SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KALIN CİDARLI BORULARDA TAŞINIM SINIR ŞARTI İLE GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

Ali ATEŞ

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez 27.01.1999 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu
İle kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ö. Ercan ATAER	Doç. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU	Doç. Dr. Şefik BİLİR
(Başkan)	(Üye)	(Üye)

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KALIN CİDARLI BORULARDA TAŞINIM SINIR ŞARTI İLE GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

Ali ATEŞ

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Konya, 1998

ÖZET

Doktora Tezi

KALIN CİDARLI BORULARDA TAŞINIM SINIR ŞARTI İLE GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİ

Ali ATEŞ

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Şefik BİLİR

1998, 120 Sayfa

Jüri : Prof. Dr. Ö. Ercan ATAER

Doç. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU

Doç. Dr. Şefik BİLİR

Borularda laminer akış ısıl gelişme bölgesi geçici rejim birleşik ısı transferi, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi gözönüne alınarak incelenmiştir. Problem, kalın cidarlı ve iki bölgeli, üst akış bölgesi yalıtılmış ve başlangıçta eşit sıcaklıklı olan bir boruda, hidrodinamik olarak gelişmiş akış için, alt akış bölgesinde çevre akışkanı sıcaklığındaki ani değişme şartı ile ele alınmıştır. Problem sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüş ve akışkan tarafı diferansiyel denklemi bir kesin çözüm profili ile ayrıklaştırılmıştır. Problemi tanımlayan beş boyutsuz parametrenin, Peclet sayısı, Biot sayısı, cidar kalınlık oranı, cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı, ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkilerini belirleyebilmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır.

Sonuçların parametre değerlerine büyük ölçüde bağlı olduğu ve özellikle cidar kalınlık oranı ve Peclet sayısının en etkili parametreler olduğu, cidar ve akışkan eksenel iletimi nedeniyle üst akış bölgesine doğru önemli miktarda ısı transfer edildiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler : Borularda laminer akış ısı transferi, birleşik ısı transferi, geçici rejimde ısı transferi.

ABSTRACT

PhD Thesis

TRANSIENT CONJUGATED HEAT TRANSFER IN THICK WALLED PIPES WITH CONVECTIVE BOUNDARY CONDITIONS

Ali ATEŞ

Selçuk University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Şefik BİLİR

1998, 120 pages

Jury : Prof. Dr. Ö. Ercan ATAER
Assoc. Prof. Dr. Haşmet TÜRKOĞLU
Assoc. Prof. Dr. Şefik BİLİR

Transient conjugated heat transfer in thermally developing laminar pipe flow is analysed involving two-dimensional wall and fluid axial conduction. A thick walled two-regional pipe is considered which is initially isothermal and the upstream region is insulated, and the problem is handled for hydrodynamically developed flow with a sudden change in the ambient temperature of the downstream region. The problem is solved numerically by a finite-difference method and the fluid side differential equation is discretized by using an exact profile . A parametric study is done to analyse the effects of five defining parameters on heat transfer characteristics namely, the Peclet number, the Biot number, wall thickness ratio, wall-to-fluid conductivity ratio and wall-to-fluid thermal diffusivity ratio.

The results are found to be sensitive to the parameter values and wall thickness ratio and Peclet number are more effective parameters. Considerable amount of heat is transferred through the upstream side due to the wall and fluid axial conduction.

Key Words : Laminar flow heat transfer in pipes, conjugated heat transfer, transient heat transfer.

Bu çalışmada şüphesiz en büyük katkı, bilgi ve tecrübelerini bana aktaran ve çalışmalarım boyunca büyük ilgi ve desteğini gördüğüm hocam, sayın Doç. Dr. Şefik BİLİR'e aittir. Kendisine en içten minnet ve şükranlarımı sunuyorum.

Ayrıca karşılaştığım her türlü sıkıntıda daima yanımda olan, moral veren, büyük manevi desteğini gördüğüm, sabır kaynağı fedakar eşime de gönül dolusu teşekkür etmeyi bir borç biliyorum.

Ali ATEŞ

İÇİNDEKİLER

ÖZET i

ABSTRACT ii

ÖNSÖZ iii

İÇİNDEKİLER iv

SİMGELER v

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI, PROBLEMİN TANIMI 1

1.1. Problemin Tanımı 4

2. TEORİK ESASLAR 6

2.1. Boru İçi Akışlarda Isı Transferi Ve Eksenel İletim 6

2.2. Denklemlerin Boyutsuz Hale Getirilmesi 9

2.3. Sayısal Çözüm 17

2.3.1. Ayrıklaştırma 17

2.3.1.1. Diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılması 19

2.3.1.2. Başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması 25

2.3.2. Çözüm 33

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA 37

4. SONUÇ 68

5. KAYNAKLAR 70

Özgeçmiş 73

6. EKLER 74

EK-A Sayısal Türev, Sayısal İntegral ve Enterpolasyon 75

EK-B Bilgisayar Program Listeleri 77

SİMGELER

a	Ayrıklaştırılmış denklem katsayısı
A	Alan
b	Ayrıklaştırılmış denklem katsayısı
Bi	Biot sayısı
c	Özgül ısı
d	Boru cidar kalınlığı
D_1, D_2	İntegral sabitleri (Denklem 63)
f	Kütlesel kuvvet veya ağırlık faktörü (s.6 ve s.19)
Fo	Fourier sayısı
Gz	Graetz sayısı
h	Isı taşınım katsayısı
J	Isı akısı (Denklem 57)
k	Isı iletkenlik katsayısı
K	$(=Pe^2(1-r'^2))$ (Denklem 62)
L	Uzunluk (Denklem 64-b)
$\dot{m}$	Kütlesel debi
Nu	Nusselt sayısı
p	Basınç
Pe	Peclet sayısı
Pr	Prandtl sayısı
q	Isı akısı

r	Radyal koordinat
t	Zaman
T	Sıcaklık
T_0	Sistemin başlangıç sıcaklığı
T_1	Çevre akışkanı sıcaklığı
u	Eksenel hız
v	Radyal hız
w	Açısal hız
x	Eksenel koordinat
α	Isıl yayılım katsayısı
δr	Radyal koordinat farkı
δx	Eksenel koordinat farkı
Δr	Radyal basamak uzunluğu
Δx	Eksenel basamak uzunluğu
Φ	Viskoz sönüm faktörü
μ	Dinamik viskozite
ν	Kinematik viskozite
ρ	Yoğunluk
θ	Açısal koordinat

Alt İndisler

b	Yığık
c	Kesit

e, w, n, s	e,w,n,s kontrol hacim yüzeylerinde
f	Akışkan
i	İç yüzey
i,j	i,j düğüm noktasında
m	Ortalama
o	Dış yüzey
P, E, W, N, S	P, E, W, N, S düğüm noktalarında
r	Radyal
w	Cidar
wf	Cidar-akışkan oranı
x	Eksenel
θ	Açısal

Üst İndisler

‘	Boyutsuz
0	Önceki zaman adımında
1	Şimdiki zaman adımında

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI, PROBLEMİN TANIMI

Geçici rejimde birleşik ısı transferinin analizi, ısı değiştiricilerinin ilk çalıştırma ve durdurma esnasında veya çalışma koşullarındaki herhangi bir değişiklik halinde kontrolü açısından önemlidir. Sistemin güç kaynağında meydana gelebilecek bir kesinti ya da pompalardaki bir arıza nedeniyle çalışma rejimindeki sürekliliğin bozulması halinde veya çalışma koşulları periyodik olarak değişen cihazlarda ısı transferi problemlerinin zamana bağlı olarak incelenmesi gereklidir. Rejeneratif ve reküperatif ısı değiştiricilerinde, gaz türbini kanatlarının soğutul-masında, nükleer reaktör soğutma borularında, uçak motorlarında ve uzay araçlarında karşımıza çıkabilecek bu problemin incelenmesi, istenmeyen ısıl performans düşüşlerinin yanısıra oluşabilecek ani ısıl gerilmelerin ve mekanik tahribatın belirlenebilmesi açısından da önemlidir. Söz konusu problem daha ziyade boru ve kanallarda veya geometrik olarak boru ya da kanal şeklinde model-lenebilecek akış kesitlerinde incelenebilir.

Boru veya kanallarda laminer akış geçici rejim ısı transferi bir çok araştırmacı tarafından sınır ya da giriş şartlarında ani veya periyodik değişme halinde incelenmiştir. Araştırmacıların çoğu problemi çok ince cidarlı borular için ele almıştır ki bu durumda cidar iletimi etkisi her iki yönde ihmal edilebilir ve dış yüzeydeki koşul iç yüzeyde de aynen geçerli kabul edilebilir. Birleşik olarak isimlendirilen problemlerde ise cidar-akışkan arayüzeyindeki koşul önceden bilinmemektedir ve enerji denklemleri hem cidar hem de akışkan bölgesi için arayüzeyde sıcaklıkların ve ısı akılarının sürekliliği şartı ile birlikte çözülmelidir. Bu tür problemlerin bir kısmında cidarda radyal yöndeki iletim eksenel yöndeki iletimin yanında ihmal edilmiş, bir kısmında ise iki boyutlu, radyal ve eksenel, cidar iletimi göz önüne alınmıştır. Birleşik problemler ile ilgili geniş bir kaynak araştırması Bilir (1995) tarafından yapılmıştır. Wijeysundera (1986), sınırlı bir bölgesi ısıtılan dairesel borular ve dikdörtgen kanallarda eksenel cidar iletiminin dikkate alındığı bir sürekli rejim birleşik ısı transferi problemini dış yüzeyde taşınım sınır şartı ile analitik bir yöntemle incelemiştir.

Yine birçok problem, akışkan eksenel iletimi ihmal edilerek tek bölgeli bir boruda incelenmiştir. Boru ve kanal içi akışlarda ısı transferi problemlerini büyük ölçüde kolaylaştıran bu varsayım küçük hacimli güç üretme ünitelerinde soğutucu akışkan olarak kullanılan sıvı metallerin ($Pr \cong 0.01$) düşük Reynolds sayılı akışlarında gerçekçi olmamaktadır. Eğer akış Peclet sayısı küçük ise ($Pe<50$) akışkan bölgesinde eksenel iletim, taşınımın yanında ihmal edilemiyecek boyuttadır ve ısının akışa ters yönde üst akış bölgesine yayılması ile sıcaklık profili ısıtılmaya başlanan kesitten öncesinde oluşmaya başlar. Dolayısıyla bu tür problemler iki bölgeli bir boruda ele alınmalı ve ısı transferi karakteristikleri hem üst hem de alt akış bölgesi için belirlenmelidir. Öte yandan akışkan eksenel iletiminin etkisi sadece ısıl gelişme bölgesinde görülür ve ısıl olarak gelişmiş bölgede yerel ısı transferi karakteristiklerini etkilemez. Boru ve kanal içi akışlarda akışkan eksenel iletiminin etkileri ile detaylı bir kaynak araştırması yine Bilir (1992) tarafından verilmiştir. Akışkan eksenel iletiminin etkilerinin dış yüzeyde taşınım sınır şartı ile incelendiği çalışmaların ilkini Schneider (1957), gerçekleştirmiş ve paralel plakalar ve borular için düzgün akış (üniform hız profili) halinde problemi analitik olarak çözmüştür. Aynı problem, borular için düzgün akış halinde Vick, Özışık ve Ullrich (1983) tarafından analitik yöntemler ile incelenmiştir. Benzer bir problemi parabolik hız profili ile Lee ve Hwang (1981) sonlu elemanlar yöntemi ile çözmüşlerdir. Campo ve Auguste (1978), eksenel akışkan iletiminin etkilerini laminer boru akışında parabolik hız profili ile ve dış yüzeyde hem taşınım hem de ışınım sınır şartı ile ve sonlu farklar yöntemi ile çözmüşlerdir.

Akışkan eksenel iletimini cidar iletimi ile birlikte ele alan birleşik problemler az sayıda araştırmacı tarafından incelenmiş ve bunlar (Bilir, 1995) de verilmiştir. Bu tarz problemlerin dış yüzeyde taşınım sınır şartı ile çözüldüğü bir çalışma ise bilindiği kadarıyla şu ana kadar yapılmamıştır.

Dış yüzeyde taşınım sınır şartı ile borularda ısıl gelişme bölgesi geçici rejim ısı transferi problemi Sucec (1986) tarafından analitik bir yöntem ile incelenmiştir.

Geçici rejimde birleşik ısı transferini ilk kez ele alan araştırmacı yine Sucec (1981) olmuştur ve yaptığı çalışmada tek bölgeli paralel plakalar ve düzgün akış için değişken giriş sıcaklığı veya değişken cidar sıcaklığı sınır şartlarında problemi analitik bir yöntem ile incelemiştir. Krishan (1982), gelişmiş boru akışı için dış yüzey sıcaklığında veya ısı akısında basamak değişikliği sınır şartları ile problemi analitik olarak incelemiştir. Sucec ve Sawant (1983), paralel plakalar için periyodik olarak değişen giriş sıcaklığı şartında bir analitik yöntem geliştirmişlerdir. Tek bölgeli paralel plakalar için çevre akışkan sıcaklığında meydana gelen ani değişiklik şartında problem, Sucec (1987-a) tarafından sonlu farklar yöntemi ile ve yine Sucec (1987-b) tarafından Laplace dönüşüm tekniği ile analitik olarak çözülmüştür. Cotta, Mikhailov ve Özışık (1987), düzgün akışlı paralel plakalar ve dairesel borular için analitik bir yöntem ile periyodik olarak değişen giriş sıcaklığı şartı altında bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Lin ve Kuo (1988), dış yüzey ısı akısında basamak değişikliği sınır şartı ile ve sonlu farklar yöntemi ile sınırlı bir bölgesi ısıtılan bir boruda problemi incelemişlerdir. Yan, Tsay ve Lin (1991), aynı problemi dış yüzey sıcaklığında meydana gelen ani değişiklik ile benzer tarzda ele almışlardır. Travelho ve Santos (1991), paralel plakalar için düzgün akış ve değişken giriş sıcaklığı şartında, Olek, Elias, Wacholder ve Kaizerman (1991), aynı problemi borularda parabolik hız profili ile analitik olarak incelemişlerdir.

Yakın zamanlarda, iki boyutlu iletimin dikkate alındığı kalın cidarlı borular için probleme bazı sayısal çözümler geliştirilmiştir. Schutte, Rahman ve Faghri (1992), borularda hem birlikte gelişme bölgesi hem de ısıl gelişme bölgesi için aniden değişen sabit yüzey ısı akısı sınır şartında, Lee ve Yan (1993), sabit dış yüzey sıcaklığında ani basamak değişikliği, Yan (1992), kanallarda taşınım sınır şartında meydana gelen ani değişiklik için sonlu farklar yöntemi ile problemi incelemişlerdir. Bu üç çalışma da, sınırlı bir bölgesi ısıtılan (veya soğutulan) boru veya kanallar için yapılmiş ve akışkan eksenel iletimi dikkate alınmıştır. Bilir(1994), benzer bir problemi her iki yönde sonsuz uzunlukta iki bölgeli bir boru için sabit yüzey sıcaklığında meydana gelen ani değişiklik sınır şartı ile incelemiştir.

Li ve Kakaç (1991), geçici rejim birleşik ısı transferi problemini sabit yüzey ısı akısında veya sabit çevre akışkanı sıcaklığında meydana gelen ani değişiklik ve aynı zamanda sinüsoidal olarak değişen giriş sıcaklığı sınır şartı ile dikdörtgen kesitli kanallarda eksenel akışkan iletimini ihmal ederek analatik olarak incelemişlerdir.

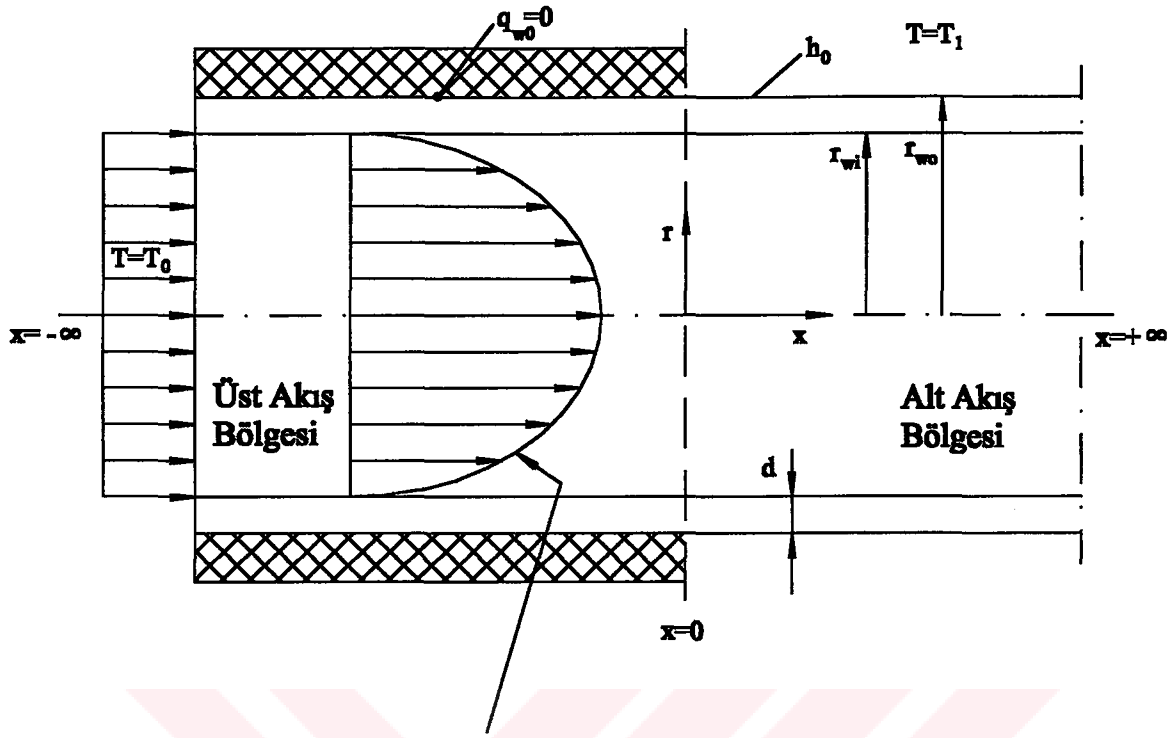
Yan (1994), borularda hidrodinamik olarak gelişmiş türbülanslı akış için geçici rejim birleşik ısı transferi problemini, sonlu farklar yöntemi ve *k-ε* modeli ile incelemiştir.

Bu çalışmalardan ortaya çıkan genel bulgular şöyle özetlenebilir.

Geçici rejim problemlerinde sanki-sürekli (quasi-steady) analiz, olayın başlangıç safhalarında ciddi hatalara neden olmaktadır. Peclet sayısı, Biot sayısı ve ısıl yayılım katsayısı oranının küçük değerleri, ısı iletkenlik katsayısı oranı ve cidar kalınlık oranının büyük değerleri için sürekli rejime ulaşma süresi uzamaktadır. Birleşik ısı transferi problemlerinde boru cidarı kalınlığı en etkili parametredir. Problemin yapısına ve sınır şartlarına bağlı olarak ısı iletkenlik katsayısı oranı ve ısıl yayılım katsayısı oranı da etkili parametreler olarak görülmektedir. Isı iletkenlik katsayısı oranı ve cidar kalınlık oranı büyüdükçe eksenel cidar ve akışkan iletimi nedeni ile üst akış bölgesine doğru ısı daha fazla yayılmaktadır. Cidardan çevreye hızlı ısı transferinin görüldüğü birleşik ısı transferi problemlerinde bazan ters yönde, akışkandan cidara doğru, ısı transferi görülebilmektedir. Yine birleşik problemlerde borunun yalıtılmış kısmında yalıtkan maddenin ısıl kapasitesinin de dikkate alınması gerektiği bu sınırda ısı akışının yok varsayılmasının çok gerçekçi olmadığı görülmüştür. Taşınım ısı şartı ile ele alınan problemlerde dış yüzeydeki taşınım yani Biot sayısı arttıkça ısıl yayılım katsayısının etkisinin azaldığı gözlenmiştir. Isıl gelişme bölgesinde geçici rejim ve birleşik ısı transferi problemlerinde hız profilinin de sonuçlar üzerinde bir hayli etkili olduğu görülmüştür.

1.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada kalın cidarlı bir boruda, laminer akış ısıl gelişme bölgesi, geçici rejim birleşik ısı transferi problemi incelenmiştir. Cidarda iki boyutlu iletim ile düşük Peclet sayılı akışlar için akışkan eksenel iletiminin ısı transferine etkileri üçüncü tür sınır şartı altında ele alınmıştır. Problemin şematik diyagramı ve koordinat sistemi Şekil 1.1 de görülmektedir.



$$u=2u_{\mathrm{m}}\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right]$$

Şekil 1.1. Problemin şematik diyagramı ve koordinat sistemi

Şekilde görüldüğü gibi akış iki bölgeli olarak ele alınmıştır ve boru her iki yönde sonsuz uzunluktadır. Üst akış bölgesinin uzağında (x = - ∞) akışkan sıcaklığı üniformdur ve T_0 ' a eşittir. Üst akış bölgesi yalıtılmıştır ve akış hidrodinamik olarak gelişmiştir. Zamanın başlangıcında (t=0) alt akış bölgesinde dış ortam sıcaklığı yeni bir T_1 sıcaklığına yükseltilmekte ve sistem sürekli rejime ulaşana kadar sabit kalmaktadır. Boruya dış taraftaki akışkan ortamdan, alt akış bölgesinde tüm dış yüzey boyunca sabit bir taşınım katsayısı, h_o ile ısı transfer edilmektedir. Tüm akışkan ve cidar özellikleri sabit kabul edilmiş ve viskoz sönüm ihmal edilmiştir.

2. TEORİK ESASLAR

2.1. Boru İçi Akışlarda Isı Transferi ve Eksenel İletim

Boru içi akışta, silindirik koordinat sisteminde r-, θ- ve x- yönlerindeki hız bileşenleri sıra ile v, w ve u olarak tanımlanırsa; sıkıştırılamaz ve sabit viskoziteli bir akışkan için hareket denklemleri şu şekilde ifade edilebilir. (Kakaç ve Yener, 1980)

r- yönünde;

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{w^2}{r}+u\frac{\partial v}{\partial x}=$$
$$f_r-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\upsilon\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv)\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right\} \quad (1)$$

θ- yönünde;

$$\frac{\partial w}{\partial t}+v\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{vw}{r}+u\frac{\partial w}{\partial x}=$$
$$f_\theta-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta}+\upsilon\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rw)\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right\} \quad (2)$$

x- yönünde;

$$\frac{\partial u}{\partial t}+v\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}+u\frac{\partial u}{\partial x}=f_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\upsilon\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial u}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right\} \quad (3)$$

Sürekli, hidrodinamik olarak gelişmiş, laminer, eksenel simetrik ve kütlesel kuvvetlerin olmadığı bir akışda eksenel yöndeki hız bileşeni için;

$$u = 2u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right] \tag{4}$$

elde edilir. Bu ifade borularda gelişmiş laminer akış için Hagen-Poiseuille hız profili olarak isimlendirilir, (Kays, 1966).

Sıkıştırılamıyan ve özellikleri değişmeyen bir akışkan için enerji denklemi şöyle ifade edilebilir, (Kakaç ve Yener, 1980).

$$\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}+v\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)\right]+\Phi \tag{5}$$

Burada Φ , viskoz sönüm terimidir. Silindirik koordinat sisteminde bu terim aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\Phi = 2\mu\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2+\left[\frac{1}{r}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}+v\right)\right]^2+\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right\}+\mu\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right)\right]^2\right\} \tag{6}$$

Laminer, hidrodinamik olarak gelişmiş, eksenel simetrik akış şartlarında ve viskoz sönümün ihmal edildiği enerji denklemi şu şekilde sadeleşir.

$$\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] \tag{7}$$

Bu denklemdeki $\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ terimi, giriş bölümünde bahsedilen eksenel iletim terimidir.

Yukarıdaki denklemde eksenel hız bileşeni u için Hagen-Poiseuille profili yazılırsa, enerji denklemi şu hali alır.

$$\rho c\left\{\frac{\partial T}{\partial t}+2u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right]\frac{\partial T}{\partial x}\right\}=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] \tag{8}$$

Birinci bölümde tanımlanan problem öngörülen varsayımlar ile şu şekilde formüle edilebilir.

Cidar için diferansiyel denklem;

$$\rho_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = k_w \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_w}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \right] \tag{9}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$$t=0 \quad \text{iken} \quad T_w = T_0 \tag{10-a}$$

$$x=-\infty \quad \text{da} \quad T_w = T_0 \tag{10-b}$$

$$x=+\infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_w}{\partial x} = 0 \quad (\text{sürekli rejimde} \quad T_w = T_1) \tag{10-c}$$

$$r = r_{wi}+d \quad \text{de} \quad x<0 \quad \text{için} \quad \frac{\partial T_w}{\partial r} = 0 \tag{10-d}$$

$$r = r_{wi}+d \quad \text{de} \quad x\geq 0 \quad \text{için} \quad k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = h_o(T_1 - T_w) \tag{10-e}$$

$$r = r_{wi} \quad \text{de} \quad T_w = T_f \quad \text{ve} \quad k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \tag{10-f,g}$$

Akışkan için diferansiyel denklem;

$$\rho_f c_f \left[\frac{\partial T_f}{\partial t} + 2u_m \left(1 - \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)^2 \right) \frac{\partial T_f}{\partial x} \right] = k_f \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_f}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \right] \tag{11}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$$t=0 \quad \text{da} \quad T_f = T_0 \tag{12-a}$$

$$x=-\infty \quad \text{da} \quad T_f = T_0 \tag{12-b}$$

$$x=+\infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \quad (\text{sürekli rejimde} \quad T_f = T_1) \tag{12-c}$$

$$r = r_{wi} \quad \text{de} \quad T_f = T_w \quad \text{ve} \quad k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \tag{12-d,e}$$

$$r=0 \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f}{\partial r}=0 \tag{12-f}$$

Denklem (9-12) sisteminin birlikte çözülmesiyle hem cidar hem de akışkan için sıcaklık dağılımı elde edilebilir. Bunun yanısıra akışkan yığık sıcaklığı, T_b, ara yüzey ısı akısı, q_{wi}, ve iç yüzeyde Nusselt sayısı, Nu_i aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$T_b=\frac{1}{A_c u_m}\int_{A_c} u T_f \, dA_c \tag{13}$$

$A_c=\pi r_{wi}^2$; $dA_c=2\,\pi\, r\, dr$ ve $u=2u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right]$ ile

$$T_b=\frac{4}{r_{wi}^2}\int_0^{r_{wi}} r\left[1-\left(\frac{r}{r_{wi}}\right)^2\right] T_f \, dr \tag{14}$$

$$q_{wi}=-k_f\left(\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)_{r=r_{wi}} \tag{15}$$

$q_{wi}=h_i(T_{wi}-T_b)$ ve $Nu_i=\frac{2r_{wi}h_i}{k_f}$ ile

$$Nu_i=\frac{-2r_{wi}\left(\frac{\partial T_f}{\partial r}\right)_{r=r_{wi}}}{T_{wi}-T_b} \tag{16}$$

2.2. Denklemlerin Boyutsuz Hale Getirilmesi

Problemin boyutsuz parametreleri şöyle tanımlanabilir:

Boyutsuz sıcaklık; (hem cidar hem de akışkan için)

$$T'=\frac{T-T_0}{T_1-T_0} \tag{17}$$

Eksenel koordinat;

$$x' = \frac{x}{r_{wi} Pe} \equiv \frac{2}{Gz} \tag{18}$$

Radyal koordinat;

$$r' = \frac{r}{r_{wi}} \tag{19}$$

Cidar kalınlığı;

$$d' = \frac{d}{r_{wi}} \tag{20}$$

Isı iletkenlik katsayısı oranı;

$$k_{wf} = \frac{k_w}{k_f} \tag{21}$$

Isıl yayılım katsayısı oranı;

$$\alpha_{wf} = \frac{\alpha_w}{\alpha_f} \tag{22}$$

Boyutsuz zaman;

$$t' = \frac{t\,\alpha_f}{r_{wi}^2} \equiv Fo \tag{23}$$

Peclet sayısı;

$$Pe = \frac{2u_m r_{wi}\,\rho_f\,c_f}{k_f} \tag{24}$$

ve dış yüzeyin alt akış bölgesinde Biot sayısı;

$$Bi_o = \frac{h_o r_{wi}}{k_w} \tag{25}$$

(Nu_i ve Bi_o parametreleri, bundan sonraki kısımlarda Nu ve Bi şeklinde indissiz olarak gösterilecek ve "Nusselt sayısı" ve "Biot sayısı" şeklinde ifade edilecektir.)

Yukarıda tanımlanan parametreler ile diferansiyel denklemler şu şekilde boyutsuz hale getirilebilir.

$$\frac{\partial T'}{\partial t'}=\frac{\partial\left(\dfrac{T-T_0}{T_1-T_0}\right)}{\partial\left(\dfrac{t\,\alpha_f}{r_{wi}^2}\right)}=\frac{\dfrac{1}{T_1-T_0}\partial(T-T_0)}{\dfrac{\alpha_f}{r_{wi}^2}\partial t}=\frac{r_{wi}^2}{\alpha_f(T_1-T_0)}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\alpha_f(T_1-T_0)}{r_{wi}^2}\frac{\partial T'}{\partial t'} \tag{26}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial r'}=\frac{\partial\left(\dfrac{T-T_0}{T_1-T_0}\right)}{\partial\left(r/r_{wi}\right)}=\frac{\dfrac{1}{T_1-T_0}\partial(T-T_0)}{\dfrac{1}{r_{wi}}\partial r}=\frac{r_{wi}}{T_1-T_0}\frac{\partial T}{\partial r} \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{T_1-T_0}{r_{wi}}\frac{\partial T'}{\partial r'} \tag{27}$$

$$\frac{\partial}{\partial r'}=\frac{\partial}{\partial\left(r/r_{wi}\right)}=r_{wi}\frac{\partial}{\partial r} \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial r}=\frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'} \tag{28}$$

$$\frac{\partial T'}{\partial x'}=\frac{\partial\left(\dfrac{T-T_0}{T_1-T_0}\right)}{\partial\left(\dfrac{x}{r_{wi}Pe}\right)}=\frac{\dfrac{1}{T_1-T_0}\partial(T-T_0)}{\dfrac{1}{r_{wi}Pe}\cdot\partial x}=\frac{r_{wi}Pe}{T_1-T_0}\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{T_1-T_0}{r_{wi}Pe}\frac{\partial T'}{\partial x'} \tag{29}$$

$$\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}=\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial T'}{\partial x'}\right)=\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{r_{wi}Pe}{T_1-T_0}\frac{\partial T}{\partial x}\right)=\frac{\frac{r_{wi}Pe}{T_1-T_0}\partial\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)}{\partial\left(\frac{x}{r_{wi}Pe}\right)}=\frac{\left(\frac{r_{wi}Pe}{T_1-T_0}\right)\partial^2 T}{\frac{1}{r_{wi}Pe}\partial x^2}$$

$$=\frac{r_{wi}^2 Pe^2}{T_1-T_0}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{T_1-T_0}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \tag{30}$$

(26-30) no'lu ifadeler denklem (9) 'a uygulanırsa;

$$\rho_w\, c_w \frac{\alpha_f (T_1-T_0)}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_w'}{\partial t'}=k_w\left[\frac{1}{r' r_{wi}}\frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r' r_{wi}\left(\frac{T_1-T_0}{r_{wi}}\right)\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right)+\frac{T_1-T_0}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_f \frac{(T_1-T_0)}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_w'}{\partial t'}=\alpha_w\left[\frac{T_1-T_0}{r_{wi}^2}\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right)+\frac{T_1-T_0}{r_{wi}^2}\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2}\right]$$ ve cidar için

boyutsuz diferansiyel denklem;

$$\frac{1}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T_w'}{\partial t'}=\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right)+\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2} \tag{31}$$

şeklinde elde edilir. (26-30) ifadeleri denklem (11) 'e uygulanırsa;

$$\rho_f\, c_f\left[\frac{\alpha_f (T_1-T_0)}{r_{wi}^2}\frac{\partial T_f'}{\partial t'}+2u_m\left(1-r'^2\right)\frac{r_{wi}}{r_{wi}}\frac{T_1-T_0}{r_{wi}Pe}\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right]$$

$$=k_f\left[\frac{1}{r' r_{wi}}\frac{1}{r_{wi}}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r' r_{wi}\left(\frac{T_1-T_0}{r_{wi}}\right)\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)+\frac{T_1-T_0}{r_{wi}^2 Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2}\right] \qquad \Rightarrow$$

$$\rho_f\, c_f\left[\alpha_f\frac{\partial T_f'}{\partial t'}+2u_m\left(1-r'^2\right)\frac{r_{wi}}{Pe}\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right]=k_f\left[\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)+\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2}\right] \qquad \Rightarrow$$

$$\rho_f\, c_f\left[\frac{k_f}{\rho_f c_f}\frac{\partial T_f'}{\partial t'}+2u_m\left(1-r'^2\right)\frac{r_{wi}k_f}{u_m 2 r_{wi} c_f\, \rho_f}\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right]$$

$$=k_f\left[\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)+\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f'}{\partial x'^2}\right] \qquad \Rightarrow$$

$$\left[k_f\frac{\partial T'_f}{\partial t'}+\left(1-r'^2\right)k_f\frac{\partial T'_f}{\partial x'}\right]=k_f\left[\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)+\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2}\right]$$ ve akışkan için

boyutsuz diferansiyel denklem;

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'}+\left(1-r'^2\right)\frac{\partial T'_f}{\partial x'}=\frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'_f}{\partial r'}\right)+\frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \tag{32}$$

elde edilir.

Isıl gelişme bölgesi problemlerinde genellikle olduğu gibi bu çalışmada da boyutsuz eksenel uzunluğun, x', tanımı için $\frac{x}{r_{wi}}$ yerine $\frac{x}{r_{wi}Pe}=\frac{2}{Gz}$ kullanılmıştır. Bu, denklem (32) de görüldüğü gibi Pe parametresinin eksenel iletim terimi içerisinde yer almasını sağlar. Peclet sayısı büyüdükçe eksenel iletimin etkisi küçülür ve bu terim ihmal edilebilir. Böylece problem Peclet sayısından, dolayısıyla Reynolds ve Prandtl sayılarından bağımsız hale gelir.

Başlangıç ve sınır şartları da şu şekilde boyutsuz hale getirilebilir;

Başlangıç şartı (10-a) ;

$t=0$ için $t'=0$ ve $T_w=T_0$ için $T'_w=0$ olur. Böylece;

$$t'=0 \quad \text{iken} \quad T'_w=0 \tag{33}$$

Üst akış bölgesinin uzağında (10-b) ;

$x=-\infty$ için $x'=-\infty$ ve $T_w=T_0$ için $T'_w=0$ olur. Böylece;

$$x'=-\infty \quad \text{da} \quad T'_w=0 \tag{34}$$

Alt akış bölgesinin uzağında (10-c) ;

$x=+\infty$ için $x'=+\infty$ ve denklem (29) 'dan $\frac{\partial T_w}{\partial x}=0$ için $\frac{\partial T'_w}{\partial x'}=0$ ve $T_w=T_1$ için $T'_w=1$ olur. Böylece

$$x'=+\infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T'_w}{\partial x'}=0 \quad \text{ve sürekli rejimde} \quad T'_w=1 \tag{35}$$

Üst akış bölgesinde, dış yüzeyde (10-d) şartı;

$r = r_w + d$ için $r' = 1 + d'$ ve $x<0$ ise $x'<0$ olur. Ayrıca denklem (27) den $\dfrac{\partial T_w}{\partial r} = 0$ için $\dfrac{\partial T_w'}{\partial r'} = 0$ olur. Böylece

$$r' = 1 + d' \text{ de } x'<0 \text{ için } T'_w = 0 \tag{36}$$

Alt akış bölgesinde, dış yüzeyde (10-e) ;

$r = r_w + d$ için $r' = 1 + d'$ ve $x \geq 0$ için $x' \geq 0$ olur. Ayrıca $T_w = T'_w(T_1 - T_0) + T_0$ ve denklem (27) 'den $\dfrac{\partial T}{\partial r} = \dfrac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \dfrac{\partial T'_w}{\partial r'}$; (10-e) denklemine taşınırsa;

$$-k_w \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = h_o\left[\left(T'_w(T_1 - T_0) + T_0 - T_1\right)\right] \qquad \Rightarrow$$

$$-k_w \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = h_o(T_1 - T_0)(T'_w - 1) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial T'_w}{\partial r'} + \frac{h_o r_{wi}}{k_w}(T'_w - 1) = 0 \quad \text{ve} \quad Bi = \frac{h_o r_{wi}}{k_w}$$

ile

$$r' = 1 + d' \text{ ve } x' \geq 0 \text{ da } \frac{\partial T'_w}{\partial r'} + Bi\left(T'_w - 1\right) = 0 \tag{37}$$

Ara yüzeyde (10-f,g) ;

$r = r_w$ için $r' = 1$ ve $T_w = T_f$ için $T'_w = T'_f$ yazılabilir. Diğer taraftan, denklem (27) ile (10-g) şartı $k_w \dfrac{T_1 - T_0}{r_w} \dfrac{\partial T'_w}{\partial r'} = k_f \dfrac{T_1 - T_0}{r_w} \dfrac{\partial T'_f}{\partial t'}$ ve $k_{wf} = \dfrac{k_w}{k_f}$ ile

$$r' = 1 \text{ de } T'_w = T'_f \text{ ve } \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \tag{38-a,b}$$

Başlangıç şartı (12-a) ;

(10-a) 'ya benzer şekilde

$$t' = 0 \text{ da } T'_f = 0 \tag{39}$$

Üst akış bölgesinin uzağında (12-b) ;

(10-b) 'ye benzer şekilde

$$x' = -\infty \text{ da } T'_f = 0 \tag{40}$$

Alt akış bölgesinin uzağında (12-c) ;

(10-c) 'ye benzer şekilde

$$x' = +\infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial x'} = 0 \quad \text{ve sürekli rejimde} \quad T'_f = 1 \tag{41}$$

Ara yüzeyde (12-d,e) ;

(10-f,g) 'ye benzer şekilde

$$r' = 1 \quad \text{de} \quad T'_f = T'_w \quad \text{ve} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'} = k_{wf} \frac{\partial T_w'}{\partial r'} \tag{42-a,b}$$

Boru ekseninde (12-f) ;

$r=0$ için $r'=0$ ve denklem (27) 'den $\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$ için $\frac{\partial T_f'}{\partial r'} = 0$ olur. Böylece;

$$r' = 0 \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_f'}{\partial r'} = 0 \tag{43}$$

Böylece problem boyutsuz formda yeniden şu şekilde formüle edilebilir.

Cidar için diferansiyel denklem;

$$\frac{1}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T_w'}{\partial t'} = \frac{1}{\mathrm{r}'} \frac{\partial}{\partial r'}\left(r' \frac{\partial T_w'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T_w'}{\partial x'^2} \tag{44}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$$t' = 0 \quad \text{da} \quad T'_w = 0 \tag{45-a}$$

$$x' = -\infty \quad \text{da} \quad T'_w = 0 \tag{45-b}$$

$$x' = +\infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_w'}{\partial x'} = 0 \quad (\text{sürekli rejimde} \quad T'_w = 1) \tag{45-c}$$

$$r' = 1 + d' \quad \text{de} \quad x' < 0 \quad \text{için} \quad \frac{\partial T_w'}{\partial r'} = 0 \tag{45-d}$$

$r' = 1+d'$ de $x'\geq 0$ için $\dfrac{\partial T_w^{'}}{\partial r'} + Bi\left(T_w^{'} - 1\right) = 0$ (45-e)

$r' = 1$ de $T'_w = T'_f$ ve $\dfrac{\partial T_w^{'}}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}} \dfrac{\partial T_f^{'}}{\partial r'}$ (45-f,g)

Akışkan için diferansiyel denklem;

$$\frac{\partial T_f^{'}}{\partial t'} + (1 - r'^2)\frac{\partial T_f^{'}}{\partial x'} = \frac{1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T_f^{'}}{\partial r'}\right) + \frac{1}{Pe^2}\frac{\partial^2 T_f^{'}}{\partial x'^2} \tag{46}$$

Başlangıç ve sınır şartları;

$t'=0$ da $T'_f = 0$ (47-a)

$x' = -\infty$ da $T'_f = 0$ (47-b)

$x' = +\infty$ da $\dfrac{\partial T_f^{'}}{\partial x'} = 0$ (sürekli rejimde $T'_f = 1$) (47-c)

$r' = 1$ de $T'_f = T'_w$ ve $\dfrac{\partial T_f^{'}}{\partial r'} = k_{wf} \dfrac{\partial T_w^{'}}{\partial r'}$ (47-d,e)

$r'=0$ da $\dfrac{\partial T_f^{'}}{\partial r'} = 0$ (47-f)

Yığık sıcaklık, ara yüzeyde ısı akısı ve Nusselt sayısı ise boyutsuz formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Boyutsuz yığık sıcaklık;

$$T_b^{'} = \frac{T_b - T_0}{T_1 - T_0} \tag{48}$$

şeklinde tanımlanırsa, denklem (14), (17) ve (19) ile

$$T_b^{'} = \frac{\dfrac{4}{r_{wi}^2}\displaystyle\int_0^1 r' r_{wi}\left(1 - r'^2\right)\left[\left(T_1 - T_0\right)T_f^{'} + T_0\right] d(r' r_{wi}) - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$= \frac{(T_1 - T_0)4\int_0^1 r'(1-r'^2)T_f' \, dr' + T_0\left[4\int_0^1 r'(1-r'^2)dr' - 1\right]}{T_1 - T_0}$$

ve $\quad 4\int_0^1 r'(1-r'^2)dr' = 1 \quad$ olduğu için

$$T_b' = 4\int_0^1 r'(1-r'^2)T_f' \, dr' \tag{49}$$

Boyutsuz ara yüzey ısı akısı;

$$q_{wi}' = \frac{q_{wi}}{k_f(T_1 - T_0)/r_{wi}} \tag{50}$$

şeklinde tanımlanırsa, denklemler (15) ve (27) ile

$$q_{wi}' = \frac{-k_f \dfrac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}}\left(\dfrac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{k_f(T_1 - T_0)/r_{wi}} = -\left(\frac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1} \tag{51}$$

ve denklemler (16), (27) ve (48) ile $\quad Nu = \dfrac{-2r_{wi}\dfrac{T_1 - T_0}{r_{wi}}\left(\dfrac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{(T_1 - T_0)T_{wi}' + T_0 - (T_1 - T_0)T_b' - T_0}$

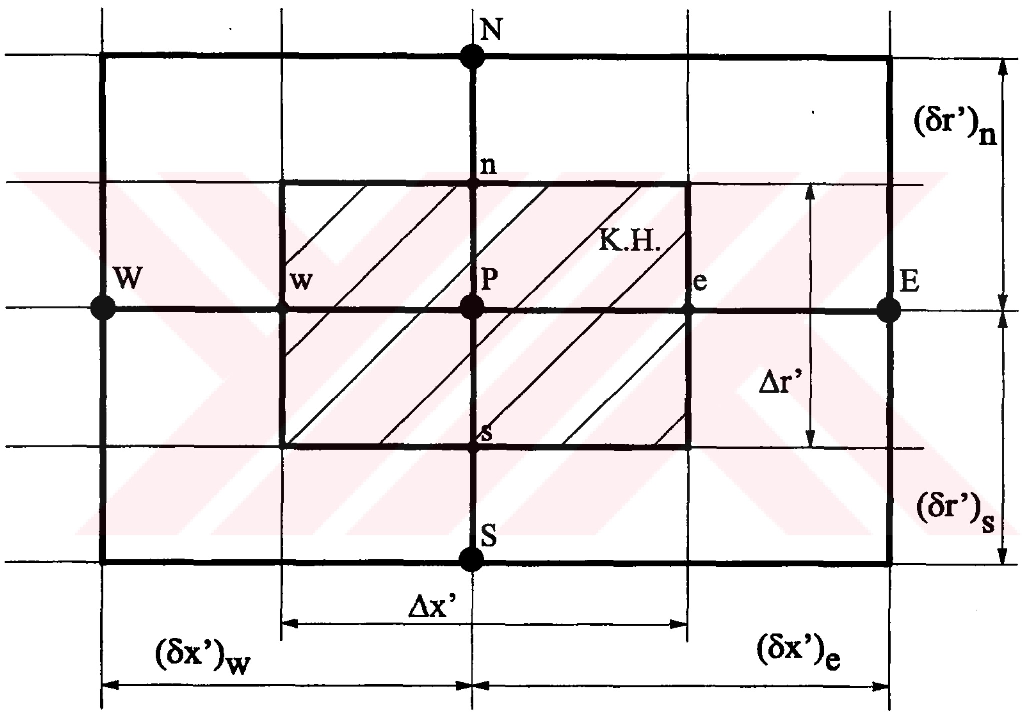
$$Nu = \frac{-2\left(\dfrac{\partial T_f'}{\partial r'}\right)_{r'=1}}{T_{wi}' - T_b'} \tag{52}$$

2.3. Sayısal Çözüm

2.3.1. Ayrıklaştırma

Problemin sonlu farklar yöntemiyle çözülebilmesi için diferansiyel denklemlerin başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması (diskritize edilmesi) gerekir. Denklem (44) ile denklem (46) ‘daki iletim terimleri merkezi fark formülleri ile, denklem (46) 'daki taşınım terimi bir sonraki bölümde açıklanacak olan özel bir formül ile, her iki denklemdeki zamana bağlı terimler ise tam implicit yöntem ile ayrıklaştırılmıştır. Ayrıklaştırma Patankar'ın kontrol hacim yaklaşımı (Patankar, 1980) ile ve Şekil 2.1 'de görülen iki boyutlu bir düğüm sistemindeki P noktası çevresinde gerçekleştirilmiştir. Şekildeki notasyon belirtilen referanstaki orijinal haline uygun olarak verilmiştir.

Bölüm 2.3.2 de daha detaylı anlatılacağı gibi, çözüm bölgesinin gerek cidar ve gerekse akışkan tarafı, ara yüzeyde sıcaklıkların ve ısı akılarının sürekliliği şart-



Şekil 2.1. Düğüm sistemi

ları ile bir bütün olarak ele alındığı ve konum koordinatları ile her iki taraf belirgin bir şekilde tanımlanabildiği için, gösterimde sadelik sağlamak gayesi ile bundan sonraki bölümlerde sıcaklıklar için w ve f indisleri kullanılmayacaktır.

2.3.1.1. Diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılması

Cidar tarafı: Denklem (44) 'ün her iki tarafını r' ile çarparak ve T'_w yerine T' yazarak

$$\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}=\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)+\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \tag{53}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denklem P noktası çevresindeki kontrol hacminde ve t' ile $t'+\Delta t'$ zaman aralığında integre edilirse; düğüm sıcaklığının tüm kontrol hacim için geçerli olduğu varsayımı ile soldaki terim için

$\int_s^n\int_w^e\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\frac{r'}{\alpha_{wf}}\frac{\partial T'}{\partial t'}dt'\,dx'\,dr'=\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T'^1_P-T'^0_P\right)\Delta x'\,\Delta r'$ elde edilir. Burada t' anı 0 üst indisi ile, $t'+\Delta t'$ anı ise 1 üst indisi ile gösterilmiştir. Denklemin sağ tarafındaki ilk terim ; $\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_w^e\int_s^n\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)dr'\,dx'\,dt'=$

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_w^e\left[\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_n-\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_s\right]dx'dt'=\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\left[r'_n\frac{(T'_N-T'_P)}{(\delta r')_n}-r'_s\frac{(T'_P-T'_W)}{(\delta r')_s}\right]\Delta x'\,dt'$$

$=f\left[\frac{r_n'\left(T'^1_N-T'^1_P\right)}{(\delta r')_n}-\frac{r_s'\left(T'^1_P-T'^1_S\right)}{(\delta r')_s}\right]-(1-f)\left[\frac{r_n'\left(T'^0_N-T'^0_P\right)}{(\delta r')_n}-\frac{r_s'\left(T'^0_P-T'^0_S\right)}{(\delta r')_s}\right]\Delta x'\Delta t'$ şeklinde gösterilebilir. Burada f bir ağırlık faktörüdür ve tam implicit yöntemde $f=1$ alınır. Dolayısıyla bu terim; $\left[\frac{r_n'(T'^1_N-T'^1_P)}{(\delta r')_n}-\frac{r_s'(T'^1_P-T'^1_S)}{(\delta r')_s}\right]\Delta x'\,\Delta t'$ halini alacaktır.

Benzer şekilde sağdaki ikinci terim;

$\int_{t'}^{t'+\Delta t'}\int_s^n\int_w^e\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}dx'\,dr'\,dt'=\frac{r'_P}{Pe^2}\left[\frac{T'^1_E-T'^1_P}{(\delta x')_e}-\frac{T'^1_P-T'^1_W}{(\delta x')_w}\right]\Delta r'\,\Delta t'$ şeklinde ayrıklaşır.

Ayrıklaştırılmış terimler birleştirilerek ve yine sadeleştirme gayesiyle 1 üst indisi kaldırılarak cidar bölgesi için ayrıklaştırılmış denklem için

$$\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}\left(T'_P - T'^0_P\right)\Delta x'\Delta r' = \left[\frac{r'_n(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s}\right]\Delta x'\Delta t' + \frac{r'_P}{Pe^2}\left[\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w}\right]\Delta r'\Delta t' \qquad (54)$$

elde edilir. Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek ve yeniden düzenlenerek şöyle de ifade edilebilir.

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a^0_P T'^0_P \qquad (55\text{-a})$$

$$a_E = \frac{r'_p\,\Delta r'}{Pe^2(\delta x')_e} \qquad (55\text{-b})$$

$$a_W = \frac{r'_p\,\Delta r'}{Pe^2(\delta r')_w} \qquad (55\text{-c})$$

$$a_N = \frac{r'_n\,\Delta x'}{(\delta r')_n} = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5\right]\Delta x' \qquad (55\text{-d})$$

$$a_S = \frac{r'_s\,\Delta x'}{(\delta r')_s} = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5\right]\Delta x' \qquad (55\text{-e})$$

$$a^0_P = \frac{r'_p\,\Delta x'\Delta r'}{\alpha_{wf}\Delta t'} \qquad (55\text{-f})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \qquad (55\text{-g})$$

Akışkan tarafı: Denklem (46) 'da T'_f yerine T' yazarak ve her iki tarafı r' ile çarparak; $r'\frac{\partial T'}{\partial t'} + (r' - r'^3)\frac{\partial T'}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right) + \frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}$ ve yeniden düzenleyerek;

$$r'\frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}\left[\left(r' - r'^3\right)T' - \frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'}\right] = \frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right) \qquad (56)$$

elde edilir. Bu denklem;

$$r'\frac{\partial T'}{\partial t'}+\frac{\partial J_x}{\partial x}=\frac{\partial J_r}{\partial r} \tag{57}$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada;

$$J_x=(r'-r'^3)T'-\frac{r'}{Pe^2}\frac{\partial T'}{\partial x'} \tag{58}$$

x- yönündeki ısı akısı ve

$$J_r=r'\frac{\partial T'}{\partial r'} \tag{59}$$

r- yönündeki ısı akısı olarak tanımlanmıştır.

Denklem (57) 'nin sol tarafındaki birinci terim tam implicit yöntem ile sağ taraftaki terim ise sadece iletim terimleri içerdiği için, cidar tarafında olduğu gibi merkezi fark formülleri ile ayrıklaştırılabilir.

Denklem (57) 'nin sol tarafındaki ikinci terim ise hem iletim hem de taşınım terimleri içermektedir.

Taşınım problemlerinin sonlu farklar yöntemi ile çözümünde yakınsama için merkezi fark formülleri çok düşük Peclet sayılı ($Pe<2$) akışlar için güvenle kullanılabilir. Bu tarz problemlerde bir alternatif olan "üst akış" (upwind) formülü ise iletim etkisini tümüyle yok saydığı için ancak $Pe>50$ olan akışlar için uygundur (Patankar, 1980). Halbuki bu çalışmada da etkisi gözönüne alınan akışkan eksenel iletimi genelde $Pe<50$ olan akışlar için sözkonusudur. Bu nedenle burada bu akış şartları için geliştirilen bir ayrıklaştırma formülü kullanılacaktır. Problemin sürekli rejimde tek boyutlu halinin kesin çözümüne dayalı olarak geliştirilen formül, Patankar'ın exact (kesin çözüm) profil olarak isimlendirdiği genel profilin (Patankar, 1980) iki boyutlu (r-, x-) silindirik koordinat sistemleri için bir versiyonu olarak nitelendirilebilir. Daha önce bazı çalışmalarda (Bilir, 1982, 1984 ve 1985) kullanılan profil ile ilgili bilgi (Bilir, 1982) de ayrıntılı olarak verilmiştir ve aşağıda özetlenmiştir.

Denklem (57) ile karakterize edilen problemin bir boyutlu, sürekli hali için diferansiyel denklem;

$$\frac{dJ_x}{dx}=0 \tag{60}$$

veya

$$\frac{d}{dx}\left[\left(r'-r'^3\right)T'-\frac{r'}{Pe^2}\frac{dT'}{dx'}\right]=0 \tag{61}$$

Herhangi bir radyal konum için $r'=sb$ dir ve $K=Pe^2\left(1-r'^2\right)$ alınarak denklem (61)

$$\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2}-K\frac{\partial T'}{\partial x'}=0 \tag{62}$$

şeklinde yazılabilir. Bu, ikinci dereceden, tek bilinmeyenli, sabit katsayılı, doğrusal ve homojen diferansiyel denklemin genel çözümü;

$$T'=D_1+D_2\,e^{Kx'} \tag{63}$$

ve $0 \leq x' \leq L'$ gibi bir çözüm aralığında aşağıdaki sınır şartları ile

$$x'=0 \text{ da } T'=T'_0 \tag{64-a}$$

$$x'=L' \text{ de } T'=T'_{L'} \tag{64-b}$$

$D_1=T'_0-\left(\dfrac{T'_0-T'_{L'}}{1-e^{KL'}}\right)$ ve $D_2=\dfrac{T'_0-T'_{L'}}{1-e^{KL'}}$ elde edilir. Bunlar genel çözümde yerlerine konularak ve $K=Pe^2(1-r'^2)$ yazılarak

$$\frac{T'-T'_0}{T'_{L'}-T'_0}=\frac{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2\right)x'\right]-1}{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2\right)r'\right]-1} \tag{65}$$

elde edilir.

Şekil 2.1 'deki düğüm sisteminde e noktasına bu profil şu şekilde uygulanabilir:

$T'=T'_e$, $T'_0=T'_P$, $T'_{L'}=T'_E$, $L'=(\delta x')_e$ alınarak

$$\frac{T'_e-T'_P}{T'_E-T'_P}=\frac{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2_e\right)x'_e\right]-1}{\exp\left[Pe^2\left(1-r'^2_e\right)(\delta x')_e\right]-1} \tag{66}$$

veya

$$T_e' = T_P' + (T_E' - T_P')\left\{\frac{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)\,x_e'\right]-1}{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \qquad (67)$$

Buradan;

$$\left.\frac{dT'}{dx'}\right)_e = \left(T_E' - T_P'\right)\left\{\frac{Pe^2(1-r_e'^2)\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)\,x_e'\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \qquad (68)$$

yazılabilir. Denklem (58) e noktası için ifade edildiğinde;

$$J_e = \left[(r_e' - r_e'^3)T_e' - \frac{r_e'}{Pe^2}\left(\frac{\partial T'}{\partial x'}\right)_e\right] \qquad (69)$$

ve denklemler (67) ve (68) denklem (69) 'a taşınarak;

$$J_e = (r_e' - r_e'^3)\left\{T_P' + (T_E' - T_P')\left\{\frac{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)x_e'\right]-1}{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)(\delta x')_e\right]-1}\right\}\right\} - \frac{r_e'}{Pe^2}$$
$$\left\{(T_E' - T_P')\left\{\frac{\left[Pe^2(1-r_e'^2)\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2).x_e'\right]\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)(\delta x')_e\right]-1}\right\}\right\} \qquad (70)$$

ve sadeleştirilerek;

$$J_e = (r_e' - r_e'^3)\left\{T_P' + \frac{T_P' - T_E'}{\exp\left[Pe^2(1-r_e'^2)(\delta x')_e\right]-1}\right\} \qquad (71)$$

elde edilir. Benzer şekilde Şekil 2.1 'deki w noktası için

$$J_w = (r_w' - r_w'^3)\left\{T_W' + \frac{T_W' - T_P'}{\exp\left[Pe^2(1-r_w'^2)(\delta x')_w\right]-1}\right\} \quad (72)$$

yazılabilir. J_e-J_w yazılarak da denklem (66) 'nın sol tarafındaki ikinci terim ayrıklaştırılmış olur. $r'_e=r'_w=r'_p$ olduğu için ve ısı akısının tüm $\Delta r'$ ara yüzeyi boyunca ve $\Delta t'$ zaman süresince geçerli olduğu varsayılarak

$$J_e - J_w = (r_p' - r_p'^3)\left\{\left[T_P' + \frac{T_P' - T_E'}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_e\right]-1}\right] - \left[T_W' + \frac{T_W' - T_P'}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_w\right]-1}\right]\right\}\Delta r'\Delta t' \quad (73)$$

elde edilir. Denklem (56) 'nın sol tarafındaki birinci terim tam implicit formül ile sağ tarafındaki terim de merkezi fark formülü ile ayrıklaştırılarak denklem (73) ile birleştirilirse akışkan için ayrıklaştırılmış denklem şu şekilde elde edilir.

$$r_p'(T_P' \_ T_P'^0)\,\Delta x'\Delta r' + (r_p' - r_p'^3)\left\{\left[T_P' + \frac{T_P' - T_E'}{\exp\left[Pe^2(1-r_P'^2)\,(\delta x')_e\right]-1}\right] - \left[T_W' + \frac{T_W' - T_p'}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_w\right]-1}\right]\right\}\Delta r'\Delta t'$$

$$= \left[\frac{r_n'(T_N' - T_P')}{(\delta r')_n} - \frac{r_s'(T_P' - T_S')}{(\delta r')_s}\right]\Delta x'\Delta t' \quad (74)$$

Bu denklem Δt' ile bölünerek ve yeniden düzenlenerek şöyle de ifade edilebilir.

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 \quad (75\text{-a})$$

$$a_E = \frac{(r_P' - r_P'^3)}{\exp\left[Pe^2(1-r_P'^2)(\delta x')_e\right]-1}\Delta r' \quad (75\text{-b})$$

$$a_W = (r_p' - r_p'^3)\left\{\frac{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_w\right]}{\exp\left[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_w\right]-1}\right\}\Delta r' \quad (75\text{-c})$$

$$a_N = \frac{r_n'\Delta x'}{(\delta r')_n} = \left[\frac{r_p'}{(\delta r')_n} + 0.5\right]\Delta x' \tag{75-d}$$

$$a_S = \frac{r_s'\Delta x'}{(\delta r')_s} = \left[\frac{r_p'}{(\delta r')_s} - 0.5\right]\Delta x' \tag{75-e}$$

$$a_P^0 = \frac{r_p'\Delta x'\Delta r'}{\Delta t'} \tag{75-f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{75-g}$$

2.3.1.2. Başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması

Başlangıç ya da sınır şartı olarak sıcaklıkların belirtildiği durumlar dışındaki şartların geçerli olduğu düğüm noktaları için yeni ayrıklaştırılmış denklemlerin elde edilmesi gerekir.

Alt akış bölgesinin uzağında (45-c) :

$$x' = +\infty \quad \text{da} \quad \frac{\partial T_w'}{\partial x'} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial T'}{\partial x'}\right)_P = \frac{T_E' - T_W'}{(\delta x')_e + (\delta x')_w} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_E' = T_W' \quad \text{olur.}$$

Sınırda $(\delta x')_e = (\delta x')_w$ alınırsa; denklem (46) 'nın sağ tarafındaki ikinci terim, $\frac{r_p'}{Pe^2}\left[\frac{T_E' - T_P'}{(\delta x')_e} - \frac{T_P' - T_W'}{(\delta x')_w}\right]\Delta r'\Delta t' = \frac{2r_P'}{Pe^2}\left[\frac{T_W' - T_P'}{(\delta x')_w}\right]\Delta r'\Delta t'$ haline gelir. Böylece (45-c) şartının geçerli olduğu durumlarda ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 \tag{76-a}$$

$$a_E = 0 \tag{76-b}$$

$$a_W = \frac{2r_p'}{Pe^2}\frac{\Delta r'}{(\delta x')_w} \tag{76-c}$$

$$a_N = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right] \Delta x' \tag{76-d}$$

$$a_S = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right] \Delta x' \tag{76-e}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p \Delta r' \Delta x'}{\alpha_{wf} \Delta t'} \tag{76-f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{76-g}$$

Üst akış bölgesinde, dış yüzeyde (45-d) :

r'=1+d' de x'<0 için $\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = 0 \quad \Rightarrow$

$T'_N - T'_S = 0$ olur. $(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınırsa, denklem (54) 'ün sağ tarafındaki birinci terim, $\left\{ r'_n \left[\frac{(T'_S - T_P')}{(\delta r')_s} \right] - r'_s \left[\frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] \right\} \Delta x' \Delta t'$ Burada $r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n = r'_p + 0.5(\delta r')_s$ ve $r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s$ yazılarak $2r'_p \left[\frac{(T'_S - T'_P)}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t'$ haline gelir. Böylece ayrıklaştırılmış denklem şu şekle dönüşür.

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T_P'^{\,0} \tag{77-a}$$

$$a_E = \frac{\Delta r'}{Pe^2 (\delta x')_e} \tag{77-c}$$

$$a_W = \frac{\Delta r'}{Pe^2 (\delta x')_w} \tag{77-c}$$

$$a_N = 0 \tag{77-b}$$

$$a_S = \frac{2\Delta x'}{(\delta r')_s} \tag{77-d}$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta r' \Delta x'}{\alpha_{wf} \Delta t'} \tag{77-f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{77-g}$$

Alt akış bölgesinde, dış yüzeyde (45-e) :

$r'=1+d'$ ve $x'\geq 0$ için $\dfrac{\partial T_w'}{\partial r'} + Bi(T_w' - 1) = 0$. Sınırda $(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınırsa,

$$\left.\frac{\partial T_w'}{\partial r'}\right)_P = \frac{T_N' - T_S'}{2(\delta r')_s} \quad \text{ve} \quad \frac{T_N' - T_S'}{2(\delta r')_s} + Bi(T_P' - 1) = 0 \;\Rightarrow\; T'_N = T'_S - 2(\delta r')_s\, Bi\, (T'_P - 1)$$

Bu ifade, denklem (54) 'ün sağ tarafındaki birinci terimde yerine yazılacak olursa;

$$\left\{ r_n' \left[\frac{T_S' - 2(\delta r')_s Bi(T_P' - 1) - T_P'}{(\delta r')_s} \right] - r_s' \left[\frac{T_P' - T_S'}{(\delta r')_s} \right] \right\} \Delta x' \Delta t'$$

$r_n' = r_p' + 0.5(\delta r')_n = r_p' + 0.5(\delta r')_s$ ve $r_s' = r_p' - 0.5(\delta r')_s$ yazılarak;

$\left\{ \dfrac{2r_p'}{(\delta r')_s}(T_S' - T_P') - Bi\left[2r_p' + (\delta r')_s\right]T_P' + Bi\left[2r_p' + (\delta r')_s\right] \right\} \Delta x' \Delta t'$ elde edilir. Böylece

ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^{\,0} + b \tag{78-a}$$

$$a_E = \frac{r_p' \Delta r'}{Pe^2 (\delta x')_e} \tag{78-b}$$

$$a_W = \frac{r_p' \Delta r'}{Pe^2 (\delta x')_w} \tag{78-c}$$

$$a_N = 0 \tag{78-d}$$

$$a_S = \frac{2r_p'\Delta x'}{(\delta r')_s} \tag{78-e}$$

$$a_P^0 = \frac{r_p'\Delta x'\Delta r'}{\alpha_{wf}\Delta t'} \tag{78-f}$$

$$b = Bi\left[2r_P' + (\partial r')_s\right]\Delta x' \tag{78-g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 + b \tag{78-h}$$

Ara yüzeyde (45-g) veya (47-e) :

$r'=1$ de $\dfrac{\partial T_w'}{\partial r'} = \dfrac{1}{k_{wf}}\dfrac{\partial T_f'}{\partial r'}$. Patankar'ın harmonic ortalama yöntemi ile (Patankar, 1980) denklem (54) 'ün sağ tarafındaki ilk terim;

$\left\{r_n'\left[\dfrac{T_N' - T_P'}{(\delta r')_n}\right] - \dfrac{r_s'}{k_{wf}}\left[\dfrac{T_P' - T_S'}{(\delta r')_s}\right]\right\}\Delta x'\Delta t'$ şekline dönüşür. Bu durumda ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 \tag{79-a}$$

$$a_E = \frac{r_p'\Delta r'}{Pe^2(\delta x')_e} \tag{79-b}$$

$$a_W = \frac{r_p'\Delta r'}{Pe^2(\delta x')_w} \tag{79-c}$$

$$a_N = \left(\frac{r_p'}{(\delta r')_n} + 0.5\right)\Delta x' \tag{79-d}$$

$$a_S = \left(\frac{r_p'}{(\delta r')_s} - 0.5\right)\frac{\Delta x'}{k_{wf}} \tag{79-e}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p \Delta x' \Delta r'}{\alpha_{wf} \Delta t'} \tag{79-f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{79-g}$$

Alt akış bölgesinin uzağında (47-c) :

$x' = +\infty$ da $\quad \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial T_f'}{\partial x'}\right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta x')_e + (\delta x')_w} = 0 \quad \Rightarrow \quad T'_E = T'_W$

Ayrıca; $(\delta x')_e = (\delta x')_w$ alınarak denklem (74) 'ün sol tarafındaki ikinci terim,

$$(r'_p - r'^3_p)\left\{\left[T'_P + \frac{T'_P - T'_W}{\exp\left[Pe^2(1 - r'^2_p)(\delta x')_w\right] - 1}\right] - \left[T'_W + \frac{T'_W - T'_P}{\exp\left[Pe^2(1 - r'^2_p)(\delta x')_w\right] - 1}\right]\right\}\Delta r' \Delta t'$$

ve sadeleştirilirse

$$(r'_p - r'^3_p)\left\{\left[T'_P - T'_W + \frac{2(T'_P - T'_W)}{\exp\left[Pe^2(1 - r'^2_p)(\delta x')_w\right] - 1}\right]\right\}\Delta r' \Delta t'$$

Böylece ayrıklaş-tırılmış denklem şu hale gelir.

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P \tag{80-a}$$

$$a_E = 0 \tag{80-b}$$

$$a_W = \left\{\frac{\exp[Pe^2(1 - r'^2_p)(\delta x')_w] + 1}{\exp[Pe^2(1 - r'^2_p)(\delta x')_w] - 1}\right\}(r'_p - r'^3_p)\Delta r' \tag{80-c}$$

$$a_N = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5\right)\Delta x' \tag{80-d}$$

$$a_S = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \qquad \text{(80-e)}$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p \Delta x' \Delta r'}{\Delta t'} \qquad \text{(80-f)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \qquad \text{(80-g)}$$

Boru ekseninde (47-f) :

r'=0 da $\dfrac{\partial T'_f}{\partial r'} = 0 \quad \Rightarrow \quad T'_N = T'_S$ ve $(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak denklem (74) 'ün

sağ tarafı; $\left\{ r'_n \left[\dfrac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} \right] - r'_s \left[\dfrac{(T'_P - T'_N)}{(\delta r')_n} \right] \right\} \Delta x' \Delta t' \quad \Rightarrow \quad r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n$ ve

$r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s = r'_p - 0.5(\delta r')_n$ yazılarak $2 r'_P \left[\dfrac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} \right] \Delta x' \Delta t'$ halini alır.

Böylece ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T_P'^{\,0} \qquad \text{(81-a)}$$

$$a_E = \frac{(1 - r_p'^2) \Delta r'}{\exp[Pe^2 (1 - r_p'^2)(\delta x')_e] - 1} \qquad \text{(81-b)}$$

$$a_W = \left\{ \frac{\exp[Pe^2 (1 - r_p'^2)(\delta x')_w]}{\exp[Pe^2 (1 - r_p'^2)(\delta x')_w] - 1} \right\} (1 - r_p'^2) \Delta r' \qquad \text{(81-c)}$$

$$a_N = \frac{2}{(\delta r')_n} \Delta x' \qquad \text{(81-d)}$$

$$a_S = 0 \qquad \text{(81-e)}$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x' \Delta r'}{\Delta t'} \qquad \text{(81-f)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \qquad \text{(81-g)}$$

Sınırların ve sınır şartlarının kesiştiği köşe noktalarında ise ayrıklaştırılmış denklemler aşağıdaki gibidir.

Alt akış bölgesinin uzağında, dış yüzeyde (45-c) ve (45-e) :

(45-c) şartından denklem (54)'ün sağ tarafındaki ikinci terim $\dfrac{2r_P'}{Pe^2}\left[\dfrac{T_W' - T_P'}{(\delta x')_w}\right]\Delta r'\Delta t'$

ve (45-e) şartından sağ taraftaki birinci terim;

$\left\{\dfrac{2r_p'}{(\delta r')_s}(T_S' - T_P') - Bi\left[2r_p' + (\delta r')_s\right]T_P' + Bi\left[2r_p' + (\delta r')_s\right]\right\}\Delta x'\Delta t'$ ve böylece

ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 + b \tag{82-a}$$

$$a_E = 0 \tag{82-b}$$

$$a_W = \frac{2r_P' \Delta r'}{Pe^2 (\delta x')_w} \tag{82-c}$$

$$a_N = 0 \tag{82-d}$$

$$a_S = \frac{2r_P' \Delta x'}{(\delta r')_s} \tag{82-e}$$

$$a_P^0 = \frac{r_P' \Delta x' \Delta r'}{\alpha_{wf} \Delta t'} \tag{82-f}$$

$$b = Bi\left[2r_P' + (\delta r')_s\right]\Delta x' \tag{82-g}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 + b \tag{82-h}$$

Alt akış bölgesinin uzağında, ara yüzeyde (45-c) ve (45-g) :

(45-c) şartından denklem (54)'ün sağ tarafındaki ikinci terim,

$\dfrac{2r_P'}{Pe^2}\left[\dfrac{T_W' - T_P'}{(\delta x')_w}\right]\Delta r'\Delta t'$ ve (45-g) şartından sağ taraftaki birinci terim;

$\left\{r_n'\left[\dfrac{T_N' - T_P'}{(\delta r')_n}\right] - \dfrac{r_s'}{k_{wf}}\left[\dfrac{T_P' - T_S'}{(\delta r')_s}\right]\right\}\Delta x'\Delta t'$. Böylece ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 \tag{83-a}$$

$$a_E = 0 \tag{83-b}$$

$$a_W = \frac{2r_p'\Delta r'}{Pe^2(\delta x')_w} \tag{83-c}$$

$$a_N = \left(\frac{r_p'}{(\delta r')_n} + 0.5\right)\Delta x' \tag{83-d}$$

$$a_S = \left(\frac{r_p'}{(\delta r')_s} - 0.5\right)\frac{\Delta x'}{k_{wf}} \tag{83-e}$$

$$a_P^0 = \frac{r_p'\Delta r'\Delta x'}{\alpha_{wf}\Delta t'} \tag{83-f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{83-g}$$

Alt akış bölgesinin uzağında , boru ekseninde (47-e) ve (47-f) :

(47-e) şartından denklem (74) 'ün sol tarafındaki ikinci terim,

$(r_p' - r_p'^3)\left\{\left[T_P' - T_W' + \dfrac{2(T_P' - T_W')}{\exp\left[Pe^2(1 - r_p'^2)(\delta x')_w\right] - 1}\right]\right\}\Delta r'\Delta t'$ ve (47-f) şartından

denklem (74) 'ün sağ tarafı, $2r_P'\left[\dfrac{T_N' - T_P'}{(\delta r')_n}\right]\Delta x'\Delta t'$ Böylece ayrıklaştırılmış denklem;

$$a_P T_P' = a_E T_E' + a_W T_W' + a_N T_N' + a_S T_S' + a_P^0 T_P'^0 \tag{84-a}$$

$$a_E = 0 \tag{84-b}$$

$$a_W = \left\{ \frac{\exp[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_w] + 1}{\exp[Pe^2(1-r_p'^2)(\delta x')_w] - 1} \right\} (1 - r_p'^2)\Delta r' \tag{84-c}$$

$$a_N = \frac{2\Delta x'}{(\delta r')_n} \tag{84-d}$$

$$a_S = 0 \tag{84-e}$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x' \Delta r'}{\Delta t'} \tag{84-f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \tag{84-g}$$

2.3.2. Çözüm

Sıcaklık dağılımı, ayrıklaştırılmış denklemler kullanılarak Gauss-Seidel iterasyon yöntemiyle belirlendi. Eksenel simetri nedeniyle radyal yönde cidar dış yüzeyi ile boru ekseni arasında sınırlanan hesaplama bölgesinin, eksenel yönde hem üst akış hem de alt akış bölgelerindeki sınırları ise benzer bir çalışma (Bilir, 1994) sonuçlarından tahmin edilerek belirlendi. Bu sınırlar seyrek düğüm noktası sistemleri ile denendi ve gerek cidar tarafında gerekse akışkan tarafında $x = -\infty$ ve $x = +\infty$ daki sınır şartlarının sağlandığı kontrol edildi.

Düğüm noktaları hem cidar hem de akışkan tarafına dağıtıldı. Yapılan denemeler ile hesaplama bölgesine radyal yönde 16 adet kontrol hacim yerleştirilmesi tatminkar sonuçlar verdi. Bunlardan 8'i cidar tarafına diğer 8'i ise akışkan tarafına yerleştirildi. Cidar tarafında radyal basamak uzunlukları birbirine eşit ve $d'/8$ olarak alındı. Akışkan tarafında ise ilk dört radyal basamak uzunluğu cidar-akışkan ara yüzeyine yakın tarafta cidar tarafındakine eşit, eksen tarafındaki diğer dört kontrol hacmin radyal yöndeki basamak uzunluğu ise kalan mesafeyi dört eşit parçaya bölerek belirlendi. Bu şekilde özellikle ara yüzeye yakın bölgelerde düğüm noktaları sıklaştırılarak hassasiyet arttırılmış oldu. Aynı nedenle eksenel yönde de borunun ısıtılmaya başlandığı kesit civarında (x=0) daha sık düğüm noktası kullanıldı. Bu kesitin her iki tarafında da ilk eksenel basamak uzunluğu 0.001 olarak alındı ve hem üst akış hemde alt akış bölgelerine doğru basamak uzunlukları bir öncekinin 1.35 katı arttırılarak eksenel yönde doğrusal olarak gerdirildi. Akış yönündeki toplam düğüm noktası sayısı, hesaplama bölgesinin uzunluğu ile belirlendiği için ve bu uzunluk parametre değerlerine bağlı olarak değiştiği ve özellikle Peclet sayısı ve cidar kalınlık oranından önemli ölçüde etkilendiği için farklı olabilmektedir. Ancak çok uç parametrik değerlerin dışında genellikle 25 düğüm noktası üst akış bölgesinde, 33 düğüm noktası alt akış bölgesinde kullanıldı. Böylece tüm hesaplama bölgesi genel olarak 17 X 58 lik düğüm noktası sistemleri ile karakterize edildi.

Zaman adımı için de çözüm doğruluğunu ya da hassasiyeti arttırmak gayesi ile eşit olmayan aralıklar seçildi. İlk zaman adımı 0.0001 olarak alındı. Takip eden zaman adımları bir öncekinin %10 'u kadar arttırıldı. Böylece, başlangıçta ısı transferi ve karakteristiklerdeki değişim hızlı olduğu için zaman aralıkları küçük alınmış, sürekli rejime yaklaşıldıkça değişim hızı yavaşladığı için, çözüm süresini çok arttırmamak gayesiyle zaman adımları gittikçe büyütülmüş oldu.

Her zaman adımındaki sıcaklık dağılımı Patankar'ın (1980) çizgi-çizgi (line by line) yöntemiyle belirlendi. Bir deneme esnasında hesaplama bölgesindeki noktaların hangi sıra ile ziyaret edileceği, yakınsamanın hızlandırılması ve çözüme çabuk ulaşmak açısından önemlidir. Araştırmalar, noktalar taranırken öncelikle sıcaklıkların verildiği sınır bölgelerinden içlere doğru ve taşınım problemlerinde akış doğrultusunda hareket etmenin çözümü hızlandırdığını ortaya koymuştur. (Patankar, 1980). Bu nedenle denemeler esnasında düğüm noktaları dış cidardan eksene doğru tarandı ve akış yönünde süpürüldü. Bölüm 2.3.1.2 de bahsedildiği gibi arayüzeydeki sınır şartları ayrıklaştırılırken Patankar'ın (1980) Harmonik ortalama yaklaşımı, (harmonic mean approach), kullanıldığı için, cidar ve akışkan tarafı için denemelerde sıralı (consecutive) çözüm prosedürü yerine sürekli çözüm prosedürü uygulandı. Cidar ve akışkan tarafları arasında bilgi transferi ise ara yüzeyde çakışan sınır şartları ile sağlandı. Herhangi bir deneme esnasında, denklem (12-d), dolayısıyla bir önceki denemede hesaplanmış olan ara yüzey sıcaklıkları akışkan tarafı için sınır şartı olarak kullanıldı. Denemeye cidar tarafında devam edilirken ise denklem (10-g), dolayısıyla ara yüzey ısı akıları akışkan tarafından cidar tarafına bilgi aktarmak için kullanıldı.

Çözümlerde hassasiyet limiti 10^{-4} olarak alındı ve bir zaman dilimindeki denemelere tüm noktalar için kontrol hacim enerji denklemlerindeki uyumsuzluk kalanlarının en büyüğü bu değerin altına düşünceye kadar devam edildi. Bir zaman dilimi için toplam deneme sayısı 2'nin altına düştüğü anda da sistem sürekli rejime ulaşmış kabul edildi ve denemelere son verildi.

Çözümler esnasında yakınsamanın bir hayli hızlı olduğu gözlendi. Geçici rejimin başlangıcında nisbeten küçük zaman adımları seçildiği için birkaç denemede çözüme ulaşılırken, ilerleyen zamanlarda deneme sayısının arttığı, sürekli rejime yaklaşıldıkça da tekrar ve hızla azaldığı görüldü. Deneme sayısı ve zaman adımı sayısı parametre değerlerine bağlı olmakla birlikte, genellikle bir zaman adımı için ortalama 30-100 deneme ve toplam olarak ortalama 4000 denemede sonuçlara ulaşıldı.

Kullanılan yöntem bazı doğruluk testleri ile de kontrol edildi. Toplam düğüm sayısı ve konumları, tarama ve süpürme yönleri, hassasiyet limiti ve zaman adımları değiştirilerek yapılan çözümler ile elde edilen sonuçlarda ciddi bir farklılık görülmedi. Örnek olarak, toplam düğüm sayısı 17x58 'e kıyasla dört kat arttırılarak ya da azaltılarak yapılan denemelerde, boyutsuz ara yüzey ısı akısı, q_{wi} değerlerinde ortalama 0.04 civarında bir farklılık görülmüştür.

Yığık sıcaklıkların, ara yüzey ısı akılarının ve Nusselt sayılarının hesaplanması için kullanılan, denklem (49) daki integral, Simpson sayısal integrasyon yöntemi ile (Hildebrand, 1976), denklem (51) veya denklem (52) deki türev ise Newton-Gregory fark formülleri ile (Spiegel, 1971) hesaplanmıştır. Bu yöntemlerin detayları Ek-A da verilmiştir.

Sıcaklık dağılımını, önceki kısımlarda anlatılan iteratif yöntemle belirleyen ve diğer ısı transferi karakteristiklerini hesaplayan Pascal dilinde bir bilgisayar programı yazılmış ve program listesi Ek-B de verilmiştir. Aynı program içerisinde yer alan bir grafik çözümleme alt programı ile sonuçlar doğrudan grafik tarzında alınabilmektedir. Karakteristik eğrilerinin çiziminde, belirgin çözüm noktalarının arası, Lagrange enterpolasyon förmülü (Aktaş, Öncül ve Ural, 1981) kullanılarak belirlenen ara değerler ile doldurulmuştur. Bu yöntemin detayları da yine Ek-A da verilmiştir.

Çözümlerde; 80486/ DX-400 mikroişlemcili, 8 MB ana hafizası olan, 640X480 pixel çözünürlüklü grafik ekrana sahip, IBM uyumlu bir PC kullanılmıştır.

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

İkinci bölümdeki analizden görüldüğü gibi ele alınan geçici birleşik problem beş parametreye bağlıdır. Bunlar; Peclet sayısı, Pe, Biot sayısı, Bi, cidar kalınlık oranı, d', cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, k_{wf} ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı, α_{wf} dir. Çözümler bu parametrelerin değişik kombinasyonları için yapılmıştır. Pe=0.5, 1, 5, 20; Bi=1, 10, 100, 1000, 10000; d'=0.02, 0.1, 0.3; k_{wf}=0.1, 1, 10, 100, 1000; α_{wf}=0.1, 1, 10, 100, 1000 . Bu değerler mühendislik açısından uygulamada söz konusu olabilecek değerler arasından ve öngörülen koşulların anlamlı seviyede olabileceği şekilde (örneğin akışkan eksenel iletimi) seçilmiştir.

Taşınım ile ısı transferi problemlerinde sonuçlar geleneksel olarak yerel Nusselt sayıları ile ifade edilir. Ancak birleşik problemlerde, tanımında 3 bilinmeyen içerdiği için (denklem (52)) bu pek uygun bir yöntem değildir ve sonuçlar daha anlamlı mesaj içeren boyutsuz ara yüzey ısı akısı q_{wi} ile ifade edilir (Faghri ve Sparrow, 1980). Burada da sonuçlar genellikle boyutsuz arayüzey ısı akısı değerleri ile verilmiştir. Ancak geçici birleşik problemin özelliklerini daha iyi görebilmek için bazı sonuçlar yığık sıcaklık, cidar dış ve iç yüzey sıcaklıkları ve Nu sayıları ile de ifade edilmişlerdir.

Şekil 3.1 de Pe=5, d'=0.1, k_{wf}=10, α_{wf}=1, ve Bi=10 için çeşitli zaman aralıklarında boyutsuz arayüzey ısı akısının eksenel dağılımı görülmektedir. Bu değerler ortalama parametre değerleri ile oluşturulan bir tipik kombinasyondur. Diğer parametre değerleri ile de aşağı yukarı benzer karakteristikler elde edilmiştir. Şekil 3.1 den görüldüğü gibi gerek cidarda ve gerekse akışkan tarafındaki eksenel iletim nedeniyle üst akış bölgesinde önemli ölçüde ısı transferi gerçekleşmektedir. Zaman ilerledikçe ısının geriye doğru daha fazla yayılması ile akışkanın üst akış tarafındaki bu ön ısıtılma mesafesi de artmaktadır. Diğer taraftan üst akış bölgesinde başlangıçta cidar eksenel iletimi akışkan eksenel iletimine nazaran daha hızlı gerçekleştiğinden ısı akısı değerleri önceleri artmakta, daha sonra ise akışkan tarafindaki eksenel iletimin etkisini arttırması ile cidar tarafi sıcaklığındaki artış yavaşlarken akışkan tarafi sıcaklığı artmakta ve ısı akısı değerleri azalmaktadır. Bu nedenle farklı zaman dilimlerindeki eğriler birbirlerini kesmektedirler.

Alt akış bölgesinde ise eğriler bir maksimum değere yükselmekte ve önceleri bu değerde sabit kalmakta, ilerleyen zaman içerisinde ise bir miktar düşme olduktan sonra yine belli bir değerde sabit kalmaktadır. Başlangıçta cidardaki hızlı radyal iletim nedeniyle iç yüzey sıcaklıkları akışkan sıcaklığına nazaran daha hızlı artmakta ve buna bağlı olarak ısı transfer hızı artmaktadır. Daha sonraları cidar sıcaklıklarındaki artış hızı azalırken akışkan sıcaklığındaki artış ısı akısı değerlerinin azalmasına neden olmaktadır. Öte yandan zamanla taşınım etkisindeki artış hem pik ve ortalama ısı akısı değerlerinin azalmasına hem de ısı akısı değerlerinde alt akış tarafindaki düzgünlüğün bozulmasına neden olmaktadır. Bu eğilim sistem sürekli rejime ulaşıncaya kadar devam etmektedir.

Şekil 3.2, 3.3 ve 3.4 de aynı parametre değerleri ile yapılan çözüm için dış yüzey sıcaklığı, ara yüzey sıcaklığı ve yığık sıcaklık eksenel dağılımının zamana göre değişimleri gösterilmiştir. Şekillerin incelenmesinden her üç sıcaklık için eğrilerin geçici rejimin ilk zamanlarında alt akış bölgesinde ara yüzey ısı akısı eğrilerinde olduğu gibi büyük ölçüde düz olduğu gözlenmektedir. Başlangıç periyodunda üst akış tarafindaki değerlerin nisbeten küçük olduğu ve zaman ilerledikçe gerek cidar ve gerekse akışkan eksenel iletimi nedeniyle arttığı görülmektedir. Yine zaman ilerledikçe her üç sıcaklık profilinin oluşmaya başladığı eksenel konum üst akış bölgesinde daha geriye doğru kaymaktadır. Öte yandan arayüzey sıcaklıklarının ve yığık sıcaklıkların zamana göre değişimi Şekil 3.3 ve 3.4 de kıyaslandığında, başlangıçta arayüzey sıcaklıklarının yığık sıcaklıklara nazaran daha hızlı arttığı, ilerleyen zamanlarda ise yığık sıcaklıkların daha hızlı arttığı gözlenebilir. Bu da ara yüzey ısı akısı değerlerinin başlangıçta artarken daha sonra azalmasını açıklamaktadır.

Beklenildiği gibi sıcaklık profilleri dış yüzey için ara yüzeye göre ve arayüzey için de yığık sıcaklığa göre daha hızlı gelişmektedir. Her üç sıcaklık için eğriler sürekli rejimde ve gelişmiş bölgede asimptotik değerleri olan 1'e ulaşmaktadırlar.

Şekil 3.5 de alt akış bölgesinde yerel Nusselt sayılarının eksenel dağılımının zamana göre değişimi görülmektedir. Şeklin incelenmesinden eğrilerin alt akış bölgesine doğru hafifce yükseldiği ve daha sonra azalmaya başladığı ve ilk zamanlarda sabit kaldığı görülmektedir. Sürekli rejimde Nusselt değerinin bir minimuma eriştikten sonra tam gelişmiş bölgede bir miktar yükseldiği görülmektedir. Isıl gelişme bölgesinin sonunda gerçekleşen bu artış bazı birleşik problem sonuçlarında da belirtilmiştir, (Bilir, 1995).

Şekil 3.6-3.10 da aynı çözüm için beş farklı eksenel konumda radyal yönde sıcaklık dağılımının zamana göre değişimleri görülmektedir. Şekillerin incelenmesinden cidarda sıcaklıkların akışkan tarafına nazaran daha hızlı arttığı görülmektedir. Yine alt akış tarafında sıcaklıkların üst akış tarafına nazaran daha hızlı arttığı görülmektedir. Isıl gelişme bölgesinin sonuna doğru ise sürekli rejimde sıcaklık profilinin asimptotik değeri olan 1'e ulaştığı görülmektedir.

Şekil 3.11-3.13 cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisini incelemek amacıyla hazırlanmıştır. Şekiller geçici rejimin 3 farklı zamanı için ve değişik cidar kalınlık oranları için parametize edilerek çizilmiştir. İnce cidarlı bir boruda ısıl direnç ve sistemin ısıl kapasitesi düşük olduğu için dış yüzeyden giren ısı ara yüzeye hızlı bir şekilde iletilmektedir. Bu nedenle geçici rejimin başlangıcında ara yüzey ısı akısı değerleri ince cidarlı borular için daha yüksektir (Şekil 3.11). Yine aynı nedenle ince cidarlı borularda daha yüksek ara yüzey sıcaklıkları nedeni ile sürekli rejimde alt akış bölgesindeki ara yüzey ısı akısı değerleri daha yüksektir (Şekil 3.13). Öte yandan ara zaman diliminde bunun tersi bir durum söz konusudur (Şekil 3.12). Zaman ilerledikçe taşınımın etkisini arttırması ince cidarlı borular için daha erken başladığından, ara zaman diliminde ince cidarlı borularda, kalın cidarlı borulara nazaran daha düşük ısı akısı değerleri ortaya çıkmakta ve eğriler alt akış bölgesinde birbirlerini kesmektedirler.

İnce cidarlı borularda ortaya çıkan ilginç bir durum da üst akış bölgesinde negatif ara yüzey ısı akısı değerlerinin görülmesidir. Geçici rejimin ilk zamanlarında üst akış bölgesinin hemen başlangıcında düşük miktarda ancak pozitif ısı akısı değerleri görülmektedir. Zaman ilerledikçe cidarda üst akış tarafına doğru eksenel iletim ile transfer edilen ısı radyal yöndeki direncin çok küçük olması nedeniyle kısa bir mesafede akışkana transfer edilmekte ve akışkan tarafındaki geriye doğru eksenel iletim nedeniyle yığık sıcaklıklar üst akış bölgesinde ara yüzey sıcaklıklarından daha yüksek olmaktadır. Böylece akışkan tarafından cidar tarafına transfer edilen ısı ince cidarlı borular için negatif ısı akısı değerlerini ortaya çıkarmaktadır.

Kalın cidarlı borularda daha fazla cidar eksenel iletimi nedeni ile üst akış tarafındaki ön ısıtma (veya soğutma) bölgesi daha uzun mesafeye yayılmaktadır. Alt akış bölgesinde ısıl gelişme bölgesi mesafesi ise hemen hemen aynı olmaktadır. Cidar kalınlığı arttıkça artan ısıl atalet nedeni ile sürekli rejime ulaşma süresi de artmaktadır.

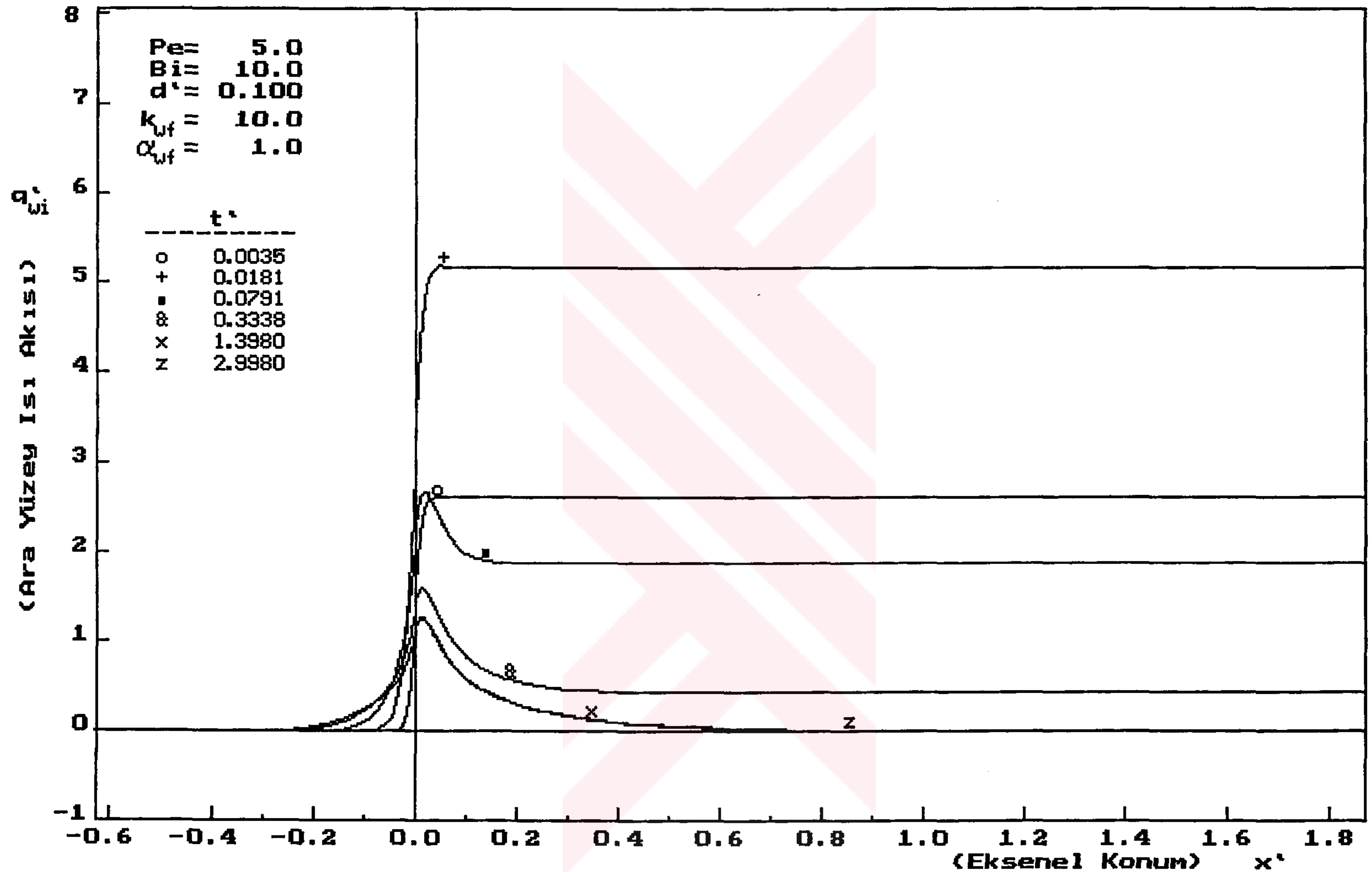
Şekil 3.14-3.16 da cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının, k_{wf}, boyutsuz ara yüzey ısı akısına etkisi görülmektedir. Eğriler geçici rejimin değişik zamanlarında beş farklı k_{wf} değeri için parametize edilerek çizilmiştir.

Bu şekillerden görüleceği gibi geçici rejimin başlangıç safhalarında büyük k_{wf} değerleri için cidarda radyal yöndeki direnç azaldığından daha büyük ara yüzey ısı akısı değerleri görülmektedir. Öte yandan k_{wf} büyüdükçe cidardaki artan eksenel iletim nedeniyle üst akış tarafındaki ara yüzey ısı akısı değerleri de büyümekte ve profiller üst akış tarafına doğru daha fazla yayılmaktadır. Büyük k_{wf} değerleri için akışkan bölgesine ısının daha kolay transferi, ısıl gelişme mesafesinin de kısalmasına neden olmaktadır. Yine büyük k_{wf}, büyük α_{wf} yani daha az ısıl atalet anlamına geldiği için sürekli rejime ulaşma süresi de daha kısadır. Bu şekillerden çıkarılabilecek bir diğer sonuç, k_{wf}'in etkisinin, bu değer büyüdükçe ve zaman ilerledikçe azaldığıdır. k_{wf}>100 için bu parametrenin değişmesinin etkisinin ihmal edilebileceği söylenebilir.

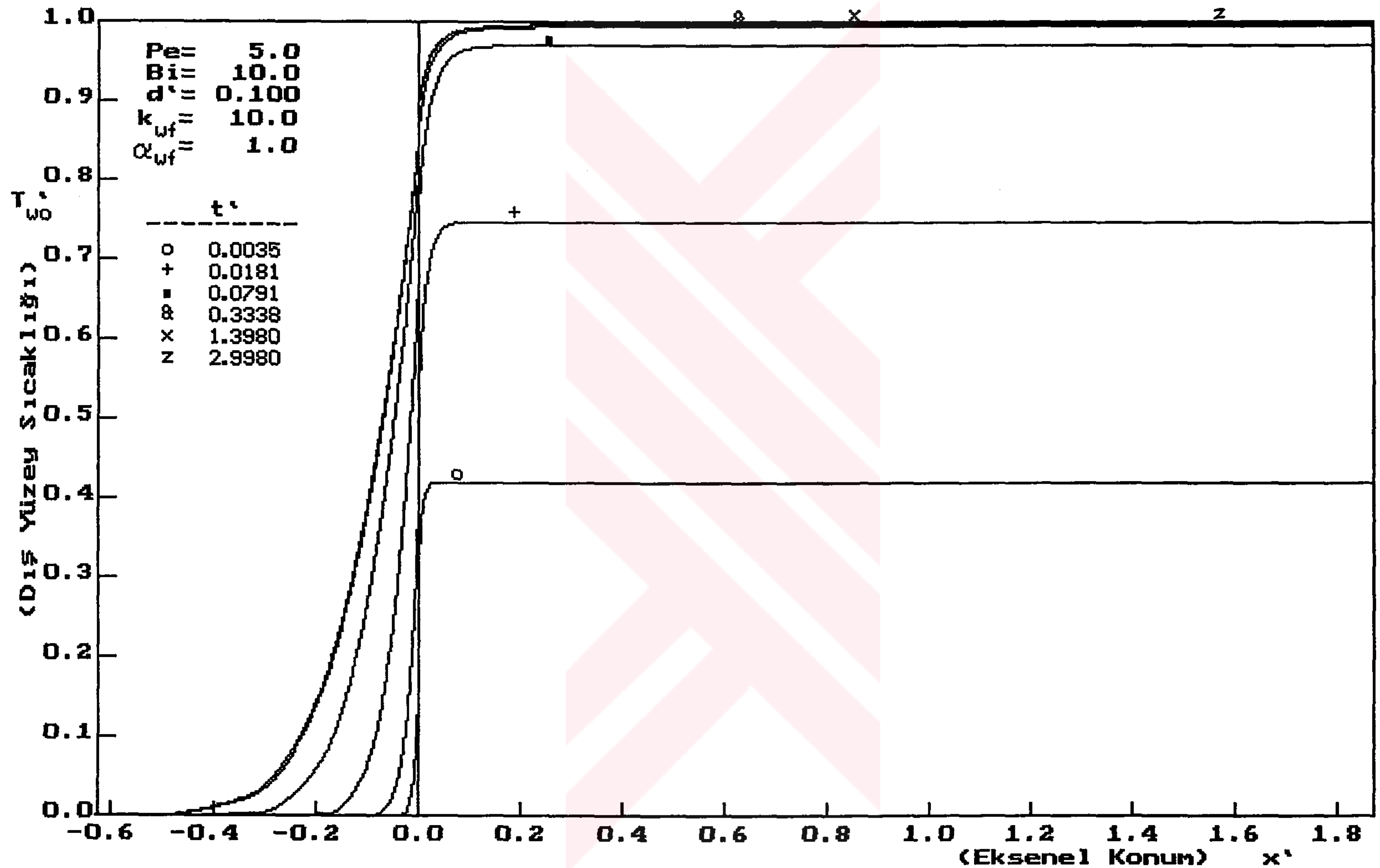
Şekil 3.17-3.19 da cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranı, α_{wf}'in boyutsuz ara yüzey ısı akısına etkisi gösterilmiştir. Şekillerden α_{wf}'in özellikle geçici rejimin başlangıç ve ara safhalarında önemli etkisinin olduğu görülmektedir. Erken zamanlarda büyük α_{wf} değerleri için cidardaki küçük ısıl kapasite nedeniyle daha yüksek ara yüzey ısı akısı değerleri ortaya çıkmaktadır. Zaman ilerledikçe taşınım etkisinin artması ile ara yüzey ısı akısı değerlerindeki azalma eğilimi büyük α_{wf} değerleri için daha hızlı gelişmektedir. α_{wf} büyüdükçe üst akış tarafındaki ara yüzey ısı akısı değerleri büyümekte ve üst akış tarafında daha geriye doğru yayılmaktadır. Bu da cidar tarafındaki ısıl ataletin küçülmesi ve iletkenliğin büyümesi nedeni ile cidarda ısının üst akış bölgesinde daha gerilere doğru ve daha hızlı transfer edilmesi ile açıklanabilir. α_{wf} 'in etkisi geçici rejimin ara safhalarında önemli ölçüde görülmekle birlikte sürekli rejime ulaşma süresi (α_{wf} = 0.1 hariç) aynı olmaktadır. Yine $\alpha_{wf} = 0.1$ hariç, eğrilerin sürekli rejimdeki son şekli beklenildiği gibi aynı olmaktadır. Bu durum için diğerlerine kıyasla ortaya çıkan farklı bir özellik de ara zaman dilimlerinde üst akış bölgesinde görülen negatif ara yüzey ısı akısı değerleridir. Cidardaki çok yüksek ısıl atalet ara zaman diliminde üst akış bölgesinde akışkan tarafında sıcaklıkların cidar tarafına nazaran daha büyük olmasına ve negatif ara yüzey ısı akısı değerlerinin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Öte yandan yine aynı durum için cidardaki ısıl ataletin çok büyük olması sürekli rejime ulaşma süresinin diğerlerine nazaran bir hayli büyümesine ve cidardaki büyük ısıl kapasitenin ara yüzeye iletilen ısıyı azaltması neden olarak gösterilebilir.

Şekil 3.20-3.22 de Peclet sayısının, *Pe,* boyutsuz arayüzey ısı akısına etkisi üç değişik zaman için görülmektedir. *Pe* sayısı azaldıkça, akışkan eksenel iletimi arttığı için ısının üst akış bölgesine daha fazla yayılması ile q_{wi} eğrileri üst akış tarafında daha geriye doğru gitmekte ve değeri de büyümektedir. Ayrıca Peclet sayısı azaldıkça taşınım etkisi azaldığından alt akış tarafında ısıl gelişme mesafesi de büyümektedir. Peclet sayısı düştükçe ara yüzey ısı akısı eğrilerindeki pik değerler azalmakta ve eğrilerdeki değişim hızı da düşmektedir. Yine Peclet sayısının azalması sürekli rejime ulaşma süresinin de artmasına neden olmaktadır.

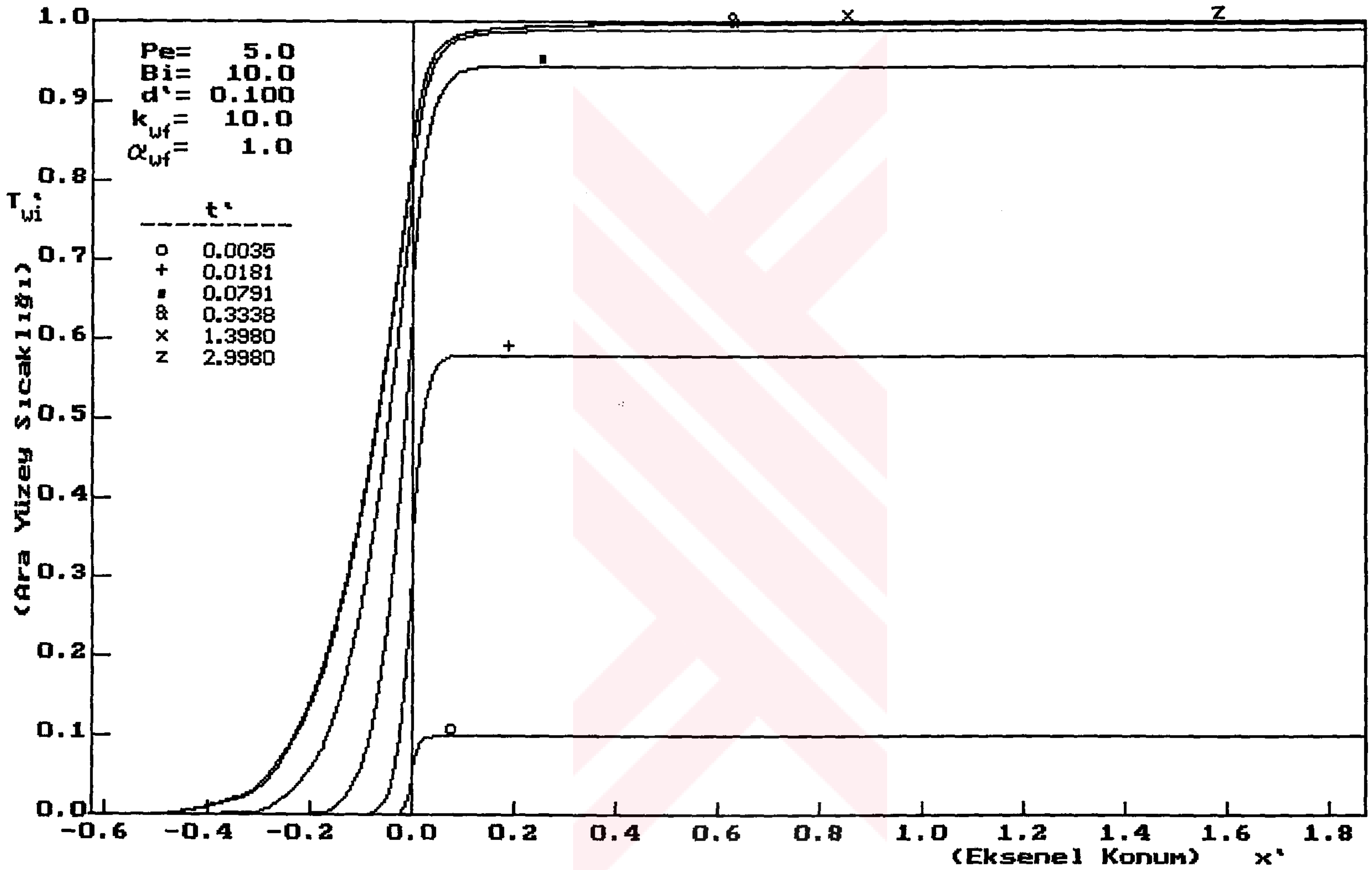
Şekil 3.23-3.25 de Biot sayısının geçici rejimde boyutsuz ara yüzey ısı akısına etkisi altı değişik *Bi* değeri için parametize edilerek üç değişik zamanda gösterilmiştir. Şekillerin incelenmesi göstermektedir ki geçici rejimin başlangıcında büyük Biot sayıları için ara yüzey ısı akısı değerleri de büyümektedir. Biot sayısının büyümesi dış yüzeyden boruya transfer edilen ısının artması anlamına geldiği için başlangıç ve ara safhalarda ısı transferi miktarı büyüdüğü gibi gelişme hızı da artmaktadır. Yine aynı nedenle sürekli rejimdeki ısı akısı değerleri büyük Biot sayıları için daha büyük olmaktadır ve üst akış tarafındaki ön ısıtma mesafesi ve miktarı artmaktadır. Alt akış tarafındaki ısıl gelişme mesafesi ise çok küçük Biot sayıları için bir hayli büyümekte, hatta Şekil 3.25 den görüldüğü gibi ısı akısı eğrileri ısıl gelişme bölgesinde sıfıra yakınsamamaktadır. Biot sayısının çok küçülmesi dış cidardaki çok yüksek taşınım direnci nedeni ile ısıl gelişmenin tam olarak sağlanamamasına neden olmaktadır. Yine çok düşük Biot sayıları için sürekli rejime ulaşma süresi de bir hayli artmaktadır. Aynı şekilde q_{wi} eğrilerinin maksimum değerleri ve eğrilerin değişim hızı da azalmaktadır.



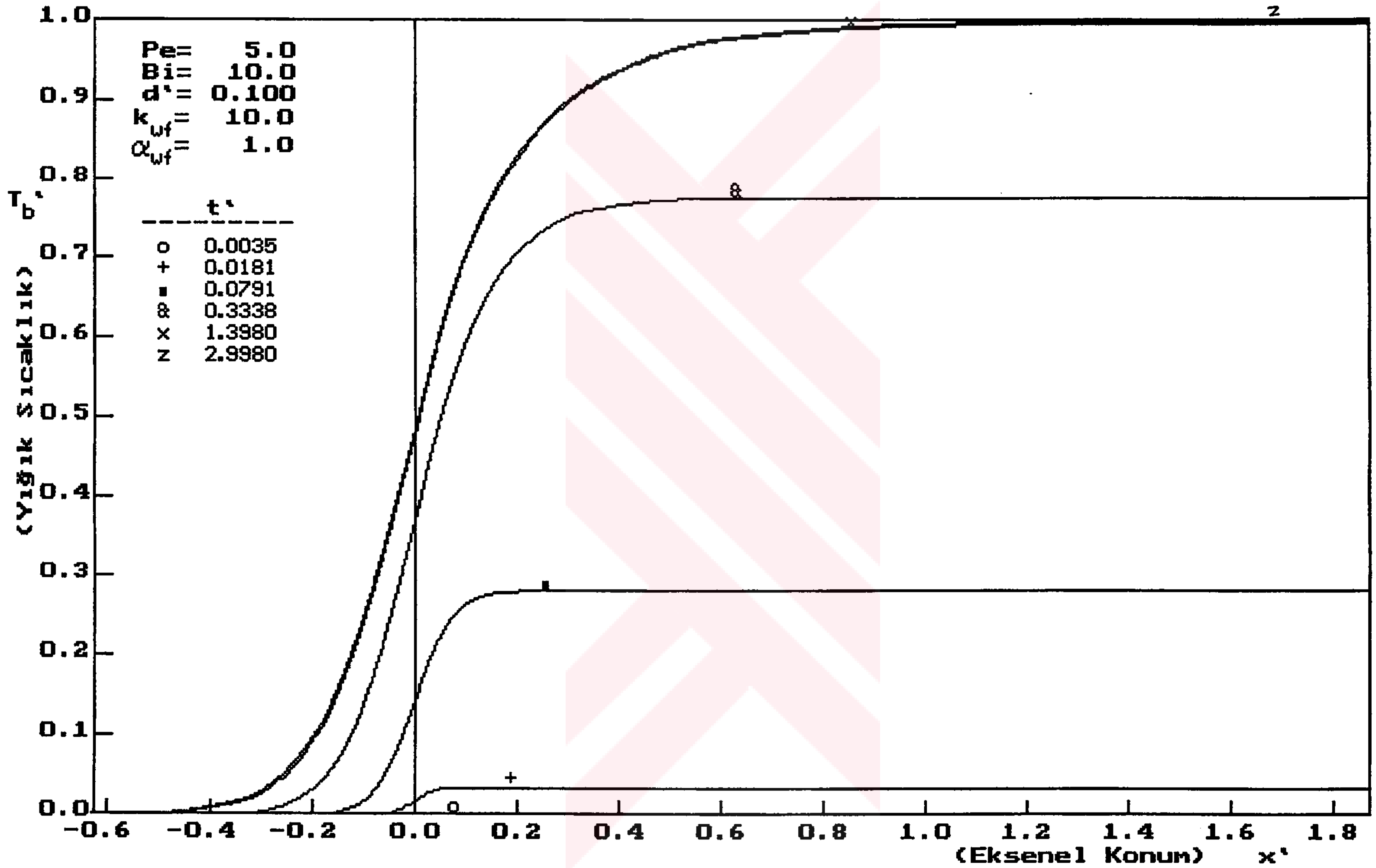
Şekil 3.1. Ara yüzey ısı akısının eksenel dağılımının zamana göre değişimi



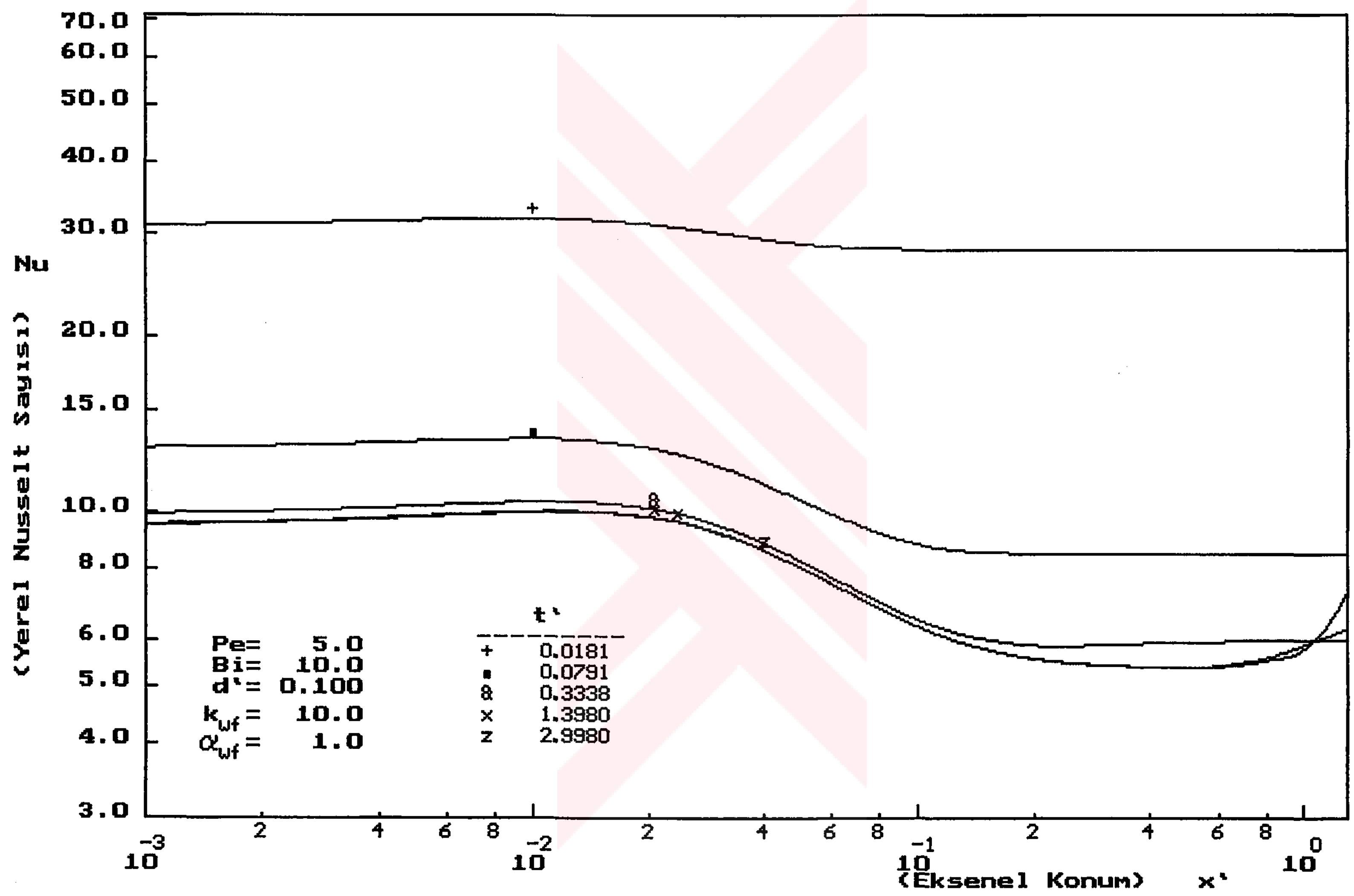
Şekil 3.2. Dış yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi



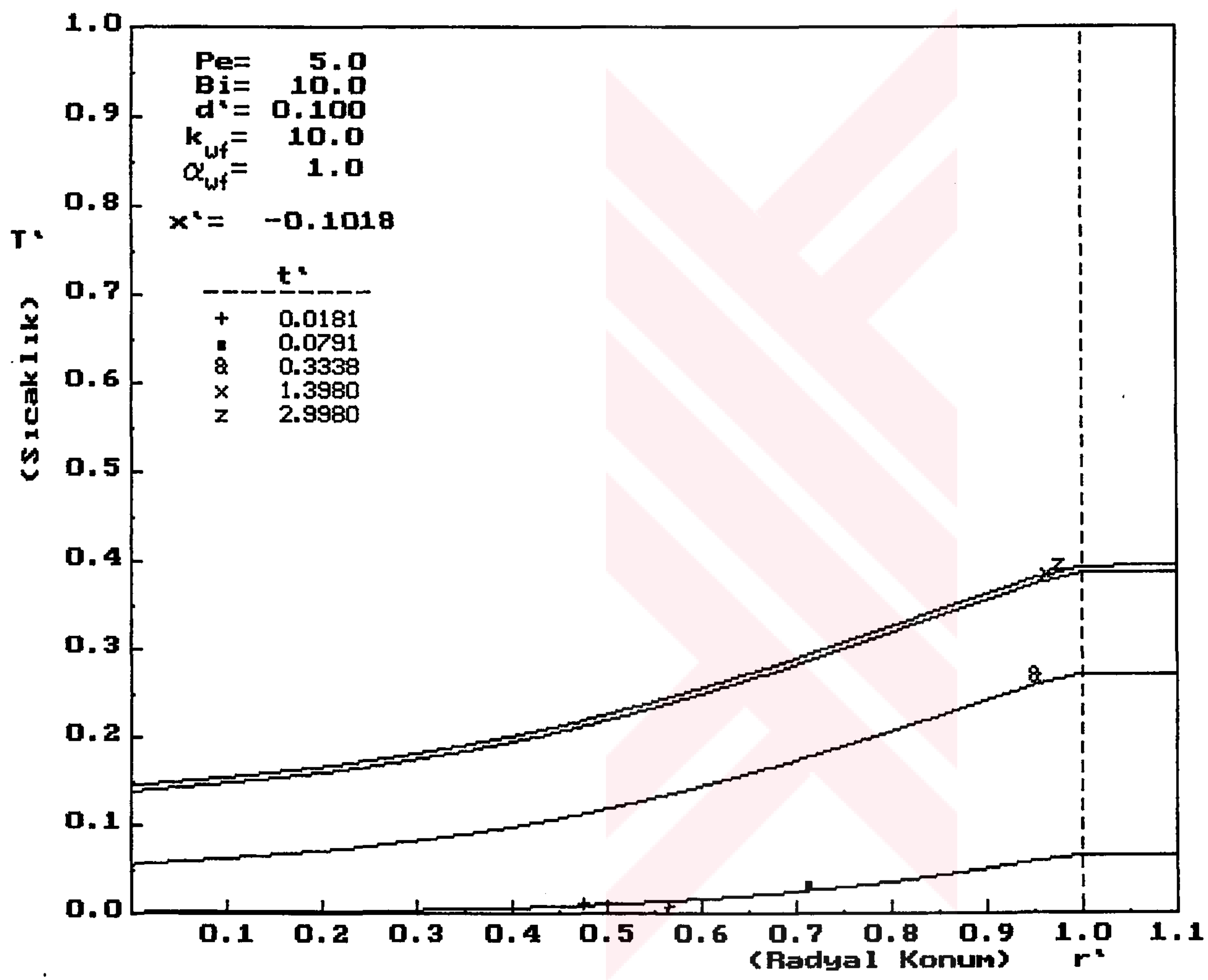
Şekil 3.3. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi



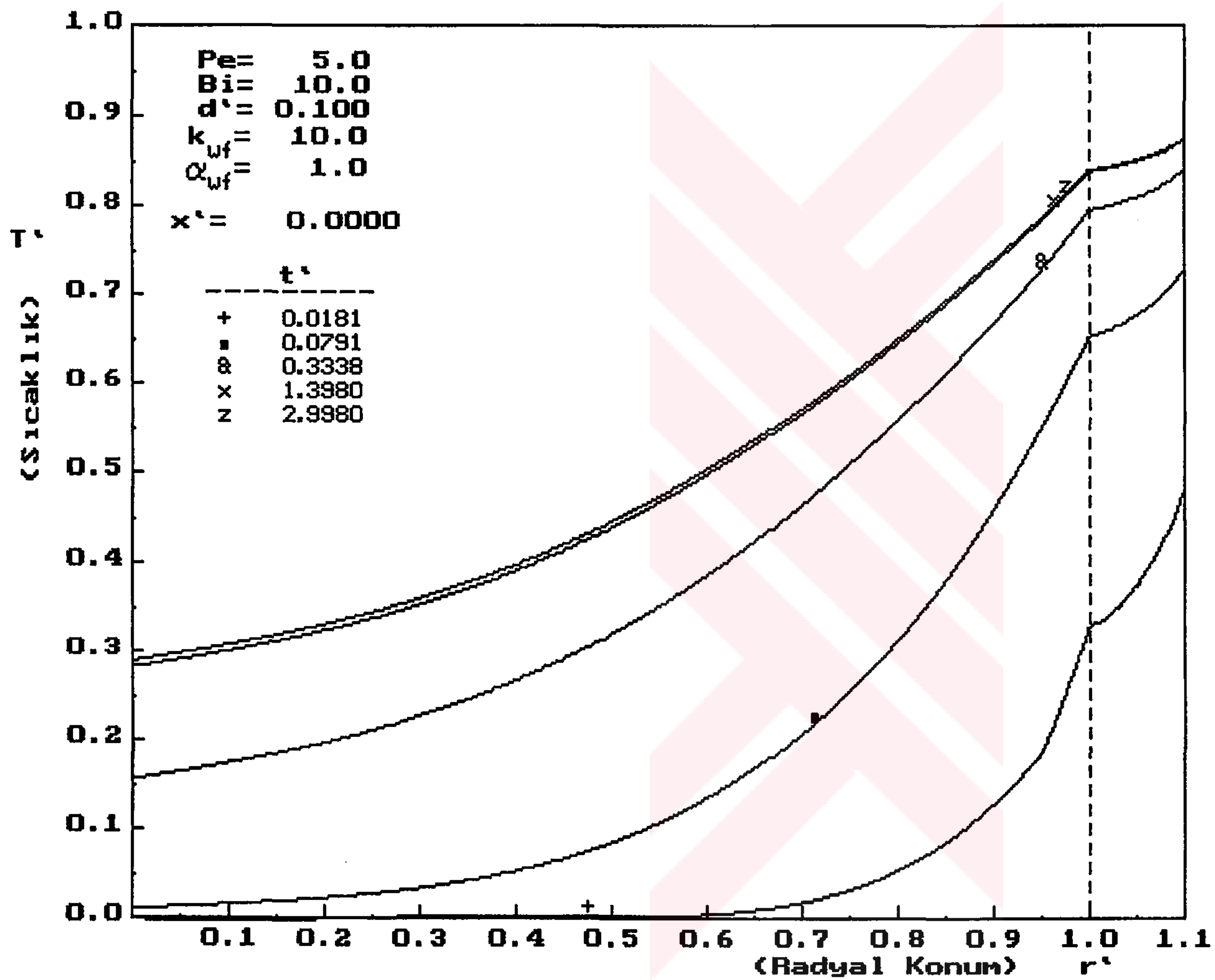
Şekil 3.4. Yığık sıcaklık eksenel dağılımının zamana göre değişimi



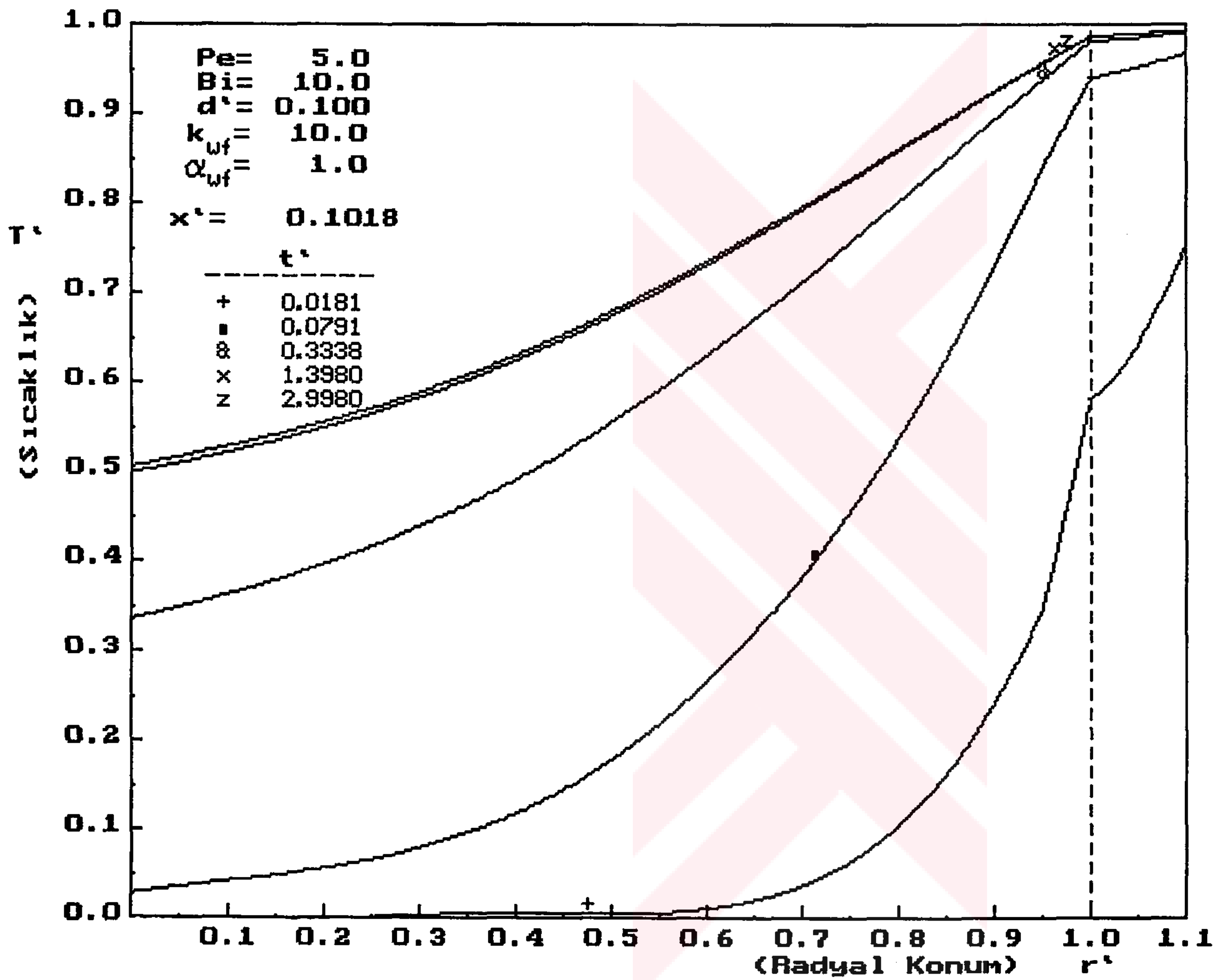
Şekil 3.5. Yerel Nusselt sayısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi



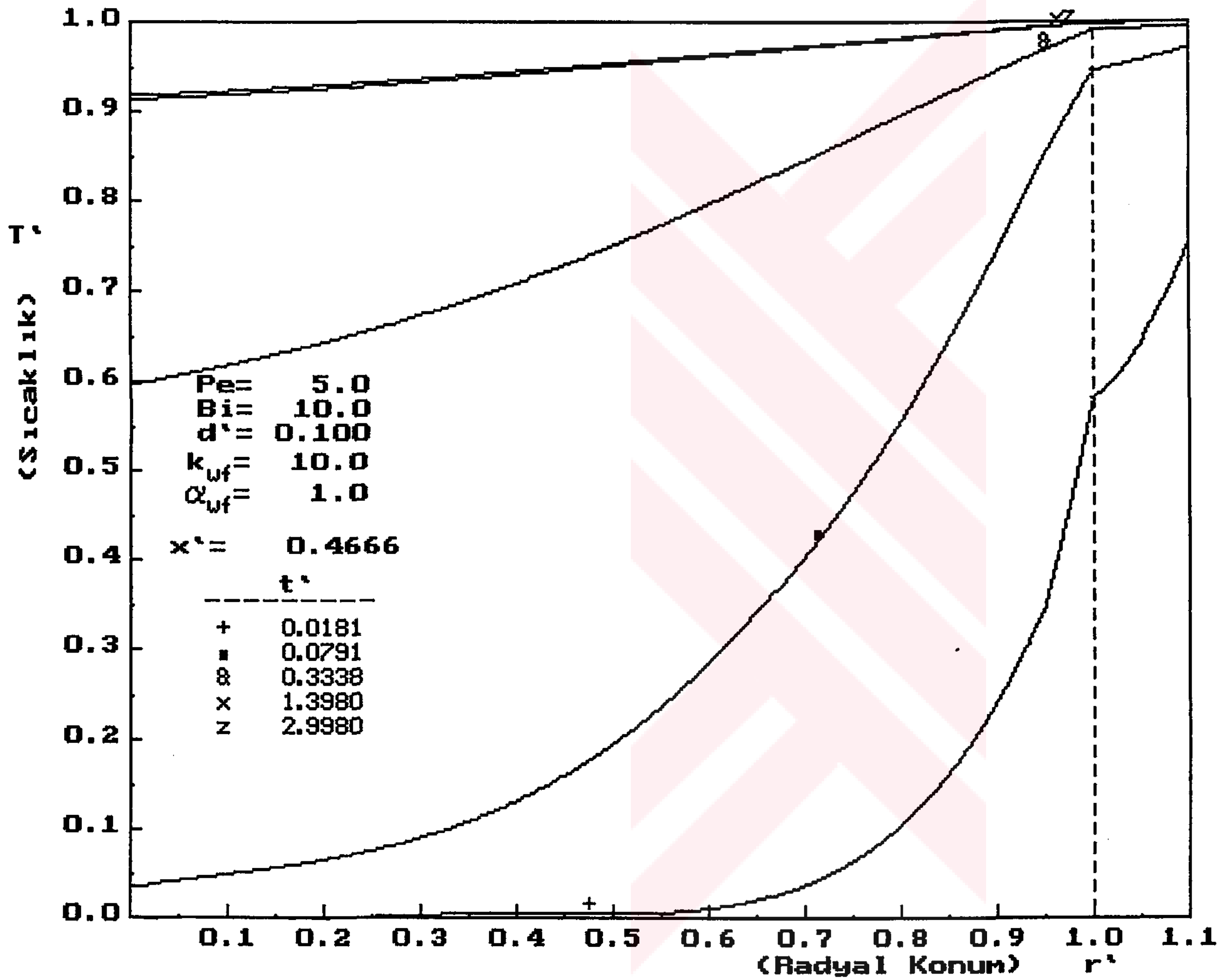
Şekil 3.6. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi (x'= - 0.1018)



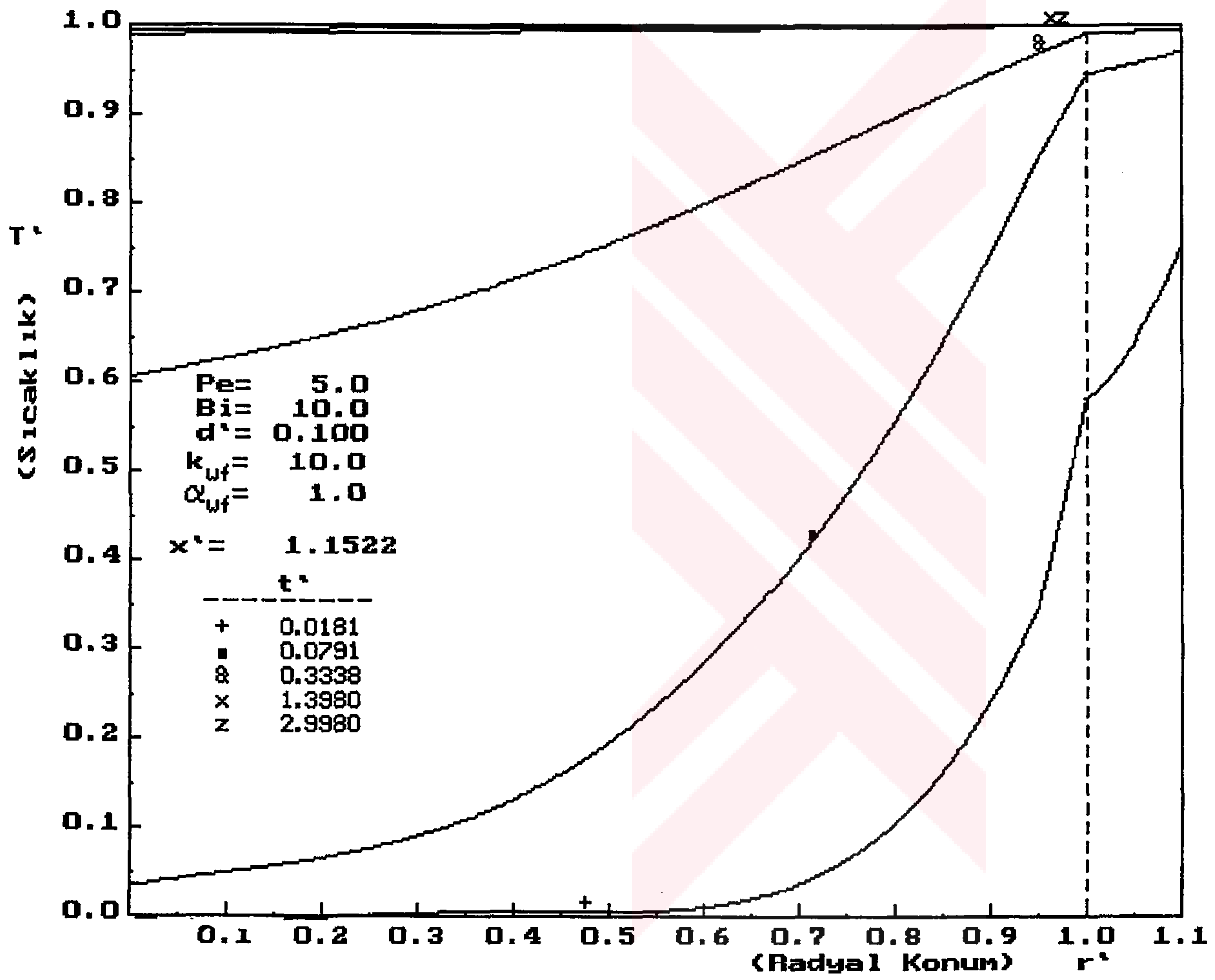
Şekil 3.7. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi $(x'=0)$



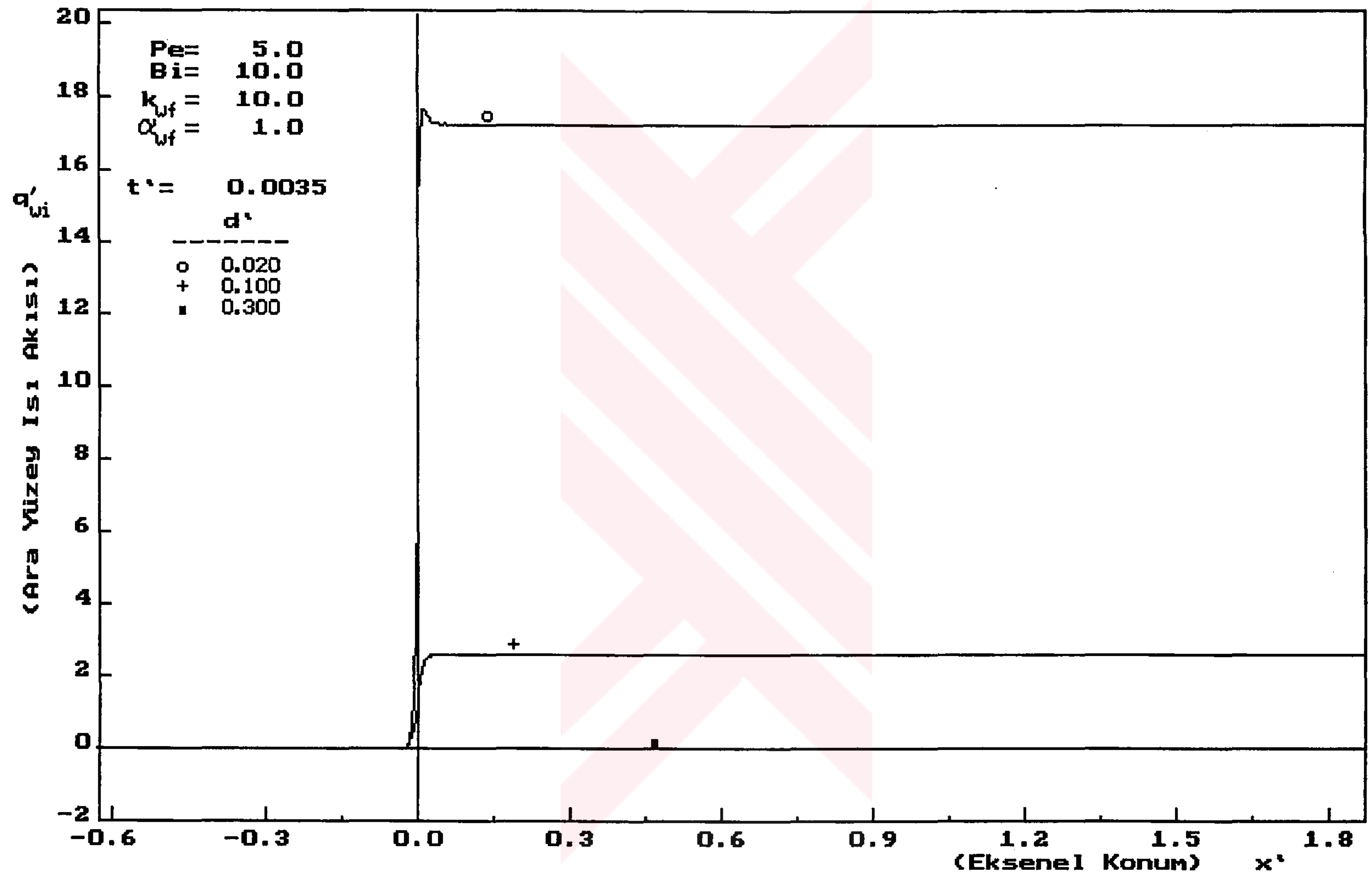
Şekil 3.8. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi (x'= 0.1018)



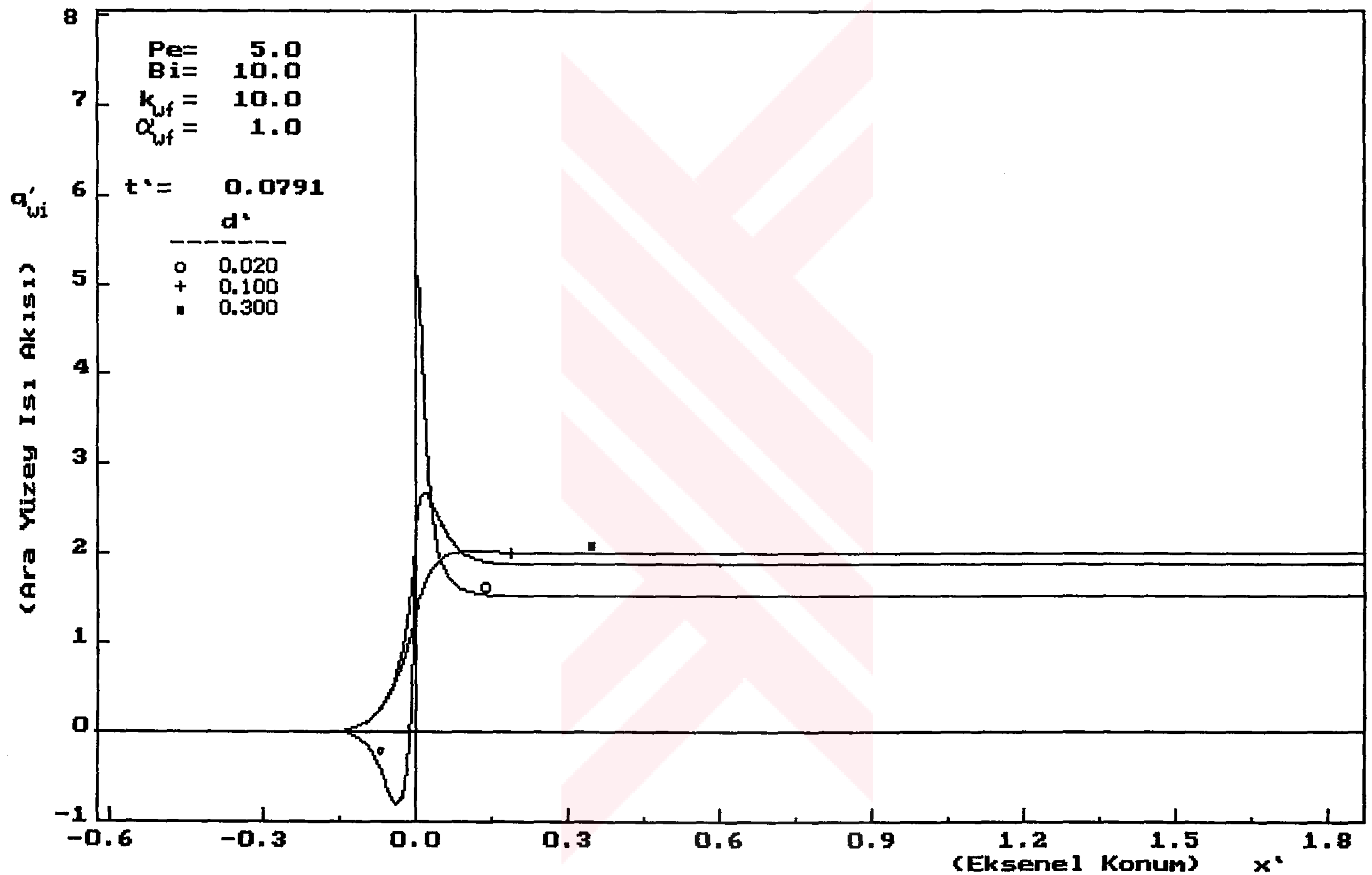
Şekil 3.9. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi (x'= 0.4666)



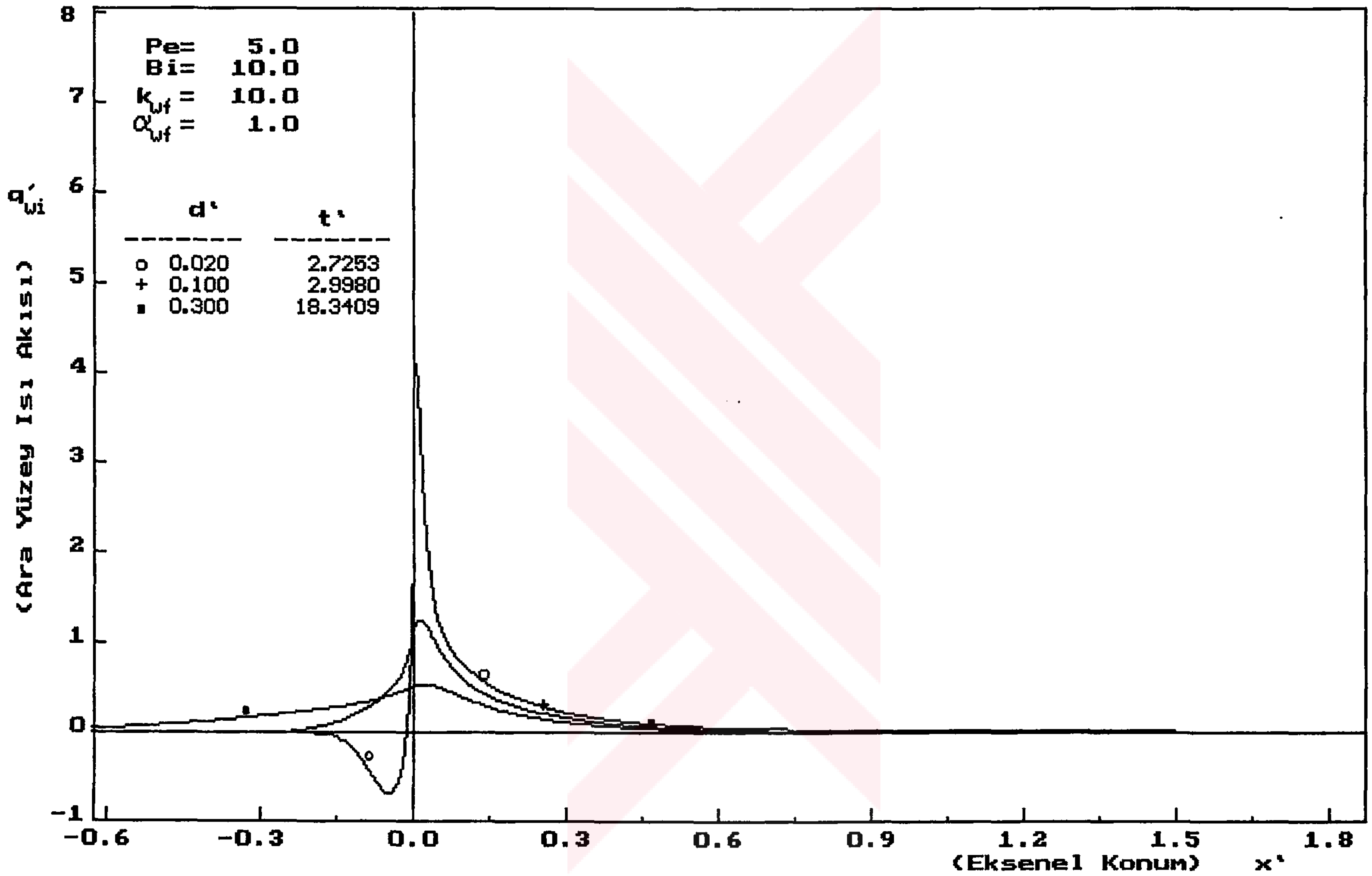
Şekil 3.10. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi (x'= 1.1522)



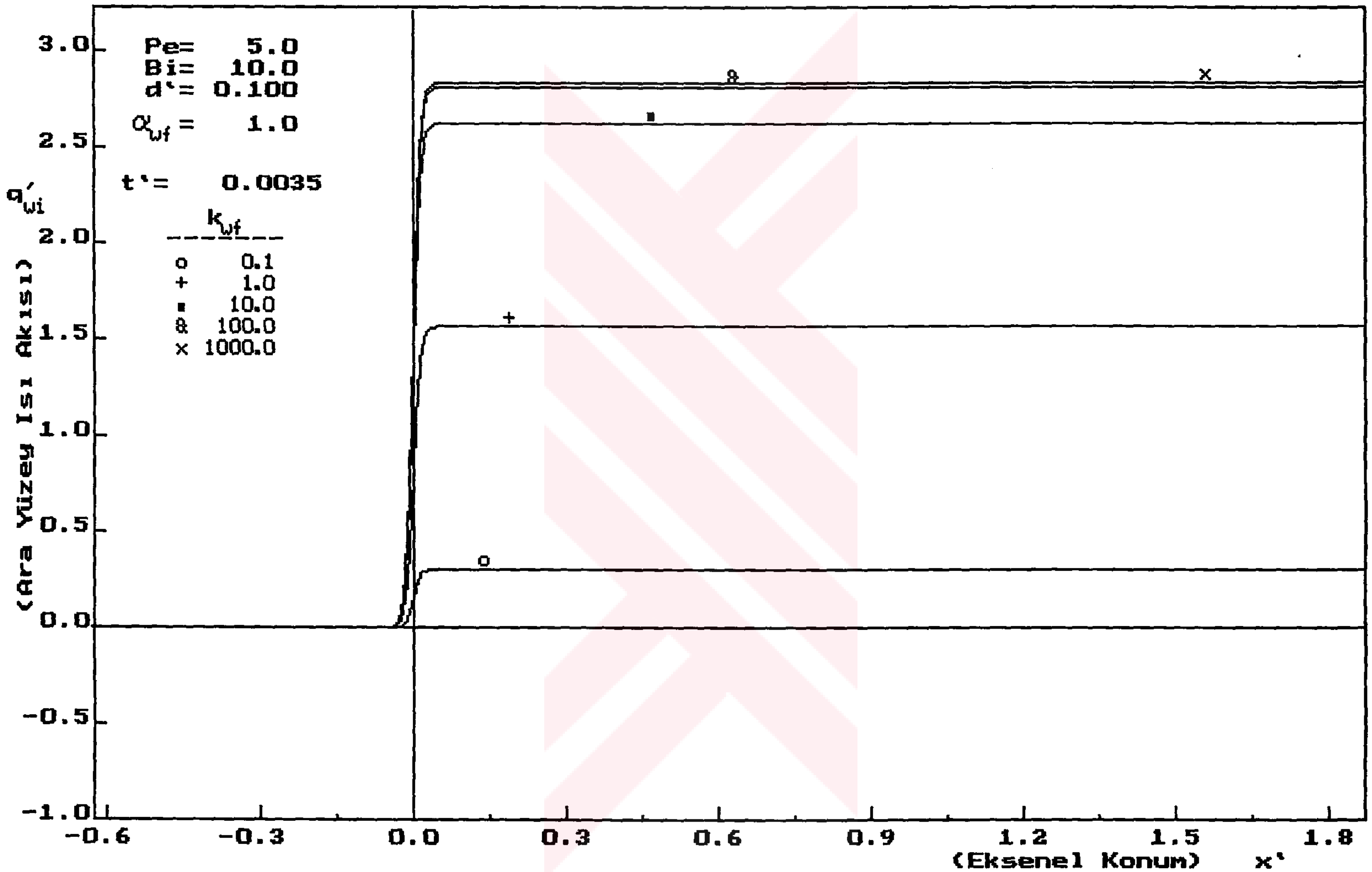
Şekil 3.11. Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0035)



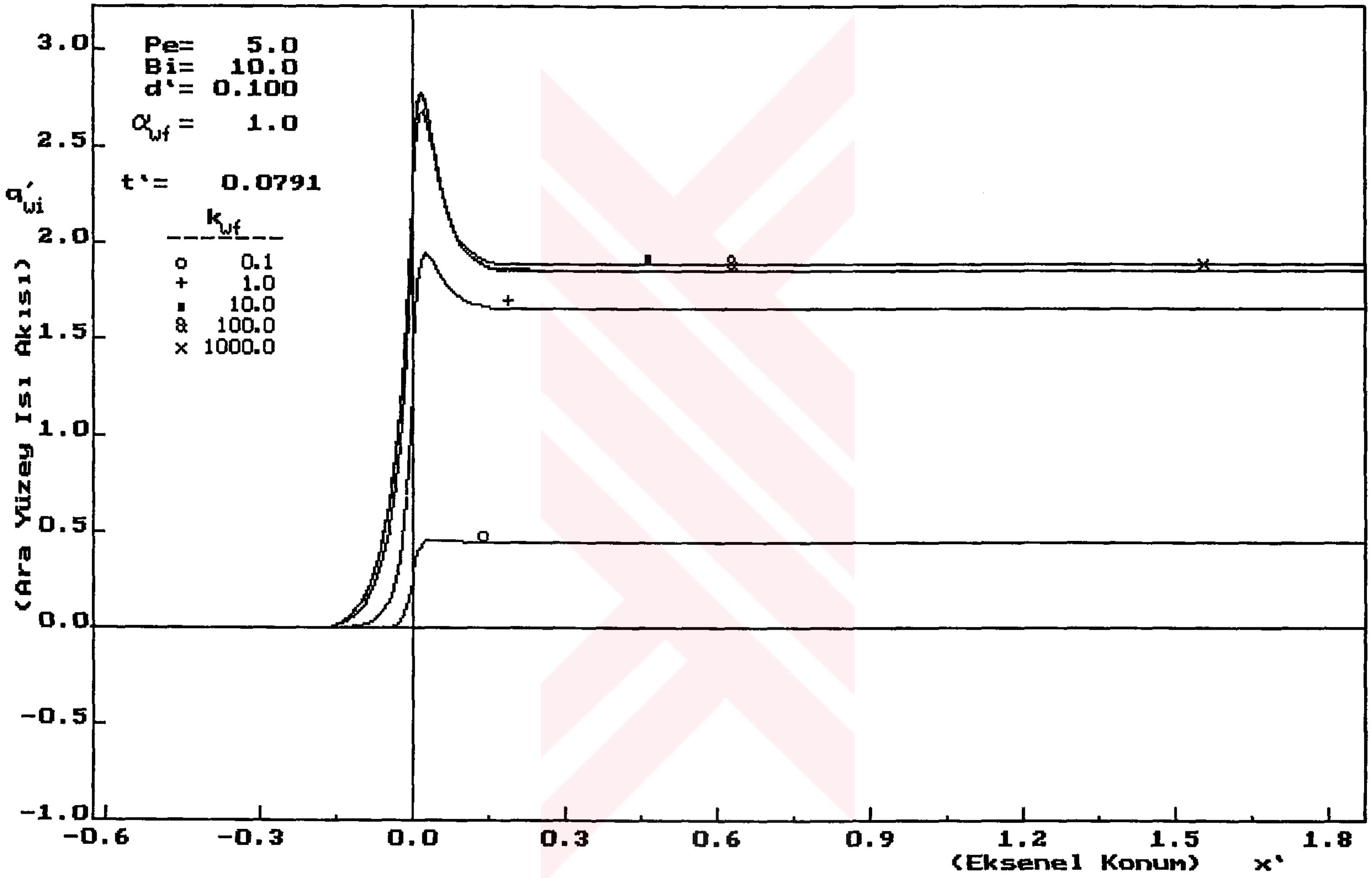
Şekil 3.12. Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0791)



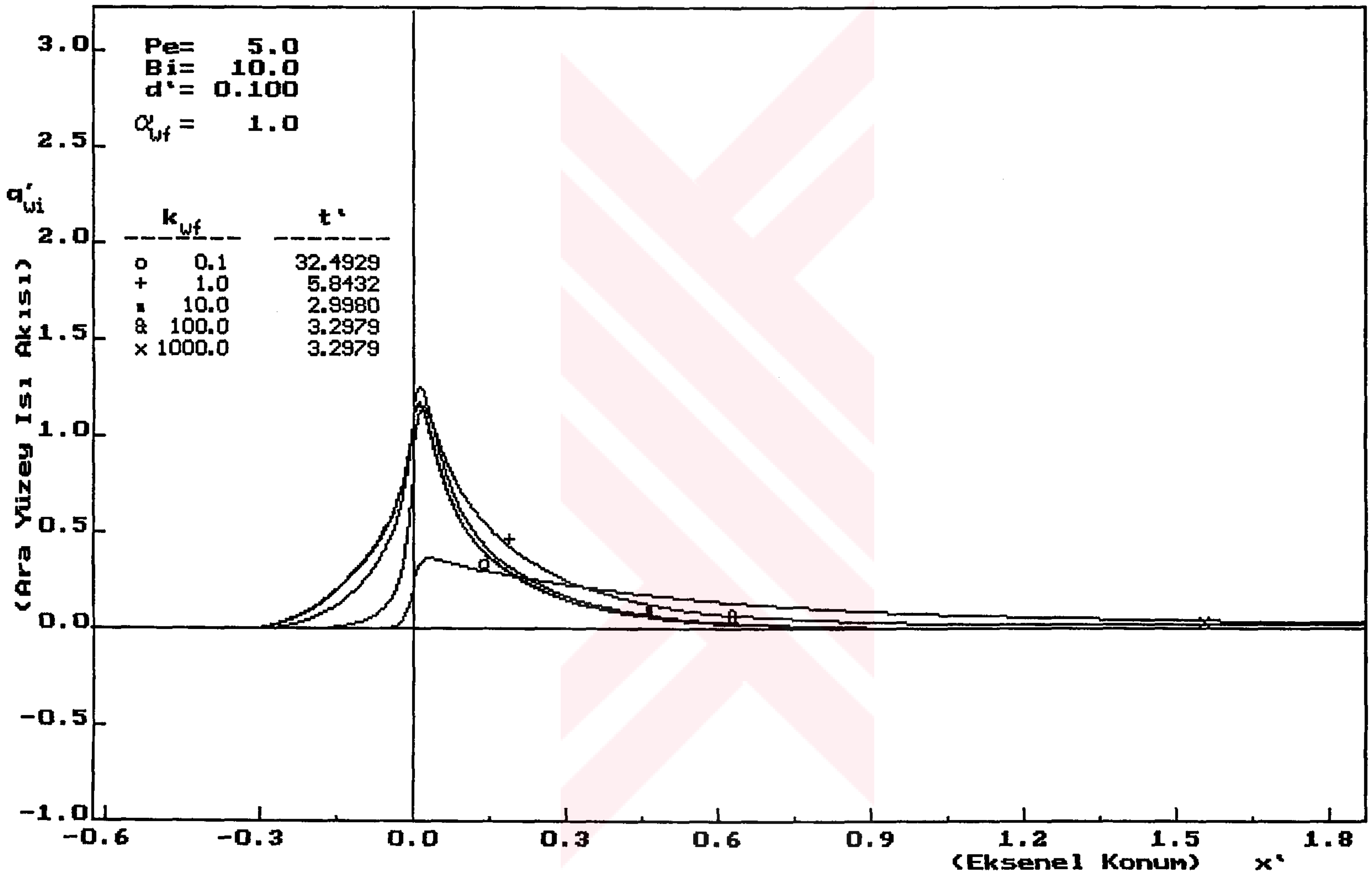
Şekil 3.13. Cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (sürekli rejimde)



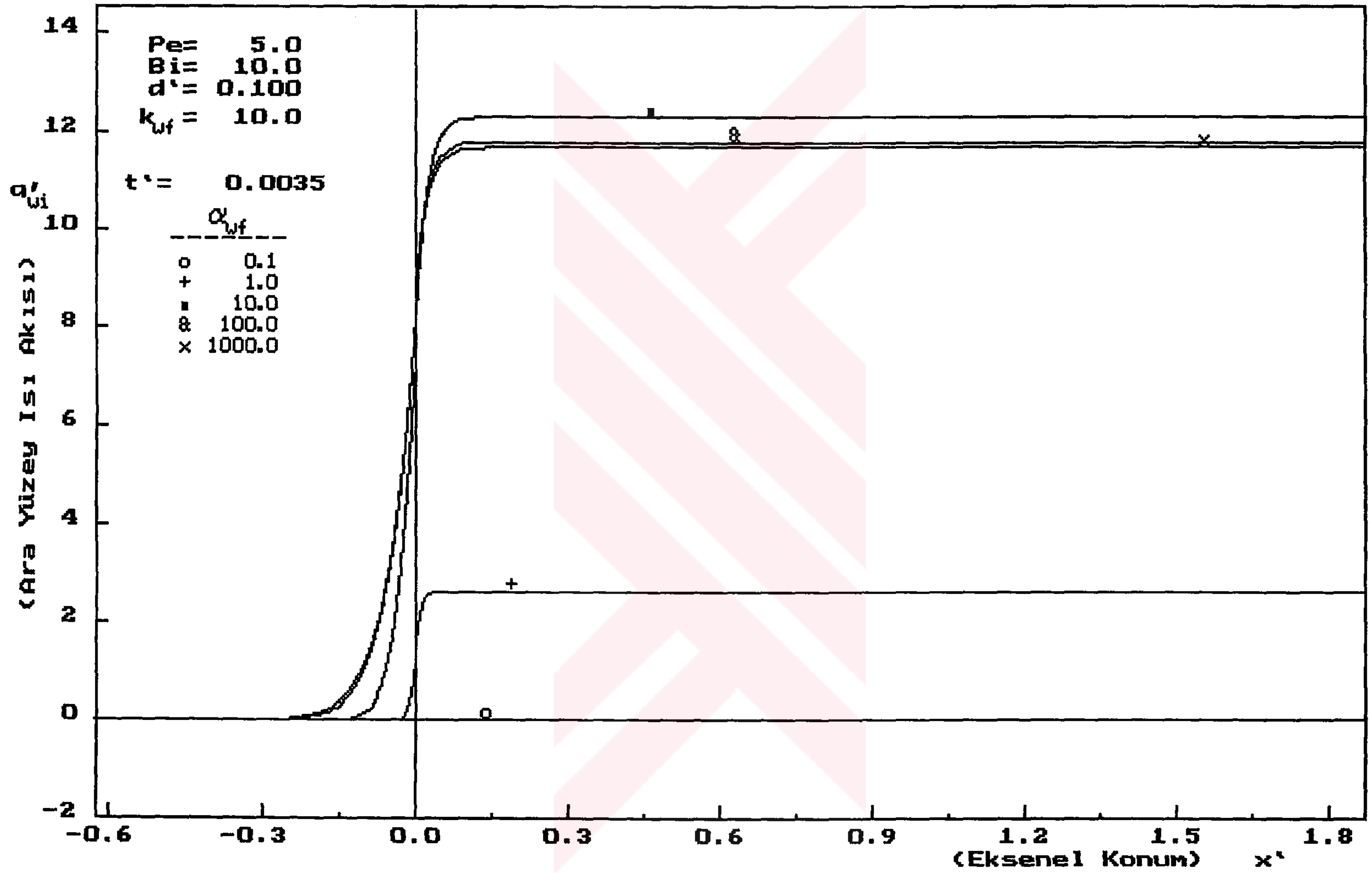
Şekil 3.14. Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0035)



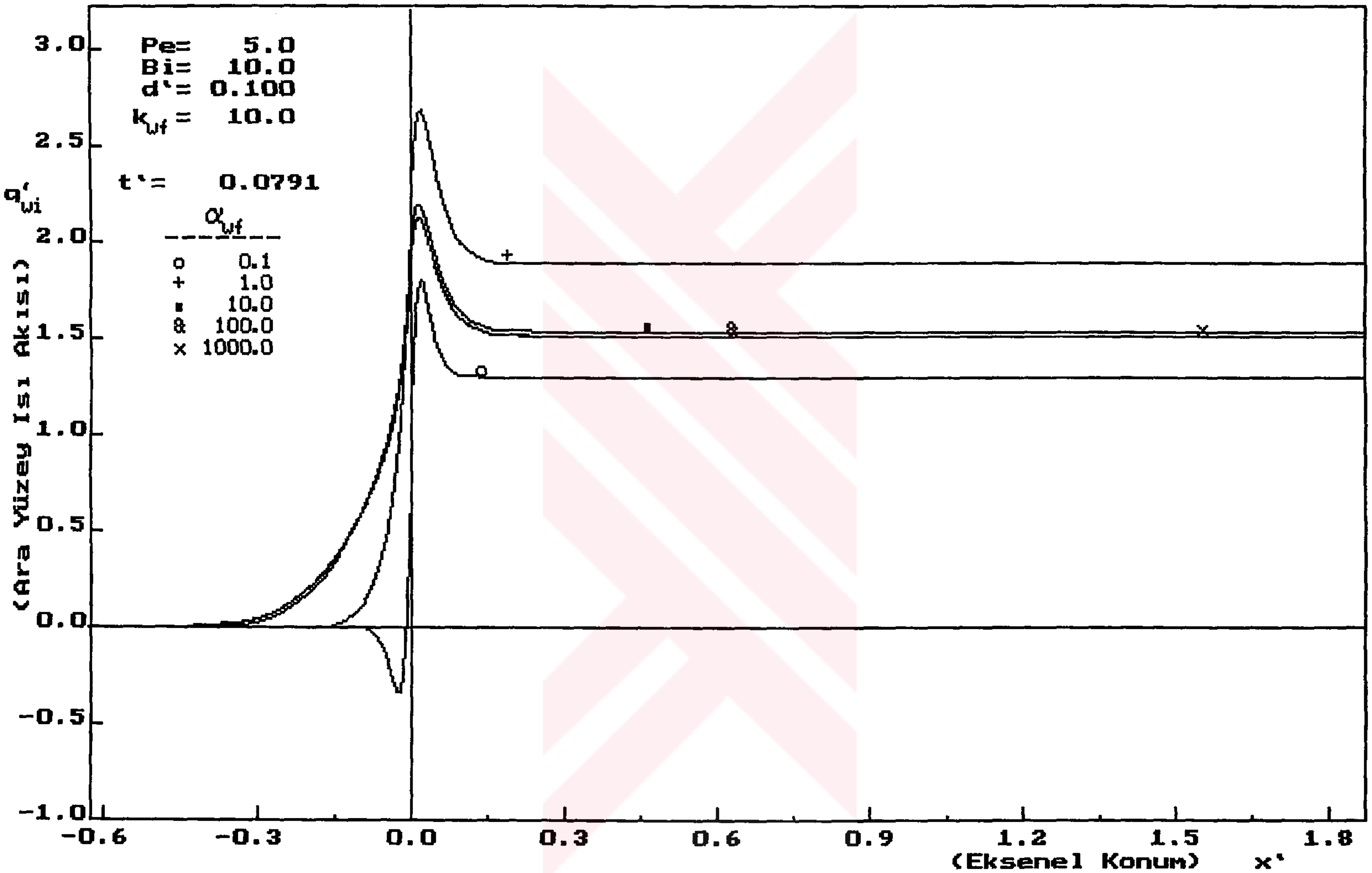
Şekil 3.15. Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0791)



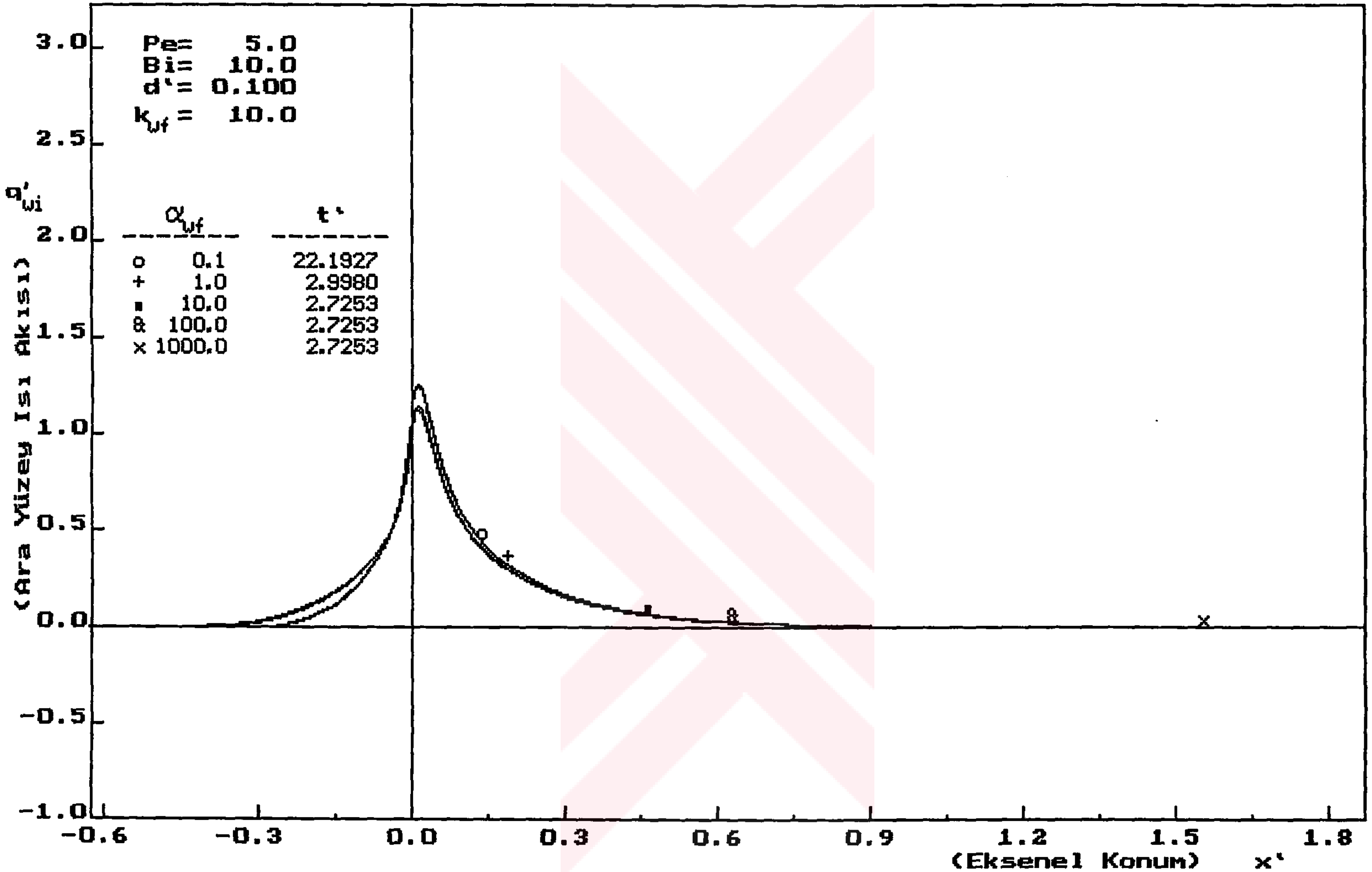
Şekil 3.16. Cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (sürekli rejimde)



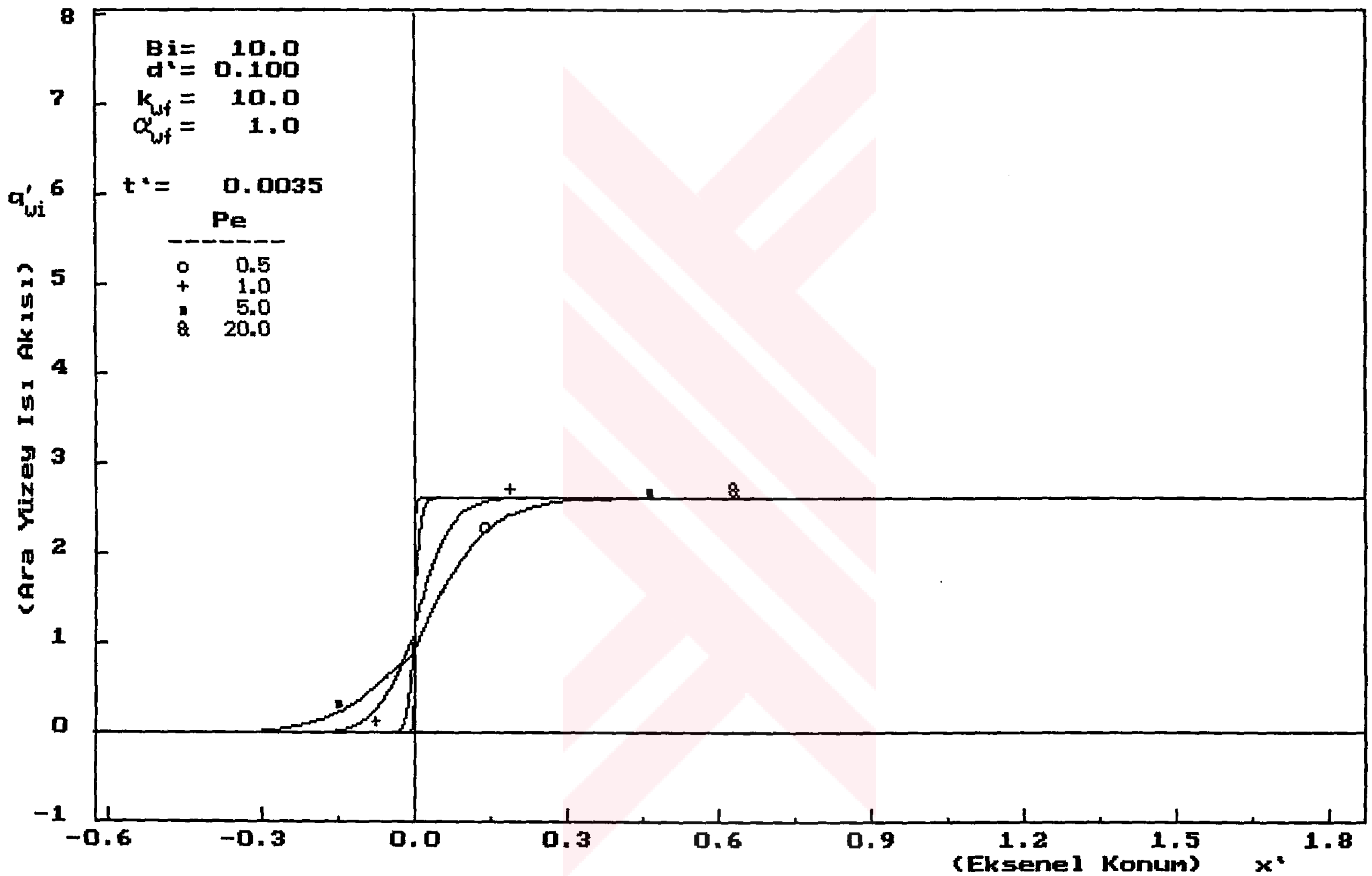
Şekil 3.17. Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0035)



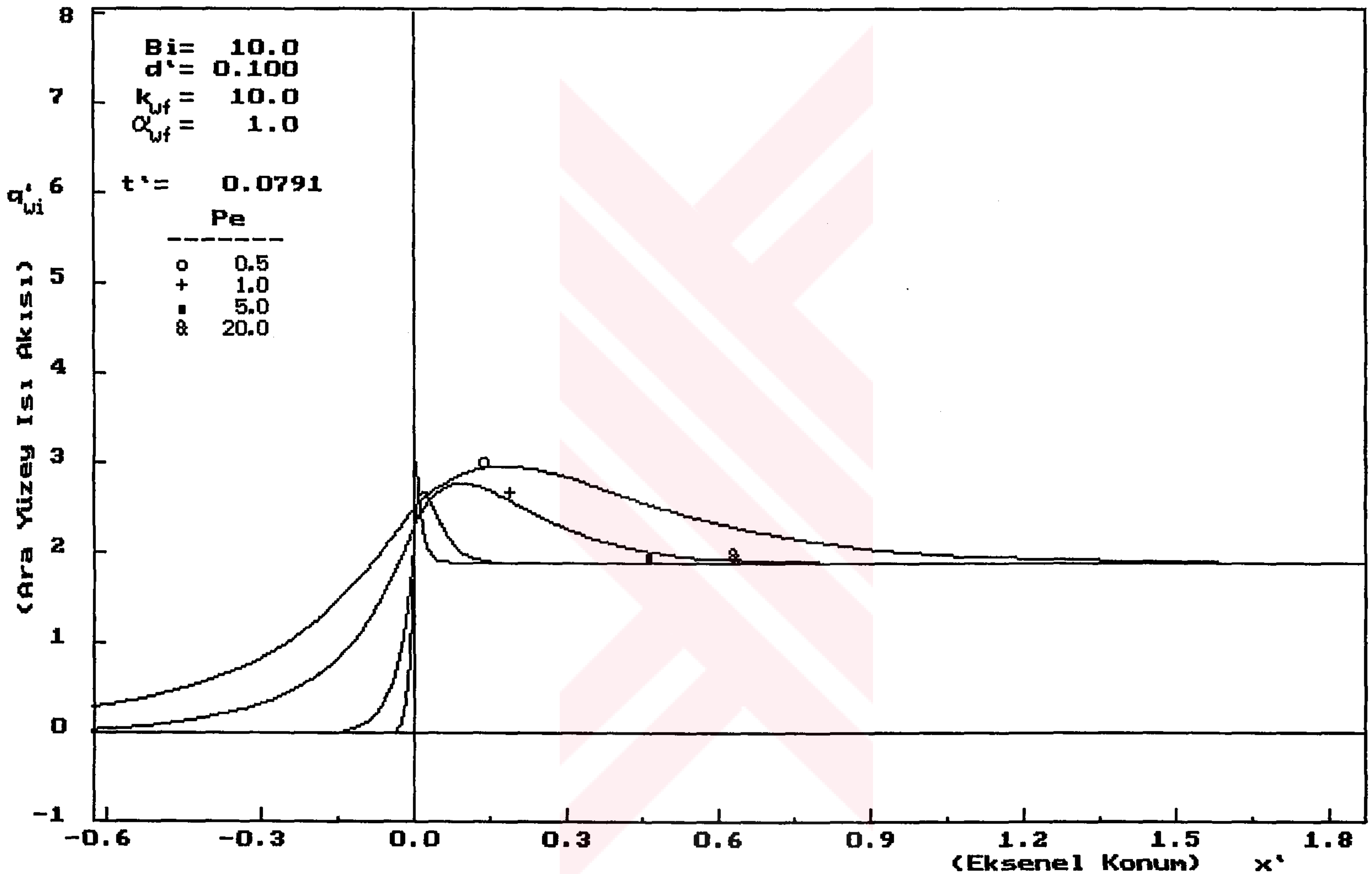
Şekil 3.18. Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi ($t' = 0.0791$)



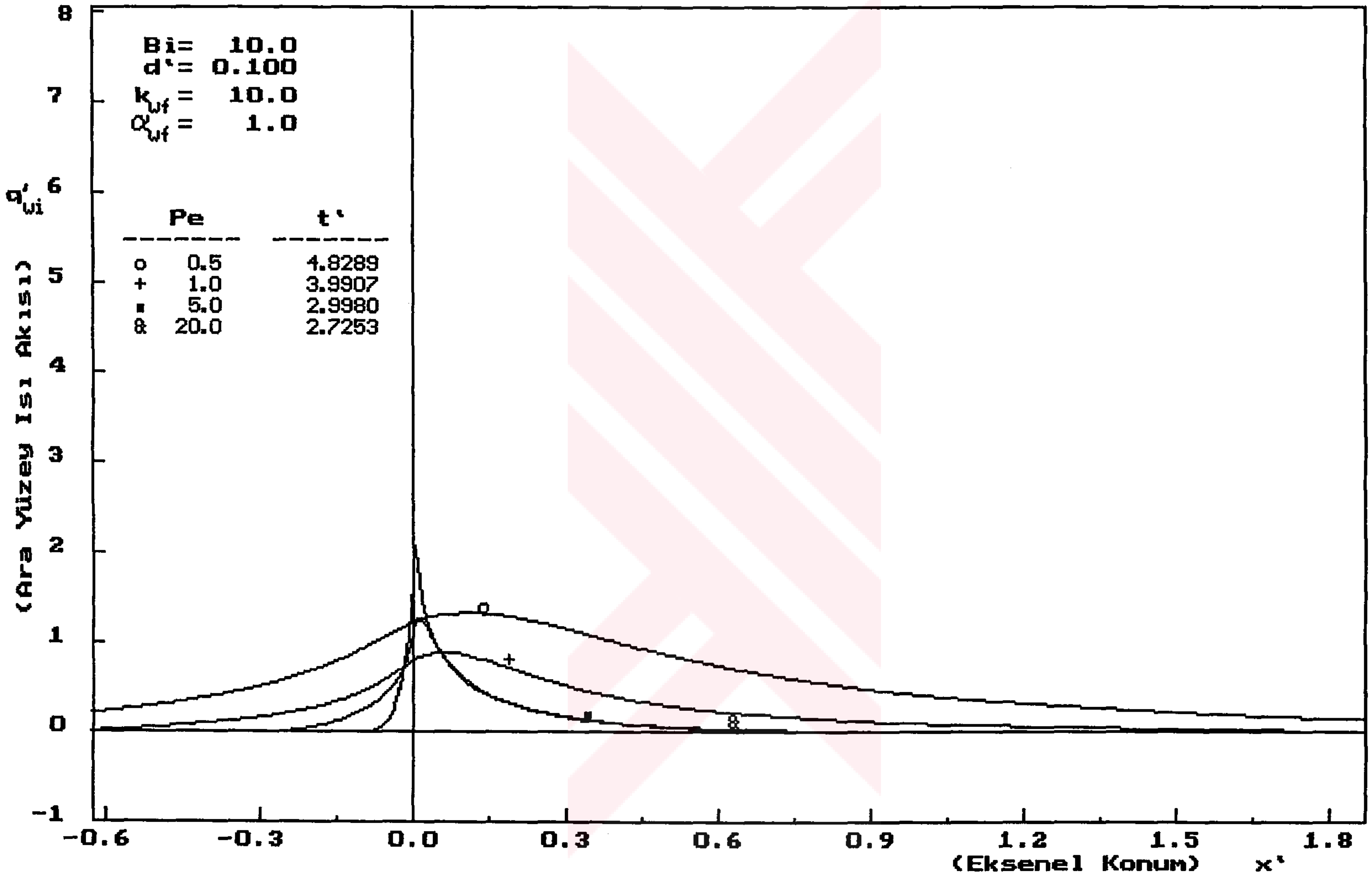
Şekil 3.19. Cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının ara yüzey ısı akısına etkisi (sürekli rejimde)



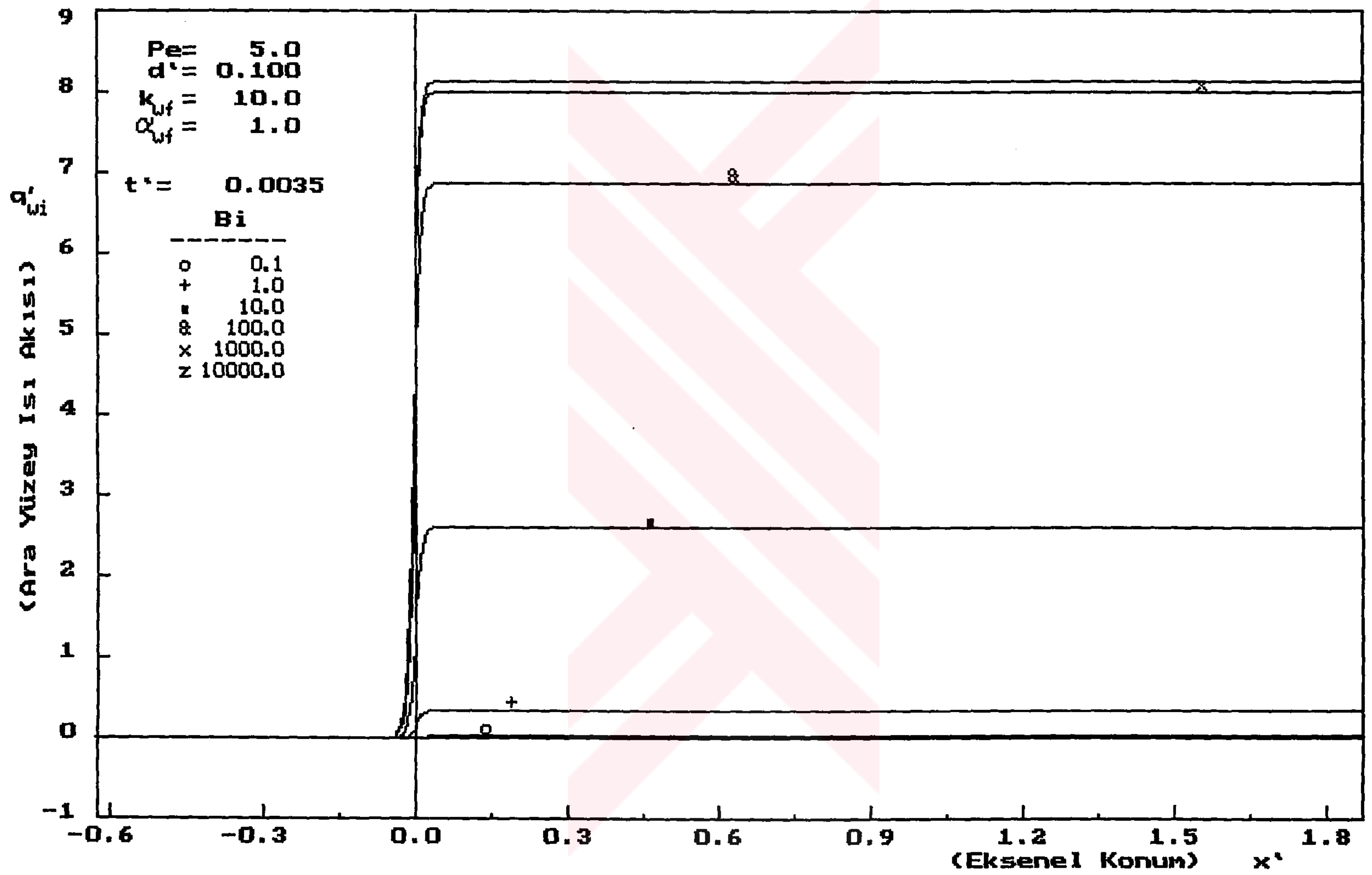
Şekil 3.20. Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0035)



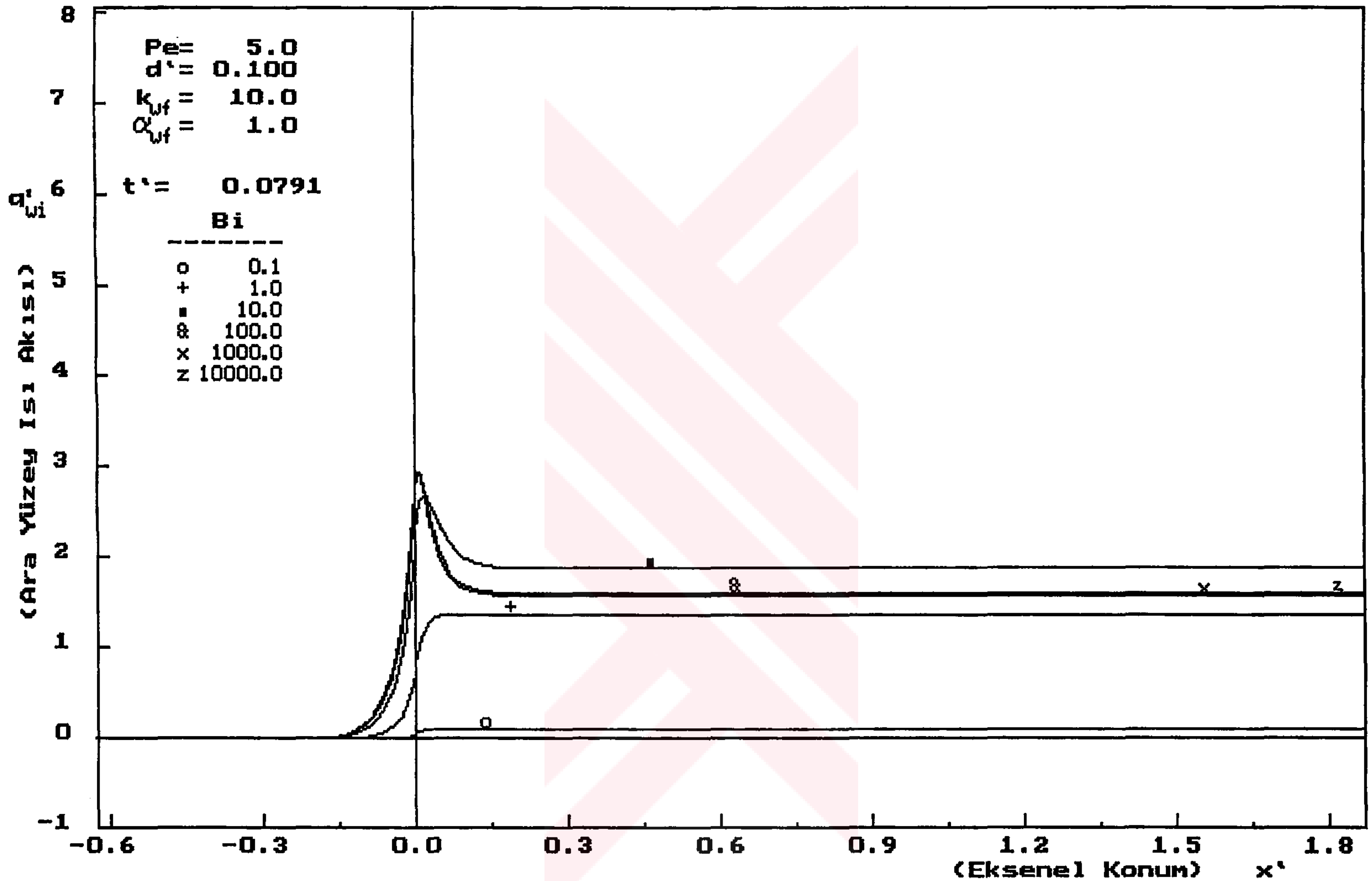
Şekil 3.21. Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi ($t' = 0.0791$)



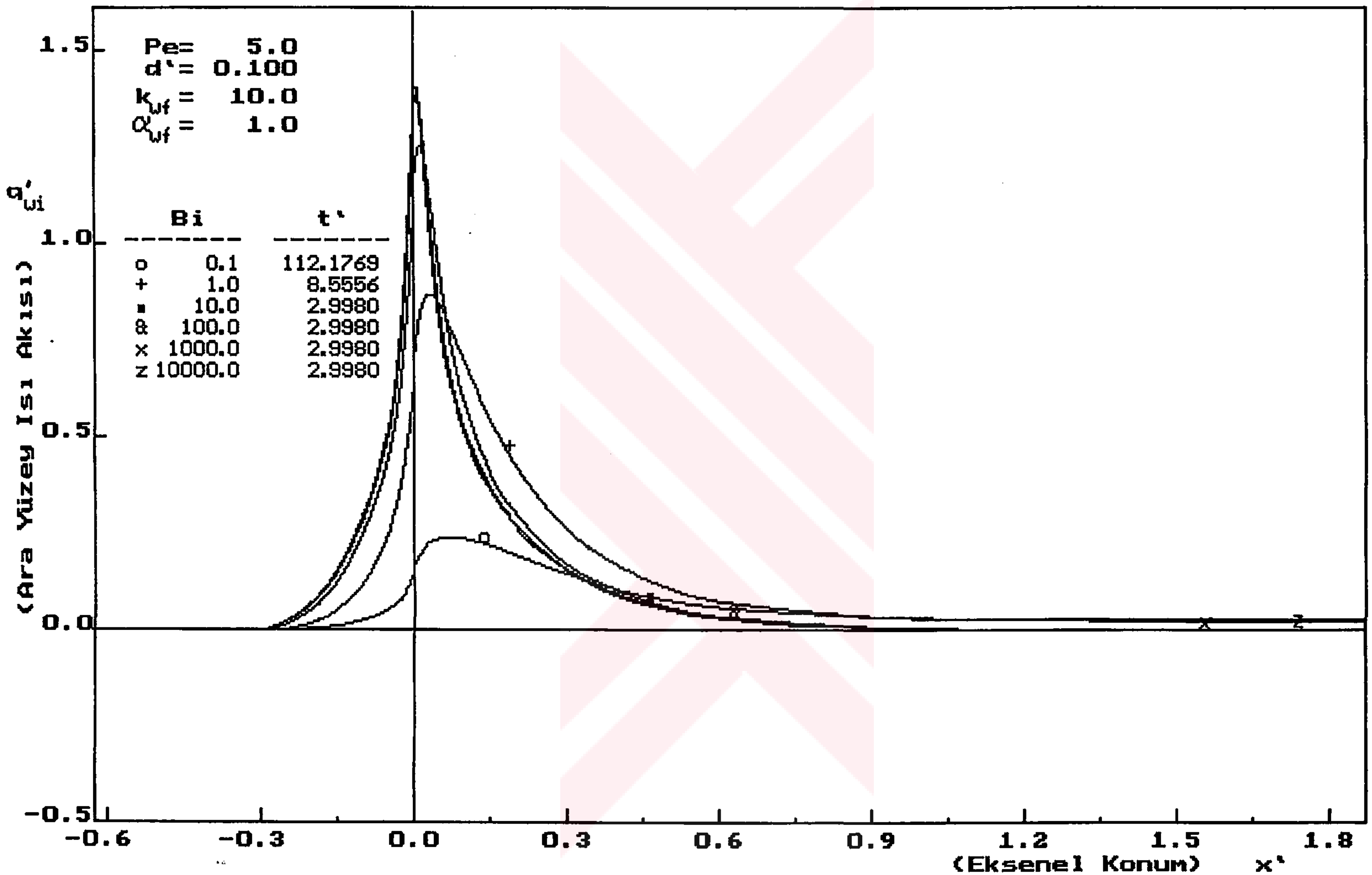
Şekil 3.22. Peclet sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (sürekli rejimde)



Şekil 3.23. Biot sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0035)



Şekil 3.24. Biot sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (t'= 0.0791)



Şekil 3.25. Biot sayısının ara yüzey ısı akısına etkisi (sürekli rejimde)

4. SONUÇ

Bu çalışmada, kalın cidarlı borularda, laminer akış, ısıl gelişme bölgesi, geçici rejim, birleşik ısı transferi problemi, iki-boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi gözönüne alınarak incelenmiştir. Problem, üst akış bölgesi yalıtılmış iki bölgeli bir boruda, alt akış bölgesinde çevre akışkanı sıcaklığında meydana gelen ani değişim sınır şartında, bir sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Problemi tanımlayan beş boyutsuz parametrenin, *Pe*, *Bi*, k_{wf} ,α_{wf} ve *d'*, etkilerini görmek için parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar şu şekilde özetlenebilir.

1. Gerek cidar ve gerekse akışkan tarafındaki eksenel iletim nedeniyle üst akış bölgesine önemli ölçüde ısı transfer edilmekte ve bu, akışkanın ısıtılan (veya soğutulan) bölgeye gelmeden önce ön ısıtılmasına (veya soğutulmasına) neden olmaktadır. Üst akış bölgesindeki ısı transferi miktarı geçici rejimin başlangıcında artmakta daha sonra ise azalmaktadır. Yine ön ısıtılma bölgesi zaman ilerledikçe üst akış tarafında daha gerilere doğru yayılmaktadır. Akışkan tarafında cidar tarafına nazaran ısının ters yönde daha fazla yayıldığı durumlarda, örneğin çok ince cidarlı borularda veya çok küçük α_{wf} değerleri için, üst akış bölgesinde ters yönde (akışkan tarafından cidar tarafına) ısı akısı görülebilmektedir.

2. Borunun ısıtılan kısmında ya da alt akış bölgesinde arayüzey ısı akısı değerleri cidardaki hızlı radyal iletim nedeniyle başlangıçta hızla artmakta ve kısa bir mesafede sabit bir değere ulaşmaktadır. İlerleyen zamanlarda ise akışkan tarafında etkisini arttıran ve ısıl gelişme bölgesine daha fazla yayılan taşınım etkisi nedeniyle ısı akısı değerleri hem ortalama olarak azalmakta ve hem de eğrilerdeki düzgünlük bozularak bir maksimum değere eriştikten sonra akış yönünde azalmaktadır. Bu eğilim sistem sürekli rejime ulaşıncaya kadar devam etmektedir.

3. Cidar iletiminin ve akışkan eksenel iletiminin etkileri *d'* büyüdükçe *Pe*, *Bi*, k_{wf} ve α_{wf} küçüldükçe artmaktadır. $d'<0.02$, $k_{wf}>100$, $\alpha_{wf}>100$, $Pe>20$ ve $Bi>100$ için her bir parametredeki değişim problemin sonuçları üzerine etkisini kaybetmektedir. Parametre değerlerindeki değişmenin etkisi geçici rejimin başlangıç şafhalarında daha fazla olmakta, sürekli rejime yaklaşıldıkça azalmaktadır.

4. Parametre değerlerindeki değişim, sürekli rejime ulaşma süresini de etkilemekte ve her bir parametre için etkisi arttıkça (*d'* büyüdükçe, *Pe*, *Bi*, k_{wf} ve α_{wf} küçüldükçe) sürekli rejime ulaşma süresi de uzamaktadır.

5. KAYNAKLAR

Aktaş, Z., Öncül, H., Ural, S. 1984. Sayısal Çözümleme, *C. 1, s. 275-297, ODTÜ, Ankara.*

Bilir, Ş. 1992. Numerical solution of Graetz problem with axial conduction, *Numerical Heat Tr., Part A, Vol. 21, pp. 493-500.*

Bilir, Ş. 1994. Transient conjugated heat transfer with thermally developing pipe flow, *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi, C.17, No.1, s. 11-20.*

Bilir, Ş. 1995. Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.38, No.9, pp. 1619-1625.*

Campo, A., Auguste J.-C. 1978, Axial conduction in laminar pipe flows with nonlinear wall heat fluxes, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.30, No.21, pp. 1597-1607.*

Cotta, R.M., Mikhailov, M.D., Özışık, M.N. 1987. Transient conjugated forced convection in ducts with periodically varying inlet temperature, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.30, No.10, pp. 2073-2082.*

Faghri, M., Sparrow, E.M. 1980. Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe flow heat transfer, *Trans ASME J. of Heat Tr., Vol.102, pp.58-63.*

Hildebrand, F. B. 1976, Advanced Calculus for Applications, *Prentice-Hall, pp. 107-111.*

Kakaç, S., Yener, Y. 1980. Convective Heat Transfer, *ODTÜ, Yayın No. 65, s.132-213, Ankara.*

Kays, W.M. 1966. Convective Heat and Mass Transfer, *McGraw-Hill, pp.102-149.*

Krishan, B. 1982. On conjugated heat transfer in fully developed flow, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.25, No.2, pp.288-289.*

Lee, S.L., Hwang, G.J. 1981. Finite element solution of low Peclet number fluid flow in a round pipe with the Cauchy boundary condition, *The Canadian J. Of Chem. Eng., Vol.59, pp.760-765.*

Lee, K. -T., Yan, W. -M. 1993. Transient conjugated forced convection heat transfer with fully developed laminar flow in pipes, *Numerical Heat Tr., Part A, Vol.23, pp.341-359.*

Li, W., Kakaç, S. 1991. Unsteady thermal entrance heat transfer in laminar flow with a periodic variation of inlet temperature, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.34, No.10, pp.2581-2592.*

Lin, T.F., Kuo, J.C. 1988. Transient conjugated heat transfer in fully developed laminar pipe flows, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.31, No.5, pp.1093-1102.*

Olek, S., Elias, E., Wacholder, E., Kaizerman, S. 1991. Unsteady conjugated heat transfer in laminar pipe flow,*Int. J. Heat Mass Tr., Vol.34, No.6, pp.1443-1450.*

Patankar, S. V. 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere, Washington, D.C.*

Schneider, P. J. 1957. Effects of axial fluid conduction on heat transfer in the entrance region of parallel plates and tubes, *Trans ASME, Vol.79, pp.765-773.*

Schutte, D.J., Rahman, M.M., Faghri A. 1992. Transient conjugate heat transfer in a thick walled pipe with developing laminar flow, *Numerical Heat Tr., Part A, Vol.21, pp.163-186.*

Spiegel, M.R. 1971. Finite Difference and Difference Equations, *Schaum's Series, McGraw Hill, p.122.*

Sucec, J. 1981. An improved quasi-steady approach for transient conjugated forced convection problems, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.24, No.10, pp.1711-1722.*

Sucec, J., Sawant, A.M. 1984. Unsteady conjugated forced convection heat transfer in a parallel plate duct, *In. J. Heat Mass Tr., Vol.27, No.1, pp.95-101.*

Sucec, J. 1986. Transient heat transfer in the laminar thermal entry region of a pipe: an analytical solution, *Applied Scientific Research, Vol.43, pp.115-125.*

Sucec, J. 1987-a. Unsteady conjugated forced convective heat transfer in a duct with convection from the ambient, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.30, No.9, pp.1963-1970.*

Sucec, J. 1987-b. Exact solution for unsteady conjugated heat transfer in the thermal entrance region of a duct, *Trans ASME J. of Heat Tr., Vol.109, pp.295-299.*

Travelho, J.S., Santos, W.F.N. 1991. Solution for transient conjugated forced convection in the thermal entrance region of a duct with periodically varying inlet temperature, *Trans ASME J. of Heat Tr., Vol.113, pp.558-562.*

Vick B., Özışık, M.N. 1981. Effects of axial conduction and convective boundary conditions in slug flow inside a circular tube, *Trans ASME J. of Heat Tr., Vol.103, pp.436-440.*

Vick, B., Özışık, M.N., Ullrich, D.F. 1983. Effects of axial conduction in laminar tube flow with convective boundaries, *J. of Franklin Inst., Vol.316, pp.159-173.*

Wijeysundera N.E. 1986. Laminar forced convection in circular and flat ducts with wall axial conduction and external convection, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.29, No.5, pp.797-807.*

Yan, W.-M., Tsay, Y.L., Lin, T.F. 1989. Transient conjugated heat transfer in laminar pipe flows, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.32, No.4, pp.775-777.*

Yan, W. -M. 1993. Transient conjugated heat transfer in channel flows with convection from the ambient, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.36, No.5, pp.1295-1301.*

Yan, W. –M. 1995. Unsteady conjugated heat transfer in turbulent channel flows with convection from the ambient, *Int. J. Heat Mass Tr., Vol.38, No.11, pp.2101-2108.*

Özgeçmiş

1957-Yunak (Konya) doğumlu olan Ali Ateş ilk ve orta tahsilini Konyada tamamladıktan sonra Isparta Devlet Müh. Ve Mim. Akademisi Makina Müh. Böölümünü bitirdi. Daha sonra Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Isı ve Proses Tekniği Anabilim Dalında yükseklisansa başladı. Ancak bu eğitimini Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde tamamladı. Bir ara Araştırma Görevlisi olarak çalıştığı S.Ü. Müh. Mim. Fak. Makina Bölümünden ayrılarak serbest ticari faaliyette bulundu ve 1994 yılında tekrar S.Ü. Ilgın Meslek Yüksekokulunda Öğr. Gör. Olarak göreve başladı. Halen bu görevini sürdürmekte olan Ali Ateş evli ve 3 çocuk babasıdır.

6. EKLER

EK-A

Sayısal Türev, Sayısal İntegral ve Enterpolasyon

Newton-Gregory formülüne göre bir fonksiyonun herhangi bir k noktasındaki türevi, fonksiyonun bu noktadaki ve bu noktadan önce eşit aralıklarla dizilmiş bilinen üç noktadaki değerlerine göre şöyle hesaplanabilir, (Hildebrand, 1976).

$$f'(k) = \frac{1}{h}\left[\nabla f(k) + \frac{1}{2}\nabla^2 f(k) + \frac{1}{3}\nabla^3 f(k)\right] \qquad \text{(A. 1)}$$

Burada h, noktalar arasındaki mesafedir. $\nabla f(k)$, $\nabla^2 f(k)$, $\nabla^3 f(k)$ ifadeleri ise şöyle tanımlanabilir.

$$\nabla f(k) = f(k) - f(k-h) \qquad \text{(A. 2)}$$

$$\nabla^2 f(k) = [f(k) - f(k-h)] - [f(k-h) - f(k-2h)] \qquad \text{(A. 3)}$$

$$\nabla^3 f(k) = \{[f(k) - f(k-h)] - [f(k-h) - f(k-2h)]\} - \{[f(k-h) - f(k-2h)] - [f(k-2h) - f(k-3h)]\} \qquad \text{(A. 4)}$$

N pozitif bir çift tamsayı olmak üzere herhangi bir $f(x)$ fonksiyonunun Simpson' un 1/3 kuralına göre $x=a$ ile $x=a+Nh$ aralığındaki integrali şu formülle yaklaşık olarak hesaplanabilir, (Spiegel, 1971).

$$\int_a^{a+Nh} f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) + 4f(a+3h) + \ldots + f(a+Nh)\right] \qquad \text{(A. 5)}$$

Herhangi bir $f(x)$ fonksiyonunun $(n+1)$ adet ayrık noktada değerleri biliniyorsa yani çözümü varsa, Lagrange enterpolasyon formülü uygulanarak ara noktaların değerleri hesaplanabilir, (Aktaş, Öncül ve Ural, 1984)

$$F(x)=\sum_{i=0}^{n} L_i(x) f_i \tag{A. 6}$$

ifadesi Lagrange enterpolasyon formülüdür. Burada L_i terimleri daha açık olarak;

$$L_i(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2).....(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})...(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)(x_i-x_2).....(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})...(x_i-x_n)} \tag{A. 7}$$

şeklinde yazılabilir.

Bilinen üç nokta için yukarıdaki formüller şöyle uygulanabilir.

$$L_0=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \tag{A. 8}$$

$$L_1=\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \tag{A. 9}$$

$$L_2=\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \tag{A. 10}$$

$$F(x)=L_0 f_0+L_1 f_1+L_2 f_2 \tag{A. 11}$$

EK- B

Bilgisayar Program Listeleri

a) TRANSCON.PAS Listesi (Ana Program)

```
Program TransientConjugatet;
{$N+,E-}
{$R+}
{$S+}
(*
*****************************************************************
 *-- Program .....: TRANSCON.PAS
 *-- Yazilim ......: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 27-04-98
 *-- Version .......: Pascal 7.0
 *-- Notlar ........: Ana program listesi
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
*****************************************************************
 *)
Uses Crt,Dos,Printer,Graph,Degiskenler,Isaretci,Gerekli,Enterpolasyon,Enterp5,
        Cizim1,Cizim2,Cizim3,Cizim4, Cizim5,SGoster,NusseltS,YSicak,THesapla,
        Katsayi,Mesyaz,Mesafe;
VAR  EkM : integer;
begin
  clrscr;
  hlim:=0.0001;
  DelT:=0.0001;
  sol:=25;
  sag:=33;
  alt:=8;
  ust:=alt;
  s:=99;
  getmem(T,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(Ap,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(Ae,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(Aw,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(An,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(As,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(Ap0,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  getmem(b,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
```

```
getmem(DelX,(sol+sag+4)*sizeof(double));
getmem(DelXM,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 getmem(X,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 getmem(Tb,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 getmem(Tp,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 getmem(Nu,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 getmem(Dt,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 getmem(Qwt,(sol+sag+4)*sizeof(double));

getmem(DelR,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
getmem(DelRM,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
getmem(R,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
 EkM:=LastMode;
  while true do begin
   TextMode(C80 + Font8x8);
   renk(14,9);
   ortala(3,'TRANSIENT CONJUGATED HEAT TRANSFER');
   renk(7,0);
   renk(14,11);
   ortala(8,'Seçenekler Listesi');
   renk(15,0);
   gotoxy(6,11); WriteLn('-> Dış Yüzey Sıcaklığı Eksenel Dağılımının Zamana
Göre Değişimi');
   gotoxy(6,12); WriteLn('-> Ara Yüzey   "     "     "     "    "    "   ');
   gotoxy(6,13); WriteLn('-> Yığık Sıcaklık      "     "     "    "    "   ');
   gotoxy(6,14); WriteLn('-> Radyal Sıcaklık Dağılımının Zamana Göre Değişimi
(x`=-0.1018)');
   gotoxy(6,15); WriteLn('->  "   "    "    "   "   "  (x`=0.0)');
   gotoxy(6,16); WriteLn('->  "   "    "    "   "   "  (x`=0.1018)');
   gotoxy(6,17); WriteLn('->  "   "    "    "   "   "  (x`=0.4666)');
   gotoxy(6,18); WriteLn('->  "   "    "    "   "   "  (x`=1.1522)');
   gotoxy(6,19); WriteLn('-> Yerel Nusselt Sayısı Eksenel Dağılımının Zamana
Göre Değişimi');
   gotoxy(6,20); WriteLn('-> Ara Yüzey Isı Akısı Eksenel Dağılımının Zamana
Göre Değişimi');
   gotoxy(6,21); WriteLn('-> Cidar Kalınlık Oranının Ara Yüzey Isı Akısına Etkisi
(t`=0.0035)');
   gotoxy(6,22); WriteLn('->  "   "    "   "   "   "   "   "  (t`=0.0791)');
   gotoxy(6,23); WriteLn('->  "   "    "   "   "   "   "   "  (sür.rejim)');
   gotoxy(6,24); WriteLn('-> Cidar-Akışkan Isı İletkenlik Kats.Oranının AYIA`na
Etkisi (t`=0.0035)');
   gotoxy(6,25); WriteLn('->  "   "   "   "   "   "   "   "   "  (t`=0.0791)');
   gotoxy(6,26); WriteLn('->  "   "   "   "   "   "   "   "   "  (sür.rejim)');
   gotoxy(6,27); WriteLn('-> Cidar-Akışkan Isıl Yayılım Kats.Oranının AYIA`na
Etkisi (t`=0.0035)');
   gotoxy(6,28); WriteLn('->  "   "   "   "   "   "   "   "  (t`=0.0791)');
   gotoxy(6,29); WriteLn('->  "   "   "   "   "   "   "   "  (sür.rejim)');
```

```
   gotoxy(6,30); WriteLn('-> Peclet Sayısının Ara Yüzey Isı Akısına
Etkisi (t`=0.0035)');
   gotoxy(6,31); WriteLn('->  "     "    "   "   "   "    "  (t`=0.0791)');
   gotoxy(6,32); WriteLn('->  "     "    "   "   "   "    "  (sür.rejim)');
   gotoxy(6,33); WriteLn('-> Biot Sayısının Ara Yüzey Isı Akısına Etkisi
(t`=0.0035)');
   gotoxy(6,34); WriteLn('->  "     "    "   "   "   "    "  (t`=0.0791)');
   gotoxy(6,35); WriteLn('->  "     "    "   "   "   "    "  (sür.rejim)');
   gotoxy(6,38); WriteLn('-> Programdan Çıkış');
   renk(12,0);
   gotoxy(5,11); WriteLn('a');
   gotoxy(5,12); WriteLn('b');
   gotoxy(5,13); WriteLn('c');
   gotoxy(5,14); WriteLn('d');
   gotoxy(5,15); WriteLn('e');
   gotoxy(5,16); WriteLn('f');
   gotoxy(5,17); WriteLn('g');
   gotoxy(5,18); WriteLn('h');
   gotoxy(5,19); WriteLn('i');
   gotoxy(5,20); WriteLn('j');
   gotoxy(5,21); WriteLn('k');
   gotoxy(5,22); WriteLn('l');
   gotoxy(5,23); WriteLn('m');
   gotoxy(5,24); WriteLn('n');
   gotoxy(5,25); WriteLn('o');
   gotoxy(5,26); WriteLn('p');
   gotoxy(5,27); WriteLn('q');
   gotoxy(5,28); WriteLn('r');
   gotoxy(5,29); WriteLn('s');
   gotoxy(5,30); WriteLn('t');
   gotoxy(5,31); WriteLn('u');
   gotoxy(5,32); WriteLn('v');
   gotoxy(5,33); WriteLn('w');
   gotoxy(5,34); WriteLn('x');
   gotoxy(5,35); WriteLn('y');
   gotoxy(5,38); WriteLn('0');
   renk(6,0);
   gotoxy(5,43); Write('Uyarı:');
   Renk(7,0);
   gotoxy(12,43); write('Grafikler çok büyük veye çok küçük çıktığı zaman');
   gotoxy(12,44); write('CIZIM?.PAS Unit`lerindeki gx1,gy1,gx2,gy2
değişkenlerinin');
   gotoxy(12,45); write('değerleri değiştirilerek ölçek ayarı yapılması gerekir.');

   renk(9,0);
   GotoXY(05,48); Write('Program devam ederken..');
   renk(14,5);
   gotoxy(05,49); Write('ESC -> Çıkış');
```

```
gotoxy(21,49); Write('SPACE, ENTER -> Devam');
gotoxy(46,49); Write('F2 -> Ekrandaki Grafiği Kaydet');
renk(7,0);
imlec('Y');
tdt:=0.0;
adt:=0;
s:=99;
rk:=1;
yaz:=1;
sdt:=0;
bas:=15;
for j:=alt+ust+1 Downto 0 do
 for i:=1 to sol+sag+2 do
  begin
    T^[i,j]:=0.0;
  end;
Mesafeler(sol,sag,alt,ust);
repeat
  sec:=UpCase(readkey);
until sec in['A'..'Y','0',#27];
TextMode(EkM);
imlec('Y');
if (sec='0') or (sec=#27) then break;
if (sec='A') or (sec='B') or (sec='C') or (sec='D') or (sec='E') or (sec='F') or
(sec='G')  or (sec='H') or (sec='I') or (sec='J') or (sec='K') or (sec='N') or (sec='Q') or
(sec='T') or (sec='W') then bas:=15
 else if (sec='L') or (sec='O') or (sec='R') or (sec='U') or (sec='X') then bas:=45
 else bas:=255;
while true do
 if s>1 then begin
   if (sec='K') or (sec='L') or (sec='M') then begin
     d:=d_ussu[yaz];
     Mesafeler(sol,sag,alt,ust);
   end
   else if (sec='N') or (sec='O') or (sec='P') then ksf:=kwf[yaz]
   else if (sec='Q') or (sec='R') or (sec='S') then asf:=awf[yaz]
   else if (sec='T') or (sec='U') or (sec='V') then pe:=peclet[yaz]
   else if (sec='W') or (sec='X') or (sec='Y') then bi:=biot[yaz];
   Katsayilar(sol,sag,alt,ust,sdt);
   Hesaplama(sol,sag,alt,ust);
   sdt:=sdt+1;
   GotoXY(17,22);
   Write(sdt:2,'. Zaman Aralığı Hesaplandı...');
   WriteLn('   İtr.say.=',s:6);
   TempBulk(sol,sag,alt,ust);
   Nusselt(sol,sag,alt,ust);
   DelT:=DelT*1.1;
   Tdt:=Tdt+DelT;
```

```
     if ((sdt mod bas)=0) or (s=1) then  begin
       if sec='A' then   CizdirT(sol,sag,alt,ust,1)
       else if sec='B' then   CizdirT(sol,sag,alt,ust,2)
       else if sec='C' then   CizdirT(sol,sag,alt,ust,0)
       else if sec='D' then   CizdirR(sol,sag,alt,ust,1)
       else if sec='E' then   CizdirR(sol,sag,alt,ust,2)
       else if sec='F' then   CizdirR(sol,sag,alt,ust,3)
       else if sec='G' then   CizdirR(sol,sag,alt,ust,4)
       else if sec='H' then   CizdirR(sol,sag,alt,ust,5)
       else if sec='I' then   CizdirNu(sol,sag,alt,ust,0,Nu^)
       else if sec='J' then   CizdirQ(sol,sag,alt,ust,0,Dt^)
       else if (sec='K') or (sec='L') or (sec='M') or (sec='N') or (sec='O') or (sec='P')
           or (sec='Q') or (sec='R') or (sec='S') or (sec='T') or (sec='U') or (sec='V')
           or (sec='W') or (sec='X') or (sec='Y')  then begin
          CizdirP(sol,sag,alt,ust,Dt^);
          DelT:=0.0001;
          tdt:=0.0;
          sdt:=0;
          s:=99;
          for j:=alt+ust+1 Downto 0 do
            for i:=1 to sol+sag+2 do
              T^[i,j]:=0.0;
          yaz:=yaz+1;
        end;
     end;
     if tus=#27 then break;
   end
   else begin
     beklet;
     if tus=#27 then break;
   end;
 end;
  freemem(T,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
 freemem(Ap,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
 freemem(Ae,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
 freemem(Aw,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
 freemem(An,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
 freemem(As,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
freemem(Ap0,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  freemem(b,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));

 freemem(DelX,(sol+sag+4)*sizeof(double));
freemem(DelXM,(sol+sag+4)*sizeof(double));
  freemem(X,(sol+sag+4)*sizeof(double));
  freemem(Tb,(sol+sag+4)*sizeof(double));
  freemem(Tp,(sol+sag+4)*sizeof(double));
  freemem(Nu,(sol+sag+4)*sizeof(double));
  freemem(Dt,(sol+sag+4)*sizeof(double));
```

```
  freemem(Qwt,(sol+sag+4)*sizeof(double));

  freemem(DelR,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
 freemem(DelRM,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
   freemem(R,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
end.
```

b) DEGISKENLER.PAS Listesi

```
Unit Degiskenler;
(*
*******************************************************************
 *-- Program .....: DEGISKENLER.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR, A.ATEŞ
 *-- Tarih ........: 29-04-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Program içinde kullanılan global değişkenler
 *--                 PhD Thesis, Selçuk University
*******************************************************************
 *)

interface
const
   Biot   : array[1..6] of real = (0.1,1.0,10.0,100.0,1000.0,10000.0);
   Peclet : array[1..4] of real = (0.1,1.0,5.0,20.0);
   kwf    : array[1..5] of real = (0.1,1.0,10.0,100.0,1000.0);
   awf    : array[1..4] of real = (0.1,1.0,10.0,100.0);
   d_ussu : array[1..3] of real = (0.02,0.1,0.3);
   x_ussu : array[1..5] of real = (-0.1,0.0,0.1,0.5,1.1);
   indis  : array[1..5] of byte = (0,0,0,0,0);
   Bi     : real = 10.0;
   Pe     : real = 5.0;
   Ksf    : real = 10.0;
   Asf    : real = 1.0;
   D      : real = 0.1;
   f      : real = 0.001;
   maxy = 19;
   maxx = 80;
Type
   Mat_arr  = array[1..maxx, 0..maxy] of real;
   Row_arr  = array[1..maxx] of real;
   Col_arr  = array[0..maxy] of real;
   St80     = String[80];

var
   Ap,Ae,Aw,An,As,Ap0,b,T       : ^Mat_arr;
```

```
   DelX,DelXM,X,Tb,Tp,Nu,Dt,Qwt : ^Row_arr;
   DelR,DelRM,R                 : ^Col_arr;
   Delt,Tdt,Drn,Drs,Dxe,Dxw,ebf,
   hlim,Rrr,Bbb,DelR1,DelR2,ebd1,ebd2 : real;
   isn,sdt,tsy,s               : longint;
   sol,sag,alt,ust,na,i,j,z,rk  : word;
   ciz,yaz,bas                 : byte;
   tus,sec                     : char;
   alan1,alan2,adt             : word;
   resim1,resim2               : pointer;
   Lx,Ly                       : array[1..999] of real;
implementation
end.
```

c) MESAFE.PAS Listesi

```
Unit Mesafe;
(*
 ****************************************************************
 *-- Program .....: MESAFE.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 29-04-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Düğüm sistemindeki yatay ve düşey mesafelerin hesaplanması
 *--                PhD Thesis,  Selçuk University
 ****************************************************************
 *)

Interface
uses degiskenler;
Procedure Mesafeler(m1,m2,nn,l : byte);   { Eksenel ve Radyal Uzunlukların
Girilmesi }
Implementation
Procedure Mesafeler;
var
   i,j,k,ix,ind : byte;
   frk          : real;
Begin
 for j:=1 to nn+l+1 do
   r^[j]:=0.0;
 for i:=1 to m1+m2+2 do Begin
```

```
  x^[i]:=0.0;
 End;
  x^[m1+1]:=0.0; x^[m1]:=-f; x^[m1+2]:=+f;
  DelX^[m1+1]:=f; DelX^[m1+2]:=f; DelX^[m1]:=f*1.35;
{ x=0 ın sol tarafi ( x'<0 )  yani üst akış bölgesi mesafeleri }
  frk:=99.0;
  For i:=m1-1 Downto 2 Do
  Begin
   DelX^[i]:=DelX^[i+1]*1.35;
   x^[i]:=x^[i+1]-DelX^[i+1];
   if abs(abs(x^[i])-abs(x_ussu[1]))<frk then begin
    frk:=abs(abs(x^[i])-abs(x_ussu[1]));
    indis[1]:=i;
   end;
  End;
  ind:=indis[1];
  x_ussu[1]:=x^[ind];
  indis[2]:=m1+1;
{ x=0 ın sağ tarafi ( x'>=0 )  yani alt akış bölgesi mesafeleri }
  frk:=99.0;
  ix:=3;
  For i:=m1+3 to m1+m2+1 Do
  Begin
   DelX^[i]:=DelX^[i-1]*1.35;
   x^[i]:=x^[i-1]+DelX^[i];
   if (ix<6) and (abs(x^[i]-x_ussu[ix])<frk) then begin
    frk:=abs(x^[i]-x_ussu[ix]);
    indis[ix]:=i;
   end;
   if (ix<6) and (x^[i]>x_ussu[ix]) then begin
    ind:=indis[ix];
    x_ussu[ix]:=x^[ind];
    ix:=ix+1;
    frk:=99.0;
   end;
  End;
  DelX^[1]:=DelX^[2]; DelX^[m1+m2+2]:=DelX^[m1+m2+1];
  x^[1]:=x^[2]-DelX^[2];  x^[m1+m2+2]:=x^[m1+m2+1]+DelX^[m1+m2+2];
  For i:=1 to m1+m2+1 do
   DelXM^[i]:=(DelX^[i]+DelX^[i+1])/2.0;
 DelXM^[m1+m2+2]:=(DelX^[m1+m2+1]+DelX^[m1+m2+2])/2.0;
  { Radyal Mesafelerinin Girilmesi }
   DelR2:=d/l;               { Boru cidar kalınlığını l=8 parçaya böl  }
   DelR1:=(1-DelR2*nn/2)/(nn/2);   { Akışkan bölg. geniş olan aralıklar }
  r^[1]:=0.0;
  na:=(nn div 2)+1;
  For j:=2 to na do begin
    Delr^[j]:=DelR1;
```

```
    r^[j]:=r^[j-1]+Delr^[j];
  End;
  For j:=na+1 to nn+l+1 do begin
    Delr^[j]:=DelR2;
     r^[j]:=r^[j-1]+Delr^[j];
  End;
  Delr^[1]:=Delr^[2]; Delr^[nn+l+2]:=Delr^[nn+l+1];
  For j:=1 to nn+l+1 do
     DelRM^[j]:=(Delr^[j]+Delr^[j+1])/2.0;
End;
End.
```

d) MESYAZ.PAS Listesi

```
Unit MesYaz;
(*
 *****************************************************************
 *-- Program .....: MESYAZ.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 01-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Hesaplanan mesafelerin istendiğinde yazdırılabilmesi için
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 *****************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Printer,Degiskenler,gerekli;
Procedure MYazdir(m1,m2,nn,l : byte);      { Verilen Radyal ve Eksenel Mesafelerin
Yazdırılması }
Implementation
Procedure MYazdir;
var
  i,j : byte;
Begin
  WriteLn('Mesafeler Yazdırılıyor..');
  WriteLn('d`=',d:7:4);
  for j:=1 to nn+l+1  do
  Begin
   Write('R(',j:2,')  '); Write(r^[j]:7:4); Write('     '); Write('DeltaR(',j:2,')  ');
    Write(Delr^[j]:7:4);
   Write('     '); Write('DeltaRM(',j:2,')  '); Writeln(DelRM^[j]:7:4);
  End;
  for j:=24 to isn do
  Begin
```

```
   Write(lst,'R(',j:2,') '); Write(lst,r^[j]:7:4); Write(lst,'     ');
Write(lst,'DeltaR(',j:2,') ');
    Write(lst,Delr^[j]:7:4);
   Write(lst,'     '); Write(lst,'DeltaRM(',j:2,') '); Writeln(lst,DelRM^[j]:7:4);
  End;
  beklet;
  writeLn;   writeLn;
  for i:=1 to m1+1  do
  Begin
   write('X(',i:2,') '); write(x^[i]:7:4); write('     '); write('DeltaX(',i:2,') ');
    write(DelX^[i]:7:4);
   write('     '); write('DeltaXM(',i:2,') '); Writeln(DelXM^[i]:7:4);
  End;
  beklet;
  WriteLn;
  for i:=M1+1 to m1+m2+2 do
  Begin
   write('X(',i:2,') '); write(x^[i]:7:4); write('     '); write('DeltaX(',i:2,') ');
    write(DelX^[i]:7:4);
   write('     '); write('DeltaXM(',i:2,') '); Writeln(DelXM^[i]:7:4);
  End;
End;
End.
```

e) KATSAYI.PAS Listesi

```
Unit Katsayi;
(*
 *****************************************************************
 *-- Program .....: KATSAYILAR.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih ........: 29-04-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Ayrıklaştırılmış denklemlerin katsayılarının hesabı
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 *****************************************************************
 *)

Interface
uses crt,Degiskenler;
Procedure Katsayilar(m1,m2,nn,l,ddt : byte);  { Katsayıların Hesabı }
Implementation
Procedure Katsayilar;
var
  i,j,k : byte;
```

```
Begin
 for j:=nn+l+1 Downto 1 do
  for i:=1 to m1+m2+2 do
  begin
    Ae^[i,j]:=0.0;
    Aw^[i,j]:=0.0;
    An^[i,j]:=0.0;
    As^[i,j]:=0.0;
   Ap0^[i,j]:=0.0;
    b^[i,j]:=0.0;
    Ap^[i,j]:=0.0;
  end;

{ Cidar Bölgesine ait katsayılar.. }
 For i:=2 to m1+m2 do
  for j:=nn+l Downto nn+2 do begin
   Ae^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i+1]);
   Aw^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
   An^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j+1]+0.5)*DelXM^[i];
   As^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j]-0.5)*DelXM^[i];
  Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
   b^[i,j]:=0.0;
   Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
 End;

{ Akışkan Bölgesine ait katsayılar.. }
 for i:=2 to m1+m2 do
  For j:=nn Downto 2 do Begin
   Ae^[i,j]:=(r^[j]-exp(3.0*ln(r^[j])))*DelRM^[j]/(exp(Pe*Pe*(1-
exp(2.0*ln(r^[j])))*DelX^[i+1])-1.0);
   Aw^[i,j]:=(exp(Pe*Pe*(1-exp(2.0*ln(r^[j])))*DelX^[i])*(r^[j]-
exp(3.0*ln(r^[j])))*DelRM^[j])
        /(exp(Pe*Pe*(1-exp(2.0*ln(r^[j])))*DelX^[i])-1.0);
   An^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j+1]+0.5)*DelXM^[i];
   As^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j]-0.5)*DelXM^[i];
  Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/DelT;
   b^[i,j]:=0.0;
   Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
 End;
{ Sınır Şartlarındaki katsayılar.. }
 j:=nn+l+1;
 For i:=2 to m1 do begin
   Ae^[i,j]:=(DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i+1]);
   Aw^[i,j]:=(DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
   An^[i,j]:=0.0;
   As^[i,j]:=2/Delr^[j]*DelXM^[i];
  Ap0^[i,j]:=(DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
   b^[i,j]:=0.0;
```

```
  Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
end;
j:=nn+l+1;                    { 1-f şartı }
For i:=m1+1 to m1+m2 do begin
  Ae^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i+1]);
  Aw^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
  An^[i,j]:=0.0;
  As^[i,j]:=2*r^[j]/Delr^[j]*DelXM^[i];
 Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
  b^[i,j]:=Bi*(2*r^[j]+Delr^[j])*DelXM^[i];
  Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
end;

j:=nn+1;
For i:=2 to m1+m2 do begin
  Ae^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i+1]);
  Aw^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
  An^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j+1]+0.5)*DelXM^[i];
  As^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j]-0.5)*DelXM^[i]/ksf;
 Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
  b^[i,j]:=0.0;
  Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
end;

j:=1;
For i:=2 to m1+m2 do begin
  Ae^[i,j]:=DelRM^[j]/(exp(Pe*Pe*DelX^[i+1])-1);
  Aw^[i,j]:=exp(Pe*Pe*DelX^[i])*DelRM^[j]/(exp(Pe*Pe*DelX^[i])-1);
  An^[i,j]:=2.0/Delr^[j+1]*DelXM^[i];
  As^[i,j]:=0.0;
 Ap0^[i,j]:=(DelRM^[j]*DelXM^[i])/DelT;
  b^[i,j]:=0.0;
  Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
end;

i:=m1+m2+1;
For j:=nn+l Downto nn+2 do Begin
  Ae^[i,j]:=0.0;
  Aw^[i,j]:=2*(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
  An^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j+1]+0.5)*DelXM^[i];
  As^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j]-0.5)*DelXM^[i];
 Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
  b^[i,j]:=0.0;
  Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
End;

i:=m1+m2+1;
For j:=nn Downto 2 do Begin
```

```
   Ae^[i,j]:=0.0;
   Aw^[i,j]:=((exp(Pe*Pe*(1-exp(2.0*ln(r^[j])))*DelX^[i])+1)*(r^[j]-
exp(3*ln(r^[j])))*DelRM^[j])
          /(exp(Pe*Pe*(1-exp(2.0*ln(r^[j])))*DelX^[i])-1);
   An^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j+1]+0.5)*DelXM^[i];
   As^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j]-0.5)*DelXM^[i];
  Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/DelT;
   b^[i,j]:=0.0;
   Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
 End;

 j:=nn+l+1; i:=m1+m2+1;
 Ae^[i,j]:=0.0;
 Aw^[i,j]:=2*(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
 An^[i,j]:=0.0;
 As^[i,j]:=2*r^[j]/Delr^[j]*DelXM^[i];
Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
 b^[i,j]:=Bi*(2*r^[j]+Delr^[j])*DelXM^[i];
 Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];

 j:=nn+1; i:=m1+m2+1;
 Ae^[i,j]:=0.0;
 Aw^[i,j]:=2*(r^[j]*DelRM^[j])/(Pe*Pe*DelX^[i]);
 An^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j+1]+0.5)*DelXM^[i];
 As^[i,j]:=(r^[j]/Delr^[j]-0.5)*DelXM^[i]/Ksf;
Ap0^[i,j]:=(r^[j]*DelRM^[j]*DelXM^[i])/(Asf*DelT);
 b^[i,j]:=0.0;
 Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];

 j:=1; i:=m1+m2+1;
 Ae^[i,j]:=0.0;
 Aw^[i,j]:=(exp(Pe*Pe*DelX^[i])+1)*DelRM^[j]/(exp(Pe*Pe*DelX^[i])-1);
 An^[i,j]:=2.0/Delr^[j+1]*DelXM^[i];
 As^[i,j]:=0.0;
Ap0^[i,j]:=(DelRM^[j]*DelXM^[i])/DelT;
 b^[i,j]:=0.0;
 Ap^[i,j]:=Ae^[i,j]+Aw^[i,j]+An^[i,j]+As^[i,j]+Ap0^[i,j]+b^[i,j];
End;
End.
```

f) THESAPLA.PAS Listesi

```
Unit THesapla;
(*
*****************************************************************
```

```
*-- Program .....: THESAPLA.PAS
*-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
*-- Tarih ........: 03-05-98
*-- Version ......: Pascal 7.0
*-- Notlar .......: Düğüm noktası sıcaklıklarının hesaplanması
*--               PhD Thesis,  Selçuk University
******************************************************************
*)

Interface
Uses Degiskenler,Gerekli;
Procedure Hesaplama(m1,m2,nn,l : byte);   { Düğüm noktaları sıcaklıklarının
hesabı.. }
Implementation
Procedure Hesaplama;
var
  T0     : Mat_arr;
  i,j,m : Byte;
Begin
  s:=0;
  renk(7,0);
  Ortala(25,' Lütfen bekleyiniz..');
  For i:=1 to m1+m2+2 do
    For j:=nn+l+1 Downto 1 do
      T0[i,j]:=T^[i,j];
  repeat
  ebf:=0.0;
  s:=s+1;
  For i:=2 to m1+m2+1 do   begin
    For j:=nn+l+1 Downto 1 do begin
      if (Ap^[i,j]=0.0) Then
        rrr:=0.0
      Else
       Rrr:=(Ae^[i,j]*T^[i+1,j]+Aw^[i,j]*T^[i-
1,j]+An^[i,j]*T^[i,j+1]+As^[i,j]*T^[i,j-1]+Ap0^[i,j]*T0[i,j]+b^[i,j])
            /(1.0*Ap^[i,j])-T^[i,j];
      T^[i,j]:=T^[i,j]+rrr;
      if abs(rrr)>ebf then ebf:=abs(rrr);
      end;
    end;
until (ebf<hlim);
  tsy:=tsy+s;
End;
End.
```

g) YSICAK.PAS Listesi

```
Unit YSicak;
(*
**************************************************************
*-- Program .....: YSICAK.PAS
*-- Yazilim .....: Ş.BİLİR, A.ATEŞ
*-- Tarih .........: 13-05-98
*-- Version ......: Pascal 7.0
*-- Notlar .......: Yığık sıcaklıkların hesabı
*--               PhD Thesis, Selçuk University
**************************************************************
*)

Interface
Uses Crt,Graph,Degiskenler,Enterpolasyon;
Procedure TempBulk(m1,m2,nn,l : Byte);    { Bulk (Yığık) sıcaklıklar.. }
implementation
Procedure TempBulk;
var
  ff     : Mat_arr;
  Tp1a,Tp2a,Tp3a,Tp1b,Tp2b,Tp3b,Tba,Tbb : Row_arr;
  i,j     : byte;
Begin
  For i:=1 to m1+m2+2 do begin
   Tp1a[i]:=0.0; Tp2a[i]:=0.0; Tp3a[i]:=0.0;
   Tp1b[i]:=0.0; Tp2b[i]:=0.0; Tp3b[i]:=0.0;
  End;
  For i:=1 to m1+m2+1 do
     Ff[i,1]:=0.0;
  For i:=1 to m1+m2+1 do
   For j:=2 to Nn+1 do
     Ff[i,j]:=(r^[j]-exp(3*ln(r^[j])))*T^[i,j];
  For i:=1 to m1+m2+1 do
     Tp1a[i]:=Ff[i,1]+Ff[i,(Nn div 2)+1];
  For i:=1 to m1+m2+1 do begin
   j:=2;
   While j<=(Nn div 2) do begin
     Tp2a[i]:=Tp2a[i]+Ff[i,j];
     j:=j+2;
   End;
  End;
  For i:=1 to m1+m2+1 do begin
   j:=3;
   While j<=((Nn div 2)-1) do begin
     Tp3a[i]:=Tp3a[i]+Ff[i,j];
     j:=j+2;
```

```
    End;
   End;
   For i:=1 to m1+m2+1 do
    Tba[i]:=4.0*DelR1/3.0*(Tp1a[i]+4.0*Tp2a[i]+2.0*Tp3a[i]);
   For i:=1 to m1+m2+1 do
    Tp1b[i]:=Ff[i,nn+1]+Ff[i,(Nn div 2)+1];
   For i:=1 to m1+m2+1 do begin
    j:=(Nn div 2)+2;
    While j<=Nn  do begin
      Tp2b[i]:=Tp2b[i]+Ff[i,j];
     j:=j+2;
    End;
   End;
   For i:=1 to m1+m2+1 do begin
    j:=(Nn div 2)+3;
    While j<=(Nn-1)  do begin
      Tp3b[i]:=Tp3b[i]+Ff[i,j];
     j:=j+2;
    End;
   End;
   For i:=1 to m1+m2+1 do
    Tbb[i]:=4.0*DelR2/3.0*(Tp1b[i]+4.0*Tp2b[i]+2.0*Tp3b[i]);
   For i:=1 to m1+m2+1 do begin
    Tb^[i]:=Tba[i]+Tbb[i];
   end;
End;
End.
```

h) NUSSELTS.PAS   Listesi

```
Unit NusseltS;
(*
 *******************************************************************
 *-- Program .....: NUSSELTS.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 13-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Yerel Nusselt sayılarının bulunması
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 *******************************************************************
 *)

Interface
Uses Degiskenler;
Procedure Nusselt(m1,m2,nn,l : byte);    { Yerel Nusselt sayıları.. }
Implementation
```

```
Procedure Nusselt;
var
  Df1,Df2,Df3,Df12,Df23,Df123 : Row_arr;
  i,j     : byte;
Begin
  ebd1:=-999.0;
  ebd2:=-999.0;
  For i:=2 to m1+m2  do begin
    Df1[i]:=T^[i,Nn+1]-T^[i,Nn];
    Df2[i]:=T^[i,Nn]-T^[i,Nn-1];
    Df3[i]:=T^[i,Nn-1]-T^[i,Nn-2];
    Df12[i]:=Df1[i]-Df2[i];
    Df23[i]:=Df2[i]-Df3[i];
    Df123[i]:=Df12[i]-Df23[i];
    Dt^[i]:=(Df1[i]+Df12[i]/2.0+Df123[i]/3.0)/Delr2;
    If (T^[i,Nn+1]-Tb^[i])=0.0 Then
      Nu^[i]:=0.0
    Else
      Nu^[i]:=2.0*Dt^[i]/(T^[i,Nn+1]-Tb^[i]);
    if Dt^[i]>ebd1 then ebd1:=Dt^[i];
    if Nu^[i]>ebd2 then ebd2:=Nu^[i];
  End;
  For i:=2 to m1+m2 do begin
    Tp^[i]:=DelX^[i+1]*Dt^[i]+Tp^[i-1];
    Qwt^[i]:=2.0*Pe*Tp^[i];
  End;
End;
End.
```

i) SGOSTER.PAS Listesi

```
Unit Sgoster;
(*
 **********************************************************************
 *-- Program .....: SGOSTER.PAS
 *-- Yazilim ......: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 07-05-98
 *-- Version .......: Pascal 7.0
 *-- Notlar ........: Hesaplanan sıcaklıkların istendiğinde yazıcıdan alınabilmesi için
 *--                  PhD Thesis,  Selçuk University
 **********************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Printer,Degiskenler,Gerekli;
Procedure Goster(m1,m2,nn,l : byte; sdt : integer);
```

```
Implementation
Procedure Goster;
var
  i,j,m,k     : byte;
Begin
  renk(2,0);      Ortala(12,' Sonuçlar Yazdırılıyor..');
  renk(15+128,0); Ortala(14,' Lütfen Bekleyiniz..');
  renk(7,0);
  writeLn;
  writeLn;
{    WriteLn('T[i,17',m1+m2+1:2,',17]=',T^[m1+m2+1,17]:12:9,'  ');
  WriteLn('T[',m1+1:2,',17]=',T^[m1+1,17]:12:9,'  ');
  WriteLn('  Top.~tr.say.=',Tsy:6);   }

  WriteLn(lst,#18,'RESULTS OF TRANSIENT CONJUGATE PROBLEM');
  WriteLn(lst,#15,'ebf=',ebf:11:7,'  Has.lim.=',hlim:12:9,'   Itr.say.=',s:6,'
Top.~tr.say.=',Tsy:6,
  '    DeltaT=',DelT:11:7,'   Top.Zaman=',Tdt:11:7,'   d`=',d:7:4,'   Pe=',Pe:7:3,'
Bi=',Bi:7:3,
  '   AlfaWF=',Asf:7:3,'   Kwf=',Ksf:7:3,'     Kaçıncı Adım=',sdt:4);
  m:=1;
  k:=1;
  For i:=1 to m1+m2+2 do  begin
    Write(lst,'T[',i:2,',17]=',T^[i,17]:12:9,'  ');
    k:=k+1;
    if k>10 then begin
      WriteLn(lst);
      k:=1;
    end;
  End;
  WriteLn(lst);
  k:=1;
  For i:=1 to m1+m2+2 do  begin
    Write(lst,'T[',i:2,',9]=',T^[i,9]:12:9,'  ');
    k:=k+1;
    if k>10 then begin
      WriteLn(lst);
      k:=1;
    end;
  End;
  WriteLn(lst);
  k:=1;
  For i:=1 to m1+m2+2 do  begin
    Write(lst,'Tb^[',i:2,']=',Tb^[i]:12:9,'  ');
    k:=k+1;
    if k>10 then begin
      WriteLn(lst);
      k:=1;
```

```
    end;
  End;
  WriteLn(lst);
  WriteLn(Lst,'   x        Tb        Nu        Tw        log(x)    log(Nu)    qw
q');

WriteLn(Lst,'=====================================================================
================================================');
  for i:=1 to m1+m2+1 do begin
    Write(lst,x^[i]:11:6);
    if Tb^[i]<5e-04 then Tb^[i]:=0.0;
    if T^[i,nn]<5e-04 then T^[i,nn]:=0.0;
    if Abs(Qwt^[i])<0.005 then Qwt^[i]:=0.0;
    if Abs(Dt^[i])<0.005 then Dt^[i]:=0.0;
    Write(Lst,Tb^[i]:11:6,' ',Nu^[i]:11:6,' ',T^[i,nn]:11:6,' ',3.0*ln(x^[i]/0.001):11:6,'
',10.0*ln(Nu^[i]/3.0):11:6,' ',
          Qwt^[i]:11:6);
    if Dt^[i]<0.0 then
      writeLn(lst,' -- ')
    else
      writeLn(lst,Dt^[i]:11:6);
  End;
  WriteLn(lst);
End;
End.
```

j) CIZIM1.PAS Listesi

```
Unit cizim1;
(*
 **********************************************************************
 *-- Program .....: CIZIM1.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR, A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 08-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: To-, Ti-, Tb-   eksenel dağılımı   grafikleri
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 **********************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Graph,Printer,Degiskenler,Enterpolasyon,Gerekli;
Procedure cizdirT(m1,m2,nn,l,z: byte);
Implementation
Procedure cizdirT;
```

```
const
 gx1=240;
 gx2=240;
 gy1=370;
 gy2=370;
var
  Gd,Gm,xf1,i,j,k,xf2,yf1,yf2 : Integer;
  ig,jg : longint;
 nokta,yazy,yazx,yaz1,yaz2,yaz3,yaz4,yaz5,yaz6,yaz7,yaz8,yaz9,yaz10,
 yaz11,yaz12,yaz13,yaz14 : st80;
Begin
  renk(0,7);
  Gd:=detect;
  InitGraph(Gd,Gm,'');
  If GraphResult <> 0 Then Begin
    WriteLn('Grafik Hata..');
    beklet;
    exit;
  End;
  settextjustify(0,1);
  nokta:='o+ş&xz*=Ï@#s0';
  setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,false);
  setlinestyle(0,0,1);
  setcolor(15);
  rectangle(40,10,getmaxx,getmaxy-99);
  xf1:=190; xf2:=190; yf1:=99; yf2:=99;
  Line(40,getmaxy-yf1,getmaxx,getmaxy-yf1);
  Line(xf1,getmaxy-99,xf1,10);
  For jg:=0 to 10 do begin
     str(jg/10:3:1,yazy);
     outtextxy(17,getmaxy-100-jg*gy1 div 10,yazy);
  end;
  For jg:=1 to 10 do  begin
     line(40,getmaxy-99-jg*gy1 div 10,48,getmaxy-99-jg*gy1 div 10);
  end;
  ig:=-6;
  while ig<m1+m2+2 do begin
     str(ig/10:4:1,yazx);
     outtextxy((ig*gx1 div 10+xf1-29),getmaxy-90,yazx);
     inc(ig,2);
  end;
  ig:=-6;
  while ig<m1+m2+2 do begin
     line((ig*gx1 div 10+xf1),getmaxy-99,(ig*gx1 div 10+xf1),getmaxy-105);
     inc(ig,2);
  end;
  outtextxy(517,400,'x`');
  if sdt>15  then begin
```

```
    putimage(0,0,Resim1^,CopyPut);
    putimage(0,200,Resim2^,CopyPut);
  end;
  if z=0 then  begin
   outtextxy(0,95,'T');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(7,99,'b');
   settextstyle(0,0,1);
   outtextxy(11,95,'`');
   outtextxy(92,99,'t`');
   outtextxy(63,106,'---------');
   setcolor(15);
   settextstyle(2,0,4);
   settextjustify(1,1);
   i:=3;
   while i<m1+m2+1 do  begin
    if x^[i]>-0.44 then begin
     k:=0;
     Lagrange(k,i,x^[i-2],x^[i-1],x^[i],Tb^[i-2],Tb^[i-1],Tb^[i],gx1,gy1);
     for j:=1 to (k-1) do
       line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
     if (i=m1+10+rk) or (i=m1+11+rk) then
       outtextxy(Round(x^[i+rk]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(Tb^[i+rk]*gy1),nokta[rk]);
    end
    else i:=i+1;
   end;
   outtextxy(72,105+rk*10,nokta[rk]);
   str(tdt:7:4,yazx);
   outtextxy(105,105+rk*10,yazx);
   rk:=rk+1;
   if rk>13 then rk:=1;
  end
  else if z=1  then begin
   outtextxy(0,95,'T');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(7,99,'wo');
   settextstyle(0,0,1);
   outtextxy(11,95,'`');
   outtextxy(92,99,'t`');
   outtextxy(63,106,'---------');
   setcolor(15);
   settextstyle(2,0,4);
   settextjustify(1,1);
   i:=3;
   while i<m1+m2+1 do  begin
    if x^[i]>-0.6 then begin
```

```
       k:=0;
       Lagrange(k,i,x^[i-2],x^[i-1],x^[i],T^[i-2,17],T^[i-1,17],T^[i,17],gx1,gy1);
       for j:=1 to (k-1) do
         line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
       if (i=m1+10+rk) or (i=m1+11+rk) then
         outtextxy(Round(x^[i+rk]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(T^[i+rk,17]*gy1),nokta[rk]);
      end
      else i:=i+1;
    end;
    outtextxy(72,105+rk*10,nokta[rk]);
    str(tdt:7:4,yazx);
    outtextxy(105,106+rk*10,yazx);
    rk:=rk+1;
    if rk>13 then rk:=1;
   end
   else if z=2 then begin
    outtextxy(0,95,'T');
    settextstyle(2,0,4);
    outtextxy(7,99,'wi');
    settextstyle(0,0,1);
    outtextxy(11,95,'"');
    outtextxy(92,99,'t`');
    outtextxy(63,106,'---------');
    setcolor(15);
    settextstyle(2,0,4);
    settextjustify(1,1);
    i:=3;
    while i<m1+m2+1 do  begin
     if x^[i]>-0.6 then begin
       k:=0;
       Lagrange(k,i,x^[i-2],x^[i-1],x^[i],T^[i-2,9],T^[i-1,9],T^[i,9],gx1,gy1);
       for j:=1 to (k-1) do
         line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
       if (i=m1+10+rk) or (i=m1+11+rk) then
         outtextxy(Round(x^[i+rk]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(T^[i+rk,9]*gy1),nokta[rk]);
      end
      else i:=i+1;
    end;
    outtextxy(72,105+rk*10,nokta[rk]);
    str(tdt:7:4,yazx);
    outtextxy(105,106+rk*10,yazx);
    rk:=rk+1;
    if rk>13 then rk:=1;
   end;
```

```
  adt:=sdt-adt;
  settextstyle(0,0,1);
  settextjustify(0,1);
  setcolor(15);
  str(Pe:6:1,yaz1);
  str(Bi:6:1,yaz2);
  str(Ksf:6:1,yaz3);
  str(Asf:6:1,yaz4);
  str(d:6:3,yaz5);
  str(hlim:7:5,yaz6);
  str(sol:3,yaz7);
  str(sag:3,yaz8);
  str(tdt:11:4,yaz9);
  str(tsy:6,yaz10);
  str(adt:6,yazx);
  outtextxy(55,25,' Pe='+yaz1);
  outtextxy(55,35,' Bi='+yaz2);
  outtextxy(55,45,' d`='+yaz5);
  outtextxy(59,56,'k');
  settextstyle(2,0,4);
  outtextxy(67,60,'wf');
  settextstyle(0,0,1);
  outtextxy(78,56,'='+yaz3);
  outtextxy(59,69,'à');
  settextstyle(2,0,4);
  outtextxy(67,73,'wf');
  settextstyle(0,0,1);
  outtextxy(78,69,'='+yaz4);
  alan1:=ImageSize(0,0,getmaxx,199);
  alan2:=ImageSize(0,200,Getmaxx,getmaxy-80);
  if (alan1=0) or (alan2=0) then begin
    outtextxy(getmaxx-300,getmaxy-15,'Grafik tampon haf□za yetersiz..');
    beklet;
    exit;
  end
  else begin
    GetMem(Resim1,alan1);
    GetMem(Resim2,alan2);
    getimage(0,0,getmaxx,199,resim1^);
    getimage(0,200,getmaxx,getmaxy-80,resim2^);
  end;
  beklet;
 CloseGraph;
 renk(7,0);
End;
End.
```

k) CIZIM2.PAS Listesi

```
Unit Cizim2;
(*
 ******************************************************************
 *-- Program .....: CIZIM2.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih ........: 10-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: qwt-   eksenel dağılımı grafikleri
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 ******************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Graph,Printer,Degiskenler,Enterpolasyon,Gerekli;
Procedure cizdirQ(m1,m2,nn,l,z: byte; t2 : Row_arr);
Implementation
Procedure cizdirQ;
const
  gx1=240;
  gx2=240;
  gy1=42;
  gy2=5;
var
   Gd,Gm,i,j,k,j1,a1,o1,a2,o2,xf1,yf1,xf2,yf2,yyg,xxg : integer;
   ig,jg : longint;
   nokta,yazy,yazx,yaz1,yaz2,yaz3,yaz4,yaz5,yaz6,yaz7,yaz8,yaz9,yaz10 : st80;
   cizgi : byte;
Begin
   renk(0,7);
   Gd:=detect;
   InitGraph(Gd,Gm,'');
   If GraphResult <> 0 Then Begin
     WriteLn('Grafik Hata..');
     beklet;
     exit;
   End;
   settextjustify(0,1);
   nokta:='o+ş&xz*=Ï@#s0';
   setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,false);
   setlinestyle(0,0,1);
   setcolor(15);
   rectangle(40,0,getmaxx,getmaxy-99);
   xf1:=190; xf2:=190; yf1:=141; yf2:=149;
   Line(40,getmaxy-yf1,getmaxx,getmaxy-yf1);
```

```
  Line(xf1,getmaxy-100,xf1,2);
  if sdt>15  then begin
    putimage(0,0,Resim1^,CopyPut);
    putimage(0,200,Resim2^,CopyPut);
  end;
  jg:=-1;
  while jg<15  do begin
     str(jg:3,yazy);
     outtextxy(13,getmaxy-101-((jg+1)*gy1),yazy);
     inc(jg,1);
  end;
  str(8:3,yazy);
  outtextxy(09,4,yazy);
  jg:=-1;
  while jg<15  do begin
     line(40,getmaxy-99-((jg+1)*gy1),45,getmaxy-99-((jg+1)*gy1));
     inc(jg,1);
  end;
  ig:=-6;
  while ig<19 do begin
     str(ig/10:4:1,yazx);
     outtextxy(((ig*gx1 div 10)+(xf1-19)),getmaxy-90,yazx);
     inc(ig,2);
  end;
  ig:=-6;
  while ig<19  do begin
     line(((ig*gx1 div 10)+xf1),getmaxy-99,((ig*gx1 div 10)+xf1),getmaxy-105);
     line(((ig*gx1 div 20)+xf1),getmaxy-99,((ig*gx1 div 20)+xf1),getmaxy-101);
     inc(ig,2);
  end;
  outtextxy(517,400,'x`');
  outtextxy(0,88,'q`');
  settextstyle(2,0,4);
  outtextxy(8,92,'wi');
  settextstyle(0,0,1);
{    outtextxy(77,106,'k');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(84,109,'wf');
   settextstyle(0,0,1);
   outtextxy(55,116,'-------'); }
  outtextxy(92,99,'t`');
  outtextxy(63,106,'---------');
  setcolor(15);
  settextstyle(2,0,4);
  settextjustify(1,1);
  i:=3;
  while i<m1+m2+1 do  begin
   if (x^[i]>-0.44)  then begin
```

```
    k:=0;
    Lagrange(k,i,x^[i-2],x^[i-1],x^[i],T2[i-2],T2[i-1],T2[i],gx1,gy1);
    for j:=1 to (k-1) do
      line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
    if (i=m1+7+rk) or (i=m1+8+rk) then
      outtextxy(Round(x^[i+rk]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(T2[i+rk]*gy1),nokta[rk]);
   end
    else i:=i+1;
  end;
  outtextxy(70,105+rk*10,nokta[rk]);
  str(tdt:8:4,yazy);
  outtextxy(105,105+rk*10,yazy);
  rk:=rk+1;
  if rk>13 then rk:=1;
{   if s=1 then begin
     str(sdt:8,yazy);
     outtextxy(105,305+rk*10,yazy);
   end;
  if s>1 then begin
    outtextxy(72,115+rk*10,nokta[rk]);
    str(Bi:7:1,yazx);
    outtextxy(105,115+rk*10,yazx);
    rk:=rk+1;
    if rk>13 then rk:=1;
  end;   }
  settextstyle(0,0,1);
  settextjustify(0,1);
  setcolor(15);
  str(Pe:6:1,yaz1);
  str(Bi:6:1,yaz2);
  str(Ksf:6:1,yaz3);
  str(Asf:6:1,yaz4);
  str(d:6:3,yaz5);
  str(hlim:7:5,yaz6);
  str(sol:3,yaz7);
  str(sag:3,yaz8);
  str(tdt:8:4,yaz9);
  str(tsy:6,yaz10);

  outtextxy(57,19,' Pe='+yaz1);
  outtextxy(57,29,' Bi='+yaz2);
  outtextxy(57,39,' d`='+yaz5);
  outtextxy(61,52,'k');
  settextstyle(2,0,4);
  outtextxy(67,55,'wf');
  settextstyle(0,0,1);
```

```
  outtextxy(81,52,'='+yaz3);
  outtextxy(61,65,'à');
  settextstyle(2,0,4);
  outtextxy(67,68,'wf');
  settextstyle(0,0,1);
  outtextxy(81,65,'='+yaz4);
  alan1:=ImageSize(0,0,getmaxx,199);
  alan2:=ImageSize(0,200,Getmaxx,getmaxy-80);
  if (alan1=0) or (alan2=0) then begin
   outtextxy(getmaxx-300,getmaxy-15,'Grafik tampon hafiza yetersiz..');
   beklet;
   exit;
  end
  else begin
   GetMem(Resim1,alan1);
   GetMem(Resim2,alan2);
   getimage(0,0,getmaxx,199,resim1^);
   getimage(0,200,getmaxx,getmaxy-80,resim2^);
  end;
  beklet;
 CloseGraph;
 renk(7,0);
End;
End.
```

I) CIZIM3.PAS Listesi

```
Unit Cizim3;
 (*
 ******************************************************************
 *-- Program .....: CIZIM3.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih ........: 15-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......:  Yerel Nusselt sayısı  eksenel dağılımı grafikleri
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 ******************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Graph,Printer,Degiskenler,Enterpolasyon,gerekli;
Procedure cizdirNu(m1,m2,nn,l,z: byte; t2 : Row_arr);
Implementation
Procedure cizdirNu;
const
 dus : array[1..13] of real = (3,4,5,6,8,10,15,20,30,40,50,60,70);
```

```
  yat : array[1..5]  of real = (0.001,0.01,0.1,1.0,10.0);

  gx1=80;
  gx2=250;
  gy1=120;
  gy2=100;
var
  Gd,Gm,i,j,k,j1,a1,o1,a2,o2,xf1,yf1,xf2,yf2,yyg,xxg : integer;
  ig,jg : longint;
  nokta,yazy,yazx,yaz1,yaz2,yaz3,yaz4,yaz5,yaz6,yaz7,yaz8,yaz9,yaz10 : st80;
  cizgi : byte;
  xln,nln : real;
  xx,Nuu  : Row_arr;
Begin
  for i:=m1+2  to m1+m2 do begin
    xx[i-m1-1]:=ln(x^[i]/0.001);
    Nuu[i-m1-1]:=ln(Nu^[i]/2.0);
  end;
  renk(0,7);
  Gd:=detect;
  InitGraph(Gd,Gm,'');
  If GraphResult <> 0 Then Begin
    WriteLn('Grafik Hata..');
    beklet;
    exit;
  End;
  settextjustify(0,1);
  nokta:='o+ş&xz*=Ï@#s0';
  xf1:=66; xf2:=190; yf1:=99; yf2:=149;
  setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,false);
  setlinestyle(0,0,1);
  setcolor(15);
  rectangle(xf1,0,getmaxx,getmaxy-99);
  setlinestyle(0,0,1);
  if sdt>30  then begin
    putimage(0,0,Resim1^,CopyPut);
    putimage(0,200,Resim2^,CopyPut);
  end;
  jg:=1;
  while jg<14  do begin
     str(dus[jg]:4:1,yazy);
     outtextxy(27,getmaxy-101-trunc(ln(dus[jg])*gy1)+trunc(ln(dus[1])*gy1),yazy);
     inc(jg,1);
  end;
  str(70.0:4:1,yazy);
  outtextxy(27,4,yazy);
  jg:=1;
  while jg<14  do begin
```

```
    line(xfl,getmaxy-99-
trunc(ln(dus[jg])*gy1)+trunc(ln(dus[1])*gy1),xfl+5,getmaxy-99
        -trunc(ln(dus[jg])*gy1)+trunc(ln(dus[1])*gy1));
    inc(jg,1);
  end;
  ig:=1;
  while ig<5 do begin
   str(ig-4:2,yazx);
   outtextxy(trunc(ln(yat[ig])*gx1)-trunc(ln(yat[1])*gx1)+(xfl-9),getmaxy-77,'10');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(trunc(ln(yat[ig])*gx1)-trunc(ln(yat[1])*gx1)+(xfl-2),getmaxy-
88,yazx);
   i:=2;
   while i<9  do begin
    str(i:1,yazx);
    outtextxy(trunc(ln(yat[ig]*i)*gx1)-trunc(ln(yat[1])*gx1)+(xfl-3),getmaxy-
94,yazx);
    i:=i+2;
   end;
   settextstyle(0,0,1);
   inc(ig,1);
  end;
  ig:=1;
  while ig<6  do begin
    line(trunc(ln(yat[ig])*gx1)-trunc(ln(yat[1])*gx1)++xfl,getmaxy-
99,trunc(ln(yat[ig])*gx1)
       -trunc(ln(yat[1])*gx1)+xfl,getmaxy-105);
    i:=2;
    while i<9  do begin
    line(trunc(ln(yat[ig]*i)*gx1)-trunc(ln(yat[1])*gx1)++xfl,getmaxy-99,
        trunc(ln(yat[ig]*i)*gx1)-trunc(ln(yat[1])*gx1)++xfl,getmaxy-101);
    i:=i+2;
    end;
    inc(ig,1);
  end;
  setcolor(15);
  outtextxy(517,410,'x`');
  outtextxy(05,119,'Nu');
  outtextxy(250,285,'t`');
  outtextxy(224,295,'---------');
  setcolor(15);
  settextstyle(2,0,4);
  settextjustify(1,1);
  ig:=2;
  i:=3;
  while i<m2-4  do  begin
    if (xx[i]>0.0001)  then begin
    k:=0;
```

```
      Lagrange(k,i,xx[i-2],xx[i-1],xx[i],Nuu[i-2],Nuu[i-
1],Nuu[i],gx1,gy1);
      for j:=1 to (k-1) do
        line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
      if (i=3+rk) or (i=4+rk) then
       outtextxy(Round(xx[i]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(Nuu[i]*gy1),nokta[rk]);
      end
      else i:=i+1;
    end;
    outtextxy(228,290+rk*10,nokta[rk]);
    str(tdt:8:4,yazy);
    outtextxy(264,290+rk*10,yazy);
    rk:=rk+1;
    if rk>13 then rk:=1;
   settextstyle(0,0,1);
   settextjustify(0,1);
   setcolor(15);
   str(Pe:6:1,yaz1);
   str(Bi:6:1,yaz2);
   str(Ksf:6:1,yaz3);
   str(Asf:6:1,yaz4);
   str(d:6:3,yaz5);
   str(hlim:7:5,yaz6);
   str(sol:3,yaz7);
   str(sag:3,yaz8);
   str(tdt:8:4,yaz9);
   str(tsy:6,yaz10);

   outtextxy(90,299,' Pe='+yaz1);
   outtextxy(90,309,' Bi='+yaz2);
   outtextxy(90,319,' d`='+yaz5);
   outtextxy(94,332,'k');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(101,335,'wf');
   settextstyle(0,0,1);
   outtextxy(114,332,'='+yaz3);
   outtextxy(94,345,'à');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(101,348,'wf');
   settextstyle(0,0,1);
   outtextxy(114,345,'='+yaz4);

   alan1:=ImageSize(0,0,getmaxx,199);
   alan2:=ImageSize(0,200,Getmaxx,getmaxy-80);
   if (alan1=0) or (alan2=0) then begin
     outtextxy(getmaxx-300,getmaxy-15,'Grafik tampon hafiza yetersiz..');
```

```
    beklet;
    exit;
   end
   else begin
    GetMem(Resim1,alan1);
    GetMem(Resim2,alan2);
    getimage(0,0,getmaxx,199,resim1^);
    getimage(0,200,getmaxx,getmaxy-80,resim2^);
   end;
   beklet;
  CloseGraph;
  renk(7,0);
End;
End.
```

m) CIZIM4.PAS Listesi

```
Unit cizim4;
(*
 ******************************************************************
 *-- Program .....: CIZIM4.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 12-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar ........: Değişik parametrik değerlerin ısı akısına etkisi grafikleri
 *--                  PhD Thesis,  Selçuk University
 ******************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Graph,Printer,Degiskenler,Enterpolasyon,Gerekli;
Procedure cizdirP(m1,m2,nn,l: byte; t2 : Row_arr);
Implementation
Procedure cizdirP;
const
  gx1=240;
  gx2=240;
  gy1=90;
  gy2=5;
var
   Gd,Gm,i,j,k,j1,a1,o1,a2,o2,xf1,yf1,xf2,yf2,yyg,xxg : integer;
   nokta,yazy,yazx,yaz1,yaz2,yaz3,yaz4,yaz5,yaz6,yaz7,yaz8,yaz9,yaz10 : st80;
   cizgi : byte;
Begin
   renk(0,7);
```

```
Gd:=detect;
InitGraph(Gd,Gm,'');
If GraphResult <> 0 Then Begin
  WriteLn('Grafik Hata..');
  beklet;
  exit;
End;
settextjustify(0,1);
nokta:='o+ş&xz*=İ@#s0';
setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,false);
setlinestyle(0,0,1);
setcolor(15);
rectangle(40,0,getmaxx,getmaxy-99);
setlinestyle(0,0,1);
{ setcolor(2); }
xf1:=190; xf2:=190; yf1:=189; yf2:=149;
if z=0 then begin
 Line(40,getmaxy-yf1,getmaxx,getmaxy-yf1);
 Line(xf1,getmaxy-100,xf1,2);
end
else if z=1 then begin
 Line(40,getmaxy-yf2,getmaxx,getmaxy-yf2);
 Line(xf2,getmaxy-100,xf2,2);
end;
if yaz>1  then begin
  putimage(0,0,Resim1^,CopyPut);
  putimage(0,200,Resim2^,CopyPut);
end;
j:=-1;
while j<50 do begin
   str(j:3,yazy);
   outtextxy(13,getmaxy-101-((j+1)*gy1),yazy);
   inc(j,1);
end;
str(8:3,yazy);
outtextxy(09,4,yazy);
j:=-10;
while j<50 do begin
   line(40,getmaxy-99-((j+1)*gy1),45,getmaxy-99-((j+1)*gy1));
   inc(j,1);
end;
i:=-6;
while i<m1+m2+2 do begin
   str(i/10:4:1,yazx);
   outtextxy(((i*gx1 div 10)+(xf1-19)),getmaxy-90,yazx);
   inc(i,3);
end;
i:=-6;
```

```
  while i<m1+m2+2 do begin
     line(((i*gx1 div 10)+xf1),getmaxy-99,((i*gx1 div 10)+xf1),getmaxy-105);
     line(((i*gx1 div 20)+xf1),getmaxy-99,((i*gx1 div 20)+xf1),getmaxy-101);
     inc(i,3);
  end;
  setcolor(15);
  outtextxy(517,400,'x`');
   outtextxy(0,88,'q');
   settextstyle(2,0,4);
   outtextxy(8,92,'wi');
   settextstyle(0,0,1);
   if (sec='K') or (sec='L') or (sec='M') then
    outtextxy(85,99,'d`')
   else if (sec='N') or (sec='O') or (sec='P') then begin
    outtextxy(85,99,'k');
    settextstyle(2,0,4);
    outtextxy(92,102,'wf');
    settextstyle(0,0,1);
   end
   else if (sec='Q') or (sec='R') or (sec='S') then begin
    outtextxy(85,99,'à');
    settextstyle(2,0,4);
    outtextxy(92,102,'wf');
    settextstyle(0,0,1);
   end
   else if (sec='T') or (sec='U') or (sec='V') then
    outtextxy(85,99,'Pe')
   else if (sec='W') or (sec='X') or (sec='Y') then
    outtextxy(85,99,'Bi');
   outtextxy(55,109,'-------');
   if (sec='M') or (sec='P') or (sec='S') or (sec='V') or (sec='Y') then begin
    outtextxy(145,99,'t`');
    outtextxy(125,109,'-------');
   end;
   setcolor(15);
   settextstyle(2,0,4);
   settextjustify(1,1);
   i:=3;
   while i<m1+m2+1 do  begin
    if (x^[i]>-0.46)  then begin
    k:=0;
    Lagrange(k,i,x^[i-2],x^[i-1],x^[i],T2[i-2],T2[i-1],T2[i],gx1,gy1);
    for j:=1 to (k-1) do
       line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
    if (i=m1+11+rk) or (i=m1+12+rk) then
      outtextxy(Round(x^[i+rk]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(T2[i+rk]*gy1),nokta[rk])
```

```
    end
    else i:=i+1;
   end;
    outtextxy(62,108+rk*10,nokta[rk]);
    if (sec='K') or (sec='L') or (sec='M') then
     str(d:6:3,yazx)
    else if (sec='N') or (sec='O') or (sec='P') then
     str(ksf:6:1,yazx)
    else if (sec='Q') or (sec='R') or (sec='S') then
     str(asf:6:1,yazx)
    else if (sec='T') or (sec='U') or (sec='V') then
     str(Pe:5:1,yazx)
    else if (sec='W') or (sec='X') or (sec='Y') then
     str(Bi:7:1,yazx);
    outtextxy(86,108+rk*10,yazx);
    str(tdt:9:4,yazy);
    if s<2 then
     outtextxy(148,108+rk*10,yazy)
    else
     outtextxy(96,83,' t`='+yazy);
    rk:=rk+1;
    if rk>13 then rk:=1;
 settextstyle(0,0,1);
 settextjustify(0,1);
 setcolor(15);
 str(Pe:6:1,yaz1);
 str(Bi:6:1,yaz2);
 str(Ksf:6:1,yaz3);
 str(Asf:6:1,yaz4);
 str(d:6:3,yaz5);
 str(hlim:7:5,yaz6);
 str(sol:3,yaz7);
 str(sag:3,yaz8);
 str(tsy:6,yaz10);
 outtextxy(57,19,' Pe='+yaz1);
 outtextxy(57,29,' Bi='+yaz2);
 outtextxy(57,39,' d`='+yaz5);
 outtextxy(61,52,'k');
 settextstyle(2,0,4);
 outtextxy(67,55,'wf');
 settextstyle(0,0,1);
 outtextxy(81,52,'='+yaz3);
 outtextxy(61,62,'à');
 settextstyle(2,0,4);
 outtextxy(67,65,'wf');
 settextstyle(0,0,1);
 outtextxy(81,62,'='+yaz4);
```

```
  alan1:=ImageSize(0,0,getmaxx,199);
  alan2:=ImageSize(0,200,Getmaxx,getmaxy-80);
  if (alan1=0) or (alan2=0) then begin
    outtextxy(getmaxx-300,getmaxy-15,'Grafik tampon hafiza yetersiz..');
    beklet;
    exit;
  end
  else begin
    GetMem(Resim1,alan1);
    GetMem(Resim2,alan2);
    getimage(0,0,getmaxx,199,resim1^);
    getimage(0,200,getmaxx,getmaxy-80,resim2^);
  end;
  beklet;
 CloseGraph;
 renk(7,0);
End;
End.
```

n) CIZIM5.PAS Listesi

```
Unit Cizim5;
(*
 ******************************************************************
 *-- Program .....: CIZIM5.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 17-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar ........: Yığık sıcaklık radyal dağılımı grafikleri
 *--                  PhD Thesis,  Selçuk University
 ******************************************************************
 *)

Interface
Uses Crt,Graph,Printer,Degiskenler,Enterp5,Gerekli;
Procedure cizdirR(m1,m2,nn,l,z: byte);
Implementation
Procedure CizdirR;
const
 gx1=400;
 gx2=240;
 gy1=370;
 gy2=370;
var
  Gd,Gm,xf1,xf2,yf1,yf2 : Integer;
```

```
  i,j,k,ix,ii          : integer;
  dlrg                 : real;
  nokta,yazy,yazx,yaz1,yaz2,yaz3,yaz4,yaz5,yaz6,yaz7,yaz8,yaz9,yaz10,yaz11,
  yaz12,yaz13,yaz14 : st80;
Begin
  Gd:=detect;
  InitGraph(Gd,Gm,'');
  If GraphResult <> 0 Then Begin
    WriteLn('Grafik Hata..');
    beklet;
    exit;
  End;
  settextjustify(0,1);
  nokta:='o+ş&xz*=Ï@#s0';
  xf1:=50; xf2:=149; yf1:=99; yf2:=10;
  setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,false);
  setlinestyle(3,0,1);
  setcolor(15);
  Line(getmaxx-xf2-1*gx1 div 10,getmaxy-yf1,getmaxx-xf2-1*gx1 div 10,yf2);
  setlinestyle(0,0,1);
  rectangle(xf1,yf2,getmaxx-xf2,getmaxy-yf1);
  For j:=0 to 10 do begin
     str(j/10:3:1,yazy);
     outtextxy(23,getmaxy-100-j*gy1 div 10,yazy);
  end;
  For j:=1 to 10 do  begin
     line(50,getmaxy-99-j*gy1 div 10,54,getmaxy-99-j*gy1 div 10);
     line(50,getmaxy-99-j*gy1 div 20-(j-1)*gy1 div 20,51,getmaxy-99-j*gy1 div 20-
(j-1)*gy1 div 20);
  end;
  i:=1;
  while i<12 do begin
     str(i/10:4:1,yazx);
     outtextxy((i*gx1 div 10+xf1-19),getmaxy-90,yazx);
     inc(i,1);
  end;
  i:=1;
  while i<12 do begin
     line((i*gx1 div 10+xf1),getmaxy-99,((i*gx1) div 10+xf1),getmaxy-104);
     line(((i*gx1 div 20)+(i-1)*gx1 div 20+xf1),getmaxy-99,((i*gx1 div 20)+(i-
1)*gx1 div 20+xf1),getmaxy-100);
     inc(i,1);
  end;
  settextstyle(0,0,1);
  setcolor(15);
  outtextxy(475,400,'r`');
  if sdt>30  then begin
    putimage(0,0,Resim1^,CopyPut);
```

```
    putimage(0,200,Resim2^,CopyPut);
  end;
   outtextxy(0,99,'T`');
   outtextxy(111,243,'t`');
   outtextxy(81,250,'---------');
   setcolor(15);
   settextstyle(2,0,4);
   settextjustify(1,1);
    ix:=indis[z];
    i:=5;
    while i<18 do begin
     k:=0;
     Lagrange5(k,gx1,gy1,i,ix);
     for j:=1 to (k-1) do
      line(trunc(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
trunc(ly[j]*gy1),trunc(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-trunc(ly[j+1]*gy1));
{         line(round(lx[j]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-
round(ly[j]*gy1),round(lx[j+1]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-round(ly[j+1]*gy1)); }
     i:=i+4;
    end;

    outtextxy(Round(r^[rk+2]*gx1)+xf1,getmaxy-yf1-5-
Round(T^[ix,rk+2]*gy1),nokta[rk]);
    outtextxy(88,249+rk*10,nokta[rk]);
    str(tdt:9:4,yazy);
    outtextxy(120,249+rk*10,yazy);
    rk:=rk+1;
    if rk>13 then rk:=1;
  settextstyle(0,0,1);
  settextjustify(0,1);
  setcolor(15);
  str(Pe:6:1,yaz1);
  str(Bi:6:1,yaz2);
  str(Ksf:6:1,yaz3);
  str(Asf:6:1,yaz4);
  str(d:6:3,yaz5);
  str(hlim:7:5,yaz6);
  str(x^[ix]:9:4,yaz7);
  str(sag:3,yaz8);
  str(tdt:11:4,yaz9);
  str(tsy:6,yaz10);
  str(adt:6,yazx);

  outtextxy(70,160,' Pe='+yaz1);
  outtextxy(70,170,' Bi='+yaz2);
  outtextxy(70,180,' d`='+yaz5);
  outtextxy(74,192,'k');
  settextstyle(2,0,4);
```

```
  outtextxy(82,195,'wf');
  settextstyle(0,0,1);
  outtextxy(93,192,'='+yaz3);
  outtextxy(74,205,'à');
  settextstyle(2,0,4);
  outtextxy(82,208,'wf');
  settextstyle(0,0,1);
  outtextxy(93,205,'='+yaz4);
  outtextxy(67,227,'x`='+yaz7);
  alan1:=ImageSize(0,0,getmaxx,199);
  alan2:=ImageSize(0,200,Getmaxx,getmaxy-80);
  if (alan1=0) or (alan2=0) then begin
    outtextxy(getmaxx-300,getmaxy-15,'Grafik tampon hafiza yetersiz..');
    beklet;
    exit;
  end
  else begin
    GetMem(Resim1,alan1);
    GetMem(Resim2,alan2);
    getimage(0,0,getmaxx,199,resim1^);
    getimage(0,200,getmaxx,getmaxy-80,resim2^);
  end;
  beklet;
 CloseGraph;
 renk(7,0);
End;
End.
```

o) ENTERPOLASYON.PAS Listesi

```
Unit Enterpolasyon;
(*
 *****************************************************************
 *-- Program .....: ENTERPOLASYON.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR, A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 10-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Bilinen 3 noktaya göre Lagrange enterpolasyonu
 *--                 PhD Thesis, Selçuk University
 *****************************************************************
 *)

Interface
Uses Degiskenler;
Procedure Lagrange(var h,l : integer; xi,xo,xs,yi,yo,ys : real; sclx,scly : integer);
```

```
Implementation
Procedure Lagrange;
var
  L0,L1,L2,xl,yl,lxy,lyy,adm : real;
  i,j      : integer;
Begin
  For i:=1 to 999 do begin
     Lx[i]:=0.0;
     Ly[i]:=0.0;
  end;
  i:=0;
  xl:=0.0; yl:=0.0;
  if 1.6*scly*abs(yo-yi)>sclx*abs(xo-xi) then begin
    yl:=yo-yi;
   repeat
    yl:=yl/2.0;
   until (abs(yl)<0.0001);
   adm:=abs(yl);
  end
  else begin
    xl:=xo-xi;
   repeat
    xl:=xl/2.0;
   until (abs(xl)<0.001);
   adm:=abs(xl);
  end;
  xl:=xi; lxy:=-99.0; lyy:=-99.0;
  i:=0;
  while (xl<=xo) and (h<999) do begin
    l0:=(xl-xo)*(xl-xs)/((xi-xo)*(xi-xs));
    l1:=(xl-xi)*(xl-xs)/((xo-xi)*(xo-xs));
    l2:=(xl-xi)*(xl-xo)/((xs-xi)*(xs-xo));
    yl:=l0*yi+l1*yo+l2*ys;
    if (abs(xl-lxy)*sclx>1) or (abs(yl-lyy)*scly>1) then begin
      h:=h+1;
      Lx[h]:=xl;
      Ly[h]:=yl;
      lxy:=xl; lyy:=yl;
    end;
    xl:=xl+adm;
  end;
  if h>0 then l:=l+1;
  i:=h;
  xl:=0.0; yl:=0.0;
  if 1.6*scly*abs(ys-yo)>sclx*abs(xs-xo) then begin
    yl:=ys-yo;
   repeat
    yl:=yl/2.0;
```

```
    until (abs(yl)<0.0001);
    adm:=abs(yl);
  end
  else begin
    xl:=xs-xo;
    repeat
      xl:=xl/2.0;
    until (abs(xl)<0.001);
    adm:=abs(xl);
  end;
  xl:=xo; lxy:=lx[h]; lyy:=ly[h];
  while (xl<=xs) and (h<999) do begin
    l0:=(xl-xo)*(xl-xs)/((xi-xo)*(xi-xs));
    l1:=(xl-xi)*(xl-xs)/((xo-xi)*(xo-xs));
    l2:=(xl-xi)*(xl-xo)/((xs-xi)*(xs-xo));
    yl:=l0*yi+l1*yo+l2*ys;
    if (abs(xl-lxy)*sclx>1) or (abs(yl-lyy)*scly>1) then begin
      h:=h+1;
      Lx[h]:=xl;
      Ly[h]:=yl;
      lxy:=xl; lyy:=yl;
    end;
    xl:=xl+adm;
  end;
  if h>i then l:=l+1;
End;
End.
```

p) ENTERP5.PAS Listesi

```
Unit Enterp5;
(*
 *******************************************************************
 *-- Program .....: ENTERP5.PAS
 *-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 17-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Bilinen 5 noktaya göre Lagrange enterpolasyonu
 *--                 PhD Thesis,  Selçuk University
 *******************************************************************
 *)

Interface
Uses Degiskenler;
Procedure Lagrange5(var h : integer; sclx,scly,l,ix : integer);
```

```
Implementation
Procedure Lagrange5;
var
  L1,L2,L3,L4,L5,sx,xl,yl,lxy,lyy,adm : real;
  i,j     : integer;
  yzz1,yzz2,yzz3,yzz4,yzz5,yzz6 : st80;
Begin
  For i:=1 to 999 do begin
     Lx[i]:=0.0;
     Ly[i]:=0.0;
  end;
  i:=0;
  xl:=0.0; yl:=0.0;
   adm:=0.00125;
  xl:=r^[l-4]; lxy:=-999.0; lyy:=-999.0;
  i:=0;
  j:=1;
  while (xl<=r^[l]) and (h<999) do begin
    l1:=(xl-r^[l-3])*(xl-r^[l-2])*(xl-r^[l-1])*(xl-r^[l])/((r^[l-4]-r^[l-3])*(r^[l-4]-r^[l-
2])*(r^[l-4]-r^[l-1])*(r^[l-4]-r^[l]));
    l2:=(xl-r^[l-4])*(xl-r^[l-2])*(xl-r^[l-1])*(xl-r^[l])/((r^[l-3]-r^[l-4])*(r^[l-3]-r^[l-
2])*(r^[l-3]-r^[l-1])*(r^[l-3]-r^[l]));
    l3:=(xl-r^[l-4])*(xl-r^[l-3])*(xl-r^[l-1])*(xl-r^[l])/((r^[l-2]-r^[l-4])*(r^[l-2]-r^[l-
3])*(r^[l-2]-r^[l-1])*(r^[l-2]-r^[l]));
    l4:=(xl-r^[l-4])*(xl-r^[l-3])*(xl-r^[l-2])*(xl-r^[l])/((r^[l-1]-r^[l-4])*(r^[l-1]-r^[l-
3])*(r^[l-1]-r^[l-2])*(r^[l-1]-r^[l]));
    l5:=(xl-r^[l-4])*(xl-r^[l-3])*(xl-r^[l-2])*(xl-r^[l-1])/((r^[l]-r^[l-4])*(r^[l]-r^[l-
3])*(r^[l]-r^[l-2])*(r^[l]-r^[l-1]));
    yl:=l1*t^[ix,l-4]+l2*t^[ix,l-3]+l3*t^[ix,l-2]+l4*t^[ix,l-1]+l5*t^[ix,l];
    if (abs(xl-lxy)*sclx>1) or (abs(yl-lyy)*scly>1) then begin
      h:=h+1;
      Lx[h]:=xl;
      Ly[h]:=yl;
      lxy:=xl; lyy:=yl;
    end;
    xl:=xl+adm;
  end;
End;
End.
```

q) GEREKLI.PAS Listesi

```
Unit Gerekli;
(*
*******************************************************************
```

```
*-- Program .....: GEREKLI.PAS
*-- Yazilim .....: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
*-- Tarih .........: 01-05-98
*-- Version ......: Pascal 7.0
*-- Notlar .......: Yardımcı işlemler rutini
*--               PhD Thesis,  Selçuk University
*****************************************************************
*)

Interface
Uses Crt,Graph,Dos,Degiskenler;
Procedure Renk(y,z : byte);
Procedure Ortala(y : byte; M : St80);
Procedure Kaydet;
Procedure Beklet;
Implementation

Procedure Renk;
Begin
  TextColor(y);
  TextBackground(z);
End;
Procedure Ortala;
Begin
  GotoXY(40-Length(M) div 2,y); Write(M);
End;

Procedure Kaydet;
var   Fyaz : file;
 Yaz1,Yaz2 : word;
 Dadi1,dadi2 : string[12];
begin
 writeln(alan1:6,'  ',alan2:6);
  GotoXY(29,25);
 Write('Dosya Adını Giriniz: ');
 Renk(7,0);
 ReadLn(Dadi1);
 dadi2:=dadi1;
 if length(dadi1)<>0 then begin
 dadi1:=copy(dadi1,1,7)+'U.Pic';
 Assign(Fyaz,dadi1);
 Rewrite(Fyaz,1);
  BlockWrite(Fyaz,resim1^,alan1,yaz1);
  BlockWrite(Fyaz,resim2^,alan2,yaz2);
 Close(Fyaz);
 end;
end;
```

```
Procedure Beklet;
var tusf:char;
Begin
  repeat
    tus:=readkey;
  until ((tus=#32) and (s>1)) or (tus=#27) or (tus=#13) or (tus=#0);
  if Tus=#0 then begin
     tusf:=readkey;
     if tusf=#60 then begin
       CloseGraph;
        kaydet;
     end;
  end;
{   if Tus=#27 then begin
    freemem(T,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
   freemem(Ap,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
   freemem(Ae,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
   freemem(Aw,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
   freemem(An,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
   freemem(As,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
  freemem(Ap0,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));
    freemem(b,((sol+sag+4)*(alt+ust+4)+(sol+sag+4))*sizeof(double));

  freemem(DelX,(sol+sag+4)*sizeof(double));
 freemem(DelXM,(sol+sag+4)*sizeof(double));
    freemem(X,(sol+sag+4)*sizeof(double));
   freemem(Tb,(sol+sag+4)*sizeof(double));
   freemem(Tp,(sol+sag+4)*sizeof(double));
   freemem(Nu,(sol+sag+4)*sizeof(double));
   freemem(Dt,(sol+sag+4)*sizeof(double));
  freemem(Qwt,(sol+sag+4)*sizeof(double));

  freemem(DelR,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
 freemem(DelRM,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
    freemem(R,(alt+ust+4+sol+sag+4)*sizeof(double));
    halt;
  end;  }

End;
End.
```

r) ISARETCI.PAS Listesi

```
Unit Isaretci;
(*
```

```
*****************************************************************
 *-- Program .....: ISARETCI.PAS
 *-- Yazilim ......: Ş.BİLİR,  A.ATEŞ
 *-- Tarih .........: 09-05-98
 *-- Version ......: Pascal 7.0
 *-- Notlar .......: Cursor (imlec) yardımcı işlemler rutini
 *--                PhD Thesis,  Selçuk University
*****************************************************************
 *)

interface
uses Dos, Crt;
Procedure Imlec(Ib : Char);
Implementation
Procedure Imlec;
var  yazmac : registers;
begin
  with yazmac do begin
   AH:=$01;
   case UpCase(Ib) of
   'Y' : begin
    CH:=$20;
    CL:=$20;
    end;
   'B' : begin
    CH:=$00;
    CL:=$07;
    end;
   'K' : begin
    CH:=$06;
    CL:=$07;
    end;
   end;
  end;
  Intr($10,yazmac);
End;
end.
```