

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

96295

**GPS GÖZLEMLERİ VE YERSEL
GÖZLEMLER YARDIMIYLA JEOİD
PROFİLİNİN ÇIKARILMASI**

Ekrem TUŞAT

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ
ANABİLİM DALI

Konya, 2000

96295

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
MÜHÜRÜ

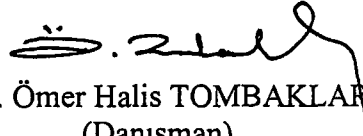
871

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

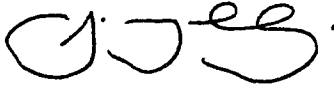
**GPS GÖZLEMLERİ VE YERSEL GÖZLEMLER YARDIMIYLA JEOİD
PROFİLİNİN ÇIKARILMASI**

Ekrem TUŞAT
YÜKSEK LİSANS TEZİ
JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ ANABİLİM DALI

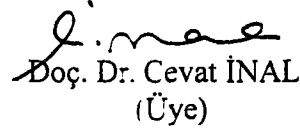
Bu tez 05/09/2000 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.



Prof. Ömer Halis TOMBAKLAR
(Danışman)



Doç. Dr. Ferruh YILDIZ
(Üye)



Doç. Dr. Cevat İNAL
(Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi
GPS GÖZLEMLERİ VE YERSEL GÖZLEMLER YARDIMIYLA JEİD
PROFİLİNİN ÇIKARILMASI

Ekrem TUŞAT

Selçuk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Ömer Halis TOMBAKLAR

2000,60 Sayfa

Jüri : Prof. Ömer Halis TOMBAKLAR

Doç. Dr. Ferruh YILDIZ

Doç. Dr. Cevat İNAL

Bu çalışma Selçuk Üniversitesi Kampüs'ü civarında jeoid ile elipsoid arasındaki farkın yani jeoid yüksekliğinin ve jeoid ondülasyonlarındaki değişimi kuzey-güney doğrultusundaki bir hat boyunca gözlemlemek amacıyla yapılmıştır. Bunun için yaklaşık kuzey-güney doğrultusundaki Konya-Afyon karayolu boyunca arazinin karakteristik özelliklerini temsil edecek şekilde 16 adet nokta tesis edilmiş, noktalar arasındaki elipsoidal yükseklik farklarını hesaplayabilmek için GPS gözlemleri, yaklaşık ortometrik yükseklik farklarını hesaplayabilmek için geometrik nivelman ölçüleri yapılmıştır.

Elde edilen sonuçlara göre, bu test alanı için jeoid yüksekliği ortalama 35.709 m. olarak bulunmuştur. Jeoid ondülasyonu değişimlerinin arazinin topoğrafyasına bağlı olarak düzensizliği gözlenmiştir. Noktalar arasındaki jeoid ondülasyonu değişiminin -8 mm ile +76 mm arasında değiştiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Elipsoidal yükseklik, Ortometrik yükseklik, Jeoid, Elipsoid, Jeoid ondülasyonu, GPS, WGS84

ABSTRACT

Masters Thesis

Determination of Geoid Profile Using GPS Levelling and Spirit Levelling

Ekrem TUŞAT

Selçuk University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Geodesy and Photogrammetry

Supervisor : Prof. Ömer Halis TOMBAKLAR

2000,Page: 60

Jury : Prof. Ömer Halis TOMBAKLAR

Doç. Dr. Ferruh YILDIZ

Doç. Dr. Cevat İNAL

This study was made to observe the difference between geoid and ellipsoid surrounding The Campus of University of Selçuk. Another meaning, the variations of geoid heights and geoid undulations were observed along a line on the north-south direction during the road of Konya-Afyon. After these observations 16 points were established approximate on north-south direction. These points represents the areas specialities. GPS levelling were measured to calculate the difference of the ellipsoidal heights. The difference of approximate orthometric heights were measured by spirit levelling.

According to the results for this area the geoid height approximately was found 35.709 m. Irregularity of the variations of the geoid undulations have observed. The irregularities depends on the areas topography. The results of this study that the variations of geoid undulation between the points are changed -8 mm and $+76$ mm.

Key Words : Ellipsoidal height, Orthometric height, Geoid, Ellipsoid, Undulation of geoid, GPS, WGS84

TEŐEKKÜR

Çalıőmalarım süresince değerli katkılarımlı benden esirgemeyen baőta danıőmanım Sayın Prof. Ömer Halis TOMBAKLAR olmak üzere Sayın Doç Dr. Ersoy ARSLAN' a, Sayın Doç. Dr. Cevat İNAL' a, Sayın Doç. Dr. Ferruh YILDIZ' a, Sayın Yrd. Doç. Dr. Bayram TURGUT' a ve bölümümüz öğretim elemanlarına , arazi çalıőmalarım boyunca yanımda olan Sayın Ahmet ÖZDENDİNLER' e, her türlü imkanlarından faydalandığım Müsevitoęlu Ltd. Őti. Genel Müdürü Sayın Mehmet MÜSEVİTOğLU' na ve personeline ve desteğinden güç aldığım sevgili eőim Hülya TUŞAT' a teőekkürlerimi sunarım.

Konya, Temmuz 2000

Ekrem TUŞAT

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
1. GİRİŞ	1
2. YÜKSEKLİK	3
2.1 Pratik Yükseklikler	3
2.1.1 Jeopotansiyel sayılar	3
2.1.2 Dinamik yükseklik	4
2.1.3 Normal yükseklik	5
2.1.4 Ortometrik yükseklik	7
2.1.4.1 Ortometrik düzeltme	8
2.1.5 Elipsoidal yükseklik	10
3. GPS	13
3.1 Tanım	13
3.2 WGS-84 (World Geodetic System 1984)	14
3.3 GPS' in Birimleri	15
3.3.1 Kontrol birimi	15
3.3.2 Uzay birimi	16
3.3.3 Kullanıcı birimi	17
3.4 Sinyal Yapısı	18
3.5 GPS Gözlem Tipleri	19
3.5.1 Pseudo uzaklık ölçüleri	19
3.5.2 Taşıyıcı dalga faz farkı ölçümleri	20
3.6 GPS Hata Kaynakları	21
3.6.1 Uydulardan kaynaklanan hatalar	23
3.6.1.1 Yörünge hatası	23
3.6.1.2 Uydu saat hatası	23
3.6.2 Elektromagnetik sinyallerin geçtiği ortamdan kaynaklanan hatalar	24
3.6.2.1 Troposferik etki	24
3.6.2.2 İyonosferik etki	25
3.6.2.3 Multipath etkisi	25
3.6.3 Alıcıdan kaynaklanan hatalar	26
3.6.3.1 Alıcı saat hatası	26
3.6.3.2 Alıcıda oluşan gürültü (Noise)	26

3.7 GPS Ölçü Yöntemleri	27
3.7.1 Statik yöntem.....	27
3.7.2 Kinematik yöntem	27
3.7.3 Hızlı statik ölçü yöntemi.....	28
4. JEOİD YÜKSEKLİĞİNİN BELİRLENMESİNDE KULLANILAN MATEMATİKSEL MODELLER.....	29
4.1 Global Jeoid Belirleme Modelleri	29
4.1.1 Potansiyel katsayılarından faydalanarak jeoid yüksekliği belirleme.....	30
4.1.1.1 OSU91A Modeli.....	32
4.1.1.2 EGM96 modeli	33
4.2 Yerel Jeoid Belirleme Modelleri	33
4.3 Astrojeodezik Yöntem İle Jeoid Yüksekliği Belirleme	34
4.4 Gravimetrik Yöntem İle Jeoid Yüksekliği Belirleme.....	36
4.4.1 Klasik veya hızlı Fourier tekniği ile Stokes integrasyonu	37
4.4.2 En küçük karelerle kollokasyon yöntemi.....	38
4.4.3 Kollokasyon ve integrasyon yöntemlerinin kombinasyonu metodu	40
4.4.4 Gravimetrik yöntemlerle elde edilmiş jeoid yüksekliği farklarının doğruluğu	41
4.5 Analitik Bir Yüzey Geçirerek Geometrik Olarak Jeoid Yüksekliği Belirleme.....	41
4.5.1 Birinci dereceden polinomlar	42
4.5.2 İkinci dereceden polinomlar.....	42
4.5.3 Yüksek dereceden polinomlar	43
4.6 İnterpolasyon yöntemleri	43
4.6.1 Tüm araziye kapsayan tek bir fonksiyonla interpolasyon	44
4.6.2 Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla interpolasyon	44
4.6.3 Nokta nokta interpolasyon	45
5. UYGULAMA.....	47
5.1 Çalışmanın Amacı	47
5.2 Materyal ve Metod	47
5.3 Sayısal Uygulama.....	49
6. SONUÇ.....	57
7. KAYNAKLAR.....	59

1. GİRİŞ

Jeodezinin hedefi bir noktanın üç boyutlu uzay koordinatlarının belirlenmesidir. Herhangi bir koordinat sisteminde koordinat belirlenmesinde tam doğruluk elde etmek güç bir mesele gibi gözükmese de, özellikle uydu ölçmelerindeki gelişmelere paralel olarak bu sorun aşılmıştır. GPS tekniklerini kullanarak bir noktaya ait koordinatlar bir referans sisteminde hassas olarak elde edilebilmektedir. Artık GPS gözlemleri ile sadece haritacılık çalışmaları değil aynı zamanda navigasyon, ulaşım, deprem belirleme, ve deniz trafiğinin kontrolü gibi çalışmalar da yapılabilmektedir.

GPS teknikleri ile elde edilen koordinatın üçüncü boyutu olan yükseklik geometrik bir anlam taşımaya rağmen, gerçekte yükseklik jeopotansiyel bir değerdir. Dolayısıyla fiziksel referans yüzeyinin (deniz yüzeyi veya jeoid) belirlenmesi çalışmaları ayrı bir önem kazanmaktadır. Bu yüzden jeodezinin esas görevlerinden birisi de jeoidin belirlenmesi çalışmalarıdır.

Jeoid belirleme çalışmalarında gravimetrik yöntem, astrojeodezik yöntem ve potansiyel katsayılarından faydalanılmıştır. Fakat uluslar arası (global) bir jeoidin belirlenmesi sadece uydu çağında mümkün olmaktadır. Gravimetrik yöntemde yerel ve bölgesel jeoidin cm. hassasiyetinde belirlenebilmesi için birkaç km. aralıklarla nokta gravite değerlerine ihtiyaç duyulmaktadır (Aksoy vd. 1998). Astrojeodezik yöntemde ise aynı noktaya ait jeodezik ve astronomik (doğal) koordinatların bilinmesi gerekir. Koordinatlar yardımıyla gerekli çekül sapması değerleri hesaplanmaktadır. Potansiyel katsayılarından faydalanarak jeoid hesaplamalarında ise jeopotansiyel katsayılara ihtiyaç vardır.

Pratikte ortometrik yükseklik (H) kullanılmasına karşın, GPS gözlemleri ile elipsoidal yükseklikler (h) bulunmaktadır.

$$H=h-N \quad (1.1)$$

olduğuna göre, elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş için jeoid ondülasyonlarının (N) bilinmesi gerekir. GPS gözlemleri ile elipsoidal yükseklikler hassas olarak bulunduğu göre, bunlardan hesaplanacak olan ortometrik yüksekliklerin hassasiyeti jeoid ondülasyonlarının hassasiyetine bağlıdır.

Yüksekliklerin bulunmasında nivelman işlemi hem zaman alıcı hem de yorucudur. Bu sorunu GPS gözlemleri ile çözebilmek için ve bulunan ortometrik yüksekliklerin hassasiyetinden emin olabilmek için jeoid ondülasyonlarının hassas olarak belirlenmesi gerekir.

Yapılan bu çalışmada bir güzergah boyunca elipsoidal yükseklik farkları GPS gözlemleri ile ortometrik yükseklik farkları ise geometrik nivelman sonucu elde edilmiştir. (1.1) eşitliğinden faydalanarak bu hat boyunca jeoid ondülasyonları ortaya konmuştur. Bu hat boyunca ondülasyonların değişimlerini izlemek suretiyle jeoid ve elipsoide ait bir profil ortaya konmuştur.



2. YÜKSEKLİK

Yükseklik koordinatın üçüncü boyutudur. Bir noktanın yüksekliği, noktadan başlangıç yüzeyine inilen dikin boyudur. Bir noktanın yüksekliğinin bulunabilmesi için öncelikle koordinatın ifade edileceği referans yüzeyinin belirlenmesi gerekir. Yeryüzündeki bir noktanın yüksekliğinden, o nokta ile bir nivo yüzeyi olan jeoid arasındaki ilişki anlaşılır. Jeoid ile fiziksel yeryüzündeki nokta arasındaki bu uzaklık geometrik veya fiziksel anlamlarla yorumlanabilir. Fiziksel yeryüzündeki bir noktadan sarkıtılan çekül eğrisinin jeoide değdiği nokta ile fiziksel yeryüzündeki nokta arasındaki çekül eğrisi boyu yüksekliklerin bir geometrik tanımıdır (Turgut 1995).

Kütlelerin birbirine uyguladıkları çekim kuvveti ve merkezkaç kuvvetlerinin etkisindeki jeoid, teorik bir kavram olarak kalmaktadır. İşte jeoidin yeryüzü noktalarına göre konumu tam olarak bilinemediğinden değişik kabullere göre teorik yükseklikler tanımlanmıştır. Teorik yükseklikler, jeopotansiyel yükseklik, dinamik yükseklik, ortometrik yükseklik ve normal yüksekliklerdir.

GPS ile konum belirleme yaygın olarak kullanılmasına rağmen, GPS gözlemleri ile elde edilen yükseklikler WGS-84 datumundaki elipsoidal yüksekliklerdir. Halbuki uygulamada ortometrik yükseklikler kullanıldığından elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçilmesi gerekir. Bunun içinde hem ortometrik hem de elipsoidal yükseklikleri bilinen noktalardan faydalanarak bir jeoid yüzeyi geçirilmesi gerekir.

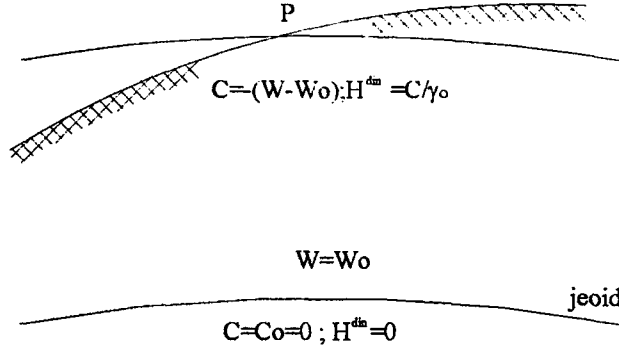
2.1. Yükseklik Sistemleri

2.1.1. Jeopotansiyel sayılar

Yeryüzündeki bir noktanın jeopotansiyel yüksekliği, sözü edilen noktadan geçen nivo yüzeyinin W_P potansiyeli ile jeoidin W_0 potansiyeli arasındaki kilokal*metre biriminde verilen potansiyel farktır. Şekil 2.1' de görüldüğü üzere

jeoidin potansiyel kotu sifira eşittir ve yeryüzünü O noktasında kestiğini düşünelim. P noktasının potansiyel kotu C_p için şu ifade yazılabilir.

$$C_p = W_0 - W_p = -\int_0^p dw = \int_0^p g^* dh \quad (2.1)$$



Şekil 2.1 : Jeopotansiyel sayılar ve dinamik yükseklik

Jeopotansiyel kotlar nivelman yoluna bağlı değildir. Çünkü hangi yoldan gidilirse gidilsin iki nokta arasındaki potansiyel fark aynı kalır. Jeopotansiyel kotlar başka yükseklik sistemleri için temel büyüklüklerdir. Tüm yükseklikler buradan türetilirler.

2.1.2. Dinamik yükseklik

Jeopotansiyel sayılar seçilen sabit bir g_0 ağırlık değerine bölünürse, uzunluk birimine geçilir ve böylece elde edilen yüksekliklere dinamik yükseklikler denilir. Buna göre A ve P noktalarının dinamik yükseklikleri;

$$H_A^{dn} = \frac{C_A}{g_0}, \quad H_P^{dn} = \frac{C_P}{g_0} \quad (2.2)$$

olur. Bunlar arasındaki fark için ise,

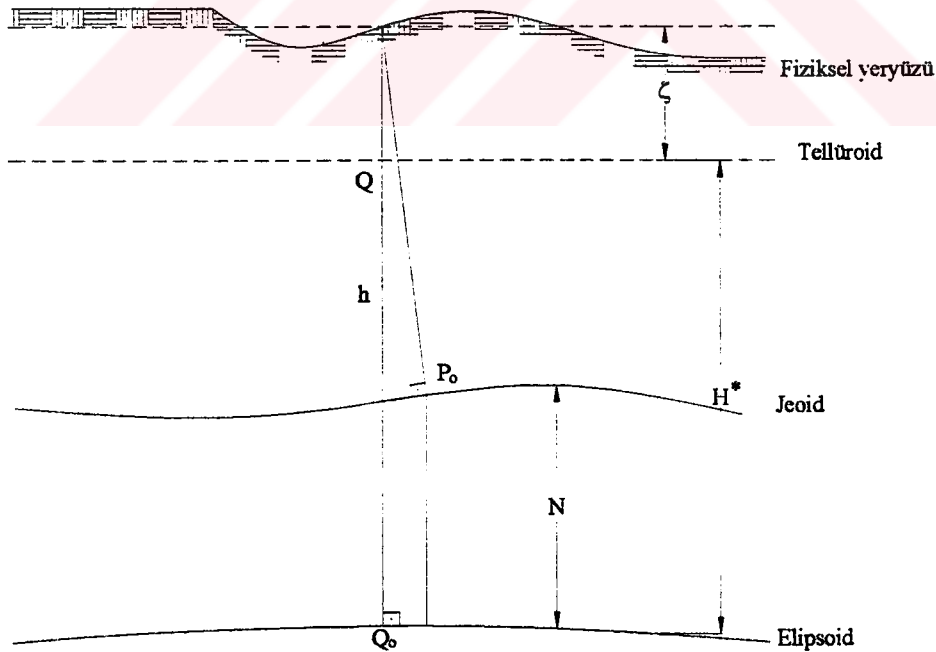
$$H_P^{dn} - H_A^{dn} = \Delta H_{A,P}^{dn} = (C_P - C_A) / g_0 = \Delta C_{AP} / g_0 \quad (2.3)$$

elde edilir. Dinamik yükseklikleri (2.2) ve (2.3) bağıntıları yardımıyla hesaplayabilmek için jeopotansiyel kotlar ya da kot farkları önceden belirlenmiş olması gerekir. Ülke ölçmelerinde çoğu kez nivelman sonuçları bir düzeltme yani dinamik düzeltme ile yükseklikler farkına dönüştürülür.

Jeopotansiyel kotta olduğu gibi dinamik yüksekliklerde de jeoidin dinamik yüksekliği sifıra eşittir. Her nivo yüzeyine karşılık tek bir dinamik yükseklik değeri karşılık gelir. Her iki nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktalar arasındaki dinamik yükseklik farkları eşittir. Dinamik yükseklikler biliniyorsa diğer yükseklikler kolayca hesaplanabilir. Fakat dinamik yüksekliklerdeki dinamik yol düzeltmesinin büyük olması, onların pratikteki önemini azaltmaktadır (Turgut 1995).

2.1.3. Normal yükseklik

Yeryuvarının gerçek gravite alanının kesin bir matematiksel ifadesinin yapılabilmesi için $W(x, y, z)$ potansiyel fonksiyonunun bilinmesi gerekir. W ' nin bilinmesi için de birçok ölçü gereklidir. Bu kadar çok sayıda ölçü yapılması mümkün



Şekil 2.2 : Normal yükseklik

olmadığından gerçek gravite alanına yakın bir yaklaşımla, matematiksel bir gravite alanı tanımlanır. Bu alana **normal gravite alanı** denir. Dünyanın gravite alanının normal gravite alanı olduğu kabul edilirse şu eşitlikler yazılabilir.

$$C_p = W_0 - W_p = \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.4)$$

$$C_p = \bar{\gamma} H^* \quad (2.5)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.6)$$

H^* normal yükseklik olarak adlandırılır. Normal yükseklik, normal ağırlık alanının çekül eğrisi boyunca nivo elipsoidi yüzeyinden Q noktasına kadar olan uzaklıktır ve bu noktaların oluşturduğu yüzeye **tellüroid yüzeyi** denir.

Astronomik koordinatlardan yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyi tellüroid belirlenebilir. Elipsoidten yeryüzüne olan düşey uzaklık h ile elipsoidten tellüroide olan düşey uzaklık H^* arasındaki fark bize yükseklik anomalisini verir.

$$\zeta = h - H^* \quad (2.7)$$

Bu iki yükseklik arasındaki fark $N = h - H$ jeoid ondülasyonuna karşılık gelir. Bu ilişkiden yararlanarak;

$$H + N = H^* + \zeta \quad (2.8)$$

$$H - H^* = \zeta - N \quad (2.9)$$

Yazılarak ($\zeta - N$) şöyle gösterilebilir :

$$(\zeta - N) = \frac{-\Delta g_B}{\gamma} H \quad (2.10)$$

Δg_B yaklaşık olarak Bouger anomalisine eşittir. $\bar{\gamma}$ ise çekül eğrisi boyunca ortalama normal gravitedir.

Tellüroid bir nivo yüzeyi değildir. Yeryüzündeki her P noktasına genel olarak farklı bir $W = W_p$ jeopotansiyel yüzey karşılık gelir. Bu problemi çözmek için okyanuslar üzerinde $\zeta = N$ olup diğer taraflarda jeoide çok yakın olan bir yüzey elde edilmiş ve bu yüzeye Molodensky tarafından **kuaziyeoid** adı verilmiştir. Bununla beraber kuaziyeoid de bir nivo yüzeyi değildir ve hiçbir fiziksel anlamı yoktur. Bu jeoide benzer bir yüzeye çağrışım yaptırıp geleneksel kavramları baz almak şeklinde düşünülmelidir. Bu açıdan bakıldığında ortometrik yüksekliğin jeoidden olan

yükseklik olması gibi, bir noktanın normal yüksekliği de kuazijeoidden olan yüksekliktir (Kartal 1998).

2.1.4. Ortometrik yükseklik

Bir noktanın ortometrik yüksekliği, noktadan geçen çekül eğrisi boyunca jeoide olan düşey uzaklık olarak tanımlanır. Ortometrik yükseklik kavramı geometrik bir ifadeden daha çok fiziksel anlam taşır. Çünkü ortometrik yükseklik noktanın üzerinde bulunduğu coğrafi enleme yani gravite değerine bağlıdır. Aynı nivo yüzeyi üzerindeki farklı iki noktanın ortometrik yükseklikleri farklıdır. Ortometrik yükseklikler, nivelman yüksekliklerine dinamik yüksekliklerden daha çok yaklaşırlar. Çünkü ortometrik düzeltmeler genellikle daha küçüktürler.

Ortometrik yüksekliği bulmak için o noktanın jeopotansiyel sayısından faydalanılır.

$$C = W_0 - W_A = \int_0^A g dn \quad (2.11)$$

$$C = \bar{g}H \quad (2.12)$$

Burada \bar{g} jeoid ile yeryüzündeki A noktası arasında çekül eğrisi boyunca bulunacak ortalama gravitedir. İntegrasyondaki sıfırın anlamı ise referans yüzeyinde ortometrik yüksekliğin sıfır olması demektir. Ortometrik yükseklik H,

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2.13)$$

bağıntısı yardımıyla hesaplanabilir.

Ortometrik yüksekliklerin jeopotansiyel kotlar ya da nivelman sonuçlarına getirilecek dinamik düzeltme yardımıyla hesabı, çekül eğrilerinin yeryüzü ile jeoid arasında ağırlık değerlerinin bilinmesini zorunlu kılmaktadır. Kütle içinde ağırlık ölçmek imkansız olduğundan ortalama ağırlık değerleri ölçülerek belirlenemez. Bunun sonucu olarak gerçek ortometrik yükseklikler hesaplanamaz. Sadece çekül eğrileri boyunca ağırlık değerlerinin dağılımına ilişkin bir varsayımla ortometrik yüksekliklerin yaklaşık değerleri elde edilebilir.

\bar{g} ortalama gravite değeri, yeryüvarı yoğunluğu (ρ) ve normal gravitenin düşey gradyenti (γ)'nın bir fonksiyonu olarak

$$\bar{g} = g_P - \left(\frac{1}{2Ch} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2\pi G\rho \right) H \quad (2.14)$$

bağıntısı yardımıyla hesaplanabilir. G_P P noktasındaki gravite, gravitasyonel sabite $G=66.7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$, yoğunluk $\rho=2.67 \text{ g/cm}^3$ dir. Bu değerler kullanılarak g gal, H km olmak üzere Helmert ortometrik yüksekliği

$$\bar{g} = g_P + 0.0424 \cdot H \quad (2.15)$$

eşitliğinden elde edilir.

2.1.4.1. Ortometrik düzeltme

Yeryüzü üzerinde alınan A ve B gibi iki nokta arasındaki nivelmandan bulunan yükseklik farklarının toplamı, H_A ve H_B ortometrik yükseklik farkına eşit değildir. Çünkü nivelmandan bulunan ∂n değeri, nivo yüzeylerinin paralel olmaması nedeniyle ∂H_B miktarlarından farklıdır. W potansiyelindeki artma miktarı ∂w ile gösterilerek :

$$-\partial w = g \partial n = g' \partial H_B \quad (2.16)$$

$$\partial H_B = \frac{g'}{g} \partial n \neq \partial n \quad (2.17)$$

eşitliği yazılabilir.

g : Ölçü noktasındaki gravite

g' : B' den geçen çekül eğrisi üzerinde ∂H_B 'deki gravite

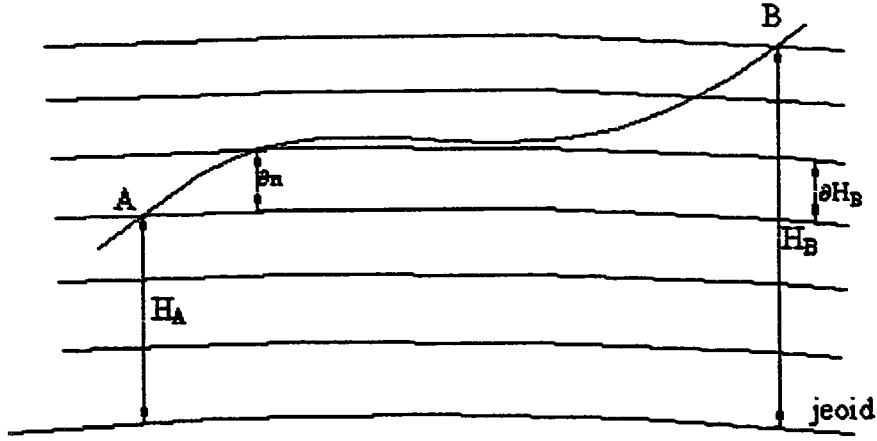
Nivelman gravite ölçüleriyle donatılırsa, potansiyel fark olarak adlandırılan fiziksel büyüklük bulunabilir. A ve B noktaları arasındaki potansiyel fark,

$$W_B - W_A = -\Sigma g \cdot \partial n \quad (2.18)$$

eşitliğinden elde edilir.

Potansiyel farkları yükseklik kavramının temelini oluştururlar. Pratikte uygulanmasına karşın gravite değerleri kullanılmadan bulunan yükseklik farkı:

$$\Delta n_{AB} = \sum_B^A \partial n = \int_B^A dn \quad (2.19)$$



Şekil 2.3 : Ortometrik düzeltme

eşitliği kesinlik bakımından anlamsız ve çelişkili sonuçlara götürecek bir eşitliktir. Bu nedenle iki nokta arasındaki yükseklik farkını elde etmek için tespit edilen geometrik yükseklik farklarına nivelman boyunun her iki ucu arasındaki yerçekimi ivmesi değişimlerini dikkate alan küçük bir düzeltme uygulanmalıdır. Geometrik nivelmanda yapılması gerekli olan bu düzeltmeye **ortometrik düzeltme** adı verilir. Deniz seviyesinden oldukça yüksek olan bölgelerde kuzey-güney doğrultusunda bu düzeltmeler hissedilir derecede büyük değerler alır.

Courtaney (1980) tarafından ortometrik düzeltmeye ait bağıntı şu şekilde verilmiştir:

$$\delta O = \delta M - h(\delta\phi'')(0.0053 \sin 2\phi) \sin 1'' \quad (2.20)$$

$$h = (h_A + h_B) / 2 \quad (2.21)$$

$$\delta\phi = \phi_B - \phi_A \quad (2.22)$$

$$\phi = (\phi_A + \phi_B) / 2 \quad (2.23)$$

δO : Ortometrik düzeltme

δM : Nivelman ile bulunmuş yükseklik farkı

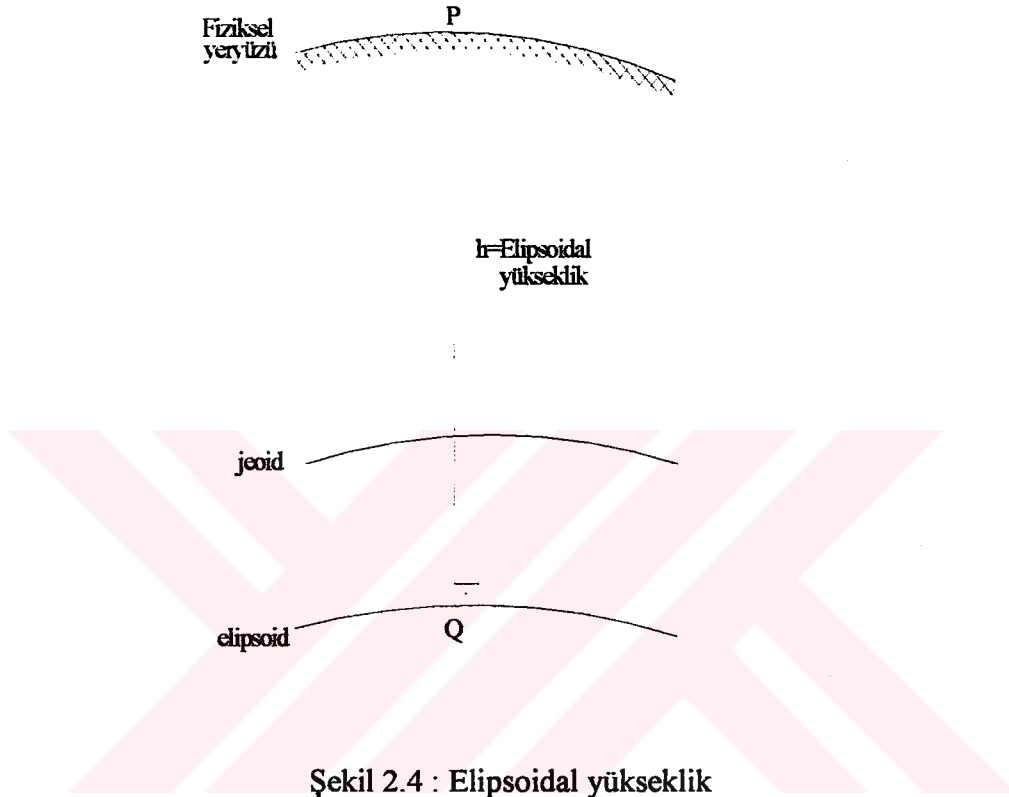
h : Ortalama yükseklik

$\delta\phi$: Enlem farkı (saniye cinsinden)

ϕ : Ortalama enlem

2.1.5. Elipsoidal yükseklik

Elipsoidal yükseklik, yeryüzündeki bir noktadan elipsoide inilen dik boyunun uzunluğuna eşittir. Jeoid yüzeyinden olan ortometrik yükseklikten jeoid ondülasyonu kadar farklıdır.

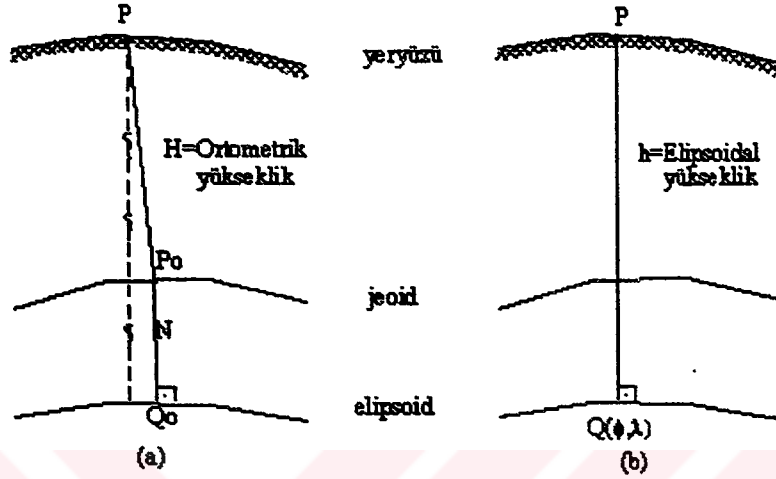


Şekil 2.4 : Elipsoidal yükseklik

Gerçek gravite alanının normal gravite alanından sapmaları doğrusal kabul edilebilecek kadar küçüktür. Bu nedenle doğrusal enterpolasyon yapılabilmektedir. Elipsoid yüzeyi üzerinde matematiksel hesapları doğrudan yapmaya imkan verdiğinden, fiziksel yeryüzünde yapılan ölçüler bir izdüşüm yöntemine göre elipsoid yüzeyine indirgenir. Pizetti izdüşüm yönteminde ilk olarak, fiziksel yeryüzü üzerinde bir noktadan çekül doğrultusu boyunca jeoid üzerine izdüşüm yapılır. Daha sonra jeoid üzerine iz düşürülen nokta elipsoid yüzeyine indirgenir.

Helmert izdüşüm yönteminde ise fiziksel yeryüzündeki nokta, hesap yüzeyi olan dön elipsoide bu elipsoidin normali boyunca iz düşürülür. Pek çok amaç için Helmert ve Pizetti izdüşümü arasındaki fark dikkate alınmayabilir (Heiskanen 1984).

Helmert izdüşümünde özellikle elipsoidal koordinatlar ϕ , λ , h ' in dik koordinatlar x , y , z ' ye doğrudan dönüşüm imkanı gibi pratik üstünlükleri olduğundan bu izdüşüm yöntemi daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Pizetti yönteminde indirgeme iki aşamalı olduğundan izdüşüm daha fazla uğraş gerektirir.



Şekil 2.5 : Pizetti ve Helmert izdüşümü

Kartezyen koordinatlar jeodezik boylam (λ), jeodezik enlem (ϕ) ve elipsoidal yüksekliğe (h) dönüştürülebilir. Bu dönüşüm bazı referans elipsoidlerine veya sferoide (dönel elipsoid) bağlı olarak yapılır.

Referans elipsoidinin boyutu ve şekli büyük yarı eksen (a) ve elipsoidin basıklığı (f) ile belirlidir. Elipsoidin diğer parametreleri küçük yarı eksen (b), eğrilik yarıçapı (R_N), birinci eksentrisite (e_1) ve ikinci eksentrisite (e_2) bu iki değerden türetilir. Dik koordinat sisteminin başlangıcı elipsoidin merkezi, z dönme eksenini, x eksenini 0° Greenwich boylamına, y eksenini de Greenwich' in doğusundaki 90° boylama sahip olmak üzere dik koordinatlarla elipsoid koordinatları arasındaki eşitlikler şu şekildedir.

$$X = (R_N + h) \cos\phi \cos\lambda \quad (2.24)$$

$$Y = (R_N + h) \cos\phi \sin\lambda \quad (2.25)$$

$$Z = ((b/a)R_N + h) \sin\phi \quad (2.26)$$

Buradaki R_N değeri (2.24) eşitliğinden hesaplanır.

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (2.27)$$

Jeodezik konum belirlemedeki zorluk yukarıdaki eşitliklerde verilen değerlerden hiçbirinin doğrudan gözlemlerle elde edilememesidir. Bu değerler kuramsaldır ve fiziksel yeryüzünde mevcut olmadığından bu sistemde ölçü yapabilmek imkansızdır.

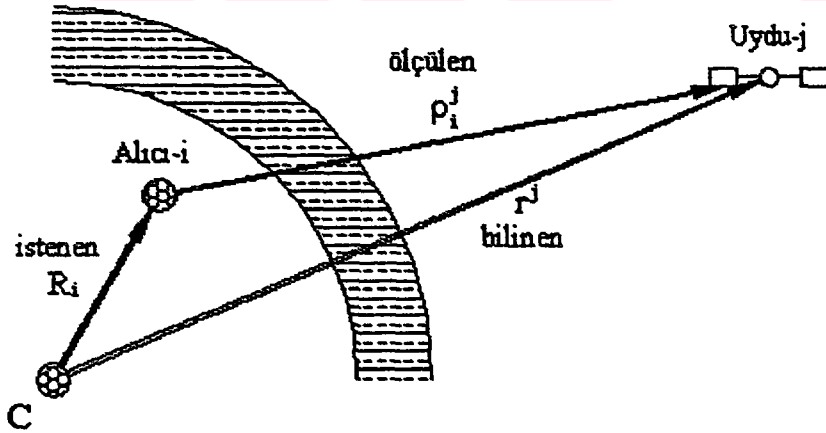


3. GPS (Global Positioning System)

3.1. Tanım

GPS, 20. Yüzyılın ikinci yarısında geliştirilen, tüm dünyayı kapsayan uydulara dayalı bir radyonavigasyon sistemidir. İlk yıllarında askeri amaçlı kullanılan bu sistem, bugün yeryüzünün herhangi bir yerinde uygun donanıma (alıcı) sahip, sınırsız sayıdaki kullanıcıya hassas konum ve hız belirleme imkanı sağlar. GPS ile elde edilen koordinatlar WGS-84 sistemindedir. 1984 yılında U. S. Defence Mapping Agency tarafından yapılan çalışmalarla tanımlanan WGS-84 sistemi, yer merkezli bir sistemdir. GPS' ten elde edilen koordinatların pratikte kullanılabilmesi için mevcut ülke sistemi ile WGS-84 sisteminin birbirleriyle matematiksel olarak ilişkilendirilmesi gerekir.

Yöntemin temel ilkesi, uzayda değişik yörüngelerde bulunan en az 4 uydudan gelen sinyallerin kayıt edilip değerlendirilmesiyle alıcının koordinatlarının üç boyutlu olarak hesaplanmasıdır.



Şekil 3.1 : Uydu ile konum belirlemenin temel ilkesi

GPS için geliştirilen uydulara yapılan gözlemlerden uzay geriden kestirme yöntemi ile konum belirlenebilmektedir. Burada uydular, koordinatları bilinen noktalar olarak kabul edilmektedir.

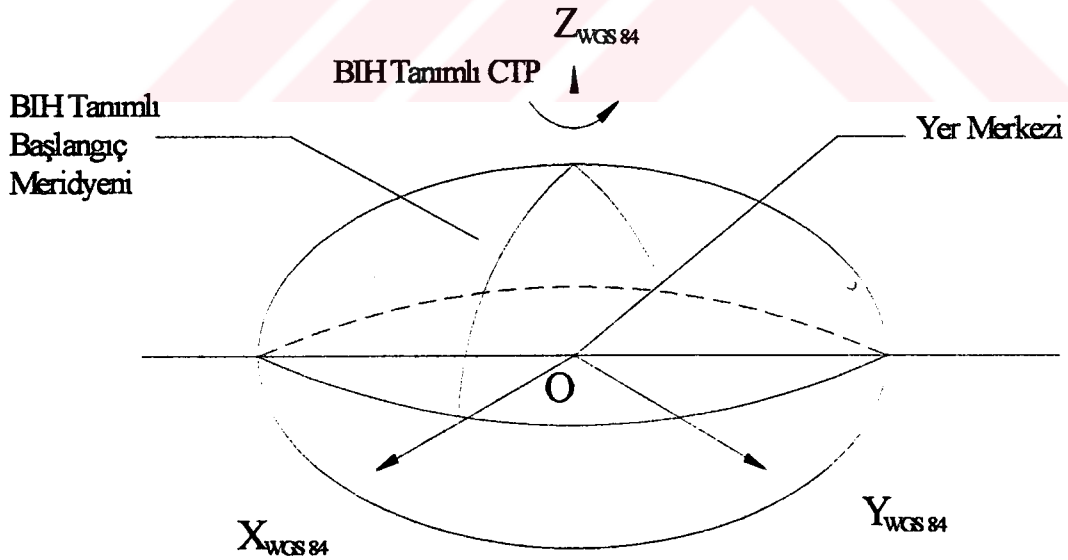
Uydu ile alıcı arasındaki uzaklık, uydu koordinatları (x_j, y_j, z_j) , alıcı koordinatları (X_j, Y_j, Z_j) olarak alındığında;

$$\rho_i^j = \sqrt{(X_i - x_i)^2 + (Y_i - y_i)^2 + (Z_i - z_i)^2} \quad (3.1)$$

şeklindedir.

3.2. WGS-84 (World Geodetic System 1984)

Defence Mapping Agency (DMA) WGS-84 sistemini WGS-72' nin yerini almak üzere geliştirmiştir. Sistemin başlangıcı Yer' in kütle merkezidir. Z eksenine Uluslararası Saat Bürosu tarafından 1984.0 epoku için belirlenen konvansiyonel yersel kutup eksenine (Conventional Terrestrial Pole) paraleldir. X eksenine WGS-84 referans meridyen düzlemi ve CTP ekvator düzleminin arakesiti, Y eksenine sağ el kuralına uygun olarak X ve Z eksenine diktir. WGS-84 sisteminin orijin ve eksenleri



Şekil 3.2 : WGS84 sistemi

aynı zamanda WGS-84 elipsoidinin de geometrik merkezi ve X,Y,Z eksenleridir.

Bu yeni sistem geometrik jeodezik ve gravitasyonel nokta bilgilerinin kullanımıyla Dünya'ya ilişkin modellemeler yapmaya ve yeni teknikler geliştirmeye imkan vermektedir. Bu çalışmalar DMA tarafından yapılmaktadır (Kartal 1998).

WGS-84 Elipsoidi Parametreleri

a: 6378137.0 m.

f: 1/298.25722357

3.3. GPS' in Birimleri

GPS sistemi kontrol birimi, uzay birimi ve kullanıcı birimi olmak üzere üç ana kısımdan oluşmaktadır.

3.3.1 Kontrol birimi

Kontrol birimi (OCS – Operational Control System), uyduların ve sistemin tümüyle çalışmasını sağlamak ve izlemek için kurulan yer istasyonlarından oluşmaktadır. Amerika Askeri Harita Kurumu (DMA – Defence Mapping Agency) tarafından geliştirilen sistem, 1985 yılında çalışmaya başlamıştır. Sistem aşağıda belirtilen birimlerden oluşmaktadır.

İzleme İstasyonları (MS – Monitor Stations) : GPS uydularını sürekli izlemek üzere; Kwajalein (Doğu Avustralya), Dieho Garcia (Doğu Afrika), Ascension (Batı Afrika), Hawaii ve Falcon Air Force İstasyonları (ABD)' da kurulan uyduları sürekli izleyerek yörüngelerini hesaplayan beş yer istasyonudur. Her istasyon 1.5 saniye aralıklarla yaptıkları pseudorange ölçülerini iyonosferik ve meteorolojik verilerle bir araya getirir ve hepsini Ana Kontrol İstasyonu'na gönderir.

Ana Kontrol İstasyonu (MCS – Master Control Station) : İzleme istasyonlarından gelen verileri toplar. Uyduların yörüngelerini ve uydulardaki

saatlerini düzeltmelerini hesaplayarak bunları yer antenleri vasıtasıyla uydulara yükler.

Yer Antenleri (GA – Ground Antennas) : GPS uydularından gelen bilgileri toplayan ve Master İstasyon' dan gelen bilgileri her 8 saatte bir uydulara yükleyen ve 3 antenden oluşan S-Band tesisleridir (Uzel ve Eren 1995).

3.3.2. Uzay birimi

GPS uyduları uzay bölümünü oluşturmaktadır. Amerikan Hava Kuvvetleri 17 Temmuz 1997' de 24 asıl, 3 yedek uydudan oluşacak sistemin tamamlandığını ve dünyanın her yerinde 24 saat boyunca en az 4-5 uydunun izlenebileceğini açıklamıştır (U.S.A Hava Kuvvetleri Raporu, 1997). Bu uydular yerden 20200 km yükseklikte, 6 ayrı yörüngede dönmektedirler. GPS uydularının yörünge periyotları 11 saat 58 dakikadır.

Üç tip GPS uydusu planlanmıştır.

Block I

Block II

Block IIR

11 adet Block I uydusu 1978 ve 1985 yılları arasında yapılmış ve uzaya fırlatılmıştır. Block I uyduları yaklaşık 850 kg' dır ve yörüngelerinin eğimi 63° dir. Yörüngedeki en son Block I uydusu PRN 03, 18 Kasım 1995 yılında devre dışı kalmıştır.

İlk Block II uydusu 14 Şubat 1989' da yörüngeye oturtulmuştur. Bazı Block II uydularının ağırlığı 845 iken, bazıları bunlardan biraz daha ağır ve nükleer keşfe yönelik bir modüle sahiptir. Block II uydularının fonksiyonlarını 7.5 yıl sürdüreceği şekilde dizayn edilmişlerdir. Bu uyduların yörüngelerinin eğimi 55° dir. Block II uyduları aktivitelerini 7.25 m² lik bir alanı kaplayan güneş panelleriyle şarj edilen bataryalar yardımıyla sürdürmektedirler. Bu uydular belirli hataları otomatik olarak tespit edebilme, S/A (Selective Availability) olanağına sahip olma ve 180 günlük navigasyon mesajı kapsama gibi özelliklere sahiptirler. 1997 yılı Temmuz ayı itibarıyla 25 adet Block II uydusu aktif olarak sinyal göndermektedir .

Block IIR uyduları işlevlerini tamamlayan Block II uydularının yerine yörüngeye yerleştirilmiştir. Ortalama ömürleri 10 yıldır. Block II uydularından daha duyarlı atomik saatlere sahiptir ve uydudan uyduya izleme ve haberleşme olanağı vardır (Kartal 1998).

Her uydu, Ana Kontrol Merkezi'nce hesaplanan ve yer antenleri aracılığıyla gönderilen kendi yörüngesine ait bilgileri alır ve düzeltilmiş zaman bilgileri ile birlikte iki temel frekans üzerinden yayımlar. Bunlar, L1=1575.42 MHz ($\lambda=0.190$ m) ve L2=1227.60 MHz ($\lambda=0.244$ m) tir. Bu sinyaller, uydudaki saat takımınca oluşturulan L1-sinyali hem P-Kod ve hem de C/A-Kod ile modüle edilmektedir. L2 sinyali ise yalnızca P-Kodu ile modüle edilmektedir. Her iki sinyal de sürekli olarak navigasyon verileri (uydu mesajı) ile de modüle edilmektedir. Bu veriler saniyede 50 megabitlik (yani 50 MHz) bloklar halinde olup uydunun sağlığı, saat bilgileri ve konumu hakkında bilgiler içermektedir (Uzel ve Eren 1995).

3.3.3. Kullanıcı birimi

GPS alıcılarına sahip tüm askeri ve sivil kullanıcıları kapsar. Alıcılar, anten, anten aracılığı ile alınan bilgileri depolayan kayıt birimi, gerçek zamanda alıcının konumunu veren yazılım ve mikroişlemciden oluşur. Çift frekanslı alıcılar L1 ve L2 taşıyıcı dalgalarını ölçerken, tek frekanslı alıcılar sadece L1' i ölçerler. Alıcılar L1, L2 taşıyıcı dalgaları, L1 ve L2 taşıyıcı dalgaları üzerine modüle edilmiş P kod, sadece L1 taşıyıcı dalga üzerine modüle edilmiş C/A kod gibi 4 değişik sinyali alma kabiliyetine bağlı olarak sınıflandırılır. C/A kod ile 30-100 m konum duyarlığı sağlanırken, P kod ile daha hassas konum belirlenir. Amerikan Savunma Bakanlığı güvenlik amacıyla P kodu şifrelemekte ve yalnız askeri kullanıcılara kullanım imkanı vermektedir. Anlık konum tespiti için, kullanıcı 4 veya daha fazla uydudan (3 uydu konum tespiti ve 1 uydu da uydu-alıcı saat farkının çözümü için) gelen sinyalleri ölçerek hem zamanı, hem kendisinin üç boyutlu konumunu ve hem de (şayet hareket halinde ise) hızını hesaplayabilir.

3.4. Sinyal Yapısı

GPS temelde çok incelikli olarak yapılan zaman ölçümüne dayanır. Onun için her uydu da $1 \cdot 10^{-14}$ sn' den daha duyarlı zaman standartları kullanılır. GPS uydularındaki atomik standartlar, uydunun hızı ve yer yüzeyindeki potansiyel ile ilişkili uydu konumuna bağlı gravitasyonel potansiyel sebebi ile etkilenmektedir. Bu durum nedeni ile oluşan rölatif frekans kayıklığı;

$$\Delta f/f = 4.45 \cdot 10^{-10}$$

değerindedir. Temel frekansta (10.23 MHz) ortaya çıkan değişiklik miktarı $\Delta f = 0.00455$ MHz' dir. Rölatif frekans kayıklığı her gün zamanda 38.3 μ sec' lik bir artışa sebep olur. Ana frekans uydu fırlatılmadan önce fabrikada 10.22999999545 MHz olarak düzeltilmektedir (Leick, 1990)

GPS uydularının gönderdiği L1 ve L2 sinyalleri ana frekanstan üretilir. Ana frekansın 154 katı L1=1575.42 MHz, 120 katı L2=1227.60 MHz' dir. L1 sinyalinin dalga boyu 19 cm, L2 sinyalinin dalga boyu ise 24 cm' dir. L1 sinyali hem P kod hem de C/A kod ile modüle edilirken, L2 sinyali yalnızca P kod ile modüle edilmektedir.

Geçerli navigasyon sinyali, taşıyıcı dalga üzerine modüle edilmiş bir koddur. Bu kodun karakteristik bir tesadüfi gürültüsü ve bozucu etkisi varsa da gerçekte bu ikili kod bir matematik algoritma ile üretilmiştir. P ve C/A adını alan her iki kod da uyduda "pseudo random noise chip sequence" ile üretilmektedir (Uzel ve Eren 1995).

P kod temel frekansa eşittir. C/A kod ise temel frekansın $1/10$ ' u kadardır. Bu iki kod birbirlerine göre 90° dönüktür. C/A kodu her milisaniyede kendini tekrarlar. Oysa P kodunun uzunluğu 266.4 gündür. Her uydu bu sinyallerin bir haftalık kısmını alır ve bunu her hafta yeni baştan tekrarlar. P kod A-S (Anti Spoofing) özelliği kullanılarak şifrelenir. Kriptolama adı verilen bu şifreleme işlemi neticesinde P kod Y kod adını almakta ve yalnızca Y koddan P koda geçiş için gerekli donanıma sahip yetkili kullanıcılara ulaşabilmektedir. C/A kodunun yapısı gizliliğe tabi olmadığından tüm dünyada kullanıcılara açıktır (Kahveci 1993).

3.5. GPS Gözlem Tipleri

3.5.1. Pseudo uzaklık ölçüleri

Pseudo uzaklık (Pseudo-Range), uydu ile alıcı arasında ölçülen gerçek değerden farklı bir uzunluktur. Gerçek değerden farklı olmasının nedeni, uydu saati ile alıcı saati arasındaki zaman kayıklığıdır. Modellendirilemeyen saat hatalarından kaynaklanan sapma nedeniyle elde edilen pseudo uzaklık C/A ya da P kod ile ölçülebilir.

Uydudan gönderilen sinyal ile alıcıya ulaşan sinyal arasındaki zaman farkı Δt ile gösterilirse :

$$\Delta t = t_A - t_U = \Delta t_0 - \Delta \delta \quad (3.2)$$

şeklindedir. Bu formülde t_A sinyalin alıcıya varış anını, t_U uydu sinyalinin yayın anını, $\Delta \delta$ uydu saat kayıklığı ile alıcı saat kayıklığı arasındaki farkı ifade eder. Δt değeri, uydu ve alıcı tarafından yayınlanan Pseudo Random Noise kodlarının karşılaştırılması sureti ile elde edilir. Δt zamanının gecikmesinin ışık hızı ile çarpımından elde edilen sonuç, Pseudo uzaklıktır.

$$R = c \cdot \Delta t = c \cdot \Delta t_0 + c \cdot \Delta \delta \quad (3.3)$$

Eğer uydu koordinatları kesin olarak bilinse idi, r uydu, R alıcı koordinatları olmak üzere $\rho = |r - R|$ eşitliği ile gerçek uzaklık bulunabilirdi. Uydu koordinatları kesin bir biçimde elde edilemediğinden yukarıdaki eşitliğe efemeris hatası ($d\rho$) hatası eklenir. Gözlemlerin iyonosferik troposferik etkiye direkt olarak maruz kaldığı gerçeği göz önünde tutularak Pseudo uzaklık ölçümüne ait eşitlik şöyledir:

$$R = c \cdot \Delta t = c \cdot \Delta t_0 + c \cdot \Delta \delta + \Delta \rho_{ion} + \Delta \rho_{trop} \quad (3.4)$$

Düşük hassasiyetin yeterli olduğu anlık konum belirleme uygulamalarında Pseudo uzaklık ölçüleri kullanılır. Pseudo uzaklık ölçüleri navigasyon amacı için yeterli olmakta ancak mühendislik hizmetleri için yeterli hassasiyette sonuçları vermemektedir (Kartal 1998).

3.5.2. Taşıyıcı dalga faz farkı ölçümleri

Taşıyıcı dalga faz farkı ölçümleri elektronik alanındaki en son teknolojileri içerir. Faz ölçümü kullanımında temel prensip, elektromagnetik dalgalar ve bu dalgaların uydudan alıcıya yayınlanması ilkesidir. Faz gözlemleri arasındaki fark, herhangi bir anda uydu osilatöründe üretilen ve alıcıya gönderilen sinyalin fazı ile alıcı osilatöründe üretilen sinyalin fazı arasındaki fark olarak tanımlanır. Ölçülebilir bir büyüklük olan bu farka **beat faz** adı verilir.

Sinyalin alındığı t anında ölçülen faz farkı, açısal olarak şu eşitlikte ifade edilir :

$$\varphi_r^s(t) = \varphi^s(t) - \varphi_r(t) + N_r^s(1) \quad (3.5)$$

$\varphi_r^s(t)$: alıcı tarafından ölçülen faz farkı,

$\varphi^s(t)$: uydu sinyalinin alıcı tarafından t anında ölçülen fazı,

$\varphi_r(t)$: alıcı tarafından üretilen sinyalin alıcı tarafından ölçülen fazı,

$N_r^s(1)$: t anındaki tam dalga boyu sayısı

Bağıntıdaki N tamsayı bilinmeyenidir (integer ambiguity). Alıcı herhangi bir t_0 anında açıldığında GPS uydusundan gelen sinyalleri almaya başlar. Uydu ile alıcı arasındaki beat fazın sadece anlık kesirli olan kısmı ölçülebilir. Aletin kapatılma anına (t) kadar sinyalin fazı tam ve kesirli olarak ölçülen fazın toplamı şeklindedir. Alıcı içindeki sayaç kapatılma anına kadar gelen tam dalga boylarını saydığından her uydu için ayrı bir N tamsayı bilinmeyi hesaplanır. Faz kayması (cycle slip) olmadığı sürece, tamsayı bilinmeyi ölçü süresince uydu ve alıcı için aynıdır.

İyonosferik ve troposferik etkiler söz konusu olduğundan bu etkilerin hesaba katılması ile aşağıdaki sonuç faz denklemi ile elde edilir :

$$\Phi = \varphi + c \cdot \Delta\delta + \lambda N - \Delta\varphi_{ion} + \Delta\varphi_{trop} \quad (3.6)$$

Yukarıdaki eşitlikte φ gerçek uzunluğu, $\Delta\delta$ uydu ve alıcı zaman kayıklıkları farkını (time offset), c ışık hızını, $\Delta\varphi_{ion}$ ve $\Delta\varphi_{trop}$ ise iyonosferik ve troposferik düzeltmeleri ifade eder. Taşıyıcı dalga faz farkı ölçümleri yönteminin hassasiyeti oldukça yüksektir ve mühendislik çalışmalarında tercih edilen bir yöntemdir. Bu yöntemin hassasiyetini olumsuz olarak etkileyen en önemli faktör faz sıçramalarıdır. Faz sıçramaları sinyalde herhangi bir sebepten dolayı oluşan kesikliklerdir. Bu kaymanın

meydana geldiği andan sonraki ölçülere kayma miktarı kadar bir düzeltme getirilmesi gerekir. Bu işlem oldukça komplike ve uzmanlık gerektiren bir işlemdir. (Kartal 1998).

3.6. GPS Hata Kaynakları

GPS ölçüleri, pseudorange ve taşıyıcı faz farkı ölçümleri, aşağıdaki faktörlerdeki belirsizlikler veya hatalar nedeniyle olumsuz olarak etkilenirler:

- Uydu saatlerinin ayar bozukluğu, v.b. (Uzay Kısmı-Space Segment)
- Efemeris (Kontrol Kısmı-Control Segment)
- İyonosferde ve troposferdeki gecikmeler, alıcı saatleri ve gürültü (noise), kod veya taşıyıcı çözümü, birden fazla yol (multipath) ve diğerleri (Kullanıcı Kısmı-User Segment).

GPS sinyallerinin dalga boylarını, dalga boyunun %1' ine varan duyarlılıkta ölçmek mümkündür. Böylece C/A-kod, P-kod ve L1/L2 sinyallerinin dalga boylarını sırasıyla 3.0 m, 0.3 m ve 2 mm mertebelerinde ölçmek mümkündür. Bununla birlikte, yukarıda bahsedilen hata kaynakları nedeniyle, uzunluk (range) ölçülerinin hassasiyeti daha düşüktür. GPS Kullanıcı Uzunluk Hatası (URE-User Range Error) bu kaynaklarca oluşturulmaktadır. GPS URE' nin genel bir değerlendirmesi Tablo 3.1' de gösterilmektedir.

Tablo 3.1 : GPS uzunluk hataları

KISIM	HATA KAYNAKLARI	GENEL (m)	P-KODU (m)	C/A-KODU (m)	ÇÖZÜM
1) UZAY	Uydu saatleri v.b.	10	3.0	3.0	Fark alma
2) KONTROL	Efemeris	40	5.0	5.0	Fark alma
3) KULLANICI	İyonosfer gecikmesi	40	2.5	5.0	Fark alma ve L1/L2
	Troposfer gecikmesi	3	2.0	2.0	Modelleme ve fark
	Alıcı saatleri ve noise	300	1.5	6.5	Modelleme ve fark
	Kod çözümü	3	0.5	3.0	-
	Diğer	5	1.5	1.5	-
	TOPLAM GPS URE=	310 m	7.0 m	11.0 m	

Çok iyi bir uydu geometrisi ve efemerisi varsayımı ile uzunlukta hata konum üzerine kabaca aynı mertebede bir hataya neden olurlar. GPS ölçülerinin ortalamalarını alarak bu hatayı 2-3 misli küçültmek mümkün olmaktadır. Dikkat edilebileceği gibi GPS efemeris hataları, uydu alıcı hatalarının büyük bir kısmını oluşturmaktadır. Yani diğer bir ifadeyle anlık GPS konum belirlemesinin duyarlılığı, efemeris hatalarıyla doğrudan ilgilidir. GPS kullanılarak elde edilen konumların duyarlılığı iki faktöre bağlıdır.

1) uydu ve alıcı saat hataları, efemeris hatası, atmosferdeki yayılma hataları, gürültü vb. tarafından etkilenen ölçü duyarlılığı

2) uydu kümeleri geometrisi

Uydu kümelerinin geometrisi, literatürde "Duyarlılığın Bozukluğu-Dilution of Precision (DOP)" olarak tanımlanır.

$$DOP = \sigma / \sigma_0 \quad (3.7)$$

σ : Konum Hassasiyeti

σ_0 : Ölçü Hassasiyeti

Yukarıdaki ifadeden de anlaşılacağı üzere DOP değerlerinin mümkün olduğu kadar küçük olması arzu edilir. Uygulamada DOP' un farklı bileşenleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- VDOP : Duyarlılığın Düşey bozukluğu (Vertical Dilution of Precision)
- HDOP : Duyarlılığın Yatay Bozukluğu (Horizontal Dilution of Precision)
- PDOP : Duyarlılığın Konum Bozukluğu (Positional 3D Dilution of Precision)
- TDOP : Duyarlılığın Zaman Bozukluğu (Time Dilution of Precision)
- GDOP : Duyarlılığın Geometrik-Konum ve Zaman- Bozukluğu (Geometrical-Positional and Time- Dilution of Precision)
- RDOP : Duyarlılığın Rölatif Bozukluğu (Relative Dilution of Precision)

Atmosferdeki gecikmelere ait belirsizlikler, GPS ölçülerinden beklenen çok duyarlı sonuçlar elde etmemizde şüphesiz en önemli sınırlayıcı faktör olmaktadır ve olmaya devam edecektir. GPS konusundaki araştırmaların oldukça önemli bir kısmı atmosfer düzeltmelerinin hesap edilmesine ayrılmaktadır (Uzel ve Eren 1995).

3.6.1. Uydulardan kaynaklanan hatalar

3.6.1.1. Yörünge hatası

GPS ile konum belirleme hesaplarında uydu koordinatları, yayınlanan yörünge bilgilerinden hareketle bilinen olarak kabul edilir. Bu parametreler Selective Availability (S/A) ve yörüngesel kayıklıklardan dolayı hatalarla yüklüdür. Yörüngesel kayıklıklar GPS' in kontrol bölümü tarafından kontrol edilmektedir ve yaklaşık 15-20 m civarındadır. Değerlendirmelerde yayınlanan yörünge bilgileri yerine, hesaplanan duyarlı yörünge bilgileri kullanılırsa bu miktar 5 m veya daha altına düşebilir (Kartal 1998).

3.6.1.2. Uydu saat hatası

Uydu saat hatası, uydu saatinin GPS zamanından farkıdır. Uydular yüksek duyarlılığa sahip sezyum ve rubidyum osilatörler taşırlar. Sezyum osilatörler 1 gün boyunca 10^{-13} de 1 duyarlılığa, rubidyum osilatörler ise bundan 5 kat daha az duyarlılığa sahiptir. Bu osilatörler GPS' in kontrol bölümü tarafından sürekli izlenerek, en fazla 24 saat içinde, biriken hata miktarı uyduya gönderilir (Gökalp 1994).

Uydu saat hatası yayınlanan yörünge bilgileri içerisinde ikinci derece bir polinomun katsayıları şeklinde verilir:

$$\Delta t^p = a_0 + a_1(t-t_0) + a_2(t-t_0)^2 \quad (3.8)$$

t_0 : referans zamanı

t : ölçünün yapıldığı zaman

a_0 : uydu saatinin sabit kayıklığı

a_1 : kesirli frekans kayıklığı

a_2 : kesirli frekans birikmesi

3.6.2. Elektromagnetik sinyallerin geçtiği ortamdan kaynaklanan hatalar

Uydular tarafından gönderilen sinyaller, atmosferden geçerek ölçü noktasına ulaşırlar. Atmosferin homojen olmaması nedeniyle dalga bir noktadan diğer bir noktaya gidinceye kadar ortamlarda uğradığı kırılmalardan dolayı düzgün bir yol izleyemez. Uydu jeodezisi açısından, dalgaların geçtiği atmosferi troposfer ve iyonosfer olmak üzere iki kısma ayırmak mümkündür. Yer' den itibaren 50 km' ye kadar olan uzaklığa troposfer, 50-1000 km arasındaki kısma da iyonosfer adı verilir (Altıner 1992).

3.6.2.1. Troposferik etki

Troposferin yayılma gecikmesi zenitimizde yaklaşık 1.9-2.5 m mertebesine ulaşır ve zenit açısının sekantıyla doğru orantılı olarak artarak 15° lik bir yükseklik açısında (yani yaklaşık 75° lik zenit açısı) yaklaşık 7.3-9.7 m mertebesine ulaşır. Uydu-alıcı mesafesinden veya taşıyıcı fazından çıkarılması gereken gecikme esas olarak

- Sıcaklık
- Rutubet
- Basınç

değerlerine bağlılık gösterir.

Toplam troposfer refraksiyonunun %90' ının sebebi kuru kısımdır. Yeryüzündeki sıcaklık ve basınç ölçülerini kullanarak kuru kısım %95-%98 duyarlılığında modellenebilir. Netice olarak 0° den 75° ye kadar olan zenit mesafelerindeki hata da 0.10 m ile 0.45 m arasında olur (Uzel ve Eren 1995).

Toplam troposferik etkinin %10' unu oluşturan ıslak kısmı hassas bir şekilde modellendirmek mümkün değildir. Çünkü havadaki su baharı miktarı hassas bir şekilde bulunamamaktadır. Yüksek duyarlık isteyen GPS uygulamalarında radyometre kullanmak suretiyle ölçü yapılan her nokta için su buharı ve sıcaklık ölçülerek değerlendirme esnasında uyduların zenit açıları da dikkate alınarak büyük bir kısmı hesaplanabilir.

3.6.2.2. İyonosferik etki

İyonosfer etkisi, toplam elektron mevcudiyeti (Total Electron Content-TEC) ile orantılıdır. Yani, uydudan alıcıya kadar olan yol boyunca mevcut elektronların toplamıyla orantılıdır. Zamana ve uzaydaki yere göre değişen TEC değerleri aşağıdaki değişkenlerin bir fonksiyonudur (Uzel ve Eren 1995).

- Güneş iyon akışı (solar ionizing flux)
- Manyetik hareketler (magnetic activity)
- Güneş lekesi değişim periyodu (sunspot cycle)
- Mevsim
- Günün saati(öğleyin daha yüksek ve gece yarısı daha düşük)
- Alıcının yeri ve bakış doğrultusu (user location and viewing direction)

Sabah erken ve gece yarısı yapılan ölçülerde iyonosferi etkisi azalır. Genel olarak iyonosferik etki, kışın ve ekinoks aylarında (Mart, Nisan, Eylül, Ekim) en fazla, yaz aylarında en fazla değere sahiptir (Remondi 1984).

Uygulamada karşılaşılan en büyük problem TEC' in zamana ve konuma göre değişmesidir. Çift frekanslı aletlerde, ölçülen zaman farkı yardımıyla sinyalin ulaşım süresinde uğradığı gecikme hesaplanır. Ölçülere iyonosferik düzeltme getirildikten sonra kalan iyonosfer hatası cm büyüklüğündedir. Tek frekanslı aletlerde basit iyonosfer katmanı modelleriyle iyonosfer refraksiyonunu hesaplamak mümkündür (Kartal 1998).

3.6.2.3. Multipath etkisi

Uydudan gelen sinyallerin bir yüzeyden yansıtılarak iki veya daha fazla yol izleyip, alıcıya ulaşması durumuna **multipath** adı verilir. Yansıma sonucunda sinyalin ulaşma süresinde gecikme veya sinyalin fazında görece faz değişikliği oluşur. Bu hataya sinyal gönderen uydular veya anten etrafındaki yansıtıcı yüzeyler sebep olur. Özellikle görece konum belirlemede uydulardan kaynaklanan yansıma hatası,

bütün alıcılarda aynı etkiye sebep olacağından farkların alınması ile giderilebilir. Multipath etkisi Pseudorange ölçümleri için 10 m, faz gözlemleri için birkaç cm' dir. Uygun anten düzenleri ile bu etki mm düzeyine indirilebilmektedir (Kartal 1998).

3.6.3. Alıcıdan kaynaklanan hatalar

3.6.3.1. Alıcı saat hatası

Einstein' ın relativite teorisine göre birbirlerine göre hareket eden iki cisimde zaman aynı anda akmaz. Buna göre uydudaki saat, uydunun dönüş hızı Dünya' dan daha hızlı olduğundan geri kalır.

Relativite etkisinin yanı sıra çekim kuvvetinin de saatler üzerindeki etkisi vardır. Dünya' nın çekim kuvveti gözlem noktasındaki alıcı saatine Dünya' dan ortalama 20000 km uzakta olan uydu saatinden daha çok etki eder ve uydudaki saat alıcıya göre ileri gider.

Düşük doğruluklu çalışmalar için bu saat hataları ihmal edilmekle birlikte uygulamada genellikle koordinat bilinmeyenleri ile birlikte bilinmeyen olarak çözülmektedir (Kahveci 1994).

3.6.3.2. Alıcıda oluşan gürültü (Noise)

Bu hata alıcının içerisindeki sinyal üretiminden veya kullanılan antenin yapısından kaynaklanır. Gürültünün oranı ölçüm anında seçilen bant genişliğine göre değiştiğinden seçilen ölçü yöntemine göre bant genişliği kullanıcı veya alıcı tarafından otomatik olarak değiştirilmelidir (Kartal 1998).

3.7. GPS Ölçü Yöntemleri

3.7.1. Statik yöntem

İki veya daha fazla istasyonda alıcıların sabit olması koşuluyla, birkaç dakika ile birkaç saatlik periyotlarla yapılan ölçülerdir. Bu ölçüler eş zamanlı olarak yapılır ve 0 ila 1000 km arasındaki bazlarda uygulanır. Bağlı koordinat farkları (0.01-2 ppm) hassasiyetle bulunabilir. Kontrollü ve iyi sonuçlar elde etmek için önceden konumu bilinen nokta ile koordinatları bulunacak nokta arasında kapalı geometrik ağlar oluşturulmalıdır. Noktalar arasındaki baz vektörleri (Δx , Δy , Δz) belirlenerek koordinatı bilinen noktalardan, koordinat istenen noktaların koordinatları bulunur.

Statik yöntemde sonuçların gerçek zamanda elde edilmesine gerek yoktur. Sadece bazı durumlarda toplanan verilerin kalitesini kontrol etmek için ön değerlendirme yapılabilir. Ölçü sayısı fazla olduğundan statik yöntem ile iyi sonuçlar elde edilmektedir (Kartal 1998).

3.7.2. Kinematik yöntem

1985 yılında Remondi tarafından bulunan ve hareket halindeki objelerin konum ve/veya hızlarının en az 4 uyduya gözlem yaparak belirlenmesi ilkesine dayanan bir yöntemdir. Bu ölçü yöntemi, uydudan gelecek sinyaller için engel teşkil etmeyecek açık alanlarda başarı ile uygulanmaktadır. Gezici GPS alıcısı ölçüm sırasında, herhangi bir nedenle sinyali kaybederse en son ölçü alınan noktaya dönülerek ölçüye yeniden başlanır.

Kinematik ölçü yöntemi çoğunlukla kısa bazları oluşturan poligon noktalarında kullanılır. Kinematik yöntemde eğer iki istasyon noktasının koordinatı daha önceden bilirse, diğer noktanın değeri hesaplanabilir. Çalışmaya iki alıcı ile başlanır. Birincisi referans noktasında dururken, diğer alıcı koordinatı bilinen bir noktadan başlayarak sırası ile koordinatı hesaplanacak noktalarda gezdirilir. Alıcının hareketi sırasında taşıyıcı faz frekansı okumaları baştaki tamsayı belirsizliğini

korumak için dikkatli şekilde kilitlenerek korunur. Ölçümler kontrol amacı ile yine bilinen bir noktada bitirilir.

Kinematik yöntemde sonuçlar gerçek zamanda elde edilir. Ölçü sayısının az olması nedeniyle statik yöntemle göre daha kaba sonuçlar alınır.

Kinematik GPS günümüzde uydu konfigürasyonunun tamamlanması, alıcı teknolojisindeki gelişmeler ve fiyatlarının kullanıcılar açısından makul değerlere inmesi nedeniyle geniş bir kullanıcı kitlesine hizmet vermektedir. Kara, deniz ve havada seyir halinde olan araçların izlenmesi ve navigasyonu, hidrografik çalışmalar, denizde ve havada yapılan gravite çalışmaları, kara ve denizde yapılan üç boyutlu sismik çalışmalar, deniz trafiğinin kontrolü ve ileri poligonlama uygulamalarında kinematik GPS yöntemi başarı ile uygulanmaktadır (Kartal 1998).

3.7.3. Hızlı statik ölçü yöntemi

Alıcılardan en az birisi önceden konumu bilinen bir noktada sürekli sinyal alırken diğer alıcı veya alıcılar bilinmeyen noktalar üzerinde hareket ettirilir. Bu yöntem 20 km' nin altındaki kısa bazlarda uygulanır ve sinyal alma süresi 5 ile 20 dakika arasında değişir. Bu yöntem nirengi ağlarının sıklaştırılmasında kullanılır. Duyarlılığı 2-3 ppm' dir. Bu teknik L1 ve L2 frekansının her ikisine ait kod ve taşıyıcı faz ölçülerini gerektirmekte ve tüm bu bilgileri kullanarak tamsayı belirsizliklerini çözebilmektedir (Uzel ve Eren 1995).

4. JEÖD YÜKSEKLİĞİNİN BELİRLENMESİNDE KULLANILAN MATEMATİKSEL MODELLER

Elipsoid ve jeoid yüzeyleri arasındaki uzaklığa **jeoid ondülasyonu** veya **jeoid yüksekliği** denir ve N ile gösterilir. Fiziksel jeodezinin temeli jeoid ve jeoid yüksekliğinin belirlenmesi ilkesine dayanır. Yeryüzünü oluşturan katmanların yoğunluklarının farklı olmasından dolayı jeoid yüksekliği düzensizlikler gösterir.

Jeoid belirlenmesinde kullanılan tüm tekniklerde şu verilerden biri veya hepsi kullanılır:

- Yeryüzünde ölçülen gravite değerleri
- Yer' e yakın olarak dönen yapay uydulara ait veriler
- Uydunun üç boyutlu konumu
- Astronomik gözlemler
- Jeodezik nivelman

Bu tekniklerden bazılarında örneğin gravite ölçmelerinde jeoid yükseklikleri dolaylı olarak elde edilir. Diğer taraftan jeoidin şekli, doğrudan, doğrusal ve açısal ölçüler yardımıyla veya Yer' in gravite bilgileri ile elde edilebilir. Bu ölçülerin kombinasyonlarından da faydalanılabilir.

Jeoid modelleri hesap şekillerine bağlı olarak, global jeoid modeli, yerel jeoid modeli, astrojeodezik modeli ve gravimetrik yöntemle elde edilen jeoid modeli olarak sınıflandırılabilir.

4.1. Global Jeoid Belirleme Modelleri

Global jeoid modelleri, isminden de anlaşılacağı üzere tüm Dünya' ya ait gravite bilgilerinden faydalanarak oluşturulmuş bir modeldir. Her ulusun bir ya da birkaç istasyonu Dünya çapındaki gravite baz istasyonları ağını oluşturur. Şu andaki referans datum Postdam sistemi adı verilen ve Almanya' da Postdam' daki Jeodezi Enstitüsünde yapılan mutlak gravite ölçülerine dayananıdır (Heiskainen vd. 1984).

Son yıllarda Dünya gravite alanının saptanması işlemi uydu ve yüzey gravite bilgilerinin kombinasyonu ile gerçekleştirilmektedir (Rapp 1992).

1849’ da Stokes, gravite ölçülerini kullanarak jeoid yüksekliği hesaplamaya yönelik pratik bir formül geliştirmiştir:

$$N = \frac{R}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (4.1)$$

R : Dünyanın yarıçapı

G : Ortalama gravite

Δg : Gravite anomalisi

$S(\psi)$: Stokes fonsiyonu

Gravite anomalisi, jeoid üzerinde elde edilen gravite değerlerinden aynı noktaların elipsoid üzerindeki gravitelerin çıkartılması ile saptanır.

Global modellerde N değeri normalize edilmiş jeopotansiyel katsayılar C_{nm} , S_{nm} yardımı ile elde edilmiştir:

$$N_{GM} = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \cdot P_{nm}(\sin \varphi) \quad (4.2)$$

Bu küresel harmonik açılımda;

a : Referans sisteminin ekvator yarıçapı

G : Gravitasyon sabiti

M : Dünya kütlesi

r : Dünya merkezinden hesap yapılan noktaya olan uzaklık

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$: Normalleştirilmiş potansiyel katsayılar

\bar{P}_{nm} : Normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu

γ : Normal gravite

Global jeoid modellerine örnek olarak potansiyel katsayılarından yararlanarak jeoid yüksekliği hesaplama ilkesine dayanan OSU91A ve EGM96 modelleri verilebilir (Ollikainen 1997).

4.1.1. Potansiyel katsayılarından faydalanarak jeoid yüksekliği belirleme

Potansiyel katsayıların kullanılmasıyla jeoid yüksekliği hesaplanmasındaki ana problem, oldukça geniş alanlarda jeoid yüzeyinin çok genel olarak elde

edilebilmesidir. Jeoid şeklinin düzgün olduğu alanlarda ve jeoid yüksekliği için çok fazla hassasiyet istenmeyen mühendislik çalışmalarında bu yöntem kullanılmaktadır (King vd. 1985).

Yer' in gravitasyonel potansiyelinin potansiyel katsayıları (C_{nm}^s) kullanılarak, aşağıdaki eşitlik yardımı ile jeoid yüksekliği belirlenebilir:

$$N = \frac{GM}{r_P \gamma_P} \sum_{n=2}^M \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n C_{nm}^s Y_{nm}(\theta, \lambda) + \frac{\Delta g_B}{\gamma_P} H \quad (4.3)$$

r_P =Dünya yüzeyindeki noktanın jeosentrik yarıçapı

γ_P =Aynı noktanın normal gravitesi

Δg_B =Bouger gravite anomalisi

$Y_{nm}(\theta, \lambda) = P_{nlml}(\cos\theta) \cos m\lambda \Rightarrow m \geq 0$

$Y_{nm}(\theta, \lambda) = P_{nlml}(\cos\theta) \sin |m| \lambda \Rightarrow m < 0$

Yukarıdaki eşitlikte $P_{nm}(\cos\theta)$ tamamen normalleştirilmiş Legendre fonksiyonlarıdır. Günümüzde kullanılan maksimum M derecesi çözüm tipine bağlı olarak 50 ile 360 arasında değişim gösterir. M değerinin büyümesi ile $1^\circ \times 1^\circ$ blok değerlerine sahip, daha detaylı, yüksek çözünürlükte jeoid modelleri elde edilir. Ancak bu değerlerin büyümesi oldukça fazla işlem yükü getirir. Özel bilgisayar yazılımları sayesinde çok fazla sayıdaki katsayılarla hesap yapılabilmektedir. Bu modeller yüzey gravite bilgileri ile uyduların kombinasyonundan oluşmaktadır. Uygulama sonuçları, 50 derecede yaklaşık 400 km' lik, 360 derecede jeoid yüzeyi oldukça detaylı bir şekilde tanımlandığından maksimum 50 km' lik çözüm elde edileceğini göstermiştir. Derecenin artırılması ile jeoid yüzeyi düzgün bir yüzey olarak değil, dalgalı bir yüzey olarak belirlenir (Kartal 1998)

Jeoid ondülasyonlarının hesaplanmasında kullanılan potansiyel katsayı modellerinde aşağıdaki esaslar dikkate alınmalıdır:

a) Yer Kütlesinin Merkezi

(4.1) formülünden elde edilen jeoid ondülasyonu, merkezi Yer kütlesinin merkezi ile çakışık olan bir elipsoid ile jeoid arasındaki düşey uzaklıktır. Uydu sistemlerinde elde edilen elipsoidal yüksekliklerin kullanımında jeoid ondülasyonu veya elipsoid yükseklikleri uygun sistemlere dönüştürülmelidir. Aynı zamanda iki sistemin de orijini ve ölçeği aynı olmalıdır.

b) Elipsoidal Yarıçap

Günümüzde kullanılan ekvatorial yarıçap 6378136.3 m 'dir, Geodetic Reference System (GRS) 1980' de verilen ekvatorial yarıçap 6378137.0 m' dir. Bu iki değer arasındaki fark 70 cm' dir. Elipsoidal yükseklik GRS 1980' e göre verildiği takdirde üstteki eşitlikten hesaplanan jeoid ondülasyonu değerinden 70 cm' nin çıkartılması gereklidir. Ondülasyon farklarında bu düzeltmeye gerek yoktur.

c) Düşey Datum

Lokal düşey datum, referans yüzeyi olarak ideal bir jeoide sahip değil ise, jeoid ile ilişkili olan ortometrik yükseklik lokal sistemdeki ortometrik yükseklikten farklı olacaktır. Bu farklılık bir sapma olabileceği gibi lokal düşey ağıın zarar görmesinden oluşan çok sayıda faktörden kaynaklanan bir farklılık da olabilir. Bu sorunu çözmek için aşağıdaki eşitlikten yararlanılır (Rapp 1992):

$$H_D = H_I + c(\phi, \lambda) \quad (4.4)$$

H_D = Datum ortometrik yüksekliği

H_I = İdeal referans yüzeyindeki ortometrik yükseklik

$c(\phi, \lambda) = H_D(\text{bilinen}) - (h - N)$

Potansiyel katsayıların kullanılmasıyla elde edilen modellerden ikisi OSU91A (Ohio State University, global geoid model 91A) ve EGM96 (Earth Geopotential Model 1996)' dir.

4.1.1.1. OSU91A Modeli

OSU91A modeli 360 dereceye kadar harmoniklerin kullanımını içerir. Bu model yalnızca Geopotansiyel Model T2 uydularının bir yıllık jeodezik uydu altimetre bilgileri ile yüzey gravite gözlemlerini içeren verilerden yararlanarak hesaplanır. Katsayı adedi 130682' dir (Ollikainen 1997).

Küresel harmonik açılım ve OSU91 katsayılarının kullanımı ile jeoid ondülasyonları mutlak olarak 1-2 m duyarlıkta elde edilmektedir. Kısa mesafelerde görelî duyarlık dm mertebesindedir. OSU91A jeopotansiyel modeli ile 50x50 km' lik bir alanda jeoid yüksekliği belirlenmesinde elde edilebilecek global hassasiyet ortalama 57 cm' dir. Bu hassasiyet bölgeden bölgeye değişiklik gösteren veriler ile

bu modelin teknolojik yenilikler çerçevesinde geliştirilmesine bağlıdır (Zhiheng vd. 1996)

Yüzey gravite bilgilerine bağlı olarak OSU91A modeli ile elde edilen jeoid ondülasyonları şu şekilde sıralanabilir (Rapp 1992):

- Okyanus alanlarında ± 26 cm
- Yeterli yüzey gravite bilgilerine sahip kara alanları ± 38 cm
- Yetersiz yüzey gravite bilgilerine sahip kara alanları ± 56 cm
- Hiç yüzey gravite bilgisi olmayan alanlar ± 200 cm

Bu model ile maksimum çözüme, 30'x30' ortalama gravite anomalilerinin bulunduğu alanlarda ulaşılır. Bu alanlar özellikle uydu altimetre verilerinin elverişli olduğu okyanus alanları ile karada Kuzey Amerika, Avrupa, Avustralya, Japonya, Afrika'nın bir bölümü, Güney Amerika ve Hindistan gibi 30' lik güvenilir gravite anomalilerinin elde edilebildiği yerlerdir (Kartal 1998).

4.1.1.2. EGM96 modeli

Bu model DMA (U.S. Defence Mapping Agency), NIMA (National Imaginery and Mapping Agency), GSFC (NASA Goddard Space Flight Centre) ve Ohio State University tarafından geliştirilmiştir. Son versiyonu 24 Eylül 1996 tarihinde çıkartılmış olup, son versiyon piyasaya sürülmeden önce 5 modeli içeren geniş bir test yapılmıştır. Son yapılan çalışmalarla global jeoid modelinin hassasiyeti $\pm 0.5-1.0$ m' ye kadar geliştirilmiştir (Ollikainen 1997).

4.2. Yerel Jeoid Belirleme Modelleri

Yerel olarak uygulanan, kullanıldığı ülkenin fiziksel koşullarına bağlı olarak değişiklik gösteren modellerdir. Yerel jeoid modellerinin hesaplanması işlemi Stokes integraline dayanır:

$$N = N_{GM} + \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} (\Delta g - \Delta g_{GM}) S(\psi) d\sigma \quad (4.5)$$

N : Toplam jeoid yüksekliği

N_{GM} : Global modele göre hesaplanan jeoid yüksekliği

R : Dünyanın yarıçapı

γ : Normal gravite

Δg : Gravite anomalisi

Δg_{GM} : Global modele göre hesaplanan gravite anomalisi

$S(\psi)$: Stokes fonksiyonu

σ : İntegrasyonun kapsadığı küresel aralık

4.3. Astrojeodezik Yöntem İle Jeoid Yüksekliği Belirleme

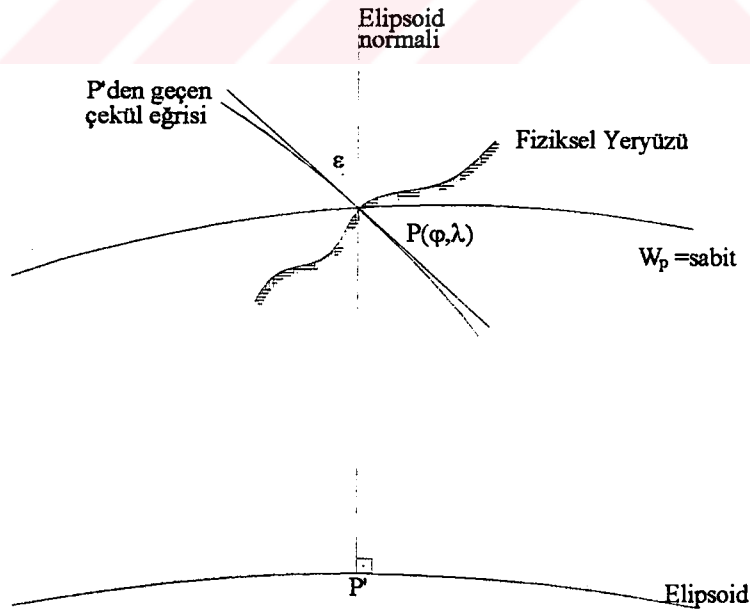
Fiziksel yeryüzü üzerindeki bir A noktasından geçen çekül eğrisi ile yine aynı noktadan geçen elipsoid normali kesiştiklerinde ε kadar bir sapma oluşur. Bu farka **çekül sapması bileşeni** denir ve

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (4.6)$$

eşitliği ile ifade edilir.

α : Keyfi azimut

ξ, η : Astrojeodezik çekül sapmasının Kuzey-Güney ve Doğu-Batı bileşenleri



Şekil 4.1 : Astrojeodezik çekül sapması

Eğer çekül sapmasının bileşenleri bilinirse jeoidin şekli belirlenebilir. Düşeydeki sapmalardan jeoidin biçiminin saptanması için basit eşitlik Heiskainen ile Moritz (1967) tarafından verilmiştir. ds mesafesinde jeoid ondülasyonundaki (N) değişim;

$$dN = -\varepsilon \cdot ds \quad (4.7)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Astrojeodezik jeoid belirleme yönteminde çekül sapması bileşenleri, aynı noktaya ait jeodezik ve astronomik koordinatların karşılaştırılmasıyla elde edilir. Bu işlem için aşağıdaki eşitlikler kullanılır:

$$\xi = \phi - \varphi \quad (4.8)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (4.9)$$

Bu eşitliklerde;

φ, λ : Jeodezik enlem ve boylam

ϕ, Λ : Astronomik enlem ve boylam

Başlangıç noktası A' da jeoid yüksekliği biliniyor ise (N_A) AB profili boyunca N değeri astrojeodezik yönüme ilişkin Stokes formülü ile hesaplanır:

$$N = N_A - \int_A^B \varepsilon ds \quad (4.10)$$

Bu formül astrojeodezik nivelman formülüdür. N konuma bağlı bir fonksiyon olduğundan bu integral, A ile B noktalarını bağlayan yoldan bağımsızdır. Bu yolun elipsoid yüzünde bir jeodezik eğri olması gerekmez. Çekül sapması bileşenleri profil boyunca bulunan istasyonlar arasında güvenilir enterpolasyon yapmaya elverişli sıklıkta olmalıdır. Gözlem istasyonları arasındaki N değerlerinin enterpolasyonu esnasında gözlem noktalarının araziye eşit aralıklı veya düzenli bir şekilde kapsamamasından kaynaklanan sorunlar ile karşılaşılabilir. Yapılan çalışmalar neticesinde hangi metod uygulanırsa uygulansın gözlem noktalarının birbirlerine 60 km' den daha yakın olduğu durumlarda enterpolasyonun başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür. Ağdaki birbirlerine uzak istasyonlardan ise duyarsız sonuçlar elde edilmiştir.

Ağın tümü ele alındığında en iyi enterpolasyon metodu tüm gözlem noktalarının kullanıldığı bir polinom oluşturulmasıdır. Yüzey polinomunun derecesinin arttırılması ile hassasiyet de doğru orantılı olarak artmaktadır. Ancak

derece artırımı belirli bir sınırdan sonra hesapta bir takım sorunlara yol açmakta ve yüzey ideal halde uzaklaşmaya başlamaktadır (Kartal 1998).

Günümüzde astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme yöntemi güvenilir bir metod olarak görülmektedir. Çünkü ϕ ve λ ' nin tespiti GPS yöntemi ile kolayca yapılabilmektedir. Bununla beraber ϕ, λ değerlerinin hassas olarak tespit edilebilmesi için titiz bir çalışmaya ve bulutsuz açık bir gökyüzüne ihtiyaç vardır (Ollikainen 1997).

Astrojeodezik yöntem yüksek maliyete sahiptir ve sadece karalarda uygulanabilen bir yöntemdir. Astrojeodezik yöntem, jeoidin düzgün olduğu alanlar için ve birbirine yakın birkaç astrojeodezik istasyonda yapılacak GPS ölçüleri için elverişli bir yöntemdir.

4.4. Gravimetrik Yöntem İle Jeoid Yüksekliği Belirleme

Çekül sapmalarının diğer bir elde edilmesi gravimetrik yöntemlere göre yapılır. Çekül sapmasının meydana gelmesinde rol oynayan etken dünya kütle dağılımının homojen olmamasıdır. Yerçekimi ivmesi diğer bir adıyla ağırlık g yerin kütle yoğunluğu ve bunun dağılımına bağlıdır. Gravimetrik çekül sapması g ' nin indirgenmesiyle bulunan Δg ağırlık anomalilerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu şekilde elde edilen çekül sapmaları salt çekül sapmalarıdır. Ağırlık anomalileri Δg ' ler biliniyorsa jeoidin elipsoidden olan yükseklikleri N ve dolayısıyla gravimetrik çekül sapmaları bulunabilir (Turgut 1995).

Gravimetrik yöntemler genellikle sınır yüzeylerindeki Δg gravite anomalilerinden jeoid yüksekliğinin belirlendiği yerlerde jeodezik sınır değeri problemlerinin çözümü için kullanılır. Gravimetrik yöntemler ile jeoid yükseklikleri hesabında üç metod kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi klasik veya hızlı Fourier tekniği ile Stokes integrasyonu, ikincisi en küçük karelerle kollokasyon yöntemi (Least-Squares Collocation), üçüncüsü ise kollokasyon ve integrasyon metodlarının kombinasyonudur.

4.4.1. Klasik veya hızlı Fourier tekniği ile Stokes integrasyonu

Jeoid yüksekliğinin hassas bir şekilde belirlenebilmesi için, jeopotansiyel model (GM), ortalama serbest hava gravite anomalileri (Δg_{FA}) ve sayısal arazi modeli yükseklikleri (h) kombinasyonundan yararlanır. Bu veri tiplerinin kullanımıyla elde edilen formül şöyledir (Schwarz vd. 1985).

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_h \quad (4.11)$$

$$\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_h \quad (4.12)$$

N_{GM} 100 km' nin üzerindeki mesafelerde oldukça düzgün değişim gösteren jeoidin uzun dalga boyu özelliğini temsil eder. $N_{\Delta g}$ 20 ila 200 km arasında dalga boyuna sahip bölgesel veya lokal jeoidin özelliği iken, N_h hızlı fakat küçük değişim gösteren 20 km' nin altında, topoğrafyadan kaynaklanan dalga boyu özelliğini ifade eder.

Düzlem yaklaşımda E bir integrasyon alanı ve $\bar{\gamma}$ ortalama gravite olmak üzere jeoid yükseklikleri şu formül ile hesaplanır:

$$N_{\Delta g}(x_p, y_p) = S\Delta g = \frac{1}{2\pi\bar{\gamma}} \iint_E \frac{\Delta g(x, y)}{\lambda} dx dy \quad (4.13)$$

eşitliğindeki λ değeri, veri noktaları (x, y) ile hesaplanan noktalar (x_p, y_p) arasındaki düzlem mesafedir. S Stokes operatörünü ifade eder. Küresel yaklaşımda ise bu değer,

$$N_{\Delta g}(\varphi_p, \lambda_p) = S\Delta g = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) d\sigma \quad (4.14)$$

formülü kullanılarak hesaplanır. R ortalama Dünya yarıçapını, $S(\psi)$ Stokes fonksiyonunu, ψ küresel mesafeyi ifade eder.

Stokes formülü sınır yüzeylelerinde özellikle jeoid üzerindeki gravite anomalileri için geçerli bir formüldür. Bu formülün kullanılabilmesi için jeoid üzerindeki tüm kütlelerin matematiksel olarak yersel indirgeme yolu ile jeoidin altına taşınması zorunludur. Tüm kütleler jeoid üzerindeki bir yüzey tabakasında yoğunlaştırılır. Bunun sonucu olarak çekim etkisi ve potansiyelde değişimler meydana gelir. Bu değişimler hesaba katıldığında Stokes formülü aşağıdaki şekle dönüşür:

$$N_{\Delta g+h}(x_p, y_p) = S(\Delta g + c + \delta\Delta g) + N_h(x_p, y_p) \quad (4.15)$$

Burada,

c : Çekim değişimi

N_h : Potansiyel değişimden kaynaklanır

$\delta\Delta g$: gravitedeki dolaylı etkidir ve çoğunlukla önemsizdir ($=0.3086 N_h$ mgal).

Çok iyi bir yaklaşım için G Newton gravite sabiti ve ρ topoğrafik kütlelerin yoğunluğu olmak üzere;

$$N_h(x_p, y_p) = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} (h(x_p, y_p))^2 \quad (4.16)$$

$$c(x_p, y_p) = \frac{1}{2} G \rho \iint_E \frac{(h(x, y) - h(x_p, y_p))^2}{\lambda^3} dx dy \quad (4.17)$$

formülleri yazılır. (4.13), (4.14), (4.17) formülleri iki boyutlu integrallerdir. Hızlı Fourier tekniğinin kullanımıyla bu integraller etkin bir biçimde değerlendirilebilir. F Fourier dönüşümü, F^{-1} Fourier dönüşümünün inversi olmak üzere;

$$N_{\Delta g}(x, y) = \frac{\lambda}{\gamma} \Delta g(x, y) * \lambda_N(x, y) = \frac{\lambda}{\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u, v) L_N(u, v) \} \quad (4.18)$$

$$\lambda_N(x, y) = (2\pi)^{-1} (x^2 + y^2)^{-1/2} \quad (4.19)$$

$$\Delta G(u, v) = F \{ \Delta g(x, y) \} \quad (4.20)$$

$$L_N(u, v) = F \{ \lambda_N(x, y) \} = F \{ S \} = (2\pi)^{-1} (u^2 + v^2)^{-1/2} = (2\pi)^{-1} q^{-1} \quad (4.21)$$

Buradaki u ve v , x ve y 'ye ait frekanslardır.

Yukarıda da görüldüğü gibi $N_{\Delta g}$ 'nin hesabı için sadece iki Fourier dönüşümü gerekmektedir.

Bu metod gridlerdeki ortalama veya nokta verilerini kullanır ve tüm grid noktaları üzerindeki jeoid yüksekliklerini eşzamanlı olarak hesaplar (Schwarz vd. 1985).

4.4.2. En küçük karelerle kollokasyon yöntemi

En küçük karelerle kollokasyon metodu, çok zaman isteyen, kovaryans fonksiyonları için fazladan ön inceleme gerektiren, gravite alanına ait değişik kaynaklardan elde edilen verilerin birlikte kullanımına imkan veren bir methodur.

Diğer metodlar bu önemli avantaja sahip değildir. Bu yöntemde jeoid yüksekliği üç bölümde incelenebilir:

$$N=N_1+N_2+N_3 \quad (4.22)$$

N_1 : Gravite alanına ait toplam spektrumun uzun dalga boylu sinyalleri

N_2 : Gravite alanına ait toplam spektrumun orta dalga boylu sinyalleri

N_3 : Gravite alanına ait toplam spektrumun kısa dalga boylu sinyalleri

Benzer olarak jeoid yükseklikleri farkları;

$$\Delta N=\Delta N_1+\Delta N_2+\Delta N_3 \quad (4.23)$$

şeklinde yazılabilir.

Jeoid yüksekliğine ait uzun dalga boylu sinyaller (N_1) belirli bir dereceye kadar olan katsayıların oluşturduğu jeopotansiyel modelin sonlu küresel harmoniklerde kullanımı ile elde edilebilir (λ_{max})

$$N_1 = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{\lambda=2}^{\lambda_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^{\lambda} \sum_{m=0}^{\lambda} (\Delta C_{1m} \cos m\lambda + \Delta S_{1m} \sin m\lambda) P_{1m}(\cos\theta) \quad (4.24)$$

Bu formülde;

GM : Yer kitlesine ait sabit Newton çekim kuvveti

γ : Normal gravite

$\Delta C, \Delta S$: Jeopotansiyel modelin küresel harmonik katsayıları

θ, λ : Kutup mesafesi ve jeosentrik enlem

$P_{\lambda m}(\cdot)$: Legendre fonksiyonları

a : Elipsoidin yarı büyük eksen

r : Yer (konum) vektörünün boyu

(4.23) eşitliğindeki N_3 değeri, toplam spektrumun kısa dalga boylu sinyalleri ile üretilir. N_3 sayısal arazi modelinden de elde edilebilir. Bu en uygun şekilde 15'*15' veya 30'*30' ortalama yükseklikleri içeren ortalama yükseklik yüzeyinden elde edecek topoğrafya değişikliklerinin saptanması yapılır. Sabit arazi modeli indirgemesinin sadece sınırlı bir alan için yükseklik bilgileri gerektirmesi ve jeoid üzerindeki dolaylı etkilerin oldukça küçük olması gibi bazı avantajları vardır.

Jeoid yüksekliklerine benzer şekilde gravite anomalileri de üç parçaya ayrılabilir:

$$\Delta g=\Delta g_1+\Delta g_2+\Delta g_3 \quad (4.25)$$

Benzer olarak gravite anomalilerinin uzun dalga boylu sinyali Δg_1 , küresel harmonikler ile belirtilebilir. Δg_1 sabit arazi modeli kütlelerinin yersel etkileridir ve noktadaki sabit arazi modeli kitlelerinin çekimini ve noktanın kojeoide indirgenmesini içerir.

(4.25) eşitliğinden kalıcı anomali Δg_2 'yi çekersek;

$$\Delta g_2 = \Delta g - \Delta g_1 - \Delta g_3 \quad (4.26)$$

olur. Uzun ve kısa dalga boylu sinyaller, yer değiştirdikten sonra, elde edilen düzgünleştirilmiş gravite alanına aittir. N_2 ve Δg_2 orta dalga boylu sinyaller olduğuna göre N_2 değerleri en küçük karelerle kollokasyon metodu ile belirlenebilir (Ayhan 1993):

$$N_2 = C_{N_2} \Delta g_2 \bar{C}^{-1} \Delta g_2 \quad (4.27)$$

N_2 'nin hata varyansı ise;

$$\sigma^2 N_2 = C_{N_2 N_2} - C_{N_2 \Delta g_2} \bar{C} C_{N_2}^T \Delta g_2 \quad (4.28)$$

$C_{N_2 \Delta g_2}$: N_2 , Δg_2 'nin çapraz kovaryans matrisi

$C_{N_2 N_2}$: N_2 'nin auto-kovaryans matrisi

$C_{\Delta g_2 \Delta g_2}$: Δg_2 'nin hata kovaryans matrisi

C_{nn} : Δg_2 'nin hata kovaryans matrisi ($C_{nn} = \sigma^2 I$ ile belirlenebilir. σ^2 gravitenin hata varyansı, I birim matristir.)

Δg_2 : artık anomali vektörü

4.4.3. Kollokasyon ve integrasyon yöntemlerinin kombinasyonu metodu

Bu metotta $s = C_{SX} C_{XX}^{-1} x$ formülünden hesaplanan nokta etrafındaki küçük bölgede $N_{\Delta g}$ 'nin tahmini için kullanılır ve ayrıca geri kalan bölgede küresel yaklaşımda Stokes formülünden yararlanır:

$$N_{\Delta g} = \frac{R}{4\pi g_o} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Delta(\psi, \alpha) S(\psi) \sin \psi d\psi d\alpha \quad (4.29)$$

$S(\psi)$: Stokes fonksiyonu

ψ : küresel mesafe

α : ψ ' nin jeodezik azimutu

R : Dünya' nın ortalama yarıçapı

Bu metod nokta bilgileri ile çalışmasına rağmen, uygulamalarda hesaplama zamanının azaltılması için ortalama Δg değerleri de kullanılmaktadır (Schwarz vd. 1985).

4.4.4. Gravimetrik yöntemlerle elde edilmiş jeoid yüksekliği farklarının doğruluğu

ΔN değerlerinin doğruluğu, ΔN_{GM} , $\Delta N_{\Delta g}$ ve ΔN_h değerlerinin doğruluğuna bağlıdır. ΔN_{GM} ' deki başlıca hatalar küresel harmonik katsayılardaki hatalardan kaynaklanır. Bunlar, uzun dalga boyu özelliğine sahiptirler ve bundan dolayı doğrudan doğruya araziden elde edilen verilerle elimine edilemezler. $\Delta N_{\Delta g}$ ' deki hatalar gravite anomalilerinin arasındaki boşluklardan, yeterince sık olmamasından kaynaklanır. ΔN_h ' deki hatalar ise veri yetersizliği ve indirgeme metodlarına dayanır. Yüksek frekanslı modellerde çoğunlukla veri yetersizliği verimli sonuçlar verirken, uygun olmayan indirgeme metodları uzun periyotlu hatalar meydana getirebilir (Schwarz vd. 1985).

4.5 Analitik Bir Yüzey Geçirerek Geometrik Olarak Jeoid Yüksekliği Belirleme

Elipsoidal yüksekliklerin ve ortometrik yüksekliklerin her ikisinin de bilindiği noktaların mevcut olduğu durumlarda, jeoid belirlenirken yükseklik eğrili haritaların yapımı için bu noktalardan bir yüzey geçirilir. Yüzey geçirilmesiyle elde edilen model ara noktaların jeoid yüksekliklerinin belirlenmesinde de kullanılır. Ancak bu ara noktalarda ortometrik yükseklik bilinmemekte, geçirilen bu yüzey yardımıyla hesaplanmaktadır. Bu işlem astrojeodezik yöntemle benzer. Her iki

yöntemde de gözlemleri kaynaklanan hatalar dışında en yüksek hassasiyet, jeoidin düzgün olduğu alanda bulunan birbirine çok yakın istasyonlar arasında yapılan uygulamalarda elde edilir (King vd. 1985).

4.5.1. Birinci dereceden polinomlar

Birinci dereceden polinom ile basit bir yüzey geçirilmesi için, iyi bir geometriye sahip, nivelmanla ortometrik yüksekliği, GPS ile elipsoidal yüksekliği belirlenmiş en az üç noktaya ihtiyaç vardır. İlk olarak A, B, C polinom katsayıları hesaplanır ve bu sonuçlar;

$$N=Ax+By+C \quad (4.30)$$

Formülünde yerine konarak diğer noktadaki jeoid yükseklikleri hesaplanır. Doğu-batı, kuzey-güney doğrultusunda yüzeyler ve bunların ayrıntıları belirlenebilir. Doğal olarak üç taneden daha fazla ortometrik ve elipsoidal yüksekliği bilinen nokta var ise; A, B, C bilinmeyenleri en küçük kareler yöntemi ile çözülür. Alternatif olarak (4.30) bağıntısındaki düzlem modelinde yükseklik değişimi çok fazla olan yüzeyler de kullanılabilir. Bu basit teknik ile jeoid yüksekliği hesaplamak; lokal, yüksek kaliteli, yüksek çözünürlüğe sahip jeoid modelinin elde edilmesinin elverişsiz olduğu durumlarda GPS ile yükseklik belirlenmesinde oldukça popüler bir tekniktir. Bu metod jeoidin düzgün olduğu yerlerde, 50x50 km' lik bir alanda birkaç cm' lik duyarlılıkta jeoid yüksekliği belirlemek için elverişli gözükmektedir (King vd. 1985).

4.5.2. İkinci dereceden polinomlar

$$Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Exz+Fyz+Gx+Hy+Iz+K=0 \quad (4.31)$$

şeklinde bir denkleme sahip olan tüm yüzeylere ikinci dereceden yüzey ya da quadratic adı verilir. Denklemi ikinci dereceden olan doğrusal yüzeyler doğrusal ortogonal quadratic olarak adlandırılır ve şu şekilde gösterilirler:

$$N_o=a_o+a_1x_o+a_2y_o+a_3x_o^2+a_4y_o^2+a_5x_o y_o \quad (4.32)$$

Ortogonal olmayan doğrusal bir ikinci derece polinom;

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (4.33)$$

formülü ile ifade edilir (Akçın 1997).

n sayısı 1 ise geçirilen yüzey bi-lineer, 2 ise bi-quadratic ve 3 olduğunda bi-cubic spline adını almaktadır. Bi-lineer yüzeyde ortak nokta sayısı (elipsoid ve ortometrik yüksekliği belli) en az 4, bi-quadratic yüzeyde en az 9 ve bi-cubik spline yüzeyde en az 16 olmalıdır. Ortak nokta sayısının bu değerlerden fazla olması durumunda yüzeyi belirleyen parametreler en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile hesaplanır. (4.33) eşitliğindeki a_{ij} değeri spline katsayısını, x ve y değeri söz konusu noktanın Gauss koordinatlarını ifade eder (İnal 1996).

4.5.3. Yüksek dereceden polinomlar

Üçüncü derece ve daha yüksek dereceli polinomlardır.

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (4.34)$$

eşitliğindeki n değerleri 3,4,5... değerlerinden birini alırsa yüksek dereceli polinomları oluşturur.

4.6. İnterpolasyon yöntemleri

Arazi üzerinde dağılmış, koordinatları (x, y, z) bilinen noktalara dayanak noktaları adı verilir. Belirtilen arazinin bulunduğu koordinat sisteminin yatay düzleminde düzgün ve yeter sıklıkta dağılmış bir ağ oluşturulur. Dayanak noktaları bu ağın içinde ve dışında dağılmış durumdadırlar. Daha sonra ağın köşe noktalarının yükseklikleri çeşitli interpolasyon yöntemlerinin herhangi birinden yararlanarak hesaplanır. Böylelikle arazi sayısal olarak belirlenmiş olur.

Dayanak noktalarının yatay konumları amaç ve olanaklara göre;

- 1) Rastlantısal olarak
- 2) Arazinin karakteristik çizgi ve noktalarında
- 3) Düzgün kareler veya dikdörtgenler ağının kesişme noktalarında

seçilebilir.

İnterpolasyon n boyutlu P_i noktalarındaki m boyutlu vektörleri kullanarak n boyutlu P_k noktalarındaki m boyutlu bilinmeyen vektörlerin hesaplanması işlemidir. n boyutlu P_i noktalarına dayanak uzayı adı verilir. Sayısal arazi modellerinin interpolasyonu probleminde dayanak uzayının iki boyutu (x, y), vektörlerin bir boyutu (z) vardır (Radwan vd. 1977).

4.6.1. Tüm araziye kapsayan tek bir fonksiyonla interpolasyon

Tek bir fonksiyonla interpolasyon probleminde bir tek $Z=f(x, y)$ fonksiyonunu belirlemek için bütün dayanak noktaları aynı anda kullanılır. Topoğrafik yüzey, katsayıları tanımlanmış bir tek cins ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir. Bu yüzeye multiquadrik yüzey denmektedir. Multiquadrik yüzeyler genel olarak aşağıdaki formül ile tanımlanır:

$$\sum_{j=1}^n c_j q(x_j, y_j, x, y) = Z \quad (4.35)$$

Z : Tek bir cins ikinci dereceden yüzeylerin toplamı olarak x ve y ' nin fonksiyonu

C_j : İkinci dereceden terimin cebrik işareti ve eğimi

C_j katsayıları bulunduktan sonra multiquadrik yüzey formüllerinden herhangi birisi ile istenilen noktaların yükseklikleri hesaplanabilir (Kartal 1998).

4.6.2. Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla interpolasyon

Parça parça interpolasyonda sayısal arazi modeli daha küçük parçalara bölünür ve her bir parça seçilen bir fonksiyonla gösterilirler. Bu durumda parçaların sınırları boyunca çatlaklar ve süreksizlikler görülebilir. Bundan kaçınmak için parçalardaki fonksiyonları sınırlar boyunca çakıştırmak amacıyla birleştirme fonksiyonları kullanılır. Bu birleştirme koşullarının, bilinmeyen fonksiyon parametrelerinin hesabında açık olarak tanıtılması gerekli olduğundan, problem bir

tek fonksiyonla interpolasyona dönüşür. Bu nedenle uygulamada birleştirme koşullarına gerek kalmayacak biçimde fonksiyonlar seçilir (Yıldız 1992).

Parça parça interpolasyonda aşağıdaki yöntemlerden biri seçilir:

- En küçük parçalardaki polinomlarla interpolasyon
- En küçük kareler yöntemi ile interpolasyon
- Sonlu elemanlarla interpolasyon
- Üçgen elemanlarında lineer enterpolasyon
- Üçgen elemanlarında 5.nci dereceden polinomlarla interpolasyon
- Dörtgen elemanlarında bilineer enterpolasyon

4.6.3. Nokta nokta interpolasyon

Noktasal interpolasyonda (x_i, y_i, z_i) dayanak nokta kümesi ile verilmiş olan bir alan içinde yada bu kümenin bir alt kümesi ile sınırlanan arazi içindeki herhangi bir (x, y) konumuna sahip noktanın (z) değerinin belirlenmesidir. Bu ifade;

$$Z=F(x,y,x_i,y_i,z_i) \quad (4.36)$$

dir.

Bu problemin çözümünde çeşitli interpolasyon yöntemleri kullanılır. Bu yöntemlerin bir bölümünde ilk ölçülen yükseklik değerleri hatasız kabul edilir, bazılarında ise belirli bir dengeleme yada rastlantısal hataların filtrelemesi yapılır. Seçilen interpolasyon yöntemi ne kadar uygun ise hesaplanan (z) değeri ile gerçek arazi yüksekliği arasındaki fark o kadar küçük olur. Diğer bir deyişle hesaplanan (z) değerinin gerçek arazi şekline uygunluğu, interpolasyon fonksiyonunun ve sayısal arazi modelinin güvenilirliğini artırır (Yıldız 1992).

Kare ağı sayısal arazi modellerinde, üzerinde bir fonksiyon tanımlanan arazi parçasının büyüklüğü, ölçme ağlarının büyüklüğüne eşit ise nokta nokta interpolasyon ile parça parça interpolasyon aynıdır. Nokta nokta veya parça parça interpolasyonda dört taneden fazla dayanak noktası kullanılacaksa aşağıdaki interpolasyon yöntemlerinden birisi seçilebilir:

- Ağırlıklı aritmetik ortalama ile interpolasyon
- Kayan (hareketli) yüzey

-
- Lineer prediksyon
 - En küçük arazi parçalarındaki polinomlar

Dayanak noktaları düzgün bir ağıın kesişme noktaları olarak ölçülmüşse, dört köşe noktası kullanılarak aşağıdaki yöntemlerden birisine göre interpolasyon yapılabilir (Kartal 1998):

- Ağırlıklı ortalama
- Lineer prediksyon
- Bilineer polinomlar
- Lineer interpolasyon
- Çift lineer interpolasyon



5. UYGULAMA

5.1. Çalışmanın Amacı

Elipsoidal yükseklik (h) ile ortometrik yükseklik (H) arasındaki bağıntının:

$$H=h-N \quad (5.1)$$

şeklinde olduğu Bölüm 1' de belirtilmişti. Günümüzde elipsoidal yükseklik (h), uydu ölçmelerindeki gelişmelere paralel olarak hassas olarak elde edilebilmektedir. Pratikte kullanılan ortometrik yükseklik (H)' ın uydu gözlemlerinden hesaplanabilmesi için jeoid ondülasyonu (N) değerlerine ihtiyaç vardır. Fiziksel yeryüzündeki iki nokta arasında (5.1) eşitliğinden :

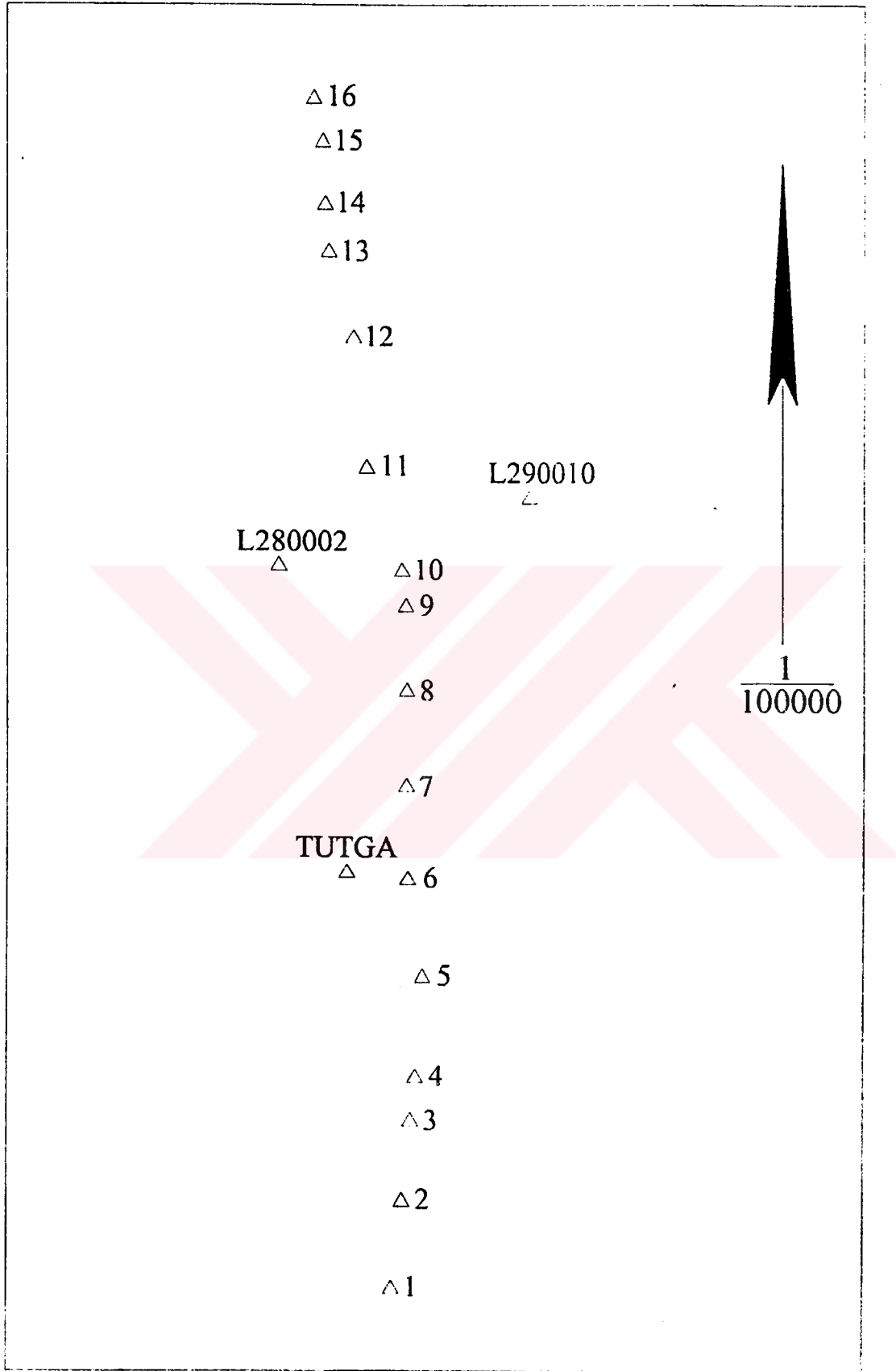
$$\Delta N=\Delta h-\Delta H \quad (5.2)$$

yazılabilir. Δh değeri, GPS gözlemleri ile WGS84 sisteminde elde edilen koordinatlardan bulunabilir. ΔH değeri de, arazide yapılmış nivelman değerine ortometrik düzeltme getirmek suretiyle yaklaşık olarak hesaplanabilir. Böylece jeoid ondülasyonlarına ait ΔN değerlerinin değişimi elde edilir. Bu N ve ΔN değerlerinin ardışık noktalar boyunca arka arkaya konması ile de jeoid ve elipsoid arasındaki farka ilişkin bir profil ortaya konabilir.

Bu çalışmada Selçuk Üniversitesi Kampüs sahası civarı için, jeoid ile elipsoid arasındaki değişimleri gösteren bir jeoid profili çizilmeye çalışılmıştır.

5.2. Materyal ve Metod

Bu çalışma Selçuk Üniversitesi Kampüsü civarında Konya-Afyon karayolu boyunca, yaklaşık 20 km uzunluğunda, kuzey-güney doğrultusunda, dalgalı arazi yapısına sahip bir sahada yapılmıştır. Kuzey-güney doğrultusundaki bu hat boyunca ardışık 16 adet nokta tesis edilmiştir. Noktalar yumuşak zeminde beton blok, kayalık zeminde demir çivi olarak tesis edilmiştir. Bu noktalar tesis edilirken, noktaların arazinin karakteristik özelliklerini temsil eden yerlerde olmasına özellikle dikkat edilmiştir. GPS ölçülerinde Konya Metropolitan Nirengi Ağına dahil iki noktadan,



Şekil 5.1 : Test ağına ait kanava

Selçuk Üniversitesi Kampüs'ündeki TUTGA noktasından sabit nokta olarak faydalanılmıştır.

Bu noktalar arasındaki yükseklik farkları yapılan geometrik nivelmanla bulunmuştur. Ölçüler gidiş-dönüş olarak farklı ekipler tarafından yapılmıştır. Geometrik nivelman ölçülerinde bir adet Sokkisha B2 (234835), bir adet Sokkia (18734) olmak üzere iki adet otomatik nivo kullanılmıştır. Ölçülerde düzeçli nivelman mirası, yumuşak zeminde dönüş noktalarında nivelman çarığı kullanılmıştır. Noktaların ortometrik yüksekliklerini hesaplayabilmek için de S.Ü. Kampüsüne ait N.1550 nolu noktadan kot taşınmıştır.

GPS gözlemleri statik ölçü yöntemine göre yapılmıştır. Gözlemlerde ikisi sabit ikisi gezici olmak üzere dört adet çift frekanslı Astech Z Surveyor GPS alıcısı kullanılmıştır. Sabit nokta olarak Konya Metropolitan Nirengi Ağına ait L290002 ve L290010 nolu noktalar ile TUTGA noktası kullanılmıştır. Statik yöntemle göre yapılan ölçülerde her noktada ortalama 45' er dakikalık oturumlar yapılmıştır. Yapılan ölçüler Prism v.2 programı ile değerlendirilmiştir. Elde edilen baz vektörlerine ait DX, DY, DZ değerlerine göre WGS84 sisteminde ölçüler TUTGA noktasının koordinatlarını sabit alarak dengeleme yapılmış ve noktalara ait WGS84 koordinatları elde edilmiştir.

Geometrik nivelmanla bulunan yükseklik farklarına ortometrik düzeltme getirmek suretiyle geometrik yükseklik farkları ortometrik yükseklik farklarına yaklaştırılmıştır. GPS gözlemlerinin değerlendirilmesi ile de noktalara ait WGS84 sistemindeki elipsoidal koordinatlar hesaplanmıştır. Hesaplanan bu koordinatlardan da noktalar arasındaki elipsoidal yükseklik farkları bulunmuştur. Koordinatlara göre (5.1) bağıntısından jeoid ondülasyonları, iki nokta arasındaki ortometrik yükseklik farkı ile elipsoidal yükseklik farkına göre de jeoid ondülasyonlarına ait ΔN değerlerinin değişimi hesaplanmıştır.

5.3. Sayısal Uygulama

Noktalar arasında yapılan nivelman ölçüleri ve (2.20) eşitliğine göre düzeltme getirilmiş sonuçları Tablo 5.1' de verilmiştir. Yapılan geometrik nivelman

ölçüsü için birim ölçünün ortalama hatası $m_0 = \pm 2.47$ mm olarak bulunmuştur. GPS ile ölçülmüş bazlara ait duyarlılığı en büyük 10 vektör Tablo 5.2' de, duyarlılığı en küçük 10 vektör Tablo 5.3' de gösterilmiştir.

Tablo 5.1 : Geometrik nivelman ile ölçülmüş ve ortometrik düzeltme getirilmiş yükseklik farkları

Hat No	1. Ölçü (m)	2. Ölçü (m)	Fark (mm)	Ortalama. (m)	Ort. Düz. (mm)	Düz. Yük. Farkı (m)
1-2	5.971	5.970	1	5.971	1.3	5.970
2-3	23.832	23.834	2	23.833	1.2	23.832
3-4	22.654	22.651	3	22.653	0.7	22.652
4-5	35.666	35.658	8	35.662	1.6	35.660
5-6	7.623	7.622	1	7.623	1.6	7.621
6-7	1.639	1.635	4	1.637	1.5	1.635
7-8	22.475	22.472	3	22.474	1.6	22.472
8-9	-5.644	-5.642	2	-5.643	1.4	-5.644
9-10	50.977	50.986	9	50.982	0.6	50.981
10-11	-10.912	-10.919	7	-10.916	1.8	-10.918
11-12	-61.607	-61.603	4	-61.605	2.2	-61.607
12-13	107.306	107.299	7	107.303	1.4	107.302
13-14	-61.282	-61.283	1	-61.283	0.8	-61.284
14-15	70.814	70.819	5	70.817	1.1	70.816
15-16	-32.811	-32.815	4	-32.813	0.8	-32.814

Tablo 5.2 : Duyarlık ölçütleri en büyük 10 vektör

NN	NN	Mesafe (m)	V(R) (m)	V(N) (m)	V(E) (m)	V(U) (m)	RPPM
0001	0100	7003.633	0.026	0.008	0.008	-0.023	3.66
0102	0015	7071.082	0.018	0.013	0.007	-0.010	2.52
0102	0001	12225.171	0.018	0.004	-0.001	-0.018	1.51
0001	0100	7003.644	0.016	-0.005	-0.005	0.014	2.24
0001	0110	13395.854	0.016	-0.003	-0.006	0.014	1.16
0110	0016	7569.030	0.016	-0.010	-0.005	0.012	2.17
0110	0012	4004.940	0.014	0.000	-0.014	-0.001	3.50
0102	0004	8862.839	0.014	-0.007	0.005	0.011	1.58
0006	0110	6675.318	0.012	0.003	0.007	0.009	1.77
0102	0002	10831.368	0.012	-0.009	-0.008	-0.003	1.15

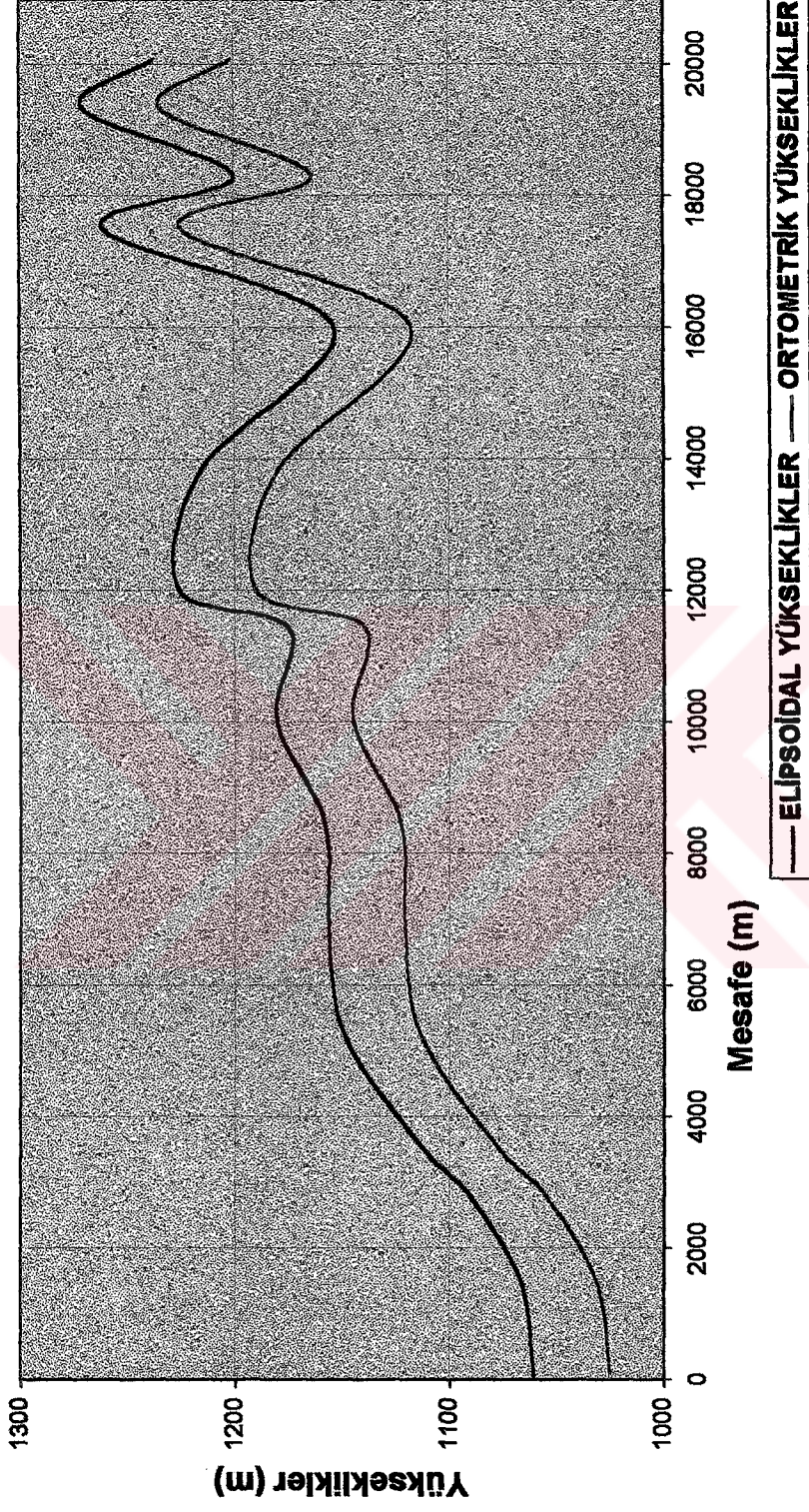
Tablo 5.3 : Duyarlık ölçütleri en küçük 10 vektör

NN	NN	Mesafe (m)	V(R) (m)	V(N) (m)	V(E) (m)	V(U) (m)	RPPM
0102	0009	2247.734	0.003	-0.001	-0.003	0.000	1.41
0102	0110	4383.578	0.003	0.001	0.003	-0.001	0.76
0102	0013	5290.746	0.004	-0.002	0.000	-0.003	0.68
0110	0005	8194.838	0.004	0.003	0.000	0.002	0.44
0110	0008	3811.421	0.005	-0.001	0.002	-0.004	1.20
0102	0005	7291.087	0.005	-0.002	0.000	-0.005	0.74
0009	0110	2768.252	0.005	-0.002	-0.004	0.003	1.95
0102	0011	2200.594	0.005	-0.001	0.002	-0.004	2.08
0011	0110	2809.677	0.005	-0.001	0.004	-0.002	1.63
0102	0008	2993.478	0.005	0.001	-0.002	0.005	1.83

Tablo 5.4 : Noktalara ait WGS84 koordinatları

NN	X (m)	Y (m)	H (m)
1	4203117.874	457351.148	1061.208
2	4204563.724	457523.748	1067.171
3	4205898.221	457668.365	1091.063
4	4206634.401	457745.277	1113.749
5	4208316.428	457866.715	1149.449
6	4209959.815	457613.718	1157.124
7	4211525.788	457590.532	1158.817
8	4213115.105	457593.672	1181.306
9	4214503.542	457575.265	1175.692
10	4215089.130	457512.096	1226.698
11	4216820.130	456911.815	1215.844
12	4218980.390	456692.068	1154.310
13	4220411.706	456272.954	1261.689
14	4221192.453	456211.864	1200.436
15	4222219.874	456172.345	1271.288
16	4222936.014	456021.685	1238.508

ORTOMETRİK VE ELİPSİDAL YÜKSEKLİKLER



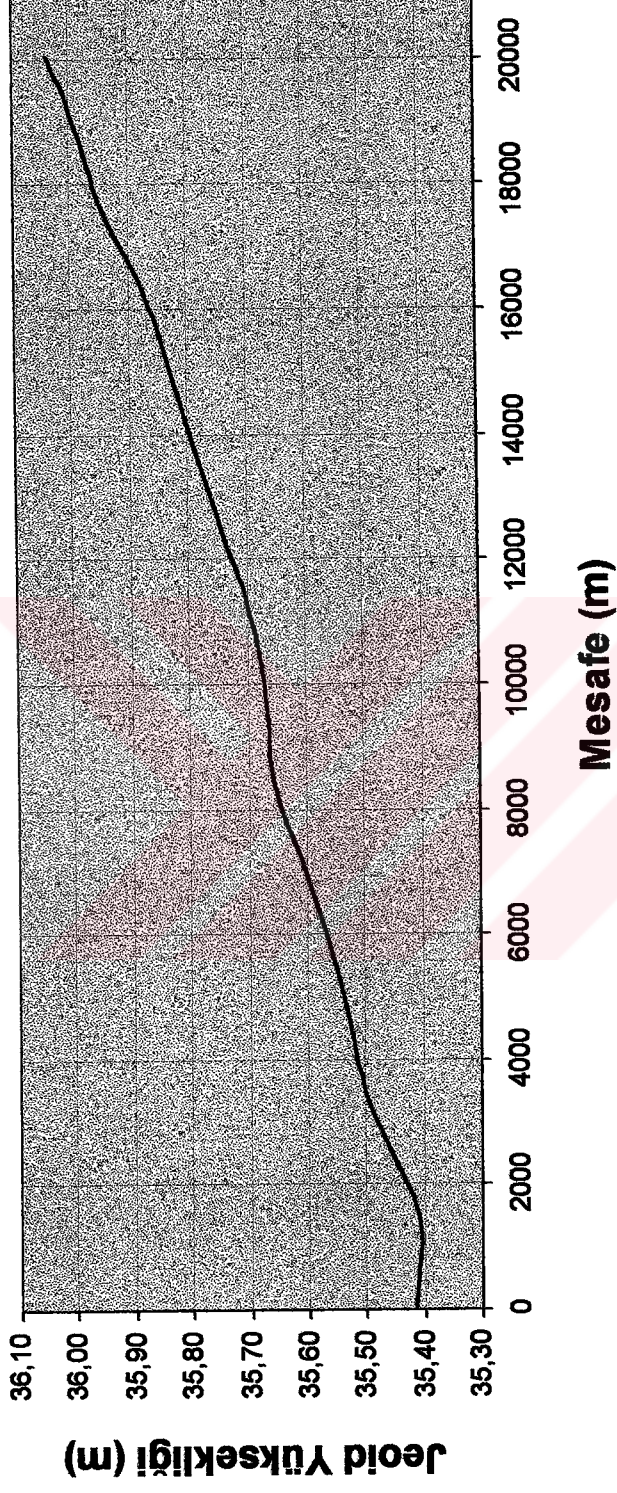
Şekil 5.2 : Arazinin topoğrafik yapısına ilişkin kesit

Tablo 5.5' te noktalara ait ortometrik yükseklikler (H), WGS84 sistemindeki elipsoidal yükseklikler (h) ve jeoid ondülasyonları (N) değerleri verilmiştir. Buna göre en düşük jeoid yüksekliği değeri 35.411 m, en yüksek jeoid yüksekliği değeri 36.043 m, ortalama olarak 35.709 m bulunmuştur. WGS84 elipsoidi için jeoid yükseklikleri Kartal (1998) tarafından Ankara için 33.185 m, Bursa için 36.495 m, Arslan (1997) tarafından Zonguldak için 32.557 m olarak verilmiştir.

Tablo 5.5 : Noktalara ait ortometrik kotlar, WGS84 elipsoidal kotları, jeoid ondülasyonları

NN	H (Ortometrik yükseklik) (m)	h (Elipsoidal Yükseklik) (m)	N (Jeoid Ondülasyonları) (m)
1	1025.790	1061.208	35.418
2	1031.760	1067.171	35.411
3	1055.592	1091.063	35.471
4	1078.244	1113.749	35.505
5	1113.904	1149.449	35.545
6	1121.525	1157.124	35.599
7	1123.160	1158.817	35.657
8	1145.632	1181.306	35.674
9	1139.988	1175.692	35.704
10	1190.970	1226.698	35.728
11	1180.052	1215.844	35.792
12	1118.445	1154.310	35.865
13	1225.747	1261.689	35.942
14	1164.463	1200.436	35.973
15	1235.279	1271.288	36.009
16	1202.465	1238.508	36.043

JEOİD PROFİLİ



Şekil 5.3 : Jeoid yüksekliğinin değişimine ait grafik

Tablo 5.6' da noktalar arasındaki jeoid yüksekliğinin değişimine ilişkin değerler verilmiştir. Buna göre güzergahın başlangıç ve bitişi arasında jeoid yüksekliğindeki toplam değişim miktarı geometrik nivelman sonuçlarına göre 605 mm, geometrik nivelman sonuçlarına ortometrik düzeltme getirilmiş değerlere göre 626 mm olarak bulunmuştur. Noktalar arasındaki jeoid ondülasyonu değişimi için en küçük değer -8 mm, en büyük değer +76 mm bulunmuştur. Şekil 5.2 ve Şekil 5.3' ten de görüleceği üzere jeoid yüksekliğinin arazinin karakter değiştirdiği yerlerde eğim değiştirdiği gözlemlenmiştir.

Tablo 5.6 : Noktalar arasındaki yükseklik farkları ve jeoid ondülasyonlarındaki değişim

Hat No	Elipsoidal Yük. Farkı (m)	Geometrik Yük. Farkı (m)	Jeoid Ond. Değişim (mm)	Ort. Düz. Getir. Yük. Farkı (m)	Jeoid Ond. Değişim (mm)
1-2	5.963	5.971	-8	5.970	-7
2-3	23.892	23.833	59	23.832	60
3-4	22.686	22.653	33	22.652	34
4-5	35.700	35.662	38	35.660	40
5-6	7.675	7.623	52	7.621	54
6-7	1.693	1.637	56	1.635	58
7-8	22.489	22.474	15	22.472	17
8-9	-5.614	-5.643	29	-5.644	30
9-10	51.006	50.982	24	50.981	25
10-11	-10.854	-10.916	62	-10.918	64
11-12	-61.534	-61.605	71	-61.607	73
12-13	107.379	107.303	76	107.302	77
13-14	-61.253	-61.283	30	-61.284	31
14-15	70.852	70.817	35	70.816	36
15-16	-32.780	-32.813	33	-32.814	34
			$\Sigma=605$ mm		$\Sigma=626$ mm

6. SONUÇ

Jeodezik ağların konumlandırılması ve mevcut ağların sıklaştırılması çalışmaları, değişik uygulama alanlarına sahip GPS teknikleri ile yapılmaktadır. Türkiye’ de mevcut nirengi ağlarının konumlandırılması ED50 datumunda yapılmıştır. Uygulamada kullanılan yükseklikler ortometrik yüksekliklerdir. GPS ile elde edilen koordinatlar WGS84 datumundaki elipsoidal koordinatlar dolayısıyla yükseklikler de elipsoidal yüksekliklerdir.

GPS ile elde edilen WGS84 datumundaki koordinatlardan ED50 datumundaki koordinatların hassas olarak elde edilmesi, her iki sistemde de koordinatı bilinen ortak noktalar yardımıyla mümkündür. Uygulamada ortometrik yükseklikler kullanıldığından WGS84 elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerinin hesaplanması gerekir. Bunun için de çalışılan bölgeye ait duyarlı jeoidin ve jeoid yüksekliklerinin bilinmesine ihtiyaç vardır.

GPS gözlemlerinden elde edilen elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin hesabı için çalışma bölgesine ait bir yüzey geçirilmektedir. Yüzey geçirmede hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın dayanak noktalarında duyarlı jeoid yüksekliklerine ihtiyaç vardır. Bu dayanak noktalarının uygun dağılımı, arazinin topoğrafyasını tam olarak temsil edebilmesi ve bölgedeki jeoid değişimi sonuçların hassasiyetini direkt olarak etkilemektedir.

Yapılan bu çalışma neticesinde çalışılan bölge için jeoid yüksekliği değeri ortalama olarak 35.709 m olarak hesaplanmıştır. Jeoid yüksekliğine ait en küçük değer 35.411 m, en büyük değer 36.043 m bulunmuştur. İki nokta arasındaki jeoid ondülasyonundaki değişim için en küçük değer 1 ve 2 nolu noktalar arasında -8 mm, en büyük değer 12 ve 13 nolu noktalar arasında +76 mm bulunmuştur. 20 km’ lik hat boyunca toplam olarak geometrik nivelman sonuçlarına gelen ortometrik düzeltme miktarı 21 mm dir . 20 km sonunda 1 ve 16 nolu noktalar arasındaki jeoid yüksekliğindeki toplam değişim geometrik nivelman ölçülerine göre 605 mm, ortometrik düzeltme getirilmiş nivelman sonuçlarına göre 626 mm olarak elde edilmiştir.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar da göstermiştir ki arazi karakteristik özelliklerinin sık değişim gösterdiği özellikle engebeli yapıya sahip alanlarda jeoid

yüksekliği daha fazla değişim göstermektedir. Eğimin değişmediği alanlardan engebenin sürekli değiştiiği alanlara geçişte jeoid yüksekliğindeki değişimin işareti bile değişebilmektedir. Dolayısıyla ister 3D transformasyonu ister global veya yerel jeoid geçirilerek ortometrik yüksekliklerin hesabında, dayanak noktaların arazinin karakteristik özelliklerini taşıması ve arazinin topoğrafyasını en iyi şekilde temsil etmesi gereklidir. Ayrıca jeoid yüksekliği değişiminin güney-kuzey doğrultusunda daha hissedilir değerler olduğu göz önüne alınmalıdır.



7. KAYNAKLAR

- AKÇIN, H., 1997, Sayısal Harita Üretiminde Ölçme ve Modelleme Yöntemlerinin Üç Boyutlu Yüzey Ağının Duyarlılığına Etkisi, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- AKSOY, A., AYAN, T., DENİZ, R., 1998, Global Bölgesel ve Ülke Jeodezik Ağları Hakkında, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, Sayı:84, s:23-31.
- ARSLAN, E., 1997, GPS Koordinatlarından Ülke Koordinatlarına Dönüşüm, s:303-325. 6. Harita Kurultayı, Ankara, 03-07 Mart
- AYAN, T., 1978, 1976 Türkiye Geoidi, Harita Dergisi, Sayı:84.
- COURTANEY, S., 1980, Geodesy, London.
- ENGELIS, T., RAPP, R., and TSCHERRING, C.C., 1984, The Precision Computation Of Geoid Undulation Differences With Comparison To Results Obtained From The Global Positioning System, Geophysical Research Letters, Vol.1, No.9, Pages 821-824.
- EREN, K. ve UZEL, T., 1995, GPS Ölçmeleri, Yıldız Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.
- GÖKALP, E., 1994, GPS Ölçme Süresini Kısaltmak Amaçlı Yöntem geliştirme, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon
- HEISKANEN, W. A. and MORITZ, H., 1967, Physical Geodesy, W.H. Freeman and Co., San Francisco
- İNAL, C., 1996, Yerel Jeoid Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yükseklik Belirlenmesi, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi. c.11, s.1996/2, s:15-19, Konya.
- KARTAL, A., 1998, GPS Yöntemi İle Yükseklik Belirlenirken İnterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- KARTAL, F., 1991, Modern Gözlem Teknikleri ve GPS, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- KAHVECİ, M., 1993, Ortometrik Yüksekliklerin Belirlenmesinde GPS Sistemi, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- KING, R. W., MASTERS, E. G., RIZOS, C., STOLZS A. AND COOLINS, J, 1985, Surveying With Global Positioning System, Bonn
- LEICK, A., 1990, GPS Satellite Surveying. Department Of Surveying Engineering University of Maine, John Wiley&Sons, New York.
- OLLIKAINEN, M., 1997, Determination Of Orthometric Heights Using GPS Levelling, Publications of The Finish Geodetic Institute, No:123, Kirkkonummi.
- RADWAN M., STEFANOVIC P., TEMPFLI K., 1977, Data Acquisition, Processing and Applications, ITC
- RAPP, R, 1992, Computation and Accuracy Of Global Geoid Undulation Models, Sixth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Proceedings Volume
- SCHWARZ, K.P.,SIDERIS, M.G. and FORSBERG, R., 1985, Precise Geoid Heights And Their Use In GPS Interferometry, 78 th Annual General Meeting Of The Canadian Institute Of Surveying Edmonton, Calgary.
- SIGL, R., AKARSU, V., 1997, Dünya Kesinlikle Yuvarlak Değildir, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, Sayı:83, s:80-89.
- TOMBAKLAR, Ö.H., 1979, Mühendislikte Ölçme Bilgisi I, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Konya.
- TOMBAKLAR, Ö.H., 1989, Ölçme Bilgisi Ders Notları, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Konya.
- TURGUT, B., 1996, Fiziksel Jeodezi Ders Notları, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Konya.
- YILDIRIM, Ö., KARAALI, C., 1997, GPS Yardımıyla (Trabzon' un Bir Bölgesi İçin) Ortometrik ve Jeoid Yüksekliklerinin Belirlenmesi, Harita ve Kadsatro Mühendisliği Dergisi, Sayı:83, s:41-45.
- YILDIZ, F., 1992, Sayısal Arazi Modelleri, Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Konya
- ZHIHENG J., DUQUENNE H., 1996, On The Combined Adjustment Of a Gravimetrically Determined Geoid and GPS Levelling Stations, Journal of Geodesy, France