E-02	-3.632E-01	1.249E+00	-1.765E-01
96	9.253E-01	-7.615E-02	-1.809E-01	9.570E-01	-1.078E-01
97	9.266E-01	1.010E-01	-1.445E-01	9.511E-01	7.648E-02
98	1.175E+00	2.045E-01	-3.540E-01	1.291E+00	8.918E-02
99	9.779E-01	3.284E-02	-1.396E-01	9.981E-01	1.264E-02
100	1.055E+00	1.234E-01	-2.084E-01	1.100E+00	7.893E-02
101	9.691E-01	-4.536E-04	-1.980E-01	1.008E+00	-3.933E-02
102	8.997E-01	1.922E-02	-1.427E-01	9.222E-01	-3.333E-03
103	9.357E-01	-1.612E-02	-3.452E-01	1.048E+00	-1.281E-01
104	7.021E-01	-4.691E-02	-1.528E-01	7.321E-01	-7.689E-02
105	1.605E+00	-1.071E-01	-8.613E-02	1.609E+00	-1.114E-01
106	1.436E+00	-1.149E-01	-2.114E-01	1.465E+00	-1.431E-01
107	1.623E+00	-7.533E-02	-1.662E-01	1.639E+00	-9.143E-02
108	1.516E+00	-2.376E-02	-3.527E-01	1.593E+00	-1.007E-01
109	1.554E+00	1.929E-02	-2.697E-01	1.600E+00	-2.673E-02
110	1.575E+00	1.829E-01	-5.711E-01	1.779E+00	-2.143E-02
111	1.218E+00	2.830E-01	-4.573E-01	1.405E+00	9.659E-02
112	1.442E+00	6.297E-01	-8.362E-01	1.965E+00	1.061E-01
113	1.492E+00	-9.912E-02	-2.412E-01	1.528E+00	-1.349E-01
114	1.230E+00	-1.039E-01	-3.490E-01	1.315E+00	-1.898E-01
115	1.429E+00	-6.385E-02	-3.024E-01	1.488E+00	-1.228E-01
116	1.198E+00	2.644E-03	-4.563E-01	1.353E+00	-1.516E-01
117	1.238E+00	3.422E-02	-3.767E-01	1.346E+00	-7.398E-02
118	1.106E+00	2.012E-01	-5.889E-01	1.396E+00	-8.894E-02
119	7.945E-01	2.635E-01	-4.425E-01	1.045E+00	1.290E-02
120	8.197E-01	5.203E-01	-6.361E-01	1.323E+00	1.647E-02
121	1.199E+00	-6.830E-02	-3.315E-01	1.280E+00	-1.498E-01
122	8.869E-01	-4.860E-02	-3.956E-01	1.032E+00	-1.935E-01
123	1.059E+00	-1.576E-02	-3.569E-01	1.167E+00	-1.235E-01
124	7.747E-01	5.834E-02	-4.418E-01	9.853E-01	-1.522E-01

125	8.139E-01	7.861E-02	-3.702E-01	9.680E-01	-7.546E-02
126	6.141E-01	2.066E-01	-4.759E-01	9.281E-01	-1.073E-01
127	4.035E-01	2.364E-01	-3.122E-01	6.431E-01	-3.180E-03
128	3.493E-01	3.007E-01	-3.807E-01	7.065E-01	-5.649E-02
129	7.975E-01	-4.017E-02	-2.676E-01	8.757E-01	-1.184E-01
130	4.925E-01	-1.258E-03	-2.822E-01	6.205E-01	-1.293E-01
131	6.413E-01	2.534E-02	-2.565E-01	7.341E-01	-6.745E-02
132	3.662E-01	8.149E-02	-2.874E-01	5.445E-01	-9.686E-02
133	4.266E-01	9.635E-02	-2.234E-01	5.393E-01	-1.630E-02
134	2.287E-01	1.574E-01	-2.674E-01	4.628E-01	-7.672E-02
135	1.529E-01	1.640E-01	-1.188E-01	2.773E-01	3.950E-02
136	1.029E-01	8.805E-02	-1.611E-01	2.568E-01	-6.579E-02
137	1.154E+00	8.046E-02	-1.048E-01	1.164E+00	7.033E-02
138	1.383E+00	2.407E-01	-4.610E-01	1.546E+00	7.794E-02
139	1.039E+00	2.955E-02	-9.240E-02	1.047E+00	2.116E-02
140	1.083E+00	6.808E-02	-1.591E-01	1.107E+00	4.371E-02
141	8.998E-01	1.981E-02	-1.313E-01	9.190E-01	6.387E-04
142	8.656E-01	-5.896E-04	-7.751E-02	8.724E-01	-7.471E-03
143	7.158E-01	3.175E-02	-2.525E-01	7.989E-01	-5.138E-02
144	6.031E-01	-3.182E-02	-7.469E-02	6.117E-01	-4.049E-02
145	1.352E+00	5.922E-02	-4.002E-02	1.353E+00	5.798E-02
146	1.575E+00	2.740E-01	-3.755E-01	1.676E+00	1.734E-01
147	1.076E+00	2.800E-02	-4.334E-02	1.078E+00	2.621E-02
148	1.096E+00	1.470E-02	-7.978E-02	1.102E+00	8.848E-03
149	8.711E-01	3.093E-02	-6.788E-02	8.765E-01	2.548E-02
150	8.383E-01	-1.332E-02	-2.106E-02	8.388E-01	-1.384E-02
151	6.138E-01	2.964E-02	-1.316E-01	6.420E-01	1.352E-03
152	5.340E-01	-2.771E-02	-8.176E-03	5.342E-01	-2.783E-02
153	4.978E-01	2.950E-02	-1.891E-01	5.647E-01	-3.733E-02
154	2.942E-01	-4.161E-02	-9.246E-02	3.179E-01	-6.538E-02
155	3.624E-01	6.001E-02	-1.732E-01	4.412E-01	-1.871E-02
156	1.868E-01	-2.462E-02	-8.165E-02	2.147E-01	-5.248E-02
157	2.125E-01	6.426E-02	-1.144E-01	2.746E-01	2.110E-03
158	9.470E-02	1.342E-02	-5.503E-02	1.225E-01	-1.435E-02
159	7.967E-02	-4.558E-02	-1.282E-02	8.097E-02	-4.688E-02
160	2.773E-02	3.211E-02	-2.188E-02	5.191E-02	7.935E-03
161	3.046E-01	1.818E-02	-7.846E-02	3.247E-01	-1.906E-03
162	4.940E-02	-6.856E-02	4.182E-02	6.272E-02	-8.188E-02
163	1.953E-01	2.396E-02	-6.694E-02	2.183E-01	9.007E-04
164	-4.728E-03	-3.564E-02	2.437E-02	8.679E-03	-4.904E-02
165	9.474E-02	1.368E-02	-2.706E-02	1.029E-01	5.481E-03
166	-4.040E-02	-1.705E-02	3.129E-02	4.680E-03	-6.212E-02
167	1.574E-02	-3.683E-02	3.062E-02	2.981E-02	-5.090E-02
168	-3.062E-02	-8.131E-03	3.683E-02	1.914E-02	-5.789E-02

--- Grafit - epoksi kompozit malzemede r = 20 mm ve ---  
 --- takviye acısı 0° için program çıktıları ---

NE,NN,ND,NL,NM =

168 108 25 7 1

MATERIAL#, E, POISSON ORANI

1 181000 .28

NODE#	X-Displ	Y-Displ
1	-4.224E-09	-2.015E-12
2	-8.446E-09	1.933E-05
3	-8.446E-09	3.866E-05



4	-8.444E-09	5.799E-05
5	-4.222E-09	7.732E-05
6	-2.321E-04	-2.244E-12
7	-2.321E-04	1.934E-05
8	-2.321E-04	3.867E-05
9	-2.320E-04	5.800E-05
10	-2.320E-04	7.733E-05
11	-4.642E-04	3.090E-11
12	-4.642E-04	1.941E-05
13	-4.642E-04	3.880E-05
14	-4.641E-04	5.817E-05
15	-4.638E-04	7.751E-05
16	-6.962E-04	2.598E-10
17	-6.963E-04	1.986E-05
18	-6.965E-04	3.964E-05
19	-6.965E-04	5.932E-05
20	-6.958E-04	7.887E-05
21	-9.269E-04	1.238E-09
22	-9.277E-04	2.168E-05
23	-9.296E-04	4.319E-05
24	-9.316E-04	6.439E-05
25	-9.312E-04	8.515E-05
26	-1.150E-03	2.664E-09
27	-1.153E-03	2.581E-05
28	-1.162E-03	5.155E-05
29	-1.175E-03	7.695E-05
30	-1.190E-03	1.011E-04
31	-1.260E-03	2.159E-09
32	-1.247E-03	2.676E-05
33	-1.241E-03	5.466E-05
34	-1.243E-03	8.361E-05
35	-1.256E-03	1.127E-04
36	-1.361E-03	1.173E-09
37	-1.333E-03	2.383E-05
38	-1.315E-03	5.245E-05
39	-1.307E-03	8.559E-05
40	-1.322E-03	1.221E-04
41	-1.452E-03	-5.432E-11
42	-1.413E-03	1.833E-05
43	-1.384E-03	4.509E-05
44	-1.369E-03	8.215E-05
45	-1.388E-03	1.295E-04
46	-2.012E-03	-1.842E-09
47	-1.919E-03	-1.076E-09
48	-1.811E-03	-1.065E-09
49	-1.685E-03	-1.899E-09
50	-1.534E-03	-8.289E-10
51	-1.485E-03	1.381E-05
52	-1.448E-03	3.677E-05
53	-1.428E-03	7.402E-05
54	-1.450E-03	1.359E-04
55	-2.017E-03	-2.208E-10
56	-1.923E-03	9.059E-06
57	-1.816E-03	1.116E-05
58	-1.693E-03	1.111E-05

59	-1.546E-03	1.577E-05
60	-1.515E-03	2.955E-05
61	-1.493E-03	5.071E-05
62	-1.488E-03	8.394E-05
63	-1.514E-03	1.395E-04
64	-2.030E-03	-4.269E-10
65	-1.936E-03	1.865E-05
66	-1.830E-03	2.262E-05
67	-1.714E-03	2.220E-05
68	-1.582E-03	3.057E-05
69	-1.562E-03	4.359E-05
70	-1.550E-03	6.292E-05
71	-1.550E-03	9.244E-05
72	-1.569E-03	1.415E-04
73	-2.052E-03	-6.838E-10
74	-1.955E-03	2.931E-05
75	-1.850E-03	3.460E-05
76	-1.743E-03	3.321E-05
77	-1.636E-03	4.378E-05
78	-1.621E-03	5.582E-05
79	-1.611E-03	7.353E-05
80	-1.607E-03	9.996E-05
81	-1.614E-03	1.425E-04
82	-2.087E-03	-8.195E-10
83	-1.979E-03	4.161E-05
84	-1.871E-03	4.723E-05
85	-1.773E-03	4.398E-05
86	-1.691E-03	5.486E-05
87	-1.676E-03	6.585E-05
88	-1.663E-03	8.234E-05
89	-1.655E-03	1.067E-04
90	-1.651E-03	1.432E-04
91	-2.124E-03	-9.294E-10
92	-1.998E-03	5.274E-05
93	-1.883E-03	5.752E-05
94	-1.789E-03	5.200E-05
95	-1.724E-03	6.173E-05
96	-1.715E-03	7.218E-05
97	-1.708E-03	8.871E-05
98	-1.705E-03	1.124E-04
99	-1.703E-03	1.431E-04
100	-2.170E-03	2.326E-09
101	-2.015E-03	6.559E-05
102	-1.888E-03	6.817E-05
103	-1.795E-03	5.954E-05
104	-1.741E-03	6.685E-05
105	-1.738E-03	7.493E-05
106	-1.738E-03	9.063E-05
107	-1.739E-03	1.135E-04
108	-1.740E-03	1.414E-04

ELEM#	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	S1	S2
1	2.500E+00	-3.288E-04	-8.291E-05	2.500E+00	-3.288E-04
2	2.500E+00	-1.465E-04	8.837E-05	2.500E+00	-1.464E-04
3	2.500E+00	-2.792E-04	-3.985E-05	2.500E+00	-2.792E-04

4	2.500E+00	-1.870E-04	2.499E-04	2.500E+00	-1.869E-04
5	2.500E+00	-1.560E-04	-4.399E-05	2.500E+00	-1.559E-04
6	2.500E+00	-2.315E-04	4.540E-04	2.500E+00	-2.316E-04
7	2.499E+00	-7.410E-06	2.470E-05	2.499E+00	-7.391E-06
8	2.500E+00	-2.138E-04	5.448E-04	2.500E+00	-2.140E-04
9	2.501E+00	-2.570E-04	-2.099E-04	2.501E+00	-2.570E-04
10	2.500E+00	2.533E-03	6.164E-05	2.500E+00	2.533E-03
11	2.501E+00	-3.151E-04	-2.684E-04	2.501E+00	-3.152E-04
12	2.500E+00	1.938E-03	4.686E-05	2.500E+00	1.938E-03
13	2.500E+00	-2.005E-04	-2.022E-04	2.500E+00	-2.005E-04
14	2.500E+00	1.018E-03	9.127E-04	2.500E+00	1.018E-03
15	2.498E+00	2.712E-04	-1.670E-04	2.498E+00	2.711E-04
16	2.500E+00	2.631E-04	2.349E-03	2.500E+00	2.609E-04
17	2.500E+00	2.464E-03	-1.825E-03	2.500E+00	2.462E-03
18	2.494E+00	2.042E-02	-1.444E-03	2.494E+00	2.042E-02
19	2.503E+00	1.068E-03	-3.215E-03	2.503E+00	1.064E-03
20	2.496E+00	1.749E-02	-5.024E-03	2.496E+00	1.748E-02
21	2.505E+00	-1.510E-04	-3.406E-03	2.505E+00	-1.556E-04
22	2.500E+00	1.226E-02	-3.328E-03	2.500E+00	1.226E-02
23	2.499E+00	4.820E-04	-2.672E-03	2.499E+00	4.792E-04
24	2.503E+00	6.872E-03	5.143E-03	2.503E+00	6.862E-03
25	2.486E+00	2.262E-02	-9.105E-03	2.486E+00	2.258E-02
26	2.459E+00	9.621E-02	-1.063E-02	2.459E+00	9.617E-02
27	2.507E+00	1.436E-02	-1.806E-02	2.507E+00	1.423E-02
28	2.468E+00	8.780E-02	-3.531E-02	2.468E+00	8.728E-02
29	2.532E+00	3.457E-03	-2.111E-02	2.532E+00	3.281E-03
30	2.492E+00	6.985E-02	-4.270E-02	2.492E+00	6.910E-02
31	2.537E+00	-2.774E-03	-1.644E-02	2.537E+00	-2.881E-03
32	2.520E+00	4.598E-02	-1.620E-02	2.520E+00	4.587E-02
33	2.399E+00	1.128E-01	-2.802E-02	2.400E+00	1.124E-01
34	2.329E+00	2.821E-01	-4.122E-02	2.330E+00	2.813E-01
35	2.478E+00	8.486E-02	-6.283E-02	2.480E+00	8.321E-02
36	2.355E+00	2.725E-01	-1.384E-01	2.364E+00	2.634E-01
37	2.618E+00	3.456E-02	-8.064E-02	2.620E+00	3.204E-02
38	2.436E+00	2.376E-01	-2.272E-01	2.459E+00	2.143E-01
39	2.800E+00	-3.243E-02	-6.197E-02	2.801E+00	-3.378E-02
40	2.585E+00	1.502E-01	-2.619E-01	2.613E+00	1.223E-01
41	2.147E+00	3.330E-01	-4.625E-02	2.148E+00	3.318E-01
42	2.103E+00	3.644E-01	-6.152E-02	2.105E+00	3.622E-01
43	2.256E+00	3.001E-01	-1.475E-01	2.267E+00	2.890E-01
44	2.124E+00	4.028E-01	-1.735E-01	2.141E+00	3.855E-01
45	2.539E+00	2.088E-01	-2.748E-01	2.571E+00	1.768E-01
46	2.208E+00	4.314E-01	-3.099E-01	2.261E+00	3.789E-01
47	3.716E+00	-1.666E-01	-4.327E-01	3.764E+00	-2.142E-01
48	2.445E+00	4.105E-01	-5.476E-01	2.583E+00	2.725E-01
49	1.988E+00	3.686E-01	-1.033E-02	1.988E+00	3.686E-01
50	1.953E+00	2.664E-01	-7.670E-02	1.957E+00	2.629E-01
51	2.113E+00	3.629E-01	-1.124E-01	2.120E+00	3.557E-01
52	1.975E+00	3.690E-01	-1.715E-01	1.993E+00	3.509E-01
53	2.417E+00	3.343E-01	-2.774E-01	2.454E+00	2.980E-01
54	2.041E+00	4.785E-01	-3.167E-01	2.103E+00	4.168E-01
55	3.611E+00	9.516E-02	-6.830E-01	3.739E+00	-3.289E-02
56	2.193E+00	5.768E-01	-6.761E-01	2.438E+00	3.312E-01
57	1.875E+00	1.935E-01	1.094E-02	1.876E+00	1.934E-01
58	1.813E+00	7.756E-02	-8.423E-02	1.818E+00	7.348E-02



114	1.301E+00	-1.005E-02	-3.292E-01	1.379E+00	-8.809E-02
115	1.576E+00	-8.040E-02	-2.694E-01	1.619E+00	-1.231E-01
116	1.286E+00	6.959E-02	-4.592E-01	1.440E+00	-8.426E-02
117	1.395E+00	7.277E-02	-3.481E-01	1.481E+00	-1.329E-02
118	1.216E+00	1.989E-01	-6.154E-01	1.506E+00	-9.091E-02
119	9.396E-01	4.112E-01	-4.304E-01	1.180E+00	1.704E-01
120	9.344E-01	5.323E-01	-7.247E-01	1.485E+00	-1.870E-02
121	1.328E+00	-1.061E-01	-3.102E-01	1.392E+00	-1.703E-01
122	9.386E-01	4.314E-02	-4.116E-01	1.099E+00	-1.173E-01
123	1.197E+00	-2.486E-02	-3.522E-01	1.291E+00	-1.191E-01
124	8.385E-01	1.259E-01	-4.870E-01	1.086E+00	-1.213E-01
125	9.515E-01	1.141E-01	-3.795E-01	1.098E+00	-3.234E-02
126	6.788E-01	2.377E-01	-5.477E-01	1.049E+00	-1.322E-01
127	5.074E-01	3.706E-01	-3.336E-01	7.796E-01	9.850E-02
128	4.112E-01	3.600E-01	-4.924E-01	8.786E-01	-1.075E-01
129	8.743E-01	-2.214E-02	-2.897E-01	9.598E-01	-1.076E-01
130	5.311E-01	9.610E-02	-3.584E-01	7.329E-01	-1.057E-01
131	7.301E-01	4.210E-02	-2.943E-01	8.388E-01	-6.662E-02
132	4.056E-01	1.640E-01	-3.761E-01	6.798E-01	-1.102E-01
133	5.159E-01	1.401E-01	-2.721E-01	6.587E-01	-2.705E-03
134	2.499E-01	2.384E-01	-3.691E-01	6.134E-01	-1.250E-01
135	2.017E-01	2.798E-01	-1.604E-01	4.058E-01	7.572E-02
136	1.039E-01	1.475E-01	-2.857E-01	4.123E-01	-1.609E-01
137	9.757E-01	1.461E-02	-4.769E-02	9.781E-01	1.225E-02
138	1.230E+00	-3.443E-01	-1.795E-01	1.250E+00	-3.645E-01
139	9.827E-01	-9.260E-03	-1.039E-01	9.935E-01	-2.002E-02
140	1.045E+00	-4.847E-03	-1.779E-01	1.075E+00	-3.418E-02
141	9.006E-01	-4.494E-02	-1.765E-01	9.325E-01	-7.682E-02
142	8.427E-01	2.996E-02	-1.432E-01	8.672E-01	5.456E-03
143	7.447E-01	-3.087E-02	-2.900E-01	8.412E-01	-1.273E-01
144	5.769E-01	4.571E-02	-1.307E-01	6.073E-01	1.532E-02
145	1.129E+00	1.621E-02	2.209E-02	1.129E+00	1.577E-02
146	1.524E+00	-4.267E-01	-2.357E-01	1.552E+00	-4.548E-01
147	1.049E+00	-1.806E-02	-3.209E-02	1.050E+00	-1.902E-02
148	1.144E+00	1.195E-02	-1.552E-01	1.165E+00	-8.961E-03
149	8.642E-01	-4.685E-02	-8.343E-02	8.717E-01	-5.442E-02
150	8.251E-01	4.459E-02	-7.946E-02	8.332E-01	3.658E-02
151	5.996E-01	-3.545E-02	-1.352E-01	6.272E-01	-6.302E-02
152	4.779E-01	6.132E-02	-3.811E-02	4.813E-01	5.786E-02
153	5.558E-01	7.964E-03	-2.361E-01	6.435E-01	-7.972E-02
154	3.061E-01	9.196E-02	-1.806E-01	4.090E-01	-1.097E-02
155	4.399E-01	4.133E-02	-2.195E-01	5.371E-01	-5.585E-02
156	2.025E-01	1.069E-01	-1.579E-01	3.196E-01	-1.026E-02
157	2.989E-01	6.344E-02	-1.590E-01	3.790E-01	-1.664E-02
158	9.678E-02	1.374E-01	-1.178E-01	2.367E-01	-2.489E-03
159	1.585E-01	-4.750E-02	-1.612E-02	1.597E-01	-4.876E-02
160	-1.297E-03	1.475E-01	-6.896E-02	1.745E-01	-2.834E-02
161	3.384E-01	-2.355E-02	-9.057E-02	3.598E-01	-4.495E-02
162	5.220E-02	1.178E-01	-5.524E-02	1.493E-01	2.077E-02
163	2.370E-01	-1.653E-02	-7.018E-02	2.552E-01	-3.466E-02
164	-2.417E-02	7.798E-02	-1.637E-02	8.053E-02	-2.673E-02
165	1.380E-01	-9.750E-03	-1.840E-02	1.402E-01	-1.201E-02
166	-6.036E-02	6.674E-02	1.950E-02	6.967E-02	-6.329E-02
167	5.643E-02	-5.864E-02	6.100E-02	8.275E-02	-8.496E-02
168	-4.357E-02	4.109E-02	4.189E-02	5.831E-02	-6.079E-02

59	1.998E+00	2.349E-01	-7.900E-02	2.001E+00	2.314E-01
60	1.851E+00	2.009E-01	-1.697E-01	1.868E+00	1.836E-01
61	2.269E+00	2.832E-01	-2.628E-01	2.304E+00	2.490E-01
62	1.882E+00	3.837E-01	-3.070E-01	1.942E+00	3.232E-01
63	3.059E+00	3.146E-01	-8.357E-01	3.293E+00	8.016E-02
64	1.871E+00	6.355E-01	-6.986E-01	2.185E+00	3.207E-01
65	1.774E+00	-2.603E-02	-6.791E-03	1.774E+00	-2.605E-02
66	1.656E+00	-5.859E-02	-8.546E-02	1.660E+00	-6.284E-02
67	1.893E+00	3.466E-02	-9.306E-02	1.898E+00	3.001E-02
68	1.722E+00	4.407E-02	-1.888E-01	1.743E+00	2.308E-02
69	2.113E+00	9.999E-02	-2.477E-01	2.143E+00	6.996E-02
70	1.730E+00	2.210E-01	-3.282E-01	1.798E+00	1.527E-01
71	2.334E+00	4.868E-01	-8.213E-01	2.646E+00	1.744E-01
72	1.551E+00	6.290E-01	-6.312E-01	1.872E+00	3.083E-01
73	8.623E-01	-5.923E-02	-3.312E-02	8.635E-01	-6.041E-02
74	9.205E-01	-2.577E-01	-3.411E-03	9.205E-01	-2.577E-01
75	9.930E-01	-5.354E-02	-3.902E-02	9.944E-01	-5.499E-02
76	9.984E-01	-9.735E-02	-2.569E-02	9.990E-01	-9.795E-02
77	1.167E+00	-1.033E-01	-5.878E-02	1.170E+00	-1.060E-01
78	1.142E+00	-9.521E-02	-3.921E-02	1.143E+00	-9.645E-02
79	1.391E+00	-7.245E-02	-9.576E-02	1.398E+00	-7.868E-02
80	1.374E+00	-1.612E-01	-4.230E-02	1.375E+00	-1.624E-01
81	8.619E-01	-4.845E-02	-6.536E-02	8.666E-01	-5.312E-02
82	9.266E-01	-2.594E-01	-3.628E-02	9.277E-01	-2.606E-01
83	9.838E-01	-4.503E-02	-1.026E-01	9.939E-01	-5.515E-02
84	9.794E-01	-8.136E-02	-8.335E-02	9.859E-01	-8.787E-02
85	1.142E+00	-9.684E-02	-1.646E-01	1.164E+00	-1.183E-01
86	1.072E+00	-6.972E-02	-1.115E-01	1.083E+00	-8.051E-02
87	1.351E+00	-8.062E-02	-2.685E-01	1.400E+00	-1.293E-01
88	1.223E+00	-1.195E-01	-1.348E-01	1.237E+00	-1.329E-01
89	8.614E-01	-2.676E-02	-8.590E-02	8.696E-01	-3.500E-02
90	9.559E-01	-2.676E-01	-7.164E-02	9.600E-01	-2.718E-01
91	9.648E-01	-2.925E-02	-1.431E-01	9.850E-01	-4.943E-02
92	9.663E-01	-5.613E-02	-1.331E-01	9.833E-01	-7.318E-02
93	1.075E+00	-7.940E-02	-2.336E-01	1.120E+00	-1.249E-01
94	9.750E-01	-3.210E-02	-1.620E-01	1.000E+00	-5.753E-02
95	1.210E+00	-7.313E-02	-3.960E-01	1.323E+00	-1.855E-01
96	9.817E-01	-5.335E-02	-1.947E-01	1.017E+00	-8.878E-02
97	8.807E-01	7.999E-04	-8.652E-02	8.891E-01	-7.628E-03
98	1.063E+00	-2.977E-01	-1.289E-01	1.075E+00	-3.098E-01
99	9.542E-01	-1.313E-02	-1.458E-01	9.757E-01	-3.462E-02
100	9.884E-01	-2.935E-02	-1.703E-01	1.016E+00	-5.709E-02
101	9.824E-01	-5.842E-02	-2.371E-01	1.034E+00	-1.099E-01
102	8.864E-01	5.861E-03	-1.760E-01	9.203E-01	-2.800E-02
103	9.813E-01	-5.209E-02	-3.950E-01	1.115E+00	-1.858E-01
104	7.329E-01	1.145E-02	-1.937E-01	7.816E-01	-3.729E-02
105	1.711E+00	-1.620E-01	-6.143E-02	1.713E+00	-1.640E-01
106	1.501E+00	-2.502E-02	-1.942E-01	1.525E+00	-4.936E-02
107	1.732E+00	-7.992E-02	-1.320E-01	1.742E+00	-8.948E-02
108	1.601E+00	4.174E-02	-3.383E-01	1.671E+00	-2.852E-02
109	1.680E+00	6.736E-02	-2.264E-01	1.711E+00	3.617E-02
110	1.706E+00	1.627E-01	-5.676E-01	1.892E+00	-2.355E-02
111	1.345E+00	4.329E-01	-4.303E-01	1.516E+00	2.620E-01
112	1.602E+00	5.881E-01	-8.911E-01	2.121E+00	6.996E-02
113	1.625E+00	-1.572E-01	-2.061E-01	1.648E+00	-1.808E-01

--- Kevlar-epoksi kompozit malzemede r = 20 mm ve ---  
 --- 0° takviye açısı için program çıktıları ---

NE,NN,ND,NL,NM =

168 108 25 7 1

MALZEME#, E, POISSON ORANI

1 76000 .34

DUGUM#	X-Depl.	Y-Depl.
1	-1.063E-08	-1.633E-12
2	-2.126E-08	5.592E-05
3	-2.126E-08	1.118E-04
4	-2.126E-08	1.677E-04
5	-1.063E-08	2.236E-04
6	-5.264E-04	9.281E-12
7	-5.264E-04	5.594E-05
8	-5.264E-04	1.119E-04
9	-5.263E-04	1.678E-04
10	-5.262E-04	2.237E-04
11	-1.053E-03	1.170E-10
12	-1.053E-03	5.615E-05
13	-1.053E-03	1.123E-04
14	-1.053E-03	1.683E-04
15	-1.052E-03	2.243E-04
16	-1.579E-03	6.838E-10
17	-1.579E-03	5.717E-05
18	-1.580E-03	1.143E-04
19	-1.581E-03	1.712E-04
20	-1.579E-03	2.279E-04
21	-2.101E-03	2.818E-09
22	-2.103E-03	6.080E-05
23	-2.109E-03	1.215E-04
24	-2.115E-03	1.819E-04
25	-2.116E-03	2.420E-04
26	-2.609E-03	6.164E-09
27	-2.616E-03	6.861E-05
28	-2.636E-03	1.373E-04
29	-2.669E-03	2.058E-04
30	-2.705E-03	2.734E-04
31	-2.903E-03	5.778E-09
32	-2.870E-03	7.115E-05
33	-2.855E-03	1.448E-04
34	-2.859E-03	2.210E-04
35	-2.893E-03	2.996E-04
36	-3.171E-03	3.199E-09
37	-3.103E-03	6.486E-05
38	-3.059E-03	1.408E-04
39	-3.042E-03	2.269E-04
40	-3.084E-03	3.215E-04
41	-3.410E-03	-1.986E-10
42	-3.315E-03	5.183E-05
43	-3.246E-03	1.240E-04
44	-3.216E-03	2.206E-04
45	-3.269E-03	3.396E-04
46	-4.706E-03	-5.414E-09
47	-4.504E-03	-1.735E-09

48	-4.260E-03	-1.417E-09
49	-3.970E-03	-3.802E-09
50	-3.619E-03	-2.066E-09
51	-3.504E-03	4.128E-05
52	-3.418E-03	1.047E-04
53	-3.380E-03	2.022E-04
54	-3.444E-03	3.550E-04
55	-4.723E-03	-8.742E-10
56	-4.520E-03	3.199E-05
57	-4.277E-03	4.056E-05
58	-3.993E-03	4.141E-05
59	-3.655E-03	5.223E-05
60	-3.588E-03	9.135E-05
61	-3.546E-03	1.474E-04
62	-3.548E-03	2.310E-04
63	-3.618E-03	3.634E-04
64	-4.774E-03	-1.890E-09
65	-4.568E-03	6.592E-05
66	-4.325E-03	8.172E-05
67	-4.056E-03	8.189E-05
68	-3.759E-03	1.009E-04
69	-3.721E-03	1.353E-04
70	-3.703E-03	1.832E-04
71	-3.713E-03	2.534E-04
72	-3.761E-03	3.648E-04
73	-4.866E-03	-3.627E-09
74	-4.642E-03	1.040E-04
75	-4.391E-03	1.241E-04
76	-4.142E-03	1.206E-04
77	-3.906E-03	1.429E-04
78	-3.877E-03	1.713E-04
79	-3.859E-03	2.116E-04
80	-3.857E-03	2.708E-04
81	-3.874E-03	3.629E-04
82	-5.027E-03	-3.831E-09
83	-4.737E-03	1.491E-04
84	-4.456E-03	1.684E-04
85	-4.218E-03	1.570E-04
86	-4.038E-03	1.760E-04
87	-4.007E-03	1.976E-04
88	-3.983E-03	2.320E-04
89	-3.967E-03	2.842E-04
90	-3.961E-03	3.614E-04
91	-5.135E-03	-3.123E-09
92	-4.782E-03	1.758E-04
93	-4.476E-03	1.916E-04
94	-4.240E-03	1.742E-04
95	-4.082E-03	1.891E-04
96	-4.061E-03	2.074E-04
97	-4.047E-03	2.408E-04
98	-4.040E-03	2.917E-04
99	-4.038E-03	3.598E-04
100	-5.242E-03	9.211E-09
101	-4.817E-03	2.060E-04
102	-4.484E-03	2.155E-04

103	-4.247E-03	1.908E-04
104	-4.103E-03	2.001E-04
105	-4.094E-03	2.123E-04
106	-4.093E-03	2.436E-04
107	-4.096E-03	2.934E-04
108	-4.098E-03	3.578E-04

ELEM#	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	S1	S2
1	2.500E+00	-1.294E-04	-1.073E-04	2.500E+00	-1.295E-04
2	2.500E+00	3.162E-04	-2.999E-05	2.500E+00	3.161E-04
3	2.500E+00	-1.651E-04	-8.914E-05	2.500E+00	-1.650E-04
4	2.500E+00	2.308E-04	-6.614E-06	2.500E+00	2.308E-04
5	2.500E+00	-1.170E-04	-1.179E-04	2.500E+00	-1.171E-04
6	2.500E+00	5.534E-05	2.431E-04	2.500E+00	5.531E-05
7	2.499E+00	1.993E-05	-6.473E-05	2.499E+00	2.003E-05
8	2.500E+00	-1.084E-04	5.562E-04	2.500E+00	-1.086E-04
9	2.500E+00	2.433E-04	-3.924E-04	2.500E+00	2.432E-04
10	2.499E+00	3.881E-03	-4.230E-04	2.499E+00	3.881E-03
11	2.501E+00	-7.984E-05	-6.503E-04	2.501E+00	-7.999E-05
12	2.499E+00	3.331E-03	-1.031E-03	2.499E+00	3.331E-03
13	2.501E+00	-2.144E-04	-6.171E-04	2.501E+00	-2.146E-04
14	2.500E+00	2.240E-03	-1.908E-04	2.500E+00	2.240E-03
15	2.499E+00	2.221E-04	-4.274E-04	2.499E+00	2.220E-04
16	2.500E+00	9.914E-04	1.922E-03	2.500E+00	9.899E-04
17	2.498E+00	3.984E-03	-2.229E-03	2.498E+00	3.981E-03
18	2.490E+00	2.225E-02	-2.781E-03	2.490E+00	2.225E-02
19	2.504E+00	1.801E-03	-4.189E-03	2.504E+00	1.794E-03
20	2.493E+00	2.018E-02	-7.939E-03	2.493E+00	2.016E-02
21	2.508E+00	-3.124E-04	-4.543E-03	2.508E+00	-3.206E-04
22	2.499E+00	1.570E-02	-6.905E-03	2.499E+00	1.568E-02
23	2.504E+00	-6.752E-05	-3.386E-03	2.504E+00	-7.212E-05
24	2.504E+00	1.015E-02	2.634E-03	2.504E+00	1.015E-02
25	2.482E+00	2.501E-02	-9.212E-03	2.482E+00	2.497E-02
26	2.452E+00	9.043E-02	-1.238E-02	2.452E+00	9.037E-02
27	2.507E+00	1.530E-02	-1.893E-02	2.507E+00	1.516E-02
28	2.462E+00	8.546E-02	-3.864E-02	2.462E+00	8.483E-02
29	2.538E+00	2.285E-03	-2.243E-02	2.539E+00	2.087E-03
30	2.488E+00	7.315E-02	-4.815E-02	2.489E+00	7.219E-02
31	2.551E+00	-5.761E-03	-1.743E-02	2.551E+00	-5.880E-03
32	2.520E+00	5.673E-02	-2.300E-02	2.520E+00	5.651E-02
33	2.398E+00	1.086E-01	-2.622E-02	2.399E+00	1.083E-01
34	2.328E+00	2.511E-01	-3.825E-02	2.329E+00	2.504E-01
35	2.477E+00	8.014E-02	-6.018E-02	2.479E+00	7.863E-02
36	2.353E+00	2.436E-01	-1.286E-01	2.360E+00	2.358E-01
37	2.619E+00	2.837E-02	-7.762E-02	2.622E+00	2.605E-02
38	2.431E+00	2.149E-01	-2.119E-01	2.451E+00	1.948E-01
39	2.815E+00	-4.358E-02	-5.950E-02	2.816E+00	-4.481E-02
40	2.578E+00	1.510E-01	-2.506E-01	2.603E+00	1.254E-01
41	2.163E+00	3.072E-01	-4.203E-02	2.164E+00	3.062E-01
42	2.117E+00	3.398E-01	-5.996E-02	2.119E+00	3.377E-01
43	2.274E+00	2.704E-01	-1.339E-01	2.283E+00	2.615E-01
44	2.137E+00	3.733E-01	-1.694E-01	2.153E+00	3.572E-01
45	2.549E+00	1.747E-01	-2.408E-01	2.574E+00	1.506E-01
46	2.218E+00	3.947E-01	-3.007E-01	2.267E+00	3.464E-01
47	3.605E+00	-1.983E-01	-3.560E-01	3.638E+00	-2.314E-01



48	2.434E+00	3.856E-01	-5.282E-01	2.562E+00	2.574E-01
49	1.984E+00	3.582E-01	-1.207E-02	1.984E+00	3.581E-01
50	1.952E+00	2.525E-01	-7.878E-02	1.955E+00	2.488E-01
51	2.117E+00	3.386E-01	-1.136E-01	2.125E+00	3.313E-01
52	1.972E+00	3.500E-01	-1.783E-01	1.992E+00	3.306E-01
53	2.422E+00	2.847E-01	-2.672E-01	2.455E+00	2.518E-01
54	2.033E+00	4.462E-01	-3.284E-01	2.099E+00	3.809E-01
55	3.458E+00	2.200E-02	-6.080E-01	3.563E+00	-8.241E-02
56	2.157E+00	5.368E-01	-6.777E-01	2.403E+00	2.907E-01
57	1.851E+00	1.929E-01	7.994E-03	1.851E+00	1.928E-01
58	1.791E+00	6.623E-02	-8.788E-02	1.795E+00	6.176E-02
59	1.982E+00	2.200E-01	-8.832E-02	1.986E+00	2.156E-01
60	1.826E+00	1.875E-01	-1.796E-01	1.845E+00	1.681E-01
61	2.245E+00	2.425E-01	-2.730E-01	2.281E+00	2.059E-01
62	1.843E+00	3.669E-01	-3.276E-01	1.912E+00	2.974E-01
63	2.856E+00	2.287E-01	-7.590E-01	3.059E+00	2.518E-02
64	1.796E+00	5.967E-01	-7.055E-01	2.122E+00	2.704E-01
65	1.738E+00	-2.912E-02	-9.877E-03	1.738E+00	-2.918E-02
66	1.611E+00	-6.252E-02	-9.006E-02	1.616E+00	-6.736E-02
67	1.859E+00	2.329E-02	-1.023E-01	1.865E+00	1.760E-02
68	1.679E+00	3.149E-02	-1.970E-01	1.702E+00	8.261E-03
69	2.048E+00	7.944E-02	-2.603E-01	2.082E+00	4.560E-02
70	1.668E+00	2.064E-01	-3.434E-01	1.745E+00	1.298E-01
71	2.107E+00	4.025E-01	-7.391E-01	2.383E+00	1.266E-01
72	1.442E+00	5.928E-01	-6.269E-01	1.774E+00	2.602E-01
73	7.732E-01	-1.974E-02	-4.584E-02	7.759E-01	-2.238E-02
74	8.690E-01	-2.954E-01	-2.006E-03	8.690E-01	-2.954E-01
75	9.323E-01	-8.717E-03	-4.862E-02	9.348E-01	-1.122E-02
76	9.531E-01	-8.091E-02	-3.370E-02	9.542E-01	-8.201E-02
77	1.124E+00	-6.754E-02	-6.526E-02	1.128E+00	-7.110E-02
78	1.102E+00	-6.630E-02	-4.742E-02	1.104E+00	-6.822E-02
79	1.355E+00	-6.364E-02	-1.026E-01	1.362E+00	-7.102E-02
80	1.330E+00	-1.374E-01	-4.992E-02	1.332E+00	-1.391E-01
81	7.699E-01	-3.920E-03	-8.844E-02	7.799E-01	-1.390E-02
82	8.871E-01	-3.016E-01	-5.224E-02	8.894E-01	-3.039E-01
83	9.264E-01	-2.179E-03	-1.231E-01	9.424E-01	-1.822E-02
84	9.453E-01	-6.356E-02	-1.114E-01	9.575E-01	-7.571E-02
85	1.102E+00	-6.703E-02	-1.792E-01	1.129E+00	-9.388E-02
86	1.032E+00	-3.793E-02	-1.350E-01	1.048E+00	-5.471E-02
87	1.309E+00	-7.476E-02	-2.797E-01	1.363E+00	-1.292E-01
88	1.159E+00	-8.639E-02	-1.534E-01	1.177E+00	-1.050E-01
89	7.758E-01	2.574E-02	-1.182E-01	7.940E-01	7.560E-03
90	9.632E-01	-3.275E-01	-1.144E-01	9.733E-01	-3.376E-01
91	9.206E-01	9.222E-03	-1.664E-01	9.500E-01	-2.022E-02
92	9.677E-01	-3.952E-02	-1.832E-01	1.000E+00	-7.179E-02
93	1.039E+00	-5.880E-02	-2.428E-01	1.090E+00	-1.101E-01
94	9.458E-01	6.452E-04	-1.938E-01	9.840E-01	-3.755E-02
95	1.154E+00	-7.329E-02	-3.893E-01	1.267E+00	-1.864E-01
96	9.014E-01	-1.214E-02	-2.114E-01	9.479E-01	-5.868E-02
97	8.314E-01	6.036E-02	-1.213E-01	8.500E-01	4.174E-02
98	1.244E+00	-4.229E-01	-2.425E-01	1.278E+00	-4.575E-01
99	9.495E-01	1.412E-02	-1.557E-01	9.747E-01	-1.112E-02
100	1.075E+00	-2.255E-02	-2.414E-01	1.126E+00	-7.328E-02
101	9.633E-01	-5.080E-02	-2.206E-01	1.009E+00	-9.670E-02
102	8.926E-01	3.348E-02	-2.004E-01	9.370E-01	-1.098E-02

103	9.178E-01	-6.043E-02	-3.427E-01	1.026E+00	-1.685E-01
104	6.676E-01	4.972E-02	-1.887E-01	7.207E-01	-3.324E-03
105	1.683E+00	-1.753E-01	-6.959E-02	1.686E+00	-1.779E-01
106	1.416E+00	-1.179E-02	-1.992E-01	1.443E+00	-3.905E-02
107	1.694E+00	-9.596E-02	-1.410E-01	1.705E+00	-1.070E-01
108	1.506E+00	3.819E-02	-3.424E-01	1.582E+00	-3.775E-02
109	1.605E+00	5.519E-02	-2.366E-01	1.641E+00	1.989E-02
110	1.570E+00	1.330E-01	-5.456E-01	1.754E+00	-5.067E-02
111	1.218E+00	4.169E-01	-4.269E-01	1.402E+00	2.320E-01
112	1.368E+00	5.025E-01	-7.787E-01	1.826E+00	4.450E-02
113	1.573E+00	-1.645E-01	-2.171E-01	1.599E+00	-1.913E-01
114	1.197E+00	7.000E-03	-3.339E-01	1.284E+00	-8.033E-02
115	1.490E+00	-8.524E-02	-2.766E-01	1.537E+00	-1.324E-01
116	1.160E+00	6.867E-02	-4.485E-01	1.321E+00	-9.204E-02
117	1.258E+00	7.194E-02	-3.423E-01	1.350E+00	-1.972E-02
118	1.055E+00	1.653E-01	-5.600E-01	1.326E+00	-1.050E-01
119	7.713E-01	3.969E-01	-3.944E-01	1.021E+00	1.476E-01
120	7.436E-01	4.178E-01	-5.775E-01	1.181E+00	-1.939E-02
121	1.215E+00	-9.395E-02	-3.035E-01	1.282E+00	-1.609E-01
122	8.289E-01	5.350E-02	-3.933E-01	9.935E-01	-1.111E-01
123	1.050E+00	-1.629E-02	-3.318E-01	1.144E+00	-1.111E-01
124	7.149E-01	1.126E-01	-4.417E-01	9.483E-01	-1.208E-01
125	7.768E-01	1.141E-01	-3.362E-01	9.175E-01	-2.658E-02
126	5.521E-01	1.859E-01	-4.555E-01	8.599E-01	-1.220E-01
127	3.558E-01	3.383E-01	-2.625E-01	6.097E-01	8.444E-02
128	3.206E-01	2.359E-01	-3.521E-01	6.328E-01	-7.641E-02
129	7.362E-01	1.314E-03	-2.445E-01	8.101E-01	-7.260E-02
130	4.414E-01	8.888E-02	-3.118E-01	6.233E-01	-9.300E-02
131	5.856E-01	4.228E-02	-2.356E-01	6.736E-01	-4.563E-02
132	3.192E-01	1.287E-01	-3.036E-01	5.421E-01	-9.422E-02
133	3.824E-01	1.155E-01	-1.969E-01	4.868E-01	1.115E-02
134	1.855E-01	1.683E-01	-2.670E-01	4.440E-01	-9.030E-02
135	1.189E-01	2.190E-01	-8.058E-02	2.638E-01	7.407E-02
136	7.963E-02	6.519E-02	-1.729E-01	2.455E-01	-1.006E-01
137	1.088E+00	3.591E-02	-4.258E-02	1.090E+00	3.419E-02
138	1.519E+00	-5.163E-01	-3.672E-01	1.583E+00	-5.805E-01
139	1.072E+00	-1.247E-02	-8.764E-02	1.079E+00	-1.951E-02
140	1.156E+00	1.261E-02	-2.317E-01	1.202E+00	-3.255E-02
141	9.215E-01	-5.152E-02	-1.390E-01	9.409E-01	-7.100E-02
142	8.809E-01	5.245E-02	-1.396E-01	9.037E-01	2.955E-02
143	6.978E-01	-3.898E-02	-2.210E-01	7.590E-01	-1.002E-01
144	5.786E-01	6.506E-02	-1.018E-01	5.980E-01	4.561E-02
145	1.343E+00	1.271E-03	4.723E-02	1.344E+00	-3.901E-04
146	1.824E+00	-6.199E-01	-3.133E-01	1.863E+00	-6.595E-01
147	1.173E+00	-3.602E-02	-1.883E-02	1.173E+00	-3.631E-02
148	1.258E+00	2.989E-02	-1.886E-01	1.287E+00	1.581E-03
149	9.195E-01	-6.125E-02	-6.347E-02	9.236E-01	-6.534E-02
150	8.784E-01	6.413E-02	-7.616E-02	8.855E-01	5.707E-02
151	6.147E-01	-4.112E-02	-9.767E-02	6.289E-01	-5.536E-02
152	5.221E-01	7.388E-02	-2.561E-02	5.235E-01	7.242E-02
153	4.755E-01	-1.145E-02	-1.848E-01	5.377E-01	-7.364E-02
154	2.789E-01	1.034E-01	-1.439E-01	3.597E-01	2.260E-02
155	3.594E-01	1.052E-02	-1.689E-01	4.278E-01	-5.788E-02
156	1.779E-01	8.974E-02	-1.178E-01	2.596E-01	8.031E-03
157	2.309E-01	3.460E-02	-1.156E-01	2.844E-01	-1.887E-02

158	8.030E-02	1.054E-01	-7.566E-02	1.695E-01	1.616E-02
159	1.243E-01	-6.630E-02	5.583E-04	1.243E-01	-6.630E-02
160	-5.731E-03	1.151E-01	-2.509E-02	1.201E-01	-1.073E-02
161	3.269E-01	-3.779E-02	-8.368E-02	3.452E-01	-5.608E-02
162	8.144E-02	1.402E-01	-4.993E-02	1.687E-01	5.288E-02
163	2.192E-01	-3.164E-02	-7.132E-02	2.380E-01	-5.050E-02
164	-1.244E-02	7.759E-02	-1.013E-02	7.871E-02	-1.357E-02
165	1.214E-01	-1.563E-02	-2.975E-02	1.276E-01	-2.180E-02
166	-6.164E-02	6.384E-02	2.207E-02	6.760E-02	-6.541E-02
167	4.941E-02	-4.714E-02	4.424E-02	6.662E-02	-6.435E-02
168	-4.424E-02	4.071E-02	4.715E-02	6.169E-02	-6.522E-02



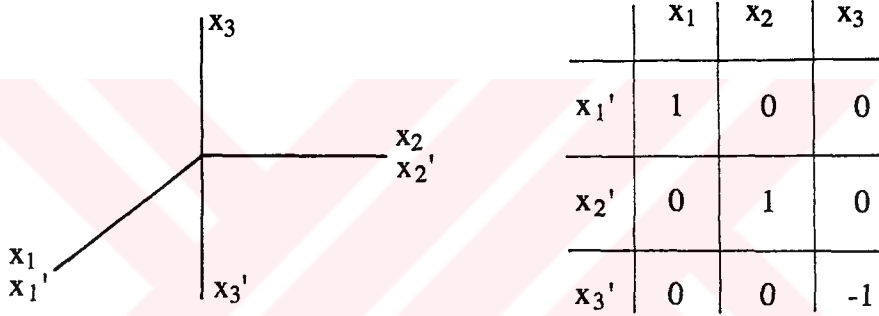


**EK B**



## EK B.1 Ortotropik Elastisite Tansörü

$x_1$ - $x_2$  düzlemine göre özellikleri simetrik olan bir elastik cisim düşünelim. Bu simetri  $x_1=x_1'$ ,  $x_2=x_2'$  ve  $x_3=x_3'$  transformasyonu halinde  $Q_{ij}$ 'nin değişmezliği ile ifade edilebilir (Şekil B.1'de görüldüğü gibi). Tabloda doğrultman kosinüsleri verilmektedir.



Şekil B.1  $x_1$ - $x_2$  simetri düzlemine göre eksen transformasyonu

İlk koordinat sistemindeki  $\sigma$  ve  $\epsilon$ 'lar orijinal koordinat sistemiyle aşağıdaki gibi bağıntılıdır.

$$\epsilon_{\alpha\beta}' = t_{\alpha i} t_{\beta j} \epsilon_{ij}$$

$$\sigma_{\alpha\beta}' = t_{\alpha i} t_{\beta j} \sigma_{ij} \quad (B.1)$$

Böylece  $i=1,2,3,6$  için  $\sigma_i' = \sigma_i$  ve  $\epsilon_i' = \epsilon_i$  dir. Bununla birlikte  $\epsilon_{23}' = t_{22} t_{33} \epsilon_{23} = -\epsilon_{23}'$  dir. Bu yüzden  $\epsilon_4' = -\epsilon_4$  aynı şekilde  $\sigma_4' = -\sigma_4$  benzer şekilde  $\epsilon_{31}' = t_{33} t_{11} \epsilon_{31} = -\epsilon_{31}'$  dir. Bu yüzden,  $\epsilon_5' = -\epsilon_5$  ve keza  $\sigma_5' = -\sigma_5$  olur.

Buradan gerilme değerlerini orijinal ve dönüşmüş koordinat sistemlerine göre yazarsak

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= C_{11} \varepsilon_1 + C_{12} \varepsilon_2 + C_{13} \varepsilon_3 + C_{14} \varepsilon_4 + C_{15} \varepsilon_5 + C_{16} \varepsilon_6 \\ \sigma_1' &= C_{11} \varepsilon_1' + C_{12} \varepsilon_2' + C_{13} \varepsilon_3' + C_{14} \varepsilon_4' + C_{15} \varepsilon_5' + C_{16} \varepsilon_6'\end{aligned}\quad (B.2)$$

$\sigma_1' = \sigma_1$  için  $\varepsilon_4' = -\varepsilon_4$  ve  $\varepsilon_5' = -\varepsilon_5$  olduğundan,  $C_{14} = C_{15} = 0$  olması gerekir. Aynı şekilde düşünerek (B.2)'nin diğer eşitlikleri  $\sigma_2' = \sigma_2$ ,  $\sigma_3' = \sigma_3$ ,  $\sigma_4' = -\sigma_4$ ,  $\sigma_5' = -\sigma_5$  ve  $\sigma_6' = \sigma_6$  için  $C_{14} = C_{15} = C_{24} = C_{25} = C_{34} = C_{35} = C_{64} = C_{65} = 0$  bulunur.

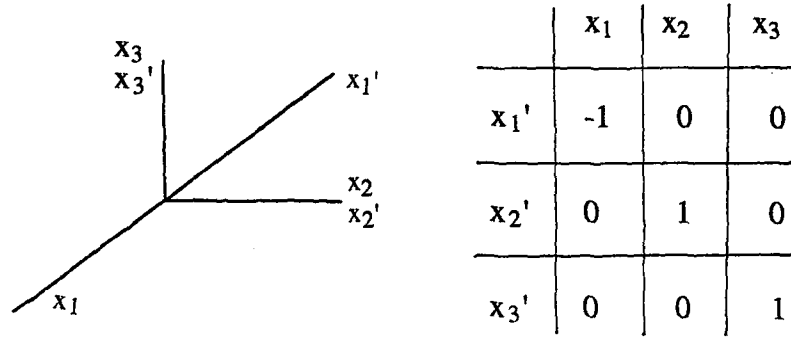
$C_{ij} = C_{ji}$  olduğunu düşünerek bir simetri düzlemine haiz malzemeler için elastisite tansörünün simetrisi aşağıdaki şekilde 13 bağımsız bileşenle ilgilidir.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{54} & C_{55} & 0 \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

Üç alışılmış dik simetri düzlemi olan malzemelere ortotropik malzeme adı verilir (Ortogonal anizotrop'un kısaltılmışı). Bu malzemeleri incelemek için, bir malzemenin  $x_1$ - $x_3$  ve  $x_2$ - $x_3$  düzlemlerine göre simetrik olması gerekir. Öncekine benzer şekilde Şekil B.2' deki diyagramlar  $x_2$ - $x_3$  düzlemi itibarıyla simetrik yapılabilir.

Bu transformasyonu taşıyarak  $x_2$ - $x_3$  simetri düzleminden  $C_{16} = C_{26} = C_{36} = 0$   $C_{45} = 0$  olduğu bulunur.

$x_1$ - $x_3$  düzlemi itibarıyla simetrikliliği kullanarak bu sabitlerin de sıfır olduğu sonucu çıkarılır. Böylece ortotropik bir malzeme için elastisite tansörü aşağıdaki gibi yazılır.



Şekil B.2  $x_2$ - $x_3$  simetri düzlemine göre eksen transformasyonu

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (B.4)$$

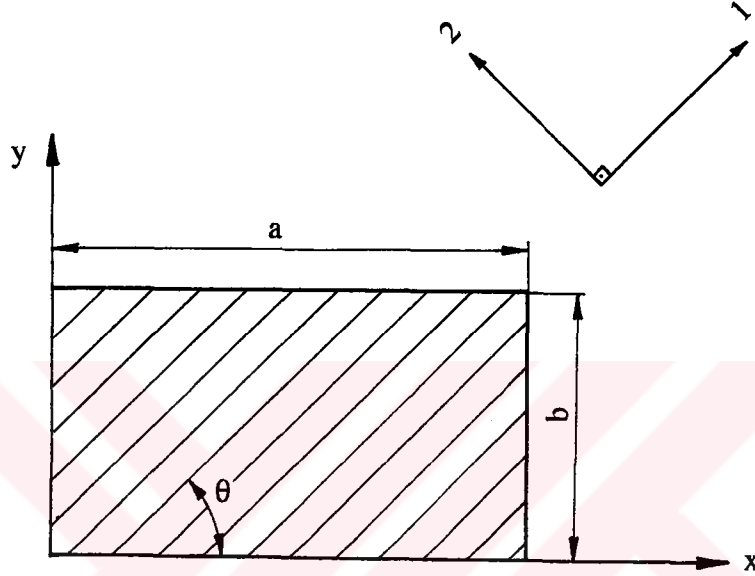
Buradan ortotropik üç boyutlu elastik bir cismin 9 bağımsız bileşenin mevcutluğu görülebilir. Bu yüzden 9 bağımsız elastik özellik belirlenmelidir.

**EK C**



### EK C.1 Rastgele Dizilmiş Bir Tabakacıkta Gerilme Şekildeğiştirme İlişkisi

Ortotropik malzemelerde asal malzeme yönü her zaman koordinat yönleri ile çakışmayabilir (Şekil C.1).



Şekil C.1 Genelleştirilmiş bir ortotropik plak

x-y düzleminde, kalınlığı  $t$  olan, ortotropik bir levha düşünelim (Şekil C.2.a). Asal malzeme yönü 1-2 eksenleriyle, koordinat yönü de x-y eksenini ile belirtilir ve bu iki eksen arasındaki açı da  $\theta$  ile gösterilir.

Klasik plak ve kabuk teorisine göre

$$\tau_z = \tau_3 = \tau_{xz} = \tau_{zy} = \tau_{13} = \tau_{23} = \varepsilon_3 = \varepsilon_z = 0$$

olur. Bu levhadan Şekil C.2.b'deki gibi bir eleman alalım. Kuvvetlerin dengelerinden 1 yönünde

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + \tau_{xy} (2 \sin \theta \cos \theta) \quad (C.1)$$

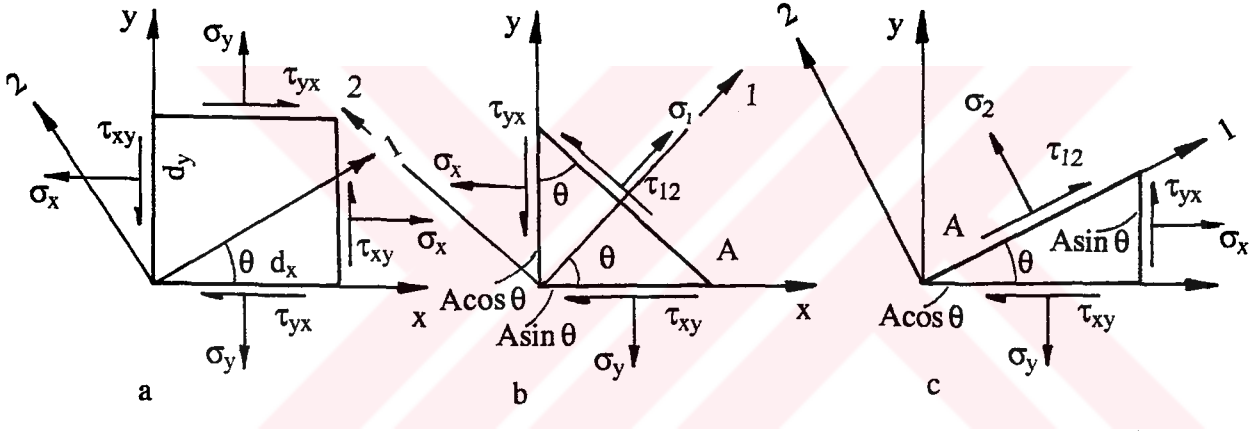
gerilmesi meydana gelir. Benzer şekilde 2 yönündeki kuvvetlerin dengesinden

$$\tau_{12} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta + \sigma_y \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (C.2)$$

kayma gerilmesi elde edilir. Aynı levhadan bu kez Şekil C.2.c'deki gibi bir eleman alınırsa iki yönündeki gerilme

$$\sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - \tau_{xy} (2 \sin \theta \cos \theta) \quad (C.3)$$

formunda yazılabilir.



Şekil C.2 Ortotropik bir tabakada gerilme analizi .

Denklem (C.1), (C.2) ve (C.3) matris formunda düzenlenebilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (C.4)$$

Burada

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

[T] matrisi iki boyutlu bir levhadaki gerilmeleri x-y ekseninden 1-2 eksenine transfer eden matristir. Bu transformasyon, malzeme özelliklerinde hiç bir değişiklik yapmaz. Sadece gerilmenin rotasyonunu sağlar. [T] gerilmelerde olduğu gibi, şekil değiştirmeleri de x-y ekseninden 1-2 eksenine transfer eder. Benzer işlemler şekildeğiştirme için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (C.6)$$

[T]<sup>-1</sup> ise denklem (C.5)'in tersidir.

Reuter [59]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

matrisi kullanılarak şekildeğiştirme vektörü daha düzenli hale gelir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix}$$

Reuter matrisi 1/2 faktörünün ortadan kalkmasını sağlar. Denklem (2.14)'ü denklem (C.4) ve (C.6)'nın transpozlarında Reuter matrisini kullanmak suretiyle yeniden düzenlersek



$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

veya

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

formuna gelir. Burada

$$[R] [T] [R]^{-1} = [T^{-1}]^T$$

$$[T^{-1}]^T = [T]^{-1}$$

matrisinin transpozudur. Eğer

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T^{-1}]^T$$

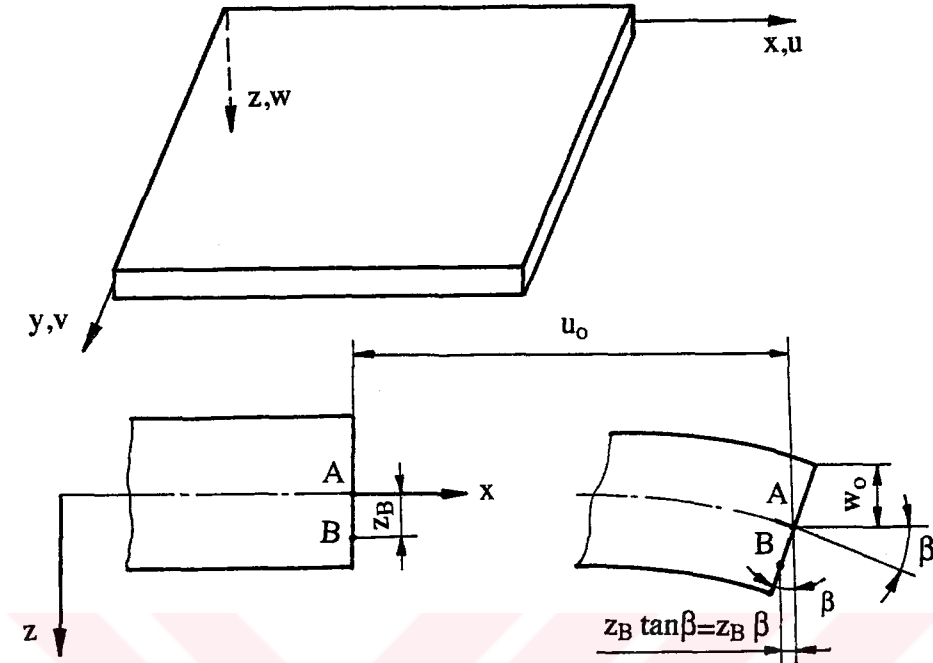
olarak kabul edilirse, denklem (C.11)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

olur. Burada

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

## C.2 Tabakalı Bir Kompozit Plakta Gerilme Şekildeğiştirme Değişimi



Şekil C.3 Bir levhanın x-z düzleminde yer değiştirmenin geometrisi

Kirchoff-Love hipotezlerine göre bir plakta x,y,z yönündeki yerdeğiştirmeler sırasıyla u,v ve w ile gösterilir. Şekil C.3.b'de görüldüğü gibi yüksüz konumdan itibaren değişmeye maruz kalmış A noktasının x yönündeki yerdeğiştirmesi  $u_0$  olduğundan B noktasının yerdeğiştirmesi

$$u_B = u_0 - z_B \beta \quad (C.14)$$

olur. Plağın değişmeye uğramasından sonra AB doğrusu orta yüzeye dik olacağından  $\beta$ , x yönündeki orta yüzeyin eğimi olur.

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (C.15)$$

Plağın herhangi bir z noktasındaki yerdeğiştirmesi

$$u = u_0 - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (C.16)$$

ifadesi elde edilir. Benzer olarak y yönündeki yerdeğiştirme ifadesi de kolayca yazılabilir.

$$v = v_0 - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (C.17)$$

Kirchoff-Love hipotezine göre

$$\varepsilon_z = 0, \quad \gamma_{xz} = 0, \quad \gamma_{yz} = 0 \quad (C.18)$$

olduğundan, ancak

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (C.19)$$

bağıntılarının varlığından söz edilebilir. Tabakalanmış ince plak ve kabukların şekildeğiştirme ile yerdeğiştirme ilişkileri matris formunda aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (C.20)$$

Burada orta yüzeyin şekildeğiştirmeleri

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^0}{\partial x} \\ \frac{\partial v^0}{\partial y} \\ \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (C.21)$$

ve orta yüzeyin eğrilikleri

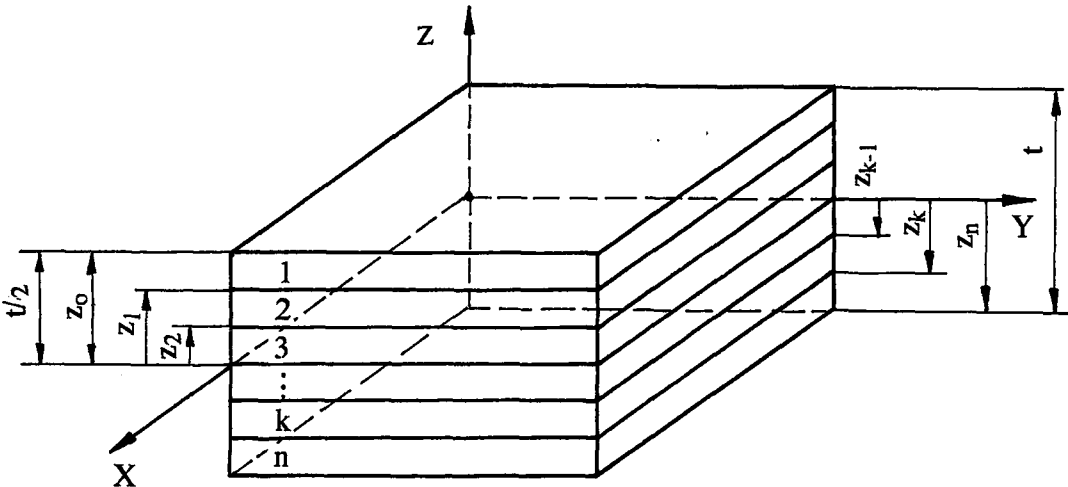
$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.22})$$

bağıntılarıyla ifade edilir.

Kalınlık boyunca değişen ve şekildeğiştirme bağıntısı olan denklem (C.20)'yi, denklem (C.12)'de yerine koyarsak

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{26} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{26} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.23})$$

bağıntısı elde edilir. Şekil C.4'teki gibi kalınlığı  $t$  olan  $n$  tane tabakacıktan meydana gelmiş bir plak eleman düşünelim.



Şekil C.4 n katmanlı bir plak elemanın geometrisi

Şekil C.4' e göre bir plak elemandaki moment ifadesi

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (\text{C.24})$$

olduğundan denklem (C.23)'ü, denklem (C.24)'te yerine koyarsak

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \left( \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right) \quad (\text{C.25})$$

bağıntısını elde ederiz. Bu denklemin integralini  $z_{k-1}$ 'den  $z_k$ 'ya kadar alırsak

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.26})$$

formunda yazılabilir. Burada

$$[B_{ij}] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (\text{C.27})$$

ve

$$[D_{ij}] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (\text{C.28})$$

$[B_{ij}]$  eğilme çekme kaplin matrisi,  $[D_{ij}]$  ise eğilme rijitlik matrisidir.

**EK D**



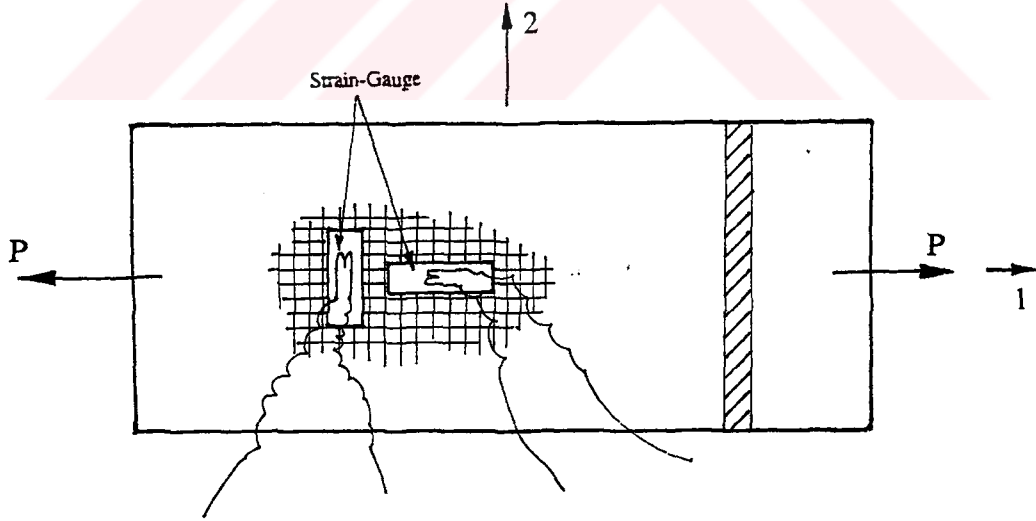
### Ek D.1 Mühendislik Sabitlerinin Deneysel Olarak Tespiti

Şekil D.1'de görüldüğü gibi elyaf doğrultuları  $90^0$  olacak şekilde hazırlanan çekme numunelerine; 1 ve 2 doğrultularında strengelyçler yapıştırıldı.Uygulanan P kuvvetinin etkisiyle meydana gelen şekildeğıştirmeler ( $\epsilon$ ) bulundu.

1 yönündeki elastisite modülü	$E_1$
2 yönündeki elastisite modülü	$E_2$
1 yönündeki mukavemet	$\sigma_1$
2 yönündeki mukavemet	$\sigma_2$

olduğundan aşağıdaki bağıntı kullanılarak gerilmeler bulundu.

$$\sigma_1 = P/A \quad (D.1)$$



Şekil D.1 Çekme deney numunesi

Daha sonra gerilme şekildeğiştirme bağıntısından 1 yönündeki elastisite modülü hesaplandı.

$$E_1 = \sigma_1 / \varepsilon_1 \quad (D.2)$$

Ayrıca Poisson oranı  $\nu_{12}$  değeri de

$$\nu_{12} = -\varepsilon_2 / \varepsilon_1 \quad (D.3)$$

ifadesinden hesaplandı.

Benzer şekilde P kuvveti 2 yönünde uygulanınca elyaf takviye doğrultuları 1 ve 2 yönünde aynı olduğundan yukarıdaki (D.1), (D.2) ve (D.3) bağıntıları 2 yönü içinde geçerlidir.

Dolayısıyla  $E_1 = E_2$  bağıntısı yazılır.



## ÖZGEÇMİŞ

İbrahim Güldü 1947 yılında Şumnu'da doğdu. İlk ve orta dereceli okulları Eskişehir' de bitirdi. Yüksek tahsilini 1973 yılı Mart ayında Elazığ Devlet Mühendislik-Mimarlık Akademisi Makina Mühendisliği Bölümü'nde tamamladı.

İş hayatına 1973 yılında DSİ' de başlayan İbrahim Güldü; burada Makina İkmal Fen Heyeti Müdürlüğü bünyesinde servis şefliklerinde bulundu.

1975 yılında Konya Devlet Mühendislik-Mimarlık Akademisi Makina Mühendisliği Bölümü'nde Ücretli Uzman olarak göreve başlayan; 28/11/1980 tarihinde de Öğretim Görevlisi kadrosuna atanan İbrahim Güldü, halen aynı görevine devam etmektedir. İbrahim Güldü, ikisi evli üç çocuk babasıdır.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ